



HAL
open science

Contribution à l'étude des émissions vibro-acoustiques des machines électriques : cas des machines synchrones à aimants dans un contexte automobile

Guillaume Verez

► To cite this version:

Guillaume Verez. Contribution à l'étude des émissions vibro-acoustiques des machines électriques : cas des machines synchrones à aimants dans un contexte automobile. Autre. Université du Havre, 2014. Français. NNT : 2014LEHA0024 . tel-01623588

HAL Id: tel-01623588

<https://theses.hal.science/tel-01623588>

Submitted on 25 Oct 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE

Présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE DU HAVRE

Spécialité : Génie électrique

Par

Guillaume VEREZ

**CONTRIBUTION A L'ETUDE DES EMISSIONS VIBRO-
ACOUSTIQUES DES MACHINES ELECTRIQUES.
CAS DES MACHINES SYNCHRONES A AIMANTS
DANS UN CONTEXTE AUTOMOBILE.**

Soutenue le 2 décembre 2014 devant le Jury composé de :

Mohamed GABSI	Professeur des universités à l'ENS de Cachan	Rapporteur
Michel HECQUET	Professeur des universités à l'Ecole Centrale de Lille	Rapporteur
Daniel MATT	Professeur des universités à l'Université de Montpellier II	Rapporteur
Georges BARAKAT	Professeur des universités à l'Université du Havre	Directeur de thèse
Ghaleb HOBLOS	Enseignant-chercheur à l'ESIGELEC	Co-directeur de thèse
Yacine AMARA	Maitre de conférences à l'Université du Havre	Encadrant

Thèse préparée au sein
du Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre (EA 3220)
et de l'Institut de Recherche en Systèmes Electroniques Embarqués (EA 4353)



RESUME

Dans un contexte automobile électrique et hybride, la part des machines synchrones à aimants permanents s'est accrue exponentiellement. Cette évolution s'accompagne d'exigences en termes d'émissions vibro-acoustiques. En termes de dimensionnement de la chaîne de traction, l'analyse multi-physique du moteur s'avère être un enjeu crucial pour son développement. La nécessité de disposer de codes informatiques de conception possédant des temps de calcul faibles pour une précision maximale se fait ressentir pour l'exploration de solutions potentiellement performantes dans les premières étapes du processus de dimensionnement. A ce titre, les aspects vibratoires et acoustiques sont modélisés analytiquement et par éléments finis dans la présente thèse. Ainsi, au moyen du modèle magnétique, l'analyse magnéto-vibro-acoustique faiblement couplée (résolution itérative des différentes physiques) peut être réalisée.

La thèse est découpée en quatre parties. La première expose un état de l'art sur les émissions vibro-acoustiques des machines et notamment la modélisation du bruit d'origine magnétique. Les problématiques de la modélisation sont détaillées. Dans une deuxième partie, les modèles sont largement décrits. Les modèles éléments finis sont validés expérimentalement. Une troisième partie se propose de valider les modèles analytiques par éléments finis, en complexifiant progressivement la géométrie d'une machine à aimants montés en surface à flux radial. Enfin, la dernière partie utilise les modèles éléments finis pour étudier des machines non-conventionnelles comme les machines à commutation de flux et les machines à aimants en surface à flux axial.

ABSTRACT

The proportion of permanent magnets synchronous motors used for electric and hybrid automotive traction has exponentially increased during the past decade. This evolution comes with ever-demanding low noise and vibrations requirements. Multi-physics analysis of the motor is a decisive issue for the development of the powertrain. For the exploration of potentially efficient motor solutions in first design steps, it is thus a necessity to have at disposal fast and accurate computer codes. In this respect, acoustic and vibratory aspects are modeled using finite element and analytical models in this thesis. As a result, using an electromagnetic model, the weakly-coupled magneto-vibro-acoustic analysis (iterative solving of each physic) can be performed.

The thesis is divided into four parts. The first part states the art on machine vibro-acoustic emissions and focuses on noise of magnetic origins modeling. Issues of modeling are detailed. Then, models are described to a great extent in the second part. Finite element models are favorably compared to experimental measures. A third part validates analytical models in comparison to finite element analysis, by gradually complicating the geometry of a surface permanent magnets radial flux machine. Finally, a fourth part uses finite element models to study non-conventional machines such as flux switching radial flux machines and surface permanent magnets axial flux machines.

« Imagination is more important than knowledge. For knowledge is limited, whereas imagination embraces the entire world, stimulating progress, giving birth to evolution. »

G.S. Viereck, « What Life Means to Einstein », The Saturday Evening Post, p. 17, 26 October 1929.

REMERCIEMENTS

Ce doctorat étant financé par la région Haute-Normandie et effectuée conjointement au GREAH et à l'IRSEEM, je tiens à remercier de manière générale tous les acteurs qui ont rendu possible sa concrétisation. Je tiens ainsi à remercier particulièrement l'ensemble du GREAH, représenté par M. Brayima Dakyo, et l'ensemble de l'IRSEEM, représenté par M. Nicolas Langlois. J'y inclus bien entendu les personnels non enseignants BIATSS.

M. Georges Barakat reçoit ma plus vive gratitude après ces quatre années passées ensemble à m'instruire de la plus noble manière sur la conception des machines électriques, pour toutes les sciences physiques qu'englobe ce thème. Professeur, merci de m'avoir aidé à développer les qualités d'un chercheur, à savoir les connaissances scientifiques, l'autonomie, l'esprit critique, la remise en question et le relationnel. Merci également d'avoir développé les aspects rédactionnels. En cela, je remercie également M. Yacine Amara pour m'avoir encadré et épaulé dans la rédaction scientifique. Merci à vous deux pour les discussions scientifiques et personnelles. Merci également pour ces nombreuses participations aux conférences, une véritable chance, qui m'ont apporté le goût de la communication scientifique et des échanges.

Je remercie M. Ghaleb Hoblos d'avoir porté ce projet en tant que co-directeur de thèse. Les discussions m'ont permis de développer de nouveaux aspects qui participent à ma culture scientifique. De plus, merci vivement pour m'avoir introduit à l'enseignement à l'ESIGELEC. Ce fût une expérience forte enrichissante et bénéfique. Merci également à M. Oudie Bennouna pour m'avoir co-encadré et pour m'avoir présenté les outils développés à l'IRSEEM.

Que soit remercié M. Mohamed Gabsi, professeur à l'ENS de Cachan, pour avoir accepté d'examiner mes travaux et de présider mon jury. Ce jury constitué de M. Michel Hecquet,

professeur à l'Ecole Centrale de Lille, et M. Daniel Matt, professeur à l'Université de Montpellier II, reçoit également ma gratitude pour l'intérêt porté à mon travail en tant que rapporteurs et pour leurs remarques.

Mes camarades de laboratoire du GREAH mais aussi du LOMC limitrophe sans oublier l'IRSEEM sont vivement salués et remerciés pour les moments extrêmement studieux passés ensemble. Particulièrement, au nom de l'intellect, Huguette, Julien, Mouheb et Adel, merci pour votre aide et votre amitié. Au nom de l'affect, mes sentiments vont à Anas et Samira.

Un doctorat est une tranche de vie. Merci de la partager avec moi, Helen. Mais aboutir au grade de docteur est aussi pour moi l'aboutissement de 24 années d'études. Ainsi, je remercie l'intégralité de ma famille généreusement ramifiée. Tout particulièrement, les très proches, tels que mes parents, mon beau-père, ma belle-mère et mes sœurs, pour leur profond amour, le goût des sciences et de la curiosité, incluant les arts et les cultures étrangères. Si j'ai une vie heureuse, c'est bien grâce à eux.

Je conclus ces remerciements pour exprimer mes sentiments à tous les amis, connaissances, enseignants et collègues rencontrés au cours de ce début de parcours.

TABLE DES MATIERES

Introduction générale	19
Préambule	23
Principes d'acoustique	23
Puissance et pression acoustique.....	23
Isosonie	25
Pondération.....	25
Son, bruit et confort.....	27
I. Etat de l'art sur les émissions vibro-acoustiques des machines électriques d'origine électromagnétique.	
Problématique de la modélisation magnéto-vibro-acoustique.....	31
I.1 Introduction.....	31
I.2 Vibro-acoustique des machines électriques.....	32
I.2.1 Motorisation des véhicules électriques	32
I.2.2 Bref historique de l'étude du bruit et des vibrations des machines.....	34
I.2.3 Sources de bruit et de vibrations	36
I.2.4 Origines du bruit d'origine magnétique.....	38
I.3 Efforts électromagnétiques locaux.....	39
I.3.1 Présentation.....	39
I.3.2 Comparaison entre les principales méthodes.....	40
I.4 Distribution de l'induction dans l'entrefer.....	44
I.4.1 Présentation.....	44
I.4.2 Modélisation par la résolution formelle des équations de Maxwell.....	45
I.4.2.1 Construction du modèle.....	45
I.4.2.2 Problèmes numériques	47
I.4.3 Limites et domaines d'application des méthodes analytiques.....	48
I.4.3.1 Prise en compte de la saturation magnétique.....	48
I.4.3.2 Structures géométriques, effets de bords et effets 3D	49
I.4.3.3 Application des modèles analytiques	49
I.4.4 Réseau de ré reluctances	50
I.5 Modélisation vibro-acoustique	51
I.5.1 Présentation.....	51
I.5.2 Conditions aux limites	52
I.5.3 Déformées modales	53
I.5.4 Fréquences propres.....	56
I.5.4.1 Définition et méthodes.....	56
Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des fréquences propres.....	58
Utilisation de la méthode de Rayleigh-Ritz pour le calcul des fréquences propres	59
I.5.4.2 Modèles.....	60
Modèle annulaire	60

Modèles basés sur les coques minces cylindriques	61
Modèles basés sur les cylindres épais.....	62
I.5.5 Réponse vibratoire forcée.....	63
I.5.6 Rayonnement acoustique	66
I.5.7 Problématiques de la modélisation	69
I.5.7.1 Epaisseur du stator.....	69
I.5.7.2 Longueur du stator.....	70
I.5.7.3 Dents, fond d'encoche et cales d'encoches	70
I.5.7.4 Enroulements et têtes de bobines	71
I.5.7.5 Carcasse et support.....	73
I.5.7.6 Conduits de refroidissement.....	74
I.5.7.7 Rotor.....	75
I.5.7.8 Température.....	76
I.5.7.9 Feuilletage de la culasse statorique.....	77
I.6 Conclusion	81

II. Modélisation multi-physique des machines synchrones à aimants en vue de l'étude des émissions

vibro-acoustiques.....	85
II.1 Introduction.....	85
II.2 Calcul des efforts électromagnétiques locaux	86
II.2.1 Tenseur électromagnétique de Maxwell.....	86
II.2.1.1 Théorie	86
II.2.1.2 Implémentation du tenseur de Maxwell pour le calcul de la force totale	86
II.2.2 Principe des travaux virtuels.....	87
II.2.2.1 Théorie	87
II.2.2.2 Analyse de sensibilité discrète par la matrice jacobienne.....	88
II.2.2.3 Analyse de sensibilité continue	90
II.2.3 Méthode des charges magnétiques.....	92
II.2.4 Méthode des courants équivalents	93
II.3 Approches analytiques.....	94
II.3.1 Problématiques de la modélisation	94
II.3.2 Analyse modale analytique	97
II.3.3 Fréquences propres.....	99
II.3.3.1 Machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents et enroulements	99
Par la théorie des anneaux.....	99
Par une approche énergétique.....	100
II.3.3.2 Machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents, enroulements et rotor	101
II.3.3.3 Machine décomposée en coques minces cylindriques	102
Formulation équivalente des fréquences propres de toute la machine.....	102
Théorie des coques minces cylindriques.....	103
Application des équations de Love d'un cylindre infini sur un cylindre fini.....	107
Omission des déflexions dans le plan par la théorie de Donnell.....	109
Application des équations de Love sur un cylindre orthotrope.	110
II.3.4 Déplacements.....	111
II.3.4.1 A partir des fréquences propres.....	111
II.3.4.2 A partir de la théorie des anneaux.....	111
II.3.5 Rayonnement acoustique	112
II.3.5.1 Cylindre de longueur infinie	112
II.3.5.2 Cylindre de longueur finie.....	114
II.3.5.3 Sphère.....	116
II.3.5.4 Comparaison.....	116
II.4 Approches numériques : modélisation par éléments finis 2-D et 3-D.....	118
II.4.1 Modélisation électromagnétique.....	118
II.4.2 Couplage entre modèles électromagnétique et mécanique.....	119
II.4.2.1 Modèles électromagnétique et mécanique 2-D	119
II.4.2.2 Modèles électromagnétique 2-D et mécanique 3-D.....	119
II.4.2.3 Modèles électromagnétique et mécanique 3-D	119
II.4.3 Modélisation mécanique vibratoire.....	121

II.4.3.1	Equations générales.....	121
II.4.3.2	Fréquences propres par les éléments finis 2-D.....	121
	Formulation.....	121
	Comparaison sur les fréquences propres.....	124
II.4.3.3	Amplitude des vibrations.....	125
II.4.3.4	Bruit rayonné.....	126
II.5	Validations expérimentales de quelques modèles.....	129
II.5.1	Modèle analytique magnétique.....	129
II.5.1.1	Présentation de la machine synchrone à aimants permanents à flux axial.....	129
II.5.1.2	Résultats de mesures sur le prototype.....	132
II.5.2	Comparaison avec des mesures vibratoires dans la littérature scientifique.....	136
II.5.2.1	Noyau statorique annulaire d'une machine de 70 kW.....	137
II.5.2.2	Culasse statorique annulaire d'une machine de 70 kW.....	138
II.5.2.3	Stator annulaire sans carcasse d'une machine de 70 kW.....	139
II.5.2.4	Cylindre isotrope.....	140
II.5.2.5	Culasse cylindrique orthotrope d'une machine de 70 kW.....	141
II.5.2.6	Stator cylindrique sans carcasse d'une machine de 70 kW.....	142
II.5.2.7	Machine asynchrone complète de 70 kW.....	143
II.5.2.8	Stator cylindrique court de dimensions dans le plan égales à celles de la machine de 70 kW.....	145
II.5.2.9	Machine asynchrone complète de 7.5 kW.....	146
II.6	Conclusion.....	147

III. Etude des émissions vibro-acoustiques d'une machine synchrone à entrefer radial à aimants montés en surface.....149

III.1	Introduction.....	149
III.2	Modèles électromagnétiques.....	150
III.2.1	Simulation par éléments finis.....	150
III.2.2	Simulation par modèle analytique et comparaison avec les éléments finis.....	151
III.2.2.1	Induction dans l'entrefer à vide.....	151
III.2.2.2	Pression électromagnétique à vide.....	153
III.2.2.3	Induction dans l'entrefer en charge.....	154
	Calcul linéaire isotrope.....	154
	Calcul non linéaire.....	156
III.2.2.4	Pression électromagnétique en charge.....	157
	Calcul linéaire isotrope.....	157
	Calcul non linéaire.....	158
III.3	Modèles vibro-acoustiques bidimensionnels.....	159
III.3.1	Simulation par éléments finis.....	159
III.3.1.1	Fréquences propres.....	159
III.3.1.2	Déplacements statiques.....	161
III.3.1.3	Niveau de puissance acoustique.....	162
III.3.2	Simulation par modèles analytiques.....	163
III.3.2.1	Fréquences propres.....	163
III.3.2.2	Déplacements statiques.....	170
III.3.2.3	Niveau de puissance acoustique.....	171
III.3.2.4	Modèle vibro-acoustique complet.....	173
III.4	Modèles vibro-acoustiques tridimensionnels.....	175
III.4.1	Fréquences propres.....	175
III.4.1.1	Fréquences propres d'un cylindre creux, épais, de longueur finie.....	175
III.4.1.2	Fréquences propres du stator extrudé.....	177
III.4.1.3	Fréquences propres du stator extrudé avec têtes de bobines.....	178
III.4.1.4	Fréquences propres de la carcasse seule.....	180
III.4.1.5	Fréquences propres de la machine complète sans support.....	183
III.4.2	Déplacements statiques.....	186
III.4.3	Niveau de puissance acoustique.....	187
III.4.4	Modèle vibro-acoustique complet.....	188
III.5	Modèle magnéto-vibro-acoustique complet.....	189
III.6	Conclusion.....	190

IV. Emissions vibro-acoustiques de machines à aimants à flux axial et à commutation de flux.....	193
IV.1 Introduction.....	193
IV.2 Influence du nombre de pôles et d'encoches sur le bruit de machines à commutation de flux.....	194
IV.2.1 Présentation.....	194
IV.2.2 Topologies.....	196
IV.2.3 Modèle électromagnétique.....	200
IV.2.3.1 Induction dans l'entrefer	200
IV.2.3.2 Pression électromagnétique dans l'entrefer.....	203
IV.2.4 Modèle vibro-acoustique.....	205
IV.2.4.1 Description du modèle.....	205
IV.2.4.2 Fréquences propres calculées par éléments finis au moyen d'un logiciel commercial.....	205
IV.2.4.3 Fréquences propres calculées par éléments finis au moyen d'un code interne.....	208
IV.2.4.4 Niveau de puissance acoustique calculés par éléments finis au moyen d'un logiciel commercial 210	
IV.2.4.5 Niveau de puissance acoustique calculés par éléments finis au moyen d'un code interne.....	213
IV.3 Etude des émissions d'une machine à flux axial.....	214
IV.3.1 Présentation.....	214
IV.3.2 Modèle électromagnétique.....	217
IV.3.3 Modèle vibro-acoustique.....	223
IV.3.3.1 Description du modèle.....	223
IV.3.3.2 Fréquences propres.....	223
IV.3.3.3 Niveau de puissance acoustique.....	226
IV.4 Conclusion.....	229
Conclusion générale.....	231
Bibliographie.....	235

INTRODUCTION GENERALE

Le premier choc pétrolier a conduit à un renouveau de la recherche et de la production des véhicules électriques et hybrides, dont l'activité était restreinte depuis les années 1920. Depuis, la part des machines synchrones à aimants permanents dans un contexte automobile s'est accrue exponentiellement. Le développement de ce type de machine dans les applications embarquées est d'ailleurs généralisé. Cette évolution s'accompagne d'exigences en termes d'émissions vibro-acoustiques, aux travers de normes définies au niveau européen et international. En termes de dimensionnement de la chaîne de traction, l'analyse multiphysique du moteur s'avère être un enjeu crucial pour son développement. La nécessité de disposer de codes informatiques de conception possédant des temps de calcul faibles pour une précision maximale se fait ressentir pour l'exploration de solutions potentiellement performantes dans les premières étapes du processus de dimensionnement. A ce titre, un modèle dimensionnant de machines synchrones à aimants permanents composé d'un modèle magnétique analytique quasi-3D et d'un modèle thermique nodal a été développé au sein du code SIMUMSAP développé au GREAH. De manière à parfaire l'étude multiphysique, les aspects vibratoires et acoustiques sont modélisés analytiquement et par éléments finis. Ainsi, au moyen du modèle magnétique, l'analyse magnéto-vibro-acoustique faiblement couplée (résolution itérative des différentes physiques) peut être réalisée.

La problématique étant posée, ce mémoire de thèse expose la démarche méthodologique pour y répondre. Sont présentés les différents développements de modélisation et leur validation. Un préambule pose les bases d'acoustique nécessaire à la compression du mémoire. Ensuite, le travail est divisé en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, un état de l'art sur les émissions vibro-acoustiques des machines électriques est établi. Le choix de porter l'étude sur les machines synchrones à aimants et de ne s'intéresser qu'aux bruits d'origines magnétiques est justifié par une analyse bibliographique. Ces bruits sont causés par les efforts électromagnétiques locaux aux niveaux des surfaces statoriques et rotoriques dans l'entrefer. Les méthodes les plus rencontrées pour les calculer sont discutées. Ces efforts découlent du champ magnétique et donc de l'induction dans l'entrefer. La modélisation analytique et semi-analytique de cette induction est ainsi présentée. Le bruit de la machine provient essentiellement des vibrations du stator transmises à la carcasse, ces vibrations étant causées par les efforts magnétiques variant dans le temps et dans l'espace. Les parties magnétiques étant supposées bien connues des électrotechniciens, l'accent est placé sur les phénomènes vibratoires et acoustiques. Ainsi, les notions fondamentales à la compréhension de ces physiques sont détaillées. Finalement, les problématiques de la modélisation sont détaillées.

Dans un deuxième chapitre, certaines méthodes permettant de modéliser les phénomènes introduits dans le premier chapitre sont décrites. Les modèles sont premièrement analytiques et choisis pour leur temps de calcul rapide. Plusieurs modèles sont développés pour déterminer les vibrations et le bruit dans un but d'aboutir ultérieurement à un domaine de validité des modèles pour le cas des machines de traction, généralement courtes face à leur rayon. L'approche par éléments finis est nécessaire dans ces travaux pour valider ne serait-ce que le calcul de la force magnétique locale dont la mesure reste un sujet de recherche ouvert. Elle est également nécessaire pour analyser la validité des modèles analytiques vibratoire et acoustique qui, par les hypothèses qu'ils considèrent, doivent être analysés sur des cas simples avant d'être confrontés à la mesure sur une machine réelle. La validation expérimentale de quelques modèles magnétiques et vibratoires est à ce titre proposée pour conclure ce chapitre. Les mesures vibratoires sont tirées d'articles de revues internationales avec comité de lecture.

Le troisième chapitre porte sur l'utilisation des méthodes présentées au chapitre précédent pour l'étude des émissions vibro-acoustiques d'une machine synchrone à entrefer radial à aimants montés en surface. La composante normale de la force magnétique exercée à la surface interne du stator est calculée par la méthode du tenseur de Maxwell, elle-même ayant recours aux composantes normale et tangentielle de l'induction dans l'entrefer. Ces simulations analytiques sont confrontées aux éléments finis. L'étude du bruit et des vibrations de la machine

est ensuite réalisée étape par étape de manière à établir la validité des modèles proposés sur des cas premièrement simples et progressivement plus ressemblants à la machine réelle. Ainsi, à partir d'un modèle éléments finis bidimensionnel du stator sans carcasse jusqu'à un modèle tridimensionnel avec des têtes de bobines et une carcasse contrainte au niveau des flasques, les modèles analytiques vibratoires sont comparés. Le niveau de puissance acoustique est ensuite calculé analytiquement et par éléments finis dans les cas bi- et tridimensionnels. Un modèle magnéto-vibro-acoustique peut finalement être construit.

Le quatrième et dernier chapitre est consacré à l'exploitation des modèles développés précédemment dans le cadre de deux machines spéciales à savoir la machine à aimants permanents à commutation de flux à entrefer radial et la machine à aimants permanents à flux axial. Les aspects vibro-acoustiques de ces deux types de machines ont été très peu abordés dans la littérature scientifique alors que leurs caractéristiques rencontrent un intérêt croissant dans le cadre des applications nouvelles dans le transport, l'éolien et les énergies de la mer. Dans le cas de combinaisons de pôles et d'encoches proches des structures couramment développées, l'étude du comportement vibro-acoustique des machines à commutation de flux à entrefer radial est effectuée dans le cadre de quelques variations paramétriques. En particulier, l'impact de la présence des aimants au stator sur son comportement vibratoire est spécifiquement analysé. Enfin, les machines à flux axial étant un sujet d'importance au GREAH et leurs émissions vibro-acoustiques étant mal connues, leur étude a naturellement été réalisée.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale résumant l'ensemble des travaux effectués. De plus, des perspectives de développement d'activités de recherche autour de cette problématique sont proposées.

PRINCIPES D'ACOUSTIQUE

Le son est une sensation auditive engendrée par une onde acoustique. Une telle onde a pour origine les variations de pression de l'air. En effet, si une particule d'air est déplacée de sa position d'équilibre, une différence de pression par rapport à la pression atmosphérique prend effet. En reprenant sa position d'équilibre, la particule d'air communique la perturbation aux particules voisines et c'est cette propagation de ces compressions et décompressions qui est à l'origine de l'onde sonore [Reigner 2003]. La propagation de cette onde sonore se fait toujours suivant le plus court chemin acoustique. Ce chemin dépend des caractéristiques du milieu de propagation, des conditions d'absorption et de réflexion et des obstacles. Les niveaux de pression rayonnée par une structure sont déterminés à partir des vitesses vibratoires de cette structure [Picod 2000].

Les fréquences audibles par l'être humain s'étendent de 20 Hz à 20 kHz soit un facteur multiplicatif de 10^3 . Ces chiffres peuvent varier suivant l'âge et les personnes. En deçà se trouvent les infrasons et au delà les ultrasons. Toutefois, l'écart entre la pression minimale perceptible et le seuil de la douleur est d'un rapport de 10^7 . De ce fait, le rapport entre les intensités acoustiques est de 10^{14} [Reigner 2003] et c'est pourquoi une échelle logarithmique est utilisée pour quantifier les mesures sonores.

PUISSANCE ET PRESSION ACOUSTIQUE

Lorsqu'un son est généré par une source, une partie de la puissance rayonnée se propage dans le milieu qui l'entoure. Soit W la puissance acoustique, c'est-à-dire l'énergie émise par

unité de temps. W_0 , la puissance acoustique de référence, est de 10^{-12} W et correspond à l'égalité des niveaux d'intensité et de pression pour une onde plane progressive en champ libre. Le niveau de puissance acoustique en dBSWL (SWL : *Sound Watts Level*) est alors noté L_W et est défini par (P.1).

$$L_W = 10 \log_{10} \left(\frac{W}{W_0} \right) \quad (\text{P.1})$$

Egalement, le niveau de pression acoustique est défini par le rapport de l'évolution temporelle de la pression acoustique en décibel par rapport au seuil $p_0 = 20 \mu\text{Pa}$ qui correspond à la limite théorique de perception du son par l'ouïe humaine. Soit T_M la durée moyenne d'intégration. Le niveau de pression acoustique en dBSPL (SPL : *Sound Pressure Level*) est noté L_P et est défini par (P.2).

$$L_P = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{T_M} \int_0^T \frac{p^2(t)}{p_0^2} dt \right) \quad (\text{P.2})$$

Pour les états stationnaires, une formulation similaire à celle donnée par (P.1) peut être définie par (P.3).

$$L_P = 10 \log_{10} \left(\frac{p^2}{p_0^2} \right) \quad (\text{P.3})$$

Le niveau de puissance acoustique est indépendant de l'emplacement de l'équipement, des conditions d'ambiance et de la distance à laquelle la mesure est effectuée. Ce n'est pas le cas pour le niveau de pression acoustique et il aura donc une valeur inférieure au niveau de puissance.

Grâce à la définition des niveaux, il est possible de caractériser le son produit par plusieurs sources distinctes. Il n'est pas possible d'additionner deux niveaux sonores en décibels de façon linéaire. Toutefois, les puissances acoustiques sont cumulables et pour deux sources identiques, le doublement de leur puissance acoustique induit une augmentation du niveau de puissance acoustique de $10 \log_{10}(2) \approx 3$ dB [Reigner 2003]. Ainsi, deux sources distinctes émettant à un niveau de 60 dB ne donneront pas une source équivalente de 120 dB mais de 63 dB. Plus la différence entre deux sources est importante, plus la majoration est faible de sorte qu'une source 120 dB et une source de 80 dB donneront 120 dB puisque la première source couvre la seconde. La figure P.1 illustre ce phénomène pour la différence entre deux sources de niveaux de puissance acoustique respectifs L_{W1} et L_{W2} .

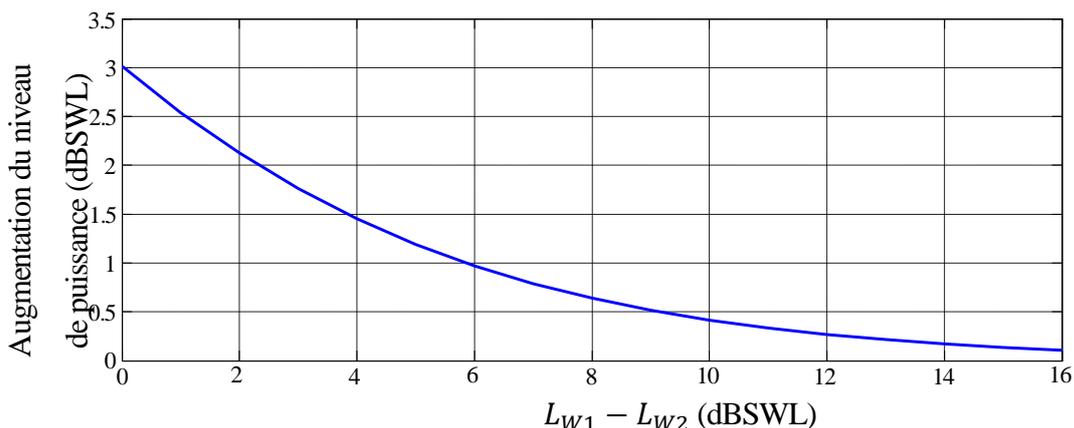


Fig. P.1. Augmentation du niveau de puissance acoustique pour deux sources sonores distinctes.

ISOSONIE

La sensibilité de l'oreille n'est pas identique à toutes les fréquences. L'intensité d'un son perçu s'évalue par le phone qui est une unité de mesure permettant de déterminer les niveaux d'égale perception de cette intensité. L'isosonie ainsi caractérisée peut être tracée en fonction non seulement de l'amplitude de l'énergie vibratoire mais aussi de la fréquence comme le montre la figure P.2 [ISO 2003]. Le niveau en phones correspond à l'intensité acoustique en dB SPL à 1 kHz. Par exemple, pour trois sons de fréquences 100 Hz, 1 kHz et 10 kHz et de même niveau de pression acoustique de 20 dB SPL, le son ayant une fréquence de 100 Hz ne sera pas perçu et le son de 1 kHz sera perçu comme plus fort qu'un son de 10 kHz. Pour avoir une égale perception par rapport au son de 1 kHz, le son de 100 Hz devra être à 45 dB SPL et le son de 10 kHz devra être de 35 dB SPL.

PONDERATION

Des sons possédant une même pression acoustique mais une fréquence différente sont perçus par l'ouïe humaine comme étant de force sonore différente. De manière à prendre en considération le comportement de l'ouïe en fonction de la fréquence, une pondération physiologique peut être introduite. En effet, d'après la figure P.2, les sons d'octaves comprises entre environ 500 et 5 kHz sont ceux les mieux perçus par l'homme [Potel 2006]. Les courbes de pondération se définissent à partir de l'inverse des courbes d'isosonies présentées dans la figure P.2 par rapport à l'axe de référence en dB SPL défini à 1 kHz. Les quatre pondérations les plus répandues sont les pondérations en A, B, C et D et sont représentées figure P.3. Elles sont utilisées principalement dans les contextes suivant :

- La pondération en A correspond à la courbe isotonique de 40 phones et est utilisée pour des niveaux de puissance acoustique entre 0 dB SPL et 55 dB SPL.
- La pondération en B correspond à la courbe isotonique de 70 phones et est utilisée pour des niveaux de puissance acoustique entre 55 dB SPL et 85 dB SPL.
- La pondération en C correspond à la courbe isotonique de 100 phones et est utilisée pour des niveaux de puissance acoustique entre 85 dB SPL et 130 dB SPL.
- La pondération en D est principalement utilisée pour l'aéronautique et permet de caractériser au-delà de 130 dB SPL.

De manière à obtenir un niveau de puissance acoustique pondéré, il faut soustraire, au bruit mesuré sur la courbe isotonique à une fréquence donnée, le niveau donné par la courbe de pondération à cette fréquence. La pondération en C est presque plate, de ce fait elle pondère toutes les fréquences presque de la même façon. En revanche, la pondération en A atténue fortement les faibles fréquences. Le dB(A) est celui qui correspond le mieux à la sensibilité qu'a l'oreille humaine aux signaux sinusoïdaux de faible à moyenne puissance [Hartmann 1997]. Il est d'ailleurs l'unité de référence des sonomètres.

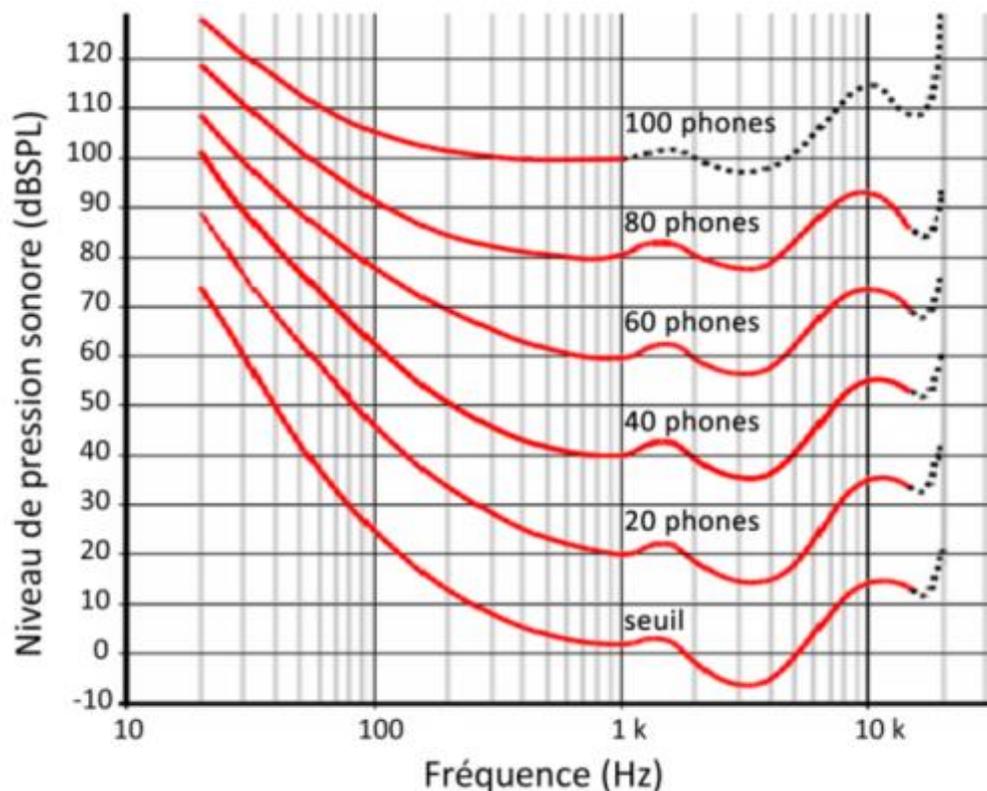


Fig. P.2. Courbes isotoniques normalisées.

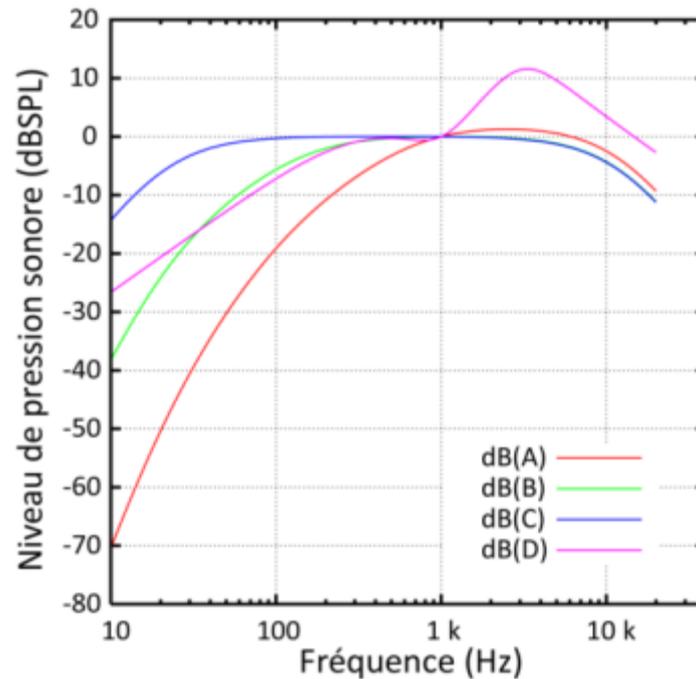


Fig. P.3. Courbes de pondération normalisées pour le passage de dB(SPL) en dB(A), dB(B), dB(C) et dB(D).

SON, BRUIT ET CONFORT

La différence entre un bruit et un son est la gêne occasionnée. Le bruit est un signal acoustique constitué d'un mélange incohérent de longueurs d'ondes. La fréquence de vibration du bruit est irrégulière comparé à celle du son et il n'est donc pas possible de lui attribuer une hauteur précise. Le bruit acoustique nuit au confort et à la santé de l'utilisateur par son intensité et par sa gamme de fréquences [Gabsi 1999]. Le danger d'une exposition au bruit dépend du niveau sonore et de la durée d'exposition. Le son est dit pénible à partir de 75 dB et dangereux au-delà de 85 dB. Entre 85 dB et 120 dB l'oreille est menacée de lésions irréversibles mais la douleur auditive n'apparaît qu'à partir de 120 dB.

Ainsi, de manière à permettre un certain niveau de confort, il convient de déterminer un seuil acoustique à ne pas dépasser. L'organisation internationale de normalisation propose des courbes d'évaluation du bruit (*Noise Rating levels, NR*) qui correspondent à un degré de confort acoustique. Ces courbes conservent l'allure générale des courbes isotoniques normalisées. De ce fait, pour connaître un degré de nuisance d'un bruit, son spectre est tracé par bandes d'octaves sur le réseau de courbes NR. Une courbe NR passe par la valeur la plus élevée en décibel de ce spectre et détermine donc le niveau NR du bruit étudié. Les courbes de critère de bruit (*Noise Criterion levels, NC*) sont également utilisées et sont obtenues par (P.4).

$$NC = NR - 2 \text{ dB} \quad (\text{P.4})$$

De même, le niveau acoustique peut être relié au niveau d'évaluation du bruit car leur différence approxime 5 dB. Il est possible de spécifier qu'un bruit ne doit pas dépasser soit le niveau de 75 dB(A), soit les valeurs de niveau par bande d'octave indiquées par la courbe NR 70.

Concernant les véhicules automobiles, la législation française prévoit des limites en dB(A) pour des véhicules à moteur [Arrêté 2006]. Ainsi, suivant la catégorie de véhicule, le niveau sonore maximal est compris entre 74 et 80 dB(A). Le niveau sonore d'une voiture particulière ne doit pas excéder 74 dB(A). Toutefois, le niveau sonore n'a pas de limite basse et dans le cas des véhicules électriques qui sont manifestement peu bruyants, cela peut être un problème dans un environnement urbain. Un véhicule électrique n'est pas silencieux du fait du bruit du moteur, des roulements et de la ventilation. Qui plus est, le bruit pneu-route prend une part importante à faible vitesse [Moore 2006]. Cependant, l'environnement urbain a une ambiance sonore qui peut être de l'ordre de 40 à 80 dB(A) si une conversation a lieu ou si des véhicules se meuvent à proximité. D'après la figure P.1, le bruit d'un véhicule qui serait en dessous ou de l'ordre de ce niveau ne serait pas forcément perceptible par les autres usagers de la route, les passants, les malvoyants et les non-voyants.

La Commission économique pour l'Europe des Nations Unies (UNECE) possède un groupe de travail, le *Working Party 29*, qui propose d'harmoniser de façon internationale la réglementation sur les véhicules. Au sein du WP.29, le GRB est la partie qui s'occupe spécifiquement du bruit. Le groupe de travail GRB conclue qu'un dispositif permettant de repérer le véhicule « silencieux » ne peut qu'être sonore. De plus, il doit être embarqué et il doit produire un son permanent de sorte qu'un piéton puisse repérer instantanément sa position par rapport au véhicule. Cependant, il doit être possible d'arrêter ce bruit pour ne pas gêner le conducteur hors des zones urbaines. Un système audible permettant de repérer les véhicules en approche (AVAS : *Approaching Vehicle Audible System*) est alors proposé [GRB 2011].

CHAPITRE I

ETAT DE L'ART SUR LES EMISSIONS VIBRO-ACOUSTIQUES DES MACHINES ELECTRIQUES D'ORIGINES ELECTROMAGNETIQUES. PROBLEMATIQUE DE LA MODELISATION MAGNETO-VIBRO-ACOUSTIQUE

I.1 INTRODUCTION

Avec le développement récent des machines synchrones à aimants permanents pour les applications embarquées, est apparu, entre autres, la nécessité de la maîtrise de leurs performances en termes d'émissions vibro-acoustiques. Ces exigences se traduisent par des normes qui s'appliquent par exemple sur les véhicules électriques et hybrides, normes définies au niveau européen et international. Dans ce cas précis, il est nécessaire de maîtriser ces émissions parfois de façon plus contrainte que ce qui est fait dans d'autres applications. Ainsi et afin d'éclaircir le lecteur sur la problématique des émissions vibro-acoustiques, ce premier chapitre se propose de dresser un état de l'art des travaux antérieurs. Dans la première partie, est évoqué un bref historique des travaux sur les vibrations des machines depuis les origines. Le choix de porter la présente étude sur les machines à aimants permanents ainsi que la définition des origines des vibrations avec une focalisation sur les bruits d'origine magnétique sont explicités. Une deuxième partie évoque la problématique du calcul de la force magnétique locale

et le débat s'y réfèrent. L'obtention de la distribution de l'induction dans l'entrefer est ensuite décrite. Enfin, le dernier paragraphe expose les différents travaux sur la modélisation de la vibration des machines tournantes ainsi que les travaux sur le calcul analytique et numérique des émissions acoustiques correspondantes. Finalement, la dernière section de ce chapitre expose la problématique de la thèse.

I.2 VIBRO-ACOUSTIQUE DES MACHINES ELECTRIQUES

I.2.1 Motorisation des véhicules électriques

L'évolution de la motorisation des véhicules électrique depuis leur introduction suit un lien fort avec les progrès réalisés sur le stockage de l'énergie. Ce stockage est principalement réalisé à l'aide d'accumulateur électrochimiques séparés en quatre grandes familles : au plomb, au sodium, au nickel et au lithium [Bazzi 2013].

Le XIXème siècle a vu naître les véhicules électriques et un des premiers, sinon le premier, fut un tricycle de 0.1 hp (75 W) conçu en 1881 par l'ingénieur français G. Trouvé [Ehsani 2010]. Les premières automobiles électriques utilisaient des moteurs à courant continu. En 1900, sur 4200 voitures vendues, 40% étaient à vapeur, 38% électriques et 22% à essence [Husain 2011]. Du fait d'améliorations technologiques, d'une baisse de coût et d'une meilleure autonomie, les véhicules à combustion interne prirent toutefois le dessus dans les années 1920. Dans les années 1960, les véhicules électriques connurent un regain d'intérêt principalement pour des raisons environnementales puis dans les années 1970 avec les crises pétrolières. En 1964 apparut l'Electrovair de General Motors avec un moteur asynchrone triphasé de 115 hp (86 kW) commandé par un onduleur à thyristor [Husain 2011]. Dans les années 1970, le développement s'orienta en parallèle sur les moteurs à courant continu à excitation indépendante [Rajashekara 1994] puis dans les années 1990 vers les machines synchrones à aimants permanents. De nos jours, les véhicules électriques actuels peuvent être classés en quatre catégories [IEA 2011][Yu 2011] :

- Les véhicules hybrides électriques (HEV : *Hybrid Electric Vehicles*) utilisent l'énergie d'un moteur électrique pour compléter un moteur à combustion interne.
- Les véhicules hybrides rechargeables (PHEV : *Plug-in Hybrid Electric Vehicles*) suivent le même principe que les HEV en plus de pouvoir être connectée au moyen d'une prise à une station de recharge.

- Les véhicules électriques à batterie (BEV : *Battery Electric Vehicles*) ne possèdent qu'un moteur électrique et doivent recharger leur batterie à une station.
- Les véhicules électriques à pile à combustible (FCEV : *Fuel Cell Electric Vehicles*) utilisent un vecteur énergétique tel que l'hydrogène pour le transformer en électricité.

Une large étude portant sur les véhicules commercialisés depuis l'introduction des véhicules électriques a été réalisée dans [Bazzi 2013]. La figure I.1 présente la somme cumulée des principales technologies de moteurs utilisés dans les HEV, PHEV, BEV et FCEV. Y est constaté que les machines à aimants permanents et les machines synchrones prennent leur essor dans les années 1990 et que les motorisations commerciales à base de machines à réluctance variable et machines synchrones à rotor bobiné sont très récentes. La figure I.2 montre cette évolution entre 2008 et 2013 ainsi que les technologies de batterie les plus utilisées. Les batteries au lithium sont les plus rencontrées et généralement en lien avec les machines synchrones à aimants permanents. Ainsi, ces machines seront principalement étudiées dans les présents travaux.

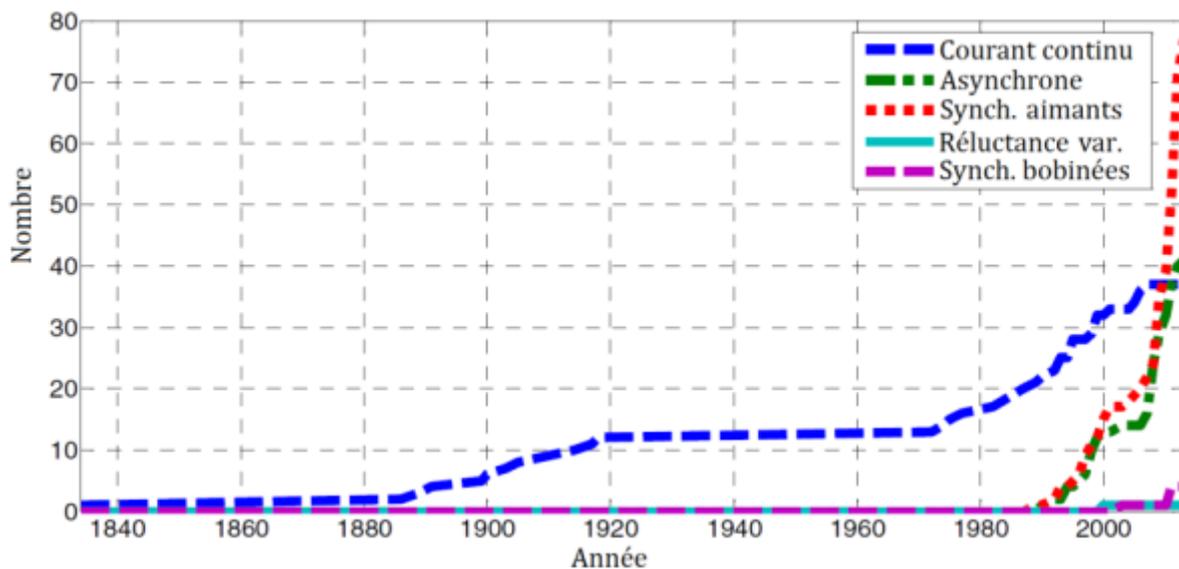


Fig. I.1. Somme cumulée des motorisations depuis 1840.

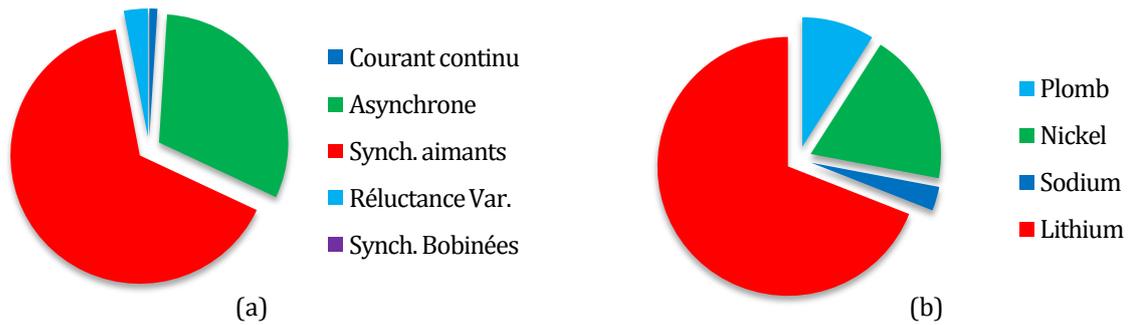


Fig. I.2. Distribution des technologies de traction (a) et de batteries (b) entre 2008 et 2013.

I.2.2 Bref historique de l'étude du bruit et des vibrations des machines

Dans les années 1920, le bruit produit par les machines électriques prend une part importante dans les recherches sur leur développement. Les machines étaient imposantes à cette époque et le bruit aérodynamique était négligeable. De plus, le bruit des roulements était déjà connu du fait d'autres types de machines déjà utilisées. De ce fait, les études se sont portées sur le bruit d'origine électromagnétique. Le nombre de moteurs asynchrones a rapidement augmenté et ils sont donc devenus le sujet des premières recherches sur le bruit d'origine électromagnétique [Tímár 1989].

Dans la décennie qui suivit, les ingénieurs ont utilisé des rotors avec différents nombres d'encoches dans un même stator et ont déduit des combinaisons de nombres d'encoches statoriques et rotoriques favorables ou défavorables par rapport aux vibrations. A cette époque, plusieurs chercheurs et ingénieurs tels que M. Kronl, L.E. Hildebrand, G. Kron et W.J. Morrill, ont étudié en détail la question de la combinaison des encoches, le calcul du mode, de la fréquence et de l'amplitude des ondes de force radiale responsable des vibrations et du bruit des machines asynchrones. L.E. Hildebrand propose quelques règles de réduction du bruit comme le fait d'incliner les encoches du rotor par un certain rapport mais cette méthode reste expérimentale et manque de preuve analytique [Hildebrand 1930]. G. Kron propose également trois règles empiriques pour déterminer les vibrations nocives et le bruit [Kron 1931]. Quant à W.J. Morrill, il ne traite pas la réponse de la structure de stator aux forces de perturbation étant donné l'incapacité à l'époque à obtenir de façon quantitative cette réponse. Ainsi seuls le caractère, l'amplitude et la fréquence des forces de perturbation sont observés [Morrill 1940]. Ainsi, durant les années 1930 et 1940, les ingénieurs ont réalisé que bien qu'une configuration puisse paraître favorable, ce n'était pas forcément le cas pour des machines d'autres puissances. Les ingénieurs et concepteurs se sont rendu compte que le problème du bruit n'est pas un pur problème électromagnétique mais aussi mécanique et acoustique.

L'ingénieur américain P.L. Alger a été le premier à apporter une explication simple et compréhensive englobant toutes les étapes de ce problème. Il choisit de représenter la machine synchrone sous forme d'un cylindre vibrant de longueur infinie pour étudier son comportement acoustique [Erdelyi 1955]. Ainsi, il a fourni des courbes et des formules pour déterminer l'intensité acoustique de manière à être exploitables par les concepteurs de machines. Selon lui, l'utilisation industrielle et domestique des moteurs implique en plus d'un design élégant, une conception basée sur l'acoustique [Alger 1954]. Au même moment en Allemagne, H. Jordan a proposé une solution simplifiée. Au lieu d'un cylindre vibrant, il considère une sphère rayonnante et utilise le théorème de Gauss pour déterminer le niveau de puissance acoustique. Cette dernière méthode avait été proposée par Carter en 1932 [Zhu 1994].

L'américain E. Erdelyi a développé plus avant les travaux de MM. Alger, Kronld et Morill en considérant l'influence des harmoniques de perméance [Erdelyi 1955] et en évitant ainsi plusieurs simplifications. Il reconnaît toutefois que ces simplifications étaient nécessaires à la mise en place de la théorie. Ainsi, il peut expliciter la réponse vibratoire du moteur à partir du modèle cylindrique. Une décennie plus tard, le chercheur et ingénieur anglais A.J. Ellison utilise les chambres anéchoïques [Ellison 1963] et synthétise avec C.J. Moore les études sur le bruit et les vibrations des moteurs [Ellison 1968]. Ils développent plus avant le modèle cylindrique de MM. Carter et Jordan.

Peu d'ouvrages sur le sujet ont été publiés, le premier étant celui H. Jordan en 1950 [Jordan 1950]. En URSS, I.G. Shubov publie un livre sur le bruit des machines asynchrones en 1974 puis N.V. Astakhov, V.S. Malishev et N.J. Ovcharenko en 1985 [Gieras 2006]. En 1977, B. Heller et V. Hamata donnent plus de précision dans l'analyse des harmoniques pour les machines asynchrones [Heller 1977]. Toutefois, P.L. Tímár, A. Fazekas, J. Kiss, A. Miklós, S.J. Yang publient en 1989 l'ouvrage le plus détaillé et le plus compréhensible pour l'époque [Tímár 1989]. Aucun ouvrage ne traite des vibrations et du bruit des machines synchrones à aimants permanents jusqu'en 2006, quand J.F. Gieras, C. Wang et J.C.S. Lai publient leur ouvrage général sur le bruit des moteurs électriques polyphasés [Gieras 2006].

Les recherches sur les vibrations et le bruit des machines s'accompagnent d'un développement des méthodes numériques comme la méthode des éléments finis, la méthode des intégrales de frontière et l'analyse statistique énergétique. Ces méthodes servent à évaluer la puissance acoustique rayonnée. La principale difficulté de la méthode des éléments finis est de traiter la frontière du champ lointain qui est résolue en appliquant la méthode des intégrales de frontière au champ lointain ou en la combinant avec une méthode analytique pour le champ

lointain [Zhu 1994]. Ces méthodes étant coûteuses en temps, les méthodes analytiques ont continué à être développées en parallèle.

I.2.3 Sources de bruit et de vibrations

Généralement, la plage de fréquence relative à l'étude des vibrations est entre 0 Hz et 1 kHz. Pour le bruit, ce sont les fréquences au delà de 1 kHz [Gieras 2006]. Bien que la fonction première d'une machine soit de transformer de l'énergie, certains processus contribuant directement ou indirectement à cette transformation deviennent des sources de déformations et vibrations mécaniques. Seule une portion des énergies vibratoires est transformée en énergie sonore [Tímár 1989]. La figure I.3 montre le lien entre le bruit et les vibrations dans les machines électriques. La génération du champ électromagnétique E_m donne lieu à une déformation mécanique mesurable et à des vibrations dont une partie résulte en un bruit. Tous les autres composants de la machine assistent la conversion d'énergie. Se retrouvent les paliers, M_1 , qui servent à modifier la position relative des enroulements du stator et du rotor, les contacts par glissement, M_2 , qui assurent la liaison électrique et les systèmes de ventilation, A_e , prévus pour évacuer l'excès de chaleur. Les sources mécaniques M_2 sont associées aux balais qui, puisqu'ils sont montés de façon flexible, ne produisent pas de vibration à l'intérieur et à l'extérieur de la machine. Toutefois, leur contact par glissement est à l'origine de bruit sans être lié au corps massique de la machine et ne sont donc pas détecté, comme le bruit des sources aérauliques A_e , dans les vibrations de la machine.

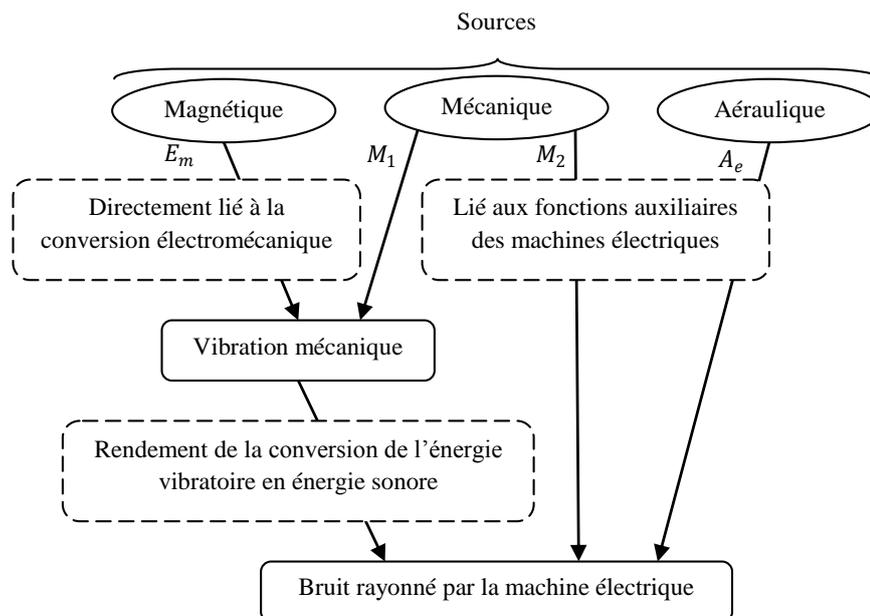


Fig. I.3. Relation entre le bruit et les vibrations dans les machines électriques.

Les **bruits d'origines mécaniques** proviennent principalement des paliers et il est inhérent à chaque machine, excepté celles à palier magnétique. Son intensité dépend entre autre du type et de la qualité des paliers ainsi que de la vitesse du rotor. Dans le cas de friction avec les balais, le niveau sonore augmente avec le carré de la vitesse. Pour un palier lisse, le bruit est négligeable par rapport aux autres bruits [Wilamowski 2011]. En revanche, pour un palier à roulement, le bruit dépend de la fréquence de résonance externe. Il peut alors être réduit par lubrification. Il existe d'autres bruits mécaniques qui ont pour origines un arbre de transmission tordu, un déséquilibre du rotor, un mauvais alignement de l'arbre, la transmission, etc. [Gieras 2006]

Les **bruits d'origines aérauliques** sont associés à l'écoulement de l'air ventilé à travers ou par-dessus le moteur. En effet, les pièces en mouvement créent de la turbulence. En cas d'obstruction à l'écoulement par des parties du moteur, ce bruit est amplifié. Il existe un bruit à large bande allant de 100 Hz à 10 kHz et un bruit de sirène. Ce dernier peut être éliminé en éloignant les pales de l'obstacle obstruant l'écoulement [Gieras 2006]. Ce bruit n'est pas uniquement causé par les ventilateurs mais aussi par toutes pièces en mouvement du rotor qui se comportent comme tel [Tímár 1989]. Le bruit aérodynamique augmente avec la puissance cinquième de la vitesse [Wilamowski 2011].

Les **bruits d'origines magnétiques** sont produits par l'aimantation des tôles ferromagnétiques [Reyne 1987]. Cette aimantation est due à la présence de sources d'excitation et de courants d'alimentations. Elle produit des forces magnétiques entre le stator et le rotor qui font principalement vibrer la culasse de la machine. Ces vibrations sont alors transmises à l'air ambiant par la carcasse. Des fréquences des forces magnétiques proches des fréquences de résonance du stator amplifient le bruit. Puisque les deux autres catégories de bruit dépendent fortement de la vitesse, le bruit d'origine magnétique est prépondérant à faible vitesse dans les machines à courant alternatif [Le Besnerais 2008]. Il ne faut pas pour autant le négliger dans les machines rapides car le bruit d'origine magnétique se propage facilement à distance par la structure à laquelle il est attaché [Delcambre 1985].

Le tableau I.1 permet de comparer les trois types de bruit au sein d'une machine asynchrone. Leur mécanisme de production, leur nature, leur fréquence et leurs sources sont explicitées. Dans le présent travail, seuls les bruits d'origines magnétiques sont étudiés.

I.2.4 Origines du bruit d'origine magnétique

Contrairement aux matériaux classiques, la déformation de la structure d'un matériau ferromagnétique n'est pas due aux seules forces magnétiques mais aussi à la modification de la structure interne causée par l'aimantation. En effet, les matériaux ferromagnétiques soumis à un champ magnétique extérieur génèrent un nouveau champ magnétique en leur sein, qui est l'aimantation. Des domaines microscopiques d'aimantation homogène sont présents au sein de ces matériaux et les plus grands domaines sont appelés domaines de Weiss. Une aimantation homogène résulte en une homogénéisation de l'orientation des spins dans une direction donnée. Des parois, dites de Bloch, délimitent les domaines de Weiss [Ashcroft 1976].

TABLEAU I.1
Composantes du bruit des moteurs asynchrones [Delcambre 1985]

Classification	Bruits d'origine électromagnétique	Bruits d'origine aérodynamique			Bruits d'origine mécanique
		Bruits à large bande	Bruits à fréquence discrète		
			Bruits de sirène	Sons purs	
Mécanisme de production	Harmoniques d'induction dans l'entrefer de la machine dus à la denture et à la répartition du bobinage ↓ Harmoniques de force (ondes de force tournantes) ↓ Déformations mécaniques de la tôlerie et de la carcasse (vibrations forcées ou de résonance) ↓ Bruit aérien	Rotation dans l'air d'éléments de la construction ↓ Formation de tourbillons, variations non périodiques de la pression de l'air ↓ Bruit aérien	Mouvement relatif des éléments tournants et fixes de la construction ↓ Variations périodiques de la pression de l'air ↓ Bruit aérien	Mise en résonance d'espaces creux ↓ Variations périodiques de la pression de l'air ↓ Bruit aérien	Frottements entre pièces fixes et mobiles, balourds ↓ Chocs ou vibrations mécaniques périodiques et non périodiques ↓ Bruit aérien
Nature du bruit	Une ou plusieurs tonalités pures	Bruit aléatoire	Une ou plusieurs tonalités pures	Une ou plusieurs tonalités pures	Une ou plusieurs tonalités pures ou bruit aléatoire
Fréquence du son	En général, proportionnelle à la vitesse de rotation		Proportionnelle à la vitesse de rotation	Indépendante de la vitesse de rotation	En général, proportionnelle à la vitesse de rotation
Sources du bruit	Éléments vibrants de la construction	Espaces d'air à l'intérieur (rarement à l'extérieur) de la machine			Principalement, éléments vibrants de la construction

Les matériaux ferromagnétiques sont soumis entre-autres à quatre types d'énergie [Kittel 1998] :

- L'énergie d'anisotropie due aux spins à l'intérieur des parois de Bloch qui ne s'orientent plus dans les directions de facile aimantation. Ces directions sont celles où cette énergie est minimale.
- L'énergie d'échange due aux directions d'aimantation différentes entre deux domaines de Weiss adjacents.
- L'énergie magnéto-élastique due aux moments magnétiques s'alignant avec les domaines de Weiss.
- L'énergie magnétostatique, qui est l'énergie interne d'un matériau soumis à son propre champ démagnétisant.

La magnétostriction qui est responsable de la déformation des matériaux ferromagnétique est le résultat de ces quatre types d'énergie sur le matériau [Belahcen 2004]. Les forces magnétiques sont uniquement le résultat de l'énergie magnétostatique [Reyne 1987]. Les machines électriques sont généralement utilisée en deçà ou à la limite de la saturation des parties ferromagnétiques. A ce niveau de saturation, l'aimantation est facilitée et les directions de facile orientation sont, en première approximation, respectées [Reyne 1987]. De ce fait, l'énergie magnétostatique est principalement responsable des déformations. Ainsi, seules les forces magnétiques sont considérées.

I.3 EFFORTS ELECTROMAGNETIQUES LOCAUX

I.3.1 Présentation

De manière à étudier l'influence de la force magnétique sur le bruit et les vibrations des machines électriques, il est nécessaire de connaître leur répartition à la surface interne de l'alésage statorique. En effet, numériquement, la distribution locale de force, ou de pression, obtenue par le modèle électromagnétique sert de condition aux limites au modèle mécanique.

Soit l'objet ferromagnétique de volume V_2 représenté dans la figure I.4. Le volume l'entourant, V_1 , représente de l'air. D'un point de vue théorique, la force magnétique totale sur V_2 peut être obtenue par la somme de deux intégrales, une intégrale volumique représentant les efforts à l'intérieur de l'objet ferromagnétique d'étude, et une intégrale surfacique représentant les efforts à l'interface du matériau avec l'extérieur (l'air) [Melcher 1981]. Par exemple, dans un

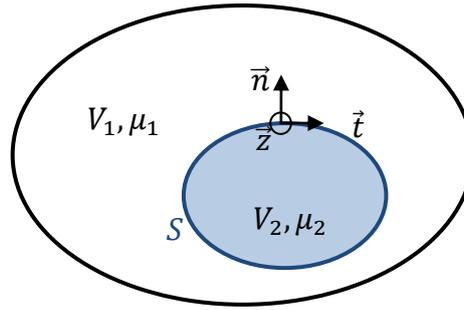


Fig. I.4. Interface entre matériaux.

matériau linéaire, isotrope, homogène et non-compressible, la force est concentrée à la surface [Ren 1994]. La force totale, \vec{F} , peut donc être exprimée selon (I.1)

$$\vec{F} = \iint_S \vec{f}_S dS + \iiint_V \vec{f}_V dV \quad (\text{I.1})$$

L'intégrande de l'intégrale de surface, \vec{f}_S , est ce qui est ici dénommé par distribution de force locale. Le terme de volume est considéré comme des efforts internes au matériau et est souvent négligé. Ceci conduit généralement à la solution exacte de la force globale mais pas de la densité de force [Reyne 1987]. Ainsi, si l'obtention de la force magnétique totale agissant sur un objet ferromagnétique ne fait plus débat depuis longtemps, le calcul des efforts locaux et particulièrement leur implémentation numérique a été le sujet de nombreuses publications depuis l'avènement des outils numériques appliqués aux modèles physiques [Coulomb 1984][Penman 1986][McFee 1988][Mizia 1988][Müller 1990][Henneberger 1992][Ren 1994][Medeiros 1998], pour ne citer qu'elles.

Les méthodes pour calculer les forces peuvent être classées en deux groupes. Le premier groupe contient les méthodes basées sur le tenseur de Maxwell (TM) et celles basées sur le principe des travaux virtuels (TV), comme l'analyse de sensibilité continue (ASC-TV) [Kim 2002]. Ces méthodes ont plus une signification mathématique que physique [Henneberger 1992]. Le deuxième groupe contient les méthodes basées sur les charges magnétiques (MCM) ou courants équivalents (MCE). Ces méthodes découlent des modèles des pôles magnétiques équivalents ou du théorème d'Ampère [Carpenter 1960] ce qui en fait des méthodes liées aux phénomènes macroscopiques des matériaux ferromagnétiques.

I.3.2 Comparaison entre les principales méthodes

Pour étudier la force à la surface d'un matériau linéaire et isotrope, sont dérivées les expressions du TM (I.2), de la MCM (I.3) et de la MCE (I.4) [Müller 1990]. Le TM s'applique au niveau de la surface arbitrairement choisie, externe, notée S_{ext} .

$$\overrightarrow{F_{TM}} = \iint_{S_{ext}} \left[B_n H_t \vec{t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} B_n^2 - \mu_0 H_t^2 \right) \vec{n} \right] dS \quad (I.2)$$

$$\overrightarrow{F_{MCM}} = \iint_S \left[\left(1 - \frac{1}{\mu_r} \right) B_n H_t \vec{t} + \frac{1}{2\mu_0} \left(1 - \frac{1}{\mu_r^2} \right) B_n^2 \vec{n} \right] dS \quad (I.3)$$

$$\overrightarrow{F_{MCE}} = \iint_S \left[(1 - \mu_r) B_n H_t \vec{t} + \frac{\mu_0}{2} (\mu_r^2 - 1) H_t^2 \vec{n} \right] dS \quad (I.4)$$

Soit la force, $\overrightarrow{F_{int}}$, au niveau de la surface interne, S_{int} , et exprimée par (I.5) [Ren 1994].

$$\overrightarrow{F_{int}} = \iint_{S_{int}} \left[B_n H_t \vec{t} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu} B_n^2 - \mu H_t^2 \right) \vec{n} \right] dS \quad (I.5)$$

$\overrightarrow{F_{MCM}}$ et $\overrightarrow{F_{MCE}}$ s'expriment alors respectivement en fonction de $\overrightarrow{F_{TM}}$ et $\overrightarrow{F_{int}}$ suivant (I.6) et (I.7).

$$\overrightarrow{F_{MCM}} = \overrightarrow{F_{TM}} - \frac{1}{\mu_r} \overrightarrow{F_{int}} \quad (I.6)$$

$$\overrightarrow{F_{MCE}} = \overrightarrow{F_{TM}} - \mu_r \overrightarrow{F_{int}} \quad (I.7)$$

La densité de force à la surface du matériau est donnée par la différence entre $\overrightarrow{F_{TM}}$ et $\overrightarrow{F_{int}}$. En théorie, $\overrightarrow{F_{int}}$ devrait être nulle en l'absence de courants macroscopiques. De ce fait, la densité de force donnée par la différence entre $\overrightarrow{F_{TM}}$ et $\overrightarrow{F_{int}}$ est alors théoriquement la même que celle donnée par $\overrightarrow{F_{MCM}}$ et $\overrightarrow{F_{MCE}}$ [Ren 1994]. Toutefois, la résolution numérique par la MEF dépendant du maillage, $\overrightarrow{F_{int}}$ n'est jamais tout à fait nulle. Ainsi, les trois méthodes susnommées présentent des résultats numériques différents.

Soit la structure d'un actionneur présentant un noyau en C comme sur la figure I.5. La force totale de référence est calculée au moyen de la différentiation de la courbe de la co-énergie suivant différentes longueurs d'entrefer. Sont calculés les pourcentages d'augmentation de l'erreur entre les résultats obtenus par l'expression obtenue par le tenseur de Maxwell, l'expression obtenue par l'analyse de sensibilité continue découlant des travaux virtuels et une résolution numérique par éléments finis obtenue par le tenseur de Maxwell au moyen d'un logiciel commercial (MagNet) [Kim 2005a]. La figure I.6(a) présente ces pourcentages d'augmentation de l'erreur en fonction de l'épaisseur de l'entrefer, dans un cas où les matériaux ferromagnétiques du système de la figure I.5 sont linéaires, de perméabilité relative égale à 1000. Pour un faible entrefer (< 2 mm), l'ASC-TV et le TM donnent des résultats similaires. Passé cette limite, l'ASC-TV donne de bien meilleurs résultats que le TM, et est en accord avec les résultats obtenus par la résolution utilisant la MEF. La figure I.6(b) présente ces mêmes

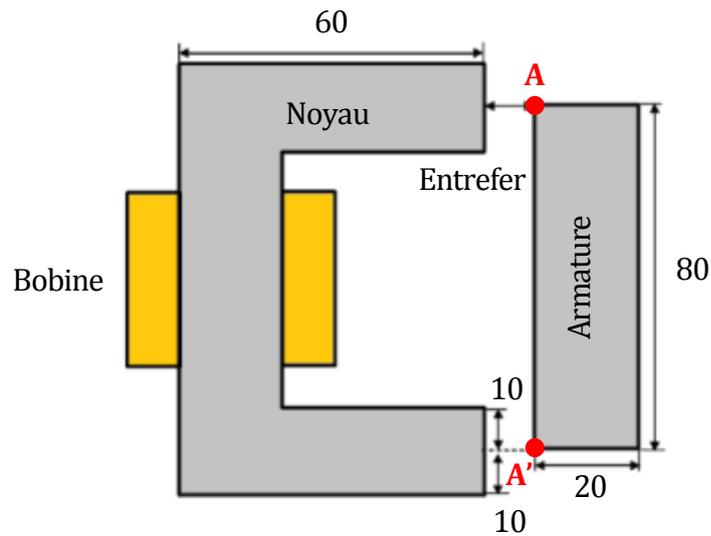


Fig. I.5. Structure de l'actionneur présentant un noyau en C avec mesures en millimètres.

pourcentages dans le cas de matériaux non linéaires. Bien que les résultats obtenus par les TM correspondent parfaitement à ceux obtenus par éléments finis et à la méthode de référence pour un entrefer de 1 mm, l'erreur devient de plus en plus importante avec l'augmentation de la taille de l'entrefer. En contrepartie, l'ASC-TV donne une faible erreur sauf lorsque l'entrefer est de 1 mm. Ainsi, pour le calcul de la force totale dans le cas d'une machine électrique, où l'entrefer est généralement de l'ordre du millimètre et inférieur, le TM donne des résultats tout à fait satisfaisant par rapport à l'ASC-TV.

Les distributions locales de la force obtenues par le TM, l'ASC-TV et la MCM sont comparées sur le même exemple d'actionneur [Kim 2007]. De manière à assurer une comparaison équitable, les solutions numériques du champ sont toutes calculées au moyen d'un logiciel commercial utilisant la MEF. La force est calculée sur le côté de l'armature en contact avec l'entrefer dans la figure I.7(a). Les matériaux ferromagnétiques sont linéaires de perméabilité relative égale à 1000. La force au milieu de l'armature est nulle lorsque calculée par le TM et la MCM tandis qu'elle ne l'est pas lorsque calculée par l'ASC-TV. Au niveau des bords, les trois expressions diffèrent. Avec des matériaux non linéaires (acier électrique M-19) comme sur la figure I.7(b), les trois méthodes concordent au milieu de l'armature mais montrent des différences au niveau du faible entrefer où la MCM donne des résultats plus importants que l'ASC-TV qui elle-même donne des résultats plus importants que le TM.

Une autre comparaison de la distribution locale de la force par le TM et la MCM est présentée dans [Lee 2004] où un même type d'actionneur où la longueur de l'armature est

égale à celle du noyau. Cette comparaison montre que les distributions obtenues par les deux méthodes sont identiques pour un matériau linéaire de perméabilité relative égale à 1000 et un matériau non linéaire. Pour le calcul de la distribution locale de force à la surface de l'alésage statorique, le TM donne donc des résultats en concordance avec les autres méthodes et peut être utilisé.

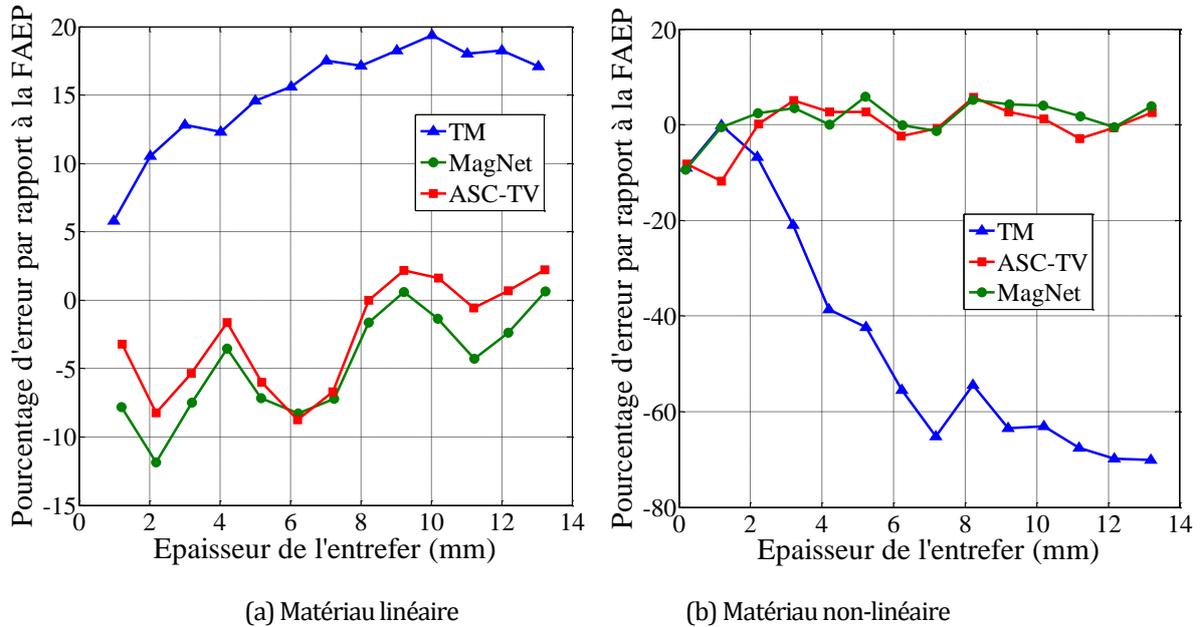


Fig. I.6. Forces totales en fonction de l'épaisseur de l'entrefer suivant différentes méthodes dans le cas (a) d'un matériau linéaire de perméabilité égale à 1000 et (b) d'un acier électrique non linéaire.

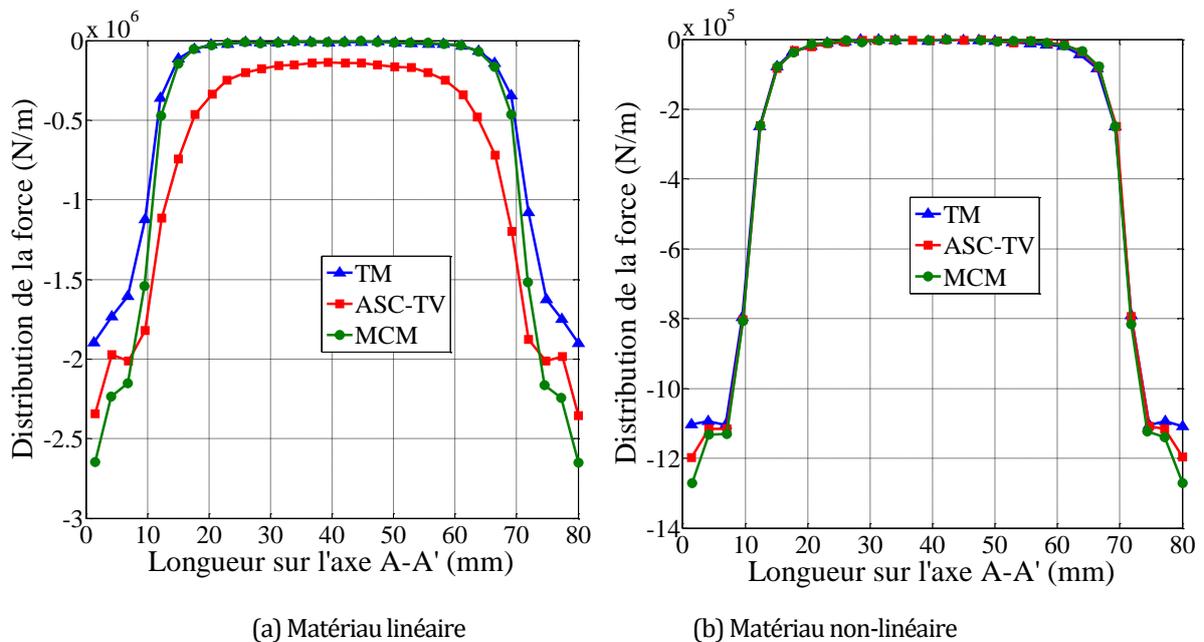


Fig. I.7. Densité de force le long de A-A' (voir figure I.5) suivant différentes méthodes dans le cas d'un matériau linéaire de perméabilité égale à 1000 et d'un acier électrique non linéaire.

I.4 DISTRIBUTION DE L'INDUCTION DANS L'ENTREFER

I.4.1 Présentation

Le calcul de la force magnétique par le tenseur de Maxwell suppose la connaissance de la distribution de l'induction magnétique dans l'entrefer. L'analyse électro-vibro-acoustique des machines synchrones à aimants permanents (MSAP) proposée dans les présents travaux concerne les étapes de dimensionnement où l'exploration complète de l'espace de recherche en un temps minimal peut être requise. Or, si la méthode des éléments finis (MEF) permet l'obtention précise des grandeurs électro-vibro-acoustiques, pour peu que le modèle utilisant la MEF soit suffisamment détaillé, elle s'avère plus coûteuse en temps que les méthodes analytiques. De ce fait, la MEF servira de méthode de référence dans ces travaux, pour les trois modèles électromagnétique, mécanique et acoustique, tandis que les grandeurs locales et globales seront obtenues par des méthodes analytiques. Concernant la distribution de l'induction dans l'entrefer, il existe principalement deux familles de méthodes analytiques.

D'une part, la méthode des circuits magnétiques équivalents (MCME) prend en compte la saturation magnétique mais n'est pas aussi générique que la MEF. En effet, cette méthode se base sur un réseau de ré reluctances qui, pour l'approche classique, doit être reconstruit lorsque la géométrie est significativement modifiée. Une approche générique de la MCME a été développée pour palier à ce problème [Amrhein 2009]. Bien que similaire à la MEF dans sa discrétisation, le maillage de la MCME est généralement bien plus grossier pour réduire les temps de calcul. Toutefois, le flux est supposé passer à travers l'élément par des directions imposées, ce qui n'est pas le cas dans la MEF [Sykulski 1995].

D'autre part, la résolution formelle des équations de Maxwell (RFEM) est moins coûteuse en temps de calcul. Cette méthode est plus adaptée à l'optique de pré-dimensionnement mentionnée ci-dessus. Contrairement aux méthodes unidimensionnelles (solution radiale uniquement) [Hwang 2000] qui ne sont pas adaptées aux MSAP montés en surface puisqu'elles ont un entrefer effectif plus important, la méthode basée sur la RFEM est 2-D et permet de prendre en compte la direction tangentielle. La méthode exposée dans [Boules 1985] prend en compte la RFEM dans les régions de faible perméabilité, comme l'entrefer et les aimants, pour une machine sans encochage. Cette méthode a depuis été améliorée pour les MSAP à flux radial [Zhu 1993a][Ackermann 1995][Proca 2003][Liu 2007][Bellara 2009][Boughrara 2009][Dubas 2009][Jian 2009][Chebak 2010][Gysen 2010][Lubin 2010][Bali 2010][Zhu 2010b][Wu 2011][Tiegna 2012]. Certains de ces modèles prennent en compte l'encochage de manière

explicite [Bellara 2009], y compris l'isthme d'encoche [Tiegna 2012]. Une description analytique exacte du champ magnétique due aux aimants dans une MSAP montés en surface prenant en compte l'encochage statorique est présentée dans [Ittstein 1992][Ackermann 1995].

I.4.2 Modélisation par la résolution formelle des équations de Maxwell

I.4.2.1 Construction du modèle

La modélisation par la RFEM a été originellement utilisée pour déterminer le champ pour des conducteurs véhiculant un courant entre deux surfaces ferromagnétiques [Hague 1929]. Cette solution a été utilisée pour étudier le champ à la surface du rotor et du stator des MSAP où les aimants permanents ont été modélisés par des conducteurs équivalents [Boules 1984]. Une solution sous forme de séries de Fourier, incluant de manière effective les aimants permanents, a ensuite été proposée dans [Zhu 1993a][Zhu 1993b][Zhu 1993c].

Soit la machine synchrone à aimants permanents montés en surface, à flux radial et à géométrie simplifiée de la figure I.8. La machine peut être décomposée en au moins trois régions de faible perméabilité ($\mu_r \approx 1$) : (I) encoches, (II) entrefer, (III) et aimants permanents. Les hypothèses suivantes sont formulées [Amara 2010a] :

- Les noyaux statorique et rotorique sont de perméabilité infinie. Toutefois, la saturation magnétique peut être partiellement prise en compte de manière itérative en adaptant l'épaisseur de l'entrefer.

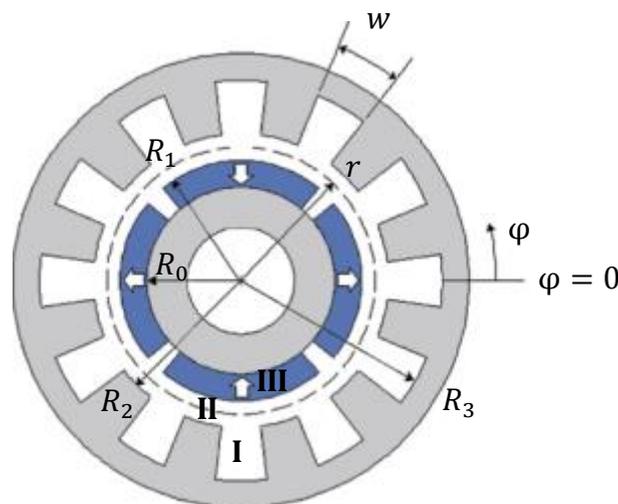


Fig. I.8. MSAP montés en surface simplifiée.

- Les effets des courants de Foucault sont négligés, n'entraînant aucunes pertes par courants de Foucault dans les aimants et les enroulements statoriques.
- La perméabilité des aimants permanents est supposée égale à celle de l'air.
- La longueur axiale de la machine est supposée infinie de manière à négliger les effets 3D. Ces effets se définissent comme une variation topologique dans la direction perpendiculaire au plan de la modélisation pour une position donnée de la partie mobile par rapport à la partie fixe.

Soit \vec{J} la densité de courant au stator et \vec{M} l'aimantation des aimants permanents. Les équations aux dérivées partielles des champs magnétiques quasi-stationnaires dans les trois régions considérées continues et isotropes peuvent s'exprimer au moyen du potentiel vecteur magnétique \vec{A} . En intégrant la jauge de Coulomb, $\vec{\nabla} \cdot \vec{A}$, ces équations sont définies selon (I.8) [Bellara 2009].

$$\nabla^2 \vec{A} = \begin{cases} -\mu_0 \vec{J} & \text{(I)} \\ 0 & \text{(II)} \\ -\mu_0 \vec{\nabla} \times \vec{M} & \text{(III)} \end{cases} \quad (\text{I.8})$$

Le potentiel vecteur magnétique ne possède qu'une composante dans l'axe z et qui est indépendante de z puisque la machine est considérée de longueur infinie. Les conditions aux limites de chaque région et la méthode de séparation des variables permettent d'aboutir à un ensemble d'équations linéaires de taille $(N_H \times N_H)$ où N_H est le nombre d'harmoniques spatiales considérés. Les coefficients du potentiel vecteur magnétique dans la région des aimants permanents (III) sont les inconnues du système. En utilisant les conditions de passages entre régions, la résolution de ces équations linéaires, au moyen par exemple de l'algorithme de l'élimination de Gauss-Jordan [Tiegna 2013a], permet d'obtenir les coefficients du potentiel vecteur magnétique des autres régions.

Le nombre d'harmoniques impacte directement la précision et le temps de calcul [Wu 2012]. Cette influence sur les composantes radiale et tangentielle de la valeur moyenne de l'induction dans l'entrefer, \bar{B} , est présentée dans la figure I.9. Y est illustré l'erreur relative sur la composante i entre la MEF et la RFEM, qui est calculée suivant (I.9) [Tiegna 2013a].

$$\text{err}_\% = \frac{|B_i^{RFEM} - B_i^{MEF}|}{B_i^{MEF}} \quad (\text{I.9})$$

Les noyaux statoriques et rotorique de la machine utilisée dans la figure I.9 sont considérés linéaires de perméabilité relative égale à 10000. Dans ce cas, un nombre

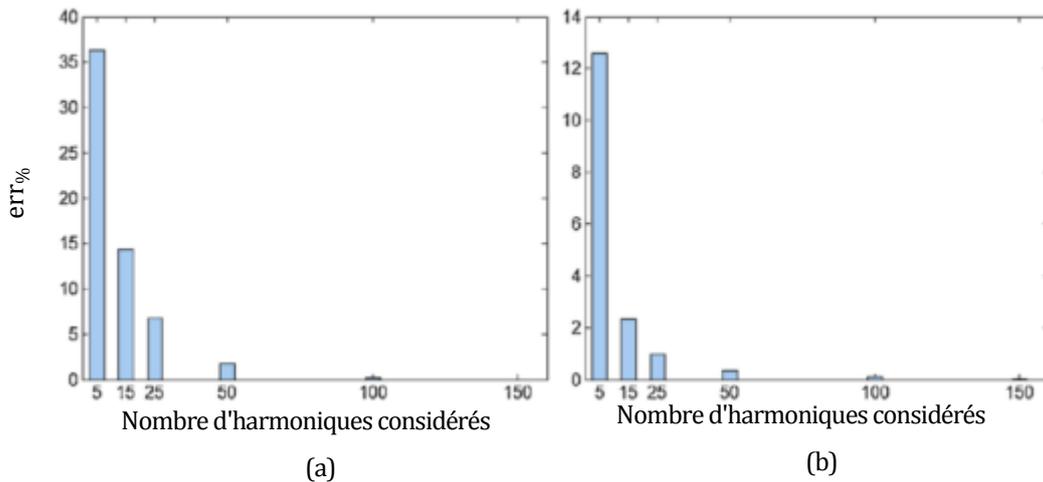


Fig. I.9. Erreurs relatives entre modèles issus de la MEF et de la RFEM sur les composantes (a) radiale et (b) tangentielle de l'induction dans l'entrefer.

d'harmonique assez faible comme 25 l'erreur commise par le modèle analytique sur la composante normale de l'induction est de 7%, pour un temps de calcul de l'ordre de la seconde. Ces résolutions rapides permettent donc de balayer l'espace de recherche pour le dimensionnement d'un prototype, avec une précision acceptable, notamment en comportement linéaire des matériaux. Si, cependant, la saturation joue un rôle important, la MEF devra être privilégiée, y compris pour l'exploration de l'espace de recherche. Toutefois, il existe certaines méthodes permettant de prendre en compte la saturation dans les modèles basés sur la RFEM, tel que l'utilisation des réseaux de ré reluctances pour former des modèles dit hybrides [Laoubi 2014].

I.4.2.2 Problèmes numériques

Bien que la RFEM présentée en I.4.2.1 puisse être effectuée par les fonctions de Green [Furlani 1997], elle est généralement effectuée par les développements en série de Fourier [Bali 2010]. Ce sont les problèmes numériques liés à cette approche qui seront ici discutés. Si la précision des modèles basés sur la MEF est liée à la densité du maillage, la précision des modèles basés sur les séries de Fourier présentent un problème similaire dans le domaine temporel [Gysen 2010]. En effet, pour obtenir la distribution du champ magnétique dans les différentes régions, la MEF et la RFEM aboutissent à la résolution du système d'équations linéaires matriciel $AX = B$. Dans ce système A représente la matrice topologique, de taille $(N_H \times N_H)$, dont les éléments dépendent de la forme géométrique des régions. Le vecteur des sources, B , de taille $(N_H \times 1)$, est lié à la répartition spatiale et des propriétés physiques des sources de champ magnétiques comme l'aimantation et la densité de courant. Enfin, X ,

également de taille ($N_H \times 1$) est le vecteur des inconnues dont les éléments sont les coefficients de la décomposition en série de Fourier du potentiel vecteur magnétique dans une région de la machine [Tiegna 2013a].

La précision de la distribution du champ magnétique suite à une telle résolution est lié au nombre d'harmoniques, comme constaté dans la figure I.9, mais également de la dépendance de la solution du problème par rapport aux données du problème. Cette dépendance est le conditionnement associé au problème, qui mesure sa difficulté de calcul [Reinhardt 1997]. Ainsi, si le conditionnement est élevé, ou en d'autres termes si le système est mal conditionné, même un nombre d'harmoniques élevé ne justifie par la précision de la solution qu'est la distribution du champ magnétique [Gysen 2010]. La réduction du conditionnement peut être opérée par un changement de variables [Gysen 2010] ou en utilisant des techniques d'approximations [Ackermann 1995]. D'un côté, le changement de variables est particulièrement adapté aux repères cartésiens et polaires mais pas aux repères polaires. De l'autre, les techniques d'approximations permettent d'obtenir une forme approchée des coefficients du développement en série de Fourier de la distribution du champ magnétique. Dans [Ackermann 1995], les coefficients en dehors de la diagonale principale de A sont négligés. Ainsi faisant, le temps de simulation est largement réduit et les résultats restent proches de ceux obtenus avec la MEF.

I.4.3 Limites et domaines d'application des méthodes analytiques

I.4.3.1 Prise en compte de la saturation magnétique

La saturation n'est généralement pas prise en compte dans les modèles analytiques due aux hypothèses de linéarité des matériaux et de perméabilité relative infinie. La composante radiale de l'induction est particulièrement impactée par la saturation. En pratique, la saturation réduit, entre autres, l'amplitude du premier harmonique de la composante radiale de l'induction. Cette réduction peut être modélisée par une fonction modifiant l'épaisseur de l'entrefer dans la direction radiale du modèle analytique non saturé. Ainsi, soit la fonction modélisant l'entrefer noté g et prenant en compte l'effet d'encoche par le coefficient de Carter. La saturation peut être prise en compte en remplaçant g par g' suivant (I.10) [Boules 1984].

$$g' = \left(1 + \frac{M_{\text{fer}}}{M_{\text{entrefer}}} \right) g \quad (\text{I.10})$$

M_{fer} et M_{entrefer} sont respectivement la force magnétomotrice totale requise pour compenser les réluctances des parties ferromagnétiques et de l'entrefer. Un réseau de réluctance complet peut être ainsi développé pour prendre en compte la saturation. Cette saturation obtenue par ce couplage faible est globale et il n'existe pas de modèle uniquement basé sur la RFEM permettant de prendre en compte la saturation locale [Tiegna 2013a]. Des couplages forts entre modèles analytiques et modèles basés sur la MEF [Liu 1995] ou la méthode des circuits de réluctances [Lubin 2011] peuvent toutefois la prendre en compte.

I.4.3.2 Structures géométriques, effets de bords et effets 3D

Tous les modèles analytiques sont développés à partir de géométries idéales, comme des cylindres pour les machines à flux radial [Boules 1985]. Si l'effet de l'encoche a , par le passé, été pris en compte indirectement au moyen de fonctions de perméance [Zhu 1993c], des modèles explicites ont été plus récemment développés [Bellara 2009][Dubas 2009][Zhu 2010b][Lubin 2010]. Comparativement aux modèles simplifiés, la modélisation précise des encoches, comme la prise en compte de l'épanouissement dentaire [Lubin 2011][Wu 2011][Barakat 2012], permet d'obtenir des solutions plus précises de la distribution champ magnétique dans l'entrefer mais aussi des couples et des flux [Tiegna 2013a].

Les effets 3D définis dans la section I.4.2.1 sont difficilement différenciables des effets de bord pour certaines machines. De ce fait, dans les machines à flux radial, si l'inclinaison des encoches ou des aimants au rotor sont des effets 3D, les effets de bords longitudinaux le sont également [Tiegna 2013a]. Pour modéliser ces effets 3D, il est possible de découper la machine dans sa longueur axiale en plusieurs tranches 2D [Parviainen 2004]. Un modèle basé sur la RFEM, à la longueur axiale moyenne, peut être alors dérivé pour chacune des tranches.

I.4.3.3 Application des modèles analytiques

Si les simulations par la MEF donnent des résultats précis, elles sont coûteuses en temps et l'approche analytique peut conduire à un meilleur rapport performance sur temps de calcul. En effet, le principal objet des modèles analytiques est l'obtention rapide, en temps de modélisation ou de calcul, de grandeurs locales ou globales. Des grandeurs locales comme les forces électromotrices, les inductances propres et mutuelles, les forces et couples en charge et à vide ou les pertes permettent de déterminer les performances de la machine étudiée. Ces performances peuvent faire partie d'un cahier des charges dans la recherche d'une solution optimale, dans une optique de dimensionnement ou d'optimisation, et les modèles analytiques permettent de l'obtenir rapidement avec une précision acceptable [Le Besnerais 2009][Zhu

2009][Chen 2010]. De plus, des circuits électriques peuvent leur être facilement couplés de manière à étudier le comportement de la machine en situation [Chebak 2010].

Les modèles analytiques permettent le calcul des inductances propres et mutuelles et des forces électromotrices de deux manières. La première est la théorie des fonctions de distribution et de bobinage [Abdel Karim 2006]. Elle est utilisée lorsque les encoches sont simplifiées et ne sont pas prises en compte de manière explicite. Toutefois, dans ce type de modèles, les inductances propres et mutuelles totales ne peuvent être calculées [Tiegna 2013a]. La deuxième approche est l'utilisation du théorème de Stokes en utilisant le potentiel vecteur magnétique dans les encoches [Amara 2010a][Bali 2010]. Cette technique est utilisée dans les modèles prenant en compte les encoches de manière explicite ou les modèles sans encoches. Au moyen de ces deux techniques, l'obtention des têtes de bobines ne peut se faire sans l'adjonction d'un modèle séparé [Wang J 2005].

Le calcul des pertes électromagnétiques dans la machine peut être effectué au moyen de modèles analytiques. Peuvent ainsi être calculées les pertes par courants de Foucault dans les régions à faible perméabilité comme les aimants permanents [Amara 2005] ou les bobinages de l'induit [Amara 2010b]. Les pertes dans le fer sont largement obtenues par les modèles de Bertotti ou de Steinmetz.

I.4.4 Réseau de ré reluctances

La modélisation de la machine par un réseau de ré reluctances se situe en termes de rapport temps de calcul sur précision entre les méthodes numériques à temps de calcul élevé et les modèles analytiques considérant des matériaux ferromagnétiques idéaux. Les réseaux de ré reluctances permettent la prise en compte de la non-linéarité des matériaux magnétiques par une résolution itérative [Nedjar 2011]. Le circuit magnétique d'une machine électrique peut être modélisé par un réseau de ré reluctances où le circuit est découpé en éléments constituant des tubes de flux [Ostovic 1989]. La précision du modèle dépend du nombre de ré reluctances du réseau qui impacte aussi le temps de simulation. De manière à gagner en temps de calcul, le circuit électrique peut être modélisé par un modèle équivalent au premier harmonique [Rakotovao 1996][Albert 2004][Vido 2004][Takorabet 2008]. Toutefois, cette méthode ne permet pas de prendre en compte les ondulations présentes dans les formes d'ondes des grandeurs globales [Nedjar 2011]. Sans cette approximation, il est nécessaire de prendre en compte l'état magnétique de la machine en fonction du mouvement [Ostovic 1989][Hecquet 1995][Zhu 2005].

Les réseaux de réductances présentent l'inconvénient d'être peu génériques. Dans le cadre du pré-dimensionnement des machines, les dimensions géométriques peuvent varier significativement et le réseau doit être adapté. De plus, s'il est trop important, le mouvement du rotor peut nécessiter la modification du réseau au niveau de l'entrefer, notamment s'il s'agit d'un réseau d'expert. Pour palier à ce problème de généralité, trois grandes approches se dégagent :

- Couplage avec des modèles analytiques [Gholizad 2006][Mirzaei 2007][Laoubi 2014].
- Couplage avec la MEF [Philips 1992][Dular 2005][Nedjar 2011].
- Maillage du domaine d'étude avec des éléments constitués de réductances [Rasmussen 1997][Amhrein 2009].

Ces approches permettent de modéliser l'entrefer car le chemin du flux n'est pas facilement connu. En effet, l'utilisateur doit connaître le chemin parcouru par le flux et donc correctement déterminer la topologie du réseau en fonction des phénomènes à prendre en compte [Bracikowski 2012b].

I.5 MODELISATION VIBRO-ACOUSTIQUE

I.5.1 Présentation

La modélisation du bruit des machines électriques s'effectue généralement par la détermination successive des fréquences naturelles de la structure, de la réponse vibratoire de la structure à la pression magnétique, du rayonnement acoustique de la structure et finalement de la pression ou de la puissance acoustique rayonnée. Dans une optique de dimensionnement ou d'optimisation des machines électriques, des modèles analytiques sont recherchés pour la détermination rapide et relativement précise des grandeurs présentées.

La détermination précise des fréquences propres de la structure statorique est l'étape la plus critique. A ce jour, la plus précise des méthodes pour ce travail est la MEF. En effet, c'est la seule technique pouvant prendre en compte avec une précision raisonnable les détails de la machine complète comme les paliers, les ailettes de refroidissement, les fixations et si nécessaire une boîte à bornes, un ventilateur et son capot. Toutefois, si géométriquement le niveau de détails n'implique que l'investissement de l'utilisateur, d'autres sources d'approximation dans les modèles basés sur la MEF peuvent apparaître. Ainsi, l'intégralité des propriétés physiques des matériaux utilisés dans la conception des machines électriques n'est pas connue. L'anisotropie du feuilletage des tôles, les contraintes internes dues à la construction

et les changements de la matrice de raideur due aux variations de température sont délicats à prendre en compte et ne le sont généralement pas. La matrice d'amortissement est difficile à prédire. Aucun modèle adéquat permettant de décrire l'amortissement des matériaux feuilletés et des structures composées de différents matériaux (cuivre, isolant, résine, feuilletage) n'est disponible. En pratique, de bonnes valeurs de l'amortissement sont pourtant absolument nécessaire pour déterminer précisément les amplitudes des vibrations [Gieras 2006].

Par le passé, de nombreux auteurs ont éprouvés des difficultés à identifier les modes de vibrations naturels des culasses statoriques pour la simple raison que des différences entre les fréquences prévues par leurs théories, qui considèrent des matériaux solides et homogènes, et les fréquences déterminées expérimentalement ne coïncidaient pas. Il est évident que pour estimer le comportement vibratoire d'une machine dans son étape de développement, il est obligatoire de posséder des données représentatives des matériaux mis en jeu comme la flexibilité supplémentaire présente dans les matériaux feuilletés. En l'absence de ces données, les résultats ne peuvent qu'être médiocres [Garvey 1989]. En l'absence de prototype, la MEF est utilisée dans ces travaux pour valider les modèles analytiques et est donc présentée. Toutefois, la comparaison des résultats obtenus par la MEF à des mesures expérimentales, issues d'autres travaux suffisamment renseignés, est effectuée pour s'assurer de l'erreur commise par les modèles numériques.

I.5.2 Conditions aux limites

Un stator de machine électrique classique peut grossièrement être représenté par un cylindre épais de longueur finie et sa carcasse par un cylindre fermé par des disques à ses extrémités. Il est nécessaire de définir les conditions aux limites permettant de représenter l'influence de ces disques. Pour les coques minces cylindriques, représentée dans la figure I.10, il existe seize ensembles de quatre conditions aux limites classiques en excluant celles qui concernent les supports élastiques [Leissa 1993]. Toutes les conditions aux limites s'expriment en fonction des déplacements dans les trois dimensions de l'espace et l'état de contrainte du bord. Cet état se définit par un tenseur de tension, ayant pour composantes les tensions normales (N_1 et N_2) et les tensions de cisaillement (N_{12} et N_{21}), un vecteur d'effort tranchant (Q_1 et Q_2) et un tenseur de flexion, ayant pour composantes les moments fléchissants (M_1 et M_2) et les moments de torsion (M_{12} et M_{21}) [Courbon 1979]. Ces efforts en termes de forces et couples sont représentées dans la figure I.11. L'influence de ces conditions aux limites sur les fréquences propres et les déformées modales d'une coque mince cylindrique est présentée dans

[Forsberg 1964]. Les trois ensembles de conditions aux limites les plus couramment étudiées font référence à des bords encastrés, appuyés sur un tympan ou libres. A titre d'exemple, les conditions aux limites sont respectivement données dans (I.11), (I.12) et (I.13) [Courbon 1979].

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0, \quad \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (\text{I.11})$$

$$v = 0, \quad w = 0, \quad M_1 = 0, \quad N_1 = 0 \quad (\text{I.12})$$

$$M_1 = 0, \quad N_1 = 0, \quad N_{12} = 0, \quad Q_1 + \frac{1}{R} \frac{\partial M_{12}}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{I.13})$$

I.5.3 Déformées modales

Si la machine électrique est assimilée à un élément simple comme un anneau, un cylindre ou une coque cylindrique, l'étude des fréquences propres de la machine met en évidence certains modes de vibrations liés à ces fréquences dont la forme de la déformation est aisément

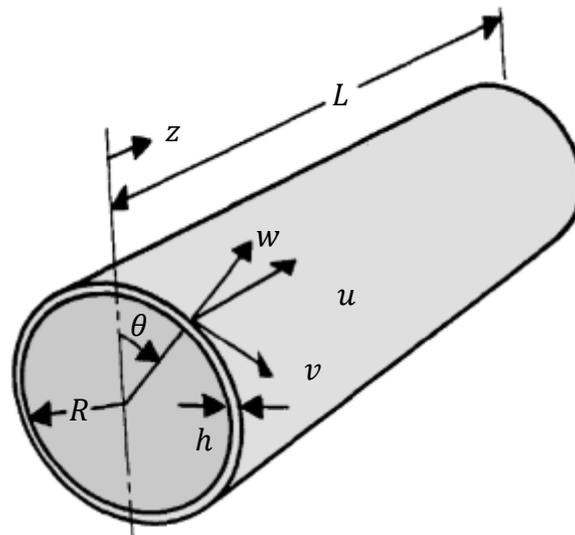


Fig. I.10. Système de coordonnées d'une coque mince cylindrique.

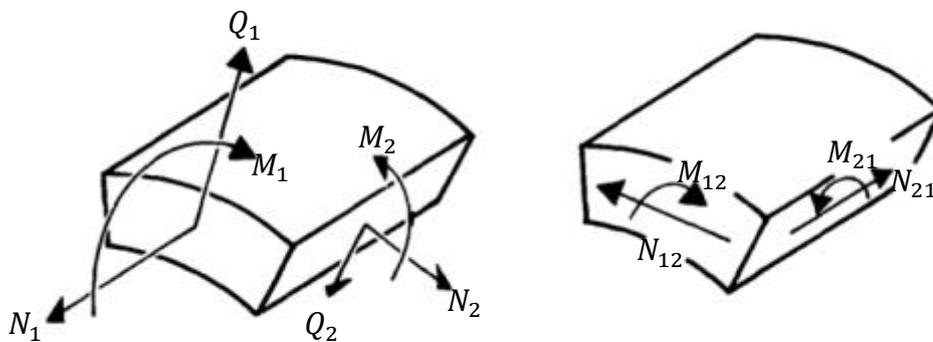


Fig. I.11. Efforts appliqués à un élément de coque mince cylindrique.

identifiable. En effet, en prenant l'exemple d'une coque mince cylindrique de longueur finie, dont le système de coordonnées est représenté dans la figure I.10, la déformation peut être due à une combinaison de modes circonférentiels (déformation dans le plan de l'anneau) et longitudinaux (déformation dans la longueur axiale) respectivement ici notés m et n . La figure I.12 représente ces déformées modales, qui sont les distributions spatiales du déplacement, dues à des modes purement circonférentiels et longitudinaux. Le nombre de mode circonférentiel est le double du nombre d'intersections de la déformée modale avec le cercle de l'anneau au repos. Le nombre de modes longitudinaux est le nombre d'intersections de la déformée modale avec la génératrice du cylindre dans un cas libre et ce même nombre augmenté de un dans un cas contraint [Verma 1987].

La description des déformées modales par les deux paramètres m et n peut être suffisante mais comme remarqué pour les cylindres épais de longueur finie [Wang H 1996][Singal 2002], il peut exister plusieurs fréquences produisant le même couple (m, n) . Toutefois, chaque fréquence possède sa propre déformée modale. En effet, parce qu'à deux mêmes couples (m, n) l'énergie dans les directions radiale, longitudinale et tangentielle n'est pas distribuée de la même manière, ces deux couples ne correspondent pas exactement à une même déformée modale [Singal 2002]. Ainsi, une excitation purement radiale ne donne pas lieu qu'à une réponse vibratoire dans la direction radiale mais aussi dans les deux autres directions [Wang H 1996].

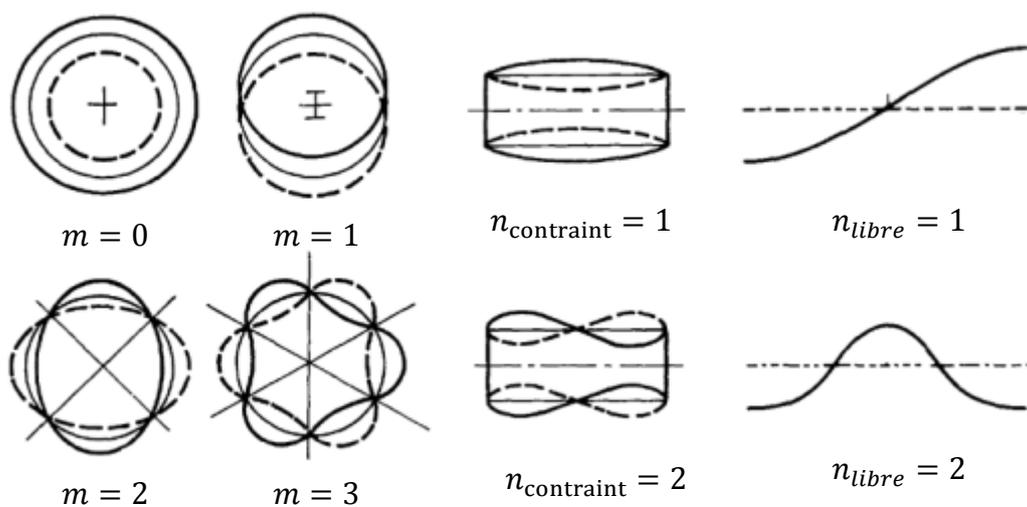


Fig. I.12. Déformées modales d'une coque mince cylindrique, due aux modes circonférentiels (m) et longitudinaux (n) dans des conditions de bord contraint et libre.

Assigner un mode circonférentiel à une déformée modale est chose aisée mais pour un mode longitudinal le choix n'est pas toujours évident. [Singal 2002] propose deux critères pour assigner une valeur de n à une déformée modale, suivant l'amplitude des extrema dans le déplacement radial, le long de la génératrice du cylindre :

- Si les différences d'amplitudes entre ces extrema sont importantes, comme dans la figure I.13(a), seuls les extrema les plus importants sont considérés pour compter le nombre d'intersections. Les faibles extrema peuvent être dus au coefficient de Poisson ou à des erreurs numériques.
- Si les différences d'amplitudes entre ces extrema sont faibles, comme dans la figure I.13(b), tous les extrema sont considérés dans le dénombrement des intersections.

Une classification des déformées modales d'un cylindre épais de longueur finie est proposé dans [Wang H 1996]. Elle est illustrée dans la figure I.14 et est organisée ainsi :

- A. Modes purement circonférentiels. Le cylindre est uniformément déformé sur sa longueur axiale.
- B. Modes circonférentiels avec cisaillement. Les génératrices du cylindre ne restent plus parallèles et pour des modes $m \geq 2$ ne sont plus des lignes droites.
- C. Modes de respiration. Correspond au mode circonférentiel d'ordre 0 dont la surface moyenne du cylindre est uniformément étirée dans la direction radiale.
- D. Autres modes circonférentiels. Les segments adjacents s'étirent ou se contractent un à un dans la direction radiale, induisant une torsion des génératrices du cylindre.
- E. Modes de flexion longitudinaux. Les bords du cylindre se fléchissent dans la direction axiale.
- F. Mode globaux. Le cylindre se comporte comme (F1) une simple poutre en flexion, (F2) une barre en torsion ou (F3) une tige vibrant dans la direction axiale.

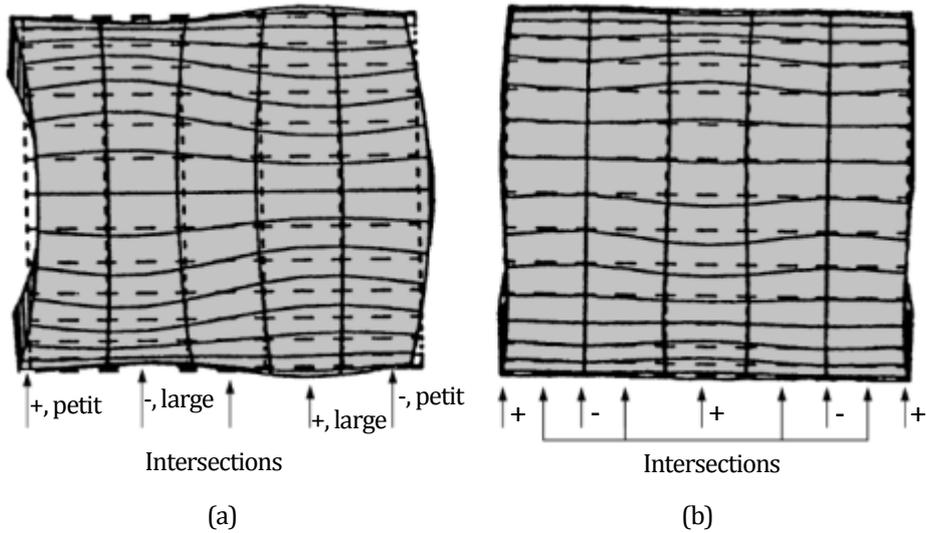


Fig. I.13. Illustration des critères d'assignation des modes longitudinaux. (a) $(m, n) = (2, 1)$. (b) $(m, n) = (3, 4)$.

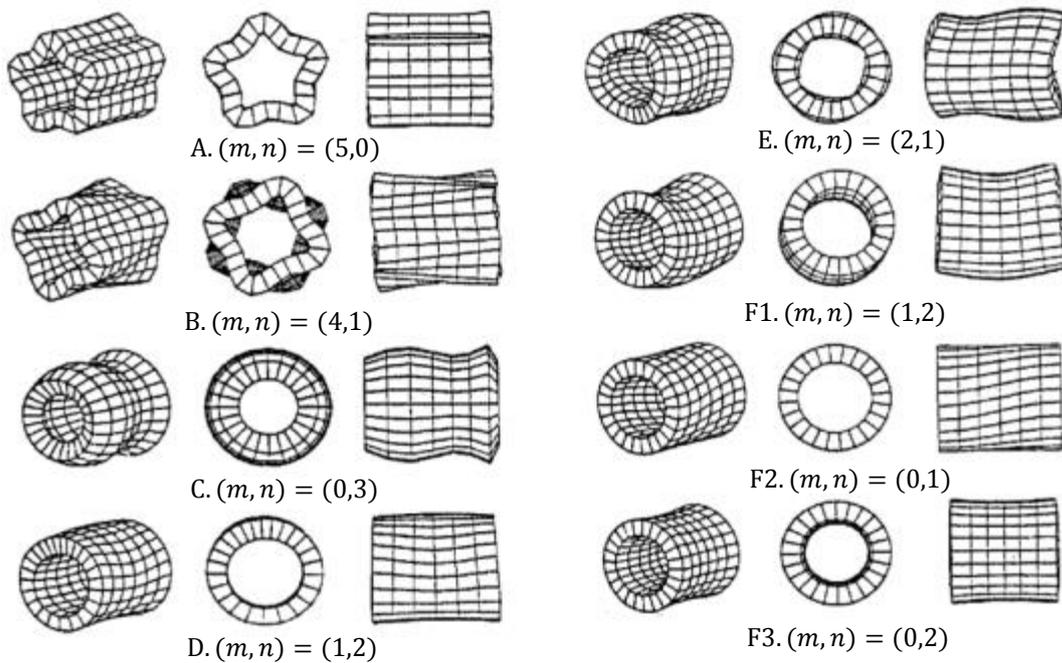


Fig. I.14. Classification des déformations des cylindres épais due aux modes circonférentiels (m) et longitudinaux (n) .

I.5.4 Fréquences propres

I.5.4.1 Définition et méthodes

Soit un système masse-ressort-amortisseur classique, présenté dans la figure I.15. M , C et K sont respectivement la masse, l'amortissement et la raideur du ressort. Le système est excité par une force appliquée notée F . Pour des conditions initiales de position et de vitesse nulles, le déplacement U de la masse peut être supposé sinusoïdal. L'équation de mouvement d'un

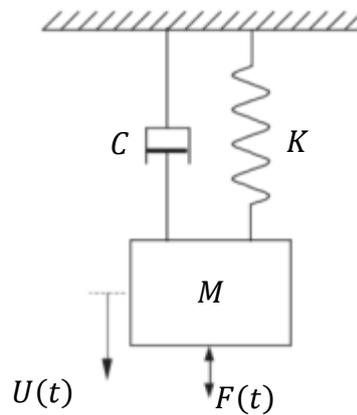


Fig. I.15. Système masse-ressort-amortisseur.

système dynamique est donnée par (I.14) [Gatti 2002].

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + F_{\text{interne}} = F(t) \quad (\text{I.14})$$

Pour un système linéaire, les efforts internes sont linéairement proportionnels au déplacement et la raideur est constante par rapport au temps. Ainsi, l'équation de mouvement du système masse-ressort-amortisseur peut se réécrire selon (I.15).

$$M\ddot{U}(t) + C\dot{U}(t) + KU(t) = F(t) \quad (\text{I.15})$$

Les fréquences propres se déterminent pour une structure non-amortie subissant des vibrations libres. Ainsi, (I.15) peut se réécrire selon (I.16).

$$M\ddot{U}(t) + KU(t) = 0 \quad (\text{I.16})$$

En injectant la forme de U dans (I.16), la fréquence propre est donnée par (I.17).

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} \quad (\text{I.17})$$

Les forces magnétiques agissant sur les surfaces du rotor et du stator au niveau de l'entrefer et les forces mécaniques agissant sur les roulements peuvent être responsables d'un bruit important lorsque les fréquences des forces correspondent à la fréquence propre de la machine [Ellison 1971]. L'étude des fréquences propres est donc particulièrement importante pour la détermination du bruit et des vibrations. Il est en effet nécessaire d'éviter une correspondance entre fréquences de forces et fréquences propres. La réponse élastique d'une structure complexe comme une machine électrique peut être obtenue par le comportement modal (fréquences propres, déformées modales, etc.) de chaque élément simple de la structure [Forsberg 1966]. Pour certains éléments, il est possible d'obtenir des solutions exactes des

équations régissant leur mouvement. Toutefois, il est nécessaire d'obtenir des solutions numériques pour les problèmes qui ne peuvent être résolus de manière exacte. Les méthodes d'approximation cherchent à résoudre de manière discrète des équations aux dérivées partielles [Spiteri 2002]. Bien que liées, elles peuvent être séparées en deux parties [Soedel 2004]. La première regroupe les méthodes des différences finies et des éléments finis. La deuxième partie regroupe les approches visant à minimiser l'énergie, au moyen, entre autres, de la méthode de Rayleigh-Ritz.

La méthode des différences finies nécessite la connaissance des équations du mouvement de la structure. Avant de résoudre des équations aux dérivées partielles, elle les approxime par des différences. En contraste, la méthode des éléments finis, qui est un cas particulier de la méthode de Galerkin [Spiteri 2002], n'a pas besoin des équations du mouvement une fois la raideur et la masse des éléments connues [Soedel 2004].

Utilisation de la méthode des éléments finis pour le calcul des fréquences propres

L'analyse modale linéaire par la méthode des éléments finis est basée sur le principe de l'équation du mouvement (I.15), en considérant que chacun des éléments discrétisant la structure possède une raideur et une masse équivalente, liées aux nœuds. Ces raideurs et masses sont stockées sous forme de matrices, propres à chaque élément, dont la taille dépend du nombre de nœuds de l'élément et du nombre de degrés de liberté de ces nœuds. La matrice de raideur d'un élément représente le lien entre efforts et déplacements aux nœuds du maillage et s'écrit selon (1.18) [Cook 1995].

$$[K]_e = \iiint_V [B]^T [D] [B] dV \quad (I.18)$$

La matrice notée B relie la déformation au déplacement. La matrice D est la matrice des propriétés du matériau reliant la contrainte à la déformation. La matrice de masse d'un élément est obtenue par (1.19) [Fagan 1992].

$$[M]_e = \iiint_V [N]^T [\rho] [N] dV \quad (I.19)$$

La matrice ρ est la matrice de la masse volumique. N est la matrice des fonctions de forme. Ce sont des fonctions, construites à partir de fonctions d'interpolations, devant assurer la continuité des déplacements entre deux éléments voisins sans se chevaucher ni laisser de vide entre eux [Rapin 1993]. Les matrices de masse et de raideurs totales s'obtiennent en considérant les contributions de tous les nœuds de la discrétisation de la structure. L'équation (I.15) s'écrit alors de façon matricielle pour une structure quelconque selon (I.20) [Fagan 1992].

$$[M]_{\text{tot}}\{\ddot{U}(t)\} + [C]_{\text{tot}}\{\dot{U}(t)\} + [K]_{\text{tot}}\{U(t)\} = \{F(t)\} \quad (1.20)$$

Les fréquences propres sont la solution du problème au vecteur propre (1.21).

$$([K]_{\text{tot}} - \{\omega\}^2[M]_{\text{tot}})\{U(t)\} = \{0\} \quad (1.21)$$

Si le système a n degrés de libertés, la structure aura n fréquences propres [Cook 1995].

Utilisation de la méthode de Rayleigh-Ritz pour le calcul des fréquences propres

Il est choisi dans ces travaux de nommer la méthode qui sera présentée ci-dessous par les noms de Rayleigh et de Ritz bien qu'un débat, toujours actuel, tende à en attribuer la paternité à Ritz [Leissa 2005]. Toutefois, Rayleigh l'aurait supposée sans la formuler [Ilanko 2009].

Les approches énergétiques se basent sur l'échange d'énergie vibratoire du système. La méthode originelle de Rayleigh [Rayleigh 1877] établit l'égalité entre énergie cinétique et énergie potentielle sur un cycle de mouvement harmonique d'un système conservatif. Appliqué au système masse-ressort non-amorti précédemment présenté, l'énergie cinétique E_k et l'énergie potentielle E_p s'écrivent selon (1.22) [Gatti 2002].

$$E_k(t) = \frac{1}{2}M\dot{U}^2(t) \quad E_p(t) = \frac{1}{2}KU^2(t) \quad (1.22)$$

L'énergie totale instantanée du système conservatif étant constante, sa dérivée est nulle et s'écrit selon (1.23).

$$\frac{d}{dt}[E_k(t) + E_p(t)] = M\dot{U}(t)\ddot{U}(t) + K\dot{U}(t)U(t) = 0 \quad (1.23)$$

Puisque la vitesse n'est pas une fonction identiquement nulle, l'équation du mouvement (1.16) est retrouvée. Pour un système possédant de multiples degrés de libertés, il est nécessaire d'estimer la déformée modale de la vibration. La précision de la méthode de Rayleigh dépend donc entièrement du choix le plus pertinent possible de l'estimation. Cette méthode permet de déterminer les fréquences approximatives, toujours plus larges que la fréquence exacte [Leissa 2005]. La méthode présentée par Ritz en 1908 comme cité par [Soedel 2004] permet de résoudre un problème aux valeurs propres en supposant la solution sous forme de séries de fonctions admissibles (conditions de différentiabilité [Gmür 2000]), satisfaisant au moins les conditions aux limites, chacune d'elle ayant un coefficient arbitraire et minimisant directement la fonctionnelle d'énergie [Leissa 2005]. Ainsi, si la méthode de Rayleigh utilise une seule fonction admissible pour la déformée modale, la méthode de Ritz utilise une séries de fonctions admissibles. La méthode de Ritz est une généralisation de la méthode de Rayleigh.

I.5.4.2 Modèles

La modélisation des milieux hétérogènes, aux propriétés mécaniques difficilement évaluables, est complexe. Une machine électrique en est un parfait exemple. Toutefois, en première approximation, la machine peut être grossièrement modélisée par des modèles homogènes et facilement identifiables.

Modèle annulaire

Dans une première approche, bidimensionnelle, une machine électrique classique peut être représentée comme un anneau circulaire, épais (épaisseur non négligeable devant le rayon), en ne modélisant pas son rotor. C'est donc à partir des théories des anneaux, découlant de la théorie de l'élasticité de Hooke, que les premiers travaux purement appliqués aux machines ont débutés. Le comportement d'un anneau mince (épaisseur négligeable devant le rayon) ont été premièrement calculées dans [Hoppe 1871] et puis appliqué au cas du stator d'une machine électrique dans [Carter 1932]. Ces équations négligent les effets dus aux contraintes de cisaillement et au moment d'inertie ce qui donne des résultats particulièrement erronés pour des modes de vibrations élevés. La prise en compte de ses effets a permis de compléter cette étude [Jordan 1950]. Des termes correctifs ont été ajoutés par Voronetskii et Lubcke pour correspondre à leurs résultats expérimentaux comme cités par [Ellison 1971]. Certains auteurs désireux de rester dans une modélisation pouvant porter sur toutes les machines, se sont intéressés à intégrer l'effet de la denture, comme Pavlovsky, d'abord sans enroulement puis plus tardivement en les prenant en compte, généralement par une masse additionnelle [Ellison 1971]. La méthode de Fhrone, développée en 1959 et présentée dans [Tímár 1989] utilise ce type de considérations. Elle est utilisée dans des travaux récents [Hecquet 2006][Le Besnerais 2010][Islam 2010] et al. avec une erreur de 3 à 18% commise par le modèle analytique sur des résultats expérimentaux (machine avec $L/R = 1.7$), sur les premiers modes circonférentiels [Bracikowski 2012a].

L'effet de la carcasse, qui est parfois important, a été modélisé comme un deuxième anneau lié au premier, à partir de la méthode de Rayleigh-Ritz, basée sur l'équation de Lagrange de deuxième espèce, ou le lagrangien s'exprime à partir de la différence entre énergie cinétique totale et énergie potentielle totale [Erdelyi 1955][Ellison 1971]. Cette méthode a également été développée en 2-D dans [Endo 1972][Kirkhope 1976] et dans des cas 3-D dans [Endo 1972][Singal 1991]. Pour une machine courte ($L/R = 0.8$), ces modèles permettent d'obtenir des résultats précis avec une erreur de 0.7 à 1.5% par rapport à des résultats expérimentaux [Ellison 1971]. Pour des cylindres de différentes épaisseurs, des erreurs allant de 0.3 à 5.5% ont

été calculées en comparant à des mesures expérimentales [Singal 1991]. Plus l'épaisseur est faible et plus les résultats de simulation sont proches de résultats expérimentaux. Toutefois, les temps de simulation ne sont pas explicités et il n'est donc pas judicieux de confronter cette méthode avec les formules analytiques simplifiées exprimées dans [Tímár 1989] qui donnent instantanément un résultat.

Modèles basés sur les coques minces cylindriques

Dans une approche tridimensionnelle, une machine électrique classique peut être représentée par un cylindre de section circulaire, creux, résolument épais et de longueur finie (rayon non négligeable devant la longueur). L'étude des fréquences propres de tels cylindres a d'abord été permise par l'étude des coques minces cylindriques. La théorie des coques découle de la théorie de l'élasticité dans laquelle certaines hypothèses sont formulées [Sanders 1961], telles que l'épaisseur fine de la coque justifie des efforts constants sur l'épaisseur de la coque [Hamidzadeh 2010]. Le problème des vibrations de ces coques a été premièrement étudié entre les XVIIIe et XIXe siècles par d'augustes scientifiques tels qu'Euler, Poisson, Lamé, Bernoulli, Germain, Lagrange, Kirchhoff, Aron, Rayleigh et Love pour ne citer qu'eux. Un historique détaillé est présenté dans [Love 1888] et avec plus de recul dans [Soedel 2004]. C'est à Love que l'on doit les fondations de la théorie des vibrations des coques minces. La théorie se base sur l'élasticité et la résolution des équations du mouvement obtenues à partir des forces et moments résultants eux-mêmes obtenus à partir de petites déformations de la structure [Leissa 1993]. De nombreux auteurs ont ensuite proposés leur propre théorie pour les vibrations des coques minces cylindriques de longueur finie ou infinie, suivant des considérations entre déformations et déplacement différentes, et d'autres approximations. Ainsi, la littérature fait état des théories de Byrne, Flügge, Goldenveizer, Lur'ye, Novozhilov, Love, Timoshenko, Reissner, Naghdi, Berry, Sanders, Donnell, Mushtari et Vlasov, toutes décrites dans [Leissa 1993], premièrement paru en 1973, considéré par beaucoup comme un ouvrage de référence [Singal 1988][Wang H 1996]. Toutes les conditions aux limites appliquées aux extrémités du cylindre ont été étudiées par la théorie de Flügge [Forsberg 1964][Warburton 1965]. En pratique, pour un nombre important d'ondes circonférentielles, l'effet des conditions aux limites sur les fréquences propres est négligeable, et il est possible de toutes les considérer comme des bords appuyés sur un tympan [Warburton 1965].

Si une carcasse lisse de machine électrique peut être considérée à la limite du cadre de la théorie des coques, du fait de son épaisseur, une culasse statorique est bien plus épaisse et en sort bel et bien. La théorie des coques minces cylindriques est tout de même utilisée dans

certain travaux récents en utilisant la décomposition proposée par [Gieras 2006] *et al.*, découlant des travaux de [Huang 2001]. Le stator de la machine peut être décomposé en deux [Huang 2001] ou trois [Gieras 2006] parties en un noyau statorique considéré comme un cylindre de longueur infinie, car il n'est pas contraint à ses extrémités, des dents et enroulements considérés comme un cylindre également infini et une carcasse considérée comme un cylindre de longueur finie à bords appuyés sur un tympan. A chaque cylindre correspond des fréquences propres liés à des modes purement circonférentiels pour les cylindres infinis et circonférentiels et longitudinaux pour le cylindre de longueur finie. A partir des fréquences, une raideur équivalente de chaque cylindre est calculée [Huang 2001]. Ces cylindres sont coaxiaux et puisque le moment d'inertie de cylindres coaxiaux est égal à la somme des moments d'inertie de chaque cylindre, il est supposé que les raideurs équivalentes de chaque cylindre sont en parallèle. Ceci conduit à obtenir une raideur équivalente totale égale à la somme des raideurs individuelles. Ainsi, une fréquence équivalente lié à un couple de modes circonférentiels et longitudinaux peut être calculé [Gieras 2007]. Cette méthode permet d'obtenir pour une machine complète, les valeurs des fréquences propres, correspondant à une combinaison de modes circonférentiels et longitudinaux, dont l'erreur est comprise entre 1.5 et 20% par rapport à des résultats issus de simulations par la MEF [Gieras 2006].

Modèles basés sur les cylindres épais

L'étude des cylindres épais de longueur infinie peut être effectuée à partir de la théorie de l'élasticité 3D comme l'a été l'étude des coques minces [Gazis 1959]. Une approche approximative dite des "3-modes" est basée sur le développement en série entière du déplacement et à n'en retirer que les premiers termes représentant les déformations radiales, longitudinales et axiales [McNiven 1966]. Pour des conditions aux limites de bords appuyés sur un tympan d'un cylindre épais de longueur finie, modèle qui représenterait la machine électrique, il n'existe pas de solutions exactes et il est nécessaire d'utiliser des méthodes approximatives [Gladwell 1975]. Ainsi, des cylindres creux et solides, libres ou à bords appuyés sur un tympan, ont été pour la première fois étudiés par la MEF dans [Gladwell 1975]. Une solution faisant intervenir un développement en série du déplacement similaire à [McNiven 1966] pour un cylindre libre à ses extrémités a été développée dans [Hutchinson 1986] et donne des résultats similaires à ceux obtenus dans [Gladwell 1975]. L'étude des cylindres épais au moyen de la MEF permet de modéliser les conditions aux limites avec précision. Les comportements vibratoires en dépendent fortement [Buchanan 2002].

La méthode de Rayleigh-Ritz a été utilisée pour les vibrations des anneaux tridimensionnels de section quelconque dans [Endo 1972]. Ce travail préliminaire a permis d'utiliser cette méthode sur le cas d'une machine électrique en calculant les énergies potentielles et cinétiques dans le noyau statorique mais aussi les dents, enroulements et ailettes de refroidissement [Girgis 1981]. La bonne précision des résultats obtenus a été vérifiée par des mesures expérimentales [Verma 1987][Singal 1987]. En effet, pour un cylindre épais isotrope en acier ($L/R = 0.8$, $R/h = 3$), les fréquences propres calculées par leur modèle sont approchées avec des erreurs entre 0.2 et 3.3% pour les premiers modes circonférentiels et longitudinaux, par rapport à la mesure. Le cas d'un cylindre épais de longueur finie a été étudié avec la méthode de Rayleigh-Ritz dans [Singal 1988] et simplifié en effectuant un changement de repère dans [So 1997].

Les vibrations des structures feuilletées sont particulièrement d'intérêt dans les machines électriques et doivent prendre en compte les effets des contraintes de cisaillement [Leissa 1993]. Si certains auteurs ont étudiés la conséquence de chaque tôle feuilletée, les calculs deviennent vite insurmontables pour un nombre de couche élevé comme pour un noyau statorique. L'effet global du feuilletage de plaques a été étudié dans [Reddy 1984]. Des formulations pour un cylindre épais, feuilleté et à bords appuyés sur un tympan, ont été proposées [Lam 2000]. D'autres conditions aux limites ont été étudiées [Buchanan 2002].

I.5.5 Réponse vibratoire forcée

Les vibrations transmises par le stator à la carcasse sont d'intérêt dans l'étude du bruit rayonné par la machine. De manière à simplifier les calculs, l'effet des vibrations tangentielles de la carcasse est généralement négligé par les modèles analytiques car elles agissent parallèlement à la surface rayonnante, les rendant négligeables par rapport aux vibrations radiales [Zhu 1994]. De plus, le calcul des vibrations peut être rendu indépendant du rayonnement acoustique qui en résulte, en considérant que la carcasse est suffisamment épaisse et que l'amplitude de sa déformation est négligeable devant son rayon. La réponse vibratoire de la structure suite à une excitation forcée peut ainsi s'exprimer en termes de fréquence, d'amplitude des déplacements, U_m , et de vitesse, d'amplitude V_m . En effet, en considérant une déformation sinusoïdale comme pour le calcul des fréquences propres dans la section I.5.4.1, liée à un mode circonférentiel m , l'amplitude de la vitesse de la vibration est donnée selon (I.24).

$$V_m = \omega U_m \quad (I.24)$$

Une déformation dite statique, correspondant au déplacement de la structure à l'état stationnaire, peut être obtenue suite à l'application d'une force. L'équation d'équilibre pour une structure linéaire à partir de l'équation du mouvement (I.15) s'écrit selon (I.25).

$$U_m^{\text{stat}} = \frac{F_m}{K} \quad (\text{I.25})$$

F_m est l'amplitude de l'harmonique de rang égal au mode circonférentiel de la force magnétique. K représente une raideur équivalente pouvant s'exprimer en fonction de la fréquence propre selon (I.17). En notant que la pression électromagnétique est appliquée radialement sur la surface interne du stator, l'amplitude des déplacements statiques correspondant à un mode circonférentiel d'une coque mince cylindrique libre à ses extrémités peut s'exprimer selon (I.26) [Gieras 2006].

$$U_m^{\text{stat}} = \frac{P_m S_{\text{int}}}{M \omega_m^2} \quad (\text{I.26})$$

P_m est l'amplitude de l'harmonique de rang égal au mode circonférentiel de la pression. Cette dernière étant appliquée sur la surface interne du cylindre, notée S_{int} . Le numérateur représente donc la force électromagnétique. Le dénominateur lie la fréquence propre du mode m à la masse M du cylindre.

Certains auteurs ont proposés des expressions de raideur équivalente pour des machines électriques, suivant la théorie des anneaux à laquelle des facteurs de correction peuvent être adjoints [Tímár 1989][Zhu 1993e]. Ces facteurs correctifs prennent en compte des effets de déplacement linéaire et rotatifs, ainsi que la contribution des énergies cinétique et potentielle. Ainsi, pour des modes circonférentiels supérieurs à 2, l'expression (I.27) [Tímár 1989] donne l'amplitude des déplacements statiques.

$$U_{m \geq 2}^{\text{stat}} \propto \frac{P_{m \geq 2}}{h^3 (m^2 - 1)^2} \quad (\text{I.27})$$

Au moyen de ce type d'expression, il est possible de voir que les vibrations d'ordre m élevé sont rapidement amorties par la structure puisqu'elles décroissent avec la puissance quatrième de m . De plus, en général, plus une machine a de pôles, moins l'épaisseur de la culasse, h , est importante. Or, comme constaté dans (I.27), l'amplitude du déplacement statique d'ordre $m \geq 2$ est inversement proportionnelle à h^3 tandis que pour le même type d'expression, l'amplitude liée au mode d'ordre 0 est proportionnelle à h . La baisse de rigidité liée à la diminution de l'épaisseur de la culasse entraîne alors une augmentation de la capacité de la machine à vibrer et à générer du bruit [Wilamowski 2011].

La déformation dite dynamique, soit en fonction de la fréquence de la force magnétique, s'exprime en fonction d'un facteur de grossissement modal h_m comme dans (I.28). Ce facteur de grossissement est lui-même lié au coefficient d'amortissement c comme montré par (I.29).

$$U_m^{\text{dyn}} = h_m U_m^{\text{stat}} \quad (\text{I.28})$$

$$h_m = \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \right]^2 + \left[2c \left(\frac{\omega}{\omega_m} \right)^2 \right]^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{I.29})$$

Le facteur de grossissement dépend de la différence entre la fréquence de la force d'excitation ω et la fréquence naturelle de la machine [Tímár 1989]. Quand cette différence décroît en valeur absolue, le facteur de grossissement augmente. Ce phénomène de résonance est illustré dans la figure I.16, pour différentes valeurs d'amortissement. La principale source d'amortissement est la friction entre les surfaces en contact des enroulements et du noyau magnétique [Verma 1998][Gieras 2006]. De plus, la réduction du poids des structures pour des applications embarquées réduit également l'amortissement [Verma 1998]. Il n'est pas possible d'obtenir sa formulation mathématique exacte. Ainsi, des méthodes expérimentales sont généralement utilisées [Verma 1998]. Une fourchette de valeurs comprises entre 0.01 et 0.04 pour les machines asynchrones peut être utilisée indépendamment du nombre de modes [Tímár 1989], sans précision sur le domaine de validité fréquentiel. Pour des machines électriques de petite et moyenne taille, une expression empirique en fonction de f_m est donnée dans la formule (I.30) [Yang 1981]. Ainsi, ce facteur varie de 0.01 pour 0 Hz à 0.04 pour 6900 Hz.

$$c = \frac{1}{2\pi} (2.76 \times 10^{-5} f_m + 6.2 \times 10^{-2}) \quad (\text{I.30})$$

Un calcul de l'amortissement à partir de l'étude expérimentale d'un stator feuilleté ($L/R = 2.2$, $R/h = 3$) est proposé dans [Verma 1998]. L'amortissement ne correspond pas linéairement aux fréquences propres, mis à part pour les modes purement circonférentiels. Les grandeurs mesurées sont reportées dans la figure I.17 et comparées avec l'expression (I.30). Cette dernière est donc une approximation valable pour ce cas car elle donne des valeurs médianes.

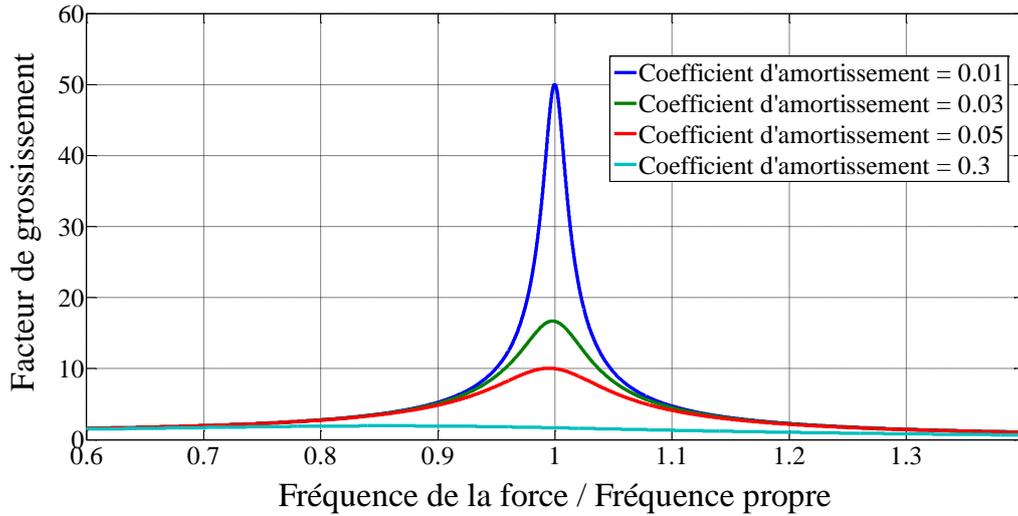


Fig. I.16. Evolution du facteur de grossissement en fonction du rapport de la fréquence de la force sur la fréquence naturelle pour différents coefficients d'amortissement.

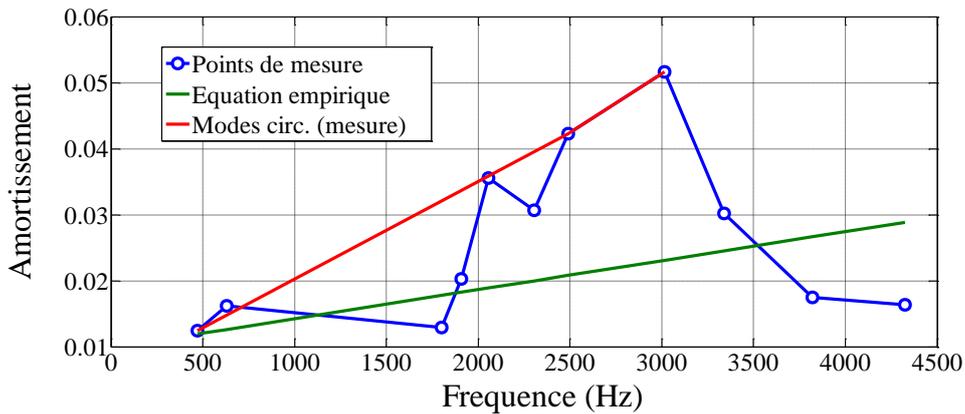


Fig. I.17. Evolution de l'amortissement en fonction de la fréquence par une méthode expérimentale et une loi mathématique.

I.5.6 Rayonnement acoustique

La procédure pour calculer le bruit rayonné est essentiellement la même pour toutes les machines, peu importe leurs conditions de fonctionnement. Il est tout d'abord nécessaire de calculer un facteur de rayonnement. Pour les méthodes analytiques, il existe dans la littérature deux grandes catégories pour calculer la puissance acoustique rayonnée : celles qui se basent sur un modèle sphérique de la machine et celles qui se basent sur un modèle cylindrique. Le modèle sphérique a été suggéré par Carter en 1932 et développé par Jordan en 1949, comme cités par [Zhu 1994], puis dans [Ellison 1969]. Ce modèle n'est applicable qu'aux machines ayant un rapport $L/(2R)$ proche de l'unité. Le modèle cylindrique a été progressivement

développé dans le cadre d'un cylindre infiniment long dans [Alger 1954] puis pour un cylindre de longueur finie contraint par des cylindres de longueur infinie à ses extrémités dans [Erdelyi 1955] puis Ellison et Yang en 1971 comme cités par [Zhu 1994].

L'étude d'un cylindre fini premièrement effectuée dans [Williams 1964], a montré que les modèles des cylindres infinis peuvent surestimer le rayonnement acoustique. Notamment, pour un cylindre aussi long que son diamètre, l'effet des conditions aux limites devient particulièrement important, et l'étude par des modèles de cylindres infinis ou finis terminés par des cylindres infinis n'est plus valide [Wang C 2001]. La figure I.18 illustre cette validité pour le mode $(m, n) = (2, 3)$. Plus le rapport L/R est faible, plus les résultats diffèrent. L'étude d'un cylindre fini et épais d'un point de vue acoustique, pour différentes conditions aux limites, est effectuée dans [Wang C 2000b]. L'effet des conditions aux limites à bords encastrés et appuyés sur un tympan, pour le mode $(m, n) = (2, 2)$ est illustré dans la figure I.19. Le cylindre présente un rapport $L/R = 1.5$. Les facteurs de rayonnement sont particulièrement impactés par les conditions aux limites.

Il est alors possible d'estimer la puissance acoustique au moyen des déplacements et du facteur de rayonnement. La puissance acoustique s'exprime en fonction de l'impédance acoustique caractéristique de l'air, en milieu ouvert. Cette valeur est réelle dans un champ libre comme l'air et vaut le produit de la masse volumique de l'air ρ_0 par la vitesse du son dans l'air c_0 . La puissance acoustique modale sur la surface S_e de la carcasse sans les flasques, s'exprime selon (I.31) [Lesueur 1988]. $\langle v^2 \rangle$ est la valeur moyenne des valeurs efficaces de la vitesse de la vibration.

$$W_{mn} = \rho_0 c_0 \sigma_{mn} \langle v^2 \rangle S_e \quad (\text{I.31})$$

En supposant que la vitesse dans l'air au plus près de la surface de la carcasse est égale à la vitesse de la vibration radiale de celle-ci, la puissance acoustique s'écrit selon (I.32) [Zhu 1994], en utilisant la formule (I.24).

$$W_{mn} = \rho_0 c_0 \sigma_{mn} \omega^2 U_m^{\text{dyn}^2} S_e \quad (\text{I.32})$$

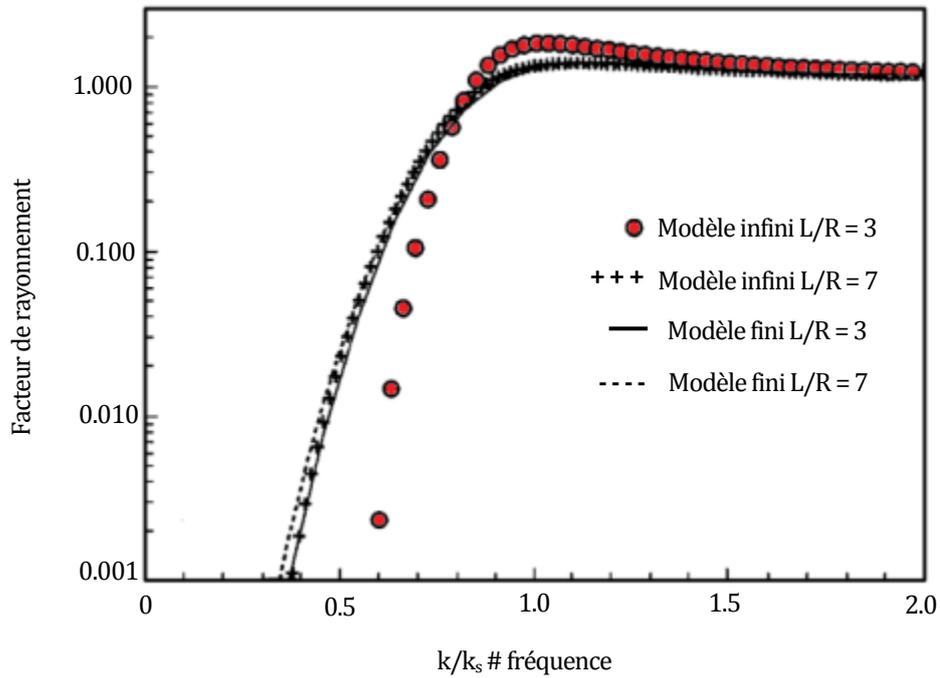


Fig. I.18. Comparaison des facteurs de rayonnement pour des modèles finis et infinis pour le mode $(m, n) = (2, 3)$.

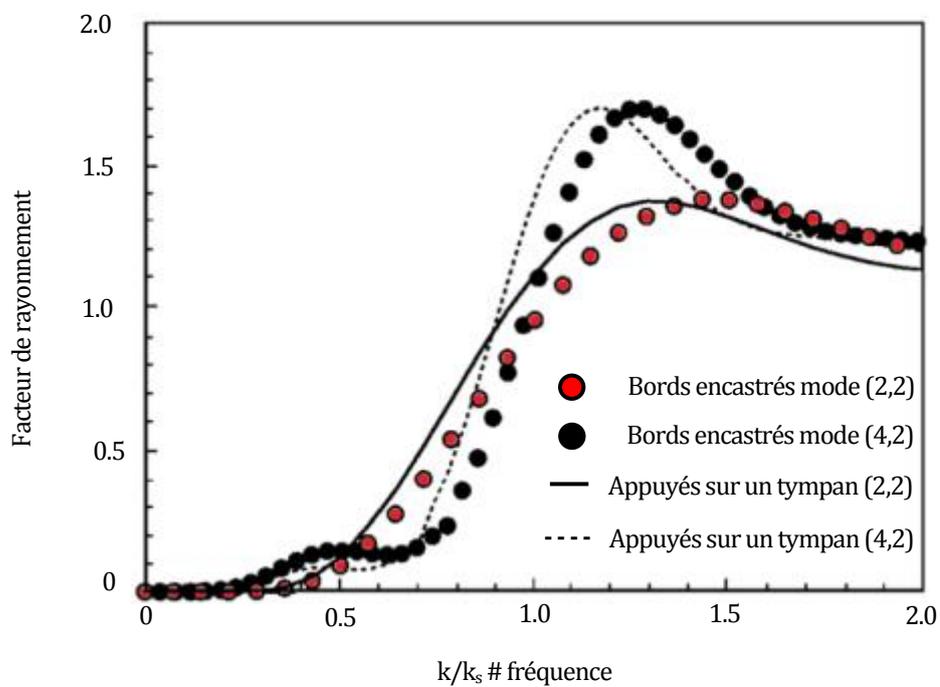


Fig. I.19. Comparaison des facteurs de rayonnement pour différentes conditions aux limites.

I.5.7 Problématiques de la modélisation

I.5.7.1 Epaisseur du stator

Au regard des théories des fréquences propres présentées dans la section I.5.4, l'utilisation de la théorie des coques minces cylindriques n'est pas conseillé lorsque le rapport h/R est supérieur à 0.2 [Verma 1989]. En outre, l'épaisseur influence les fréquences propres. En effet, plus l'épaisseur d'un cylindre est importante, plus les fréquences propres associées aux modes purement circonférentiels augmentent [Long 2001]. De plus, comme le montre la figure I.20(a) pour un cylindre court ($L/R = 1$), l'influence est d'autant plus significative que le nombre de mode est faible (mais supérieur à 2). Effectivement, pour une augmentation de l'épaisseur de 50%, les fréquences propres des modes 2, 3 et 4 augmentent respectivement de 35%, 31% et 28%. Seul le mode de respiration diminue avec l'épaisseur. Toutefois, l'étude présentée dans [Wang H 1996] pour un cylindre plus long ($L/R = 4.57$) ainsi que l'étude d'un anneau plus court ($L/R = 0.08$) présentée dans [Singal 1991] montrent que toutes les fréquences augmentent avec l'augmentation de l'épaisseur comme le montre la figure I.20(b).

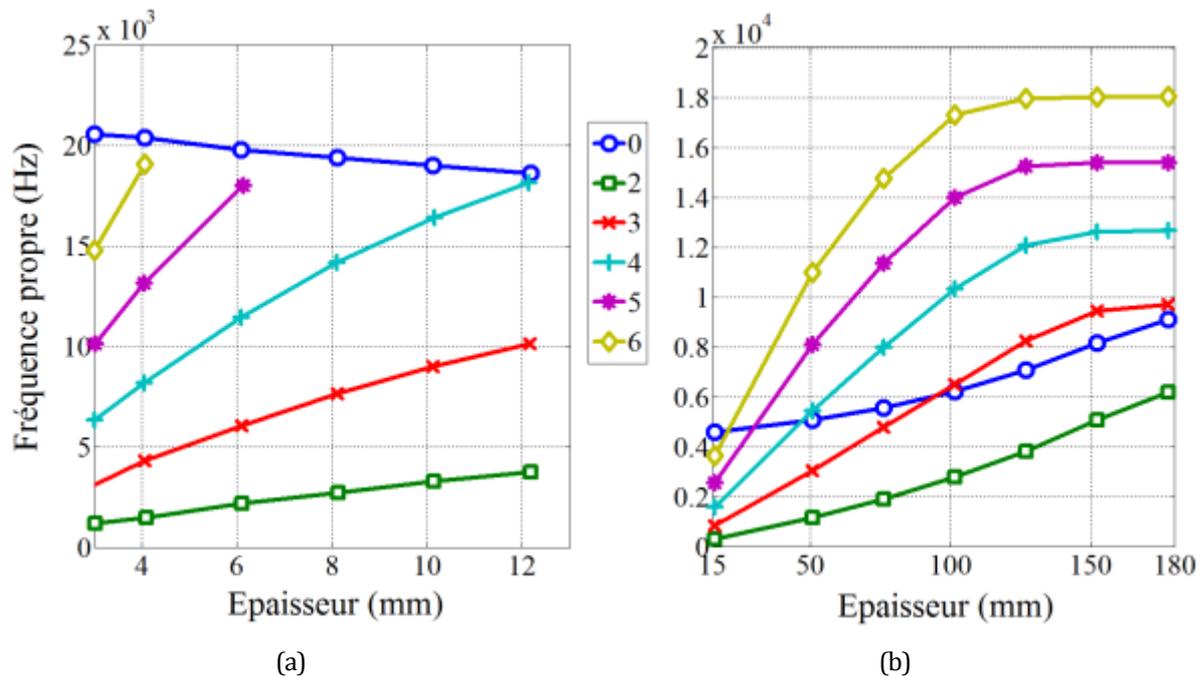


Fig. I.20. Influence de l'épaisseur sur les fréquences propres associées aux modes circonférentiels pour :
(a) un cylindre [Long 2001] (b) un anneau [Singal 1991].

I.5.7.2 Longueur du stator

La longueur d'un cylindre a très peu d'influence sur les modes purement circonférentiels d'un cylindre solide (non feuilleté) [Long 2001]. Un tel cylindre ayant un rapport $h/R = 0.5$ est étudié expérimentalement dans [Singal 1988]. Les valeurs des fréquences propres pour différentes longueurs du cylindre sont présentées dans la figure I.21. Les modes purement circonférentiels supérieurs ou égaux à deux sont indépendants de la longueur. Toutefois, les modes purement circonférentiels égaux à 0 ou 1, ce dernier n'étant pas présenté, sont dépendants de la longueur. Tous les autres modes sont dépendants de la longueur du cylindre. Ces résultats sont confirmés, également de manière expérimentale, dans [Wang H 1996].

I.5.7.3 Dents, fond d'encoche et cales d'encoches

S'il est évident que le comportement vibratoire d'un cylindre est modifié suivant la présence ou non de dents, certains auteurs les négligent pour grandement simplifier les calculs tout en conservant une marge d'erreur correcte. Ainsi, pour le stator présenté dans [Wang C 1999], deux modèles sans et avec dents sont étudiés et les fréquences propres sont égales à 5% près. Dans ce cas, la prise en compte des dents peut être négligée dans un modèle élément finis, réduisant le nombre d'éléments de moitié, surtout en présence d'isthmes et de fond d'encoches semi-circulaires. Ce type de fond d'encoche résulte en une augmentation de la raideur des dents, conduisant à une légère augmentation des fréquences propres, bénéfique d'un point de vue vibro-acoustique [Long 2001]. Généralement, les dents peuvent être négligées pour de faible ordres de modes de vibration et pour des culasses statoriques épaisses [Wang C 2002b]. Toutefois, cette hypothèse dépend de l'équilibre entre masses et raideurs sur les fréquences propres [Wang C 1999].

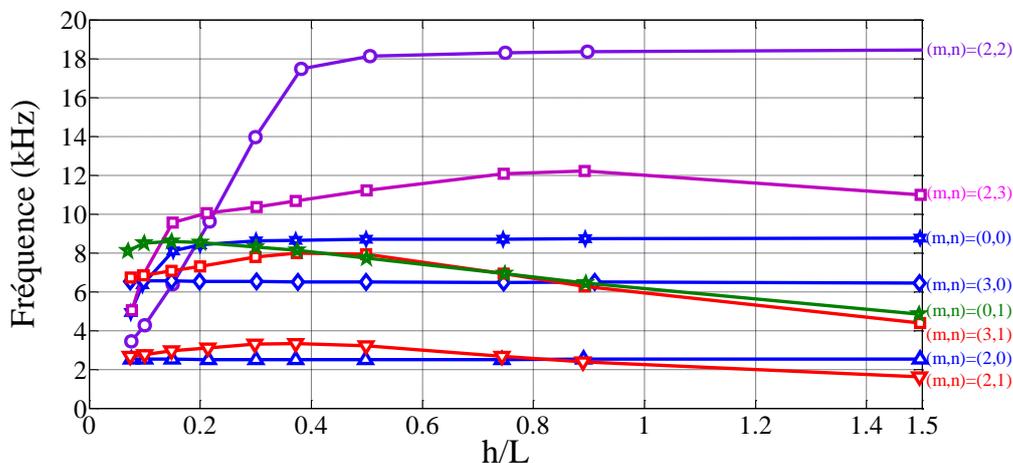


Fig. I.21. Influence de la longueur sur les fréquences propres.

L'influence des dents est particulièrement significative pour les hautes fréquences de résonance. Les valeurs de ces fréquences sont réduites en présence de dents car les vibrations du noyau produisent des vibrations latérales (dans la direction circonférentielle) des dents [Verma 1989]. A haute fréquence, la longueur d'onde associée aux modes peut être du même ordre que la taille de la dent. La présence de dents est donc un désavantage en termes de bruit et de vibrations du fait de l'introduction de nouveaux modes de résonance dans les fréquences audibles [Girgis 1979].

Les cales d'encoches sont logées dans l'isthme et réduisent de ce fait les déplacements latéraux des dents [Watanabe 1983]. Plus le nombre de mode est élevé, plus elles apportent de la raideur à la machine, ce qui conduit à une augmentation des fréquences propres, bénéfique d'un point de vue vibratoire. Pour les faibles nombre de modes, leur effet est compensé par la masse additionnelle qu'elles ajoutent [Girgis 1979].

I.5.7.4 Enroulements et têtes de bobines

La modélisation des enroulements de machines à réluctance variable d'un point de vue vibro-acoustique est présentée en détail dans [Long 2001]. Bien que les encoches sont particulièrement larges, simplement rectangulaires et en faible nombre dans ce type de stator, les résultats permettent de tirer des conclusions sur la modélisation correcte des bobines d'une machine quelconque, quand il n'est pas possible de réaliser des mesures expérimentales. Les premières fréquences obtenues par les modèles éléments finis et des résultats expérimentaux sont comparés dans le tableau I.2. Lorsque seule la raideur des têtes de bobine est négligée

TABLEAU I.2
Fréquences propres suivant la modélisation des enroulements

	Modes circonférentiels	2	3	4
Fréquences propres (Hz)	Mesure	2344	5544	10600
	MEF 1	2357	5346	10464
	Stator complètement bobiné, avec têtes de bobines	+0.5%	-3.6%	-1.3%
	MEF 2	2234	5055	9590
	Raideur des têtes de bobines négligée, leur masse est distribuée sur le noyau	-4.7%	-8.8%	-9.5%
	MEF 3	2376	5478	10469
	Raideur et masse des têtes de bobines négligées	+1.4%	-1.2%	-1.2%
	MEF 4	1871	4411	8916
Bobines enlevées et leur masse est distribuée sur le noyau	-20%	-20%	-16%	
MEF 5	1800	4080	8087	
Bobines considérées comme une masse additionnelle des dents	-23%	-26%	-24%	
MEF 6	2272	5356	10825	
Raideur et masse des têtes de bobine complètement négligées	-3.1%	-3.4%	-2.1%	

(MEF 2), les fréquences propres sont plus faibles que dans le cas où tout est modélisé (MEF 1). Toutefois, si la masse est également négligée (MEF 3), les fréquences propres sont presque égales à celles du modèle MEF 1. Ainsi, la raideur des têtes de bobine contribue à la raideur totale du stator mais cette raideur est compensée par la masse des têtes de bobine [Girgis 1979]. De plus, la raideur des bobines dans l'encoche a une grande influence sur les fréquences propres du noyau et ces bobines ne peuvent pas être traitées comme une masse distribuée (MEF 4) ni comme des masses additionnelles (MEF 5). Pourtant, ce type de modèle a été utilisé dans les équations analytiques de Frohne retrouvées dans [Tímár 1989] ou les approches énergétiques [Ellison 1971]. Toutefois, la combinaison des dents et d'encoches en tant que masse additionnelle totale peut être valable et résulte en une diminution des fréquences propres par rapport à un cylindre lisse d'épaisseur égale à celle du noyau. Cette diminution dans le cas d'un stator présenté dans [Girgis 1979] est de l'ordre de 20% pour tous les modes. Si les bobines sont complètement négligées (MEF 6), les mêmes résultats sont obtenus par rapport au modèle complet (MEF 1). Ainsi, l'effet global de la raideur des bobines sur les fréquences propres est compensé par leur masse dans ce cas [Long 2001].

Similairement à l'influence des cales d'encoches, les enroulements restreignent les déplacements latéraux des dents [Williams 1989]. De ce fait, l'ajout des enroulements dans les encoches par rapport à un stator à encoches vides, entraîne une augmentation de la raideur et ainsi une augmentation appréciable des fréquences propres pour des modes circonférentiels supérieurs à 2 dans un cas présenté dans [Girgis 1979] et pour les modes supérieurs à 4 dans un cas présenté dans [Singal 1992]. Toutefois, dans le cas présenté dans [Watanabe 1983], l'ajout d'enroulements dans un stator à encoches vides implique une diminution automatique des fréquences propres associée à tous les modes. Il n'est donc pas possible d'émettre une conclusion générale pour toute machine.

Pour toutes les fréquences propres, l'amplitude des vibrations est atténuée en présence d'enroulements [Watanabe 1983][Singal 1992]. Or, de manière industrielle, les enroulements insérés dans les encoches subissent des traitements. Mise à part l'agglomération, les traitements des bobines comme l'imprégnation et la cuisson réduisent l'amortissement du stator. Ainsi, les amplitudes des vibrations à la fréquence de résonance sont plus larges une fois l'imprégnation réalisée que sans [Watanabe 1983][Singal 1992]. C'est un désavantage d'un point de vue de la suppression du bruit mais un avantage sur le fait que l'imprégnation élimine beaucoup de fréquences de résonances parasites indésirables au stator, produisant un spectre plus propre [Singal 1992]. Dans tous ces modèles, l'isolation des conducteurs peut être prise en compte par

la modification du module d'élasticité de Young associé à cette partie qui est considérée isotrope [Gieras 2006].

I.5.7.5 Carcasse et support

La construction des carcasses ayant évolué depuis l'introduction des machines électriques, les considérations de certains auteurs à leur propos doivent être remises dans leur contexte. Ainsi, par exemple le couplage des carcasses présenté dans [Erdelyi 1955] ou [Ellison 1971] ne sont plus exploitables. Les carcasses peuvent être réalisées en métal coulé pour les petites machines alors qu'elles sont le plus souvent mécanosoudées au-delà de quelques centaines de kilowatts [Brutsaert 2006]. Dans le cas où la carcasse est faiblement couplée mécaniquement au stator, soit quand elle enveloppe simplement le stator, comme dans [Girgis 1979], elle a très peu d'influence sur la valeur des fréquences propres [Williams 1989][Singal 1992]. Généralement, la plupart des moteurs de petite taille possèdent un stator enveloppé par la carcasse où le noyau est simplement pressé contre la carcasse [Zhu 1993e]. Dans le cas des machines de taille importante, l'amplitude des vibrations en présence de la carcasse sont plus petites que celles de la machine sans carcasse [Singal 1992]. Un cas où la carcasse peut être négligée est présenté dans [Girgis 1979], pour une machine où la masse de la carcasse en aluminium comptait pour 7% de la masse totale du stator, son module de Young inférieur à celui du stator et la longueur axiale presque égale à celle du stator. Or, dans le cas où la carcasse est en acier, qui possède un module de Young légèrement supérieur à celui des tôles statoriques et une masse plus importante, en plus d'avoir une longueur axiale deux fois plus grande, comme dans le cas de [Wang C 1999] la carcasse doit être prise en compte. Il arrive de ce fait que, même pour les petites machines, la carcasse et le stator aient des dimensions résolument différentes, ce qui implique un comportement vibratoire significativement modifié par la carcasse [Wang C 1999].

Plus précisément, plus la carcasse est longue par rapport au stator, plus les fréquences naturelles de la structure complète diminuent [Zhu 1993e]. L'amplitude de ces résultats est présentée dans le tableau I.3. En présence d'une carcasse, seule la fréquence propre du mode 0 est réduite, tandis que les autres sont augmentées. Ainsi, pour les modes $m \geq 2$, la petite augmentation de la raideur en flexion a plus que compensé la masse additionnelle due à la carcasse. Pour les modes 0 et 1, comme mesuré dans [Girgis 1979], la faible augmentation de raideur en étirement ne compense pas la masse additionnelle due à la carcasse.

Une carcasse n'est pas nécessairement lisse et peut présenter des ailettes de refroidissement ainsi qu'un bornier. Les fréquences propres d'une machine à reluctance

TABLEAU I.3

Evolution des fréquences propres (Hz) suivant la longueur de la carcasse

Mode circonférentiel	0	2	3	4
Pas de carcasse	17581	2301	6353	11800
$L_{\text{carcasse}} = L_{\text{culasse}}$	16770	3202	8624	15568
$L_{\text{carcasse}} = 1.5L_{\text{culasse}}$	15989	2951	7873	14073
$L_{\text{carcasse}} = 3L_{\text{culasse}}$	15392	2746	7281	12936

variable possédant ce type de carcasse sont mesurées et comparées à des modèles éléments finis dans [Cai 2001]. Ne pas prendre en compte le bornier dans la modélisation par la MEF modifie la valeur de la fréquence propre correspondant au mode circonférentiel d'ordre 2 de 0.6%, ce qui est négligeable. De surcroît, ne pas modéliser les ailettes de refroidissement induit une erreur de 5%, ce qui peut être acceptable. Toutefois, ces ailettes induisent de nouveaux modes de vibration. Des supports des roulements sont présents à chaque extrémité de la carcasse et leur forme peut être complexe. Toutefois, ce ne sont pas leurs vibrations qui sont d'importance mais leur influence sur les vibrations du cylindre de la carcasse. Ainsi, ils peuvent être modélisés comme de simples plaques cylindriques attachées à la carcasse, possédant la même masse [Wang C 1999].

I.5.7.6 Conduits de refroidissement

Dans de nombreuses machines, un système de ventilation ou de refroidissement liquide est présent. Des canaux pour la ventilation par air peuvent être ainsi installés sur la surface externe du stator tandis que des circuits d'eau peuvent être usinés sur la surface externe de la carcasse [Aït-Hammouda 2005]. Ces modifications par rapport aux formes cylindriques de base modifient le comportement vibro-acoustique de la structure car elles changent sa masse et sa raideur [Wang C 1999]. Le refroidissement et l'assemblage de la carcasse au stator varient d'une machine à une autre. En effet, les tôles statoriques peuvent être directement liées à la carcasse en considérant qu'elles sont en simple contact [Gieras 2006]. Dans le cas où des entailles sont faites au stator, une perte de symétrie peut apparaître si elles ne sont pas placées à intervalle régulier autour du stator. Cela implique une différence entre les modes de vibrations symétriques et antisymétriques.

Les modes circonférentiels de vibrations symétriques et antisymétriques d'un cylindre parfait doivent être égaux. Or, en général, les asymétries géométriques mais également celles

dues aux matériaux ou au maillage générés automatiquement de la MEF, en sus des erreurs numériques d'arrondis dans les données éléments finis, peuvent induire deux fréquences naturelles légèrement différentes pour chaque mode propre [Long 2001]. A titre d'exemple, la figure I.22 présente une dent statorique d'une machine à réluctance variable se déplaçant dans une direction purement latérale pour le mode antisymétrique et purement radiale pour le mode symétrique. Une seule entaille peut réduire le mode antisymétrique de 4% par rapport au mode symétrique [Long 2001].

I.5.7.7 Rotor

Les modèles vibro-acoustiques sont réalisés en majeure partie en ne modélisant pas le rotor. En effet, bien que l'entrefer soit aussi en contact avec le rotor, ce dernier est moins soumis aux ondes de force magnétiques du fait de sa forme. La surface de rayonnement du son du rotor est plus petite que celle du stator. Le rotor peut donc le plus souvent ne pas être considéré comme source de bruits d'origine magnétique [Delcambre 1985]. Il a été mesuré que la contribution du rotor n'est quantifiable que pour les fréquences inférieures à 500 Hz [Wang C 2002a]. De plus, le rotor est relié à la carcasse par les flasques et devrait introduire de nouveaux modes de vibrations. Or, tout changement dans les conditions aux limites d'une enveloppe cylindrique, par exemple, le moteur avec ou sans le rotor, n'influe pas beaucoup le comportement vibratoire de l'enveloppe à haute fréquence. De ce fait, si seuls les modes de la machine dus à la carcasse et au stator sont d'intérêt, les tests expérimentaux peuvent être également effectués sans rotor [Wang C 1999].

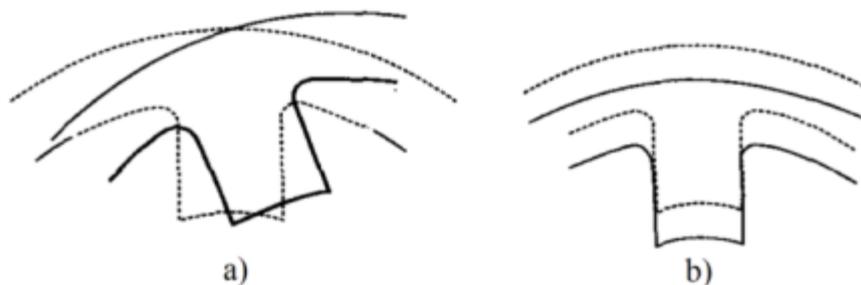


Fig. I.22. Modes de vibration (a) asymétriques et (b) symétriques.

I.5.7.8 Température

La température du stator a une influence sur les fréquences naturelles. En effet, ces dernières décroissent avec l'augmentation de la température et pour les modes circonférentiels, une différence de 0% à 8% a pu être observée entre les fréquences mesurée à température ambiante et celles à une température de fonctionnement de 100°C [Watanabe 1983]. Une étude sur un alternateur à griffe montre une diminution des fréquences propres allant jusqu'à 20% [Tan-Kim 2014]. Ce déplacement est illustré sur la figure I.23 représentant le rapport entre accélération mesurée et force de l'impact. De plus, l'amplitude des vibrations à ces modes est amortie avec l'augmentation de la température. Cette influence est difficile à modéliser et à quantifier car elle impacte les isolants des conducteurs et les autres matériaux. D'ordre général, pour les métaux, le module d'élasticité de Young diminue avec la température alors que le coefficient de Poisson augmente. Le module de Young des bobines dans l'encoche a été mesuré ne valant que 30%, à 100°C, de celui mesuré à 20°C [Tan-Kim 2014]. Ainsi, le bruit rayonné est diminué avec la température.

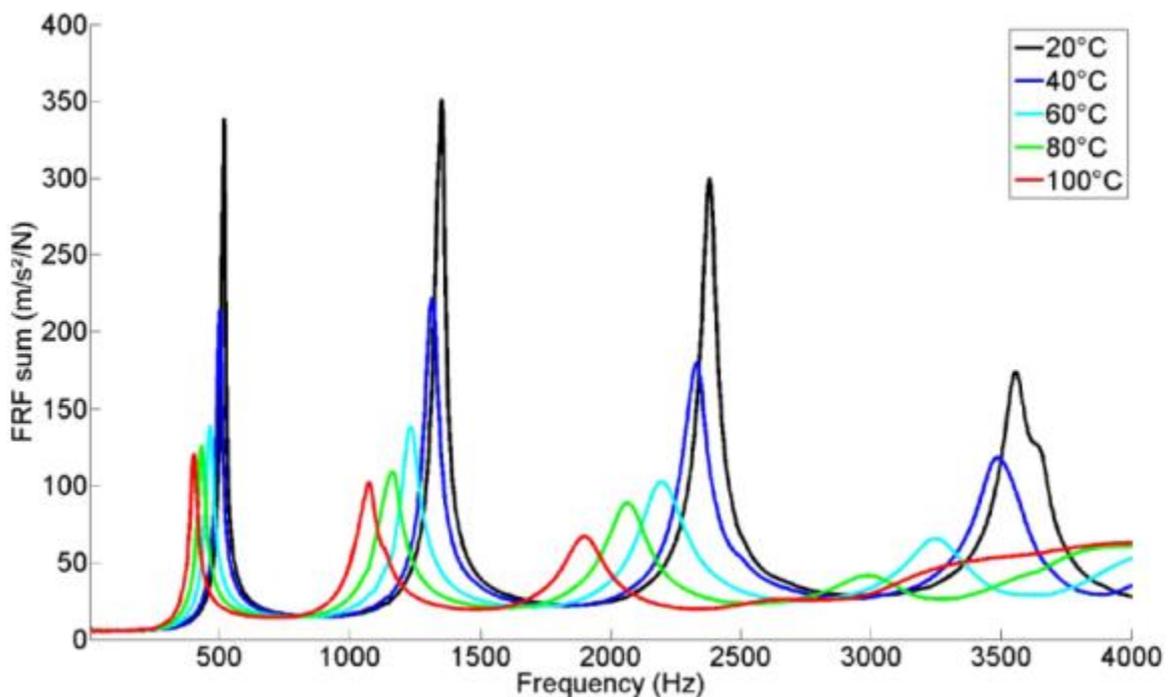


Fig. I.23. Rapport accélération sur force de l'impact en fonction de la température.

I.5.7.9 Feuilletage de la culasse statorique

Un stator est feuilleté de manière à se garder des pertes par courants de Foucault [Wang H 1997]. L'axe de rotation des machines électriques est toujours normal au plan du feuilletage du paquet de tôles [Garvey 1989]. Les vibrations mécaniques peuvent être considérées comme une fluctuation entre l'énergie potentielle élastique et l'énergie cinétique dans une structure comme montré par les méthodes énergétiques, présentées en I.5.4.1. Une élasticité continue est une condition nécessaire à cette fluctuation d'énergie. Pour un stator, le feuilletage coupe la connexion élastique entre chaque tôle et rend impossible le transfert des forces élastiques entre elles [Wang H 1997]. Le comportement vibratoire de la culasse est donc particulièrement influencé par les paramètres élastiques du paquet de tôles laminées [Garvey 2004]. De plus, quand plusieurs tôles sont pressées par serrage pour former un seul cylindre feuilleté, les conditions aux limites de chaque tôle ne sont plus les mêmes que celles d'une seule tôle isolée à bords appuyés sur un tympan [Wang H 1997].

Le feuilletage de la culasse réduit la résistance de son pendant solide. Le paquet de tôle feuilleté est alors significativement moins raide et donc plus flexible [Garvey 1989]. Les amplitudes des vibrations d'un stator feuilleté sont donc plus amorties [Balan 1997] et particulièrement pour les faibles nombres de modes [Girgis 1979]. Pour illustration, la mesure de l'amplitude des vibrations du mode purement circonférentiel d'ordre 3 pour un stator feuilleté et un stator solide et homogène est présentée dans la figure I.24. L'amplitude des vibrations est bien réduite dans le cas feuilleté. Sur une bande de fréquence, le spectre vibratoire d'une machine asynchrone est tracé dans la figure I.25 et montre, à partir de modes numérotés de 1 à 11 que l'amplitude des vibrations est réduite mais aussi que les fréquences de ces modes sont également réduites. Cette réduction des fréquences n'apparaissait pas dans le cas de la figure précédente [Girgis 1979] mais si elle existe [Singal 1989][Williams 1989][Verma 1998], d'autres modes peuvent être excités sur la bande des fréquences audibles. De plus, du fait de l'amortissement, les modes longitudinaux ne présentent pas de pics bien distincts sur le spectre vibratoire contrairement à une machine solide et homogène [Singal 1989][Long 2001]. Ce qui amène certains auteurs à conclure qu'un noyau feuilleté supprime les modes longitudinaux égaux à 1 [Williams 1989][Long 2001]. Puisque les coefficients d'amortissement obtenus pour les stators homogènes décroissent avec l'augmentation de la fréquence, cela montre la prédominance d'un amortissement due à la friction [Balan 1997]. Il a été observé dans le cas d'un stator feuilleté avec des enroulements que les coefficients d'amortissement ne présentent pas de relation directe avec les fréquences de résonance. Ceci suggère la présence

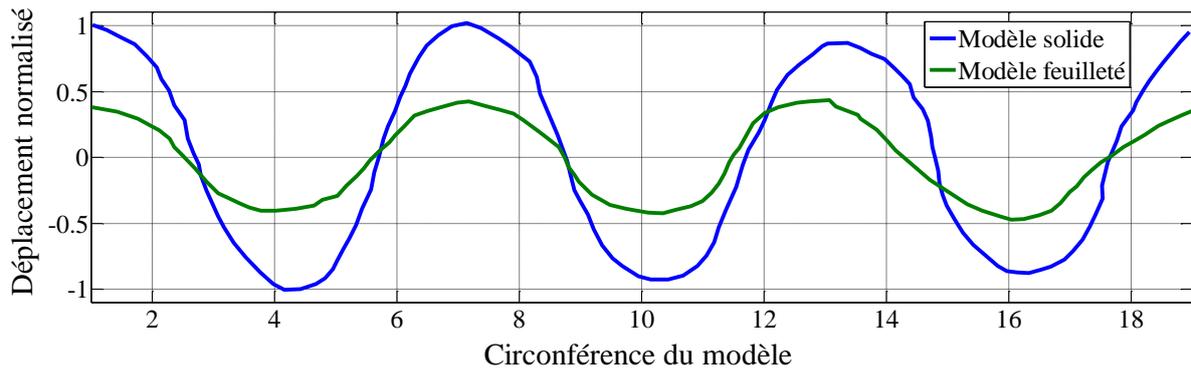


Fig. I.24. Influence du feuilletage sur l'amplitude des vibrations associé au mode circonférentiel d'ordre 3.

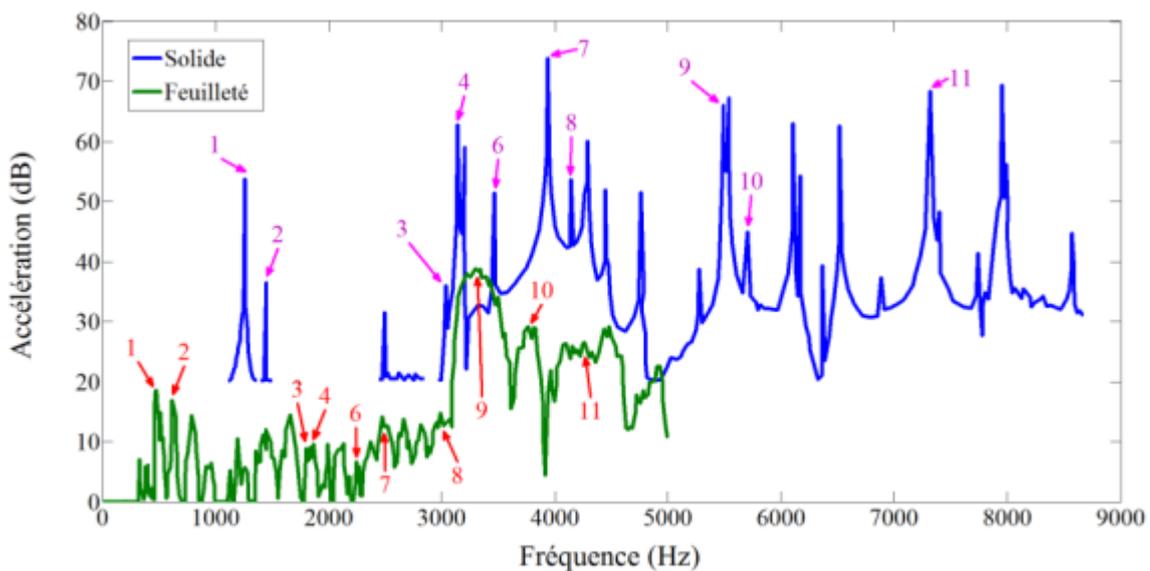


Fig. I.25. Influence du feuilletage sur l'amplitude des vibrations sur une bande de fréquence.

d'effets d'amortissement non-linéaire qui sont normalement présent dans les structures composites construites de plusieurs matériaux différents. Les valeurs des coefficients d'amortissement pour ce modèle sont approximativement 10 à 100 fois plus grandes que celles obtenues pour une culasse statorique solide et homogène [Balan 1997]. La réduction de l'amplitude de la réponse vibratoire dépend du nombre et de l'épaisseur des tôles feuilletées ainsi que du type de mode [Wang H 1997].

L'anisotropie des tôles feuilletées, soit le fait que ses propriétés dépendent de la direction, est généralement considérée comme une orthotropie [Wang C 1999], et donc que les propriétés du matériau suivent deux composantes principales perpendiculaires. En élasticité linéaire, le tenseur des contraintes est relié au tenseur des déformations par le tenseur de raideur élastique. C'est ce qui est généralement représentée par la loi de Hooke avec des tenseurs de

contrainte et de déformation de dimensions 6×1 et donc un tenseur de raideur élastique de dimensions 6×6 soit 36 paramètres. Ce tenseur de raideur contient dans le cas isotrope seulement 2 paramètres indépendants sur les 36. Ce sont le module de Young et le coefficient de Poisson de toute la structure. Or, dans le cas anisotrope, le module de Young et le coefficient de Poisson dépendent de la direction et il en résulte 21 paramètres indépendants. Dans le cas d'orthotropie, 9 paramètres indépendants sont à déterminer. En notant E le module de Young, G le module de cisaillement et ν le coefficient de Poisson, ces paramètres sont dans le repère $\{x, y, z\}$ (où z est l'axe de rotation) : $E_x, E_y, E_z, G_{xy}, G_{xz}, G_{yz}, \nu_{xy}, \nu_{xz}$ et ν_{yz} . Ces paramètres dépendent entièrement de la machine considérée car les matériaux et les longueurs diffèrent suivant les constructeurs. Ainsi, chaque auteur propose ses valeurs expérimentales qui servent de données aux modèles utilisant la MEF. L'acier utilisé dans la construction électrique permet de réduire au minimum les pertes d'énergie et d'augmenter le flux magnétique. Pour une seule tôle feuilletée les valeurs du module de Young dans le plan $\{x, y\}$ peuvent varier de 175 GPa à 220 GPa [Surahammars 2014].

Pour une culasse statorique feuilletée en acier électrique considérée comme orthotrope, le rapport de compression sur la déformation dans la direction longitudinale, E_z , et les rapports de contraintes de cisaillement dans les plans $\{x, z\}$ et $\{y, z\}$ sur la déformation dans ces plans, G_{xz} et G_{yz} , sont bien plus faibles que les modules équivalents des matériaux solides et homogènes. Ainsi, E_z, G_{xz} et G_{yz} ne dépassent pas 2% des valeurs du cas isotrope. Toutefois, les valeurs des facteurs d'amortissement associés aux déformations normales et de cisaillements sont généralement de l'ordre de 1.5% à 10%, soit significativement plus grandes que celles d'un acier isotrope [Garvey 1989].

Concernant le module de Young, que ce soit dans le plan $\{x, y\}$ ou dans la direction axiale, les valeurs diffèrent d'un auteur à un autre car elles sont expérimentales et correspondent à une machine particulière. Pour $E_x = E_y = 136$ GPa, E_z a été déterminé à 2.7 GPa, soit 2% de la valeur dans le plan radial [Wang C 1999]. Ces résultats dépendent de l'épaisseur des tôles et par exemple, pour une épaisseur de 0.65 mm, E_z a été évalué à 0.8 GPa pour une valeur plus fréquemment utilisée de $E_x = E_y = 200$ GPa, soit une diminution de 0.4% au lieu de 2% [Garvey 1989]. De plus, les modules dépendent des pressions de serrage et des traitements de la surface de chaque tôle. Ainsi, Delves, cité par [Garvey 2004], donne un module de Young dans la direction axiale de 1.8 GPa, soit 0.9% de la valeur dans le plan radial. Pour $E_x = E_y = 205$ GPa, $E_z = 1.5$ GPa, soit 0.7% [Bouzek 2013]. Ainsi, le module de Young dans la direction axiale est de l'ordre de 0.4% à 2% de celui trouvé dans la direction radiale. Cette étendue est présentée

dans la figure I.26(a) dans le cas de tôles de 0.65 mm d'épaisseur où est tracé le pourcentage de réduction des modules de Young longitudinaux dans le cas des tôles feuilletées naturelles ou vernies par rapport à un équivalent solide et homogène [Garvey 1989].

Concernant le module de cisaillement, sa valeur pour un matériau acier isotrope est de l'ordre de 80 GPa car $G = E/2(1 + \nu)$ [Borisavljević 2013]. Pour un matériau laminé, sa valeur est un peu plus faible dans le plan radial $\{x, y\}$ où il vaut 79.3 GPa dans [Garvey 1989], 55 GPa dans [Long 2001] et 25 GPa dans [Bouzek 2013]. Dans les plans $\{x, z\}$ et $\{y, z\}$, les modules de cisaillement sont également réduits et ne dépassent pas 2% des valeurs précédentes de G_{xy} . La figure I.26(b) présente ce pourcentage de réduction du module de cisaillement dans le cas des tôles feuilletées naturelles ou vernies par rapport à un équivalent solide et homogène [Garvey 1989]. Une valeur du pourcentage de 0.4% est utilisé dans [Garvey 2004], et [Bouzek 2013] utilise une valeur de 6% par rapport à l'équivalent solide.

Dans le cas d'un matériau orthotrope, le coefficient de Poisson est directionnel et varie avec l'orientation de chaque tôle. Il est de plus sensiblement plus élevé que son équivalent solide [Niu 2010]. Les coefficients de Poisson dans les plans $\{x, z\}$ et $\{y, z\}$ sont également impactés par le feuilletage des tôles. En reprenant la loi de Hooke précédemment décrite, la matrice de raideur élastique, qui est symétrique, doit être définie positive pour que la fonction de densité de l'énergie de déformation soit également positive [Ting 2005]. Or, le critère de Sylvester stipule que pour qu'une matrice réelle symétrique soit définie positive, il faut et suffit que les n (n étant la taille de la matrice) mineurs principaux dominants soient strictement

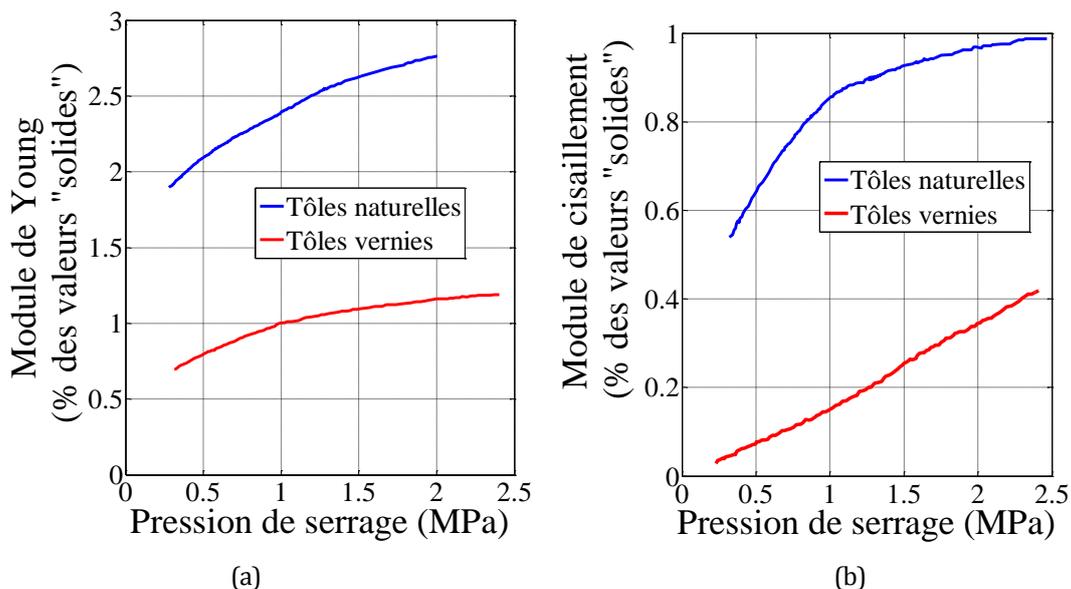


Fig. I.26. Pourcentage de réduction des modules de (a) Young longitudinaux et de (b) cisaillement dans les plans $\{x, z\}$ et $\{y, z\}$ dans le cas des tôles feuilletées naturelles ou vernies par rapport à un équivalent solide et homogène.

positifs [Reinhardt 1997]. Les mineurs sont les déterminants de ses sous-matrices carrées. Le troisième de ces mineurs, qui vérifie cette inégalité, peut se simplifier selon (I.33) dans le cas orthotrope.

$$1 > \nu_{xy}^2 \frac{E_y}{E_x} + \nu_{yz}^2 \frac{E_z}{E_y} + \nu_{xz}^2 \frac{E_x}{E_z} + 2\nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{xz} \frac{E_z}{E_x} \quad (\text{I.33})$$

Dans le cas des machines électriques, $E_y = E_x$ et E_z vaut au maximum 2% de E_x . Ainsi, les coefficients de Poisson dans le plan $\{x, z\}$ et $\{y, z\}$ peuvent valoir jusqu'à 4 en fixant $\nu_{xy} = 0.3$. Dans [Long 2001][Tang 2004][Gieras 2006] et al., les coefficients de Poisson valent 0.3 dans toutes les directions tandis que dans [Bouzek 2013], $\nu_{xz} = \nu_{yz} = 0.03$. Toutefois, le coefficient de Poisson a peu d'effet sur les fréquences propres [Tang 2004] et ainsi, pour les coefficients de Poisson majeurs, une valeur de 0.3 dans toutes les directions sera considérée. La différence entre coefficients majeurs et mineurs est exprimée selon (I.34) pour un cas orthotrope [Ting 2005]. ν_{ij} correspond à la contraction dans la direction j quand une extension est appliquée à la direction i . Ainsi, le coefficient mineur peut être au minimum $1/(2\%) = 50$ fois plus faible que le coefficient majeur.

$$\nu_{ij} = \nu_{ji} \frac{E_j}{E_i} \quad (\text{I.34})$$

De ces remarques, il est évident que le comportement vibratoire d'un stator feuilleté est différent de celui d'un stator fait d'un seul cylindre épais homogène [Wang H 1997]. Puisque l'amplitude des vibrations est amortie grâce au feuilletage, l'utilisation du feuilletage est un avantage d'un point de vue vibro-acoustique des machines électriques [Girgis 1979]. Toutefois, puisque chaque machine possède ses propres particularités physiques, les modèles utilisant la MEF ne peuvent rendre compte précisément du comportement vibratoire de la machine sans avoir recours à une méthode permettant de mettre à jour les constantes d'orthotropie déterminée précédemment. Ces méthodes de corrélations modales peuvent être basées sur des vecteurs comme la MAC (*Modal Assurance Criteria*) [Gieras 2006], la POC (*Pseudo Orthogonality Check*) et la RVAC (*Response Function Assurance Criteria*) ou sur les degrés de liberté comme la CoMAC (*Coordinate Modal Assurance Criteria*) et la FRAC (*Frequency Response Assurance Criteria*) [Avitabile 1999].

I.6 CONCLUSION

Cet état de l'art sur l'étude du bruit et des vibrations d'origines électromagnétiques des machines électriques, et particulièrement à aimants permanents, a permis de poser la

problématique de la thèse. Il a de plus permis de déterminer les axes de modélisation des trois grandes disciplines impliquées que sont l'électromagnétisme, la mécanique vibratoire et l'acoustique. Le bruit d'origine magnétique nécessite le calcul local des efforts magnétiques à la surface interne du stator au moyen de formulations faisant appel à la distribution de l'induction dans l'entrefer. Le choix des méthodes analytiques ou semi-analytiques présentées dépend essentiellement du degré de précision et du temps de calcul souhaité. La modélisation analytique vibro-acoustique fait appel à des modèles généralement homogènes et facilement identifiables comme des anneaux, des cylindres ou des sphères. Toutefois, une machine est un assemblage complexe d'éléments géométriquement et physiquement différents rendant difficile également la modélisation par éléments finis. Les étapes nécessitant un effort de modélisation important ont été identifiées et discutées en termes d'intérêt. A savoir, la géométrie exacte de la machine, son rotor, l'influence de la température et le feuilletage de la culasse.

CHAPITRE II

MODELISATION MULTI-PHYSIQUE DES MACHINES SYNCHRONES A AIMANTS EN VUE DE L'ETUDE DES EMISSIONS VIBRO-ACOUSTIQUES

II.1 INTRODUCTION

De nos jours, la popularité des codes de calculs par éléments finis et la précision des simulations qui en découlent ne sont plus à démontrer. Ces codes de calculs s'attaquent non seulement aux différents domaines de la physique régis par la théorie des champs mais proposent aussi des possibilités de couplage de ces différents domaines dont la force varie selon les environnements logiciels (couplage faible, couplage fort). Le chercheur ou l'ingénieur est ainsi porté à les utiliser dans les procédures de dimensionnement des machines électriques. Cependant, la précision de ces codes de calculs s'accompagne souvent de temps de calcul important aussi bien dans la phase de résolution que dans le phase d'exploitation (post-processing) ce qui rend leur efficacité limitée surtout dans les phases préliminaires du dimensionnement de ces machines. De là naît la nécessité de disposer d'outils de calcul dont le rapport entre précision et temps de calcul est plus adaptée aux contraintes de la conception préliminaire des dispositifs de conversion d'énergie. Ainsi, il est nécessaire de revoir les approches analytiques de modélisation multiphysique des machines électriques tournantes avec pour objectif de "ré-évaluer" la pertinence de ces approches de modélisation dans une optique de pré-dimensionnement.

Dans une première partie sont présentées quelques méthodes analytiques magnétiques, mécanique vibratoire et acoustique pouvant répondre favorablement à la réduction des temps de calcul tout en maintenant un niveau de précision acceptable dans la phase d'exploration préliminaire des solutions potentielles. Dans une deuxième partie, les approches numériques servant de comparaison avec les résultats découlant des modèles analytiques sont décrits. L'approche par éléments finis est nécessaire dans ces travaux pour valider ne serait-ce que la force magnétique locale dont la mesure reste un sujet de recherche ouvert. Finalement la validation expérimentale de quelques modèles est proposée.

II.2 CALCUL DES EFFORTS ELECTROMAGNETIQUES LOCAUX

II.2.1 Tenseur électromagnétique de Maxwell

II.2.1.1 Théorie

La détermination de la force magnétique à partir du tenseur de Maxwell (TM) implique le calcul des efforts magnétiques présents sur une surface fermée imaginaire situé dans l'air englobant un objet d'étude. L'intégration de ces efforts sur une surface résulte en une force totale transmise par le champ magnétique [Penman 1986]. L'expression de la force électromagnétique totale peut être obtenue directement par la densité d'énergie électromagnétique du matériau [Henrotte 2004] soit, plus généralement rencontré, à partir de l'expression de la force de Lorentz décrivant les interactions du courant et du champ magnétique \vec{H} [Melcher 1981]. Le TM donne la force sous la forme de l'expression (II.1), en fonction de l'induction \vec{B} [Melcher 1981].

$$\vec{F} = \iint_S \left[(\vec{B} \cdot \vec{n}) \vec{H} - \frac{1}{2} \mu_0 (\vec{H} \cdot \vec{B}) \vec{n} \right] dS \quad (\text{II.1})$$

En développant, les composantes de la densité surfacique de force s'expriment selon (II.2).

$$\begin{cases} f_n = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} B_n^2 - \mu_0 H_t^2 \right) \\ f_t = H_t B_n \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

II.2.1.2 Implémentation du tenseur de Maxwell pour le calcul de la force totale

Théoriquement, la force est obtenue en intégrant sur une surface englobant le volume étudié et cette surface peut être placée en dehors de l'objet tant qu'elle n'englobe pas d'autres objets sur lesquels il y a une force électromagnétique [Kim 2005a]. Numériquement, les

densités d'induction sont discrétisées et elles ne sont pas continues. De plus, la valeur de l'intégrale dépend du tracé du contour. En effet, des erreurs peuvent survenir si le contour est placé trop proche de l'interface du matériau avec l'air [Henneberger 1992]. De plus, lorsque le champ magnétique provient d'une résolution par éléments finis, l'implémentation logicielle de la force obtenue par le TM dépend du type d'éléments que la surface d'intégration traverse, et du chemin de cette surface dans ces éléments [Coulomb 1983].

Lors de l'implémentation de la force, si une valeur du champ magnétique approximative est substituée au champ réel, l'indépendance des résultats par rapport au choix de la surface d'intégration n'est plus vérifiée. Par exemple, lorsque des éléments triangulaires du premier ordre sont utilisés pour calculer le champ, les meilleurs résultats sont obtenus lorsque la surface d'intégration traverse les triangles au milieu de leur côté [Coulomb 1983]. Il existe plusieurs chemins possibles pour l'intégration, ce qui implique une multiplicité des algorithmes conduisant à de nombreuses variantes du TM. L'implémentation numérique par la MEF peut être améliorée au moyen par exemple du lissage de la distribution du champ dans l'entrefer [Mizia 1988] ou l'utilisation de fonctions d'énergie [Penman 1986].

Tous ces désavantages sont toutefois relativement mineurs et influent peu sur les résultats dans le domaine des machines électriques, ce qui fait de la méthode du TM un choix populaire dans la littérature : entre autres [Zhu 2010a][Bracikowski 2012][Huo 2013][Meessen 2013]. Ces avantages sont tels qu'il n'est nécessaire de calculer le champ qu'une seule fois pour un problème linéaire ou non linéaire. De plus, une seule intégrale surfacique est requise. Le choix de la surface d'intégration est de surcroît arbitraire du moment qu'aucun autre milieu que l'air est traversé [Coulomb 1983]. Toutefois, les travaux virtuels (TV) possèdent tous les avantages de cette méthode sans ses inconvénients, ce qui en fait une méthode particulièrement efficace pour les simulations basées sur la MEF [Coulomb 1984].

II.2.2 Principe des travaux virtuels

II.2.2.1 Théorie

Le principe des travaux virtuels (TV) est basé sur le concept mécanique de forces liées au changement d'énergie stockée lorsqu'un corps change virtuellement de position dans un champ magnétique [Kim 2005a]. Ce déplacement virtuel est noté p . L'énergie stockée W est une fonction objective qui peut être exprimée par la somme de l'énergie W_m et de la co-énergie, W'_m , magnétiques stockées. Les TV donnent la force sur un objet par un déplacement virtuel de cet

objet dans la direction de la force, et en calculant le changement de co-énergie du système, comme décrit par (II.3) [Melcher 1981].

$$\vec{F} = \frac{\partial W'_m}{\partial p} \vec{e}_p \quad (\text{II.3})$$

Lors d'un calcul numérique usuel où le système produit la valeur en un point de l'espace des solutions, la fonction du gradient de la co-énergie n'est pas facilement disponible. Dans ce cas, un déplacement virtuel est simulé par un petit déplacement physique et un second problème est résolu. La différentielle peut alors être calculée au travers d'une approche par différences finies. Le point négatif de cette approche est qu'elle nécessite deux solutions [Kim 2005a].

L'analyse de sensibilité s'intéresse, sur la base du principe des TV, à la variation d'énergie d'un système en réponse aux changements de forme et de propriétés des matériaux [Kim 2007]. Il existe deux types d'analyses de sensibilités : l'approche discrète et l'approche continue.

II.2.2.2 Analyse de sensibilité discrète par la matrice jacobienne

La méthode locale de la dérivée de la jacobienne a été développée dans les travaux de [Rafinéjad 1977][Coulomb 1983]. Cette méthode peut être vue comme une analyse de sensibilité discrète, en cela qu'elle est développée autour d'une méthode numérique par éléments finis.

Soit une formulation matricielle d'un problème magnétostatique 3-D basée sur un potentiel magnétique scalaire ϕ . Le champ magnétique est alors exprimé par (II.4).

$$H = -\text{grad}(\phi) \quad (\text{II.4})$$

Soit la fonction de co-énergie, $F_{W'_m}$, exprimée par (II.5) [Coulomb 1983].

$$f_{W'_m} = \iiint_V \left(\int_0^H B dH \right) dV + \iint_S B_n \phi dS \quad (\text{II.5})$$

A titre d'exemple, l'intégrande de l'intégrale volumique peut être simplifiée dans l'air selon (II.6) puisque $B = \mu_0 H$.

$$\int_0^H B dH = \frac{\mu_0}{2} H^2 \quad (\text{II.6})$$

Le domaine est décomposé en éléments finis. La valeur de la co-énergie du système est ainsi obtenue à partir de la valeur optimale de l'ensemble des ϕ_i où i est le numéro du nœud de l'élément. Cette valeur optimale vérifie (I.7) [Coulomb 1983].

$$\frac{\partial f_{w'_m}}{\partial \phi_i} = 0 \quad (\text{II.7})$$

De ce fait, en appliquant le principe des TV à potentiel magnétique scalaire constant, la force agissant sur la partie fixe du domaine s'exprime en fonction du déplacement virtuel de la partie mobile par (I.8). Il est nécessaire que cette partie mobile soit entourée d'air pour permettre le déplacement virtuel.

$$F = \frac{\partial}{\partial p} \left(\iiint_V \left(\int_0^H B dH \right) dV + \iint_S B_n \phi_{\text{opt}} dS \right) \quad (\text{II.8})$$

Sur chacun des éléments les intégrations sont réalisées en coordonnées locales (u,v,w) par rapport aux coordonnées globales (x,y,z) . Ceci fait apparaître la matrice jacobienne G comme illustré par (I.9) pour une fonction a quelconque. V_e représente le volume de l'élément e .

$$\iiint_V a(x, y, z) dx dy dz = \sum_e \iiint_{V_e} a(x(u, v, w), y(u, v, w), z(u, v, w)) |G| du dv dw \quad (\text{II.9})$$

Ainsi, l'expression de la force se résume à (II.10).

$$F = \sum_e \iiint_{V_e} \left(\left(\int_0^H B dH \right) |G|^{-1} \frac{\partial |G|}{\partial p} - B^T G^{-1} \frac{\partial G}{\partial p} H \right) dV \quad (\text{II.10})$$

Cette somme peut être restreinte à l'ensemble des éléments virtuellement déplacés, ce qui dans le cas des machines électriques revient à l'entrefer. En effet, la matrice jacobienne des autres éléments n'est pas affectée par le déplacement virtuel [Coulomb 1983].

Les avantages de cette méthode sont similaires à ceux donnés pour le TM. En effet, il n'est nécessaire de calculer le champ qu'une seule fois pour un problème linéaire ou non linéaire. De plus, une seule intégrale volumique est requise. Finalement, le choix de la surface déformée est arbitraire du moment qu'aucun autre milieu que l'air ne le soit [Coulomb 1983]. Toutefois, cette approche est développée autour de la méthode numérique utilisée pour résoudre le problème comme le montre l'application sur des éléments tétraédriques [Coulomb 1984].

L'expression (II.10) peut être obtenue à partir d'une formulation générale de la force en utilisant le tenseur de Maxwell [McFee 1988]. Cette formulation considère une fonction scalaire arbitraire qui est fonction de l'induction magnétique. Ainsi, suivant la fonction choisie, l'expression du TM (II.1) et l'expression de l'analyse de sensibilité discrète (II.10) peuvent être obtenue à partir de cette formulation. Les résultats obtenus avec la formulation générale permettent d'améliorer la précision des deux méthodes précédemment mentionnées, qui souffrent d'un manque de précision due à la résolution numérique du champ [McFee 1988].

II.2.2.3 Analyse de sensibilité continue

L'analyse de sensibilité continue (ASC-TV) a été développée entre autres dans les travaux de [Kim 2002]. Soit φ une fonction d'énergie du système magnétostatique, différentiable par rapport au potentiel vecteur magnétique, \vec{A} , et par rapport à $\vec{\nabla} \times \vec{A}$. Le potentiel vecteur est fonction du vecteur du déplacement virtuel, p . La fonction objectif, O , est définie selon (II.11) [Kim 2005a].

$$O = \iiint_V \varphi(\vec{A}(\vec{p}), \vec{\nabla} \times \vec{A}(\vec{p})) dV \quad (\text{II.11})$$

Chercher à trouver l'extrémum de φ , en respectant une contrainte $\psi(x) = 0$ où ψ est une fonction du même ensemble de départ que φ , revient à chercher le point où la différentielle de ψ possède un noyau orthogonal au gradient de φ en ce point. φ et ψ sont de classe C^1 (différentiables et ayant des différentielles continues). Le problème d'optimisation, qui est contraint, peut être résolu en se basant sur la méthode du lagrangien augmenté. Cette méthode offre alors une condition nécessaire à la recherche de l'extrémum. Il est possible de définir une fonction L à partir d'un vecteur de multiplicateurs de Lagrange, λ , pris dans l'ensemble d'arrivée de ψ qui s'exprime selon (II.12) [Nocedal 2006].

$$\vec{L}(x, \lambda) = \vec{\varphi}(x) + \vec{\lambda} \cdot \vec{\psi}(x) \quad (\text{II.12})$$

Il existe alors λ_0 tel que L admet une différentielle nulle en (x_0, λ_0) , avec x_0 la solution recherchée. Ainsi, un terme de pénalité (l'augmentation) est ajouté à la fonction objectif du problème contraint pour former une fonction objectif non contrainte notée \vec{W} et exprimée selon (II.13) [Kim 2007].

$$W = \iiint_V \varphi(\vec{A}, \vec{\nabla} \times \vec{A}) dV + \iiint_V \vec{\lambda} \cdot \left[-\vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\mu} \vec{\nabla} \times \vec{A} - \vec{M} \right) + \vec{j} \right] dV \quad (\text{II.13})$$

La formulation variationnelle des équations de Maxwell en magnétostatique se retrouvent dans la deuxième expression avec \vec{M} l'aimantation et \vec{j} la densité de courant électrique. Les distributions spatiales de μ , \vec{M} et \vec{j} sont considérées constantes à un instant donné. En séparant le deuxième terme de (II.13) sur les deux régions V_1 et V_2 , l'analyse de sensibilité continue permet d'obtenir l'expression de la variation de \vec{W} , par rapport à un déplacement virtuel p , à partir de la formule (II.14) [Kim 2007]. \vec{v} représente le vecteur vitesse correspondant, dans le cas des TV, au déplacement virtuel.

$$\begin{aligned}
\frac{dW}{dp} = & \iint_S \left[\left(\frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} \right) \vec{\nabla} \times \vec{A}_1 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\lambda}_2 - (\vec{M}_1 - \vec{M}_2) \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\lambda}_2 - (\vec{J}_1 - \vec{J}_2) \cdot \vec{\lambda}_2 \right] v_n dS \\
& + \iiint_{V_1} \left[\left(\frac{1}{\mu_1} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) (\vec{\nabla} \times \vec{A}_1 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\lambda}_1) \right] dV \\
& + \iiint_{V_2} \left[\left(\frac{1}{\mu_2} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) (\vec{\nabla} \times \vec{A}_2 \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\lambda}_2) \right] dV
\end{aligned} \tag{II.14}$$

D'une part, les intégrales de surfaces et de volumes où apparaît la perméabilité représentent respectivement la variation de l'énergie totale stockée à l'interface et à l'intérieur de la région correspondante. D'autre part, les intégrales de surface concernant l'aimantation et la densité de courant représentent la variation de l'énergie totale d'entrée sur l'interface. Cette formule est applicable à des problèmes magnétostatiques linéaires et non linéaires.

En considérant le caractère propre adjoint du système [Kim 2005a], $\vec{A} = \vec{\lambda}$. Ce qui conduit à réécrire (II.14) en (II.15).

$$\begin{aligned}
\frac{dW}{dp} = & \iint_S \left[\left(\frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} \right) \vec{B}_1 \cdot \vec{B}_2 \right] v_n dS \\
& + \iiint_{V_1} \left[\left(\frac{1}{\mu_1} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) (\vec{B}_1 \cdot \vec{B}_1) \right] dV + \iiint_{V_2} \left[\left(\frac{1}{\mu_2} \vec{\nabla} \cdot \vec{v} \right) (\vec{B}_2 \cdot \vec{B}_2) \right] dV \\
& + \iint_S [(\vec{M}_2 - \vec{M}_1) \cdot \vec{B}_2] v_n dS + \iint_S [(\vec{J}_2 - \vec{J}_1) \cdot \vec{A}_2] v_n dS
\end{aligned} \tag{II.15}$$

La fonction objectif W pouvant être exprimée par la somme de l'énergie W_m et de la co-énergie, W'_m , magnétiques stockées, la force agissant à l'interface S entre deux matériaux magnétiques de perméabilités différentes est exprimée par (II.16).

$$\overrightarrow{F_{fer}} = \frac{\partial \overrightarrow{W}}{\partial p} - \frac{\partial \overrightarrow{W}_m}{\partial p} \cong \frac{d\overrightarrow{W}}{dp} - \frac{d\overrightarrow{W}_m}{dp} \tag{II.16}$$

Ainsi, la force magnétique totale exercée sur V_2 , due à l'aimantation du matériau, dans la direction du déplacement virtuel est donnée par (II.17). Cette direction est donné par le vecteur normal pointant hors de S , noté \vec{n} , et représenté sur la figure I.4.

$$\overrightarrow{F_{fer}} = \frac{1}{2} \left\{ \iint_S \left[\left(\frac{1}{\mu_1} - \frac{1}{\mu_2} \right) \vec{B}_1 \cdot \vec{B}_2 \right] \vec{n} dS + \iiint_{V_2} \left[\frac{1}{\mu_2} \vec{\nabla} \cdot (\vec{B}_2 \cdot \vec{B}_2) \right] dV \right\} \tag{II.17}$$

Similairement, la force due à l'aimantation des aimants permanents du côté de Ω_2 s'exprime selon (II.18) et la force due aux courants selon (II.19).

$$\overrightarrow{F_{aimants}} = \iint_S [(\vec{M}_2 - \vec{M}_1) \cdot \vec{B}_2] \vec{n} dS \tag{II.18}$$

$$\overrightarrow{F_{courants}} = \iint_S [(\vec{J}_2 - \vec{J}_1) \cdot \vec{A}_2] \vec{n} dS \tag{II.19}$$

L'expression (II.17) donne une formulation similaire à celle obtenue avec l'expression donnée par le tenseur de Maxwell dans l'air lorsque V_1 représente un volume d'air entourant V_2 [Kim 2007]. En effet, soit un matériau linéaire et isotrope. L'intégrale volumique de (II.17) disparaît [Li 2009] et l'intégrande de l'intégrale surfacique s'écrit selon (II.20).

$$f_{fer} = \frac{1}{\mu_1} \left(B_{1n}^2 - \frac{1}{2} |B_1^2| \right) - \frac{1}{\mu_2} \left(B_{2n}^2 - \frac{1}{2} |B_2^2| \right) \quad (\text{II.20})$$

Le premier terme de (II.20) est la composante normale obtenue par le TM lorsque μ_1 vaut la perméabilité de l'air. Toutefois, le second terme correspond à un tenseur d'effort interne au matériau magnétique [Carpenter 1960] lié à la différence de perméabilité des matériaux à leur interface [Li 2009]. De plus, à la différence de la formule obtenue à partir du TM, (II.20) permet d'évaluer les efforts entre deux matériaux solides en contact [Kim 2007].

II.2.3 Méthode des charges magnétiques

Comme l'ASC-TV, la méthode des charges magnétiques (MCM) peut être utilisée pour représenter l'interaction entre deux matériaux en contact [Choi 2005], en plus de l'interface entre un matériau et l'air [Lee 2004]. Pour ce dernier cas, le matériau magnétisé est remplacé par des charges magnétiques distribuées selon une densité surfacique σ_S dans l'air. La figure II.1 [Choi 2005] présente les charges et les champs à cette interface. La méthode des charges magnétiques donne l'expression de σ_S selon (II.21) [Lee 2004].

$$\sigma_S = \mu_0 \vec{M} \cdot \vec{n} \quad (\text{II.21})$$

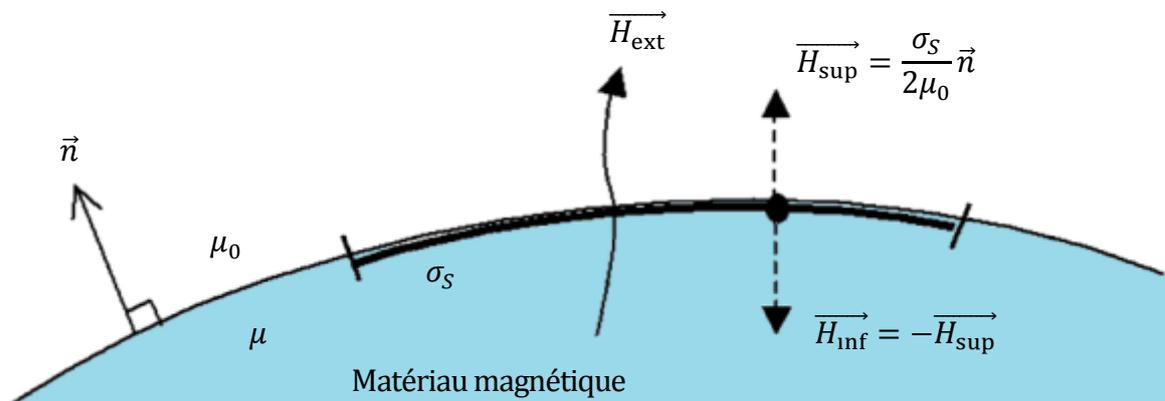


Fig. II.1. Distribution de charges magnétiques d'un matériau non linéaire par la MEF.

En exprimant l'aimantation \vec{M} en fonction des composantes normales de l'induction et de l'induction rémanente, respectivement notées B_n et B_{rn} , σ_S s'exprime suivant (II.22) [Choi 2005].

$$\sigma_S = \left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) B_n + \frac{B_{rn}}{\mu_r} \quad (\text{II.22})$$

Pour un matériau non linéaire en contact avec l'air, la densité de force de charge magnétique se décompose en une densité de force volumique et une densité de force surfacique f_S [Lee 2004]. Cette dernière est exprimée selon (II.23) [Choi 2005].

$$\vec{f}_S = \sigma_S \vec{H}_{ext} \quad (\text{II.23})$$

Le champ magnétique sortant \vec{H}_{ext} s'exprime en fonction du champ des deux côtés de l'interface \vec{H}_1 et \vec{H}_2 à partir de (II.24) [Choi 2005].

$$\vec{H}_{ext} = \frac{1}{2}(\vec{H}_1 + \vec{H}_2) \quad : \quad \begin{cases} \vec{H}_1 = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_{sup} \\ \vec{H}_2 = \vec{H}_{ext} + \vec{H}_{inf} \end{cases} \quad (\text{II.24})$$

Ainsi, la force magnétique totale s'exprime selon (II.25).

$$\vec{F} = \iint_S \left[\left(1 - \frac{1}{\mu_r}\right) B_n + \frac{B_{rn}}{\mu_r} \right] \frac{1}{2} (\vec{H}_1 + \vec{H}_2) dS \quad (\text{II.25})$$

Une formulation proche du TM est ainsi retrouvée.

II.2.4 Méthode des courants équivalents

La méthode des courants équivalents (MCE) est ici développée dans le cas d'un objet ferromagnétique linéaire, noté 2 selon la figure I.4, placé dans l'air, noté 1. La force magnétique à la surface de l'objet est recherchée. L'équation de Maxwell-Ampère dans un matériau magnétique implique un champ d'induction magnétique \vec{B} de divergence nulle mais dont les sources consistent en les courants libres, de densité et de déplacement, et liés au matériau comme les courants d'aimantation et de polarisation. Sans courants de polarisation et de déplacement, cette équation s'écrit selon (II.26) [Woodson 1968].

$$\frac{1}{\mu_0} \vec{\nabla} \times \vec{B} = \vec{j} + \vec{j}_m \quad (\text{II.26})$$

La MCE suppose que le matériau magnétique peut être remplacé par la distribution du courant d'aimantation. Ainsi, le champ magnétique réel de \vec{B} est remplacé par un champ équivalent dans lequel il n'existe pas de matériau ferromagnétique [Henneberger 1992]. De cette manière, les courants de conduction \vec{j} et d'aimantation équivalente \vec{j}_m sont placés dans le

vide et \vec{B} reste le même qu'en présence du matériau. Toutefois, \vec{H} doit toujours être obtenu en fonction de l'aimantation. Puisque les matériaux magnétiques ont été remplacé par \vec{J}_m , la force appliqué sur l'objet d'étude est la force appliquée sur \vec{J}_m selon (II.27) [Woodson 1968].

$$\vec{F} = \iint_S \left(-\vec{n} \times \frac{\vec{M}}{\mu_0} \right) \times \vec{B}^0 dS + \iiint_V \left(\vec{\nabla} \times \frac{\vec{M}}{\mu_0} \right) \times \vec{B}^0 dV \quad (\text{II.27})$$

\vec{B}^0 représente la partie du champ \vec{B} externe à l'objet d'étude qui est due aux sources comme les courants de conduction et le matériau magnétique. Il est opposé au champ propre due aux courants d'aimantations dans l'objet d'étude [Henneberger 1992]. Puisque le champ propre est identique des deux côtés de l'interface, \vec{B}^0 s'exprime selon (II.28).

$$\vec{B}^0 = \frac{1}{2} (\vec{B}_1 + \vec{B}_2) \quad (\text{II.28})$$

Pour un matériau linéaire, le courant magnétisant à l'intérieur de l'objet d'étude est nul et l'intégrale volumique de (II.27) s'annule. Le courant magnétisant à la surface de l'objet s'exprime en fonction des composantes tangentielles des champs selon (II.29) [Henneberger 1992].

$$-\vec{n} \times \frac{\vec{M}}{\mu_0} = \frac{M_{t2}}{\mu_0} \vec{z} = \frac{1}{\mu_0} (B_{t2} - B_{t1}) \vec{z} \quad (\text{II.29})$$

Finalement, en considérant la continuité de la composante normale de l'induction à l'interface, la densité surfacique de force est donnée par (II.30).

$$\begin{cases} f_n = \frac{1}{2\mu_0} (B_{n1}^2 - B_{t1}^2) - \frac{1}{2\mu_0} (B_{n2}^2 - B_{t2}^2) \\ f_t = \frac{1}{\mu_0} B_{t1} B_{n1} - \frac{1}{\mu_0} B_{t2} B_{n2} \end{cases} \quad (\text{II.30})$$

Une formulation proche du TM est ainsi retrouvée.

II.3 APPROCHES ANALYTIQUES

II.3.1 Problématiques de la modélisation

Dans ce paragraphe, sont d'un intérêt particulier les modèles analytiques permettant de calculer la densité locale de force magnétique s'exerçant sur l'alésage statorique afin de servir de conditions aux limites pour le calcul vibratoire. Le calcul de la force magnétique locale nécessite donc de disposer de la distribution locale du champ électromagnétique que ce calcul soit fait en utilisant le tenseur de Maxwell ou en utilisant le théorème des travaux virtuels ou

encore une méthode de calcul qui découle de l'une des deux premières. Afin d'appliquer l'une des deux méthodes précédentes, il est donc nécessaire de disposer de la distribution de l'induction dans l'entrefer de la machine. L'examen de la littérature scientifique afférente à la modélisation magnétique analytique locale des machines tournantes, conduit à leur classement en deux familles principales : la méthode du produit de la force magnétomotrice (f.m.m.) par la perméance d'entrefer et la méthode de résolution formelle des équations de Maxwell. Pour la méthode du produit de la f.m.m. par la perméance d'entrefer, il existe plusieurs approches pour la modélisation de la perméance d'entrefer allant du recours à la transformation conforme (transformation de Schwarz-Christoffel) [Gibbs 1958], au développement en série de l'inverse de la fonction entrefer [Brudny 1997]. Si la transformation conforme permet d'obtenir les deux composantes normale et tangentielle du champ à partir du potentiel magnétique scalaire, elle est valable pour des encoches ouvertes et très profondes. Le calcul de la distribution du potentiel dans un entrefer doublement encoché devient vite très complexe. Quant au développement en série de Fourier de la perméance d'entrefer, il ne permet pas de calculer que la composante tangentielle de l'induction ce qui peut être un manque à gagner pour les machines synchrones à aimants montés en surface ou encore pour toute machine ayant un grand entrefer en comparaison avec les dimensions de ces encoches.

Pour la f.m.m., il est possible de développer en série de Fourier la f.m.m. des bobinages statoriques ou encore d'utiliser la technique des fonctions de bobinage [Houdouin 2004]. Dans le cas des machines à aimants montés en surface, la f.m.m. les aimants peut être représentées par une combinaison de fonctions mathématiques élémentaires [Barakat 2001]. La deuxième famille de méthodes correspond à celles issues de la résolution formelle des équations de Maxwell par la méthode de séparation des variables. Cette famille de méthodes s'applique à des géométries où les parois des différentes parties de la machine sont parallèles aux axes des coordonnées du repère d'étude. Cette approche a connu récemment un fort développement, en particulier, pour des structures à aimants permanents [Tiegna 2013b]. Un état de l'art relativement complet du développement de ces méthodes pour différentes structures peut être consulté dans [Tiegna 2013b]. L'approche consiste à décomposer la géométrie de la machine en régions. Dans chaque région, le potentiel est développé en série (de Fourier ou non) de fonctions élémentaires tenant compte des conditions aux limites comme dans (II.31).

$$A^{(2)}(\varphi, z) = a_0^{(2)} + \sum_{k \neq 0} \frac{r}{k\lambda_p} \left(\left[C_k^{(2)} \cosh\left(\frac{k\lambda_p z}{r}\right) + D_k^{(2)} \sinh\left(\frac{k\lambda_p z}{r}\right) \right] \cos(k\lambda_p \varphi) \right. \\ \left. + \left[E_k^{(2)} \cosh\left(\frac{k\lambda_p z}{r}\right) + F_k^{(2)} \sinh\left(\frac{k\lambda_p z}{r}\right) \right] \sin(k\lambda_p \varphi) \right) \quad (\text{II.31})$$

La mise en œuvre des conditions de passage entre les différentes régions conduit à la constitution d'un système d'équations algébrique linéaire dont les inconnues sont les coefficients des séries représentant le potentiel. Enfin, le calcul de la densité de force magnétique locale peut être obtenu par le biais du tenseur de Maxwell même si cette approche n'a pas de sens physique, le tenseur de Maxwell nécessitant un calcul sur la surface d'un volume entouré d'air. A titre d'illustration, la figure II.2 montre la comparaison entre le calcul analytique réalisé par le code SIMUMSAP, développé au GREAH et utilisant les modèles de type Maxwell, et des simulations par éléments finis tridimensionnels dans les mêmes conditions et pour une machine à flux axial de 10 kW. La précision obtenue dans le cas de matériaux magnétiques à haute perméabilité relative, est très satisfaisante avec un rapport entre la précision et le temps de calcul très fortement en faveur du modèle analytique (quelques secondes pour l'ensemble des calculs y compris les grandeurs globales). Cependant, quelques instabilités numériques

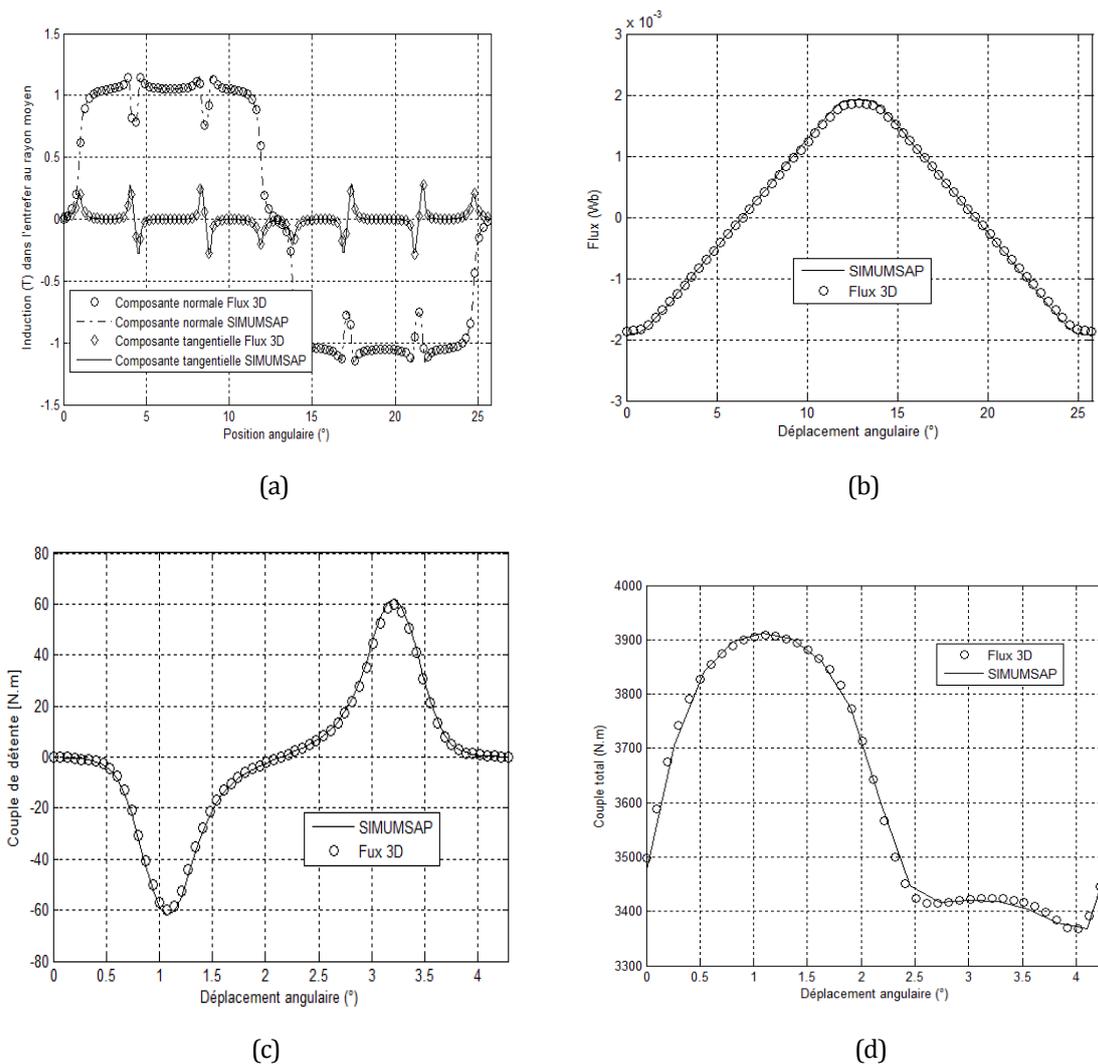


Fig. II.2. (a) Induction dans l'entrefer ; (b) Flux à vide ; (c) Couple de détente ; (d) Couple total.

peuvent apparaître avec les modèles analytiques selon le jeu de paramètres dimensionnels définissant la machine et un traitement adéquat doit être mis en œuvre afin de respecter le domaine de validité de l'approche. Par ailleurs, il est possible de prendre en compte la saturation des matériaux magnétiques en adjoignant au modèle analytique un réseau de réluctances représentant les tubes de flux principaux dans les parties ferromagnétiques. Une résolution séquentielle du modèle analytique et du réseau de réluctances (réseau d'expertise de petite dimension) permet de prendre en compte un niveau de saturation moyenne par l'ajustement de la taille de l'entrefer sans perdre la richesse harmonique du modèle analytique. Une autre approche consiste à coupler fortement le modèle analytique et un réseau de réluctances générique afin de s'affranchir de la connaissance a priori de la répartition des tubes de flux dans les circuits magnétiques. Malheureusement, faute de temps, il n'a pas été possible d'intégrer cette dernière approche dans le travail exposé dans ce mémoire.

II.3.2 Analyse modale analytique

L'étude vibro-acoustique au moyen de modèles analytiques peut être divisée en plusieurs étapes liées les unes aux autres. Ces étapes sont présentées dans la figure II.3. Le rang des harmoniques spatiaux de la pression électromagnétique agissant à la surface interne du stator permet de déterminer les modes de vibrations qui seront excités du fait de la résonance. Si la pression électromagnétique est supposée uniforme sur la longueur axiale de la machine, le mode de vibration est un mode circonférentiel d'ordre noté m . La réponse vibratoire à une force, d'une structure continue qui est un système à plusieurs degrés de libertés, peut être représentée par la superposition des réponses de chacun des modes correspondant à un système à un degré de liberté [Verma 1998]. Ainsi, au moyen de l'amplitude de l'harmonique, P_m , l'analyse modale permet d'exprimer, au moyen de la position angulaire, la pression électromagnétique en fonction d'une somme de fonctions sinusoïdales, correspondant aux déformées modales, selon l'expression (II.32).

$$P(\theta) = \sum_m P_m \sin(m\theta) \quad (\text{II.32})$$

La contribution aux vibrations et au bruit de chacun des termes de la somme peut être étudiée séparément. Ainsi, à chaque mode correspond une fréquence propre et utilisant l'amplitude de l'harmonique de pression, la déformation statique moyenne de la machine peut être obtenue. Les flèches en pointillée sur la figure II.3 dépendent de la formulation des

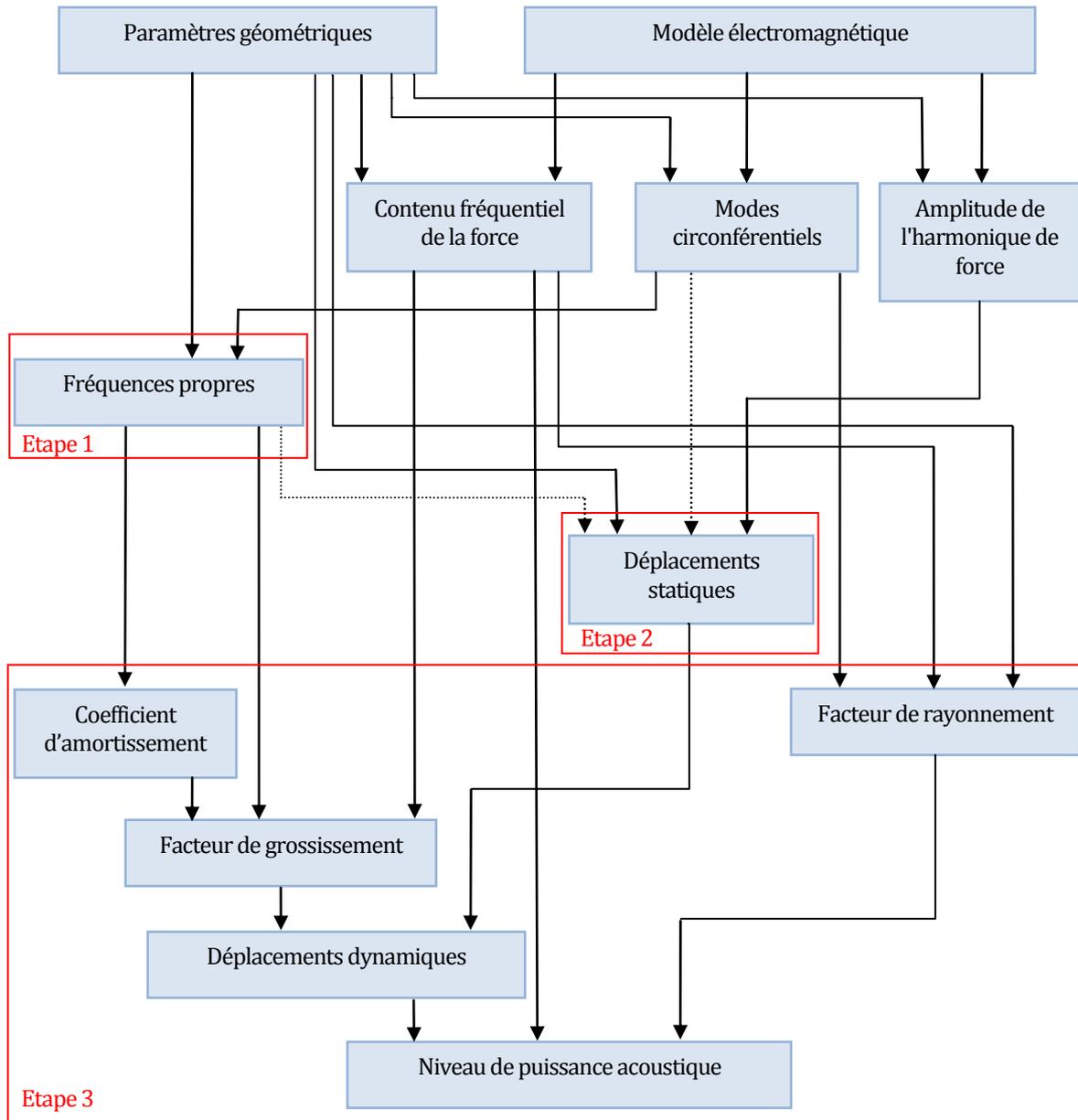


Fig. II.3. Etapes des modèles vibro-acoustiques.

déplacements statiques, l'une nécessite les modes circonférentiels directement, l'autre nécessite les fréquences propres qui sont calculées à partir des modes circonférentiels. Le niveau de puissance acoustique peut être ensuite calculé au moyen des déplacements dynamiques et du facteur de rayonnement de la structure.

II.3.3 Fréquences propres

II.3.3.1 Machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents et enroulements

Par la théorie des anneaux

Les fréquences propres de la machine peuvent être obtenues au moyen de la formulation de [Hoppe 1871] modifiée par [Jordan 1950] et [Yang 1981]. Elle suppose l'expression simple d'une raideur équivalente d'un anneau, donnant ainsi les expressions (II.33), (II.34) et (II.35) pour les fréquences propres associées aux modes circonférentiels respectifs d'ordre 0, 1 et ≥ 2 .

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R_{m, \text{noy}}} \sqrt{\frac{E_c}{\rho_c k_{\text{foi}} k_{\text{add, rec}}}} \quad (\text{II.33})$$

$$f_1 = f_0 \sqrt{\frac{2}{1 + \kappa^2 \frac{k_{\text{add, rot}}}{k_{\text{add, rec}}}}} \quad (\text{II.34})$$

$$f_{m \geq 2} = f_0 \kappa \frac{m(m^2 - 1)}{\sqrt{m^2 + 1}} k_{\text{carcasse}} \left(1 + \frac{\kappa^2 (m^2 - 1) \left(m^2 \left(4 + \frac{k_{\text{add, rot}}}{k_{\text{add, rec}}} \right) + 3 \right)}{m^2 + 1} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{II.35})$$

E_c est le module de Young de la culasse, considérée isotrope, et ρ_c sa masse volumique. Le rayon moyen du noyau $R_{m, \text{noy}}$ est défini sur la figure II.4. k_{foi} est le facteur de foisonnement des tôles, inférieur à l'unité, et k_{carcasse} est un coefficient supérieur à l'unité permettant de prendre en compte les paliers et les supports de la carcasse. Le terme κ s'exprime à partir de l'épaisseur du noyau dans la direction radiale h_{noy} selon (II.36).

$$\kappa = \frac{h_{\text{noy}}}{2R_{m, \text{noy}} \sqrt{3}} \quad (\text{II.36})$$

Deux termes correctifs permettent de prendre en compte les effets de la masse en déplacement rectiligne, $k_{\text{add, rec}}$, et en rotation $k_{\text{add, rot}}$. Ils sont respectivement exprimés selon (II.37) et (II.38).

$$k_{\text{add, rec}} = \frac{1}{M_{\text{noyau}}} (M_{\text{noyau}} + M_{\text{dents}} + M_{\text{enroulements}}) \quad (\text{II.37})$$

$$k_{\text{add, rot}} = 1 + \frac{6N_{\text{enc}} b_{\text{dent}} h_{\text{dent}}^2}{\pi R_{m, \text{noy}} h_{\text{noy}}^3} \left(1 + \frac{M_{\text{enroulements}}}{M_{\text{dents}}} \right) (4h_{\text{dent}}^2 + 6h_{\text{noy}} h_{\text{dent}} + 3h_{\text{noy}}^2) \quad (\text{II.38})$$

N_{enc} est le nombre d'encoches, b_{dent} l'épaisseur des dents dans la direction circonférentielle et h_{dent} l'épaisseur des dents dans la direction radiale.

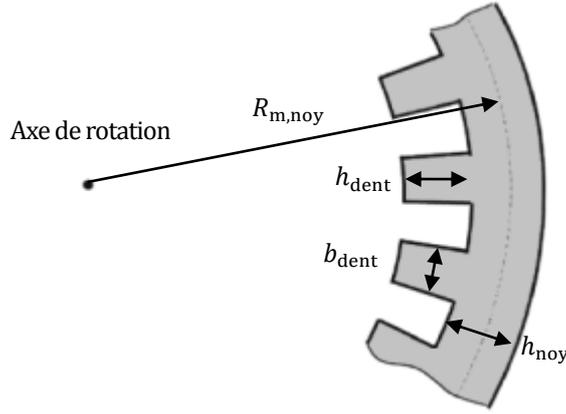


Fig. II.4. Illustration des paramètres géométriques du modèle annulaire.

Par une approche énergétique

En utilisant le principe de Hamilton et le quotient de Rayleigh, reliant l'énergie potentielle et l'énergie cinétique d'un système conservatif, il est possible de déterminer les fréquences propres d'un anneau [Boisson 2014a]. L'effet des dents et des enroulements peut être inclus de deux manières. La première consiste à modifier la masse volumique du noyau statorique. La deuxième consiste en l'introduction de masses en nombre égal au nombre de dents et réparties autour du noyau statorique. Cela se traduit uniquement par une augmentation de l'énergie cinétique. C'est cette deuxième approche qui sera utilisée car elle donne de meilleurs résultats [Boisson 2014a]. Pour les modes circonférentiels d'ordre 0, les fréquences propres sont données par (II.39) [Boisson 2014b].

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\pi L h_{\text{noy}} E_c}{R_{\text{m,noy}} (\pi L h_{\text{noy}} R_{\text{m,noy}} \rho_c + W_0)}} \quad (\text{II.39})$$

L est la longueur active de la machine et W_0 est l'énergie cinétique des dents et des enroulements correspondant au mode d'ordre 0. En notant N_{enc} le nombre d'encoches statoriques, pour tout mode circonférentiel, W_m s'écrit selon (II.40).

$$W = \sum_{i=0}^{N_{\text{enc}}-1} \frac{1}{2} \left(\frac{M_{\text{enroulements}} + M_{\text{dents}}}{N_{\text{enc}}} \right) \cos^2 \left(\frac{m\pi}{N} (2i + 1) \right) \quad (\text{II.40})$$

Les fréquences propres des modes circonférentiels supérieurs ou égaux à deux sont données par (II.41).

$$f_{m \geq 2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\frac{5}{6} G_c \pi (\alpha_m + m - \beta_m R_{\text{m,noy}})^2 L h_{\text{noy}} + E_c \pi [\beta_m^2 I n^2 + (1 + m \alpha_m)^2 L h_{\text{noy}}]}{R_{\text{m,noy}} [(1 + \alpha_m^2) \pi R_{\text{m,noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} + W_m]}} \quad (\text{II.41})$$

G_c est le module de cisaillement. α_m et β_m sont issus de la minimisation du quotient de Rayleigh et sont les amplitudes des déformées modales de translation et de rotation. Ils sont explicités dans les formules (II.42) et (II.43).

$$\alpha_m = \left\{ 2m\pi R_{m, \text{noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} \left[I m^2 \left(E_c + \frac{5}{6} G_c \right) + \frac{5}{6} G_c R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right] \right\}^{-1} \quad (\text{II.42})$$

$$\times \left\{ \theta_m \pi R_{m, \text{noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} \left[I \left(E_c - \frac{5}{6} G_c \right) m^2 + \frac{5}{6} G_c R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right] + m^2 \left[E_c I m^2 + \frac{5}{6} G_c (I + R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}}) \right] W - \gamma_m \right\}$$

$$\beta_m = \frac{5 G_c}{12 m \pi \rho_c} \left\{ \left(E_c I m^2 + \frac{5}{6} G_c R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right) \left[I \left(E_c + \frac{5}{6} G_c \right) m^2 + \frac{5}{6} G_c R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right] \right\}^{-1} \quad (\text{II.43})$$

$$\times \left\{ \pi R_{m, \text{noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} \left[I m^2 \left(\frac{5}{6} G_c \delta_m + E_c \lambda_m \right) + \frac{5}{6} G_c \lambda_m R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right] + m^2 \left[E_c I m^2 + \frac{5}{6} G_c (I + R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}}) \right] W - \gamma_m \right\}$$

Les autres termes, permettant d'alléger les équations, sont explicités dans les formules (II.44) à (II.47).

$$\gamma_m^2 = 4\pi R_{m, \text{noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} \left[I \left(E_c + \frac{5}{6} G_c \right) m^3 + \frac{5}{6} G_c m R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right]^2 (\pi R_{m, \text{noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} + W) \quad (\text{II.44})$$

$$+ \left\{ \theta_m \pi R_{m, \text{noy}} \rho_c L h_{\text{noy}} \left[I \left(E_c - \frac{5}{6} G_c \right) m^2 + \frac{5}{6} G_c R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}} \right] + m^2 \left[E_c I m^2 + \frac{5}{6} G_c (I + R_{m, \text{noy}}^2 L h_{\text{noy}}) \right] W \right\}^2$$

$$\theta_m = -1 + m^2 \quad (\text{II.45})$$

$$\lambda_m = -1 + 3m^2 \quad (\text{II.46})$$

$$\delta_m = 1 + m^2 \quad (\text{II.47})$$

II.3.3.2 Machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents, enroutements et rotor

Les équations de Frohne datant de 1959, sont présentées dans [Tímár 1989]. Elles prennent en compte l'effet de l'arbre sur le mode circonférentiel d'ordre 1. Les fréquences propres associés aux modes circonférentiels d'ordre 0, 1 et ≥ 2 se calculent respectivement à partir de (II.48), (II.49) et (II.50). La formule correspondant au mode d'ordre 0 donnée dans [Tímár 1989] est corrigée dans (II.48). En effet, le numérateur de (II.48) est donné à 83750 dans le système international d'unité. Or, en injectant $E_c = 200$ GPa, $\rho_c = 7700$ kg/m³ et $k_i = 1$ dans (II.33), le numérateur de (II.48) vaut 811. Ainsi, le numérateur spécifié par [Tímár 1989] doit être 837.5.

$$f_0 = \frac{837.5}{R_{m, \text{noy}} \sqrt{k_{\text{add, rec}}}} \quad (\text{II.48})$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3E_c D_{\text{arbre}}^4}{8 \times 10^3 (L_{\text{rotor}} (4R_{\text{ext, rotor}}^2 - D_{\text{arbre}}^2) + L_{\text{roul}} D_{\text{arbre}}^2) h_{\text{dent}}^3}} \quad (\text{II.49})$$

$$f_{m \geq 2} = f_0 \sqrt{\frac{B}{2A} \left(1 \pm \sqrt{1 - \frac{4AC}{B^2}} \right)} \quad (\text{II.50})$$

L_{rotor} et L_{roul} sont la longueur du rotor et des roulements, $R_{\text{ext,rotor}}$ est le rayon externe du rotor et D_{arbre} est le diamètre de l'arbre. Les coefficients A , B , C et D s'obtiennent selon (II.51), (II.52), (II.53) et (II.54).

$$A = 1 + \frac{h_{\text{noy}}^2}{12R_{\text{m,noy}}^2} \left(m^2 \left(3 + \frac{D}{k_{\text{add,rec}}} \right) - 3 \right) \quad (\text{II.51})$$

$$B = \frac{h_{\text{noy}}^2}{12R_{\text{m,noy}}^2} (m^2 - 1) \left(m^2 \left(4 + \frac{D}{k_{\text{add,rec}}} \right) + 3 \right) + (m^2 + 1) \quad (\text{II.52})$$

$$C = \frac{h_{\text{noy}}^2}{12R_{\text{m,noy}}^2} m^2 (m^2 - 1)^2 \quad (\text{II.53})$$

$$D = 1 + \frac{N_{\text{enc}} h_{\text{dent}} b_{\text{dent}}}{2\pi R_{\text{m,noy}} h_{\text{noy}}^3} (4h_{\text{dent}}^2 + 6h_{\text{dent}} h_{\text{noy}} + 3h_{\text{noy}}^2) \quad (\text{II.54})$$

II.3.3.3 Machine décomposée en coques minces cylindriques

Formulation équivalente des fréquences propres de toute la machine

Les formules des sections II.2.3.1 et II.2.3.2 offrent une pauvre précision puisque la machine est une structure complexe et que ces équations ne considèrent pas la carcasse ni les paliers et ne prennent en compte que partiellement l'influence des dents et des enroulements [Gieras 2006]. Ces formules s'expriment grossièrement selon le rapport entre une raideur équivalente et la masse du noyau, donné par (II.55), bien que des termes correctifs soient inclus.

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{\text{noyau}}}{M_{\text{noyau}}}} \quad (\text{II.55})$$

En réalité, une carcasse, supposée cylindrique (sans ailettes ni bornier) encercle le noyau lui aussi cylindrique. Le moment d'inertie de deux cylindres coaxiaux est égal à la somme des moments d'inertie de chaque cylindre. Si le noyau applique une pression uniformément répartie sur la carcasse, alors les fréquences propres de l'ensemble peuvent se calculer en considérant que les raideurs équivalentes de chaque partie et que les masses sont en parallèles [Huang 2001]. Ainsi, la fréquence naturelle du système équivalent noyau-carcasse est approximativement donnée par (II.56) [Huang 2001].

$$f \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{\text{noyau}} + K_{\text{carcasse}}}{M_{\text{noyau}} + M_{\text{carcasse}}}} \quad (\text{II.56})$$

De manière similaire, le stator est également constitué d'encoches, remplies par les enroulements, qui sont séparées par des dents. Cette partie forme un troisième cylindre coaxial aux deux précédents. La fréquence naturelle du système noyau-carcasse-dents-enroulements s'exprime selon (II.57) [Gieras 2006].

$$f \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_{\text{noyau}} + K_{\text{carcasse}} + K_{\text{dents,enroulements}}}{M_{\text{noyau}} + M_{\text{carcasse}} + M_{\text{dents,enroulements}}}} \quad (\text{II.57})$$

La méthode présentée dans [Gieras 2006] consiste à décomposer la machine en ces trois cylindres, assimilés à des coques minces cylindriques. Les cylindres des dents et enroulements et du noyau n'étant pas contraints à leurs extrémités, ils sont considérés de longueur infinie, tandis que le cylindre représentant la carcasse doit être fini puisque des conditions de bords s'appliquent. La figure II.5 illustre cette décomposition.

Théorie des coques minces cylindriques

La théorie des coques minces cylindriques est amplement décrite dans [Leissa 1993][Soedel 2004]. Cette théorie est développée autour d'un élément 3-D fondamental de la coque représentée figure I.10. Un problème peut être approximé soit sur la formulation des équations du mouvement, soit sur la manière de résoudre les équations. L'approximation de Love est liée à l'étude de petits déplacements des coques minces [Leissa 1993] :

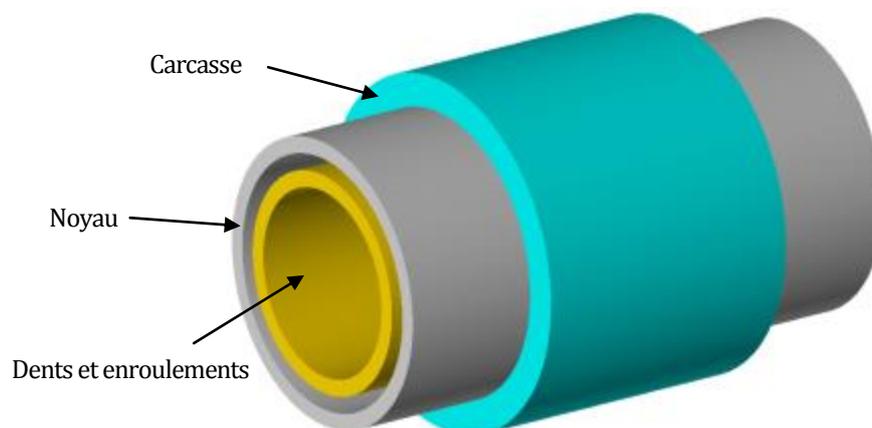


Fig. II.5. Machine décomposée en trois coques minces cylindriques.

- L'épaisseur de la coque est faible devant le rayon de courbure de la surface moyenne de la coque.
- Les déplacements et déformations sont de suffisamment faibles amplitudes pour pouvoir négliger dans les relations de déformation-déplacement les termes de second ordre et plus par rapport au terme du premier ordre.
- La contrainte transverse normale à la coque est négligeable par rapport aux autres contraintes normales.
- Les normales à la surface moyenne non déformée restent normales à la surface moyenne déformée.

La déformation totale de n'importe quel point de la coque peut être décomposée en une somme de deux parties, les déformations dues à l'allongement et celles dues à la flexion. Différentes théories des coques ont été développées alors suivant les hypothèses et simplifications sur les relations entre déformation et déplacement. Elles peuvent être classées en trois catégories [Leissa 1993] :

- Les expressions les plus générales. Obtenues à partir de l'application directe de l'hypothèse de Kirchhoff des relations de déplacement-déformation sur la théorie de l'élasticité 3-D. Les auteurs ayant utilisés ce type de considération sont Byrne, Flügge, Goldenveizer, Lur'ye et Novozhilov.
- Expressions qui découlent des premières. Certains termes, liés à la position du point où le calcul est effectué, sont négligés. Les auteurs ayant utilisés ce type de considération sont Love, Timoshenko, Reissner, Naghdi, Berry, Sanders, Donnell et Mushtari.
- Expressions qui découlent des premières où certains termes sont décomposés en série de Fourier. Cette théorie est présentée par Vlasov.

Dans le cadre d'application de la théorie des coques minces, les résultats obtenus avec ces formulations diffèrent peu [Forsberg 1966]. A partir de la loi de Hooke, liant la contrainte et la déformation, les contraintes de cisaillement et les contraintes normales peuvent être obtenues et intégrées sur l'épaisseur de la coque pour obtenir les forces et moments résultants. Les équations du mouvement de l'élément fondamental de la coque peuvent ensuite être obtenues de trois manières. La première méthode consiste à appliquer les lois de Newton en additionnant

les forces et moments agissant sur l'élément fondamental. La deuxième méthode consiste à considérer les équations du mouvement d'un élément infinitésimal de la théorie de l'élasticité 3-D et à l'intégrer sur l'épaisseur de l'élément fondamental. La troisième méthode est basée sur le principe variationnel. Les équations du mouvement des coques cylindriques minces peuvent s'écrire sous la forme de (II.58) [Soedel 2004].

$$\mathcal{L}u = 0 \quad (\text{II.58})$$

\mathcal{L} est un opérateur différentiel s'exprimant différemment suivant les théories susnommées. u est le vecteur déplacement, qui est pris sous la forme de (II.59).

$$u = \begin{bmatrix} A \cos(\lambda s) \cos(m\theta) \cos(\omega t) \\ B \sin(\lambda s) \sin(m\theta) \cos(\omega t) \\ C \sin(\lambda s) \cos(m\theta) \cos(\omega t) \end{bmatrix} \quad (\text{II.59})$$

s est un rapport de longueurs et A, B, C et λ sont des constantes. Ce déplacement satisfait exactement les conditions aux limites à bords libres ou appuyés sur un tympan, d'un cylindre de longueur finie et peut être utilisé pour un cylindre infiniment long. Ce déplacement suppose que les variables temporelles et spatiales sont séparables. Ainsi, le déplacement donne naissance à des modes vibratoires correspondant à un harmonique lié au mouvement, tandis que la période et la phase du mouvement sont les mêmes en tout point de la coque. Pour un cylindre infiniment long, en injectant (II.59) dans (II.58) et en utilisant une des formes de \mathcal{L} , chaque équation du mouvement permet la factorisation en terme contenant s, θ et t hors de l'équation. Des équations différentielles linéaires homogènes où la fonction inconnue est constante sont obtenues et s'écrivent selon (II.60).

$$[L] \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = [0] \quad (\text{II.60})$$

Ainsi, pour une solution non triviale, le déterminant de la matrice de l'opérateur linéaire $[L]$ doit être nul. Au moyen de la définition des racines de l'équation du huitième ordre obtenue, notées Ω_m , il est possible de déterminer les fréquences propres de la coque cylindrique, selon (II.61).

$$f_m = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E \Omega_m^2}{\rho R^2 (1 - \nu^2)}} \quad (\text{II.61})$$

ν est le coefficient de Poisson du cylindre. $\Omega_{m>0}^2$ prend la forme donnée par (II.62) pour la théorie de Donnell-Mushtari, (II.63) pour les théories de Love-Timoshenko, Goldenveizer-Novozhilov, Sanders et Reissner-Naghdi-Berry, (II.64) pour la théorie de Houghton-Johns,

(II.65) pour les théories de Biezeno-Grammel et de Vlasov, (II.66) pour la théorie de Flügge, (II.67) pour la théorie de Epstein-Kennard, (II.68) pour une version simplifiée de celle de Kennard et finalement (II.69) pour les équations de la membrane [Leissa 1993]. Si m est nul, Ω_0^2 est donné par (II.70) dans le cadre de la théorie de Donnell-Mushtari.

$$\Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (1 + m^2 + km^4) \pm [(1 + m^2)^2 + 2km^4(1 - m^2)]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{II.62})$$

$$\Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (1 + m^2)(1 + km^2) \pm [(1 + m^2)^2 - 2km^2(1 - 6m^2 + m^4)]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{II.63})$$

$$\Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (1 + m^2 + km^4) \pm [(1 + m^2)^2 + 2km^4(5 - m^2)]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{II.64})$$

$$\Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ [1 + m^2 + k(1 - m^2)^2] \pm [(1 + m^2)^2 + 2k(1 - m^2)^3]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{II.65})$$

$$\Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ (1 + m^2 + km^4) \pm [(1 + m^2)^2 - 2km^6]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (\text{II.66})$$

$$\begin{aligned} \Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \frac{1+3\nu}{1-\nu}k + m^2 - \left(\frac{10-20\nu+11\nu^2}{(1-\nu)^2} \right) km^2 + \frac{1-2\nu}{(1-\nu)^2} km^4 \right] \right. \\ \left. \pm \left[(1 + m^2)^2 + 2 \frac{1+3\nu}{1-\nu}k - \frac{22-52\nu+32\nu^2}{(1-\nu)^2} km^2 \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{10-20\nu+14\nu^2}{(1-\nu)^2} km^4 - \frac{2-4\nu+4\nu^2}{(1-\nu)^2} km^6 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.67})$$

$$\begin{aligned} \Omega_{m>0}^2 = \frac{1}{2} \left\{ \left[1 + \frac{2+\nu}{2(1-\nu)}k + m^2 - \frac{4-\nu}{2(1-\nu)} km^2 + km^4 \right] \right. \\ \left. \pm \left[1 + \frac{2+\nu}{1-\nu}k + 2(1-3k)m^2 + m^4 + \frac{3(2-3\nu)}{1-\nu} km^4 - 2km^6 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.68})$$

$$\Omega_{m>0}^2 = 0, (1 + m^2) \quad (\text{II.69})$$

$$\Omega_0^2 = 0,1 \quad (\text{II.70})$$

Le coefficient k est un paramètre d'épaisseur, défini par (II.71).

$$k = \frac{h^2}{12R^2} \quad (\text{II.71})$$

Dans les formules (II.62) à (II.70), les termes d'ordre k^2 ont été négligés. Les résultats pour les théories de Donnell-Mushtari, Flügge, Houghton-Johns et les équations de la membrane, sont singulièrement différents des autres. Particulièrement, les termes en k sont négligés devant 1 dans l'équation caractéristique de la théorie de Flügge.

Pour un cylindre fini, à bords appuyés sur un tympan (plaques minces ayant une grande raideur dans leur plan et une petite raideur dans la direction axiale), il est nécessaire de

résoudre l'équation caractéristique du troisième ordre en Ω_{mn}^2 (II.72), n étant le mode longitudinal ou axial.

$$\Omega_{mn}^6 - (K_2 + k\Delta K_2)\Omega_{mn}^4 + (K_1 + k\Delta K_1)\Omega_{mn}^2 - (K_0 + k\Delta K_0) = 0 \quad (\text{II.72})$$

La plus petite racine de l'équation permet de déterminer la fréquence propre due aux modes circonférentiels et longitudinaux, au moyen de (II.61), en remplaçant Ω_m par Ω_{mn} . Les coefficients K_0 , K_1 et K_2 découlent de la théorie de Donnell-Mushtari et sont donnés respectivement dans (II.73) à (II.75).

$$K_0 = \frac{1}{2}(1 - \nu)[(1 - \nu^2)\lambda^4 + k(m^2 + \lambda^2)^4] \quad (\text{II.73})$$

$$K_1 = \frac{1}{2}(1 - \nu) \left[(3 + 2\nu)\lambda^2 + m^2 + (m^2 + \lambda^2)^2 + \frac{(3 - \nu)}{(1 - \nu)}k(m^2 + \lambda^2)^3 \right] \quad (\text{II.74})$$

$$K_2 = 1 + \frac{1}{2}(3 - \nu)(m^2 - \lambda^2) + k(m^2 + \lambda^2)^2 \quad (\text{II.75})$$

Les coefficients ΔK_2 , ΔK_1 et ΔK_0 sont la variation des paramètres K suivant la théorie considérée, par rapport à la théorie de Donnell-Mushtari. Ils sont explicités dans le tableau II.1. Le coefficient λ est donné par (II.76) pour un cylindre à bords appuyés sur un tympan [Leissa 1993], et par (II.77) pour un cylindre dont les extrémités sont fixées [Gieras 2006].

$$\lambda = n\pi \frac{R}{L} \quad (\text{II.76})$$

$$\lambda = (n + 0.3)\pi \frac{R}{L} \quad (\text{II.77})$$

Application des équations de Love d'un cylindre infini sur un cylindre fini

En se basant sur les équations de Love utilisée dans le paragraphe précédent, pour un cylindre de longueur infinie, une approche basée sur les ondes de vibrations permet de déterminer le comportement vibratoire d'un cylindre fini [Wang C 2000a]. Cette méthode approximative permet de calculer ses fréquences propres pour différentes conditions de bords sans simplifier les équations exactes du mouvement. Les relations entre fréquences propres et nombre d'onde régissent la propagation des ondes dans la structure cylindrique. Trois solutions de l'équation caractéristique du troisième ordre en ω^2 , issue de la résolution du système (II.60), représentent ces relations. Ces solutions sont données par (II.78). La fréquence naturelle est le plus petit résultat des trois formulations.

$$f_{mn}^{(N)} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{-\frac{a_1}{3} - \frac{2\sqrt{a_1^2 - 3a_2}}{3} \cos\left(\frac{\alpha + (2N - 2)\pi}{3}\right)}, N \in \{1, 2, 3\} \quad (\text{II.78})$$

TABLEAU II.1

Coefficients de l'équation caractéristique suivant les théories présentées dans [Leissa 1993]

Théorie	ΔK_2	ΔK_1	ΔK_0
Donnell-Mushtari	0	0	0
Love-Timoshenko	$(1-\nu)\lambda^2 + m^2$	$(1-\nu)\lambda^2 + m^2 + (1-\nu)\lambda^4 - \frac{1}{2}(3-\nu^2)\lambda^2 m^2 - \frac{1}{2}(3+\nu)m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)[2(1-\nu^2)\lambda^4 + (3+\nu)\lambda^2 m^2 + m^4 - (2+\nu)(3-\nu)\lambda^4 m^2 - (7+\nu)\lambda^2 m^4 - 2m^6]$
Goldenevizer-Novozhilov	$2(1-\nu)\lambda^2 + m^2$	$2(1-\nu)\lambda^2 + m^2 + 2(1-\nu)\lambda^4 - (2-\nu)\lambda^2 m^2 - \frac{1}{2}(3+\nu)m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)[4(1-\nu^2)\lambda^4 + 4\lambda^2 m^2 + m^4 - 2(2-\nu)(2+\nu)\lambda^4 m^2 - 8\lambda^2 m^4 - 2m^6]$
Houghton-Johns	0	$2(2-\nu)\lambda^2 m^2 - 2m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)[-2(2-\nu)(2+\nu)\lambda^4 m^2 - 8\lambda^2 m^4 - 2m^6]$
Biezeno-Grammel	$1 - \frac{1}{2}(3+\nu)m^2 + \frac{3}{2}(1-\nu)\lambda^2$	$-(3-2\nu)\lambda^2 + (2-\nu)m^2 + \frac{1}{2}(3-7\nu)\lambda^4 - (5-\nu)\lambda^2 m^2 - \frac{1}{2}(5-\nu)m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)[(4-3\nu^2)\lambda^4 + 2(2-\nu)\lambda^2 m^2 + m^4 - 2\nu\lambda^6 - 6\lambda^4 m^2 - 2(4-\nu)\lambda^2 m^4 - 2m^6]$
Flügge	0	0	$\frac{1}{2}(1-\nu)[2(2-\nu)\lambda^2 m^2 + m^4 - 2\nu\lambda^6 - 6\lambda^4 m^2 - 2(4-\nu)\lambda^2 m^4 - 2m^6]$
Reissner-Naghdi-Berry	$\frac{1}{2}(1-\nu)\lambda^2 + m^2$	$\frac{1}{2}(1-\nu)\lambda^2 + m^2 + \frac{1}{2}(1-\nu)\lambda^4 - \frac{1}{4}(1+\nu)(3-\nu)\lambda^2 m^2 - \frac{1}{2}(3+\nu)m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)\left[\frac{1}{2}(5+3\nu)\lambda^2 m^2 + m^4 - 2(2+\nu)\lambda^4 m^2 - 2(3+\nu)\lambda^2 m^4 - 2m^6\right]$
Sanders	$\frac{9}{8}(1-\nu)\lambda^2 + \frac{1}{8}(9-\nu)m^2$	$\frac{9}{8}(1-\nu)\lambda^2 + \frac{1}{8}(9-\nu)m^2 + \frac{9}{8}(1-\nu)\lambda^4 - \frac{1}{4}(4-3\nu+3\nu^2)\lambda^2 m^2 - \frac{1}{8}(11+5\nu)m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)\left[\frac{9}{4}(1-\nu^2)\lambda^4 + 4\lambda^2 m^2 + m^4 - 6\lambda^4 m^2 - 8\lambda^2 m^4 - 2m^6\right]$
Vlasov	$1 - 2m^2$	$\frac{1}{2}(3-\nu)(m^2 + \lambda^2) - 2\nu\lambda^4 - (6-3\nu+\nu^2)\lambda^2 m^2 - (3-\nu)m^4$	$\frac{1}{2}(1-\nu)[(m^2 + \lambda^2)^2 + 2\nu\lambda^6 - 6\lambda^4 m^2 - 2(4-\nu)\lambda^2 m^4 - 2m^6]$
Epstein-Kennard	$\frac{(1+3\nu)}{(1-\nu)} - \frac{(2-8\nu^2+3\nu^3)\lambda^2}{2(1-\nu)^2} - \frac{(19-37\nu+19\nu^2+\nu^3)}{2(1-\nu)^2} - \frac{\nu^2(m^2+\lambda^2)}{(1-\nu)^2}$	$\frac{(3+8\nu-5\nu^2-\nu^3)\lambda^2}{2(1-\nu)} + \frac{(2+\nu)m^2}{2} - \frac{(6+4\nu-8\nu^2+3\nu^3)\lambda^4}{4(1-\nu)} - \frac{\nu^2(n^2+\lambda^2)^3}{2(1-\nu)} - \frac{(26-60\nu+40\nu^2-3\nu^3-8\nu^4)\lambda^2 m^2}{2(1-\nu)} - \frac{(13-22\nu+10\nu^2)m^4}{2(1-\nu)}$	$\frac{1}{2}(1-\nu)\left[\frac{(2+6\nu-2\nu^2-3\nu^3)\lambda^4}{2(1-\nu)} + 4\lambda^2 m^2 + m^4 - \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)}\lambda^6 - \frac{(7-5\nu)}{(1-\nu)}\lambda^4 m^2 - 8\lambda^2 m^4 - 2m^6\right]$
Kennard simplifié	$\frac{(2+\nu)}{2(1-\nu)} - \frac{(4-\nu)m^2}{2(1-\nu)}$	$\frac{(2+\nu)(3-\nu)\lambda^2}{4(1-\nu)} + \frac{(6+\nu)m^2}{4} - \frac{(4-\nu)(3-\nu)\lambda^2 m^2}{4(1-\nu)} - \frac{(12-17\nu+\nu^2)m^4}{4(1-\nu)}$	$\frac{1}{2}(1-\nu)\left[\frac{(2+\nu)\lambda^4}{2(1-\nu)} + \frac{(2+\nu)(2-3\nu)\lambda^2 m^2}{2(1-\nu)} + m^4 - \frac{(4-\nu)\lambda^4 m^2}{2(1-\nu)} - \frac{(8-8\nu-3\nu^2)\lambda^2 m^4}{2(1-\nu)} - 2m^6\right]$
Membrane	$-(m^2 + \lambda^2)$	$-\frac{1}{2}(3-\nu)(m^2 + \lambda^2)^3$	$-\frac{1}{2}(1-\nu)(m^2 + \lambda^2)^4$

Dans ces équations, α est défini par (II.79).

$$\alpha = \arccos\left(\frac{27a_3 + 2a_1^3 - 9a_1a_2}{2(a_1^2 - 3a_2)^{\frac{3}{2}}}\right) \quad (\text{II.79})$$

Les coefficients a_1 , a_2 et a_3 sont issus de la résolution du système (II.60), relatif aux fréquences propres. Ils sont respectivement donnés dans (II.80), (II.81) et (II.82). Ce système permettant de calculer les fréquences propres lie la masse représentée ici par le produit ρh , et une matrice de raideur équivalente dont les coefficients sont les $K_{1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3}$. Cette matrice est obtenue par la résolution des équations de Love, et est donnée par (II.83).

$$a_1 = -\frac{1}{\rho h} (K_{11} + K_{22} + K_{33}) \quad (\text{II.80})$$

$$a_2 = \frac{1}{(\rho h)^2} (K_{11}K_{33} + K_{22}K_{33} + K_{11}K_{22} - |K_{23}|^2 - |K_{13}|^2 - |K_{12}|^2) \quad (\text{II.81})$$

$$a_3 = \frac{1}{(\rho h)^3} (K_{11}K_{23}^2 + K_{22}K_{13}^2 + K_{33}K_{12}^2 + 2K_{12}K_{23}K_{13} - K_{11}K_{22}K_{33}) \quad (\text{II.82})$$

$$K = \begin{bmatrix} U \left(k_z^2 + \frac{(1-\nu)}{2} k_\theta^2 \right) & U \frac{(1+\nu)}{2} k_z k_\theta & U \frac{\nu}{R} k_z \\ U \frac{(1+\nu)}{2} k_z k_\theta & \left(U + \frac{V}{R^2} \right) \left(k^2 - \frac{(1+\nu)}{2} k_z^2 \right) & \left(\frac{U}{R} k_\theta + \frac{V}{R} k^2 k_\theta \right) \\ U \frac{\nu}{R} k_z & \left(\frac{U}{R} k_\theta + \frac{V}{R} k^2 k_\theta \right) & V k^4 + \frac{U}{R^2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.83})$$

U et V sont définis selon (II.84) et (II.85).

$$U = \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad (\text{II.84})$$

$$V = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (\text{II.85})$$

Le nombre d'onde dans la direction circonférentielle, k_θ , est lié au nombre de mode circonférentiel m par $k_\theta = m/R$. Le nombre d'onde de la direction axiale, k_z , s'exprime différemment suivant les conditions aux limites du cylindre. Au moyen de la théorie des poutres, pour des conditions de bords encastés, appuyés sur un tympan et libres, ce nombre s'écrit respectivement selon (II.86), (II.87) et (II.88).

$$k_z = \frac{\left(n + \frac{1}{2}\right)\pi}{L}, \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (\text{II.86})$$

$$k_z = \frac{n\pi}{L}, \forall n \in \mathbb{N}^* \quad (\text{II.87})$$

$$k_z = \frac{\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi}{L}, \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\} \quad (\text{II.88})$$

Le coefficient k lie les nombres d'ondes k_θ et k_z selon (II.89).

$$k = \sqrt{k_\theta^2 + k_z^2} \quad (\text{II.89})$$

Omission des déflexions dans le plan par la théorie de Donnell

Une méthode approximative de la théorie des coques minces cylindriques en négligeant les déflexions dans le plan est due à Donnell pour des cylindres à bords appuyés sur un tympan. Pour toutes conditions aux limites, les fréquences propres peuvent se calculer au moyen de (II.90) [Soedel 2004].

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{V}{\rho h} k^4 + \frac{U(1-\nu^2)}{\rho h R^2} \frac{k_z^4}{k^4}} \quad (\text{II.90})$$

Application des équations de Love sur un cylindre orthotrope.

L'étude d'une coque mince cylindrique orthotrope à bords appuyés sur un tympan est présentée dans [Soedel 2004]. En partant des équations de Love et en utilisant les approximations de Donnell, Mushtari et Vlasov, les fréquences propres dues aux modes circonférentiels et longitudinaux peuvent se calculer selon (II.91).

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{\rho h} \left\{ \frac{D_{11} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + 2(D_{12} + 2D_{33}) \left(\frac{m}{R}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2 + D_{22} \left(\frac{m}{R}\right)^4}{(A_{11}A_{22} - A_{12}^2) \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4} + \frac{R^2 \left[A_{11} \left(\frac{n\pi}{L}\right)^4 + A_{22} \left(\frac{m}{R}\right)^4 + \frac{(A_{11}A_{22} - A_{12}^2 - 2A_{12}A_{33}) \left(\frac{m}{R}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2}{A_{33}} \right]}{A_{33}} \right\}} \quad (\text{II.91})$$

Les coefficients $D_{1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3}$ et $A_{1 \leq x \leq 3, 1 \leq y \leq 3}$ dépendent du matériau. Les déformations de la structure selon deux coordonnées quelconques a et b , ε_{ab} , peuvent être séparées en déformations indépendantes de la normale à la surface notée n , dites membranaires et notées ε_{ab}^0 , et en déformations proportionnelles à cette normale, dites de flexion et notées k_{ab} , selon (II.92).

$$\varepsilon_{ab} = \varepsilon_{ab}^0 + nk_{ab} \quad (\text{II.92})$$

Les tenseurs de tension et de flexion définis en I.5.2 peuvent alors s'exprimer en fonction des déformations précédentes à partir, respectivement, de raideurs membranaires, A , et de flexion, D . Alors, pour le matériau orthotrope, les relations entre forces, moments résultants et déformation sont donnés par (II.93).

$$\begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \\ N_{12} \\ M_1 \\ M_2 \\ M_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{11}^0 \\ \varepsilon_{22}^0 \\ \varepsilon_{12}^0 \\ k_{11} \\ k_{22} \\ k_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.93})$$

Pour un matériau isotrope, ces coefficients s'expriment en fonction de U et V définis en (II.84) et (II.85), selon la manière de (II.94).

$$\begin{aligned} A_{11} &= U & A_{22} &= U & A_{12} &= \nu U & A_{33} &= \frac{(1-\nu)}{2} U \\ D_{11} &= V & D_{22} &= V & D_{12} &= \nu V & D_{33} &= \frac{(1-\nu)}{2} V \end{aligned} \quad (\text{II.94})$$

Dans ce cas, (II.91) se simplifie alors en (II.95).

$$f_{mn} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{E}{\rho R^2} \left\{ \frac{\left(\frac{n\pi R}{L}\right)^4}{\left[\left(\frac{n\pi R}{L}\right)^2 + m^2\right]^2} + \frac{\left(\frac{h}{R}\right)^2}{12(1-\nu^2)} \left[\left(\frac{n\pi R}{L}\right)^2 + m^2\right]^2 \right\}} \quad (\text{II.95})$$

II.3.4 Déplacements

II.3.4.1 A partir des fréquences propres

En utilisant les considérations expliquées en I.5.5, les déplacements peuvent être séparés en termes de déplacements statiques et dynamiques, reliés par un facteur de grossissement selon (I.28). Les déplacements statiques peuvent être obtenus en considérant l'équation d'équilibre pour une structure linéaire à partir de l'équation du mouvement. Ainsi, en notant K la raideur équivalente de la structure et F_m l'amplitude de l'harmonique de rang égal au mode circonférentiel de la force magnétique, les déplacements statiques U_m^{stat} s'expriment selon (II.96).

$$U_m^{\text{stat}} = \frac{F_m}{K_m} \quad (\text{II.96})$$

Pour un cylindre de masse M , la raideur peut être simplement donnée selon (II.97) [Gieras 2006].

$$K_m = (2\pi f_m)^2 M \quad (\text{II.97})$$

II.3.4.2 A partir de la théorie des anneaux

Certains auteurs ont proposés des expressions de raideur équivalente pour des machines électriques, suivant la théorie des anneaux à laquelle des facteurs de correction peuvent être adjoints [Tímár 1989][Zhu 1993e]. Ces facteurs correctifs prennent en compte des effets de déplacements linéaire et rotatif, ainsi que la contribution des énergies cinétique et potentielle. Ainsi, en notant S_{int} la surface interne du cylindre, sur laquelle la force est appliquée, pour des modes circonférentiels d'ordre 0, 1 et supérieurs ou égaux à 2, les raideurs équivalentes sont exprimées selon (II.98), (II.99) et (II.100) [Tímár 1989]. Dans ces équations, R_{int} est le rayon interne du stator.

$$K_{m=0} = \frac{E_c h_{\text{noy}} S_{\text{int}}}{R_{\text{m,noy}} R_{\text{int}}} \quad (\text{II.98})$$

$$K_{m=1} = \frac{3E_c D_{\text{arbre}}^4 S_{\text{int}}}{4R_{\text{ext,rotor}} L_{\text{rotor}} L_{\text{roul}}^3} \quad (\text{II.99})$$

$$K_{m \geq 2} = \frac{E_c h_{\text{noy}}^3 (m^2 - 1)^2 S_{\text{int}}}{12 R_{m,\text{noy}}^3 R_{\text{int}}} \quad (\text{II.100})$$

Une autre formulation très similaire et également basée sur la machine électrique est proposée dans [Yang 1981][Zhu 1993e]. Les raideurs équivalentes calculées pour un mode m dépendent du rapport, noté F_{em} , de la fréquence propre de toute la machine à ce mode m sur la fréquence propre du stator uniquement, à ce mode. Ainsi, il est possible de prendre en compte l'augmentation de la raideur du stator due aux conditions de bords de la carcasse. Pour les modes circonférentiels d'ordre 0, 1 et supérieurs ou égaux à 2, les raideurs équivalentes sont exprimées selon (II.101), (II.102) et (II.103) [Zhu 1993e].

$$K_{m=0} = \frac{2\pi E_c h_{\text{noy}} L}{R_{m,\text{noy}}} \frac{1}{k_{\text{add,rec}}} \quad (\text{II.101})$$

$$K_{m=1} = \frac{2\pi E_c h_{\text{noy}} L}{R_{m,\text{noy}}} \frac{F_1^2}{k_{\text{add,rec}}} \quad (\text{II.102})$$

$$K_{m \geq 2} = \frac{\pi E_c h_{\text{noy}}^3 L}{6 R_{m,\text{noy}}^3} \frac{F_{em}^2 F_m^2}{k_{\text{add,rec}}} \frac{m^2 (m^2 - 1)^2}{m^2 + 1} \quad (\text{II.103})$$

Les termes F_1 et F_m se déduisent de la théorie des anneaux épais selon (II.104) et (II.105).

$$F_1 = \sqrt{\frac{2}{1 + \frac{h_{\text{noy}}^2}{12 R_{m,\text{noy}}^2} \frac{k_{\text{add,rot}}}{k_{\text{add,rec}}}}} \quad (\text{II.104})$$

$$F_m = \sqrt{\frac{1 + \frac{h_{\text{noy}}^2}{4 R_{m,\text{noy}}^2} m^2}{k_{\text{add,rec}} \left(1 + \frac{h_{\text{noy}}^2}{4 R_{m,\text{noy}}^2} m^2\right)^2 + \frac{h_{\text{noy}}^2}{12 R_{m,\text{noy}}^2} k_{\text{add,rot}} \frac{(m^2 - 1)^2}{m^2 + 1}}} \quad (\text{II.105})$$

Le terme correctif permettant de prendre en compte les effets de la masse en déplacement rectiligne, $k_{\text{add,rec}}$, est celui donné par (II.37). Celui pour la rotation, $k_{\text{add,rot}}$, peut être celui donné par (II.38) ou celui donné par (II.106) [Yang 1981].

$$k_{\text{add,rot}} = 1 + \frac{6 N_{\text{enc}} b_{\text{dent}} h_{\text{dent}}^4}{\pi R_{m,\text{noy}} L h_{\text{noy}}^3} \left(1 + \frac{M_{\text{enroulements}}}{M_{\text{dents}}}\right) \left[\frac{1}{3} + \frac{h_{\text{noy}}}{2 h_{\text{dent}}} + \left(\frac{h_{\text{noy}}}{2 h_{\text{dent}}}\right)^2\right] \quad (\text{II.106})$$

II.3.5 Rayonnement acoustique

II.3.5.1 Cylindre de longueur infinie

Les déplacements étant maintenant connus, il est possible de calculer la puissance acoustique au moyen du rayonnement acoustique de la machine. Généralement, la vitesse de

l'air au niveau de la surface vibrante (ici la carcasse) est supposée égale à la vitesse vibratoire. Soit une coque mince cylindrique de longueur infinie. L'axe central du cylindre est noté z et en utilisant les coordonnées polaires, l'axe r tourne autour de z par un angle θ . Le nombre d'onde acoustique est noté k et est donné par (II.107). Ce nombre peut être décomposé sur les axes r et z en respectivement k_r et k_z selon la relation de dispersion donné dans (II.108) [Lesueur 1988].

$$k = \frac{2\pi f_f}{c_0} \quad (\text{II.107})$$

$$k^2 = k_r^2 + k_z^2 \quad (\text{II.108})$$

c_0 est la célérité du son dans l'air et f_f la fréquence de la force magnétique. Le facteur de rayonnement de ce cylindre est donné par (II.109) pour le champ lointain [Gieras 2006]. Ceci implique que $k_r R \gg 1$. L'onde structurelle se propage dans la direction $+z$.

$$\sigma_{mn} = \begin{cases} 0 & \text{pour } k_z \geq k \\ \frac{2k^2}{\pi R k_r^3 \left| \frac{dH_m^{(2)}(k_r R)}{d(k_r R)} \right|^2} & \text{pour } k_z < k \end{cases} \quad (\text{II.109})$$

Il convient de définir les fonctions de Bessel également appelées fonctions cylindriques. Les fonctions de Bessel de première espèce sont notées J_m , les fonctions de Bessel de deuxième espèce sont notées Y_m , les fonctions de Bessel de troisième espèce sont les fonctions de Hankel $H_m^{(1)}$ et $H_m^{(2)}$. La fonction $H_m^{(2)}$ se détermine à partir des fonctions de Bessel de première espèce et deuxième espèce comme le définit (II.110) [Reinhardt 1997]. Les dérivées de J_m et Y_m sont respectivement données dans les équations (II.111) et (II.112) et il est donc aisé d'en déduire la dérivée de $H_m^{(2)}$.

$$H_m^{(2)}(x) = J_m(x) - iY_m(x) \quad (\text{II.110})$$

$$J_m'(x) = \frac{mJ_m(x)}{x} - J_{m+1}(x) \quad (\text{II.111})$$

$$Y_m'(x) = \frac{mY_m(x)}{x} - Y_{m+1}(x) \quad (\text{II.112})$$

En considérant les vibrations axiales comme uniformes, $k_z = 0$. Ainsi, (II.109) peut se réécrire selon (II.113) [Tímár 1989].

$$\sigma_m = (kR)^2 \frac{Y_m(kR)J_{m+1}(kR) - J_m(kR)Y_{m+1}(kR)}{[mJ_m(kR) - (kR)J_{m+1}(kR)]^2 + [mY_m(kR) - (kR)Y_{m+1}(kR)]^2} \quad (\text{II.113})$$

II.3.5.2 Cylindre de longueur finie

Une formulation similaire à celle de (II.109) est présentée dans [Zhu 1994]. Au lieu d'un simple cylindre de longueur fini, un cylindre fini terminé par des plaques infiniment longues est considéré. Ainsi, même si les conditions de bords ne peuvent être appliquées, ce modèle restreint les vibrations sur la longueur de la machine. Le facteur de rayonnement est donné par une formulation intégrale selon (II.114).

$$\sigma_m = \frac{2kRL}{\pi^2} \int_0^k \frac{[(kR)^2 \left(1 - \left(\frac{x}{k}\right)^2\right)]^{-1}}{J_m'^2 \left(kR \sqrt{1 - \left(\frac{x}{k}\right)^2}\right) + Y_m'^2 \left(kR \sqrt{1 - \left(\frac{x}{k}\right)^2}\right)} \left[\frac{\sin\left(\frac{L}{2}x\right)}{\frac{L}{2}x} \right]^2 dx \quad (\text{II.114})$$

En utilisant (II.108), il est possible d'exprimer k_r selon (II.115).

$$k_r = k \sqrt{1 - \left(\frac{k_z}{k}\right)^2} \quad (\text{II.115})$$

L'équation (II.114) peut donc simplement se réécrire comme une intégration selon k_z comme montré par (II.116).

$$\sigma_m = \int_0^k \frac{2kL}{\pi^2 R k_r^2 \left| \frac{dH_m^{(2)}(k_r R)}{d(k_r R)} \right|^2} \left[\frac{\sin\left(\frac{L}{2}k_z\right)}{\frac{L}{2}k_z} \right]^2 dk_z \quad (\text{II.116})$$

Cette équation est utilisée pour des modes circonférentiels purs. Une forme plus générale prenant en compte les modes axiaux est proposée dans [Gieras 2006]. Elle dépend des conditions de bords, et pour des bords appuyés sur un tympan, en utilisant (II.87), le facteur de rayonnement est donné par (II.117).

$$\sigma_{mn} = \int_{-k}^k \frac{2kL}{\pi^2 R k_r^2 \left| \frac{dH_m^{(2)}(k_r R)}{d(k_r R)} \right|^2} \left(\frac{\frac{n\pi}{L}}{k_z + \frac{n\pi}{L}} \right)^2 \left[\frac{\sin\left(\frac{L}{2}\left(k_z - \frac{n\pi}{L}\right)\right)}{\frac{L}{2}\left(k_z - \frac{n\pi}{L}\right)} \right]^2 dk_z \quad (\text{II.117})$$

Le rayonnement acoustique s'exprime en fonction de l'impédance de rayonnement selon (II.118) et c'est à partir de sa formulation que les formules précédentes découlent. Cette impédance est complexe et m est un mode circonférentiel tandis que p et q sont deux modes longitudinaux.

$$\sigma = \frac{\Re(Z_{mpq})}{\rho_0 c_0} \quad (\text{II.118})$$

Pour un cylindre mince et fini, appuyé sur un tympan à ses deux extrémités, l'impédance de rayonnement divisé par la norme de la composante radiale du mode (p, q) est donnée par (II.119) [Lesueur 1988].

$$Z_{mpq} = \frac{8\rho_0 c_0 p q \pi i}{(kL)^3} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{H_m^{(1)}(k_r R)}{(1-x^2) \frac{dH_m^{(1)}(k_r R)}{d(k_r R)}} \frac{I_{pq}(x)}{\left[x^2 - \left(\frac{p\pi}{kL}\right)^2\right] \left[x^2 - \left(\frac{q\pi}{kL}\right)^2\right]} dx \quad (\text{II.119})$$

Cette normalisation permet de faire tendre le facteur de rayonnement vers l'unité comme dans les cas précédents, et de s'affranchir du facteur de Neumann. La fonction de Hankel $H_m^{(1)}$ est le conjugué de la fonction $H_m^{(2)}$. La variable d'intégration x est le rapport k_z/k dont k_r dépend. La fonction I_{pq} est donnée dans (II.120).

$$I_{pq}(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos^2\left(\frac{kxL}{2}\right) & \text{si } p, q \text{ impairs} \\ -\frac{i}{2} \cos\left(\frac{kxL}{2}\right) \sin\left(\frac{kxL}{2}\right) & \text{si } p \text{ pair, } q \text{ impair} \\ \frac{i}{2} \cos\left(\frac{kxL}{2}\right) \sin\left(\frac{kxL}{2}\right) & \text{si } p \text{ impair, } q \text{ pair} \\ \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{kxL}{2}\right) & \text{si } p, q \text{ pairs} \end{cases} \quad (\text{II.120})$$

De manière à simplifier les calculs d'intégration, il est judicieux de choisir $|k_z| < k$ comme dans (II.117). Ainsi, le produit $k_r R$ est réel et les fonctions de Hankel sont à valeurs dans \mathbb{R} . Les modes longitudinaux sont considérés égaux et valant n . La partie réelle de l'impédance peut manuellement être calculée puisque les fonctions de Hankel sont des combinaisons linéaires des fonctions de Bessel de première et deuxième espèce. Ainsi, le facteur de rayonnement est donné par (II.121).

$$\sigma_{mn} = \frac{8\rho_0 c_0 n^2 \pi}{(kL)^3} \int_{-1}^1 \frac{J_m(k_r R) Y_m'(k_r R) - Y_m(k_r R) J_m'(k_r R)}{J_m'^2(k_r R) + Y_m'^2(k_r R)} \frac{I_n(x)}{\left[x^2 - \left(\frac{n\pi}{kL}\right)^2\right]^2} dx \quad (\text{II.121})$$

II.3.5.3 Sphère

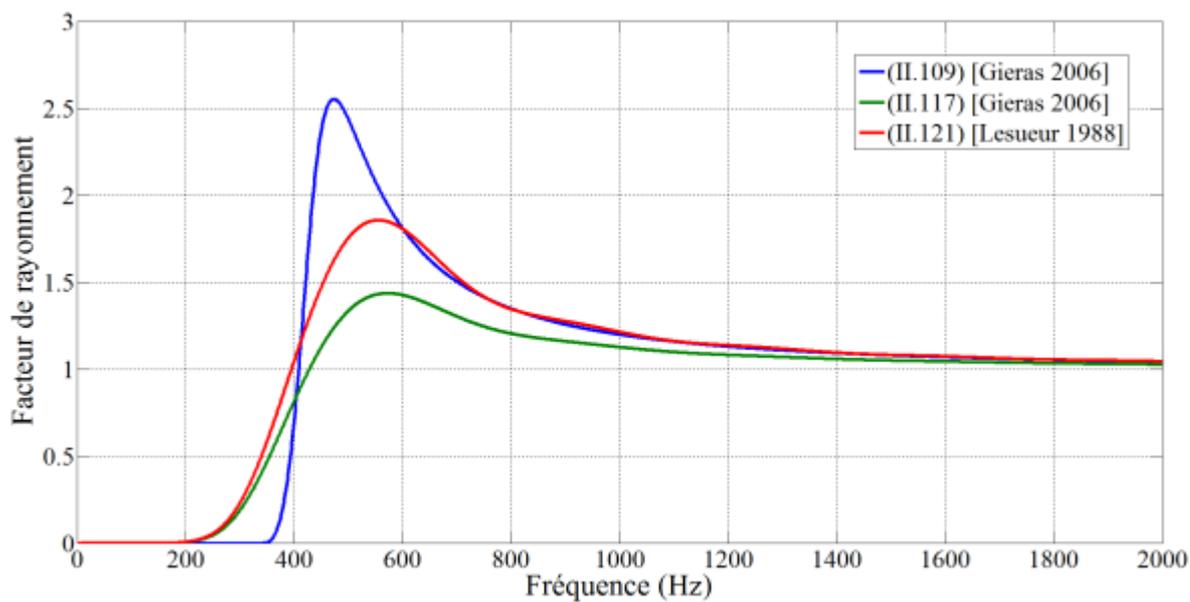
Pour une machine dont le diamètre est proche de sa longueur axiale, un modèle sphérique peut être utilisé. Le facteur de rayonnement est alors donné par (II.122) [Tímár 1989].

$$\sigma_m = Re \left\{ ikR \frac{\sum_{v=0}^m \frac{m! (m+v)!}{v! (m-v)!} (2ikR)^{m-v}}{\sum_{v=0}^m \frac{m! (m+v)!}{v! (m-v)!} (2ikR)^{m-v} (1 + ikR + v)} \right\} \quad (\text{II.122})$$

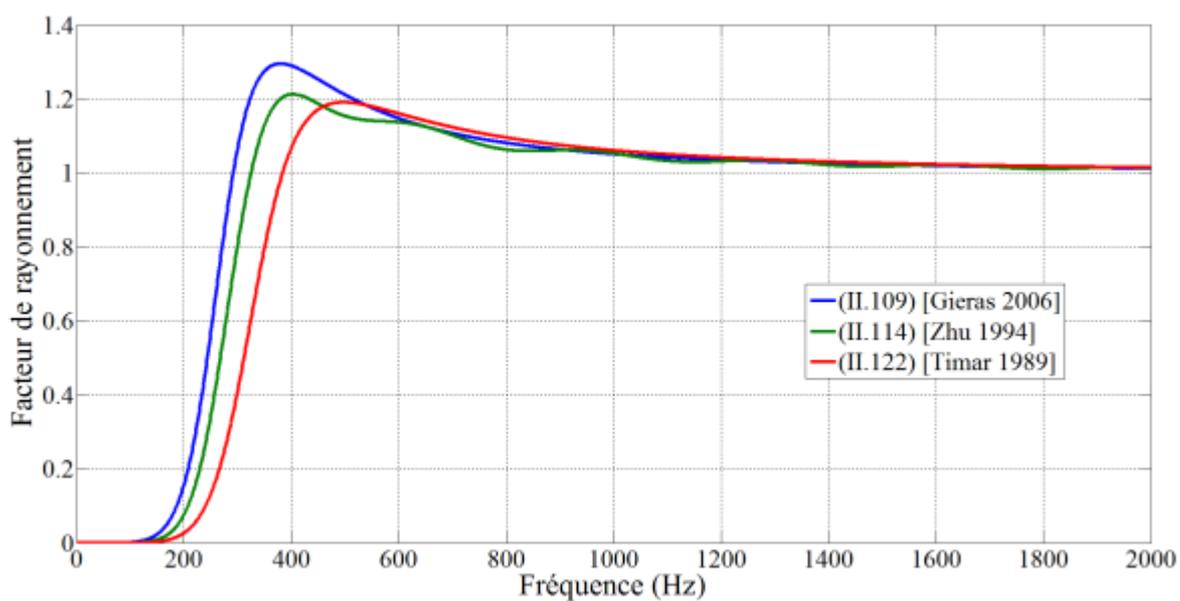
II.3.5.4 Comparaison

La comparaison des facteurs de rayonnement d'un cylindre de longueur fini et pour le mode $(m, n) = (3, 2)$ est présentée dans la figure II.6(a). Les bords sont appuyés sur un tympan. Les expressions (II.109) [Gieras 2006], (II.117) [Gieras 2006] et (II.121) [Lesueur 1988] sont comparées. Il est considéré que $L = 2R$. L'impédance de rayonnement tend en hautes fréquences vers l'impédance caractéristique de l'air ($\rho_0 c_0$) ce qui implique d'après (II.118) que les facteurs de rayonnement tendent vers l'unité [Navi 2006]. Pendant la phase ascendante, les formulations (II.117) et (II.121) donnent des résultats assez similaires, tandis que pendant la phase descendante, les formulations (II.109) et (II.121) donnent des résultats très proches. Des écarts assez importants existent en termes de localisation du maximum et de son amplitude, notamment pour la formule (II.109).

Pour un cylindre de longueur infinie et pour le mode $(m, n) = (3, 0)$, les formulations (II.109) [Gieras 2006], (II.114) [Zhu 1994] et (II.122) [Tímár 1989] sont comparées dans la figure II.6(b). Les valeurs des maximums sont plus proche que sur la figure précédente même si leur localisation n'est pas la même. En phase descendante, les trois formulations donnent des résultats similaires.



(a)



(b)

Fig. II.6. Facteurs de rayonnement suivants les différentes équations présentées pour $L = 2R$ et :(a) $m = 3$ et $n = 2$ (b) $m = 3$ sans mode axial

II.4 APPROCHES NUMERIQUES :

MODELISATION PAR ELEMENTS FINIS 2-D ET 3-D

II.4.1 Modélisation électromagnétique

En pratique, les machines à flux radial étudiées sont des moteurs de traction automobile et sont courtes ($R > L$). Ainsi, des effets 3-D de bord aux extrémités axiales devraient être pris en compte par un modèle 3-D. Toutefois, l'analyse 3-D mécanique montre que ces effets sont principalement responsables de modes longitudinaux de second ordre qui, dans les cas étudiés, sont excités à des fréquences supérieures à la bande de fréquences audibles [Wang C 2004]. De plus, les effets 3-D de bord ont peu d'influence sur les résultats sur la partie active de la machine. Ainsi, bien que des simulations 3-D électromagnétiques soient nécessaires pour comprendre les effets des têtes de bobines, leur coût n'est ici pas justifié par rapport à la précision attendue sur le spectre vibratoire et acoustique. De ce fait, les calculs électromagnétiques des machines à flux radial sont basés sur la MEF 2-D. Pour les machines à flux axial, des calculs par éléments finis 3-D sont réalisés pour étudier les effets de bords aux extrémités radiales. Ces simulations sont réalisées au moyen d'un logiciel commercial (Flux).

Dans le cadre d'études comparatives et d'optimisation lors des premières étapes de dimensionnement de machines, l'outil de conception analytique multi-physique pour la SIMulation analytique de Machines Synchrones à Aimants Permanent (SIMUMSAP) a été développé [Tiegna 2013a]. Une fois une solution optimale obtenue, il est intéressant de poursuivre l'étude sur un modèle numérique plus complet. Pour cette raison, un code en python peut être créé à partir de SIMUMSAP de manière à piloter le logiciel Flux. Pour correspondre à SIMUMSAP, ce code est paramétré de la même manière et permet de modifier le nombre de pôles et d'encoches, les rayons des parties au rotor et au stator, la saillance de l'aimant, l'angle des dents au niveau des isthmes, les dents ou les encoches droites, le fond des encoches (droit, arqué, semi-circulaire), les grandeurs physiques et les paramètres électriques.

Les simulations sont effectuées au moyen de la formulation magnétostatique des équations de Maxwell, en potentiel scalaire magnétique. Le couple est calculé en pas à pas dans le temps, à vitesse nominale. A couple nominal, à un instant donné, les composantes de l'induction sont calculées sur un chemin circulaire situé dans l'entrefer.

II.4.2 Couplage entre modèles électromagnétique et mécanique

II.4.2.1 Modèles électromagnétique et mécanique 2-D

La principale difficulté dans ces simulations multiphysiques apparaît entre le modèle magnétique donnant la densité de force électromagnétique à la surface interne du stator, et le modèle mécanique permettant de calculer les vibrations. Dans le modèle 2-D électromagnétique, la force magnétique est calculée sur un chemin circulaire possédant N points uniformément répartis et situé dans l'entrefer, proche de la surface interne du stator, indépendamment du maillage, comme montré sur la figure II.7. Sur le modèle mécanique, la surface interne du stator est divisée en N lignes identiques, construite autour des points du chemin précédent. La pression magnétique est alors appliquée sur les lignes appartenant aux dents, au niveau du rayon interne, et est ainsi transmise aux nœuds des éléments jouxtant l'entrefer. Un total de $N + 2N_s$ lignes sont créées car les lignes appartenant en même temps aux dents et à l'isthme sont coupées en deux. De plus, pour des raisons de symétries entre motifs dentaires, N est un multiple du nombre d'encoches N_s . Il est choisi de manière à ce que le contenu harmonique de la forme d'onde de la force magnétique possédant N échantillons soit proche de celle obtenue par le modèle électromagnétique 2-D.

II.4.2.2 Modèles électromagnétique 2-D et mécanique 3-D

De la même manière, dans le modèle mécanique, la surface interne du stator est divisée en N surfaces identiques, construite autour des points du chemin précédent, comme montré sur la figure II.8. La pression magnétique est alors appliquée sur les surfaces appartenant aux dents, au niveau du rayon interne. Un nombre total de $N + 2N_s$ surfaces est ainsi créé.

II.4.2.3 Modèles électromagnétique et mécanique 3-D

Dans le cas d'une machine à flux axial modélisée par un modèle électromagnétique 3-D, M chemins circulaires, concentriques et possédant le même nombre N de points, sont créés. Ce choix du même nombre de points est plus facilement réalisable si les encoches et les dents ne sont pas droites. En effet, le rayon des chemins ne coupe alors les faces des dents que deux fois. Les faces sont créées comme sur la figure II.9. Dans ce cas, le nombre total de faces à créer au niveau du rayon interne est $(M - 1)(N + 2N_s)$. La valeur de la pression à appliquer à une face est déterminée par la moyenne des valeurs des composantes axiales, au niveau des deux points des chemins du calcul magnétique appartenant à la face.

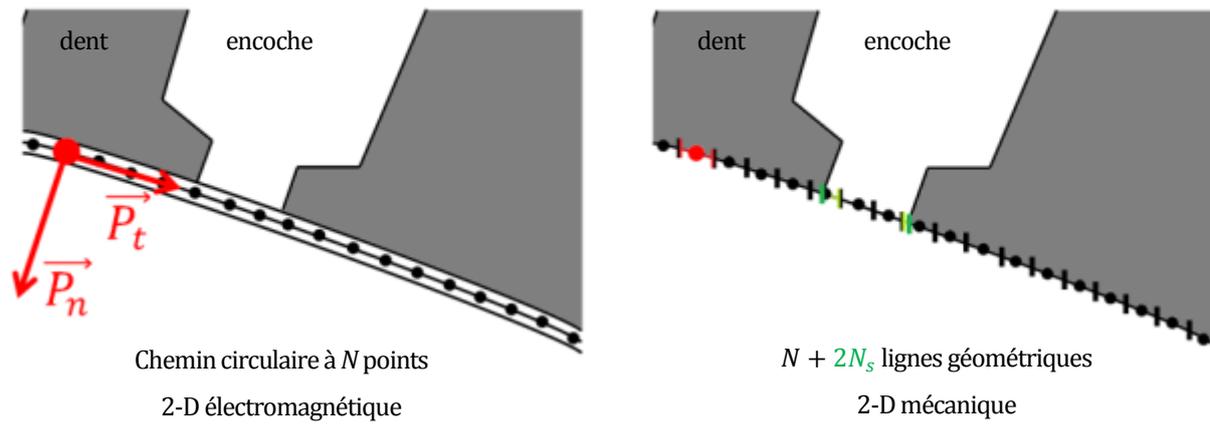


Fig. II.7. Distribution de la force magnétique (2-D) sur les nœuds du maillage mécanique (2-D).

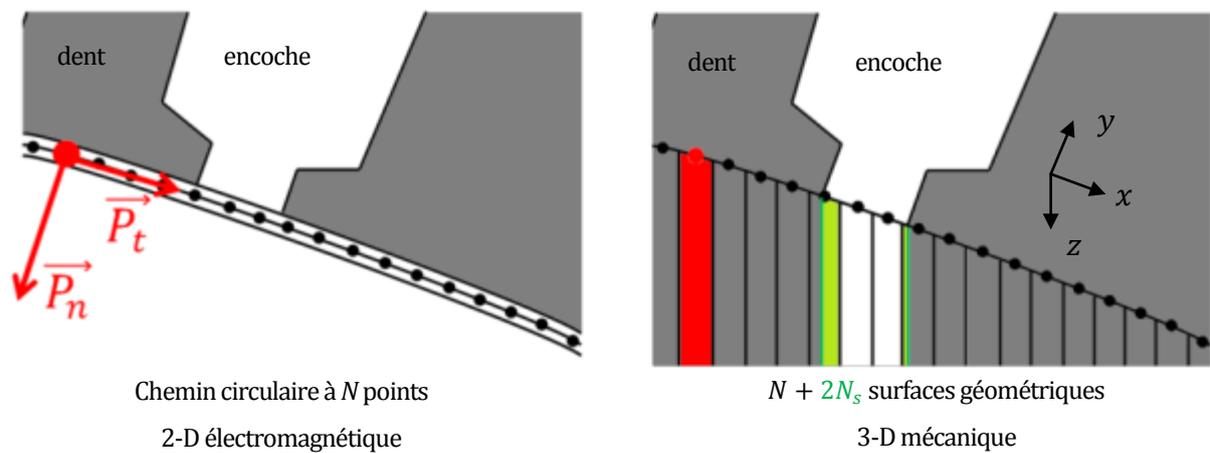


Fig. II.8. Distribution de la force magnétique (2-D) sur les nœuds du maillage mécanique (3-D).

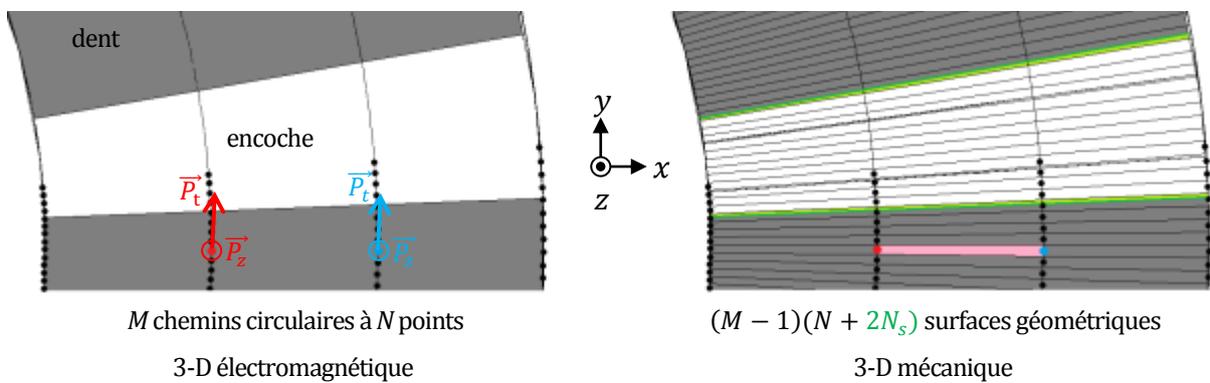


Fig. II.9. Distribution de la force magnétique (3-D) sur les nœuds du maillage mécanique (3-D).

II.4.3 Modélisation mécanique vibratoire

II.4.3.1 Equations générales

Les équations du comportement dynamique d'une structure peuvent être exprimées sous la forme matricielle (II.123) [Fagan 1992]. $[M]$ est la matrice de masse, $[C]$ la matrice de l'amortissement structurel et $[K]$ la matrice de raideur. $\{\ddot{U}\}$, $\{\dot{U}\}$ et $\{U\}$ sont respectivement les accélérations, vitesses et déplacement nodaux.

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{F(t)\} \quad (\text{II.123})$$

L'analyse modale est une analyse dynamique s'intéressant à la prédiction des fréquences propres et des déformées modales de structures non-amorties et libres. Pour l'analyse des valeurs propres, (II.123) devient ainsi (II.124).

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = 0 \quad (\text{II.124})$$

Pour une vibration considérée sinusoïdale, l'équation aux valeurs propres à résoudre est (II.125).

$$([K] - \omega^2[M])\{U(t)\} = 0 \quad (\text{II.125})$$

Ainsi, si un modèle a n degrés de libertés, l'objet d'étude aura n fréquences propres et déformées modales.

II.4.3.2 Fréquences propres par les éléments finis 2-D

Formulation

Programmé sur Matlab, un code basé sur la MEF permettant l'étude des fréquences propres est facilement intégrable à SIMUMSAP. Bien que l'outil soit originellement analytique, pour certains types de machines tels que les machines à commutation de flux où un aimant sépare deux noyaux en U au stator, les solutions analytiques présentées dans la section II.3 ne s'appliquent pas et une solution numérique est nécessaire. L'analyse par éléments finis sera 2-D. Or, un problème 2-D sera une approximation de contraintes planes ou de déformations planes d'un problème 3-D. La différence entre les deux approximations s'exprime sur la matrice des propriétés du matériau et sur les conditions initiales de déformations que peut subir la structure. En partant des relations contraintes-déformation 3-D d'un matériau linéaire et en faisant l'hypothèse de déformations planes, valable pour un cylindre soumis à une pression interne, la matrice des propriétés du matériau, $D \in M_{3(2-D)}(\mathbb{R})$, s'écrit selon (II.126) [Mukhopadhyay 1993].

$$[D] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & 0 \\ \nu & 1-\nu & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{II.126})$$

Le vecteur des contraintes s'exprime en fonction des déplacements de l'élément, et donc des déplacements à ses nœuds. L'analyse par éléments finis est ici réalisée au moyen d'éléments triangulaires du deuxième ordre comme montré sur la figure II.10. Des nœuds supplémentaires sont construits au milieu des segments délimitant l'élément. En notant o l'ordre des éléments, le nombre de nœuds est donné par $(o+1)(o+2)/2$. Les déplacements dans les directions x et y sont analysés séparément et chaque nœud d'un élément a deux degrés de libertés. Ainsi, l'élément possède 12 degrés de libertés et u et v sont les déplacements dans les directions x et y . Les fonctions de forme permettent d'interpoler la solution entre les valeurs discrètes obtenues aux nœuds du maillage. L'interpolation lagrangienne est utilisée. Les éléments étant du deuxième ordre, la fonction d'interpolation, qui est propre à chaque élément, est quadratique de la forme de (II.127).

$$\Phi(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4xy + a_5x^2 + a_6y^2 \quad (\text{II.127})$$

Les constantes $a_{k \in \llbracket 1;6 \rrbracket}$ s'expriment en fonction des coordonnées de nœuds et des $\Phi(x_k, y_k)_{k \in \llbracket 1;6 \rrbracket}$ qui sont des inconnues. La fonction d'interpolation peut donc se réécrire selon (II.128).

$$\Phi(x, y) = \sum_{k=1}^6 N_k(x, y) \Phi(x_k, y_k) \quad (\text{II.128})$$

Les $N_{k \in \llbracket 1;6 \rrbracket}$ sont les fonctions de forme. Elles sont des polynômes de même degré que la fonction d'interpolation et valent 1 au nœud k et 0 aux autres nœuds. Une matrice de fonction de forme $[N] \in M_{(2\text{directions}), (6\text{nœuds} \times 2\text{directions})}(\mathbb{R})$ peut être construite sous la forme de (II.129) [Fagan 1992].

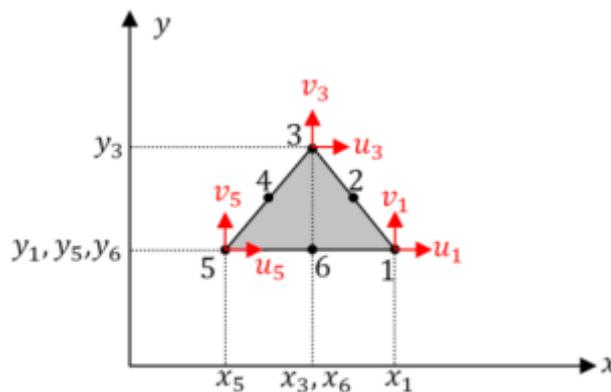


Fig. II.10. Élément triangulaire placé dans un repère (x, y) .

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & \dots & N_6 & 0 \\ 0 & N_1 & \dots & 0 & N_6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ \dots \\ u_6 \\ v_6 \end{Bmatrix} = [N]\{U\} \quad (\text{II.129})$$

Le vecteur des contraintes est donné par (II.130).

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{Bmatrix} \quad (\text{II.130})$$

Ainsi, en combinant (II.129) et (II.130), la contrainte selon x s'exprime comme dans (II.131).

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial x} & 0 \end{bmatrix} \{U\} \quad (\text{II.131})$$

Une matrice $[B] \in M_{3(2-D), (3\text{noeuds} \times 2\text{directions})}(\mathbb{R})$ liant le vecteur des contraintes $\{\epsilon\}$ à celui des déplacements $\{U\}$ peut donc être construite selon (II.132).

$$[B] = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_1}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_1}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial N_6}{\partial y} \\ \frac{\partial N_1}{\partial y} & \frac{\partial N_1}{\partial x} & \dots & \frac{\partial N_6}{\partial y} & \frac{\partial N_6}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (\text{II.132})$$

Le travail est effectué par les forces aux nœuds qui sont appliquées pour créer un déplacement nodal. Ce travail est stocké dans un élément en tant qu'énergie de déformation élastique [Cook 1995]. La matrice de raideur $[K]$ d'un élément se construit selon (II.133).

$$[K] = \int_V [B]^T [D] [B] dV \quad (\text{II.133})$$

La matrice $[\rho]$ de la masse volumique ρ se construit selon (II.134) [Fagan 1992].

$$[\rho] = \rho I_2 \quad (\text{II.134})$$

La matrice de masse $[M]$ est alors donnée par (II.135).

$$[M] = \int_V [N]^T [\rho] [N] dV \quad (\text{II.135})$$

Les matrices précédemment exposées sont construites autour d'un élément. Pour résoudre (II.125) il est nécessaire de construire des matrices globales lorsque la structure est décomposée en plus d'un élément. Pour cela, les déplacements dans les directions x et y de

chaque nœud du maillage sont numérotés de telle sorte qu'à un nœud k , $u_k = w_{2k-1}$ et $v_k = w_{2k}$. Ainsi, le vecteur $\{U\}$ peut s'écrire uniquement en fonction de composantes $w_{i \in \mathbb{N}}$. Les numéros i permettent alors de remplir les composantes des matrices locales de raideur et de masse dans les matrices globales.

Comparaison sur les fréquences propres

Le modèle éléments finis précédemment construit est comparé avec un logiciel commercial (ANSYS). Dans (II.133) et (II.138), les volumes sont considérés d'épaisseur constante et égale à 1 mètre. Pour un seul élément triangulaire du premier ordre (3 nœuds) avec les approximations contraintes planes ou de déformations planes, il est possible d'utiliser un élément PLANE42 avec KEYOPT(3) valant 0 ou 2. Pour un même élément du deuxième ordre, l'élément PLANE82 est utilisé pour la comparaison. Les matrices de masses et de raideurs dans les quatre cas sont quasiment identiques, les différences pouvant s'expliquer au niveau des intégrations et de la résolution. Dans ANSYS, les intégrales sont évaluées numériquement au moyen de la méthode de quadrature de Gauss [Madenci 2006]. La simulation est ensuite paramétrée en choisissant une analyse modale et une méthode d'extraction des modes. Cette méthode est l'algorithme de Lanczos recommandé pour la rapidité de son exécution et sa précision [ANSYS 2014]. La récursivité de Lanczos est accomplie avec un bloc de vecteurs. Dans le code Matlab, il a été choisi de réaliser une partie des intégrations polynomiales à la main pour un gain en temps de calcul très appréciable. Ainsi, il n'est besoin de réaliser qu'une intégrale simple, au moyen de la méthode de quadrature de Gauss-Kronrod. L'inverse de la matrice de masse multipliée par la matrice de raideur est calculée au moyen de l'algorithme de factorisation de Cholesky CHOLMOD de la fonction "mldivide" de Matlab. En effet, la matrice de masse est creuse. Le vecteur des fréquences propres est calculé à partir des valeurs propres du produit des matrices, au moyen de la décomposition QR de la fonction "eig" de Matlab.

Soit un cylindre de dimensions similaires aux culasses statoriques étudiées ($R_{ext} = 130$ mm et $R_{int} = 97.5$ mm), isotrope, en acier. L'hypothèse de déformations planes est considérée. Une comparaison est effectuée sur les premiers modes entre les méthodes développées sous Matlab et sous ANSYS pour les mêmes configurations de maillage. Les maillages présentent 200 éléments sur deux couches dans la direction radiale et sont assemblés en alternance sur une même couche. Il y a 150 nœuds pour des éléments d'ordre 1 ou 500 nœuds pour des éléments d'ordre 2. De plus, un cas maillé finement (870 éléments 2900 nœuds) par des éléments quadrilatéraux d'ordre 2 PLANE183 d'ANSYS sert de référence. Les résultats de comparaison

sont présentés dans le tableau II.2. Les résultats montrent que le nombre d'éléments d'ordre 1 n'est pas assez élevé pour atteindre une convergence avec le cas de référence. Dans le cas d'ordre 2, les résultats obtenus sont très proches de ceux de référence et valident la méthode ainsi programmée. Les résultats des modèles programmés sous Matlab donnent des résultats identiques à ceux obtenus par simulation ANSYS, dans les mêmes conditions.

II.4.3.3 Amplitude des vibrations

Une analyse statique permet d'étudier l'influence d'une force appliquée de manière constante sur la structure, en ignorant les conséquences de l'inertie et de l'amortissement qui sont causés par des forces variant dans le temps. En partant de (II.123), il est nécessaire de résoudre (II.136).

$$[K]\{U(t_{ini})\} = \{F(t_{ini})\} \quad (\text{II.136})$$

Les déplacements moyens de la structure se calculent alors au moyen du vecteur U . La pression magnétique est appliquée à la surface interne du stator de la manière présentée à la section II.4.2. De manière à effectuer une analyse modale utile aux comparaisons avec les modèles analytiques, les valeurs de pression à appliquer sont obtenues à partir de ses harmoniques spatiales. Le rang d'un harmonique correspond, du fait de la résonance, à un mode circonférentiel m . En notant P_m l'amplitude de l'harmonique de rang m , pression magnétique à appliquer à la surface interne du stator est donnée par (II.15).

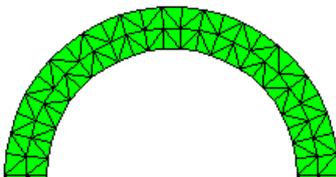
$$P(\theta_S) = P_0 \sin(m\theta_S) \quad (\text{II.137})$$

La résolution de l'analyse statique sous ANSYS s'effectue au moyen de la méthode du gradient conjugué.

TABLEAU II.2

Comparaison des modèles éléments finis d'un cylindre épais

Mode circonférentiel	ANSYS	Matlab	ANSYS	Matlab	ANSYS
	Fin, ordre 2	Ordre 1	Ordre 1	Ordre 2	Ordre 2
	Fréquences propres (Hz)				
0	7544	7593	7597	7549	7554
2	1592	2008	2011	1595	1597
3	4251	5310	5338	4261	4267



II.4.3.4 Bruit rayonné

L'analyse acoustique permettant la détermination du niveau de puissance acoustique implique la modélisation du fluide environnant qu'est l'air ainsi que la frontière infinie de l'ensemble. L'analyse est ici couplée, dans le sens où les interactions entre le fluide et la structure sont prises en compte. ANSYS suppose que le fluide est compressible mais n'autorise que de faibles variations de pression par rapport à la pression moyenne. De plus, les forces de viscosité sont négligées et le modèle du fluide parfait est obtenu. Le fluide est aussi appelé inviscide. Ainsi, la viscosité n'induit pas d'effets dissipatifs. Une pression acoustique moyenne uniforme est considérée, la solution de l'analyse étant obtenue à partir de la pression acoustique moyenne et non la pression acoustique absolue.

La validation du modèle analytique porte sur l'étude de la distribution de la pression dans l'air due à une force représentée par un harmonique à l'interface de la structure et du fluide. Avec ANSYS il est possible d'accomplir une analyse harmonique pour résoudre ce problème. Pour réaliser l'analyse harmonique en deux dimensions, il faut introduire trois nouveaux types d'éléments. Les éléments FLUID29 sont ceux correspondant à l'air autour de la machine. Les éléments en contact direct avec la structure doivent permettre l'interaction avec elle et il faut utiliser des éléments matriciels asymétriques. Les degrés de liberté associés sont alors les deux axes d'espace et la pression. Les autres éléments fluidiques peuvent être symétriques avec la pression comme seul degré de liberté. En effet, ces matrices symétriques demandent moins d'espace de stockage et de temps de calcul. De manière à simuler une boîte infinie autour de l'air environnant la machine, les éléments acoustiques FLUID129 absorbent les ondes de pression. Ces éléments fournissent une condition aux limites du second ordre de manière à ce que l'onde sonore qui atteint la frontière du modèle soit absorbée avec un minimum de réflexion vers le modèle. A la différence de FLUID29, FLUID129 est linéique comme le montre la figure II.11, pour une machine à flux radial. Le lien entre la structure et l'air est l'interaction fluide-structure. C'est une interface qui permet de transformer la force appliquée à la structure en une charge fluidique à travers le maillage. En 3-D, les éléments FLUID29 et FLUID129 sont à remplacer par FLUID30 et FLUID130, la boîte infinie est alors modélisée par une sphère.

L'air est considéré à sec à une pression atmosphérique de 1013.25 hPa. Ainsi, à 20°C, sa masse volumique est de 1.2041 kg.m⁻³ et la vitesse du son, c , de 343.21 m.s⁻¹. Il faut placer la boîte infinie à une distance minimale de la machine valant $c/(5f)$ en mètres où f est la fréquence de la force étudiée. La résolution du problème est effectuée avec la méthode du gradient conjugué de Jacobi. Le résultat de la simulation donne la pression maximale en chacun

des nœuds du maillage de l'air. De manière à identifier les ondes sonores rayonnées par une machine à flux radial, une coupe transversale à l'axe de la machine est réalisée, au milieu de sa longueur comme montré sur la figure II.12. Ainsi, des courbes de niveaux avec remplissage suivant une barre de couleurs indexée sur la pression acoustique, sont tracées au moyen des coordonnées de ces points et des valeurs de pression. Un tel graphique est représenté sur la figure II.13 pour un mode circonférentiel d'ordre 2 d'une machine à flux radial. Une succession d'extrema locaux montre un comportement sinusoïdal amorti. A partir d'un extremum local situé à un rayon R , le niveau de pression acoustique se calcule selon (II.138), pour une valeur maximale valant $p_{\max} = \sqrt{2}p_{\text{eff}}$ où p_{eff} est la valeur efficace.

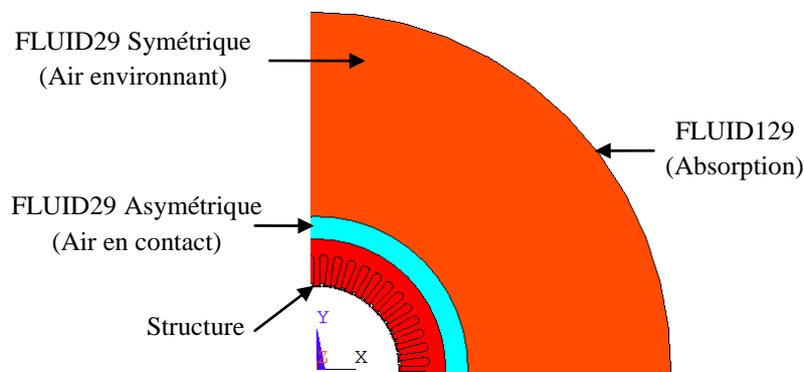


Fig. II.11. Organisation des éléments fluidiques.

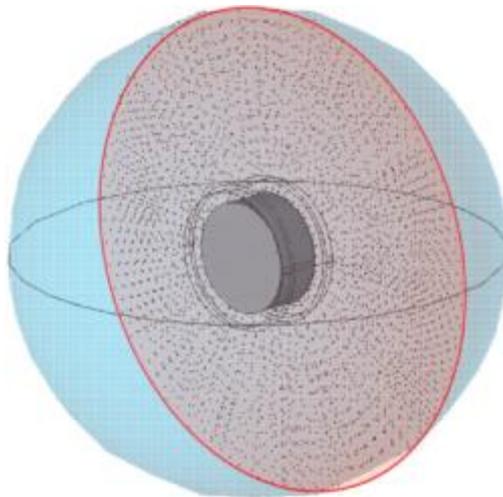


Fig. II.12. Coupe transversale et nœuds du maillage acoustique.

$$L_p = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{\max}}{\sqrt{2} p_{\text{ref}}} \right) \quad (\text{II.138})$$

$p_{\text{ref}} = 20 \mu\text{Pa}$ est la pression de référence normalisée correspondant à 0 dB [François 1984]. Le niveau de pression est déterminé à une certaine distance de la source, quand il est au dessus de p_{ref} . De manière à déterminer le niveau de puissance acoustique, L_W , qui caractérise l'émission de la source, la formule (II.139) le lie avec L_p .

$$L_W = 20 \log_{10} \left(\frac{p_{\max}}{\sqrt{2} p_{\text{ref}}} \right) + 10 \log_{10} (S_{\text{sphère}}(R)) \quad (\text{II.139})$$

$S_{\text{sphère}}$ est la surface de la sphère dont le rayon est la distance entre le centre de la machine et le point où la pression a été prélevée. En effet, la machine modélisée par les éléments finis flotte dans l'espace et le son se propage tout autour de la machine. Une illustration est proposée dans la figure II.14.

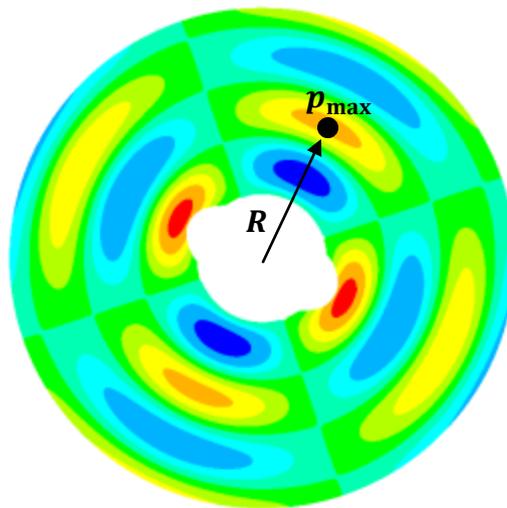


Fig. II.13. Extrema locaux de pression acoustique et notations correspondantes.

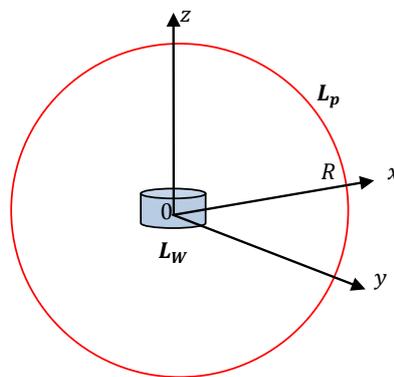


Fig. II.14. Sphère concentrique à une source sonore.

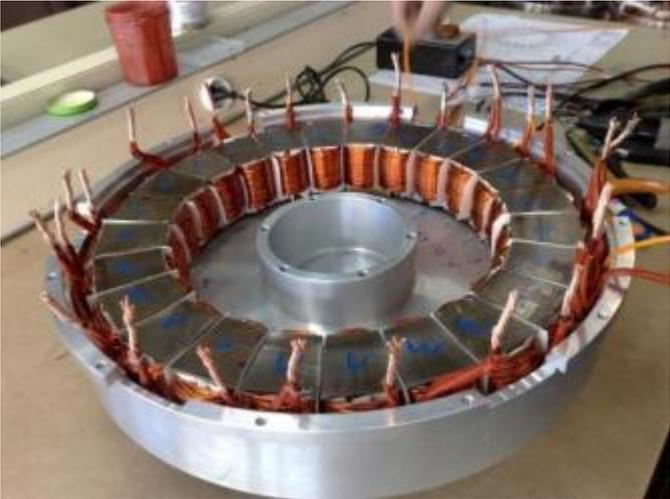
II.5 VALIDATIONS EXPERIMENTALES DE QUELQUES MODELES

II.5.1 Modèle analytique magnétique

II.5.1.1 Présentation de la machine synchrone à aimants permanents à flux axial

L'objectif de ce paragraphe est d'évaluer la pertinence de l'approche de modélisation analytique magnétique issue de la résolution des équations de Maxwell dans le cas d'un prototype à flux axial construit au laboratoire. Compte tenu de l'objet de ce mémoire, il aurait fallu faire des comparaisons entre le calcul de la force magnétique locale et les mesures correspondantes. Malheureusement, ce type de mesure de la force magnétique locale est très difficile à obtenir et ce sujet demeure un sujet d'actualité dans le monde de la recherche. Le prototype disponible au GREAH est une machine synchrone à aimants permanents à flux axial à deux stators externes et un rotor interne. Cette machine a été dimensionnée et construite dans le cadre de travaux précédents, notamment [Tiegna 2013b]. Les mesures expérimentales servant à la validation des modèles éléments finis et analytiques ont été présentées dans [Dhifli 2014]. Le prototype est présenté en images sur la figure II.15.

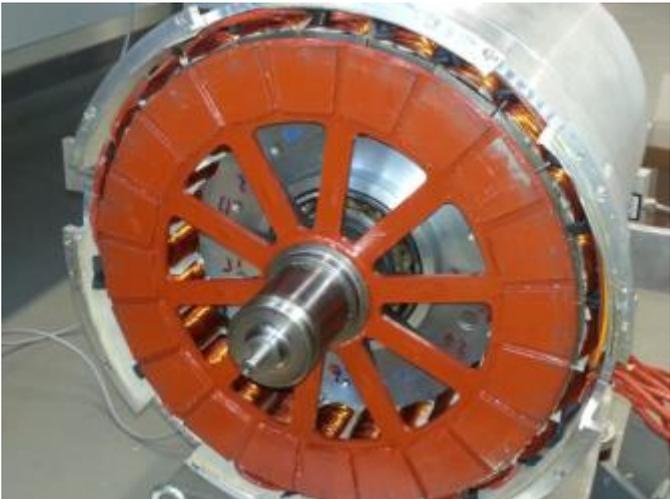
Afin de pallier aux imprécisions du modèle analytique bidimensionnel, un modèle analytique quasi-tridimensionnel a été développé [Tiegna 2013b]. Il propose le découpage de la machine en n tubes coaxiaux avec l'axe de rotation de la machine et présentant une excursion radiale suffisamment faible de manière à supposer la validité de l'approche 2-D dans chaque tube. Ce principe est illustré sur la figure II.16 où le découpage des (a) n tubes et (b) le plan de coupe cylindrique sont présentés. Ainsi, le modèle de la RFEM 2-D de chaque couche $i \in \llbracket 1; n \rrbracket$ est établi au rayon moyen $R_{moy}^{(i)}$ et reste valable pour l'excursion radiale de la couche. Les grandeurs locales des régions (I) des encoches, (II) des isthmes, (III) de l'entrefer et (IV) des aimants sont calculées à partir de ce rayon moyen. Ces régions et les paramètres géométriques correspondants sont présentés sur la figure II.17. Le tableau II.3 donne les dimensions principales de la machine. Le modèle est formulé en coordonnées polaires et la résolution est basée sur les hypothèses énoncées à la section I.4.2.1. L'exploitation des conditions de passage entre les différentes régions permet d'aboutir à des systèmes algébriques linéaires. Leur résolution permet alors de calculer les coefficients de la décomposition en séries de Fourier du potentiel vecteur magnétique, comme explicité dans [Tiegna 2012].



(a)



(b)



(c)

Fig. II.15. Prototype réalisé : (a) un des deux stators, (b) rotor avec deux faces d'aimants, (c) assemblage du rotor en face d'un stator.

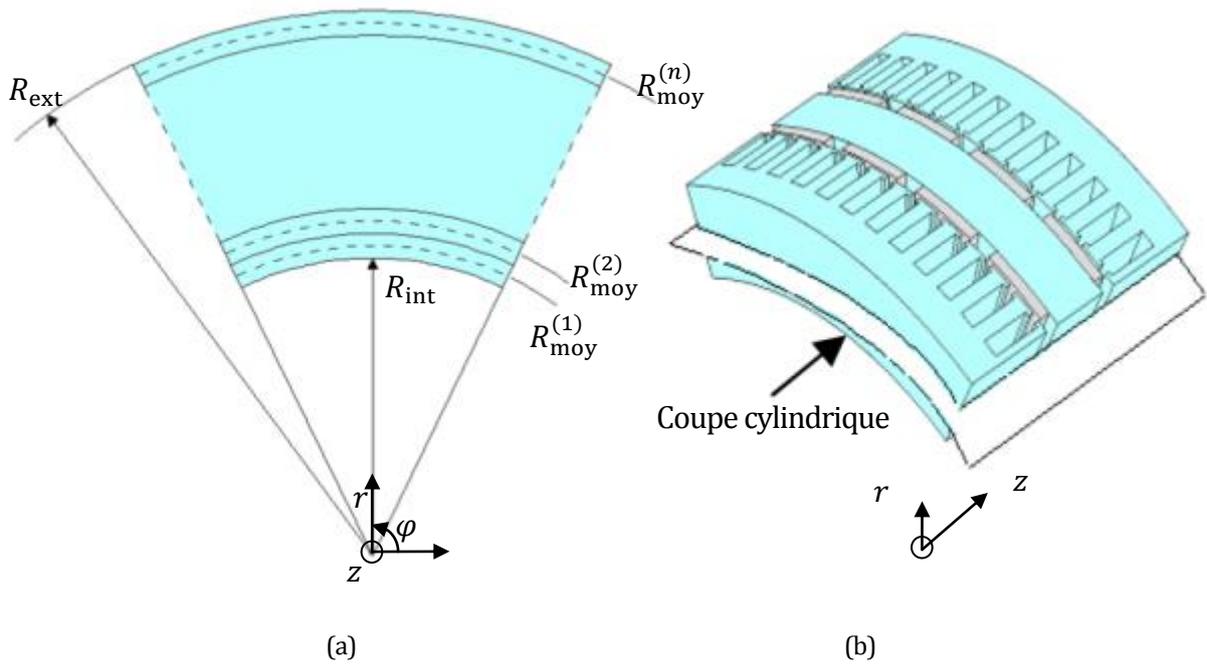


Fig. II.16. Subdivision annulaire de la machine à flux axial.

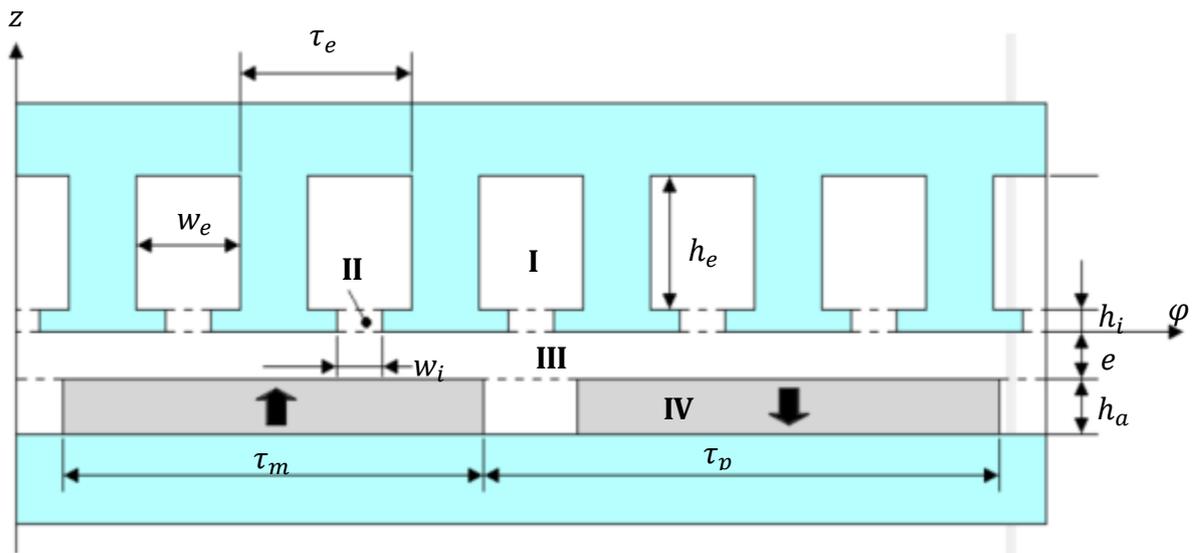


Fig. II.17. Régions magnétiques de la géométrie idéalisée.

TABLEAU II.3
Paramètres de la machine à aimants permanents à flux axial

Paramètre	Valeur (unité)
Puissance nominale	7 (kW)
Vitesse nominale	375 (tr.min ⁻¹)
Nombre de paires de pôles	10
Nombre d'encoches	24
Masse des parties actives	55 (kg)
Longueur active	173.8 (mm)
Rayon externe, R_{ext}	180 (mm)
Rayon interne, R_{int}	137 (mm)
Épaisseur axiale des aimants, h_a	4.7 (mm)
Ouverture de l'isthme au niveau de l'entrefer, w_i	2 (mm)
Ouverture d'une l'encoche au niveau du rayon interne, w_e	22.3 (mm)
Profondeur axiale d'une encoche, h_e	44 (mm)
Épaisseur de l'isthme d'encoche, h_i	1 (mm)
Longueur de l'entrefer, e	1.2 (mm)
Coefficient d'arc polaire des aimants au rayon interne et externe, τ_m/τ_p	0.85
Induction rémanente des aimants	1.1 (T)

II.5.1.2 Résultats de mesures sur le prototype

Les f.é.m. sont mesurées sur le prototype tournant à vitesse nominale, à vide. Elles sont également simulées par le modèle analytique et comparées dans la figure II.18. Les résultats sont proches mais pas identiques. En effet, les valeurs maximales mesurées sont 9% plus faibles que celles simulées. Ceci peut s'expliquer par le fait que le modèle analytique ne prend pas en compte la saturation. Ainsi, les grandeurs calculées sont plus élevées que celles mesurées. Une autre source d'erreur, plus faible, est présentée dans la figure II.19. Y son représentées les f.é.m. mesurées des deux stators, en fonction de la vitesse de rotation. Elles sont légèrement différentes car un balourd est présent dans la machine. Ainsi, la valeur de l'entrefer considérée dans le modèle analytique n'est pas tout à fait le même que dans la réalité et influe sur les résultats. Les caractéristiques des forces électromotrices varient linéairement avec la vitesse de rotation, comme attendu par l'expression simplifiée de la valeur efficace de la f.é.m. induite par phase (II.140).

$$E = KNpn\Phi_{\max} \quad (\text{II.140})$$

K est le coefficient de Kapp, N le nombre de conducteurs actifs par enroulement par phase, p le nombre de paires de pôles, n la vitesse de rotation et Φ_{\max} le flux maximal embrassé par une spire.

La machine est entraînée pour débiter sur une charge purement résistive correspondant à une puissance débitée de 4.8 kW. Les figures II.20 et II.21 montrent la comparaison entre mesures et résultats analytiques pour la tension de la phase U et les tensions entre phases. La vitesse est imposée de manière à obtenir une fréquence électrique de 50 Hz. Les tensions de phase mesurées ont une valeur maximale 16% plus faibles que celle des tensions simulées. C'est une différence acceptable puisqu'en plus de la saturation, les effets de bords sont négligés dans le modèle analytique. Les courants sont présentés sur la figure II.22. La valeur maximale mesurée est 14% plus faible que la valeur simulée. Les courants et tensions mesurées ont une forme légèrement différente par rapport aux résultats de simulation analytique. Cela est dû au fait que le neutre des enroulements statoriques du générateur n'est pas connecté au neutre de la charge résistive, comme montré sur la figure II.23. Il y a une différence de tension entre les deux neutres. Les inductances cycliques ont été mesurées à 13.2 mH. Comme attendu, les inductances cycliques calculées analytiquement sont légèrement supérieures et valent 15.1 mH.

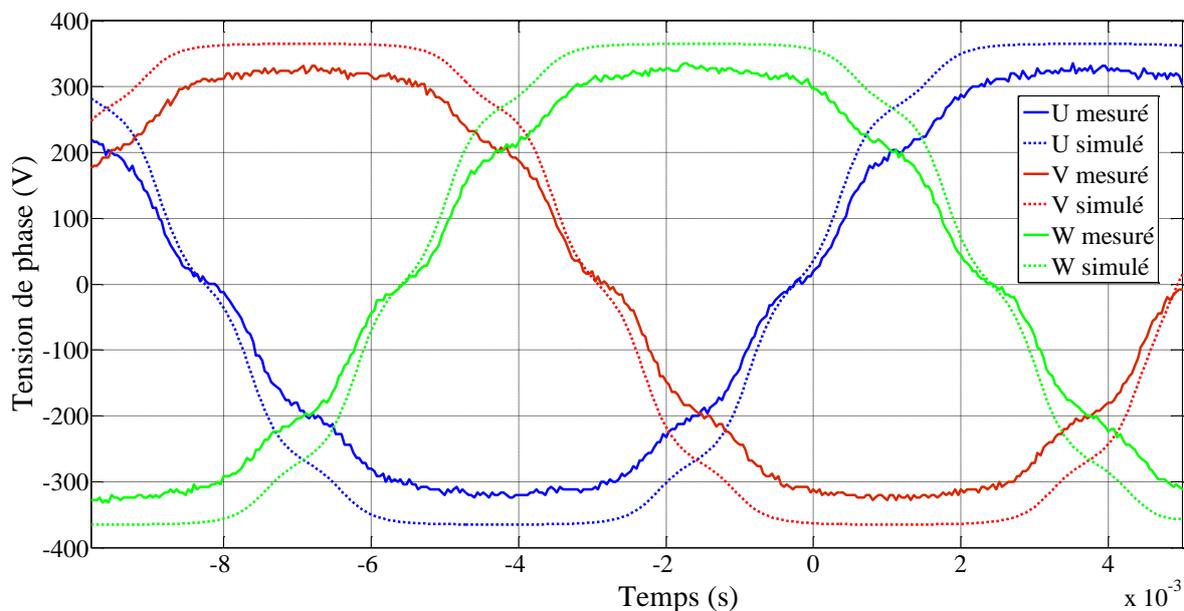


Fig. II.18. Comparaison des formes d'ondes des f.é.m. mesurées et calculées analytiquement, à vide.

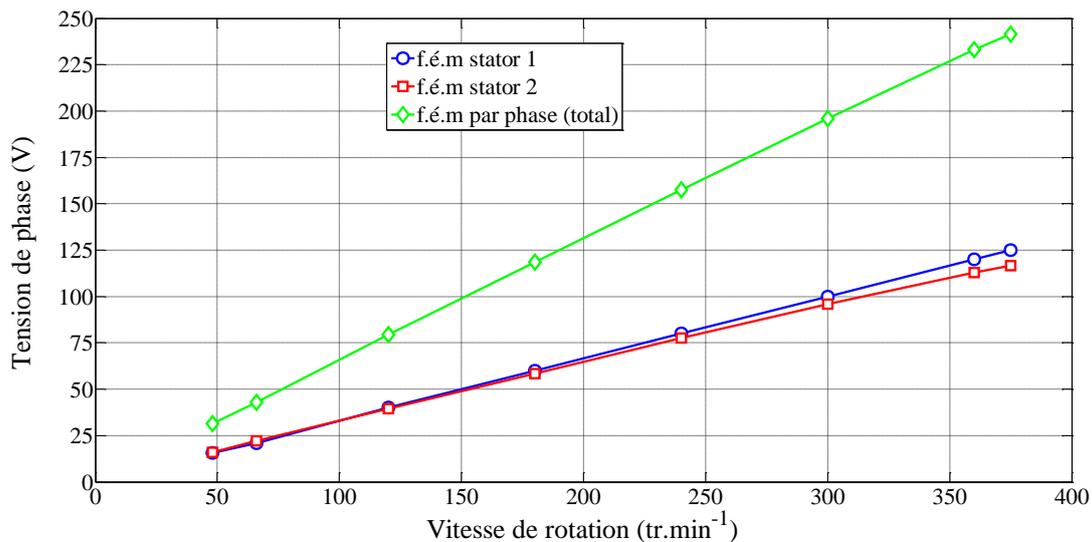
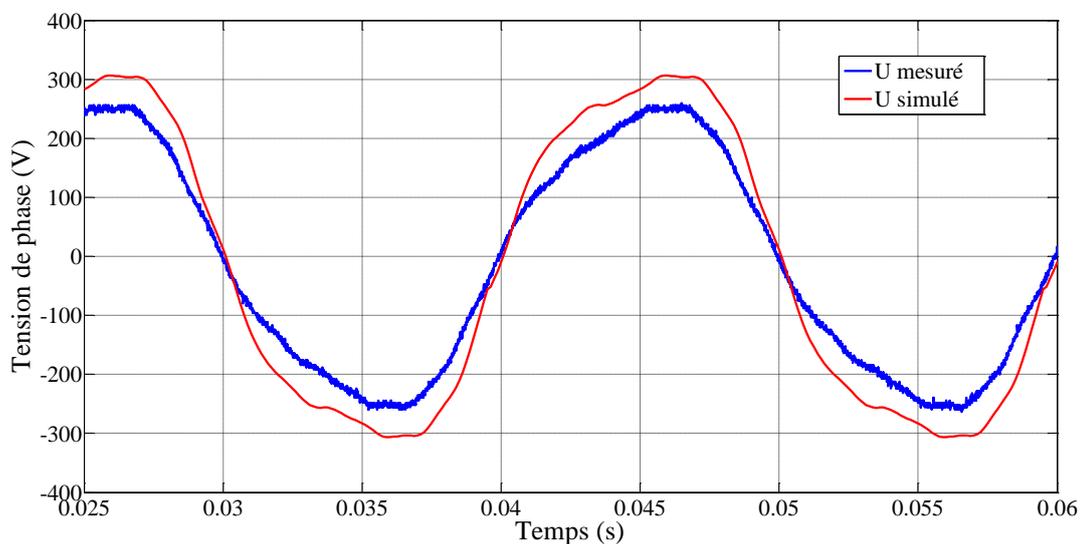
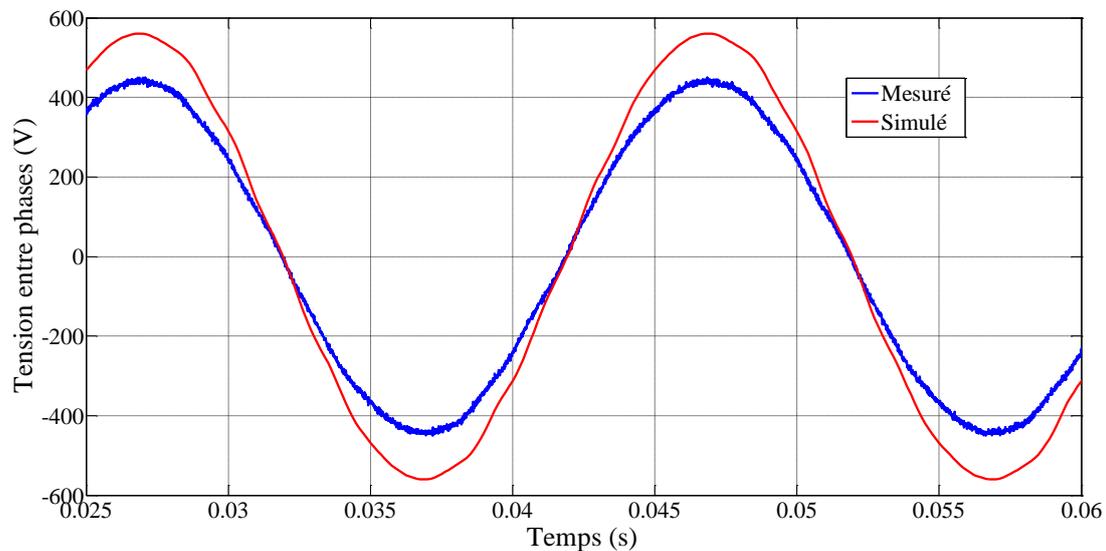


Fig. II.19. F.é.m. mesurée en fonction de la vitesse de rotation.

Fig. II.20. Tension de la phase U mesurée et calculée analytiquement en charge ($P = 4.8 \text{ kW}$) à 50 Hz.Fig. II.21. Tension entre phases mesurée et calculée analytiquement en charge ($P = 4.8 \text{ kW}$) à 50 Hz.

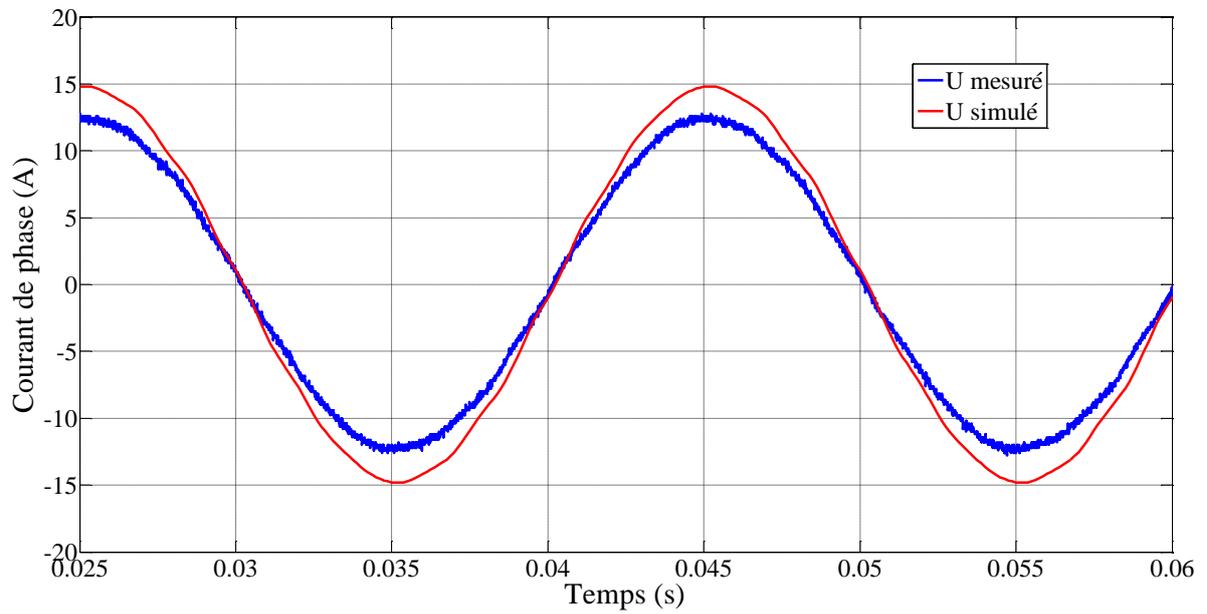


Fig. II.22. Courant de la phase U mesurée et calculée analytiquement en charge ($P = 4.8 \text{ kW}$) à 50 Hz.

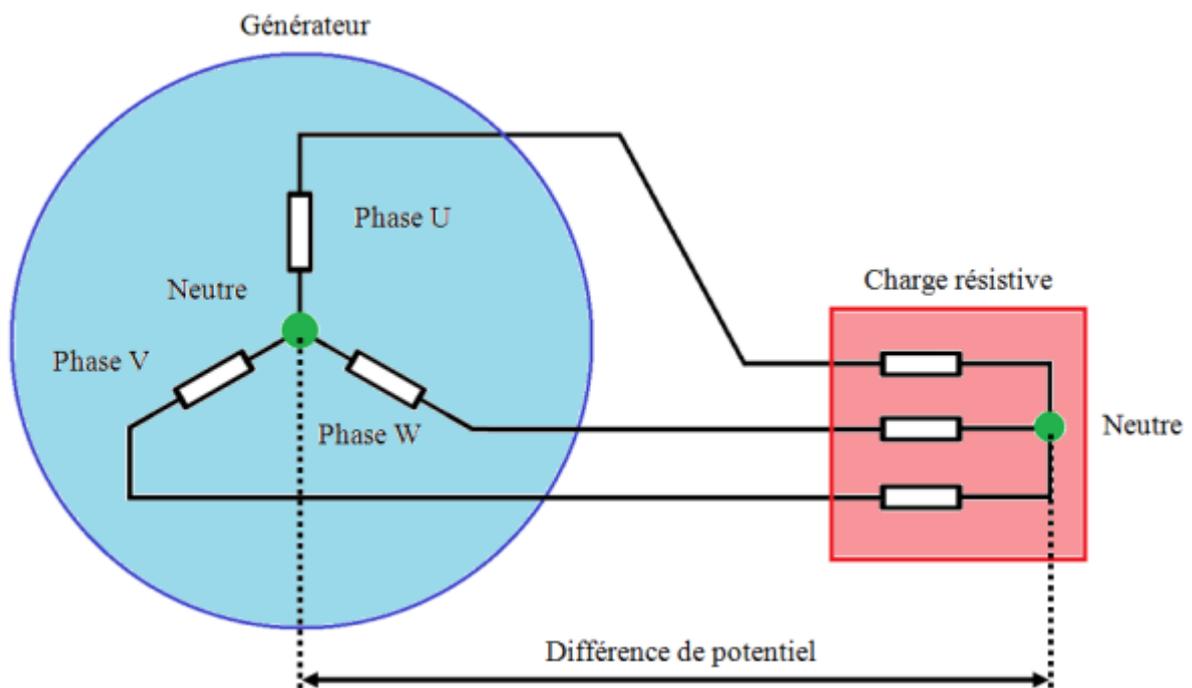


Fig. II.23. Configuration de la charge.

II.5.2 Comparaison avec des mesures vibratoires dans la littérature scientifique

Les mesures expérimentales ont été tirées d'articles de revue internationale avec comité de lecture. Elles permettent de valider la modélisation par éléments finis proposée, qu'elle soit 2-D ou 3-D, et qu'elle représente le noyau, la culasse ou le stator complet de la machine. Dans une optique de généralisation de tous les modèles proposés, les paramètres du tableau II.4 [Garvey 1989][Gieras 2006][Bouzek 2013][Surahammars 2014] sont considérés sauf mention contraire des données des articles expérimentaux. Les tôles feuilletées sont en acier électrique, les enroulements en cuivre avec prise en compte de l'isolation, et la carcasse en aluminium. Les modèles éléments finis 2-D et 3-D sont développés sous ANSYS et prennent en compte exactement tous les paramètres géométriques présentés (fond d'encoche, isthme, etc.), à l'exclusion des têtes de bobines qui ne sont pas détaillées et dont une approximation sous forme cylindrique sera nécessaire. Les sections sont organisées de manière à complexifier petit à petit un anneau plat représentant une seule tôle d'un noyau statorique d'une machine de 70 kW. Cette machine est longue et permet d'étudier l'impact de l'orthotropie mécanique due au feuilletage. Une machine de même dimension et dix fois plus courte, correspondant en taille à des machines de traction automobile, est également étudiée. Enfin, des mesures sur une machine de 7.5 kW permettent de changer d'échelle.

TABLEAU II.4

Paramètres mécaniques de modélisation par éléments finis

Paramètre	Tôles feuilletées	Enroulements	Carcasse
Module de Young dans la direction x : E_x (GPa)	207	9.4	71
Module de Young dans la direction y : E_y (GPa)	207	9.4	71
Module de Young dans la direction z : E_z (GPa)	0.8	9.4	71
Module de cisaillement dans le plan $\{x,y\}$: G_{xy} (GPa)	79.3	3.5	26.7
Module de cisaillement dans le plan $\{x,z\}$: G_{xz} (GPa)	0.3	3.5	26.7
Module de cisaillement dans le plan $\{y,z\}$: G_{yz} (GPa)	0.3	3.5	26.7
Coefficient de Poisson dans le plan $\{x,y\}$: ν_{xy} (GPa)	0.28	0.35	0.33
Coefficient de Poisson dans le plan $\{x,z\}$: ν_{xz} (GPa)	0.0012	0.358	0.33
Coefficient de Poisson dans le plan $\{y,z\}$: ν_{yz} (GPa)	0.0012	0.35	0.33
Masse volumique : ρ (kg.m ⁻³)	7700	8890	2700

II.5.2.1 Noyau statorique annulaire d'une machine de 70 kW

Une seule tôle d'un noyau statorique est étudiée dans [Girgis 1979]. Il correspond à celui d'une machine de 70 kW. Le diamètre externe est de 476.1 mm et le diamètre interne de 386 mm. Les fréquences propres correspondantes aux premiers modes circonférentiels sont mesurées. Un modèle éléments finis 2-D suffit à rendre compte du comportement vibratoire de la tôle. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.5. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 0.05% et l'erreur moyenne est de 0.022%. L'écart se justifie par le manque de précision des valeurs numériques mesurées issues de [Girgis 1979], les imperfections du cylindre usiné et l'incertitude du maillage et de la résolution numérique. Ce cas étant très simple, le modèle éléments finis est particulièrement précis.

TABLEAU II.5

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur un noyau statorique annulaire
(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode circonférentiel m	Fréquence propre (Hz)	
	Mesure	Simulation
2	599	599.31 +0.05%
3	1652	1652.19 +0.01%
4	3067	3066.48 -0.02%
5	4687	4686.17 -0.02%
6	6542	6543.35 +0.02%
7	8538	8536.79 -0.01%

II.5.2.2 Culasse statorique annulaire d'une machine de 70 kW

Une seule tôle d'une culasse statorique est étudiée dans [Girgis 1979]. Le noyau est celui du cas précédent. Les encoches sont laissées vides, les dents se comportent alors en porte-à-faux. La culasse est représentée sur la figure II.24. Les fréquences propres correspondantes aux premiers modes circonférentiels sont mesurées et comparées à un modèle éléments finis 2-D. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.6. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 0.24% et l'erreur moyenne est de 0.13%. Les écarts se justifient de la même manière que pour le noyau statorique annulaire et lisse. Ainsi, en ajoutant des dents au noyau du cas précédent, le modèle éléments finis reste précis.

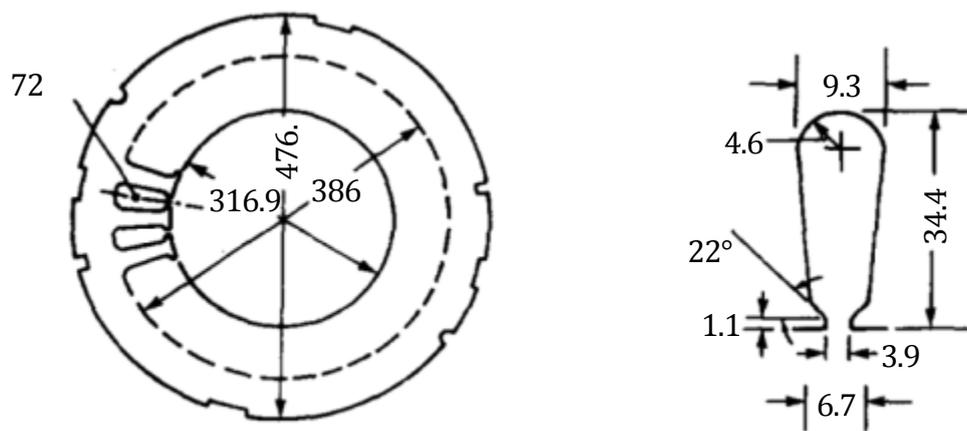


Fig. II.24. Détails de la tôle de la culasse statorique.

TABLEAU II.6

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur une culasse statorique annulaire

(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode circonférentiel m	Fréquence propre (Hz)		
	Mesure	Simulation	
2	511	512.24	+0.24%
3	1358	1360.11	+0.16%
4	2411	2409.45	-0.06%
5	3444	3440.79	-0.09%
6	4122	4127.02	+0.12%
7	4327	4322.83	-0.10%

II.5.2.3 Stator annulaire sans carcasse d'une machine de 70 kW

Les encoches de la culasse statorique précédente sont remplies de cuivre et fermées par des cales d'encoches pour réaliser approximativement une coupe réelle d'un stator de machine [Girgis 1979]. Les fréquences propres correspondantes aux premiers modes circonférentiels sont mesurées et comparées à un modèle éléments finis 2-D. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.7. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 1.22% et l'erreur moyenne est de 0.86%. Les écarts se justifient de la même manière que dans les cas précédents. En sus, les paramètres mécaniques des enroulements et des cales d'encoches ne sont pas renseignés. Les valeurs choisies dans le modèle éléments finis et renseignées dans le tableau II.4 ne sont donc pas garanties. Toutefois, le modèle est général est s'avère suffisamment précis pour décrire le comportement vibratoire d'un stator.

TABLEAU II.7

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur un stator annulaire sans carcasse

(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode circonférentiel m	Fréquence propre (Hz)	
	Mesure	Simulation
2	515	521.30 +1.22%
3	1357	1369.12 +0.89%
4	2420	2415.76 -0.18%
5	3720	3685.93 -0.92 %
6	5023	5077.38 +1.08%

II.5.2.4 Cylindre isotrope

Les mesures expérimentales des premières fréquences propres d'un cylindre épais et isotrope ont été réalisées indépendamment dans [Wang H 1996] et [Balan 1997]. Le cylindre est long de 522.9 mm et possède un diamètre interne de 316.9 mm et un diamètre externe de 476.1 mm. Un modèle éléments finis 3-D aux mêmes dimensions est simulé. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux de [Balan 1997] sont présentés dans le tableau II.8. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 0.15% et l'erreur moyenne est de 0.085%. Ainsi, le modèle éléments finis permet d'approcher avec précision les fréquences propres d'un cylindre isotrope. Comme pour le cas 2-D de la section II.5.2.1, l'écart se justifie par le manque de précision des valeurs numériques mesurées issues des travaux expérimentaux, les imperfections du cylindre usiné et l'incertitude du maillage et de la résolution numérique.

TABLEAU II.8

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur un noyau cylindrique isotrope
(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode		Fréquence propre (Hz)		
m	n	Mesure	Simulation	
2	0	1242	1240.67	-0.11%
2	1	1432	1432.86	-0.06%
1	1	3032	3035.75	+0.12%
3	0	3197	3195.09	-0.06%
3	1	3432	3433.59	+0.05%
1	2	3456	3451.93	-0.12%
0	0	3942	3948.05	+0.15%
0	1	4154	4150.64	-0.08%
4	0	5513	5514.05	+0.02%
4	1	5729	5733.85	+0.08%
5	0	8012	8016.74	+0.06%
5	1	8193	8201.69	+0.11%

II.5.2.5 Culasse cylindrique orthotrope d'une machine de 70 kW

Un assemblage de 1090 tôles étudiées dans la section II.5.2.2 est utilisé pour la fabrication de la culasse d'une machine asynchrone possédant les mêmes rayons et longueur active que le cylindre précédemment étudié. Les encoches sont vides et les dents en porte-à-faux. La carcasse n'est pas incluse dans cette étude. L'étude expérimentale des fréquences propres est présentée dans [Singal 1992]. Un modèle éléments finis 3-D aux mêmes dimensions est simulé. Les encoches à fond semi-circulaire et les isthmes demandent un maillage fin malgré une épaisseur de noyau et une longueur active importante par rapport à la taille des encoches. Une coupe transversale de la machine modélisée est présentée sur la figure II.25. Le maillage a été réalisé avec une discrétisation linéique d'un seul élément sur l'épaisseur de l'isthme, de quatre pour l'arc de cercle du fond d'encoche, et de dix sur la longueur active de la machine. Le nombre et la forme des dents impliquent un grand nombre de fréquences propres parasites. L'extraction des 700 premiers modes ne permet d'étudier les fréquences propres que jusqu'à 2200 Hz. A titre de comparaison, seule l'extraction des 100 premiers modes permettait d'obtenir les résultats du cas précédent, jusqu'à 8200 Hz.

Dans le cas présent, les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.9. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 2.02% et l'erreur moyenne est de 1.27%. La principale source d'erreur est due au caractère orthotrope de la culasse statorique. Le module de Young dans la direction axiale et les modules de cisaillement dans les plans $\{x,z\}$ et $\{y,z\}$ ne sont pas renseignés et ont été supposés égaux à 0.4% des valeurs des équivalents isotropes [Garvey 1989]. En sélectionnant les modules à 0.6% de leurs équivalents solides, l'erreur moyenne est de 0.71%.

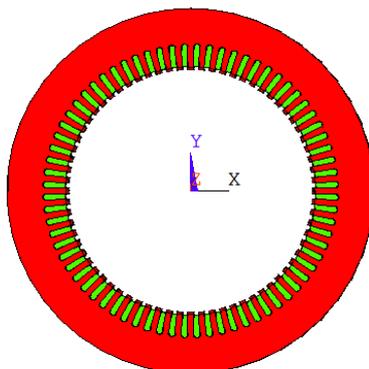


Fig. II.25. Coupe transversale de la machine modélisée par éléments finis.

TABLEAU II.9

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur un noyau cylindrique isotrope
(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode		Fréquence propre (Hz)	
m	n	Mesure	Simulation
0	0	3338	3341.21 +0.10%
1	2	4512	4569.73 +1.28%
2	0	524	515.50 -1.62%
3	0	1393	1364.92 -2.02%
4	0	2470	2502.12 +1.30%
5	0	3533	3512.47 -0.58%
6	0	4197	4279.33 +1.96%

II.5.2.6 Stator cylindrique sans carcasse d'une machine de 70 kW

Les encoches de la culasse statorique précédente sont remplies par des enroulements et fermées par des cales d'encoches. L'étude expérimentale des fréquences propres est réalisée dans [Verma 1998]. La carcasse n'est pas incluse dans cette étude. Les bobines sont reliées entre elles par des têtes de bobines mais aucun détail n'est fourni quant à leurs dimensions. Dans un but de comparaison avec un modèle éléments finis 3-D, il est considéré que les têtes de bobines dépassent de 100 mm de chaque côté du stator. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.10. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 5.5% et l'erreur moyenne est de 1.96%. Les écarts entre mesures et simulations s'expliquent par les raisons invoquées dans le cas précédent et par la modélisation simpliste des têtes de bobines. Ainsi, même en l'absence de données complètes, le modèle éléments finis est efficace pour modéliser le comportement mécanique d'un stator réel.

TABLEAU II.10

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur une machine de 70 kW sans carcasse
(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode		Fréquence propre (Hz)	
m	n	Mesure	Simulation
2	0	470	496.06 +5.5%
2	4	631	655.46 +3.9%
3	2	1801	1852.59 +2.9%
2	2	1907	1919.26 +0.64%
3	4	2055	2107.94 +2.6%
3	2	2306	2275.14 -1.34%
4	0	2491	2535.90 +1.80%
0	0	3016	3023.45 +0.25%
0	0	3339	3347.24 +0.25%
5	4	3820	3771.36 -1.27%
1	6	4325	4372.10 +1.09%

II.5.2.7 Machine asynchrone complète de 70 kW

Est adjoint au stator de la section précédente une carcasse représentée sur la figure II.26. L'étude expérimentale de la machine ainsi complète est réalisée dans [Singal 1992]. Le modèle élément finis est réalisé sans les embases servant à fermer la carcasse, et sans les pas de vis des embases des paliers. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.11. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 4.15% et l'erreur moyenne est de 2.09%. Les écarts entre mesures et simulations s'expliquent par les raisons invoquées dans le cas précédent et la modélisation approximative de la carcasse. Le comportement mécanique d'une machine complète peut donc être modélisé.

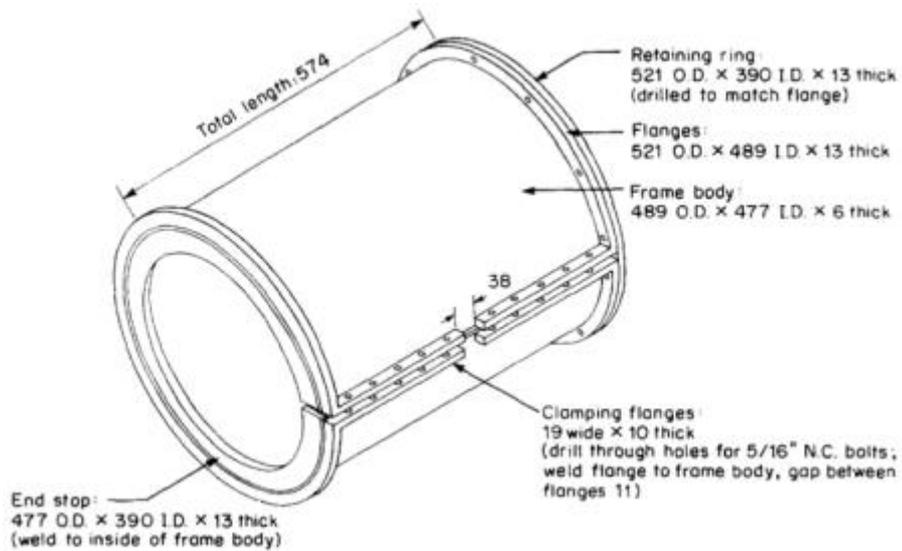


Fig. II.26. Carcasse de la machine asynchrone de 70 kW (dimensions en mm).

TABLEAU II.11

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur la machine asynchrone de 70 kW complète

(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode		Fréquence propre (Hz)		
m	n	Mesure	Simulation	
0	6	2975	2984.15	+0.31%
0	2	3366	3374.01	+0.24%
1	6	4317	4241.74	-1.74%
2	0	514	535.32	+4.15%
2	8	2041	1997.96	-2.11%
3	4	1419	1475.44	+3.98%
3	2	2350	2403.87	+2.29%
4	2	2517	2602.08	+3.38%
5	4	3608	3547.37	-1.68%
6	8	5718	5659.41	-1.02%

II.5.2.8 Stator cylindrique court de dimensions dans le plan égales à celles de la machine de 70 kW

Un stator aux dimensions de la machine de 70 kW et dont la longueur axiale est de 50.8 mm est étudié dans [Singal 1992]. Des barres de cuivre droites remplissent les encoches et mesurent chacune 87.5 mm de long. Il n'y a donc pas de têtes de bobines. De plus, la machine n'a pas de carcasse. Le stator ainsi formé est ensuite imprégné. Le modèle éléments finis ne peut pas prendre en compte cette imprégnation. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.12. Seuls les modes purement circonférentiels ont été mesurés. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 3.82% et l'erreur moyenne est de 1.60%. Les traitements effectués sur le bobinage n'affectent pas le taux d'erreur commis par le modèle éléments finis sur les mesures expérimentales. Ainsi, ces modèles permettent d'appréhender avec une bonne précision le comportement mécanique des machines dans leur forme finale.

TABLEAU II.12

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur un stator court
(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode circonférentiel m	Fréquence propre (Hz)	
	Mesure	Simulation
0	2870	2883.04 +0.45%
1	3973	4024.98 +1.31%
2	475	481.41 +1.35%
3	1251	1234.83 -1.29%
4	2236	2150.66 -3.82%
5	3221	3277.16 +1.75%
6	5139	5201.24 +1.21%

II.5.2.9 Machine asynchrone complète de 7.5 kW

Une machine asynchrone de 7.5 kW est étudiée dans [Balan 1997]. Ses principales dimensions sont représentées sur la figure II.27. La machine possède 36 encoches et une longueur active de 106 mm. La carcasse est assemblée à la culasse statorique au moyen de 8 glissières réparties sur toute la circonférence. Les paliers sont enlevés et le rotor est supporté de chaque côté du stator par des piédestaux. De cette manière, le rotor n'induit pas de vibrations parasites sur les mesures vibratoires réalisées sur le stator. Un modèle éléments finis 3-D avec carcasse mais sans paliers, et aux mêmes dimensions, est créé de manière à être comparé à l'expérience. Les têtes de bobines ne sont pas explicitement détaillées. Elles sont modélisées par des cylindres dépassant de 30 mm de chaque côté du stator. Les comparaisons entre les résultats de simulation et expérimentaux sont présentés dans le tableau II.13. Sur les modes présentés, le pourcentage d'augmentation de l'erreur maximal est de 4.8% et l'erreur moyenne est de 2.9%. Ces erreurs s'expliquent de la même manière que dans le cas de la section II.5.2.4. Le module de Young dans la direction axiale et les modules de cisaillement dans les plans $\{x,z\}$ et $\{y,z\}$ ont été supposés égaux à 0.4% des valeurs des équivalents isotropes. En sélectionnant les modules à 0.5% de leurs équivalents solides, l'erreur moyenne est de 1.5%. Le modèle éléments finis permet donc d'obtenir les fréquences propres d'une machine complète avec précision.

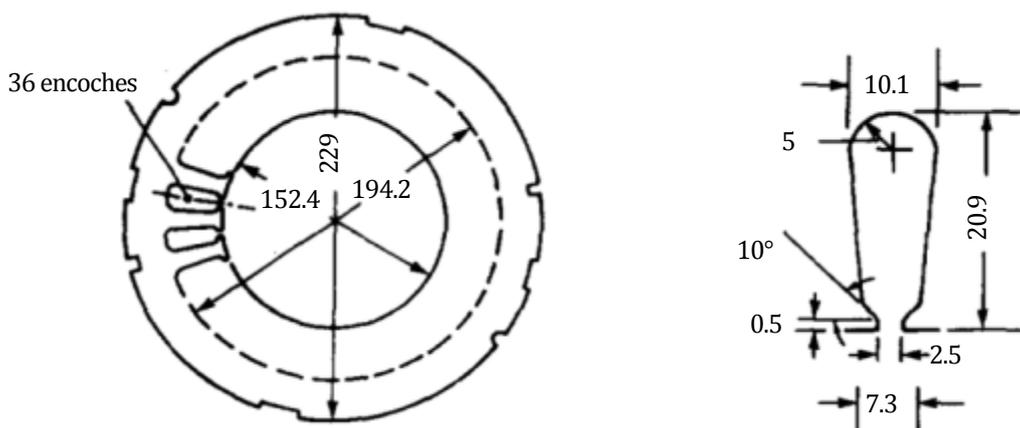


Fig. II.27. Coupe transversale de la machine de 7.5 kW et principales dimensions.

TABLEAU II.13

Validation expérimentale du modèle éléments finis sur une machine de 7.5 kW
(En rouge : pourcentage d'augmentation de l'erreur par rapport aux mesures)

Mode		Fréquence propre (Hz)	
m	n	Mesure	Simulation
2	0	730	765.31 +4.8%
2	1	970	1008.19 +3.9%
3	0	1942	1981.48 +2.0%
3	1	2046	2140.17 +4.6%
1	0	3314	3610.35 +2.6%
3	2	3628	3585.79 -1.2%
4	0	3888	3841.09 -1.2%

II.6 CONCLUSION

Ce chapitre a permis de développer l'approche analytique multiphysique en décrivant les modèles qui seront exploités dans les chapitres suivants. Le calcul de la distribution locale des efforts magnétiques par le tenseur de Maxwell a été présenté et mis en relation avec d'autres méthodes couramment rencontrées. La résolution formelle des équations de Maxwell a été décrite et comparée à des résultats expérimentaux qui ont montré sa précision. Le calcul des fréquences propres de la machine a été développé pour les modèles analytiques annulaires et cylindriques tandis que le rayonnement acoustique a été développé pour les modèles cylindriques et sphériques. La modélisation par éléments finis électromagnétique, mécanique vibratoire et acoustique 2-D et 3-D est également explicitée car elle sera utilisée dans les chapitres suivants pour servir de référence. A ce titre, la modélisation mécanique est confrontée à des résultats expérimentaux issus de la littérature scientifique et montre sa précision mais aussi ses limites. Dans ce chapitre, les modèles vibro-acoustiques analytiques présentés se caractérisent par des temps de calculs courts et il est nécessaire d'établir leur précision sur le cas des machines synchrones à aimants dans un contexte automobile.

CHAPITRE III

ETUDE DES EMISSIONS VIBRO-ACOUSTIQUES D'UNE MACHINE SYNCHRONE A ENTREFER RADIAL A AIMANTS MONTES EN SURFACE

III.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, est présenté le calcul des émissions vibro-acoustiques dans le cas d'une machine synchrone à aimants à flux radial servant de moteur de traction pour un véhicule électrique hybride [Cedrat 2010]. La puissance nominale de cette machine cible est de 50 kW à 1200 tr.min⁻¹. Les aimants en NdFeB sont montés en surface. Les tôles des noyaux ferromagnétiques sont en acier électrique M270-35A. Cette machine possède 48 encoches et 8 pôles (8p48e). Le bobinage est distribué. Tout d'abord, en vue de l'obtention du bruit rayonné par la machine, chaque physique est analysée séparément par une méthode analytique et comparé à un modèle par éléments finis. Ces étapes sont présentées sur la figure II.3. Ces comparaisons permettent de classer les méthodes analytiques vibro-acoustiques par ordre de pertinence dans le cas de la présente étude. Ensuite, grâce à ces observations, un modèle faiblement couplé magnéto-vibro-acoustique analytique est construit et comparé à des simulations effectuées entièrement par la méthode des éléments finis. Les parties de modélisation électromagnétique peuvent sembler mineur par rapport aux parties vibro-acoustiques. Cette partie est supposée bien connue des électrotechniciens et l'accent n'est pas placé dessus.

III.2 MODELES ELECTROMAGNETIQUES

III.2.1 Simulation par éléments finis

La figure III.1 présente une vue de l'ensemble stator-rotor de la machine modélisée par la MEF sur un plan perpendiculaire à l'axe de rotation. Les paramètres renseignés sur la figure sont donnés dans le tableau III.1. La machine présente un rapport longueur sur diamètre relativement faible et les effets 3-D de bords engendrent une variation de la pression magnétique selon la direction axiale. Toutefois, les simulations basées sur la MEF en 3-D montrent que ces effets induisent principalement des déformations longitudinales associées au

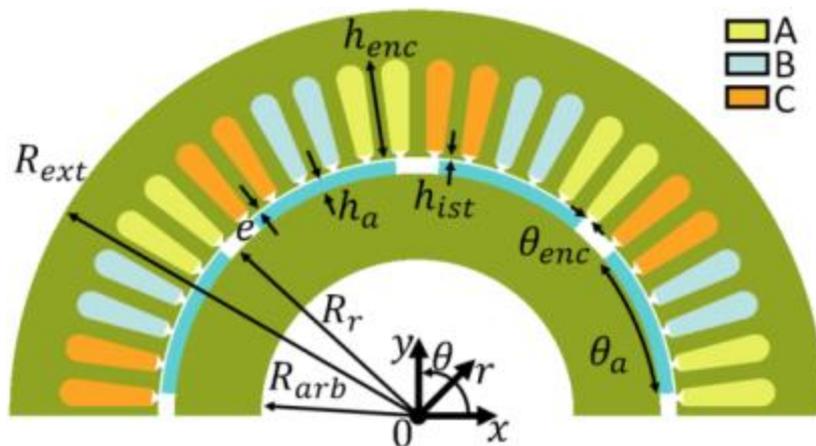


Fig. III.1. Tranche de la moitié de l'ensemble stator-rotor de la machine 8p48e.

TABLEAU III.1
Paramètres de la machine 8p48e

Symbole	Nom	Valeur (unité)
R_{arb}	Rayon de l'arbre	5.6×10^{-2} (m)
R_r	Rayon externe du rotor	9.2×10^{-2} (m)
h_a	Épaisseur des aimants	5.0×10^{-3} (m)
e	Largeur de l'entrefer	6.0×10^{-4} (m)
h_{ist}	Épaisseur des isthmes d'encoches	1.0×10^{-3} (m)
h_{enc}	Épaisseur totale d'une encoche	3.1×10^{-2} (m)
R_{ext}	Rayon externe du stator	1.5×10^{-1} (m)
θ_a	Arc polaire des aimants	140/180 (°)
θ_{enc}	Ouverture d'une encoche à l'isthme	1.237 (°)
	Longueur axiale du stator	7.5×10^{-2} (m)
	Induction rémanente des aimants	1.2 (T)
	Perméabilité relative des aimants	1.05

mode du deuxième ordre, qui, dans le cas présent, sont excitées à des fréquences supérieures au spectre audible. De plus, les effets de bords ont peu d'influence sur les résultats dans la partie active de la machine. Ainsi, même si une simulation électromagnétique 3-D est nécessaire pour comprendre les effets des têtes de bobines, dans la présente étude, son coût n'est pas justifié par rapport à la précision attendue sur le spectre vibratoire. De ce fait, les calculs électromagnétiques sont réalisés par les éléments finis 2-D [Wang C 2004] au moyen d'un logiciel commercial (Flux). Plus précisément, des simulations en pas-à-pas dans le temps ont été réalisées pour déterminer la répartition de l'induction dans l'entrefer à vitesse nominale. Les courants de l'induit sont sinusoïdaux et la machine fonctionne à charge nominale. Les vibrations sont alors généralement 20 à 30% plus importantes que dans un fonctionnement à vide [Valavi 2012a]. Le courant de phase maximal est de 200 A, et l'angle entre les courants de phase et la force contre électromotrice est de 0° . Le bobinage statorique est constitué d'une bobine par paires de pôles, de 26 spires chacune. Le coefficient de foisonnement de 0.8. Les bobines d'une phase sont en série. Les résistances représentent la charge du générateur. La densité de force magnétique est obtenue en utilisant l'expression du tenseur de Maxwell (I.2) obtenue à la section I.3.2.

III.2.2 Simulation par modèle analytique

et comparaison avec les éléments finis

La résolution formelle des équations de Maxwell présentée à la section II.3.1 est utilisée pour déterminer les composantes de l'induction dans l'entrefer. La saturation magnétique n'est pas prise en compte et le modèle est 2-D.

III.2.2.1 Induction dans l'entrefer à vide

La répartition spatiale de la composante normale de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer, à vide, est tracée sur la figure III.2, aussi pour le modèle analytique que pour les simulations par éléments finis. La figure III.3 présente la comparaison des composantes tangentielles. Les résultats sont quasiment identiques, étant donné l'absence de saturation. Les spectres des inductions sont obtenus en considérant un cycle complet sur 360 degrés mécaniques. Le contenu harmonique spatial de l'induction à vide est tracé pour les résultats de simulation analytique sur la figure III.4. Comme attendu des figures III.2 et III.3, les harmoniques prépondérants sont ceux de rang $(2k + 1)p$, $k \in \mathbb{N}$ et sont dus au rotor, comme constaté dans [Sun 2011]. L'harmonique de rang 4 est le plus important.

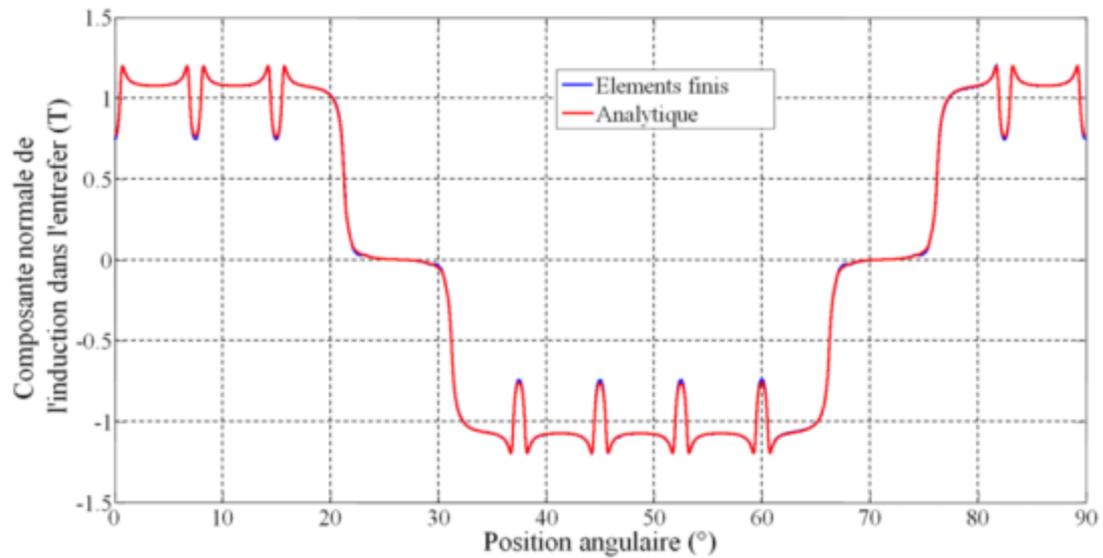


Fig. III.2. Composante normale de l'induction dans l'entrefer à vide.

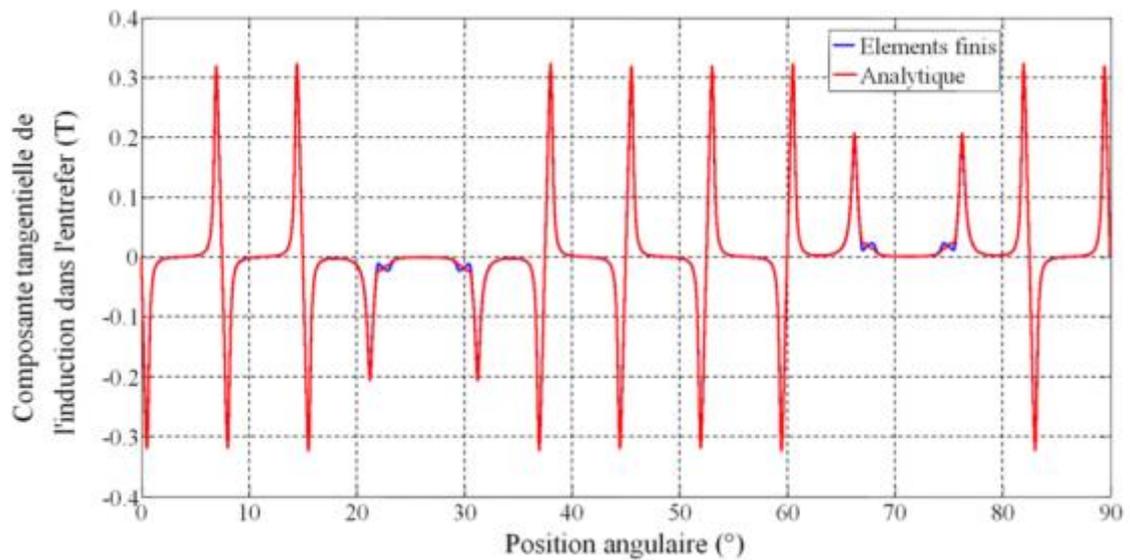


Fig. III.3. Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer à vide.

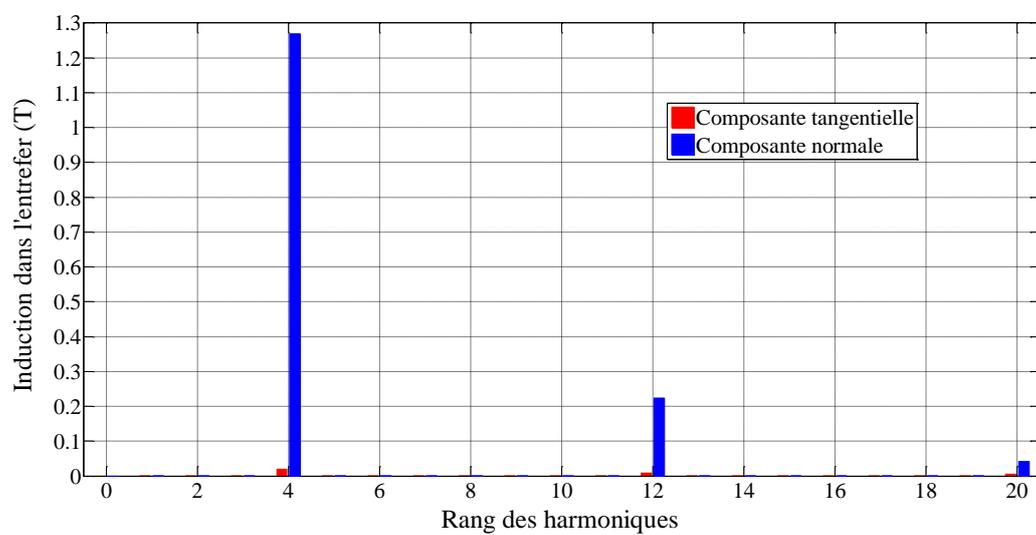


Fig. III.4. Contenu harmonique spatial de l'induction dans l'entrefer à vide.

III.2.2.2 Pression électromagnétique à vide

Les composantes normales et tangentielles de la pression électromagnétique exercée à la surface interne du stator, en fonction de la position angulaire en degrés mécaniques, sont présentées dans la figure III.5. La composante tangentielle de l'induction étant faible, elle impacte peu la composante normale de la pression magnétique, dont la courbe a la forme du carré de la composante normale de l'induction. L'amplitude des variations de la composante normale de la pression sont le double de celles de sa composante tangentielle. Le contenu harmonique spatial des composantes de la pression est tracé sur la figure III.6. Les seuls harmoniques de pression pouvant être excités à vide sont ceux de rang multiples de $\text{PGCD}(N_{enc}, 2p) = 8$. Le contenu harmonique de la composante tangentielle de la pression est négligeable devant celui de la composante normale. Cette dernière ne possède pas de composante continue car elle est de moyenne nulle.

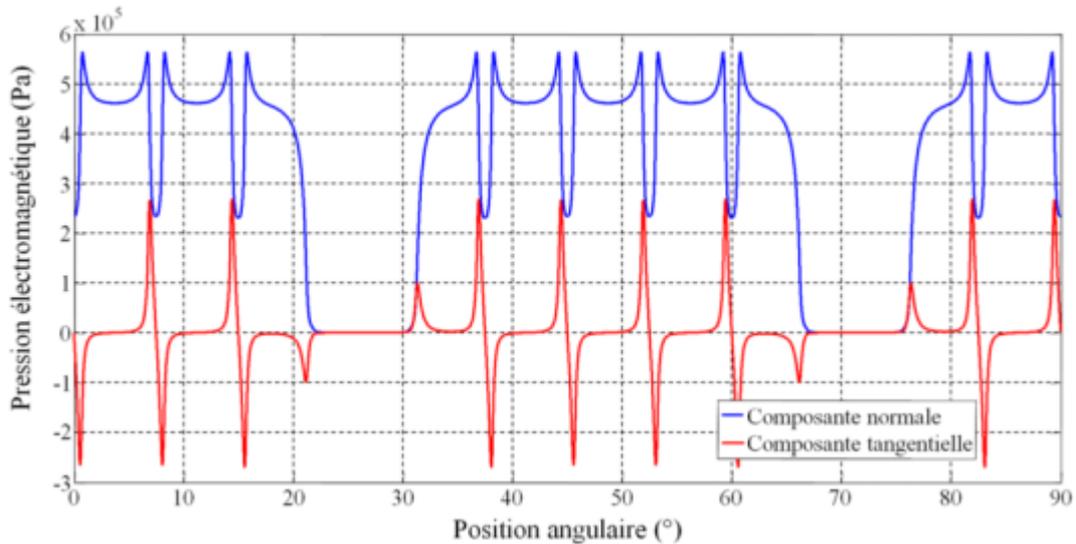


Fig. III.5. Composantes de la pression électromagnétique à vide.

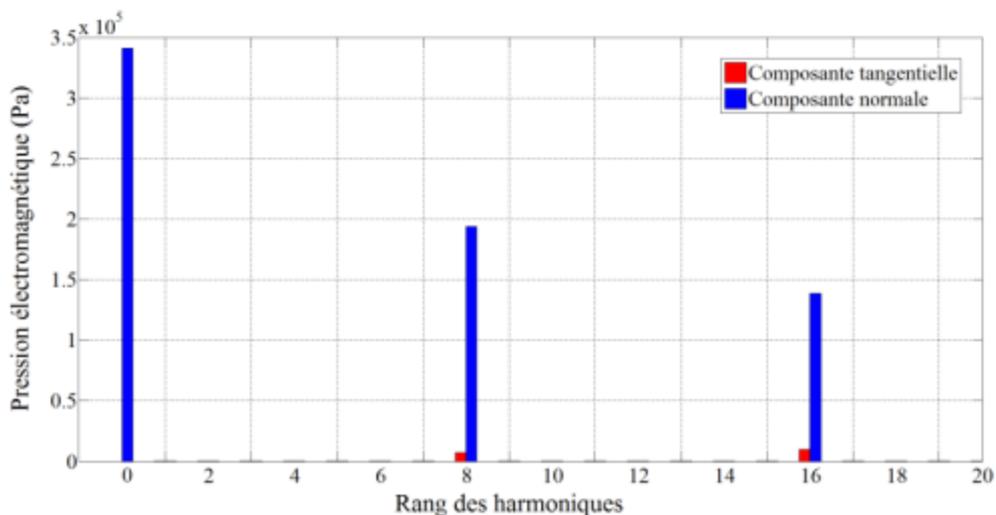


Fig. III.6. Contenu harmonique spatial de la pression électromagnétique à vide.

III.2.2.3 Induction dans l'entrefer en charge

Deux cas sont à dissocier. En charge, les courants entraînent la saturation du circuit magnétique. Le modèle analytique ne prenant pas en compte la saturation, il est premièrement comparé à un modèle éléments finis où le circuit est linéaire isotrope de grande perméabilité relative. Ensuite, il est comparé à un modèle dont le circuit magnétique est constitué de tôles M270-35A et où la saturation est prise en compte.

Calcul linéaire isotrope

La composante normale de l'induction au milieu de l'entrefer en charge est tracée en fonction de la position angulaire en degrés mécaniques sur la figure III.7 et sa composante tangentielle sur la figure III.8. Puisqu'il n'y a pas de saturation magnétique, le modèle analytique donne des résultats identiques à ceux obtenus par éléments finis. La composante normale de l'induction voit sa forme trapézoïdale, observable à vide, modifiée par l'effet de l'augmentation du courant dans les conducteurs. Les courants étant importants dans cette étude, la forme de la composante normale est profondément impactée et prend cette forme quasi triangulaire. La valeur maximale de la composante tangentielle de l'induction atteint moins de la moitié de celle de la composante normale. Cette composante tangentielle est de signe contraire à celui de la composante normale.

Le contenu harmonique est présenté sur la figure III.9. Les spectres des inductions sont obtenus en considérant un cycle complet sur 360 degrés mécaniques. Les harmoniques prépondérants sont ceux de rang $(2k + 1)p$, $k \in \mathbb{N}$ et sont dus au rotor. De plus, l'harmonique de rang 4 est également excité du fait de la répartition du bobinage et donc des courants au stator. Ce dernier harmonique est donc le plus important. La composante normale de l'induction atteint des valeurs élevées de 3 T. De ce fait, sa composante continue est 1.7 fois supérieure que dans le cas à vide. L'harmonique de rang 12 n'est pas modifiée et l'harmonique de rang 20 est doublée. La composante tangentielle de l'induction est bien plus importante dans le cas en charge qu'à vide, mais sa composante continue reste 10 fois inférieure à celle de la composante normale de l'induction.

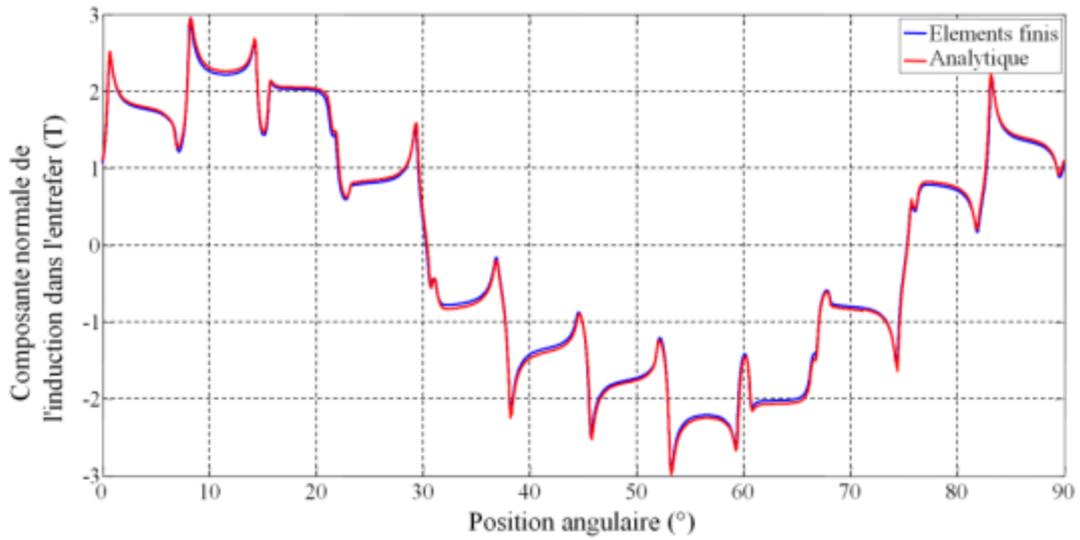


Fig. III.7. Composante normale de l'induction dans l'entrefer en charge, sans saturation.

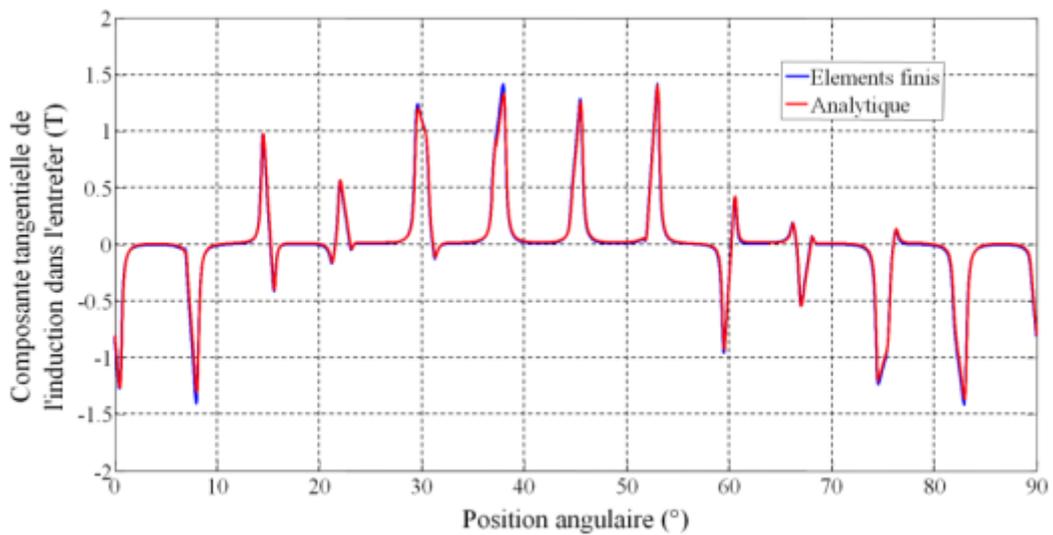


Fig. III.8. Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer en charge, sans saturation.

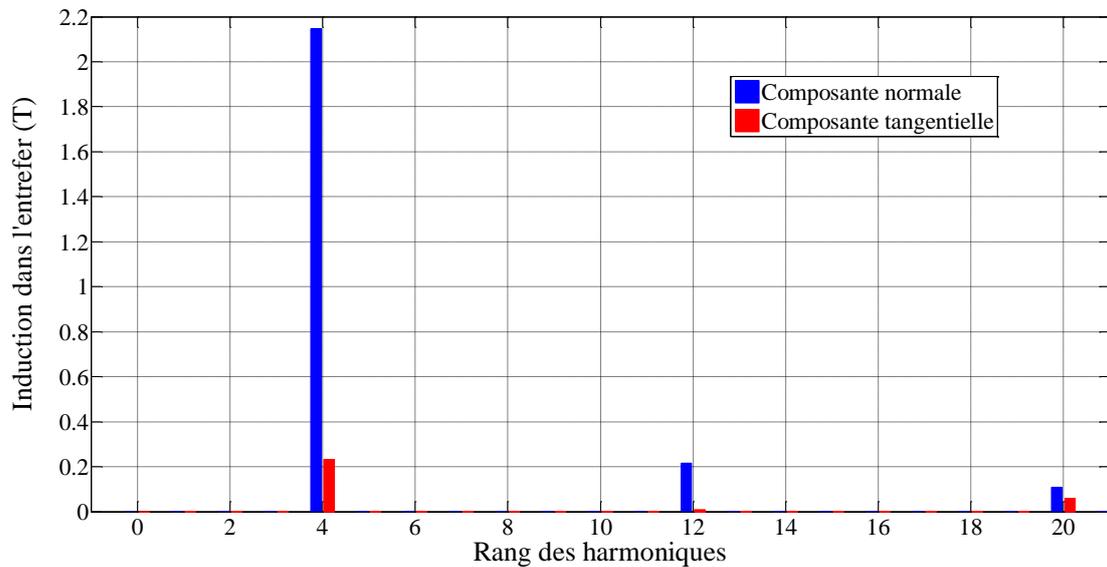


Fig. III.9. Contenu harmonique spatial de l'induction dans l'entrefer en charge, sans saturation.

Calcul non linéaire

La composante normale de l'induction à vide est due aux aimants et est donc en deçà des valeurs de saturation. De ce fait, en fonctionnement en charge, la saturation limite les amplitudes des variations dues à l'encochage. Il en va de même pour la composante tangentielle qui voit ses extrema augmenter sous l'effet d'un courant de plus en plus important, qui sont alors limités par la saturation. Les deux composantes de l'induction au milieu de l'entrefer en fonction de la position angulaire sont tracées sur la figure III.10. Elles sont obtenues par le modèle éléments finis. La composante normale est deux fois moins élevée et la composante tangentielle 1.5 fois moins élevées que celles des modèles où la saturation est négligée. Toutefois, les formes d'onde de l'induction sont similaires dans les deux cas, linéaire et non linéaire. Le contenu harmonique spatial de l'induction est tracé sur la figure III.11. Par rapport à celui de la figure III.9, la composante continue de la composante normale de l'induction est deux fois moins élevée tandis que celle de la composante tangentielle est identique. En charge, les harmoniques de rang 12 et 20 sont similaires dans les deux cas linéaire et non linéaire.

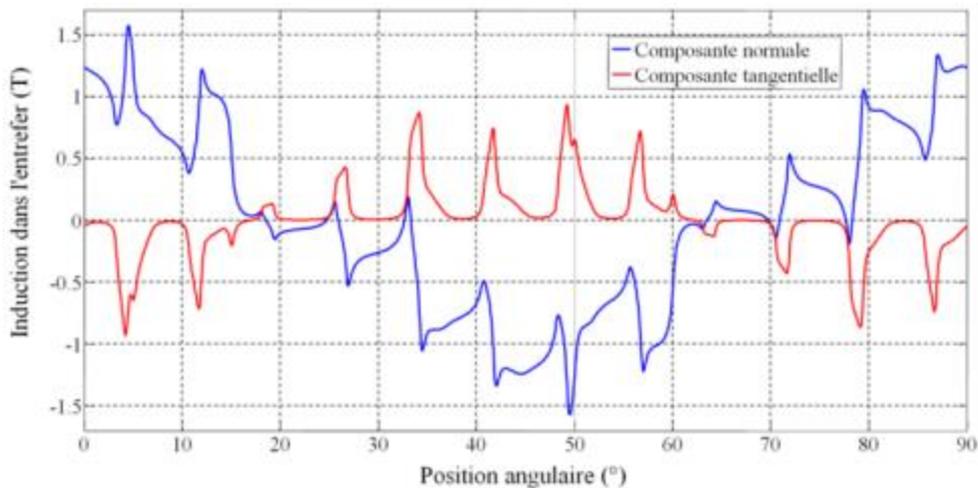


Fig. III.10. Induction dans l'entrefer en charge, avec saturation.

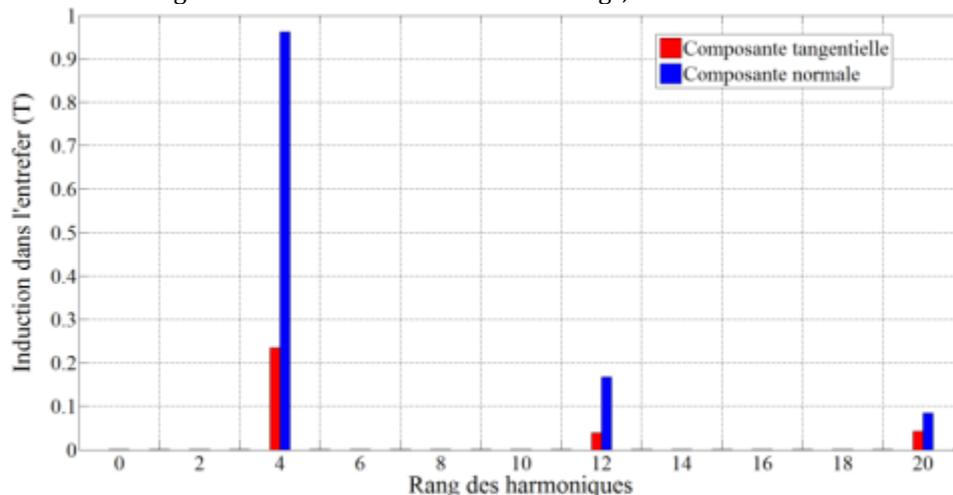


Fig. III.11. Contenu harmonique spatial de l'induction dans l'entrefer en charge, avec saturation.

III.2.2.4 Pression électromagnétique en charge

Calcul linéaire isotrope

Les composantes de la pression électromagnétique en fonction de la position angulaire obtenues par le modèle analytique sont présentées sur la figure III.12. La forme trapézoïdale de la composante normale obtenue à vide est particulièrement déformée, son enveloppe est désormais triangulaire. L'amplitude maximale de la pression est près de 6 fois plus importante qu'à vide pour les deux composantes.

Le contenu harmonique de la pression est tracé sur la figure III.13. Concernant la composante normale de la pression, l'amplitude de l'harmonique de rang 8 à vide est près de la moitié de celle de la composante continue tandis qu'en charge, elles sont toutes deux proches. De plus, la composante tangentielle est bien plus importante pour le rang 8. Elle possède également une composante continue en charge.

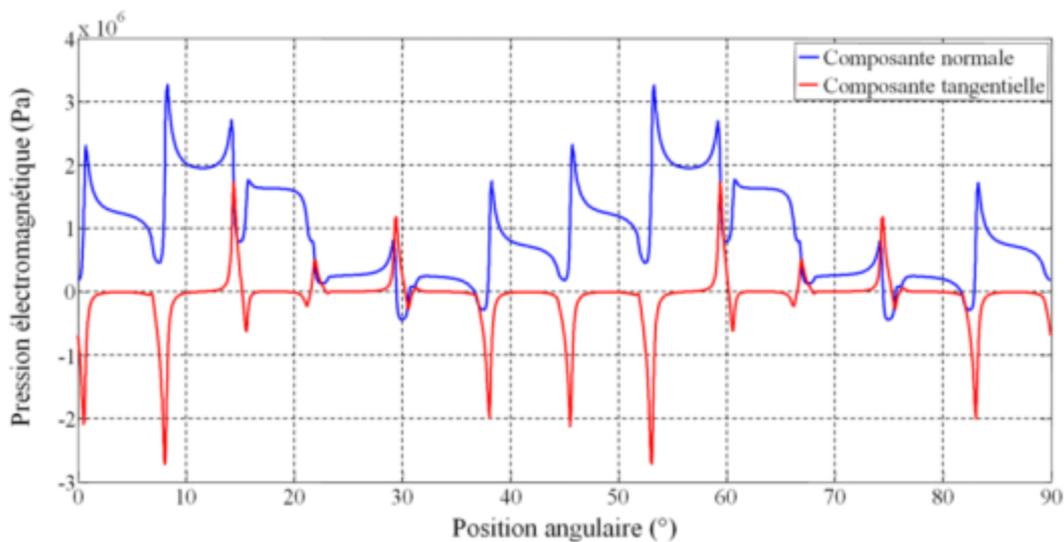


Fig. III.12. Composantes de la pression électromagnétique en charge, sans saturation.

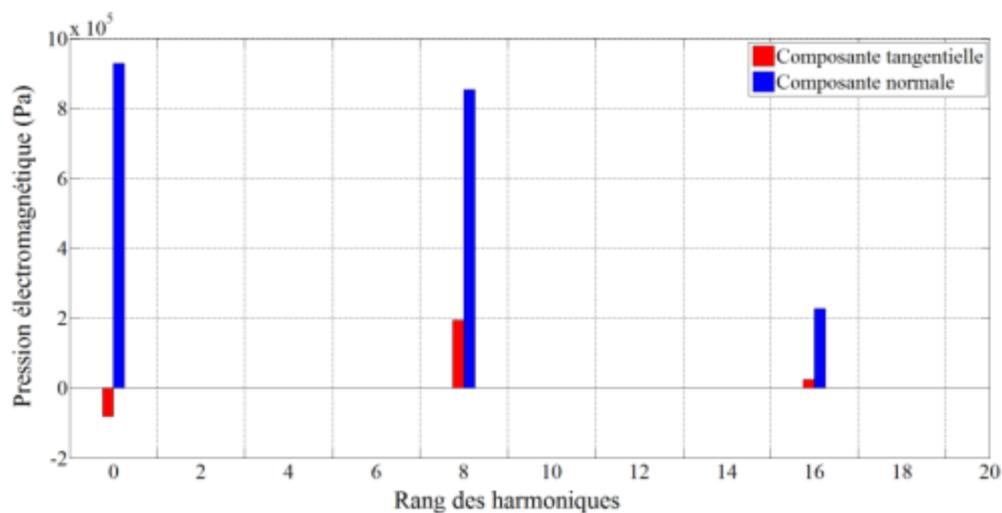


Fig. III.13. Contenu harmonique spatial de la pression électromagnétique en charge, sans saturation.

Calcul non linéaire

Les composantes de la pression électromagnétique en fonction de la position angulaire obtenues par le modèle éléments finis, non linéaire, sont présentées sur la figure III.14. La pression est presque nulle dans l'espace entre les aimants. La composante normale est d'amplitude maximale 4 fois plus faible que dans le cas sans saturation tandis que la composante tangentielle seulement 2.5 fois. Ainsi, l'amplitude de la composante tangentielle se trouve plus élevée en valeur absolue que celle de la composante normale.

Le contenu harmonique de la pression est tracé sur la figure III.15. La composante normale voit son harmonique de rang 8 dépasser la composante continue en terme d'amplitude. La diminution de l'amplitude maximale de la composante tangentielle de la pression se répercute avec quasiment le même coefficient sur tous les harmoniques de son spectre. Ainsi, l'amplitude des harmoniques de la composante tangentielle valent en valeur absolue la moitié de celles de la composante normale.

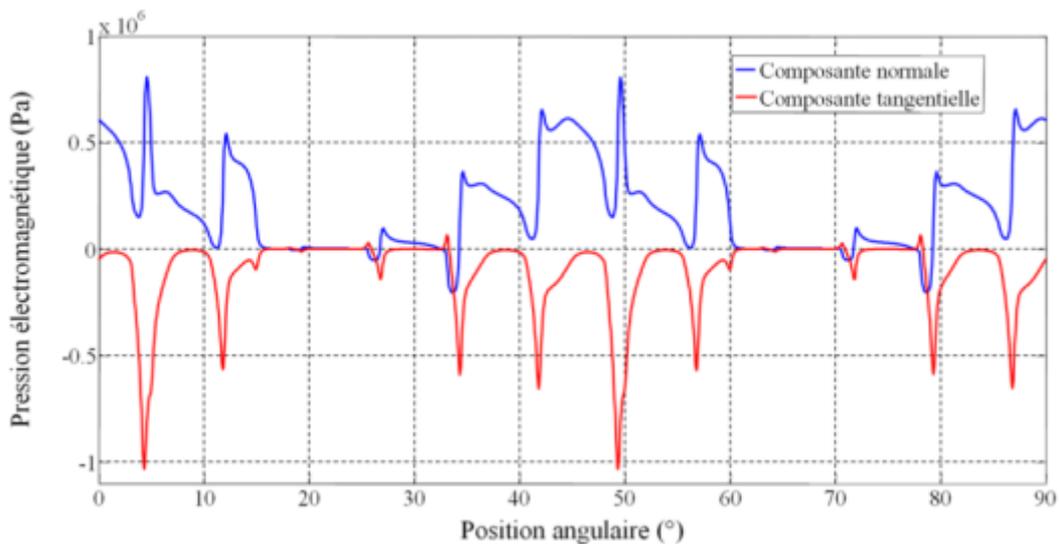


Fig. III.14. Composantes de la pression électromagnétique en charge, avec saturation.

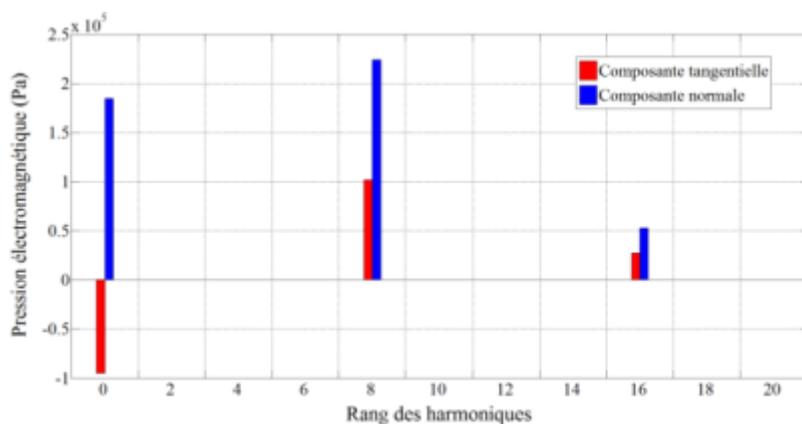


Fig. III.15. Contenu harmonique spatial de la pression électromagnétique en charge, avec saturation.

III.3 MODELES VIBRO-ACOUSTIQUES BIDIMENSIONNELS

III.3.1 Simulation par éléments finis

La machine est premièrement modélisée en 2-D pour pouvoir étudier dans leur cadre d'application les méthodes analytiques issues de la théorie des coques cylindriques infiniment longues. La carcasse et les têtes de bobines ne sont pas modélisées. Le détail des encoches ainsi modélisées est représenté sur la figure III.16. Les isthmes sont modélisés de la même manière que pour le modèle électromagnétique et il n'y a pas de cales d'encoches. Le fond d'encoche est semi-circulaire. Or, les méthodes analytiques basées sur la décomposition de la machine en coques minces cylindriques (voir section II.3.3.3) suppose de séparer d'un côté le noyau, et de l'autre les dents et les enroulements. La séparation la plus évidente serait de l'effectuer au niveau du rayon noté 1, le noyau étant bien identifié par un cylindre homogène. Toutefois, le fond d'encoche semi-circulaire apporte de la raideur aux dents [Long 2001], et d'autres séparations, au niveau des rayons notés 2 (milieu du fond d'encoche) et 3 (début du fond d'encoche) seront étudiées.

III.3.1.1 Fréquences propres

Les paramètres mécaniques de la machine sont donnés dans la section II.5.2, dans le tableau II.4. Pour calculer les fréquences propres, la simulation est paramétrée en choisissant une analyse modale et une méthode d'extraction des modes. Cette méthode est l'algorithme de Lanczos recommandé pour la rapidité de son exécution et sa précision [ANSYS 2014]. La récursivité de Lanczos est accomplie avec un bloc de vecteurs. La figure III.17 montre la déformation du stator due à certains modes circonférentiels.

Afin d'étudier la prise en compte des isthmes et des enroulements, une comparaison des fréquences propres des cinq premiers modes circonférentiels obtenus par la MEF est présentée dans le tableau III.2. Elle porte donc sur les matériaux utilisés pour modéliser les isthmes et les encoches, sachant que le noyau est toujours considéré comme étant en acier. La première colonne modélise la machine étudiée puisque les encoches sont remplies de cuivre et les isthmes sont vides. Si les isthmes sont remplis du matériau de l'encoche, ils ne sont donc pas pris en compte et on observe une différence exprimée en pourcentage dans le tableau. La deuxième partie du tableau montre le même effet pour une machine qui serait hypothétiquement faite intégralement d'acier et dans laquelle des isthmes auraient pu être considérés. Ainsi, que les encoches soient remplies de cuivre ou d'acier, la géométrie des isthmes a une influence sur les fréquences propres qui n'est pas négligeable puisqu'elle peut

induire une erreur pouvant atteindre 13% dans le cas de la machine avec encoches en cuivre. Toutefois, une cale d'encoche ferme généralement l'encoche afin de retenir les conducteurs. Elles peuvent être construites à partir de polyester, de polyépoxyde et de tissu de fibres de verre [SPI 2011]. Ces cales augmentent la raideur du stator puisqu'elles restreignent les déplacements latéraux des dents, particulièrement pour les modes de vibrations élevés. Pour les faibles modes, la légère augmentation de la raideur est intégralement compensée par la masse des cales [Girgis 1979]. Le cas $m = 1$ est particulier puisque les forces de Maxwell déplacent le centre de gravité du rotor et que la forme du stator est inchangée [Bracikowski 2012]. Il n'est donc pas étudié.

La présence d'enroulements dans les encoches du stator peut être avantageuse d'un point de vue vibro-acoustique puisqu'ils accroissent sa raideur et donc contribuent à l'augmentation des fréquences naturelles [Girgis 1979]. L'augmentation de la raideur est observable dans le cas de la machine étudiée dans la troisième colonne du tableau III.2 "vide/vide" où ne pas considérer d'enroulements dans les encoches réduit les fréquences propres de plus de 40% sur les modes non nuls. Frohne, dont les formules sont citées à la section II.3.3.2 considère les enroulements comme une masse additionnelle. Ceci est erroné puisqu'alors, cela conduit à une réduction des fréquences propres [Girgis 1979].

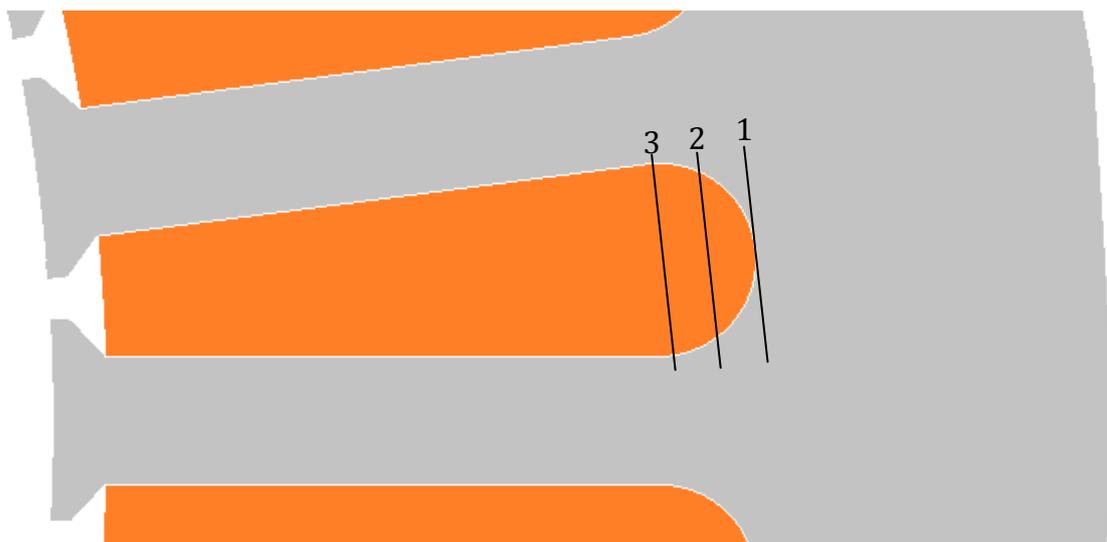


Fig. III.16. Détail des encoches et séparation des cylindres.

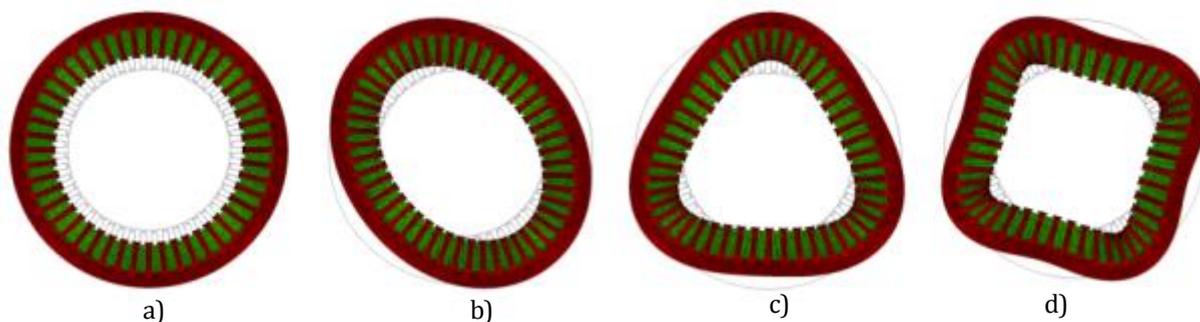


Fig. III.17. Exagération de la déformation du stator due aux modes circonférentiels :

a) 0 ; b) 2 ; c) 3 ; d) 4

TABLEAU III.2

Fréquences propres en Hertz des cinq premiers modes circonférentiels avec la MEF pour différentes configurations

(En rouge : comparaison par rapport à la première colonne de la section)

	Matériau de l'encoche	Cuivre	Cuivre	Vide	Acier	Acier
	Matériau de l'isthme	Air	Cuivre	Vide	Acier	Vide
Modes circonférentiels	0	3957.2	4007.8 +1.28%	4498.7 +13.7%	6934.1	6749.9 -2.65%
	2	812.69	923.67 +13.6%	451.37 -44.5%	2163.9	2005.4 -7.32%
	3	2064.7	2298.4 +11.3%	1194.5 -42.2%	5496.5	5129.0 -6.69%
	4	3577.3	3913.0 +9.38%	2078.7 -41.9%	9375.5	8806.4 -6.07%
	5	5267.4	5684.1 +7.91%	2868.0 -45.6%	13504	12757 -5.54%

III.3.1.2 Déplacements statiques

A des fins de comparaison, la condition aux limites à appliquer à la surface interne du stator doit être modale. . Cela correspond à appliquer la pression sinusoïdale de la forme de (III.1), au moyen de la méthode présentée dans la section II.4.3.3.

$$P(\theta_s) = P_0 \sin(m\theta_s) \quad (\text{III.1})$$

P_0 est l'amplitude de l'harmonique de pression électromagnétique dont le rang est égal au mode circonférentiel d'ordre m . L'amplitude est choisie de façon arbitraire à 1 kPa pour toutes les simulations concernant exclusivement les déplacements statiques et le niveau de puissance acoustique. Une analyse statique est effectuée. Les déplacements moyens de la structure sont calculés à partir des déplacements de chaque nœud du maillage. Les résultats pour les premiers modes sont présentés dans le tableau III.3. A amplitude de pression

électromagnétique égale, plus le mode circonférentiel est élevé, plus les déplacements moyens de la structure sont faibles. Ceci s'explique par la forme sinusoïdale de la pression appliquée. Plus le mode est élevé, plus l'espacement sur la circonférence entre un minimum et un maximum est faible, et au moins la machine peut se déformer selon cet extremum puisque l'influence du suivant est plus importante.

III.3.1.3 Niveau de puissance acoustique

Une surface cylindrique creuse entoure le modèle mécanique précédemment construit. Cette surface modélise l'air environnant la machine, comme présenté dans la section II.4.3.4. Une analyse harmonique est effectuée. Les résultats pour les premiers modes sont présentés dans le tableau III.4. Les déplacements vibratoires diminuant avec l'augmentation de l'ordre des modes, le niveau de puissance acoustique diminue également.

TABLEAU III.3

Déplacements moyens de la structure obtenus par le modèle éléments finis

Modes circonférentiels	Déplacements moyens (m)
2	1.63×10^{-8}
3	2.76×10^{-9}
4	8.36×10^{-10}
5	4.05×10^{-10}

TABLEAU III.4

Niveaux de puissance acoustique obtenus par le modèle éléments finis

Modes circonférentiels	Niveau de puissance acoustique (dB SWL)
2	100.7
3	89.20
4	79.59
5	74.19

III.3.2 Simulation par modèles analytiques

III.3.2.1 Fréquences propres

Les modèles analytiques ont été présentés à la section II.3.3. La présente étude consiste à déterminer le modèle analytique permettant de rendre compte le plus précisément possible du comportement vibratoire de la machine. Sont comparées :

- a) La machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents et enroulements par la théorie des anneaux (section II.3.3.1) [Hoppe 1871][Jordan 1950][Yang 1981].
- b) La machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents et enroulements par l'approche énergétique (section II.3.3.1) [Boisson 2014a].
- c) La machine assimilée à un anneau épais avec effet des dents, enroulement et rotor (section II.3.3.2) [Tímár 1989].
- d) La machine décomposée en deux coques minces cylindriques représentant le noyau et les dents et enroulements (section II.3.3.3) [Leissa 1993][Wang C 2000a][Huang 2001][Soedel 2004][Gieras 2006], par les théories de Donnell-Mushtari, Love-Timoshenko, Goldenveizer-Novozhilov, Houghton-Johns, Biezeno-Grammel, Flügge, Sanders, Reissner-Naghdi-Berry, Vlasov, Epstein-Kennard, la membrane, Love-Wang et Donnell-Soedel.

La modélisation analytique ne permet pas de prendre en compte les isthmes et la géométrie complexe des encoches comme l'inclinaison ou la forme de leur fond. Dans le cas étudié, les dents sont droites, le fond des encoches est semi-circulaire et la carcasse n'est pas considérée. Les séparations des cylindres présentées à la figure III.16 sont analysées. Cela revient à modifier l'épaisseur de la culasse et la taille des dents. Les résultats pour la première, deuxième et troisième séparation sont respectivement présentés dans les tableaux III.5, III.6 et III.7. Les différents modèles analytiques sont comparés avec la première colonne du tableau III.2 du modèle éléments finis.

Les théories des anneaux a, b et c donnent des résultats très proches et globalement très éloignés des théories des cylindres en parallèle. Le modèle assimilant la machine à un anneau épais avec effet des dents et enroulements par l'approche énergétique est toutefois le plus précis des trois modèles annulaires. Les formules des théories a et c tentent de considérer la machine dans sa globalité ce qui n'est pas adéquat pour le cas présent où seul le noyau statorique avec bobinage et dents est étudié. Les méthodes de séparation de coques minces

cylindriques s'avèrent bien plus précises. Les théories de Love-Timoshenko, Goldenveizer-Novozhilov, Sanders et Reissner-Naghdi-Berry donnent des résultats en tout point identiques. Ces résultats sont très proches de ceux obtenus par les théories de Houghton-Johns, Biezeno-Grammel, Vlasov, Epstein-Kennard et Kennard simplifié. Finalement, les théories de Donnell-Mushtari, Flügge et Donnell-Soedel donnent les meilleurs résultats. La théorie de la membrane permet uniquement de calculer la fréquence propre du mode d'ordre 0, avec la même précision que les autres théories de séparation des cylindres, hormis celle de Donnell-Soedel et de Love-Wang. En effet, cette dernière ne permet pas de calculer cette fréquence propre.

Pour toutes les théories, rapprocher la limite de séparation des cylindres vers le noyau diminue les fréquences propres. Or, la première séparation donne des résultats trop faibles, et il est donc nécessaire de déplacer la séparation vers l'encoche. La séparation donnant les meilleurs résultats est celle où le cylindre du noyau commence au début du fond d'encoche, soit la troisième. La méthode de Flügge permet alors d'obtenir une erreur moyenne de 4.8% et moins d'un pourcent d'erreur sur les fréquences des modes 2 et 5. Ces erreurs s'expliquent en partie par la géométrie complexe des encoches et des isthmes.

En sus de la géométrie des encoches qui ne peut pas être prise en compte, l'erreur observée sur les fréquences propres provient également de la théorie analytique. En effet, la théorie utilisée concerne des coques minces cylindriques. Or, le stator d'une machine électrique n'est pas un cylindre fin car en plus de son noyau, ses dents, ses encoches et ses isthmes forment une part importante de son épaisseur. La figure III.18 illustre ce phénomène pour un cylindre de rayon externe égal à celui de la machine considérée mais dont l'épaisseur est progressivement augmentée. La théorie analytique d'Epstein-Kennard est utilisée car elle présente une bonne précision pour les rapports épaisseur sur rayon externe très faibles [Leissa 1993]. Plus ce rapport augmente, plus la théorie donne des résultats inexacts. De plus, pour des modes plus élevés, le modèle analytique est encore plus imprécis et les valeurs peuvent être doublées par rapport à celles trouvées par la MEF. Dans le cas étudié, le rapport de l'épaisseur sur le rayon externe du noyau est de 0.12 et ce rapport appliqué à la partie des dents-encoches-isthmes est de 0.28. Ainsi, à partir de la figure III.18, il est possible de voir que le modèle analytique apporte une imprécision par rapport au modèle basé sur la MEF.

Une autre source d'erreur provient de la formule (II.57) de la section II.3.3.3 décrivant la formulation équivalente des fréquences propres de la machine décomposée en coques minces cylindriques. Pour deux cylindres accolés, cette approximation n'est valable que lorsque les modules de Young des cylindres sont d'ordre de grandeur différent. Soit un cylindre de rayon

interne égal à 0.1 m et de rayon externe égal à 0.15 m. Ces dimensions sont proches de celle du stator étudié. En considérant le modèle 2-D, le cylindre ainsi formé est découpé au rayon moyen, en un cylindre dit externe et un cylindre interne, comme montré sur la figure III.19. En utilisant la formule (II.55), la raideur équivalente des cylindres s'exprime selon (III.2).

$$K = M(2\pi f)^2 \quad (III.2)$$

Ainsi, la formule (II.57) permet de calculer la fréquence propre du cylindre total selon (III.3).

$$f_{m,\text{total}} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{M_{\text{ext}}(2\pi f_{m,\text{ext}})^2 + M_{\text{int}}(2\pi f_{m,\text{int}})^2}{M_{\text{ext}} + M_{\text{int}}}} \quad (III.3)$$

Pour chaque cylindre, sa masse est calculée et ses fréquences propres calculées par éléments finis. Dans le cas où les deux cylindres sont en acier comme montré sur la figure III.19(a), la fréquence propre du mode circonférentiel d'ordre 2 calculée par (III.3) est de 1063 Hz alors qu'elle devrait être de 1963 Hz, comme calculée par un simple modèle éléments finis. De même, pour le mode 3, la fréquence correspondante calculée par (III.3) est de 2908 Hz au lieu de 5037 Hz. Cette méthode de séparation des cylindres ne peut donc s'appliquer si les cylindres possèdent les mêmes propriétés. En contrepartie, si un cylindre de cuivre est entouré par un cylindre d'acier comme sur la figure III.19 (b), le mode 2 est excité à 641 Hz par (III.3) au lieu de 768 Hz. De plus, le mode 3 est excité à 1764 Hz par (III.3) au lieu de 2023 Hz. Ainsi, la formule équivalente peut s'appliquer, avec une précision toute relative, au cas d'une machine électrique, où le cylindre formé des dents et des enroulements et le cylindre de la carcasse ont des propriétés différentes dont un module de Young bien inférieur à celui de l'acier du noyau. Plus le module de Young est réduit, plus la formule (III.3) donne un résultat précis.

TABLEAU III.5

Fréquences propres en Hertz des cinq premiers modes circonférentiels des méthodes analytiques,
pour la première séparation des cylindres

(En rouge : comparaison par rapport à la première colonne du tableau III.2)

Théorie	Modes circonférentiels					
	Erreur moyenne	0	2	3	4	5
a - Anneau	57.5%	3485 -11.9%	337.5 -58.5%	920.1 -55.4%	1681 -53.0%	2570 -51.2%
b - Anneau	55.6%	2826 -28.6%	377.8 -53.5%	1022 -50.5%	1905 -46.7%	3007 -42.9%
c - Anneau	55.2%	3598 -9.07%	348.6 -57.1%	951.9 -53.9%	1743 -51.3%	2671 -49.3%
d - Donnell-Mushtari	21.3%	3879 -1.98%	646.8 -20.4%	1543 -25.3%	2804 -21.6%	4427 -16.0%
d - Love-Timoshenko	30.0%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1375 -33.4%	2645 -26.1%	4302 -18.3%
d - Goldenveizer-Novozhilov	30.0%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1375 -33.4%	2645 -26.1%	4302 -18.3%
d - Houghton-Johns	31.0%	3879 -1.98%	458.1 -43.6%	1365 -33.9%	2641 -26.2%	4303 -18.3%
d - Biezeno-Grammel	29.8%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1378 -33.3%	2653 -25.8%	4318 -18.0%
d - Flügge	18.3%	3879 -1.98%	687.9 -15.4%	1595 -22.8%	2879 -19.5%	4554 -13.5%
d - Sanders	30.0%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1375 -33.4%	2645 -26.1%	4302 -18.3%
d - Reissner-Naghdi-Berry	30.0%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1375 -33.4%	2645 -26.1%	4302 -18.3%
d - Vlasov	29.8%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1378 -33.3%	2653 -25.8%	4318 -18.0%
d - Epstein-Kennard	27.9%	3879 -1.98%	499.4 -38.5%	1407 -31.9%	2717 -24.1%	4460 -15.3%
d - Kennard simplifié	29.8%	3879 -1.98%	486.0 -40.2%	1379 -33.2%	2655 -25.8%	4323 -17.9%
d - Membrane	-	3879 -1.98%	0	0	0	0
d - Love-Wang	-	0	482.9 -40.6%	1364 -34.0%	2612 -27.0%	4219 -19.9%
d - Donnell-Soedel	17.9%	3696 -6.69%	724.2 -10.9%	1629 -21.1%	2897 -19.0%	4526 -14.1%

TABLEAU III.6

Fréquences propres en Hertz des cinq premiers modes circonférentiels des méthodes analytiques,
pour la deuxième séparation des cylindres

(En rouge : comparaison par rapport à la première colonne du tableau III.2)

Théorie	Modes circonférentiels					
	Erreur moyenne	0	2	3	4	5
a - Anneau	49.1%	3560 -10.0%	396.1 -51.3%	1080 -47.7%	1974 -44.8%	3020 -42.7%
b - Anneau	43.8%	3029 -23.5%	456.5 -43.8%	1233 -40.3%	2292 -35.9%	3601 -31.6%
c - Anneau	46.5%	3676 -7.10%	409.06 -49.7%	1117 -45.9%	2047 -42.8%	3138 -40.4%
d - Donnell-Mushtari	14.7%	3954 -0.08%	696.8 -14.3%	1662 -19.5%	3021 -15.5%	4771 -9.43%
d - Love-Timoshenko	24.1%	3954 -0.08%	523.5 -35.6%	1481 -28.3%	2847 -20.4%	4625 -12.2%
d - Goldenveizer-Novozhilov	24.1%	3954 -0.08%	523.5 -35.6%	1481 -28.3%	2847 -20.4%	4625 -12.2%
d - Houghton-Johns	25.2%	3954 -0.08%	493.4 -39.3%	1470 -28.8%	2842 -20.5%	4625 -12.2%
d - Biezeno-Grammel	24.0%	3954 -0.08%	523.5 -35.6%	1483 -28.2%	2854 -20.2%	4638 -11.9%
d - Flügge	11.6%	3954 -0.08%	740.8 -8.85%	1716 -16.9%	3096 -13.5%	4889 -7.19%
d - Sanders	24.1%	3954 -0.08%	523.5 -35.6%	1481 -28.3%	2847 -20.4%	4625 -12.2%
d - Reissner-Naghdi-Berry	24.1%	3954 -0.08%	523.5 -35.6%	1481 -28.3%	2847 -20.4%	4625 -12.2%
d - Vlasov	24.0%	3954 -0.08%	523.5 -35.6%	1483 -28.2%	2854 -20.2%	4638 -11.9%
d - Epstein-Kennard	22.5%	3954 -0.08%	535.1 -34.2%	1508 -27.0%	2906 -18.8%	4748 -9.86%
d - Kennard simplifié	24.0%	3954 -0.08%	523.6 -35.6%	1484 -28.1%	2855 -20.2%	4642 -11.9%
d - Membrane	-	3954 -0.08%	0	0	0	0
d - Love-Wang	-	0	520.7 -35.9%	1471 -28.8%	2817 -21.2%	4553 -13.6%
d - Donnell-Soedel	11.0%	3765 -4.90%	780.0 -4.02%	1755 -15.0%	3120 -12.8%	4875 -7.40%

TABLEAU III.7

Fréquences propres en Hertz des cinq premiers modes circonférentiels des méthodes analytiques,
pour la troisième séparation des cylindres

(En rouge : comparaison par rapport à la première colonne du tableau III.2)

Théorie	Modes circonférentiels					
	Erreur moyenne	0	2	3	4	5
a - Anneau	40.5%	3638 -8.06%	457.5 -43.7%	1246 -39.7%	2273 -36.5%	3470 -34.1%
b - Anneau	31.6%	3223 -18.6%	539.5 -33.6%	1455 -29.5%	2694 -24.7%	4211 -20.0%
c - Anneau	37.5%	3756 -5.08%	472.6 -41.8%	1290 -37.5%	2360 -34.0%	3616 -31.4%
d - Donnell-Mushtari	7.7%	4032 +1.89%	757.3 -6.82%	1807 -12.5%	3284 -8.20%	5186 -1.55%
d - Love-Timoshenko	18.1%	4032 +1.89%	568.8 -30.0%	1609 -22.1%	3092 -13.6%	5021 -4.68%
d - Goldenveizer-Novozhilov	18.1%	4032 +1.89%	568.8 -30.0%	1609 -22.1%	3092 -13.6%	5021 -4.68%
d - Houghton-Johns	19.2%	4032 +1.89%	536.2 -34.0%	1597 -22.7%	3087 -13.7%	5020 -4.69%
d - Biezeno-Grammel	17.9%	4032 +1.89%	568.8 -30.0%	1611 -22.0%	3099 -13.4%	5033 -4.44%
d - Flügge	4.8%	4032 +1.89%	804.9 -0.95%	1865 -9.69%	3361 -6.04%	5304 +0.69%
d - Sanders	18.1%	4032 +1.89%	568.8 -30.0%	1609 -22.1%	3092 -13.6%	5021 -4.68%
d - Reissner-Naghdi-Berry	18.1%	4032 +1.89%	568.8 -30.0%	1609 -22.1%	3092 -13.6%	5021 -4.68%
d - Vlasov	17.9%	4032 +1.89%	568.8 -30.0%	1611 -22.0%	3099 -13.4%	5033 -4.44%
d - Epstein-Kennard	16.5%	4032 +1.89%	579.9 -28.6%	1634 -20.8%	3146 -12.1%	5127 -2.66%
d - Kennard simplifié	17.9%	4032 +1.89%	569.0 -30.0%	1612 -21.9%	3101 -13.3%	5037 -4.38%
d - Membrane	-	4032 +1.89%	0	0	0	0
d - Love-Wang	-	0	566.1 -30.3%	1599 -22.5%	3064 -14.3%	4952 -5.98%
d - Donnell-Soedel	5.2%	3839 -2.99%	847.6 +4.30%	1907 -7.63%	3390 -5.22%	5298 +0.57%

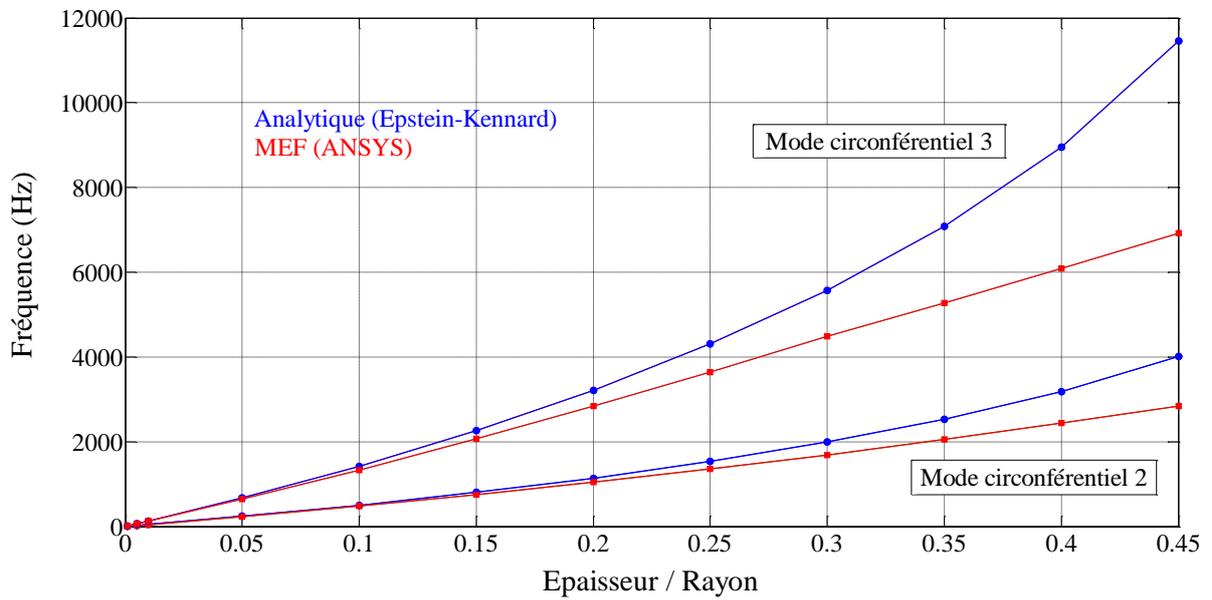


Fig. III.18. Influence sur les fréquences propres du rapport de l'épaisseur sur le rayon externe du cylindre.

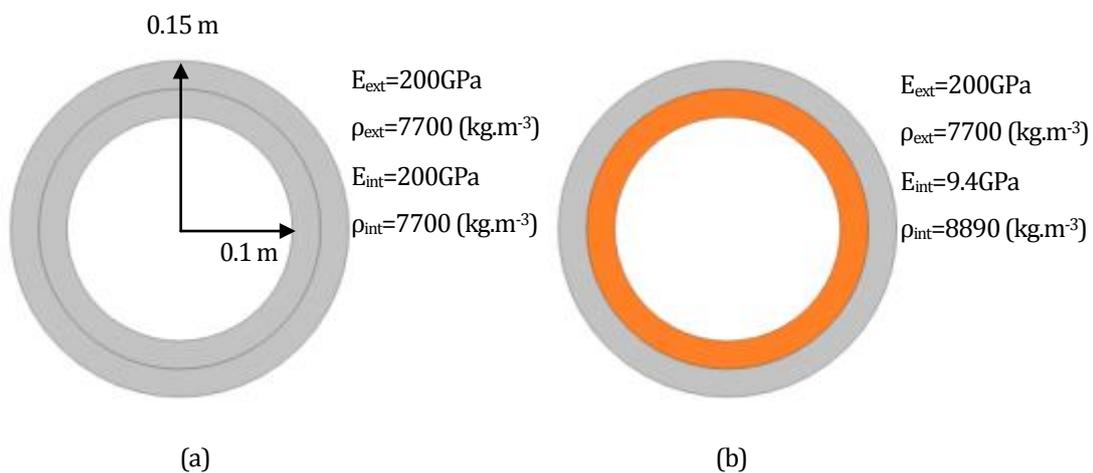


Fig. III.19. Etude de validité de la formule équivalente des fréquences propres de deux cylindres accolés :

(a) deux cylindres en acier

(b) un cylindre en cuivre encerclé par un cylindre en acier

III.3.2.2 Déplacements statiques

Les trois formulations présentées à la section II.3.4 sont comparées dans la présente section. Les déplacements moyens de la structure sont calculés par mode, pour une pression électromagnétique de 1 kPa. Les résultats sont présentés dans le tableau III.8. Les modèles a, b et c correspondent respectivement aux formules (II.97) [Gieras 2006], (II.98) [Tímár 1989] et (II.101) [Zhu 1993e]. Les modèles b et c sont particulièrement mal adaptées pour la détermination des déplacements dans le cadre de la machine étudiée. Le premier modèle donne de meilleurs résultats malgré la formulation très simple. Dans ces trois modèles, il n'est possible de considérer qu'un unique matériau en termes de traction-déformation, au moyen du module de Young. Ceci conduit à une forte imprécision.

Les matériaux du stator n'ont que peu d'influence sur l'erreur commise avec le premier modèle analytique par rapport au modèle utilisant la MEF. En effet, pour le mode circonférentiel d'ordre 2, si la machine est intégralement réalisée en acier, l'erreur entre les résultats obtenus par les deux modèles est de +97.3% et pour une machine intégralement réalisée en cuivre, cette erreur est de +95.4%. De manière à vérifier si comme dans la figure III.18 relative aux fréquences propres, l'épaisseur du stator a une influence sur l'erreur entre modèle analytique et modèle utilisant la MEF, la figure III.20 est proposée. Les pourcentages d'erreurs sur les déplacements moyens de la structure en utilisant les modèles a et b sont tracés sur deux échelles différentes en fonction de l'épaisseur totale du stator d'une machine. Les calculs sont effectués sur le mode circonférentiel d'ordre 2. Ainsi, bien que l'erreur diminue significativement avec l'augmentation de l'épaisseur du stator pour les déplacements calculés en utilisant le deuxième modèle, les résultats au moyen du premier modèle ne sont presque pas impactés par les changements opérés au stator. Ainsi, les déplacements statiques calculés analytiquement au moyen des trois formules analytiques proposés souffrent d'une imprécision importante et le première modèle reste toutefois le plus à-même de donner des résultats intéressants dans cette étude.

TABLEAU III.8

Déplacements moyens de la structure obtenus par les modèles analytiques.

(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis du tableau III.3)

Modes circonférentiels	Amplitude des déplacements moyens (m)		
	a	b	c
2	2.74×10^{-8} +68%	2.97×10^{-7} +1722%	2.35×10^{-7} +1342%
3	4.25×10^{-9} +54%	4.18×10^{-8} +1414%	3.59×10^{-8} +1201%
4	1.42×10^{-9} +70%	1.19×10^{-8} +1323%	1.21×10^{-8} +1347%
5	6.53×10^{-10} +61%	4.64×10^{-9} +1046%	5.73×10^{-9} +1315%

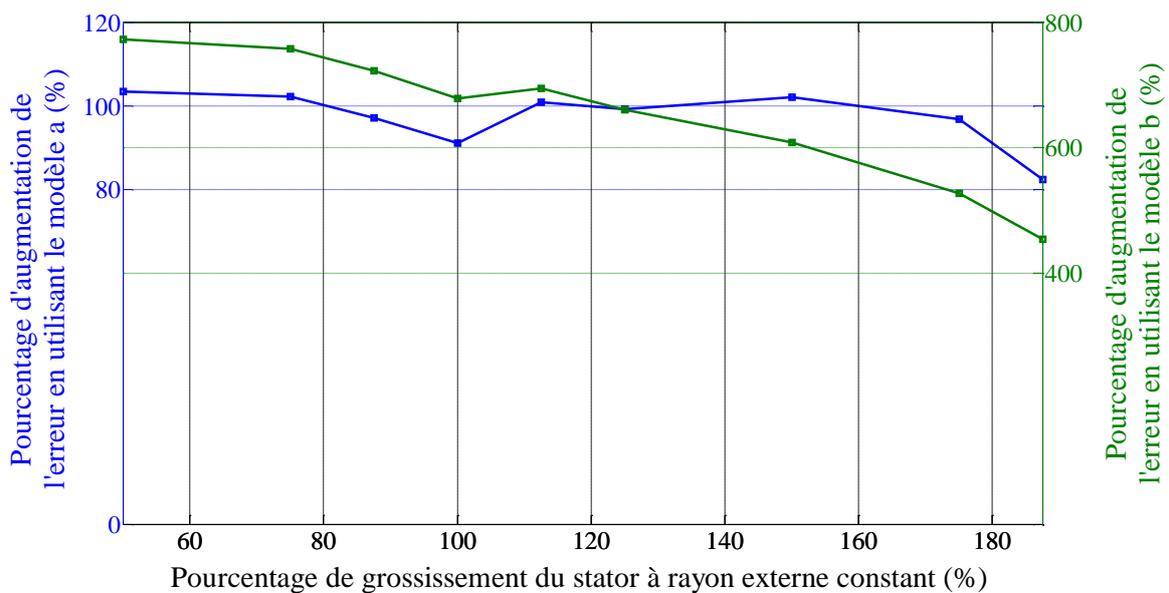


Fig. III.20. Evolution du pourcentage d'erreur des déplacements moyens de la structure en fonction de l'épaisseur du stator complet.

III.3.2.3 Niveau de puissance acoustique

Pour différents modes circonférentiels, les niveaux de puissance acoustique obtenus par la MEF et les modèles analytiques sont compilés dans le tableau III.9. Les modèles a, b et c correspondent aux formules (II.114) [Zhu 1994], (II.109) [Gieras 2006] et (II.122) [Tímár 1989]. Les résultats analytiques sont proches de ceux attendus avec la MEF. Le troisième modèle permet de calculer le niveau de puissance acoustique d'une sphère. Il donne des

résultats sensiblement moins proches de ceux obtenus avec la MEF. Les écarts entre modèles a et b étant faibles, il n'est pas possible d'être catégorique quant à savoir si une méthode surpasse l'autre. En effet, la modélisation MEF doit considérer des éléments fluidiques répartis à une distance importante du stator qu'il faut avoir en très grand nombre pour que des éléments soient placés le plus proche possible d'un extremum de pression. Or, il n'est jamais certain qu'un élément soit placé exactement à cet extremum, bien qu'il soit très proche. Ainsi, la valeur obtenue peut s'avérer être légèrement inférieure à celle qui devrait être logiquement calculée par le logiciel utilisant la MEF. Il en résulte que le résultat obtenu avec la MEF est toujours très légèrement inférieur à celui qui devrait être obtenu. Il faut de plus s'attendre à ce que les résultats obtenus par la MEF soit également différents de ceux obtenus par l'expérience.

La figure III.21 montre les facteurs de rayonnement des trois théories pour le cas étudié au deuxième mode circonférentiel. On remarque que le modèle de la sphère est assez éloigné des deux modèles cylindriques à l'abscisse 2.9099 qui correspond à la fréquence naturelle 812.69 Hz du deuxième mode circonférentiel.

TABLEAU III.9

Niveaux de puissance acoustique obtenus par les modèles analytiques

(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis du tableau III.4)

Modes circonférentiels	Niveau de puissance acoustique (dB SWL)		
	a	b	c
2	98.06 -2.58%	98.29 -2.35%	95.44 -5.18%
3	90.69 +1.67%	90.72 +1.70%	90.77 +1.75%
4	81.38 +2.26%	81.39 +2.26%	81.45 +2.34%
5	74.35 +0.22%	74.35 +0.22%	74.40 +0.28%

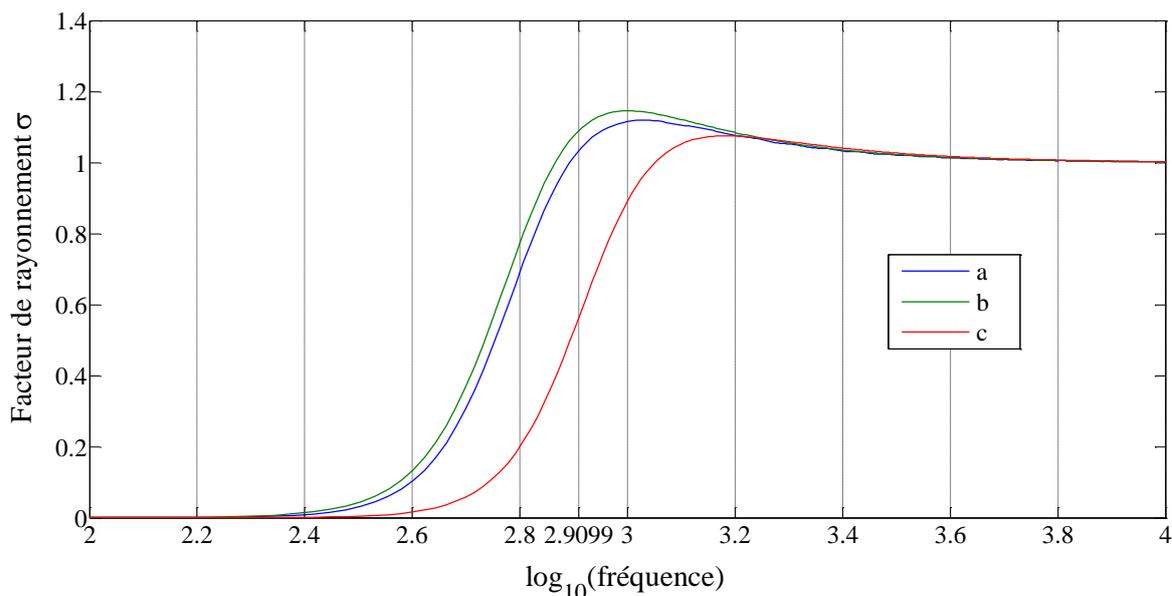


Fig. III.21. Facteurs de rayonnement des théories analytiques considérées, pour le deuxième mode circonférentiel de la machine étudiée.

III.3.2.4 Modèle vibro-acoustique complet

Puisque chaque partie a pu être validée séparément, il est possible de comparer l'ensemble du modèle simulé analytiquement avec la modélisation par éléments finis. Jusqu'alors, les résultats obtenus par la MEF n'ont pas fait appel aux formules analytiques, sauf pour le coefficient d'amortissement qui ne peut être donné autrement qu'au moyen d'une machine réelle. Ainsi, les résultats attendus par le modèle analytique sont ceux du tableau III.4. D'après la figure II.3 de la section II.3.2, les seules entrées du modèle vibro-acoustique sont les paramètres géométriques et le modèle électromagnétique symbolisé ici par la pression sinusoïdale d'amplitude égale à 1kPa. Il a été établi à la section III.3.2.1 que la méthode la plus précise permettant de calculer les fréquences propres était celle de Flügge-Byrne-Lur'ye dont la limite des deux cylindres dans le modèle analytique est placée au début du demi-cercle du fond d'encoche. C'est ce modèle qui est utilisé ici. A la section III.3.2.2, les déplacements statiques calculés en utilisant la formule (II.97) se sont avérés les plus pertinents et cette formule est utilisée. Pour finir, le facteur de rayonnement établi à la section III.2.2.3 à partir du cylindre infini de (II.109) donne une bonne approximation et est également considéré.

Les fréquences propres sont celles obtenues à la section III.2.2.1 puisqu'elles étaient calculées sans référence au modèle éléments finis. Les déplacements statiques sont calculés au moyen des fréquences propres et tous les résultats sont compilés dans le tableau III.10. Les résultats systématiquement placés à gauche pour chaque mode circonférentiel sont basés sur le calcul des déplacements statiques par (II.97) [Gieras 2006]. Ceux à droite par (II.98) [Tímár

1989], pour comparaison. Les premiers donnent une erreur moyenne de 2.17% sur le niveau de puissance acoustique tandis que les seconds 4.22%. Toutefois, le niveau de puissance acoustique du mode 2 est mieux approché avec le deuxième modèle du fait d'une compensation des erreurs sur le facteur de rayonnement et les déplacements statiques. Les résultats des calculs des fréquences propres se répercutent sur le niveau de puissance acoustique, ce qui explique en partie l'erreur sur ce dernier. En effet les fréquences propres impactent le facteur de grossissement du fait du coefficient d'amortissement. Le facteur de rayonnement est également modifié. En définitive, le premier modèle vibro-acoustique complet est validé par éléments finis et il peut donc être exploité pour déterminer le niveau de puissance acoustique d'une machine.

TABLEAU III.10
Résultats du modèle 2-D vibro-acoustique analytique complet
(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis)

Mode circonférentiel	2		3	
Fréquence naturelle (Hz)	804.9 -0.95%		1806 -9.69%	
Déplacements statiques (m) (II.97)[Gieras2006]--(II.98)[Tímár1989]	2.93×10^{-8} +79.8%	1.35×10^{-7} +728%	5.45×10^{-9} +97.5%	1.90×10^{-8} +588%
Coefficient d'amortissement	1.34×10^{-2}		1.81×10^{-2}	
Facteur de grossissement	37.3		27.7	
Déplacements dynamiques (m)	1.10×10^{-6}	5.04×10^{-6}	1.51×10^{-7}	5.26×10^{-7}
Facteur de rayonnement	1.10		1.17	
Niveau de puissance acoustique (dB)	97.12 -3.56%	102.4 +1.69%	90.75 +1.74%	95.37 +6.92%
Mode circonférentiel	4		5	
Fréquence naturelle (Hz)	3361 -6.04%		5304 +0.69%	
Déplacements statiques (m) (II.97)[Gieras2006]--(II.98)[Tímár1989]	1.68×10^{-9} +101%	5.40×10^{-9} +546%	6.74×10^{-10} +66.4%	2.11×10^{-9} +421%
Coefficient d'amortissement	2.46×10^{-2}		3.32×10^{-2}	
Facteur de grossissement	20.3		15.1	
Déplacements dynamiques (m)	3.40×10^{-8}	1.10×10^{-7}	1.02×10^{-8}	3.18×10^{-8}
Facteur de rayonnement	1.10		1.06	
Niveau de puissance acoustique (dB)	81.80 +2.78%	84.39 +6.03%	74.64 +0.61%	75.87 +2.26%

III.4 MODELES VIBRO-ACOUSTIQUES TRIDIMENSIONNELS

III.4.1 Fréquences propres

La modélisation bidimensionnelle permet d'avoir une idée du comportement vibro-acoustique modal de la machine. Or, l'influence de la carcasse et de la longueur de cette machine ne peut s'effectuer qu'en trois dimensions. L'étude des fréquences propres, ci-dessous, se propose de partir des résultats de la section III.3 en extrudant la machine et en y rajoutant progressivement les éléments tels que les têtes de bobines, la carcasse et les paliers à flasque. Puisque le noyau statorique et la carcasse peuvent être modélisés comme deux cylindre creux, épais et de longueur finie, il est important de s'intéresser à leur comportement avant celui de la machine.

III.4.1.1 Fréquences propres d'un cylindre creux, épais, de longueur finie

Bien que généralement les modes associés aux cylindres soient de type radiaux, longitudinaux ou une combinaison des deux, il est parfois délicat d'observer à partir d'une représentation de la déformation à quels modes cette déformation correspond. Tous les modes de vibration des cylindres homogènes, creux, épais et de longueur finie peuvent être classés en six catégories comme présenté dans la section I.5.3. Le critère d'attribution des modes circonférentiels et longitudinaux m et n est utilisé.

Le noyau statorique peut être analysé en première approche comme un tel cylindre. Pour le modéliser en 3-D sous ANSYS, il est possible d'extruder les précédentes surfaces modélisées en 2-D ou de reconstruire la machine directement en 3-D au moyen d'éléments correspondants. Puisqu'un code de simulation ANSYS a été développé dans le cadre de ces travaux, et qu'il se veut le plus général possible, l'extrusion est choisie par simplification. Le maillage de la surface servant de base à l'extrusion est supprimé pour remailler l'intégralité de la machine à l'aide d'éléments tétraédriques. L'extrusion du noyau avec une longueur quelconque est présentée dans la figure III.22(a).

Bien que les modes longitudinaux soient impactés par la longueur du cylindre, cette dernière a une faible influence sur les modes circonférentiels [Wang H 1997]. La figure III.23 présente l'évolution des fréquences propres des modes circonférentiels d'ordre 2 et 3 et longitudinal d'ordre 0, normalisées par rapport aux fréquences des mêmes ordres des solutions 2-D, et ce, en fonction du rapport de la longueur du cylindre sur son rayon. Le rayon de ce cylindre est égal à celui de la culasse statorique, dents comprises. Les extrémités du cylindre sont libres puisque la culasse statorique sera soumise aux mêmes conditions. Il en résulte que

les fréquences propres des modes circonférentiels augmentent très légèrement avec la longueur et les cas 3-D et 2-D coïncident pour une longueur la plus faible possible. Ainsi, la simulation 2-D permet de déterminer le comportement vibratoire purement circonférentiel de la machine sans carcasse avec une précision très acceptable [Long 2001]. Cette augmentation des fréquences propres se vérifie également pour les modes longitudinaux non nuls. Toutefois, dans le cas du carter où le cylindre est contraint de manière simplement supporté ou complètement fixé, les fréquences propres diminuent avec la longueur.

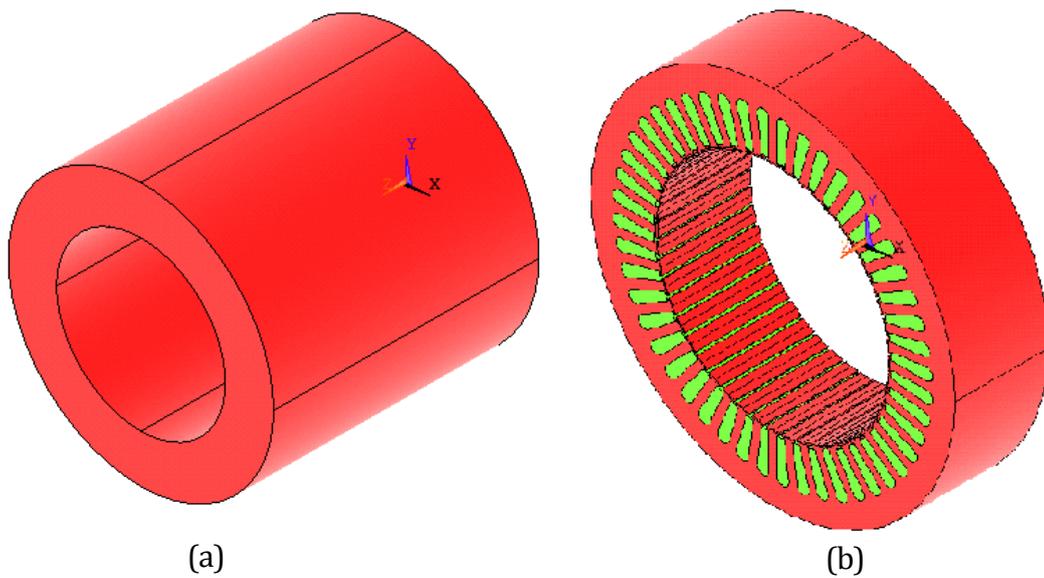


Fig. III.22. Extrusion : (a) d'un anneau épais (b) du noyau, des dents et du cuivre des encoches.

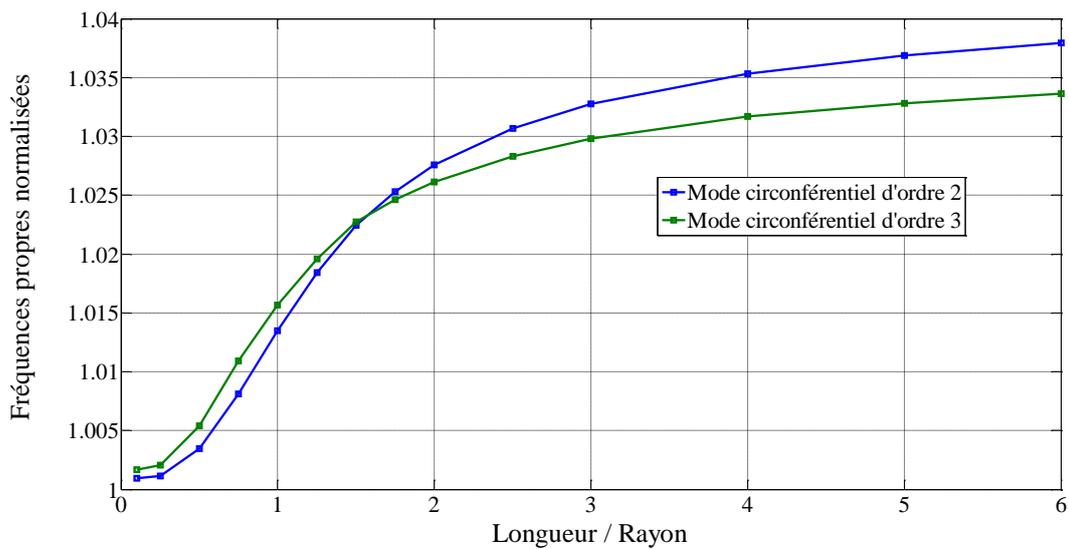


Fig. III.23. Evolution des fréquences propres des modes circonférentiels d'ordre 2 et 3 et longitudinal d'ordre 0, normalisée par rapport aux fréquences de mêmes ordres de la simulation 2-D.

III.4.1.2 Fréquences propres du stator extrudé

La différence entre les modèles de la section précédente et la présente est la prise en compte des dents et des enroulements. Le stator modélisé en 2-D présenté dans la section III.3 est extrudé sur sa longueur de 75 mm comme le présente la figure III.23(b). Un code de simulation analytique est proposé dans ces travaux et il se veut le plus général possible. Or, la connaissance des paramètres classiques géométriques et physiques de la machine ne suffit pas à connaître précisément son comportement vibro-acoustique. Les contraintes propres à la machine manufacturée ne peuvent être connues à l'avance. De manière à étudier l'influence du feuilletage modélisé par un matériau acier orthotrope, la machine est simulée par éléments finis pour trois types de culasse ; une isotrope et deux orthotropes. Leurs paramètres mécaniques sont explicités dans le tableau III.11.

Le type orthotrope 1 est celui considéré dans [Wang C 1999][Wang C 2005][Gieras 2006] tandis que le type orthotrope 2 est suggéré dans [Garvey 1989][Garvey 2004]. Les deux extrema de pourcentage de réduction pour E_z et $G_{xz} = G_{yz}$ sont analysés. Les enroulements sont considérés isotropes avec les caractéristiques décrites à la section II.5.2, dans le tableau II.4. Les résultats sont présentés dans le tableau III.12. Une ligne est ajoutée pour les modes longitudinaux nuls de manière à comparer les résultats 3-D aux résultats 2-D de la section III.3.1.1. Les fréquences des modes purement circonférentiels sont impactés par les propriétés axiales du matériau. En effet, la réduction conjointe du module de Young et du module de cisaillement diminuent les fréquences propres et le modèle 2-D est plus proche du modèle orthotrope 2 pour les modes circonférentiels 2 à 4. Comme il était attendu, de grandes différences apparaissent entre le modèle isotrope et les modèles orthotropes et ce particulièrement pour les modes longitudinaux égaux à 1. Les modèles orthotropes ne donnent pas les mêmes résultats et sont particulièrement différents pour certaines combinaisons de m et n . Ces résultats montrent donc qu'il est nécessaire de connaître avec précision les propriétés mécaniques de la machine pour prédire précisément son comportement vibratoire.

TABLEAU III.11

Paramètres mécaniques des culasses statoriques étudiées

Type	E_x (GPa)	E_y (GPa)	E_z (GPa)	G_{xy} (GPa)	G_{xz} (GPa)	G_{yz} (GPa)
Isotrope	200	200	200	79.3	79.3	79.3
Orthotrope 1	200	200	4 (2%)	79.3	1.57 (2%)	1.57 (2%)
Orthotrope 2	200	200	0.8 (0.4%)	79.3	0.3 (0.4%)	0.3 (0.4%)

TABLEAU III.12

Fréquences propres en Hertz des premiers modes du stator de la machine pour différents matériaux de culasse

n	m	2	3	4	5
0					
MEF - isotrope		896.47	2266.8	3911.7	5741.7
MEF - orthotrope 1		851.41	2161.8	3723.6	5339.6
MEF - orthotrope 2		836.85	2121.4	3633.2	5080.9
MEF - 2D		812.69	2064.7	3577.3	5267.4
1					
MEF - isotrope		1387.2	3659.0	6031.3	7709.3
MEF - orthotrope 1		1204.3	1375.7	2176.6	2909.3
MEF - orthotrope 2		1369.5	2154.3	2825.7	3128.7
2					
MEF - isotrope		3886.6	5081.3	6660.4	7773.5
MEF - orthotrope 1		2253.6	3052.4	4127.7	5208.3
MEF - orthotrope 2		2689.6	2837.3	3013.7	5465.9

III.4.1.3 Fréquences propres du stator extrudé avec têtes de bobines

De manière à simplifier leur modélisation en vue de l'étude de leur influence, les têtes de bobines sont considérées comme des cylindres attachés aux enroulements présents dans les encoches, et qui sont extérieurs à celles-ci. Une représentation est présentée dans la figure III.24. Le matériau de la culasse est orthotrope et est du type 2 présenté à la section précédente. Le cuivre dans les encoches et les têtes de bobines est considéré comme isotrope. Le tableau III.13 montre l'influence de l'épaisseur des têtes de bobines sur le modèle qui ne les prend pas en compte. La prise en compte des têtes de bobines diminue systématiquement les fréquences propres de la machine, hormis dans le cas où $(m, n) = (5, 1)$. La diminution est d'autant plus importante que les têtes de bobines sont épaisses. Elles ne peuvent être négligées.

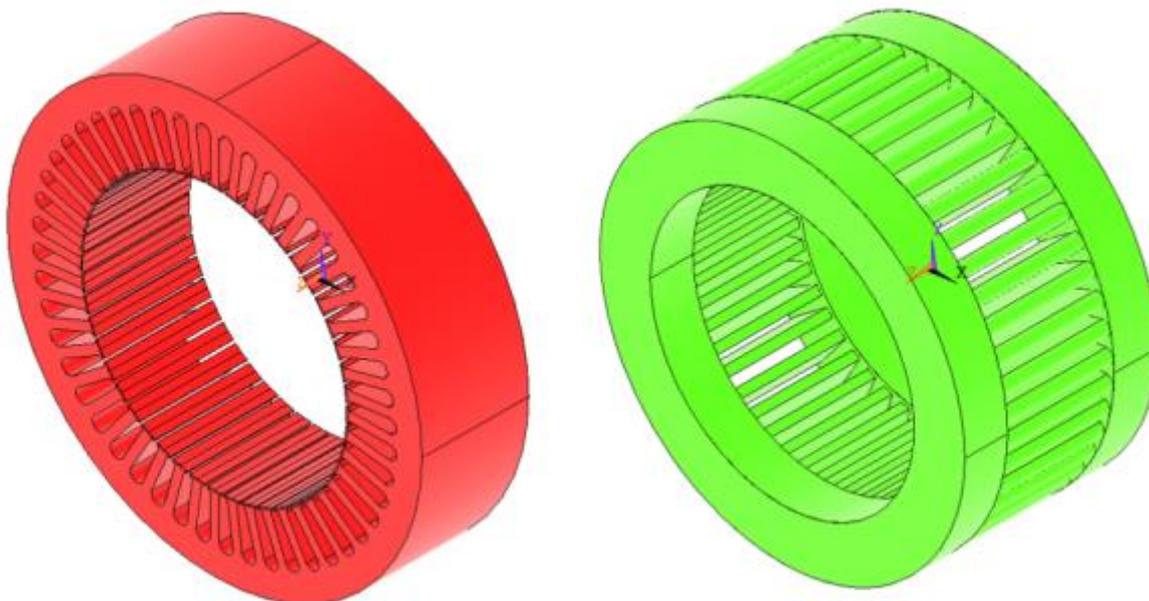


Fig. III.24. Modélisation par éléments finis de la culasse statorique seule et des enroulements avec têtes de bobines.

TABLEAU III.13

Fréquences propres en Hertz des premiers modes du stator de la machine pour différentes têtes de bobines

n	m	2	3	4	5
0	MEF - Pas de têtes	836.85	2121.4	3633.2	5080.9
	MEF - Epaisseur de 1 cm	781.29	1936.6	3210.9	4255.6
	MEF - Epaisseur de 3 cm	693.84	1633.1	2938.4	4079.2
1	MEF - Pas de têtes	1369.5	2154.3	2825.7	3128.7
	MEF - Epaisseur de 1 cm	1162.4	1883.7	2628.8	3089.0
	MEF - Epaisseur de 3 cm	1052.1	1674.3	2494.7	3136.5
2	MEF - Pas de têtes	2689.6	2837.3	3013.7	5465.9
	MEF - Epaisseur de 1 cm	2348.9	2628.7	2664.4	5120.5
	MEF - Epaisseur de 3 cm	1843.2	2315.8	2501.0	5011.3

III.4.1.4 Fréquences propres de la carcasse seule

La carcasse est considérée en première approche comme un cylindre fermé, creux et contraint à ses extrémités. En effet, deux plaques qui sont les paliers ferment le cylindre. Elles sont relativement épaisses et un cas complètement fixé est considéré [Gieras 2006]. La déformation longitudinale est donc différente de celle obtenue dans les sections III.4.1.1 à III.4.1.3 où le stator est libre à ses extrémités. Pour étudier la validité des formules analytiques ainsi que l'augmentation de l'épaisseur et du rayon, une carcasse de 7 mm d'épaisseur est étudiée. Puisque la longueur axiale de la machine est de 75 mm et que les têtes de bobines sont déterminées à 30 mm, une longueur de carcasse de 175 mm est considérée. La figure III.25 montre la déformation de la carcasse due au mode circonférentiel d'ordre 2 et aux modes longitudinaux 1 à 4. Le tableau III.14 présente les résultats des différentes théories analytiques des coques minces cylindriques pour le cas de la carcasse considérées et une comparaison avec les résultats obtenus par la MEF est proposée. Mise à part l'équation de la membrane, les modèles analytiques présentés dans [Leissa 1993] donnent de meilleurs résultats dans ce cas de carcasse que les modèles de Love-Wang et Donnell-Soedel [Wang C 2000a]. Toutefois, les résultats sont proches les uns des autres en comparaison aux résultats de la MEF qu'ils approchent avec des erreurs allant au-delà de 30%. Il n'est pas possible de dégager une loi comportementale des méthodes analytiques vis-à-vis de la MEF mais généralement, une différence croissante est observée pour des modes longitudinaux de plus en plus élevés. De plus, les modes circonférentiels plus élevés sont mieux approchés par les théories analytiques que les modes les plus faibles. Compte tenu de ces différentes observations, la théorie d'Epstein-Kennard donne souvent les meilleurs résultats et sera considérée.

L'épaisseur du carter est investiguée. Sur la figure III.26 est présentée l'évolution du pourcentage d'augmentation de l'erreur commise par le modèle analytique par rapport au modèle aux éléments finis en fonction du rapport de l'épaisseur sur le rayon du carter, pour le mode longitudinal 1 et les modes circonférentiels 2 et 3. Puisque la théorie d'Epstein-Kennard concerne les coques cylindriques fines [Leissa 1993], les résultats analytiques sont plus proches des résultats par la MEF dans le cas des épaisseurs les plus fines possibles. L'erreur augmente rapidement jusqu'à atteindre +80% dans le cas où l'épaisseur représente un dixième du rayon. Plus le nombre de modes circonférentiels augmente, plus l'erreur augmente. Dans le cas étudié, le rapport de l'épaisseur sur le rayon vaut approximativement 0.048 ce qui induit des erreurs de l'ordre de 20%. Or, ces simulations sont effectuées pour un cylindre relativement court de 175 mm soit un rapport de longueur sur rayon de 1.17. La théorie d'Epstein-Kennard est bien

plus adaptée aux cylindres infiniment longs [Leissa 1993] et cette tendance est vérifiée par la figure III.27. Dans cette figure, est tracée l'évolution du pourcentage d'augmentation de l'erreur commise par le modèle analytique par rapport au modèle éléments finis en fonction du rapport de la longueur sur le rayon du carter, pour le mode longitudinal 1 et les modes circonférentiels 2 et 3. Plus la longueur augmente, plus les fréquences naturelles obtenues analytiquement se rapprochent de celles obtenues par la MEF. Pour de faibles longueurs, le modèle analytique s'éloigne complètement des résultats par éléments finis. Il en résulte que comme la carcasse est relativement épaisse et courte par rapport aux considérations des modèles analytiques, des erreurs importantes peuvent être commises dans le calcul des fréquences naturelles.

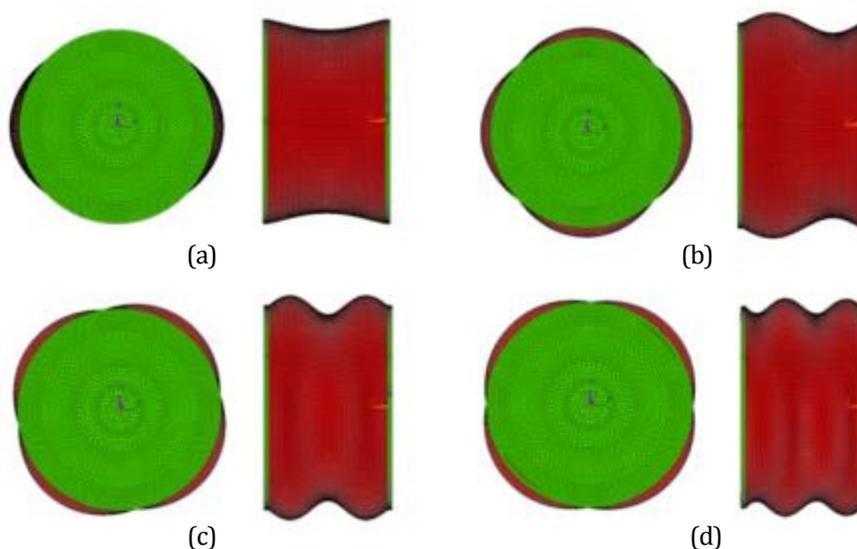


Fig. III.25. Déformation de la carcasse due au mode circonférentiel d'ordre 2 et aux modes longitudinaux : (a) 1 ; (b) 2 ; (c) 3 ; (d) 4.

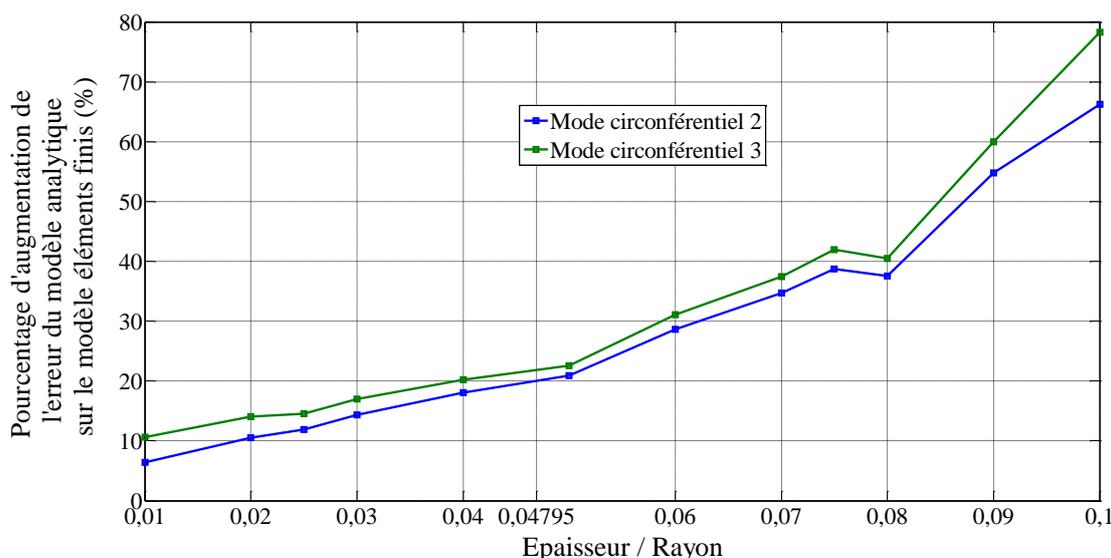


Fig. III.26. Evolution du pourcentage d'erreur commise par le modèle analytique par rapport au modèle éléments finis en fonction du rapport de l'épaisseur sur le rayon du carter, pour le mode longitudinal 1 et les modes circonférentiels 2 et 3.

TABLEAU III.14

Fréquences propres (Hz) des premiers modes circonférentiels
des méthodes analytiques présentées dans l'état de l'art
(En rouge : comparaison par rapport aux résultats de la MEF)

n	m	0	1	2	3	4	5
1							
Donnell		5560.9 +0.8%	5093.5 +13.4%	4192.3 +21.5%	3463.4 +19.3%	3178.2 +13.9%	3397.0 +11%
Love		5556.0 +0.7%	5089.6 +13.3%	4186.1 +21.3%	3445.8 +18.7%	3140.6 +12.6%	3339.5 +9.1%
Goldeneveizer		5560.8 +0.8%	5088.7 +13.3%	4174.9 +21.0%	3425.8 +18.0%	3116.6 +11.7%	3317.3 +8.4%
Houghton		5560.9 +0.8%	5087.6 +13.2%	4172.5 +20.9%	3423.0 +17.9%	3113.9 +11.6%	3314.9 +8.3%
Biezeno		5557.3 +0.7%	5087.0 +13.2%	4176.5 +21.0%	3430.6 +18.1%	3123.8 +12.0%	3325.3 +8.7%
Flügge		5554.6 +0.7%	5084.2 +13.2%	4173.7 +20.9%	3428.1 +18.1%	3121.6 +11.9%	3323.0 +8.6%
Sanders		5560.8 +0.8%	5089.6 +13.3%	4177.6 +21.0%	3430.1 +18.1%	3121.5 +11.9%	3321.5 +8.6%
Reissner		5560.1 +0.8%	5089.9 +13.3%	4180.1 +21.1%	3435.8 +18.3%	3130.2 +12.2%	3331.5 +8.9%
Vlasov		5569.1 +0.9%	5096.6 +13.4%	4182.9 +21.2%	3434.7 +18.3%	3126.3 +12.1%	3326.7 +8.7%
Epstein		5550.5 +0.6%	5080.1 +13.1%	4169.0 +20.8%	3422.5 +17.9%	3116.1 +11.7%	3320.1 +8.5%
Kennard		5561.8 +0.8%	5092.9 +13.4%	4186.7 +21.3%	3447.8 +18.7%	3147.9 +12.9%	3352.3 +9.6%
Membrane		5480.1 -0.7%	4992.4 +11.1%	4008.2 +16.1%	3063.1 +5.50%	2319.7 -16.8%	1773.9 -42%
Wang		5598.8 +1.5%	5263.0 +17.1%	4547.4 +31.7%	3903.2 +34.4%	3603.6 +29.2%	3748.4 +23%
Soedel		5618.9 +1.8%	5327.1 +18.6%	4662.1 +35.1%	4029.5 +38.8%	3730.9 +33.8%	3879.3 +27%
MEF		5517.5	4492.6	3451.7	2903.8	2789.3	3059.7
2							
Donnell		6320.5 +8.1%	6226.9 +10.5%	6008.5 +15.6%	5810.3 +18.9%	5781.9 +18.6%	6024.0 +16.8%
Love		6316.6 +8.0%	6223.2 +10.5%	6004.3 +15.5%	5802.2 +18.7%	5765.1 +18.3%	5994.9 +16.3%
Goldeneveizer		6319.8 +8.1%	6222.1 +10.5%	5992.1 +15.3%	5777.0 +18.2%	5729.3 +17.5%	5953.7 +15.5%
Houghton		6320.5 +8.1%	6222.3 +10.5%	5991.4 +15.2%	5775.4 +18.2%	5727.1 +17.5%	5951.2 +15.4%
Biezeno		6307.7 +7.9%	6211.6 +10.3%	5985.8 +15.1%	5776.1 +18.2%	5733.7 +17.6%	5962.1 +15.6%
Flügge		6306.1 +7.9%	6209.8 +10.2%	5983.7 +15.1%	5773.6 +18.1%	5730.8 +17.6%	5958.9 +15.6%
Sanders		6320.1 +8.1%	6223.3 +10.5%	5995.5 +15.3%	5783.0 +18.3%	5737.4 +17.7%	5962.6 +15.6%
Reissner		6319.8 +8.1%	6223.7 +10.5%	5998.0 +15.4%	5788.5 +18.4%	5746.0 +17.9%	5973.9 +15.8%
Vlasov		6336.7 +8.4%	6239.2 +10.8%	6009.9 +15.6%	5795.5 +18.6%	5748.4 +17.9%	5972.6 +15.8%
Epstein		6289.6 +7.6%	6193.5 +10.0%	5968.1 +14.8%	5759.4 +17.8%	5719.4 +17.3%	5952.0 +15.4%
Kennard		6321.4 +8.1%	6226.4 +10.5%	6003.9 +15.5%	5799.2 +18.7%	5762.4 +18.2%	5995.5 +16.3%
Membrane		5550.9 -5.1%	5401.3 -4.10%	5002.1 -3.80%	4462.6 -8.70%	3886.5 -20.3%	3340.8 -35.2%
Wang		6499.6 +11.2%	6433.5 +14.2%	6280.6 +20.8%	6150.7 +25.8%	6163.9 +26.4%	6407.0 +24.2%
Soedel		6507.7 +11.3%	6450.9 +14.5%	6320.4 +21.6%	6215.9 +27.2%	6251.4 +28.2%	6512.5 +26.3%
MEF		5846.4	5632.9	5198.8	4887.1	4874.5	5156.9
3							
Donnell		8485.6 +13.1%	8499.2 +14.1%	8556.1 +15.7%	8698.6 +17.4%	8979.6 +18.4%	9446.9 +18.7%
Love		8481.8 +13.1%	8495.5 +14.1%	8552.4 +15.7%	8693.5 +17.3%	8970.7 +18.2%	9431.6 +18.5%
Goldeneveizer		8483.4 +13.1%	8493.8 +14.1%	8541.6 +15.5%	8670.6 +17.0%	8935.7 +17.8%	9387.0 +18.0%
Houghton		8485.6 +13.1%	8495.7 +14.1%	8542.8 +15.5%	8670.9 +17.0%	8935.0 +17.8%	9385.4 +18.0%
Biezeno		8463.8 +12.8%	8475.6 +13.8%	8527.3 +15.3%	8661.9 +16.9%	8933.1 +17.8%	9390.2 +18.0%
Flügge		8463.0 +12.8%	8474.6 +13.8%	8526.0 +15.3%	8660.0 +16.8%	8930.5 +17.7%	9386.8 +18.0%
Sanders		8484.4 +13.1%	8495.4 +14.1%	8545.2 +15.6%	8676.7 +17.1%	8944.2 +17.9%	9397.3 +18.1%
Reissner		8484.6 +13.1%	8496.3 +14.1%	8547.6 +15.6%	8681.5 +17.1%	8951.8 +18.0%	9407.6 +18.2%
Vlasov		8510.3 +13.5%	8520.8 +14.4%	8569.0 +15.9%	8698.4 +17.4%	8963.7 +18.2%	9414.9 +18.3%
Epstein		8443.0 +12.6%	8455.3 +13.6%	8508.9 +15.1%	8646.7 +16.7%	8922.9 +17.6%	9386.9 +18.0%
Kennard		8486.2 +13.1%	8498.8 +14.1%	8552.6 +15.7%	8690.4 +17.2%	8965.4 +18.2%	9426.3 +18.5%
Membrane		5641.2 -24.8%	5569.6 -25.2%	5366.2 -27.4%	5060.6 -31.7%	4690.6 -38.2%	4291.8 -46.1%
Wang		8800.0 +17.3%	8819.4 +18.4%	8889.7 +20.2%	9042.9 +22.0%	9319.4 +22.8%	9756.2 +22.6%
Soedel		8805.6 +17.4%	8829.3 +18.6%	8911.7 +20.6%	9081.9 +22.5%	9377.5 +23.6%	9833.1 +23.6%
MEF		7500.4	7446.3	7393.3	7412	7586.5	7956.7

4						
Donnell	12471 +34.2%	12529 +33.0%	12709 +29.9%	13024 +26.8%	13497 +25.1%	14149 +24.4%
Love	12467 +34.2%	12525 +33.0%	12704 +29.8%	13020 +26.8%	13491 +25.0%	14140 +24.3%
Goldeneveizer	12466 +34.2%	12522 +33.0%	12694 +29.7%	12999 +26.6%	13459 +24.7%	14097 +24.0%
Houghton	12471 +34.2%	12526 +33.0%	12698 +29.8%	13002 +26.6%	13461 +24.8%	14097 +24.0%
Biezeno	12442 +33.9%	12499 +32.7%	12675 +29.5%	12985 +26.4%	13450 +24.7%	14094 +23.9%
Flügge	12442 +33.9%	12499 +32.7%	12674 +29.5%	12984 +26.4%	13448 +24.6%	14091 +23.9%
Sanders	12468 +34.2%	12524 +33.0%	12698 +29.8%	13006 +26.7%	13468 +24.8%	14108 +24.1%
Reissner	12470 +34.2%	12526 +33.0%	12701 +29.8%	13010 +26.7%	13475 +24.9%	14117 +24.1%
Vlasov	12503 +34.6%	12559 +33.4%	12731 +30.1%	13037 +27.0%	13497 +25.1%	14135 +24.3%
Epstein	12445 +33.9%	12503 +32.8%	12682 +29.6%	12997 +26.6%	13471 +24.8%	14126 +24.2%
Kennard	12471 +34.2%	12529 +33.0%	12706 +29.9%	13018 +26.8%	13486 +25.0%	14134 +24.3%
Membrane	5766.8 -37.9%	5724.9 -39.2%	5603.3 -42.7%	5412.7 -47.3%	5168.5 -52.1%	4887.8 -57.0%
Wang	12643 +36.1%	12695 +34.8%	12855 +31.4%	13133 +27.9%	13544 +25.5%	14101 +24.0%
Soedel	12648 +36.1%	12702 +34.9%	12870 +31.5%	13160 +28.1%	13585 +25.9%	14159 +24.5%
MEF	9292.1	9417.6	9784.6	10269	10790	11372

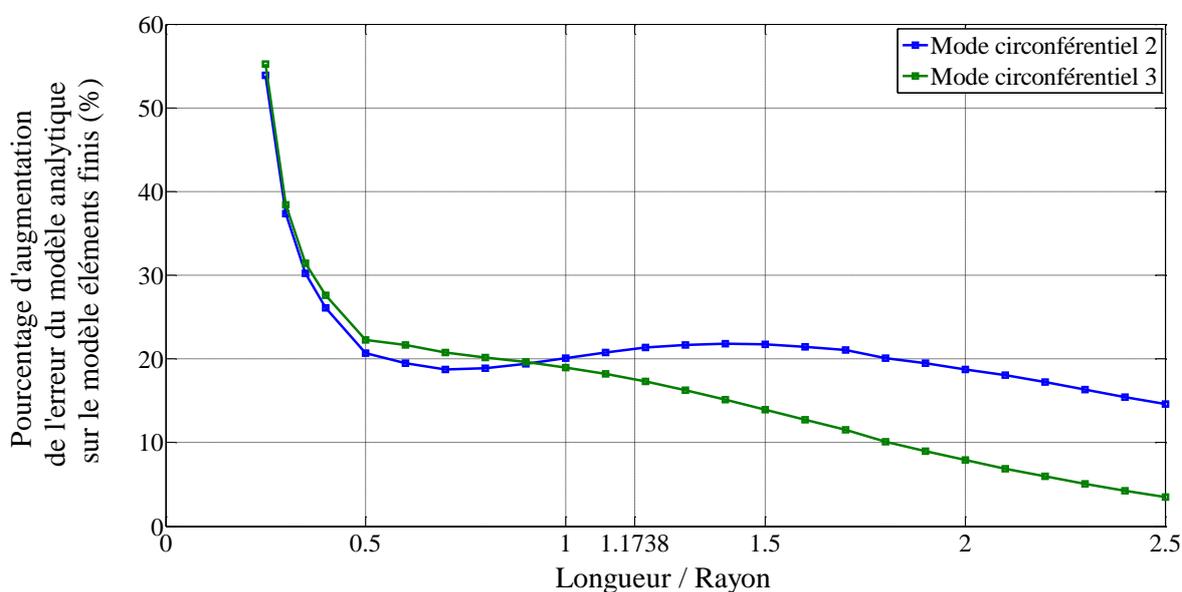


Fig. III.27. Evolution du pourcentage d'erreur commise par le modèle analytique par rapport au modèle éléments finis en fonction du rapport de la longueur sur le rayon du carter, pour le mode longitudinal 1 et les modes circonférentiels 2 et 3.

III.4.1.5 Fréquences propres de la machine complète sans support

La carcasse de la section III.4.1.4 est attachée au stator de la section III.4.1.2 pour lequel les têtes de bobines de la section III.4.1.3 sont présentes. La carcasse compte pour 11.5 % de la masse totale du stator et sa longueur est 2.3 fois plus longue que le stator. Elle ne peut donc être négligée. De plus, une machine réelle est fixée à un support, ce qui impose de nouvelles conditions aux limites à la structure. Or, si des isolants, possédant des fréquences propres bien plus faibles que celles d'intérêt, sont placés sous la machine, cette dernière peut être

approximée sans support [Wang C 1999]. C'est ce choix qui est considéré. En sus, la forme des paliers est généralement complexe mais leur vibration n'est pas d'importance [Wang C 1999]. Leur véritable influence est la modification des conditions aux limites de la carcasse [Zhu 1993e]. De ce fait, des flasques simplifiées par des plaques sont considérées. La machine est représentée sur la figure III.28.

Une comparaison des modèles analytiques permettant de prendre en compte le stator et la carcasse est effectuée sur la machine modélisée par la MEF. La théorie de Epstein-Kennard est utilisée pour déterminer les fréquences propres de la carcasse, conformément aux résultats de la section III.4.1.4. Cette théorie est comparée à celle de Flügge-Byrne-Lur'ye pour calculer les fréquences propres des modes de la structure complète. Les résultats sont compilés dans le tableau III.15. Les termes "avant", "moitié" et "après", réfèrent à la séparation des cylindres du noyau et des dents prise respectivement avant, à la moitié et après le demi-cercle de l'encoche comme discuté à la section III.3.1. Les mêmes différences dans les fréquences propres du tableau III.12 entre les deux modèles éléments finis, est observable. La théorie de Flügge-Byrne-Lur'ye, pour une séparation prise à la moitié, donne les meilleurs résultats. Pour les modes circonférentiels allant de 2 à 4 et longitudinaux de 1 à 4, la moyenne des erreurs données par cette théorie est de 4.7%. Bien entendu, cette conclusion n'est pas absolue puisque comme le montre le tableau, les modèles orthotropes 1 et 2 donnent des résultats particulièrement différents. Or, les propriétés mécaniques qui diffèrent entre ces deux modèles ne peuvent pas être prises en compte dans les modèles analytiques proposés ici. Ainsi, la véritable conclusion est que les résultats de la séparation des cylindres se rapprochent d'un modèle simulé par éléments finis pour un stator possédant une culasse orthotrope telle qu'elle possède un rapport entre E_x et E_z d'une part, et G_{xy} et $G_{xz} = G_{yz}$ d'autre part, égal à 0.4%. De plus, ceci est vrai pour la carcasse considérée, dont la détermination analytique donne des erreurs importantes par rapport aux éléments finis. Une erreur plus importante, de 26%, est observable entre la théorie de Flügge-Byrne-Lur'ye avec séparation à la moitié, et le modèle orthotrope 1. Seule la connaissance des propriétés mécaniques de la machine réelle permettrait de valider le modèle analytique pour cette machine en particulier. Toutefois, la théorie analytique donne un bon ordre d'idée des fréquences propres de la machine puisque ces fréquences suivent les mêmes augmentations, pour un nombre de modes croissant, que celles déterminées par la MEF.

TABLEAU III.15

Fréquences propres en Hertz des premiers modes de la machine pour des modèles analytiques et éléments finis

(En rouge : comparaison par rapport au modèle MEF orthotrope 2 - HDP : hors de portée)

n	m	2	3	4	5
1					
	Avant - Epstein	1544.4 +5.3%	2087.6 -3.7%	3505.6 +15.3%	5578.3 +9.6%
	Avant - Flügge	1654.1 +12.7%	2291.3 +5.7%	3713.9 +22.1%	5734.0 +12.7%
	Moitié - Epstein	1516.2 +3.3%	1916.4 -11.6%	3123.1 +2.7%	4940.7 -2.9%
	Moitié - Flügge	1602.9 +9.2%	2086.9 -3.8%	3299.2 +8.5%	5064.0 -0.5%
	Après - Epstein	1494.7 +1.9%	1776.9 -18.1%	2802.1 -7.9%	4404.0 -13.5%
	Après - Flügge	1563.1 +6.5%	1918.1 -11.6%	2948.2 -3.1%	4494.4 -11.7%
	MEF - orthotrope 1	1020.4 -30.5%	1515.3 -30.1%	2227.3 -26.8%	2971.5 -41.6%
	MEF - orthotrope 2	1467.2	2168.6	3041.6	5088.6
2					
	Avant - Epstein	2119.1 -21.4%	2614.4 -8.1%	3865.8 +6.7%	5825.4 +7.5%
	Avant - Flügge	2204.2 -18.2%	2782.4 -2.2%	4057.1 +12%	5975.2 +10.3%
	Moitié - Epstein	2098.7 -22.2%	2479.9 -12.8%	3522.7 -2.8%	5218.1 -3.7%
	Moitié - Flügge	2166.1 -19.7%	2616.6 -8.0%	3681.3 +1.6%	5335.6 -1.5%
	Après - Epstein	2083.2 -22.7%	2373.8 -16.6%	3241.5 -10.5%	4713.0 -13%
	Après - Flügge	2136.8 -20.7%	2484.1 -12.7%	3370.2 -7.0%	4798.4 -11.4%
	MEF - orthotrope 1	2269.8 -15.8%	3072.9 +8.0%	4135.9 +14.2%	5229.2 -3.5%
	MEF - orthotrope 2	2695.9	2844.6	3622.7	5418
3					
	Avant - Epstein	2955.9 -6.6%	3411.4 -0.2%	4512.2 +7.2%	6325.9 +3.3%
	Avant - Flügge	3019.5 -4.6%	3542.8 +3.7%	4677.1 +11.1%	6463.5 +5.6%
	Moitié - Epstein	2941.2 -7.1%	3309.3 -3.2%	4221.9 +0.3%	5771.6 -5.7%
	Moitié - Flügge	2991.8 -5.5%	3414.1 -0.1%	4355.2 +3.5%	5877.2 -4.0%
	Après - Epstein	2930.2 -7.4%	3230.6 -5.5%	3990.3 -5.2%	5319.3 -13.1%
	Après - Flügge	2970.6 -6.2%	3313.7 -3.0%	4095.7 -2.7%	5394.2 -11.9%
	MEF - orthotrope 1	4638.1 +46.5%	4881.7 +42.8%	5264.3 +25.1%	5348.2 -12.6%
	MEF - orthotrope 2	3165.4	3417.6	4208	6121.2
4					
	Avant - Epstein	4352.7 +0.1%	4744.3 -2.7%	5667.3 +0.9%	7272.1
	Avant - Flügge	4389.8 +1.0%	4832.7 -0.9%	5792.0 +3.1%	7384.3
	Moitié - Epstein	4342.8 -0.1%	4671.5 -4.2%	5439.0 -3.2%	6795.4
	Moitié - Flügge	4370.8 +0.5%	4739.2 -2.8%	5535.3 -1.5%	6877
	Après - Epstein	4335.3 -0.3%	4616.1 -5.3%	5261.3 -6.4%	6415.7
	Après - Flügge	4356.3 +0.2%	4667.3 -4.3%	5333.5 -5.1%	6469
	MEF - orthotrope 1	HDP	HDP	HDP	HDP
	MEF - orthotrope 2	4347.9	4876.0	5618.6	HDP

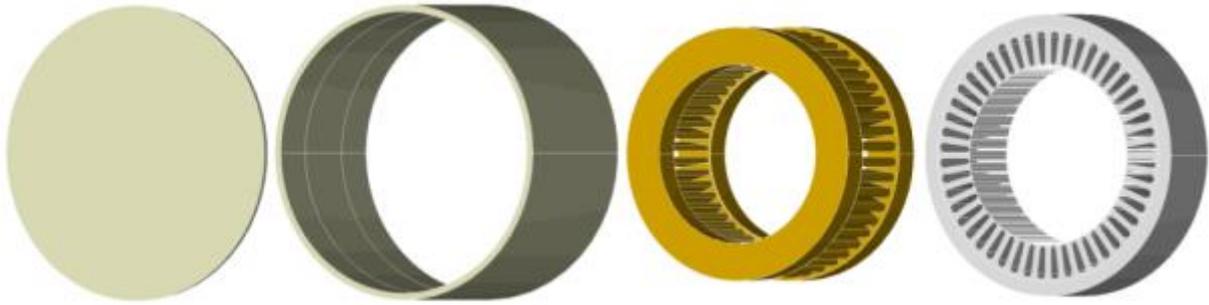


Fig. III.28. Vue éclatée de la machine modélisée par éléments finis.

De gauche à droite : flasques, carcasse, enroulements avec têtes de bobine et noyau statorique.

III.4.2 Déplacements statiques

L'analyse des déplacements statiques s'effectue sur la même base que pour le cas 2-D de la section III.3.1.2. Ainsi, la pression est appliquée de manière constante sur la longueur axiale tout en prenant la forme d'un harmonique dans le plan perpendiculaire à cette longueur axiale. En effet, puisque les encoches de la machine ne sont pas inclinées, la pression magnétique est considérée invariable sur sa longueur axiale. De ce fait, il est ici question de constater l'influence de la carcasse et des têtes de bobines sur les déplacements statiques. Le tableau III.16 a été dressé pour comparer les différents résultats obtenus analytiquement et par la MEF. De manière à réaliser cette comparaison, les mêmes fréquences et les mêmes masses sont considérées. Ces données sont calculées par la MEF sous ANSYS, pour le modèle de tôles feuilletées orthotrope 2, et données en entrée des modèles analytiques. De ce fait, bien que les méthodes analytiques utilisées soient les mêmes que dans le cas 2-D, les résultats sont différents entre les tableaux III.8 et III.16. La comparaison s'effectue autour de la machine complète modélisée avec les éléments finis en 3-D. Le modèle de la formule (II.97) [Gieras 2006] s'oriente autour de la masse de la machine et peut donc être considéré avec ou sans la masse des têtes de bobines.

Même si du point de vue des fréquences propres des modes purement circonférentiels, les modèles 2-D et 3-D sont assez proches, de larges différences apparaissent sur les déplacements statiques, en moyenne de 111%. Cette erreur est supérieure à celle de 86% du modèle (II.97) sur le modèle 3-D avec têtes de bobines. Le modèle analytique b de la formule (II.98) [Tímár 1989] est de nouveau le moins adapté puisqu'un des pourcentages d'augmentation d'erreur atteint 1711%. Bien que l'erreur décroisse avec l'augmentation du nombre de mode, elle n'atteint les niveaux acceptables de (II.97). La formule analytique (II.97)

TABLEAU III.16

Déplacements moyens de la structure (m) obtenus par les modèles analytiques et éléments finis

(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis de la dernière ligne)

Modes circonférentiels	2	3	4	5
(II.97) sans têtes de bobine	4.92×10^{-8} +186%	7.66×10^{-9} +192%	2.61×10^{-9} +209%	1.34×10^{-9} +245%
(II.97) avec têtes de bobines	2.52×10^{-8} +46%	4.99×10^{-9} +91%	1.63×10^{-9} +93%	8.33×10^{-10} +115%
(II.98)	3.12×10^{-7} +1711%	4.38×10^{-8} +1572%	1.25×10^{-8} +1376%	4.87×10^{-9} +1158
MEF 2-D	3.01×10^{-8} +75%	6.81×10^{-9} +160%	1.86×10^{-9} +120%	7.33×10^{-10} +89%
3-D sans têtes de bobines	2.08×10^{-8} +21%	3.25×10^{-9} +24%	1.09×10^{-9} +29%	5.09×10^{-10} +32%
3-D avec têtes de bobines	1.72×10^{-8}	2.62×10^{-9}	8.44×10^{-10}	3.87×10^{-10}

[Gieras 2006] ayant pour entrée la masse et la fréquence calculée par éléments finis est bien plus précise même si l'erreur croît avec l'augmentation du nombre de modes. Il est important de considérer l'augmentation de la masse due aux têtes de bobines que ce soit de manière analytique ou par éléments finis. Ainsi, plus la masse est importante, plus les déplacements statiques sont réduits, à fréquence constante. Cette diminution croît avec le nombre de modes comme constaté entre les deux dernières lignes du tableau.

III.4.3 Niveau de puissance acoustique

Pour différents modes circonférentiels, les niveaux de puissance acoustique obtenus par la MEF, pour le modèle de culasse orthotrope 2, et les modèles analytiques sont compilés dans le tableau III.17. Les modèles a, b et c correspondent aux formules (II.114) [Zhu 1994], (II.109) [Gieras 2006] et (II.122) [Tímár 1989]. Par rapport au tableau III.9, ces trois méthodes sont moins précises dans le cas 3-D. Particulièrement, l'erreur sur le mode 2 commise par les méthodes a et c dépasse 6%. Pour tous les modes analysés, les modèles sous-estiment le bruit rayonné par la machine, ce qui est un avantage d'un point de vue du modèle analytique complet puisque les déplacements statiques sont surestimés. La méthode b est la plus précise avec une erreur moyenne de 2.50%.

TABLEAU III.17

Niveaux de puissance acoustique obtenus par les modèles analytiques
(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis de la première colonne)

Modes circonférentiels	Niveau de puissance acoustique (dB SWL)			
	MEF	a	b	c
2	87.90	82.56 -6.08%	85.33 -2.92%	81.90 -6.83%
3	77.22	74.38 -3.68%	74.38 -3.68%	74.36 -3.70%
4	68.57	66.80 -2.58%	66.80 -2.58%	66.87 -2.48%
5	62.12	61.59 -0.85%	61.62 -0.80%	61.65 -0.76%

III.4.4 Modèle vibro-acoustique complet

Puisque chaque partie a pu être validée séparément, il est possible de comparer l'ensemble du modèle simulé analytiquement avec la modélisation par éléments finis. Les fréquences propres sont calculées à partir de la théorie Flügge-Byrne-Lur'ye, pour une séparation des coques minces cylindriques prise à la moitié du fond d'encoche. Les déplacements statiques sont calculés en considérant les têtes de bobine par la formule (II.97). Le facteur de rayonnement est calculé à partir de la formule (II.109). Les résultats sont présentés dans le tableau III.18. Les niveaux de puissance acoustique calculés analytiquement sont systématiquement au dessus de ceux calculés par éléments finis. L'erreur moyenne est de 2.31% ce qui est tout à fait acceptable étant donné les approximations réalisées par les modèles, et la surestimation des déplacements statiques. Les facteurs de rayonnement étant sous-estimé, une compensation s'opère sur le niveau de puissance acoustique.

Le tableau III.19 présente les niveaux de puissance acoustique obtenus par les modèles éléments finis 2-D de la section III.3.1.3 et 3-D de la section III.4.3. L'erreur relative moyenne réalisée par le modèle 2-D sur le modèle 3-D est de 16.4% ce qui est d'autant plus important que le niveau de puissance acoustique est en décibels. Ceci montre l'influence particulièrement importante de la carcasse et des têtes de bobines qui ajoutent de la masse à cette machine de traction courte. La carcasse apporte une contrainte à la culasse statorique dont les déplacements sont alors restreints.

TABLEAU III.18

Résultats du modèle 3-D vibro-acoustique analytique complet
(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis)

Mode circonférentiel	2	3	4	5
Fréquence naturelle (Hz)	714.12 +2.92%	1575.80 -3.51%	3001.47 +2.15%	4019.39 -1.47%
Déplacements statiques (m)	2.71×10^{-8} +57.6%	4.43×10^{-9} +69.1%	1.77×10^{-9} +110%	8.59×10^{-10} +122%
Niveau de puissance acoustique (dB)	89.04 +1.30%	79.92 +3.52%	70.13 +2.28%	63.45 +2.14%

TABLEAU III.19

Niveaux de puissance acoustique obtenus par les modèles éléments finis 2-D et 3-D
(En rouge : comparaison par rapport aux résultats par éléments finis 3-D de la deuxième colonne)

Mode circonférentiel	3-D	2-D
2	87.90	100.7 +14.6%
3	77.22	89.20 +15.5%
4	68.57	79.59 +16.1%
5	62.12	74.19 +19.4%

III.5 MODELE MAGNETO-VIBRO-ACOUSTIQUE COMPLET

En partant des paramètres géométriques et électriques, le modèle magnéto-vibro-acoustique complet est comparé aux simulations par éléments finis dont l'analyse harmonique est réalisée avec, pour condition aux limites à la surface interne du stator, la pression électromagnétique calculée en charge avec un modèle linéaire. Cette pression est obtenue à la section III.2.2.4. Comme montré sur la figure III.13, les harmoniques de pression électromagnétique appartiennent à l'ensemble $\{8k, k \in \mathbb{N}\}$. Dans la bande de fréquence audible de [20 Hz; 20kHz], seuls les modes circonférentiels d'ordre 0 et 8 peuvent être excités. La figure III.29 montre les résultats sur la bande [3400; 4600] Hz dans laquelle la contribution du mode d'ordre 0 peut être observée. Le modèle éléments finis a été réalisé pour la partie vibro-

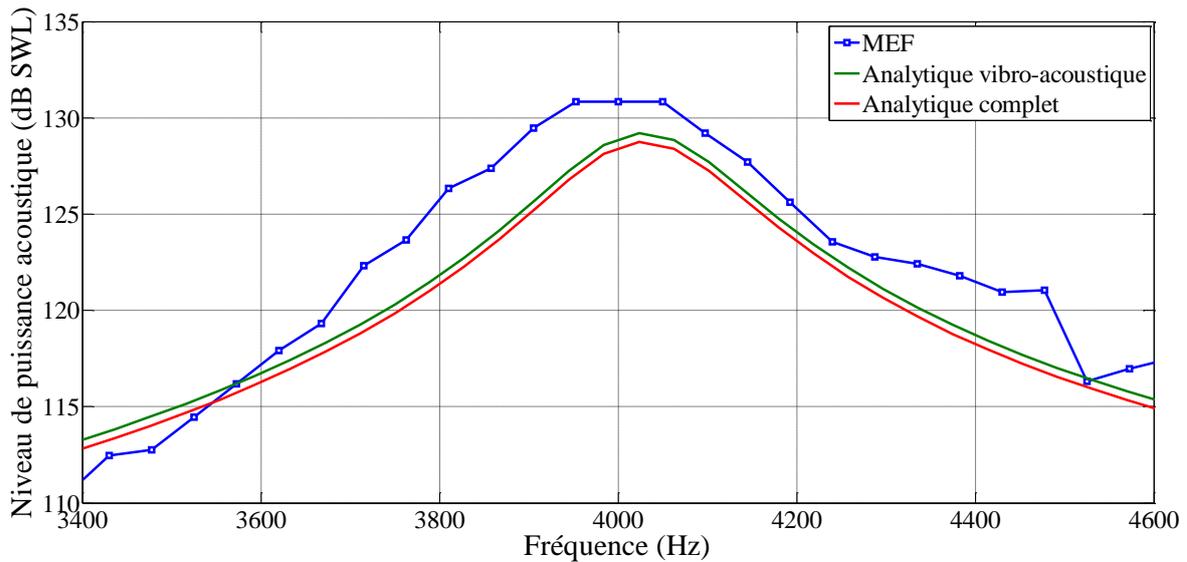


Fig. III.29. Spectre acoustique en charge, au voisinage de la fréquence du mode d'ordre 0.

acoustique avec la culasse orthotrope 2. La courbe représentant le modèle éléments finis est déformée par rapport à celles obtenues par simulations analytiques, du fait de l'apparition de modes parasites au niveau des dents et de la carcasse. Toutefois, les résultats sont proches et l'erreur commise par le modèle analytique complet est de -1.5% au niveau de l'amplitude maximale au mode 0. Les résultats analytiques du modèle complet sont, comme attendu, plus faibles que ceux du modèle vibro-acoustique dont la force est calculée par éléments finis.

III.6 CONCLUSION

Les méthodes analytiques vibro-acoustiques décrites au chapitre précédent ont été utilisées dans le présent chapitre de manière à déterminer les plus précises pour le cas d'une machine synchrone à aimants permanents montés en surface, à flux radial, et de longueur axiale courte face à son rayon. La modélisation par éléments finis sert de référence et le modèle est progressivement complexifié pour rendre compte d'effets que les modèles analytiques ne peuvent considérer. Notamment dans la modélisation vibro-acoustique, la machine modélisée en 2-D est ensuite modélisée en 3-D par simple extrusion puis en rajoutant les têtes de bobines et la carcasse. Le calcul des fréquences propres par la séparation des cylindres au moyen de la théorie de Flügge donne généralement les meilleurs résultats. Les déplacements vibratoires représentent l'étape la plus sensible de la modélisation car ils sont difficiles à estimer. Leur calcul à partir des fréquences propres apporte toutefois le plus de précision. Les modèles de rayonnement acoustique se valent à peu près tous étant donné la forme de la machine. Les modèles cylindriques sont tout de même plus précis que les modèles sphériques, puisqu'ils

prennent en compte les conditions de bords. Finalement, un modèle analytique complet a pu être développé et est complètement justifié puisque chaque étape a été étudiée séparément. Le temps de calcul très faible du modèle en fait un outil d'analyse efficace pour les étapes de conception des machines électriques.

CHAPITRE IV

EMISSIONS VIBRO-ACOUSTIQUES DE MACHINES A AIMANTS A FLUX AXIAL ET A COMMUTATION DE FLUX

IV.1 INTRODUCTION

Les modèles mutli-physiques développés dans les deuxième et troisième chapitres sont déployés, dans ce quatrième et dernier chapitre, pour l'étude des émissions vibro-acoustiques de deux types différents de machines non conventionnelles à aimants permanents. Ainsi, la première partie porte sur les machines à commutation de flux qui sont, en comparaison avec les machines synchrones à aimants permanents montés en surface, peu étudiées en termes de bruit. L'influence des combinaisons de nombre de pôles rotoriques et d'encoches statoriques sur les efforts magnétiques a déjà été étudiée dans la littérature. Toutefois, l'impact des combinaisons sur le bruit n'est pas directement évalué. Or, leur structure diffère des machines à aimants conventionnelles du fait de la forte hétérogénéité de la composition du stator (multitude de culasses statoriques). Ainsi, l'influence des combinaisons sur le bruit rayonné par les machines à commutations de flux, à flux radial, est étudiée. La deuxième partie s'attaque à l'étude des émissions vibro-acoustiques des machines à aimants permanents montés en surface à flux axial. Les machines à flux axial ont fait l'objet de très peu d'études portant sur leur modélisation acoustique. Un modèle quasi-3D analytique est faiblement couplé à un modèle vibro-acoustique 3-D par éléments finis de manière à déterminer précisément l'impact de la

déformation du stator sur le bruit, du fait des phénomènes électromagnétiques dans les trois directions.

IV.2 INFLUENCE DU NOMBRE DE POLES ET D'ENCOCHES

SUR LE BRUIT DE MACHINES A COMMUTATION DE FLUX

IV.2.1 Présentation

L'étude porte sur le bruit et les vibrations d'origine électromagnétique des machines à commutation de flux (MCF) possédant des noyaux en U. Une famille de machines ayant des combinaisons nombre de pôles / nombre d'encoches différents sont analysées. Plus précisément, elles sont les configurations possédant 12 encoches et 10, 11, 13 et 14 pôles rotoriques. Les efforts électromagnétiques agissant à la surface interne du stator sont calculés au moyen du tenseur de Maxwell à partir de simulation éléments finis 2-D. La densité de force locale sert ensuite de condition aux limites au modèle éléments finis structurel 3-D du stator comprenant la carcasse. Finalement, les déplacements obtenus permettent de réaliser une analyse acoustique 3-D par éléments finis. En parallèle à cette étude vibro-acoustique éléments finis 3-D, le code de simulation vibro-acoustique intégré à SIMUMSAP est simulé. Les fréquences propres et les déplacements statiques sont calculés par éléments finis 2-D, comme présenté à la section II.4.3.2, tandis que le rayonnement acoustique est calculé par les formules analytiques de la section II.3.5.

Les MCF sont des candidates de choix pour les applications où sont nécessaires des densités de couples élevées, des hautes vitesses ou des contraintes d'évacuation de chaleur facilités, comme dans les applications embarquées [Chen 2010]. Le principe de la commutation de flux remonte aux années 1950 où il a été appliqué à une machine monophasée [Rauch 1955]. Une des premières machines polyphasée basée sur cette idée a été étudiée à la fin des années 1990 [Hoang 1997]. Les éléments actifs de cette machine à double saillance sont situés au stator [Boisson 2012]. Ainsi, un de ses avantages est la dissipation facile et efficace de la chaleur générée par ses sources d'excitation [Shen 2013]. De plus, le rotor de ces machines peut tourner à haute vitesse puisque les MCF combinent la robustesse des machines à réluctance variable et la forte densité de puissance des machines synchrones à aimants permanents [Ilhan 2012].

Les machines à aimants permanents conventionnelles possédant un nombre d'encoches par pôles et par phase entier ont leur principal harmonique de pression magnétique radiale essentiellement excité par le fondamental du champ magnétique. Ce mode de vibration

dominant est généralement lié à l'harmonique de pression magnétique radiale de plus faible ordre. Dans les machines à aimants à pas d'encoche fractionnaire, l'harmonique de la composante radiale de la pression est principalement excité par l'interaction entre les harmoniques du champ magnétique des aimants et les harmoniques de la réaction magnétique d'induit [Zhu 2009]. De ce fait, le mode de vibration principal peut être aussi faible que 1 ou 2 et ainsi les machines à aimants à pas fractionnaire sont généralement plus bruyantes que celles à nombre d'encoches par pôles et par phase entier. De plus, par rapport aux machines à aimants à pas fractionnaire conventionnelles ayant les mêmes dimensions, les MCF ont de plus fines dents statoriques et une aire d'encoche réduite, due aux aimants placés entre les noyaux [Chen 2010]. Les MCF étant basés sur le principe de concentration du flux, ce qui leur permet d'atteindre de hautes densités de couple [Shen 2013], les dents statoriques fines conduisent malheureusement en une grande saturation magnétique locale, et en des efforts magnétiques et des vibrations conséquentes [Boisson 2012].

La combinaison optimale de nombre de pôles rotoriques / nombre d'encoches statoriques en termes de force contre-électromotrice (FCEM) et de couple électromagnétique a été analysée récemment dans [Chen 2010]. Cette étude a conduit à une vue d'ensemble des configurations de bobinage les plus optimales pour les combinaisons de nombre de pôles et d'encoches pour obtenir les meilleures performances électromagnétiques. Ainsi, les présents travaux visent à caractériser l'impact de telles configurations sur le bruit et les vibrations. Seul le bruit d'origine électromagnétique est étudié, en utilisant les éléments finis.

La majorité des publications concernant le bruit et les vibrations des machines concernent des stators réalisés autour d'une culasse fabriquée d'un seul tenant dans le plan du feuilletage, et ne peut donc être appliqué à des MCF à noyau en U. En effet, la culasse est segmentée ce qui conduit à un comportement vibratoire différent, qui dépend du lien entre aimants et tôles. Les efforts situés à la surface interne du stator et à l'interface entre aimants et tôles ferromagnétiques ont été étudiés dans [Boisson 2012]. Comme les efforts à l'interface des aimants sont de faibles amplitudes par rapport à ceux à la surface de l'entrefer, ils ne seront pas ici modélisés.

La MCF présentant 12 encoches et 10 pôles rotoriques (12e10pr), qui a été premièrement proposée dans [Hoang 1997], a été largement étudiée avec les mêmes dimensions dans [Zhu 2005][Chen 2010][Ilhan 2012][Sikder 2013]. De ce fait, de manière à proposer une base qui puisse être comparée à celle d'autres articles, elle servira d'assise. Cette machine est courte puisque son rapport de longueur axiale sur rayon externe est d'environ 0.5. De ce fait,

l'utilisation de modèles éléments finis structurels et acoustiques 3-D est obligatoire pour étudier l'influence de la carcasse. Les effets 3-D de bords sont responsables d'une non-uniformité des efforts le long de la machine mais le coût en temps de calcul n'est pas justifié étant donné le peu d'influence des modes autres que ceux purement radiaux, sur le spectre acoustique. En effet, comme il sera montré, seuls les cinq premiers modes strictement circonférentiels sont excités sur la bande de fréquence audible. Les combinaisons de mode circonférentiels et longitudinaux sont excités à des fréquences plus élevées ou contribuent peu au bruit total du fait de leur amortissement. Ainsi, un modèle électromagnétique 2-D est suffisant pour cette étude comparative entre configurations.

IV.2.2 Topologies

La première MCF triphasée a été conçue avec 12 encoches et aimants permanents et possède 10 pôles rotoriques [Hoang 1997]. Plusieurs études ont été réalisées sur cette machine bien qu'aucune méthode n'ait présenté un nombre optimal de nombre d'encoches et de pôles avant [Chen 2010]. L'ensemble des combinaisons possibles pour une MCF triphasées avec des aimants doit respecter (IV.1) [Chen 2010].

$$\begin{cases} N_e = 6k_1, k_1 \in \mathbb{N}^* \\ N_{pr} = N_e \pm k_2, k_2 \in \mathbb{N}^* \end{cases} \quad (\text{IV.1})$$

N_e est le nombre d'encoches et d'aimants, qui doit être pair, et N_{pr} est le nombre de pôles rotoriques. Ainsi, pour une machine ayant 12 encoches, tout nombre de pôles rotorique est acceptable, hormis la configuration où $N_e = N_{pr}$. Toutefois, N_e et N_{pr} doivent rester proche de manière à optimiser la densité de couple [Chen 2010][Zhu 2010c]. Cependant, de manière à minimiser les ondulations du couple, une FCEM sinusoïdale est désirée [Hua 2008]. Dans [Zhu 2010c], les autres ont montré que même si la forme d'onde de la FCEM d'une seule bobine est asymétrique, la FCEM d'une phase est symétrique. Le bobinage des configurations étudiées sera dentaire à double couche (deux côtés de bobines par encoches). La différence entre bobinage dentaire simple et double couche est représentée sur la figure IV.1 [Chen 2010]. Pour obtenir une forme d'onde symétrique de la FCEM dans ce type de MCF, la relation (IV.2) [Chen 2010] doit être vérifiée. Cette expression provient de la réalisation d'un décalage de phase de 180 degrés électriques entre deux bobines dans une phase de la machine.

$$\frac{N_e}{\text{PGCD}(N_e, N_{pr})} = 6k, k \in \mathbb{N}^* \quad (\text{IV.2})$$

Pour $N_e = 12$, les seules possibilités vérifiant cette relation et qui sont proches de 12 sont $N_r \in \{10,11,13,14\}$. Ainsi, les configurations $12e\{10,11,13,14\}pr$ seront étudiées. Leurs bobinages s'obtiennent par les vecteurs des forces électromotrices d'une bobine, en degrés électriques. Les angles électriques α_e entre deux vecteurs sont obtenus à partir des degrés mécaniques α_m selon (IV.3) pour les machines à aimants permanents conventionnelles à pas fractionnaire, et selon (IV.4) pour les MCF [Chen 2011].

$$\alpha_e = p\alpha_m \quad (IV.3)$$

$$\alpha_e = N_{pr}\alpha_m \quad (IV.4)$$

Ainsi, dans les MCF, le nombre de pôles rotoriques est équivalent au nombre de paires de pôles des machines à aimants conventionnelles. Dans le cas présent, $\alpha_m = 360^\circ/12$ encoches = 30° . En traçant deux secteurs opposés contenant $360^\circ/3$ phases = 120° , les bobines pour une phase sont obtenues, comme montré sur la figure IV.2 pour les configurations étudiées. Les bobines correspondant aux vecteurs dans le secteur opposé doivent être connectées selon une polarité contraire.

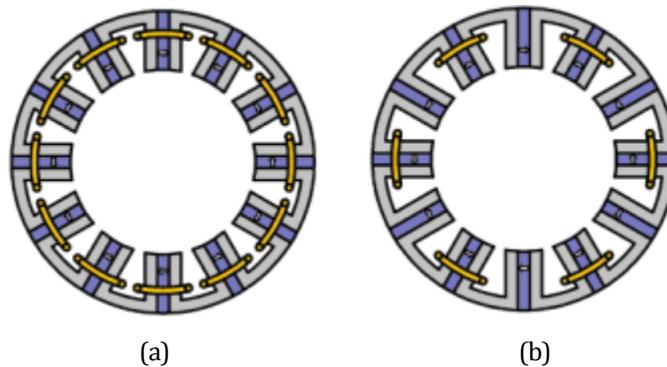


Fig. IV.1. MCF avec 12 encoches et un bobinage dentaire (a) double couche (b) simple couche.

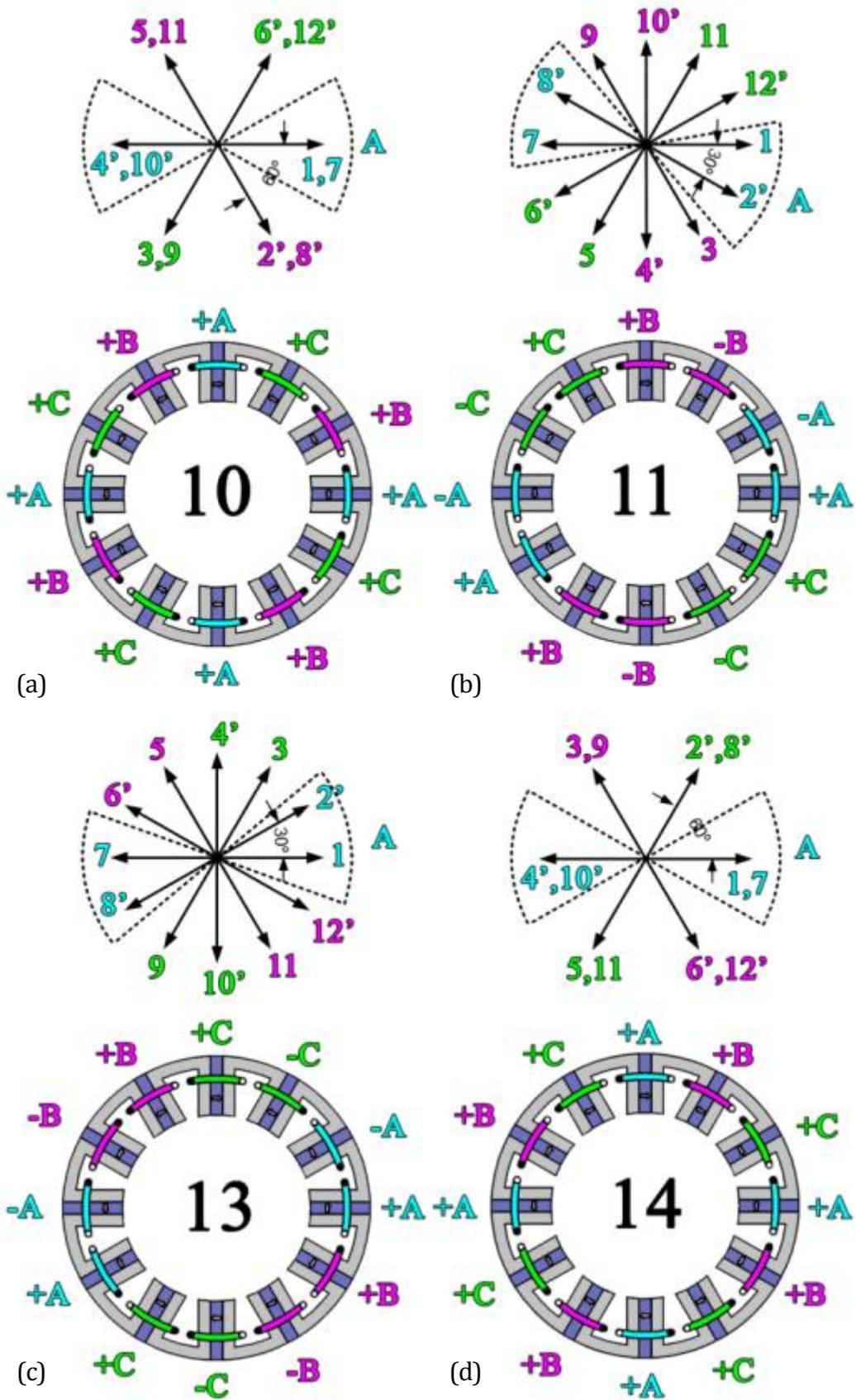


Fig. IV.2. Topologies de bobinage des MCF à bobine dentaire double couche ayant 12 encoches et :
 (a) 10 ; (b) 11 ; (c) 13 ; (d) 14 pôles rotoriques.

Pour toutes les configurations étudiées, les dimensions au stator sont les mêmes. Les dents statoriques ne peuvent pas être trop fines sous peine d'être complètement saturées, ce qui réduirait le flux embrassé par la phase. Toutefois, étendre la largeur des dents statorique au-delà d'une valeur optimale, égale à la largeur de l'ouverture d'encoche, réduit le couple électromagnétique, à pertes par effet Joule égales [Zhu 2005]. Pour cette raison, la largeur des dents est prise égale à celle de l'ouverture d'encoche. Le couple est aussi influencé par le rapport du rayon interne sur le rayon externe du stator. Il a été montré que pour la configuration 12e10pr, le rapport optimal est de 0.6 [Zhu 2005]. Finalement, le couple est également modifié par la largeur des pôles rotoriques qui doivent être pris de 1.4 à 1.6 fois la largeur de l'ouverture d'encoche [Zhu 2005]. Les paramètres des machines sont choisis en rapport avec les explications précédentes et ainsi, les pôles rotoriques ont les mêmes dimensions pour toutes les configurations. La seule différence est l'espacement entre eux. Les dimensions sont présentées dans le tableau IV.1. Les symboles correspondant sont présentés sur la figure IV.3.

TABLEAU IV.1

Paramètres des machines à commutation de flux

Symbole	Nom	Valeur (unité)
R_{arb}	Rayon de l'arbre	10.2 (mm)
R_r	Rayon du rotor sans les dents rotoriques	20.4 (mm)
h_r	Epaisseur des dents rotoriques	6.6 (mm)
e	Epaisseur de l'entrefer	0.5 (mm)
h_e	Epaisseur des encoches statoriques	13.9 (mm)
R_{ext}	Rayon externe du stator	45 (mm)
$\theta_{element}$	Angle d'un élément {noyau+aimant}	$2\pi/N_s$ (rad)
θ_e	Ouverture angulaire de l'encoche	$\theta_{unit}/4$
θ_r	Angle de la base d'une dent rotorique	$1.5 \times \theta_s$
	Longueur active de la machine	25 (mm)
	Vitesse nominale	400 (tr.min ⁻¹)
	Nombre de spires en série par phase	72
	Courant de phase	11 (A, eff)
	Coefficient de foisonnement	0.7
	Perméabilité relative à l'origine des tôles	1273
	Aimantation à saturation	2.15 (T)
	Induction rémanente des aimants	1.2 (T)
	Perméabilité relative des aimants	1.05

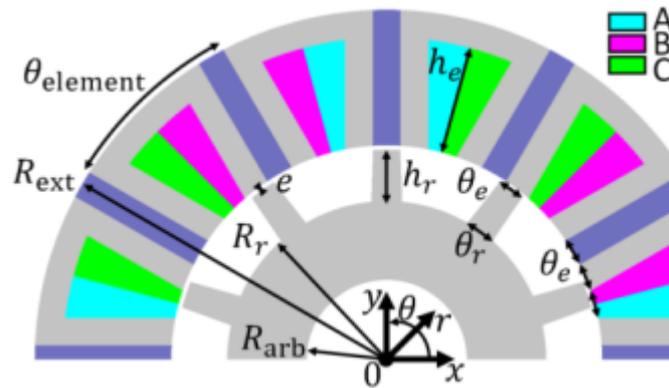


Fig. IV.3. Tranche de la moitié de l'ensemble stator-rotor de la combinaison 12e10pr.

IV.2.3 Modèle électromagnétique

IV.2.3.1 Induction dans l'entrefer

Le modèle éléments finis électromagnétique est 2-D et simulé par un logiciel commercial (Flux). Les simulations sont en pas-à-pas dans le temps et permettent de calculer la distribution locale de l'induction dans l'entrefer à vitesse nominale, en charge. Le moteur est supposé alimenté par des courants sinusoïdaux triphasés. Puisque dans les MCF, le nombre de pôles rotoriques est équivalent au nombre de paires de pôles des machines à aimants conventionnelles, la fréquence des courants, f , qui est proportionnelle à la vitesse de rotation en tours par minutes, n_r , dépend du nombre de pôles rotoriques comme montré par (IV.5).

$$f = \frac{N_{pr} n_r}{60} \quad (\text{IV.5})$$

La taille des dents statoriques et l'emplacement des aimants permanents contribue à un fort niveau de saturation des MCF [6]. Ainsi, la saturation est prise en compte dans les modèles éléments finis en considérant la courbe $B(H)$ du matériau non linéaire des tôles statoriques et rotoriques. Les aimants permanents sont de type NdFeB et modélisés par une courbe $B(H)$ linéaire. Le haut niveau de saturation que peuvent atteindre les dents est présenté dans la figure IV.4 où l'induction est calculée pour un modèle linéaire.

Les simulations sont réalisées en charge, pour des conditions nominales (couple maximal obtenu en choisissant l'angle de déphasage entre les forces électromotrices et les courants d'induit adéquat). Les valeurs du couple électromagnétique moyen sont données dans le tableau IV.2 et sont proches des valeurs également obtenues par éléments finis de [Chen 2010]. Le couple moyen augmente avec le nombre de pôles rotoriques et est proche pour les configurations 12e{13,14}pr. Les composantes normales et tangentielles de l'induction dans

l'entrefer sont présentées sur la figure IV.5 pour toutes les configurations étudiées. Leur contenu harmonique est également tracé. Les grandes valeurs de la composante normale de l'induction dans l'entrefer sont dues à la concentration de flux magnétique dans les dents statoriques et rotoriques. Les composantes tangentielles sont particulièrement élevées, atteignant pour certaines positions angulaires le niveau des composantes normales. Le contenu harmonique est tracé en considérant que l'harmonique fondamental a une période de 360 degrés mécaniques. Ainsi, les configurations 12e{10,14}pr ayant un $\text{GCD}(N_e, N_{pr}) = 2$ ne présentent que des harmoniques pairs. L'augmentation des harmoniques de rang 6 et 18 s'observent avec le nombre croissant de pôles rotoriques.

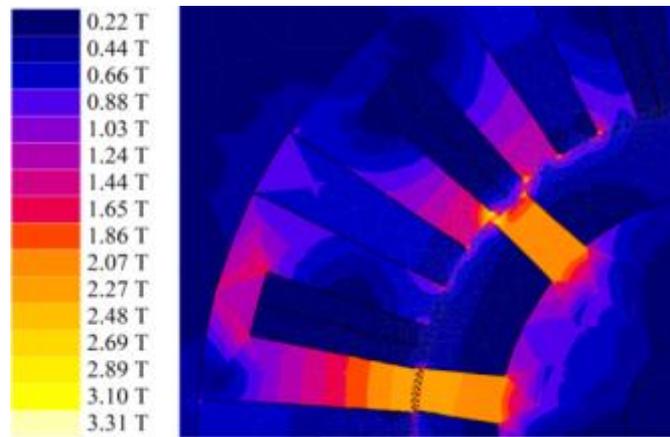
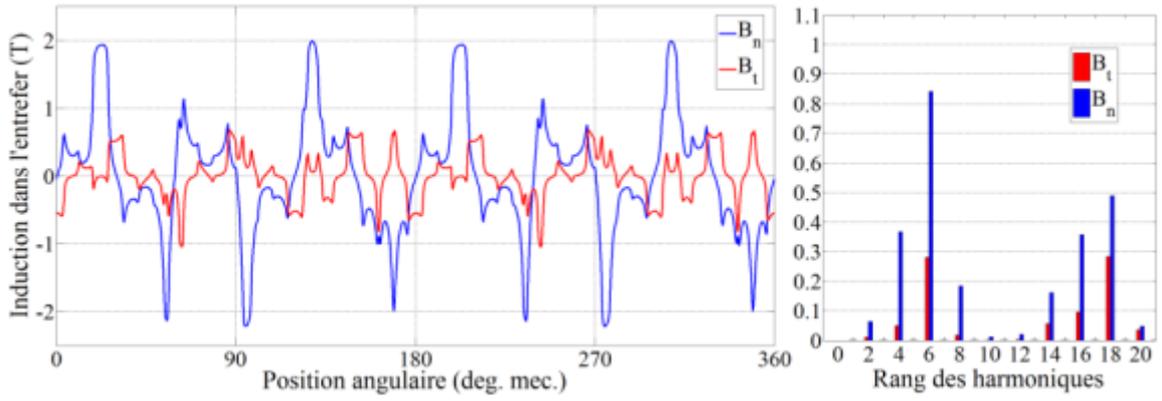


Fig. IV.4. Amplitudes de l'induction dans la MCF 12e10pr pour un modèle linéaire.

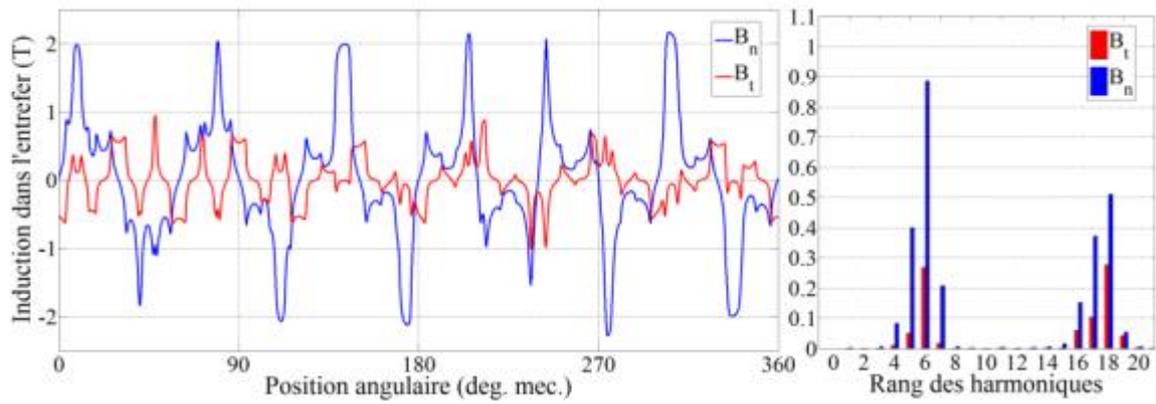
TABLEAU IV.2

Couple électromagnétique moyen des MCF à 12 encoches

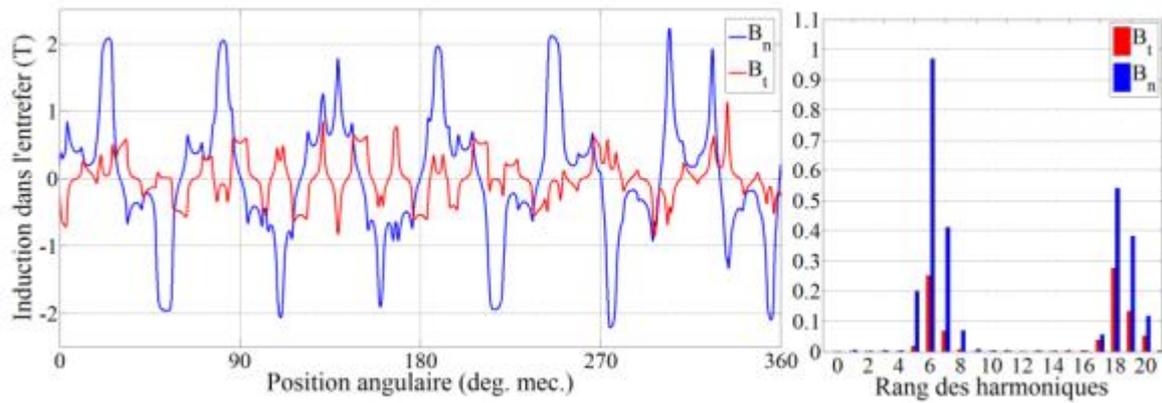
N_r	Couple moyen (N.m)
10	2.97
11	3.12
13	3.53
14	3.55



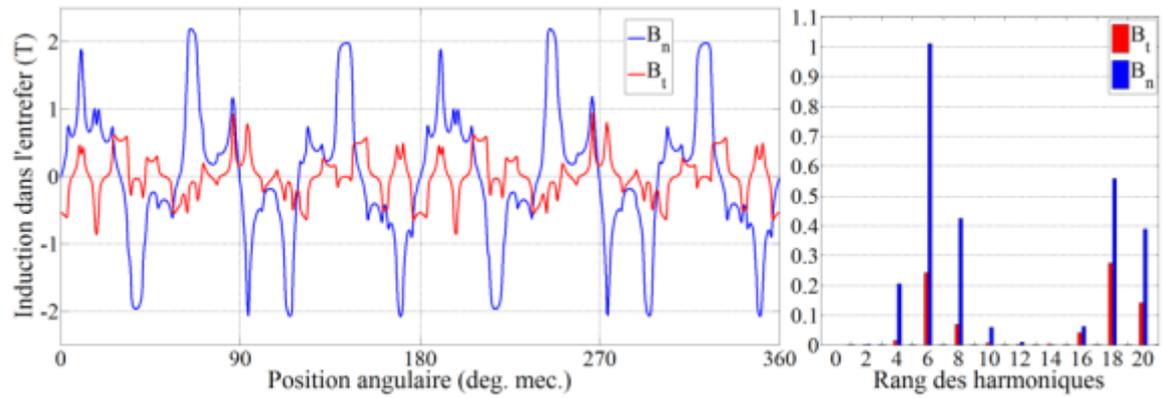
(a) 12e10pr



(b) 12e11pr



(c) 12e13pr

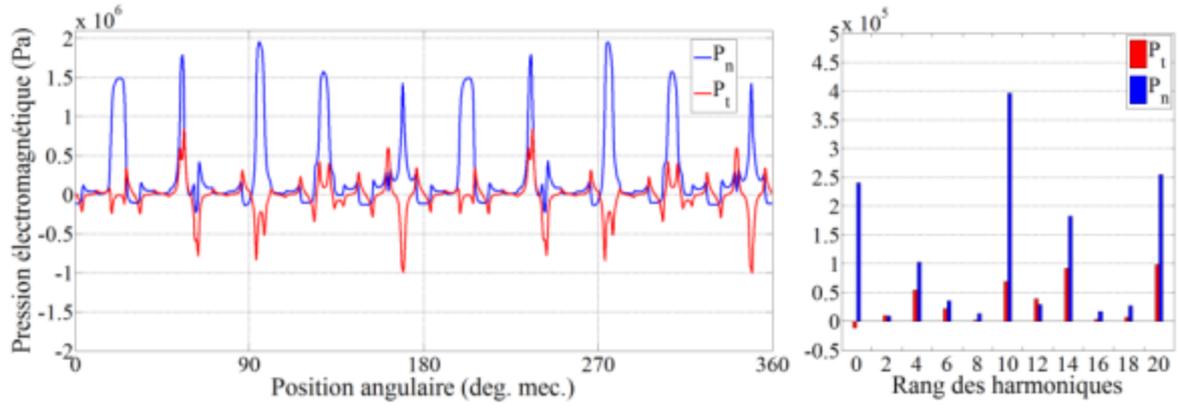


(d) 12e14pr

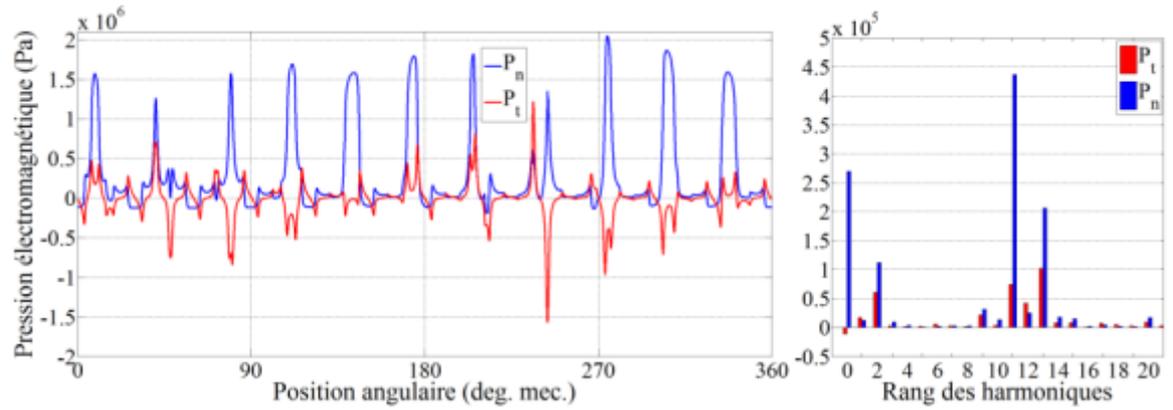
Fig. IV.5. Comparaison des inductions dans l'entrefer obtenues en charge par la MEF pour les configurations de MCF 12e{10,11,13,14}pr.

IV.2.3.2 Pression électromagnétique dans l'entrefer

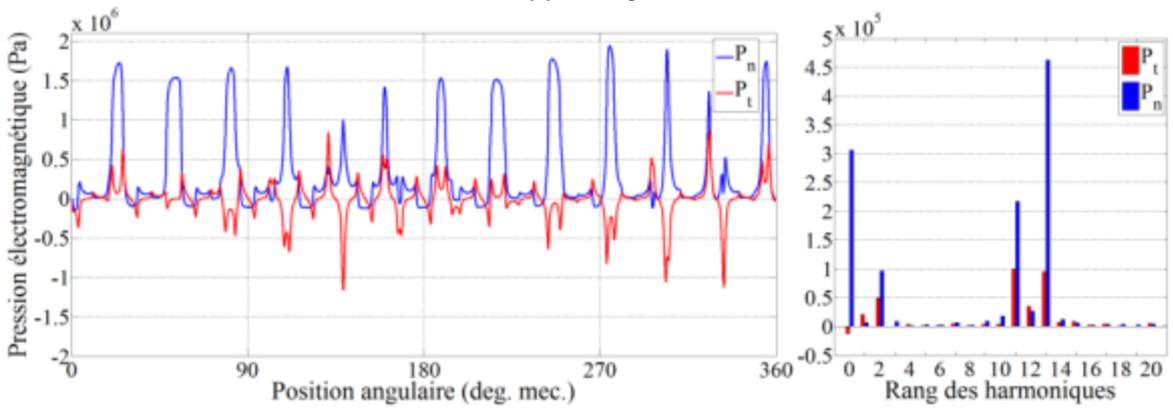
La densité de force magnétique est obtenue en utilisant l'expression du tenseur de Maxwell (I.2) obtenue à la section I.3.2. Pour chaque configuration, les composantes normales et tangentielles de la pression électromagnétique sont tracées sur la figure IV.6. Les harmoniques de plus haute amplitude sont celles appartenant à $\{kN_{pr}, k \in \mathbb{N}\}$. Ces amplitudes augmentent presque linéairement avec le nombre de pôles rotoriques. L'harmonique de rang 1 est responsable de la force magnétique déséquilibrée puisqu'à travers le mode circonférentiel d'ordre 1, il tend à décentrer le stator de son axe de rotation. Cet harmonique est excité dans les configurations 12e{11,13}pr. Finalement, comme attendu, l'harmonique de rang N_{pr} est la plus énergétique et son amplitude croît avec le nombre de pôles rotoriques. La composante tangentielle de la pression électromagnétique est globalement bien plus faible que la composante normale mais n'est pas pour autant négligeable. Pour des raisons de simplicité, elle ne sera pas considérée dans cette étude.



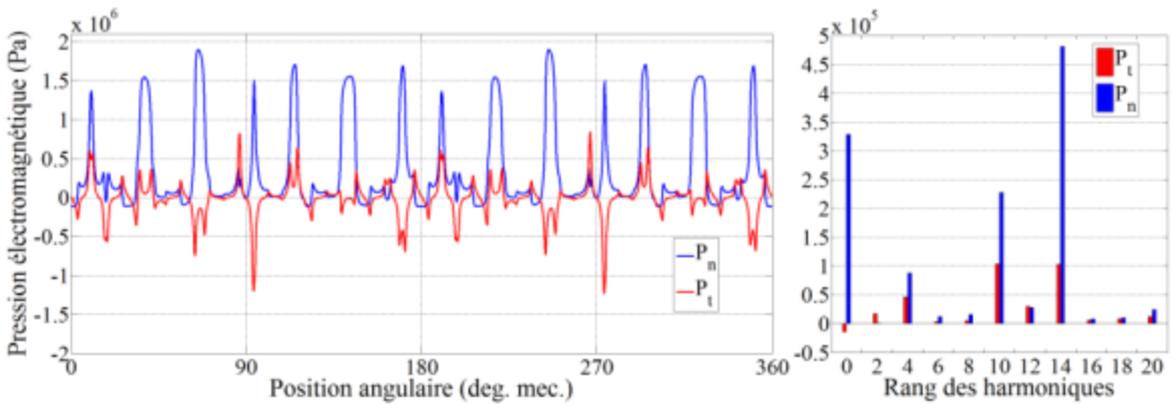
(a) 12e10pr



(b) 12e11pr



(c) 12e13pr



(d) 12e14pr

Fig. IV.6. Comparaison des pressions électromagnétique obtenues en charge par la MEF pour les configurations de MCF 12e{10,11,13,14}pr.

IV.2.4 Modèle vibro-acoustique

IV.2.4.1 Description du modèle

La carcasse est considérée avoir une épaisseur dans toutes les directions de 1 mm. Puisque la longueur de la partie active est de 25 mm et que les têtes de bobines ont été calculées à 3 mm, la longueur totale de la machine est de 35 mm. Ainsi, la carcasse pèse 6.1% de la masse totale du stator et est 1.4 fois plus longue. Elle n'est donc pas négligeable en termes de masse et d'un point de vue de la contrainte mécanique puisque ses extrémités sont fixées. Augmenter l'épaisseur de la carcasse résulte en une augmentation des fréquences propres des modes circonférentiels. Dans le présent cas, par rapport à un stator sans carcasse, une épaisseur de 1 mm induit une augmentation de 24% de la fréquence propre du mode 2. Si l'épaisseur est de 3 mm, la fréquence propre augmente de 116%. La machine est modélisée au moyen d'un logiciel éléments finis 3-D commercial (ANSYS) et une vue éclatée est présentée sur la figure IV.7.

IV.2.4.2 Fréquences propres calculées par éléments finis au moyen d'un logiciel commercial

Les déformées modales associées aux fréquences propres des modes circonférentiels et axiaux sont obtenues mais seuls les modes circonférentiels sont présentés dans cette étude. D'un côté, la carcasse est fixée à ses extrémités mais des modes axiaux d'ordre 0 apparaissent sur la culasse statorique puisque ses propres extrémités sont libres. D'un autre côté, puisque la pression électromagnétique a été calculée en 2-D, une pression constante est appliquée sur la longueur axiale de la machine, ce qui conduit à des modes axiaux d'ordre 0. L'application de la pression sur le modèle structurel est présentée à la section II.4.2.2. Les déformations du stator pour les modes circonférentiels d'ordre 2 et 3 sont présentées sur la figure IV.8. Les premières

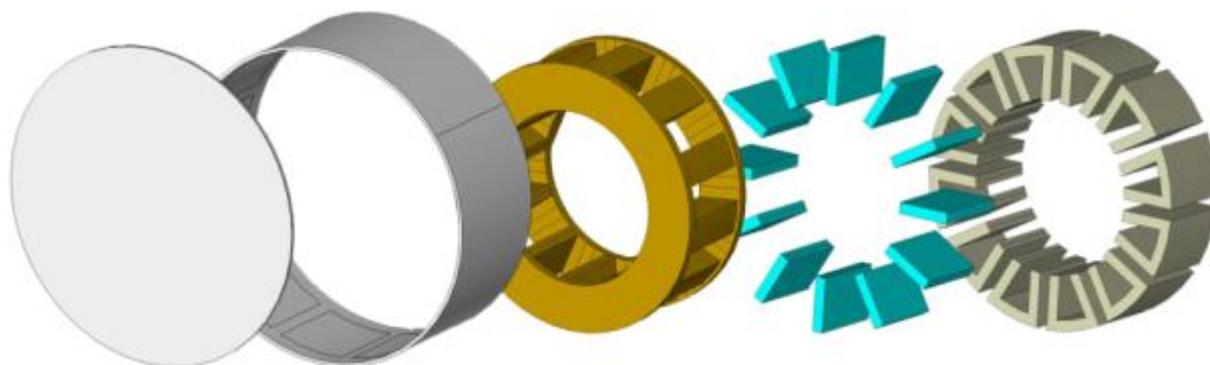


Fig. IV.7. Vue éclatée de la machine à commutation de flux modélisée par éléments finis.

De gauche à droite : flasques, carcasse, enroulements avec têtes de bobine, aimants et noyau statorique.

fréquences propres sur la bande de fréquences audibles sont données dans le tableau IV.3. Ainsi, seuls les modes circonférentiels d'ordre inférieurs ou égaux à 5 sont d'intérêt. S'il est excité, le mode d'ordre 6 peut tout de même avoir une influence sur la courbe du niveau de puissance acoustique puisqu'il est proche de la limite supérieure de la bande de fréquence.

Le contenu harmonique de la composante normale de la pression électromagnétique en charge présentée à la figure IV.6 montre de larges différences en termes d'amplitudes pour les cinq premiers harmoniques suivant les configurations. L'amplitude de l'harmonique de rang 0 augmente avec le nombre de pôles rotoriques. Ainsi, cet harmonique devrait contribuer au bruit généré par la machine de façon croissante avec le nombre de pôles rotoriques aux alentours de 11500 Hz. L'harmonique de pression électromagnétique de rang 2 est presque égal dans les configurations 12e{11,13}pr et devrait montrer une bien plus grande contribution au bruit

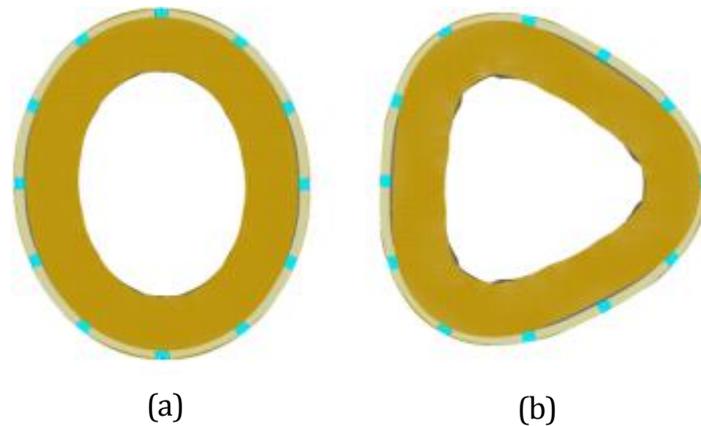


Fig. IV.8. Déformées modales du stator, avec carcasse modélisée mais non tracée, dues aux modes circonférentiels d'ordre (a) 2 et (b) 3.

TABLEAU IV.3

Fréquences propres des modes circonférentiels de l'ensemble stator/carcasse des MCF à 12 encoches

Mode circonférentiel	Fréquence (Hz)
0	11490
1	16890
2	3414
3	8185
4	13360
5	18420
(6)	(20500 > 20000)

rayonné aux alentours de 3400 Hz que pour les configurations $12e\{10,14\}pr$. Les contributions au bruit des harmoniques de rang 3 et 5 devrait être visible aux fréquences 8185 Hz et 18420 Hz uniquement pour les configurations $12e\{11,13\}pr$.

L'influence des aimants permanents sur les fréquences propres est illustrée sur la figure IV.9 pour les modes circonférentiels d'ordre 0 et 2 et les modes longitudinaux d'ordre 0 et 1. Les résultats pour les modes circonférentiels d'ordre supérieur à 2 montre les mêmes tendances que le mode 2 et n'ont pas besoin d'être tracés. Les figures ont été réalisées au moyen de modèles éléments finis et le contact entre aimants permanents et noyaux est supposé parfait. Une culasse statorique avec carcasse, sans aimants permanents, est fabriquée à partir de tôles ferromagnétiques d'un seul tenant et présente donc des fréquences propres bien plus faibles qu'un stator réalisé à partir de plusieurs noyaux. En partant d'un rapport d'épaisseur d'aimant sur épaisseur d'aimant-plus-dents de 20% comme illustré sur la figure IV.10, une augmentation supplémentaire de la part des aimants par rapport à l'acier des dents conduit à une légère diminution des fréquences associées au mode circonférentiel d'ordre 0, pour tout mode longitudinal. Pour les modes circonférentiels d'ordre supérieur ou égaux à 2, une diminution encore plus faible est observée pour les modes longitudinaux d'ordre 0. Toutefois, pour les modes longitudinaux non nuls, il est possible d'observer une croissance importante de 150 Hz tous les 10% d'augmentation de la part des aimants par rapport à l'acier. Ceci s'observe pour tous les autres modes longitudinaux. De ce fait, la présence des aimants augmente les fréquences propres du fait de la coupure de la culasse en plusieurs noyaux séparés mais plus les aimants sont importants, plus les fréquences propres diminuent, sauf pour les modes circonférentiels d'ordre supérieur ou égaux à 2 dont le mode longitudinal est non nul.

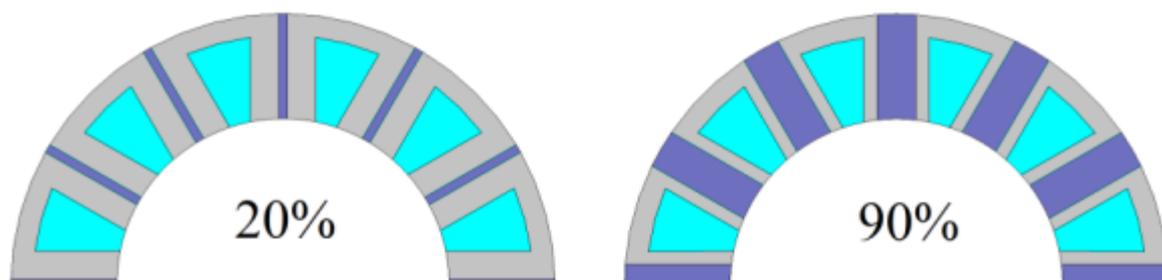


Fig. IV.10. Illustration du rapport d'épaisseur d'aimant sur épaisseur d'aimant-plus-dents.

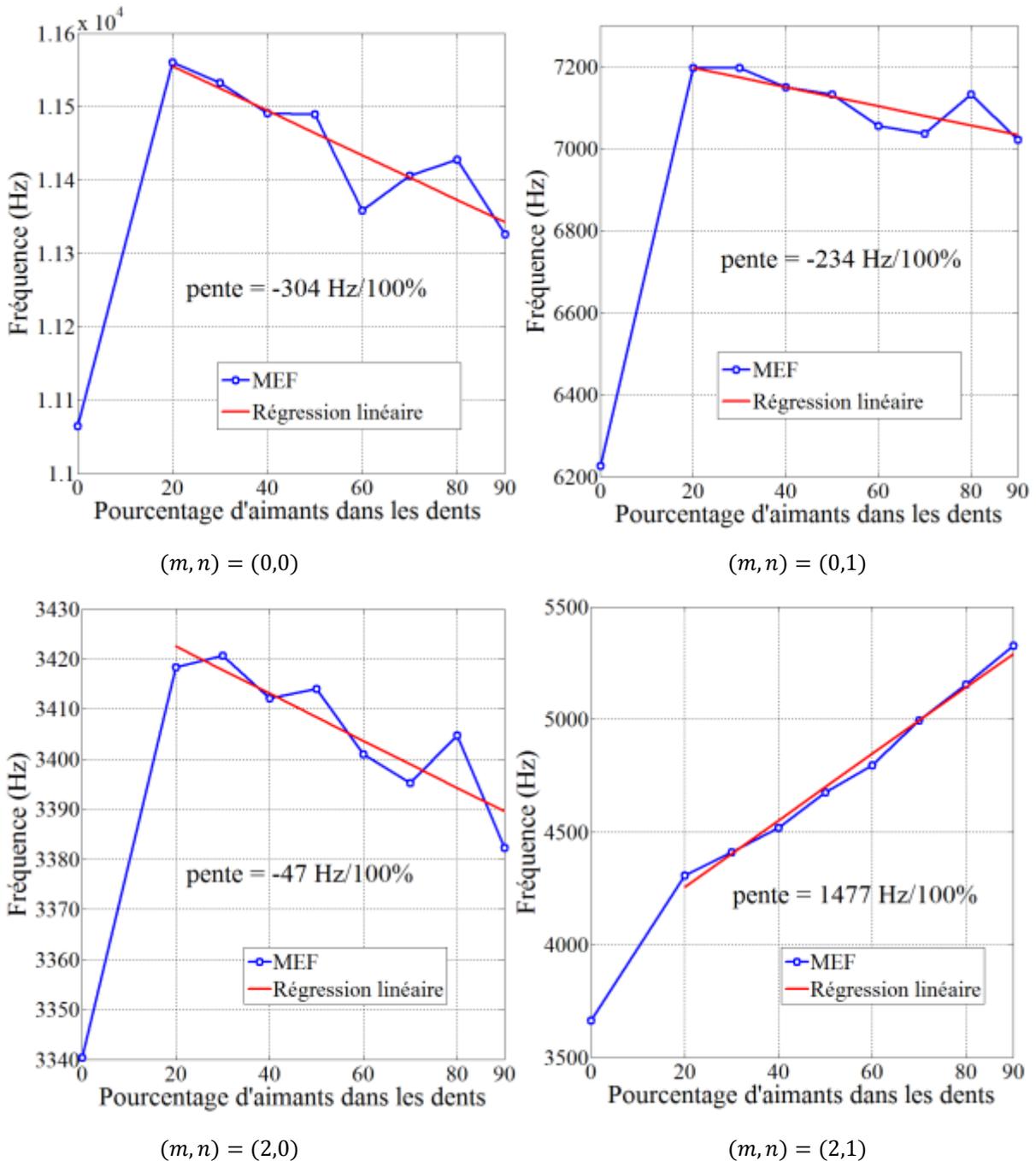


Fig. IV.9. Fréquences propres modifiées par l'épaisseur des aimants au stator.

IV.2.4.3 Fréquences propres calculées par éléments finis au moyen d'un code interne

Le code de simulation basé sur la MEF développé sous Matlab, présenté à la section II.4.3.2, permet l'étude des fréquences propres et des déformées statiques. Il prend tout son sens dans la présente étude des stators des MCF étant donné qu'il n'existe pas de formules analytiques applicables à ce type de stator. La machine étudiée possède 12 encoches. Il est donc nécessaire d'avoir au moins 2 couches d'éléments (la couche du noyau et la couche des

encoches) ainsi que 12 modules de 8 éléments (2 dents, 1 aimant, 1 encoche), ce qui, pour des éléments triangulaires, demande un minimum de 192 éléments. Pour des éléments du deuxième ordre, le nombre de nœuds minimum est ainsi 480. La figure IV.11 présente le modèle pour deux maillages, le premier présentant le minimum de 192 éléments et le deuxième 768 éléments. Le tableau IV.4 présente la convergence des résultats obtenus par la présente analyse par éléments finis, et comparé avec les résultats du tableau IV.3. Les différences entre les deux modèles s'accroissent avec le nombre de mode. Pour 1728 éléments, l'erreur moyenne est de 4.38%. Ces différences s'expliquent par le fait que la carcasse n'est pas modélisée.

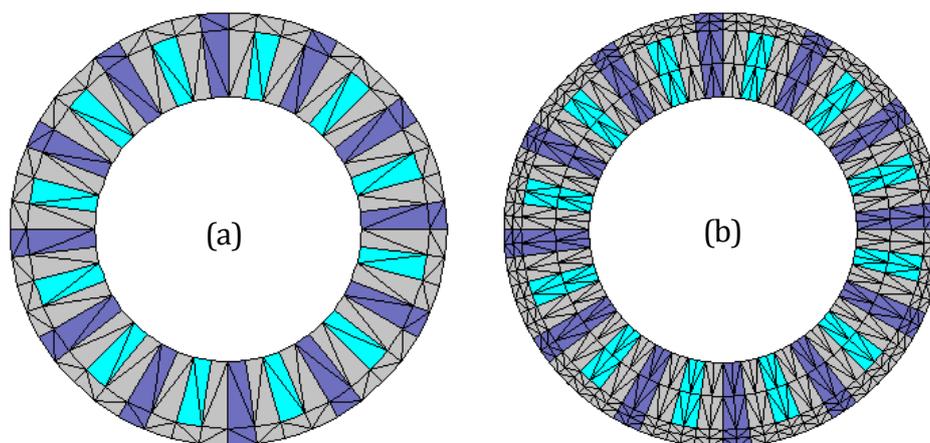


Fig. IV.11. Maillage de la MCF avec (a) 192 et (b) 768 éléments.

TABLEAU IV.4

Fréquences propres en Hz des modes circonférentiels de la MCF calculé par le code interne éléments finis
(en rouge : comparaison avec le tableau IV.3)

Mode circonférentiel	Nombre d'éléments		
	192	768	1728
0	11934	11849	11761
		+3.12%	+2.36%
2	3832	3697	3528
		+8.3%	+3.3%
3	9403	9017	8578
		+10.2%	+4.8%
4	15644	14889	14092
		+11.4%	+5.48%
5	21945	20734	19522
		+12.6%	+5.98%

IV.2.4.4 Niveau de puissance acoustique calculés par éléments finis au moyen d'un logiciel commercial

La pression acoustique dans l'air environnant la machine est calculée sur une coupe transversale à l'axe de la machine conformément aux considérations de la section II.4.3.4. Les calculs sont effectués tous les 40 Hz. Le niveau de puissance acoustique de la configuration 12e13pr est pris pour exemple dans la figure IV.12 puisque le contenu harmonique de la pression électromagnétique de cette machine en charge de la figure IV.6 montre que tous les harmoniques peuvent être excités. Sur la même courbe, les résultats des analyses modales sont superposés. Ces analyses modales permettent d'obtenir le niveau de puissance acoustique de la machine pour une pression électromagnétique appliquée à la surface interne du stator n'excitant qu'un seul mode. En notant $P_n^{(i)}$ l'harmonique de rang i de la composante normale de la pression électromagnétique et θ_s la position angulaire dans le référentiel statorique, la pression électromagnétique à appliquer est de la forme sinusoïdale de (IV.6).

$$P_n(\theta_s) = P_n^{(i)} \cos(i\theta_s) \quad (IV.6)$$

Sur la figure IV.12, il est clair que la contribution au bruit de l'harmonique de rang 0 est prépondérante sur tous les autres dans la bande de fréquence audible, excepté l'harmonique de rang 2 dont le mode de même ordre est excité à une fréquence particulièrement éloignée de celle du mode 0. De ce fait, l'influence des modes 1, 3, 4 et 5 est peu significative sur le bruit rayonné par la machine. Du fait de la forme du stator des machines électriques, le mode 2 est généralement le premier mode observable. Puisqu'il est excité à une fréquence plus faible, il est

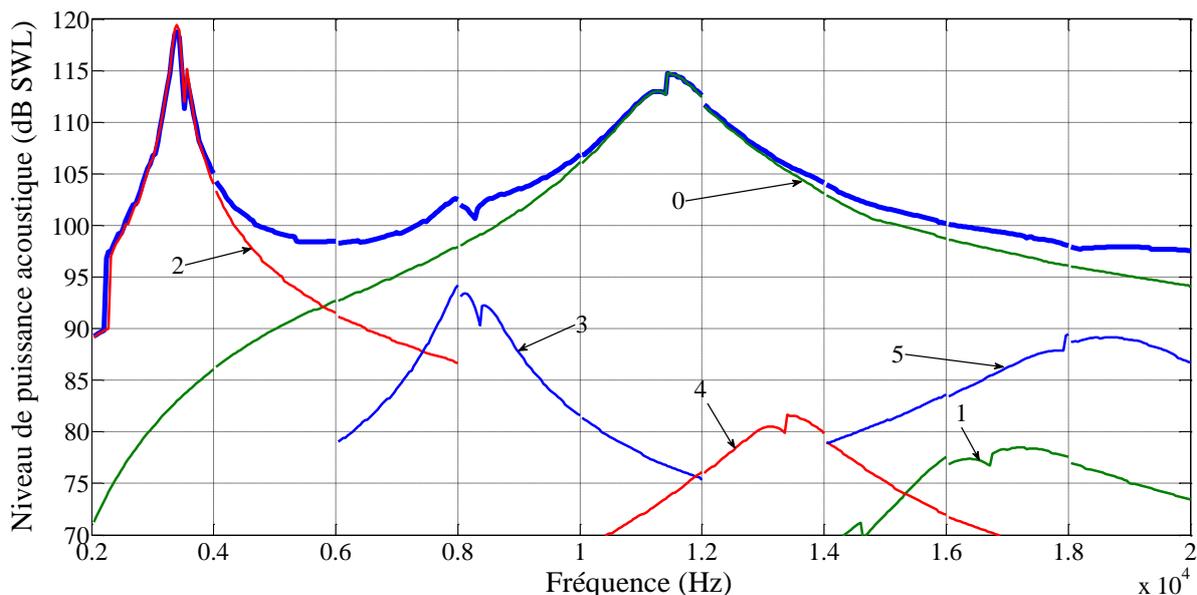


Fig. IV.12. Contribution de chaque mode au bruit rayonné par la MCF 12e13pr.

moins amorti. De plus, l'amplitude des déplacements de la structure décroît avec le nombre de mode. En outre, comme constaté sur la figure IV.6, les harmoniques de pression électromagnétique les plus énergétiques sont ceux de rang kN_{pr} , $k \in \mathbb{N}$, ce qui dans le cas présent résulte en l'excitation du mode d'ordre 0. Ce mode est lié à l'attraction du stator par le rotor. Pour ces raisons, les modes circonférentiels d'ordre 0 et 2 ont le plus d'impact sur le bruit généré par la machine.

Le niveau de puissance acoustique des quatre configurations de MCF sont tracées sur la figure IV.13 pour les fréquences [2 kHz ; 20 kHz]. Le tableau IV.5 résume les résultats en termes de pression électromagnétique et de niveau de puissance acoustique à chaque fréquence propre des modes circonférentiels. Un lien fort existe entre les niveaux de puissance acoustique et les harmoniques de pression électromagnétique pour les modes d'ordre 0 et 2 puisqu'ils sont peu impactés par les autres modes. De ce fait, l'augmentation des amplitudes des harmoniques de pression de rang 0 observée à la section IV.2.3.2 conduit à une augmentation des valeurs de niveau de puissance acoustique avec une courbe similaire. Excepté pour les modes 0 et 2, il n'existe pas de lien direct entre amplitude des harmoniques et niveau de puissance acoustique. Toutefois, ces deux modes sont suffisants pour déterminer les niveaux maximaux et déterminer quelles configurations sont les plus bruyantes.

Les niveaux de puissance acoustique maximaux sont atteints à des fréquences propres correspondantes au mode d'ordre 0 pour les MCF 12e{10,14}pr et au mode d'ordre 2 pour les configurations 12e{11,13}pr. Toutefois, pour toutes les configurations, les harmoniques de

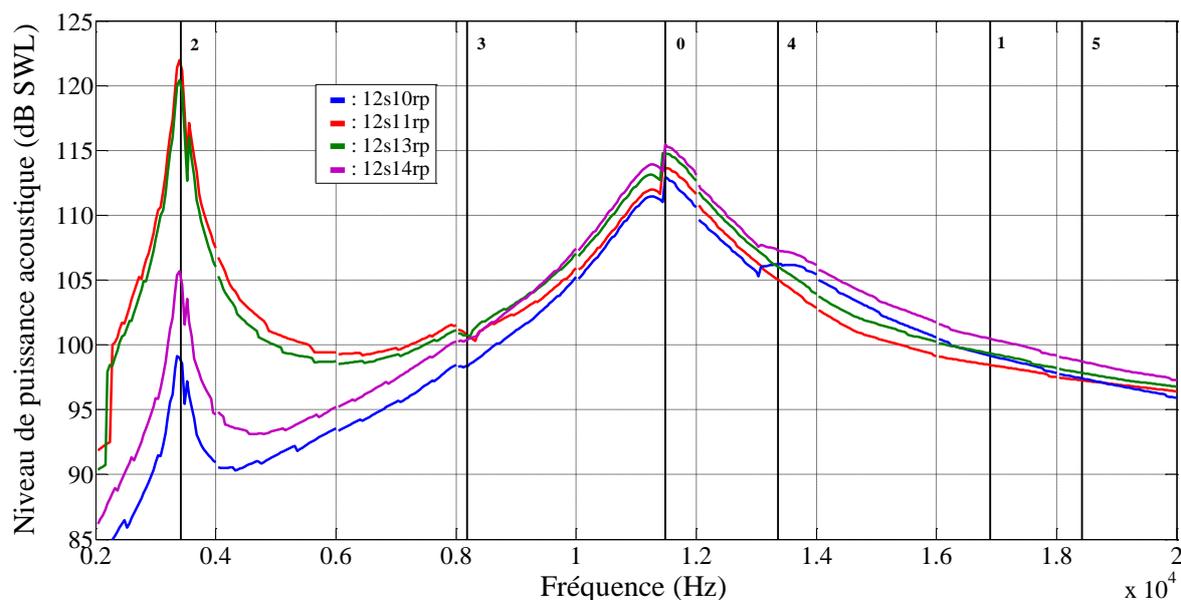


Fig. IV.13. Niveaux de puissance acoustique des MCF en charge et modes circonférentiels correspondants.

pression de rang 2 ont une amplitude plus faible que celles de rang 0. La configuration 12e11pr est plus bruyante que la configuration 12e13pr pour des fréquences inférieures à 8 kHz correspondantes au mode d'ordre 3. Passée cette fréquence, la configuration 12e13pr est plus bruyante que la 12e11pr et la configuration 12e14pr est la plus bruyante de toutes. Au-delà de la fréquence correspondante au mode d'ordre 4, la configuration 12e11pr est la moins bruyante de toutes, suivie par la 12e13pr. Toutefois, elles peuvent résulter en une force déséquilibrée du fait de l'excitation du mode d'ordre 1 [Huo 2013]. Néanmoins, comme montré sur la figure IV.13, ce mode a peu d'impact sur le bruit. Finalement, sur la bande de fréquences audibles, la configuration 12e10pr est globalement la moins bruyante de toutes.

TABLEAU IV.5
Impact des harmoniques de pression électromagnétique sur le niveau de puissance acoustique (NPA)
(Graphique : ligne bleu = pression électromagnétique, ligne rouge = NPA)

Mode	N_{pr}	10	11	13	14	Graphique
0	Harmonique P_n (Pa)	2.4×10^5	2.7×10^5	3.1×10^5	3.3×10^5	
		Ref.	+13%	+28%	+37%	
	NPA (dB SWL)	112.9	113.6	114.7	115.5	
		Ref.	+0.6%	+1.6%	+2.3%	
1	Harmonique P_n (Pa)	-	1.3×10^4	6.4×10^3	-	
	NPA (dB SWL)	99.18	98.46	99.36	100.5	
2	Harmonique P_n (Pa)	9.3×10^3	1.1×10^5	9.7×10^4	1.2×10^3	
		Ref.	+1103%	+940%	-87%	
	NPA (dB SWL)	98.97	122.0	120.4	105.7	
		Ref.	+23%	+22%	+6.8%	
3	Harmonique P_n (Pa)	-	9.6×10^3	9.2×10^3	-	
	NPA (dB SWL)	98.33	100.8	100.7	100.4	
4	Harmonique P_n (Pa)	1.0×10^5	4.0×10^3	1.5×10^3	8.8×10^4	
		Ref.	-96%	-99%	-14%	
	NPA (dB SWL)	106.2	105.0	106.0	107.3	
		Ref.	-1.1%	-0.2%	+1.0%	
5	Harmonique P_n (Pa)	-	1.3×10^3	3.4×10^3	-	
	NPA (dB SWL)	97.43	97.27	97.85	98.74	

IV.2.4.5 Niveau de puissance acoustique calculés par éléments finis au moyen d'un code interne

Les déplacements statiques peuvent être calculés par le même code que celui utilisé pour calculer les fréquences propres à la section IV.2.4.3. La méthode est présentée à la section II.4.3.3. Les résultats des déplacements statiques sont très proches de ceux obtenus par le logiciel commercial avec 4.1% d'erreur moyenne sur les cinq premiers modes. Ceci est bien meilleur que les résultats obtenus avec les modèles analytiques, comme montré pour la MSAP montés en surface aux sections III.3.1.2 et III.3.2.2. Le facteur de rayonnement acoustique peut être calculé au moyen de modèles analytiques de manière à considérablement réduire le temps de calcul. Le modèle d'un cylindre de longueur infini est ici choisi. Les niveaux de puissance acoustique sont tracés sur la figure IV.14. Le décalage en fréquence est dû à l'erreur présentée à la section IV.2.4.3. Les courbes sont assez proches, notamment en deçà de 11 kHz. Passé cette fréquence, la contribution du mode d'ordre 4 (14 kHz) déforme la courbe différemment du cas simulé par le logiciel commercial. Toutefois, le code MEF/Analytique permet d'obtenir l'allure de la courbe avec une précision acceptable, et de s'affranchir des calculs éléments finis acoustiques coûteux en temps de modélisation et de calcul.

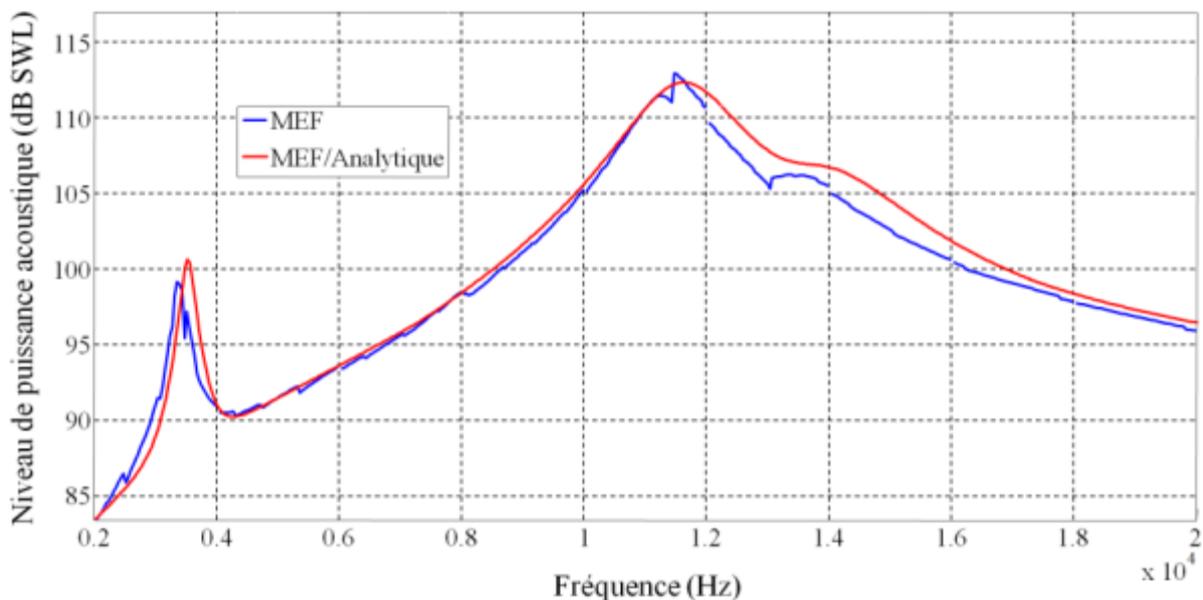


Fig. IV.14. Niveaux de puissance acoustique obtenus par les deux modèles pour la MCF à 10 pôles rotatives.

IV.3 ÉTUDE DES ÉMISSIONS D'UNE MACHINE À FLUX AXIAL

IV.3.1 Présentation

L'étude porte sur la simulation du bruit rayonné par la machine à aimants permanents à flux axial présentée à la section II.5.1.1. La machine possède deux stators et un rotor mais pour des raisons de simplicité, un seul stator est modélisé. Ainsi, la machine modélisée avec sa carcasse dans les parties vibratoires et acoustiques a une longueur axiale plus faible. Les efforts électromagnétiques locaux sont calculés dans les trois directions par l'approche analytique quasi-3D présentée à la section II.5.1.1. Les résultats sont comparés à ceux obtenus par un modèle éléments finis 3-D, comme mentionné à la section II.4.1, dans un cas où les matériaux sont linéaires. Ensuite, la pression électromagnétique obtenue est appliquée en tant que condition aux limites à la surface du stator d'un modèle éléments finis 3-D structurel, comme présenté à la section II.4.2.3. Finalement, le bruit rayonné par la machine est obtenu de manière similaire que pour les machines à flux radial, en modélisant par éléments finis une sphère d'air entourant la machine comme expliqué à la section II.4.3.4.

D'un point de vue vibro-acoustique, la principale différence entre machines à flux radial et machines à flux axial réside au niveau de la surface d'incidence de la force pour la partie mécanique, et de la surface rayonnante pour la partie acoustique. En effet, la puissance acoustique s'exprime différemment suivant que les ondes acoustiques sont cylindriques (machine à flux radial) ou planes (machines à flux axial). Ainsi, analytiquement, la formule (I.32) de la section I.5.6 est simplement modifiée en changeant la surface rayonnante qui est la surface du disque statorique et parallèle à la direction de propagation du son [Huang 2001]. La densité surfacique de force électromagnétique est donnée alors par (IV.7).

$$\begin{cases} f_z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\mu_0} B_z^2 - \mu_0 H_\varphi^2 \right) \\ f_\varphi = H_\varphi B_z \end{cases} \quad (\text{IV.7})$$

La modélisation analytique de ces composantes axiale (z) et tangentielle (φ) du champ est généralement réalisée au moyen de modèles quasi-3D. La principale difficulté réside dans les effets 3-D et les effets de bord. Une fonction de modulation permettant de prendre en compte la variation des composantes axiale et circonférentielle du champ magnétique dans la direction radiale est utilisée dans [Azzouzi 2005]. Cette fonction est calculée en utilisant la transformation intégrale de Hankel dans [Zhilichev 1998]. Les fonctions de Green 3-D et la méthode des images permettent d'obtenir directement une solution 3-D semi-analytique [Furlani 1997]. Dans ces

trois publications, seul le fonctionnement à vide a été étudié. En combinant la distribution du champ magnétique à vide avec la distribution de la réaction magnétique d'induit, la distribution exacte du champ peut être déterminée en charge [Bellara 2012].

Une étude vibro-acoustique expérimentale de comparaison entre structures de MSAP à flux axial et à flux radial est réalisée dans [Huang 2001]. Sont comparés en fonctionnement nominal deux machines à flux radial (MSAPFR) encochée (E) et non encochée (NE), deux machines à flux axial à stator interne et double rotor externe encochée (E) ou non encochée (NE), de type TORUS [Spooner 1992], et finalement deux machines à rotor interne (AFIR) [Huang 1999] encochée (E) ou non encochée (NE). Ces deux derniers types sont représentés sur la figure IV.15 [Aydin 2004]. Il est supposé que les machines délivrent des puissances similaires. L'amplitude des déplacements dynamiques, la vitesse et le niveau de puissance

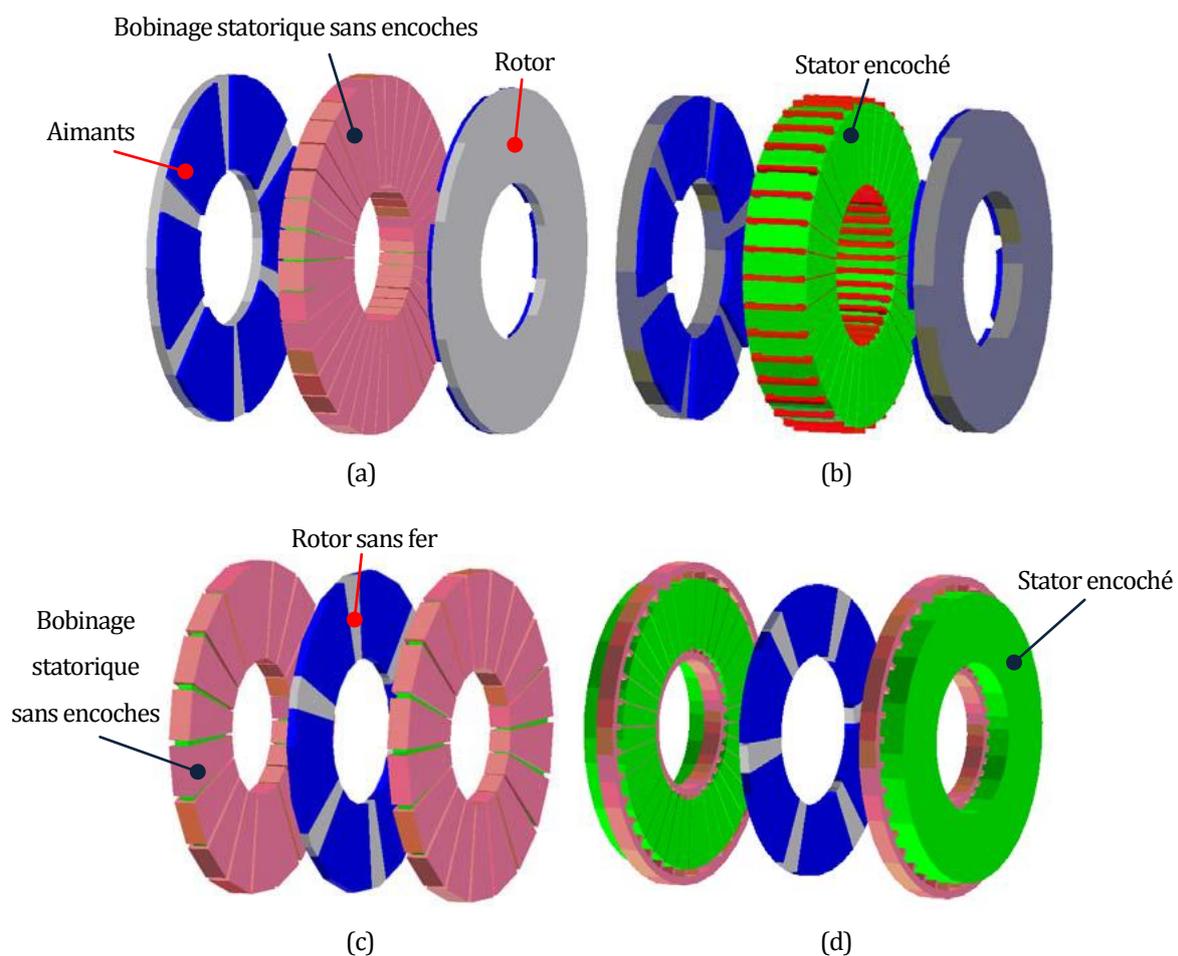


Fig. IV.15. Configurations de machines à flux axial :
 (a) TORUS-NE ; (b) TORUS-E ; (c) AFIR-NE ; (d) AFIR-E

acoustique sont présentés sur la figure IV.16 [Huang 2001]. En général, les topologies sans encoches sont moins bruyantes que les topologies encochées. En particulier, la machine TORUS non encochée est la moins bruyante de toute. Les machines à flux radial encochées sont les plus bruyantes par rapport aux mêmes machines non encochées, et aux topologies à flux axial. Il est apparent sur cette figure qu'il n'y a pas de lien direct entre amplitude des déplacements et vitesse vibratoire d'une part, et amplitude ou vitesse avec le niveau de puissance acoustique d'autre part. Notamment, la machine AFIR non encochée présente une plus forte amplitude des déplacements que la machine AFIR encochée mais le niveau de puissance acoustique est plus faible.

Du point de vue de la modélisation vibro-acoustique, il existe peu d'étude sur le sujet des machines à flux axial. Un modèle éléments finis 3-D magnétique et un modèle structurel 3-D permettant le calcul des fréquences propres d'un assemblage de deux AFIR d'une puissance totale de 8.5 kW est présenté dans [Yu 2008]. Les modèles ne sont pas couplés mais des mesures du niveau de puissance acoustique permettent de relier les fréquences à la force magnétique. Un couplage entre modèles éléments finis 3-D magnétique, structurel et acoustique est réalisé dans [Zhihuan 2010] pour le même type de machine, et dans [Li 2010] pour des machines à simple rotor et stator de puissances égales à 5 kW, 22 kW et 200 kW. Ces modèles sont peu décrits mais sont comparés à la mesure du niveau de puissance acoustique et présentent une erreur sur de 2 à 3% par rapport à la mesure. Une récente étude multiphysique bien plus descriptive analyse la différence de niveau de puissance acoustique dans les directions axiales et radiales [Park 2014]. Les flasques sont complètement fixées et la force est strictement

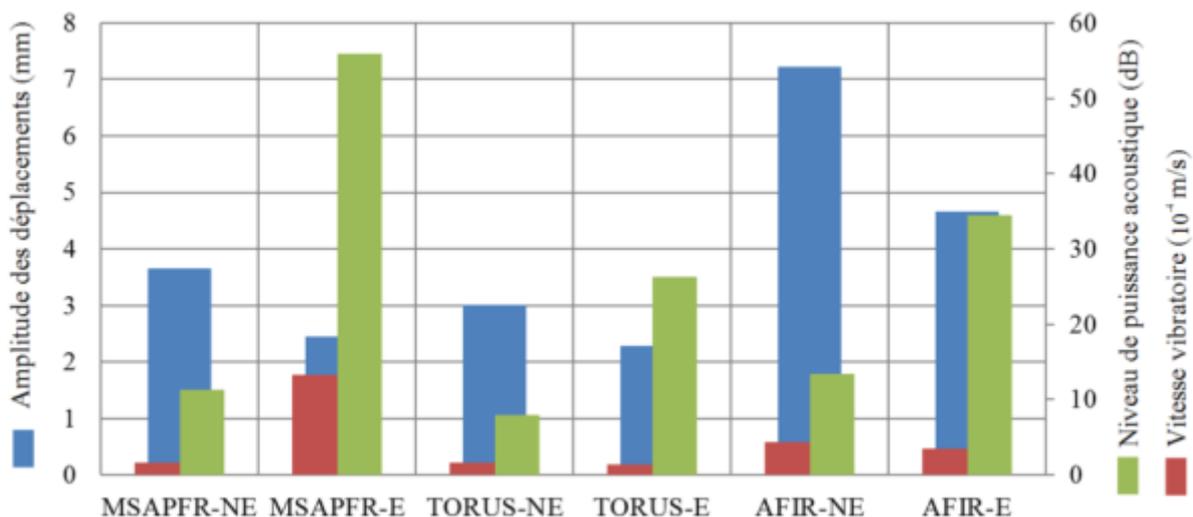


Fig. IV.16. Comparaison vibro-acoustique entre machines à flux radial et à flux axial, en fonctionnement nominal.

axiale, les effets tangentiels sont négligés. Comme attendu, il en résulte que, globalement, les vibrations axiales dues aux flasques sont d'amplitudes supérieures aux vibrations radiales dues au cylindre de la carcasse. Toutefois, il peut exister des fréquences proches desquelles la fréquence propre d'un mode axial d'un flasque et la fréquence propre d'un mode radial du cylindre de la carcasse sont excitées. Dans ce cas précis, le bruit peut être aussi important dans les deux directions. La comparaison entre mesures et simulation par éléments finis sur une machine de 8 kW montre que la simulation approche à 5% le niveau de puissance acoustique mesuré. D'autres mesures du bruit de deux machines de 250 W sont réalisées dans [Lu 2013].

Des modèles analytiques permettant de calculer les fréquences propres ont été développés dans [Song 2008][Li 2011][Wang W 2014]. Une première méthode consiste à partir de l'expression simplifiée des fréquences propres d'un disque plein où la raideur équivalente est liée au rayon, à l'épaisseur au module de Young et au coefficient de Poisson [Li 2011]. Le résultat est multiplié par trois facteurs prenant en compte le fait que le disque soit creux, encoché et bobiné. Ces facteurs sont obtenus après plusieurs tests spécifiques à chaque coefficient sur une machine de 19.5 kW. L'écart moyen entre mesures et résultats de simulation sur les 8 premiers modes est de 9.3%. La formule est ensuite testée sur une machine de 8.5 kW, l'erreur moyenne est alors de 7.2%. Une deuxième méthode consiste à calculer les fréquences propres d'un disque creux [Wang W 2014]. L'écart moyen entre mesures et résultats de simulation sur les 5 premiers modes est de 4.0%. Dans ces publications sur la modélisation analytique, les déplacements vibratoires ne sont pas différents de ceux calculés pour les machines à flux radial et aucune description des modèles acoustiques n'est donnée. Il existe donc une réelle nécessité de développer des modèles plans adaptés aux machines électriques. La différence entre modes annulaires et plans est présentée sur la figure IV.17 [Huang 2001].

IV.3.2 Modèle électromagnétique

Le modèle électromagnétique a été décrit à la section II.5.1.1. Dans cette partie, les résultats de simulation du modèle analytique à vide et en conditions de fonctionnement nominales sont comparés à des résultats obtenus par éléments finis 3-D par un logiciel commercial (Flux 3D). Les résultats d'un seul stator sont considérés. Les matériaux sont linéaires et la saturation n'est donc pas prise en compte. Les composantes axiales et tangentielles de l'induction à vide, au rayon moyen $(R_{int} + R_{ext})/2$ sont présentés dans les figures IV.18 et IV.19. Au même rayon, pour des conditions de fonctionnement nominales, les composantes axiales et tangentielles de l'induction sont présentées dans la figure IV.20 et la

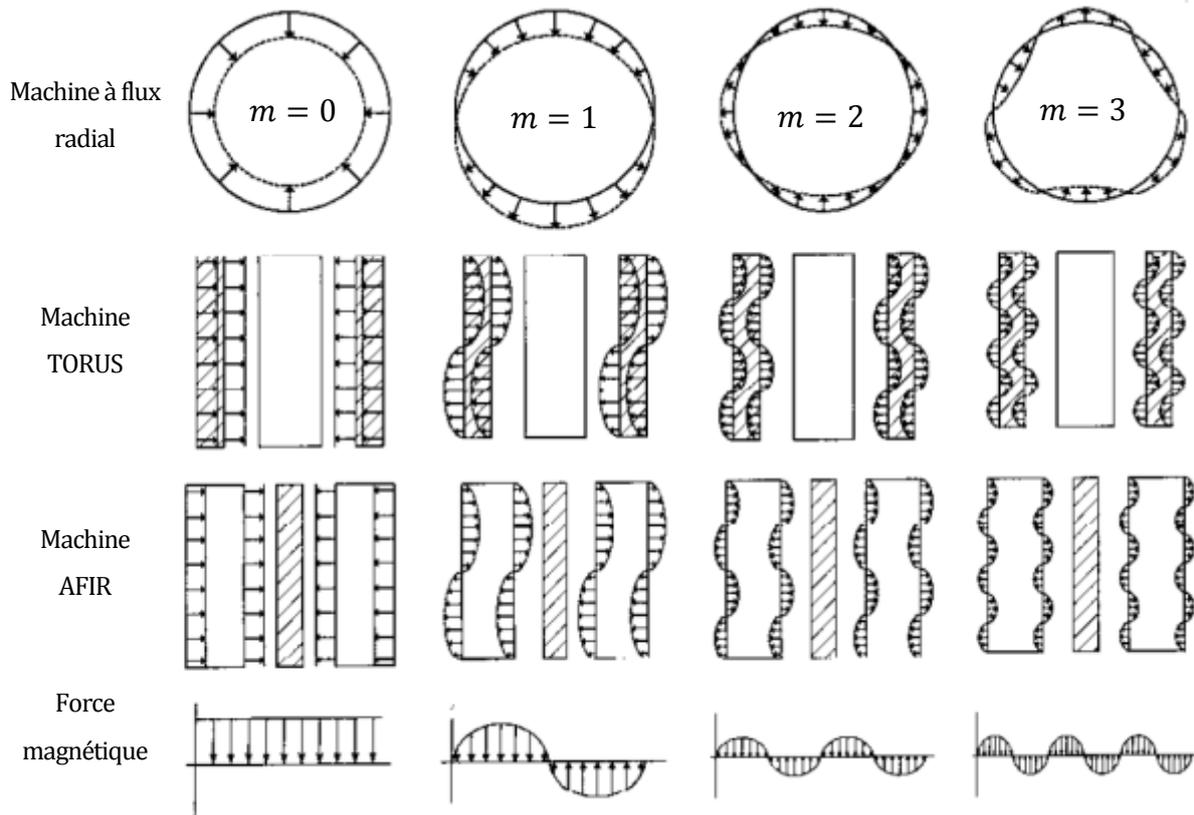


Fig. IV.17. Déplacement vibratoire pour différents nombres de modes.

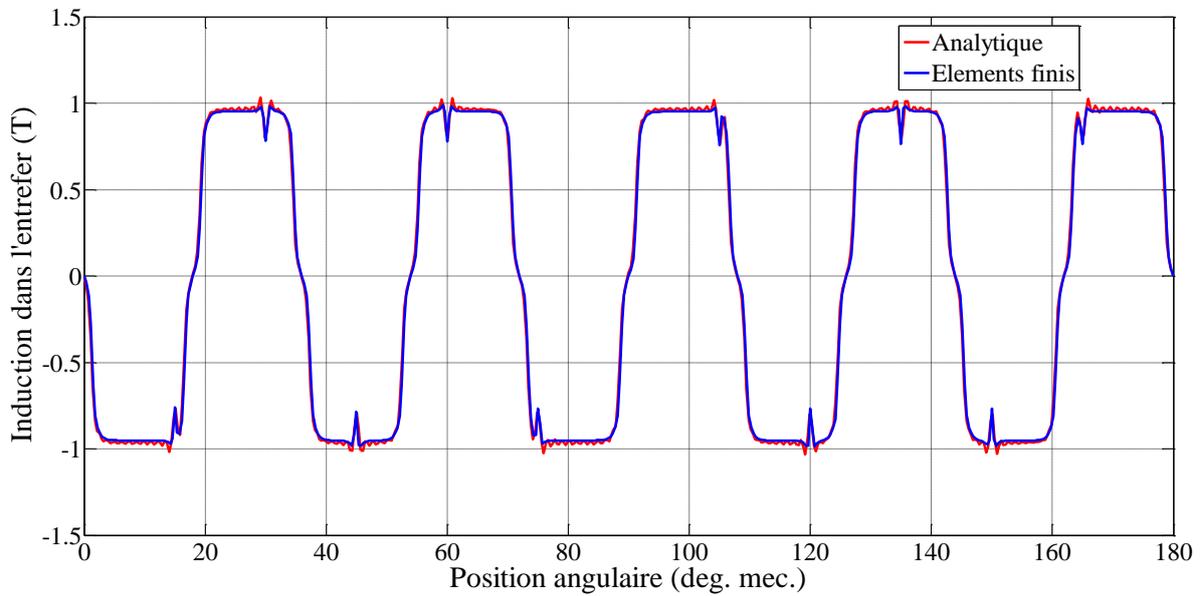


Fig. IV.18. Composante axiale de l'induction dans l'entrefer à vide, au rayon moyen $(R_{int} + R_{ext})/2$.

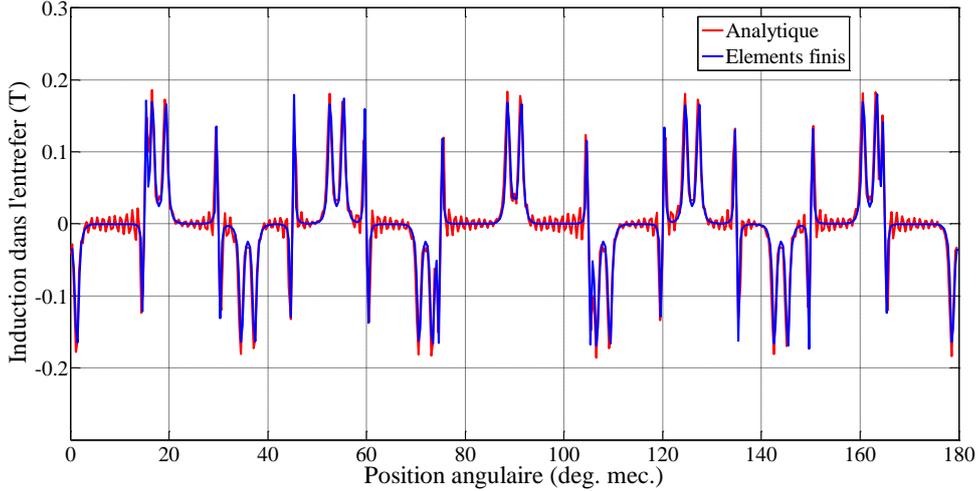


Fig. IV.19. Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer à vide, au rayon moyen $(R_{int} + R_{ext})/2$.

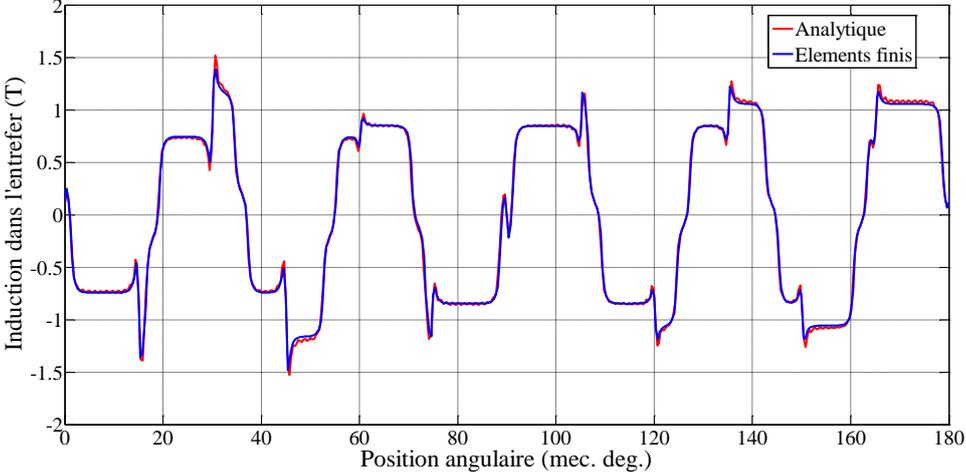


Fig. IV.20. Composante axiale de l'induction dans l'entrefer en charge, au rayon moyen $(R_{int} + R_{ext})/2$.

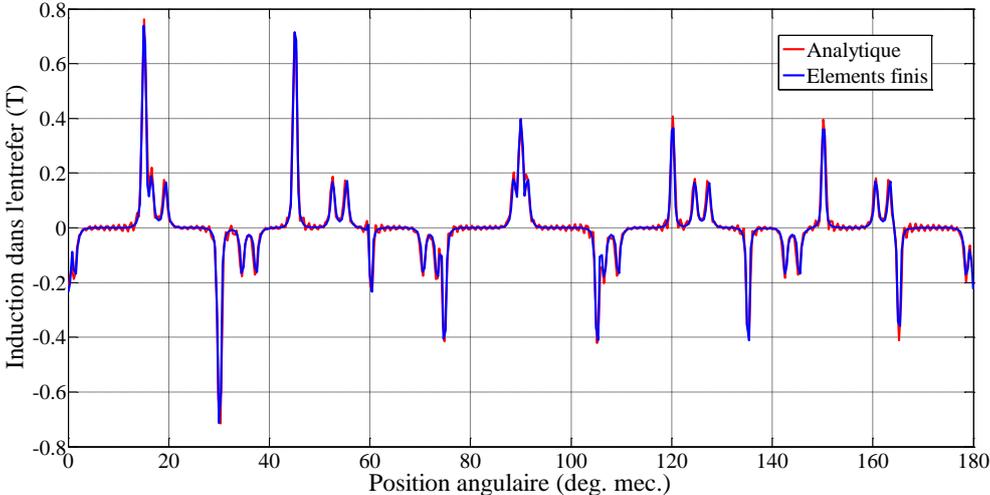
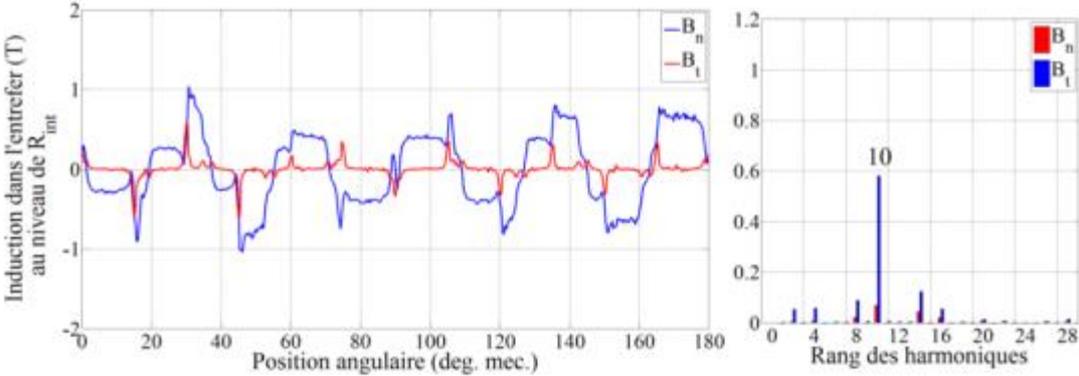
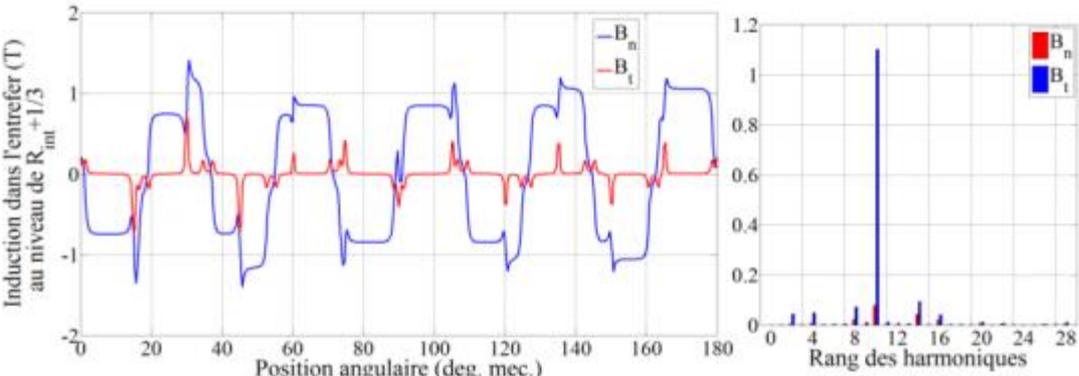


Fig. IV.21. Composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer en charge, au rayon moyen $(R_{int} + R_{ext})/2$.

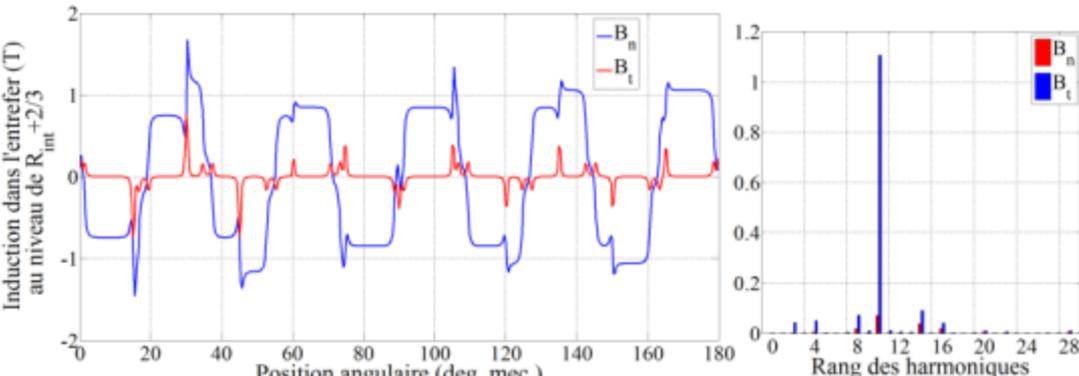
figure IV.21. Dans les deux cas, les résultats analytiques sont quasiment identiques à ceux obtenus par éléments finis. En effet, à ce rayon, les effets de bords n'ont aucune influence. Toutefois, il est nécessaire de calculer les composantes axiales et tangentielles du champ à différents rayons pour pouvoir appliquer la force magnétique sur la surface des dents du modèle mécanique. Etant donné le nombre d'encoches et la taille des isthmes, la force est calculée sur 960 points le long de la circonférence. Ce nombre étant déjà important, la dent n'est découpée qu'en 3 sur son rayon. Ainsi, la force est appliquée sur un total de 2880 surfaces géométriques. Suivant les considérations de la section II.4.2.3, l'induction et la pression magnétiques dans l'entrefer sont calculées sur quatre chemins correspondant à (a) R_{int} , (b) $R_{int} + \frac{1}{3}(R_{ext} - R_{int})$, (c) $R_{int} + \frac{2}{3}(R_{ext} - R_{int})$ et (d) R_{ext} . Les résultats en fonction de la position angulaire et leurs contenus harmoniques spatiaux sont présentés dans la figure IV.22 pour l'induction et dans la figure IV.23 pour la pression. La chute d'induction aux bords est clairement visible. Les résultats (a) et (b) sont symétriques à (c) et (d) par rapport au rayon moyen de la dent. Les formes d'ondes des courbes ne sont pas pour autant absolument identiques même si elles sont très proches. Cela est dû aux encoches droites qui sont donc plus ouvertes au rayon interne qu'au rayon externe. L'harmonique d'induction de plus forte amplitude est égal au nombre de paires de pôles rotoriques, soit 10. Cet harmonique est d'autant plus grand par rapport aux autres que les simulations sont effectuées au niveau du rayon moyen de la dent. Le contenu harmonique de la composante tangentielle de l'induction est négligeable par rapport à celui de la composante normale. Il en va de même pour la pression magnétique. Le contenu harmonique de la composante normale de la pression est quasiment deux fois plus élevé dans les spectres (b) et (c) que dans les spectres (a) et (d), à l'exception de la composante continue, de l'harmonique de rang 20, correspondant au nombre de pôles rotoriques, et de l'harmonique de rang 24, correspondant au nombre d'encoches statoriques. Si les deux premières sont d'amplitude bien plus que doublée que dans les cas (a) et (d), l'harmonique de rang 24 est légèrement supérieure. Ces trois harmoniques sont toutefois prépondérants par rapport aux autres.



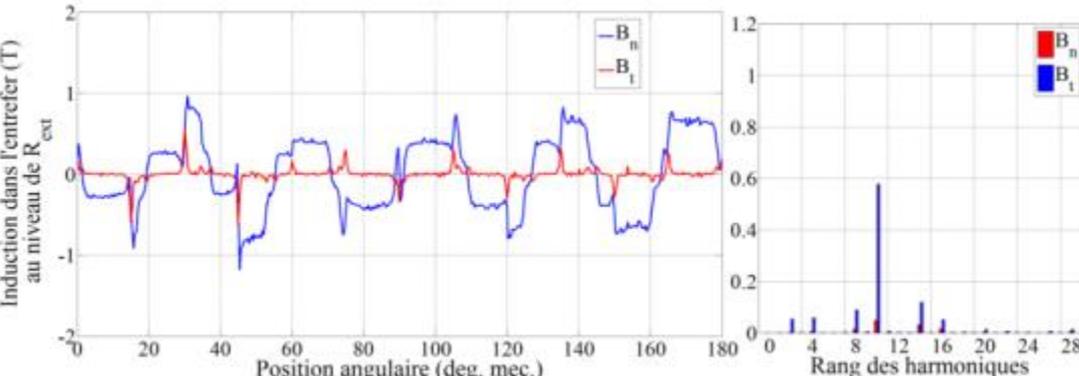
(a)



(b)

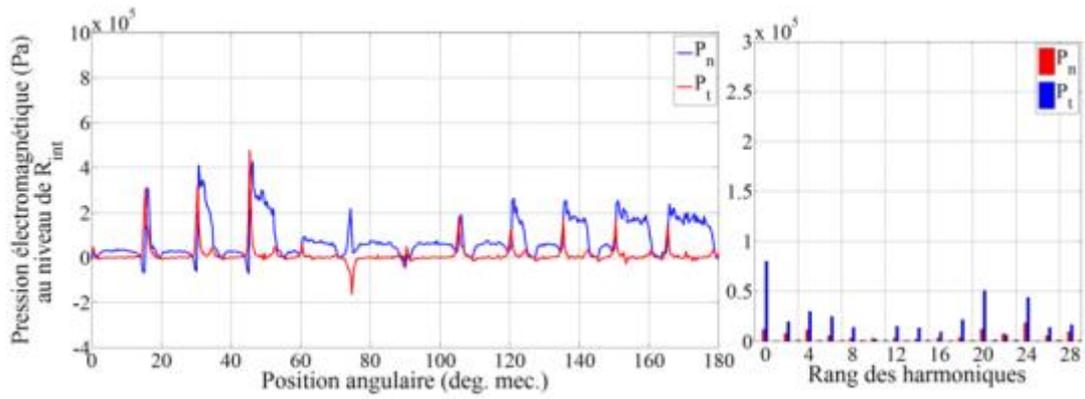


(c)

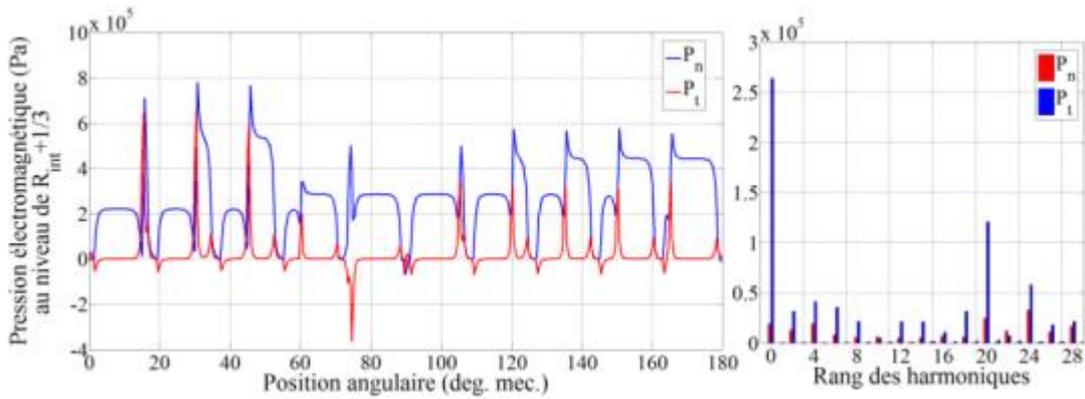


(d)

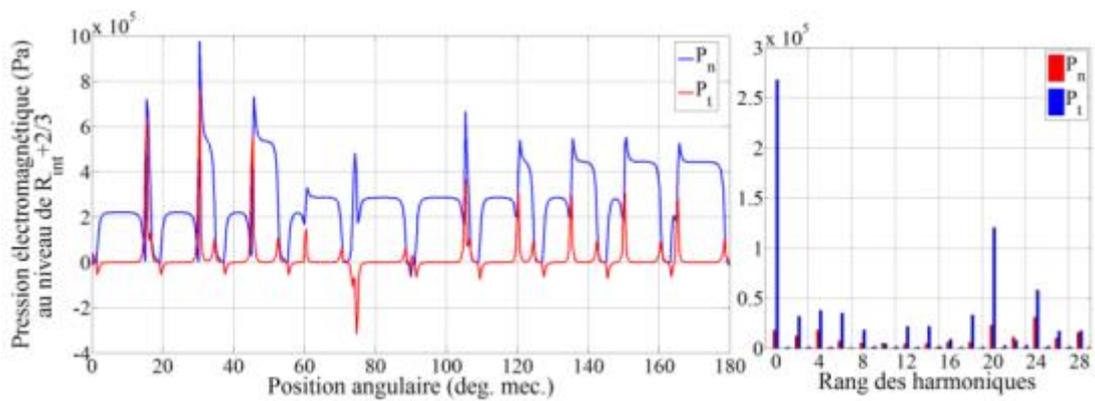
Fig. IV.22. Inductions dans l'entrefer obtenues en charge à différents rayons, en fonction de la position angulaire.



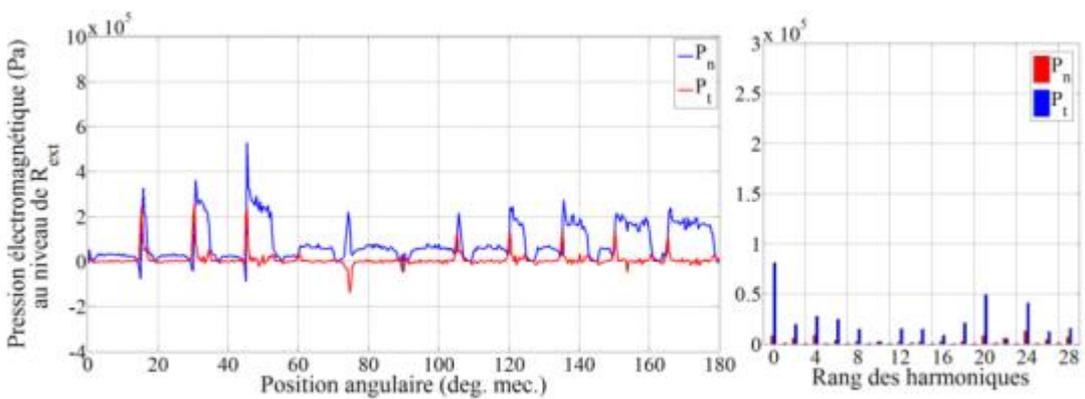
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. IV.23. Pressions dans l'entrefer obtenues en charge à différents rayons, en fonction de la position angulaire.

IV.3.3 Modèle vibro-acoustique

IV.3.3.1 Description du modèle

La machine est modélisée avec un seul entrefer. Les têtes de bobines sont modélisées par deux cylindres de 1 cm d'épaisseur placés au rayon externe et au rayon interne. Le bobinage est supposé dentaire mais la masse réelle des chignons est modélisée comme uniformément répartie sur la circonférence de la machine par soucis de simplicité. La carcasse a une épaisseur dans toutes les directions de 5 mm. Même si le rotor et l'arbre ne sont pas pris en compte, la place qu'ils auraient dû occuper est considérée pour le calcul de la longueur axiale de la carcasse qui est de 10.7 cm par rapport à une longueur active au stator de 5.6 cm. Les flasques ont un rayon 3 cm plus large que le rayon externe du stator. La machine est modélisée au moyen d'un logiciel éléments finis 3-D commercial (ANSYS) et une vue éclatée est présentée sur la figure IV.24.

IV.3.3.2 Fréquences propres

L'attribution d'un nombre de mode aux déformées modales présentée à la section IV.3.1 sur la figure IV.17 [Huang 2001] n'est pas satisfaisante car elle semble convenir à un objet rectiligne comme une poutre ou pour correspondre aux sections précédentes, aux déformées modales longitudinales du cylindre de la carcasse. Pour mieux identifier les déformations de la structure due à la pression magnétique exercée à la surface des dents, une analyse harmonique statique est premièrement effectuée. Pour cela, une pression de forme d'onde sinusoïdale est appliquée en tant que condition aux limites sur les surfaces des dents en contact avec l'entrefer.



Fig. IV.24. Vue éclatée de la machine à aimants permanents à flux axial modélisée par éléments finis.

De gauche à droite : enroulements avec têtes de bobine, culasse statorique, carcasse, une des deux flasques.

La figure IV.25(a) montre une pression correspondant à un harmonique de rang 2 qui possède donc deux maxima et deux minima sur la circonférence. La pression est constante sur le rayon et est d'amplitude maximale égale à 1000 Pa. Cette valeur est arbitraire et ne sert qu'aux comparaisons. Sur la figure IV.25(b), la pression n'est pas constante sur le rayon et correspond à la forme obtenue sur le mode 2 dans la section IV.3.2. Il a été calculé que la pression au rayon moyen $(R_{\text{int}} + R_{\text{ext}})/2$ est 1.24 fois plus grande que celle des surfaces au niveau de R_{int} et R_{ext} .

Les déformations de la machine suite à la pression de forme d'onde sinusoïdale, constante sur le rayon similairement à la figure IV.25(a), sont présentées sur la figure IV.26 pour des harmoniques de pressions de rang égaux à 2, 3, 4 et 5. Les flèches rouges vers le haut sont placées aux endroits où la pression magnétique est maximale et les flèches bleues vers le bas aux endroits où la pression est minimale. Si la pression a la forme de la figure IV.25(b) où la pression magnétique est plus importante au milieu de la dent, la déformation est identique, seule change l'amplitude de la contrainte, du fait que la pression soit plus importante. Il faut atteindre des pressions au milieu plus importantes de 10 à 20 fois les pressions aux bords pour que la déformation devienne véritablement bombée.

Les fréquences propres sont calculées par analyse modale avec la méthode d'extraction des modes de l'algorithme de Lanczos. Les principales fréquences sont présentées dans le tableau IV.6. Elles correspondent aux déformées modales de la figure IV.26. La machine n'est pas contrainte à ses extrémités de manière à facilement identifier l'influence de la force sur les déformations de la carcasse. De ce fait, les modes sont très rapprochés.

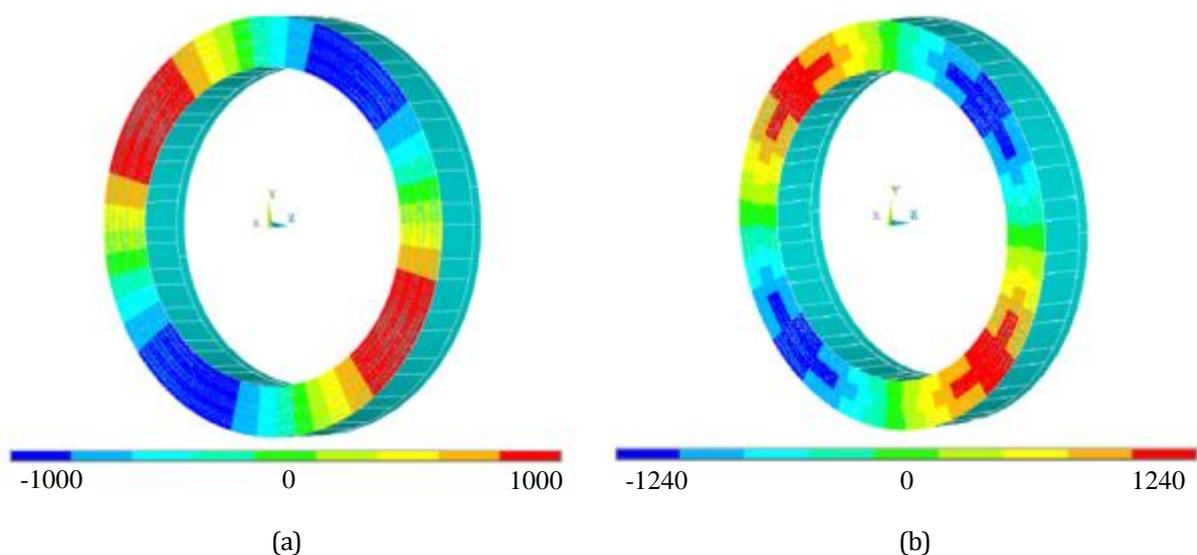


Fig. IV.25. Pression magnétique appliquée à la surface interne du stator
(a) constante sur le rayon ; (b) maximale au rayon moyen $(R_{\text{int}} + R_{\text{ext}})/2$

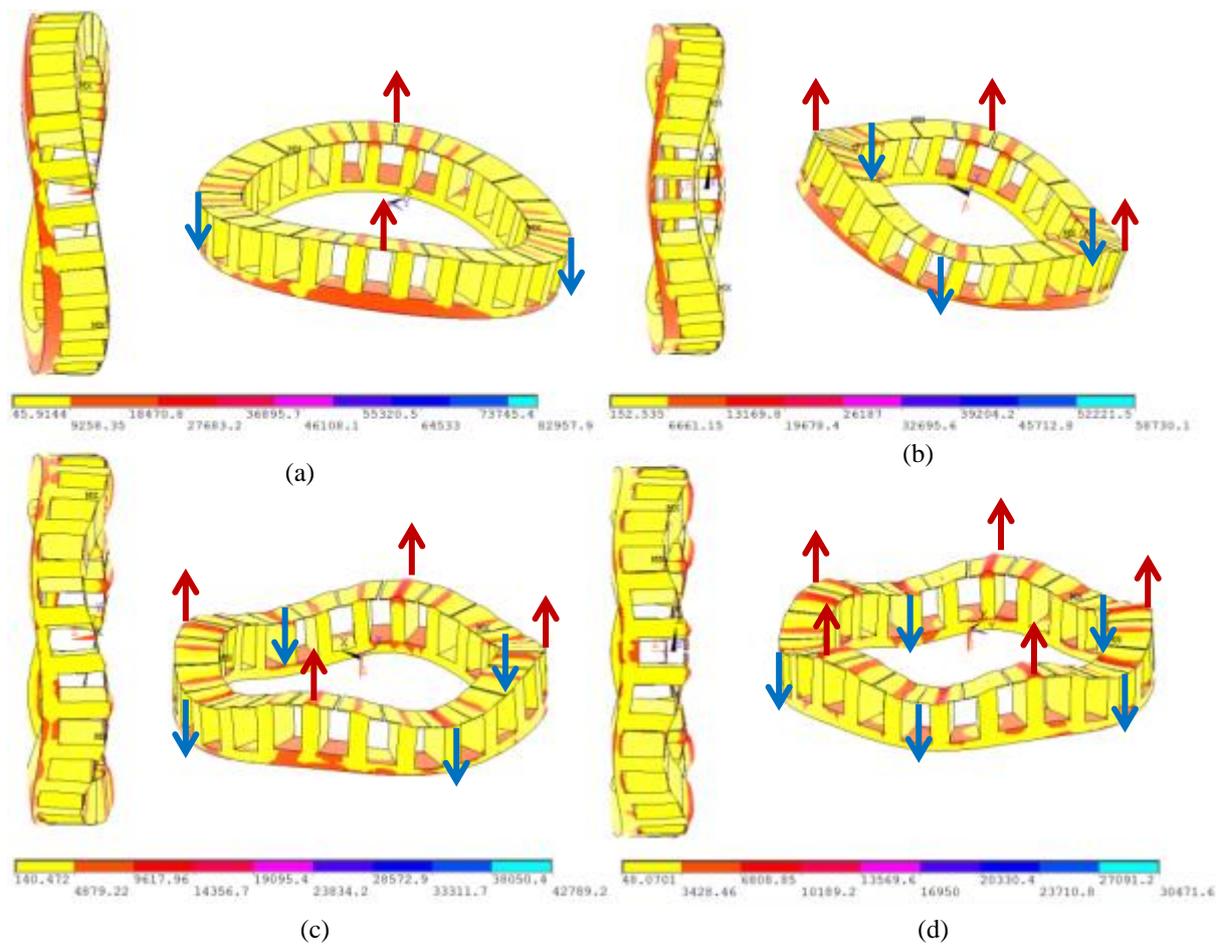


Fig. IV.26. Déformées modales du stator par l'affichage des contraintes de von Mises pour des pressions sinusoïdales à partir d'harmoniques de pressions de rang égaux à : (a) 2 ; (b) 3 ; (c) 4 ; (d) 5

TABLEAU IV.6

Fréquences propres des modes de l'ensemble stator/carcasse de la machine à flux axial

Mode	Fréquence (Hz)
0	595
2	1250
4	1490
6	2320
20	4560
24	5800

IV.3.3.3 Niveau de puissance acoustique

Une sphère d'éléments acoustiques est modélisée autour de la machine. De manière à identifier les ondes sonores rayonnées par une machine à flux axial, une coupe est réalisée sur l'axe de la machine, du côté stator, comme montré sur la figure IV.27. Cette coupe appartient au disque passant par le centre de la sphère et parallèle à l'axe de rotation de la machine. La puissance acoustique dans la direction radiale n'est pas relevée car les flasques ne sont pas contraints et l'effet de cisaillement des efforts électromagnétiques n'est pas pris en compte, ce qui fait que le bruit dans la direction radiale est ici beaucoup plus faible que dans la direction axiale. Ceci n'est pas nécessairement vérifié comme le montre [Park 2014] dans un cas où les flasques sont complètement contraints.

Le niveau de puissance acoustique sur [0 Hz ; 14 kHz] est présenté sur la figure IV.28. Le niveau de puissance acoustique est plus élevé que pour les machines à flux radial précédemment étudiées malgré une plus faible puissance nominale. Cela est dû au fait que la machine n'est ici pas contrainte et rayonne donc plus facilement. Les fréquences des maxima locaux sont explicitées. Ces extrema sont liés aux fréquences propres listées dans le tableau IV.6. Le niveau de puissance acoustique aux fréquences correspondant aux modes 0, 6, 20 et 24 est le plus important. Les puissances acoustiques dans le plan de coupe présenté à la figure IV.27 pour ces quatre modes sont présentées sur la figure IV.29. Y est adjoint la déformation de la carcasse pour illustration. Le stator est lié aux flasques au niveau du rayon externe de la machine. Le centre des flasques est complètement libre et la résonance les rend particulièrement mobiles. Les déformations sont exagérées mais suffisamment explicites, l'onde sonore est axiale.

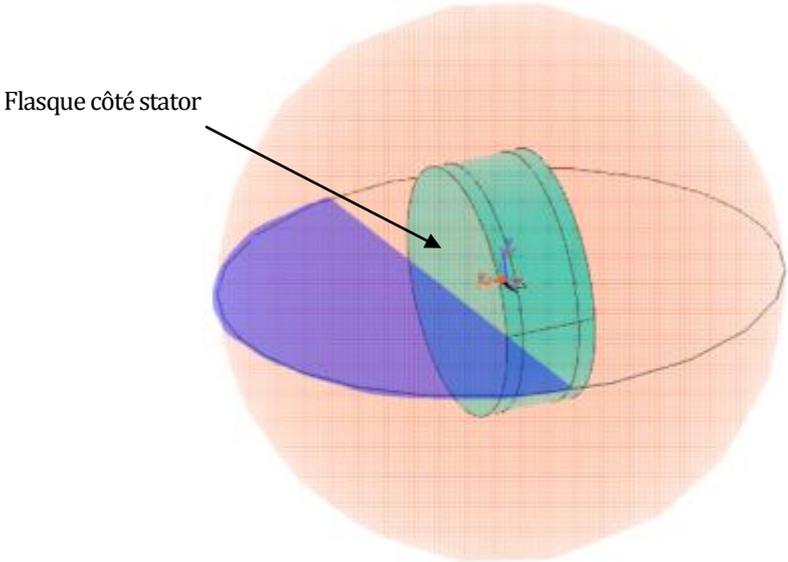


Fig. IV.27. Coupe dans l'axe de la machine et nœuds du maillage acoustique.

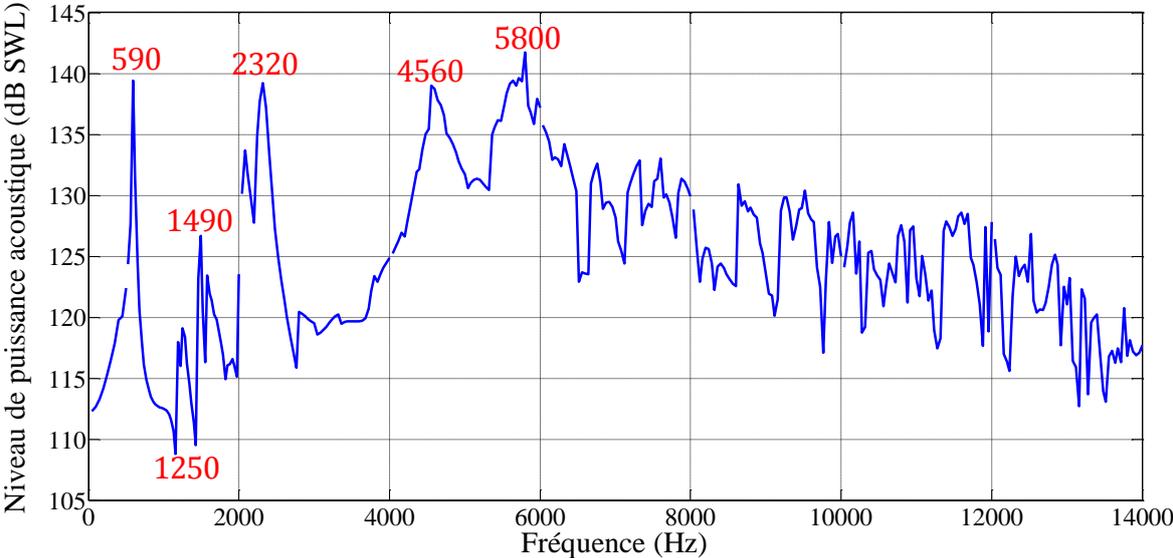


Fig. IV.28. Niveau de puissance acoustique de la machine à flux axial sur [0 Hz ; 14 kHz].

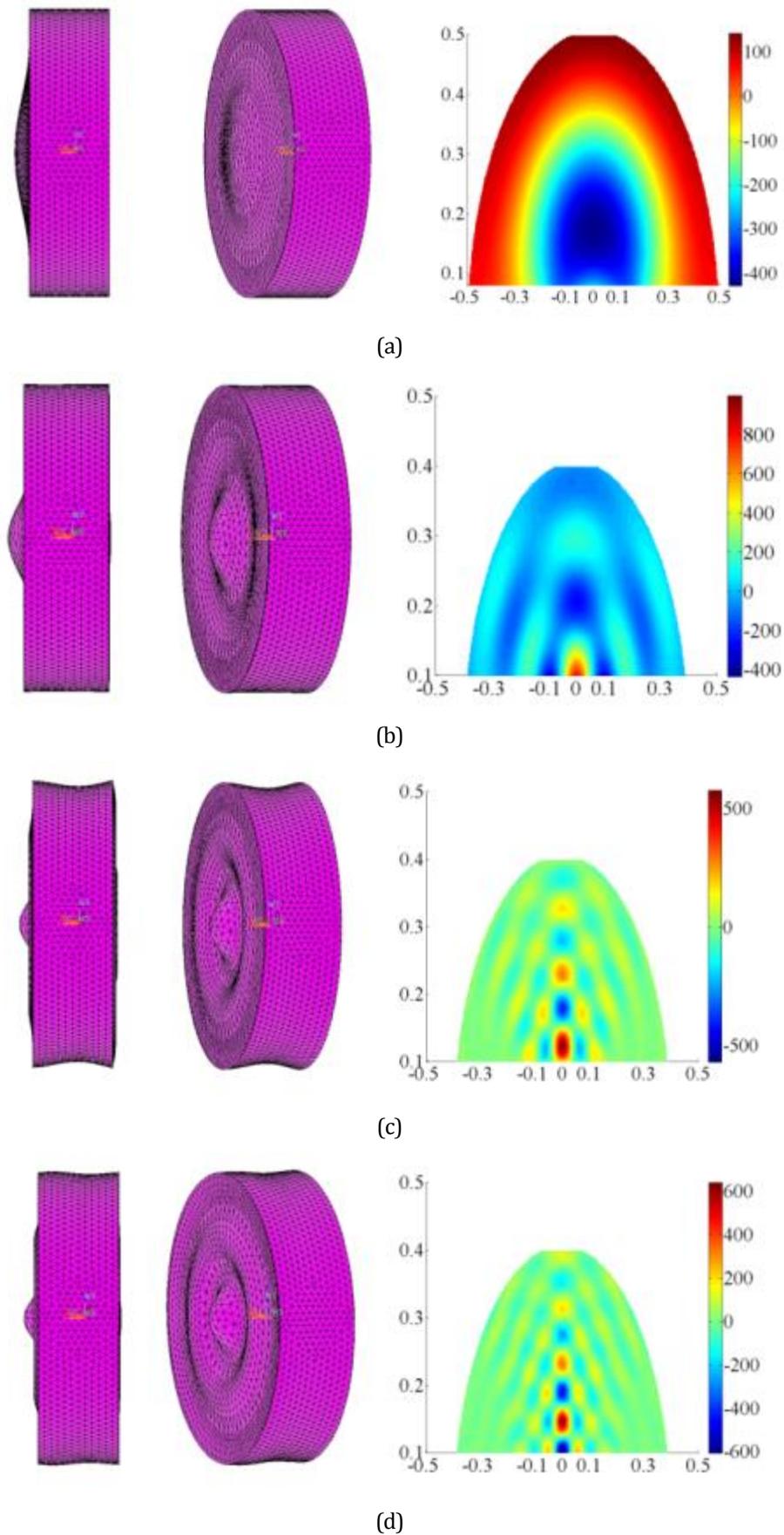


Fig. IV.29. Déformation exagérée de la carcasse et puissance acoustique rayonnée (en pascal, longueurs en mètres) aux fréquences : (a) 595 Hz ; (b) 2320 Hz ; (c) 4560 Hz ; (d) 5800 Hz.

IV.4 CONCLUSION

L'utilisation des techniques de modélisation acquises au chapitre précédent a permis d'étudier le bruit rayonné par des machines à aimants permanents non conventionnelles comme les machines à commutation de flux, à flux radial et les machines à aimants montés en surface, à flux axial. En première partie, en partant d'une machine à commutation de flux courante à 12 encoches et 10 pôles rotoriques, l'influence du nombre de pôles sur le bruit de ces machines a été analysée. Cela a permis de relier le contenu harmonique spatial particulièrement impacté par les combinaisons, sur le bruit rayonné par la machine au travers de son spectre acoustique. L'influence de la composante continue et de l'harmonique de rang 2 de la force magnétique est prépondérante sur le bruit et peut être réduite en choisissant une combinaison de pôles et d'encoches adaptée. Généralement, il est recherché d'augmenter le rang du fondamental afin de ne pas exciter le mode d'ordre 2 et de n'exciter que des harmoniques de rang pair afin de ne pas exciter le mode d'ordre 1, responsable d'une force déséquilibrée. La supériorité de la combinaison à 12 encoches et 10 pôles rotoriques en termes de performances acoustiques a été établie. L'étude des machines à commutation de flux a également permis de mettre en évidence l'influence des aimants statoriques sur les vibrations du stator. Finalement, l'étude des machines à flux axial a montré l'importance capitale des flasques dans le bruit rayonné par la machine, à savoir leurs conditions aux limites mais aussi la façon dont le stator est accolé aux flasques à l'intérieur de la machine. En effet, les travaux ont permis de rendre patent la prédominance des vibrations axiales des disques par rapport aux vibrations radiales de la carcasse. La forme des ondes sonores a été également présentée.

CONCLUSION GENERALE

Le travail de ce mémoire de thèse a porté sur la modélisation vibro-acoustique des machines synchrones à aimants permanents (MSAP) dans un contexte de dimensionnement et de conception pour la traction automobile. L'objectif était de développer les aspects mécaniques et acoustiques de l'outil analytique d'aide au dimensionnement des MSAP développé au GREAH et nommé SIMUMSAP. Cette étude a alors permis de compléter l'outil de dimensionnement de manière à réaliser des simulations multiphysiques, rapides et fiables, permettant d'explorer un espace étendu de solutions potentielles dans les premières phases du processus de dimensionnement.

Dans un premier temps, un état de l'art sur les émissions vibro-acoustiques des machines électriques a donné les clés au lecteur pour comprendre les problématiques liées à la modélisation des phénomènes physiques englobés par ce large thème. Ainsi, les difficultés liées à l'obtention des efforts électromagnétiques de manière locale ont été exposées et les principales méthodes introduites. La résolution formelle des équations de Maxwell et les réseaux de réductances permettent, entre autres, le calcul de la distribution de l'induction dans l'entrefer et ont été brièvement rappelés. En effet, les parties magnétiques étant bien connues des électrotechniciens, la modélisation vibro-acoustique a préférablement été mise en exergue. De ce fait, les notions de conditions aux limites, fréquences propres liées à des modes de vibration, déformées modales à ces fréquences, réponse vibratoire forcée et rayonnement acoustique ont été explicitées. Finalement, les problématiques liées aux hypothèses de modélisation ont été développées, à savoir l'influence sur les résultats vibratoires et acoustiques de la géométrie exacte de la machine, de la température en fonctionnement sur les propriétés mécaniques et du feuilletage de la culasse statorique.

Le deuxième chapitre a été consacré à la description des modèles. Dans un but de modélisation analytique rapide et fiable, certaines méthodes présentées au premier chapitre ont été exposées pour être utilisées dans les chapitres suivants. De manière à valider les modèles analytiques, la méthode des éléments finis a été utilisée et les simulations au moyen de logiciels commerciaux détaillés. Ces modèles sont bi- et tridimensionnels et concernent les aspects magnétiques, vibratoires et acoustiques. Le couplage faible (itération des modèles) entre les modèles est explicité. De plus, en vue d'étudier des machines non-conventionnelles comme les machines à commutation de flux, un modèle éléments finis permettant de résoudre les aspects vibratoires a été développé. Quelques modèles ont ensuite été validés expérimentalement pour les parties magnétique et vibratoire.

L'étude des émissions vibro-acoustiques d'une machine synchrone à entrefer radial à aimants montés en surface a été réalisée dans le troisième chapitre. La pertinence des approches analytiques a été vérifiée au moyen de modèles éléments finis en considérant tout d'abord les mêmes hypothèses dans les deux approches. Ensuite, les modèles éléments finis se sont rapprochés des cas réels avec prise en compte de la saturation pour les parties magnétiques et influence des effets de bord de la carcasse, des têtes de bobines et du feuilletage pour les parties vibro-acoustiques. Cette troisième partie a ainsi permis de développer un modèle analytique magnéto-vibro-acoustique rapide et fiable pour obtenir les spectres acoustiques de ce type de machine.

Le quatrième et dernier chapitre a été consacré à l'étude des émissions de machines à aimants peu courantes à savoir la machine à aimants à commutation de flux et la machine à aimants à flux axial. L'influence de quelques combinaisons de nombres de pôles et d'encoches autour d'une machine à commutation de flux courante (10/12), sur le bruit rayonné par la machine a été étudiée. Si leur influence sur la force magnétique est bien connue dans la littérature scientifique, il existe peu de travaux sur le bruit émis notamment au moyen de modèles structurels et acoustiques tridimensionnels. L'étude a permis de démontrer la supériorité de la combinaison 10/12. Pour les machines à flux axial, l'étude a permis de comprendre les phénomènes vibratoires mis en jeu et de mettre en lumière la prédominance des vibrations axiales des disques et la forme des ondes sonores qui en résulte.

A ce stade, la vibro-acoustique est un axe d'étude récent au GREAH. Ainsi, la recherche bibliographique sur les aspects de modélisation a été autant que possible exhaustive. L'accent a été mis sur le développement de modèles analytique et éléments finis sur des topologies de machines à aimants différentes. Comme mentionné aux travers de ce mémoire, d'un point de vue vibro-acoustique, les mesures expérimentales revêtent un caractère prépondérant dans la validation, tant les modèles numériques souffrent d'un trop grand nombre de simplifications. Malheureusement, nous n'avons pas pu réaliser nos propres mesures et c'est bien évidemment l'axe que nous aurions aimé développer en premier lieu et ce, notamment sur la machine à flux axial développée au sein du laboratoire. Ce travail fera partie du travail d'une thèse qui vient de démarrer.

En termes de perspectives, plusieurs autres pistes de développement sont offertes. Tout d'abord, si le calcul des fréquences propres est assez bien maîtrisé, le calcul des déformations forcées souffre de beaucoup d'imprécisions et il est nécessaire de développer de nouvelles méthodes. En effet, il est essentiel de distinguer dans les travaux vibro-acoustiques ceux qui portent sur la gêne acoustique de ceux qui portent sur la fatigue de la machine. Or, cette atteinte à la fragilité du groupe motopropulseur est un enjeu financier et sécuritaire qui peut être maîtrisé par la réduction des vibrations. La qualité de la modélisation des déformations est donc primordiale.

Un effort important mérite d'être apporté quant à la maîtrise et à la fiabilisation du calcul de la force magnétique locale. Cet aspect souffre encore aujourd'hui d'incertitudes ce qui fragilise les calculs faits même avec les éléments finis et réduit donc la portée des calculs vibro-acoustiques.

Enfin, si l'influence de la température sur les émissions vibro-acoustiques a été mentionnée, elle n'est pas prise en compte dans les présents travaux. Elle mérite cependant d'être amplement développée dans ce type de travaux au risque d'augmenter la complexité des modèles et donc de les alourdir. Sa prise en compte complèterait l'approche de modélisation multiphysique.

- Abdel Karim 2006** N. Abdel Karim, J. Azzouzi et G. Barakat
Winding functions theory and Maxwell's equations coupled analytical modeling of an axial flux PM synchronous machine
International Review of Electrical Engineering, vol. 1, pp. 27-35, 2006
- Ackermann 1995** B. Ackermann et R. Sottek
Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors
Electrical Engineering, vol. 78, no. 2, pp. 117-125, 1995
- Aït-Hammouda 2005** A. Aït-Hammouda
Pré-dimensionnement et étude de sensibilité vibro-acoustique de machines à courant alternatif et à vitesse variable
Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lille et de l'Université des Sciences et Technologies de Lille, 2005
- Albert 2004** L. Albert
Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes. Application au domaine automobile
Thèse de doctorat de l'Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004
- Alger 1954** P.L. Alger
The magnetic noise of polyphase induction motors
Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 73, no. 1, pp. 118-125, 1954
- Amara 2005** Y. Amara, J. Wang et D. Howe
Analytical prediction of eddy-current loss in modular tubular permanent-magnet machines
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 20, no. 4, pp. 761-770, 2005

- Amara 2010a** Y. Amara et G. Barakat
Analytical modeling of magnetic field in surface mounted permanent-magnet tubular linear machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 11, pp. 3870-3884, 2010
- Amara 2010b** Y. Amara, P. Reghem et G. Barakat
Analytical prediction of eddy-current loss in armature windings of permanent magnet brushless AC machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 8, pp. 3481-3484, 2010
- Amrhein 2009** M. Amrhein et P.T. Krein
3-D magnetic equivalent circuit framework for modeling electromechanical devices
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 24, no. 2, pp. 397-405, 2009
- ANSYS 2014** ANSYS
Manuel d'utilisateur ANSYS
Version 14.5, SAS IP, 2014
- Arrêté 2006** Le ministre de l'équipement et du logement, le ministre délégué auprès du Premier ministre, chargé de la protection de la nature et de l'environnement, et le ministre de la santé publique et de la sécurité sociale
Arrêté du 13 avril 1972 relatif au bruit des véhicules automobiles
Modifié au 31 janvier 2006
- Ashcroft 1976** N.W. Ashcroft et N.D. Mermin
Solid state physics
Brooks, 1976
- Avitabile 1999** P. Avitabile
A review of some analytical and experimental modal model correlation techniques
Conférence NAFEM, 1999
- Aydin 2004** M. Aydin, S. Huang et T.A. Lipo
Axial flux permanent magnet disc machines: a review
Rapport de recherche de l'Université de Wisconsin-Madison, 2004
- Azzouzi 2005** J. Azzouzi, G. Barakat et B. Dakyo
Quasi-3-D analytical modeling of magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 20, no. 4, pp. 746-752, 2005
- Azzouzi 2007** J. Azzouzi
Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Application au cas de l'aérogénérateur
Thèse de doctorat de l'Université du Havre, 2007
- Balan 1997** A. Balan
Theoretical and experimental investigations on radial electromagnetic forces in relation to vibration problems of induction machines
Thèse de doctorat de l'Université de Saskatoon, 1997

- Bali 2010** H. Bali, A. Bellara, G. Barakat, Y. Amara et R. Ibtouen
On load 2D exact analytical solution of magnetic field in slotted surface mounted PM radial flux synchronous machines: coupling with electric circuit equations
Studies in Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 34, pp. 260-269, 2010
- Barakat 2001** G. Barakat, T. El-Meslouhi et B. Dakyo
Analysis of the cogging torque behavior of a two-phase axial flux permanent magnet synchronous machine
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 37, no. 4, pp. 2803-2805, 2001
- Barakat 2010** G. Barakat et Y. Amara
Analytical modeling of flat and tubular linear PM machines with surface mounted magnets and semi-closed slots
IEEE Journal of Industry Applications, vol. 1, no. 2, pp. 78-88, 2012
- Bazzi 2013** A.M. Bazzi
Electric machines and energy storage technologies in EVs and HEVs for over a century
Conférence IEMDC, pp. 212-219, 2013
- Belahcen 2004** A. Belahcen
Magnetoelasticity, magnetic forces and magnetostriction in electrical machines
Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Techniques d'Helsinki, 2004
- Bellara 2009** A. Bellara, Y. Amara, G. Barakat et B. Dakyo
Two-dimensional exact analytical solution of armature reaction field in slotted surface mounted PM radial flux synchronous machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 10, pp. 4534-4538, 2009
- Bellara 2012** A. Bellara, H. Tiegna, Y. Amara et G. Barakat
On load analytical modelling of the magnetic field for axial flux surface-inset permanent magnet machines with semi-closed slots
Conférence ICEM, pp. 2852-2858, 2012
- Boisson 2012** J. Boisson, F. Louf, J. Ojeda, X. Mininger et M. Gabsi
Magnetic forces and vibrational behavior analysis for flux switching permanent magnet machines
Conférence ICEM, pp. 2988-2993, 2012
- Boisson 2014a** J. Boisson, F. Louf, J. Ojeda, X. Mininger et M. Gabsi
Analytical approach for mechanical resonance frequencies of high-speed machines
IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 6, 2014
- Boisson 2014b** J. Boisson, F. Louf, J. Ojeda, X. Mininger et M. Gabsi
Optimisation géométrique d'une machine à commutation de flux à aimants permanents en utilisant un modèle analytique multi-physique magnéto-acoustique
Conférence SGE, 2014
- Borisavljević 2013** A. Borisavljević
Limits, modeling and design of high-speed permanent magnet machines
Springer Theses, Recognizing Outstanding Ph. D. Research, Springer-Verlag 2013

- Bougrara 2009** K. Bougrara, D. Zarko, R. Ibtouen, O. Touhami et A. Rezzoug
Magnetic field analysis of inset and surface-mounted permanent-magnet synchronous motors using Schwarz–Christoffel transformation
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 8, pp. 3166–3178, 2009
- Boules 1984** N. Boules
Two-dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-20, no. 5, pp. 1267-1277, 1984
- Boules 1985** N. Boules
Prediction of no-load flux density distribution in permanent magnet machines
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. IA-21, no. 4, pp. 633-643, 1985
- Bouzek 2013** L. Bouzek et R. Pechánek
Vibration behaviour of the asynchronous machine magnetic core
Conférence EPE, pp. 1-7, 2013
- Bracikowski 2012a** N. Bracikowski, M. Hecquet, P. Brochet et S.V. Shirinskii
Multi-physics modeling of a permanent-magnet synchronous machine by using lumped models
IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 59, no. 6, pp. 2426-2437, 2012
- Bracikowski 2012b** N. Bracikowski
Modélisation multi-physique par des modèles à constantes localisées; Application à une machine synchrone à aimants permanents en vue de son dimensionnement
Thèse de doctorat de l'Ecole Centrale de Lille, 2012
- Brudny 1997** J.F. Brudny
Modélisation de la denture des machines asynchrones. Phénomène de résonance
Journal de Physique III France, vol. 7, no. 5, pp. 1009-1023, 1997
- Brutsaert 2006** P. Brutsaert, D. Laloy, P. Robert et D. Verbeke
Construction des machines tournantes. Eléments constitutifs
Dossier Techniques de l'Ingénieur D3571, 2006
- Buchanan 2002** G.R. Buchanan et C.B.Y. Yii
Effect of symmetrical boundary conditions on the vibration of thick hollow cylinders
Applied Acoustics, vol. 63, no. 5, pp.547-566, 2002
- Bujacz 2011** S. Bujacz et J. Nieznanski
Estimation of acoustic noise of PM motor by multi-physical model
Conférence ISIE, pp. 597-600, 2011
- Cai 2001** W. Cai et P. Pillay
Resonant frequencies and mode shapes of switched reluctance motors
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 16, no. 1, pp. 43-48, 2001
- Carpenter 1960** W. Cai et P. Pillay
Surface-integral methods of calculating forces on magnetized iron parts
Proceedings of the IEE - Part C: Monographs, vol. 107, no. 11, pp. 19-28, 1960

- Carter 1932** F.W. Carter
Magnetic noise in dynamo-electric machines
Engineering, vol. 134, 1932
- Cassoret 1996** B. Cassoret
Réduction active du bruit magnétique des machines asynchrones directement connectées au réseau
Thèse de doctorat de l'Université d'Artois, 1996
- Cassoret 2003** B. Cassoret, R. Corton, D. Roger et J.F. Brudny
Magnetic noise reduction of induction machines
IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 18, no. 2, pp. 570-579, 2003
- Cedrat 2010** Cedrat
Brushless motor with embedded magnets technical paper
Flux 2D Application, 2010
- Chebak 2010** A. Chebak, P. Viarouge et J. Cros
Optimal design of a high-speed slotless permanent magnet synchronous generator with soft magnetic composite stator yoke and rectifier load
Mathematics and Computers in Simulation, vol. 81, no. 2, pp. 239-251, 2010
- Chen 2006** Y.S. Chen, Z.Q. Zhu et D. Howe
Vibration of PM brushless machines having a fractional number of slots per pole
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 42, no. 10, pp. 3395-3397, 2006
- Chen 2010** J.T. Chen et Z.Q. Zhu
Winding configurations and optimal stator and rotor pole combination of flux-switching PM brushless AC machines
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 25, no. 2, pp. 293-302, 2010
- Chen 2011** J.T. Chen et Z.Q. Zhu
Coil connections and winding factors in flux-switching PM brushless AC machines
COMPEL, vol. 30, no. 1, pp. 84-97, 2011
- Cho 1999** C.P. Cho et R.H. Johnston
Electric motors in vehicle applications
Conférence IVEC, 1999
- Choi 2005** H.S. Choi, S.H. Lee et I.H. Park
General formulation of equivalent magnetic charge method for force density distribution on interface of different materials
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 5, pp. 1420-1423, 2005
- Chui 1992** C.K. Chui
An introduction to wavelets
Wavelet Analysis and its Applications 1, Academic Press, 1992
- Chung 2002** M.J. Chung et D.G. Gweon
Modelling of the armature slotting effect in the magnetic field distribution of a linear permanent magnet motor
Electrical Engineering, vol. 84, pp. 101-108, 2002

- Cohen 1995** A. Cohen et R.D. Ryan
Wavelets and multiscale signal processing
Applied Mathematics and Mathematical Computation 11, Chapman & Hall, 1995
- Coifman 1992** R.R. Coifman et M.V. Wieckerhauser
Entropy-based algorithms for best basis selection
IEEE Transactions on Information Theory, vol. 38, no. 2, pp. 713-718, 1992
- Coifman 1993** R.R. Coifman et M.V. Wieckerhauser
Different perspectives on wavelets: wavelets and adapted waveform analysis. A toolkit for signal processing and numerical analysis
Ingrid Daubechies, American Mathematical Society Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, vol. 47, pp. 119-153, 1993
- Cook 1995** R.D. Cook
Finite element modeling for stress analysis
John Wiley & Sons, 1995
- Coulomb 1983** J.L. Coulomb
A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness
IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-19, no. 6, pp. 2514-2519, 1983
- Coulomb 1983** J.L. Coulomb
A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness
IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-19, no. 6, pp. 2514-2519, 1983
- Coulomb 1984** J.L. Coulomb et G. Meunier
Finite element implementation of virtual work principle for magnetic or electric force and torque computation
IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-20, no. 5, pp. 1894-1896, 1984
- Courbon 1979** J. Courbon
Calcul des structures, voiles minces
Dossier Techniques de l'Ingénieur a320, 1979
- Cremmer 1988** L. Cremmer, M. Heckland et E. E. Ungar
Structure-borne sound
Springer-Verlag, 1988
- Crombez 2011** D. Crombez
Analyse de signaux vibratoires pour le diagnostic de défauts : Application sur les boites de vitesses automobiles
Thèse de doctorat de l'UFR des Sciences et Techniques de l'Université de Rouen, 2011
- Cybenko 1989** G.V. Cybenko
Approximations by superpositions of a sigmoidal function
Mathematics of Control, Signals and Systems, vol. 2, pp. 303-314, 1989

- Dajaku 2010a** G. Dajaku et D. Gerling
Determination of air-gap flux density due to magnets using the new analytical model
Conférence ICEM, 2010
- Dajaku 2010b** G. Dajaku et D. Gerling
Stator slotting effect on the magnetic field distribution of salient pole synchronous permanent-magnet machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 9, pp. 3676-3683, 2010
- Daubechies 1992** I. Daubechies
Ten lectures on wavelets
CBMS-NSF Regional Conference Series in Applied Mathematics, 1992
- Delaere 2002** K. Delaere, W. Heylen, R. Belmans et K. Hameyer
Comparison of induction machine stator vibration spectra induced by reluctance forces and magnetostriction
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 2, pp. 969-972, 2002
- Delcambre 1985** J. Delcambre, P. François et B. Jost
Bruit des matériels électriques
Dossier Techniques de l'Ingénieur D566, 1985
- Dhifli 2014** M. Dhifli, H. Bali, Y. Laoubi, Y. Amara et G. Barakat
Analytical design and prototyping of axial flux permanent magnet machine for small wind turbine
Conférence CISTEM, 2014
- Driscoll 2002** T.A. Driscoll et L.N. Trefethen
Schwarz-Christoffel mapping
Cambridge University Press, 2002
- Driscoll 2002** T.A. Driscoll et L.N. Trefethen
Schwarz-Christoffel mapping
Cambridge University Press, 2002
- Dubas 2009** F. Dubas et C. Espanet
Analytical solution of the magnetic field in permanent-magnet motors taking into account slotting effect: no-load vector potential and flux density calculation
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no.5, pp. 2097-2109, 2009
- Dular 2005** P. Dular, J. Gyselinck, T. Henneron et F. Piriou
Dual finite element formulations for lumped reluctances coupling
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 5, pp. 1396-1943, 2005
- Ehsani 2010** M. Ehsani, Y. Gao et A. Emadi
Modern electric, hybrid electric and fuel cell vehicles. Fundamentals, theory, and design
Power Electronics and Application Series, CRC Press, 2010
- Ellison 1963** A.J. Ellison et B.B. Miller
Design and construction of the anechoic chamber at Queen Mary College
Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, vol. 178, no. 1, pp. 53-64, 1963

- Ellison 1968** A.J. Ellison et C.J. Moore
Acoustic noise and vibration of rotating electric machines
Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, vol. 115, no. 11, pp. 1633-1640, 1968
- Ellison 1969** A.J. Ellison, C.J. Moore et S.J. Yang
Methods of measurement of acoustic noise radiated by an electric machine
Proceedings of the Institution of Electrical Engineers, vol. 116, no. 8, pp. 1419-1431, 1969
- Ellison 1971** A.J. Ellison et S.J. Yang
Natural frequencies of stators of small electric machines
IEE Proceedings, vol. 118, no. 1, pp. 185-190, 1971
- Endo 1972** M. Endo
Flexural vibrations of a ring with arbitrary cross section
Transactions of the JSME, vol. 37, no. 300, pp. 1513-1521, 1971
- Erdelyi 1955** E.A. Erdelyi
Predetermination of sound pressure levels of magnetic noise of polyphase induction motors
Power Apparatus and Systems, Part III. Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 74, no. 3, pp. 1269-1280, 1955
- Fagan 1992** M.J. Fagan
Finite element analysis: theory and practice
Longman Scientific & Technical, 1992
- Farge 2001** M. Farge, K. Schneider et P. Devynck
Analyse en ondelettes de signaux de plasmas de bord, et extraction des événements cohérents
Contrat CEA/EURATOM, Rapport final première année, 2001
- Fengge 2005** Z. Fengge, T. Ningze et W. Fengxiang
Analysis of vibration modes for large induction motor
Conférence ICEMS, vol. 1, pp. 64-67, 2005
- Forsberg 1964** K. Forsberg
Influence of boundary conditions on the modal characteristics of thin cylindrical shells
AIAA Journal, vol. 2, no. 12, pp. 2150-2157, 1964
- Forsberg 1966** K. Forsberg
A review of analytical methods used to determine the modal characteristics of cylindrical shells
NASA, 1966
- François 1984** P. François
La machine électrique, source de bruit
Dossier Techniques de l'Ingénieur D565, 1984

- Furlani 1997** E.P. Furlani et M.A. Knewton
A three-dimensional field solution for permanent-magnet axial-field motors
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 3, pp. 2322-2325, 1997
- Gabsi 1999** M. Gabsi
Conception de machines spéciales et de leurs alimentations. Réduction du bruit d'origine électromagnétique
Habilitation à diriger des recherches, Université Paris XI, 1999
- Garvey 1989** S.D. Garvey
The vibrational behaviour of laminated components in electrical machines
International Conference on Electrical Machines and Drives, pp. 226-231, 1989
- Garvey 2004** S.D. Garvey, J.E.T. Penny, M.I. Friswell et A.W. Lees
The stiffening effect of laminated rotor cores on flexible-rotor electrical machines
International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, pp. 193-202, 2004
- Gatti 2002** P.L. Gatti et V. Ferrari
Applied structural and mechanical vibrations. Theory, methods and measuring instrumentation
Taylor & Francis, 2002
- Gazis 1959** D.C. Gazis
Three-dimensional investigation of the propagation of waves in hollow circular cylinders. I. Analytical foundation
Journal of the Acoustical Society of America, vol. 31, no. 5, pp. 568-573, 1959
- Gholizad 2006** H. Gholizad, M. Mirsalim et M. Mirzayee
Dynamics analysis of highly saturated switched reluctance motors using coupled magnetic equivalent circuit and the analytical solution
Conférence CEM, 2006
- Gibbs 1958** W.J. Gibbs
Conformal transformation in electrical engineering
Chapman and Hall, 1958
- Gieras 2006** J.F. Gieras, J.C.S. Lai et C. Wang
Noise of polyphase electric motors
Electrical and Computer Engineering, CRC Press, 2006
- Gieras 2007** J.F. Gieras, C. Wang, J.C.S. Lai et N. Ertugrul
Analytical prediction of noise of magnetic origin produced by permanent magnet brushless motors
Conférence IEMDC, vol. 1, pp. 148-152, 2007
- Girgis 1979** R.S. Girgis et S.P. Verma
Resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines as affected by teeth, windings, frame and laminations
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-98, no. 4, pp. 1446-1455, 1979

- Girgis 1981** R. S. Girgis et S. P. Verma
Method for accurate determination of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines
IEE Proceedings, vol. 128, part B, no. 1, pp. 1-11, 1981
- Gladwell 1975** G.M.L. Gladwell et D.K. Vijay
Natural frequencies of free finite-length circular cylinders
Journal of Sound and Vibration, vol. 42, no. 3, pp. 387-397, 1975
- Gmür 2000** T. Gmür
Méthode des éléments finis en mécanique des structures
PPUR presses polytechniques, 2000
- Goss 2013** J. Goss, D. Staton, R. Wrobel et P. Mellor
Brushless AC interior-permanent magnet motor design: comparison of slot/pole combinations and distributed vs. concentrated windings
Conférence ECCE, pp. 1213-1219, 2013
- GRB 2011** GRB, Groupe de travail 29, Commission économique pour l'Europe des Nations unies
Proposal for guidelines on measures ensuring the audibility of hybrid and electric vehicles
World Forum for Harmonization of Vehicle Regulations, 53^{ème} session, 2011
- Gu 1985** Q. Gu et H. Gao
Air-Gap Field for PM Electric Machines
Electric Machines and Power Systems, no. 5-6, pp. 459-470, 1985
- Gysen 2010** B.L.J. Gysen, K.J. Meessen, J.J.H. Paulides et E.A. Lomonova
General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 1, pp. 39-52, 2010
- Gysen 2010** B.L.J. Gysen, K.J. Meessen, J.J.H. Paulides et E.A. Lomonova
General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using Fourier analysis
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 1, pp. 39-52, 2010
- Hague 1929** B. Hague
Electromagnetic Problems in Electrical Engineering
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 1, pp. 39-52, 2010
- Hamidzadeh 2010** H.R. Hamidzadeh et R.N. Jazar
Vibrations of thick cylindrical structures
Springer-Verlag, 2010
- Hanselman 1997** D.C. Hanselman
Effet of skew, pole count and slot count on brushless motor radial force, cogging torque and back EMF
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 144, no. 5, pp. 325-330, 1997

- Hartmann 1997** William M. Hartmann
Signals, Sound and Sensation (Modern Acoustics and Signal Processing)
American Institute of Physics, 1997
- He 2011** G. He, Z. Huang et D. Chen
Two-dimensional field analysis on electromagnetic vibration-and-noise sources in permanent-magnet direct current commutator motors
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 4, pp. 787-794, 2011
- Hecquet 1995** M. Hecquet
Contribution à la modélisation des systèmes électrotechniques par la méthode des schémas équivalents magnétiques. Application à l'alternateur automobile
Thèse de doctorat de l'Université des Sciences et Techniques de Lille, 1995
- Hecquet 2006** M. Hecquet, A. Aït-Hammouda, M. Goueygou, P. Brochet et A. Randria
Prediction of the electromagnetic noise of an asynchronous machine using experimental designs
Mathematics and Computers in Simulation, vol. 71, pp. 499-509, 2006
- Heller 1977** B. Heller et V. Hamata
Harmonic field effects in induction machine
Elsevier Scientific Publishing Company, 1977
- Henneberger 1992** G. Henneberger, K. Sattler et D. Shen
Nature of the equivalent magnetizing current for the force calculation
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, no. 2, pp. 1068-1071, 1992
- Henrotte 2004** F. Henrotte, H.V. Sande, G. Deliège et K. Hameyer
Electromagnetic force density in a ferromagnetic material
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 40, no. 2, pp. 553-556, 2004
- Hildebrand 1930** L. E. Hildebrand
Quiet Induction Motors
Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 49, no. 3, pp. 848-852, 1930
- Hoang 1997** E. Hoang, A.H. Ben Ahmed et J. Lucidarme
Switching flux permanent magnet polyphased synchronous machines
Conférence EPE, 1997
- Hoppe 1871** R. Hoppe
Vibrationen eines ringes in seiner ebene
Journal für die reine und angewandte Mathematik, vol. 73, pp. 158-170, 1871
- Hornik 1991** K. Hornik
Approximation capabilities of multilayer feedforward networks
Neural Networks, vol. 4, no. 2, pp. 251-257, 1991
- Houdouin 2004** G. Houdouin
Contribution à la modélisation de la machine asynchrone en présence de défauts rotoriques
Thèse de doctorat de l'Université du Havre, 2004

- Hua 2008** W. Hua, M. Cheng, Z.Q. Zhu et D. Howe
Analysis and optimization of back EMF waveform of a flux-switching permanent magnet motor
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 23, no. 3, pp. 727-733, 2008
- Hua 2009** W. Hua, M. Cheng et G. Zhang
A novel hybrid excitation flux-switching motor for hybrid vehicles
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 10, pp. 4728-4731, 2009
- Huang 1999** S. Huang, J. Luo, F. Leonardi et T.A. Lipo
A comparison of power density for axial flux machines based on general purpose sizing equations
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, no. 2, pp. 185-192, 1999
- Huang 2001** S. Huang, M. Aydin et T.A. Lipo
Electromagnetic vibration and noise assessment for surface mounted PM machines
Power Engineering Society Summer Meeting, vol. 3, pp. 1417-1426, 2001
- Hubert 2000** A. Hubert
Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques - convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone
Thèse de doctorat de l'Université de Technologie de Compiègne, 2000
- Hubert 2002** A. Hubert et G. Friedrich
Vibrations and acoustic noise reduction in A.C. electrical drives. Use of analytical and experimental modal techniques
International Conference on Noise and Vibration Engineering, 2002
- Huo 2013** M. Huo, S. Wang, J. Xiu et S. Cao
Effect of magnet/slot combination on triple-frequency magnetic force and vibration of permanent magnet motors
Journal of Sound and Vibration, vol. 332, pp. 5965-5980, 2013
- Husain 2011** I. Husain
Electric and hybrid vehicles. Design fundamentals
CRC Press 2011
- Husain 2011** I. Husain
Electric and hybrid vehicles. Design fundamentals
CRC Press 2011
- Hutchinson 1986** J.R. Hutchinson et S.A. El-Azhari
Vibrations of free hollow circular cylinders
Journal of Applied Mechanics, vol. 53, pp. 641-646, 1986
- Hwang 2000** S.M. Hwang, J.B. Eom, G.B. Hwang, W.B. Jeong et Y.H. Jung
Cogging torque and acoustic noise reduction in permanent magnet motors by teeth pairing
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 36, no. 5, pp. 3144-3146, 2000

- IEA 2011** International Energy Agency
Technology Roadmap. Electric and plug-in hybrid electric vehicles
OECD/IEA, 2011
- Ilanko 2009** S. Ilanko
Comments on the historical bases of the Rayleigh and Ritz methods
Journal of Sound and Vibrations, vol. 319, pp. 731-733, 2009
- Ilhan 2012** E. Ilhan, M.F.J. Kremers, E.T. Motoasca, J.J.H. Paulides et E.A. Lomonova
Sensitivity analysis for phase inductances in flux-switching PM machines
Conférence ICEM, 2012
- Isermann 2006** Rofl Isermann
Fault-diagnosis systems: an introduction from fault detection to fault tolerance
Springer, 2006
- Islam 2010** R. Islam et I. Husain
Analytical model for predicting noise and vibration in permanent-magnet synchronous motors
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 46, no. 6, pp. 2346-2354, 2010
- ISO 2003** Organisation internationale de normalisation
ISO 226:2003, Acoustique – Lignes isosoniques normales
2003
- Ittstein 1992** H.G. Ittstein
Analytische Berechnung der Rastmomente eines zweipoligen dauermagneterregten Gleichstrommotors
Archiv für Elektrotechnik, vol. 75, pp. 283-292, 1992
- Jian 2009** L. Jian, K.T. Chau, Y. Gong, C. Yu et W. Li
Analytical calculation of magnetic field in surface-inset permanent magnet motors
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 10, pp. 4688-4691, 2009
- Jodouin 1994** Jean-François Jodouin
Les réseaux de neurones - principes et définitions
Hermès, 1994
- Jordan 1950** Heinz Jordan
Geräuscharme elektromotoren: lärm bildung und lärm beseitigung bei elektromotoren
W. Girardet, 1950
- Kempowsky 2004** T. Kempowsky
Surveillance de procédés à base de méthodes de classification : conception d'un outil d'aide pour la détection et le diagnostic des défaillances
Thèse de doctorat du Laboratoire d'Analyse et d'Architecture des Systèmes du CNRS et de l'Institut National des Sciences Appliquées de Toulouse, 2004

- Kim 1998a** U. Kim et D.K. Lieu
Magnetic field calculation in permanent magnet motors with rotor eccentricity: without slotting effect
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 4, pp. 2243-2252, 1998
- Kim 1998b** U. Kim et D.K. Lieu
Magnetic Field Calculation in Permanent Magnet Motors with Rotor Eccentricity: With Slotting Effect Considered
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 4, pp. 2253-2266, 1998
- Kim 2002** D.H. Kim, S.H. Lee, I.H. Park et J.H. Lee
Derivation of a general sensitivity formula for shape optimization of 2-D magnetostatic systems by continuum approach
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 38, no. 2, pp. 1125-1128, 2002
- Kim 2005a** D.H. Kim, D.A. Lowther et J.K. Sykulski
Efficient force calculations based on continuum sensitivity analysis
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 5, pp. 1404-1407, 2005
- Kim 2005b** U. Kim et D.K. Lieu
Effects of magnetically induced vibration force in brushless permanent-magnet motors
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 6, pp. 2164-2172, 2005
- Kim 2007** D.H. Kim, D.A. Lowther et J.K. Sykulski
Efficient global and local force calculations based on continuum sensitivity analysis
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, no. 4, pp. 1177-1180, 2007
- Kittel 1998** C. Kittel
Introduction to solid state physics
John Wiley & Sons, 1998
- Kron 1931** G. Kron
Induction motor slot combinations – rules to predetermine crawling, vibration, noise and hooks in the speed-torque curve
Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 50, no. 2, pp. 757-767, 1931
- Lakshmikanth 2012** S. Lakshmikanth, K. R. Natraj et K. R. Rekha
Noise and vibration reduction in permanent magnet synchronous motors - A review
International Journal of Electrical and Computer Engineering, vol. 2, no. 3, pp. 405-416, 2012
- Lam 2000** K. Y. Lam et Wu Qian
Free vibration of symmetric angle-ply thick laminated composite cylindrical shells
Composites Part B: Engineering, vol. 31, no. 4, pp. 345-354, 2000
- Laoubi 2014** Y. Laoubi, M. Dhifli, G. Barakat et Y. Amara
Hybrid analytical modeling of flux switching permanent magnet machines
Conférence ICEM, 2014

- Le Besnerais 2008** J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet et P. Brochet
Bruit audible d'origine magnétique dans les machines asynchrones
Dossier Techniques de l'Ingénieur D3580, 2008
- Le Besnerais 2009** J. Le Besnerais, V. Lanfranchi, M. Hecquet et P. Brochet
Optimal slot numbers for magnetic noise reduction in variable-speed induction motors
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 8, pp. 3131-3136, 2009
- Le Besnerais 2010** J. Le Besnerais, A. Fasquelle, M. Hecquet, J. Pellé, V. Lanfranchi, S. Harmand, P. Brochet et A. Randia
Multiphysics modeling: electro-vibro-acoustics and heat transfer of PWM-fed induction machines
IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 4, pp. 1279-1287, 2010
- Lee 2004** S.H. Lee, S.J. Han, H.S. Choi, J.H. Lee et I.H. Park
Magnetic force distributions in saturated magnetic system using magnetic charge method and other methods
IEEE Transactions on Applied Superconductivity, vol. 14, no. 2, pp. 682-685, 2004
- Lee 2009** S.H. Lee, J.P. Hong, S.M. Hwang, W.T. Lee, J.Y. Lee et Y.K. Kim
Optimal design for noise reduction in interior permanent-magnet motor
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 45, no. 6, pp. 1954-1960, 2009
- Leissa 1993** A.W. Leissa
Vibration of Shells
Acoustical Society of America, American Institute of Physics, 1993
- Leissa 2005** A.W. Leissa
The historical bases of the Rayleigh and Ritz methods
Journal of Sound and Vibration, vol. 287, pp. 961-978, 2005
- Lesueur 1988** Claude Lesueur
Rayonnement acoustique des structures : vibroacoustique, interactions fluide-structure
Direction des Etudes et Recherches d'Electricité de France no. 66, Eyrolles, 1988
- Li 2009** M. Li et D.A. Lowther
Local electromagnetic force computation in the presence of numerical field errors
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 45, no. 3, pp. 1344-1347, 2009
- Li 2010** Q. Li et Y. Wang
The analysis of finite element for the noise of axial flux surface mounted permanent magnet synchronous machine's system
Conférence ICEEE, pp. 1-4, 2010
- Li 2011** Q. Li
A novel analytical method of calculating of stator natural frequency for axial flux permanent magnet machines
Conférence ICEMS, pp. 1-3, 2011

- Liu 1995** Z.J. Liu, C. Bi, H.C. Tan et T.S. Low
A combined numerical and analytical approach for magnetic field analysis of permanent magnet machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 31, no. 3, pp. 1372-1375, 1995
- Liu 2007** Z.J. Liu et J.T. Li
Analytical solution of air-gap field in permanent-magnet motors taking into account the effect of pole transition over slots
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, no. 10, pp. 3872-3883, 2007
- Long 2001** S.A. Long, Z.Q. Zhu et D. Howe
Vibration behaviour of stators of switched reluctance motors
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 148, no. 3, pp. 257-264, 2002
- Love 1888** A.E.H. Love
The small free vibrations and deformation of a thin elastic shell
Philosophical Transactions of the Royal Society of London. vol. 179, pp. 491-546, 1888
- Lu 2013** M.H. Lu et M.U. Jen
Acoustic characteristics concerning construction and drive of axial-flux motors for electric bicycles
Conférence EVS27, pp. 1-8, 2013
- Lubin 2010** T. Lubin, S. Mezani et A. Rezzoug
Exact analytical method for magnetic field computation in the air gap of cylindrical electrical machines considering slotting effect
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 4, pp. 1092-1099, 2010
- Lubin 2011** T. Lubin, S. Mezani et A. Rezzoug
2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 2, pp. 479-492, 2011
- Madenci 2006** E. Madenci et I. Guven
The finite element method and applications in engineering using ANSYS
Springer, 2006
- Mallat 1989** S. Mallat
A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation
IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11, no. 7, pp. 674-693, 1989
- Mallat 2000** S. Mallat
Une exploration des signaux en ondelettes
Editions de l'Ecole Polytechnique, 2000
- McFee 1988** S. McFee, J.P. Webb et D.A. Lowther
A tunable volume integration formulation for force calculation in finite-element based computational magnetostatics
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1, pp. 439-442, 1988

- McNiven 1966** H.D. McNiven, A.H. Shah et J.L. Sackman
Axially symmetric waves in hollow, elastic rods: part I
Journal of the Acoustical Society of America, vol. 40, no. 4, pp. 784-792, 1966
- Medeiros 1998** L.H. De Medeiros, G. Reyne, G. Meunier et J.P. Yonnet
Distribution of electromagnetic force in permanent magnets
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 5, pp. 3012-3015, 1998
- Meessen 2012** K.J. Meessen
Electromagnetic fields in 3D cylindrical structures; modeling and application
Thèse de l'Université d'Eindhoven, 2012
- Meessen 2013** K.J. Meessen, J.J.H. Paulides et E.A. Lomonova
Force calculations in 3D cylindrical structures using Fourier analysis and the Maxwell stress tensor
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 49, no. 1, pp. 536-545, 2013
- Melcher 1981** J.R. Melcher
Continuum electromechanics
MIT Press, 1981
- Meyer 1992** Yves Meyer
Les ondelettes - algorithmes et applications
Armand Collin, 1992
- Mirzaei 2007** M. Mirzaei, M. Mirsalim, W. Cheng et H. Gholizad
Analysis of solid rotor induction machines using coupled analytical method and reluctance networks
International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, vol. 25, pp. 193-197, 2007
- Mizia 1988** J. Mizia, K. Adamiak, A.R. Eastham et G.E. Dawson
Finite element force calculation: comparison of methods for electric machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 24, no. 1 pp. 447-450, 1988
- Moore 2006** D.B. Moore
The revised ISO 362 standard for vehicle exterior noise measurement
Sound & Vibration, vol. 40, no. 10, pp. 19-24, 2006
- Morrill 1940** W.J. Morrill
Harmonic theory of noise in induction motors
Transactions of the American Institute of Electrical Engineers, vol. 59, no. 8, pp. 474-480, 1940
- Mukhopadhyay 1993** M. Mukhopadhyay
Structures matrix & finite element
CRC Press, 1993
- Müller 1990** W. Müller
Comparison of different methods of force calculation
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 26, no. 2, pp. 1058-1061, 1990

- Navi 2006** P. Navi
Propriétés acoustiques des matériaux : propagation des ondes planes harmoniques
Presses polytechniques et universitaires romandes, 2006
- Nedjar 2011** B. Nedjar
Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation
Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2011
- Niu 2010** M.C.Y. Niu
Composite airframe structures
Hong Kong Conmilit Press Limited, 2010
- Nocedal 2006** J. Nocedal et S.J. Wright
Numerical optimization
Springer Series in Operations Research, 2006
- Ostovic 1989** V. Ostovic
A novel method for evaluation of transient states in saturated electric machines
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 25, no. 1, pp. 96-100, 1989
- Park 2014** S. Park, W. Kim et S.I. Kim
A numerical prediction model for vibration and noise of axial flux motors
IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 61, no. 10, pp. 5757-5762, 2014
- Parviainen 2004** A. Parviainen, M. Niemelä et J. Pyrhönen
Modeling of axial flux permanent-magnet machines
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, no. 5, pp. 1333-1340, 2004
- Penman 1986** J. Penman et M.D. Grieve
Efficient calculation of force in electromagnetic devices
IEE Proceedings, vol. 133, part B, no. 4, pp. 212-216, 1986
- Personnaz 2003** L. Personnaz et I. Rivals
Réseaux de neurones formels pour la modélisation, la commande et la classification
Sciences et techniques de l'ingénieur, CNRS Editions, 2003
- Philips 1992** D.A. Philips
Coupling finite elements and magnetic networks in magnetostatics
International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 35, no. 10, pp. 1991-2002, 1992
- Picod 1999** C. Picod, M. Besbes, M. Gabsi, E. Pelle et L. Pivette
Study of the vibratory behaviour of synchronous motors
Conférence IEMDC, 1999
- Picod 2000** C. Picod
Etude magnéto-vibro-acoustique des machines hybrides destinées aux applications d'alternateurs pour automobiles
Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2000

- Potel 2006** C. Potel et M. Bruneau
Acoustique générale – Equations différentielles et intégrales, solutions en milieux fluides et solides, applications
Technosup, Ellipses, 2006
- Proca 2003** A.B. Proca, A. Keyhani, A. El Antably, W. Lu et M. Dai
Analytical model for permanent magnet motors with surface mounted magnets
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 18, no. 3, pp. 386-391, 2003
- Rafinéjad 1977** P. Rafinéjad
Adaptation de la méthode des éléments finis à la modélisation des systèmes électromécaniques de conversion d'énergie
Thèse de doctorat d'état, Grenoble, 1977
- Rajashekara 1994** K. Rajashekara
History of electric vehicles in General Motors
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 30, no. 4, pp. 897-904, 1994
- Rakotovao 1996** M. Rakotovao
Un modèle opérationnel complet pour l'alternateur à griffes dans le domaine automobile
Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1996
- Rapin 1993** P. Rapin
Méthode des éléments finis
Dossier Techniques de l'Ingénieur A656, 1993
- Rasmussen 1997** C.B. Rasmussen et E. Ritchie
A magnetic equivalent circuit approach for predicting PM motor performance
Conférence IAS, pp. 10-17, 1997
- Rauch 1955** S.E. Rauch et L.J. Johnson
Design principles of flux-switch alternators
Transactions of the American Institute of Electrical Engineers. Power Apparatus and Systems, part III, vol. 74, no. 3, 1955
- Rayleigh 1877** Lord Rayleigh
The theory of sound, vol. 1
The Macmillan Company, 1877
- Reddy 1984** J.N. Reddy
A simple higher-order theory for laminated composite plates
Journal of Applied Mechanics, vol. 51, pp. 745-752, 1984
- Reigner 2003** G. Reigner
Rappels d'acoustique physique
Dossier Techniques de l'Ingénieur R3112, 2003
- Reinhardt 1997** F. Reinhardt et H. Soeder
Atlas des mathématiques
La Pochothèque, Encyclopédies d'Aujourd'hui, Librairie Générale Française, 1997

- Ren 1994** Z. Ren
Comparison of different force calculation methods in 3D finite element modelling
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 30, no. 5, pp. 3471-3474, 1994
- Reyne 1987** G. Reyne, J.C. Sabonnadière, J.L. Coulomb et P. Brissonneau
A survey of the main aspects of magnetic forces and mechanical behaviour of ferromagnetic materials under magnetisation
IEEE Transactions on Magnetics, vol. MAG-23, no. 5, pp. 3765-3767, 1987
- Sanders 1961** J.L. Sanders
Nonlinear theories for thin shells
Office of Naval Research, 1961
- Shen 2013** J.X. Shen et W.Z. Fei
Permanent magnet flux switching machines - topologies, analysis and optimization
Conférence POWERENG, pp. 352-366, 2013
- Shin 2012** H.J. Shin, J.Y. Choi, H.I. Park et S.M. Jang
Vibration analysis and measurements through prediction of electromagnetic vibration sources of permanent magnet synchronous motor based on analytical magnetic field calculations
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 11, pp. 4216-4219, 2012
- Sikder 2013** C. Sikder
Cogging torque reduction in flux-switching permanent magnet machines by rotor pole shaping
Conférence ECCE, pp. 1555-1562, 2013
- Singal 1987** R.K. Singal, K. Williams et S.P. Verma
Vibration behaviour of stators of electrical machines, Part II: experimental study
Journal of Sound and Vibration, vol. 115, pp. 13-23, 1987
- Singal 1988** R.K. Singal et K. Williams
A theoretical and experimental study of vibrations of thick circular cylindrical shells and rings
Journal of Sound and Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design, vol. 110, pp. 533-537, 1988
- Singal 1989** R.K. Singal, S.P. Verma et K. Williams
Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines. Part III: results for short stators and validity of simplified frequency equation
Journal of Sound and Vibration, vol. 129, pp. 31-44, 1989
- Singal 1991** R.K. Singal, K. Williams et H. Wang
Effect of radial thickness on the in-plane free vibrations of circular annular discs
Journal of Vibration and Acoustics, vol. 113, pp. 455-460, 1991
- Singal 1992** R.K. Singal, K. Williams et S.P. Verma
Theoretical and experimental study of vibrational behaviour of laminated stators of electrical machines
Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 6, no. 6, pp. 535-549, 1992

- Singal 2002** R.K. Singal, W. Guan et K. Williams
Modal analysis of a thick-walled circular cylinder
Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 16, no. 1, pp. 141-153, 2002
- Singal 2002** R.K. Singal, W. Guan et K. Williams
Modal analysis of a thick-walled circular cylinder
Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 16, no. 1, pp. 141-153, 2002
- So 1997** J. So et A.W. Leissa
Free vibrations of thick hollow circular cylinders from three-dimensional analysis
Journal of Vibration and Acoustics, vol. 119, pp. 89-95, 1997
- Soedel 2004** W. Soedel
Vibrations of shells and plates
Mechanical Engineering, Dekker, 2004
- Song 2008** Z. Song, R. Tang, S. Yu et W. Wang
Study on vibro-acoustics of polyphase, fractional slot, surface mounted permanent magnet disc machines
Conférence ICEMS, 2008
- SPI 2011** SPIIndustries
SPIInduwedge Polyester GPO3
SPIIndustries Handels GmbH, version 1.0, 2011
- Spiteri 2002** P. Spiteri
Introduction à la méthode des éléments finis
Dossier Techniques de l'Ingénieur AF 504, 2002
- Spooner 1992** E. Spooner et B.J. Chalmers
'TORUS': a slotless, toroidal-stator, permanent-magnet generator
IEE Proceedings-B, vol. 139, no. 6, pp. 497-506, 1992
- Sun 2011** T. Sun, J.M. Kim, G.H. Lee, J.P. Hong et M.R. Choi
Effect of pole and slot combination on noise and vibration in permanent magnet synchronous motor
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 5, pp. 1038-1041, 2011
- Surahammars 2014** Surahammars
Non oriented electrical steel - Typical data
Surahammars Bruk, Cogent, Tata Steel, 2014
- Sykulski 1995** J.K. Sykulski
Computational magnetics
Chapman & Hall, 1995
- Takorabet 2008** A. Takorabet,
Dimensionnement d'une machine à double excitation de structure innovante pour une application alternateur automobile. Comparaison à des structures classiques
Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2008

- Tang 2004** Z. Tang, P. Pillay, A.M. Omeekanda, C. Li et C. Cetinkaya
Young's modulus for laminated machine structures with particular reference to switched reluctance motors vibrations
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 40, no. 3, pp. 748-754, 2004
- Tan-Kim 2014** A. Tan-Kim, V. Lanfranchi, J. Legranger, F. Palleschi et M. Redon
Influence of temperature on the vibro-acoustic behavior of claw-pole alternators
Conférence ICEM, 2014
- Tetko 1995** I.V. Tetko, D.J. Livingstone et A.I. Luik
A.I. neural network studies. 1. Comparison of overfitting and overtraining
Journal of Chemical Information and Computer Sciences, vol. 35, pp. 826-833, 1995
- Tiegna 2012** H. Tiegna, A. Bellara, Y. Amara et G. Barakat
Analytical modeling of the open-circuit magnetic field in axial flux permanent-magnet machines with semi-closed slots
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 3, pp. 1212-1226, 2012
- Tiegna 2013a** H. Tiegna, Y. Amara et G. Barakat
Overview of analytical models of permanent magnet electrical machines for analysis and design purposes
Mathematics and Computers in Simulation, vol. 90, pp. 162-177, 2013
- Tiegna 2013b** H. Tiegna
Contribution à la modélisation analytique des machines synchrones à flux axial à aimants permanents à attaque directe en vue de leur dimensionnement. Application aux éoliennes
Thèse de doctorat de l'Université du Havre, 2013
- Tímár 1989** P.L. Tímár, A. Fazekas, J. Kiss, A. Miklós et S.J. Yang
Noise and vibration of electrical machines
Studies in Electrical and Electronic Engineering 34, Elsevier, 1989
- Tímár 1994** P.L. Tímár et J.C.S. Lai
Acoustic noise of electromagnetic origin in an ideal frequency-converter-driven induction motor
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 141, no. 6, pp. 341-346, 1994
- Ting 2005** T.C.T. Ting et T. Chen
Poisson's ratio for anisotropic elastic materials can have no bounds
Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics, vol. 58, no. 1, pp. 73-82, 2005
- Torregrossa 2011** D. Torregrossa, F. Peyraut, B. Fahimi, J. M'Boua et A. Miraoui
Multiphysics finite-element modeling for vibration and acoustic analysis of permanent magnet synchronous machine
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 26, no. 2, pp. 490-500, 2011
- Trigeassou 2011** J.C. Trigeassou
Diagnostic des machines électriques
Traité EGEM Série Génie électrique, Hermès Science Publications, Lavoisier, 2011

- Truchetet 1998** F. Truchetet
Ondelettes pour le signal numérique
Hermes, 1998
- Valavi 2012a** M. Valavi, A. Nysveen et R. Nilssen
Magnetic forces and vibration in permanent magnet machines with non-overlapping concentrated windings: a review
Conférence ICIT, pp. 977-984, 2012
- Valavi 2012b** M. Valavi, A. Nysveen et R. Nilssen
Characterization of radial magnetic forces in low-speed permanent magnet wind generator with non-overlapping concentrated windings
Conférence ICEM, pp. 2943-2948, 2012
- Verma 1981** S.P. Verma et R.S. Girgis
Experimental verification of resonant frequencies and vibration behaviour of stators of electrical machines. Part 1-Models, experimental procedure and apparatus
IEE Proceedings B on Electric Power Applications, vol. 128, no. 1, pp. 12-21, 1981
- Verma 1987** S.P. Verma, R.K. Singal et K. Williams
Vibration behaviour of stators of electrical machines. Part I: theoretical study
Journal of Sound and Vibration, vol. 115, no. 1, pp. 1-12, 1987
- Verma 1989** S.P. Verma, K. Williams et R.K. Singal
Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines. Part I: theory, experimental models, procedure and set-up
Journal of Sound and Vibration, vol. 129, no. 1, pp. 1-13, 1989
- Verma 1994** S.P. Verma et A. Balan
Determination of radial-forces in relation to noise and vibration problems of squirrel-cage induction motors
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 9, no. 2, pp. 404-412, 1994
- Verma 1998** S.P. Verma et R.S. Girgis
Experimental investigations on the stators of electrical machines in relation to vibration and noise problems
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 145, no. 5, pp. 455-461, 1998
- Vido 2004** L. Vido
Etude d'actionneurs électriques à double excitation destinés au transport
Thèse de doctorat de l'Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2004
- Walczak 1996** B. Walczak, B. Van Den Bogaert et D.L. Massart
Application of wavelet packet transform in pattern recognition of near-IR data
Analytical Chemistry, vol. 68, no. 10, pp. 1742-1747, 1996
- Wang C 1999** C. Wang et J.C. Lai
Vibration analysis of an induction motor
Journal of Sound and Vibration, vol. 224, no. 4, pp. 733-756, 1999

- Wang C 2000a** C. Wang et J.C. Lai
Prediction of natural frequencies of finite length circular cylindrical shells
Applied Acoustics, vol. 59, no. 4, pp. 385-400, 2000
- Wang C 2000b** C. Wang et J.C. Lai
The sound radiation efficiency of finite length acoustically thick circular cylindrical shells under mechanical excitation. I: theoretical analysis
Journal of Sound and Vibration, vol. 232, no. 2, pp. 431-447, 2000
- Wang C 2001** C. Wang et J.C. Lai
The sound radiation efficiency of finite length acoustically thick circular cylindrical shells under mechanical excitation. II: limitations of the infinite length model
Journal of Sound and Vibration, vol. 241, no. 5, pp. 825-838, 2001
- Wang C 2002a** C. Wang, J.C. Lai et D.W.J. Pulle
Prediction of acoustic noise from variable-speed induction motors: deterministic versus statistical approaches
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 38, no. 4, pp. 1037-1044, 2002
- Wang C 2002b** C. Wang, A. Astfalck et J.C. Lai
Sound power radiated from an inverter-driven induction motor: experimental investigation
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 149, no. 1, pp. 46-52, 2002
- Wang C 2004** C. Wang, J.C. Lai et A. Astfalck
Sound power radiated from an inverter driven induction motor II: numerical analysis
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 151, no. 3, pp. 341-348, 2004
- Wang C 2005** C. Wang, J.C. Lai et A. Astfalck
Sound power radiated from an inverter driven induction motor. Part 3: statistical energy analysis
IEE Proceedings on Electric Power Applications, vol. 152, no. 3, pp. 619-626, 2005
- Wang D 2011** D. Wang, D. Miao et C. Xie
Best basis-based wavelet packet entropy feature extraction and hierarchical EEG classification for epileptic detection
Expert Systems with Applications, vol. 38, pp. 14313-14320, 2011
- Wang H 1996** H. Wang et K. Williams
Vibrational modes of thick cylinders of finite length
Journal of Sound and Vibration, vol. 191, no. 5, pp. 955-971, 1996
- Wang H 1997** H. Wang et K. Williams
Effects of laminations on the vibrational behaviour of electrical machine stators
Journal of Sound and Vibration, vol. 202, no. 5, pp. 703-715, 1997
- Wang J 2005** J. Wang, D. Howe et Y. Amara
Armature reaction field and inductances of tubular modular permanent magnet machines
Journal of Applied Physics, vol. 97, pp. 1-3, 2005

- Wang W 2014** W. Wang, H. Wang et H.R. Karimi
Study on the characteristics of electromagnetic noise of axial flux permanent magnet synchronous motor
Hindawi Abstract and Applied Analysis, vol. 2014, p. 1-8, 2014
- Warburton 1965** G.B. Warburton
Vibration of thin cylindrical shells
Journal of Mechanical Engineering Science, vol. 7, no. 4, pp. 399-407, 1965
- Watanabe 1983** S. Watanabe, S. Kenjo, K. Ide, F. Sato et M. Yamamoto
Natural frequencies and vibration behaviour of motor stators
IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, vol. PAS-102, no. 4, pp. 949-956, 1983
- Wilamowski 2011** B.M. Wilamowski et J.D. Irwin
The industrial electronics handbook. Power electronics and motors drives
The Electrical Engineering Handbook Series, CRC Press, 2011
- Williams 1964** W. Williams, N.G. Parke, D.A. Moran et C.H. Sherman
Acoustic radiation from a finite cylinder
Journal of the Acoustical Society of America, vol. 36, no. 12, pp.2316-2322, 1964
- Williams 1989** K. Williams, R.K. Singal et S.P. Verma
Vibrations of long and short laminated stators of electrical machines. Part II: results for long stators
Journal of Sound and Vibration, vol. 129, no. 1, pp. 15-29, 1989
- Woodson 1968** H.H. Woodson et J.R. Melcher
Electromechanical dynamics. Part I: discrete systems
John Wiley & Sons, 1968
- Wu 2010** L.J. Wu, Z.Q. Zhu, J.T. Chen et Z.P Xia
An analytical model of unbalanced magnetic force in fractional-slot surface-mounted permanent magnet machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 7, pp. 2686-2700, 2010
- Wu 2011** L.J. Wu, Z.Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu et D. Hawkins
Subdomain model for predicting armature reaction field of surface-mounted permanent magnet machines accounting for tooth-tips
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 47, no. 4, pp. 812-822, 2011
- Wu 2012** L.J. Wu, Z.Q. Zhu, D. Staton, M. Popescu et D. Hawkins
Analytical model of eddy current loss in windings of permanent magnet machines accounting for load
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 7, pp. 2138-2151, 2012
- Yang 1981** S.J. Yang
Low-noise electrical motors
Clarendon Press, Oxford, 1981

- Yu 2008** S. Yu, L. Wang, Y. Cao, X. Qu, W. Wang, Z. Song, Q. Li, J. Chen et R. Tang
Researches on behavior of vibration in axial flux permanent magnet synchronous motor
Conférence ICEMS, pp. 2789-2791, 2008
- Yu 2011** A.S.O. Yu, L.L.C. Silva, C.L. Chu, P. Tromboni, S. Nascimento et A.S. Camargo
Electric vehicles: struggles in creating a market
Technology Management in the Energy Smart World (PICMET), 2011
- Zhang 1999** Y.J. Zhang, S.L. Ho, H.C. Wong et G.D. Xie
Analytical prediction of armature-reaction field in disc-type permanent magnet generators
IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 14, no. 4, pp. 1385-1390, 1999
- Zhihuan 2010** S. Zhihuan, T. Renyuan, Y. Shenbo et Z. Hongyang
The influence of vibration and acoustic noise of axial flux permanent magnet machines by inverter
Conférence MACE, pp. 2423-2426, 2010
- Zhilichev 1998** Y.N. Zhilichev
Three-dimensional analytic model of permanent magnet axial-flux machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 34, no. 6, pp. 3897-3901, 1998.
- Zhu 1993a** Z.Q. Zhu, D. Howe, E. Bolte et B. Ackermann
Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part I: open-circuit field
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 124-135, 1993
- Zhu 1993b** Z.Q. Zhu et D. Howe
Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part II: armature-reaction field
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 136-142, 1993
- Zhu 1993c** Z.Q. Zhu et D. Howe
Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part III: effect of stator slotting
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 143-151, 1993
- Zhu 1993d** Z.Q. Zhu et D. Howe
Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet dc motors, part IV: magnetic field on load
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 29, no. 1, pp. 152-158, 1993
- Zhu 1993e** Z.Q. Zhu et D. Howe
Electromagnetic Noise Radiated by Brushless Permanent Magnet DC Drives
International Conference on Electrical Machines and Drives, pp. 606-611, 1993
- Zhu 1994** Z.Q. Zhu et D. Howe
Improved methods for prediction of electromagnetic noise radiated by electrical machines
IEE proceedings - Electric Power Applications, vol. 141, no. 2, pp. 109-120, 1994

- Zhu 2005** Z.Q. Zhu, D. Howe, S. Iwasaki, R. Deodhar et A. Pride
Analysis of electromagnetic performance of flux-switching permanent-magnet machines by nonlinear adaptive lumped parameter magnetic circuit model
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 41, no. 11, pp. 4277-4287, 2005
- Zhu 2009** Z.Q. Zhu, Z.P. Xia, L.J. Wu et G.W. Jewell
Influence of slot and pole number combination on radial force and vibration modes in fractional slot PM brushless machines having single- and double-layer windings
Conférence ECCE, pp. 3443-3450, 2009
- Zhu 2010a** Z.Q. Zhu, Z.P. Xia, L.J. Wu et G.W. Jewell
Analytical modeling and finite-element computation of radial vibration force in fractional-slot permanent-magnet brushless machines
IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 46, no. 5, pp. 1908-1918, 2010
- Zhu 2010b** Z.Q. Zhu, L.J. Wu et Z.P. Xia
An accurate subdomain model for magnetic field computation in slotted surface-mounted permanent-magnet machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 4, pp. 1100-1115, 2010
- Zhu 2010c** Z.Q. Zhu et J.T. Chen
Advanced flux-switching permanent magnet brushless machines
IEEE Transactions on Magnetics, vol. 46, no. 6, pp. 1447-1453, 2010