



**HAL**  
open science

# Production optimale d'énergie pour une communauté à petite échelle : application à l'optimisation d'une centrale solaire hybride produisant électricité et chaleur

Mohamed Tahar Mabrouk

## ► To cite this version:

Mohamed Tahar Mabrouk. Production optimale d'énergie pour une communauté à petite échelle : application à l'optimisation d'une centrale solaire hybride produisant électricité et chaleur. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Lorraine, 2015. Français. NNT : 2015LORR0163 . tel-01630224

**HAL Id: tel-01630224**

**<https://theses.hal.science/tel-01630224v1>**

Submitted on 7 Nov 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



## AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : [ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr](mailto:ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr)

## LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

[http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg\\_droi.php](http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php)

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>



École doctorale n° 409 : Énergie, Mécanique et Matériaux

# THÈSE

pour obtenir le grade de docteur délivré par

**l'Université de Lorraine**

**Spécialité doctorale “Mécanique énergétique”**

*présentée et soutenue publiquement par*

**Mohamed Tahar Mabrouk**

le 05 Novembre 2015

## **Production optimale d'énergie pour une communauté à petite échelle : Application à l'optimisation d'une centrale solaire hybride produisant électricité et chaleur**

Directeur de thèse : **Michel Feidt**

Co-encadrant de thèse : **Abdelhamid Kheiri**

### **Jury**

<b>M. Fethi ALOUI,</b>	Professeur, Université de valenciennes	Rapporteur
<b>M. Patrick SALAGNAC,</b>	Professeur, Université de la Rochelle	Rapporteur
<b>Mme. Monica COSTEA,</b>	Professeur, Université polytechnique de Bucarest	Président
<b>Mme. Lavinia GROSU ,</b>	MCF HDR, Université Paris Ouest	Examineur
<b>M. Michel FEIDT,</b>	Professeur, l'Université de Lorraine	Examineur
<b>M. Abdelhamid KHEIRI,</b>	MCF, l'Université de Lorraine	Examineur
<b>M. Remi DACCORD,</b>	Ingénieur, Exoès	Invité

**Laboratoire d'Energétique et de Mécanique Théorique et Appliquée (LEMETA)**

UMR 7563, 54518 Vandoeuvre-lès-Nancy cedex, France



A la femme de ma vie...

A ma fille...

A mes parents...



# Remerciements

Ce travail a été réalisé dans le cadre du projet MicroSol financé par l'ADEM et le projet Platform(E)3 financé par l'ANR. Je remercie, donc, ces deux organismes pour leur support matériel.

Je tiens à remercier particulièrement M. Michel FEIDT, Professeur émérite à l'Université de Lorraine, de m'avoir donné confiance et d'avoir veillé au bon déroulement de ma thèse. Je le remercie également pour ses précieux conseils durant ces trois dernières années.

Je tiens également à remercier M. Abdelhamid KHEIRI, Maître de conférences à l'Université de Lorraine, d'avoir co-dérogé cette thèse. Je le remercie pour sa sympathie, sa disponibilité et son aide quotidienne.

Remerciements distingués à M. Patrick SALAGNAC, Professeur à l'Université de La Rochelle et à M. Fethi ALOUI, Professeur, à l'Université de Valenciennes, d'avoir accepté le rôle de rapporteur pour ma thèse, ainsi qu'à Mme Monica COSTEA, Professeur à l'Universitatea Politehnica din Bucuresti, à Mme. Lavinia GROSU, Maître de conférence HDR à l'Université Paris Ouest et à M. Remi DACCORD, ingénieur à Exosun, de me faire l'honneur de participer au jury.

Remerciements distingués à M. Denis MAILLET, Professeur à l'Université de Lorraine et directeur de l'école doctorale EMMA, pour son amabilité et ses conseils précieux. J'adresse également mes remerciements à M. Fabrice LEMOINE, Directeur du LEMTA, de m'avoir accueilli au sein de son laboratoire.

Merci à Mathilde Blaise et Van Long LE, mes collègues de bureau, pour leur bonne humeur, leur esprit d'ouverture, leur sens aigu de l'échange et de la collaboration, qui entretiennent une ambiance de travail dynamique et motivante.

*Nancy, le 15 Septembre 2015*





# Table des matières

Remerciements	i
Table des figures	vii
Liste des tableaux	xi
Nomenclature	xii
Introduction	1
<b>1 Modélisation du champ solaire</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction	5
1.2 Les concentrateurs cylindro-paraboliques	7
1.2.1 Réflecteur	7
1.2.2 Récepteur	7
1.2.3 Le système de suivi solaire	9
1.2.4 Fluides caloporteurs	9
1.3 Les angles solaires	11
1.3.1 La position du soleil	11
1.3.2 L'angle de suivi solaire et l'angle d'incidence	13
1.4 Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique	14
1.4.1 Rendement optique	14
1.4.2 Analyse thermique	23
1.5 Établissement de corrélations pour la modélisation des systèmes	31
1.6 Rendement exergetique d'un collecteur solaire	35
1.7 Conclusion	36
<b>2 Modélisation du stock d'énergie thermique</b>	<b>37</b>
2.1 Introduction	37
2.2 Etat de l'art et choix d'une technologie	38
2.2.1 Les différentes configurations de stockage de chaleur	38
2.2.2 Choix de la technologie adéquate aux micro-centrales MICROSOL	44
2.3 Modélisation thermique du stock	44
2.3.1 Modèle à deux phases	44

## Table des matières

---

2.3.2	Simplification du modèle, modèle à une seule phase . . . . .	46
2.3.3	Proposition d'une nouvelle solution . . . . .	47
2.3.4	validation des résultats . . . . .	50
2.3.5	Utilisation du modèle semi-analytique pour la modélisation des systèmes dynamiques . . . . .	58
2.3.6	Effet du cyclage sur la capacité thermique du stock . . . . .	59
2.4	Chute de pression dans le stock . . . . .	60
2.5	Rendement exergétique du stock . . . . .	61
2.6	Conclusion . . . . .	62
<b>3</b>	<b>Modélisation du bloc moteur</b>	<b>63</b>
3.1	Introduction . . . . .	63
3.2	Le Moteur Stirling . . . . .	63
3.2.1	Description de la technologie et de ses applications . . . . .	63
3.2.2	Revue des modèles existants . . . . .	68
3.3	Le cycle organique de Rankine (ORC) . . . . .	74
3.3.1	Description du cycle de Rankine et de ses variantes . . . . .	74
3.3.2	Fluide de travail . . . . .	76
3.3.3	Modélisation du cycle organique de Rankine . . . . .	78
3.3.4	Pincements de la source chaude et du puits froid . . . . .	79
3.4	Conclusion . . . . .	81
<b>4</b>	<b>Cas d'étude : optimisation d'une centrale solaire hybride</b>	<b>83</b>
4.1	Introduction . . . . .	83
4.2	Configuration étudiée . . . . .	84
4.3	Simulation du bloc solaire et gestion de l'énergie dans l'installation . . . . .	85
4.3.1	Stratégie de gestion d'énergie . . . . .	86
4.3.2	Simulation du bloc solaire . . . . .	88
4.4	Dimensionnement optimal des échangeurs . . . . .	92
4.4.1	Calcul de la surface d'échange . . . . .	93
4.4.2	Coefficients de transfert de chaleur . . . . .	95
4.4.3	Chute de pression dans les échangeurs . . . . .	100
4.4.4	Optimisation de l'échangeur . . . . .	102
4.5	Dimensionnement optimal du système d'hybridation avec chaudière et pré-chauffeur d'air . . . . .	104
4.5.1	Modélisation du brûleur . . . . .	104
4.5.2	Conservation d'énergie dans la chaudière . . . . .	105
4.5.3	Pré-chauffeur d'air . . . . .	106
4.5.4	Optimisation du système chaudière/pré-chauffeur d'air . . . . .	106
4.6	Modélisation de la tour de refroidissement . . . . .	107
4.6.1	Modélisation de la tour de refroidissement . . . . .	108
4.6.2	Coût d'opération de la tour de refroidissement . . . . .	110
4.7	Critères d'optimisation et méthodes d'optimisation . . . . .	111

4.7.1	Les critères économiques . . . . .	111
4.7.2	Les critères énergétique et exergétique . . . . .	112
4.7.3	Les critères environnementaux . . . . .	113
4.7.4	Méthodes d'optimisation . . . . .	113
4.8	Optimisation globale de l'installation . . . . .	116
4.8.1	Méthodologie . . . . .	116
4.8.2	Résultats et discussion . . . . .	117
4.9	Conclusions . . . . .	125
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>127</b>
<b>A Détails des modèles du moteur Stirling</b>		<b>131</b>
A.1	Modèle adiabatique [98] . . . . .	131
A.2	Modèle quasi-stationnaire de Berchowitz [96] . . . . .	133
A.3	Modèle 1D d'Andersen [99] . . . . .	136
<b>B Article : Effet des pertes de matière sur les performances des moteurs Stirling</b>		<b>139</b>
<b>C Article : Pertes au niveau du jeu du déplaceur</b>		<b>157</b>
<b>D Description des méthodes d'optimisation</b>		<b>181</b>
D.1	Optimisation mono-objectif : l'algorithme MADS . . . . .	181
D.1.1	Etape 1 : la recherche . . . . .	181
D.1.2	Etape 2 : la sonde . . . . .	181
D.1.3	Etape 3a : adaptation du maillage (réussie) . . . . .	182
D.1.4	Etape 3b : adaptation du maillage (insatisfaisante) . . . . .	182
D.1.5	Etape 4 : vérification du critère d'arrêt . . . . .	183
D.2	Optimisation multi-objectif : l'algorithme NSGA-II . . . . .	183
D.2.1	La sélection . . . . .	183
D.2.2	L'évolution . . . . .	184
D.2.3	Evaluation de l'adaptation des enfants . . . . .	184
D.2.4	Remplacement . . . . .	185
<b>Bibliography</b>		<b>200</b>



# Table des figures

1	Capacité mondiale installée d'énergie solaire concentrée jusqu'à 2014 [1]	2
1.1	Différentes technologies de concentration	6
1.2	Différentes couches de deux films réfléchissant commerciaux	7
1.3	Réflectance d'une couche sélective idéale	8
1.4	Plage de température de différents fluides caloporteurs	10
1.5	Angles solaires fondamentaux : angle horaire (h), latitude (L) et déclinaison solaire $\delta_s$ [19]	12
1.6	Vecteur solaire dans un repère à la surface de la terre montrant : l'azimuth ( $a_s$ ), l'altitude ( $\alpha$ ) et le zénith (z) [19]	13
1.7	Schéma d'un dispositif de suivi solaire mono-axial [19]	14
1.8	L'angle de suivi solaire $\rho$ et l'angle d'incidence $\theta_i$ [19]	14
1.9	Réflectivité du film réfléchissant MIRO-SUN <sup>®</sup> weatherproof reflective 90	16
1.10	Réfraction du rayonnement incident à travers l'enveloppe en verre [26]	17
1.11	Variation de la transmittivité de la couverture en verre en fonction de l'angle d'incidence	18
1.12	Les différentes dimensions géométriques qui interviennent dans le calcul du facteur d'interception	20
1.13	Etude de sensibilité du facteur d'interception par rapport au paramètre mis en jeu	22
1.14	Projections montrant la hauteur et la longueur de la zone inactive par l'effet d'ombre	23
1.15	Bilan des flux de chaleur échangés au niveau du récepteur	24
1.16	Evolution des trois constantes $a, b$ et $c$ en fonction de l'ensoleillement et la vitesse du fluide caloporteur.	32
1.17	profil de température du fluide en fonction de la position par rapport à l'entrée du fluide caloporteur. a) $u_f = 0,1ms^{-1}$ , b) $u_f = 0,01ms^{-1}$	35
2.1	Les différentes catégories des dispositifs de stockage thermique	38
2.2	Description de la configuration stock thermocline	40
2.3	Schéma descriptif d'un réservoir accumulateur de vapeur	40
2.4	Module de stockage d'énergie sensible fabriqué et testé au DLR	42
2.5	Schéma descriptif d'un réservoir à "lit de roche"	43

## Table des figures

---

2.6	Installation testée par Pacheco et <i>al.</i> . . . . .	43
2.7	Profils de température dans le réservoir 1 à différentes instants pendant une phase de charge : $\theta_{f0} = 0$ , $\theta_{in} = 1$ et $u = 0.0014$ . . . . .	53
2.8	Profils de température Vs les résultats expérimentaux de [71] : les lignes pleines correspondent à notre solution . . . . .	53
2.9	Profils de température Vs les résultats expérimentaux de [54] : les lignes pleines correspondent à notre solution . . . . .	54
2.10	Critère de convergence en fonction de l'ordre de troncature à $t = 1 h$ . . . . .	54
2.11	Critère de convergence en fonction de l'ordre de troncature à $t = 0,1 h$ . . . . .	55
2.12	Solution à $t = 1 h$ pour différents nombres de Peclet . . . . .	55
2.13	Solution à $t = 0,1 h$ pour différents nombres de Peclet . . . . .	55
2.14	Evolution de $A^*$ and $D^*$ dans le temps durant un processus de charge avec une vitesse du fluide variable : $u(t) = 0,0015 \sin(\omega t)$ et $\omega = 2\pi/(3 \times 3600)$ . . . . .	56
2.15	Profils de température dans le réservoir 1 à différents instants dans un process de charge : $\theta_{f0} = 0$ ; $u(t) = 0,0015 \sin(\omega t)$ et $\omega = 2\pi/(3 \times 3600)$ . . . . .	57
2.16	Profils de température dans le réservoir 1 à différents instants : $\theta_{f0} = 1$ ; $u(t) = 0,0015 \sin(\omega t)$ ; $\theta_{in} = 2 + \sin(\omega t)$ et $\omega = 2\pi/(3 \times 3600)$ . . . . .	58
2.17	Température de sortie du réservoir : $\theta_{f0} = 1$ ; $u(t) = 0,0015 \sin(\omega_1 t)$ ; $\theta_{in} = 2 + \sin(\omega_2 t)$ ; $\omega_1 = 2\pi/(6 \times 3600)$ et $\omega_2 = 2\pi/(3 \times 3600)$ . . . . .	59
2.18	Fonctionnement du stock sur plusieurs cycles : $\Delta T = 10^\circ\text{C}$ . . . . .	60
2.19	Fonctionnement du stock sur plusieurs cycles : $\Delta T = 50^\circ\text{C}$ . . . . .	60
3.1	Les trois configurations principales d'un moteur Stirling . . . . .	64
3.2	Le diagramme P-V du cycle idéal de Stirling . . . . .	65
3.3	Exemples de moteurs Stirling développés pour des applications de production d'électricité terrestres et spatiales . . . . .	66
3.4	Moteur "MOD-II" developpé par la NASA/DOE pour une application automobile . . . . .	66
3.5	Exemples d'unités de cogénération à base de moteurs Stirling fonctionnant au biogaz ou au gaz naturel . . . . .	67
3.6	Exemples d'unités de cogénération à base de moteur Stirling fonctionnant à la biomasse . . . . .	68
3.7	Algorithme suivi pour la modélisation rapide du moteur Stirling . . . . .	70
3.8	Profil de température dans les différents compartiments du moteur selon le modèle adiabatique sur un cycle . . . . .	72
3.9	Profil de température dans les différents compartiments du moteur selon le modèle quasi-stationnaire d'Urieli sur un cycle . . . . .	72
3.10	Evolution de la température de la matrice dans les deux compartiments du régénérateur selon le modèle quasi-stationnaire . . . . .	73

3.11	Profil des températures dans les différents compartiments du moteur selon le modèle d'Andersen sur un cycle; lignes pleines : compression et détente; tirets longues : échangeur chaud; tirets courts : régénérateur; mixte : échangeur froid . . . . .	73
3.13	Diagrammes (T-S) du cycle de Rankine sous-critique et super-critique . . .	76
3.14	Les trois types des fluides de travail qui peuvent être utilisés dans la technologie ORC . . . . .	78
3.15	Positionnement des points de pincement des échangeurs chaud et froid . . .	81
4.1	Configuration I : hybridation par chaudière . . . . .	85
4.2	Configuration I : hybridation par chaudière . . . . .	85
4.3	Stratégie de gestion d'énergie dans l'installation étudiée . . . . .	87
4.4	Gestion d'énergie dans l'installation dans le cas d'un stock insuffisant . . .	88
4.5	Ensoleillement sous un ciel clair dans la région de Tataouine (Tunisie) . . .	89
4.6	Débit de charge disponible pour le stockage thermique et débit de décharge nécessaire pour alimenter le bloc moteur jusqu'au prochain lever de soleil . . .	90
4.7	Evolution temporelle des débits de charge, de décharge et du débit de la chaudière durant la journée du 30-31 Mai 2010 . . . . .	91
4.8	Evolution temporelle des débits de charge, de décharge et du débit de la chaudière durant la journée du 30-31 Janvier 2010 . . . . .	91
4.9	Durée de fonctionnement de l'installation décrite dans l'exemple sur les trois différents modes . . . . .	92
4.15	Différents types de tours de refroidissement . . . . .	109
4.16	Illustration des relations de dominance entre les différentes solutions dans le cas de l'optimisation de deux fonctions objectif . . . . .	115
4.17	Illustration du front de Pareto dans le cas de l'optimisation de deux fonctions objectives (F est l'espace des critères des solution faisable) . . .	115
4.18	Algorithme d'optimisation globale de l'installation . . . . .	118
4.19	Variation du LCOE optimal selon le fluide de travail et la puissance produite	121
4.20	Répartition des coûts d'investissement sur les différents composants de l'installation, puissance : 100 kW . . . . .	122
4.21	Front de Pareto de l'optimisation selon le LCOE et l'émission de CO <sub>2</sub> . . .	123
4.22	Répartition des coûts d'investissement sur les différents composants de l'installation, fluide : Hexane . . . . .	124
A.1	Compartiments du moteur selon le modèle adiabatique . . . . .	131
A.2	Profil de température considéré dans le modèle adiabatique [98] . . . . .	131
A.3	Les différents compartiments du moteur selon le modèle quasi-stationnaire	133
A.4	Profil de température dans le moteur selon le modèle quasi-stationnaire [96]	134
A.5	Les différents volumes dans le modèle 1D d'Andersen [99] . . . . .	136
D.1	Illustration de la différence entre les directions de sonde de MADS et GPS	182
D.2	Adaptation du maillage dans le cas d'une réussite ou d'un échec . . . . .	183

## Table des figures

---

D.3 Schéma synoptique détaillant le fonctionnement d'un algorithme évolutionnaire . . . . .	184
D.4 Tri de la population selon le principe de dominance au sens de Pareto . . .	185
D.5 Algorithme de calcul de la distance de surpeuplement . . . . .	186
D.6 Méthode de remplacement dans l'algorithme génétique NSGA-II . . . . .	186



# Liste des tableaux

1.1	Paramètres utilisés pour calculer la transmittivité angulaire de la couverture en verre . . . . .	18
1.2	Les différentes constantes utilisées pour le calcul du coefficient de transfert de convection naturelle . . . . .	26
1.3	Valeurs des constantes $C$ et $m$ en fonction de $Re_w$ . . . . .	30
1.4	Valeurs de $n$ en fonction de $Pr_{sa}$ . . . . .	30
2.1	Dimensions et matériaux utilisés dans [71] et [54] . . . . .	52
2.2	Dépendance de la solution à l'ordre de troncature à $t = 1 h$ et à $t = 2 h$ : cas d'un débit constant et une température d'entrée constante . . . . .	52
2.3	Dépendance de la solution à l'ordre de troncature à $t = 1 h$ et $t = 2 h$ : cas d'un débit de fluide variable . . . . .	57
2.4	Dépendance de la solution à l'ordre de troncature à $t = 1 h$ et $t = 2 h$ : cas d'un débit et d'une températures variables . . . . .	58
4.1	Paramètres de l'installation étudiée dans l'exemple . . . . .	86
4.2	Scénario considéré pour l'optimisation de l'installation . . . . .	119
4.3	Scénario économique de l'optimisation . . . . .	119
4.4	Corrélations utilisées pour calculer les différents coûts d'investissement . . . . .	120
4.5	Jeux de variables optimaux après l'optimisation économique (mono-objectif) . . . . .	121
4.6	Jeux de variables optimaux après l'optimisation enviro-economique (bi-objectif) . . . . .	124



# Nomenclature

$\dot{m}$	débit massique, $kg/s$
$\dot{Q}$	flux de chaleur, $W$ débit volumique, $m^3/h$
$\Xi$	exergie, $J$
$A$	surface volumique d'échange, $m^{-1}$
$A^*$	paramètre d'advection
$a_s$	azimuth, <i>degré</i>
$B$	pas des chicanes, $m$
$Bo$	nombre d'ébullition
$C$	distance qui sépare deux tubes, $m$
$C_p$	capacité thermique spécifique, $J.K^{-1}.kg^{-1}$
$c_x^y$	fraction massique de $x$ dans $y$
$c_{elec}$	coût unitaire d'électricité, $\$(kWh)^{-1}$
$C_{fan}$	facteur de conversion, $kWe(m^3/h)^{-1}$
$c_{fuel}$	coût unitaire du combustible, $\$(kWh)^{-1}$
$C_{inv}$	coût d'investissement, $\$$
$C_{op}$	coût d'opération, $\$$
$crf$	excès d'air
$D$	diamètre, $m$
$D^*$	paramètre de diffusion
$d_p$	Diamètre des particules solides, $m$
$E$	excès d'air
$F$	facteur de correction

## Liste des tableaux

---

$G$	flux massique, $kg.s^{-1}.m^{-2}$
$h$	Coefficient de transfert de chaleur, $J.K^{-1}.m^{-2}$
$h$	angle solaire, <i>degré</i>
$h$	coefficient d'échange de chaleur, $W.K^{-1}.m^{-2}$
$H_s$	hauteur du stock, $m$
$I$	flux solaire, $W.m^{-2}$
$j_i$	facteur j-Colburn
$k$	coefficient de conduction thermique, $W.m^{-1}.K^{-1}$
$k_s$	taux d'intérêt annuel
$k_{ins}$	coût de l'assurance
$K_{theta}$	facteur correctif de modification d'angle
$L$	latitude, <i>degré</i>
$L_{col}$	longueur du collecteur, $m$
$LHV$	pouvoir calorifique inférieur, $J.kg^{-1}$
$m_{fuel}$	rapport entre le débit du combustible et le débit des fumées
$N_p^s$	nombre de passages côté calandre
$N_p^t$	nombre de passages des tubes
$P$	pression, $Pa$
$p$	distance entre les rangées, $m$
$P^s$	pression de saturation de l'eau, <i>bar</i>
$P_F$	périmètre mouillé, $m$
$P_H$	périmètre chauffé, $m$
$P_R$	pression réduite ( $P_R = P/P_{crit}$ )
$P_t$	pas des tubes, $m$
$Pe$	nombre de Peclet
$Pinch$	pincement, $K$
$Pr$	nombre de Prandtl
$Re$	nombre de Reynolds
$S$	Rapport massique stœchiométrique carburant/comburant

---

$T$	température, $K$
$t$	temps, $s$ (chapitre 2) durée, $h$ (chapitre 4)
$t_s$	temps solaire, $min/degre$
$U$	coefficient global d'échange de chaleur, $W.K^{-1}.m^{-2}$
$u$	vitesse moyenne débitante du fluide, $m.s^{-1}$
$w$	humidité
$W_{col}$	largeur de l'ouverture du collecteur, $m$
$We$	nombre de Weber
$x$	titre vapeur
$z$	coordonnée axiale, $m$

**Lettres grecques**

$\alpha$	altitude, $degre$
$\alpha$	coefficient de diffusivité thermique, $m^2.s^{-1}$
$\chi_{tt}$	paramètre de Lockhart–Martinelli
$s$	inclinaison, $degre$
$\delta\theta$	différence de température solide-fluide adimensionnelle
$\eta$	rendement
$\gamma$	angle entre le sud et l'axe de rotation, $degre$
$\kappa$	facteur géométrique
$\rho$	angle de suivi solaire, $degre$
$\rho$	masse volumique, $kg.m^{-3}$
$\tau$	temps adimensionnel
$\theta$	température adimensionnelle
$\theta$	viscosité dynamique, $Pa.s$
$\theta_i$	angle d'incidence, $degre$
$\varepsilon$	porosité fraction massique des fumées redirigées vers le pré-chauffeur
$\zeta$	coordonnée spatiale adimensionnelle
$\phi$	matrice de transition

## Liste des tableaux

---

$\phi_r$  angle Rim, *degré*

### Indices

0 initiale  
référence

*a* absorbeur

*air* air

*amb* ambiant

*c* collecteur solaire

*cb* ébullition en régime convectif

*corr* corrigé

*e* enveloppe

*eff* valeur effective

*f* fluide

*fg* fumée de combustion

*fh* système chaudière/pré-chauffeur d'air

*fo* phase liquide uniquement

*furnace* chaudière

*h* haut  
chaud

*HEX* échangeur de chaleur

*hs* source chaude

*i* interne

*in* entrée

*nb* ébullition en régime nucléé

*o* externe

*op* optique

*preheater* pré-chauffeur d'air

*pump* pompe

*row* rangée

<i>s</i>	solide calandre ombré ciel
<i>sat</i>	saturation
<i>sc</i>	puits froid
<i>sf</i>	solide au fluide
<i>sp</i>	mono-phasique
<i>t</i>	tube turbine
<i>th</i>	thermique
<i>tp</i>	deux phase
<i>w</i>	paroi
<i>water</i>	eau
<i>wb</i>	température humide





# Introduction

Depuis 1750, la température moyenne de la planète a augmenté de  $0.8^{\circ}C$ . Ce réchauffement est dû à l'accumulation dans l'atmosphère des gaz à effet de serre induits par l'activité humaine. Il existe un point de non retour au-delà duquel le réchauffement climatique sera entretenu par le changement de l'albédo terrestre et par l'évaporation des océans et il sera impossible de revenir à l'état actuel des choses même si l'on réduit nos émissions de gaz à effet de serre. Certains scientifiques fixent ce point à  $2^{\circ}C$  de réchauffement.

Dans l'absence d'une rupture technologique qui nous permette de produire une énergie à la fois propre et abondante, il est primordial d'accentuer les efforts dans l'optimisation des systèmes énergétiques afin de trouver un équilibre entre nos besoins en énergie et la nécessité de réduire l'impact environnemental de cette consommation. Ces outils nous permettent de définir un "Mix énergétique" qui réduit nos émissions en gaz à effet de serre.

L'optimisation énergétique des systèmes est devenue un outil indispensable pour les concepteurs qui doivent désormais prendre en compte l'impact environnemental en plus du rendement énergétique. Ceci n'est possible que si nous disposons de modèles fiables et performants et d'outils d'optimisation efficaces et compréhensibles. Cependant, la modélisation des systèmes énergétiques n'est pas toujours une tâche aisée.

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de deux projets :

- 1) **Le projet Plate-form(E)3** financé par l'Agence Nationale de la Recherche et qui vise au développement d'un outil capable de réaliser l'intégration optimale des systèmes d'un point de vue énergétique, économique et environnemental. Cet outil va au delà de l'approche locale (échelle procédé/usine), pour adopter une approche territoriale d'optimisation entre industries en tenant compte des aspects dynamiques et du stockage.
- 2) **Le projet MicroSol** financé par l'ADEME et qui a été imaginé par Schneider Electric dans le cadre du programme BipBop (Business, Innovation, People at the Base of the Pyramid), qui fait partie de la politique de développement durable du groupe et qui vise à développer une solution de production d'électricité solaire continue pour les villages isolés et dépourvus d'accès au réseau électrique. Cette solution doit être simple, fiable et doit avoir des coûts faibles.

Ces deux projets ont donné lieu naturellement au sujet développé dans cette thèse qui est

## Introduction

l'optimisation des centrales solaires qui intègrent une hybridation ainsi qu'un stockage de chaleur. Ce travail vise à développer un outil d'aide à la décision qui permet un dimensionnement optimal de ce type d'installations. Ce travail de thèse se trouve, donc, à cheval entre les deux projets Plate-form(E)3 et Microsol.

Il est vrai que l'énergie solaire concentrée reste l'énergie renouvelable la moins utilisée dans le monde. En effet, la capacité mondiale de production n'a atteint que 4.4 Gigawatts (Fig. 1) comparativement à 177 Gigawatts pour le photovoltaïque [1]. Mais son développement s'accélère au fil des années. Par exemple, entre 2009 et 2014 la capacité mondiale a augmenté de 46% et d'après les projections favorables au climat de l'IEA, la part de l'énergie solaire concentrée peut atteindre 11% de la production d'électricité mondiale [2]. La configuration cylindro-paraboliques est la configuration la plus utilisée. En 2012 elle représentait 94% de la capacité totale installée [3].

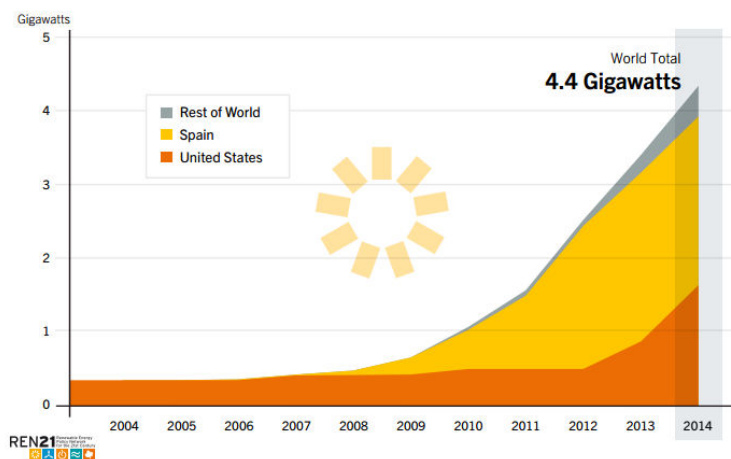


FIGURE 1 – Capacité mondiale installée d'énergie solaire concentrée jusqu'à 2014 [1]

L'énergie solaire thermique suscite de plus en plus d'intérêt grâce à la simplicité du stockage de l'énergie thermique par rapport à d'autres technologies telles que les batteries, la production d'hydrogène ou le stockage chimique...

L'installation étudiée dans ce travail est une centrale solaire qui dispose d'un dispositif de stockage de chaleur sensible et d'une chaudière d'appoint. Afin de l'optimiser, il est nécessaire de développer un modèle adapté qui permet d'évaluer ses performances annuelles avec le minimum possible de coût de calcul. En effet, le fonctionnement de la centrale doit être simulé sur de longues périodes en prenant en compte la dynamique du stock de chaleur et de l'apport d'énergie par le soleil. Les modèles utilisés doivent être à la fois précis et peu gourmands en temps de calcul.

Le présent mémoire est organisé en quatre parties :

- Le premier chapitre est consacré à la description et la modélisation des capteurs solaires cylindro-paraboliques qui est la technologie choisie dans le cadre du projet

Microsol. Ce modèle est utilisé pour développer des corrélations qui permettent de modéliser les capteurs solaires au sein d'un modèle global de centrale solaire.

- Dans le deuxième chapitre, une modélisation originale du stock de chaleur sensible stratifié qui permet d'économiser en temps de calcul est proposée et validée en utilisant des résultats expérimentaux.
- Le troisième chapitre traite de la modélisation du bloc moteur de la centrale.
- Le quatrième chapitre détaille le modèle complet de la centrale et donne les résultats d'optimisation de cette dernière selon plusieurs critères.



# 1 Modélisation du champ solaire

## 1.1 Introduction

L'énergie solaire interceptée par la Terre est peu dense. Sa valeur théorique au dessus de l'atmosphère est égale en moyenne à  $1366.1 W m^{-2}$  tel que calculée par [4]. Cette valeur fluctue de moins de 4% au fil des saisons. Le rayonnement émis par notre soleil subie des pertes en traversant l'atmosphère terrestre. En effet, une partie de cette énergie est réfléchiée vers l'espace, une deuxième partie est absorbée par certaines molécules présentes dans l'atmosphère (essentiellement l'air et la vapeur d'eau) et une troisième partie est diffusée par l'air, la vapeur d'eau, les aérosols et la poussière et atteint partiellement la Terre. Ainsi, la portion du rayonnement solaire primaire qui atteint le sol est constituée de rayonnement direct et de rayonnement diffus. La proportion d'énergie qui atteint le sol ainsi que la part du rayonnement direct et du rayonnement diffus varient selon les conditions météorologiques.

L'ensoleillement direct qui atteint finalement le sol peut être collecté sous forme d'énergie thermique en utilisant des technologies diverses et transformé en énergie électrique utile par le biais d'un ou plusieurs cycles thermodynamiques.

Les collecteurs solaires sont des dispositifs clé en solaire thermodynamique. Ils permettent non seulement de récupérer du rayonnement solaire peu dense qui arrive au sol, mais aussi la concentration de cette énergie collectée afin d'augmenter la température à laquelle elle est disponible. Ceci implique l'augmentation de son exergie et par conséquent la possibilité de produire de l'électricité avec des rendements thermodynamiques élevés.

Les différentes technologies de concentration sont représentées dans la figure 1.1. Ces technologies peuvent être classées en deux familles :

- **Technologies de concentration linéaire**

Les technologies appartenant à cette famille concentrent le rayonnement solaire sur un récepteur linéaire et le suivi solaire utilisé est généralement à un seul axe. Ceci implique

que le rayonnement solaire incident n'est pas toujours perpendiculaire à la surface réfléchissante du collecteur. Parmi les technologies appartenant à cette famille, nous trouvons les concentrateurs cylindro-paraboliques (PTC) qui représentent la technologie la plus mature. Nous trouvons également les collecteurs à miroir de Fresnel (LFR) qui consistent en des miroirs presque plats placés au niveau du sol et orientés différemment afin de concentrer le rayonnement solaire vers un deuxième concentrateur placé au dessus du récepteur. Cette configuration a un rendement énergétique moins important que celui des PTCs, mais cet inconvénient est compensé par un coût moins élevé. En effet, certains auteurs tel que [5], annoncent une baisse des coûts d'investissement allant jusqu'à 50%. De plus, les LFRs ont une puissance surfacique plus grande et leur configuration plane est beaucoup moins exposée à la déformation causée par le vent.

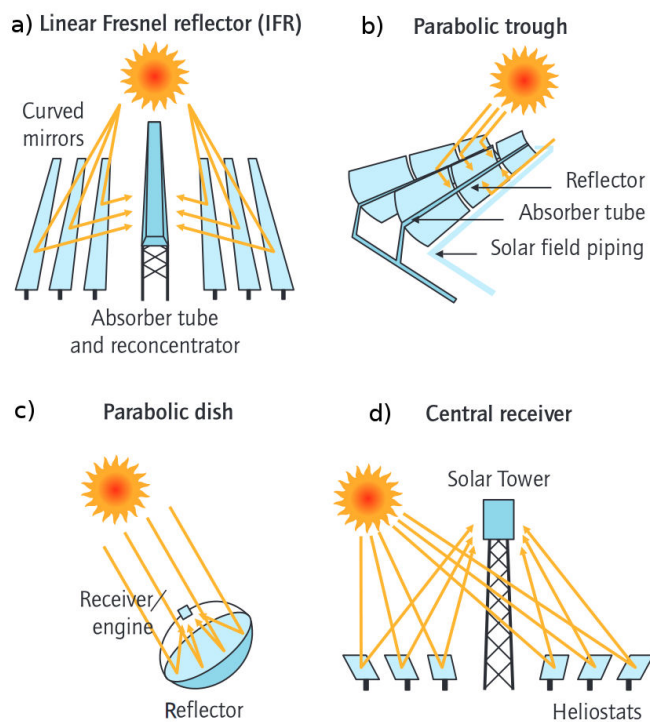


FIGURE 1.1 – Différentes technologies de concentration [2]

### • Technologies de concentration ponctuelle

Le rayonnement solaire est concentré sur une petite surface. Les facteurs de concentration sont par conséquent très élevés. Ils atteignent 1000 pour les tours solaires [6] et dépassent 2000 [7] pour les paraboles solaires. Ces technologies utilisent un suivi du soleil à deux axes; ce qui garantit un rayonnement incident perpendiculaire à la surface réfléchissante. Les paraboles solaires sont modulaires, adaptées à tout type de terrain et affichent le rendement énergétique le plus important mais le stockage d'énergie pour cette technologie s'avère moins évident que dans le cas des tours solaires. Le choix de la technologie de concentration dans le cadre du projet Microsol s'est porté sur les concentrateurs

## 1.2. Les concentrateurs cylindro-paraboliques

cylindro-paraboliques pour leur rendement énergétique important et par la simplicité de leur mise en œuvre.

Ce chapitre est consacré à la description et à la modélisation de ce type de capteur solaire. Un modèle optique et thermique détaillé permettra de construire des corrélations pour une modélisation analytique peu coûteuse en temps de calcul, et donc adaptée à l'optimisation des systèmes solaires sur la base de leur performance annuelle.

### 1.2 Les concentrateurs cylindro-paraboliques

Un concentrateur cylindro-parabolique est constitué d'une surface réfléchissante de forme cylindro-parabolique appelée réflecteur et un récepteur de rayons réfléchis placé à la focale de cette surface.

#### 1.2.1 Réflecteur

La surface réfléchissante est généralement constituée d'un support en verre monolithique. Ce matériau est le plus utilisé car il est le plus durable. Le verre est courbé par chauffage afin de lui donner une forme parabolique avant de lui coller, par laminage cumulé, un film réfléchissant multicouches. La couche réfléchissante est soit en aluminium, soit en argent et le reste des couches servent de protection pour elle. La figure 2.2 montre ces différentes couches pour deux produits commerciaux largement utilisées.

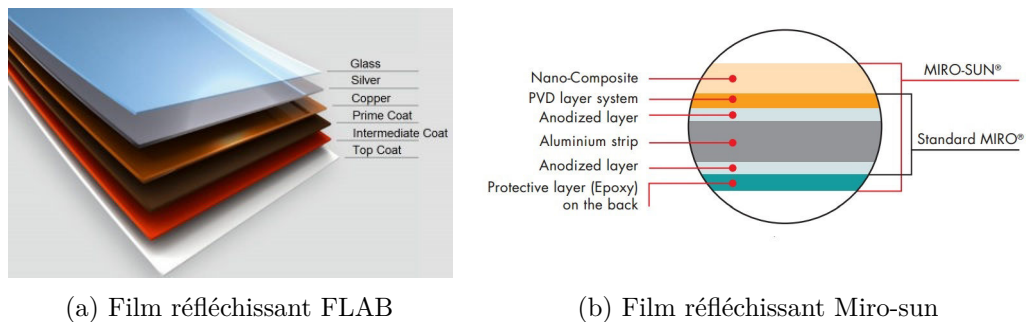


FIGURE 1.2 – Différentes couches de deux films réfléchissants commerciaux

#### 1.2.2 Récepteur

Le récepteur solaire est constitué d'un tube métallique couvert par un revêtement sélectif et protégé par une enveloppe en verre. La couche sélective doit avoir idéalement une absorptivité de 100% pour les petites longueurs d'onde ( $<2\mu m$ ) et une émissivité nulle pour les grandes longueurs d'onde ( $>2\mu m$ ). Cela se traduit, pour un corps opaque, et comme illustré par la figure 1.3, par une réflectance nulle pour les petites longueurs d'onde et unitaire pour les grandes longueurs d'onde. Des actions de recherche considérables sont menées partout dans le monde pour synthétiser des revêtements dont les spécifications

se rapprochent le plus de celle du cas idéal. Six méthodes ont été recueillies dans la littérature [8, 9] :

1. Exploiter des matériaux qui affichent des caractéristiques sélectives naturelles. Ceci permet d'avoir une bonne stabilité à haute température mais des performances optiques moins intéressantes.
2. Utiliser un duo métal-semi-conducteur où le matériau semi-conducteur apporte une importante absorptivité et le métal apporte une grande réflectance infrarouge. L'inconvénient de cette solution est la nécessité d'utiliser un revêtement supplémentaire anti-réflexion [10].
3. Utiliser des revêtements multi-couches constitués de métaux et de matériaux diélectriques ; ce qui permet d'obtenir la sélectivité voulue grâce à des phénomènes d'interférence. L'inconvénient de cette solution est qu'elle est coûteuse et que la couche sélective est instable à haute température [11].
4. L'utilisation d'une surface texturée dont la structure sert de piège optique pour le rayonnement incident [12].
5. L'utilisation d'un matériau composite constitué d'un métal et d'une céramique. De tels matériaux sont connus sous le nom de "Cermet" [13].
6. L'utilisation de matériaux constitués de particules semi-conductrices de différentes tailles allant de  $10\text{ nm}$  à  $10\text{ }\mu\text{m}$  [9].

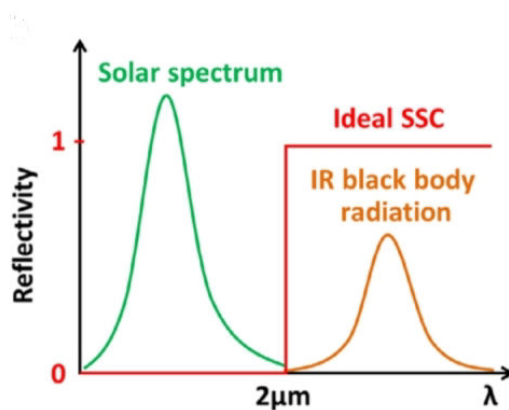


FIGURE 1.3 – Réflectance d'une couche sélective idéale [9]

Le revêtement sélectif permet de minimiser les déperditions énergétiques par rayonnement. En revanche, il n'élimine pas les pertes par convection. Ces pertes sont minimisées grâce à la création d'un vide entre la couverture en verre et l'absorbeur et grâce à l'utilisation de gaz rares dans cet espace.



### 1.2.3 Le système de suivi solaire

Un système de suivi solaire à deux axes n'est pas pratique dans le cas des collecteurs solaires cylindro-paraboliques à cause de leur forme linéaire. C'est pour cette raison qu'un suivi à un seul axe parallèle à l'axe focal est souvent utilisé avec cette technologie. L'axe de rotation peut être confondu avec l'axe de l'absorbeur si l'on veut éviter d'avoir un absorbeur mobile mais ceci nécessite un dispositif de support et de rotation des miroirs plus complexe et coûteux.

Pour contrôler la position du capteur. Deux alternatives sont possibles :

1. L'utilisation d'une boucle d'asservissement fermée qui utilise des photo-capteurs pour déterminer la position du soleil et qui donne, au vu de cette position, la consigne nécessaire aux moteurs électriques.
2. L'utilisation d'une boucle ouverte qui calcule la position du soleil à partir de la localisation du champ solaire, la date et l'heure et qui oriente le capteur en tenant compte de cette position. Plusieurs algorithmes existent en littérature pour calculer la position exacte du soleil [14–16]. Trois critères différencient ces algorithmes : La complexité (temps de calcul), la précision et la période de validité.

### 1.2.4 Fluides caloporteurs

Le choix du fluide caloporteur se fait selon plusieurs critères tels que les températures maximale et minimale de fonctionnement, la pression nécessaire pour atteindre des hautes températures sans changement de phase, la performance de l'échange de chaleur et le coût par kilogramme de fluide caloporteur.

D'une manière générale, les gaz sont capables d'atteindre des températures de travail très hautes mais sont moins performants que les liquides en échange de chaleur et nécessitent des surfaces d'échange beaucoup plus grandes.

Les liquides sont plus performants que les gaz en échange de chaleur mais permettent des températures de travail moins importantes dans la plupart des cas.

- **Eau :**

l'eau est une alternative peu chère mais nécessite des pressions de travail très élevées pour atteindre de hautes températures. Ainsi, il faut une pression d'environ 86 bars pour atteindre 300 °C sans changement de phase.

- **Sels fondus :**

Les sels fondus peuvent atteindre des températures allant jusqu'à 600 °C à pression atmosphérique et il sont relativement peu chers. Par contre, les sels fondus présentent

quelques inconvénients. En effet, le point de solidification de ces substances se situe souvent à une température assez élevée (120 °C au meilleur des cas). Ceci implique la nécessité d'un dispositif de préchauffage du sel pour le démarrage ou le redémarrage de la centrale. Des actions de recherche intensives sont menées pour trouver des mélanges qui ont des températures de solidification plus basses.

- **Huiles thermiques :**

Les huiles thermiques sont des huiles synthétiques qui offrent une plage de température de travail allant jusqu'à 400 °C. Au delà de cette température, ces huiles se décomposent et présentent un danger d'inflammabilité. Ces produits sont polluants et c'est pour cette raison qu'il faut éviter leurs fuites des différents composants de la centrale.

- **Sodium et alliage Sodium-Potassium (NaK) :**

Ces fluides sont utilisés comme fluides de refroidissement dans les réacteurs nucléaires à neutrons rapides. Ils offrent la possibilité d'atteindre de très hautes températures (881 °C pour le sodium à pression atmosphérique, 785 °C pour le NaK78 à pression atmosphérique et même 1100 °C pour le NaK46 à 10 bars). A cela, s'ajoute une température de solidification basse (jusqu'à -12.8 °C pour le NaK78 à pression atmosphérique). L'inconvénient majeur de ces fluides caloporteurs est leur inflammabilité dès leur contact avec l'eau. D'ailleurs, le sodium a été testé dans les années 80s dans la centrale solaire à tour "Platforma Solar de Almeria" (PSA) et un incendie a eu lieu en août 1985. C'est pour cette raison que des dispositifs de sécurité fiables doivent être mis en place si l'on veut utiliser ces fluides comme fluides caloporteurs dans les applications solaires.

Les différentes plages de température permises par les fluides de travail précédemment listés sont données par la figure 1.4.

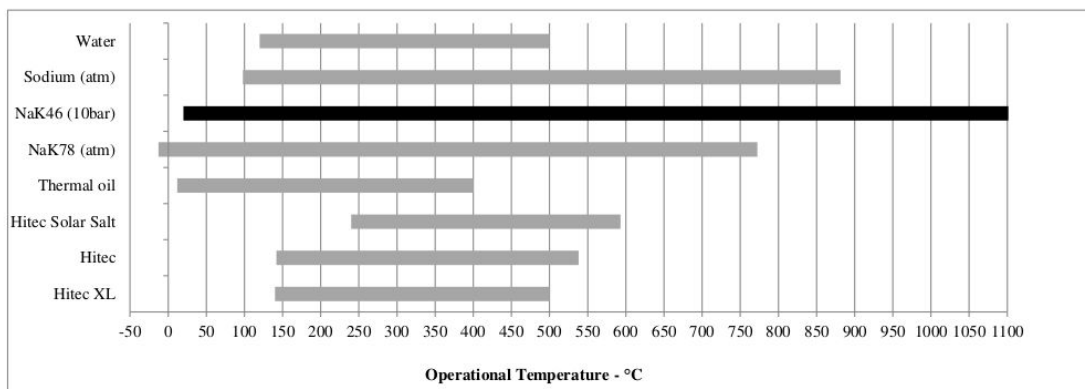


FIGURE 1.4 – Plage de température de différents fluides caloporteurs [17]

## 1.3 Les angles solaires

Le but de ce paragraphe est de rappeler la méthode de calcul des différents angles solaires pour une localisation géographique, une date et une heure donnée. Ces angles permettent de déterminer l'angle d'incidence des rayons solaires qui arrivent sur les capteurs solaires. Ils permettent également de calculer la portion de surface inactive à cause des effets d'ombre.

### 1.3.1 La position du soleil

Pour des fins de simulation, une précision de la position du soleil de l'ordre de  $0.25^\circ$  est largement suffisante. Cette précision est assurée par une approche de calcul conventionnelle détaillée dans [18].

Le Soleil tourne autour de la Terre en suivant une trajectoire elliptique, dont le soleil est l'un de ces foyers. La forme elliptique de cette trajectoire fait que la distance qui sépare la Terre du Soleil varie de 1.7% au fil des saisons par rapport à sa valeur moyenne de  $149\,675 \times 10^6$  km.

La terre tourne également sur elle-même autour de l'axe des pôles qui n'est pas perpendiculaire par rapport à l'écliptique. L'équateur et l'écliptique font alors un angle entre eux appelé inclinaison et égal à  $23^\circ 27'$ . Par ailleurs, l'angle entre l'équateur et la direction des rayons du soleil est appelé déclinaison (figure (1.5)) et varie au fil des saisons entre  $23^\circ 45'$  et  $-23^\circ 45'$ . Cet angle est calculé par :

$$\delta_s = 23.45^\circ \sin \left[ \frac{360(j + 284)}{365} \right] \quad (1.1)$$

où  $j$  est le numéro du jour de l'année.

L'angle solaire  $h$  illustré dans la figure (1.5) peut être calculé à une heure donnée par l'expression :

$$h = 15^\circ(t_s - 12) \quad (1.2)$$

où  $t_s$  est le temps solaire en heure qui est calculé à partir du temps local  $t$  par :

$$t_s = t + EOT + (l_{st} - l_{local})4 \text{ min/deg} \quad (1.3)$$

$l_{st}$  est le méridien horaire standard (greenwich) et  $l_{local}$  est le méridien horaire local. EOT est un terme correctif qui tient compte de la variation de la vitesse de rotation de la terre appelée également équation du temps :

$$EOT = 0.258 \cos(x) - 7.416 \sin(x) - 3.648 \cos(2x) - 9.228 \sin(2x) \quad (1.4)$$

avec :

$$x = \frac{360(j-1)}{365.242} \quad (1.5)$$

Pour un observateur placé dans un repère à la surface de la terre, le soleil peut être localisé en une heure donnée par deux angles (figure : l'azimuth ( $a_s$ ) et l'altitude ( $\alpha$ ). Ces angles sont illustrés dans la figure (1.6).

$\alpha$  peut être calculé par :

$$\alpha = \sin^{-1} [\sin(L)\sin(\delta_s) + \cos(L)\cos(\delta_s)\cos(h)] \quad (1.6)$$

$a_s$  peut être calculé par :

$$a_s = \sin^{-1} \left[ \frac{\cos(\delta_s)\sin(L)\cos(h) - \sin(\delta_s)\cos(L)}{\cos(\alpha)} \right] \quad \text{si } h > 0$$

$$a_s = - \left| \sin^{-1} \left[ \frac{\cos(\delta_s)\sin(L)\cos(h) - \sin(\delta_s)\cos(L)}{\cos(\alpha)} \right] \right| \quad \text{si } h < 0$$

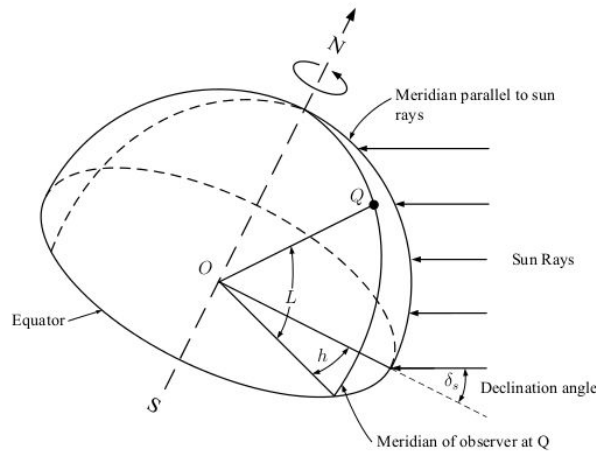


FIGURE 1.5 – Angles solaires fondamentaux : angle horaire ( $h$ ), latitude ( $L$ ) et déclinaison solaire  $\delta_s$  [19]

Ce paragraphe détaille la méthode de calcul des angles solaires, de l'angle de suivi des capteurs et de l'angle d'incidence des rayons solaires sur l'ouverture du capteur. La connaissance de ces différents angles est primordiale pour calculer le flux énergétique incident et l'effet de l'ombrage dans le champ solaire.

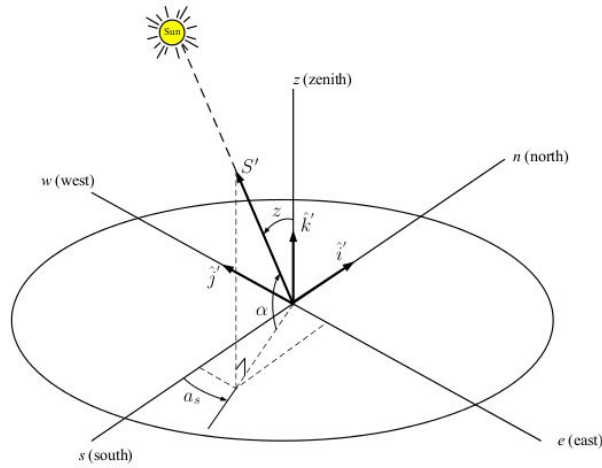


FIGURE 1.6 – Vecteur solaire dans un repère à la surface de la terre montrant : l'azimuth ( $a_s$ ), l'altitude ( $\alpha$ ) et le zénith ( $z$ ) [19]

### 1.3.2 L'angle de suivi solaire et l'angle d'incidence

Le principe de fonctionnement du suivi solaire mono-axial est simple. Le capteur tourne autour d'un axe de rotation qui est parallèle à l'axe du récepteur et contenu dans le plan formé par ce dernier et par la normale à la surface d'ouverture du réflecteur  $\vec{N}$  (Fig. 1.7). En pratique, cet axe de rotation est soit confondu avec l'axe du récepteur soit confondu avec l'axe du sommet de la surface cylindro-parabolique.

Le but du suivi solaire est de ramener le vecteur solaire  $\vec{S}$  (Fig. 1.8) dans le plan formé par l'axe de rotation et la normale à la surface d'ouverture du réflecteur  $\vec{N}$ . Dans ce cas, l'angle de suivi solaire  $\rho$  et l'angle d'incidence  $\theta_i$  peuvent être calculés par les expressions suivantes :

$$\rho = \tan^{-1} \left[ \frac{\sin(\gamma + a_s)}{\tan(\alpha)} \right] \quad (1.7)$$

$$\theta_i = \cos^{-1} \left[ \sqrt{1 - \cos^2(\alpha) \cos^2(\gamma + a_s)} \right] \quad (1.8)$$

où  $\gamma$  est l'angle entre le sud et l'axe de rotation du collecteur solaire.

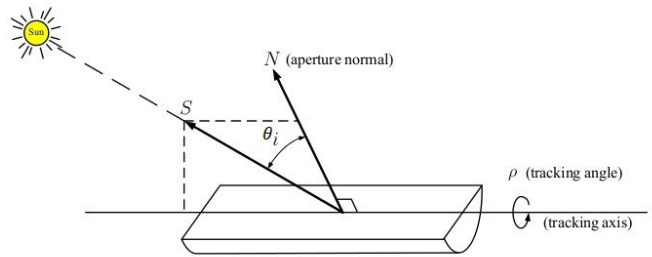


FIGURE 1.7 – Schéma d'un dispositif de suivi solaire mono-axial [19]

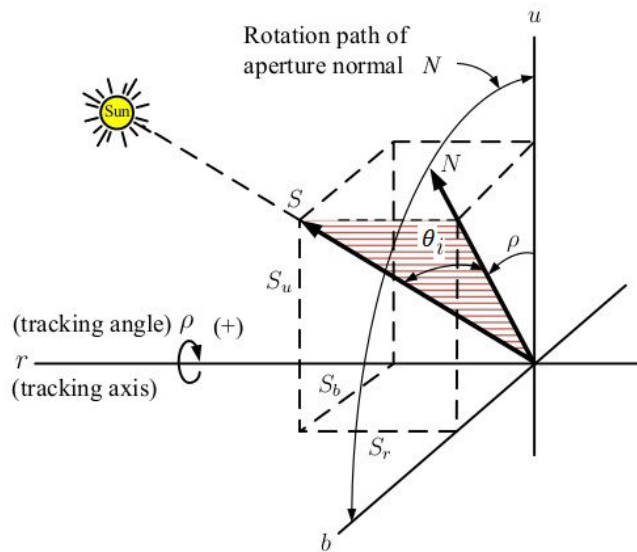


FIGURE 1.8 – L'angle de suivi solaire  $\rho$  et l'angle d'incidence  $\theta_i$  [19]

## 1.4 Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

L'énergie solaire qui atteint l'ouverture du collecteur solaire subit deux types de perte avant d'être transformée en énergie thermique. Il s'agit des pertes optiques et des pertes thermiques.

### 1.4.1 Rendement optique

Le rendement optique est définie par le rapport de l'énergie qui atteint l'absorbeur sur l'énergie solaire incidente sur la surface d'ouverture du collecteur solaire. Ce rendement dépend de l'angle d'incidence des rayons solaires, des propriétés optiques des matériaux utilisés et de la géométrie du collecteur ainsi que des imperfections dues au processus de fabrication.

## 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

Ce rendement peut être calculé d'une manière précise en utilisant la technique de lancer de rayons (Ray-tracing). Cette technique consiste à utiliser des lois de tirage probabilistes pour suivre la trajectoire d'un rayon tiré à partir de la source et calculer son poids (apport énergétique au niveau de l'absorbeur dans notre cas). Le calcul d'une intégrale multiple permet ensuite de calculer le flux d'énergie global provenant de la source. Les méthodes qui utilisent ces procédés sont appelées d'une manière générale des méthodes de Monte-Carlo. Plusieurs codes existent permettant de calculer la distribution du flux solaire au niveau de l'absorbeur et d'évaluer ainsi le rendement optique du collecteur. Les logiciels les plus connus sont "Soltrace" [20] et "Tonatiuh" [21] qui sont disponibles en libre accès et "Solfast" qui est payant et qui a été développé dans le cadre d'un partenariat entre l'entreprise HPC-SA et le laboratoire PROMES-CNRS [22].

La méthode de Monte-carlo permet une modélisation fine du rendement optique de collecteurs solaires mais avec un coût conséquent en terme de temps de calcul. Ce qui n'est pas compatible avec une démarche d'optimisation du système complet. Cependant, une démarche globale simplifiée existe. Dans cette démarche, le rendement est donné par l'expression suivante :

$$\eta_{op}(\theta_i) = \rho_c(\theta_i)\tau_e(\theta_i)\alpha_a(\theta_i)\gamma(\theta_i)\kappa \cos(\theta_i) \quad (1.9)$$

$\rho_c$ ,  $\tau_e$ ,  $\alpha_a$ ,  $\gamma$  et  $\kappa$  sont respectivement la réflectivité spéculaire directionnelle de la surface réfléchissante, la transmittivité de la couverture en verre, l'absorptivité de l'absorbeur, le facteur d'interception et le facteur géométrique qui prend en compte la réduction de la concentration solaire due aux effets de bord et d'ombre.

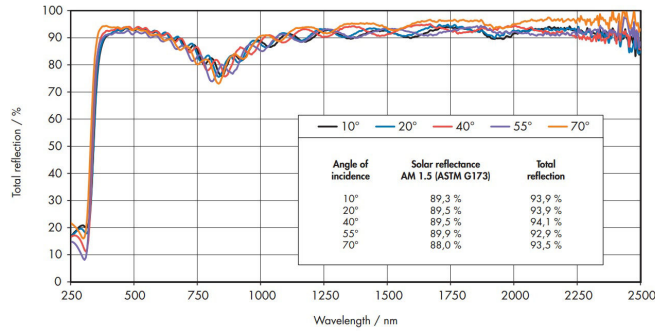
### 1.4.1.1 Réflectivité du miroir réfléchissant

Comme mentionné précédemment, un film multi-couches est utilisé pour réfléchir les rayons solaires vers le récepteur. En réalité, il n'existe pas dans la littérature des corrélations qui permettent de calculer la réflectivité spéculaire directionnelle directement. Ces corrélations doivent être établies pour chaque film réfléchissant à partir de mesures expérimentales de la réflectivité spéculaire monochromatique pour plusieurs angles d'incidence [23]. La figure 1.9a montre la réflectivité spéculaire monochromatique du film réfléchissant commercial MIRO-SUN<sup>®</sup> pour différents angles d'incidence. Ces données fournies par le constructeur permettent de calculer la réflectivité solaire du film réfléchissant pour chaque angle d'incidence en calculant la moyenne de la réflectivité pondérée par l'irradiance spectrale du rayonnement solaire :

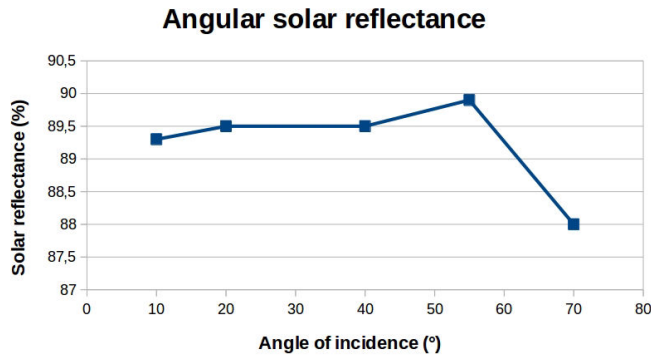
$$\rho_c = \frac{\int_0^\infty \rho(\lambda)J_s(\lambda)d\lambda}{\int_0^\infty J_s(\lambda)d\lambda} \quad (1.10)$$

L'évolution de la réflectivité en fonction de l'angle d'incidence est donnée par la figure

1.9b.



(a) Réflectivité monochromatique



(b) Réflectivité solaire angulaire

FIGURE 1.9 – Réflectivité du film réfléchissant MIRO-SUN<sup>®</sup> weatherproof reflective 90 [24]

#### 1.4.1.2 Transmittivité de l'enveloppe en verre

Avant d'atteindre l'absorbeur, les rayons solaires réfléchis par le miroir passent à travers l'enveloppe en verre. Lors de ce passage, une partie de l'énergie qu'ils transportent est réfléchié tandis que le reste est réfracté dans le verre qui absorbe également une partie de l'énergie restante. La figure 1.10 illustre la réfraction du rayon incident lors de son passage dans l'enveloppe. L'angle  $\theta_1$  n'est autre que l'angle d'incidence calculé par l'équation (1.8) et la relation entre l'angle  $\theta_1$  et  $\theta_2$  sont reliés par la relation de Snell [25] :

$$n = \frac{n_2 - i k_2}{n_1 - i k_1} = \frac{\sin(\theta_1)}{\sin(\theta_2)} \quad (1.11)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont respectivement les indices de réfraction de l'air et du verre et  $k_1$  et  $k_2$  sont respectivement les indices d'extinction de l'air et du verre.

L'indice de réflectivité et de transmittivité sont données par les équations classiques de Fresnel pour les lumières polarisées [26, 27]. Les rayons solaires n'étant pas pola-



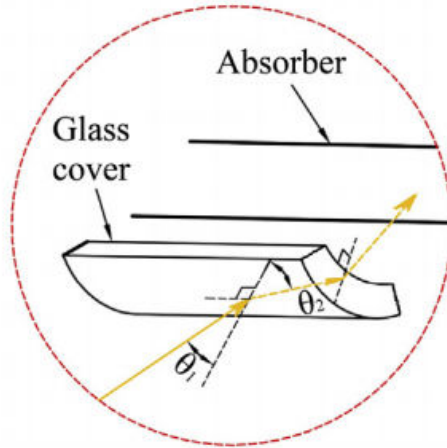


FIGURE 1.10 – Réfraction du rayonnement incident à travers l'enveloppe en verre [26]

risés, toutes les grandeurs optiques (réflectivité, transmittivité et absorptivité) sont données simplement par la moyenne arithmétique de ces mêmes grandeurs pour les deux polarisations perpendiculaire et parallèle.

Selon les équations de Fresnel, les réflectivités angulaires de l'enveloppe pour les polarisations perpendiculaire et parallèle sont données par [26, 27] :

$$r_{\perp}(\theta_1) = \left[ \frac{\cos(\theta_1) - n \cos(\theta_2)}{\cos(\theta_1) + n \cos(\theta_2)} \right]^2 \quad (1.12)$$

$$r_{\parallel}(\theta_1) = \left[ \frac{\cos(\theta_2) - n \cos(\theta_1)}{\cos(\theta_2) + n \cos(\theta_1)} \right]^2 \quad (1.13)$$

L'absorption interne de l'énergie dans le verre est donnée par :

$$\tau_a = \exp\left(\frac{k_2 e_a}{\cos(\theta_2)}\right) \quad (1.14)$$

Avec  $e_a$  l'épaisseur de l'enveloppe en verre et  $k_2$  le coefficient d'extinction du milieu absorbant.

La transmittivité angulaire du verre est alors donnée par :

$$\tau_{\perp}(\theta_1) = \frac{\tau_a(1 - r_{\perp})^2}{1 - r_{\perp}^2 \tau_a^2} \quad (1.15)$$

$$\tau_{\parallel}(\theta_1) = \frac{\tau_a(1 - r_{\parallel})^2}{1 - r_{\parallel}^2 \tau_a^2} \quad (1.16)$$

Finalement, la transmittivité angulaire de l'enveloppe en verre est donnée par la moyenne de ces deux quantités :

$$\tau_e(\theta_1) = \frac{\tau_{\perp}(\theta_1) + \tau_{\parallel}(\theta_1)}{2} \quad (1.17)$$

La figure 1.11 illustre la variation de la transmittivité et la réflectivité de la couverture en verre en considérant les paramètres regroupés dans le tableau 1.1. Cette figure montre que la transmittivité de la couverture de verre diminue considérablement lorsque l'angle d'incidence est grand (entre 40° et 90°).

Paramètre	Valeur
$n_{air}$	1
$n_{verre}$	1.58
$k_{verre}$	$4 \text{ m}^{-1}$
$e$	$2 \times 10^{-3} \text{ m}$

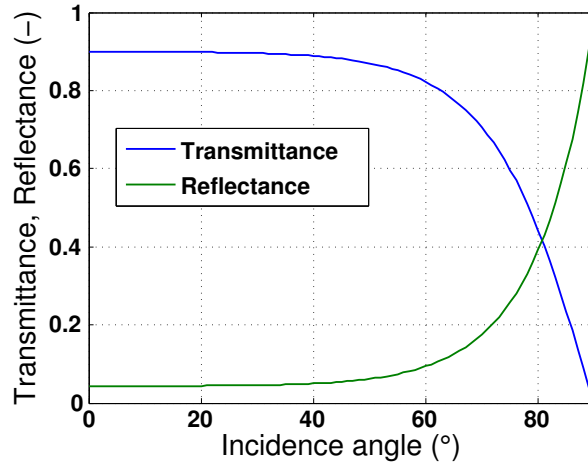


TABLE 1.1 – Paramètres utilisés pour calculer la transmittivité angulaire de la couverture en verre

FIGURE 1.11 – Variation de la transmittivité de la couverture en verre en fonction de l'angle d'incidence

### 1.4.1.3 Absorptivité de l'absorbeur

L'absorptivité de l'absorbeur dépend également de la longueur d'onde et de l'angle d'incidence des rayons solaires et cette dépendance doit être déterminée expérimentalement. De la même façon que la réflectivité du miroir, l'absorptivité globale de l'absorbeur est donnée par la moyenne de l'absorptivité monochromatique pondérée par l'irradiance

## 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

spectrale du rayonnement solaire.

Il est fréquent dans la littérature de donner l'absorptivité de l'absorbeur en fonction de l'angle d'incidence sous une forme polynomiale [28] :

$$\alpha_a(\theta_i) = \alpha_{a,n} \left( 1 + C_1 \theta_i + C_2 \theta_i^2 + C_3 \theta_i^3 + C_4 \theta_i^4 \right) \quad (1.18)$$

avec  $\alpha_{a,n}$  l'absorptivité des rayons solaires d'incidence nulle.

### 1.4.1.4 Facteur d'interception

Le facteur d'interception traduit l'atténuation du rendement optique par les imperfections aléatoires tel que la forme du soleil, la réflexion diffuse due à l'état de la surface réfléchissante et la réflexion diffuse due aux ondulations aléatoires de la surface réfléchissante. Il tient compte également des défauts géométriques systématiques qui sont dus à une déflexion ou une déformation non-aléatoire de la forme du miroir, à une erreur permanente de l'angle de suivi solaire ou à un écart entre la position réelle du récepteur et la focale du miroir.

Pour modéliser ces imperfections, chaque rayon incident sur un point P du réflecteur est considéré comme réfléchi d'une manière diffuse dans toutes les directions. L'intensité angulaire réfléchie est modélisée par une loi normale de variance  $\sigma^2$  et de moyenne  $\mu$ . La moyenne traduit la déviation du rayon central par rapport au foyer de la parabole due aux défauts non aléatoires. La variance traduit, quant à elle, l'effet des défauts aléatoires :

$$I_{eff}(\zeta) = \frac{I_s}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\zeta - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (1.19)$$

La variance étant donnée par :

$$\sigma^2(\theta_i) = \frac{\sigma_{sun}^2}{\cos(\theta_i)} + 4\sigma_{slope}^2 + \sigma_{mirror}^2 \quad (1.20)$$

Le facteur d'interception est défini comme le rapport entre l'énergie qui atteint l'absorbeur et l'énergie solaire incidente. La réflectivité du miroir est considérée égale à 1 et la présence de l'enveloppe en verre est négligée. En effet, dans cette approche, la réflectivité partielle du miroir et la transmittivité partielle de l'enveloppe en verre sont prises en compte séparément par les coefficients  $\rho(\theta_i)$  et  $\tau(\theta_i)$  :

$$\gamma(\theta_i) = \frac{2 \int_0^{W_{col}/2} dx \int_{-\zeta_a}^{\zeta_a} I_{eff}(\zeta) d\zeta}{2 \int_0^{W_{col}/2} I_s dx} \quad (1.21)$$

$W_{col}$  est la largeur de la surface d'ouverture du collecteur solaire et  $\zeta_a$  est le demi angle d'ouverture de l'absorber vu à partir d'un point  $P$  de la surface réfléchissante situé à une abscisse donnée  $x$  (cf. figure 1.12).

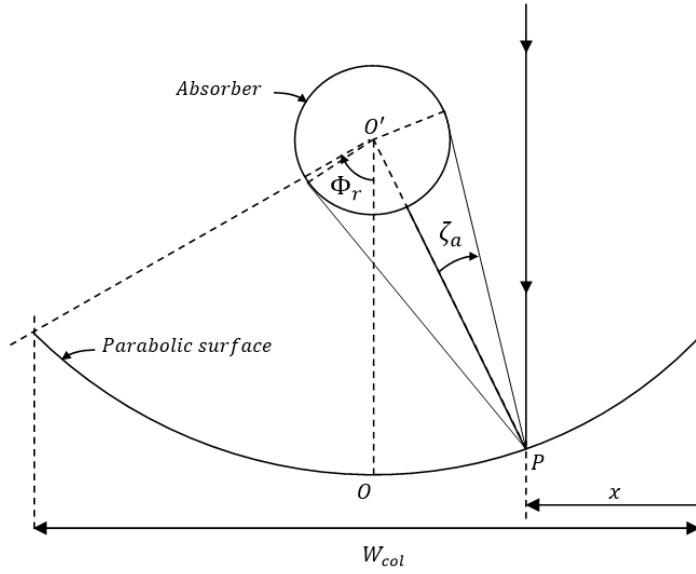


FIGURE 1.12 – Les différents dimensions géométriques qui interviennent dans le calcul du facteur d'interception

Güven [29] a simplifié cette expression dans le cas d'un défaut vertical de position du récepteur et l'a écrit en fonction de "paramètres de défauts universelles" :

$$\gamma = \frac{1 + \cos(\phi_r)}{2 \sin(\phi_r)} \times \int_0^{\phi_r} \left[ \operatorname{Erf} \left( \frac{\sin \phi_r (1 + \cos \phi) (1 - 2d^* \sin \phi) - \pi \beta^* (1 + \cos \phi_r)}{\sqrt{2} \pi \sigma^* (1 + \cos \phi_r)} \right) - \operatorname{Erf} \left( \frac{\sin \phi_r (1 + \cos \phi) (1 + 2d^* \sin \phi) + \pi \beta^* (1 + \cos \phi_r)}{\sqrt{2} \pi \sigma^* (1 + \cos \phi_r)} \right) \right] \times \frac{d\phi}{1 + \cos \phi} \quad (1.22)$$

Où :

$d^*$  paramètre universel des défauts non-aléatoires dus à un défaut de la position de l'absorber ou à une déformation du miroir réfléchissant,  $d^* = d_r/D_a$

$\beta^*$  paramètre universel des défauts non-aléatoires de l'angle de suivi solaire,  $\beta^* = \beta C$

## 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

---

$\sigma^*$  paramètre universel des défauts aléatoires,  $\sigma^* = \sigma C$

$D_a$  diamètre extérieur du tube absorbeur ( $m$ )

$C$  facteur de concentration géométrique ( $C = (W_{col} - D_a)/\pi D_a$ )

$d_r$  déplacement vertical de l'absorbeur par rapport à la focale ( $m$ )

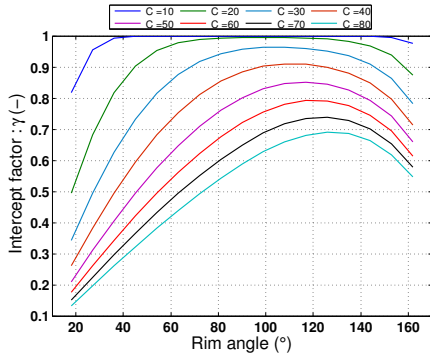
$\beta$  erreur angulaire du suivi solaire

La figure 1.13a donne la variation du facteur d'interception en fonction de l'angle Rim pour différentes valeurs du facteur de concentration. Cette même figure montre qu'il existe, pour chaque facteur de concentration, un angle Rim ( $\Phi_r$ , Fig. 1.12) qui optimise le facteur d'interception de l'énergie solaire. De plus, il est clair que plus le facteur de concentration est grand plus le facteur d'interception se dégrade. En contre partie et comme nous le verrons dans le paragraphe suivant, augmenter le facteur de concentration permet d'augmenter significativement le rendement thermique du collecteur solaire. Ces deux tendances opposées montrent qu'il y a un optimum à trouver et ceci fera l'objet d'un paragraphe par la suite.

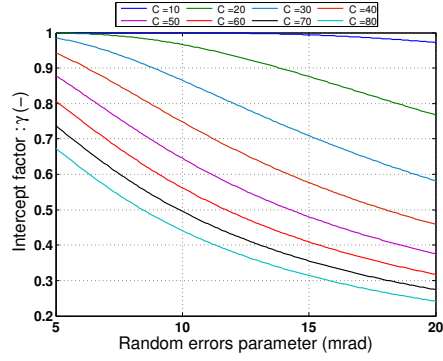
Les figures 1.13b, 1.13c et 1.13d illustrent l'effet des défauts aléatoires et non aléatoires sur le facteur d'interception. Les erreurs aléatoires qui sont du essentiellement à l'état de surface du miroir réfléchissant et aux défauts de position du récepteur sont le résultat du processus de fabrication des collecteurs. A ce niveau, les constructeurs sont amenés à mettre au point des processus de fabrication peut coûteux et qui donnent le moins de défauts géométriques et la meilleure qualité de surface possible.

Par ailleurs, les défauts angulaires de suivi solaire dépendent du système de suivi et pour les diminuer il est essentiel que la résolution du moteur électrique qui entraîne les collecteurs soit très élevée car cette résolution représente une partie de l'erreur angulaire maximale de suivi solaire. En effet, la figure 1.13c montre qu'une erreur angulaire très faible peut avoir des conséquences non négligeables sur le facteur d'interception. De plus, il est nécessaire d'utiliser des matériaux qui minimisent les effets de torsion sans pour autant encombrer le support ou augmenter significativement les coûts. Finalement, il est indispensable que l'orientation initiale des collecteurs soit très précise pour éviter les erreurs de suivi solaire permanentes.

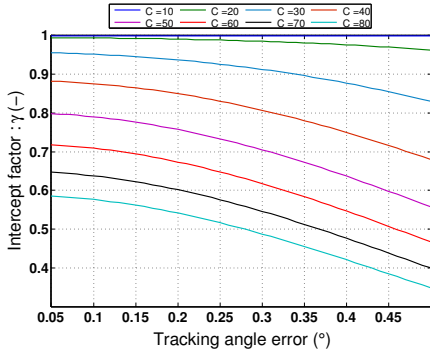
Dans le cadre de notre démarche de conception et d'optimisation, les défauts aléatoires, de positionnement du récepteur et de suivi solaire ne sont pas considérés comme des variables d'optimisation. Il est toutefois nécessaire de les diminuer autant que possible en adoptant des processus de fabrication et de montage adaptés et une démarche de contrôle qualité fiable lors de la fabrication des collecteurs.



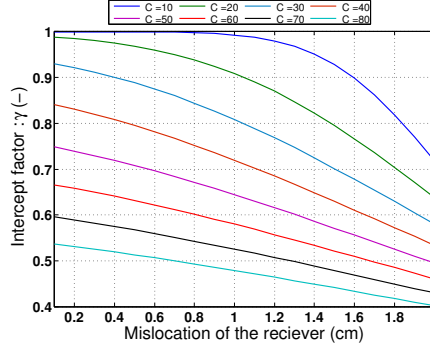
(a) Facteur d'interception en fonction de l'angle Rim pour différentes valeurs de C :  $\sigma = 7,5 \text{ mrad}$ ,  $\beta = 0^\circ$  et  $d_r = 0 \text{ cm}$



(b) Effet du paramètre des défauts aléatoires sur le facteur d'interception :  $\phi_r = 90^\circ$ ,  $\beta = 0^\circ$  et  $d_r = 0 \text{ cm}$



(c) Effet du défaut de suivi solaire sur le facteur d'interception :  $\phi_r = 90^\circ$ ,  $\sigma = 7,5 \text{ mrad}$  et  $d_r = 0 \text{ cm}$



(d) Effet du déplacement vertical de l'absorbeur sur le facteur d'interception :  $\phi_r = 90^\circ$ ,  $\sigma = 7,5 \text{ mrad}$  et  $\beta = 0^\circ$

FIGURE 1.13 – Etude de sensibilité du facteur d'interception par rapport au paramètre mis en jeu

#### 1.4.1.5 Facteur géométrique

Le facteur géométrique mesure la réduction de la surface active du collecteur solaire à cause des effets de bords et des ombres. L'effet de bord résulte du fait que les rayons solaires sont inclinés. Par conséquent, en bordure du collecteur solaire les rayons réfléchis n'arrivent pas à l'absorbeur. Ceci est illustré dans la figure 1.14. La surface de la zone inactive du collecteur à cause de cet effet peut être calculée par [30] :

$$A_e = fW_{col} \tan(\theta_i) \left[ 1 + \frac{W_{col}^2}{48f^2} \right] \quad (1.23)$$

L'effet d'ombre est le fait que l'ombre d'une rangée de collecteurs empêche les rayons solaires d'atteindre une partie de la surface réfléchissante de la rangée suivante. La figure 1.14 montre les collecteurs solaires selon deux vues différentes (vue de face et vue de haut). Ces projections illustrent la hauteur et la longueur de la zone inactive ce qui

## 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

permet de calculer sa surface. Cette surface est donnée par l'expression [31] :

$$A_s = L_s H_s = [(W_{col} - p \cos(\rho)) (L_{col} - |p \tan(\Gamma - \gamma_s)|)]^+ \quad (1.24)$$

avec  $W_{col}$  et  $L_{col}$  sont respectivement la largeur et la longueur de l'ouverture du collecteur solaire,  $p$  est la distance qui sépare deux rangs successifs,  $\rho$ ,  $\gamma_s$  et  $\Gamma$  sont respectivement l'angle de suivi solaire, l'azimut solaire et l'azimut de la surface réfléchissante. Ces angles sont illustrés dans la figure 1.14. Seules les valeurs positives de  $A_s$  sont prises en compte; ce qui est traduit par l'exposant "+" dans l'équation (1.24). Le facteur géométrique s'écrit alors :

$$\kappa = 1 - \frac{A_e + A_s}{A_{col}} \quad (1.25)$$

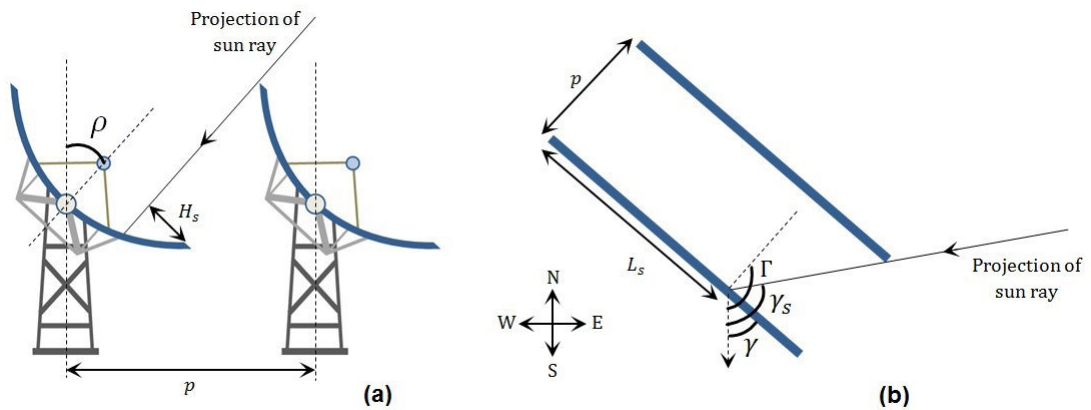


FIGURE 1.14 – Projections montrant la hauteur et la longueur de la zone inactive par l'effet d'ombre : (a) hauteur  $H_s$ , (b) longueur  $L_s$

### 1.4.2 Analyse thermique

#### 1.4.2.1 Modèle dynamique des collecteurs

Les pertes optiques ne sont pas les seules sources de déperdition énergétique au niveau du récepteur du collecteur solaire. En effet, l'absorbeur interagit avec l'enveloppe en verre qui échange à son tour de la chaleur avec le milieu environnant. Le comportement thermique du récepteur solaire peut être modélisé par trois équations de bilan énergétique (au niveau du fluide caloporteur, de l'absorbeur et de la couverture en verre). En considérant un régime transitoire, un écoulement incompressible et en négligeant la conduction thermique et la chute de pression dans l'absorbeur, ces équations s'écrivent :

$$A_{i,a}\rho_f C_{p,f} \frac{\partial T_f}{\partial t} = -\dot{m}_f \frac{\partial}{\partial x} (C_{p,f} T_f) + \dot{Q}'_{a-f,conv} \quad (1.26)$$

$$A_a \rho_a C_{p,a} \frac{\partial T_a}{\partial t} = \dot{Q}'_{a-abs} - \dot{Q}'_{a-f,conv} - \dot{Q}'_{a-e,conv} - \dot{Q}'_{a-e,rad} \quad (1.27)$$

$$A_e \rho_e C_{p,e} \frac{\partial T_e}{\partial t} = \dot{Q}'_{e-abs} + \dot{Q}'_{a-e,conv} + \dot{Q}'_{a-e,rad} - \dot{Q}'_{e-sa,conv} - \dot{Q}'_{e-s,rad} \quad (1.28)$$

Les différents flux de chaleur mis en jeu dans ces équations sont illustrés dans la figure 1.15. La détermination de ces flux est suffisamment détaillées dans la littérature [32–34] :

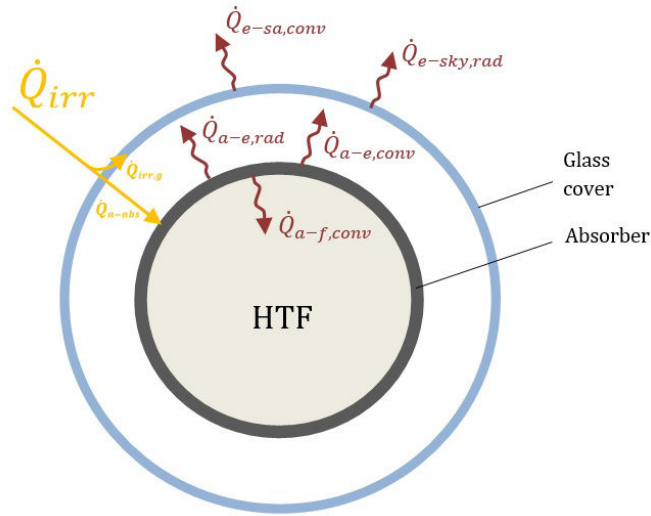


FIGURE 1.15 – Bilan des flux de chaleur échangés au niveau du récepteur

### Convection entre le fluide et l'absorbeur

Le flux échangé par convection entre le fluide caloporteur et l'absorbeur s'écrit par unité de longueur :

$$\dot{Q}'_{a-f,conv} = h_f \pi D_a (T_a - T_f) \quad (1.29)$$

avec  $h_f = Nu_f \frac{k_f}{D_a}$

où :

$h_f$  : coefficient de transfert entre le fluide et l'absorbeur ( $W m^{-2} K^{-1}$ ).

$Nu_f$  : nombre de Nusselt.

$D_a$  : diamètre de l'absorbeur ( $m$ ).



## 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

$T_a$  : température de l'absorbeur ( $K$ ).

$T_f$  : température locale moyenne débitante du fluide ( $K$ ).

Le nombre de Nusselt est calculé à l'aide des corrélations classiques et selon le régime de l'écoulement :

- **Régime laminaire ( $Re < 2300$ )**

Le nombre de Nusselt est constant et égal à 4.36.

- **Régime turbulent ( $Re > 2300$ )**

Le nombre de Nusselt est calculé en utilisant la corrélation de Gnielinski [35] :

$$Nu_f = \frac{\frac{f}{8}(Re_f - 1000)Pr_f}{1 + 12,71\sqrt{\frac{f}{8}}(Pr_f^{2/3} - 1)} \left(\frac{Pr_f}{Pr_a}\right)^{0,11} \quad (1.30)$$

avec  $f = (1,82\log_{10}(Re_f) - 1,64)^{-2}$

où :

$f$  : coefficient de frottement entre le fluide et la surface intérieure du tube.

$Pr_f$  : nombre de Prandtl du fluide évalué à la température  $T_f$  du fluide.

$Pr_a$  : nombre de Prandtl du fluide évalué à la température de l'absorbeur.

### Convection entre l'absorbeur et l'enveloppe en verre

L'espace annulaire entre l'absorbeur et la couverture en verre peut être évacuée ou non. Dans le cas où cet espace est évacué (pression  $< 1$  torr), le gaz qui s'y trouve est dilué et le régime de la convection entre l'absorbeur et l'enveloppe est moléculaire libre. Par contre, dans le cas d'un espace annulaire non évacué (pression  $> 1$  torr), le régime de convection est dit continu.

- **Cas d'un espace annulaire évacué :**

Dans ce cas, le flux échangé par unité de longueur entre l'absorbeur et l'enveloppe en verre par convection naturelle en régime moléculaire libre peut être calculé par [36] :

$$\dot{Q}'_{a-e,conv} = h_{a-e}\pi D_a(T_a - T_e) \quad (1.31)$$

avec

$$h_{a-e} = \frac{k_{std}}{D_a/2 \ln(D_e/D_a) + b\lambda(D_a/D_e + 1)} \quad (1.32)$$

$$b = \frac{(2-a)(9\gamma - 5)}{2a(\gamma + 1)} \quad (1.33)$$

$$\lambda = \frac{2,331 \times 10^{-20}(T_{a-e} + 273,15)}{P_a \delta^2} \quad (1.34)$$

Ces expressions font intervenir les grandeurs suivantes :

$k_{std}$  : conductivité thermique du gaz à la température  $T_{a-e}$  ( $Wm^{-1}K^{-1}$ )

$b$  : coefficient d'interaction

$a$  : coefficient moyen

$T_{a-e}$  : Température à laquelle les propriétés thermophysiques du gaz sont calculées.  
 Cette température est égale à la moyenne arithmétique entre la température de l'absorbeur et celle de l'enveloppe ( $^{\circ}C$ )

$\lambda$  : Libre parcours moyen des molécules du gaz (cm)

$\gamma$  : Rapport des capacités calorifiques

$\delta$  : Diamètre moléculaire (cm)

$P_a$  : Pression du gaz dans l'espace annulaire (mmHg)

Les constantes utilisées dans ces expression sont regroupées dans le tableau 1.2 pour trois gaz différents.

gaz	$k_{std}$	$a$	$\lambda$	$\gamma$	$\delta$
Air	0.02551	1.571	88.67	1.39	$3.53 \times 10^{-8}$
Hydrogène	0.1769	1.581	191.8	1.398	$2.4 \times 10^{-8}$
Argon	0.01777	1.886	76.51	1.677	$3.8 \times 10^{-8}$

TABLE 1.2 – Les différentes constantes utilisées pour le calcul du coefficient de transfert de convection naturelle

- **Cas d'un espace annulaire non évacué :**

Dans ce cas, le flux échangé par unité de longueur entre l'absorbeur et l'enveloppe en verre par convection naturelle en régime continu peut être calculé par [37] :

$$\dot{Q}'_{a-e,conv} = h_{a-e} \pi D_a (T_a - T_e) \quad (1.35)$$

#### 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

avec

$$h_{a-e} = Nu_{a-e} \frac{\lambda_{air}}{D_a} = \frac{2}{\ln\left(\frac{1+2/Nu_i}{1-2/Nu_o}\right)} \frac{\lambda_{air}}{D_a} \quad (1.36)$$

$$Nu_i = \left\{ \left[ 0,518 Ra_{D_a}^{\frac{1}{4}} f_1(Pr) \right]^{15} + \left( 0,1 Ra_{D_a}^{\frac{1}{3}} \right)^{15} \right\}^{\frac{1}{15}} \quad (1.37)$$

$$Nu_o = \left( \left\{ \left[ \left( \frac{1}{1-e^{-\frac{1}{4}}} \right)^{\frac{5}{3}} + \left[ 0,587 Ra_{D_e}^{\frac{1}{4}} f_2(Pr) \right]^{\frac{5}{3}} \right]^{\frac{3}{5}} \right\}^{15} + \left( 0,1 Ra_{D_e}^{\frac{1}{3}} \right)^{15} \right)^{\frac{1}{15}} \quad (1.38)$$

Les deux fonctions  $f_1$  et  $f_2$  sont données par :

$$f_1(Pr) = \left[ 1 + \left( \frac{0,559}{Pr} \right)^{\frac{3}{5}} \right]^{-\frac{5}{12}} \quad (1.39)$$

$$f_2(Pr) = \left[ \left( 1 + \frac{0,6}{Pr^{0,7}} \right)^{-5} + \left( 0,4 + 2,6 Pr^{0,7} \right)^{-5} \right]^{-\frac{1}{5}} \quad (1.40)$$

Les deux nombres de Rayleigh  $Ra_{D_a}$  et  $Ra_{D_e}$  sont calculés de la manière suivante :

$$Ra_{D_a} = \frac{g\beta(T_a - T_b)D_a^3}{\nu^2} Pr \quad (1.41)$$

$$Ra_{D_e} = \frac{g\beta(T_b - T_e)D_e^3}{\nu^2} Pr \quad (1.42)$$

$$(1.43)$$

$T_b$  est la température de mélange qui est déduite de l'équation :

$$\frac{T_b - T_e}{T_a - T_b} = - \frac{\ln\left(1 - \frac{2}{Nu_o}\right)}{\ln\left(1 + \frac{2}{Nu_i}\right)} \quad (1.44)$$

Ces expressions font intervenir les grandeurs suivantes :

$\beta$  : coefficient de dilatation isobare. Pour un gaz parfait,  $\beta = \frac{1}{T_{a-e}}$ .

$Pr$  : nombre de Prandtl du fluide évalué à la température  $T_{a-e}$ .

$T_{a-e}$  : Température à laquelle les propriétés thermophysiques du gaz sont calculées. Cette température est égale à la moyenne arithmétique entre la température de l'absorbeur et celle de l'enveloppe.

$g$  : l'accélération de la pesanteur ( $m.s^{-2}$ ).

### Radiation entre l'absorbeur et l'enveloppe en verre

Pour déterminer la radiation entre l'absorbeur et l'enveloppe, nous supposons que les surfaces sont grises, que les deux tubes (absorbeur et enveloppe) sont longs et isothermes et que la réflexion entre eux est diffuse. Le flux radiatif par unité de longueur est alors donné par [38] :

$$\dot{Q}'_{a-e,rad} = \frac{\sigma\pi D_a(T_a^4 - T_e^4)}{\frac{1}{\varepsilon_a} + \frac{(1-\varepsilon_e)D_a}{\varepsilon_e D_e}} \quad (1.45)$$

où :

$\sigma$  : constante Stefan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$ ).

$\varepsilon_a$  : émissivité de l'absorbeur.

$\varepsilon_e$  : émissivité de l'enveloppe.

$D_a$  : diamètre de l'absorbeur ( $m$ ).

$D_e$  : diamètre de l'enveloppe ( $m$ ).

$T_a$  : température de l'absorbeur ( $K$ ).

$T_e$  : température de l'enveloppe ( $K$ ).

### Convection entre l'enveloppe et l'air ambiant

L'échange de chaleur par convection entre l'enveloppe en verre et l'air ambiant s'effectue d'une façon naturelle s'il n'y a pas de vent et forcée si la vitesse du vent est non nulle. Ce flux de chaleur est exprimé par [38] :

$$\dot{Q}'_{e-sa,conv} = h_{e-sa,conv}\pi D_e(T_e - T_{amb}) \quad (1.46)$$

avec :

$$h_{e-sa,conv} = Nu_{e-sa,conv} \frac{k_{sa}}{D_e} \quad (1.47)$$

- **Cas où la vitesse du vent est nulle :**

Dans ce cas, le nombre de Nusselt est calculé de la manière suivante :

#### 1.4. Modélisation optique et thermique - Rendement énergétique

---

$$Nu_{e-sa,conv} = \left\{ 0,60 + \frac{0,387Ra_{D_e}^{1/6}}{[1 + (0,559/Pr_{e-sa})^{9/16}]^{8/27}} \right\}^2 \quad (1.48)$$

$$Ra_{D_e} = \frac{g\beta(T_e - T_{sa})D_e^3}{\alpha_{e-sa}\nu_{e-sa}} \quad (1.49)$$

$$\beta = \frac{1}{T_{e-sa}} \quad (1.50)$$

avec :

$Ra_{D_e}$  : nombre de Rayleigh basé sur le diamètre de l'enveloppe

$Pr_{e-sa}$  : nombre de Prandtl de l'air à  $T_{a-e}$  ( $m^2/s$ )

$g$  : Accélération de la gravité

$\beta$  : coefficient d'expansion volumétrique ( $1/K$ )

$T_{a-e}$  : moyenne arithmétique entre la température de l'absorbeur et celle de l'enveloppe.  
(K)

$\alpha_{e-sa}$  : diffusivité thermique de l'air à  $T_{a-e}$  ( $m^2/s$ )

$\nu_{e-sa}$  : viscosité cinématique de l'air à  $T_{a-e}$  ( $m^2/s$ )

• **Cas où la vitesse du vent est non nulle :**

Dans ce cas le nombre de Nusselt est :

$$Nu_{e-sa,conv} = CRe_w^m Pr_{sa}^n \left( \frac{Pr_{sa}}{Pr_e} \right)^{\frac{1}{4}} \quad (1.51)$$

où :

$Re_w$  : nombre de Reynolds caractérisant l'écoulement du vent autour de l'enveloppe en verre

$Pr_{sa}$  : nombre de Prandtl de l'air à la température ambiante

$Pr_e$  : nombre de Prandtl de l'air à la température de l'enveloppe

Les constantes  $C$ ,  $m$  et  $n$  sont données par les tableaux suivants :

$Re_w$	C	m
1-40	0,75	0,4
40-1000	0,51	0,5
1000-200000	0,26	0,6
20000-1000000	0,076	0,7

TABLE 1.3 – Valeurs des constantes  $C$  et  $m$  en fonction de  $Re_w$

$Pr_{sa}$	n
0,7-10	0,37
10-500	0,36

TABLE 1.4 – Valeurs de  $n$  en fonction de  $Pr_{sa}$

### Radiation entre l'enveloppe et le ciel

Le flux radiatif entre l'enveloppe et le ciel s'écrit :

$$\dot{Q}'_{e-s,rad} = \sigma\pi D_e \varepsilon_e (T_e^4 - T_s^4) \quad (1.52)$$

où :

$\sigma$  : constante Stefan-Boltzmann ( $5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ )

$\varepsilon_e$  : émissivité de l'enveloppe

$D_e$  : diamètre de l'enveloppe ( $m$ )

$T_e$  : température de l'enveloppe ( $K$ )

$T_s$  : température du ciel ( $K$ )

La température du ciel est calculée par une corrélation donnée par Swinbank [39] :

$$T_s = 0,0553 T_{amb}^{1,5} \quad (1.53)$$

### Ensoleillement absorbé par l'absorbeur et par l'enveloppe

L'ensoleillement absorbé par l'absorbeur est donné par l'expression suivante :

$$\dot{Q}'_{a-abs} = \gamma \tau_e \alpha_a \rho_c W_{col} I_s \quad (1.54)$$

où :

$\gamma$  : facteur d'interception du collecteur

## 1.5. Établissement de corrélations pour la modélisation des systèmes

---

$\tau_e$  : transmittivité de l'enveloppe en verre

$\alpha_a$  : absorptivité de l'absorbeur

$\rho_c$  : reflectivité de la surface réfléchissante du collecteur

$W_{col}$  : largeur du collecteur ( $m$ )

$I_s$  : Ensoleillement direct qui atteint le récepteur ( $Wm^{-2}$ )

L'ensoleillement absorbé par l'enveloppe en verre est donné par l'expression suivante :

$$\dot{Q}'_{e-abs} = \gamma \alpha_e \rho_c W_{col} I_s \quad (1.55)$$

où :

$\alpha_e$  : absorptivité de l'enveloppe.

## 1.5 Établissement de corrélations pour la modélisation des systèmes

Le modèle développé que nous développons dans ce chapitre doit pouvoir s'intégrer dans un modèle global de la centrale solaire. Il est destiné à l'optimisation de l'ensemble de l'installation ; ce qui nécessite un calcul itératif intense basé sur le modèle fourni. D'abord, compte tenu de la dynamique lente du système qui fonctionne sous un ensoleillement variable le long d'une journée, il est possible, sans une grande erreur, de négliger les termes dynamiques du modèle décrit précédemment.

$$\dot{m}_f \frac{\partial}{\partial x} (C_{p,f} T_f) = \dot{Q}'_{a-f,conv} \quad (1.56)$$

$$\dot{Q}'_{a-abs} - \dot{Q}'_{a-f,conv} - \dot{Q}'_{a-e,conv} - \dot{Q}'_{a-e,rad} = 0 \quad (1.57)$$

$$\dot{Q}'_{e-abs} + \dot{Q}'_{a-e,conv} + \dot{Q}'_{a-e,rad} - \dot{Q}'_{e-sa,conv} - \dot{Q}'_{e-s,rad} = 0 \quad (1.58)$$

La résolution simultanée des deux équations (1.57) et (1.58) permet de calculer l'énergie utile  $\dot{Q}'_{a-f,conv}$ . Le rendement thermique local du récepteur est défini par :

$$\eta_{th} = \frac{\dot{Q}'_{a-f,conv}}{W_{col} \dot{Q}_{s,rec}} \quad (1.59)$$

où  $\dot{Q}_{s,ref}$  est le flux solaire qui arrive au récepteur qui est égal à  $\eta_{op} I_s$ . Ce rendement dépend de quatre variables : la vitesse du fluide circulant dans l'absorbeur, le flux solaire qui arrive au récepteur, la température locale du fluide et la température ambiante. Il

## Chapitre 1. Modélisation du champ solaire

peut s'écrire sous la forme :

$$\eta_{th} = a + b(T_f - T_{amb}) + c(T_f - T_{amb})^2 \quad (1.60)$$

La figure 1.16 illustre, à titre d'exemple, la variation des trois constantes  $a$ ,  $b$  et  $c$  en fonction de la vitesse du fluide, de l'ensoleillement incident sur le récepteur. L'exemple donné correspond au récepteur des collecteurs solaires utilisés dans le projet MICROSOL.

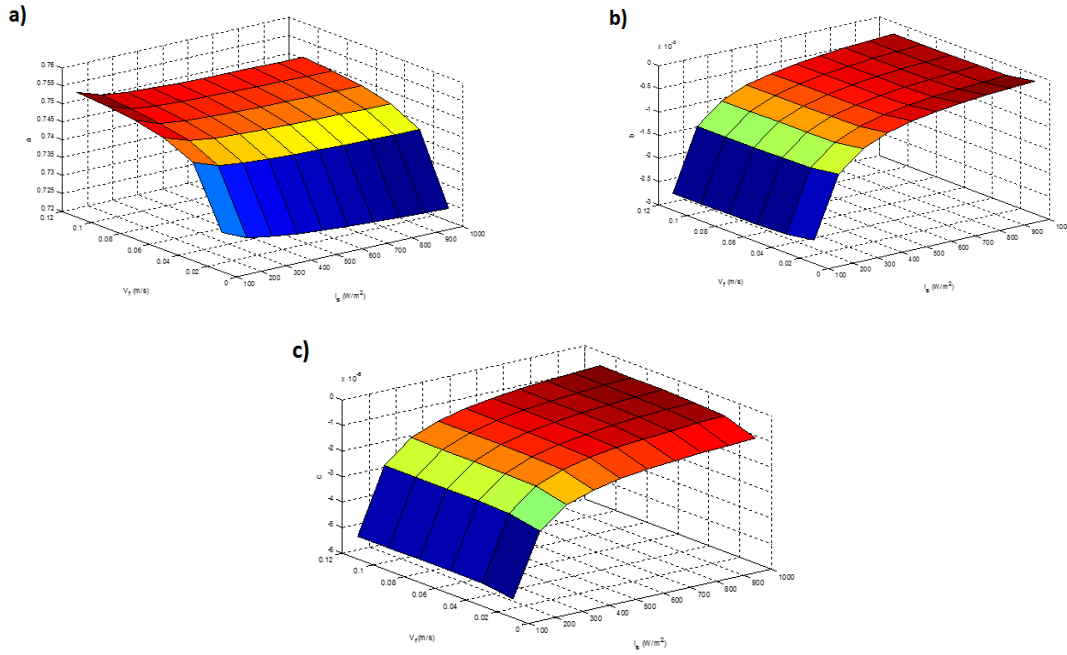


FIGURE 1.16 – Evolution des trois constantes  $a, b$  et  $c$  en fonction de l'ensoleillement et la vitesse du fluide caloporteur.

Les trois constantes  $a$ ,  $b$  et  $c$  peuvent s'écrire sous la forme :

$$a(u_f, Q) = \sum_{i=0}^{N_i} \sum_{k=0}^{N_k} a_{i,k} u_f^i Q^k \quad (1.61)$$

Le rendement optique, lui, ne dépend que de l'angle d'incidence de l'ensoleillement et peut s'écrire sous la forme :

$$\eta_{op}(\theta_i) = \eta_{op,0} K_{\theta} \kappa \cos(\theta_i) \quad (1.62)$$

avec  $K_{\theta}$  un facteur correctif de modification d'angle qui peut être identifié en utilisant le



## 1.5. Établissement de corrélations pour la modélisation des systèmes

modèle optique présenté précédemment à la corrélation suivante :

$$K_\theta = 1 + \frac{k_1 \theta_i}{\cos(\theta_i)} + \frac{k_2 \theta_i^2}{\cos(\theta_i)} \quad (1.63)$$

Au final, le modèle du collecteur s'écrit :

$$\dot{m}_f \frac{\partial}{\partial x} (C_{p,f} T_f) = \eta_{op,0} K_\theta \kappa \eta_{th} \cos(\theta_i) W_{col} I_s \quad (1.64)$$

### Détermination du profil de température le long du champ solaire

Pour déterminer le profil de température, nous effectuons une intégration analytique sur la longueur du récepteur. En effet, nous avons, en supposant que la capacité thermique du fluide caloporteur est indépendante de la température :

$$\dot{m}_f C_{p,f} dT_f = \eta_{op,0} K_\theta \kappa \eta_{th} \cos(\theta_i) W_{col} I_s dx \quad (1.65)$$

et la température à la longueur du collecteur  $L$  de l'entrée de l'absorbeur est calculée par l'intégration de l'équation précédente :

$$\int_{T_{f,in}}^{T_f(L_{col})} \dot{m}_f C_{p,f} \frac{dT_f}{\eta_{th}(T_f, T_{amb}, Q, u_f)} = \eta_{op,0} K_\theta \kappa \cos(\theta_i) A_{col} I_s \quad (1.66)$$

en remplaçant le rendement local du collecteur par la corrélation de l'équation (1.60), nous obtenons :

$$\int_{T_{f,in}}^{T_f(L_{col})} \dot{m}_f C_{p,f} \frac{dT_f}{a + b(T_f - T_{amb}) + c(T_f - T_{amb})^2} = \eta_{op,0} K_\theta \kappa \cos(\theta_i) A_{col} I_s \quad (1.67)$$

or, le terme à gauche de l'équation précédente peut s'écrire également :

$$\int_{T_{f,in}}^{T_f(L_{col})} \dot{m}_f C_{p,f} \frac{dT_f}{c \left[ (T_f - T_{amb} + \frac{b}{2c})^2 + (\frac{a}{c} - \frac{b^2}{4c^2}) \right]} \quad (1.68)$$

en posant  $\alpha = \frac{b}{2c}$  et  $\beta = \sqrt{\frac{a}{c} - \frac{b^2}{4c^2}}$  et en effectuant le changement de variable  $t = \frac{T_f - T_{amb} - \alpha}{\beta}$  nous obtenons :

$$\int_{T_{f,in}}^{T_f(L_{col})} \dot{m}_f C_{p,f} \frac{dT_f}{\eta_{col}(T_f, T_{amb}, I_s, u_f)} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\dot{m}_f C_{p,f}}{c\beta} \left( \frac{dt}{1+t^2} \right) \quad (1.69)$$

L'équation (1.66) peut s'écrire en fonction des nouvelles variables comme suit :

$$\frac{\dot{m}_f C_{p,f}}{c\beta} \int_{t_0}^{t_f} \left( \frac{dt}{1+t^2} \right) = \eta_{op,0} K_{\theta} \kappa \cos(\theta_i) A_{col} I_s \quad (1.70)$$

ce qui donne, après intégration, l'équation suivante :

$$\arctan(t_f) - \arctan(t_0) = \frac{c\beta\eta_{op,0} K_{\theta} \kappa \cos(\theta_i) A_{col} I_s}{\dot{m}_f C_{p,f}} \quad (1.71)$$

Cette formule permet de déterminer soit le débit du fluide si les températures d'entrée et de sortie sont connues ou bien la température à la sortie du collecteur ou à n'importe quelle longueur si, au contraire, le débit du fluide est connu.

Pour le premier cas, l'expression finale du débit  $\dot{m}_f$  s'écrit :

$$\dot{m}_f = \frac{c\beta\eta_{op,0} K_{\theta} \kappa \cos(\theta_i) A_{col} I_s}{C_{p,f} \left( \arctan\left(\frac{T_{f,out} - T_{amb} - \alpha}{\beta}\right) - \arctan\left(\frac{T_{f,in} - T_{amb} - \alpha}{\beta}\right) \right)} \quad (1.72)$$

Pour le deuxième cas, l'expression finale de la température à la sortie du collecteur  $T_{f,out}$  est :

$$T_{f,out} = \tan \left[ \frac{c\beta\eta_{op,0} K_{\theta} \kappa \cos(\theta_i) A_{col} I_s}{\dot{m}_f C_{p,f}} + \arctan\left(\frac{T_{f,in} - T_{amb} - \alpha}{\beta}\right) \right] \beta + \alpha + T_{amb} \quad (1.73)$$

Cette formule permet de déterminer le profil de température du fluide qui s'écoule dans l'absorbeur. Dans la figure 1.17 nous donnons ce profil de température pour deux vitesses différentes du fluide. Nous remarquons que plus la vitesse d'écoulement est petite, plus le fluide est chaud à la sortie.

**Remarque :** Le modèle développé dans ce paragraphe peut être systématiquement étendu afin de prendre en compte la variation de la capacité thermique du fluide de travail en fonction de la température. Cette variation est généralement donnée sous une forme polynomiale. Le problème revient à l'intégration d'une fraction rationnelle qui s'effectue après une première étape de décomposition en éléments simples, de la même manière que décrit dessus.

## 1.6. Rendement exergetique d'un collecteur solaire

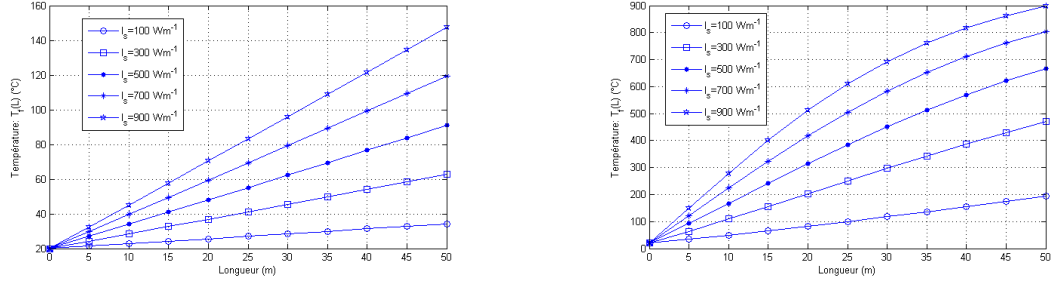


FIGURE 1.17 – profil de température du fluide en fonction de la position par rapport à l'entrée du fluide caloporteur. a)  $u_f = 0,1ms^{-1}$ , b)  $u_f = 0,01ms^{-1}$

## 1.6 Rendement exergetique d'un collecteur solaire

Le rendement exergetique d'un collecteur solaire a été développé dans la littérature [40]. D'une manière générale, l'exergie injectée dans le collecteur solaire s'écrit :

$$\dot{\Xi}_{col,in} = \dot{m}_f \left[ \int_{T_0}^{T_{f,in}} C_{p,f}(T) dT - T_0 \int_{T_0}^{T_{f,in}} \frac{C_{p,f}(T)}{T} dT + \frac{u_{f,in}^2}{2} \right] + I_s A_{col} \psi \quad (1.74)$$

$\psi$  est le potentiel relatif maximal d'énergie utile qui peut être récupéré de l'ensoleillement incident sur la surface du collecteur. Ce potentiel relatif peut être calculé par la formule de Petela [41] :

$$\psi = 1 - \frac{4 T_0}{3 T_s} + \frac{1}{3} \left( \frac{T_0}{T_s} \right)^4 \quad (1.75)$$

avec  $T_s$  la température de corps noir du soleil qui est de  $5800 K$ .

Une autre formule établie par Parrot et qui prend en compte l'effet de l'angle du soleil ( $\delta \sim 5 mrad$ ) [42] :

$$\psi = 1 - \frac{4 T_0}{3 T_s} (1 - \cos \delta)^{1/4} + \frac{1}{3} \left( \frac{T_0}{T_s} \right)^4 \quad (1.76)$$

De la même façon, l'exergie qui sort du collecteur solaire s'écrit :

$$\dot{\Xi}_{col,out} = \dot{m}_f \left[ \int_{T_0}^{T_{f,out}} C_{p,f}(T) dT - T_0 \int_{T_0}^{T_{f,out}} \frac{C_{p,f}(T)}{T} dT + \frac{u_{f,out}^2}{2} \right] \quad (1.77)$$

Le gain en exergie du fluide est alors :

$$\dot{\Xi}_{gain} = \dot{m}_f \left[ \int_{T_{f,in}}^{T_{f,out}} C_{p,f}(T) dT - T_0 \int_{T_{f,in}}^{T_{f,out}} \frac{C_{p,f}(T)}{T} dT + \frac{u_{f,out}^2 - u_{f,in}^2}{2} \right] \quad (1.78)$$

est le rendement exergetique est le rapport de ce gain d'exergie par l'exergie solaire incidente sur la surface du collecteur :

$$\eta_{ex} = \frac{\dot{m}_f \left[ \int_{T_{f,in}}^{T_{f,out}} C_{p,f}(T) dT - T_0 \int_{T_{f,in}}^{T_{f,out}} \frac{C_{p,f}(T)}{T} dT + \frac{u_{f,out}^2 - u_{f,in}^2}{2} \right]}{I_s A_{col} \psi} \quad (1.79)$$

### 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, après un état de l'art sur les technologies actuelles des dispositifs de captage de l'énergie solaire sous forme thermique, un modèle détaillé des collecteurs solaires a été présenté. C'est la géométrie cylindro-parabolique qui a été traitée dans ce chapitre car c'est la technologie utilisée dans le prototype réalisé dans le projet MicroSol.

Le modèle présenté n'est pas adapté à l'optimisation des centrales solaires qui nécessite non seulement l'évaluation des performances annuelles de l'installation, mais également l'itération de cette évaluation d'une façon intensive pour trouver la configuration optimale. Pour cette raison, le modèle développé a été utilisé pour construire des corrélations des pertes thermiques linéiques et du facteur de correction de l'angle d'incidence. Ces corrélations permettent par le biais d'un modèle analytique que nous avons également développé, de calculer la température de sortie du fluide de travail dans le cas d'un débit connu et du débit du fluide dans le cas d'une température de sortie connue.

L'analyse exergetique des collecteurs solaires a été également abordée à la fin de ce chapitre. Cette analyse permettra de calculer les différentes fonctions objectif lors de l'optimisation de la centrale solaire.

## 2 Modélisation du stock d'énergie thermique

### 2.1 Introduction

L'un des principaux avantages du solaire thermodynamique par rapport aux autres sources d'énergie renouvelable est la possibilité de stocker l'énergie sous sa forme thermique pour palier à l'intermittence de la source. Le stockage d'énergie thermique (TES) reste à ce jour la technologie la plus performante et la plus économique en comparaison avec les autres technologies (chimique ou mécanique). Le TES permet de stocker la chaleur pendant les heures d'ensoleillement pour pouvoir continuer à alimenter le bloc moteur de la centrale après le coucher du soleil. Le dispositif de stockage est donc un composant clé dans la centrale solaire thermodynamique et c'est lui qui permettra un fonctionnement continu.

Néanmoins, le prix et l'encombrement du dispositif de stockage d'énergie joue un rôle très important dans le développement et la compétitivité du solaire thermodynamique face aux énergies fossiles qui affichent toujours des coûts de production plus bas et qui ne nécessitent pas de stockage d'énergie.

L'énergie thermique peut être stockée sous plusieurs formes : chaleur sensible, chaleur latente ou thermochimique [43]. Cependant, quelque soit le type de stockage utilisé, son concepteur est amené à répondre à plusieurs exigences [44] :

1. une haute densité énergétique du matériau de stockage
2. un bon échange de chaleur entre le fluide caloporteur et le matériau de stockage,
3. la stabilité mécanique et chimique du matériau de stockage,
4. compatibilité chimique entre le matériau de stockage, le fluide caloporteur et l'échangeur de chaleur,
5. la réversibilité du processus pour un grand nombre de cycles de charge/décharge,
6. minimiser les pertes thermiques,
7. minimiser le coût,

8. minimiser l'impact environnemental.

Le but de ce chapitre est d'effectuer, en premier temps, un état de l'art sur les différentes configurations possibles des dispositifs de stockage de l'énergie thermique. Cet état de l'art nous permettra de choisir la configuration la plus adaptée à la micro-centrale solaire considérée. En second temps, nous développons un modèle pour simuler le comportement dynamique du stock. Ce modèle sera utilisé dans le chapitre 4 pour simuler le fonctionnement de la centrale complète et ensuite dans le but de développer son système de contrôle commande.

## 2.2 Etat de l'art et choix d'une technologie

### 2.2.1 Les différentes configurations de stockage de chaleur

Les dispositifs de stockage de l'énergie thermique peuvent être classés en deux catégories [45, 46] : les systèmes actifs et les systèmes passifs. Le système de stockage est considéré comme actif si le matériau de stockage est un fluide qui récupère lui-même la chaleur depuis la source. Dans cette configuration, nous trouvons la configuration à deux réservoirs, la configuration thermocline et les accumulateurs de vapeur. En revanche, le système est considéré comme passif si le matériau de stockage est solide. Dans ce cas, un fluide caloporteur apporte la chaleur depuis la source jusqu'à ce matériau. Dans cette catégorie, nous trouvons la configuration "lit de roche" ou les systèmes à échangeurs de chaleur solide-fluide. Ce classement est reporté dans la figure 2.1.

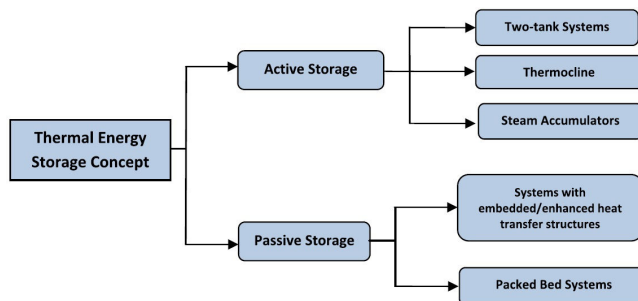


FIGURE 2.1 – Les différentes catégories des dispositifs de stockage thermique [45]

#### 2.2.1.1 Stockage actif

##### Configuration à deux réservoirs

Cette configuration consiste à utiliser un réservoir pour stocker le fluide chaud et un autre pour le stockage du fluide froid. Elle peut être directe dans le sens où le fluide de stockage est le même fluide qui passe dans les collecteurs solaires pour collecter l'énergie thermique. Elle peut, également, être indirecte si le fluide qui passe dans les collecteurs solaires est différent du fluide du stockage. Un échangeur de chaleur sert alors d'intermédiaire entre

les deux fluides. La configuration à deux réservoirs est la plus mature et la plus utilisée sur le terrain. En outre, il est fréquent d'utiliser les sels fondus comme fluide caloporteur dans cette configuration.

### avantages :

- maturité de la technologie,
- simplicité de sa mise en place,
- possibilité d'atteindre de hautes températures.

### inconvénients :

- nécessité d'un grand volume de fluide de stockage,
- coût élevé du fluide caloporteur,
- densité de stockage faible.

### Configuration thermocline

Il s'agit d'utiliser un seul réservoir rempli d'un liquide de stockage. Le fluide chaud est injecté par le haut lors de la phase de charge. Lors de la phase de décharge, le liquide froid est injecté par le bas. Ceci crée une zone chaude en haut et une zone froide en bas et, entre les deux, il existe un gradient de température. Certains auteurs [47] proposent une isolation thermique "imaginaire" qui se déplace verticalement dans le réservoir (figure 2.2a), mais aucune proposition pratique sur la réalisation d'une telle isolation n'est proposée dans la littérature. Cette configuration ne réduit pas le volume nécessaire du fluide caloporteur mais réduit le volume global du système.

### avantages :

- volume du système réduit par rapport à la configuration à deux réservoirs,
- un coût plus faible que la configuration à deux réservoirs.

### inconvénients :

- nécessité d'un grand volume de fluide de stockage,
- coût élevé du fluide caloporteur,
- effet de mélangeage et de convection naturelle difficile à maîtriser.

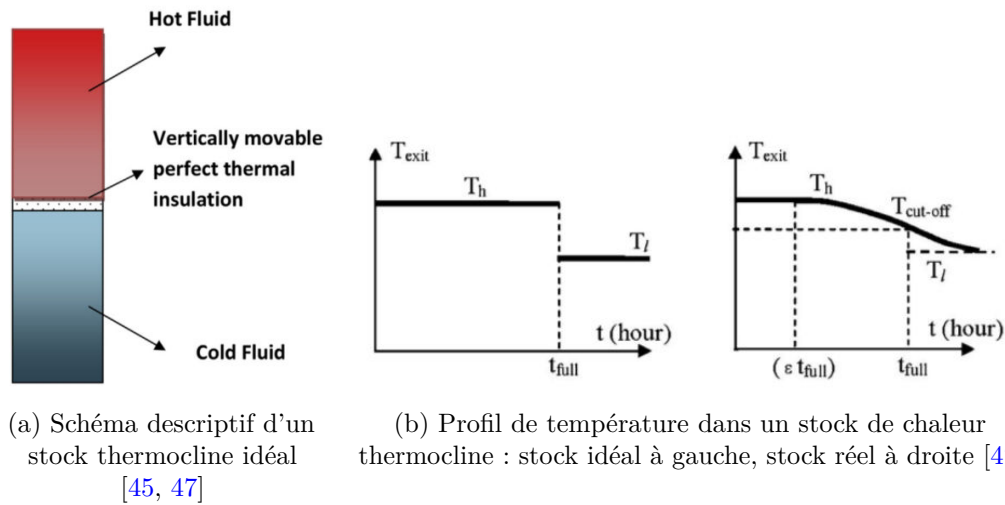


FIGURE 2.2 – Description de la configuration stock thermocline [45, 47]

### Accumulateur de vapeur

Dans cette configuration, un réservoir pressurisé qui contient initialement du liquide saturé est utilisé pour stocker la vapeur (figure 2.3). Le chargement du réservoir s'effectue par l'injection d'eau soit sous forme de vapeur saturée, soit sous forme d'eau liquide saturée [48]. Si de la vapeur saturée est utilisée pour le chargement, la pression augmente dans le réservoir et si de l'eau saturée est utilisée, la température et la pression restent constantes tout au long du processus de charge. La vapeur d'eau est ensuite générée dans la phase de décharge en baissant la pression à l'intérieur du réservoir

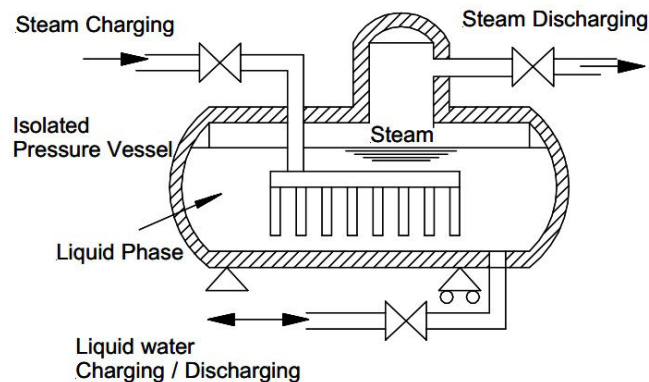


FIGURE 2.3 – Schéma descriptif d'un réservoir accumulateur de vapeur [48]

avantages :

- la vapeur est directement disponible pour entraîner une turbine,



- un temps de réaction très court,
- un grand débit de décharge.

### **inconvénients :**

- faible densité de stockage,
- pression de travail très élevée,
- coût très élevé.

### **2.2.1.2 Stockage passif**

#### **systèmes à échangeur de chaleur**

Cette catégorie regroupe tous les systèmes qui assurent un échange de chaleur entre un fluide caloporteur et un matériau de stockage solide (stockage dans du béton ou de la roche) ou un un matériau de stockage à changement de phase (PCM). Cet échange s'effectue à travers un échangeur de chaleur (tubes ou plaques).

Dans la littérature, certains auteurs proposent d'utiliser la configuration de l'échangeur de chaleur pour stocker l'énergie sous forme de chaleur sensible [49, 50] en utilisant du béton comme matériau de stockage (figure 2.4). D'autres auteurs proposent d'utiliser cette configuration pour stocker l'énergie sous forme de chaleur latente en utilisant des matériaux à changement de phase. En effet, pour palier à la problématique de la faible conductivité des PCM, il est fréquent d'utiliser des dispositifs d'échange de chaleur développés de telle sorte que la surface d'échange entre le fluide caloporteur et le matériau de stockage soit grande. Plusieurs configurations sont alors proposées telles que celle de Steinmann [51] qui propose de mettre le PCM dans la calandre d'un échangeur à tubes et calandre à tubes ailetées et tel que Shabgard [52] qui propose, en plus de la première configuration, d'utiliser un échangeur croisé à tubes et calandre où le PCM est placé à l'intérieur des tubes. Une infinité de configurations peuvent être imaginées également.

### **avantages :**

- haute densité de stockage si un PCM est utilisé,
- faible coût d'investissement dans le cas de stockage de chaleur sensible.

### **inconvénients :**

- faible densité de stockage dans le cas de stockage de chaleur sensible,
- coût élevé si un PCM est utilisé.



(a) Echangeur de chaleur préfabriqué



(b) Stock de chaleur sensible (sans isolation thermique)

FIGURE 2.4 – Module de stockage d'énergie sensible fabriqué et testé au DLR [53]

### Systèmes à lit de roche

Dans cette configuration, un matériau de stockage solide ou à changement de phase peut être utilisé. Comme le montre la figure 2.5, le matériau est entassé dans un réservoir de telle sorte qu'il forme une couche poreuse et le fluide caloporteur s'écoule à travers ce matériau. Une configuration à un seul réservoir est souvent utilisée. Lors de la phase de charge, le fluide chaud est injecté en haut du réservoir et inversement, lors de la phase de décharge, le fluide froid est injecté en bas. Cette configuration a été testée expérimentalement dans la littérature, notamment par Pacheco et *al.* [54] (figure 2.6).

La configuration du "lit de roche" offre une surface d'échange entre le fluide caloporteur et le matériau de stockage beaucoup plus grande que celle offerte par un échangeur de chaleur. Si des matériaux à changement de phase sont utilisés, cette grande surface d'échange permet de palier efficacement à la problématique de la faible conductivité de ces matériaux. Ceci permet également d'utiliser un faible volume du fluide caloporteur ; ce qui représente un grand avantage par rapport aux systèmes thermoclines à liquide seul. Il est également possible d'utiliser des gaz tel que le  $CO_2$  ou l'air comme fluide caloporteur ce qui permet d'atteindre de très hautes températures.

#### avantages :

- haute densité de stockage si un PCM est utilisé,
- possibilité d'utiliser des matériaux peu coûteux pour le stockage de chaleur sensible (roche, sable...),
- faible volume de fluide caloporteur,
- possibilité d'atteindre des températures élevées.

## 2.2. Etat de l'art et choix d'une technologie

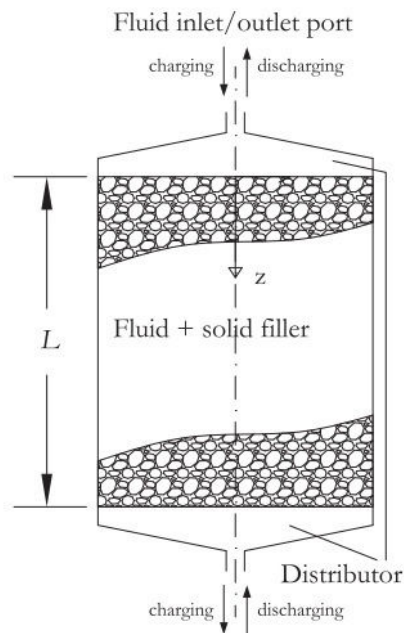
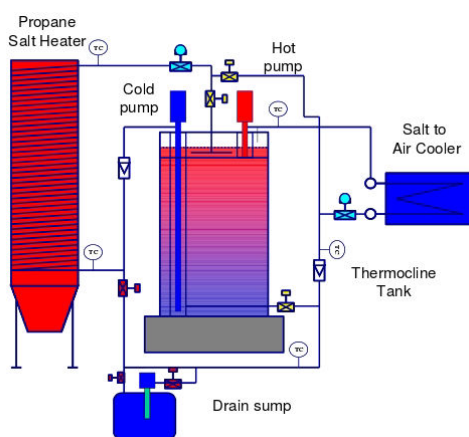


FIGURE 2.5 – Schéma descriptif d'un réservoir à "lit de roche" [55]



(a) Schéma de l'installation testée [54]



(b) Photographie de l'installation

FIGURE 2.6 – Installation testée par Pacheco et al. [54]

### inconvénients :

- faible densité de stockage dans le cas de stockage de chaleur sensible,
- coût élevé si un PCM est utilisé.

### 2.2.2 Choix de la technologie adéquate aux micro-centrales MICRO-SOL

Jusque là, le premier prototype Microsol utilise un stockage thermocline d'eau. Cette configuration présente plusieurs inconvénients. En effet, le circuit est pressurisé à 15 bars pour pouvoir atteindre une température de 180 °C. Cette pressurisation augmente le coût de fabrication du réservoir de stockage et impose des dispositions techniques particulières pour assurer l'étanchéité des collecteurs solaires et des différentes canalisations de l'installation, d'autant plus que le rendement thermodynamique du bloc moteur n'est pas élevé à 180 °C. Étant donné que la centrale est de petite taille et ne doit fournir qu'une puissance maximale de 10kWe, la densité de stockage n'est pas un élément déterminant dans le choix de la technologie de stockage. Par contre, étant donné que le produit est destiné aux villages isolés non ou mal raccordés au réseau électrique, un coût d'investissement bas est primordial pour sa commercialisation. La technologie qui permet d'atteindre des hautes températures de fonctionnement à pression atmosphérique et sans l'utilisation d'un grand volume d'huile thermique est la technologie du "lit de roche".

### 2.3 Modélisation thermique du stock <sup>1</sup>

Nous développons dans ce paragraphe un modèle thermique du stock à "lit de roche". Ce modèle nous permettra d'évaluer son rendement énergétique et exergetique afin de les optimiser. Il nous servira également dans le chapitre 4 lors de la modélisation dynamique de l'ensemble du système.

#### 2.3.1 Modèle à deux phases

En considérant une vitesse de fluide uniforme sur la section du réservoir, un matériau de stockage uniforme et isotropique, un fluide caloporteur incompressible, un réservoir adiabatique et des propriétés thermo-physiques des matériaux constantes, nous pouvons écrire les deux équations de conservation d'énergie dans le fluide caloporteur et dans le matériau de stockage solide :

$$\varepsilon(\rho C_p)_f \frac{\partial T_f}{\partial t} + \varepsilon(\rho C_p)_f u \frac{\partial T_f}{\partial z} = k_{f,eff} \left( \frac{\partial^2 T_f}{\partial z^2} \right) + h_{sf} A_{sf} (T_s - T_f) \quad (2.1)$$

$$(1 - \varepsilon)(\rho C_p)_s \frac{\partial T_s}{\partial t} = k_{s,eff} \left( \frac{\partial^2 T_s}{\partial z^2} \right) - h_{sf} A_{sf} (T_s - T_f) \quad (2.2)$$

Dans ces équations, l'indice *eff* indique une valeur "effective" d'une propriété intrinsèque,

---

1. Une version de ce paragraphe est publiée dans : M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Using Generalized Integral Transforms to solve a perturbation model for a packed bed thermal energy storage tank, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 84, May 2015, Pages 633-641

### 2.3. Modélisation thermique du stock

par exemple la conductivité thermique. Si on considère  $\Phi$  une grandeur intrinsèque, sa valeur effective est définie par :  $\Phi_{eff} = \varepsilon\Phi_f + (1 - \varepsilon)\Phi_s$ .

$h_{sf}$  est le coefficient de transfert de chaleur entre le fluide et solide qui peut être calculé par des corrélations expérimentales de la littérature [56, 57] :

$$h_{sf} = \frac{Nu_{sf} k_f}{d_p} \quad (2.3)$$

où  $d_p$  est le diamètre hydraulique des particules solides et  $Nu_{fs}$  le nombre de Nusselt caractérisant l'échange entre le fluide et le solide. Ce nombre est corrélé au nombre de Reynolds  $Re_p$  calculé sur la base du diamètre hydraulique des particules solides  $d_p$ . Wakao and Kaguei [58] proposent la corrélation suivante, valable dans l'intervalle  $15 < Re_p < 8500$  :

$$Nu_{fs} = 2,0 + 1,1 Pr^{1/3} Re_p^{0,6} \quad (2.4)$$

$A_{sf}$  est une surface volumétrique d'échange définie par :

$$A_{sf} = \frac{6(1 - \varepsilon)}{d_p} \quad (2.5)$$

Les deux équations (2.1) et (2.2) peuvent être écrites sous la forme adimensionnelle suivante :

$$\gamma_f \frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \gamma_f Pe \frac{\partial \theta_f}{\partial \zeta} = \beta_f \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial \zeta^2} + Bi(\theta_s - \theta_f) \quad (2.6)$$

$$\gamma_s \frac{\partial \theta_s}{\partial \tau} = \beta_s \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial \zeta^2} - Bi(\theta_s - \theta_f) \quad (2.7)$$

Les conditions initiales et aux limites des équations (2.6) et (2.7) sont :

$$\begin{aligned} \theta_f(\tau, \zeta = 0) &= \theta_{in}(\tau); \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = 0; \quad \theta_f(\tau = 0, \zeta) = \theta_{f0}(\zeta) \\ \frac{\partial \theta_s}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=0} &= 0; \quad \frac{\partial \theta_s}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = 0; \quad \theta_s(\tau = 0, \zeta) = \theta_{s0}(\zeta) \end{aligned}$$

Les variables adimensionnelles des équations (2.6) et (2.7) sont :

$$\theta = \frac{T - T_{ref}}{T_{scale}}; \quad \tau = \frac{t}{S_t}; \quad \zeta = \frac{z}{L} \quad (2.8)$$

où  $S_t = L^2/\alpha_{eff}$ ,  $T_{ref}$  et  $T_{scale}$  sont respectivement une température de référence et une température d'adimensionnement constantes choisies selon le cas.

Les nombres adimensionnels mis en jeu dans les équations (2.6) et (2.7) sont les suivants :

$$\begin{aligned}\gamma_f &= \frac{\varepsilon(\rho C_p)_f}{(\rho C_p)_{eff}} \quad ; \quad \gamma_s = \frac{(1-\varepsilon)(\rho C_p)_s}{(\rho C_p)_{eff}} \\ \beta_f &= \frac{\varepsilon k_f}{k_{eff}} \quad ; \quad \beta_s = \frac{(1-\varepsilon)k_s}{k_{eff}} \\ Bi &= \frac{h_{sf} A_{sf} L^2}{k_{eff}} \quad ; \quad Pe = \frac{u S_t}{L}\end{aligned}$$

### 2.3.2 Simplification du modèle, modèle à une seule phase

Les équations (2.6) et (2.7) sont généralement résolues numériquement comme dans [59–61]. Dans ce cas, un grand nombre de nœuds est requis pour éviter les phénomènes de diffusion numérique. En effet, si le nombre de nœuds n'est pas suffisamment grand le système numérique affiche une diffusivité thermique plus grande que le système physique réel [62]. Ceci pose problème si l'on veut simuler le fonctionnement du stock sur des grandes périodes ou si l'on veut exploiter le modèle dans un algorithme d'optimisation.

Pour essayer de résoudre ce problème analytiquement, il est recommandé de le simplifier en modèle à une seule phase. Parmi les simplifications retrouvées dans la littérature celle de Votyakov and Bonanos [55] qui utilise la théorie de perturbation permet de prendre en compte le transfert de chaleur entre les deux phases (liquide et solide). Dans cette approche, la température du solide est considérée comme une perturbation de la température du fluide,  $\theta_s = \theta_f + \delta\theta$ . Si l'on considère que  $\delta\theta$  est petite par rapport à  $\theta_f$ , une approximation d'ordre 1 de  $\delta\theta$  peut être donnée [55] :

$$\delta\theta^{(1)} = \frac{\gamma_f \gamma_s Pe}{Bi} \frac{\partial \theta_f}{\partial \zeta} \quad (2.9)$$

Les deux équations (2.6) et (2.7) peuvent être contractées en une seule équation décrivant la température du fluide [55] :

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial \tau} + \gamma_f Pe \frac{\partial \theta_f}{\partial \zeta} = \left(1 + \frac{(\gamma_s \gamma_f Pe)^2}{Bi}\right) \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial \zeta^2} \quad (2.10)$$

Les conditions aux limites et la condition initiale de cette équation sont :

$$\theta_f(\tau, \zeta = 0) = \theta_{in}(\tau); \quad \frac{\partial \theta_f}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = 0; \quad \theta_f(\tau = 0, \zeta) = \theta_{f0}(\zeta)$$

L'équation (2.10) est une équation de convection-diffusion où le coefficient de convection est  $A^* = \gamma_f Pe$  et le coefficient de diffusion est  $D^* = 1 + (\gamma_s \gamma_f Pe)^2 / Bi$ . Ces coefficients dépendent de la vitesse du fluide qui circule dans le stock et cette vitesse est soit constante soit variable selon l'application. Votyakov et Bonanos [55] ont donné une solution analytique à cette équation en appliquant une méthode de séparation des variables. Cette solution n'est valable que dans le cas d'une vitesse de circulation constante

et une condition initiale constante.

### 2.3.3 Proposition d'une nouvelle solution

Nous considérons dans ce paragraphe le cas général où le débit du fluide à l'entrée du réservoir est variable et la condition initiale est quelconque. Dans ce cas, les coefficients  $A^*$  et  $D^*$  sont variables dans le temps.

#### 2.3.3.1 Développement analytique de la solution

Nous utilisons la technique des transformées intégrales généralisées [63, 64] pour développer une solution générale de l'équation (2.10). La première étape de cette méthode est d'effectuer un changement de variable pour rendre les conditions aux limites homogènes [63, 65–67]. On définit, alors, une nouvelle variable :

$$U(\tau, \zeta) = \theta_f(\tau, \zeta) - \theta_{in}(\tau) \quad (2.11)$$

L'équation (2.10) devient :

$$\frac{\partial U(\tau, \zeta)}{\partial \tau} + A^*(\tau) \frac{\partial U(\tau, \zeta)}{\partial \zeta} = D^*(\tau) \frac{\partial^2 U(\tau, \zeta)}{\partial \zeta^2} - \frac{\partial \theta_{in}(\tau)}{\partial \tau} \quad (2.12)$$

et la nouvelle condition initiale et les conditions aux limites sont :

$$U(\tau, \zeta = 0) = 0; \quad \frac{\partial U}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = 0; \quad \theta_f(\tau = 0, \zeta) = U_0(\zeta)$$

L'étape suivante est de résoudre un problème de Sturm-Liouville [67] associé à la variable spatiale :

$$\frac{\partial^2 \psi(\zeta)}{\partial \zeta^2} + \alpha^2 \psi(\zeta) = 0 \quad (2.13)$$

$$\psi(\zeta = 0) = 0 \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial \psi(\zeta)}{\partial \zeta} \Big|_{\zeta=1} = 0 \quad (2.15)$$

La résolution de ce problème permet de définir une transformation de la température selon la variable  $\zeta$  tout en respectant les conditions aux limites. La résolution de ce système permet de trouver la série de fonctions suivantes :

$$\psi_n(\zeta) = \sin(\alpha_n \zeta) \quad (2.16)$$

où  $\alpha_n = (n - \frac{1}{2})\pi$  et  $n = 1, 2, \dots$

## Chapitre 2. Modélisation du stock d'énergie thermique

---

Ces fonctions sont orthogonales entre elles par le produit scalaire suivant :

$$\int_0^1 \psi_n(\zeta)\psi_r(\zeta)d\zeta = N_n\delta_{nr} \quad (2.17)$$

où  $N_n$  est une norme et  $\delta_{nr}$  est le symbole de Kronecker. Une transformation intégrale de  $U$  peut alors être définie par :

$$\bar{U}_n(\tau) = \int_0^1 \psi_n(\zeta)U(\tau, \zeta)d\zeta \quad (2.18)$$

et la transformée inverse est alors :

$$U(\tau, \zeta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_n} \psi_n(\zeta)\bar{U}_n(\tau) \quad (2.19)$$

La norme  $N_n$  est :

$$N_n = \int_0^1 \psi_n(\zeta)^2 d\zeta = \frac{1}{2} \quad (2.20)$$

Cette transformation permet de remplacer l'équation aux dérivées partielles (2.12) par un système d'équations différentielles ordinaires. Ceci est possible en appliquant la transformation intégrale  $\int_0^1 \psi_n(\zeta) - d\zeta$  à l'équation (2.12) et en remplaçant  $U(\tau, \zeta)$  par sa transformation inverse définie dans l'équation (2.19) ; ce qui donne, pour chaque  $n$  :

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^{\infty} \left( \int_0^1 \frac{\psi_n(\zeta)\psi_r(\zeta)}{N_r} d\zeta \right) \frac{\partial \bar{U}_r(\tau)}{\partial \tau} \\ & + \alpha(\tau) \sum_{r=1}^{\infty} \left( \int_0^1 \frac{\psi_n(\zeta)\psi_r'(\zeta)}{N_r} d\zeta \right) \bar{U}_r(\tau) \\ & - \beta(\tau) \sum_{r=1}^{\infty} \left( \int_0^1 \frac{\psi_n(\zeta)\psi_r''(\zeta)}{N_r} d\zeta \right) \bar{U}_r(\tau) \\ & = -\gamma(\tau) \int_0^1 \psi_n(\zeta)d\zeta \end{aligned} \quad (2.21)$$

où ' et '' sont les dérivées première et seconde par rapport à  $\zeta$ .

les équations (2.21) représentent un système d'équations différentielles qui peut être écrit sous une forme matricielle :

$$\mathbf{M}_1 \frac{\partial \mathbf{U}(\tau)}{\partial \tau} + (\alpha(\tau)\mathbf{M}_2 + \beta(\tau)\mathbf{M}_3) \mathbf{U}(\tau) = \gamma(\tau)\mathbf{G} \quad (2.22)$$

où  $\mathbf{U}(\tau)$  est un vecteur contenant les termes  $\bar{U}_n(\tau)$  et  $\mathbf{G}(\tau)$  est un vecteur défini par les



termes :

$$G_n = - \int_0^1 \psi_n(\zeta) d\zeta \quad (2.23)$$

$\mathbf{M}_1$ ,  $\mathbf{M}_2$  et  $\mathbf{M}_3$  sont trois matrices définies par les termes :

$$M_{1,nr} = \int_0^1 \frac{\psi_n(\zeta)\psi_r(\zeta)}{N_r} d\zeta \quad (2.24)$$

$$M_{2,nr} = \int_0^1 \frac{\psi_n(\zeta)\psi_r'(\zeta)}{N_r} d\zeta \quad (2.25)$$

$$M_{3,nr} = - \int_0^1 \frac{\psi_n(\zeta)\psi_r''(\zeta)}{N_r} d\zeta \quad (2.26)$$

Les termes  $G_n$ ,  $M_{1,nr}$ ,  $M_{2,nr}$  et  $M_{3,nr}$  sont des intégrales qui peuvent être calculées analytiquement. En effectuant le calcul, nous trouvons que  $\mathbf{M}_1$  est la matrice identité ( $\mathbf{M}_1=\mathbf{I}$ ). Les termes de  $\mathbf{G}$ ,  $\mathbf{M}_2$  et  $\mathbf{M}_3$  s'écrivent quant à eux :

$$G_n = - \frac{1}{\pi(n - \frac{1}{2})} \quad (2.27)$$

- si  $r = n$  :

$$M_{2,nr} = 1 \quad (2.28)$$

$$M_{3,nr} = (n - \frac{1}{2})^2 \pi^2 \quad (2.29)$$

- si  $r \neq n$  :

$$M_{2,nr} = (r - \frac{1}{2}) \left( \frac{1 - \cos((n-r)\pi)}{n-r} + \frac{1 - \cos((n+r+1)\pi)}{n+r+1} \right) \quad (2.30)$$

$$M_{3,nr} = 0 \quad (2.31)$$

D'un point de vue pratique, la série (2.19) est tronquée à un ordre  $M$  avec  $M$  assez grand pour produire une certaine précision. Par conséquent,  $\mathbf{M}_2$  et  $\mathbf{M}_3$  sont des matrices  $M \times M$  et  $\mathbf{G}$  est un vecteur de taille  $M$ .

Le système différentiel linéaire donné par l'équation (2.22) a la solution analytique suivante :

$$\mathbf{U}(\tau) = \Phi(\tau, 0)\mathbf{U}(0) + \int_0^\tau \Phi(\tau, \tau_0)\mathbf{G} \frac{\partial \theta_{in}(\tau_0)}{\partial \tau_0} d\tau_0 \quad (2.32)$$

où  $\Phi(\tau, 0)$  est la matrice de transition. Selon la théorie des systèmes linéaires, cette

matrice est calculée en utilisant la série de Peano-Baker [68] :

$$\begin{aligned}\Phi(\tau, \tau_0) &= \mathbf{I} + \int_{\tau_0}^{\tau} P(\sigma_1) d\sigma_1 + \int_{\tau_0}^{\tau} P(\sigma_1) \int_{\tau_0}^{\sigma_1} P(\sigma_2) d\sigma_2 d\sigma_1 \\ &+ \int_{\tau_0}^{\tau} P(\sigma_1) \int_{\tau_0}^{\sigma_1} P(\sigma_2) \int_{\tau_0}^{\sigma_2} P(\sigma_3) d\sigma_3 d\sigma_2 d\sigma_1 \dots\end{aligned}\quad (2.33)$$

où :  $\mathbf{P}(\sigma) = A^*(\sigma)\mathbf{M}_2 + D^*(\sigma)\mathbf{M}_3$

cette matrice est compliquée à première vue mais dans notre cas  $\mathbf{P}$  vérifie la propriété commutative suivante pour toutes les valeurs de  $\tau$  :

$$P(\tau) \int_{\tau_0}^{\tau} P(\sigma) d\sigma = \int_{\tau_0}^{\tau} P(\sigma) P(\tau) d\sigma \quad (2.34)$$

Dans ce cas, la matrice de transition est calculée par [68, 69] :

$$\begin{aligned}\Phi(\tau, \tau_0) &= \exp\left(\int_{\tau_0}^{\tau} P(\sigma) d\sigma\right) \\ &= \exp\left(\mathbf{M}_2 \int_{\tau_0}^{\tau} A^*(\sigma) d\sigma + \mathbf{M}_3 \int_{\tau_0}^{\tau} D^*(\sigma) d\sigma\right)\end{aligned}\quad (2.35)$$

Finalement,  $\mathbf{U}(0)$  est déterminé en appliquant la transformée intégrale sur la condition initiale; ce qui donne :

$$\bar{U}_n(0) = \int_0^1 \psi_n(\zeta) U_0(\zeta) d\zeta \quad (2.36)$$

Ces intégrales peuvent être calculées analytiquement si la condition initiale est une fonction explicite (fonction polynomiale ou fonction *erf*...). Ils peuvent également être calculés numériquement si la condition initiale est disponible sous forme de données expérimentales.

### 2.3.4 validation des résultats

Dans ce paragraphe, nous donnons les résultats du modèle 1D à une phase développée dans les paragraphes précédents et nous validons les résultats trouvés par des résultats numériques qui proviennent de la résolution de l'équation (2.10) en utilisant un schéma numérique aux différences finies classique de type Crank-Nicholson.

En plus, pour évaluer la précision de ce modèle, nous comparons notre modèle à des données expérimentales de la littérature.

### 2.3.4.1 Cas d'un débit et d'une température d'entrée constants

Ce cas n'est pas fréquent en industrie et peut être résolu en utilisant d'autres méthodes plus simples (transformation de Laplace, changement de variable pour transformer l'équation en une équation de diffusion [70]). Par contre il est important de valider notre modèle dans ce cas, vu que toutes les données expérimentales dans la littérature sont disponibles pour ce cas particulier [54, 71].

Deux réservoirs de la littérature sont utilisés pour présenter les résultats et les valider, le premier est utilisé par Bruch *et al.* [71] dans leur travail expérimental. Le deuxième est plus grand et utilisé par Pacheco *et al.* [54]. Les dimensions de ces deux réservoirs ainsi que les matériaux utilisés sont donnés dans le tableau 2.1. Les propriétés thermiques du fluide et du solide sont calculées pour une température moyenne entre la température chaude (haut du réservoir) et une température froide (bas du réservoir). Comme recommandé par [71], la masse volumique du matériau de stockage est corrigée pour le premier réservoir pour prendre en compte la capacité thermique de la paroi épaisse du réservoir :

$$\rho_{s,corr} = \rho_s + \frac{M_w C_{p_w}}{(1 - \varepsilon) C_{p_s} V_{sto}} \quad (2.37)$$

où  $M_w$  et  $C_{p_w}$  sont respectivement la masse totale et la capacité thermique spécifique de la paroi et  $V_{sto}$  est le volume interne du réservoir.

Nous définissons la température adimensionnelle en fonction de la température de charge et de décharge du réservoir :

$$\theta_f(\tau, \zeta) = \frac{T(\tau, \zeta) - T_{décharge}}{T_{charge} - T_{décharge}} \quad (2.38)$$

$$U(\tau, \zeta) = \theta_f(\tau, \zeta) - 1 \quad (2.39)$$

Étant donné que la température à l'entrée du réservoir est constante, le terme de l'intégrale de la solution (2.32) est nul et la solution donnée par l'équation (2.32) est réduite à :

$$\mathbf{U}(\tau) = \Phi(\tau, 0) \mathbf{U}(0) \quad (2.40)$$

De plus, étant donné que le débit d'entrée est constant, la matrice de transition est égale à :

$$\Phi(\tau, 0) = \exp(\mathbf{M}_2 A^* \tau + \mathbf{M}_3 D^* \tau) \quad (2.41)$$

La figure 2.7 montre le profil de température dans le réservoir 1 à différents instants pendant un processus de charge. Le débit massique durant cet essai est constant et égal à 1000 kg/h ce qui correspond à  $u = 0,0014$  m/s. Ces résultats sont comparés aux résultats

Paramètre	Réservoir 1 : Bruch et al. [71]	Réservoir 2 : Pacheco et al. [54]
Diamètre ( $m$ )	1	3
Hauteur ( $m$ )	3	6.1
$T_{charge}$ ( $^{\circ}C$ )	250	390
$T_{décharge}$ ( $^{\circ}C$ )	100	290
Porosité	0,27	0,22
Matériau de stockage	Silica gravel (80 %) Silica sand (20%)	Quartzite rock (66%) Silica sand (33%)
Fluide de transfert	Thermal oil (Therminol® 66)	$NaNO_3$ (50%), $KNO_3$ (50%)

TABLE 2.1 – Dimensions et matériaux utilisés dans [71] et [54]

$M$	$t = 1 h$				$t = 2 h$			
	$\zeta = 0,2$	$\zeta = 0,4$	$\zeta = 0,6$	$\zeta = 0,8$	$\zeta = 0,2$	$\zeta = 0,4$	$\zeta = 0,6$	$\zeta = 0,8$
10	0,9616	0,2312	0,0011	0,0000	1,0000	0,9932	0,7434	0,1237
20	0,9680	0,2180	0,0003	0,0000	1,0000	0,9941	0,7475	0,1193
30	0,9690	0,2163	0,0003	0,0000	1,0000	0,9943	0,7482	0,1185
40	0,9693	0,2158	0,0003	0,0000	1,0000	0,9944	0,7484	0,1183
50	0,9694	0,2156	0,0003	0,0000	1,0000	0,9944	0,7485	0,1182
60	0,9695	0,2155	0,0003	0,0000	1,0000	0,9944	0,7485	0,1182
70	0,9695	0,2155	0,0003	0,0000	1,0000	0,9944	0,7486	0,1182

TABLE 2.2 – Dépendance de la solution à l'ordre de troncature à  $t = 1 h$  et à  $t = 2 h$  : cas d'un débit constant et une température d'entrée constante

numériques obtenus par un schéma de différences finies de Cranck-Nicholson. Le tableau 2.2 montre la convergence de la solution pour différents ordres de troncature à  $t = 1 h$  et  $t = 2 h$ .

La figure 2.8 compare nos résultats aux résultats expérimentaux mesurés par [71] pendant un processus de charge. Le débit massique à l'entrée du réservoir est égal à  $565 kg/h$ ; ce qui correspond à un nombre de Reynolds d'entrée de 38. La figure 2.8 montre un bon accord entre le modèle et les résultats expérimentaux. De la même façon, la figure 2.9 montre le profil de température dans le réservoir 2 comparé aux résultats expérimentaux; ce qui montre un bon accord également.

Il est également intéressant d'étudier la convergence de la solution en fonction de l'ordre de troncature de la série (2.19). Pour cette raison, nous considérons la solution obtenue avec un ordre de convergence élevé ( $M = 300$ ) comme solution de référence et nous définissons un critère de convergence de la solution à un ordre donné  $M$ . Ce critère est l'erreur quadratique entre la solution à cet ordre et la solution de référence. Cette erreur

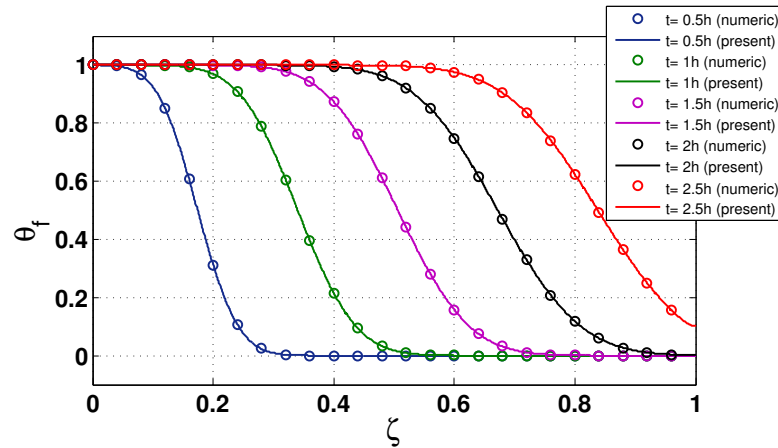


FIGURE 2.7 – Profils de température dans le réservoir 1 à différentes instants pendant une phase de charge :  $\theta_{f0} = 0$ ,  $\theta_{in} = 1$  et  $u = 0.0014$

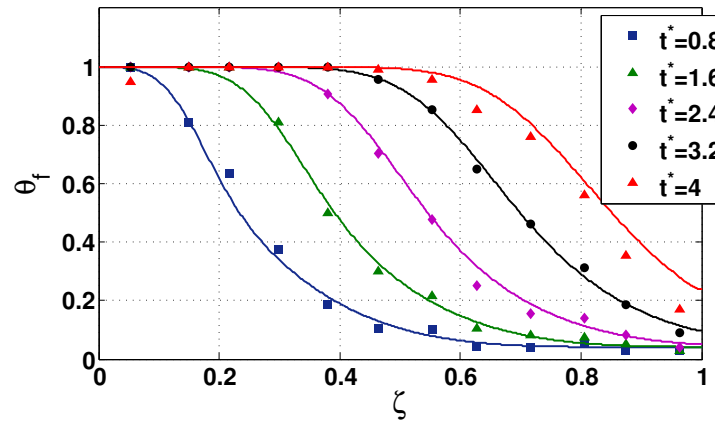


FIGURE 2.8 – Profils de température Vs les résultats expérimentaux de [71] : les lignes pleines correspondent à notre solution

est définie par :

$$RMSE(M) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (\theta_{f,M}(\zeta_i) - \theta_{f,M=300}(\zeta_i))^2} \quad (2.42)$$

Les figures 2.10 et 2.11 montrent cette erreur en fonction de l'ordre de troncature pour différentes valeurs du nombre de Peclet ( $Pe$ ) et à deux instants différents :  $t = 1 h$  comme instant représentatif des temps longs et  $t = 0,1 h$  comme instant représentatif des temps courts.

Il est clair que pour atteindre une précision donnée, l'ordre de troncature nécessaire est plus petit pour les temps longs que pour les temps courts. De plus, la solution converge plus rapidement pour les grands nombres de Peclet. Ceci s'explique par la forme de la

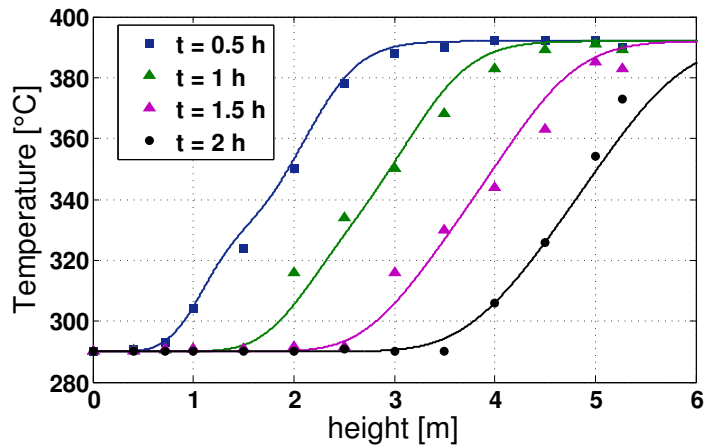


FIGURE 2.9 – Profils de température Vs les résultats expérimentaux de [54] : les lignes pleines correspondent à notre solution

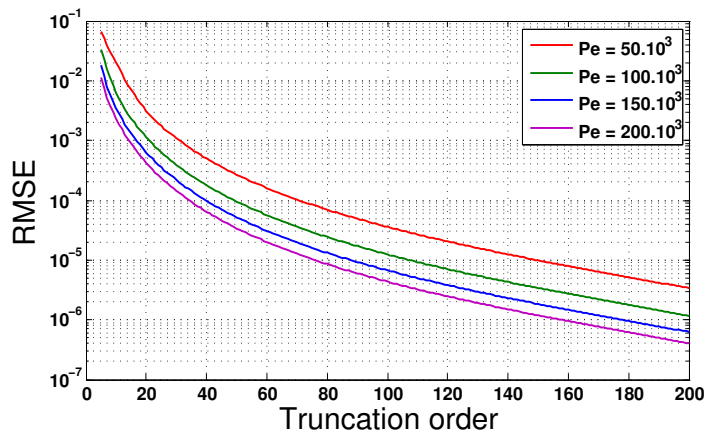


FIGURE 2.10 – Critère de convergence en fonction de l'ordre de troncature à  $t = 1 h$

solution. En effet, la figure 2.12 montre que le front du profil de température est plus raide pour  $Pe = 50.10^3$  que pour  $Pe = 200.10^3$  et ceci est due à un paramètre de diffusion  $D^*$  plus petit pour le premier cas. Plus cette pente est raide, plus nous avons besoin de termes dans la série pour avoir une solution précise. Le même phénomène est observé dans la figure 2.13 où le front très raide de la solution pour  $Pe = 50.10^3$  explique l'ordre de troncature nécessaire pour atteindre une bonne la convergence de la solution.

### 2.3.4.2 Débit variable et température d'entrée constante

Ce cas est très important pour les centrales solaires thermodynamiques où il est fréquent que le débit du fluide de transfert de chaleur soit régulé de telle sorte à avoir une température constante à la sortie du champ solaire.

Étant donné que la température d'entrée est constante, la solution donnée par (2.32) est

### 2.3. Modélisation thermique du stock

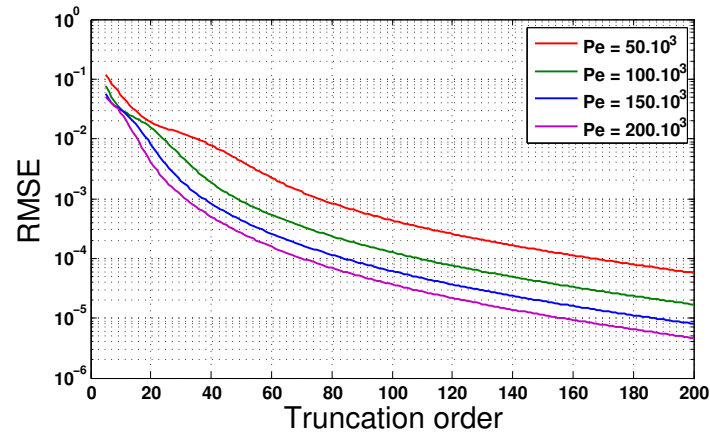


FIGURE 2.11 – Critère de convergence en fonction de l'ordre de troncature à  $t = 0,1 h$

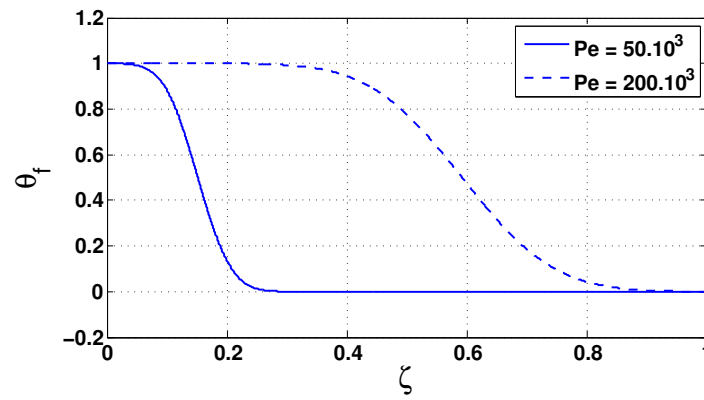


FIGURE 2.12 – Solution à  $t = 1 h$  pour différents nombres de Peclet

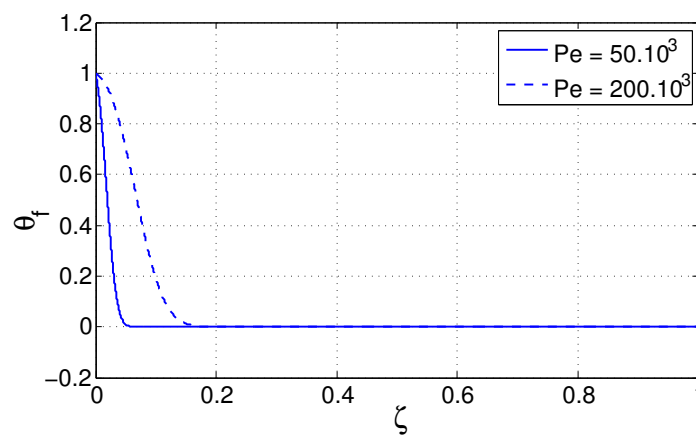


FIGURE 2.13 – Solution à  $t = 0,1 h$  pour différents nombres de Peclet

toujours égale à :

$$\mathbf{U}(\tau) = \Phi(\tau, 0)\mathbf{U}(0) \quad (2.43)$$

et la matrice de transition est donnée par :

$$\Phi(\tau, 0) = \exp\left(\mathbf{M}_2 \int_0^\tau A^*(\sigma)d\sigma + \mathbf{M}_3 \int_0^\tau D^*(\sigma)d\sigma\right) \quad (2.44)$$

Cette solution est explicite et ne requiert pas de discrétisation temporelle. Tout ce qu'il faut faire est de calculer l'exponentielle de la matrice à un instant donné pour déterminer le profil de température dans le réservoir à cet instant. Les intégrales temporelles de  $A^*$  et  $D^*$  peuvent être calculées numériquement si elles sont déduites de données expérimentales ou météorologiques.

Pour illustrer ce cas, nous considérons une vitesse sinusoidale du fluide :

$$u(t) = U_{max} \sin(\omega t) \quad (2.45)$$

La figure 2.14 montre l'évolution temporelle des deux paramètres  $A^*$  et  $D^*$  et la figure 2.15 montre le profil de température dans le réservoir 1 à différents instants pendant un processus de charge et avec une condition initiale uniforme. Dans la même figure, notre solution est comparée aux résultats numériques. Comme pour le cas précédent, la convergence de cette solution en fonction de l'ordre de troncature est donnée dans le tableau 2.3.

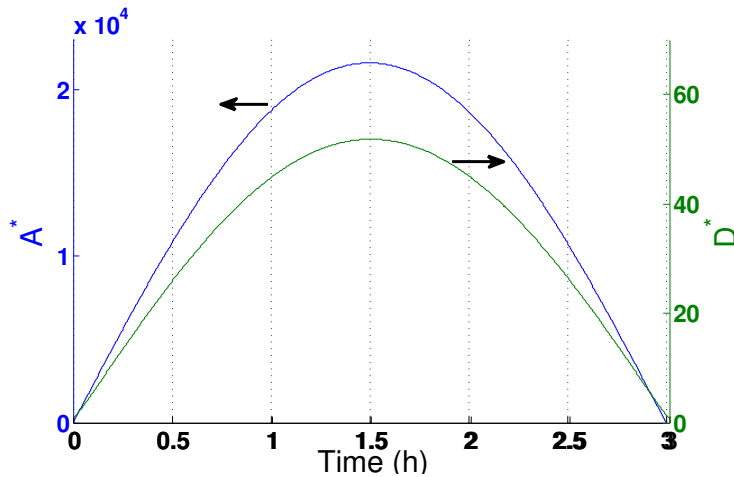
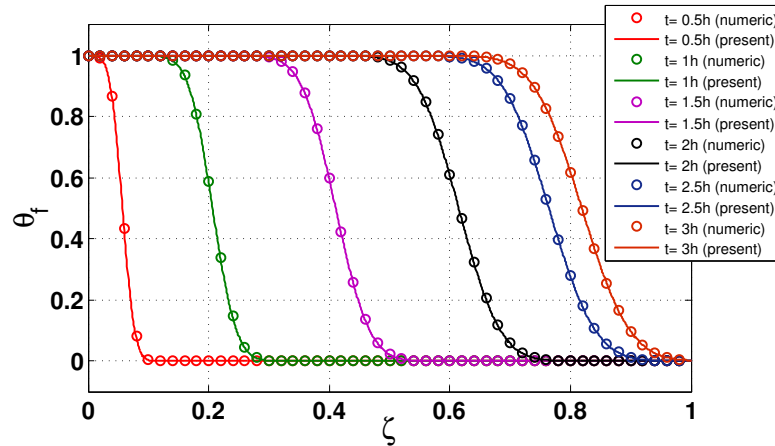


FIGURE 2.14 – Evolution de  $A^*$  and  $D^*$  dans le temps durant un processus de charge avec une vitesse du fluide variable :  $u(t) = 0,0015 \sin(\omega t)$  et  $\omega = 2\pi/(3 \times 3600)$




 FIGURE 2.15 – Profils de température dans le réservoir 1 à différents instants dans un process de charge :  $\theta_{f0} = 0$  ;  $u(t) = 0,0015 \sin(\omega t)$  et  $\omega = 2\pi/(3 \times 3600)$ 

$M$	$t = 1 h$				$t = 2 h$			
	$\zeta = 0,2$	$\zeta = 0,4$	$\zeta = 0,6$	$\zeta = 0,8$	$\zeta = 0,2$	$\zeta = 0,4$	$\zeta = 0,6$	$\zeta = 0,8$
10	0,5687	0,0134	0,0080	0,0059	0,9989	0,9977	0,5978	-0,0014
20	0,5799	0,0000	0,0004	0,0004	1,0000	0,9999	0,6054	0,0003
30	0,5817	-0,0001	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,6065	0,0003
40	0,5820	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,6069	0,0003
50	0,5822	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,6071	0,0003
60	0,5823	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,6072	0,0003
70	0,5824	0,0000	0,0000	0,0000	1,0000	1,0000	0,6073	0,0003

 TABLE 2.3 – Dépendance de la solution à l'ordre de troncature à  $t = 1 h$  et  $t = 2 h$  : cas d'un débit de fluide variable

### 2.3.4.3 Débit du fluide et température d'entrée variables

Nous considérons le cas le plus général où le débit du fluide circulant dans le réservoir et sa température d'entrée sont variables. Une condition initiale quelconque peut être considérée mais pour présenter les résultats une condition initiale uniforme est choisie. La température de référence est égale à 0 tandis que la température d'adimensionnement est égale à la température initiale. Nous avons, alors,  $\theta_f = T/T_0$ . Dans ce cas, le profil de température est donné par l'équation (2.32) et la matrice de transition est donnée par l'équation (2.35). Il n'existe pas une façon analytique pour calculer l'intégrale  $\int_0^\tau \Phi(\tau, \tau_0) \mathbf{G} \frac{\partial \theta_{in}(\tau_0)}{\partial \tau_0} d\tau_0$ . Pour cette raison, cette intégrale doit être calculée numériquement et la solution finale est semi-analytique.

Une façon plus simple de procéder consiste à résoudre numériquement le système différentiel défini dans l'équation (2.22). Ceci conduit également à une solution semi-analytique. La méthode de Runge-Kutta de 4ème ordre est utilisée pour résoudre le système différentiel. Pour présenter les résultats, nous considérons, en plus de la vitesse variable de

$M$	$t = 1 h$				$t = 2 h$			
	$\zeta = 0,2$	$\zeta = 0,4$	$\zeta = 0,6$	$\zeta = 0,8$	$\zeta = 0,2$	$\zeta = 0,4$	$\zeta = 0,6$	$\zeta = 0,8$
10	1,7888	1,0216	1,0115	1,0080	2,9935	2,8621	1,8706	1,0020
20	1,7734	1,0012	1,0014	1,0013	2,9971	2,8680	1,8682	1,0026
30	1,7693	1,0007	1,0007	1,0007	2,9975	2,8686	1,8674	1,0026
40	1,7678	1,0007	1,0007	1,0007	2,9976	2,8688	1,8673	1,0026
50	1,7673	1,0007	1,0007	1,0007	2,9977	2,8688	1,8673	1,0026
60	1,7671	1,0007	1,0007	1,0007	2,9977	2,8689	1,8673	1,0026
70	1,7670	1,0007	1,0007	1,0007	2,9977	2,8689	1,8673	1,0026

TABLE 2.4 – Dépendance de la solution à l'ordre de troncature à  $t = 1 h$  et  $t = 2 h$  : cas d'un débit et d'une températures variables

circulation du fluide, une température d'entrée variable :

$$\theta_{in} = \theta_{in,0} + \theta_{in,max} \sin(\omega t) \tag{2.46}$$

La figure 2.16 montre le profil de température dans le réservoir 1 pour des instants différents pendant un processus charge. Ces résultats sont comparés aux résultats numériques. La dépendance de la solution à l'ordre de troncature est également donnée dans le tableau 2.4.

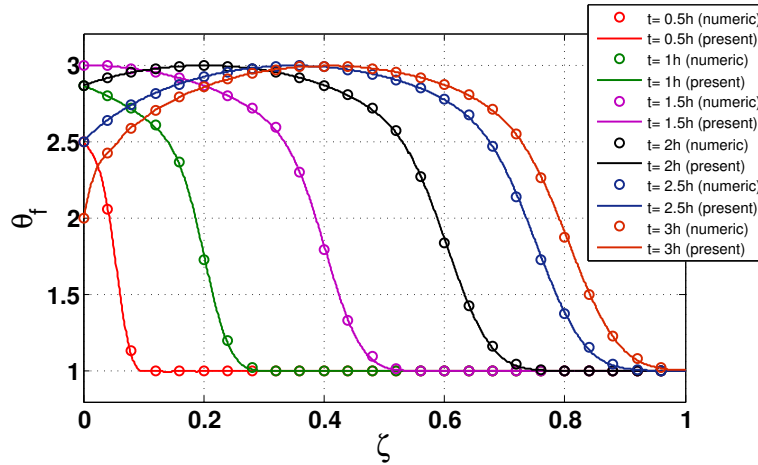


FIGURE 2.16 – Profils de température dans le réservoir 1 à différents instants :  $\theta_{f0} = 1$  ;  $u(t) = 0,0015 \sin(\omega t)$  ;  $\theta_{in} = 2 + \sin(\omega t)$  et  $\omega = 2\pi/(3 \times 3600)$

### 2.3.5 Utilisation du modèle semi-analytique pour la modélisation des systèmes dynamiques

Le modèle semi-analytique développé peut être inclus dans un modèle pour simuler un système plus grand. Dans ce cas ,le modèle doit fournir la température de sortie du stock

connaissant la température et le débit à l'entrée du stock. Ce modèle semi-analytique réduit le temps de calcul d'une façon significative. La figure 2.17 illustre la variation temporelle de la température de sortie du stock dans le cas où la température d'entrée et le débit du fluide sont variables. Les résultats sont comparés aux résultats numériques obtenus en utilisant un schéma numérique de Cranck-Nicholson. La discrétisation est raffinée de telle sorte que la solution soit indépendante du pas spatial. Un nombre minimum de 100 nœuds est nécessaire pour obtenir de bons résultats. Par contre, un ordre de troncature  $M = 10$  est suffisant pour obtenir des résultats très proches des résultats numériques avec un processeur de marque Intel® Celeron® CPU B815 1.6 GHz. Le temps de calcul de la solution est 2,91 s si le schéma de Cranck-Nicholson est utilisé. Si le modèle semi analytique est utilisé, les temps de calcul sont 0,38 s pour  $M = 10$ , 0,43 s pour  $M = 20$  et 0,48 s pour  $M = 30$ .

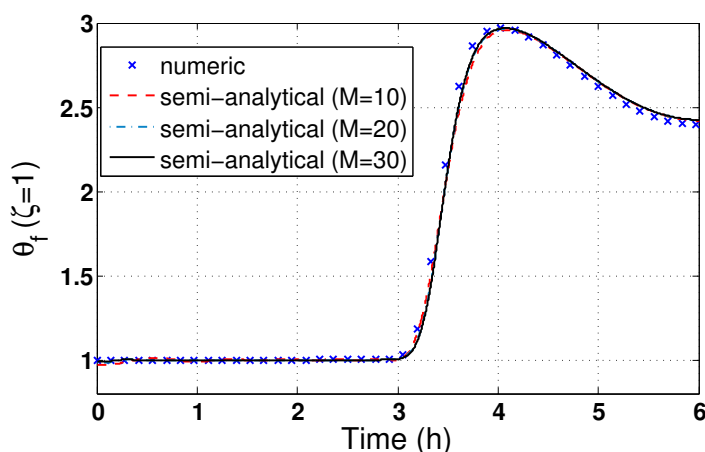


FIGURE 2.17 – Température de sortie du réservoir :  $\theta_{f0} = 1$ ;  $u(t) = 0,0015 \sin(\omega_1 t)$ ;  $\theta_{in} = 2 + \sin(\omega_2 t)$ ;  $\omega_1 = 2\pi/(6 \times 3600)$  et  $\omega_2 = 2\pi/(3 \times 3600)$

#### 2.3.6 Effet du cyclage sur la capacité thermique du stock

Une des problématiques des stocks de chaleur de type "lit de roche" est l'effet de cyclage qui fait que le stock perd de sa capacité à chaque cycle (charge-décharge) jusqu'à atteindre un état asymptotique qui représente le cycle établi. Ce cycle établi correspond à la capacité réelle du stock lors de son fonctionnement en continu. En pratique la phase de charge s'arrête lorsque la zone thermocline atteint la sortie du stock. Trois techniques sont alors possibles : soit on arrête la charge dès que la température à la sortie du stock commence à augmenter, soit on arrête la phase de charge lorsque la température à la sortie du stock atteint la température chaude (température à l'entrée du stock). La troisième alternative est d'arrêter la phase de charge lorsque la température à la sortie du stock augmente d'une quantité prédéfinie  $\Delta T$ . Ici, une variable de commande apparaît. La même technique de commande s'applique lors de la phase de décharge. Les figures 2.18 et 2.19 montrent les profils de températures à la fin de la charge et à la fin de la

décharge pour plusieurs cycles successifs. Il est clair à partir de ces figures que la surface entre le profil de la fin de charge et le profil de la fin de décharge rétrécit d'un cycle à un autre jusqu'à atteindre une surface permanente. Il est clair également que cette surface finale augmente en augmentant la valeur du critère d'arrêt  $\Delta T$ . En contre partie, l'augmentation de ce critère d'arrêt diminue le rendement exérgétique du stock.

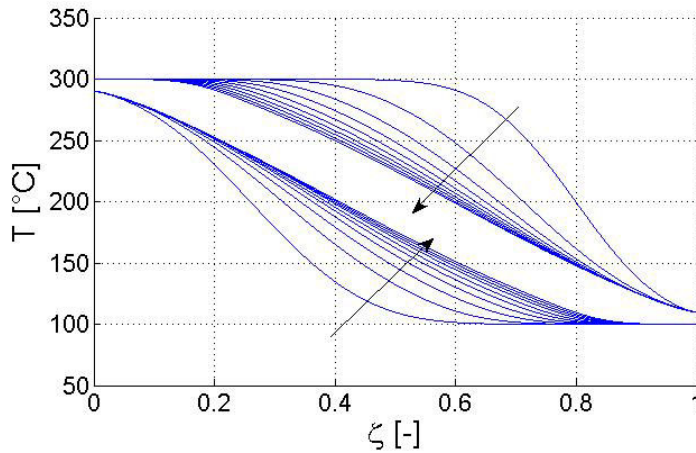


FIGURE 2.18 – Fonctionnement du stock sur plusieurs cycles :  $\Delta T = 10^\circ\text{C}$

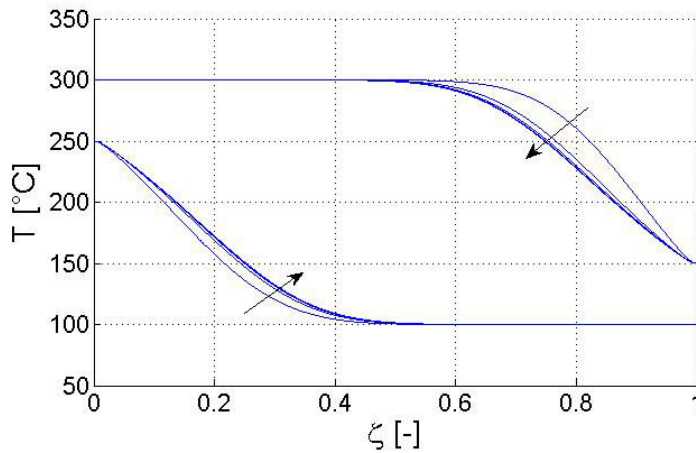


FIGURE 2.19 – Fonctionnement du stock sur plusieurs cycles :  $\Delta T = 50^\circ\text{C}$

### 2.4 Chute de pression dans le stock

Plusieurs travaux ont été menés dans la littérature pour déterminer la chute de pression du fluide lors de son passage dans le lit de roche. Le modèle le plus simple est un modèle semi-empirique développé par Ergun [72] qui est basée sur un modèle de diamètre hydraulique qui suppose que l'écoulement s'effectue dans des conduites de petits diamètres placés en parallèle. L'équation développée par Ergun et qui permet de calculer la chute

de pression est :

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = 150 \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon^3} \frac{\mu_f v}{d_p^2} + 1,75 \frac{(1-\varepsilon)}{\varepsilon^3} \frac{\rho_f v^2}{d_p} \quad (2.47)$$

Cette équation combine les effets constatés dans le régime d'écoulement de Darcy ( $Re_p < 100$ ) où les effets visqueux sont prédominants et les effets constatés dans le régime intermédiaire de Forchheimer pour des nombres de Reynolds plus grands ( $Re_p > 100$ ). En effet, le terme quadratique en  $v$  est faible pour des faibles vitesses d'écoulement et prédominant pour les hauts régimes.

Un autre modèle existe en littérature et a l'avantage d'être analytique [73]. Ce modèle est dit de "cellules élémentaires représentatives". Dans ce modèle, le problème est ramené au plus petit volume de contrôle, qui peut représenter les propriétés moyennées sur l'espace du "lit de roche". Dans ce volume de contrôle deux volumes sont représentés : le volume du solide  $V_s$  et le volume du fluide  $V_f$  et leur somme  $V_t$  représente le volume total. La chute de pression, selon ce modèle, est donnée par l'équation :

$$\frac{\Delta P}{\Delta z} = \frac{\mu_f v^2}{d_p^2} \left[ \frac{25,4(1-\varepsilon)^{4/3}}{(1-(1-\varepsilon)^{1/3})(1-(1-\varepsilon)^{2/3})^2} + \frac{(1-\varepsilon)C_d Re_p}{2\varepsilon(1-(1-\varepsilon)^{2/3})^2} \right] \quad (2.48)$$

où  $C_d$  le coefficient de traînée égal à 1,9 et  $Re_p$  est le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de la particule solide. Le travail qui doit être fourni par la pompe de circulation pour compenser cette chute de pression peut être calculé par :

$$W_{pd} = \int_{t_p} \frac{\Delta P \dot{m}}{\rho_f} dt \quad (2.49)$$

où  $\dot{m}$  est le débit massique du fluide et  $t_p$  est la durée du processus (charge/décharge).

## 2.5 Rendement exergetique du stock

L'évaluation du rendement exergetique a été détaillé par Rosen [74, 75] et reprise par Bindra dans la référence [61]. Le même auteur a intégré le travail fourni pour compenser les pertes de charge dans l'évaluation du rendement exergetique [76]. En effet, l'exergie stockée dans le stock durant la phase de stockage est calculée par :

$$\Xi_{st} = \int_{t_{st}} \left[ \dot{m} C_{pf} (T_{in} - T_0) - \dot{m} C_{pf} T_0 \ln \left( \frac{T_{in}}{T_0} \right) \right] dt \quad (2.50)$$

où  $C_{pf}$  est la capacité thermique du fluide de travail,  $t_{st}$  est la durée de la phase de charge,  $T_{in}$  est la température d'entrée du fluide et  $T_0$  est la température de référence.

Durant la phase de décharge, l'exergie récupérée est calculée par :

$$\Xi_{rec} = \int_{t_{st}} \left[ \dot{m}C_{pf}(T_{out} - T_0) - \dot{m}C_{pf}T_0 \ln \left( \frac{T_{out}}{T_0} \right) \right] dt \quad (2.51)$$

où  $T_{out}$  est la température de sortie du fluide caloporteur.

Le rendement exergetique du stockage thermique est donné par :

$$\eta_{ex} = \frac{\Xi_{rec} - W_{pd,st} - W_{pd,rec}}{\Xi_{st}} \quad (2.52)$$

## 2.6 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle basé sur la théorie de perturbation a été utilisé pour simuler le fonctionnement d'un stock de chaleur de type "lit de roche". Ce modèle a été résolu en utilisant la technique des transformées intégrales généralisée (GITT). Une solution analytique explicite a été obtenue pour deux cas de figure : (1) si la température et le débit du fluide caloporteur à l'entrée du stock sont constants. (2) si le débit du fluide est variable et une température à l'entrée variable. Ce deuxième cas correspond généralement à la réalité industrielle dans les centrales solaires dans lesquelles le débit du fluide caloporteur qui circule dans le champ solaire est généralement régulé pour obtenir une température fixe à sa sortie. De plus, une solution semi-analytique dans le cas le plus général (débit du fluide et température d'entrée variables). Cette solution permet d'éviter une itération temporelle qui est très coûteuse en temps de calcul lorsqu'il s'agit de simuler les performances annuelles d'une centrale solaire.

Les solutions proposées dans ce chapitre ont été validées par des résultats numériques et des résultats expérimentaux de deux études antérieures. Ces solutions permettront d'économiser un temps de calcul précieux lorsqu'il s'agit d'évaluer les performances annuelles de l'installation en vue de son optimisation d'un point de vue conception.

# 3 Modélisation du bloc moteur

## 3.1 Introduction

Le projet MicroSol a prévu la réalisation de deux variantes de micro-centrales solaires :

- La première variante utilisera des capteurs fixes à tubes sous vide, un stockage à chaleur sensible, un moteur Stirling et un convertisseur (variante "à capteurs solaires sans concentration").
- La seconde variante utilisera des capteurs cylindro-paraboliques avec suivi de la course solaire, un stockage à chaleur sensible, un moteur ORC et un convertisseur Schneider Electric (variante "à capteurs solaires avec concentration").

Finalement, pour des raisons de planning, seule la deuxième variante a été réalisée et les données expérimentales sont à venir.

Parallèlement à ce projet, le LEMTA mène des recherches sur l'alternative de l'hybridation des centrales solaire et a acquis un moteur Stirling en partenariat avec le LRGP pour tester son fonctionnement avec du biogaz.

Ce paragraphe est dédié à la modélisation des deux types de moteur : Des modèles du moteur Stirling sont développés et implémentés pour les fins de recherche du laboratoire. Un modèle du moteur ORC est également décrit afin de l'introduire dans le modèle global de la centrale solaire qui servira à son optimisation.

## 3.2 Le Moteur Stirling

### 3.2.1 Description de la technologie et de ses applications

Le moteur Stirling fut le premier moteur à cycle régénéré. Inventé par Robert Stirling [77], pasteur écossais, en 1816, il se différencie du moteur Ericsson par son écoulement oscillant. Il est composé de deux pistons dont la disposition varie selon la configuration  $\alpha$ ,  $\beta$  ou  $\gamma$  (Fig. 3.1).

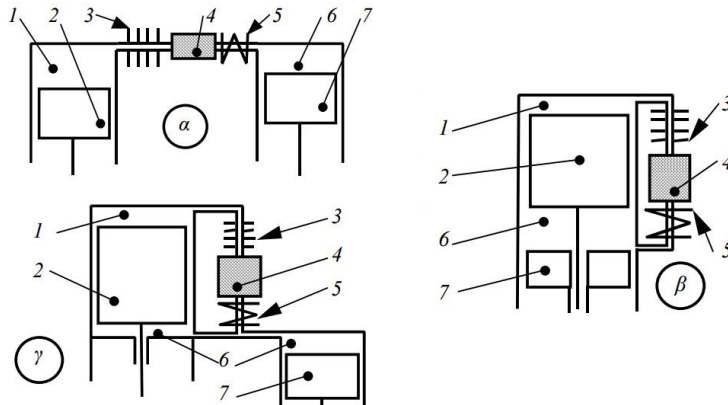


FIGURE 3.1 – Les trois configurations d’un moteur Stirling [78] : 1 - chambre de détente, 2 - déplaceur, 3 - échangeur chaud, 4 - régénérateur, 5 - échangeur froid, 6 - chambre de compression, 7 - piston moteur

Le cycle Stirling théorique comporte quatre phases, (Fig. 3.2) :

- Une compression isotherme (1-2) : Le volume du fluide diminue par déplacement du piston de la zone de compression. La température du gaz reste constante pendant cette phase car il cède de l’énergie au puits froid.
- Un chauffage isochore (2-3) : Le gaz traverse le régénérateur qui lui cède de la chaleur. Le fluide de travail est ainsi chauffé à volume constant.
- Une détente isotherme (3-4) : Pendant cette phase, la température du fluide reste constante et égale à la température haute grâce à l’apport de chaleur de la source chaude. C’est durant cette phase que le travail utile du cycle est produit.
- Un refroidissement isochore (4-1) : Le fluide est refroidi en traversant le régénérateur. Sa chaleur est emmagasinée sous forme de chaleur sensible dans le matériau constituant le régénérateur et servira au chauffage du gaz dans la phase (2-3).

Le cycle idéal suppose les hypothèses suivantes :

- Toutes les transformations décrites sont réversibles et les pertes thermiques et mécaniques du système sont négligées. Le fluide cyclé se trouve entièrement dans les espaces de compression ou de détente pendant ces processus ; ce qui permet de négliger l’effet de tout espace mort existant dans le moteur.
- La régénération est supposée parfaite ; ce qui veut dire que la quantité de chaleur cédée par le fluide de travail au régénérateur durant le chauffage isochore est la même que celle reçue par le fluide lors du refroidissement isochore.
- Le déplacement des pistons est considéré discontinu en vue d’assurer la distribution du fluide précédemment décrite.

Depuis 1937, la société néerlandaise PHILIPS commença un vaste programme de recherche



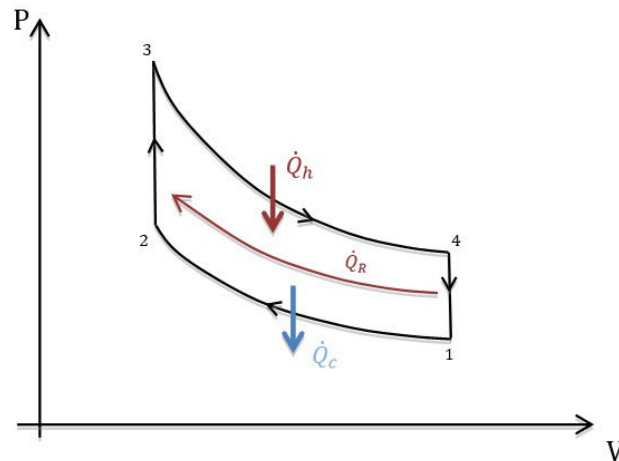


FIGURE 3.2 – Le diagramme P-V du cycle idéal de Stirling

sur le moteur Stirling dans le but de concevoir un générateur d'électricité portable qui fut produit en plusieurs centaines d'exemplaires entre 1940 et 1950 (Fig. 3.3a). PHilips a commencé également à développer des machines frigorifiques et des pompes à chaleur basées sur le cycle Stirling inverse.

Plus tard, pendant les années 1970, General Motors commença à développer la technologie Stirling sous licence PHILIPS. Ces recherches visaient des applications diverses (maritime, aero-spatiale, automobile,...) . Pendant cette période, l'utilisation de l'hélium et de l'hydrogène comme fluide de travail et la pressurisation ont permis d'atteindre des performances inégalées.

La NASA avait également un programme de développement du moteur Stirling pour des applications spatiales ; ce qui a permis de développer des générateurs d'électricité expérimentaux tel que celui présenté dans la figure 3.3b. L'agence visait également l'application de la propulsion de véhicules terrestres. En effet, le programme ASE (Automotive Stirling Engine) mené par la NASA/DOE en partenariat avec Mechanical Technology Inc. a abouti au développement du "MOD II" [79] qui est considéré comme une véritable réussite technique. Ce moteur consommait 25% de carburant de moins que les moteurs à combustion interne (MCI) de l'époque. Mais, malgré des performances inégalées et une baisse considérable des coûts de fabrication de ce type de moteur, le manque de réactivité de cette technologie en régime transitoire et la baisse du cours du pétrole ont rendu la concurrence face au MCIs très difficile [80, 81].

Néanmoins, l'inversibilité du cycle de Stirling lui a permis de s'imposer en cryogénie. En effet, une machine Stirling fonctionnant en cycle inverse permet d'atteindre des températures très basses avec des coefficients de performance (COP) très intéressants et difficiles à atteindre avec d'autres technologies.

De nos jours, les menaces environnementales causées par le réchauffement climatique



(a) Le générateur portable à moteur Stirling de PHILIPS : configuration beta, puissance de 200 W, pression moyenne de 1,35 MPa [82]

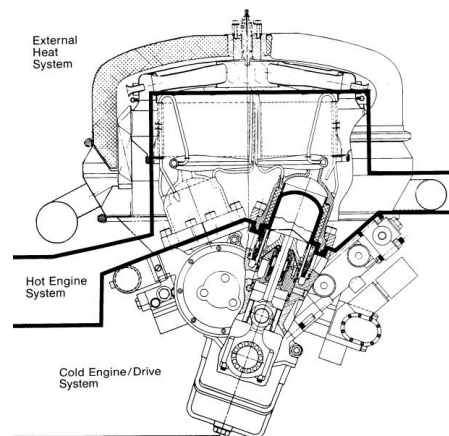


(b) Générateur expérimental de la NASA : moteur Stirling de configuration beta à pistons, puissance de 2x12,5 kW

FIGURE 3.3 – Exemples de moteurs Stirling développés pour des applications de production d'électricité terrestres et spatiales



(a) Photographie d'un train de transmission équipé par le MOD-II



(b) Schéma du MOD-II

FIGURE 3.4 – Moteur "MOD-II" développé par la NASA/DOE pour une application automobile : Configuration alpha double-effet à quatre cylindres en V, pressurisation à l'hydrogène jusqu'à 150 bars. puissance 60 kW (80 CV) [79]

ont augmenté l'intérêt des industriels et des chercheurs pour l'amélioration de l'efficacité énergétique globale des technologies qu'ils développent. La cogénération, l'hybridation de différentes sources d'énergie et le développement des énergies renouvelables sont plus que jamais nécessaires. Le moteur Stirling qui possède des atouts indéniables en fonctionnement stationnaire pourrait enfin exploiter tout son potentiel.

Certains prototypes de pré-commercialisation ont vu le jour dans le domaine de la cogénération d'électricité et chaleur (CHP) tels que les unités de cogénération Cleanenergy

### 3.2. Le Moteur Stirling

[83], Whispergen [84], StirlingDK et la "Sunmachine" qui fonctionnent au gaz ou à la biomasse.

D'autres contributeurs ont développé des moteurs Stirling pour exploiter l'énergie solaire reflétée par un collecteur parabolique. Parmi ces contributions, nous trouvons le système infinea [85] ou solar Dish [86]. Toute ces solutions exploitent des sources chaudes de haute température. Dans le domaine des faibles différences de températures, il est prouvé expérimentalement que le moteur Stirling peut fonctionner avec seulement quelques degrés de différence de températures. Cependant, tous les moteurs expérimentés restent des maquettes à petite taille. [87].



(a) Unité de cogénération CHP "GasBox" de Cleanenergy (Biogaz)



(b) Unité de cogénération CHP "Whispergen" (gaz naturel)

FIGURE 3.5 – Exemples d'unités de cogénération à base de moteurs Stirling fonctionnant au biogaz ou au gaz naturel



(a) Unité de cogénération CHP "StirlingDK"  
(biomasse, gazéification)



(b) Unité de cogénération  
CHP "Sunmachine"  
(biomasse, pellets)

FIGURE 3.6 – Exemples d'unités de cogénération à base de moteur Stirling fonctionnant à la biomasse

### 3.2.2 Revue des modèles existants

#### 3.2.2.1 Classification des modèles

Au fil des années, plusieurs analyses théoriques du cycle pratique de Stirling ont été élaborées. Ces modèles sont habituellement classés en trois classes [88] :

**Les modèles d'ordre 1 :** Ce sont des modèles simples qui visent à relier la puissance délivrée par le moteur aux températures des sources, le déplacement de la machine et sa vitesse de rotation. Le premier modèle sérieux de cette catégorie a été développé par SCHMIDT [89] et révisé dans quelques travaux (WALKER, READER et HOOPER, WEST [90]). Ce modèle s'écarte énormément de la réalité, mais reste un bon outil pour évaluer l'intérêt d'utiliser un moteur Stirling.

**Les modèles d'ordre 2 :** Ce sont des méthodes de calcul simples, dans lesquelles la puissance du moteur est dégradée par l'évaluation des différentes pertes internes et externes qui existent dans les machines réelles. Ces différentes pertes sont évaluées séparément et sont généralement considérées comme indépendantes, et c'est pour cette raison que ces méthodes sont appelées aussi "méthodes découplées". Les modèles les plus connus dans cette catégorie sont les modèles de MARTINI [88], de RIOS [91], QVALE [92] et celui de l'équipe de PHILIPS [93]. Les modèles d'ordre 2 sont particulièrement adaptés à l'optimisation des moteurs Stirling, qui nécessitent dans plusieurs cas un calcul itératif et ceci n'est pas possible avec un modèle gourmand en temps de calcul.

**Les modèles d'ordre 3 :** Ces méthodes sont assez précises, mais très coûteuses en temps de calcul. Elles ne prennent en compte le fait que tous les processus qui sont supposés indépendants dans les méthodes d'ordre 2 interagissent significativement entre eux. Ceci est possible grâce à la résolution numérique du système différentiel constitué par l'équation de conservation de la masse et l'équation de la conservation de quantité de mouvement. Néanmoins, des formules empiriques sont toujours utilisées dans ces méthodes pour déterminer le coefficient de frottement et les coefficients d'échange de chaleur. Une équation d'état comme celle du gaz parfait peut également être utilisée. Finkelstein était le pionnier dans ce domaine [94]. Plus tard, Urieli [95] a développé un modèle qui a constitué la base d'un autre modèle développé par Berchowitz [96] et qui est plus rigoureux. Plus récemment, Andersen [97] a proposé un modèle plus fin et plus complexe que les précédents.

Parmi ces modèles, nous présentons les quatre modèles les plus utilisés dans la littérature : le modèle adiabatique d'Urieli, l'analyse simple du même auteur et qui est basée sur un modèle adiabatique, le modèle quasi-statique de Berchowitz et le modèle dynamique 1D d'Andersen.

### 3.2.2.2 Le modèle adiabatique d'Urieli (1977) [98]

Dans le modèle adiabatique d'Urieli [98], le moteur est divisé en 5 compartiments : un espace de détente, un échangeur chaud, un régénérateur, un échangeur froid et un espace de compression. Il existe quatre interfaces entre ces compartiments à travers lesquelles le fluide de travail transite. Le profil de température du gaz dans le modèle adiabatique suppose que la température du gaz est égale à la température de la source chaude dans l'échangeur chaud et à la température du puits froid dans l'échangeur froid. Le profil de température du gaz dans le régénérateur est considéré linéaire. Les équations constituant le modèle adiabatique sont obtenues en écrivant les bilans de masse et d'énergie ainsi que l'équation d'état des gaz parfaits pour chaque compartiment. Ces équations sont données dans l'annexe A.

### 3.2.2.3 L'analyse simple d'Urieli (1983) [98]

L'approche "simple analysis" est une modélisation à pertes séparées, basée sur le modèle adiabatique d'Urieli [98]. Elle introduit le transfert de chaleur dans les échangeurs, la régénération imparfaite du régénérateur et les pertes de pression dans les échangeurs et le régénérateur. Pour cela, des itérations sont effectuées selon l'algorithme représenté dans la figure 3.7. Ainsi, la température du gaz dans les échangeurs chaud et froid est mise à jour à chaque itération.

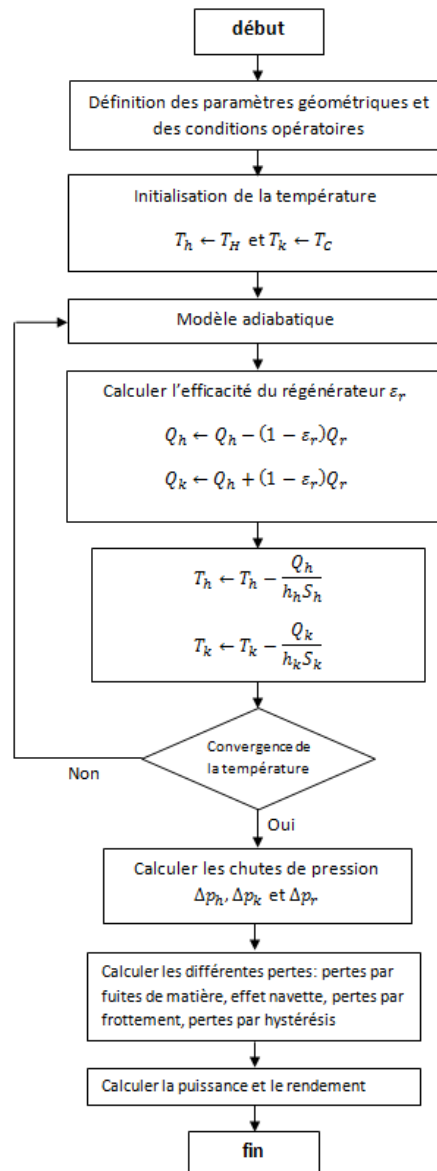


FIGURE 3.7 – Algorithme suivi pour la modélisation rapide du moteur Stirling

### 3.2.2.4 Modèle quasi-stationnaire de Berchowitz (1978)[96]

Le moteur dans ce modèle est divisé en six compartiments, car le régénérateur est divisé en deux parties. Comme le modèle adiabatique, les équations à résoudre sont obtenues par l'application d'un bilan d'énergie et de masse et l'équation des gaz parfaits dans chaque compartiment.

La différence principale entre ce modèle et le modèle adiabatique est le fait qu'il intègre le transfert de chaleur entre le gaz et les parois dans l'échangeur chaud, l'échangeur



froid et le régénérateur par l'ajout de termes d'échange de chaleur dans les équations résolues et par l'ajout de deux équations qui modélisent la variation de température dans la matrice du régénérateur due à la convection qui a lieu entre elle et le gaz de travail. Les températures des parois des échangeurs chaud et froid sont considérées constantes. Les températures du gaz dans les échangeurs et dans le régénérateur ne sont plus fixées, mais calculées par la résolution des équations. Des termes qui prennent en compte les chutes de pression dans les échangeurs et dans la matrice sont également ajoutés. Le profil de température du gaz dans le régénérateur est toujours considéré linéaire, mais les températures du gaz dans les deux parties du régénérateur sont variables.

### 3.2.2.5 Modèle dynamique 1D d'Andersen (2006) [99]

Dans ce modèle, les échangeurs et le régénérateur sont divisés en autant de volumes de contrôle que voulu. Les équations à résoudre sont obtenues en appliquant les bilans de masse, d'énergie et de quantité de mouvement ainsi que la loi des gaz parfaits sur chacun de ces volumes. Les parties solides du moteur (parois des échangeurs, matrice génératrice et parois du régénérateur) sont aussi divisées en volumes de contrôle également afin de prendre en compte la fluctuation de leurs températures. De plus, le jeu qui existe entre le déplaceur et le cylindre peut également être divisé en plusieurs volumes de contrôle afin de prendre en compte les pertes par effet navette ou les fuites de gaz à travers ce jeu ou des segments d'étanchéité s'ils existent [97]. L'ensemble des équations de ce modèle est reporté dans l'annexe A.

### 3.2.2.6 Comparaison des modèles

Les modèles décrits précédemment ont été implémentés sur Matlab/Simulink et ont été utilisés pour simuler le fonctionnement du GPU-3, un moteur Stirling développé par General Motors et dont les dimensions et les caractéristiques techniques sont reportées dans les annexes B et C. Les profils de température dans les différents compartiments du moteur sont donnés dans les figures 3.8, 3.9 et 3.11 et ce pour chaque modèle. Il est noté que les profils de température dans la figure 3.11 sont donnés pour une basse vitesse de rotation ( $N=600$  tr/min) et ce parce qu'à haut régime, le modèle nécessite des pas de temps très petits et la simulation prend beaucoup de temps pour converger.

Les modèles présentés sont des modèles à valeurs initiales. Ils nécessitent une initialisation des variables et la simulation du moteur sur plusieurs cycles jusqu'à atteindre un fonctionnement stationnaire périodique. Le modèle adiabatique atteint le régime périodique assez vite (une dizaine de cycles). De plus, il ne nécessite pas une discrétisation temporelle très fine. Par contre, le modèle quasi-stationnaire nécessite beaucoup plus de cycles pour atteindre la solution périodique. Les variables qui mettent le plus de temps pour converger vers la solution périodique sont les températures de la matrice régénératrice, et ceci est dû à sa grande capacité thermique. L'évolution de ces températures est donnée dans la figure 3.10. De même, le modèle dynamique d'Andersen nécessite la simulation

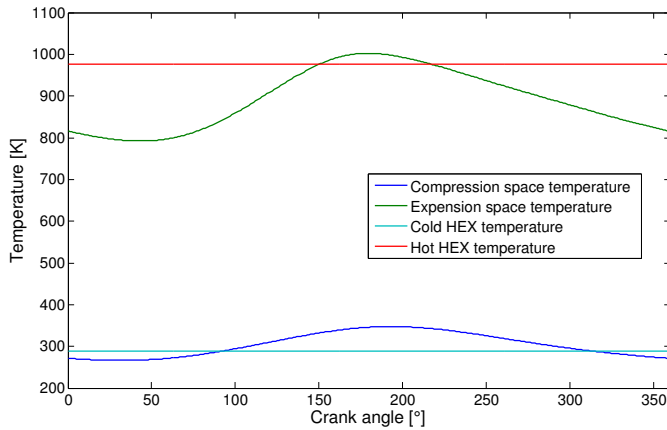


FIGURE 3.8 – Profil de température dans les différents compartiments du moteur selon le modèle adiabatique sur un cycle

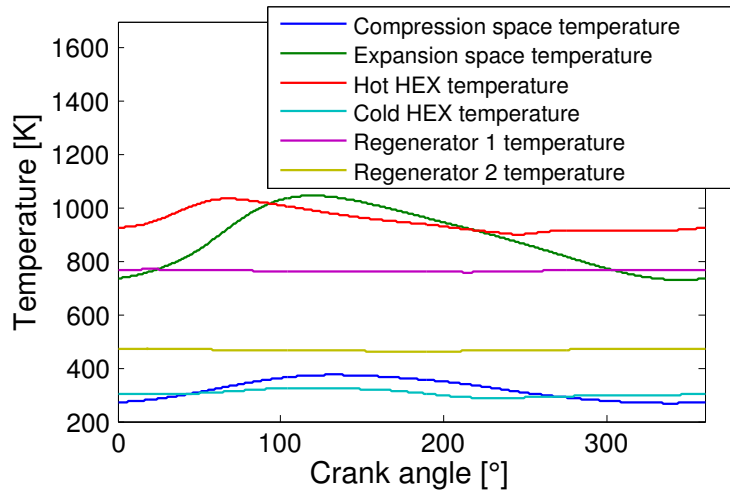


FIGURE 3.9 – Profil de température dans les différents compartiments du moteur selon le modèle quasi-stationnaire d'Urieli sur un cycle

d'un grand nombre de cycles pour atteindre la solution périodique. De plus, à cause de l'introduction du bilan de la quantité de mouvement qui a une dynamique très rapide par rapport aux autres équations, le modèle d'Andersen nécessite une discrétisation temporelle plus fine que les deux modèles précédents.

Il existe quelques solutions pour accélérer la convergence des modèles vers la solution périodique telle que la transformation des équations différentielles en équations algébriques par la discrétisation de l'espace temporel par la méthode des différences finies ou la méthode de shooting qui consiste à trouver les valeurs initiales des différentes variables qui annulent la différence entre les valeurs des variables périodiques au début du cycle et à sa fin [99]. Les méthodes de résolutions des systèmes d'équations non linéaires ou les



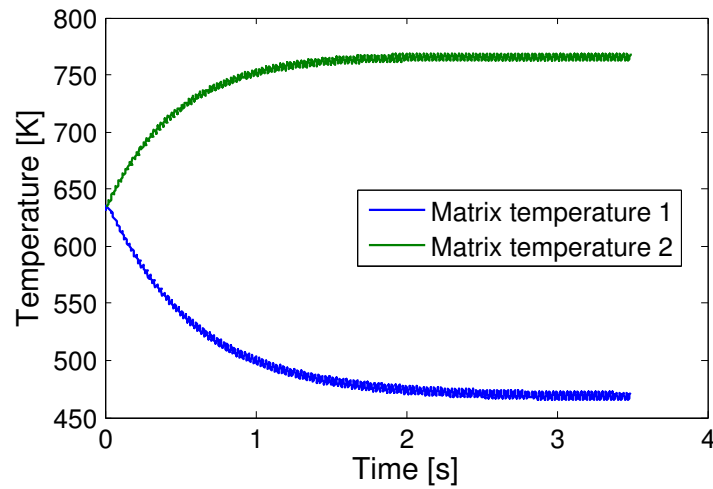


FIGURE 3.10 – Evolution de la température de la matrice dans les deux compartiments du régénérateur selon le modèle quasi-stationnaire

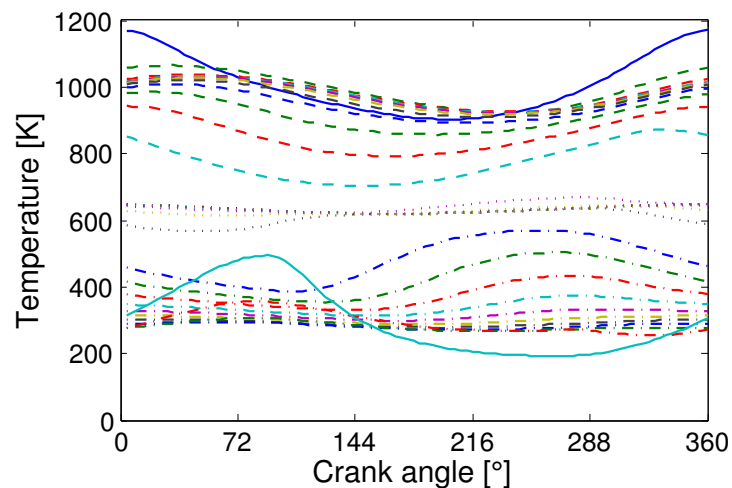


FIGURE 3.11 – Profil des températures dans les différents compartiments du moteur selon le modèle d'Andersen sur un cycle; lignes pleines : compression et détente; tirets longues : échangeur chaud; tirets courts : régénérateur; mixte : échangeur froid

méthodes d'optimisation peuvent être utilisées. Mais, même en accélérant la convergence des modèles quasi-stationnaire de Berchowitz et dynamique d'Andersen, ces modèles restent gourmands en temps de calcul. Par conséquent, ils ne sont pas compatibles en l'état avec une démarche d'optimisation.

En terme de temps de calcul, un modèle à pertes séparées tel que l'analyse simple est plus adapté à l'optimisation. Il est donc nécessaire de développer des modèles fiables pour les différentes pertes qui ont lieu au sein d'un moteur Stirling. Ces pertes sont :

- les pertes par conduction interne et externe,

- les pertes par hystérésis,
- les pertes par fuite de matière au travers du jeu du piston moteur,
- les pertes au niveau du jeu du déplaceur qui sont constitués par les pertes par effet navette et les pertes de matière au travers du jeu du déplaceur,
- les chutes de pression dans les échangeurs et le régénérateur,
- les frottements mécaniques du piston moteur, du déplaceur et de la cinématique du moteur.

Il est, toutefois, très important de savoir que le découplage des différentes pertes engendre des erreurs qui dépendent de la nature des couplages qui existent entre eux. L'erreur induite par ce couplage est parfois grande.

Pour illustrer cette problématique, un modèle original des pertes par fuite de matière à travers du jeu du piston moteur et du jeu du déplaceur a été développé. Ce modèle est détaillé dans l'annexe B<sup>1</sup>. Après comparaison de ce modèle avec d'autres modèles qui existent dans la littérature et après comparaison de ces derniers entre eux, notre modèle s'avère plus adapté à la modélisation des fuites dans le jeu du déplaceur où les effets de compressibilité sont beaucoup moins visibles.

Un autre modèle qui a été développé couple les pertes par fuite de matière dans le jeu du déplaceur avec les pertes par effet navette. Ce modèle montre clairement que le couplage de ces deux pertes a changé d'une façon radicale la tendance des solutions (cf. Annexe C)<sup>2</sup>.

### 3.3 Le cycle organique de Rankine (ORC)

#### 3.3.1 Description du cycle de Rankine et de ses variantes

Le cycle de Rankine classique est un cycle moteur qui porte le nom de son inventeur, l'ingénieur écossais William John Macquorn Rankine (1820-1872). Ce cycle comporte quatre transformations [100] : une compression isentropique, un chauffage isobare, une détente isentropique et un refroidissement isobare. Dans le cycle de Rankine classique, des changements de phases du fluide de travail s'effectuent (une évaporation lors de la phase de chauffage et une condensation lors du refroidissement).

Si la vapeur est surchauffée après l'évaporation, le cycle est connu sous le nom de cycle de Hirn [101]. Cette surchauffe sert généralement à éviter les détentes diphasiques qui causent l'érosion des aubages de la turbine de détente. La surchauffe sert, par conséquent, à augmenter considérablement la longévité des turbines utilisées.

---

1. Une version de cette annexe est publiée dans : M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Effect of leakage losses on the performance of a  $\beta$  type Stirling engine, Energy, Volume 88, August 2015, Pages 111-117

2. Une version de cette annexe est publiée dans : M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Displacer gap losses in beta and gamma Stirling engines, Energy, Volume 72, 1 August 2014, Pages 135-144

### 3.3. Le cycle organique de Rankine (ORC)

Le cycle de Rankine est également connu sous le nom de cycle de Kalina si un mélange de deux fluides de travail est utilisé. Dans cette variante, l'évaporation et la condensation ne sont plus isothermes comme ceci est le cas pour un fluide pur et l'augmentation de température lors de l'évaporation permet des rendements accrus.

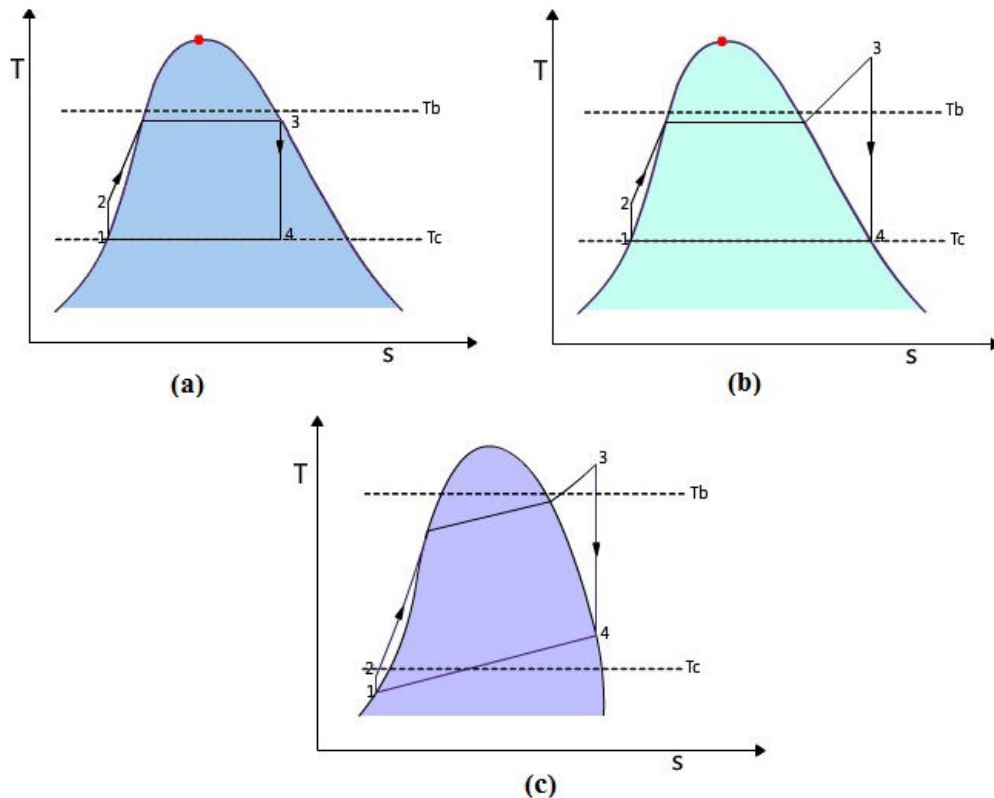


FIGURE 3.12 – Diagrammes (T-S) du cycle de Rankine et ses variantes : (a) cycle de Rankine (b) cycle de Hirn (c) cycle de Kalina

Dans les centrales de production d'électricité classiques où la source de chaleur est généralement de haute température et la puissance produite est élevée, l'eau est souvent utilisée comme fluide de travail car ce fluide est peu coûteux, non-toxique, non-inflammable et stable. Cependant, lorsque la source de chaleur est de basse ou de moyenne température ou lorsque la puissance produite est relativement faible l'eau n'est pas le meilleur choix technologique [102]. En effet, la faible masse molaire de l'eau impose des débits insoutenable par la turbine si la différence de température entre l'entrée et la sortie de celle-ci est faible. De plus, l'utilisation de l'eau impose une surchauffe impossible à atteindre compte tenu du niveau de température de la source pour éviter la détente diphasique. Dans ces cas, le cycle organique de Rankine suscite un intérêt important dans la recherche appliquée.

Le cycle organique de Rankine (Organic Rankine Cycle, ORC) est un cycle de Rankine

qui utilise un fluide de travail organique. Ces fluides peuvent avoir une masse molaire supérieure à celle de l'eau et une température critique relativement basse selon le fluide. De plus, un grand nombre de ces fluides sont des fluides séchant et ne nécessitent pas une surchauffe pour éviter la détente diphasique dans la turbine (cf. 3.3.2).

En plus des avantages précédemment cités, le cycle ORC présente d'autres atouts qui expliquent sa popularité :

- l'absence du besoin de déminéraliser l'eau,
- l'absence du besoin de dégazage du fluide de travail, comme c'est le cas pour l'eau, car la détente peut être effectuée à pression atmosphérique,
- maintenance simple,
- longue durée de vie.

Plus récemment, la recommandation d'utiliser les cycles organiques de Rankine supercritiques est de plus en plus fréquentes et les travaux qui traitent de l'optimisation de ce cycle se sont multipliés dans la littérature [103–111]. Un cycle de Rankine est dit supercritique lorsque la pression du fluide de travail à la sortie de la pompe de compression dépasse la pression critique. Dans ce cas, conformément à ce qui est illustré dans la figure 3.13, le fluide caloporteur ne passe pas par un état diphasique (coexistence d'une phase liquide et une phase vapeur) lors de son chauffage. La figure 3.13 montre les deux diagrammes T-S des cycles sous critique et supercritique. Cette figure montre clairement que la courbe correspondante à la transformation de chauffage isobare dans le diagramme T-S passe au dessus du point critique.

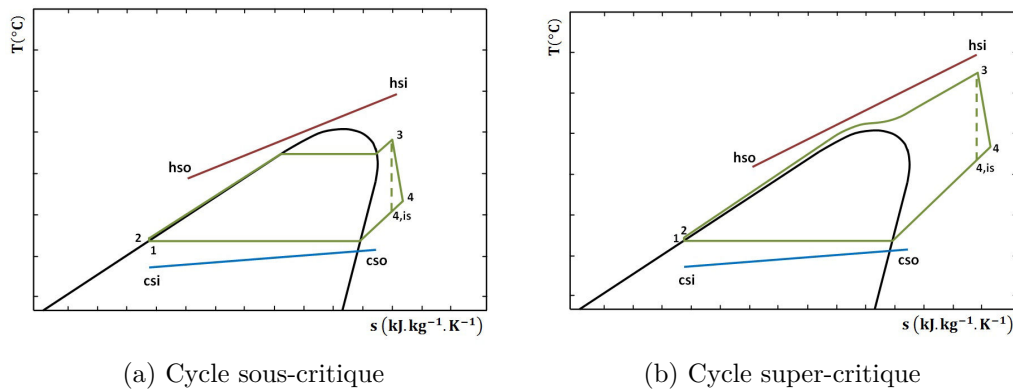


FIGURE 3.13 – Diagrammes (T-S) du cycle de Rankine sous-critique et super-critique

### 3.3.2 Fluide de travail

Le choix du fluide de travail d'un ORC est crucial. Il affecte considérablement les performances et le coût de l'installation dimensionnée. Le fluide choisi pour des applications de géothermie n'est pas forcément adapté pour des applications solaires ou de récupération

### 3.3. Le cycle organique de Rankine (ORC)

---

de chaleur fatale.

Il est fréquent de classer les fluides de travail en trois classes selon la pente de leur courbe de saturation dans le diagramme (T-s). En effet, conformément à la figure 3.14, il existe trois types de fluides selon ce classement : Les fluides séchants qui possèdent une pente positive ( $\frac{ds}{dT} > 0$ ), les fluides mouillants qui possèdent une pente négative ( $\frac{ds}{dT} < 0$ ) et les fluides isentropiques qui se caractérisent par une pente nulle ( $\frac{ds}{dT} = 0$ ). Ces deux derniers types contrairement aux fluides mouillants ne nécessitent pas une étape de surchauffe pour éviter les détentes diphasiques.

Les différents critères que le concepteur doit considérer pour choisir un fluide de travail adéquat à son application sont [102] :

- La température de saturation du fluide doit être inférieure à la température de la source chaude si l'on veut un fonctionnement en mode super-critique et bien supérieure à la température haute si l'on veut un fonctionnement en mode sous-critique.
- La pression à la température haute ne doit pas être très grande pour éviter les contraintes mécaniques excessives
- Il est préférable que le fluide permette une condensation à pression ambiante et à un niveau de température qui n'est pas trop élevé.
- Le fluide ne doit être ni trop mouillant ni trop séchant pour éviter à la fois la formation de condensat ou de vapeur trop sèche à la sortie de la turbine. Ceci assure la longévité de la turbine et le rejet de la chaleur à basse température.
- Une faible chaleur spécifique du liquide et un faible rapport entre la chaleur spécifique et la chaleur latente de vaporisation ce qui permet de réduire l'énergie nécessaire pour que le fluide atteigne la température d'évaporation.
- Le fluide doit permettre un bon échange de chaleur et des faibles chutes de pression dans les échangeurs.
- La stabilité chimique aux niveaux des températures du cycle
- La non-toxicité, non-inflammabilité, non-explosivité, non-radioactivité.
- Une bonne lubrification.
- Non corrosivité et compatibilité avec les matériaux utilisés.
- Un coût raisonnable et une disponibilité satisfaisante.

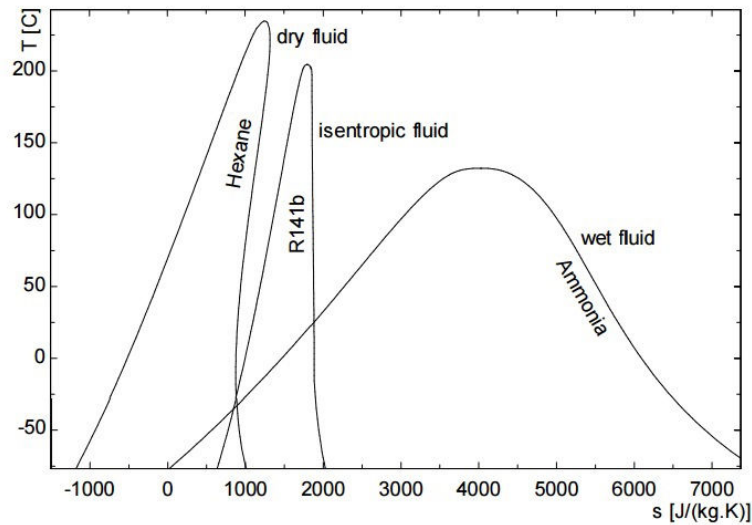


FIGURE 3.14 – Les trois types des fluides de travail qui peuvent être utilisés dans la technologie ORC

### 3.3.3 Modélisation du cycle organique de Rankine

La modélisation du cycle de Rankine peut se faire par le calcul de l'enthalpie spécifique du fluide caloporteur à chaque point du cycle thermodynamique. Le logiciel REFPROP [112], couplé à Matlab est utilisé pour calculer les propriétés thermophysiques du fluide de travail. Ce logiciel exploite la base de donnée de l'Institut National de Standards et de Technologies (NIST).

La pompe de compression et la turbine sont caractérisées par leurs rendements isentropiques respectifs  $\eta_p^{is}$  et  $\eta_t^{is}$ . Ainsi, les équations qui décrivent le cycle de Rankine sont [113–115] :

#### Compression :

Le rendement isentropique de la pompe est défini par :

$$\eta_p^{is} = \frac{h_{p,out}^{is} - h_{p,in}}{h_{p,out} - h_{p,in}} \quad (3.1)$$

La puissance mécanique délivrée par la pompe est :

$$\dot{W}_p = \dot{m}_{wf}(h_{p,out} - h_{p,in}) \quad (3.2)$$

### 3.3. Le cycle organique de Rankine (ORC)

La puissance électrique consommée par la pompe est :

$$\dot{W}_p^{elec} = \frac{\dot{W}_p}{\eta_{motor}} \quad (3.3)$$

#### Chauffage :

La puissance thermique extraite de la source chaude est :

$$\dot{Q}_h = \dot{m}_{wf}(h_{h,out} - h_{h,in}) \quad (3.4)$$

#### Détente :

Le rendement isentropique de la turbine est défini par :

$$\eta_t^{is} = \frac{h_{t,in} - h_{t,out}}{h_{t,in} - h_{t,out}^{is}} \quad (3.5)$$

La puissance mécanique de la turbine est :

$$\dot{W}_t = \dot{m}_{wf}(h_{t,in} - h_{t,out}) \quad (3.6)$$

La puissance électrique générée par le générateur électrique :

$$\dot{W}_t^{elec} = \eta_{gen} \dot{W}_t \quad (3.7)$$

#### Codensation :

La puissance thermique rejetée dans le puits froid est :

$$\dot{Q}_c = \dot{m}_{wf}(h_{c,out} - h_{c,in}) \quad (3.8)$$

Par conséquent, la puissance électrique nette délivrée par le moteur de Rankine s'écrit :

$$\dot{W}_{net}^{elec} = \dot{W}_t^{elec} - \dot{W}_p^{elec} \quad (3.9)$$

et son rendement global est égal à :

$$\eta_{ORC} = \frac{\dot{W}_{net}^{elec}}{\dot{Q}_h} \quad (3.10)$$

#### 3.3.4 Pincements de la source chaude et du puits froid

Le pincement d'un échangeur de chaleur correspond au point auquel la différence de températures entre le fluide chaud et froid est minimale. En effet, les échangeurs de

chaud et froid d'un ORC sont caractérisés par leurs pincements respectifs.

Pour un ORC sous critique, le point de pincement chaud est situé soit à la sortie du fluide de la source chaude soit à l'entrée de la zone diphasique de l'échangeur (Figures 3.15a et 3.15b). Ceci dépend du débit calorifique de la source chaude. Par contre, pour un ORC supercritique, le point de pincement n'est pas évident à trouver à cause de la grande variation des propriétés thermo-physiques du fluide caloporteur à proximité du point critique (Figure 3.15c). Une procédure itérative est proposée par et permet de trouver ce point. Cette procédure nécessite la division de la transformation (2-3) en un nombre  $N$  de morceaux qui correspondent à une augmentation élémentaire de l'enthalpie du fluide cyclé de  $\delta h = (h_{t,in} - h_{p,out}) / N$  en partant de l'état 2. l'enthalpie du fluide caloporteur de la source à chacun de ces points est calculée simplement par le fait que le flux de chaleur récupéré par le fluide cyclé est prélevé de la source :

$$h_{hs}^{i+1} = h_{hs}^i - \frac{\dot{m}_{wf}}{\dot{m}_{hs}} \delta h \quad (3.11)$$

avec :  $h_{hs}^0 = h_{hs,in}$

Les enthalpies nous permettent de calculer la température du fluide de travail ainsi que la température du fluide caloporteur de la source à chaque point ce qui nous permet de calculer également la différence de température minimale  $\Delta T_{min}$  au niveau de l'échangeur.

Un algorithme basé sur la méthode de la dichotomie est réalisé afin de déterminer le débit de la source chaude qui correspond à un pincement fixé ( $Pinch_h$ ).

Concernant le puits froid, le pincement de l'échangeur est situé à l'entrée de la zone de condensation.



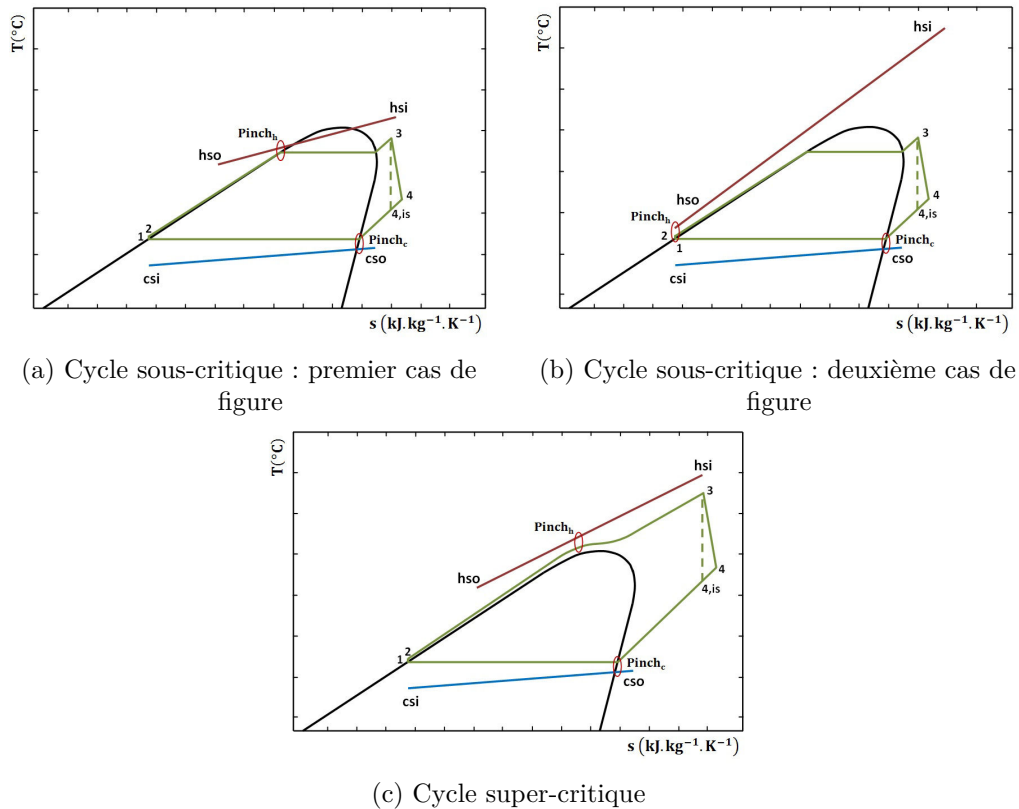


FIGURE 3.15 – Positionnement des points de pincement des échangeurs chaud et froid

### 3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, les modélisations du moteur Stirling et du moteur ORC ont été abordées.

En premier lieu, une revue des modèles les plus importants du moteur Stirling a été réalisée. Cette revue montre qu'en terme de temps de calcul, les modèles à pertes séparées sont les plus adaptés à une approche d'optimisation système mais que la séparation des pertes engendre des erreurs; voire une perte totale de la tendance de la solution. Ceci a été illustré dans le cas des pertes au niveau du jeu du déplaceur qui est constitué par les pertes par fuite de matière et les pertes par effet navette. En effet, la comparaison d'un nouveau modèle couplé de ces pertes par rapport aux modèles découplés existants dans la littérature nous a permis de montrer que l'écart induit par le découplage des deux phénomènes est significatif et que le comportement des solutions est différent dans les deux cas.

En second lieu, un modèle orienté vers l'optimisation du moteur ORC a été présenté. Ce modèle inclus dans celui de la centrale complète sera utilisé dans le chapitre suivant pour l'optimisation de l'installation.



# 4 Cas d'étude : optimisation d'une centrale solaire hybride

## 4.1 Introduction

La production d'électricité solaire peine à s'imposer comme une technologie de production d'électricité privilégiées à cause de deux faiblesses principales :

- L'intermittence de la source d'énergie solaire qui rend cette technologie peu adaptée à une production continue d'électricité.
- Le coût d'investissement d'une centrale solaire reste élevé par rapport aux technologies de production d'électricité classiques.

Le problème d'intermittence de la source peut être résolu par un stockage de l'énergie thermique. Cependant, cette technologie se heurte généralement à la problématique de coût des dispositifs de stockage thermique qui explose si l'on veut un fonctionnement continu de la centrale. Par exemple, Gemasolar qui est entrée en service en 2011 à Seville en Espagne utilise un dispositif de stockage d'énergie à sels fondus et annonce une capacité de stockage de 15 heures. Malgré cette capacité, Gemasolar ne peut fonctionner que pendant 6500 heures par an soit un peu moins que 75 % de l'année [116].

L'hybridation est une alternative envisageable pour remédier à la fois à l'intermittence de la source et au coût d'investissement. Plusieurs auteurs se sont intéressés à cette solution tel que Guiliano qui a proposé plusieurs configurations de centrales solaires hybrides dont une configuration qui utilise des collecteurs cylindro-paraboliques. Turchi [117] s'est intéressé également à l'hybridation des centrales solaires qui utilisent des capteurs cylindro-paraboliques. Il propose deux configurations. L'une d'elles consiste à utiliser une chaudière d'appoint qui prend le relais du champ solaire et du stock thermique. La deuxième configuration est un cycle combiné qui consiste à utiliser la chaleur résiduelle d'une turbine à gaz ajoutée à l'énergie collectée par un champ solaire et la convertir en utilisant un cycle de récupération.

Dans le chapitre 2, nous avons détaillé la modélisation des capteurs solaires cylindro-

paraboliques; ce qui a permis, pour une géométrie donnée de capteur, de calculer le rendement optique et d'établir des corrélations du facteur de modification de l'angle d'incidence et des pertes thermiques linéiques du récepteur utilisé. Ceci constitue un modèle de capteurs simples et peu coûteux en temps de calcul qui peut être utilisé pour modéliser les performances annuelles de l'installation solaire.

Dans le chapitre 3, nous avons réussi à donner une solution explicite du profil de température dans un stock de chaleur lors d'une phase de charge ou de décharge à un instant donné. Cette solution permet d'éviter une discrétisation temporelle afin d'obtenir le profil de température. Ce modèle de stock va être également exploité dans ce chapitre afin de déterminer les durées de charge et de décharge du stock ainsi que l'énergie stockée et restituée.

### 4.2 Configuration étudiée

Ce chapitre est consacré à l'optimisation de deux configurations de centrales solaires thermodynamiques hybrides comprenant un stockage de chaleur. Le stock et l'hybridation assurent le fonctionnement de la centrale d'une façon continue et sans interruption causée par l'absence de la source solaire. Par ailleurs, l'hybridation permet d'une part d'assurer le fonctionnement de la centrale solaire pendant les périodes prolongées de couverture nuageuse. D'autre part, elle permet de diminuer le coût global du kWh qui risque d'être élevé dans le cas de l'utilisation de dispositifs de stockage très volumineux.

Les deux configurations les plus récurrentes dans la littérature sont présentées dans les figures 4.1 et 4.2. La première configuration comporte un champ solaire, un stock de chaleur et une chaudière à gaz en parallèle. Le bloc moteur choisi pour cette configuration est un cycle organique de Rankine (ORC) car ce cycle est parfaitement adapté aux moyennes températures. La deuxième configuration est plus adaptée aux grandes puissances et utilise un cycle combiné gaz (une turbine à gaz + un cycle de récupération). Récemment, plusieurs auteurs, tels que [118, 119], proposent l'utilisation d'un ORC comme cycle de récupération.

Ce chapitre est consacré au dimensionnement et l'optimisation de la première configuration, tous les composants sont dimensionnés pour que la centrale délivre une puissance électrique constante et continue.

### 4.3. Simulation du bloc solaire et gestion de l'énergie dans l'installation

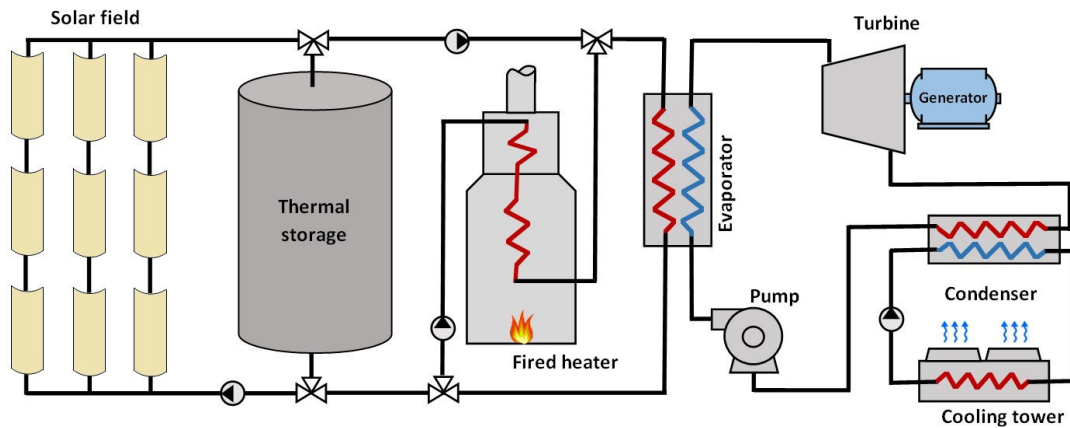


FIGURE 4.1 – Configuration I : centrale solaire hybride simple

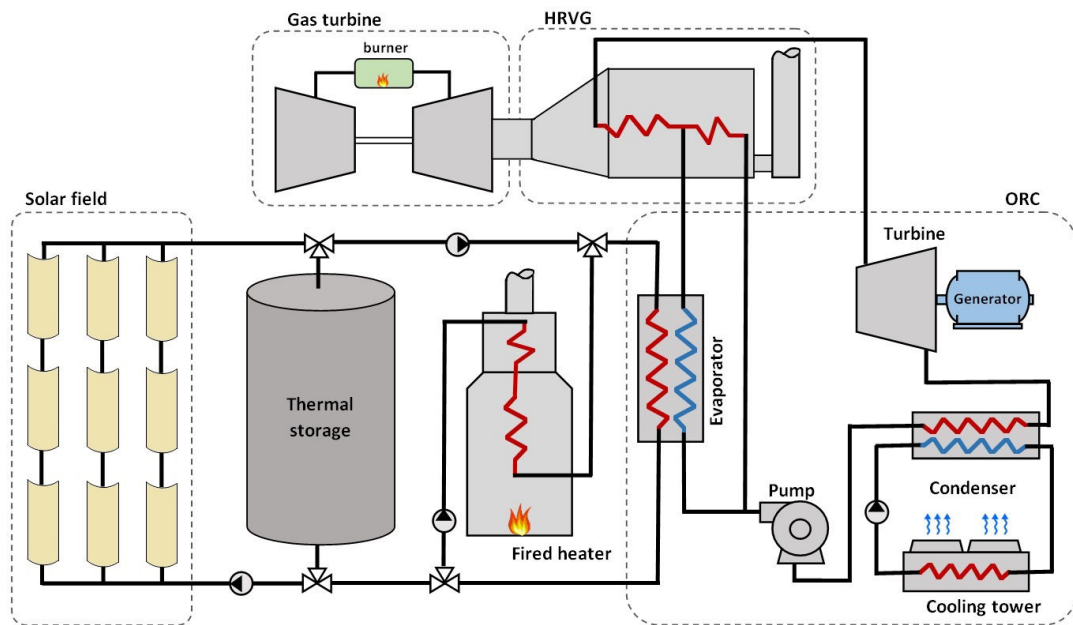


FIGURE 4.2 – Configuration II : centrale solaire hybride à cycle combiné

## 4.3 Simulation du bloc solaire et gestion de l'énergie dans l'installation

Ce paragraphe traite de la simulation du fonctionnement du bloc solaire qui est composé du champ solaire et du stock de chaleur. La méthode de simulation est illustrée sur un exemple d'installation dont les paramètres sont détaillés dans le tableau 4.1. L'installation fournit une puissance constante et continue. Ces différents paramètres permettent, grâce au modèle du moteur ORC détaillé dans le chapitre précédent, de calculer le débit nécessaire pour alimenter le bloc moteur. Le champ solaire, le stock thermique et la chaudière assurent cette alimentation en suivant la stratégie de commande détaillée dans

le paragraphe suivant.

Grandeur physique du système	valeur
<b>Champ solaire</b>	
Nombre de rangées ( $N_{row}, m$ )	10
Longueur des rangées ( $L_{row}, m$ )	70
Espacement entre les rangées ( $H_{row}, m$ )	15
Largeur des capteurs ( $W_{row}, m$ )	5
Température de sortie ( $T_{field,out}, ^\circ C$ )	350
<b>Stock de chaleur</b>	
Diamètre du réservoir ( $D_{tank}, m$ )	3
Hauteur du réservoir ( $H_{tank}, m$ )	3
Nature du matériau du stockage	gravier et sable de silice
Porosité du matériau du stockage	0,25
<b>ORC</b>	
Puissance ( $P_{ORC}, kW$ )	100
Fluide organique	Toluène
Pression haute ( $P_h, kP$ )	$1, 2P_{crit}$
Température de condensation ( $T_{cond}, ^\circ C$ )	40
Température à l'entrée de la turbine ( $T_{t,in}, ^\circ C$ )	320
Pincement de l'échangeur chaud ( $Pinch_h, ^\circ C$ )	10
Pincement de l'échangeur froid ( $Pinch_c, ^\circ C$ )	10
Rendement de la turbine	0,70
Rendement du compresseur	0,80
Rendement du générateur électrique	0,95
Rendement moteur électrique	0,90

TABLE 4.1 – Paramètres de l'installation étudiée dans l'exemple

### 4.3.1 Stratégie de gestion d'énergie

Pendant les heures d'ensoleillement, le fluide caloporteur passe dans le champ solaire pour récupérer l'énergie collectée par les capteurs solaires. Le débit de ce fluide est régulé afin de conserver une température fixe à la sortie du champ solaire. Pour un fonctionnement hybride, la stratégie de gestion de l'énergie proposée est illustrée dans la figure 4.3. La gestion d'énergie dans l'installation obéit aux règles suivantes :

- Si le débit traversant le champ solaire est supérieur au débit nécessaire au fonctionnement du bloc moteur, ce dernier prélève son énergie du champ solaire et l'excédent est stocké dans le stock thermique.
- Si, au contraire, le débit sortant du champ solaire est insuffisant pour alimenter le moteur, ce débit est complété par le stock de chaleur s'il contient du fluide chaud. Sinon, le fluide sortant du champ solaire est stocké dans le stock de chaleur.
- Si le moteur ne peut pas être alimenté par l'installation solaire (Champ solaire +

### 4.3. Simulation du bloc solaire et gestion de l'énergie dans l'installation

stock de chaleur), la chaudière prend le relai.

La figure 4.3 suppose que le stock est dimensionné de telle sorte qu'il puisse contenir l'intégralité du débit excédant (qui n'a pas été utilisé directement pour alimenter le bloc moteur). Elle suppose également que l'énergie stockée la journée est suffisante pour alimenter le bloc moteur jusqu'à la fin de la journée. Ceci n'est pas toujours le cas dans la mesure où les dimensions du stock peuvent être insuffisantes pour stocker toute l'énergie disponible à la sortie du champ solaire, ou pour alimenter le bloc moteur jusqu'au prochain lever de soleil ou pour les deux.

La figure 4.4 montre la gestion énergétique réelle dans une installation où le stock est sous-dimensionné et donc insuffisant pour contenir la totalité de l'énergie disponible à la sortie du champ solaire et pour alimenter le bloc moteur.

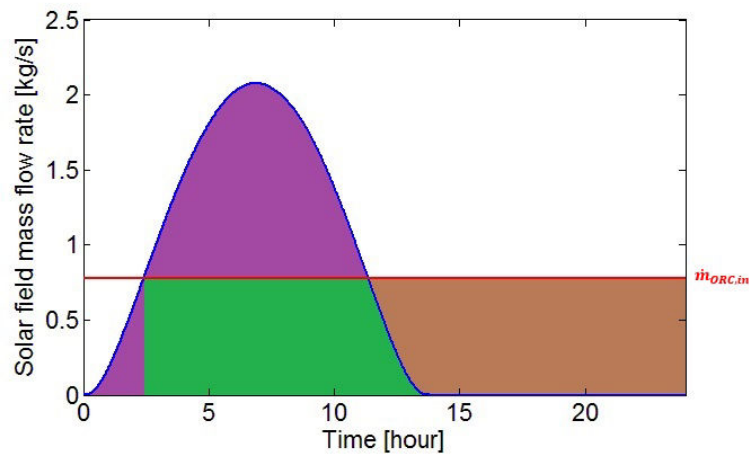


FIGURE 4.3 – Stratégie de gestion d'énergie dans l'installation étudiée ; Violet : débit qui peut être stocké dans le stock de chaleur, Vert : débit qui peut être utilisé directement pour alimenter le bloc moteur, Marron : débit que le stock doit fournir pour alimenter le bloc moteur

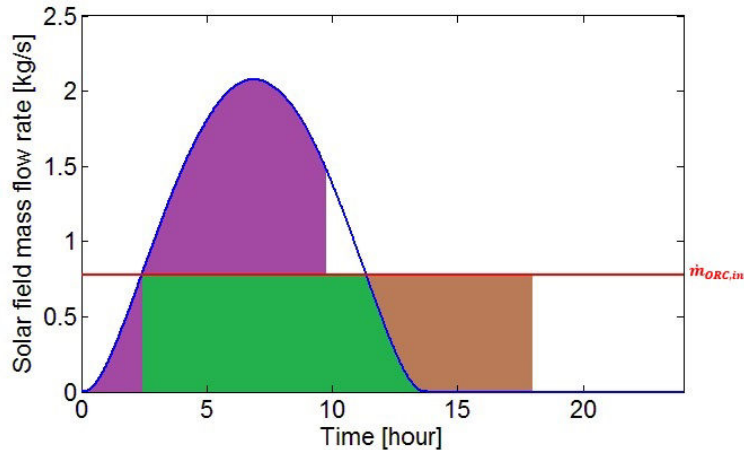


FIGURE 4.4 – Gestion d'énergie dans l'installation dans le cas d'un stock insuffisant ; Violet : débit réellement stocké dans le stock de chaleur, Vert : débit utilisé directement pour alimenter le bloc moteur, Marron : débit que le stock a réellement fourni pour alimenter le bloc moteur

### Remarque 1 :

Le stock est considéré comme vide si la température du fluide qui en sort lors de la décharge baisse en dessous de la température d'alimentation du moteur avec un seuil  $\Delta T$  défini par le concepteur.

### Remarque 2 :

La stratégie de gestion d'énergie décrite précédemment est favorable dans le cas d'un système hybride qui utilise une autre énergie d'appoint en plus de l'énergie solaire. Elle ne permet pas un fonctionnement continu en énergie solaire car nous avons choisi de stocker le débit sortant du champ solaire pendant la période qui s'étale du lever du jour au moment où ce débit dépasse celui nécessaire pour alimenter le bloc moteur.

Dans le cas où l'on veut dimensionner l'installation pour un fonctionnement exclusif en énergie solaire, ce débit doit être complété par un débit de fluide caloporteur venant du stock afin d'alimenter directement le bloc moteur.

## 4.3.2 Simulation du bloc solaire

### 4.3.2.1 Simulation du champ solaire

Afin de simuler le fonctionnement du champ solaire, il est nécessaire de disposer des données d'ensoleillement de l'endroit du projet. Les données utilisées dans ce travail proviennent du service McClear [120] développé par Armines dans le cadre des projets



### 4.3. Simulation du bloc solaire et gestion de l'énergie dans l'installation

MACC, MACC-II et MACC-III financés par l'union européenne. Ce service fournit les données d'ensoleillement sous forme de séries temporelles avec une résolution allant d'une minute à un mois. La figure 4.5 montre, à titre d'exemple, l'irradiation solaire dans la ville de Tataouine en Tunisie. Ces données seront utilisées dans l'exemple qui sera traité par la suite.

Les corrélations du rendement optique et des pertes thermiques seront utilisées pour modéliser les collecteurs solaires. Le débit dans le champ solaire est régulé afin de maintenir une température constante à la sortie de celui-ci. Par conséquent, les températures d'entrée et de sortie sont connues. Le débit massique du fluide dans le récepteur d'une rangée de collecteurs solaires est alors donné par l'équation (1.72) développée dans le chapitre 1.

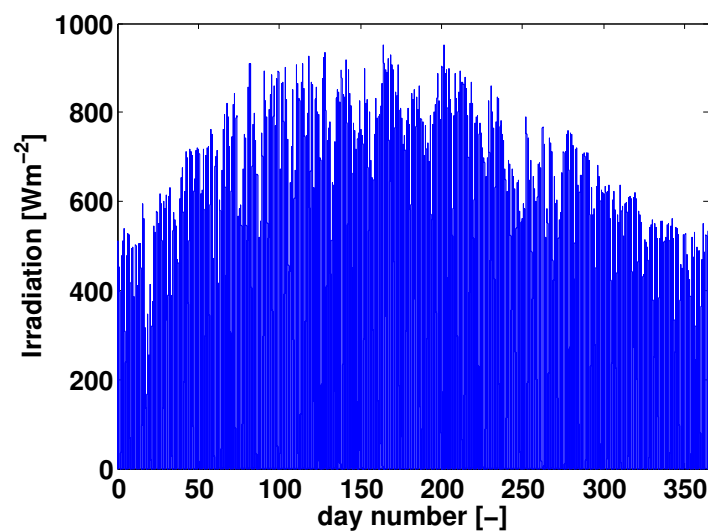


FIGURE 4.5 – Ensoleillement sous un ciel clair dans la région de Tataouine (Tunisie)

#### 4.3.2.2 Simulation du stock de chaleur

La simulation du champ solaire a permis de connaître le débit à sa sortie. Conformément à la stratégie de gestion d'énergie décrite précédemment, nous pouvons déterminer le débit du fluide calo-porteur qui peut être stocké dans le stock de chaleur et le débit à fournir par le stock lors de la phase de décharge si l'on veut que le stock fournisse de l'énergie jusqu'au prochain lever du jour. Les figures 4.6a et 4.6b montrent, respectivement, le débit disponible pour être stocké dans le stock et le débit de décharge si le stock fournit de l'énergie jusqu'au prochain lever de soleil. Ces débits sont calculés pour la centrale dont les paramètres sont détaillés dans le tableau 4.1 et pour la journée du 30-31 Mai 2010 (qui est l'année la plus récente dans la base de données utilisée).

Comme expliqué précédemment, en phase de charge, le stock de chaleur peut absorber la totalité de l'énergie disponible ou seulement une partie. Ceci dépend de ses dimensions. De la même façon, il n'est pas garanti que le stock de chaleur contienne assez d'énergie

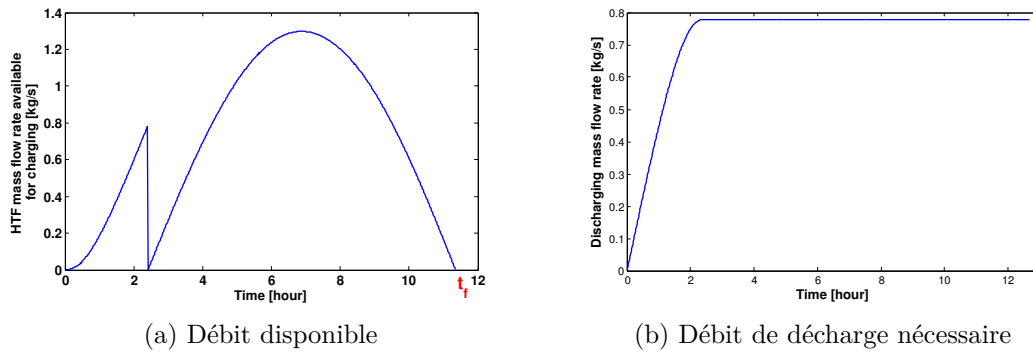


FIGURE 4.6 – Débit de charge disponible pour le stockage thermique et débit de décharge nécessaire pour alimenter le bloc moteur jusqu'au prochain lever de soleil

pour alimenter le moteur jusqu'au prochain lever du soleil.

Il est nécessaire de calculer la quantité exacte d'énergie stockée dans le dispositif de stockage lors de la phase de charge et la quantité exacte d'énergie délivrée par celui-ci lors de la phase de décharge.

Dans ce but et afin de déterminer l'instant précis dans lequel le processus de charge s'arrête, nous utilisons le modèle développé dans le chapitre 3 et nous développons un algorithme basé sur la méthode de dichotomie et qui exploite la solution explicite développée dans le chapitre 2. Les étapes de cet algorithme sont les suivantes :

1. définir  $t_{min} = 0$  et  $t_{max} = t_f$  avec  $t_f$  la période maximale que peut durer le stockage (cf. fig. 4.6a),
2. évaluer la température du fluide à la sortie du stock à l'instant  $t = \frac{t_{max} + t_{min}}{2}$ ,
3. si cette température est supérieure à  $T_0 + \Delta T$  alors  $t_{max} = t$ , sinon,  $t_{min} = t$ ,
4. répéter l'étape 2 et 3 jusqu'à ce que le changement de la température calculée à la sortie du stock soit inférieur à un critère d'arrêt  $\varepsilon$  ou que le changement de l'instant  $t$  soit inférieur à la résolution temporelle des données de l'ensoleillement.

Le même raisonnement est adopté pour déterminer l'instant d'arrêt du processus de décharge. ainsi, il est possible de simuler le fonctionnement de la centrale en connaissant les débits réels de charge, de décharge et le débit de la chaudière . La figure 4.7 donne ces différents débits le long de 24 heures (30-31 Mai 2010). Il est clair sur cette figure que les dimensions du stock permettent le stockage de tout le surplus d'énergie provenant du champ solaire. Mais, l'énergie stockée est insuffisante pour alimenter le bloc moteur jusqu'à la fin des 24 heures. La figure 4.8 montre les mêmes débits durant la journée du 30-31 Janvier 2010. Dans ce cas, le stock a absorbé aussi tout le surplus d'énergie délivré par le champ solaire mais la phase de décharge a duré moins longtemps que dans le premier cas. Ceci est dû au fait que le champ solaire collecte moins d'énergie en Janvier qu'en Mai.

### 4.3. Simulation du bloc solaire et gestion de l'énergie dans l'installation

La figure 4.9 donne les durées de fonctionnement en mode champ solaire, en mode décharge et en mode chaudière pour une journée type de chaque mois de l'année 2010 (15-16 de chaque mois).

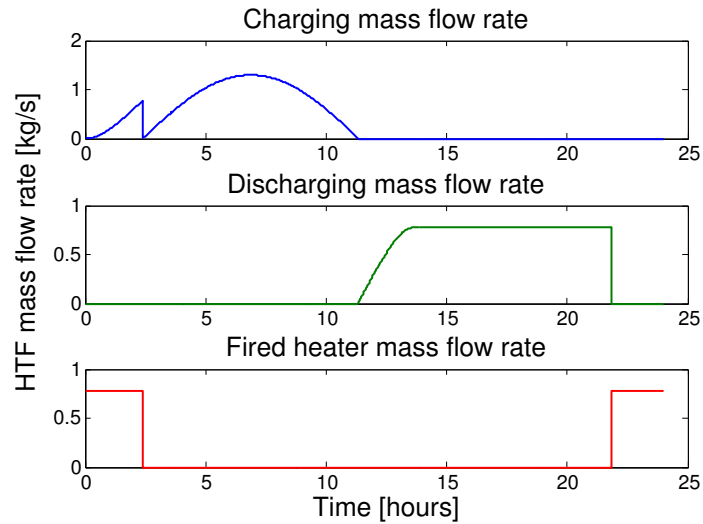


FIGURE 4.7 – Evolution temporelle des débits de charge, de décharge et du débit de la chaudière durant la journée du 30-31 Mai 2010

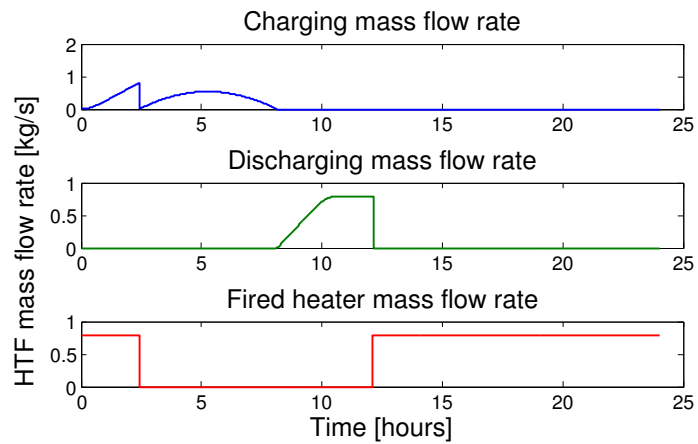


FIGURE 4.8 – Evolution temporelle des débits de charge, de décharge et du débit de la chaudière durant la journée du 30-31 Janvier 2010

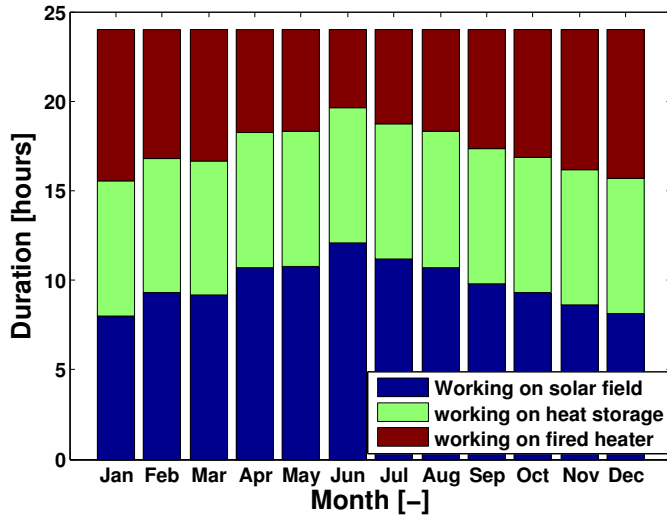


FIGURE 4.9 – Durée de fonctionnement de l'installation décrite dans l'exemple sur les trois différents modes : travail exclusivement sur le champ solaire, travail sur le stock de chaleur, travail sur la chaudière.

La simulation du fonctionnement de la centrale est effectuée de cette manière sur un échantillon de journées régulièrement espacées de l'année afin de diminuer le temps de calcul. La durée de fonctionnement annuelle sur la chaudière par exemple est calculée par :

$$t_{fired} = t_{fired,sim} \frac{365}{N_{sim}} \quad (4.1)$$

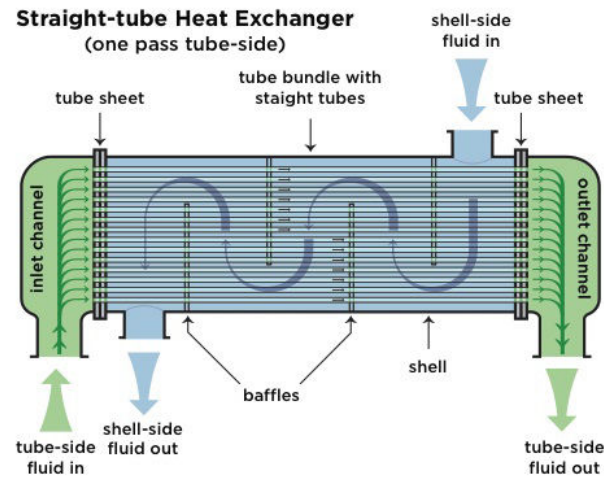
avec  $t_{fired}$  la durée totale de fonctionnement de la chaudière,  $t_{fired,sim}$  la durée de fonctionnement de la chaudière pendant les jours simulés et  $N_{sim}$  le nombre de jours simulés dans l'année.

#### 4.4 Dimensionnement optimal des échangeurs

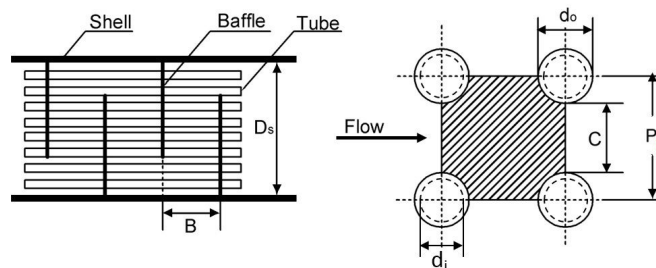
Ce paragraphe détaille la méthode de calcul des surfaces d'échange des deux échangeurs chaud et froid du cycle de Rankine. La configuration tubes et calandre est traitée à titre d'exemple, car elle est largement utilisée dans la production d'électricité conventionnelle et alternative. La littérature est également assez complète pour ce type d'échangeur. En effet, un très grand nombre de travaux proposent des corrélations permettant de déterminer les coefficients de transfert et les chutes de pression dans ce type d'échangeur et ce pour quatre types d'écoulements qui peuvent exister dans les échangeurs d'une machine à cycle de Rankine : monophasique, diphasique (évaporation ou condensation) et supercritique. Une brève revue de ces corrélations sera effectuée dans le paragraphe suivant.

#### 4.4. Dimensionnement optimal des échangeurs

La figure 4.10 illustre, à titre d'exemple, un échangeur de type tubes et calandre à une seule passe ainsi que les dimensions géométriques qui entrent en jeu lors du dimensionnement de ce type d'échangeurs.



(a) Schéma général de l'échangeur



(b) Dimensions géométriques de l'échangeur

FIGURE 4.10 – Échangeur de chaleur à tubes et calandre à une seule passe

##### 4.4.1 Calcul de la surface d'échange

La surface d'échange est calculée connaissant le flux total échangé en utilisant la méthode DTLM :

$$A = \frac{\dot{Q}}{UF\Delta T_{lm}} \quad (4.2)$$

avec  $U$  le coefficient global d'échange,  $F$  un facteur de correction qui tient compte du fait que l'échange dans un échangeur de type tubes et calandre n'est pas un échange à débits parallèles et  $\Delta T_{lm}$  la différence de température logarithmique moyenne.

## Chapitre 4. Cas d'étude : optimisation d'une centrale solaire hybride

---

Le coefficient global d'échange s'écrit :

$$U = \left[ \frac{d_o}{\alpha_i d_i} + \frac{d_o \ln(d_o/d_i)}{2k_t} + \frac{1}{\alpha_o} \right]^{-1} \quad (4.3)$$

où

$\alpha_i$  est le coefficient d'échange interne,

$\alpha_o$  est le coefficient d'échange externe,

$k_t$  est la conductivité de la paroi du tube.

La différence de température logarithmique moyenne entre le fluide chaud (h) et le fluide froid (c) circulant en contre courant est donnée par :

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_{h,out} - T_{c,in}) - (T_{h,in} - T_{c,out})}{\ln \left( \frac{T_{h,out} - T_{c,in}}{T_{h,in} - T_{c,out}} \right)} \quad (4.4)$$

La méthode DTLM est établie pour le cas de deux fluides parallèles. Cette équation peut être appliquée pour d'autres configurations d'échangeurs à condition d'introduire un facteur de correction  $F$ . Pour les échangeurs à tubes et calandre, ce facteur de correction est calculé de la manière suivante :

$$R = \frac{T_{in}^s - T_{out}^s}{T_{out}^t - T_{in}^t} \quad (4.5)$$

$$P = \frac{T_{out}^t - T_{in}^t}{T_{in}^s - T_{in}^t} \quad (4.6)$$

où l'exposant "t" réfère au fluide circulant dans les tubes et l'exposant "s" réfère au à celui circulant dans la calandre.

si  $R = 1$  :

$$S = \frac{P}{N_p^s - (N_p^s - 1)P} \quad (4.7)$$

$$F = \frac{S\sqrt{2}}{(1 - S)\ln \left[ \frac{2 - S(2 - \sqrt{2})}{2 - S(2 + \sqrt{2})} \right]} \quad (4.8)$$

si  $R \neq 1$  :

$$\alpha = \frac{1 - RP^{1/N_p^s}}{1 - P} \quad (4.9)$$

$$S = \frac{\alpha - 1}{\alpha - R} \quad (4.10)$$

$$F = \frac{\sqrt{R^2 + 1} \ln \left( \frac{1-S}{1-RS} \right)}{(R - 1) \ln \left[ \frac{2-S(R+1-\sqrt{R^2+1})}{2-S(R+1+\sqrt{R^2+1})} \right]} \quad (4.11)$$

où  $N_p^s$  est le nombre de passages coté calandre.

#### 4.4.2 Coefficients de transfert de chaleur

##### 4.4.2.1 Coefficient de transfert coté calandre

Plusieurs méthodes existent pour calculer le coefficient de transfert côté calandre tel que la méthode de Kern [121] ou Bell-Delaware [122]. Cette dernière est adoptée dans ce travail. Elle prend en compte les éléments suivants :

- Les fuites de matière dans les jeux qui existent entre les tubes et les chicanes.
- Les fuites de matière qui existent entre le faisceau de tubes et la calandre.
- L'effet de l'écoulement dans les fenêtres des chicanes qui ne prend en compte que seulement une partie des tubes qui sont soumis à un échange à courants croisés.
- L'effet de l'écoulement laminaire.

Le coefficient de transfert de chaleur du fluide côté calandre est donné par l'expression suivante :

$$h_s = h_{id} J_C J_L J_B J_R J_S \quad (4.12)$$

$h_{id}$  est le coefficient de transfert croisé d'un banc de tubes idéal. Il est calculé par :

$$h_{id} = j_i C p_s \left( \frac{\dot{m}_s}{A_s} \right) \left( \frac{k_s}{C p_s \mu_s} \right)^{2/3} \left( \frac{\mu_s}{\mu_w} \right)^{0,14} \quad (4.13)$$

$j_i$  est le facteur j-Colburn pour un banc de tubes idéal qui est fonction du pas des tubes de leur angle d'agencement, de leur diamètre externe et du nombre de Reynolds côté calandre  $Re_s$ . La procédure de calcul de ce facteur est largement détaillée dans la littérature [123].

Le nombre de Reynolds côté calandre est calculé par :

$$Re_s = \frac{\dot{m}_s D_e}{A_s \mu_s} \quad (4.14)$$

$D_e$  est le diamètre hydraulique côté calandre et  $A_s$  est l'aire transversale du faisceau de tubes. Ils sont donnés par les expressions suivantes :

$$D_e = \frac{4(P_t^2 - \pi d_o^2/4)}{\pi d_0} \quad (4.15)$$

$$A_s = \frac{D_s C B}{P_t} \quad (4.16)$$

$C$  est l'espace entre deux tubes et  $D_s$  est le diamètre de la calandre qui peut être approximé par :

$$D_s = \sqrt{\frac{N_t}{0,785} \left( \frac{CL}{CTP} \right) P_t^2} \quad (4.17)$$

$CL$  et  $CTP$  sont des constantes dont les valeurs dépendent de l'angle d'agencement et du nombre de passage des tubes. Ces valeurs sont également détaillées dans la littérature [124].

### 4.4.2.2 Coefficient de transfert dans les tubes en écoulement monophasique

Le coefficient de transfert dans les tubes en écoulement monophasique est calculé à partir du nombre de Nusselt tel que :

$$h = \frac{Nu k_f}{D_h} \quad (4.18)$$

Le nombre de Nusselt dépend du régime laminaire ou turbulent de l'écoulement. En effet, si le nombre de Reynolds  $Re_f$  est inférieur à 2300, le nombre de Nusselt est constant et est égal à 4,36. Par contre, si  $Re_f$  est supérieur à 2300, la corrélation de Gnielinski peut être utilisée [124] :

$$Nu = \frac{(f/8)(Re_f - 1000)Pr_f}{1 + 12,7(f/8)^{1/2}(Pr_f^{2/3} - 1)} \quad (4.19)$$

Les conditions d'application de cette corrélation sont :

$$0,5 \leq Pr_f \leq 2000$$

$$2300 < Re_f < 5.10^6$$



$f$  est le coefficient de frottement à l'intérieur des tubes. Il doit être calculé en utilisant la corrélation de Petukhov [124] :

$$f = [0,79 \ln(Re_f) - 1,4]^{-2} \quad (4.20)$$

#### 4.4.2.3 Coefficient de transfert dans les tubes : évaporation

L'évaluation du coefficient de transfert de chaleur dans les écoulements diphasiques d'évaporation est traitée d'une façon abondante dans la littérature. Il existe alors un nombre conséquent de corrélations qui permettent de calculer le nombre de Nusselt.

Un travail récent de Kim [125] recense ces différentes corrélations et les classe en deux catégories. D'un côté, les corrélation recommandées pour les macro tubes tels que celles de Shah (1982) [126], Cooper (1984) [127], Gungor et Winterton (1986) [128] et Liu et Winterton (1991) [129] et celles recommandées pour les mini/micro tubes tels que celles de Lazarek et Black (1982) [130] et celle de Bertsch et al. (2009) [131]. Kim propose également une nouvelle corrélation pour les mini/macro tubes (diamètre allant jusqu'à 6,5 mm).

Dans ce travail, la corrélation de Liu et Winterton est utilisée si le diamètre des tubes est supérieur à 6,5 mm et celle de Kim et Mudawar sinon.

La corrélation de Liu et Winterton est sous la forme :

$$h_{tp} = \left[ (E.h_{sp})^2 + (S.h_{nb})^2 \right]^{0,5} \quad (4.21)$$

$h_{tp}$  est le coefficient de transfert diphasique. Il est donné en fonction du coefficient de transfert mono-phasique  $h_{sp}$  et du coefficient de transfert du régime d'ébullition nucléée  $h_{nb}$  moyennant les deux coefficients  $E$  et  $S$ . Ces grandeurs sont données par :

$$h_{sp} = 0,23 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} \frac{k_f}{D_h} \quad (4.22)$$

$$h_{nb} = 55 P_R^{0,12} (-\log(P_R))^{-0,55} M^{-0,5} q_H''^{0,67} \quad (4.23)$$

$$E = \left[ 1 + x Pr_f \left( \frac{\rho_f}{\rho_g} - 1 \right) \right]^{0,35} \quad (4.24)$$

$$S = \left( 1 + 0,055 E^{0,1} Re_f^{0,16} \right)^{-1} \quad (4.25)$$

La corrélation de Kim et Mudawar s'écrit sous la forme :

$$h_{tp} = \left( h_{nb}^2 + h_{cb}^2 \right)^{0,5} \quad (4.26)$$

$h_{nb}$  et  $h_{cb}$  sont respectivement les coefficients de transfert en régime nucléée et en régime

convectif. Ces coefficients sont calculés par [125] :

$$h_{nb} = \left[ 2345 \left( Bo \frac{P_H}{P_F} \right) P_R^{0,38} (1-x)^{-0,51} \right] \left( 0, 23 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} \frac{k_f}{D_h} \right) \quad (4.27)$$

$$h_{cb} = \left[ 5, 2 \left( Bo \frac{P_H}{P_F} \right)^{0,08} We_{fo}^{-0,54} + 3, 5 \left( \frac{1}{\chi_{tt}} \right)^{0,94} \left( \frac{\rho_g}{\rho_f} \right) \right] \left( 0, 23 Re_f^{0,8} Pr_f^{0,4} \frac{k_f}{D_h} \right) \quad (4.28)$$

avec  $Bo$  est le nombre d'ébullition qui est donné par l'expression :

$$Bo = \frac{q_H''}{G h_{fg}} \quad (4.29)$$

Il est important de noter que les deux corrélations font intervenir le flux de chaleur. Ce flux n'est connu que si la quantité de chaleur échangé et la surface d'échange sont connues ce qui n'est pas le cas dans un problème de dimensionnement tel que le notre. Pour cette raison, un calcul itératif doit être effectué. Ainsi, un flux de chaleur initial est fixé et ensuite corrigé après le calcul de la surface d'échange afin d'être injecté dans l'itération suivante.

#### 4.4.2.4 Coefficient de transfert dans les tubes : condensation

Comme pour le cas de l'évaporation, un grand nombre de corrélations existent pour évaluer le coefficient de transfert en phase de condensation. Dans une publication récente dédiée à l'effet de l'inclinaison sur la condensation dans les tubes, Xing et al. reportent quatre corrélations qui sont celles de Dobson (1994) [132], Würfel et al. (2003) [133], Thome et al. (2003) [134] et Shah (2009) [135], qui affiche un très bon accord avec les données expérimentales.

Cette dernière corrélation est utilisée dans notre travail. Elle distingue entre deux régimes d'écoulement délimités par une frontière définie par :

$$J_v = 0, 98 (Z + 0, 263)^{-0,62} \quad (4.30)$$

$J_v$  est la vitesse de la vapeur dans la conduite, donnée par :

$$J_v = \frac{xG}{[gD\rho_v(\rho_l - \rho_v)]^{0,5}} \quad (4.31)$$

$Z$  est le facteur de corrélation de Shah, donné par :

$$Z = \left( \frac{1}{x} - 1 \right)^{0,8} P_R^{0,4} \quad (4.32)$$

#### 4.4. Dimensionnement optimal des échangeurs

Comme le montre la figure 4.11, le régime I est situé au dessus de la frontière et le régime II est situé au dessous d'elle. Le coefficient de transfert de chaleur est alors donné par :

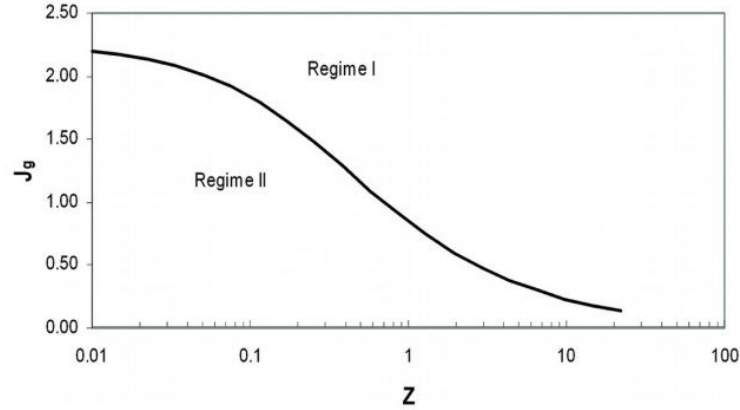


FIGURE 4.11 – Limite entre le régime I et II (donnée par l'équation 4.30)[135]

- **Dans le régime I**

$$h_{tp} = h_I \quad (4.33)$$

- **Dans le régime II**

$$h_{tp} = h_I + h_{Nu} \quad (4.34)$$

$h_I$  et  $h_{Nu}$  sont calculés par :

$$h_I = h_{fo} \left( \frac{\mu_f}{14\mu_g} \right)^n \left[ (1-x)^{0,8} + \frac{3,8x^{0,76}(1-x)^{0,04}}{P_R^{0,38}} \right] \quad (4.35)$$

$$h_{Nu} = 1,32 [Re_{fo}(1-x)]^{-1/3} \left[ \frac{\rho_l(\rho_l - \rho_g)gk_f^3}{\mu_f^2} \right] \quad (4.36)$$

$n$ ,  $h_{fo}$  et  $Re_{fo}$  sont donnés par :

$$n = 0,0058 + 0,557P_R \quad (4.37)$$

$$h_{fo} = (0,023Re_{fo}^{0,8}Pr_f^{0,4})k_f/D_h \quad (4.38)$$

$$Re_{fo} = GD_h/\mu_f \quad (4.39)$$

En pratique, pour des tubes horizontaux, l'équation 4.34 est utilisée si le nombre de Reynolds dépasse 35000.

#### 4.4.2.5 Coefficient de transfert dans les tubes en écoulement supercritique

La spécificité des écoulements supercritiques est le fait que les propriétés thermophysiques du fluide changent brusquement et d'une façon spectaculaire au voisinage du point critique. Cette variation entraîne une variation considérable du coefficient de transfert en fonction de la température. En conséquence, la discrétisation de l'échangeur est obligatoire pour prendre en compte ces variations.

La corrélation la plus utilisée dans la littérature pour évaluer le coefficient de transfert est la corrélation de Jackson (2002) [136]. Dans cette corrélation, le nombre de Nusselt est donné par :

$$Nu_{tp} = 0,0183 Re_f^{0,82} Pr_f^{0,5} \left( \frac{\rho_w}{\rho_f} \right)^{0,3} \left( \frac{\overline{C_p}}{C_{pf}} \right) \quad (4.40)$$

$\overline{C_p}$  est une capacité thermique moyenne donnée par l'expression suivante :

$$\overline{C_p} = \frac{h_w - h_f}{T_w - T_f} \quad (4.41)$$

L'exposant  $n$  est égal à :

$$n = 0,4, \text{ si } T_f < T_w < T_{pc} \text{ et } 1,2 T_{pc} < T_f < T_w$$

$$n = 0,4 + 0,2 \left( \frac{T_w}{T_{pc}} - 1 \right), \text{ si } T_f < T_{pc} < T_w$$

$$n = 0,4 + 0,2 \left( \frac{T_w}{T_{pc}} - 1 \right) \left[ 1 - 5 \left( \frac{T_f}{T_{pc}} - 1 \right) \right], \text{ si } T_{pc} < T_f < 1,2 T_{pc} \text{ et } T_f < T_w$$

$T_f$ ,  $T_w$  et  $T_{pc}$  sont respectivement la température du fluide, la température de la paroi du tube et la température critique du fluide.

#### 4.4.3 Chute de pression dans les échangeurs

##### 4.4.3.1 Chute de pression côté calandre

La chute de pression côté calandre est déterminée par l'expression [122] :

$$\Delta P_s = \frac{f G_s^2 (N_b + 1) D_s}{2 \rho D_e} \left( \frac{\mu_w}{\mu_s} \right)^{0,14} \quad (4.42)$$

$N_b$  est le nombre des chicanes qui est égal à :

$$N_b = \frac{L}{B} - 1 \quad (4.43)$$

#### 4.4. Dimensionnement optimal des échangeurs

$f$  est le facteur de frottement qui est calculé par :

$$f = \exp [0,576 - 0,19 \ln(Re_s)] \quad (4.44)$$

Cette corrélation est valable si  $400 < Re_s < 10^6$ .

##### 4.4.3.2 Chute de pression dans les tubes : écoulement monophasique

La chute de pression dans les tubes est causée par les pertes de charge par frottement tout au long des tubes. Cette chute de pression est donc calculée par :

$$\Delta P = f \frac{L \rho V^2 N_p^t}{2D_h} \quad (4.45)$$

Le facteur de frottement  $f$  est donné par :

$$f = \frac{64}{Re_f} \quad \text{si } Re_f < 2300 \quad (4.46)$$

$$f = [0,79 \ln(Re_f) - 1,64]^{-2} \quad \text{si } 2300 < Re_f < 5.10^6 \quad (4.47)$$

##### 4.4.3.3 Chute de pression dans les tubes en écoulement diphasique

La chute de pression dans un écoulement diphasique est la somme de la chute de pression par frottement, la chute de pression dynamique qui reflète le changement des propriétés physiques du fluide et la chute de pression statique. Cette dernière est nulle dans le cas des tubes horizontaux :

$$\Delta P = \Delta P_{fric} + \Delta P_{mom} \quad (4.48)$$

$\Delta P_{mom}$  est calculée en utilisant le modèle de Didi et al. [137] :

$$\Delta P_{mom} = G \left\{ \left[ \frac{(1-x)^2}{\rho_l(1-\varepsilon)} + \frac{x^2}{\rho_g \varepsilon} \right]_{out} - \left[ \frac{(1-x)^2}{\rho_l(1-\varepsilon)} + \frac{x^2}{\rho_g \varepsilon} \right]_{in} \right\} \quad (4.49)$$

$\varepsilon$  est le taux de vide qui est donné par Rouhani et Axelsson [138] :

$$\varepsilon = \frac{x}{\rho_g} \left\{ \left[ 1 + 0,12(1-x) \right] \left( \frac{x}{\rho_g} + \frac{1-x}{\rho_l} \right) + \frac{1,18(1-x) [g\sigma(\rho_l - \rho_g)]^{0,25}}{G \rho_l^{0,5}} \right\}^{-1} \quad (4.50)$$

$\Delta P_{fric}$  peut être déterminé en utilisant la méthode de Müller-Steinhagen et Heck [139] :

$$\Delta P_{fric} = \int_0^L \left( \frac{dP}{dz} \right)_{fric} dz = \int_0^L [\chi(1-x)^{1/3} + bx^3] dz \quad (4.51)$$

avec :

$$\chi = a + 2(b-a)x \quad (4.52)$$

où  $a$  et  $b$  sont égaux à :

$$a = 0,079 Re_{fo}^{-0,25} \frac{2G^2}{D_h \rho_l} \quad (4.53)$$

$$b = 0,079 Re_{go}^{-0,25} \frac{2G^2}{D_h \rho_g} \quad (4.54)$$

#### 4.4.3.4 Chute de pression dans les tubes : écoulement supercritique

La chute de pression dans l'écoulement supercritique est causée par les frottements, l'accélération de l'écoulement et la perte de charge statique. Cette dernière est nulle dans le cas des tubes horizontaux :

$$\Delta P = \Delta P_{fric} + \Delta P_{mom} \quad (4.55)$$

avec :

$$\Delta P_{fric} = f \frac{L \rho V^2}{2D_h} \quad (4.56)$$

$$\Delta P_{mom} = G^2 \left( \frac{1}{\rho_{out}} - \frac{1}{\rho_{in}} \right) \quad (4.57)$$

#### 4.4.3.5 puissance électrique consommée par l'échangeur

La puissance électrique fournie par la pompe pour vaincre les chutes de pression qui ont lieu au sein de l'échangeur est donnée par :

$$\dot{W}_p = \frac{\dot{m} \Delta P}{\eta_p \rho} \quad (4.58)$$

#### 4.4.4 Optimisation de l'échangeur

Le dimensionnement de l'échangeur est effectué de telle sorte que son coût global soit minimal. Ceci revient à minimiser la fonction objective suivante :

$$C_{HEX} = cr f . C_{inv,HEX} + C_{op,HEX} \quad (4.59)$$

#### 4.4. Dimensionnement optimal des échangeurs

$C_{inv,HEX}$  est le coût d'investissement de l'échangeur. Ce coût est directement corrélé à la surface d'échange de l'échangeur par des corrélations économiques. Ces corrélations seront données plus loin dans cette dissertation.  $crf$  (capital recovery factor) ou facteur de recouvrement est un taux de récupération qui permet d'annualiser le coût d'investissement et qui est donné par :

$$crf = \frac{k_d(1 + k_d)^n}{(1 + k_d)^n - 1} + k_{ins} \quad (4.60)$$

avec  $k_d$  est le taux d'intérêt annuel,  $k_{ins}$  est le coût de l'assurance et  $n$  est la durée de vie de l'installation en années.

$C_{op,HEX}$  est le coût annuel d'électricité consommée par les pompes pour vaincre la chute de pression causée par l'échangeur. Ce coût est donné par :

$$C_{op,HEX} = c_{elec} \cdot \dot{W}_p \cdot t_{op} \quad (4.61)$$

où  $c_{elec}$  est le coût unitaire d'électricité et  $t_{op}$  est la durée de fonctionnement de l'installation.

La figure 4.14 illustre l'algorithme utilisé pour le dimensionnement optimal des échangeurs.

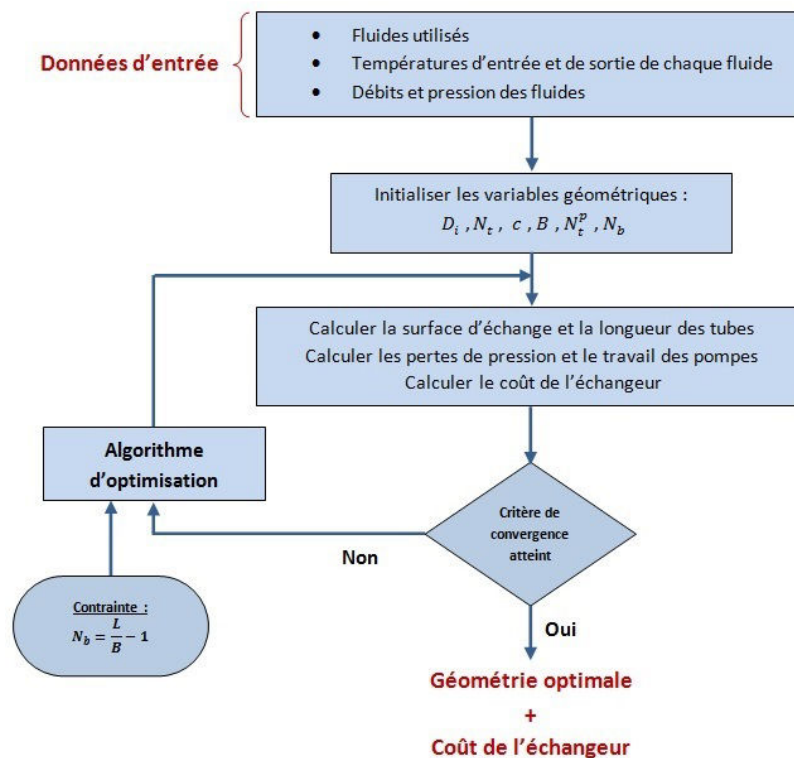


FIGURE 4.12 – Algorithme du dimensionnement optimal des échangeurs

## 4.5 Dimensionnement optimal du système d'hybridation avec chaudière et pré-chauffeur d'air

La chaudière est un dispositif qui permet de chauffer le fluide de travail en brûlant un combustible liquide ou solide (gaz naturel, charbon, bio-gaz, bio-masse). Elle est constituée, tel que le montre la figure 4.13, d'une zone dans laquelle l'échange de chaleur entre la flamme et le fluide réchauffé est effectué essentiellement par voie radiative et d'une zone dans laquelle l'échange de chaleur entre les gaz de combustion et le fluide réchauffé est effectué essentiellement par voie convective. L'air utilisé comme comburant à l'entrée du brûleur est préchauffée dans un échangeur de chaleur en utilisant la fumée qui sort de la partie convective de la chaudière. Ce préchauffage permet d'économiser sur la quantité de carburant brûlée.

### 4.5.1 Modélisation du brûleur

Nous posons les hypothèses suivantes pour modéliser la combustion dans le brûleur :

- La combustion est adiabatique,
- La combustion est complète,
- La quantité d'eau dans le comburant est négligeable.

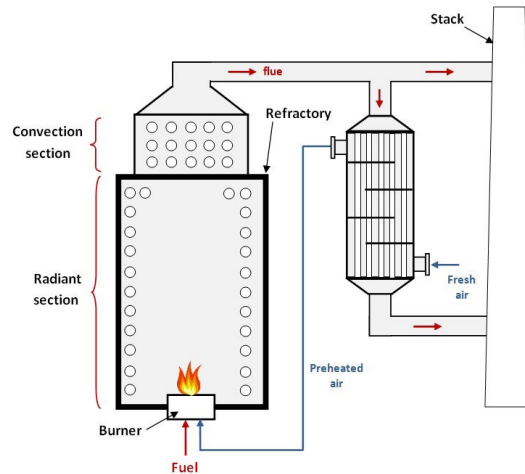
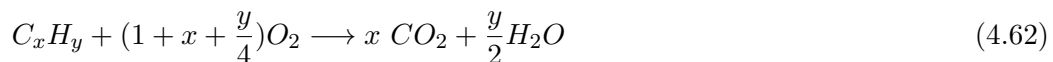


FIGURE 4.13 – Schéma descriptif de la chaudière

La combustion est modélisée par la réaction chimique suivante :



avec cette équation, la composition des fumées de combustion est calculée connaissant la composition massique initiale de l'air à l'entrée du brûleur. En effet l'air est composé



#### 4.5. Dimensionnement optimal du système d'hybridation avec chaudière et pré-chauffeur d'air

initialement de 75,6% d'azote ( $c_{N_2}^{air} = 0,756$ ), 23% d'oxygène ( $c_{O_2}^{air} = 0,232$ ) et 1.2% d'argon ( $c_{Ar}^{air} = 0,012$ ). La composition des fumées à la fin de la combustion est donnée par les équations [140] :

$$c_{O_2}^{fg} = \frac{c_{O_2}^{air} - m_{fuel} \left[ \frac{32}{12} c_C^{fuel} + \frac{32}{4} (1 - c_C^{fuel}) \right]}{1 + m_{fuel}} \quad (4.63)$$

$$c_{CO_2}^{fg} = \frac{44}{12} \cdot c_C^{fuel} \cdot \frac{m_{fuel}}{1 + m_{fuel}} \quad (4.64)$$

$$c_{H_2O}^{fg} = \frac{36}{4} \cdot (1 - c_C^{fuel}) \cdot \frac{m_{fuel}}{1 + m_{fuel}} \quad (4.65)$$

$$c_{N_2,Ar}^{fg} = \frac{c_{N_2,Ar}^{air}}{1 + m_{fuel}} \quad (4.66)$$

$c_C^{fuel}$  est la fraction massique du carbone dans le combustible utilisé, qui est calculée par :

$$c_C^{fuel} = \frac{12x}{12x + y} \quad (4.67)$$

$m_{fuel}$  est le rapport entre le débit du combustible et le débit total du combustible et du comburant :

$$m_{fuel} = \frac{\dot{m}_{fuel}}{\dot{m}_{fg}} = \frac{\dot{m}_{fuel}}{\dot{m}_{fuel} + \dot{m}_{air}} = \frac{1}{1 + (1 + E)S} \quad (4.68)$$

où  $E$  est l'excès d'air et  $S$  est le rapport massique stœchiométrique entre le carburant et le comburant. Connaître la composition des fumées de combustion permet de calculer leurs propriétés thermo-physiques. Le logiciel REFPROP [112] permet de calculer ces propriétés. Il permet également de quantifier le CO<sub>2</sub> émis par l'installation afin d'évaluer son impact environnemental.

##### 4.5.2 Conservation d'énergie dans la chaudière

L'équation de conservation d'énergie appliquée à la chaudière permet de calculer le débit du carburant dans la chaudière connaissant la température d'entrée et de sortie du fluide réchauffé ainsi que la température des fumées à l'entrée de la cheminée.

L'équation de la conservation d'énergie dans la chaudière s'écrit :

$$\dot{Q}_{comb} + \dot{Q}_{air} + \dot{Q}_{fuel} = \dot{Q}_{setting} + \dot{Q}_{fluid} + \dot{Q}_{fg} \quad (4.69)$$

$\dot{Q}_{comb}$  est l'énergie produite par la combustion du combustible :

$$\dot{Q}_{comb} = \dot{m}_{fuel} * LHV_{fuel} \quad (4.70)$$

$LHV_{fuel}$  est le pouvoir calorifique inférieur du combustible.

$\dot{Q}_{air}$ ,  $\dot{Q}_{fuel}$  et  $\dot{Q}_{fg}$  sont les enthalpies respectives de l'air et du combustible qui entrent dans le brûleur et des fumées qui sortent de la zone de convection :

$$\dot{Q}_{air} = \dot{m}_{air} * C_{p_{air}} (T_{air} - T_{ref}) \quad (4.71)$$

$$\dot{Q}_{fuel} = \dot{m}_{fuel} * C_{p_{fuel}} (T_{fuel} - T_{ref}) \quad (4.72)$$

$$\dot{Q}_{fg} = \dot{m}_{fg} * C_{p_{fg}} (T_{fg} - T_{ref}) \quad (4.73)$$

$T_{ref}$  est la température de référence avec laquelle la capacité thermique est calculée.

$\dot{Q}_{setting}$  est l'énergie perdue de la chaudière par radiation et convection qui est généralement entre 2 et 5% de  $\dot{Q}_{comb}$  [141].

L'équation (4.69) permet de calculer le débit du combustible :

$$\dot{m}_{fuel} = \dot{m}_f C_{p_f} (T_{f,out} - T_{f,in}) / \Theta \quad (4.74)$$

avec :

$$\begin{aligned} \Theta = & (1 - \alpha) LHV_{fuel} + C_{p_{fuel}} (T_{fuel} - T_{ref}) + (1 + E) S C_{p_{air}} (T_{air} - T_{ref}) \\ & - (1 + (1 + E) S) C_{p_{fg}} (T_{fg} - T_{ref}) \end{aligned} \quad (4.75)$$

### 4.5.3 Pré-chauffeur d'air

Les deux configurations les plus répandues de pré-chauffeurs d'air sont le régénérateur tournant et l'échangeur de type tubes et calandre. Cette dernière configuration est considérée dans cette étude. Une fraction massique  $\varepsilon$  des fumées qui sortent de la zone de convection sont redirigées vers le pré-chauffeur d'air pour augmenter la température de l'air frais qui entre dans le brûleur. La méthode de calcul de la surface d'échange du pré-chauffeur d'air et son coût d'opération dû aux chutes de pression est identique à la méthode détaillée dans la section précédente.

### 4.5.4 Optimisation du système chaudière/pré-chauffeur d'air

Le système chaudière/ préchauffeur d'air est dimensionné en minimisant son coût global. Ce coût est donné par :

$$C_{fh} = crf \cdot (C_{inv,furnace} + C_{inv,preheater}) + C_{fuel} + C_{op,preheater} \quad (4.76)$$

$C_{inv,furnace}$  est le coût d'investissement de la chaudière,  $C_{inv,preheater}$  est le coût d'investissement du pré-chauffeur d'air,  $crf$  est le taux de récupération dont l'expression est donnée par l'équation (4.60),  $C_{op,preheater}$  est le coût annuel de l'électricité consommée à

## 4.6. Modélisation de la tour de refroidissement

cause de la chute de pression causée par le pré-chauffeur d'air et  $C_{fuel}$  est le coût annuel du combustible consommé par la chaudière.

L'optimisation est effectuée sur huit variables : cinq variables géométriques relatives au dimensionnement du pré-chauffeur d'air,  $T_{air}$  la température de l'air préchauffé qui entre dans le brûleur de la chaudière,  $T_{fg}$  la température des fumées qui sortent de la zone de convection de la chaudière et  $\varepsilon$  la fraction massique des fumées redirigées vers le pré-chauffeur d'air.

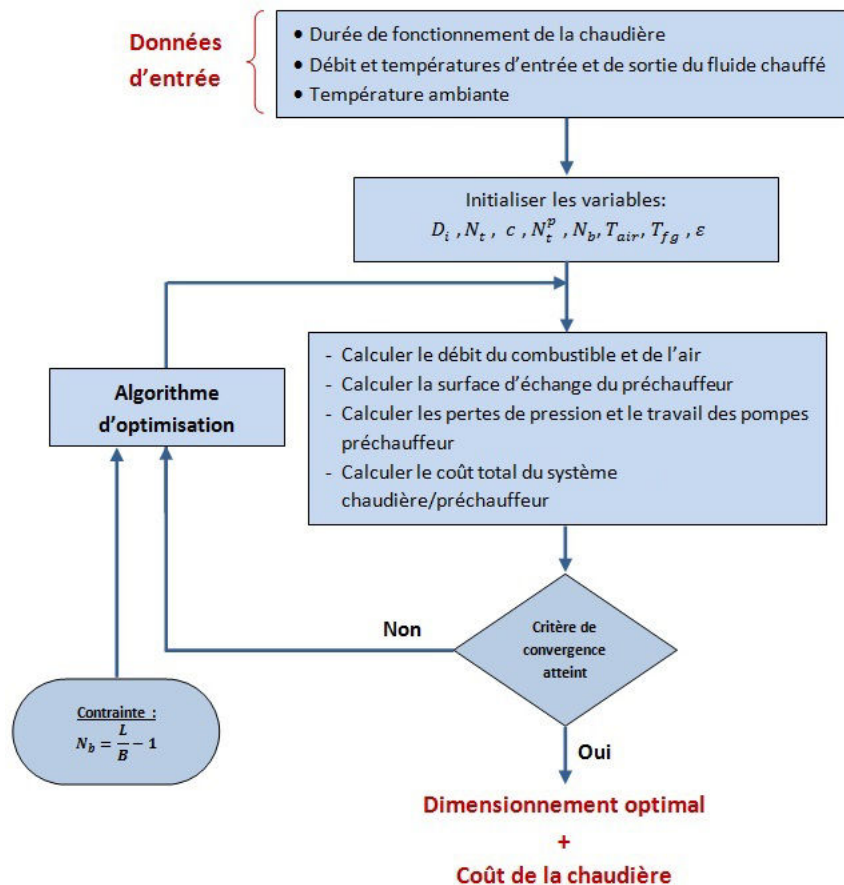


FIGURE 4.14 – Algorithme du dimensionnement du système chaudière/préchauffeur d'air

## 4.6 Modélisation de la tour de refroidissement

L'eau qui sert à refroidir le fluide de travail dans le condenseur est refroidi par une tour de refroidissement humide. Dans cet organe, l'eau chaude provenant du condenseur dispersée en fines gouttelettes par une ou plusieurs rampes de dispersion et elle traverse de haut en bas un corps d'échange de chaleur appelé packing. Ce packing joue le rôle d'un échangeur "air/fluide" conçu pour avoir une surface d'échange élevée. Lors de leur passage par le packing, les gouttelettes d'eau se mélangent à l'air et sont refroidies. Une partie de

l'eau s'évaporent et la chaleur latente absorbée par leur refroidissement sert à refroidir davantage l'eau qui est finalement collectée dans un bassin de rétention en bas de la tour avant de retourner vers le condenseur. L'air est mis en mouvement dans la tour par un ventilateur centrifuge (tour à tirage mécanique) ou hélicoïde (tour à tirage induit) ou par tirage naturel. Le flux d'air entrant dans la tour se charge alors en humidité et peut entraîner des gouttelettes d'eau. Pour cette raison, un pare-gouttelettes est disposé au sommet de la tour afin de limiter l'entraînement vésiculaire des gouttelettes qui peuvent être contaminées par la légionellose. La figure 4.15 présente les configurations les plus répandues de tours de refroidissement.

### 4.6.1 Modélisation de la tour de refroidissement

Les paramètres qui entrent en jeu lors du dimensionnement de la tour de refroidissement sont :

- l'écart de la température de l'eau à l'entrée et à la sortie :

$$R = T_{water,in} - T_{water,out} \quad (4.77)$$

- l'approche :

$$A = T_{water,out} - T_{wb} \quad (4.78)$$

où  $T_{wb}$  est la température humide de l'air ambiant. La modélisation physique et économique des tours de refroidissement est traitée dans la littérature [142, 143] :

Le débit d'air nécessaire pour refroidir peut être calculé par [144] :

$$\dot{m}_{air} = \frac{E}{w_{out} - w_{in}} \quad (4.79)$$

avec  $E$  est le débit d'évaporation,  $w_{in}$  est l'humidité de l'air à l'entrée de la tour et  $w_{out}$  est l'humidité de l'air à la sortie :

Le débit d'évaporation donné par [142] :

$$E = 0,00153 \dot{m}_{water} R \quad (4.80)$$

L'humidité de l'air à l'entrée de la tour de refroidissement est donnée par :

$$w_{in} = w_{sat}(T_{wb}) - \frac{Cp_{air}}{w_{ga}(T_{wb})} (T_{amb} - T_{wb}) \quad (4.81)$$

avec  $w_{sat}(T_{wb})$  et l'humidité de l'air saturé à la température humide,  $Cp_{air}$  est la capacité calorifique spécifique de l'air et  $w_{ga}(T_{wb})$  est l'humidité de l'air à la température humide

#### 4.6. Modélisation de la tour de refroidissement

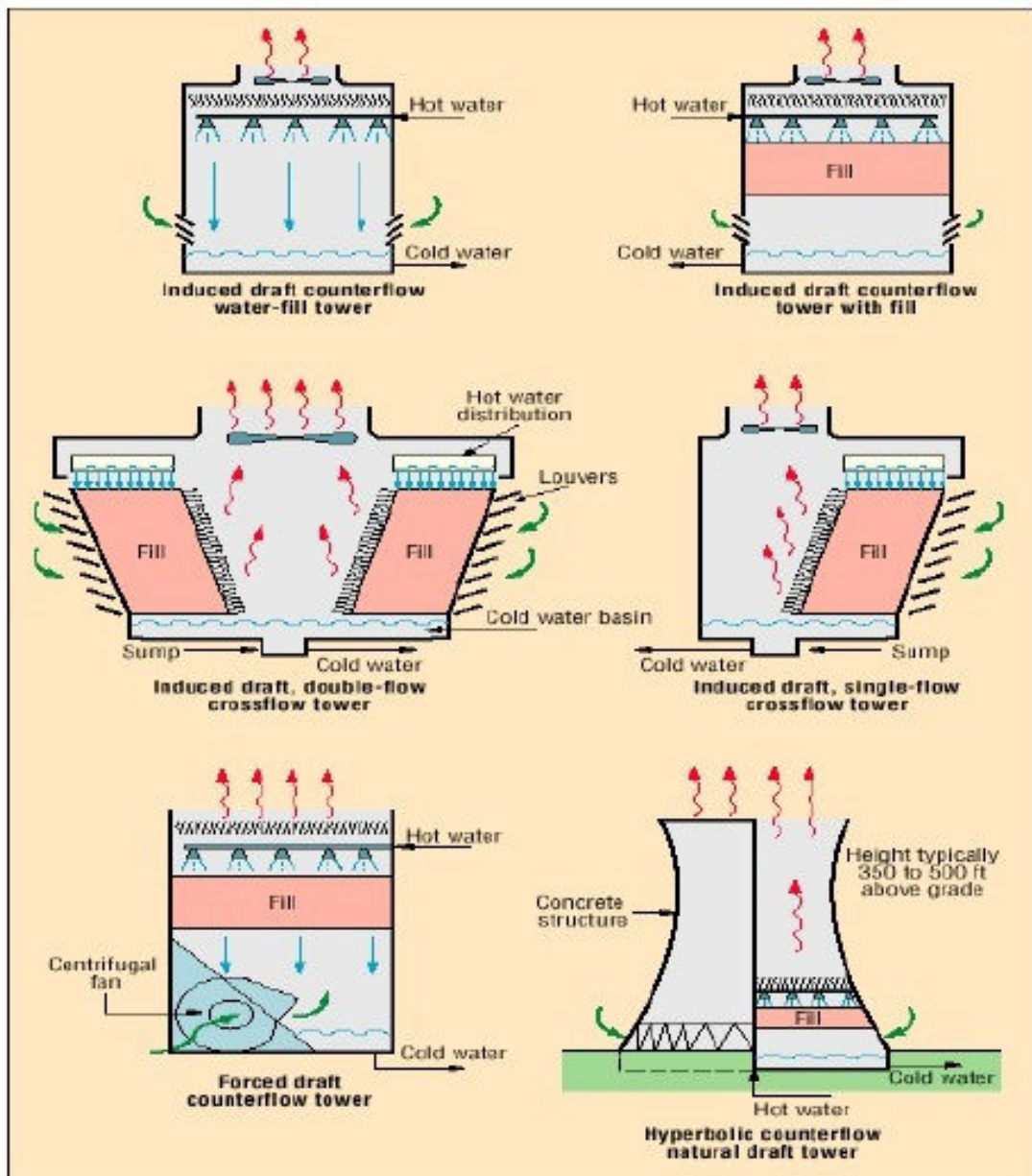


FIGURE 4.15 – Différents types de tours de refroidissement

qui est donnée par [145] :

$$w_{ga}(T_{wb}) = 2501,3 + 1,82T_{wb} \quad (4.82)$$

Tel que dans la littérature [145, 146], nous supposons sans grande erreur que l'air sort de la tour de refroidissement à l'état saturé et à la température moyenne entre les

températures d'entrée et de sortie de l'eau :

$$T_{air,out} = \frac{T_{water,out} + T_{water,in}}{2} \quad (4.83)$$

L'humidité de l'air à la sortie de la tour est donnée alors par [147] :

$$w_{out} = 0,622 \frac{P^s}{P + P^s} \quad (4.84)$$

avec  $P^s$  est la pression de saturation de l'eau à la température  $T_{air,out}$ . Elle est donnée par [142] :

$$\ln(P^s) = A_0 + \frac{B_0}{T_{air,out} + C_0} \quad (4.85)$$

avec  $A_0 = 23,7093$ ,  $B_0 = 4111$  et  $C_0 = 237,7$

#### 4.6.2 Coût d'opération de la tour de refroidissement

Le coût d'opération de la tour de refroidissement est composé de l'électricité consommée par les ventilateurs pour assurer le débit d'air nécessaire et le coût de pompage de l'eau à refroidir :

$$C_{op,tower} = C_{op,fan} + C_{op,pump} \quad (4.86)$$

avec :

$$C_{op,fan} = c_{elec} t_{op} C_{fan} \dot{Q}_{air} \quad (4.87)$$

où  $c_{elec}$  est le coût unitaire de l'électricité,  $t_{op}$  est la durée de fonctionnement de l'installation,  $\dot{Q}_{air}$  est le débit volumique de l'air et  $C_{fan}$  est un facteur de conversion. Selon Evans [148], une bonne approximation pour quantifier la consommation électrique des ventilateurs est que 1  $kWe$  est nécessaire pour chaque  $18216,44 m^3/h$ .

Le coût de pompage de l'eau est donné par :

$$C_{op,pump} = c_{elec} t_{op} C_{fan} P_{pump} \quad (4.88)$$

avec  $PP_{pump}$  est la puissance de pompage qui est donnée par :

$$P_{pump} = \frac{\dot{Q}_{water} \rho_{water} g h}{\eta_{pump} 3,6 \cdot 10^6} \quad (4.89)$$

$P_{pump}$  la puissance de la pompe en  $kW$ ,  $\eta_{pump}$  le rendement de la pompe,  $h$  est la charge en  $m$  d'eau,  $\dot{Q}_{water}$  le débit volumique du fluide en  $m^3/h$  et  $\rho_{water}$  la masse volumique de l'eau en  $kg.m^{-3}$ .

## 4.7 Critères d'optimisation et méthodes d'optimisation

Les critères d'optimisation sont également appelés fonctions objectifs. Ces critères peuvent être économiques, énergétiques, exérgétiques ou environnementaux.

### 4.7.1 Les critères économiques

Il existe plusieurs critères qui permettent d'évaluer la rentabilité économique de l'installation tel que le coût moyen actualisé d'électricité (Levelized Cost Of Electricity, LCOE), l'économie sur le coût de cycle de vie (Life-cycle Cost savings, LCCs) et la période de retour sur l'investissement (PayBack time, PBT).

#### 4.7.1.1 Coût moyen actualisé d'électricité (LCOE)

Le concept du coût moyen actualisé d'électricité (LCOE) est largement utilisé pour évaluer la rentabilité économique des projets énergétiques car il permet de situer la technologie étudiée par rapport aux technologies existantes de production d'électricité. Les travaux dans la littérature qui utilisent ce concept sont multiples [149–157]. Le calcul du coût du kWh produit doit englober le coût d'investissement ainsi que les coûts opératoires de l'installation. Il existe plusieurs formules pour déterminer le LCOE selon la disponibilité des données [158]. Selon l'agence internationale de l'énergie, le LCOE est défini par :

$$LCOE = \frac{crf \cdot C_{inv} + C_{o\&m} + C_{fuel}}{E_t} \quad (4.90)$$

où  $C_{inv}$  est le coût total d'investissement de la centrale,  $C_{o\&m}$  est le coût d'opération et de maintenance,  $C_{fuel}$  est le coût du combustible consommée,  $E_t$  est l'énergie électrique annuelle produite,  $crf$  est le taux de récupération dont l'expression est donnée par l'équation 4.60.

#### 4.7.1.2 L'économie sur le coût de cycle de vie (LCCs)

L'économie sur le coût de cycle de vie est défini comme la différence entre le coût de l'installation sur l'ensemble de son cycle de vie et le coût d'une installation traditionnelle qui utilise exclusivement de l'énergie fossile [27]. Ceci correspond au coût qui serait économisé grâce à l'utilisation des capteurs solaires et du stockage thermique sur l'ensemble du cycle de vie de l'installation. Cette approche est assez complète dans la mesure où elle tient compte des économies présentes et futures. Elle tient compte également du taux d'actualisation au cours du marché.

### 4.7.1.3 Période de retour sur l'investissement (PBT)

Il s'agit de la durée de fonctionnement du projet qu'il faut pour récupérer l'investissement initial [159]. Cette grandeur est très simple et très compréhensible ; ce qui explique le fait qu'elle est largement utilisée dans l'évaluation de la faisabilité économique des projets. Cette grandeur peut être calculée par :

$$PBT = \frac{C_{inv}}{\text{annual cash flow}} = \frac{C_{inv}}{(1-t)(E_t P_{elec} - C_{o\&m}) + C_D} \quad (4.91)$$

où  $P_{elec}$  est le prix actuel de l'électricité,  $t$  est le taux d'imposition et  $C_D$  est l'amortissement.

L'inconvénient de cette méthode est le fait qu'elle ne tient compte ni de l'actualisation au cours du marché ni des scénarios futures de l'évolution des prix de l'électricité et de l'énergie consommée.

### 4.7.2 Les critères énergétique et exergetique

Le rendement énergétique est le critère le plus compréhensible et le plus considéré par les industriels, car il reflète une économie réelle et directe de l'énergie consommée. Le rendement énergétique est un critère purement quantitatif et ne prend pas en compte la qualité de l'énergie consommée, produite et rejetée. Ce rendement global de l'installation est simplement défini par :

$$\eta_{tot} = \frac{E_t}{E_{solar,in} + E_{fuel}} \quad (4.92)$$

Le rendement exergetique est une notion plus subtile et souvent méconnues des industriels. Il est utilisé par les scientifiques pour traduire la qualité de l'énergie. Le rendement exergetique du système correspond au rapport de l'exergie utile par l'exergie consommée par le système [160] :

$$\eta_{ex}^{sys} = \frac{Ex^u}{Ex^c} = \frac{\int_0^{t_f} (\dot{W}_{ORC} - \dot{W}_{pumps} - \dot{W}_{preheater} - \dot{W}_{fan}) dt}{\int_0^{t_f} (\dot{E}_{solar} + \dot{E}_{fuel} + \dot{E}_{air,in}^{preheater} - \dot{E}_{fg} + \dot{E}_{air,out}^{ct} - \dot{E}_{air,out}^{ct}) dt} \quad (4.93)$$

Les exergies à la sortie de la tour de refroidissement et de la cheminée sont rejetées donc elles ne sont pas comptabilisées. De plus, les exergies de l'air entrant dans le pré-chauffeur d'air de la chaudière et dans l'entrée de la tour de refroidissement sont



## 4.7. Critères d'optimisation et méthodes d'optimisation

nulles. Le rendement exergetique du système est alors égale à :

$$\eta_{ex}^{sys} = \frac{\int_0^{t_f} (\dot{W}_{ORC} - \dot{W}_{pumps} - \dot{W}_{preheater} - \dot{W}_{fan}) dt}{\int_0^{t_f} (\dot{E}_{solar} + \dot{E}_{fuel}) dt} \quad (4.94)$$

Le calcul de l'exergie du rayonnement solaire disponible sur la surface totale des collecteurs solaires est détaillé dans le chapitre 1.

### 4.7.3 Les critères environnementaux

Ces critères servent à évaluer l'impact environnemental d'un projet en comptabilisant ses rejets qui peuvent induire la pollution de l'environnement ou la gêne des habitants avoisinants. Ces rejets peuvent être de nature chimique (sous forme solide, liquide ou gazeuse), sonore ou thermique.

Les rejets les plus contrôlés sont les gaz à effet de serre (tel que le CO<sub>2</sub>), les particules fines et les NO<sub>x</sub>. Dans cette étude, nous choisissons d'évaluer la masse de CO<sub>2</sub> émise par kWh d'électricité produite. Le calcul de la fraction du CO<sub>2</sub> dans les gaz d'échappement qui sortent de la chaudière est détaillé dans le paragraphe 4.5.1. La masse de CO<sub>2</sub> émise par kWh d'électricité produite est alors déterminée par :

$$m_{CO_2/kWh} = \frac{c_{CO_2}^{fg} \dot{m}_{fg} t_{fired}}{E_t} \quad (4.95)$$

avec  $c_{CO_2}^{fg}$  la fraction massique du CO<sub>2</sub> dans les fumées,  $\dot{m}_{fg}$  le débit des gaz d'échappement,  $t_{fired}$  est la durée annuelle de fonctionnement de la chaudière et  $E_t$  est la production totale d'électricité de la centrale.

### 4.7.4 Méthodes d'optimisation

En premier temps, l'optimisation de la centrale est effectuée selon un seul critère. Pour cela, l'algorithme NOMAD est utilisé. Ensuite, une optimisation selon deux critères est effectuée en utilisant l'algorithme génétique "NSGA-II".

#### 4.7.4.1 Optimisation mono-objectif

L'algorithme "NOMAD" appartient à la famille des algorithmes de recherche directe à maillage adaptatif (Mesh Adaptive Direct Search algorithm, MADS) qui est lui même une extension de la méthode de recherche par motif généralisé (Generalized Pattern Search algorithm, GPS).

Ces deux types d'algorithmes sont des algorithmes d'optimisation à boîte noire qui ne font

pas appel au calcul des dérivées. Ce type d'algorithmes est bien adapté pour l'optimisation des fonctions dont le calcul est généré par un calcul extensif et qui présentent l'une ou plusieurs des propriétés suivantes [161] :

- n'a pas de propriétés exploitables telles que les dérivées,
- peut être contaminé par un bruit numérique,
- peut échouer pour donner des résultats même pour des points qui appartiennent au domaine de faisabilité.

Une description des différentes étapes de l'algorithme NOMAD est donnée dans l'annexe D.

### 4.7.4.2 Optimisation multi-objectif

Le concept de dominance au sens de Pareto défini par "Vilfredo Pareto", l'économiste italien, est la base de la résolution des problèmes d'optimisation multicritères. On dit qu'une solution  $x_1$  domine une autre solution  $x_2$  si :

$$\forall k \in [1, N_{obj}], f_k(x_1) \leq f_k(x_2) \quad \text{et} \quad \exists j \in [1, N_{obj}], f_j(x_1) < f_j(x_2) \quad (4.96)$$

avec  $N_{obj}$  est le nombre de fonctions objectives à optimiser.

Autrement dit,  $x_1$  domine  $x_2$  si au moins un des critères de  $x_1$  est amélioré par rapport à celui de  $x_2$ , les autres étant au pire égaux à ceux de  $x_2$ . Selon ce principe, l'espace des critères (fonctions objectifs) est divisé en plusieurs parties. Si  $x_1$  ne domine pas  $x_2$  et  $x_2$  ne domine pas  $x_1$ , On dit que  $x_1$  et  $x_2$  sont équivalentes.

Pour illustrer cette division, on prend l'exemple d'un problème bi-objectif. Dans la figure 4.16, F représente l'espace des critères. C'est l'espace des couples  $(f_1, f_2)$  associés à chaque solution. Le plan est divisé en quatre parties : deux parties qui contiennent des solutions équivalentes à la solution X, une partie qui contient les solutions qui la dominent et une autre qui contient les solutions dominées par elle.

Le concept de dominance nous permet de définir "l'optimum global au sens de Pareto". En effet, une solution est considérée comme optimum global s'il n'existe aucune solution qui la domine. L'ensemble des solutions qui ont cette propriété forment la "surface de Pareto", qui est appelée "front de Pareto" dans le cas de l'optimisation bi-objectif.

## 4.7. Critères d'optimisation et méthodes d'optimisation

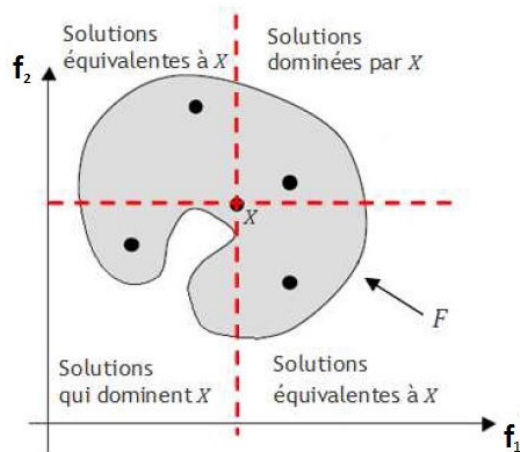


FIGURE 4.16 – Illustration des relations de dominance entre les différentes solutions dans le cas de l'optimisation de deux fonctions objectif

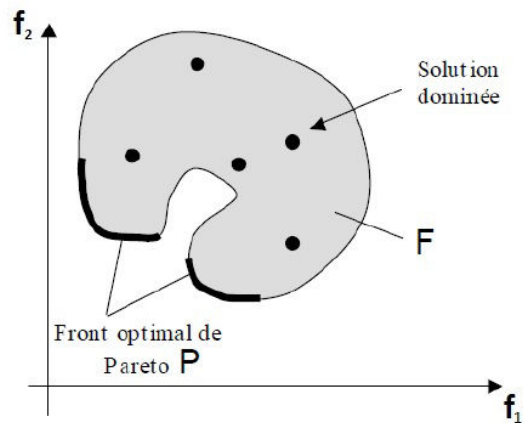


FIGURE 4.17 – Illustration du front de Pareto dans le cas de l'optimisation de deux fonctions objectives ( $F$  est l'espace des critères des solutions faisables)

Les méthodes méta-heuristiques ou stochastiques sont souvent utilisées pour résoudre les problèmes d'optimisation multicritère. Ces méthodes sont capables d'exploiter pleinement le concept de dominance au sens de Pareto. Les méthodes les plus utilisées dans ce contexte sont les méthodes évolutionnaires qui reposent sur une analogie avec la théorie de l'évolution naturelle des espèces de "Darwin".

En effet, dans la nature, les espèces sont capables d'évoluer à partir de leur héritage génétique de manière à accroître leur adaptation à leur milieu au fil des générations grâce à un mécanisme de sélection. L'algorithme génétique est l'un de ces algorithmes. Il a été présenté pour la première fois par Holland [162]. Ses atouts majeurs sont sa capacité à fuir les optima locaux et sa performance lors du traitement des problèmes d'optimisation fortement non linéaires [163]. Ceci le rend largement utilisé pour traiter des problèmes d'optimisation dans tous les domaines, tels que la thermique, l'automatique ou encore l'efficacité énergétique [164–166].

Dans l'algorithme génétique, une population de  $N_p$  individus évolue d'une génération à une autre par les mécanismes de sélection, de croisement et de mutation pour donner après un certain nombre de générations  $N_{gen}$  une population d'individus optimaux sélectionnés afin d'engendrer des enfants après croisement et mutation.

Les différentes étapes de cet algorithme sont détaillées dans l'annexe D.

## 4.8 Optimisation globale de l'installation

### 4.8.1 Méthodologie

L'optimisation de la centrale complète est effectuée en utilisant un problème d'optimisation global qui optimise un ou plusieurs critères choisis parmi les critères détaillés dans le paragraphe 4.7. Le modèle utilisé pour calculer ces fonctions objectives est un modèle qui simule le fonctionnement de la centrale sur un échantillon de journées de l'année et dimensionne les échangeurs du moteur ORC, la chaudière d'appoint et la tour de refroidissement. Des sous-routines d'optimisation sont programmées pour assurer un dimensionnement optimal des échangeurs et de la chaudière d'appoint, tel que décrit dans les paragraphes 4.4.4 et 4.5.4.

L'algorithme global d'optimisation de la centrale solaire est décrit dans le schéma synoptique de la figure 4.18. Comme le montre ce schéma, les variables d'optimisation sont :

$L_{row}$  : la longueur de chaque rangée de collecteurs

$p$  : l'espace entre les rangées

$N_{row}$  : nombre de rangées

$D_s$  : diamètre du stock de chaleur

$H_s$  : hauteur du stock de chaleur

$T_{hs,in}$  : température d'entrée de la source chaude de l'ORC qui est également la température fixée à la sortie du champ solaire

$P_h$  : la pression haute du cycle ORC

$T_{cond,out}$  : température de condensation du fluide cyclé dans l'ORC

$T_{t,in}$  : température à l'entrée de la turbine

$Pinch_h$  : pincement de l'échangeur chaud de l'ORC

$Pinch_c$  : pincement de l'échangeur froid de l'ORC

$T_{sc,in}$  : température de la source chaude de l'ORC qui est aussi la température de sortie de la tour de refroidissement

Quelques unes de ces variables sont reliées par des contraintes. En effet, dans l'échangeur chaud, la différence de températures entre la température d'entrée de la source  $T_{hs,in}$  et la température de sortie du fluide cyclé  $T_{t,in}$  ne peut pas être inférieure au pincement  $Pinch_h$  que nous avons fixé. De la même façon, dans l'échangeur froid, la différence de températures entre la température de sortie du fluide cyclé  $T_{cond,out}$  et la température d'entrée du puits froid  $T_{sc,in}$  ne peut pas être inférieure au pincement  $Pinch_c$  que nous avons fixé. De plus, pour éviter les détentes diphasiques dans la turbine, nous ajoutons une troisième contrainte. En effet, la fraction massique de vapeur à l'entrée du condenseur doit être supérieure à 0,95 :

$$T_{hs,in} - T_{t,in} \geq Pinch_h \quad (4.97)$$

$$T_{cond,out} - T_{sc,in} \geq Pinch_c \quad (4.98)$$

$$Q_{cond,in} \geq 0,95 \quad (4.99)$$

### 4.8.2 Résultats et discussion

Afin d'optimiser la centrale solaire, un certain nombre de paramètres a été fixé. Ces paramètres sont regroupés dans le tableau 4.2. Le scénario économique décrit dans le tableau 4.3 est considéré. Les corrélations utilisées pour calculer les coûts d'investissement des différents composants de la centrale sont regroupés dans le tableau 4.4.

Le prix du combustible, du taux d'actualisation et la durée de vie de la centrale sont fixés aux mêmes valeurs utilisées par le département de l'énergie des Etats Unis d'Amérique (Laboratoire National des Energies Renouvelables) [158, 167]. Ceci permet une comparaison facile avec les coûts de production annoncés par cet organisme.

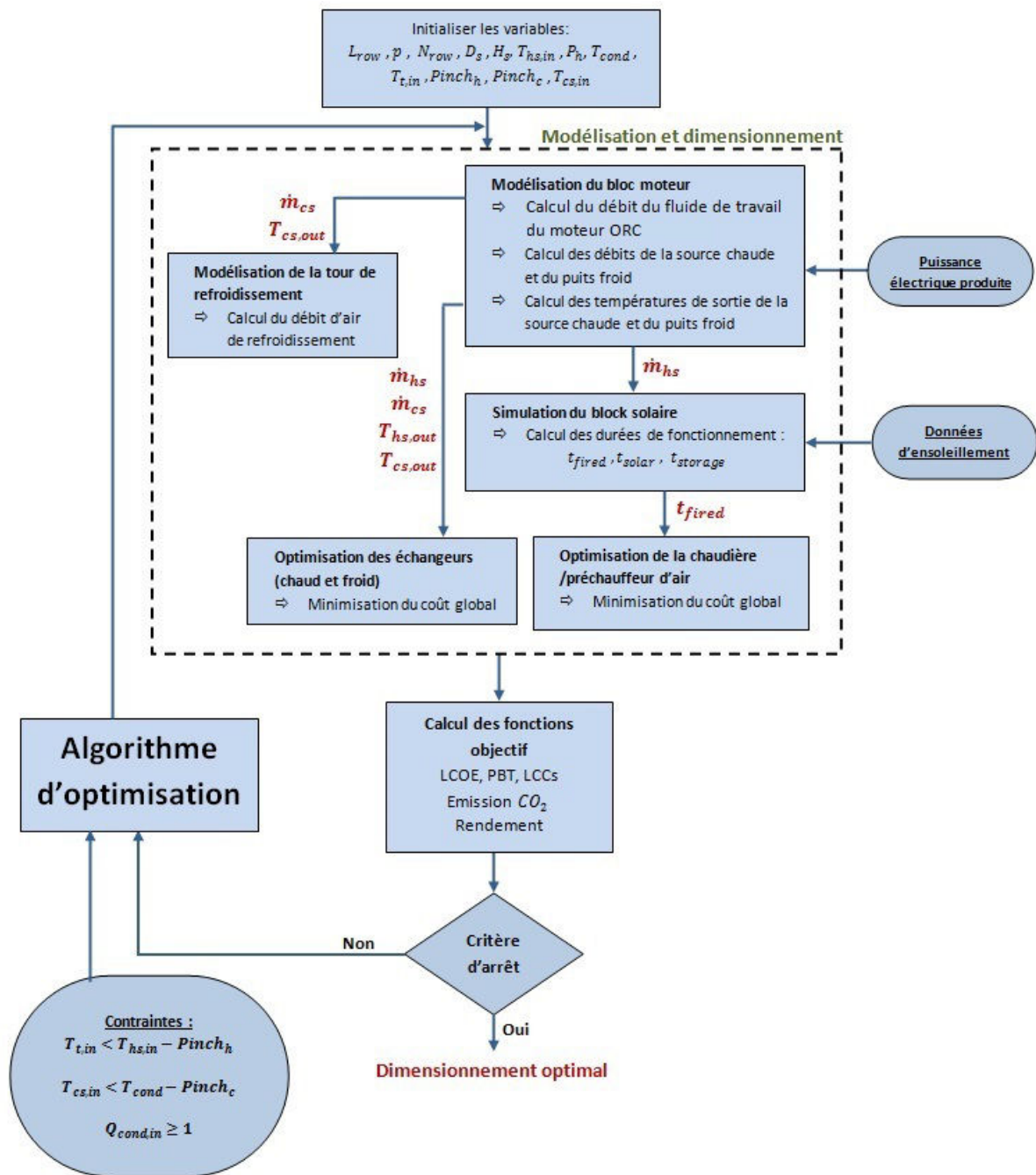


FIGURE 4.18 – Algorithme d'optimisation globale de l'installation

#### 4.8. Optimisation globale de l'installation

Paramètre	valeur
Localisation	Tataouine, Tunisie
Puissance électrique produite	100 kW
Profil de charge	Continu
Ouverture des collecteurs solaires	5m
Type de Stockage	stratifié
Rendement des pompes	0,70
Combustible	Natural gas
Rendement de la turbine	0,70
Rendement du compresseur	0,80
Rendement du générateur électrique	0,95
Rendement moteur électrique	0,90

TABLE 4.2 – Scénario considéré pour l'optimisation de l'installation

Paramètre	valeur
Durée de vie de l'installation	30 ans
Taux d'actualisation	7%
Prix des collecteurs	300 \$/m <sup>2</sup>
Prix du combustible (gas naturel)	0,016 \$/kWh
Prix du fluide de travail	1 \$/kg
Prix de l'huile thermique	10 \$/kg
augmentation annuelle du prix du combustible	0%
Prix de l'électricité	0,15 \$/kWh
Augmentation annuelle du prix de l'électricité	0%
Coûts de maintenance (de l'investissement initial)	2%
Augmentation annuelle des coût de maintenance	0%
Rendement de la turbine	0,70
Rendement du compresseur	0,80
Rendement du générateur électrique	0,95
Rendement moteur électrique	0,90

TABLE 4.3 – Scénario économique de l'optimisation

Composant	Corrélation	source
Turbine	$3880 \times \dot{W}_t^{0,7} \left[ 1 + \left( \frac{0,05}{1-\eta_t} \right)^3 \right] \left[ 1 + 5 \exp\left(\frac{T_{t,in}-866}{10,42}\right) \right]$	[168]
Pompe	$705,48 \times \dot{W}_{pump}^{0,71} \left( 1 + \frac{0,2}{1-\eta_{pump}} \right)$	[168]
Echangeurs	$13,668 + 658 A^{0,85}$	[169]
Tour de refroidissement	$746,749 \times (3,6 \dot{m}_{air})^{0,79} R^{0,57} A^{-0,9924} (0,022 T_{wb} + 0,39)^{2,447}$	[125]
Chaudière	$108 \times \dot{Q}_{fired}^{0,74}$	[170]
Génératrice électrique	$26,18 \times \dot{W}_t^{0,95}$	[153]
Réservoir de stockage	$2,4 \times \exp[2,631 + 1,36731n(0,0037 V_s) - 0,06309 (1n(0,0037 V_s))^2]$ si $V_s < 80m^3$ $2,4 \times \exp[11,662 - 0,61041n(0,0037 V_s) + 0,04536 (1n(0,0037 V_s))^2]$ si $V_s > 80m^3$	[171]

TABLE 4.4 – Corrélations utilisées pour calculer les différents coûts d'investissement



## 4.8. Optimisation globale de l'installation

Une optimisation selon le critère économique LCOE est effectuée en premier lieu. Les résultats de cette optimisation sont données dans la figure 4.19a pour plusieurs puissances et dans la figure 4.19b pour trois fluides de travail différents : Toluène, Hexane et Pentane. Le Toluène qui a la température critique la plus haute a également le LCOE optimal le plus bas. La répartition du coût d'investissement sur les différents composants de la centrale pour les trois optima est donnée dans la figure 4.20. Cette figure montre que, pour les trois fluides, l'optimum du LCOE est obtenu avec une configuration qui ne comporte ni un champ solaire ni un stock de chaleur. Ceci se confirme dans les jeux de paramètres optimaux que l'algorithme a trouvé pour chaque fluide et qui sont rapportés dans le tableau 4.5.

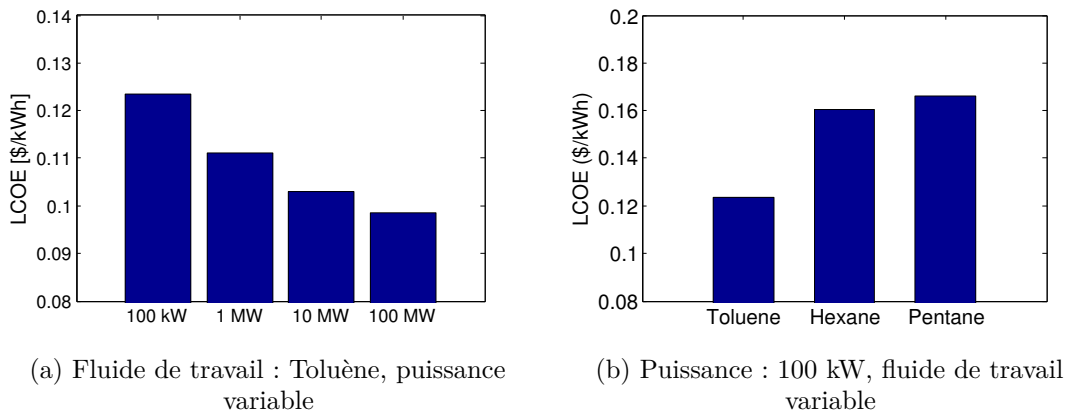


FIGURE 4.19 – Variation du LCOE optimal selon le fluide de travail et la puissance produite

Variable	Toluène	Hexane	Pentane
$L_{row}$ (m)	0	0	0
$p$ (m)	15,8	14	14
$N_{row}$ (-)	0	0	0
$D_s$ (m)	0,1	0,1	0,1
$H_s$ (m)	0,1	0,1	0,1
$T_{hs,in}$ ( $^{\circ}C$ )	350	350	350
$P_h$ (kPa)	5075,3	4551	4852,8
$T_{cond,out}$ ( $^{\circ}C$ )	45	40	37,5
$T_{t,in}$ ( $^{\circ}C$ )	342,5	278,1	249,4
$Pinch_h$ ( $^{\circ}C$ )	5,8	40	40
$Pinch_c$ ( $^{\circ}C$ )	5,8	2	2
$T_{sc,in}$ ( $^{\circ}C$ )	25	25	25
<b>LCOE (c\$/kWh)</b>	<b>12,34</b>	<b>15,70</b>	<b>16,62</b>

TABLE 4.5 – Jeux de variables optimaux après l'optimisation économique (mono-objectif)

Nous déduisons des résultats de l'optimisation mono-objectif que, d'un point de vue purement économique, il est plus intéressant d'utiliser exclusivement le gaz naturel comme source d'énergie. Ceci va en contradiction avec la nécessité de diminuer l'émission des

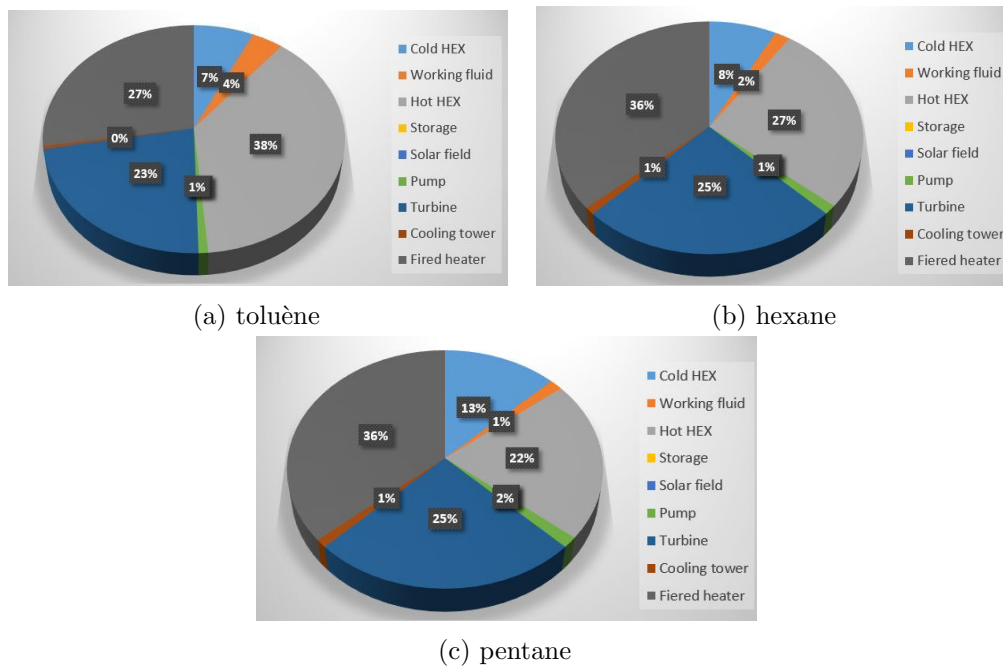


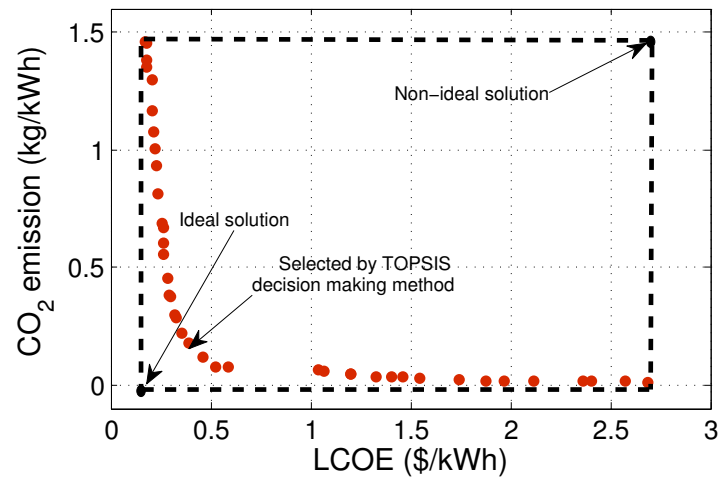
FIGURE 4.20 – Répartition des coûts d'investissement sur les différents composants de l'installation, puissance : 100 kW

gaz à effet de serre qui causent le réchauffement climatique.

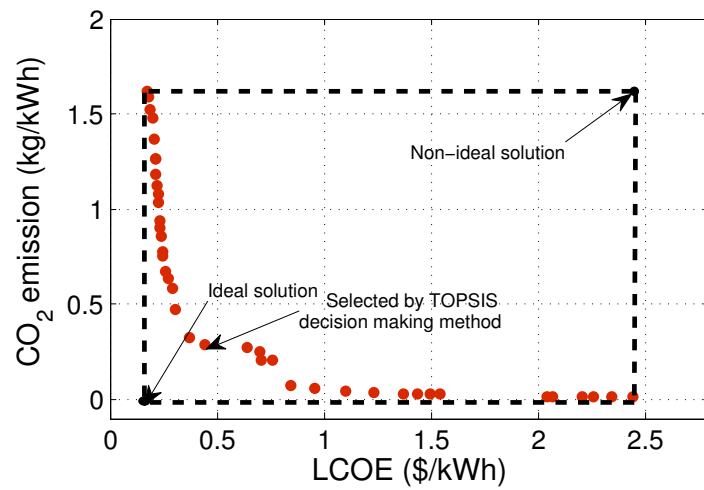
Afin de prendre en compte ce critère environnemental, deux solutions se présentent : la première consiste à introduire une taxe carbone dans le calcul du LCOE et effectuer une optimisation mono-objectif selon ce critère. La deuxième solution consiste à effectuer une optimisation bi-objectif selon le LCOE et la masse du  $\text{CO}_2$  émise par kWh produit. L'avantage de cette deuxième solution est le fait que plusieurs solutions optimales sont obtenues après le processus d'optimisation. Ceci permet au concepteur de choisir une solution qui correspond à un niveau d'émission de  $\text{CO}_2$  qui lui convient ou qui lui est imposé par les réglementations en vigueur.

L'optimisation bi-objectif selon les critères économique et environnemental a été effectuée en utilisant l'algorithme génétique NSGA-II. Une population de 40 individus a permis après son évolution sur 90 générations de donner les fronts de Pareto qui sont présentés dans la figure 4.21. Ces courbes de Pareto donnent les différents compromis que l'algorithme a trouvé entre les deux critères d'optimisation. La méthode de décision TOPSIS [172] a permis de sélectionner une des alternatives proposées par l'algorithme.

Les jeux de variables qui correspondent aux solutions choisies sont regroupés dans le tableau 4.6 et la répartition des coûts d'investissement sur les différents composants de la centrale est illustrée par les diagrammes de la figure 4.22. Cette fois-ci, le champ solaire ainsi que l'huile thermique induisent la plus grande part des investissements.



(a) Puissance : 100 kW



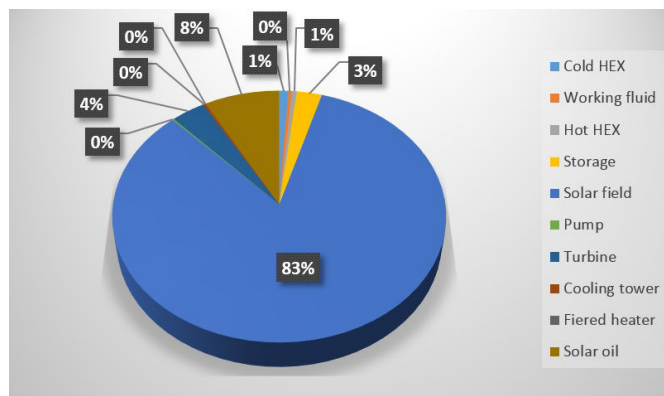
(b) Puissance : 1 MW

FIGURE 4.21 – Front de Pareto de l'optimisation selon le LCOE et l'émission de CO<sub>2</sub>

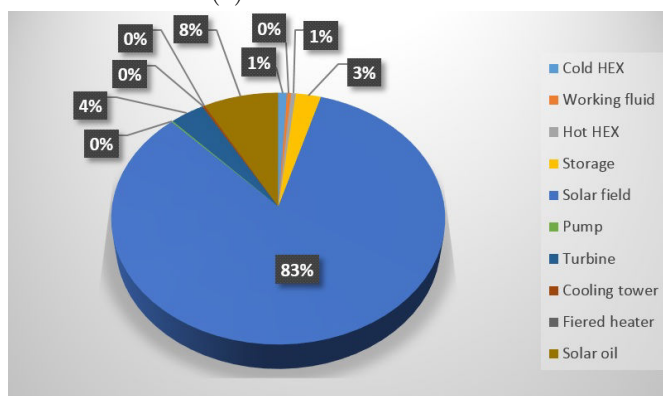
## Chapitre 4. Cas d'étude : optimisation d'une centrale solaire hybride

Variable	100 kW	1 MW
$L_{row}$ (m)	39	528
$p$ (m)	14,5	14,9
$N_{row}$ (-)	42	37
$D_s$ (m)	4,5	9,7
$H_s$ (m)	2,9	1,9
$T_{hs,in}$ ( $^{\circ}C$ )	339,25	345,5
$P_h$ (kPa)	4417	3761,1
$T_{cond,out}$ ( $^{\circ}C$ )	45	56,5
$T_{t,in}$ ( $^{\circ}C$ )	306	305,5
$Pinch_h$ ( $^{\circ}C$ )	17,6	35,1
$Pinch_c$ ( $^{\circ}C$ )	11,4	26,4
$T_{sc,in}$ ( $^{\circ}C$ )	26,65	25,1

TABLE 4.6 – Jeux de variables optimaux après l'optimisation enviro-economique (bi-objectif)



(a) Puissance : 100 kW



(b) Puissance : 1 MW

FIGURE 4.22 – Répartition des coûts d'investissement sur les différents composants de l'installation, fluide : Hexane

## 4.9 Conclusions

Le stockage de l'énergie thermique est largement étudié comme solution à l'intermittence de l'énergie solaire. Cependant, il est clair de par la littérature et les retours d'expérience depuis les installations existantes que les centrales solaires à concentration ne sont pas compétitives face aux énergies fossiles et que l'obtention d'un système purement solaire fiable qui produit de l'énergie électrique d'une façon stable et continue conduit au surdimensionnement de l'installation. En effet, la fiabilité du système n'est garantie que s'il est dimensionné en prenant en compte le pire scénario ; c'est-à-dire la journée la moins ensoleillée de l'année. Ceci veut dire que le système dimensionné sera fiable mais ne fonctionnera pas tout le temps avec ses capacités maximales. Le stockage de l'énergie thermique n'est ni la solution la plus viable économiquement ni celle qui a le meilleur rendement. C'est ce constat qui a motivé l'étude menée dans ce chapitre qui explore la voie de l'hybridation de la centrale en utilisant d'autres sources d'énergie en plus du stockage de l'énergie thermique. Ce paragraphe exploite le travail mené lors des chapitres précédents et qui consiste en la modélisation des différents blocs de la centrale solaire.

Un modèle complet d'une centrale solaire munie d'un stock de chaleur et d'une chaudière d'appoint et qui utilise la technologie ORC comme bloc moteur a été réalisé. Ce modèle est un modèle inverse dans le sens où il est orienté vers le dimensionnement. Il part de la charge pour remonter au dimensionnement de la configuration du système répondant au besoin. Il est parfaitement adapté à l'optimisation de conception.

L'algorithme d'optimisation qui a été mis au point comporte trois sous-routines d'optimisation qui permettent d'optimiser les échangeurs chaud et froid de l'ORC ainsi que la chaudière d'appoint. Cette optimisation est réalisée selon un critère économique (coût global annuel). Ceci permet de réduire le nombre des variables d'optimisation et d'accélérer le processus global.

L'optimisation effectuée dans ce chapitre est satisfaisante lorsque l'installation est raccordée au réseau électrique et fonctionne tout le temps à son point nominal. Cependant, si la centrale solaire est conçue pour fonctionner en mode isolé et sans connexion au réseau électrique, il est nécessaire de prendre en compte la courbe de charge journalière ; voire annuelle de la centrale. Une première approche envisageable est de considérer une demande en électricité multi-période. Ceci permet d'éviter d'allonger le temps de calcul lors de la modélisation des performances annuelles de la centrale.



# Conclusions et perspectives

## Conclusions

Pendant cette thèse, nous avons essayé d'utiliser les outils d'optimisation des systèmes énergétiques pour l'optimisation d'une centrale solaire hybride munie d'un stockage de chaleur sensible. Une attention particulière a été portée au développement de modèles à la fois précis et peu coûteux en temps de calcul des différents composants de l'installation. Grâce aux modèles développés dans ce travail, l'optimisation de la centrale est rendue possible sans moyens de calcul spécialisés mis à part un ordinateur de bureau. Les modèles réduits que nous avons pu développer, permettent la modélisation du comportement optique et thermique des collecteurs solaires et la modélisation du comportement dynamique du stock de chaleur lors de ses phases de charge et de décharge.

La centrale étudiée est une centrale solaire hybride composée d'un champ solaire de capteurs cylindro-paraboliques, un stock de chaleur sensible stratifié de type "lit de roche", une chaudière d'appoint et un moteur ORC refroidi par une tour de refroidissement.

Dans le premier chapitre, un modèle optique et thermique détaillé des collecteurs solaires est développé. Ce modèle permet de déterminer le rendement optique du collecteur et l'effet d'ombrage dans l'installation. Il permet également de déterminer les pertes thermiques qui ont lieu dans le récepteur. Des corrélations du facteur correctif de modification d'angle d'incidence et du rendement thermique du récepteur ont été ensuite déduites du modèle proposé et utilisées pour développer un modèle analytique adapté à l'évaluation des performances annuelles de la centrale.

Le deuxième chapitre, a été consacré à la modélisation du stock de chaleur sensible qui fonctionne par essence en régime dynamique. La modélisation de cet organe était jusque là problématique car elle nécessitait une discrétisation du stock en un grand nombre de volumes de contrôle et de résoudre les équations différentielles qui résultent en utilisant une méthode numérique adéquate. Un modèle original a été présenté dans ce chapitre. Il permet, par le biais de la méthode des transformées intégrales généralisées, de déterminer le profil de température d'une façon explicite à n'importe quel instant. Ce modèle a permis la détermination des durées de charge et de décharge du stock dans le modèle de la centrale complète.

Dans le troisième chapitre, une revue des modèles du moteur Stirling a été effectuée et

une critique des modèles à pertes séparées a été présentée. De plus, un modèle de moteur ORC a été développé dans le but de l'intégrer dans le modèle global de la centrale.

Dans le dernier chapitre, les modèles du reste des composants ont été développés ainsi que la modélisation de la centrale complète. L'optimisation de l'installation est effectuée à l'aide d'un algorithme qui comporte trois sous routines d'optimisation qui permettent de trouver le dimensionnement optimal des échangeurs de chaleur et de la chaudière. La routine d'optimisation globale optimise le reste des variables (12 variables) selon un ou plusieurs critères. Les résultats de l'optimisation thermo-économique et environnementale de l'installation ont été présentés.

Une première optimisation mono-critère selon le critère thermo-économique avec plusieurs fluides de travail donne les résultats suivants :

- Parmi les fluides pré-sélectionnés, le toluène est le fluide qui conduit au meilleur coût de production d'électricité. Il est le fluide le plus adapté pour le niveau de température de notre application.
- Du point de vue thermo-économique, une solution de production d'électricité totalement fossile est l'alternative la plus intéressante. En effet, les coûts des capteurs solaires et du stockage de chaleur pris dans cette étude et qui reflètent les coûts actuels, rendent la solution solaire moins compétitive que la solution fossile.
- Le coût de l'électricité produite diminue avec l'augmentation de la puissance de la centrale.

Une deuxième optimisation multi-critère qui tient compte à la fois du critère thermo-économique et environnemental a fourni plusieurs solutions qui permettent de réduire drastiquement la masse du  $CO_2$  émise par le système.

## Perspectives

Ce travail prépare le terrain pour la réalisation d'autres études plus approfondies qui tiendront compte de plus d'alternatives et/ou de contraintes technologiques et industrielles. En effet, plusieurs pistes de recherche existent pour étendre les résultats présentés dans cette thèse :

- L'outil d'optimisation développé dans ce travail servira dans l'avenir à effectuer d'autres optimisations selon le reste des critères proposés dans le chapitre 4, notamment le critère exergetique. Le calcul de la destruction d'exergie dans chaque composant permettra de concevoir les composants les moins performants.
- Il est intéressant également d'effectuer des optimisations avec des fluides caloporteurs différents (il s'agit du fluide qui circule dans le champ solaire et dans le stock). Ceci permettra de comparer les performances de l'installation dans chaque cas et de choisir le meilleur fluide. En effet, la structuration du programme que nous



avons réalisé permet l'ajout d'autres fluides dans une fonction qui regroupe les corrélations reliant les propriétés physiques à la température.

- Il est possible également d'ajouter des modèles d'autres technologies de capteurs solaires tels que les capteurs de Fresnel ou des héliostats. Ceci permettra une étude comparative de ces différentes technologies.
- D'autres technologies de stockage peuvent être intégrées dans le modèle, tel que le stockage à chaleur latente ou les technologies de stockage chimique. Des modèles à la fois réalistes et peu coûteux en temps de calcul doivent être développés à cette fin.
- Il est également souhaitable d'étendre ce travail au cas des centrales solaires destinées à un fonctionnement en mode isolé sous une charge variable en fonction de l'heure de la journée ; voire de la saison. Ceci demande un effort de modélisation supplémentaire. En effet, il est indispensable de développer un modèle orienté vers la simulation qui tient compte des variations des rendements de la turbine, du compresseur et de la chaudière d'appoint en fonction de leur charge. Il faut également définir la stratégie de contrôle du moteur pour répondre à la variation de charge. Réduire le temps de calcul pour la simulation nécessite également des efforts supplémentaires. En première approche, il est possible d'utiliser un modèle multi-période pour simuler le fonctionnement de la centrale ; ce qui permet de réduire les temps de calcul.
- Une optimisation dynamique de la centrale peut également être effectuée afin de trouver la stratégie idéale de contrôle commande des différents blocs de la centrale.



# A Détails des modèles du moteur Stirling

## A.1 Modèle adiabatique [98]

Dans le modèle adiabatique, le moteur est divisé en cinq compartiments distincts tel qu'illustré dans le schéma suivant :

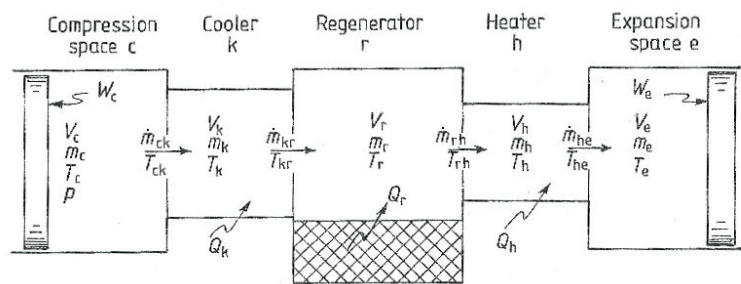


FIGURE A.1 – Compartiments du moteur selon le modèle adiabatique

Les températures dans les échangeurs chaud et froid sont considérées constantes et le profil de température dans le régénérateur est considéré comme linéaire :

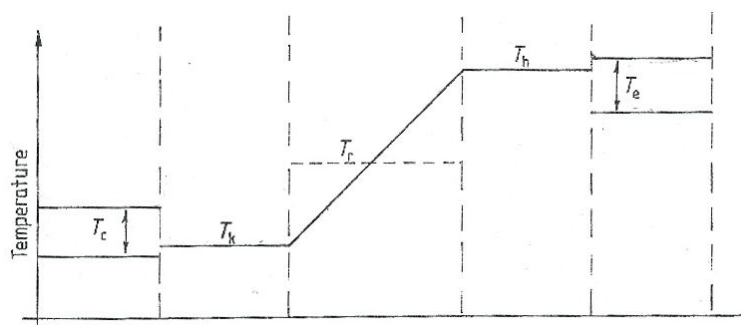


FIGURE A.2 – Profil de température considéré dans le modèle adiabatique [98]

Les équations différentielles et algébriques du modèle sont :

- Variation de pression

$$\frac{dp}{dt} = \frac{-\gamma p \left( \frac{1}{T_{ck}} \frac{dV_c}{dt} + \frac{1}{T_{he}} \frac{dV_e}{dt} \right)}{V_c/T_{ck} + \gamma(V_k/T_k + V_r/T_r + V_h/T_h + V_e/T_{he})} \quad (\text{A.1})$$

- Masses

$$m_k = \frac{pV_k}{RT_k} \quad (\text{A.2})$$

$$m_r = \frac{pV_r}{RT_r} \quad (\text{A.3})$$

$$m_h = \frac{pV_h}{RT_h} \quad (\text{A.4})$$

$$m_e = M - (m_c + m_k + m_h + m_e) \quad (\text{A.5})$$

- Températures

$$T_c = \frac{pV_c}{Rm_c} \quad (\text{A.6})$$

$$T_e = \frac{pV_e}{Rm_e} \quad (\text{A.7})$$

- Variation des masses

$$\dot{m}_c = \frac{\left( p \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{\gamma} \frac{dp}{dt} \right)}{RT_{ck}} \quad (\text{A.8})$$

$$\dot{m}_k = \frac{m_k}{p} \frac{dp}{dt} \quad (\text{A.9})$$

$$\dot{m}_r = \frac{m_r}{p} \frac{dp}{dt} \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{m}_h = \frac{m_h}{p} \frac{dp}{dt} \quad (\text{A.11})$$

- Débits massiques

$$\dot{m}_{ck} = -\dot{m}_c \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{m}_{kr} = \dot{m}_{ck} - dm_k \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{kr} - dm_r \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{m}_{he} = \dot{m}_{rh} - dm_e \quad (\text{A.15})$$

- Températures aux interfaces

$$T_{ck} = T_c \text{ si } \dot{m}_{ck} > 0 \quad (\text{A.16})$$

$$T_{ck} = T_k \text{ si } \dot{m}_{ck} < 0 \quad (\text{A.17})$$

$$T_{he} = T_h \text{ si } \dot{m}_{he} > 0 \quad (\text{A.18})$$

$$T_{he} = T_e \text{ si } \dot{m}_{he} < 0 \quad (\text{A.19})$$

- Energies

$$\dot{W} = p \left( \frac{dV_c}{dt} + \frac{dV_e}{dt} \right) \quad (\text{A.20})$$

$$\dot{Q}_k = \frac{V_k c_v \frac{dp}{dt}}{R - c_p (T_{ck} \dot{m}_{ck} - T_{kr} \dot{m}_{kr})} \quad (\text{A.21})$$

$$\dot{Q}_r = \frac{V_r c_v \frac{dp}{dt}}{R - c_p (T_{kr} \dot{m}_{kr} - T_{rh} \dot{m}_{rh})} \quad (\text{A.22})$$

$$\dot{Q}_h = \frac{V_h c_v \frac{dp}{dt}}{R - c_p (T_{rh} \dot{m}_{rh} - T_{he} \dot{m}_{he})} \quad (\text{A.23})$$

## A.2 Modèle quasi-stationnaire de Berchowitz [96]

Dans ce modèle, le moteur est divisé en 6 compartiments :

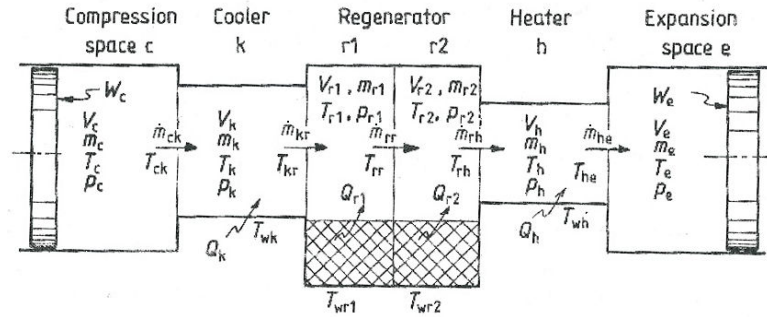


FIGURE A.3 – Les différents compartiments du moteur selon le modèle quasi-stationnaire

Le profil de température dans le régénérateur est considéré linéaire :

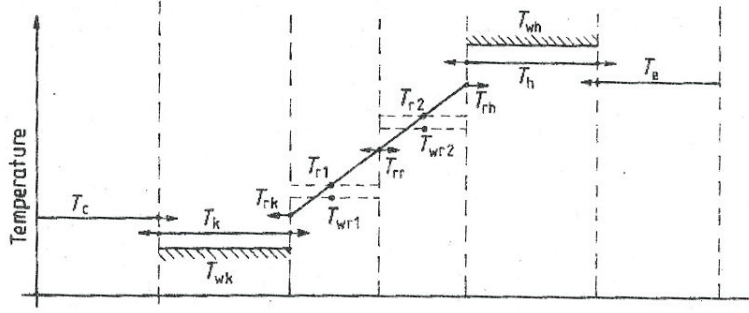


FIGURE A.4 – Profil de température dans le moteur selon le modèle quasi-stationnaire [96]

Les équations différentielles et algébriques du modèle sont :

- Variation de pression

$$dp_c = \frac{1}{C_v V_T} [R(\dot{Q}_{tot} - \dot{Q}_{diss}) - C_p dW] \quad (A.24)$$

- Pressions

$$P_k = P_c + \frac{\Delta P_k}{2} \quad (A.25)$$

$$P_{r1} = P_k + \frac{\Delta P_k + \Delta P_{r1}}{2} \quad (A.26)$$

$$P_{r2} = P_{r1} + \frac{\Delta P_{r1} + \Delta P_{r2}}{2} \quad (A.27)$$

$$P_h = P_{r2} + \frac{\Delta P_{r2} + \Delta P_h}{2} \quad (A.28)$$

$$P_e = P_h + \frac{\Delta P_h}{2} \quad (A.29)$$

- Variation des masses

$$\dot{m}_c = \frac{1}{RT_{c-f}} \left( P_c \frac{dV_c}{dt} + \frac{V_c}{\gamma} \frac{dP_c}{dt} \right) \quad (A.30)$$

$$\dot{m}_k = \dot{m}_{c-k} - \dot{m}_{k-r} \quad (A.31)$$

$$\dot{m}_{r1} = \dot{m}_{k-r} - \dot{m}_{r-r} \quad (A.32)$$

$$\dot{m}_{r2} = \dot{m}_{r-r} - \dot{m}_{r-h} \quad (A.33)$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{r-h} - \dot{m}_{h-e} \quad (A.34)$$

- Températures

$$T_c = \frac{P_c V_c}{R m_c} \quad (\text{A.35})$$

$$T_k = \frac{P_k V_k}{R m_k} \quad (\text{A.36})$$

$$T_{r1} = \frac{P_{r1} V_{r1}}{R m_{r1}} \quad (\text{A.37})$$

$$T_{r2} = \frac{P_{r2} V_{r2}}{R m_{r2}} \quad (\text{A.38})$$

$$T_h = \frac{P_h V_h}{R m_h} \quad (\text{A.39})$$

$$T_e = \frac{P_e V_e}{R m_e} \quad (\text{A.40})$$

- Débits massiques aux interfaces

$$\dot{m}_{ck} = \frac{1}{R T_{c-k}} \left( P_c \frac{dV_c}{dt} + V_c \frac{dP_c}{\gamma dt} \right) \quad (\text{A.41})$$

$$\dot{m}_{kr} = \frac{1}{C_p T_{k-r}} \left( \dot{Q}_k - \dot{Q}_{diss,k} + C_p T_{c-k} \dot{m}_{c-k} - \frac{C_v V_k}{R} \frac{dP_c}{\gamma dt} \right) \quad (\text{A.42})$$

$$\dot{m}_{r-r} = \frac{1}{C_p T_{r-r}} \left( \dot{Q}_{r1} - \dot{Q}_{diss,r1} + C_p T_{k-r} \dot{m}_{k-r} - \frac{C_v V_{r1}}{R} \frac{dP_c}{\gamma dt} \right) \quad (\text{A.43})$$

$$\dot{m}_{r-h} = \frac{1}{C_p T_{r-h}} \left( \dot{Q}_{r2} - \dot{Q}_{diss,r2} + C_p T_{r-r} \dot{m}_{r-r} - \frac{C_v V_{r2}}{R} \frac{dP_c}{\gamma dt} \right) \quad (\text{A.44})$$

$$\dot{m}_{h-e} = \frac{1}{C_p T_{h-e}} \left( \dot{Q}_h - \dot{Q}_{diss,h} + C_p T_{r-h} \dot{m}_{r-h} - \frac{C_v V_h}{R} \frac{dP_c}{\gamma dt} \right) \quad (\text{A.45})$$

- Températures aux interfaces

$$T_{c-k} = T_c \text{ si } \dot{m}_{c-k} > 0 \quad (\text{A.46})$$

$$T_{c-k} = T_k \text{ si } \dot{m}_{c-k} < 0 \quad (\text{A.47})$$

$$T_{h-e} = T_h \text{ si } \dot{m}_{h-e} > 0 \quad (\text{A.48})$$

$$T_{h-e} = T_e \text{ si } \dot{m}_{h-e} < 0 \quad (\text{A.49})$$

$$T_{k-r} = \frac{3T_{r1} - T_{r2}}{2} \quad (\text{A.50})$$

$$T_{r-r} = \frac{T_{r1} + T_{r2}}{2} \quad (\text{A.51})$$

$$T_{k-r} = \frac{3T_{r2} - T_{r1}}{2} \quad (\text{A.52})$$

- Energies

$$\dot{W} = P_c \frac{dV_c}{dt} + P_e \frac{dV_e}{dt} \quad (\text{A.53})$$

$$\dot{Q}_k = h_k A_k (T_{p,k} - T_k) \quad (\text{A.54})$$

$$\dot{Q}_{r1} = h_{r1} A_{r1} (T_{m1} - T_{r1}) \quad (\text{A.55})$$

$$\dot{Q}_{r2} = h_{r2} A_{r2} (T_{m2} - T_{r2}) \quad (\text{A.56})$$

$$\dot{Q}_h = h_h A_h (T_{p,h} - T_h) \quad (\text{A.57})$$

$$\dot{Q}_{diss} = -\frac{\Delta P \dot{m}}{\rho} \quad (\text{A.58})$$

- Températures des matrices

$$\frac{dT_{m1}}{dt} = -\frac{\dot{Q}_{r1}}{m_{m1} C_{p,m1}} \quad (\text{A.59})$$

$$\frac{dT_{m2}}{dt} = -\frac{\dot{Q}_{r2}}{m_{m2} C_{p,m2}} \quad (\text{A.60})$$

### A.3 Modèle 1D d'Andersen [99]

Dans le modèle d'Andersen, les échangeurs et le régénérateur sont divisés en plusieurs volumes  $i$ . D'autres volumes  $j$  s'intercalent entre eux et caractérisent les interfaces entre les différents volumes.

Les bilans massiques dans les volumes  $i$  s'écrivent :

$$\frac{dm_i}{dt} = -(\rho_{j+1} v_{j+1} S_{j+1} - \rho_j v_j S_j) \quad (\text{A.61})$$

La masse dans le  $j^{\text{ème}}$  volume d'interface est prise égale à la moyenne des masses du gaz dans le volumes adjacent :

$$m_j = \frac{m_i + m_{i+1}}{2} \quad (\text{A.62})$$

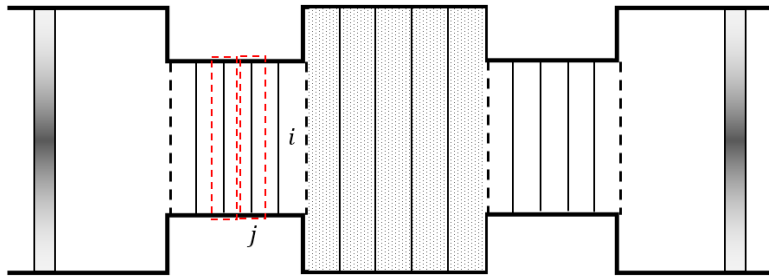


FIGURE A.5 – Les différents volumes dans le modèle 1D d'Andersen [99]



Le bilan d'énergie dans les volumes  $i$  donnent :

$$\begin{aligned} \frac{dE_i}{dt} = \frac{dU_i}{dt} = & -(\rho_{j+1}v_{j+1}S_{j+1}C_{p,j+1}T_{j+1} - \rho_jv_jS_jC_{p,j}T_j) \\ & + h_iA_i(T_{w,i} - T_i) - P_i\frac{dV_i}{dt} \end{aligned} \quad (\text{A.63})$$

En considérant le gaz parfait, les dérivées des températures sont données par :

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{1}{m_iC_{v,i}} \left[ \frac{dU_i}{dt} - \frac{U_i}{m_i} \frac{dm_i}{dt} \right] \quad (\text{A.64})$$

Les températures d'interfaces sont conditionnées par le sens de mouvement du gaz dans celle-ci :

$$T_j = T_i \text{ si } v_j > 0 \quad (\text{A.65})$$

$$T_j = T_{i-1} \text{ si } v_j < 0 \quad (\text{A.66})$$

Les bilans de quantité de mouvement dans les volumes d'interfaces donnent :

$$\begin{aligned} \frac{dv_j}{dt} = \frac{1}{m_j} \left\{ -P_{i+1}S_{i+1} + P_iS_i + \tilde{P}_j(S_{i+1} - S_i) \right. \\ \left. + \left[ \frac{dm_i}{dt}(v_i - v_j) - \frac{dm_{i+1}}{dt}(v_{i+1} - v_j) \right] - \frac{v_j}{|v_j|} F_{w,j} + F_{AD,j} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.67})$$

$F_{w,j}$  est la force de frottement avec les parois dans la  $j^{\text{ème}}$  cellule qui s'écrit :

$$F_{w,j} = \Delta P_{f,j} S_i \quad (\text{A.68})$$

$\Delta P_{f,j}$  la chute de pression dans le  $j^{\text{ème}}$  volume d'interface. Elle est prise égale à la moyenne des chutes de pression dans les volumes adjacents :

$$\Delta P_{f,j} = \frac{1}{4} \left( k_i \rho_i v_i^2 \frac{L_i}{D_{h,i}} + (k_{i+1} \rho_{i+1} v_{i+1}^2 \frac{L_{i+1}}{D_{h,i+1}}) \right) \quad (\text{A.69})$$

$F_{AD,j}$  est une force de dissipation artificielle introduite pour neutraliser les fluctuations de la pression dont la dynamique est très rapide. Ceci permet d'utiliser des pas de temps plus grands et d'accélérer la convergence.

$\tilde{P}_j$  la pression à l'interface  $j$  est donnée par :

$$\tilde{P}_j = P_i + \frac{1}{2} \rho_i v_i^2 \left( 1 - \frac{S_i}{S_{i+1}} \right) \quad (\text{A.70})$$

la vitesse du gaz dans la  $i^{\text{ème}}$  cellule est donnée par :

$$v_i = \frac{\rho_j v_j S_j + \rho_{j-1} v_{j-1} S_{j-1}}{\rho_i S_i} \quad (\text{A.71})$$

la variation de pression dans la  $i^{\text{ème}}$  cellule est donnée par l'équation des gaz parfaits :

$$\frac{dP_i}{dt} = P_i \left( \frac{1}{m_i} \frac{dm_i}{dt} + \frac{1}{T_i} \frac{dT_i}{dt} - \frac{1}{V_i} \frac{dV_i}{dt} \right) \quad (\text{A.72})$$

**B** Article : Effet des pertes de matière sur les performances des moteurs Stirling

# Effect of leakage losses on the performance of a $\beta$ type Stirling engine

M.T. Mabrouk<sup>a,\*</sup>, A. Kheiri<sup>a</sup>, M. Feidt<sup>a</sup>

<sup>a</sup>*University of Lorraine, Laboratory of Energetics and Theoretical and Applied Mechanics, 2 av. de la Forêt de Haye, BP 160 54504 Vandoeuvre Cedex, France*

---

## Abstract

In Stirling engines designed for continuous work conditions, clearance seals are usually used to avoid excessive wear and hence to extend the service life. This causes a gas leakage between the compression space and the expansion space through the displacer's clearance and also a gas leakage between the compression space and the bounce space through the power piston's clearance. In this study, we propose an unsteady analytical model to calculate the gas leakage mass flow rate by considering an oscillating flow in the annular clearance and to evaluate the power lost in both locations. Finally, the sensitivity to some relevant parameters is discussed.

*Keywords:* leakage losses, Stirling engine, dynamic thermal model.

---

## 1. Introduction

Hot gas engines performances were enhanced by Robert Stirling who added heat regeneration in 1816 to the basic thermodynamic cycle. This basic thermodynamic cycle consists of two isothermal and two isochoric processes [1]. Stirling engines can be used with various heat sources [2, 3, 4] and are frequently used for electricity production and cogeneration purposes. This technology is especially suitable for ranges of power below 100 kW where other technologies as Organic Rankine Cycles (ORC) cycle are less efficient [5]. For these applications, the engine must be designed for continuous operation with the highest efficiency and the lowest maintenance operations. Contactless sealing devices should be used to ensure a long service life and reduce friction. However, these devices might cause leakage losses. These losses occur between the compression and the expansion spaces through the displacer-cylinder gap and between the compression and the bounce spaces through the power piston-cylinder gap and the designer must reduce them to keep a high efficiency. Most of existing models of Stirling engines do not take into account these leakage losses [6, 7, 8, 9]. Deriving an analytical expression for these losses is very important to develop accurate Stirling engine models that are suitable for optimization. Urieli [10] modelled the flow in the gap as a steady Couette flow. Hirata [11] modelled it as a compressible flow in a Laval nozzle with an equivalent diameter experimentally determined. His approach is similar to other contributors who

---

\*Corresponding author

*Email address:* mohamed-tahar.mabrouk@univ-lorraine.fr; mohamed.mabrouk@gmx.fr (M.T. Mabrouk)

used the Saint-Venant equations to calculate the mass flow rate [12, 13, 14]. Huang [15] proposed another model by considering a steady compressible flow. Steady models are valid only for very low engine speed. In the present study, we propose a novel analytical and unsteady model to evaluate gas leakage through clearance seals. This model is built up for the oscillating flow in the gap and we discuss the effect of leakage losses on the performance of a Stirling engine.

## 2. Mathematical model

### 2.1. Problem description

In Fig. 1, a  $\beta$  type Stirling engine is presented. This figure shows two pistons: the "displacer" and the "power piston". In this section, the term "piston" stands for both the displacer and the power piston. The pressure is considered to be constant in the bounce space and equal to the mean working pressure. The pressure in the compression and the expansion spaces changes depending on the variation of the temperature and the volume of these spaces. The pressure difference between the compression and the expansion spaces is caused only by the friction of the gas flowing through heat exchangers and the regenerator. The problem is modeled as an oscillating flow in the annular gap between two concentric cylinders. The piston has an alternative and periodic displacement relative to the cylinder (Fig. 2).

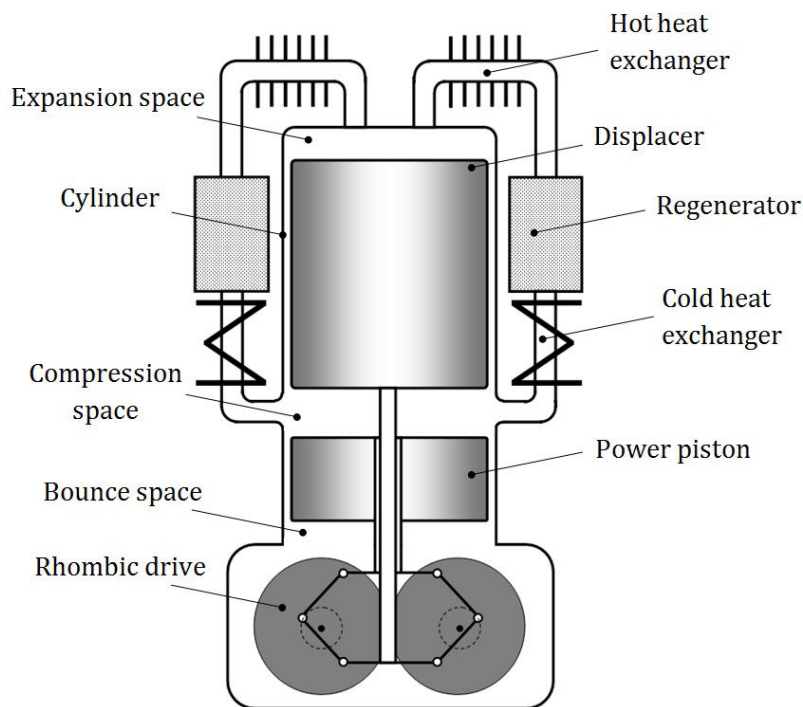


Figure 1:  $\beta$  type Stirling engine with a Rhombic drive

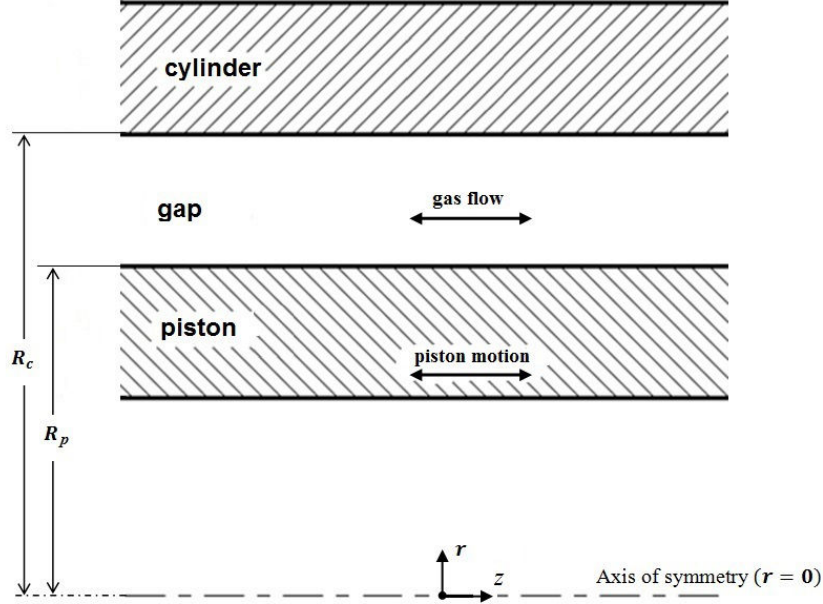


Figure 2: Problem's geometry

## 2.2. Hypothesis

The first step to evaluate the mass flow rate in the gap is calculating the gas velocity by solving the momentum balance. The following assumptions are made:

- The gas flow is typically laminar because of the tiny thickness of the gap. This hypothesis will be *a posteriori* checked.
- The flow is fully developed and entry effects are neglected.
- Pressure's axial profile is linear and the pressure gradient is equal to  $\frac{P_C(t)-P_E(t)}{L_d}$  for the displacer and  $\frac{P_C(t)-P_B(t)}{L_p}$  for the power piston.
- Pressure variation in the compression and the expansion spaces are small compared to their mean value. This is generally the case in Stirling engines to avoid excessive hysteresis losses [10].

According to these assumptions, momentum balance is given by the thermoacoustics theory [16]:

$$\frac{\partial u(r, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu_0 \left( \frac{\partial^2 u(r, t)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u(r, t)}{\partial r} \right) \quad (1)$$

## 2.3. Analytical solution

### 2.3.1. Velocity profile

The axial pressure gradient is a periodic quantity. So, it can be expressed using Fourier series [17]:

$$\frac{\partial p}{\partial z}(t) = p_{z_0} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{p}_{zc,n} \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{p}_{zs,n} \sin(n\omega t) \quad (2)$$

The piston's velocity which is a boundary condition for eq. (1) is also a periodic quantity. Its mean value is null and it can be expressed using Fourier series:

$$u_p(t) = u_{p0} + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{u}_{pc,n} \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{u}_{ps,n} \sin(n\omega t) \quad (3)$$

While the equation (1) is linear, the velocity of the gas can be written in the same manner:

$$u(r, t) = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{u}_{c,n}(r) \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \tilde{u}_{s,n}(r) \sin(n\omega t) \quad (4)$$

Complex notation can be used in this case:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = p_{z0} + \sum_{n=1}^{\infty} p_{z,n}^* e^{in\omega t} \quad (5)$$

$$u_p = u_{p0} + \sum_{n=1}^{\infty} u_{p,n}^* e^{in\omega t} \quad (6)$$

$$u(r, t) = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} u_n^*(r) e^{in\omega t} \quad (7)$$

where:

$$p_{z,n}^* = \tilde{p}_{zc,n} - i\tilde{p}_{zs,n} \quad (8)$$

$$u_{p,n}^* = \tilde{u}_{pc,n} - i\tilde{u}_{ps,n} \quad (9)$$

$$u_n^*(r) = \tilde{u}_{c,n}(r) - i\tilde{u}_{s,n}(r) \quad (10)$$

By reformulating equation (1) in complex notation and regrouping terms of the same order we have:

- For order 0:

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0}{\partial r} = \frac{p_{z0}}{\rho_0 \nu_0} \quad (11)$$

- For order  $n$

$$\frac{\partial^2 u_n^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_n^*}{\partial r} - \frac{in\omega}{\nu_0} u_n^* = \frac{p_{z,n}^*}{\rho_0 \nu_0} \quad (12)$$

Solutions of equations (11) and (12) are:

$$u_0 = \frac{p_{z0}}{\rho_0 \nu_0} \frac{r^2}{4} + A \ln r + B \quad (13)$$

$$u_n^* = -\frac{p_{z,n}^*}{in\rho_0\omega} + C_n I_0(\beta_n r) + D_n K_0(\beta_n r) \quad (14)$$

$I_0$  and  $K_0$  are respectively modified Bessel function of order zero of the first and the second kind and  $\beta_n = \sqrt{\frac{in\omega}{\nu_0}}$ .

We calculate the integration constants  $A$ ,  $B$ ,  $C_n$  and  $D_n$  using boundary conditions:

- For  $r = R_p$

$$u_0(R_p) = u_{p0} \quad \text{and} \quad u_n^*(R_p) = u_{p,n}^* \quad (15)$$

- For  $r = R_c$

$$u_0(R_c) = 0 \quad \text{and} \quad u_n^*(R_c) = 0 \quad (16)$$

After calculus, different constants are given by:

$$A = \frac{u_{p0}}{\ln\left(\frac{R_p}{R_c}\right)} + \frac{p_{z0} (R_c^2 - R_p^2)}{4\rho_0\nu_0 \ln\left(\frac{R_p}{R_c}\right)} \quad (17)$$

$$B = \frac{p_{z0}}{4\rho_0\nu_0} \frac{\ln(R_c)R_p^2 - \ln(R_p)R_c^2}{\ln\left(\frac{R_p}{R_c}\right)} - \ln(R_c) \frac{u_{p0}}{\ln\left(\frac{R_p}{R_c}\right)} \quad (18)$$

$$C_n = \frac{\frac{p_{z,n}^*}{in\rho_0\omega} [K_0(\beta_n R_c) - K_0(\beta_n R_p)] + u_{p,n}^* K_0(\beta_n R_c)}{I_0(\beta_n R_p) K_0(\beta_n R_c) - K_0(\beta_n R_p) I_0(\beta_n R_c)} \quad (19)$$

$$D_n = \frac{\frac{p_{z,n}^*}{in\rho_0\omega} [I_0(\beta_n R_p) - I_0(\beta_n R_c)]}{I_0(\beta_n R_p) K_0(\beta_n R_c) - K_0(\beta_n R_p) I_0(\beta_n R_c)} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & + \frac{u_{p,n}^*}{K_0(\beta_n R_p) - K_0(\beta_n R_c)} \\ & \times \left[ 1 - \frac{K_0(\beta_n R_c) [I_0(\beta_n R_p) - I_0(\beta_n R_c)]}{I_0(\beta_n R_p) K_0(\beta_n R_c) - K_0(\beta_n R_p) I_0(\beta_n R_c)} \right] \end{aligned} \quad (21)$$

Previous expressions show, as expected, that the variation of the gas velocity in the gap is due to two different effects: pressure's gradient variation and the velocity of the piston.

The real gas velocity is deduced from the complex velocity by the following expression:

$$u(r, t) = u_0(r) + \sum_{n=1}^{\infty} \Re(u_n^*(r)) \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} \Im(u_n^*(r)) \sin(n\omega t) \quad (22)$$

### 2.3.2. Expression of leakage mass flow rate

Once gas velocity is known, we can calculate the mass flow rate by integrating over the gap section:

$$\begin{aligned} \dot{m}_l(t) &= \rho_0 \int_0^{2\pi} \int_{R_p}^{R_c} u(r, t) r dr d\theta \\ &= 2\pi\rho_0 \int_{R_p}^{R_c} u(r, t) r dr \end{aligned} \quad (23)$$

We can give an analytical expression of this mass flow rate:

$$\dot{m}_l(t) = \dot{m}_{l,0} + \sum_{n=1}^{\infty} \Re(\dot{m}_{l,n}^*) \cos(n\omega t) - \sum_{n=1}^{\infty} \Im(\dot{m}_{l,n}^*) \sin(n\omega t) \quad (24)$$



where:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{l,0} &= \pi\rho_0 B (R_c^2 - R_p^2) \\ &+ \frac{1}{2}\pi\rho_0 A [R_c^2 (2\ln(R_c) - 1) - R_p^2 (2\ln(R_p) - 1)] \\ &+ \frac{\pi P_{z0}}{8\nu} (R_c^4 - R_p^4) \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} \dot{m}_{l,n}^* &= -\frac{P_{z,n}^*}{i2n\rho_0\omega} (R_c^2 - R_p^2) \\ &+ \frac{C_n}{\beta_n} [R_c I_1(\beta_n R_c) - R_p I_1(\beta_n R_p)] \\ &- \frac{D_n}{\beta_n} [R_c K_1(\beta_n R_c) - R_p K_1(\beta_n R_p)] \end{aligned} \quad (26)$$

This mass flow rate depends on the pressure gradient in the clearance, the velocity of the piston, and the radii of the piston and the cylinder. Notice that its dependence on the different radii is nonlinear. Consequently, the values of  $R_c$  and  $R_p$  have a significant effect on the leakage mass flow rate and this should be taken into consideration while designing Stirling engines.

### 3. Case study

We choose the GPU-3 [18, 19] as a case study. This engine is a  $\beta$  type Stirling engine with a rhombic drive developed by "General Motors". The specifications and the operating conditions used in this case study are gathered in Table 1 and Table 2.

Geometric parameter	Value	Geometric parameter	Value
<b>Clearance volumes</b>		<b>Cooler</b>	
Compression space	28.68 cm <sup>3</sup>	Tube number/cylinder	312
Expansion space	30.52 cm <sup>3</sup>	Tube inside diameter	1.08 mm
<b>Swept volumes</b>		Length of the tube	46.1 mm
Compression space	113.14 cm <sup>3</sup>	Void volume	13.8 cm <sup>3</sup>
Expansion space	120.82 cm <sup>3</sup>	<b>Regenerator</b>	
Exchanger piston conductivity	15 W/mK	Diameter	22.6 mm
Exchanger piston stroke	46 mm	Length	22.6 mm
<b>Heater</b>		Wire diameter	40 $\mu$ m
Tube number	40	Porosity	0.697
Tube inside diameter	3.02 mm	Unit number/cylinder	8
Tube length	245.3 mm	Thermal conductivity	15 W/m K
Void volume	70.88 cm <sup>2</sup>	Void volume	50.55 cm <sup>3</sup>
		<b>Cylinder radius</b>	
		3.48 cm	
		<b>Displacer length</b>	
		7 cm	
		<b>Piston length</b>	
		5 cm	

Table 1: Geometric parameters of the considered engine [18, 10]

Parameter	Value	Parameter	Value
Working gas	Helium	Cold temperature	288 K
Frequency	41.7 Hz	Mean pressure	4.13 MPa
Hot temperature	977 K	-	-

Table 2: Operating conditions of the considered engine

Input data of our gas leakage model are: the instantaneous pressure's gradients in the gap between the displacer and the cylinder and in the gap between the power piston and the cylinder, the displacer's velocity and the power piston's velocity. These data are determined from a dynamic model of the engine based on Urieli's approach [10]. They are given in Fig.3 and Fig.4.

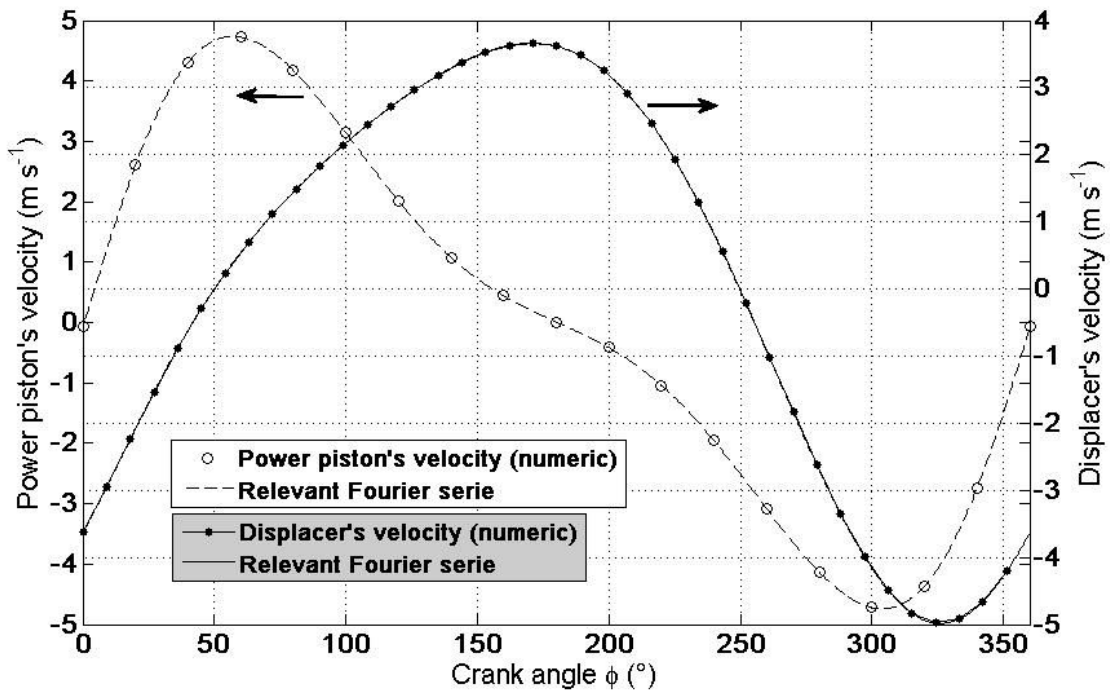


Figure 3: Velocities of the displacer and the power piston

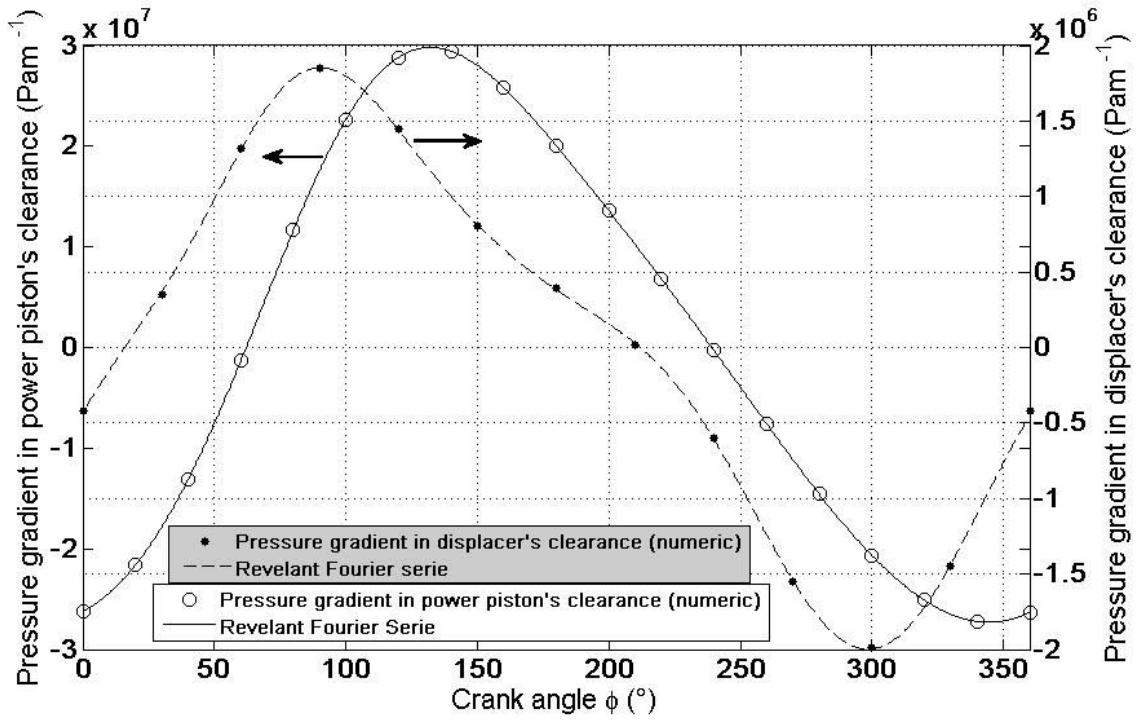


Figure 4: Pressure gradients in the displacer's gap and in the power piston's gap

Using these data, we can obtain the profile of gas velocity in the displacer's gap and in the power piston's gap using eq. (22). In Fig. 5 and Fig. 6, we show these distributions at different crank angles (different angles of the motor output shaft) and for a gap thickness of 0.03 mm. We calculate also the instantaneous leakage mass flow rates using eq. (24). They are shown in Fig. 7 and Fig. 8.

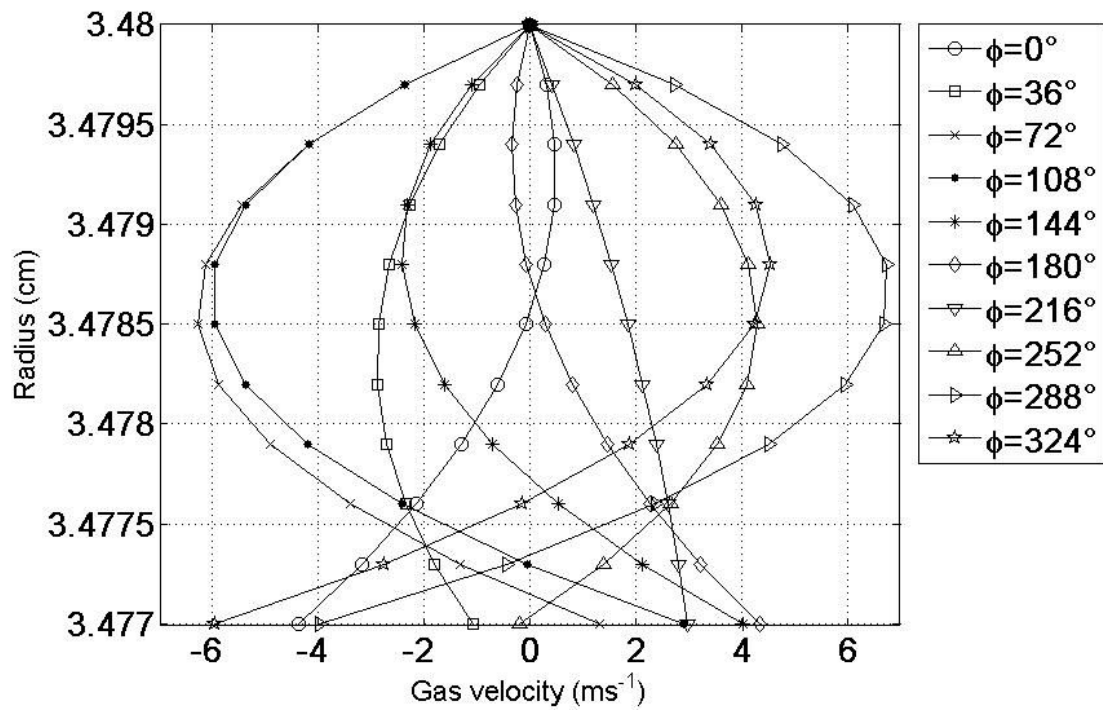


Figure 5: Velocity profile in the displacer's gap (gap thickness=0.03 mm)

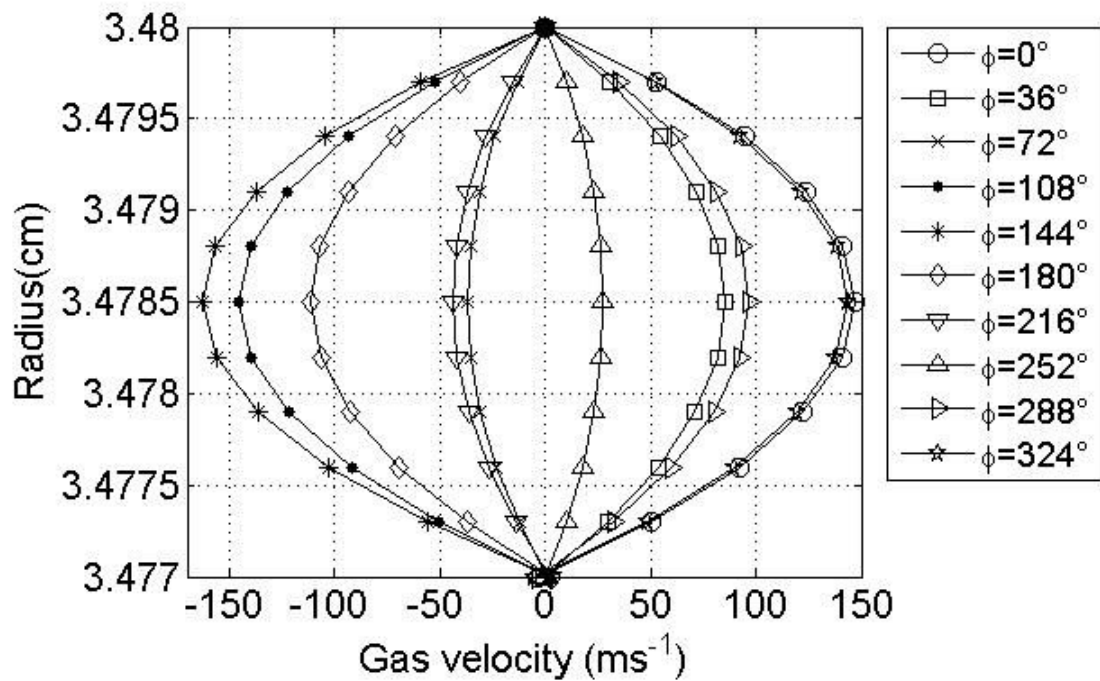


Figure 6: Velocity profile in the power piston's gap (gap thickness=0.03 mm)

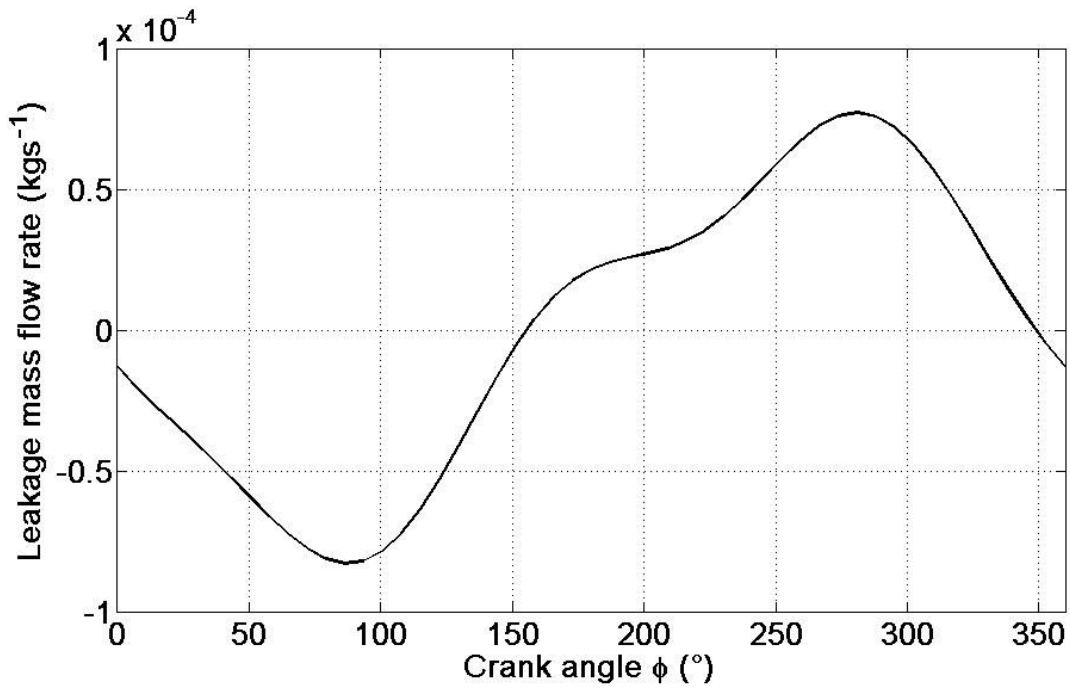


Figure 7: Leakage mass flow rate in the displacer's gap (gap thickness=0.03 mm)

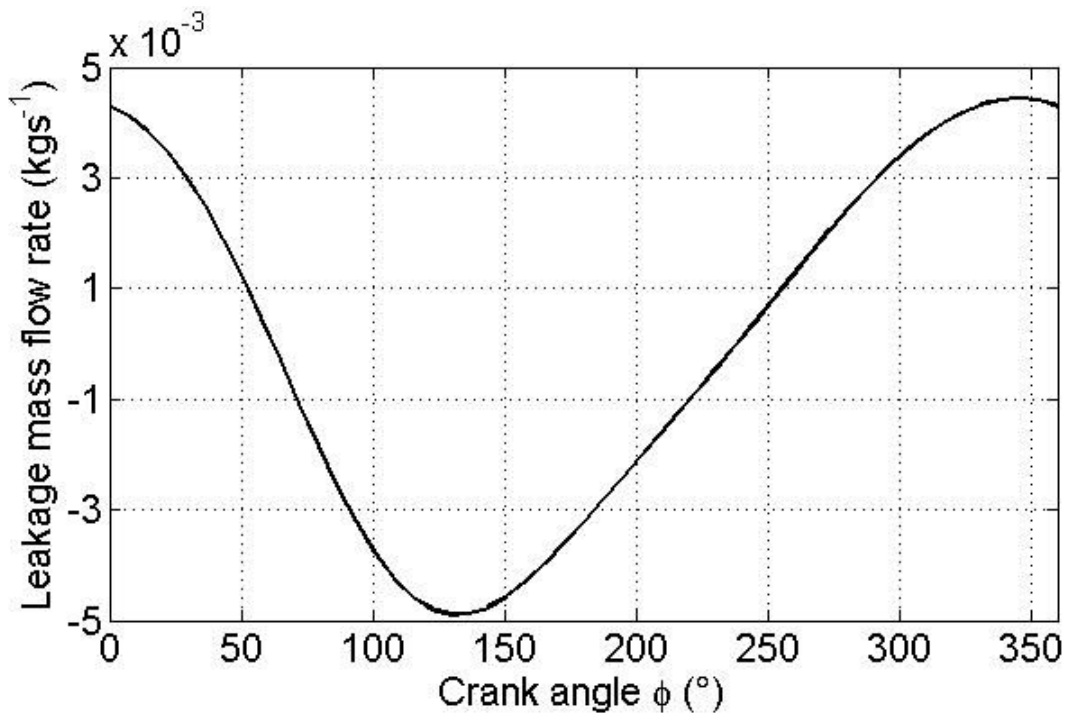


Figure 8: Leakage mass flow rate in the power piston's gap (gap thickness=0.03 mm)

Fig. 5. shows that the gas velocity at  $r = R_d$  is equal, as expected, to the displacer velocity. For higher  $r$ , gas velocity reaches an extremum mostly with an opposite sign of

the displacer velocity. This is due to the fact that the pressure gradient in the gap and shear stresses act in opposite directions. We use the maximal velocities of the gas to calculate the Reynolds numbers of the leakage flows at the displacer and at the power piston gaps. We find respectively  $Re_d = 7.6$  and  $Re_p = 275$  which means that the flow is laminar. This is in accordance with the assumption made before.

In Fig. 7 and Fig. 8, it can be seen that for a same gap thickness the leakage mass flow rate in the power piston's gap is much greater than the leakage mass flow rate in the displacer's gap. This is due to the high pressure gradient in the power piston's gap. We will see in the next section that it does not mean necessarily that the enthalpy losses caused by leakage through the cylinder-displacer gap are negligible.

It is important to note that, in fig. 6, the gas velocity at the piston radius is not null but it is very small compared to the maximal velocity of the gas. This shows that the effect of the pressure gradient in the power piston's gap overrides the effect of the piston's velocity. Nevertheless, it is noticed that, for both the power piston and the displacer, a phase delay exists between the leakage mass flow rate at the piston and the pressure gradient. This delay is correlated to the frequency of the engine. Fig. 6 shows also that the gas velocity magnitude at the power piston is high. This velocity becomes higher when the clearance thickness or the pressure gradient increases. In these cases, if the Mach number exceeds 0.3, compressibility effects become significant. In this case, a set of four boundary-layer-like equations should be solved simultaneously (mass conservation, moment conservation, energy conservation and a state equation) some lengthy analytical resolutions of such a problem exist in literature as in [20]. However, the Mach number in the case of figure 6 (the working gas is Helium) is roughly 0.1.

#### 4. Effect of the gas leakage on the Stirling engine's performance

Leakage through the gaps causes losses in the Stirling engine. In fact, when gas is leaking through the displacer's clearance or through the power piston's clearance it causes an enthalpy leakage called "enthalpy pumping" [21].

##### 4.1. Enthalpy losses at the power piston

The mean enthalpy flow rate through the power piston's clearance is [22]:

$$H_{lp} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \dot{m}_{lp} c_p T dt \quad (27)$$

$\tau$  is the cycle period,  $\dot{m}_{lp}$  is the leakage mass flow rate at the power piston and  $T$  is an instantaneous temperature which is equal to  $T_C(t)$  if leakage mass flow is in the direction of the bounce space and equal to  $T_B(t)$  otherwise.

We investigate the evolution of the lost enthalpy magnitude depending on the thickness of the power piston's clearance. In Fig.9, enthalpy losses computed using the present procedure are compared to those computed using the leakage model described by Urieli [10] and those computed using the leakage model proposed by Huang [15].

It can be seen, in this figure that all models give quite different results. The difference between Urieli's and Huang's model is due to the fact that, unlike Urieli, Huang takes the

compressibility effect into account. The difference between our results and those computed using Urieli's and Huang's models can be explained by the fact that our model is unsteady. In fact, the present model take into account the phase delay which exists between the fluid velocity in the clearance and the pressure gradient and the piston's speed.

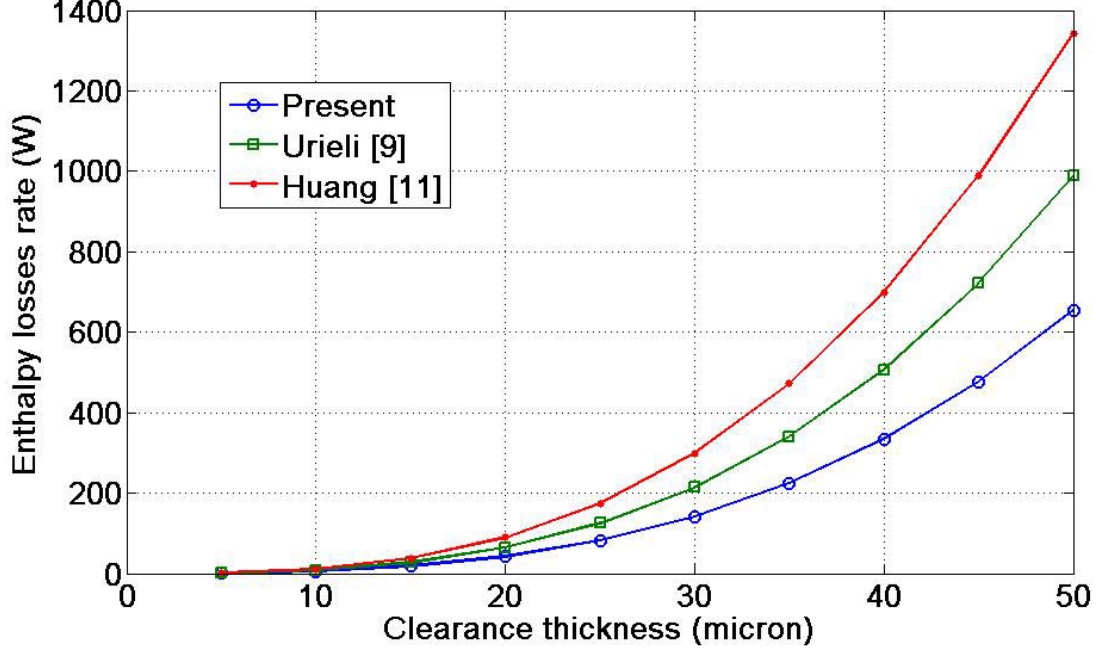


Figure 9: Enthalpy losses rate magnitude depending on the thickness of the power piston's clearance

#### 4.2. Enthalpy losses at the displacer

This section is devoted to the evaluation of the enthalpy losses in the displacer's clearance. The effect of the clearance thickness and the rotational speed of the engine on these losses is also discussed.

As seen in the previous section, the leakage mass flow rate at the displacer is much less than that at the power piston. However, enthalpy pumping through the displacer's clearance is not negligible because of the high temperature difference between the compression and the expansion spaces. Then, similar to Eq. (27), the mean values of these enthalpy losses are calculated by:

$$H_{ld} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} \dot{m}_{ld} c_p T dt \quad (28)$$

$\dot{m}_{ld}$  is the leakage mass flow rate at the displacer and  $T$  is an instantaneous temperature which is equal to  $T_C(t)$  if leakage mass flow is in the direction of the expansion space and equal to  $T_E(t)$  otherwise.

In Fig.10, the magnitude of the lost enthalpy at the displacer is reported as a function of the thickness of the displacer's clearance. In the same figure, our results are compared to the results computed using Urieli's model [10] and Huang model [15].



In this case, it seems that the compressibility effect of the gas is negligible because Urieli's model and Huang's model give almost the same results. The difference between our results and those computed using Urieli's and Huang's models can be explained, once again, by the unsteadiness of our model which introduces a phase delay between the fluid velocity in the clearance and the pressure gradient and the piston's speed.

In fig. 11, enthalpy losses are given as a percentage of the engine's power for different clearance thicknesses and rotational speeds. The same figure shows that the lost enthalpy through the displacer's clearance is more important for high engine speeds. Actually, raising the engine speed has two opposite effects:

- the velocity of the working gas passing through the regenerator and the exchangers rises and hence the pressure drop increases. Pressure difference between compression and expansion spaces becomes then higher and so the pressure gradient in the gap.
- the velocity of the displacer rises which increases gas driving by shear stresses in the opposite direction as noticed before.

The fact that, globally, the lost enthalpy magnitude increases as the rotational speed of the engine increases demonstrates that the increase of the pressure gradient effect has more effect than the increase of the displacer's speed.

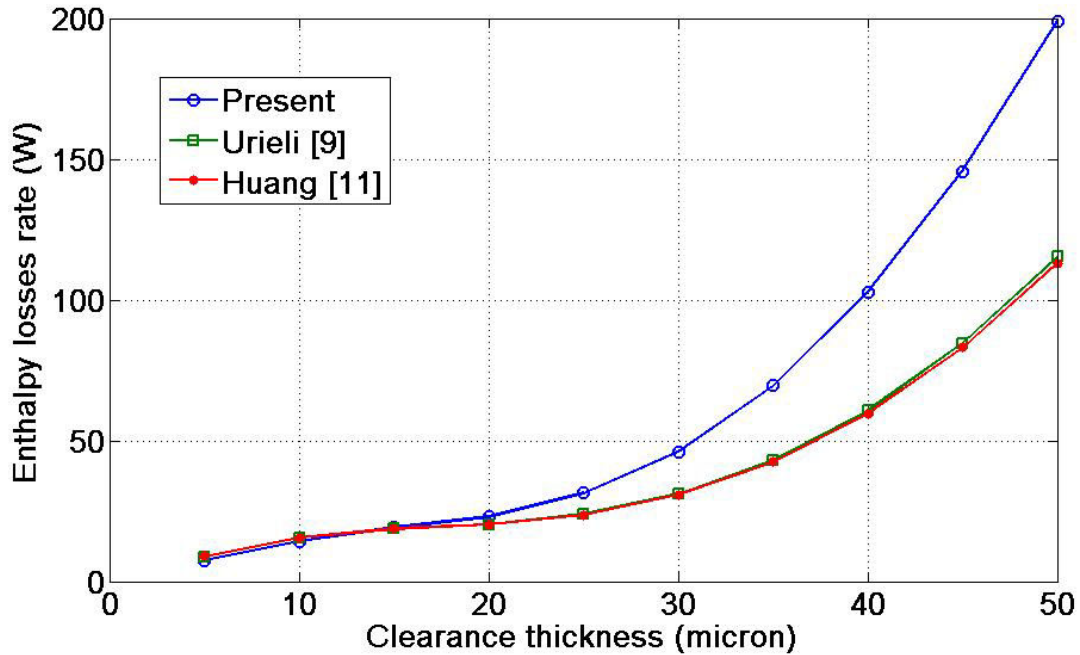


Figure 10: Enthalpy losses rate magnitude depending on the thickness of the displacer's clearance



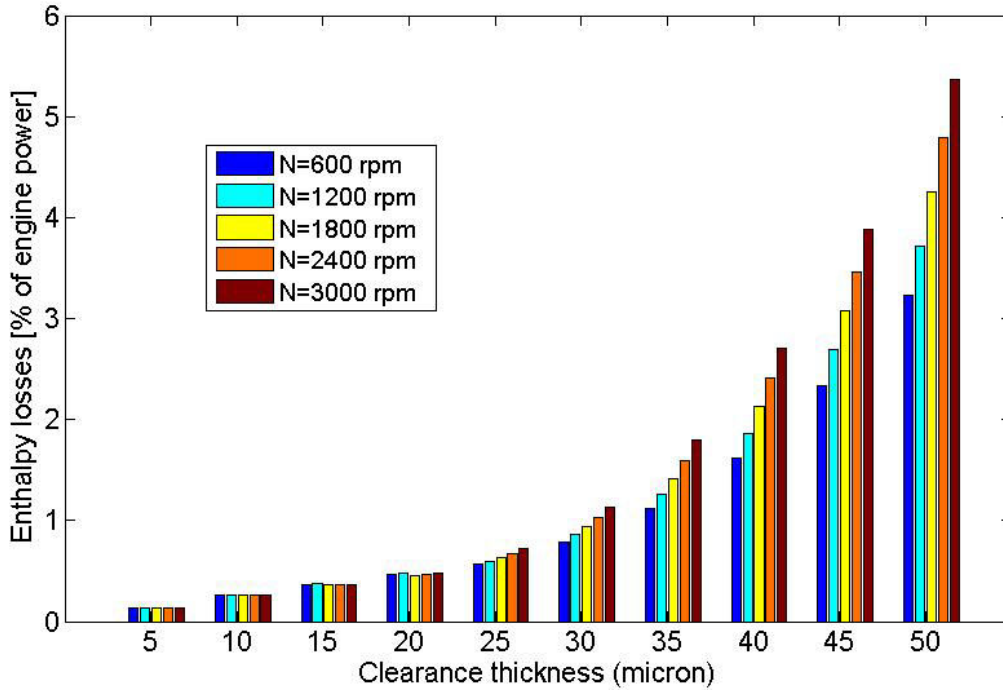


Figure 11: Percentage of the enthalpy loss rate depending on the thickness of the displacer's clearance and engine speed

## 5. Conclusion

An analytical model is developed in order to evaluate mass leakage through the clearances of the displacer and the power piston. Enthalpy losses are then investigated at these two locations and it is concluded that the wider the gap is the greater the enthalpy losses caused by gas leakage are. On the other hand, mechanical friction rises when we decrease the clearance thickness. Obviously, there is an optimal thickness to find and friction should be considered in this purpose.

This study showed also that our model is more suitable to evaluate leakage losses through the displacer clearance and that for the power piston a model taking the compressibility of the gas into account would be better.

Finally, energetic analysis is chosen in this paper to evaluate enthalpy losses and exergetic analysis could be done to have a more complete evaluation of the available work destruction by the leakage losses in Stirling engines.

## References

- [1] G. Walker, Stirling engines, New York : Oxford University Press, 1980.
- [2] M. Rokni, Biomass gasification integrated with a solid oxide fuel cell and Stirling engine, Energy (In press).

- [3] M. H. Ahmadi, H. Sayyaadi, S. Dehghani, H. Hosseinzade, Designing a solar powered Stirling heat engine based on multiple criteria: Maximized thermal efficiency and power, *Energy Conversion and Management* 75 (0) (2013) 282 – 291.
- [4] T. Li, D. Tang, Z. Li, J. Du, T. Zhou, Y. Jia, Development and test of a Stirling engine driven by waste gases for the micro-chp system, *Applied Thermal Engineering* 33 - 34 (0) (2012) 119 – 123.
- [5] F. Velez, J. J. Segovia, M. C. Martín, G. Antolín, F. Chejne, A. Quijano, A technical, economical and market review of organic rankine cycles for the conversion of low-grade heat for power generation, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16 (6) (2012) 4175 – 4189.
- [6] C.-H. Cheng, Y.-J. Yu, Numerical model for predicting thermodynamic cycle and thermal efficiency of a beta-type Stirling engine with rhombic-drive mechanism, *Renewable Energy* 35 (11) (2010) 2590 – 2601.
- [7] I. Tlili, Finite time thermodynamic evaluation of endoreversible Stirling heat engine at maximum power conditions, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16 (4) (2012) 2234 – 2241.
- [8] S. K. Andersen, H. Carlsen, P. G. Thomsen, Numerical study on optimal Stirling engine regenerator matrix designs taking into account the effects of matrix temperature oscillations, *Energy Conversion and Management* 47 (7 - 8) (2006) 894 – 908.
- [9] F. Formosa, G. Despesse, Analytical model for stirling cycle machine design, *Energy Conversion and Management* 51 (10) (2010) 1855 – 1863.
- [10] I. Urieli, D.M.Berchowitz, *Stirling cycle engine analysis*, Bristol : Hilger, 1983.
- [11] K. Hirata, et al., Performance evaluation for a 100 w Stirling engine, in: *Proceedings of 8th International Stirling Engine Conference*, 1997, pp. 19 – 28.
- [12] J. Bert, D. Chrenko, T. Sophy, L. L. Moyne, F. Sirot, Zero dimensional finite-time thermodynamic, three zones numerical model of a generic stirling and its experimental validation, *Renewable Energy* 47 (0) (2012) 167 – 174.
- [13] J. Bert, D. Chrenko, T. Sophy, L. L. Moyne, F. Sirot, Simulation, experimental validation and kinematic optimization of a stirling engine using air and helium, *Energy* 78 (0) (2014) 701 – 712.
- [14] K. T. Yun, H. Cho, R. Luck, P. J. Mago, Modeling of reciprocating internal combustion engines for power generation and heat recovery, *Applied Energy* 102 (0) (2013) 327 – 335, special Issue on Advances in sustainable biofuel production and use - {XIX} International Symposium on Alcohol Fuels - {ISAF}.
- [15] Y. Huang, Leakage calculation through clearances, in: *Proceedings of Int. Compressor Engineering Conference*, no. 953, 1994.

- [16] J. Xiao, Thermoacoustic heat transportation and energy transformation part 1: Formulation of the problem, *Cryogenics* 35 (1) (1995) 15 – 19.
- [17] S. Uchida, The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* 7-5 (1956) 403 – 422.
- [18] L. Thieme, J. R.C. Tew, Baseline performance of the GPU-3 Stirling engine (1978).
- [19] Y. Timoumi, I. Tlili, S. B. Nasrallah, Design and performance optimization of gpu-3 Stirling engines, *Energy* 33 (7) (2008) 1100 – 1114.
- [20] S. Ghoshal, A. Ghoshal, S. C. Roy, generalized method of solution of unsteady incompressible boundary layer theory, *Pure and Applied Geophysics* 93 (1) (1972) 73 – 90.
- [21] V. Kotsubo, G. Swift, Thermoacoustic analysis of displacer gap loss in a low temperature stirling cooler, in: *AIP Conference Proceedings*, Vol. 823, 2006.
- [22] J. Pfeiffer, H.-D. Kuehl, A review of models for appendix gap, in: *11th annual international energy conversion engineering conference: (IECEC 2013)*, July 15 - 17, 2013.

## Nomenclature

$\dot{m}$	mass flow rate, $kg.s^{-1}$
$\Im$	Imaginary part of a complex number
$\Re$	Real part of a complex number
$c_p$	specific heat at constant pressure, $J.kg^{-1}.K^{-1}$
$H$	enthalpy, $J$
$i$	Square root of -1
$L$	length, $m$
$N$	rotation speed, $rpm$
$P$	pressure, $Pa$
$R$	Radius, $m$
$R$	perfect gas spec. const., $J.kg^{-1}.K^{-1}$
$r$	radial coordinate, $m$
$Re$	Reynolds number,
$T$	temperature, $K$

$t$  time,  $s$   
 $u$  velocity,  $m.s^{-1}$   
 $z$  axial coordinate,  $m$

### **Greek letters**

$\lambda$  thermal conductivity,  $WK^{-1}m^{-1}$   
 $\mu$  dynamic viscosity,  $kg.m^{-1}.s^{-1}$   
 $\nu$  kinematic viscosity,  $m^2.s^{-1}$   
 $\omega$  angular speed,  $rad.s^{-1}$   
 $\Phi$  crank angle,  $^\circ$   
 $\rho$  density,  $kg.m^{-3}$   
 $\tau$  period,  $s$

### **Subscripts**

$0$  time-average  
 $B$  bounce space  
 $C$  compression space  
 $c$  cylinder  
 $d$  displacer  
 $E$  expansion space  
 $l$  leakage  
 $n$   $n^{th}$  order of Fourier series  
 $p$  piston  
 $z$  axial gradient

### **Superscripts**

$*$  complex number  
 $\sim$  amplitude

# **C** Article : Pertes au niveau du jeu du déplaceur

# Displacer gap losses in beta and gamma Stirling engines

M.T. Mabrouk<sup>a,\*</sup>, A. Kheiri<sup>a</sup>, M. Feidt<sup>a</sup>

<sup>a</sup>Lorraine University, Laboratory of Energetics and Theoretical and Applied Mechanics, 2 av. de la Forêt de Haye, BP 160 54504 Vandoeuvre Cedex, France

---

## Abstract

An analytical model has been developed to evaluate "displacer gap losses" in the clearance between the displacer and the cylinder in both  $\beta$  and  $\gamma$  configurations of Stirling engines. Displacer gap losses are the sum of the "shuttle heat transfer" and the "enthalpy pumping". The present model takes into account the pressure gradient in the gap, the gas compressibility and real gas effect. Gas velocity and temperature distributions in the displacer, in the gap and in the cylinder were determined by solving momentum and energy balances in a concentric tubes geometry. Our model is then introduced in a whole engine model and the effect of the clearance thickness and engine's speed on total displacer gap losses are investigated. Novel tendencies of the solution are observed and new ways for optimization are demonstrated.

*Keywords:* Stirling engine, Displacer gap losses, shuttle heat transfer, optimization.

---

## 1. Introduction

The Stirling engine has been invented since the 19<sup>th</sup> century but was unable to penetrate the energy and transport sector despite its flexibility and relatively high thermal efficiency. The use of this technology has been concentrated in cryogenics and spatial applications. However, with the present growth of concerns about energy saving and environmental issues, Stirling engines becomes more interesting than ever. It is the best solution to make micro-scale co-generation since the organic Rankine cycle (ORC) is relatively less efficient for a power level below 100  $kW_{el}$  [1]. Stirling cycle implies that a constant mass of working gas (usually air, helium or hydrogen) alternates between two temperature levels and passes through four thermodynamic processes: an isothermal compression, an isochoric heating, an isothermal expansion and finally an isochoric cooling [2]. In  $\beta$  and  $\gamma$  configurations of Stirling engines (figure 1) this reciprocating motion is assured by a displacer. To avoid frictional losses and excessive wear, clearance seals are generally used instead of ring seals. The inconvenience of this solution is that a gas leakage occurs from the compression to the expansion chamber or back depending on the displacer's direction of motion and the pressure difference between these spaces. This leakage causes an enthalpy pumping through the displacer's clearance [3]. Besides, a temperature gradient exists along the cylinder wall. Thus, the displacer is moving

---

\*Corresponding author

*Email address:* mohamed-tahar.mabrouk@univ-lorraine.fr; mohamed.mabrouk@gmx.fr (M.T. Mabrouk)

between a hot and a cold region and causes heat transfer with its motion. It takes some heat from the hot region of the cylinder and rejects it in the cold region. This amount of lost heat is called "shuttle heat transfer". The sum of enthalpy pumping and shuttle heat transfer loss are known in the literature as "Dispalcer gap losses" [3].

Urieli [4], used a steady state model (steady displacer velocity and axial pressure gradient) to calculate the leakage mass flow through the displacer's clearance. Urieli's formula was used for several years. Rios [5] developed an approximate solution by linearization and application of Fourier series to calculate the shuttle heat transfer. Later, Baik and Chang [6] developed an analytic solution for shuttle heat transfer by considering only conduction in both cylinder and displacer and by neglecting the effect of the gap flow between them. This effect was introduced later by Chang et al. [7]. But, they considered a simple geometry (parallel plates) and assumed that the gas flow in the gap is only due to the displace motion without any effect of the pressure gradient in the gap. Finally, Kotsubo and Swift [8] applied the thermoacoustic theory to study enthalpy pumping and shuttle heat transfer. They considered a parallel plates geometry and supposed that the leakage flow is *a priori* known.

Some numerical studies exist also like the 1D study proposed by Andersen [9] and the work of Huang and Berggren [10]. These studies have been conducted for specific engines and used a convective heat transfer coefficient calculated from correlations. Besides, numeric studies are greedy in terms of computing time and then can not be used in whole engine optimization approaches.

In the present study, efforts are put in modeling analytically displacer gap losses by solving momentum and energy equations in the annular gap between the cylinder and the displacer. Unlike Baik [6] and Chang [7], flow and pressure gradient in the gap are taken into account here and that affects considerably solutions and new phenomena are observed. Introducing our model in a whole engine model, we demonstrate the existence of an optimal clearance thickness and an optimal engine speed that minimizes displacer gap losses.

## 2. Problem formulation

### 2.1. Problem description

As shown in figure 1, The displacer separates the compression and the expansion spaces. The pressure difference between these spaces is caused by the friction of the gas flowing through the heat exchangers and the regenerator. The problem is modeled in this work as a pulsating flow in the annular gap between two concentric tubes: the displacer and the cylinder. The displacer is moving periodically relative to the cylinder. In figure 2, two types of coordinate systems are used: a stationnary system  $(z, r)$  for the cylinder and the gap fluid and a moving system  $(z_d, r_d)$  for the displacer. These coordinate systems are related by the displacer's motion:

$$r_d = r \tag{1a}$$

$$z_d = z - x_d(t) \tag{1b}$$

Where  $x_d(t)$  is the axial coordinate of the origin of the moving coordinate system in the stationnary one. It represents also the position of the displacer relative to the cylinder.

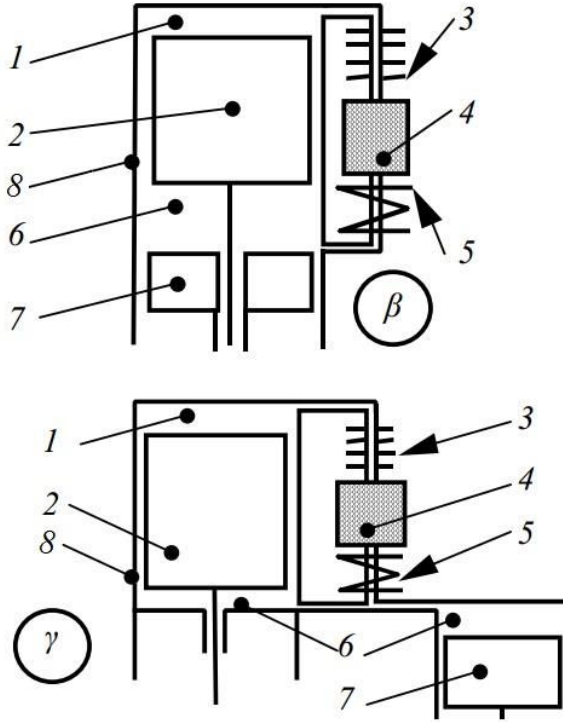


Figure 1:  $\beta$  and  $\gamma$  configurations of the Stirling engine:  
 1- expansion chamber; 2- displacer; 3- heater; 4- regenerator;  
 5- cooler; 6- compression chamber; 7- power piston; 8- cylinder

## 2.2. Assumptions

As said previously, we keep some assumptions from previous works [6; 7; 8]. These are:

1. The fluid flow is laminar and fully developed.
2. The thickness of the cylinder or the displacer is greater than the thermal penetration depth.
3. Radiation heat transfer is neglected.
4. Axial temperature gradients in the displacer, in the cylinder and in the gap are constant and equal to each other. This gradient is approximated by  $\Gamma = \frac{T_H - T_L}{L_d}$ .

However,

- Contrary to Baik [6] and Chang [7], the gas is not assumed incompressible and pressure gradient effect in the gap is taken into account but pressure variations in compression and expansion spaces are considered small compared to their mean value. This is generally the case for Stirling engines to avoid Hysteresis losses.
- contrary to Kotsubo [8] the leakage flow rate is not considered known.
- contrary to all of them we choose to use cylindrical coordinates instead of parallel plates geometrie.



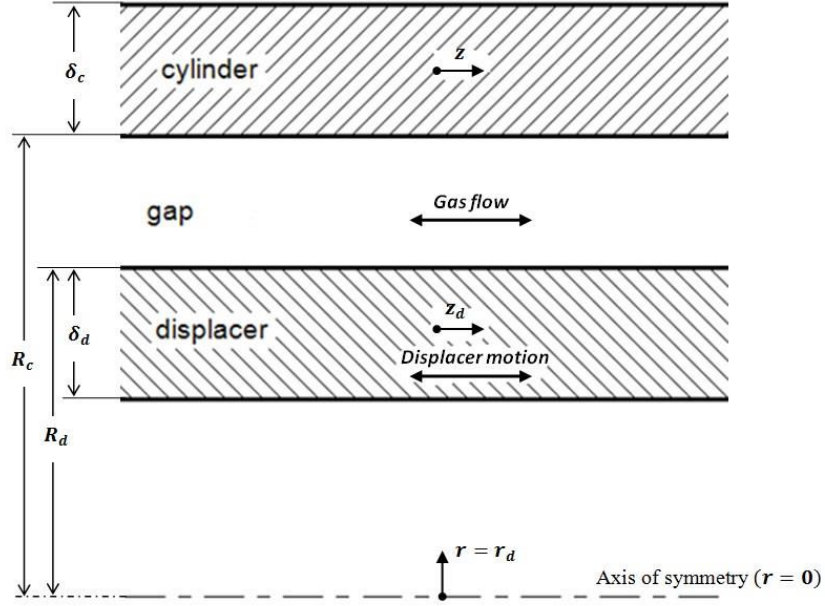


Figure 2: Problem's geometry and coordinate systems used

- contrary to all of them, we don't use a first order approximation to model fluctuations and this allows us to introduce our model into a realistic engine model.

In a Stirling engine gas velocity and displacer velocity are fluctuating with zero mean value.  $x_d(t)$  has also a zero mean value in our coordinate system (figure 2). However, gas pressure and different temperatures are composed of a time averaged and time-dependent parts. Respectively to previous assumptions, we have:

- In the fluid gap

$$p(z, t) = p_0(z) + \tilde{p}(z, t) \quad (2a)$$

$$u(z, r, t) = \tilde{u}(z, r, t) \quad (2b)$$

$$T_f(z, r, t) = T_{ref} - \Gamma z + \tilde{T}_f(r, t) \quad (2c)$$

- In the displacer

$$u_d(t) = \tilde{u}_d(t) \quad (3a)$$

$$x_d(t) = \tilde{x}_d(t) \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} T_d(z_d, r_d, t) &= T_{ref} - \Gamma z_d + \tilde{T}_d(r_d, t) \\ &= T_{ref} - \Gamma z + \Gamma \tilde{x}_d(t) + \tilde{T}_d(r, t) \end{aligned} \quad (3c)$$

- In the cylinder

$$T_c(z, r, t) = T_{ref} - \Gamma z + \tilde{T}_c(r, t) \quad (4)$$

Where  $T_{ref}$  is a reference temperature, which is simply selected as the cylinder temperature at a location with  $z = 0$ .

### 2.3. Governing equations

According to previous assumptions, momentum and energy equations for the flow in the gap are given in the literature [11]:

$$\frac{\partial \tilde{u}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_{f0}} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial z} + \nu_{f0} \left( \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{u}}{\partial r} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial t} + \frac{\partial T_{f0}}{\partial z} \tilde{u} - \frac{T_{f0} \beta_0}{\rho_{f0} C_{p f0}} \frac{\partial p}{\partial t} = \alpha_{f0} \left( \frac{\partial^2 \tilde{T}_f}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{T}_f}{\partial r} \right) \quad (6)$$

In order to take into account heat conduction in the cylinder and in the displacer, we write governing equations in these parts:

$$\frac{\partial T_c}{\partial t} = \alpha_{c0} \left( \frac{\partial^2 T_c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_c}{\partial r} \right) \quad (7a)$$

$$\frac{\partial T_d}{\partial t} = \alpha_{d0} \left( \frac{\partial^2 T_d}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_d}{\partial r} \right) \quad (7b)$$

### 2.4. Boundary conditions

We use non-slip boundary conditions for gas velocity:

$$u(R_d, t) = u_d(t) \quad (8a)$$

$$u(R_c, t) = 0 \quad (8b)$$

According to assumption 3, the cylinder and the displacer can be considered as semi-infinite walls. Thus, temperatures at  $r = R_d - \delta_d$  and  $r = R_c + \delta_c$  are steady and not affected by the perturbation caused by the fluid flow. Temperatures at these radius are linear:

$$T_c(z, R_c + \delta_c, t) = T_{ref} - \Gamma z \quad (9a)$$

$$T_d(z_d, R_d - \delta_d, t) = T_{ref} - \Gamma z_d \quad (9b)$$

Eqs. (9a) and (9b) allow us to write boundary conditions at  $r = R_d - \delta_d$  and  $r = R_c + \delta_c$ :

$$\tilde{T}_c(R_d + \delta_c, t) = 0 \quad (10a)$$

$$\tilde{T}_d(R_c - \delta_d, t) = 0 \quad (10b)$$

Finally, we have a temperature and heat flux continuity conditions at  $r = R_c$  and  $r = R_d$ :

$$T_c(z, R_c, t) = T_f(z, R_c, t) \quad (11a)$$

$$T_d(z, R_d, t) = T_f(z, R_d, t) \quad (11b)$$

$$\lambda_{d0} \frac{\partial T_d(z, R_d)}{\partial r} = \lambda_{f0} \frac{\partial T_f(z, R_d)}{\partial r} \quad (11c)$$

$$\lambda_{f0} \frac{\partial T_f(z, R_c)}{\partial r} = \lambda_{c0} \frac{\partial T_c(z, R_c)}{\partial r} \quad (11d)$$

### 3. Analytic solutions for governing equations

In order to solve governing equations in a general case we use Fourier series. In fact, all variables of the problem are periodic and can be expressed as Fourier series [12]. When taking complex notation, we can write:

$$p^*(z, t) = p_0(z) + \sum_{n=1}^{\infty} p_n^*(z) e^{i\omega t} \quad (12a)$$

$$u^*(z, r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n^*(z, r) e^{i\omega t} \quad (12b)$$

$$u_d^* = \sum_{n=1}^{\infty} u_{dn}^* e^{i\omega t} \quad (12c)$$

$$x_d^* = \sum_{n=1}^{\infty} x_{dn}^* e^{i\omega t} \quad (12d)$$

$$T_f^*(z, r, t) = T_{f0}(z) + \sum_{n=1}^{\infty} T_{fn}^*(r) e^{i\omega t} \quad (12e)$$

$$T_c^*(z, r, t) = T_{c0}(z) + \sum_{n=1}^{\infty} T_{cn}^*(r) e^{i\omega t} \quad (12f)$$

$$T_d^*(z, r, t) = T_{d0}(z) + \sum_{n=1}^{\infty} T_{dn}^*(r) e^{i\omega t} \quad (12g)$$

#### 3.1. Velocity distribution of the gap fluid

By reformulating eq. (5) in complex notation and regrouping terms of the same order. We have for the  $n^{th}$  order:

$$\frac{\partial^2 u_n^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_n^*}{\partial r} - \frac{i n \omega}{\nu_{f0}} u_n^* = \frac{1}{\rho_{f0} \nu_{f0}} \frac{\partial p_n^*}{\partial z} \quad (13)$$

Equation (13) is a modified Bessel equation. Then, it can be solved analytically. Its solution is [13]:

$$u_n^* = -\frac{1}{i \rho_{f0} n \omega} \frac{\partial p_n^*}{\partial z} + C_n I_0(\epsilon_n r) + D_n J_0(\epsilon_n r) \quad (14)$$

Where  $I_0$  et  $J_0$  are respectively modified Bessel functions of the first and second species and  $\epsilon_n = \sqrt{\frac{i n \omega}{\nu_{f0}}}$ .

Constants  $C_n$  and  $D_n$  are determined using non-slip boundary conditions:

$$u_n^*(R_d, t) = u_{dn}^* \quad (15a)$$

$$u_n^*(R_c, t) = 0 \quad (15b)$$

Expressions of these constants are:

$$C_n = \frac{\frac{1}{i\rho_{f0}n\omega} \frac{\partial p_n^*}{\partial z} [J_0(\epsilon_n R_c) - J_0(\epsilon_n R_d)] + u_{d,n}^* J_0(\epsilon_n R_c)}{I_0(\epsilon_n R_d) J_0(\epsilon_n R_c) - J_0(\epsilon_n R_d) I_0(\epsilon_n R_c)} \quad (16a)$$

$$D_n = \frac{\frac{1}{i\rho_{f0}n\omega} \frac{\partial p_n^*}{\partial z} [I_0(\epsilon_n R_d) - I_0(\epsilon_n R_c)]}{I_0(\epsilon_n R_d) J_0(\epsilon_n R_c) - J_0(\epsilon_n R_d) I_0(\epsilon_n R_c)} \quad (16b)$$

$$+ \frac{u_{d,n}^*}{J_0(\epsilon_n R_d) - J_0(\epsilon_n R_c)}$$

$$\times \left[ 1 - \frac{J_0(\epsilon_n R_c) [I_0(\epsilon_n R_d) - I_0(\epsilon_n R_c)]}{I_0(\epsilon_n R_d) J_0(\epsilon_n R_c) - J_0(\epsilon_n R_d) I_0(\epsilon_n R_c)} \right]$$

Both  $C_n$  and  $D_n$  have two parts: the first part is relative to pressure gradient fluctuations in the gap and the second is relative to the displacer's velocity. Gas velocity fluctuation is the consequence of these two causes. The real velocity is derived from the complex one using the following relation:

$$u(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Re(u_n^*) \cos(n\omega t) - \sum_{n=1}^{\infty} \Im(u_n^*) \sin(n\omega t) \quad (17)$$

### 3.2. Expression of leakage mass flow rate

Leakage mass flow can be calculated by integrating the product of the density and the velocity over the area of the gap. In complex notation, it comes:

$$\dot{m}_l^*(t) = 2\pi\rho_{f0} \int_{R_d}^{R_c} u^*(r, t) r dr \quad (18)$$

We give an analytical expression of this complex mass flow rate:

$$\dot{m}_{ln}^* = -\frac{\pi \frac{\partial p_n^*}{\partial z}}{i\omega} (R_c^2 - R_d^2)$$

$$+ \frac{2\pi\rho_{f0} C_n}{\epsilon_n} [R_c I_1(\epsilon_n R_c) - R_d I_1(\epsilon_n R_d)]$$

$$- \frac{2\pi\rho_{f0} D_n}{\epsilon_n} [R_c J_1(\epsilon_n R_c) - R_p J_1(\epsilon_n R_d)] \quad (19)$$

The real leakage mass flow rate is then given by the following expression:

$$\dot{m}_l(t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Re(\dot{m}_{ln}^*) \cos(n\omega t) - \sum_{n=1}^{\infty} \Im(\dot{m}_{ln}^*) \sin(n\omega t) \quad (20)$$

### 3.3. Temperature distribution

By reformulating eqs. (6), (7a) and (7b) in complex notations and regrouping terms of the same order  $n$ , we obtain:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_{fn}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{fn}^*}{\partial r} - \epsilon_n^2 Pr T_{fn}^* &= \frac{-i}{n\omega} \frac{\partial T_{f0}}{\partial z} \epsilon_n^2 Pr u_n^* \\ - \epsilon_n^2 Pr \frac{T_{f0} \beta_0}{\rho_{f0} C_{pf0}} p_n^* & \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\frac{\partial^2 T_{dn}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{dn}^*}{\partial r} - \epsilon_n^2 Pr \sigma_d T_{dn}^* = 0 \quad (21b)$$

$$\frac{\partial^2 T_{cn}^*}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{cn}^*}{\partial r} - \epsilon_n^2 Pr \sigma_c T_{cn}^* = 0 \quad (21c)$$

where  $Pr$  is the gas Prandtl number,  $\sigma_c = \frac{\alpha_{f0}}{\alpha_{c0}}$  and  $\sigma_d = \frac{\alpha_{f0}}{\alpha_{d0}}$ . Solutions of eqs. (21a), (21b) and (21c) are:

$$\begin{aligned} T_{fn}^* &= -\frac{\Gamma \frac{\partial p_n^*}{\partial z}}{\rho_{f0} (n\omega)^2} + i \frac{Pr}{Pr-1} \frac{\Gamma C_n}{n\omega} I_0(\epsilon_n r) \\ &+ i \frac{Pr}{Pr-1} \frac{\Gamma D_n}{n\omega} J_0(\epsilon_n r) + E_n I_0(\epsilon_n \sqrt{Pr} r) \\ &+ F_n J_0(\epsilon_n \sqrt{Pr} r) + \frac{T_{f0} \beta_0 p_n^*}{\rho_{f0} C_{pf0}} \end{aligned} \quad (22a)$$

$$T_{dn}^* = K_n I_0(\epsilon_n \sqrt{Pr \sigma_d} r) + L_n J_0(\epsilon_n \sqrt{Pr \sigma_d} r) \quad (22b)$$

$$T_{cn}^* = G_n I_0(\epsilon_n \sqrt{Pr \sigma_c} r) + H_n J_0(\epsilon_n \sqrt{Pr \sigma_c} r) \quad (22c)$$

where  $E_n$ ,  $F_n$ ,  $G_n$ ,  $H_n$ ,  $K_n$ , and  $L_n$  are integration constants which can be calculated using boundary conditions given by equations (9a) and (9b-11d). Writing these equations using Fourier series we have a system of equations for each order  $n$ :

$$T_{dn}^*(R_d - \delta_d) = 0 \quad (23a)$$

$$\frac{\partial T_{dn}^*(R_d)}{\partial r} = \frac{\lambda_{f0}}{\lambda_{d0}} \frac{\partial T_{fn}^*(R_d)}{\partial r} \quad (23b)$$

$$T_{dn}^*(R_d) + \Gamma x_{dn}^* = T_{fn}^*(R_d) \quad (23c)$$

$$\frac{\partial T_{cn}^*(R_c)}{\partial r} = \frac{\lambda_{f0}}{\lambda_{c0}} \frac{\partial T_{fn}^*(R_c)}{\partial r} \quad (23d)$$

$$T_{cn}^*(R_c) = T_{fn}^*(R_c) \quad (23e)$$

$$T_{cn}^*(R_c + \delta_c) = 0 \quad (23f)$$

This equations system is linear and can be solved by hand, but solutions obtained are lengthy. Thus, we choose to solve it numerically.

### 3.4. Calculating displacer gap losses

At an arbitrary axial position  $z$ , the instantaneous local enthalpy flow rate from the high to the low temperature side in the gap and the displacer are given by [8]:

- In the gap

$$\dot{H}_g(t) = 2\pi \int_{R_d}^{R_c} \left( \rho_{f0} C_{pf0} T_f u + (1 - T_{f0} \beta_0) p u \right) r dr \quad (24)$$

- In the displacer

$$\dot{H}_d(t) = 2\pi \int_{R_d - \delta_d}^{R_d} (\rho_{d0} C_{pd0} T_d u_d) r dr \quad (25)$$

Notice that real gas effects are taken into account by the term  $(1 - T_{f0} \beta_0) p u$  which is null for ideal gas.

Displacer gap losses are the sum of "enthalpy pumping" through the displacer's clearance and "shuttle heat transfer". "The enthalpy pumping" is defined as the cycle averaged net enthalpy flow rate from the high to the low temperature side in the fluid gap. The "shuttle heat transfer" is defined as the cycle averaged net enthalpy flow rate in the displacer. Then, displacer gap losses are given by [6; 7; 8]:

$$\dot{H}_l(t) = \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{H}_g(t) dt + \frac{\omega}{2\pi} \int_0^{2\pi} \dot{H}_d(t) dt \quad (26)$$

## 4. Case study

In order to calculate leakage losses in a real Stirling engine, the GPU-3 engine [14] is chosen as a case study. This  $\beta$  type Stirling engine was developed by "General Motors" in 1965. It is shown in Figure 3 and its specifications and operating conditions are gathered in Tables 1 and 2. Prior to evaluate its displacer gap losses, we have to develop a thermal model for the engine.

### 4.1. Thermal model of the engine

The simple analysis is used in order to model the engine. This analysis is a decoupled losses approach based on the ideal adiabatic model proposed by Urieli and Brechowitz [4]. Stirling engine is divided, as illustrated in the figure 4, on five compartments: an expansion space, a heater, a regenerator, a cooler and a compression space. There are four interfaces between them through which the working gas passes from a compartment to another. Governing equations of the adiabatic model are obtained by applying energy and mass balances and the equation of state on each compartment. The set of equations of the ideal adiabatic model are gathered in the Table 3. It contains non-linear differential equations to be integrated numerically. We use a classical fourth order Runge-Kutta method for the integration starting from an initial condition defined using the Schmidt analysis [2].

In the simple analysis, heat transfer, pressure drop and effectiveness of the regenerator are taken into account following the scheme presented in figure 5.

Input data for the simple analysis are geometric parameters and operating conditions. Instantaneous positions of the piston and the displacer are deduced from a cinematic study of the engine's drive [4]. Instantaneous position and velocity of the displacer are given in the Figure 6.

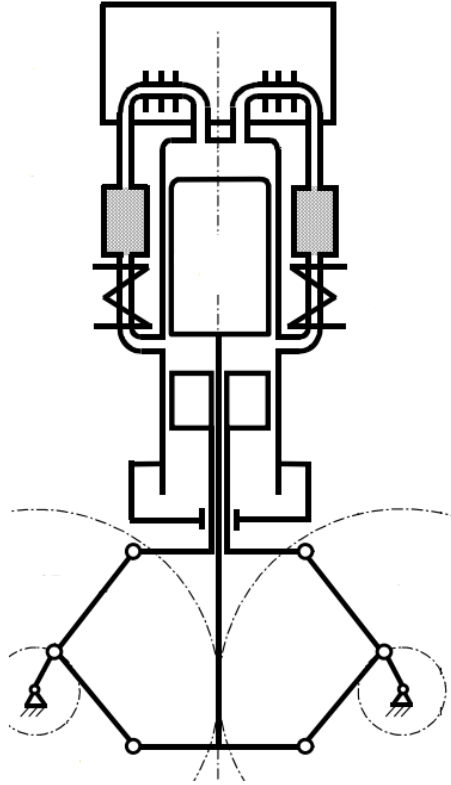


Figure 3: GPU-3 engine ( $\beta$  type with Rhombic mechanism)

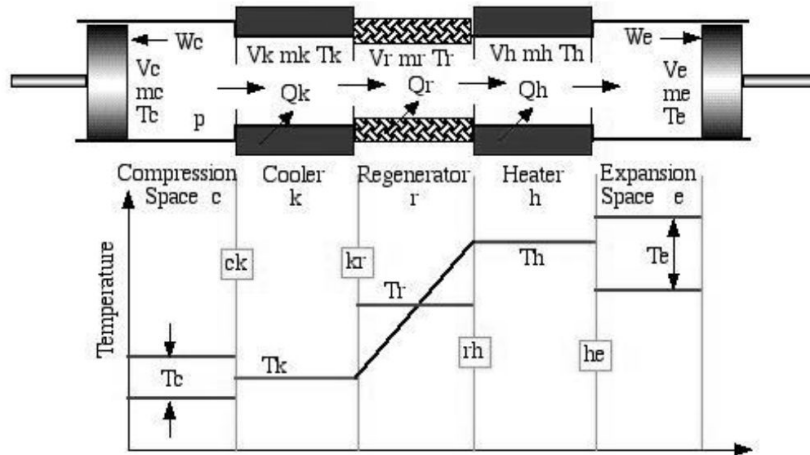


Figure 4: Schematic model for five compartments of the Stirling engine and temperature distribution in each compartment as in [4]

The pressure difference between the compression and expansion spaces is the sum of pressure drops in the heater, the regenerator and the cooler with respect to the direction of the flow

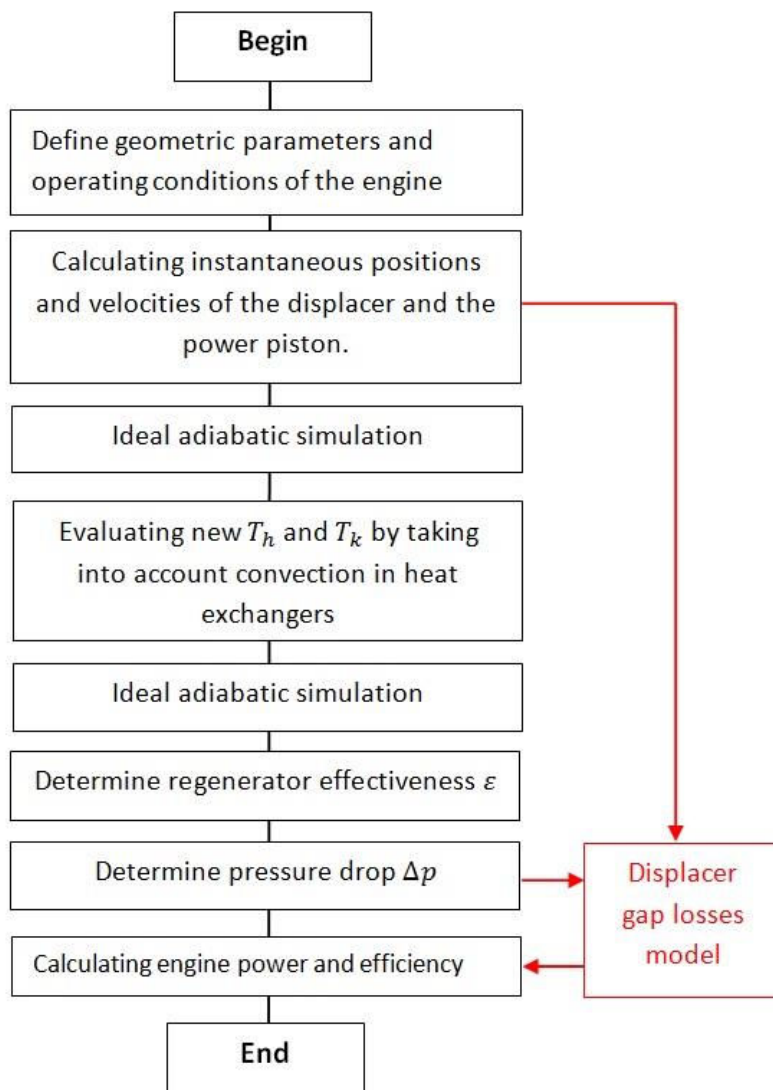


Figure 5: Chart flow of the simple analysis and introduction of the displacer gap losses model



Parameter	value
<b>Clearance volumes</b>	
Compression space	28.68 $cm^3$
Expansion space	30.52 $cm^3$
<b>Swept volumes</b>	
Compression space	113.14 $cm^3$
Expansion space	120.82 $cm^3$
<b>Heater</b>	
Tube number	40
Tube inside diameter	3.02 $mm$
Tube length	245.3 $mm$
Void volume	70.88 $cm^2$
<b>Cooler</b>	
Tube number/cylinder	312
Tube inside diameter	1.08 $mm$
Length of the tube	46.1 $mm$
Void volume	13.8 $cm^3$
<b>Regenerator</b>	
Diameter	22.6 $mm$
Length	22.6 $mm$
Wire diameter	40 $\mu m$
Porosity	0.697
Unit number/cylinder	8
Thermal conductivity	15 $W/mK$
Void volume	50.55 $cm^3$
<b>Displacer's length</b>	7.01 $cm$
<b>Cylinder's diameter</b>	6.96 $cm$

Table 1: Geometric parameters of the GPU-3 engine

Parameter	value
<b>Working gas</b>	Helium
<b>Frequency</b>	41.7 $Hz$
<b>Hot temperature</b>	977 $K$
<b>Cold temperature</b>	288 $K$
<b>Mean pressure</b>	4.13 $MPa$
<b>Experimental power</b>	3.9 $kW$

Table 2: Operating conditions of the considered engine

Eq.(27):

$$p_c(t) - p_e(t) = \sum_{i \in [h,r,k]} \text{sign}(u_i) \Delta p_i \quad (27)$$

Type	Equation
<b>Pressure</b>	$dp = \frac{-\gamma p(dV_c/T_{ck} + dV_e/T_{he})}{V_c/T_{ck} + \gamma(V_k/T_k + V_r/T_r + V_h/T_h + V_e/T_{he})}$
<b>Masses</b>	$m_k = \frac{pV_k}{RT_k}$ $m_r = \frac{pV_r}{RT_r}$ $m_h = \frac{pV_h}{RT_h}$ $m_e = M - (m_c + m_k + m_h + m_e)$
<b>Temperatures</b>	$T_c = \frac{pV_c}{Rm_c}$ $T_e = \frac{pV_e}{Rm_e}$
<b>Mass variations</b>	$dm_c = \frac{(pDV_c + V_c Dp/\gamma)}{RT_{ck}}$ $dm_k = \frac{m_k dp}{p}$ $dm_r = \frac{m_r dp}{p}$ $dm_h = \frac{m_h dp}{p}$
<b>Mass flow rates</b>	$\dot{m}_{ck} = -dm_c$ $\dot{m}_{kr} = \dot{m}_{ck} - dm_k$ $\dot{m}_{rh} = \dot{m}_{kr} - dm_r$ $\dot{m}_{he} = \dot{m}_{rh} - dm_e$
<b>Conditional temperatures</b>	$T_{ck} = T_c \text{ if } \dot{m}_{ck} > 0$ $T_{ck} = T_k \text{ if } \dot{m}_{ck} < 0$ $T_{he} = T_h \text{ if } \dot{m}_{he} > 0$ $T_{he} = T_e \text{ if } \dot{m}_{he} < 0$
<b>Energy</b>	$dW = p(dV_c + dV_e)$ $dQ_k = \frac{V_k dp c_v}{R - c_p(T_{ck}\dot{m}_{ck} - T_{kr}\dot{m}_{kr})}$ $dQ_r = \frac{V_r dp c_v}{R - c_p(T_{kr}\dot{m}_{kr} - T_{rh}\dot{m}_{rh})}$ $dQ_h = \frac{V_h dp c_v}{R - c_p(T_{rh}\dot{m}_{rh} - T_{he}\dot{m}_{he})}$

Table 3: Set of differential and algebraic equations for the ideal Adiabatic Stirling engine model

where  $i = h$  for the heater,  $i = k$  for the cooler and  $i = r$  for the regenerator.  $u_i$  is the gas velocity and  $\Delta p_i$  is the pressure drop calculated by:

$$\Delta p_i = \frac{f_i L_i \rho_i u_i^2}{2D_i} \quad (28)$$

$f_i$  is the friction factor,  $D_i$  is the hydraulic diameter,  $L_i$  is the length and  $\rho_i$  is the gas density.

For the hot and the cold heat exchangers, the friction factor is equal to  $64/Re$  in laminar regions and is calculated using a correlation given by Petukhov [15] in turbulent regions. For the regenerator, the friction factor is calculated using a correlation developed by Tanaka [16]:

- for the heater and the cooler:

$$f_i = 64/Re \quad \text{if } Re_i < 2300 \quad (29)$$

$$f_i = (0.79 \ln(Re_i) - 1.64)^{-2} \quad \text{if } Re_i > 2300 \quad (30)$$

$$(31)$$

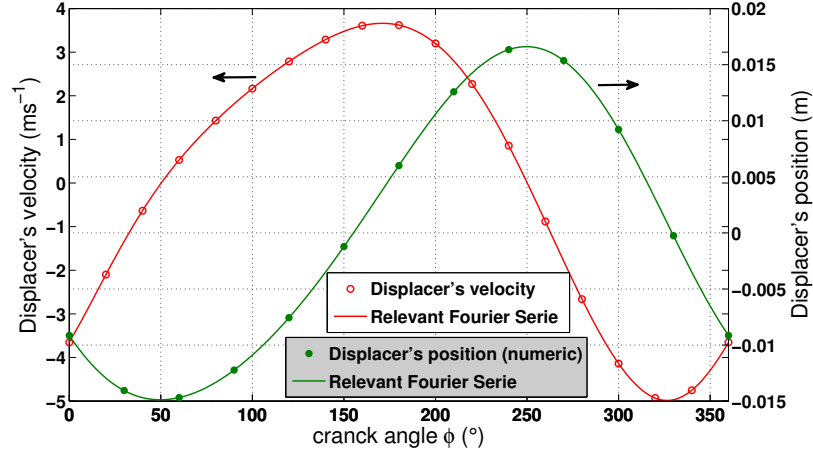


Figure 6: Position and velocity of the displacer

- for the regenerator:

$$f_r = \frac{175}{Re_{r,max}} + 1.6 \quad (32)$$

These pressure drops and total pressure drop ( $p_c(t) - p_e(t)$ ) are given in the Figure 7. where numerical data are fitted using third order Fourier series. Please notice here that the subscript c stands for "compression space".

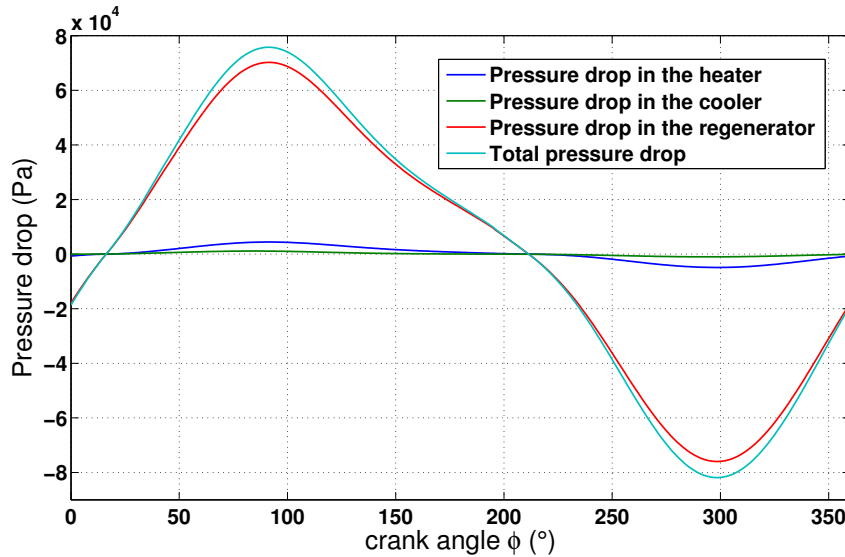


Figure 7: Pressure drops in the heater, the regenerator and the cooler and the total pressure drop  $p_c - p_e$

#### 4.2. Velocity and temperature distributions and displacer gap losses

We adopt arbitraly  $z = 0$  and we define the pressure's gradient at this location by a spatially averaged value:  $\partial p(t)/\partial z = (p_c(t) - p_e(t))/L_d$ . For the instantaneous pressure

we define it as the arithmetic average between pressures in the compression and expansion spaces  $p(t) = (p_c(t) + p_e(t))/2$ . This is possible without a great error because pressure's spacial variation in the gap is very small compared to its temporal variation.

The instantaneous velocity distribution in the gap between the displacer and the cylinder at this location is then calculated using eq.(17). In Figure 8, we show this distribution at different crank angles for a clearance thickness of 50 *microns*. Notice that it respects boundary conditions. Leakage mass flow rate is then calculated using equation (20) and shown in Figure 9 for two clearance thicknesses (50 and 80 *microns*).

After solving the system of equations constituted by eqs.(23a-23f) for each order, we can

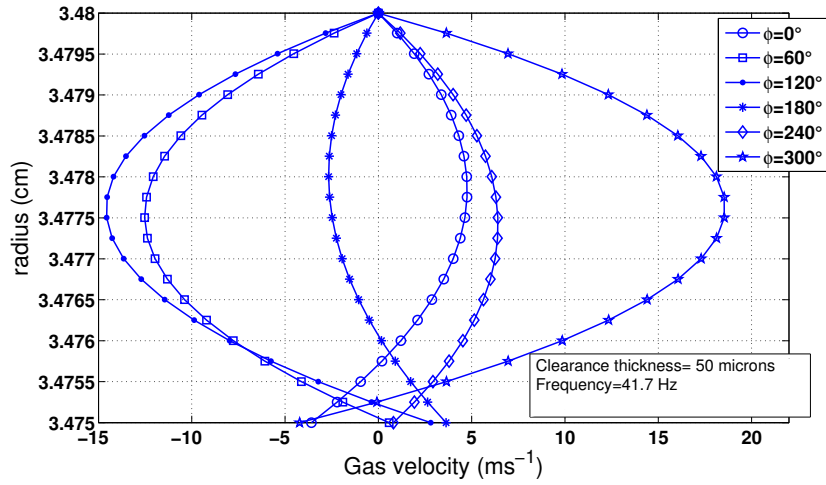


Figure 8: Gas velocity distribution at different crank angles

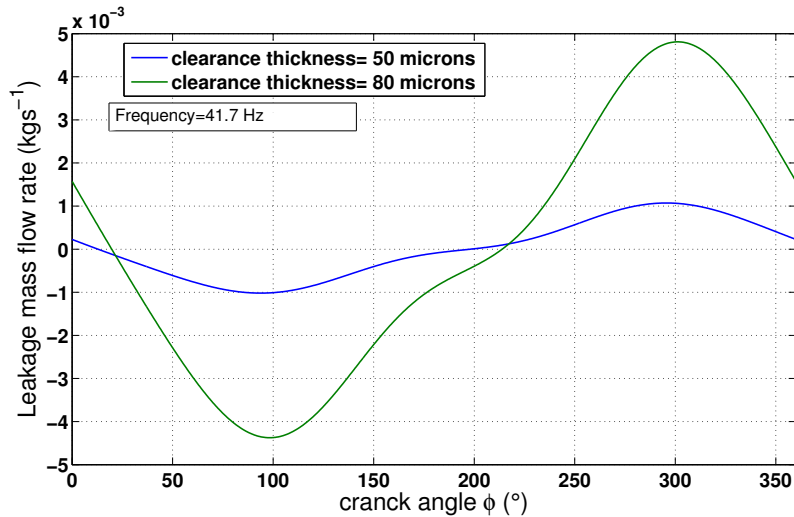


Figure 9: Leakage mass flow through the displacer's gap

give the temperature distributions in the displacer, in the fluid gap and in the cylinder. Gas temperature distribution in the gap is given in figure 10 for a clearance thickness of

80 *microns* and at different crank angles. In figure 11 we can find temperature distributions in the three regions (cylinder, displacer and fluid gap) at different crank angles and for two different clearance thicknesses (50 *microns* and 80 *microns*). One can notice in this figure that temperature continuity is respected.

Enthalpy flows in the gap and in the displacer at  $z = 0$  are calculated for a clearance

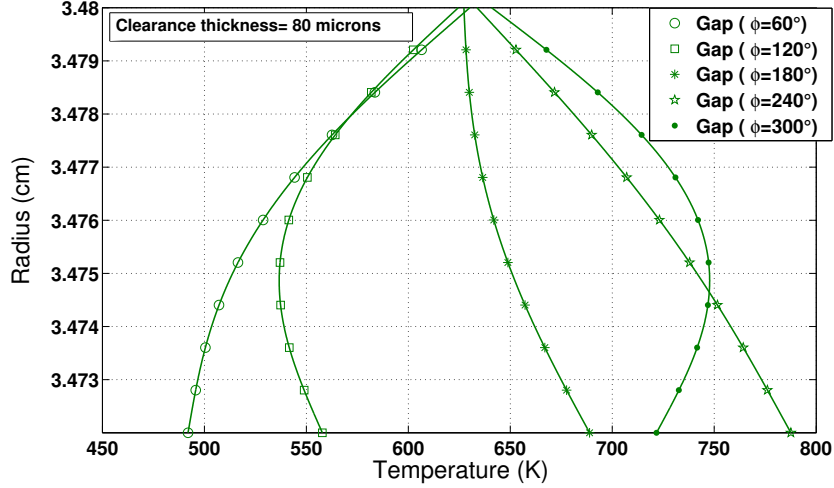


Figure 10: Radial distribution of gas temperature in the gap at  $z = 0$  and at different crank angles

thickness of 50 *microns* using eqs. (24) and (25). Figure 12 shows the enthalpy flow through the gap without real gas effect (the term  $\rho_0 C_{p0} T_f u$  only), the effect of real gas (the term  $(1 - T_{f0} \beta_0) p u$ ) and their sum which represents total enthalpy pumping through the gap. We note that for this particular case cycle averaged real gas effect represents around 17% of total cycle averaged enthalpy flow pumped through the clearance (31.1W/180.1W).

Figure 13 shows the enthalpy flow in the displacer at the same fixed axial coordinate  $z = 0$  and the cycle averaged value of this enthalpy flow is equal to 223W which give us total displacer gap losses of 404.5W.

#### 4.3. Effect of the clearance thickness

Enthalpy pumping and shuttle heat transfer was investigated by varying the clearance thickness and results are given in Figure 14. Shuttle heat transfer from our model was compared to analytical solutions given by Baik [6] and Chang [7]. We notice that for small clearance thicknesses where the effect of the enthalpy pumping is small, results from Baik's formula is very close to ours.

However, his results become different from ours when the clearance thickness increases. Our results show that shuttle heat transfer decreases more rapidly than predicted by both Baik and Chang and may even be negative. This is due to the effect of the leakage gas flow in the gap which was not taken into account by the former authors. In fact, the displacer exchanges heat with the fluid and returns back a part of the energy pumped through the gap. This makes sense since we notice that gas velocity is always opposite to displacer velocity (Figure 8) and this is due to the effect of the pressure gradient in the gap that we take into account. So, when clearance thickness rises, enthalpy pumping rises and shuttle heat transfer falls. The

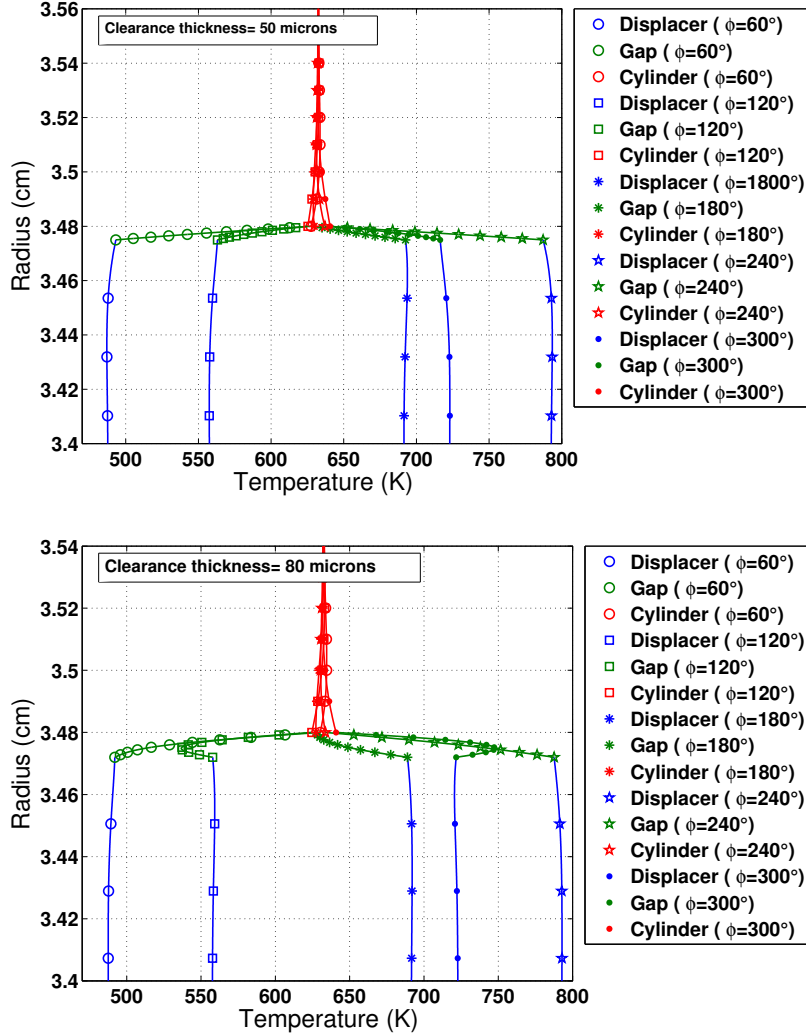


Figure 11: Radial distribution of the temperature in the displacer, in the gap and in the cylinder for  $z = 0$  and at different crank angles and for two clearance thicknesses

consequence of this opposite behavior is that total displacer gap losses present a minimum situated in the studied case between 50 and 70 *microns*.

#### 4.4. Effect of the engine's speed

It's known that the pressure drop in Stirling engines is more important at high speeds. So, one can expect that engine's speed affects the enthalpy pumping. This fact is confirmed by Figure 15 where we draw enthalpy pumping as a function of the frequency. Figure 15 shows that the enthalpy pumping rises as the frequency rises.

For the shuttle heat transfer, we notice that its behavior is notably different from Baik's and Chang's solutions which predicts that shuttle heat transfer increases slightly up to 15 Hz and is constant for higher frequencies. Our results (Figure 15) show that shuttle heat transfer decreases when frequency increases. This is due once again to the effect of the leakage flow in the gap which become more important at high speeds.

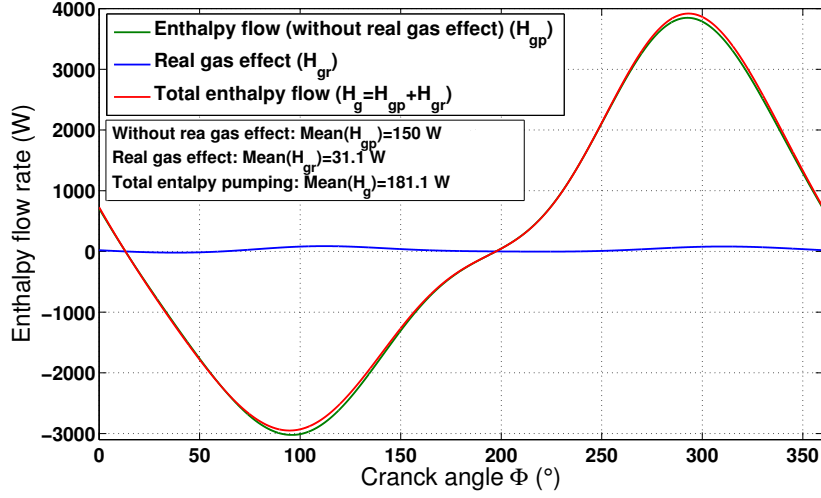


Figure 12: Enthalpy flow rate through the gap: Enthalpy without real gas effect, real gas effect and total enthalpy flow rate

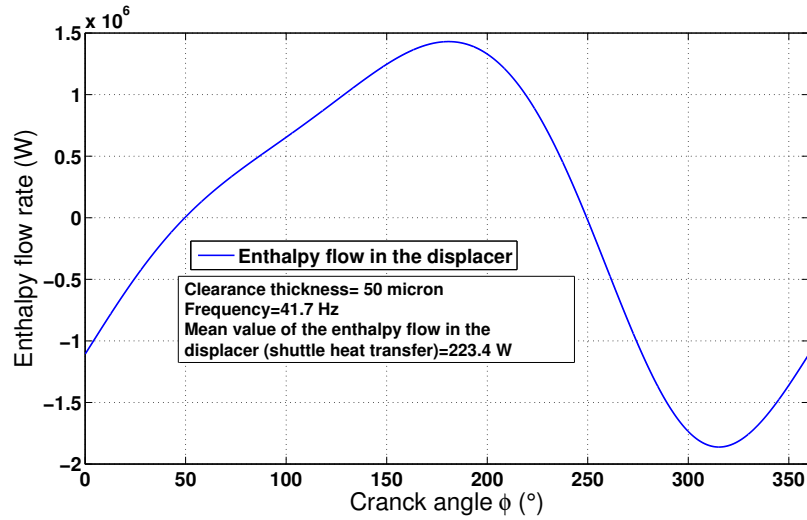


Figure 13: Enthalpy flow rate in the displacer at  $z = 0$  and its mean value (shuttle heat transfer)

Consequently, total displacer gap losses present a minimum situated in the studied case between 25 and 35  $Hz$ .

## 5. Conclusion

This study is devoted to "Displacer gap losses" in  $\beta$  and  $\gamma$  Stirling engines. "Displacer gap losses" are the sum of "enthalpy pumping" and the "shuttle heat transfer". Enthalpy pumping is due to the leakage flow between compression and expansion spaces. The shuttle heat transfer is due to the displacer motion between hot and cold regions.

In this work, we develop, in the first part a model for the pulsating fluid flow through the displacer clearance where we take into account the pressure difference between compression

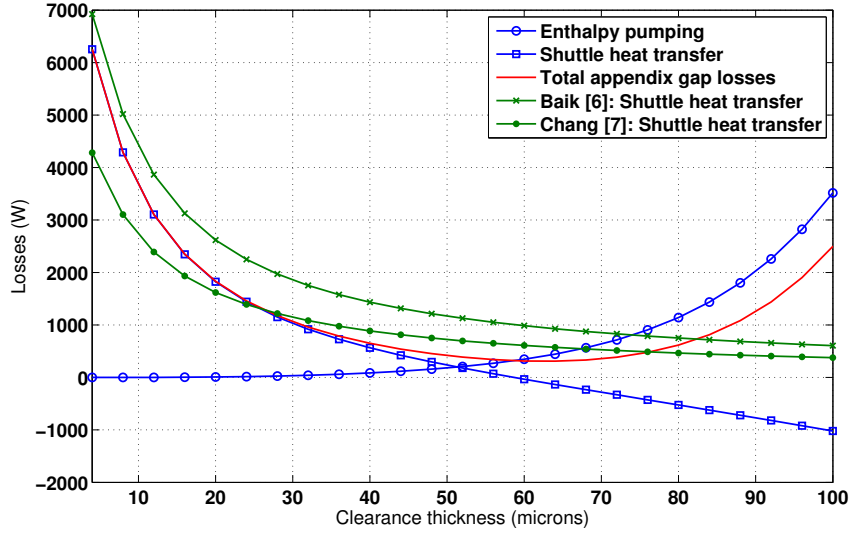


Figure 14: Effect of the clearance thickness on the shuttle heat transfer and the enthalpy pumping through the displacer's gap.

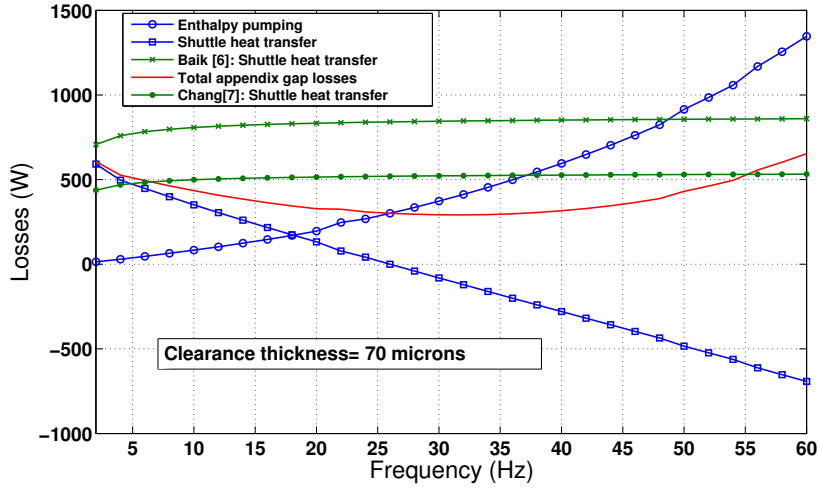


Figure 15: Variation of the enthalpy pumping, the shuttle heat transfer and the total displacer gap losses as a function of the frequency

and expansion spaces. Gas velocity and temperature distribution in the gap are derived from this analytical model. Conduction heat transfer equations in the cylinder and in the displacer are solved respect to heat and temperature continuity boundary conditions with the gas flowing in the gap.

In the second part, we introduce our model in a global Stirling engine model. GPU-3 is chosen as a study case. In respect of the crank angle, we give gas velocity and temperature distributions in the displacer, in the gap and in the cylinder. Then, we investigate the behavior of the gap losses by varying the clearance thickness and engine's frequency.

For clearance thickness, our results demonstrate that displacer gap losses show a minimum



value. For our study case, this minimum is located in the range between 50 and 70 *microns*. This is a new result compared to former studies.

For frequency, our results demonstrate that displacer gap losses show a minimum value. For our study case, this minimum is located in the range between 25 and 35 *Hz*. This is also a new result compared to existing studies.

## References

- [1] F. Vélez, J. Segovia, M. Martin, G. Antolin, F. Chejne, A. Quijano, economical and market review of organic rankine cycles for the conversion of low-grade heat for power generation, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 16 (6) (2012) 1364–0321.
- [2] G. Walker, *Stirling engines*, Oxford: Clarendon press, 1980.
- [3] P. Jens, K. Hans-Detlev, A review of models for appendix gap losses in stirling cycle machines, in: 11th International Energy Conversion Engineering Conference, 2013.
- [4] I. Urieli, D. M. Berchowitz, *Stirling cycle engine analysis*, Bristol : Hilger, 1983.
- [5] P. A. Rios, An approximate solution to the shuttle heat-transfer losses in a reciprocating machine, *J. Eng. Power.* 93 (2) (1971) 177–182.
- [6] J. H. Baik, H.-M. Chang, An exact solution for shuttle heat transfer, *Cryogenics* 35 (1) (1995) 9 – 13.
- [7] H.-M. Chang, D.-J. Park, S. Jeong, Effect of gap flow on shuttle heat transfer, *Cryogenics* 40 (3) (2000) 159 – 166.
- [8] V. Kotsubo, G. Swift, Thermoacoustic analysis of displacer gap loss in a low temperature stirling cooler, in: *AIP Conference Proceedings*, Vol. 823, 2006, p. 353.
- [9] S. K. Andersen, H. Carlsen, Preliminary results from numerical study on the appendix gap losses in a stirling engine, in: *Proceedings of the 12th Stirling Engine Conference and Technology Exhibition*, 2005, pp. 336–347.
- [10] S. Huang, R. Berggren, Evaluation of stirling engine appendix gap losses, in: *Proceedings of the 21st Intersociety Energy Conversion Engineering Conference*, 1986, pp. 562–568.
- [11] J. Xiao, Thermoacoustic heat transportation and energy transformation part 1: formulation of the problem, *Cryogenics* 35 (1) (1985) 15–24.
- [12] A. Jeffrey, *Mathematics for Engineers and Scientists*, London: Chapman and Hall/CRC, 2004.
- [13] S. Uchida, The pulsating viscous flow superposed on the steady laminar motion of incompressible fluid in a circular pipe, *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik* 7 (5) (1956) 403–422.
- [14] L. G. Thieme, R. G. Tew Jr., Baseline performance of the gpu 3 stirling engine, Tech. rep., National Aeronautics and Space Administration (1978).

- [15] W. Rohsenow, J. Hartnett, E. Ganic, Handbook of heat transfer fundamentals, New York: McGraw-Hill, 1985.
- [16] M. Tanaka, I. Yamashita, F. Chisaka, Flow and heat transfer characteristics of the stirling engine regenerator in an oscillating flow, JSME international journal. Ser. 2, Fluids engineering, heat transfer, power, combustion, thermophysical properties 33 (2) (1990) 283–289.

## Nomenclature

$C_p$	specific heat capacity, $JK^{-1}kg^{-1}$
$L$	length, $m$
$p$	pressure, $Pa$
$Pr$	Prandtl number
$R$	radius, $m$ or perfect gas spec const., $Jkg^{-1}K^{-1}$
$r$	radial coordinate, $m$
$T$	temperature, $K$
$t$	time, $s$
$u$	velocity, $ms^{-1}$
$V$	volume, $m^3$
$x$	position, $m$
$z$	axial coordinate, $m$

## Greek letters

$\alpha$	thermal diffusivity, $m^2s^{-1}$
$\beta$	isochoric thermal pressure coefficient, $K^{-1}$
$\Gamma$	temperature gradient in the gap, $Km^{-1}$
$\gamma$	ratio $\frac{C_p}{C_v}$
$\lambda$	thermal conductivity, $WK^{-1}m^{-1}$
$\nu$	kinematic viscosity, $m^2s^{-1}$
$\omega$	angular speed, $rad s^{-1}$

## Subscripts

$0$	time-average
$c$	cylinder or compression space
$d$	displacer
$e$	expansion space
$f$	fluid
$H$	high temperature source
$h$	hot HEX
$k$	cold HEX
$L$	low temperature sink
$n$	$n^{th}$ order of Fourier series

### **Superscripts**

*	complex number
$\sim$	oscillating part



# D Description des méthodes d'optimisation

Cette annexe est consacrée à la description des méthodes d'optimisation utilisée dans ce travail :

## D.1 Optimisation mono-objectif : l'algorithme MADS

MADS cherche le meilleur jeu de paramètres en suivant trois étapes qui se répètent jusqu'à atteindre le critère d'arrêt : La recherche, la sonde et l'adaptation du maillage. Il sépare l'espace paramétrique en un réseau de mailles à dimensions constantes ( $\Delta_k^m$ ) et chaque jeu de paramètres considéré par l'algorithme se trouve à l'intersection des mailles.

### D.1.1 Etape 1 : la recherche

La recherche n'est pas typique de l'algorithme MADS. Elle se fait de la même façon que dans l'algorithme GPS. La recherche ne s'effectue pas à la première itération dans laquelle l'algorithme passe directement à l'étape 2.

MADS génère dans cette étape un certain nombre de points situés à distance égale du meilleur jeu de paramètres ( $x_k$ ) trouvé lors de l'itération précédente. Il évalue la fonction objectif pour chacun des jeux générés selon un ordonnancement qui se perfectionne à mesure que le nombre de points évalués augmente. Dès que l'une des évaluations trouve un meilleur jeu, cette étape s'arrête, la recherche est déclarée réussie et l'algorithme passe alors à l'étape 3a. Sinon, l'étape est déclarée insatisfaisante et l'algorithme continue à l'étape 2.

### D.1.2 Etape 2 : la sonde

Dans cette étape, l'algorithme construit un motif de points situés à une distance égale ( $\Delta_k^p$ ) autour du meilleur jeu de paramètres trouvé ( $x_k$ ). L'algorithme explore ainsi le voisinage de ce point.  $\Delta_k^p$  est nécessairement plus petit que  $\Delta_k^m$  et diminue plus vite en cas d'échec (cf. étape 3b). Il est par exemple pratique de prendre  $\Delta_k^p = \sqrt{\Delta_k^m}$  avec

## Annexe D. Description des méthodes d'optimisation

$$\Delta_k^m < \Delta_k^p < 1.$$

Cette étape constitue la différence principale entre l'algorithme MADS et GPS. En effet, contrairement à ce dernier qui utilise les directions des coordonnées, l'algorithme MADS explore le voisinage suivant des directions orthogonales [173]. La figure D.1 illustre la différence entre les deux stratégies de sonde.

L'étape de la sonde s'arrête dès que l'une des évaluations trouve un meilleur jeu. La sonde est alors déclarée réussie et l'algorithme passe alors à l'étape 3a. Sinon, l'étape est déclarée insatisfaisante et l'algorithme continue à l'étape 3b.

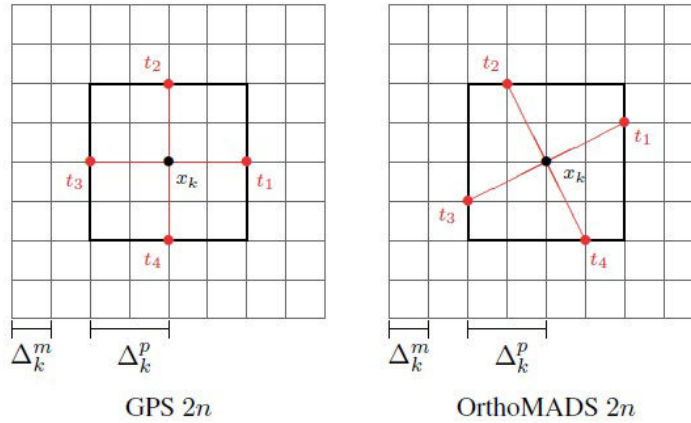


FIGURE D.1 – Illustration de la différence entre les directions de sonde de MADS et GPS dans un cas bidimensionnel [174] : Les traits fins représentent la taille des mailles  $\Delta_k^m$  et les traits forts représentent la distance  $\Delta_k^p$  autour du meilleur point  $x_k$ .

### D.1.3 Etape 3a : adaptation du maillage (réussie)

MADS passe par cette étape lorsque l'une des deux étapes précédentes est déclarée réussie. Dans ce cas, la taille du maillage ( $\Delta_k^m$ ) est augmentée. La valeur du facteur d'agrandissement  $\tau$  est fixée par défaut à 4. Du fait de cet agrandissement, les points générés autour du nouveau meilleur jeu de paramètres seront à une plus grande distance de celui-ci. Ceci permet d'accélérer la recherche. La figure D.2 illustre cette étape d'adaptation du maillage. L'algorithme passe ensuite à l'étape 4.

### D.1.4 Etape 3b : adaptation du maillage (insatisfaisante)

MADS passe par cette étape lorsque les deux étapes précédentes sont déclarées insuffisantes. Dans ce cas, la taille du maillage ( $\Delta_k^m$ ) est diminuée d'un facteur  $1/\tau$ . Ce qui permet à l'algorithme de chercher l'optimum plus proche de  $x_k$  et de converger vers la solution. La figure D.2 illustre cette étape d'adaptation du maillage. L'algorithme passe ensuite à l'étape 4.

## D.2. Optimisation multi-objectif : l'algorithme NSGA-II

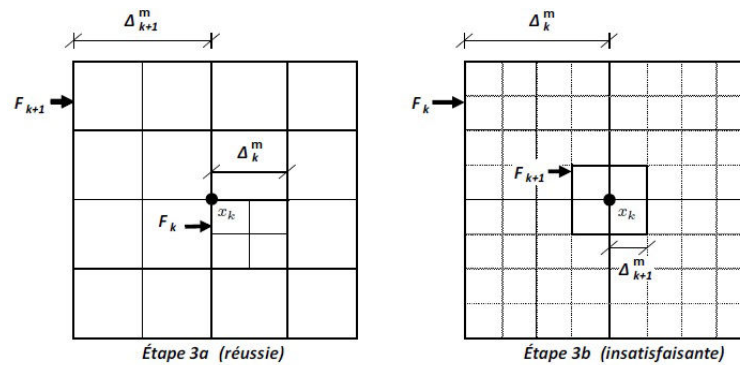


FIGURE D.2 – Adaptation du maillage dans le cas d'une réussite ou d'un échec [175]

### D.1.5 Etape 4 : vérification du critère d'arrêt

Lors de cette étape, deux critères d'arrêt sont vérifiés. L'algorithme s'arrête donc si :

- Si le nombre maximal d'évaluations de la fonction objectif est atteint. Dans ce cas, il n'est pas garanti que le résultat de l'optimisation soit un optimum.
- Si la taille minimale des mailles est atteinte. Dans ce cas, il est garanti que le résultat trouvé correspond à un optimum local.

## D.2 Optimisation multi-objectif : l'algorithme NSGA-II

L'algorithme commence par la création d'une population de  $N_{pop}$  individus. Les individus sont des vecteurs constitués par les variables d'optimisation. Ces variables sont fixées au hasard pour chaque individu et cette population évolue selon l'algorithme décrit par le schéma synoptique de la figure D.3. Comme le montre ce schéma, un certain nombre de parents est sélectionné afin d'engendrer des enfants après croisement et mutation. L'ensemble des parents et des enfants vont être triés par leurs performances pour former une nouvelle génération qui ne contient que les individus les plus adaptés. Cette nouvelle génération est de même taille que la précédente. Les individus en trop seront tout simplement rejetés ; cette boucle est répétée  $N_{gen}$  fois.

Les différentes étapes de cet algorithme sont la sélection, l'évolution, l'évaluation de l'adaptation et le remplacement. Ces étapes sont illustrées par le schéma synoptique de la figure D.3.

### D.2.1 La sélection

La sélection des parents avant l'évolution de la génération a pour but de choisir les individus les plus performants de la population courante  $P_k$ . Ces individus ont plus de chance d'engendrer des enfants qui optimisent les critères visés. Dans l'algorithme génétique, le choix de l'ensemble des parents se fait par tournoi. En effet, on tire

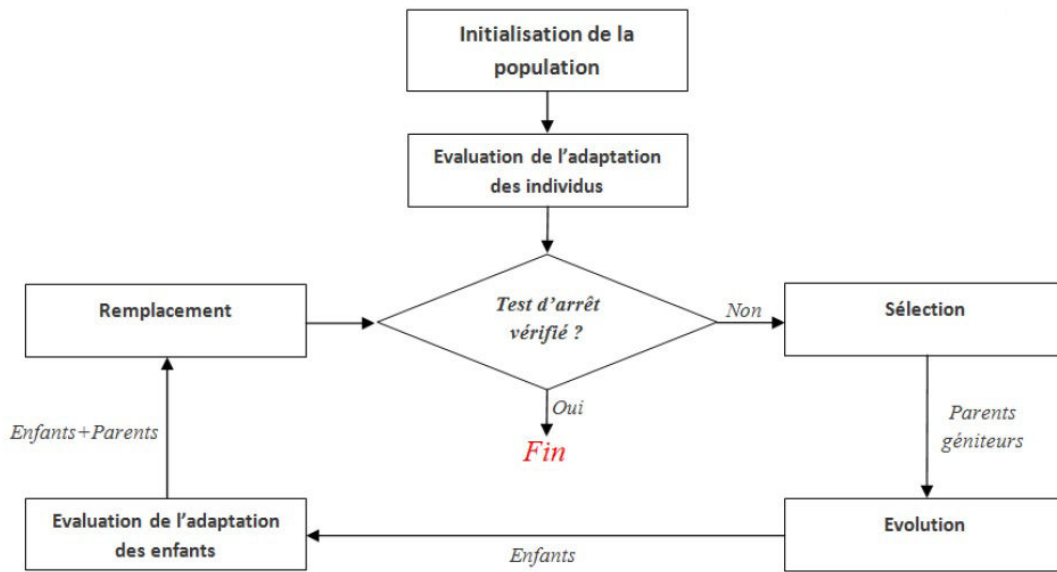


FIGURE D.3 – Schéma synoptique détaillant le fonctionnement d'un algorithme évolutionnaire

uniformément des individus de la population et on choisit le meilleur d'entre eux (celui qui optimise plus les critères visés). Le nombre d'individus tirés à chaque fois est un paramètre qu'on appellera  $N_t$ . Cette procédure est répétée autant de fois que d'individus à sélectionner. Le nombre des parents est un autre paramètre qu'on appellera  $N_p$ .

### D.2.2 L'évolution

Les parents sélectionnés vont contribuer à l'évolution de la population par deux mécanismes : le croisement et la mutation. Ce mécanisme s'effectue entre deux parents et engendre deux enfants. Les lois de croisement sont multiples telles que la loi BMX et la loi Laplace. Ces deux lois sont spécifiques pour les variables réelles. Mais elles peuvent être transformées pour les problèmes qui contiennent des variables entières [176]. La mutation, quant à elle, elle engendre un seul enfant à partir d'un seul parent.

### D.2.3 Evaluation de l'adaptation des enfants

Cette étape consiste à calculer les fonctions objectifs des enfants engendrés par l'étape de l'évolution. C'est l'étape la plus coûteuse en temps de calcul, car elle nécessite la modélisation de la centrale pour chaque nouvel individu. A la fin de cette étape, nous connaissons la valeur des fonctions objectifs pour chaque individu de la population  $R_k$  qui englobe les parents et les enfants générés.



### D.2.4 Remplacement

Cette étape a pour but de choisir la génération suivante à partir de l'ensemble  $R_k$ . La taille de la population doit rester inchangée d'une génération à une autre. C'est pour cette raison qu'on choisit les  $N_p$  individus les plus performants pour remplir la population suivante  $P_{k+1}$ . L'algorithme génétique privilégie les individus non dominés selon le concept de la dominance au sens de Pareto précédemment décrit. Il entretient aussi la diversité de la population d'une génération à une autre grâce à l'application d'une technique de mesure de densité des solutions. Cet entretien de diversité augmente nos chances d'obtenir des solutions bien réparties sur tout le front de Pareto. Le remplissage de  $P_{k+1}$  s'effectue de la manière suivante :

#### D.2.4.1 Détermination des fronts non dominés

Il s'agit d'un tri de la population selon le principe de dominance au sens de Pareto. En effet, l'ensemble  $R_k$  est divisé en un nombre de classes différentes  $R_k^j$ . Tous les éléments non dominés de  $R_k$  appartiennent à la classe  $R_k^1$ .  $R_k^2$  contient tous les éléments non dominés de  $R_k \setminus R_k^1$  ainsi de suite jusqu'à classer tout l'ensemble  $R_k$ . Le résultat de cette procédure est schématisé dans le cas d'un problème d'optimisation bi-critère dans le schéma D.4.

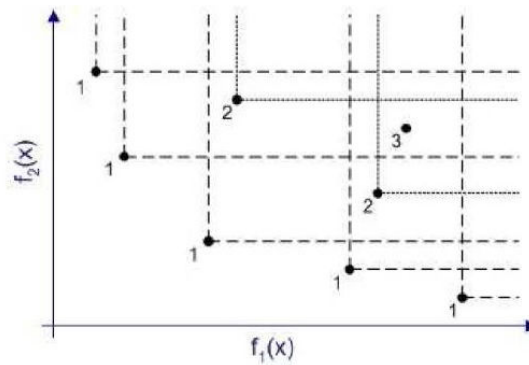


FIGURE D.4 – Tri de la population selon le principe de dominance au sens de Pareto

Ce schéma montre que les solutions appartenant à la même classe sont équivalentes. Donc, le principe de dominance ne permet pas d'effectuer un choix au sein d'une même classe. Le remplissage de la population  $P_{k+1}$  s'effectue par les solutions des sous-ensembles non dominés de  $R_k^j$  l'un après l'autre en commençant par le premier front. Dans plusieurs cas, pour ne pas dépasser le nombre  $N_{pop}$  de survivants, on se trouve contraint de prendre uniquement une partie du dernier front. Dans cette situation, le principe de dominance est insuffisant. On utilise alors la technique de mesure de la densité de population en calculant la distance de surpeuplement.

D.2.4.2 Distance de surpeuplement : "Crowding Distance"

La distance de surpeuplement décrit l'espacement de chaque solution par rapport à ces voisines. On privilégie les individus qui ont la plus grande distance de surpeuplement lors du remplissage de la population  $P_{k+1}$  pour assurer la diversité de la population. Le calcul de cette distance se fait en suivant l'algorithme proposé dans la figure D.5.

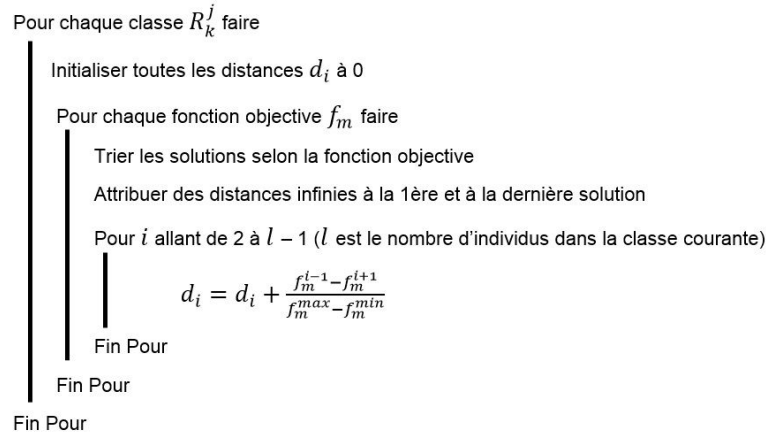


FIGURE D.5 – Algorithme de calcul de la distance de surpeuplement

Une fois la distance de surpeuplement calculée, les individus de la population  $R_k$  peuvent être triés dans les classes par distance décroissante. Ainsi, le choix d'une partie d'une classe est possible. La méthode de remplacement dans l'algorithme génétique peut être alors décrite par le schéma D.6.

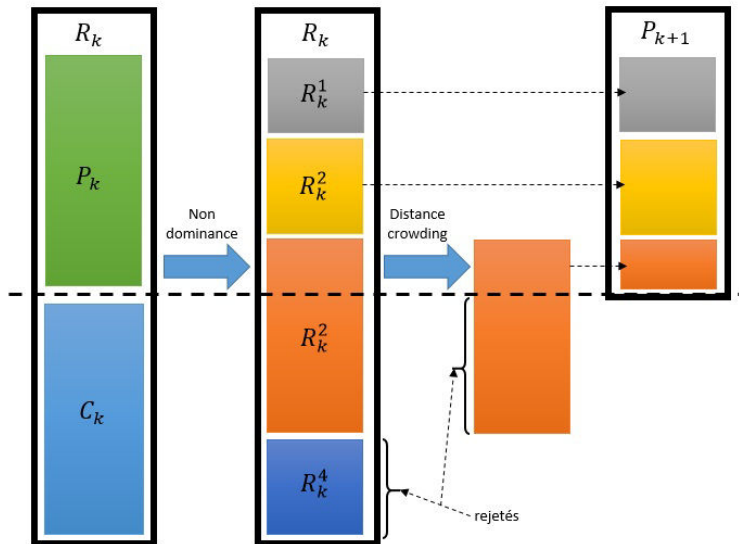


FIGURE D.6 – Méthode de remplacement dans l'algorithme génétique NSGA-II

- [1] Renewables 2015 : Global Status Report. Technical report, REN21, 2015. [Online : [http://www.ren21.net/wp-content/uploads/2015/07/REN12-GSR2015\\_Onlinebook\\_low1.pdf](http://www.ren21.net/wp-content/uploads/2015/07/REN12-GSR2015_Onlinebook_low1.pdf) ; accessed 19-July-2015].
- [2] Technology Roadmap - Concentrating Solar Power. Technical report, IAE, 2010. [Online : [https://www.iea.org/media/freepublications/technologyroadmaps/csp\\_roadmap2010.pdf](https://www.iea.org/media/freepublications/technologyroadmaps/csp_roadmap2010.pdf) ; accessed 19-July-2015].
- [3] Renewable Energy Technologies : Cost analysis series : Concentrating Solar Power. Working paper, IRENA, 2012. [Online : [http://www.irena.org/documentdownloads/publications/re\\_technologies\\_cost\\_analysis-csp.pdf](http://www.irena.org/documentdownloads/publications/re_technologies_cost_analysis-csp.pdf) ; accessed 19-July-2015].
- [4] C.A. Gueymard. The sun's total and spectral irradiance for solar energy applications and solar radiation models. *Solar Energy*, 76(4) :423 – 453, 2004.
- [5] A. Haeber, C. Zahlerand, H. Lerchenmuller, M. Mertins, C. Winter, F. Trieb, and J. Dresh. The solarmundo line focussing fresnel collector. optical and thermal performance and cost calculations. In *Proceedings of the SolarPACES 2002 International Conference*, page 11, 2002.
- [6] C.K. Ho and B.D. Iverson. Review of high-temperature central receiver designs for concentrating solar power. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 29 :835 – 846, 2014.
- [7] Technology charecterization solar dish systems. Technical report, SolarPACES. [Online : <http://www.solarpaces.org/csp-technology> ; accessed 19-July-2015].
- [8] C.E. Kennedy. Review of mid-to hightemperature solar selective absorber materials. Technical report, National Renewable Energy Laboratory, Technical report No : NREL/TP-520-31267, 2002.
- [9] J. Moon *et al.* High performance multi-scaled nanostructured spectrally selective coating for concentrating solar power. *Nano Energy*, 8 :238 – 246, 2014.
- [10] A. Donnadiou and B.O. Seraphin. Optical performance of absorber-reflector combinations for photothermal solar energy conversion. *J. Opt. Soc. Am.*, 68(3) :292–297, 1978.

## Bibliographie

---

- [11] J.A. Thornton and J.L. Lamb. Thermal stability studies of sputter-deposited multilayer selective absorber coatings. *Thin Solid Films*, 96(2) :175 – 183, 1982.
- [12] J.J. Cuomo, J.F. Ziegler, and J.M. Woodall. A new concept for solar energy thermal conversion. *Applied Physics Letters*, 26(10) :557–559, 1975.
- [13] V. Teixeira, E. Sousa, M.F. Costa, C. Nunes, L. Rosa, M.J. Carvalho, M. Collares-Pereira, E. Roman, and J. Gago. Spectrally selective composite coatings of Cr–Cr<sub>2</sub>O<sub>3</sub> and Mo–Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> for solar energy applications. *Thin Solid Films*, 392(2) :320 – 326, 2001. 3rd International Conference on Coatings on Glass (ICCG).
- [14] M. Blanco-Muriel, D.C. Alarcon-Padilla, T. Lopez-Moratalla, and M. Lara-Coira. Computing the solar vector. *Solar Energy*, 70(5) :431 – 441, 2001.
- [15] I. Reda and A. Andreas. Solar position algorithm for solar radiation applications. *Solar Energy*, 76(5) :577 – 589, 2004.
- [16] R. Grena. An algorithm for the computation of the solar position. *Solar Energy*, 82(5) :462 – 470, 2008.
- [17] J.P. Kotzé, T.W. Von Backstrom, and P.J. Erens. Nak as a primary heat transfer fluid in thermal solar power installations. In *Proceedings of the SolarPACES 2012 International Conference*, 2012.
- [18] ASHRAE Handbook - HVAC Applications. Technical report, American Society of Heating, Refrigeration and Air-Conditioning Engineers, Inc., Atlanta, 2011.
- [19] W.B. Stineand and R.W. Harrigan. *Solar Energy Fundamentals and Design : With Computer Applications*. Wiley-Interscience, 1985.
- [20] T. Wendelin. SOLTRACE : A new optical modeling tool for concentrating solar optic. In *Proceedings of ASME International Solar Energy Conference*, 2003.
- [21] M.J. Blanco, A. Mutuberria, P. Garcia, and P. Gastesi. Preliminary validation of tonatiuh. In *Proceedings of the SolarPACES 2009 International Conference*, 2009.
- [22] J.P. Rocca, B. Piaud, C. Coustet, C. Caliot, E. Guillot, G. Flamant, and J. Delatorre. SOLFAST, a Ray-Tracing Monte-Carlo software for solar concentrating facilities. *Journal of Physics : Conference Series*, 369(1) :12–29, 2012.
- [23] J.L. Taylor. Reflectance measurements of materials used in the solar industry. Technical note, PerkinElmer, Inc. [Online : [http://www.perkinelmer.com/pdfs/downloads/app\\_reflectancemeasurementsmaterialsusedinthesolarindustry.pdf](http://www.perkinelmer.com/pdfs/downloads/app_reflectancemeasurementsmaterialsusedinthesolarindustry.pdf) ; accessed 19-July-2015].

- 
- [24] Datasheet of the miro-sun weatherproof reflective 90. Technical report, Alanod Solar. [Online : [http://alanod-solar.us/sites/default/files/PDF/Alanod\\_Solar\\_Image\\_12s\\_FINAL\\_E\\_10\\_14.pdf](http://alanod-solar.us/sites/default/files/PDF/Alanod_Solar_Image_12s_FINAL_E_10_14.pdf) ; accessed 19-July-2015].
- [25] R. Siegel and J. Howell. *Thermal Radiation Heat Transfer*. New York : Taylor & Francis, 2002.
- [26] I.H. Yilmaz and M.S. Soylemez. Thermo-mathematical modeling of parabolic trough collector. *Energy Conversion and Management*, 88 :768 – 784, 2014.
- [27] Kalogirou S. *Solar energy engineering — processes and applications*. Elsevier : Academic Press, 2009.
- [28] J.A. Duffie and W.A. Beckman. *Solar Engineering of Thermal Processes*. New York : John Wiley & Sons, 2005.
- [29] Güven H.M. and Bannerot R.B. Derivation of universal error parameters for comprehensive optical analysis of parabolic trough. *Journal of Solar Energy Engineering*, 108(4) :275–281, 1986.
- [30] S.A. Kalogirou. *Solar Energy Engineering*. Academic Press, 2013.
- [31] V.M. Sharma, J.K. Nayak, and S.B. Kedare. Shading and available energy in a parabolic trough concentrator field. *Solar Energy*, 90 :144 – 153, 2013.
- [32] R. Forristall. Heat transfer analysis and modeling of a parabolic trough solar receiver implemented in engineering equation solver. Technical report, NREL, 2003.
- [33] S.A. Kalogirou. A detailed thermal model of a parabolic trough collector receiver. *Energy*, 48(1) :298 – 306, 2012. 6th Dubrovnik Conference on Sustainable Development of Energy Water and Environmental Systems, SDEWES 2011.
- [34] R.V. Padilla. *Simplified Methodology for Designing Parabolic Trough Solar Power Plants*. PhD thesis, University of South Florida, 2011.
- [35] V. Gnielnski. New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *International Chemical Engineering*, 562(2) :359–363, 1976.
- [36] A. Ratzel, C. Hickox, and D. Gartling. Techniques for reducing thermal conduction and natural convection heat losses in annular receiver geometries. *Journal of Heat Transfer*, 101(1) :108–113, 1979.
- [37] T.H. Kuehn and R.J. Goldstein. Correlating equations for natural convection heat transfer between horizontal circular cylinders. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 19(10) :1127 – 1134, 1976.
- [38] Y.A. Cengel. *Heat transfer and mass transfer : a practical approach*. McGraw Hill Book Company, 3rd edition, 2006.

## Bibliographie

---

- [39] W. Swinbank. Long-wave radiation from clear skies. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 89(381) :339–348, 1963.
- [40] R.V. Padilla, A. Fontalvo, G. Demirkaya, A. Martinez, and A. G. Quiroga. Exergy analysis of parabolic trough solar receiver. *Applied Thermal Engineering*, 67(1–2) :579 – 586, 2014.
- [41] R. Petela. Exergy of undiluted thermal radiation. *Solar Energy*, 74(6) :469 – 488, 2003.
- [42] J.E. Parrott. Theoretical upper limit to the conversion efficiency of solar energy. *Solar Energy*, 21(3) :227 – 229, 1978.
- [43] I. Dincer and S. Dost. Aperspective on thermal energy storage systems for solar energy applications. *International Journal of Energy Research*, 20 :547–557, 1996.
- [44] U. Herrmann and D.W. Kearney. Survey of thermalenergy storage for parabolic trough power plants. *Journal of solar energy engineering*, 124 :145–52, 2002.
- [45] S. Kuravi, J. Trahan, D.Y. Goswami, M.M. Rahman, and E.K. Stefanakos. Thermal energy storage technologiesand systems for concentrating solar power plants. *Progress in Energy and Combustion Science*, 39 :285–319, 2013.
- [46] A. Gil, Marc M., I. Martorell, A. Lázaro, P. Dolado, B. Zalba, and L.F. Cabeza. State of the art on high temperature thermal energy storage for power generation. part 1 :concepts, materials and modellization. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 14(1) :31 – 55, 2010.
- [47] J.T. Van Lew, P. Li, C.L. Chan, W. Karaki, and J. Stephens. Analysis of heat storage and delivery of a thermocline tank having solid filler material. *J. Sol. Energy Eng.*, 133(2) :10 pages, 2011.
- [48] W. Steinmann and M. Eck. Buffer storage for direct steam generation. *Solar Energy*, 80 :1277 – 1282, 2006.
- [49] D. Laing, C. Bahl, T. Bauer, M. Fiss, N. Breidenbach, and M. Hempel. High-temperature solid-media thermal energy storage for solar thermal power plants. *Proceedings of the IEEE*, 100(2) :516–524, 2012.
- [50] D. Laing, C. Bahl, T. Bauer, D. Lehmann, and W. Steinmann. Thermal energy storage for direct steam generation. *Solar Energy*, 85(4) :627 – 633, 2011. SolarPACES 2009.
- [51] W. Steinmann, D. Laing, and R. Tamme. Development of pcm storage for process heat and power generation. *J. Sol. Energy Eng.*, 131(4) :4 pages, 2009.

- 
- [52] H. Shabgard, T.L. Bergman, N. Sharifi, and A. Faghri. High temperature latent heat thermal energy storage using heat pipes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 53(15–16) :2979 – 2988, 2010.
- [53] D. Laing and D. Lehmann. Concrete storage for solar thermal power plants and industrial process heat. *In Proceedings of 3rd International Renewable Energy Storage Conference*, November 25, 2008.
- [54] J.E. Pacheco, S.K. Showalter, and W.J. Kolb. Development of a molten-salt thermocline thermal storage system for parabolic trough plants. *J. Sol. Energy Eng.*, 124 :153–159, 2002.
- [55] E.V. Votyakov and A.M. Bonanos. A perturbation model for stratified thermal energy storage tanks. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 75(0) :218 – 223, 2014.
- [56] D.A. Nield and A. Bejan. *Convection in porous media*. Springer, 4th edition, 2013.
- [57] A.G. Dixon and D.L. Cresswell. Theoretical prediction of effective heat transfer parameters in packed beds. *AIChE Journal*, 25(4) :663–676, 1979.
- [58] W. Noriaki and K. Seiichiro. *Heat and Mass Transfer in Packed Beds*. Taylor and Francis, 1st edition, 1982.
- [59] P. Li, J. Van Lew, W. Karaki, C. Chan, J. Stephens, and Q. Wang. Generalized charts of energy storage effectiveness for thermocline heat storage tank design and calibration. *Solar Energy*, 85(9) :2130 – 2143, 2011.
- [60] P. Li, J. Van Lew, C. Chan, W. Karaki, J. Stephens, and J.E. O’Brien. Similarity and generalized analysis of efficiencies of thermal energy storage systems. *Renewable Energy*, 39(1) :388 – 402, 2012.
- [61] H. Bindra, P. Bueno, J.F. Morris, and R. Shinnar. Thermal analysis and exergy evaluation of packed bed thermal storage systems. *Applied Thermal Engineering*, 52(2) :255 – 263, 2013.
- [62] K.M. Powell and T.F. Edgar. An adaptive-grid model for dynamic simulation of thermocline thermal energy storage systems. *Energy Conversion and Management*, 76 :865 – 873, 2013.
- [63] R.M. Cotta. Hybrid numerical/analytical approach to nonlinear diffusion problems. *Numerical Heat Transfer, Part B : Fundamentals*, 17(2) :217–226, 1990.
- [64] R.M. Cotta. *Integral Transforms in Computational Heat and Fluid Flow*. CRC Press, 1993.

## Bibliographie

---

- [65] C. Liu, J.E. Szecsody, J.M. Zachara, and W.P. Ball. Use of the generalized integral transform method for solving equations of solute transport in porous media. *Advances in Water Resources*, 23(5) :483 – 492, 2000.
- [66] C.P. Costa, M.T. Vilhena, D.M. Moreira, and T. Tirabassi. Semi-analytical solution of the steady three-dimensional advection-diffusion equation in the planetary boundary layer. *Atmospheric Environment*, 40(29) :5659 – 5669, 2006.
- [67] D. Maillet, S. Andre, J.C. Batsale, A. Degiovanni, and C. Moyne. *Thermal Quadrupoles : Solving the Heat Equation through Integral Transforms*. John WILEY and sons, LTD, 2000.
- [68] J.W. Rugh. *Linear System Theory*. Prentice Hall, 2nd edition, 1995.
- [69] J. Watkins and S. Yourkovich. Calculation of the state transition matrix for linear time varying systems. In Thomas Lee, editor, *Proceedings of the Maple Summer Workshop and Symposium*. University of Michigan, Ann Arbor, June 1993.
- [70] J.S. Perez Guerrero, L.C.G. Pimentel, T.H. Skaggs, and M.Th. Van Genuchten. Analytical solution of the advection-diffusion transport equation using a change-of-variable and integral transform technique. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52(13-14) :3297–3304, 2009.
- [71] A. Bruch, J.F. Fourmigue, R. Couturier, and S. Molina. Experimental and numerical investigation of stability of packed bed thermal energy storage for CSP power plant. *Energy Procedia*, 49(0) :743 – 751, 2014. Proceedings of the SolarPACES 2013 International Conference.
- [72] S. Ergun. Fluid flow through packed columns. *Chemical Engineering Progress*, 48(2) :89–94, 1952.
- [73] G.P.J. Diedericks. *Pore-scale modelling of transport phenomena inhomogeneous porous media*. PhD thesis, Stellenbosch University, Stellenbosch, 1999.
- [74] M.A. Rosen. The exergy of stratified thermal energy storages. *Solar Energy*, 71(3) :173 – 185, 2001.
- [75] M.A. Rosen. The exergy of stratified thermal energy storages. *Fuel and Energy Abstracts*, 43(4) :270 –, 2002.
- [76] H. Bindra, P. Bueno, and J.F. Morris. Sliding flow method for exergetically efficient packed bed thermal storage. *Applied Thermal Engineering*, 64(1–2) :201 – 208, 2014.
- [77] R. Stirling. Uk patent no 4081, 1816.



- [78] V.M. Homutescu, G. Dumitrascu, and B. Horbaniuc. Evaluation of the work lost due to leaks through cylinder - displacer gap. In *Proceedings of COFRET'08*, 2008, Nantes – France.
- [79] N.P. Nightingale. Automotive stirling engine mod ii design report. Technical report, NASA, Lewis Reserch Center, 1986.
- [80] Stirling commercialization study - final report volume I. Technical report, NASA, 19960051364, 199054, May 1990.
- [81] Stirling commercialization study - final report volume II. Technical report, NASA, 1996005285, 199082, May 1990.
- [82] K. Hirata. History of stirling engines. [Online : <http://www.bekkoame.ne.jp/~khirata/english/history3.htm> ; accessed 19-July-2015].
- [83] CleanEney. Gasbox 901 data sheet. [Online : [http://cleanenergy.com/wp-content/uploads/2014/06/cleanenergy\\_gasbox\\_biogas\\_lowres1.pdf](http://cleanenergy.com/wp-content/uploads/2014/06/cleanenergy_gasbox_biogas_lowres1.pdf) ; accessed 19-July-2015].
- [84] Whispergen. Product specifications. [Online : [http://www.whispergen-europe.com/productspec\\_fr.php](http://www.whispergen-europe.com/productspec_fr.php) ; accessed 19-July-2015].
- [85] Infinea. 30-kw maintenance-free solar dish engine. DOE Solar Programs Annual Review, Austin, Texas April 22, 2008 [Online : [http://www1.eere.energy.gov/solar/review\\_meeting/pdfs/prm2008\\_white\\_infinia.pdf](http://www1.eere.energy.gov/solar/review_meeting/pdfs/prm2008_white_infinia.pdf) ; accessed 19-July-2015].
- [86] F. Nepveu, A. Ferriere, and F. Bataille. Thermal model of a dish/stirling systems. *Solar Energy*, 83(1) :81 – 89, 2009.
- [87] B. Kongtragool and S. Wongwises. A review of solar-powered stirling engines and low temperature differential stirling engines. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 7(2) :131 – 154, 2003.
- [88] W.R. Martini. *Stirling Engine Deseign Manual*. Martini Engineering, 2nd edition, 1983.
- [89] L. Grosu and P ; Rochelle. Application de la méthode de schmidt avec régénération imparfaite aux 3 types de moteur stirling : Nouvelles solutions analytiques. In *Actes du congrès SFT09*, 2009.
- [90] G. Walker. *Crycoolers- part 1 : Fundamentals*. New-York : Plenum Press, 1983.
- [91] P.A. Rios, E.B. Qvale, and J.L. Smith. An analysis of the stirling cycle refrigerators. In Cryogenics Engineering conference, editor, *Case Western Reserve University*, 1968.
- [92] E.B. Qvale and J.L. Smith. A mathematical model for steady operation of stirling-type engines. pages 45–50, 1968.

## Bibliographie

---

- [93] R. Meijer. Philips stirling engine activities. Technical report, SAE Technical Paper 650004, 1965.
- [94] Finkelstein T. Computer analysis of stirling engines. *Advances in cryogenic engineering*, 20 :269–282, 1983.
- [95] Martini W.R. *A Computer Simulation of Stirling Cycle Machines*. Phd thesis, University of Witwatersrand, South Africa, 1977.
- [96] D.M Berchowitz. A computer and experimental simulation of stirling cycle machines. Msc dissertation, University of Witwatersrand Johannesburg, 1978.
- [97] S.K. Andersen and H. Carlsen. Preliminary results from numerical study on the appendix gap losses in a stirling engine. In *Proceedings of the 12th Stirling Engine Conference and Technology Exhibition*, pages 336–347, 2005.
- [98] I. Urieli and D.M. Berchowitz. *Stirling cycle engine analysis*. Bristol : Hilger, 1983.
- [99] S.K. Andersen. Numerical simulation of cyclic thermodynamic processes. Phd thesis, Technical university of Denmark, 2006.
- [100] M. Feidt. *Energétique : concepts et application - Cours et exercices corrigés*. Dunod, 2006.
- [101] G.A. Hirn. Mémoire sur la théorie de la surchauffe dans les machines à vapeur. *Bulletin de la société Industrielle de Mulhouse*, 28 :5 – 106, 1857.
- [102] O. Badr, S.D. Probert, and P.W. O’Callaghan. Selecting a working fluid for a Rankine-cycle engine. *Applied Energy*, 21(1) :1 – 42, 1985.
- [103] A.D. Akbari and S.M.S. Mahmoudi. Thermoeconomic analysis & optimization of the combined supercritical CO<sub>2</sub> (carbon dioxide) recompression brayton/organic rankine cycle. *Energy*, 78 :501 – 512, 2014.
- [104] D. Maraver, J. Royo, V. Lemort, and S. Quoilin. Systematic optimization of subcritical and transcritical organic rankine cycles (ORCs) constrained by technical parameters in multiple applications. *Applied Energy*, 117 :11 – 29, 2014.
- [105] L. Wang, Y. Yang, C. Dong, T. Morosuk, and G. Tsatsaronis. Parametric optimization of supercritical coal-fired power plants by MINLP and differential evolution. *Energy Conversion and Management*, 85 :828 – 838, 2014.
- [106] Z. Gu and H. Sato. Optimization of cyclic parameters of a supercritical cycle for geothermal power generation. *Energy Conversion and Management*, 42(12) :1409 – 1416, 2001.
- [107] C. Zhou. Hybridisation of solar and geothermal energy in both subcritical and supercritical Organic Rankine Cycles. *Energy Conversion and Management*, 81 :72 – 82, 2014.

- [108] Z. Gu and H. Sato. Performance of supercritical cycles for geothermal binary design. *Energy Conversion and Management*, 43(7) :961 – 971, 2002.
- [109] A. Schuster, S. Karellas, and R. Aumann. Efficiency optimization potential in supercritical Organic Rankine Cycles. *Energy*, 35(2) :1033 – 1039, 2010. ECOS 2008 (21st International Conference, on Efficiency, Cost, Optimization, Simulation and Environmental Impact of Energy Systems).
- [110] H. Chen, D.Y. Goswami, M.M. Rahman, and E.K. Stefanakos. A supercritical Rankine cycle using zeotropic mixture working fluids for the conversion of low-grade heat into power. *Energy*, 36(1) :549 – 555, 2011.
- [111] Q. Chen, J. Xu, and H. Chen. A new design method for organic rankine cycles with constraint of inlet and outlet heat carrier fluid temperatures coupling with the heat source. *Applied Energy*, 98 :562 – 573, 2012.
- [112] E.W. Lemmon, M.L. Huber, and M.O McLinden. Nist standard reference database 23 : reference fluid thermodynamic and transport properties-refprop. version 9.1. Technical report, 2013.
- [113] V.L. LE. *Etude de faisabilité des cycles sous-critiques et supercritiques de Rankine pour la valorisation de rejets thermiques*. PhD thesis, Université de Lorraine, 2014.
- [114] V.L. Le, M. Feidt, A. Kheiri, and S. Pelloux-Prayer. Performance optimization of low-temperature power generation by supercritical ORCs (organic rankine cycles) using low GWP (global warming potential) working fluids. *Energy*, 67 :513 – 526, 2014.
- [115] V.L. Le, A. Kheiri, M. Feidt, and S. Pelloux-Prayer. Thermodynamic and economic optimizations of a waste heat to power plant driven by a subcritical ORC (organic rankine cycle) using pure or zeotropic working fluid. *Energy*, 78 :622 – 638, 2014.
- [116] Torresol energy. website. [Online : <http://www.torresolenergy.com> ; accessed 19-July-2015].
- [117] C.S. Turchi, Z. Ma, and M. Erbes. Gas turbine/solar parabolic trough hybrid designs. In *ASME Turbo Expo 2011*, June 6-10,2011.
- [118] R. Chacartegui, D. Sánchez, J.M. Muñoz, and T. Sánchez. Alternative ORC bottoming cycles For combined cycle power plants. *Applied Energy*, 86(10) :2162 – 2170, 2009.
- [119] C. Yue, D. Han, W. Pu, and W. He. Comparative analysis of a bottoming transcritical ORC and a Kalina cycle for engine exhaust heat recovery. *Energy Conversion and Management*, 89(0) :764 – 774, 2015.

## Bibliographie

---

- [120] M. Lefèvre, A. Oumbe, P. Blanc, B. Espinar, B. Gschwind, Z. Quand L. Wald, M. Schroedter-Homscheidt, C. Hoyer-Klick, A. Arola, A. Benedetti, J. W. Kaiser, and J.-J. Morcrette. Mcclear : a new model estimating downwelling solar radiation at ground level in clear-sky conditions. *Atmos. Meas. Tech.*, 6 :2403 – 2418, 2013.
- [121] D.Q. Kern. *Process Heat Transfer*. McGraw Hill, 1950.
- [122] G.F Hewitt, G. L. Shires, and T.R. Bott. *Process heat transfer*. CRC Press, 1994.
- [123] R.W. Serth. *Process heat transfer principle and applications*. Academic Press, 1st edition, 2007.
- [124] S. Kakaç, H. Liu, and A. Pramuanjaroenkij. *Heat exchangers : Selection, Rating end Thermal Design*. CRC Press, 2nd edition, 2002.
- [125] S.M. Kim and I. Mudawar. Universal approach to predicting saturated flow boiling heat transfer in mini/micro-channels - part II. two-phase heat transfer coefficient. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 64 :1239 – 1256, 2013.
- [126] M.M. Shah. Chart correlation for saturated boiling heat transfer : equations and further study. In *ASHRAE Trans.* 88, pages 185–196, 1982.
- [127] M.G. Cooper. Saturation nucleate pool boiling - a simple correlation. In *I. Chem. Eng. Symp. Ser.* 86, 1984.
- [128] Gungor K.E. and R.H.S. Winterton. A general correlation for flow boiling in tubes and annuli. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 29 :351 – 358, 1986.
- [129] Z. Liu and R.H.S Winterton. A general correlation for saturated and subcooled flow boiling in tubes and annuli. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34 :2759 – 2766, 1991.
- [130] G.M. Lazarek and S.H. Black. Evaporative heat transfer, pressure drop and critical heat flux in a small vertical tube with R-113. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 25 :945 – 960, 2003.
- [131] Bretsch S.S., Groll E.A., and S.V. Garimella. A composite heat transfer correlation for saturated flow boiling in small channels. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 52 :2110 – 2118, 2006.
- [132] M.K. Dobson, J.C. Chato, J.P. Wattelet, J.A. Gaibel, M. Ponchner, P.J. Kenney, R.L. Shimon, T.C. Villaneuvea, N.L. Rhines, and K.A. Sweeney. heat transfer and flow regimes during condensation in horizontal tubes. Technical report, Air conditioning and refrigeration center, University of Illinois, May 1994.
- [133] R. Würfel, T. Kreutzer, and W. Fratzscher. Turbulence transfer processes in adiabatic and condensing film flow in an inclined tube. *Chem. Eng. Technol.*, 26 :439 –448, 2003.

- 
- [134] J.R. Thome, J.E. Hajal, and A. Cavallini. Condensation in horizontal tubes, part 2 : new heat transfer model based on flow regimes. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 46 :3365 –3387, 2003.
- [135] M.M. Shah. An improved and extended general correlation for heat transfer during condensation in plain tubes. *HVAC & R Res.*, 15(5) :889 – 891, 2009.
- [136] J. Derek Jackson. Progress in developing an improved empirical heat transfer equation for use in connection with advanced nuclear reactors cooled by water at supercritical pressure. In *Proceedings of the 17th International Conference on Nuclear Engineering*, pages 807–819, 2009.
- [137] M.B. Ould Didi, N. Kattan, and J.R. Thome. Prediction of two-phase pressure gradients of refrigerants in horizontal tubes. *International Journal of Refrigeration*, 25(7) :935 – 947, 2002.
- [138] S.Z Rouhani and E Axelsson. Calculation of void volume fraction in the subcooled and quality boiling regions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 13(2) :383 – 393, 1970.
- [139] H Müller-Steinhagen and K Heck. A simple friction pressure drop correlation for two-phase flow in pipes. *Chemical Engineering and Processing : Process Intensification*, 20(6) :297 – 308, 1986.
- [140] J.D. Spelling. *Hybrid SolarGas-Turbine Power Plants - A Thermo-economic Analysis*. PhD thesis, KHT Royal Institute of Thechnology, 2013.
- [141] H. Al-Haj Ibrahim. *Fired process heaters*. www.intechopen.com, 2010.
- [142] J.K. Kim, L. Savulescu, and R. Smith. Design of cooling systems for effluent temperature reduction. *Chemical Engineering Science*, 56(5) :1811 – 1830, 2001.
- [143] M. H. Panjeshahi and A. Ataei. Application of an environmentally optimum cooling water system design to water and energy conservation. *Int. J. Environ. Sci. Tech.*, 5(2) :251–262, 2008.
- [144] S. Deng and K. Tan. A numerical analysis of heat and mass transfer inside a reversibly used water cooling tower. *Build. Environ.*, 38(1) :91–97, 2003.
- [145] J. Mann and Y.A. Liu. *Industrial water reuse and waste water minimization*. McGraw-Hill, New York, 1999.
- [146] J.C. Kloppers and D.G. Kroger. Influence of temperature inversions on wet-cooling tower performance. *Applied Thermal Engineering*, 25(8-9) :1325 – 1336, 2005.
- [147] A. Hasan and K. Sirén. Theoretical and computational analysis of closed wet cooling towers and its applications in cooling of buildings. *Energy and Buildings*, 34(5) :477 – 486, 2002.

## Bibliographie

---

- [148] F. L. Evans. *Equipment design handbook for refineries and chemical plants*, volume 2. US : Gulf Publishing, 1980.
- [149] R. Silva, M. Berenguel, M. Pérez, and A. Fernández-Garcia. Thermo-economic design optimization of parabolic trough solar plants for industrial process heat applications with memetic algorithms. *Applied Energy*, 113 :603 – 614, 2014.
- [150] J. Freeman, K. Hellgardt, and C.N. Markides. An assessment of solar-powered organic rankine cycle systems for combined heating and power in UK domestic applications. *Applied Energy*, 138 :605 – 620, 2015.
- [151] B. Najafi, A. Shirazi, M. Aminyavari, F. Rinaldi, and R.A. Taylor. Exergetic, economic and environmental analyses and multi-objective optimization of an SOFC-gas turbine hybrid cycle coupled with an MSF desalination system. *Desalination*, 334(1) :46 – 59, 2014.
- [152] Sepehr Sanaye and Ali Shirazi. Thermo-economic optimization of an ice thermal energy storage system for air-conditioning applications. *Energy and Buildings*, 60 :100 – 109, 2013.
- [153] A. Shirazi, B. Najafi, M. Aminyavari, F. Rinaldi, and R.A. Taylor. Thermal-economic-environmental analysis and multi-objective optimization of an ice thermal energy storage system for gas turbine cycle inlet air cooling. *Energy*, 69 :212 – 226, 2014.
- [154] M. Said, M. EL-Shimy, and M.A. Abdelraheem. Photovoltaics energy : Improved modeling and analysis of the levelized cost of energy (LCOE) and grid parity – Egypt case study. *Sustainable Energy Technologies and Assessments*, 9 :37 – 48, 2015.
- [155] A. Boubault, C.K. Ho, A. Hall, T.N. Lambert, and A. Ambrosini. Levelized cost of energy (LCOE) metric to characterize solar absorber coatings for the CSP industry. *Renewable Energy*, 85 :472 – 483, 2016.
- [156] I. Pawel. The cost of storage – how to calculate the levelized cost of stored energy (LCOE) and applications to renewable energy generation. *Energy Procedia*, 46 :68 – 77, 2014. 8th International Renewable Energy Storage Conference and Exhibition (IRES 2013).
- [157] L. Guerreiro, D. Canavarro, and M. Collares Pereira. Efficiency improvement and potential LCOE reduction with an LFR-XX SMS plant with storage. *Energy Procedia*, 69 :868 – 878, 2015. International Conference on Concentrating Solar Power and Chemical Energy Systems, SolarPACES 2014.
- [158] John Foster, Liam Wagner, and Alexandra Bratanova. LCOE models : A comparison of the theoretical frameworks and key assumptions. *Energy Economics and*

- Management Group Working Papers 4-2014, School of Economics, University of Queensland, Australia, July 2014.
- [159] Richard Turton, Richard C. Bailie, Wallace B. Whiting, Joseph A. Shaeiwitz, and Debangsu Bhattacharyya. *Analysis, Synthesis and Design of Chemical Processes*. Prentice Hall, 4th edition, 2012.
- [160] M. Feidt. *Thermodynamique et optimisation énergétique des systèmes et procédés*. Tec & Doc, 1996.
- [161] C. Audet, S. Le Digabel, and C. Tribes. NOMAD user guide. Technical Report G-2009-37, Les cahiers du GERAD, 2009.
- [162] J.H. Holland. *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. University of Michigan, 1975.
- [163] D. Goldberg. *Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning*. Addison-Wesley Professional, 1989.
- [164] B. Najafi, H. Najafi, and M.D. Idalik. Computational fluid dynamics investigation and multi-objective optimization of an engine air-cooling system using a genetic algorithm. In *Proc. Inst. Mech. Eng. C J. Mech. Eng. Sci.*, volume 255, pages 1389–1398, 2011.
- [165] T. Selleri, B. Najafi, F. Rinaldi, and G. Colombo. Mathematical modeling and multiobjective optimization of a mini-channel heat exchanger via genetic algorithm. *J. Therm. Sci. Eng. Appl.*, 5, 2013.
- [166] A. Konak, D.W. Coit, and A.E. Smith. Multi-objective optimization using genetic algorithms : a tutorial. *Reliab. Eng. Syst. Saf.*, 255 :992–1007, 2006.
- [167] US DOE & NREL. Transparent cost database - leveled cost calculations. [Online : <http://www.torresolenergy.com> ; accessed 19-July-2015].
- [168] P. Roosen, S. Uhlenbruck, and K. Lucas. Pareto optimization of a combined cycle power system as a decision support tool for trading off investment vs. operating costs. *International Journal of Thermal Sciences*, 42(6) :553 – 560, 2003.
- [169] M. Taal, I. Bulatov, J. Klemes, and P. Stehlsk. Cost estimation and energy price forecasts for economic evaluation of retrofit projects. *Applied Thermal Engineering*, 23(14) :1819 – 1835, 2003.
- [170] D.R. Woods, S.J. Anderson, and S.L. Norman. Evaluation of capital cost data : Heat exchangers. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 54(5) :469–488, 1976.

## Bibliographie

---

- [171] S.M. Walas. 20 - costs of individual equipement. In Stanley M. Walas, editor, *Chemical Process Equipment*, pages 663 – 669. Butterworth-Heinemann, Boston, 1990.
- [172] M. Mendez, B. Galvan, D. Salazar, and D. Greiner. Multiple-objective Genetic Algorithm using the multiple criteria decision making method TOPSIS. In *Multiobjective Programming and Goal Programming*, volume 618 of *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, pages 145–154. Springer Berlin Heidelberg, 2009.
- [173] C. Audet and J.E. Dennis, Jr. Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 17(1) :188–217, 2006.
- [174] S. Le Digabel. Algorithm 909 : NOMAD : Nonlinear optimization with the MADS algorithm. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 37(4) :1–15, 2011.
- [175] P.L. HUOT. Evaluation de méthodes d’optimisation pour le calage efficace de modèles hydrologiques coûteux en temps de calcul. Mémoire de master, L’Ecole de Technologie Supérieure, Montréal, 2014.
- [176] K. Deep, K. Pratap Singh, M.L. Kansal, and C. Mohan. A real coded genetic algorithm for solving integer and mixed integer optimization problems. *Applied Mathematics and Computation*, 212(2) :505 – 518, 2009.



# Production scientifique

- **Articles dans des journaux scientifiques :**

- [A1] M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Using Generalized Integral Transforms to solve a perturbation model for a packed bed thermal energy storage tank, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Volume 84, May 2015, Pages 633-641
- [A2] M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Displacer gap losses in beta and gamma Stirling engines, *Energy*, Volume 72, 1 August 2014, Pages 135-144
- [A3] M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Effect of leakage losses on the performance of a beta type Stirling engine, *Energy*, Volume 88, August 2015, Pages 111-117
- [A4] M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Thermo-economic optimization of a hybrid solar power plant with packed bed heat storage, (*en préparation*)

- **Communications dans des conférences nationales et internationales:**

- [C1] M.T. Mabrouk, M. Feidt, A. Kheiri, Gas leakage losses in Stirling engines, *in proceedings of ECOS'14, June 15-19, Turku, Finland, 2014*
- [C2] M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Effet des pertes par défauts d'étanchéité sur les performances d'un moteur Stirling, *Congrès de la Société Française de Thermique, 3-6 June, Lyon, France, 2014*
- [C3] M.T. Mabrouk, A. Kheiri, M. Feidt, Etude expérimentale et numérique d'un échangeur de chaleur monophasique gaz-gaz fonctionnant en régime instationnaire, *Congrès de la Société Française de Thermique, 28-31 May, Gérardmer, France, 2013*

- **Séminaires:**

- [S1] M.T. Mabrouk, Optimisation multi-objective d'une microcentrale solaire thermodynamique, *DocLor, Ventron, France, 2014 (Poster)*
- [S2] M.T. Mabrouk, Simulation dynamique et optimisation d'une microcentrale solaire thermodynamique, *Séminaire de l'école doctorale EMMA, Nancy, France, 2014 (Poster)*



## **Production optimale d'énergie pour une communauté à petite échelle: Application à l'optimisation d'une centrale solaire hybride produisant électricité et chaleur**

### **Résumé :**

Ce travail traite la modélisation et l'optimisation des centrales solaires thermodynamiques à concentration produisant de l'électricité pour l'électrification des zones rurales isolées et mal raccordées au réseau électrique. D'abord, un modèle optique et thermique détaillé des concentrateurs solaires cylindro-paraboliques est présenté permettant l'identification de capteurs existants et la création de corrélations qui peuvent être injectées dans un modèle plus global.

Dans un second temps, un modèle original d'un stock de chaleur stratifié de type « lit de roche » est développé. Le nouveau modèle proposé permet de déterminer analytiquement le profil de température dans le stock à n'importe quel instant dans le cas d'une température d'entrée régulée. Ensuite, deux alternatives de bloc moteur sont modélisées : le moteur Stirling et le Cycle Organique de Rankine (ORC acronyme anglais pour Organic Rankine Cycle). Concernant le moteur Stirling, une revue critique des modèles existants a été effectuée. Certains de ces modèles ont été implémentés et complétés par des modèles originaux des pertes par fuite de matière et par effet navette. Le cycle organique de Rankine, lui, est modélisé par un modèle orientée vers l'optimisation.

Enfin, une optimisation mono et multicritère d'une centrale solaire est effectuée. La configuration étudiée est équipée d'un stock de chaleur et d'une chaudière d'appoint. Elle est optimisée selon trois critères : le coût moyen actualisé de l'électricité (LCOE acronyme anglais pour Levelized Cost Of Electricity), le rendement énergétique de la centrale et la quantité de CO<sub>2</sub> émise par Kilowatt heure d'électricité produite.

**Mots clefs:** centrales solaires hybrides, stockage de chaleur, optimisation énergétique, moteur Stirling, cycle organique de Rankine.

## **Optimal energy delivery at a small community scale : application to the optimization of a hybrid solar power plant producing electricity and heat**

### **Abstract :**

This work deals with the modelling and the optimization of thermodynamic solar power plants intended to supply electricity to isolated locations. Firstly, a state of the art of solar collectors is achieved and a model for parabolic trough collectors is proposed. This model is used for actual collectors identification. It is used also to propose correlations to be introduced in the whole system model.

In a second time, a state of the art of energy storage technologies is conducted and an original model of a packed bed storage tank is proposed. This model gives an explicit solution of the temperature inside the tank without using a time step based numerical resolution. Two alternatives for the power block are given: Stirling engines and Organic Rankine Cycles. For Stirling engines, a critical review of existing models is performed. Some losses occurring in Stirling engines are not well documented in the literature as leakage losses at the power piston and displacer gap losses. Therefore, original models are proposed to estimate these losses. When compared to former models in the literature, the new model of the displacer gap losses demonstrates clearly that it is very important to use decoupled models with caution. Concerning the ORC, an optimization-oriented model is proposed.

Finally, a mono and multi-objective optimization of a solar power plant is performed. The optimized system is composed of a solar field, a packed bed heat storage, a power block and an auxiliary fired heater. Objective functions used in this study are: the Levelized Cost of Electricity (LCOE), the energetic efficiency of the power plant and CO<sub>2</sub> emission per kilowatt hour of electricity.

**Key words:** hybrid solar power plants, thermal energy storage, optimization, Stirling engines, organic Rankine cycle.