



**HAL**  
open science

# Modélisation et optimisation d'une machine électrique homopolaire en poudre de fer.

Alix Bernot

► **To cite this version:**

Alix Bernot. Modélisation et optimisation d'une machine électrique homopolaire en poudre de fer.. Autre. CentraleSupélec, 2015. Français. NNT : 2015CSUP0025 . tel-01647133

**HAL Id: tel-01647133**

**<https://theses.hal.science/tel-01647133>**

Submitted on 24 Nov 2017

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



CentraleSupélec



N° d'ordre : 2015-22-TH

## CentraleSupélec

ECOLE DOCTORALE STITS

« Sciences et Technologies de l'Information des Télécommunications et des Systèmes »

Laboratoire de Génie électrique et électronique de Paris - GeePs

## THÈSE DE DOCTORAT

DOMAINE : Sciences pour l'ingénieur

Spécialité : Energie

Soutenue le 30/09/2015

par :

**Alix BERNOT**

**Modélisation et optimisation d'une machine électrique homopolaire en  
poudre de fer**

### Composition du jury :

**Directeur de thèse :**

*Président du jury :*

*Rapporteurs :*

*Examineurs :*

Jean-Claude VANNIER

Frédéric BOUILLAULT

Christophe ESPANET

Yvan LEFEVRE

François BERNOT

Eric LAITHIER

GEEPS, Professeur

GEEPS, Professeur

FEMTO-ST, Professeur

LAPLACE, Maître de conférences

Francecol Technology, Professeur

Zodiac Aerospace

## Table des matières

<b>Table des matières .....</b>	<b>2</b>
<b>Introduction générale .....</b>	<b>6</b>
<b>Chapitre 1 État de l'art des machines à flux transverse et choix de la structure.....</b>	<b>8</b>
1) Les différents types de machines électriques.....	8
1-1/ La machine asynchrone.....	8
1-2/ La machine synchrone à aimants permanents.....	10
1-3/ La machine synchrone à excitation bobinée.....	13
1-4/ La machine à réluctance variable.....	15
1-5/ Autres combinaisons .....	16
2) Les matériaux magnétiques .....	17
2-1/ Les aimants permanents .....	17
2-2/ Matériaux magnétiques doux : les tôles fines.....	18
2-3/ Matériaux magnétiques doux : le SMC .....	20
3) Les machines électriques à flux transverse.....	23
<b>Chapitre 2 Modélisation linéaire de la machine à aimants.....</b>	<b>33</b>
1) Description de la machine à aimants .....	33
1-1 Réalisation.....	33
1-2 Principe de fonctionnement .....	35
2) Modèle analytique de la machine à aimants .....	35
3) Relation entre le couple et le nombre de paires de pôles.....	50
4) Modèle semi-analytique à base de réluctances de la machine à aimants.....	52
4-1 Choix du modèle .....	52
4-2 Établissement du réseau de réluctances et du réseau équivalent .....	52
4-3 Choix des équations en vue de la résolution.....	55
4-4 Algorithme de résolution .....	58
4-5 Résultats .....	60
5) Analyse de la circulation du flux dans l'entrefer .....	62
5-1 Présentation du problème.....	62
5-2 Machine réduite 2D.....	63
5-3 Modèle 2D semi-analytique par réluctances de la circulation des flux d'entrefer.....	63
5-4 Modélisation aux éléments finis 2D de la circulation des flux d'entrefer.....	71

6)	Analyse de la stabilité du point $90^\circ$ (angle électrique).....	75
6-1	<i>Analyse qualitative</i> .....	75
6-2	<i>Analyses éléments finis supplémentaires de la machine 2D en vue d'affiner le circuit magnétique équivalent</i> .....	77
6-3	<i>Analyses éléments finis de systèmes simplifiés</i> .....	93
7)	Modèle analytique 2D à flux incliné.....	101
7-1	<i>Présentation du modèle</i> .....	101
7-2	<i>Résultats du modèle 2D à flux incliné</i> .....	105
8)	Modèle tridimensionnel linéaire complet de la machine à aimants.....	106
8-1	<i>Réseau de ré reluctances</i> .....	107
8-2	<i>Résultats</i> .....	112
8-3	<i>Conclusion</i> .....	114
9)	Modèle aux éléments finis linéaires de la machine à aimants.....	114
10)	Conclusion.....	117
	<b>Chapitre 3 Modélisation non linéaire de la machine à aimants.....</b>	<b>119</b>
1)	Introduction.....	119
2)	Algorithme de type point fixe.....	120
1-1	<i>Formalisation des données matériaux</i> .....	120
1-2	<i>Algorithme itératif basique</i> .....	122
3)	Analyse de la convergence.....	125
3-1	<i>Algorithme itératif sur deux pas</i> .....	125
3-2	<i>Augmentation progressive de l'induction</i> .....	128
3-3	<i>Augmentation progressive des excitations</i> .....	130
3-4	<i>Convergence d'un modèle unidimensionnel</i> .....	131
3-5	<i>Algorithme 1D de type Newton-Raphson</i> .....	135
4)	Algorithme de type Newton-Raphson (recherche de zéro).....	137
4-1	<i>Algorithme de type Newton-Raphson pour un système matriciel</i> .....	137
4-2	<i>Calcul non linéaire de la coénergie</i> .....	139
4-3	<i>Calcul non linéaire du couple</i> .....	141
5)	Modèle non linéaire complet.....	143
5-1	<i>Algorithme</i> .....	143
5-2	<i>Résultats de la modélisation</i> .....	146
5-3	<i>Conclusion</i> .....	148

6) Simulation aux éléments finis non linéaires .....	148
7) Essais sur banc .....	152
7-1 Fabrication du prototype.....	152
7-2 Résultats d'essais.....	157
8) Conclusion .....	160
<b>Chapitre 4 Amélioration et optimisation de la machine à aimants .....</b>	<b>161</b>
1) Analyse et pistes d'améliorations structurelles .....	161
1-1 Analyse des résultats .....	161
1-2 Dent triangulaire selon l'axe de rotation.....	163
1-3 Problématiques de fabrication.....	164
1-4 Dent de section constante triangulaire.....	166
1-5 Dent en marche d'escalier.....	168
2) Fabrication de la machine améliorée.....	170
2-1 Contraintes sur l'outillage.....	170
2-2 Solutions envisagées.....	173
2-3 Inversion du rotor .....	175
3) Simulation éléments finis .....	176
4) Prototype de la machine améliorée .....	181
4-1 Architecture de la machine améliorée.....	181
4-2 Fabrication du prototype de la machine améliorée .....	182
4-3 Essais monophasés du prototype .....	186
4-4 Assemblage du prototype complet.....	187
Optimisation paramétrique.....	189
5) Conclusions.....	189
<b>Chapitre 5 Machine homopolaire à excitation bobinée .....</b>	<b>191</b>
1) Présentation de la machine à excitation bobinée.....	191
1-1 Historique.....	191
1-2 Présentation du concept.....	193
2) Modélisation analytique .....	197
2-2 Modèle analytique.....	199
2-3 Analyse des résultats du modèle analytique .....	202
3) Analyse éléments finis.....	204
4) Essais sur banc .....	208

4-1 Fabrication du prototype.....	208
4-2 Résultats d'essais.....	210
4-3 Conclusions sur la machine à excitation bobinée MH2.....	213
5) Nouveau concept à double dents rotor magnétiquement isolées.....	213
5-2 Nouveau concept.....	214
6) Simulation éléments finis du nouveau concept.....	216
6-1 Simulation de référence MH2.....	216
6-2 Simulation de la machine à doubles dents isolées.....	219
6-3 Évolution dimensionnelle.....	222
7) Modèle analytique.....	226
8) Conclusion.....	229
8-1 Machine à doubles dents isolées.....	229
8-2 Machine homopolaire à excitation bobinée.....	230
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>232</b>
<b>Bibliographie.....</b>	<b>234</b>

## Introduction générale

L'électrification est en marche. Si le début du XX<sup>ème</sup> siècle a vu l'électricité révolutionner nos vies quotidiennes, en particulier dans les applications statiques, le début du XXI<sup>ème</sup> siècle voit l'électricité modifier en profondeur également toutes les applications embarquées. La fée électricité est un moyen très commode de transport et de conversion d'énergie, et les progrès considérables de l'électronique de puissance en font désormais un vecteur de choix pour la grande majorité des systèmes de conversion d'énergie. Sans même parler par exemple de voiture ou d'avion tout électrique fonctionnant sur batteries (l'E-FAN d'Airbus montrant la voie pour l'aéronautique), qui sont à ce jour limités par les capacités de stockage et de recharge d'énergie bien inférieures au pétrole, l'électricité s'étend fortement à l'intérieur des systèmes, dans toute la chaîne de conversion d'énergie des applications embarquées.

L'automobile devient hybride, une chaîne électrique relayant le moteur thermique. La propulsion navale se fait de plus en plus par des pods contenant des machines électriques alimentées par des génératrices diesel. Les énergies hydraulique et pneumatique sont remplacées progressivement dans les avions par l'énergie électrique, entraînant une forte inflation de la puissance des alternateurs entraînés par les moteurs de l'avion, qui devient plus électrique (1,4MVA pour le Boeing 787 contre 300kVA pour l'A330). Le Boeing 787 est ainsi le premier avion de ligne bleedless, sans prélèvement d'air chaud sur les moteurs pour assurer le conditionnement d'air de la cabine et le dégivrage des surfaces portantes ; l'économie de carburant est estimée par Boeing à 3%. L'Airbus A380 a inauguré les actionneurs de commande de vol alimentés par l'énergie électrique, qui ont permis un gain de masse de 500kg par rapport au même système équipé d'actionneurs hydrauliques. Les gains sont aussi très importants en termes de simplicité d'installation, de modularité, de maintenance et de source de défaillance (un câble électrique ne fuit pas). Les actionneurs électriques se multiplient également pour un seul but de confort : siège électrique inclinable en position lit dans la classe affaires d'un avion, lève-vitre électrique d'une voiture ou motorisation des rétroviseurs...

Dans tous ces systèmes plus électriques, l'extrémité de la chaîne électromécanique est bien souvent une machine électrique, actionneur permettant d'obtenir l'énergie mécanique qui sera utilisée pour réaliser la fonction finale. Ces machines électriques sont très majoritairement des machines tournantes, y compris souvent pour les actionneurs linéaires électromécaniques. Dans ce cadre, l'amélioration des machines électriques est un enjeu clef, notamment en termes de masse et d'encombrement dans le cadre des applications embarquées (pour réduire la masse à déplacer), mais également en termes de rendement, de coût de fabrication, de fiabilité et de recyclabilité.

Cette étude se place dans cette perspective, avec pour objectif d'apporter une contribution à l'amélioration des machines électriques, en sortant des sentiers traditionnels. Les possibilités ouvertes par les poudres magnétiques composites, un matériau assez récent, ont notamment été explorées, avec la mise en œuvre d'une structure à flux transverse. Les machines de puissance et de vitesse moyennes, de l'ordre de la dizaine de kW et de quelques milliers de tours par minute, forment la trame de fond de cette étude, sans en limiter la portée. L'objectif n'est en effet pas de dimensionner précisément une machine pour une application spécifique donnée, mais d'apporter une contribution plus générale à la compréhension et à la conception des machines électriques.

La phase initiale d'analyse de l'état de l'art nous a poussés au choix d'une structure prometteuse, à la fois performante et réaliste industriellement, en termes de complexité, de réalisation et de coût. Les structures à flux transverse, choix que nous avons retenu, sont en effet souvent très complexes, formées d'un assemblage de plusieurs dizaines voire centaines de pièces différentes. L'architecture naturellement tridimensionnelle des machines à flux transverse complexifie leur étude, ce qui nous a entraînés vers un travail poussé de modélisation pour comprendre en détail le fonctionnement de la structure. Un premier modèle analytique approximatif a permis d'expliquer le fonctionnement général de la machine et de cerner le potentiel maximal de l'architecture retenue ; il a été suivi par un modèle semi-analytique détaillé basé sur un réseau de réluctances, qui nous a permis de comprendre en détail le fonctionnement de la machine, et a fourni une base pour la mise en œuvre d'un algorithme de prédimensionnement. Le développement de ce modèle a été assisté par des calculs aux éléments finis, afin d'aider à la compréhension des phénomènes en jeu. Ce travail de modélisation a dégagé des pistes générales de compréhension qui pourront être réutilisées dans d'autres contextes.

L'analyse effectuée pendant la modélisation a alors permis de proposer plusieurs modifications mineures mais à l'impact significatif sur les performances, permettant un effort d'amélioration conséquent, qui a débouché sur un dépôt de brevet. Plusieurs prototypes ont été réalisés pour valider l'ensemble.

L'étude détaillée d'une structure d'excitation alternative aux aimants permanents continue notre étude, afin de permettre l'accès à d'autres domaines de la machine électrique : génération électrique, haute température, machines à faibles coûts... La même démarche générale que pour notre machine de base a été retenue, accélérée par les enseignements des premières parties. L'étude commence par une modélisation analytique approximative—qui permet de comprendre le mode de fonctionnement de la machine et dégage le potentiel maximal de la nouvelle structure. Elle est ensuite validée par une modélisation aux éléments finis, et la réalisation d'un prototype.

L'analyse du modèle analytique grossier de la structure alternative a permis de proposer une nouvelle structure améliorant la précédente, au prix de modifications substantielles ; cette nouvelle structure a donné lieu à un dépôt de brevet. Un nouveau cycle d'analyse est alors mené, avec modèle analytique approximatif, modélisation semi-analytique validée par les éléments finis, propositions d'évolutions mineures améliorant significativement les performances et optimisation dimensionnelle. Les limitations temporelles et économiques n'ont pas permis la réalisation d'un prototype dans les temps, l'analyse de cette structure s'achevant sur un prototypage virtuel mené grâce aux éléments finis.

La conclusion nous permet ensuite, après le bilan nécessaire de la contribution aux machines électriques à flux transverse, d'ouvrir sur les suites pouvant être données à cette étude et les pistes de développements ultérieurs dessinées.

## Chapitre 1 État de l'art des machines à flux transverse et choix de la structure

### structure

#### 1) Les différents types de machines électriques

Les machines électriques utilisées habituellement se divisent en quatre catégories principales. Elles sont toutes composées d'un circuit magnétique, généralement à base de matériaux dérivés du fer, scindé en deux parties, stator (fixe) et rotor (mobile). Un bobinage, généralement en cuivre, transmet et répartit la puissance électrique en générant un champ magnétique.

##### 1-1/ La machine asynchrone

La machine la plus répandue est la machine asynchrone, qui équipe plus de 50% des installations industrielles à travers le monde [Gre03] : pompes, ventilation, traction ferroviaire... La machine asynchrone est constituée d'un circuit magnétique au stator constitué d'un paquet de tôles ferromagnétiques fines empilées. Ce circuit porte une couronne formée d'une succession de dents et d'encoches ; couronne classiquement tournée vers l'intérieur du stator (dans le cas d'une machine à rotor externe, la couronne est tournée vers l'extérieur). Le flux magnétique est rebouclé par une culasse, partie intégrante du circuit magnétique, située à l'opposé de cette couronne. Le bobinage en cuivre, composé de trois phases distinctes, est inséré dans les encoches, entre les dents. Composé de fil relativement fin, il est généralement constitué d'un nombre important de tours de fil en série (typiquement plusieurs dizaines). Les trois phases sont reliées entre elles par un couplage, typiquement étoile ou triangle, permettant d'alimenter le moteur à partir de seulement trois fils. La figure ci-dessous présente un stator de machine asynchrone triphasée de la société SEW Usocom.



Figure 1 *Stator de machine asynchrone*

Le rotor est lui constitué d'une cage d'écureuil constitué de barres de cuivre reliées par un anneau de court-circuit, ou alors d'un autre bobinage triphasé monté sur un circuit magnétique ; ce bobinage pouvant être en court-circuit, relié à des résistances variables ou encore alimenté séparément (comme dans les génératrices asynchrones à double alimentation, utilisées notamment dans les éoliennes). La figure ci-dessous présente à gauche un rotor à cage de machine asynchrone, avec un dessin de principe à gauche et une photo de rotor à cage de la société SEW Usocome.



**Figure 2 Rotor à cage d'écureuil de machine asynchrone**

Nous remarquons que la cage est vrillée afin de limiter les ondulations de couple. La figure ci-dessous présente un rotor à excitation bobinée, présenté par Tatsuya Kikuchi et Takashi Kenjo.

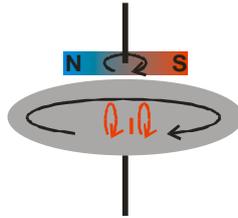


**Figure 3 Rotor à excitation bobinée de machine asynchrone**

Ce rotor est constitué d'un bobinage triphasé, relié à des bagues lisses permettant de l'alimenter. Il est également vrillé afin de réduire les ondulations de couple.

Le principe physique de fonctionnement d'une machine asynchrone s'explique par une analogie simple. Si on monte un disque en fer sur un axe de rotation, et qu'on fait tourner (par une action mécanique externe) un aimant au-dessus du disque, ce dernier va se mettre à tourner à une vitesse inférieure à la vitesse de l'aimant. Concrètement, le champ tournant de l'aimant va induire des courants

dans le fer à une fréquence légèrement inférieure ( $I$ , en rouge sur la figure ci-dessous), courants qui vont induire un flux (création d'un électro-aimant). L'interaction entre le flux de l'aimant et le flux des courants du disque va alors créer un couple, sur le même principe que l'attraction/répulsion entre deux aimants. En l'absence de frottements significatifs et avec une résistance du disque faible, la vitesse du disque sera légèrement inférieure à celle de l'aimant, l'écart entre les vitesses étant appelé glissement. Plus le glissement est élevé, plus la tension induite dans le disque sera élevée, ainsi que les courants dans le disque et le couple électromagnétique résultant.



**Figure 4 Analogie du fonctionnement de la machine asynchrone**

Dans la machine asynchrone, l'aimant de notre analogie est en fait un électro-aimant, généré par le bobinage du stator. Un système de courant tournant va générer un champ tournant émulant un aimant rotatif. Le disque plein est le rotor, dans lequel les courants induits circulent dans la cage ou dans le bobinage du rotor.

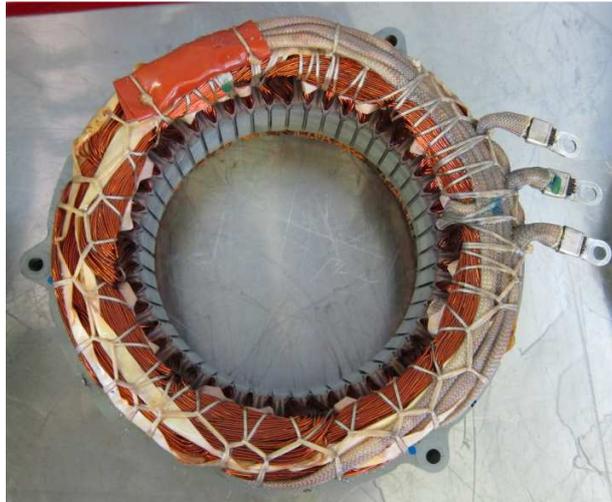
Les avantages de cette machine sont multiples. Tout d'abord, sa réalisation est économique, notamment dans le cas d'une machine à cage ; elle ne comporte notamment pas de matériau cher (pas d'aimant permanent). Ensuite, c'est une machine dont la commande est aisée et stable : c'est un des rares types de machine qui fonctionne naturellement si on la connecte brutalement sur le réseau électrique alternatif (au prix d'un appel de courant élevé au démarrage) ; elle ne nécessite notamment pas de capteur de position. Avec un variateur électronique, il est facile de faire de la variation de vitesse et de maîtriser le couple.

Cependant, elle souffre de défauts significatifs. La circulation des courants dans le rotor génère des pertes qui limitent son rendement (typiquement autour de 80-85% pour une bonne machine), et son facteur de puissance est moyen (de l'ordre de 0,7 à 0,8 pour une bonne machine). Pour finir, elle ne présente pas un couple massique très élevé. Son usage est typiquement celui des applications statiques ne nécessitant pas des très bonnes performances.

### **1-2/ La machine synchrone à aimants permanents.**

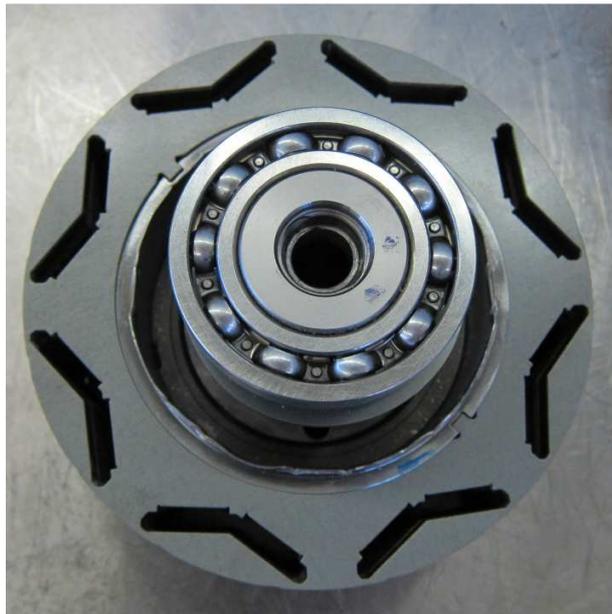
La machine à aimants permanents est le deuxième type de machine électrique très répandu, elle est généralement considérée comme la machine la plus performante, notamment dans les applications embarquées.

Son stator est le même que celui de la machine asynchrone, constitué d'un paquet de tôles empilées, ceint d'un bobinage en cuivre triphasé passant dans les encoches. Son rotor est constitué d'un circuit magnétique comportant des aimants permanents, dont la disposition peut être assez variée : en surface, enterrés... La figure ci-dessous présente le stator du moteur électrique de la Toyota Prius de 2006.



**Figure 5** *Stator de machine synchrone à aimants permanents*

La figure ci-dessous présente le rotor du moteur électrique de la Toyota Prius de 2006, dont les aimants ont été enlevés de leurs logements.



**Figure 6** *Rotor de machine synchrone à aimants permanents enterrés*

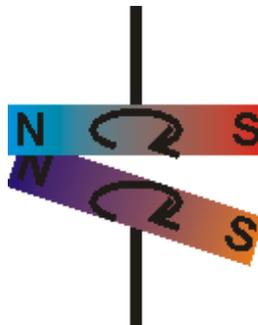
La figure ci-dessous présente un rotor à aimants en surface d'un moteur de petite puissance, présenté par Tatsuya Kikuchi et Takashi Kenjo.



**Figure 7** Rotor de machine synchrone à aimants permanents en surface

Les aimants sont ici simplement collés au stator ; pour des applications de plus grande puissance, lorsque les vitesses de rotation augmentent, une frette est ajoutée pour retenir les aimants sur le stator et éviter qu'ils ne se détachent sous l'effet de la force centrifuge. Cette frette, souvent métallique, conduit les courants de Foucault et génère ainsi des pertes fer ; elle augmente également l'entrefer magnétique de la machine.

Le principe physique de fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents s'explique également assez simplement par une analogie. Considérons deux aimants superposés, montés sur deux axes de rotation superposables, l'un dessus et l'autre dessous. Si on entraîne un des aimants, le deuxième sera mis en rotation sous l'influence du premier. Une énergie mécanique de rotation est ainsi communiquée au deuxième aimant par l'influence du magnétisme.

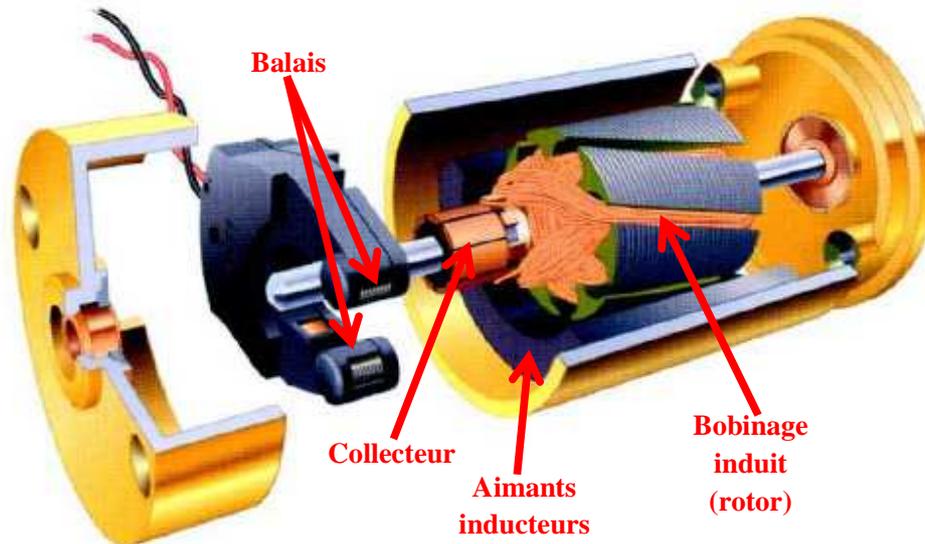


**Figure 8** Analogie du fonctionnement de la machine synchrone à aimants permanents

Comme dans la machine asynchrone, l'un des aimants tournants est un électroaimant, généré par le bobinage du stator alimenté par un système de courants tournants. Le second aimant est le rotor qui comporte des aimants permanents.

La construction de cette machine peut également être renversée en mettant les aimants permanents au stator, et en insérant le bobinage dans le rotor, qui est alors alimenté par un système de collecteur tournant et de charbons : c'est la machine à courant continu. De commande très simple (la simple application d'une tension continue suffit à la mettre en rotation), elle nécessite un changement régulier des balais, imposant une maintenance préventive au coût non négligeable. La poussière de carbone générée par l'usure des balais peut également poser problème. La machine à courants continus tend progressivement à être remplacée par des machines synchrones à aimants permanents à commutation

électronique, couramment appelés moteurs brushless. La figure ci-dessous présente une vue en coupe d'une machine à courant continu.



**Figure 9** Machine à courant continu à aimants permanents

La machine synchrone à aimants permanents est aujourd'hui la machine électrique de référence lorsqu'il est question de machine performante. C'est en effet celle qui présente la densité de couple et de puissance la plus élevée, le meilleur facteur de puissance et le meilleur rendement. L'utilisation d'aimants pour générer le flux du rotor se fait effectivement sans perte (pas de circulation de courant), et avec des éléments légers.

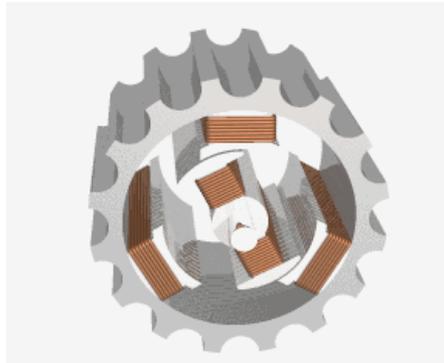
Par contre son coût est plutôt élevé, du fait de l'utilisation nécessaire d'aimants permanents à base de terre rare pour atteindre des performances élevées. Sa commande est également difficile, nécessitant de connaître la position angulaire du rotor à tout instant, imposant donc bien souvent un capteur de position précis complexifiant et renchérissant le système. Elle pose également des contraintes de sécurité : un raté de commande peut générer des courants et des couples contraires très élevés ; et en cas de défaut du moteur ou de son électronique à grande vitesse, il est impossible de couper l'excitation des aimants, pouvant entraîner des courants très importants ou des claquages en tension, notamment en cas de défluxage.

De par son coût et ses performances, la machine synchrone à aimants permanents est celle des machines légères et performantes, notamment dans les applications embarquées. Mais son coût élevé et l'incertitude sur le prix et l'approvisionnement en terres rares incite parfois à préférer à la place l'adoption de la machine synchrone à excitation bobinée, par exemple pour les machines électriques de traction des véhicules électriques Renault (comme la Renault Zoé).

### **1-3/ La machine synchrone à excitation bobinée**

La machine synchrone à excitation bobinée se dérive directement de la machine synchrone à aimants permanents en remplaçant les aimants permanents du rotor par des électro-aimants, généralement un bobinage en cuivre alimenté par un courant continu. Le stator est identique en tout point à celui des

machines synchrones à excitation bobinée et asynchrone. La figure ci-dessous, issue de Wikipédia, présente un synopsis de cette machine.



**Figure 10** *Machine synchrone à excitation bobinée*

Nous distinguons clairement sur cette machine le bobinage d'excitation sur le rotor réparti sur les deux pôles, ainsi que trois dents au stator portant chacun le bobinage d'une phase.

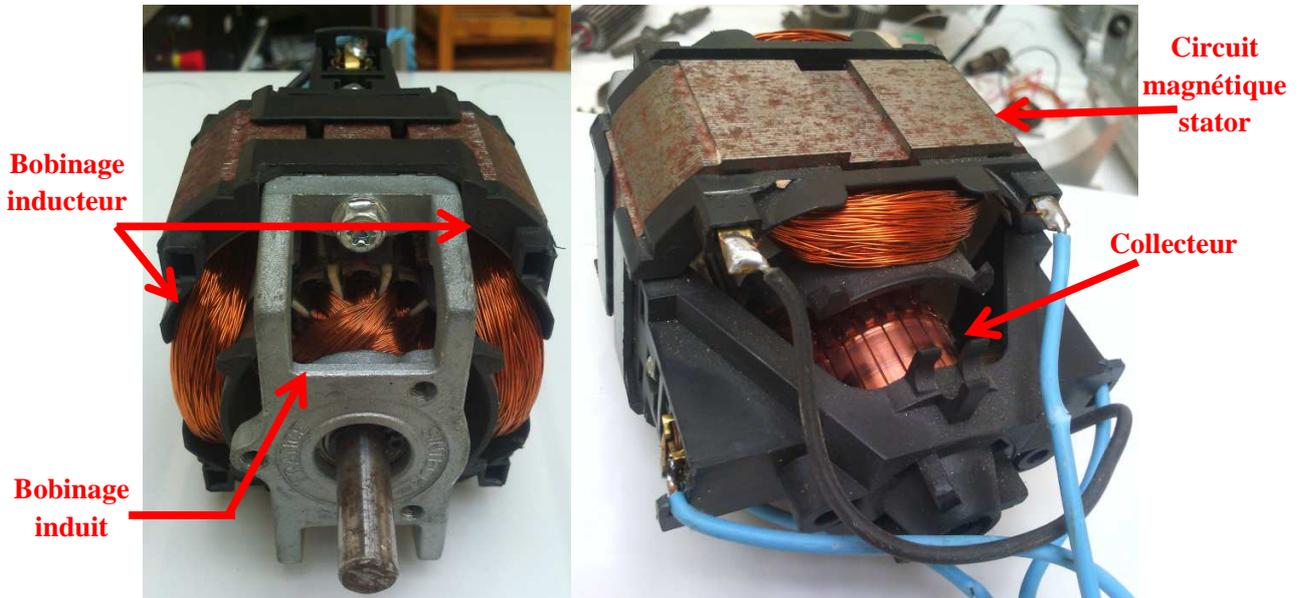
La commande de ces machines se fait également avec un onduleur triphasé, auquel est généralement ajouté un hacheur pour générer le courant continu d'excitation. Comme pour la machine à aimants permanents, elle nécessite de connaître en permanence la position angulaire du rotor, généralement avec un capteur de position. La commande est plus simple du fait de l'ajout d'un paramètre de commande, le courant d'excitation ; la machine est également plus sûre du fait de la possibilité de couper le courant d'excitation (pas de dérive possible en cas de raté de commande en défluxage ou de court-circuit dans le bobinage induit). L'alimentation du rotor doit par contre être assurée, soit avec un système de contacts glissants par bagues lisses (présentant des frottements et une usure), soit avec un système de transformateur tournant.

La puissance et le couple des machines synchrones à excitation bobinée sont comparables à celles des machines synchrones à aimants permanents. Cependant le système de contacts glissants assurant l'alimentation du bobinage rotor occupe du volume en bout d'arbre, et le bobinage d'excitation est généralement plus lourd qu'un aimant permanent, imposant au final une densité de puissance un peu plus faible. Le rendement sera également plus faible, du fait des pertes par effet Joule dans le bobinage du rotor.

Cette machine est la machine de référence pour la génération d'énergie, notamment en présence d'un réseau électrique, du fait de la possibilité de régler la tension produite en pilotant le courant d'excitation rotor. Elle est également utilisée en moteur lorsque la sécurité interdit l'usage d'aimants permanents, ou en présence d'une difficulté économique sur le prix des aimants permanents.

La construction de cette machine peut également être inversée, avec le bobinage induit au rotor, alimenté de manière alternative par un courant continu commuté à l'aide d'un système mécanique de collecteurs-balais ; le bobinage d'excitation, au stator est lui normalement alimenté par un courant continu. Cette configuration est généralement appelée machine à courant continu à excitation bobinée. Lorsque les bobinages induit et inducteur sont connectés en série ou en parallèle, la machine fonctionne alors qu'elle soit alimentée par un courant continu ou un courant alternatif ; cette configuration a été

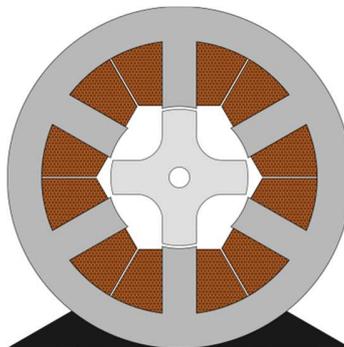
appelée machine universelle. Il s'agit d'une machine économique, qui a été très utilisée jusque dans les années 80, notamment dans toutes les applications d'électroménager. Elle présente cependant un rendement très faible, typiquement aux alentours de 25% à 35%, en raison de pertes fer élevées (flux alternatif), et de pertes cuivre également élevées (deux bobinages). Cette machine est présentée sur la figure ci-dessous, avec une vue de chaque côté de la machine.



**Figure 11** Machine à courant continu à excitation bobinée ou machine universelle

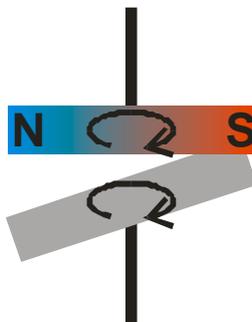
#### 1-4/ La machine à réluctance variable.

Le quatrième type de machine électrique, moins répandu que les précédents, est la machine à réluctance variable. Le stator est construit sur un principe similaire à celui des machines précédentes, mais avec une construction fortement saillante. Le nombre d'encoches et de dents du stator est réduit et chaque dent porte un bobinage qui lui est propre. Le rotor est lui constitué uniquement de matériau magnétique passif, typiquement un empilement de tôles fines. La figure ci-dessous, issue de Wikipédia, présente une vue en coupe schématique d'une machine à réluctance variable.



**Figure 12** Machine à réluctance variable

Le fonctionnement de cette machine s'explique également par une analogie simple. Considérons un aimant monté sur un axe de rotation, surmontant un barreau de fer de même dimension que l'aimant, également monté sur un axe de rotation. Lorsque l'aimant est mis en rotation, le barreau de fer va suivre l'aimant et tourner à la même vitesse.



**Figure 13** *Analogie de fonctionnement de la machine à réluctance variable*

Comme dans les autres moteurs, l'aimant tournant est en réalité produit par le bobinage du stator. Le barreau de fer entraîné par l'aimant est le rotor, constitué d'un simple paquet de fer.

La commande de la machine à réluctance variable nécessite, comme pour la machine synchrone, de connaître en tout temps la position angulaire du rotor, imposant généralement un capteur de position. L'avantage de cette machine est la simplicité de son rotor, composé d'un simple paquet de fer. Il peut donc supporter des contraintes significatives, comme une température ou une vitesse de rotation élevées. Par contre, la machine à réluctance variable présente généralement une densité de puissance plus faible que les machines synchrones, du fait de l'absence d'excitation. Elle présente également généralement un facteur de puissance faible, obligeant à surdimensionner l'onduleur alimentant la machine.

### 1-5/ Autres combinaisons

Les quatre grands types de machines que nous venons de parcourir présentent les interactions électromagnétiques de base à l'origine du fonctionnement de la grande majorité des machines électriques (quelques machines plus exotiques, à fonctionnement piézoélectrique par exemple, existent également).

Plusieurs machines utilisent en réalité une combinaison de ces quatre types de machines. Certaines machines synchrones sont à excitation hybride, associant au rotor des aimants permanents à un bobinage d'excitation, comme dans le cas de certains alterno-démarrateurs automobiles à rotor à griffes avec ajout d'aimants. Les grands alternateurs synchrones ont une cage asynchrone ajoutée à leur rotor, afin de faciliter l'accroche au synchronisme de la tension réseau : un décalage du rotor créera un couple asynchrone permettant de rattraper le décalage, alors qu'aucun courant ne circulera dans la cage au synchronisme, n'induisant aucune perte supplémentaire. Des machines synchrones à pôles saillants peuvent être commandées en profitant de l'effet de la réluctance variable pour ajouter un surplus de couple au courant d'excitation. D'autres structures moins évidentes existent également : les machines à commutation de flux associent des aimants permanents et un bobinage d'excitation au stator par exemple.

## 2) Les matériaux magnétiques

Les matériaux électro-magnétiquement actifs constitutifs d'un moteur électrique se répartissent en matériaux magnétiques, qui produisent et guident le flux magnétique, et les conducteurs électriques, qui conduisent le courant électrique. Le matériau conducteur dominant est le cuivre, utilisé dans l'écrasante majorité des machines électriques, pour sa faible résistivité, son abondance et sa facilité de mise en forme. Dans notre étude visant une contribution à l'amélioration des machines électriques, nous ne voyons pas d'intérêt à la remise en cause de l'utilisation du cuivre comme matériau de base des conducteurs électriques dans une première approche.

Les matériaux magnétiques se répartissent eux en deux grands types : matériaux magnétiques doux et durs, selon la largeur de leur cycle d'hystérésis magnétique. Les matériaux durs sont plus communément appelés aimants permanents. Leur rôle est de canaliser, d'amplifier ou de créer le flux magnétique.

### 2-1/ Les aimants permanents

Les aimants permanents sont caractérisés par un cycle d'hystérésis très large ; ils sont typiquement utilisés dans leur zone de saturation. Dans ce cadre, leur perméabilité relative est proche de celle du vide ( $\mu_r \sim 1$ ), et ils « génèrent » naturellement, en l'absence d'excitation extérieure, une induction, appelée induction rémanente. La figure ci-dessous, issue de Wikipédia, présente le cycle d'hystérésis d'un aimant permanent.

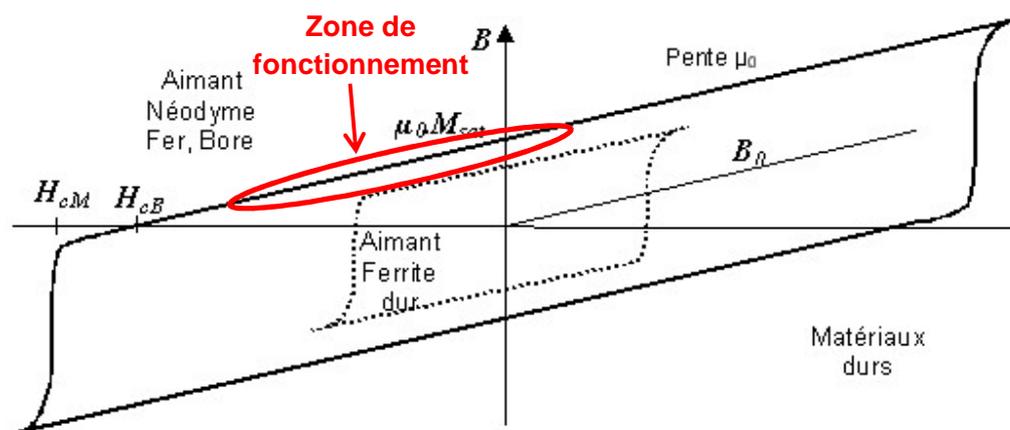


Figure 14 Cycle d'hystérésis d'un aimant permanent

Il y a quatre types d'aimants permanents utilisés aujourd'hui, ayant des caractéristiques différentes. Le tableau ci-dessous rappelle leurs caractéristiques principales.

<i>Type d'aimant</i>	<b>Ferrite</b>	<b>AlNiCo</b>	<b>NdFeB</b>	<b>SmCo</b>
<i>Br max</i>	0,4 à 0,5T	1,2T	1,2 à 1,3T	1,1T
<i>Commentaires</i>	Faible induction maximale  Faible coût	Démagnétisation trop facile	Aimants les plus puissants  Prix élevé (terres rares)  Inutilisables pour $T > 180^{\circ}\text{C}$  S'oxydent facilement	Bonne tenue en température  Prix assez élevé (terres rares)

**Tableau 1** *Les différents types d'aimants permanents*

Les aimants AlNiCo se démagnétisent très facilement du fait de leur trop faible champ coercitif ; ils sont donc usuellement cantonnés aux applications en l'absence de courant. Les aimants ferrites sont peu efficaces, généralement cantonnés aux usages économiques. Le Samarium et le Néodyme sont des terres rares, impliquant un coût plus élevé et une disponibilité plus contrainte, mais ils permettent la réalisation des aimants les plus efficaces. Dans les conditions normales de fonctionnement, les aimants les plus performants sont les aimants Néodyme, mais les aimants à base de Samarium supportent bien mieux les élévations de température. Le choix du type d'aimants dépendra donc notamment de l'environnement.

L'utilisation d'aimants permanents est le moyen le plus léger et le plus efficace de produire un flux magnétique, notamment avec les aimants à base de terres rares (Samarium, Néodyme). Leur utilisation pourra donc être très utile dans le cadre de notre étude sur l'amélioration des machines électriques.

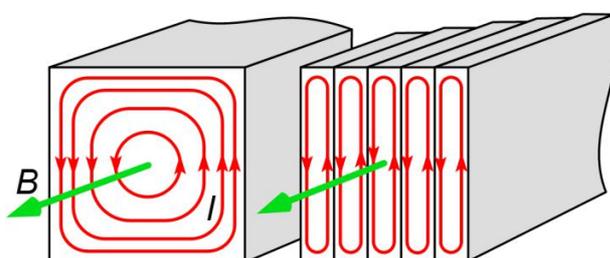
## **2-2/ Matériaux magnétiques doux : les tôles fines**

Les matériaux magnétiques doux sont des matériaux magnétiques dont le cycle d'hystérésis est très étroit, avec de préférence une induction à saturation élevée et une perméabilité relative importante (plusieurs centaines à plusieurs milliers).

Ils sont utilisés pour amplifier et guider le flux magnétique. Un matériau magnétique doux soumis à un champ magnétique d'excitation va s'auto-aimanter naturellement dans le sens du champ d'excitation, et ainsi être traversé par une induction plusieurs centaines à plusieurs milliers de fois supérieure à l'air. Leur utilisation est massive dans la grande majorité des systèmes magnétiques, à l'exception notable des systèmes mettant en œuvre des matériaux supraconducteurs (qui permettent d'atteindre des inductions bien plus élevées que l'induction à saturation des matériaux magnétiques connus).

Le matériau magnétique doux commun de référence est le fer. Ce métal ferromagnétique présente une perméabilité magnétique relative supérieure à 4 000, et une induction à saturation autour de 2,1T, ce qui lui confère d'excellentes propriétés magnétiques statiques. Mais la résistivité du fer est très faible (de l'ordre de  $10^{-7}\Omega\text{m}$ ), ce qui génère des courants de Foucault très importants en présence d'une induction alternative.

Une grande partie des travaux sur les matériaux magnétiques doux consiste à modifier le fer pour diminuer les pertes alternatives, tout en conservant les bonnes propriétés magnétiques statiques du fer. La première modification est la segmentation du circuit magnétique en tôles très fines, isolées entre elles, afin de réduire les surfaces permettant la circulation des courants de Foucault. La figure ci-dessous, issue de Wikipédia, montre les chemins de courants de Foucault dans un matériau métallique massif et dans un empilement de tôles fines.



**Figure 15** Circulation des courants de Foucault dans du métal massif et dans des tôles feuilletées

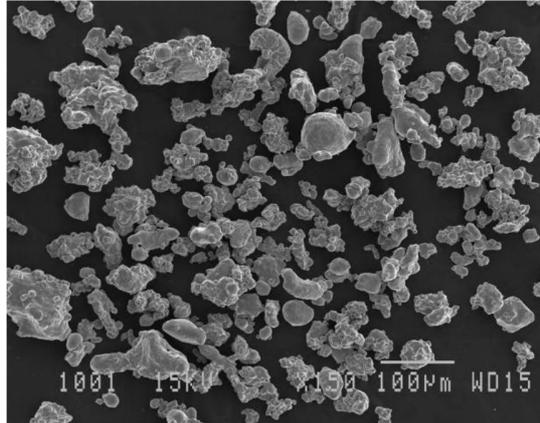
La très grande majorité des circuits magnétiques soumis à des champs alternatifs est aujourd'hui réalisé à partir de tôles feuilletées. Les pertes par courants de Foucault sont réduites de manière considérable, d'autant plus que les feuilles sont fines. Des épaisseurs de l'ordre de 0,1 à 0,2mm existent aujourd'hui en standard industriel pour des applications de grande série. Le défaut majeur de cet agencement est que la circulation du champ magnétique est cantonnée aux deux dimensions perpendiculaires à la direction d'isolation des tôles (sous peine de voir les pertes par courants de Foucault augmenter massivement), limitant les possibilités.

Une deuxième piste pour la réduction des pertes fer est l'adjonction au fer d'autres composés, afin de réduire la résistivité de l'ensemble. Typiquement, du silicium (à hauteur de 3% environ) ou du Nickel peuvent être ajoutés, pour atteindre des résistivités jusqu'à environ  $50 \cdot 10^{-7}\Omega\text{m}$  (contre  $10^{-7}\Omega\text{m}$  pour le fer pur). Ensuite, divers procédés de production, incluant des traitements spécifiques de la matière, sont mis en œuvre, comme la présence de contraintes mécaniques maîtrisées lors du laminage permettant d'obtenir une structure cristalline à grains orientés, des recuits thermiques, ou encore une vitrification (refroidissement rapide) permettant d'obtenir une structure amorphe.

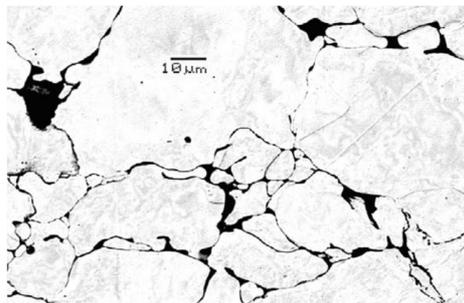
Toute cette diversité et les améliorations apportées dans le domaine des tôles laminées ne changent pas fondamentalement l'usage qui en est fait dans une machine électrique. Elles constituent aujourd'hui le matériau de base des circuits magnétiques de machine électrique, généralement empilées à l'identique parallèlement à l'axe de rotation de la machine.

### 2-3/ Matériaux magnétiques doux : le SMC

Un autre type de matériau magnétique doux à faibles pertes est apparu depuis le milieu des années 90 [Cyr07] : les matériaux magnétiques composites doux, plus connus sous leur sigle anglais *SMC*, pour Soft Magnetic Composite. Ce matériau est constitué de grains de fer pur, de taille de l'ordre de la centaine de microns, noyés dans un liant diélectrique. L'ensemble est comprimé dans un moule à forte pression (de l'ordre de 600 à 800MPa), puis recuit sous atmosphère contrôlée (hydrogène, azote...) à une température de l'ordre de 250°C à 600°C. La densité finale des pièces en SMC peut atteindre 7,5.



**Figure 16** Poudre de fer avant compaction



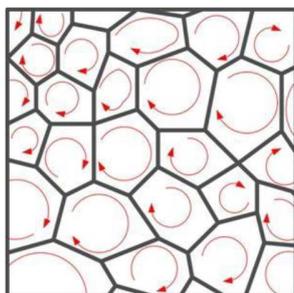
**Figure 17** Structure d'un matériau magnétique composite

Les formes des pièces SMC réalisables sont limitées par la métallurgie des poudres. La cohésion des pièces nécessite une densité homogène, ce qui limite les hauteurs de pièce (de l'ordre de 3 fois le diamètre). Les surfaces de passage doivent être orthogonales, et les pièces doivent pouvoir être démoulées naturellement.

Le coût d'une pièce SMC est assez modique : le coût de la poudre (matière première) est du même ordre que ceux des tôles de faible qualité, et le procédé de mise en œuvre est bien plus économique. Tout d'abord, la production n'utilise que la quantité de poudre nécessaire, alors que la découpe d'une tôle génère naturellement des rebus. Ensuite, le procédé de fabrication par compression uniaxiale sort naturellement la pièce dans la forme finale souhaitée, et est facilement automatisable, y compris pour des petites et moyennes séries. De l'autre côté, l'isolation unitaire puis l'empilage des tôles nécessite un nombre plus important d'opérations de production. La production du SMC est donc largement viable industriellement.

Le revers de la médaille est le coût de la réalisation d'un moule (plusieurs dizaines de milliers d'euros) et l'immobilisation d'une presse hydraulique de plusieurs centaines de tonnes pour la fabrication de pièces en SMC, qui nécessitent des investissements lourds et limitent grandement la possibilité du prototypage. Une machine en tôles se prototypent facilement avec des méthodes de découpe sans investissement lourd (découpe laser par exemple). D'un autre côté, les machines en SMC peuvent être usinées dans la masse de lopins de poudre collés (poudre prototype Somaloy de la société Höganäs par exemple), mais avec des performances magnétiques inférieures aux poudres industrielles pressables. La réalisation d'un prototype représentatif des performances finales nécessite la réalisation d'un moule et l'immobilisation d'une presse hydraulique, avec un coût pouvant refroidir les ardeurs et limitant le droit à l'échec.

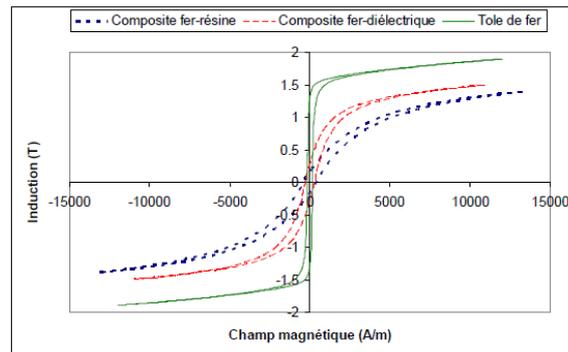
La forme finale du matériau SMC présente des grains très fins isolés entre eux. La circulation des courants de Foucault sera donc circonscrite à l'intérieur des grains, donnant des pertes par courants de Foucault très faibles [Pin10].



**Figure 18** *Circulation des courants de Foucault dans les grains du SMC*

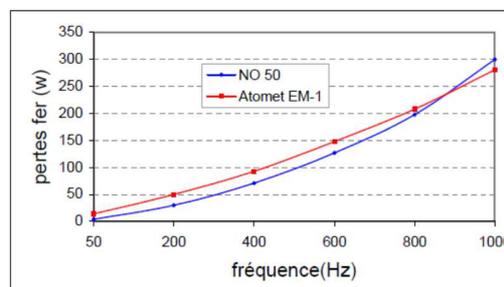
L'ajout de composés d'alliage au fer des grains est inutile, la difficulté principale étant surtout le maintien d'une bonne isolation entre les grains plus que la résistivité du grain lui-même (en raison de la très petite taille des grains). Les SMC traditionnels sont donc généralement à base de fer pur. Les liants sont par contre assez variés, relevant du savoir-faire des métallurgistes : liants organiques, avec ou sans lubrifiant ajoutés (pour faciliter le démoulage des pièces)...

La densité du SMC est plus faible que celle des tôles à base de fer, sa perméabilité et son induction à saturation seront donc également plus faibles. Ces propriétés dépendent notamment de la pression de compaction du matériau et du liant entre les grains. Les meilleurs SMC peuvent atteindre des inductions à saturation de l'ordre de 1,5T à 1,6T et des perméabilités relatives de l'ordre de 800 à 1000, ce qui reste assez éloigné des meilleures tôles magnétiques (perméabilités relatives supérieures à 4000 et induction à saturation pouvant dépasser 2T).



**Figure 19** Courbes B(H) du SMC et de la tôle

Du fait de la faible taille des grains de SMC, les pertes par hystérésis y seront plus élevées. Les pertes par hystérésis décroissent proportionnellement à l'augmentation du diamètre des particules de fer (mesure expérimentale dans [Cyr07]). Le champ coercitif des SMC est ainsi bien plus élevé (de l'ordre de 300A/m). Les pertes fer dans le SMC suivront donc un comportement quasiment linéaire avec la fréquence. Elles sont plus élevées à basse fréquence que dans les tôles magnétiques (pertes par hystérésis dominant), mais plus basses à haute fréquence (pertes par courants de Foucault dominant). Selon la qualité des tôles et du SMC, les courbes de pertes se croisent autour de 2 à 3kHz. La figure ci-dessous compare un SMC, Atomet EM-1 à une tôle d'épaisseur 0,5mm, NO50 (des tôles bien plus performantes existent à ce jour, d'épaisseur 0,2mm) [Alh05]. On remarque la forme des pertes dans la tôle au carré de la fréquence, alors que les pertes dans le SMC sont plus linéaires.



**Figure 20** Comparatif des pertes fer entre tôles et SMC

Le SMC est donc naturellement un bon matériau magnétique pour des fréquences intermédiaires (quelques kHz), pour lesquelles il permet d'atteindre des inductions assez élevées (de l'ordre de 1T). Au-delà de quelques dizaines de kHz, les pertes sont trop élevées et les matériaux magnétiques utilisés sont des ferrites, un matériau céramique isolant, qui ont des inductions à saturation faibles (quelques centaines de mT). Dans le cadre des machines électriques usuelles, les fréquences sont de l'ordre de la centaine de Hz ; le SMC sera donc naturellement moins bon que des tôles magnétiques à design constant (induction plus faible, pertes plus élevées). Des comparatifs effectués dans [Alh05] sur des machines à réluctance variable ont trouvé qu'une machine à poudre présentait un couple efficace inférieur de 22% au couple de la même machine fabriquée avec des tôles magnétiques, écart du même niveau que celui entre les inductions à saturation des SMC et des tôles.

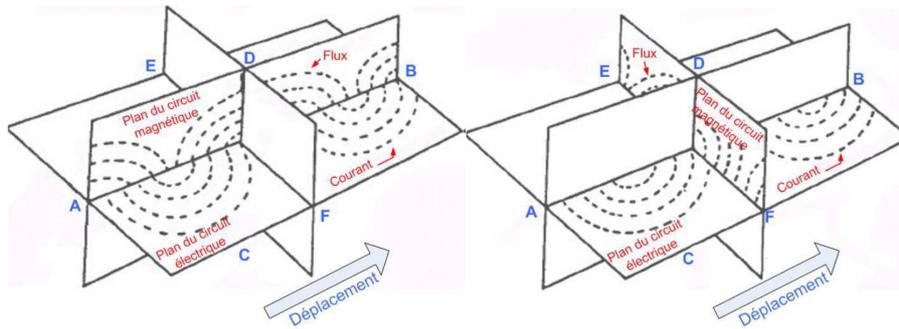
Du fait de la nécessité de garder une isolation entre les grains, assurée par un liant, le SMC sera naturellement bien plus fragile que les tôles. En effet, il n'y a pas de liaison métallique entre les grains comme dans les matériaux frittés (poudres pressées cuites à des températures supérieures à 1000°C), car de telles liaisons créeraient des chemins naturels pour les courants de Foucault, faisant exploser les pertes fer. L'ordre de grandeur de la contrainte de rupture du SMC est donné autour de 30MPa pour le SMC et 120MPa pour les tôles par [Alh05]. La fragilité mécanique du SMC est donc un problème à prendre en compte dans la conception des machines électriques, rendant notamment son usage plus difficile dans les pièces en rotation. En revanche, sa friabilité est un avantage pour le recyclage des moteurs : lors du passage dans un broyeur, la poudre va être naturellement séparée du cuivre en se décomposant (alors que le cuivre se compacte), pouvant alors être récupérée séparément à l'aide d'un aimant.

Le SMC présente cependant un avantage majeur en plus de ses faibles pertes à haute fréquence : il est magnétiquement isotrope, permettant une circulation tridimensionnelle du flux magnétique. Cette propriété très intéressante permet d'ajuster au plus court les chemins de flux et permet de compenser les propriétés magnétiques plus faibles. Les matériaux composites présentent également une meilleure conductivité thermique, permettant d'assurer une meilleure dissipation de la chaleur à l'intérieur de la machine.

La possibilité d'une circulation tridimensionnelle du flux permet d'ouvrir très largement le champ des possibles pour les machines électriques, habituellement cantonnées à des empilements de tôles identiques le long de l'axe de rotation. Des structures innovantes peuvent être imaginées afin d'exploiter au mieux les propriétés du matériau SMC. Dans le cadre de notre étude visant une contribution à l'amélioration des machines électriques, l'utilisation du matériau SMC semble très utile afin de pouvoir explorer de nouvelles possibilités. Afin d'exploiter pleinement les possibilités du matériau, il est nécessaire de l'utiliser dans des structures de machine exploitant naturellement son isotropie par une circulation tridimensionnelle du flux magnétique. Les machines les plus adaptées sont les machines à flux transverse, dont la circulation du flux magnétique comporte en certains points une composante parallèle à l'axe de rotation.

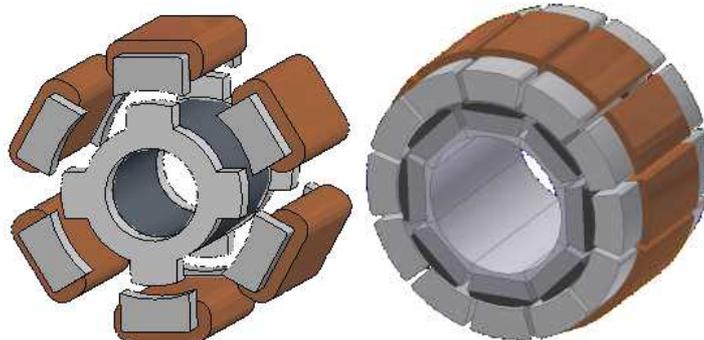
### 3) Les machines électriques à flux transverse

Les machines électriques à flux transverse sont des machines dont le champ magnétique circule en partie parallèlement à l'axe de rotation de la machine (pour une machine traditionnelle à entrefer radial) ; elles se sont développées à partir des années 80. Ces structures sont le dual des structures traditionnelles de machine à flux longitudinal. [Del07] explique le principe de base des machines à flux transverse en se ramenant à un déplacement élémentaire de la partie mobile (le rotor). Dans une machine à flux longitudinal, le flux magnétique circule dans un plan parallèle au déplacement (à gauche sur la figure ci-dessous) ; dans une machine à flux transverse le flux magnétique circule dans une direction perpendiculaire à l'axe de rotation (à droite sur la figure ci-dessous).



**Figure 21 Répartition spatiale des grandeurs électromagnétiques dans une machine électrique longitudinale (à gauche) et à flux transverse (à droite)**

Cette définition des machines à flux transverse est très large, et regroupe de très nombreuses machines différentes, plus ou moins intéressantes. Un premier exemple est la machine développée par [Mam10], qui est une machine avant tout conçue pour assurer une sûreté de fonctionnement pour le domaine des actionneurs de commande de vol (figure ci-dessous). Cette machine synchrone à aimants permanents est constituée au stator de plots bobinés tous indépendants électriquement et magnétiquement. Les bobinages sont naturellement ségrégués, de sorte qu'en présence d'un court-circuit l'ensemble puisse continuer de fonctionner en mode dégradé.



**Figure 22 Machine à flux transverse conçue pour la sûreté de fonctionnement (phases indépendantes)**

Le concept de cette machine est intéressant pour répondre à une problématique particulière (isolement total des phases), mais la densité de puissance n'est pas très bonne, notamment parce que la surface active d'entrefer est limitée par rapport à la longueur totale de la machine.

Cependant, les machines à flux transverse sont souvent mentionnées pour leur forte densité de couple [Gar07], au-delà de la réponse à un besoin particulier. Cette propriété est souvent atteinte avec des machines avec un grand nombre de paires de pôles. [Yan13] présente une machine à flux transverse de ce type, avec des arceaux de fer embrassant alternativement la phase aller ou retour du bobinage. Ces structures atteignent assez facilement plusieurs dizaines de paires de pôle, ce qui limite leur portée aux machines basses vitesses, avec des pertes fer assez élevées. Pour cette machine, l'entrefer n'est pas entièrement utilisé ce qui limite la puissance totale. Par ailleurs, la réalisation est très complexe, avec un grand nombre de pièces au stator et bobinage délicat à réaliser.

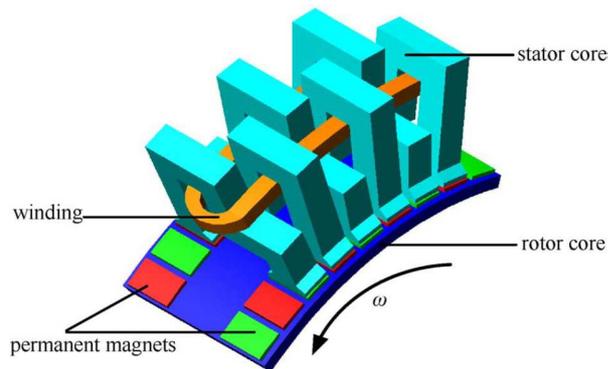
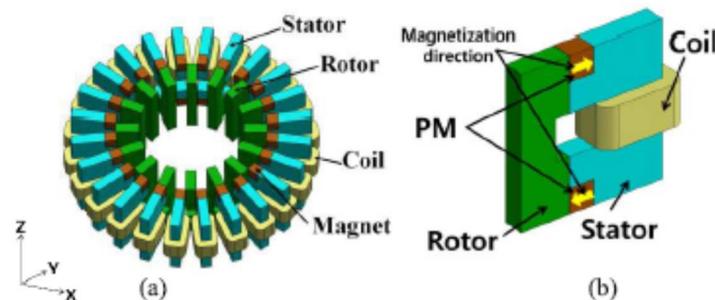


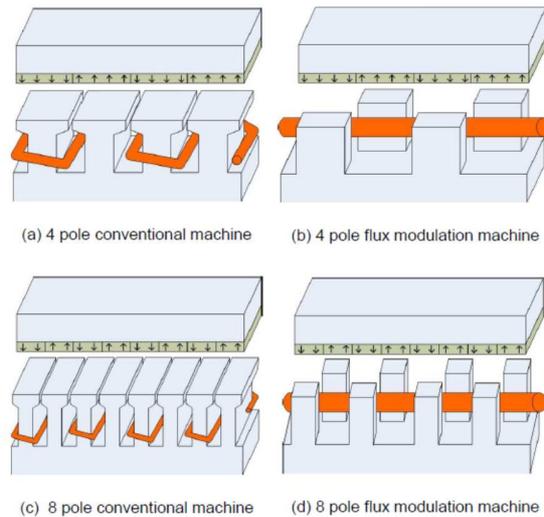
Figure :

**Figure 23** Une possibilité de réalisation de machine à flux transverse

Une autre possibilité de réalisation est de bobiner séparément chaque arceau de fer du stator, comme proposé par [Oh14]. Si le bobinage est plus aisé (facilement automatisable), le nombre de pièces différentes pour la réalisation, tant au rotor qu'au stator, est impressionnant, et discriminant pour une réalisation industrielle. Il s'agit cette fois d'une machine hybride, à aimants permanents et réluctance variable ; la structure est naturellement triphasée (une phase par arceau). Par ailleurs, là encore la surface d'entrefer est petite par rapport à ce qui serait possible, limitant les performances de la machine.

**Figure 24** Machine à flux transverse avec un bobinage par arceau

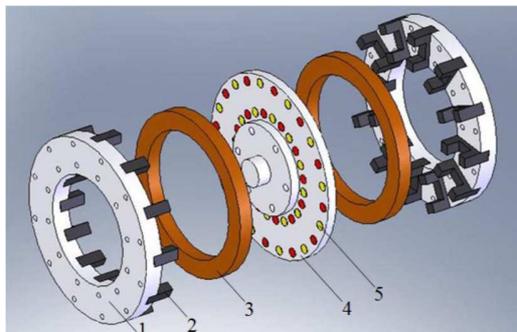
La plupart des machines à flux transverse présentées sont souvent munies d'un bobinage homopolaire, réalisé sur un tore centré sur l'axe de rotation. L'avantage de ce bobinage est bien présenté par [Pin10] : une augmentation du nombre de paires de pôles n'implique pas dans ce cas une diminution de la fenêtre cuivre, laissant entrevoir des couples directement proportionnels au nombre de paires de pôles. En effet, la formule classique du couple d'une machine synchrone  $C = 3/2 \cdot p \cdot \Phi_f \cdot I \cdot \cos(\psi)$  est théoriquement proportionnel au nombre de paires de pôles  $p$ , mais dans une machine traditionnelle à encoches, constituée d'un empilement de tôles le long de l'axe de rotation, un doublement du nombre de paires de pôles divise par deux la taille de la fenêtre cuivre, et réduit d'autant le courant dans la machine, laissant inchangé au final le couple. Idéalement, la machine à flux transverse à bobinage homopolaire permettrait, en augmentant de manière significative le nombre de paires de pôles, de multiplier presque à l'infini le couple. C'est notamment cette famille de machines à flux transverse qui a la réputation d'avoir un fort couple massique, au prix d'un faible facteur de puissance, d'une fréquence et d'une complexité, élevées.



**Figure 25** Effet de l'augmentation du nombre de paires de pôles dans une machine traditionnelle (à gauche) et dans une machine à flux transverse à bobinage homopolaire (à droite)

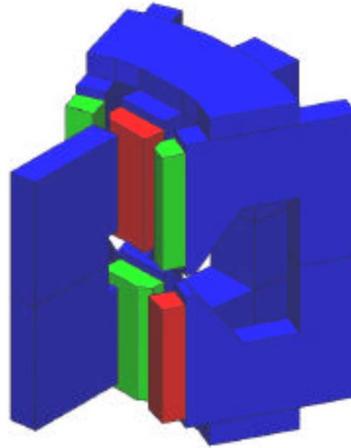
Un nombre de paires de pôles important pose déjà un problème de fréquence élevée, donc de vitesse limitée et de pertes fer élevées notamment. Mais surtout, au-delà d'un certain nombre de paires de pôles, le flux de fuite entre deux pôles consécutifs devient dominant, et le couple finit par diminuer. Un nombre de paires de pôles optimal doit donc être trouvé, indépendamment même des notions de fréquence. Ce phénomène sera démontré dans le chapitre suivant de cette étude.

En outre, le bobinage homopolaire est de réalisation très simple, permettant de facilement bien ranger le cuivre pour obtenir des taux de remplissage élevé (par exemple avec du bobinage de type ruban). De très nombreuses machines à flux transverse, la grande majorité d'entre elles, ont été réalisées sur cette base. La plupart ont un grand nombre de paires de pôles, et certaines sont de réalisation assez complexe, comme la machine proposée par [Hos11]. Il s'agit d'une machine disque, à entrefer parallèle à l'axe de rotation, par opposition aux machines classiques dont l'entrefer est radial. Cette machine comporte un grand nombre de pièces au stator, avec toujours des arceaux indépendants, ici maintenus par une pièce aimantée. Le rotor contient ici de nombreuses petites pastilles aimantées. Là encore, la surface active d'entrefer n'est pas très grande, limitant les performances, pour une réalisation trop complexe pour être véritablement intéressante industriellement.



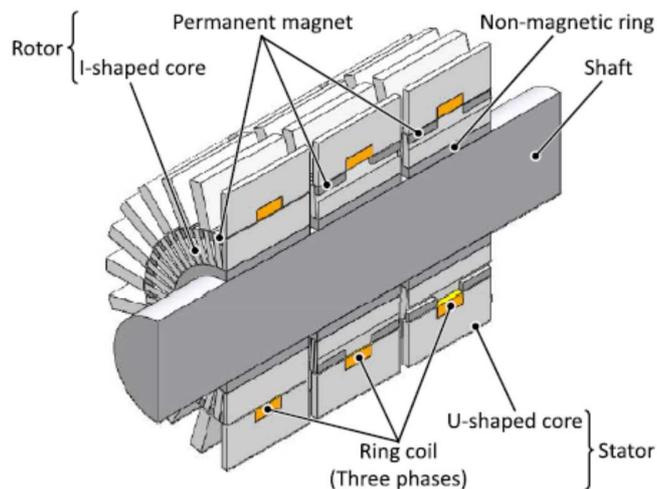
**Figure 26** Machine disque à flux transverse

Une autre machine à flux transverse à bobinage homopolaire a été réalisée par [Gre03]. Il s'agit cette fois d'une machine à flux radiale, qui reprend le principe des arceaux de fer pour guider le flux. La machine est très complexe, tant au stator qu'au rotor. La surface active d'entrefer semble cette fois plus importante, rendant la machine plus prometteuse en termes de performances.



**Figure 27** Machine à flux transverse à bobinage homopolaire et à arceaux

Les machines explorées jusqu'ici sont des machines électriques monophasées. Les structures basées sur un bobinage complet peuvent facilement se mettre côte à côte pour former des systèmes polyphasés, comme par exemple [Ued14]. Il s'agit ici de nouveau de machine électrique à flux transverse à arceaux autour d'un bobinage unique, avec trois phases électriquement et magnétiquement indépendantes, alignées le long de l'axe de rotation.

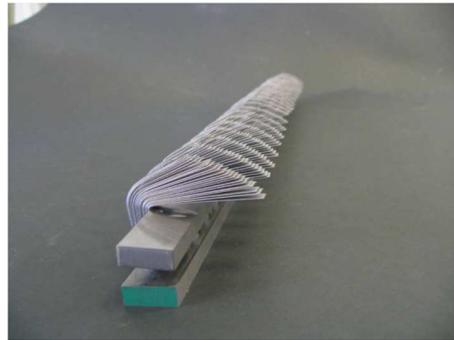


**Figure 28** Machine électrique à flux transverse polyphasée

Le rotor de cette machine est très complexe, avec des aimants orthoradiaux et des pièces magnétiques de concentration de flux. La surface active d'entrefer est également réduite par l'espace situé

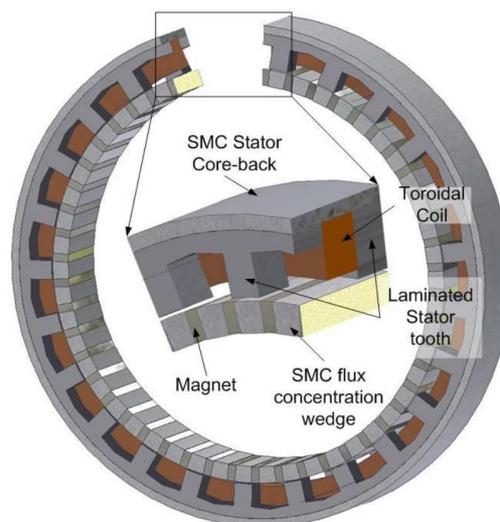
sous la bobine. Mais on retrouve ici une machine triphasée, qui sera plus facile à commander qu'une machine monophasée.

Une difficulté de ces machines est la réalisation du stator. La circulation tridimensionnelle du flux magnétique impose parfois des contorsions pour pouvoir utiliser des tôles laminées sans circulation de flux dans la direction d'isolation. Cela peut parfois être réalisé avec des tôles pliées comme dans [Pin10], mais cette opération est assez délicate comme nous pouvons le constater sur la photo ci-dessous. Le matériau SMC, malgré ses performances magnétiques inférieures, peut apporter des réponses intéressantes à cette problématique de réalisation.



**Figure 29** *Pliage de tôles magnétiques*

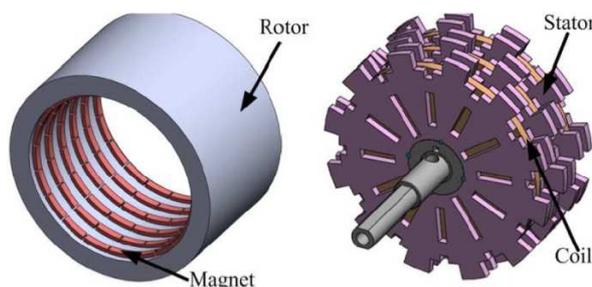
C'est le choix effectué par [Pin10], qui utilise de la poudre de fer pour réaliser la culasse de son moteur et le circuit magnétique du rotor, afin d'en simplifier la réalisation. Il s'agit ici d'une machine à flux transverse qui reprend des aimants orthoradiaux, avec un rotor de réalisation très complexe, mais un stator cette fois plus simple et industriellement réaliste (4 pièces en tout au stator). Cependant, la surface active d'entrefer est ici de nouveau très limitée, ce qui bride les performances de la machine.



**Figure 30** *Machine à flux transverse exploitant le SMC*

Les machines à flux transverse peuvent notamment être utilisées dans une structure inversée, avec le rotor à l'extérieur, et le stator au centre, comme dans [Hsu11]. Cette structure présente un rotor assez

classique avec aimants en surface, qui ne nécessite pas de frette pour les retenir, et un stator à flux transverse de réalisation aisée. La difficulté des structures à rotors externes est la présence d'une masse élevée loin de l'axe de rotation, compliquant l'équilibrage, et sauf cas particulier (moteur roue par exemple) la nécessité de renvoyer la rotation sur l'axe central par une mécanique plus complexe. Cette structure est totalement réaliste industriellement, mais cette fois encore la surface active d'entrefer est limitée par l'espace perdu situé sous la bobine.



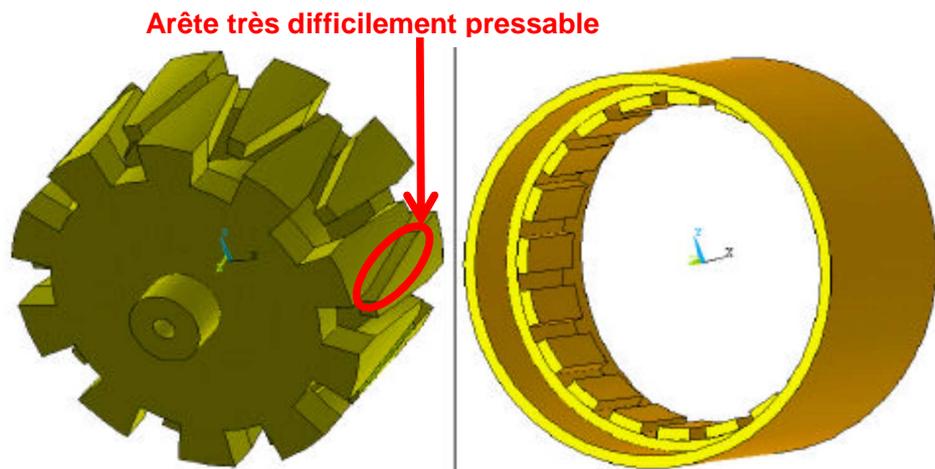
**Figure 31** *Machine à flux transverse à rotor externe*

Une solution apportée pour répondre à cette problématique de faible surface active d'entrefer est l'utilisation de dents permettant d'exploiter en théorie toute la surface d'entrefer disponible en collectant le flux et en le rebouclant par-dessus le bobinage. Cette possibilité est utilisée depuis longtemps pour réaliser les inducteurs des génératrices automobile, qui sont des structures à rotor bobiné à griffes. Dans ce cas, le rotor est réalisé avec des tôles magnétiques, qui voient passer un flux dans la direction d'isolation des tôles ; cependant l'induction dans les tôles est presque constante, car le rotor est excité en courant continu, donc la difficulté n'est pas rédhibitoire.



**Figure 32** *Alternateur à griffes d'automobile*

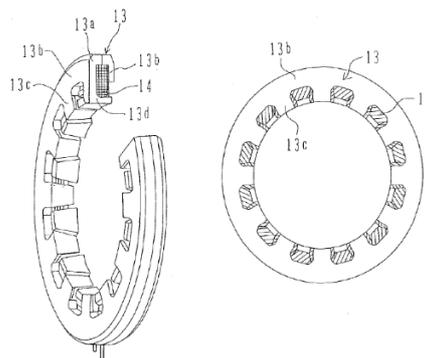
Cette structure peut facilement être renversée en réalisant un induit monophasé à griffes de la même manière. Cependant, l'usage de SMC est quasiment obligatoire, pour ses propriétés isotropes. C'est ce qui est fait par [Guo14], dans une configuration à rotor externe.



**Figure 33** Machine à flux transverse à griffes à rotor inversé

Cette configuration est intéressante, car l'assemblage semble aisé (faible nombre de pièces). Cependant, les griffes ne vont pas jusqu'au bout, et la surface active d'entrefer s'en trouve limitée. Une autre difficulté est la réalisation de la pièce en SMC, qui ne peut pas être pressée en l'état par la méthode classique de compression uniaxiale : la partie oblique latérale des griffes resterait friable et s'effondrerait naturellement. L'angle maximal supporté classiquement est inférieur à  $5^\circ$ , alors qu'il semble ici excéder  $10^\circ$ . Cette partie oblique a pourtant une utilité magnétique, puisqu'elle permet d'augmenter la surface de passage de flux au niveau du pied de dent, comme nous le détaillerons par la suite.

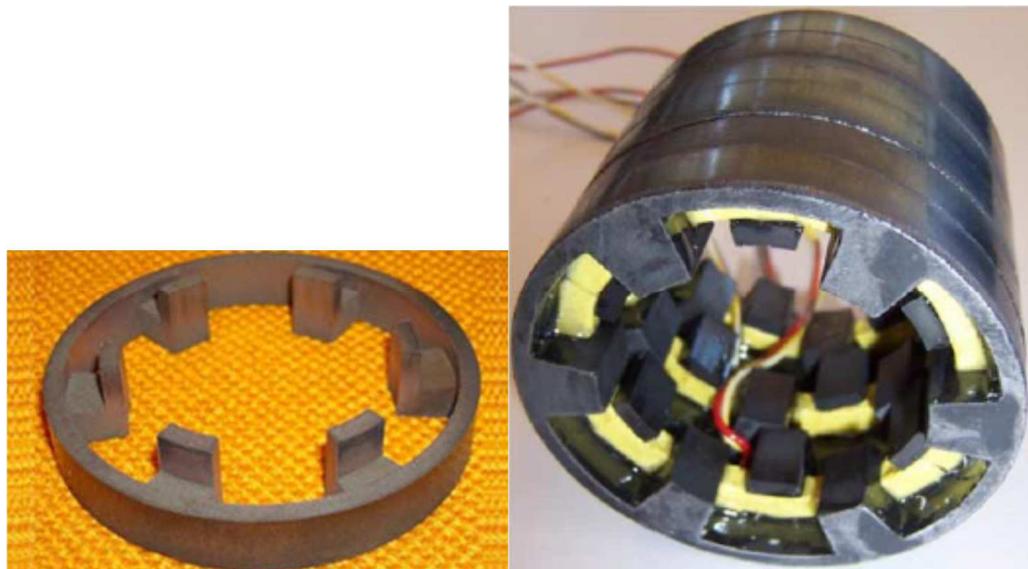
Cette structure peut également être renversée et utilisée de manière traditionnelle, avec stator au centre, comme dans les travaux de la société Hitachi qui a posé plusieurs brevets sur les machines à flux transverse à griffes. La structure présentée dans [Taj10], associée dans le brevet à un rotor classique à aimants permanents en surface, est assez prometteuse, avec une surface active d'entrefer quasiment totale, et un assemblage aisé. Cependant, la réalisation du circuit magnétique du stator semble impossible, avec le même problème d'arête oblique impossible à presser avec les techniques traditionnelles.



**Figure 34** Machine à flux transverse à griffes

Une solution à ce problème de faisabilité est proposée par [Zhu11], qui propose une structure à griffes avec des arêtes saillantes, et détaille le procédé de compression. Cette structure à griffes au stator, associée à un rotor à aimants permanents, est cette fois facile et économique à fabriquer et à assembler. Elle est ici réalisée dans une configuration triphasée, avec un empilement de trois stators monophasés

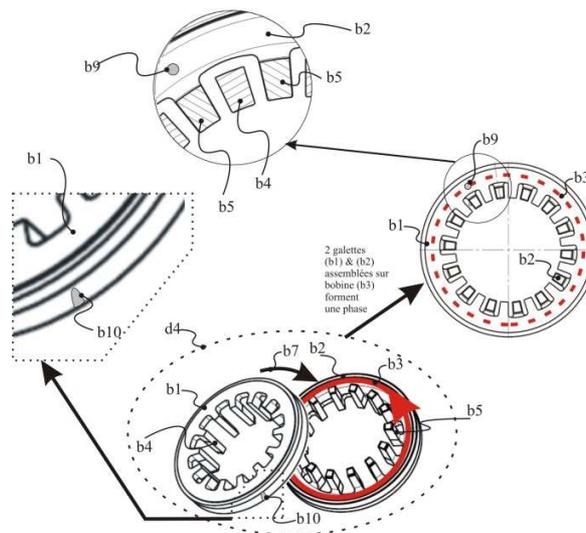
indépendants magnétiquement et électriquement ; chaque stator est décalé de  $120^\circ$  électrique par rapport à ses voisins. Ci-dessous, la figure de droite montre la pièce élémentaire constitutive du circuit magnétique du stator, directement sortie de la pièce, et la figure de gauche l'assemblage du stator.



**Figure 35** *Machine à flux transverse facilement fabricable : pièce élémentaire du circuit magnétique stator (à droite) et stator complet assemblé (à gauche)*

Cette structure est très prometteuse, cependant la surface active d'entrefer est là encore limitée par des dents qui ne vont pas jusqu'au bout. Cette limitation est imposée par un circuit magnétique qui sature fortement au niveau du pied de dent. Le circuit magnétique semble ici perfectible, avec la possibilité de remplir de fer l'espace entre deux dents pour désaturer le pied de dent.

C'est ce qui est proposé par un brevet de la société Francecol [Ber10], qui propose une phase de machine à flux transverse avec des dents droites, orthogonales, de même longueur que la longueur totale de la galette assemblée, permettant de ne pas perdre de surface d'entrefer active. L'espace entre deux dents est rempli au maximum afin de désaturer le circuit magnétique, bien que cela demeure le défaut majeur de cette structure.



**Figure 36** Stator de machine à flux transverse à griffes droites

De toutes les structures étudiées, celle-ci semble la plus prometteuse, et c'est la structure de base que nous prendrons pour point de départ de notre étude. C'est une machine qui a l'avantage d'être facile à réaliser industriellement, dont la conception semble prometteuse en termes de performance, mais qui souffre encore de défauts dans le circuit magnétique et qui peut donc être améliorée.

## Chapitre 2 Modélisation linéaire de la machine à aimants

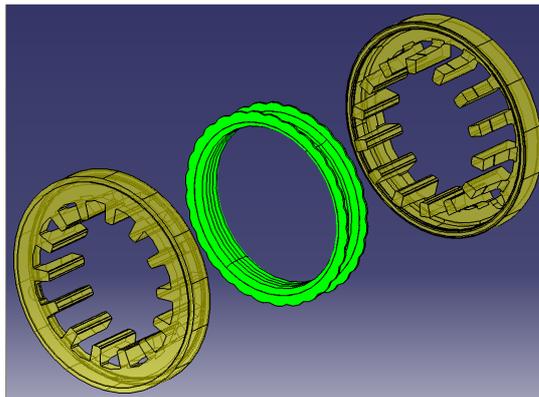
La première étape de l'étude de la machine retenue est sa modélisation, afin d'en comprendre le fonctionnement. Une fois le fonctionnement de la machine compris en détail, des pistes d'amélioration émergeront naturellement. Si une analyse éléments finis permet d'avoir une idée précise des performances pour une géométrie donnée, une modélisation analytique permet de comprendre en détail le fonctionnement de la machine, afin de proposer des améliorations structurelles. La conception du modèle analytique sera aidée par la méthode des éléments finis afin de vérifier la validité et d'orienter le modèle analytique. Par la suite, un modèle analytique rapide et représentatif pourra en plus être utilisé dans un algorithme d'optimisation dimensionnel.

### 1) Description de la machine à aimants

#### 1-1 Réalisation

La machine à aimants retenue est constituée d'un stator à flux transverse à griffes, associé à un rotor à aimants permanents montés en surface. Le stator élémentaire est constitué de deux pièces identiques en SMC, portant chacune une couronne de griffes dans la même direction. Cette pièce est obtenue par compression uniaxiale dans une presse hydraulique autour de 800MPa de poudre de fer associée à un liant isolant (poudre de SMC), suivie d'un traitement thermique sous atmosphère contrôlée ( $N_2$ ,  $H_2$ ...) entre 250°C et 600°C suivant le type de poudre et de liant. La direction de compression est la direction parallèle à l'axe de rotation du moteur. Ce processus industriel, classique de la métallurgie des poudres et des processus de frittage, est bien maîtrisé et entièrement automatisé.

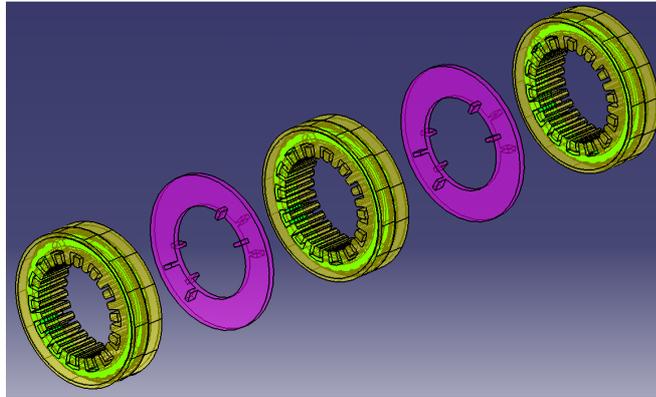
Les deux pièces en SMC sont assemblées face-à-face, et un bobinage homopolaire, torique, est inséré entre les deux pièces.



**Figure 37** *Vue éclatée de l'assemblage d'un stator élémentaire de la machine retenue*  
*Les pièces SMC sont en jaune, le bobinage en vert*

Pour former un moteur triphasé, trois stators élémentaires sont empilés selon l'axe de rotation, déphasés de 120° électrique ( $2/3$  de dent) par rapport à ses voisins, séparés par une pièce amagnétique, qui les isole magnétiquement et assure l'alignement angulaire entre les stators par des ergots. Chaque stator est indépendant magnétiquement et électriquement de ses voisins, ce qui présente un intérêt en vue d'un fonctionnement dégradé en cas de panne d'une phase. L'avantage des machines triphasées par rapport aux

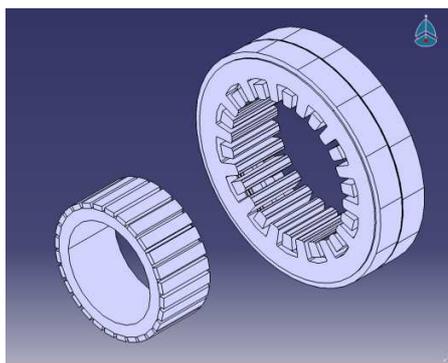
machines monophasées est multiple, notamment une plus faible ondulation de couple, et la possibilité de démarrer à l'arrêt (alors que la plupart des machines monophasées ont des points morts de couple). La figure ci-dessous présente l'empilement, avec les stators en jaune et les pièces de séparation en violet.



**Figure 38** *Vue éclatée du stator triphasé constitué par l'empilement de trois stators monophasés*

Un rotor traditionnel à aimants en surface, avec des aimants faisant la longueur totale du stator (soit trois fois l'épaisseur d'un stator élémentaire monophasé) est alors inséré. La largeur des aimants du rotor est exactement la même que la largeur des dents du stator, afin d'optimiser le volume d'aimant. Une autre possibilité de réalisation aurait été de d'aligner les stators élémentaires monophasés, et d'avoir une couronne d'aimants pour chaque phase, décalée de  $120^\circ$  électrique par rapport aux autres couronnes d'aimants.

La figure ci-dessous montre la vue éclatée d'un moteur monophasé, avec un stator associé au rotor à aimants permanents. L'arbre, les roulements, la carcasse, les flasques et le système de mesure de position ne sont pas représentés. C'est ce moteur monophasé simple qui sera modélisé et optimisé dans cette étude, les résultats du moteur triphasé se déduisant très simplement par extension du modèle monophasé.



**Figure 39** *Vue éclatée de la machine monophasée*  
*Rotor à aimants en surface (à gauche) et stator à griffes (à droite)*

## 1-2 Principe de fonctionnement

Le fonctionnement de la machine monophasée à aimants s'explique assez simplement. Lorsque le stator est parcouru par un courant, il s'aimante selon une polarisation alternative de chaque dent : toutes les dents seront soit un pôle nord, soit un pôle sud selon leur sens et le sens du courant (toutes les dents dans le même sens étant simultanément de la même polarité). Chaque aimant du rotor se retrouve alors en face d'une dent stator (il y a le même nombre d'aimants au rotor que de dent au stator) et sera soit attiré s'il s'agit de la même polarité, soit repoussé s'il s'agit de polarité différente. Une force d'attraction ou de répulsion est alors créée, générant un couple sur l'arbre mettant en marche la machine électrique. La polarité du stator pouvant être inversée très simplement en inversant le courant du stator, le signe et l'amplitude de ce couple sont contrôlés par l'alimentation de la machine.

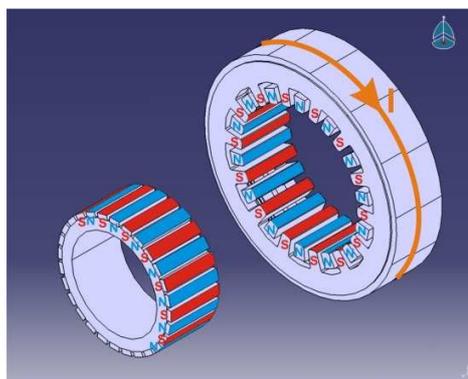


Figure 40 Aimantation de la machine en présence d'un courant

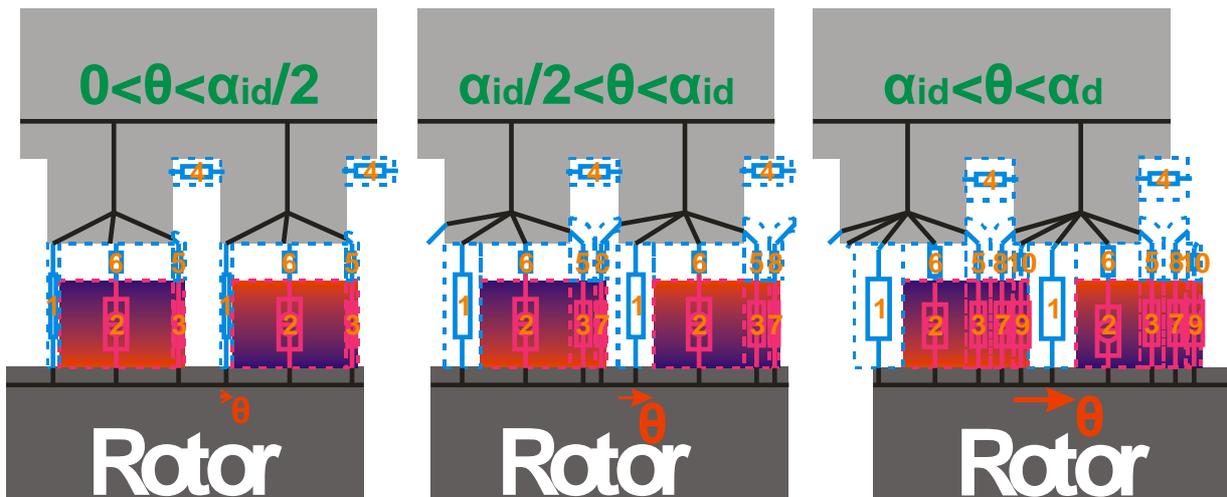
Cette machine est alors simplement une machine monophasée synchrone à aimants permanents, le stator à griffes étant l'induit, et le rotor à aimants permanents l'inducteur.

## 2) Modèle analytique de la machine à aimants

La première étape de la modélisation est la modélisation analytique explicite, qui permettra de mieux comprendre les différents facteurs en jeu dans la performance de la machine. Une manière usuelle de faire un modèle analytique est de calculer la force magnétomotrice dans l'entrefer en le supposant cylindrique (en négligeant la présence d'encoches), et d'en déduire l'induction dans l'entrefer en la décomposant en séries de Fourier et en calculant explicitement les premiers termes. De l'expression de l'induction de l'entrefer dérive alors naturellement les tensions induites et le couple...

Cette méthode n'est pas envisageable dans notre cas en raison de la forte saillance du stator. Un tiers de la surface d'entrefer n'est pas en face de fer, ce qui induit des grosses discontinuités rendant impossible les approximations décrites précédemment. Nous faisons donc le choix de modéliser la machine à l'aide d'un réseau de réluctances, d'en déduire les flux et d'en retirer le couple en calculant de la dérivée angulaire de la coénergie magnétique à courant constant. Nous considérons dans un premier temps que le fer est de perméabilité infinie (court-circuit magnétique au stator). Les aimants sont modélisés par une réluctance de perméabilité relative 1 en série avec une force magnétomotrice proportionnelle à l'induction rémanente. Le bobinage induit est représenté par une source magnétomotrice localisée dans la culasse.

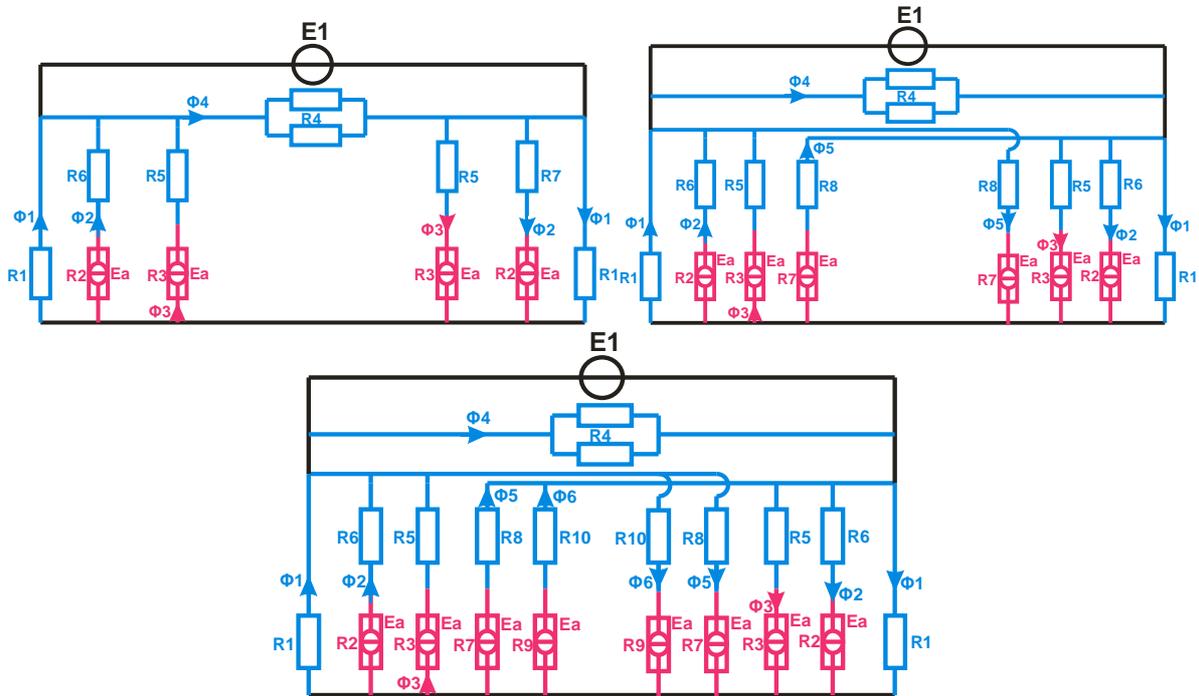
Nous négligeons la courbure du rotor, et modélisons le mouvement par un mouvement de translation linéaire. Seule une paire de pôles est calculée, les flux sortant d'un pôle se rebouclant sur l'autre pôle par symétrie ; les tensions et couple totaux se déduiront par multiplication. Nous supposons que tous les flux dans l'entrefer sont verticaux, et que les flux sortant des aimants dans l'espace entre les deux dents stator poursuivent leur chemin au-delà du niveau du bas des dents stator en direction de la dent stator la plus proche en décrivant un arc de cercle de section constante (seule la longueur moyenne du chemin est retenue pour calculer la réluctance). Les fuites entre deux dents stator sont prises en compte. L'angle  $\theta=0$  correspond au moment pour lequel les aimants du rotor sont exactement en face des aimants du stator. Trois cas différents de circulation des flux, correspondant à trois positions possibles des aimants du rotor par rapport aux dents du stator, se présentent, qui sont représentés sur la figure ci-dessous. Dans le premier cas l'aimant du rotor est en face d'une seule dent du stator à la fois, et aucune partie d'aimant n'est plus proche de la seconde dent stator que de la première ; dans le deuxième cas l'aimant du rotor est en face d'une seule dent du stator à la fois, mais une partie d'aimant est plus proche de la deuxième dent stator. Dans le troisième cas, l'aimant est en face des deux dents du stator simultanément. Les autres cas se déduisent ensuite immédiatement par symétrie. Les réluctances en bleu représentent le trajet du flux dans l'air, celles en magenta le trajet du flux dans les aimants, et les traits noirs le trajet du flux dans le fer. La figure est représentée en deux dimensions pour faciliter la compréhension, mais il s'agit bien en réalité d'un modèle tridimensionnel d'une machine à griffes à flux transverse. Les chiffres orange sont les numéros des réluctances, qui sont ensuite repris dans le circuit magnétique équivalent.



**Figure 41** Réseau de réluctances du modèle analytique de la machine à aimants  
Vue en coupe dans le plan radial pour différentes positions

Nous établissons ensuite le circuit magnétique équivalent pour chacun des cas. Le fer  $y$  est représenté en noir, l'air en bleu et les aimants en magenta. Les symboles rectangulaires magenta sont l'association d'une réluctance en série avec une force magnétomotrice,  $E_a$ , représentant un aimant. L'effet du courant induit est représenté par une force magnétomotrice  $E_l$ . Les flux sont représentés sur les schémas par des flèches, sachant qu'un même flux peut parcourir plusieurs réluctances.  $R_4$  (flux de fuite) est représenté par une réluctance double car il s'agit de la mise en parallèle des deux flux de fuite (à droite et à gauche d'une même dent) par symétrie. La symétrie du système est prise en compte dans la numérotation des réluctances et des flux, et en réalité seul un pôle est modélisé, le deuxième s'en

déduisant par antisymétrie. La validité de cette hypothèse sera vérifiée dans un paragraphe ultérieur. La figure ci-dessous présente les circuits magnétiques équivalents pour chacune des trois positions.



**Figure 42** *Circuits magnétiques équivalents du modèle analytique de la machine à aimants*

La résolution du système se fait en exprimant le théorème d'Ampère (loi des mailles) pour chaque flux, en passant par le fer du stator, le fer du rotor et les mêmes réluctances sur la partie gauche et sur la partie droite du circuit. Cette expression va alors donner pour chacune des trois positions un système d'équations qui permettra d'obtenir tous les flux du système, qui seront mutuellement indépendants. La figure ci-dessous explicite les choix effectués pour les équations de la troisième position : les chemins des théorèmes d'Ampère sont représentés par des flèches vertes (représentant le parcours orienté de la maille retenue). Les chemins des théorèmes d'Ampère des deux premières positions sont inclus dans ceux présentés ci-dessous.

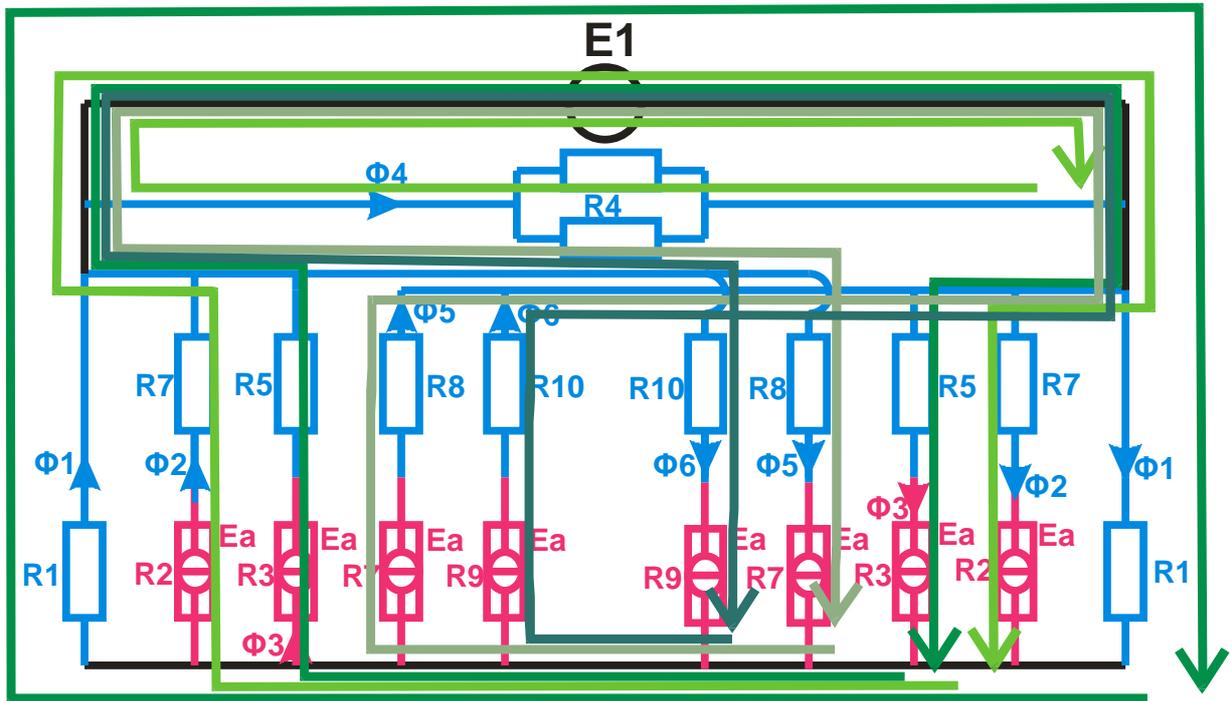


Figure 43 Chemins de flux des théorèmes d'Ampère du modèle analytique

Le système d'équations peut alors s'écrire pour chaque position.

Première position modélisée :  $0 < \theta < \alpha_{id}/2$

Le système d'équations s'écrit pour la première position :

$$\begin{cases} 2\varphi_1 R_1 = E_1 \\ 2\varphi_2 (R_2 + R_6) = E_1 + 2E_a \\ 2\varphi_3 (R_3 + R_5) = E_1 + 2E_a \\ -\varphi_4 R_4 = E_1 \end{cases}$$

La résolution du système est assez simple, car tous les flux sont indépendants. Nous remplaçons directement la force magnétomotrice  $E_1 = nI$  (courant stator) par sa valeur. Le système d'équation peut alors s'exprimer :

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{nI}{2R_1} \\ \varphi_2 = \frac{nI + 2E_a}{2(R_6 + R_2)} \\ \varphi_3 = \frac{nI + 2E_a}{2(R_5 + R_3)} \\ \varphi_4 = -\frac{nI}{R_4} \end{cases}$$

La coénergie magnétique du système s'exprime alors :

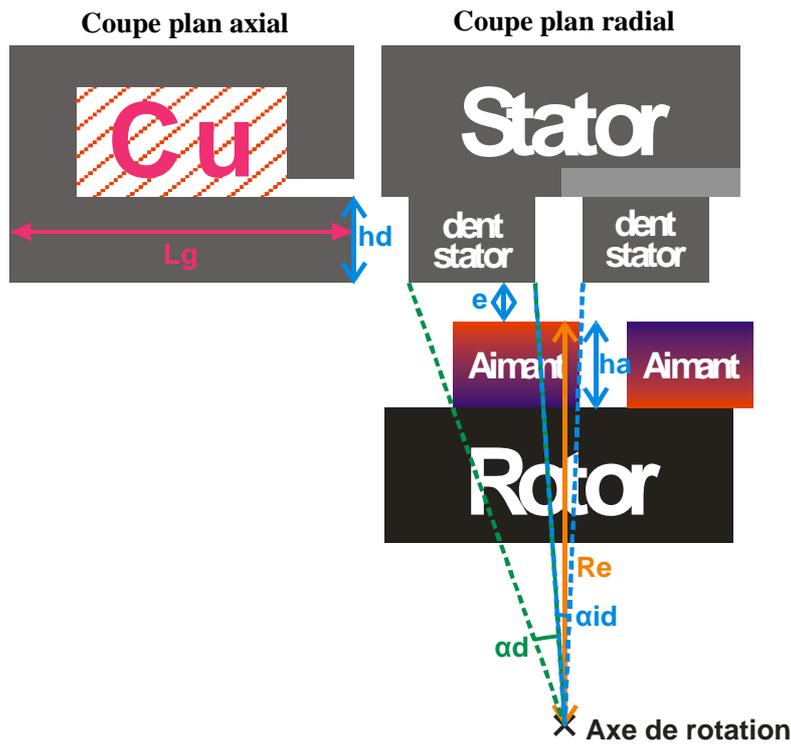
$$W' = R_1(\varphi_1)^2 + (R_2 + R_6)(\varphi_2)^2 + (R_2 + R_5)(\varphi_3)^2 + \frac{1}{2}R_4(\varphi_4)^2$$

Chaque réluctance doit être comptée le nombre de fois qu'elle apparaît dans le circuit pour le calcul de la coénergie, c'est pourquoi la réluctance  $R_4$ , seule à apparaître une seule fois dans le circuit magnétique équivalent, n'est pas associée au même coefficient que les autres.

Le couple est alors la dérivée angulaire à courant constant de la coénergie. L'expression du couple est donc (en notant  $\Theta$  l'angle mécanique et  $\theta = \Theta/p$  l'angle électrique) :

$$C = \left( \frac{\partial W'}{\partial \theta} \right)_I$$

Nous définissons à présent les paramètres géométriques dimensionnants de la machine :  $\alpha_d$  la largeur angulaire d'une dent stator (qui est aussi la largeur d'un aimant rotor),  $R_e$  le rayon d'entrefer,  $e$  l'épaisseur d'entrefer,  $L_g$  la longueur globale de la machine,  $p$  le nombre de paires de pôles,  $\alpha_{id}$  l'angle séparant deux dents stator consécutives,  $h_d$  la hauteur d'une dent stator et  $h_a$  l'épaisseur d'un aimant rotor. Ces paramètres géométriques sont représentés sur la figure ci-dessous.



**Figure 44 Paramètres géométriques pour le modèle analytique**

Nous exprimons à présent les valeurs des réluctances en fonction des paramètres géométriques et de l'angle électrique  $\theta$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{h_a + e}{\mu_0 L_g \theta R_e} \\ R_2 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e} \\ R_3 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g \theta R_e} \\ R_4 = \frac{R_e \alpha_{id}}{2 \mu_0 L_g h_d} \\ R_5 = \frac{e + \theta R_e \frac{\pi}{4}}{\mu_0 L_g \theta R_e} \\ R_6 = \frac{e}{\mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e} \end{array} \right.$$

Nous calculons à présent la valeur de chacun des facteurs composant la coénergie :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \varphi_1^2 = \frac{nI^2}{4R_1} \\ (R_2 + R_6) \varphi_2^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(R_2 + R_6)} \\ (R_3 + R_5) \varphi_3^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(R_3 + R_5)} \\ R_4 \varphi_4^2 = \frac{nI^2}{R_4} \end{array} \right.$$

L'excitation générée par l'aimant vaut  $E_a = \frac{B_r * h_a}{\mu_0}$  (avec  $B_r$  l'induction rémanente de l'aimant,  $h_a$  son épaisseur et  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide). L'expression des membres composant la coénergie peut alors s'exprimer explicitement :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \varphi_1^2 = \frac{nI^2 \mu_0 L_g \theta R_e}{4(h_a + e)} \\ (R_2 + R_6) \varphi_2^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e}{4(h_a + e)} \\ (R_3 + R_5) \varphi_3^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g \theta R_e}{4 \left( h_a + e + \theta R_e \frac{\pi}{4} \right)} \\ R_4 \varphi_4^2 = \frac{nI^2 2 \mu_0 L_g h_d}{R_e \alpha_{id}} \end{array} \right.$$

Nous pouvons alors calculer la contribution de chaque élément de la coénergie au couple en calculant les dérivés angulaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial R_1 \varphi_1^2}{\partial \theta} \right)_I = \mu_0 L_g R_e \frac{nI^2}{4(h_a + e)} \\ \left( \frac{\partial (R_2 + R_6) \varphi_2^2}{\partial \theta} \right)_I = -\mu_0 L_g R_e \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(h_a + e)} \\ \left( \frac{\partial (R_3 + R_5) \varphi_3^2}{\partial \theta} \right)_I = \mu_0 L_g R_e \frac{(nI + 2E_a)^2 (h_a + e)}{4 \left( h_a + e + \theta R_e \frac{\pi}{4} \right)^2} \\ \left( \frac{\partial R_4 \varphi_4^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \end{array} \right.$$

Le couple total, pour toutes les paires de pôles de la machine, peut alors s'exprimer en multipliant les éléments calculés par un facteur  $p$ , qui est issu du passage de la dérivée par rapport à l'angle électrique  $\theta$  à la dérivée par rapport à l'angle mécanique  $\Theta$  :

$$C = p * L_g R_e \left[ \left( -nI B_r - \frac{B_r^2 h_a}{\mu_0} \right) \frac{h_a}{h_a + e} + \mu_0 \frac{\left( nI + 2 \frac{B_r h_a}{\mu_0} \right)^2 (h_a + e)}{4 \left( h_a + e + \theta R_e \frac{\pi}{4} \right)^2} \right]$$

Le facteur  $L_g R_e$  est proportionnel à la surface d'entrefer ;  $\frac{h_a}{h_a + e}$  est un facteur géométrique, proche de 1, qui exprime la perte de potentiel magnétique des aimants liée à l'épaisseur de l'entrefer. Le terme en  $nI B_r$  est le couple synchrone classique, expression de l'interaction entre le flux inducteur créé par les aimants, proportionnel à l'induction rémanente des aimants  $B_r$ , et au courant induit  $nI$ . Son signe est purement conventionnel, et dépend de l'orientation choisi pour le bobinage induit. Le terme en  $B_r^2$  est le couple d'encoche, de valeur moyenne nulle, liée à la variation d'énergie magnétique produite par les aimants à cause de la saillance du système. Il est négatif, car l'aimant a tendance à être ramené sous la dent. Comme l'aimant est supposé de perméabilité 1, il n'y a pas de couple de réluctance lié à une variation d'inductance.

Le terme en  $\mu_0 \frac{\left( nI + 2 \frac{B_r h_a}{\mu_0} \right)^2 (h_a + e)}{4 \left( h_a + e + \theta R_e \frac{\pi}{4} \right)^2}$  est d'interprétation plus délicate, il provient de la partie d'aimant

située entre les deux dents rotor. Il contient également un terme en  $nI B_r$ , qui est un couple synchrone, et un terme en  $B_r^2$ , qui est un couple d'encoche de valeur moyenne nulle. Ces termes diminuent lorsque  $\theta$  augmente, car l'aimant s'éloigne d'autant plus des dents stator : l'énergie en jeu est alors de plus en plus faible. Le terme en  $nI^2$  est un artefact lié à une modélisation partielle du système : il s'agit d'un terme de variation de réluctance (correspondant au couple de la forme  $\frac{dL}{d\theta} I^2$  exploité dans la machine à réluctance variable), correspondant à la variation de réluctance du trajet de flux situé entre les deux dents. Cependant, le trajet de flux correspondant n'est représenté qu'au-dessus de l'aimant, alors qu'il est aussi présent avec la même réluctance dans l'air en l'absence d'aimant. La figure ci-dessous représente en vert ce volume d'air, variable, non représenté dans ce modèle analytique, dont la variation génère le terme en  $nI^2$ . La machine réelle présente une variation de réluctance vue du bobinage induit faible, car la réluctance des aimants et celle de l'air sont proches (5% d'écart environ).

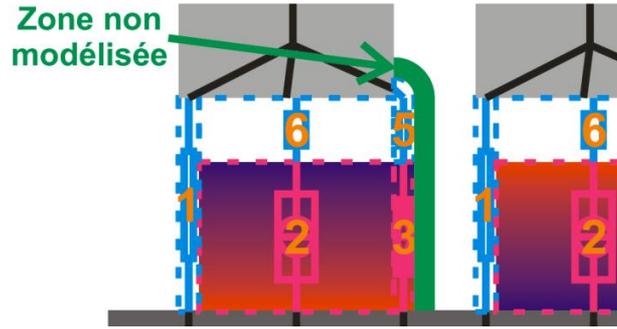


Figure 45 Volume d'air variable non modélisé

Nous pouvons donc corriger cette première expression du couple pour arriver à la nouvelle expression suivante :

$$C = p * L_g R_e \left[ \left( -nIB_r - \frac{B_r^2 h_a}{\mu_0} \right) \frac{h_a}{h_a + e} + \mu_0 \frac{\left( nIB_r h_a + \frac{(B_r h_a)^2}{\mu_0} \right) (h_a + e)}{\left( h_a + e + \theta R_e \frac{\pi}{4} \right)^2} \right]$$

Nous remarquons également que le couple est proportionnel au nombre de pôles ; le couple est proportionnel à la fréquence de la machine, car la fenêtre cuivre n'est pas affectée par l'augmentation du nombre de dents. Ce point sera détaillé au paragraphe suivant.

**Deuxième position modélisée :  $\alpha_{id}/2 < \theta < \alpha_{id}$**

Nous exprimons désormais le système d'équations régissant les flux dans la deuxième position :

$$\begin{cases} 2\varphi_1 R_1 = E_1 \\ 2\varphi_2 (R_2 + R_6) = E_1 + 2E_a \\ 2\varphi_3 (R_3 + R_5) = E_1 + 2E_a \\ -\varphi_4 R_4 = E_1 \\ 2\varphi_5 (R_7 + R_8) = -E_1 + 2E_a \end{cases}$$

La résolution du système est de nouveau très simple, car tous les flux sont indépendants. Ils s'expriment alors :

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{nI}{2R_1} \\ \varphi_2 = \frac{nI + 2E_a}{2(R_6 + R_2)} \\ \varphi_3 = \frac{nI + 2E_a}{2(R_5 + R_3)} \\ \varphi_4 = -\frac{nI}{R_4} \\ \varphi_5 = \frac{-nI + 2E_a}{2(R_7 + R_8)} \end{cases}$$

Nous pouvons alors exprimer la coénergie du système :

$$W' = R_1(\varphi_1)^2 + (R_2 + R_6)(\varphi_2)^2 + (R_2 + R_5)(\varphi_3)^2 + \frac{1}{2}R_4(\varphi_4)^2 + (R_7 + R_8)(\varphi_5)^2$$

Nous exprimons à présent les valeurs des réluctances en fonction des paramètres géométriques et de l'angle électrique  $\theta$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{h_a + e}{\mu_0 L_g \theta R_e} \\ R_2 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e} \\ R_3 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e} \\ R_4 = \frac{R_e \alpha_{id}}{2 \mu_0 L_g h_d} \\ R_5 = \frac{e + \alpha_{id} R_e \frac{\pi}{8}}{\mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e} \\ R_6 = \frac{e}{\mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e} \\ R_7 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g \left( \theta - \frac{\alpha_{id}}{2} \right) R_e} \\ R_8 = \frac{e + \frac{\pi}{4} R_e \left( \frac{3\alpha_{id}}{2} - \theta \right)}{\mu_0 L_g \left( \theta - \frac{\alpha_{id}}{2} \right) R_e} \end{array} \right.$$

Nous calculons à présent la valeur de chacun des facteurs composant la coénergie :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \varphi_1^2 = \frac{nI^2}{4R_1} \\ (R_2 + R_6) \varphi_2^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(R_2 + R_6)} \\ (R_3 + R_5) \varphi_3^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(R_3 + R_5)} \\ R_4 \varphi_4^2 = \frac{nI^2}{R_4} \\ (R_7 + R_8) \varphi_5^2 = \frac{(-nI + 2E_a)^2}{4(R_7 + R_8)} \end{array} \right.$$

L'expression des membres composant la coénergie peut alors s'exprimer explicitement :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \varphi_1^2 = \frac{nI^2 \mu_0 L_g \theta R_e}{4(h_a + e)} \\ (R_2 + R_6) \varphi_2^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e}{4(h_a + e)} \\ (R_3 + R_5) \varphi_3^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e}{4 \left( h_a + e + \alpha_{id} R_e \frac{\pi}{8} \right)} \\ R_4 \varphi_4^2 = \frac{nI^2 2 \mu_0 L_g h_d}{R_e \alpha_{id}} \\ (R_7 + R_8) \varphi_5^2 = \frac{(-nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g \left( \theta - \frac{\alpha_{id}}{2} \right) R_e}{4 \left( h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \left( \frac{3\alpha_{id}}{2} - \theta \right) \right)} \end{array} \right.$$

Nous pouvons alors calculer la contribution de chaque élément de la coénergie au couple en calculant les dérivés angulaires :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial R_1 \varphi_1^2}{\partial \theta} \right)_I = \mu_0 L_g R_e \frac{nI^2}{4(h_a + e)} \\ \left( \frac{\partial (R_2 + R_6) \varphi_2^2}{\partial \theta} \right)_I = -\mu_0 L_g R_e \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(h_a + e)} \\ \left( \frac{\partial (R_3 + R_5) \varphi_3^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \\ \left( \frac{\partial R_4 \varphi_4^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \\ \left( \frac{\partial (R_7 + R_8) \varphi_5^2}{\partial \theta} \right)_I = \mu_0 L_g R_e (-nI + 2E_a)^2 \frac{h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \alpha_{id}}{4 \left( h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \left( \frac{3\alpha_{id}}{2} - \theta \right) \right)^2} \end{array} \right.$$

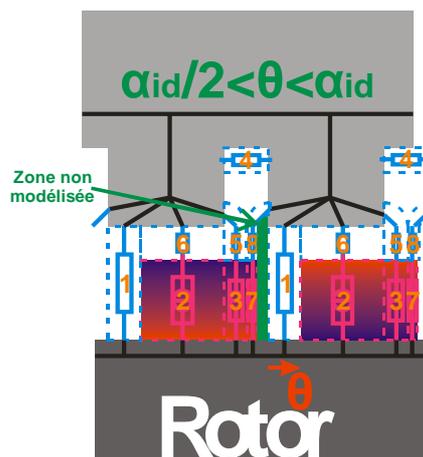
Le couple total, pour toutes les paires de pôles de la machine, peut alors s'exprimer en multipliant les éléments calculés par un facteur p qui est issu du passage de la dérivée par rapport à l'angle électrique  $\theta$  à la dérivée par rapport à l'angle mécanique  $\Theta$  :

$$C = p * L_g R_e \left[ \left( -nI B_r - \frac{B_r^2 h_a}{\mu_0} \right) \frac{h_a}{h_a + e} + \mu_0 \frac{\left( -nI + 2 \frac{B_r h_a}{\mu_0} \right)^2 \left( h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \alpha_{id} \right)}{4 \left( h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \left( \frac{3\alpha_{id}}{2} - \theta \right) \right)^2} \right]$$

L'expression du couple est symétrique de celle du premier cas : nous retrouvons un couple proportionnel au nombre de paires de pôles p et à la surface d'entrefer  $L_g R_e$ , avec un couple synchrone principal en  $nI B_r$  et un couple d'encoche principal en  $B_r^2$ , pondérés par le facteur géométrique  $\frac{h_a}{h_a + e}$  proche de 1.

Le deuxième terme en  $\mu_0 \frac{(-nI + 2\frac{B_r h_a}{\mu_0})^2 h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \alpha_{id}}{4(h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e (\frac{3\alpha_{id}}{2} - \theta))^2}$  est là encore la contribution de la partie

d'aimant située entre les deux dents stator. Le terme en  $nI B_r$  est de nouveau une autre partie du couple synchrone, et le terme en  $B_r^2$  est l'autre partie du couple d'encoche, plus faibles que le couple principal. Là aussi le terme en  $nI^2$  est un artefact lié à un volume de trajet de flux modélisé non constant ; la figure ci-dessous représente le volume d'air non modélisé manquant, générant ce terme en  $nI^2$ .



**Figure 46** Volume d'air variable non modélisé

Nous pouvons de nouveau écrire l'expression du couple mise à jour en supprimant le terme parasite de variation de réluctance :

$$C = p * L_g R_e \left[ \left( -nI B_r - \frac{B_r^2 h_a}{\mu_0} \right) \frac{h_a}{h_a + e} + \frac{\left( -nI B_r h_a + \frac{(B_r h_a)^2}{\mu_0} \right) \left( h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \alpha_{id} \right)}{\left( h_a + e + \frac{\pi}{4} R_e \left( \frac{3\alpha_{id}}{2} - \theta \right) \right)^2} \right]$$

**Cas n°3 :**  $\alpha_{id} < \theta < \alpha_a$  (chaque aimant rotor en face de deux dents stator simultanément)

Nous exprimons finalement le système d'équations régissant les flux dans la troisième position :

$$\begin{cases} 2\varphi_1 R_1 = E_1 \\ 2\varphi_2 (R_2 + R_6) = E_1 + 2E_a \\ 2\varphi_3 (R_3 + R_5) = E_1 + 2E_a \\ -\varphi_4 R_4 = E_1 \\ 2\varphi_5 (R_7 + R_8) = -E_1 + 2E_a \\ 2\varphi_6 (R_9 + R_{10}) = -E_1 + 2E_a \end{cases}$$

La résolution du système est encore très simple, car tous les flux sont indépendants. Ils s'expriment alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = \frac{nI}{2R_1} \\ \varphi_2 = \frac{nI + 2E_a}{2(R_6 + R_2)} \\ \varphi_3 = \frac{nI + 2E_a}{2(R_5 + R_3)} \\ \varphi_4 = -\frac{nI}{R_4} \\ \varphi_5 = \frac{-nI + 2E_a}{2(R_7 + R_8)} \\ \varphi_6 = \frac{-nI + 2E_a}{2(R_9 + R_{10})} \end{array} \right.$$

Nous pouvons alors exprimer la coénergie du système :

$$W' = R_1\varphi_1^2 + (R_2 + R_6)\varphi_2^2 + (R_2 + R_5)\varphi_3^2 + \frac{1}{2}R_4\varphi_4^2 + (R_7 + R_8)\varphi_5^2 + (R_9 + R_{10})\varphi_6^2$$

Nous exprimons à présent les valeurs des réluctances en fonction des paramètres géométriques et de l'angle électrique  $\theta$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = \frac{h_a + e}{\mu_0 L_g \alpha_{id} R_e} \\ R_2 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e} \\ R_3 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e} \\ R_4 = \frac{R_e \alpha_{id}}{2\mu_0 L_g h_d} \\ R_5 = \frac{e + \alpha_{id} R_e \frac{\pi}{8}}{\mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e} \\ R_6 = \frac{e}{\mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e} \\ R_7 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e} \\ R_8 = \frac{e + \alpha_{id} R_e \frac{\pi}{8}}{\mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e} \\ R_9 = \frac{h_a}{\mu_0 L_g (\theta - \alpha_{id}) R_e} \\ R_{10} = \frac{e}{\mu_0 L_g (\theta - \alpha_{id}) R_e} \end{array} \right.$$

Nous calculons à présent la valeur de chacun des facteurs composant la coénergie :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \varphi_1^2 = \frac{nI^2}{4R_1} \\ (R_2 + R_6) \varphi_2^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(R_2 + R_6)} \\ (R_3 + R_5) \varphi_3^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(R_3 + R_5)} \\ R_4 \varphi_4^2 = \frac{nI^2}{R_4} \\ (R_7 + R_8) \varphi_5^2 = \frac{(-nI + 2E_a)^2}{4(R_7 + R_8)} \\ (R_9 + R_{10}) \varphi_6^2 = \frac{(-nI + 2E_a)^2}{4(R_9 + R_{10})} \end{array} \right.$$

L'expression des membres composant la coénergie peut alors s'exprimer explicitement :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 \varphi_1^2 = \frac{nI^2 \mu_0 L_g \alpha_{id} R_e}{4(h_a + e)} \\ (R_2 + R_6) \varphi_2^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g (\alpha_d - \theta) R_e}{4(h_a + e)} \\ (R_3 + R_5) \varphi_3^2 = \frac{(nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e}{4 \left( h_a + e + \alpha_{id} R_e \frac{\pi}{8} \right)} \\ R_4 \varphi_4^2 = \frac{nI^2 2 \mu_0 L_g h_d}{R_e \alpha_{id}} \\ (R_7 + R_8) \varphi_5^2 = \frac{(-nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g \frac{\alpha_{id}}{2} R_e}{4 \left( h_a + e + \alpha_{id} R_e \frac{\pi}{8} \right)} \\ (R_9 + R_{10}) \varphi_6^2 = \frac{(-nI + 2E_a)^2 \mu_0 L_g (\theta - \alpha_{id}) R_e}{4(h_a + e)} \end{array} \right.$$

Nous pouvons alors calculer la contribution de chaque élément de la coénergie au couple en calculant les dérivés angulaires :

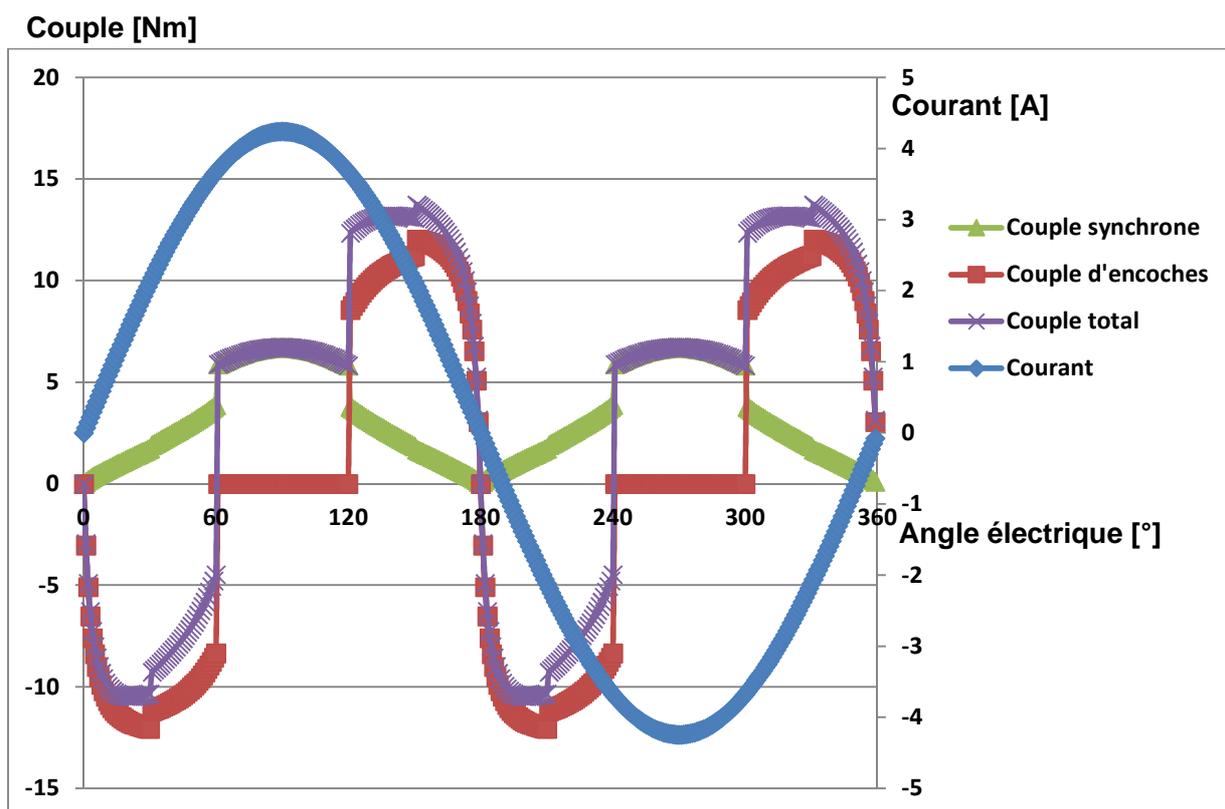
$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial R_1 \varphi_1^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \\ \left( \frac{\partial (R_2 + R_6) \varphi_2^2}{\partial \theta} \right)_I = -\mu_0 L_g R_e \frac{(nI + 2E_a)^2}{4(h_a + e)} \\ \left( \frac{\partial (R_3 + R_5) \varphi_3^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \\ \left( \frac{\partial R_4 \varphi_4^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \\ \left( \frac{\partial (R_7 + R_8) \varphi_5^2}{\partial \theta} \right)_I = 0 \\ \left( \frac{\partial (R_9 + R_{10}) \varphi_6^2}{\partial \theta} \right)_I = \mu_0 L_g R_e \frac{(-nI + 2E_a)^2}{4(h_a + e)} \end{array} \right.$$

Le couple total, pour toutes les paires de pôles de la machine, peut alors s'exprimer en multipliant les éléments calculés par un facteur p qui est issu du passage de la dérivée par rapport à l'angle électrique  $\theta$  à la dérivée par rapport à l'angle mécanique  $\Theta$  :

$$C = -p * L_g R_e \left[ 2nI B_r \frac{h_a}{h_a + e} \right]$$

Nous retrouvons cette fois purement l'expression du couple de la machine synchrone à aimants, proportionnel au nombre de paires de pôles p, à la surface d'entrefer  $L_g R_e$ , au courant induit nI, et à l'induction d'entrefer  $B_r \frac{h_a}{h_a + e}$ . Il n'y a pas de terme en nI<sup>2</sup>, car la réluctance du système est indépendante de la position angulaire (aimants en surface de perméabilité relative unitaire). Il n'y a plus de terme de couple d'encoche en B<sub>r</sub><sup>2</sup> car l'entrefer est supposé parfaitement plat, donc l'énergie du système à vide est indépendante de la position. Il n'y a plus d'artefact en nI<sup>2</sup>, car le volume modélisé est également constant.

Nous traçons sur la figure ci-dessous le couple de ce modèle analytique en fonction de la position angulaire (angle électrique), pour un tour électrique complet. Nous retenons comme dimensions de la machine une épaisseur d'aimants h<sub>a</sub>=1,8mm, une épaisseur d'entrefer e=0,4mm, une longueur de stator L<sub>g</sub>=20mm, un rayon d'entrefer R<sub>e</sub>=24mm, une induction rémanente d'aimant B<sub>r</sub>=1,2T, un nombre de paires de pôles p=14, et un angle d'ouverture inter-dents α<sub>id</sub>=60° (angle électrique), un courant sinus de 3A pour un bobinage d'induit comportant 120 tours de fil. Les signes des différents termes ont été redéfinis par symétrie au-delà de la tranche 0° à 120° (angle électrique) modélisée ci-dessus.



**Figure 47** Couple de la machine à aimants calculé avec le modèle analytique

Nous constatons que le couple synchrone double quasiment entre le deuxième et le troisième modèle : ce saut est lié à la discontinuité des modèles ; le doublement vient du fait que lorsque l'aimant est entre deux dents il va interagir avec chacune des dents stator et créer deux fois plus de couple que dans la première position où le couple ne se fait qu'avec une seule dent stator. Le couple synchrone est également très élevé, de l'ordre de 4Nm (les essais du prototype, détaillés au chapitre 3, montreront un couple moyen de l'ordre de 1Nm) ; ce couple est surestimé, notamment du fait de l'absence de fuites en présence d'un grand nombre de paires de pôles.

Une forte ondulation de couple est présente, car le couple d'encoche est très important, de l'ordre du triple du couple synchrone. La structure étant fortement saillante, ce résultat apparaît logique. Le couple d'encoche nul sur une partie du trajet à cause de l'entrefer plat.

Ce modèle analytique nous donne un premier aperçu du fonctionnement de la machine, mais il ne semble pas assez précis, y compris pour un prédimensionnement. Un modèle plus poussé est donc nécessaire afin de bien permettre le prédimensionnement et de permettre un processus d'optimisation future. Le modèle analytique permet cependant de mieux comprendre le fonctionnement de la machine et de soulever des détails auxquels faire attention ultérieurement. Un point qui interpelle ici est notamment la proportionnalité du couple au nombre de paires de pôles, qui permettrait d'obtenir des densités de puissance très fortes à haute fréquence. Sur les machines classiques, l'augmentation du nombre de paires de pôles réduit d'autant la fenêtre cuivre, limitant le couple moyen. Pour cette machine, cette augmentation ne se fait pas au détriment de la fenêtre cuivre, laissant entrevoir la possibilité de couples très élevés. Une étude détaillée de ce point va être entreprise au paragraphe suivant.

### 3) Relation entre le couple et le nombre de paires de pôles

Dans la formule précédemment calculée du modèle analytique, le couple moyen est directement proportionnel au nombre de paires de pôles (à bobinage et courant identiques). Cette thèse, développée entre autres par [Pin10], est séduisante, et pousse à faire des machines avec un grand nombre de dents pour une structure à bobinage globale comme la nôtre. Au-delà du souci lié à la fréquence, la vérité n'est pas si simple. Une simulation éléments finis de la structure de base de notre moteur pour 14 et 28 paires de pôles montre un gain de seulement 20%, malgré des perméabilités purement linéaires. Le facteur limitant le gain est en réalité le flux de fuite, notamment entre les dents stator voisines. Notre modèle analytique ne l'a pas mis en exergue, car le fer y était supposé de perméabilité infinie, donc le flux de fuite entre deux dents consécutives est seulement celui généré par le courant dans l'induit (stator) ; il n'implique pas de perte de flux inducteur donc pas de perte de couple.

En réalité, en présence de fer de perméabilité finie, lorsque le nombre de paires de pôles augmente trop, tout le flux inducteur va partir en flux de fuite entre les dents stator, limitant la force électromotrice plus que le gain apporté par l'augmentation de la fréquence.

Pour étudier cet effet de l'augmentation du nombre de paires de pôles, nous allons considérer que le moteur est alimenté par un commutateur de courant (courant constant +I ou -I dans l'induit), dont la commutation se fait aux positions angulaires  $\theta_M$  et  $\theta_m$  pour lesquelles le flux embrassé par la bobine stator en l'absence de courant est respectivement maximal et minimal ; nous allons considérer que le fer des dents est linéaire de perméabilité  $\mu_r$ , et que le fer de la culasse stator et du rotor sont de perméabilité infinie (les fuites du rotor et de la culasse stator sont très faibles vu la configuration).

Au vu de la symétrie de la machine,  $\theta_M + 180^\circ = \theta_m$  et  $\Phi_M = -\Phi_m$  (respectivement flux maximal et minimal dans la bobine stator en l'absence de courant). Nous allons calculer le couple moyen entre  $\theta_m$  et  $\theta_M$ , qui est égal au couple moyen de la machine sur un tour complet électrique par symétrie.

$$\langle C \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_m}^{\theta_M} C(\theta, I) d\theta$$

Le couple instantané est égal à la dérivée angulaire à courant constant de la coénergie magnétique, il s'exprime  $C(\theta, I) = \frac{1}{2} I \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right)_I$  avec  $\varphi$  le flux embrassé par le bobinage stator,  $\Theta$  l'angle mécanique et  $\theta$  l'angle électrique. Nous rappelons que  $\theta = p\Theta$ . Nous pouvons alors calculer le couple moyen :

$$\langle C \rangle = \frac{1}{\pi} \int_{\theta_m}^{\theta_M} \frac{1}{2} I \left( \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right)_I d\theta = \frac{I}{2\pi} \int_{\theta_m}^{\theta_M} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \frac{d\theta}{d\Theta} d\theta = \frac{d\theta}{d\Theta} \frac{I}{2\pi} (\varphi_M - \varphi_m) = p \frac{I}{2\pi} 2\varphi_M$$

Le couple moyen est donc proportionnel au courant et au flux maximal à vide dans la bobine du stator. Nous rappelons que l'augmentation du nombre de paires de pôles ne modifie ni le bobinage ni l'amplitude du courant.

Nous pouvons désormais calculer le flux maximal dans la bobine. C'est le flux correspondant à la position dans laquelle les aimants du rotor sont pile en face des dents du stator. Nous supposons que le flux dans l'entrefer est vertical, et que la culasse et le fer du rotor sont de perméabilité infinie. Le circuit magnétique correspondant à la position de flux maximal sera donc le suivant, avec  $R_{eFe}$  la réluctance de

l'entrefer,  $R_{fer}/2$  la réluctance d'une dent stator,  $R_{aim}$  la réluctance d'un aimant et  $R_{fui}$  la réluctance des fuites entre deux dents stator (correspondant à deux chemins en parallèle, de chaque côté d'une dent).

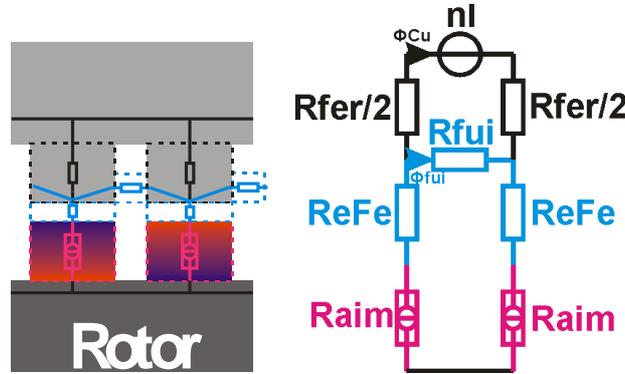


Figure 48 Circuit magnétique correspondant à la position de flux stator maximal

Exprimons les équations régissant le système :

$$R_{fer} * \varphi_{Cu} + (R_{eFe} + R_{aim}) * (\varphi_{Cu} + \varphi_{fui}) = \frac{2 * B_0 * h_{aimant}}{\mu_0} \text{ et } R_{fer} * \varphi_{Cu} = R_{fui} * \varphi_{fui}$$

D'où  $\varphi_{Cu} = \frac{2 * B_0 * h_{aimant}}{\mu_0} * \left( \frac{1}{R_{fer} + (R_{eFe} + R_{aim}) * \left( 1 + \frac{R_{fer}}{R_{fui}} \right)} \right)$  avec  $h_{aimant}$  l'épaisseur d'aimant et  $B_0$  son

induction rémanente.

$\varphi_{Cu}$  est le flux dans une seule paire de pôles ; le flux total est  $p * \varphi_{Cu}$  ( $p$  est le nombre de paires de pôles). Le couple sera donc proportionnel à  $p^2 \varphi_{Cu}$  (le deuxième facteur  $p$  venant de  $\frac{d\theta}{d\phi}$ ).  $R_{fer}$ ,  $R_{eFe}$  et  $R_{aim}$  sont proportionnels à  $p$  (les largeurs d'aimant, de dent stator et de surface active d'entrefer sont divisées par deux quand  $p$  double),  $R_{fui}$  est proportionnel à  $1/p$  (la longueur du chemin de fuite est divisée par deux quand  $p$  double). Le couple moyen va donc être de la forme ( $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\varepsilon$  et  $\sigma$  sont des constantes géométriques) :

$$C = \alpha p^2 * \left( \frac{1}{\beta p + \gamma p (1 + \delta p^2)} \right) = \frac{\varepsilon p}{1 + \sigma p^2}$$

Nous traçons sur la figure ci-dessous la courbe représentative du couple en fonction du nombre de paires de pôles pour les dimensions de la machine utilisées au paragraphe précédent. Le courant est ici choisi arbitrairement, donc l'axe des ordonnées n'est pas gradué, le couple étant proportionnel au courant.

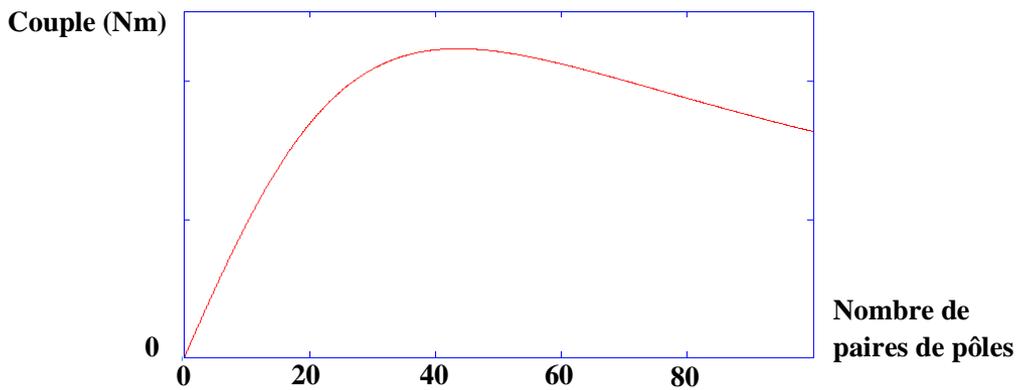


Figure : allure de la courbe de couple en fonction du nombre de paires de pôles

Pour un petit nombre de paires de pôles, le couple est effectivement proportionnel à  $p$ , mais il atteint assez rapidement un maximum pour  $p=43$  au-delà duquel le couple s'effondre jusqu'à tendre vers zéro, car le flux de fuite devient alors nettement prédominant sur le flux principal, et le gain en fréquence ne compense plus la perte de flux. Il serait intéressant de modéliser simplement l'effet sur le couple de l'augmentation du nombre de paires de pôles en régime non-linéaire, pour du fer saturé, ce qui pourrait faire l'objet d'une étude ultérieure. Ce comportement, valable en régime linéaire, sera probablement accentué en prenant en compte la saturation du matériau magnétique, qui augmentera d'autant plus l'influence du flux de fuite et réduira le nombre de pôles optimal.

Nous avons donc démontré avec un modèle simple que l'hypothèse selon laquelle le couple est proportionnel au nombre de paires de pôles est fautive, même en régime linéaire : il existe un nombre de paires de pôles optimal au-delà duquel le couple chute avec l'augmentation du nombre de paires de pôles.

#### 4) Modèle semi-analytique à base de réluctances de la machine à aimants

##### 4-1 Choix du modèle

Le premier modèle analytique développé dans ce chapitre a permis de dégager des ordres de grandeur des performances maximales de la machine, mais il est insuffisant pour rendre compte de manière détaillée du fonctionnement, comme nous l'a montré le travail de modélisation de l'influence du nombre de paires de pôles. Nous allons donc développer un modèle complet de la machine, basé sur un réseau de réluctances, qui permettra d'évaluer de manière beaucoup plus fine les flux, la force électromotrice, le couple et son ondulation, ainsi que les pertes. Au vu de la complexité de la machine (et de sa non-linéarité vu la forte saturation), une résolution explicite du modèle par réluctances s'annonce impossible ; le modèle par réluctances sera donc résolu avec l'aide de l'outil informatique. Nous parlerons donc de modèle semi-analytique, dernière étape avant une modélisation aux éléments finis, plus précise mais bien plus consommatrice en termes de ressources de calcul.

##### 4-2 Établissement du réseau de réluctances et du réseau équivalent

Le réseau de réluctances retenu est entièrement tridimensionnel. Nous choisissons de représenter seulement les flux principaux dans l'entrefer (entre l'aimant et une dent stator située immédiatement au-dessus) et les flux de fuite. La circulation du flux est cette fois entièrement tridimensionnelle dans le fer. Nous reprenons la convention de représentation précédente, avec les réluctances d'aimant en magenta,

d'air en bleu et de SMC en noir ; le fer du rotor est cette fois représenté en jaune ou en noir. Nous choisissons de conserver un trajet de flux dans le fer assez simple, notamment de ne pas découper les dents dans leur largeur. Les flux de fuite principaux sont pris en compte. Le rapport entre la largeur d'une dent stator et la largeur de l'espace entre deux dents stator consécutives est fixé à 2 pour la partie conception de la modélisation, ce rapport étant remis en cause dans la phase ultérieure d'optimisation. La largeur d'une dent stator est donc de  $120^\circ$  électrique, la largeur de l'espace entre deux dents stator consécutives est donc de  $60^\circ$  électrique.

Nous introduisons dans la dent stator une cassure au milieu, sous la forme d'une marche d'escalier, dont l'utilité sera détaillée au chapitre suivant. Le réseau de réluctances retenu est détaillé sur la figure ci-dessous :

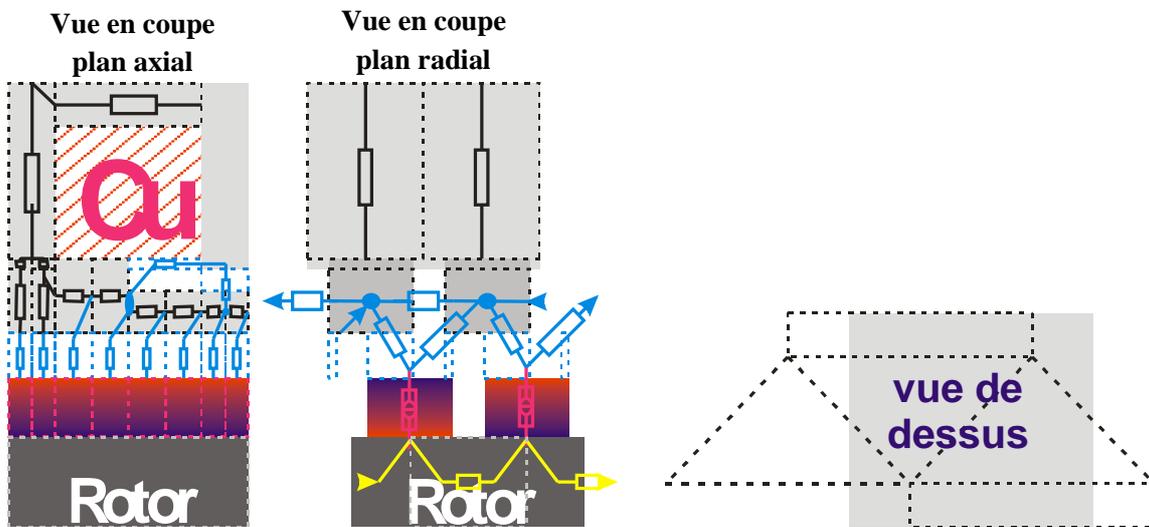


Figure 49 Réseau de réluctances retenu pour le modèle semi-analytique

Pour la circulation des flux dans l'entrefer, nous distinguons deux cas : soit chaque aimant rotor est en-dessous d'une seule dent stator, soit il est à cheval simultanément sous les deux dents du stator à la fois. Nous modélisons le moteur entre  $-60^\circ$  et  $120^\circ$  électrique, les autres positions s'en déduisant immédiatement par symétrie. La figure ci-dessous représente les trajets de flux dans l'entrefer pour les deux possibilités (trajet dans le fer non représenté) :

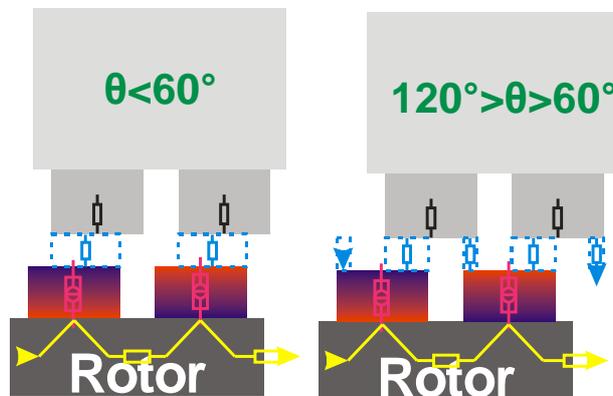


Figure 50 Les deux cas de circulation dans l'entrefer suivant la position angulaire du rotor

Nous établissons un circuit équivalent, que nous représentons dans la figure ci-dessous (les aimants, en magenta, sont la mise en série d'une force magnétomotrice et d'une réluctance). Le circuit contient 35 inconnues (les flux) et 61 réluctances dans le premier cas ( $0^\circ < \theta < 60^\circ$ ), et 73 inconnues et 77 réluctances dans le second cas ( $60^\circ < \theta < 120^\circ$ ).

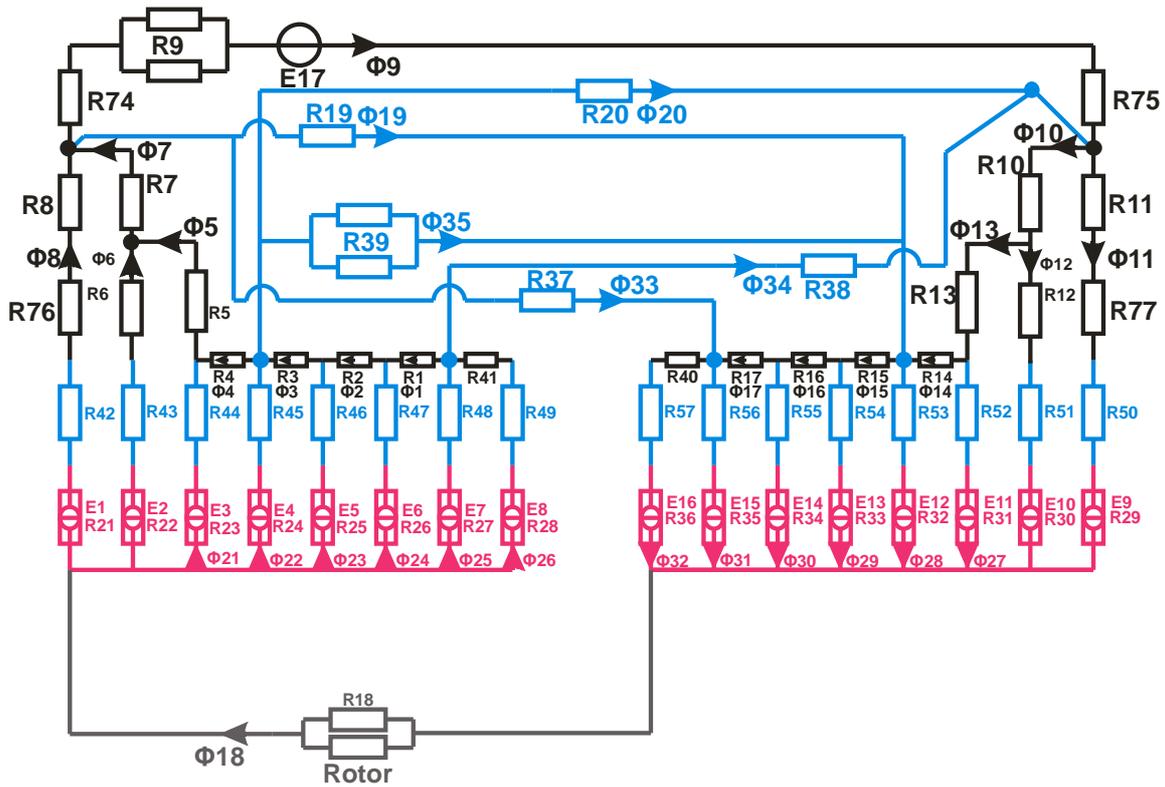


Figure 51 Circuit magnétique équivalent pour  $-60^\circ < \theta < 60^\circ$

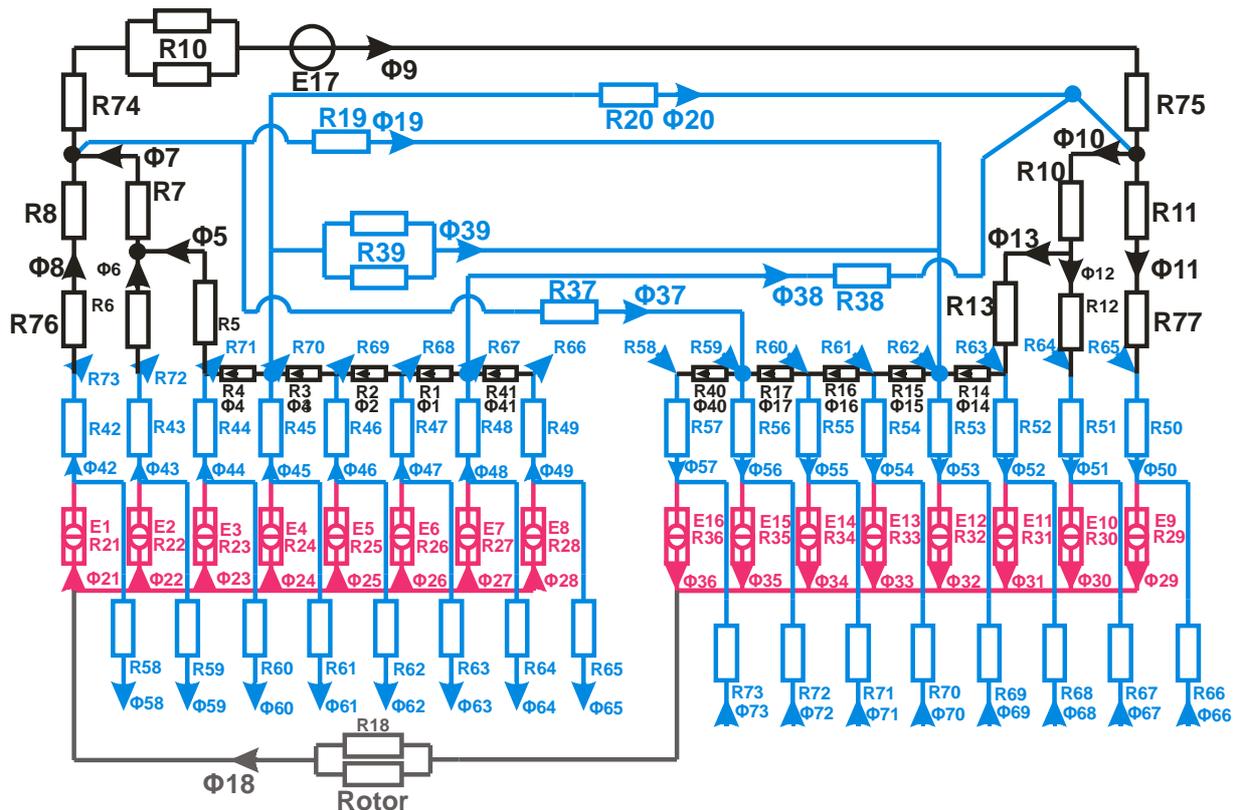


Figure 52 Circuit magnétique équivalent pour  $60^\circ < \theta < 120^\circ$

La résolution explicite d'un tel système serait effectivement trop compliquée. La prochaine étape est l'établissement d'un jeu d'équations permettant de le résoudre numériquement par la suite.

#### 4-3 Choix des équations en vue de la résolution

Les équations sont la loi de conservation des flux (loi des nœuds), et le théorème d'Ampère (loi des mailles). Il faut trouver autant d'équations indépendantes qu'il y a d'inconnues.

La méthode que nous avons retenue est la suivante. Pour commencer nous exprimons toutes les lois de conservation des flux sauf une. Ensuite nous écrivons les théorèmes d'Ampère en faisant intervenir pour chaque nouvelle équation une variable qui n'a pas encore été utilisée pour un théorème d'Ampère précédent, en faisant attention à reprendre au maximum des variables déjà utilisées dans les théorèmes d'Ampère précédents, et à utiliser le moins possible de variables non encore utilisées (pour en conserver pour pouvoir écrire les équations suivantes). Cette méthode simple permet de construire un système naturellement triangulaire donc libre (pour la partie théorèmes d'Ampère), et nous a toujours permis de trouver le bon nombre d'équations indépendantes permettant de résoudre le système. Toutes les équations sont numérotées.

Les figures ci-dessous montrent les équations retenues : hexagones au niveau des nœuds pour les lois de conservation des flux, et flèches vertes le long des chemins pour les chemins des théorèmes d'Ampère.

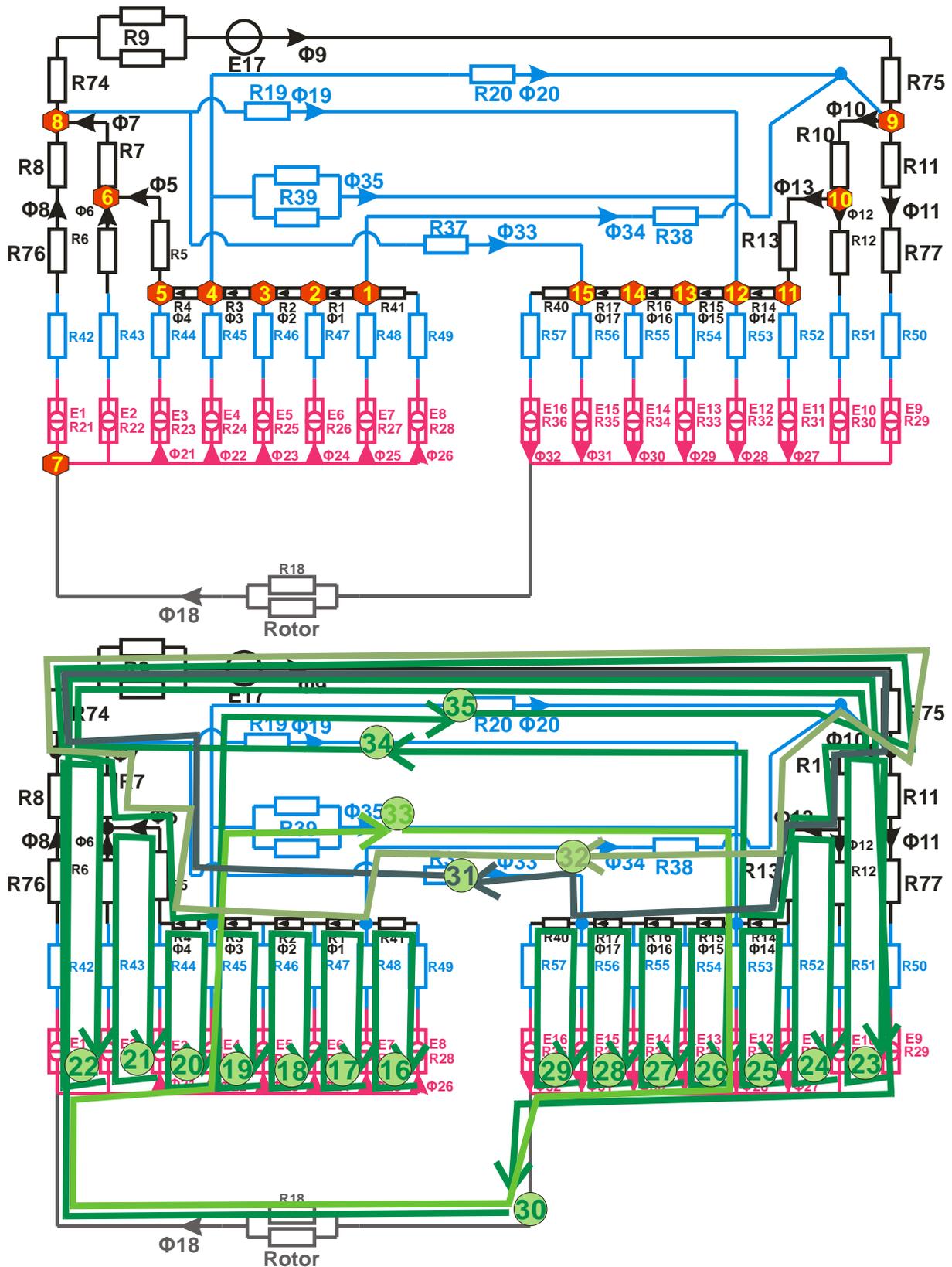
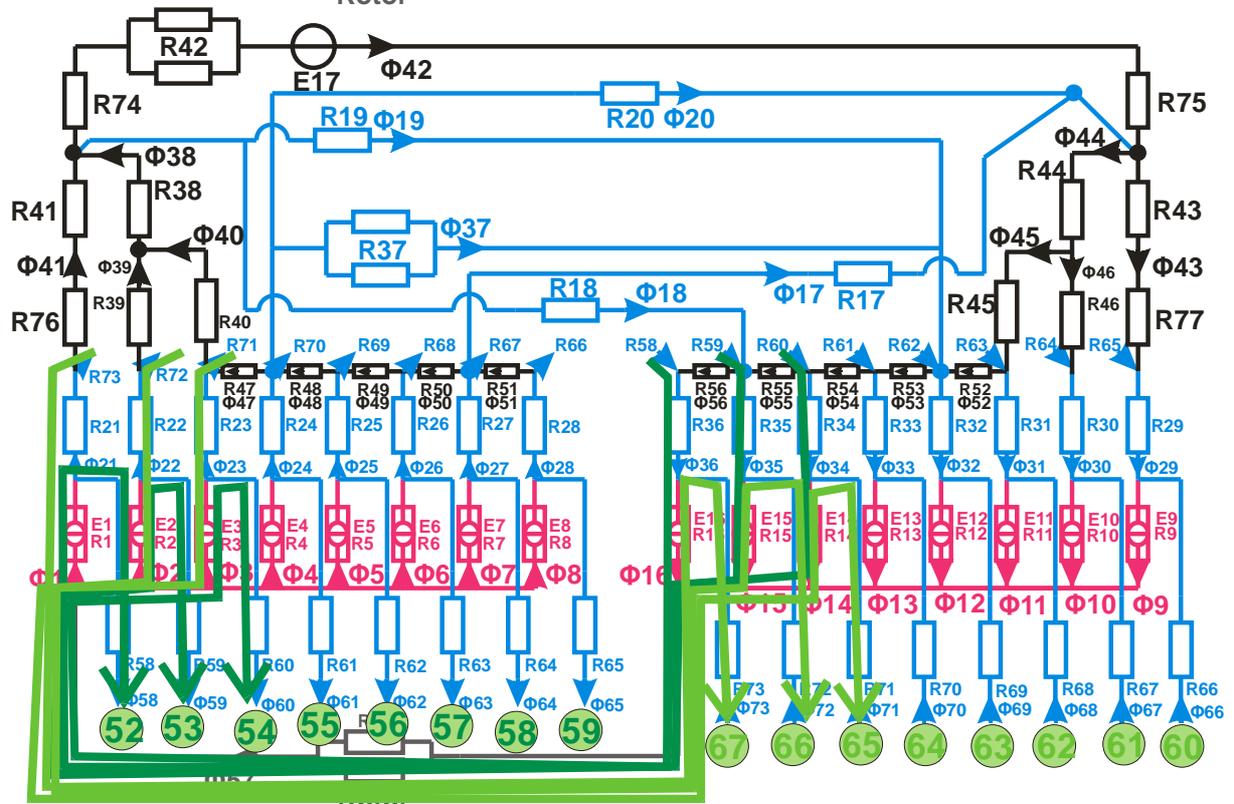
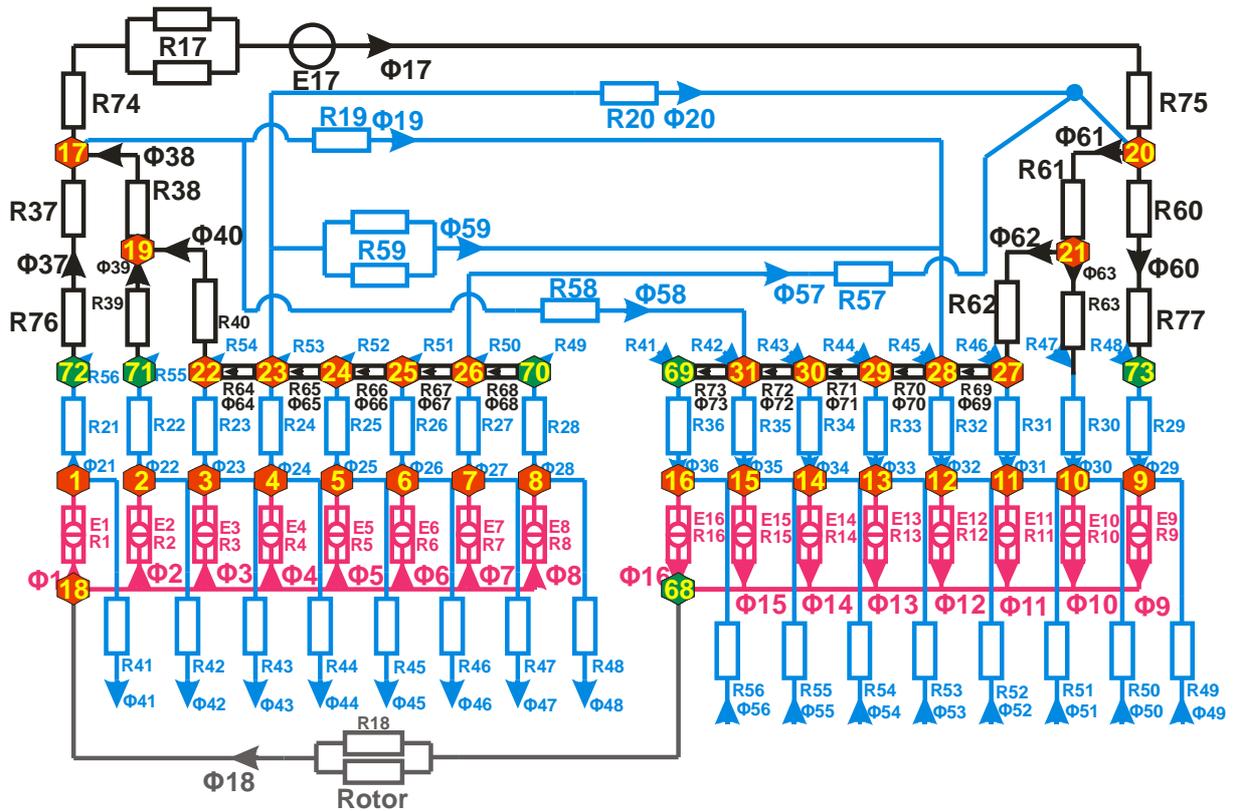


Figure 53 Jeu d'équations retenu pour  $-60^\circ < \theta < 60^\circ$



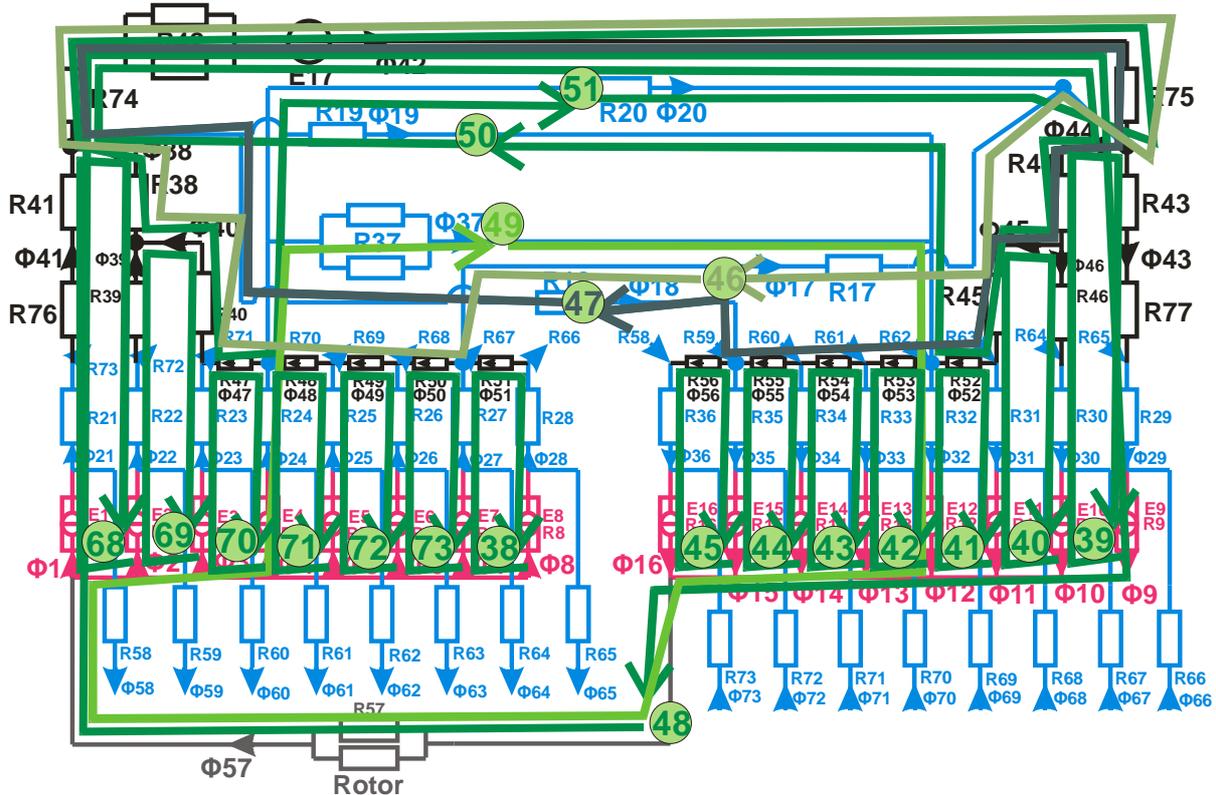


Figure 54 Jeu d'équations retenu pour la position  $60^\circ < \theta < 120^\circ$

#### 4-4 Algorithme de résolution

L'expression des équations nous donne alors un système de la forme :

$$\begin{cases} \sum \varphi = 0 \\ \sum (R * \varphi + E) = 0 \end{cases}$$

Afin de rendre toutes les équations homogènes en termes dimensionnelles, nous multiplions toutes les équations de conservation des flux par  $H^{-1}$  (H pour l'unité Henry, homogène à une réluctance). Le système devient alors :

$$\begin{cases} H^{-1} \sum \varphi = 0 \\ \sum R * \varphi = \sum -E \end{cases}$$

Nous définissons alors une matrice [R] appelée matrice des réluctances, dont l'unité de tous les éléments est  $H^{-1}$ , qui contient les coefficients devant chaque flux dans les équations de conservation des flux ou les théorèmes d'Ampère exprimés.  $R_{ij}$  est ainsi le coefficient devant  $\varphi_j$  dans l'équation numéro i. Pour une loi de conservation des flux (lois des nœuds),  $R_{ij}$  vaudra alors -1, 0 ou 1 ; pour un théorème d'Ampère (loi des mailles)  $R_{ij}$  vaudra typiquement 0 ou un somme de valeurs de réluctances. Nous définissons  $[\varphi]$  la matrice colonne des flux, et [E] la matrice des excitations, qui contient le second membre des équations exprimées.  $E_i$  vaut ainsi 0 si l'équation numéro i est une loi de conservation des

flux, et  $-E$  le second membre de la l'équation numéro  $i$  s'il s'agit d'un théorème d'Ampère. Le système d'équations devient alors  $[R] * [\varphi] = [E]$ . Les excitations  $[E]$  sont une donnée d'entrée du système (aimants et courants), et les flux sont nos inconnues. Le calcul des flux se résume donc à l'inversion de la matrice des réluctances :  $[\varphi] = [R]^{-1} * [E]$  ; ce calcul est effectué numériquement.

Une fois les flux calculés, l'induction dans chaque réluctance est calculée en divisant le flux par la section. Le calcul de la coénergie de chaque réluctance suit, y compris dans l'aimant, en multipliant la densité de coénergie du matériau  $\frac{B^2}{2\mu_r\mu_0}$  par le volume de la réluctance  $L*S$ . La coénergie globale d'une paire de pôles est alors (avec  $L_i, S_i, \mu_{r,i}$  et  $\varphi_{Ri}$  respectivement les longueurs, surface, perméabilité relative et flux de la réluctance  $R_i$ ) :

$$W' = \sum_i \frac{(\varphi_{Ri})^2}{2\mu_{r,i}\mu_0} L_i S_i$$

Le couple est alors la dérivée angulaire de la coénergie à courant constant.  $W'$  est précédemment calculé pour une seule paire de pôles, il doit donc être multiplié par  $p$ . Pour des raisons de simplicité, toutes les grandeurs sont exprimées en fonction de l'angle électrique  $\theta$ , or nous savons que  $\frac{dW'}{d\theta} = p \frac{dW'}{d\Theta}$  car  $\theta = p * \Theta$  (avec  $\Theta$  l'angle mécanique). Nous avons donc  $C = p^2 \frac{dW'}{d\theta}$ . Cette dérivée est approximée avec la méthode des différences finies : nous définissons un « petit » écart angulaire  $\Delta\theta=0,1^\circ$  ; le calcul du couple effectué numériquement sera alors au final :

$$C(\theta, I) = p^2 \frac{W'(\theta + \Delta\theta, I) - W'(\theta, I)}{\Delta\theta}$$

L'algorithme de résolution est calculé sur l'ordinateur avec le logiciel Mathcad. L'algorithme de résolution est alors le suivant :

**Définition des propriétés magnétiques des matériaux**

$\mu_0$  et  $\mu_r$  pour le fer, le SMC, les aimants

**Définition des paramètres géométriques**

Largeur de dent, d'aimant, nombre de paires de pôles...

**Définitions géométrique des réluctances**

Longueur et surface de chaque réluctance en fonction de  $\theta$  (angle électrique), dans chacun des cas différents

**Définition de la densité de coénergie**

$B^2/2\mu_r\mu_0$  pour chaque matériau présent

**Calcul des flux**

Définition des réluctances

Définition de la matrice des excitations  $[E]$

Définition de la matrice des réluctances  $[R]$

Calcul des flux  $[\varphi]=[R]^{-1}[E]$

Calcul des inductions  $B_{ri}=\varphi_{Ri}/S_i$

**Calcul de la coénergie**

$$W' = \sum \frac{L * S * B^2}{2 * \mu_r * \mu_0}$$

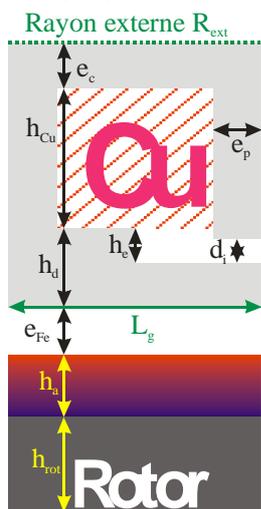
**Calcul du couple**

$$C(\theta, I) = p^2 \frac{W'(\theta + \Delta\theta, I) - W'(\theta, I)}{\Delta\theta}$$

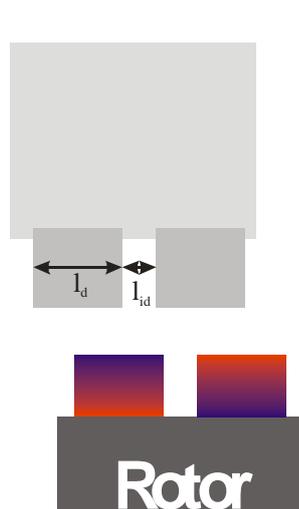
**4-5 Résultats**

Nous choisissons une machine de rayon externe 40mm et de longueur axiale 20mm, qui correspondent aux dimensions du lopin standard de poudre prototype SMC usinable fournie par Höganäs, qui facilitera la réalisation des prototypes. Nous retenons les dimensions suivantes pour la machine électrique modélisée (la largeur de dent est déduite directement du rayon d'entrefer et du nombre de pôles) :

**Coupe plan axial**



**Coupe plan radial**

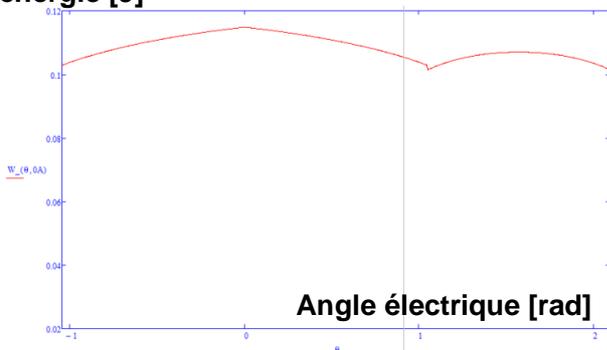


R <sub>ext</sub>	40mm	e <sub>Fe</sub>	0,25mm
h <sub>Cu</sub>	10mm	h <sub>rot</sub>	0,9mm
h <sub>d</sub>	8mm	n <sub>pp</sub>	12
h <sub>e</sub>	4mm	l <sub>d</sub>	3,316mm
e <sub>p</sub>	4mm	l <sub>id</sub>	1,658mm
d <sub>i</sub>	2mm	L <sub>g</sub>	20mm

Figure 55 Dimensions retenues pour la machine électrique modélisée

Les résultats calculés sont les suivants :

**Coénergie [J]**



**Couple [Nm]**

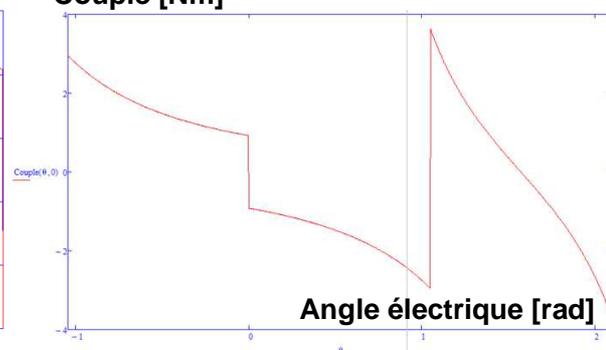
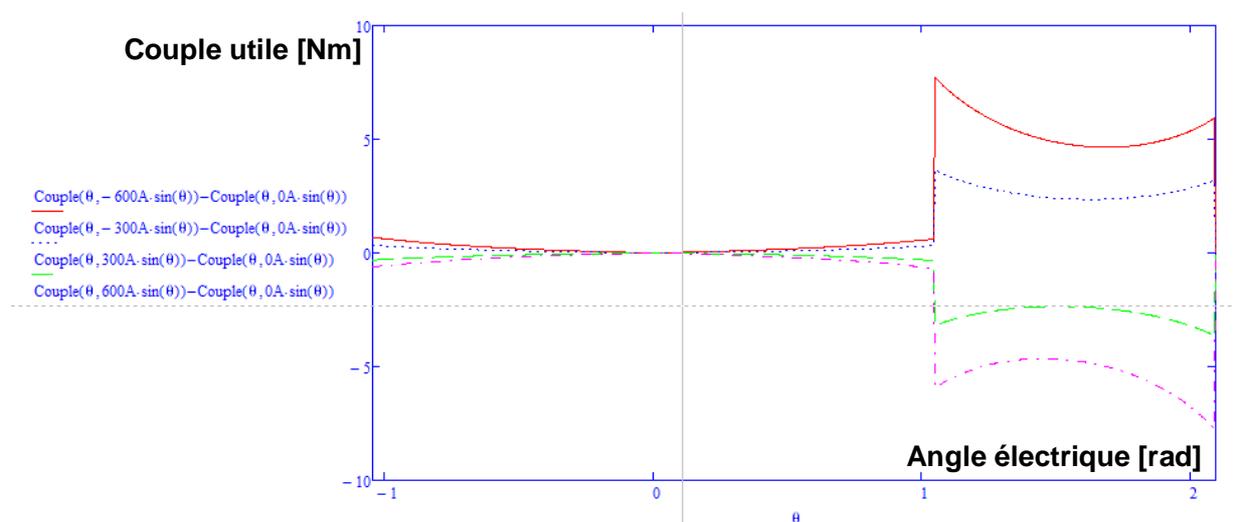


Figure 56 Coénergie (à droite) et Couple (à gauche) calculé à vide (courant nul)

Plusieurs remarques s'imposent. Le temps de calcul est très rapide, quelques secondes pour générer la courbe de couple complète sur un PC portable de 2011 muni d'un processeur Core i3. Le couple moyen est nul, sans surprise (la coénergie est bien périodique). La coénergie est légèrement discontinue en  $60^\circ$ , à la frontière des modèles (saut de 2%) : car les circuits magnétiques de part et d'autre de la discontinuité sont différents. Le couple est quant à lui discontinu en  $0^\circ$ , et fortement discontinu en  $60^\circ$  (à la frontière des modèles). La discontinuité en  $0^\circ$  est compréhensible, elle est liée à la relative simplicité du modèle quant aux flux dans l'entrefer pris en compte. Seul le flux principal est pris en compte, et il n'est pas dérivable en  $0^\circ$ , donc la discontinuité de couple est logique. La discontinuité du couple en  $60^\circ$  est très importante, mais elle s'explique aussi au vu de la différence entre les deux modèles. Le couple étant la dérivée de la coénergie, une petite erreur sur la coénergie peut mener rapidement à une grande erreur sur le couple dans ce modèle.

Deux points d'équilibre sont trouvés,  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , comme on pouvait s'y attendre, correspondant respectivement aux positions du rotor pour lesquelles les aimants du rotor sont en face des dents du stator ( $0^\circ$ ), et exactement à mi-chemin entre deux dents du stator. Le point  $0^\circ$  est stable, ce qui est intuitif : c'est dans cette position que l'entrefer du circuit magnétique est le plus faible, et que le flux des aimants est maximal. L'aimant est en effet naturellement attiré par le fer, qui va maximiser son flux. Le point  $90^\circ$  est par contre également stable, ce qui est surprenant : on s'attendrait intuitivement à ce que ce point soit instable, car il s'agit du point de flux minimal dans le système (flux nul dans la culasse notamment). On s'attendrait intuitivement à ce que l'aimant situé au centre des deux dents en fer ait tendance naturellement à aller directement sous une dent, là où son flux est maximal.

Nous calculons le couple avec un courant sinus en phase avec l'angle du rotor. La tension nécessaire pour générer ce courant n'est pas étudiée ; une régulation à l'aide d'un variateur à découpage pourra assurer sa génération. Seuls les ampères-tours sont pris en compte ici (600 Ampères-Tours maximum, correspondant à  $5\text{A}/\text{mm}^2$  crête dans la fenêtre cuivre (avant prise en compte du taux de remplissage). Les courbes de couple sont présentées ci-dessous (couple total et couple utile (différence entre le couple en charge et le couple utile)). Tant que le système est linéaire, la performance du moteur s'exprime surtout par le couple utile.



**Figure 57** Couple utile calculé pour différents courants (-600, -300, 300 et 600 At crête)

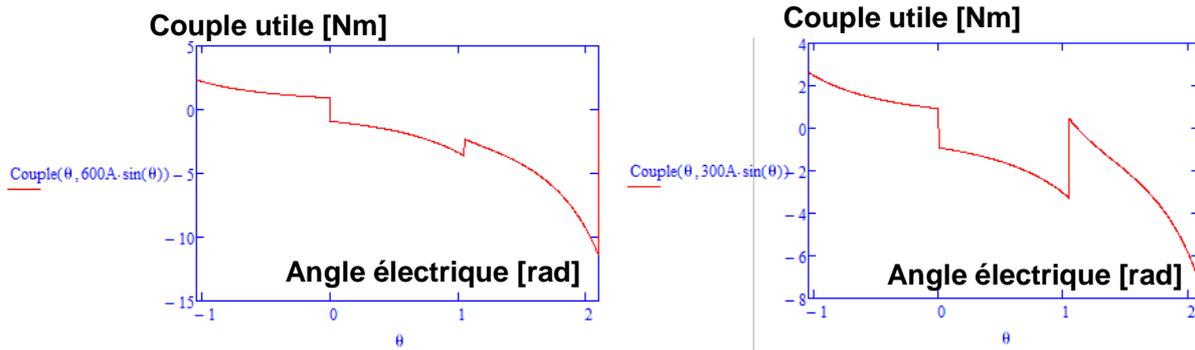


Figure 58 Couple en charge pour 600 et 300 At crête

Le couple utile est lui fortement discontinu en  $60^\circ$ , et n'est pas maximal en  $90^\circ$ . Ce comportement est lié à la forte discontinuité entre les deux modèles (pour chaque plage de position angulaire). Le couple utile moyen pour 600At crête est de 3,3Nm, ce qui est bien au-delà du couple moyen mesuré sur le prototype et modélisé aux éléments finis (autour de 0,8Nm) pour des moteurs comparables.

Nous avons vérifié la symétrie des inductions dans chaque pôle : toutes les inductions calculées sont strictement égales, quels que soient la position et le courant ; le sens est par contre évidemment inversé d'un pôle à l'autre. Nous allons donc par la suite intégrer directement cette antisymétrie dans les équations, en numérotant de la même manière les flux de chaque pôle, comme nous avons déjà fait par exemple pour le modèle analytique simplifié.

En conclusion, nous pouvons dire que ce premier modèle semi-analytique n'est pas satisfaisant. La trop grande discontinuité en  $60^\circ$  et son imprécision, tant sur le couple à vide que sur le couple utile le disqualifient. Un autre modèle doit être recherché, ce qui passe d'abord par une meilleure définition du circuit magnétique équivalent.

## 5) Analyse de la circulation du flux dans l'entrefer

### 5-1 Présentation du problème

La circulation du flux dans le fer dans le modèle précédent semble correcte, le problème principal de la faible précision du modèle semi-analytique et de ses discontinuités semble plutôt venir de la circulation du flux dans l'entrefer, qui est limitée au flux direct. La modélisation complète du flux dans l'entrefer doit être faite, ce qui devrait permettre de gommer les discontinuités de couple. En outre, la stabilité de la position  $90^\circ$  (angle électrique) doit être investiguée.

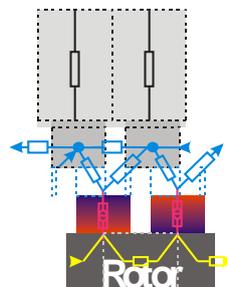
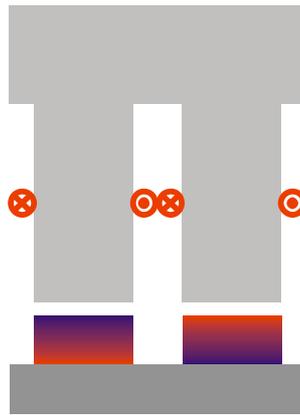


Figure 59 Circulation des flux devant être modifiée

### 5-2 Machine réduite 2D

Afin de proposer un nouveau de modèle de circulation des flux dans l'entrefer, nous allons dans un premier temps diminuer la complexité du système étudié en nous réduisant à un problème bidimensionnel, contenu dans un plan de coupe. Nous considérons donc une machine 2D, constituée de dents assez hautes (hauteur double de la largeur), afin de limiter au maximum dans ce modèle l'influence de la culasse sur la circulation des flux dans l'entrefer. Un bobinage traditionnel contenu dans les encoches entre les dents est intégré. Les dents sont strictement rectangulaires, elles ne contiennent pas d'épanouissement polaire. Le rotor reste inchangé, avec des aimants en surface de même largeur que les dents stator. Seule une paire de pôles est représentée, le système étant rebouclé par symétrie.



**Figure 60** Machine 2D modélisée en vue de comprendre la circulation des flux dans l'entrefer

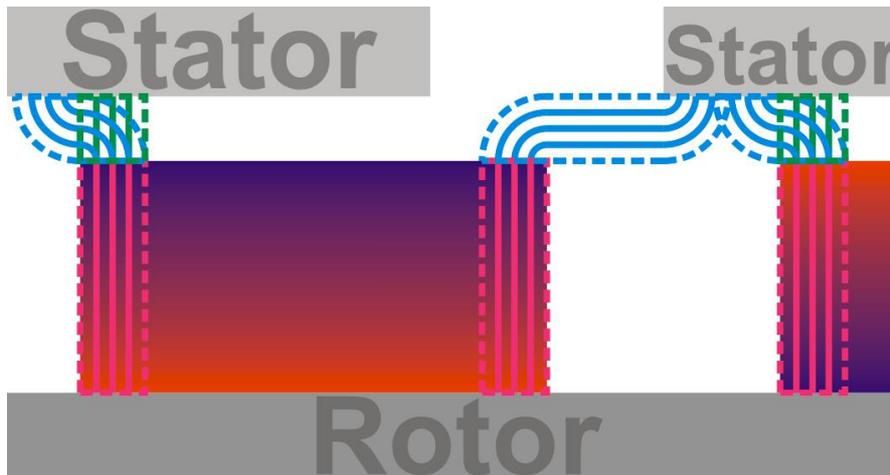
Notre objectif à présent est de développer un modèle semi-analytique par réluctances de circulation des flux dans l'entrefer de cette machine 2D réduite, qui soit simple et précis. Nous nous appuyerons pour cela sur des simulations aux éléments finis, afin d'orienter la modélisation et les choix de réluctance.

### 5-3 Modèle 2D semi-analytique par réluctances de la circulation des flux d'entrefer

Nous commençons notre investigation par la proposition d'un nouveau réseau de réluctances modélisant les flux de la machine 2D réduite. La considération du seul flux direct radial ne suffisant pas, nous ajoutons la considération du flux sortant des parties d'aimants situé sous l'encoche entre les dents stator, et le flux de fuite de l'aimant sur les côtés.

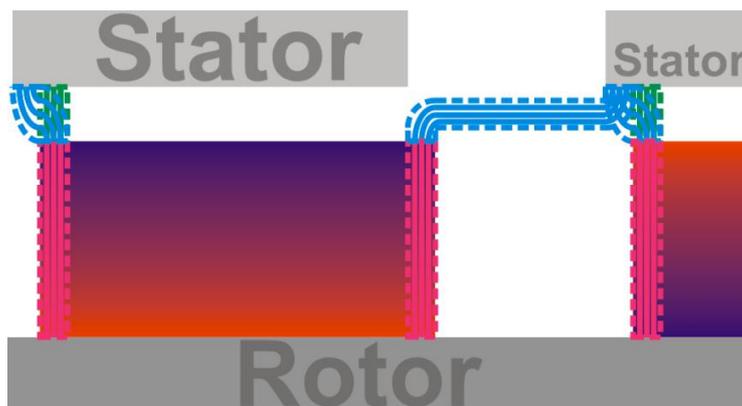
Nous considérons qu'à chaque extrémité de l'aimant du flux de fuite s'échappe avec une composante tangentielle sur une largeur égale à l'entrefer. Le reste du flux d'aimant est supposé sortir radialement. Dans le cas où l'extrémité de l'aimant est située sous une dent, le flux de fuite d'aimant, de largeur égale à l'entrefer, sort de l'aimant radialement, tourne en arc de cercle pour rejoindre une trajectoire tangentielle, puis retourne immédiatement pour rejoindre radialement le fer avec un parcours en arc de cercle. La longueur des lignes de champ de ce flux de fuite est toujours  $e \cdot \pi/2$  (avec  $e$  l'entrefer), et la largeur de la réluctance est constante égale à  $e$ . Un flux principal, purement radial, est également modélisé en parallèle de ce flux de fuite. Dans le cas où l'extrémité de l'aimant est située entre les dents stators, le flux de fuite d'aimant, toujours de largeur égale à l'entrefer, sort de l'aimant radialement, tourne en arc de cercle pour rejoindre une trajectoire tangentielle, poursuit sa trajectoire tangentielle jusqu'à

rejoindre l'aplomb de la dent voisine, puis tourne de nouveau en arc de cercle jusqu'à rejoindre radialement la dent voisine. Les détails de ces trajectoires de flux de fuite sont représentés sur la figure ci-dessous. Le flux dans l'aimant est représenté en magenta, le flux de fuite d'aimant dans l'entrefer en bleu et le flux principal dans l'entrefer en vert (seul le flux principal sortant du bord d'aimant est représenté). Les zones encadrées en pointillées sont les limites des réluctances, et les traits pleins sont les chemins suivis par le flux à l'intérieur des réluctances.



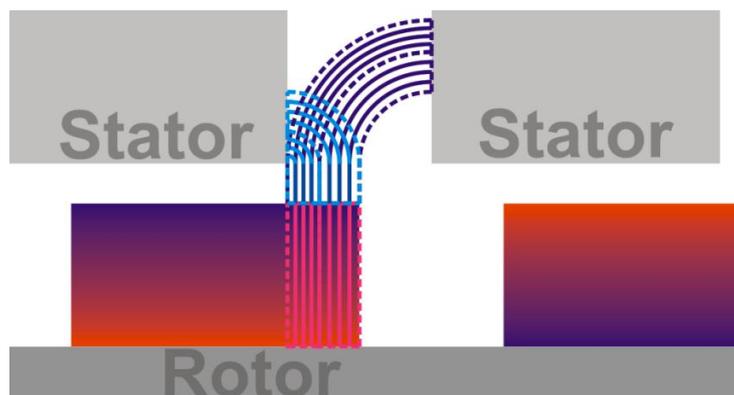
**Figure 61** *Modèle de trajets du flux issu du bord des aimants*

Dans le cas où le bord de l'aimant est sous une dent à une distance du bord de la dent inférieure à l'épaisseur d'entrefer, nous conservons le même principe mais avec une réluctance de flux de fuite de section réduite à la surface entre l'aplomb du bord d'aimant et le bord de la dent. La longueur moyenne du trajet de flux courbé est également réduite de manière proportionnelle, jusqu'à tendre vers zéro lorsque la section de fuite tend vers zéro. La longueur du trajet de flux tangentielle est conservée ; ces différents éléments sont détaillés sur la figure ci-dessous, pour laquelle nous conservons les conventions de représentation de la figure ci-dessus.



**Figure 62** *Modèle de trajets du flux issu du bord des aimants lorsque l'aimant est presque entièrement sous une dent*

Le flux généré par la partie de l'aimant situé entre les deux dents est cette fois pris en compte. Il sort radialement et parcourt une distance égale à  $e$ , puis suit une trajectoire en quart de cercle jusqu'à rejoindre la dent stator selon une direction perpendiculaire à l'axe de rotation et au rayon de la machine. Deux trajets de flux distincts correspondant à deux réluctances différentes sont modélisés, se dirigeant chacun vers une dent stator différente. La section est constante, et seule la longueur moyenne du trajet est retenu pour le calcul de la réluctance. Ces trajets sont détaillés sur la figure ci-dessous : les traits pleins représentent les chemins de flux (deux chemins différents dans l'encoche), les encadrements pointillés les zones des réluctances ; en magenta dans l'aimant, et en bleu clair et bleu foncé (selon la dent stator sur laquelle le trajet de flux arrive) pour le trajet dans l'air.



**Figure 63** *Modèle de trajets de flux situés sous et dans l'encoche*

Ces trajets sont séparés en deux réluctances distinctes, selon l'encadrement en pointillés ; la largeur de la réluctance de droite est égale à l'entrefer, et un chemin de flux supplémentaire non représenté sort de l'aimant pour rejoindre la partie inférieure de la dent stator opposée (voir paragraphe précédent).

Les quatre figures ci-dessous montrent le circuit global de réluctances, dans les différentes positions, par angle électrique croissant de  $0^\circ$  à  $90^\circ$  ; les positions non représentées sont immédiatement déduites par symétrie. Les figures sont triées par déplacement linéaire  $x$  constant ( $l_{id}$  est la distance séparant les deux dents stator, et  $l_d$  la largeur d'une dent stator). Les zones encadrées en bleu sont les trajets de flux dans l'air, en magenta dans l'aimant et en noir dans le fer. Le trajet dans le fer est modélisé de manière sommaire, avec simplement quatre réluctances au stator et deux en parallèle au rotor. Les numéros jaunes reprennent les numéros de réluctance dans le circuit équivalent.

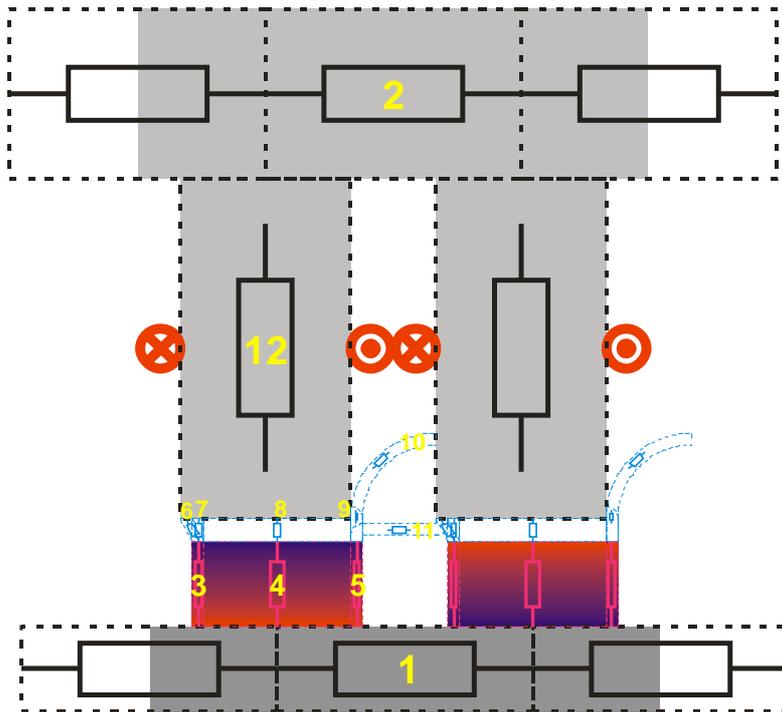


Figure 64 Réseau de reluctances pour  $0 < x < e$

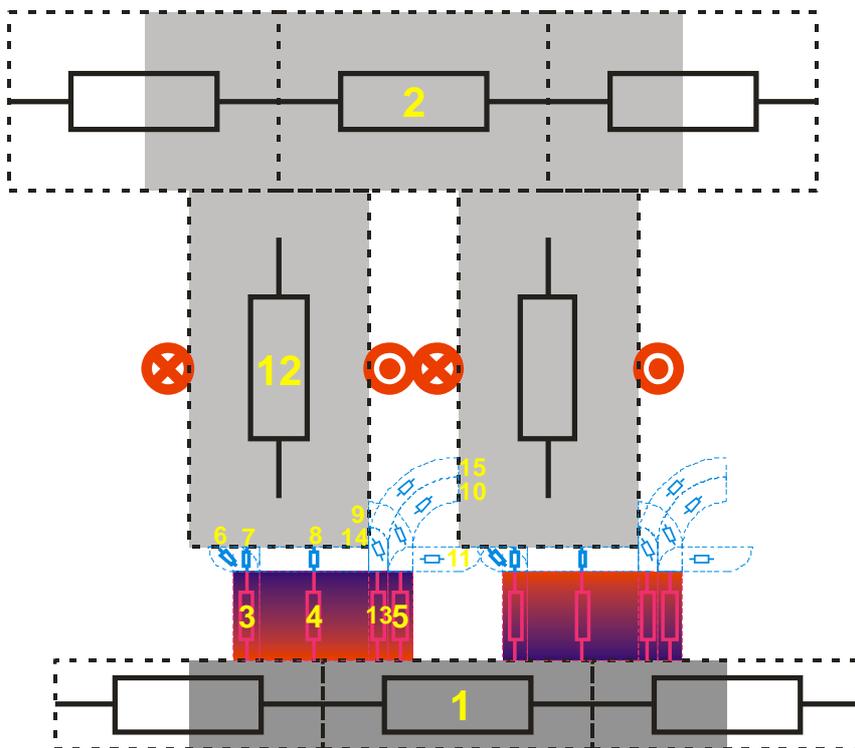


Figure 65 Réseau de reluctances pour  $e < x < lid$

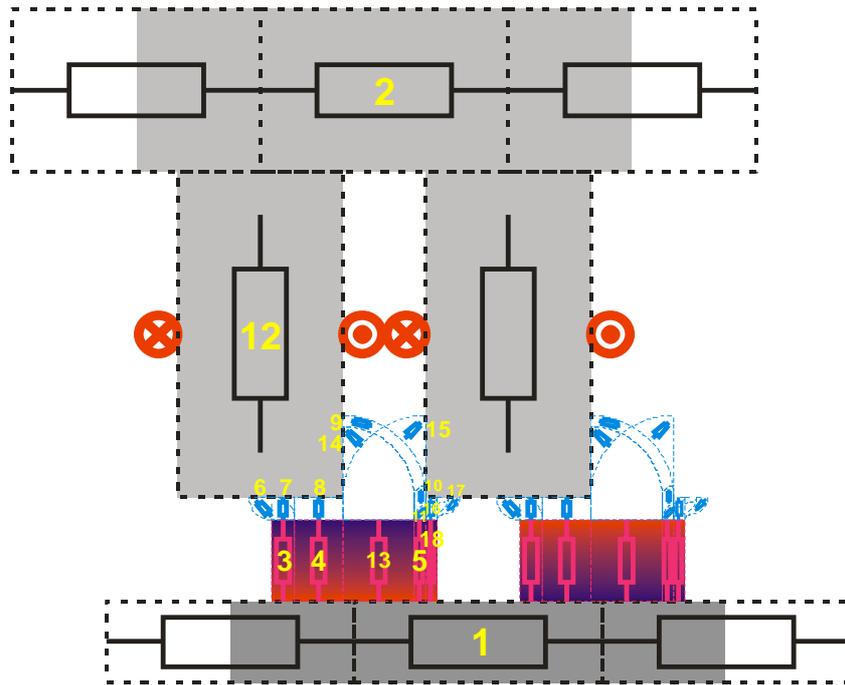


Figure 66 Réseau de reluctances pour  $lid < x < lid+e$

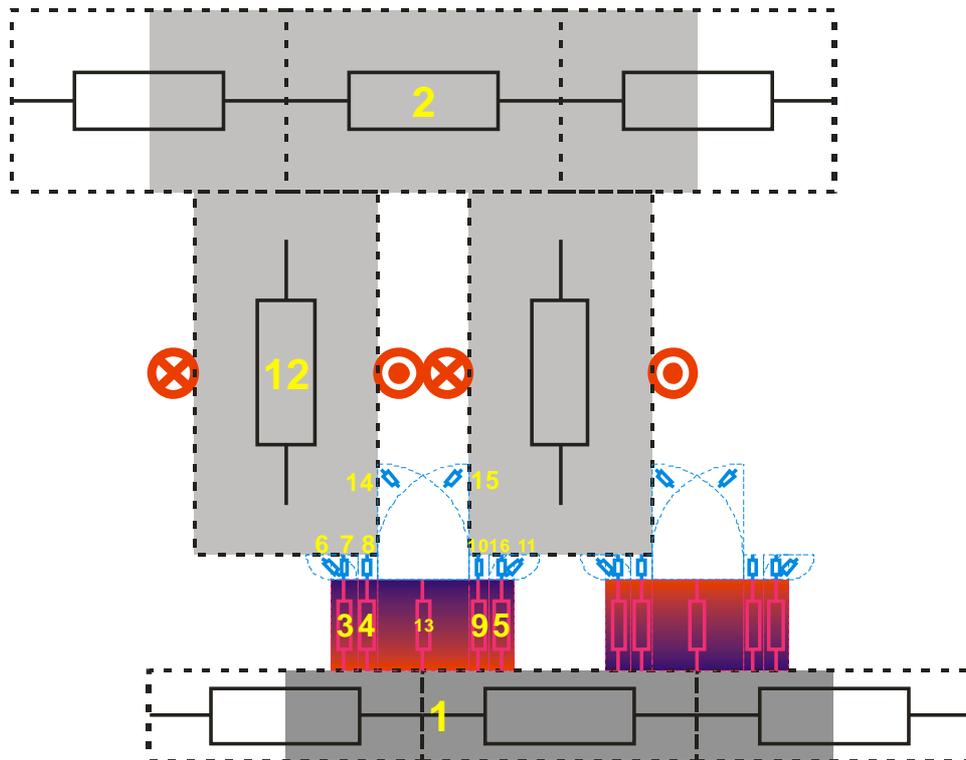


Figure 67 Réseau de ré reluctances pour  $lid+e < x < ld-e$

Nous pouvons alors représenter les circuits électriques équivalents. Nous déterminons un jeu d'équations régissant chaque système de la même manière qu'au paragraphe 4-3 du chapitre 2, p55 ; cette fois nous écrivons un système dans lequel les symétries ont déjà été exprimées. Sur la moitié du circuit, nous exprimons la loi de conservation des flux sur chaque nœud, représentés par des hexagones rouges numérotés, puis le théorème d'Ampère, représentés par une flèche verte, en ajoutant à chaque fois un nouveau flux qui n'avait pas encore été pris en compte par un théorème d'Ampère précédent. Les figures ci-dessous représentent le circuit équivalent pour chaque position ; les réluctances bleues sont des trajets de flux dans l'air, noires dans le fer et magenta dans l'aimant. Les réluctances d'aimant sont toujours associées en série avec une force magnétomotrice, correspondant à l'induction rémanente de l'aimant. L'influence du courant est modélisée par une force magnétomotrice en série dans la dent stator. La symétrie est prise en compte par la fermeture du circuit, matérialisée notamment par la mise en parallèle des réluctances dans les culasses du rotor et du stator. Ce circuit magnétique équivalent représente des conditions aux limites périodiques, qui ont été intégrées dans le réseau de réluctances.

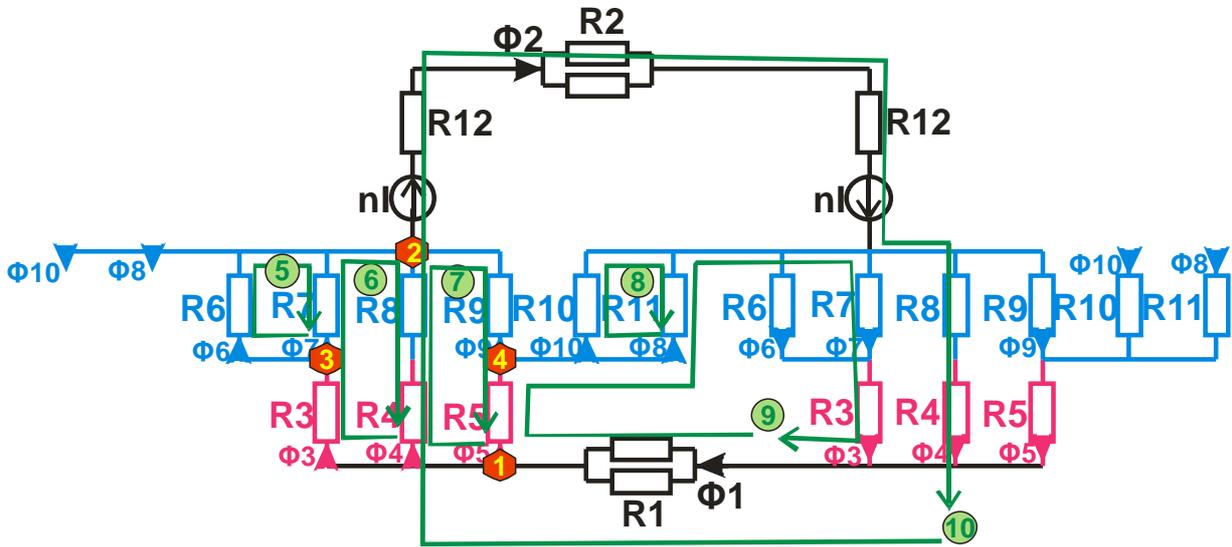


Figure 68 Circuit magnétique équivalent et jeu d'équations associées pour  $0 < x < e$

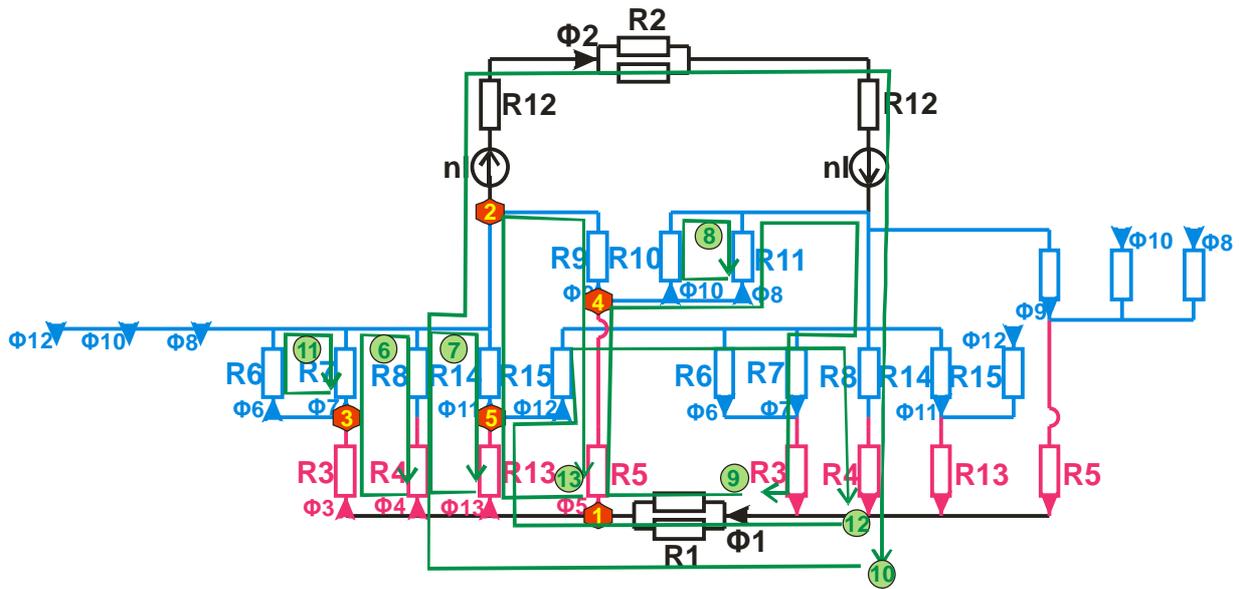


Figure 69 Circuit magnétique équivalent et jeu d'équations associées pour  $e < x < lid$

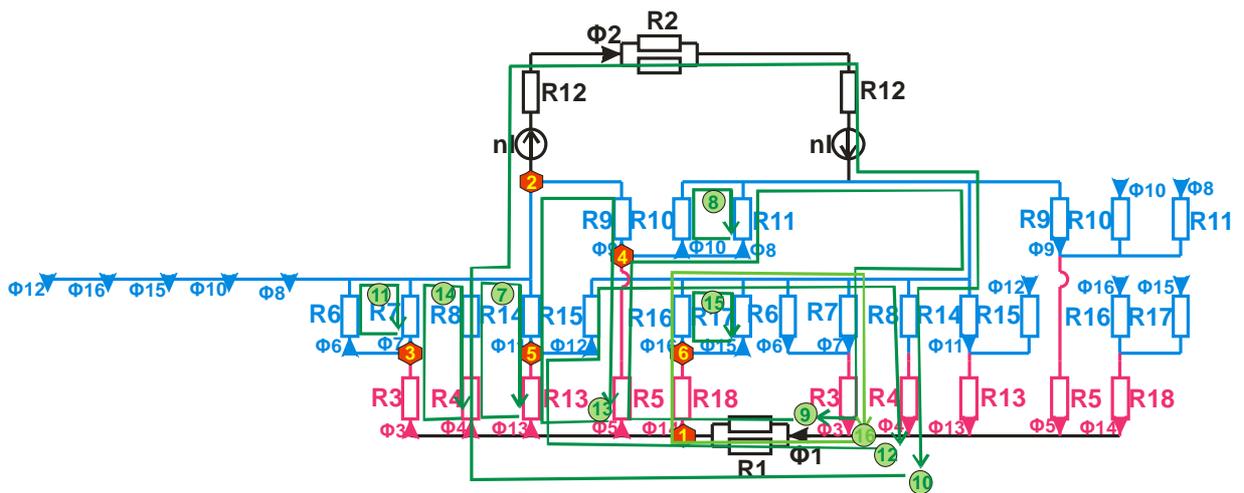
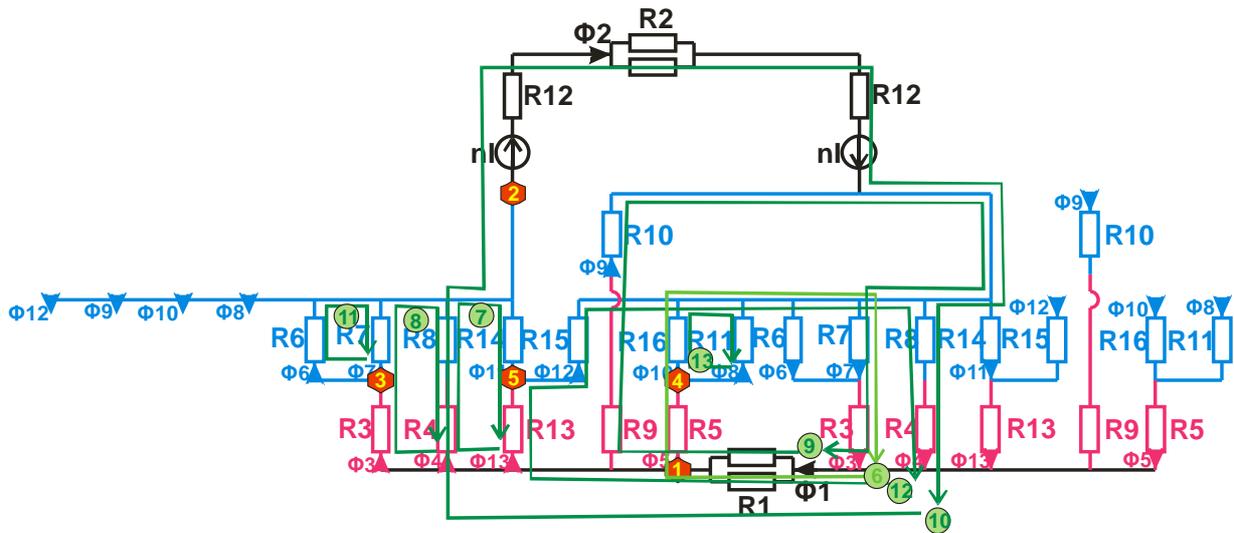
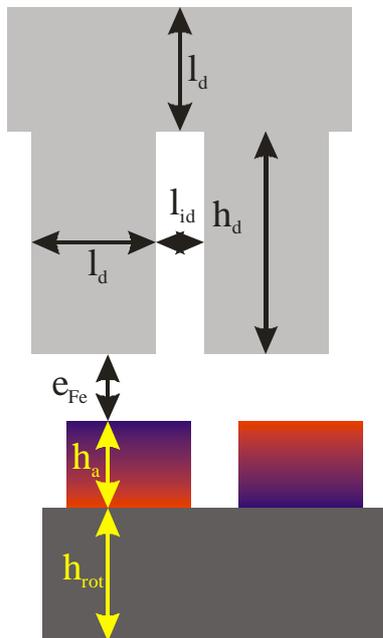


Figure 70 Circuit magnétique équivalent et jeu d'équations associées pour  $lid < x < lid+e$



**Figure 71** Circuit magnétique équivalent et jeu d'équations associées pour  $l_{id}+e < x < l_d-e$

Nous résolvons le système avec Mathcad en reprenant l'algorithme détaillé p58. Cette fois, nous ne considérons plus pour simplifier qu'une seule paire de pôles, et c'est une force de déplacement latérale, en Newton, qui est désormais calculée (au lieu d'un couple). Les dimensions du système sont les suivantes (nous conservons les largeurs de dents de la machine à flux transverse, avec des hauteurs de dents élevées pour circonscrire notre étude aux flux dans l'entrefer) :



$l_d$	3,6mm
$l_{id}$	1,8mm
$h_d$	7,2mm
$e_{Fe}$	0,25mm
$h_{rot}$	1,8mm
$h_a$	1,8mm

**Figure 72** Dimensions retenues pour la machine 2D simplifiée

Le modèle analytique est résolu très rapidement (temps largement inférieur à la seconde) et donne des résultats intéressants, que nous allons comparer dans le paragraphe suivant avec les résultats issus d'une modélisation aux éléments finis.

#### 5-4 Modélisation aux éléments finis 2D de la circulation des flux d'entrefer

Nous reprenons la machine 2D définie précédemment et nous la modélisons aux éléments finis avec le logiciel Ansys Maxwell, afin d'estimer la précision de notre modèle analytique. Nous calculons la distribution des flux, et la force de déplacement latérale du rotor avec et sans courant. Le système est considéré périodique, l'induction sur le bord droit est égale à celle sur le bord gauche. La figure ci-dessous montre le maillage, les parties en violet étant les parties actives magnétiquement (stator à gauche, rotor à droite) Une petite zone d'air est ajoutée au-dessus et en-dessous de la machine pour pouvoir prendre en compte des fuites magnétiques éventuelles. Nous choisissons d'insérer deux mailles dans l'entrefer.

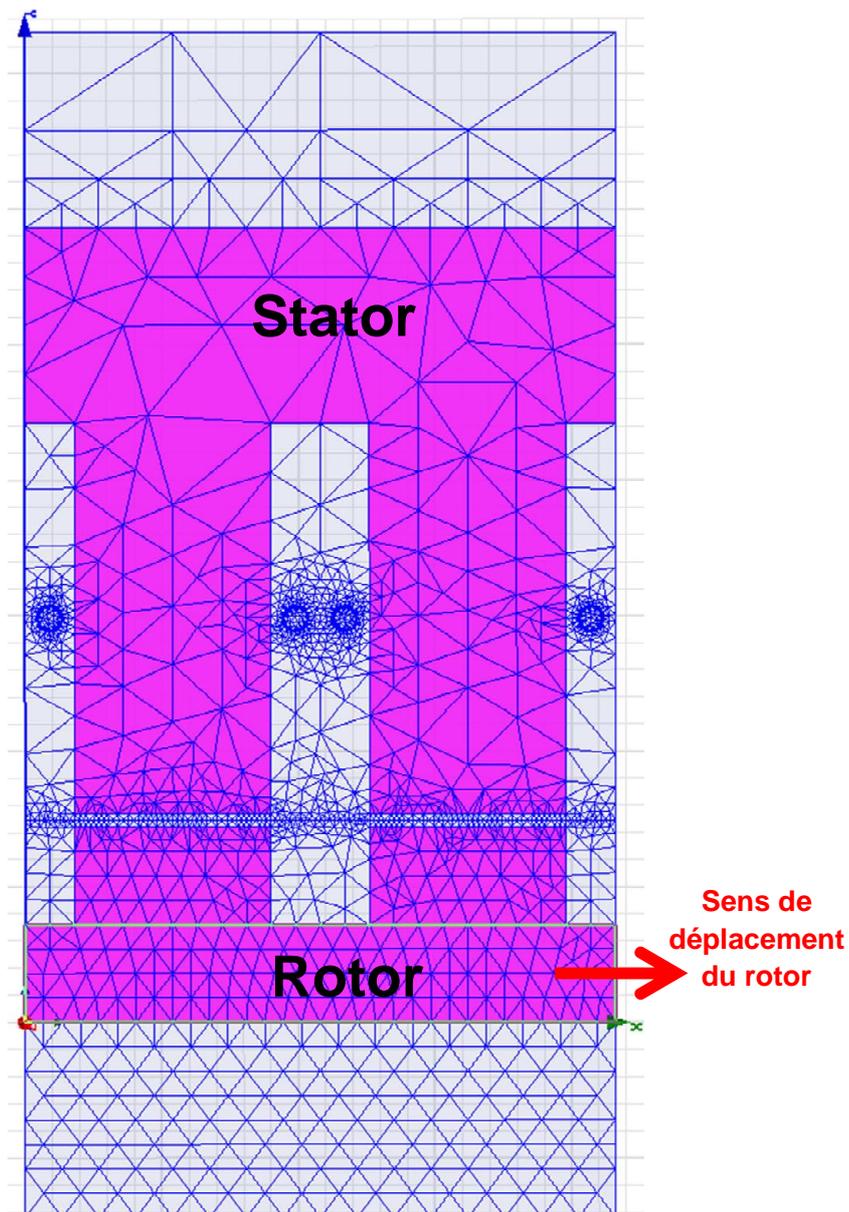
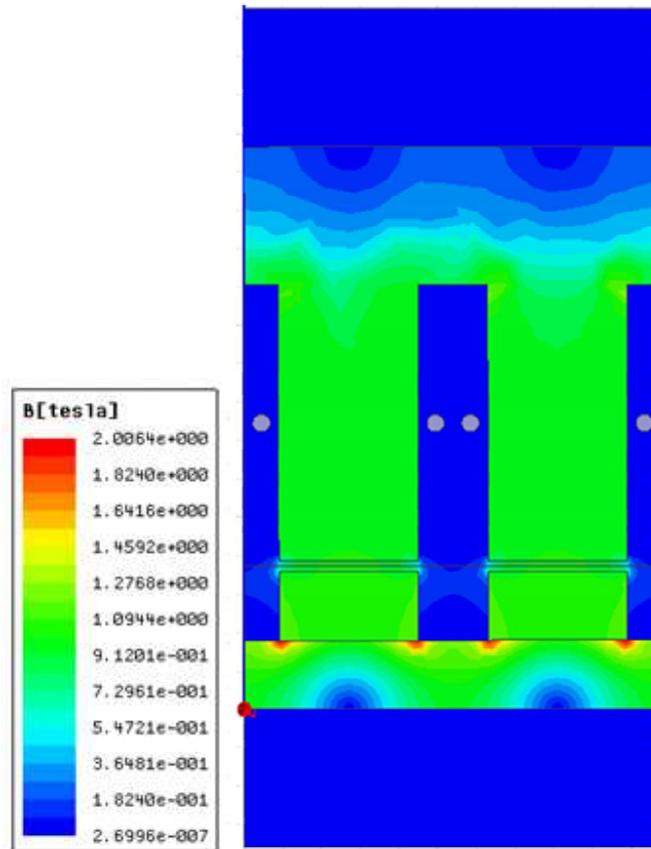


Figure 73 Maillage du modèle éléments finis 2D

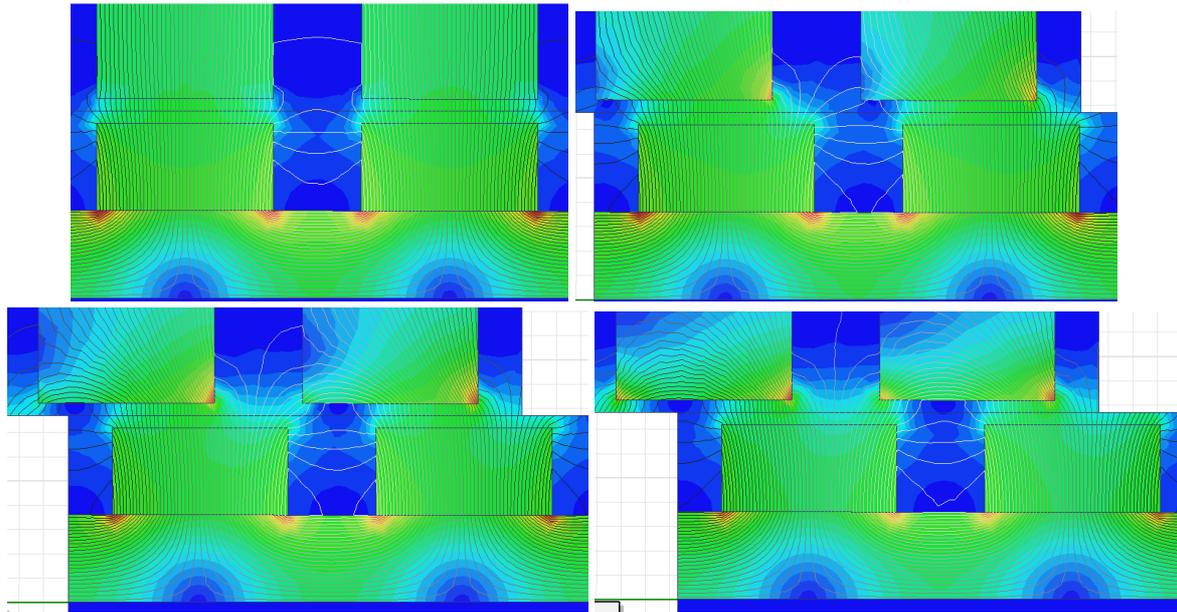
La distribution de l'induction est représentée sur la figure ci-dessous (courant nul).



**Figure 74** Induction dans la machine 2D à courant nul

La machine n'est pas saturée, avec une induction dans le fer autour de 1T, les zones de passage de flux dans le stator étant assez larges. L'induction à 2T visible au rotor est surtout un effet de bord numérique lié à un effet de pointe.

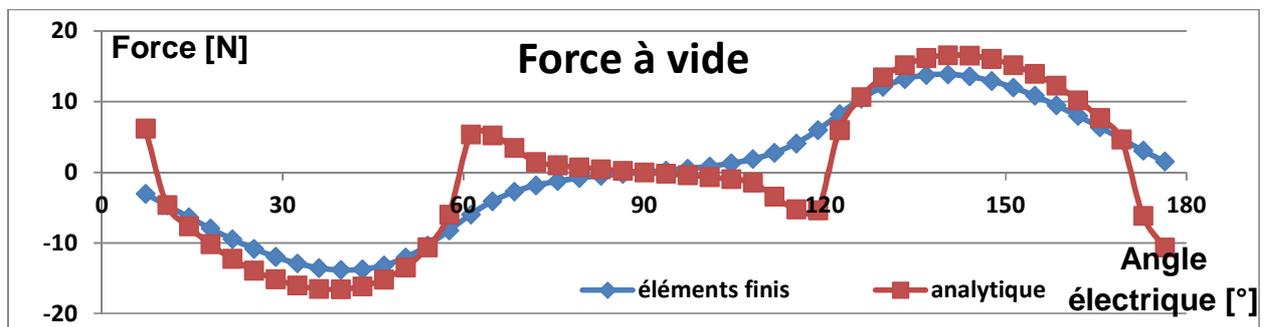
Nous nous intéressons particulièrement à la circulation des flux dans l'entrefer ; nous y représentons sur la figure ci-dessous les lignes de champ pour différentes positions d'entrefer.

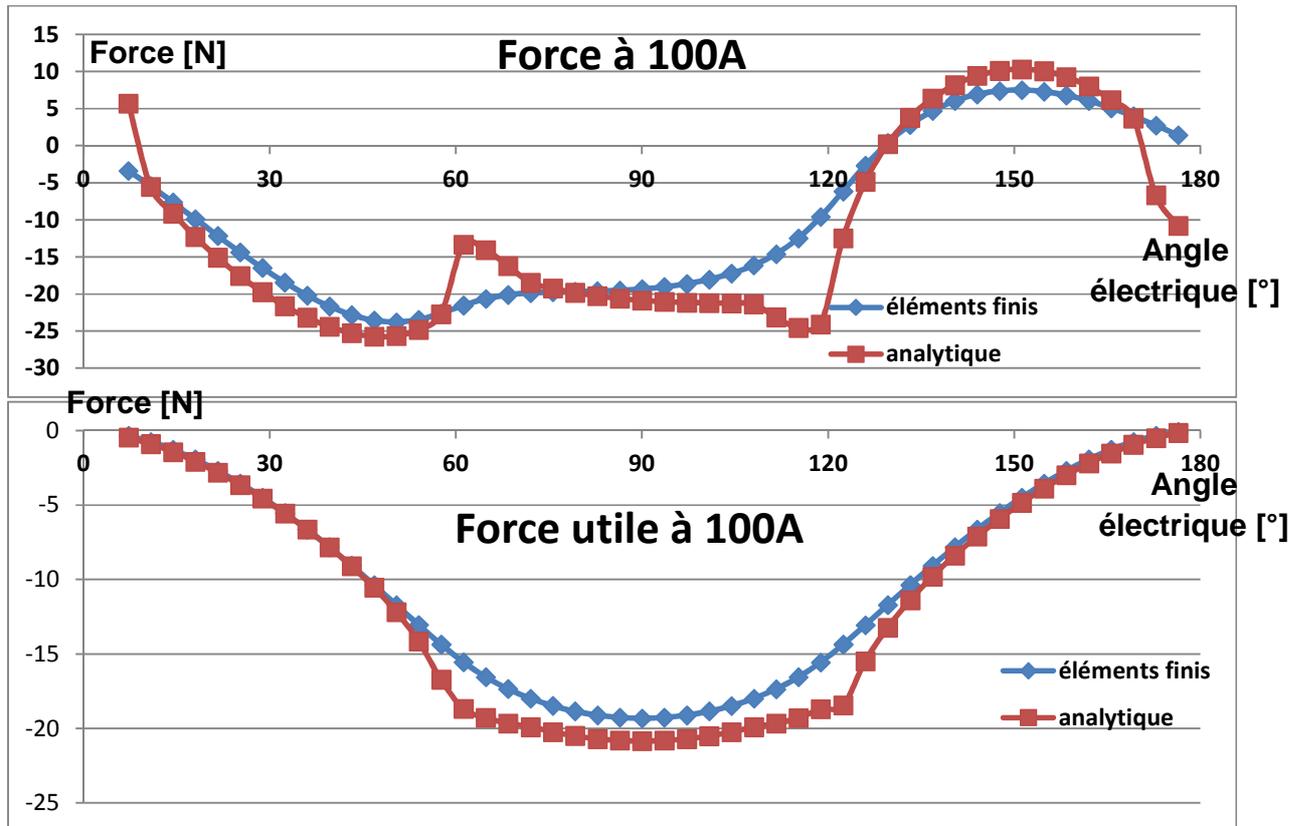


**Figure 75** Lignes de champ dans l'entrefer de la machine 2D

Nous constatons que le flux au niveau du bord des aimants sort très évasé ; l'hypothèse d'un flux purement radial dans l'entrefer est donc très approximative. Nous retrouvons cependant bien les grandes lignes de la circulation des flux de notre modèle par réseaux de réluctances.

Les courbes ci-dessous donnent les résultats des calculs de force, pour le modèle aux éléments finis et pour le modèle analytique. Les calculs sont faits pour  $180^\circ$  électrique ; les autres positions peuvent se déduire facilement par symétrie. La première courbe montre la force de réluctance, à courant nul ; la deuxième courbe montre la force en présence d'un courant sinusoïdal d'amplitude 100A en phase avec les aimants (courant maximal à  $0^\circ$ ). La troisième courbe montre la force utile, c'est-à-dire la différence entre la force en présence de courant et la force à vide. Les courbes en rouge sont les courbes issues du modèle semi-analytique à réluctances, et les courbes en bleu les courbes issues de la modélisation aux éléments finis.





**Figure 76** Forces à vide et en charge des modèles 2D analytiques et éléments finis

Nous voyons tout d'abord que les forces sont continues et que les ordres de grandeur sont bien respectés. Nous remarquons en particulier que la force utile est plutôt bien modélisée. Le modèle analytique le surestime légèrement, ce qui peut être lié à la mise en parallèle du flux de fuite et du flux direct au bord de l'aimant, créant plus de chemins de flux qu'il n'y en a réellement. Un léger décrochement dans la pente de la force utile apparaît en  $60^\circ$  et au point symétrique  $120^\circ$  (angles électriques), au moment où l'aimant passe sous deux dents stators simultanément ; ce décrochement est intrinsèquement lié à la nature tranchante des transitions du modèle analytique, et n'est pas inquiétant. Le point  $0^\circ$  est instable, probablement à cause du même phénomène.

Le point  $90^\circ$  est quant à lui stable dans le modèle analytique, ce qui est beaucoup plus surprenant. On s'attend intuitivement à ce que lorsque l'aimant est juste entre deux dents, il soit en équilibre instable, ayant une tendance naturelle à décrocher pour rejoindre la position d'entrefer minimal, lorsque l'aimant est pile en face d'une dent stator. Cette analyse intuitive est bien confirmée par la forme du couple calculé aux éléments finis autour de  $90^\circ$ . Les résultats du modèle analytique donnent même l'impression que le couple à vide calculé entre  $60^\circ$  et  $120^\circ$  (angles électriques) est presque exactement l'opposé du couple réel.

Notre modèle analytique est donc globalement satisfaisant, sauf pour le couple à vide autour du point  $90^\circ$  (lorsque l'aimant au rotor est aligné au milieu entre les deux dents stator), pour lequel notre modèle est à l'opposé de la réalité. Nous allons donc concentrer les prochains paragraphes sur une analyse fine du comportement de la machine autour du point  $90^\circ$  (angle électrique).

## 6) Analyse de la stabilité du point 90° (angle électrique)

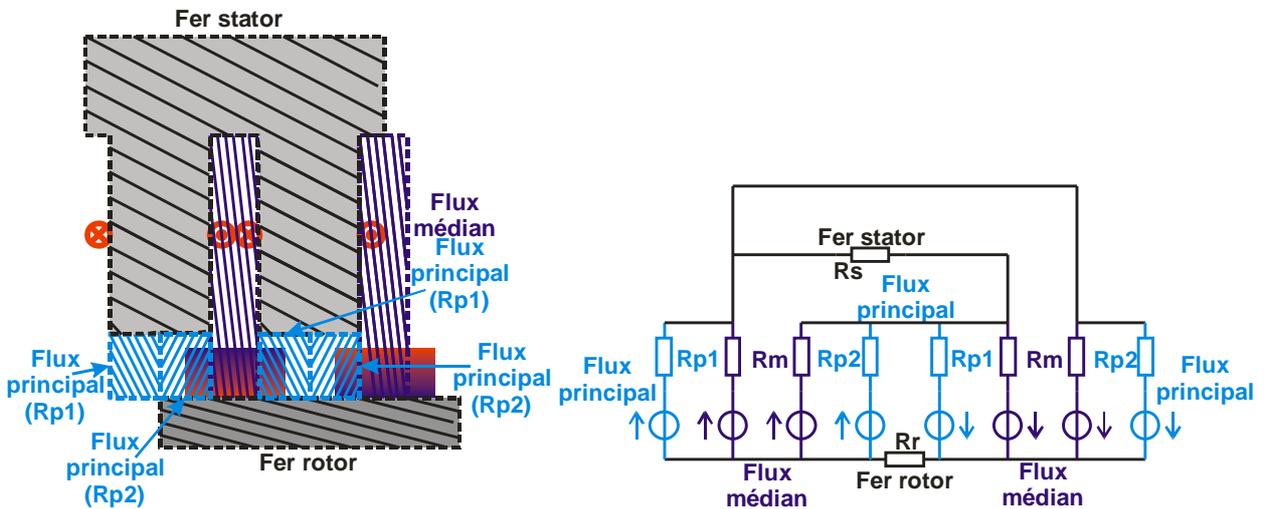
### 6-1 Analyse qualitative

D'après les simulations aux éléments finis, la position 90° (angle électrique) est un point d'équilibre instable. Une analyse intuitive du phénomène le confirme : un aimant situé entre deux dents en fer a tendance à vouloir se rapprocher de l'une d'elles, la position médiane étant instable.

Observons en détail les flux de notre modèle analytique autour de 90°. Le fer peut être réduit à une réluctance linéaire unique (rotor comme stator). Nous avons donc trois types de flux :

- Les flux dans le fer, somme de tous les autres
- Les flux dans la zone médiane, entre les deux dents stator (dans l'aimant et dans l'air)
- Les flux principaux et de fuite, situés sous une dent stator (dans l'aimant et dans l'air)

Nous pouvons alors représenter un circuit simplifié synthétisant cette répartition :



**Figure 77** Circuit magnétique simplifié autour de la position 90°

Nous supposons que le fer a une perméabilité infinie, nous avons donc  $R_r=0$  et  $R_s=0$ . Nous pouvons alors exprimer le théorème d'Ampère sur un chemin empruntant  $R_r$ ,  $R_{p1}$ ,  $R_s$ ,  $R_{p1}$  (respectivement  $R_r$ ,  $R_m$ ,  $R_s$ ,  $R_m$  et  $R_r$ ,  $R_{p2}$ ,  $R_s$ ,  $R_{p2}$ ), ce qui nous permet de déterminer chaque flux indépendamment des autres. Chaque flux (principal 1, principal 2 et médian) est donc indépendant.

Le couple est proportionnel à la dérivée de la coénergie. Si une réluctance porte une coénergie constante, elle ne contribuera pas au couple. Autour du point 90°, les réluctances et les excitations médianes restent constantes et le flux médian est donc constant ; il ne contribue pas au couple. Nous pouvons donc simplifier notre circuit en conservant uniquement le flux principal :

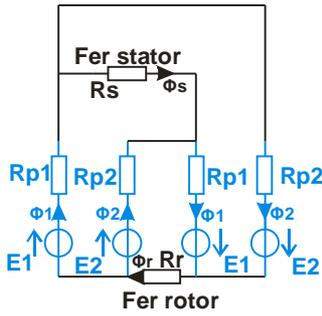


Figure 78 Circuit magnétique réduit autour de la position 90°

Les flux se calculent alors très facilement :  $\varphi_1 = \frac{E_1}{R_1}$  et  $\varphi_2 = \frac{E_2}{R_2}$ . Nous décomposons chaque réactance  $R_{p1}$  et  $R_{p2}$  en une réactance de fuite  $R_{f1}$  et  $R_{f2}$  et une réactance de flux direct  $R_{d1}$  et  $R_{d2}$  ; ces réactances sont mises en parallèle. Les réactances de fuite  $R_{f1}$  et  $R_{f2}$  sont supposées constantes, elles correspondent au flux qui sort latéralement de l'aimant. Les réactances directes  $R_{d1}$  et  $R_{d2}$  sont les réactances correspondant au chemin de flux le plus court ; elles valent  $R_{d1} = \frac{e}{L*(A-B\theta)}$  et  $R_{d2} = \frac{e}{L*(C+B\theta)}$ , avec  $e$  l'épaisseur d'entrefer,  $L$  la longueur de l'aimant,  $A + C = ld - lid$  la largeur totale d'aimant présente sous la dent stator, et  $B$  un facteur géométrique représentant le ratio de la surface de chaque aimant sous la dent stator.

Nous pouvons alors calculer simplement la coénergie totale du système qui vaut :

$$W = R_1 \varphi_1^2 + R_2 \varphi_2^2 = \frac{E_1^2}{R_{p1}} + \frac{E_2^2}{R_{p2}}$$

L'excitation est celle générée par les aimants, qui vaut  $E_1 = E_2 = \frac{B_r * h_a}{\mu_0}$  avec  $B_r$  l'induction rémanente de l'aimant,  $h_a$  la hauteur de l'aimant et  $\mu_0$  la perméabilité du vide. Nous avons aussi  $R_{pi} = R_{di} / R_{fi}$  ; nous pouvons donc calculer la coénergie totale :

$$W = \left( \frac{B_r * h_a}{\mu_0} \right)^2 * \left( \frac{1}{R_{d1}} + \frac{1}{R_{d2}} + \frac{1}{R_{f1}} + \frac{1}{R_{f2}} \right) = \left( \frac{B_r * h_a}{\mu_0} \right)^2 * \left( L \frac{A + C}{e} + \frac{1}{R_{f1}} + \frac{1}{R_{f2}} \right)$$

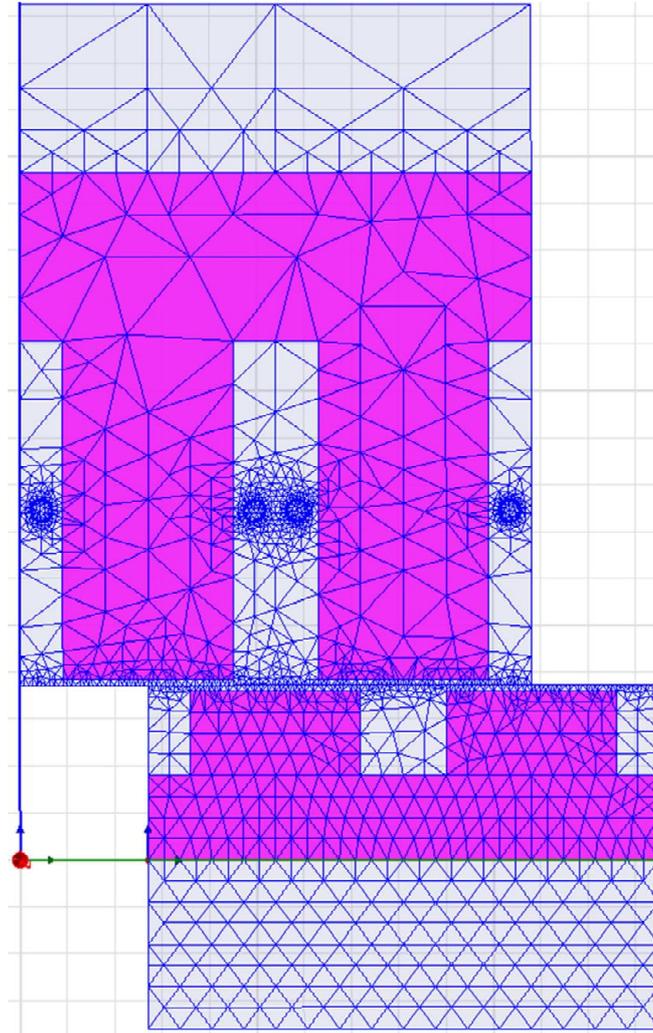
Cette formule est indépendante de  $\theta$  ; le couple autour de 90° est donc nul. Nous constatons donc que dans le cadre d'un entrefer constant comme dans cette machine, si les réactances de fuite latérales  $R_{f1}$  et  $R_{f2}$  sont constantes, la position 90° est une position d'équilibre plat si le fer est de perméabilité infinie. Si nous prenons en compte la perméabilité du fer, le flux va alors diminuer lorsqu'on s'éloigne de la position 90°, qui sera alors un maximum de coénergie : un point d'équilibre stable.

Nous constatons donc qu'un modèle classique associant flux médian constant, flux direct et fuites constantes débouche nécessairement sur la stabilité de la position 90° pour une machine à entrefer plat. Cependant, l'analyse éléments finis montre que, comme attendu intuitivement, cette position est instable. Un nouveau modèle permettant d'en rendre compte doit donc désormais être développé.

## **6-2 Analyses éléments finis supplémentaires de la machine 2D en vue d'affiner le circuit magnétique équivalent**

Nous avons vu que notre modèle actuel, reposant sur des réluctances médianes (entre les dents stators) et de fuites latérales d'aimant sous la dent stator indépendantes de la position angulaire, ne peut pas mener à un modèle présentant un point d'équilibre instable en  $90^\circ$ . Une hypothèse supplémentaire sur la circulation des flux doit être faite. Afin de comprendre de manière plus fine la circulation des flux et son impact sur le couple autour de  $90^\circ$ , nous réalisons plusieurs modélisations aux éléments finis en l'absence de courant, en imposant une à une nos hypothèses de circulation du flux, afin de découvrir le trajet de flux manquant permettant de rendre compte du couple en  $90^\circ$ . Toutes les investigations qui ont été effectuées dans le cadre de ce travail de thèse ne sont pas présentées ici, et l'ordre de présentation n'est pas nécessairement l'ordre chronologique, mais plutôt un ordre logique présentant le déroulement ayant permis d'atteindre la solution.

Le logiciel utilisé est Ansys Maxwell, et le calcul est fait en magnétique transitoire, à vitesse imposé, sans courant. Un tour complet électrique est parcouru en 1s, et le calcul est présenté à chaque fois sur un demi-tour électrique. Le maillage est toujours le même, avec deux éléments superposés dans l'entrefer ; seules les propriétés magnétiques des différentes zones changent entre chaque simulation. La figure ci-dessous présente le maillage adopté.



**Figure 79** *Maillage pour la position 90°*

Nous rappelons sur la figure ci-dessous à titre de référence les résultats de la simulation aux éléments finis de la machine sans modification ; la perméabilité relative du stator est de 400, et celle du rotor de 4000. La position représentée correspond à 90° électrique (aimant rotor aligné au milieu entre les deux dents stator). La force à vide (sans courant) est ensuite représentée sur un tour électrique complet ; il s'agit d'une force et non d'un couple car le déplacement est linéaire. Nous faisons l'hypothèse que la généralisation d'un déplacement linéaire à un déplacement rotatif, qui revient à négliger la courbure de l'entrefer, ne posera pas de difficulté.

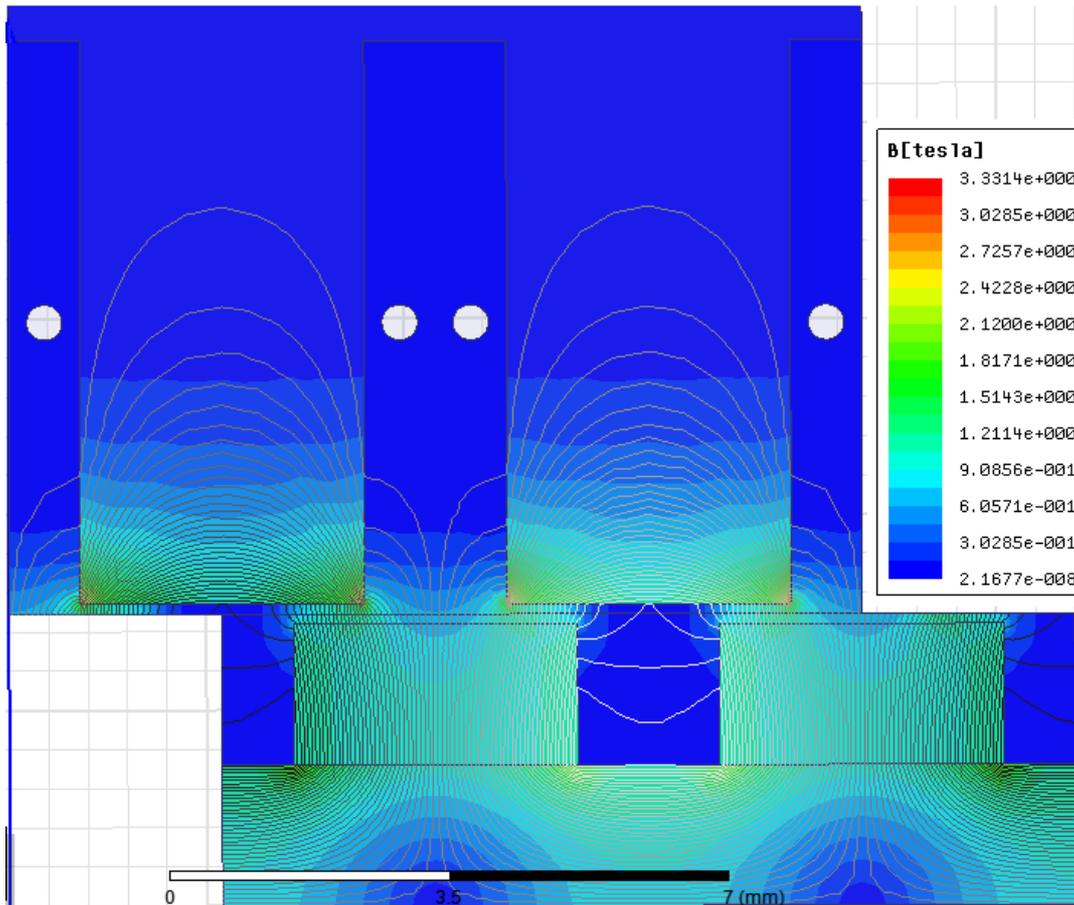


Figure 80 Induction et ligne de champ dans la machine 2D

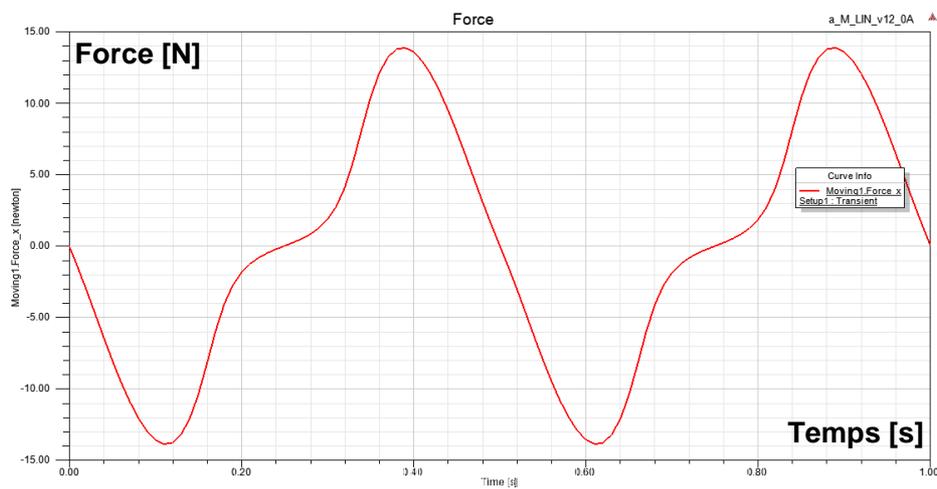
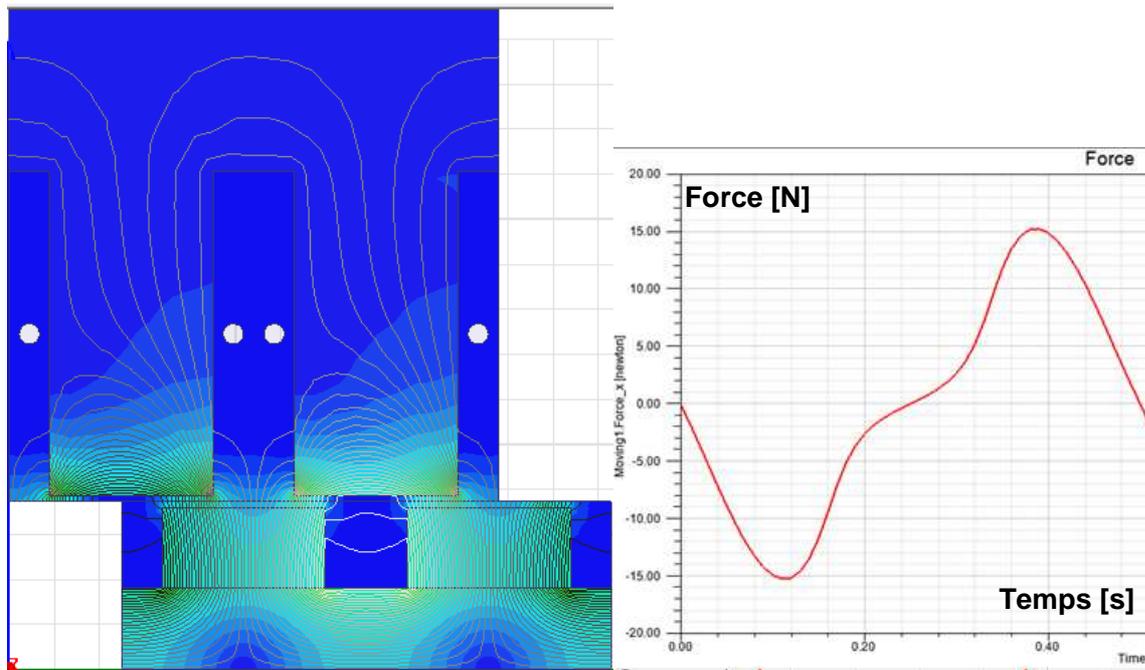


Figure 81 Force à vide sur un tour complet électrique de la machine 2D

Nous remarquons que le flux dans la culasse stator est nul, car le système est équilibré. Par ailleurs, le fer n'est pas du tout saturé (le maximum à 3,3T est simplement un effet de pointe dans le coin de la dent stator. La force à vide est impaire et présente une période double de la période électrique ; une

analyse sur un quart de tour électrique, entre  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , serait donc suffisante pour caractériser entièrement la machine.

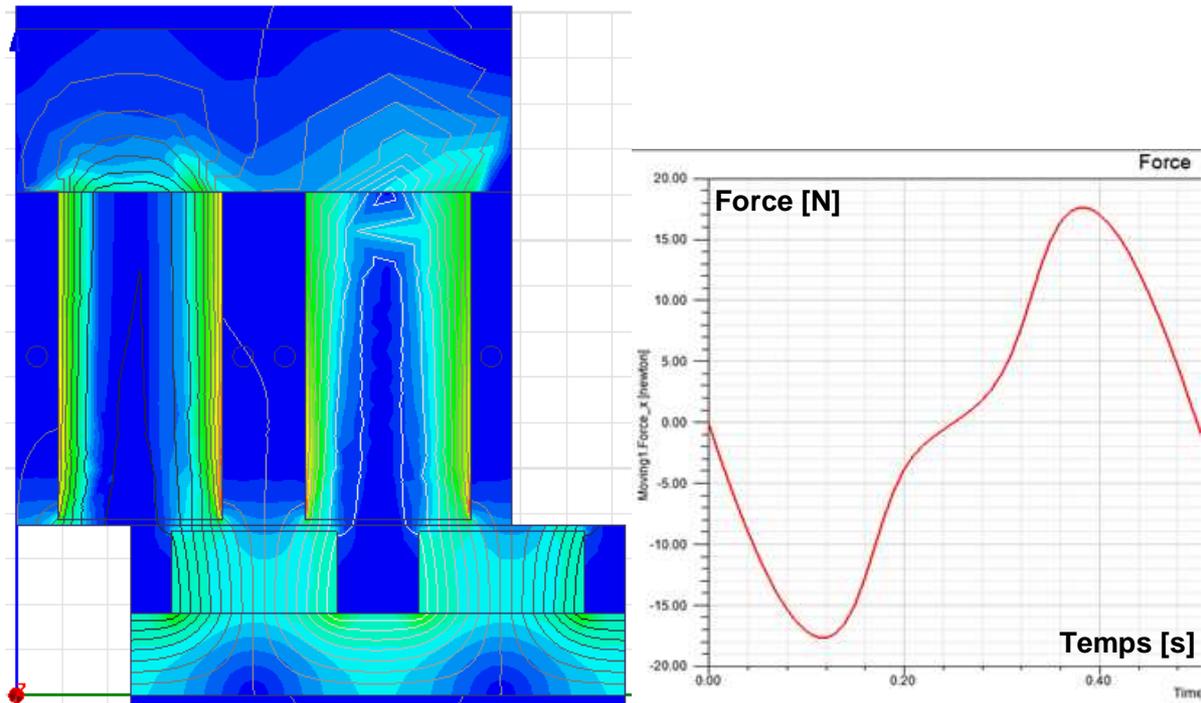
La première simulation additionnelle que nous faisons pour explorer le comportement autour du point  $90^\circ$  est avec un fer de perméabilité  $10^9$ , au rotor comme au stator. Cette perméabilité permet de nous approcher du comportement du fer parfait, de perméabilité infinie. Nous représentons sur la figure ci-dessous l'induction avec les lignes de champ, et la courbe de force à vide entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$ .



**Figure 82** Induction et force à vide pour un fer de perméabilité infini

La différence est quasiment imperceptible par rapport à la simulation de référence. La différence sur les lignes de champ n'est pas visible, et l'induction est très légèrement supérieure. Les ondulations de couple ont une forme proche, et une amplitude augmentée entre 5% et 10% ; cette différence doit se retrouver avec le modèle par réluctances. La perméabilité du fer n'est donc probablement pas en question.

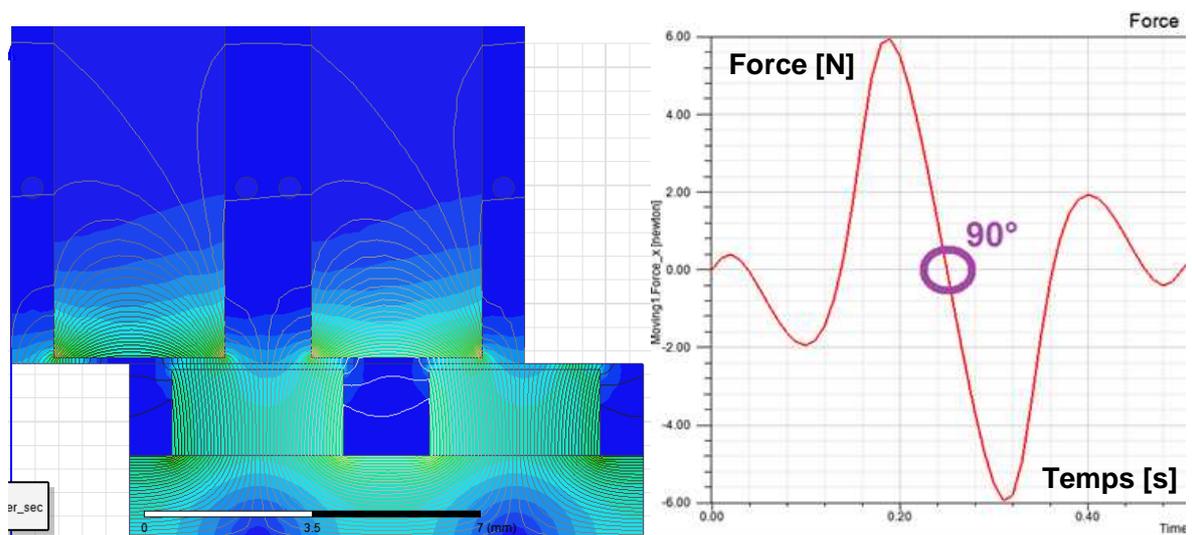
Nous souhaitons continuer de vérifier que le problème n'est pas dans la modélisation de la circulation dans le fer. Dans notre modèle de circuit magnétique équivalent par réluctances, la circulation de flux est verticale dans la dent stator, alors que dans la simulation éléments finis le flux y est plutôt horizontal autour de  $90^\circ$ . Nous allons donc modéliser ce phénomène aux éléments finis, en introduisant une perméabilité relative anisotrope dans la dent stator : 400 dans la direction verticale, et 1 dans la direction horizontale. Le flux magnétique circulera donc surtout verticalement dans la dent, comme dans le modèle par réluctances. La figure ci-dessous présente l'induction, les lignes de champ et la force à vide résultantes.



**Figure 83** Induction et force à vide avec une circulation du flux forcée verticale dans la dent stator

Les lignes de champ dans la dent sont effectivement verticales, concentrées au-dessus de l'aimant, ce qui est logique. La perméabilité relative horizontale n'étant pas parfaitement nulle, une ligne de champ se reboucle horizontalement dans la dent. La forme de la force à vide n'est pas affectée, bien que l'amplitude soit plus importante d'environ 15%.

Nous essayons un dernier modèle afin de vérifier que la circulation du champ dans le fer n'est pas en question, en simulant aux éléments une machine sans culasse de retour de flux. La géométrie est conservée, le matériau déclaré pour la culasse étant du vide. La figure ci-dessous montre les résultats.

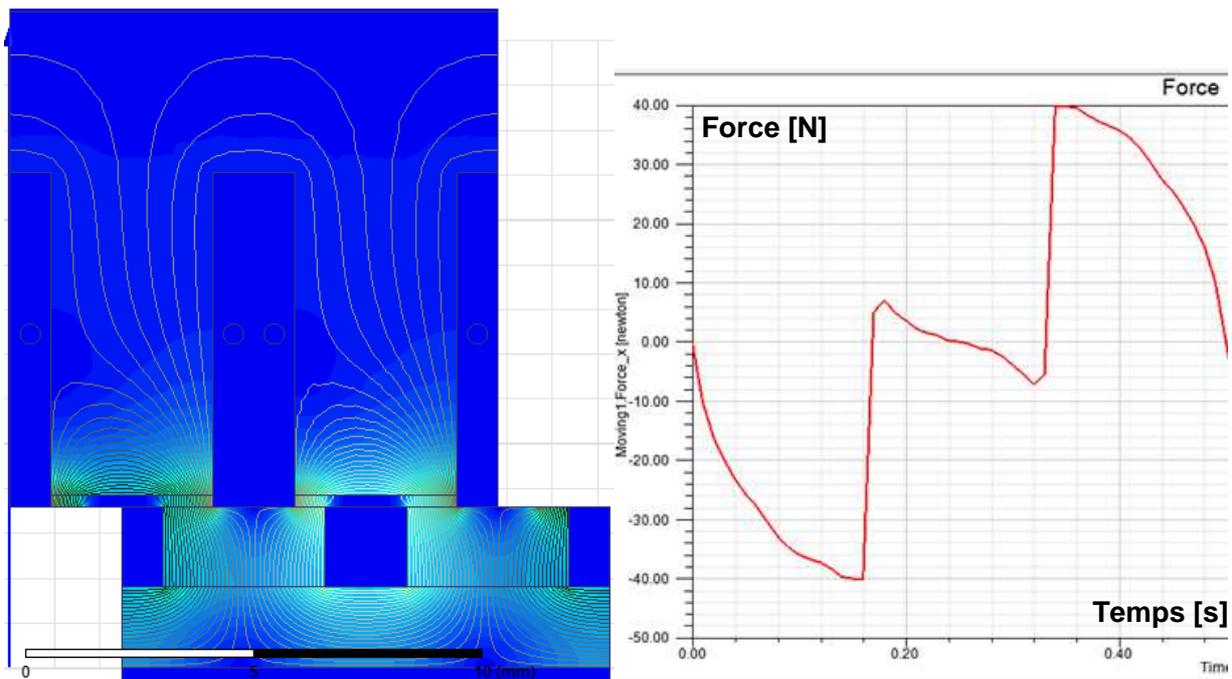


**Figure 84** Induction et force à vide d'une machine sans culasse de retour de flux

Nous constatons que la position  $90^\circ$  est cette fois un point d'équilibre stable, avec toutefois des amplitudes de couple plus faibles que les simulations précédentes. La circulation des flux est au final assez peu affecté très proche de  $90^\circ$  : il n'y avait en effet aucun flux dans la culasse pour cette position, la suppression de la culasse a donc un impact mineur sur le flux. Par contre, l'équilibre est lui totalement renversé, et la position  $90^\circ$  est devenue très stable. Cela montre que le couple est assez sensible à la circulation des flux, une modification mineure de la circulation des flux l'ayant ici chamboulé ; nous pouvons donc avoir un bon espoir que d'autres modifications mineures induisent un équilibre stable. Par contre la portée de cette simulation particulière reste limitée.

À ce stade, nous pouvons déjà conclure que la circulation de flux dans le fer n'est probablement pas en jeu dans la question de la stabilité du point  $90^\circ$ . Nous allons désormais concentrer notre effort sur la circulation du flux dans l'air.

Nous simulons une machine réduite aux flux principaux afin de continuer à explorer l'origine du problème. Pour cela, nous définissons comme matériau de la zone située entre les dents stators (au-dessus de l'aimant) et entre les aimants du rotor un isolant magnétique, linéaire de perméabilité relative  $10^{-6}$ . La figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.



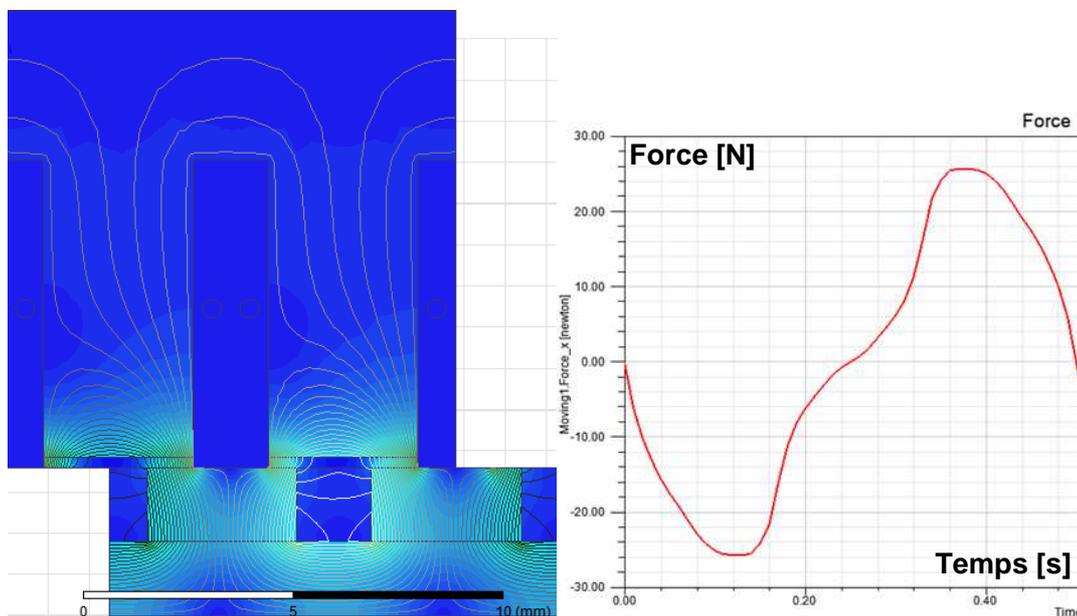
**Figure 85** Induction et force à vide d'une machine sans flux entre les dents stators ni entre les aimants rotor

Le résultat est cette fois conforme au modèle analytique, avec une position  $90^\circ$  très stable. Nous notons cependant que l'absence d'annulation du flux médian dans la partie d'aimant située sous l'espace inter-dent force le flux médian d'aimant à tourner pour sortir avec le flux principal sous la dent stator, et a donc un effet significatif sur le flux principal ; l'absence d'issue latérale pour le flux de l'aimant amplifie ce phénomène, réduisant les conclusions pouvant être tirées ; les niveaux de forces sont d'ailleurs très

élevés. Nous n'avons cependant pas trouvé de solution pour annuler de manière satisfaisante le flux médian dans l'aimant avec le logiciel éléments finis.

Cette simulation nous montre au moins que la circulation du flux dans l'air est en cause et qu'elle joue bien un rôle majeur. La limitation aux flux principaux ayant permis de retrouver le comportement général du modèle par réluctances, nous allons alléger progressivement les contraintes pour essayer de trouver l'hypothèse manquante pour atteindre l'entrefer.

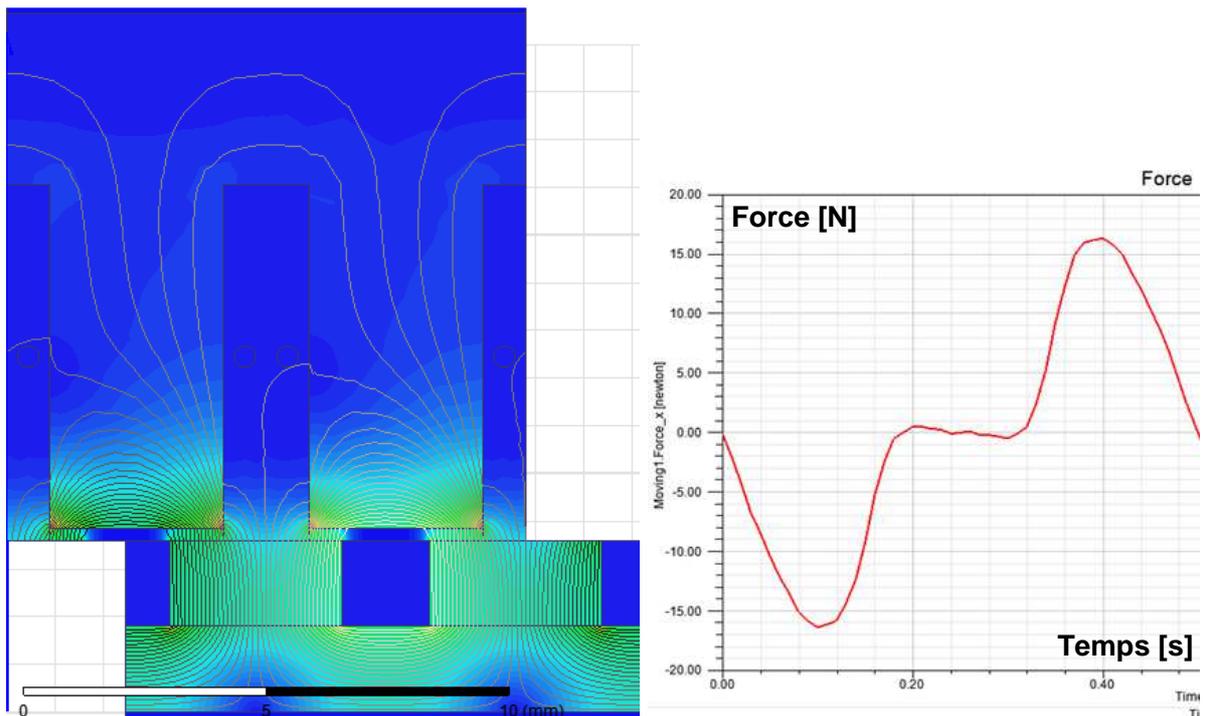
L'analyse qualitative faite au paragraphe précédent nous avait montré que le flux médian, situé entre les deux dents stator, ne jouait pas de rôle dans la production de force. Nous mettons cette hypothèse à l'épreuve en simulant une machine sans flux médian ; l'espace situé entre les deux dents stators est remplacé par un isolant magnétique de perméabilité  $10^{-6}$ , le rotor étant normal. La figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.



**Figure 86** Induction et force à vide d'une machine sans flux entre les dents stators

Nous retrouvons un comportement proche du comportement normal, amplifié en amplitude ; la position  $90^\circ$  est bien instable. Cela confirme le faible impact du flux médian ; l'amplification de la force est due à l'effet de concentration du flux généré par la partie médiane des aimants, qui est forcé de sortir par les côtés et concentre ainsi un flux plus important dans les parties de l'entrefer contributives à la force. Cela confirme l'hypothèse de l'absence de contribution du flux médian stator à la force.

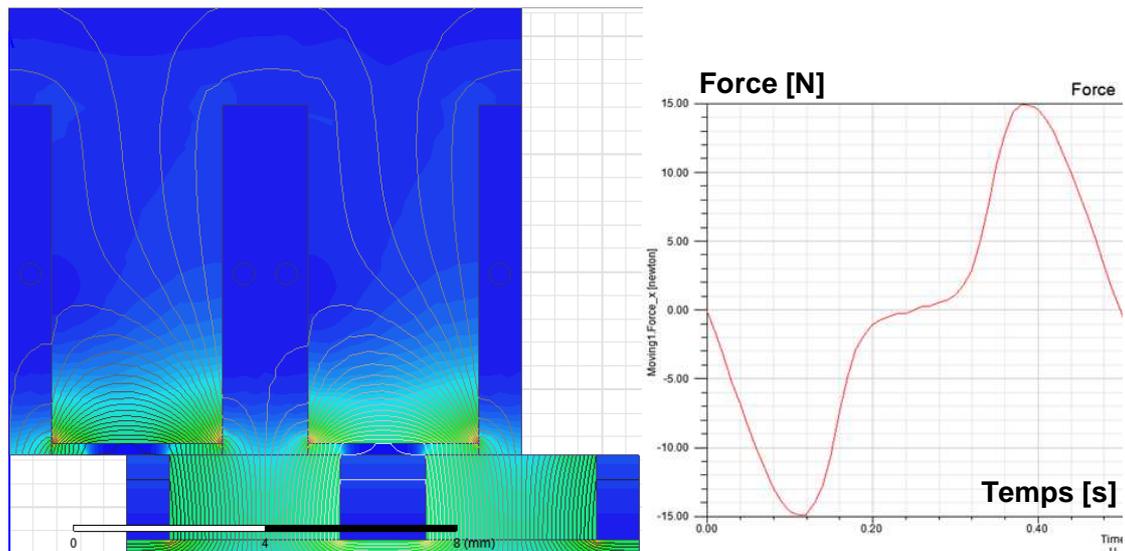
Conforté sur cette absence de contribution nous allons à présent observer l'effet du flux circulant entre les aimants. Nous annulons à présent le flux entre les aimants du rotor en y remplaçant l'espace par un isolant magnétique de perméabilité  $10^{-6}$ . La figure ci-dessous présente les résultats.



**Figure 87** Induction et force à vide d'une machine sans flux entre les aimants

L'impact sur le couple est significatif autour de  $90^\circ$ , dont l'équilibre est quasiment plat, alors que les autres positions plus lointaines sont peu affectées (écart inférieur à 10%). Cela nous invite à penser que l'hypothèse manquante sur la circulation des flux est située au niveau du rotor, entre les aimants. Dans le circuit magnétique équivalent à base de réluctances, cette zone n'est d'ailleurs effectivement pas prise en compte.

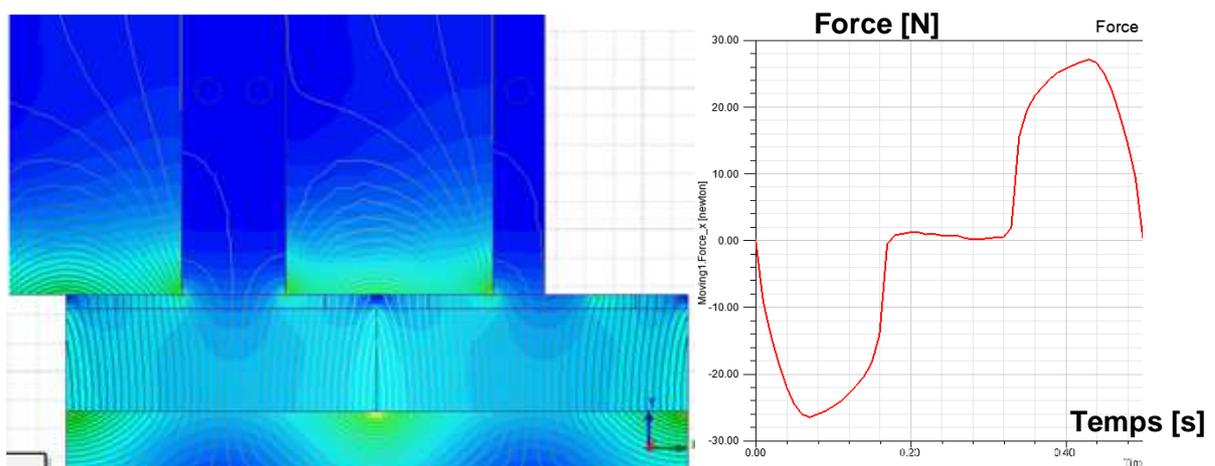
Nous allons à présent essayer de mieux circonscrire l'effet en cause, en limitant cette fois le flux entre les aimants à un flux horizontal, en y remplaçant l'espace par un isolant magnétique vertical de perméabilité relative 1 dans la direction horizontale (orthoradiale) et  $10^{-6}$  dans la direction verticale (radiale). Une réluctance horizontale entre les aimants serait en effet assez facile à ajouter. La figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.



**Figure 88** Induction et force à vide d'une machine sans flux vertical entre les aimants

Le résultat s'avère au final assez similaire à la machine classique, avec un aplatissement significatif de la force autour de la position  $90^\circ$ , qui reste instable mais l'est beaucoup moins. Cela confirme que l'hypothèse non prise en compte dans la circulation du flux semble venir de la circulation du flux entre les aimants. Cependant, selon notre analyse qualitative du paragraphe précédent, une simple prise en compte d'un flux de fuite horizontal entre les deux aimants stator semble insuffisant pour rendre compte de l'instabilité du point  $90^\circ$ , qui demeurerait. Une étude supplémentaire s'avère donc nécessaire.

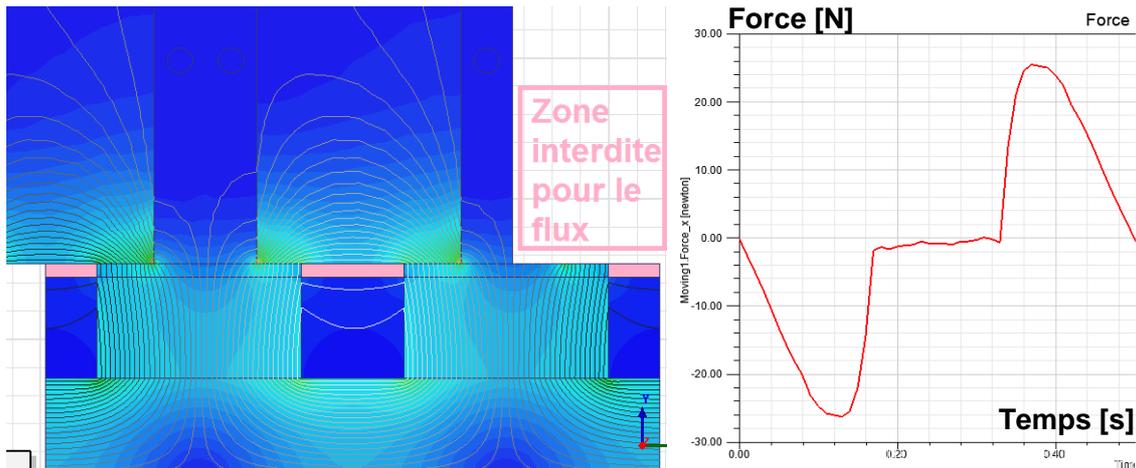
Nous cherchons à confirmer cette piste de l'importance du flux circulant entre les deux aimants en supprimant simplement cet espace, en simulant le moteur avec un rotor à aimants jointifs. Les deux aimants du rotor sont désormais contigus ; la figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.



**Figure 89** Induction et force à vide d'une machine avec un rotor à aimants contigus

Le moteur est désormais stable autour du point  $90^\circ$ , avec un équilibre plat. Cela confirme bien le rôle très important joué par le flux circulant entre les aimants, mais ne donne pas de piste pour progresser dans le choix des réluctances de notre modèle.

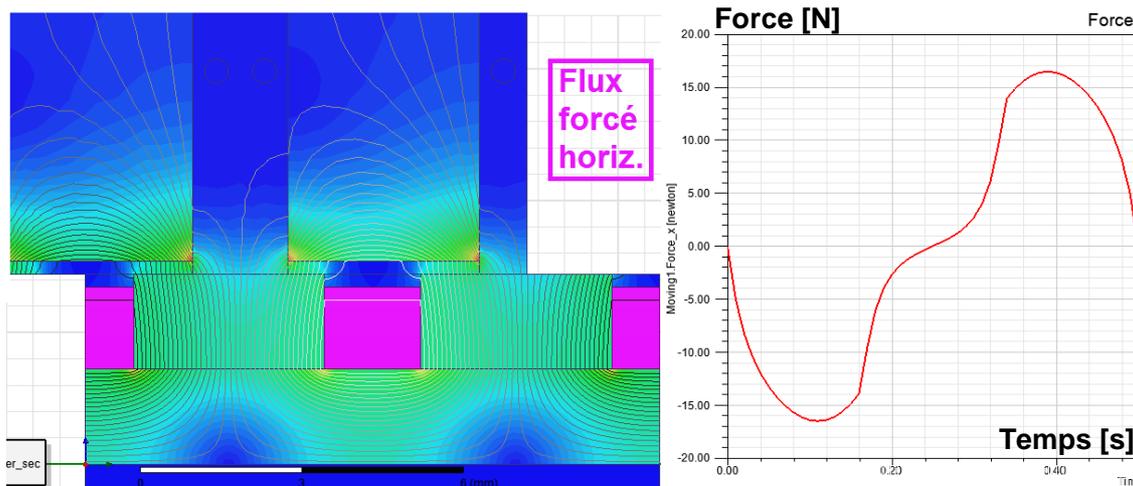
Nous cherchons à présent à déterminer l'hypothèse qui nous permettrait d'atteindre un modèle analytique satisfaisant ; pour ce faire nous devons déterminer les composantes de flux inter-aimants à ajouter dans le modèle à base de réductances. Notre prochaine simulation reprend la géométrie classique de la machine et supprime les effets de bord de l'aimant sous la dent, en forçant le flux sortant latéralement à rejoindre l'aimant opposé ou le fer du rotor, et le flux sortant au-dessus de l'aimant à rejoindre le fer du stator. Cet effet est obtenu en remplaçant la zone de l'entrefer situé au-dessus de l'espace entre les deux aimants par un isolant magnétique isotrope de perméabilité relative  $10^{-6}$ , représenté en rose sur la figure ci-dessous, qui présente les résultats de cette simulation.



**Figure 90** Induction et force à vide d'une machine sans effets de bord des aimants

La position  $90^\circ$  est de nouveau un point d'équilibre plat, confirmant la simulation précédente. Nous constatons donc que cet effet de bord du flux d'aimant, sortant sur le côté pour rejoindre le fer du stator, joue un rôle significatif sur la stabilité du point  $90^\circ$ . Nous allons désormais continuer à affiner les simulations.

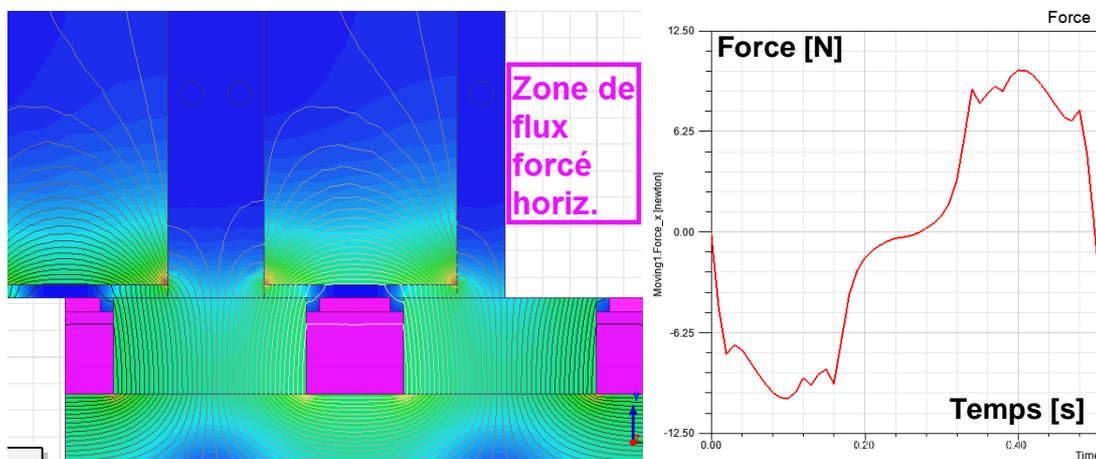
La simulation suivante propose d'interdire la circulation verticale du flux entre les aimants sauf sur une petite bande supérieure, d'épaisseur choisie égale à l'entrefer. En-dehors de cette bande, le flux sortant latéralement d'un aimant est forcé à rejoindre l'aimant opposé ; cette portion de zone inter-aimants étant dotée d'une perméabilité relative anisotrope de 1 dans la direction horizontale et de 0 dans la direction verticale ; cette zone est surlignée en violet dans la figure ci-dessous, qui présente les résultats de cette simulation.



**Figure 91** Induction et force à vide d'une machine avec fuites verticales inter-aimants réduites

Nous constatons que la courbe de couple s'approche du comportement de la machine classique. Il semble donc que le problème soit localisé au niveau des fuites latérales de l'aimant au sommet de celui-ci.

La simulation suivante va nous permettre d'affiner encore l'hypothèse manquante sur la circulation des flux. Nous restreignons désormais le flux inter-aimants à un flux horizontal, à l'aide d'une perméabilité relative anisotrope 1 (horizontale) et  $10^{-6}$  (verticale), sauf dans une petite zone de largeur et hauteur égale à l'épaisseur de l'entrefer, à côté du coin supérieur de l'aimant. La zone de restriction de flux est surlignée en violet sur la figure ci-dessous, qui présente les résultats de cette simulation.

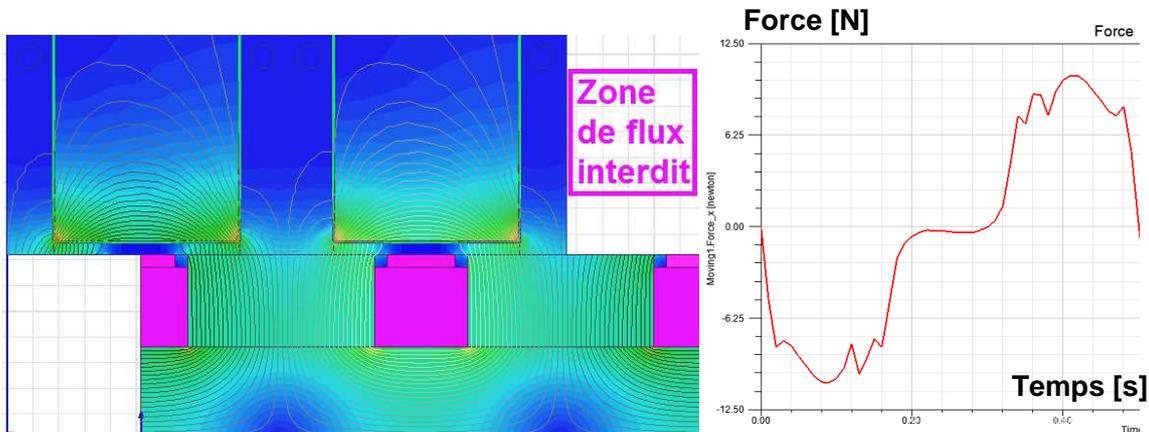


**Figure 92** Induction et force à vide d'une machine avec fuites verticales inter-aimants plus réduites

Nous constatons que la force est là encore assez proche de celle de la machine classique, ce qui confirme que les flux additionnels devant être pris en compte dans notre modèle à base de réluctances sont les flux de fuite latéraux au sommet de l'aimant.

La simulation suivante va nous permettre de préciser le type de flux pouvant être pris en compte. Nous reprenons la simulation précédente, mais en remplaçant la zone de flux forcé horizontalement par une zone de flux interdite, de perméabilité relative isotrope égale à  $10^{-6}$ . L'objectif est ici de vérifier s'il

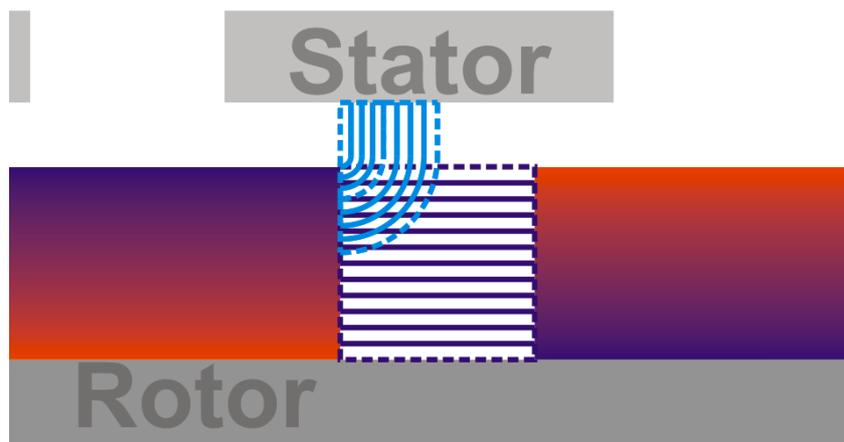
est possible de limiter la représentation du flux entre les aimants à ce flux de fuite latéral au sommet de l'aimant. La figure ci-dessous présente les résultats de la simulation, avec en violet la zone de flux interdite.



**Figure 93** Induction et force à vide d'une machine avec fuites verticales inter-aimants encore plus réduites

Nous constatons que la position  $90^\circ$  est cette fois un équilibre plat, contrairement aux simulations précédentes. Une prise en compte du flux de fuite entre les aimants, par le biais d'une réluctance horizontale, devra donc être faite.

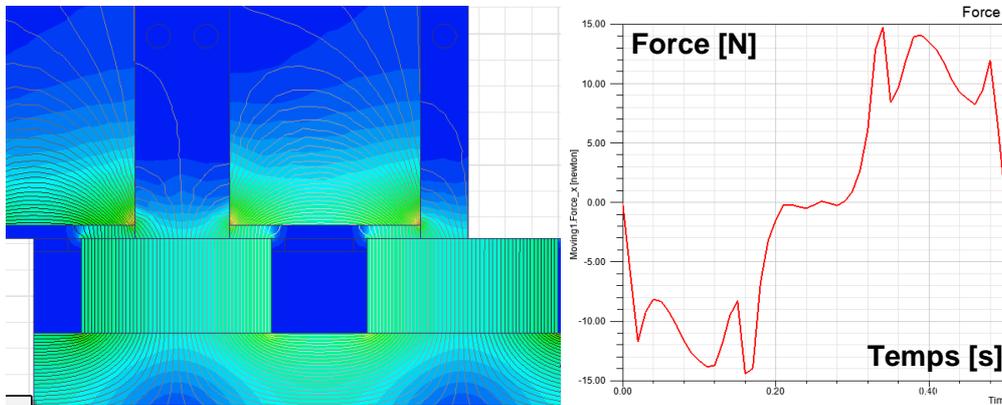
Nous arrivons à ce stade à une conclusion intermédiaire, à savoir que deux trajets de flux supplémentaires au moins doivent être rajoutés au modèle par réluctance pour qu'il représente correctement la force à vide autour de la position  $90^\circ$ . Ces deux trajets de flux supplémentaire sont un flux de fuite horizontale entre les deux aimants, et un flux de fuite latéral tournant rejoignant le fer du stator ; ces deux trajets de flux sont représentés sur la figure ci-dessous.



**Figure 94** Réluctances supplémentaires à rajouter au modèle semi-analytique

Les simulations suivantes vont nous permettre de vérifier la pertinence d'un modèle par réluctances directement dérivé du modèle actuel avec un simple ajout de trajets de flux supplémentaires. Les simulations suivantes vont reprendre plusieurs hypothèses du modèle par réluctances existant, afin de

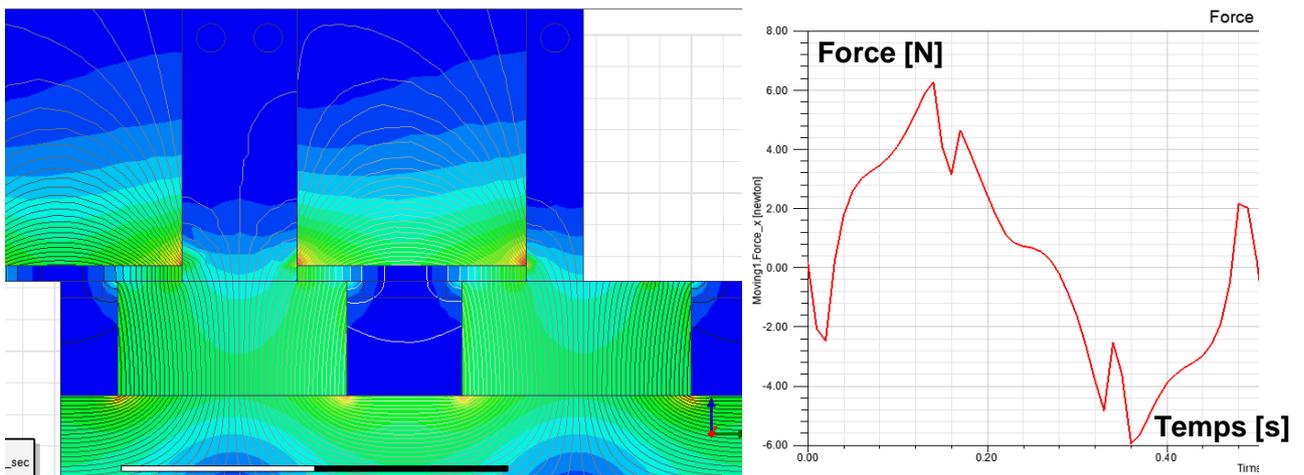
préciser leur impact sur le couple. La prochaine simulation présente un flux dans l'aimant qui est forcé verticalement, avec une perméabilité relative de l'aimant de 1 dans la direction verticale, et  $10^{-6}$  dans la direction horizontale. Cette simulation correspond au modèle actuel, dans lequel le flux dans l'aimant est supposé vertical. La figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.



**Figure 95** Induction et force à vide d'une machine avec un flux forcé verticalement dans les aimants

Dans cette simulation, la position  $90^\circ$  présente un équilibre plat. L'instabilité de la position  $90^\circ$  est donc liée au fait que le flux dans les aimants n'est pas vertical, et que du flux magnétique sort latéralement des aimants.

La simulation suivante est faite avec un flux dans l'entrefer (sous les dents stator) qui est forcé verticalement, avec une perméabilité relative anisotrope, de  $10^{-6}$  dans la direction horizontale, et 1 dans la direction verticale. Cette simulation va nous permettre d'estimer l'impact de l'hypothèse d'un flux vertical dans l'entrefer, qui est celle de notre modèle actuel. Le flux sortant latéralement de l'aimant est ici totalement autorisé. La figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.

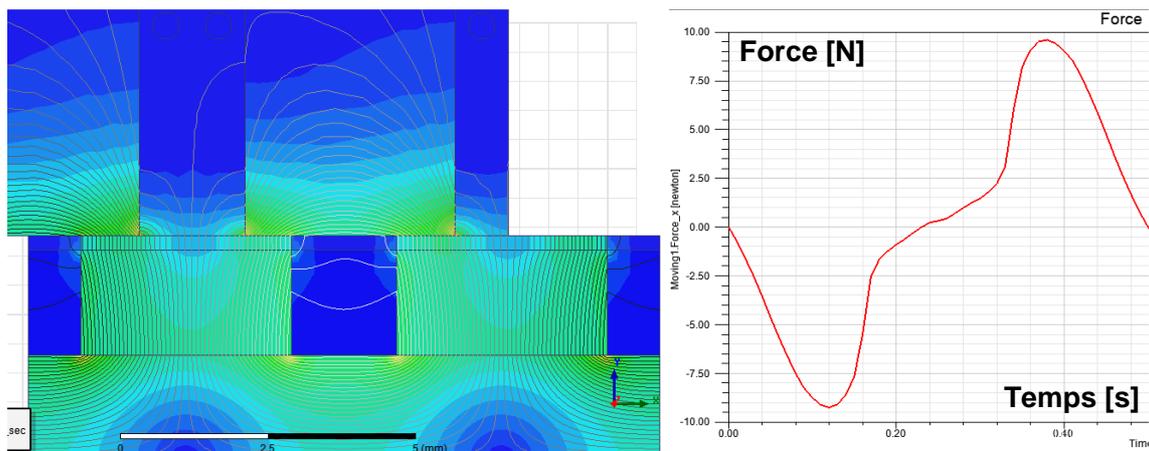


**Figure 96** Induction et force à vide d'une machine avec un flux forcé verticalement dans l'entrefer sous les dents stator

La circulation du flux est prévisible, avec des fuites inter-aimants présentes mais plus faibles que pour la machine classique. Cependant, la courbe de couple est ici très différente, totalement inversée par

rapport à l'attendu, avec une position  $90^\circ$  très stable. L'hypothèse de verticalité du flux dans l'entrefer joue donc un rôle majeur dans la modélisation du couple autour de  $90^\circ$ , en lien avec le flux de fuite sortant latéralement de l'aimant.

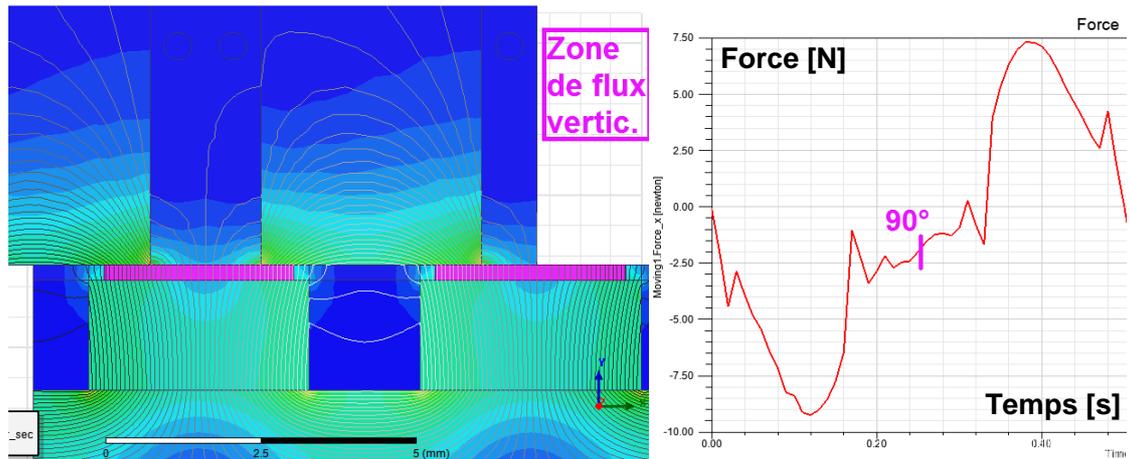
La simulation suivante présente un flux contraint à être vertical dans l'entrefer cette fois au-dessus des aimants, en y déclarant l'air de perméabilité relative anisotrope, de  $10^{-6}$  dans la direction horizontale, et 1 dans la direction verticale. Cette zone anisotrope forme un rectangle ayant pour côté inférieur le sommet de l'aimant, et pour hauteur l'épaisseur de l'entrefer. Les flux de fuites latéraux de l'aimant sont donc présents, mais probablement minimisés. Cette simulation va permettre de confronter le résultat de la simulation précédente, qui avait donné un résultat inattendu.



**Figure 97** Induction et force à vide d'une machine avec un flux forcé verticalement dans l'entrefer au-dessus des aimants

Alors qu'on pouvait s'attendre à un résultat proche de la simulation précédente, le résultat est cette fois quasiment superposable à la simulation classique, avec une position  $90^\circ$  qui est bien instable. La différence de circulation des flux entre ces deux simulations semble surtout porter sur le flux sortant latéralement de l'aimant, confirmant sa grande importance déjà pressentie. Cependant, une différence de résultat de cette ampleur pour deux simulations a priori comparables est surprenante, et doit être éclaircie.

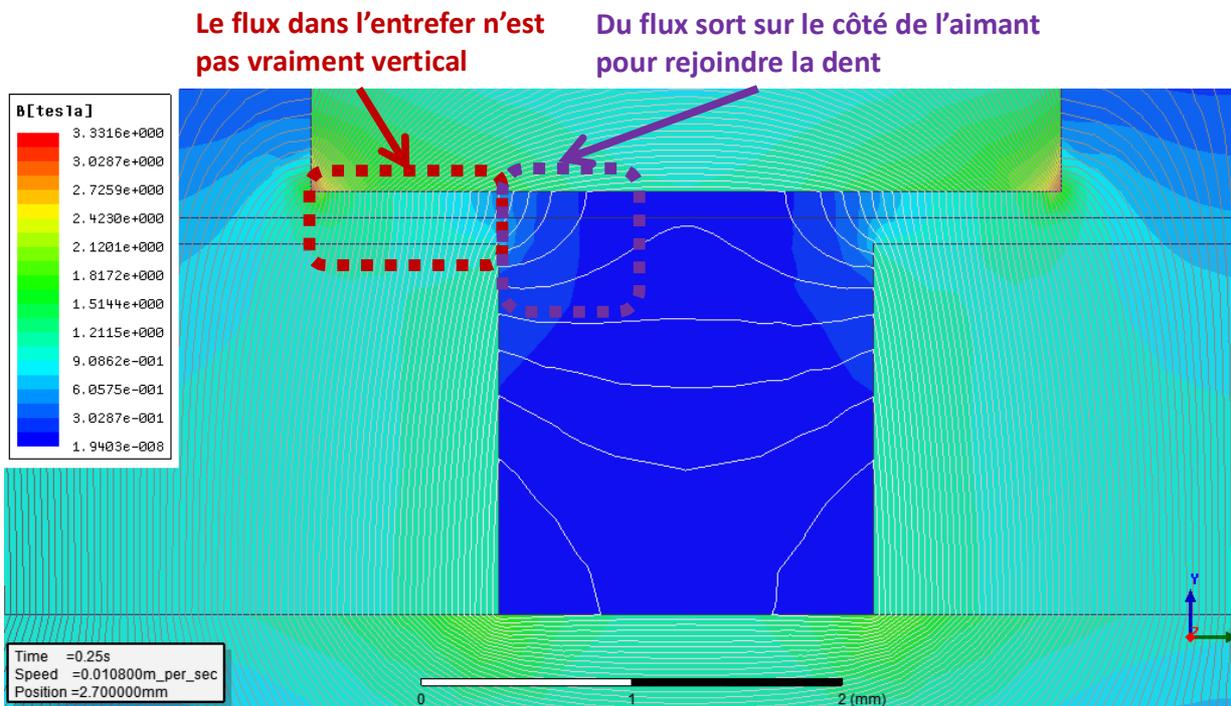
La simulation suivante reprend un flux vertical dans l'entrefer au-dessus de l'aimant, à l'aide d'une perméabilité anisotrope ( $10^{-6}$  dans la direction horizontale et 1 dans la direction verticale), mais dans une zone légèrement plus restreinte, limitée au centre de l'aimant. Dans la partie située au-dessus des extrémités de l'aimant, sur une largeur égale à l'épaisseur de l'entrefer, l'air est isotrope et le flux circule librement. La figure ci-dessous présente les résultats de la simulation, avec en violet la zone de flux forcé verticalement.



**Figure 98** Induction et force à vide d'une machine avec un flux forcé verticalement dans l'entrefer au-dessus des aimants (sauf bords)

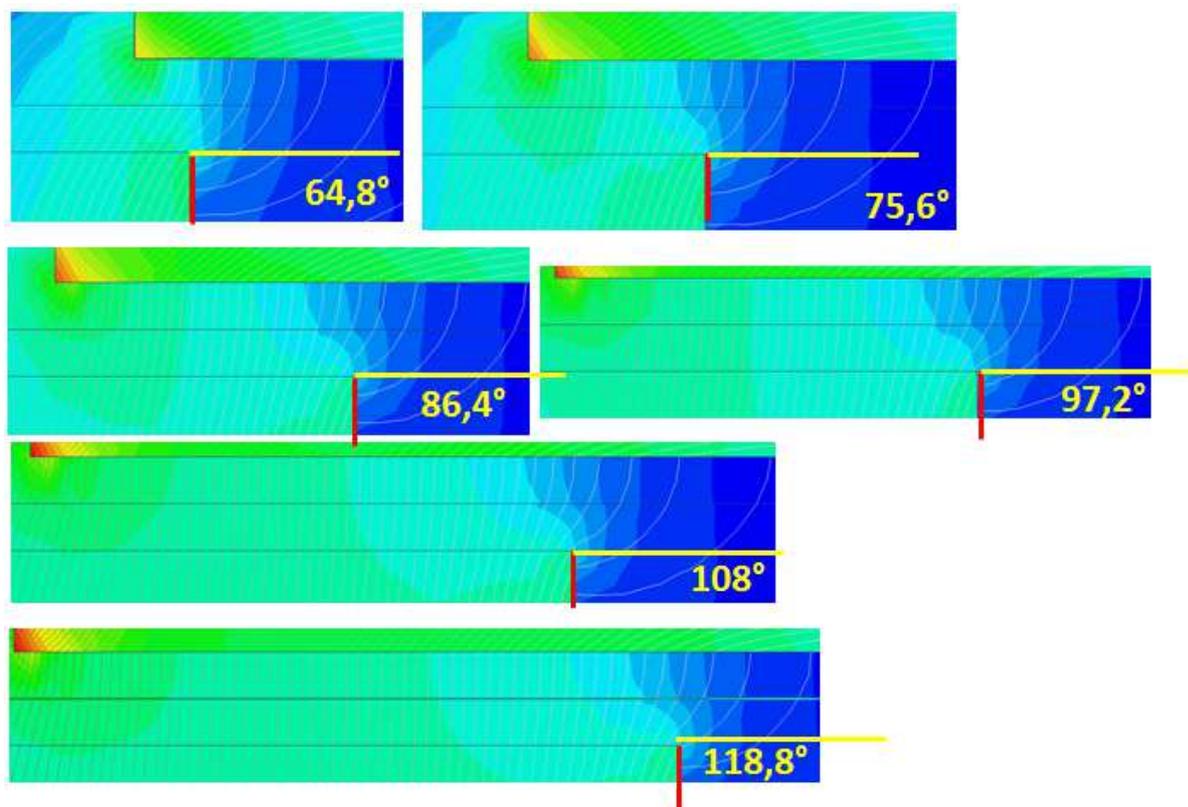
Les résultats sont cette fois plus bruités, avec un équilibre globalement plat. Nous constatons cependant une grande différence avec la simulation précédente, malgré un changement mineur. Il semble donc que la circulation du flux dans la zone autour du bord de l'aimant joue un rôle majeur dans le couple à vide.

Nous observons à présent le flux dans la machine classique, sans hypothèse limitative, et faisons un agrandissement pour la position 90°. Nous observons qualitativement la circulation du flux et la comparons au modèle par réductances existant à la lumière des conclusions des simulations précédentes.



**Figure 99** Circulation des flux en 90° pour la machine classique

L'inclinaison du flux dans l'entrefer n'est pas prise en compte par notre modèle par ré reluctances actuel. La prise en compte du flux de fuite latéral est possible, mais un flux de fuite latéral indépendant de la position angulaire donnerait un modèle qui resterait stable autour de  $90^\circ$ . Nous allons désormais observer l'influence de la position sur la circulation des flux dans l'entrefer. La figure ci-dessous montre un zoom sur l'entrefer, avec la dent stator en haut à droite et l'aimant en bas à gauche. Il s'agit de la machine classique, sans modification de perméabilité d'une zone. Le zoom est cadré sur les lignes de champ partant de l'aimant et rejoignant le stator (toutes les lignes de champ hors cadre à droite de l'aimant rejoignent l'autre aimant). Les lignes jaunes et rouges ont la même dimension sur toutes les images, afin de donner un repère visuel clair pour estimer la géométrie des lignes de champ.



**Figure 100** *Circulation des flux dans l'entrefer pour différentes positions angulaires*

Nous observons que la hauteur d'aimant de laquelle sortent des fuites latérales rejoignant le stator semble diminuer avec l'augmentation de l'angle électrique. Leur largeur sous la dent semble assez peu évoluer avec la position angulaire, ce qui pourrait signifier que leur impact sur le couple à vide serait en réalité faible. Ces observations sont cependant à prendre avec précautions, car elles sont fortement dépendantes de l'échantillonnage de la représentation des lignes de champ.

Nous observons également que l'inclinaison du flux dans l'entrefer est d'autant plus significative que la portion d'aimant sous la dent stator est faible. Cette inclinaison est notamment due au fait que la portion d'aimant située entre les deux dents stators n'a pas de chemin de flux en sortie aisé à travers

l'entrefer, et va donc « pousser » le flux magnétique pour atteindre la dent stator par le chemin le plus court qui est le chemin incliné.

Ces résultats nous poussent à chercher dans la direction d'un modèle analytique pour lequel le flux principal est incliné, et pour lequel l'effet de bord de l'aimant est pris en compte.

### 6-3 Analyses éléments finis de systèmes simplifiés

Les simulations jusqu'ici ont porté sur un calcul global de couple et non un calcul détaillé des flux par zones. Ce paragraphe se consacre à la simulation des flux par zone, notamment pour des systèmes simplifiés, afin de déterminer des règles de circulation correspondant à des cas simples, généralisables par la suite à un système complet.

La prochaine simulation reprend le modèle par réductances existant, limité à un aimant et une dent, et compare les flux calculés analytiquement aux flux modélisés aux éléments finis. L'image montre le modèle par réductances retenu. Le flux se reboucle entre le haut et le bas par l'intermédiaire d'une grande culasse de perméabilité infinie non représentée ; seul la perméabilité relative du fer de la dent, valant 400, est prise en compte (le reste du fer est parfait, de perméabilité analytique infinie ou  $10^9$  aux éléments finis). L'entrefer est ici de 0,2mm, la largeur de la dent et de l'aimant de 3,6mm. Une partie du trajet de l'aimant a lieu en dehors de l'aimant. Les résultats sont présentés sur la figure ci-dessous, avec le flux total collecté par la dent, les flux rentrant dans les parties gauche puis basse de la dent, et enfin le flux sortant à droite de l'aimant (nul dans le modèle par réductances).

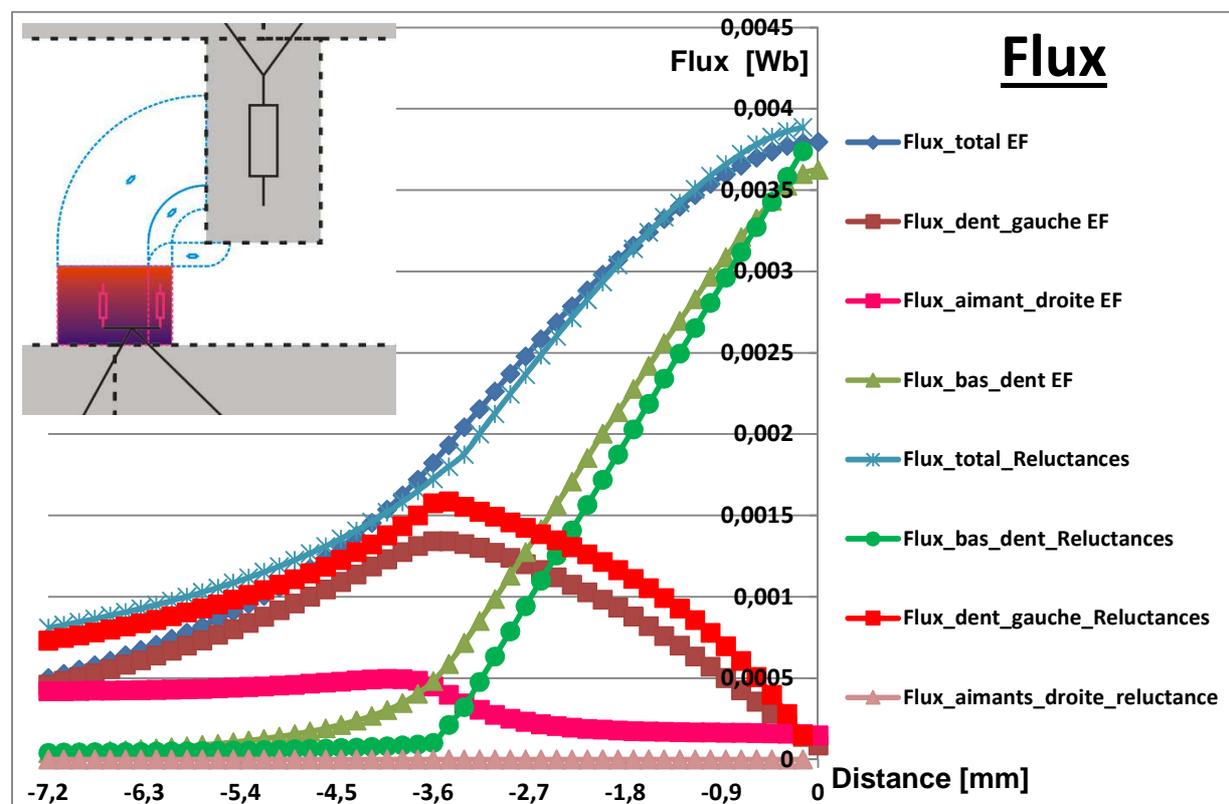
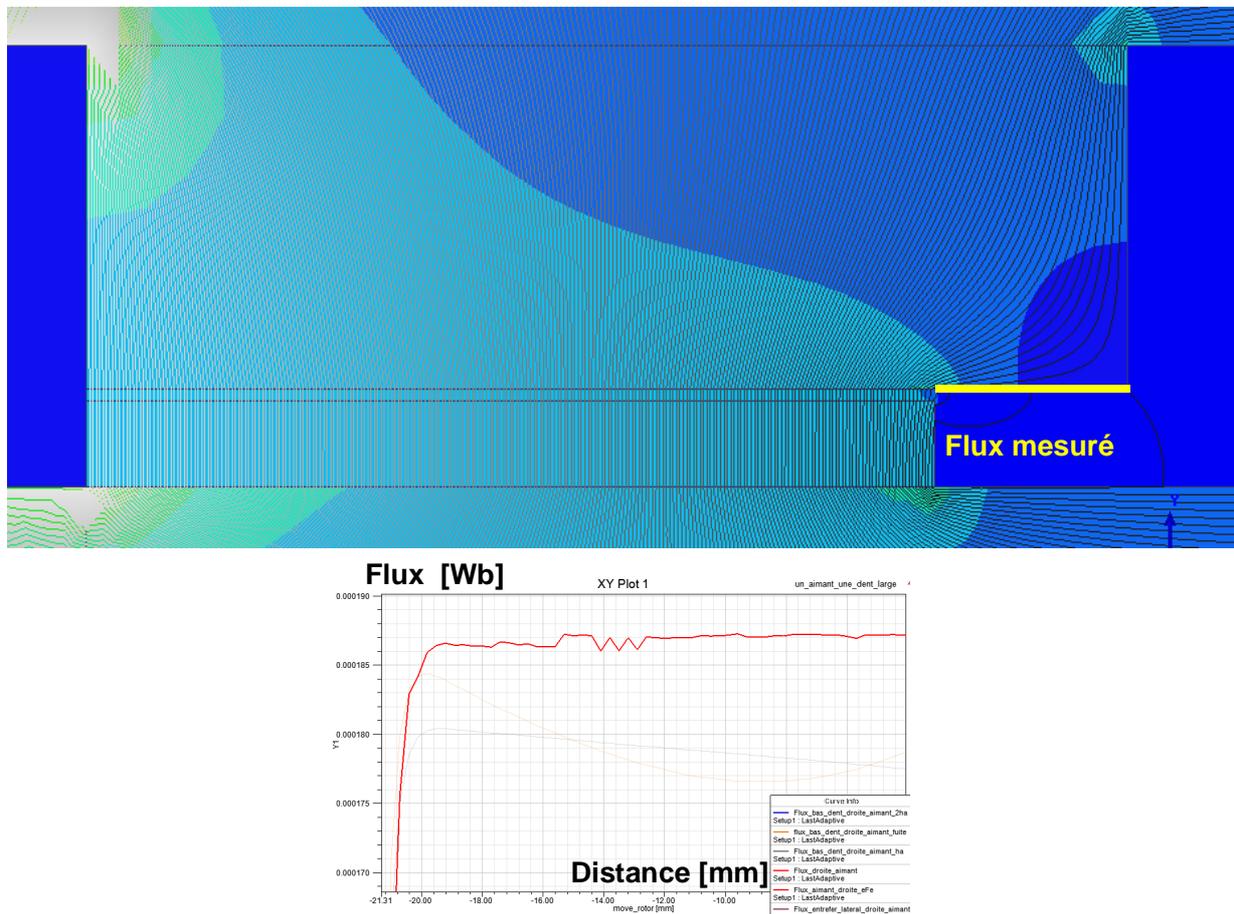


Figure 101 Calcul et simulation des flux pour un système aimant-dent

Nous constatons que la précision du modèle analytique actuel est très bonne pour le flux total (erreur inférieure à 5%). Nous remarquons aussi que le flux latéral de l'aimant, sortant par la droite, est significatif, représentant jusqu'à 25% du flux total. Sa prise en compte est donc à envisager, ce qui impliquerait de diviser l'aimant verticalement en plusieurs couches et de prendre en compte une circulation des flux interne à l'aimant.

La simulation suivante va nous permettre d'estimer concrètement la valeur du flux de fuite latéral dans l'aimant en fonction de la portion d'aimant située sous la dent. Nous reprenons un système constitué d'un aimant et d'une dent stator, enchâssés dans une culasse de retour de flux de perméabilité  $10^9$ . Nous considérons une dent stator fixe, et un aimant de dimension variable dont le bord gauche coïncide avec le bord gauche de l'aimant. Aucun flux ne peut circuler à gauche du bord de la dent ou de l'aimant, afin de se concentrer sur le flux dans l'entrefer. La figure ci-dessous présente les résultats, avec la représentation des lignes de champ, puis la courbe représentant le flux pénétrant dans la dent stator dans la partie basse n'étant pas immédiatement au-dessus de l'aimant. La ligne à travers laquelle le flux est mesuré est représentée en jaune sur la figure.

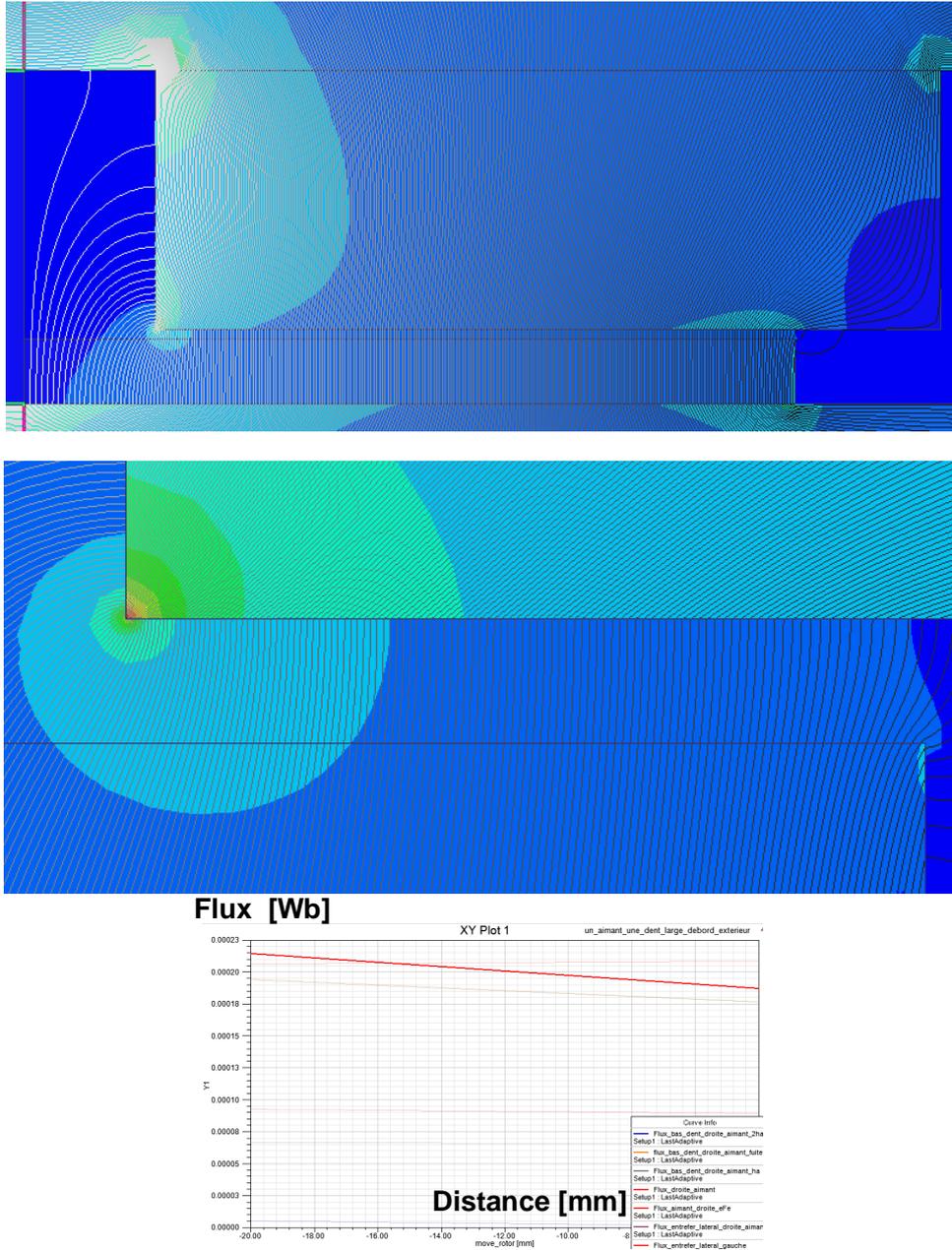


**Figure 102** Flux de fuite en fonction de la position angulaire

Nous constatons que le flux dans l'entrefer est cette fois très vertical, ce qui s'explique par l'absence de portion d'aimant à gauche de la dent qui pousserait le reste du flux vers la droite. Nous

remarquons également que la valeur de flux de fuite est indépendante de la quantité d'aimant sous le fer, ce qui nous montre que ce flux ne dépend pas de la quantité d'aimant située sous la dent.

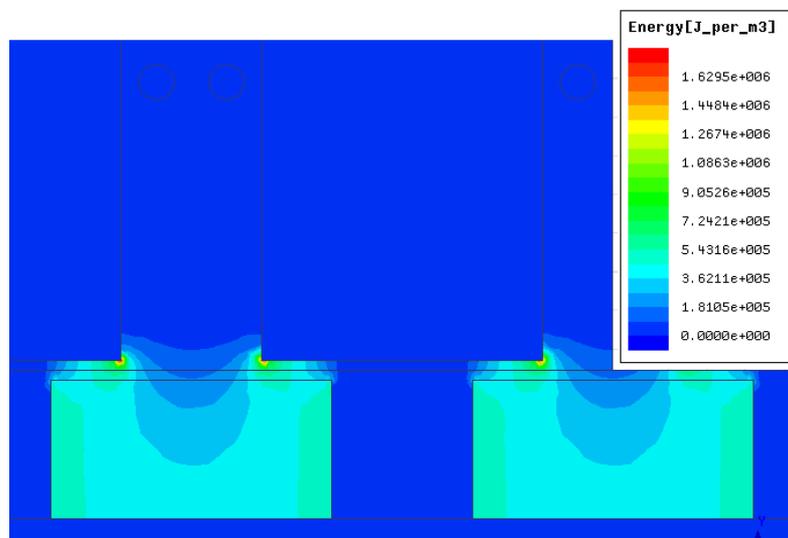
Nous refaisons la simulation précédente en ajoutant cette fois une portion d'aimant débordant à gauche de la dent stator, comme dans la machine réelle. Les autres paramètres sont inchangés, et nous calculons de nouveau le flux rentrant sous la dent stator dans sa portion n'étant pas située directement au-dessus de l'aimant. La figure ci-dessous présente les résultats.



**Figure 103** flux de fuite en fonction de la position angulaire pour un système dent-aimant.

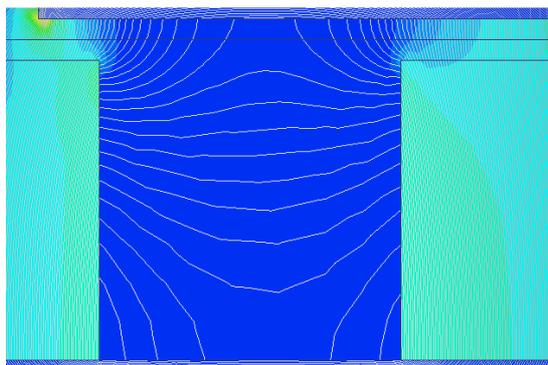
Nous constatons que le flux principal est quasiment vertical dans l'entrefer lorsque la partie d'aimant située sous la dent augmente significativement par rapport à la quantité d'aimant situé à gauche de la dent stator. En revanche, le flux est beaucoup plus incliné lorsqu'une faible fraction d'aimant est sous le fer. Du coup, lorsque le flux est plus fortement incliné, la quantité de flux de fuite capté est plus importante (à gauche de la courbe ci-dessus, avec une faible portion d'aimant sous la dent stator). En revanche, le flux de fuite capté par la dent stator diminue avec l'augmentation de l'angle électrique, ce qui correspond à une diminution de la coénergie. Cette diminution est donc liée principalement à l'effet d'inclinaison du flux dans l'entrefer, généré par la partie d'aimant qui n'est pas situé sous la dent. La prise en compte de cet effet d'inclinaison semble donc incontournable.

Nous allons à présent essayer d'estimer si c'est l'inclinaison du flux principal ou le flux de fuite sur la droite de l'aimant qui joue un rôle prépondérant dans la forme du couple à vide autour de la position 90°. La figure ci-dessous présente la densité de coénergie, représentée pour la position 90°.



**Figure 104 Densité de coénergie en 90°**

La coénergie de la zone située entre les aimants semble totalement négligeable par rapport à la coénergie de l'aimant et du flux principal. La figure suivante montre la circulation des flux pour la position 72°, qui permet de voir l'asymétrie des flux de fuite entre les aimants. L'observation de cette asymétrie permet de deviner en réalité l'évolution du flux, le flux de la moitié droite de la figure étant le miroir de la situation en 108° (symétrique par rapport à 90°).



**Figure 105** *Circulation des flux en 72°*

Nous observons que l'asymétrie des flux n'est en réalité pas très marquée, le flux de fuite évoluant peu. Cela confirme la simulation du paragraphe précédent (Figure 100 p92), qui montrait un flux de fuite latéral évoluant peu en fonction de la position de l'aimant. En outre, les inductions de ces flux de fuite sont très faibles, inférieure à 100mT ; les énergies en jeu sont donc très faibles, ayant probablement très peu d'impact sur le couple à vide.

Si c'est l'inclinaison du flux dans l'entrefer qui génère l'instabilité de la position 90°, cette instabilité devrait diminuer fortement voire disparaître avec des dents stator plus larges par rapport à l'espace inter-dents. En effet, dans ce cas, la proportion de la partie d'aimant située sous l'espace inter-dents sera plus faible que celle de l'aimant située sous la dent stator ; nous pouvons donc nous attendre à une influence moindre de la partie d'aimant située sous l'espace inter-dent sur le flux principal. La prochaine simulation reprend donc la machine 2D étudiée jusqu'ici, mais avec des dents deux fois plus larges (7,2mm au lieu de 3,6mm) ; l'espace inter-dents reste lui inchangé à 1,8mm (un quart de la largeur de la dent). Les figures ci-dessous présentent la géométrie de la machine 2D à dents larges, un zoom sur la circulation du flux dans l'entrefer pour la position 90° (angle électrique), et le couple à vide (sans courant) sur un demi-tour électrique.

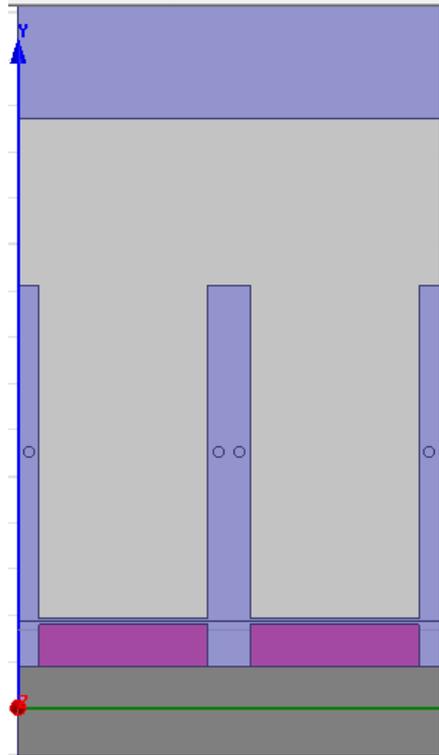


Figure 106 Géométrie de la machine 2D à dents larges

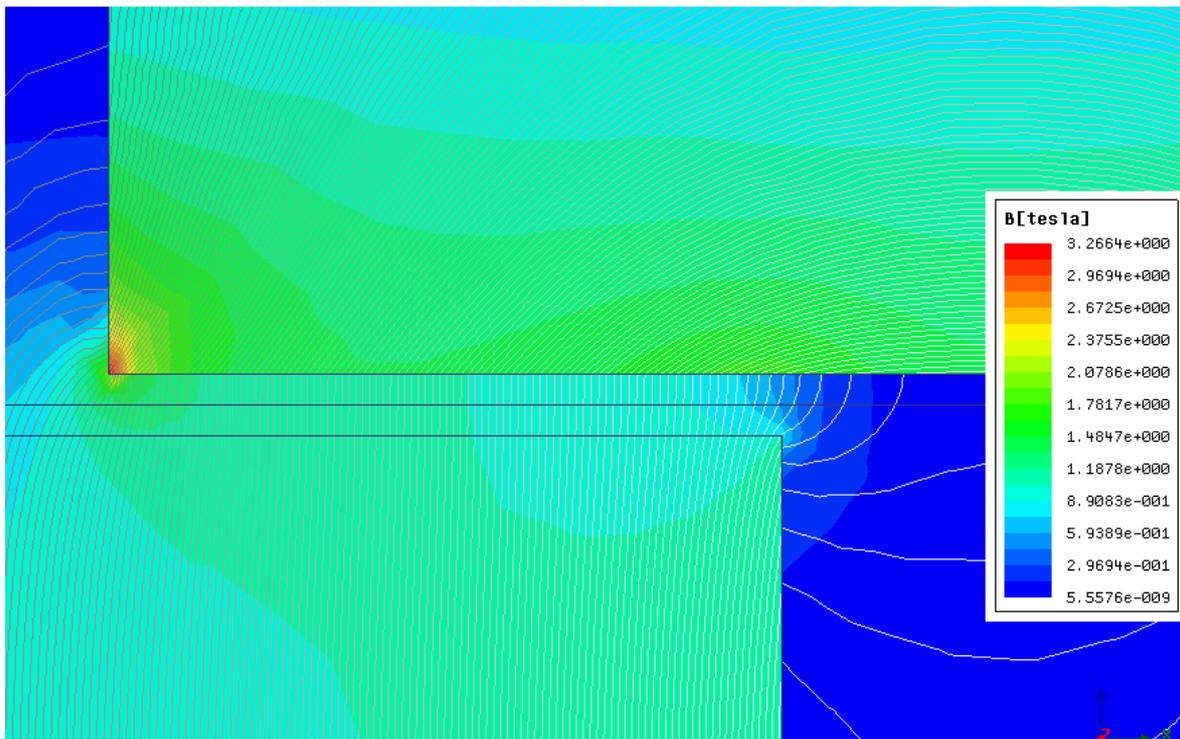
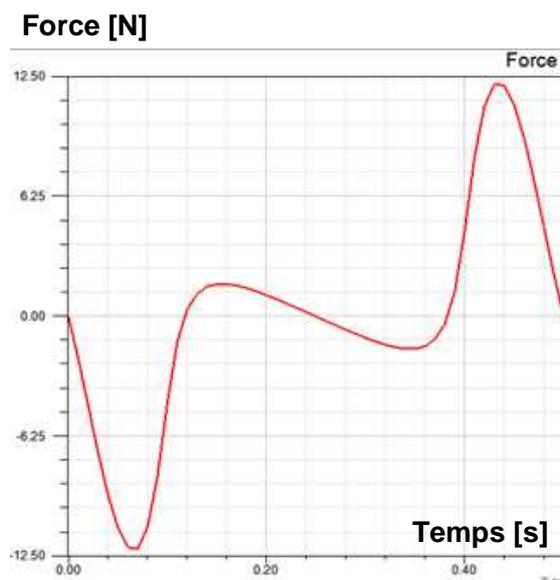


Figure 107 Circulation des flux en 90° dans la machine 2D à dents larges



**Figure 108** Couple à vide de la machine à dents larges

Nous constatons que le flux dans l'entrefer de la machine à dents larges est quasiment vertical, bien moins incliné que dans la machine classique. De plus, le point  $90^\circ$  est cette fois significativement stable, conformément aux modèles analytiques par réluctances développés jusqu'ici. Cela confirme donc cette hypothèse de l'influence de l'inclinaison du flux sous l'effet de la partie d'aimant situé entre les deux dents stator, qui est en réalité un effet de bord, influence de la partie d'aimant entre les deux dents stator. Mais dans le cas de la machine classique, l'effet de bord devient prépondérant sur l'effet principal (passage du flux verticalement directement de l'aimant vers le stator).

Nous allons effectuer une dernière simulation afin de confirmer cette hypothèse de l'influence de l'inclinaison du flux. Nous savons que lorsque le flux sort du fer pour aller dans l'air, il sort nécessairement orthogonalement, en raison du saut de perméabilité relative. En effet, en raison de la conservation de la composante normale de l'induction  $B$  et de la conservation de la composante tangentielle du champ magnétique d'excitation  $H$  à travers la paroi du fer, et en application du théorème d'Ampère, la composante tangentielle de l'induction  $B$  dans l'air est multipliée par  $1/\mu_r$  par rapport à celle dans le fer ; elle est donc quasiment nulle et l'induction  $B$  est quasiment orthogonale dans l'air au voisinage du fer.

Si le champ qui circule dans l'entrefer sort du fer pour rejoindre du fer (contrairement à la situation actuelle dans laquelle il sort d'un aimant, de perméabilité relative quasiment égale à 1), il sortira nécessairement orthogonalement et rentrera orthogonalement, limitant considérablement la possibilité pour le flux de s'incliner. Nous reprenons donc la machine classique 2D, et coiffons les aimants d'un chapeau en fer de même dimension que l'aimant (largeur 3,6mm et épaisseur 1,8mm). L'épaisseur de l'entrefer est conservée constante à 0,25mm. La figure ci-dessous présente la géométrie de cette machine simulée, avec les aimants en rouge, le fer du stator en gris clair, le fer du rotor et les chapeaux en fer coiffant les aimants en gris foncé, et l'air en bleu.

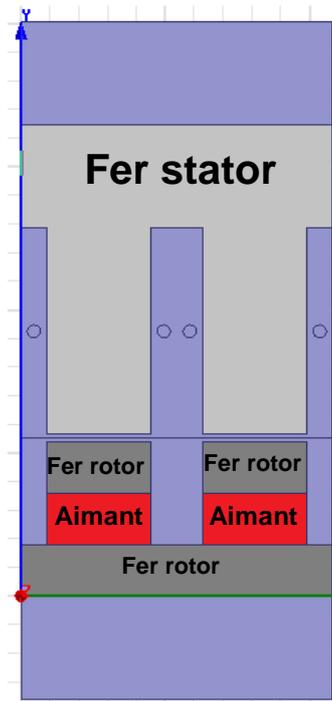


Figure 109 Machine 2D avec des chapeaux en fer sur les aimants

La figure ci-dessous présente les résultats de la simulation, avec la circulation du flux dans l'entrefer en 90° (angle électrique).

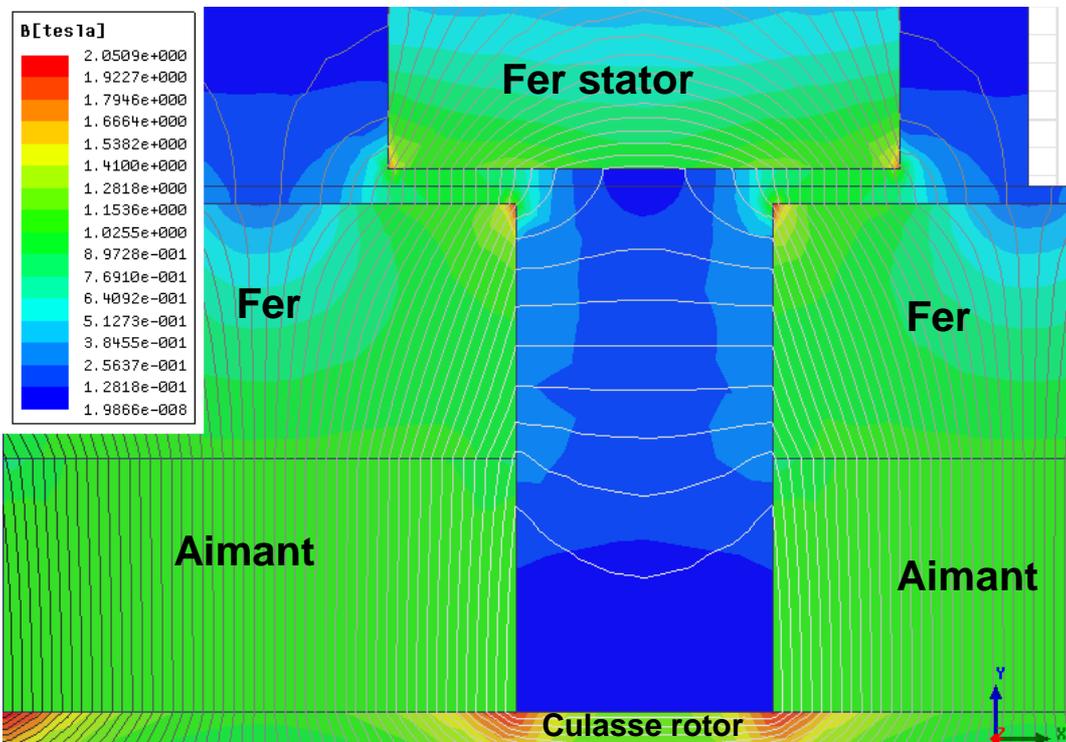
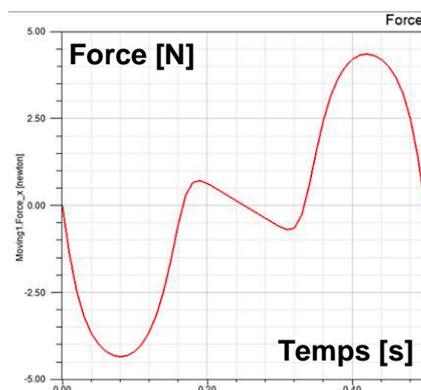


Figure 110 Circulation du flux dans l'entrefer en 90° avec des chapeaux en fer sur les aimants

Nous constatons que le flux dans l'aimant est beaucoup plus vertical, avec moins de fuites latérales, du fait de la présence du chapeau en fer sur l'aimant. Nous vérifions aussi que le flux sort bien orthogonalement du fer, à l'exception du coin où le fer est totalement saturé à cause de l'effet de pointe ( $B > 2T$ ), et se comporte donc comme de l'air. Le flux dans l'entrefer est lui comme attendu totalement vertical, grâce au chapeau en fer. Les résultats de la simulation de couple vont donc pouvoir discriminer l'influence de l'inclinaison du champ. La figure ci-dessous présente les résultats de la simulation du couple à vide sur un demi-tour électrique.



**Figure 111** Couple à vide pour une machine 2D avec des chapeaux en fer sur les aimants

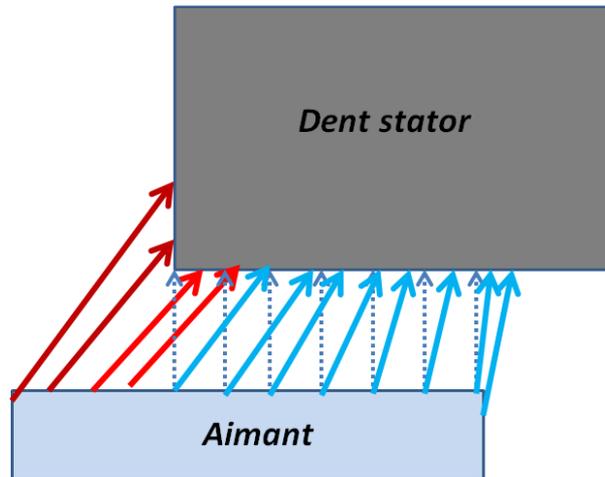
Nous constatons que le point  $90^\circ$  est de nouveau stable, ce qui est contre-intuitif : on aurait tendance à s'attendre à ce que l'aimant s'aligne naturellement sur les dents stator (position  $0^\circ$ ), mais la position  $90^\circ$  est également stable à cause de l'épaisseur d'entrefer constante, et du plus faible trajet de flux dans le fer, comme nous l'avons observé dans les modèles à base de circuit magnétique équivalent.

Ces dernières simulations confirment donc notre hypothèse sur l'origine de l'instabilité du point  $90^\circ$ , qui est un effet de bord lié à l'inclinaison du flux sous l'effet de la partie d'aimants située entre les dents. Notre choix pour le prochain modèle par réductances va donc d'abord se baser sur la modélisation de l'inclinaison du flux principal dans l'entrefer. Si cela s'avérait nécessaire, nous modéliserons le flux de fuite latéral dans un deuxième temps.

## 7) Modèle analytique 2D à flux incliné

### 7-1 Présentation du modèle

Nous développons le modèle à flux incliné afin de mieux rendre compte de la circulation des flux dans l'entrefer, et de l'instabilité de la position  $90^\circ$ . Ce modèle suppose que le flux dans l'entrefer sous la dent stator n'est pas vertical (radial), mais qu'il est incliné en raison de la partie d'aimant située entre les deux dents stator, qui va « pousser » le flux principal et l'incliner. Ce phénomène est décrit sur la figure ci-dessous, sur laquelle le flux principal vertical est représenté en pointillé, et le flux du modèle incliné en traits pleins.

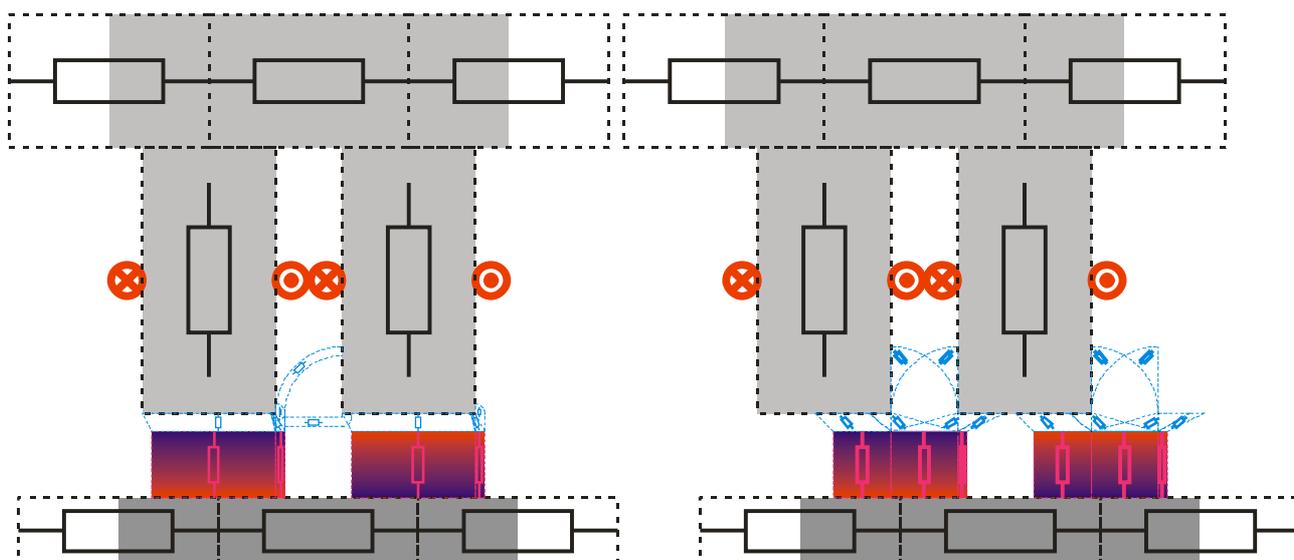


**Figure 112** Description du modèle à flux incliné

Sur cette figure, le flux sortant de la partie d'aimant à gauche de la dent stator, représenté par des flèches rouges, rejoint en partie la dent stator dans sa partie inférieure (flèches rouge clair). Ce flux va « chasser » le flux principal, représenté par des flèches bleues, qui va s'incliner pour laisser de la place au flux « rouge ».

La prise en compte de l'inclinaison du flux se fait en modifiant la forme des réluctances concernées, qui deviennent des parallélogrammes. Pour déterminer l'inclinaison du flux pour une position donnée, nous nous basons sur les réluctances du modèle à flux vertical, que nous comparons pour déterminer le taux d'inclinaison du flux.

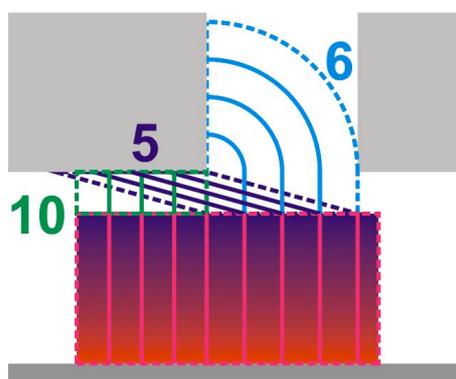
Nous modélisons la machine 2D, afin d'estimer la précision de ce modèle à inclinaison de flux. Le réseau de réluctances est simplifié ; seuls deux modèles différents de circulation sont pris en compte, selon que l'aimant rotor est entre les deux dents stator, ou sous une seule dent stator à la fois. La figure ci-dessous présente les deux réseaux de réluctance choisis pour chaque position. Les réluctances en noir correspondent aux trajets de flux dans le fer, celles en bleu dans l'air, et en magenta dans les aimants.



**Figure 113 Réseau de réductances du modèle 2D à flux incliné**

Le découpage des flux dans l'aimant est réduit au minimum, avec une zone sous chaque dent stator, et une zone sous l'espace inter-dents. Les flux dans l'entrefer sont également simplifiés, avec uniquement le flux principal (incliné) au-dessus de la partie d'aimant sous la dent stator. La partie d'aimant entre les deux dents stator donne elle naissance à quatre flux dans l'entrefer : deux rejoignant la partie basse de chaque dent stator, et deux rejoignant la partie latérale de chaque dent stator.

La détermination du coefficient d'inclinaison se fait en fonction du ratio entre la réductance verticale de flux principal, la réductance issue de la partie d'aimant entre les dents stator et rejoignant la partie basse de la dent stator (avec une forte inclinaison et une largeur constante), et la réductance issue de la partie d'aimant entre les dents stator et rejoignant la partie latérale de la dent stator. La figure ci-dessous montre les réductances dans l'air avant l'application de l'inclinaison du flux. Trois lignes de champ (traits pleins) sont représentées sous chaque réductance, dont les contours sont délimités en pointillés. Les réductances d'aimants sont également représentées, ici au nombre de trois.

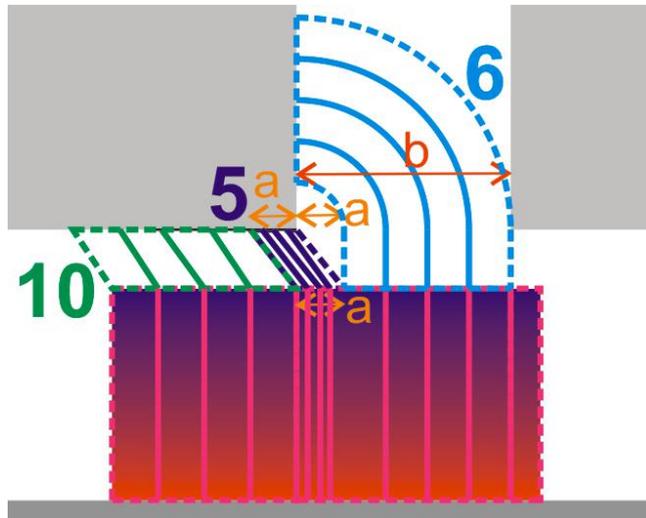


**Figure 114 Réductances avant l'inclinaison du flux**

Ces réductances avant inclinaison sont assez simples : la réductance numéro 10 constitue le flux principal, il s'agit d'un rectangle. La réductance numéro 5 constitue le flux partant de la partie d'aimant

située sous l'espace inter-dents qui rejoint la dent stator dans sa partie inférieure, elle est constituée d'un parallélogramme de section constante. La réluctance numéro 6 constitue le flux partant de la partie d'aimant située sous l'espace inter-dents qui rejoint la dent stator dans sa partie latérale ; de section constante, elle est constituée d'une première partie verticale, jusqu'à la hauteur de la dent stator, puis d'une seconde partie en arc de cercle (de longueur variable) jusqu'à rejoindre la dent stator. C'est la longueur du trajet moyen qui est retenu pour calculer la valeur de la réluctance.

Les valeurs des réluctances de ce modèle vertical sont alors calculées ; elles sont notées  $R_5$ ,  $R_6$  et  $R_{10}$ . Nous définissons le facteur d'inclinaison de flux  $F_{inc} = \frac{R_5 // R_6 // R_{10}}{R_5}$ , qui va jouer un rôle clef dans la détermination de l'inclinaison de flux. Il s'agit de la comparaison entre les flux du modèle classique ( $R_{10}$  et  $R_6$ ), avec le flux  $R_5$ , qui va « pousser » le flux principal  $R_{10}$  en l'inclinant. Cette inclinaison commence en réalité dans l'aimant, mais nous ne modélisons pas ici les trajets de flux dans l'aimant, estimant que leur impact n'est pas significatif. Les réluctances sont alors déformées conformément à la figure ci-dessous.



**Figure 115 Déformation des réluctances sous l'effet de l'inclinaison**

La réluctance  $R_5$  est rétrécie du facteur d'inclinaison pour atteindre une largeur  $a = b * F_{inc} = b * \frac{R_5 // R_6 // R_{10}}{R_5}$ . La réluctance de flux principal,  $R_{10}$ , conserve la même section mais elle est inclinée horizontalement de la largeur  $a$ , et sa longueur est ainsi augmentée pour atteindre  $\sqrt{e^2 + a^2}$ .  $R_6$  est pour sa part de largeur rétrécie à  $(b-a)$ , elle garde la même forme avec une première partie verticale d'une longueur égale à l'entrefer, suivie d'une seconde partie en arc de cercle rejoignant le côté de la dent stator.

Avec la définition choisie pour le facteur d'inclinaison, si la proportion d'aimant sous la dent est très importante par rapport à la proportion d'aimant sous l'espace inter-dent ( $R_5 \ll R_{10}$ ), le flux sera très peu incliné, alors que dans le cas contraire il sera très incliné. Ce comportement est conforme aux résultats des simulations aux éléments finis précédemment effectuées.

Cet effet de l'inclinaison sur l'expression des réluctances est appliqué dans les deux cas décrits sur la figure Figure 113 Réseau de réluctances du modèle 2D à flux incliné, à savoir aimant rotor à cheval entre les deux dents stator, ou aimant rotor sous une seule dent stator. Nous pouvons alors exprimer le réseau de réluctances pour ces deux cas, et choisir les équations constitutives du système à l'aide de la méthode définie au paragraphe 4-3 du chapitre 2, p55. La figure ci-dessous présente les circuits de réluctances de chaque cas. Comme précédemment, les réluctances dans l'air sont représentées en bleu, celles dans le fer en noir et celles dans les aimants en magenta (les réluctances en magenta sont en série avec l'excitation de la portion d'aimant considérée, non représentée) ; les flèches vertes représentent les théorèmes d'Ampère (loi des mailles), et les hexagones rouges les lois de conservations des flux (loi des nœuds).

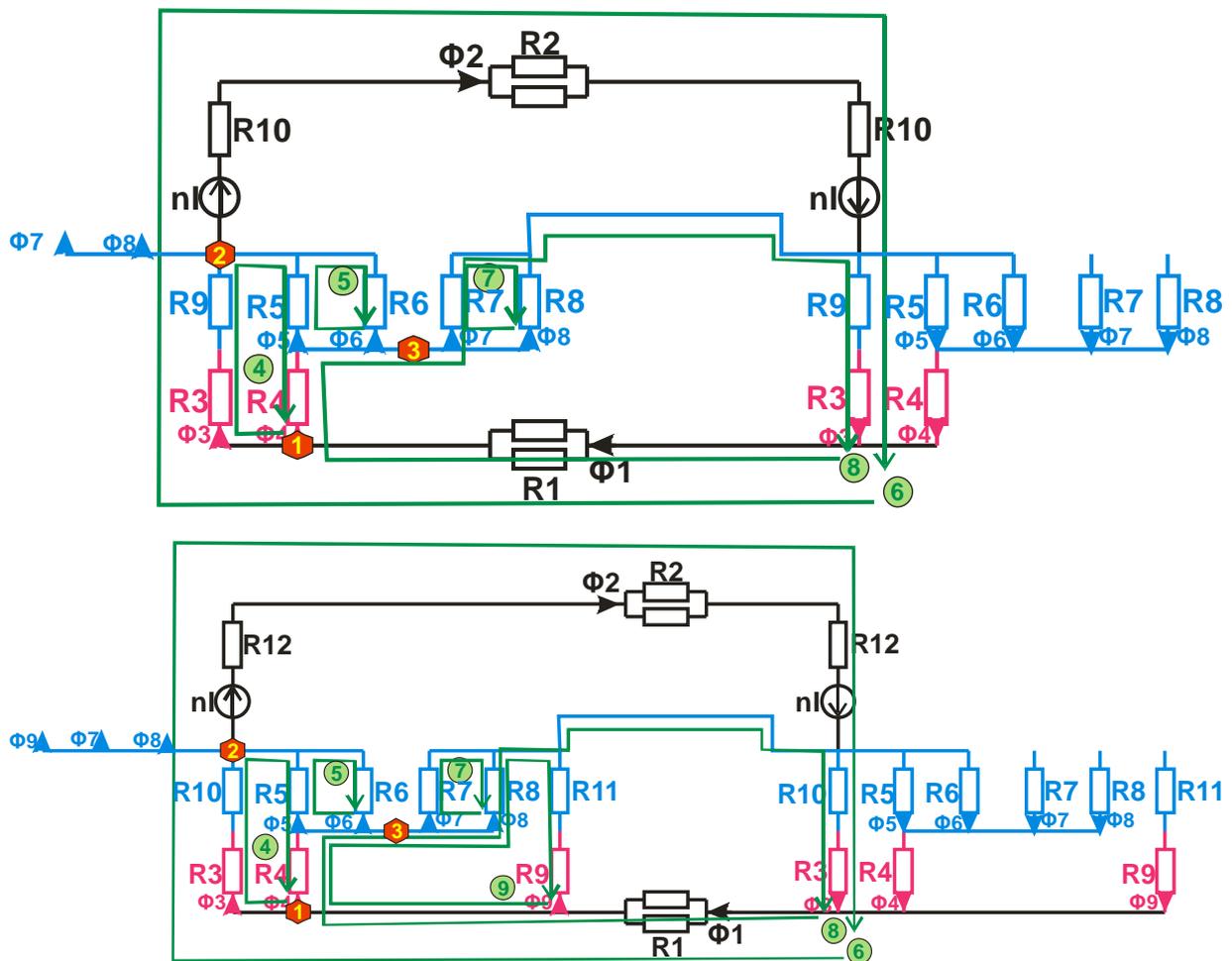


Figure 116 Circuits de réluctances et équations du modèle 2D à flux incliné

Avec 8 et 9 inconnues, ces systèmes sont de résolution très rapide (temps trop court pour pouvoir être chronométré).

7-2 Résultats du modèle 2D à flux incliné

Les résultats du calcul de force (le mouvement est ici rectiligne) sont présentés sur la figure ci-dessous (en rouge), mis en parallèle avec les résultats de simulation aux éléments finis (en bleu). La première figure

présente la force à vide, et la deuxième figure présente la force utile pour un courant sinusoïdal d'amplitude 100Ampères-tours. L'axe des abscisses est l'angle électrique gradué de 0 à 1 pour un tour complet (correspondant à  $0^\circ$  et  $360^\circ$  électrique respectivement).

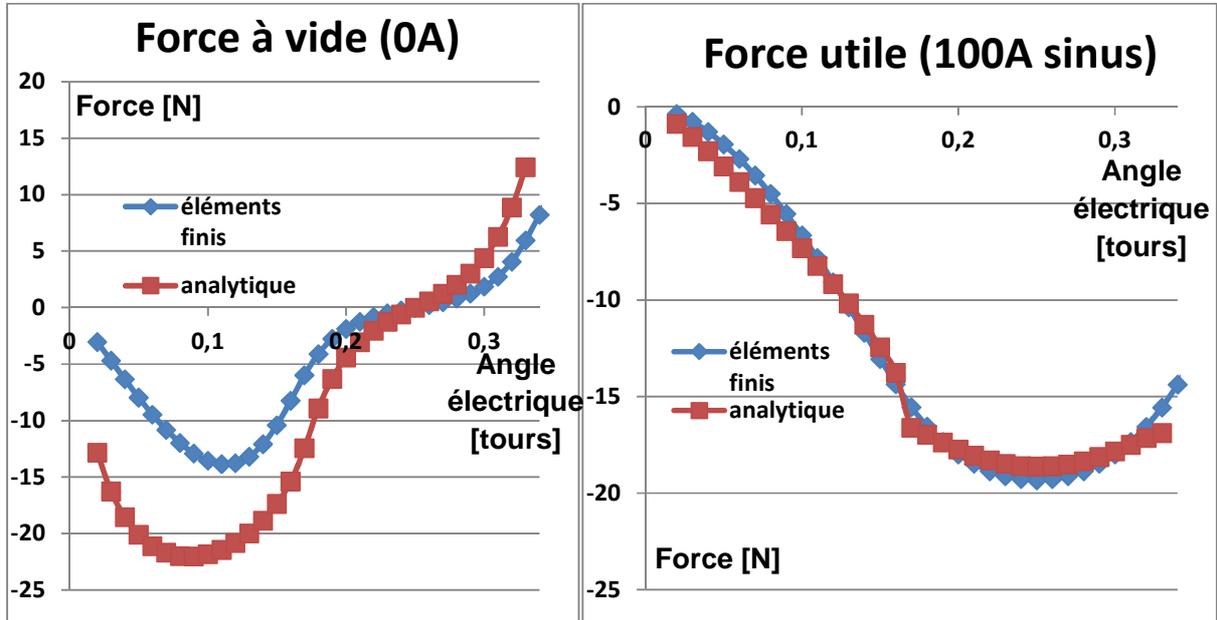


Figure 117 Résultats de simulation du couple du modèle 2D à flux incliné

Nous constatons tout d'abord que la force est continue, ce qui est encourageant. Une rupture de pente demeure au changement de modèle en  $60^\circ$  électrique (0,167 sur la figure), ce qui est logique au vu de la différence entre les modèles. La force étant la dérivée de la coénergie, la continuité est déjà un bon signe pour le modèle. Nous remarquons ensuite que la force utile est modélisée de manière très précise, avec une erreur moyenne de 1,6%. Ensuite, nous remarquons que la position  $90^\circ$  électrique est désormais bien instable, comme sur le modèle éléments finis. Cependant, la force à vide est surestimée d'environ 50% par notre modèle analytique par réluctances ; cette surestimation peut s'expliquer par l'absence de prise en compte de certains flux de fuite, notamment entre les dents stator et d'un aimant rotor à l'autre.

Le modèle actuel est donc globalement satisfaisant, malgré une petite surestimation de la force à vide, liée à l'absence de prise en compte des flux de fuite. Le comportement autour de  $90^\circ$  est désormais bien modélisé, avec une hypothèse d'inclinaison du flux déduite de l'observation des simulations aux éléments finis. Le nouveau modèle est simple et de résolution rapide, avec seulement 8 ou 9 inconnues selon la position. La prochaine étape est désormais la généralisation de ce modèle à la machine complète tridimensionnelle, afin d'obtenir un modèle complet.

## 8) Modèle tridimensionnel linéaire complet de la machine à aimants

L'étape suivante est la réalisation d'un modèle linéaire à base de réluctances complet de la machine électrique, tridimensionnel, basé sur le modèle à flux incliné pour la circulation des flux dans l'entrefer.

### 8-1 Réseau de ré reluctances

Seule une paire de pôles est modélisée, avec des conditions aux limites périodiques. La circulation du flux est modélisée en trois dimensions, en particulier à l'intérieur du circuit magnétique du stator. La dent stator est découpée en quatre dans le sens de la longueur ; le flux est supposé circuler dans la direction de l'axe de rotation dans la dent stator. La partie inférieure de la dent est modélisée comme un isopotential magnétique : la circulation des flux dans le fer en surface de l'entrefer n'est pas modélisée. Vue en coupe transversale, la circulation du flux dans l'entrefer est la même que celle de la machine 2D développée au paragraphe précédent, avec les mêmes propriétés d'inclinaison du flux principal. Deux positions sont distinguées, la première lorsque l'aimant rotor est sous une seule dent stator, la seconde lorsque l'aimant rotor est simultanément sous deux dents stator. Deux trajets de flux de fuite sont pris en compte, d'une dent stator à ses voisines et de l'extrémité de la dent stator à la culasse verticale opposée. Les figures ci-dessous présente la géométrie du réseau de ré reluctances retenu, vu sous en coupe sous différents angles.

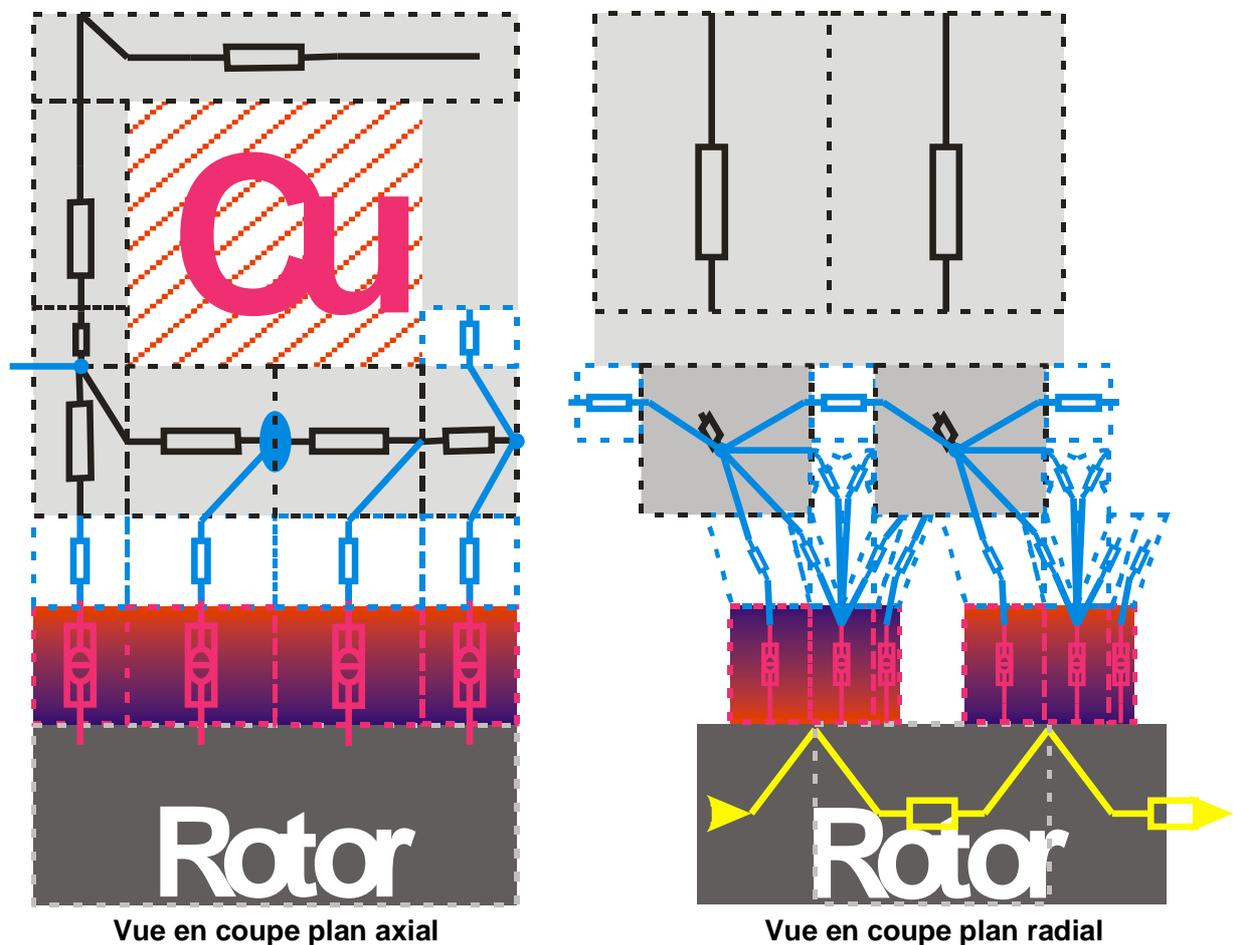


Figure 118 Réseau de ré reluctances vu en coupe

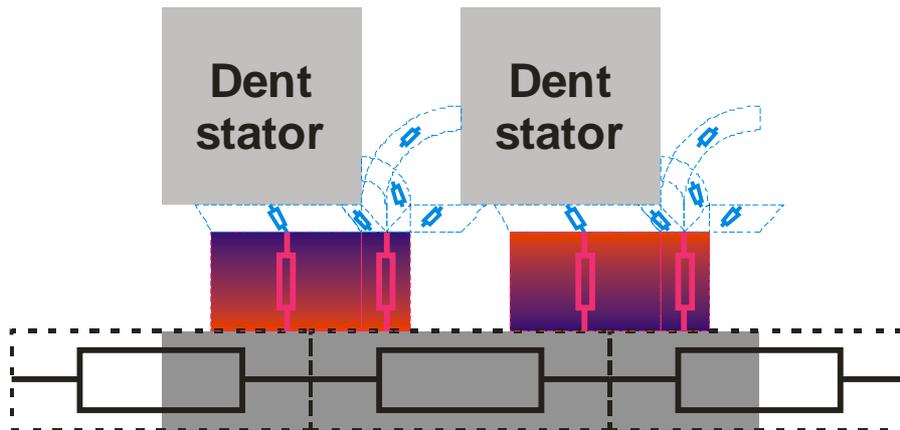


Figure 119 *Détail des réluctances de l'entrefer (cas 1)*

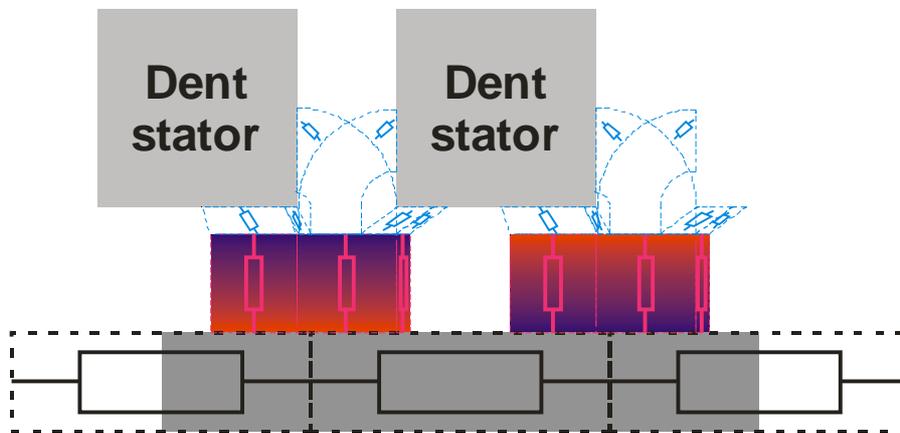
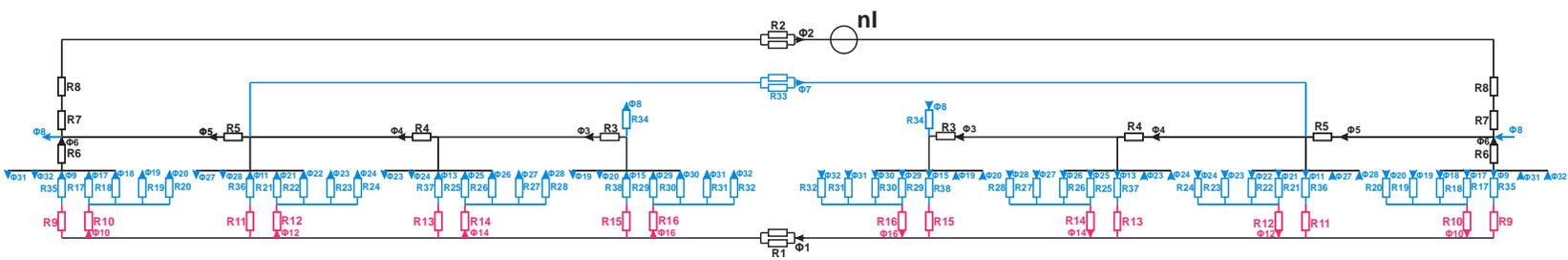


Figure 120 *Détail des réluctances de l'entrefer (cas 2)*

Nous pouvons notamment apercevoir sur la dernière figure ci-dessus la différence d'inclinaison du flux principal, qui dépend du ratio entre le volume d'aimant entre les deux dents (ici maximale) et le volume d'aimant sous la dent stator (ici faible à droite, et plus élevé à gauche).

Nous établissons ensuite les deux réseaux de réluctances, un pour chaque position. Ils sont représentés sur la figure ci-dessous : en noir les réluctances du fer, en bleu les réluctances d'air, et en magenta les réluctances d'aimant (en série avec l'excitation rémanente de l'aimant, non représentée sur la figure).

Cas 1 :  $0 < \theta < \alpha_{id}$



Cas 2 :  $\alpha_{id} < \theta < \alpha_d$

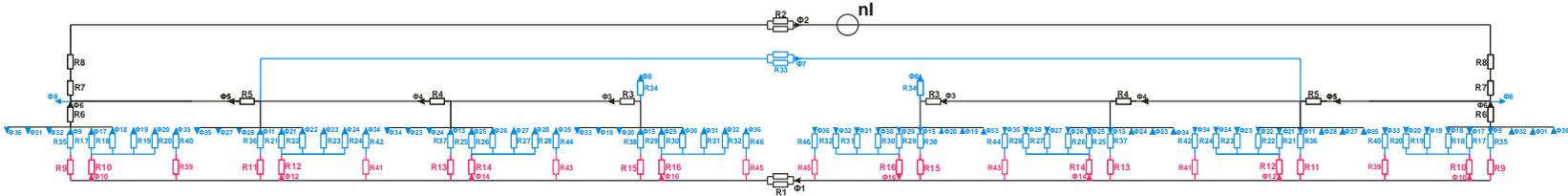


Figure 121 Réseaux de réductance du modèle complet

Ces réseaux de réductance comportent respectivement 32 et 36 inconnues, pour 38 et 46 réductances distinctes dont 7 réductances saturables en SMC. C'est une complexité modérée, qui devrait permettre un temps de calcul contenu.

Nous établissons ensuite le système d'équations régissant chacun de ces réseaux, selon la méthode définie au paragraphe 4-3 du chapitre 2, p55, et nous les représentons sur la figure ci-dessous. Les lieux d'expression de la loi de conservation des flux (loi des nœuds) sont représentés par des hexagones rouges, et les chemins retenus pour l'expression des théorèmes d'Ampère (loi des mailles) sont représentés par des flèches vertes orientées longeant les parcours. Toutes ces équations sont numérotées.

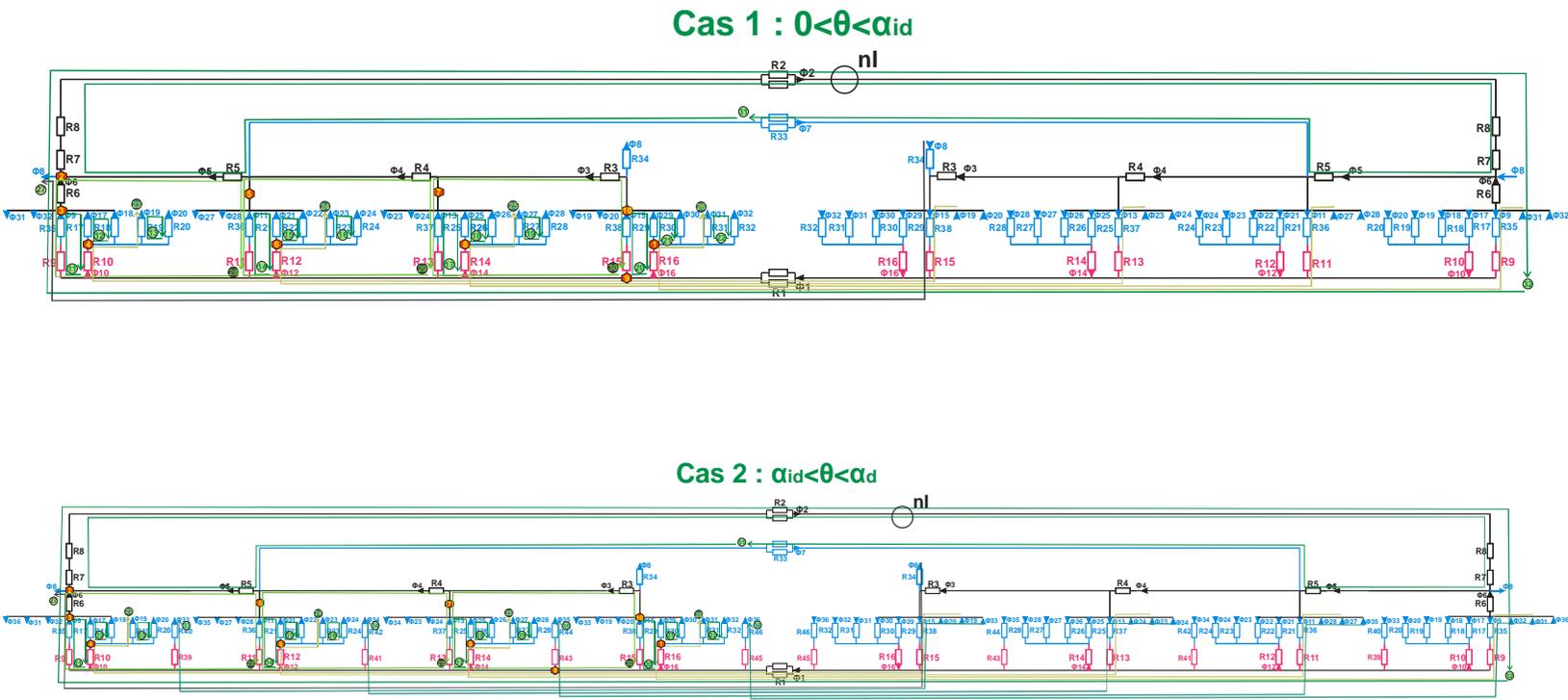


Figure 122 Systèmes d'équations retenus

## 8-2 Résultats

Nous implémentons à présent ce modèle dans le logiciel Mathcad, et calculons les résultats. Le SMC est modélisé par du fer linéaire de perméabilité relative 400, et les aimants sont modélisés par une induction rémanente de 1,2T et une perméabilité relative de 1 ; le fer du rotor est linéaire de perméabilité relative 4000.

Nous conservons les dimensions précédentes, avec 28 pôles, une longueur axiale de 20mm, un rayon d'entrefer de 24mm et un diamètre externe de 80mm ; la fenêtre cuivre a une dimension de 5,7mm\*10mm, l'épaisseur de culasse est de 3mm, l'épaisseur de culasse verticale de 4mm et l'épaisseur des aimants est de 1,8mm. Le bobinage induit comporte 120 tours.

Le premier calcul est celui du flux induit maximal à vide. Il est dans notre cas de 72mWb, pour une induction de 1,32T dans la culasse. La tension à vide (force électromotrice) est alors calculée pour une fréquence électrique de 1Hz, et représentée sur la figure ci-dessous pour une demi-période électrique entre 0° et 180°.

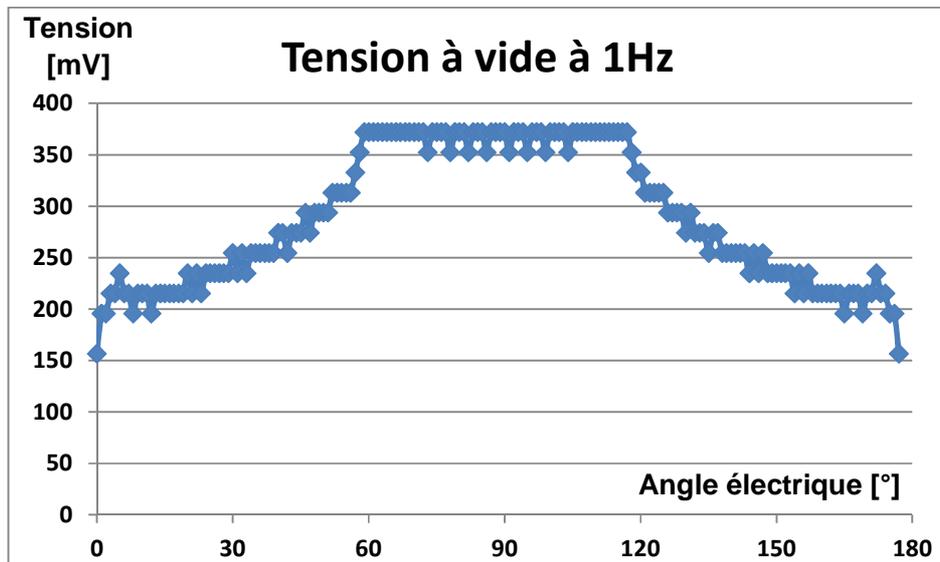


Figure 123 Tension à vide à 1Hz

Nous remarquons que la tension à vide a une forme trapézoïdale, avec des valeurs assez élevées proche de 0°. Ce phénomène est lié au changement de modèle autour de la position 0°: les inductions sont bien continues, mais non dérivables, donnant lieu à ce saut brutal de tension.

Nous calculons ensuite le couple à vide sur une demi-période électrique, et nous le représentons sur la figure ci-dessous.

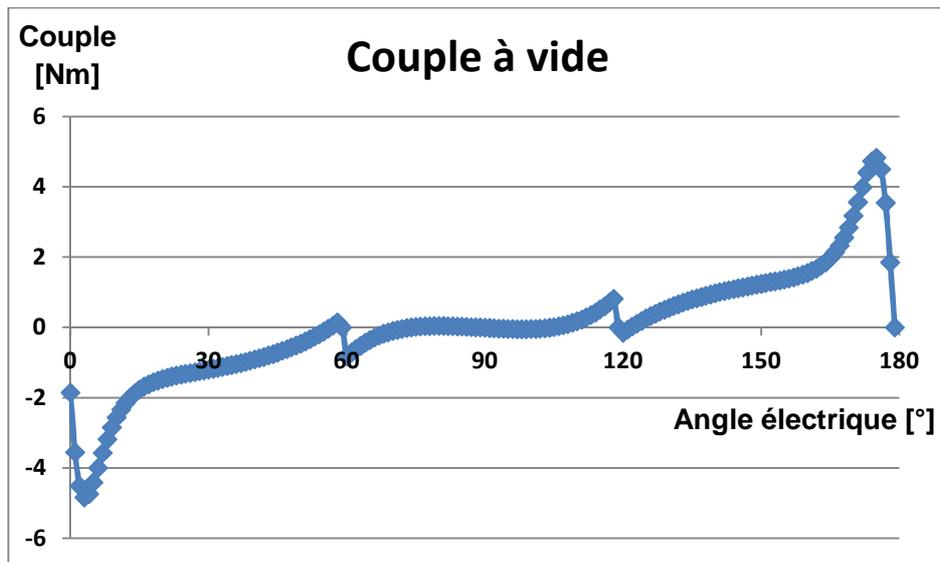


Figure 124 Couple à vide

Le couple à vide est bien de valeur moyenne nulle ; il représente la variation d'énergie du circuit magnétique à vide du au mouvement des aimants. Nous constatons que le couple à vide est élevé, avec 5Nm crête, ce qui est surprenant. La position 90° est très légèrement stable, malgré la prise en compte de l'inclinaison du flux. Le modèle sera confronté au paragraphe suivant aux simulations aux éléments finis.

Nous calculons à présent le couple en charge, pour un courant sinusoïdal de 3A efficace en phase avec la rotation (courant nul lorsque les aimants du rotor sont alignés avec les dents du stator). Le couple à vide étant très élevé, nous représentons directement le couple utile (couple synchrone), différence entre le couple en charge et le couple à vide. Le système étant linéaire, le couple utile est directement proportionnel à l'amplitude du courant. Le couple utile est représenté en bleu sur la figure ci-dessous, sur une demi-période électrique, avec le courant représenté en rouge.

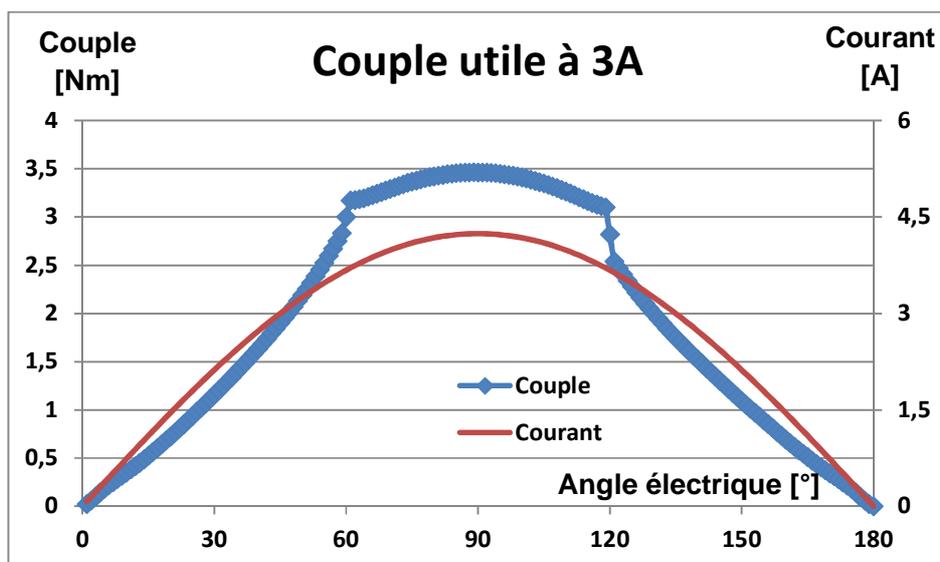


Figure 125 Couple utile à 3A

La valeur moyenne du couple utile modélisé est de 1,9Nm. Sa forme est cohérente avec la force électromotrice calculée, avec un plateau assez large autour de 90°. Une petite discontinuité est à signaler autour de 60° et 120°, à la frontière des différents modèles. La forme du couple utile est par contre déformée par rapport à l'attendu (couple sinusoïdal avec une valeur moyenne positive), probablement en raison du petit nombre de chemins de flux choisis dans l'entrefer, qui entraînent une forme peu lisse.

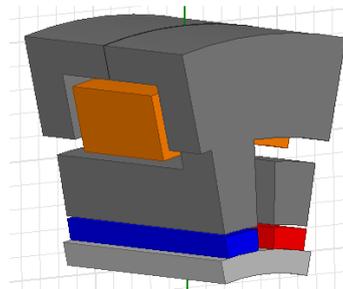
### 8-3 Conclusion

Le modèle analytique linéaire donne des résultats, avec un couple à vide qui semble surévalué, et un couple utile réaliste. La prochaine étape est l'évaluation de ce modèle analytique en le comparant aux résultats issus des éléments finis.

## 9) Modèle aux éléments finis linéaires de la machine à aimants

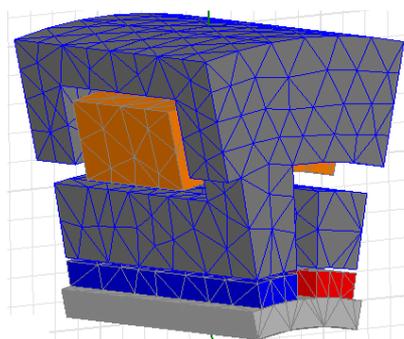
Nous effectuons à présent une modélisation aux éléments finis de la machine, afin de valider le modèle analytique et de mieux comprendre le fonctionnement de la machine. Nous conservons les dimensions précédentes, avec 28 pôles, une longueur axiale de 20mm, un rayon d'entrefer de 24mm et un diamètre externe de 80mm ; la fenêtre cuivre a une dimension de 5,7mm\*10mm, l'épaisseur de culasse est de 3mm, l'épaisseur de culasse verticale de 4mm et l'épaisseur des aimants est de 1,8mm. Le bobinage induit comporte 120 tours.

La machine est modélisée à l'aide du logiciel Ansys Maxwell. Seule une paire de pôles est modélisée, avec des conditions aux limites périodiques sur les côtés ; les performances globales étant déduites par symétrie. La figure ci-dessous présente la géométrie modélisée : nous y distinguons le bobinage en orange, le circuit magnétique du stator en deux parties en gris foncé (SMC), la culasse du rotor en gris clair (fer), et les deux aimants au rotor en rouge et bleu.



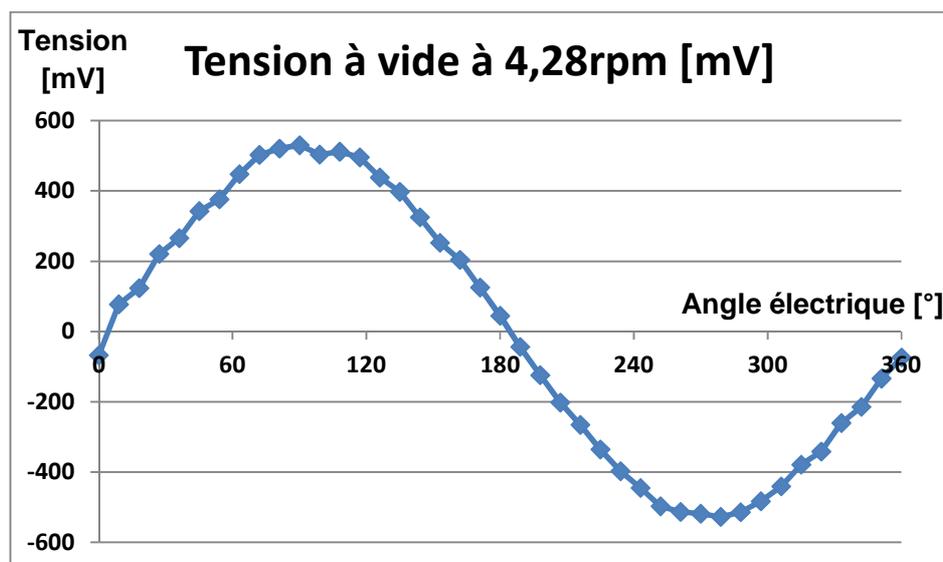
**Figure 126 Géométrie modélisée aux éléments finis**

Une zone d'air débordant de 5mm dans toutes les directions est modélisée, afin de prendre en compte les fuites éventuelles. Le maillage est conçu de manière à ce que deux éléments soient superposés dans l'entrefer, entre le sommet des aimants et le bas du stator. La figure ci-dessous présente le maillage de la partie active utilisé pour la simulation ; le maillage de l'air englobant n'est pas représenté.



**Figure 127** *Maillage de la partie active*

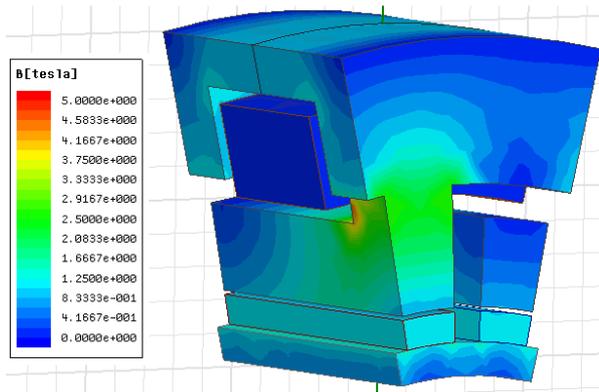
La simulation est effectuée à une vitesse constante de  $60/14=4,29$  tours par minute, correspondant à une fréquence électrique de 1Hz. La position de départ est lorsque les aimants sont alignés sur les dents stator, comme sur la Figure 126 ci-dessus. L'échantillonnage est effectué tous les  $9^\circ$  (angle électrique), correspondant à 40 points pour une période. La simulation est effectuée en régime linéaire, avec une perméabilité relative du SMC de 800, correspondant aux meilleures performances actuelles (poudre Somaloy 1000 3P). La première mesure est effectuée avec un courant nul ; la figure ci-dessous présente la tension à vide dans le bobinage induit (force électromotrice).



**Figure 128** *Force électromotrice à 1Hz*

Nous constatons que la force électromotrice est quasi-sinusoidale, avec une valeur efficace de  $0,37\text{V/Hz}$ , correspondant à un flux d'induit maximal d'environ  $0,08\text{Wb}$ , et une induction maximale dans l'entrefer d'environ  $0,9\text{T}$ , cohérente avec l'induction rémanente des aimants à  $1,2\text{T}$ . Le flux maximal est de 10% supérieur à celui du modèle analytique, ce qui permet de le valider.

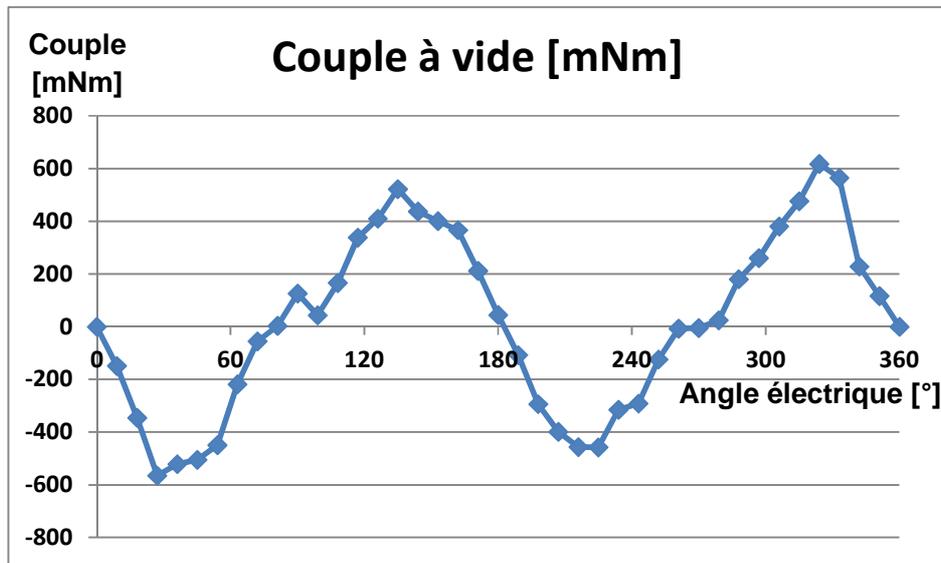
Nous présentons la carte des inductions ci-dessous, dans la position de flux maximal.



**Figure 129 Inductions simulées pour la position de flux maximal**

L'induction monte assez haut, avec un maximum à 4,8T, au niveau du pied de dent. Ces niveaux d'induction sont irréalistes en pratique, et laissent supposer que les performances seront surestimées. Une modélisation non linéaire, prenant en compte la saturation du matériau magnétique, sera nécessaire par la suite. Le modèle analytique présente des niveaux d'induction similaires, avec 3,9T répartis uniformément dans le pied de dent, la pointe à 4,8T étant ici localisée.

Nous simulons également le couple à vide, qui est présenté sur la figure ci-dessous.



**Figure 130 Couple à vide**

Le couple à vide est normalement périodique du double de la période électrique ; cette propriété n'est pas vérifiée parfaitement ici, probablement en raison d'un maillage légèrement trop grossier. Sans surprise, les points 0° et 180° sont des points d'équilibre stable, et les points 90° et 270° sont des points d'équilibre instables. L'amplitude du couple à vide est de l'ordre de 600mNm, valeur importante mais qui reste contenue.

Ce couple à vide est par contre 10 fois inférieur à celui calculé à l'aide du modèle analytique par réductances (5Nm crête), notamment pour des positions angulaires inférieures à  $20^\circ$ . Pour des positions plus éloignées de  $0^\circ$ , l'écart reste de l'ordre de 200%. Il s'agit là du principal point faible de notre modèle analytique, qui s'avère incapable de modéliser correctement le couple à vide. La raison d'un si grand écart n'est pas expliquée à ce jour, surtout vu que le modèle de la machine 2D modélisait plutôt bien la force à vide.

Nous simulons à présent la machine avec un courant efficace de 3A, ce qui correspond à une densité de courant dans le cuivre de  $12A_{\text{eff}}/\text{mm}^2$  avec un taux de remplissage de cuivre de 50%. Il s'agit du courant soutenable en permanent à l'équilibre thermique avec un refroidissement par air comprimé. Cette valeur de remplissage est réaliste au vu de la simplicité de réalisation du bobinage, et de la prise en compte d'une épaisseur d'isolation de 1mm. Le courant est sinusoïdal, en phase avec le déplacement du rotor, de valeur nulle lorsque les aimants du rotor sont en face des dents stator. La simulation est toujours effectuée pour une fréquence électrique de 1Hz, avec une vitesse de déplacement imposée constante. La figure ci-dessous présente le couple en fonction du courant.

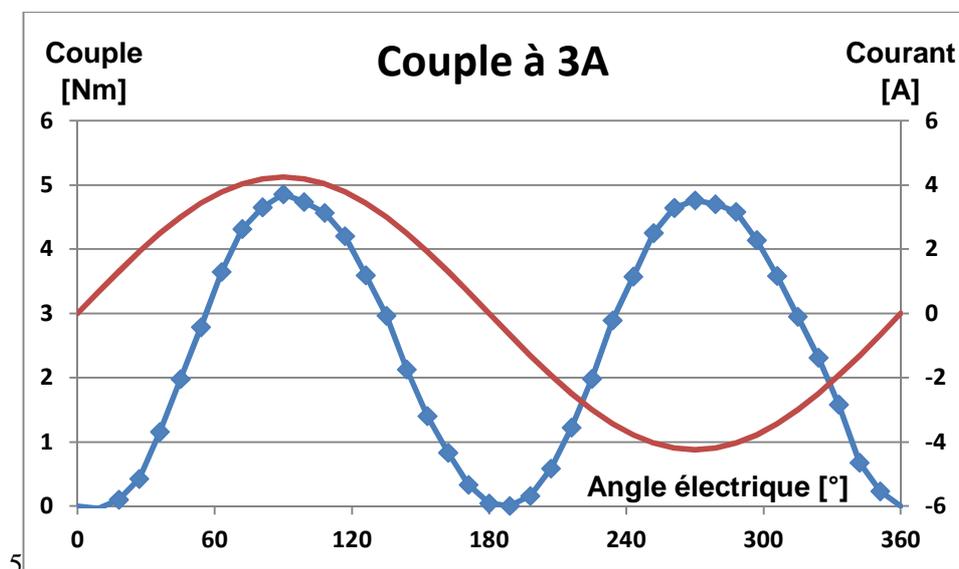


Figure 131 Couple en charge pour un courant efficace de 3A

Le couple est conforme à celui d'une machine synchrone monophasée, avec une période double de la période électrique. Le couple moyen est de 2,4Nm, ce qui est très élevé au vu des dimensions de la machine ; cependant, nous avons déjà vu que le circuit magnétique est en réalité très saturé et que les performances réelles seront bien en-deçà. Le couple du modèle analytique linéaire, 1,9Nm pour un courant de 3A, est inférieur de 20%. Cet écart, supérieur à l'écart des flux à vide, reste limité ; il est peut-être dû à une modélisation de la circulation des flux dans l'entrefer qui reste assez grossière.

## 10) Conclusion

Les travaux de modélisation linéaire de la machine nous ont amené à développer un modèle à flux incliné dans l'entrefer, afin de rendre compte de l'inclinaison du flux principal sous l'effet de la partie d'aimant n'étant pas située à l'aplomb des dents stator. Cette modélisation, assez précise sur une machine

réduite 2D, a l'avantage d'être de complexité réduite, permettant des calculs rapides. Cependant, sur un modèle tridimensionnel complet, elle ne permet que de rendre compte du couple utile, l'ondulation de couple à vide restant très largement surévaluée. L'origine de cette grande surestimation du couple à vide est à ce stade inconnue, et pourrait être explorée dans des travaux ultérieurs.

Les résultats des simulations ont mis en évidence des résultats intéressants pour la machine étudiée, mais en faisant apparaître une très forte saturation magnétique dans le pied de dent. Afin d'évaluer de manière fiable le comportement et les performances de la machine, une modélisation non linéaire est désormais nécessaire.

## Chapitre 3 Modélisation non linéaire de la machine à aimants

### 1) Introduction

Le modèle semi-analytique linéaire à base de circuits magnétiques équivalents développé au paragraphe précédent est globalement satisfaisant pour rendre compte du couple utile de la machine en régime linéaire. Cependant, comme nous l'avons vu au chapitre précédent, la machine réelle présente un niveau de saturation important notamment au niveau du pied de dent, ce qui rend la modélisation linéaire assez peu adaptée.

Dans la modélisation linéaire, l'induction magnétique  $B$  est supposée proportionnelle au champ magnétique  $H$ , selon une relation linéaire de la forme  $B = \mu_r \mu_0 H$ .  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m est ici la perméabilité magnétique du vide, et  $\mu_r$  (sans dimension) la perméabilité relative du matériau, représentant sa capacité d'aimantation.  $\mu_r$  vaut de quelques centaines à quelques milliers pour la plupart des matériaux magnétiques doux, et 1 pour presque tous les autres matériaux. Les aimants permanents sont simplement modélisés comme de l'air, avec une source d'excitation superposée au matériau.

Dans notre modèle, nous choisissons de représenter le comportement du fer (matériaux magnétiques doux) par une courbe  $B(H)$  anhystérétique. Concrètement, nous négligeons l'hystérésis, et calculons  $B$  en fonction de  $H$  à l'aide d'une courbe  $B(H)$  bijective. Cette courbe est croissante, et généralement convexe (sauf éventuellement pour des champs d'excitation très faibles). Elle est relevée expérimentalement sur les différents matériaux. Dans notre cas, nous allons notamment utiliser la courbe anhystérétique du matériau SMC constitutif du stator de notre machine électrique, la poudre Somaloy 1000 3P de la société Höganäs. Cette courbe a été communiquée par le constructeur, qui l'a déduite de mesures expérimentales sur des tores d'épaisseur 5mm, de diamètre intérieur 45mm et de diamètre extérieur 55mm. Cette courbe est présentée sur la figure ci-dessous.

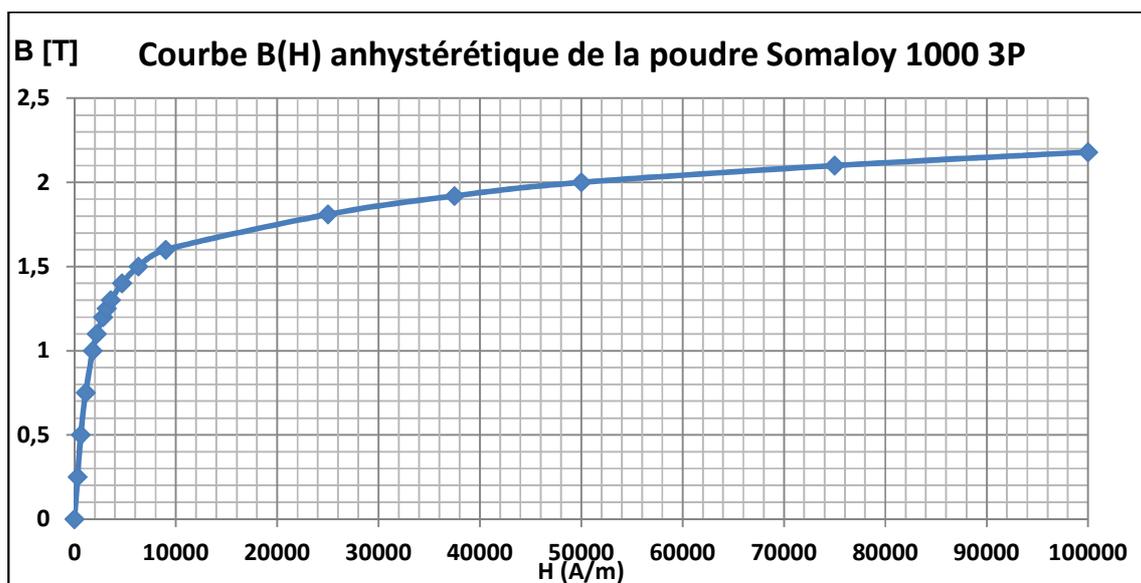


Figure 132 Courbe  $B(H)$  anhystérétique de la poudre prototype Somaloy 1000 3P

Nous remarquons que le matériau SMC présente effectivement une induction à saturation assez basse, avec un coude de saturation autour de 1,5T (correspondant à un champ magnétique de 6,3kA/m). Le matériau peut ensuite monter à des inductions assez élevées (au-delà de 2T), mais avec une perméabilité relative incrémentale très médiocre d'à peine 9 entre 1,5T et 2T (50kA/m à 2T). Nous définissons la perméabilité relative incrémentale entre deux niveaux d'induction  $B_1$  et  $B_2$  comme la pente moyenne de la courbe  $B(H)$  entre ces deux points :  $\mu_{r,inc} = \frac{B_1 - B_2}{H_1 - H_2}$ .

Notre modèle à base de réluctances peut être transposé pour un fonctionnement non linéaire, à condition de proposer un algorithme permettant de trouver la solution du système d'équations. Une modélisation non linéaire ne permet pas de trouver la solution par une simple inversion de matrice, mais impose désormais un calcul numérique permettant d'approcher la solution. L'objectif du calcul numérique est de trouver les points de fonctionnement pour chaque réluctance sur les différentes courbes  $B(H)$ .

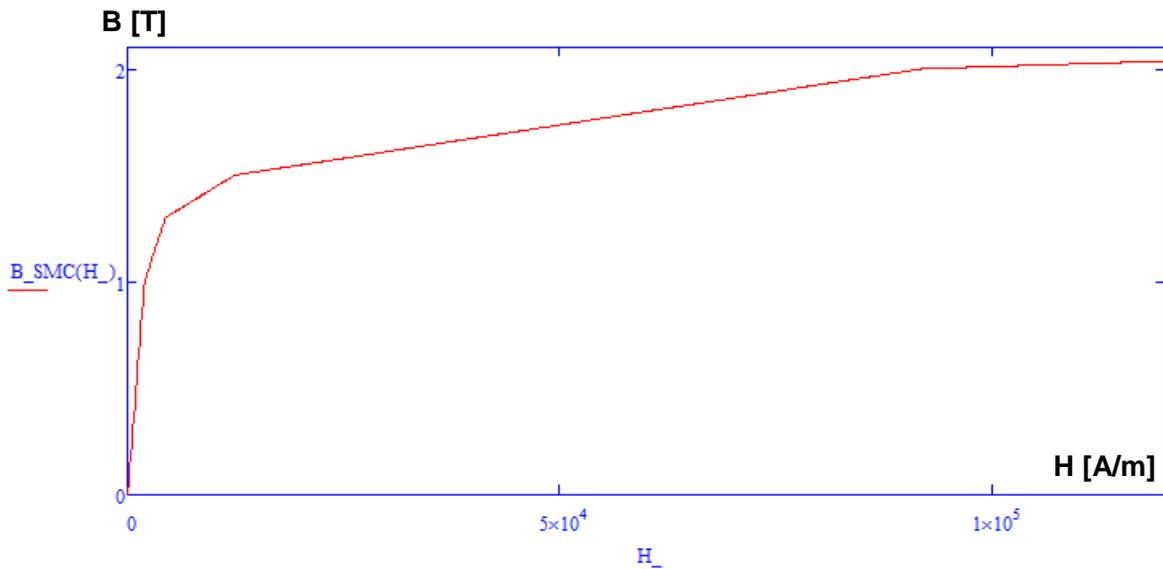
## 2) Algorithme de type point fixe

### 1-1 Formalisation des données matériaux

Nous conservons le système d'équations établi à partir d'un réseau équivalent de réluctances, qui s'exprime  $[R] * [\varphi] = [E]$ , avec  $[R]$  la matrice des réluctances,  $[\varphi]$  la matrice des flux et  $[E]$  la matrice des excitations. Une réluctance s'exprime  $R = \frac{1}{\mu} \frac{L}{S}$ , avec  $\mu = \frac{B}{H}$ . Dans le cas d'un modèle non linéaire basé sur une courbe  $B(H)$  anhystérétique,  $\mu$  se calcule directement à partir de la courbe  $B(H)$ , et nous avons au final une dépendance simple de la réluctance par rapport au champ magnétique. Concrètement, cela signifie que  $R$  s'écrit désormais  $R(H)$ . L'enjeu de la résolution du système est alors de trouver le vecteur des flux  $[\varphi]$  permettant de vérifier  $[R(H)] * [\varphi] = [E]$ .

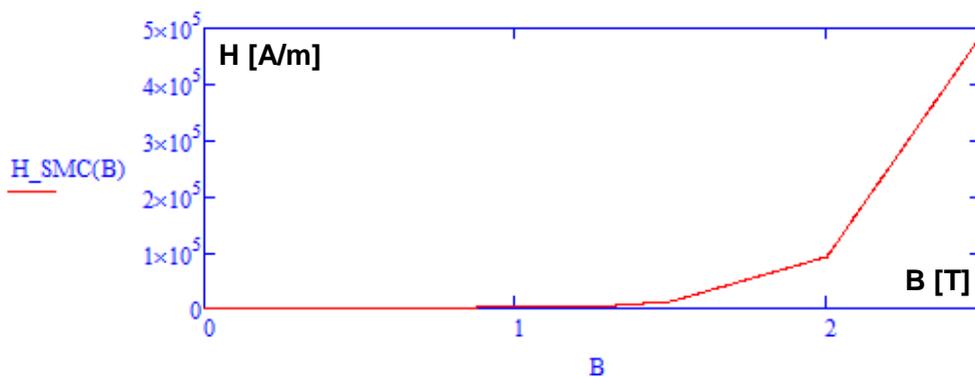
Les données des matériaux magnétiques sont simplement les perméabilités relatives pour les matériaux linéaires (notamment air, aimants et fer non saturé), et les courbes anhystérétiques  $B(H)$  qui sont formées d'une liste de couples de points  $[B_i, H_i]$ . La courbe  $B(H)$  est déduite par une simple interpolation affine entre les couples de points  $[B, H]$ , chaque couple de points étant relié par un segment au couple de points les plus proches. Au-delà de la plus grande induction de la liste de points, l'interpolation est faite avec une pente  $\mu_0$ , perméabilité magnétique du vide, correspondant à un matériau totalement saturé, se comportant vis-à-vis du champ magnétique additionnel comme le vide.

Les premiers essais d'algorithme sont faits avec une courbe simple, contenant seulement cinq couples de points  $[B, H]$ . Cette courbe se veut représentative du comportement de la poudre SMC prototype Somaloy de la société Höganäs, qui est le matériau qui servira à faire les essais. Ces points sont calculés à partir de perméabilités relatives incrémentales (pente de la courbe  $B(H)$  en un point donné) pour des niveaux d'induction donnés :  $\mu_{r,inc}=400$  entre 0T et 1T, 100 entre 1T et 1,3T, 20 entre 1,3T et 1,5T, et 5 entre 1,5T et 2T. Au-delà de 2T, la perméabilité relative incrémentale est 1, celle du vide. Les points  $[B, H]$  calculés sont  $[0T, 0A/m]$ ,  $[1T, 1,989kA/m]$ ,  $[1,3T, 4,377kA/m]$ ,  $[1,5T, 12,33kA/m]$  et  $[2T, 91,91kA/m]$ .



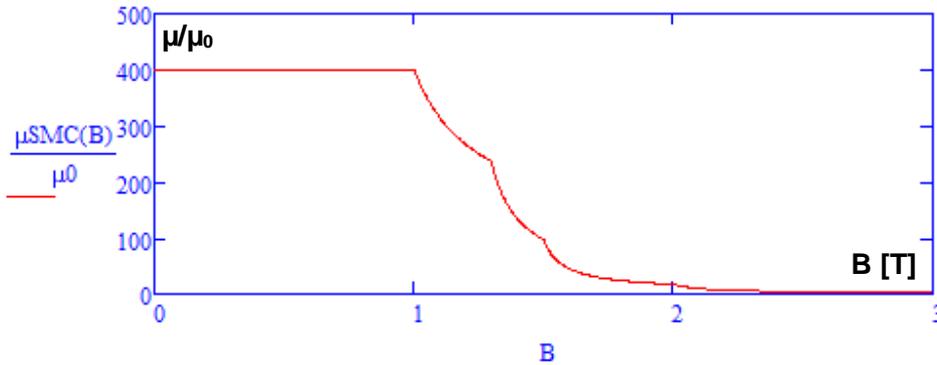
**Figure 133** Courbe anhystérique  $B(H)$  du premier modèle de poudre prototype

La grandeur physique du magnétisme significative dans une machine étant l'induction, nous allons systématiquement travailler à partir de  $B$  (et non de  $H$ ). Nous définissons donc la fonction  $H(B)$ , qui renvoie  $H$  en fonction de  $B$  en inversant la fonction  $B(H)$  (obtenue par interpolation affine). Nous pouvons faire cette opération car la fonction  $B(H)$  est strictement croissante ; de plus le fer totalement saturé a un comportement linéaire, donc toute valeur de  $B$  peut être théoriquement être atteinte (à condition d'avoir un champ magnétique assez grand, qui n'est pas réalisable en pratique pour des inductions au-delà de quelques dizaines de Teslas). Cette inversion de la courbe  $B(H)$  est faite à partir de la fonction *racine* de Mathcad, appliquée à la courbe  $B(H) - B_0$ , qui cherche la valeur de la  $H$  tel que  $B(H) - B_0 = 0$ . En pratique, pour des raisons de vitesse de convergence, nous restreignons l'intervalle de recherche de  $H$  à  $[0\text{A/m}, 10\text{MA/m}]$ , ce qui correspond à valeurs d'inductions dans le vide supérieures à 12T, qui ne seront donc bien sûr jamais atteintes dans la machine. La figure ci-dessous présente la courbe  $H(B)$  obtenue sous Mathcad par inversion avec cet algorithme de la courbe  $B(H)$  représentée à la Figure 133. La courbe est seulement représentée jusqu'à 2,5T (inductions pratiques maximales dans la machine), mais elle continue en réalité jusqu'à 14,5T.



**Figure 134** Courbe  $H(B)$  du premier modèle de poudre prototype

Nous définissons ensuite la perméabilité  $\mu=B/H$  comme une fonction de B, à l'aide de la fonction H(B) définie précédemment :  $\mu(B)=B/H(B)$ . C'est cette perméabilité qui servira au calcul des valeurs de réluctances en fonction de l'induction. La figure ci-dessous présente la courbe de perméabilité relative, à savoir  $\mu(B)/\mu_0$ , pour le premier modèle de poudre prototype.



**Figure 135** Courbe de perméabilité  $\mu(B)/\mu_0$  du premier modèle de poudre prototype

Nous constatons que la perméabilité s'effondre rapidement au-delà de 1,5T, comme attendu.

Pour calculer la coénergie d'une réluctance, nous définissons la densité volumique de coénergie, avec H(B) et B(H) les fonctions définies précédemment :

$$w'(B) = \int_0^{H(B)} B(H) dH$$

La coénergie d'une réluctance vaudra alors  $W'(B) = w'(B) * V$ , avec V le volume de la réluctance. Cette formule s'applique dans l'air, les aimants et le fer. Le couple peut alors être déduit immédiatement comme précédemment comme la dérivée angulaire de la coénergie à courant constant :

$$C = \left( \frac{\partial W'}{\partial \theta} \right)_I$$

### 1-2 Algorithme itératif basique

L'expression des réluctances est  $R = \frac{l}{\mu S}$  ; en exprimant  $\mu$  en fonction de B nous pouvons exprimer les réluctances en fonction de l'induction (il s'agit de l'induction dans la réluctance), et donc écrire R(B). Le système d'équations s'écrit alors  $[R(B)] * [\varphi] = [E]$ . Nous pouvons inverser cette équation en la mettant sous la forme  $[\varphi] = [R(B)]^{-1} * [E]$ . La relation entre les flux  $[\varphi]$  et les inductions [B] est simplement la multiplication par les sections des réluctances ; nous introduisons [S] la matrice des sections telle que  $[\varphi] = [S] * [B]$ . [S] est alors simplement une matrice diagonale, dont les coefficients sont les sections des réluctances.

Le système d'équations devient alors  $[B] = [S]^{-1} * [R(B)]^{-1} * [E]$ . Il s'agit de trouver la matrice colonne [B] des inductions vérifiant ce système. C'est un problème de type point fixe, avec la résolution

d'une équation du type  $f(B)=B$ . Les éléments non linéaires de  $R$  étant des fonctions convexes, il devrait mathématiquement y avoir une solution unique, vers laquelle une convergence est envisageable.

Le premier algorithme envisagé est un algorithme de type itératif : il s'agit de composer un grand nombre de fois la fonction  $f$ , en espérant que la suite  $f(f(f(\dots(f(B))\dots)))$  converge vers la solution. En pratique, le premier pas correspond au système linéaire, avec  $R(0T)$  utilisant la perméabilité relative en  $0T$ , qui est maximale. Le système linéaire ayant toujours tendance à surestimer les inductions (en raison d'aimantations trop fortes dans le fer),  $f([0T])$  sera trop élevé.  $R(f([0T]))$ , calculé à partir d'inductions trop élevées, comportera alors des réluctances trop faibles, amenant à des inductions  $f(f([0T]))$  plus faibles. Le système pourrait alors osciller autour de la solution, une convergence pouvant être envisagée par l'usage d'algorithmes mathématiques spécifiques. Par exemple pour un problème à une seule inconnue, un algorithme de type dichotomique permettrait de converger de manière certaine vers la solution. Une grande complexité liée à la manipulation de systèmes à quelques dizaines d'inconnues, au comportement moins bien maîtrisé, reste cependant à prévoir.

Nous appliquons cet algorithme à un système représentant une machine très simplifiée, à trois inconnues. Le circuit équivalent de réluctances, avec le système d'équations choisis, est représenté sur la figure ci-dessous. L'hexagone rouge représente la loi de conservation des flux (loi des nœuds), et les deux flèches vertes les théorèmes d'Ampère (lois des mailles). Les réluctances en magenta représentent les trajets de flux dans les aimants et dans l'air, celles en noir les trajets de flux dans le fer. La partie du système représentée en pointillée, à droite, est simplement le résultat de la symétrisation en amont du système ; elle n'est pas calculée car équivalent à la partie gauche représentée en traits pleins.

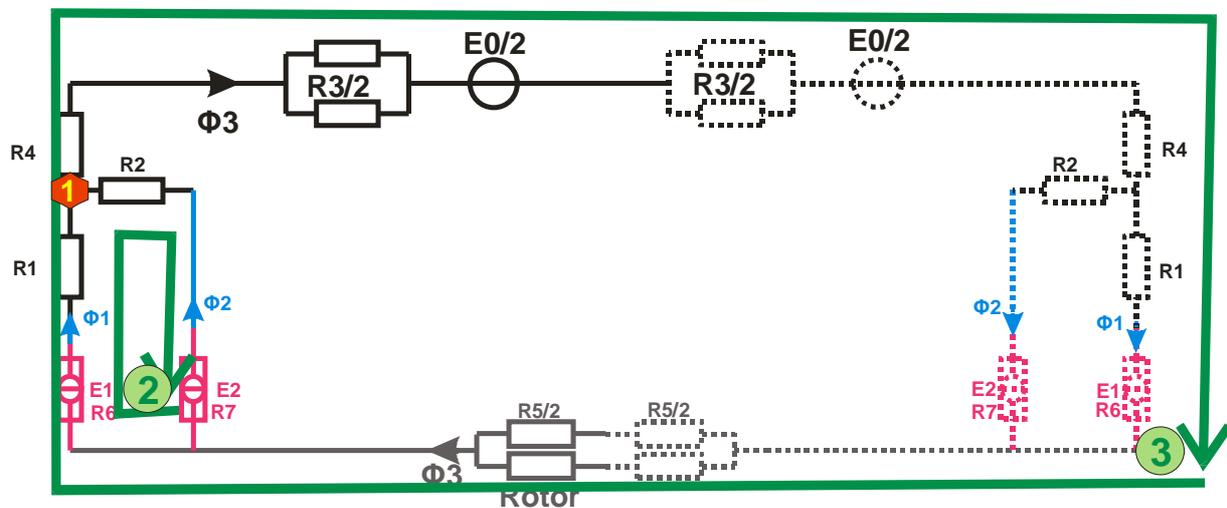


Figure 136 Circuit de réluctances pour l'essai de l'algorithme linéaire itératif

Le système est d'une complexité réduite au minimum (hors modèle à une seule inconnue) ; les excitations ( $B_r$  des aimants permanents) sont choisies pour que l'induction soit dans le coude de saturation, en régime non linéaire. Le fer du rotor étant peu saturé, nous choisissons de le représenter par un matériau linéaire de perméabilité relative 4000.

L'algorithme de calcul de  $B$  est implémenté sur l'ordinateur avec le logiciel Mathcad ; il s'agit de l'algorithme suivant (la coénergie et le couple ne sont pas encore calculés) :

**Définition des propriétés magnétiques des matériaux**

$\mu_0$  et  $\mu_r$  pour le fer,  $B_r$  pour les aimants

Liste de points  $[B_i, H_i]$  de la courbe  $B(H)$  du SMC

Création de la fonction  $B(H)$  par interpolation affine des points  $[B_i, H_i]$

Définition de la fonction  $H(B)$  par une recherche de racine de l'équation  $B(H) - B = 0$

Définition de la perméabilité relative  $\mu(B) = \frac{B}{H(B)}$

**Définition des paramètres géométriques**

Largeur de dent, d'aimant, nombre de paires de pôles...

**Définitions géométrique des réluctances**

Longueur et surface de chaque réluctance

**Définition de la densité de coénergie**

$\frac{B^2}{2\mu_r\mu_0}$  pour chaque matériau linéaire présent

$w'(B) = \int_0^{H(B)} B(H)dH$  pour le SMC

**Calcul des flux**

$[B]$  initialisé à  $0T$

$[\varphi]$  initialisé à  $0T$

Définition des réluctances (à  $0T$ )

Définition de la matrice des excitations  $[E]$

Définition des premières lignes de la matrice des réluctances, correspondant aux lois de conservation des flux (lois des nœuds)

Pour  $i$  de 1 à nombre\_de\_pas

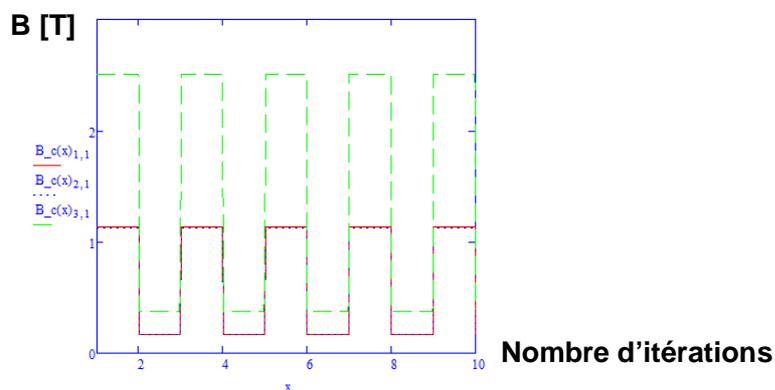
Définition des dernières lignes de la matrice de réluctances, correspondant aux théorèmes d'Ampère (lois des mailles)

Calcul des flux  $[\varphi] = [R]^{-1}[E]$

$[B] = [S]^{-1} * [\varphi]$

$[R] = [R(B)]$

La figure ci-dessous présente les résultats du calcul, avec les inductions dans R1, R2 et R3 en fonction du nombre d'itérations de  $f(B)$  (en abscisses).



**Figure 137** Calcul d'inductions avec l'algorithme itératif basique

Nous constatons que l'algorithme ne converge pas du tout, et se bloque très rapidement sur un cycle limite de période égale à deux itérations. Concrètement, la correction du calcul des nouvelles réluctances à chaque itération est trop violente, que ce soit dans un sens (inductions trop élevées) ou dans l'autre (inductions trop faibles). Nous avons retrouvé ce comportement pour des calculs sur d'autres systèmes plus complexes. Nous devons donc rechercher un algorithme de résolution permettant de faire converger l'algorithme vers la solution.

### 3) Analyse de la convergence

#### 3-1 Algorithme itératif sur deux pas

Nous avons constaté que lors d'une simple itération de la fonction  $f(B)$ , la correction des réluctances est trop élevée pour chaque itération. Concrètement, sur la Figure 137, l'induction  $B_3$  calculée en régime linéaire, sur la base d'une perméabilité de 400, est de 2,5T, ce qui est très élevé. La nouvelle perméabilité prise en compte sera alors de 4, correspondant à du fer très saturé. Les nouvelles inductions calculées seront alors basées sur une perméabilité très faible, menant à une nouvelle induction  $B_3=0,03T$ . L'itération suivante sera alors de nouveau celle du régime linéaire. Une stratégie est d'atténuer la correction en ne prenant pas comme base du calcul de la nouvelle réluctance l'induction nouvellement calculée, mais une combinaison linéaire de cette dernière et de l'induction au pas précédent :

$$B_{pas\_suivant} = \alpha * B_{pas\_précédent} + (1 - \alpha) * B_{calculé\_ce\_pas}$$

La phase itérative du calcul des flux du nouvel algorithme est alors de la forme :

$$[B]=0T$$

(...)

Pour  $i$  de 1 à nombre\_de\_pas

$$\left| \begin{array}{l} \text{Définition des dernières lignes de la matrice de réluctances, correspondant aux} \\ \text{théorèmes d'Ampère (lois des mailles)} \\ \text{Calcul des flux } [\varphi] = [R]^{-1}[E] \\ [B\_1] = [S]^{-1} * [\varphi] \\ [B] = \alpha[B] + (1-\alpha)*[B\_1] \\ [R] = [R(B)] \end{array} \right.$$

Les résultats pour un coefficient  $\alpha=0,9$  (l'induction changeant donc relativement peu à chaque itération) sont présentés sur la figure ci-dessous (pour  $0^\circ$  et  $0A$ ) :

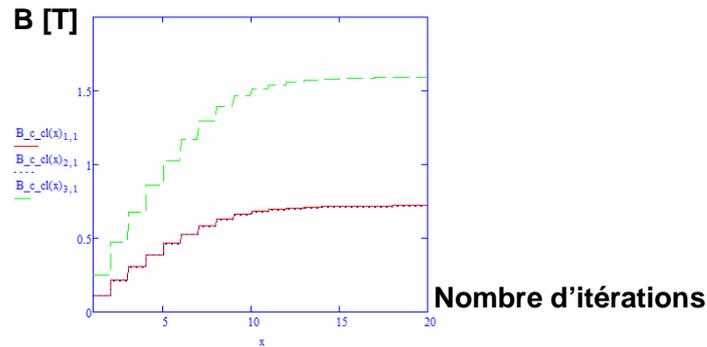


Figure 138 Calcul d'inductions avec l'algorithme itératif sur deux pas

Nous constatons que l'induction converge vers la valeur finale (notamment  $B_3=1,6T$ ) en une vingtaine de pas. Cet algorithme calculant l'induction à chaque pas en combinant deux pas apporte donc une première solution pour un système simple à trois inconnues, dont une seule évoluant en régime non linéaire. Un calcul sur un système plus complexe va nous permettre d'évaluer la pertinence de cette stratégie de calcul.

Nous prenons à présent un système un peu plus représentatif de la machine électrique, avec huit ou dix-huit inconnues selon la position de la machine. En particulier, lorsque les aimants du rotor sont simultanément sous deux dents stator, deux groupes de flux liés se distinguent (pour chaque dent stator, un par aimant rotor), permettant de mettre à l'épreuve la convergence du système non linéaire. Seul le flux principal vertical est modélisé dans l'entrefer. Le réseau de réluctances est présenté sur les figures ci-dessous, avec d'abord la géométrie du système, puis le circuit équivalent de réluctances, représenté avec ses équations pour les deux positions (aimant rotor en face d'une seule dent stator, puis aimant rotor à cheval entre les deux dents stator).

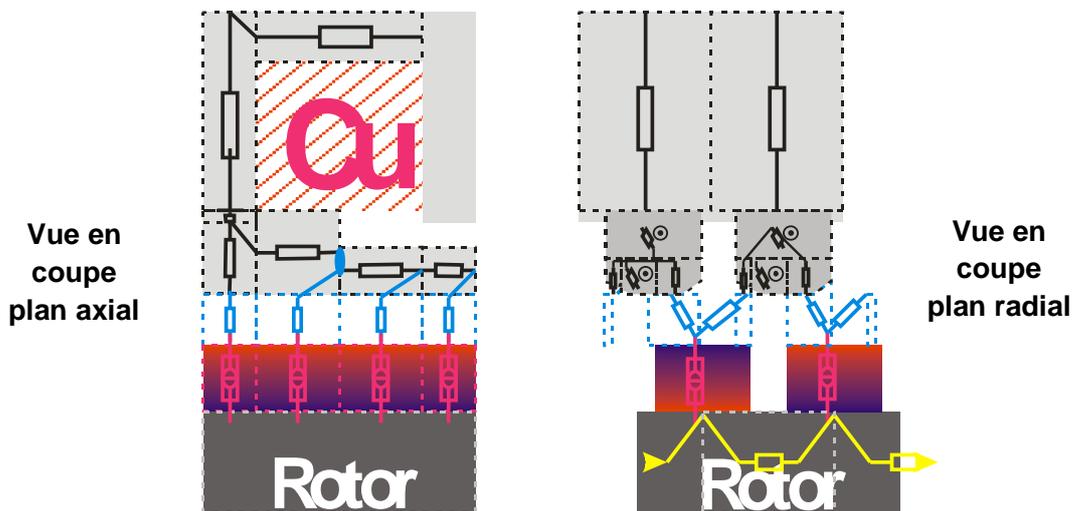


Figure 139 Circuit de réluctances choisi pour le test de convergence de l'algorithme

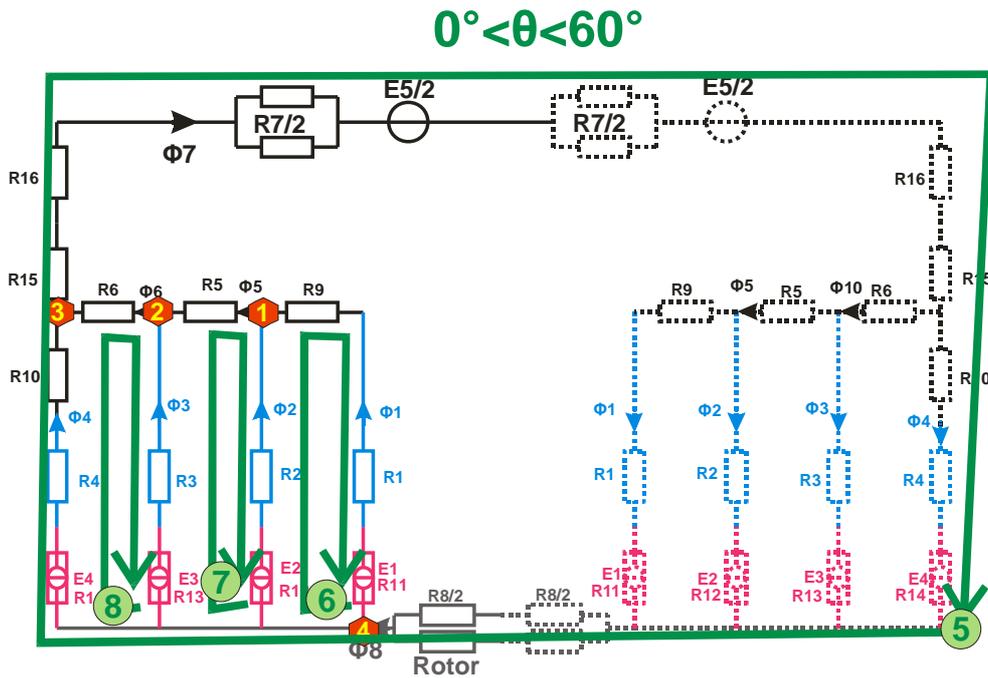


Figure 140 Circuit de réluctances et système d'équations choisis pour le test de convergence de l'algorithme pour  $0^\circ < \theta < 60^\circ$

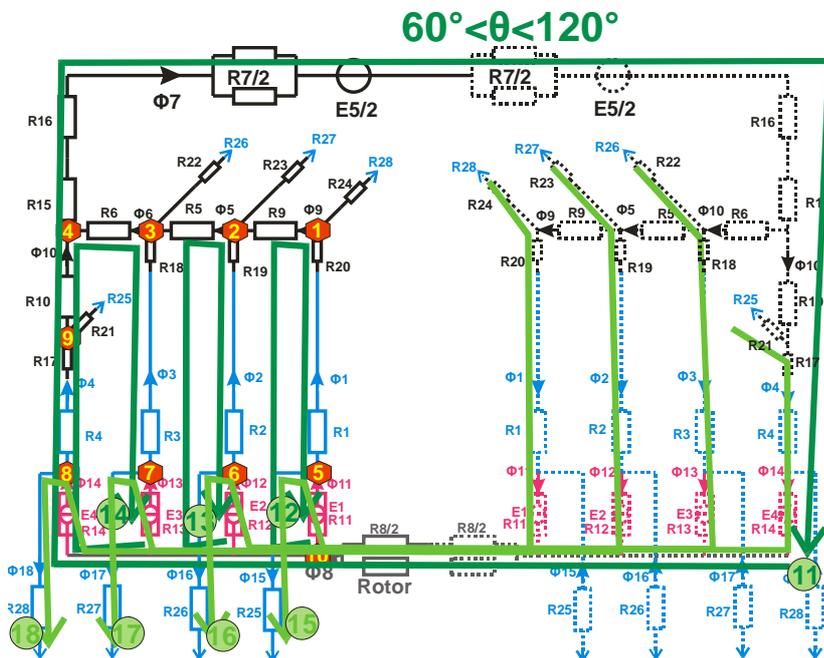
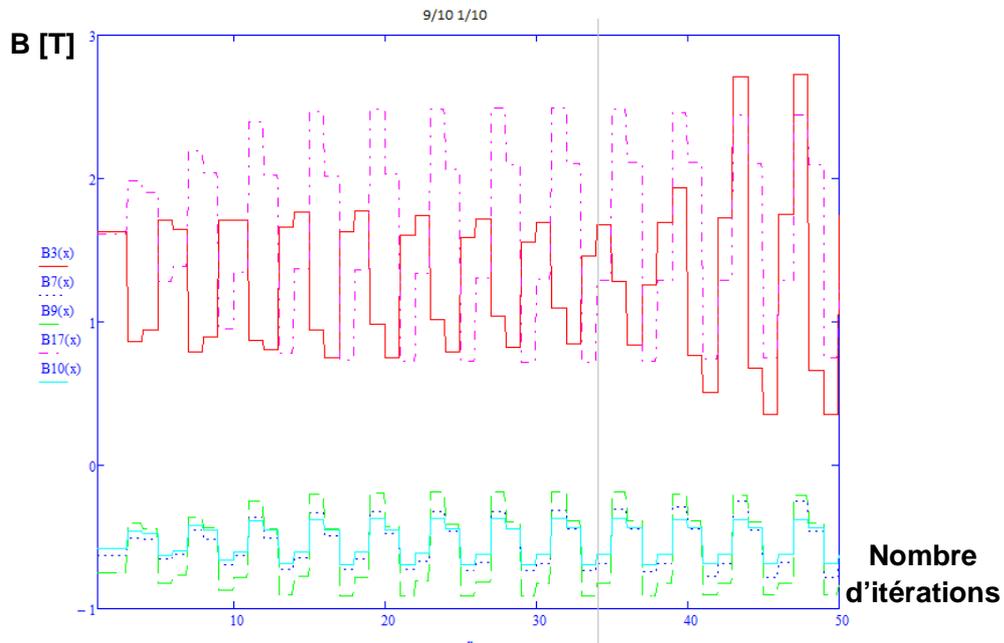


Figure 141 Circuit de réluctances et système d'équations choisis pour le test de convergence de l'algorithme pour  $60^\circ < \theta < 120^\circ$

La complexité du système est moyenne, avec 8 ou 18 inconnues selon la position, constituant un bon test pour la robustesse de l'algorithme itératif sur deux pas. La figure ci-dessous présente les résultats

du calcul d'induction pour 0A et 110°, avec un coefficient  $\alpha=0,9$ , en fonction du nombre de pas. Cette position correspond au système le plus complexe (dix-huit inconnues) ; cependant elle présente en outre des inductions assez peu élevées, donc un calcul linéaire (point de départ de l'algorithme) pas trop éloigné du point de fonctionnement, et ne comprend pas de courant, simplifiant le calcul.



**Figure 142** Calcul d'inductions avec l'algorithme itératif sur deux pas, machine plus complexe

L'algorithme ne converge pas, et se stabilise après un grand nombre d'itérations (une centaine) autour d'un cycle limite de période quatre itérations. Le choix d'autres valeurs du paramètre  $\alpha$  n'a pas permis d'aboutir à un algorithme convergent pour cette position. En revanche, d'autres positions, notamment pour des angles électriques inférieurs à 60° (huit inconnues) ont permis à l'algorithme de converger. Des valeurs extrêmes de  $\alpha$  permettraient peut-être d'arriver à un algorithme convergent pour n'importe quelle position, sans aucune garantie à chaque fois que  $\alpha$  soit assez haut, et avec des temps de convergence très longs, nécessitant des milliers d'itérations, voire plus.

L'algorithme itératif basé sur une simple combinaison linéaire de l'induction au pas précédent et de l'induction nouvellement calculée n'est donc pas satisfaisant. Une autre stratégie doit donc être trouvée afin d'obtenir un algorithme rapide et robuste.

### 3-2 Augmentation progressive de l'induction

Une deuxième piste explorée afin de converger vers le point de fonctionnement du circuit magnétique est, à l'intérieur de l'algorithme itératif, d'augmenter progressivement les inductions. Nous savons déjà que les calculs fonctionnent bien à basse induction, qui correspond à un régime linéaire. D'un autre côté, plus l'induction augmente, plus la perméabilité incrémentale diminue, plus le calcul s'avère délicat. L'idée est qu'une augmentation progressive de l'induction permettrait de s'approcher plus doucement du point de fonctionnement, de manière croissante, et donc d'éviter les oscillations d'induction dues à une correction trop brutale de la perméabilité.

La phase itérative du calcul des flux de cet algorithme est alors de la forme :

$$\begin{array}{l}
 [B]=0T \\
 (...) \\
 \text{Pour } i \text{ de } 1 \text{ à } \text{nombre\_de\_pas} \\
 \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Définition des dernières lignes de la matrice de réductances, correspondant aux} \\
 \text{théorèmes d'Ampère (lois des mailles)} \\
 \text{Calcul des flux } [\varphi] = [R]^{-1}[E] \\
 [B\_1] = [S]^{-1} * [\varphi] \\
 [B] = \frac{i}{\text{nombre\_de\_pas}} * [B\_1] \\
 [R] = [R(B)]
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

La figure ci-dessous présente les résultats du calcul avec ce nouvel algorithme, appliqué sur le modèle défini p127. Nous conservons le même point de calcul, à savoir  $110^\circ$  et 0A. Nous visualisons  $B\_1$  en ordonnée (induction nouvellement calculée, et non induction retenue pour le pas suivant) pour quelques réductances du système, en fonction de  $i$  en abscisses (nombre d'itérations de l'algorithme). Le nombre d'itérations totale est 200 (extrémité de droite de l'axe des abscisses), de sorte qu'à chaque pas l'induction retenue pour le pas suivant est  $B\_1 * \frac{i}{200}$ .

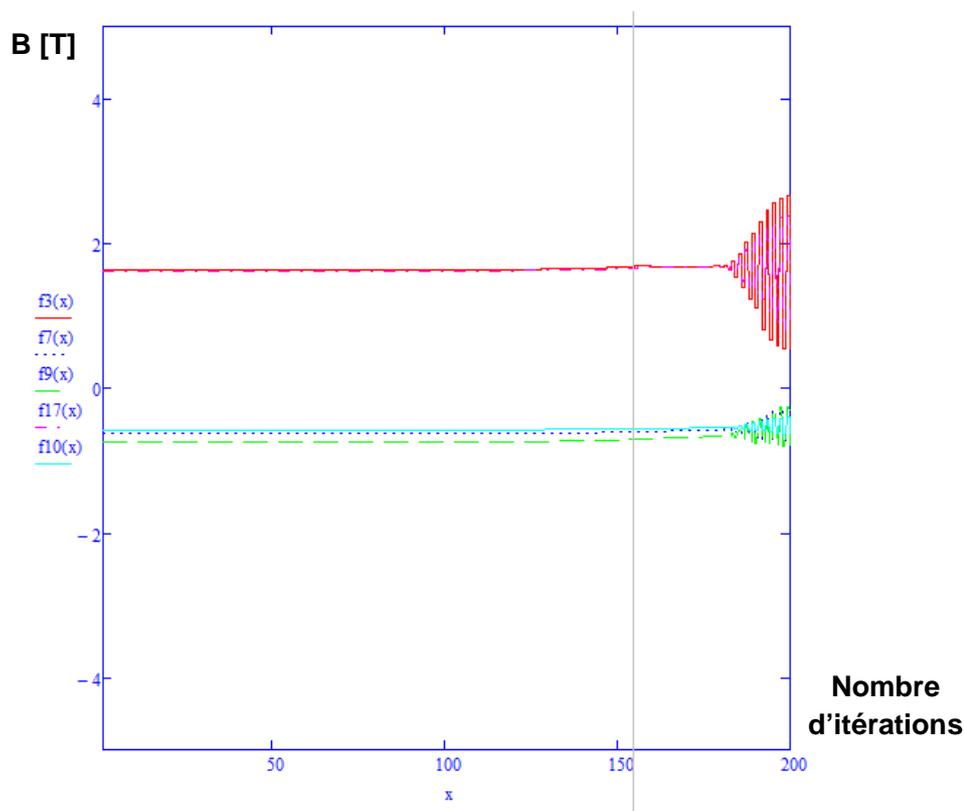


Figure 143 Calcul d'inductions avec l'algorithme par augmentation progressive des inductions

Nous constatons qu'à basse induction, pour  $i < 150$ , le calcul ne change pas, ce qui est logique vu que nous restons presque dans le domaine linéaire (plus haute induction =  $1,8T * 150/200 = 1,35T$ ). Cependant, pour  $i > 150$ , le calcul devient divergent et nous retrouvons une oscillation de période 2 de l'algorithme itératif initial. Nous arrivons en effet dans la zone des plus hautes inductions, et donc des perméabilités plus faibles ; les fortes corrections de ré reluctances à chaque itération reviennent, malgré l'augmentation progressive des inductions. Cet algorithme est donc divergent, se bloquant in fine sur un cycle limite ; il n'est pas satisfaisant.

Une combinaison de cet algorithme avec l'algorithme itératif sur deux pas, conservant le même diviseur d'induction  $\frac{i}{N}$  pendant plusieurs pas consécutifs, permettrait de retarder l'arrivée du cycle limite, et d'allonger sa période, mais ne résoudrait pas le problème. Par ailleurs, la position testée correspond à un point de fonctionnement plutôt favorable (induction maximale linéaire de  $1,8T$ , loin des situations très saturées rencontrées pour des positions angulaires autour de  $0^\circ$ ). Nous devons donc trouver une autre stratégie afin de converger vers le point de fonctionnement.

### 3-3 Augmentation progressive des excitations

Une troisième stratégie algorithmique de convergence explorée est l'augmentation progressive des excitations. Comparable à la stratégie précédente, l'idée est cette fois d'augmenter progressivement les inductions, afin de profiter des calculs facilités par un régime proche du linéaire à basse induction, pour s'approcher en douceur de manière croissante du point de fonctionnement. L'idée est là aussi d'éviter les oscillations brutales liées à la correction de la perméabilité à chaque pas.

La phase itérative du calcul des flux de cet algorithme est alors de la forme :

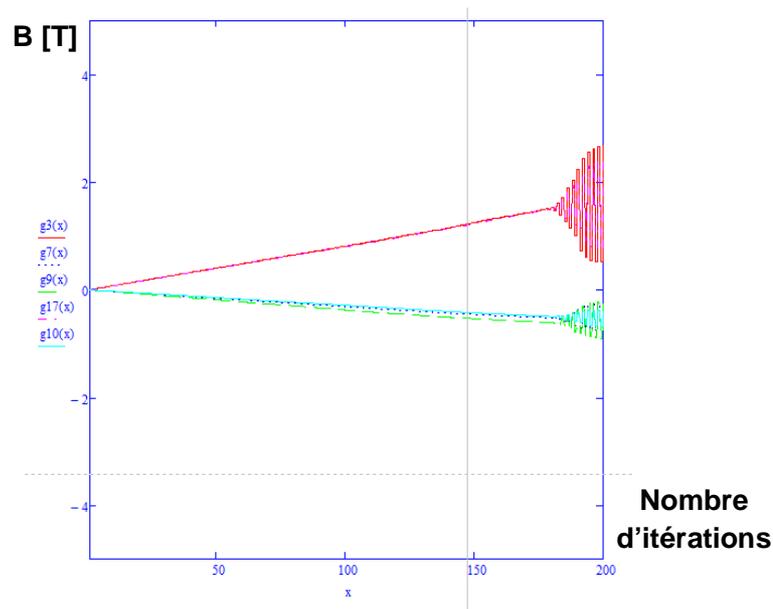
$$[B] = 0T$$

(...)

Pour  $i$  de 1 à nombre\_de\_pas

$$\left[ \begin{array}{l} [E] = [E_{total}] * \frac{i}{\text{nombre\_de\_pas}} \\ \text{Définition des dernières lignes de la matrice de ré reluctances, correspondant aux} \\ \text{théorèmes d'Ampère (lois des mailles)} \\ \text{Calcul des flux } [\varphi] = [R]^{-1}[E] \\ [B\_1] = [S]^{-1} * [\varphi] \\ [B] = [B\_1] \\ [R] = [R(B)] \end{array} \right.$$

Nous avons repris le modèle et la position du paragraphe précédent, à savoir  $110^\circ$  et  $0A$ . La figure ci-dessous présente les résultats du calcul de l'induction dans quelques ré reluctances du système, en fonction de  $i$  en abscisses (nombre d'itérations de l'algorithme). Le nombre d'itérations totale est 200 (extrémité de droite de l'axe des abscisses), de sorte qu'à chaque pas les excitations valent  $E_{total} * \frac{i}{200}$ .



**Figure 144** Calcul d'inductions avec l'algorithme par augmentation progressive des inductions

Le résultat est très similaire à l'algorithme de montée progressive des inductions. Pour  $i < 150$ , les faibles excitations génèrent des inductions restant proches du régime linéaire, le résultat est alors correct et converge doucement vers la solution. En revanche, pour  $i > 150$ , l'algorithme diverge alors que les inductions commencent à atteindre des niveaux plus élevés et que les perméabilités sont plus faibles. Nous retrouvons un cycle limite de période deux itérations, comme pour l'algorithme d'augmentation progressive des inductions.

Une combinaison avec l'algorithme itératif à deux (ou plus) pas, éventuellement combiné à un maintien de la même excitation sur plusieurs pas consécutifs, permettrait probablement de retarder les oscillations et d'augmenter leur période, mais aboutirait pour l'excitation finale à la même oscillation. Cet algorithme n'est pas non plus satisfaisant. Nous allons désormais analyser le comportement mathématique de nos algorithmes sur le système le plus simple, afin de mieux cerner les ressorts de la convergence et de proposer une solution au problème.

### 3-4 Convergence d'un modèle unidimensionnel

Notre recherche d'un algorithme itératif de calcul du point de fonctionnement d'un circuit magnétique non linéaire se heurte jusqu'ici à une oscillation limite. Nous cherchons à résoudre une équation du type  $f(B)=B$ , avec  $f$  une fonction non linéaire. Dans ce paragraphe, nous nous ramenons à un système unidimensionnel, avec une seule réductance connectée à une seule excitation constante, présenté sur la figure ci-dessous. Nous notons  $B$  l'induction dans la réductance  $R$ .

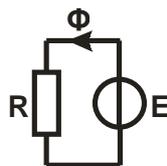


Figure 145 Système unidimensionnel étudié

En régime linéaire, la résolution du système est immédiate, avec  $\varphi = \frac{E}{R}$  et  $B = \frac{E}{R \cdot S}$ . Cependant, en régime non linéaire, R dépend de  $\varphi$  selon la courbe B(H) du matériau magnétique constitutif de R. Nous choisissons une perméabilité relative à l'origine de 400, et une induction à saturation de 2T, et prenons une courbe B(H) lisse d'équation  $B(H) = 2 \frac{2}{\pi} \arctan\left(399 * \mu_0 * H * \frac{\pi}{4}\right)$ . Cette courbe présente donc une asymptote linéaire en H=0A/m d'équation  $B = 400 * \mu_0 * H$ , et une asymptote affine en  $H = +\infty$  d'équation  $B = 2T + \mu_0 * H$ . Cette courbe est présentée en rouge sur la figure ci-dessous, avec en pointillés bleus l'asymptote à l'origine (régime linéaire), et en tirets verts l'asymptote en  $+\infty$  (régime saturé).

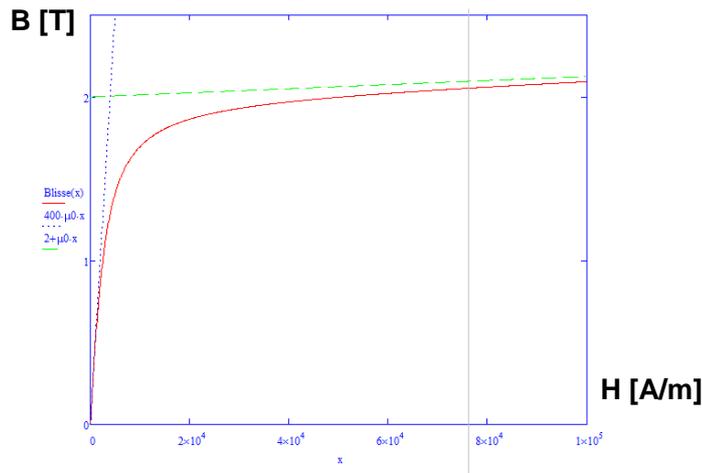


Figure 146 Courbe B(H) retenue

Nous retrouvons comme prévu les deux asymptotes, correspondant aux régimes linéaires (faibles inductions) et saturés (au-delà de 2T), avec notamment un régime linéaire jusqu'à 1T environ.

Nous notons L la longueur de la réluctance R, et S sa section. Nous définissons la perméabilité de la réluctance comme étant  $\mu(B) = \frac{B}{H}$ ; cette perméabilité dépend de l'induction dans la réluctance. Nous représentons la perméabilité  $\mu(B)$  sur la figure ci-dessous.

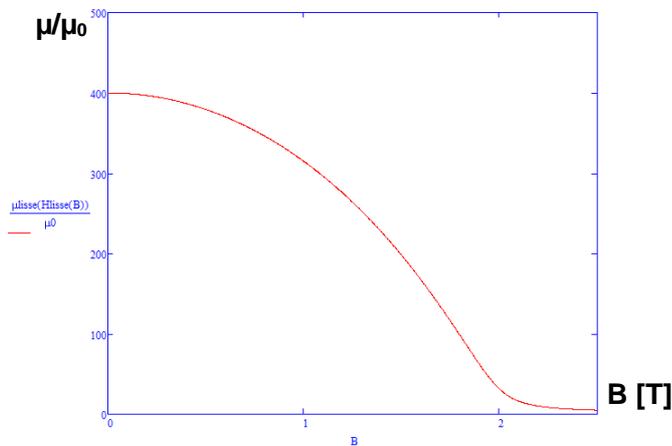


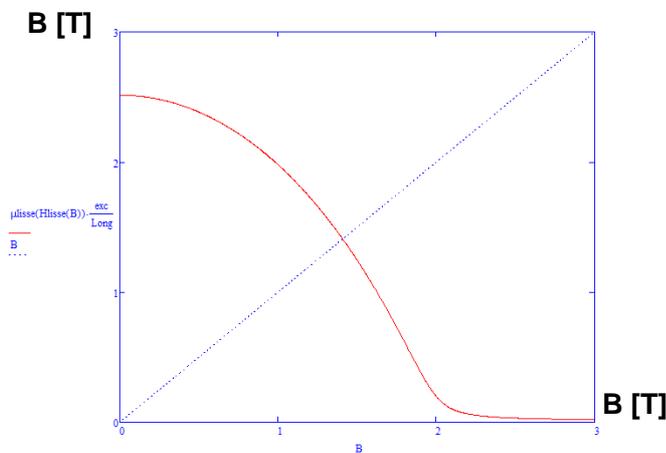
Figure 147 Perméabilité en fonction de l'induction

Nous remarquons que la perméabilité diminue en réalité assez rapidement, y compris pour des inductions moyennes (elle vaut 314 pour 1T). Dans la zone du coude de saturation (1,8T), la perméabilité se situe autour de 100.

L'équation régissant le système linéaire s'écrit alors  $E = R * \varphi = R * B * S$ , soit :

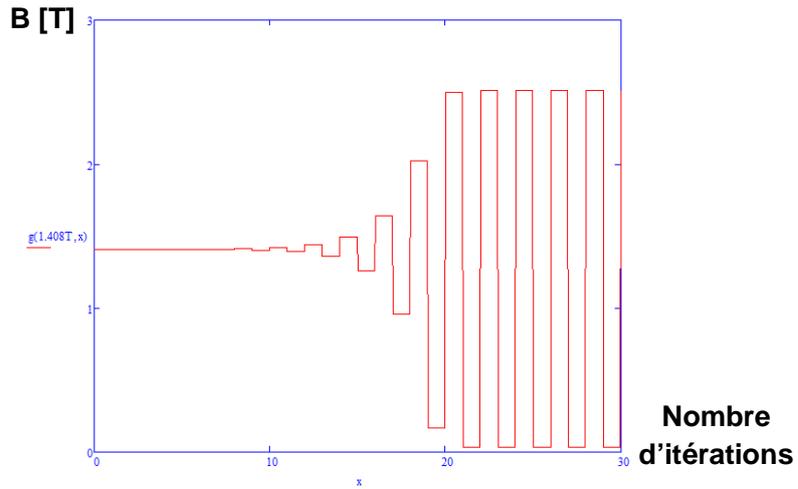
$$E = \frac{L * B * S}{S * \mu(B)}$$

Nous notons  $f(B) = \frac{E * \mu(B)}{L}$  et cherchons la solution de l'équation  $f(B)=B$ . Nous fixons  $E=100At$  et  $L=20mm$ . Nous représentons sur la figure ci-dessous la courbe de la fonction  $f(B)$  en rouge, ainsi que la courbe de la fonction identité ( $Id(B)=B$ ) en pointillés bleus. La solution du système se situe à l'intersection des deux courbes.



**Figure 148** Courbes des fonctions  $f$  et identité

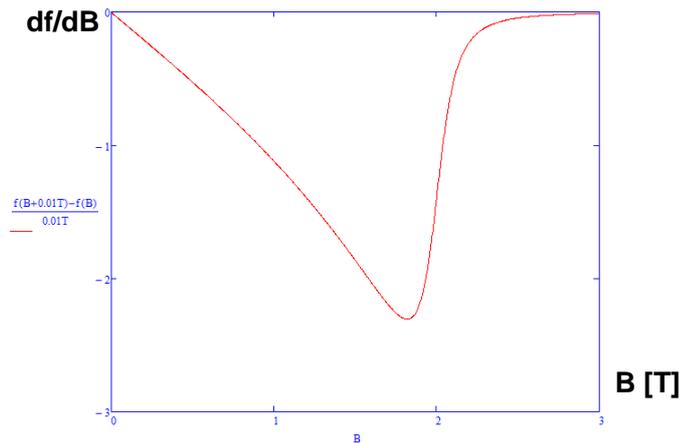
Nous voyons qu'il n'y a effectivement qu'une seule solution à l'équation  $f(B)=B$ , à l'intersection des deux courbes, pour  $B=1,408T$ . Nous allons évaluer l'attractivité du point fixe en itérant la fonction à partir d'un point très proche de la solution (erreur initiale inférieure à 1mT). La courbe présentée sur la figure ci-dessous présente la valeur des itérations successives de  $f$  en fonction du nombre d'itérations en partant de 1,408T, c'est-à-dire  $f(f(...f(1,408T)...))$  avec  $x$  compositions successives de  $f$  ; le nombre  $x$  étant sur l'axe des abscisses.



**Figure 149** *Itérations successives de  $f$  à partir d'une valeur proche de la solution*

Nous constatons comme attendu que la valeur ne change pas pour quelques itérations. Cependant, à partir d'une dizaine de compositions successives le résultat se met à osciller, puis diverge pour osciller autour du même cycle limite que pour toute autre valeur de départ, de période deux, alternant entre une valeur basse et une valeur haute.

Mathématiquement, la convergence de l'itération successive d'une fonction se démontre généralement à partir du théorème du point fixe de Banach, qui affirme qu'une fonction contractante d'un espace réel dans lui-même admet un unique point fixe sur cet espace. Une application est contractante si la valeur absolue de sa dérivée est inférieure à 1. Dans ce cas, toute suite d'itérations de la fonction  $u_{n+1}=f(u_n)$  converge vers ce point fixe. Ce cadre serait un cas favorable pour lequel la stratégie de résolution de l'équation adoptée jusqu'ici fonctionnerait. La figure ci-dessous présente la dérivée de la fonction  $f$ , calculée par la méthode des différences finies (avec une différence finie constante de 0,01T).



**Figure 150** *Dérivée de la fonction  $f$*

Nous constatons que nous avons  $|f'(B)| > 1$  sur une plage significative d'induction, ce qui empêche toute espérance de convergence automatique généralisée de l'algorithme itératif. Une autre technique de résolution de l'équation doit donc être recherchée

### 3-5 Algorithme 1D de type Newton-Raphson

En analyse numérique, une méthode couramment utilisée pour rechercher la solution approximative d'une équation est la méthode de Newton-Raphson, qui consiste à approcher une courbe par sa dérivée. Il s'agit d'une méthode de résolution d'une équation du type  $f(B) = 0$ , qui à chaque itération approxime la fonction  $f$  par sa tangente :  $f(B) \approx f(B_0) + f'(B_0) * (B - B_0)$ . À chaque itération, c'est donc l'équation  $f(B_n) + f'(B_n) * (B - B_n) = 0$  qui est résolue. Cette équation admet pour solution :

$$B_{n+1} = B_n - \frac{f(B_n)}{f'(B_n)}$$

Si le point de départ de l'algorithme est suffisamment proche de la solution, l'algorithme converge de manière quadratique si la dérivée au niveau de la solution n'est pas nulle. Si cette méthode est très efficace localement, elle peut cependant lorsqu'elle est appliquée sur des larges plages également amener sur des cycles limites. Ce phénomène est d'autant plus possible pour des systèmes à plusieurs dizaines de dimensions, il devra donc être surveillé.

Cette méthode va donc être appliquée à la fonction  $g(B) = f(B) - B$ , afin de déterminer numériquement le point de fonctionnement de notre circuit magnétique. Nous représentons sur la figure ci-dessous la courbe  $g(B)$  en rouge, encadrée par ses deux asymptotes  $f(0) - B$  en pointillés bleus (régime linéaire), et  $f(+\infty) - B$  en tirets verts (régime saturé). La ligne discontinue violette matérialise l'axe des abscisses. La solution de l'équation se trouve donc à l'intersection de la courbe représentative de  $g(B)$  avec l'axe des abscisses.

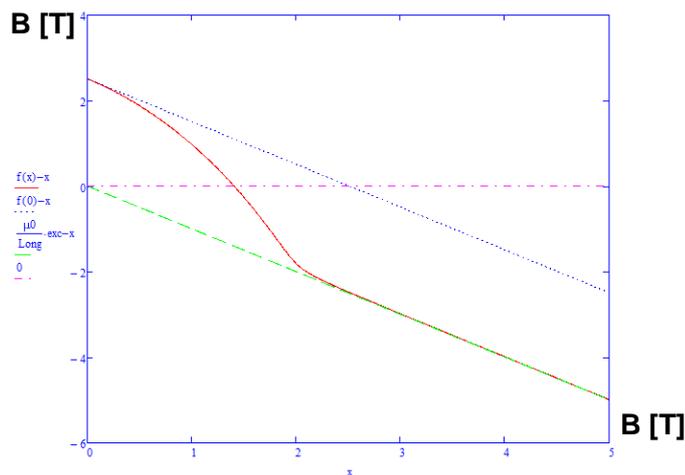


Figure 151 Courbe représentative de  $g(B)=f(B)-B$

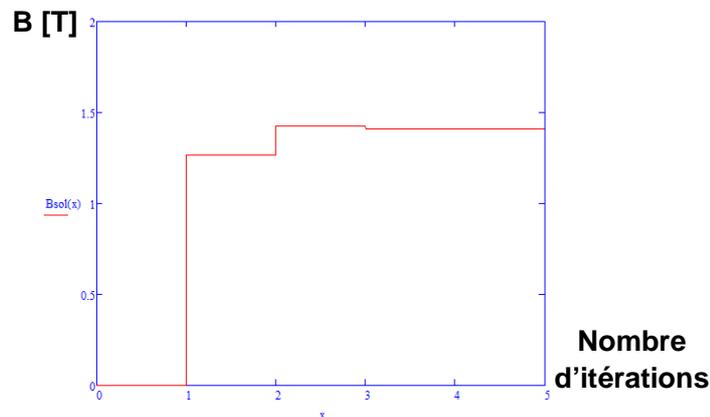
Nous constatons que la fonction  $g$  est décroissante, et elle admet une solution unique. Son comportement est assez « tranquille » (pas de changement brutal de sens de variation). La méthode de Newton-Raphson semble donc adaptée à la recherche de la solution.

Afin d'éviter un nombre important d'estimations de la fonction, nous choisissons de calculer numériquement la dérivée en calculant le coefficient directeur du segment rejoignant deux valeurs successives de l'algorithme. Il s'agit d'une approximation de la méthode de Newton-Raphson parfois appelée méthode de la sécante. Nous choisissons comme point initial  $0T$ , correspondant à la solution du système en régime linéaire. Pour être robuste, notre algorithme doit en effet pouvoir converger sur une large plage d'inductions. L'algorithme retenu est alors le suivant :

$$\begin{array}{l}
 B_0 = 0T \\
 B_1 = g(B_0) \\
 \text{Pour } i \text{ de } 1 \text{ à nombre\_de\_pas} \\
 \left| \begin{array}{l}
 B_2 = B_1 - g(B_1) * \frac{B_1 - B_0}{g(B_1) - g(B_0)} \\
 B_0 = B_1 \\
 B_1 = B_2
 \end{array} \right. \\
 \text{Retourner } B_2
 \end{array}$$

Des difficultés numériques peuvent apparaître lors de la division par  $g(B_1) - g(B_0)$ , qui devient une quantité très petite lorsque l'algorithme s'approche de la solution ; ce point devra être surveillé.

Nous appliquons l'algorithme à la fonction  $g(B)$ , avec un départ en  $B=0T$ , correspondant au régime linéaire. La figure ci-dessous montre les résultats du calcul de l'induction en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme.



**Figure 152** Calcul de  $B$  à partir de la méthode de Newton-Raphson

Nous constatons que l'algorithme converge très rapidement, avec une erreur résiduelle de seulement  $1mT$  après trois itérations, malgré un départ à  $0T$ . Cet algorithme semble donc à la fois rapide et robuste, et donc bien adapté à la recherche du point de fonctionnement du circuit magnétique non linéaire. Il reste cependant à adapter l'algorithme à des systèmes plus complexes, comportant plusieurs dizaines d'inconnues interdépendantes, et à valider sa convergence quel que soit le système.

#### 4) Algorithme de type Newton-Raphson (recherche de zéro)

##### 4-1 Algorithme de type Newton-Raphson pour un système matriciel

Nous adaptons l'algorithme du paragraphe précédent, issu de la méthode de Newton-Raphson, à un système matriciel et non plus à une équation unique. Nous choisissons d'appliquer à chaque itération l'algorithme 1D indépendamment ligne par ligne. L'algorithme de résolution mis en œuvre est donc :

$$[B_0] = 0$$

$$[\varphi] = 0$$

*Définitions des géométries*

*Définition de [E]*

*Définition de [R(B<sub>0</sub>)] à partir de μ(B<sub>0</sub>)*

*Calcul des flux [φ] = [R]<sup>-1</sup>[E]*

*Calcul des inductions B<sub>1,1</sub> =  $\frac{\varphi_i}{S_i}$  pour i de 1 à nombre\_de\_réductances*

$$[gB_0] = [B_1] - [B_0]$$

*Pour j de 1 à nombre\_de\_pas*

*Définition de [R(B<sub>1</sub>)] à partir de μ(B<sub>1</sub>) (Définition des dernières lignes de la matrice de réductances, correspondant aux théorèmes d'Ampère (lois des mailles))*

*Calcul des flux [φ] = [R]<sup>-1</sup>[E]*

*Calcul de gB<sub>1,i</sub> =  $\frac{\varphi_i}{S_i} - B_{1,i}$  pour i de 1 à nombre\_de\_réductances*

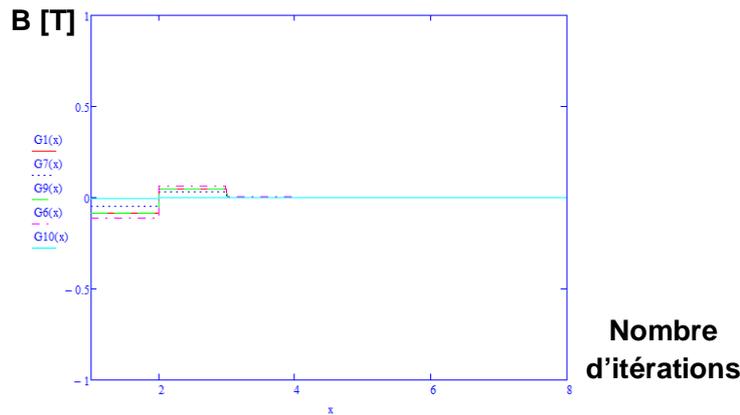
*Calcul de B<sub>2,i</sub> = B<sub>1,i</sub> - gB<sub>1,i</sub> \*  $\frac{B_{1,i} - B_{0,i}}{gB_{1,i} - gB_{0,i}}$  pour i de 1 à nombre\_de\_réductances*

$$[B_0] = [B_1]$$

$$[B_1] = [B_2]$$

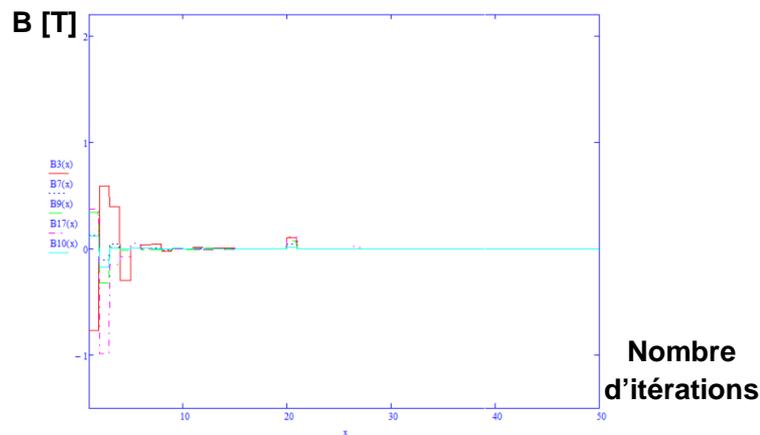
$$[gB_0] = [gB_1]$$

Nous appliquons cet algorithme sur le modèle de moteur défini p127, avec huit ou dix-huit inconnues selon la position angulaire. Nous reprenons à présent la courbe B(H) du SMC définie sur la Figure 133. La figure ci-dessous présente les résultats du calcul d'induction en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme ; la courbe représente l'écart entre deux valeurs successives d'induction B<sub>n+1,i</sub> - B<sub>n,i</sub> pour plusieurs réductances différentes du système. Cet écart permet d'évaluer la convergence de l'algorithme. Ce calcul est fait pour le modèle simple à huit inconnues, pour 0° < θ < 60°.



**Figure 153** Erreur successive du calcul d'induction pour un modèle de moteur à huit flux

Nous remarquons que l'algorithme converge très rapidement, en seulement cinq itérations, malgré une initialisation à 0T et un système avec huit flux interdépendants. Il semble donc parfaitement convenir ; nous allons à présent confirmer l'algorithme par un calcul sur la deuxième position du moteur ( $\theta$  entre  $60^\circ$  et  $120^\circ$ ) qui est encore plus complexe, avec des flux combinés passant d'une dent à l'autre sans passer par la culasse du stator. La figure ci-dessous représente le résultat du calcul d'induction pour 100A et pour la position  $75^\circ$  ; la courbe représente de nouveau l'écart entre deux valeurs successives d'induction  $B_{n+1,i} - B_{n,i}$  pour plusieurs réductances différentes du système.



**Figure 154** Erreur successive du calcul d'induction pour un modèle de moteur à dix-huit flux

Nous remarquons que le système converge cette fois en une quinzaine d'itérations, mais avec un soubresaut après 20 itérations. Il semble que l'algorithme s'écarte subitement de la solution, sans explication. Après investigation, il s'agit en réalité probablement d'une petite erreur numérique lors de la division dans le calcul de  $B_{2,i} = B_{1,i} - gB_{1,i} * \frac{B_{1,i} - B_{0,i}}{gB_{1,i} - gB_{0,i}}$  dans l'algorithme, avec un dénominateur trop faible.

Pour éviter ce problème d'erreur numérique, nous introduisons dans l'algorithme une condition dans le calcul de  $B_2$  :  $B_{2,i} = B_{1,i} + gB_{1,i}$  si  $|gB_{1,i} - gB_{0,i}| < 10^{-15}T$ . Cette condition permet d'éviter une division par un facteur trop petit qui amènerait à éloigner l'algorithme de la solution.

Nous ajoutons également une condition de sortie de la boucle « pour  $i$  de 1 à nombre\_de\_pas » afin d'éviter des calculs inutiles. Nous définissons un nombre de pas maximal  $N_{\max}$ , une erreur maximale  $\varepsilon$  (en Teslas), et ajoutons dans la boucle de l'algorithme une condition de sortie  $\sum_i |gB_{1,i}| < \varepsilon$ . Si cette condition de sortie est vérifiée, cela signifie que l'évaluation de  $g(\mathbf{B})$  vaut moins que  $\varepsilon$  sur la somme de ses composantes. Cela signifie en particulier que l'équation  $g([\mathbf{B}])=[0]$  est vérifiée à  $\varepsilon$  près, ce qui est satisfaisant. Pour une erreur globale  $\varepsilon=1\text{mT}$ , la condition de sortie de l'algorithme amènera donc à ce que chaque composante vérifie généralement  $|g(B_i)| < 0,1\text{mT}$ .

Pour éviter les problèmes algorithmiques, nous ajoutons une troisième modification, interdisant les inductions  $|\mathbf{B}| < 100\text{T}$ . Concrètement, si à un moment donné dans l'algorithme une induction est calculée inférieure à  $-100\text{T}$ , elle sera forcée à  $-100\text{T}$ , et de la même manière si une induction est calculée supérieure à  $100\text{T}$  elle sera forcée à  $100\text{T}$ . Les difficultés de calcul sont attendues pour des zones très fortement saturées, avec des inductions calculées en régime linéaire pouvant atteindre des valeurs très élevées, mais nous savons physiquement que l'induction ne dépassera jamais quelques Teslas. L'ajout de cette condition mathématique dans l'algorithme permet d'éviter que les calculs ne s'égarer dans des plages mathématiquement délicates, avec des très gros écarts entre inductions calculées en régime linéaire et inductions réelles, plages d'induction dans lesquelles nous savons physiquement que l'induction ne se trouve pas.

#### 4-2 Calcul non linéaire de la coénergie

Une fois les inductions calculées à l'aide de l'algorithme précédent, l'étape suivante est le calcul de la coénergie magnétique en régime non linéaire. Nous calculons d'abord la densité locale de coénergie  $w'$  dans chaque réductance. Dans l'air, dans le fer linéaire ou dans les aimants, la densité locale de coénergie se calcule comme avant à l'aide de la formule suivante, avec  $\mu_r=1$  dans l'air et dans les aimants :

$$w'_{\text{linéaire}} = \frac{B^2}{2 * \mu_r * \mu_0}$$

Dans le SMC, fer non linéaire régi par une courbe anhystérétique  $B(H)$ , nous calculons la densité locale de coénergie à l'aide de la formule classique :

$$w'(H) = \int_0^H B dH$$

Numériquement, pour effectuer ce calcul avec une courbe  $B(H)$  définie par une suite de segments joignant une liste de points  $[H_i, B_i]$ , nous avons choisi de calculer explicitement la valeur de de l'intégrale à l'aide de l'algorithme suivant, qui reprend toutes les étapes de la définition des propriétés magnétiques des matériaux. Dans cet algorithme,  $\mu_r$  est la perméabilité relative incrémentale, égale à  $\frac{dB}{dH}$

##### **Entrée des données**

*Définition de  $[B_{ent}]$  et  $[H_{ent}]$  (Données d'entrée, vecteurs colonne de même taille)*

*$N_{seg}$ =dimension de  $[B_{ent}]$*

**Calcul de  $[\mu_r]$**  //Il s'agit ici de la perméabilité incrémentale

$$\mu_{r,1} = \frac{B_{ent,1}}{H_{ent,1} * \mu_0}$$

**Pour i de 2 à Nseg**

$$\mu_{r,i} = \frac{B_{ent,i} - B_{ent,i-1}}{(H_{ent,i} - H_{ent,i-1}) * \mu_0}$$

//Nous prenons une perméabilité incrémentale  $\mu_r=1$  pour  $B > B_{ent,Nseg}$

**Calcul de H(B)**

$$H(B) = \frac{B}{\mu_{r,1} * \mu_0} \text{ si } B \leq B_{ent,1}$$

**Pour i de 1 à Nseg-1**

$$H(B) = H_{ent,i} + \frac{B - B_{ent,i}}{\mu_{r,i+1} * \mu_0} \text{ si } B_{ent,i} < B \leq B_{ent,i+1}$$

$$H(B) = H_{ent,Nseg} + \frac{B - B_{ent,Nseg}}{\mu_0} \text{ si } B > B_{ent,Nseg}$$

**Calcul des seuils de densité locale de coénergie  $w_{seuil}$  //calcul effectué une seule fois**

$$w_{seuil,1} = \frac{(B_{ent,1})^2}{2 * \mu_{r,1} * \mu_0}$$

**Pour i de 2 à Nseg**

$$w_{seuil,i} = w_{seuil,i-1} + \frac{(B_{ent,i})^2 - (B_{ent,i-1})^2}{2 * \mu_{r,i} * \mu_0}$$

**Calcul de la densité locale de coénergie  $w'(B)$**

$H=H(B)$

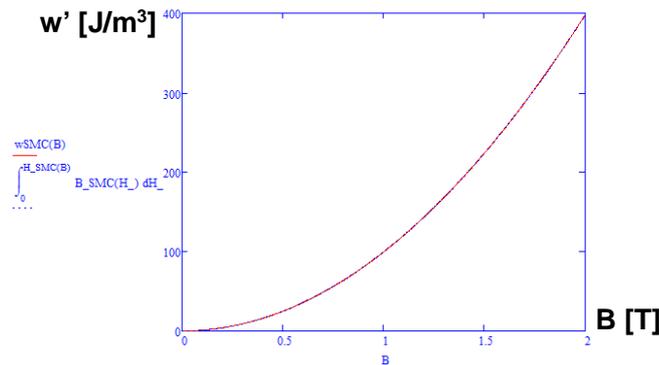
$$w'(B) = \frac{B^2}{2 * \mu_{r,1} * \mu_0} \text{ si } B \leq B_{ent,1}$$

**Pour i de 1 à Nseg-1**

$$w'(B) = w_{seuil,i} + \frac{B^2 - (B_{ent,i})^2}{2 * \mu_{r,i+1} * \mu_0} \text{ si } B_{ent,i} < B \leq B_{ent,i+1}$$

$$w'(B) = w_{seuil,Nseg} + \frac{B^2 - (B_{ent,Nseg})^2}{2\mu_0} \text{ si } B > B_{ent,i+1}$$

La figure ci-dessous montre la densité locale de coénergie  $w'$  en fonction de l'induction  $B$ , calculée avec deux méthodes différentes : en rouge avec l'algorithme explicite introduit ci-dessus, et en pointillés bleus avec une intégration numérique évaluée entièrement par Mathcad.



**Figure 155** Densité locale de coénergie

Nous constatons que les courbes sont bien superposées, ce qui valide notre algorithme explicite de calcul de la densité locale de coénergie. Cet algorithme simple se résumant au plus à  $N_{seg}$  tests (comparaisons) sur le niveau d'induction, puis un calcul unique. Nous remarquons également que la coénergie en régime non linéaire est beaucoup plus élevée pour des hautes inductions que la coénergie en régime linéaire.

Une fois la densité locale de coénergie définie, la coénergie  $W'_i$  d'une réluctance  $R_i$  est définie comme le produit de la densité locale de coénergie de la réluctance  $w'_i(B_i)$  par le volume  $V_i$  de la réluctance  $R_i$ :  $V_i=L_i*S_i$  (produit de la longueur  $L_i$  par la section  $S_i$ ). Nous avons donc au final  $W'_i = w'_i(B_i) * L_i * S_i$ . La coénergie totale de la machine est alors la somme de la coénergie de chaque réluctance :

$$W' = \sum_i w'_i(B_i) * L_i * S_i$$

#### 4-3 Calcul non linéaire du couple

Le couple en régime non linéaire est alors, comme en régime linéaire, calculé comme étant la dérivée angulaire de la coénergie magnétique à courant constant :

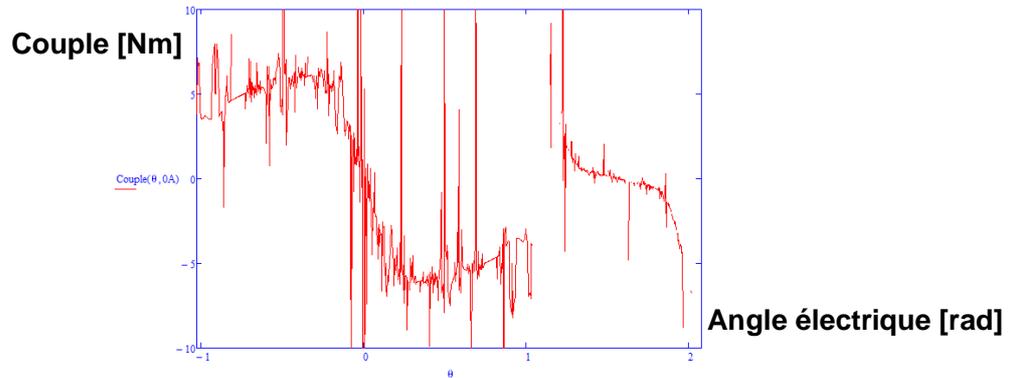
$$C = \left( \frac{\partial W'}{\partial \theta} \right)_I$$

Nous calculons le couple par la méthode des différences finies, à l'aide d'un petit écart angulaire  $\Delta\theta = 0,1^\circ$  (angle électrique). Le calcul du couple effectué numériquement sera alors au final le même qu'en régime linéaire :

$$C(\theta, I) = p^2 \frac{W'(\theta + \Delta\theta, I) - W'(\theta, I)}{\Delta\theta}$$

Le premier facteur  $p$  est lié à la prise en compte du moteur total :  $W'$  est exprimé pour une seule paires de pôles, le couple total doit donc être multiplié par le nombre de paires de pôles  $p$ . Le deuxième facteur  $p$  est le rapport entre angle électrique  $\theta$  et angle mécanique  $\Theta$  dans la dérivation, menant au facteur total  $p^2$  présent devant l'expression du couple.

La figure ci-dessous montre le calcul du couple à vide (sans courant) pour le modèle de machine présenté ci-dessus, avec une précision d'induction  $\varepsilon=1\text{mT}$  et un nombre maximal d'itérations de 50. Nous rappelons que l'algorithme de calcul d'induction s'arrête dès que  $\sum_i |gB_{1,i}| < \varepsilon$ . En pratique cela signifie que la précision de convergence de chaque induction individuelle dans les réluctances sera inférieure à  $0,1\text{mT}$ . Le couple est calculé de  $-60^\circ$  à  $120^\circ$  (angle électrique), pour un demi-tour électrique.



**Figure 156** Couple calculé pour une erreur de  $1\text{mT}$

Nous constatons que le calcul du couple échoue pour quelques positions proches de  $90^\circ$  (angle électrique), point de discontinuité de couple. Par ailleurs, le résultat du calcul est fortement bruité. Si la courbe du couple semble se dégager, et devrait pouvoir être récupérée à l'aide d'un filtre passe-bas, un tel calcul n'est pas acceptable, et la source de cette perturbation doit être trouvée. Après enquête, il s'avère que le calcul d'induction est en réalité trop peu précis, malgré une erreur de convergence maximale cumulée de  $1\text{mT}$ . Nous parlons ici bien de précision de l'algorithme de convergence, qui cherche le point de fonctionnement du système non linéaire, et non de précision du modèle, qui désignerait l'écart entre le couple simulé et le couple réel de la machine. Le modèle par réluctances est un modèle « lisse », bien continu et dérivable (à l'exception des transitions de modèle en  $60^\circ$  par exemple), qui ne comporte aucune variation haute fréquence s'il est correctement calculé.

La source première de cette perturbation de couple est la méthode même de calcul du couple, qui se fait par dérivation de la coénergie. La dérivation est mathématiquement une opération passe-haut, qui amplifie les erreurs dans les hautes fréquences. Une erreur très faible sur le calcul de la coénergie peut donc se retrouver fortement amplifiée par l'opération de dérivation. Une plus grande précision de l'algorithme de calcul des inductions est donc nécessaire.

Le calcul du couple à vide, en l'absence de courant, a été refait avec des précisions de calcul d'induction  $\varepsilon=0,1\text{mT}$  (à gauche) et  $\varepsilon=1\mu\text{T}$  (à droite), respectivement dix et mille fois plus précis que le calcul précédent, avec cette fois un nombre maximal d'itérations lors du calcul d'induction de 100. La figure ci-dessous présente les résultats du calcul de couple en fonction de la position angulaire, sur un demi-tour électrique.

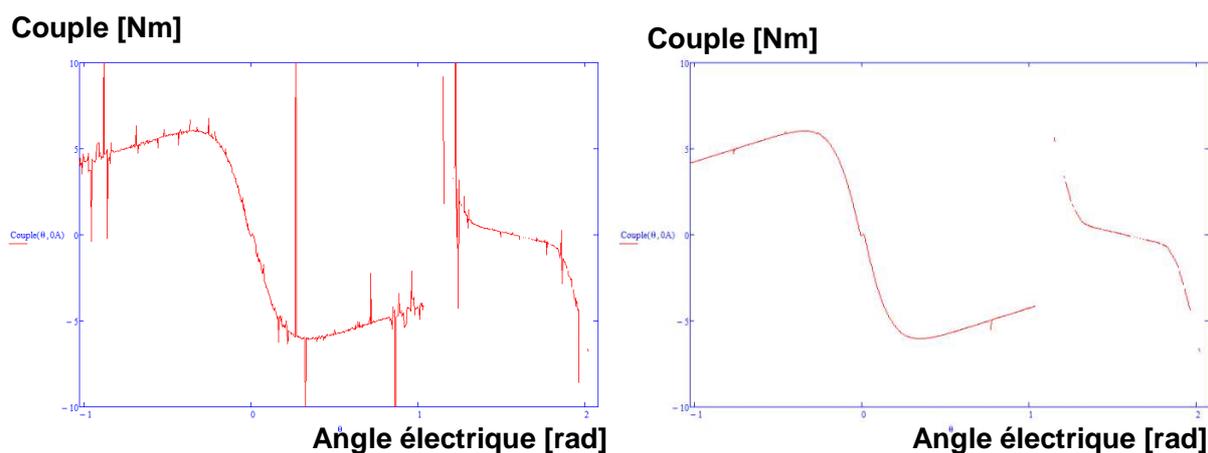


Figure 157 Couple calculé pour une erreur de 0,1mT (à gauche) et 1μT (à droite)

Nous constatons que les perturbations haute fréquence diminuent significativement puis disparaissent pour une précision d'algorithme suffisante. Le calcul échoue toujours pour quelques positions proches de 90° (angle électrique). Nous choisissons donc pour la suite une précision  $\epsilon=10^{-6}$ T pour l'algorithme de Newton-Raphson de calcul du point de fonctionnement du circuit magnétique. Cette précision devrait permettre d'obtenir un calcul de couple sans bruit haute fréquence, sans trop augmenter le temps de calcul : la convergence étant théoriquement quadratique, seuls quelques itérations supplémentaires sont généralement nécessaires pour améliorer la précision d'une décade.

## 5) Modèle non linéaire complet

### 5-1 Algorithme

Nous allons désormais reprendre le modèle analytique complet, développé au chapitre 2 paragraphe 8 p106, et le calculer en régime non linéaire. C'est ce modèle non linéaire complet qui, s'il est satisfaisant, pourra par la suite servir de base pour une optimisation paramétrique de la machine.

Le circuit de réductances du modèle est le même que celui présenté p109, avec deux modèles en fonction de la position angulaire. La seule différence est la modélisation de la caractéristique du SMC qui compose le circuit magnétique du stator, qui est désormais une courbe anhystérétique B(H). Le matériau choisi est la poudre de fer Somaloy 1000 3P, dont les caractéristiques magnétiques ont été présentées sur la Figure 132 p119. Le matériau sature à partir de 1,5T environ, nous pouvons donc nous attendre à ce que les niveaux d'induction soient modifiés de manière significative par rapport à la simulation linéaire.

Nous appliquons l'algorithme de calcul non linéaire développé au cours de ce chapitre, que nous rappelons dans son intégralité ci-dessous.

**Variables d'entrée de l'algorithme : position angulaire, courant**

**//Définition des propriétés magnétiques des matériaux**

Définition de  $\mu_0$  et  $\mu_{r,lin}$  pour le fer linéaire (rotor) et les aimants

//SMC : définition des données d'entrée

Définition de  $[B_{ent}]$  et  $[H_{ent}]$  pour le SMC (fer non linéaire)

// $[B_{ent}]$  et  $[H_{ent}]$  forment la liste de points de la courbe anhystérétique B(H) du SMC

$N_{seg}$ =dimension de  $[B_{ent}]$  (même dimension que  $[B_{ent}]$ )

*//SMC : calcul de la perméabilité incrémentale (dB/dH)*

$$\mu_{r,1} = \frac{B_{ent,1}}{H_{ent,1} * \mu_0}$$

*Pour i de 2 à N<sub>seg</sub>*

$$\mu_{r,i} = \frac{B_{ent,i} - B_{ent,i-1}}{(H_{ent,i} - H_{ent,i-1}) * \mu_0}$$

*//Nous prenons une perméabilité incrémentale  $\mu_r=1$  pour  $B > B_{ent,Nseg}$*

*//Définition de H<sub>SMC</sub>(B), inverse de la courbe B(H)*

$$H_{SMC}(B) = \frac{B}{\mu_{r,1} * \mu_0} \text{ si } B \leq B_{ent,1}$$

*Pour i de 1 à N<sub>seg</sub>-1*

$$H_{SMC}(B) = H_{ent,i} + \frac{B - B_{ent,i}}{\mu_{r,i+1} * \mu_0} \text{ si } B_{ent,i} < B \leq B_{ent,i+1}$$

$$H_{SMC}(B) = H_{ent,Nseg} + \frac{B - B_{ent,Nseg}}{\mu_0} \text{ si } B > B_{ent,Nseg}$$

*//Définition de la densité locale de coénergie*

$$w'_{air}(B) = \frac{B^2}{2\mu_0} ; w'_{fer \text{ linéaire}}(B) = \frac{B^2}{2 * \mu_{r,lin} * \mu_0}$$

*//Calcul des seuils de densité locale de coénergie dans le SMC (calcul fait une seule fois)*

$$w_{seuil,1} = \frac{(B_{ent,1})^2}{2 * \mu_{r,1} * \mu_0}$$

*Pour i de 2 à N<sub>seg</sub>*

$$w_{seuil,i} = w_{seuil,i-1} + \frac{(B_{ent,i})^2 - (B_{ent,i-1})^2}{2 * \mu_{r,i} * \mu_0}$$

*//Définition de la densité de coénergie locale dans le SMC*

$$w'_{SMC}(B) = \frac{B^2}{2 * \mu_{r,1} * \mu_0} \text{ si } B \leq B_{ent,1}$$

*Pour i de 1 à N<sub>seg</sub>-1*

$$w'_{SMC}(B) = w_{seuil,i} + \frac{B^2 - (B_{ent,i})^2}{2 * \mu_{r,i+1} * \mu_0} \text{ si } B_{ent,i} < B \leq B_{ent,i+1}$$

$$w'_{SMC}(B) = w_{seuil,Nseg} + \frac{B^2 - (B_{ent,Nseg})^2}{2\mu_0} \text{ si } B > B_{ent,i+1}$$

**//Définition des paramètres géométriques du modèle**

Définition de l'épaisseur de l'entrefer, de l'épaisseur et de la largeur d'un aimant, de la hauteur et la largeur d'une dent, de l'épaisseur des culasses stator et rotor...

**//Définition de la géométrie des réluctances**

$N_{rel}$ =nombre de réluctances différentes pour un modèle

$N_\phi$ =nombre de flux indépendants pour un modèle

Définition de  $L_i$  et  $S_i$  en fonction de  $\theta$  (angle électrique) et des paramètres géométriques du modèle pour  $i$  de 1 à  $N_{rel}$

*//Cette opération est à répéter pour chaque circuit de réluctance (deux fois en tout dans notre cas)*

**//Définition de l'algorithme de calcul des flux**

//Définition de l'algorithme à répéter pour chaque circuit de réductance (deux fois en tout dans notre cas)

**Pour i de 1 à  $N_{rel}$**

$$B0_i = 0$$

Définition des réductances  $R_i = \frac{L_i}{R_i * \mu}$  //  $\mu = \mu_0$  dans l'air et les aimants,  $\mu_{r,lim} * \mu_0$  dans le fer  
//linéaire, et  $\mu_{r,i} * \mu_0$  dans le SMC (perméabilité à 0T)

Définition de la matrice des excitations [E] // [E] contient les courants nI et les fmm des aimants  $\frac{B_r * h_a}{\mu_0}$

Définition de la matrice des réductances [R]

//les premières lignes de [R] sont les coefficients des lois de conservation des flux (lois des nœuds)

//les dernières lignes de [R] sont les coefficients des théorèmes d'Ampère (lois des mailles)

$$[\varphi] = [R]^{-1} * [E]$$

**Pour i de 1 à  $N_{rel}$**

$$B1_i = \frac{\varphi_k}{S_i}$$

//Chaque réductance  $R_i$  est traversée par le flux  $\varphi_k$ , l'indice k étant indépendant de i

$$[\Delta B] = [B1] - [B0]$$

//Début de la boucle de l'algorithme convergent vers la solution non linéaire

**Pour i de 1 à nombre\_de\_pas\_maximal**

**Pour i de 1 à  $N_{rel}$**

$$R_i = \frac{L_i}{R_i * \mu(B_i)} \text{ si } R_i \text{ est une réductance de SMC (fer non linéaire)}$$

Nouvelle définition des dernières lignes de la matrice [R], correspondant aux théorèmes d'Ampère (lois des mailles)

$$[\varphi] = [R]^{-1} * [E]$$

**Pour i de 1 à  $N_{rel}$**

$$gB1_i = \frac{\varphi_k}{S_i} - B1_i$$

//Chaque réductance  $R_i$  est traversée par le flux  $\varphi_k$ , l'indice k étant indépendant de i

//gB1 est la fonction  $g(B) = f(B) - B$  définie p135 évaluée en B0

$$\text{Erreur} = \sum_{i=1}^{N_{rel}} |gB_{1,i}|$$

Sortie de la boucle si Erreur <  $\varepsilon$

**Pour i de 1 à  $N_{rel}$**

$$B2_i = B1_i + \Delta B_{1,i} \text{ si } |gB1_i - gB0_i| < 10^{-15} T$$

$$B2_i = B1_i - gB_{1,i} \frac{B1_i - B0_i}{gB1_i - gB0_i} \text{ sinon}$$

$$B2_i = -100T \text{ si } B2_i < -100T$$

$$B2_i = 100T \text{ si } B2_i > 100T$$

$$[B0] = [B1]$$

$$[B1] = [B2]$$

$$[gB0] = [gB1]$$

Renvoyer une erreur si i = nombre\_de\_pas\_maximal

//Cela signifie que l'algorithme n'a pas convergé, et que la valeur souhaitée n'a pas été atteinte

Retourner [B0]

**//Définition de l'algorithme de calcul de la coénergie**

$$W' = \sum_{i=1}^{N_{rel}} \alpha_i * L_i * S_i * w'(B_i)$$

// $\alpha_i$  est le nombre de fois que la réluctance  $R_i$  apparaît dans le circuit (généralement 1 ou 2); une apparition multiple est généralement le fruit de la symétrisation du système

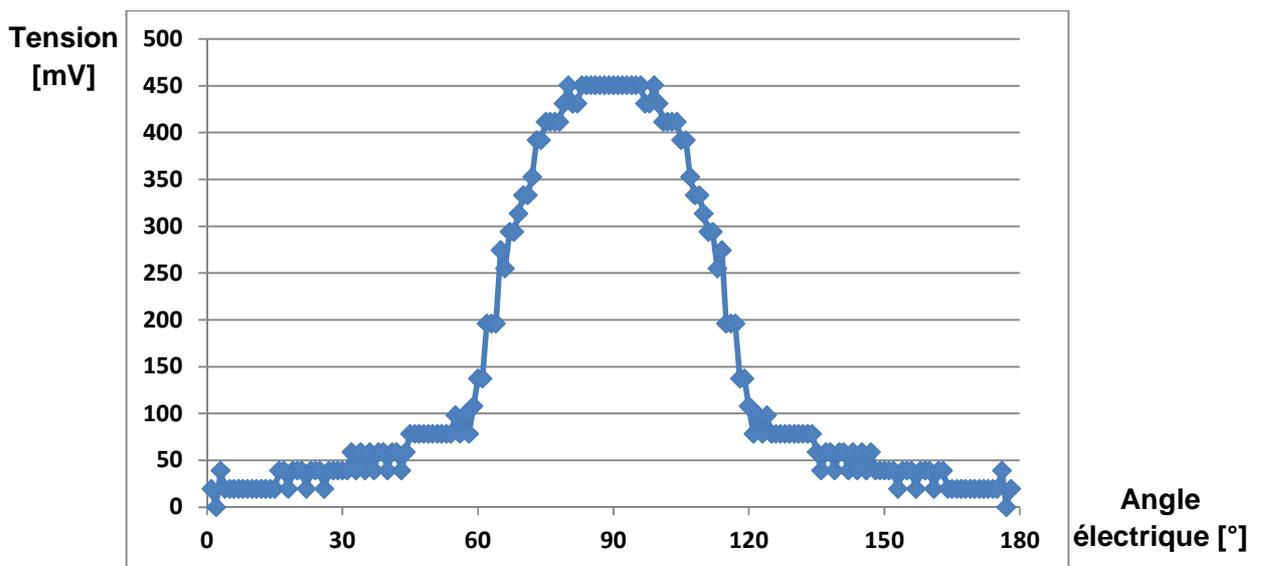
**//Définition de l'algorithme de calcul du couple**

$$C(\theta, I) = p^2 \frac{W'(\theta + \Delta\theta, I) - W'(\theta, I)}{\Delta\theta}$$

**5-2 Résultats de la modélisation**

Le premier calcul est celui du flux maximal d'induit à vide, qui est dans notre cas de 37mWb, soit une perte de 48% par rapport au modèle linéaire. Cette perte est logique au vu de la forte saturation du circuit magnétique : l'induction maximale moyenne dans le pied de dent est ici de 2,05T, très fortement saturé.

La tension à vide (force électromotrice) est ensuite calculée pour une fréquence électrique de 1Hz. Elle est représentée sur la figure ci-dessous pour une demi-période électrique.



**Figure 158 Tension à vide à 1Hz**

La force électromotrice est fortement atténuée autour de 0° et 180°, qui sont les positions de flux maximales. Ce résultat est logique, car le flux total varie peu, en raison de la forte saturation du pied de dent qui écrête le flux total à une valeur presque constante. Il n'y a plus de saut brutal de tension comme dans le modèle en régime linéaire, en raison de l'atténuation provoquée par la saturation magnétique.

Nous calculons ensuite le couple à vide à l'aide du modèle non linéaire, que nous représentons sur la figure ci-dessous sur une demi-période électrique.

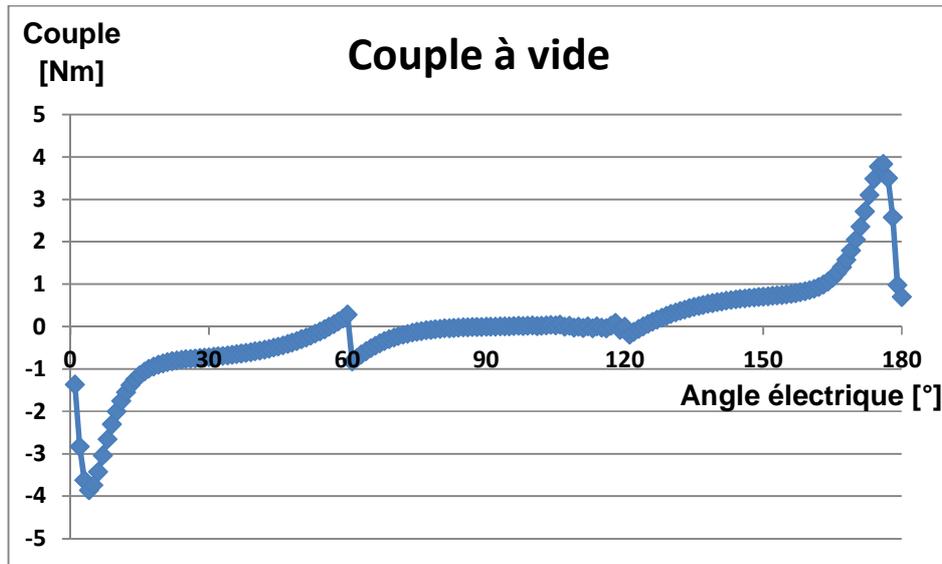


Figure 159 Couple à vide

Nous constatons que la forme du couple à vide varie très peu par rapport au modèle linéaire, avec une crête autour de 4Nm, soit 25% de moins que pour le calcul linéaire. Il est quasiment de valeur moyenne nulle, avec un petit écart surprenant entre les valeurs proches de 60° et celles proches de 120° (pourtant issues du même modèle totalement symétrique). Ce couple reste très fortement surévalué par rapport au calcul aux éléments finis, développé au paragraphe suivant.

Nous calculons à présent le couple en charge, pour un courant sinusoïdal de 3A efficace en phase avec la rotation (courant nul lorsque les aimants du rotor sont alignés avec les dents du stator). Le couple à vide étant très élevé, nous représentons directement le couple utile (couple synchrone), différence entre le couple en charge et le couple à vide. Le couple utile est représenté en bleu sur la figure ci-dessous, sur une demi-période électrique, avec le courant représenté en rouge.

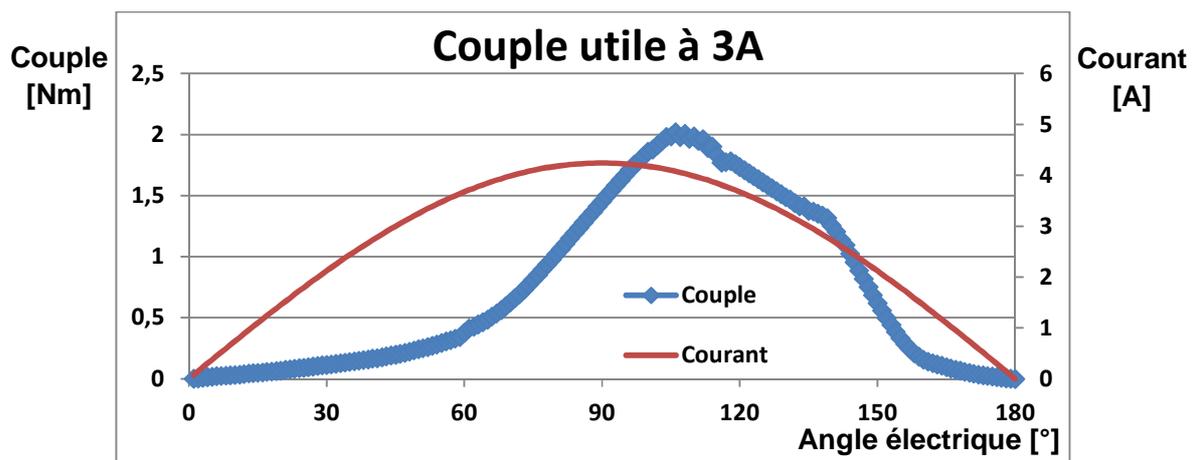


Figure 160 Couple utile à 3A

Nous constatons que le couple utile est fortement diminué, avec une nouvelle valeur moyenne à 0,7Nm, soit une perte de l'ordre de 60%. Cette perte est sans surprise liée à la saturation magnétique. La forme du courant est cette fois asymétrique : entre 0° et 90° le courant tend à sursaturer le pied de dent, alors qu'entre 90° et 180° il tend à le désaturer, le couple est donc plus élevé sur la deuxième partie du trajet.

La relation entre le couple et le courant n'est cette fois plus linéaire ; nous calculons donc la valeur moyenne du couple pour différents courants en régime non linéaire. La figure ci-dessous présente la valeur moyenne du couple en fonction du courant.

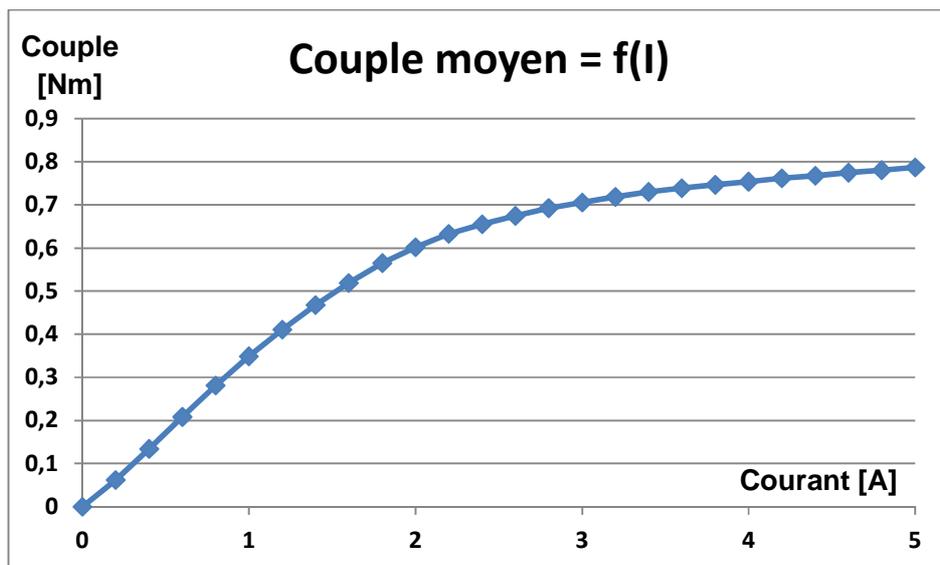


Figure 161 Couple en fonction du courant

Nous remarquons que pour des courants modérés, jusqu'à 2A, le couple moyen dépend linéairement du courant, puis il tend à saturer très fortement au-delà de 3A, avec de seulement 11% entre 3A et 5A.

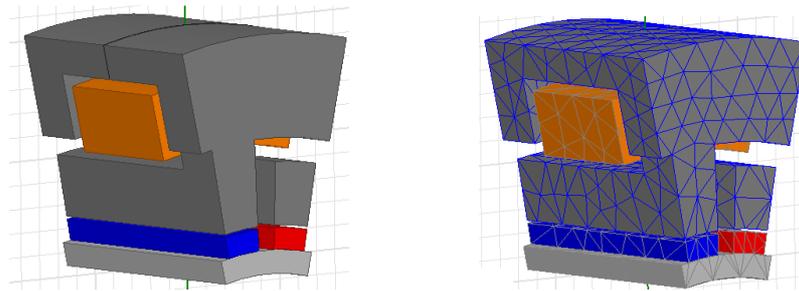
### 5-3 Conclusion

De même qu'en régime linéaire, le couple à vide est très surévalué. L'effet de la saturation sur le couple synchrone semble cependant assez bien modélisé ; la prochaine étape est la validation de ce modèle analytique en le comparant aux résultats issus des éléments finis.

## 6) Simulation aux éléments finis non linéaires

Nous simulons à présent la machine aux éléments finis non linéaires, en conservant la même géométrie qu'au chapitre 2 p114. La seule différence est la définition des propriétés magnétiques du stator, qui est désormais caractérisé par une courbe B(H) anhystérique définie sur la Figure 132 p119, comme pour le modèle non linéaire par réductances du paragraphe précédent.

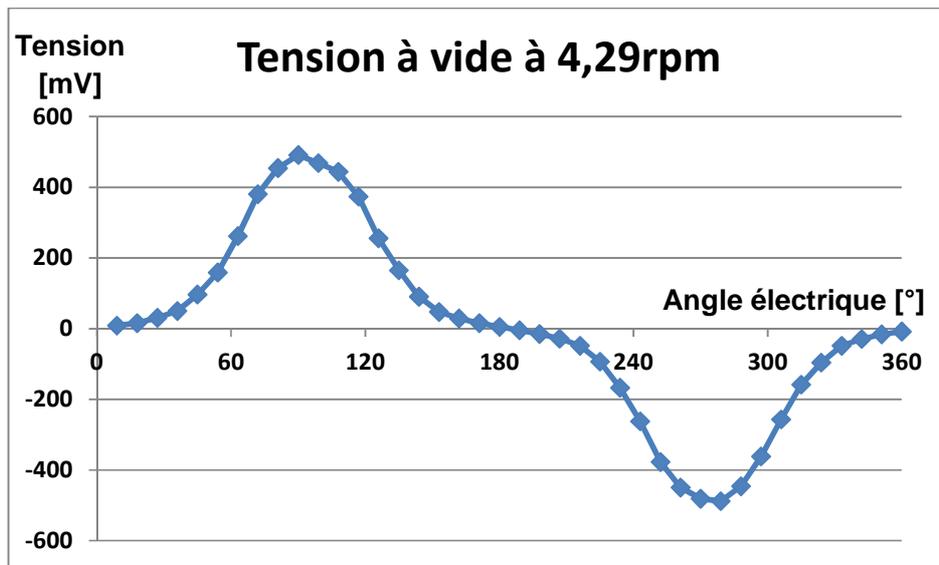
Nous simulons une seule paire de pôles, avec des conditions aux limites périodiques. L'ensemble est ensuite entouré d'un volume d'air dépassant de 5mm partout autour. Nous rappelons ci-dessous la géométrie et le maillage utilisés ; deux éléments superposés sont imposés dans l'entrefer.



**Figure 162 Géométrie et maillage pour la simulation éléments finis**

Nous reconnaissons le bobinage induit en orange, les aimants en bleu et rouge, le circuit magnétique du stator en gris foncé (SMC) et la culasse rotor en gris clair (fer).

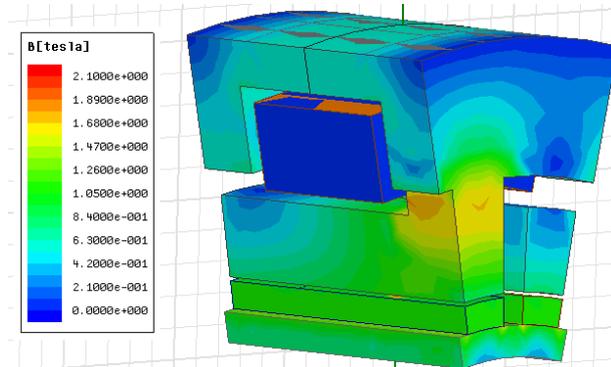
Nous effectuons la simulation à vitesse constante de  $60/14=4,29$  tours par minute, correspondant à une fréquence électrique de 1Hz. Nous simulons une période électrique complète, 1s, avec un échantillonnage tous les  $9^\circ$ , soit 40 points dans la période. La première simulation est effectuée à vide, sans courant induit ; la figure ci-dessous représente la tension à vide simulée (force électromotrice).



**Figure 163 Force électromotrice à 1Hz simulée en non-linéaire**

La tension présente cette fois un contenu harmonique beaucoup plus marqué que pour la simulation linéaire. La dérivée est notamment fortement atténuée autour de  $0^\circ$  et de  $180^\circ$  (angles électriques), en raison de la forte saturation du matériau : le flux est quasiment constant à sa valeur extrême autour de ces positions. La valeur efficace de la tension à vide est de 261mV/Hz, soit 30% de moins que pour la simulation linéaire. Le flux induit maximal est de 0,05Wb, soit presque 40% inférieur à la simulation linéaire. Ce résultat est peu surprenant au vu de la forte saturation du circuit magnétique. Ce flux correspond à une moyenne d'induction maximale dans l'entrefer de 0,58T, ce qui est assez faible : les aimants sont sous-utilisés, le flux étant bridé par la saturation du circuit magnétique. La modélisation par réseau de réluctances donne une courbe de tension à vide de même forme, mais avec un flux maximal inférieur d'environ 20% : l'erreur est du même ordre de grandeur que pour les calculs en régime linéaire.

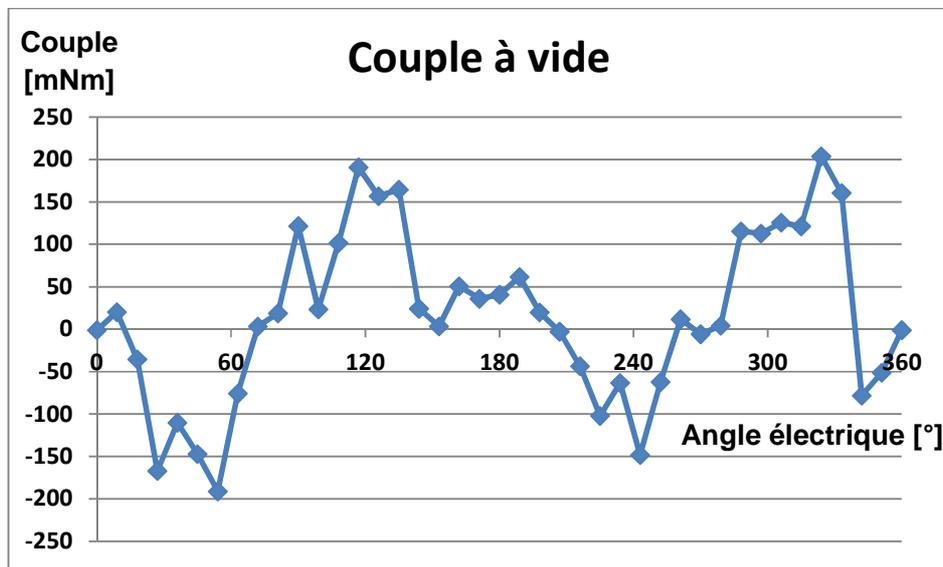
La figure ci-dessous représente l'induction pour le point de flux maximal, lorsque les aimants du rotor sont alignés sur les dents du stator.



**Figure 164 Induction à vide en régime non linéaire**

Nous constatons que les niveaux d'induction sont très élevés dans la base de la dent stator, avec une induction maximale simulée à 2,08T, qui est totalement saturée (correspondant à une excitation de 70kA/m). Ce point devra être observé en détail pour l'amélioration de la machine. Le flux est bloqué par ce bouchon, ce qui explique la perte de force électromotrice. Les niveaux d'induction sont comparables avec le calcul du modèle par réseau de réductances, qui donnait une induction maximal de 2,04T dans le pied de dent.

Nous simulons ensuite le couple à vide, présenté sur la figure ci-dessous.

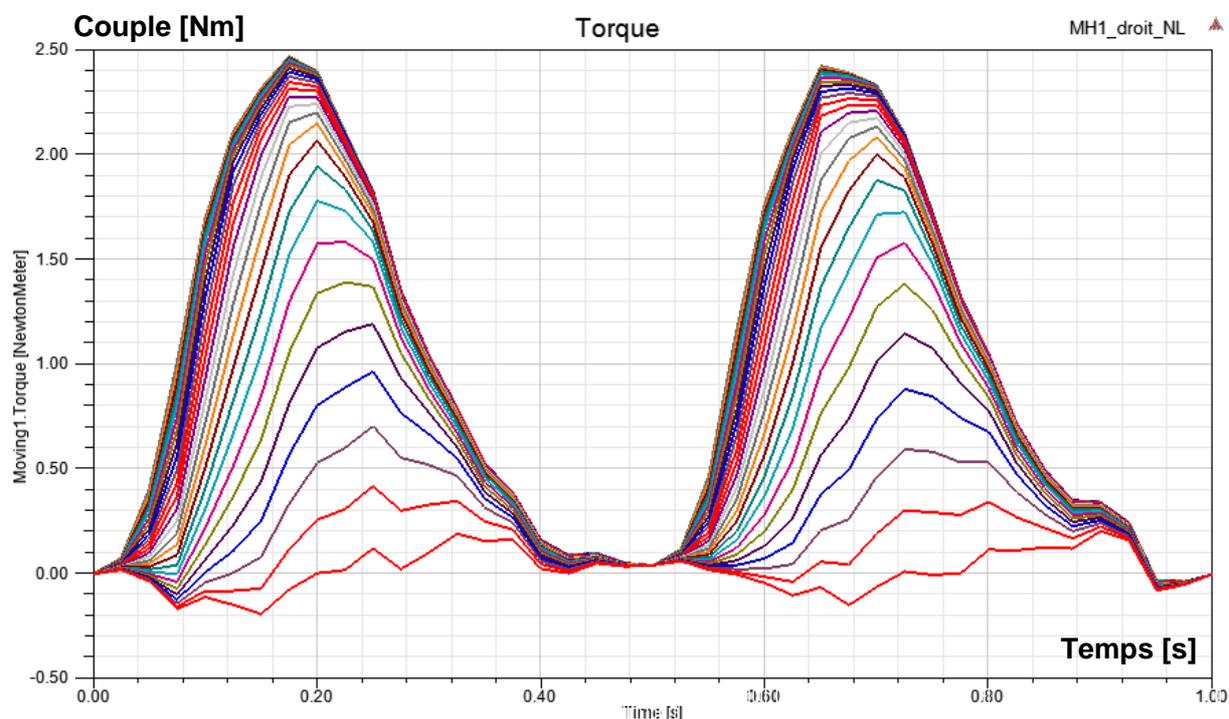


**Figure 165 Couple à vide (simulation non-linéaire)**

Le couple à vide est bien plus faible que pour la simulation linéaire en raison de la saturation du circuit magnétique. La valeur crête est ici 200mNm, soit le tiers de la simulation non-linéaire. Sa période est la moitié de la période électrique. Le couple à vide simulé par le modèle analytique est 20 fois plus

élevé, avec une pointe à 4Nm, une très forte surévaluation que nous retrouvons déjà dans les calculs en régime linéaire. Cet écart important reste inexpliqué à ce stade.

Nous simulons à présent le couple pour différents courants. Chaque courant est sinusoïdal, en phase avec la rotation du rotor (courant nul lorsque les aimants du rotor sont alignés sur les dents stator). Nous simulons sur une période électrique, à vitesse constante correspondant à 1Hz (fréquence électrique). La valeur efficace du courant varie de 0A à 5A, par pas de 0,2A ; 5A correspond à une densité de courant de 20A/mm<sup>2</sup> dans le cuivre, ce qui est un courant élevé applicable pendant quelques secondes. La figure ci-dessous présente les courbes de couple simulé en fonction du temps, sur une période électrique. Plus le couple est élevé, plus le courant est élevé (de 0 à 5A).



**Figure 166** Couples en charge simulés en régime non linéaire

Nous constatons que la forme générale du couple est préservée, conforme à une machine synchrone monophasée, mais avec une amplitude bien plus faible qu'en régime linéaire. Le couple moyen est de 0,94Nm pour un courant efficace de 3A, soit 61% de pertes par rapport à la simulation linéaire ! L'amplitude pour ce même courant est de 2,3Nm, soit une perte de 50% par rapport au régime linéaire. Cet écart de diminution entre régime linéaire et non-linéaire nous indique que le spectre est également modifié. Il semble en effet sur la courbe du couple en régime non-linéaire ci-dessus que le couple que le maximum se situe autour de 70° et 240°, alors qu'il était autour de 90° et 270° pour le régime linéaire. Le couple entre 90° et 180° est plus faible qu'entre 0° et 90°, alors qu'il est strictement symétrique en régime linéaire. Ce phénomène est dû à l'effet du courant sur l'induction dans le stator : entre 0° et 90° le courant a tendance à diminuer le flux, alors qu'il a tendance à l'augmenter entre 90° et 180°. La forte saturation du matériau magnétique fait qu'une augmentation additionnelle du flux est inefficace, alors que sa diminution est bien plus efficace, ce qui explique l'effet sur le couple.

Nous retrouvons la même forme de couple utile que pour le modèle par réseau de réluctances, avec un couple moyen à 3A inférieur d'environ 20%, la même erreur que pour la tension à vide. Cette erreur pourrait potentiellement être corrigée en ajustant et en affinant le réseau de réluctances choisi.

Nous représentons à présent le couple moyen en fonction du courant sur la figure ci-dessous.

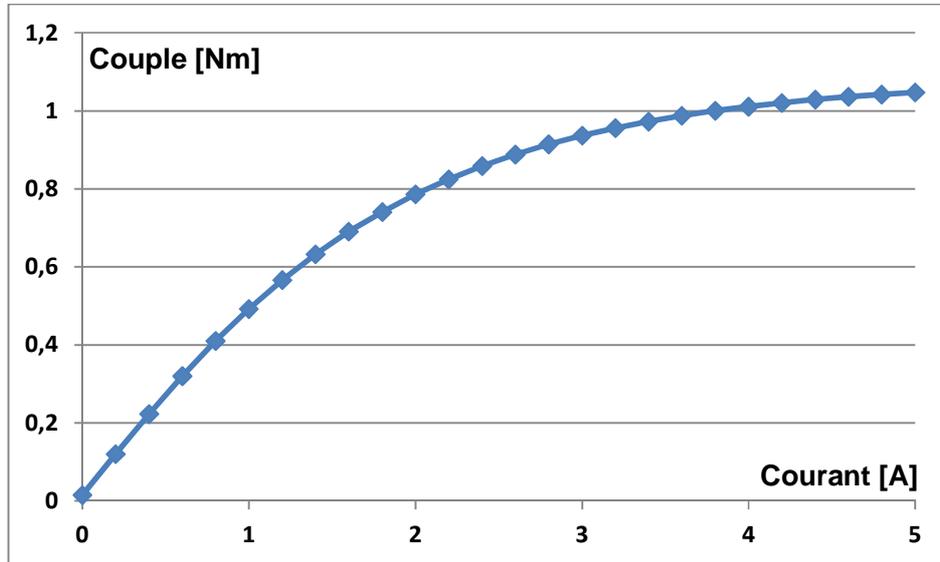


Figure 167 Couple moyen en fonction du courant (simulation non-linéaire)

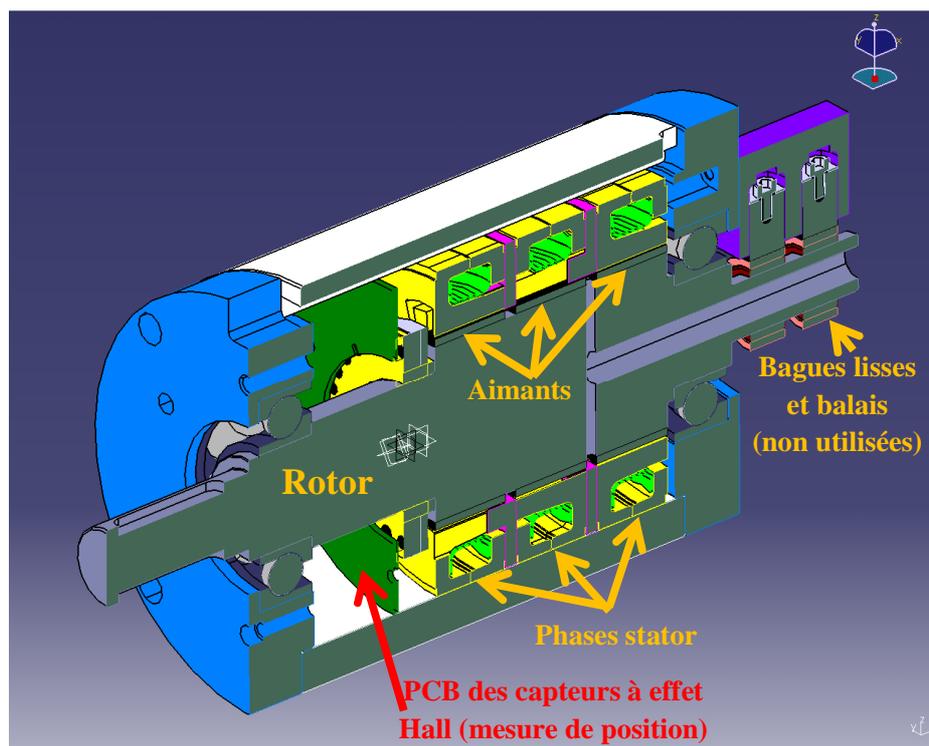
Nous remarquons que la courbe de couple est linéaire, comme dans une machine synchrone classique, jusqu'à environ 2A, puis qu'elle sature très fortement, au point que le gain de couple entre de 3A à 5A est inférieur à 12%. Le rapport  $\frac{\text{Couple nominal thermique}}{\text{Couple moyen}}$  est donc très faible, la machine pouvant difficilement être utilisée pour fournir un surcouple temporaire. La forte saturation du circuit magnétique du stator permet probablement d'expliquer ce phénomène.

La courbe est la même que celle simulée à l'aide du modèle analytique par réseau de réluctances, avec toutes les valeurs surévaluées d'environ 20%. Le modèle par réseau de réluctances rend donc bien compte de manière satisfaisante de l'effet de la saturation sur le couple utile.

## 7) Essais sur banc

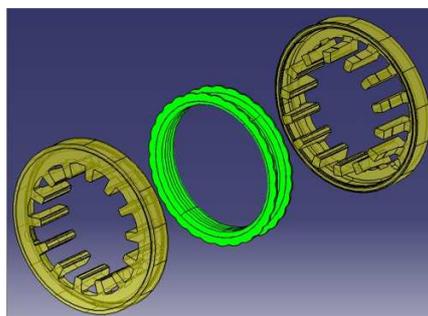
### 7-1 Fabrication du prototype

Nous avons ensuite réalisé un prototype de la machine, afin de valider la modélisation et la simulation, et de mesurer les performances réelles de la machine étudiée. La machine construite est une machine triphasée, de diamètre extérieur 80mm ; chaque phase a une longueur de 20mm. Ces dimensions correspondent à la dimension du lopin standard de poudre prototype Somaloy fourni par la société Höganäs. Les trois phases du stator sont déphasées de 120° (angle électrique), alors que le rotor est fait d'une pièce d'acier unique, sur laquelle sont collés les aimants. La figure ci-dessous présente la vue en coupe de la machine.



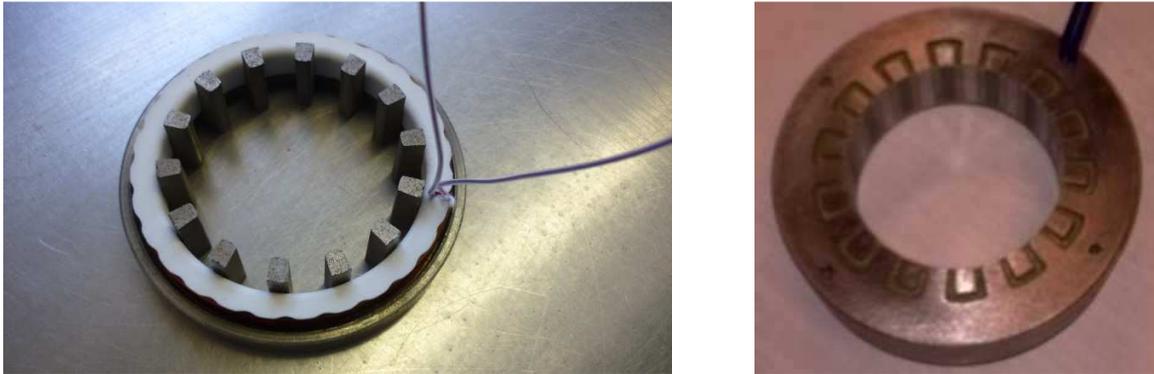
**Figure 168** *Vue en coupe de la modélisation mécanique du prototype*

L'élément de base d'une phase du stator est une pièce SMC portant toutes les dents orientées dans le même sens. Ces pièces SMC du stator sont usinées dans la poudre prototype Somaloy ; d'abord par tournage pour creuser la gorge accueillant le bobinage et tailler la culasse, puis par une découpe au fil (électroérosion) pour tailler les dents elles-mêmes. Le bobinage d'une phase est lui réalisé sur un mandrin plastique d'épaisseur 0,7mm, puis inséré dans son logement à l'intérieur de la pièce SMC ; il comporte 30 spires. Une deuxième pièce SMC similaire à la première est alors placée pour refermer l'ensemble, qui est résiné sous vide. La figure ci-dessous représente le principe de cet assemblage, avec les deux pièces identiques en SMC en jaune foncé, chacune orientée dans un sens différent, et le bobinage représenté en vert au milieu.



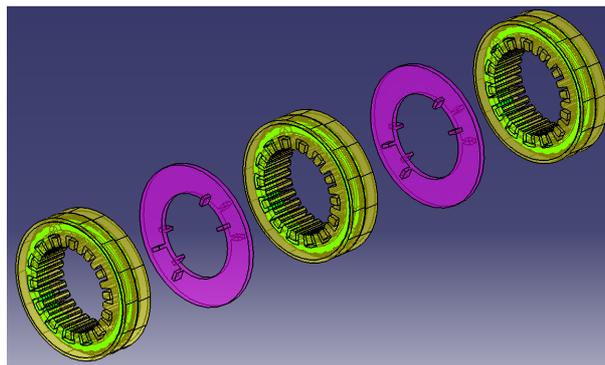
**Figure 169** *Vue éclatée des composants d'une phase du stator*

La figure ci-dessous présente une pièce SMC après usinage, avec le bobinage mis en place à l'intérieur à gauche, et une phase du stator après résinage à droite.



**Figure 170** Pièce SMC après usinage avec le bobinage (à gauche), phase statorique résinée (à droite)

Les phases du stator sont ensuite insérées en force à la presse manuelle dans une carcasse torique en aluminium, réalisée avec un ajustement serré pour bien maintenir en place les phases. Des pièces intercalaires en plastique comportant des ergots permettent d'assurer angulairement un décalage angulaire de  $120^\circ$  (angle électrique) et une distance d'isolement magnétique de 2mm entre les phases du stator. La figure ci-dessous représente les trois phases du stator en jaune avec les pièces intercalaires en plastique les séparant en violet.



**Figure 171** Assemblage des phases du stator avec des cales intercalaires en plastique

La figure ci-dessous présente la vue de l'intérieur du stator assemblé dans la carcasse en aluminium.



**Figure 172 Intérieur du stator assemblé**

Nous voyons sur cette image les fils de cuivre isolés des phases entourés d'une gaine isolante transparente, deux petits fils vert et blanc reliés à une thermistance PT100 permettant de vérifier la température du cuivre dans le stator, et un bobinage bleu entourant une dent qui sert à mesurer le flux traversant cette dent.

Le rotor est constitué d'une pièce d'acier massive, sur laquelle sont collés des aimants : une rangée d'aimants par phase stator. La largeur de chaque aimant est la même que la largeur des dents stator, à savoir 3,6mm. La figure ci-dessous présente le rotor assemblé.



**Figure 173 Rotor assemblé**

La mesure de position est assurée par un ensemble de petits aimants disques, monté dans un carcan aluminium assurant leur positionnement, par-dessus une culasse en acier magnétique assurant un bouclage du flux des aimants et un isolement magnétique de la partie active du moteur. Nous voyons sur la figure ci-dessus ce système de mesure de position sur le rotor, correspondant à la partie de plus grand diamètre extérieur au centre de l'image : culasse en acier à droite, et carcan aluminium jouxtant à gauche. La figure ci-dessous présente le rotor vue depuis son axe : les aimants pastilles assurant la mesure de position y sont visibles clairement.



**Figure 174** *Aimants pastilles assurant la mesure de position montés sur le rotor*

Un circuit imprimé supportant trois capteurs à effet Hall décalés angulairement de  $120^\circ$  (angle électrique) est monté sur le flasque stator à l'extrémité du moteur. La figure ci-dessous présente ce circuit imprimé.



**Figure 175** *Circuit imprimé supportant les capteurs à effet Hall pour la mesure de position du rotor*

L'ensemble est alors assemblé, le rotor étant simplement maintenu par deux roulements de chaque côté de la machine. La figure ci-dessous présente la machine entièrement assemblée.



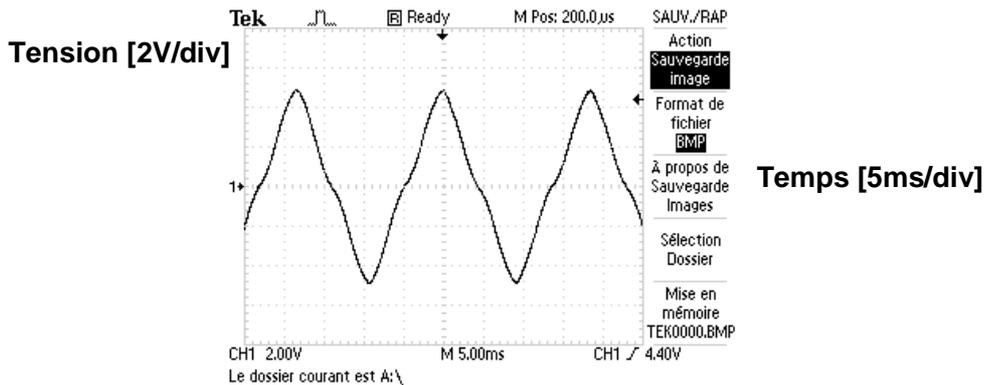
**Figure 176** *Machine entièrement assemblée*

Les fils recouverts de gaine thermorétractable noire ressortant au-dessus de la machine sont les fils de connexion des phases du stator. Les petits fils bleus et verts ressortant au premier plan, ainsi que

ceux qu'il est possible de distinguer sur la gauche, sont des fils enroulés autour de dents du stator avant le résinage des phases, qui permettent de mesurer le flux passant à travers une dent du stator.

## 7-2 Résultats d'essais

La première mesure effectuée est celle de la force électromotrice : le moteur est entraîné par l'extérieur, et ses bobinages (non couplés) sont reliés à un oscilloscope. La figure ci-dessous montre la tension d'une phase à vide.



**Figure 177 Tension à vide d'une phase**

Nous remarquons que la tension à vide comporte un contenu harmonique non négligeable, bien que sa forme générale soit acceptable. Cette forme est liée en partie à l'entrefer irrégulier (aimant rectangulaire et non arrondi), et à la saturation du circuit magnétique du stator. La valeur crête-crête est de 9,8V pour une période de 18,2ms. Nous calculons le flux maximal d'induit par intégration temporelle de la force électromotrice sur un quart de période : le flux maximal est d'environ 11mWb. La surface de l'ensemble des pôles nord de l'induit vaut environ  $10^{-3}\text{m}^2$ , et l'induit compte 30 tours. Le flux maximal correspond donc à une induction maximale moyenne d'entrefer de 0,36T. Compte tenu de la valeur de l'induction rémanente des aimants qui est de 1,2T, cette valeur moyenne d'induction maximale dans les aimants est plutôt faible. La valeur simulée aux éléments finis était pour rappel de 0,58T, soit une perte de 38% par rapport à la simulation. Cette valeur inférieure par rapport à la simulation s'explique peut-être en partie par la mauvaise connaissance du matériau magnétique : la simulation est basée sur les données de la poudre industrielle, alors que le prototype est réalisé avec des poudres non traitées thermiquement, de qualité magnétique inférieure.

Nous relierons ensuite les bobinages du moteur par un couplage en étoile, et nous le connectons à un onduleur triphasé à IGBTs alimenté par le réseau 400V 50Hz à travers un alternostat, qui permet de faire varier la tension du bus continu. La machine est alimentée par une tension sinusoïdale triphasée découpée, de rapport cyclique évoluant périodiquement entre 0 et 1. La tension triphasée est régulière, avec un angle de déphasage constant et réglable par rapport à la position angulaire du rotor. L'angle de déphasage est réglé pour chaque niveau de tension de bus continu afin de minimiser le courant appelé. L'ensemble est couplé à un couplemètre et à un frein à poudre Magtrol, régulé afin d'imposer une vitesse constante. Pour chaque vitesse, plusieurs points de mesure correspondant à plusieurs tensions de bus continu sont relevés ; le déphasage angulaire est à chaque fois ajusté pour minimiser le courant appelé pour chaque niveau de couple.

Les courbes de couple en fonction du courant relevées sont présentées sur la figure ci-dessous. Les mesures sont faites jusqu'à 3000 tours par minutes, correspondant à une fréquence électrique de 700Hz.

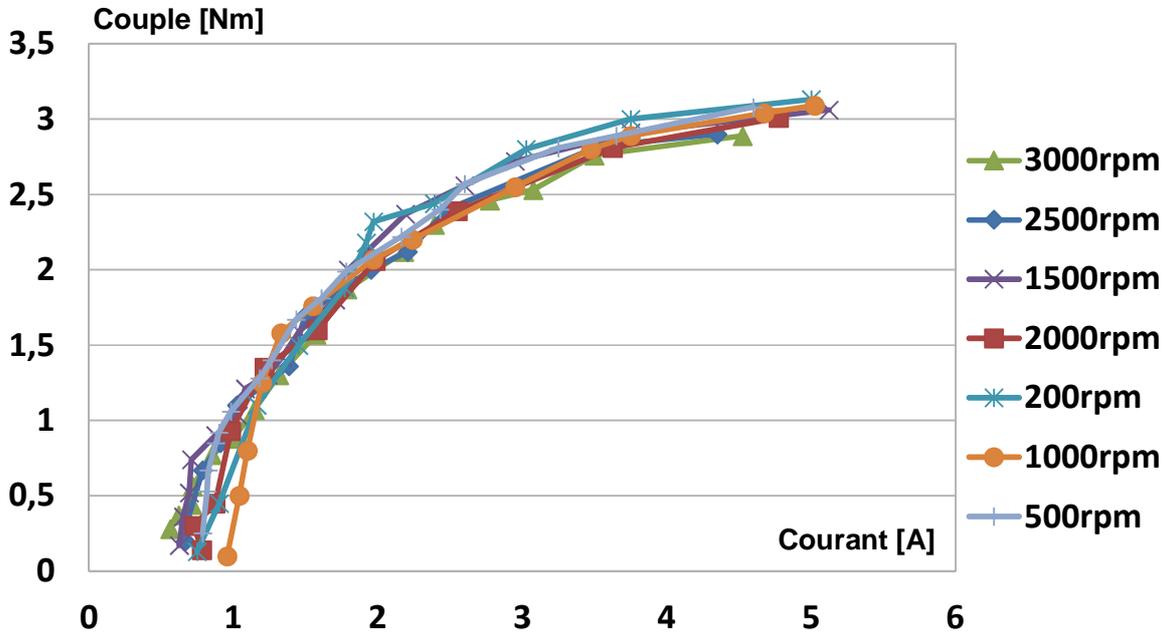


Figure 178 Courbes couple/courant à différentes vitesses

Les niveaux de couple sont comparables à ceux prédits par les éléments finis (2,8Nm à 3A), bien que légèrement inférieurs. Les courbes de couple se superposent remarquablement bien à différentes vitesses, car les pertes fer ne sont pas encore significatives à ces niveaux de tension pour baisser le couple. Le couple nominal thermique (qu'il est possible de maintenir pendant un temps long) est autour de 2,6Nm à 3A, ce qui est assez bon.

Cependant, nous repérons deux caractéristiques intrigantes de ces courbes. La première, c'est la saturation assez rapide du couple au-delà du nominal : le rapport couple maximal sur couple mesuré est faible, de l'ordre de 120% selon les vitesses, alors qu'il est habituellement plus grand dans les machines synchrones, qui ont un rapport couple/courant assez linéaire. Ce phénomène est probablement lié à la forte saturation du matériau magnétique du stator, notamment au niveau du pied de dent ; il se retrouve dans les simulations éléments finis et dans le modèle analytique.

La seconde caractéristique intrigante est l'absence de couple pour un courant faible : le moteur ne semble démarrer qu'autour de 1A. Cette caractéristique est totalement absente des simulations ; elle pourrait être liée au protocole expérimental qui ne permettrait pas d'atteindre les points de faible couple. Afin de tirer cela au clair, nous avons réalisé une série d'essais à vitesse fixe avec plusieurs décalages tension/position angulaire fixés, afin d'estimer l'effet de la commande sur les résultats. La tension de bus continu est augmentée progressivement par l'alternostat, permettant d'atteindre plusieurs niveaux de courant et de couple. La figure ci-dessous présente les résultats de couple en fonction du courant à 200 tours par minute, pour différents décalages tension/position angulaire. Ces valeurs sont comprises entre 0

et 1 (correspondant à  $360^\circ$ , angle électrique), et leur valeur absolue n'a aucun sens : elle est liée au montage mécanique du capteur de position sur l'arbre moteur. Seul l'écart entre les décalages fait sens.

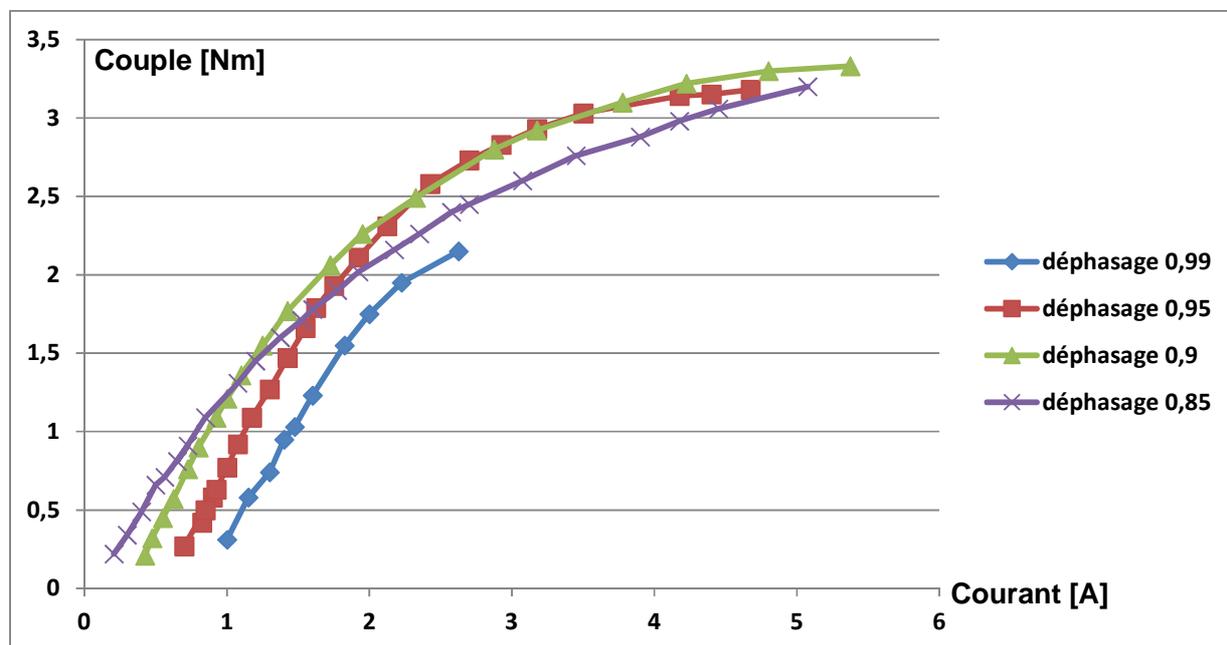


Figure 179 Courbes couple/courant pour différents déphasages tension/position angulaire fixés

Nous constatons que l'introduction de commandes différentes permet de diminuer fortement le courant à bas couple. En récupérant les meilleurs points en termes de rapports couple/courant, nous obtenons alors une courbe beaucoup plus intéressante, que nous présentons sur la figure ci-dessous.

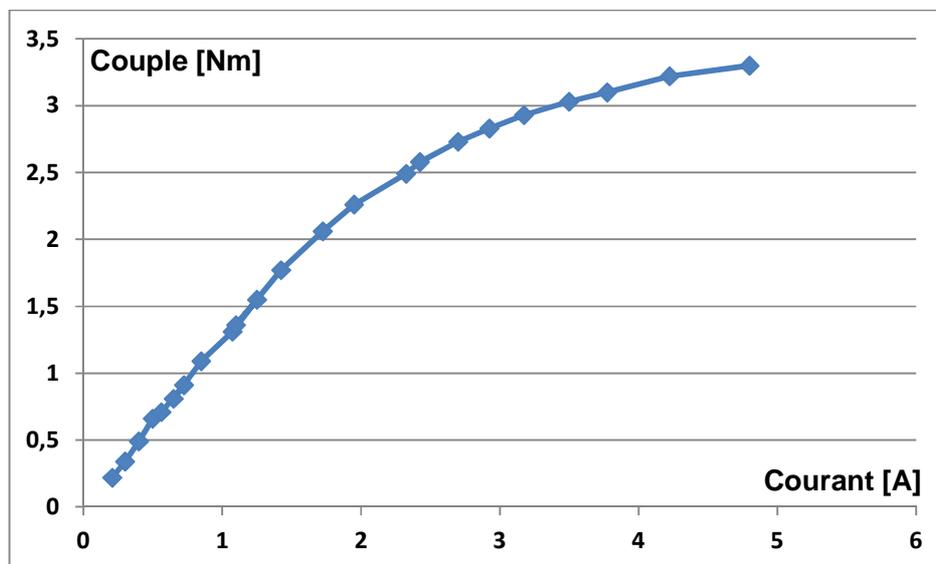


Figure 180 Courbe couple/courant avec une commande améliorée

Nous constatons que nous retrouvons un régime linéaire jusqu'à environ 10A, après quoi le couple s'infléchit, probablement sous l'effet de la saturation magnétique du stator. Ces résultats d'essais nous permettent de valider le fonctionnement de la machine, qui est globalement conforme aux simulations effectuées ; les écarts sont en partie dus à la mauvaise modélisation du matériau magnétique SMC dans les simulations.

## 8) Conclusion

La modélisation non linéaire de la machine, rendue nécessaire par la forte saturation du circuit magnétique, a d'abord été effectuée à l'aide d'une modélisation par circuit magnétique équivalent à base de réluctances. Une méthode de résolution, basée sur la méthode de Newton, a été développée ; le modèle final obtenu présente les mêmes caractéristiques que le modèle linéaire. Il rend bien compte du couple utile, et notamment de l'effet de la saturation ; la circulation des flux dans le fer semble donc bien modélisée. Cependant, pour une raison qui reste à expliquer, le couple à vide reste très surévalué. Ce modèle peut donc servir en amont pour le prédimensionnement, en vue d'une optimisation de la machine, mais il doit encore être amélioré.

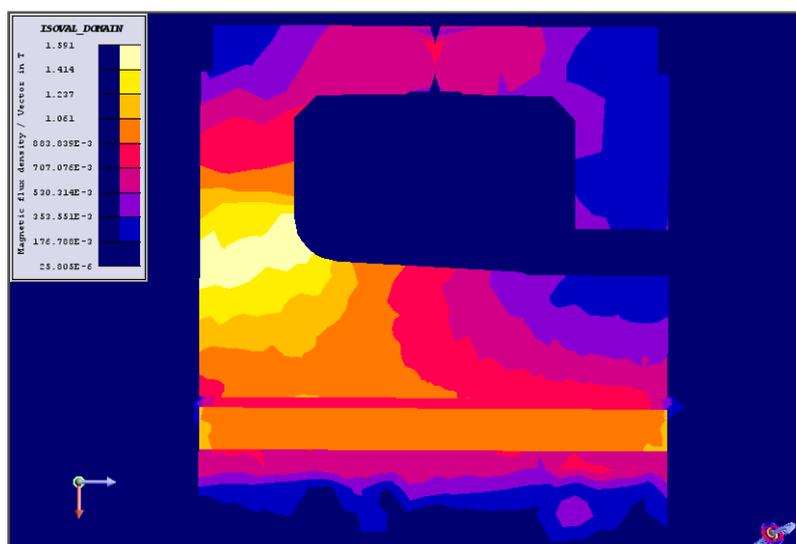
Le prototype réalisé a permis de valider les performances de la machine et de mettre en avant son potentiel. Cependant, le circuit magnétique souffre encore de défauts, et peut encore évoluer. C'est l'objet du chapitre suivant, qui s'attache à l'amélioration et l'optimisation de la machine.

## Chapitre 4 Amélioration et optimisation de la machine à aimants

### 1) Analyse et pistes d'améliorations structurelles

#### 1-1 Analyse des résultats

L'analyse éléments finis et le modèle analytique ont tous les deux montré un défaut significatif de la géométrie actuelle, la saturation du pied de dent. La figure ci-dessous montre une simulation aux éléments finis de l'induction avec le logiciel Flux 3D, dans le cas où les aimants du rotor sont parfaitement alignés avec les dents du stator. Cette position est celle où le bobinage voit le flux maximal. Cette simulation a été faite avec les données de la poudre prototype Somaloy de la société Höganäs au stator, ce qui correspond au matériau effectivement utilisé pour le prototype. Les aimants ont une induction rémanente de 1,2T et une perméabilité relative de 1, et le fer du rotor, linéaire, a une perméabilité relative de 4000.



**Figure 181** Induction dans la machine tridimensionnelle pour la position  $0^\circ$   
Vue en coupe dans le plan axial

Nous voyons que l'induction au niveau du pied de dent est limitée à 1,5T en raison de la saturation du pied de dent : il s'agit du niveau de la saturation du matériau SMC du stator.

Cette saturation s'explique simplement par une analyse du circuit magnétique de la machine. Nous considérons de nouveau la position  $0^\circ$ , pour laquelle les aimants du rotor sont en face des dents stator, ce qui va nous permettre de calculer le flux maximal. Nous négligeons les flux de fuite, et considérons uniquement le flux principal. Un pôle au stator est décomposé en quatre parties distinctes correspondant chacune à une réluctance : la dent  $R_d$ , la jambe de dent  $R_j$ , la culasse verticale ( $R_{cv}$ ) et la culasse ( $R_c$ ). L'entrefer forme une zone unique par pôle incluant l'espace entre l'aimant et la dent ( $R_e$ ), l'aimant est également modélisé d'un seul bloc ( $R_a$ ) ainsi que la culasse rotor ( $R_r$ ). La figure ci-dessous présente la géométrie des réluctances choisies pour ce circuit magnétique équivalent.

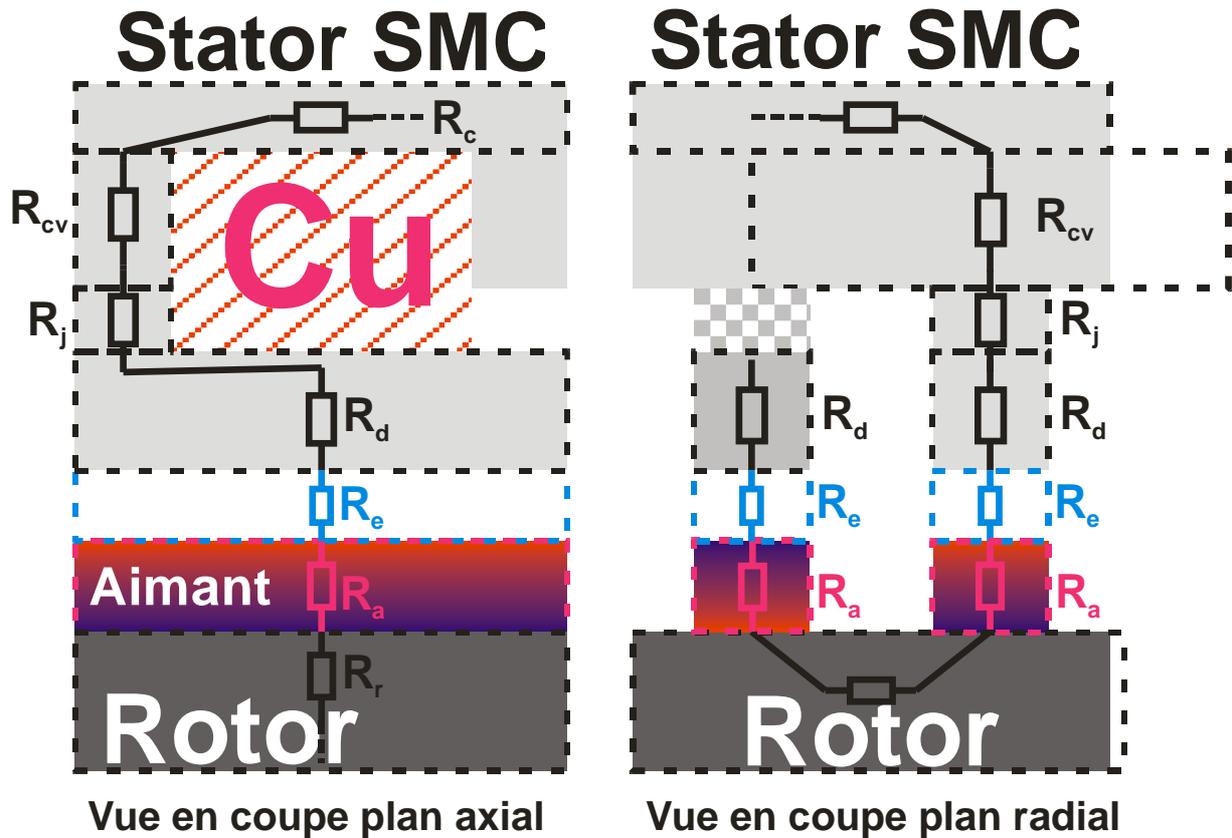


Figure 182 Géométrie des réluctances choisies pour le calcul du flux maximal

Nous intégrons directement la symétrie du système en modélisant une seule paire de pôles, rebouclée via deux réluctances de culasse mise en parallèle. Le circuit magnétique équivalent, résumé à une boucle unique, est présenté sur la figure ci-dessous.

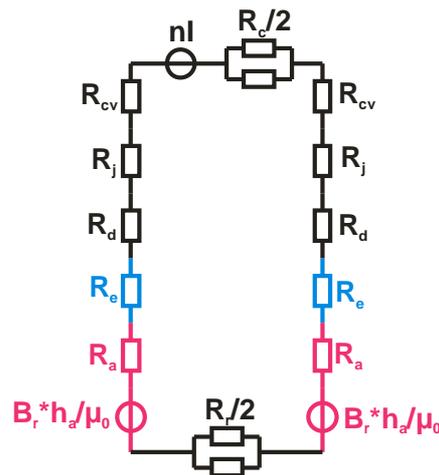


Figure 183 Circuit magnétique équivalent pour le calcul du flux maximal

Le bouchon magnétique repéré lors de la simulation se trouve au niveau de la jambe de dent  $R_j$ . Les sections des réluctances  $R_d$  et  $R_j$  présentent un rapport 5 :

$$\frac{S_{Rd}}{S_{Rj}} = 4 \text{ à } 5$$

Le flux étant conservatif, ce rapport des sections signifie que le rapport des flux entre la jambe de dent et la dent est de 4 à 5 :  $B_{\text{dent}} = B_{\text{entrefer}} = 4 * B_{\text{jambe}}$ . Vu que l'induction dans la jambe est limitée à 1,5T par la nature du matériau magnétique, cela limite en théorie l'induction « utile » dans l'entrefer (celle qui atteint ensuite la culasse stator, embrassant le bobinage et générant du couple utile) à 0,4T, et limite donc fortement le flux maximal. Dans notre simulation l'induction dans l'entrefer atteint 0,8T à 0,9T, mais avec un flux fuyant un peu partout autour, notamment passant d'une dent à l'autre sans embrasser le bobinage.

Ce bouchon de flux limite donc naturellement le flux maximal, qui ne pourra pas être optimisé en modifiant par exemple l'épaisseur d'entrefer ou l'épaisseur des aimants. Or nous avons vu au chapitre 2 paragraphe 3 p50 que le couple utile est proportionnel au flux maximal en régime linéaire. La limitation du flux maximal par le bouchon de flux au niveau du pied de dent bride donc les performances de la machine. Avant de procéder à une optimisation géométrique, il est donc indispensable de traiter ce problème, qui pourrait potentiellement nous permettre d'augmenter d'un facteur trois à quatre le flux maximal et donc le couple utile.

### 1-2 Dent triangulaire selon l'axe de rotation

Une première solution en vue de désaturer le pied de dent est l'introduction d'une dent triangulaire, plus évasée à sa base qu'à la pointe. La section de la dent augmente progressivement avec l'éloignement de son extrémité, pour mener à une jambe bien plus évasée. La pointe est très fine, afin de laisser plus de place à l'évasement de l'autre pôle situé en face. Magnétiquement, cette stratégie est très intéressante, car la quantité de flux collecté avec l'éloignement du bout de la dent, de la même manière que la largeur de la dent, proportionnelle à sa section, synonyme de place disponible pour le passage du flux, augmente avec l'éloignement du bout de la dent. Cette nouvelle dent irait de pair avec l'introduction d'aimants triangulaires au rotor, de même section que l'extrémité inférieure de la dent, afin de maximiser le flux collecté.

Cette forme de dent est adoptée depuis longtemps dans les rotors des alternateurs automobiles à griffes, comme nous pouvons le voir sur la figure ci-dessous.

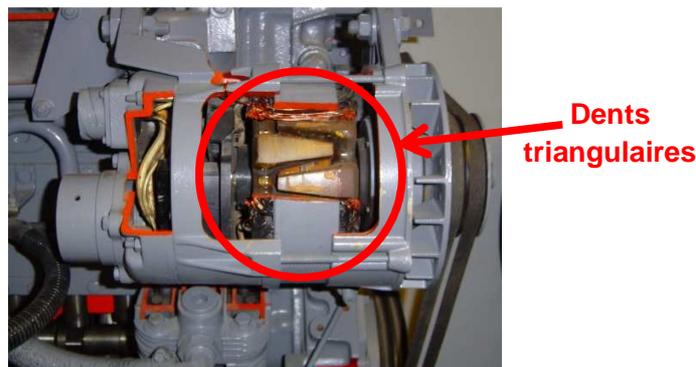
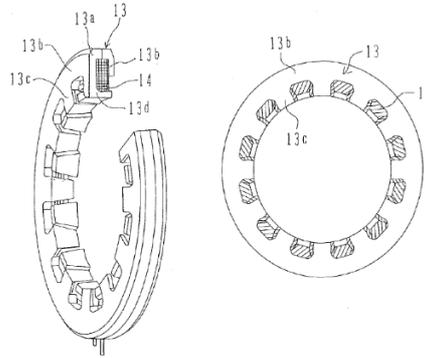


Figure 184 Vue en coupe d'un alternateur automobile, avec des dents triangulaires au rotor

Le rotor de l'alternateur à griffes est souvent fabriqué en acier, ce qui est possible parce qu'il est traversé par un courant constant (flux inducteur). L'utilisation d'une telle structure pour l'induit, qui voit des flux alternatifs, passe nécessairement par l'utilisation de SMC. C'est ce qui est proposé par Hitachi dans certains brevets présentés au premier chapitre, avec une inclinaison des bords de dents moins marquée que dans un alternateur automobile, comme présenté sur la figure ci-dessous.

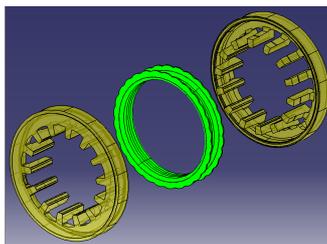


**Figure 185** *Stator de machine à flux transverse à griffes*

La raison de la plus faible inclinaison des arêtes des dents est liée à la problématique de la fabrication et de la mise en forme des pièces du stator, problématique que nous avons mentionnée au chapitre 1. Une étude détaillée de la fabrication des stators est désormais nécessaire.

### 1-3 Problématiques de fabrication

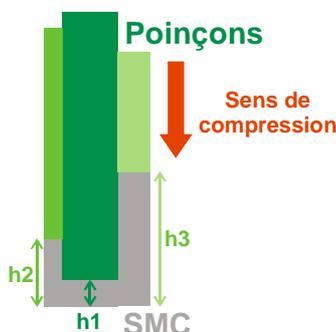
La mise en forme du SMC se fait classiquement par un procédé de compression uniaxiale, suivie d'une phase de traitement thermique sous atmosphère contrôlée, comparable au frittage (mais à des températures plus basses). Le fer du stator monophasé d'une machine est constitué de deux pièces distinctes, chacune portant les dents orientées dans un sens. Ces deux pièces se rejoignent au milieu de la culasse stator, conformément à la figure ci-dessous, déjà présentée au chapitre 2 p33. Le tore vert est le bobinage, qui est enfermé entre les deux pièces du fer stator.



**Figure 186** *Vue éclatée de l'assemblage d'un stator élémentaire en SMC*

Chacune des pièces est mise en forme par compression uniaxiale, l'axe de compression étant l'axe de rotation de la machine. Une presse hydraulique d'une puissance avoisinant 1000 tonnes est utilisée, afin d'atteindre une pression de 800MPa pour la compaction. Ce niveau de pression permet d'atteindre des densités de SMC de l'ordre de 7,5, permettant d'avoir des perméabilités acceptables (la perméabilité est inversement proportionnelle à la densité). Cette presse hydraulique permet une compression à trois étages, en mettant en mouvement trois poinçons séparés ; chaque poinçon se déplace verticalement selon le même

axe. Avant la descente des poinçons, la poudre tombe dans le moule par gravité ; l'ensemble est noyé dans une matrice fixe qui remplit les espaces vides. La figure ci-dessous illustre ce processus, en présentant la vue en coupe d'un demi-stator en gris, avec le sens de compression (flèche rouge) et les trois poinçons de la presse représentés en différentes nuances de vert.

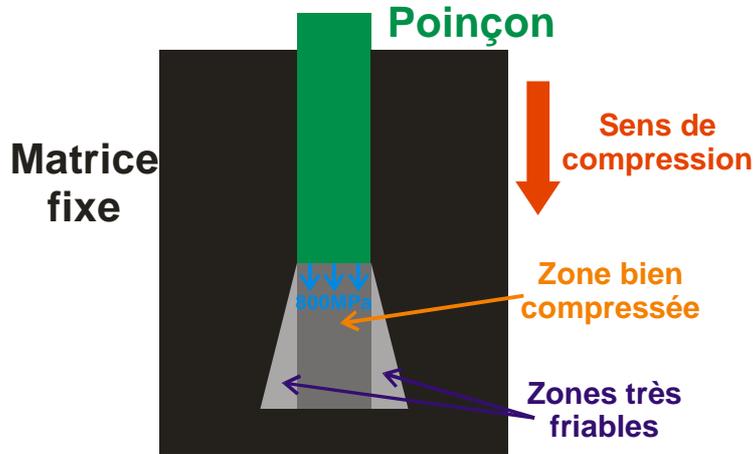


**Figure 187** *Processus de fabrication d'un demi-stator SMC*

Les hauteurs  $h_1$ ,  $h_2$  et  $h_3$ , représentées sur la figure ci-dessus, sont la hauteur de chaque colonne de poudre. La course verticale de chaque poinçon est proportionnelle à la hauteur de la colonne de poudre. D'après la loi de conservation de la masse, le rapport des hauteurs est égal au rapport des densités entre la poudre compressée. Pour les poudres SMC fournis par la société Höganäs, ce rapport de compression est autour de cinq, avec une densité objectif du matériau fini de 7,5 pour une densité de la poudre entre 1 et 2. La hauteur de déplacement vertical du poinçon vert foncé sera donc d'environ  $5 \cdot h_1$ , et la hauteur de déplacement vertical du poinçon vert clair sera d'environ  $5 \cdot h_3$ .

Ce procédé de fabrication a l'avantage d'être très économique pour des grandes séries, car entièrement automatisé et à forte cadence. La compression en elle-même prend environ une seconde, donc la presse peut sortir les pièces avec une grande fréquence ; les pièces sont ensuite acheminées sur un tapis roulant traversant un four où elles subiront le traitement thermique. L'objectif du traitement thermique est d'assurer la cohésion mécanique des pièces, et de relaxer les contraintes accumulées dans le matériau. Il se fait à des températures allant de  $300^\circ\text{C}$  à  $600^\circ\text{C}$  selon la nuance de SMC. Un traitement thermique à plus haute température s'approcherait alors du frittage, qui se fait autour de  $1000^\circ\text{C}$ , et qui permet la réalisation de pièces métalliques en grande série, notamment pour l'industrie automobile. Des plus hautes températures permettent notamment une meilleure relaxation des contraintes dans le matériau : par exemple le recuit des tôles Fer-Cobalt après découpe et assemblage se fait généralement autour de  $800$  à  $900^\circ\text{C}$ , et il permet une diminution significative de l'épaisseur du cycle d'hystérésis. Cependant de telles hautes températures mènent au frittage, qui crée des liaisons métalliques entre les grains de poudre, créant autant de ponts conducteurs permettant la circulation de courants de Foucault à l'échelle du matériau, ce qui ruine les propriétés magnétiques. L'absence de liaisons métalliques dans le matériau explique aussi la relative fragilité du SMC, avec des contraintes de rupture de l'ordre de quelques dizaines de MPa (contre plusieurs centaines pour l'acier). La recherche des nuances de SMC et des procédés de fabrication passe par un compromis entre d'un côté la cohésion mécanique et les pertes par hystérésis, plus favorables dans un matériau massif, et d'un autre côté les pertes par courants de Foucault, plus favorables dans un matériau fortement hétérogène.

La mise en forme d'une dent triangulaire par le processus de compression uniaxiale se ferait également en comprimant dans le sens de la longueur des dents. La figure ci-dessous représente le détail de l'outillage qui serait mis en œuvre pour presser une telle dent.



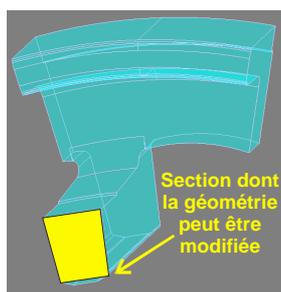
**Figure 188** *Outillage pour la compression d'une dent triangulaire*

La dent est maintenue à l'intérieur d'une matrice fixe, en noir, et comprimée par le dessus par l'intermédiaire d'un poinçon, en vert. La pression du poinçon se transmet à l'intérieur de la poudre jusqu'à la matrice inférieure, qui est fixe, au sein de la colonne représentée en gris clair. Dans cette colonne, la poudre sera homogène, avec une bonne densité grâce à la forte compression. Cependant, les parties de la dent en gris clair, qui ne sont pas situées dans la colonne sous le poinçon, ne verront pas la pression de compaction totale. En effet, la matrice fixe qui les enserre ne retransmet pas la pression directement. Ces zones seront donc mal comprimées, avec une mauvaise densité. Elles seront au final très friables et casseront de manière quasi-certaine par la suite. L'outillage de mise en forme du SMC nous impose ici des géométries avec des formes de dent de section transversale constantes, le long de la colonne de poudre.

Cette forme de dent triangulaire n'est donc pas adaptée à la mise en forme avec du SMC, une autre forme doit être trouvée afin d'élargir le passage du flux au niveau du pied de dent.

#### **1-4 Dent de section constante triangulaire**

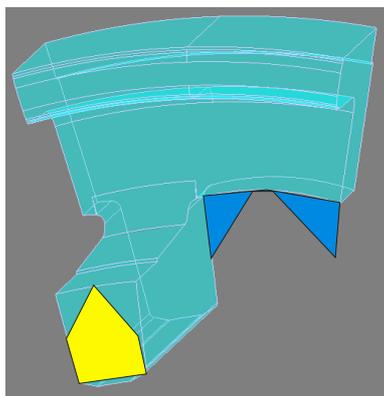
Afin de respecter l'intégrité des colonnes de poudre lors de la mise en forme de la dent, nous explorons désormais la possibilité de modifier la section transversale de la dent. L'extrémité de la dent, de forme rectangulaire, peut prendre n'importe quelle autre forme plane sans remettre en cause la fabricabilité du stator. La figure ci-dessous représente un pôle d'un demi-stator SMC de la machine testée au chapitre 3, et met en évidence la section de dent en jaune dont la forme peut être modifiée.



**Figure 189** *Section de dent dont la forme peut être modifiée*

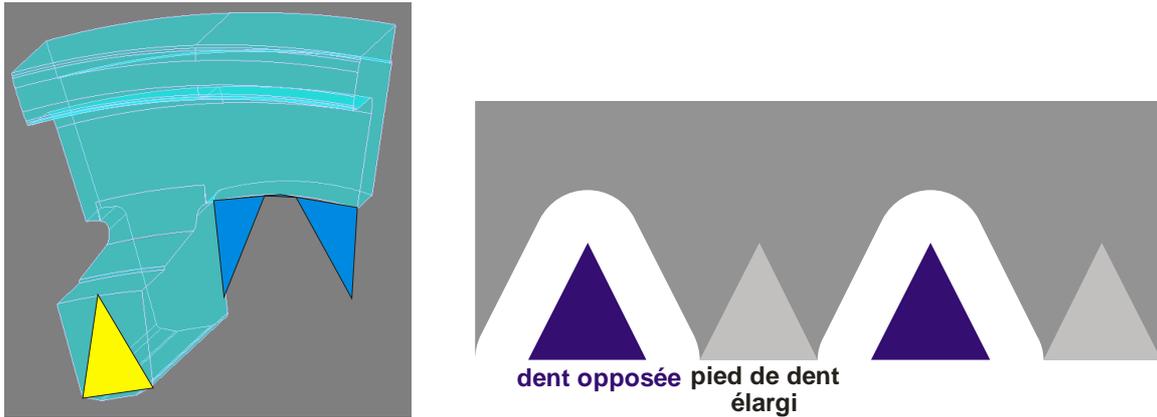
L'objectif de la modification est de dégager de la place pour le passage du flux au niveau du pied de dent. Une solution permettant d'atteindre ce but est d'opter pour une dent qui soit large à la base, afin de capter un maximum de flux, et plus fine en haut, afin de dégager de l'espace pour que la culasse verticale descende plus bas. Afin d'éviter les courts-circuits magnétiques entre les pôles, il est nécessaire que l'espace entre la dent et la culasse verticale reste supérieure à une distance minimale d'isolement magnétique, qui est la distance entre les deux dents stator.

La figure ci-dessous montre une dent stator dont le sommet est rétréci. La nouvelle section est présentée en jaune. La zone en bleu est l'espace dégagé pour ajouter du fer au niveau du pied de dent ; cet espace est le complémentaire de la section de la dent en jaune.



**Figure 190** *Section de dent dont le sommet a été rétréci*

Cette nouvelle forme de dent permet effectivement de dégager un petit espace supplémentaire au niveau du pied de dent, et de désaturer cette zone. Cependant, le gain de fer au niveau du pied de dent pour cette forme reste assez modeste. La logique peut être poussée jusqu'à l'adoption d'une forme de dent triangulaire, conformément à la figure ci-dessous, sur laquelle la nouvelle section de dent est présentée en jaune, et l'espace dégagé pour un ajout de fer au niveau du pied de dent en bleu. La figure de droite présente le stator développé (rayon de courbure négligé) vu de côté.



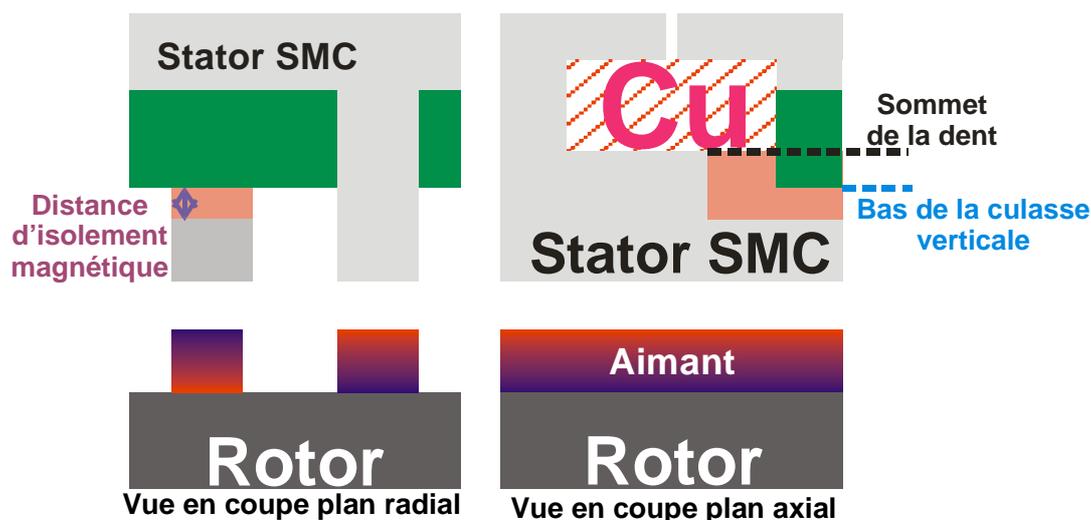
**Figure 191** *Dent de section triangulaire*

Là encore, le gain de fer au niveau du pied de dent reste assez modeste, alors que la dent est rétrécie de manière significative. La section de la dent risque de devenir trop petite pour faire circuler le flux collecté à l'extrémité de la dent vers le pied de dent dans la direction de l'axe de rotation de la machine. Les premières simulations ont montré un gain de couple pouvant atteindre 50%, mais la géométrie peut encore être améliorée.

### 1-5 Dent en marche d'escalier

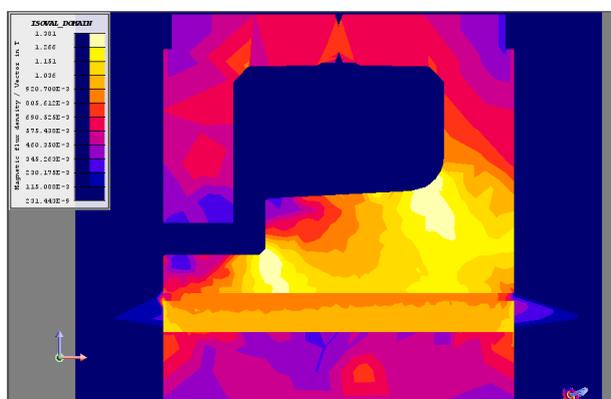
Pour agrandir l'espace disponible pour le passage du flux au pied de la dent, il faut donc rétrécir la section au bout de la dent. Cependant, ce rétrécissement doit pouvoir être cantonné au bout de la dent, en séparant la dent en deux niveaux, en la pressant à l'aide de deux poinçons distincts. C'est là l'idée de la dent dite en marche d'escalier.

La dent stator dans sa longueur est désormais séparée en deux sections rectangulaires de même largeur, mais de hauteur différentes. La culasse verticale est alors descendue plus bas, tout en conservant la distance d'isolement magnétique avec l'extrémité de la dent opposée. L'astuce de cette géométrie est de faire descendre la culasse verticale en-dessous du sommet de la dent en réduisant la hauteur de l'extrémité de la dent, supprimant ainsi totalement la jambe de dent et le bouchon de flux magnétique associé. La présence de la culasse verticale va élargir considérablement la zone de passage du flux en ajoutant du fer de part et d'autre de la dent avant même son sommet. La figure ci-dessous montre la nouvelle géométrie proposée, avec en rouge le volume de fer supprimé au bout de la dent, et en vert le volume de dent rajouté au niveau de la culasse verticale. Le sommet de la dent est désigné par une ligne pointillée noire, le bas de la culasse verticale par une ligne pointillée bleue, et la distance d'isolement magnétique à surveiller est indiquée en violet.



**Figure 192** *Présentation de la dent en marche d'escalier*

Une première simulation aux éléments finis avec le logiciel Flux3d a permis de se faire une idée de l'efficacité de cette amélioration. Nous avons simulé la position  $0^\circ$ , dans les mêmes conditions qu'à la page 161, en conservant les mêmes paramètres et les mêmes dimensions. L'extrémité de la dent a été taillée en forme de marche d'escalier, et le bas de la culasse verticale abaissée, en conservant partout une distance d'isolement magnétique égale à la distance séparant les deux dents stator, à savoir 1,8mm. La figure ci-dessous présente les résultats de cette simulation.



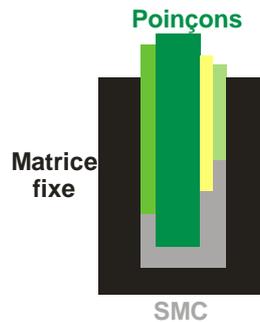
**Figure 193** *Simulation du flux maximal dans la dent en marche d'escalier  
Vue en coupe dans le plan axial*

Nous constatons que la distribution des inductions est modifiée, avec une induction maximale de 1,38T, ce qui signifie que le SMC n'est plus du tout saturé. En réalité, le point le plus saturé se situe désormais au niveau de la marche d'escalier, ce qui confirme que le pied de dent a été désaturé. Lors de la définition géométrique de la future machine, une attention particulière devra être portée sur la hauteur de la dent au niveau de son extrémité afin d'éviter de la saturer. Nous allons désormais étudier la faisabilité de cette machine améliorée, après quoi nous étudierons ses performances.

## 2) Fabrication de la machine améliorée

### 2-1 Contraintes sur l'outillage

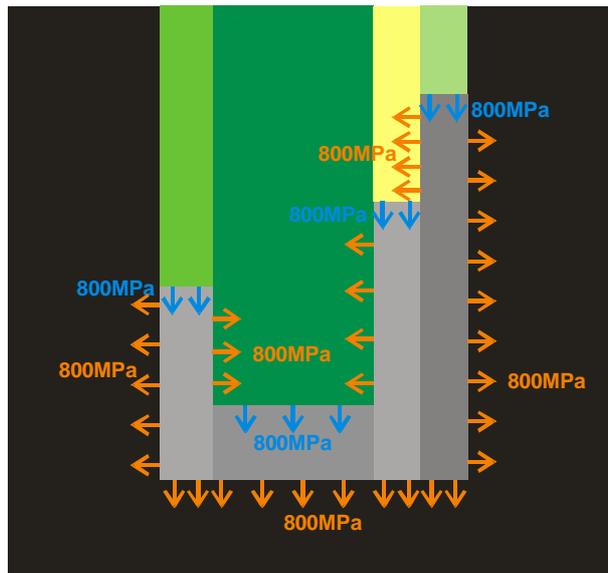
La rupture au niveau de la dent impose l'usage à présent d'une presse à quatre niveaux, afin de pouvoir mettre en forme la marche d'escalier. La figure ci-dessous présente l'outillage tel qu'il pourrait être mis en œuvre.



**Figure 194** *Outillage pouvant permettre de mettre en forme la dent en marche d'escalier*

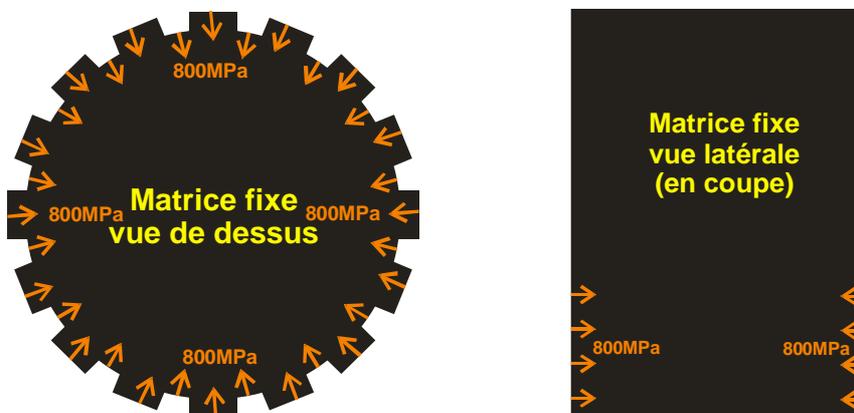
Nous reconnaissons sur cette figure les quatre poinçons en vert et jaune, correspondant aux quatre niveaux de hauteur de la pièce en SMC.

Nous avons soumis cette configuration à une société spécialisée dans la fabrication de pièces automobiles par compression frittage, la société Federal Mogul Sintertech basée à Grenoble. Cette société fabrique quotidiennement des pièces par compression uniaxiale à l'aide de presses hydrauliques de forte puissance. L'étude de notre proposition de configuration de pièces a mis en évidence un problème dans la mise en forme. Chaque poinçon va appliquer au sommet de la colonne de poudre une pression d'environ 800 MPa ; cette pression va ensuite naturellement être transmise sur les bords de la colonne de poudre. Les poinçons jaune et vert foncé vont donc subir une pression latérale de 800MPa, transmise par les colonnes de poudre plus hautes. Cette problématique est représentée sur la figure ci-dessous, sur laquelle les pressions exercées par la presse sont représentées par des flèches bleues, et les pressions transmises par la poudre sont représentées par des flèches orange.



**Figure 195 Pressions exercées lors de la mise en forme de la pièce SMC**

Les pressions importantes exercées latéralement sur les poinçons et la matrice fixes peuvent être problématiques. Dans le cas de l'intérieur de la matrice fixe, il s'agit d'une forme approximativement cylindrique, avec des dents réparties autour (remplissant les espaces inter-dents de la pièce SMC). Cette pièce est massive, et la pression est répartie tout autour du cylindre dans sa partie basse. Cette répartition de pression est représentée sur la figure ci-dessous, avec une vue de dessus et vue latérale en coupe ; les flèches orange représentent la pression latérale appliquée par les colonnes de poudre.

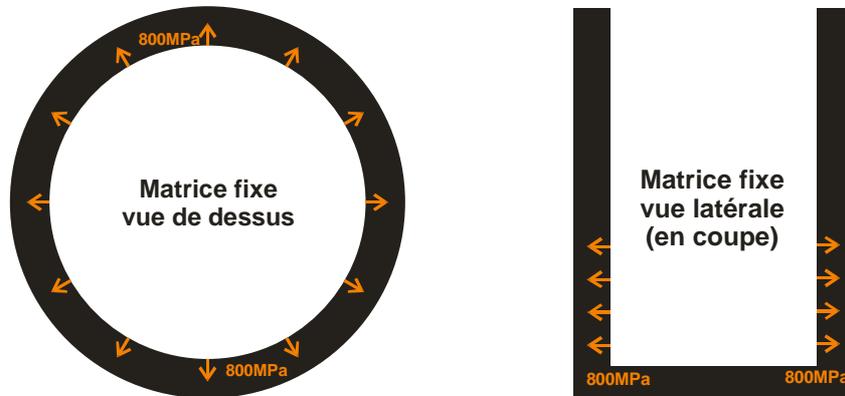


**Figure 196 Répartition de pression latérale sur le cœur de la matrice fixe**

Nous constatons que la pression est répartie de manière uniforme autour du cœur de la matrice, dans sa partie basse. Cette pièce est conçue pour résister aux lourdes contraintes d'une presse hydraulique, la répartition symétrique des contraintes ne pose pas de problème particulier.

Le poinçon vert foncé et l'extérieur de la matrice fixe ont eu une forme de tore annulaire, avec des pressions exercées à l'intérieur du tore (extérieur de la matrice), ou à la fois à l'intérieur et à l'extérieur mais à des niveaux différents (poinçon vert foncé). La figure ci-dessous représente les

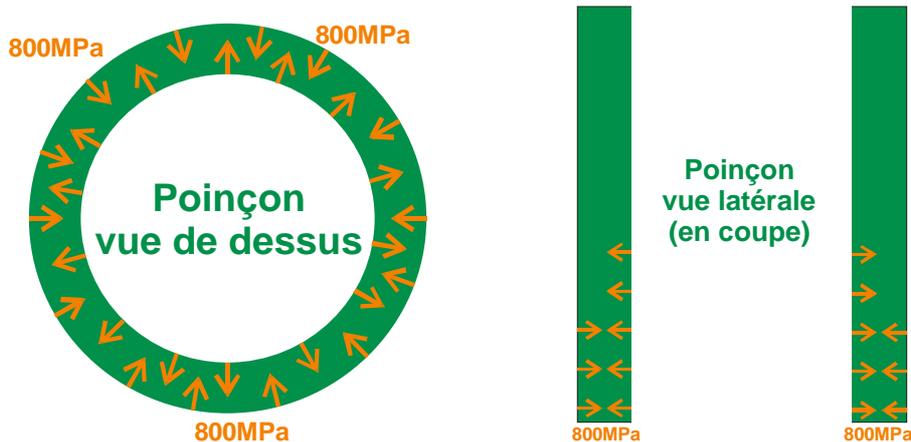
contraintes appliquées sur l'extérieur de la matrice fixe, avec une vue de dessus et une vue latérale en coupe ; les flèches orange représentent la pression latérale appliquée par les colonnes de poudre.



**Figure 197 Répartition de pression latérale sur l'extérieur de la matrice fixe**

La partie extérieure de la matrice fixe travaille en extension et non en compression comme le cœur de la matrice fixe. Cependant, la pression est répartie de manière uniforme, et la forme toroïdale fermée assure une répartition des contraintes qui est acceptable pour la pièce qui ne sera pas trop déformée. L'étude mécanique détaillée de la résistance des outils de compression dépasse le cadre de cette thèse et pourrait faire l'objet d'un approfondissement détaillé ; nous nous en tiendrons ici à des considérations qualitatives générales, telles qu'elles ont été expliquées par Federal Mogul Sintertech.

La figure ci-dessous montre la répartition de la pression sur le poinçon vert foncé, qui sert à compresser la culasse verticale, avec une vue du dessus (à gauche), et une vue latérale en coupe (à droite) ; les flèches orange représentent la pression latérale appliquée par les colonnes de poudre.

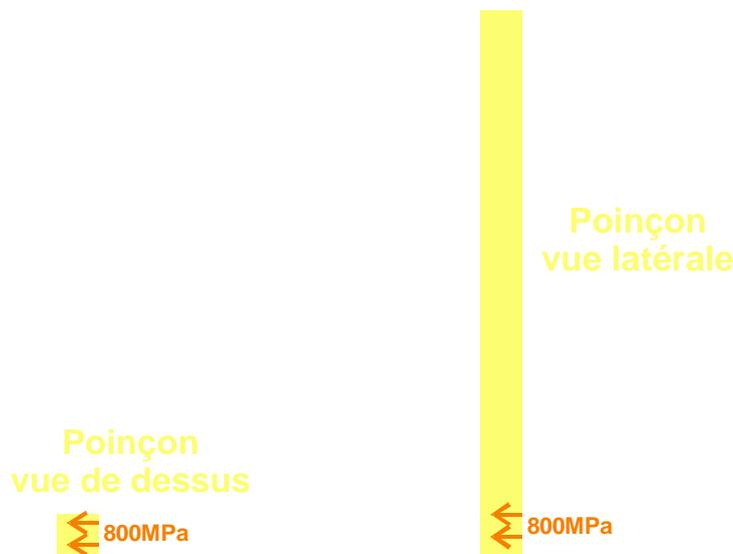


**Figure 198 Répartition de pression sur le poinçon vert foncé (compressant la culasse verticale)**

La pression est là encore répartie tout autour du tore, de manière symétrique, bien que sur deux hauteurs différentes (la pression est donc supérieure à l'intérieur du tore qu'à l'extérieur. Comme pour la partie extérieure de la matrice fixe, le caractère symétrique des pressions exercées et la forme toroïdale

fermée permet une bonne répartition des contraintes à l'intérieur du poinçon, qui ne sera pas trop déformé par la pression. L'étude mécanique détaillée dépasse là encore le cadre de cette thèse.

La dernière pièce qui subit une forte pression latérale est le poinçon jaune, qui sert à comprimer la partie supérieure de la dent. Cette pièce présente une faible section (de l'ordre de 3mm\*4mm) et une grande hauteur, supérieure à 100mm ; il faut en effet un poinçon différent par dent. L'assemblage d'une dizaine de poinçons différents, tous actionnés à la même hauteur, dans la presse hydraulique ne pose pas de problème particulier. La figure ci-dessous montre la répartition de la pression sur le poinçon jaune, qui sert à compresser la partie supérieure de la dent, avec une vue du dessus (à gauche), et une vue latérale (à droite) ; les flèches orange représentent la pression latérale appliquée par la colonne de poudre voisine.

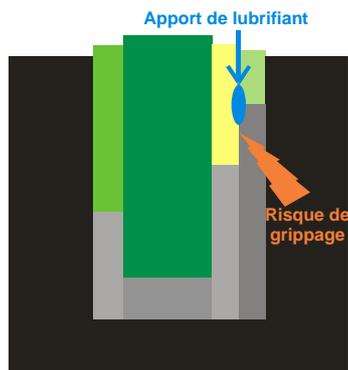


**Figure 199 répartition de pression sur le poinçon jaune (comprimant la partie supérieure de la dent stator)**

La pression est cette fois appliquée sur un seul côté du poinçon, uniquement dans sa partie inférieure (sur une hauteur de moins d'une dizaine de mm). Au vu de la faible section et de la grande hauteur du poinçon, nous nous rendons compte que celui-ci risque fortement de se déformer sous l'effet de la pression, provoquant un grippage au niveau de la surface de contact avec la colonne de poudre.

## 2-2 Solutions envisagées

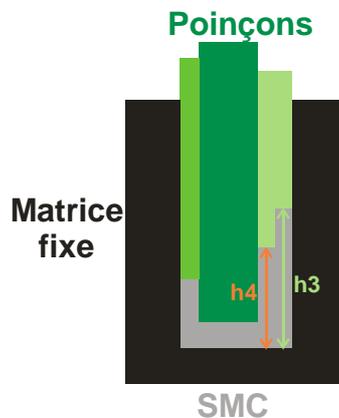
Une première solution pour pouvoir comprimer est d'apporter à chaque compression du lubrifiant au niveau de la zone du poinçon jaune soumise à une forte pression. Cette solution est présentée sur la figure ci-dessous, qui présente l'outillage de mise en forme à quatre niveaux, avec la zone délicate mise en évidence et l'apport de lubrifiant par le haut.



**Figure 200** *Apport de lubrifiant pour éviter le risque de grippage*

Cependant, à cause de sa situation au cœur du système, cet apport de lubrifiant a été jugé trop complexe à mettre en œuvre par Federal Mogul Sintertech. Le lubrifiant aurait dû cheminer à travers des pistons soumis à une pression de plusieurs centaines de tonnes, déplacé à des vitesses et des hauteurs de courses différentes, ce qui n'est pas réaliste. Cette piste a donc été abandonnée.

Une deuxième solution est de modifier l'outillage afin de concevoir un poinçon pouvant résister à cette forte contrainte latérale. L'introduction d'un poinçon toroïdal, à la manière du poinçon vert foncé, permettrait par exemple de répartir les contraintes dans le poinçon et de lui permettre de résister ; mais un tel poinçon intersecterait le cœur de la matrice fixe. Une autre piste est de presser la dent avec un poinçon unique à deux niveaux, tel que présenté sur la figure ci-dessous.



**Figure 201** *Outillage de mise en forme de la dent en marche d'escalier avec un poinçon unique*

Au vu de l'outillage, la dent serait constituée de deux colonnes de poudre, l'une de hauteur  $h_3$  dans la partie inférieure de la dent, et la seconde de hauteur  $h_4$  dans la partie supérieure de la dent. Le problème posé par la compression de deux niveaux différents avec un seul poinçon est l'écart de densité entre les deux colonnes de poudre. Sur la figure ci-dessus, le poinçon vert clair a une course verticale  $L$ . Les taux de compression des deux colonnes de poudre de la dent seront alors  $\frac{L+h_3}{h_3}$  et  $\frac{L+h_4}{h_4}$ , et les densités finales des colonnes de poudre  $d_{poudre} * \frac{L+h_3}{h_3}$  et  $d_{poudre} * \frac{L+h_4}{h_4}$ , avec  $d_{poudre}$  la densité de la poudre avant compression. La densité finale maximale est de 7,5, limitée par la pression maximale admissible de 800MPa. Le plus fort taux de compression s'appliquerait à la colonne de hauteur  $h_4$ , qui aurait alors une

densité  $d_{h_4} = 7,5$ . La densité de la poudre dans la colonne de hauteur  $h_3$  sera alors  $d_{h_3} = 7,5 * \frac{L+h_3}{L+h_4} * \frac{h_4}{h_3}$ . Pour des valeurs typiques  $h_3=20\text{mm}$ ,  $h_4=15\text{mm}$  et  $L=4*h_4=60\text{mm}$ , la densité de la poudre dans la colonne de hauteur  $h_3$  sera alors  $d_{h_3} = 6$ . Cette valeur est insuffisante pour assurer une bonne cohésion mécanique, menant à une dent d'une trop grande fragilité ; en outre les performances magnétiques et notamment la perméabilité seraient particulièrement mauvaises.

Plusieurs autres configurations d'outillages ont été envisagées, ces travaux ayant finalement débouché sur la conception d'un outillage permettant de réaliser la pièce en un coup de presse, sans grippage, et adaptable sur des presses hydrauliques traditionnelles. Cet outillage innovant fait l'objet d'un dépôt de brevet en cours, et ne peut donc pas être présenté en détail dans ce rapport de thèse avant l'enregistrement du brevet. Il a cependant permis de résoudre le problème de la fabrication de la dent en marche d'escalier.

### 2-3 Inversion du rotor

Un moyen d'augmenter les performances des machines électriques est de les faire tourner à des vitesses plus élevées. Dans la configuration actuelle de machine à aimants en surface, des vitesses de rotation élevées impliquent l'ajout d'une frette de rétention des aimants, afin d'éviter que ces derniers ne se détachent pour percuter le stator. Ces frettes sont généralement en métal, avec des pertes par courants de Foucault à l'intérieur de la frette, et elles ont une épaisseur significative, de l'ordre du mm, qui impose un entrefer magnétique assez grand, supérieur au mm, et donc une augmentation de l'épaisseur des aimants pour conserver les performances.

Une solution pour résoudre ce problème de frette est de concevoir un moteur inversé, avec un stator fixe portant le bobinage induit à l'intérieur, et un rotor mobile portant les aimants à l'extérieur. C'est par exemple le moteur typique d'un ventilateur. La figure suivante présente les parties actives d'un tel moteur, ici un moteur de modélisme.

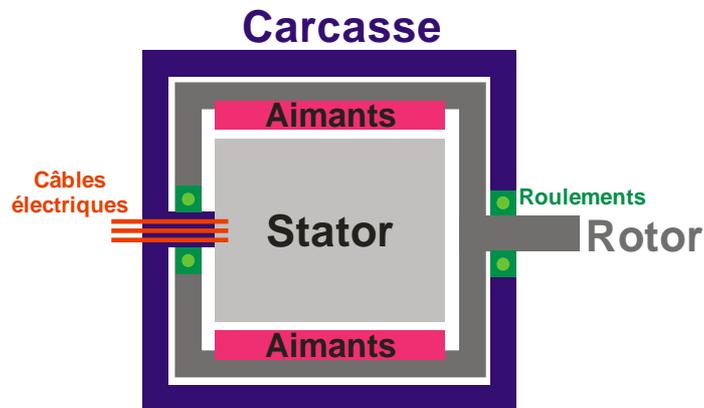


**Figure 202** *Parties actives d'un moteur à rotor externe*

Dans cette structure, la force centrifuge induite par la rotation du rotor va plaquer les aimants sur la culasse rotor, ce qui ne pose aucun problème ; il n'y a plus de force ayant tendance à arracher les aimants de leur support.

Cette architecture de moteur est particulièrement adaptée à des applications pour lesquelles la partie tournante est effectivement située à l'extérieur de la machine, comme pour les ventilateurs par exemple, qui portent le moteur au centre et les pales brassant l'air aux extrémités. Mais cette configuration à rotor externe peut également être implémentée pour des applications plus classiques, avec un axe

tournant au centre sortant d'un côté de la machine, solidaire du rotor externe creux qui va entourer le stator, comme présentée sur la figure ci-dessous.



**Figure 203** Moteur électrique à rotor externe avec sortie d'axe au centre

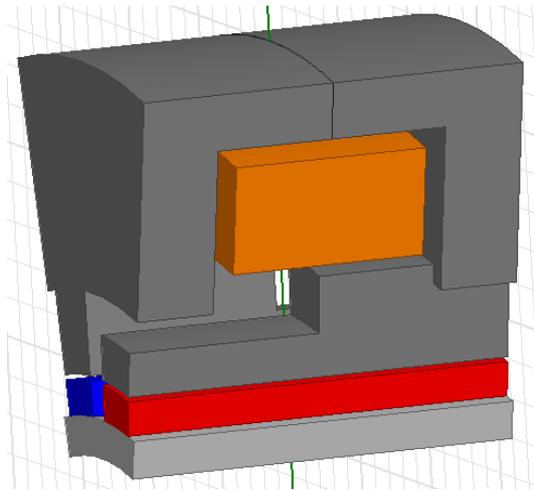
Cette structure permet de conserver un faible entrefer magnétique avec des aimants en surface, permettant d'avoir une masse d'aimants plus faibles. Par ailleurs, les épaisseurs de la culasse rotor étant assez faibles en raison du grand nombre de paires de pôles, cette structure permet d'avoir à diamètre externe égal un plus grand rayon d'entrefer, synonyme de couple plus élevé. Le diamètre externe du stator est lui plus réduit, ce qui facilite la compression des pièces en SMC. En effet, celles-ci doivent être comprimées avec une pression cible (800MPa), donc la force totale de la presse est proportionnelle à la surface frontale à comprimer. Plus la pièce en SMC est petite, plus la presse hydraulique pourra être petite. Des pièces SMC de diamètre 200mm peuvent nécessiter des presses hydrauliques de 1500 à 2000 tonnes, qui sont rares et coûteuses.

Les désavantages de cette structure sont sa complexité mécanique et donc un coût de réalisation plus élevé (à mettre en relation tout de même avec le coût de l'assemblage d'une frette autour des aimants, qui n'est plus nécessaire), et la présence d'une masse tournante à grand rayon, ce qui pose des risques en termes d'équilibrage. L'orientation interne du stator a également tendance à forcer la réduction des sections dents du stator, ce qui complique le design du circuit magnétique.

### 3) Simulation éléments finis

Nous effectuons une simulation éléments finis de la machine avec une dent en escalier, afin d'estimer le gain obtenu par l'ajout de la marche d'escalier. Le logiciel de simulation est Ansys Maxwell ; nous reprenons la même géométrie que pour la simulation éléments non-linéaire de la machine traditionnelle effectuée au chapitre 3, et ajoutons une cassure de hauteur 3mm au milieu de la dent. Toutes les autres dimensions sont maintenues, notamment une longueur active de 20mm, un rayon d'entrefer de 24mm, un diamètre externe de 80mm et 28 pôles. L'épaisseur des aimants est de 1,8mm, leur largeur de 3,6mm, et l'épaisseur d'entrefer est de 0,25mm.

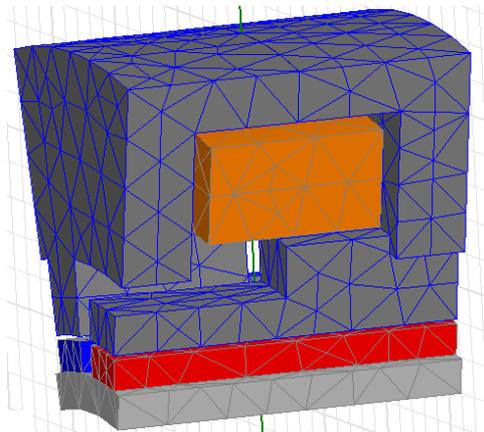
Seule une paire de pôles est modélisée, avec des conditions aux limites périodiques. Un volume d'air débordant de 5mm des parties actives englobe l'ensemble. La figure ci-dessous présente la géométrie simulée ; nous y reconnaissons le circuit magnétique du stator en gris foncé (SMC), le bobinage induit en orange, les aimants en rouge et bleu, et la culasse rotor en gris clair (fer).



**Figure 204 Géométrie de la machine à dents en escalier simulée**

Nous constatons que la culasse verticale descend effectivement plus bas que le sommet de la dent stator, ce qui devrait permettre de désaturer le circuit magnétique.

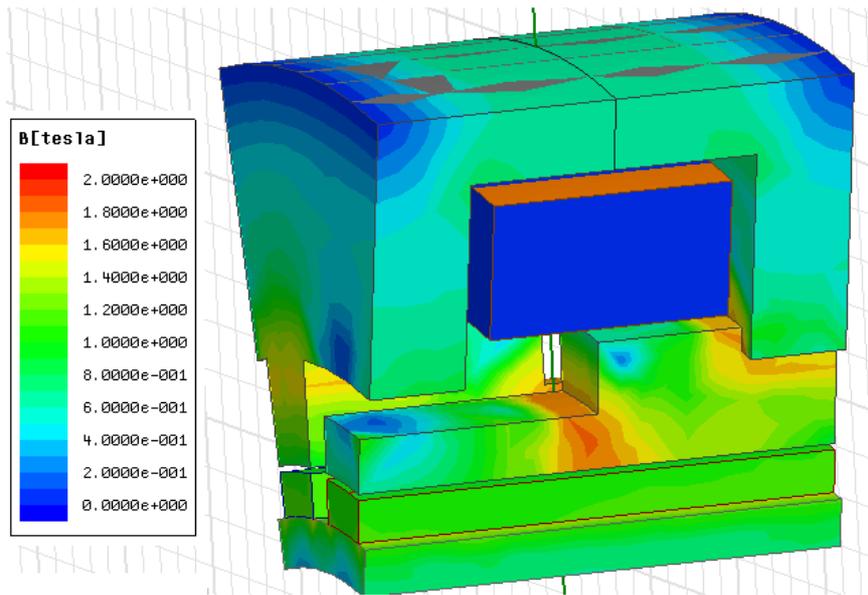
Nous assurons la superposition d'au moins deux éléments de maillage dans l'entrefer ; le maillage est représenté sur la figure ci-dessous.



**Figure 205 Maillage**

Nous avons choisi un maillage plutôt grossier afin de limiter le temps de calcul. La simulation pour les différents niveaux de courant a pris 6h sur notre PC de simulation, muni d'un processeur Intel Core i3. Nous devrions perdre quelques points de pourcentage de précision, sans affecter de manière significative la portée des résultats.

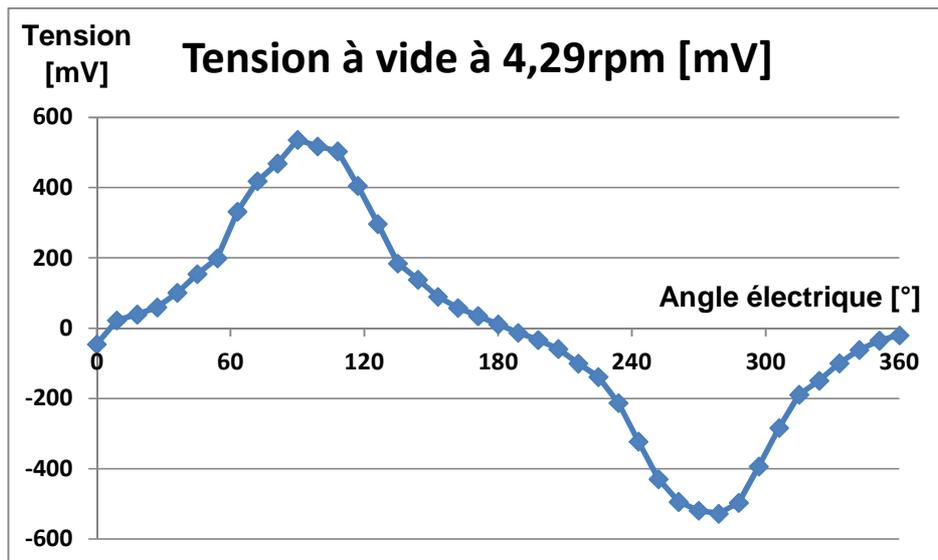
La simulation est effectuée à vitesse fixe de  $60/14=4,29$  tours par minute, correspondant à une fréquence électrique de 1Hz. Une période électrique complète est simulée, avec un échantillonnage tous les  $9^\circ$ , correspondant à 40 points par période. La première simulation est effectuée à vide, avec un courant induit nul. La figure ci-dessous représente la carte d'induction pour la position de flux maximal (aimants rotor alignés avec les dents du stator).



**Figure 206 Inductions à vide pour la machine à dents en escalier**

L'induction maximale est cette fois de 1,86T, inférieure de 10% à l'induction maximale pour la machine classique. Nous constatons surtout que le pied de dent est beaucoup moins saturé qu'avant, comme attendu, ce qui confirme l'efficacité de la nouvelle géométrie de dent. Cependant, le point le plus saturé du moteur est désormais le milieu de la dent stator, au niveau de la marche d'escalier. Une optimisation géométrique permettra d'affiner les dimensions afin de prendre en compte cette contrainte. Ce résultat est logique au vu de la configuration du circuit magnétique, qui concentre la moitié du flux de l'aimant à cet endroit.

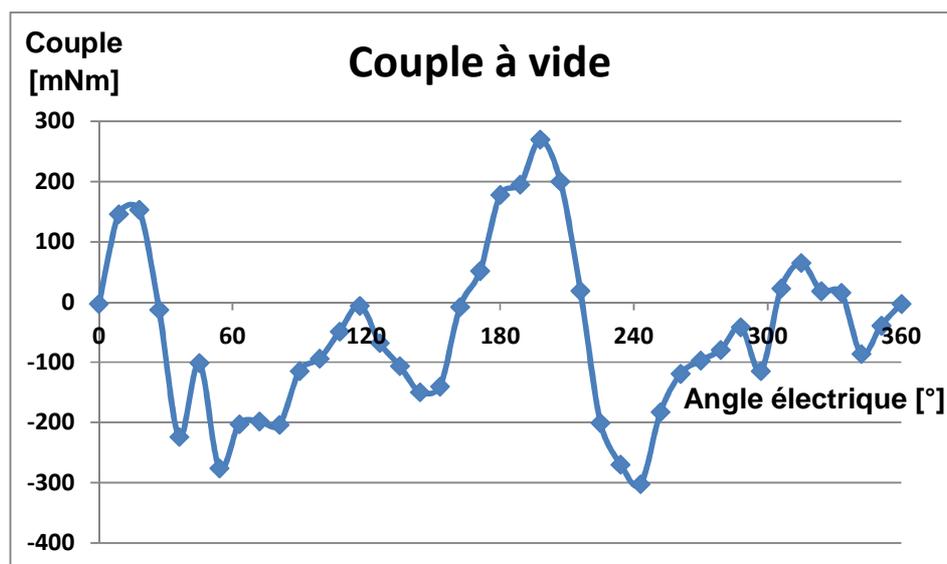
La prochaine simulation porte sur le calcul de la tension à vide (force électromotrice), à vitesse fixée pour une fréquence de 1Hz, représentée sur la figure ci-dessous.



**Figure 207 Force électromotrice de la machine à dent en escalier**

La force électromotrice a une valeur efficace de 292mV/Hz, soit une amélioration de 12% par rapport à la machine traditionnelle. Cela correspond à un flux maximal de 0,06Wb, soit une amélioration d'environ 20% du flux maximal. Ce flux correspond à une valeur moyenne d'induction maximale dans l'entrefer de 0,69T, ce qui est meilleur que pour la machine traditionnelle. Cette valeur pourra probablement être améliorée encore avec une optimisation dimensionnelle du circuit magnétique.

Nous simulons ensuite le couple à vide, représenté sur la figure ci-dessous.



**Figure 208** *Couple à vide de la machine à dents en escalier*

Le couple à vide devrait avoir une périodicité double de la période électrique. Cette propriété peut seulement se deviner dans les grandes lignes sur la courbe ci-dessus, probablement en raison de la grossièreté du maillage. Le couple à vide crête est de 300mNm, 50% de plus que pour la machine traditionnelle à dents droites. Ce surplus est lié à la désaturation du circuit magnétique, il est le revers de la médaille de l'augmentation du couple utile.

Le couple est à présent simulé pour différents courants, de 0 à 5A par pas de 0,2A comme pour la machine traditionnelle. Ces courants sont sinusoïdaux, en phase avec la rotation du rotor (courant nul lorsque les aimants rotor sont alignés sur les dents du stator). La figure ci-dessous présente les courbes de couple simulé en fonction du temps, sur une période électrique. Plus le couple est élevé, plus le courant est élevé (de 0 à 5A).

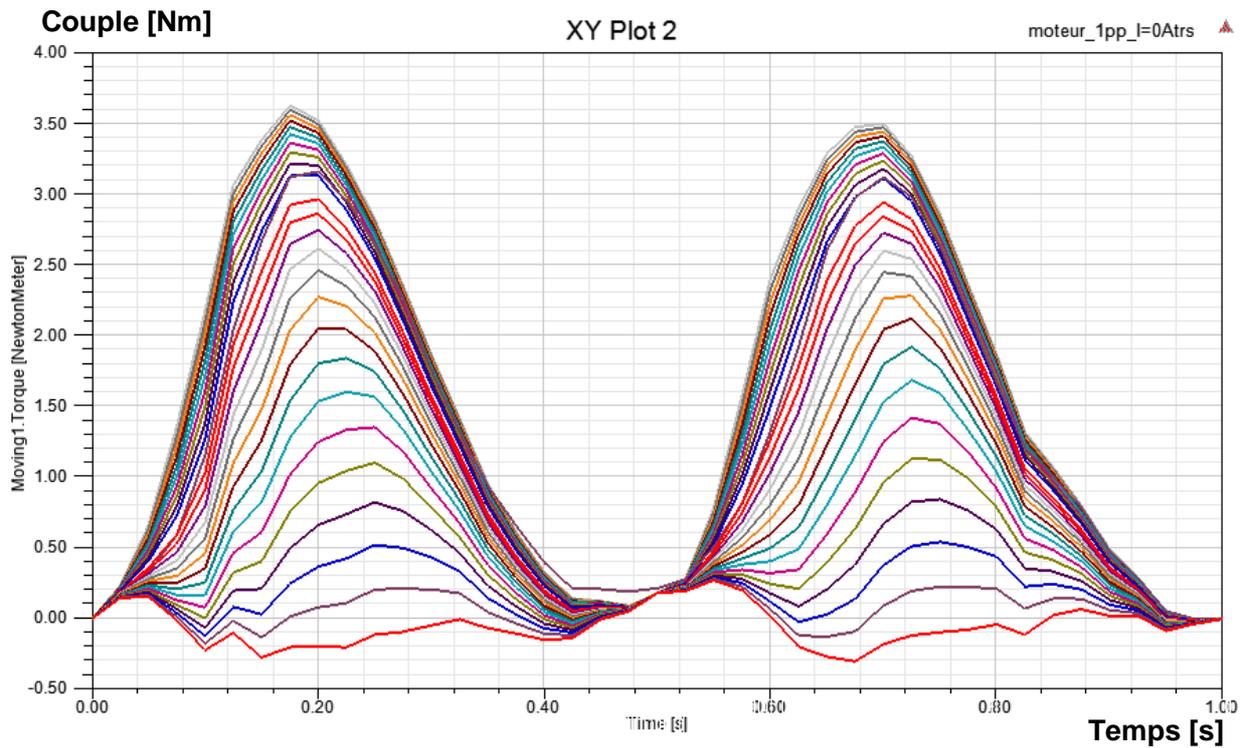


Figure 209 Couple en charge pour différents courants

Nous retrouvons le même comportement général que pour la machine traditionnelle, avec un maximum de couple autour de  $70^\circ$  à fort courant, et une augmentation du couple qui sature pour des courants plus élevés. Nous représentons à présent le couple moyen en fonction du courant sur la figure ci-dessous.

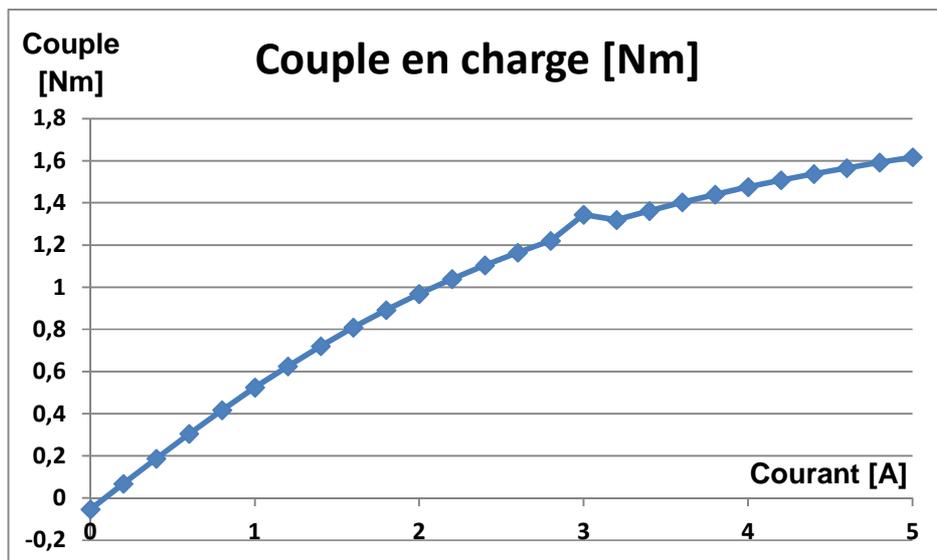


Figure 210 Couple en fonction du courant

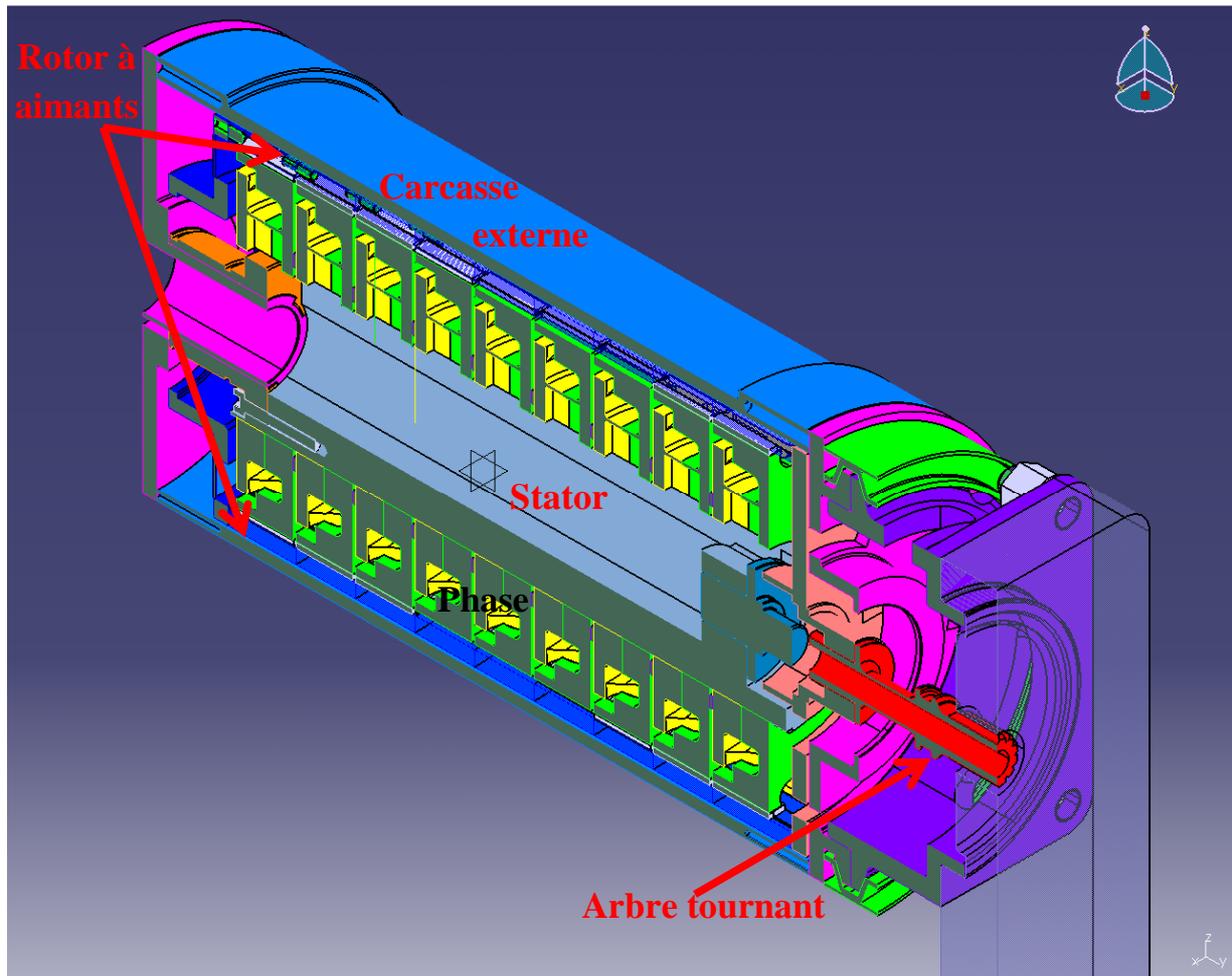
Nous constatons que le point 3A semble se démarquer significativement du mouvement général de la courbe : il s'agit probablement d'une erreur. La valeur de couple moyen interpolée pour 3A est de 1,27Nm, soit 35% mieux que pour la machine à dents droites. Ce gain significatif confirme l'intérêt de l'introduction de la marche d'escalier, désaturant le pied de dent. Nous constatons également sur cette courbe que l'effet de saturation du couple reste présent, mais il semble plus atténué. Le gain en couple entre 3A et 5A est ainsi de 20% contre 12% dans la machine traditionnelle. Le potentiel de cette machine en surcouple reste donc limité.

## **4) Prototype de la machine améliorée**

### **4-1 Architecture de la machine améliorée**

Nous choisissons de réaliser une machine inversée, à rotor externe, avec des dents en escalier, afin de vérifier les performances réelles de la machine. Cette machine a été étudiée dans le cadre d'un partenariat avec un industriel, qui était intéressé pour un usage de cette machine comme altemo-démarrreur, couplé à une turbine ; ce partenaire a financé la réalisation du prototype. Il s'agit d'une machine dont le diamètre extérieur du stator est de 110mm, comportant neuf phases électriquement indépendantes. La présence de neuf phases permet de réduire significativement l'ondulation de couple de la machine. Elle sera alimentée par trois onduleurs triphasés synchronisés, chaque étant alimentée avec un déphasage de  $40^\circ$  (angle électrique,  $360^\circ/9$ ) par rapport à ses deux voisines. Du fait de la présence d'une masse en rotation située à une grande distance de l'axe de rotation, une attention particulière devra être portée à la réalisation mécanique et à l'équilibrage du moteur. Cette machine comporte 28 pôles, elle fonctionnera donc à une fréquence assez élevée, avec des fréquences de base de l'ordre de 2 à 3kHz pour des vitesses de rotation de l'ordre de 10 000 tours par minute.

La figure ci-dessous présente la vue en coupe de la machine envisagée.

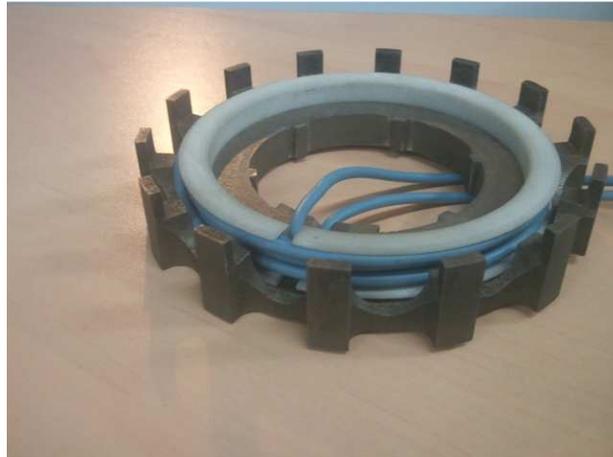


**Figure 211** *vue en coupe de la machine améliorée*

Sur les circuits magnétiques en SMC des phases visibles dans la partie supérieure de l'image, il semble que la culasse est absente. En réalité, la coupe a été faite juste à l'endroit où se situent les trous réalisés pour le passage des fils des bobinages induit, et la culasse est bien présente partout ailleurs.

#### **4-2 Fabrication du prototype de la machine améliorée**

Nous réalisons un prototype de cette machine améliorée, afin de tester ses résultats sur un banc d'essai. Chaque phase du stator est composée de deux pièces en SMC, chacune portant les griffes orientées dans une direction ; un bobinage est inséré à l'intérieur des deux griffes, puis l'ensemble est résiné sous vide. Chaque bobinage comporte huit tours de fils. La figure ci-dessous présente le bobinage inséré à l'intérieur d'une pièce en SMC du stator.



**Figure 212** *Bobinage inséré dans une pièce SMC d'une phase*

Les fils du bobinage sortent vers l'intérieur, qui est fixe. Les dents du stator sont bien orientées vers l'extérieur. La figure ci-dessous présente l'assemblage d'une phase avant (à gauche) et après résinage (à droite).



**Figure 213** *Phase stator avant (à gauche) et après résinage (à droite)*

Le rotor est fabriqué par tranches d'une phase, qui sont alignées les unes par rapport aux autres par des ergots. Son circuit magnétique est en acier simple. Les aimants sont simplement déposés sur le rotor auquel ils adhèrent magnétiquement, il n'y a besoin ni de frette ni de colle. Il y a deux aimants par pôles afin de correspondre à une taille standard d'aimants dans le catalogue de notre fournisseur, Euromag. La figure ci-dessous présente une phase du rotor (à gauche), et six phases assemblées (à droite).



**Figure 214** Rotor, une phase (à gauche) et six phases assemblées(à droite)

La position angulaire de l'arbre est mesurée à l'aide d'un jeu d'aimants magnétiquement indépendants des aimants du rotor, placés en regard de trois capteurs à effet Hall montés sur un PCB qui permettent de discriminer la position avec une précision de  $60^\circ$  (angle électrique). Lorsque le moteur est en rotation, la position complète est reconstituée par intégration temporelle au sein du DSP. La figure ci-dessous présente le circuit imprimé supportant les trois capteurs à effet Hall, fixé sur le flasque arrière du moteur.



**Figure 215** Circuit imprimé supportant les capteurs à effet Hall (mesure de position)

L'ensemble du rotor est ensuite assemblé et serré par un flasque situé à l'avant, à l'aide de vis. La figure ci-dessous présente l'intérieur du moteur avec une seule phase du stator montée, le rotor étant complet, avant assemblage du flasque avant.





**Figure 218 Moteur assemblé**

Nous distinguons sur cette figure la sortie des fils de la phase stator qui a été assemblée, et le connecteur du PCB supportant les capteurs à effet Hall, pour la mesure de position.

#### 4-3 Essais monophasés du prototype

Les premiers essais du prototype ont été réalisés en monophasé, avant l'assemblage de la machine complète. La résistance mesurée de la phase stator à température ambiante est 0,5 Ohms, ce qui est conforme aux prévisions. La machine est alimentée à l'aide d'un onduleur à IGBTs connecté au réseau triphasé 400V 50Hz par l'intermédiaire d'un alternostat permettant de faire varier la tension du bus continu. La machine est alimentée par une tension sinus monophasée synchronisée avec le déplacement angulaire. L'angle de déphasage est réglé pour chaque niveau de tension de bus continu afin de minimiser le courant appelé. L'ensemble est couplé à un couplemètre et à un frein à poudre Magtrol, réglé afin d'imposer une vitesse constante de 500 tours par minute. La figure ci-dessous présente les résultats obtenus, avec le couple en fonction du courant efficace de phase en bleu ; nous y avons superposé une courbe d'interpolation linéaire.



**Figure 219 Couple en fonction du courant efficace à 500 tours par minute**

Nous constatons que le couple est cette fois bien linéaire par rapport au courant ce qui suggère que le circuit magnétique n'est pas trop saturé. Le couple simulé aux éléments finis pour un courant de 360At et un moteur à rotor interne de diamètre d'entrefer de 48mm était de 1,27Nm ; nous pouvons donc nous

attendre à un couple  $C = \left(\frac{110mm}{48mm}\right)^2 \left(\frac{160At}{360At}\right) * 1,27Nm = 3Nm$  pour une machine de diamètre d'entrefer 110mm excitée par 160At (20A \* 8 spires). Le couple mesuré expérimentalement de 4,5Nm est donc un excellent résultat, avec une amélioration supérieure aux attentes. Pourtant, le nombre de paires de pôles est bien resté inchangé à 14. L'origine de cette surperformance vient probablement de la forme inversée de la machine, qui nous a permis de faire des dents plus hautes au stator, et donc de désaturer la dent au niveau de la cassure médiane, qui apparaissait comme le nouveau point de saturation du flux.

Ces premiers résultats confirment que l'introduction de la dent en escalier a amélioré le moteur de manière significative, avec une multiplication des performances expérimentales par un facteur 2,2 (par rapport aux performances du moteur à dent droite ramené au même diamètre d'entrefer).

#### 4-4 Assemblage du prototype complet

Suite à ces premiers essais monophasés, nous avons démonté le prototype, et avons assemblé les neuf phases du stator. La figure ci-dessous présente le stator entièrement assemblé.



**Figure 220 Stator entièrement assemblé**

Malheureusement, plusieurs défauts ont été constatés lors de la réalisation mécanique. Tout d'abord, l'alignement des stators s'est révélé irrégulier, et les stators SMC ont été mal polis après leur résinage, si bien que l'entrefer mécanique s'est avéré fortement variable, comme démontré sur la figure ci-dessous.



**Figure 221** *Irrégularités du stator assemblé*

Lors de l'assemblage du rotor, celui-ci touchait le stator et frottait en plusieurs endroits, ce qui rendait l'utilisation de la machine complète impossible. De plus, au démontage le flasque du rotor a été trouvé voilé, peut-être à cause de l'utilisation de vis trop petites pour assurer une bonne liaison mécanique entre le flasque et le rotor (ces vis assurent la tenue mécanique du rotor par compression) ; le rotor n'a donc pas pu être remonté, y compris avec un stator monophasé. Par ailleurs, le trou permettant le passage des fils s'est avéré trop petit, malgré la réduction de moitié de la section de fil en doublant le nombre de tours de fils du bobinage induit. L'agrandissement de ce trou est impossible à cause de la présence de roulements à proximité. La figure ci-dessous présente la sortie des fils de huit phases, les fils de la neuvième n'ayant pu être sortis à l'extérieur du moteur.



**Figure 222** *Trous de passage de fil trop petits*

Ces malfaçons ont entraîné un conflit avec le sous-traitant ayant assuré la réalisation mécanique des moteurs, qui a refusé d'apporter une solution. Le budget et le temps restant jusqu'à la fin de la thèse n'ont malheureusement pas permis de remédier à ces problèmes, ce qui ne nous a pas permis de continuer les tests du prototype, et nous empêche de présenter ici plus de résultats.

### Optimisation paramétrique

Sur la base de cette structure de machine améliorée, une optimisation paramétrique peut être faite pour tirer le maximum de la structure existante. Afin de faciliter la réalisation de la machine, nous fixons les dimensions externes du stator SMC à la taille du lopin de poudre prototype fourni par Höganäs, à savoir 120mm de diamètre externe et 20mm d'épaisseur. La machine issue de l'optimisation pourra donc facilement être prototypée en usinant le stator dans les lopins fournis par Höganäs. Nous choisissons d'imposer une densité de courant efficace constante, égale à 5A/mm<sup>2</sup>, et un taux de remplissage de la fenêtre cuivre de 55% (valeur accessible vu la simplicité du bobinage, purement toroïdal). L'optimisation va se baser sur le modèle analytique non linéaire développé au chapitre 3. Pour chaque moteur, le couple est évalué de 0° à 175° tous les 5° (angles électriques), sur une demi-période, avec un courant sinusoïdal. Seule une paire de pôles est modélisée, le couple de la machine globale se déduisant par multiplication. La figure ci-dessous présente les dimensions géométriques à optimiser.

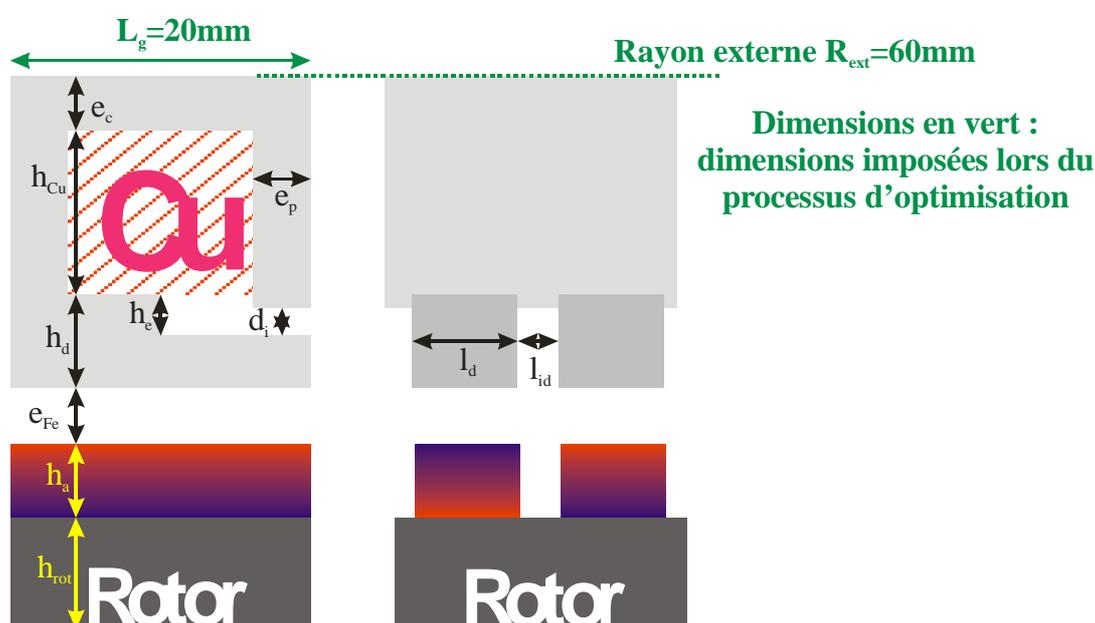


Figure 223 paramètres géométriques à optimiser

Nous n'avons malheureusement pas eu le temps de mener à bien le processus d'optimisation, étant contraint par la durée de trois ans pour la thèse. L'optimisation paramétrique d'une machine électrique à partir d'un modèle existant étant un problème très classique, déjà traité des centaines de fois par ailleurs, notre valeur ajoutée aurait été assez faible. Nous avons donc préféré nous concentrer pendant la fin de la thèse sur la machine à excitation bobinée présentée au chapitre suivant, qui est un sujet moins classique dans la littérature.

### 5) Conclusions

L'étude du comportement de la machine a permis de dégager des pistes d'amélioration substantielles, notamment par l'introduction de la dent cassée, en forme de marche d'escalier. Les simulations ont démontré l'intérêt majeur de cet apport pour désaturer le circuit magnétique, et permettre

un accroissement important des performances de l'ordre de 40%, avec une marge de gain additionnel significative avec l'optimisation géométrique paramétrique.

La réalisation d'un prototype a permis un gain substantiel, de l'ordre de 120% par rapport au prototype à dents droites réalisé au chapitre précédent, ramené au même diamètre d'entrefer. Ces performances expérimentales confirment le potentiel important de cette machine en termes de densité de puissance.

Cependant, l'échec de l'assemblage du prototype multiphasé a mis en évidence la complexité de réalisation mécanique d'un moteur avec un grand nombre de phases indépendante (9 dans notre cas), ce qui est pourtant le seul moyen d'atteindre des puissances de quelques dizaines de kW avec notre machine (la profondeur d'une phase étant limitée par la hauteur maximale de la colonne de poudre, de l'ordre de 20 à 40mm selon la qualité souhaitée).

La suite des travaux de cette thèse portera sur une structure alternative de machine, à excitation bobinée, destinée à d'autres applications que les applications embarquées à forte densité de puissance. L'étude effectuée sur la machine à aimants permanents a en effet permis d'ouvrir la voie à une nouvelle architecture, moins performante mais plus robuste et plus économique, ciblant d'autres applications.

## Chapitre 5 Machine homopolaire à excitation bobinée

### 1) Présentation de la machine à excitation bobinée

#### 1-1 Historique

Les travaux réalisés sur la machine à griffes à aimants permanents ont permis de concevoir une nouvelle machine à excitation bobinée, qui reprend le même stator, mais avec un nouveau concept d'excitation bobinée homopolaire au stator.

La machine synchrone homopolaire à excitation bobinée étudiée dans ce chapitre s'inspire de l'alternateur radio de Bethenod-Latour de 1914, qui servait à produire des ondes à hautes fréquences (plusieurs dizaines de kHz). Cet alternateur a équipé par exemple un poste de télégraphie sans fil à Lyon La Doua de 1919 à 1944. La figure ci-dessous présente une vue en coupe de cet alternateur.

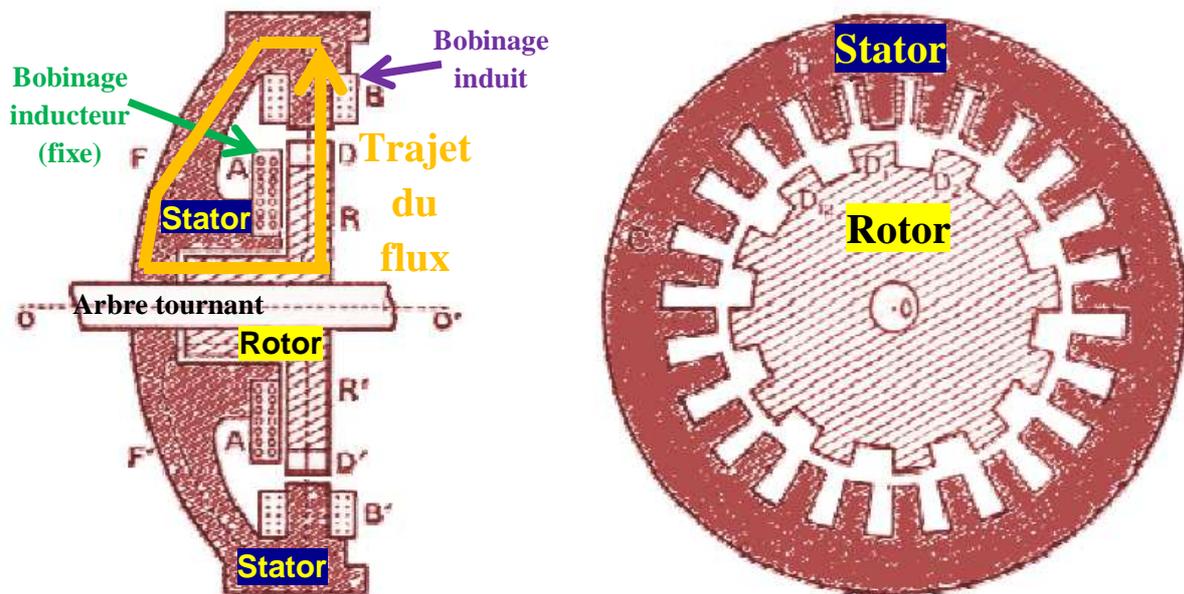


Figure 224 Alternateur radio Bethenod-Latour

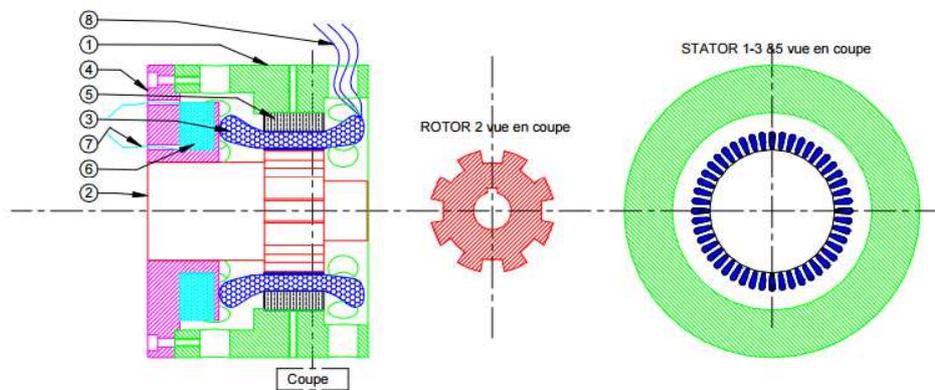
Le stator de cette machine est constitué d'un stator de machine monophasé classique, avec un bobinage sur dents, qui comporte  $2N$  dents bobinées alternativement (la périodicité du bobinage est donc  $N$ ). Ce stator pourrait alors sans problème fonctionner associé à un rotor à aimants en surface comportant  $2N$  aimants, constituant alors une machine synchrone monophasé classique. Le rotor de cette machine est lui une pièce massive de fer, comportant  $N$  dents à sa périphérie ; le rotor est totalement passif (il ne comporte ni aimants ni bobinage). Le stator comporte une culasse qui vient se refermer sur l'axe de rotation au centre de la machine ; cette culasse entoure le bobinage inducteur, fixe, solidaire du stator. Ce bobinage sera alimenté par un courant continu, comme n'importe quel bobinage inducteur de machine synchrone à excitation bobinée. Le flux inducteur généré par ce bobinage va traverser le rotor par son

centre, rejoindre les dents du rotor sur sa périphérie, traverser l'entrefer, rejoindre le stator, puis continuer son trajet dans la culasse stator jusqu'à revenir au centre. Ce trajet de flux embrasse bien la bobine d'excitation, quel que soit la position du rotor. Les dents du rotor sont donc toujours toutes de la même polarité (nord ou sud, selon le sens du courant inducteur) et ne changent jamais ; cette machine est donc dite homopolaire.

Le bobinage monophasé du stator va alors voir un champ alternatif, captant le champ du rotor soit dans un sens soit dans l'autre, selon le sens du bobinage des dents du stator en face des dents du rotor. Cette machine est donc basée sur le principe de la présence ou de l'absence d'un pôle en face des dents stator.

Cette machine avait été inventée initialement parce qu'elle présentait un grand nombre de paires de pôles et pouvait donc facilement atteindre des fréquences élevées, pour un émetteur radio, avec une vitesse de rotation modeste. Elle présente un intérêt aujourd'hui pour plusieurs raisons. Tout d'abord, il s'agit d'une machine d'assemblage très économique, avec quatre pièces en tout ; le rotor est lui constitué d'une pièce massive de fer, et le bobinage inducteur est un simple tore de réalisation aisée. Les sources principales de chaleur sont au stator (bobinages et fer voyant un champ magnétique alternatif), et sont donc plus faciles à refroidir ; cette machine pourrait donc évoluer a priori plus facilement dans un environnement thermique contraint.

Le concept a été repris par la société Delty, à Toulouse, pour faire un alternateur aéronautique qui a été breveté en 2007 [Sab07]. Cet alternateur est présenté sur la figure ci-dessous, issue d'une présentation du concept mise en ligne par son inventeur Dominique Sabadie.



- 1- Partie fixe 1 ou stator.
- 2- Partie mobile 2 ou rotor.
- 3- Bobinage induit 3.
- 4- Support bobine excitation 4.
- 5- Tôles feuilletées du stator.
- 6- Bobinage d'excitation 4.
- 7- Connexions électriques de l'excitation 4 (courant continu).
- 8- Connexions électriques du bobinage induit 3 (courant alternatif).

Figure 225 Machine électrique Delty

Nous retrouvons dans cette machine le principe de l'alternateur Bethenod-Latour, avec cette fois un stator lisse avec un bobinage réparti dans plusieurs encoches par pôle. Le bobinage d'excitation reste un bobinage homopolaire toroïdal, solidaire du stator, de réalisation et de refroidissement faciles.

François Bernot, de la société Francecol, a indépendamment repris cette structure et l'a fait évoluer en associant deux stators monophasés connectés en série, rejoints par un anneau de court-circuit magnétique ; le bobinage inducteur est alors placé entre les deux stators. Cette machine, nommée MH2 (pour machine homopolaire n°2), a fait l'objet d'un dépôt de brevet en 2010 [Ber11]. L'étude et l'amélioration de cette machine a été l'objet d'une partie des travaux de cette thèse, qui sont présentés dans les deux chapitres qui suivent.

### 1-2 Présentation du concept

L'élément de base de la machine MH2 est le stator monophasé à griffes en poudre de fer étudié dans les chapitres précédents. Ce stator est toujours constitué de deux pièces en SMC portant chacune les dents dans une direction opposée, enserrant le bobinage monophasé annulaire. Deux stators à griffes monophasés sont alors alignés selon un même axe de rotation ; un anneau de court-circuit magnétique relie les deux culasses de stator. Le bobinage inducteur, annulaire également, est positionné entre les deux stators sous l'anneau de court-circuit magnétique. Pour éviter les confusions, ce stator monophasé à griffes sera par la suite nommé « élément statorique à griffes », et le stator désignera l'ensemble de la partie fixe magnétiquement active de la machine MH2, constituée de deux éléments statoriques à griffes, un anneau de court-circuit magnétique et un bobinage inducteur. La figure ci-dessous présente le stator de la machine MH2 en vue éclatée.

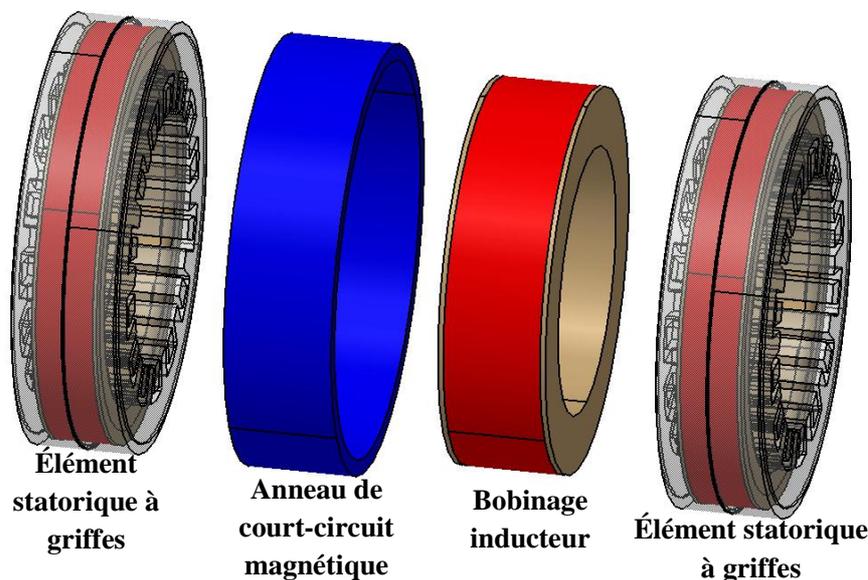
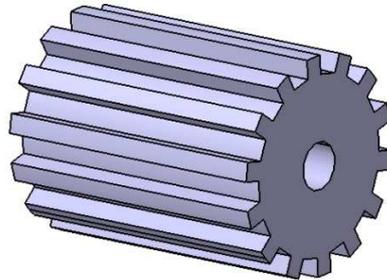


Figure 226 Vue éclatée du stator de la machine à excitation bobinée MH2

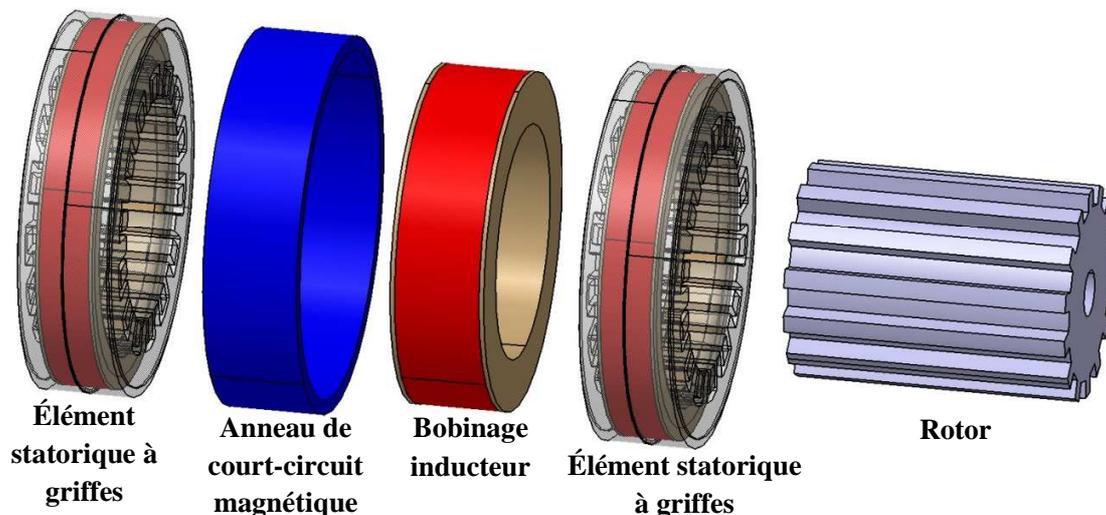
L'assemblage du stator est très simple, avec seulement huit pièces distinctes (dont trois par élément statorique à griffes), en plus de la carcasse amagnétique (non représentée) qui accueille l'ensemble.

Le rotor de la machine MH2 est constitué d'une pièce cylindrique de fer dans laquelle sont taillées des dents. Il y a deux fois plus de dents sur les stators monophasés à griffes que de dents sur le rotor. La figure ci-dessous présente le rotor, avec un trou central permettant le passage de l'arbre.



**Figure 227 Rotor de la machine à excitation bobinée MH2**

La longueur du rotor est la même que la longueur totale du stator. Ce rotor peut se fabriquer de manière très économique par extrusion d'acier massif. Constitué d'une seule pièce magnétiquement active, il ne nécessite aucun assemblage si l'arbre est usiné dans la même pièce que le rotor. La mise en commun du stator et du rotor forme les parties magnétiquement actives, présentées en vue éclatée sur la figure ci-dessous.

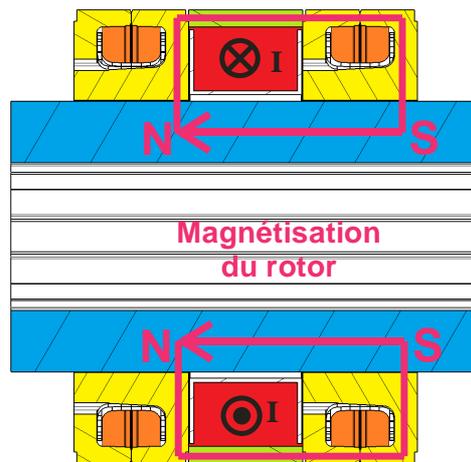


**Figure 228 Vue éclatée des parties actives de la machine à excitation bobinée MH2**

Nous voyons de nouveau la simplicité de la machine, avec seulement neuf pièces actives, et des bobinages annulaires très simples à réaliser.

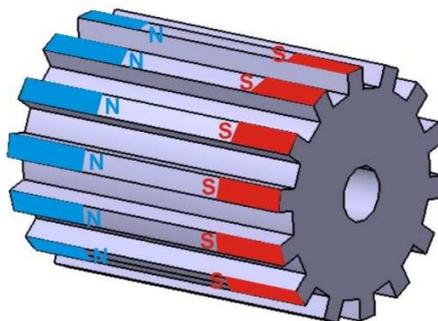
Le fonctionnement de cette machine est inhabituel par rapport aux machines conventionnelles, nous allons donc le détailler de manière imagée afin d'aider à sa compréhension. Lorsque le bobinage inducteur est alimenté par un courant continu, le flux généré va circuler dans les dents d'un des éléments stator à griffes, traverser l'entrefer pour rejoindre les dents du rotor, circuler dans la direction de l'axe de

rotation dans le rotor pour rejoindre l'aplomb du second rotor, traverser l'entrefer pour rejoindre les dents du second élément statorique à griffes. Le flux inducteur va ensuite remonter par la culasse verticale pour rejoindre la culasse du second élément statorique, traverser l'anneau de court-circuit magnétique pour arriver dans la culasse du premier élément statorique, et enfin descendre par la culasse verticale au niveau des dents du premier élément statorique à griffes. Ce trajet de flux complet est présenté sur la figure ci-dessous dans une vue en coupe de la machine complète. Le fer des éléments statoriques à griffes y est représenté en jaune, le bobinage induit en orange, le bobinage inducteur en rouge, l'anneau de court-circuit magnétique en vert, le rotor en bleu et le chemin emprunté par le flux inducteur est figuré par une flèche magenta.



**Figure 229** *Trajet du flux inducteur*

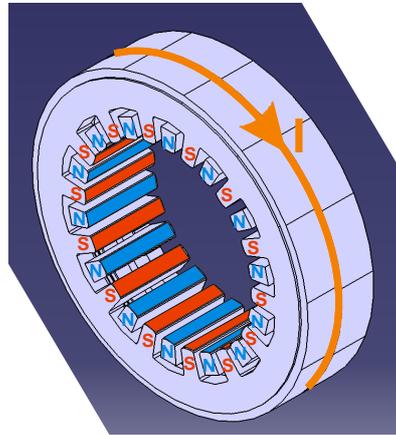
Le rotor est magnétisé par un flux inducteur transverse, qui pénètre sous l'élément statorique à griffes de droite et ressort sous l'élément statorique à griffes de gauche. Quelle que soit sa position, le rotor est toujours magnétisé dans le même sens, nord à gauche et sud à droite. La figure ci-dessous représente la magnétisation du rotor induite par le flux inducteur.



**Figure 230** *Magnétisation du rotor induite par le flux inducteur*

La magnétisation du rotor ne change jamais de sens, et l'élément statorique de gauche voit toujours en face de lui un pôle nord, et l'élément statorique de droite voit toujours un pôle sud ; la machine MH2 est donc dite homopolaire.

Lorsqu'un courant alternatif en phase avec la rotation du rotor traverse un élément statorique à griffes, chaque dent de celui-ci se polarise alternativement nord ou sud, toutes les dents orientées dans le même sens étant polarisées de la même manière. La figure ci-dessous présente la polarisation d'un élément statorique à griffes sous l'effet du courant parcourant son bobinage.



**Figure 231** Polarisation d'un élément statorique à griffes sous l'effet du courant

Les bobinages des deux éléments statoriques à griffes sont reliés en série, connectés en sens inverse. Lorsque toutes les dents orientées vers la droite de l'élément statorique de gauche portent un pôle nord, toutes les dents orientées vers la droite de l'élément statorique de droite portent un pôle sud. Elles seront également chacune en face d'une dent rotor portant une polarité opposée ; les forces créées par les interactions des dents rotor et stator seront donc les mêmes du côté gauche et du côté droit de la machine MH2. Le pilotage du courant induit, traversant les éléments statoriques à griffes, assuré par un onduleur, permet alors de choisir le couple généré par la machine, qui peut alors être utilisée soit comme un moteur soit comme un alternateur. Il s'agit d'une machine synchrone à excitation bobinée, le courant continu d'excitation traversant l'inducteur pouvant être piloté également, par exemple pour réguler la tension produite par l'alternateur.

Une autre manière de comprendre la machine est d'observer le flux inducteur capté par les bobinages induits. Dans la Figure 229, les dents du rotor sont alignées avec les dents du stator orientées vers la gauche. Le flux inducteur emprunte donc uniquement les dents situées vers la droite, il embrasse donc le bobinage induit de l'élément statorique à griffes de droite, mais pas celui de l'élément statorique à griffes de gauche. Le bobinage induit de droite verra donc le flux inducteur complet  $\phi_f$ , alors que celui de gauche verra un flux nul. Lorsque le rotor aura parcouru  $180^\circ$  (angle électrique), c'est-à-dire lorsque les dents du rotor seront alignées avec les dents du stator tournées vers la droite, le bobinage induit de droite verra un flux nul, et le bobinage induit de gauche verra le flux inducteur complet  $\phi_f$ . En connectant ces enroulements en sens inverse, en série, le bobinage total verra  $0+\phi_f$  dans la première configuration, et  $-\phi_f+0$  dans la seconde. La figure ci-dessous présente la circulation du flux inducteur dans les deux positions de conjonction entre les dents du rotor et les dents du stator : dents du rotor alignées avec les dents du stator tournées vers la gauche à gauche, et dents du rotor alignées avec les dents du stator tournées vers la droite à droite. Ces deux vues en coupe sont prises sous deux angles différents (séparés de  $\frac{180^\circ}{\text{nombre de dents rotor}}$ , correspondant à un angle électrique de  $180^\circ$ ). Le sens de connexion des bobinages induits, à l'intérieur des éléments statoriques à griffes, est représenté en bleu marine.

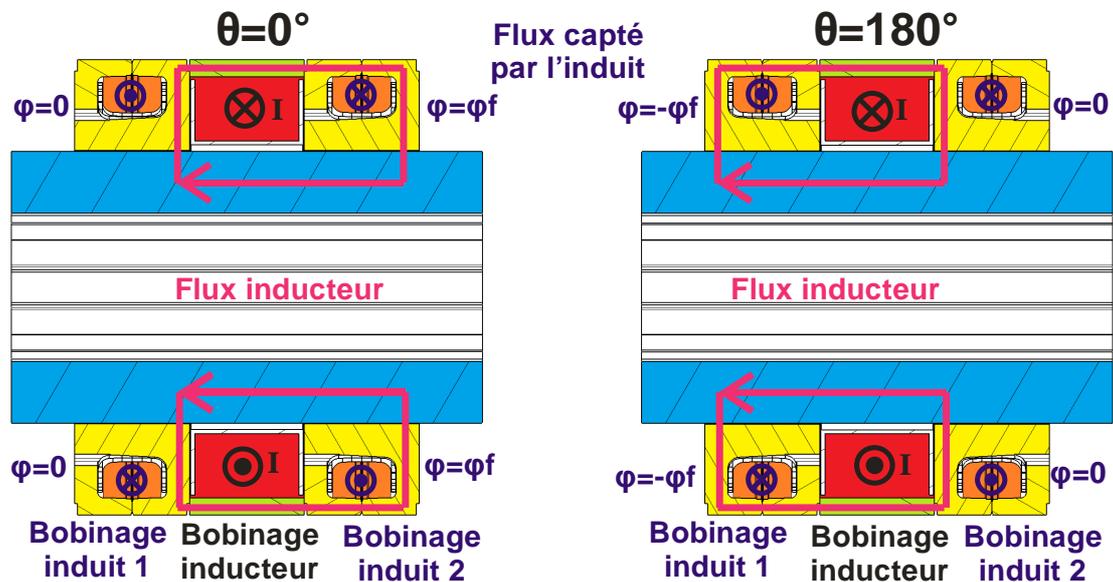


Figure 232 Flux inducteur capté par l'induit selon la position  
Vues en coupe dans le plan axial

Nous voyons que le flux total embrassé par le bobinage de l'induit va évoluer entre  $+\varphi_r$  et  $-\varphi_r$ , créant une force électromotrice monophasée synchrone avec le déplacement, dont l'amplitude sera proportionnelle au courant continu parcourant le bobinage inducteur. C'est exactement le comportement rencontré dans une machine synchrone à rotor bobiné. Le désavantage principal de cette structure est que le flux est capté par la moitié du circuit magnétique à la fois seulement, l'autre moitié étant inopérante (les dents stators qui ne sont pas alignées avec les dents rotor). Les performances seront donc les mêmes que celle d'une machine à griffes à rotor bobiné, qui aurait la même force électromotrice dans le volume d'un seul élément statorique à griffes. Par ailleurs, du volume supplémentaire est également perdu par l'espace occupé par le bobinage inducteur, réduisant d'autant plus la densité de puissance de la machine. Ces désavantages ne font pas de cette machine un bon candidat pour des machines embarquées à forte densité de puissance, mais elles peuvent être utilisées comme machines très économiques dans des applications à bas coût, ou encore dans des environnements thermiquement fortement contraints.

## 2) Modélisation analytique

### 2-1 Hypothèse sur les flux

La première étape de la modélisation de la machine est l'établissement d'un modèle analytique explicite, exprimant les flux et le couple en fonction des courants et de la géométrie de la machine. Ce modèle va nous aider à mieux comprendre le fonctionnement de la machine.

Pour calculer les flux dans la machine, nous la modélisons par un réseau de réluctances. Le couple sera ensuite calculé en exprimant la variation de coénergie magnétique du système. Le fer est supposé de perméabilité infinie, et le flux est supposé parfaitement radial dans l'entrefer. Nous négligeons la courbure dans l'entrefer, et ramenons la rotation à un mouvement linéaire. Seule une paire de pôles est modélisée, avec des conditions aux limites symétriques de part et d'autre. Les flux modélisés sont principalement

ceux dans l'entrefer, qui est le lieu de la conversion d'énergie électromécanique. Seuls les flux sous les dents stators sont modélisés : il s'agit des flux principaux. Tous les flux de fuite, notamment entre les dents du stator, sont négligés. Deux positions différentes sont modélisées, selon que les dents du rotor sont sous une seule dent stator à la fois, ou qu'elles sont à cheval sous deux dents stator simultanément. La figure ci-dessous présente les chemins de flux modélisés dans l'entrefer, en bleu ; les deux positions différentes y sont représentées. Les rectangles en pointillés délimitent les réductances, à l'intérieur desquelles le flux est supposé uniforme.

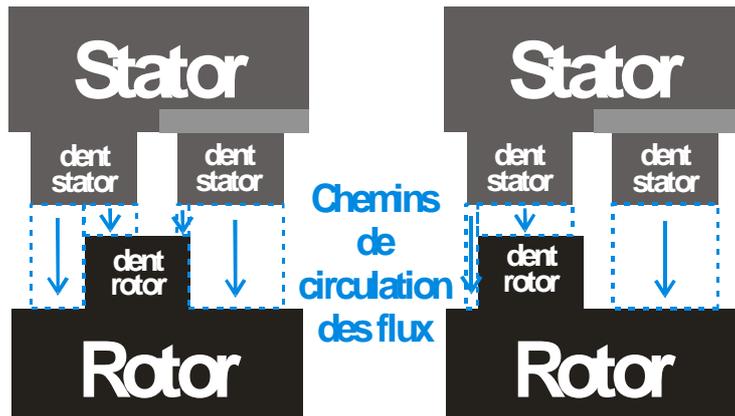


Figure 233 Chemins de flux modélisés dans l'entrefer  
Vue en coupe dans le plan axial

Nous établissons alors deux réseaux de réductance, un pour chaque position, en prenant en compte la circulation des flux dans toute la machine. Après prise en compte de la symétrie, le réseau de réductances se limite à six ou huit réductances différentes. Les trois bobinages sont représentés comme des sources magnétomotrices, et le fer de perméabilité infinie se résume à des simples fils, conduisant le flux magnétique sans aucune perte de potentiel magnétique. Nous notons  $nI_f$  la force magnétomotrice d'inducteur, égale au courant inducteur multiplié par le nombre de tours de la bobine d'excitation. Nous notons  $nI_1$  la force magnétomotrice générée par le courant parcourant l'élément statorique à griffes de gauche, et  $nI_2$  la force magnétomotrice générée par le courant parcourant l'élément statorique à griffes de droite. Les deux bobinages étant identiques et connectés en série dans des sens opposés, nous avons  $nI_1 + nI_2 = 0$ . La figure ci-dessous présente les deux réseaux de réductance retenus.

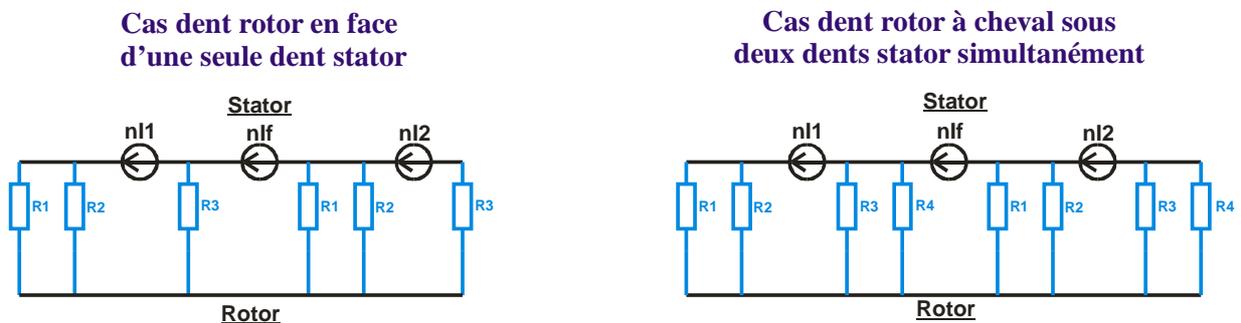


Figure 234 Réseaux de réductances du modèle analytique

Nous remarquons que les réseaux ont la même configuration générale, ils peuvent se simplifier sous la forme d'un réseau unique commun aux deux positions en exprimant des réluctances équivalentes. Nous notons donc  $R_{\acute{e}q1}$  et  $R_{\acute{e}q2}$  les deux réluctances équivalentes. Nous avons  $R_{\acute{e}q1} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$  et  $R_{\acute{e}q2} = R_3$  dans la première position, et  $R_{\acute{e}q1} = R_1 // R_2 = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$  et  $R_{\acute{e}q2} = R_3 // R_4 = \frac{R_3 * R_4}{R_3 + R_4}$ . La figure ci-dessous présente le réseau de réluctances simplifié, qui servira de base au modèle analytique de la machine.

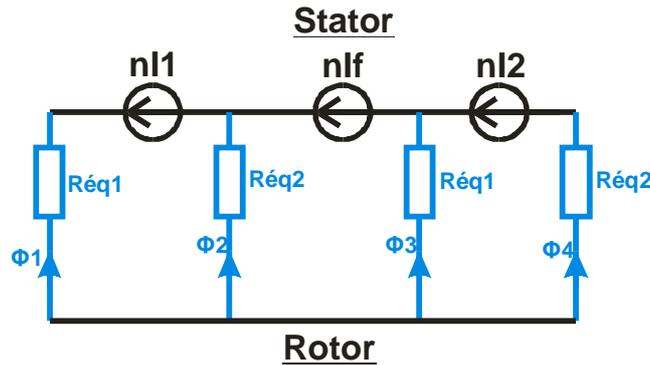


Figure 235 Réseau de réluctances unifié

Ce système s'avère assez simple, avec quatre inconnues correspondant à quatre flux ; il est soluble assez facilement à la main.

### 2-2 Modèle analytique

L'expression des équations régissant le réseau de réluctances est très rapide : nous exprimons le théorème d'Ampère trois fois sur les trois mailles évidentes, et la loi de conservation des flux au niveau du rotor. Sur la figure ci-dessous, nous représentons les trois chemins des théorèmes d'Ampère exprimés (lois des mailles) par des flèches pointillées vertes, et l'emplacement d'expression de la loi de conservation des flux (loi des nœuds) par un hexagone rouge.

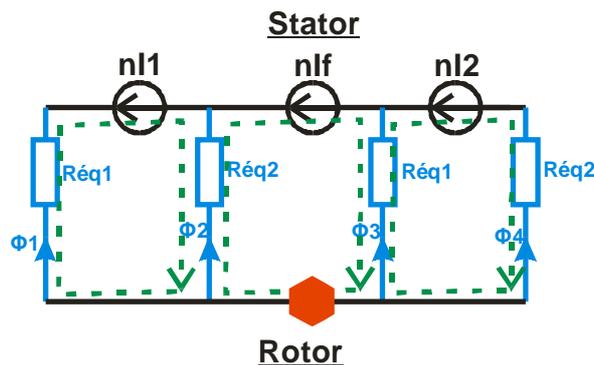


Figure 236 Expression des équations régissant le réseau de réluctances unifié

Les quatre équations régissant le système s'explicitent alors :

$$\begin{cases} \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4 = 0 \\ R_{\acute{e}q1} * \varphi_1 + nI_1 - R_{\acute{e}q2} * \varphi_2 = 0 \\ R_{\acute{e}q2} * \varphi_2 + nI_f - R_{\acute{e}q1} * \varphi_3 = 0 \\ R_{\acute{e}q1} * \varphi_3 + nI_2 - R_{\acute{e}q2} * \varphi_4 = 0 \end{cases}$$

La résolution de ces équations nous permet d'exprimer tous les flux en fonction des courants et des réluctances :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_1 = \frac{-nI_1 \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} + \frac{2}{R_{\acute{e}q2}} \right) - nI_f \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} + \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right) - \frac{nI_2}{R_{\acute{e}q2}}}{2 \left( 1 + \frac{R_{\acute{e}q1}}{R_{\acute{e}q2}} \right)} \\ \varphi_2 = \frac{\frac{nI_1}{R_{\acute{e}q1}} - nI_f \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} + \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right) - \frac{nI_2}{R_{\acute{e}q2}}}{2 \left( 1 + \frac{R_{\acute{e}q2}}{R_{\acute{e}q1}} \right)} \\ \varphi_3 = \frac{\frac{nI_1}{R_{\acute{e}q1}} + nI_f \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} + \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right) - \frac{nI_2}{R_{\acute{e}q2}}}{2 \left( 1 + \frac{R_{\acute{e}q1}}{R_{\acute{e}q2}} \right)} \\ \varphi_4 = \frac{\frac{nI_1}{R_{\acute{e}q1}} + nI_f \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} + \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right) + nI_2 \left( \frac{2}{R_{\acute{e}q1}} + \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right)}{2 \left( 1 + \frac{R_{\acute{e}q2}}{R_{\acute{e}q1}} \right)} \end{array} \right.$$

Pour calculer le couple, nous exprimons la coénergie magnétique totale du système. Nous calculons la coénergie contenue dans chaque réluctance, et multiplions l'ensemble par p le nombre de paires de pôles de la machine, pour prendre en compte toute la machine (le circuit représentant seulement une paire de pôles). En régime linéaire, la coénergie d'une réluctance de volume V traversée par une induction B et un flux  $\varphi$  s'exprime  $W' = \frac{B^2 * V}{2 * \mu_0}$ , qui peut aussi s'exprimer  $W' = \frac{R * \varphi^2}{2}$ . La coénergie totale de la machine s'exprime alors :

$$W = p * \frac{1}{2} (R_{\acute{e}q1} \varphi_1^2 + R_{\acute{e}q2} \varphi_2^2 + R_{\acute{e}q1} \varphi_3^2 + R_{\acute{e}q2} \varphi_4^2)$$

Afin de simplifier l'expression de la coénergie, nous utilisons la relation  $nI_1 + nI_2 = 0$ , qui est toujours vraie car les deux bobinages induits sont connectés en série et sont donc bien parcourus par le même courant. L'expression de la coénergie se simplifie et se factorise remarquablement pour s'exprimer alors :

$$W' = \frac{p}{4} \left( (nI_1 + nI_f)^2 \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} + (nI_1 - nI_f)^2 \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right)$$

Le couple s'exprime comme étant la dérivée angulaire de la coénergie à courant constant :

$$C = \frac{\partial W'}{\partial \theta}$$

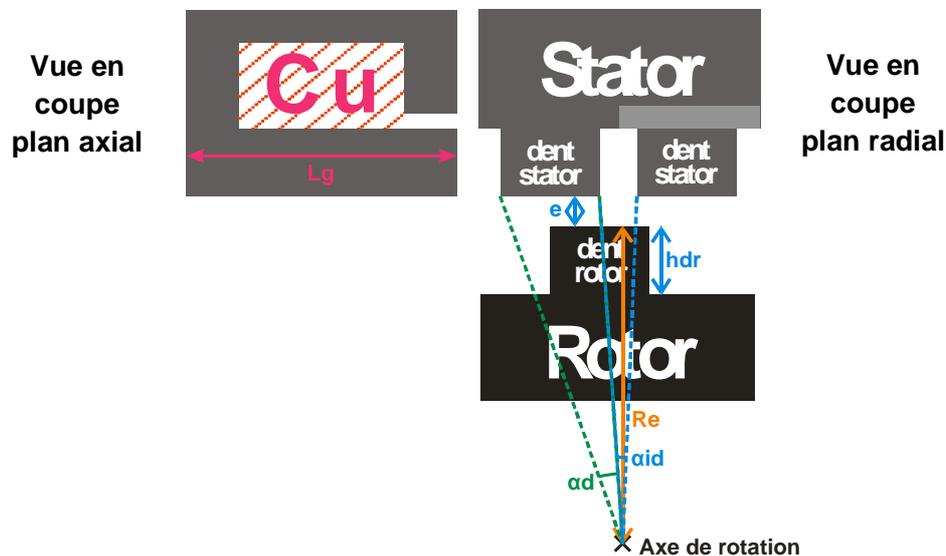
Dans notre cas le couple s'exprime alors :

$$C = \frac{p}{4} \left( (nI_1 + nI_f)^2 * \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q1}} \right) + (nI_1 - nI_f)^2 \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} \right) \right)$$

Il nous reste à exprimer les réluctances en fonction des paramètres géométriques de la machine, et à dériver en fonction de la position angulaire. Nous définissons les paramètres géométriques suivants :

$R_e$	Rayon d'entrefer
$L_g$	Longueur de l'élément statorique à griffes
$\alpha_{id}$	Angle séparant deux dents stator consécutives
$\alpha_d$	Angle d'une dent (stator ou rotor)
$e$	Épaisseur de l'entrefer
$h_{dr}$	Hauteur d'une dent rotor

Ces paramètres peuvent se représenter sur la figure ci-dessous, vue en coupe à gauche du détail d'un élément statorique à griffes, et vue en direction de l'axe de rotation (courbure de l'entrefer non représentée) à droite.



**Figure 237 Paramètres géométriques du modèle analytique**

Les réluctances peuvent alors s'exprimer en fonction de ces paramètres géométriques.  $R_{\acute{e}q2}$  a deux expressions différentes, selon que la dent rotor est sous une seule dent stator à la fois (cas n°1) , ou à cheval sous deux dents stator simultanément (cas n°2). Pour des raisons de commodité, nous exprimons

l'inverse des réluctances (plus facile à calculer dans le cas de réluctances mises en parallèle), grandeurs qui apparaissent dans l'expression du couple :

$$\frac{1}{R_{\acute{e}q1}} = \mu_0 L_g R_e \left( \frac{\theta}{h_{dr} + eFe} + \frac{\alpha_d - \theta}{eFe} \right)$$

$$\text{Cas } n^\circ 1 : \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} = \frac{\mu_0 L_g R_e \alpha_d}{h_{dr} + eFe}$$

$$\text{Cas } n^\circ 2 : \frac{1}{R_{\acute{e}q2}} = \mu_0 L_g R_e \left( \frac{\alpha_d + \alpha_{id} - \theta}{h_{dr} + eFe} + \frac{\theta - \alpha_{id}}{eFe} \right)$$

L'expression du couple s'obtient alors en remplaçant l'expression des réluctances dans la formule établie ci-dessus, en considérant  $2\alpha_{id} = \alpha_d$ . Un facteur de signe valant +1 ou -1 est à ajouter par la suite devant les courants pour reconstituer le couple sur une période électrique complète. Voici l'expression des couples électromagnétiques :

$$\text{Cas } n^\circ 1 : C = -p \frac{\mu_0 L_g R_e}{e} * \frac{h_{dr}}{h_{dr} + e} \left( \frac{nI_1 * nI_f}{2} + nI_f^2 + \frac{nI_1^2}{4} \right)$$

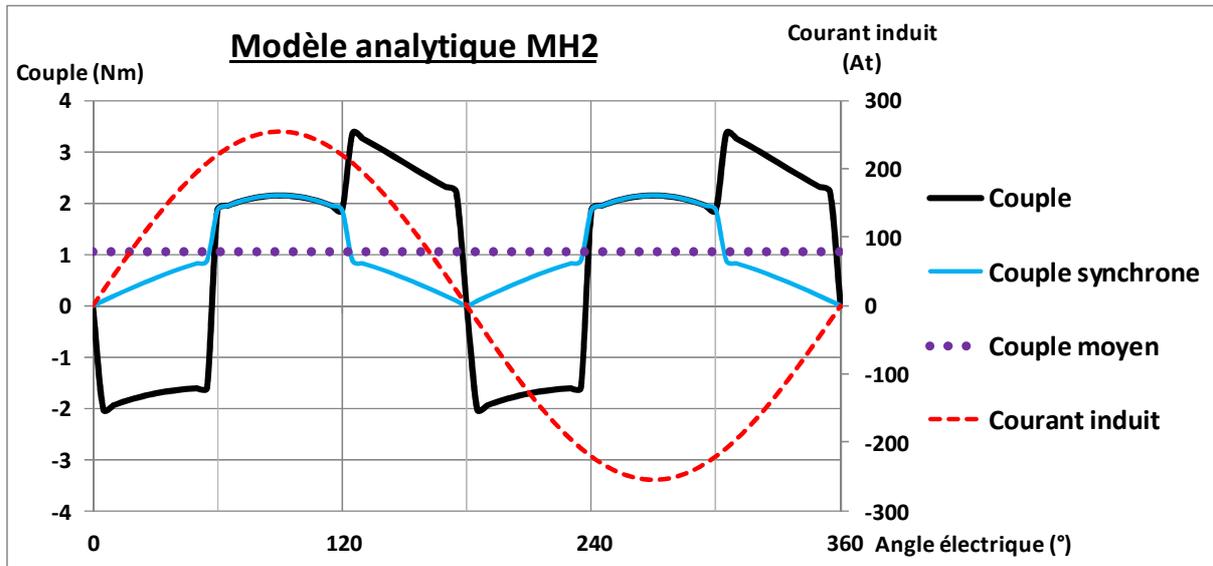
$$\text{Cas } n^\circ 2 : C = -p \frac{\mu_0 L_g R_e}{e} * \frac{h_{dr}}{h_{dr} + e} * nI_1 * nI_f$$

### 2-3 Analyse des résultats du modèle analytique

Dans le second cas, nous retrouvons purement l'expression du couple d'une machine synchrone, proportionnel au courant induit  $nI_1$  et au courant d'excitation  $nI_f$ . Le facteur  $\frac{h_{dr}}{h_{dr} + e}$  est un facteur de saillance, compris entre 0 et 1 ; il vaut 0 si le rotor est parfaitement lisse et 1 si la hauteur des dents rotor est très grande devant l'épaisseur de l'entrefer ; il sera en pratique supérieur à 0,9. Nous comprenons bien qu'il n'y a aucun couple dans la machine si le rotor est lisse (cylindrique,  $h_{dr} = 0$ ).  $\frac{\mu_0 L_g R_e}{e} * nI_f$  est le flux dans l'entrefer généré par le flux inducteur, proportionnel à la surface de l'entrefer ( $L_g R_e$ ) et inversement proportionnel à l'épaisseur d'entrefer  $e$ . Cependant, ce flux ne pourrait pas augmenter indéfiniment pour des entrefers très minces, car la saturation du fer serait alors atteinte (l'expression du couple ci-dessus n'est valable qu'en régime linéaire). Nous remarquons qu'il n'y a pas de couple de réluctance dans cette expression, ce qui s'explique parce que le volume d'air magnétisé dans l'entrefer et la longueur des trajets de flux restent constants ; cette remarque est valable seulement pour un entrefer parfaitement constant comme dans notre modèle. Cela signifie également qu'il n'y a pas de point d'équilibre pour le couple dans la zone centrale (proche de  $90^\circ$ ) : le couple à vide est parfaitement nul. Enfin, le facteur  $p$ , nombre de paires de pôles, qui apparaît devant l'expression, est le facteur entre l'angle mécanique et l'angle électrique qui ressort dans l'opération de dérivation de la coénergie. Une augmentation à l'infini du nombre de paires de pôles ne signifierait pas pour autant une augmentation à l'infini du couple, car le flux de fuite, négligé dans ce modèle, deviendrait prédominant. Nous avons traité de cette question en détail au paragraphe 3 du chapitre 2 p50, et le raisonnement développé s'applique également ici.

Dans le premier cas, l'expression est plus complexe. Nous retrouvons le même facteur de saillance  $\frac{h_{dr}}{h_{dr+e}}$  que dans le second cas. Nous retrouvons l'expression géométrique  $\frac{\mu_0 L_g R_e}{e}$  qui est l'expression de la réluctance du circuit magnétique, qui exprime le rapport entre les courants et les flux, comme dans le second cas. Nous retrouvons également le couple synchrone proportionnel à  $\frac{nI_1 * nI_f}{2}$ , diminué de moitié par rapport au second cas car la conversion d'énergie se fait sous une seule dent et non plus sous deux dents simultanément comme dans le second cas. Le terme en  $nI_f^2$  est le couple d'accrochage d'encoches, de valeur moyenne nulle, qui va générer une ondulation de couple résiduelle, y compris à vide. Cette ondulation est plutôt élevée, en raison du caractère monophasé de la machine électrique étudiée. Pour finir, le terme en  $\frac{nI_1^2}{4}$  est un couple de réluctance, exprimant en l'absence de flux inducteur qu'une dent rotor va avoir tendance à naturellement s'aligner sous une dent stator par variation de la réluctance. Dans un fonctionnement purement synchrone, avec un courant en phase avec la rotation, nul quand les dents du rotor sont alignées sur les dents du stator, ce couple de réluctance sera de valeur moyenne nulle. Il est possible en modifiant la phase et la forme du courant de commande que ce couple de réluctance ait une contribution moyenne positive, la machine devenant alors une machine synchro-réluctante. Comme dans le second cas, nous retrouvons aussi dans l'expression du couple le facteur p, exprimant l'effet du nombre de paires de pôles ; lorsque p est élevé ce facteur sera atténué par les fuites qui deviendront alors prépondérantes.

Nous avons calculé numériquement le couple pour la machine reprenant les éléments statoriques de la première machine à aimants construite au chapitre 3, avec un rayon d'entrefer  $R_e$  de 24 mm, une longueur active d'élément statorique  $L_g$  de 20 mm, une épaisseur d'entrefer  $e$  de 0,25mm et un facteur géométrique  $\frac{h_{dr}}{h_{dr+e}}$  égal à 1 (effet de saillance total, négligeant l'épaisseur d'entrefer  $e$ ). Nous considérons que le courant stator est un sinus en phase avec la rotation, valant 0 lorsque les dents du rotor sont alignées avec le stator : seul le couple synchrone contribuera au couple moyen. Nous avons considéré un courant d'excitation de 1A dans un bobinage d'excitation à 250 tours :  $nI_f=250At$ . Le courant induit a une valeur efficace de 1,5A pour une bobine présentant 120 tours :  $nI_{1,eff}=180At$ . L'influence de la contribution du couple de réluctance au couple moyen est un sujet important pour cette machine, qui permettra d'augmenter ses performances, lorsqu'elle est alimentée par une électronique de puissance. L'étude et l'optimisation de cette influence doit faire l'objet de travaux de modélisation de la commande, qui dépassent le cadre de cette thèse, mais pourraient constituer la base d'un travail ultérieur. Nous sommes contents ici d'explorer la machine dans son aspect purement synchrone. La figure ci-dessous présente le couple calculé sur une période électrique complète, avec le couple total en noir, le couple synchrone en bleu clair et le couple moyen en violet ; le courant dans l'inducteur est représenté en orange avec l'échelle de l'axe de droite.



**Figure 238** Couple calculé avec le modèle analytique

Les sauts de couple présents sont liés aux approximations du modèle analytique, qui ne prend en compte aucun flux de fuite par exemple. Nous remarquons que l'ondulation de couple est très forte, de l'ordre de 250%. Cela vient de plusieurs facteurs : tout d'abord la machine est monophasée, ensuite sa structure fortement saillante au rotor et au stator génère naturellement un couple de saillance important. Cette amplitude est probablement exagérée par le modèle, assez approximatif, qui ne prend notamment en compte aucun flux de fuite. Pour finir, la machine n'est pas commandée de manière à ce que le couple de réluctance soit contributeur au couple moyen. Ce couple de réluctance, ici de valeur moyenne nulle, contribue à l'ondulation de couple, alors qu'en contribuant au couple utile l'ondulation de couple globale serait diminuée. Cela doit faire l'objet d'études plus poussées sur la commande de la machine, qui pourront faire l'objet de recherches ultérieures.

Nous constatons qu'en plusieurs endroits le couple instantané est négatif, ce qui signifie que la machine ne pourrait pas démarrer d'une vitesse nulle de manière autonome. Ce problème était attendu pour une machine monophasée.

Nous constatons pour finir que le couple moyen, ici autour de 1Nm, est assez faible au vu du volume de la machine. Il est du même ordre de grandeur que celui de la machine à griffes à aimants du chapitre 3, contenue dans le volume du même élément statorique à griffes, soit environ un tiers du volume de cette machine à excitation bobinée.

Ce modèle analytique nous a permis de mieux comprendre le fonctionnement de la machine, qui n'est pas habituel, et de dégager des premiers ordres de grandeur de performances. L'étape suivante est la modélisation de la machine par la méthode des éléments finis, afin de mieux cerner ses performances.

### 3) Analyse éléments finis

Pour la modélisation par la méthode des éléments finis, nous avons repris les éléments statoriques à griffes utilisés dans la machine à aimants du chapitre 3, de diamètre externe 80mm et de longueur

20mm, correspondant aux dimensions standards du lopin de poudre prototype Höganäs. Cette machine comporte 28 pôles, avec un rayon d'entrefer de 24mm, une distance entre deux dents consécutives du stator de 1,8mm, et une largeur de dent de 3,6mm. L'épaisseur de la culasse est de 3mm, l'épaisseur de la culasse verticale de 4mm et la hauteur des dents de 5,3mm. L'épaisseur d'entrefer est 0,25mm, et l'anneau de court-circuit magnétique est lui un simple cylindre en SMC d'épaisseur 3mm, comme la culasse du stator. Ces mesures sont résumées sur la figure ci-dessous.

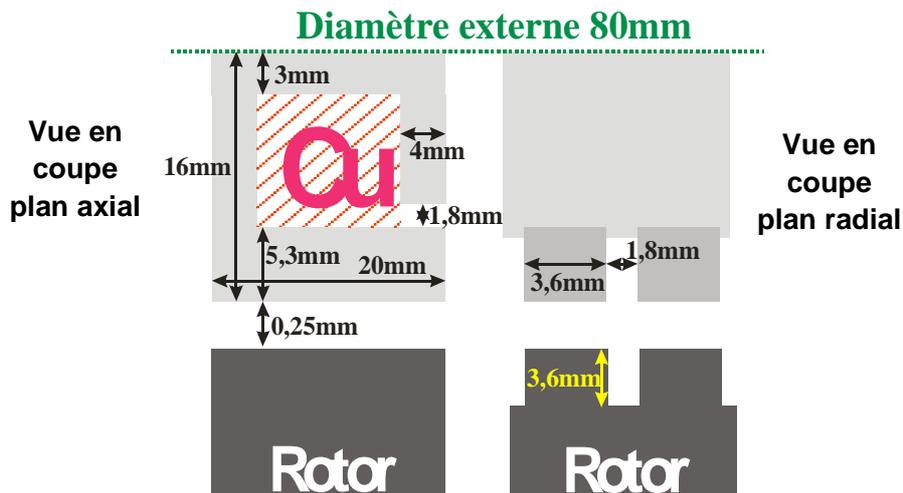


Figure 239 Dimensions géométriques du moteur modélisé

Ce moteur est modélisé aux éléments finis avec le logiciel Flux3d. La figure ci-dessous présente la géométrie créée sous Flux3d, directement importée de CATIA. Dans le logiciel les bobines sont définies indépendamment de la géométrie et ne sont pas maillées.

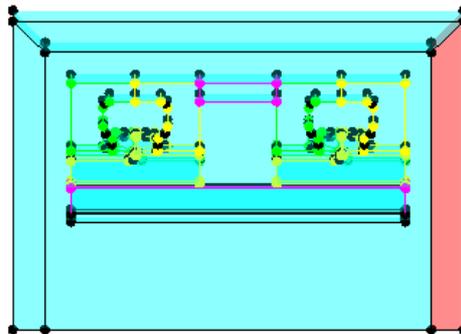
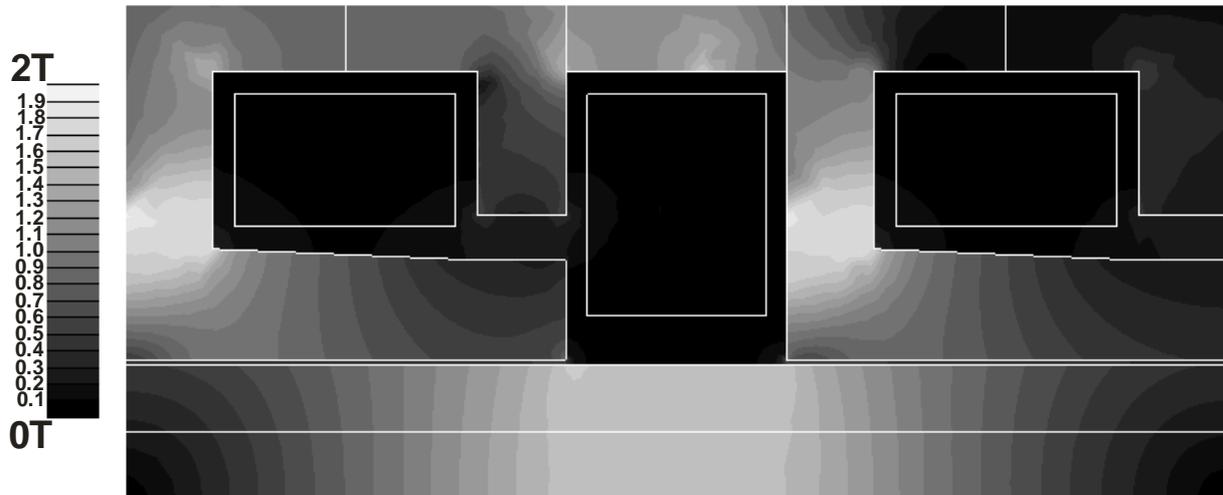


Figure 240 Géométrie modélisée sous Flux 3d

La bobine induit comporte 120 tours de fil dans chaque élément statorique à griffes, et la bobine inducteur comporte 250 tours de fil. La figure ci-dessous représente l'induction simulée dans la machine dans le cas où les dents du stator sont alignées avec les dents du rotor, en présence d'un courant inducteur de 1A, et sans courant induit.



**Figure 241** Induction dans la machine à  $0^\circ$  (angle électrique),  $nI_f=250At$  et  $nI_l=0At$   
 Vue en coupe dans le plan axial

Les lignes de champ n'ont pas pu être représentées, la simulation étant une simulation tridimensionnelle. Nous constatons que les trajets de flux sont conformes au comportement attendu, avec un flux inducteur embrassant le bobinage induit de gauche, mais pas celui de droite. Nous retrouvons le même problème de saturation du pied de dent que pour la machine à aimants. Le circuit magnétique de l'élément statorique est à améliorer, et les améliorations trouvées au chapitre 4 sont également applicables pour cette machine.

La force électromotrice (tension à vide) n'a malheureusement pas été simulée, et le logiciel n'est désormais plus disponible, ce qui nous empêche de la présenter ici. Le couple en charge a été simulé avec un courant dans l'induit en phase avec le déplacement, de valeur nulle lorsque les dents du rotor et les dents du stator sont alignées. La figure ci-dessous présente le couple simulé pour plusieurs valeurs de courants induit et inducteur.

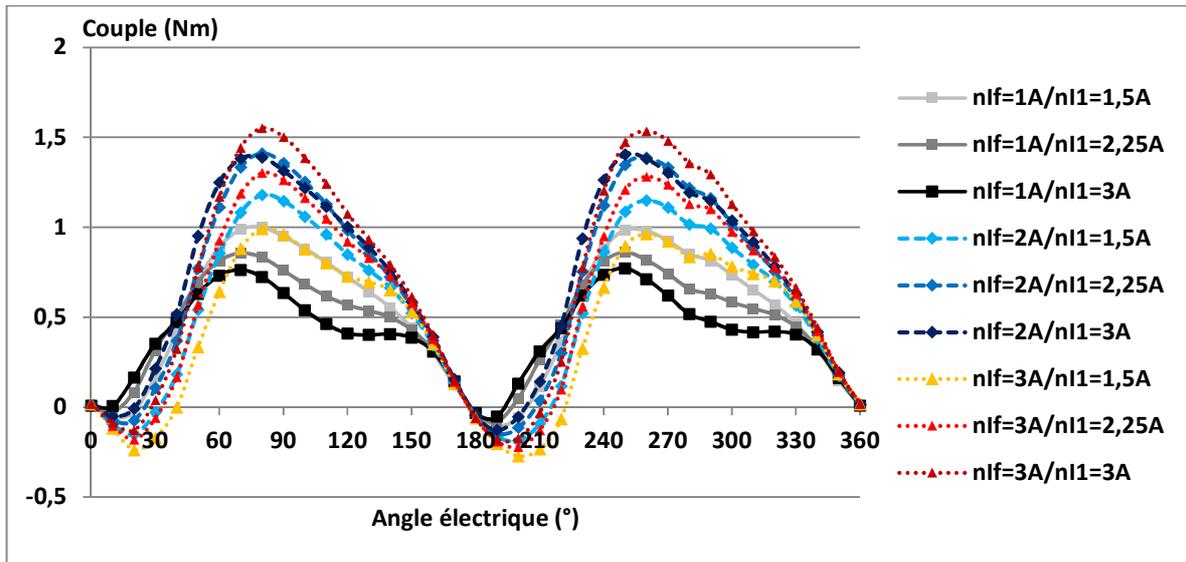


Figure 242 Couple simulé aux éléments finis

Nous constatons que l'ondulation de couple a une amplitude environ moitié de celle du modèle analytique, ce qui est logique au vu des approximations significatives du modèle analytique, notamment l'absence de modélisation du flux de fuite. Nous constatons également que le couple est négatif par endroit, en raison du couple de réluctances, ce qui signifie que la machine ne peut pas démarrer de manière autonome à partir d'une vitesse nulle. Le tableau ci-dessous synthétise les couples moyens issus de la simulation aux éléments finis.

Couple moyen (Nm)		$I_f$		
		1A	2A	3A
$I_1$	1.5A	0.508	0.538	0.437
	2.25A	0.461	0.664	0.588
	3A	0.404	0.705	0.714

Tableau 2 Couples moyens issus de la simulation éléments finis

Nous constatons que le couple moyen n'augmente pas beaucoup avec l'augmentation du courant, que ce soit le courant induit ou le courant inducteur : par exemple à courant induit de 3Aeff, un triplement du courant inducteur de 1A à 3A mène à une augmentation de couple moyen de seulement 77%. L'augmentation des courants amène même parfois de manière très surprenante à une diminution du couple moyen ! Par exemple à courant induit fixe de 1,5Aeff, un triplement du courant inducteur de 1A à 3A donne une diminution de 14% du couple moyen ; de même à courant inducteur constant de 1A, un doublement du courant induit de 1,5A à 3A donne une diminution de 20% du couple moyen !

Cette évolution du couple moyen en fonction des courants peut s'expliquer par la très forte saturation de la machine au niveau du pied de dent. Dans cette configuration, une augmentation d'un courant peut amener à ne plus laisser du tout de place dans le circuit magnétique pour le flux issu de l'autre courant, et donc amener à ce genre de comportements.

La comparaison avec le modèle analytique permet de se faire une première idée de la précision de ce modèle. La figure ci-dessous présente les couples moyens issus du modèle analytique.

Couple moyen (Nm)		$I_r$		
		1A	2A	3A
$I_1$	1.5A	1.05	2.10	3.15
	2.25A	1.58	3.15	4.73
	3A	2.10	4.21	6.31

**Tableau 3** *Couples moyens issus du modèle analytique*

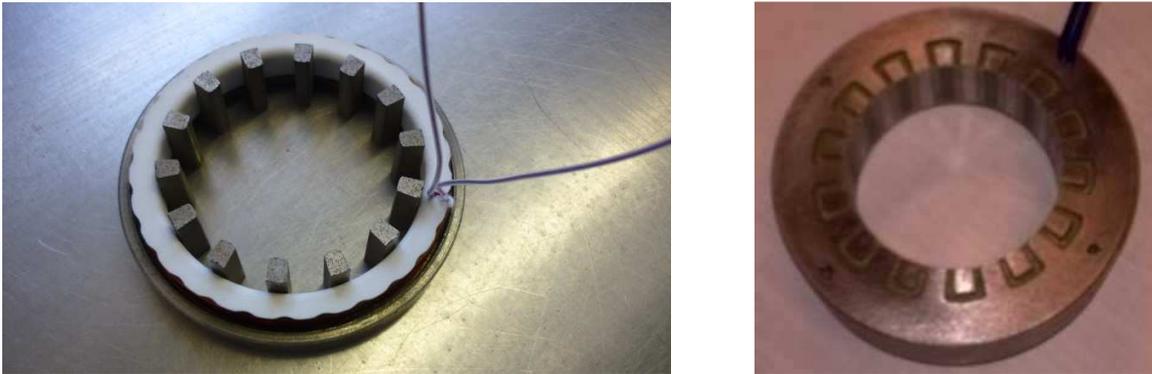
Nous constatons que pour des courants assez faibles, l'erreur du modèle analytique est de 50% ; le modèle fournit donc un bon premier ordre de grandeur. Cependant, la faible perméabilité du SMC génère probablement des fuites significatives (que nous pouvons voir sur la Figure 241 qui présente les inductions dans la machine), qui ne sont pas prises en compte par le modèle analytique. Pour des courants plus élevés, la saturation de la machine est très élevée, et le modèle analytique surestime d'un facteur 10 le couple, ce qui est également logique : les hypothèses de linéarité ne sont alors plus du tout vérifiées. Une optimisation du circuit magnétique mènerait probablement à une amélioration significative des performances de la machine.

Ces simulations nous ont déjà permis de valider le comportement de la machine et son principe de fonctionnement. Cependant, elles laissent entrevoir des performances limitées, notamment à fort courant ; une amélioration ultérieure de la machine pourra donc s'avérer très utile.

## 4) Essais sur banc

### 4-1 Fabrication du prototype

Un prototype de la machine électrique a été réalisé, afin de valider son fonctionnement. Les éléments statoriques à griffes sont les mêmes que ceux de la machine à aimants présentée au chapitre 3. Le circuit magnétique est usiné dans des lopins de poudre prototype SMC : la forme des dents est d'abord obtenue par tournage, puis chaque dent est creusée par découpe au fil (électroérosion). Le bobinage est réalisé sur un mandrin plastique d'épaisseur 0,7mm, puis l'élément statorique est résiné sous vide. La figure ci-dessous présente à gauche un demi-circuit magnétique d'élément statorique (pièce portant l'ensemble des dents orientées dans le même sens), avec le bobinage dans le mandrin plastique, en blanc, logé à l'intérieur de la fenêtre cuivre ; les deux fils de connexion du bobinage ressortent. La photo de droite montre l'élément statorique à griffes complet, résiné, juste avant le montage dans la carcasse.



**Figure 243** Élément statorique à griffes avant assemblage (à gauche) et après résinage (à droite)

Les fils de connexion du bobinage ressortent par des trous percés dans le SMC sur la photo de droite.

Le rotor est monté sur un arbre cannelé, qui a été repris du prototype de la machine à aimants. La figure ci-dessous présente l'arbre cannelé.



**Figure 244** Arbre cannelé

Le rotor est une pièce d'acier magnétique standard taillée dans la masse, laissant passer en son centre l'arbre cannelé ; l'ensemble est découpé au fil (électro-érosion). La figure ci-dessous présente le rotor.



**Figure 245** Rotor de la machine à excitation bobinée

Le bobinage d'excitation est monté sur un mandrin en plastique blanc ; il comporte 250 tours de fil de section  $1\text{mm}^2$ . Le mandrin comporte quatre petits ergots de chaque côté permettant d'aligner parfaitement les deux éléments statoriques à griffes présents de part et d'autre. La figure ci-dessous le présente une fois bobiné.

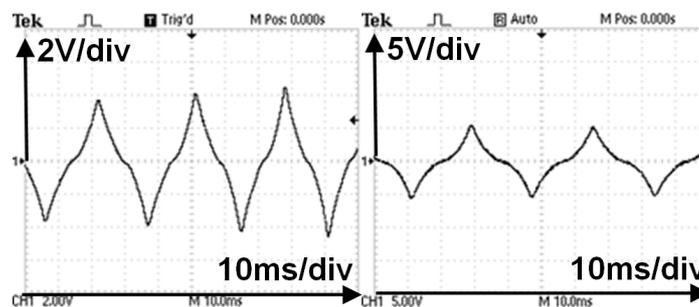


**Figure 246 Bobinage d'excitation**

Les éléments statoriques et le bobinage d'excitation sont insérés dans une carcasse en aluminium à la presse manuelle, puis assemblés avec le rotor et son arbre cannelé. Le montage expérimental sur le banc d'essai est alors le même que celui présenté au chapitre 3 : l'ensemble est monté sur un banc moteur Magtrol, associé à un frein à poudre. Un capteur de position de type codeur incrémental, fourni par SEW Usocom, est ajouté derrière le moteur. Le moteur est alimenté par un onduleur Francecol Technology, piloté par un DSP TMS320F2808. Le bus continu de l'onduleur est lui alimenté par une alimentation stabilisée limitée en courant.

#### 4-2 Résultats d'essais

L'arbre du moteur est d'abord entraîné par l'extérieur (à l'aide d'une perceuse) alors que son bobinage d'excitation est alimenté par un courant continu de 1,5A puis 3A, et la tension aux bornes de l'induit est mesurée (force électromotrice). La figure ci-dessous présente la forme des tensions mesurées à l'oscilloscope.



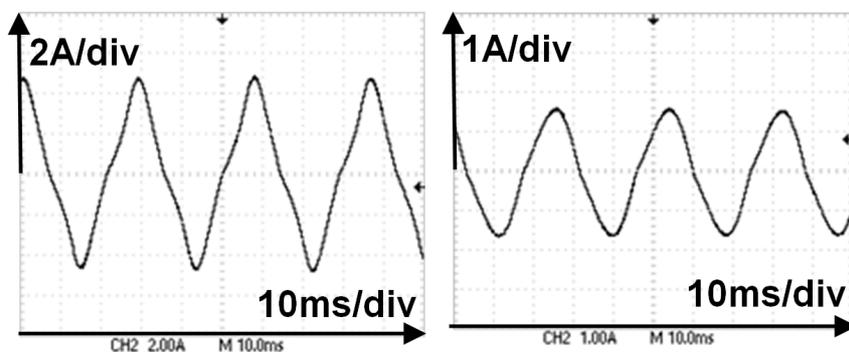
**Figure 247 Tension à vide pour un courant d'excitation de 1,5A (à gauche) et 3A (à droite)**

Nous constatons que la forme de la force électromotrice n'est pas sinusoïdale, avec des pointes au niveau de la tension maximale. Ce phénomène est notamment lié à la forte saturation du circuit magnétique. Les valeurs sont de 0,11V/Hz avec un courant d'excitation de 1,5A, et 0,18V/Hz avec un courant d'excitation de 3A ; cela correspond à une augmentation de 63% avec un doublement du courant d'excitation.

Nous estimons le flux maximal à partir de ces mesures en intégrant la force électromotrice sur une demi-période : nous l'estimons à 0,03Wb pour un courant d'excitation de 1,5A, et 0,05Wb pour un courant d'excitation de 3A. Cette estimation est assez approximative au vu de la qualité des données recueillies à l'oscilloscope. Malheureusement la mesure n'a pas pu être répétée en raison de la destruction involontaire ultérieure du prototype lors des essais. La force magnétomotrice d'entrefer est de 375At avec un courant d'excitation de 1,5A (250 tours dans le bobinage d'excitation), et de 750At avec un courant d'excitation de 3A ; l'entrefer total est de 0,5mm vu que le flux inducteur traverse deux fois l'entrefer. L'induction dans l'entrefer serait alors de 0,94T pour le courant d'excitation de 1,5A, et 1,88T pour le courant d'excitation de 3A, sans fuites avec un fer de perméabilité infinie. La surface totale d'entrefer est de 0,001m<sup>2</sup>, amenant à un flux total théorique de 0,11Wb pour un courant d'excitation de 1,5A, et 0,23Wb pour un courant d'excitation de 3A. Les pertes liées à la saturation, aux fuites et à la mauvaise perméabilité du fer amènent donc à une perte des trois quarts du flux théorique maximal, ce qui n'est pas surprenant au vu de la géométrie fortement saturée au niveau du pied de dent, et des performances magnétiques assez médiocres du SMC (perméabilité maximale de 500 pour la poudre prototype).

Nous alimentons ensuite la machine avec une tension sinus découpée à 20kHz, calée sur la position mesurée par le capteur. L'angle de déphasage entre la position mesurée par le capteur et la tension générée est réglé manuellement à chaque position pour atteindre le meilleur ratio couple/courant. Les mesures sont faites à vitesse réduite à 150 tours par minute, vitesse réglée par le frein Magtrol. Le moteur est systématiquement lancé à la main vu qu'il ne peut pas démarrer seul. Pour chaque essai, nous fixons le courant continu d'excitation à l'aide d'une alimentation stabilisée réglée en courant, et nous prenons les différents points de mesure de couple en modifiant la tension du bus continu. Le rapport cyclique du découpage dans l'onduleur oscille toujours entre 0 et 1, aucune régulation de tension (hors angle de déphasage tension/position mesurée) n'est faite avec l'onduleur. La mesure de couple est filtrée avec un filtre analogique passe-bas d'ordre 1, seul le couple moyen est mesuré.

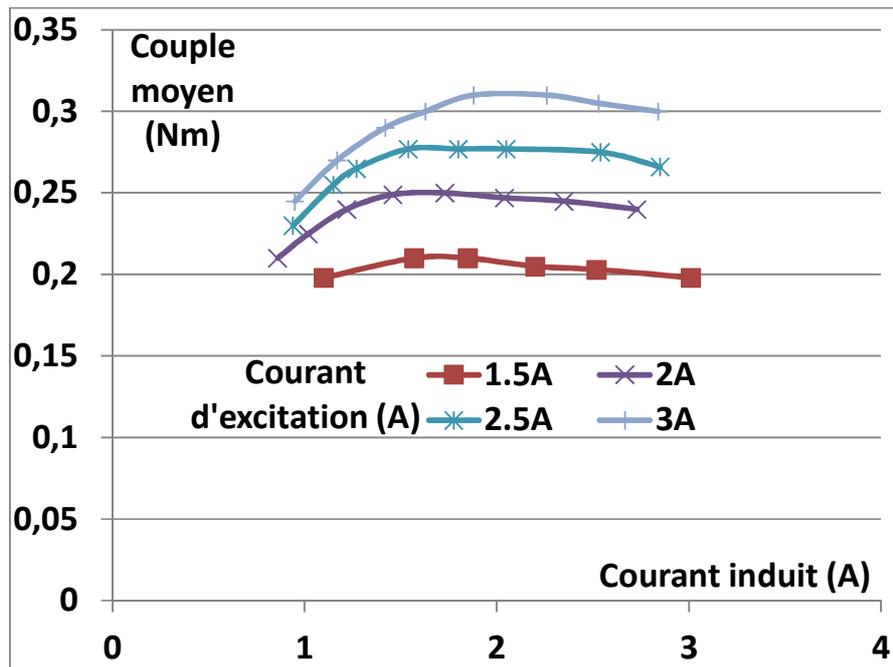
La figure ci-dessous présente les courants induits en charge mesurés pour des courants d'excitation de 1,5A (à gauche) et 3A (à droite).



**Figure 248 Courants induits en charge pour un courant d'excitation de 1,5A (à gauche) et 3A (à droite)**

Les courants ne sont pas régulés, et ne sont pas sinusoïdaux. À plus faible courant d'excitation, le courant présente une forme pointe autour du maximum, probablement en raison de la saturation. À des niveaux de saturation plus élevés avec un courant d'excitation plus fort, la forme du courant est plus sinusoïdale. Ces formes de courant demeurent acceptables pour les essais, qui permettront de tirer les premiers enseignements de la machine.

La figure ci-dessous présente les résultats de mesure de couple, en fonction du courant induit, pour différents courants d'excitation.

**Figure 249 Couple mesuré**

Nous constatons tout d'abord que les couples mesurés sont plutôt faibles, environ la moitié des niveaux de couple prédits par les simulations éléments finis (entre 0,4 et 0,7Nm). Plusieurs raisons peuvent expliquer ce phénomène, notamment la commande du moteur qui n'est pas parfaite comme dans la simulation. Une étude détaillée de la commande et notamment une régulation en courant pourraient permettre de s'approcher des conditions de la simulation. Ensuite, la qualité de réalisation du prototype est également en question, celui-ci étant l'un des tout premiers réalisés.

Nous remarquons ensuite qu'une augmentation du courant induit peut mener à une diminution du couple pour des courants élevés, comme prévu par la simulation éléments finis. Ce phénomène, absent du modèle analytique linéaire, est probablement lié à la très forte saturation du circuit magnétique. Il est intéressant de le retrouver dans les résultats expérimentaux.

Malheureusement, lors des essais un bobinage induit s'est mis en court-circuit, probablement sous l'effet de la chaleur, malgré les précautions de niveau de courant et de durée des essais prises. Le bobinage

induit étant enfermé dans l'élément statorique à griffes résiné sous vide, il était impossible de rebobiner la machine sans la détruire complètement ; un simple remplacement du bobinage n'a donc pas pu être fait.

La machine n'était pas refroidie et ne comportait pas de ventilateur. Ce prototype est en réalité le plus ancien de ceux présenté dans ces travaux de thèse. Les prototypes ultérieurs ont ensuite été munis d'un thermocouple au cœur du bobinage pour surveiller la température du cuivre, et ont été refroidis par air comprimé, par l'intermédiaire d'un trou prévu dans la carcasse. L'intérêt de l'air comprimé est double : tout d'abord il apporte une source de convection, et ensuite la détente du gaz provoque un refroidissement naturel ce qui apporte des « frigories » supplémentaires. Ces essais ont donc permis d'apprendre, et de faciliter les essais des prototypes ultérieurs ; ils ont aussi validé le fonctionnement de la machine.

Malgré ses performances décevantes, en partie liée à la brièveté des essais et à la commande non régulée, ce prototype a permis de démontrer le fonctionnement de la machine, validant le concept et ouvrant la voie à une amélioration future.

### **4-3 Conclusions sur la machine à excitation bobinée MH2**

Ces premiers résultats sur la machine homopolaire à excitation bobinée nous ont permis de démontrer le concept de la machine, et de valider son fonctionnement. Cependant, en l'état les performances restent très limitées, et la machine reste à améliorer.

La première cause des performances limitées est la forte saturation du circuit magnétique, notamment du pied de dent du stator, déjà constatée pour la machine à aimants. L'application des améliorations développées pour la machine à aimants, notamment l'introduction de la dent en escalier, devrait permettre une amélioration substantielle des résultats (le couple avait été plus que doublé pour la machine à aimants).

La deuxième cause des performances limitées est la nature même de la machine, qui a une surface active d'entrefer réduite : en effet, une seule dent au rotor est présente pour deux dents au stator, la surface active d'entrefer est donc la moitié de celle d'une machine à aimants pour le même nombre d'éléments stator. Une évolution de la structure permettant de doubler la surface active d'entrefer permettrait probablement d'augmenter de manière significative les performances de la machine.

## **5) Nouveau concept à double dents rotor magnétiquement isolées**

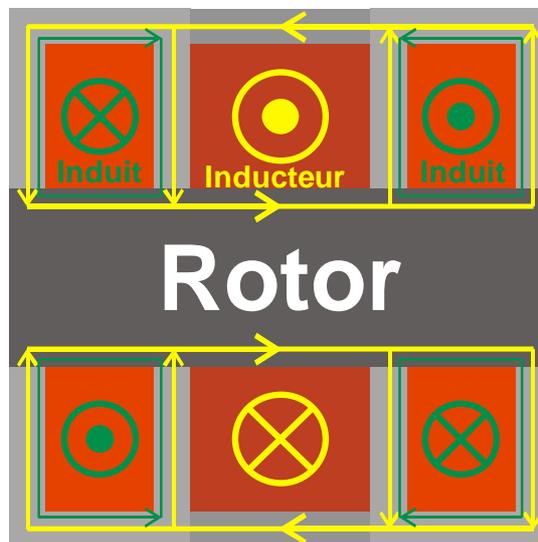
### ***5-1 Problématique***

La machine synchrone à excitation bobinée étudiée dans les paragraphes précédents de ce chapitre est intéressante par sa simplicité d'assemblage et le caractère passif de son rotor, mais elle présente une densité de puissance limitée. Un des problèmes est notamment qu'il n'y a qu'une dent au rotor pour deux dents au stator. L'entrefer, lieu de la conversion d'énergie électromécanique, est donc diminué de moitié en volume sous un élément statorique à griffes par rapport à une machine à aimants. Nous pouvons dire de manière imagée que seule une dent stator sur deux est utile pour produire du couple, celle située en face d'une dent rotor.

Si une solution pouvait être trouvée pour construire une machine conservant la même structure simple à excitation bobinée homopolaire solidaire du stator, mais avec autant de dents au rotor qu'au

stator, cela permettrait d'avoir une machine cumulant une bonne densité de puissance, et une structure simple, avec peu de pièces, aucun contact glissant et toutes les sources de chaleur au stator.

Modifier la structure actuelle en doublant le nombre de dents au rotor court-circuiterait magnétiquement l'induit, qui n'interagirait alors plus avec le flux inducteur. Le flux issu du courant parcourant un élément statorique à griffes rebouclerait d'une dent statorique à sa dent voisine, au lieu de faire le grand tour et de reboucler par l'autre élément statorique à griffes, en étant passé par le rotor et par l'anneau de court-circuit magnétique. La figure ci-dessous illustre ce problème en représentant les trajets des flux induit et inducteur. Les éléments statoriques à griffes sont représentés en deux dimensions dans le plan, sans les dents, pour faciliter la représentation ; les deux dents d'un élément statorique à griffes représentée ici sont en réalité situés à des angles différents et n'apparaîtraient pas sur une même vue en coupe. Le bobinage inducteur et les trajets des flux qu'il génère sont représentés en jaune ; les bobinages induits et les trajets des flux qu'ils génèrent sont représentés en vert.

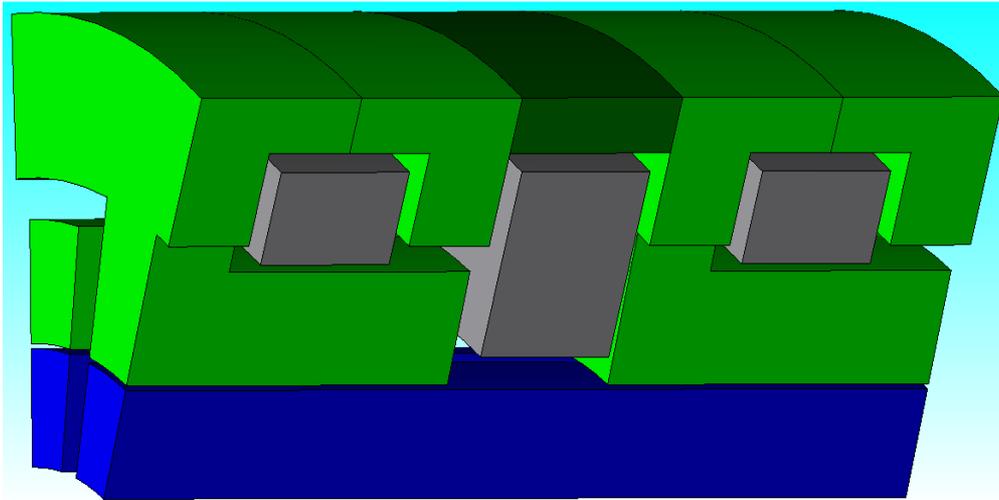


**Figure 250** *Circulation des flux dans une structure avec double dents non isolées*

Nous voyons bien sur cette structure que le flux induit n'interagit pas avec le flux inducteur, et que cette machine ne forme pas une machine synchrone. Une telle structure pourrait constituer une machine à réluctance variable monophasée si le bobinage inducteur était supprimé, mais elle perdrait alors les avantages et les propriétés de la machine synchrone à excitation bobinée.

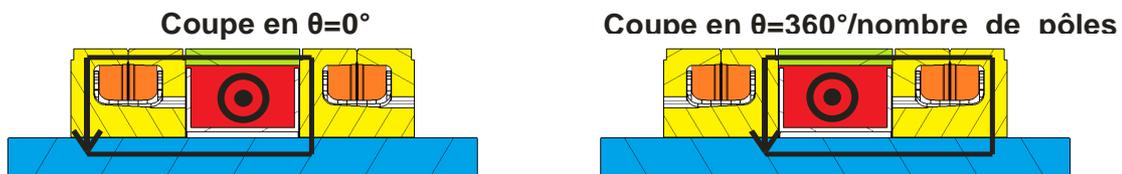
### 5-2 Nouveau concept

Une observation attentive de la problématique soulevée précédemment nous a amené à proposer de conserver l'idée de doubler le nombre de dents au rotor, mais de les isoler magnétiquement les unes des autres. Le flux inducteur passera bien par les deux dents stator, mais l'induit ne sera plus court-circuité magnétiquement. La figure ci-dessous présente la géométrie de cette nouvelle machine pour une seule paire de pôles, avec les éléments statoriques à griffes en vert, l'anneau de court-circuit magnétique en vert foncé, le rotor en bleu et les bobinages en gris.



**Figure 251** Nouvelle structure à doubles dents rotor isolées

L'induit n'est désormais plus court-circuité par le rotor, et le flux généré par un bobinage induit fait de nouveau le grand tour par l'autre élément statorique à griffes. Sur cette figure, nous distinguons en fait deux circuits magnétiques autonomes, qui cohabitent dans la machine, chaque circuit magnétique traversant une dent du rotor. Le flux inducteur va alors traverser indépendamment chacun de ces deux circuits magnétiques, et embrasser un seul bobinage inducteur dans chaque circuit magnétique. La figure ci-dessous présente la circulation du flux inducteur au même instant (dents rotor alignées sur les dents stator) pour une paire de pôles dans chacun de ces deux circuits magnétiques, séparés de  $180^\circ$  (angle électrique). Les éléments statoriques à griffes sont représentés en jaune, l'anneau de court-circuit magnétique en vert, les bobinages induits en orange et le rotor en bleu.



**Figure 252** Circulation du flux inducteur dans les deux circuits magnétiques de la machine

Le flux dans une bobine d'un élément statorique à griffes évoluera donc entre  $\varphi_f$  (flux inducteur total) et 0 (lorsque les dents du rotor sont entre les dents du stator), de manière synchrone avec l'autre élément statorique à griffes. Les deux bobines doivent donc cette fois être connectées en série dans le même sens, afin de voir la même variation de flux. Le flux global capté par les bobinages induit variera donc entre  $2*\varphi_f$  lorsque les dents du rotor sont alignées sur celles du stator, et 0 lorsque chaque dent du rotor est juste au milieu de deux dents du stator.

Avec ce fonctionnement, la bobine d'induit captera une variation de flux proportionnelle au courant inducteur, qui générera une force électromotrice ; une machine synchrone à excitation bobinée monophasée est ainsi de nouveau constituée. Nous l'appelons la machine à double dents isolées.

Cette machine conserve l'absence de contact glissant et l'absence de source primaire de chaleur au rotor, mais son rotor présente une complexité supérieure. Le fer du rotor est constitué d'autant de pièces

que la machine a de pôles ; toutes ces pièces doivent ensuite être fixées sur un support amagnétique. La section transverse des dents rotor pouvant être façonnée à loisir par extrusion, la fixation des dents du rotor sur leur support amagnétique pourra se faire par exemple par un système de queue d'aronde, limitant d'éventuels problèmes de tenue en vitesse et d'arrachement, mais ajoutant des opérations d'assemblage.

## 6) Simulation éléments finis du nouveau concept

### 6-1 Simulation de référence MH2

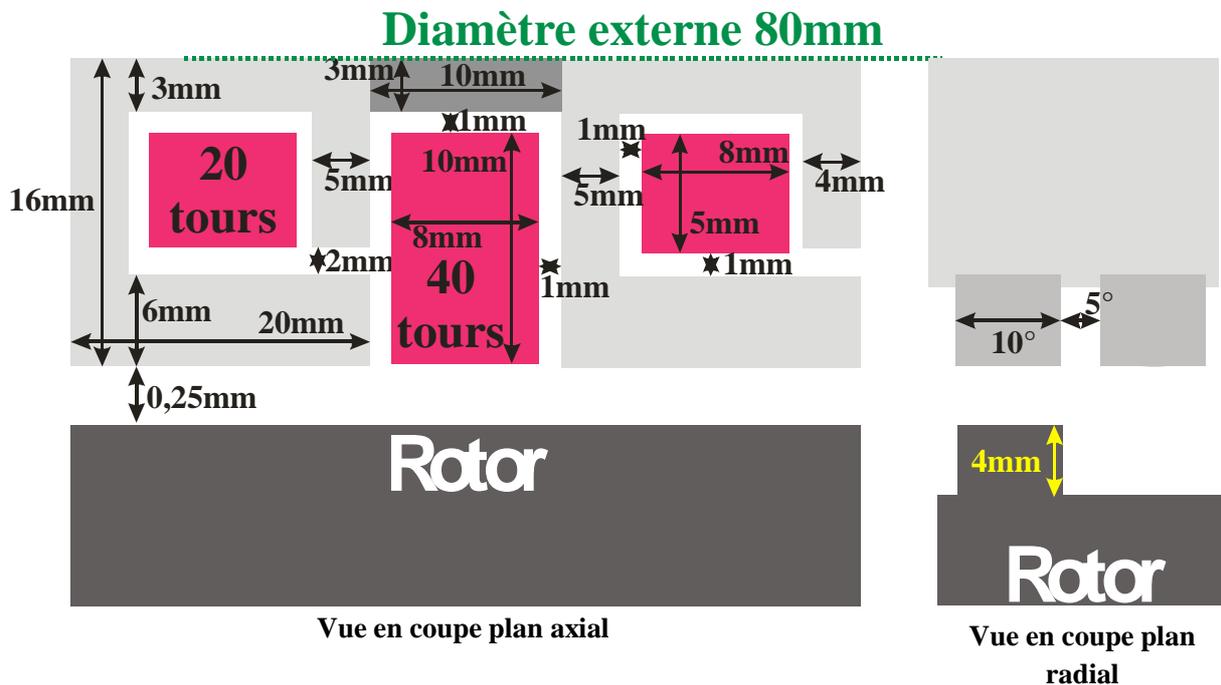
Nous simulons aux éléments finis une machine selon l'idée exposée précédemment, afin d'évaluer le potentiel de ce concept. Les simulations éléments finis sont faites avec le logiciel JMAG, avec lequel nous simulons successivement la machine MH2 et la machine à double dents isolées en conservant la même géométrie du stator. Cela nous permettra de comparer les performances des deux machines, afin de savoir si la machine à double dents isolées est effectivement meilleure que la machine MH2.

La première simulation est donc celle de la machine MH2, pour laquelle nous retenons des dimensions géométriques similaires à la première machine MH2 réalisée, mais légèrement simplifiée, avec plus de chiffres ronds :

<b>Épaisseur d'entrefer</b>	0,25mm	<b>Hauteur dent rotor</b>	4mm
<b>Rayon d'entrefer</b>	24mm	<b>Distance d'isolement magnétique</b>	2mm
<b>Nombre de pôles</b>	24	<b>Épaisseur culasse</b>	3mm
<b>Largeur dent (stator et rotor)</b>	10°	<b>Épaisseur culasse verticale</b>	5mm
<b>Espace inter-dents (stator)</b>	5°	<b>Hauteur dent stator</b>	6mm
<b>Longueur élément statorique</b>	20mm	<b>Distance d'isolement cuivre-fer</b>	1mm
<b>Diamètre externe</b>	80mm	<b>Fenêtre cuivre induit</b>	8*5mm <sup>2</sup>
<b>Fenêtre cuivre inducteur</b>	10*8mm <sup>2</sup>	<b>Nombre de tours bobine inducteur</b>	40
<b>Longueur anneau court-circuit magnétique</b>	10mm	<b>Nombre de tours bobine induit (par bobine)</b>	20
<b>Épaisseur anneau de court-circuit magnétique</b>	3mm		

Tableau 4 Dimensions de la machine MH2 simulée

Ces dimensions sont synthétisées sur la figure ci-dessous :

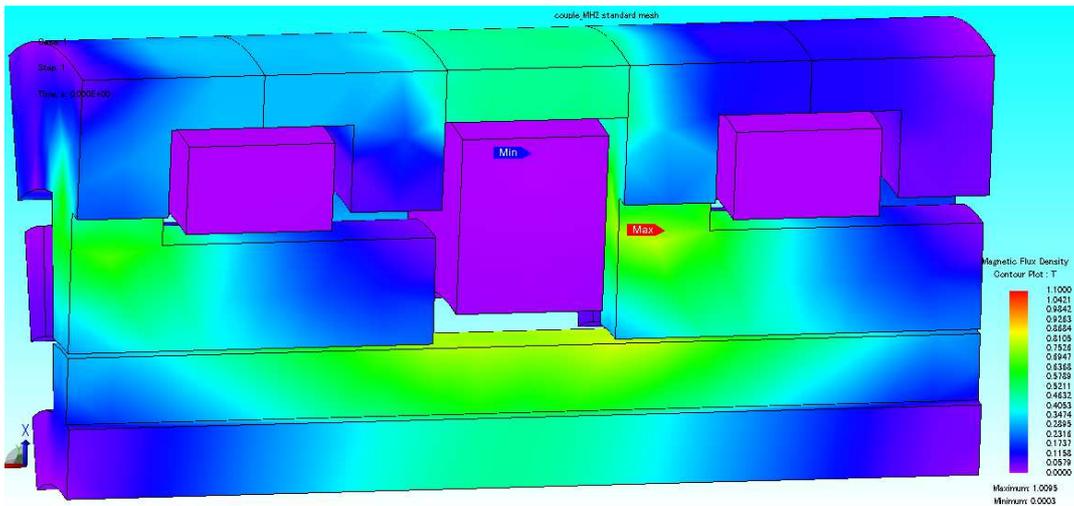


**Figure 253 dimensions de la machine MH2 simulée**

Nous choisissons pour le paramétrage des matériaux déjà prédéfinis sous JMAG. Le rotor est en acier 65JN1600 (il s'agit de fer-silicium saturant autour de 2T, de bonne perméabilité), et le stator est en SMC Somaloy 550 + 0,6% LB1 (800MPa), correspondant à un matériau SMC proche de la poudre prototype, de perméabilité maximale autour de 500 et saturant à 1,5T.

Nous simulons la machine avec un courant inducteur continu de 5A, correspondant à une densité de courant de 5A/mm<sup>2</sup> avec un taux de remplissage de la fenêtre cuivre de 50%. Le courant induit est un courant sinus s'annulant lorsque les dents du rotor sont en face des dents du stator, de valeur crête 10A, correspondant à un courant efficace de 7,1A/mm<sup>2</sup> avec un taux de remplissage de la fenêtre cuivre de 50%. Ces densités de courant sont proches des densités tenables à l'équilibre thermique sans refroidissement. La vitesse est choisie faible, constante à 250 tours par minute, et c'est le courant qui est imposé (pas de modélisation de l'onduleur).

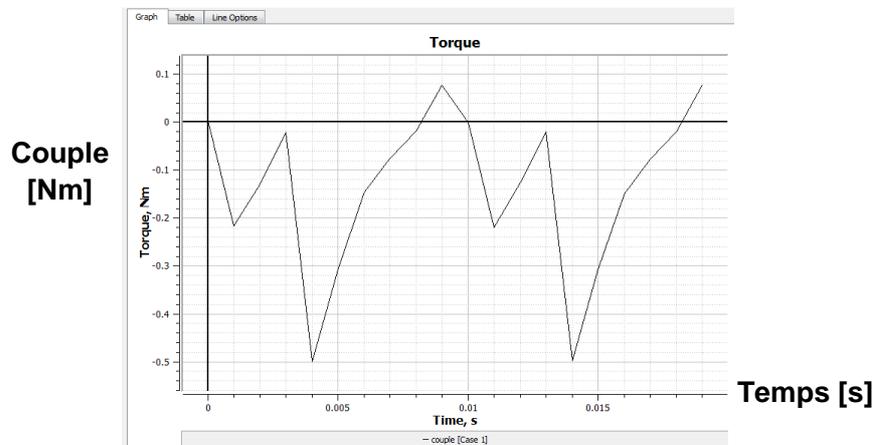
La figure ci-dessous présente la répartition de l'induction dans la machine dans la position de flux maximal (dents du rotor et du stator alignées) :



**Figure 254 Répartition de l'induction dans la machine MH2**

Les matériaux ne sont pas saturés (induction maximale de 1T) en raison des niveaux de courant plutôt faibles et du grand espace laissé pour le fer. Nous retrouvons comme prévu cette induction maximale dans le pied de la dent stator.

Le couple est calculé sur un tour complet électrique, tous les  $18^\circ$  (angle électrique), soit un nombre total de 20 simulations. La courbe de couple est présentée ci-dessous.



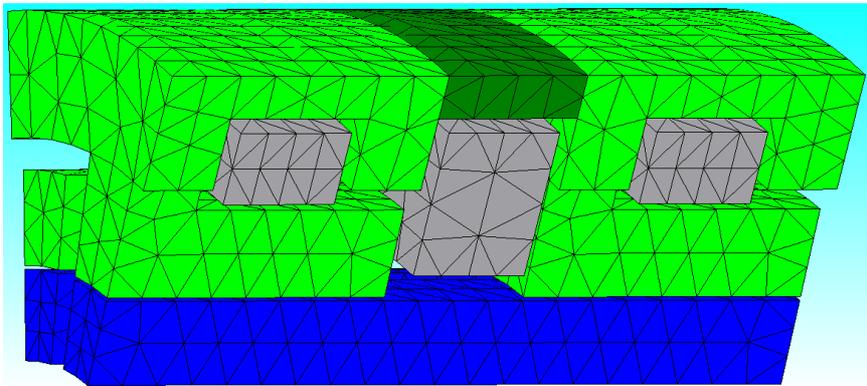
**Figure 255 Couple simulé de la machine MH2**

Avec le sens du courant choisi, le couple est négatif, la machine fonctionnant en alternateur. Nous retrouvons une courbe de couple comparable à celle obtenue au chapitre 5 avec Flux3d, avec un couple opposé au couple moyen à deux reprises sur la période. Le couple est bien périodique d'une période double de la période de rotation mécanique. Il est bien maximal lorsque la dent rotor est au milieu des deux dents stator, nul lorsque les dents sont alignées. Il est également plus faible lorsque la dent rotor s'éloigne d'une dent stator que lorsqu'elle s'en rapproche ; nous retrouvons l'effet classique de réluctance qui tend à ramener la dent rotor sous une dent stator pour minimiser la réluctance totale du système.

Le couple moyen vaut  $-0,133\text{Nm}$ , il s'agit uniquement ici du couple synchrone (l'effet de réductance est de valeur moyenne nulle au vu de la phase du courant induit). Cette valeur est plutôt faible, en raison des niveaux de courants et d'une géométrie non optimisée, mais servira uniquement de valeur de référence pour pouvoir comparer les performances de la machine à doubles dents isolées, afin de savoir si cette dernière fait réellement mieux.

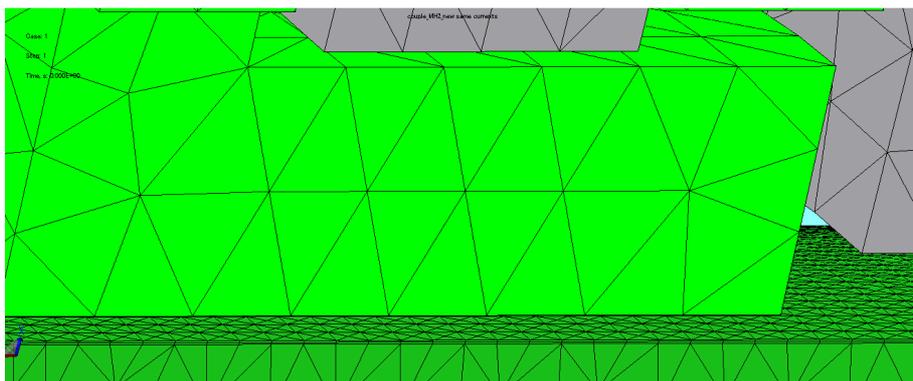
### 6-2 Simulation de la machine à doubles dents isolées

Nous reprenons toutes les dimensions géométriques du stator de la machine MH2 simulée. Le rotor d'une paire de pôles est désormais constitué de deux dents de hauteur 6mm, isolée l'une de l'autre. Cette augmentation de l'épaisseur a été effectuée afin de ne pas saturer le rotor ; elle n'est pas gênante car il y a du volume encore disponible au centre de la machine pour le fer du rotor. La figure ci-dessous présente le maillage qui a été utilisée par le logiciel JMAG pour cette simulation.



**Figure 256** Maillage utilisé pour la simulation de la machine à doubles dents isolées

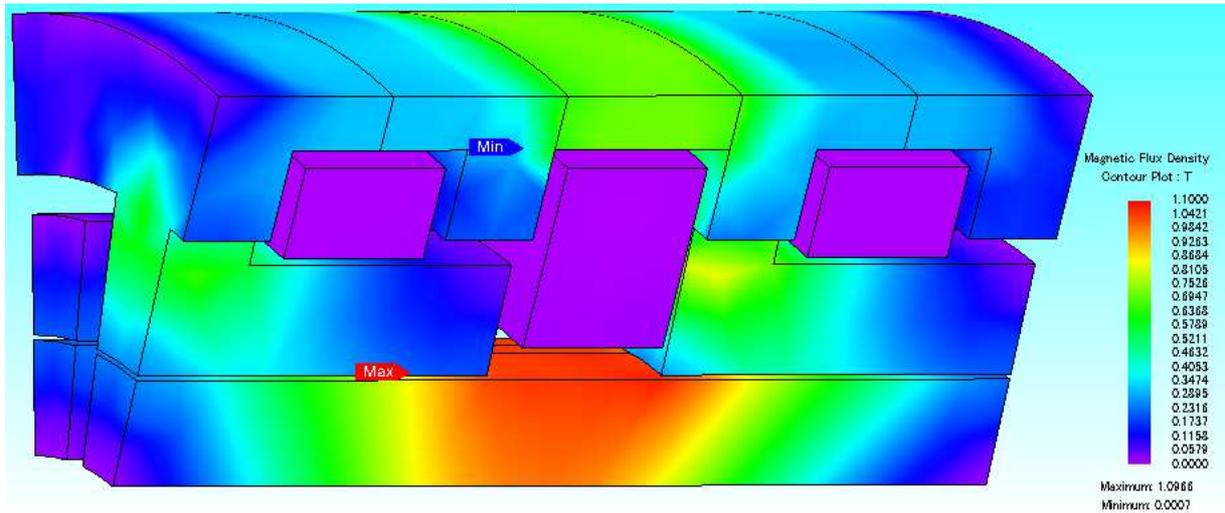
Nous avons choisi d'avoir deux éléments superposés dans l'entrefer. La figure ci-dessous présente un agrandissement de l'entrefer ; le volume vert foncé visible dans la partie inférieure est l'air entourant le rotor.



**Figure 257** Agrandissement du maillage autour de l'entrefer

La vitesse mécanique est conservée à 250 tours par minute, et c'est toujours les courants qui sont imposés. Les amplitudes des courants restent les mêmes, avec  $5\text{A/mm}^2$  continu dans l'inducteur, et  $10\text{A/mm}^2$  crête dans l'induit. Par contre le courant induit a une fréquence de 100Hz, doublée par rapport à

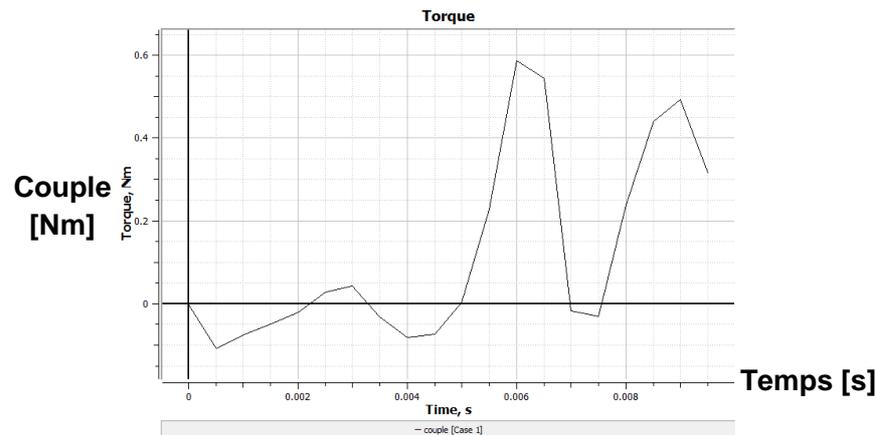
la machine MH2 (50Hz), car la période de rotation mécanique est double, ce qui se voit tout de suite en comparant les deux géométries. Les matériaux sont conservés, avec un fer silicium de bonne qualité au rotor, et de la poudre SMC au stator. La figure ci-dessous présente la carte des inductions pour la position initiale, lorsque les dents du rotor et celles du stator sont alignées.



**Figure 258 Répartition de l'induction dans la machine à doubles dents isolées**

L'induction maximale est désormais située au milieu du rotor. Ce n'est pas très surprenant, car le flux transverse dans le rotor collecte tout le flux de la dent stator, avec un rapport de concentration de  $\frac{20mm}{6mm} = 3,3$ . Dans la géométrie précédente la culasse du rotor offrait un large espace pour la circulation du flux rotor dans la direction transverse, mais sa disparition a limité l'espace disponible. C'est cette raison qui nous avait poussé à augmenter l'épaisseur de la dent rotor à 6mm. Ce point n'est cependant pas trop problématique, car il reste du volume disponible au centre du moteur pour étendre le fer du rotor, ce qui nous permettrait de désaturer le rotor sans augmenter le volume de la machine. Par ailleurs les niveaux d'induction restent modérés, avec seulement 1,1T dans la zone rouge. Les niveaux d'induction dans le stator sont plus faibles, inférieurs à 0,9T, mais cette fois bien présents dans les quatre dents du stator. Hormis le rotor, les niveaux d'induction sont à peu près les mêmes que ceux de la machine MH2.

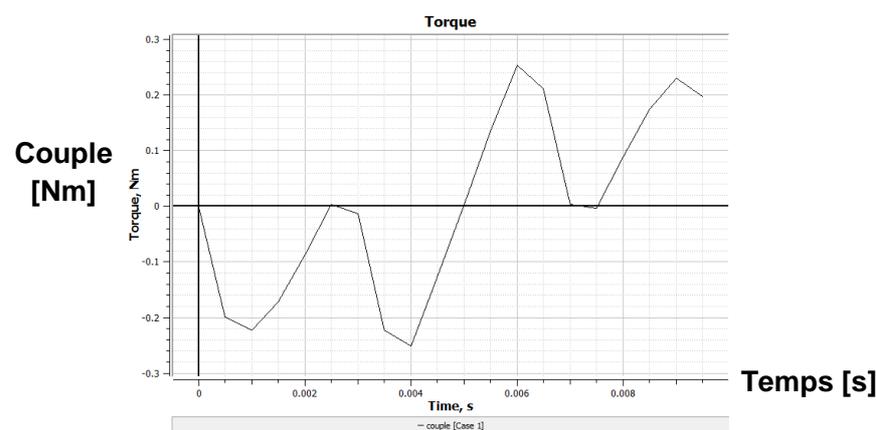
Le couple est de nouveau calculé sur une période électrique, avec 20 points de calcul ; il est présenté sur la figure ci-dessous.



**Figure 259** Couple en charge de la machine à doubles dents isolées

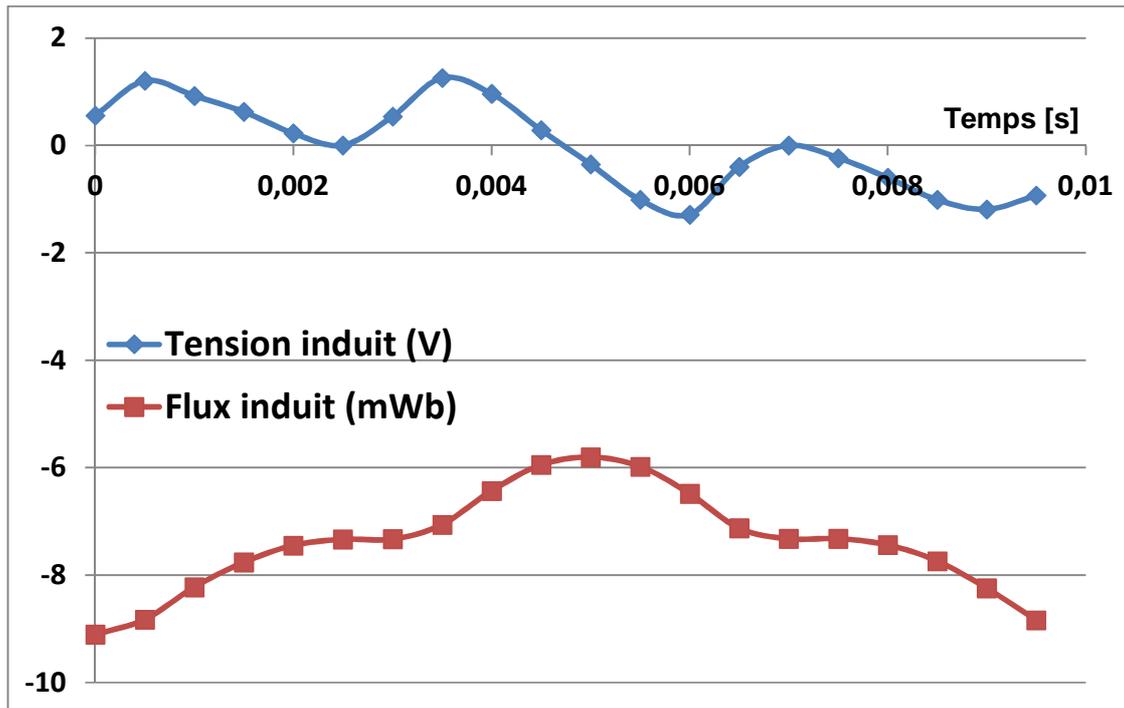
La courbe de couple n'est cette fois plus de période double comme pour la machine MH2, car la symétrie a disparue. Le signe du courant permet cette fois de modéliser un mode moteur, le couple moyen est positif. La première moitié de la courbe correspond à la phase d'éloignement de la dent rotor de la dent stator, et la deuxième moitié de la courbe à la phase de rapprochement. Logiquement, le couple est négatif dans la première phase (couple de réductance actif), et très important dans la deuxième, en raison de l'effet de réductance, qui a tendance à ramener la dent rotor sous la dent stator pour minimiser la réductance du système. Cet effet est beaucoup plus marqué que pour la machine MH2, ce qui est logique vu la géométrie (deux fois plus de dents au rotor notamment). Le couple synchrone ne devrait pas être affecté, car le couple de réductance est de valeur moyenne nulle. Cependant, la valeur du couple moyen est de 0,122Nm, 8% inférieur à celui de la machine MH2, ce qui est plus surprenant. Cela signifierait que la machine est globalement moins performante, et que le concept devrait être abandonné au vu de la complexité plus importante du rotor.

Cette performance inférieure demande un approfondissement des résultats. Nous représentons sur la figure ci-dessous le couple à vide, avec le même courant inducteur mais sans courant induit.



**Figure 260** Couple à vide de la machine à double dents bobinées

Ce couple est antisymétrique autour de  $180^\circ$ , ce qui est logique au vu des symétries du système (un éloignement des dents stator et rotor est l'opposé de leur rapprochement). Un phénomène assez étrange apparaît cependant, le couple de réluctance s'effondre à 75% du parcours, alors qu'on s'attendrait à ce que ce soit le point de couple de réluctance maximal. Une étude détaillée des flux va permettre de tirer au clair ce phénomène. Nous représentons sur la figure ci-dessous la tension d'induit à vide (force électromotrice), et le flux capté par les deux bobines d'induit, également à vide, sur une période mécanique (la vitesse de rotation reste à 250 tours par minute).



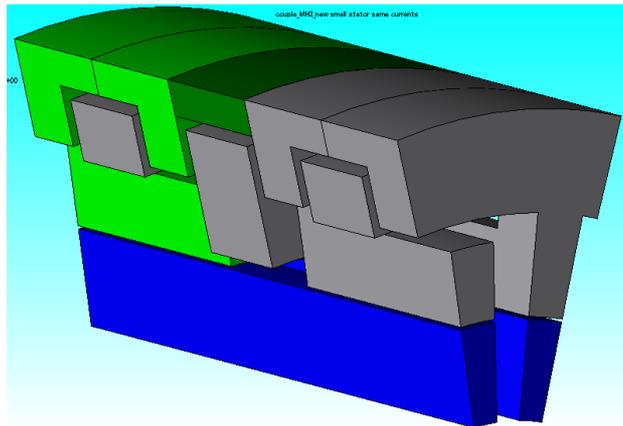
**Figure 261 Flux et tension d'induit à vide**

Nous constatons qu'à l'endroit où le couple de réluctance s'effondre, aux positions 25% et 75% du parcours de la dent rotor entre deux dents stator, le flux induit présente un plateau assez large, menant à une annulation de la tension induite. Ce plateau est en réalité lié à un court-circuit magnétique que nous n'avions pas anticipé : lorsque la dent rotor est à cheval entre les deux dents stator, elle va chevaucher simultanément les deux dents, et ainsi court-circuiter le flux de l'induit. En raison de ce court-circuit, le flux minimal (en valeur absolue) dans l'induit reste élevé, alors que le couple synchrone moyen est proportionnel à la différence entre le flux maximal et le flux minimal. Un flux minimal élevé, comme dans notre cas, bride donc les performances de la machine. Ce court-circuit va alors faire perdre du couple sur une partie du trajet angulaire, et limiter les performances globales de la machine.

### 6-3 Évolution dimensionnelle

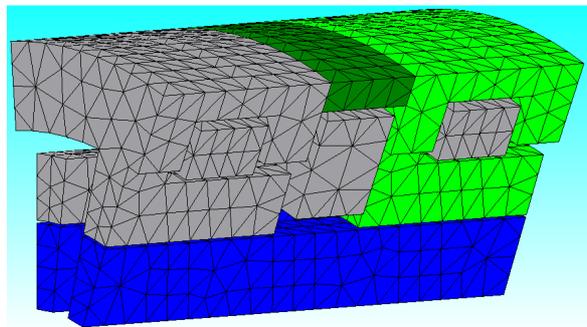
Ce court-circuit magnétique doit être supprimé, afin d'améliorer les performances de la machine. Pour cela, nous augmentons l'espace entre les dents consécutives, et diminuons la largeur des dents, jusqu'à ce que les deux valeurs soient égales. Nous avons donc une machine avec une largeur angulaire de dent (stator et rotor) de  $7,5^\circ$ , et une largeur angulaire entre deux dents consécutives (stator et rotor) de  $7,5^\circ$

également. Cela va permettre de réduire le flux minimal d'induit dans la machine, et de limiter le court-circuit magnétique de chaque induit. L'épaisseur des dents rotor est également augmentée à 8mm, de sorte que le diamètre interne du rotor est réduit à 32mm, afin de limiter le phénomène de saturation du rotor observé pour la première machine. Une trop grande diminution du rayon intérieur pourrait toutefois introduire des fuites d'une dent rotor à l'autre en raison d'une distance d'air trop faible. Toutes les autres dimensions et les paramètres de bobinages sont conservés. La figure ci-dessous présente cette nouvelle géométrie modifiée.



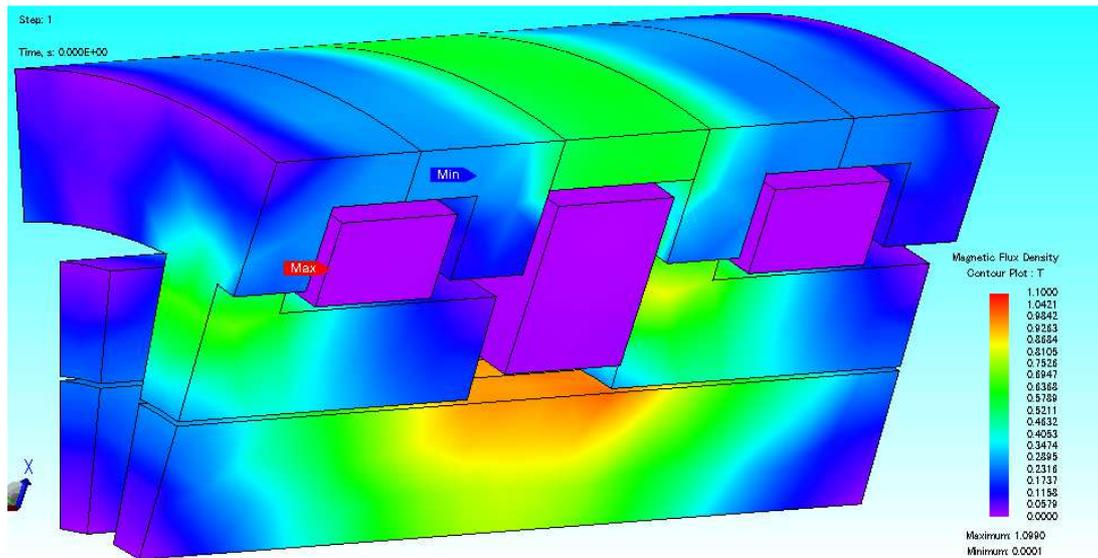
**Figure 262 Nouvelle géométrie de la machine à doubles dents isolées**

La figure ci-dessous présente le maillage de cette géométrie, obtenu avec le logiciel JMAG.



**Figure 263 Maillage de la nouvelle géométrie de la machine à doubles dents isolées**

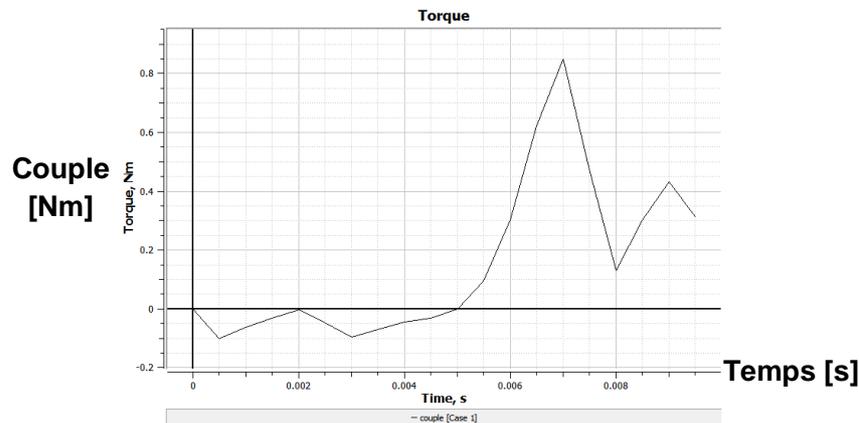
Cette machine est simulée dans les mêmes conditions que la précédente, avec une vitesse de 250 tours par minute, un courant inducteur continu de  $5\text{A}/\text{mm}^2$  et un courant induit sinus de  $10\text{A}/\text{mm}^2$  crête nul quand les dents rotor et stator sont alignées, et avec des courants dans le même sens dans les deux bobines d'induit. La figure ci-dessous montre la répartition des inductions dans la position initiale, avec les dents rotor en face des dents stator.



**Figure 264 Inductions dans la machine à doubles dents isolées (nouvelle géométrie)**

L'induction dans le rotor a peu varié, car les matériaux n'étaient pas saturés, mais nous voyons qu'il y a de l'espace disponible pour un passage de flux additionnel dans la partie basse de la dent rotor lorsque les courants augmenteront. L'induction dans le stator a également peu varié, ce qui est logique vu que l'entrefer est resté constant ; par contre le flux total va probablement diminuer vu que les sections de fer au stator ont diminué.

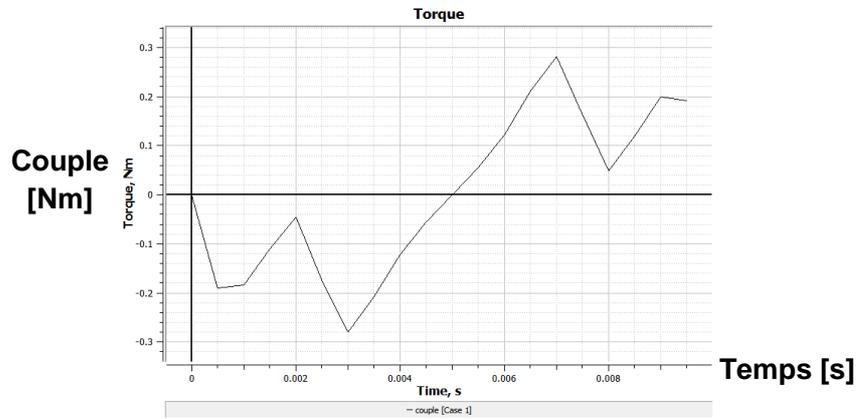
Le couple est de nouveau mesuré sur une période mécanique, en vingt points distincts. La figure ci-dessous présente le couple en charge simulé pour la nouvelle géométrie.



**Figure 265 Couple en charge dans la machine à doubles dents isolées (nouvelle géométrie)**

L'ondulation de couple demeure très élevée ; le couple crête est notamment 40% plus élevé. Nous voyons que le couple s'effondre moins dans la dernière portion de la courbe (il ne s'annule plus), et qu'il est également légèrement plus élevé dans toute la première partie. Au final, le nouveau couple moyen est de 0,151Nm, soit 13,5% supérieur au couple de la machine MH2 traditionnelle. La machine à doubles dents isolées présente donc un gain réel, bien qu'assez modeste.

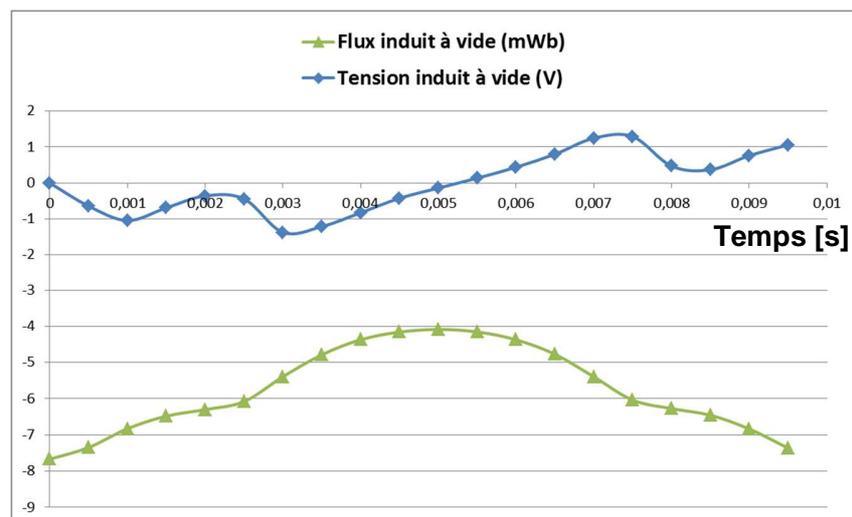
La figure ci-dessous présente le couple à vide de cette machine à nouvelle géométrie, sur une période mécanique.



**Figure 266** Couple à vide de la machine à doubles dents isolées (nouvelle géométrie)

Le couple de réluctance est du même ordre de grandeur, avec un maximum légèrement supérieur, mais une valeur efficace légèrement inférieure. Il ne présente plus d'annulation au quart du parcours, probablement en raison de la suppression du court-circuit magnétique. Nous aurions pu nous attendre à une diminution du couple à vide en raison de la diminution de la surface d'entrefer, mais la suppression du court-circuit magnétique compense et maintient le niveau de couple à vide.

Pour finir, nous allons analyser la force électromotrice et le flux d'induit à vide, afin d'observer l'effet de l'évolution de la géométrie. La figure ci-dessous présente ces deux grandeurs sur une période mécanique.



**Figure 267** Tension et flux d'induit à vide pour la machine à doubles dents isolées (nouvelle géométrie)

Nous constatons que le plateau de flux a été quasiment supprimé, malgré la présence d'un infléchissement de la dérivée qui génère un harmonique 3 toujours assez fort dans la tension à vide. Le flux maximal a assez diminué d'environ 16%, mais le flux minimal a lui perdu plus de 30%, grâce à la suppression du chevauchement des dents du rotor entre les dents du stator. Cette diminution significative du flux minimal a ainsi permis d'augmenter le couple moyen de 22%, permettant d'obtenir des performances supérieures par rapport à la machine MH2.

## 7) Modèle analytique

Afin de mieux comprendre le fonctionnement de la machine, nous calculons son couple à l'aide d'un modèle analytique explicite. Nous exprimons les flux et le couple en fonction des courants et de la géométrie de la machine.

Nous calculons la distribution des flux dans la machine à l'aide d'un réseau de ré reluctances ; le couple sera ensuite modélisé en calculant la variation angulaire de la coénergie magnétique du système. Le fer est supposé de perméabilité infinie, et nous calculons seulement les flux directs dans l'entrefer, lieu de la conversion d'énergie électromécanique. Tous les flux de fuite sont négligés. Le flux est supposé parfaitement radial dans l'entrefer, dont la courbure est négligée : la rotation est ramenée à un mouvement linéaire. Nous faisons l'hypothèse que le fer est de perméabilité infinie. Seule deux paires de pôles sont modélisées, correspondant à deux dents du rotor, avec des conditions aux limites symétriques de part et d'autre. La figure ci-dessous représente les chemins de flux modélisés dans l'entrefer, en bleu, vu depuis l'extrémité du moteur (à gauche), et vu en coupe transversale (à droite). Le modèle est le même pour toutes les positions angulaires du rotor. Les rectangles en pointillés délimitent les ré reluctances, à l'intérieur desquelles le flux est supposé uniforme.

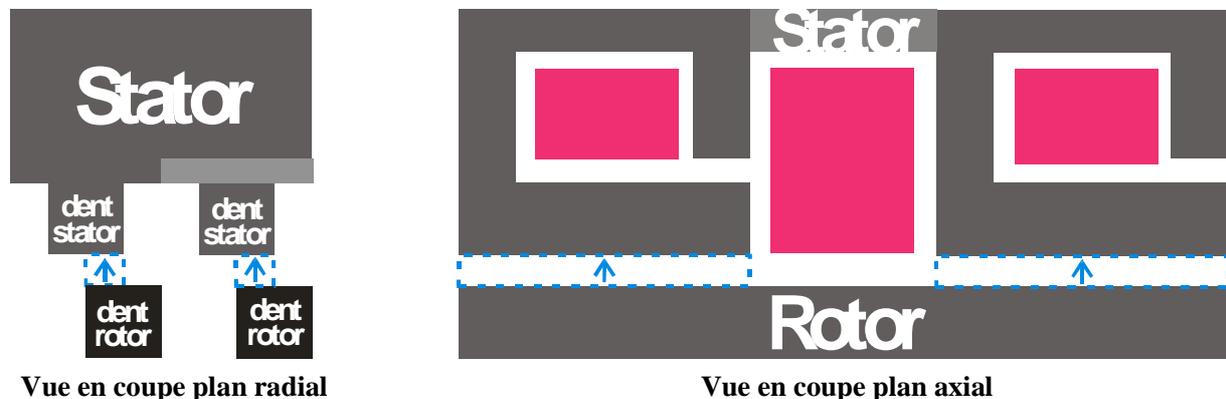


Figure 268 Chemins des flux du modèle analytique

Nous établissons alors le réseau de ré reluctances, en prenant en compte la circulation des flux dans toute la machine. Après prise en compte de la symétrie, nous établissons deux circuits magnétiques indépendants, un par dent rotor, comportant chacun deux ré reluctances. Les trois bobinages sont représentés par des sources magnétomotrices, et le fer de perméabilité infinie se résume à des fils conduisant le flux magnétique sans perte de potentiel. Nous notons  $n_I$  la force magnétomotrice d'inducteur, égale au courant inducteur multiplié par le nombre de tours de la bobine d'excitation. Nous notons  $n_{I1}$  la force magnétomotrice générée par le courant parcourant l'élément statorique à griffes de gauche, et  $n_{I2}$  la force

magnétomotrice générée par le courant parcourant l'élément statorique à griffes de droite. Les deux bobinages étant identiques et connectés en série, nous avons  $nI_1=nI_2$ . La figure ci-dessous présente les deux réseaux de réductance retenus, un pour chaque circuit magnétique, correspondant en réalité chacun à une paire de pôles.

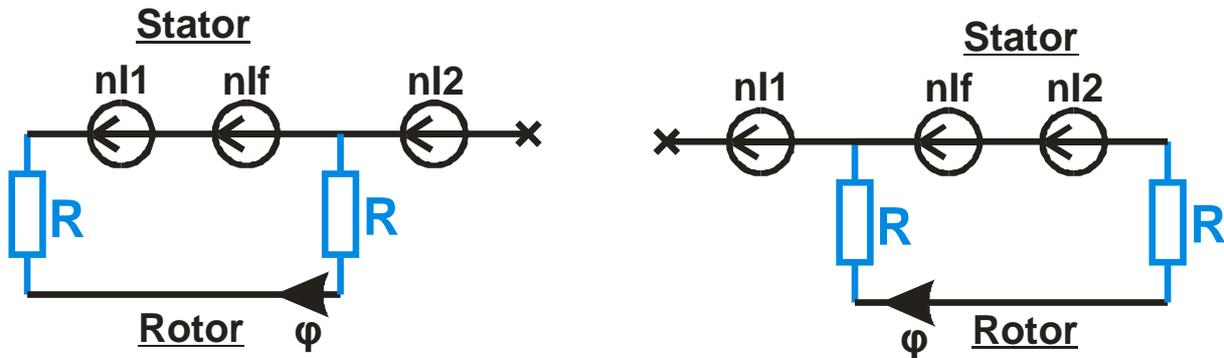


Figure 269 Réseaux de réductances des deux circuits magnétiques de la machine

Nous remarquons que dans chaque circuit, un seul bobinage induit est utilisé, alors que le bobinage inducteur est utilisé dans les deux circuits. Vu que  $nI_1=nI_2$ , le flux sera le même dans les deux circuits, et la coénergie également. Le flux s'exprime alors simplement :

$$\varphi = \frac{nI_1 + nI_f}{2R}$$

Nous calculons la coénergie globale du système, qui s'exprime là encore très simplement :

$$W' = 4 * \frac{R * \varphi^2}{2} = \frac{(nI_1 + nI_f)^2}{2R}$$

Nous introduisons les paramètres géométriques de la machine :  $L_g$  la longueur axiale d'un élément statorique à griffes,  $e$  l'épaisseur de l'entrefer,  $2p$  le nombre de paires de pôles (nombre de dents rotor),  $R_e$  le rayon de l'entrefer,  $l_d = \pi * R_e$  la largeur d'une dent (stator ou rotor), égale à la distance entre deux dents consécutives (au rotor ou au stator). La réductance  $R$  s'exprime alors (avec  $\Theta$  l'angle mécanique et  $\theta=2p\Theta$  l'angle électrique du rotor par rapport au stator ;  $\theta=0$  lorsque les dents stator et rotor sont alignées) :

$$R = \frac{e}{\mu_0 * l_d L_g (\pi - \theta)}$$

Nous pouvons alors exprimer la coénergie du système (correspondant à une paire de pôles de la machine) :

$$W' = \frac{(nI_1 + nI_f)^2}{2} * \frac{\mu_0 l_d L_g}{e} (\pi - \theta)$$

Le couple s'exprime alors comme la dérivée angulaire de la coénergie à courant constant ; le couple est calculé sur la machine complète, le couple générée par deux paires de pôles (circuit magnétique équivalent modélisé) est multiplié par p :

$$C = p \frac{\partial W'}{\partial \theta} = 2p^2 \frac{\partial W'}{\partial \theta} = -p \frac{(nI_1 + nI_f)^2}{2} * \frac{\mu_0 L_g}{e} * 2p * l_d$$

Le facteur  $p \cdot l_d$  exprime la surface active d'entrefer, il est égal à  $\pi \cdot R_e$ . Nous obtenons l'expression finale du couple de la machine à doubles dents isolées :

$$C = -p\pi * \frac{\mu_0 R_e L_g}{e} * \left( (nI_f)^2 + (nI_1)^2 + 2nI_1 * nI_f \right)$$

Cette expression du couple est valable entre 0° et 90° ; le couple sera l'opposé entre -90° et 0°. Le signe – est logique, le couple est négatif entre 0° et 90° lorsque la dent rotor s'éloigne de la dent stator : l'effet de réluctance s'oppose à ce mouvement. Sur la première moitié du parcours le couple sera donc au mieux nul, comme vu sur la simulation aux éléments finis. Nous pouvons reconnaître de nouveau trois facteurs dans cette expression du couple : le facteur en  $nI^2$  est un couple d'encoches, de valeur moyenne nulle. Le couple en  $nI_1^2$  est un couple de réluctances, nul en moyenne dans le cas d'un courant en phase avec la force électromotrice (fonctionnement purement synchrone), mais qu'il est possible d'exploiter en jouant sur la commande. Le terme en  $2nI_1 * nI_f$  est le couple synchrone, lié à l'interaction entre les flux. Les autres termes géométriques  $\frac{\mu_0 R_e L_g}{e}$  désigne la réluctance globale, proportionnelle à la surface d'entrefer  $R_e L_g$  et inversement proportionnelle à l'entrefer. Comme pour la machine MH2, cette expression n'est valable qu'en régime linéaire, avec du fer de perméabilité infinie : en cas de diminution à l'infini de l'entrefer, l'induction dans le fer saturerait, notre modèle analytique ne serait alors plus valable. De la même manière l'influence du terme en p devant a déjà été débattue au paragraphe 3 du chapitre 2 p50, l'expression du modèle analytique n'étant valable qu'en l'absence de fuites ; en présence d'un grand nombre de paires de pôles  $p \gg 1$  les fuites deviennent prédominantes et le couple finit même par diminuer.

Nous représentons le couple du modèle analytique sur une période électrique, avec un courant continu d'excitation de 250At continu et un courant induit sinusoïdal de 360At crête.

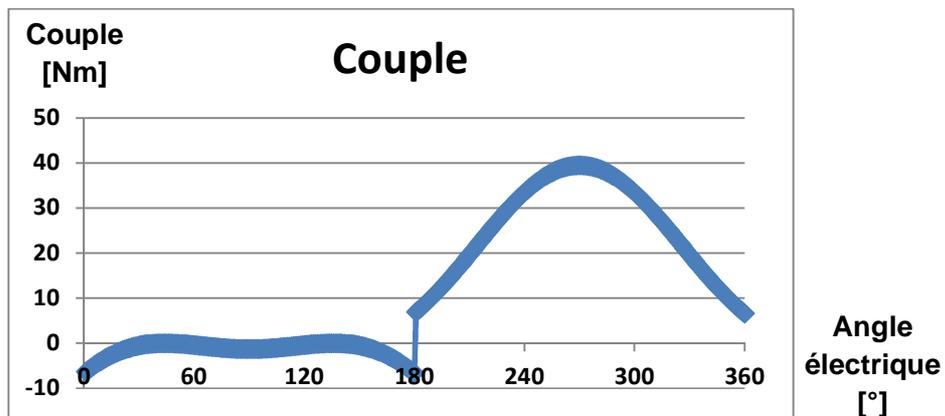


Figure 270 Couple calculé par le modèle analytique

Nous retrouvons bien la forme de couple simulé aux éléments finis, avec un couple légèrement négatif sur la première moitié de la période, suivi d'un couple fortement positif sur la deuxième moitié. Les valeurs de couple du modèle analytique sont ici très importantes, très largement surévaluées, en raison de la simplicité du modèle qui ne prend en compte aucune fuite.

Si nous comparons les couples synchrones de la machine à doubles dents isolées et de la machine MH2, le rapport entre les deux est de  $\pi$ , rendant la machine à doubles dents isolées bien plus séduisantes. Cependant, elle est beaucoup plus sensible aux flux de fuite, qui lui font perdre plus de la moitié de son couple, car la force électromotrice travaille en 0 et un flux maximal. Les flux de fuite font en pratique augmenter la valeur minimale du flux jusqu'à plus de la moitié du flux maximal, limitant fortement le couple synchrone total.

Une autre manière de voir cette machine est de considérer que le couple s'exprime en  $\pm(nI_1+nI_f)^2$ , qui est en réalité l'expression d'un couple d'une machine à réluctance variable  $\frac{\partial L}{\partial \theta} nI^2$ . Notre machine semble donc être à mi-chemin entre une machine à excitation bobinée et une machine à réluctance variable. Le bobinage d'excitation génère bien une force électromotrice, mais qui travaille entre un flux minimal et un flux maximal de mêmes signes (entre 0 et  $\varphi_{f,\max}$  dans le modèle analytique, très optimiste), alors qu'une machine synchrone usuelle travaille généralement avec un flux allant de  $-\varphi_{\max}$  à  $+\varphi_{\max}$ . Cette machine pourrait par exemple travailler avec un circuit d'excitation à courant créneau, nul pendant la première demi-période et maximal pendant la seconde demi-période, ce qui constituerait un fonctionnement de machine à réluctance variable. Cependant, l'utilisation de ce mode de fonctionnement pour constituer un alternateur nécessite une électronique de puissance commutant la totalité de la puissance, alors qu'un usage traditionnel avec une unique régulation du courant continu d'excitation pour contrôler l'alternateur est possible en utilisation comme machine synchrone.

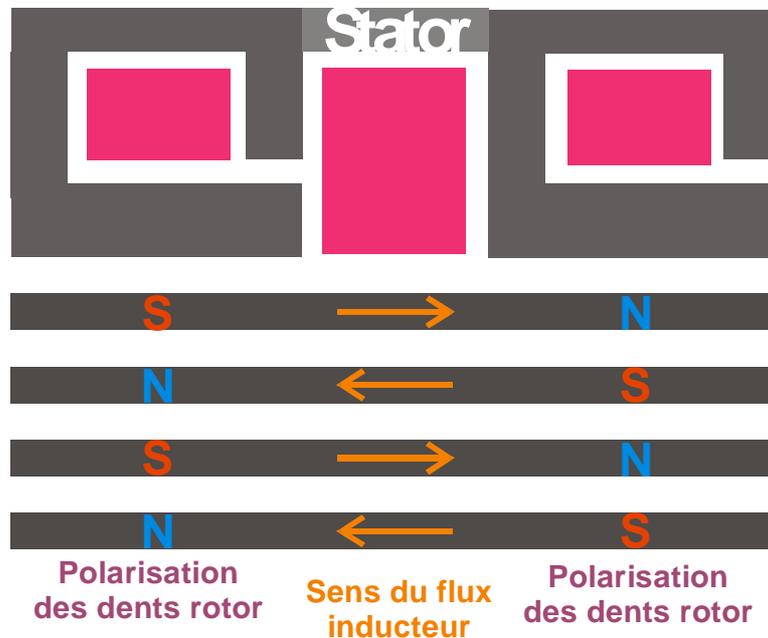
## 8) Conclusion

### 8-1 Machine à doubles dents isolées

La machine à doubles dents isolées forme une machine synchro-réductante, avec un bobinage d'excitation à courant continu réglant le couple synchrone et la possibilité d'exploiter un couple de réluctance significatif lié à la forte saillance du système. Si la théorie générale de la machine à doubles dents isolées laisse entrevoir un grand gain de couple par rapport à la machine MH2, elle est sujette à des fuites magnétiques importantes grevant ses performances. En l'état, le gain de couple synchrone de 15% obtenu ne rend pas la machine directement intéressante au vu de sa complexité d'assemblage au rotor par rapport à la machine MH2. Cependant, l'étude de cette machine n'en est qu'à ses balbutiements, et une étude plus poussée à la fois du circuit magnétique pour limiter les fuites et diminuer le flux continu et une étude détaillée de la commande permettant de maximiser la contribution du couple de réluctance permettront certainement à cette machine de tirer parti de son plein potentiel. Un travail sur la réduction du flux induit minimal, esquissée au paragraphe 6-3 p222 peut notamment continuer à augmenter le couple utile. Cette étude pourrait par exemple faire l'objet de travaux de recherche ultérieurs.

En l'état, le fonctionnement de cette machine est à mi-chemin entre la machine synchrone et la machine à réluctance variable. Si un moyen de magnétiser dans un sens alternatif les dents du rotor était trouvé, l'induit de cette machine pourrait alors de nouveau travailler entre  $+\varphi_f$  et  $-\varphi_f$ , ce qui multiplierait le couple par un facteur trois. Nous n'avons pas trouvé en l'état de moyen d'assurer cette magnétisation sans

contact glissant alimentant un bobinage embrassant successivement chaque dent du rotor en haut puis en bas, mais une solution dans cette direction pourrait ouvrir la voie à une machine beaucoup plus performante que toutes celles étudiées dans le cadre de cette thèse. La figure ci-dessous présente cette configuration de magnétisation espérée.



**Figure 271** Magnétisation du rotor permettant de maximiser le couple utile de la machine à doubles dents isolées

## 8-2 Machine homopolaire à excitation bobinée

L'étude de la machine à griffes à aimants à excitation bobinée présentée dans les chapitres 2 à 4 a permis d'introduire une nouvelle machine homopolaire à excitation bobinée, dont l'excitation est solidaire du stator. La modélisation a permis de mieux cerner le fonctionnement de la machine, puis un prototype a permis de valider le concept de la machine, qui présente cependant en l'état des performances limitées.

Plusieurs pistes ont été dégagées pour améliorer les performances, dont la réutilisation des améliorations du circuit magnétique de la machine à aimants proposées au chapitre 4, et la modification de la machine pour doubler la surface active d'entrefer par le doublement du nombre de dents au rotor. La simulation et l'étude de cette dernière solution ont permis de démontrer une petite amélioration, bien que ce soit au prix d'une réalisation mécanique du rotor plus complexe. Des améliorations supplémentaires semblent néanmoins possibles en étudiant plus en détail cette machine.

Par sa structure, la machine homopolaire à excitation bobinée présentera toujours des performances inférieures à la machine à aimants, mais elle présente d'autres avantages. Toutes les sources primaires de chaleur, notamment les bobinages, sont situés au stator, donc son refroidissement en est facilité. En outre, son rotor, constitué d'une pièce d'acier unique, est très robuste. La réalisation de cette machine est donc particulièrement économique ; sa structure à excitation bobinée permet par exemple de l'envisager particulièrement pour des usages comme alternateur. Sa simplicité, sa robustesse et la

localisation au stator des sources de chaleur permettent également d'envisager une utilisation dans des conditions d'environnement sévères, comme des hautes températures.

Si le principe de fonctionnement a été démontré, une étude plus détaillée de la machine, qui pourrait faire l'objet de travaux ultérieurs, pourrait permettre une amélioration significative. La commande de la machine doit notamment être étudiée, afin de tirer le maximum de l'effet de la variation de réluctance. Un modèle complet par circuit magnétique équivalent permettrait de mieux comprendre le fonctionnement de la machine, et ouvrirait la porte à une optimisation paramétrique. L'influence de la forme de l'entrefer, avec l'introduction d'une épaisseur variable, peut également être étudiée. Le développement d'un modèle thermique de la machine pourra également mener à une utilisation à haute température ambiante, ce qui semble être un domaine dans lequel la machine pourrait avoir un véritable apport.

## Conclusion générale

L'objectif de cette étude était d'apporter une contribution à l'amélioration des machines électriques, en sortant des sentiers traditionnels. Le choix d'une structure à griffes et à flux transverse, avec un stator en SMC, associé à un rotor à aimants a été retenu pour la réalisation d'une machine électrique de référence. Un modèle analytique basé sur un réseau de réductances a été développé afin de comprendre en détail le fonctionnement de la machine et de permettre la mise en place d'une procédure d'optimisation. Cette modélisation s'est montrée délicate, notamment en raison de la double saillance de la structure présente au stator comme au rotor, et de l'inclinaison des flux dans l'entrefer. Le modèle développé, satisfaisant sur une machine 2D, s'est montré pour une raison inconnue incapable de rendre le couple à vide sur la machine tridimensionnelle. Cependant, le couple synchrone a lui été mieux modélisé, et l'effet de la saturation du flux a notamment pu être bien pris en compte. Un prototype a validé les performances de la première machine.

L'étude de la machine a alors permis de proposer une amélioration significative du circuit magnétique du stator, l'introduction de la dent en escalier, qui a permis de doubler le couple du prototype. Cette évolution, qui a fait l'objet d'un dépôt de brevet, se dégage comme l'apport majeur de notre étude aux machines électriques à griffes. Les performances de la machine ainsi réalisées sont très prometteuses. Cependant, l'échec de l'assemblage du prototype en raison de la complexité mécanique de l'assemblage d'un grand nombre de phases a mis en lumière une difficulté du type de machine étudié.

L'étude a permis d'orienter vers une machine électrique qui présente un fort potentiel, avec un coût de fabrication contenu (stator fabriqué sur presse hydraulique automatique, bobinage torique), et une densité de puissance intéressante. Un travail significatif demeure, que la durée de trois ans consacrée à une thèse ne nous a pas permis de mener à bien. Un modèle analytique fiable, plus précis pour la modélisation du couple utile, et rendant compte correctement du couple à vide devra être développé. Cet outil permettra notamment de mieux expliquer la circulation des flux dans l'entrefer pour une machine à aimants en surface, avec un stator saillant. L'influence de la forme de l'entrefer, et l'effet de l'introduction d'une épaisseur d'entrefer variable, pourra notamment être étudiée, afin de maximiser le couple utile et de minimiser l'ondulation de couple, qui reste élevée. Une étude de la topologie du rotor, par exemple par l'introduction d'aimants enterrés, pourra notamment être réalisée. Si la structure originelle, avec la forte saturation du pied de dent, n'aurait pas réellement profité d'un effet de concentration du flux dans les aimants, le circuit magnétique élargi de la machine à dents en escalier pourrait en tirer des bénéfices plus grands. Par ailleurs, une optimisation paramétrique globale, sur la base d'un modèle analytique plus fiable, pourrait permettre d'améliorer encore les machines réalisées à l'avenir.

Un modèle thermique pourra également être développé, afin de tirer le maximum de la machine. La circulation des flux de chaleur dans une machine aussi complexe, avec une géométrie tridimensionnelle aux symétries réduites, n'est pas évidente. Un travail sur la commande de la machine pourra également être fait, afin d'en tirer le maximum, et pourquoi pas de dessiner les perspectives d'une estimation de la position du rotor sans capteur mécanique dédié. Toutes ces pistes de travaux ultérieurs pourraient par exemple faire l'objet d'une nouvelle thèse.

La machine homopolaire à excitation bobinée, qui a été proposée initialement comme extension de la machine à aimants, a été abordée de manière moins approfondie. Le modèle analytique, les

simulations et les essais du prototype ont permis de démontrer le principe de fonctionnement, mais avec des performances qui restent limitées. Cependant, plusieurs pistes d'amélioration ont été proposées, notamment l'application des améliorations du circuit magnétique de la machine à aimants, et l'introduction d'un nouveau rotor à doubles dents isolées. Un des intérêts de cette machine est son coût très réduit, son rotor très simple constitué d'une seule pièce, et la présence des sources de chaleur primaires exclusivement au stator. Ces éléments permettent d'envisager d'utiliser la machine soit pour des applications très économiques aux contraintes de performance limitées, soit dans des environnements très sévères, par exemple dans des températures ambiantes de l'ordre de 300 à 400°C.

La brève étude de cette machine entamée dans le cadre de cette thèse mérite un approfondissement. Une investigation plus poussée de l'impact des améliorations proposées, et la réalisation d'un prototype de référence, peuvent constituer la base de travaux futurs sur cette machine. La recherche d'une meilleure solution d'excitation, permettant de dépasser les limitations de la solution à doubles dents isolées, pourra également décupler les performances de la machine, de la même manière que l'introduction de la dent en escalier a permis de doubler le couple de la machine à aimants permanents.

La réalisation d'un modèle plus détaillé de la machine, par exemple par un circuit magnétique équivalent à bases de réluctances, permettra de mieux comprendre le fonctionnement de la machine afin de proposer d'autres améliorations par la suite, et de fournir la base d'une optimisation paramétrique permettant de tirer le meilleur de l'architecture de la machine. Au vu de sa structure fortement saillante au stator comme au rotor, l'étude détaillée de la commande de la machine, et notamment de la forme optimale des courants, permettra d'augmenter de manière significative les performances en tirant partie d'une assistance du couple de réluctance variable. Une étude de l'impact de l'introduction d'un entrefer variable sur les performances, la commande et le couple à vide est également possible. Une méthode d'estimation de la position angulaire du rotor sans capteur mécanique dédié pourra également être esquissée, afin d'augmenter la robustesse de la machine en environnement sévère et de réduire son coût. Par ailleurs, une étude thermique détaillée, notamment de l'échauffement du rotor massif et du refroidissement du stator, est indispensable avant d'envisager l'utilisation de cette machine à haute température. Tous ces axes de recherche pourraient là aussi faire l'objet d'une nouvelle thèse complète.

## Bibliographie

- [Pin10] E. Pinguey, « On The Design And Construction Of Modulated Pole Machines », Engineering doctorate thesis, University of Newcastle upon Tyne, décembre 2010
- [Mam10] D. Mami, « Définition, conception et expérimentation de structures d'actionneurs électromécaniques innovants incluant par conception des fonctionnalités de sûreté et de sécurité de fonctionnement », thèse de doctorat de l'INP Toulouse, janvier 2010
- [Gar07] J. S. D. Garcia, J. P. A. Bastos, « Transverse Flux Machines: What for? », IEEE Multidisciplinary Engineering Education Magazine, mars 2007
- [Guo14] Y. G. Guo, G. J. Zhu, V. S. Ramsden, « Calculation of cogging torque in claw pole permanent magnet motors », Proceeding of Australasian Universities Power Engineering Conference, septembre 1999
- [Cyr07] C. Cyr, « Modélisation et caractérisation des matériaux magnétiques composites doux utilisés dans les machines électriques », thèse de doctorat de l'ENSAM et de l'université Laval, Québec, juillet 2007
- [Gre03] S. Gréhan, « Contribution à l'étude de moteurs à flux transverse », thèse de doctorat de l'INP Grenoble, décembre 2003
- [Alh05] Y. Alhassoun, « Étude et mise en œuvre de machines à aimantation induite fonctionnant à haute vitesse », thèse de doctorat de l'INP Toulouse, mai 2005
- [Was12] J. G. Washington, G. J. Atkinson, N. J. Baker, A. G. Jack, B. C. Mecrow, B. B. Jensen, L. Pennander, G. Nord, L. Sjöberg, « An improved torque density Modulated Pole Machine for low speed high torque applications », Power Electronics, Machines and Drives conference, Mars 2012
- [Pom12] C. Pompermaier, L. Sjöberg, G. Nord, « Design and optimization of a Permanent Magnet Transverse Flux Machine », International Conference on Electrical Machines, septembre 2012
- [Dou07] Y. Dou, Y. Guo, J. Zhu, Investigation of Motor Topologies for SMC Application, International Conference on Electrical Machines and Systems, octobre 2007
- [Jac09] Brevet US2009243406, 2009
- [Rei04] A. Reinap, M. Alaküla, « Simulation and experimentation of a two phase claw pole motor », International Conference on Electrical Machines, septembre 2004
- [Mag04] F. Magnussen, D. Sveccharenko, P. Thelin, C. Sadarangani, « Analysis of a PM Machine with Soft Magnetic Composites Core » IEEE Vehicular Power & Propulsion, octobre 2004
- [Deh07] N. Delhlinger, « Étude des performances d'une machine à flux transverse à noyaux ferromagnétiques amorphes », Mémoire de master, Université Laval, Québec, 2007
- [Yan13] G. Yang, D. Cheng, H. Zhang, B. Kou, « Bidirectional Cross-Linking Transverse Flux Permanent Magnet Synchronous Motor », IEEE Transactions on Magnetics, mars 2013
- [Zhu11] J. G. Zhu, Y. G. Guo, Z. W. Lin, Y. J. Li, Y. K. Huang, « Development of PM Transverse Flux Motors With Soft Magnetic Composite Cores », IEEE Transactions on Magnetics, octobre 2011

- [Hos11] S. Hosseini, J. S. Moghani, N. F. Ershad, B. B. Jensen, « Design, Prototyping, and Analysis of a Novel Modular Permanent-Magnet Transverse Flux Disk Generator », *IEEE Transactions on Magnetics*, avril 2011
- [Lu11] K. Lu, P. O. Rasmussen, E. Ritchie, « Design Considerations of Permanent Magnet Transverse Flux Machines », *IEEE Transactions on Magnetics*, octobre 2011
- [Pip13] J. Pippuri, A. Manninen, J. Keränen, K. Tammi, « Torque Density of Radial, Axial and Transverse Flux Permanent Magnet Machine Topologies », *IEEE Transactions on Magnetics*, mai 2013
- [Sch11] E. Schmidt, « Finite Element Analysis of a Novel Design of a Three Phase Transverse Flux Machine With an External Rotor », *IEEE Transactions on Magnetics*, mai 2011
- [Les11] J. Leskovec, M. Danilo, F. Lahajnar, D. Miljavec, « Nonlinear reluctance model of transverse flux motor », *PRZEGLĄD ELEKTROTECHNICZNY (Electrical Review)*, NR3/2011
- [Ram06] T. Raminosoa, « Optimisation des performances des machines synchro-réductantes par réseaux de perméances », thèse de doctorat de l'INP Lorraine, octobre 2006
- [Bel08] C. Belalahy, « Dimensionnement d'une machine synchro-réductante à excitation homopolaire par réseaux de perméances », thèse de doctorat de l'INP Lorraine, novembre 2008
- [Hsu11] Y. Hsu, M. Tsai, M. Hsieh, « Subassembly Magnetization Strategies for a Transverse Flux Motor Equipped With NdFeB Magnet », *IEEE Transactions on Magnetics*, octobre 2011
- [Hsu11] Y. Hsu, M. Tsai, « Development of a Novel Transverse Flux Wheel Motor », *IEEE Transactions on Magnetics*, octobre 2011
- [Oh13] J. Oh, J. Lee, S. Kang, K. Shin, B. Kwon, « Analysis of a Novel Transverse Flux Type Permanent Magnet Reluctance Generator », *IEEE Transactions on Magnetics*, février 2014
- [Ued14] Y. Ueda, H. Takahashi, T. Akiba, M. Yoshida, « Small Cogging-Torque Transverse-Flux Motor With Magnetic Short Circuit Under Unloaded Condition », *IEEE Transactions on Magnetics*, novembre 2014
- [Leg09] J. Legranger, « Contribution à l'étude des machines brushless à haut rendement dans les applications de moteurs-générateurs embarqués », thèse de doctorat de l'UTC, mai 2009
- [Was12] J. G. Washington, G. J. Atkinson, N. J. Baker, A. G. Jack, B. C. Mecrow, B. B. Jensen, L. Pennander, G. Nord, L. Sjoberg, « Three phase modulated pole machine topologies utilising mutual flux paths », *IEEE Transactions on Energy Conversion*, février 2012
- [Sei12] P. Seibold, M. Gärtner, F. Schuller, N. Parspour, « Design of a transverse flux permanent magnet excited machine as a near-wheel motor for the use in electric vehicles », *International Conference on Electrical Machines*, septembre 2012
- [Ber11] Brevet WO2012085438, 2011
- [Ber10] Brevet WO2011135266, 2010
- [Sab07] Brevet WO2008096062A3, 2007
- [Kak08] Brevet US2008018194, 2008
- [Taj10] Brevet US2010226803, 2010

[Taj10] Brevet US7750529B2, 2010

[Taj08] Brevet US2008019850, 2008

[Hit10] Brevet JP2010213524, 2010

[XXX10] Brevet WO2010127469, 2010