



HAL
open science

Calculs théoriques de corrections nucléaires aux taux de transitions β super-permises pour les tests du Modèle Standard

Latsamy Xayavong

► **To cite this version:**

Latsamy Xayavong. Calculs théoriques de corrections nucléaires aux taux de transitions β super-permises pour les tests du Modèle Standard. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Bordeaux, 2016. Français. NNT : 2016BORD0406 . tel-01674248

HAL Id: tel-01674248

<https://theses.hal.science/tel-01674248v1>

Submitted on 2 Jan 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉ
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE
L'INGÉNIEUR

SPÉCIALITÉ : ASTROPHYSIQUE, PLASMAS, NUCLÉAIRE

Par : Latsamy XAYAVONG

**Calculs théoriques de corrections nucléaires aux taux de
transitions β super-permises pour les tests du Modèle
Standard**

SOUS LA DIRECTION DE : NADEZDA SMIRNOVA

SOUTENUE LE 14 DÉCEMBRE 2016

MEMBRES DU JURY :

M. Bertram Blank	DR, CNRS, CEN Bordeaux-Gradignan	Président
M. Piet Van Isacker	DR, CEA, GANIL, Caen	Rapporteur
M. Frederic Nowacki	DR, CNRS, IHPC, Strasbourg	Rapporteur
M. Michael Bender	DR, CNRS, IPN, Lyon	Examineur
M. Nathal Severijns	Professeur, KU Leuven	Examineur
Mme. Nadezda SMIRNOVA	MdC, Université de Bordeaux	Directrice de thèse

À mes parents.

Résumé

La conservation du courant faible vectoriel, connue par CVC est une des hypothèses fondamentales du Modèle Standard de l'interaction électrofaible. En revanche, la base théorique de cette hypothèse est seulement l'analogie avec la théorie de l'interaction électromagnétique et la question de sa validité reste posée. La CVC est vérifiable dans les transitions β super-permises, $0^+ \rightarrow 0^+, T = 1$ car elle prédit que le grandeur $\mathcal{F}t$ ($\equiv ft$ corrigée) de ces processus à basse énergie doit être indépendant des noyaux mis en jeu. Si la valeur unique de $\mathcal{F}t$ est trouvée, on peut toute de suite déduire la constante du couplage vectorielle G_V , reliée à $|V_{ud}|$, la norme de l'élément le plus important de la matrice du mélange des quarks de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM). Cet élément de matrice joue un rôle crucial dans le test de l'unitarité de la matrice CKM, une autre hypothèse de base du Modèle Standard.

Actuellement, 14 transitions super-permises allant du ^{10}C jusqu'au ^{74}Rb sont expérimentalement connues avec une précision meilleure que 0.1%, Cela fait en sorte que l'accès à la constante de couplage est limité par les corrections théoriques, dues aux effets radiatifs et à la brisure de la symétrie d'isospin.

Le principal propos de cette thèse est de ré-examiner la correction due au défaut du recouvrement entre les fonctions d'onde radiales de neutrons et celles de protons (δ_{RO}) dans le cadre du modèle en couches. Nos calculs sont basés sur l'expansion des éléments de matrice de Fermi sur les états du noyau intermédiaire, développée précédemment par Towner et Hardy [1]. Cette méthode combine les fonctions d'onde radiales réalistes avec les données spectroscopiques obtenues par un calcul à large échelle, permettant ainsi d'aller au-delà des approches traditionnelles.

Nous avons considéré 13 transitions super-permises, y comprises : ^{22}Mg , ^{26}Al , ^{26}Si , ^{30}S , ^{34}Cl , ^{34}Ar , ^{38}K , ^{38}Ca , ^{46}V , ^{50}Mn , ^{54}Co , ^{62}Ga et ^{66}As . Les fonctions d'onde radiales sont déterminées avec un potentiel moyen réaliste, tel que le potentiel phénoménologique de Woods-Saxon (WS) ou le potentiel auto-cohérent de Hartree-Fock (HF) dérivé à partir d'une force effective de Skyrme. Les calculs ont été faits avec des différentes paramétrisations (2 paramétrisations WS et 3 forces de Skyrme) qui nous ont semblé être les meilleures et les plus appropriées à nos besoins.

Dans un premier temps, des calculs par une méthode simple, sans prise en compte des états intermédiaires ont été réalisés. Avec le potentiel WS, les valeurs de δ_{RO} obtenues sont fortement dépendantes de paramétrisation. Afin de clarifier cet effet, nous avons étudié en détail la sensibilité aux paramètres du potentiel avec une attention toute particulière apportée au terme isovectoriel et au terme coulombien. Cela a permis de mettre en évidence qu'une telle dépendance est entièrement dominée par le comportement isovectoriel du potentiel. Finalement, cette propriété inattendue a

été bien maîtrisée par la procédure d’ajustement proposée. Nous avons également examiné les termes de surface adoptés dans le travail précédent et trouvé que l’un de ces terme (le terme $V_h(r)$) n’est pas compatible avec notre procédure d’ajustement.

Concernant les calculs avec le potentiel auto-cohérent HF, la dépendance de paramétrisation (la force de Skyrme) n’est pas si forte comme dans les calculs avec WS, à l’exception du ^{30}S où δ_{RO} est particulièrement dominée par l’orbitale $2s_{1/2}$. Pour examiner la partie d’échange des termes de portée non-nulle, des calculs avec une force de Gogny ont été réalisés. Le résultat obtenu justifie la suffisance de l’approximation de Slater pour le traitement du terme Coulomb d’échange et de la correction du centre de masse en absence du terme à deux corps.

Notre étude s’est ensuite portée sur les calculs dans un formalisme plus rigoureux, où les recouvrement de fonctions d’onde radiales sont évalués avec les spectres à basse énergie du noyau intermédiaire. Le résultat obtenu sont en bon accord avec les résultats précédents, excepté le cas du ^{62}Ga et ^{66}As . Pour ces deux cas, les calculs ont été faits dans un espace plus grand (incluant $1g_{9/2}$) et avec une interaction effective plus moderne que les calculs précédents. Nous observons également que les valeurs obtenues avec WS sont systématiquement plus grandes que celles obtenues avec Skyrme-HF.

Puis, des calculs de la correction due au mélange d’isospin (δ_{IM}) au sein d’espace du modèle ont été réalisés avec les interactions effectives dépendantes de charge existant et une nouvelle interaction fabriquée par notre groupe. Le défaut de la partie isoscalaire de l’hamiltonien a été compensé par un facteur d’échelle, en supposant que le modèle à deux niveaux est validé. Les résultats obtenus sont extrêmement dépendants du choix de l’interaction et ne sont pas en accord avec les calculs précédents.

Enfin, l’implication pour le Modèle Standard a été donnée. D’après le résultat, le calcul de Towner et Hardy en 2015 [2] fournit un excellent accord avec les deux hypothèses du Modèle Standard, montrant la nécessité de la polarisation du cœur. Par contre l’accord du résultat obtenu avec Skyrme-HF avec le Modèle Standard est le plus faible.

Mots clés :

Tests du Modèle Standard, hypothèse CVC, unitarité de la matrice CKM, transition β super-permise $0^+ \rightarrow 0^+$, brisure de la symétrie d’isospin, correction due au défaut du recouvrement, modèle en couches, potentiel de Woods-Saxon, potentiel auto-cohérent de Hartree-Fock.

Abstract

The conservation of the weak vector current, known as CVC is one of the fundamental hypothesis of the Standard Model of the electroweak interaction. Nevertheless, the physics background of this hypothesis is nothing more than an analogy to the electromagnetic interaction's theory and the question of its validity remains open. The CVC is verifiable in the superallowed Fermi β -decays, $0^+ \rightarrow 0^+, T = 1$ since it predicts that the $\mathcal{F}t$ (\equiv corrected ft) value of such low-energy processes must be nucleus independent. Once the unique $\mathcal{F}t$ value is found, one can immediately deduce the vector coupling constant G_V , linked to $|V_{ud}|$, the norm of the most important element of the Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) quark-mixing matrix. This matrix element plays a crucial role in the test of the unitarity of the CKM matrix, another fundamental hypothesis of the Standard Model.

Currently, 14 superallowed transitions ranging from ^{10}C to ^{74}Rb are known experimentally with the precision 0.1% or better. This results in a fact that this study is now limited by the theoretical corrections, due to the radiative and the isospin-symmetry-breaking effects.

The aim of this thesis is to re-examine the correction due to mismatch between proton and neutron radial wave functions (δ_{RO}) within the framework of shell model. We adopted the method recently developed by Towner and Hardy [1]. This method combines realistic radial wave functions with spectroscopic informations obtained from a large-scale shell-model calculation, thus allowing us to go beyond traditional shell-model approaches.

In this work, we considered 13 superallowed transitions, including : ^{22}Mg , ^{26}Al , ^{26}Si , ^{30}S , ^{34}Cl , ^{34}Ar , ^{38}K , ^{38}Ca , ^{46}V , ^{50}Mn , ^{54}Co , ^{62}Ga et ^{66}As . The radial wave functions were determined with a realistic single-particle potential, such as the phenomenological Woods-Saxon (WS) potential or the self-consistent Hartree-Fock (HF) mean field derived from an effective Skyrme force. We selected various parametrizations (2 parametrizations for WS and 3 Skyrme forces for HF) that seem to us to be appropriate for our purposes.

First, we performed the calculations with a simple method, without taking into account the intermediate states. The result indicates that δ_{RO} obtained from WS potential is strongly parametrization dependent. In order to clarify this effect, we studied profoundly the sensitivity to potential parameters, paying particular attention to the isovector and the Coulomb terms. This study provided evidence that such a dependence is entirely dominated by the isovector part of the potential. However, using our proposed adjustment procedure, this problem appears to be well under control. We also examined the surface terms adopted in the work of Towner and Hardy [1], the result showed that one of these terms (the term $V_h(r)$) is not

compatible with our adjustment procedure.

Concerning the calculations with the self-consistent HF mean field, the dependence on parametrization (of the Skyrme force) is not so strong as in the case with WS, except for ^{30}S where δ_{RO} is particularly dominated by the $2s_{1/2}$ state. To examine the non-local exchange terms, calculations with Gogny force have been realized. The results of these calculations justify the sufficiency of the Slater approximation for treating the Coulomb exchange term and of the center of mass correction while neglecting 2-body term.

Then, we calculated the radial overlap correction in a more rigorous approach, where the overlap integrals are evaluated with low-energy spectra of the intermediate nucleus. The results obtained from these calculations are generally in good agreement with the previous calculations, except for ^{62}Ga and ^{66}As . For these 2 cases, we have selected a bigger model space and used a more recent effective interaction, compared to those of the previous works. We also observed that WS potential resulted systematically the values for δ_{RO} larger than those obtained from Skyrme-HF.

The correction for isospin mixing inside the model space (δ_{IM}) has been re-examined. The calculations were realized with the existing charge dependent interactions and with a new interaction produced by our group. The deficiency of the isoscalar part of the hamiltonian was compensated with a scaling factor, within the assumption that two-level mixing model is validated. The results are extremely interaction dependent and are not in agreement with the previous calculations.

At last, the implication for the Standard Model has been done. From the result, the calculation of Towner and Hardy in 2015 [2] provides an excellent agreement with the two hypothesis of the Standard Model, indicating that core-polarization effects should be taken into account. By contrast the results obtained with Skyrme-HF are in poor agreement with the Standard Model.

Keywords :

Standard Model tests, CVC hypothesis, Unitarity of the CKM matrix, superallowed Fermi β -decay $0^+ \rightarrow 0^+$, isospin symmetry breaking, radial overlap correction, shell model, Woods-Saxon potential, self-consistent Hartree-Fock potential.

Centre d'Études Nucléaires de Bordeaux-Gradignan

[intitulé, UMR 5797, F-33175 Gradignan Cedex]

Remerciements

En premier lieu, je tiens à remercier ma directrice de thèse, Nadya Smirnova, qui malgré un emploi du temps très chargé a toujours pris le temps de suivre avec attention le bon déroulement de mon travail, avec qui j'ai partagé plus de 3 années de recherches pendant lesquelles j'ai énormément appris. J'ai apprécié son soutien, son optimisme et nos discussions de physique. Enfin, ses nombreuses relectures et corrections de cette thèse ont été très appréciables. Cette thèse elle doit beaucoup.

Mes remerciements sont également adressés à mon ancien co-directeur de thèse Michael Bender pour son soutien constant, des discussions très utiles et ses conseils fructueux, jusqu'à son départ à Lyon. De plus, il a accepté de participer à mon jury de thèse. Pour tout cela merci.

Mes remerciements vont aussi à mes collaborateurs, en particulier Karim Bennaïeur avec qui j'ai beaucoup discuté et beaucoup appris des calculs de champ moyen auto-cohérent. Grâce à ses codes, LENTEUR et GHOST nous pouvons expliquer des effets importants.

Piet Van Isacker et Frederic Nowacki ont accepté d'être les rapporteurs de cette thèse, et je les en remercie, de même que pour leur participation au Jury. Ils ont également contribué par leurs nombreuses remarques et suggestions à améliorer la qualité de ce mémoire, et je leur en suis très reconnaissant.

Bertram Blank et Nathal Severijns m'ont fait l'honneur de participer au Jury de soutenance. Ils ont trouvé du temps pour lire le manuscrit de ma thèse et me donner de précieux conseils ; je les en remercie profondément.

Parce que je suis étranger, la rédaction de mémoire en français correct et cohérent est très dure. Cécile Magron a eu la bonté de corriger mes textes de plus de 100 pages en peu de temps. Grâce à sa correction de haute précision, j'ai pu terminer ce gros travail. Merci beaucoup.

Je suis particulièrement reconnaissante à Philippe Quentin pour tout ce qu'il a fait, pour m'avoir donné l'occasion de faire mes études à Bordeaux.

Un grand merci à Ludovic Bonneau et encore une fois à Philippe Quentin pour toutes les discussions sur les calculs de champ moyen auto-cohérent. Vos explications et vos commentaires ont contribué beaucoup au succès du travail.

Je voudrais aussi remercier l'ensemble du personnel du Centre d'Études Nucléaires de Bordeaux-Gradignan (CENBG) pour leur accueil sympathique et leur coopération professionnelle tout au long de ces trois années.

Enfin, mes remerciements les plus chaleureux vont à mes parents, toute ma famille et mes amis pour m'avoir soutenu et encouragé jusqu'au bout.

J'en oublie certainement encore et je m'en excuse.

Encore un grand merci à tous pour m'avoir conduit à ce jour mémorable.

Je vous souhaite une bonne lecture.

Table des matières

Résumé	iii
Remerciements	viii
Table de matières	x
Table des figures	xiii
Liste des tableaux	xv
1 Théories de la désintégration β	4
1.1 Théorie de Fermi	6
1.2 Généralisation de l'interaction de Fermi	8
1.2.1 Théorie $V - A$	9
1.2.1.1 Courant leptonique	10
1.2.1.2 Courant hadronique	10
1.2.1.3 Théorie du courant vectoriel conservé (CVC)	11
1.2.1.4 Matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)	12
1.2.1.5 Élément de matrice de transition	13
1.2.2 Règles de sélection	14
1.3 Traitement de ft	15
1.4 Tests du Modèle Standard	18
1.4.1 Corrections dues à la brisure de la symétrie d'isospin	20
1.4.2 Corrections radiatives	21
1.4.3 Grandeur $\mathcal{F}t$	23
2 Modèle à particules indépendantes	25
2.1 Concept de couches	26
2.1.1 Évidences expérimentales	27
2.1.2 Nécessité du terme spin-orbite	28
2.1.3 Formalisme	31
2.2 Potentiels schématiques	32
2.2.1 Oscillateur harmonique	32
2.2.2 Potentiel de Woods-Saxon	34
2.3 Potentiels auto-cohérents de Hartree-Fock	37
2.3.1 Interaction de Skyrme	40
2.3.2 Interaction de Gogny	44

2.4	Correction du centre de masse	48
2.5	Insuffisance de l'approximation de particules indépendantes	51
3	Modèle en couches	52
3.1	Traitement de l'interaction résiduelle	52
3.1.1	Espaces de valence	53
3.1.2	Représentations des déterminants de Slater	55
3.1.3	Solution de l'équation aux valeurs propres	57
3.1.4	Interactions effectives	58
3.1.4.1	Interactions effectives microscopiques	59
3.1.4.2	Interactions effectives phénoménologiques	60
3.2	Élimination de la contribution spurieuse	61
3.3	Brisure de la symétrie d'isospin	62
4	Évaluation de l'élément de matrice de Fermi	65
4.1	Formalisme	66
4.2	Correction radiale δ_{RO}	70
4.2.1	Calculs avec les fonctions d'onde radiales de Woods-Saxon	70
4.2.2	Optimisation du potentiel	74
4.2.3	Termes de surface	78
4.2.4	Dépendance des états intermédiaires	83
4.2.5	Calculs avec les fonctions d'onde radiales de Hartree-Fock	90
4.2.6	Validité de l'approximation de Slater pour δ_{RO}	95
4.3	Points importants	99
4.4	Correction due au mélange d'isospin δ_{IM}	104
4.5	Implication pour le Modèle Standard	107
4.5.1	Consistance de valeurs $\mathcal{F}t$ et l'impact sur l'unitarité de la matrice CKM	107
4.5.2	Test de la correction δ_C	110
5	Conclusions et perspectives	112
	Annexes	116
A	Notations relativistes	117
A.1	Espace-temps	117
A.2	Equation de Dirac	117
A.3	Hélicités	119
B	Symétrie d'isospin	121
B.1	Système à un nucléon	121
B.2	Système à deux nucléons	122
B.2.1	Conservation de charge	123
B.2.2	Indépendance de charge	124
B.2.3	Symétrie de charge	124
B.2.4	Interaction coulombienne	125
B.3	Système à A nucléons	126

C Énergies de particules individuelles	127
D Les valeurs numériques des résultats finaux	134
Bibliographie	137

Table des figures

1.1	Spectre d'énergie des rayons β émis par le radium	4
1.2	Schémas représentant la désintégration du neutron à gauche et celle du proton à droite.	7
1.3	Les 14 mesures les plus précises de ft obtenues pour les transitions β super-permises	19
2.1	Schéma des niveaux d'énergie et la structure en couches	29
3.1	La dimension de la matrice d'hamiltonien en schéma J et en schéma M , en fonction de l'espace de valence et du nombre de particule	55
4.1	Correction δ_{RO} calculée avec le potentiel de Woods-Saxon sans ajustement	72
4.2	Rayon de charge des noyaux pères calculé avec le potentiel de Woods-Saxon sans ajustement	73
4.3	Énergie isovectorielle (au niveau de Fermi) calculée avec le potentiel de Woods-Saxon sans ajustement	74
4.4	Correction δ_{RO} en fonction de l'énergie isovectorielle (au niveau de Fermi)	75
4.5	Rayon de charge et la correction δ_{RO} en fonction du paramètre r_0 pour différentes valeurs du paramètre a_0	76
4.6	Résultat pour δ_{RO} obtenu avec le potentiel de Woods-Saxon en ajustant la profondeur et le paramètre de taille	77
4.7	Correction δ_{RO} calculée avec le potentiel de Woods-Saxon plus le terme de surface $V_g(r)$	79
4.8	Dépendance en r_0 dans le calcul avec le terme de surface $V_h(r)$	81
4.9	Illustration de l'effet du terme de surface $V_h(r)$ sur le potentiel et sur la fonction d'onde radiale	82
4.10	Variation de $ M_F^0 $ et de δ_{RO} en fonction du nombre d'états intermédiaires pris en compte	85
4.11	Résultat pour δ_{RO} obtenu avec le potentiel de Woods-Saxon en prenant en compte des états intermédiaires	88

4.12	Résultat pour δ_{RO} obtenu avec le potentiel de Woods-Saxon plus le terme de surface $V_g(r)$ en prenant en compte des états intermédiaires	89
4.13	Correction δ_{RO} et le rayon de charge des noyaux pères calculés avec des fonctions d'onde radiales Skyrme-HF sans réajustement	93
4.14	Résultat pour δ_{RO} obtenu avec les fonctions d'onde radiales Skyrme-HF en prenant en compte des états intermédiaires	94
4.15	Comparaison entre le traitement exact du terme Coulomb d'échange et l'approximation de Slater	97
4.16	Profile de potentiels (Woods-Saxon et Skyrme-Hartree-Fock) avant ajustement pour les émetteurs des transitions super-permises de la couche <i>sd</i> .	100
4.17	Profiles de la fonction d'onde radiale ($1d_{5/2}$) correspondent aux potentiels données dans la figure 4.16	101
4.18	Profile de potentiels (Woods-Saxon et Skyrme-Hartree-Fock) après ajustement pour les émetteurs des transitions super-permises de la couche <i>sd</i> .	102
4.19	Profiles de la fonction d'onde radiale ($1d_{5/2}$) correspondent aux potentiels données dans la figure 4.18	103
4.20	Résultat pour δ_{IM} en comparaison avec celui de Towner et Hardy	105

Liste des tableaux

1.1	Règles de sélection associées aux transitions β permises	15
4.1	Valeurs numériques des paramètres du potentiel WS.	71
4.2	Les espaces du modèle et les interactions effectives pour les noyaux considérés.	92
4.3	Écart des énergies individuelles de protons entre l'approximation de Slater et le calcul exact	98
4.4	Les valeurs $\mathcal{F}t$ évaluées avec différents calculs de δ_{RO}	109
4.5	Les valeurs numériques de $ V_{ud} $ et leur impact sur l'unitarité de première ligne de la matrice CKM	110
4.6	Résultat du test de la correction δ_C pour différents modèles de calculs	111
C.1	Les énergies individuelles des orbitales de valences, calculées avec le potentiel de Woods-Saxon et en utilisant la paramétrisation BM_m . .	127
C.2	Les énergies individuelles des orbitales de valences, calculées avec le potentiel de Woods-Saxon et en utilisant la paramétrisation SWV . .	128
C.3	Les énergies individuelles calculées par la méthode Skyrme-Hartree-Fock avec la paramétrisation SLy5	129
C.4	Les énergies individuelles calculées par la méthode Skyrme-Hartree-Fock avec la paramétrisation SkM*	130
C.5	Les énergies individuelles calculées par la méthode Skyrme-Hartree-Fock avec la paramétrisation SGII	131
C.6	Les énergies individuelles calculées par la méthode Gogny-Hartree-Fock avec la paramétrisation D1S et avec le traitement exact du terme coulomb d'échange	132
C.7	Les énergies individuelles calculées par la méthode Gogny-Hartree-Fock avec la paramétrisation D1S. Le terme coulomb d'échange est traité avec l'approximation de Slater	133
D.1	Les valeurs numériques pour δ_{RO} et r_0 correspondent à celles illustrées sur la figure 4.11	134
D.2	Les valeurs numériques pour δ_{RO} et r_0 correspondent à celles illustrées sur la figure 4.12	135

D.3 Les valeurs numériques pour δ_{RO} correspondent à celles illustrées sur la figure 4.14	136
---	-----

Introduction

La première description théorique de la désintégration β a été formulée en 1934 par E. Fermi, à une époque où l'existence des quarks n'était pas encore soupçonnée et celle des neutrinos seulement une hypothèse. Depuis cette époque, la théorie de l'interaction faible a eu beaucoup d'améliorations jusqu'à son unification avec la théorie électromagnétique qui conduit à la théorie électrofaible en 1968. Cette unification a valu à S.L. Glashow, A. Salam et S. Weinberg le prix Nobel de physique en 1979. L'ensemble des interactions fondamentales et des particules élémentaires est aujourd'hui décrit dans le cadre du Modèle Standard de la physique des particules (la gravitation n'est pas incluse dans ce modèle).

Les recherches de signatures de la physique au-delà du Modèle Standard sont menées à la fois, à la frontière de hautes énergies, atteint aux collisionneurs les plus puissants des particules, et à la frontière de haute précision, dans laquelle des recherches sur les effets mineurs dans des environnements bien contrôlés sont effectués. Les deux approches sont complémentaires l'une de l'autre.

Les désintégrations β semi-leptoniques jouent un rôle crucial pour les tests du Modèle Standard à basse énergie avec grande précision. La mesure précise de la constante du couplage vectorielle (hadronique), G_V , dans ces processus permet de tester l'hypothèse CVC, et notamment d'extraire l'élément de matrice $|V_{ud}|$ qui contrôle l'unitarité de la première ligne de la matrice CKM [3].

Aujourd'hui, les valeurs précises de $|V_{ud}|$ sont déterminées à partir de quatre sources distinctes (en ordre de la précision) :

1. La première est la transition super-permise entre les états isobariques analogues, $0^+, T = 1$ [2]. L'intérêt de ce processus est sa description théorique très simple. Dans le cadre du Modèle Standard, il est décrit par les courants faibles vectoriels uniquement. Donc, à la limite où les états nucléaires initial et final sont parfaitement analogues, l'élément de matrice de cette transition est indépendant de la structure nucléaire. De loin, ce processus fournit la détermination la plus précise de $|V_{ud}|$. La force de la transition, ft , est déterminée expérimentalement par des mesures de trois quantités; la demi-vie, la valeur Q_{EC} , et le rapport d'embranchement du mode super-permis. Quatorze transitions ont maintenant une précision sur ft d'ordre 0.1%. L'erreur sur $|V_{ud}|$ est dominée par les incertitudes théoriques découlant de la brisure de la symétrie d'isospin dans la structure des noyaux père et fils, et les effets radiatifs. Les détails complets sur ce processus seront donnés dans les parties suivantes.

2. La deuxième est la désintégration β du neutron libre [4]. Bien que ce processus n'est pas régi exclusivement par le courant faible vectoriel comme dans le cas de

la transition super-permise $0^+ \rightarrow 0^+$, il fournit une approche complémentaire pour déterminer $|V_{ud}|$. Ce processus est une option intéressante puisque, étant une particule libre, son analyse ne nécessite pas de corriger les effets de la structure nucléaire. Le résultat pour $|V_{ud}|$ est en accord avec celui obtenu à partir des transitions super-permises, mais est 8.5 fois moins précis. Son erreur est dominée par l'incertitude sur le rapport entre le courant de vecteur axiale et le courant vectoriel ou le paramètre de corrélation λ , qui est déterminé à partir des mesures β -asymétrie.

3. La troisième est la transition β miroir. Il a été récemment souligné [5] que $|V_{ud}|$ peut être obtenue à partir des transitions β entre les états isobariques analogiques des doublets d'isospin $T = 1/2$ (les noyaux miroirs). Ces transitions impliquent à la fois les courants vectoriel et vecteur-axial comme dans le cas de la désintégration du neutron libre. Cependant, contrairement à la désintégration du neutron, le taux de transition de ce processus nécessite des corrections dues à la dépendance de la structure nucléaire. Néanmoins, elle fournit des données complémentaires importantes à la transition super-permise.

4. La dernière est la désintégration β du pion [6] : $\pi^+ \rightarrow \pi^0 + e^+ + \nu_e$. Elle est analogue à la transition super-permise car c'est une transition $0^- \rightarrow 0^-$ purement vectorielle entre deux membres d'un triplet isospin. Cependant, contrairement à la transition super-permise, son taux de transition est exempt des termes de corrections due à la dépendance de la structure nucléaire. Elle est également exempt du paramètre de corrélation λ , qui limite actuellement la précision dans la désintégration du neutron libre. Elle est donc un candidat très intéressant d'un point de vue théorique. Malheureusement, le rapport d'embranchement pour ce processus est de l'ordre de 10^{-8} , il est donc extrêmement difficile à mesurer avec la précision requise afin d'être compétitif avec $|V_{ud}|$ dérivée à partir des données des transitions super-permises.

Dans notre étude, nous nous sommes intéressés au premier type des transitions mentionnées ici, c'est-à-dire les transitions super-permises $0^+ \rightarrow 0^+$. Nous réexaminerons les corrections provenant de la brisure de la symétries d'isospin dans la structure des noyaux impliqués. Comme nous le verrons, l'évaluation de ces corrections ne peut se faire que théoriquement et c'est là précisément le but de notre travail exposé dans les parties suivantes.

Le [chapitre 1](#) est consacré à la dérivation des équations utilisées pour déterminer la valeur $\mathcal{F}t$ (la valeur corrigée de ft) , nous commencerons par introduire des descriptions théoriques de la désintégration β , nous considérerons le processus simple comme la désintégration du neutron libre. En appliquant la règle d'or de Fermi on pourrait extraire la force de transition ou la valeur ft . Ensuite nous l'appliquerons aux désintégrations β des noyaux en prenant en compte des effets du milieu. Finalement nous obtiendrons l'expression de $\mathcal{F}t$ pour la transition super-permise par l'inclusion des corrections dues aux effets radiatifs et de la brisure de la symétrie d'isospin.

Nous donnerons, dans le [chapitre 2](#) les détails des potentiels décrivant le mouvement individuel des nucléons dans le noyau. Deux types de potentiels seront considérés, le premier est le potentiel schématique comme l'oscillateur harmonique ou WS et le deuxième est le potentiel auto-cohérent dérivé par la procédure HF, en

utilisant les interactions effectives phénoménologiques de Skyrme et de Gogny.

Dans le [chapitre 3](#), nous donnerons les détails du modèle en couches et discuterons du formalisme de base, de l'interaction, ainsi que de techniques spécifiques utilisées en pratique. Nous sommes encore, à l'heure actuelle, confrontés au problème de dimensionnalité de l'espace de configurations. Ceci nous oblige à restreindre tout calcul de structure à un espace de valence. Ces restrictions nous obligent donc à utiliser une interaction effective appropriée pour l'espace de valence choisi. Nous parlerons également de la construction de l'interaction effective non conservant d'isospin, à l'aide des données des coefficients de l'équation de masse des multiplets isobariques.

Dans le [chapitre 4](#), nous effectuerons des calculs de la corrections due à la brisure de la symétrie d'isospin dans une approche similaire aux calculs de Towner et Hardy [1, 7]. Pour évaluer la correction due au défaut du recouvrement des fonctions d'ondes radiales (δ_{RO}), les éléments de matrice à un corps de l'opérateur de Fermi seront calculés avec des fonctions d'onde radiales réalistes, telles que les fonctions propres du potentiel WS ou celles du potentiel auto-cohérent de Skyrme-HF. Les potentiels seront optimisés par des réajustements pour reproduire les observables expérimentales (les énergies de séparation et rayon de charge). Nous étudierons l'influence de chaque terme de ces potentiels sur la correction δ_{RO} , en particulier les termes coulombiens et les composantes isovectorielles du potentiel nucléaire qui sont les sources de la brisure de la symétrie d'isospin. L'impact du terme Coulomb d'échange exact sur les résultats sera étudié par les calculs HF avec l'interaction de Gogny. La correction due au mélange d'isospin dans l'espace du modèle (δ_{IM}) sera évaluée avec des nouvelles interactions effectives non conservant d'isospin. Finalement, nous discuterons l'impact de nos résultats sur le Modèle Standard de la théorie électrofaible et la comparaisons avec les autres résultats existants.

Nous concluons et donnerons les perspectives dans le [chapitre 5](#).

Chapitre 1

Théories de la désintégration β

Introduction

L'émission β a longtemps été un mystère, du fait que, contrairement à l'émission α ou γ , l'énergie de la particule β n'est pas constante, mais suit plutôt un spectre continu (voir Fig. 1.1). Ce comportement est incompréhensible si on suppose que la désintégration n'implique que deux produits : l'électron et le noyau fils. En effet, la conservation de l'énergie et de la quantité de mouvement entraîne forcément que, dans une désintégration à deux corps, les deux produits ont des énergies bien définies dans le référentiel du noyau initial. Un paradoxe tout aussi important est la non-conservation du moment angulaire : dans la désintégration du neutron, le neutron initial a un spin $1/2$, alors que les particules finales (le proton et l'électron) ont tous les deux un spin $1/2$, ce qui est incompatible avec les règles d'addition du moment cinétique.

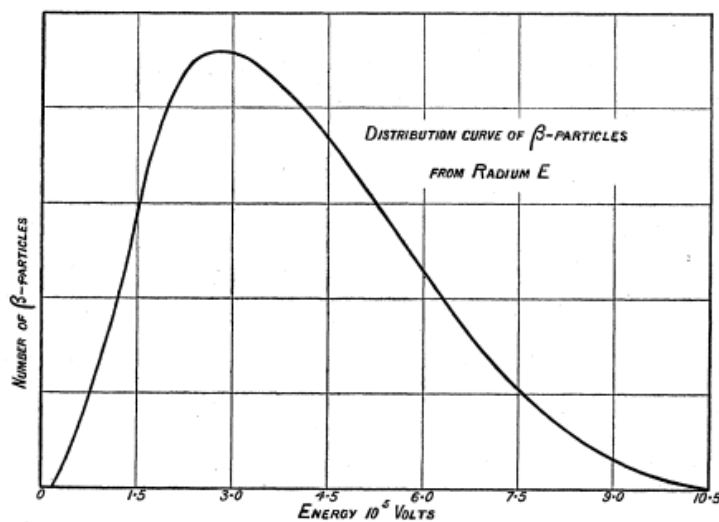
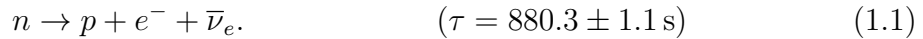


FIGURE 1.1 – Spectre d'énergie des rayons β émis par le radium

La solution à ce paradoxe fut proposée par Pauli en 1930 : la désintégration β est en réalité un processus à trois corps, dont l'un est une particule électriquement neutre de spin $1/2$ et de très faible masse que Fermi appela neutrino. Cette particule est

normalement non détectée, car elle n'interagit que très faiblement avec les nucléons et les électrons. Les durées de vie relativement longues associées à l'émission β s'expliquent justement par la faiblesse de l'interaction responsable du processus. Cette interaction, qui n'a rien à voir avec la force nucléaire, est justement connue sous le nom d'interaction faible. La répartition de l'énergie entre l'électron et le neutrino dépend de l'angle entre les deux particules, qui est variable. Ceci explique le spectre d'énergie continu de l'électron. Il faudra attendre les années 1950 avant que des signes plus tangibles du neutrino en confirment l'existence.

La forme élémentaire d'émission β est la désintégration du neutron libre :



Ce processus implique 4 particules : le neutron, le proton, l'électron et l'anti-neutrino. La plupart des particules élémentaires peuvent aussi exister sous la forme d'une antiparticule, ayant les mêmes propriétés que la particule en ce qui a trait à la masse et aux interactions, sauf pour l'inversion de la charge électrique ou des autres charges reliées aux interactions fondamentales. Ainsi, l'anti-électron est appelé positon et noté e^+ . Le neutrino ν_e possède aussi une anti-particule, notée $\bar{\nu}_e$. Une règle fondamentale de la théorie des particules élémentaires stipule que lorsqu'une particule participe à un processus dans un état initial, un autre processus est possible dans lequel l'antiparticule existe dans l'état final, ou vice-versa. Ainsi, la réaction $n + \nu_e \rightarrow p + e^-$ correspond à la désintégration $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, où le neutrino initial est devenu un anti-neutrino dans l'état final. De même, ce pourrait être l'électron qui change de rôle et on pourrait en principe observer la désintégration du proton



sauf, évidemment, que la masse du neutron est plus élevée que celle du proton et donc ce processus est impossible par conservation de l'énergie. Cependant, le bilan énergétique de ce processus peut être différent dans un noyau. L'émission β peut alors prendre trois formes :

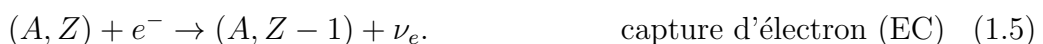
1. L'émission par le noyau d'un électron et d'un antineutrino, accompagnée de la conversion d'un neutron en proton :



2. L'émission par le noyau d'un positon et d'un neutrino, accompagnée de la conversion d'un proton en neutron :



3. La capture, par un proton du noyau, d'un électron atomique dans un état s, suivie de leur conversion en neutron et neutrino :



L'émission β , lorsqu'elle est énergétiquement possible, va se produire inévitablement. Ce processus change Z et N sans affecter A , et permet typiquement à des nucléides éloignés de la vallée de stabilité de s'en rapprocher.

L'énergie de masse contenue dans le noyau et les particules à l'issue d'une désintégration est généralement inférieure à l'énergie de masse contenue dans le noyau avant la désintégration. La loi de conservation de l'énergie permet d'affirmer qu'il y a à la fin de la désintégration, de l'énergie autre que l'énergie de masses au repos. Cette énergie peut être de l'énergie cinétique emportée par les noyaux et les particules émises, mais ce peut être aussi de l'énergie emportée par des ondes électromagnétiques très énergétiques (les rayonnements gamma) ou d'autres particules. Les noyaux produits par l'émission β sont souvent dans un état excité, et émettent un ou plusieurs photons (ou particules) avant d'y accéder. Les deux processus sont donc étroitement liés en pratique.

1.1 Théorie de Fermi

Comme son nom l'indique, l'interaction faible est l'interaction fondamentale qui a l'intensité la plus faible (en dehors de la gravitation). Elle s'applique à toutes les particules de matière, en particulier, les neutrinos, qui sont électriquement neutres et qui ne sont pas des quarks. Ils ne sont donc sensibles qu'aux interactions faible et gravitationnelle (s'ils ont une masse), les deux interactions fondamentales les moins intenses. Ainsi, ils interagissent très faiblement avec la matière et sont donc très difficilement détectables.

Sans pouvoir spécifier la nature de cette interaction, Fermi procéda par analogie avec l'électromagnétisme en postulant que l'interaction pouvait être exprimée comme le produit de deux courants faibles, un courant hadronique, $J_\mu(x)$ et un courant leptonique, $j_\mu(x)$ [8]. La densité d'hamiltonien est alors de la forme¹ :

$$\mathcal{H}_\beta(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}}J_\mu(x)j_\mu(x) + h.c., \quad \mu = 0, 1, 2, 3 \quad (1.6)$$

où G_F , appelée constante de Fermi, caractérise l'intensité de l'interaction, cette constante est indépendante des particules en jeu dans l'interaction et joue ainsi un rôle similaire à la charge de l'électron pour l'électromagnétisme. Le deuxième terme $h.c$ est l'hermitien conjugué du premier terme.

Pour la désintégration du neutron libre, le courant hadronique, $J_\mu(x)$ et le courant leptonique, $j_\mu(x)$ sont donnés par :

$$J_\mu(x) = \bar{\psi}_p(x)\hat{O}_\mu\psi_n(x), \quad j_\mu(x) = -\bar{\psi}_e(x)\hat{O}_\mu\psi_{\bar{\nu}_e}(x). \quad (1.7)$$

Fermi supposa que l'interaction soit locale (ponctuelle) et que les courants soient du type vectoriel, $\hat{O}_\mu = i\gamma_\mu$. En général, la théorie doit être relativiste car les énergies cinétiques emportées par les leptons excèdent largement leurs masses au repos. Ceci impose que la fonction d'onde de chaque fermion soit un champ quantique, $\psi(x)$ qui obéit à l'équation de Dirac. Nous avons $\bar{\psi}(x) = \psi^\dagger(x)\gamma_4$, où γ_μ sont les matrices (4×4) de Dirac [9] et $x = \{\mathbf{r}, ict\}$ est un quadri-vecteur de position dans l'espace-temps.

1. Au travers de cette thèse, nous utilisons les conventions de Blin-Stoyle [9, 10], où certaines notations sont différentes des notations usuelles en physique des particules.

À l'approximation du première ordre, nous négligeons des effets de l'interaction forte et électromagnétique, donc les quatre fermions sont décrits par une superposition des ondes planes de Dirac (voir [Appendix A](#)). On peut décomposer le champ $\psi(x)$ en une partie à énergies positives (particule) et une partie à énergies négatives (anti-particule) :

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{m}{E(\mathbf{p})} \right)^{1/2} \sum_s [b_s(\mathbf{p})u^{(s)}(\mathbf{p}) \exp(ip.x) + d_s^\dagger(\mathbf{p})v^{(s)}(\mathbf{p}) \exp(-ip.x)], \quad (1.8)$$

où s désigne l'orientation du spin ($=\pm 1/2$), m , la masse, \mathcal{V} , le volume de normalisation et p (\mathbf{p}), la quadri-impulsion (l'impulsion). Les symboles, $b_s^\dagger(\mathbf{p})$ et $b_s(\mathbf{p})$ désignent les opérateurs de création et d'annihilation pour la particule ($d_s^\dagger(\mathbf{p})$ et $d_s(\mathbf{p})$ pour l'antiparticule). Les spineurs de Dirac, $u^{(s)}(\mathbf{p})$ et $v^{(s)}(\mathbf{p})$ sont des matrices colonnes indépendantes de x , décrivant la particule et l'antiparticule respectivement, définies par :

$$u^{(s)}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix}, \quad v^{(s)}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \begin{pmatrix} -\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi_s \\ \chi_s \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

avec les spineurs

$$\chi_{+1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (1.10)$$

Cette théorie fut la première dans laquelle le concept de création et d'annihilation de particules matérielles fit son apparition. La désintégration β^- s'explique dans cette théorie de Fermi et peut se représenter par un diagramme de Feynman simple, comme dans la figure 1.2 avec un neutron et un neutrino comme état initial et un proton et un électron dans l'état final (vice-versa pour β^+).



FIGURE 1.2 – Schémas représentant la désintégration du neutron à gauche et celle du proton à droite.

La théorie de Fermi, cependant, ne brise pas la parité et donc ne peut pas bien représenter tous les processus causés par l'interaction faible, en particulier les processus dans lesquels la polarisation des particules n'est pas moyennée.

1.2 Généralisation de l'interaction de Fermi

L'interaction (1.6), qui a la forme d'une interaction entre deux courants vecteurs découle d'une analogie avec l'interaction électromagnétique. Les outils de la théorie des champs et de la seconde quantification sont nécessaires pour donner une description quantique de l'interaction électromagnétique. Cependant, cette description découle directement de la formulation classique de la théorie. Il n'existe pas d'analogie classique à la désintégration β pour contraindre la forme de l'interaction. L'interaction proposée par Fermi ne repose donc que sur cette analogie avec l'électromagnétisme sans aucune autre justification. Il a été observé que certaines désintégrations β n'obéissent pas aux règles de sélections de Fermi 1.2.2.

S'il n'y a aucune autre hypothèse que celle d'une interaction ponctuelle de deux courants faibles, on est donc amené à considérer tout covariant bilinéaire de la forme $\bar{\psi}\hat{O}_k\psi$. Les opérateurs \hat{O}_k sont des combinaisons des matrices γ , ils se distinguent sous la transformation de Lorentz et sous l'opération de la parité comme ci-dessous :

\hat{O}_k	propriété de $\bar{\psi}\hat{O}_k\psi$	nombre de composantes
1	scalaire(S)	1
$i\gamma_\mu$	vecteur(V)	4
$i\sigma_{\mu\nu} = i\gamma_\mu\gamma_\nu$	tenseur(T)	6
$i\gamma_\mu\gamma_5$	vecteur axial(A)	4
$i\gamma_5 = i\gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$	pseudo-scalaire(P)	1

En général, la densité d'hamiltonien peut donc contenir un mélange de tous les covariants bilinéaires présentant ces caractéristiques :

$$\mathcal{H}_\beta(x) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_k J_\mu^{(k)}(x) j_\mu^{(k)}(x) + h.c., \quad k = S, P, V, A, T \quad (1.11)$$

avec

$$J_\mu^{(k)}(x) = \bar{\psi}_p(x)\hat{O}_k\psi_n(x) \quad \text{et} \quad j_\mu^{(k)}(x) = -\bar{\psi}_e(x)\hat{O}_k\psi_{\bar{\nu}_e}(x). \quad (1.12)$$

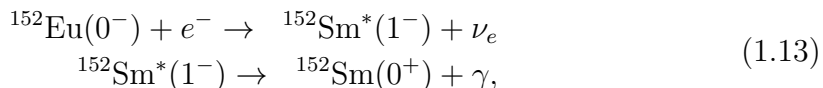
Pour déterminer les opérateurs O_k , il a fallu confronter les prédictions théoriques avec les résultats expérimentaux. Pour préciser les prédictions attendues concernant les observables issues des désintégrations en fonction des types d'interactions mis en jeu, on se place dans l'approximation non relativiste qui est toujours vérifiée pour les nucléons dans le cas d'un noyau se désintégrant. La contribution éventuelle du terme pseudo-scalaire est supprimée car elle fait intervenir un facteur v/c où v est la vitesse, toujours négligeable, du nucléon. La présence des matrices de Pauli pour les couplages T et A autorise un changement de spin lorsque ces derniers contribuent au processus d'interaction, ce qui correspond aux transitions de type Gamow-Teller. À l'inverse, les transitions de Fermi ne peuvent recevoir que des contributions de type S et V . Pour chaque type de transition, si les deux types de courants possibles avaient une contribution, un terme d'interférence dit *de Fierz* devrait apparaître, déformant de manière caractéristique les spectres d'énergies β [11]. Comme aucun effet de ce

type n'a jamais été observé, on en déduit donc que le courant dit hadronique doit contenir au moins un terme S et/ou V et un terme A et/ou T .

Le choix final de la bonne combinaison de terme d'interaction est fait de telle manière à rendre compte de la violation maximale de la parité observée dans diverses expériences. En 1956 T.D. Lee et C.N. Yang [12], à partir de l'analyse des désintégrations des particules τ et θ , proposèrent la violation de la parité dans les désintégrations faibles. Cette hypothèse fut confirmée par C.S. Wu et ses collaborateurs en 1957 [13] par l'analyse des désintégrations du ^{60}Co . L'expérience consistait à mesurer la corrélation entre le spin \mathbf{J} d'un noyau de ^{60}Co polarisé et la direction \mathbf{n} de l'électron sortant. L'invariance sous l'opération de parité \mathcal{P} ne peut être satisfaite que si $\langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \rangle = 0$. Le résultat de l'expérience est que les électrons sont émis préférentiellement dans la direction opposée à celle du vecteur polarisation du Co, la valeur moyenne de $\langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{n} \rangle$ est donc non nulle et de plus négative.

Après la découverte de la violation de la parité par l'interaction faible, Lee et Yang présentèrent une théorie simplifiée pour le neutrino basée sur l'exigence que le spin de celui-ci soit toujours antiparallèle à la direction définie par son impulsion (hélicité gauche ou négative). À l'inverse, le spin de son antiparticule (antineutrino) doit lui être parallèle à son impulsion (hélicité droite ou positive). Son équation de Dirac peut être alors exprimée avec une fonction d'onde à deux composantes seulement au lieu de quatre d'où l'appellation *théorie à deux composantes*. En revanche, cette formulation requiert nécessairement la nullité de la masse du neutrino.

La mesure de l'hélicité du neutrino a été réalisée par M. Goldhaber et ses collaborateurs en 1957 [14], à partir de la polarisation longitudinale du noyau ^{152}Sm dans la réaction de capture électronique :



il s'agit de la capture d'un électron du cortège électronique d'une orbite s , c'est-à-dire les spins totaux du système initial et final sont égaux à $1/2$, d'où des projections de spin pour ν_e et $^{152}\text{Sm}^*$ opposées, donc leurs hélicités sont identiques. L'hélicité de $^{152}\text{Sm}^*$ ne peut être emportée que par le gamma, car dans son état fondamental, le noyau ^{152}Sm a un spin nul. Le rayonnement gamma et le neutrino ont donc l'hélicité identique. On mesure que la polarisation du gamma est gauche, ceci implique que le neutrino doit avoir une hélicité gauche (impulsion anti-parallèle au spin). C'est ce que l'on nomme la violation maximale de la parité.

1.2.1 Théorie $V - A$

La violation de la parité se traduit par le fait que les courants faibles chargés ne se couplent qu'aux particules d'hélicité gauche et antiparticules d'hélicité droite (on peut facilement vérifier que $(1 \pm \gamma_5)/2$ sont des projecteurs sur l'hélicité gauche/droite du spineur de Dirac). Ce qui permet d'établir que les courants faibles sont de type vecteur (V) et vecteur axial (A). En effet, la théorie de Fermi fut modifiée par Feynman et Gell-Mann [15] et par Marshak et Sudarshan [16], en théorie $V - A$.

1.2.1.1 Courant leptonique

Jusqu'ici nous avons fait appel à une interaction de contact entre deux courants, le courant leptonique a une forme très simple :

$$j_\mu(x) = -i\bar{\psi}_e(x)\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\psi_{\bar{\nu}_e}(x). \quad (1.14)$$

L'interaction faible ne dépend pas du type de lepton. En 1948, G. Puppi [17] a montré l'universalité électron-muon, celle-ci implique que la forme du courant muonique est identique à celle du courant électronique, et aujourd'hui à celle du courant du tau. La constante de couplage des courants leptoniques est donc égale à la constante de Fermi G_F , cette constante a été déterminée à partir du temps de vie du muon [18], la valeur trouvée dans ce cas est : $G_F/(\hbar c)^3 = 1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$.

1.2.1.2 Courant hadronique

Les interactions semi-leptoniques sont celles auxquelles participent des particules dotées d'interaction forte, les *hadrons*. En effet, la simplicité du courant leptonique ne subsiste pas au niveau des hadrons. La seule chose que l'on peut dire, c'est que le courant hadronique doit comporter une partie vectorielle, $J_\mu^{(V)}$ et une partie axiale, $J_\mu^{(A)}$, pour que l'hamiltonien soit un scalaire. Tenant compte de l'invariance de Lorentz, on peut paramétriser les courants hadroniques comme ci-dessous [9, 10] :

$$\begin{aligned} J_\mu^{(V)}(x) &= i\bar{\psi}_p(x) [f_V\gamma_\mu + f_W\sigma_{\mu\nu}k_\nu + if_S k_\mu] \psi_n(x), \\ J_\mu^{(A)}(x) &= i\bar{\psi}_p(x) [-f_A\gamma_\mu\gamma_5 + f_T\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 k_\nu + if_P\gamma_5 k_\mu] \psi_n(x). \end{aligned} \quad (1.15)$$

On définit le moment de transfert comme le quadrivecteur, $k_\mu = p_\mu - n_\mu$, où p_μ et n_μ désignent les quadri-impulsion du proton et du neutron respectivement. Le courant hadronique comporte deux termes principaux, γ_μ , et $\gamma_\mu\gamma_5$, auxquels il convient d'ajouter des termes correctifs induits par les interactions fortes. Ainsi la partie vectorielle $J_\mu^{(V)}$ outre le vecteur γ_μ , se trouve-t-elle complétée par une interaction magnétisme induite $\sigma_{\mu\nu}k_\nu$ et une interaction scalaire induite k_μ ; de même la partie axiale $J_\mu^{(A)}$, outre le vecteur axial $\gamma_\mu\gamma_5$, se trouve-t-elle complétée par une interaction tensorielle induite $\sigma_{\mu\nu}\gamma_5 k_\nu$ et une interaction pseudo-scalaire $\gamma_5 k_\mu$. A chacun de ces six termes est affecté un facteur de forme (respectivement f_V , f_W , f_S et f_A , f_T , f_P) qui dépend du carré du quadri-transfert k^2 et l'invariance sous le renversement du temps nécessite que ces facteurs soient réels. Dans les interactions semi-leptoniques il apparaît donc six constantes de couplage : $G_V = G_F f_V$, $G_A = G_F f_A$, $G_F f_W$, $G_F f_T$, $G_F f_S$ et $G_F f_P$.

Il ressort de la comparaison entre les courants hadroniques faibles et le courant électromagnétique que le courant axial ne possède pas d'analogie en électromagnétisme. Le courant vectoriel faible est donc l'analogie du courant électrique; reste que le terme scalaire induit est absent pour celui-ci. Le fait que la charge électrique du proton ne soit pas renormalisée par les interactions fortes est une conséquence de la conservation du courant électromagnétique : c'est justement cela qui entraîne la nullité du terme scalaire induit pour ce dernier. Le terme magnétisme faible est

l'analogie du terme électromagnétique de Pauli. Cette analogie implique l'apparition, dans la désintégration β et plus généralement pour les processus faibles, du terme lié au moment magnétique anomal et qui est à l'origine due à la présence des pions [9].

Le terme scalaire induit et tenseur induit peuvent changer leur signe selon qu'on considère la désintégration bêta moins ou plus. Ceci reflète des propriétés de ces courants sous la transformation de symétrie de charge. Ces deux termes sont appelés *courants de seconde classe*, alors que les autres sont les premières classes. Cette classification des courants faibles est initialement utilisée par Weinberg, au moyen d'une parité sous la transformation G . Cette transformation est définie comme une opération de conjugaison de charge C suivie d'une rotation d'un angle π dans l'isospace autour du second axe. Ils sont appelés les courants de première classe, s'ils se transforment comme $GV^{(1)}G = V^{(1)}$ et $GA^{(1)}G = -A^{(1)}$, pour vecteur et vecteur axial, respectivement. Les courants de seconde classe sont ceux qui ont différents G -parité que les courants de première classe. L'interaction forte étant invariante sous la G -parité, les courants de seconde classe ne devraient donc pas contribuer, à moins de les considérer comme une propriété du courant faible hadronique. L'existence des courants de seconde classe n'a pas été rejetée expérimentalement de façon définitive.

1.2.1.3 Théorie du courant vectoriel conservé (CVC)

Les valeurs très voisines de G_F et G_V , obtenues dans une interaction purement leptonique et une interaction semi-leptonique où interviennent des hadrons, suggèrent que la constante de couplage $G_F f_V$ du vecteur polaire n'est pas renormalisée par les interactions fortes [2]. On parvient ainsi à l'idée d'un courant vectoriel conservé et à la théorie CVC [19]. Cette théorie consiste à postuler que le courant vectoriel des interactions faibles est conservé, de la même façon que le courant électromagnétique l'est :

$$\partial_\mu J_\mu^{(V)}(x) = 0, \quad (1.16)$$

c'est une étape importante vers une *unification* des interactions faibles et électromagnétique.

L'hypothèse CVC entraîne l'élimination du courant de seconde classe vectoriel (terme en f_S) et permet de relier les facteurs de forme faibles $f_V(k^2)$ et $f_W(k^2)$ aux facteurs de forme isovectoriels électromagnétiques des nucléons. Elle fournit donc la dépendance de f_V et f_W en fonction de k^2 ; on prend généralement [16]

$$\frac{f_V(k^2)}{f_V(0)} = \frac{f_W(k^2)}{f_W(0)} = \left[1 + \frac{k^2}{\overline{M}_V^2} \right]^{-2}, \quad (1.17)$$

où $\overline{M}_V = 0.84(3)$ GeV.

Pour un nucléon libre :

$$f_V(0) = 1 \quad \text{et} \quad f_W(0) = -\frac{\mu_p - \mu_n}{2m}, \quad (1.18)$$

où μ_p et μ_n , sont les moments magnétiques anomaux du proton et du neutron, et m est la masse de nucléon. Le terme en f_W est ainsi appelé, par analogie, magnétisme

faible. Notons que la différence entre G_F et G_V est expliquée dans le cadre de la théorie de Cabibbo [20] ou plus généralement la théorie de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa [21] qui décrit le mélange de saveurs des quarks par l'interaction faible, où $G_V = G_F |V_{ud}| = G_F \cdot \cos\theta_C \cdot f_V(0)$.

La théorie CVC a plusieurs conséquences expérimentales, la plus importante est que la conservation du courant vectoriel impose que toutes les transitions bêta $0^+ \rightarrow 0^+$ super-permises aient la même valeur $\mathcal{F}t$. L'étude systématique de ces transitions constitue donc un banc d'essai direct qui permet de vérifier l'hypothèse CVC et c'est ainsi que l'on a déterminé la valeur de la constante du couplage vectoriel G_V [2].

1.2.1.4 Matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

Dans le Modèle Standard, la matrice CKM (V_{CKM}), unitaire et complexe, intervient dans l'expression des amplitudes de transition correspondant au changement de saveur de quarks par émission des bosons W^\pm . Techniquement, cette matrice décrit la différence entre les états propres des quarks libres (d, s, b) et les états propres des quarks en interaction faible (d', s', b') :

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (1.19)$$

où V_{ij} sont les éléments de la matrice CKM.

Dans le cadre du Modèle Standard, une paramétrisation phénoménologique de cette matrice est celle de Wolfenstein [3] qui exploite le fait empirique que les éléments de matrice deviennent plus petits en s'éloignant de la diagonale :

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\lambda^2}{2} & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \frac{\lambda^2}{2} & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^3 & 1 \end{pmatrix} + \mathcal{O}(\lambda^2). \quad (1.20)$$

où A , λ et η sont les paramètres à déterminer par l'expérience.

Les termes diagonaux sont d'ordre 1. Les désintégrations avec saut de génération sont plus faibles d'un facteur λ pour les quarks légers et d'un facteur λ^2 pour les quarks lourds. Le fait que le paramètre η soit différent de zéro entraîne la brisure de la symétrie CP [3].

Plusieurs relations découlent de l'unitarité de la matrice V_{CKM} qui peuvent être testées par l'expérience, telles que l'orthogonalité entre des lignes et des colonnes et la normalisation des lignes ou des colonnes. Le premier élément, $|V_{ud}|$, ne dépend que de quarks dans la première génération et est donc l'élément qui peut être déterminé plus précisément. Dans le présent travail, nous allons réexaminer l'élément $|V_{ud}|$ ainsi que le test d'unitarité de la première ligne :

$$|V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1. \quad (1.21)$$

1.2.1.5 Élément de matrice de transition

L'élément de matrice de transition β , entre les états initial $|n\rangle$ et final $|pe\bar{\nu}_e\rangle$, est évalué avec la densité d'hamiltonien, $\mathcal{H}_\beta(x)$ (eq. 1.11) comme ci-dessous :

$$\mathcal{M} = \langle pe\bar{\nu}_e | \int \mathcal{H}_\beta(x) d^4x | n \rangle. \quad (1.22)$$

Grâce à l'invariance de la densité d'hamiltonien, $\mathcal{H}_\beta(x)$ sous la translation, l'élément de matrice, \mathcal{M} peut s'écrire sous la forme :

$$\mathcal{M} = 2\pi\delta(E_p - E_n + E_e + E_{\nu_e})M_{fi}, \quad (1.23)$$

où M_{fi} est l'élément de matrice nucléonique (ou nucléaire pour la désintégration des noyaux), indépendant des énergies, et il est défini par :

$$M_{fi} = \int \bar{\phi}_p(\mathbf{r}) H_\beta(\mathbf{r}) \phi_n(\mathbf{r}) d\mathbf{r}, \quad (1.24)$$

où $\bar{\phi}_p(\mathbf{r})$ et $\phi_n(\mathbf{r})$ sont des ondes planes de Dirac, indépendantes du temps : $\bar{\phi}_p(\mathbf{r}) = \bar{u}(\mathbf{p}_p) \exp(-i\mathbf{p}_p \cdot \mathbf{r})$ et $\phi_n(\mathbf{r}) = u(\mathbf{p}_n) \exp(i\mathbf{p}_n \cdot \mathbf{r})$. Et $H_\beta(\mathbf{r})$ est l'hamiltonien effectif de la transition β , agissant seulement la partie nucléonique :

$$H_\beta(\mathbf{r}) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \gamma_4 i [f_V \gamma_\mu - f_A \gamma_\mu \gamma_5] L_\mu^*(\mathbf{r}), \quad (1.25)$$

dans cette expression, $L_\mu^*(\mathbf{r})$ est une fonction liée à l'élément de matrice leptonique. Cette fonction est donnée par $L_\mu^*(\mathbf{r}) = -i\bar{\phi}_e(\mathbf{r})\gamma_\mu(1 + \gamma_5)\phi_{\bar{\nu}_e}(\mathbf{r})$, avec $\bar{\phi}_e(\mathbf{r}) = \bar{u}(\mathbf{p}_e) \exp(-i\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{r})$ et $\phi_{\bar{\nu}_e}(\mathbf{r}) = v(\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e}) \exp(-i\mathbf{p}_{\bar{\nu}_e} \cdot \mathbf{r})$.

En utilisant une transformation de Foldy-Wouthuysen [9], nous pouvons écrire l'hamiltonien H_β sous une forme non covariante et l'évaluer avec les fonctions d'onde non relativistes des nucléons [10]. Les opérateurs de Dirac, γ_4 et $\gamma_\mu \gamma_5$ ($\mu = 1, 2, 3$) ont des éléments de matrice de l'ordre de l'unité, tandis que les autres opérateurs $\gamma_{1,2,3}$ et $\gamma_4 \gamma_5$ ont des éléments de matrice de l'ordre de v/c , où v est la vitesse, négligeable, des nucléons. En tenant compte de ces propriétés, on obtient un hamiltonien effectif qui permet de traiter l'interaction faible pour un neutron :

$$H_\beta(\mathbf{r}) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [if_V L_4^*(\mathbf{r}) + f_A \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}^*(\mathbf{r})]. \quad (1.26)$$

Si au lieu d'utiliser des états spécifiques de neutron et de proton nous utilisons une notation d'isospin (voir Appendix B), l'hamiltonien $H_\beta(\mathbf{r})$ peut s'écrire comme

$$H_\beta(\mathbf{r}) = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [if_V L_4^*(\mathbf{r}) + f_A \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{L}^*(\mathbf{r})] t_-, \quad (1.27)$$

où les opérateurs, t_- (opérateur de descente d'isospin) et $t_- \boldsymbol{\sigma}$ sont responsables de la transition Fermi et Gamow-Teller respectivement (voir la sous-section §1.2.2).

Finalement nous nous intéresserons uniquement aux éléments de matrice de transition entre un état nucléaire initial $|i\rangle$ et un état nucléaire final $|f\rangle$. Dans ce cas, on

doit généraliser l'expression (1.27), en prenant une somme sur toutes les coordonnées des nucléons contenus dans les noyaux :

$$H_{\beta^\pm} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_j^A [i f_V L_4^*(\mathbf{r}_j) + f_A \boldsymbol{\sigma}_j \cdot \mathbf{L}^*(\mathbf{r}_j)] t_\pm^j. \quad (1.28)$$

dans cette expression, nous introduisons l'opérateur de montée d'isospin t_+ qui correspond à la désintégration β^+ .

Normalement, les longueurs d'onde associées à l'électron et au neutrino sont beaucoup plus grandes que les dimensions nucléaires ; il est donc légitime de calculer l'élément de matrice en effectuant un développement limité des fonctions d'onde des leptons. Ce développement nous aide à sélectionner les termes qui correspondent aux règles de sélection (voir §1.2.2) de la transition qui nous intéresse et supprimer les termes qui n'y contribuent pas.

L'élément de matrice nucléaire pour une transition permise comporte deux contributions, un terme de Fermi (vecteur) et un terme de Gamow-Teller (vecteur axial) :

$$M_{fi} = \frac{1}{\mathcal{V}} (G_V M_F + G_A M_{GT}). \quad (1.29)$$

où $G_V = f_V \cdot G_F$, $G_A = f_A \cdot G_F$ et \mathcal{V} est le volume utilisé pour normaliser les fonctions d'onde des leptons. Les éléments de matrice M_F et M_{GT} sont donnés par :

$$M_F = \langle f | \sum_j^A t_\pm^j | i \rangle, \quad M_{GT} = \langle f | \sum_j^A t_\pm^j \boldsymbol{\sigma}_j | i \rangle. \quad (1.30)$$

Ces éléments de matrice jouent un rôle central dans toutes les analyses de désintégrations β . Pour cette thèse, nous nous intéressons uniquement à l'élément de matrice de Fermi de la transition super-permise, afin d'extraire la constante du couplage vectoriel G_V . Apparemment, ces éléments de matrice dépendent des configurations des états nucléaires initial et final. Des calculs exacts à l'aide du modèle en couches seront présentés dans les parties suivantes.

1.2.2 Règles de sélection

Lors des désintégrations bêta, il y a conservation du moment cinétique total :

$$\mathbf{J}_i = \mathbf{J}_f + \mathbf{S}_l + \mathbf{L}_l. \quad (1.31)$$

Cette relation traduit le transfert de moment cinétique du noyau père vers les produits de désintégration. L_l et S_l représentent les sommes des moments cinétiques orbitaux et les spins emportés par l'électron et l'antineutrino (le cas β^-) ou le positon et le neutrino (le cas β^+), ce sont nécessairement deux nombres entiers puisque L_l est la somme de deux entiers et S_l résulte de la somme de deux nombres demi-entiers. Selon le moment angulaire orbital porté par les leptons émis, les transitions bêta sont classifiées en deux catégories. La première est appelée *transition permise*, ces transitions sont les plus probables et dans lesquelles, le moment angulaire orbital du système de leptons par rapport au noyau est nul $L_l = 0$, ceci conduit à l'identité

des parités des états des noyaux père et fils. Les autres types sont appelés *transitions interdites*, elles ne sont pas complètement interdites mais leur taux de transition est beaucoup plus faible que celui des transitions permises, pour ce type, le moment angulaire orbital des leptons est non nul $L_l \neq 0$.

Les deux leptons émis étant des fermions, S_l vaut soit 0 dans le cas où les spins sont antiparallèles soit 1 si les spins sont parallèles. On appelle la transition de Fermi, une transition pour laquelle $S_l = 0$ tandis que l'autre type est dit de Gamow-Teller. Ce sont les transitions de Fermi qui nous intéresseront par la suite. Dans la plupart des désintégrations, ces deux transitions sont souvent combinées par exemple dans la désintégration du neutron libre.

On définit ensuite T comme étant l'isospin du noyau (voir [Appendix B](#)), il s'agit d'un nombre quantique caractérisant la symétrie (approchée) de l'interaction forte et T_z est sa projection sur l'axe z dans l'espace d'isospin :

$$T_z = \frac{1}{2}(N - Z), \quad (1.32)$$

avec, Z et N , sont les nombres de protons et de neutrons respectivement.

Les règles de sélection, permettant de différencier les deux transitions sont données par les coefficients de Clebsch-Gordon de $SU(2)$:

TABLE 1.1 – Règles de sélection associées aux transitions permises, ΔJ , ΔT et $\Delta\pi$ sont le changement de spin, d'isospin et de parité respectivement entre les états nucléaires initial et final.

Transition	ΔJ	ΔT	$\Delta\pi$	Voie interdite
Fermi	0	0	non	
Gamow-Teller	0, ± 1	0 ou 1	non	$0^+ \rightarrow 0^+$

Comme on a vu dans la sous-section §1.2.1.5, les courants faibles associés aux transitions de Fermi sont du type vectoriel. Après un passage non relativiste, l'opérateur pour ces transitions est simplement l'opérateur d'isospin, t_{\pm} . Concernant les transitions Gamow-Teller, la règle de somme stipule que le spin peut être changé une unité, donc les courants associés à ces transitions sont du type vecteur axial. A la limite non relativiste, les transitions Gamow-Teller sont décrites par le produit des opérateurs d'isospin et de spin : $t_{\pm}\sigma$.

1.3 Traitement de ft

La quantité pertinente dans les désintégrations β est le taux de transition ou la probabilité par unité de temps pour qu'une transition se produise vers l'un des états finaux. Le taux de transition est normalement calculé avec la règle d'or de Fermi. Cette règle est déduite à partir de la théorie des perturbations dépendant du temps dans laquelle le caractère faible de l'interaction se justifie pleinement. Dans ce cadre, la probabilité de transition d'un état i à un état f par unité de temps s'écrit :

$$\omega_{i \rightarrow f} = \frac{2\pi}{\hbar} |\mathcal{M}|^2 \delta(E_f - E_i), \quad (1.33)$$

où E_i et E_f sont les énergies totales de l'état initial et des états finaux respectivement. Dans l'expression ci-dessus, \mathcal{M} est la valeur moyenne de l'élément de matrice de transition sur toutes les orientations possibles de spin des leptons et des états nucléaires initiaux et finaux.

Lors de la désintégration β , il existe un très grand nombre (en pratique, un continuum) d'états finaux possibles. Dans ce cas, il faut sommer la probabilité de transition sur tous les états finaux des leptons. Cette somme peut se faire par l'intégration :

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} \int \frac{dN}{dE} |\mathcal{M}|^2 \delta(E - E_i) dE. \quad (1.34)$$

où dN est le nombre d'états finaux contenus dans l'intervalle d'énergie entre E_f et $E_f + dE_f$.

L'expression (1.34) est alors la probabilité par unité de temps que les leptons se trouvent dans un état final *continu* dans le domaine d'intégration. En pratique la fonction delta va sélectionner, dans ce domaine d'intégration, les états qui respectent la conservation d'énergie. Dans une transition permise, on constate que l'élément de matrice nucléaire, M_{fi} est indépendant des énergies des particules émises, alors l'équation (1.34) devient :

$$\omega = \frac{2\pi}{\hbar} |M_{fi}|^2 \rho(E_f), \quad (1.35)$$

où $\rho(E_f)$ est la densité d'états finaux accessibles des leptons :

$$\rho(E_f) = \int \frac{dN}{dE} \delta(E - E_i) dE = \left. \frac{dN}{dE} \right|_{E=E_i=E_f}. \quad (1.36)$$

En considérant le noyau fils infiniment lourd devant l'électron (ou positon) et l'antineutrino (ou neutrino), ces deux leptons transportent toute l'énergie libérée lors de la décroissance : $E_0 = E_e + E_\nu$. C'est donc l'élément d'espace de phase $\rho(E_f)$ qui gouverne la forme du spectre. Les états de particules libres sont caractérisés par une certaine impulsion, on suppose que l'espace physique pour ces états est contenu dans une boîte rectangulaire de volume, \mathcal{V} , donc on peut imposer des conditions aux limites périodiques aux fonctions d'onde des leptons et extraire facilement la densité, $\rho(E_f)$:

$$\rho(E_f) = \rho(E_0) = \frac{\mathcal{V}^2}{4\pi^4 (\hbar c)^6} \int_{m_e c^2}^{E_0} E_e (E_0 - E_e)^2 \sqrt{E_e - (m_e c^2)^2} dE_e. \quad (1.37)$$

Le taux de transition devient :

$$\omega = \frac{|M_{fi}|^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} f(E_0), \quad (1.38)$$

où $f(E_0)$ est un facteur d'espace de phases [22],

$$f(E_0) = \frac{4\pi^4 (\hbar c)^6}{(m_e c^2)^5} \rho(E_0). \quad (1.39)$$

La durée de vie, τ ou la demi-vie, $t_{1/2}$ de transition peut se déduire avec le taux de transition :

$$t_{1/2} = \tau \cdot \ln(2) = \frac{\ln(2)}{\omega}. \quad (1.40)$$

En injectant l'équation (1.40) dans (1.38), on aboutit à ce que l'on appellera par la suite la quantité ft [22],

$$ft = ft_{1/2} = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln(2)/m_e^5 c^4}{G_F^2 |M_F|^2 + G_A^2 |M_{GT}|^2}. \quad (1.41)$$

Le facteur d'espace de phases f peut s'exprimer avec de nouvelles variables, $W = E_e/m_e c^2$ et $W_0 = E_0/m_e c^2$:

$$f(W_0) = \int_1^{W_0} W(W_0 - W)^2 \sqrt{W^2 - 1} dW. \quad (1.42)$$

C'est la formule (1.41) qui sera utilisée pour vérifier l'hypothèse CVC et pour déterminer l'élément de matrice du mélange de quarks $|V_{ud}|$ (voir §1.4). En revanche, la relation (1.41) doit être modifiée de façon à inclure des corrections avant d'en extraire G_V . Ces corrections sont principalement l'œuvre des interactions opérant dans les milieux nucléaires et qui dépendent de la charge électrique.

La charge du noyau fils a une importance majeure sur le spectre d'énergie de l'électron (ou positon) émis. La prise en compte de l'interaction coulombienne permet, par exemple, de différencier les décroissances β^- et β^+ . En effet, le champ coulombien du noyau fils accélère les positons et décélère les électrons. La correction des effets coulombiens sur le spectre introduit un facteur supplémentaire dans l'expression de la distribution de l'énergie, appelé la fonction de Fermi, $F(Z_f, W)$. Dans le cas d'un électron relativiste dans le champ d'une distribution de charge étendue uniforme, cette fonction est donnée par

$$F(Z_f, W) = 2(1 + \gamma)(2pR)^{-2(1-\gamma)} \frac{|\Gamma(\gamma + iy)|^2}{|\Gamma(2\gamma + 1)|^2} \exp(\pi y), \quad (1.43)$$

avec

$$\gamma = \sqrt{1 - (\alpha Z_f)^2}, \quad y = \frac{\alpha Z_f W}{p}, \quad \Gamma(z) = \int_0^\infty t^{z-1} e^{-t} dt, \quad (1.44)$$

où R est le rayon du noyau fils, $p = \sqrt{W^2 - 1}$ est l'impulsion de l'électron et $\alpha = e^2/(\hbar c) = 1/137.036$ est la constante de couplage électromagnétique. La fonction de Fermi, $F(Z_f, W)$ pour l'émission d'un positon est obtenue simplement en remplaçant Z_f par $-Z_f$.

Dans le passé, il y a eu de nombreux calculs de la fonction de Fermi, le plus exhaustif étant la compilation des fonctions d'onde radiales des électrons et positons par Bhalla et Rose [23, 24]. Ces auteurs incluent, dans leurs calculs, la correction liée à l'influence de la taille du noyau fils. Cette correction est nécessaire pour des noyaux moyens à lourds.

En tenant compte de cet effet, le facteur d'espace de phases devient :

$$f(Z_f, W_0) = \int_1^{W_0} W(W_0 - W)^2 \sqrt{W^2 - 1} F(Z_f, W) dW. \quad (1.45)$$

Nous avons mentionné ici seulement l'effet le plus dominant, d'autres effets sont à prendre en compte pour évaluer avec une précision suffisante le facteur d'espace

de phases, par exemple, l'effet de la distribution non uniforme de charge à l'intérieur du noyau fils, l'effet des couches électroniques de l'atome fils comme écran vis à vis du champ coulombien du noyau, les effets de recul du noyau fils, etc [25].

Récemment, Towner et Hardy [25] ont montré que la fonction $f(Z_f, W_0)$ peut être déterminée de manière semi-empirique. Dans leur calcul, la fonction $f(Z_f, W_0)$ obtenue avec des fonctions d'ondes réalistes de la particule β est raffinée par des paramètres libres. Ces paramètres sont ajustés pour reproduire les données de W_0 ou Q_{EC} correspondant au processus d'intérêt (Fermi et Gamow-Teller). Cette paramétrisation simplifie tellement le calcul de la fonction f , et de plus, améliore la précision jusqu'à $\pm 0.01\%$.

1.4 Tests du Modèle Standard

Le Modèle Standard ne prédit pas pourquoi il existe 3 générations de fermions portant les mêmes charges, mais dans des gammes de masse très différentes. D'autre part, rien ne dit qu'il n'existe pas d'autres familles. Pour le moment, aucune théorie au-delà du Modèle Standard n'explique de manière précise l'existence de ces trois générations. L'unitarité de la matrice CKM est un test sensible de l'existence d'une autre génération de fermions. On remarque que l'existence de la 4ème génération se présente comme une conséquence immédiate de la violation de l'unitarité de la matrice CKM, mais ce n'est pas à priori une seule possibilité, d'autres conséquences possibles sont l'existence des courants droits, des bosons Z' , des courants scalaires, de la super-symétrie et de la désintégration exotique du muon ($\mu \rightarrow e + x$) [26]. L'étude de la décroissance β super-permise, sujet de cette thèse, fournit donc un outil puissant pour vérifier ces propriétés du Modèle Standard.

Nous avons vu que les règles de sélection pour les transitions permises de Fermi $0^+ \rightarrow 0^+$ imposent strictement les mêmes nombres quantiques pour les états nucléaires partenaires dans la désintégration, à l'exception de la troisième composante de l'isospin qui varie d'une unité. En général, les configurations des fonctions d'onde initiale et finale sont alors identiques si bien que la probabilité de désintégration associée est plus importante que pour les autres types de transitions, d'où l'appellation : transitions super-permises. Dans ce cas, l'élément de matrice nucléaire se simplifie considérablement :

$$|M_F| = \sqrt{T(T+1) \pm T_z T_{zi}}. \quad (1.46)$$

En particulier, pour le multiplet d'isospin, $T = 1$, l'élément de matrice est indépendant des noyaux : $|M_F| = \sqrt{2}$. Dans ce cas, l'expression de ft est donnée par :

$$ft = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln(2)/m_e^5 c^4}{2G_V^2} = \text{const}. \quad (1.47)$$

L'hypothèse CVC prédit que la constante de couplage vectoriel, G_V est une constante universelle, on doit en effet observer ft constante pour les transitions super-permises. La valeur de ft nécessite des mesures précises de l'énergie maximale Q_{EC} des β émis et de la durée de vie du noyau émetteur. La durée de vie obtenue dans l'expérience ($T_{1/2}$) est associée à l'ensemble des voies de décroissances possibles.

Cela comprend bien sûr la décroissance super-permise $0^+ \rightarrow 0^+$ mais aussi toutes transitions autorisées par les règles de sélections vers les états excités du noyau fils. Pour obtenir la demi-vie $t_{1/2}$ spécifique à la transition super-permise, il faut donc tenir compte de toutes les autres décroissances possibles et en déduire le rapport d'embranchement (BR) de la transition d'intérêt. Etant donné que le processus de capture électronique rentre souvent en compétition avec la désintégration β^+ , il convient de corriger la durée de vie réduite de la fraction d'électrons capturés P_{EC} ,

$$t_{1/2} = \frac{T_{1/2}}{BR}(1 + P_{EC}). \quad (1.48)$$

Dans le but de vérifier le Modèle Standard de l'interaction électrofaible à basse énergie, une grande campagne expérimentale a été lancée dès les années 70 pour mesurer la valeur de ft de plusieurs transitions β super-permises. Avec le développement des installations de production de faisceaux radioactifs, de séparateurs d'ions et de pièges à ions magnétiques permettant de mesurer la masse des noyaux atomiques, 14 valeurs ultra précises de ft ont été mesurées pour les émetteurs super-permis de ^{10}C , ^{14}O , ^{22}Mg , $^{26}\text{Al}^m$, ^{34}Cl , ^{34}Ar , $^{38}\text{K}^m$, ^{38}Ca , ^{42}Sc , ^{46}V , ^{50}Mn , ^{54}Co , ^{62}Ga et ^{74}Rb [2].

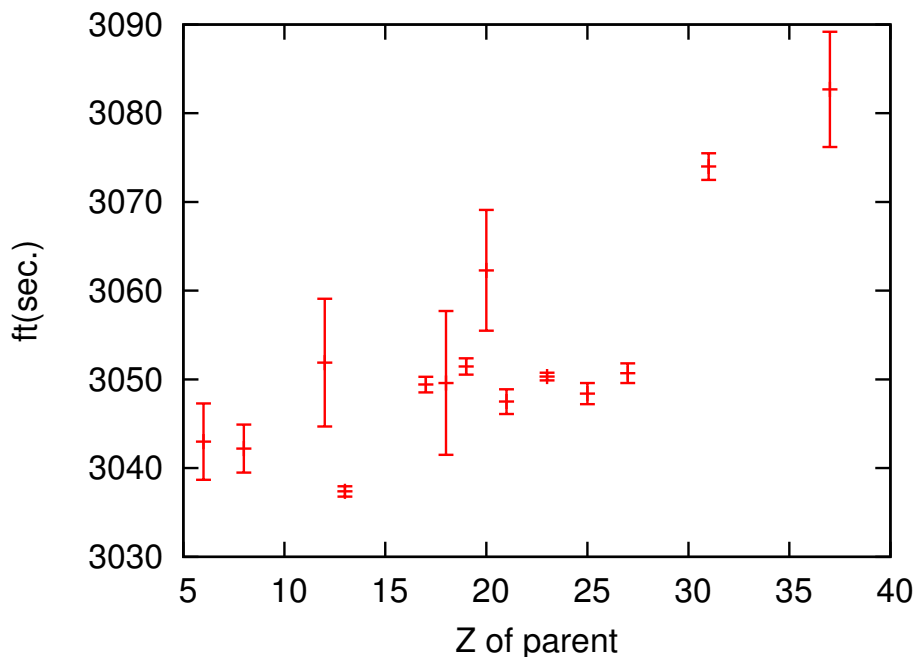


FIGURE 1.3 – Les 14 mesures les plus précises de ft obtenues pour les transitions β super-permises de ^{10}C , ^{14}O , ^{22}Mg , $^{26}\text{Al}^m$, ^{34}Cl , ^{34}Ar , $^{38}\text{K}^m$, ^{38}Ca , ^{42}Sc , ^{46}V , ^{50}Mn , ^{54}Co , ^{62}Ga et ^{74}Rb [2]

La relation (1.47) permet alors d'extraire expérimentalement la constante G_V . Quand l'hypothèse CVC est validée avec une précision suffisante, on peut ensuite déduire la valeur absolue $|V_{ud}|$, élément le plus important dans la première ligne et première colonne de la matrice CKM, à l'aide de la relation, $G_V = G_F|V_{ud}|$. Cet élément de matrice traduit le mélange entre les quarks u et d , et il a une grande influence sur l'unitarité de la matrice CKM [2].

L'ensemble des valeurs ft pour les 14 transitions super-permises en fonction du numéro atomique du noyau précurseur est présenté dans la figure 1.3. Avec une différence de seulement $\sim 2\%$ entre la valeur obtenue dans les décroissances de ^{74}Rb et celle de $^{26}\text{Al}^m$ les valeurs mesurées de ft confirment au premier ordre que G_V est bien une constante. Les fluctuations observées dans le graphe sont dues à deux effets : le premier est d'origine nucléaire du fait que l'isospin n'est pas une symétrie exacte dans les noyaux et donc l'approximation $|M_F| = \sqrt{2}$ n'est pas strictement correcte pour les noyaux cités précédemment. Le deuxième effet est lié à des effets radiatifs, les particules chargées engagés dans la transition interagissant avec l'environnement entourant.

1.4.1 Corrections dues à la brisure de la symétrie d'isospin

Le premier effet est le mélange des états nucléaires de différents nombres quantiques d'isospin. Ce mélange résulte du fait que l'isospin n'est pas une symétrie exacte en physique nucléaire. Au niveau fondamental, la brisure de la symétrie d'isospin est due à la différence de masse des quarks u et d , et aux interactions électromagnétiques entre les quarks. En conséquence, il y a l'interaction coulombienne entre les protons et il y existent des termes dépendants de la charge dans l'interaction V_{pp} , V_{nn} et V_{pn} d'origine nucléaire. Cet effet rend possible les transitions vers les états 0^+ non-analogues dans le noyau fils et l'élément de matrice de Fermi associée n'est plus exactement nul. Comme la fonction d'onde de l'état initial est différente de celle de l'état final, une correction de la brisure de la symétrie de l'isospin est appliquée à l'élément de matrice de la transition. Cette correction prend la forme suivante :

$$|M_F^0|^2 \rightarrow |M_F|^2 = |M_F^0|^2(1 - \delta_C), \quad (1.49)$$

où M_F^0 est l'élément de matrice de Fermi à la limite de la symétrie d'isospin, sa valeur absolue est égale à $\sqrt{2}$ pour $T = 1$.

Au contraire des corrections radiatives (la sous-section suivante), la correction δ_C peut être étudiée avec plusieurs modèles nucléaires. La dépendance du modèle appliqué est donc la source importante de son incertitude. Jusqu'à aujourd'hui, les raisons qui permettent d'affirmer qu'un résultat est meilleure que les autres ne sont pas claires. La voie habituelle à suivre dans cette situation est de faire appel à l'expérience, mais dans ce cas, ce n'est pas possible de mesurer directement δ_C . On répertorie ci-dessous les cinq modèles les plus fréquemment utilisés.

Le premier est le modèle de Damgaard [27], la correction δ_C est due à une distorsion de la partie radiale de la fonction d'onde du proton mis en jeu dans la décroissance β par l'interaction coulombienne. La correction est évaluée analytiquement dans un modèle simple où l'interaction coulombienne est approchée par une force à un corps et les fonctions d'onde individuelles sont des fonctions propres d'un oscillateur harmonique.

Le deuxième est le modèle d'Auerbach [28], dans ce modèle, on suppose que la brisure de symétrie d'isospin dans la transition super-permise est entièrement due au mélange des états analogues avec des états de la résonance monopolaire isovectorielle. Moyennant une série d'approximations, il aboutit à une estimation simple de la correction : $\delta_C = 18 \times 10^{-7} A^{5/3}$.

Le troisième modèle proposé par Satula [29], la correction δ_C est calculée dans le cadre de la théorie de la fonctionnelle de densité, avec la projection d'isospin et du moment cinétique total, en utilisant la force de Skyrme SV . Cette force est indépendante de la densité, choisie pour des raisons techniques. L'interaction coulombienne est ensuite diagonalisée dans la base des états projetés.

Le quatrième modèle, introduit en 1996 par Sagawa, Van Giai et Suzuki [30], il s'agit d'approches de champ moyen de type Skyrme-Hartree-Fock pour la description des noyaux paires-paires de chaque transition. L'état du noyau impair-impair intervenant dans la décroissance est décrit par des excitations du type particule-trou du noyau pair-pair au moyen de l'approximation de phases aléatoires (RPA). Ce modèle a été amélioré par la suite et appliqué en 2009 par Liang, Van Giai et Meng [31] aux calculs de 8 des 14 transitions β super-permises les mieux connues expérimentalement, la description du noyau pair-pair est fait dans le cadre de l'approximation de Hartree-Fock relativiste et également dans une version locale de Hartree relativiste, ces auteurs ont remplacés l'interaction de Skyrme par l'interaction de portée finie au moyen d'échange des mésons.

Une série des calculs basée sur le modèle en couches a été réalisée par Towner et Hardy [2], et Ormand et Brown [32]. Cette méthode permet de déterminer séparément, la contribution au-delà de l'espace du modèle en tenant compte du décalage entre la base de neutrons et celle de protons, δ_{RO} et la contribution du mélange d'isospin au sein de l'espace du modèle, due à la présence de l'interaction effective non conservant d'isospin (INC), δ_{IM} :

$$\delta_C = \delta_{RO} + \delta_{IM}. \quad (1.50)$$

La correction δ_{RO} est dépendante du choix du potentiel moyen pour former des bases réalistes, dans cette étape l'inclusion de champ coulombien est indispensable car il est la source principale de la brisure d'isospin. Par contre, la correction, δ_{IM} est évaluée dans la base d'oscillateur harmonique avec une interaction INC. En principe, cette interaction peut être dérivée microscopiquement à partir de la force NN nue dépendante de charge (par exemple, le potentiel de CD-Bonn) en appliquant une méthode de renormalisation [33]. Cependant, une telle interaction est obtenue à partir d'un potentiel à un et deux corps seulement, en effet, elle doit être réajustée pour reproduire les données expérimentales, en particulier, sa partie monopolaire [34, 35]. Étant donné que le nombre des éléments de matrice est énorme, il est impossible pour le moment d'obtenir une interaction effective réaliste de cette manière. Une autre approche du problème consiste d'abord à obtenir une interaction fiable pour l'espace du modèle donné dans le formalisme d'isospin, puis d'ajouter une petite partie dépendante de charge en utilisant la théorie des perturbations, et de contraindre ses paramètres à des données expérimentales [36, 37]. La diagonalisation de l'hamiltonien INC dans la base de l'oscillateur harmonique conduira à un mélange d'isospin. Des détails de cette méthode seront discutés dans le [chapitre 3](#).

1.4.2 Corrections radiatives

Une modification du facteur d'espace de phase, f , est due aux effets radiatifs. Pour évaluer correctement le grandeur ft , il faut tenir compte du rayonnement de

freinage de l'électron (ou de positon) émis dans le champ électromagnétique du noyau fils ainsi que des échanges de photons réels entre les particules chargées et de photons virtuels qui se couplent aux bosons vecteurs, W^\pm et Z^0 [1, 38].

Les corrections radiatives sont déterminées par un traitement perturbatif. Elles peuvent être exprimées par des séries perturbatives en $Z_f\alpha$ où les termes d'ordre $Z_f^m\alpha^n$ ($m \leq n$) sont présents. On distingue alors deux types de corrections, celle qui ne dépend pas de la transition considérée et qui est tout à fait générale et celle qui en dépend. La première correction sera notée Δ_R^V tandis que la seconde sera notée δ_R . En conséquence, la quantité ft est évaluée comme ci-dessous :

$$ft \rightarrow ft(1 + \delta_R)(1 + \Delta_R^V). \quad (1.51)$$

La correction radiative dépendante de la transition δ_R est également séparée en deux termes distincts :

$$\delta_R = \delta'_R + \delta_{NS}, \quad (1.52)$$

où le premier terme δ'_R dépend de l'énergie E_0 et de la charge du noyau fils. En revanche, son évaluation ne dépend pas de la structure nucléaire comme c'est le cas pour le second terme δ_{NS} . La correction δ'_R prend la forme suivante :

$$\delta'_R = \frac{\alpha}{2\pi} [\bar{g}(E_0) + \delta_2 + \delta_3]. \quad (1.53)$$

Dans cette expression, E_0 est, comme précédemment, l'énergie maximale disponible pour l'électron émis. La fonction $\bar{g}(E_0)$ inclut des corrections de boucles de grande longueur d'onde moyennées sur tout le spectre bêta ainsi que les effets liés au bremsstrahlung de particule bêta. Elle est la seule contribution à l'ordre α . Les termes δ_2 et δ_3 sont des corrections de QED aux ordres $Z\alpha^2$ et $Z^2\alpha^3$ respectivement.

Bien qu'on considère uniquement les transitions purement vectorielles, entre les états, 0^+ , l'interaction axiale vectorielle joue quand même un rôle pour les corrections radiatives² [1], la contribution due à cette interaction est notée, C . Il convient alors d'extraire ce qui dépend de la structure nucléaire afin d'isoler complètement les corrections qui ne dépendent pas de la structure de celles qui en dépendent. Suivant [2], la correction C est donnée par la somme :

$$C = C_{Born} + C_{NS}, \quad (1.54)$$

où C_{Born} est calculée dans le cadre de l'approximation de Born et correspond au cas d'où l'interaction axiale vectorielle et électromagnétique se produisent sur le même nucléon. Cette partie doit être universelle pour toutes les transitions.

La contribution, δ_{NS} correspond au cas où l'interaction axiale vectorielle et électromagnétique agissent sur différents nucléons, alors elle est dépendante de la structure nucléaire. La correction, δ_{NS} est définie comme :

$$\delta_{NS} = \frac{\alpha}{\pi} C_{NS}. \quad (1.55)$$

2. Ce phénomène est appelé *spin-flip*, dû au fait que l'interaction électrofaible axiale est suivie par une interaction électromagnétique qui fait un *flip-back* du spin du nucléon.

La correction, Δ_R^V indépendante de la transition (c'est une correction interne) s'écrit :

$$\Delta_R^V = \frac{\alpha}{2\pi} \left[4 \ln \frac{m_Z}{m_p} + \ln \frac{m_Z}{m_A} + 2C_{Born} \right], \quad (1.56)$$

où m_Z est la masse du boson Z^0 et m_p , celle du proton.

Cette correction est composée d'un terme dominant de boucle de courte longueur d'onde, $4 \ln(m_Z/m_p)$ et d'une contribution d'interaction faible axiale-vectorielle, $\ln(m_p/m_A) + 2C_{Born}$. Ce dernier terme est constitué d'une contribution de haute énergie (le terme logarithmique) et d'une contribution de basse énergie ($2C_{Born}$) où la frontière entre ces deux régimes est pilotée par le paramètre, $m_A \sim 1.2 \text{ GeV}$ qui réalise une coupure en énergie.

1.4.3 Grandeur $\mathcal{F}t$

En tenant compte des corrections radiatives et d'isospin, on peut définir la quantité $\mathcal{F}t$ comme suit :

$$\mathcal{F}t = ft(1 + \delta'_R)(1 + \delta_{NS} - \delta_C) = \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln(2)/m_e^5 c^4}{G_V^2 |M_F^0|^2 (1 + \Delta_R^V)} = \text{const.} \quad (1.57)$$

Les valeurs $\mathcal{F}t$ corrigées sont obtenues en appliquant les corrections de brisure de symétrie d'isospin δ_C ainsi que les corrections radiatives dépendante δ_{NS} et indépendante de la structure nucléaire δ'_R . Notons tout d'abord, que même si les corrections dépendantes de la structure nucléaire sont petites, elles constituent en revanche à elles seules la première source d'incertitude sur la détermination de $\mathcal{F}t$ pour l'ensemble des 14 transitions super-permises considérées [2]. On constate que seulement les corrections théoriques calculées par Towner et Hardy [2, 39] sont en accord avec l'hypothèse CVC puisqu'elles ramènent les valeurs ft expérimentales vers une même valeur moyenne corrigée $\mathcal{F}t$ commune à toutes les transitions. Cela permet de conclure que les corrections de Towner et Hardy arrivent à reproduire raisonnablement la modification opérée par les forces nucléaires ne conservant pas l'isospin sur la structure de l'interaction entre nucléons.

En conséquence directe de l'hypothèse CVC, la valeur $\mathcal{F}t$ doit être la même pour toutes les transitions super-permises. L'ajustement à une constante des valeurs $\mathcal{F}t$ corrigées pour les 14 transitions connues avec la plus grande précision conduit à la valeur moyenne [39] :

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{F}t} &= 3071.81 \pm 0.79_{stat} \pm 0.27_{syst} \text{ sec}, \\ &= 3071.81 \pm 0.83 \text{ sec}. \end{aligned} \quad (1.58)$$

La première erreur assignée à la valeur moyenne $\overline{\mathcal{F}t}$ est statistique, s'ajoute à elle une incertitude systématique de 0.27 sec. Cette dernière prend en compte la divergence entre les corrections de brisure de symétrie d'isospin δ_C calculées par Towner et Hardy [39] et celles évaluées par une approche différente réalisée par Ormand et Brown [32].

Un article de Hardy et Towner publié récemment prend en compte de nouvelles mesures de précision des trois observables expérimentales $T_{1/2}$, BR et Q_{EC} et évalue

de nouveau la correction de symétrie d'isospin en ne tenant compte que de l'approche utilisant un potentiel de type Wood Saxon [2]. Une valeur de $\mathcal{F}t$ associée à la transition de ^{38}Ca a également été ajoutée à l'étude systématique des transitions super-permises. La nouvelle valeur moyenne de $\overline{\mathcal{F}t}$ qui en découle est :

$$\begin{aligned}\overline{\mathcal{F}t} &= 3072.27 \pm 0.62_{stat} \pm 0.36_{\delta'_R} \text{ sec}, \\ &= 3072.27 \pm 0.72 \text{ sec}.\end{aligned}\tag{1.59}$$

La principale source d'incertitude est d'origine statistique, mais cette fois l'incertitude systématique est quant à elle dominée par l'incertitude sur la correction radiative δ'_R .

Ces valeurs moyennes $\overline{\mathcal{F}t}$ sont compatibles avec les valeurs individuelles obtenues pour chaque noyau considéré (le χ^2 normalisé par le nombre de degrés de liberté mesurant la consistance des données expérimentales entre elles). Cette consistance permet de confirmer l'hypothèse CVC à un niveau de précision de $\sim 10^{-4}$.

Connaissant la valeur de la correction radiative $\Delta_R^V = (2.361 \pm 0.038)\%$ [2], on peut facilement extraire la valeur de la constante de couplage vectorielle, G_V à partir de la relation (1.57). La valeur de G_V elle-même a peu d'intérêt, mais en combinant G_V avec la constante de couplage de la désintégration du muon, G_F , il est possible de déterminer l'amplitude du mélange entre les quarks u et d : $|V_{ud}|$,

$$\begin{aligned}|V_{ud}|^2 &= \frac{2\pi^3 \hbar^7 \ln(2)/m_e^5 c^4}{2G_F^2 (1 + \Delta_R^V) \overline{\mathcal{F}t}} \\ &= \frac{2915.64 \pm 1.08}{\overline{\mathcal{F}t}},\end{aligned}\tag{1.60}$$

soit

$$|V_{ud}|^2 = 0.94900 \pm 0.00042.\tag{1.61}$$

Notons que l'incertitude totale est presque entièrement due aux incertitudes apportées par les corrections théoriques. La plus grande contribution, 0.00035 provient de l'incertitude sur la correction radiative indépendante de la transition Δ_R^V ; 0.00018 provient des corrections dépendantes de la structure nucléaire ($\delta_{NS} - \delta_C$) et 0.00011 de la correction δ'_R tandis que seulement 0.00009 qui est d'origine expérimentale.

Chapitre 2

Modèle à particules indépendantes

Introduction

Étant donné le succès de la mécanique quantique dans l'explication de la structure atomique et moléculaire, on pourrait s'attendre au même succès dans l'étude de la structure des noyaux. Malheureusement, le noyau est un système très complexe et difficile à décrire. D'une part, l'interaction entre les nucléons n'est pas analytiquement connue. C'est vrai que ses fondations semblent plutôt solides : la chromodynamique quantique (QCD) décrit l'interaction entre les quarks et les gluons, la composante ultime de nucléons. Néanmoins, le problème est assez compliqué et que peu de progrès ont été réalisés à partir des premiers principes jusqu'à présent. La difficulté principale est liée au caractère non-perturbatif de la QCD aux basses énergies, mises en jeu en structure nucléaire. La tentative la plus ancienne pour expliquer la nature de la force nucléaire est due à Yukawa [40]. Selon sa théorie, les bosons massifs (mésons) médiatisent l'interaction entre deux nucléons. Bien que, à la lumière de la QCD, la théorie du méson n'est plus perçue comme fondamentale, le concept d'échange de mésons continue à représenter le meilleur modèle pour un potentiel quantitatif de nucléon-nucléon.

D'autre part, même dans le cas qu'on connaissait en pleine confiance l'interaction, sur la base de la QCD, lors de la résolution de l'équation de Schrödinger on est confronté au problème à A corps en interaction. Ce problème est exactement soluble uniquement pour les systèmes légers. En plus de cela, le problème nucléaire est mésoscopique, c'est-à-dire, le nombre de nucléons impliqués dans les noyaux n'est pas suffisamment grand pour appliquer les techniques de la mécanique statistique. C'est la raison principale pour laquelle il existe de nombreux modèles visant chacun à décrire une partie des phénomènes observés.

Ce chapitre a pour but d'introduire le problème à un corps où l'on suppose que les nucléons se déplacent comme des particules indépendantes placées dans un puits de potentiel qui résulte de leurs interactions mutuelles. Il est sans doute vrai que ce modèle est trop simplifié pour avoir une description complète du noyau atomique, néanmoins, sa solution constitue un point de départ pour toutes les méthodes de résolution du problème exact.

2.1 Concept de couches

En général, l'étude du noyau constitue en la résolution du problème à N corps commun à plusieurs disciplines de la physique quantique, ici les A nucléons se composent en deux espèces, Z protons et N neutrons, soumis aux quatre types de forces connues à ce jour : les interactions forte, électromagnétique, faible et gravitationnelle. Bien entendu, la force gravitationnelle, bien trop faible, et la force faible, qui ne se manifeste que lors de certaines transitions radioactives, ne joue aucun rôle dans l'architecture du noyau. L'interaction électromagnétique trouve son expression dans la répulsion coulombienne entre protons, ce qui rend instable les noyaux massifs comportant un trop grand nombre de nucléons. C'est donc l'interaction forte seule qui est à l'origine de l'existence de noyaux stables ou instables.

Rechercher les différents états quantiques stationnaires du noyau, y compris l'état fondamental et les états excités revient à résoudre l'équation de Schrödinger :

$$H |\Psi_\Gamma\rangle = \left(\sum_i^A T(i) + \sum_{i<j}^A V(i, j) + \sum_{i<j<k}^A W(i, j, k) + \dots \right) |\Psi_\Gamma\rangle = E_\Gamma |\Psi_\Gamma\rangle. \quad (2.1)$$

Dans cette expression, $|\Psi_\Gamma\rangle$ représente la fonction d'onde à A nucléons qui décrit le noyau dans l'état d'énergie E_Γ et H , l'hamiltonien du système, est la somme de l'opérateur énergie cinétique T , de l'opérateur d'interaction nucléaire à deux corps V et de termes prenant en compte les interactions nucléaires à trois corps W et plus.

Au cours des dernières années, il y a eu plusieurs calculs sophistiqués des propriétés du triton et de la particule α en utilisant les meilleurs potentiels phénoménologiques ajustés aux données de deux nucléons, ainsi que les interactions dérivées à partir de la théorie effective chirale. Il a été constaté que tous ces calculs donnent une énergie de liaison qui est inférieure à la valeur expérimentale par un ou deux MeV. Aujourd'hui, on a accepté que ce défaut est dû entièrement aux forces à trois corps [41]. Cependant les calculs avec l'inclusion des forces à trois corps sont très lourds et seulement possible pour les noyaux légers. Une approximation, généralement utilisée dans la théorie du modèle en couches, consiste à négliger les interactions à plus de deux corps, ensuite pour corriger son défaut, la partie monopolaire de l'interaction sera raffinée par un ajustement aux données expérimentales.

L'indice Γ dans l'équation (2.1) indique les nombres quantiques qui décrivent les valeurs des quantités conservées du système. Par exemple, l'expérience montre que l'interaction nucléaire possède certaines symétries telles que l'invariance par rotation dans l'espace ordinaire à trois dimensions (faire une rotation du référentiel ne change rien à l'interaction), par rotation dans l'espace de charge (ceci est une invariance approchée, nous en discuterons plus en détail dans le chapitre suivant) et de parité (inversion des axes du référentiel). Cela implique que l'hamiltonien H doit satisfaire les relations de commutation suivantes :

$$[H, \mathbf{J}] = 0, \quad [H, \mathbf{T}] = 0, \quad [H, \Pi] = 0, \quad (2.2)$$

où \mathbf{J} est l'opérateur du moment angulaire total, \mathbf{T} l'opérateur d'isospin total et Π l'opérateur de parité totale.

Comme nous avons mentionné dans l'introduction, l'équation (2.1) pour un noyau à plusieurs nucléons n'admet pas de solution exacte, parce que le nombre de degrés de libertés augmente rapidement avec le nombre de nucléons. On doit donc avoir recours à des méthodes approximatives. La plus usitée consiste à remplacer les interactions mutuelles entre les nucléons, qui dépendent des positions de tous les nucléons simultanément, par un potentiel moyen. Sur le plan théorique, cette hypothèse revient à remplacer le problème à A corps (A nucléons en interaction) par A problèmes à 1 corps (un nucléon se déplaçant dans un certain potentiel). L'idée centrale de cette approche est basée sur les observations de la structure en couches du noyau, comme nous le verrons dans la sous-section suivante.

2.1.1 Évidences expérimentales

Au contraire à la physique atomique, il n'existe pas de potentiel central extérieur pour le noyau. Cependant l'hypothèse de particules indépendantes en physique nucléaire se justifie par le fait que le libre parcours moyen d'un nucléon dans le noyau est au moins de l'ordre de la taille du noyau [42]. Cela signifie qu'un nucléon a une forte probabilité de se propager d'un bord à l'autre du noyau sans entrer en collision avec d'autres nucléons. Ce phénomène est généré par le blocage de Pauli qui interdit à un nucléon, à la suite d'une collision avec un autre nucléon, de sauter vers un état déjà occupé.

Le modèle en couches des atomes prédit qu'un atome est plus stable et son énergie d'ionisation plus élevée si toutes les couches occupées sont remplies au maximum de leur capacité. Des maxima dans l'énergie d'ionisation sont observés aux valeurs suivantes de Z : 2 (He), 10 (Ne), 18 (Ar), 36 (Kr), 54 (Xe), 80 (Hg), 86 (Rn). Ce sont tous des gaz rares, sauf le mercure. Les configurations électroniques correspondantes comportent des sous-couches complètement remplies. En particulier, les gaz rares correspondent à des couches s et p complètement remplies. Des nombres magiques sont aussi observés dans les noyaux. Ces nombres magiques nucléaires sont différents des nombres magiques atomiques, et appartiennent à la liste suivante : 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126¹. De plus, ils s'appliquent séparément aux neutrons et aux protons, car ces deux espèces ne sont pas identiques et le principe de Pauli qui régit le remplissage des couches ne s'applique qu'entre protons ou entre neutrons. Un noyau qui comporte à la fois un nombre magique de protons et de neutrons est qualifié de doublement magique.

Les évidences expérimentales appuyant l'existence de la structure en couches dans les noyaux sont les suivantes [43] :

- a) l'énergie de liaison montre des déviations par rapport à la formule de Bethe-Weizsäcker quand N ou Z est magique.
- b) L'énergie de séparation de deux protons en fonction de Z est globalement régulière, mais il se produit de brusques ruptures de pente aux nombres magiques. La même remarque s'applique à l'énergie de séparation de deux neutrons.

1. Il est à noter que ce sont les nombres magiques classiques observés dans les noyaux dans la vallée de stabilité, ils peuvent évoluer en fonction de A , Z et N .

- c) les éléments à Z magique possèdent plus d'isotopes que la moyenne. De même, les nucléides à N magique possèdent plus d'isotones que la moyenne.
- d) les nucléides à N magique ont une section d'absorption de neutrons plus petite que la normale. Autrement dit, ils ont une probabilité plus faible d'absorber un neutron qui passe.
- e) les premiers états excités de spin et parité 2^+ ont une énergie d'excitation anormalement élevée si Z ou N est magique.

C'est de cette analogie avec la physique atomique qu'est né la structure nucléaire en couches. Tout se passe comme si les nucléons se répartissent sous forme de couches et que les nombres magiques correspondent à des configurations de couches pleines. C'est pourquoi lorsqu'une couche est pleine, un état excité ne peut être obtenu qu'en faisant passer un/(ou des) nucléon(s) sur la couche suivante, ce qui requiert plus d'énergie que dans le cas contraire où il suffit de provoquer une transition à l'intérieur de la couche incomplète.

Cependant, les nombres magiques nucléaires ne peuvent pas être retrouvés avec un potentiel moyen simple, il manque un terme susceptible de changer l'organisation des niveaux. Il s'agit du couplage spin-orbite.

2.1.2 Nécessité du terme spin-orbite

Dans cette sous-section, nous allons présenter un argument semi-quantitatif en faveur d'un potentiel moyen impliquant un terme spin-orbite, en se basant sur les nombres magiques observés.

Nous allons considérer pour tout au long de ce manuscrit uniquement des potentiels centraux où la symétrie sphérique est conservée, i.e. $U(\mathbf{r}) = U(r)$. Cela permet de résoudre l'équation de Schrödinger pour une particule (2.3) en séparant les variables [42],

$$h_0(\mathbf{r})\phi_\alpha(\mathbf{r}) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U(r) \right] \phi_\alpha(\mathbf{r}) = \epsilon_\alpha \phi_\alpha(\mathbf{r}). \quad (2.3)$$

Si $U(r)$ est un potentiel central simple (sans terme spin-orbite), alors α désigne l'ensemble des nombres quantiques $(nlm_l m_s)$, où n est le nombre quantique radial, l le nombre quantique orbital avec m_l , sa projection sur l'axe z tandis que m_s est le nombre quantique caractérisant la projection de spin ($= \pm 1/2$). Donc la fonction d'onde individuelle peut s'écrire :

$$\phi_{nlm_l m_s}(\mathbf{r}) = \frac{u_{nl}(r)}{r} Y_{m_l}^l(\Omega) \chi_{m_s}^{1/2}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (2.4)$$

où les termes $Y_{m_l}^l(\Omega)$ sont les harmoniques sphériques d'ordre l , fonctions propres des opérateurs \mathbf{l}^2 et l_z , et les termes $\chi_{m_s}^{1/2}(\boldsymbol{\sigma})$ sont appelés spineurs, ils sont les fonctions propres des opérateurs $\boldsymbol{\sigma}^2$ et σ_z .

Les fonctions $u_{nl}(r)$ sont solutions de l'équation radiale (2.5), le facteur r^{-1} dans l'équation (2.4) a été séparé pour simplifier les intégrales de recouvrement

et simplifier le terme d'énergie cinétique à la dérivée seconde dans la coordonnée radiale :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l(l+1)}{r^2} + U(r) \right] u_{nl}(r) = \epsilon_{nl} u_{nl}(r). \quad (2.5)$$

Il est à noter que, l étant bien défini, la parité de la fonction d'onde l'est aussi :

$$\pi \phi_\alpha(\mathbf{r}) = \phi_\alpha(-\mathbf{r}) = (-1)^l \phi_\alpha(\mathbf{r}), \quad (2.6)$$

où π est l'opérateur de parité et $(-1)^l$ sa valeur propre. Le nombre quantique associé à la parité est un nombre quantique multiplicatif, la parité de l'état à A nucléons est donc le produit de celle des états individuels dans la configuration donnée.

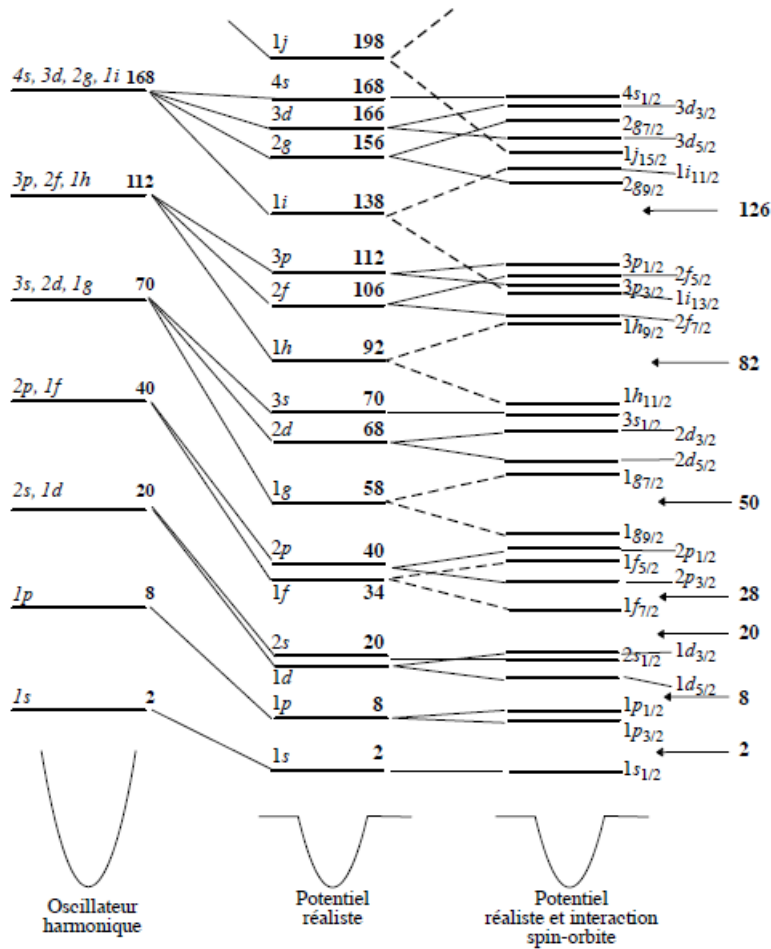


FIGURE 2.1 – [44]. Schéma des niveaux d'énergie et des couches dans trois modèles : (à gauche) l'oscillateur harmonique 3D, (au milieu) un oscillateur harmonique tronqué et (à droite) le modèle additionné d'une interaction spin-orbite.

Considérons à cet effet la figure 2.1. À gauche, on indique la position des niveaux d'énergie d'une particule dans un potentiel harmonique tridimensionnel. En raison de sa symétrie, ce potentiel donne des dégénérescences plus élevées que pour un potentiel à symétrie sphérique. Chaque niveau, sauf les deux premiers, compte des états de plusieurs valeurs différentes du nombre quantique orbital l : les états à l pair

(parité positive) alternent avec les états à l impair (parité négative). On indique à côté de chaque niveau le nombre de protons (ou de neutrons) associé à un remplissage complet de ce niveau et des niveaux qui lui sont inférieurs, en comptant 2 particules par état, en raison du spin $1/2$ des nucléons.

Au milieu, on indique les niveaux correspondant à un potentiel plus réaliste, différent du potentiel quadratique de l'oscillateur harmonique. Ce potentiel ressemble à celui de l'oscillateur harmonique, sauf qu'il est tronqué à une valeur du rayon, correspondant à la portée courte du potentiel nucléaire moyen. L'effet de cette troncature est de diminuer l'énergie de tous les états, à des degrés variables. Plus la fonction d'onde s'étale sur les grandes valeurs de r , plus l'énergie est diminuée. En particulier, plus l est élevé, plus le potentiel centrifuge est important et plus la fonction d'onde est déplacée vers l'extérieur, et donc plus l'énergie du niveau est abaissée. Ceci a comme conséquence immédiate de lever la dégénérescence des niveaux de l'oscillateur harmonique tridimensionnel, comme indiqué sur la figure. On a ici aussi indiqué le nombre de nucléons d'une espèce donnée (proton ou neutron) associé à un remplissage complet d'un niveau et de ceux qui lui sont inférieurs. Cependant, il y a maintenant des sous-couches.

Les nombres magiques doivent correspondre à des différences d'énergie importantes entre des niveaux successifs, de sorte qu'il coûte une énergie anormalement élevée pour ajouter un nucléon de l'espèce considérée au noyau. On voit que les trois premiers nombres magiques (2, 8 et 20) se comprennent facilement à la fois dans le potentiel harmonique comme dans le potentiel harmonique tronqué. Cependant, les nombres magiques plus élevés ne peuvent pas être observés dans le potentiel nucléaire simple.

En 1949, M. G. Mayer [45], et O. Haxel, J. H. D. Jensen et H. E. Suess [46] postulèrent l'existence d'un potentiel spin-orbite qui pourrait expliquer les nombres magiques observés. Ce potentiel a la forme :

$$V_{so}(r)\mathbf{l}\cdot\boldsymbol{\sigma}, \quad (2.7)$$

où V_{so} est un facteur de forme dépendant de r .

L'introduction d'un couplage $\mathbf{l}\cdot\boldsymbol{\sigma}$ a pour conséquence importante que m_l et m_s ne sont plus de bons nombres quantiques : les opérateurs h_0 , \mathbf{l}^2 , l_z , $\boldsymbol{\sigma}^2$ et σ_z ne forment plus un ensemble complet d'observables qui commutent. Il faut introduire l'opérateur du moment angulaire total, $\mathbf{j} = \mathbf{l} + \boldsymbol{\sigma}$ et sa projection $j_z = l_z + \sigma_z$. L'ensemble complet d'observables qui commutent est alors : h_0 , \mathbf{j}^2 , j_z , \mathbf{l}^2 et $\boldsymbol{\sigma}^2$, et les nombres quantique caractérisant les états individuels sont maintenant $(nljm)$, où j et m sont associés aux \mathbf{j}^2 et j_z respectivement. Les fonctions d'onde individuelles qui sont les fonctions propres simultanées de ces opérateurs peuvent s'écrire sous la forme :

$$\phi_{nljm}(\mathbf{r}) = \frac{u_{nlj}(r)}{r} \sum_{m_l m_s} \langle l \frac{1}{2} m_l m_s | jm \rangle Y_{m_l}^l(\boldsymbol{\Omega}) \chi_{m_s}^{1/2}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (2.8)$$

où le symbole, $\langle | \rangle$ désigne le coefficient de Clebsch-Gordan.

On pourrait facilement montrer que pour un état de l donné, le potentiel spin-

orbite prend des formes différentes selon l'orientation du spin du nucléon m_s :

$$\langle \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle = j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} = \begin{cases} l & ; j = l + \frac{1}{2} \\ -(l+1) & ; j = l - \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (2.9)$$

Chaque état de moment orbital l donné va se séparer en deux sous-états. La séparation des niveaux est

$$\Delta E_{ls} = (2l+1) \langle V_{so}(r) \rangle. \quad (2.10)$$

En supposant que $\langle V_{so}(r) \rangle < 0$, le terme spin-orbite cause une diminution supplémentaire de l'énergie des états à $j = l + 1/2$, et une augmentation chez les états à $j = l - 1/2$. L'effet global est illustré sur la troisième colonne de la figure 2.1 : les niveaux à l donné sont séparés en sous-niveaux à j et l donnés, et plus l est grand, plus la séparation des sous-niveaux est grande. Ceci fait qu'un sous-niveau peut se rapprocher d'un groupe de niveaux initialement éloigné, et changer du tout au tout les nombres magiques. C'est ainsi qu'on retrouve les nombres magiques observés et indiqués sur la figure.

2.1.3 Formalisme

Nous introduisons un potentiel moyen U (arbitraire) de manière artificielle à l'hamiltonien H dans l'équation (2.1) :

$$\begin{aligned} H &= \left[\sum_i^A T(i) + \sum_i^A U(i) \right] + \left[\sum_{i < j}^A V(i, j) + \sum_{i < j < k}^A W(i, j, k) + \dots - \sum_i^A U(i) \right] \\ &= H_0 + V_{res}. \end{aligned} \quad (2.11)$$

L'approximation de particules indépendantes consiste à négliger l'interaction résiduelle V_{res} et à résoudre l'équation de Schrödinger avec l'hamiltonien à un corps H_0 :

$$H_0 |\Phi\rangle = \left(\sum_i^A T(i) + \sum_i^A U(i) \right) |\Phi\rangle = E_0 |\Phi\rangle. \quad (2.12)$$

L'important est que, dans un problème à un corps, les états propres d'un système à plusieurs nucléons sont simplement des produits antisymétriques des états à un nucléon. Autrement dit, il suffit de déterminer les états propres à un nucléon, et les états à plusieurs nucléons sont obtenus en remplissant des niveaux, tout en veillant à respecter le principe d'exclusion de Pauli qui interdit l'occupation d'un état par plus d'un nucléon. Ces états antisymétriques dans la représentation de coordonnées sont souvent appelés *Déterminants de Slater*

$$\Phi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_A) = \frac{1}{\sqrt{A!}} \begin{vmatrix} \phi_{\alpha_1}(\mathbf{r}_1) & \phi_{\alpha_1}(\mathbf{r}_2) & \dots & \phi_{\alpha_1}(\mathbf{r}_A) \\ \phi_{\alpha_2}(\mathbf{r}_1) & \phi_{\alpha_2}(\mathbf{r}_2) & \dots & \phi_{\alpha_2}(\mathbf{r}_A) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{\alpha_A}(\mathbf{r}_1) & \phi_{\alpha_A}(\mathbf{r}_2) & \dots & \phi_{\alpha_A}(\mathbf{r}_A) \end{vmatrix}, \quad (2.13)$$

où le facteur $\sqrt{A!}$ est introduit pour que la fonction d'onde Φ soit normalisée. La fonction $\phi_\alpha(\mathbf{r})$ est la fonction d'onde du nucléon dans l'état individuelle α ($\alpha \equiv (nljm)$), elle est solution de l'équation de Schrödinger pour une particule (2.3).

Par sa construction, la fonction Φ dans l'expression (2.13) a un bon nombre quantique M , avec

$$M = \sum_{\alpha}^A m_{\alpha}, \quad (2.14)$$

par contre, elle ne possède pas d'un bon nombre quantique du moment angulaire total, J . Un état physique avec un bon J est une combinaison linéaire des fonctions Φ . Nous allons en discuter en détail dans le [chapitre 3](#).

La fonction d'onde $\phi_\alpha(\mathbf{r})$ représente l'amplitude de probabilité de trouver la particule à une position donnée. Cette interprétation en terme de probabilité implique que $\phi_\alpha(\mathbf{r})$ soit normée

$$\int |\phi_\alpha(\mathbf{r})|^2 d\mathbf{r} = 1. \quad (2.15)$$

Comme l'équation de Schrödinger (2.3) est linéaire, l'énergie correspondant à la fonction d'onde à A nucléons (2.13) s'obtient simplement en sommant les énergies individuelles des orbites occupées :

$$E_0 = \sum_{\alpha}^A \epsilon_{\alpha}. \quad (2.16)$$

2.2 Potentiels schématiques

Une grande partie des difficultés pratiques rencontrées dans les théories de particule indépendante est la définition (ou le calcul) du potentiel de champ moyen lui-même. Le critère utilisé pour déterminer le potentiel est ainsi lié à la validité de l'approximation (2.12). Il s'agit de trouver un potentiel rendant l'interaction résiduelle V_{res} la plus petite possible. On distingue, très sommairement, deux approches : La première est la modélisation schématique dans laquelle le potentiel est décrit par une fonction simple, par exemple, oscillateur harmonique ou Woods-Saxon, leurs paramètres sont ajustés de façon à reproduire le plus fidèlement possible diverses données expérimentales. La deuxième est la modélisation d'un potentiel auto-cohérent dérivé à partir d'une interaction effective, à l'aide de la théorie Hartree-Fock.

Dans cette section, nous allons discuter des détails des potentiels schématiques, qui sont couramment utilisés en structure nucléaire. Les potentiels auto-cohérents seront discutés dans la section suivante.

2.2.1 Oscillateur harmonique

Si l'on ne désire que faire apparaître la série des nombre quantiques sans chercher à donner des prédictions quantitatives sur le spectre d'énergie, la forme du potentiel

moyen peut être choisie très simplement

$$U_{osc}(r) = \frac{1}{2}m\omega^2 r^2 - Dl^2 + V_{so}(r)l\cdot\sigma. \quad (2.17)$$

Le premier terme est un potentiel harmonique à haute dégénérescence. Il exprime que, du fait de l'interaction nucléaire attractive entre nucléons, chacun d'entre eux reste confiné à l'intérieur du noyau, où m désigne la masse de nucléon, ω la fréquence angulaire et r la distance entre le nucléon et l'origine de coordonnées choisies.

Le deuxième terme, Dl^2 est un terme correctif d'effet de bord, avec D une constante positive. Il aura pour effet d'abaisser des niveaux de $Dl(l+1)$ et lever des dégénérescences selon les valeurs de l .

Le troisième terme a été mentionné dans la section précédente, il s'agit d'un potentiel spin-orbite avec un facteur de forme V_{so} . Les détails de ce terme seront discutés dans la sous-section suivante. Pour simplifier, on peut prendre V_{so} négative et constante.

En remplaçant le potentiel (2.17) dans l'équation (2.5), on obtient la fonction d'onde radiale :

$$\begin{aligned} \frac{u_{nl}(r)}{r} &= \sqrt{\frac{2^{l-n+2}(2l+2n+1)!!}{\sqrt{\pi}(n)!b^{2l+3}[(2l+1)!!]^2}} r^{l+1} e^{-r^2/2b^2} \\ &\times \sum_{k=0}^n \frac{(-1)^k 2^k (n)!(2l+1)!!}{k!(n-k)!(2l+2k+1)!!} (r/b)^{2k}, \end{aligned} \quad (2.18)$$

où $n!!$ est la double factorielle de n , elle est définie par récurrence par : $n!! = n \times (n-2) \times (n-4) \times \dots$ et b est paramètre de taille de l'oscillateur harmonique

$$b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}} = \sqrt{\frac{41.4 \text{ MeV}\cdot\text{fm}^2}{\hbar\omega}}. \quad (2.19)$$

L'énergie de particule individuelle est donnée par

$$\epsilon_{nlj} = (2n+l-\frac{1}{2})\hbar\omega - Dl(l+1) + V_{so} \left[j(j+1) - l(l+1) - \frac{3}{4} \right]. \quad (2.20)$$

L'intérêt de ce potentiel schématique est que toutes les opérations mathématiques peuvent être traitées analytiquement. Par exemple, l'hamiltonien de l'oscillateur harmonique est exactement séparable en partie intrinsèque et du centre de masse, ces détails seront donnés dans la sous-section §2.4. De plus, il est bien connu que ce potentiel fournit une base orthonormée, ingrédient fondamental du modèle en couches, cette base analytique est dépendante uniquement du paramètre b . Traditionnellement, ce paramètre est déterminé par un ajustement pour reproduire des rayons. La paramétrisation la plus populaire est celle de Blomqvist et Molinari [47],

$$b^2 = 0.9A^{1/3} + 0.7 \text{ fm}^2, \quad (2.21)$$

ou

$$\hbar\omega = 45A^{-1/3} - 25A^{-2/3} \text{ MeV}. \quad (2.22)$$

2.2.2 Potentiel de Woods-Saxon

Une forme pour le potentiel nucléaire, plus réaliste que le potentiel d'oscillateur harmonique et la plus fréquemment utilisée, est le potentiel de Woods-Saxon avec les termes spin-orbite et coulombien

$$U_{ws}(r) = -V_0 f_0(r) + V_{so}(r) \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} + V_{coul}(r), \quad (2.23)$$

où le premier terme est le terme central, il est décrit par un facteur de forme $f_0(r)$:

$$f_0(r) = \frac{1}{1 + \exp[(r - R_0)/a_0]}, \quad (2.24)$$

où le rayon R_0 est défini par $R_0 = r_0(A - 1)^{1/3}$.

Ce potentiel a été proposé en 1954 par R. D. Woods et D. S. Saxon afin de décrire la diffusion des protons sur les noyaux lourds, tels que le platine ou le nickel [48]. Dans leur article, ils introduisent ce potentiel, en remplacement d'un puits de potentiel carré, afin d'obtenir une meilleure reproduction des sections efficaces différentielles de la diffusion élastique. Ce nouveau potentiel permet d'obtenir des résultats plus cohérents avec ceux obtenus en considérant une diffusion Rutherford.

Ce potentiel trouve sa justification dans le fait que la même variation en r fournit une excellente approximation de la répartition radiale de la matière nucléaire [48]. Le potentiel de Woods-Saxon, malgré sa simplicité, ne se prête pas à la recherche de solutions analytiques de l'équation de Schrödinger.

Comme nous l'avons déjà indiqué, le couplage spin-orbite le plus simple a la forme $V_{so} \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}$. Il ne s'agit que d'un terme de surface [49]. Si le nucléon se propage dans la matière nucléaire infinie et uniforme, aucun point ne peut être utilisé comme référence pour définir le moment angulaire orbital \mathbf{l} , et par conséquent la direction du spin du nucléon par rapport au vecteur \mathbf{l} n'a pas de signification. Dans un noyau fini, le centre de masse fournit un point de référence. Néanmoins, la densité est approximativement uniforme à l'intérieur du noyau et le nucléon ne ressent donc le caractère fini du milieu que lorsqu'il se trouve à la surface. Dans cette région, le gradient de la densité définit une direction de référence qui n'est autre que la direction radiale pour une densité possédant la symétrie sphérique. Il est alors possible d'introduire un potentiel de la forme [42] :

$$V_{so}(r) \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \propto \nabla \rho(r) \times \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{r} \frac{\partial \rho(r)}{\partial r} \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}. \quad (2.25)$$

Cette forme est celle que l'on obtient par l'approximation de l'équation de Dirac dans le domaine faiblement relativiste pour un électron soumis à un potentiel coulombien [50] (forme dite de Thomas), à ceci près que la densité $\rho(r)$ remplace ici le potentiel présent dans la forme habituelle. Comme il est bien connu qu'un potentiel à un corps réaliste doit avoir une dépendance radiale très similaire à celle de la densité [42]. Il est donc généralement suffisant d'employer des potentiels spin-orbite nucléaire de la forme

$$V_{so}(r) \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \lambda \frac{1}{r} \frac{\partial f_s(r)}{\partial r} \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (2.26)$$

où la constante λ caractérise l'intensité de la force spin-orbite. La fonction, $f_s(r)$ est une fonction radiale de type Woods-Saxon :

$$f_s(r) = \frac{1}{1 + \exp[(r - R_s)/a_s]}, \quad (2.27)$$

où le rayon R_s est défini par $R_s = r_s(A - 1)^{1/3}$. En général les paramètres de la fonction, $f_s(r)$ sont définis différemment de ceux de la fonction $f_0(r)$.

Jusqu'à maintenant protons et neutrons étaient des particules dans deux mondes identiques et indépendants : un noyau avec un nombre N de neutrons et Z de protons a rigoureusement les mêmes propriétés qu'un noyau avec N protons et Z neutrons. C'est la symétrie d'isospin sur laquelle nous reviendrons mais qu'il n'est pas encore nécessaire de la détailler. Même si cette symétrie est valable pour l'interaction forte, elle ne l'est pas pour l'interaction électromagnétique. Le potentiel ressenti par les protons est différent de celui qui est ressenti par les neutrons. Il faut ajouter au potentiel nucléaire des protons un terme coulombien (le troisième terme de l'équation (2.23)). En générale, on peut déduire ce terme à partir de la densité de charge $\rho_{ch}(r)$, la relation entre eux est obtenue en utilisant l'équation de Poisson [51]

$$V_{coul}(r) = 4\pi e \left[\frac{1}{r} \int_0^r \rho_{ch}(r') r'^2 dr' + \int_r^\infty \rho_{ch}(r') r' dr' \right]. \quad (2.28)$$

Pour améliorer la précision, ce potentiel peut être évalué avec la densité de charge expérimentale, par exemple la densité obtenue par la diffusion d'électrons ou celle obtenue par un autre calcul du type champ moyen réaliste. Néanmoins la détermination de ce potentiel ne peut se faire que numériquement, c'est pourquoi cette méthode est rarement utilisée en littérature. Dans une approximation grossière, le noyau peut être considéré comme une sphère avec une densité de charge uniforme. Le potentiel coulombien d'une telle distribution de charge est donné par :

$$V_{coul}(r) = (Z - 1)e^2 \times \begin{cases} \frac{1}{r} & ; r > R_c \\ \frac{1}{R_c} \left(\frac{3}{2} - \frac{r^2}{2R_c^2} \right) & ; r \leq R_c, \end{cases} \quad (2.29)$$

où R_c est le rayon de la sphère des particules chargées confinées, ce paramètre est normalement défini par $R_c = r_c(A - 1)^{1/3}$. Pour les applications où le terme coulombien joue le rôle central, il est indispensable d'extraire le rayon R_c expérimentalement à partir de données du rayon de charge [51] :

$$R_c^2 = \frac{5}{3} \langle r^2 \rangle_{ch} - \frac{5}{2} a_p^2 - \frac{5}{2} \frac{b^2}{A}. \quad (2.30)$$

Dans cette expression, $\langle r^2 \rangle_{ch}$ est le rayon de charge expérimental, le deuxième terme dans la partie droite tient compte de la structure finie du proton, où a_p est un paramètre de gaussienne décrivant la répartition de charge du proton, tandis que le troisième terme corrige le mouvement du centre de masse avec b le paramètre de l'oscillateur harmonique.

La répulsion électrostatique étant en compétition avec l'interaction forte pour stabiliser le noyau, les noyaux lourds ont besoin d'un surplus de neutrons afin que cette interaction forte contrebalance l'effet de la répulsion électrostatique. Il y a donc une asymétrie du nombre de neutrons par rapport au nombre de protons. Mais autrement, on observe pour les noyaux légers que la stabilité s'accompagne de l'égalité du nombre de protons Z et de celui de neutrons N et pour des noyaux isobares, l'écart de $(N - Z) = 0$ s'accompagne d'une augmentation de l'énergie de liaison. Selon l'argument déjà exposé pour justifier l'existence du terme d'asymétrie de la formule de Bethe et Weizsäcker [52], on peut ajouter au potentiel, un terme qui tend à favoriser les configurations équilibrées en neutrons et protons :

$$V_{asym}(r) = \pm \frac{V_1}{4} \left(\frac{N - Z}{A} \right) f(r), \quad (2.31)$$

où la signe $+$ associée au proton et $-$ est associée au neutron, V_1 est un paramètre positif et $f(r)$ est un facteur de forme. Pour réduire le nombre de paramètres, la fonction $f(r)$ est habituellement remplacée par le facteur de forme du terme central $f_0(r)$.

Cette paramétrisation est bien adoptée pour une description systématique, cependant elle n'est pas en accord avec des calculs auto-cohérents car elle s'annule pour les noyaux $N = Z$. Dans un calcul Hartree-Fock, le potentiel isovectoriel est toujours non nul, même pour les noyaux $N = Z$, due à la différence entre la densité de neutrons et celle de protons [53].

La dépendance en paramètre d'asymétrie $(N - Z)/A$ de la profondeur du potentiel nucléaire a été observée dans des analyses de la diffusion de nucléon. Par exemple, dans le travail de Green et Sood [54] et de Lane [55, 56]. Cette dépendance a également été observée dans des études des énergies de liaison [57]. Green et Sood ont étudié des différentes raisons qui peuvent être prêtées à cet effet, incluant la présence de la force de Heisenberg, l'effet du principe d'exclusion, la dépendance du spin de la force nucléaire, etc. En 1962, Lane suggéra que cet effet peut être corrélé plus généralement en postulant un terme dépendant de l'isospin de la forme ci-dessous :

$$V_{iso}(r) = \frac{V_1}{A'} \langle \mathbf{t} \cdot \mathbf{T}' \rangle f(r), \quad (2.32)$$

où \mathbf{t} et \mathbf{T}' sont les vecteurs d'isospin du nucléon incident et du noyau cible respectivement et A' la masse du noyau cible. Ce terme provoque également l'asymétrie entre le potentiel du proton et celui du neutron et couple le canal du proton au canal analogue du neutron, il est donc responsable de la diffusion quasi-élastique d'échange de charge (p,n). En générale, l'analyse de la section efficace différentielle des réactions de ce type offre une méthode directe pour déterminer le paramètre V_1 .

On peut montrer que quand le noyau cible est dans l'état d'isospin minimum $T' = T'_z$, le couplage d'isospin (2.32) devient un potentiel d'asymétrie :

$$V_{iso}(r) = \pm \frac{V_1}{4} \left(\frac{N' - Z'}{A'} \right) f(r). \quad (2.33)$$

Cette forme est similaire au potentiel donné dans l'équation (2.31), excepté le paramètre d'asymétrie qui est remplacé par $(N' - Z')/A'$, avec N' et Z' le nombre de neutrons et de protons du noyau cible.

Les données expérimentales sur l'évolution des nombres magiques indiquent que l'intensité du potentiel spin-orbite peut être modifiée dans les noyaux loin de la vallée de stabilité [58]. Aujourd'hui, il est communément observé que les fermetures des couches aux nombres magiques $N = 8$ et 20 disparaissent dans les noyaux riches en neutrons. D'autre part, les nouveaux nombres magiques comme $N = 14, 16$, et 32 peuvent émerger. Des calculs du modèle en couches suggèrent que $N = 34$ peut aussi être un nombre magique pour les isotopes de calcium, le résultat est dépendant des interactions effectives choisies [59]. Ainsi, pour tenir compte de cet effet, le même terme isovectoriel est également ajouté au couplage spin-orbit [42, 60].

Alors avec V_1 positif, le potentiel spin-orbite diminue au fur et à mesure que $N - Z$ augmente, c'est-à-dire quand on s'approche des noyaux riches en neutrons. En d'autres termes, si l'on part d'un noyau $N = Z$ vers les *drip-lines*, l'interaction spin-orbite va être de moins en moins importante, en effet, les nombres magiques traditionnels auront finalement disparus. A la limite où l'interaction spin-orbite est complètement négligeable, le spectre de particule individuelle sera caractérisé par les nombres magiques d'oscillateur harmonique seulement.

L'introduction du terme isovectoriel a eu une conséquence importante pour décrire les noyaux loin de $N = Z$ et de plus ce terme a contribué au succès du modèle optique. Cependant, le problème des paramétrisations phénoménologiques de ce terme est la détermination du paramètre V_1 . Les analyses de diffusions nucléon-noyau, dans une large échelle d'énergie dans le cadre du modèle optique, fournissent des valeurs entre $10 - 120$ MeV [54–56, 61]. Cependant, une paramétrisation destinée à la description de la structure nucléaire exploite une grande valeur $V_1 \approx 133$ MeV [57].

2.3 Potentiels auto-cohérents de Hartree-Fock

Dans cette section, nous introduirons les potentiels moyens plus évolués. La méthode de Hartree-Fock (HF) est un moyen pour déduire mathématiquement le potentiel nucléaire à un corps, U , généralement à partir d'une interaction nucléon-nucléon. Cette méthode repose sur une description du noyau à l'aide de fonctions d'onde de particules indépendantes (déterminant de Slater Φ (2.13)). Dans le formalisme de seconde quantification [62], un état de A particules indépendantes s'exprime sous la forme :

$$|\Phi\rangle = \prod_{i=1}^A a_i^\dagger |0\rangle, \quad (2.34)$$

où a_i^\dagger est l'opérateur de création d'un nucléon dans l'état i .

On va supposer que l'état Φ est invariant par renversement du temps, ce qui n'est possible que dans les noyaux pairs-pairs. La conséquence est que les orbitales à une particule ont une dégénérescence d'ordre deux au moins : les états de nombres quantiques m et $-m$ ont la même énergie. C'est ce qu'on appelle la dégénérescence de Kramers.

Le point de départ des calculs HF correspond à la définition d'un hamiltonien effectif. Si l'on considère seulement l'interaction à deux corps, l'hamiltonien peut

s'écrire sous la forme [52] :

$$H = \sum_{ij} \langle i|T|j \rangle a_i^\dagger a_j + \frac{1}{4} \sum_{ijkl} \langle ij|v|\tilde{kl} \rangle a_i^\dagger a_k^\dagger a_l a_j. \quad (2.35)$$

où $\langle i|T|j \rangle$ est l'élément de matrice de l'énergie cinétique et $\langle ij|v|\tilde{kl} \rangle$ est l'élément de matrice antisymétrisé de l'interaction à deux corps.

Il est utile d'associer à cet état une matrice densité à un corps :

$$\rho_{ij} = \langle \Phi | a_j^\dagger a_i | \Phi \rangle. \quad (2.36)$$

Une autre écriture utile pour ρ est

$$\rho = \sum_{ij} \rho_{ij} |i\rangle \langle j|, \quad (2.37)$$

montrant que la matrice ρ peut être interprétée comme le projecteur sur les états à une particule occupés dans $|\Phi\rangle$. Notons qu'une telle matrice de densité satisfait les propriétés : $Tr(\rho) = A$, $\rho^\dagger = \rho$ et $\rho^2 = \rho$.

Cette matrice permet d'exprimer sous forme très compacte les équations de champ moyen. L'énergie HF est une fonctionnelle de la densité :

$$E_{HF}[\rho] = \langle \Phi | H | \Phi \rangle = \sum_{ij} T_{ij} \rho_{ji} + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} \rho_{ki} \tilde{v}_{ijkl} \rho_{lj}, \quad (2.38)$$

où $T_{ij} = \langle i|T|j \rangle$ et $\tilde{v}_{ijkl} = \langle ij|v|\tilde{kl} \rangle$.

La minimisation de $E_{HF}[\rho]$ par rapport à toutes les variations de ρ qui satisfont les contraintes indiquées ci-dessus, conduit aux équations de HF :

$$[h, \rho] = 0, \quad (2.39)$$

où h est l'hamiltonien à une particule suivant :

$$h_{ik} = \frac{\delta E_{HF}[\rho]}{\delta \rho_{ki}} = T_{ik} + \sum_{jl} \tilde{v}_{ijkl} \rho_{lj}. \quad (2.40)$$

Jusqu'ici on utilise la base propre d'états à une particule, dans laquelle h et ρ sont simultanément diagonalisables, et l'élément de matrice de densité ρ_{ij} est donné par $\rho_{ij} = \delta_{ij} n_i$ où $n_i = 1$ si i repère un état occupé dans Φ et $n_i = 0$ sinon. Dans cette base, on a $h|i\rangle = \epsilon_i|i\rangle$, avec

$$\epsilon_i = T_{ii} + \sum_j \tilde{v}_{ijij} n_j. \quad (2.41)$$

Il est également utile d'écrire l'expression de l'énergie totale dans cette base. On a :

$$E_{HF} = \sum_i \epsilon_i n_i - \frac{1}{2} \sum_{ij} \tilde{v}_{ijij} n_i n_j. \quad (2.42)$$

On remarque que l'énergie HF n'est pas la somme des énergie à une particule ϵ_i , contrairement à ce que l'on aurait dans un modèle schématique. Cela est dû à la présence de l'interaction à deux corps et c'est une manifestation de la non linéarité des équations HF. Cela traduit aussi le fait que la théorie HF n'est pas vraiment un modèle de particules indépendantes (bien que l'état soit décrit par un déterminant de Slater) et qu'une partie des corrélations est incluse dans l'auto-cohérence du champ.

Dans la représentation des coordonnées, l'équation (2.39) devient une équation intégral-différentielle de la forme :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + U_H(\mathbf{r})\right)\phi_{q,i}(\mathbf{r}) - \int U_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\phi_{q,i}(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' = \epsilon_{q,i}\phi_{q,i}(\mathbf{r}), \quad (2.43)$$

où q désigne la projection d'isospin (proton ou neutron). Le potentiel U_H est le terme direct ou de Hartree et U_F est le terme d'échange ou de Fock. Ils sont donnés par :

$$U_H(\mathbf{r}) = \sum_{jq} \int \phi_{q,j}^*(\mathbf{r}')v(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\phi_{q,j}(\mathbf{r}')d\mathbf{r}', \quad (2.44)$$

et

$$U_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_{jq} \phi_{q,j}^*(\mathbf{r}')v(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\phi_{q,j}(\mathbf{r}). \quad (2.45)$$

Ces potentiels dépendent eux-même des fonctions d'onde individuelles, générant ainsi un système auto-cohérent de A équations non linéaires. Le système non-linéaire auto-cohérent (2.43) est généralement résolu par itération conduisant, à la convergence un ensemble de fonctions d'onde individuelles $\phi_{q,i}$ avec leur énergies $\epsilon_{q,i}$ ainsi que les potentiels U_H et U_F .

Le terme d'échange est généralement non local reflétant le fait que la fonction d'onde du système est antisymétrique à cause du principe de Pauli, en particulier si la portée de l'interaction est non nulle. Cela représente la différence principale entre les potentiels schématiques et auto-cohérents. Pour avoir une idée de la non-localité on peut faire un développement de Taylor de $\phi_{q,i}(\mathbf{r}')$ autour de $\phi_{q,i}(\mathbf{r})$:

$$\phi_{q,i}(\mathbf{r}') = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r})^n}{n!} \nabla^n \phi_{q,i}(\mathbf{r}). \quad (2.46)$$

On doit alors avoir

$$\int U_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\phi_{q,i}(\mathbf{r}')d\mathbf{r}' = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[\int U_F(\mathbf{r}, \mathbf{r}')(\mathbf{r}' - \mathbf{r})^n d\mathbf{r}' \right] \nabla^n \right\} \phi_{q,i}(\mathbf{r}). \quad (2.47)$$

Dans cette expression, la non localité peut se voir comme une dépendance en impulsion supplémentaire $\sim \nabla^n$. Ainsi, d'une manière générale, les termes non locaux sont nécessaires lorsqu'on a besoin de simuler des caractéristiques relativistes, par exemple, la diffusion à haute énergie et ils doivent être petits pour des calculs à basse énergie.

L'approximation de HF a permis de réduire le problème de plusieurs corps en interaction, à une description de particules non interagissant dans un champ moyen

à un corps auto-cohérent. Dans le cas de cette approche, on voudrait idéalement déduire le potentiel moyen à partir d'une interaction nucléon-nucléon nue. Cependant la présence d'un cœur dur fait diverger le champ moyen HF et rend cette théorie inapplicable en physique nucléaire. La solution pour ce problème consiste à remplacer l'interaction nue par une interaction effective qui tient compte de façon simple des corrélations induites par la forte répulsion à courte distance et des effets du milieu nucléaire (voir §3.1.4 pour le détail).

Pour ce travail nous allons utiliser seulement les interactions effectives à deux corps qui sont construites de manière phénoménologique dans le cadre d'un protocole défini. La forme de ces interactions n'est évidemment pas totalement arbitraire. Des considérations de symétrie la contraignent, la nécessité de reproduire certains effets physique tels que le principe de Pauli, le couplage spin-orbite ou encore la portée finie de l'interaction rendent nécessaires certains termes.

A priori, les paramètres de cette force effective, une fois ajusté, ne sont jamais modifiés ce que laisse une théorie sans aucun paramètre ajustable lors de la confrontation à l'expérience. Les interactions effectives les plus populaires à ce jour sont les forces dites de Skyrme (forces de contact) [63] et de Gogny (portée finie) [64].

2.3.1 Interaction de Skyrme

Les premières interactions effectives de portée nulle datent de 1965-1970 avec l'interaction delta de surface, c'est certainement Skyrme qui a donné la forme la plus simple à utiliser [63], cette forme ayant d'ailleurs pris une réelle importance avec le succès de Vautherin et Brink lors des premières applications aux propriétés des états fondamentaux des noyaux sphériques [65].

Sous sa forme standard la plus utilisée, l'interaction de portée nulle de Skyrme se met sous la forme d'une somme de termes [66] :

$$\begin{aligned}
v_{Skyrme}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta_{12} \\
&+ \frac{t_1}{2}(1 + x_1 P_\sigma)(\mathbf{k}'^2 \delta_{12} + \delta_{12} \mathbf{k}^2) \\
&+ t_2(1 + x_2 P_\sigma) \mathbf{k}' \delta_{12} \mathbf{k} \\
&+ \frac{t_3}{6}(1 + x_3 P_\sigma) \left[\rho\left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2}\right) \right]^\alpha \delta_{12} \\
&+ iW_0 \mathbf{k}' \delta_{12} (\boldsymbol{\sigma}_1 + \boldsymbol{\sigma}_2) \times \mathbf{k} \\
&+ (1 + 2\tau_{1z})(1 + 2\tau_{2z}) \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|},
\end{aligned} \tag{2.48}$$

où

$$\delta_{12} = \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2), \quad \mathbf{k} = -\frac{i}{2}(\nabla_1 - \nabla_2), \quad \mathbf{k}' = \frac{i}{2}(\nabla'_1 - \nabla'_2), \tag{2.49}$$

où \mathbf{k} est l'opérateur de l'impulsion relative agissant à droite, tandis que \mathbf{k}' est son hermitique conjugué agissant à gauche. L'opérateur d'échange de spin P_σ est défini par :

$$P_\sigma = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\sigma}_1 \cdot \boldsymbol{\sigma}_2). \tag{2.50}$$

Les trois premiers termes de l'équation (2.48) représentent la partie centrale de la force, le quatrième est le terme dépendant de la densité, le cinquième est un terme spin-orbite de portée nulle et le sixième l'interaction coulombienne entre les protons ($\tau_z = -1$ pour les protons et 1 pour les neutrons). La présence des termes de contact δ_{12} simplifie considérablement les expressions du champ moyen à l'approximation HF. En particulier le champ d'échange n'a pas à être calculé, il est égal au champ direct.

La dépendance en densité de l'interaction va induire un terme supplémentaire aux équations HF ci-dessus, parce que la dérivée de l'élément de matrice de l'interaction par rapport à la densité est non nulle ; ce terme est simplement une conséquence du caractère variationnel de la méthode. Il traduit le fait que l'interaction elle-même change si on ajoute ou enlève un nucléon, c'est-à-dire la dépendance du milieu. Ce terme constitue le potentiel de réarrangement et joue un rôle essentiel quant aux propriétés de saturation de la matière nucléaire, à la reproduction des densités dans les noyaux lourds et à l'accord entre les énergies individuelles théoriques et les énergies de séparation [52, 66].

Depuis les premières paramétrisations de Vautherin et Brink, la plupart des auteurs ont exigé une bonne description des propriétés des états fondamentaux des noyaux [67]. Après ces premières investigations, il est apparu indispensable de prendre en compte un certain nombre de nouvelles données expérimentales concernant le fluide nucléaire, c'est ainsi que de nouvelles paramétrisations ont été construites pour décrire les propriétés des états excités des noyaux [68–70], les résonances géantes [71], les barrières de fission dans la région des actinides [72–74], les distributions de charge des noyaux sphériques [70], les déplacements d'énergie coulombienne [75, 76], les propriétés des étoiles à neutrons [77], les corrélations d'appariement dans un traitement de type Hartree-Fock-Bogolyubov [78], approche qui vient d'être récemment utilisée pour étudier les lignes d'instabilité (drip line) neutron et proton [79]. Des travaux plus spécifiques ont porté sur les instabilités de spin ou d'isospin de certaines paramétrisations en s'intéressant aux paramètres de Landau-Migdal [80] ou en élaborant des conditions particulières [81]. Des ajustements systématiques ont également été réalisés dans le but d'étudier les corrélations qui existent dans les états fondamentaux des noyaux [82]. Sans être exhaustive cette liste traduit bien la facilité avec laquelle on peut s'adapter à des conditions d'études particulières en utilisant ce type d'interaction effective de portée nulle.

Avec l'interaction de Skyrme, la partie radiale de l'équation intégral-différentielle de HF (2.43) peut s'écrire sous la forme de l'équation de Schrödinger, décrivant le mouvement de nucléon avec une masse effective $m_q^*(r)$:

$$\begin{aligned} & \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \left[-\frac{d^2}{dr^2} u_{q,i}(r) + \frac{l_i(l_i + 1)}{r^2} u_{q,i}(r) \right] - \left[\frac{d}{dr} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right] \left[\frac{d}{dr} u_{q,i}(r) \right] \\ & + \left\{ U_q(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} + \frac{1}{r} W_q(r) \langle \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle \right\} u_{q,i}(r) = e_{q,i} u_{q,i}(r), \end{aligned} \quad (2.51)$$

où

$$\begin{aligned} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} &= \frac{\hbar^2}{2m} + \frac{1}{8} [t_1(2+x_1) + t_2(2+x_2)] \rho(r) \\ &\quad - \frac{1}{8} [t_1(1+2x_1) + t_2(1+2x_2)] \rho_q(r), \end{aligned} \quad (2.52)$$

avec le terme nucléaire central :

$$\begin{aligned} U_q(r) &= t_0 \left[\left(1 + \frac{x_0}{2}\right) \rho(r) - \left(x_0 + \frac{1}{2}\right) \rho_q(r) \right] \\ &\quad + \frac{t_1}{4} \left[\left(1 + \frac{x_1}{2}\right) (\tau(r) - \frac{3}{2} \Delta \rho(r)) - \left(x_1 + \frac{1}{2}\right) (\tau_q(r) - \frac{3}{2} \Delta \rho_q(r)) \right] \\ &\quad + \frac{t_2}{4} \left[\left(1 + \frac{x_2}{2}\right) (\tau(r) + \frac{1}{2} \Delta \rho(r)) + \left(x_2 + \frac{1}{2}\right) (\tau_q(r) + \frac{1}{2} \Delta \rho_q(r)) \right] \\ &\quad + \frac{t_3}{12} \left\{ \left(1 + \frac{x_3}{2}\right) (2+\alpha) \rho(r)^{\alpha+1} - \left(x_3 + \frac{1}{2}\right) \left[2\rho^\alpha(r) \rho_q(r) + \alpha \rho^{\alpha-1} \sum_{q'} \rho_{q'}^2(r) \right] \right\} \\ &\quad - \frac{W_0}{2} \left\{ \frac{1}{r} [J(r) + J_q(r)] + \frac{1}{2} \frac{d}{dr} [J(r) + J_q(r)] \right\}, \end{aligned} \quad (2.53)$$

et le terme spin-orbite² :

$$W_q(r) = -\frac{1}{8} (t_1 x_1 + t_2 x_2) J(r) + \frac{1}{8} (t_1 - t_2) J_q(r) + \frac{1}{2} W_0 \frac{d}{dr} [\rho(r) + \rho_q(r)]. \quad (2.54)$$

Le terme coulombien est bien connu. Cependant, sa portée est infinie, le traitement exact du terme d'échange sera sacrifié tous les avantages de l'interaction de Skyrme. Comme la contribution du terme Coulomb d'échange est petite, ce terme est souvent évaluée avec l'approximation de Slater, on obtient alors le potentiel coulombien de forme³ :

$$V_{coul}(\mathbf{r}) = \frac{e^2}{2} \int \frac{\rho_p(r') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{e^2}{2} \left(\frac{3}{\pi} \rho_p(r) \right)^{1/3}. \quad (2.55)$$

Les densités totales sont définies comme $\rho = \rho_p + \rho_n$, $\tau = \tau_p + \tau_n$, $J = J_p + J_n$ et de même pour $\Delta\rho$. Les densités locales neutron et proton sont définies comme :

$$\rho_q(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_i u_{q,i}^2(r) n_i, \quad (2.56)$$

il en est de même pour les densités d'énergie cinétique :

$$\tau_q(r) = \frac{1}{4\pi r^2} \sum_i \left\{ \left[\frac{d}{dr} u_{q,i}(r) - \frac{u_{q,i}(r)}{r} \right]^2 + \frac{l_i(l_i+1)}{r^2} u_{q,i}^2(r) \right\} n_i, \quad (2.57)$$

2. Ce terme ne correspond pas vraiment au potentiel qui résulte de l'interaction spin-orbite dans l'équation (2.48) mais seulement le coefficient du couplage $\langle \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle$ dans l'équation (2.52).

3. La partie radiale du terme Coulomb direct est donnée dans la sous-section suivante.

et pour les densités de spin :

$$J_q(r) = \frac{1}{4\pi r^3} \sum_i \left[j_i(j_i + 1) - l_i(l_i + 1) - \frac{3}{4} \right] u_{q,i}(r) n_i. \quad (2.58)$$

Grâce à la nullité de la portée de l'interaction de Skyrme, l'équation (2.43) peut s'écrire sous la forme locale [53] :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left\{ -\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l_i(l_i + 1)}{r^2} + U_{q,i}^{LE}(r, \epsilon_{q,i}) \right\} u_{q,i}^L(r) = \epsilon_{q,i} u_{q,i}^L(r), \quad (2.59)$$

où $U_{q,i}^{LE}$ est le potentiel local équivalent, dépendant en énergie. Ce potentiel est donné par :

$$\begin{aligned} U_{q,i}^{LE}(r, \epsilon_{q,i}) &= \frac{m_q^*(r)}{m} \left[U_q(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} + \frac{1}{r} W_q(r) \langle \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle + \frac{1}{2} \left(\frac{d^2}{dr^2} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right) \right. \\ &\quad \left. - \frac{2m_q^*(r)}{\hbar^2} \left(\frac{d}{dr} \frac{\hbar^2}{2m_q^*(r)} \right)^2 \right] + \left[1 - \frac{m_q^*(r)}{m} \right] \epsilon_{q,i}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Comme nous le verrons plus loin, le potentiel local est une exigence fondamentale pour le calcul de la correction due au défaut du recouvrement des fonctions d'onde radiales. De plus, le potentiel local équivalent permet de faciliter la comparaison entre le champs moyen schématique et le champ moyen auto-cohérent [53].

La fonction d'onde radiale $u_{q,i}$ est déterminée par :

$$u_{q,i}(r) = \sqrt{\frac{m_q^*(r)}{m}} u_{q,i}^L(r), \quad (2.61)$$

où $\sqrt{m_q^*(r)/m}$ est un facteur d'amortissement représentant la non-localité du champ moyen de Skyrme. Cet effet est connu sous le nom d'*Effet de Perey* [83].

À la limite des grands r , le facteur d'amortissement tend vers l'unité. On obtient alors les propriétés :

$$\begin{aligned} m_q^*(r \rightarrow \infty) &= m, \\ U_{q,i}^{LE}(r \rightarrow \infty) &= U_q(r \rightarrow \infty), \\ u_{q,i}(r \rightarrow \infty) &= u_{q,i}^L(r \rightarrow \infty). \end{aligned} \quad (2.62)$$

On conclut que pour ce type d'interaction, l'effet de Perey se manifeste préférentiellement à l'intérieur du noyau.

2.3.2 Interaction de Gogny

À partir des années 60 et jusqu'à nos jours, depuis les forces du type Brink-Boeker [84], jusqu'à la force de Gogny [85], l'interaction effective de portée finie est probablement la plus étudiée parce que peut-être la plus naturelle. La portée finie permet en effet une meilleure simulation des longue et moyenne portées de l'interaction NN réaliste. La force de Gogny se présente sous la forme d'une somme de Gaussiennes avec une dépendance en densité et un terme spin-orbite de portée nulle :

$$\begin{aligned}
v_{Gogny}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \sum_{\zeta=1}^2 e^{-(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 / \mu_\zeta^2} (W_\zeta + B_\zeta \hat{P}_\sigma - H_\zeta \hat{P}_\tau - M_\zeta \hat{P}_\sigma \hat{P}_\tau) \\
&+ \frac{t_3}{6} (1 + x_0 \hat{P}_\sigma) \left[\rho \left(\frac{\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2}{2} \right) \right]^\alpha \delta_{12} \\
&+ i W_{LS} \mathbf{k}' \delta_{12} (\hat{\boldsymbol{\sigma}}_1 + \hat{\boldsymbol{\sigma}}_2) \times \mathbf{k} \\
&+ (1 + 2\tau_{1z})(1 + 2\tau_{2z}) \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|},
\end{aligned} \tag{2.63}$$

où P_τ est l'opérateur d'échange d'isospin de deux nucléons. La différence essentielle entre cette interaction et celle de Skyrme est que la partie centrale de l'interaction de Gogny est de portée finie. Grâce à cette propriété, les paramètres de l'interaction ont pu être ajustés de façon à reproduire non seulement les propriétés globales des noyaux liées au champ moyen mais également l'intensité des corrélations d'appariement qui existent entre les nucléons. Celles-ci jouent en effet un rôle fondamental dans la structure des noyaux et doivent pratiquement toujours être prises en compte. Dans le cas de la force de Skyrme, les corrélations d'appariement sont habituellement évaluées en ajoutant à l'hamiltonien une force résiduelle d'appariement, dont l'intensité est déterminée au moyen d'un paramètre empirique qui dépend du noyau traité, de la déformation nucléaire envisagée, etc. Rappelons qu'à cet égard une force à deux corps de portée nulle conduit à des corrélations d'appariement dont l'intensité est soit nulle soit infinie. Il résulte de ceci qu'il n'est possible de donner une description entièrement microscopique de l'appariement qu'avec une interaction de portée finie.

À titre d'exemple, nous présentons les différentes quantités qui ont été ajustées afin de déterminer la paramétrisation d'origine de l'interaction de Gogny [85], cette paramétrisation est notée D1. Ces quantités concernent les propriétés :

- a) de la matière nucléaire infinie : point de saturation E/A et k_F , incompressibilité K_∞ , paramètre d'asymétrie a_τ .
- b) de matière nucléaire semi-infinie : coefficient de surface a_s .
- c) de quelques noyaux : l'énergie de liaison et le rayon de l' ^{16}O et du ^{90}Zr .

- d) la différence de l'énergie entre les niveaux $1p_{1/2}$ et $1p_{3/2}$ dans l' ^{16}O (afin de déterminer l'intensité de l'interaction spin-orbite).
- e) d'un élément de matrice du type $\langle S = 0; T = 1 | v_{\text{Gogny}} | S = 0; T = 1 \rangle$ pris entre des états de l'oscillateur harmonique de deux nucléons couplés à un spin total 0 et à un isospin total 1. Cet élément de matrice gouverne les propriétés d'appariement de la force. Il est contraint à être négatif (attractif) et sa valeur est déterminée de façon à retrouver les différences de masses pair-impair dans quelques isotopes de l'étain.

Plus récent, la paramétrisation D1S ajuste le terme de surface pour reproduire correctement les barrières de fission des actinides [86]. En dépit des nombreux avantages de cette nouvelle paramétrisation par rapport à D1, il a été observé que la version D1S est encore incapable de reproduire l'équation de l'état (EOS) de la matière neutronique. Pour surmonter ce problème, la force de Gogny a été réajustée pour reproduire EOS dans la description de Friedman-Pandharipande [87]. Résultent de cet ajustement les paramétrisations D1N [87] et D1M [88].

Il faut rappeler ici que des calculs avec la force de Gogny sont relativement lourds par rapport aux calculs avec la force de Skyrme, surtout pour des calculs de type HFB. Ceci est dû à la présence des termes d'échange non-locaux à cause de la portée finie de l'interaction.

Afin de séparer les éléments de matrice en parties radiale et angulaire, on utilise la décomposition multipolaire des composantes de portée finie (les gaussiennes) et de portée infinie (l'interaction coulombienne) de la manière suivante [89],

$$e^{-(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 / \mu_\zeta^2} = \sum_{LM} \frac{4\pi}{2L+1} v_L^\zeta(r_1, r_2) Y_L^{M*}(\boldsymbol{\Omega}_1) Y_L^M(\boldsymbol{\Omega}_2), \quad (2.64)$$

où nous avons posé,

$$\begin{aligned} v_L^\zeta(r_1, r_2) &= \frac{2L+1}{2} \int_{-1}^{+1} e^{-(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2 / \mu_\zeta^2} P_L(\cos\omega_{12}) d(\cos\omega_{12}) \\ &= i^{-L} \cdot j_L \left(2i \frac{r_1 r_2}{\mu_\zeta^2} \right) \cdot e^{-\frac{r_1^2 + r_2^2}{\mu_\zeta^2}}, \end{aligned} \quad (2.65)$$

où $P_L(\cos\omega_{12})$ sont les polynômes de Legendre, ω_{12} est l'angle entre le vecteur \mathbf{r}_1 et \mathbf{r}_2 , et j_L désignent les fonctions de Bessel sphériques. Elles sont définies par :

$$\begin{aligned} j_L(ix) &= \frac{1}{2i^L} \int_{-1}^{+1} e^{ixt} P_L(t) dt \\ &= \frac{i^L}{2} \frac{(x/2)^L}{L!} \int_{-1}^{+1} e^{-xt} (1-t^2)^L dt. \end{aligned} \quad (2.66)$$

De même, l'interaction coulombienne s'évalue en utilisant le développement de $1/|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$. On obtient alors le coefficient multipolaire, $v_L^{\text{coul}}(r_1, r_2)$:

$$v_L^{\text{coul}}(r_1, r_2) = \frac{r_{<}^L}{r_{>}^{L+1}}, \quad (2.67)$$

où $r_>$ est le plus grand de r_1 et r_2 , $r_<$ est le plus petit de r_1 et r_2 .

En insérant ces interactions à l'équation HF (2.43) et en intégrant sur toutes les variables angulaires, on aboutira à l'équation radiale intégral-différentielle :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l_i(l_i + 1)}{r^2} + U_q^L(r) \right] u_{q,i}(r) + \int_0^\infty U_{q,i}^{NL}(r, r') u_{q,i}(r') dr' = \epsilon_{q,i} u_{q,i}(r). \quad (2.68)$$

Le potentiel local est la somme du terme direct de la partie centrale de l'interaction (les gaussiens), du terme provenant de la dépendance de la densité, du terme provenant du couplage spin-orbite et du terme direct de l'interaction coulombienne :

$$U_q^L(r) = U_q^D(r) + U_q^{DD}(r) + U_q^{LS}(r) + \delta_{q,p} U^{DC}(r), \quad (2.69)$$

le terme direct de la force de Gogny, $U_q^D(r)$ est donné par :

$$U_q^D(r) = \sum_{\zeta i q'} \sqrt{2j_i + 1} \left(W_\zeta + \frac{B_\zeta}{2} - H_\zeta \delta_{q,q'} - \frac{M_\zeta}{2} \delta_{q,q'} \right) \int u_{q',i}^2(r') v_0^\zeta(r, r') r'^2 dr'. \quad (2.70)$$

Le terme dépendant de la densité $U_q^{DD}(r)$ a la même forme que celui utilisé avec la force de Skyrme, donc sa contribution est bien connue [65] :

$$U_q^{DD}(r) = \frac{t_0}{4} [(2 + x_0)(2 + \alpha) \rho^{\alpha+1}(r)] - \frac{t_0}{4} (2x_0 + 1) \{ 2\rho^\alpha(r) \rho_q(r) + \alpha \rho^{\alpha+1}(r) [\rho_p^2(r) + \rho_n^2(r)] \}. \quad (2.71)$$

De façon similaire, la contribution de l'interaction spin-orbite de portée nulle est facilement dérivée. Le résultat est [65] :

$$U_q^{LS}(r) = W_0 \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} [\rho(r) + \rho_q(r)] \langle \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \rangle - \left[\frac{1}{r} J(r) + J'(r) + \frac{1}{r} J_q(r) + J'_q(r) \right] \right\}, \quad (2.72)$$

La contribution de l'interaction coulombienne est évaluée de la même manière que la partie centrale, on obtient :

$$U^{DC}(r) = e^2 \sum_{i q'} \delta_{q',p} (2j_i + 1) \int_0^\infty u_{q',i}^2(r') v_0^{coul}(r, r') r'^2 dr', \quad (2.73)$$

Le potentiel non local $U_q^{NL}(r)$ est dépendant non seulement de la projection d'isospin mais aussi des autres nombres quantiques de l'état considéré. L'interaction spin-orbite et le terme de dépendance en densités ont de portée nulle, ils ne contribuent pas au potentiel non local, seulement la contribution du terme central et coulombien est présente dans cette partie,

$$U_{q,i}^{NL}(r, r') = U_{q,i}^E(r, r') + \delta_{q,p} U_i^{EC}(r, r'), \quad (2.74)$$

Pour le terme d'échange de la force de Gogny, on a :

$$\begin{aligned}
U_{q,i}^E(r, r') &= \sum_{\zeta L j q'} \sqrt{2j_j + 1} u_{q',j}(r) u_{q',j}(r') v_L^\zeta(r, r') \begin{pmatrix} l_i & l_j & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&\times \left[\sqrt{2l_j + 1} \sqrt{2l_i + 1} \begin{Bmatrix} l_i & j_i & 1/2 \\ j_j & l_j & L \end{Bmatrix} (W_\zeta \delta_{q,q'} - H_\zeta) + B_\zeta \delta_{q,q'} - M_\zeta \right], \tag{2.75}
\end{aligned}$$

dans les expressions ci-dessus, L désigne le moment orbital total de deux nucléons interagissant et M sa projection sur l'axe z . Les règles de sélection des symboles de Wigner [90] imposent que les valeurs de L soient des entiers positifs ou nuls tels que $|l_i - l_j| \leq L \leq l_i + l_j$.

Pour le terme Coulomb d'échange, on a :

$$\begin{aligned}
U_i^{EC}(r, r') &= e^2 \sum_{j L q'} \delta_{q',p} (2l_i + 1)(2l_j + 1)(2j_j + 1) u_{q',j}(r) u_{q',j}(r') \\
&\times v_L^{coul}(r, r') \begin{pmatrix} l_i & l_j & L \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{Bmatrix} l_i & j_i & 1/2 \\ j_j & l_j & L \end{Bmatrix}^2. \tag{2.76}
\end{aligned}$$

À l'aide de la transformation de Fourier, on sait que la forme gaussienne de l'interaction de Gogny est une série en puissance de l'impulsion, tandis que l'interaction de Skyrme prend en compte seulement jusqu'au terme quadratique. Cette force de portée zéro est donc irréaliste pour décrire les phénomènes de haute impulsion de transfert et n'est pas convenable pour la discussion des effets de second ordre.

Cependant, à cause de la portée non nulle de la force de Gogny, le potentiel local équivalent notre intérêt central, ne pourrait pas dériver de façon simple comme avec la force de Skyrme. Une méthode introduite pour dériver numériquement ce potentiel consistait à réécrire l'équation intégral-différentielle (2.68) sous une forme locale *triviale* suivante,

$$\frac{\hbar^2}{2m} \left[-\frac{d^2}{dr^2} + \frac{l_i(l_i + 1)}{r^2} + U_q^L(r) + U_{q,i}^{TEL}(r, \epsilon_{q,i}) \right] u_{q,i}(r) = \epsilon_{q,i} u_{q,i}(r), \tag{2.77}$$

où $U_{q,i}^{TEL}(r, \epsilon_{q,i})$ est un potentiel trivial local équivalent, défini par

$$U_{q,i}^{TEL}(r, \epsilon_{q,i}) = \frac{1}{u_{q,i}(r)} \int_0^\infty U_{q,i}^{NL}(r, r') u_{q,i}(r') dr'. \tag{2.78}$$

Apparemment, le problème est alors que le potentiel $U_{q,i}^{TEL}(r, \epsilon_{q,i})$ diverge à chaque nœud de la fonction d'onde radiale $u_{q,i}(r)$, donc les méthodes usuelles ne sont pas applicables. Pour surmonter ce problème, l'équation (2.77) doit être résolue par une méthode double itérative. La seconde itération est introduite pour régulariser le potentiel (2.78) aux voisinage de chaque divergence. Cependant, cette méthode présente les désavantages d'être compliquée, peu précise et instable.

2.4 Correction du centre de masse

Dans un problème de physique nucléaire où le nombre de particules est trop grand pour que l'on puisse traiter le problème entier dans un système de coordonnées exclusivement intrinsèque, les nucléons sont généralement repérés par leur position \mathbf{r}_i par rapport à une origine arbitraire fixe O . Les moments conjugués de ces variables sont notés \mathbf{p}_i . Supposons que dans ce système de coordonnées, l'hamiltonien total du système de A nucléons s'écrit :

$$H = \sum_i^A \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \sum_{i < j}^A V(i, j). \quad (2.79)$$

Cet hamiltonien décrit un système à $3A$ degrés de liberté (sans compter les degrés de liberté de spin et d'isospin), incluant donc ceux du centre de masse. En définissant l'impulsion totale,

$$\mathbf{P}_{CM} = \sum_i^A \mathbf{p}_i, \quad (2.80)$$

qui est la variable conjuguée de la position du centre de masse, définie par :

$$\mathbf{R}_{CM} = \frac{1}{A} \sum_i^A \mathbf{r}_i. \quad (2.81)$$

Fondamentalement, l'interaction nucléaire $V(i, j)$ doit être invariante sous translation, donc on peut écrire l'hamiltonien (2.79) sous la forme suivante :

$$H = \frac{\mathbf{P}_{CM}^2}{2mA} + H_{int}, \quad (2.82)$$

où H_{int} est l'hamiltonien intrinsèque du système de A nucléons, indépendant du référentiel. Dans tout calcul de physique nucléaire, H_{int} est le seul hamiltonien dont les vecteurs et valeurs propres sont d'un intérêt, car il décrit un système quantique intrinsèque, et non son mouvement global relativement à un hypothétique laboratoire. Comme nous l'avons vu, l'hamiltonien total peut se scinder en un hamiltonien à un corps (construit à partir de l'approximation de particules indépendantes), et un hamiltonien à deux corps (correspondant à l'interaction résiduelle). Le fait de fixer l'origine du champ moyen brise l'invariance par translation de l'hamiltonien, et le centre de masse peut admettre des états d'excitation non-physiques (ou spurieux) se mélangeant aux états d'excitation intrinsèques.

Il existe nombre de systèmes de coordonnées, tels que les coordonnées de Jacobi, permettant de mener à bien des calculs dans le référentiel du centre de masse [52]. Afin d'illustrer notre problème, nous choisissons ici un ensemble de coordonnées relatives, peu approprié pour un calcul pratique, mais plus parlant dans un contexte de champ moyen. Nous définissons ces coordonnées de la manière suivante :

$$\boldsymbol{\rho}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_{CM}. \quad (2.83)$$

Ces coordonnées décrivent donc un système à $3A - 3$ degrés de liberté. On peut en effet construire $A - 1$ combinaisons linéaires indépendantes à partir des A vecteurs

ρ_i (leur somme étant nulle). Considérons alors un état à A corps $|\Psi\rangle$, propre de H . Selon l'équation (2.82), cet état peut se factoriser comme suit,

$$|\Psi\rangle = |\Psi^{CM}\rangle |\Psi^{int}\rangle, \quad (2.84)$$

où $|\Psi^{CM}\rangle$ est l'état du centre de masse, et $|\Psi^{int}\rangle$ est l'état intrinsèque du système.

Puisque \mathbf{R}_{CM} est symétrique par toute permutation, l'antisymétrie de la fonction d'onde totale est contenue dans la partie intrinsèque. Nous supposons alors que l'état intrinsèque $|\Psi^{int}\rangle$ est décomposé en une combinaison linéaire de déterminants de Slater à A états individuels calculés à partir d'un champ moyen dont l'origine est fixée. Cependant, après suppression des états non-physiques du centre de masse, nous supposons que cette origine coïncide avec la position du centre de masse du système. Dans le cadre de cette approximation, les fonctions d'onde individuelles sont supposées admettre la représentation (2.8) dans le système de coordonnées (2.83).

En pratique, la séparation de la contribution spurieuse du centre de masse est un problème complexe, seul dans le cas particulier, où le potentiel du champ moyen est un oscillateur harmonique, on peut la faire analytiquement :

$$\frac{1}{2}m\omega^2 \sum_i^A \mathbf{r}_i^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 \sum_i^A \rho_i^2 + \frac{1}{2}mA\omega^2 \mathbf{R}_{CM}^2. \quad (2.85)$$

Dans ce cas l'hamiltonien du centre de masse devient :

$$H_{CM} = \frac{\mathbf{P}_{CM}^2}{2mA} + \frac{1}{2}mA\omega^2 \mathbf{R}_{CM}^2. \quad (2.86)$$

Cet opérateur prendra les valeurs propres :

$$\langle \Psi | H_{CM} | \Psi \rangle = \hbar\omega \left(\frac{3}{2} + N_{spur} \right), \quad (2.87)$$

où N_{spur} représente le nombre d'excitations du centre de masse. En réalité, le noyau est un système quantique isolé, il n'est pas confiné dans un potentiel. Autrement dit, les états dans lesquels N_{spur} est non nul ne représentent pas des excitations internes du noyau, ils sont dus aux erreurs de modélisation : ce sont des états spurieux.

Cette méthode de séparation est généralement inapplicable pour les potentiels réalistes.

Supposons maintenant que la particule A se trouve très éloignée des $A-1$ autres particules que l'on suppose confinées dans une région très localisée. En utilisant une terminologie propre à la théorie des partitions, nous dirons que le système est composé de deux fragments : le fragment constitué des particules $(1, 2, \dots, A-1)$, et le fragment constitué de la particule A . Nous pouvons alors raisonnablement penser que la particule A contribue peu (ou pas) au champ moyen ressenti par les autres particules. L'origine de ce champ moyen est alors déplacée dans une région voisine au centre de masse du fragment $(1, 2, \dots, A-1)$. La position du centre de masse \mathbf{R}_T du fragment $(1, 2, \dots, A-1)$ et son impulsion conjuguée \mathbf{P}_T sont respectivement définis par,

$$\mathbf{R}_T = \frac{1}{A-1} \sum_i^{A-1} \mathbf{r}_i, \quad (2.88)$$

et

$$\mathbf{P}_T = \sum_i^{A-1} \mathbf{p}_i. \quad (2.89)$$

De même qu'en (2.83) nous pouvons définir les coordonnées intrinsèques au fragment $(1, 2, \dots, A-1)$,

$$\mathbf{x}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{R}_T. \quad (2.90)$$

L'hamiltonien total peut alors se diviser de la manière suivante,

$$H = \frac{\mathbf{P}_T^2}{2m(A-1)} + H_T^{int} + \frac{\mathbf{p}_A^2}{2m} + \sum_i^{A-1} V(A, i), \quad (2.91)$$

où H_T^{int} est l'hamiltonien intrinsèque du fragment $(1, 2, \dots, A-1)$, à $3(A-1) - 3$ degrés de liberté.

Si nous notons \mathbf{r} la coordonnée relative séparant la particule A du centre de masse des $A-1$ autres particules, et \mathbf{p} l'impulsion conjugué de cette variable, alors l'hamiltonien (2.91) peut s'écrire de manière à faire apparaître le mouvement du centre de masse total,

$$H = \frac{\mathbf{P}_{CM}^2}{2mA} + H_T^{int} + \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + \sum_i^{A-1} V(A, i), \quad (2.92)$$

où

$$\mu = m \frac{A-1}{A}, \quad (2.93)$$

est la masse réduite entre la particule A et le fragment $(1, 2, \dots, A-1)$. Après suppression de l'hamiltonien du centre de masse, nous obtenons l'hamiltonien intrinsèque,

$$H_{int} = H_T^{int} + \frac{\mathbf{p}^2}{2\mu} + \sum_i^{A-1} V(A, i). \quad (2.94)$$

Si l'on s'intéresse seulement à des états individuels de particule A , il est suffisant de négliger la structure intrinsèque du fragment de $A-1$ nucléons ($H_T^{int} = 0$) et donc le terme d'interaction $\sum_i^{A-1} V(A, i)$ se réduit à un potentiel qui ne dépend que des coordonnées relatives entre la particule A et le fragment $(1, 2, \dots, A-1)$. Cette méthode est souvent utilisée pour étudier des diffusions dans le cadre du modèle optique, pour laquelle l'hypothèse à deux fragments est totalement justifiée. Grâce à sa simplicité, cette méthode est quand même utilisée pour la description de la structure, par exemple le potentiel de Woods-Saxon [57], cependant, cette situation peut être moins compatible avec la conception à deux fragments.

Dans un calcul auto-cohérent, le mouvement du centre de masse est habituellement supprimé en remplaçant, dans l'hamiltonien H (2.79), l'opérateur énergie cinétique T par [91] :

$$T - \frac{\mathbf{P}_{CM}^2}{2mA} = T - \frac{(\sum_i^A \mathbf{p}_i)^2}{2mA} = T - \frac{1}{2mA} \left[\sum_i^A \mathbf{p}_i^2 + \sum_{i \neq j}^A \mathbf{p}_i \cdot \mathbf{p}_j \right] \quad (2.95)$$

Traditionnellement, seul le terme à un corps de l'équation (2.95) est pris en compte essentiellement pour d'anciennes raisons de temps de traitement numérique des équations HF puisque ceci conduit simplement à l'addition d'une correction $-1/A$ au terme d'énergie cinétique. Le second terme est un terme à deux corps plus difficile à mettre en œuvre, sa partie directe est nulle et seul le terme d'échange contribue à la correction générale.

2.5 Insuffisance de l'approximation de particules indépendantes

Pour illustrer l'insuffisance de l'approximation de particules indépendantes, considérons le remplissage des niveaux dans l'état fondamental Φ et dans un état excité à une particule-un trou Φ^{pt} d'un noyau *magique*. Le premier état a pour énergie E_0 et le second $E_0 + \Delta$, où $\Delta = \epsilon_p - \epsilon_t$ est l'énergie nécessaire pour transférer un nucléon du niveau t au niveau p . Dans le cas d'un noyau magique, Δ est au moins égale à la différence en énergie séparant deux couches majeures, c'est-à-dire typiquement 4 à 6 MeV. Φ est donc très loin d'être dégénéré avec les différents états excités à une particule-un trou, et, a fortiori avec ceux à deux particules-deux trous, trois particules-trois trous, etc... Au contraire, dans un noyau aux couches ouvertes, Δ est beaucoup plus petit, généralement moins de 1 MeV. Il peut même s'annuler. Il s'ensuit que Φ et certains des états Φ^{pt} ont des énergies proches, voire identique. Ces états peuvent alors être couplés par l'interaction résiduelle qui reste entre les nucléons une fois que l'on a tenu compte du champ moyen (celle-ci est de l'ordre de 2 MeV).

Étant donné que la plupart des noyaux sont non magiques, il est donc pratiquement toujours nécessaire de prendre en compte l'interaction résiduelle entre les nucléons. On peut formellement obtenir les vrais états Ψ et les vrais énergies E en diagonalisant l'hamiltonien exact H (comme défini dans l'équation (2.11)) dans la base constituée de Φ et de l'ensemble des états excités à n particules- n trous. Le résultat dépend de l'intensité du couplage introduit par les éléments de matrice de l'interaction résiduelle V_{res} comparé aux énergies d'excitation des différents états. Dans le cas d'un noyau magique, ce couplage est faible et $\Psi \simeq \Phi$, $E \simeq E_0$. Φ et E_0 sont alors de bonnes approximations de l'état fondamental et de l'énergie totale du noyau. Au contraire, dans un noyau non magique, V_{res} couple fortement Φ et les états excités de basse énergie, de sorte que Ψ est une superposition de ces différents états. L'énergie E diffère alors notablement de E_0 . Les détails de cette méthode seront donnés dans le chapitre suivant.

Chapitre 3

Modèle en couches

Le modèle en couches est l'un des outils les plus puissants pour donner une description quantitative des états nucléaires à basse énergie. Le problème nucléaire à A -corps en interaction est résolu par la diagonalisation de l'hamiltonien complet dans une base à symétrie sphérique des états de particules indépendantes. Due à la présence de l'interaction résiduelle, les états nucléaires à A -corps sont obtenus sous forme de combinaisons linéaires des états propres de l'hamiltonien de A particules indépendantes, d'où le terme *les états du mélange des configurations*. Les deux ingrédients principaux de tous les calculs du modèle en couches sont l'interaction entre les nucléons et l'espace de configurations pour les particules de valence. En principe on peut soit effectuer des calculs avec l'interaction réaliste dans l'espace de configurations complet ou avec une interaction effective renormalisée dans un espace de configurations tronqué.

Dans ce chapitre, nous rappellerons les principaux éléments du formalisme et discuterons des ingrédients fondamentaux du modèle, des aspects physiques et numériques, ainsi que de méthode pour éliminer la contribution spurieuse du centre de masse. Finalement, nous donnerons une image de la construction de l'interaction effective non conservant d'isospin avec les données des coefficients de l'équation de masse des multiplets isobariques.

3.1 Traitement de l'interaction résiduelle

La théorie du champ moyen ou de particules indépendantes est souvent considérée comme l'approximation à *zéro ordre* du problème microscopique à partir duquel diverses extensions sont possibles. L'approximation est toutefois trop grossière pour décrire en détail la spectroscopie des noyaux. Il faut donc prendre en compte les interactions résiduelles des nucléons entre eux, c'est-à-dire résoudre l'équation complète :

$$H |\Psi_p^\Gamma\rangle = (H_0 + V_{res}) |\Psi_p^\Gamma\rangle = E_p^\Gamma |\Psi_p^\Gamma\rangle, \quad (3.1)$$

où Γ désigne les nombres quantiques ($J^\pi T$) et l'indice p est introduite pour différencier les états de même Γ .

On cherche les solutions Ψ de l'équation (3.1) pour chaque Γ sous la forme

$$|\Psi_p\rangle = \sum_{k=1}^g a_{kp} |\Phi_k\rangle, \quad (p, k = 1, \dots, g), \quad (3.2)$$

où g est la dimension de la base. Les états de base, Φ_k sont des combinaisons linéaires des déterminants de Slater (2.13), couplés aux nombres quantiques Γ .

La condition de normalisation impose alors que

$$\sum_{k=1}^g a_{kp}^2 = 1, \quad \text{avec } p = 1, \dots, g. \quad (3.3)$$

Le terme résiduel V_{res} va mélanger les différentes fonctions Φ ; plus il est petit, et plus les fonctions d'onde Ψ seront proches des états de la base.

L'insertion de l'équation (3.2) dans l'équation de Schrödinger (3.1), conduit à un système d'équations linéaires :

$$\begin{pmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1g} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2g} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{g1} & H_{g2} & \cdots & H_{gg} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{1p} \\ a_{2p} \\ \vdots \\ a_{gp} \end{pmatrix} = E_p \begin{pmatrix} a_{1p} \\ a_{2p} \\ \vdots \\ a_{gp} \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

où H_{lk} sont les éléments de matrice dans la base à A corps de déterminants de Slater : $H_{lk} = \langle \Phi_l | H | \Phi_k \rangle$. Le problème aux valeurs propres pour H se ramène vers la diagonalisation de la matrice d'énergie exprimée dans la base des Φ_k . Les valeurs propres de H , Ψ , sont trouvées sous forme d'un mélange des configurations Φ_k . Par conséquence, le carré de l'amplitude a_{kp} peut être interprété comme la probabilité que le noyau est dans l'état $|\Phi_k\rangle$.

Dans le modèle en couches sans cœur, les valeurs propres de l'hamiltonien à A -corps sont déterminées par une diagonalisation à partir des potentiels nucléon-nucléon nus à deux, et éventuellement à trois corps [92]. Les calculs dans ce modèle décrivent ainsi de façon très fiable la spectroscopie de basse énergie des noyaux. Cependant, ils ont toutefois l'inconvénient d'être très coûteux à mettre en œuvre à cause de la taille des espaces à diagonaliser qui augmente très rapidement avec le nombre de nucléons. Cette stratégie s'avère finalement seulement applicable aux noyaux légers, typiquement jusqu'à $A \sim 13$. Pour pallier à ceci, nous choisissons un sous-ensemble de configurations guidé par des considérations physiques (voir §3.1.1). Pour décrire les propriétés des noyaux à basse énergie, il suffit à considérer le noyau comme un ensemble de A_v nucléons de valence occupant des états dans l'espace du modèle au-delà d'un cœur inerte de $A_c = A - A_v$ nucléons. On peut alors diviser l'espace de Hilbert en trois parties : le cœur inerte où les orbitales sont forcées d'être toujours pleines, l'espace de valence où les orbitales peuvent être occupées par les nucléons de valence et l'espace externe qui est formé des orbitales toujours vides.

3.1.1 Espaces de valence

L'espace de valence doit contenir les degrés de liberté nécessaires à la description de certains états et de leurs propriétés dans un contexte donné. Généralement, le

meilleur résultat est obtenu quand l'espace du modèle est aussi grand que possible, mais comme discuté précédemment, l'augmentation très rapide de la taille de la matrice limite le nombre d'orbitales actives. Il y a donc toujours un compromis entre la précision d'un calcul donné, et sa faisabilité.

La magicité est une critère naturelle qui justifie à priori les coupures de l'espace de Hilbert complet. L'idée de considérer les nucléons qui occupent les orbitales du cœur comme *inactifs* est justifiée par l'existence d'un grand écart en énergie séparant ces orbites de celles immédiatement supérieures. Par exemple, l'écart en énergie entre les sous-couches $1p_{1/2}$ et $1d_{5/2}$ est de 15.66 MeV ($Z = 8$) pour le neutron et de 12.13 MeV ($N = 8$) pour le proton [57]. Un noyau magique est donc un candidat idéal pour le rôle du cœur inerte. C'est pourquoi l'espace de modélisation des calculs de modèle en couches est souvent constitué d'une couche d'oscillateur harmonique (des niveaux individuels placés entre deux nombres magiques). Ce type d'espace de valence est appelé $0\hbar\omega$.

Les orbitales dans une couche de valence sont assez proches en énergie l'une de l'autre, les nucléons qui les occupent peuvent alors interagir via l'interaction résiduelle. Cet effet provoque un mélange des configurations, déformations, superfluide, etc.

Nous examinons quelques cas typiques d'espaces de valence, ainsi que les noyaux qu'ils peuvent décrire :

- L'espace p est formé par les orbitales $1p_{3/2}$ et $1p_{1/2}$ avec le cœur inerte de ${}^4\text{He}$. Cet espace de valence peut décrire les propriétés des noyaux entre ${}^4\text{He}$ et ${}^{16}\text{O}$.
- L'espace sd décrit seulement les états de parité positive des noyaux $8 < (N, Z) < 20$. Cet espace se compose de trois orbitales : $1d_{5/2}$, $2s_{1/2}$ et $1d_{3/2}$, donc le cœur inerte est le ${}^{16}\text{O}$.
- L'espace fp est constitué des quatre orbitales : $1f_{7/2}$, $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$ et $2p_{1/2}$, il est adéquat pour les noyaux entre ${}^{40}\text{Ca}$ et ${}^{80}\text{Zr}$. Son cœur inerte est le ${}^{40}\text{Ca}$.
- En général, l'espace fp ne donne pas de bon résultat pour les noyaux situés dans la partie supérieure de la couche, la raison est que les nucléons qui occupent l'orbitale $2p_{1/2}$ peuvent facilement être excités vers $1g_{9/2}$ parce que l'écart d'énergie entre elles n'est pas assez large. L'espace f_5pg_9 a été construit pour résoudre un tel problème, cet espace se compose de $2p_{3/2}$, $1f_{5/2}$, $2p_{1/2}$ et $1g_{9/2}$ et son cœur inerte est le ${}^{56}\text{Ni}$.

Il est évident que les noyaux doublement magiques et leurs voisins jouent un rôle central dans cette description. Dans le même temps, dans ces espaces de valence, ces noyaux sont représentés par un seul déterminant de Slater. Pour décrire leurs états excités, il faut choisir un autre espace de valence contenant des orbitales de deux couches principales. Ce type d'espace est appelé $N\hbar\omega$. A titre d'exemple, les premier et deuxième états excités de ${}^{16}\text{O}$: 3^- et 0^+ (aux énergies d'excitation environ 6 MeV) peuvent être décrits dans l'espace $(1p_{1/2}, 1d_{5/2}, 2s_{1/2})$ [93]. Lorsque l'espace de valence permet des excitations vers différentes couches d'oscillateur, on doit faire attention à l'apparition des états spurieux d'excitation du centre de masse, s'il n'est pas totalement sous contrôle. Nous reviendrons plus en détail sur ce problème dans §3.2.

3.1.2 Représentations des déterminants de Slater

Les invariances de l'hamiltonien par rotation dans l'espace ordinaire et d'isospin, et par réflexion d'espace font qu'il est possible de segmenter le problème en cherchant séparément les valeurs propres de chaque représentation irréductible du groupe de symétrie qui lui est associé. Il existe par ailleurs différentes manières d'implémenter numériquement le modèle en couches [94], la première est le schéma J^1 , dans laquelle on travaille dans une base à A corps couplée, c'est-à-dire chaque état dans cette base a un bon moment angulaire total J . Cette technique réduit fortement la dimension des matrices d'hamiltonien, mais le calcul des éléments de matrice dans ce schéma est très complexe.

La deuxième est le schéma M , dans lequel la dimension de la base est beaucoup plus grande que celle de la base en schéma J (voir la figure 3.1), les matrices générées ont une taille maximale parce que tous les états possibles sont inclus. La dimension totale est proportionnelle à la combinatoire de Z_v protons distribués dans D_π orbitales et de N_v neutrons distribués dans D_ν orbitales :

$$\binom{D_\pi}{Z_v} \times \binom{D_\nu}{N_v}. \quad (3.5)$$

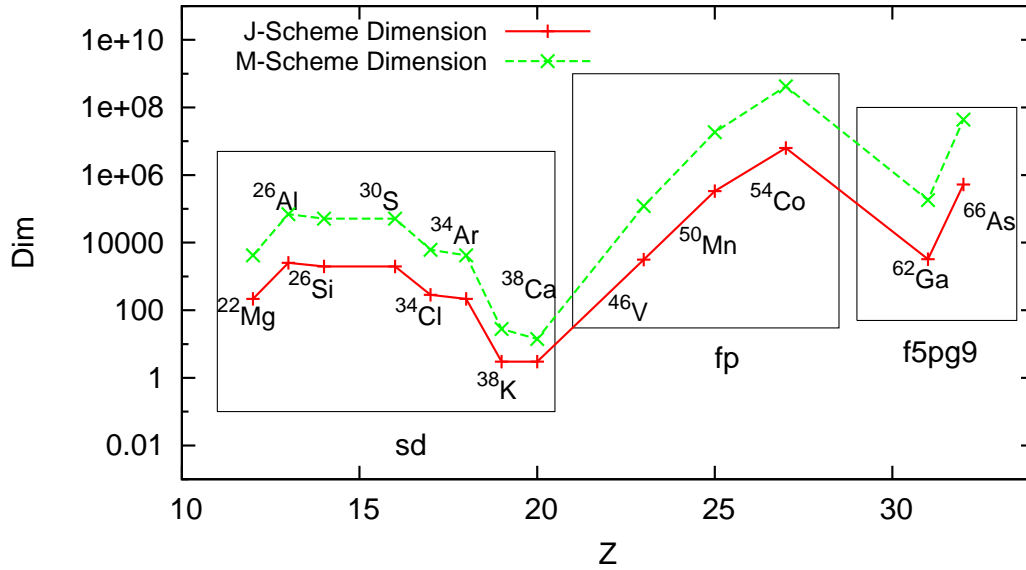


FIGURE 3.1 – La dimension de la matrice d'hamiltonien en schéma J et en schéma M , en fonction de l'espace de valence et du nombre de particule. On regarde ici les états de $J^\pi = 0^+$ des émetteurs de la transition super-permise. Ces informations ont été calculées avec le code NuShellX@MSU [95].

Malgré cet inconvénient, le calcul des éléments de matrice en schéma M est beaucoup plus simple. Chaque déterminant de Slater peut être représenté dans l'ordinateur par un mot binaire, chaque bit désigne un état individuel de valence, il peut

1. Le couplage de l'isospin est tout à fait similaire à celui du moment angulaire, donc on n'a pas besoin de répéter.

alors prendre soit la valeur 1 ou 0, selon si cet état particulier est occupé ou vide. Par conséquence, les éléments de matrice des opérateurs sont calculés simplement par des opérations logiques.

Par construction, les déterminants de Slater et toutes les combinaisons linéaires de ceux-ci ont automatiquement un bon nombre quantique M , associé à l'opérateur de la projection du moment angulaire J_z (voir l'équation (2.14)). Par conséquence, les éléments de matrice $\langle \Phi_i | H | \Phi_j \rangle$ sont nuls si $M_i \neq M_j$. On obtient donc l'hamiltonien qui est diagonale par blocs.

La question suivante est comment construire les états de bon J . Quand un état converge dans la procédure de diagonalisation (voir la section §3.1.3), on sait qu'en général il n'est pas un état propre de l'opérateur \mathbf{J}^2 mais car cet opérateur commute avec l'hamiltonien, il est possible d'obtenir les états propres communs en effectuant des combinaisons linéaires :

$$|\omega JM\rangle = \sum_{\alpha=1}^{d(M)} c_{\alpha} |\alpha M\rangle \quad (3.6)$$

A l'inverse, les états $|\alpha M\rangle$ sont des combinaisons linéaires des états $|\omega JM\rangle$:

$$|\alpha M\rangle = \sum_{J \geq M}^{J_{max}} \sum_{\omega=1}^{D(J)} d_{\omega J} |\omega JM\rangle \quad (3.7)$$

où $d(M)$ et $D(J)$ sont les dimension de la base en schéma M et en schéma J respectivement. En principe, les coefficients c_{α} et $d_{\omega J}$ sont obtenus par la diagonalisation des opérateurs \mathbf{J}^2 dans la base de $\{|\alpha M\rangle\}$ et J_z dans la base de $\{|\omega JM\rangle\}$ respectivement [96].

Alternativement, la combinaison linéaire (3.6) peut être calculée en utilisant la méthode de projection du moment angulaire [97] :

$$P_{J_i} |\alpha M\rangle = \sum_{\omega=1}^{D(J)} d_{\omega J_i} |\omega J_i M\rangle \quad (3.8)$$

où le projecteur P_{J_i} enlève toutes les composantes non désirées avec $J = J_0$ et ne laisse qu'une seule composante avec $J = J_i$:

$$P_{J_i} = \prod_{J=M, J \neq J_i}^{J_{max}} \frac{\mathbf{J}^2 - J_0(J_0 + 1)}{J_i(J_i + 1) - J_0(J_0 + 1)} \quad (3.9)$$

En général, lorsque $D(J) > 1$, les états projetés ne seront pas nécessairement orthogonaux, et ils doivent être orthogonalisés par la procédure d'orthogonalisation de Gram-Schmidt [96].

Il existe des codes qui ont été développés pour le modèle en couches. Les codes qui utilisent le schéma M sont : GLASGOW [96], OXBASH [98], ANTOINE [94, 99], VECASSE [100], MSHELL [101], REDSTICK [102] et NUSHELL@MSU [95]. Les versions des codes en schéma J sont : RITSSCHIL [103], DUPSM [104] et NATHAN [105].

Tous les résultats provenant de la diagonalisation de la matrice d'hamiltonien de cette thèse seront issus du code NUSHELLX@MSU écrit par B.A. Brown and W.D.M. Rae.

3.1.3 Solution de l'équation aux valeurs propres

Dans cette section, nous discutons la résolution par diagonalisation de l'équation (3.4). Typiquement, les matrices de l'hamiltonien du modèle en couches sont de très grande dimension, mais possèdent très peu de coefficients non nuls. Il est donc important de mettre en œuvre des techniques spécifiques pour résoudre ces systèmes en un temps minimal, tout en utilisant un minimum de place mémoire. En pratique, les codes du modèle en couches font pour cela appel à l'algorithme de Lanczos qui est particulièrement performant [106]. Pour dépasser la limite des tailles, les codes doivent être adaptés à un stockage spécifique [94], par exemple, le remplissage des matrices au cours des itérations (*On-the-fly*). Il est ensuite nécessaire de faire appel à des techniques particulières. Par exemple, les techniques de parallélisation, vectorisation, optimisation des entrées-sorties, etc.

L'algorithme de Lanczos est une méthode de projection orthogonale sur un espace de Krylov dans lequel la matrice d'hamiltonien est tridiagonale [107] :

$$\mathcal{H} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & H_{32} & H_{33} & H_{34} & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & H_{n-1n-2} & H_{n-1n-1} & H_{n-1n} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & H_{nn-1} & H_{nn} \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ici, l'indice n désigne la dimension de la base orthonormée de l'espace de Krylov. La matrice de Lanczos (3.10) est construite de manière itérative : d'abord, nous choisissons un vecteur pivot $|\Phi_1\rangle$ normé et appliquons l'opérateur H sur ce vecteur pour obtenir une composante parallèle et une composante orthogonale à $|\Phi_1\rangle$:

$$H|\Phi_1\rangle = H_{11}|\Phi_1\rangle + H_{12}|\Phi_2\rangle, \quad (3.11)$$

où H_{11} est l'élément de matrice diagonal :

$$H_{11} = \langle \Phi_1 | H | \Phi_1 \rangle, \quad (3.12)$$

et la composante orthogonale à $H_{11}|\Phi_1\rangle$ se trouve comme

$$H_{12}|\Phi_2\rangle = H|\Phi_1\rangle - H_{11}|\Phi_1\rangle. \quad (3.13)$$

Pour trouver $|\Phi_2\rangle$, on normalise cette composante. Dans la suite, on cherche $|\Phi_3\rangle$ et on utilise le fait que l'hamiltonien est hermitique, donc $H_{21} = H_{12}$:

$$H|\Phi_2\rangle = H_{21}|\Phi_1\rangle + H_{22}|\Phi_2\rangle + H_{23}|\Phi_3\rangle. \quad (3.14)$$

De la même manière, l'état $|\Phi_{k+1}\rangle$ peut être construit en utilisant les états précédemment construit $|\Phi_{k-1}\rangle$ et $|\Phi_k\rangle$:

$$H|\Phi_k\rangle = H_{kk-1}|\Phi_{k-1}\rangle + H_{kk}|\Phi_k\rangle + H_{kk+1}|\Phi_{k+1}\rangle, \quad (3.15)$$

où

$$H_{ij} = \begin{cases} \langle \Phi_i | H | \Phi_j \rangle = \langle \Phi_j | H | \Phi_i \rangle = H_{ji} \\ 0 \text{ pour } |i - j| > 1. \end{cases} \quad (3.16)$$

La relation (3.16) est une conséquence de l'hermiticité de l'hamiltonien H . Comme la matrice \mathcal{H} est tridiagonale, le calcul des valeurs propres et des états propres peut être effectuée efficacement par des méthodes de diagonalisation standards, par exemple, l'algorithme de QR [107].

Un inconvénient de l'algorithme de Lanczos est la perte rapide d'orthogonalité sur les vecteurs successifs (elle se produit à chaque fois qu'une valeur propre converge), d'où des instabilités numériques. En pratique, pour pouvoir traiter de grands problèmes, il est nécessaire d'utiliser des stratégies de ré-orthogonalisation [96].

3.1.4 Interactions effectives

Une des conséquences de la troncature de l'espace complet est la distinction qu'il faut faire entre les opérateurs exacts et les opérateurs effectifs. Les opérateurs effectifs étant définis de manière pour obtenir les mêmes résultats dans l'espace de configuration tronquée comme les opérateurs originaux dans l'espace de configuration complet. C'est-à-dire qu'il faut imposer la condition :

$$E = \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = \frac{\langle \Psi_M | H_{eff} | \Psi_M \rangle}{\langle \Psi_M | \Psi_M \rangle}, \quad (3.17)$$

où Ψ est la vraie fonction d'onde, Ψ_M est la fonction d'onde du modèle et H_{eff} , l'opérateur du modèle ou l'opérateur effectif agissant uniquement dans l'espace de valence.

Rappelons que l'hamiltonien H est donné par la somme de l'hamiltonien non perturbé H_0 et de l'interaction résiduelle V_{res} . Parmi ces termes, seulement le dernier qui ne peut pas être trivialement déterminé. En fait, le problème de l'obtention des valeurs réalistes pour ce terme est actuellement l'un des objectifs fondamentaux de la recherche de la structure nucléaire. Il existe deux approches différentes pour obtenir l'interaction effective. La première consiste à la construire à partir d'un potentiel nucléon-nucléon, à l'aide de la théorie de perturbation (cf. §3.1.4.1). Cela signifie que la contribution des processus qui se produisent en dehors de l'espace de configuration est considérée comme une perturbation. Une autre approche est l'hypothèse d'une interaction paramétrisée (cf. §3.1.4.2). Dans ce cas, on exprime des éléments de la matrice en termes des paramètres libres. Les valeurs des paramètres sont ensuite ajustées par la technique de χ^2 pour reproduire un grand nombre des données expérimentales.

Dans cette sous-section, nous allons considérer uniquement le cas des interactions effectives. En général, les opérateurs associés aux autres observables physiques doivent également être redéfinis. Par exemple, les nucléons de valence se voient ainsi attribuer une charge électrique effective liée à la polarisation du cœur et qui intervient dans les calculs de moments multipolaires électriques ou de probabilités de transitions électromagnétiques.

3.1.4.1 Interactions effectives microscopiques

L'interaction effective de ce type est dérivée à partir d'un potentiel d'interaction nucléon-nucléon libre, V_{NN} , soit d'origine phénoménologique, par exemple, les potentiels d'Argonne, les potentiels de Bonn, etc, ou construite dans le cadre de la théorie effective chirale. Ces potentiels sont qualifiés *réalistes*, c'est-à-dire ils satisfont en reproduisant les analyses en déphasage des collisions élastiques proton-proton et proton-neutron, ainsi que les observables du deutéron. Une caractéristique commune de ces potentiels réalistes est une très forte répulsion à courte distance qui rend impossible son utilisation directe dans les calculs de la structure nucléaire : cette propriété provoque des corrélations à courte portée entre les nucléons dont il faut tenir compte², ce qui pose un problème lors du calcul de l'interaction effective [108]. Il est alors nécessaire de régulariser les potentiels réalistes avant la renormalisation dans l'espace de valence. Une approche traditionnelle pour régulariser V_{NN} est le formalisme de la matrice de réaction de Brueckner [109], où le potentiel NN est remplacé par la matrice de réaction G qui ne comporte plus d'un cœur dur. La matrice G de Brueckner est dépendante de l'énergie et de la masse du noyau considéré. De plus, elle est remarquablement dépendante de modèle du potentiel NN [110]. La raison pour cela est que la partie de courte portée du potentiel NN n'est pas généralement sous contrainte et elle est paramétrisée différemment d'un modèle à l'autre. Une méthode alternative s'adresse à éliminer les inconvénients de la matrice G est l'approche de V_{low-k} [110]. Dans cette approche, un potentiel à base impulsion V_{low-k} est construit, et qui préserve la physique de V_{NN} jusqu'à un certain seuil de $\sim 2 \text{ fm}^{-1}$. Les composantes à haute impulsion du potentiel original sont débarrassées par une intégration, en effet, V_{low-k} est presque indépendant du modèle du potentiel NN . En principe, le potentiel V_{low-k} est unique, c'est-à-dire, il est indépendant de la masse.

Dans une deuxième étape, le potentiel régularisé doit être transformé à une interaction effective V_{eff} , c'est-à-dire une interaction définie pour un espace du modèle particulier qui tient compte des effets de configurations exclues. Ce passage est réalisé au moyen de la théorie des perturbations. Les méthodes les plus populaires sont celles de Bloch-Horowitz [111] et Lee-Suzuki [112].

Ces interactions effectives possèdent l'avantage d'avoir un lien à l'interaction nucléon-nucléon dans le vide. Malheureusement, il est connu depuis les années 1970 que ces interactions n'arrivent pas à reproduire les propriétés de saturation de la matière nucléaire (rayon de charge et énergie de liaison par exemple), on pense que ce comportement est dû à l'absence de forces à trois corps et plus. Pour l'étudier plus en détails, des calculs de modèle en couches sans cœur incluant des forces à trois corps sont réalisés, ces calculs s'affranchissent ainsi du problème des excitations du cœur et donnant des résultats satisfaisants [92]. Ces calculs sont toutefois limités aux noyaux ne contenant que peu de nucléons étant donné la taille prohibitive des espaces atteints. Pour pouvoir utiliser ces interactions dans des noyaux plus lourds, il faut donc corriger leurs défauts. Une correction très efficace consiste à corriger la composante monopolaire de l'interaction effective microscopique [113]. Il a en effet

2. ces corrélations assurent que la fonction d'onde relative de deux nucléons s'annule dans la région où le potentiel est très répulsif.

été montré que les interactions effectives de ce type possèdent une partie multipolaire qui reproduit très bien les données spectroscopiques. Par contre, leur partie monopolaire responsable de l'évolution des énergies individuelles avec le nombre de nucléons est entièrement à l'origine des mauvaises propriétés de saturation. La solution à ce problème reste phénoménologique et consiste à corriger cette partie monopolaire en utilisant les données expérimentales sur les noyaux à (sous)couches fermées plus/moins un nucléon. A titre d'exemple, les interactions KB3 et KB3G ont été construites par une telle technique. Un calcul de matrice G a été effectué par Kuo et Brown [114] à partir du potentiel NN de Hamada et Johnston [115], l'interaction résultant est appelée KB. Des ajustements de la partie monopolaire donnent les nouvelles interactions, KB3 [113] et KB3G [116] qui décrivent très bien les données des noyaux de la couche fp .

3.1.4.2 Interactions effectives phénoménologiques

La méthode la plus phénoménologique consiste à déterminer les éléments de matrice de l'interaction en ajustant directement leurs valeurs de façon à reproduire les propriétés des noyaux dans l'espace de configurations choisi [117, 118]. Il est nécessaire pour cela d'avoir beaucoup de données afin d'avoir une information la plus complète possible. Un élément commun dans la détermination de tous les hamiltoniens empiriques est une procédure itérative. On choisit un bon hamiltonien de départ, tel que la matrice G ou V_{low-k} renormalisé et on l'utilise pour calculer les fonctions d'onde et les énergies pour tous les niveaux d'énergie considérés. Ces fonctions d'onde fournissent une extension de chaque énergie théorique en fonction d'une combinaison linéaire des éléments de matrice à un (SPE) et à deux (TBME) corps que l'on peut associer aux données et effectuer un fit par la méthode des moindres carrés. Les valeurs de SPE et TBME résultant de cet ajustement fournissent les entrées pour la prochaine itération. Les itérations sont continuées jusqu'à la convergence (lorsque les entrées sont les mêmes que les sorties).

Le pouvoir prédictif de ces interactions est très élevé pour la région où les éléments de matrice ont été déterminés et généralement faible dans les domaines exotiques où il n'existe pas assez de données, ou dans des grands espaces de valence où il y a trop d'éléments de matrice (15 TBME pour l'espace p , 63 TBME pour sd , 195 TBME pour fp et 133 TBME pour f_5pg_9). L'exemple le plus connu est l'interaction USD (*Universal sd-shell interaction*) par Wildenthal [119] qui permet de décrire avec une bonne précision les états de parité positive de la couche sd . Cette interaction a été améliorée en 2006 par Brown et Richter [119] avec les nouvelles données expérimentales, résultant en deux nouvelles interactions, appelées USDA et USDB. Plus récemment, M. Honma et al. [120] ont proposé l'interaction GX1A pour les noyaux de la couche fp . Un autre exemple est l'interaction JUN45 [121], décrivant les noyaux dans la partie supérieure de la couche fp . Cette interaction est construite dans l'espace de valence f_5pg_9 avec le cœur inerte de ^{56}Ni .

3.2 Élimination de la contribution spurieuse

Dans le modèle en couches, l'hamiltonien total est généralement modifié en ajoutant le potentiel d'oscillateur harmonique $m\omega^2\mathbf{r}^2/2$. Ce potentiel ne modifie pas les propriétés intrinsèques du système. Cependant, il fournit un champ moyen ressenti par chaque nucléon et nous permet de résoudre le problème dans la base d'oscillateur harmonique.

$$H = \sum_i^A \left[\frac{\mathbf{p}_i^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\mathbf{r}_i^2 \right] + \sum_{i<j}^A V_{res}(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j). \quad (3.18)$$

Les termes à un corps de l'hamiltonien (3.18) peuvent se décomposer comme une somme d'un terme qui décrit le mouvement du centre de masse et d'un terme dépendant des coordonnées relatives seulement. Le terme à deux corps est une interaction résiduelle. Par conséquent, on peut séparer l'hamiltonien (3.18) en deux parties, une partie intrinsèque et une partie du centre de masse, $H = H_{int} + H_{CM}$, avec :

$$H_{int} = \sum_i^A \left[\frac{\mathbf{q}_i^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2\boldsymbol{\rho}_i^2 \right] + \sum_{i<j}^A V_{res}(\boldsymbol{\rho}_i - \boldsymbol{\rho}_j), \quad (3.19)$$

et

$$H_{CM} = \frac{\mathbf{P}_{CM}^2}{2mA} + \frac{1}{2}mA\omega^2\mathbf{R}_{CM}^2, \quad (3.20)$$

où \mathbf{q}_i est l'impulsion définie dans le système de coordonnées relatives : $\mathbf{q}_i = \mathbf{p}_i - \mathbf{P}_{CM}/A$.

Donc la fonction d'onde de l'hamiltonien (3.18) est le produit entre la fonction d'onde intrinsèque et celle du centre de masse comme donnée dans l'équation (2.84).

Lorsque les nucléons occupent les couches d'oscillateur harmonique les plus basses en énergies, le centre de masse sera dans l'état fondamental ($E_{CM} = 3\hbar\omega/2$). Les états du modèle en couches pour lesquels le centre de masse est dans l'état fondamental sont appelés *états physiques*. Cependant, dans le cas des espaces de valence $N\hbar\omega$, les excitations de nucléons vers les couches d'oscillateur harmonique supérieures peuvent provoquer des excitations du centre de masse, avec une énergie d'excitation maximum possible : $\Delta E_{CM} = \Delta N\hbar\omega$. Cette énergie peut se produire, soit totalement dans le mouvement intrinsèque, soit totalement dans la partie du centre de masse, ou partiellement dans les deux parties.

Plusieurs méthodes ont été proposées pour éliminer la contribution spurieuse du centre de masse [122–126]. La méthode la plus populaire et la plus simple est celle de Lawson [126, 127]. Cette méthode consiste à diagonaliser l'opérateur modifié :

$$H' = H_{int} + \beta \left(H_{CM} - \frac{3}{2}\hbar\omega \right). \quad (3.21)$$

L'application de cet hamiltonien sur les états non spurieux annulera la contribution d'énergie du centre de masse. Les états spurieux sont identifiés, à l'aide du multiplicateur β . Si β prend une valeur suffisamment grande, les états spurieux vont être déplacés à une très haute énergie. Dans un espace tronqué, cette procédure d'élimination n'est plus exacte mais on peut trouver la valeur de β qui minimise la

contribution des composantes spurieuses. Par exemple dans l'espace $sdpf$ [94, 128], $\beta \approx 10$ donne une meilleure élimination.

3.3 Brisure de la symétrie d'isospin

Le degré de liberté d'isospin est aujourd'hui une notation bien familière dans l'étude de la structure nucléaire. Comme on a vu dans les sections précédentes, l'isospin est souvent traité comme une invariance du système, au même titre que le moment angulaire ou la parité. Et pourtant il est clair que l'isospin ne peut pas présenter une symétrie exacte, puisque des forces dépendantes de charge existent dans tout système nucléaire. Les forces nucléaires, à un bon degré d'approximation, sont invariantes d'isospin, la source importante de la violation de cette symétrie provient de la force électromagnétique. Malgré des modèles microscopiques sophistiqués, il reste un certain nombre de phénomènes inexplicés et qui constituent des cas troublants. Par exemple, la variation de la valeur ft pour les transitions super-permises (cf. Fig.1.3), l'observation des transitions interdites d'isospin et beaucoup d'autres [129]. Pour pouvoir expliquer ces phénomènes il est nécessaire de prendre en compte la brisure de la symétrie d'isospin.

En première approximation, la brisure de cette symétrie peut être traitée comme une brisure dynamique du type : $SU(2) \supset SO(2)$ [130]. Cela ne mélange pas les états propres, c'est-à-dire T est toujours un bon nombre quantique, par contre, la dégénérescence des $(2T + 1)$ membres d'un multiplet d'isospin T est cassée, telle que :

$$E(\Gamma, T, T_z = T) > E(\Gamma, T, T_z = T - 1) > \dots > E(\Gamma, T, T_z = -T). \quad (3.22)$$

La description des énergies de tels multiplets est l'objet de la formule de masse des multiplets isobariques (IMME)³ [37, 131]. En réalité, en plus de la brisure de la dégénérescence, l'effet des forces non conservant d'isospin est d'introduire un mélange des nombres quantiques T dans les états nucléaires. Ainsi, pour avoir une description complète, il faut tenir compte de l'impureté d'isospin des états nucléaires. Cette impureté se reflète dans l'existence de certaines transitions interdites d'isospin [129], comme nous le verrons avec les transitions bêta super-permises.

La méthode usuelle pour construire une interaction effective non-conservant d'isospin (INC⁴) consiste d'abord à obtenir une interaction qui commute avec \mathbf{T} pour l'espace du modèle donné, puis d'ajouter une petite partie dépendante de charge, H_{CD} en utilisant la théorie des perturbations. La forme générale de H_{CD} est donnée par :

$$H_{CD} = \text{ISPE} + V_{coul} + V_{nucl}^{CD}. \quad (3.23)$$

La composante à deux corps de cette interaction se compose de l'interaction coulombienne, V_{coul} et des interactions nucléaires phénoménologiques de courte portée, V_{nucl}^{CD} (par exemple, le potentiel de Yukawa [32]), ainsi sa composante à un corps, ISPE est due à la présence du terme isovectoriel et du terme coulombien dans le potentiel moyen (cf. §2.2). Les paramètres de l'interaction INC sont ensuite déterminés

3. abréviation de : *Isobaric Multiplet Mass Equation*.

4. abréviation de : *Isospin Non-Conserving Interaction*.

par un ajustement pour reproduire les données expérimentales des coefficients de la formule IMME. Nous rappelons ci-dessous, sans entrer dans le détail des calculs, quelques lignes du formalisme.

Nous notons par $\Psi(\Gamma, T, T_z)$ la fonction d'onde dans laquelle les nombres quantiques J et T sont bien définis. Cette fonction est obtenue par la procédure standard du modèle en couches. Suivant la méthode de Blin-Stoyle [129] et de Towner-Hardy [132], la fonction d'onde au premier ordre de l'état Γ en présence d'une interaction INC est donnée par :

$$|\psi(\Gamma, T_z)\rangle = N(\Gamma, T, T_z) |\Psi(\Gamma, T, T_z)\rangle + \sum_{\nu} \sum_{t=|T_z|}^{T+2} a(\nu, t, T_z) |\Psi(\nu, t, T_z)\rangle, \quad (3.24)$$

où la somme sur ν représente la somme sur tous les nombres quantiques, à l'exception de l'isospin.

Le coefficient $a(\nu, t, T,)$ est donné par :

$$a(\nu, t, T,) = \frac{\langle \Psi(\nu, t, T_z) | H_{CD} | \Psi(\Gamma, T, T_z) \rangle}{E(\nu, t) - E(\Gamma, T)}, \quad (3.25)$$

et la constante de normalisation $N(\Gamma, T, T_z)$ doit satisfaire la contrainte :

$$[N(\Gamma, T, T_z)]^2 + \sum_{\nu} \sum_{t=|T_z|}^{T+2} [a(\nu, t, T_z)]^2 = 1. \quad (3.26)$$

Comme toute force à deux corps ne peut être que d'ordre 2 au plus dans l'espace, l'interaction INC peut s'écrire en terme de composantes isoscalaires ($k = 0$), isovectorielles ($k = 1$) et isotensorielles ($k = 2$) :

$$H_{CD} = \sum_{k=0}^2 H_{CD}^{(k)}, \quad (3.27)$$

et en utilisant le théorème de Wigner-Eckart, les éléments de matrice dans l'équation (3.25) peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} & \langle \Psi(\nu, t, T_z) | H_{CD} | \Psi(\Gamma, T, T_z) \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2J+1}} \sum_{k=0}^2 (-1)^{t-T_z} \begin{pmatrix} t & k & T \\ -T_z & 0 & T_z \end{pmatrix} \langle \Psi(\nu, t) ||| H_{CD}^{(k)} ||| \Psi(\Gamma, T) \rangle, \end{aligned} \quad (3.28)$$

où les trois barres dans l'élément de matrice réduit désignent une réduction dans l'espace du moment angulaire et de l'isospin.

Pour déduire la relation entre les coefficients de l'IMME et les éléments de matrice réduits, on considère l'élément de matrice diagonal de l'interaction INC :

$$\langle \Psi(J, T, T_z) | H_{CD} | \Psi(J, T, T_z) \rangle = E(J, T, T_z), \quad (3.29)$$

en utilisant le théorème de Wigner-Eckart, et en substituant les valeurs des coefficients de $3j$, on obtient :

$$E(J, T, T_z) = E^{(0)}(J, T) + T_z E^{(1)}(J, T) + [3T_z^2 - T(T+1)]E^{(2)}(J, T), \quad (3.30)$$

où

$$E^{(0)}(J, T) = \frac{1}{\sqrt{(2J+1)(2T+1)}} \langle \Psi(J, T) ||| H_{CD}^{(0)} ||| \Psi(J, T) \rangle, \quad (3.31)$$

$$E^{(1)}(J, T) = \frac{1}{\sqrt{(2J+1)T(2T+1)(T+1)}} \langle \Psi(J, T) ||| H_{CD}^{(1)} ||| \Psi(J, T) \rangle, \quad (3.32)$$

$$E^{(2)}(J, T) = \frac{1}{\sqrt{(2J+1)(2T-1)(2T+1)(T+1)(2T+3)}} \langle \Psi(J, T) ||| H_{CD}^{(2)} ||| \Psi(J, T) \rangle. \quad (3.33)$$

L'équation (3.30) a la même forme que la formule de masse isobarique :

$$E(J, T, T_z) = a(J, T) + T_z b(J, T) + c(J, T)T_z^2, \quad (3.34)$$

avec

$$\begin{aligned} a(J, T) &= E^{(0)}(J, T) - T(T+1)E^{(2)}(J, T), \\ b(J, T) &= E^{(1)}(J, T), \\ c(J, T) &= 3E^{(2)}(J, T). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Grâce au formidable développement des accélérateurs et des techniques expérimentales, les coefficients a , b et c pour les multiplets $T = 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, 3$ sont expérimentalement connus avec une bonne précision [133]. A l'aide de ces données, il est alors possible de déterminer les paramètres de l'interactions INC. Les interactions construites par cette méthode sont, USD CD [36] et GX1ACD [134], décrivant les noyaux dans les espaces sd et fp respectivement. A part de leur partie qui commute avec \mathbf{T} , ces interactions se composent d'une partie coulombienne et d'une partie d'interaction nucléon-nucléon phénoménologique non conservant d'isospin. Leur paramètres ajustables sont les énergies individuelles isovectorielles, la force du terme coulombien et la force des termes isovectoriel et isotensoriel de l'interaction nucléon-nucléon.

La diagonalisation de l'hamiltonien INC dans la base de l'oscillateur harmonique conduira à un mélange d'isospin. Cependant, on travaille dans un espace tronqué, il est donc généralement nécessaire de tenir compte de la brisure de la symétrie d'isospin au-delà de l'espace de modèle. Une méthode pour résoudre ce problème a été proposée par Towner et Hardy [2]. Cette méthode consiste à remplacer directement la base d'oscillateur harmonique par une base réaliste du moment qu'on calcule l'élément de matrice de l'observable à laquelle on s'intéresse. Nous reviendrons sur cette méthode dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Évaluation de l'élément de matrice de Fermi

Ce chapitre est la partie principale de ce travail de thèse qui porte sur l'évaluation de l'élément de matrice de Fermi des transitions super-permises. La première section sera dédiée aux éléments du formalisme. Nous rappellerons la formulation exacte de Miller et Schwenk [135], dans laquelle l'élément de matrice de Fermi est naturellement exprimé comme la somme du terme de décalage et de mélange¹ entre les fonctions d'onde radiales de protons et celles de neutrons. Ensuite, nous discuterons la faisabilité pour mettre en œuvre des calculs dans le cadre du modèle en couches.

La deuxième section sera consacrée aux calculs de la correction due au défaut du recouvrement entre les fonctions d'onde radiales de protons et celles de neutrons (δ_{RO}). Dans un premier temps, nous allons mettre en œuvre des calculs avec les fonctions d'ondes radiales WS, en supposant que le potentiel est indépendant du système de $(A - 1)$ nucléons. Ces calculs relativement simples vont permettre de comprendre la dépendance de l'interaction effective, la dépendance des paramètres du potentiel, ainsi que le rôle des termes de surface, qui ont été introduits dans les travaux précédents de Towner et Hardy [1, 7]. Dans un second temps, nous donnerons des calculs dans une approche plus rigoureuse, où δ_{RO} est évaluée avec le spectre complet du système de $(A - 1)$ nucléons.

Deux progrès nouveaux par rapport aux travaux précédents, le premier est le développement du formalisme lié au calcul du rayon de charge. Nous allons introduire pour cette observable, la dépendance du système de $(A - 1)$ nucléons aux fonctions d'onde radiales des orbitales de valence, de la même façon que pour l'élément de matrice de Fermi. Ce développement permet au modèle de reproduire les données expérimentales des énergies de séparation et du rayon de charge en même temps. Le deuxième est l'extension des espaces du modèles pour les noyaux avec $A \geq 46$.

Des calculs similaires seront également réalisés avec les fonctions d'onde radiales obtenues par la méthode auto-cohérent HF, en utilisant les interactions de Skyrme. La question de la validité de l'approximation de Slater pour le terme Coulomb d'échange sera examinée.

Dans la troisième section, nous discuterons de certains points importants sur les calculs de la correction δ_{RO} .

1. Dans l'article de Miller et Schwenk [135], ce dernier terme est appelé *radial excitations*

Dans la quatrième section, nous réexaminerons la correction du mélange d'isospin (δ_{IM}) avec des nouvelles interactions INC.

La dernière section sera consacrée aux tests des résultats, en supposant que l'hypothèse CVC et/ou l'unitarité de la matrice CKM sont correctes.

4.1 Formalisme

Comme on a vu au premier chapitre, on appelle les transitions β super-permises celles qui ont lieu entre les membres d'un même multiplet d'isospin. On s'intéresse particulièrement aux transitions du type $(0^+, T = 1) \rightarrow (0^+, T = 1)$ pour lesquelles on a $M_{GT} = 0$, donc le taux de transition dépend uniquement de M_F . Dans la limite de la symétrie d'isospin, cet élément de matrice peut être évalué sans aucune référence particulière à la structure des états initial et final car leur fonction d'onde ne diffère que par la troisième composante T_z de l'isospin. L'application de l'équation (B.30) (dans Appendix B) donne :

$$|M_F^0| = |\langle \Gamma, T, T_{zf} | T_+ | \Gamma, T, T_{zi} \rangle| = \sqrt{T(T+1) - T_{zi}T_{zf}} = \sqrt{2}, \quad (4.1)$$

où T_+ est l'opérateur de montée d'isospin.

Ce résultat très général et indépendant de la structure des états ne repose que sur l'hypothèse de pureté d'isospin des états considérés. Le figure 1.3 résume l'état de nos connaissances pour les 14 transitions qui sont connues avec la meilleure précision possible. On peut noter immédiatement l'accord déjà très remarquable entre ces différences mesures pour les noyaux allant de $Z = 6$ à $Z = 37$, bien que l'égalité stricte ne soit pas compatible avec les erreurs expérimentales. On doit cependant considérer toutes sortes d'effets secondaires et estimer les corrections nécessaires avant d'en déduire une valeur certaine de G_V . Les erreurs expérimentales sont de l'ordre de quelques pour mille, donc toute correction de cet ordre de grandeur doit être considérée. La source d'incertitude la plus grande vient de l'évaluation de l'élément de matrice de Fermi. Les valeurs mesurées de ft (cf. Figure 1.3) en tenant compte de toutes les corrections *extérieures* tendent à indiquer une brisure de la symétrie d'isospin.

La définition exacte de l'opérateur de montée d'isospin dans le formalisme de seconde quantification est donnée par [135] :

$$T_+ = \sum_{\alpha}^A t_+^{\alpha} = \sum_{\alpha}^A a_{\alpha}^{\dagger} b_{\alpha}, \quad (4.2)$$

où α représente la base d'une particule quelconque, a_{α}^{\dagger} crée le neutron et b_{α} annihile le proton dans cette base. Formellement l'élément de matrice de Fermi doit être calculé avec l'opérateur T_+ :

$$M_F = \langle f | T_+ | i \rangle, \quad (4.3)$$

où $|i\rangle$ et $|f\rangle$ sont les états initial et final respectivement, nous supposons pour l'instant qu'ils sont les états propres de l'hamiltonien exact.

Comme nous allons finalement travailler avec une base réaliste, il est commode d'exprimer l'opérateur T_+ dans une représentation mixte. Nous noterons respectivement la base de neutron et celle de proton par $|\tilde{\beta}\rangle$ et $|\alpha\rangle$. Les opérateurs de création des deux bases sont liées par :

$$a_\alpha^\dagger = \sum_\beta a_\beta^\dagger \langle \tilde{\beta} | \alpha \rangle, \quad (4.4)$$

Dans cette représentation, l'opérateur de montée d'isospin dans l'équation (4.2) devient :

$$T_+ = \sum_{\alpha\beta} a_\beta^\dagger \langle \tilde{\beta} | \alpha \rangle a_\alpha \quad (4.5)$$

Dû à la présence d'un potentiel coulombien et d'un terme isovectoriel du potentiel nucléaire central (cf. §2.2), le recouvrement, $\langle \tilde{\beta} | \alpha \rangle$ n'est plus orthonormé. Cet effet permet aux états $|\alpha\rangle$ et $|\beta\rangle$ d'avoir différents nombres quantiques radiaux $n_\alpha \neq n_\beta$, d'être explicite :

$$\alpha = n_\alpha l j m \quad \text{et} \quad \beta = n_\beta l j m, \quad (4.6)$$

Comme on traite le problème avec la symétrie sphérique, la partie angulaire et de spin des fonctions d'onde ne sont pas affectées par cet effet. Ceci entraîne une expression pour M_F qui se compose du terme du décalage ($\propto \langle \tilde{\alpha} | \alpha \rangle$) et du terme du mélange ($\propto \langle \tilde{\beta} | \alpha \rangle$) des fonctions d'onde radiales de protons et de neutrons :

$$M_F = \sum_\alpha \langle \tilde{\alpha} | \alpha \rangle \langle f | a_\alpha^\dagger a_\alpha | i \rangle + \sum_{\alpha\beta}^{\alpha \neq \beta} \langle \tilde{\beta} | \alpha \rangle \langle f | a_\beta^\dagger a_\alpha | i \rangle. \quad (4.7)$$

Récemment, Miller et Schwenk [135] ont estimé avec une approche schématique que les deux termes dans l'équation (4.7) sont du même ordre de grandeur. Cependant, dans le cadre du modèle en couches, il est normalement très difficile de calculer M_F avec l'opérateur T_+ complet, car le terme du mélange est évalué avec des orbitales de plusieurs couches principales. Par exemple, il peut mélanger l'orbitale $2s_{1/2}$ avec $1s_{1/2}$, $3s_{1/2}$, $4s_{1/2}$, ... il est alors clair que l'effet du mélange se produit au-delà des espaces du modèle. Pour cette raison, nous allons, dans les sections suivantes, suivre l'approche traditionnelle de Towner et Hardy [1, 7] et Ormand et Brown [32, 136, 137], dans laquelle on considère seulement les protons qui sont dans les mêmes états que les neutrons ($\alpha = \beta$).

Dans le formalisme du modèle en couches, l'élément de matrice de Fermi (4.3) peut être exprimé sous la forme de combinaison linéaire des éléments de matrice à un corps (l'intégrale du recouvrement, Ω_α), pondéré par les densités de transition à un corps (OBTD²) [32] :

$$M_F = \frac{1}{\sqrt{2J_f + 1}} \sum_\alpha \sqrt{2j_\alpha + 1} \cdot \text{OBTD}(f i k_{\tilde{\alpha}} k_\alpha \Delta J) \cdot \Omega_\alpha, \quad (4.8)$$

où k_α désigne l'ensemble des nombres quantiques $n l j$ de l'état α et J_f est le spin de l'état nucléaire final.

2. OBTD est l'abréviation de *One-Body Transition Densities*.

La formule analogue pour la désintégration de l'électron est obtenue simplement en inter-changeant proton-neutron. La forme générale de la densité de transition à un corps dans l'équation (4.8) est donnée dans le formalisme de proton-neutron par

$$\text{OBTD}(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) = \frac{\langle f || [a_{k_{\bar{\alpha}}}^{\dagger} \otimes \tilde{a}_{k_{\alpha}}]^{\Delta J} || i \rangle}{\sqrt{2\Delta J + 1}}, \quad (4.9)$$

où $a_{k_{\alpha}}^{\dagger}$ et $a_{k_{\alpha}}$ sont respectivement les opérateurs de création et d'annihilation d'un nucléon dans l'orbite k_{α} . L'opérateur $\tilde{a}_{k_{\alpha}}$ est défini par :

$$a_{k_{\alpha}, m_{\alpha}} = (-1)^{j_{\alpha} - m_{\alpha}} \tilde{a}_{k_{\alpha}, -m_{\alpha}}. \quad (4.10)$$

Le double barre dans l'élément de matrice dans l'équation (4.9) indique une réduction dans l'espace du moment angulaire. ΔJ désigne la différence entre le spin de l'état final et celui de l'état initial, pour une transition de Fermi, on a $\Delta J = 0$ (les règles de sélections pour les transitions permises ont été données au premier chapitre).

Nous notons par Ω_{α} le recouvrement entre un état du proton et un état du neutron :

$$\Omega_{\alpha} = \langle \tilde{\alpha} | \alpha \rangle = \int_0^{\infty} R_{\tilde{\alpha}}(r) R_{\alpha}(r) r^2 dr. \quad (4.11)$$

Nous définissons la déviation de la densité de transition à un corps entre le cas idéal et le cas où la symétrie d'isospin est brisée par :

$$\beta(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) = \text{OBTD}^T(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) - \text{OBTD}(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J), \quad (4.12)$$

où l'exposant T désigne la densité de transition à un corps obtenue lorsque les états initial et final possèdent un bon isospin.

En utilisant les équations (4.12), (4.11) et (4.8), nous pouvons réécrire M_F sous la forme suivante :

$$M_F = M_F^0 \left\{ 1 - \frac{1}{M_F^0 \sqrt{2J_f + 1}} \sum_{\alpha} \sqrt{2j_{\alpha} + 1} \cdot [\beta(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) - \text{OBTD}^T(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) \cdot (1 - \Omega_{\alpha}) + \beta(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) \cdot (1 - \Omega_{\alpha})] \right\}. \quad (4.13)$$

En faisant un développement limité de $|M_F|^2$, on obtient

$$|M_F|^2 = |M_F^0|^2 (1 - \delta_C) + \mathcal{O}(\zeta^2), \quad (4.14)$$

où $\zeta \equiv (1 - \Omega_{\alpha}) \approx \beta(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J)$. En négligeant les termes d'ordre supérieur à 1, le degré de brisure de la symétrie d'isospin peut être exprimé par un facteur de correction δ_C . Cette correction se compose de deux parties : $\delta_C = \delta_{RO} + \delta_{IM}$, la première tient compte de la différence entre les fonctions d'onde radiales de proton et de neutron pour les états mis en jeu dans la désintégration, cette correction est donnée par

$$\delta_{RO} = \frac{2}{M_F^0} \sum_{\alpha} \sqrt{2j_{\alpha} + 1} \cdot \text{OBTD}^T(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J) \cdot (1 - \Omega_{\alpha}), \quad (4.15)$$

et la deuxième tient compte de la présence de forces qui ne conservent pas d'isospin dans l'hamiltonien du modèle en couches et qui vont mélanger les états d'isospin différents pour conduire à une impureté d'isospin dans les états considérés, la correction due à cet effet est donnée par

$$\delta_{IM} = \frac{2}{M_F^0} \sum_{\alpha} \sqrt{2j_{\alpha} + 1} \cdot \beta(f i k_{\bar{\alpha}} k_{\alpha} \Delta J). \quad (4.16)$$

4.2 Correction radiale δ_{RO}

La correction δ_{RO} , est due à la déviation de l'unité du recouvrement entre l'état du proton désintégré et celui du neutron correspondant. Cet effet correspond à l'influence des états au-delà de l'espace de configurations du modèle en couches dans la base d'oscillateur harmonique. Le calcul de cette correction repose sur les fonctions d'onde radiales qui sont obtenues à partir d'une paramétrisation appropriée du champ moyen. Nous avons actuellement deux approches pour évaluer δ_{RO} qui donnent à peu près le même accord avec l'hypothèse CVC, mais qui sont globalement en désaccord en magnitude de la valeur $\mathcal{F}t$. Dans la première approche [2], les fonctions d'onde radiales ont été obtenues en utilisant un potentiel sphérique de WS plus un terme coulombien, alors que dans la deuxième approche [32], des calculs auto-cohérents HF sphérique utilisant des interactions du type de Skyrme (incluant l'interaction coulombienne) ont été réalisés.

On remarque que cette correction est calculée avec deux modèles qui sont indépendants l'un de l'autre. Les densités de transition à un corps $OBTD^T(fik_{\bar{\alpha}}k_{\alpha}\Delta J)$ sont obtenues avec le modèle en couches, dans lequel l'hamiltonien à A corps est diagonalisé dans la base d'oscillateur harmonique, tandis que les intégrales du recouvrement sont obtenues avec un autre modèle de particules indépendantes (WS ou HF). Ceci est formellement une source de la dépendance du choix de potentiel.

4.2.1 Calculs avec les fonctions d'onde radiales de Woods-Saxon

Nous avons tout d'abord mis en œuvre des calculs simples, à l'aide de la formule (4.15). Les densités de transition à un corps ont été calculés avec le code NuShellX@MSU [95]. Pour les transitions dans l'espace sd (^{22}Mg , ^{26}Al , ^{26}Si , ^{30}S , ^{34}Cl , ^{34}Ar , ^{38}K , ^{38}Ca), nous avons utilisé trois interactions [119] : USD, USDA et USDB. Les transitions dans l'espace fp (^{46}V , ^{50}Mn , ^{54}Co) ont été calculées avec les interactions GX1A [120] et KB3G [138], et pour celles dans l'espace f_5pg_9 (^{62}Ga , ^{66}As), nous avons utilisé une seule interaction : JUN45 [121]. Comme les OBTD sont calculés avec les fonctions d'onde d'un état initial et d'un état final seulement, ces calculs sont bien numériquement faisables pour toutes les transitions étudiées, même avec des ordinateurs ordinaires.

Pour la détermination des fonctions d'onde radiales, nous avons choisi deux paramétrisations du potentiel WS (Table 4.1). La première a été originalement proposée par Bohr et Mottelson [42], dans laquelle, le terme isovectoriel est paramétrisé comme le terme d'asymétrie (2.31) avec un facteur de forme identique à celui du terme volumique. Ils ont introduit aussi un terme spin-orbite isovectoriel comme dans la table 4.1. Cette paramétrisation a été conçue pour étudier des diffusions des nucléons dans le cadre du modèle optique. Afin de pouvoir l'appliquer dans le contexte de la structure, nous avons examiné et réajusté cette paramétrisation avec des données des énergies de séparation des noyaux doublement magiques plus ou moins un nucléon. Cette étude a été réalisée dans mon projet de *TALENT school 2014*, au GANIL (non publié). Nous allons par la suite appeler cette paramétrisation par BM_m , où l'indice m signifie que c'est la version modifiée.

TABLE 4.1 – Valeurs numériques des paramètres du potentiel WS.

	BM_m	SWV [57]
r_0	1.26	1.26
r_s	1.16	1.16
$a_0 = a_s$	0.662	0.662
V_0	52.833	52.06
V_1	146.368	-
V_{ls}	0.22	-
κ	-	0.639
Λ	-	-24.1
Spin-orbite [†]	$V_{ls}r_s^2 [V_0 \pm V_1(N - Z)/4A]$	$V_0\Lambda\hbar^2/4\mu^2c^{2\dagger\dagger}$
Central ^{††}	$V_0 \pm V_1(N - Z)/4A$	$V_0(1 - 4\kappa \langle \mathbf{t} \cdot \mathbf{T}' \rangle / A)$
Terme coulombien	sphère uniformément chargée	sphère uniformément chargée

[†] La force du terme spin-orbite correspondant au paramètre λ dans l'équation (2.26). Dans le cas de Bohr-Mottelson, le terme d'asymétrie est également introduit au couplage spin-orbite.

^{††} La force totale du terme central incluant celle du terme d'asymétrie.

^{†††} μ est la masse réduite du nucléon, égale à $m \frac{(A-1)}{A}$.

La deuxième est la paramétrisation de N.Schwierz, I. Wiedenhöver, et A. Volya (notée par SWV) [57]. Ces auteurs ont paramétrisé le terme isovectoriel comme le couplage d'isospin de Lane (2.32) et les rayons sont mis à l'échelle par $A^{1/3}$ au lieu de $(A-1)^{1/3}$. Nous remarquons que la différence entre ces deux versions du terme isovectoriel est négligeable pour les noyaux riches en neutrons ou riches en protons mais est considérable si l'on approche la ligne $N = Z$.

Dans la figure 4.1 nous avons donné un résultat pour la correction radiale δ_{RO} pour les treize transitions mentionnées en haut, où la courbe rouge est obtenue avec la paramétrisation SWV et la courbe verte est obtenue avec la paramétrisation BM_m .

D'après ce résultat, la correction δ_{RO} obtenue avec SWV surestime celle obtenue avec BM_m pour tous les émetteurs $T_z = -1$ et c'est le contraire pour les émetteurs $T_z = 0$. On constate que δ_{RO} est une mesure de deux effets, le premier est l'effet coulombien qui est bien connu et le deuxième est l'effet d'asymétrie qui est sensible à la différence entre le nombre de neutrons et de protons. Pour toutes les deux paramétrisations, l'effet coulombien est traité de la même manière, à l'aide de l'approximation d'une sphère uniformément chargée (2.29), pour laquelle le rayon coulombien (R_c) est extrait du rayon de charge du noyau père pour chaque transition considérée (2.30). Donc ce n'est pas le terme coulombien qui cause la différence entre la courbe rouge et verte de la figure 4.1 mais c'est certainement le terme isovectoriel. Ce résultat signifie que la magnitude du couplage d'isospin utilisé par Schwierz et al. est plus importante que celle du terme d'asymétrie de la paramétrisation BM_m . Ce résultat nous apprend également que les termes isovectoriels (le terme d'asymétrie

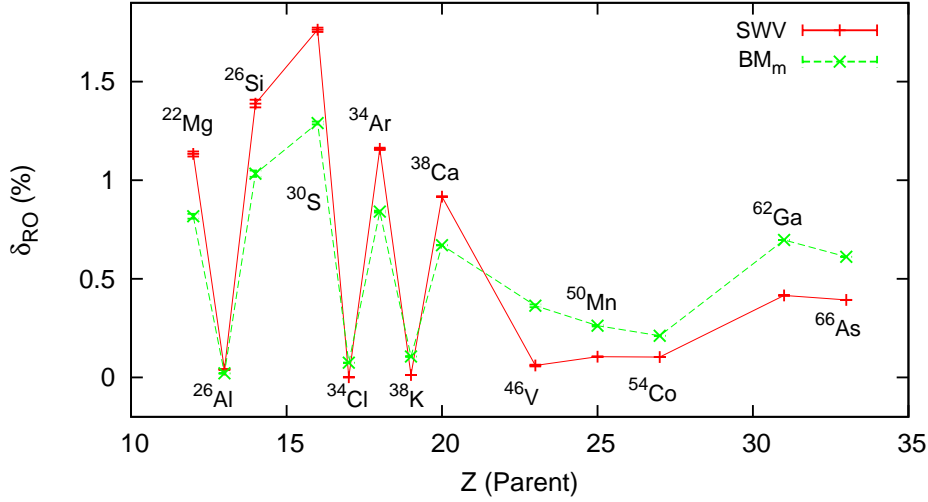


FIGURE 4.1 – Correction radiale pour les 13 transitions de la couche sd , fp et f_5pg_9 , en fonction du nombre atomique des noyaux pères. Les intégrales du recouvrement ont été calculées avec la paramétrisation SWV (la courbe rouge) et avec BM_m (la courbe verte).

et le couplage d'isospin) brisent la symétrie d'isospin plus forts que le terme coulombien. Ces termes isovectoriels provoquent des *staggingings* de la correction δ_{RO} : ils résultent une grande valeur pour les émetteurs $T_z = -1$ et une petite valeur pour $T_z = 0$ (presque nulle pour les transitions dans l'espace sd).

Les incertitudes de ce résultat résultent uniquement de la déviation entre des valeurs obtenues avec différentes interactions du modèle en couches. La figure 4.1 indique que δ_{RO} est presque indépendante du choix de l'interaction effective (les barres sont toutes petites), excepté les deux transitions dans l'espace f_5pg_9 parce qu'il n'y a qu'une seule interaction disponible.

Comme δ_{RO} n'est pas expérimentalement mesurable, la fiabilité des calculs théoriques repose seulement sur la reproduction des observables expérimentales. Dans la figure 4.2 nous avons reporté le rayon de charge des noyaux pères obtenu avec les mêmes fonctions d'onde radiales que nous avons utilisées pour obtenir δ_{RO} . La formule pour ce rayon est ci-dessous :

$$\langle r^2 \rangle_{ch} = \int \rho_p(r) r^2 d\mathbf{r} / \int \rho_p(r) d\mathbf{r} + \frac{3}{2}(a_p^2 - b^2/A), \quad (4.17)$$

le dernier terme tient compte de la correction de la structure du proton et du mouvement du centre de masse [1]. Nous avons négligé ici les petites contributions au rayon de charge provenant du facteur de forme électrique du neutron et du couplage spin-orbite électromagnétique [140, 141]. ρ_p est la densité de protons (ponctuels) calculée avec les fonctions d'onde radiales de protons, elle a été définie dans l'équation (2.56). Pour celle-ci les nombres d'occupation de protons des orbitales du cœur inerte sont remplacés par $(2j+1)$, c'est-à-dire, nous supposons que ces orbitales sont pleinement remplies. Pour les orbitales de valence, nous avons utilisé les nombres d'occupations obtenus avec le modèle en couches.

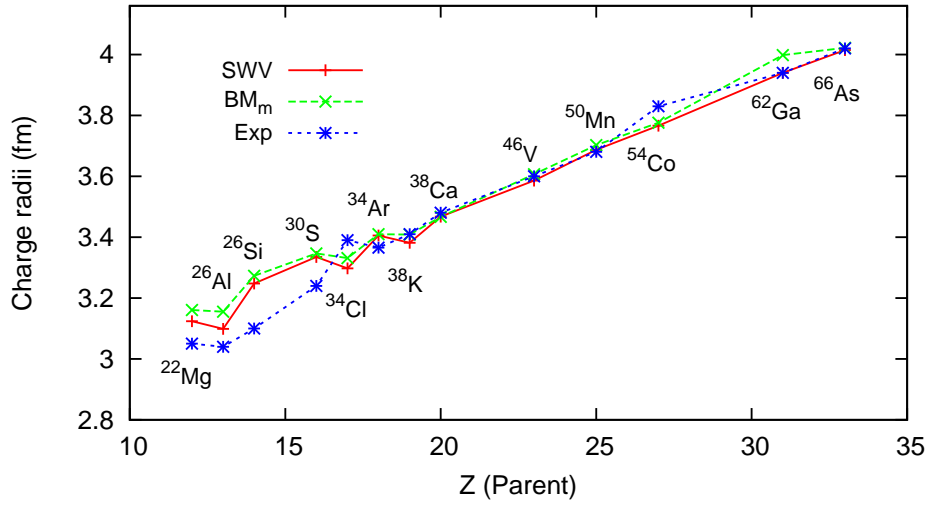


FIGURE 4.2 – Rayon de charge pour les 13 émetteurs de la couche sd , fp et f_5pg_9 . La courbe rouge est obtenue la paramétrisation SWV, la courbe verte avec BM_m et la courbe bleue représente les données expérimentales [139] (la plupart de ces données sont obtenues par une analyse *isotope shift* [1]).

D'après la figure 4.2, l'accord entre notre calcul et les données expérimentales est assez remarquable pour toutes les deux paramétrisations, sauf pour les émetteurs $T_z = -1$ de la couche sd .

Une autre quantité qui représente les composantes qui ne conservent pas de symétrie d'isospin du potentiel de champ moyen est l'énergie isovectorielle, nous la définissons comme la différence entre l'énergie du proton et celle du neutron. Nous avons illustré sur la figure 4.3 cette énergie au niveau de Fermi, obtenue avec les deux paramétrisations. La tendance des valeurs calculées en fonction du nombre atomique des noyaux père est toute à fait similaire au cas de la correction δ_{RO} (voir la figure 4.1), ce qui signifie qu'il y a une corrélation très forte (\sim proportionnalité) entre ces deux quantités. Donc, de façon générale, la comparaison entre les énergies isovectorielles théoriques et expérimentales fournit un critère important pour vérifier la correction δ_{RO} obtenue. La figure 4.3 indique que les deux paramétrisations ne décrivent pas correctement ce comportement. Comme l'effet coulombien est une pièce bien connue et l'approximation d'une sphère uniformément chargée est bien valable au niveau du champ moyen phénoménologique [57], nous concluons que ce défaut est dû à la description irréaliste du terme isovectoriel.

La figure 4.4 représente la sensibilité de la correction δ_{RO} à l'énergie isovectorielle (au niveau de Fermi). La relation entre les deux quantités est quasiment linéaire avec la pente de ~ 0.21 . On a vu sur la figure 4.3 que l'écart de l'énergie isovectorielle entre les prédictions théoriques et les valeurs expérimentales est de l'ordre 2 MeV. C'est-à-dire si l'on ajuste le potentiel pour reproduire les énergies de séparation expérimentales, la correction δ_{RO} va être modifiée par $\sim 0.5\%$. Cette erreur est du même ordre de grandeur que les valeurs absolues de δ_{RO} trouvées dans les calculs de Towner et Hardy [2].

Il faut noter que les potentiels phénoménologiques n'ont pas de connexion directe

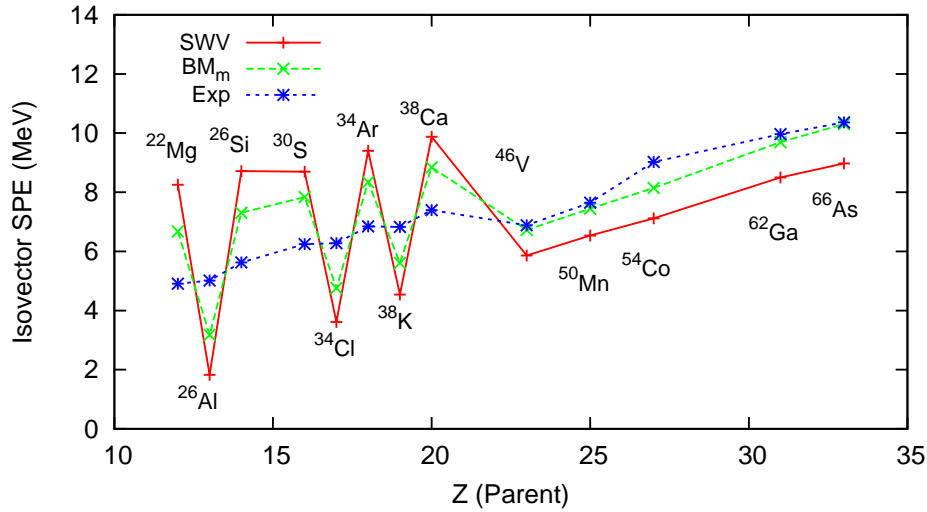


FIGURE 4.3 – Énergie isovectorielle (au niveau de Fermi) pour les 13 transitions de la couche sd , fp et f_5pg_9 . La courbe rouge est obtenue avec la paramétrisation SWV, la courbe verte avec BM_m et la courbe bleue représente les données expérimentales, extrait des données de masse [142].

à l'interaction entre les nucléons, il est alors difficile de les améliorer pour atteindre au niveau de super précision que nous attendrons. Normalement pour augmenter la précision, on doit ajouter des termes supplémentaires ou augmenter le nombre de paramètres. Par exemple, on peut définir le facteur de forme différemment pour le terme central, le terme spin-orbite et le terme isovectoriel. Cependant, cette idée est toujours limitée par l'absence des données expérimentales pour contraindre les paramètres. En général, on a seulement le rayon de charge et les énergies de séparation qui sont dans l'esprit du modèle WS.

4.2.2 Optimisation du potentiel

La stratégie la plus simple pour améliorer le potentiel phénoménologique est de réajuster certains de ses paramètres aux observables du noyau considéré. Dans cette section nous allons répéter les mêmes calculs mais cette fois nous allons déterminer les fonctions d'onde radiales avec les paramétrisations réajustées pour chaque transition considérée. Le paramètre V_0 (cf. §2.2.2) qui joue le rôle de la profondeur du potentiel sera réajusté pour reproduire les énergies de séparation (de proton du noyau père et de neutron du noyau fils) et le paramètre de taille du terme central r_0 sera réajusté pour reproduire le rayon de charge du noyau père.

Physiquement, la limite asymptotique de la fonction d'onde radiale d'une orbitale quelconque est une exponentielle décroissante, bien déterminée par l'énergie :

$$R(r \rightarrow \infty) \propto \exp\left(-\frac{\sqrt{2m\epsilon}}{\hbar}r\right), \quad (4.18)$$

où m est la masse de nucléon (dans le cas de Woods-Saxon la masse du nucléon est remplacée par la masse réduite (cf. §2.4)) et ϵ est l'énergie de l'orbitale considérée.

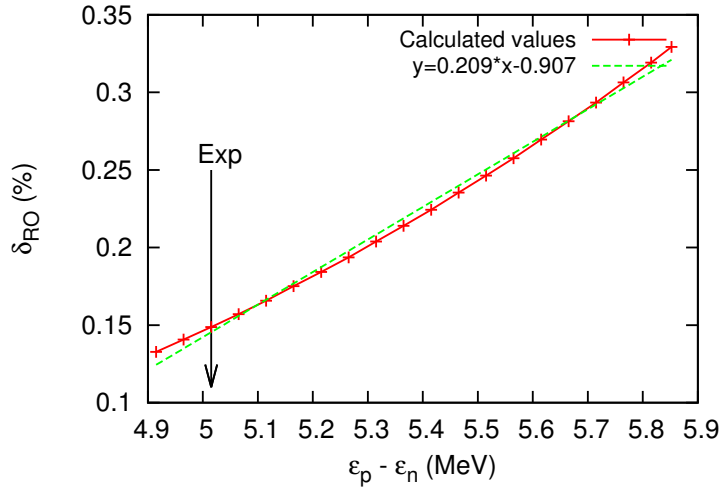


FIGURE 4.4 – Correction radiale en fonction de l’énergie isovectorielle (au niveau de Fermi). Nous avons considéré pour cette étude la transition de $^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$ et fait le calcul avec la paramétrisation BM_m . La courbe (\sim ligne droite) rouge représente les valeurs calculées et la ligne verte est une extrapolation linéaire : $y = 0.209*x - 0.907$.

L’expression (4.18) indique que le fit des énergies de séparation permet d’obtenir des bonnes fonctions d’onde radiales à $r \rightarrow \infty$. Ce fit est basé sur le théorème de Koopmans, énonçant que l’énergie d’une orbitale occupée est approximativement égale à l’opposé de l’énergie de séparation d’un nucléon qu’elle contient.

Nous allons réajuster le paramètre V_0 pour chaque orbitale de valence et pour les orbitales du cœur inerte³, ce paramètre va être fixé séparément pour proton et neutron aux valeurs trouvées par le fit de l’orbitale de valence la plus peuplée. Il est à noter que d’habitude dans un modèle de particules indépendantes, on réajuste uniquement la dernière orbitale occupée, traduisant le fait que les nucléons transférés doivent se trouver dans ce niveau. Par contre, nous sommes actuellement dans le cadre du modèle en couches où le niveau de Fermi n’est pas explicitement défini, le fait qu’on réajuste chaque orbitale de valence est justifié par l’intervention des OBTDs dans l’équation (4.15) qui représente la probabilité de transition.

Comme chaque orbitale auquel l’on s’intéresse est réajustée indépendamment, le terme spin-orbite qui contrôle l’écart d’énergie entre des états de spin haut et des états de spin bas est donc raisonnablement fixé.

La figure 4.5 représente la sensibilité de la correction δ_{RO} et le rayon de charge au paramètre r_0 , pour $a_0 = 0.652, 0.662$ et 0.672 fm. D’après cette figure, δ_{RO} et le rayon seront augmentés si l’on augmente r_0 . Comme la dépendance de ce paramètre est assez forte, le fit du rayon de charge en variant r_0 peut avoir influence importante sur δ_{RO} . Cette étude montre également que la dépendance du paramètre a_0 est remarquable. Cependant on n’a pas d’observable pour contraindre ce paramètre, pour ce travail, nous allons toujours le fixer à la valeur standard, $a_0 = 0.662$ fm.

Le résultat obtenu avec les paramétrisations réajustées a été reporté sur la figure

3. Les fonctions d’onde radiales de ces orbitales sont utilisées pour calculer le rayon de charge uniquement

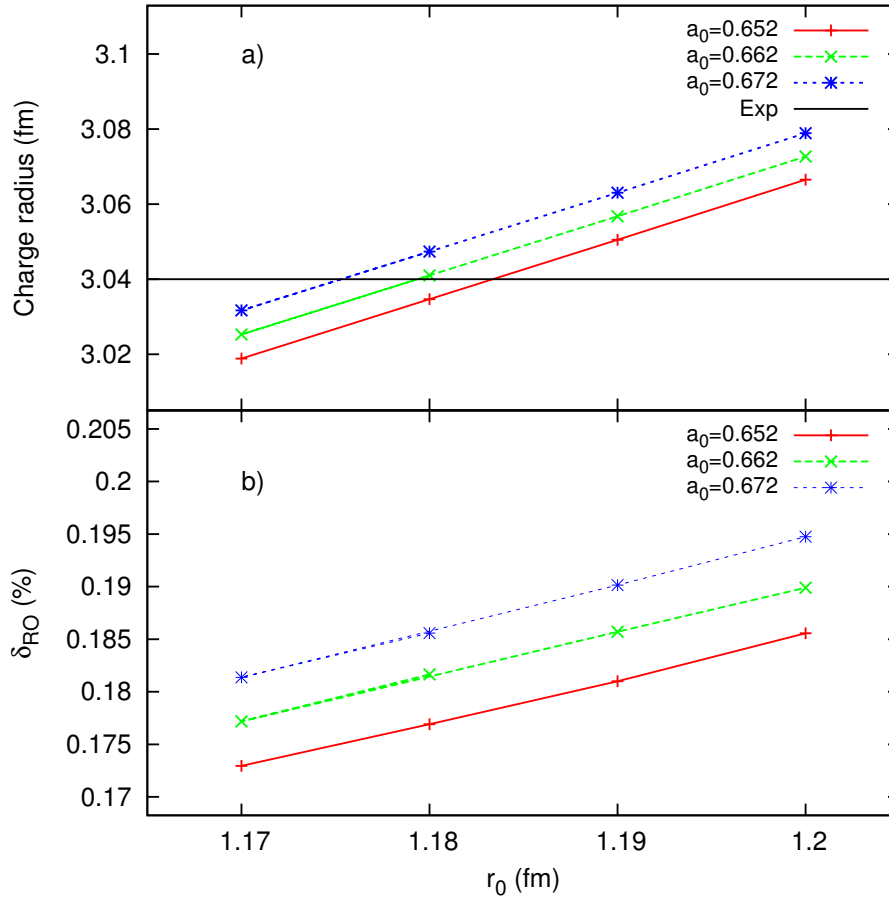


FIGURE 4.5 – Rayon de charge (le panneau a.) et la correction radiale δ_{RO} (le panneau b.) en fonction du paramètre r_0 pour différentes valeurs du paramètre a_0 . Pour cette étude nous avons considéré la transition de $^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$ et fait le calcul avec la paramétrisation BM_m . La ligne horizontale dans le panneau a) représente la valeur expérimentale du rayon de charge du ^{26}Al .

4.6. Les valeurs pour r_0 obtenues par le fit du rayon de charge ont été données sur le panneau a), nous avons trouvé pour les émetteurs de l'espace sd (sauf le ^{22}Mg), des valeurs considérablement inférieures à la valeur au départ (1.26 fm), telles que : (1.179, 1.166) fm pour ^{26}Al , (1.190, 1.174) fm pour ^{26}Si , (1.186, 1.173) fm pour ^{30}S , (1.244, 1.230) fm pour ^{34}Cl , (1.214, 1.201) fm pour ^{34}Ar , (1.197, 1.185) fm pour ^{38}K et (1.223, 1.212) fm pour ^{38}Ca , où les premiers chiffres dans les parenthèses sont déterminés avec la paramétrisation BM_m et les deuxièmes avec SWV. Cet effet est dû au fait que le rayon de charge obtenu par les calculs sans ajustement est surestimé par rapport aux valeurs mesurées (cf. Fig. 4.2). Dans les espaces fp et f_5p_9 , les calculs sans ajustement reproduisent assez bien les données de cette observable, par conséquent, les valeurs de r_0 obtenues par le fit sont très proches de 1.26 fm. Le résultat pour δ_{RO} a été donné sur le panneau b) de la même figure. Il apparaît que δ_{RO} et r_0 obtenus par cette méthode sont cohérents par l'intermédiaire d'une relation, comme illustrée sur la figure 4.5 (δ_{RO} augmente quand r_0 augmente). Le

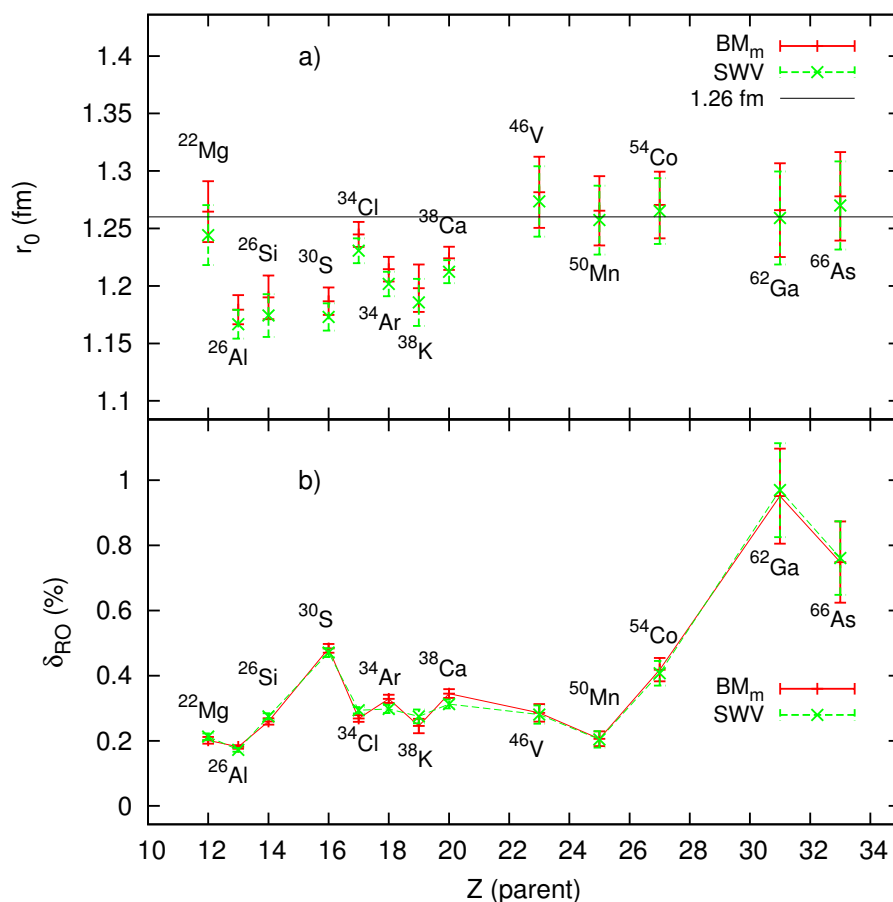


FIGURE 4.6 – Résultat pour δ_{RO} (le panneau b.) et r_0 (le panneau a.). Ce dernier a été obtenu par l’ajustement pour reproduire les données expérimentales du rayon de charge. La profondeur du terme central V_0 a été réajustée pour proton et neutron, et pour chaque orbitale de valence pour reproduire les énergies de séparation expérimentales. Notons que les deux paramètres ont été fittés de la manière consistante, de sorte que le potentiel final est capable de décrire les deux observables en même temps. Les points rouges ont été obtenus avec la paramétrisation BM_m et les points verts avec SWV.

paramètre r_0 est réduit dans l’espace sd , en effet, la correction δ_{RO} correspondante est généralement plus petite par rapport au résultat des calculs sans ajustement. Pour les espaces fp et $f_5p_9g_9$, les valeurs pour r_0 sont très proches de 1.26 fm, c’est pourquoi δ_{RO} obtenues restent comparables au résultat précédent.

Les incertitudes sur ce résultat proviennent principalement des incertitudes des données expérimentales du rayon de charge⁴. La dépendance de l’interaction effective du modèle en couches est faible. La procédure employée pour évaluer des

4. L’incertitude du rayon de charge a été évaluée par l’intermédiaire d’une formule décrivant la corrélation entre le rayon et δ_{RO} . Cette formule est obtenue par une extrapolation autour de la valeur expérimentale, par exemple dans le cas de $^{26}\text{Al} \rightarrow ^{26}\text{Mg}$, nous avons obtenu des lignes droites (cf. Fig. 4.5).

incertitudes, est basée sur la revue de statistique du *Particle Data Group* [3]. Nous supposons que les calculs avec différentes interactions effectives forment un ensemble des valeurs indépendantes pour δ_{RO} , noté par $x_i \pm \Delta x_i$, où Δx_i représente l'incertitude provenant de données du rayon de charge, correspondant à l'interaction utilisée. Nous supposons encore que la répartition de la variable aléatoire $\{x_i\}$ en fonction du nombre d'échantillon est une distribution gaussienne. Comme les différentes valeurs n'ont pas le même poids dans l'ensemble et à chaque valeur est associée un coefficient noté ω_i , pour obtenir une moyenne pondérée, il faut d'abord effectuer le produit entre chacune des valeurs et sa pondération et le rapport entre ce résultat et la somme des pondérations :

$$\bar{x} \pm \Delta \bar{x} = \frac{\sum_i \omega_i x_i}{\sum_i \omega_i} \pm \left(\frac{\sum_i \omega_i}{\sum_i \omega_i} \right)^{-1/2} \quad (4.19)$$

où

$$\omega_i = \frac{1}{(\Delta x_i)^2} \quad (4.20)$$

D'après la figure 4.6, nous remarquons que la dépendance en T_z de la correction δ_{RO} est beaucoup moins forte par rapport au résultat des calculs sans ajustement (le *staggering* tend à disparaître). Cet effet est dû à la modification du terme isovectoriel du potentiel : comme les paramétrisations au départ ne décrivent pas correctement ce comportement, le fit du paramètre V_0 séparément pour proton et neutron va induire empiriquement un terme isovectoriel. La comparaison entre la figure 4.6 et la figure 4.1 indique que ce terme induit a un signe différent du signe du terme original, par conséquence, la magnitude de tout l'ensemble des composantes isovectorielles est fortement diminuée. Cette diminution est principalement due à l'identité entre le facteur de forme du terme isovectoriel et celui du terme central.

Une autre remarque sur ce résultat est la sensibilité de la correction δ_{RO} au paramètre r_0 . La figure 4.6 montre que l'incertitude sur δ_{RO} pour les deux transitions dans l'espace f_5pg_9 est beaucoup plus grande par rapport aux autres, tandis que les incertitudes sur r_0 sont du même ordre de grandeur que les autres. Cela signifie que la sensibilité au r_0 pour ces deux transitions est beaucoup plus forte que pour les autres.

4.2.3 Termes de surface

On peut fondamentalement suggérer que les termes principaux du potentiel de Woods-Saxon ont une base théorique sur les propriétés de saturation de la matière nucléaire [42], donc ils doivent être déterminés une seule fois pour tous les noyaux. S'il est nécessaire de raffiner la paramétrisation, il faut ajouter des termes supplémentaires avec des paramètres ajustables. Par exemple, Towner et Hardy ont proposé des termes dits de surface dans leurs calculs de la correction δ_{RO} [7] :

$$V_g(r) = \left(\frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{V_g}{a_s r} \exp \left(\frac{r - R_s}{a_s} \right) \{f_s(r, R_s, a_s)\}^2 \quad (4.21)$$

et

$$V_h(r) = V_h a_0^2 \left\{ \frac{d}{dr} f_0(r, R_0, a_0) \right\}^2 \quad (4.22)$$

où V_g et V_h sont les paramètres ajustables et $(\hbar/m_\pi c)^2 = 2 \text{ fm}^2$ est la longueur d'onde de Compton du pion. Les autres paramètres ont été définis dans la sous-section §2.2.2. Comme leur nom indique, ces termes ont une influence dans la région superficielle seulement. Il est à remarquer que le terme $V_g(r)$ est beaucoup plus fort que le terme $V_h(r)$.

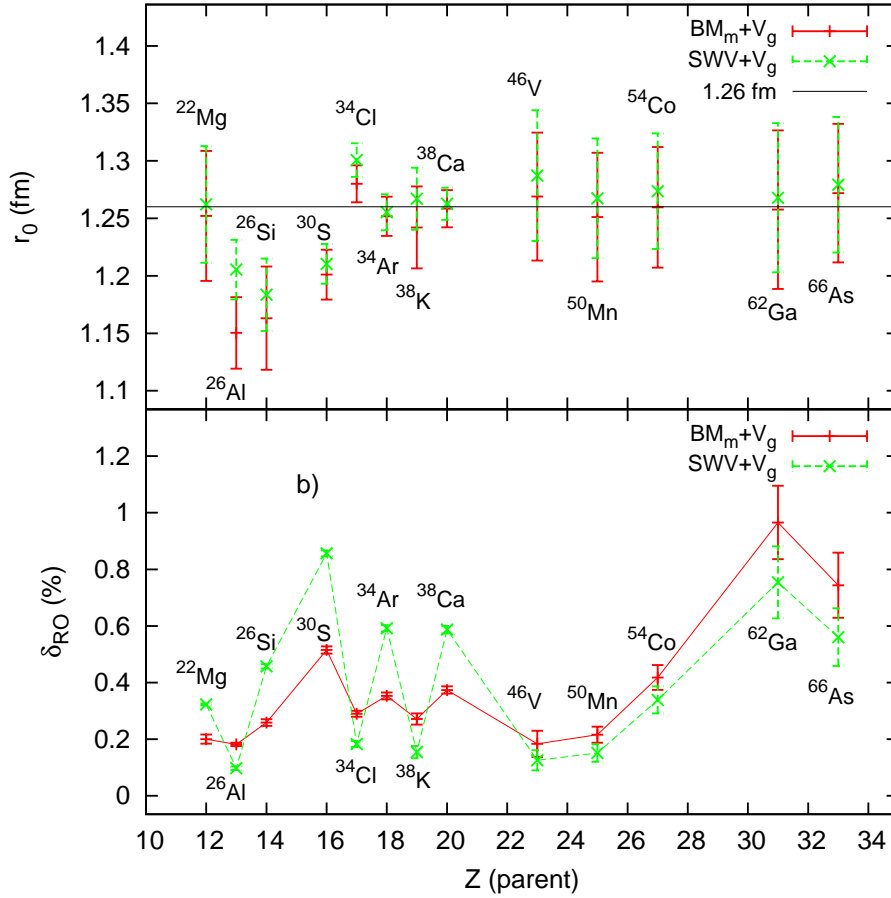


FIGURE 4.7 – Résultat obtenu avec le terme de surface $V_g(r)$. Le panneau a) et b) illustrent le paramètre r_0 et la correction δ_{RO} respectivement. La profondeur du terme central V_0 a été fixée pour proton et neutron séparément (le détail est donné dans le texte) et le paramètre V_g a été ajusté pour reproduire les énergies de séparation expérimentales. La courbe rouge a été obtenue avec la paramétrisation $\text{BM}_m + V_g(r)$ et la courbe verte avec $\text{SWV} + V_g(r)$.

Nous avons mis en œuvre des calculs avec le terme de surface $V_g(r)$, le résultat obtenu a été reporté sur la figure 4.7. Pour ces calculs, la profondeur du terme central V_0 a été fixée (séparément pour proton et neutron) de telle façon que l'énergie de l'orbitale la plus fortement peuplée soit égale à l'énergie de séparation. Le terme

de surface n'est donc pas présent pour cette orbitale. Pour les autres orbitales de valence, nous avons ajusté le paramètre V_g pour reproduire les énergies de séparation. Le paramètre r_0 a été également réajusté pour fixer le rayon de charge du noyau père pour chaque transition étudiée. Il est intéressant de noter que quand on ajoute le terme de surface $V_g(r)$, le résultat est considérablement changé. Nous rappelons que quand le terme $V_g(r)$ est exclu, le calcul avec la paramétrisation BM_m résulte des valeurs pour r_0 qui sont systématiquement supérieures à celles obtenues avec la paramétrisation SWV (cf. Fig. 4.6). Au contraire, quand le terme $V_g(r)$ est présent, les valeurs déterminées avec BM_m sous-estiment celles avec SWV (cf. Fig. 4.7). En ce qui concerne la correction δ_{RO} , la tendance de ce résultat ressemble beaucoup au cas des calculs sans ajustement (cf. Fig. 4.1), à savoir pour les émetteurs $T_z = -1$, les valeurs obtenues avec SWV sont systématiquement plus grandes que celles obtenues avec BM_m et c'est le contraire pour les émetteurs $T_z = 0$.

De façon similaire au calcul précédent, on constate que l'ajustement du terme de surface $V_g(r)$ va induire un terme isovectoriel empirique pour compenser le défaut de l'énergie isovectorielle, mais cette fois, ce terme induit est localisé uniquement dans la région superficielle. Il me semblait que, le *staggering* de δ_{RO} en fonction de T_z qui est un caractère des termes isovectoriels originaux reste visible dans le résultat du présent calcul (cf. Fig. 4.7).

Quant au terme de surface $V_h(r)$, l'ajustement du paramètre V_h provoque un effet non physique. On constate que les expériences conduisent en première approximation à l'hypothèse d'une densité constante, et la même pour tous les noyaux [97]. Ainsi le volume du noyau est sensiblement proportionnel au nombre de masse A , donc le rayon doit être $R = r_0 A^{1/3}$. Par contre, avec ce terme de surface, la relation entre le rayon de charge et le paramètre r_0 est du type quadratique (cf. Fig. 4.8), c'est-à-dire à un moment donné, le rayon de charge décroît avec r_0 . Dans le cas de ^{34}Cl (cf. Fig. 4.8), l'ajustement du paramètre r_0 ne peut pas trouver la valeur expérimentale du rayon de charge (3.39 fm), car cette valeur se situe au-dessus du sommet de la parabole. Nous avons rencontré ce même problème pour toutes les transitions dans la couche *sd*.

Examinons plus en détails l'effet du terme $V_h(r)$. Sur la figure 4.9, nous avons tracé le profil du potentiel total (le panneau a.) et la fonction d'onde radiale (le panneau b.) pour $V_h = 0, 100$ et 200 MeV. Cette figure explique pourquoi dans le calcul avec le terme de surface $V_h(r)$ la relation entre le rayon et r_0 est une parabole. En générale, quand on augmente le paramètre r_0 , le puits du potentiel et éventuellement la queue des fonctions d'onde radiales seront étendus à l'extérieur du noyau. En effet, le rayon de charge sera augmenté. Le problème provient de l'ajustement du terme de surface. D'après la figure 4.9, quand le paramètre V_h est augmenté, le puits du potentiel est de plus en plus étroit, ce qui signifie que l'augmentation du paramètre V_h a pour effet de diminuer le rayon de charge. La compétition entre le fit du paramètre r_0 et V_h ne permet pas de reproduire le rayon de charge et les énergies de séparation en même temps. Ce problème n'est pas apparu dans les calculs avec le terme $V_g(r)$, on pense que parce que ce terme est beaucoup plus fort que $V_h(r)$.

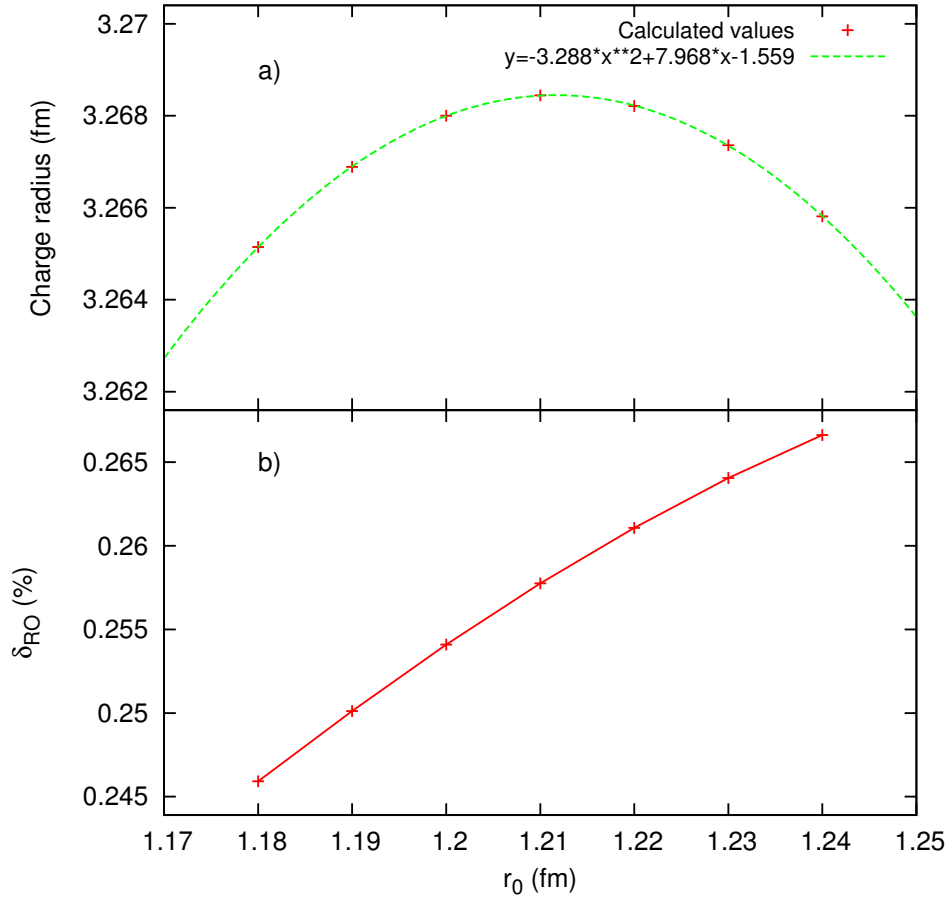


FIGURE 4.8 – Rayon de charge (panneau a.) et la correction δ_{RO} (panneau b.) pour la transition $^{34}\text{Cl} \rightarrow ^{34}\text{S}$ en fonction du paramètre r_0 . Cette étude a été réalisée avec la paramétrisation BM_m , en ajoutant le terme de surface $V_h(r)$. Pour chaque point de r_0 , le paramètre V_h a été ajusté pour proton et neutron séparément pour fixer les énergies de séparation.

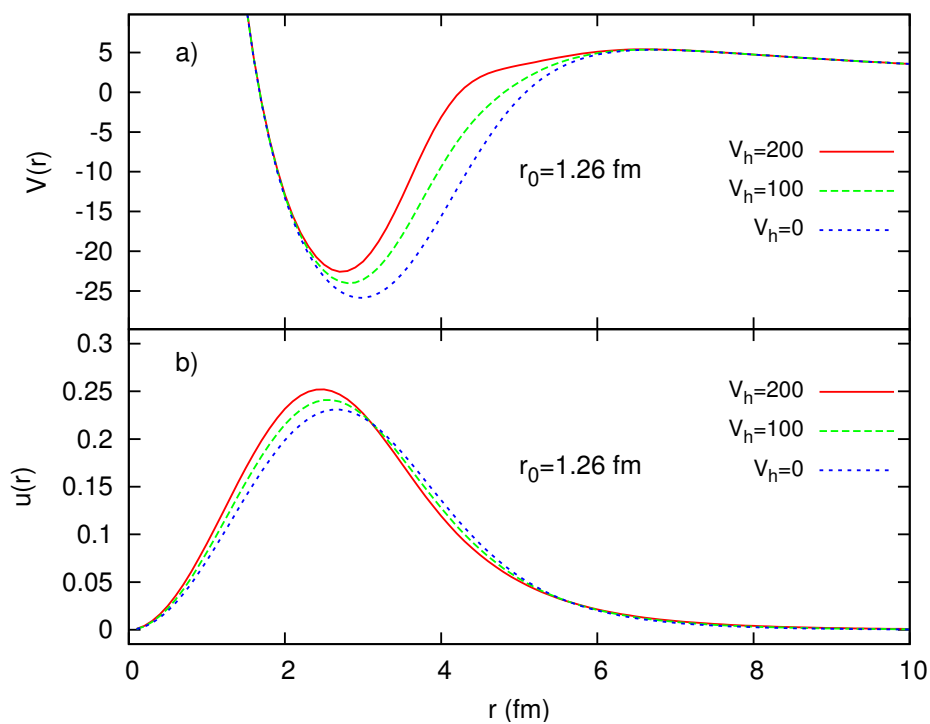


FIGURE 4.9 – Illustration de l’effet du terme de surface $V_h(r)$ sur le potentiel (panneau a.) et sur la fonction d’onde radiale (panneau b.). Nous considérons pour cette illustration l’orbitale $1d_{5/2}$ du noyau ^{34}Cl . L’augmentation du paramètre V_h déplace la fonction d’onde radiale vers la gauche, en effet le rayon de charge diminue.

4.2.4 Dépendance des états intermédiaires

Toutefois, une partie importante de la correction δ_{RO} provient du décalage entre la fonction d'onde radiale du proton désintégrant dans le noyau père et celle du neutron résultant dans le noyau fils ; mais ces deux nucléons sont liés au noyau intermédiaire de $(A - 1)$ nucléons, donc la structure de ce noyau se révèle être importante aussi. Nous pouvons développer les fonctions d'onde des états initial et final aux produits de la fonction d'onde du noyau intermédiaire : $|\pi\rangle$ et de la fonction d'onde du nucléon transféré : $|\alpha\rangle$ ou $|\tilde{\alpha}\rangle$. Les deux fragments doivent avoir des nombres quantiques de telle sorte que les états couplés sont $J^\pi = 0^+$ et $T = 1$. En effet, l'expression (4.15) devient [32] :

$$\delta_{RO} = \frac{2}{M_F^0} \sum_{\alpha,\pi} A^T(f\pi k_{\tilde{\alpha}}) \cdot A^T(i\pi k_{\alpha}) \cdot (1 - \Omega_{\alpha}^{\pi}), \quad (4.23)$$

où les coefficients de l'expansion $A^T(f\pi k_{\tilde{\alpha}})$ et $A^T(i\pi k_{\alpha})$ sont les amplitudes spectroscopiques, représentant le recouvrement entre les fonctions d'onde de A et de $(A - 1)$ nucléons [97], l'exposant T indique que ces amplitudes sont évaluées à la limite de la symétrie d'isospin. Les sommes dans l'équation (4.23) sont sur tous les états intermédiaires $|\pi\rangle$ et tous les orbitales de valence du modèle en couches.

L'intérêt majeur de l'équation (4.23) est qu'elle permet aux fonctions d'onde radiales de dépendre des énergies d'excitation du noyau intermédiaire de $(A - 1)$ nucléons⁵, en effet, le calcul de δ_{RO} nécessite la diagonalisation de nombreux états de ce noyau, et il est indispensable d'ajuster le potentiel réaliste choisi pour fixer les énergies de séparation correspondantes à chaque état excité de ce noyau intermédiaire.

Une première difficulté pour mettre en œuvre ce calcul (même les calculs précédents), est l'inégalité entre les énergies individuelles et les énergies de séparation. Ces deux quantités sont généralement liées par l'intermédiaire d'une énergie représentante des corrélations entre le nucléon intérêt et les autres nucléons de valence. Pour simplifier, nous allons négliger cet effet et supposer que les états initial et final peuvent s'écrire sous la forme :

$$|f\rangle = a_{\tilde{\alpha}}^{\dagger} |\pi\rangle \quad \text{et} \quad |i\rangle = a_{\alpha}^{\dagger} |\pi\rangle, \quad (4.24)$$

et on obtient donc :

$$E_f = \epsilon_{\tilde{\alpha}} + E_{\pi} \quad \text{et} \quad E_i = \epsilon_{\alpha} + E_{\pi}. \quad (4.25)$$

Les énergies des états initial et final ($J^\pi = 0^+, T = 1$), ainsi que les énergies des états à basse énergie du noyau intermédiaire, sont expérimentalement connues. Lorsque les énergies d'excitation expérimentales E_{π} ne sont pas disponibles, nous allons utiliser les énergies d'excitation prédites par le modèle en couches. On peut alors fixer les énergies individuelles des orbitales de valence aux valeurs expérimentales, extraites des équations (4.25).

Examinons dans un premier temps la variation de la correction δ_{RO} et de l'élément de matrice de Fermi $|M_F^0|$ (à la limite de la symétrie d'isospin) en fonction du nombre

5. Dans la mesure où les fonctions d'onde radiales sont indépendantes des excitations du noyau de $(A - 1)$ nucléons, la formule (4.23) est équivalente à (4.15).

d'états intermédiaires (N_{max}) pris en compte. Nous avons considéré pour cet examen, les huit transitions de la couche sd . Les amplitudes spectroscopiques ont été obtenues avec l'interaction USD et les intégrales du recouvrement ont été calculés avec le potentiel WS en utilisant la paramétrisation BM_m . La profondeur du terme central V_0 du potentiel a été réajustée pour reproduire les énergies de séparation tandis que le paramètre r_0 a été réajusté pour reproduire le rayon de charge. Le résultat a été représenté sur la figure 4.10 sur laquelle nous avons tracé des valeurs correspondant à $N_{max} = 20, 30, 50, 100$ et 150 . On constate que la réalité montre que, les facteurs spectroscopiques⁶ diminuent avec l'augmentation d'énergie d'excitation E_π . Grâce à cette caractéristique, à un moment donné, on peut raisonnablement imposer une coupure de la somme sur π dans l'équation (4.23). La figure 4.10 nous montre que l'élément de matrice de Fermi converge assez lentement. Pour les transitions au milieu de la couche sd (^{30}S , ^{34}Cl et ^{34}Ar), les valeurs de $|M_F^0|$ correspondant à $N_{max} = 150$, restent encore loin de la valeur idéale, $\sqrt{2}$. Néanmoins, la correction δ_{RO} , qui mesure la déviation entre M_F obtenu avec des fonctions d'onde radiales réalistes, et M_F^0 converge plus rapidement. Après une centaine états excités, sa valeur reste constante. Pour tous les calculs réalisés dans le présente travail, nous allons utiliser $N_{max} = 100$ comme une coupure de la somme sur les états intermédiaires pour toutes les transitions étudiées.

On constate que la précision des données expérimentales des facteurs spectroscopiques est encore loin d'être applicable pour le calcul de δ_{RO} . Cependant, ces données imprécises peuvent être utilisées pour guider les calculs théoriques. En 2008, Towner et Hardy [7] ont utilisé pour la première fois ces données à trouver les orbitales qui sont expérimentalement dominantes. Leur stratégie est d'utiliser le modèle en couches pour calculer les amplitudes spectroscopiques qui apparaissent dans l'équation (4.23), mais de limiter la somme sur les orbitales de valence α à celles pour lesquelles les grands facteurs spectroscopiques ont été observés dans les réactions de *pick-up* de neutron.

Bien que la contribution dominante à δ_{RO} provient des orbitales non remplies, Towner et Hardy ont démontré pour certaines transitions que des orbitales de couches fermées peuvent jouer un rôle, mais qui diminue en importance tant que les orbitales deviennent plus profondes. A titre d'exemple, pour le cas de ^{46}V , les facteurs spectroscopiques pour *pick-up* d'un neutron de ^{45}Ti ont été mesurés dans la réaction ($^3\text{He}, \alpha$) par Borlin [143]. Ce qui est le plus frappant à propos de ^{45}Ti est qu'il a un état $3/2^+$ à une énergie d'excitation de seulement de 330 keV et cet état est fortement peuplé. Cela indique qu'un calcul complet de la correction δ_{RO} pour la désintégration de ^{46}V doit inclure la contribution des orbitales plus profondes que le couche fp .

En dépit de l'inclusion des orbitales dominantes de la couche fermée, Towner et Hardy ont également fait des troncations pour mettre en veille les orbitales les moins peuplées. En principe, la modification de l'espace de valence (l'extension ou la troncation) doit être réalisée avec une renormalisation des éléments de matrice des interactions existantes pour obtenir une nouvelle interaction effective appropriée pour l'ensemble des orbitales actives considérées. Pour cette raison, nous ne sommes

6. Le facteur spectroscopique est l'amplitude spectroscopique au carré.

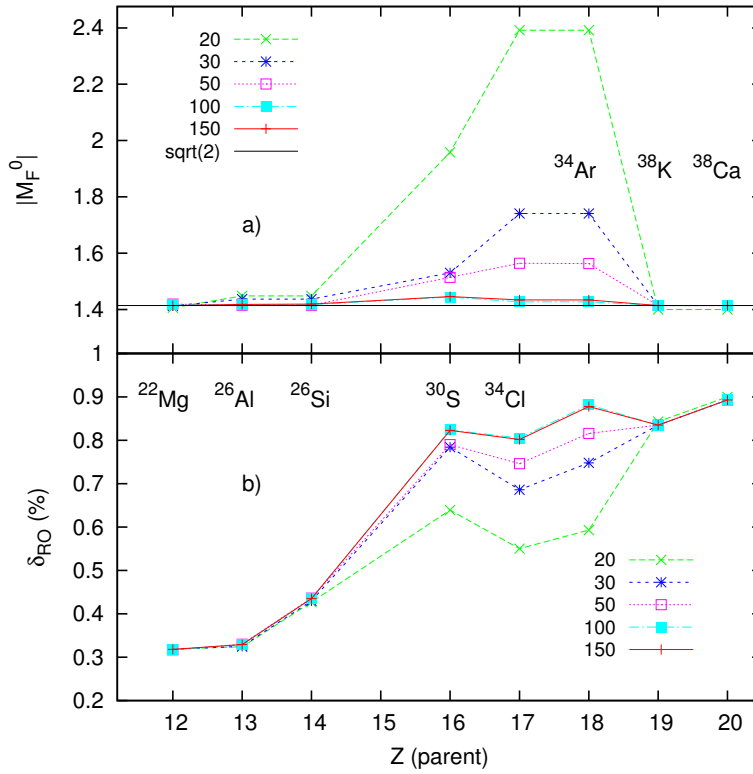


FIGURE 4.10 – L’élément de matrice de Fermi $|M_F^0|$ (panneau a.) et la correction radiale δ_{RO} (panneau b.) correspondants aux nombres d’états intermédiaires pris en compte $N_{max} \in [20, 150]$. Pour ce calcul, nous avons considéré 8 transitions dans l’espace sd , les amplitudes spectroscopiques ont été obtenues par un calcul du modèle en couches, en utilisant l’interaction USD. Les fonctions d’onde radiales ont été déterminées par la paramétrisation BM_m , où la profondeur et le paramètre de taille du potentiel ont été réajustés pour reproduire les énergies de séparation et le rayon de charge du noyau père respectivement.

pas en mesure de mettre en œuvre ce type de calcul. Pour ce travail, nous allons faire des calculs dans les espaces de valence standards (sd , fp et f_5pg_9), les résultats obtenus seront comparés avec le résultat de Towner et Hardy en 2002 [1], où leur calcul a été fait pour la plupart des cas, dans les mêmes espaces de valence.

A l’heure actuelle, il est possible de mettre en œuvre des calculs à large échelle sans aucune troncation pour tous les noyaux dans l’espace de valence sd . Cependant, pour les espaces fp et f_5pg_9 , le problème de dimensionnalité reste un enjeu important pour ce type de calcul. Nous avons réussi à diagonaliser 100 états (pour chaque J^π donné du noyau intermédiaire) pour les transitions de ^{46}V et de ^{50}Mn et testé pour lesquelles la correction δ_{RO} converge bien. Signalons que le ^{54}Co est le dernier émetteur de la couche fp dont le nombre de nucléons de valence nous autorise encore la diagonalisation de la matrice hamiltonienne sans troncation, au regard des moyens numériques du laboratoire. Comme l’espace du modèle pour les noyaux impliqués dans cette transition est beaucoup plus grand que les cas précédents, nous avons réussi seulement 70 états pour chaque J^π donné du ^{53}Fe . Ce grand

calcul a été fait sur la machine borlin222 du groupe théorique, au CENBG (24 GB, X5650@2.67 GHz), où le temps d'exécution est à peu près 3 mois. Nous avons trouvé pour cette transition que la valeur absolue de l'élément de matrice de Fermi, $|M_F^0|$ est encore très loin de la valeur idéale, mais dans la même condition, la correction δ_{RO} converge beaucoup meilleure et il me semble que $N_{max} = 70$ est suffisant pour cette transition. Pour l'espace f_5pg_9 , la diagonalisation de 100 états intermédiaires pour les transitions ^{62}Ga et ^{66}As a été réussie. Par contre, pour les transitions ^{70}Br et ^{74}Rb , la diagonalisation de la matrice hamiltonienne par le code NuShellX@MSU est inaccessible au laboratoire en raison de la dimension rédhibitoire de l'espace des états.

Notons que pour la masse $A = 38$, Towner et Hardy (en 2002 [1]) ont choisi l'interaction de Federman-Pittel (FP) [144] avec l'espace du modèle constitué des orbitales $1d_{3/2}$ et $1f_{7/2}$. Pour les noyaux avec $A = 50$ et 54 , ils ont fait des calculs dans des espaces fp tronqués, tels que $(f_{7/2})^{n-r}(p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2})^r$ avec $r \leq 2$, où n est le nombre total des nucléons de valence. Ils ont réajusté dans ces espaces des centroides des interactions existantes pour reproduire les énergies des états intérêts. Pour les noyaux avec $A = 62$ et 66 , ils ont considéré les espaces du modèle : $(p_{3/2}, f_{5/2}, p_{1/2})^n$ avec $n = A - 56$, qui sont basés sur l'hypothèse que l'orbitale $f_{7/2}$ soit fermée. Pour ces espaces, ils ont utilisé une interaction MSDI (*Modified Surface Delta Interaction*).

Dans les calculs précédents de Towner et Hardy [1, 39, 132], le rayon de charge et les énergies de séparation ont été fittés indépendamment. Ils ont d'abord réajusté le paramètre r_0 pour fixer le rayon de charge du noyau père dans un formalisme simple, sans pris en compte de la dépendance des états intermédiaires. Cela est similaire à nos calculs dans les sous-sections précédentes (§4.2.2 et §4.2.3). Les valeurs de r_0 obtenues ont ensuite été utilisées pour leur calcul de la correction δ_{RO} , où la profondeur du terme central ou le paramètre des termes de surface est réajusté pour fixer les énergies de séparation correspondant à chaque état excité du système de $(A - 1)$ nucléons. Ainsi, il y a un risque que les fonctions d'onde radiales finales ne donnent plus de bonne valeur pour rayon de charge.

Pour améliorer, nous avons proposé une nouvelle méthode pour calculer le rayon de charge, se basant sur le développement sur des états complets du noyau intermédiaire, de la même manière que pour δ_{RO} [32]. Cette méthode consiste d'abord à définir l'opérateur qui correspond à cette observable dans le formalisme de second quantification :

$$\hat{r}_{ch}^2 = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha} \langle \alpha | \hat{r}^2 | \alpha \rangle a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha}, \quad (4.26)$$

on obtient le carré du rayon de charge comme la valeur moyenne de cet opérateur dans l'état fondamental du noyau père⁷ :

$$\langle r^2 \rangle_{ch} = \langle i | \hat{r}_{ch}^2 | i \rangle = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha} \langle \alpha | \hat{r}^2 | \alpha \rangle \langle i | a_{\alpha}^{\dagger} a_{\alpha} | i \rangle, \quad (4.27)$$

7. On considère dans le présent travail uniquement les états $J^{\pi} = 0^+, T = 1$. Ils sont les états fondamentaux de la plupart des émetteurs super-permis, à l'exception de ^{26}Al et ^{38}K . Pour ces deux cas, un tel état est le premier état excité, à l'énergie d'excitation de 228.3 keV pour ^{26}Al et de 130.4 keV pour ^{38}K . On va supposer pour ces noyaux que leur rayon calculé dans le premier état excité peut être fixé aux valeurs mesurées.

on peut maintenant évaluer cet élément de matrice de la même manière que pour l'élément de matrice de Fermi [32], en introduisant la relation de fermeture des états du noyau intermédiaire à l'équation (4.27), entre l'opérateur de création et d'annihilation. Donc l'élément de matrice $\langle i|a_\alpha^\dagger a_\alpha|i\rangle$ peut être exprimé en terme des facteurs spectroscopiques de *pick-up* d'un proton. Cette formulation permet alors aux fonctions d'onde radiales de dépendre des états complets du noyau intermédiaire :

$$\langle r^2 \rangle_{ch} = \frac{1}{Z} \sum_{\alpha,\pi} \left[\int_0^\infty r^4 |R_\alpha^\pi(r)|^2 dr \right] |A(i\pi k_\alpha)|^2. \quad (4.28)$$

Nous allons supposer que les fonctions radiales des orbitales du cœur inerte ne dépendent pas des états excités du noyau intermédiaire, par conséquent, la pondération des intégrales dans l'équation (4.28) (la somme sur les facteurs spectroscopiques) deviendra $(2j + 1)$. Comme une autre possibilité, la contribution de ces orbitales inactives peut être extraite à partir des données expérimentales du rayon de charge du noyau correspondant, par exemple : ${}^4\text{He}$ pour l'espace *p*, ${}^{16}\text{O}$ pour l'espace *sd*, ${}^{40}\text{Ca}$ pour l'espace *fp*, etc. Cette technique a pour avantage d'éviter la dépendance d'énergie, qui est émergée pour les états fortement liés. Cependant cette technique n'est pas appropriée si l'on ajuste le potentiel, à cause du problème de sensibilité.

Finalement, pour obtenir le rayon de charge, on doit appliquer la correction due à la structure du proton et la correction du centre de masse (4.17).

La correction δ_{RO} et le paramètre r_0 déterminés par la procédure décrite ci-dessus ont été illustrés sur la figure 4.11. Comme les calculs précédents, nous avons utilisé pour ce calcul, la paramétrisation SWV et BM_m . Pour chacune d'elles, la profondeur du terme central V_0 a été réajusté pour proton et neutron séparément pour reproduire les énergies de séparation expérimentales (4.25), et le paramètre r_0 a été également réajusté pour reproduire les valeurs mesurées du rayon de charge du noyau père par la méthode décrite dans le paragraphe ci-dessus. En ce qui concerne les amplitudes spectroscopiques, nous avons utilisé trois interactions, USD, USDA, USDB pour l'espace *sd*, deux interactions, KB3G et GX1A pour l'espace *fp* (sauf le ${}^{54}\text{Co}$ pour lequel nous avons réussi seulement la diagonalisation de 70 états avec l'interaction KB3G), et l'interaction JUN45 pour l'espace $f_3p g_9$. Les incertitudes sur les résultats obtenus proviennent des incertitudes du rayon de charge et de la dépendance de l'interaction effective du modèle en couches, le détail de la procédure statistique a été donné dans la sous-section §4.2.2. A titre de comparaison, nous avons reporté sur la figure 4.11 le résultat de Towner et Hardy en 2002 (ce résultat est extrait de la table V de la référence [1], troisième colonne pour r_0 et cinquième colonne pour δ_{RO}), et afin de mettre en évidence la dépendance de la correction δ_{RO} et du rayon de charge vis-à-vis des états excités du noyau intermédiaire, nous avons également reporté sur cette figure, les valeurs obtenues par notre calcul simple où seulement l'état fondamental du système intermédiaire est considéré (en bleu).

Nous notons tout d'abord que l'introduction de la dépendance des états intermédiaires aux fonctions d'onde radiales a pour l'effet d'augmenter la correction δ_{RO} . Le paramètre r_0 obtenu par le fit du rayon de charge est aussi augmenté, particulièrement pour les cas dans l'espace *sd*. Towner et Hardy utilisent une méthode

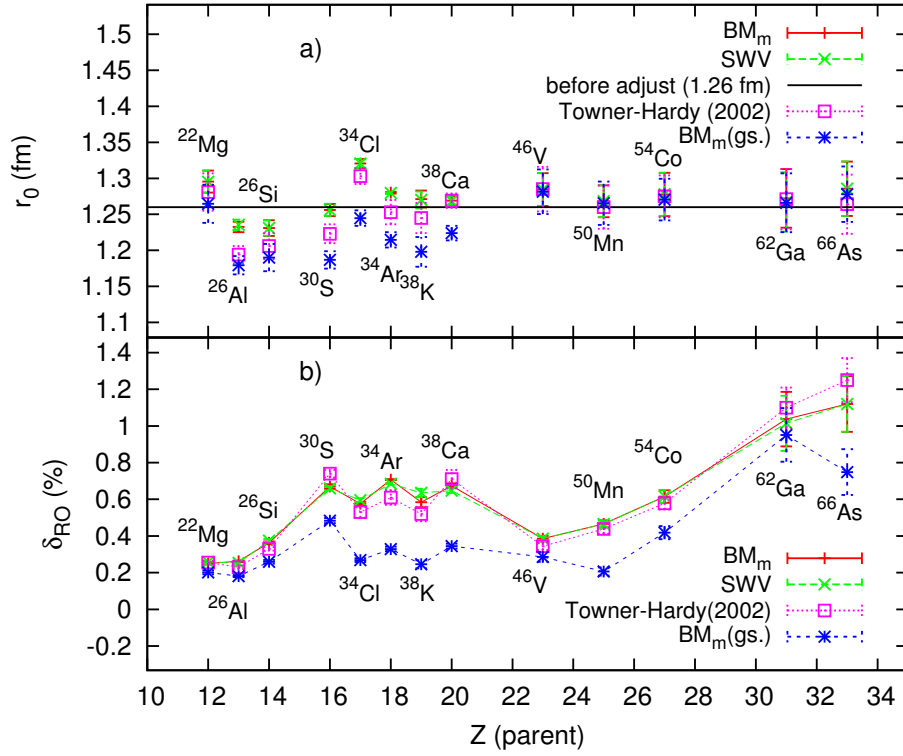


FIGURE 4.11 – La correction δ_{RO} (panneau b.) et le paramètre r_0 (panneau a.) déterminés avec les données spectroscopiques complets du système de $(A - 1)$ -nucléons. Pour chaque état de ce système, la profondeur V_0 et le paramètre r_0 sont réajustés pour fixer les énergies de séparation et rayon de charge du noyau père respectivement. La courbe rouge est obtenue avec la paramétrisation BM_m et la courbe verte obtenue avec SWV. Pour faciliter la comparaison, le résultat de Towner et Hardy [1] est tracé en violet. Les valeurs obtenues dans le calcul simple où la dépendance des états intermédiaires n'est pas prise en compte, est tracé en bleu.

classique pour fitter le rayon de charge, en considérant uniquement l'état fondamental du système intermédiaire, les valeurs obtenues pour r_0 sont donc inférieures à notre résultat (en rouge et en vert). D'autre part, la méthode de Towner et Hardy est similaire à la méthode utilisée dans la sous-section précédente, mais les résultats pour r_0 sont bien différents, à savoir leur résultat (en violet) est plus grand que le notre (en bleue), particulièrement dans l'espace sd . Cela est probablement dû à la différence des paramétrisations utilisées. Ainsi, dans l'espace fp et f_5pg_9 , tous les calculs sont remarquablement en bon accord et la valeur standard du paramètre r_0 (1.26 fm) se trouve particulièrement bien reproduit.

Le panneau b. de la figure 4.11 nous montre que notre résultat pour δ_{RO} est généralement en bon accord avec le résultat de Towner et Hardy. Il y a deux exceptions dans la couche sd , à savoir, nous obtenons des valeurs significativement plus grandes pour ^{34}Ar et ^{38}K . Pour ces deux cas, nous avons utilisé des nouvelles données pour le rayon de charge [139], et il faut aussi noter que l'espace du modèle choisi pour ^{38}K est assez petit par rapport au calcul de Towner et Hardy. Concernant les

deux transitions dans l'espace f_5pg_9 , nous avons trouvés des valeurs plus petites, une réduction de $\sim 0.062\%$ pour ^{62}Ga et $\sim 0.129\%$ pour ^{66}As . Cette réduction est due à l'inclusion de l'orbitale $1g_{9/2}$ dans notre calcul et la différence des interactions effectives utilisées.

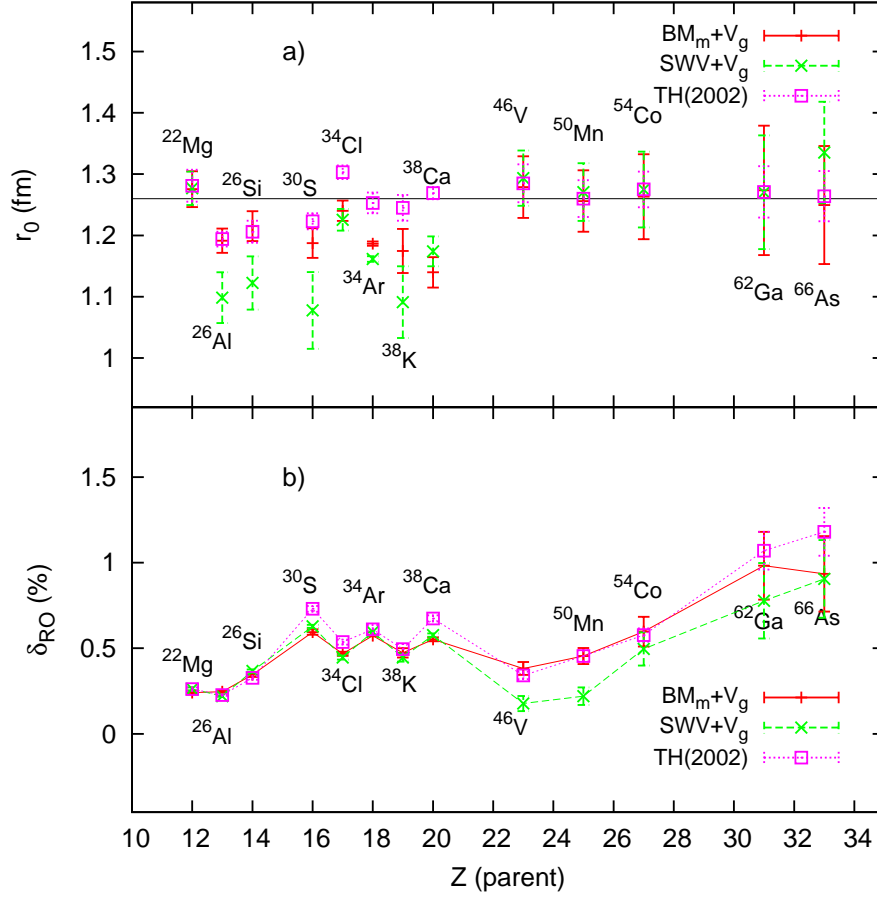


FIGURE 4.12 – Mêmes calculs que pour la figure 4.11, mais cette fois, nous avons ajouté le terme de surface $V_g(r)$ au potentiel, et ajusté le paramètre V_g de ce terme au lieu de la profondeur du terme central pour reproduire les énergies de séparation. Pour faciliter la comparaison, nous avons tracé en violet, le résultat de Towner et Hardy en 2002 [1] où les énergies de séparations ont été fittées par la même méthode.

Nous avons finalement effectué des calculs avec le terme de surface $V_g(r)$, ce calcul est similaire au calcul donné dans la sous-section §4.2.3, sauf que cette fois, nous avons introduit la dépendance des états intermédiaires aux fonctions d'onde radiales. Le résultat obtenu a été illustré sur la figure 4.12. Nous avons également illustré dans la même figure (en violet), le résultat de Towner et Hardy (ce résultat est extrait de la table V de la référence [1], troisième colonne pour r_0 et sixième colonne pour δ_{RO}), où la correction δ_{RO} a été déterminée par une méthode équivalente mais ces auteurs ont fitté le rayon de charge par une méthode classique. Pour l'espace sd , notre résultat pour r_0 est généralement plus petit que le résultat de Towner et Hardy, en particulier, les valeurs obtenues avec la paramétrisation SWV (en vert). On remarque sur cette

figure que les incertitudes sur r_0 de notre résultat sont beaucoup plus importantes que celles des calculs précédents (les courbes rouge et verte dans la figure 4.11) et celles du résultat de Towner et Hardy, ce qui semble être une indication de la faible sensibilité du rayon de charge au paramètre r_0 , due à l'inclusion du terme de surface.

Analysons maintenant la correction δ_{RO} , il s'avère que dans l'espace sd les valeurs obtenues avec les deux paramétrisations, BM_m et SWV sont en bon accord entre eux et très proches des résultats de Towner et Hardy. Dans l'espace fp et f_5pg_9 , la paramétrisation BM_m donne systématiquement des valeurs plus grandes que celles obtenues avec SWV, sauf ^{66}As . Ce désaccord est probablement dû à la différence des termes isovectorielles. Cet effet a déjà été discuté dans la sous-section §4.2.3. Pour ^{46}V , ^{50}Mn et ^{54}Co , le résultat de Towner et Hardy est en bon accord avec notre calcul utilisant la paramétrisation BM_m . Pour les cas de ^{62}Ga et ^{66}As , les déviations par rapport au résultat de Towner et Hardy sont liées à l'inclusion de l'orbitale $1g_{9/2}$ comme discuté dans le paragraphe précédent. Bien que les incertitudes sur r_0 pour ce résultat sont très importantes, les incertitudes sur δ_{RO} apparaissent normales et comparables à celles des résultats donnés dans la figure 4.11.

Bien entendu, les résultats dégagés ici ne concernent que des calculs de modèle en couches avec des fonctions d'onde radiales déterminées à partir d'un potentiel WS non auto-cohérent. Pour être complet, il faudrait maintenant étendre nos investigations à des calculs avec des fonctions d'onde radiales HF, en minimisant l'énergie totale des noyaux en question, à l'aide d'une interaction phénoménologique de portée nulle de Skyrme. Ces calculs seront donnés dans la sous-section suivante.

4.2.5 Calculs avec les fonctions d'onde radiales de Hartree-Fock

Une approche plus rigoureuse pour δ_{RO} (cf. §4.2.4) nécessite des réajustements du potentiel aux énergies de séparation qui correspondent à chaque état excité du noyau intermédiaire. Cependant, en littérature des calculs du type HF avec réajustements sont rarement pratiqués, dus à deux raisons principales : **1)** les fonctions d'onde et les énergies individuelles de HF sont obtenues par une méthode numérique auto-cohérente, sous la condition d'énergie totale minimale, le coût de l'algorithme est donc beaucoup plus cher que le cas du potentiel de WS, **2)** la procédure de la dérivation des potentiels est formellement correcte, donc l'amélioration des calculs doit s'adresser à la paramétrisation de l'interaction ou à tenir compte des corrélations qui sont explicitement au delà de HF.

Les calculs de δ_{RO} , en utilisant les fonctions d'onde radiales de HF ont été mis en œuvre la première fois par Ormand et Brown [32, 136, 137]. Ces auteurs ont choisi pour leurs calculs, l'interaction de portée nulle de Skyrme, incluant le terme dépendant en densité et le terme coulombien. La partie d'échange pour ce dernier a été traitée par l'approximation de Slater. La méthode de Ormand et Brown est basée sur la transformation de Dover-Giai [53] pour obtenir le potentiel local équivalent (2.60). Les fonctions d'onde radiales pour évaluer les recouvrements Ω_α ont été obtenues en résolvant l'équation de Schrödinger (2.59) avec ce potentiel local équivalent, pendant que le terme central de celui-ci est multiplié par un facteur d'échelle pour fixer les énergies de séparation. Les interactions de Skyrme utilisées pour ces cal-

culs sont SGII de Sagawa et Giai [80], et SkM* de Bartel et al [74]. Les amplitudes spectroscopiques ont été déterminées avec le modèle en couches, ils ont utilisé l'interaction USD pour la couche sd et FPD6 [145] pour les noyaux $46 \leq A \leq 50$. L'interaction pour $A = 54$ a été prise pour être constituée des éléments de matrice à deux corps de FPD6, tandis que les éléments de matrice à un corps ont été renormalisés pour reproduire les énergies de liaison expérimentales du ^{57}Ni , en supposant que l'orbitale $f_{7/2}$ est fermée. Cette interaction a été nommée FPD6*. Pour les noyaux de $58 \leq A \leq 74$, ils ont utilisé deux interactions, FPD6* et FPVH [145]. En raison des restrictions de calculs, Ormand et Brown ont imposé certaines troncatures des espaces du modèle pour tous les noyaux de la couche fp , sauf ^{46}V et ^{74}Rb .

Les valeurs de δ_{RO} issues des calculs de Ormand et Brown sont systématiquement réduites par rapport aux calculs de Towner et Hardy [2], d'environ $0.1 - 0.4\%$ pour $A \leq 54$ et $0.5 - 0.7\%$ pour $A \geq 58$ (% est l'unité). Cette réduction est due aux effets du terme coulombien et des potentiels nucléaires utilisés dans chaque calcul. L'interaction de Skyrme est définie comme étant invariante sous rotation dans l'espace d'isospin, mais puisque le champ moyen est proportionnel aux densités des nucléons, la force coulombienne peut induire un potentiel isovectoriel à un corps qui tend à contrer la répulsion coulombienne et réduisant ainsi δ_{RO} . Dans le cas de WS, le potentiel coulombien était celui d'une sphère uniformément chargée, contenant $(Z - 1)$ protons, dont le rayon a été choisi pour reproduire les données du rayon de charge, sans terme d'échange. De plus, le terme isovectoriel est généralement supposé d'être proportionnel à $(N - Z)$, tandis que dans la procédure HF, ce terme résulte de la différence entre la densité de neutrons et celle de protons, il est donc toujours non nul même pour les noyaux $N = Z$.

En collaboration avec Karim Bennaceur et Michael Bender du IPNL, nous avons donc entrepris d'évaluer la correction δ_{RO} avec les fonctions d'onde radiales auto-cohérentes. Nos calculs sont proches du travail de Ormand et Brown, les différences principales sont les données des énergies prises pour contraindre les calculs et les amplitudes spectroscopiques ont été déterminées dans les espaces de configurations plus grands avec des nouvelles interactions effectives. Les espaces de configurations et les interactions effectives pour nos calculs, ainsi que ceux utilisés par Ormand et Brown ont été donnés dans la table 4.2.

Nous avons considéré trois interactions de Skyrme : SGII, SkM* et SLy5 [146]. Les deux premières de ces interactions étaient celles utilisées par Ormand et Brown dans leurs calculs. Le SLy5 est l'une des interactions fabriquées par l'équipe de Saclay-Lyon (SLY), où le protocole d'ajustements est différent de celui pour SGII et SkM*, à savoir, toutes les propriétés du ^{16}O ont été exclues, les propriétés de surface, l'une des contraintes utilisée dans le fit de SkM* ont également été exclues, par contre le module d'incompressibilité de la matière nucléaire symétrique a été pris en compte. De plus, la fonctionnelle de Skyrme pour l'interaction SLy5 comporte le terme dit J^2 qui résulte du couplage du spin avec l'opérateur de gradient, apparaissant dans l'expression de l'interaction à deux corps. Le terme J^2 représente un effet de couches qui varie fortement avec N et Z , il est presque nul dans ce qu'on appelle les noyaux de spin-saturé, où tous les paires des états $j = l \pm 1/2$ sont soit simultanément complètement occupés ou simultanément complètement vides, et il pourrait être assez grand quand les niveaux $j = l + 1/2$ sont remplis tandis que leur partenaires

TABLE 4.2 – Les espaces du modèle et les interactions effectives pour les noyaux considérés.

Noyaux pères	Ce travail		Ormand-Brown [32]	
	Espaces	Interactions	Espaces	Interactions
$22 \leq A \leq 38$	sd	USD/A/B	sd (sauf $^{30}\text{S}^\dagger$)	USD
^{46}V	fp	KB3G/GX1A	fp	FPD6
^{50}Mn	fp	KB3G/GX1A	$(f_7 p_3)^{10} (f_7)^{n_7} (f_5 p_1)^1$	FPD6
^{54}Co	fp	KB3G/GX1A	$(f_7 p_3)^{14} (f_7)^{n_7} (p_3 f_5 p_1)^2$	FPD6*
^{62}Ga	$f_5 p g_9$	JUN45	$f_5 p$	FPD6*/FPVH
^{66}As	$f_5 p g_9$	JUN45	$f_5 p$	FPD6*/FPVH

[†] On pense qu'ils ont imposé une troncature pour cette transition, parce que nos calculs dans l'espace complet résultent des valeurs assez différentes.

$j = l - 1/2$ sont vides.

La figure 4.13 (panneau b.) illustre les valeurs de δ_{RO} obtenues par des calculs Skyrme-HF, sans réajustement et sans prise en compte des états intermédiaires. Les valeurs représentées par la courbe rouge ont été calculées avec la paramétrisation SLy5, la courbe verte avec SGII tandis que la courbe bleue obtenue avec SkM*. Les valeurs obtenues par un calcul équivalent, en utilisant le potentiel WS (avec BM_m) sont représentées dans la même figure par la courbe noire. Il est intéressant de remarquer que le calcul WS donne des valeurs systématiquement supérieures à celles de HF, sauf pour les émetteurs $T_z = 0$. Néanmoins, la tendance des deux résultats est assez similaire : le *staggering* en fonction de T_z se présente dans tous les deux cas. Nous avons également calculé le rayon de charge des noyaux pères avec les mêmes fonctions d'onde radiales, en utilisant la formule (4.17). Le résultat obtenu a été donné dans le panneau a) de la figure 4.13. Évidemment, ce calcul simple reproduit assez bien les données expérimentales, avec l'exception de ^{34}Cl et ^{54}Co où les valeurs calculées sont sous-estimées par ~ 0.1 fm. La dépendance de paramétrisation de la force Skyrme est généralement petite. Sur la figure 4.13, on observe trois cas, où cette dépendance est considérable, à savoir ^{22}Mg , ^{30}S et ^{66}As . Cette dépendance est dominée par la contribution de l'orbitale la plus proche du continuum où la fonction d'onde radiale devient très étalée et sensible aux détails du potentiel moyen. Les énergies individuelles obtenues par ces calculs sans ajustement ont été données dans [Appendix C](#).

Les résultats de nos calculs HF complets⁸ ont été donnés sur la figure 4.14. Le panneau a) représente des déviations du rayon de charge entre les données expérimentales et les valeurs obtenues par les calculs. Ces résultats indiquent que cette observable est très bien reproduite, la déviation maximale est de l'ordre de 0.1 fm⁹ et pour des cas, les déviations sont inférieures aux incertitudes des valeurs

8. Nous avons pris en compte pour ces calculs la dépendance des états intermédiaires, la partie centrale du potentiel numérique (le terme $U_q(r)$ dans l'équation (2.60)) est multiplié par un facteur d'échelle pour reproduire les énergies de séparation.

9. Cette erreur est comparable avec celle obtenue dans nos calculs HF sans ajustement (figure

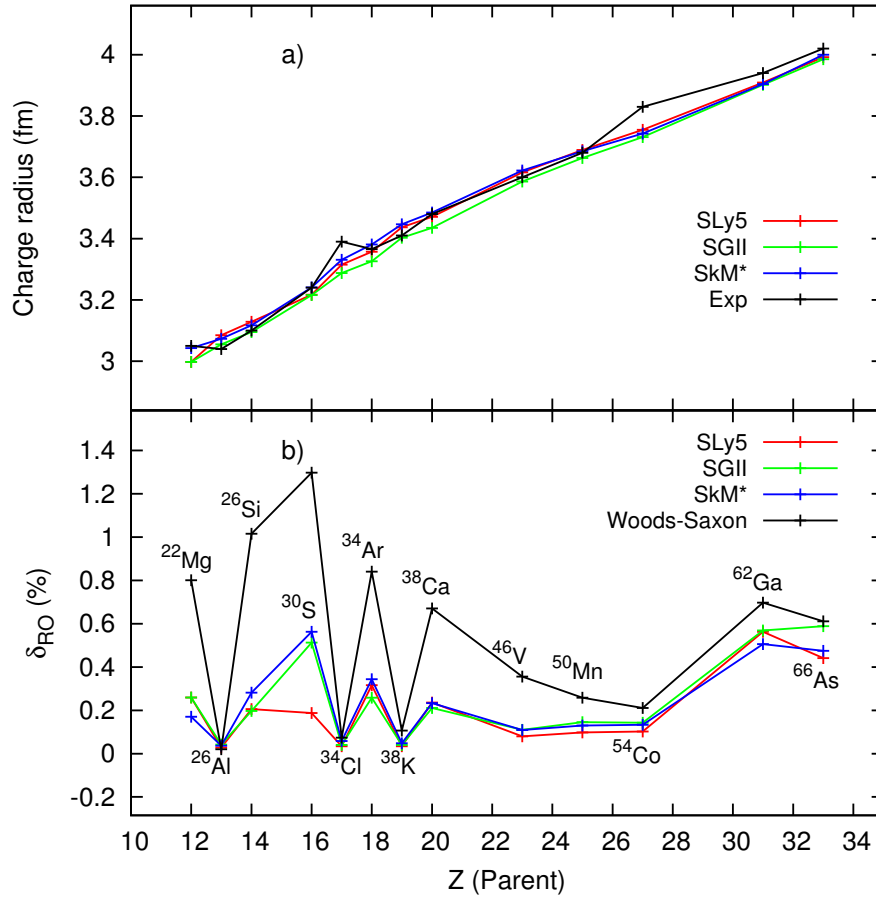


FIGURE 4.13 – Les valeurs de la correction δ_{RO} et du rayon de charge des noyaux pères calculées avec des fonctions d’onde radiales Skyrme-HF sans réajustement.

mesurées. Avec l’exception du ^{66}As , on observe que les valeurs pour le rayon de charge obtenues avec SLy5 sont légèrement supérieures à celles obtenues avec SkM*, tandis que SGII donne des valeurs les plus petites. Les résultats pour δ_{RO} ont été illustrés dans le panneau b) de la même figure, les calculs avec différentes interactions sont cohérents d’une à l’autre et sont en bon accord avec les calculs de Ormand et Brown. A l’exception de trois cas : **1)** pour ^{30}S , les interactions SGII et SkM* donnent à peu près la même valeur tandis que SLy5 donne une valeur plus petite, et la valeur obtenue par Ormand et Brown est considérablement supérieure aux autres. Il est probable que Ormand et Brown ont fait une troncation pour cette transition pour leur calcul des amplitudes spectroscopiques. On constate que pour la transition de ^{30}S , la contribution dominante sur δ_{RO} provient de l’état $2s_{1/2}$, où la barrière centrifuge n’est pas présente, la fonction d’onde radiale de cet état est donc particulièrement sensible aux petits détails du potentiel. **2)** pour le ^{62}Ga nous obtenons des valeurs plus petites par rapport à Ormand et Brown, cet effet a été discuté dans la sous-section précédente. **3)** la conclusion pour le ^{66}As est la même que pour **2)**.

4.13).

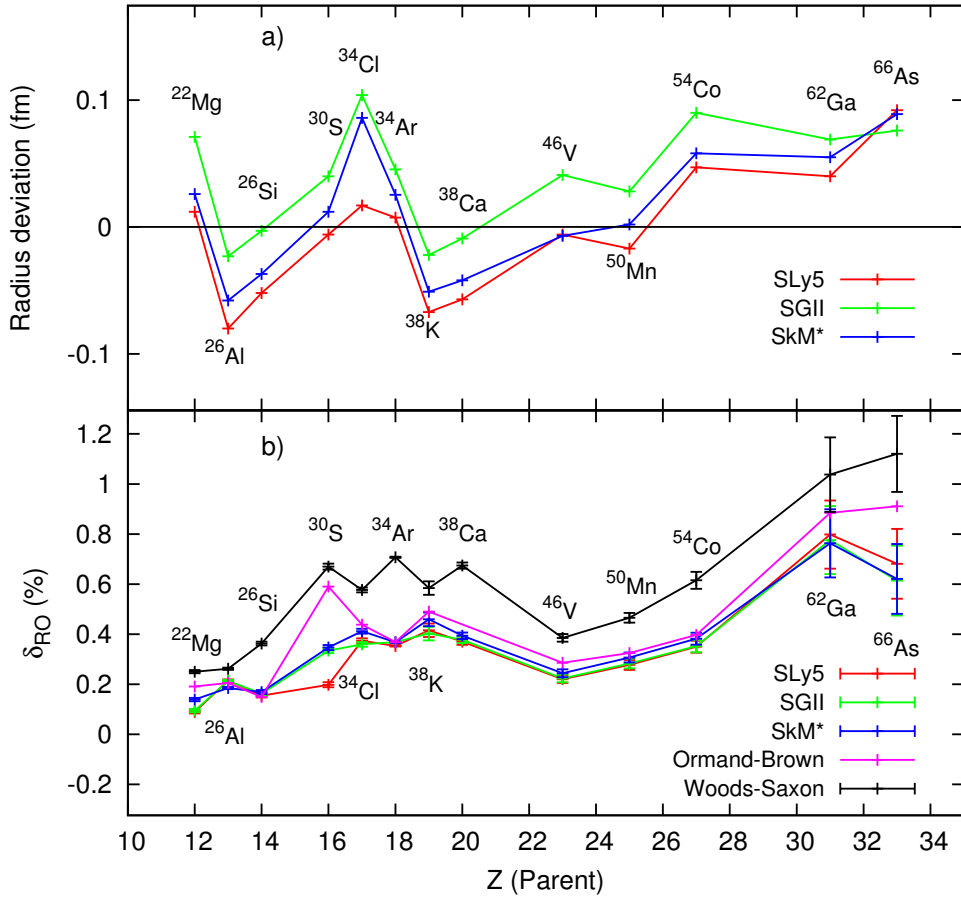


FIGURE 4.14 – Similaire aux calculs donnés dans la figure 4.11, mais cette fois, les fonctions d’onde radiales sont déterminées par un calcul auto-cohérent en utilisant les interactions de Skyrme (SLy5, SkM* et SGII). Le potentiel numérique obtenu par la minimisation de la fonctionnelle d’énergie est multiplié par un facteur d’échelle pour obtenir les énergies de séparation expérimentales. Le rayon de charge n’est donc pas fixé. La panneau a) présente la déviation du rayon de charge entre les valeurs mesurées et les prédictions théoriques et le panneau b) présente le résultats pour la correction δ_{RO} . Pour la comparaison, nous avons tracé en violet, le résultat de Ormand et Brown [32] et en noire le résultat obtenu avec les fonctions d’onde radiales de WS (avec la paramétrisation BM_m sans terme de surface).

Pour faciliter la comparaison, le résultat du calcul similaire avec les fonctions d’onde radiales WS (en utilisant la paramétrisation BM_m sans terme de surface) est tracé en noire sur le panneau b. de la figure 4.14. Comme Ormand et Brown l’ont déjà remarqué, les résultats obtenus avec des calculs HF sont systématiquement réduits par rapport aux calculs WS. Une autre remarque est qu’il y a une autre différence systématique entre WS et HF, à savoir, contrairement aux calculs sans ajustement (voir la figure 4.13), le *staggering* en fonction de T_z des deux résultats sont dans les sens inverses¹⁰. A notre avis, cet effet est dû aux corrélations contenues

10. La tendance des résultats HF est modifiée par l’ajustement.

dans les données expérimentales des énergies que nous avons utilisé pour les fits. En principe, le calcul HF sphérique n'est pas en mesure de reproduire les énergies des noyaux à couche ouverte. Dans ce sens, l'ajustement des énergies de séparation avec le potentiel auto-cohérent HF n'est pas raisonnable. Cependant, cet effet est petit par rapport à la tendance globale.

Une caractéristique intéressante de δ_{RO} (WS ou HF) est qu'elle est beaucoup plus importante pour les cas $A \geq 58$. Celle-ci est principalement due à : **1)** la plus grande différence entre l'énergie de séparation du proton et celle du neutron $S_n^{exp} - S_p^{exp} \geq 10$ MeV, **2)** le dernier proton étant plutôt faiblement liée ~ 2.5 MeV, par opposition à 5 – 6 MeV pour $A \leq 54$, et **3)** δ_{RO} étant dominée par l'orbitale $2p_{3/2}$, qui a une barrière centrifuge plus faible, tandis que dans les cas de $A \leq 54$, δ_{RO} est dominée par l'orbitale $1f_{7/2}$.

4.2.6 Validité de l'approximation de Slater pour δ_{RO}

Dans presque tous les calculs auto-cohérent du type Skyrme-HF [147], la partie d'échange de l'interaction coulombienne (CEX) est prise en compte dans l'approximation de Slater, ce qui conduit à une partie attractive supplémentaire au champ moyen du proton (4.29). Cette méthode est beaucoup plus simple que le traitement exact, en particulier pour les champs moyens déformés. Sa qualité a été vérifiée par rapport aux calculs exacts par C. Titin-Shnaider et P. Quentin [148] pour des noyaux légers sphériques. Ces auteurs ont trouvé que les erreurs relatives pour les énergies de CEX étaient plutôt petites, moins de 8%. Plus récemment, J. Skalski [149] a étudié 9 noyaux à couche fermée et sous-couche fermée allant du ^{16}O aux superlourds, il a montré que, en moyenne, l'approximation de Slater manque environ 1/3 des vrais décalages des niveaux de protons dus à CEX. Ces résultats sont presque indépendant du choix de la paramétrisation de la force de Skyrme. Il y a quelques caractéristiques de la structure nucléaire pour lesquels l'effet coulombien exact sur les niveaux individuels de proton peut être important. La brisure de la symétrie d'isospin est l'un d'entre eux.

Towner et Hardy [39] ont suggéré que la réduction systématique des résultats de Ormand et Brown (Skyrme-HF) [32] par rapport à leurs résultats (WS) est due à l'approximation de Slater qu'ils ont utilisé pour traiter le terme d'échange de l'interaction coulombienne. On peut facilement démontrer que la limite asymptotique du champ coulombien dans l'approximation de Slater est plus forte que celle du terme phénoménologique d'une sphère uniformément chargée. Rappelons les termes coulombiens dans l'approximation de Slater :

$$V_{coul}(\mathbf{r}) = \frac{e^2}{2} \int \frac{\rho_p(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} - \frac{e^2}{2} \left(\frac{3}{\pi} \rho_p(\mathbf{r}) \right)^{1/3}. \quad (4.29)$$

les deux termes de l'équation (4.29) sont appelés le terme direct et le terme d'échange respectivement. Ces termes ne dépendent que de la densité de protons qui est générée dans le cadre de la procédure de HF. Si l'on prend la limite asymptotique du terme directe pour les grands r , on obtient :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \left[\frac{e^2}{2} \int \frac{\rho_p(\mathbf{r}') d\mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right] = \frac{e^2}{r} \int d\mathbf{r}' \rho_p(\mathbf{r}') = \frac{Ze^2}{r} \quad (4.30)$$

La limite du terme d'échange (le deuxième terme de l'équation (4.29)) est zéro parce que la densité à $r \rightarrow \infty$ est zéro. Par contre, pour le cas de WS, le potentiel coulombien d'une sphère uniformément chargée a une limite de $(Z - 1)e^2/r$. Il nous semble que cette dernière est physiquement raisonnable parce que si un proton se déplace vers ∞ , il n'interagit quasiment plus avec les autres protons. En effet le potentiel coulombien doit être proportionnel à $(Z - 1)$. On pensait que ce désaccord entre WS et HF devrait être réglé si l'on traite le terme coulombien d'échange de façon exacte. Cependant, pour les calculs de Skyrme-HF, il est impossible de calculer le terme d'échange exactement sans sacrifier les simplicités qui viennent avec l'utilisation de l'interactions de Skyrme. Pour circonvier cette difficulté, Towner et Hardy [39] ont choisi de modifier le protocole de la méthode HF, en négligeant la contribution du dernier nucléon. Alors, au lieu de faire deux calculs pour les noyaux père et fils, ils ont fait un seul calcul pour le noyau intermédiaire de $(A - 1)$ nucléons. Les fonctions d'onde radiales du proton et du neutron dans ce même noyau ont été utilisées pour calculer δ_{RO} . Dans cette procédure, les termes coulombiens ont automatiquement la même forme asymptotique que dans le cas de WS. En effet, les résultats de Towner et Hardy [39] sont supérieurs à ceux obtenus avec le protocole standard [32, 136, 137], entre 10% et 40% selon l'interaction de Skyrme utilisée et le noyau considéré.

Dans cette section, nous étudions δ_{RO} avec le traitement exact du terme Coulomb d'échange. Le résultat (cf. Fig. 4.15) est comparé avec celui produit par l'approximation de Slater. Nous avons utilisé l'interaction de portée finie de Gogny pour la partie nucléaire, et résolu l'équation de HF avec le code GHOST de Karim Bennaecur. Comme les forces ont des portées finies, il est impossible de localiser le champ moyen de HF (voir §2.3.2), par conséquent, on ne peut pas ajuster ce champ non local par les méthodes décrites dans les sous-sections précédentes. Cependant, notre but ici n'est pas d'extraire des valeurs précises de δ_{RO} mais d'examiner la validité de l'approximation de Slater, il est donc suffisant d'utiliser la méthode simple (4.15) sans ajustement du potentiel et éventuellement sans prise en compte de la dépendance des états intermédiaires. D'après des résultats précédents, on a compris que l'inclusion du spectre complet du système de $(A - 1)$ nucléons a pour l'effet d'augmenter δ_{RO} , mais la contribution majeure provient du recouvrement Ω_α^π associé à l'état fondamental de ce système. Comme le terme Coulomb d'échange est faible, il n'est pas nécessaire d'étudier le défaut de l'approximation de Slater sur les Ω_α^π associés aux états excités.

Les résultats illustrés sur la figure 4.15 justifient la validité de l'approximation de Slater pour la correction δ_{RO} , pour une échelle de masse de $22 \leq A \leq 66$. La différence entre les deux méthodes est maximale pour ^{30}S , avec $\Delta\delta_{RO} = 0.027\%$. Cette différence reste comparable aux incertitudes des résultats précédents. Cela signifie que les fonctions d'onde radiales obtenues dans les deux méthodes sont presque identiques. De même, les erreurs sur les énergies de protons sont relativement petits (voir la table 4.3), la valeur maximale est seulement de 226 keV, correspondant à l'orbitale $2s_{1/2}$ dans ^{30}S . Il est intéressant de noter ici que les états occupés sont systématiquement décalés vers les hautes énergies lorsque l'on a recours à l'approximation de Slater tandis que les niveaux inoccupés sont décalés vers les basses énergies. Les valeurs numériques pour les énergies individuelles se trouvent dans

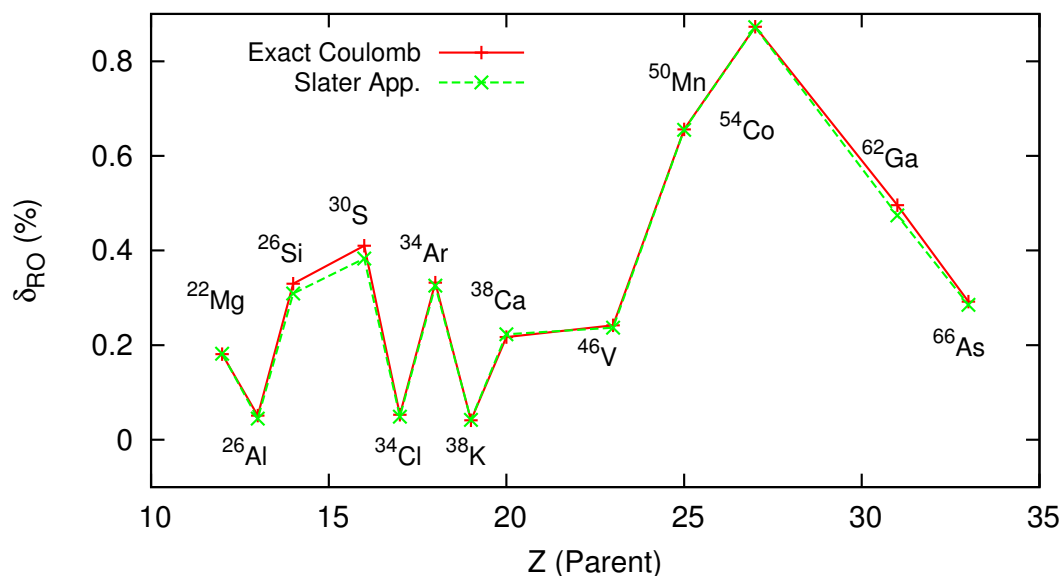


FIGURE 4.15 – Comparaison entre le traitement exact du terme Coulomb d’échange (en rouge) et l’approximation de Slater (en vert). Nous avons utilisé la paramétrisation Gogny-D1S pour la partie nucléaire.

Appendix C.

Comme l’impact de l’interaction coulombienne sur le spectre du neutron est négligeable, ces écarts d’énergies de proton vont totalement affecter sur les énergies isovectorielles. En basant sur notre étude de la sensibilité comme illustrée sur la figure 4.4, on peut immédiatement conclure que le changement en énergie isovectorielle de 226 keV peut modifier δ_{RO} par $\sim 0.05\%$ seulement¹¹. Évidemment l’effet coulombien au-delà de l’approximation de Slater n’est pas très important, sa contribution totale à δ_{RO} est de l’ordre de $(0.027\% + 0.05\%) = 0.077\%$. Bien entendu, cette contribution est beaucoup plus petite par rapport aux déviations entre les résultats de WS et ceux de HF (cf. Fig. 4.14).

La modification du protocole HF par Towner et Hardy [39] permet d’avoir la bonne queue des termes coulombiens et l’accord avec le potentiel WS, mais il faut noter que cette modification affecte également le domaine des petites r qui est plus important, voir à cet effet les figures 4.16, 4.18, 4.17 et 4.19. Comme on ne peut rien dire que les calculs avec WS sont meilleurs que les calculs avec HF, on a aucune raison d’effectuer une telle modification.

La tendance de δ_{RO} sur la figure 4.15 ressemble à celles illustrées sur la figure 4.13 (la même méthode mais avec les fonctions d’onde radiales de WS et de Skyrme-HF), sauf que les valeurs absolues sont assez différentes. Sur la figure 4.15, il apparait aussi des *stagging*s entre les cas $T_z = -1$ et $T_z = 0$. Ceci indique que en gros les termes isovectoriels du potentiel WS sont en accord avec des calculs auto-cohérents (Skyrme ou Gogny). Cependant, ce comportement est modifié lorsque l’on ajuste le

11. Bien que les énergies isovectorielles ne contraignent pas explicitement la forme radiale du potentiel, mais δ_{RO} est extrêmement sensible à ces quantités, il est donc à mon avis raisonnable de représenter δ_{RO} pour ces énergies.

potentiel aux énergies de séparation.

Notre calcul avec le terme Coulomb d'échange exact (figure 4.15) résulte des valeurs exagérées pour les transitions dans les espaces fp et f_5pg_9 . Cette caractéristique est principalement due aux effets de couches : pour le ^{46}V , les orbitales $2p_{1/2}$ et $1f_{5/2}$ ont été exclues parce qu'elles ne sont pas liées. C'est pareil pour le ^{50}Mn mais dans ce cas, l'orbitale $2p_{3/2}$ est très proche du continuum, la fonction d'onde radiale de cette orbitale est donc très étalée vers ∞ . En effet, l'intégrale du recouvrement est plus loin de l'unité et finalement δ_{RO} est élevée. Pour le ^{54}Co , l'orbitale $2p_{1/2}$ est liée mais elle est très proche du continuum, c'est pourquoi δ_{RO} est encore plus élevée. Pour les deux dernières transitions (^{62}Ga et ^{66}As), nous avons utilisé l'espace du modèle f_5pg_9 , mais l'orbitale $1g_{9/2}$ n'est pas liée pour toutes les deux et pourtant les autres orbitales sont plus liées que les cas précédents, en effet, δ_{RO} est diminuée.

TABLE 4.3 – Écarts des énergies individuelles de protons entre l'approximation de Slater et le calcul exact, l'unité est en MeV. Nous considérons seulement les orbitales contenues dans les espaces de valence considérés.

Noyaux	$\epsilon_{\alpha}^{Slater} - \epsilon_{\alpha}^{exact}$			
	$1d_{5/2}$	$2s_{1/2}$	$1d_{3/2}$	
^{22}Mg	0.080	-0.167	-0.008	
^{26}Al	0.146	-0.184	-0.177	
^{26}Si	0.210	-0.177	-0.177	
^{30}S	0.219	0.226	-0.174	
^{34}Cl	0.215	0.189	-0.077	
^{34}Ar	0.216	0.194	0.016	
^{38}K	0.213	0.200	0.113	
^{38}Ca	0.214	0.204	0.205	
	$1f_{7/2}$	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	$1f_{5/2}$
^{46}V	-0.028	-0.157	0.000	0.000
^{50}Mn	0.057	-0.162	-0.003	0.000
^{54}Co	0.142	-0.163	-0.167	-0.160
	$2p_{3/2}$	$2p_{1/2}$	$1f_{5/2}$	$1g_{9/2}$
^{62}Ga	0.076	-0.156	-0.159	0.000
^{66}As	0.160	-0.147	-0.102	0.000

4.3 Points importants

a) Remarques sur l'ajustement des énergies de séparation.

La queue de la fonctions d'onde radiale est une exponentielle décroissante bien déterminée par l'énergie (4.18). La méthode générale pour générer une fonction d'onde radiale avec une bonne asymptotique est alors de commencer avec un potentiel de champ moyen réaliste, puis de modifier ce potentiel telle que l'énergie individuelle est égale à l'énergie de séparation expérimentale. Cependant, il faut noter que cette contrainte n'assure que le comportement asymptotique qui a peu de contribution sur δ_{RO} , mais pourtant, les fonctions d'onde radiales à l'intérieur du noyau sont également modifiées par l'ajustement. Il existe plusieurs méthodes pour ajuster le potentiel. Pour ce travail, nous avons choisi trois différentes méthodes : la première consiste à varier la profondeur du terme central, la deuxième est d'ajouter un terme de surface avec un paramètre ajustable et la dernière est de multiplier le terme central par un facteur d'échelle. Bien que chaque méthode retrouve une même queue de la fonction d'onde, on a vu que chacune résulte en différent résultat pour δ_{RO} .

Pour mieux comprendre les effets de l'ajustement des énergies de séparation, nous avons tracé sur les figures 4.16 et 4.18 les profils de la partie centrale des potentiels WS et HF, avant et après l'ajustement. Les fonctions d'onde radiales correspondant (pour l'état $1d_{5/2}$) sont données dans les figures 4.17 et 4.19 respectivement. Ces figures nous confirment que l'ajustement des énergies de séparation modifie majoritairement les domaines des petits r , sauf pour les noyaux de grande masse dans lesquels, l'état $1d_{5/2}$ devient plus profond.

b) Remarques sur le théorème de Koopmans.

L'ajustement des énergies de séparation discuté dans le paragraphe précédent est basé sur le théorème de Koopmans [150]. Ce théorème stipule l'égalité entre l'énergie de séparation HF et l'énergie de particule indépendante en associée à l'orbite dont est extrait le nucléon. Ce théorème se démontre en supposant négligeable le réarrangement des fonctions d'onde individuelles lors du retrait du nucléon. En d'autres termes, l'hypothèse est faite que les fonctions d'onde individuelles sont identiques dans les deux noyaux, négligeant ainsi la polarisation du cœur par le trou dans le noyau fils. Un autre élément important est que le théorème de Koopmans n'a été démontré que dans le cas d'une force indépendante de la densité. Son équivalent dans le cas d'une force dépendante de la densité n'est valable que pour une variation infinitésimale du nombre de particules [151], et prend alors la forme générale du théorème de Hugenholtz et Van Hove [152]. La nécessité déjà discutée d'une dépendance en densité pour la force utilisée au niveau du champ moyen se traduit par un meilleur accord entre les énergies expérimentales et les énergies théoriques [52, 153, 154]. De plus, des noyaux de couche ouverte ne sont pas dans l'esprit de la théorie HF sphérique. Par exemple, les noyaux que nous avons étudiés ($N \approx Z$) sont dominés par la force d'appariement et l'effet de Wigner [155]. Ces constats rendent caduque l'utilisation du théorème de Koopmans dans le cadre nucléaire.

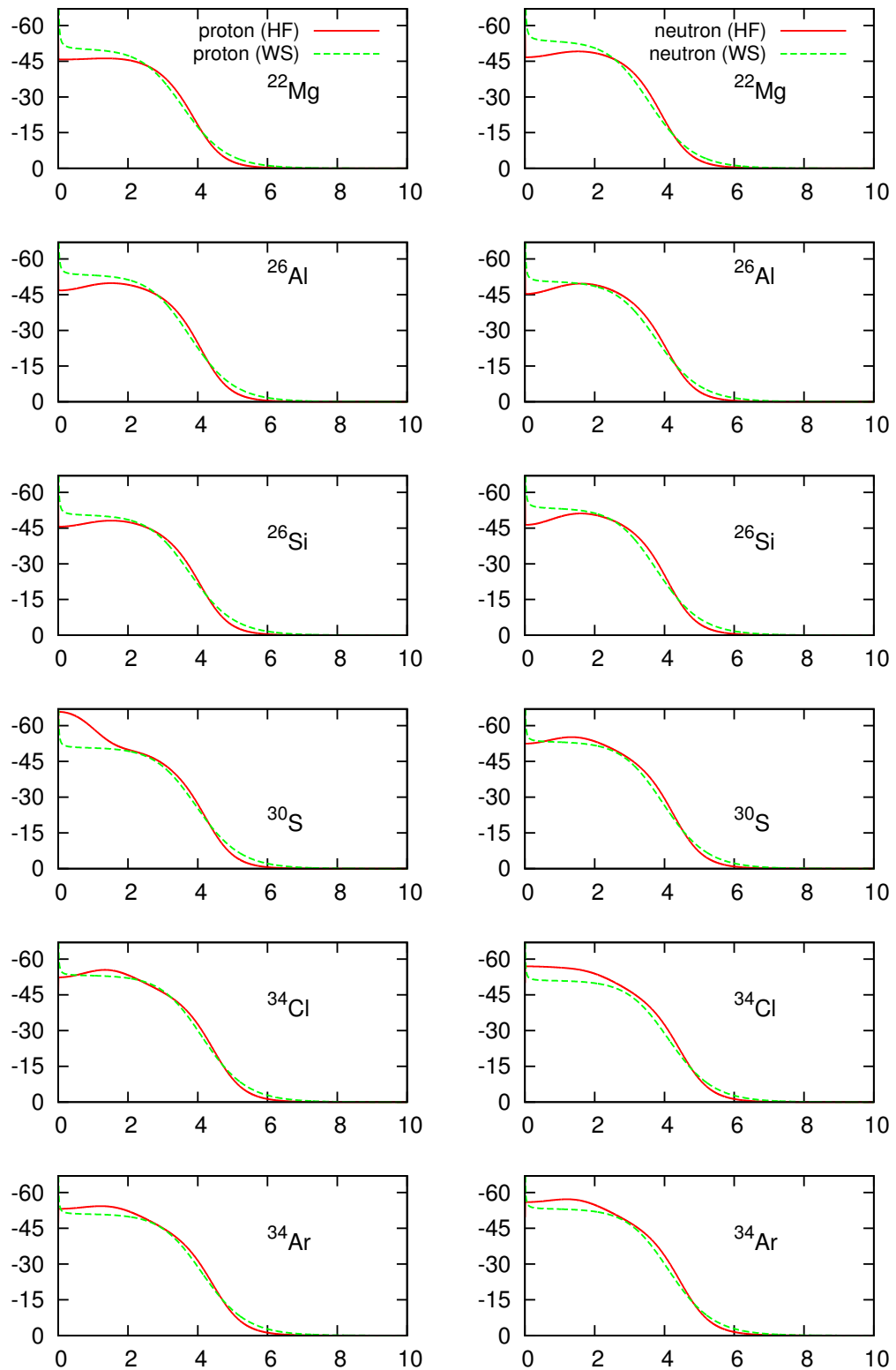


FIGURE 4.16 – Profile de potentiels (Woods-Saxon et Skyrme-Hartree-Fock) avant ajustement pour les émetteurs des transitions super-permises de la couche sd .

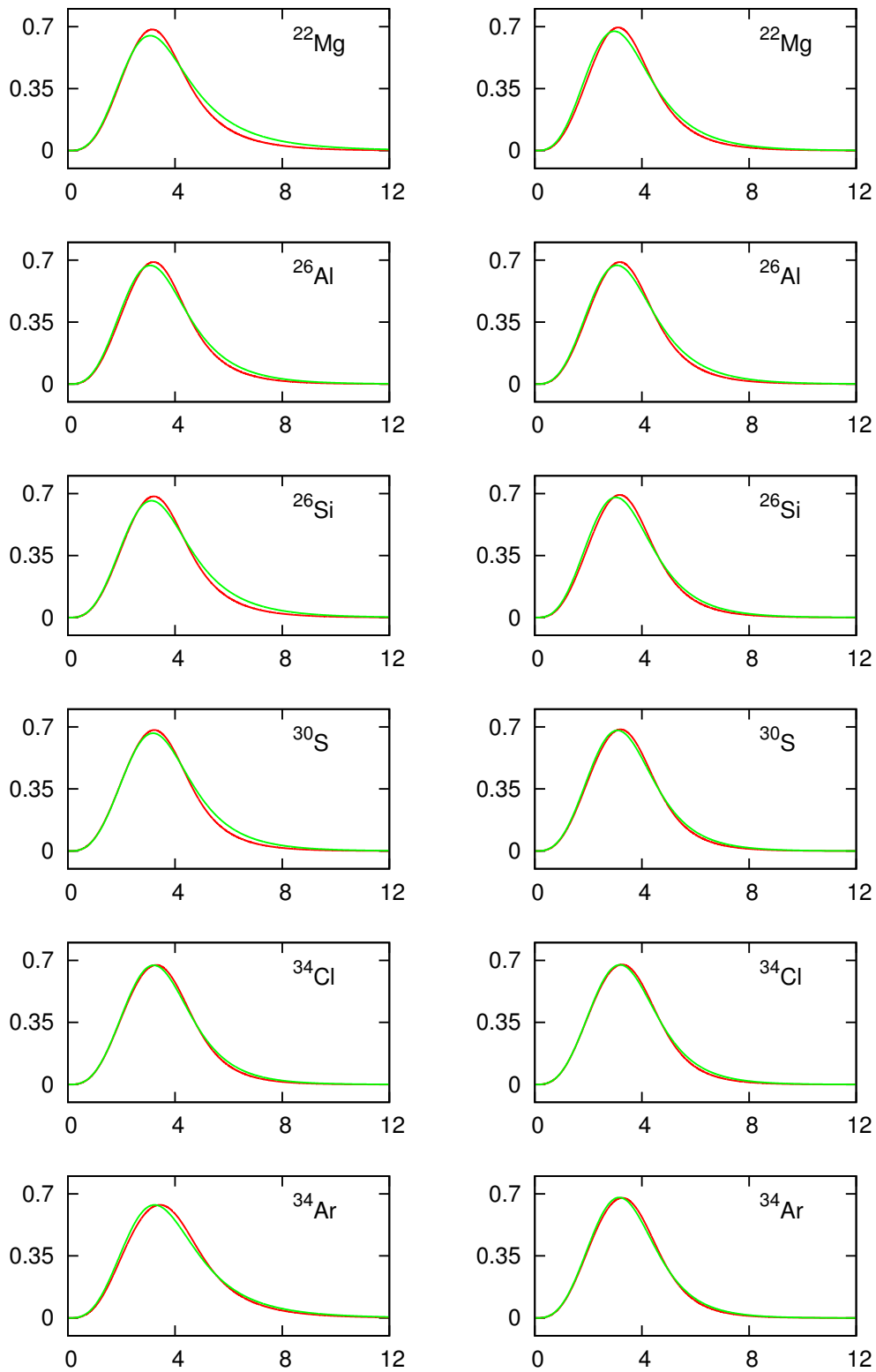


FIGURE 4.17 – Profils de la fonction d’onde radiale ($1d_{5/2}$) correspondent aux potentiels donnés dans la figure 4.16, à gauche pour proton et à droite pour neutron.

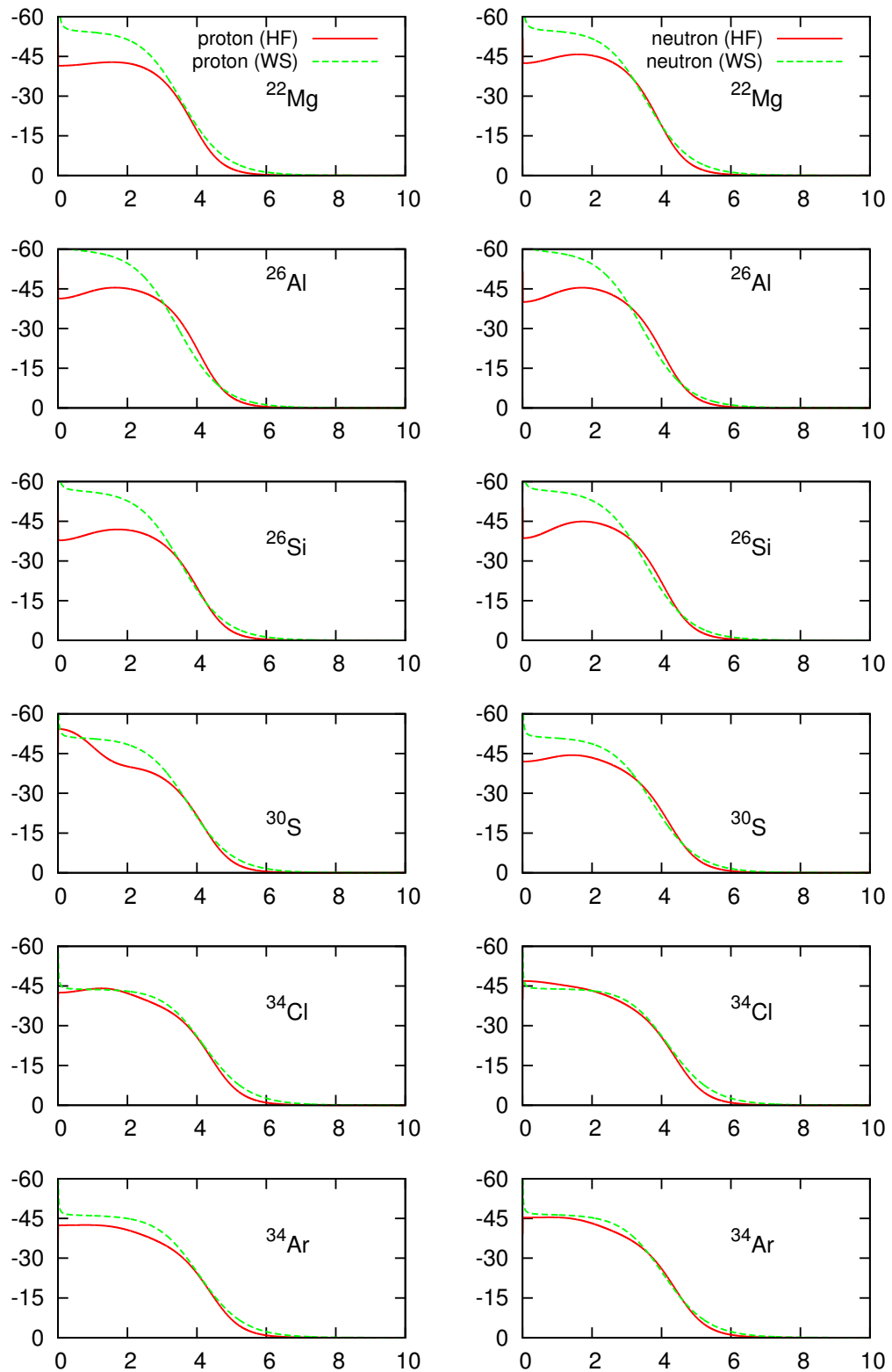


FIGURE 4.18 – Profile de potentiels (Woods-Saxon et Skyrme-Hartree-Fock) après ajustement pour les émetteurs des transitions super-permises de la couche sd .

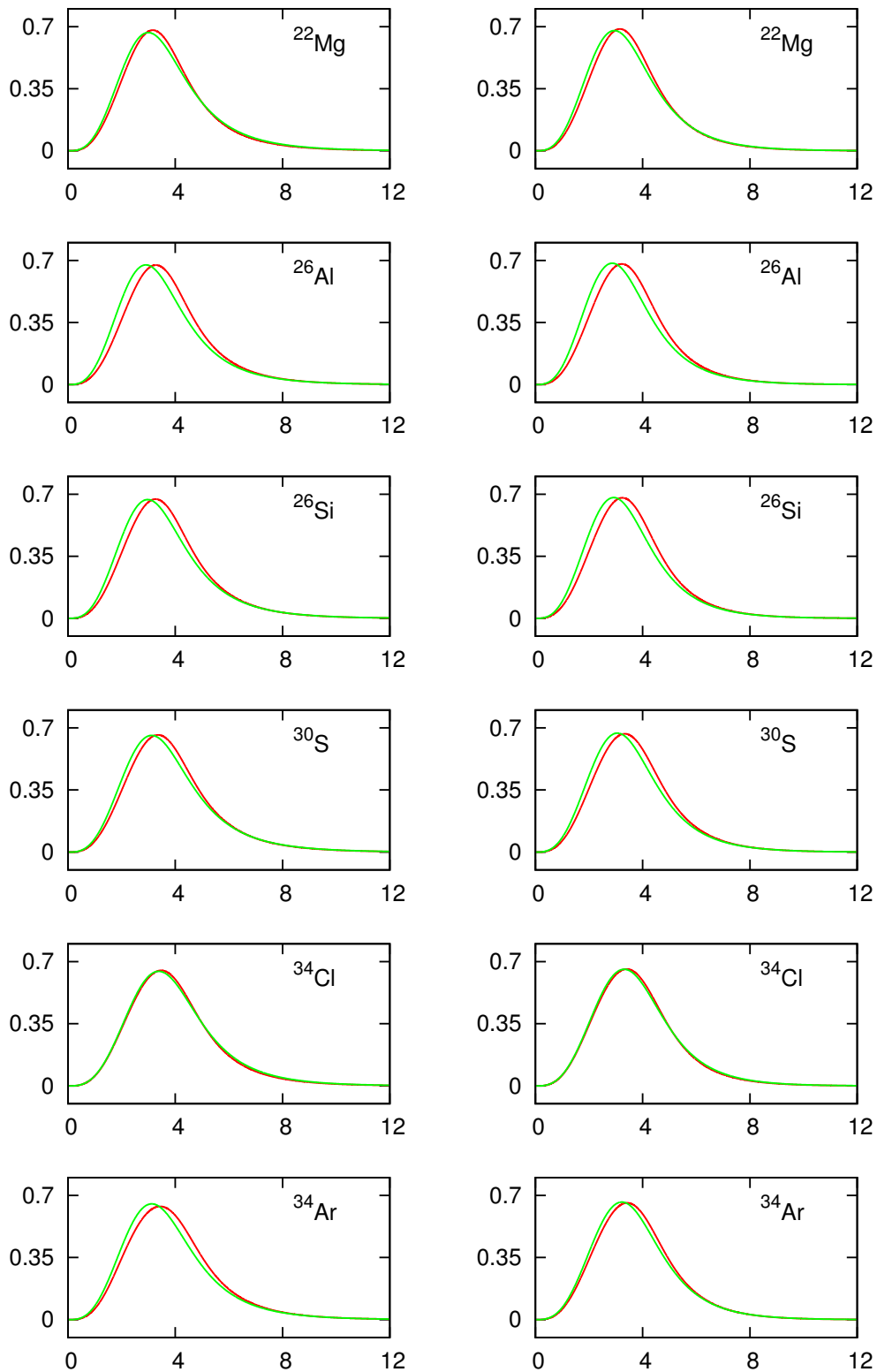


FIGURE 4.19 – Profils de la fonction d’onde radiale ($1d_{5/2}$) correspondent aux potentiels donnés dans la figure 4.18, à gauche pour proton et à droite pour neutron.

4.4 Correction due au mélange d'isospin δ_{IM}

Dans cette section, nous réexaminerons la correction, δ_{IM} qui tient compte du mélange d'isospin entre les états 0^+ dans les noyaux père et fils, au sein de l'espace du modèle. Cette correction a été étudiée avec deux protocoles différents. Le premier protocole a été développé par Ormand et Brown [32, 36], en commençant par un choix d'une bonne interaction isoscalaire, puis l'interaction coulombienne à deux corps entre les protons de valence est prise en compte par le terme e^2/r , tandis que la force nucléaire dépendante de charge est représentée par des potentiels d'échange des mésons de Yukawa. Les paramètres caractérisant l'intensité de ces forces, ainsi que les éléments de matrice à un corps, sont ajustés pour reproduire les données des écarts d'énergie des multiplets d'isospin, i.e. les paramètres du terme isovectoriel sont fittés aux données de coefficient b de l'équation IMME, tandis que les paramètres du terme isotensoriel sont fittés aux données de coefficient c de cette équation.

Un autre protocole a été proposé par Towner et Hardy [1, 7], où la forme des forces non conservant d'isospin est la même que celle dans le protocole précédent, la différence principale est la méthode d'ajustement, telle que : **a)** Le paramètre caractérisant l'intensité du terme coulombien est ajusté pour reproduire les données de coefficient b de l'équation IMME. **b)** Quant à la force nucléaire dépendante de charge, la partie $T = 1$ de l'interaction proton-neutron est augmentée 2 % par rapport à l'interaction neutron-neutron. Ensuite, les paramètres de potentiels sont ajustés pour reproduire les données de coefficient c de l'équation IMME. **c)** Les éléments de matrice à un corps sont remplacés directement par les données expérimentales qui se déduisent dans les noyaux aux couches fermés plus un neutron et plus un proton.

D'abord, nous utilisons l'interaction USDGD [36] de Ormand et Brown pour les huit transitions dans l'espace sd et GX1ACD pour ^{46}V et ^{50}Mn dans l'espace de valence fp . L'interaction GX1ACD est basée sur l'interaction isoscalaire GX1A [120] de Honma et al., avec l'ajout d'une partie coulombienne et des forces nucléaires qui brisent la symétrie et l'indépendance de charge obtenues dans [36]. Les énergies isovectorielles à un corps ont été adoptées de [137]. Ormand et Brown [32, 136, 137] ont déjà calculé δ_{IM} avec ces interactions pour la plupart de transitions que l'on considère ici. Néanmoins, leurs calculs ont été faits dans des espaces de configurations tronqués. C'est la raison pour laquelle nous refaisons des calculs dans des espaces complets.

Pour les transitions dans l'espace fp , nous utilisons également deux nouvelles interactions, pour lesquelles nous choisissons pour la partie isoscalaire, les interactions GX1A [120] et KB3G [116]. Pour la partie dépendante de charge, nous considérons uniquement l'interaction coulombienne avec un paramètre ajustable dépendant de la masse et les éléments de matrice isovectoriels à un corps. Notre méthode d'ajustement est similaire à celle de Ormand et Brown, sauf que les données expérimentales des coefficients de l'équation IMME sont devenues beaucoup plus précises par rapport aux données utilisées par eux. Les interactions INC obtenues sont notées par GX1ACD'' et KB3GCD'', correspondant à leur partie isoscalaire, GX1A et KB3G respectivement.

Les résultats de nos calculs ont été reportés sur la figure 4.20. La magnitude de la correction δ_{IM} est petite, généralement inférieure à 0.2 %. Cependant, cette

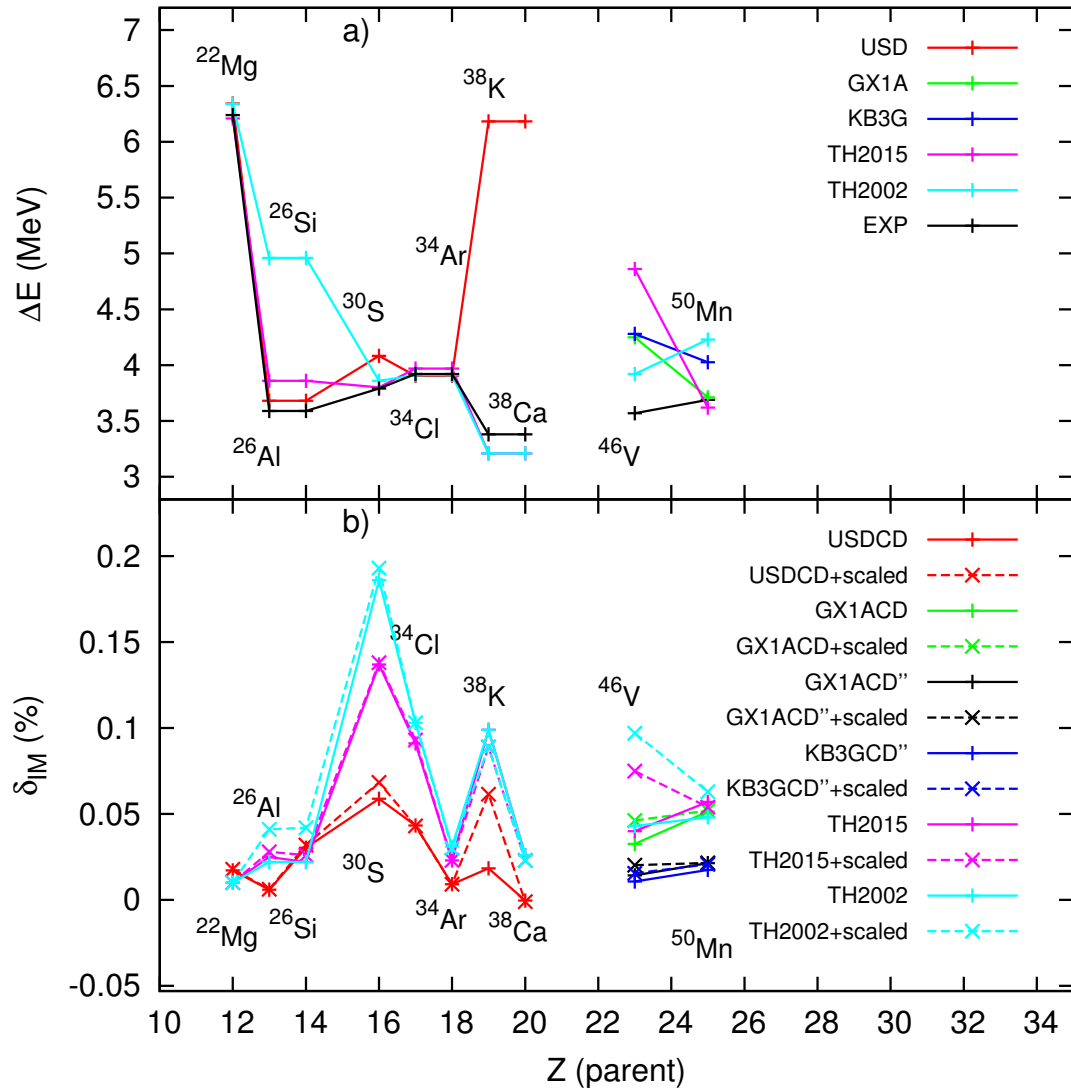


FIGURE 4.20 – Résultats pour la correction du mélange d’isospin (panneau b.) et pour l’écart d’énergie, ΔE (panneau a.). Dans le panneau b), les courbes cyanes et magentas représentent les résultats de Towner et Hardy, en 2002 [1] et en 2015 [2] respectivement. Pour chaque interaction, les valeurs de δ_{IM} après multiplier par le facteur d’échelle $(\Delta E/\Delta E^{exp})^2$ sont représentées par les lignes discontinues.

correction est très sensible aux détails de l’interaction, et à la taille de l’espace de configurations. Il apparaît que les déviations de nos résultats par rapport à ceux de Towner et Hardy sont très importantes. On distingue pour cette comparaison, deux calculs de Towner et Hardy, le premier a été réalisé en 2002 [1], où les espaces de configurations sont les mêmes que ceux de nos calculs (sauf pour les noyaux avec $A = 38$ où Tower et Hardy utilisent un espace du modèle plus grand), et le deuxième a été publié en 2015 [2], pour lequel, la polarisation du cœur est prise en

compte¹². En général, les valeurs obtenues dans nos calculs sont plus petites que les résultats de Towner et Hardy. Pour le ^{30}S , les déviations par rapport à leurs calculs sont de $\sim 0.13\%$ pour 2002, et de $\sim 0.08\%$ pour 2015. Cette caractéristique est probablement dominée par la différence entre les méthodes de traiter la partie isovectorielle à un corps de l'interaction INC. Ce serait une propriété très regrettable si l'on n'est pas en mesure d'adopter certaines stratégies qui permet de réduire la dépendance du modèle.

Il a été constaté que la correction δ_{IM} est aussi dépendante de la partie isoscalaire de l'hamiltonien [1, 7]. Pour compenser cette dépendance, nous adoptons l'argument qui sort d'une analyse perturbative, fournissant une relation empirique entre δ_{IM} et l'énergie différente entre le premier et le deuxième états $0^+, T = 1$ dans le noyau final, ΔE :

$$\delta_{IM} \propto \frac{1}{\Delta E^2}. \quad (4.31)$$

D'après cette expression, il est nécessaire que la partie isoscalaire de l'hamiltonien utilisé reproduise précisément le spectre des états 0^+ . Toutefois, cela n'est pas toujours possible d'atteindre dans le modèle en couches, en particulier pour des noyaux aux bordes de couches (^{38}K et ^{38}Ca sont au bord supérieur de la couche *sd*). Les valeurs de ΔE obtenues avec différentes interactions isoscalaires ainsi que les valeurs expérimentales ΔE^{exp} ont été reportées sur le panneau a) de la figure 4.20.

Comme ces énergies différentes ont été mesurées avec une grande précision, il est alors possible de convertir la valeur calculée (δ_{IM}) qui correspond à l'énergie théorique (ΔE) à une valeur (δ_{IM}^{scale}) qui correspond à l'énergie (ΔE^{exp}) expérimentale :

$$\delta_{IM}^{scale} = \delta_{IM} \left(\frac{\Delta E}{\Delta E^{exp}} \right)^2. \quad (4.32)$$

Les valeurs de δ_{IM}^{scale} ont été illustrées par les lignes pointillées sur la figure 4.20. Bien évidemment, compte tenu du facteur d'échelle (4.32), les valeurs obtenues dans nos calculs deviennent plus proches des résultats de Towner et Hardy, particulièrement pour les cas avec $A = 38$ où les énergies ne sont pas bien reproduites. Le changement n'est pas visible pour ^{38}Ca parce que la valeur de δ_{IM} est très petite, $\sim 0.008\%$. Cependant, le désaccord avec les résultats précédents reste majeur pour la transition du ^{30}S , due à la différence de la partie isovectorielle et isotensorielle de l'interaction utilisée.

Concernant les deux transitions dans la couche *fp*, les nouvelles interactions (GX1ACD'' et KB3GCD'') résultent des valeurs significativement plus petites que celles obtenues avec l'interaction GX1ACD, et aussi plus petites que les résultats de Towner et Hardy. Cet effet pourrait être comprise comme étant l'absence des forces nucléaires dépendantes de charge de nos interactions.

Nous constatons que ce résultat pour la correction du mélange d'isospin est préliminaire. Pour avoir des valeurs finales, il est nécessaire d'examiner plus précisément

12. Ils ont commencé à considérer cet effet en 2008 [7]. Leurs calculs en 2015 sont tout à fait similaire aux calculs en 2008, sauf qu'ils ont utilisé des nouvelles données de coefficients de l'équation IMME.

les détails de l'interaction, en particulier, la paramétrisation des parties qui ne conservent pas de la symétrie d'isospin.

4.5 Implication pour le Modèle Standard

4.5.1 Consistance de valeurs $\mathcal{F}t$ et l'impact sur l'unitarité de la matrice CKM

Avec nos résultats pour δ_{RO} et notre résultat préliminaire pour δ_{IM} , nous sommes maintenant en mesure d'extraire les valeurs corrigées, $\mathcal{F}t$ à partir des données expérimentales de ft . Parmi les treize transitions étudiées, seulement dix sont utilisées pour examiner le Modèle Standard. Les transitions ^{26}Si , ^{30}S et ^{66}As sont exclues, à cause de leurs incertitudes expérimentales très élevées. Rappelons que les valeurs individuelles de $\mathcal{F}t$ sont calculées avec la formule :

$$\mathcal{F}t = ft(1 + \delta'_R)(1 + \delta_{NS} - \delta_{RO} - \delta_{IM}). \quad (4.33)$$

D'après l'équation (1.57), la quantité $\mathcal{F}t$ doit être indépendante de la structure nucléaire. C'est la consistance des valeurs $\mathcal{F}t$ déterminées sur une grande variété de transitions super-permises $0^+ \rightarrow 0^+$ qui constitue un test de l'hypothèse CVC.

Pour δ_{IM} , nous utilisons la valeur moyenne, calculée à partir des valeurs obtenues avec différentes interactions et leur valeur *scaling*, δ_{IM}^{scale} . Nous n'avons pas assez de temps pour terminer les calculs de δ_{IM} pour les transitions ^{54}Co et ^{62}Ga , nous prenons pour ces deux cas, les valeurs publiées dans la référence [2].

Comme la correction δ_{RO} est faiblement dépendante du choix de paramétrisation au départ du potentiel moyen, il nous convient de prendre la valeur moyenne entre les valeurs obtenues avec différentes paramétrisations. A part de cela, nous allons effectuer séparément des analyses avec δ_{RO} résultant des calculs de WS, de WS plus terme de surface et de Skyrme-HF.

Pour les autres quantités : ft , δ'_R et δ_{NS} , nous prenons les valeurs publiées dans la référence [2].

Le résultat obtenu a été illustré dans la table 4.4. Les valeurs données dans la deuxième colonne ont été évaluées avec δ_{RO} de Skyrme-HF, celles dans la troisième colonne ont été évaluées avec δ_{RO} de WS, tandis que les valeurs données dans la quatrième colonne correspondent à δ_{RO} obtenues avec le potentiel de WS plus le terme de surface, $V_g(r)$. Les valeurs données dans les deux dernières colonnes ont été évaluées avec δ_{RO} de Towner-Hardy, publiés en 2002 [1] et en 2015 [2] respectivement. Nous ne considérons pas dans cette partie, les calculs de Ormand et Brown [32, 136, 137], parce que ces calculs sont trop vieilles et ne sont pas disponibles pour toutes les transitions que l'on considère.

Notre méthode pour évaluer la valeur moyenne, $\overline{\mathcal{F}t}$ est basée sur la procédure statistique de *Particle Data Group* [3], comme donnée dans les équations (4.19) et (4.20). Pour chaque valeur moyenne, nous considérons également le paramètre χ^2/ν , qui est définie par

$$\chi^2/\nu = \frac{1}{N-1} \sum_i^N \frac{(\mathcal{F}t_i - \overline{\mathcal{F}t})^2}{\sigma_i^2}. \quad (4.34)$$

où N est le nombre de transitions considérées et σ_i est l'incertitude associée à $\mathcal{F}t_i$.

Le χ^2/ν fournit un bon critère quantitatif pour décider si un ensemble de $\mathcal{F}t$ et leurs incertitudes s'accordent avec l'hypothèse CVC : les données de $\mathcal{F}t$ sont en bon accord avec l'hypothèse CVC si le χ^2/ν est de l'ordre de 1. Si $\chi^2/\nu \gg 1$ donc les déviations entre les valeurs individuelles par rapport à la valeur moyenne sont plus grandes que les incertitudes individuelles. Donc, les conclusions possibles sont, soit l'hypothèse CVC n'est pas validée, soit les incertitudes individuelles ont été sous-estimées. Et si $\chi^2/\nu \ll 1$, il est probable qu'on a surestimé les incertitudes individuelles.

Ensuite, on peut définir le facteur d'échelle :

$$S = \sqrt{\chi^2/\nu}. \quad (4.35)$$

Ce facteur est utilisé pour établir l'incertitude de $\overline{\mathcal{F}t}$ (notée par σ). D'après le *Particle Data Group*, si $S \leq 1$, on peut garder l'incertitude σ , calculée avec la formule (4.19). Si $S > 1$ et les σ_i sont de même ordre de grandeur, alors on doit augmenter σ par le facteur de S . Finalement, si $S > 1$ et les σ_i sont très différentes en magnitude, alors on recalcule le facteur S , en excluant les cas où $\sigma_i > 3\sigma\sqrt{N}$. La valeur moyenne $\overline{\mathcal{F}t}$ n'est pas affectée par cette procédure.

Le résultat pour $\overline{\mathcal{F}t} \pm \sigma$ et χ^2/ν a été donné dans les deux dernières lignes de la table 4.4. La correction δ_{RO} de Towner et Hardy en 2015 (TH2015) fournit les plus petites valeurs de χ^2/ν et σ . Alors, si l'hypothèse CVC est parfaitement valable (au moins, à basse énergie), ce calcul de Towner et Hardy représente un excellent modèle théorique, et cela signifie que la prise en compte de la polarisation du cœur est nécessaire pour cette étude. À part de ce modèle, la correction δ_{RO} déterminée avec le potentiel de WS plus le terme de surface, $V_g(r)$ produit un meilleur accord avec l'hypothèse CVC. Le calcul de Skyrme-HF donne les plus grandes valeurs pour χ^2/ν et σ , n'est donc pas généralement en bon accord avec la CVC. Bien que le chi carré du calcul HF soit pire, nous n'argumentons pas que ce soit une raison suffisante pour rejeter ce calcul HF, plutôt, nous observons que les valeurs de δ_{RO} obtenues par ce calcul sont systématiquement inférieures aux résultats avec WS et donc les valeurs $\mathcal{F}t$ sont systématiquement plus grandes que celles de WS.

Comme on a discuté dans le premier chapitre, l'intérêt qu'a suscité l'étude des transitions super-permises est surtout motivé par les tests à basse énergie du Modèle Standard de l'interaction électrofaible. Nous venons de discuter sur la validité de l'hypothèse CVC, en basant sur la consistance de $\mathcal{F}t$. Avec les valeurs moyennes $\overline{\mathcal{F}t}$, nous passons maintenant à l'évaluation de $|V_{ud}|$ et au test d'unitarité de la première ligne de la matrice CKM. L'élément de matrice $|V_{ud}|$ est donné par :

$$|V_{ud}|^2 = \frac{K}{2G_F^2(1 + \Delta_R^V)\overline{\mathcal{F}t}} = \frac{2915.64 \pm 1.08}{\overline{\mathcal{F}t}}. \quad (4.36)$$

où $K/(\hbar c)^6 = (8120.2787 \pm 0.0011) \times 10^{-10} \text{ GeV}^{-4} \cdot \text{sec}$. [2], $G_F/(\hbar c)^3 = 1.1663787(6) \times 10^{-5} \text{ GeV}^{-2}$ [3] et $\Delta_R^V = (2.361 \pm 0.038)\%$ [2].

Le résultat pour $|V_{ud}|$ a été reporté dans la deuxième colonne de la table 4.5. Ce résultat conduit au test de l'unitarité de la matrice CKM, dans laquelle

$$|V_u|^2 = |V_{ud}|^2 + |V_{us}|^2 + |V_{ub}|^2 = 1, \quad (4.37)$$

TABLE 4.4 – Les valeurs $\mathcal{F}t$ évaluées avec différents calculs de δ_{RO} . Nous utilisons le terme, (HF) pour indiquer l'évaluation avec δ_{RO} qui sont obtenues par le calcul de Skyrme-Hartree-Fock. De façon similaire, nous utilisons le terme, (WS) pour indiquer l'évaluation avec δ_{RO} obtenues avec le potentiel de Woods-Saxon. Le terme, (Surf) pour indiquer que le terme de surface $V_g(r)$ est ajouté au potentiel. Finalement, les termes, (TH2002) et (TH2005) indiquent les évaluations avec δ_{RO} de Towner-Hardy, publiées en 2002 [1] et en 2015 [2] respectivement.

	$\mathcal{F}t$ (sec.)				
	HF	WS	WS+Surf	TH2002[1]	TH2015 [2]
^{22}Mg	3085.66(732)	3081.13(731)	3081.14(731)	3081.29(732)	3077.9(73)
^{26}Al	3075.97(104)	3074.34(105)	3075.25(105)	3075.16(106)	3072.9(10)
$^{26}\text{Si}^\dagger$	3090.45(2325)	3084.05(2320)	3084.31(2321)	3095.48(2329)	3083(23)
$^{30}\text{S}^\dagger$	3031.38(4137)	3020.06(4119)	3021.44(4123)	3040.32(4149)	3016(41)
^{34}Cl	3077.24(145)	3070.92(145)	3074.91(146)	3071.82(148)	070.7(18)
^{34}Ar	3072.65(824)	3062.32(821)	3065.71(822)	3063.78(824)	3065.6(84)
^{38}K	3077.76(194)	3071.95(195)	3076.79(196)	3074.23(207)	3071.6(20)
^{38}Ca	3088.02(699)	3079.34(698)	3082.25(698)	3077.26(699)	3076.4(72)
^{46}V	3085.53(178)	3080.71(179)	3083.48(197)	3081.99(187)	3074.1(20)
^{50}Mn	3081.74(231)	3076.29(232)	3079.97(252)	3077.11(243)	3071.2(21)
^{54}Co	3080.91(284)	3073.04(298)	3075.02(345)	3074.20(299)	3069.8(26)
^{62}Ga	3084.57(431)	3076.87(483)	3081.10(580)	3074.56(493)	3071.5(67)
$\overline{\mathcal{F}t}$ (sec.)	3078.75(112)	3074.387(992)	3076.769(942)	3075.331(975)	3073.00(78)
χ^2/ν	3.347	2.712	2.280	2.439	0.544

[†] Nous n'avons pas inclus ces transitions dans le calcul de la valeur moyenne $\overline{\mathcal{F}t}$ parce que leurs incertitudes sont trop grandes. Donc, nous avons $\nu = N - 1 = 9$.

doit être satisfaite selon le Modèle Standard.

Évidemment, $|V_{ud}|$ est de loin le plus grand des trois éléments de matrice et son incertitude est la plus critique pour ce test. La valeur de $|V_{us}|$ est de 0.2253(8), la moyenne de deux résultats [3], l'un provenant de l'analyse des désintégrations du K_{e3} , l'autre des désintégrations de l'hypéron. Enfin, $|V_{ub}|$ est dérivé, avec une incertitude substantielle, de la désintégration semi-leptonique des mésons B . Cet élément de matrice est suffisamment petite [3], à $(4.15 \pm 0.49) \times 10^{-3}$, pour être négligeable dans le test d'unitarité.

Le résultat pour $|V_u|^2$ a été donné dans la troisième colonne de la table 4.5. D'après ce résultat, TH2015 reste le meilleur modèle en satisfaisant l'unitarité de la première ligne de la matrice CKM. Mais, contrairement au test de la CVC, parmi les quatre modèles qui restent, le modèle WS fournit un meilleur accord avec l'unitarité

TABLE 4.5 – Les valeurs numériques de $|V_{ud}|$ et leur impact sur l’unitarité de première ligne de la matrice CKM ($|V_u|^2$). Pour ce calcul, nous avons pris les valeurs de $|V_{us}|$ et de $|V_{ub}|$ de l’article de *Particle Data Group* [3].

	$ V_{ud} $	$ V_u ^2$
HF	0.97315 ± 0.00025	0.99780 ± 0.00061
WS	0.97384 ± 0.00024	0.99914 ± 0.00059
WS+Surf	0.97346 ± 0.00023	0.99841 ± 0.00057
TH2002	0.97369 ± 0.00024	0.99885 ± 0.00059
TH2015	0.97406 ± 0.00022	0.99957 ± 0.00056

de la première ligne, sa valeur pour $|V_u|^2$ est plus petite que celle de TH2015 par $\sim 1\sigma$ seulement.

4.5.2 Test de la correction δ_C

Dans cette sous-section, nous allons effectuer le test direct des ensembles de calculs théoriques de la correction δ_C . En supposant que l’hypothèse CVC est satisfaite ($\mathcal{F}t$ est indépendante de la structure), sans considérer l’unitarité de la matrice CKM, on peut définir la valeur pseudo-expérimentale pour δ_C comme ci-dessous :

$$\delta_C^{exp} = 1 + \delta_{NS} - \frac{\overline{\mathcal{F}t}}{ft(1 + \delta'_R)}. \quad (4.38)$$

Le test proposé par Towner et Hardy [156] consiste à comparer cette correction pseudo-expérimentale avec les valeurs obtenues par des calculs théoriques, à l’aide de la technique de χ^2/ν :

$$\chi^2/\nu = \frac{1}{N-1} \sum_i^N \frac{[\delta_C(i) - \delta_C^{exp}(i)]^2}{\sigma_i^2}, \quad (4.39)$$

où σ_i représente l’ensemble d’incertitudes, provenant des calculs théoriques de δ_C , et de la correction pseudo-expérimentale, δ_C^{exp} . L’incertitude de cette dernière est propagée des incertitudes de δ_{NS} , de δ'_R et des incertitudes expérimentales de ft , via la formule (4.38).

La quantité $\overline{\mathcal{F}t}$ dans l’équation (4.38) est considérée comme un paramètre ajustable, et doit être ajusté de manière à minimiser χ^2/ν . Donc le succès de chaque modèle théorique est jugé par la qualité de l’ajustement.

Les ensembles des valeurs théoriques de δ_C et le résultat du test ont été reportés dans la table 4.6. Notre conclusion pour le résultat de ce test est la même que celle pour le test de la consistance de $\mathcal{F}t$ (table 4.4). C’est-à-dire le premier modèle qui donne un bon accord avec l’hypothèse CVC est celui de Towner et Hardy en 2015, le deuxième est notre calcul avec le potentiel de Woods-Saxon plus le terme de surface $V_g(r)$, le troisième est celui de Towner-Hardy en 2002, le quatrième et le cinquième

TABLE 4.6 – Résultat du test de la correction δ_C pour différents modèles de calculs. Les valeurs moyennes, $\overline{\mathcal{F}t}$ ont été obtenues par l’ajustement en minimisant χ^2/ν dans l’équation (4.39).

	δ_C (%)				
	HF ^{††}	WS	WS + Surf	TH2002 [1]	TH2015 [2]
²² Mg	0.130(4)	0.276(5)	0.276(7)	0.271(9)	0.392(20)
²⁶ Al	0.209(3)	0.262(3)	0.233(2)	0.236(5)	0.285(15)
²⁶ Si [†]	0.189(5)	0.395(6)	0.387(8)	0.027(1)	0.432(25)
³⁰ S [†]	0.352(8)	0.724(11)	0.679(10)	0.059(6)	0.759(21)
³⁴ Cl	0.438(6)	0.643(7)	0.514(9)	0.614(11)	0.607(45)
³⁴ Ar	0.467(1)	0.801(2)	0.691(2)	0.754(21)	0.769(55)
³⁸ K	0.469(37)	0.657(38)	0.501(38)	0.584(43)	0.609(60)
³⁸ Ca	0.391(11)	0.671(12)	0.577(11)	0.737(19)	0.755(70)
⁴⁶ V	0.251(13)	0.407(14)	0.318(30)	0.366(23)	0.567(56)
⁵⁰ Mn	0.305(16)	0.481(17)	0.362(36)	0.455(29)	0.626(51)
⁵⁴ Co	0.411(33)	0.666(39)	0.602(71)	0.628(45)	0.770(67)
⁶² Ga	1.054(96)	1.301(119)	1.165(157)	1.375(123)	1.475(207)
⁶⁶ As [†]	0.834(92)	1.315(117)	1.115(164)	0.195(45)	1.545(403)
$\overline{\mathcal{F}t}$ (sec.)	3078.76	3074.4	3076.78	3075.339	3073.21
χ^2/ν	3.355	2.715	2.283	2.442	0.543

[†] Nous n’avons pas inclus ces transitions dans le calcul de la valeur moyenne $\overline{\mathcal{F}t}$ parce que leurs incertitudes sont trop grandes.

^{††} L’incertitude sur notre résultat de Skyrme-Hartree-Fock (HF) est plus petite que celle sur nos résultats de Woods-Saxon (WS et WS+surf). Ceci est dû au fait que l’incertitude expérimentale du rayon de charge n’est pas prise en compte dans notre calcul HF.

sont nos calculs avec le potentiel WS et de Skyrme-HF respectivement. Par rapport au résultat donné dans la table 4.4, les valeurs de $\overline{\mathcal{F}t}$ obtenues par l’ajustement sont systématiquement augmentées, 0.21 sec pour le modèle TH2015 et de l’ordre de 0.01 sec pour les quatre autres. Cela signifie que pour la plupart de transitions considérées, les valeurs théoriques de δ_C sont sous-estimées, pour tous les modèles.

Chapitre 5

Conclusions et perspectives

Cette thèse présente une étude très détaillée de la correction due à la brisure de la symétrie d'isospin aux taux des transitions bêta super-permises $0^+ \rightarrow 0^+$. Les calculs ont été effectués dans le cadre du modèle en couches, pour la première fois à grande échelle, en utilisant les interactions effectives réalistes et les potentiels individuelles de haute précision. Nous avons réexaminé treize transitions super-permises, y comprises, ^{22}Mg , ^{26}Al , ^{26}Si , ^{30}S , ^{34}Cl , ^{34}Ar , ^{38}K , ^{38}Ca , ^{46}V , ^{50}Mn , ^{54}Co , ^{62}Ga et ^{66}As . Dix transitions de cette liste (ceux qui sont en italique) sont dans la liste des quatorze émetteurs utilisés par Towner et Hardy pour les tests du Modèle Standard.

La partie principale du travail a été centrée sur la correction à l'élément de matrice de Fermi due au défaut du recouvrement entre les fonctions d'onde radiales de protons et celles de neutrons, δ_{RO} . Cette correction radiale a été évaluée avec des fonctions d'onde radiales de haute qualité, à savoir, les fonctions propres des potentiels réalistes du type WS ou Skyrme-HF. Ces potentiels ont été ré-ajustés pour reproduire les données expérimentales des énergies de séparations.

Dans le cas du potentiel WS, trois méthodes d'ajustement ont été explorées, liées à la variation de la profondeur ou à l'ajout des termes de surfaces. Nous avons également effectué un fit du rayon de charge du noyau père par une méthode approfondie. La sensibilité de la correction aux paramètres du potentiel a été étudiée. En particulier, nous avons trouvé que le terme de surface $V_h(r)$, adopté dans les calculs de Towner et Hardy, n'est pas approprié. La raison pour cela est que la magnitude de ce terme est trop faible, donc produisant une relation non physique entre le paramètre de taille, r_0 et le rayon de charge.

Nous confirmons que les méthodes de fit adoptées dans notre travail éliminent la dépendance forte de la paramétrisation originale du potentiel WS (par exemple, BM_m et SWV).

Nos résultats indiquent que la correction δ_{RO} est presque indépendante de l'interaction effective à deux corps que l'on utilise pour calculer les amplitudes spectroscopiques. Cependant, la taille de l'espace de configurations pour ce calcul est très importante. Tous les calculs réalisés dans cette thèse ont été faits dans les espaces de configurations complets (*sd*, *fp* et *f₅pg₉*). Grâce à ça, nous avons trouvé pour certaines transitions, des résultats différents aux résultats précédents, en particulier, la réduction de δ_{RO} dans les cas de ^{62}Ga et ^{66}As .

Nous avons également examiné la prise en compte de la dépendance des états

intermédiaires dans le calcul de l'élément de matrice de Fermi, M_F . Ceci provoque une augmentation systématique de δ_{RO} de 10% à 30%. Le calcul dans ce formalisme est numériquement très coûteux, on doit généralement prendre en compte un grand nombre d'états intermédiaires pour atteindre la convergence de M_F . Nous avons trouvé que les cent premiers états sont nécessaires pour avoir δ_{RO} convergée. Cette exigence est actuellement dure pour les noyaux aux milieu de la couche $f_5p g_9$ (^{70}Br et ^{74}Kr), et c'est la raison pour laquelle nous avons considéré seulement les treize transitions.

Dans le cas de calcul Hartree-Fock, l'ajustement de la partie centrale du potentiel auto-cohérent a été effectué par un facteur d'échelle pour reproduire les énergies de séparation des nucléons. Nos résultats indiquent que δ_{RO} n'est que faiblement dépendante de la paramétrisation spécifique de la force de Skyrme. Le seul cas où cette dépendance est considérable, est le ^{30}S . Cette caractéristique est entièrement due à l'orbitale $1s_{1/2}$ qui est non remplie (le noyau fils) et dans laquelle, la barrière centrifuge n'est pas présente.

Nous avons étudié la validité de l'approximation de Slater pour le terme de Coulomb d'échange et les effets du terme à deux corps de la correction du centre de masse. La contribution des deux effets à la correction δ_{RO} restent inférieur aux incertitudes théoriques.

Les valeurs de δ_{RO} , obtenues avec les fonctions radiales de HF, sont en général plus petites que celles obtenues avec les fonctions d'onde WS, due à la présence du potentiel isovectoriel auto-cohérent qui est absent dans un potentiel schématique. Par contre, l'inversion de l'effet de staggering, visible pour les émetteurs de la couche sd , nous conduit à conclure que la méthode d'ajustement du potentiel HF n'est pas appropriée et doit être révisée.

En général, nos résultats pour la correction δ_{RO} sont en bon accord avec les calculs précédents dans les approches similaires [1, 136], sauf les cas où nous utilisons différents espaces de configurations et différentes (nouvelles) données expérimentales pour contraindre les calculs. Nous confirmons que les méthodes de calcul présentées, avec les contraintes expérimentales, assurent un très bon contrôle sur les valeurs théoriques des corrections.

En ce qui concerne la correction due au mélange d'isospin, δ_{IM} , nous avons utilisé les mêmes espaces de configurations que pour δ_{RO} , mais les interactions effectives dépendantes de la charge. Les valeurs de δ_{IM} dans l'espace fp ont été calculées avec deux nouvelles interactions fabriquées par notre groupe, où leur protocole d'ajustement est quelque peu différent par rapport aux interactions de Ormand et Brown [136] et Towner et Hardy [1, 7]. On constate que, contrairement à δ_{RO} , cette correction δ_{IM} est extrêmement sensible aux détails de l'interaction non conservant d'isospin et de la taille de l'espace de configurations.

Une méthode empirique s'adresse à éliminer la dépendance de l'espacement entre les niveaux 0^+ [1, 2], en faisant un scaling de δ_{IM} par le facteur $1/\Delta E^2$. D'après Towner et Hardy, ΔE est l'énergie séparant le premier état $0^+, T = 1$ dans le noyau fils et le deuxième état $0^+, T = 1$ qui est non-analogue avec l'état initial dans le noyau père. Nous avons examiné cette méthode, et trouvé qu'elle tend à améliorer le résultat. En même temps, le désaccord qui reste, indique que la dépendance du choix de l'interaction n'est pas à l'origine isoscalaire mais probablement due à la

différence de paramétrisation de la partie isovectorielle et isotensorielle.

Finalement, nous avons effectué des tests des hypothèses fondamentales du Modèle Standard avec les résultats de nos calculs. Ces tests ne sont pas en mesure de fournir un nouveau statut du Modèle Standard, car nous avons considéré seulement dix des quatorze transitions les plus précises. Par contre, ces tests se sont adressés à examiner les différents modèles de calculs que nous avons effectués, ainsi que les modèles de Towner et Hardy, sur un pied d'égalité.

Le résultat indique que le calcul de Towner et Hardy en 2015 a passé tous les tests (CVC et l'unitarité de la matrice CKM) en premier. Ce qui signifie que la prise en compte de la polarisation du cœur est nécessaire pour avoir une description appropriée de la brisure de symétrie d'isospin. A part de ce modèle, notre calcul avec le potentiel de Woods-Saxon plus le terme de surface $V_g(r)$ (WS+surf) donne un meilleur accord avec l'hypothèse CVC, tandis que notre calcul de Woods-Saxon sans terme de surface (WS) produit un meilleur accord avec l'unitarité de la matrice CKM. L'accord de ces deux calculs (WS et WS+surf) sont comparable avec celui de Towner et Hardy en 2002. L'accord avec le Modèle Standard de notre calcul de Skyrme-Hartree-Fock est plus faible par rapport aux autres. Cette caractéristique est probablement due à la sous-estimation des incertitudes. Contrairement aux calculs avec le potentiel de Woods-Saxon, avec Hartree-Fock, nous n'avons pas fitté le rayon de charge, l'incertitude sur cette observable n'a donc pas été prise en compte. La seule source d'incertitude sur δ_{RO} est la dépendance de paramétrisation de la force de Skyrme.

Pour continuer cette étude, il nous semble indispensable de tenir compte de la polarisation du cœur inerte, comme ceci a été mis en évidence par Towner et Hardy en 2008 [7] sur la base des données expérimentales des facteurs spectroscopiques et en réalisant avec les calculs théoriques à grande échelle.

Afin de compléter la liste des quatorze transitions super-permises les meilleures connues, nous devons imposer des troncations appropriées pour les noyaux au milieu de couches, tels que ^{70}Br et ^{74}Rb . Il est également important de ré-étudier les noyaux au voisinage des couches fermées en utilisant les espaces du modèle agrandis comme *psd* pour $A = 18$ ou *sdpf* pour $A = 38$ et 42 . Il peut être également intéressant de chercher des méthodes alternatives pour réaliser les calculs au-delà de l'approximation que nous avons utilisé.

Concernant le calcul de Skyrme-Hartree-Fock, les interactions que nous avons utilisées sont invariantes d'isospin, il est donc intéressant d'ajouter des termes qui brisent la symétrie et l'indépendance de charge. Une paramétrisation qui tient compte de ces effets a été construite d'une manière empirique par Brown et al [157], et une autre paramétrisation plus sophistiquée par Baczyk et al [158].

Finalement, si l'on n'a pas de critère précis, permettant de faire un choix entre Woods-Saxon et Hartree-Fock, cette différence doit être prise en compte pour les tests du Modèle Standard.

Concernant la correction due au mélange d'isospin, δ_{IM} , l'amélioration de l'interaction non conservant d'isospin reste nécessaire. Il est peut-être nécessaire de faire un raffinement de manière à reproduire le spectre des états 0^+ des noyaux considérés. Il est également intéressant de comparer les interactions non conservant d'isospin construites de façon semi-empirique (celles que nous avons utilisées) avec les inter-

actions dérivées à partir du premier principe, par exemple, de la théorie effective chirale.

De façon générale, des développements des techniques expérimentales vont permettre de plus en plus de contraindre la modélisation et éventuellement de réduire les incertitudes théoriques.

Annexes

Annexe A

Notations relativistes

A.1 Espace-temps

Un événement dans l'espace-temps est repéré par un quadri-vecteur¹, x :

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4) = x_\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 4, \quad (\text{A.1})$$

où les trois premières composantes caractérisent la position dans l'espace spatial classique ($3D$) et la dernière composante caractérise le temps. Nous noterons également ce quadri-vecteur comme suit : (\mathbf{r}, it) où l'usage des caractères gras désigne un vecteur spatial.

De façon similaire, la quadri-impulsion est :

$$p = (\mathbf{p}, iE) = (p_1, p_2, p_3, p_4) = p_\mu, \quad \mu = 1, 2, 3, 4. \quad (\text{A.2})$$

Dans cet espace vectoriel, le produit scalaire entre deux quadri-vecteurs s'exprime comme suit

$$x \cdot x' = x_\mu x'_\mu, \quad (\text{A.3})$$

dans cette expression, nous utilisons la convention de sommation d'Einstein où les sommes sont implicites sur les indices.

A.2 Equation de Dirac

La forme covariante de l'équation de Dirac pour une particule libre est :

$$(\gamma_\mu p_\mu - im)\psi = 0 \quad (\text{A.4})$$

où ψ est le champ quantique à quatre composantes, décrivant la particule avec la masse m et le spin demi-entiers. γ_μ sont des matrices hermitiques de dimension 4×4 . Elles sont définies en termes des matrices de Pauli, sous la forme :

$$\gamma_\mu = \begin{cases} -i\beta\alpha_\mu, & \mu = 1, 2, 3, \\ \beta, & \mu = 4, \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

1. Ici, nous utilisons la convention d'unité naturelle : $\hbar = c = 1$.

où α_μ et β sont données par :

$$\alpha_\mu = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \sigma_\mu \\ \sigma_\mu & \mathbf{0} \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\mathbf{1} \end{pmatrix}, \quad (\text{A.6})$$

où σ_μ sont les matrices de Pauli :

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.7})$$

qui vérifient des propriétés :

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \mathbf{1}, \quad [\sigma_\mu, \sigma_\nu] = 2i\epsilon_{\mu\nu\lambda}\sigma_\lambda, \quad (\text{A.8})$$

où le symbole de Levi-Civita $\epsilon_{\mu\nu\lambda}$ est égal à 1 si $(\mu\nu\lambda)$ est une permutation paire de (123), -1 si la permutation est impaire et 0 si au moins deux des indices μ , ν et λ sont égaux.

Dans les expressions (A.6), $\mathbf{1}$ et $\mathbf{0}$ sont les matrices de dimension 2×2 , et signifient la matrice d'unité et la matrice nulle respectivement.

Les matrices hermitiques α_μ et β sont anticommutes et de carré égal à un. C'est-à-dire qu'elles obéissent à l'algèbre suivante :

$$\begin{aligned} \{\alpha_\mu, \alpha_\nu\} &= 0, \quad \mu \neq \nu, \\ \{\alpha_\mu, \beta\} &= 0, \\ \alpha_\mu^2 = \beta^2 &= I, \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

où les crochets sont l'anticommutateur $\{A, B\} = AB + BA$.

On définit aussi la matrice : $\gamma_5 = \gamma_1\gamma_2\gamma_3\gamma_4$ qui satisfait la relation $\{\gamma_5, \gamma_\mu\} = 0$. L'utilisation de γ_5 permet ainsi de construire différents types de combinaisons tels que :

$$\begin{aligned} i\bar{\psi}\gamma_\mu\psi, & \quad \text{vecteur} \\ i\bar{\psi}\gamma_5\gamma_\mu\psi, & \quad \text{vecteur-axial} \\ \bar{\psi}\psi, & \quad \text{scalaire} \\ i\bar{\psi}\gamma_5\psi, & \quad \text{pseudoscalaire} \\ i\bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_\nu\psi, & \quad \text{Tenseur.} \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

où $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma_4$ est le bispineur adjoint de ψ qui satisfait l'équation adjointe :

$$\bar{\psi}(\gamma_\mu p_\mu - im) = 0. \quad (\text{A.11})$$

Cette représentation est particulièrement pratique car elle met en évidence le caractère spinoriel (dû au spin demi-entier) du champ de Dirac et elle sépare les composantes d'énergie positive (particule) et négative (antiparticule) :

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{V}}} \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{m}{E(\mathbf{p})} \right)^{1/2} \sum_s [b_s(\mathbf{p})u^{(s)}(\mathbf{p}) \exp(ip.x) + d_s^\dagger(\mathbf{p})v^{(s)}(\mathbf{p}) \exp(-ip.x)], \quad (\text{A.12})$$

où s est l'orientation du spin, m est la masse et \mathcal{V} est le volume de normalisation, $b_s^\dagger(\mathbf{p})$ et $b_s(\mathbf{p})$ sont les opérateurs de création et d'annihilation de la particule ($d_s^\dagger(\mathbf{p})$ et $d_s(\mathbf{p})$ pour l'antiparticule).

Les spineurs de Dirac, $u^{(s)}(\mathbf{p})$ et $v^{(s)}(\mathbf{p})$ satisfont les équations :

$$\begin{cases} (\gamma_\mu p_\mu - im)u^{(s)}(\mathbf{p}) = 0, \\ (\gamma_\mu p_\mu + im)v^{(s)}(\mathbf{p}) = 0. \end{cases} \quad (\text{A.13})$$

On obtient ainsi

$$u^{(s)}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad v^{(s)}(\mathbf{p}) = \sqrt{\frac{E+m}{2E}} \begin{pmatrix} \frac{-\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E+m} \chi_s \\ \chi_s \end{pmatrix}, \quad (\text{A.14})$$

avec

$$\chi_{+1/2} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \chi_{-1/2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.15})$$

Les bispineurs dans l'équation (A.14) sont orthogonaux l'un de l'autre et ils sont normalisés dans un volume de $m/|E|$, tels que : $u^\dagger u = v^\dagger v = |E|/m$. Ceci implique que $\bar{u}u = \bar{v}v = 1$.

A.3 Hélicités

Pour une particule de masse nulle, l'équation de Dirac s'écrit donc :

$$\gamma_\mu p_\mu \psi = 0. \quad (\text{A.16})$$

L'intérêt de cette équation est les deux composantes de sa solution (notées par ψ_+ et ψ_-) qui sont les états propres de γ_5 :

$$\gamma_5 \psi_\pm = \pm \psi_\pm, \quad (\text{A.17})$$

avec

$$\psi_\pm = \frac{1}{2}(1 \mp \gamma_5)\psi = \begin{pmatrix} \phi_\pm \\ \mp \phi_\pm \end{pmatrix}, \quad (\text{A.18})$$

où ϕ_+ et ϕ_- sont des fonctions à deux composantes qui satisfont les équations :

$$i\hbar \frac{\partial \phi_\pm}{\partial t} = E\phi_\pm = \mp \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p} \phi_\pm, \quad (\text{A.19})$$

En divisant cette équation par E , on obtient

$$\frac{\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}}{E} \phi_\pm = \mp \phi_\pm, \quad (\text{A.20})$$

Dans l'équation (A.20), $\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{p}/E$ est l'opérateur d'hélicité. Ainsi, dans le cas de particule ($E > 0$), ϕ_+ est l'état d'hélicité négative et ϕ_- est l'état d'hélicité positive, et c'est l'inverse pour l'antiparticule ($E < 0$).

A partir de la définition d'hélicité, il est clair que pour la solution de l'énergie positive, la fonction, ϕ_- décrit la particule d'hélicité droit, c'est-à-dire son spin et sa quantité de mouvement sont dans la même direction. De même, la fonction, ϕ_+ décrit la particule d'hélicité gauche où son spin et sa quantité de mouvement sont dans des directions opposées. C'est l'inverse pour la solution de l'énergie négative.

Annexe B

Symétrie d'isospin

B.1 Système à un nucléon

L'algèbre de l'isospin est celle du groupe $SU(2)$. De façon tout à fait similaire au cas du spin $1/2$ [90], les deux états de charge d'un nucléon sont décrits par des spineurs à deux composantes :

$$\begin{aligned} |n\rangle &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ pour neutron,} \\ |p\rangle &= \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ pour proton.} \end{aligned} \tag{B.1}$$

La variable d'isospin correspond à un opérateur $\mathbf{t} = \boldsymbol{\tau}/2$ qui a le caractère d'un opérateur vectoriel dans l'espace d'isospin (isovecteur). Pour une particule avec l'isospin $t = 1/2$ tel que le nucléon, les composantes de $\boldsymbol{\tau}$ sont représentées par les matrices de Pauli (A.7), génératrices de ce groupe $SU(2)$.

Les spineurs $|n\rangle$ et $|p\rangle$ sont vecteurs propres de \mathbf{t}^2 et t_z , tels que :

$$\begin{aligned} \mathbf{t}^2 |p\rangle &= \frac{3}{4} |p\rangle, \quad t_z |p\rangle = -\frac{1}{2} |p\rangle, \\ \mathbf{t}^2 |n\rangle &= \frac{3}{4} |n\rangle, \quad t_z |n\rangle = +\frac{1}{2} |n\rangle, \end{aligned} \tag{B.2}$$

cette convention de signe est celle en usage en physique nucléaire et diffère de celle utilisée en physique des particules.

Compte tenu de ce qui a été vu plus haut et étant donné que les protons ont une charge e et que les neutrons ont une charge nulle, l'opérateur de charge d'un nucléon s'écrit

$$q = e \left(\frac{1}{2} - t_z \right). \tag{B.3}$$

Il est utile d'introduire les opérateurs de montée et descente de la charge qui transforment un neutron en un proton et vice-versa :

$$t_{\pm} = t_x \pm it_z. \tag{B.4}$$

Ces opérateurs vérifient :

$$\begin{aligned} t_- |n\rangle &= |p\rangle, & t_- |p\rangle &= 0, \\ t_+ |p\rangle &= |n\rangle, & t_+ |n\rangle &= 0, \end{aligned} \tag{B.5}$$

ainsi que les propriétés de comutation suivantes, qui se déduisent de (A.8) :

$$[t_+, t_-] = 2t_z, \quad [t_z, t_\pm] = \pm t_\pm. \tag{B.6}$$

La fonction d'onde d'un nucléon (de spin $s = 1/2$ et d'isospin $t = 1/2$) peut s'écrire comme le produit d'une fonction d'onde spatiale, d'une fonction d'onde de spin (dit spineur à 2 composantes) et d'une d'isospin (à 2 composante aussi) :

$$\phi_{nljm,tt_z}(\mathbf{r}, \boldsymbol{\sigma}, \mathbf{t}) = R_{nlj}(r) \sum_{m_l m_s} \langle lm_l \frac{1}{2} m_s | jm \rangle Y_{m_l}^l(\boldsymbol{\Omega}) \chi_{m_s}^{1/2}(\boldsymbol{\sigma}) \Theta_{t_z}^{1/2}(\mathbf{t}), \tag{B.7}$$

où $\langle lm_l \frac{1}{2} m_s | jm \rangle$ est le coefficient de Clebsch–Gordan et l'isospineur $\Theta_{t_z}^{1/2}$ est défini par :

$$\Theta_{1/2}^{1/2} = |n\rangle \quad \text{et} \quad \Theta_{-1/2}^{1/2} = |p\rangle. \tag{B.8}$$

B.2 Système à deux nucléons

Si \mathbf{t}_1 et \mathbf{t}_2 sont les opérateurs d'isospin de chaque nucléon, l'opérateur d'isospin total du système est :

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2. \tag{B.9}$$

Il faut donc coupler les deux isospins, le formalisme est analogue au couplage de moment cinétique [90, 97]. Ici le couplage de deux nucléons d'isospin $t = 1/2$ donne un isospin total $T = 0$ ou 1, le singlet correspond à un état $|pn\rangle$ alors que le triplet comporte un état $|nn\rangle$, un état $|pn\rangle$ et un état $|pp\rangle$. Chacun des quatre états est l'état propre de l'opérateur T_z . Nous noterons alors par $|T, T_z\rangle$ des états propres simultanés des opérateurs \mathbf{T}^2 et T_z et nous les appellerons des états de bon isospin :

$$\mathbf{T}^2 |T, T_z\rangle = T(T+1) |T, T_z\rangle, \quad T_z |T, T_z\rangle = T_z |T, T_z\rangle, \tag{B.10}$$

avec les conditions : $0 \leq T \leq 1$ et $|T_z| \leq T$.

On peut vérifier que :

$$\begin{aligned} |T = 1, T_z = 1\rangle &= |nn\rangle, \\ |T = 1, T_z = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|np\rangle + |pn\rangle), \\ |T = 1, T_z = -1\rangle &= |pp\rangle, \\ |T = 0, T_z = 0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|np\rangle - |pn\rangle). \end{aligned} \tag{B.11}$$

Les trois états correspondant à $T = 1$ sont symétriques par échange des variables d'isospin des nucléons et forment un triplet d'isospin, tandis que l'état ayant $T = 0$ est antisymétrique dans cet échange et constitue un singlet d'isospin.

A l'opération d'échange d'isospin correspond l'opérateur :

$$P_\tau = \frac{1}{2}(1 + \boldsymbol{\tau}_1 \boldsymbol{\tau}_2), \quad (\text{B.12})$$

qui possède naturellement les propriétés :

$$P_\tau |T = 1, T_z\rangle = |T = 1, T_z\rangle, \quad P_\tau |T = 0, T_z\rangle = -|T = 0, T_z\rangle. \quad (\text{B.13})$$

En vertu du principe de Pauli, un état de deux nucléons doit être totalement antisymétrique par échange des variables d'espace, de spin et d'isospin de ces deux nucléons. La symétrie d'espace dépend de la parité du moment orbital relatif L , tandis que la symétrie de spin est analogue à ce que nous venons de voir pour l'isospin. En ignorant l'isospin, le principe de Pauli implique que $L + S$ doit être pair pour que la fonction d'onde totale soit antisymétrique. La notation habituelle pour indiquer les nombres quantiques d'espace et de spin d'un état à deux nucléons est $^{2S+1}L_J$ où $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S}$ est le moment angulaire total. En tenant compte de l'isospin, qui comme le spin est antisymétrique pour $T = 0$ et symétrique pour $T = 1$, il faut donc que $L + S + T$ soit impair. C'est le principe de Pauli généralisé.

A titre d'illustration, rappelons que le deutéron est un état lié ($T = 0, J = 1$) ayant une forte composante 3S_1 et une faible composante 3D_1 (cette faible composante est essentielle pour certaines propriétés comme le moment quadrupolaire). Dans la diffusion nucléon-nucléon à basse énergie, l'onde S ($L = 0$) prédomine et donc les réactions $p+p$ et $n+n$ (où $T = 1$) sont surtout sensibles à l'état 1S_0 , tandis que la réaction $p+n$ (où l'on a un mélange $T = 0$ et $T = 1$) fournit des informations sur les états 3S_1 et 1S_0 .

L'énergie d'interaction entre deux nucléons est plus attractive lorsque cette paire se trouve dans un état relatif de symétrie maximum dans les variables d'espace et de spin, et donc de symétrie minimum en isospin. C'est-à-dire que c'est l'isospin $T = 0$ de cette paire qui est favorisé (c'est le cas, par exemple, du deutéron). Il en résulte que dans les noyaux, les états les plus bas (en particulier les états fondamentaux) correspondent généralement à l'isospin minimum, $T = T_z = (N - Z)/2$. On ne rencontre que peu d'exceptions à cette règle pour certains noyaux impair-impair $N = Z$.

B.2.1 Conservation de charge

La conservation de la charge électrique a été observée depuis très longtemps dans tous les processus physiques. Cette loi est bien vérifiée en physique nucléaire. L'opérateur de charge du système à deux nucléons est :

$$Q = \sum_i^2 e \left(\frac{1}{2} - t_{zi} \right). \quad (\text{B.14})$$

Si H est l'hamiltonien du système, dire que la charge est conservée dans tout processus gouverné par H revient à dire que H commute avec Q , et donc avec T_z :

$$[H, T_z] = 0, \quad (\text{B.15})$$

$$\text{où } T_z = \sum_i^2 t_{zi}.$$

Ceci se généralise évidemment aux systèmes de $A > 2$, et la relation (B.15) sera supposée toujours vraie pour un système contenant A nucléons.

B.2.2 Indépendance de charge

Le conservation du moment cinétique résulte de l'invariance des propriétés physiques par rotation dans l'espace ordinaire à 3 dimensions. De la même façon la conservation de l'isospin résulte de l'invariance par rotation dans l'espace des charges. Cette invariance par rotation est en fait l'expression de l'indépendance de charge :

$$[H, \mathbf{T}] = 0. \quad (\text{B.16})$$

Comme l'expression (B.15) est vérifiée, l'indépendance de charge peut se ramener à :

$$[H, \mathbf{T}^2] = 0. \quad (\text{B.17})$$

Dans ce cas, H est un opérateur scalaire dans l'espace d'isospin. Par invariance de l'interaction forte sous les transformations $SU(2)$ d'isospin, nous en déduisons que les 3 états du triplet $T = 1$ sont identiques. Le système $|nn\rangle$ est donc identique au système $|pp\rangle$. Quant au système $|pn\rangle$, il a une composante $T = 1$ qui est identique aux précédentes, mais il a aussi une composante $T = 0$ qui en diffère.

La propriété (B.17) apparaît, à première vue, plutôt abstraite, pourquoi l'appeler l'indépendance de charge. Supposons que neutron et proton aient la même masse et que les nucléons interagissent par une interaction forte V indépendante de charge¹. La relation (B.17) et le théorème de Wigner-Eckart [90] entraînent que :

$$\langle T, T_z | V | T', T'_z \rangle = \delta_{T, T'} \delta_{T_z, T'_z} \langle T || V || T' \rangle. \quad (\text{B.18})$$

Si nous appliquons la relation (B.18) aux états $|T = 1, T_z = -1\rangle$, $|T = 1, T_z = 0\rangle$ et $|T = 1, T_z = 1\rangle$, il en découle que :

$$V_{pp}^{T=1} = V_{nn}^{T=1} = V_{pn}^{T=1}, \quad (\text{B.19})$$

c'est-à-dire que l'interaction entre les deux nucléons ne dépend pas de leur état de charge (pourvu que l'isospin total soit $T = 1$).

De la définition (B.17), il résulte que la forme la plus générale dans l'iso-espace d'une interaction à deux corps indépendante de charge est de la forme : $\propto \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2$.

B.2.3 Symétrie de charge

Une hypothèse un peu moins forte que l'indépendance de charge (B.17) consiste à supposer que l'interaction entre deux protons est égale à celle entre deux neutrons placés dans des conditions identiques, autrement dit l'interaction entre deux nucléons de même charge ne dépend pas de cette charge :

$$V_{pp}^{T=1} = V_{nn}^{T=1} \neq V_{pn}^{T=1}. \quad (\text{B.20})$$

1. Dans l'iso-espace, ce type d'interaction est un scalaire ou un tenseur de rang 0.

Des expériences de diffusion nucléon-nucléon à basse énergie [129] indique que la force nucléaire entre deux nucléons vérifie à haut degré la propriété de symétrie de charge (B.20). Par contre, il est évident que la force coulombienne ne la vérifie pas du tout.

A l'opération de symétrie de charge correspond un opérateur P_{SC} qui effectue une rotation de 180° dans l'espace d'isospin, par exemple, autour de Oy , de manière à amener le demi-axe Oz positif sur le demi-axe négatif :

$$P_{SC} = e^{i\pi T_y} = \prod_j e^{i\pi t_y(i)} = \prod_j i\tau_y(j). \quad (\text{B.21})$$

On peut vérifier que :

$$P_{SC} |n\rangle = -|p\rangle, \quad P_{SC} |p\rangle = |n\rangle, \quad (\text{B.22})$$

et

$$[P_{SC}, \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2] = [P_{SC}, t_{z1} t_{z2}] = 0, \quad (\text{B.23})$$

et pour un état d'isospin T donné, la valeur propre de P_{SC} est $(-1)^T$. En général P_{SC} ne commute pas avec l'opérateur de charge, sauf pour le système de $T_z = 0$.

Dire qu'une interaction V est symétrique de charge revient à dire qu'elle commute avec P_{SC} :

$$[V, P_{SC}] = 0. \quad (\text{B.24})$$

Du fait de la propriété (B.23), une force symétrique de charge aura la forme générale : $C_2 \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2 + C_2 t_{z1} \cdot t_{z2}$, où C_1 et C_2 sont indépendantes des variables d'isospin.

B.2.4 Interaction coulombienne

Pour illustrer les notions d'indépendance et de symétrie de charge, nous considérons l'interaction coulombienne :

$$V_{coul}(1, 2) = \frac{q_1 q_2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} = \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \left(\frac{1}{2} - t_{z1} \right) \left(\frac{1}{2} - t_{z2} \right). \quad (\text{B.25})$$

En développant cette expression, on peut décomposer l'interaction coulombienne en 3 termes :

$$\begin{aligned} V_{coul}(1, 2) &= \sum_{k=0}^2 V_{coul}^{(k)}(1, 2) \\ &= \frac{e^2}{|\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|} \left[\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2 \right)^{(k=0)} - \frac{1}{2} (t_{z1} + t_{z2})^{(k=1)} + \left(t_{z1} \cdot t_{z2} - \frac{1}{3} \mathbf{t}_1 \cdot \mathbf{t}_2 \right)^{(k=2)} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.26})$$

Nous avons regroupé les termes de $V_{coul}(1, 2)$ de manière à faire apparaître des tenseurs d'ordre 0 (isoscalaire), 1 (isovecteur) et 2 (isotenseur). Le premier terme (isoscalaire) satisfait à la relation (B.15) et (B.17), il est indépendant de charge et a fortiori symétrique de charge. Le troisième terme (isotenseur) satisfait à la relation (B.17) mais non à (B.15). Quand au second terme (isovecteur), il viole à la fois l'indépendance et la symétrie de charge.

B.3 Système à A nucléons

Toutes les définitions et propriétés introduites dans les sous-sections précédentes se généralisent facilement au cas d'un système contenant A nucléons. L'isospin total est :

$$\mathbf{T} = \sum_i^A \mathbf{t}_i. \quad (\text{B.27})$$

Les états de bon isospin total, c'est-à-dire les états propres simultanés de \mathbf{T}^2 et T_z , seront notés $|\Gamma, T, T_z\rangle$, où Γ représente tous les autres nombres quantiques caractérisant l'état nucléaire $|\Gamma, T, T_z\rangle$. D'après (B.27), T ne peut être supérieur à $A/2$. Quant à T_z , sa valeur est simplement $(N - Z)/2$, où N et Z sont les nombres de neutrons et de protons.

Les opérateurs de montée et de descente de la troisième composante d'isospin total s'obtiennent à partir des opérateurs individuelles (B.4) :

$$T_{\pm} = \sum_i^A t_{\pm}^i, \quad (\text{B.28})$$

et vérifient des relations de commutations analogue à (B.6)

$$[T_+, T_-] = 2T_z, \quad [T_z, T_{\pm}] = \pm T_{\pm}. \quad (\text{B.29})$$

L'action de $T_-(T_+)$ sur un état d'un système de A nucléons est de produire une superposition d'états dans chacun desquels un neutron (proton) à la fois est changé en un proton (neutron) tout en gardant la même position et le même spin, et ceci pour autant que le principe de Pauli le permet. Ces états sont appelés *isobariques analogues*. Supposons que l'état initial $|\Gamma, T, T_z\rangle$ contient N neutrons et Z protons, sa troisième composante d'isospin est $T_z = (N - Z)/2$. L'état $T_-|\Gamma, T, T_z\rangle$ contient $N-1$ neutrons et $Z+1$ protons et par conséquent, sa troisième composante d'isospin est $T_z - 1$. Plus précisément, on trouve à l'aide des relations (B.29) que l'action de T_{\pm} sur un état de bon isospin est :

$$T_{\pm} |\Gamma, T, T_z\rangle = \sqrt{(T \mp T_z)(T \pm T_z + 1)} |\Gamma, T, T_z \pm 1\rangle, \quad (\text{B.30})$$

c'est-à-dire que l'application répétée de T_{\pm} permet de passer d'un membre à l'autre d'un multiplet d'isospin. Pour chaque multiplet d'isospin T , on aura $2T + 1$ noyaux possibles qui correspondent aux différentes projections de T .

Prenons le cas de l'azote 14 qui a 7 protons et 7 neutrons. Ce noyau a $T_z = 0$. Cette valeur de T_z peut venir des multiplets de $T = 0$ ou $T = 1$ ou $T = 2$, etc. jusqu'à $T = 7$. Avec 14 nucléons, on peut construire d'autres noyaux comme le bore 14 ($Z = 5, N = 9$) qui aura un T_z de 2, le carbone 14 ($T_z = 1$), l'oxygène 14 ($T_z = -1$) et le fluor 14 ($T_z = -2$). Les autres noyaux de masse 14 ne sont pas liés à cause de la répulsion coulombienne et de l'énergie d'asymétrie.

Annexe C

Énergies de particules individuelles

TABLE C.1 – Les énergies individuelles des orbitales de valences, calculées avec le potentiel de Woods-Saxon et en utilisant la paramétrisation BM_m . Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Woods-Saxon- BM_m							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-3.019	-9.695	-0.887	-6.659	3.193	-2.791		
^{26}Al	-7.588	-10.764	-4.158	-7.509	-0.979	-4.463		
^{26}Si	-5.31	-12.617	-2.4	-9.06	0.726	-5.847		
^{30}S	-7.252	-15.086	-3.863	-11.228	-1.266	-8.589		
^{34}Cl	-10.839	-15.598	-6.897	-11.792	-4.721	-9.699		
^{34}Ar	-8.858	-17.201	-5.17	-13.175	-3.047	-11.02		
^{38}K	-11.953	-17.558	-7.869	-13.62	-6.122	-11.923		
^{38}Ca	-10.196	-19.038	-6.319	-14.922	-4.605	-13.177		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-3.743	-10.37	3.552	-3.105	0.043	-6.479	1.817	-4.522
^{50}Mn	-4.735	-12.01	2.44	-4.907	-0.638	-7.853	1.209	-5.866
^{54}Co	-6.702	-14.479	0.341	-7.54	-2.148	-9.96	-0.259	-7.978
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-3.026	-12.134	-1.16	-10.188	-1.166	-10.292	1.563	-6.977
^{66}As	-4.027	-13.714	-2.193	-11.808	-2.525	-12.175	0.082	-8.978

TABLE C.2 – Les énergies individuelles des orbitales de valences, calculées avec le potentiel de Woods-Saxon et en utilisant la paramétrisation SWV. Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Woods-Saxon-SWV							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-4.381	-12.632	-1.809	-9.218	1.832	-5.726		
^{26}Al	-9.986	-11.813	-6.386	-8.438	-3.573	-5.467		
^{26}Si	-6.403	-15.119	-3.257	-11.383	-0.255	-8.592		
^{30}S	-8.123	-17.234	-4.623	-13.317	-2.199	-11.101		
^{34}Cl	-12.674	-16.283	-8.709	-12.468	-6.952	-10.566		
^{34}Ar	-9.547	-19.059	-5.826	-15.047	-3.899	-13.303		
^{38}K	-13.553	-18.09	-9.501	-14.189	-8.154	-12.693		
^{38}Ca	-10.735	-20.657	-6.877	-16.603	-5.371	-15.248		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-4.818	-10.677	2.003	-3.778	-0.961	-6.823	0.795	-4.944
^{50}Mn	-5.684	-12.223	0.951	-5.53	-1.579	-8.138	0.195	-6.252
^{54}Co	-6.519	-13.633	-0.082	-7.159	-2.215	-9.381	-0.44	-7.507
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-3.16	-11.658	-1.428	-9.836	-1.696	-10.078	1.857	-6.171
^{66}As	-3.596	-12.699	-1.89	-10.91	-2.411	-11.385	1.122	-7.466

TABLE C.3 – Les énergies individuelles calculées par la méthode Hartree-Fock, nous avons utilisé pour l'interaction de Skyrme, la paramétrisation SLy5. Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Skyrme-SLY5							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-6.299	-12.737	-3.034	-8.830	0.753	-4.860		
^{26}Al	-10.491	-13.994	-6.674	-10.303	-2.849	-6.552		
^{26}Si	-8.582	-15.532	-5.105	-11.563	-1.427	-7.699		
^{30}S	-10.857	-18.046	-7.391	-13.557	-3.003	-10.085		
^{34}Cl	-13.868	-19.300	-8.977	-14.280	-6.351	-11.029		
^{34}Ar	-12.575	-20.200	-7.646	-15.311	-4.605	-12.485		
^{38}K	-15.174	-21.268	-10.324	-16.282	-8.196	-13.584		
^{38}Ca	-13.979	-22.074	-9.084	-17.216	-6.582	-14.902		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-5.359	-12.003	-0.644	-7.310	1.278	-5.209	2.688	-3.885
^{50}Mn	-6.360	-13.647	-1.477	-8.793	0.387	-6.789	1.599	-5.702
^{54}Co	-7.263	-15.178	-2.251	-10.199	-0.481	-8.314	0.532	-7.453
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-3.696	-12.855	-1.435	-10.595	-1.203	-10.243	2.781	-5.965
^{66}As	-3.978	-13.425	-1.383	-10.611	-0.930	-10.359	1.352	-8.093

TABLE C.4 – Les énergies individuelles calculées par la méthode Hartree-Fock, nous avons utilisé pour l'interaction de Skyrme, la paramétrisation SkM*. Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Skyrme-SKM*							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-6.074	-12.152	-3.254	-8.779	1.811	-3.640		
^{26}Al	-9.786	-13.517	-6.466	-10.389	-1.220	-4.636		
^{26}Si	-8.102	-14.841	-5.127	-11.429	0.308	-5.958		
^{30}S	-10.154	-17.164	-5.397	-12.888	-1.483	-8.183		
^{34}Cl	-12.793	-17.878	-8.046	-13.274	-4.708	-9.528		
^{34}Ar	-11.259	-19.055	-6.853	-14.189	-3.270	-10.689		
^{38}K	-14.394	-20.052	-9.706	-15.553	-7.116	-12.552		
^{38}Ca	-12.920	-21.168	-8.549	-16.425	-5.701	-13.679		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-5.009	-11.882	-0.574	-7.439	1.365	-5.226	3.464	-2.880
^{50}Mn	-5.951	-13.440	-1.326	-8.839	0.571	-6.708	2.704	-4.359
^{54}Co	-6.775	-14.870	-2.019	-10.162	-0.189	-8.123	1.936	-5.770
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-3.354	-12.386	-0.766	-9.468	0.292	-8.653	2.471	-6.495
^{66}As	-3.683	-13.128	-1.102	-10.335	-0.553	-9.980	1.741	-7.702

TABLE C.5 – Les énergies individuelles calculées par la méthode Hartree-Fock, nous avons utilisé pour l'interaction de Skyrme, la paramétrisation SGII. Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Skyrme-SGII							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-6.254	-12.341	-3.316	-8.828	-0.054	-5.662		
^{26}Al	-9.811	-13.637	-6.470	-10.621	-3.801	-7.601		
^{26}Si	-8.197	-14.890	-5.256	-11.519	-2.397	-8.726		
^{30}S	-10.230	-17.185	-5.566	-13.268	-4.329	-11.162		
^{34}Cl	-13.002	-18.368	-8.468	-13.954	-7.109	-12.053		
^{34}Ar	-11.650	-19.345	-7.380	-14.754	-5.585	-13.288		
^{38}K	-14.397	-20.386	-9.704	-15.847	-8.517	-14.113		
^{38}Ca	-13.113	-21.302	-8.660	-16.599	-7.080	-15.262		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-4.838	-11.808	-0.304	-7.359	1.288	-5.553	1.978	-4.813
^{50}Mn	-5.176	-12.762	-0.793	-8.475	0.652	-6.856	1.237	-6.209
^{54}Co	-5.929	-14.101	-1.524	-9.834	-0.203	-8.371	0.087	-8.002
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-2.742	-11.894	-1.260	-10.310	-1.780	-11.045	3.689	-5.308
^{66}As	-3.347	-13.241	-1.783	-11.490	-2.598	-12.038	2.706	-6.753

TABLE C.6 – Les énergies individuelles des orbitales de valences calculées par la méthode Hartree-Fock. Nous avons utilisé pour ce calcul, l'interaction de Gogny D1S avec le traitement exact du terme coulomb d'échange. Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Gogny-D1S-exact							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-4.987	-11.216	-0.767	-6.481	2.119	-2.967		
^{26}Al	-9.525	-12.990	-4.344	-8.244	-0.907	-4.591		
^{26}Si	-7.728	-14.472	-2.869	-9.449	0.613	-5.899		
^{30}S	-10.256	-17.285	-6.134	-12.261	-1.234	-8.586		
^{34}Cl	-13.581	-18.564	-8.442	-13.597	-5.424	-10.163		
^{34}Ar	-12.057	-19.695	-7.103	-14.652	-3.805	-11.587		
^{38}K	-15.276	-20.881	-9.968	-15.741	-8.084	-13.308		
^{38}Ca	-13.828	-21.943	-8.698	-16.725	-6.532	-14.659		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-4.299	-11.113	2.174	-2.395	1.204	-5.676	1.831	-3.557
^{50}Mn	-5.592	-12.973	2.290	-4.208	0.399	-7.187	1.949	-5.095
^{54}Co	-6.764	-14.703	2.108	-5.964	-0.382	-8.645	1.446	-6.620
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-2.967	-12.254	0.105	-9.201	0.203	-8.970	2.880	-4.812
^{66}As	-4.029	-13.779	-0.659	-10.315	-1.102	-10.466	2.992	-6.294

TABLE C.7 – Les énergies individuelles des orbitales de valences calculées par la méthode Hartree-Fock. Nous avons utilisé pour ce calcul, l'interaction de Gogny D1S et le terme coulomb d'échange a été traité avec l'approximation de Slater. Pour chaque orbitale, les énergies de proton sont données dans la première colonne et celles de neutron sont données dans la deuxième colonne. L'unité est en MeV.

Noyaux pères	Gogny-D1S-Slater							
	$1d_{5/2}$		$2s_{1/2}$		$1d_{3/2}$			
^{22}Mg	-4.907	-11.218	-0.934	-6.482	2.110	-2.968		
^{26}Al	-9.378	-12.990	-4.528	-8.245	-1.085	-4.591		
^{26}Si	-7.518	-14.472	-3.046	-9.450	0.436	-5.899		
^{30}S	-10.037	-17.285	-5.908	-12.261	-1.408	-8.590		
^{34}Cl	-13.365	-18.564	-8.252	-13.603	-5.500	-10.165		
^{34}Ar	-11.842	-19.694	-6.909	-14.657	-3.788	-11.590		
^{38}K	-15.064	-20.880	-9.768	-15.744	-7.971	-13.310		
^{38}Ca	-13.614	-21.943	-8.494	-16.728	-6.327	-14.660		
	$1f_{7/2}$		$1f_{5/2}$		$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$	
^{46}V	-4.327	-11.113	2.174	-2.396	1.047	-5.675	1.831	-3.556
^{50}Mn	-5.536	-12.973	2.290	-4.208	0.237	-7.186	1.946	-5.094
^{54}Co	-6.622	-14.703	1.948	-5.964	-0.545	-8.645	1.279	-6.619
	$2p_{3/2}$		$2p_{1/2}$		$1f_{5/2}$		$1g_{9/2}$	
^{62}Ga	-2.891	-12.254	-0.051	-9.200	0.044	-17.697	2.880	-4.813
^{66}As	-3.870	-13.780	-0.806	-10.320	-1.204	-10.468	2.992	-6.295

Annexe D

Les valeurs numériques des résultats finaux

TABLE D.1 – Les valeurs numériques pour la correction δ_{RO} et pour le paramètre de taille r_0 du potentiel de Woods-Saxon. Ces valeurs correspondent à celles illustrées sur la figure 4.11.

Noyaux pères	BM_m		SWV	
	r_0 (fm)	δ_{RO} (%)	r_0 (fm)	δ_{RO} (%)
^{22}Mg	1.296 ± 0.015	0.250 ± 0.006	1.295 ± 0.015	0.259 ± 0.007
^{26}Al	1.232 ± 0.007	0.262 ± 0.004	1.235 ± 0.007	0.253 ± 0.004
^{26}Si	1.231 ± 0.011	0.363 ± 0.008	1.231 ± 0.011	0.375 ± 0.008
^{30}S	1.256 ± 0.008	0.670 ± 0.012	1.256 ± 0.008	0.659 ± 0.012
^{34}Cl	1.321 ± 0.006	0.576 ± 0.010	1.321 ± 0.006	0.596 ± 0.010
^{34}Ar	1.280 ± 0.001	0.708 ± 0.002	1.280 ± 0.001	0.685 ± 0.002
^{38}K	1.271 ± 0.012	0.584 ± 0.027	1.270 ± 0.012	0.635 ± 0.023
^{38}Ca	1.269 ± 0.006	0.674 ± 0.013	1.268 ± 0.006	0.647 ± 0.012
^{46}V	1.284 ± 0.023	0.385 ± 0.015	1.284 ± 0.023	0.385 ± 0.015
^{50}Mn	1.268 ± 0.022	0.466 ± 0.019	1.268 ± 0.022	0.465 ± 0.019
^{54}Co	1.278 ± 0.030	0.615 ± 0.034	1.278 ± 0.030	0.616 ± 0.036
^{62}Ga	1.272 ± 0.041	1.037 ± 0.149	1.267 ± 0.041	1.014 ± 0.150
^{66}As	1.286 ± 0.038	1.120 ± 0.152	1.286 ± 0.038	1.120 ± 0.153

TABLE D.2 – Les valeurs numériques pour la correction δ_{RO} et r_0 , déterminées avec le potentiel de Woods-Saxon plus le terme de surface $V_g(r)$. Ce résultat correspond à celui illustré sur la figure 4.12.

Noyaux pères	BM_m		SWV	
	r_0 (fm)	δ_{RO} (%)	r_0 (fm)	δ_{RO} (%)
^{22}Mg	1.275 ± 0.029	0.241 ± 0.011	1.277 ± 0.027	0.263 ± 0.009
^{26}Al	1.191 ± 0.020	0.246 ± 0.004	1.099 ± 0.041	0.219 ± 0.003
^{26}Si	1.215 ± 0.024	0.346 ± 0.014	1.122 ± 0.043	0.367 ± 0.010
^{30}S	1.187 ± 0.024	0.595 ± 0.016	1.078 ± 0.063	0.628 ± 0.009
^{34}Cl	1.240 ± 0.017	0.468 ± 0.012	1.225 ± 0.018	0.446 ± 0.012
^{34}Ar	1.187 ± 0.004	0.573 ± 0.003	1.162 ± 0.005	0.595 ± 0.002
^{38}K	1.175 ± 0.036	0.473 ± 0.027	1.091 ± 0.058	0.445 ± 0.024
^{38}Ca	1.140 ± 0.025	0.552 ± 0.012	1.174 ± 0.024	0.577 ± 0.010
^{46}V	1.279 ± 0.050	0.382 ± 0.038	1.293 ± 0.045	0.177 ± 0.044
^{50}Mn	1.256 ± 0.050	0.454 ± 0.047	1.271 ± 0.047	0.220 ± 0.051
^{54}Co	1.263 ± 0.069	0.597 ± 0.087	1.275 ± 0.062	0.496 ± 0.097
^{62}Ga	1.273 ± 0.106	0.982 ± 0.198	1.270 ± 0.093	0.777 ± 0.220
^{66}As	1.250 ± 0.096	0.934 ± 0.220	1.335 ± 0.083	0.905 ± 0.227

TABLE D.3 – Les valeurs numériques pour la correction δ_{RO} , calculées à partir des fonctions d’onde radiales de Skyrme-Hartree-Fock. Ce résultat correspond à celui illustré sur la figure 4.14.

Noyaux pères	δ_{RO} (%)		
	SLY5	SGII	SKM*
^{22}Mg	0.090 ± 0.007	0.095 ± 0.007	0.139 ± 0.007
^{26}Al	0.215 ± 0.004	0.214 ± 0.004	0.185 ± 0.004
^{26}Si	0.155 ± 0.008	0.163 ± 0.008	0.169 ± 0.008
^{30}S	0.198 ± 0.010	0.335 ± 0.010	0.347 ± 0.010
^{34}Cl	0.374 ± 0.010	0.359 ± 0.010	0.412 ± 0.010
^{34}Ar	0.353 ± 0.002	0.368 ± 0.002	0.368 ± 0.002
^{38}K	0.416 ± 0.027	0.403 ± 0.027	0.459 ± 0.027
^{38}Ca	0.370 ± 0.013	0.378 ± 0.013	0.394 ± 0.013
^{46}V	0.221 ± 0.015	0.224 ± 0.015	0.244 ± 0.015
^{50}Mn	0.278 ± 0.020	0.283 ± 0.020	0.307 ± 0.020
^{54}Co	0.350 ± 0.024	0.352 ± 0.024	0.382 ± 0.024
^{62}Ga	0.798 ± 0.136	0.776 ± 0.136	0.763 ± 0.136
^{66}As	0.681 ± 0.140	0.614 ± 0.140	0.621 ± 0.140

Bibliographie

- [1] J. C. Hardy and I. S. Towner. Calculated corrections to superallowed fermi β decay : New evaluation of the nuclear-structure-dependent terms. *Phys. Rev. C* 66, 035501, 2002.
- [2] J. C. Hardy and I. S. Towner. Superallowed $0^+ \rightarrow 0^+$ nuclear β decays : 2014 critical survey, with precise results for V_{ud} and CKM unitarity. *Phys. Rev. C* 91, 025501, 2015.
- [3] K.A. Olive et al. (Particle Data Group). Review of particle physics. *Chin. Phys. C* 38, 090001, 2014.
- [4] S. Gardner and C. Zang. Sharpening low-energy, standard model tests via correlation coefficients in neutron β decay. *Phys. Rev. Lett.* 86, 5666, 2001.
- [5] O. Naviliat-Cuncic and N. Severijns. Test of the conserved vector current hypothesis in $T = 1/2$ mirror transitions and new determination of $|V_{ud}|$. *Phys. Rev. Lett.* 102, 142302, 2009.
- [6] T. Namao et al. New π^+ lifetime measurement. *Phys. Rev. D* 52, 4855, 1995.
- [7] J. C. Hardy and I. S. Towner. Improved calculation of the isospin-symmetry-breaking corrections to superallowed fermi β decay. *Phys. Rev. C* 77, 025501, 2008.
- [8] E. Fermi. Versuch einer theorie der beta-strahlen. I. *Z. Phys.* 88, 161, 1934.
- [9] R.J. Blin-Stoyle. Fundamental interaction and the nucleus. *North-Holland/American Elsevier*.
- [10] R.J. Blin-Stoyle and S.C.K. Nair. The fundamentals of β -decay theory. *Taylor & Francis* 15, 1966.
- [11] B. R. Holstein. Limit on fierz interference in nuclear beta decay. *Phys. Rev. C* 16, 2, 1977.
- [12] T. D. Lee and C. N. Yang. Question of parity conservation in weak interactions. *Phys. Rev.* 104, 254, 1956.
- [13] C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes, and R. P. Hudson. Experimental test of parity conservation in beta decay. *Phys. Rev.* 105, 1413, 1957.

- [14] M. Goldhaber, L. Grodzins, and A. W. Sunyar. Helicity of neutrinos. *Phys. Rev.* *109*, 1015, 1958.
- [15] R.P. Feynman and M. Gell-Mann. Theory of the fermi interaction. *Phys. Rev.* *109*, 193, 1958.
- [16] R. E. Marshak, Riazuddin, and C. P. Ryan. Theory of weak interactions in particle physics. *Interscience, vol. 24*.
- [17] G. Puppi. Old and new problems in elementary particles. *ISBN : 978-0-12-395657-6*.
- [18] D. B. Chitwood et al. (MuLan Collaboration). Improved measurement of the positive-muon lifetime and determination of the fermi constant. *Phys. Rev. Lett.* *99*, 032001, 2007.
- [19] R. J. Blin-Stoyle. Fundamental interactions and the nucleus. *Amsterdam : North-Holland, 360 p.*, 1973.
- [20] N. Cabibbo. Unitary symmetry and leptonic decays. *Phys. Rev. Lett.* *10*, 531, 1963.
- [21] J. Beringer et al. The standard model. *Phys. Rev. D* *86*, 010001, 2012.
- [22] K. S. Krane. Introductory nuclear physics, 3rd edition. *New York*, 1987.
- [23] C. P. Bhalla and M. E. Rose. Finite nuclear size effects in β decay. *Phys. Rev.* *128*, 774, 1962.
- [24] M. E. Rose. The effect of the finite size of the nucleus in β -decay. *AEC Report ORNL-1022, 25 pages*, 1951.
- [25] I.S. Towner and J.C. Hardy. Parametrization of the statistical rate function for select superallowed transitions. *Phys. Rev. C* *91*, 015501, 2015.
- [26] I.S. Towner and J.C. Hardy. The evaluation of $|V_{ud}|$ and its impact on the unitarity of the *CKM* quark-mixing matrix. *Rep. Prog. Phys.* *73*, 046301, 2010.
- [27] J. Damgaard. Correction for ft -values of $0^+ \rightarrow 0^+$ superallowed β decays. *Nucl. Phys. A* *130*, 233-240, 1969.
- [28] N. Auerbach. Coulomb corrections to superallowed β decay in nuclei. *Phys. Rev. C* *79*, 035502, 2009.
- [29] W. Satula, J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, and T. R. Werner. Isospin-breaking corrections to superallowed Fermi β decay in isospin-and angular-momentum-projected nuclear density functional theory. *Phys. Rev. C* *86*, 054316, 2012.
- [30] H. Sagawa, N. V. Giai, and T. Suzuki. Effect of isospin mixing on superallowed Fermi β decay. *Phys. Rev. C* *53*, 2163-2170, 1996.

- [31] H. Liang, N. V. Gia, and J. Meng. Isospin symmetry-breaking corrections for superallowed β decay in relativistic RPA approaches. *J. Phys. : Conf. Ser.* *205*, 012028, 054316, 2010.
- [32] W.E. Ormand and B.A. Brown. Calculated isospin-mixing corrections to fermi β -decays in $1s0d$ -shell nuclei with emphasis on $A = 34$. *Nucl. Phys. A* *440*, 274–300, 1985.
- [33] M. Hjorth–Jensen, T. T. S. Kuo, and E. Osnes. Realistic effective interactions for nuclear systems. *Phys. Rep.* *261,125*, 1995.
- [34] E. Caurier, G. Martínez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves, and A. P. Zuker. The shell model as a unified view of nuclear structure. *Rev. Mod. Phys.* *77*, 427, 2005.
- [35] A. Poves and A. Zuker. Theoretical spectroscopy and the fp shell. *Phys. Rep.* *70*, 235, 1981.
- [36] W.E. Ormand and B.A. Brown. Empirical isospin-nonconserving hamiltonians for shell-model calculations. *Nucl. Phys. A* *491*, 1, 1989.
- [37] Y.L. Lam. *Isospin Symmetry Breaking in sd Shell Nuclei*. PhD thesis, Université de Bordeaux, 2011.
- [38] A. Sirlin and A. Ferrogli. Radiative corrections in precision electroweak physics : A historical perspective. *Rev. Mod. Phys.* *85*, 263, 2013.
- [39] J. C. Hardy and I. S. Towner. Superallowed $0^+ \rightarrow 0^+$ nuclear β decays : A new survey with precision tests of the conserved vector current hypothesis and the standard model. *Phys. Rev. C* *79*, 055502, 2009.
- [40] H. Yukawa. On the interaction of elementary particles. *PTP*, *17*, 48.
- [41] A. Nogga, H. Kamada, and W. Glöckle. Modern nuclear force predictions for the α particle. *Phys. Rev.Lett.* *85*, 5, 2000.
- [42] A. Bohr and B. R. Mottelson. Nuclear structure, vol. I. *World Scientific*.
- [43] M. G. Mayer. On closed shells in nuclei. *Phys. Rev.* *74*, 235, 1948.
- [44] C. Le Sech and C. Ngô. Physique nucléaire, des quarks aux applications. *Dunod*, ISBN 978-2-10-055331-0.
- [45] M. G. Mayer. On closed shells in nuclei. II. *Phys. Rev.* *75*, 1969, 1949.
- [46] J. H. D. Jensen O. Haxel and H. E. Suess. On the "magic numbers" in nuclear structure. *Phys. Rev.* *75*, 1766, 1949.
- [47] J. Blomqvist and A. Molinari. Collective 0^- vibrations in even spherical nuclei with tensor forces. *Phys. Rev. Lett.* *102*, 242501, 2009.

- [48] R. D. Woods and D. S. Saxon. Diffuse surface optical model for nucleon-nuclei scattering. *Phys. Rev.* *95*, 577, 1954.
- [49] G. R. Satchler. Direct nuclear reactions. *Oxford University Press, Oxford*, 1983.
- [50] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloë. Mécanique quantique, volume II. *Hermann, Paris*, 1973.
- [51] L.R.B. Elton. Nuclear sizes. *Oxford university press*, 1961.
- [52] P. Ring and P. Schuck. The nuclear many-body problem. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-21206-5*, 1980.
- [53] C. B. Dover and N. V. Giai. The nucleon-nucleus potential in the hartree-fock approximation with skyrme's interaction. *Nucl. Phys. A* *190*, 373-400, 1972.
- [54] A. E. S. Green and P. C. Sood. Proton potential anomaly and nonlocal potentials. *Phys. Rev.* *111*, 1147, 1958.
- [55] A. M. Lane. New term in the nuclear optical potential : Implications for (p, n) mirror state reactions. *Phys. Rev. Lett.* *8*, 171, 1962.
- [56] A. M. Lane. Isobaric spin dependence of the optical potential and quasi-elastic (p, n) reactions. *Nucl. Phys.* *35*, 676-685, 1962.
- [57] N. Schwierz, I. Wiedenhöver, and A. Volya. Parameterization of the woods-saxon potential for shell-model calculations. *arXiv :0709.3525v1 [nucl-th]* 21 Sep, 2007.
- [58] O. Sorlin and M.-G. Porquet. Nuclear magic numbers : New features far from stability. *Prog. Part. Nucl. Phys.* *61*, 602, 2008.
- [59] Jason D Holt, Takaharu Otsuka, Achim Schwenk, and Toshio Suzuki. Three-body forces and shell structure in calcium isotopes. *J. Phys. G* *39*, 085111, 2012.
- [60] Zhen-Xiang Xu and Chong Qi. Shell evolution and its indication on the isospin dependence of the spin-orbit splitting. *Phys. Lett. B* *724*, 247-252, 2013.
- [61] P. E. Hodgson. The nuclear optical model. *Rep. Prog. Phys.* *34*, 765, 1971.
- [62] Kris L. G. Heyde. The nuclear shell model. *Springer*.
- [63] T.H.R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl.Phys.* *9*, 615-634, 1958-1959.
- [64] D. Gogny. Simple separable expansions for calculating matrix elements of two-body local interactions with harmonic oscillator functions. *Nucl. Phys. A* *237*, 399-418, 1975.

- [65] D. Vautherin and D. M. Brink. Hartree-fock calculations with skyrme's interaction. I. spherical nuclei*. *Phys. Rev. C* 5, 626, 1972.
- [66] E. Chabanat, R. Bonche, R. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer. A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities. *Nucl. Phys. A* 627, 710-746, 1997.
- [67] M. Beiner, H. Flocard, N.V. Giai, and P. Quentin. Nuclear ground state properties and selfconsistent calculations with the Skyrme interactions : 1. Spherical description. *Nucl.Phys. A* 238, 29-69, 1975.
- [68] S. Krewald, V. Klemt, J. Speth, and A. Faessler. On the use of Skyrme forces in self-consistent RPA calculations. *Nucl. Phys. A* 281, 166, 1977.
- [69] M. Waroquier, K. Heyde, and G. Wenes. An effective Skyrme-type interaction for nuclear structure calculations : (I). Ground-state properties. *Nucl. Phys. A* 404, 269, 1983.
- [70] M. Waroquier, K. Heyde, and G. Wenes. An effective Skyrme-type interaction for nuclear structure calculations : (II). Excited-state properties. *Nucl. Phys. A* 404, 298-332, 1983.
- [71] H. Krivine, J. Treiner, and O. Bohigas. Derivation of a fluid-dynamical lagrangian and electric giant resonances. *Nucl. Phys. A* 336, 155-184, 1980.
- [72] A.K. Dutta and M. Kohno. Microscopic calculation of the fission barrier of some actinide nuclei with the skyrme-type interaction. *Nucl. Phys. A* 349, 455-465, 1980.
- [73] F. Tondeur, M. Brack, M. Farine, and J.M. Pearson. Static nuclear properties and the parametrisation of skyrme forces. *Nucl. Phys. A* 420, 297-319, 1984.
- [74] J. Bartel, P. Quentin, M. Brack, C. Guet, and H.-B. Hakansson. Towards a better parametrisation of skyrme-like effective forces : A critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* 386, 79-100, 1982.
- [75] J.M.G. Gomez and J. Martorell. A study of the dependence of coulomb-energy shifts on the symmetry energy of density-dependent effective interactions. *Nucl. Phys. A* 410, 475-497, 1983.
- [76] N. Van Giai and L.N. Savushkin. Coulomb displacement energies in relativistic and non-relativistic self-consistent models. *Nucl. Phys. A* 549, 143-154, 1992.
- [77] M. Rayet, M. Arnould, F. Tondeur, and G. Paulus. Nuclear forces and the properties of matter at high temperature and density. *Astron. Astrophys.* 116, 183, 1982.
- [78] J. Dobaczewski, H. Flocard, and J. Treiner. Hartree-Fock-Bogolyubov description of nuclei near the neutron-drip line. *Nucl. Phys. A* 422, 103, 1984.

- [79] R. Smolańczuk and J. Dobaczewski. Particle-drip lines from the hartree-fock-bogoliubov theory with skyrme interaction. *Phys. Rev. C* *48*, R2166(R).
- [80] N. V. Giai and H. Sagawa. Monopole and dipole compression modes in nuclei. *Nucl. Phys. A* *371*, 1, 1981.
- [81] B.D. Chang. Spin saturation and the skyrme interaction. *Phys. Lett.* *56B*, 205, 1975.
- [82] J. Friedrich and P.-G. Reinhard. Skyrme-force parametrization : Least-squares fit to nuclear ground-state properties. *Phys. Rev. C* *33*, 335, 1986.
- [83] H. Fiedeldey. The equivalent local potential and the perey effect. *Nucl. Phys.* *77*, 149-156, 1966.
- [84] D.M. Brink and E. Boeker. Effective interactions for Hartree-Fock calculations. *Nucl. Phys. A* *91*, 1-16, 1967.
- [85] J. Dechargé and D. Gogny. Hartree-Fock-Bogolyubov calculations with the D1 effective interaction on spherical nuclei. *Phys. Rev. C* *21*, 4, 1980.
- [86] J.F. Berger, M. Girod, and D. Gogny. Time-dependent quantum collective dynamics applied to nuclear fission. *Comput. Phys. Commun.* *63*, 365-374, 1991.
- [87] F. Chappert, M. Girod, and S. Hilaire. Towards a new Gogny force parametrization : Impact of the neutron matter equation of state. *Phys. Lett. B* *668*, 420-424, 2008.
- [88] S. Goriely, S. Hilaire, M. Girod, and S. Péru. First Gogny-Hartree-Fock-Bogoliubov nuclear mass model. *Phys. Rev. Lett.* *102*, 242501, 2009.
- [89] Amos de Shalit and Igal Talmi. Nuclear shell theory. *Springer, ISBN 978-3-642-08180-4*.
- [90] J. Suhonen. From nucleons to nucleus, concepts of microscopic nuclear theory. *Springer, ISBN 0172-5998*.
- [91] J. Meyer. Interactions effectives theories de champ moyen masses et rayons nucleaires. *Annales de Physique, EDP Sciences*, *28*, 2003.
- [92] P. Navrátil, J. P. Vary, and B. R. Barrett. Properties of ^{12}C in the ab initio nuclear shell model. *Phys. Rev. Lett.* *84*, 5728, 2002.
- [93] A. P. Zuker, B. Buck, and J. B. McGrory. Structure of ^{16}O . *Phys. Rev. Lett.* *21*, 39, 1968.
- [94] E. Caurier, G. Martínez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves, and A. P. Zuker. The shell model as a unified view of nuclear structure. *Rev. Mod. Phys.* *77*, 427, 2005.

- [95] B.A. Brown and W.D.M. Rae. The shell-model code NuShellX@MSU. *Nucl. Data Sheets* 20, 115-118, 2014.
- [96] R. R. Whitehead, A. Watt, B. J. Cole, and I. Morrison. Computational methods for shell-model calculations. *Adv. Nucl. Phys.* 9, 123, 1977.
- [97] B. A. Brown. Lecture notes in nuclear structure physics.
- [98] B. A. Brown et al. *MSU-NSCL Report No. 524*, 1985.
- [99] E. Caurier and F. Nowacki. Shell model and nuclear structure for from stability. *Acta Phys. Pol. B* 30, 705, 1999.
- [100] A. Schmidt et al. Low spin structure of the $N = Z$ odd-odd nucleus ^{50}Mn . *Phys. Rev. C* 62, 044319, 2000.
- [101] T. Mizusaki. *RIKEN Accelerator Progress Report Vol. 33*, 15, 2000.
- [102] E. W. Ormand and C. W. Johnson. *REDSTICK code*, 2002.
- [103] D. Zwarts. RITSSCHIL, a new program for shell-model calculations. *Comp, Phys, Comm.* 38, 365, 1985.
- [104] A. Novoselsky and M. Vallières. The drexel university shell model (DUSM) code. *Nucl. Phys. A* 570, 345c, 1993.
- [105] E. Caurier, G. Martinez-Pinedo, F. Nowacki, A. Poves, and A. P. Zuker. Full $0\hbar\omega$ shell model calculation of the binding energies of the $1f_{7/2}$ nuclei. *Phys. Rev. C* 59, 2033, 1999.
- [106] C. Lanczos. An iteration method for the solution of the eigenvalue problem of linear differential and integral operators. *Journal of research of the National Bureau of Standards*, 45 :225-280, 1950.
- [107] M. Hjorth-Jensen. Computational physics, lecture notes fall. 2015.
- [108] L. Coraggioa, A. Covelloa, A. Garganoa, N. Itacoa, and T.T.S. Kuo. Shell-model calculations and realistic effective interactions. *prog. part. nucl. phys.* 62, 135, 2009.
- [109] K. A. Brueckner. Two-body forces and nuclear saturation. III. details of the structure of the nucleus. *Phys. Rev.* 97, 1353, 1955.
- [110] S. Bogner, T. T. S. Kuo, L. Coraggio, A. Covello, and N. Itaco. Low momentum nucleon-nucleon potential and shell model effective interactions. *Phys. Rev. C* 65, 051301(R), 2002.
- [111] C. Bloch and J. Horowitz. Sur la détermination des premiers états d'un système de fermions dans le cas dégénéré. *Nucl. Phys.* 8, 91-105, 1958.
- [112] K. Suzuki and S. Y. Lee. Convergent theory for effective interaction in nuclei. *prog. theor. phys.* 64, 2091, 1980.

- [113] A. Poves and A. P. Zuker. Theoretical spectroscopy and the fp shell. *Phys. Rep.* 70, 235-314, 1981.
- [114] T. T. S. Kuo and G. E. Brown. Structure of finite nuclei and the free nucleon-nucleon interaction : An application to ^{18}O and ^{18}F . *Nucl. Phys.* 85, 40, 1966.
- [115] T. Hamada and I.D. Johnston. A potential model representation of two-nucleon data below 315 MeV. *Nucl. Phys.* 34, 382, 1961.
- [116] G. Martínez-Pinedo, A. P. Zuker, A. Poves, and E. Caurier. Full pf shell study of $A = 47$ and $A = 49$ nuclei. *Phys. Rev. C* 55, 187, 1997.
- [117] S. Cohen and D. Kurath. Effective interaction for the $1p$ shell. *Nucl. Phys.* 73, 1, 1965.
- [118] B. A. Brown and B. H. Wildenthal. Status of the nuclear shell model. *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci* 38, 29, 1988.
- [119] B. A. Brown and W. A. Richter. New “USD” hamiltonians for the sd shell. *Phys. Rev. C* 74, 034315, 2006.
- [120] M. Honma, T. Otsuka, B. A. Brown, and T. Mizusaki. Effective interaction for pf -shell nuclei. *Phys. Rev. C* 65, 061301, 2002.
- [121] M. Honma, T. Otsuka, T. Mizusaki, and M. Hjorth-Jensen. New effective interaction for $f5pg9$ -shell nuclei. *Phys. Rev. C* 80, 064323, 2009.
- [122] J. P. Elliott and T. H. French. Centre of mass effects in the nuclear shell-model. *Proc. Roy. Soc. A* 232, 561, 1955.
- [123] H. J. Lipkin. Center of mass motion in the nuclear shell model. *Phys. Rev.* 110, 1395, 1958.
- [124] E. Baranger and C. W. Lee. Spurious states arising from the centre of mass motion of a nucleus. *Nucl. Phys.* 22, 157, 1961.
- [125] M. A. Nagarajan. Separability of center of mass motion in the nuclear shell model. *Phys. Rev.* 135, B34, 1964.
- [126] D. H. Gloeckner and R.D. Lawson. Spurious center of mass motion. *Phys. Lett.* 53B, 313, 1974.
- [127] R.D. Lawson. Theory of the nuclear shell-model. *Clarendon Press, Oxford*, 1980.
- [128] F. Nowacki and A. Pove. New effective interaction for $0\hbar\omega$ shell-model calculations in the $sd - pf$ valence space. *Phys. Rev. C* 79, 014310, 2009.
- [129] D.H. Wilkinson. Isospin in nuclear physics. *North-Holland*, 1969.
- [130] A. Frank, J. Jolie, and P. V. Isacker. Symmetries in atomic nuclei, from Isospin to supersymmetry. *Springer, ISBN 978-0-387-87494-4*.

- [131] E. P. Wigner. *Proceedings of the Robert A. Welch Conferences on Chemical Research (R.A. Welch Foundation, Houston, Texas). Vol. I, p. 67*, 1957.
- [132] I.S. Towner and J.C. Hardy. Superaligned $0^+ \rightarrow 0^+$ nuclear β -decays. *Nucl. Phys. A 205, 33*, 1973.
- [133] M. MacCormick and G. Audi. Evaluated experimental isobaric analogue states from $t = 1/2$ to $t = 3$ and associated IMME coefficients. *Nucl. Phys. A 925, 61-95*, 2014.
- [134] N. A. Smirnova et al. Theoretical analysis of isospin mixing with the β decay of ^{56}Zn . *Phys. Rev. C 93, 044305*, 2016.
- [135] G. A. Miller and A. Schwenk. Isospin-symmetry-breaking corrections to superallowed fermi β decay : Formalism and schematic models. *Phys. Rev. C 78, 035501*, 2008.
- [136] W.E. Ormand and B.A. Brown. Corrections to the fermi matrix element for superallowed β decay. *Phys. Rev. Lett. 62, 8*, 1989.
- [137] W.E. Ormand and B.A. Brown. Isospin-mixing corrections for fp -shell fermi transitions. *Phys. Rev. C 52, 5*, 1995.
- [138] A. Poves, J. Sánchez-Solano, E. Caurier, and F. Nowacki. Shell model study of the isobaric chains $A = 50$, $A = 51$ and $A = 52$. *Nucl. Phys. A 694, 157*, 2001.
- [139] I. Angeli and K.P. Marinova. Table of experimental nuclear ground state charge radii : An update. *Atomic Data and Nuclear Data Tables 99, 69-95*, 2013.
- [140] W. Bertozzi, J. Friar, J. Heisenberg, and J.W. Negele. Contributions of neutrons to elastic electron scattering from nuclei. *Phys. Lett. B 41, 408.*, 1972.
- [141] M. Nishimura and D.W.L. Sprung. Electromagnetic spin-orbit contribution to the c_6 transition in $^{50}\text{Ti}(e, e')$. *Prog. Theor. Phys. 77, 781*, 1987.
- [142] G. Audi et al. The AME2012 atomic mass evaluation (II). tables, graphs and references. *CPC(HEP & NP), 36(12) : 1603-2014*, 2012.
- [143] D. D. Borlin. PhD thesis, Washington University, 1967.
- [144] P. Federman and S. Pittel. $J = 0^+$ states in ^{40}Ca and ^{42}Ca . *Phys. Rev. 186, 1106*, 1969.
- [145] W.A. Richter and M. G. Van Der Merwe. New effective interactions for the $0f1p$ shell. *Nucl. Phys. A 532, 325*, 1991.
- [146] E. Chabanat, R. Bonche, R. Haensel, J. Meyer, and R. Schaeffer. A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities. Part II. Nuclei far from stabilities. *Nucl. Phys. A 635, 231-256*, 1998.

- [147] M. Bender, P. H. Heenen, and P. G. Reinhard. Self-consistent mean-field models for nuclear structure. *Rev. Mod. Phys.* *75*, 121, 2003.
- [148] C. Titin-Schnaider and Ph. Quentin. Coulomb exchange contribution in nuclear hartree-fock calculations. *Phys. Lett.* *49B*, 397, 1974.
- [149] Janusz Skalski. Self-consistent calculations of the exact coulomb exchange effects in spherical nuclei. *Phys. Rev. C* *63*, 024312, 2001.
- [150] T. Koopmans. Über die zuordnung von wellenfunktionen und eigenwerten zu den einzelnen elektronen eines atoms. *Physica* *1*, 104-113, 1934.
- [151] J. W. Negele. Structure of finite nuclei in the local-density approximations. *Phys. Rev. C* *1*, 1260, 1970.
- [152] N.M. Hugenholtz and L. van Hovee. A theorem on the single particle energy in a fermi gas with interaction. *Physica* *24*, 363-376, 1958.
- [153] R.L. Becker. Empirical validity of phenomenological renormalized nuclear brueckner-hartree-fock theory. *Phys. Let. B* *32*, 263-266, 1970.
- [154] J. W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* *54*, 913, 1982.
- [155] Y. Y. Cheng, M. Bao, Y. M. Zhao, and A. Arima. Wigner energy and nuclear mass relations. *Phys. Rev. C* *91*, 024313, 2015.
- [156] I.S. Towner and J.C. Hardy. Comparative tests of isospin-symmetry-breaking corrections to superallowed $0^+ \rightarrow 0^+$ nuclear β decay. *Phys. Rev. C* *82*, 065501, 2010.
- [157] B.A. Brown, W.A. Richter, and R. Lindsay. Displacement energies with the skyrme hartree-fock method. *Phys. Lett. B* *483*, 49-54, 2000.
- [158] P. Baczyk, J. Dobaczewski, M. Konieczka, and W. Satula. Strong-interaction isospin-symmetry breaking within the density functional theory. *Acta Phys. Polon. Supp.* *8*, 539, 2015.
- [159] E. Caurier. Shell model and nuclear structure. *Prog. Part. Nucl. Phys.* *59*, 226, 2007.
- [160] M. Beiner, H. Flocard, N. V. Giai, and P. Quentin. Nuclear ground state properties and self-consistent calculations with the skyrme interaction. *Nucl. Phys. A* *238*, 29-69, 1975.
- [161] T. H. R. Skyrme. The effective nuclear potential. *Nucl. phys.* *9*, 615-634, 1959.
- [162] N. Severijns, M. Beck, and O. Naviliat-Cuncic. Tests of the standard electro-weak model in nuclear beta decay. *Rev. Mod. Phys.* *78*, 991, 2006.

- [163] B.R. Martin. An introduction to nuclear and particles physics. *Department of Physics and Astronomy, University College London, 410p.*, 2006.
- [164] A. Arima and F. Iachello. Collective nuclear states as representations of a $SU(6)$ group. *Phys. Rev. Lett.* *35*, 1069.
- [165] H. Abele. The neutron alphabet : Exploring the properties of fundamental interactions. *Nucl. Instr. and Meth. A* *611*, 193-197, 2009.
- [166] W. Greiner and B. Müller. Gauge theory of weak interactions. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg, ISBN 978-3-540-87842-1*.
- [167] J. Le Bloas. *Mélange d'isospin et désintégration β* . PhD thesis, Université de Bordeaux, 2011.
- [168] K. Bennaceur and J. Dobaczewski. Coordinate-space solution of the Skyrme–Hartree–Fock–Bogolyubov equations within spherical symmetry. The program HFBRAD (v1.00). *Comp. Phys. Com.* *168*, 96, 2005.
- [169] K.T.R. Davies, Richard, and L. Becker. Center-of-mass corrections in nuclear self-consistent field theories. *Nucl. Phys. A* *176*, 1, 1971.
- [170] N.A. Smirnova and C. Volpe. On the asymmetry of Gamow–Teller β -decay rates in mirror nuclei in relation with second-class currents. *Nucl. Phys. A* *714*, 441, 2003.
- [171] R. Machleidt. The meson theory of nuclear force and nuclear structure. *Adv. Nucl. Phys.*, *19*, p. 189, Springer, ISBN 978-1-4613-9907-0, 1989.
- [172] J.W. Negele. The mean field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* *54*, 913, 1982.
- [173] P. Klüpfel, P.G. Reinhard, T.J. Bürvenich, and J.A. Maruhn. Variations on a theme by Skyrme : A systematic study of adjustments of model parameters. *Phys. Rev. C* *79*, 034310, 2009.
- [174] Sheldon L. Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nucl. Phys.* *22*, 579-588, 1961.
- [175] F. J. Hasert et al. Observation of neutrino-like interactions without muon or electron in the gargamelle neutrino experiment. *Phys. Lett. B* *46*, 138, 1973.
- [176] M. HERRERO. The standard model. *arXiv :hep-ph/9812242*.
- [177] Anissa BEY. *Test du Modèle Standard à basse énergie : - Mesure précise des rapports d'embranchement de ^{62}Ga - Mesure précise de la durée de vie de ^{38}Ca* . PhD thesis, Université de Bordeaux, 2008.
- [178] S. E. Koonin, D. J. Dean, and K. Langanke. Shell model monte carlo methods. *Phys. Rep.* *278*, 1, 1997.

- [179] T. Otsuka, T. Mizusaki, and M. Honma. Monte carlo shell-model calculations. *J. Phys. G* 25, 699, 1999.
- [180] G. A. Miller and A. Schwenk. Isospin-symmetry-breaking corrections to superallowed fermi β decay : Radial excitations. *Phys. Rev. C* 80, 064319, 2009.
- [181] J. B. French and M. H. Macfarlane. Isobaric-spin splitting of single-particle resonances. *Nucl. Phys.* 26, 168, 1961.
- [182] J. Chadwick. Possible existence of a neutron. *Nature* 129, 312-312, 27 February 1932.
- [183] W. Heisenberg. Über den bau der atomkerne. *Z. Phys.* 77, 1-11, 1932.
- [184] C. Ordóñez, L. Ray, and U. van Kolck. Two-nucleon potential from chiral lagrangians. *Phys. Rev. C* 53, 2086, 1996.
- [185] T.T.S. Kuo, S.Y. Lee, and K.F. Ratcliff. A folded-diagram expansion of the model-space effective hamiltonian. *Nucl. Phys. A* 176, 65., 1971.
- [186] L. Coraggio, A. Covello, A. Gargano, N. Itaco, and T. T. S. Kuo. Bonn potential and shell-model calculations for $^{206,205,204}\text{Pb}$. *Phys. Rev. C* 58, 3346, 1998.
- [187] W. M. MacDonald. Coulomb corrections to the fermi nuclear matrix element. *Phys. Rev.* 110, 1420, 1958.
- [188] M. Dufour and A. P. Zuker. Realistic collective nuclear hamiltonian. *Phys. Rev. C* 54, 1641, 1996.
- [189] B A Brown, W A Richter, and B H Wildenthal. Spin-tensor analysis of a new empirical shell-model interaction for the $1s - 0d$ shell nuclei. *J. Phys. G : Nucl. Phys.* 11, 1191-1 198, 1985.
- [190] S. Gales and N. V. Giai. Symétrie d'isospin et structure nucléaire. *Ecole Joliot Curie "Symétries et physique nucléaire", Maubuisson, (France), du 15-19 septembre 1986 : 5ème session, 1986. jcel-00644027j.*
- [191] R. Machleidt. Evaluated experimental isobaric analogue states from $t = 1/2$ to $t = 3$ and associated IMME coefficients. *Adv. Nucl. Phys.* 19, 189. 35, 1989.
- [192] Bernard Schaeffer. Electromagnetic theory of the binding energy of the hydrogen isotopes. *J Fusion Energ,* 30 :377-381, 2011.
- [193] D.F. Jackson. Nuclear reactions.
- [194] R.J. Furnstahl and H.W. Hammer. Are occupation numbers observable ? *Phys. Lett. B* 531, 203-208, 2002.
- [195] L. Lapikás. Quasi-elastic electron scattering off nuclei. *Nucl. Phys. A* 553, 297-308, 1993.

- [196] J. B. French and M. H. MacFarlane. Isobaric-spin splitting of single-particle resonances. *Nucl. Phys.* *26*, 168-176, 1961.
- [197] E. Caurier, A. P. Zuker, A. Poves, and G. Martínez-Pinedo. Full *pf* shell model study of $A = 48$ nuclei. *Phys. Rev. C* *50*, 225, 1994.
- [198] J. Le Bloas, Meng-Hock Koh, P. Quentin, L. Bonneau, and J. I. A. Ithnin. Exact coulomb exchange calculations in the skyrme-hartree-fock-bcs framework and tests of the slater approximation. *Phys. Rev. C* *84*, 014310, 2011.