



HAL
open science

Stratégies de commande pour déplacer une meute de capteurs dédiés à l'identification de sources chauffantes mobiles

Thanh Phong Tran

► **To cite this version:**

Thanh Phong Tran. Stratégies de commande pour déplacer une meute de capteurs dédiés à l'identification de sources chauffantes mobiles. Automatique / Robotique. Université d'Angers, 2017. Français. NNT : 2017ANGE0015 . tel-01707033

HAL Id: tel-01707033

<https://theses.hal.science/tel-01707033>

Submitted on 12 Feb 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat

TRẦN THANH PHONG

*Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université d'Angers
Label européen
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire*

École doctorale : 503 Sciences et Technologies de l'Information et Mathématiques (STIM)

Discipline : Sciences et technologies de l'information et de la communication

Spécialité : AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE APPLIQUEE

Unité de recherche: Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS EA7315)

Soutenue le 29 juin 2017

Thèse N° : 108045

Stratégies de commande pour déplacer une meute de capteurs dédiés à l'identification de sources chauffantes mobiles

JURY

Rapporteurs :	M. Thierry POINOT, Professeur des universités, Université de Poitiers M. Dariusz UCINSKI, Professeur, Université de Zielona Góra, Pologne
Examineur :	M. Jean-Louis BOIMOND, Professeur des universités, Université d'Angers M. Sébastien ROUQUETTE, Maître de conférences, Université de Montpellier M. Mathieu GILLET, Docteur, DGA, Font-Romeu Odeillo
Directeur de thèse :	M. Laurent AUTRIQUE, Professeur des universités, Université d'Angers
Co-encadrant :	M. Philippe LUCIDARME, Maître de conférences, Université d'Angers Mme. Laetitia PEREZ, Maître de conférences-HDR, Université de Nantes

UNIVERSITE D'ANGERS
LABORATOIRE ANGEVIN DE RECHERCHE EN INGENIERIE DES SYSTEMES, LARIS EA7315

THESE

proposé en vue de l'obtention du grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITE D'ANGERS

sous le sceau de l'Université Bretagne Loire

Discipline : Sciences et technologies de l'information et de la communication

Spécialité : **AUTOMATIQUE ET INFORMATIQUE APPLIQUEE**

**Stratégies de commande pour déplacer
une meute de capteurs dédiés à l'identification de
sources chauffantes mobiles**

présentée par

TRẦN THANH PHONG

soutenue publiquement le 29 juin 2017 à l'ISTIA devant le jury composé de :

Rapporteurs : M. Thierry POINOT, Professeur des universités, Université de Poitiers
M. Dariusz UCINSKI, Professeur, Université de Zielona Góra, Pologne

Examineur : M. Jean-Louis BOIMOND, Professeur des universités, Université d'Angers
M. Sébastien ROUQUETTE, Maitre de conférences, Université de Montpellier
M. Mathieu GILLET, Docteur, DGA, Font-Romeu Odeillo

Directeur de thèse : M. Laurent AUTRIQUE, Professeur des universités, Université d'Angers

Co-encadrant : M. Philippe LUCIDARME, Maitre de conférences, Université d'Angers
M^{me}. Laetitia PEREZ, Maitre de conférences-HDR, Université de Nantes

L'auteur du présent document vous autorise à le partager, reproduire, distribuer et communiquer selon les conditions suivantes :



- Vous devez le citer en l'attribuant de la manière indiquée par l'auteur (mais pas d'une manière qui suggérerait qu'il approuve votre utilisation de l'œuvre).
- Vous n'avez pas le droit d'utiliser ce document à des fins commerciales.
- Vous n'avez pas le droit de le modifier, de le transformer ou de l'adapter.

Consulter la licence creative commons complète en français :
<http://creativecommons.org/licences/by-nc-nd/2.0/fr/>



Remerciements

Le mémoire présenté a été réalisé au sein du Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes (LARIS) de l'École d'ingénieur ISTIA (Institut des sciences et techniques de l'ingénieur d'Angers), Université d'Angers, sous le sceau de l'Université Bretagne Loire.

J'aimerais tout d'abord adresser mes remerciements à mes encadrants le Pr Laurent AUTRIQUE, le Dr-HDR Laetitia PEREZ et le Dr Philippe LUCIDARME pour leur encadrement, leur soutien et leur confiance accordée tout au long de ces trois années de thèse. Je tiens à remercier le Pr Jean-Louis BOIMOND pour m'avoir accueilli au sein du LARIS et ainsi m'avoir permis de réaliser cette thèse de doctorat.

Je tiens à adresser mes remerciements à l'ensemble des membres du Jury. Je remercie le Pr Thierry POINOT, Université de Poitiers et le Pr Dariusz UCINSKI, Université de Zielona Góra, Pologne d'avoir accepté de rapporter ce travail et pour leur remarques constructives. Mes remerciements vont aussi au Pr Jean-Louis BOIMOND, Université d'Angers, au Dr Sébastien ROUQUETTE, Université de Montpellier et au Dr Mathieu GILLET, DGA, Font-Romeu Odeillo pour avoir accepté d'examiner cette thèse ainsi que pour leurs remarques intéressantes et constructives.

Je tiens à remercier mes collègues doctorants ou anciens doctorants pour leur bonne humeur et les bons moments passés en leur compagnie (Rémy, Alban, Lamia, Yann, Adil, Landry,...) ; mes amis de l'Association Pousse-Pousse spécialement à Isabelle pour une coopération inoubliable et des merveilleuses activités sociales & humaines ; et ainsi que mes amis vietnamiens pour notre belle rencontre à Angers et pour leurs soutiens tout au long de séjour en France.

Mes remerciements vont aussi aux membres du LARIS pour leur accueil et leurs conseils avisés du monde de la recherche et de l'enseignement et au personnel de l'ISTIA pour leur disponibilité et leur bonne humeur.

Enfin, je souhaite vivement remercier ma famille entière ainsi que mes amis pour leur confiance et leur soutien pendant toutes ces années universitaires. Je tiens à remercier de tout cœur mon épouse, M^{me}. NGUYỄN Lan Chi, qui me soutient tout au long de ma vie.

Doctorant Thanh Phong TRAN

... Cảm ơn cuộc đời đã cho ta những điều tốt đẹp mỗi khi ta thức dậy,

và đây là sản phẩm khoa học quý giá nhất dành cho gia đình.

Merci la vie pour les bonnes choses chaque matin quand je me réveille et c'est la plus précieuse produit scientifique pour la famille.

Những việc nếu không thành công ở lần đầu tiên, thì hãy kiên trì thử đến lần thứ n.

Trần Thanh Phong.

Table des matières

Remerciements	iii
Table des matières	vii
Introduction générale	1
Chapitre 1. Identification paramétrique de sources chauffantes	7
1. Problématique	9
2. Formulation des problèmes d'identification	11
2.1. Présentation du système étudié.....	11
2.2. Méthode de l'identification paramétrique	14
3. Identification hors ligne des sources chauffantes mobiles	25
3.1. Présentation de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué hors ligne	25
3.2. Résultats de l'identification hors ligne de la densité de flux d'une source mobile	27
3.3. Résultats de l'identification hors ligne de la densité de deux sources mobiles	33
3.4. Résultats de l'identification hors ligne du couple flux et trajectoire d'une source chauffante mobile	36
4. Identification en ligne des sources chauffantes mobiles	42
4.1. Présentation de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué en ligne	43
4.2. Résultats de l'identification en ligne de la densité de flux d'une source mobile.....	48
4.3. Résultats de l'identification en ligne de la densité de flux de deux sources mobiles	50
4.4. Résultats de l'identification du couple flux et trajectoire d'une source mobile	53
5. Bilan du chapitre	57
Chapitre 2. Prototype expérimental de validation	59
1. Introduction	61
2. Description globale du système	62
3. Les différents éléments constitutifs	63
3.1. La plaque	63
3.2. Les sources chauffantes	66

3.3. Les capteurs	67
3.4. Les robots	69
3.5. La caméra	70
3.6. Le routeur wifi	71
4. Protocole de communication sans fil.....	72
4.1. Généralisation.....	72
4.2. Composition des trames	73
4.3. Méthode d'interrogation des dispositifs	74
4.4. Protocole d'échange des données via socket TCP/IP	75
5. Localisation basée sur le système de vision	78
5.1. Identification des positions des robots à l'aide de logiciel SSL-Vision	78
5.2. Algorithme de localisation des robots	80
6. Bilan du chapitre	83
Chapitre 3. Validation numérique des protocoles d'identification en ligne avec un réseau de capteurs fixes	85
1. Première campagne numérique : sources fixes.....	86
1.1. Exemple d'une source fixe	86
1.2. Exemple de deux sources fixes.....	93
2. Seconde campagne numérique : une source mobile	97
2.1. Configuration étudiée	97
2.2. Identification de la trajectoire de la source mobile.....	99
2.3. Identification du couple flux & trajectoire	101
3. Troisième campagne numérique : deux sources mobiles.....	103
3.1. Configuration étudiée	103
3.2. Identification des deux densités de flux	106
3.3. Identification des deux trajectoires.....	108
3.4. Identification des deux couples densités de flux & trajectoires	111
4. Bilan du chapitre	114
Chapitre 4. Stratégie de déploiement des capteurs mobiles	115
1. Rappel du contexte	117

2. Méthodologie basée sur la méthode de régularisation itérative quasi en ligne..	118
2.1. Présentation du système étudié.....	118
2.2. Sélection des capteurs.....	120
2.3. Stratégies de déploiement des capteurs dédiées à l'identification en ligne	126
3. Validation numérique du déplacement de capteurs.....	127
3.1. Identification de la position d'une source fixe	127
3.2. Identification de la trajectoire d'une source mobile	130
3.3. Identification de la trajectoire de deux sources mobiles.....	135
4. Bilan du chapitre	139
Conclusion générale & Perspectives	141
Production scientifique	145
Nomenclature	147
Table des figures	149
Table des tableaux	154
Annexes.....	155
Références bibliographiques.....	159

Introduction générale

De nombreux systèmes physiques complexes sont modélisés à l'aide de systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) comprenant éventuellement des couplages et des non linéarités. Dans ce cadre, les problématiques de commande qui cherchent à définir quels sont les moyens d'actions (éventuellement en dimension infinie) permettant d'atteindre un état désiré ne sont pas triviales. Il en est de même pour l'identification en ligne de caractéristiques du système physique à partir d'informations fournies par des observations pertinentes. Cet aspect est souvent considéré comme un problème inverse dont la résolution pose de nombreuses questions spécifiques et ardues.

Des développements constants dans le domaine de l'informatique offrent des puissances de calculs qui permettent de résoudre des problèmes inverses qui ne pouvaient être abordés il y a encore quelques années. De nombreux phénomènes physiques évolutifs (nuage de polluants, propagation d'incendie, nappe d'hydrocarbures, etc.) sont modélisables par des systèmes d'EDP de convection et diffusion, éventuellement non linéaires et pouvant impliquer de nombreux couplages. La mise au point d'un outil prédictif pour l'aide à la décision nécessite l'évaluation de certains paramètres d'entrée. Pour ce faire, il est essentiel de concevoir des systèmes mobiles et peu coûteux afin de déployer un groupe de véhicules en réseau dans un certain nombre d'environnements à risque. Notre objectif principal est de développer et valider des stratégies optimales de déplacement d'un ensemble de capteurs pour l'identification paramétrique des systèmes d'EDP caractérisés par une ou plusieurs sources mobiles.

L'estimation des paramètres inconnus du système se compose de deux phases principales : une phase d'acquisition de grandeurs physiques (mesures) en utilisant des capteurs adaptés et une phase de mise en œuvre de la méthode d'estimation des paramètres inconnus. La rapidité et la précision de l'identification dépendent des observations réalisées lors de la première phase (temps de réponse, incertitude des capteurs, bruits blancs, vitesse de transmission et de synchronisation, etc.) et de la seconde phase (robustesse des méthodes proposées, vitesse de calcul des ordinateurs ou des microcontrôleurs, etc.). Cette étude est réalisée dans l'objectif de concevoir et développer une méthodologie complète ainsi qu'un prototype (théorie, méthode numérique, plate-forme expérimentale) dans le cadre de problèmes mal-posés associés à l'identification paramétrique de systèmes décrits par des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) en génie thermique.

Ce travail pluridisciplinaire a été encadré par des spécialistes de l'automatique et de la thermique. Pour ce faire, une collaboration a été mise en place entre deux laboratoires de l'ouest de la France :

- ✦ le *Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes* (LARIS - Angers), une équipe d'accueil EA7315 de l'Université d'Angers, qui maîtrise les aspects théoriques et expérimentaux dans le domaine de la théorie du contrôle pour les systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles ainsi que la robotique mobile ;
- ✦ le *Laboratoire de Thermique et Energie de Nantes* (LTEN - Nantes), Unité mixte de recherche CNRS 6607, qui maîtrise l'identification paramétrique des systèmes thermiques, le développement de méthodes de résolution de problèmes inverses mal-posés et enfin les aspects expérimentaux relatifs aux transferts thermiques.

Les travaux de recherche ont principalement été réalisés au LARIS. Le travail décrit dans ce projet peut être décomposé selon deux thèmes principaux (1) une méthodologie complète en vue de réaliser une conception optimale d'expériences dans le cadre de problèmes mal posés non-linéaires associés à l'évaluation de paramètres dans des systèmes décrits par des EDP ; (2) un prototype permettant de tester les performances des stratégies visant à identifier à l'aide d'un ensemble de capteurs mobiles, plusieurs sources chauffantes en mouvement. Ces deux aspects sont détaillés ci-dessous :

- ✦ Dans le premier thème, différents aspects relatifs à la méthode d'identification paramétrique des systèmes sont soigneusement abordés. La modélisation mathématique du système thermique, le problème direct et le problème inverse, sont présentés. Ce dernier peut être résolu en minimisant un critère quadratique décrivant les erreurs entre les températures simulées par le modèle mathématique et les températures mesurées par les capteurs. Une méthode de régularisation itérative de gradient conjugué a été mise en œuvre pour identifier les paramètres inconnus. L'algorithme de cette méthode consiste à résoudre trois problèmes bien posés au sens d'Hadamard : (a) *un problème direct* pour calculer le critère, (b) *un problème adjoint* pour déterminer le gradient et la direction de descente et (c) *un problème de sensibilité* pour calculer la profondeur de descente. Plusieurs validations sont proposées selon les configurations suivantes : nombre de sources chauffantes (une ou deux) ; mode d'identification (hors ligne ou quasi en ligne) ; localisation des sources (fixe ou mobile) ; réseau de capteurs (fixes ou mobiles) ; paramètres inconnus (densité de flux et/ou trajectoire de la source). En considérant ces différentes configurations, plusieurs de campagnes de validation sont successivement présentées et analysées.

- ✦ Dans le deuxième thème, il s'agit de développer un prototype. Les différents éléments constitutifs (la plaque, les sources chauffantes, les capteurs, les robots miniatures, la caméra, le routeur wifi, etc.) sont présentés. Le protocole de communication sans fils a été mis en place dans le but d'échanger des données entre les éléments du système et permettre l'envoi des commandes par l'ordinateur de supervision. De plus, le déploiement des robots sur le domaine considéré engendre des erreurs de positions. Afin d'augmenter la précision, une méthode de localisation basée sur le système de vision a été également mise en place.

Afin d'aborder l'ensemble des travaux réalisés au cours des trois années de préparation à la thèse de doctorat, ce document est structuré comme suit :

Dans le premier chapitre, un modèle mathématique décrivant les transferts thermiques dans un domaine tridimensionnelle (3D) et réduit à une géométrie bidimensionnelle (2D) est décrit. Lorsqu'il s'avère nécessaire d'identifier un ou plusieurs paramètres inconnus du modèle mathématique, il est possible de procéder à une minimisation de l'erreur de sortie. Cette procédure d'identification nécessitant la résolution d'un problème inverse est délicate. En effet, en thermique par exemple, les problèmes inverses de conduction de la chaleur sont mal posés au sens d'Hadamard. La méthode d'identification de régularisation itérative basée sur la méthode du gradient conjugué dite hors ligne et en ligne est proposée. Les travaux de recherche menés lors de cette étude concernent des systèmes réels avec des données bruitées dans des cas non linéaires et/ou pour des géométries complexes. Dans le cadre de deux sources chauffantes en mouvement, il s'agira par exemple d'identifier la puissance de la chauffe, la trajectoire ou encore des propriétés thermo-physiques du matériau. Pour illustrer l'efficacité des méthodes proposées, les résultats numériques des campagnes de simulation seront présentés: *(i) identification de la densité d'une source mobile; (ii) identification de deux densités de deux sources mobiles; (iii) identification d'un couple de la densité et de la trajectoire d'une source mobile.*

Dans le deuxième chapitre, un prototype expérimental de validation des méthodes d'identification paramétrique proposées sera présenté afin de valider la pertinence des stratégies proposées et avant d'envisager des campagnes expérimentales à grande échelle (la détection de polluants ou de nappes d'hydrocarbures e.g.). L'écriture en configuration 2D est justifiée par une comparaison entre les résultats numériques des problèmes directs 2D et 3D. La formulation des problèmes en géométrie 2D permet de réduire le temps de calcul. La description globale de prototype est présentée comme suit: la plaque d'aluminium fine dans laquelle les transferts thermiques sont 2D ; les ampoules halogènes pour simuler les sources de chauffe ; les pyromètres pour mesurer sans contact les températures quasi ponctuelles et pouvant être embarqués sur les robots; les robots autonomes

afin de déplacer les sources chauffantes ainsi que les capteurs ; le routeur wifi pour la technologie de transmission des données sans fil (protocole d'échange de données via les sockets TCP/IP) ; la caméra et le système de vision pour la correction des erreurs de localisation des robots en utilisant le module de traitement des images SSL-vision ; etc. Les spécificités des dispositifs sont discutées. Les points techniques d'intégration et de combinaison des composants discrets pour avoir un système complet sont aussi décrits en détail. Enfin, les logiciels permettant de gérer les dispositifs, de déterminer la localisation des robots, d'échanger et de synchroniser les données sont également présentés.

Dans le troisième chapitre, en appliquant les travaux abordés dans les deux chapitres précédents, les campagnes de validation d'identification en ligne avec un réseau de capteurs fixes sont proposées. L'installation des capteurs et des sources de chauffe sur la plaque permet d'avoir une acquisition des températures ponctuelles réalistes (une mesure par seconde). Tous les points techniques du prototype sont abordés dans l'objectif de minimiser les erreurs engendrées par les dispositifs. Cela nous permettra d'évaluer l'efficacité et la robustesse de la méthode d'identification proposée. Pour la validation de l'expérimentation, trois ensembles de campagnes différentes pour l'identification paramétrique (en utilisant la méthode du gradient conjugué basée sur la méthode de régularisation itérative) des sources chauffantes sont abordés : (1) *une ou deux sources fixes (une ou deux densités de flux)*; (2) *une source mobile (la trajectoire, le couple densité de flux & trajectoire)* ; et (3) *deux sources mobiles (densités de flux, les trajectoires, et les couples densités de flux & trajectoires)*.

Le quatrième chapitre a pour objet de développer la stratégie de déploiement du réseau de capteurs mobiles pour l'identification en ligne des paramètres inconnus du système. Il s'agit de disposer d'un algorithme qui permet de choisir un sous-ensemble des capteurs plus pertinents parmi les capteurs fixes du réseau. Ensuite, les stratégies de déploiement optimal du réseau des capteurs mobiles sont proposées afin d'identifier les paramètres des sources et de les poursuivre quasi en ligne. Après avoir choisi les capteurs les plus pertinents, une adaptation en ligne de la méthode de régularisation itérative basée sur la méthode du gradient conjugué est proposée afin de permettre une estimation des paramètres inconnus au cours de la phase d'acquisition des mesures. L'aspect le plus difficile du problème de conception optimale d'expériences est de définir un critère de performance significatif. Des avancées récentes dans l'optimisation semi-infinie seront exploitées pour améliorer le processus de calcul. L'ensemble du problème sera traité comme un problème de contrôle optimal où les supports spatiaux des capteurs dépendent du temps. Une attention particulière devra être portée à la redondance des informations, aux conflits de trajectoires, aux contraintes (certaines zones peuvent être interdites/inaccessibles)

aux défaillances des capteurs et/ou des robots. La validation expérimentale du déplacement d'une meute des capteurs sera proposée avec trois campagnes différentes de l'identification : (i) *la position d'une source fixe* ; (ii) *la trajectoire d'une source mobiles* ; (iii) *les trajectoires de deux sources mobiles*.

Ce document se clôt par la conclusion générale dans laquelle les méthodes et résultats obtenus durant la réalisation de cette thèse seront discuté. Enfin quelques perspectives permettant d'étendre ce sujet dans différentes directions seront proposées.

Chapitre 1. Identification paramétrique de sources chauffantes

Sommaire

1. Problématique.....	9
2. Formulation des problèmes d'identification	11
2.1. Présentation du système étudié.....	11
2.2. Méthode de l'identification paramétrique	14
3. Identification hors ligne des sources chauffantes mobiles	25
3.1. Présentation de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué hors ligne	25
3.2. Résultats de l'identification hors ligne de la densité de flux d'une source mobile	27
3.3. Résultats de l'identification hors ligne de la densité de deux sources mobiles	33
3.4. Résultats de l'identification hors ligne du couple flux et trajectoire d'une source chauffante mobile	36
4. Identification en ligne des sources chauffantes mobiles.....	42
4.1. Présentation de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué en ligne	43
4.2. Résultats de l'identification en ligne de la densité de flux d'une source mobile.....	48
4.3. Résultats de l'identification en ligne de la densité de flux de deux sources mobiles	50
4.4. Résultats de l'identification du couple flux et trajectoire d'une source mobile	53
5. Bilan du chapitre	57

Le contenu principal de ce chapitre a fait l'objet des communications suivantes :

- *«Deployment strategies of mobile sensors for monitoring of mobile sources: method and prototype»*, Control Architectures of Robots 2015, 10th National Conference, Juin 29-30, Lyon, France par Alban VERGNAUD, **Thanh Phong TRAN**, Laetitia PEREZ, Philippe LUCIDARME, Laurent AUTRIQUE.
- *«Stratégies de déploiement de capteurs mobiles pour le suivi de sources mobiles : méthode et prototype»*, 6èmes Journées Doctorales & Journées Nationales du GDR MACS (JD-JN MACS), 18-19 Juin 2015, Bourges, France par Alban VERGNAUD, **Thanh Phong TRAN**, Philippe LUCIDARME, Laurent AUTRIQUE.

1. Problématique

L'identification de paramètres distribués dépendant continument de l'espace et du temps dans des systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles (EDP) non linéaires est, en général, ardue. Une approche classique consiste à formuler un problème de minimisation par erreur de sortie. Il s'agit par exemple de minimiser un critère quadratique décrivant l'écart entre les sorties prédites par le modèle mathématique et celles observées à l'aide de capteurs (voir une illustration Figure 1.1 qui sera détaillée ultérieurement). Cette démarche consistant à mesurer l'effet pour remonter à la cause définit un problème inverse (Isakov 1998).

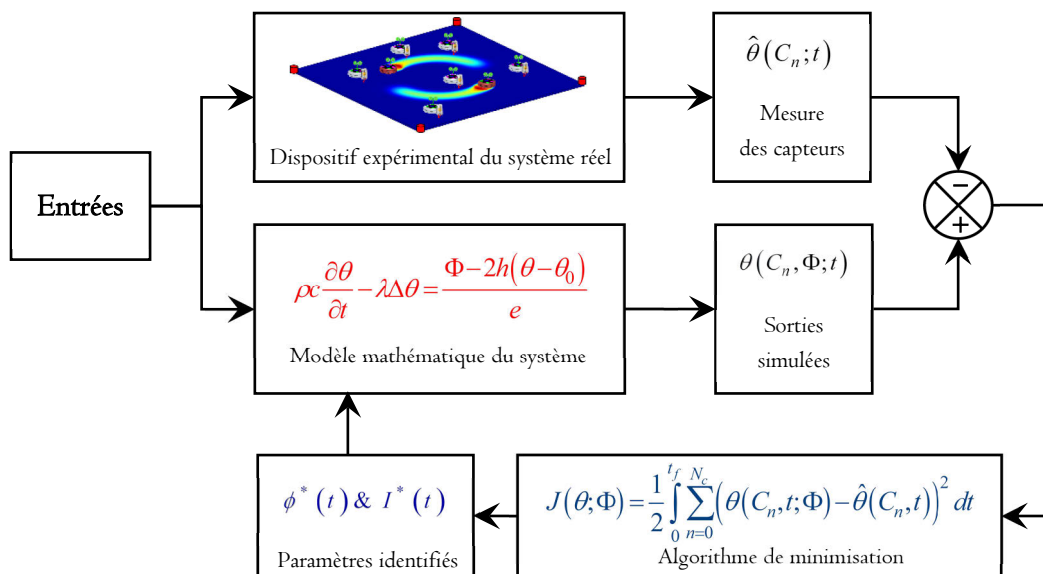


Figure 1.1. Illustration de la méthode d'identification paramétrique par minimisation de l'erreur de sortie

Dans le cadre plus spécifique du génie thermique, les problèmes inverses de conduction de la chaleur où l'on cherche à identifier des propriétés du milieu étudié (des flux de chaleur ou encore des conditions initiales) sont dits mal-posés (Alifanov 1994). En effet, la condition de stabilité, au sens d'Hadamard (Isakov 1998), n'est en général pas satisfaite car de faibles perturbations sur les mesures engendrent de grandes variations sur les paramètres à identifier. Cela peut être illustré dans un cadre matriciel où, lors de la résolution numérique du système d'équations aux dérivées partielles, les matrices d'assemblages obtenues par la méthode des éléments finis (Pepper & Heinrich 2006) s'avèrent mal conditionnées. L'inversion de telles matrices n'est pas pertinente en présence d'incertitudes sur les mesures (Khachfe 2000; Beddiaf 2013). Dans ce contexte, les travaux réalisés par Tikhonov ont permis de disposer de méthodes conduisant à la construction de solutions stables (Alifanov 1994; Isakov 1998; Morozov & Nashed 1984). Celles-ci sont généralement dénommées «méthode de régularisation». Le principe de base est de

formuler un nouveau problème considérant un paramètre supplémentaire, dit de régularisation, tel que le nouveau problème soit stable.

La construction de ces nouveaux problèmes n'est en général pas triviale. Parmi les différentes approches existantes, la méthode du gradient conjugué (Jarny et al. 1991; Woodbury 2003; Minoux 2016) permettant la minimisation itérative de l'erreur de sortie présente des propriétés régularisantes dans le cadre des problèmes inverses de conduction de la chaleur. En effet, cette méthode conduit à la résolution itérative de trois problèmes bien posés (Jarny et al. 1991). Dans (Alifanov 1994), Alifanov précise :

“ such a method of damping the instability when specifying an approximate solution for an ill-posed problem is based on viscous properties of numerical algorithms of optimization ”.

Cet effet stabilisant est illustré dans (Prud'homme & Nguyen 1998) pour une situation académique correspondant à une géométrie unidimensionnelle pour laquelle des solutions analytiques sont disponibles. Il est mis en évidence que la structure principale du paramètre inconnu est identifiée dès les premières itérations. L'algorithme du gradient conjugué se comporte alors comme un filtre capable de rejeter les perturbations des mesures au cours du procédé itératif de minimisation. Le nombre d'itération est souvent considéré comme le paramètre de régularisation de ces méthodes. Cette méthode de résolution d'un problème inverse est traditionnellement mise en œuvre hors ligne : l'identification débute lorsque toutes les données sont récoltées (Autrique & Serra 2003; Rouquette 2007; Gillet 2008; Beddiaf et al. 2014; Beddiaf et al. 2015).

Toutefois des adaptations récentes ont montré son potentiel pour une utilisation quasi en ligne dans un cadre numérique (Vergnaud et al. 2014). Afin d'illustrer l'intérêt de cette nouvelle approche dans une situation réelle, un dispositif a été conçu pour l'identification de sources mobiles chauffantes. Ce dernier a pour objet l'estimation de la trajectoire et de la densité du flux de chauffe d'une ou plusieurs sources chauffantes surfaciques à partir de mesure de températures quasi ponctuelles.

Dans ce qui suit, la résolution des problèmes d'identification paramétrique du couple de la densité de flux et de la trajectoire de deux sources chauffantes mobiles au sein d'une géométrie 2D en résolvant un problème inverse de la conduction de chaleur est abordée. La méthode d'estimation des paramètres inconnus par une méthode de régularisation itérative basée sur la méthode du gradient conjugué est détaillée. Enfin, les algorithmes de la méthode d'identification en mode hors ligne et en ligne seront successivement présentés.

Afin de justifier l'efficacité des méthodes de l'identification proposées, les résultats numériques de plusieurs cas seront présentés en utilisant la méthode des éléments finis (Pepper & Heinrich 2006; Edsberg 2008; Baker 2012) mise en œuvre par le solveur de COMSOL MultiphysicsTM interfacé avec Matlab® (Pryor 2012; Zimmerman 2006).

2. Formulation des problèmes d'identification

2.1. Présentation du système étudié

Dans cette section, la modélisation mathématique du phénomène thermique étudié est décrite dans une géométrie bidimensionnelle. Considérons deux sources mobiles chauffantes S_1, S_2 évoluant sur une plaque en aluminium fine carrée $\Omega \in \mathbb{R}^2$, de côté L et d'épaisseur e en mètre (voir Figure 1.2). La variable de temps est $t \in \Gamma = [0, t_f]$ en seconde et la variable d'espace est $(x, y) \in \Omega = [-L/2, +L/2] \times [-L/2, +L/2] \subset \mathbb{R}^2$ en mètre. La frontière du domaine Ω est notée $\partial\Omega \in \mathbb{R}$. La température en Kelvin est notée $\theta(x, y, t)$.

Considérant que la plaque est fine, les transferts thermiques dans l'épaisseur peuvent être négligés et un modèle mathématique dans une géométrie 2D est validé (voir section 3.1, chapitre 2). Les pertes de chaleur, les échanges convectifs et les flux de chauffe sont formulés dans l'équation de la chaleur, issue du bilan énergétique, considérant la Loi de Fourier. La plaque est chauffée sur sa face par les sources mobiles. Chacune fournit un flux de chaleur noté $\phi_j (j=1,2)$ en $W.m^{-2}$ qui est supposée uniforme spatialement sur un disque mobile $D_j(I_j, r_j)$ de centre $I_j(x_j, y_j)$ et de rayon r_j .

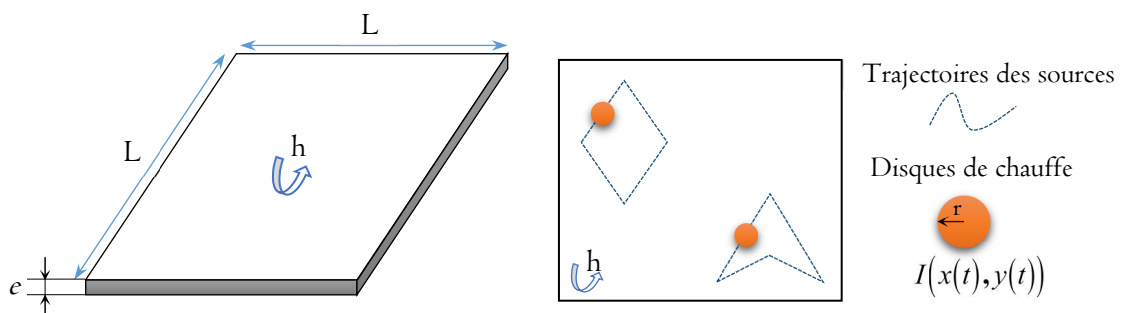


Figure 1.2. Domaine géométrique étudié

L'expression de flux total de chauffe $\Phi(x, y; t)$ appliqué sur la plaque en fonction de temps peut ainsi s'écrire :

$$\Phi(x, y; t) = \begin{cases} \phi_1(t) & \text{si } (x, y) \in D_1(I_1(t), r_1) \\ \phi_2(t) & \text{si } (x, y) \in D_2(I_2(t), r_2) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.1)$$

Le flux total peut aussi être exprimé de manière continue et dérivable tel que :

$$\Phi(x, y; t) = \sum_{j=1}^2 \frac{\phi_j(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2} - r_j \right) \right) \quad (1.2)$$

Le paramètre $\mu \in \mathbb{R}^+$ a été choisi de manière à décrire la discontinuité des flux de chauffe au bord des disques $D_{j=1,2}$. L'intervalle de temps $\Gamma = [0, t_f]$ peut être divisé en $N_t + 1$ segments $\Gamma = \bigcup_{i=0}^{N_t-1} [t_i, t_{i+1}]$ avec $t_i = \tau i$ et un pas de discrétisation défini par $\tau = \frac{t_f}{N_t}$. Les densités de flux de chauffe $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ peuvent être formulées à l'aide de fonctions linéaires continues par morceaux et écrites considérant les fonctions de base $s_i(t)$:

$$s_i(t) = \begin{cases} \frac{t}{\tau} - i + 1 & \text{si } t \in [t_{i-1}, t_i] \\ -\frac{t}{\tau} + i + 1 & \text{si } t \in [t_i, t_{i+1}] \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (1.3)$$

La présentation de fonctions des chapeaux est schématisée dans la figure suivante :

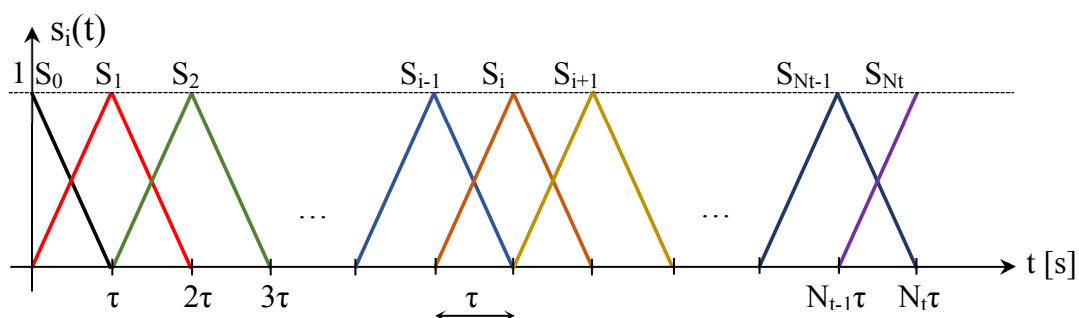


Figure 1.3. Présentation de fonctions des chapeaux

Les deux densités de flux de chauffe $\phi_j(t) = \sum_{i=0}^{N_t} \phi_j^i S^i(t) = (\overline{\phi_j})^{tr} \overline{S(t)}$ ainsi que les coordonnées de la trajectoire des disques de chauffe des sources mobiles $x_j(t) = \sum_{i=0}^{N_t} x_j^i S^i(t) = (\overline{x_j})^{tr} \overline{S(t)}$ et $y_j(t) = \sum_{i=0}^{N_t} y_j^i S^i(t) = (\overline{y_j})^{tr} \overline{S(t)}$ sont discrétisées sur la base des fonctions des chapeaux $S^i(t)$ (Figure 1.3). Cette paramétrisation ne nécessite pas de connaissances a priori au sujet des paramètres inconnus. Il n'induit pas de pertes de généralités sachant qu'il est aisé d'augmenter le nombre de pas de discrétisation (en diminuant τ) pour décrire des comportements aux dynamiques plus complexes. Par contre elle peut entraîner une sur paramétrisation dommageable pour les temps de calculs.

La distribution spatio-temporelle de température au sein du domaine $\theta(x, y; t)$ est solution du système d'équations aux dérivées partielles (1.4) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(x, y; t) = \frac{\Phi(x, y; t) - 2h(\theta(x, y; t) - \theta_0)}{e} \quad \forall (x, y; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \theta(x, y; 0) = \theta_0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right. \quad (1.4)$$

Tableau 1.1. Valeur des paramètres du modèle

Symbole	Définition	Unité
ρc	Chaleur volumique	$\text{J.m}^{-3}.\text{K}^{-1}$
h	Coefficient de convection naturelle	$\text{W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
t_f	Temps final	seconde
λ	Conductivité thermique	$\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$
$\phi(t)$	Flux de chaleur	W.m^{-2}
θ_0	Température initiale	K
L	Longueur	m
e	Épaisseur de la plaque	m
$r_{j=1,2}$	Rayon de chauffe des sources mobiles	m
\vec{n}	Vecteur unitaire (normale externe pointant vers l'extérieur à $\partial \Omega$)	

Les deux densités de flux des sources mobiles ne suivent pas la même évolution temporelle (voir par exemple Figure 1.6). Les propriétés thermophysiques du système sont considérées constantes au cours de l'expérience. En considérant le Tableau 1.1 ci-dessus et en supposant le flux total $\Phi(x, y; t)$ connu, la résolution numérique du système (1.4) peut être réalisée en mettant en œuvre la méthode des éléments finis (Pepper & Heinrich 2006; Edsberg 2008; Jarny et al. 1991) du logiciel COMSOL Multiphysics™ interfacé avec Matlab® (Pryor 2012; Zimmerman 2006).

Remarque générale : les résultats de simulation obtenus et présentés dans l'ensemble de ce document ont été réalisés sur un ordinateur portable dont la configuration est la suivante :

Configuration PC	CPU : Intel® Core™ i7-3520M CPU @ 2.90GHz RAM : 8.00 Go ; OS : Windows 7 (64 bits)
Version de Matlab®	R2009b
Version de Comsol®	Comsol 3.5

Les sections ci-après présentent la formulation mathématique du problème inverse permettant d'identifier les paramètres inconnus du système ainsi que les différents développements mathématiques nécessaires à sa résolution

2.2. Méthode de l'identification paramétrique

2.2.1. Formulation du problème

Afin d'identifier les densités de flux $\phi(t) = (\phi_1(t); \phi_2(t))$ et les trajectoires $x_s(t) = (x_1(t); x_2(t))$ et $y_s(t) = (y_1(t); y_2(t))$ des sources chauffantes mobiles à partir des évolutions de températures mesurées $\hat{\theta}(C_n, t)$ (à l'aide de 10 capteurs par exemple C_n ($n = 1, 2, \dots, 10$) placés sur la plaque), un problème inverse peut être formulé et résolu en minimisant un critère quadratique. Sa résolution consiste à minimiser le critère suivant :

$$J(\theta; \phi(t), x_s(t), y_s(t)) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=1}^{N_c} (\theta(C_n, t; \phi(t), x_s(t), y_s(t)) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt \quad (1.5)$$

$$\text{avec } \phi(t) = \begin{pmatrix} \bar{\phi}_1 \\ \bar{\phi}_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2(N_t+1)} \text{ et } x_s(t) = \begin{pmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2(N_t+1)}, y_s(t) = \begin{pmatrix} \bar{y}_1 \\ \bar{y}_2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2(N_t+1)}$$

ou alors considérant que la densité de flux et les trajectoires des sources sont explicitées

dans $\Phi(x, y; t)$ le critère suivant peut être minimisé :

$$J(\theta; \Phi(x, y; t)) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=1}^{N_c} (\theta(C_n, t; \Phi(x, y; t)) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt$$

Une méthode de régularisation itérative de gradient conjugué a été mise en œuvre pour identifier les paramètres inconnus (Perez, Autrique, & Gillet, 2008), (Beddiaf, Autrique, Perez, & Jolly, 2012). L'algorithme de cette méthode consiste à résoudre de manière itérative trois problèmes bien posés au sens d'Hadamard :

- Un problème direct (1.4) afin de calculer le critère $J(\theta; \Phi(x, y; t))$ (1.5) et juger de la qualité des estimations de Φ^k à l'itération k .
- Un problème adjoint (1.12) pour déterminer le gradient de la fonction coût $J(\theta; \Phi(x, y; t))$ et définir la direction de descente d^k (1.13).
- Un problème de sensibilité (1.7) pour calculer la profondeur de descente γ^k (1.10) dans la direction de descente (Huang & Chen 2000; Beddiaf et al. 2015; Beddiaf et al. 2014).

Dans ce qui suit, la formulation mathématique des problèmes sera présentée en détail afin de calculer les paramètres intermédiaires de la méthode d'identification paramétrique.

2.2.2. Le problème de sensibilité

Considérons $\delta\theta(x, y; t)$ la variation de température induite par une variation du flux total de chauffe notée : $\Phi^+(x, y; t) = \Phi(x, y; t) + \varepsilon\delta\Phi(x, y; t) + O(\varepsilon^2)$, en sachant que $O(\varepsilon^2)$ serait négligeable, ce qui nous donne à partir du problème direct (1.4), en posant $(\cdot) = (x, y, t)$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \theta^+(\cdot)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta^+(\cdot) = \frac{(\Phi(\cdot) + \varepsilon \delta \Phi(\cdot)) - 2h(\theta^+(\cdot) - \theta_0)}{e} \quad \forall (\cdot) \in \Omega \times \Gamma \\ \theta^+(x, y; 0) = \theta_0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \theta^+(\cdot)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (\cdot) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right. \quad (1.6)$$

On soustrait (1.6) - (1.4) pour obtenir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial(\theta^+(\cdot) - \theta(\cdot))}{\partial t} - \lambda \Delta(\theta^+(\cdot) - \theta(\cdot)) = \frac{\varepsilon \delta \Phi(\cdot) - 2h(\theta^+(\cdot) - \theta(\cdot))}{e} \quad \forall (\cdot) \in \Omega \times \Gamma \\ \theta^+(x, y; 0) - \theta(x, y; 0) = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial(\theta^+(\cdot) - \theta(\cdot))}{\partial \bar{n}} = 0 \quad \forall (\cdot) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right.$$

Sachant que : $\delta \theta(x, y; t) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\frac{\theta^+(x, y; t) - \theta(x, y; t)}{\varepsilon} \right]$ alors :

$$\Leftrightarrow \theta^+(x, y; t) - \theta(x, y; t) = \varepsilon \delta \theta(x, y; t) + O(\varepsilon^2) \text{ en sachant que } O(\varepsilon^2) \text{ serait négligeable.}$$

$$\Rightarrow \theta^+(x, y; t) - \theta(x, y; t) \approx \varepsilon \delta \theta(x, y; t)$$

On obtient le système du problème de sensibilité comme suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \delta \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \delta \theta(x, y; t) = \frac{\delta \Phi(x, y; t) - 2h \delta \theta(x, y; t)}{e} \quad \forall (x, y; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \delta \theta(x, y; 0) = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \delta \theta(x, y; t)}{\partial \bar{n}} = 0 \quad \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right. \quad (1.7)$$

où

$$\begin{aligned} \delta \Phi(x, y; t) &= \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial \phi(t)} \delta \phi(t) + \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial x_s(t)} \delta x_s(t) + \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial y_s(t)} \delta y_s(t) \\ &= \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial \phi_j(t)} \delta \phi_j(t) + \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial x_j(t)} \delta x_j(t) + \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial y_j(t)} \delta y_j(t) \right) \end{aligned}$$

On sait (voir équation (1.2)) que : $\Phi(x, y; t) = \sum_{j=1}^2 \frac{\phi_j(t)}{\pi} \operatorname{arccot}(A_j(x, y; t))$ en posant

$A_j(x, y; t) = \mu(\xi_j(x, y; t))$ et $\xi_j(x, y; t) = \sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2}$, il est possible de développer la dérivée de fonction $\Phi(x, y; t)$ par rapport aux variables $\phi_j(t)$, $x_j(t)$ et $y_j(t)$.

On obtient donc :
$$\frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial \phi_j(t)} \delta \phi_j(t) = \frac{\delta \phi_j(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2} - r_j \right) \right)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial x_j(t)} \delta x_j(t) &= \frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{\partial \left(\sqrt{(x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2} \right)}{\left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right)} \delta x_j(t) \\ &= -\frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{\partial \left((x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2 \right) \delta x_j(t)}{\left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right) (2\xi_j(x, y; t)) \partial x_j(t)} = \frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{(x-x_j(t)) \delta x_j(t)}{\xi_j(x, y; t) \left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right)} \end{aligned}$$

Et encore :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi(x, y; t)}{\partial y_j(t)} \delta y_j(t) &= \frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{\partial \left(\sqrt{(x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2} \right)}{\left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right)} \delta y_j(t) \\ &= -\frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{\partial \left((x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2 \right) \delta y_j(t)}{\left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right) (2\xi_j(x, y; t)) \partial y_j(t)} = \frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{(y-y_j(t)) \delta y_j(t)}{\xi_j(x, y; t) \left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right)} \end{aligned}$$

Afin, on obtient la formule de variation de densité de flux total qui est induite par des variations de la trajectoire et des densités de flux de chaque source.

$$\begin{aligned} \delta \Phi(x, y; t) &= \sum_{j=1}^2 \frac{\delta \phi_j(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2} - r_j \right) \right) \\ &\quad + \sum_{j=1}^2 \frac{\mu \phi_j(t)}{\pi} \frac{\left((x-x_j(t)) \delta x_j(t) + (y-y_j(t)) \delta y_j(t) \right)}{\xi_j(x, y; t) \left(1 + (A_j(x, y; t))^2 \right)} \end{aligned} \quad (1.8)$$

Ce terme est utilisé dans l'équation (1.7).

La profondeur de descente

La solution $\delta \theta(x, y; t)$ du problème de sensibilité permet de calculer la profondeur de descente γ^{k+1} qui est la valeur réelle correspondant au pas optimal dans la direction de descente \vec{d}^{k+1} . A l'itération $k+1$ on calcule le nouveau paramètre selon la formule suivante :

$$\bar{\Phi}^{k+1} = \bar{\Phi}^k - \gamma^{k+1} \bar{d}^{k+1} \quad (1.9)$$

La grandeur γ^{k+1} doit donc minimiser le critère suivant :

$$J\left(\theta; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=0}^{N_c} \left(\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right) - \hat{\theta}(C_n, t) \right)^2 dt$$

L'expression de $\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right)$ peut se mettre sous la forme :

$$\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right) \approx \theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) - \gamma \delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right)$$

où $\delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right)$ est la variation de température induite par la variation du flux total de chauffe dans la direction de descente \bar{d}^{k+1} . En remplaçant l'équation précédente dans l'expression de $J\left(\theta; \bar{\Phi}^k - \gamma^{k+1} \bar{d}^{k+1}\right)$, il vient :

$$\begin{aligned} J\left(\theta; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right) &= \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=0}^{N_c} \left(\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) - \gamma \delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) - \hat{\theta}(C_n, t) \right)^2 dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=0}^{N_c} \left\{ \left(\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) - \hat{\theta}(C_n, t) \right)^2 + \left(\gamma \delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) \right)^2 \right. \\ &\quad \left. - 2\gamma \delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) \left(\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) - \hat{\theta}(C_n, t) \right) \right\} dt \end{aligned}$$

Comme mentionné précédemment, la valeur de profondeur de descente γ^{k+1} est obtenue en minimisant le critère :

$$\gamma^{k+1} = \underset{\gamma \in \mathbb{R}}{\text{Arg min}} J\left(\theta; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right).$$

Il s'agit donc de résoudre : $\frac{\partial J\left(\theta; \bar{\Phi}^k - \gamma \bar{d}^{k+1}\right)}{\partial \gamma} = 0$, ce qui est équivalent à écrire :

$$\int_0^{t_f} \sum_{n=0}^{N_c} \left\{ \left(\gamma \delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) \right)^2 - \delta\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) \left(\theta\left(C_n, t; \bar{\Phi}^k\right) - \hat{\theta}(C_n, t) \right) \right\} dt = 0$$

Ce qui implique que la profondeur de descente γ^{k+1} calculée à chaque itération $k+1$ doit être :

$$\gamma^{k+1} = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{n=1}^{N_c} \left(\theta(C_n, t; \bar{\Phi}^k) - \hat{\theta}_n(t) \right) \delta\theta(C_n, t; \bar{\Phi}^k) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{n=1}^{N_c} \left(\delta\theta(C_n, t; \bar{\Phi}^k) \right)^2 dt} \quad (1.10)$$

Afin de résoudre le problème de sensibilité, il est indispensable de connaître le vecteur de la direction de descente $\vec{d}^{k+1} \in \mathbb{R}^{2(N_t+1)}$ à l'itération $k+1$ définie selon l'algorithme du gradient conjugué. Cette direction dépend de la direction précédente et du gradient de la fonction coût obtenu en résolvant par exemple le problème adjoint.

2.2.3. Le problème adjoint.

Afin de déterminer le gradient de la fonctionnelle $\nabla \bar{J} = \left(\frac{\partial J}{\partial \phi_1^i}; \frac{\partial J}{\partial x_1^i}; \frac{\partial J}{\partial y_1^i}; \frac{\partial J}{\partial \phi_2^i}; \frac{\partial J}{\partial x_2^i}; \frac{\partial J}{\partial y_2^i} \right)$

$i = 0, 1, 2, \dots, N_t$ à chaque itération de l'algorithme de minimisation, une formulation Lagrangienne $\ell(\theta(x, y; t), \Phi, \psi)$ est introduite telle que :

$$\ell(\theta(x, y; t), \Phi, \psi) = J(\theta(x, y; t), \Phi) + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left(\rho c \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(x, y; t) - \frac{\Phi(x, y; t)}{e} + \frac{2h(\theta(x, y; t) - \theta_0)}{e} \right) \psi d\Omega dt$$

Si $\theta(x, y; t)$ est la solution de l'équation de chaleur alors :

$$\rho c \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(x, y; t) - \frac{\Phi(x, y; t)}{e} + \frac{2h(\theta(x, y; t) - \theta_0)}{e} = 0$$

Il en résulte : $\ell(\theta(x, y; t), \Phi, \psi) = J(\theta(x, y; t), \Phi)$ et

$$\begin{aligned} \delta \ell(\theta(x, y; t), \Phi, \psi) &= \delta J(\theta(x, y; t), \Phi) \\ &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left[\frac{J(\theta(x, y; t), \Phi + \varepsilon \delta \Phi) - J(\theta(x, y; t), \Phi)}{\varepsilon} \right] \\ &= \frac{\partial J(\theta(x, y; t), \Phi)}{\partial \Phi} \delta \Phi \end{aligned}$$

En posant $(\cdot) = (x, y; t)$, la variation du Lagrangien peut s'écrire telle que :

$$\begin{aligned} \delta l(\theta(\cdot), \Phi, \psi) &= \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \theta(\cdot)} \delta \theta(\cdot) + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \Phi} \delta \Phi + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \psi} \delta \psi \\ &= \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \theta(\cdot)} \delta \theta(\cdot) + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \psi} \delta \psi \\ &\quad + \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \phi_j} \delta \phi_j + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial y_j} \delta y_j \right) \end{aligned}$$

Lorsque $\psi(x, y; t)$ est fixée de manière à ce que $\frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \theta(\cdot)} \delta \theta(\cdot) = 0$ alors

$$\delta l(\theta(x, y; t), \Phi, \psi) = \frac{\partial l(\theta(x, y; t), \Phi, \psi)}{\partial \Phi} \delta \Phi = \delta J(\theta(x, y; t), \Phi)$$

ou alors :

$$\sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \phi_j} \delta \phi_j + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial x_j} \delta x_j + \frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial y_j} \delta y_j \right) = \delta J(\theta(\cdot), \Phi)$$

Il s'agit donc de fixer $\psi(x, y; t)$ de manière à ce que $\frac{\partial l(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \theta(\cdot)} \delta \theta(\cdot) = 0$.

La variation Lagrangienne peut s'écrire :

$$\begin{aligned} \delta l(\theta(\cdot), \Phi, \psi) &= \delta J(\theta(\cdot), \Phi) \\ &+ \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\rho c \frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial t} - \lambda \Delta \delta \theta(x, y; t) - \frac{\delta \Phi - 2h(\delta \theta(\cdot))}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \\ &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \sum_{i=1}^{N_c} \left[\theta(C_i, t; \Phi^k) - \hat{\theta}(C_i, t) \right] \delta \theta(\cdot) \delta_D(C_i) d\Omega dt \\ &+ \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\rho c \frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial t} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[-\lambda \Delta \delta \theta(\cdot) \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \\ &+ \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\frac{2h(\delta \theta(\cdot))}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[-\frac{\delta \Phi}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \end{aligned} \tag{1.11}$$

où $\delta_D(C_n) = \delta_D(x - x_{C_n}) \delta_D(y - y_{C_n})$ est la distribution Dirac au capteur $C_n(x_{C_n}, y_{C_n})$ et

on pose :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\rho c \frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial t} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt & I_3 &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\frac{2h(\delta \theta(\cdot))}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \\ I_2 &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} [-\lambda \Delta \delta \theta(\cdot)] \psi(\cdot) d\Omega dt & I_4 &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[-\frac{\delta \Phi}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \end{aligned}$$

En utilisant l'intégration en partie, il vient :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\rho c \frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial t} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt = \rho c \int_{\Omega} \left\{ \left[\delta \theta(\cdot) \psi(\cdot) \right]_0^{t_f} - \int_0^{t_f} \delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial t} dt \right\} d\Omega \\ &= \rho c \int_{\Omega} \left[\delta \theta(\cdot) \psi(\cdot) \right]_0^{t_f} d\Omega - \rho c \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial t} d\Omega dt \\ I_2 &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} [-\lambda \Delta \delta \theta(\cdot)] \psi(\cdot) d\Omega dt = -\lambda \int_0^{t_f} \left\{ \left[\nabla \delta \theta(\cdot) \psi(\cdot) \right]_{\partial \Omega} - \int_{\Omega} \nabla \delta \theta(\cdot) \nabla \psi(\cdot) d\Omega \right\} dt \\ &= -\lambda \int_0^{t_f} \left[\frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial \vec{n}} \psi(\cdot) \right]_{\partial \Omega} dt + \lambda \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \nabla \delta \theta(\cdot) \nabla \psi(\cdot) d\Omega dt \\ &= -\lambda \int_0^{t_f} \left[\frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial \vec{n}} \psi(\cdot) \right]_{\partial \Omega} dt + \lambda \int_0^{t_f} \left\{ \left[\delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial \vec{n}} \right]_{\partial \Omega} - \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \Delta \psi(\cdot) d\Omega \right\} dt \\ &= -\lambda \int_0^{t_f} \left[\frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial \vec{n}} \psi(\cdot) \right]_{\partial \Omega} dt + \lambda \int_0^{t_f} \left[\delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial \vec{n}} \right]_{\partial \Omega} dt - \lambda \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \Delta \psi(\cdot) d\Omega dt \end{aligned}$$

En remplaçant I_1 et I_2 dans (équation 1.10), on obtient finalement :

$$\begin{aligned} \delta \ell(\theta(\cdot), \Phi, \psi) &= \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \sum_{n=0}^{N_c} \left(\theta(C_n, t; \Phi^k - \gamma^{k+1} \vec{d}^{k+1}) - \hat{\theta}(C_n, t) \right) \delta \theta(\cdot) \delta_D(x - x_{C_n}) \delta_D(y - y_{C_n}) d\Omega dt \\ &\quad + \rho c \int_{\Omega} \left[\delta \theta(\cdot) \psi(\cdot) \right]_0^{t_f} d\Omega - \rho c \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial t} d\Omega dt - \lambda \int_0^{t_f} \left[\frac{\partial \delta \theta(\cdot)}{\partial \vec{n}} \psi(\cdot) \right]_{\partial \Omega} dt \\ &\quad + \lambda \int_0^{t_f} \left[\delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial \vec{n}} \right]_{\partial \Omega} dt - \lambda \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \Delta \psi(\cdot) d\Omega dt + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\frac{2h(\delta \theta(\cdot))}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \\ &\quad + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[-\frac{\delta \Phi}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \end{aligned}$$

En utilisant les données des conditions aux limites et de la condition initiale du problème de sensibilité, nous avons donc :

$$\begin{aligned} \delta \ell(\theta(\cdot), \Phi, \psi) = & \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \sum_{n=1}^{N_c} \left[\theta(C_n, t; \Phi^k) - \hat{\theta}(C_n, t) \right] \delta \theta(\cdot) \delta_D(x - x_{C_n}) \delta_D(y - y_{C_n}) d\Omega dt \\ & + \rho c \int_{\Omega} \delta \theta(x, y; t = t_f) \psi(\cdot) d\Omega - \rho c \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial t} d\Omega dt + \lambda \int_0^{t_f} \left[\delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial \vec{n}} \right]_{\partial \Omega} dt \\ & - \lambda \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \theta(\cdot) \Delta \psi(\cdot) d\Omega dt + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[\frac{2h(\delta \theta(\cdot))}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt + \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[-\frac{\delta \Phi}{e} \right] \psi(\cdot) d\Omega dt \end{aligned}$$

En posant : $E(\cdot) = \sum_{n=1}^{N_c} \left(\theta(C_n, t; \Phi^k) - \hat{\theta}(C_n, t) \right) \delta_D(x - x_{C_n}) \delta_D(y - y_{C_n})$,

alors :

$$\begin{aligned} \delta \ell(\theta(\cdot), \Phi, \psi) = & \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left[E(\cdot) - \rho c \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial t} - \lambda \Delta \psi(\cdot) + \frac{2h\psi(\cdot)}{e} \right] \delta \theta(\cdot) d\Omega dt \\ & + \rho c \int_{\Omega} \delta \theta(x, y; t = t_f) \psi(\cdot) d\Omega + \lambda \int_0^{t_f} \left[\delta \theta(\cdot) \frac{\partial \psi(\cdot)}{\partial \vec{n}} \right]_{\partial \Omega} dt - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \Phi \frac{\psi(\cdot)}{e} d\Omega dt \end{aligned}$$

Pour que $\frac{\partial \ell(\theta(x, y, t), \Phi, \psi)}{\partial \theta(x, y, t)} \delta \theta(\cdot) = 0 \quad \forall \delta \theta(x, y, t)$, il faut que tous les termes qui multiplient $\theta(x, y, t)$ soient nuls. Il est donc nécessaire que la fonction adjointe $\psi(x, y, t)$ soit solution du problème suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial t} + \lambda \Delta \psi(x, y, t) = E(x, y, t) + \frac{2h\psi(x, y, t)}{e} \quad \forall (x, y, t) \in \Omega \times \Gamma \\ \psi(x, y, t_f) = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \psi(x, y, t)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (x, y, t) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right. \quad (1.12)$$

où $E(x, y, t) = \sum_{n=1}^{N_c} \left(\theta(C_n, t; \Phi^k) - \hat{\theta}(C_n, t) \right) \delta_D(x - x_{C_n}) \delta_D(y - y_{C_n})$ avec la distribution de Dirac $\delta_D(x - x_{C_n}) \delta_D(y - y_{C_n})$ au capteur $C_n(x_{C_n}, y_{C_n})$.

Finalement, lorsque $\psi(x, y; t)$ est solution du problème ci-dessus alors :

$$\delta \ell(\theta(\cdot), \Phi, \psi) = \frac{\partial \ell(\theta(\cdot), \Phi, \psi)}{\partial \Phi} \delta \Phi = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \Phi \frac{\psi(\cdot)}{e} d\Omega dt = \delta J(\theta(\cdot), \Phi) \text{ et :}$$

$$\begin{aligned} \delta J(\theta(\cdot), \Phi) &= \frac{\partial J(\theta(\cdot), \Phi)}{\partial \phi_1(t)} \delta \phi_1(t) + \frac{\partial J(\theta(\cdot), \Phi)}{\partial x_1(t)} \delta x_1(t) + \frac{\partial J(\theta(\cdot), \Phi)}{\partial y_1(t)} \delta y_1(t) \\ &\quad + \frac{\partial J(\theta(\cdot), \Phi)}{\partial \phi_2(t)} \delta \phi_2(t) + \frac{\partial J(\theta(\cdot), \Phi)}{\partial x_2(t)} \delta x_2(t) + \frac{\partial J(\theta(\cdot), \Phi)}{\partial y_2(t)} \delta y_2(t) \end{aligned}$$

Et :

$$\begin{aligned} - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \delta \Phi \frac{\psi(\cdot)}{e} d\Omega dt &= - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \left\{ \frac{\delta \phi_1(t)}{\pi} \left(-\arctan(A_1(x, y; t)) + \frac{\pi}{2} \right) + \frac{\delta \phi_2(t)}{\pi} \left(-\arctan(A_2(x, y; t)) + \frac{\pi}{2} \right) \right. \\ &\quad + \frac{\mu(x - x_1(t)) \delta x_1(t)}{\xi_1(x, y; t) (1 + (A_1(x, y; t))^2)^2} \frac{\phi_1(t)}{\pi} + \frac{\mu(y - y_1(t)) \delta y_1(t)}{\xi_1(x, y; t) (1 + (A_1(x, y; t))^2)^2} \frac{\phi_1(t)}{\pi} \\ &\quad \left. + \frac{\mu(x - x_2(t)) \delta x_2(t)}{\xi_2(x, y; t) (1 + (A_2(x, y; t))^2)^2} \frac{\phi_2(t)}{\pi} + \frac{\mu(y - y_2(t)) \delta y_2(t)}{\xi_2(x, y; t) (1 + (A_2(x, y; t))^2)^2} \frac{\phi_2(t)}{\pi} \right\} \left[\frac{\psi(x, y; t)}{e} \right] d\Omega dt \end{aligned}$$

$$\text{où : } A_j(x, y; t) = \mu(\xi_j(x, y; t) - r_j) \text{ et } \xi_j(x, y; t) = \sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2}$$

En comparant, on obtient les formules ceux qui nous permettent de calculer les valeurs des gradients des paramètres à identifier comme suit :

$$\nabla J_{\phi_1^i} = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{s_{\phi_1^i}^i(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2} - r_j \right) \right) \frac{\psi(x, y; t)}{e} d\Omega dt$$

$$\nabla J_{\phi_2^i} = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{s_{\phi_2^i}^i(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2} - r_j \right) \right) \frac{\psi(x, y; t)}{e} d\Omega dt$$

$$\nabla J_{x_1^i} = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{\phi_1(t)}{\pi} \frac{\mu}{\xi_1(x, y; t) (1 + \mu^2 (\xi_1(x, y; t) - r_1)^2)} (x - x_1(t)) s_{x_1^i}^i(t) \frac{\psi(x, y; t)}{e} d\Omega dt$$

$$\nabla J_{x_2^i} = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{\phi_1(t)}{\pi} \frac{\mu}{\xi_2(x, y; t) (1 + \mu^2 (\xi_2(x, y; t) - r_2)^2)} (x - x_2(t)) s_{x_2^i}^i(t) \frac{\psi(x, y; t)}{e} d\Omega dt$$

$$\nabla J_{y_1^i} = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{\phi_1(t)}{\pi} \frac{\mu}{\xi_1(x, y; t) \left(1 + \mu^2 (\xi_1(x, y; t) - r_1)^2\right)} (y - y_1(t)) s_{y_1}^i(t) \frac{\psi(x, y; t)}{e} d\Omega dt$$

$$\nabla J_{y_2^i} = - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{\phi_1(t)}{\pi} \frac{\mu}{\xi_2(x, y; t) \left(1 + \mu^2 (\xi_2(x, y; t) - r_2)^2\right)} (y - y_2(t)) s_{y_2}^i(t) \frac{\psi(x, y; t)}{e} d\Omega dt$$

Ces gradients correspondant aux paramètres (les densités de flux, les coordonnées de trajectoires des sources). Ils permettent de calculer les valeurs de la direction de descente de chaque paramètre qui sont discrétisées aux fonctions de chapeaux (les discrétisations en temps pouvant être différentes selon les paramètres).

La direction de descente

À partir des fonctions de gradient précédentes, la direction de descente des valeurs estimées dans la prochaine d'itération sera calculée comme suivante :

$$\vec{d}^{k+1} = -\overline{\nabla J}(\theta; \Phi^k) + \frac{\|\overline{\nabla J}(\theta; \Phi^k)\|^2}{\|\overline{\nabla J}(\theta; \Phi^{k-1})\|^2} \vec{d}^k \quad (1.13)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme Euclidienne.

Désormais, les valeurs estimées du vecteur des densités de flux $\phi(t) = (\phi_1(t); \phi_2(t))$ et des trajectoires $x_s(t) = (x_1(t); x_2(t))$ et $y_s(t) = (y_1(t); y_2(t))$ des sources chauffantes mobiles sont déterminées selon les expressions suivantes :

$$\overline{\phi}_j^{k+1} = \overline{\phi}_j^k - \gamma_{\phi_j}^{k+1} \vec{d}_{\phi_j}^{k+1}$$

$$\overline{x}_j^{k+1} = \overline{x}_j^k - \gamma_{x_j}^{k+1} \vec{d}_{x_j}^{k+1}$$

$$\overline{y}_j^{k+1} = \overline{y}_j^k - \gamma_{y_j}^{k+1} \vec{d}_{y_j}^{k+1}$$

Dans les sections suivantes, la méthode du gradient conjugué est mise en œuvre pour identifier la densité de flux ainsi que la trajectoire de sources chauffantes mobiles. Les résultats numériques de plusieurs cas (une densité de flux, deux densités de flux, du couple densité et trajectoire d'une source, etc.) hors ligne et quasi en ligne sont analysés.

3. Identification hors ligne des sources chauffantes mobiles

3.1. Présentation de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué hors ligne

Dans ce paragraphe, une méthode d'estimation de paramètres inconnus ζ via une méthode de régularisation itérative basée sur la méthode du gradient conjugué (MGC) hors ligne est mise en œuvre. Un problème inverse peut être formulé et résolu en minimisant un critère quadratique $J(\zeta)$ comme suivante :

$$J(\zeta) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=0}^{N_c} (\theta(C_n, t; \zeta) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt$$

L'acquisition de températures $\hat{\theta}(C_n, t)$ a été réalisée grâce à un réseau de capteurs $C_{n=1, \dots, N_c}$ fixes ou mobiles sur la plaque. Les bruits additifs de type Gaussien de moyenne nulle défini par $\mathcal{N}^\circ(0, 1)$ sont ajoutés aux mesures afin de vérifier l'effet de régularisation de la MGC.

Pour estimer l'inconnu ζ , l'algorithme de cette méthode consiste à résoudre trois problèmes bien posés au sens d'Hadamard : *problème direct*, *problème adjoint* et *problème de sensibilité*. La méthode dite hors ligne se compose de deux phases. En première phase, les températures de la plaque engendrées par les sources de chauffe sont toutes acquises lors de l'expérimentation. Lorsque l'ensemble des observations est réalisé, l'algorithme d'identification peut débuter pour estimer les paramètres inconnus. La méthode hors ligne peut se schématiser Figure 1.4.

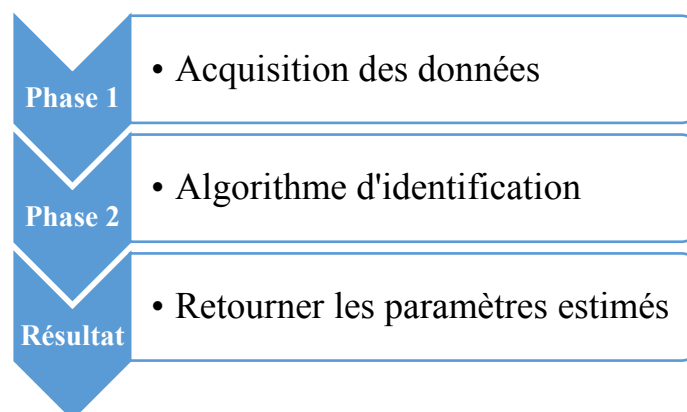


Figure 1.4. Présentation de méthode d'identification hors ligne

Algorithme de la méthode du gradient conjugué hors ligne (MGC-HL)

Étape 1 : initialisation

- Initialisation $k=1$.
- Choisir un vecteur d'état initial $\zeta^{k=1}$

Étape 2 : mise en place de l'algorithme itératif

Tant que

- Résolution du problème direct
 - Récupération des mesures $\theta(C_n, t; \zeta^k)$ aux positions des capteurs n .
 - Calcul du critère $J(\zeta^k) = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N_c} \left(\int_{\Gamma} (\theta(C_n, t; \zeta^k) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt \right)$
 - Si $J(\zeta^k) < J_{stop}$ OU $k > iter_{max}$ (nombre maximal d'itérations)

FIN DE L'ALGORITHME

- Si non résolution du problème adjoint
 - Calcul du gradient de la fonctionnelle $\nabla J(\zeta^k)$
 - Calcul de la nouvelle direction de descente

Si $k=1$

$$\vec{d}^{k+1} = -\nabla J(\zeta^k)$$

Sinon

$$\vec{d}^{k+1} = -\nabla J(\zeta^k) + \frac{\|\nabla J(\zeta^k)\|^2}{\|\nabla J(\zeta^{k-1})\|^2} \vec{d}^k \quad \text{où } \|\cdot\| \text{ est la norme Euclidienne}$$

Fin si

- Résolution du problème de sensibilité
 - Calcul de la profondeur de descente dans la direction de descente

$$\gamma^{k+1} = \frac{\sum_{n=1}^{N_c} \int_{\Gamma} (\theta(C_n, t; \zeta^k) - \hat{\theta}(C_n, t)) \delta\theta(C_n, t; \zeta^k) dt}{\sum_{n=1}^{N_c} \int_{\Gamma} (\delta\theta(C_n, t; \zeta^k))^2 dt}$$

- Calcul du nouvel itéré de ζ^{k+1} : $\zeta^{k+1} = \zeta^k - \gamma^{k+1} \vec{d}^{k+1}$

Itération de l'algorithme $k = k + 1$

Toutes les étapes en détail de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué hors ligne seront bien présentées dans ce qui suit. La précision de l'estimation et le temps de calcul dépendent des valeurs initiales de l'inconnu ζ . Pour simplifier le choix des valeurs initiales, les valeurs de vecteur initial sont nulles à la première itération $k = 1$. Le critère d'arrêt pris en compte pour de tels problèmes inverses a été introduit par (Alifanov O.M., 1994) dans le cadre d'un bruit gaussien de moyenne nulle $J(\phi) < J_{stop}$:

$$J_{stop} = \frac{1}{2} N_c N_t \sigma^2 \eta$$

où N_c est le nombre de capteurs, N_t est le nombre de mesures (par capteur), σ est l'écart-type du bruit et η est un coefficient qui a été choisi de manière à diminuer le temps de calcul en satisfaisant des conditions d'arrêt. Afin d'éviter des algorithmes trop longs il est aussi possible d'arrêter la procédure d'identification dès lors qu'un nombre maximal d'itérations a été atteint.

3.2. Résultats de l'identification hors ligne de la densité de flux d'une source mobile

Cette section présente l'application de l'algorithme basé sur la méthode de gradient conjugué en mode hors ligne afin d'identifier la densité de flux d'une source chauffante mobile lorsque sa trajectoire est connue. Cette source est modélisée dans le paragraphe 2.1 de ce chapitre. La simulation est sur la durée $t_f = 1200s$ et considérant les valeurs des paramètres du modèle données dans le tableau ci-dessous.

Tableau 1.2. Valeur des paramètres du modèle

Symbole	Définition	Unité	Valeur
ρc	Chaleur volumique	$Jm^{-3}K^{-1}$	$2,34.10^4$
h	Coefficient de convection naturelle	$Wm^{-2}K^{-1}$	10
T	Temps de simulation	seconde	1200
λ	Conductivité thermique	$Wm^{-1}K^{-1}$	160
θ_0	Température initiale	K	291
L	Longueur, largeur	m	1
e	Épaisseur de la plaque	m	6.10^{-3}
r	Rayon de chauffe des sources mobiles	m	2.10^{-3}

On considère que la densité de flux $\Phi(x, y; t)$ est décrite comme suit :

$$\Phi(x, y; t) = \frac{\phi(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2} - r_j \right) \right) \quad (1.14)$$

où $\phi(t) = 35 \cdot 10^3 \left(e^{-\frac{(t-\alpha_1)^2}{2\beta^2}} + e^{-\frac{(t-\alpha_2)^2}{2\beta^2}} \right)$ (W/m²) avec $\alpha_1 = 400$, $\alpha_2 = 800$ et $\beta = 90$.

Cette fonction est représentée Figure 1.5. Celle-ci est discrétisée par les fonctions de chapeaux avec un pas de temps de 20s (ce qui conduit à 61 coefficients inconnus pour l'intensité).

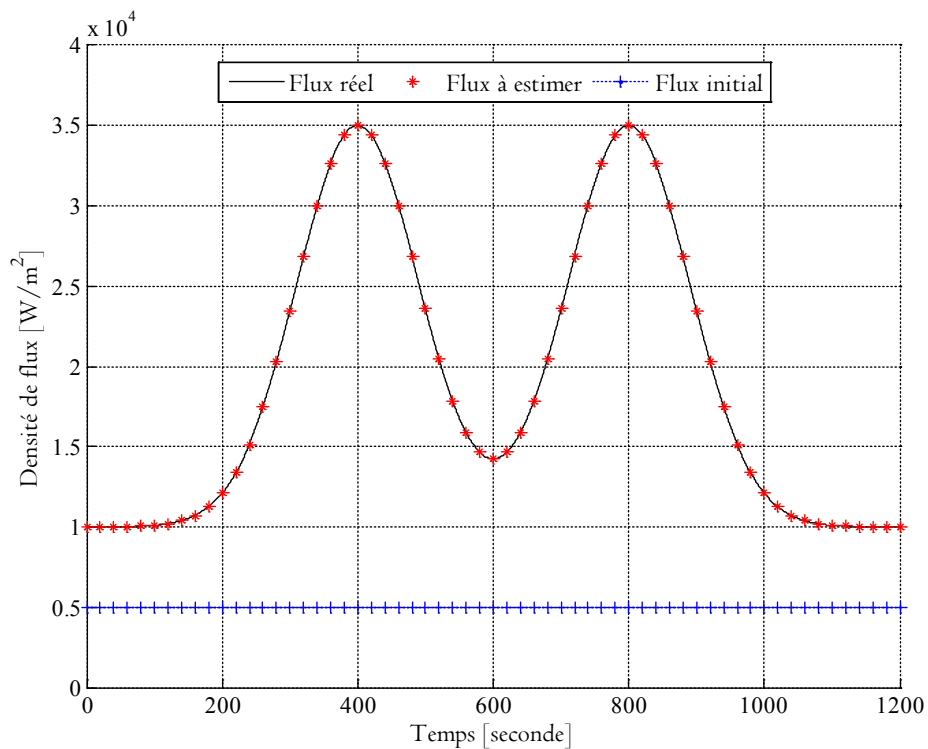


Figure 1.5. Densité de flux réel à identifier (cas de densité d'une source mobile)

La source se déplace sur la plaque avec la trajectoire schématisée dans la Figure 1.6.

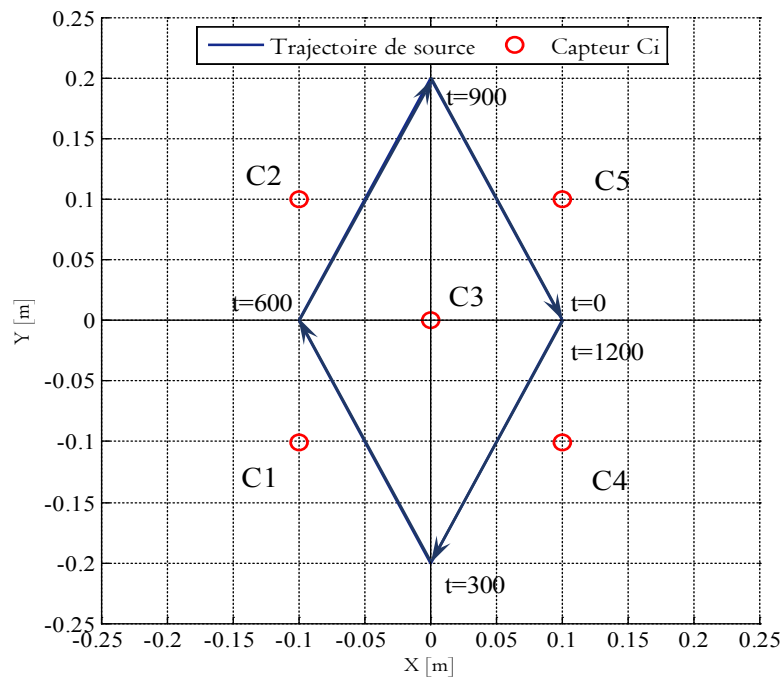


Figure 1.6. Trajectoire de source chauffante mobile

Le problème direct associé à cette configuration a pour objectif de déterminer l'évolution de température $\theta(x, y; t)$ qui satisfait l'ensemble des EDPs décrites par le système (1.4). Ce problème est résolu à l'aide du logiciel COMSOL MultiphysicsTM en utilisant le mode d'analyse transitoire de la convection et de la conduction du transfert de chaleur bidimensionnel. Ce code peut être interfacé et exécutable avec Matlab[®].

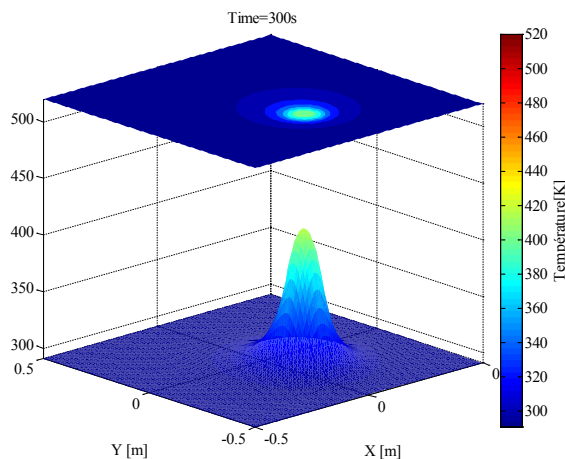


Figure 1.7. Distribution spatiale de θ à 300s

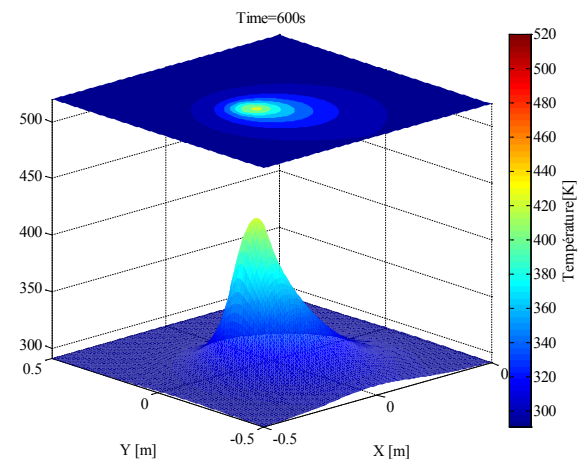
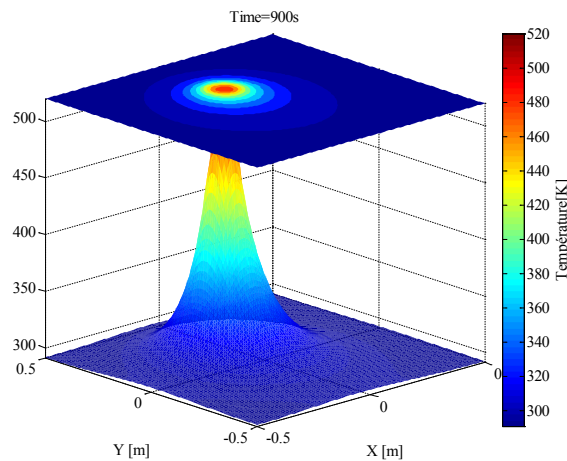
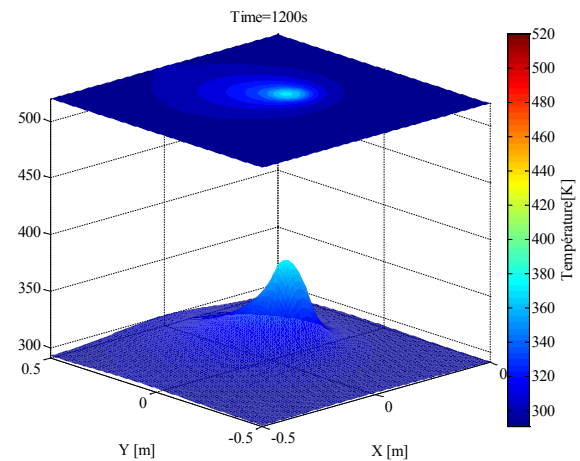


Figure 1.8. Distribution spatiale de θ à 600s

En résolvant le problème direct (1.4), on obtient la distribution spatio-temporelle de température au sein du domaine (voir une illustration Figure 1.7 à Figure 1.10).

Figure 1.9. Distribution spatiale de θ à 900sFigure 1.10. Distribution spatiale de θ à 1200s

Ces données numériques sont considérées comme des « mesures » de températures pour tester si la procédure d'identification permet bien de déterminer quelle est la densité de flux qui en est la cause. Un réseau de « capteurs de température » fixes est considéré (voir Figure 1.6). Les résultats numériques sont bruités avec un bruit de mesure réaliste : loi normale centrée, d'écart type 1K ($\mathcal{N}^{\circ}(0,1)$). L'évolution de température à ces 5 « capteurs » est présentée dans la Figure 1.11.

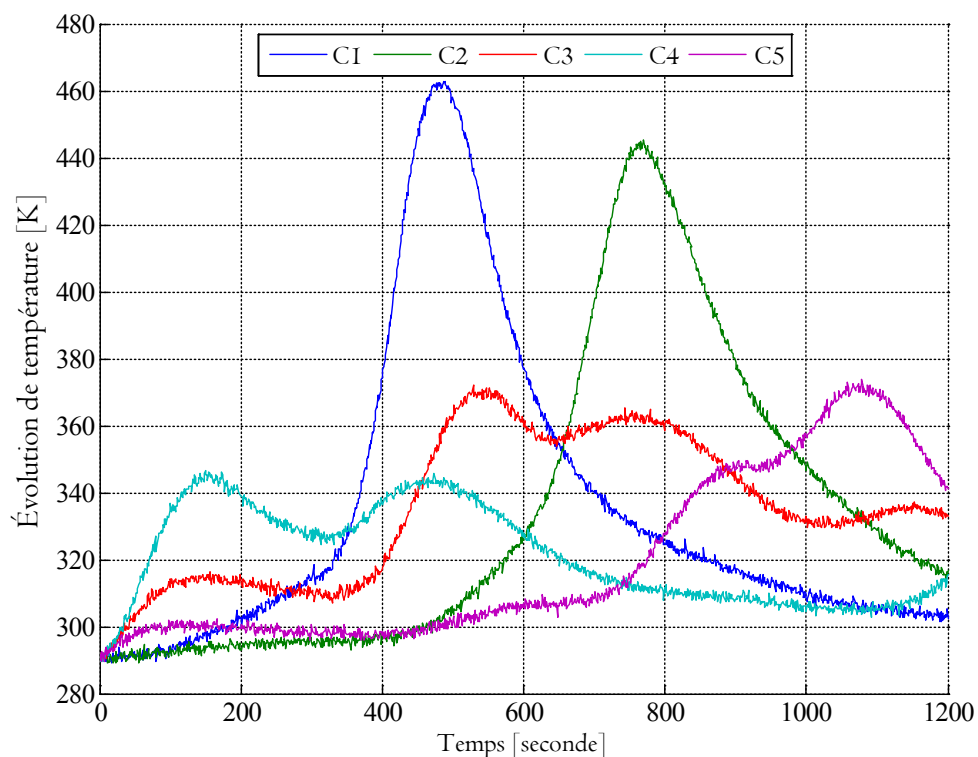


Figure 1.11. Évolution de la température aux « capteurs »

Le problème d'identification est résolu en minimisant le critère (1.5). Il nécessite la résolution itérative :

- du problème adjoint (1.12) pour calculer les gradients de la fonctionnelle et en déduire la direction de descente selon la formule (1.13)
- du problème de sensibilité (1.7) pour calculer la profondeur de descente selon la formule (1.10)
- du problème direct (1.4) pour estimer la valeur du critère (1.5).

Pour initialiser l'algorithme à l'itération $k=0$, une densité de flux constante est considérée $\phi^{k=0}(t) = 5000 \text{ Wm}^{-2}$ (voir Figure 1.6). A l'issue de la procédure d'identification, les résultats obtenus sont présentés Figure 1.12. Les valeurs de la fonction de coût $J(\phi)$ des itérations sont présentées sur la Figure 1.13.

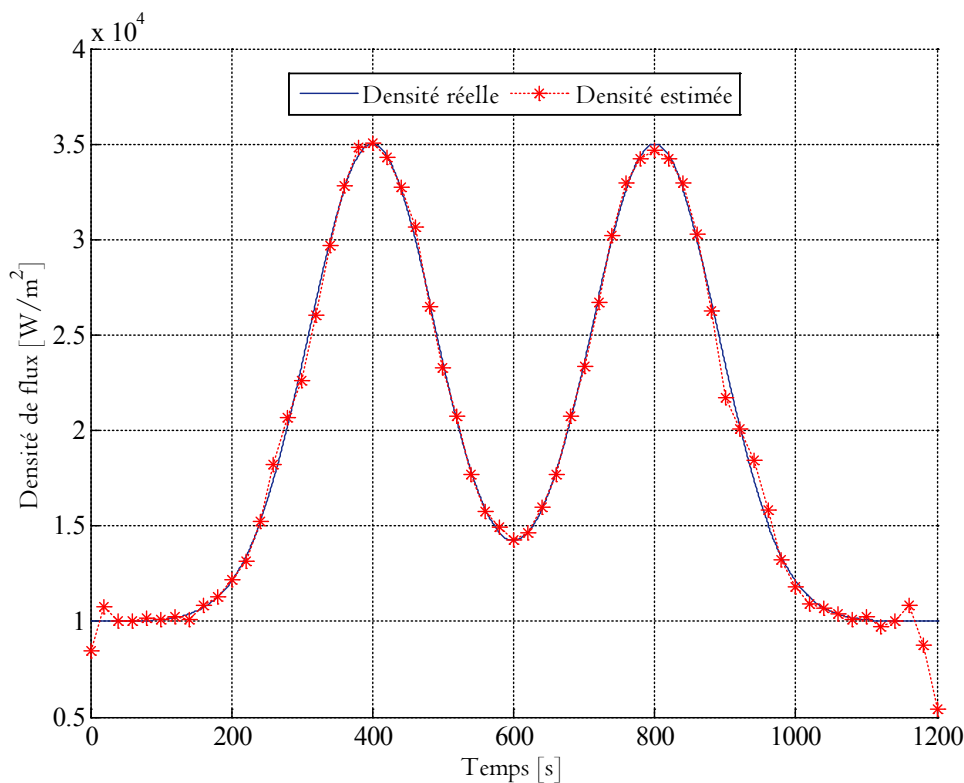


Figure 1.12. Estimation de la densité de flux (cas de densité d'une source mobile)

La Figure 1.12 montre que la densité de flux de chauffe est correctement identifiée au cours des 1200 secondes à l'exception de deux bornes ($t=0$ et $t=1200$). Ceci peut être expliquée considérant que :

- Le bruit de mesure gaussien induit une erreur en début de procédé qui n'est pas cohérente avec la solution initiale du problème direct. De plus la discontinuité est importante à l'instant initial puisque l'on part d'un état stabilisé (densité de flux nulle) auquel on applique un échelon de 10 kWm^{-2} .
- A la fin de l'essai, les flux identifiés, intervenant sur le futur, sont peu pertinents car peu d'observations sont disponibles ce qui empêche une identification pertinente.

Les valeurs de critères normalisés $J(t)/J_{stop}$ sont représentées sur la figure suivante, ce qui montre que la convergence de cette méthode est obtenue dans un nombre d'itérations inférieur au nombre des valeurs à estimer de paramètres inconnus.

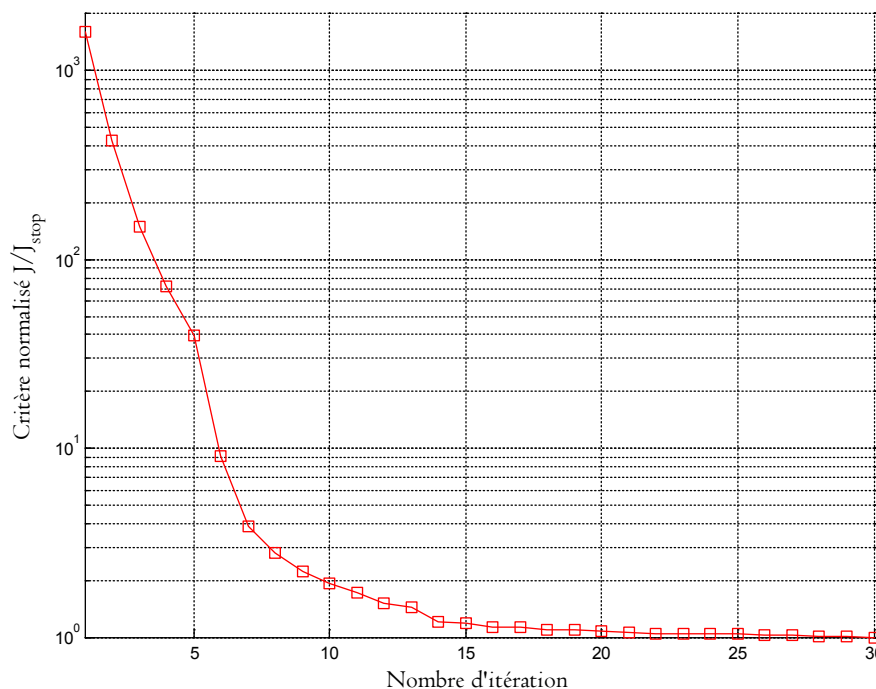


Figure 1.13. Évolution de critère normalisé (cas de densité d'une source mobile)

Ces résultats seront comparés ultérieurement avec ceux de la méthode du gradient conjugué en ligne. Différentes grandeurs permettant de juger la précision et la rapidité de la méthode sont présentées dans les tableaux ci-après. Le tableau suivant synthétise les résultats de *temps d'identification* $t_{identif}$ (s), *nombre d'itération de résolution de problème d'identification* $N_{\mathcal{T}}$, *moyenne des résidus de température* $\mu_{residus}$ (K), *écart type des résidus de température* $\sigma_{residus}$ (K) en fonction de pas des fonctions de chapeaux τ en seconde. Ceci influe sur le nombre de paramètres inconnus.

Tableau 1.3. Définition des symboles

Temps d'identification (s)	t_{identif}
Nombre d'itération de l'identification	$N_{\mathcal{J}}$
Moyenne des résidus (K)	$\mu_{\text{residus}} = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} \int_{\Gamma} (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(C_n, t)) dt$
Écart type des résidus (K)	$\sigma_{\text{residus}} = \frac{1}{N_c} \sum_{n=1}^{N_c} \int_{\Gamma} (\hat{\theta}(t) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt$

Tableau 1.4. Résultats numériques de MGC hors ligne

τ (s)	t_{identif} (minute)	$N_{\mathcal{J}}$	μ_{residus} (K)	σ_{residus} (K)
20 (61 inconnues)	98	30	0.003	0.97
30 (41 inconnues)	57	23	-0.051	1.09
40 (31 inconnues)	56	26	-0.017	1.10

Dans les trois cas l'identification est menée correctement à terme : la moyenne des résidus est proche de zéro et l'écart-type est similaire à celui du bruit de mesure. Une discrétisation trop fine (toute les 20 secondes) n'apporte pas une meilleure précision mais conduit à une surparamétrisation qui augmente le temps d'identification. Il ne faut pas espérer réduire drastiquement le nombre de paramètres inconnus car le comportement (normalement inconnu) présenté figure 1.5 ne peut être décrit avec précision par quelques segments.

3.3. Résultats de l'identification hors ligne de la densité de deux sources mobiles

Dans ce paragraphe deux sources chauffantes sont considérées. Leurs trajectoires sont connues et on cherche à identifier leurs intensités. Les trajectoires de ces sources sont schématisée dans la Figure 1.14. La modélisation des sources est donnée par l'équation (1.2) et les paramètres d'entrée du tableau 1.2 peuvent être considérés. Les densités de flux de chauffe (supposées inconnues) sont $\phi_1(t) = 30 \cdot 10^3 e^{-(t-\alpha)^2/(2\beta^2)}$ et $\phi_2(t) = 30 \cdot 10^3 - \phi_1(t)$ (W/m²) avec $\alpha = 600$ et $\beta = 170$. Ces densités de flux de chauffe sont schématisées dans la Figure 1.15. Celles-ci sont discrétisées par les fonctions de chapeaux.

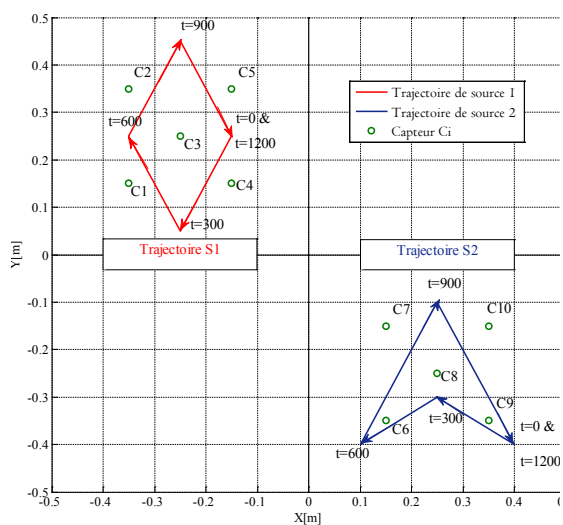


Figure 1.14. Trajectoire de sources

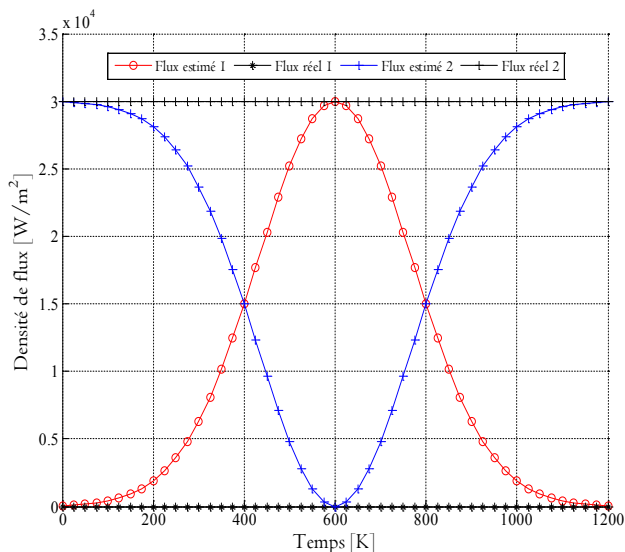


Figure 1.15. Densités de flux réel

En résolvant le problème direct (1.4), on obtient la distribution spatio-temporelle de température au sein de domaine (voir par exemple Figure 1.16 à Figure 1.19).

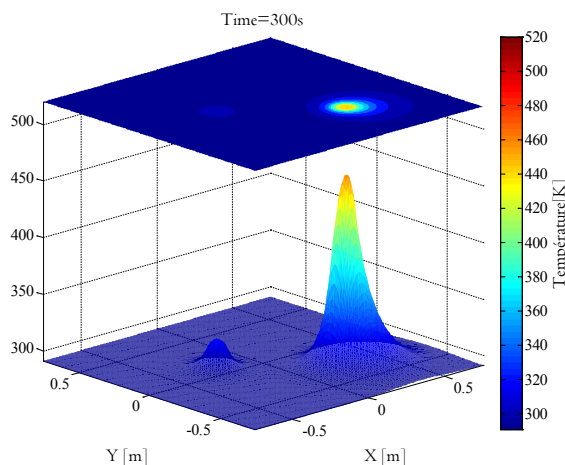


Figure 1.16. Distribution spatiale de θ à 300s

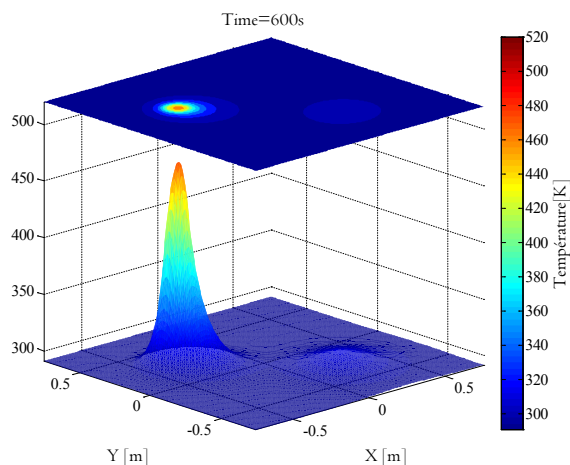


Figure 1.17. Distribution spatiale de θ à 600s

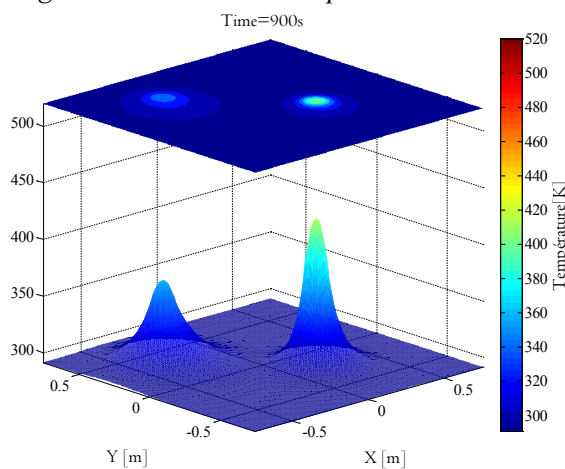


Figure 1.18. Distribution spatiale de θ à 900s

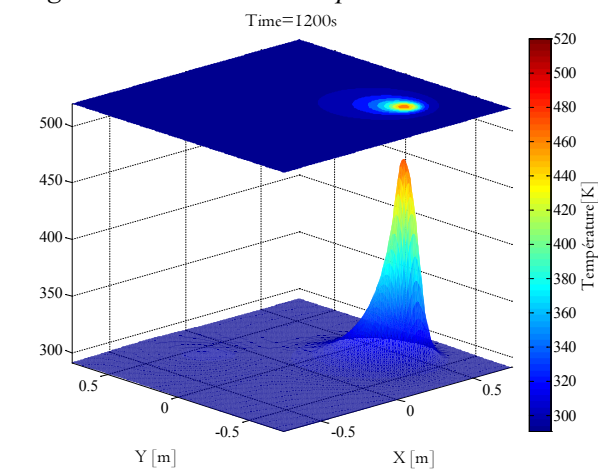


Figure 1.19. Distribution spatiale de θ à 1200s

Les pseudos mesures (résultats de simulation numérique bruités avec la loi $\mathcal{N}^{\circ}(0,1)$) sont obtenues aux points localisés indiqués dans la Figure 1.14. L'évolution de température mesurée aux 10 « capteurs » est présentée dans les Figure 1.20 et Figure 1.21.

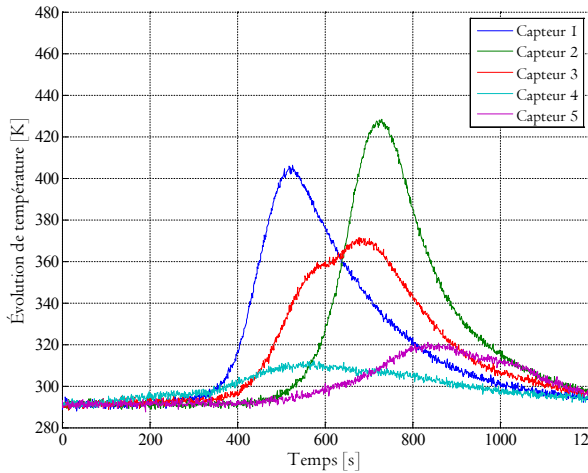


Figure 1.20. Évolution de θ bruitée pour $C_{n=1...5}$

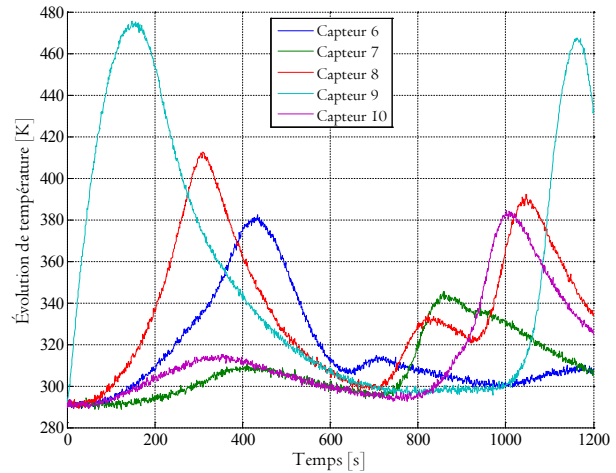


Figure 1.21. Évolution de θ bruitée pour $C_{n=6...10}$

Pour l'initialisation de l'algorithme à $k = 0$, les densités de flux sont supposées constantes $\phi_1^{k=0}(t) = 0$ et $\phi_2^{k=0}(t) = 30 \cdot 10^4$.

La procédure d'identification a convergé en **133 minutes**. Les densités identifiées sont représentées dans la Figure 1.22.

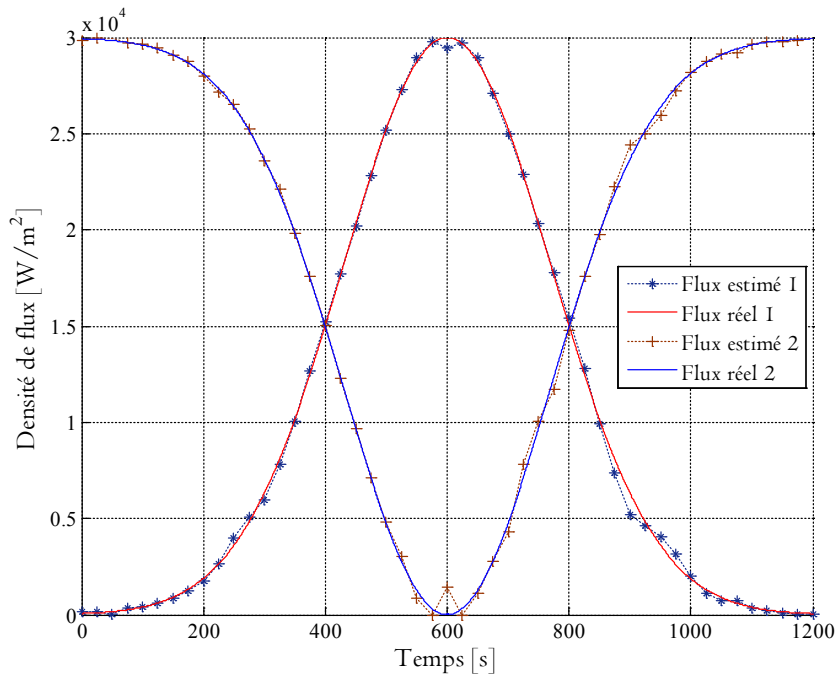


Figure 1.22. Résultat d'estimation des densités de flux (cas de densité de deux sources mobiles)

Les valeurs de critère normalisé en fonction des itérations sont présentées sur Figure 1.23.

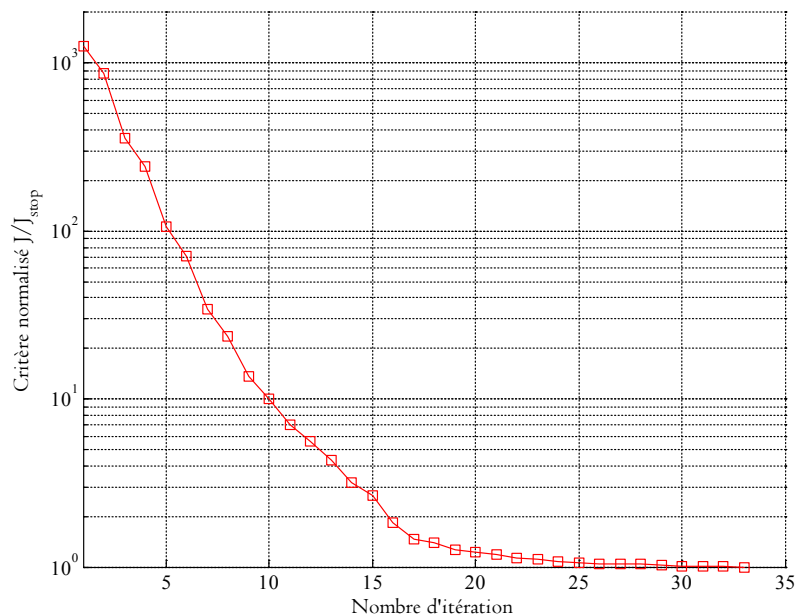


Figure 1.23. Critère normalisé d'identification (cas de densité de deux sources mobiles)

Le tableau ci-dessous synthétise les résultats numériques de ce cas d'étude avec la moyenne des résidus (K), l'écart type des résidus (K) globale et pour chaque source séparément. Le temps de calcul est important sous la condition que la valeur d'écart-type entre la température mesurée et estimée soit du même ordre de grandeur que ceci du bruit de l'hypothèse afin de confirmer la robustesse de la MGC pour résoudre ce type de problème.

Tableau 1.5. Résultats numériques de MGC hors ligne

Paramètre	Source 1	Source 2	Globale (2 sources)
$\mu_{residus}$	0.02	0.07	0.08
$\sigma_{residus}$	0.98	1.02	1.00

Les résultats précédents montrent que l'algorithme est capable d'identifier les densités de flux des deux sources. L'augmentation de la durée nécessaire à cette identification est uniquement liée à l'augmentation du nombre de paramètres inconnus.

3.4. Résultats de l'identification hors ligne du couple flux et trajectoire d'une source chauffante mobile

On suppose dans ce qui suit que la densité de flux et la trajectoire d'une source chauffante mobile sont inconnues. Afin de tester l'algorithme, on génère des pseudos mesures avec une source connue. La simulation est réalisée pour $t \in [0, 1200]$. La densité de flux de

chauffe est représentée par la fonction $\phi(t) = \phi_0 + \phi_{\max} \left(1 - e^{-(t-\alpha)^2 / (2\beta^2)} \right)$ (W/m^2) (avec $\alpha = 600$, $\beta = 150$, $\phi_0 = 5000$ et $\phi_{\max} = 25000$). Elle est supposée uniforme sur un disque mobile $D(I(t), r)$ de centre $I(x_s(t), y_s(t))$ et de rayon r . Cette fonction est discrétisée par un pas de discrétisation $\tau = 20$ secondes et celle-ci est schématisée dans la Figure 1.24. La trajectoire de cette source est représentée dans la Figure 1.25.

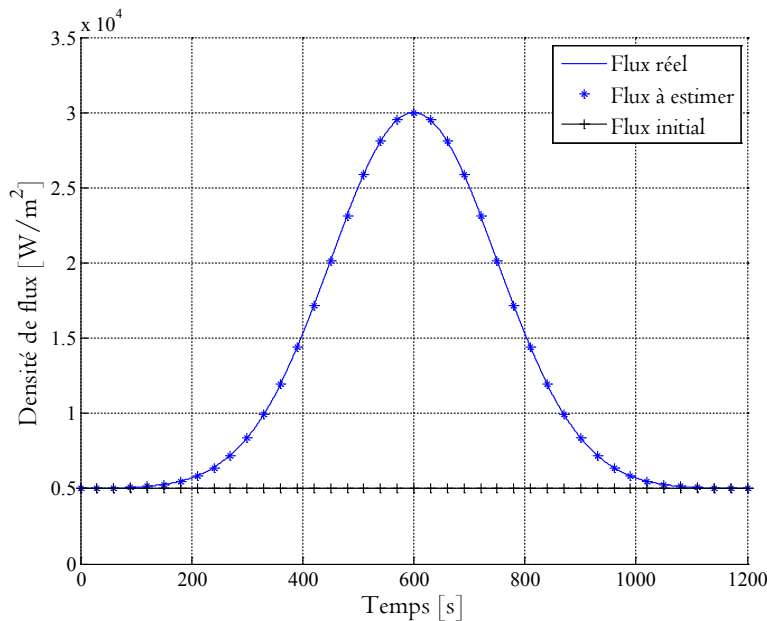


Figure 1.24. Densité de flux réel (identification du couple flux & trajectoire)

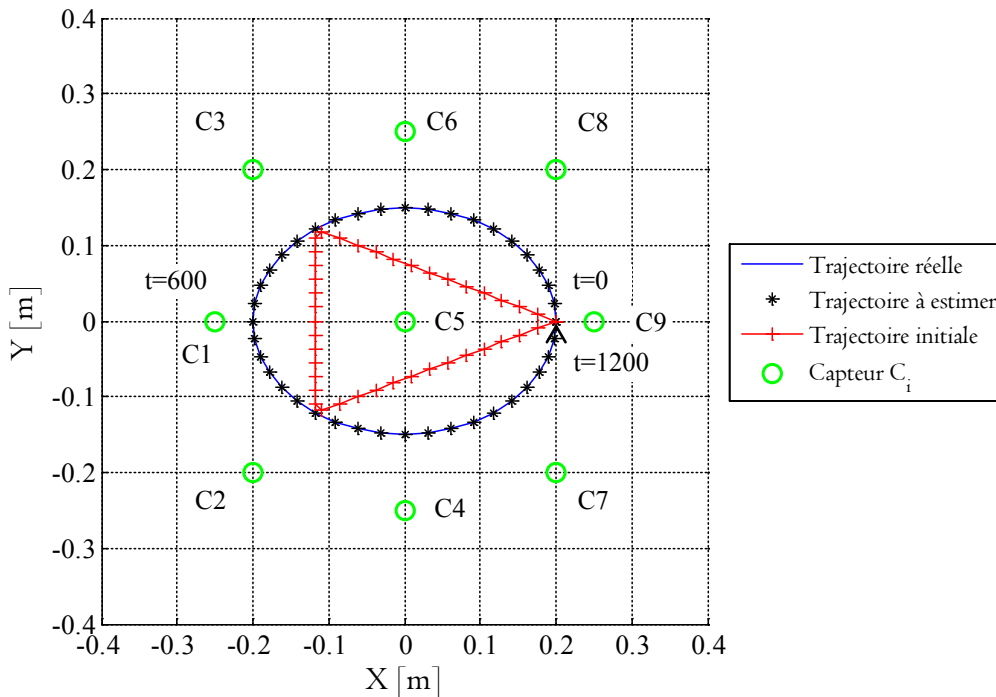


Figure 1.25. Trajectoire de source (cas de couple de d'une source mobile)

En résolvant le problème direct (1.4) avec les valeurs des paramètres du Tableau 1.2, on obtient la distribution spatio-temporelle de température présentée Figure 1.26 à Figure 1.29.

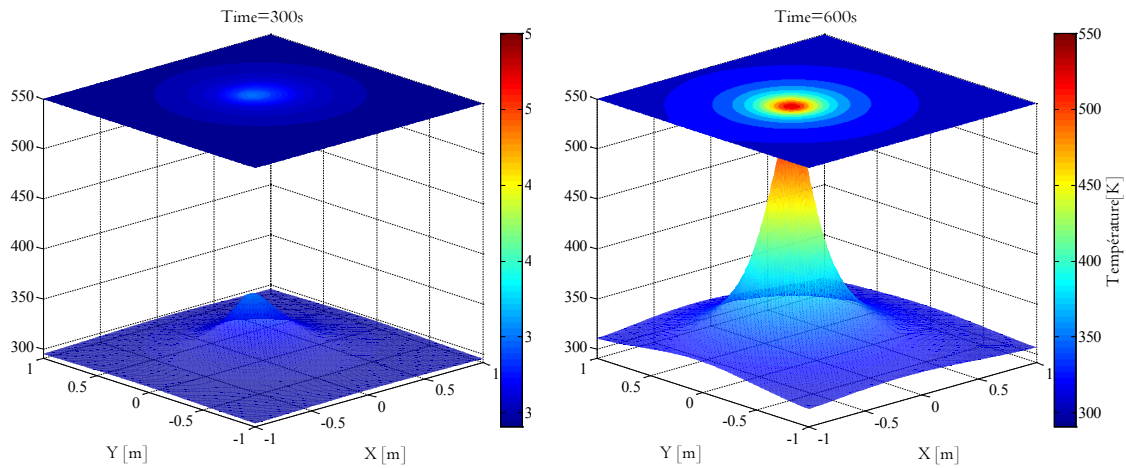


Figure 1.26. Distribution spatiale de θ à 300s Figure 1.27. Distribution spatiale de θ à 600s

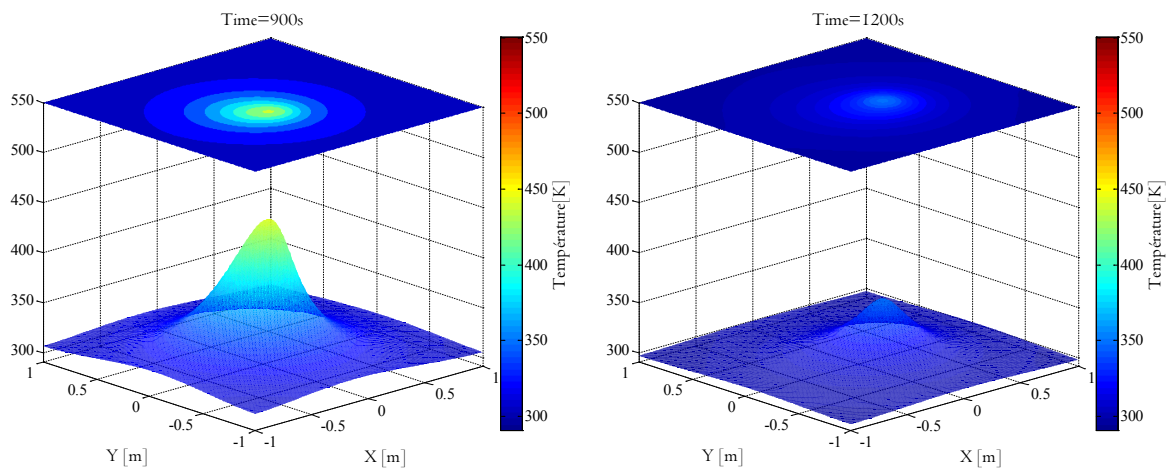


Figure 1.28. Distribution spatiale de θ à 900s Figure 1.29. Distribution spatiale de θ à 1200s

La procédure de l'identification de la densité $\phi(t)$ et de la trajectoire $I(x_s(t), y_s(t))$ est plus complexe. On pourrait à tort imaginer que différents couples flux & trajectoire conduisent aux mêmes observations mais cela n'est pas le cas sauf pour des cas très spécifiques. Les observations (pseudo mesures) sont réalisés aux « capteurs » $C_{n=1,2,\dots,9}$ dont la localisation est présentée Figure 1.25. L'évolution de température mesurée par ces 9 capteurs est présentée dans la Figure 1.30 ci-dessous. Ces données numériques pour simuler les mesures des capteurs sont bruitées $\mathcal{N}^\circ(0,1)$.

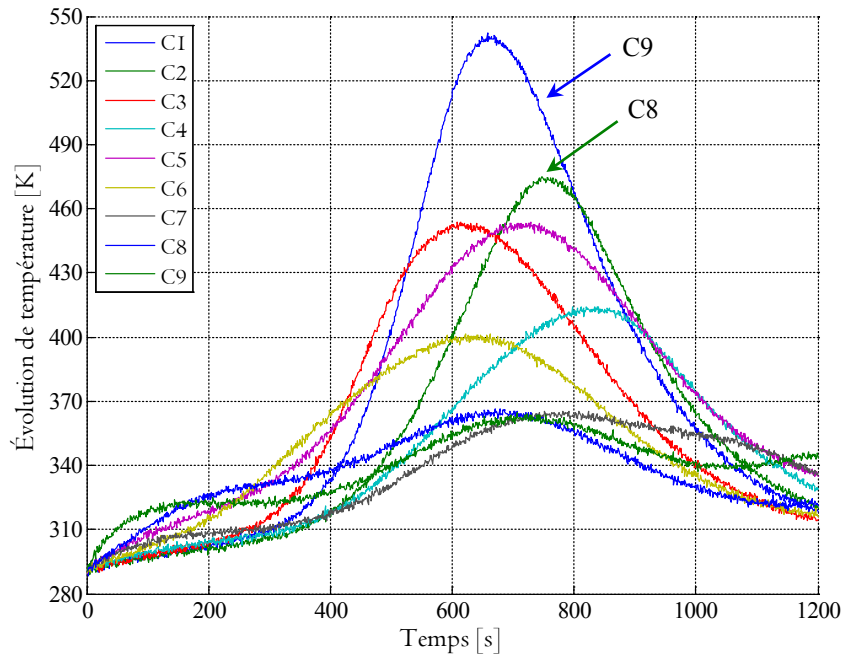


Figure 1.30. Évolution de la température bruitée des capteurs

L'algorithme de la méthode du gradient conjugué basée sur la méthode de régularisation itérative du gradient conjugué hors ligne présenté dans le paragraphe 3.1 ci-dessus a été mise en œuvre afin d'identifier le couple de la densité de flux de chauffe $\phi_1(t)$ et de la trajectoire de la source $I(x_s(t), y_s(t))$.

Pour initialiser l'algorithme à l'itération $k=0$, la densité de flux chauffante est supposée nulle $\phi_1^{k=0}(t) = 0$ et la trajectoire initiale est présentée Figure 1.25.

La procédure d'identification a convergé en **546 minutes**. A l'issue du processus d'identification, on a :

- ✓ Temps d'identification globale : $t_{identif} = 546(\text{min})$
- ✓ Moyenne des résidus de température : $\mu_{residus} = -0.04(K)$
- ✓ Écart-type des résidus de température : $\sigma_{residus} = 1.05(K)$

La densité de flux identifiée ainsi que la trajectoire identifiée sont montrées dans les figures suivantes :

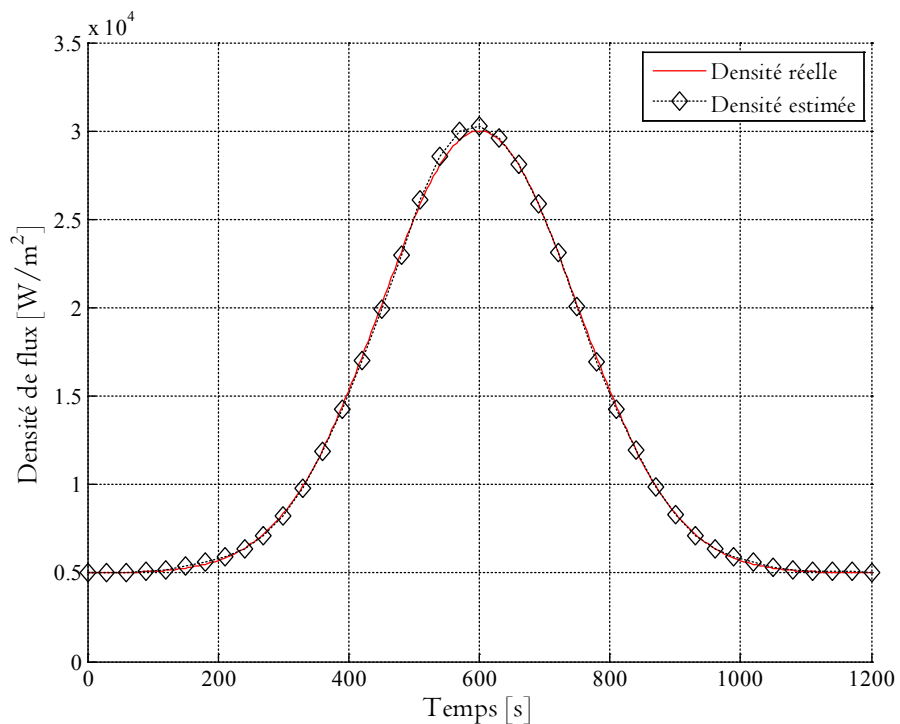


Figure 1.31. Estimation de trajectoire de flux

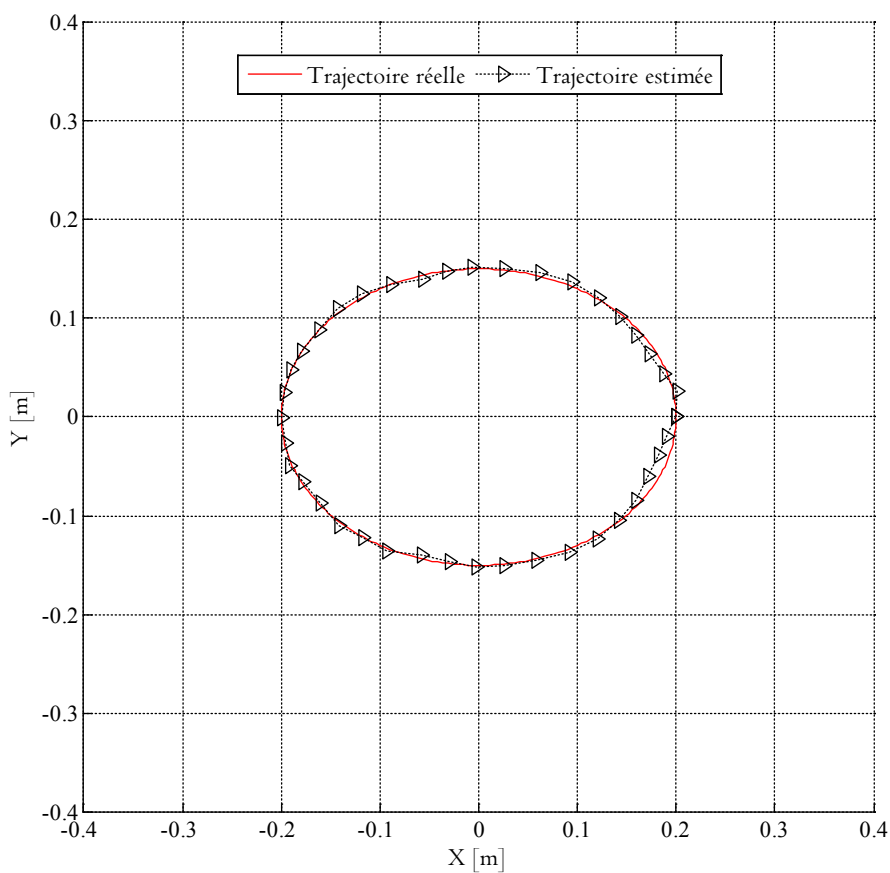


Figure 1.32. Estimation de densité de flux

Les valeurs de critère normalisé des itérations sont schématisées sur la Figure 1.33.

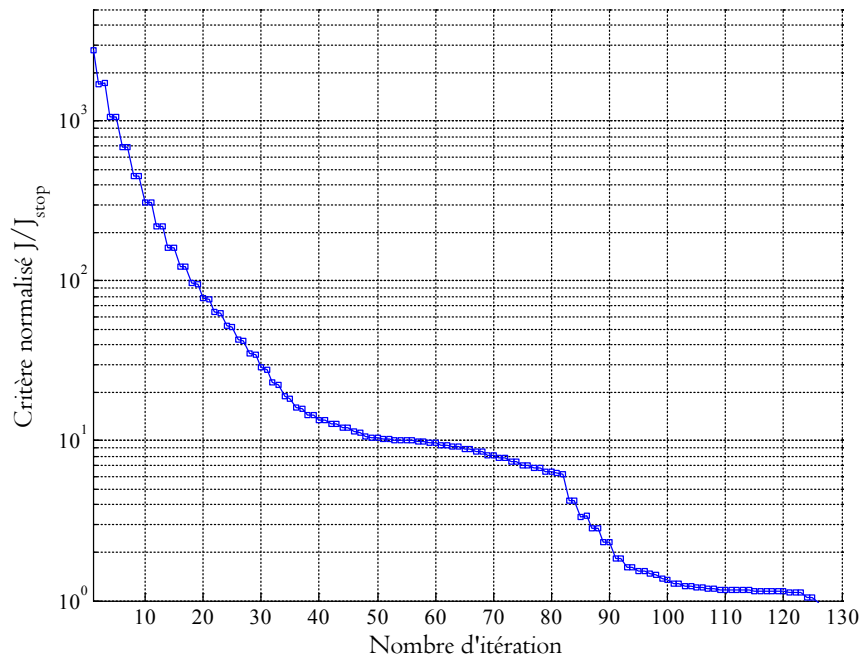


Figure 1.33. Évolution du critère (cas du couple d'une source)

L'ensemble des résultats présentés ci-dessus montrent que la méthode est précise, peu affectée par le bruit de mesure à la manière de l'hypothèse d'un écart-type constant, capable d'identifier plusieurs sources et d'identifier le couple densité de flux & trajectoire. Quand le nombre de paramètre augmente, l'identification nécessite d'importants temps de calcul. Sur le dernier exemple, il faut environ 9h pour identifier hors ligne le flux et la trajectoire (toutes les 20 secondes) d'une source chauffante mobile lors d'une expérimentation de 20 minutes.

4. Identification en ligne des sources chauffantes mobiles

Les résultats des trois campagnes ci-dessus concernant l'identification hors ligne de la densité de flux de chauffe et de la trajectoire des sources mobiles ont mis en évidence l'efficacité ainsi que la robustesse de la méthode du gradient conjugué. Les paramètres inconnus sont identifiés selon le temps de calcul total indiqué dans le Tableau 1.6 sachant que l'expérimentation (recueil des observations) est d'une durée de 20 minutes.

Tableau 1.6. Temps de calcul de l'algorithme de MGC hors ligne

Configuration pour l'identification	Temps de calcul
la densité de flux d'une source	57 minutes
les densités de flux de deux sources	2 heures 12 minutes
le couple densité et trajectoire d'une source	9 heures et 5 minutes

L'inconvénient majeur de cette méthode d'identification dite hors ligne est qu'il faut attendre jusqu'à la fin de l'expérimentation avant de pouvoir commencer à identifier les paramètres inconnus. En outre, le temps nécessaire de calcul est très important selon la complexité des problèmes (la densité de flux et la trajectoire), la discrétisation des paramètres inconnus (nombre de fonctions de chapeaux), etc., ainsi que le nombre de mesures de température. Pour pallier cet inconvénient, on traite les températures mesurées au cours de l'acquisition en adaptant la méthode du gradient conjugué pour une mise en œuvre en « continu » c'est-à-dire quasi en ligne.

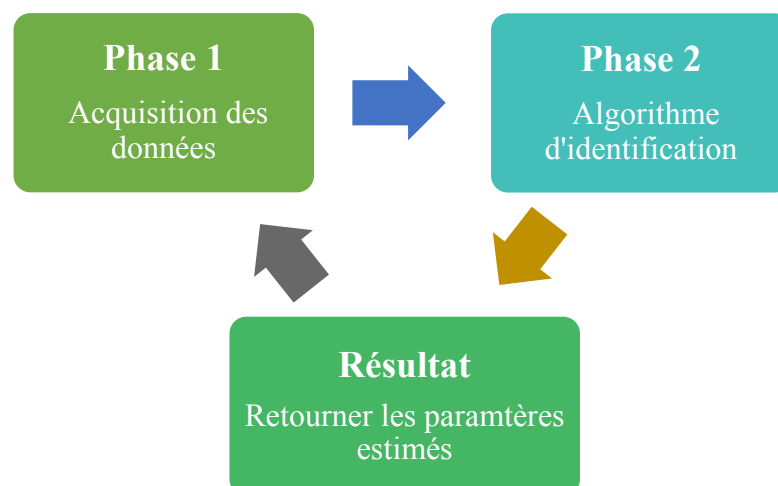


Figure 1.34. Présentation de méthode d'identification en ligne

Au lieu de réaliser séparément la phase 1 « *acquisition des données* » et ensuite la phase 2 « *algorithme d'identification* » afin d'obtenir le résultat estimé des paramètres en suivant la méthode d'identification hors ligne, voir Figure 1.4, nous réalisons séquentiellement les deux phases (phase 1 et phase 2 alternativement). Une fois que l'on obtient le résultat d'estimation « en cours d'expérimentation », il faut répéter la réalisation de phase 1 et de la phase 2 jusqu'à ce que l'ensemble des données de l'expérimentation ait été pris en compte.

Afin de réaliser la méthode d'identification en ligne basée sur la méthode du gradient conjugué, nous avons développé la méthode de régularisation itérative en considérant une initialisation prédictive avec une taille de fenêtre automatique basée sur les travaux de la thèse DARC-EDP^[1] menés par Alban VERGNAUD.

4.1. Présentation de l'algorithme de la méthode du gradient conjugué en ligne

Dans ce qui suit, l'algorithme d'identification quasi en ligne dédié à l'identification du couple « densité de flux & trajectoire » d'une source chauffante mobile est présenté. Cet algorithme général sera appliqué aux autres cas étudiés dans cette thèse : (1) identification de la densité de flux d'une unique source chauffante mobile dont on connaît la trajectoire ; (2) identification de deux densités de flux pour deux sources dont les trajectoires sont connues ; (3) identification du couple « densité de flux & trajectoire » d'une source chauffante mobile.

Pour ce faire, il faut considérer l'intervalle de temps correspondant aux mesures prises en compte pour l'identification. Cette « fenêtre » est notée \mathcal{T}_i et l'initialisation des paramètres inconnus (densité de flux et/ou trajectoire) est proposée à partir des valeurs identifiés sur l'intervalle de temps précédent \mathcal{T}_{i-1} .

4.1.1. Détermination de l'intervalle \mathcal{T}_i

La taille de fenêtre automatique nous permet de déterminer l'intervalle de temps correspondant aux mesures pris en compte pour l'identification. Cet intervalle est inchangé tant que le critère d'évaluation ne satisfait pas à la condition d'arrêt, autrement dit, tant que le critère est supérieur à J_{stop} .

Bien évidemment la taille des fenêtres temporelles \mathcal{T}_i influent sur les résultats de l'identification : trop petites, l'identification séquentielle n'est pas satisfaisante car trop peu de données sont prises en compte, alors que trop grandes, le temps d'identification pour

[1] Déploiement Adaptatif d'un Réseau de Capteurs mobiles pour optimiser le suivi d'un phénomène en mouvement régi par des Equations aux Dérivées Partielles

traiter toutes les mesures devient rédhibitoires (on s'approche de l'identification hors ligne).

Les intervalles de temps notés $\mathcal{T}_i \subset \mathcal{T} = [0, t_f]$ tels que $\cup \mathcal{T}_i = \mathcal{T}$ sont définis comme $\mathcal{T}_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$. La détermination de ces bornes est essentielle pour le succès de l'identification en ligne. Nous proposons un algorithme qui permet de calculer la longueur de l'intervalle de temps d'identification en se basant sur les valeurs de la fonction de coût et de critère d'arrêt. A chaque nouvelle acquisition (toutes les secondes) il s'agit de vérifier si les mesures (observations) sont en accord avec les paramètres identifiés à partir de l'intervalle précédent. Pour ce faire on extrapole les précédents paramètres pour proposer sur le nouvel intervalle testé des nouvelles densités de flux et/ou des nouvelles trajectoires de la source.

Algorithme de détermination de l'intervalle d'estimation \mathcal{T}_i

Étape 1 : initialisation

➤ La taille de fenêtre est de 1 seconde $\mathcal{T}_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$ avec $\tau_i^+ = \tau_i^- + 1$

Étape 2 : calculer la fonction de coût sur l'intervalle \mathcal{T}_i compte tenu de la valeur prédite des densités de flux de chaleur Φ et des trajectoires I obtenues sur \mathcal{T}_{i-1}

$$J(\theta; \phi, I) = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{T}_i} \sum_{n=0}^{N_c} (\theta(C_n, t; \phi, I) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt$$

Étape 3 : vérification de la condition

Si $J(\theta; \phi, I) \leq \kappa J_{stop}$ (avec κ est un coefficient de réglage)

$\tau_i^+ = \tau_i^+ + 1$ et retour à l'étape 2

Sinon

lancer le processus d'identification sur $\mathcal{T}_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$

Fin d'algorithme

Le fonctionnement de cet algorithme a besoin des valeurs prédites des densités de flux de chaleur et des trajectoires obtenues sur \mathcal{T}_{i-1} .

4.1.2. Détermination de valeur prédite des densités de flux Φ sur \mathcal{T}_i

Dans le cas d'une identification sans prédiction, les valeurs initiales des paramètres sur l'intervalle $\mathcal{T}_{i+1} = [\tau_{i+1}^-, \tau_{i+1}^+]$ sont généralement les valeurs initiales supposées lors du premier lancement de l'algorithme d'identification $\zeta_{\mathcal{T}_{i+1}}^{k=0} = \zeta_{t=0}^{k=0} = \zeta_0$ (voir un exemple Figure 1.35).

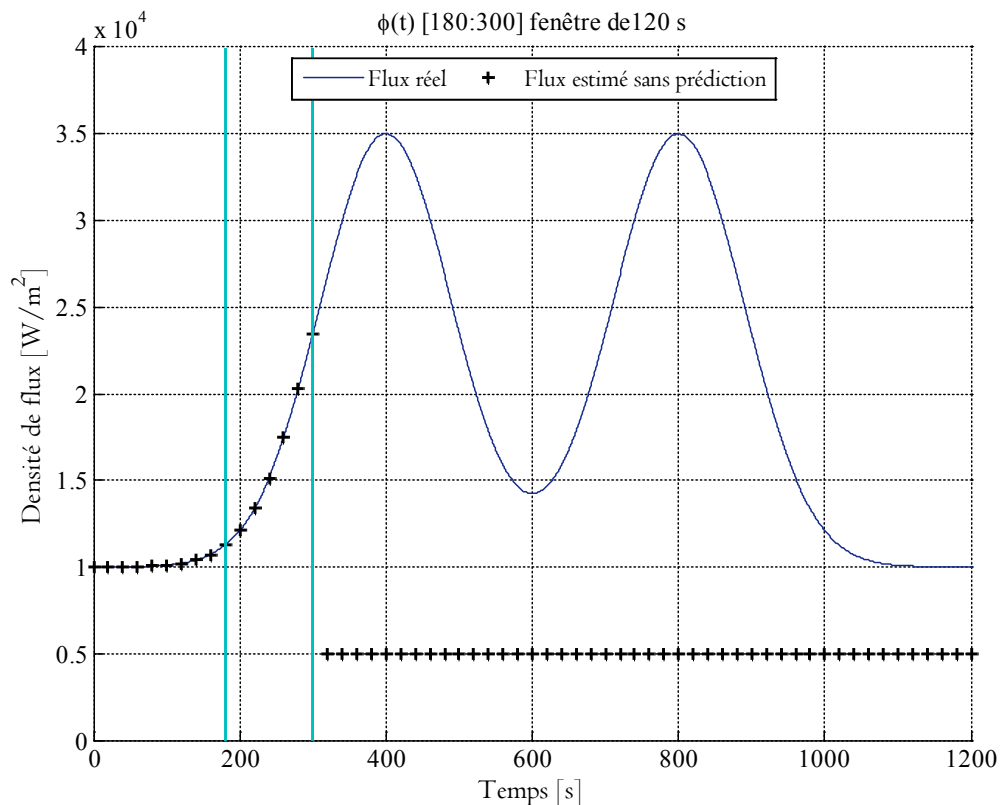


Figure 1.35. Identification de flux sans prédiction

Cela ne correspond pas forcément à une situation réaliste aussi différentes initialisations des valeurs des paramètres inconnus sur \mathcal{T}_{i+1} peuvent être proposées à partir de l'évolution sur \mathcal{T}_i :

- **Méthode 1** : les valeurs initiales des paramètres inconnus ζ pour le prochain intervalle de temps sont identiques et égales à la valeur identifiée au dernier instant de l'intervalle précédent : $\zeta_{\mathcal{T}_{i+1}}^{k=0} = \zeta_{\mathcal{T}_i}(t = \tau_i^+)$.

En améliorant cette méthode, nous proposons la deuxième méthode comme suivante :

- **Méthode 2** : les valeurs initiales des paramètres inconnus ζ pour le prochain intervalle de temps sont obtenues à partir d'un segment de droite $\zeta(t) = at + b$ avec les coefficients a et b calculés à partir de l'intervalle \mathcal{T}_i . Ces deux méthodes sont illustrées pour un exemple sur la Figure 1.36 ci-après.

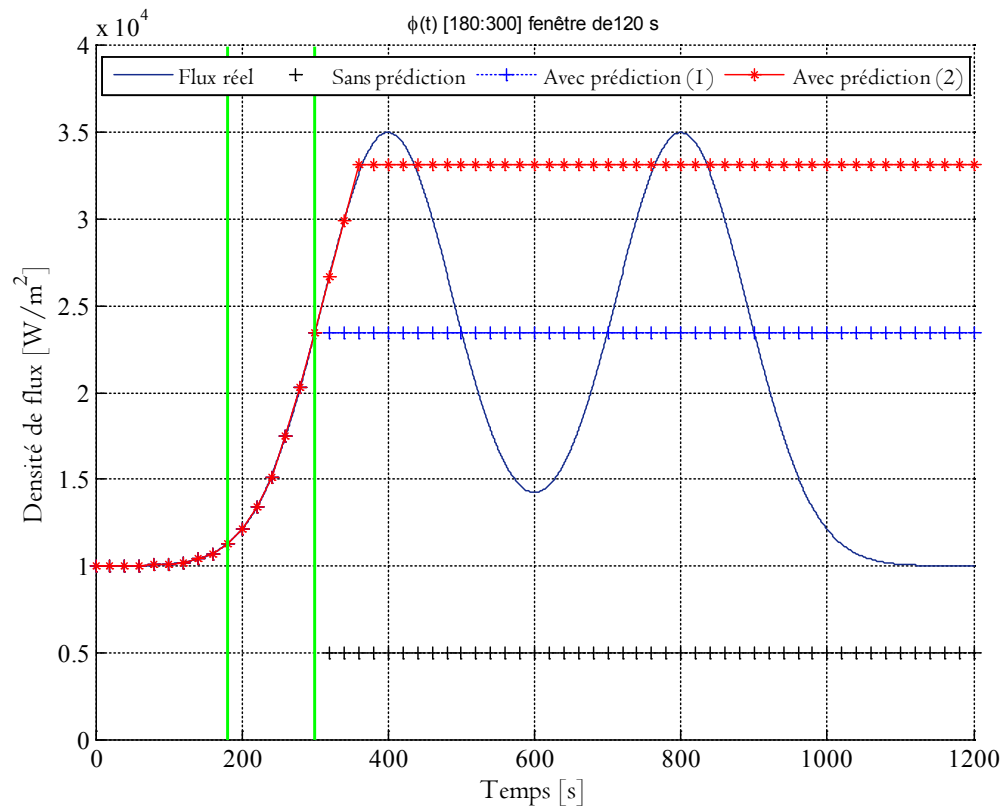


Figure 1.36. Identification de flux avec prédiction

4.1.3. Algorithme du MGC pour l'estimation en ligne du couple de flux et trajectoire

Grâce aux algorithmes proposés auparavant afin de déterminer l'intervalle de temps d'identification \mathcal{T}_i ainsi que les valeurs initialisées des paramètres inconnus sur cette fenêtre, nous pouvons mettre en place l'algorithme de la méthode du gradient conjugué en ligne prédictive avec taille de fenêtre automatiquement adaptative. Cette méthode est basée sur les méthodes de régularisation itérative pour un couple de la densité de flux et de la trajectoire d'une source mobile comme un exemple.

Pour ce faire, l'algorithme se commence à déterminer la fenêtre d'estimation en comparant la valeur de fonction de coût avec le critère d'arrêt. Sur cet intervalle, il faut initialiser les valeurs des inconnus en utilisant une de deux méthodes proposées pour avoir une initialisation. Finalement, l'algorithme du MGC en ligne s'applique sur cette fenêtre.

Algorithme du MGC pour l'estimation du flux et trajectoire d'une source mobile sur \mathcal{T}_i

Étape 1 : initialisation

- Détermination l'intervalle de temps $\mathcal{T}_i = [\tau_i^-, \tau_i^+]$.
- Choisir un vecteur d'état initial :
 - la densité de flux $\phi^{k=0}(t)$
 - la trajectoire de la source mobile $I^{k=0}(t) = (x_s^{k=0}(t), y_s^{k=0}(t))$
- Type de l'identification : FT=1 (1 : le flux et 0 : la trajectoire) & Initialisation $k = 1$.

Étape 2 : mise en place de l'algorithme itératif

Tant que

- **Résolution du problème direct et calcul de critère $J(\phi^k(t); I^k(t))$**
 - Récupération des mesures $\theta(C_n, t; \phi^k(t); I^k)$ aux positions des capteurs n .
 - Calcul du critère $J(\phi^k(t); I^k(t))$.
 - Si $J(\phi^k(t); I^k(t)) \leq J_{stop}$ ou que $k \geq iter_{max}$ ou que $\tau_i^+ = t_f$

FIN DE L'ALGORITHME SUR \mathcal{T}_i (aller à l'étape 4)
- **Résolution du problème adjoint et calcul du gradient de la fonctionnelle**
 - Si FT=1
 - Déterminer le gradient $\overline{\nabla J} = \overline{\nabla J}_\phi$, tandis que $\overline{\nabla J}_I^k = 0$ et $\delta I(t) = 0$.
 - Sinon comme FT=0
 - Déterminer le gradient $\overline{\nabla J}^k = \overline{\nabla J}_I^k$, tandis que $\overline{\nabla J}_{\phi(t)} = 0$ et $\delta \phi(t) = 0$.
 - Calcul de la direction de descente $\overline{d}^{k+1} = -\overline{\nabla J}^k + \beta^k \overline{d}^k$
 - où $\beta^k = \frac{\|\overline{\nabla J}^{k+1}\|^2}{\|\overline{\nabla J}^k\|^2}$ (avec $\|\cdot\|$ la norme Euclidienne et $\beta^{k=1} = 0$).
- **Résolution du problème de sensibilité dans la direction de descente**
 - Calcul de variation de température $\delta \theta(x, y; t)$ dans la direction de descente \overline{d}^{k+1} .
 - Calcul de la profondeur de descente $\gamma^{k+1} = \text{Arg min } J(\overline{\Phi}^k - \gamma \overline{d}^{k+1})$ ($\forall \gamma \in \mathbb{R}^*$).
- **Calcul de la nouvelle valeur de l'itéré**
 - Si FT=1
 - la nouvelle valeur du flux de chauffe: $\phi^{k+1}(t) = \phi^k(t) + \gamma^{k+1} \overline{d}_\phi^{k+1}$
 - Sinon comme FT=0
 - la nouvelle valeur de la position de source: $I^{k+1} = I^k + \gamma^{k+1} \overline{d}_I^{k+1}$
 - aller à l'étape 2 $k \leftarrow k + 1$

Étape 3 : Changement de paramètre

- Si FT=0 alors FT=1 (resp. si FT=1 alors FT=0)
- $k=1$ et recommencer à l'étape 2

Étape 4 : Changement de la fenêtre temporelle

- Voir algorithme du paragraphe 4.1.1
 - Initialisation prédictive
-

Cet algorithme de la méthode du gradient conjugué en ligne basée sur la méthode de régularisation itérative est mis en œuvre dans ce qui suit pour différentes configurations.

4.2. Résultats de l'identification en ligne de la densité de flux d'une source mobile

Ce paragraphe se présente l'étude sur la méthode de l'identification *en ligne* de la densité d'une source chauffante mobile sur la plaque. Cet exemple a été traité hors ligne dans le paragraphe 3.2. Par souci de commodité sont présentés ci-dessus le flux qu'il s'agit d'identifier (Figure 1.37), la trajectoire connue de la source (Figure 1.38). Les « pseudos mesures » sont présentées Figure 1.11.

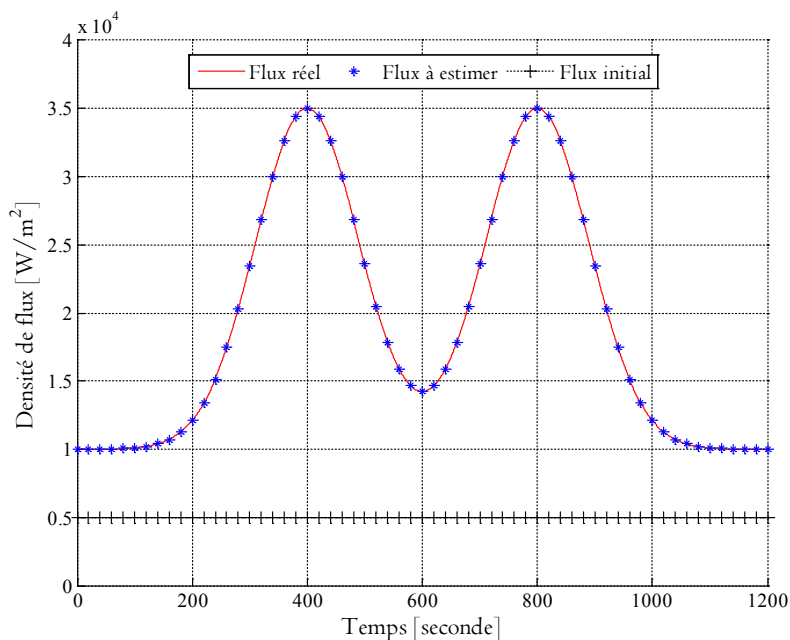


Figure 1.37. Densité de flux réel (MGC en ligne)

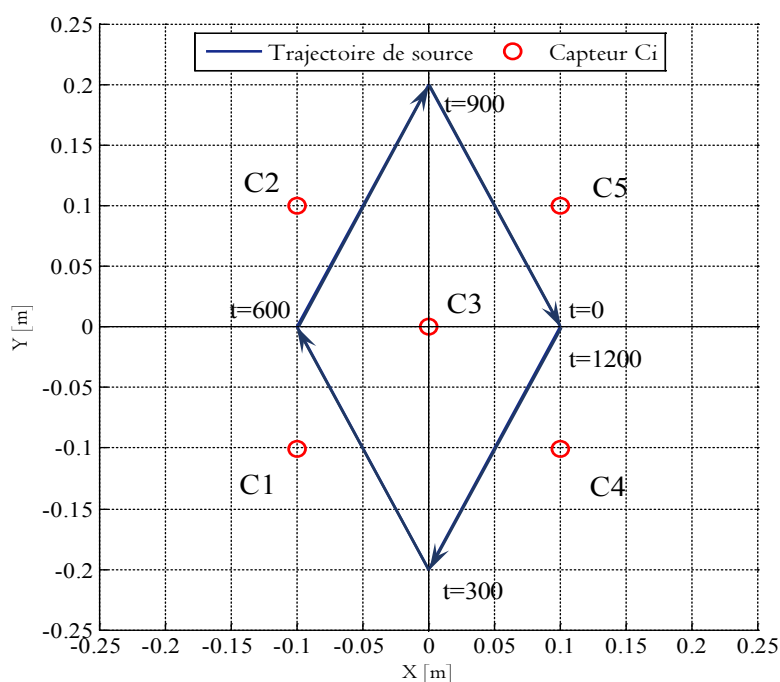


Figure 1.38. Trajectoire de source chauffante mobile

L'algorithme basé sur la méthode de régularisation itérative du gradient conjugué adaptée *en ligne* présenté dans le paragraphe 4.1 a été mis en oeuvre afin d'identifier la densité de flux de chauffe $\phi(t)$. Le critère d'arrêt $J_{stop} = \frac{1}{2} N_c N_t \sigma^2 \eta$ pris en compte afin de vérifier les valeurs de la fonction de coût $J(\theta; \phi(t))$. Pour initialiser l'algorithme à l'itération $k=0$, nous considérons que la densité de flux chauffant est nulle. Les principaux résultats de l'identification en ligne sont montrés ci-après.

En appliquant l'algorithme de la méthode du gradient conjugué basée sur la méthode de régularisation itérative en ligne à l'aide de la méthode des éléments finis mise en oeuvre, nous obtenons la résolution numérique ci-après avec le pas de discrétisation $\tau = 20s$, la densité de flux réel est schématisée la Figure 1.39.

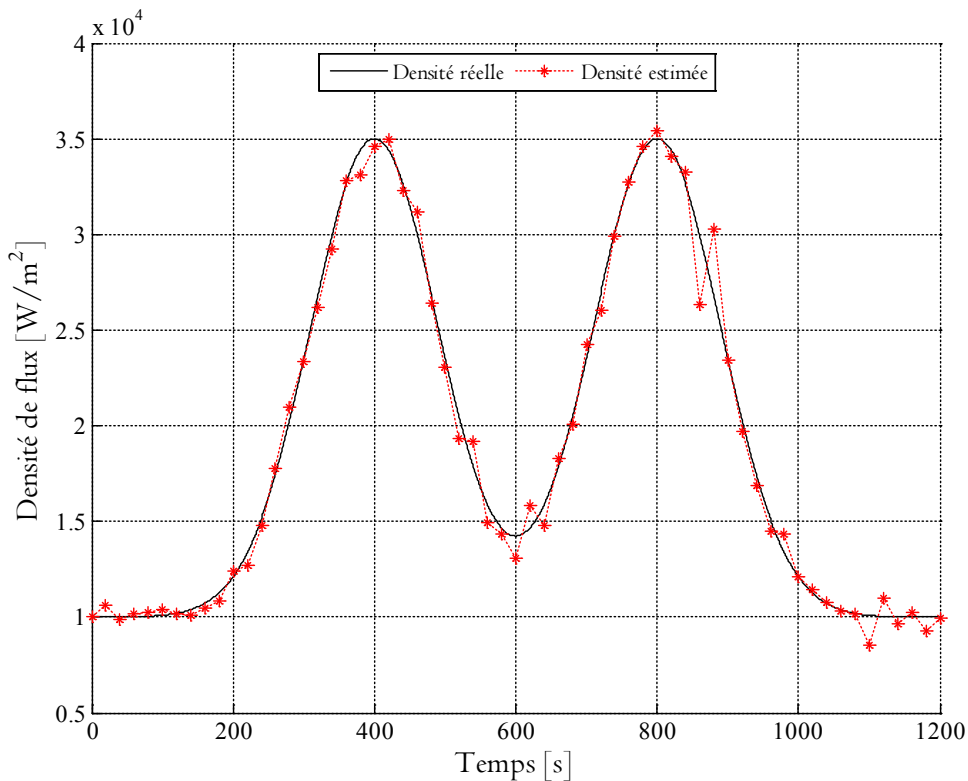


Figure 1.39. Estimation de densité (cas de densité d'une source)

Le temps requis par l'identification, la moyenne des résidus de température, l'écart type des températures sont:

- ✓ Temps d'identification globale : $t_{identif} = 1709$ secondes
- ✓ Moyenne de retards sur l'identification : $\mu_{retard} = 84$ secondes
- ✓ Moyenne des résidus de température : $\mu_{residus} = 0.12(K)$
- ✓ Écart-type des résidus de température : $\sigma_{residus} = 1.03(K)$

En rappelant la durée de la campagne de simulation de 1200 seconde (20 minutes), nous obtenons le résultat après 1709 secondes (28 minutes et 29 secondes). Cela représente donc un retard de 509 secondes (8 minutes et 29 secondes). La moyenne de retards sur l'identification est 84 secondes. L'évolution des retards au cours de la campagne d'identification est présentée dans la Figure 1.40.

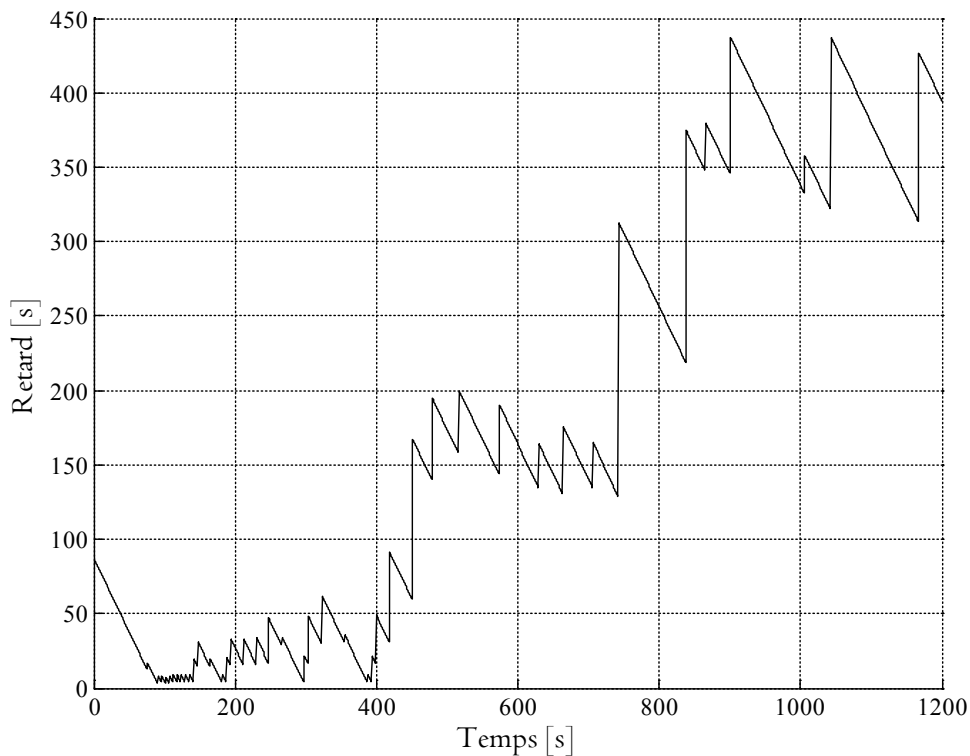


Figure 1.40. Retard d'identification (cas de la densité d'une source)

Ces résultats nous permettent de vérifier que l'estimation par la méthode du gradient conjugué en ligne est plus rapide que celle en mode hors ligne. En effet la méthode hors ligne permettait d'obtenir les résultats de l'identification 37 minutes après la dernière mesure alors que la méthode en ligne permet d'avoir les résultats en cours d'expérimentation (84 secondes de retard en moyenne) et un retard final d'environ 8 minutes 30 secondes.

4.3. Résultats de l'identification en ligne de la densité de flux de deux sources mobiles

Dans ce paragraphe, il s'agit de présenter les résultats de la méthode d'identification *en ligne* de la densité de flux de deux sources chauffantes dont on connaît la trajectoire sur la plaque. Cette configuration a été étudiée hors ligne dans le paragraphe 3.3. Les densités de flux à identifier sont rappelées Figure 1.41 alors que les trajectoires sont données Figure 1.42. Les mesures sont présentées Figure 1.20 et 1.21 pour l'ensemble de 10 capteurs fixes.

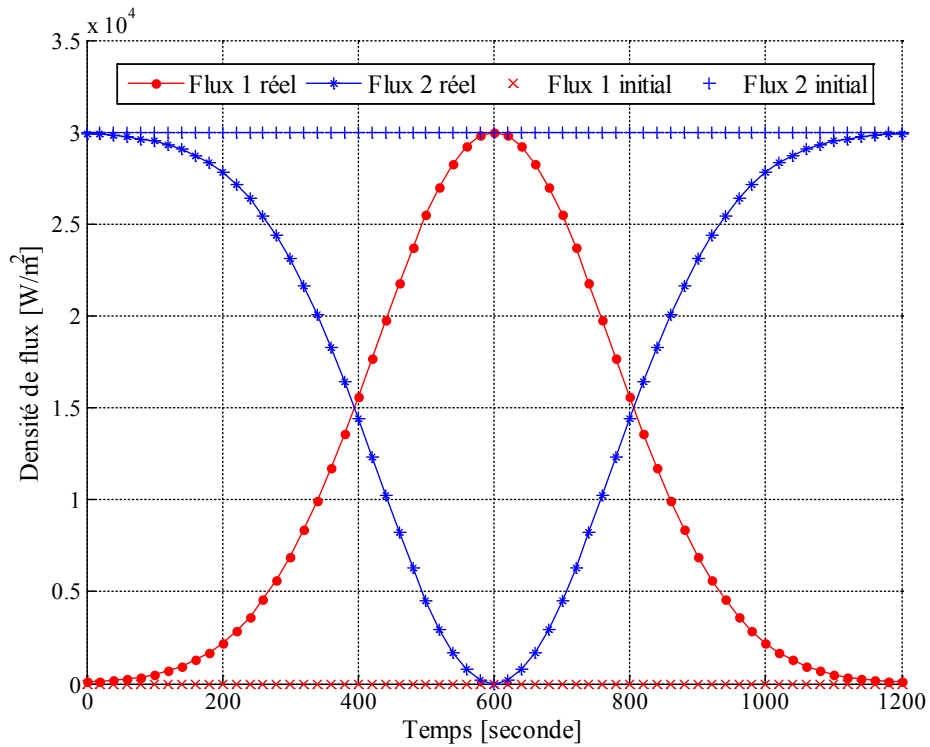


Figure 1.41. Représentation de densités de flux (MGC en ligne)

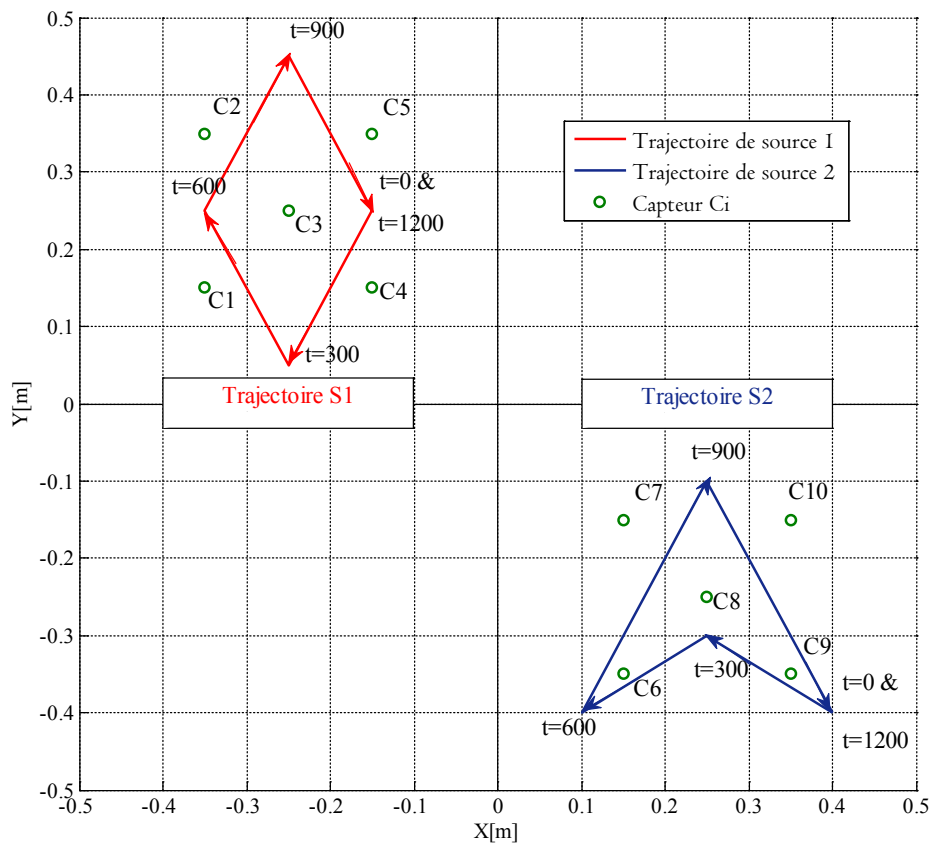


Figure 1.42. Trajectoires des sources (cas deux densités de flux)

La méthode de régularisation itérative du gradient conjugué en ligne présentée dans le paragraphe 4.1 a été mise en œuvre afin d'identifier les valeurs de deux densités de flux de chauffe $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$. Pour initialiser l'algorithme à l'étape $k = 0$, nous considérons que les valeurs discrétisées de la densité de flux chauffant comme suivantes comme suivantes $\phi_1(t) = 0$ et $\phi_2(t) = 30000$. Les résultats de l'identification sont montrés ci-après :

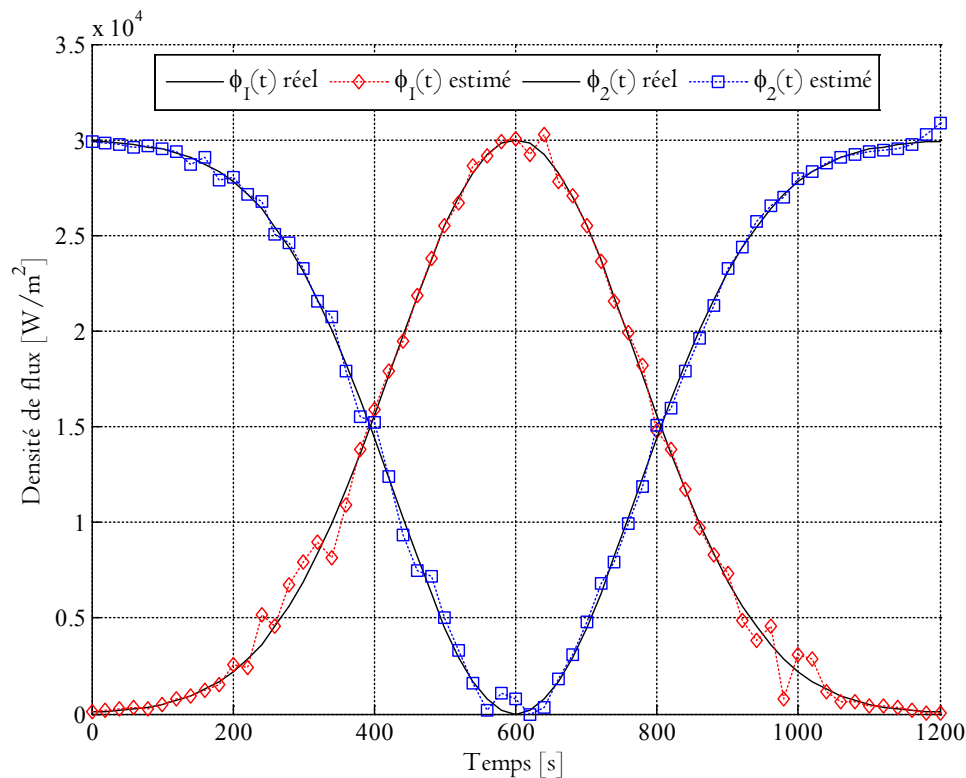


Figure 1.43. Résultats de densités estimées (cas de densités deux sources mobiles)

Le temps requis par d'identification, la moyenne des résidus de température, l'écart type des températures sont:

- ✓ Temps d'identification globale : $t_{identif} = 3449$ secondes
- ✓ Moyenne de retards sur l'identification : $\mu_{retard} = 920$ secondes

Tableau 1.7. Résultats numériques de MGC en ligne

Paramètre	Source 1	Source 2	Globale (2 sources)
$\mu_{residus}$	-0.001	0.12	0.06
$\sigma_{residus}$	1.01	1.10	1.05

En rappelant la durée de la campagne de simulation de 1200 seconde (20 minutes), nous obtenons le résultat après 3449 secondes (57 minutes et 29 secondes). Cela représente donc un retard de 2249 secondes (37 minutes et 29 secondes). La moyenne de retards sur l'identification est 920 secondes (15 minutes et 20 secondes). L'évolution des retards au cours de la campagne d'identification est présentée dans la Figure 1.41.

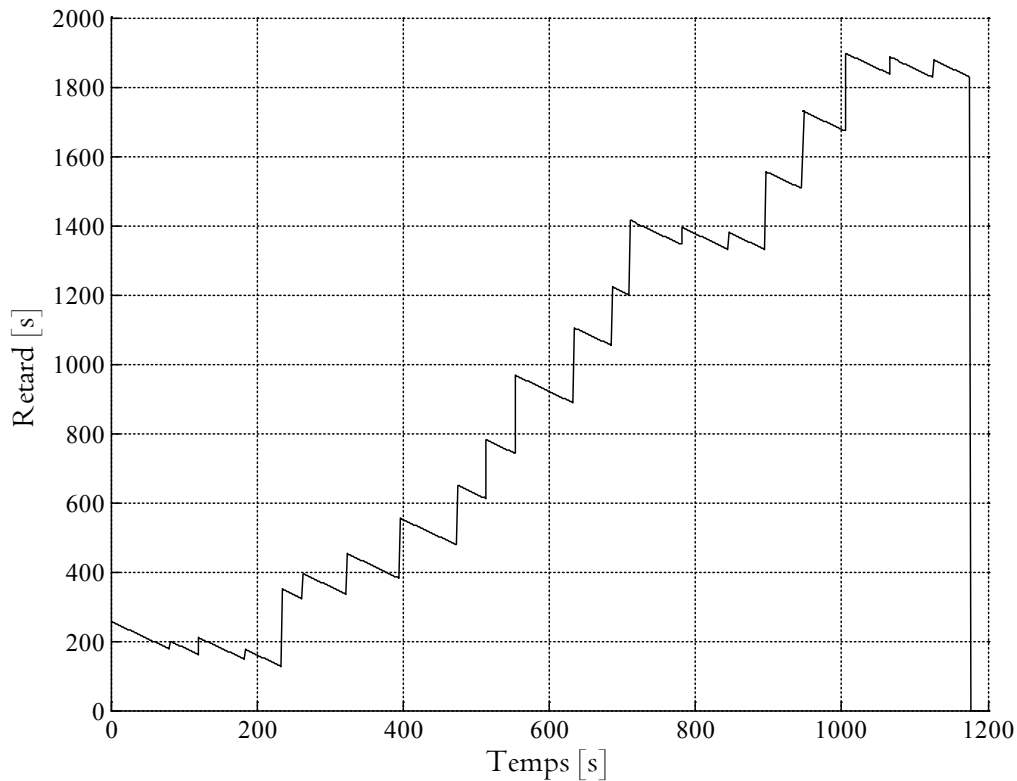


Figure 1.44. Retard d'identification (cas de densités deux sources mobiles)

La méthode hors ligne permettait d'obtenir les résultats de l'identification 112 minutes après la dernière mesure alors que la méthode en ligne permet d'avoir les résultats en cours d'expérimentation avec un retard final d'environ 37 minutes 30 secondes. Ces résultats nous montrent que la méthode du gradient conjugué en ligne est plus rapide que celle en mode hors ligne.

4.4. Résultats de l'identification du couple flux et trajectoire d'une source mobile

Dans ce qui suit, nous présentons la troisième campagne de l'estimation *en ligne* basée sur la méthode du gradient conjugué. Il s'agit d'identifier le couple « densité de flux et trajectoire » d'une source chauffante mobile. Les résultats de la méthode hors-ligne ont été montrés dans le précédent paragraphe 3.4. Rappelons qu'il s'agit d'identifier le flux présenté Figure 1.45 ainsi que la trajectoire montrée Figure 1.46 à partir des mesures

Figure 1.30. La méthode hors ligne est mise en œuvre pour identifier la densité de flux de chauffe $\phi_1(t)$ et de la trajectoire de la source $I(x_s(t), y_s(t))$. Initialement à l'itération $k = 0$, la densité de flux est $\phi_1^{k=0}(t) = 5000$ et la trajectoire initiale est montrée

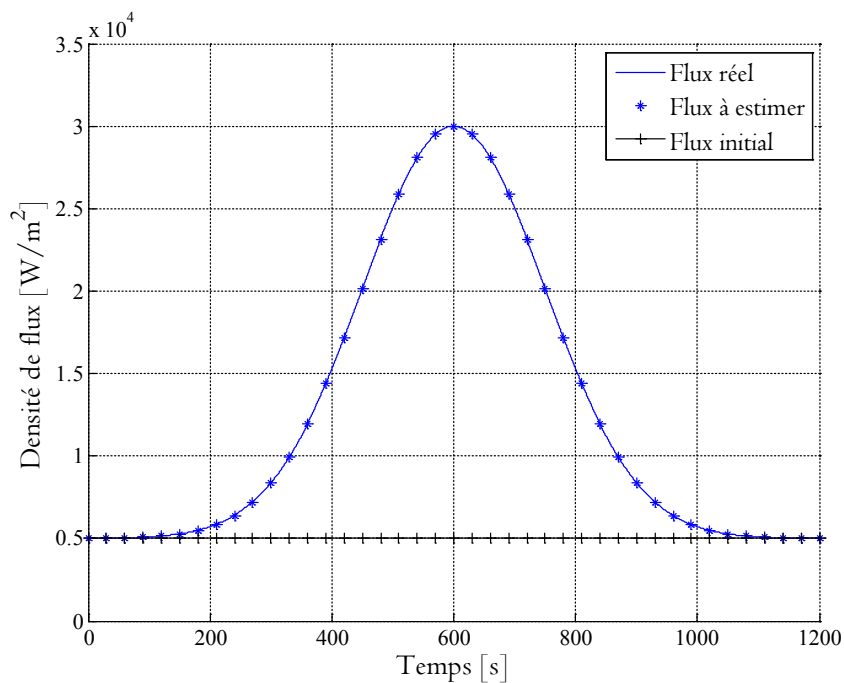


Figure 1.45. Densité de flux réel (MGC en ligne d'un couple)

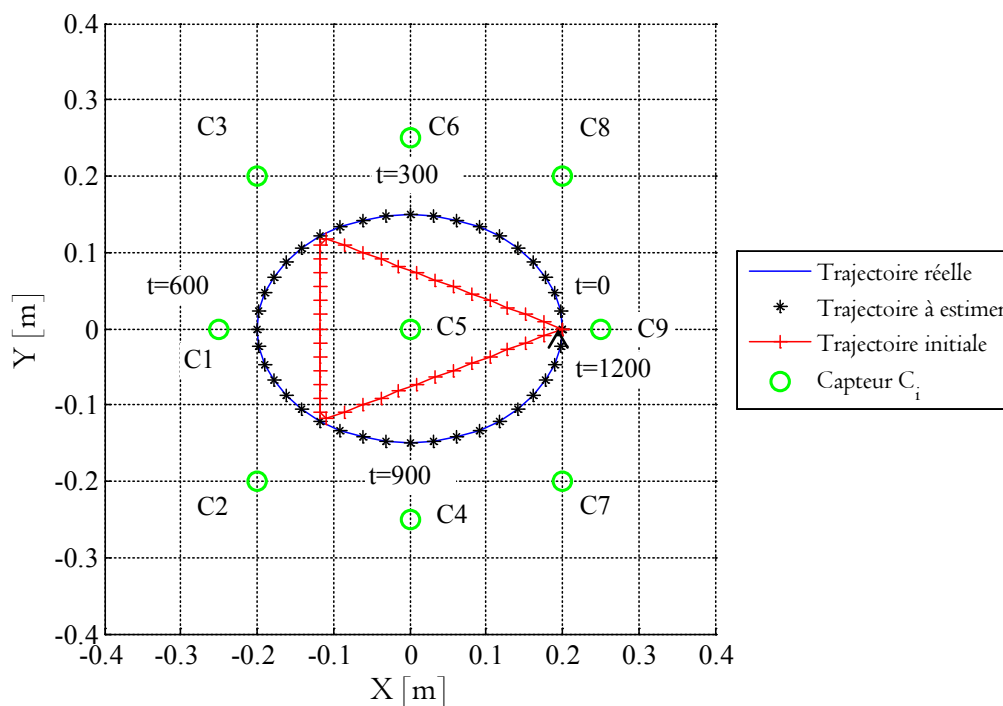


Figure 1.46. Trajectoire de source (MGC en ligne d'un couple)

Les résultats identifiés de la densité de flux et ainsi que de la trajectoire de la source mobile sont présentés dans les figures suivantes.

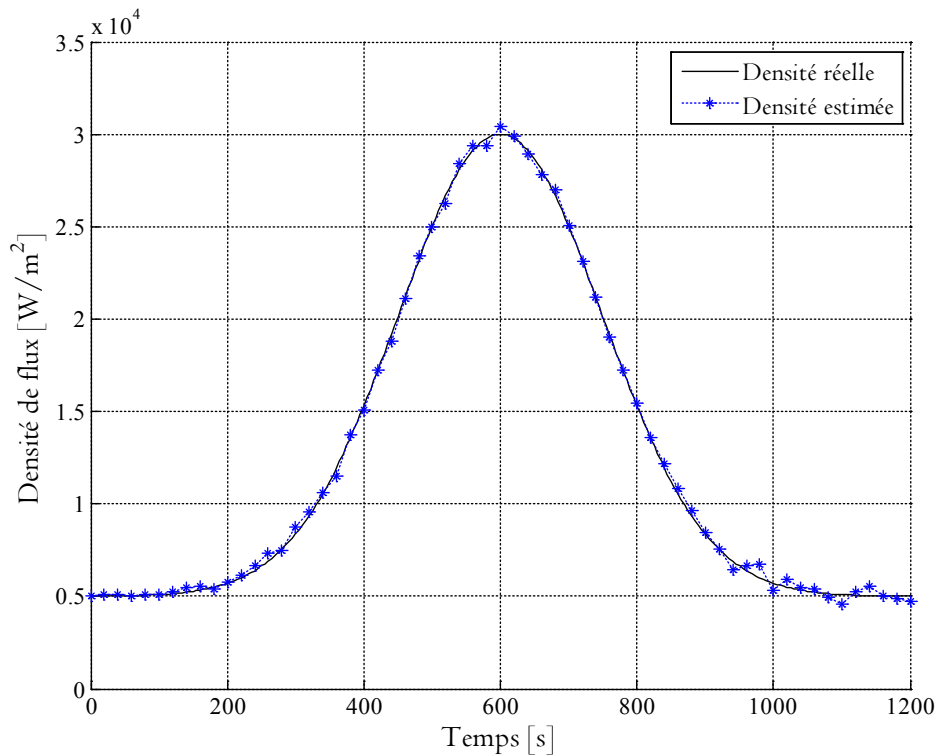


Figure 1.47. Résultats de densité estimée (MGC en ligne d'un couple)

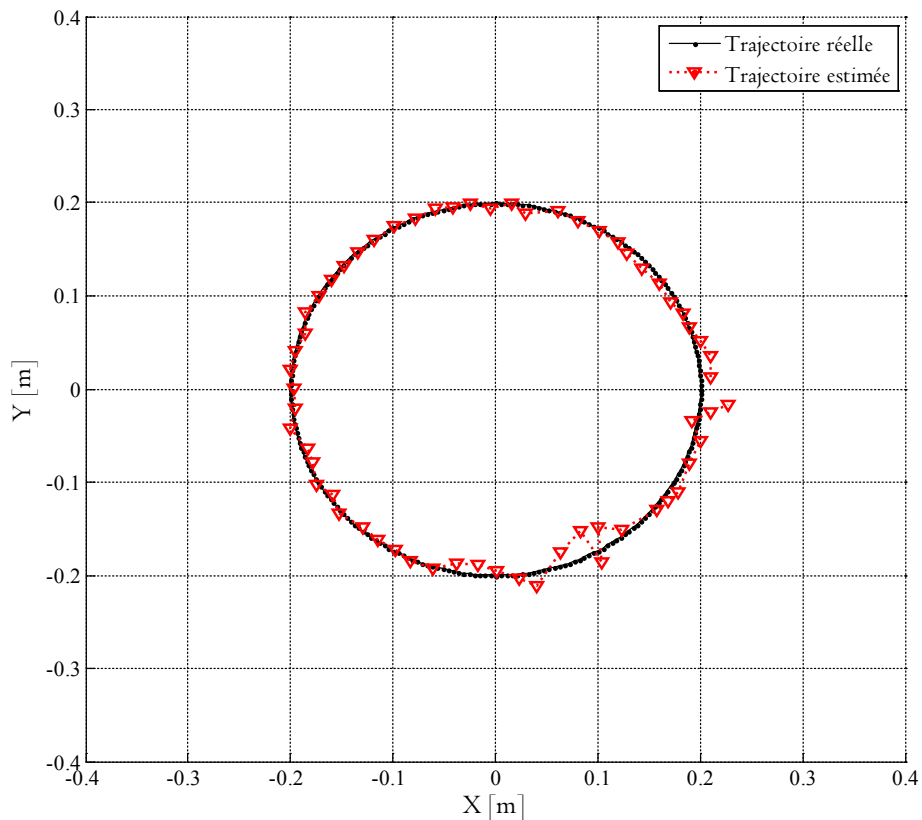


Figure 1.48. Résultats de trajectoire estimée (MGC en ligne d'un couple)

Le temps requis par l'identification, la moyenne des résidus de température, l'écart type des températures sont:

- ✓ Temps d'identification globale : $t_{identif} = 25.52$ minutes
- ✓ Moyenne de retards sur l'identification : $\mu_{retard} = 244.2$ secondes
- ✓ Moyenne des résidus de température : $\mu_{residus} = -0.3(K)$
- ✓ Écart-type des résidus de température : $\sigma_{residus} = 1.05(K)$

Il est possible d'observer que la moyenne de retards sur l'identification est 244.2 secondes. L'évolution des retards lors de cette campagne d'identification en ligne est présentée dans la Figure 1.49.

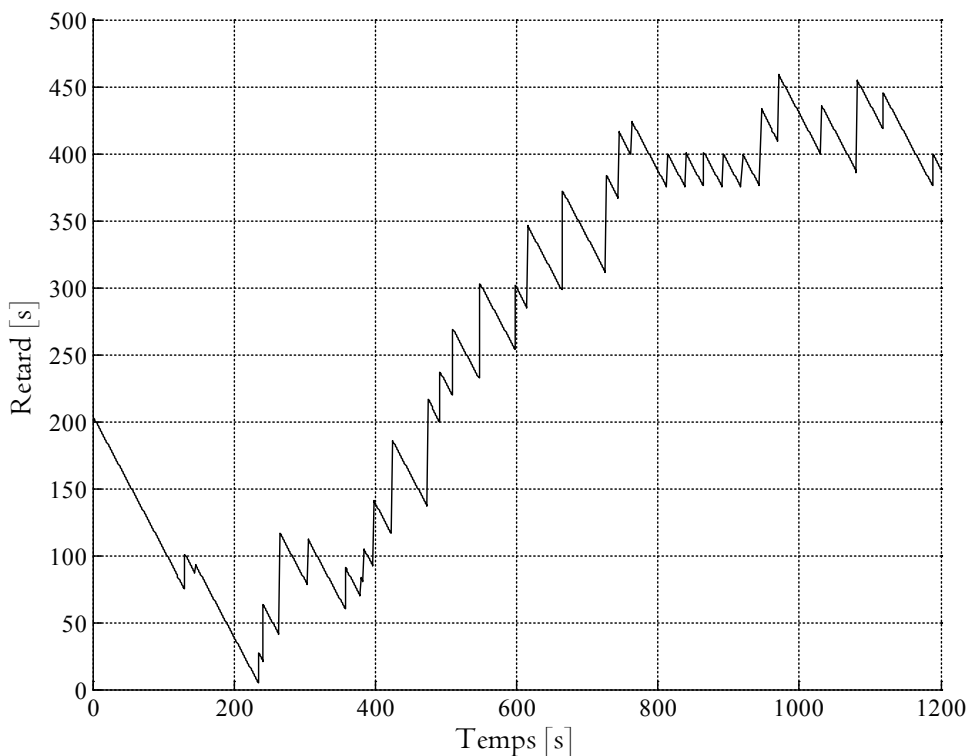


Figure 1.49. Retard d'identification (cas de densités deux sources mobiles)

La méthode hors ligne permettait d'obtenir les résultats de l'identification 525 minutes (soit 8 heures et 45 minutes) après la dernière mesure alors que la méthode en ligne permet d'avoir les résultats en cours d'expérimentation avec un retard final d'environ 7 minutes. Le retard moyen durant l'expérimentation est d'environ 4 minutes. Ces résultats nous montrent que dans cette configuration la méthode du gradient conjugué en ligne est beaucoup plus rapide que celle en mode hors ligne (le retard a été divisé par 75).

5. Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, la modélisation mathématique du système thermique étudié a été présentée. Une attention particulière a été portée aux formulations du problème direct ainsi que du problème inverse (*problème adjoint et problème de sensibilité*) afin de construire la méthodologie complète de l'identification des paramètres inconnus. La méthode de régularisation itérative du gradient conjugué a été mise en œuvre afin d'identifier la densité et la trajectoire de sources chauffantes mobiles. Pour ce faire, il est nécessaire de réaliser successivement deux phases : la phase 1 « *acquisition des données* » et ensuite la phase 2 « *algorithme d'identification* ». Selon que les mesures sont traitées à la fin de l'expérimentation (hors ligne) ou au fur et à mesure de leur acquisition (en ligne), deux méthodes sont mises en œuvre. La MGC en ligne comprend une initialisation prédictive et une adaptation automatique de la taille de fenêtre (pour les mesures).

Pour valider la méthode d'identification paramétrique proposée, nous avons réalisé plusieurs campagnes de simulations numériques en générant des « pseudos mesures » : identification de la densité de flux d'une source chauffante mobile (dont on connaît la trajectoire) ; identification des densités de flux de deux sources chauffantes mobiles (dont on connaît les trajectoires) ; identification du couple « densité de flux et trajectoire » d'une source chauffante mobile. Les deux méthodes hors ligne et en ligne ont été mises en œuvre. Il est à noter que tous les essais numériques ont été réalisés avec un réseau des capteurs fixes. Les résultats nous montrent que l'écart-type entre la température mesurée (1K) et estimée sont du même ordre de grandeur. Ceci confirme la qualité de l'identification. Le tableau suivant dresse un bilan des essais réalisés :

Tableau 1.8. Bilan de résultats de chapitre 1

Campagne d'identification paramétrique	Temps total d'identification en minutes		Moyenne des résidus		Écart-type des résidus	
	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
Densité d'une source	57	28	0.003	0.12	0.97	1.03
Densités de deux sources	132	57	0.008	0.06	1.00	1.05
Densité & trajectoire	545	27	-0.04	-0.33	1.05	1.05

Remarque : (1) en mode hors ligne et (2) en mode en ligne

Dans le deuxième chapitre, une présentation d'un prototype construit afin de valider la méthodologie d'estimation paramétrique de ce chapitre sera proposée. Il s'agit d'aborder la problématique technique afin de choisir les sources de chauffe, les capteurs thermiques, les

robots miniatures déplaçant les matériels, le système de correction des erreurs de localisation par la vision, le protocole de transmission et de synchronisation des données via le réseau sans fil. Le prototype se composant des dispositifs et des logiciels complets sera réalisé dans l'objectif de valider les algorithmes proposés de l'identification des paramètres inconnus du système en génie thermique.

Chapitre 2. Prototype expérimental de validation

Sommaire

1. Introduction	61
2. Description globale du système	62
3. Les différents éléments constitutifs	63
3.1. La plaque	63
3.2. Les sources chauffantes	66
3.3. Les capteurs	67
3.4. Les robots	69
3.5. La caméra	70
3.6. Le routeur wifi	71
4. Protocole de communication sans fil.....	72
4.1. Généralisation.....	72
4.2. Composition des trames	73
4.3. Méthode d'interrogation des dispositifs	74
4.4. Protocole d'échange des données via socket TCP/IP	75
5. Localisation basée sur le système de vision	78
5.1. Identification des positions des robots à l'aide de logiciel SSL-Vision	78
5.2. Algorithme de localisation des robots	80
6. Bilan du chapitre	83

Le contenu principal de ce chapitre a fait l'objet des communications suivantes :

- «*Deployment strategies of mobile sensors for monitoring of mobile sources: method and prototype*», Control Architectures of Robots 2015, 10th National Conference, Juin 29-30, Lyon, France par **Alban VERGNAUD**, **Thanh Phong TRAN**, **Laetitia PEREZ**, **Philippe LUCIDARME**, **Laurent AUTRIQUE**.

- «*Prototype expérimental pour l'identification de sources chauffantes se déplaçant sur une surface*» au Congrès Société Française de Thermique SFT-2015, La Rochelle (France), 26-29 mai 2015 par **Thanh Phong TRAN**, **Alban VERGNAUD**, **Laetitia PEREZ**

1. Introduction

Dans le cadre de l'étude des problèmes inverses de conduction de la chaleur, il est usuel de chercher à minimiser un critère quadratique décrivant l'erreur de prédiction entre les observations et les températures prédites par un modèle mathématique valide (Isakov 1998). De tels problèmes sont en général mal-posés du fait de la condition de stabilité (Alifanov 1994) qui n'est pas satisfaite (d'importantes incertitudes sur les paramètres inconnus sont induites par de petites variations dans les mesures). Les méthodes permettant l'obtention de solutions stables sont dites de régularisation (Morozov 1984). La méthode de régularisation itérative basée sur un algorithme de descente de type gradient conjugué (Minoux 2016) est d'une efficacité reconnue en génie thermique (Jarny et al. 1991). Une illustration de son effet régularisant est proposée dans (Prud'homme & Nguyen 1998) où il est montré que le nombre d'itération peut être considéré comme le paramètre de régularisation de ces méthodes, assurant que l'algorithme se comporte comme un filtre passe-bas capable de rejeter les perturbations des mesures qui sont à haute fréquence.

Pour des procédés complexes (les modèles non linéaires dans des géométries tridimensionnelles faisant intervenir de très nombreux paramètres (Beddiaf et al. 2014; Beddiaf et al. 2015), le temps de calcul requis pour l'identification hors ligne est rédhibitoire pour mettre en place un diagnostic pertinent. Il est toutefois possible d'envisager une adaptation quasi en ligne de la méthode régularisation itérative du gradient conjugué (une situation numérique est étudiée dans (Vergnaud et al. 2014)). Afin d'illustrer l'intérêt et la mise en œuvre pratique de cette approche, un dispositif expérimental a été conçu pour l'identification de la trajectoire et de la puissance d'une (ou plusieurs) source(s) évoluant sur une plaque métallique fine. Cette expérimentation, actuellement en cours de réalisation a pour objet de tester la validité de différentes stratégies de déplacements de capteur. La problématique d'identification quasi en ligne est abordée dans (Vergnaud & Perez 2015).

Dans ce qui suit, la description du prototype vise à présenter en détail ses différents éléments constitutifs (la plaque, les sources chauffantes, les capteurs, les robots miniatures, la caméra, le routeur wifi, etc.). Le protocole de communication sans-fils a été mise en place dans le but d'échanger des données entre les dispositifs du système ainsi que l'envoi des commandes à partir de la station de travail dédiée à la supervision. De plus, le déploiement des robots sur la plaque engendre évidemment des erreurs de positions. Afin de corriger leurs coordonnées, une méthode de localisation basée sur le système de vision a été également mise en place.

2. Description globale du système

Le dispositif a pour objet de valider une méthode d'identification quasi en ligne pour un problème inverse de conduction de la chaleur. Aussi, ce banc n'est pas dédié à un procédé thermique spécifique. Les sources chauffantes sont embarquées sur des robots mobiles qui évoluent sur une plaque d'aluminium fine d'environ 9 m^2 et d'épaisseur 2 mm. La puissance des sources de chaleur est régulée de manière à décrire différents profils d'évolution. Les méthodes d'identification hors ligne et en ligne présentées dans (Vergnaud & Perez 2015) et dans ce manuscrit de thèse proposent une stratégie de choix ou de déplacements de capteurs ponctuels. Il ne s'agit pas ici de traiter des cartographies obtenues à l'aide de caméras infra-rouges. En effet, de manière plus générale, la problématique principale vise à maîtriser le déplacement d'une meute de capteurs ponctuels dans un environnement de grande dimension (véhicules détectant des polluants se diffusant dans un milieu urbain contraint par exemple).

Sur la plaque, plusieurs robots mobiles sont équipés de pyromètres afin de mesurer la température de la plaque de manière quasi ponctuelle. Les températures mesurées ainsi que la position des points de mesures sont transmises à un ordinateur central via une technologie sans-fil (wifi).

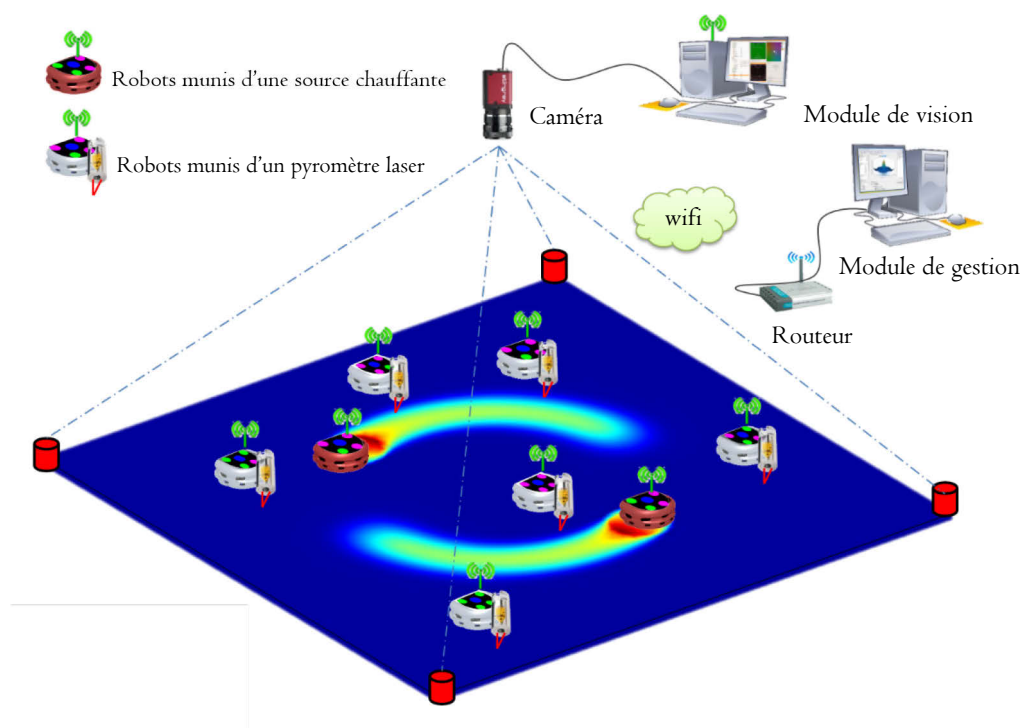


Figure 2.1. Prototype du système de vision

Les problèmes inverses pour l'identification seront ensuite résolus quasi en ligne. Les trajectoires des pyromètres sont calculées tout au long du procédé et envoyées aux robots observateurs qui se déplacent alors vers leurs prochaines positions (Vergnaud et al. 2013). La position absolue des robots étant nécessaire au bon fonctionnement du système (robustesse de la procédure d'identification), un système de localisation globale par vision est utilisé (en complément de la mesure odométrique).

Une caméra est positionnée au-dessus de la plaque ; les différentes mesures de position obtenues par vision sont synchronisées avec celles envoyées par les robots observateurs pour une correction éventuelle. Le dispositif est schématisé Figure 2.1.

3. Les différents éléments constitutifs

3.1. La plaque

Dans cette étude, l'hypothèse d'une géométrie 2D (plaque extrêmement fine) a été considérée afin de réduire les temps de calcul. Cette hypothèse n'est valide que si on peut négliger les transferts de chaleurs dans l'épaisseur de la plaque. Pour ce faire, il est nécessaire de considérer une plaque fine d'un métal ayant une conductivité thermique élevée. Pour des raisons financières, l'aluminium a été retenu (l'or, l'argent et le cuivre n'étant pas envisageables). Cette plaque carrée de 3m de côté est posée horizontalement sur un support assurant l'isolation. Ce dernier est composé de laine de roche, isolant thermique supportant les hautes températures.

Afin de vérifier que les transferts thermiques sont bien surfaciques sur la plaque d'aluminium, deux modèles mathématiques ont été comparés. Le premier système (2.1) correspond à l'hypothèse bi dimensionnelle retenue : la température $\theta(x, y; t)$ en chaque point (x, y) de la plaque $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ et à chaque instant $t \in \Gamma$ satisfait :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(x, y; t) = \frac{\Phi(x, y; t) - 2h(\theta(x, y; t) - \theta_0)}{e} \quad \forall (x, y; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \theta(x, y; 0) = \theta_0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (x, y; t) \in \partial\Omega \times \Gamma \end{array} \right. \quad (2.1)$$

où ρc est la chaleur volumique en $Jm^{-3}K^{-1}$, λ est la conductivité thermique en $Wm^{-1}K^{-1}$, θ_0 en K est la température ambiante (égale à celle du milieu environnant), \vec{n} est le vecteur unitaire normal à la frontière $\partial\Omega$ et e est l'épaisseur de la plaque en m. h est le coefficient d'échange convectif en $Wm^{-2}K^{-1}$.

Le second membre de l'équation volumique correspond aux sources chauffantes surfaciques et prend aussi en compte un échange convectif avec la partie supérieure de la plaque ainsi qu'une isolation parfaite en face inférieure de la plaque.

$$\Phi(x, y; t) = 10^5 e^{-10^3 d(x, y)^2} \sin\left(\frac{2\pi t}{1200}\right) \quad (2.2)$$

où $d(x, y)$ est la distance entre le point (x, y) et le centre de la face supérieure de la plaque. Le second système (2) correspond à la plaque d'aluminium de $9m^2$, d'épaisseur e posée sur une plaque de laine de roche d'épaisseur $e_r = 4.5cm$. Il s'agit de panneau de laine de roche, mono densité, semi-rigide, revêtu d'un pare-vapeur kraft polyéthylène. La référence de ce matériau est Rockwool-Rockmur-Kraft. Le modèle mathématique décrivant les transferts thermiques dans la géométrie 3D est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} - \lambda \Delta \theta = 0 & \forall (x, y, z; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \theta(x, y; 0) = \theta_0 & \forall (x, y, z) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial \vec{n}} = 0 & \forall (x, y, z; t) \in \partial\Omega_{lat} \times \Gamma \\ -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial \vec{n}} = -\Phi & \forall (x, y, z; t) \in \partial\Omega_{sup} \times \Gamma \\ -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial \vec{n}} = \frac{1}{R}(\theta - \theta_0) & \forall (x, y, z; t) \in \partial\Omega_{inf} \times \Gamma \end{array} \right. \quad (2.3)$$

Où $\partial\Omega_{lat}$ est la surface latérale de la plaque d'aluminium et $\partial\Omega_{sup}$ (resp. $\partial\Omega_{inf}$) la face supérieure (resp. inférieure). Le coefficient R représente la résistance thermique surfacique, appelée aussi coefficient d'isolation thermique surfacique et s'exprime en m^2KW^{-1} . Afin de considérer si l'hypothèse de transfert thermique bidimensionnelle est valide, les températures prédites par les modèles (2.1) et (2.3) sont comparées pour un jeu de paramètres réalistes indiqués dans le tableau suivant. On peut noter que la configuration étudiée est axisymétrique.

Tableau 2.1. Paramètres d'entrée des modèles en unité SI

$\rho c = 2.4 \times 10^6$	$\lambda = 237$	$h = 15$	$R = 1.2$	$\theta_0 = 291$
----------------------------	-----------------	----------	-----------	------------------

Les systèmes d'équations aux dérivées partielles (2.1) et (2.3) sont résolus à l'aide de la méthode des éléments finis (Morozov & Nashed 1984) mise en œuvre par le code COMSOL Multiphysics™ interfacé avec Matlab®. Sur la Figure 2.2, les évolutions de température en différents points de la face supérieure de la plaque sont présentées pour une plaque d'épaisseur 2 mm.

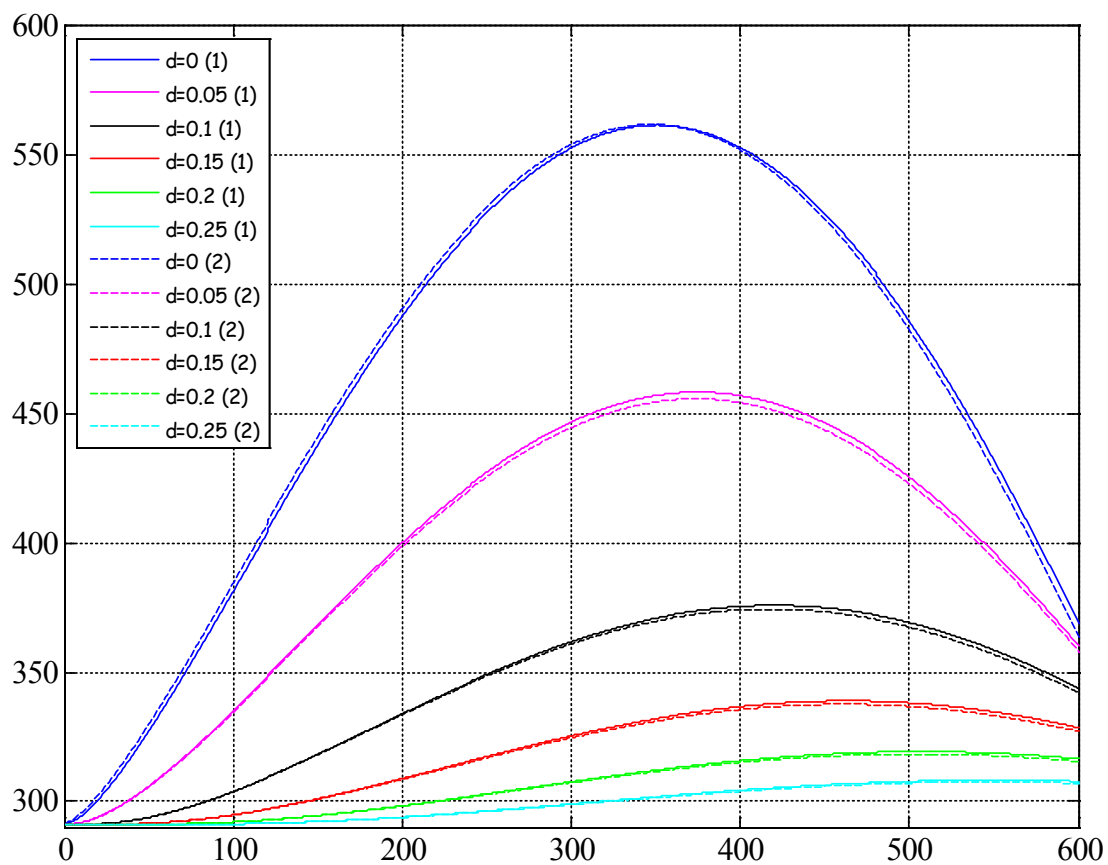


Figure 2.2. Comparaison de $\theta(t)$ entre les modèles 2D et 3D

La Figure 2.2 illustre que le modèle 2D est satisfaisant. Le tableau suivant indique en différents points l'erreur moyenne absolue $emod(K)$ entre les deux modèles, ainsi que l'écart moyen absolu de température entre 2 points situés de part et d'autre de la plaque (information *ecart* obtenue avec le modèle (2)).

Tableau 2.2. Comparaisons entre les deux modèles

d (cm)	0	5.0	10.0	15.0	20.0
$emod(K)$	0.5	0.5	0.5	0.8	1.2
$ecart(K)$	0.3	0.02	0.003	0.002	0.001

Considérant la Figure 2.2 et le Tableau 2.2, l'hypothèse des transferts bidimensionnels est retenue pour une plaque d'aluminium de 2 mm d'épaisseur posée sur des panneaux de la laine de roche d'épaisseur 4.5 cm. La masse d'une telle plaque de 9 m² est légèrement inférieure à 50 kg.

3.2. Les sources chauffantes

Une chauffe sans contact a été retenue afin d'éviter les problèmes inhérents aux déplacements des sources mobiles. Il s'agit d'ampoules halogènes Philips de deux types différents (24V, 250W, GX5.3) et (36V, 400W, GY6.35) (Figure 2.3), pilotées par des alimentations programmables. Ces ampoules permettent une chauffe radiative $\phi_{chauf}(x, y; t)$ dont on suppose que la composante temporelle est uniquement liée au pilotage de l'alimentation. En effet, le retard inhérent à la chauffe du filament est considéré comme négligeable par rapport à la durée de l'expérimentation (environ 30 minutes) et aux dynamiques retenues pour les montées en température. Ainsi, il est justifié d'écrire pour chaque source $\phi_{chauf}(x, y; t) = \phi(t)f(x, y)$ où $\phi(t)$ est fonction de la puissance fournie par l'alimentation et $f(x, y)$ est la distribution spatiale du flux de chauffe sur la plaque.

Des campagnes d'identification doivent être réalisées pour connaître ces paramètres. La fonction $f(x, y)$ dépend de la géométrie de l'ampoule et de la distance à la plaque. Un miroir réflecteur placé derrière l'ampoule permet d'augmenter le flux reçu par la plaque. Ce dernier dépend de la distance entre la source chauffante et la plaque.

Si un flux constant sur une surface délimitée est désiré alors un kaléidoscope (dispositif permettant d'homogénéiser le flux) peut être utilisé ; voir une application dans (Museux et al. 2012). Ce dernier imposera que la distance entre la plaque et la source chauffante soit fixe (égale à la longueur du kaléidoscope). Dans un cas général, il est nécessaire d'identifier la distribution spatiale $f(x, y)$.



(a) 24V, 250W, GX5.3



(b) 36V, 400W, GY6.35

Figure 2.3. Les sources chauffantes

Il est aisé (thermographie infrarouge) de s'assurer que la chauffe est axisymétrique et il s'agit donc d'identifier $f(d)$ où $d(x, y)$ est la distance entre le point (x, y) et le centre de la source chauffante. Sans pertes de généralités, on peut supposer que $f(d)$ peut être écrite comme une fonction continue linéaire par morceaux et procéder à une identification simultanée de $f(d)$ et $\phi(t)$ (pour plusieurs puissances) à l'aide d'expérimentations calibrées associées à la méthode du gradient conjugué (Minoux 2016). Cela doit être réalisé pour différentes distances entre la source et la plaque.

3.3. Les capteurs

L'objectif du prototype est de valider les stratégies de déploiement d'un ensemble des capteurs mobiles dédiés à identification paramétrique des sources chauffantes mobiles. Pour ce faire, les mesures ponctuelles de température sont requises avec précision. Deux types de capteurs peuvent être considérés : avec contact (thermocouples, thermistances,...) ou sans contact (pyrométrie, caméra thermique,...). La présence des capteurs à contact modifie les transferts thermiques sur la plaque, induisent un retard et en mouvement ne peuvent assurer un contact idéal en permanence. Par conséquent, les capteurs sans contact sont choisis. L'installation d'un capteur ayant la capacité de mesurer la température de la plaque sans contact aide évidemment les robots à se déplacer d'une manière plus commode et plus flexible.

Afin d'assurer des mesures quasi ponctuelles sans contact, des pyromètres ont été choisis. Ceux-ci sont des Optris® CSLaser-LT-CF1 présentés dans Figure 2.4 et qui s'intègre aisément dans l'installation de notre prototype. Ces thermomètres infrarouges se composent d'un capteur robuste en acier inoxydable avec unité électronique intégrée. Chaque pyromètre est un cylindre de 10cm de long et 5cm de diamètre pour une masse de 600g.

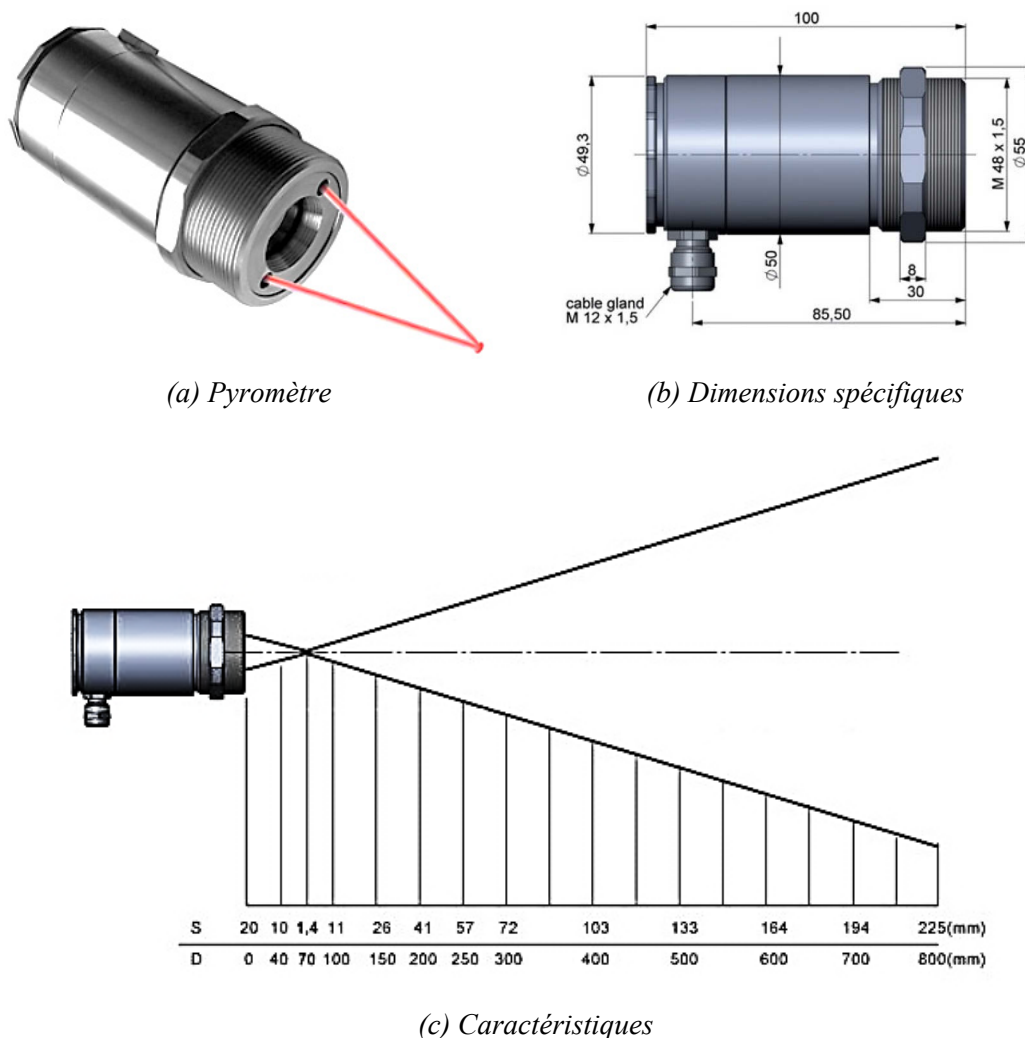


Figure 2.4. Le pyromètre Optris® CSlaser-LT-CF1

Son système de visée à double laser permet le marquage précis du spot de mesure même sur les objets les plus petits jusqu'au diamètre de 1,4mm (Figure 2.4-a & c). La résolution de température est de 0.1K avec la précision de 1% et le temps de réponse (à 90%) est de 150ms. La variété des paramètres optiques permet une adaptation à des applications les plus diverses. La distance de mesure entre le pyromètre et la plaque est de 7cm et le diamètre du disque de mesure (correspondant à 90% du rayonnement émis) est de 1.4mm. Les pyromètres fournissent donc une température moyenne sur des zones d'environ $2mm^2$.

Le pyromètre Optris® CSlaser-LT-CF1 est capable de fonctionner en deux modes : numérique via le port USB et analogique via une carte de convertisseur. Dans notre prototype expérimental, ce pyromètre est câblé en mode analogique délivrant un courant en sortie sur la plage 4-20mA. La plage de température est de [273,773] en K.



Figure 2.5. Arrière du pyromètre

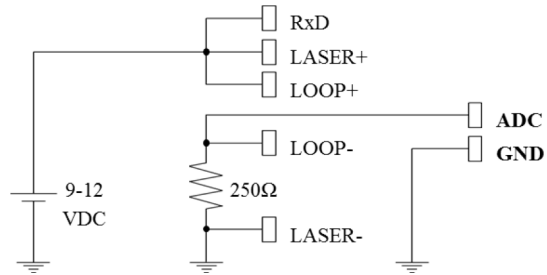


Figure 2.6. Schémas de câblage (mode analogique)

Les Figure 2.5 et Figure 2.6 permettent de câbler un pyromètre avec la carte d'entrée analogique intégré au robot Khepera III (K-Team & LAMI 2005). La résistance 250 Ω sert à convertir le courant de 4-20mA en tension de 1-5 VDC. Ces valeurs analogiques peuvent effectivement être convertissables aux nombres numériques et traitables par les calculatrices numériques. La fonction de convertisseur analogique numérique (CAN) a été mise en œuvre afin d'acquérir les valeurs de températures mesurées par les données numériques. Le robot utilisé permet de réaliser un CAN de 10 bits dont sa résolution est calculée par la formule suivante (Artal-Sevil & Montañés 2016):

$$Q = \frac{\Delta V_{CAN}}{2^N} = \frac{4}{2^{10}} = 3.906 \text{ mV}.$$

Cela permet de faciliter le processus des calculs et d'augmenter la précision des valeurs d'entrée.

3.4. Les robots

Des algorithmes d'identification paramétrique des sources chauffantes mobiles par les réseaux de capteurs fixes ou mobiles ont été développés. Pour les valider, des petits robots permettant de déplacer les sources et les pyromètres ont été choisis. Il s'agit des robots Khepera-III (Figure 2.7) développés par la société K-Team de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (Martinez-gomez & Weitzenfeld 2004).

Le diamètre de chaque robot est de 13cm pour une hauteur de 7cm. Ils sont capables de déplacer une charge inférieure à 2kg à une vitesse maximale de 50cm/s. L'autonomie affichée est de 8h (à vitesse constante et sans la plateforme embarquée) alors que la durée des campagnes expérimentales prévues est de l'ordre de 30 minutes.

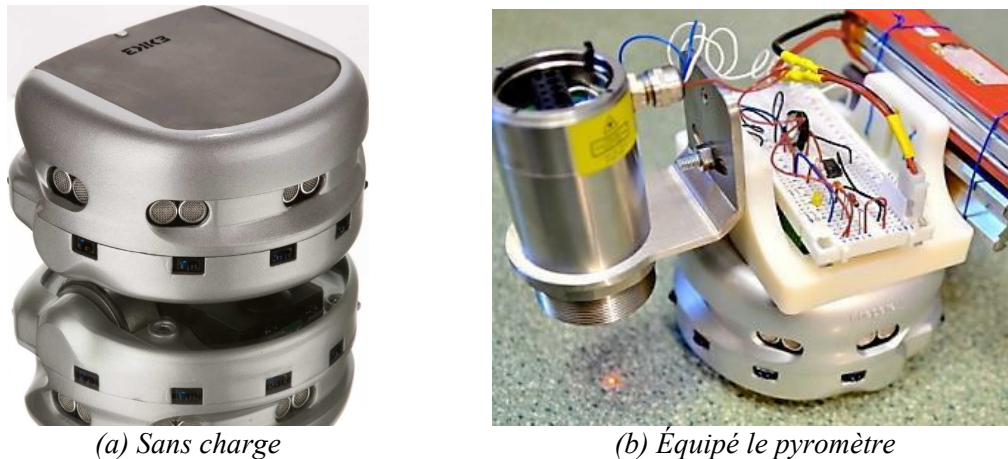


Figure 2.7. Robot Khepera-III

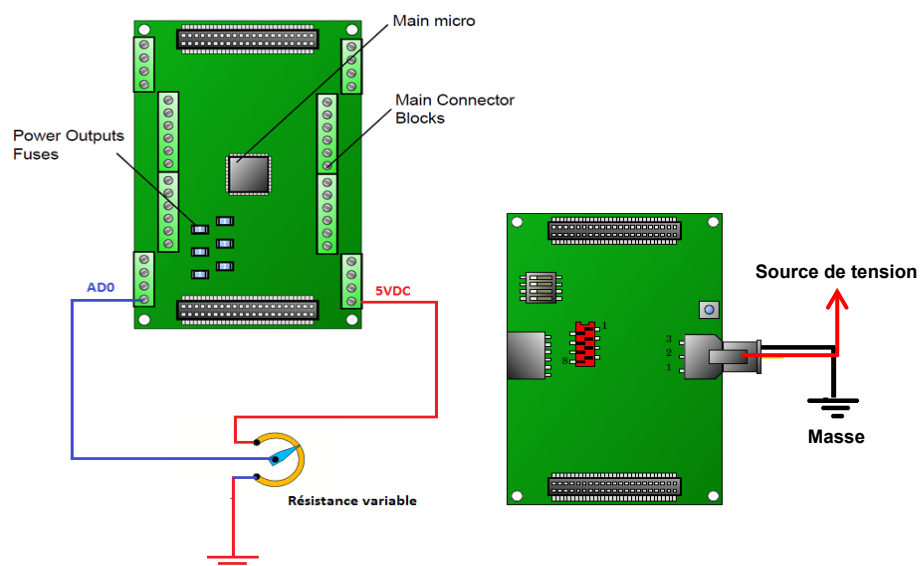


Figure 2.8. Entrée analogique sur la carte E/S Korebot-II

La Figure 2.8 se présente les blocs fonctionnels de la carte d'entrée/sortie Korebot-II fournie par K-Team afin de permettre une connexion des signaux externes ou une alimentation pour les autres dispositifs de petite puissance. Une carte réseau wifi (norme 802.11b/g) est intégrée à chaque robot afin de permettre sa connexion à l'ordinateur de gestion via un routeur wifi grâce auquel ils peuvent échanger des informations sous la forme de trames de données en utilisant le protocole TCP/IP (serveur/client).

3.5. La caméra

Le logiciel SSL-vision (Martinez-gomez & Weitzenfeld 2004; Zickler et al. 2010) est utilisé afin de surveiller et corriger le déplacement des robots. Une caméra visible Stingray F-046C (Allied Vision Technologies) d'une résolution de 780x580 pixels et d'une fréquence d'acquisition de 55Hz a été choisie.



(a) Caméra Stingray F-046C

(b,c) Symbole & câble FireWire 1394b

Figure 2.9. Caméra Stingray F-046C et ses accessoires

Cette caméra (Figure 2.9) est positionnée au-dessus et au centre de la plaque à 150 cm (voir Figure 2.10) de hauteur afin que tous les robots soient surveillés. Elle est câblée avec l'ordinateur qui gère les images via le port FireWire 1394b (Tran et al. 2015).

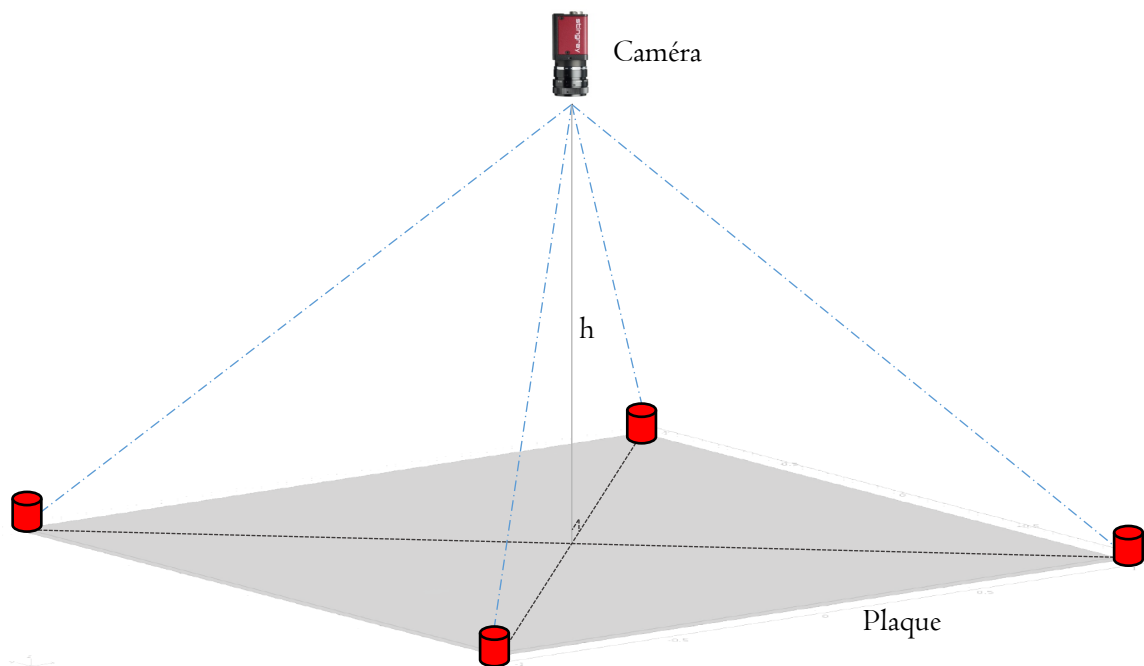


Figure 2.10. Position de la caméra

3.6. Le routeur wifi

Pour l'interconnexion entre les dispositifs en profitant de la technologie de communication sans-fil, un routeur wifi a été choisi. Cet équipement de référence TL-WR740N de TP-LINK, combine les modes filaires et sans-fil. Ce routeur wifi type N est compatible avec la norme 802.11b/g et peut permettre, à une distance d'interconnexion inférieure à 25m, une vitesse maximale de transfert jusqu'à 150 Mbps.

4. Protocole de communication sans fil

4.1. Généralisation

Dans le cadre des systèmes d'acquisition et de traitement des données, l'échange des données est crucial. Il y a énormément de protocoles dédiés aux transferts filaires ou sans fil. Dans le cadre du projet DARC-EDP^[2], le débit d'échanges des données entre les différents dispositifs constituant le système expérimental doit être suffisamment grand pour permettre l'acquisition (aux capteurs), la localisation (caméra visible), et le repositionnement des capteurs toutes les secondes. Pour ce faire, le protocole de communication sans fil a été choisi afin d'éviter des contraintes liées aux fils lors des déplacements croisés des robots sur la plaque. Le protocole de communication TCP/IP^[3] est actuellement le plus utilisé dans les réseaux locaux et Internet entre 2 programmes ou 2 machines (un client et un serveur). Ce protocole permet la vitesse de transfert entre 4 Mbits/s à 2 Gbits/s en utilisant le réseau LAN (indiquée dans le Tableau 2.3). Par conséquent, la synchronisation du système chaque seconde est assurée.

Tableau 2.3. La vitesse de transfert du protocole TCP/IP

Nom de réseau		La vitesse de transfert		
WAN	Wide Area Network	9,6 Kbits/s	à	45 Mbits/s
MAN	Metropolitan Network	56 Kbits/s	à	100 Mbits/s
LAN	Local Area Network	4 Mbits/s	à	2 Gbits/s

Ce protocole est développé afin d'accorder la permission de transférer des données entre les dispositifs de réseau interconnecté avec une grande fiabilité sans distinction de vitesse, de taille, de distance, etc. La couche TCP assure que les données envoyées par les émetteurs sont toutes reçues par la machine destinataire. La technique fondamentale est nommée acquittement positif avec retransmission ("*positive acknowledgment with retransmission*") [Wikipédia]. Les dispositifs s'échangent entre eux les trames de données en envoyant en même temps des accusés de réception. Une copie de paquet des données émises a été conservée en attendant la confirmation d'accusé avant d'envoyer les trames suivantes. L'émetteur identifie les doubles grâce au numéro distribué de chaque trame transférée afin d'éviter les doublons. Ce numéro est également mémorisé par le récepteur.

^[2] Déploiement Adaptatif d'un Réseau de Capteurs mobiles pour optimiser le suivi d'un phénomène en mouvement régi par des Équations aux Dérivées Partielles

^[3] Transmission Control Protocol/Internet Protocol

Les ambiguïtés des accusés de réception retardés ou dupliqués sont évitées en retransmettant les numéros des paquets soupçonnés pour une comparaison avec ceux de son correspondant.

4.2. Composition des trames

La dimension des trames de données transférées par le protocole TCP/IP est réglable automatiquement selon la taille de chaque transaction. Le récepteur confirme le nombre d'octets de trame reçus à la fin de l'échange précédent et ainsi le nombre d'octets prêts à recevoir la fois suivante. Cela permet à l'émetteur de corriger la taille de trame envoyée afin qu'elle soit compatible. Si les indications de la taille de fenêtre d'échange sont supérieures à la taille précédente, alors la fenêtre de cet échange augmente afin de s'adapter. Elle peut aussi se réduire si nécessaire. En général, une trame de donnée (appelée aussi *socket*) a une longueur variable entre 64 octets et 1518 octets. Elle se compose d'un préambule, de l'adresse IP du destinataire, de l'adresse IP de la source, du type de trame, des données, du contrôle de validité des informations. Grâce aux sockets, les données de températures mesurées sont échangées aisément et de manière fiable. La structure d'une socket est schématisée la Figure 2.11 suivante.

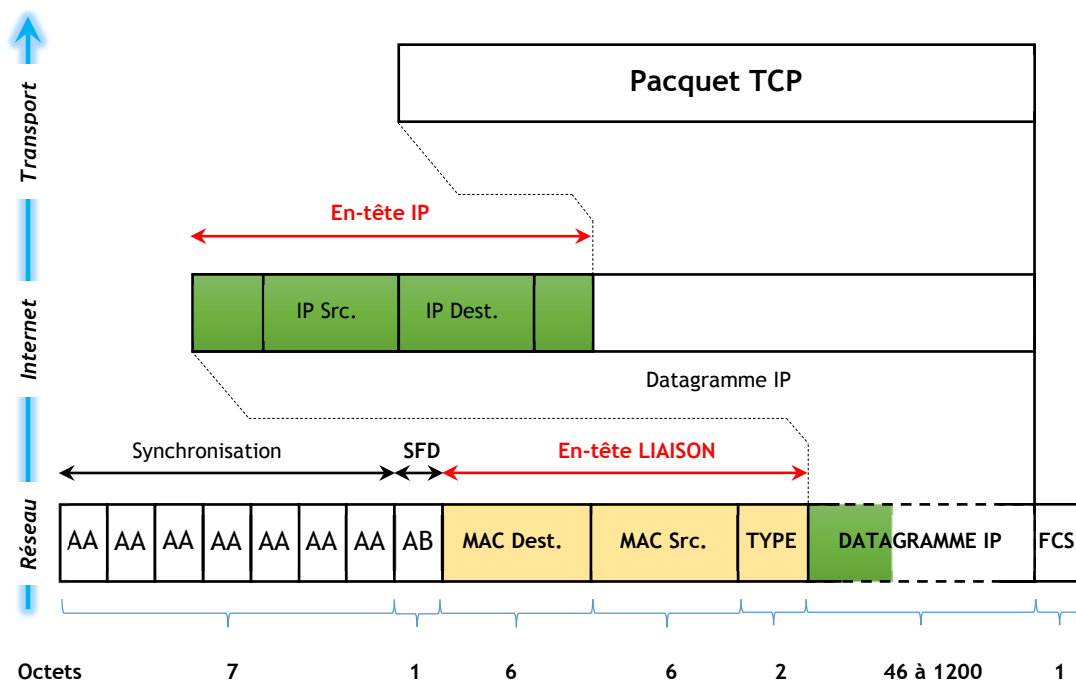


Figure 2.11. Schéma de la structure de trame

Le protocole et la méthode d'interrogation entre des dispositifs permettant d'échanger les données seront présentés dans ce qui suit.

4.3. Méthode d'interrogation des dispositifs

Dans ce qui suit, la méthode permettant d'interroger les différents éléments du dispositif et le protocole d'échange (TCP/IP) des données via les sockets seront présentés. Pour ce faire, chaque machine du réseau est distribuée une adresse IP différente qui est aussi son identifiant (voir la configuration des machines du réseau dans la Figure 2.12).

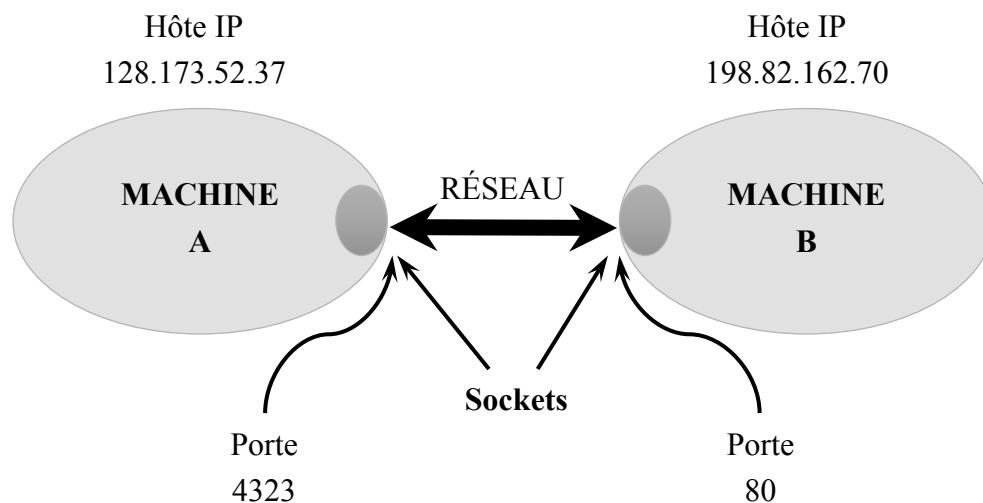


Figure 2.12. Configuration des machines du réseau de communication

Par exemple, l'adresse IP de la machine A est 128.173.52.37 et le port 4323 est réservé à la communication via le protocole TCP/IP. L'adresse IP de machine B est 198.82.162.70 et le port 80 est réservé. Pour la connexion, l'une des machines doit envoyer une demande de connexion à l'adresse de la seconde machine avec le numéro de port réservé.

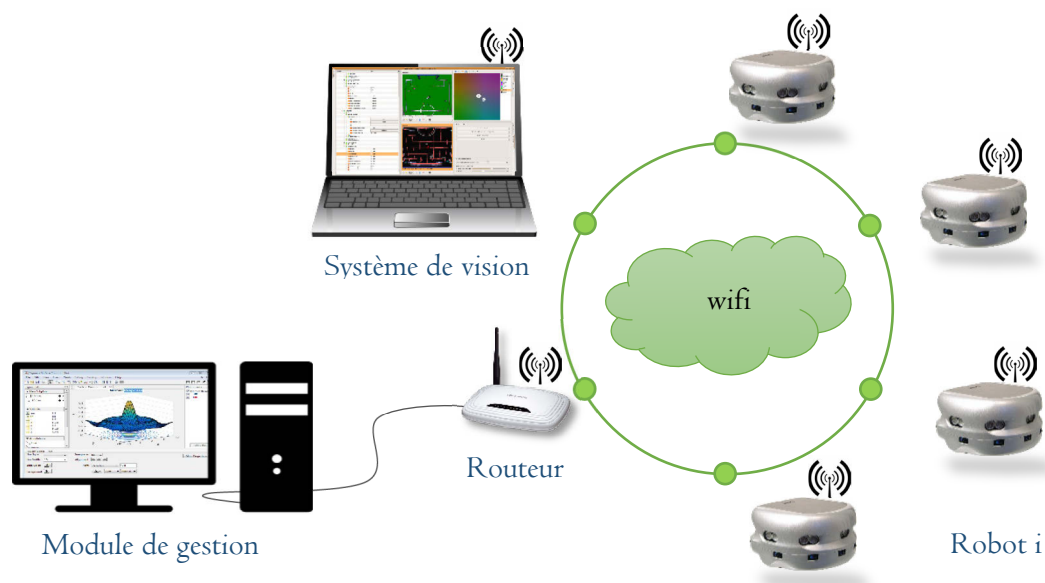


Figure 2.13. Modèle de transmission des données via TCP/IP

Pour faciliter la connexion et ainsi la transmission des données entre les dispositifs via le protocole TCP/IP, une machine joue le rôle de serveur (appelé également *Master*) et les autres sont les clients (appelés *esclaves*). Le master qui gère tous ses esclaves peut interroger client par client et est toujours prêt à accepter les demandes de connexion de ses clients. Les deux clients sont capables d'échanger directement leurs données entre eux via le TCP/IP. Par contre, il est préférable d'échanger via le master dans l'objectif de synchroniser les données plus facilement. Pour ce faire, nous avons besoin d'un routeur sans fil ce qui permet une interconnexion entre les dispositifs.

4.4. Protocole d'échange des données via socket TCP/IP

Le routeur wifi est l'élément central pour la communication de ce dispositif expérimental. Il est l'unique lien entre l'ensemble des robots, le module de vision et le module de contrôle intelligent (voir Figure 2.1). Il gère la connexion des robots au module de gestion (de l'ensemble des capteurs et des sources mobiles) et à la station de travail réalisant l'identification paramétrique. Ces différents éléments possèdent chacun une adresse IP unique permettant ainsi le dialogue entre eux. Ces éléments ouvrent une socket d'écoute et attendent une demande de connexion provenant d'une autre machine. Lorsqu'une tierce machine tente de se connecter à la machine hôte celle-ci active la connexion et le dialogue entre les deux machines est mis en place. Les données sont échangées sous forme de trames de données qui sont codées de manière spécifique.

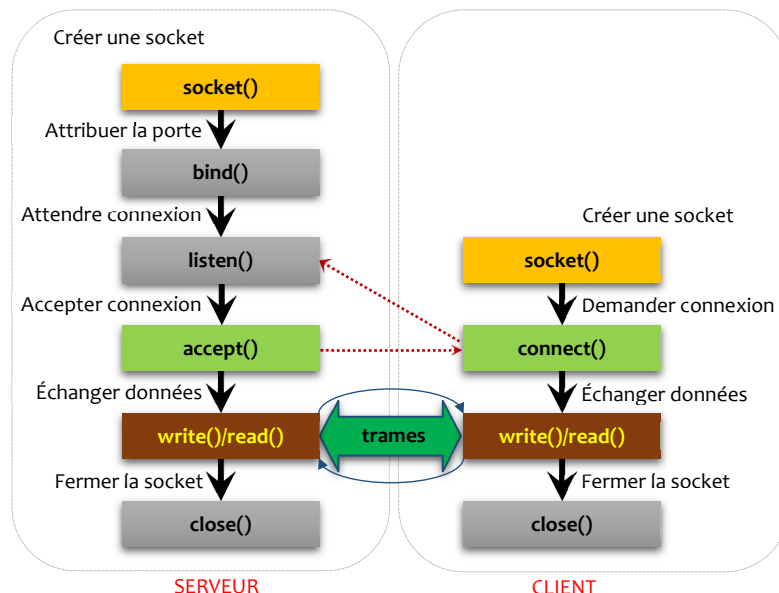


Figure 2.14. Protocole d'échanger des données via socket TCP/IP

La représentation du protocole d'échange des données en utilisant les sockets TCP/IP, peut être traduite sous la forme des algorithmes suivants. Ceux-ci permettent d'écrire les codes en langage de programmation C/C++ qui sont possiblement exécutables sur le système d'opération linux du module de gestion.

Algorithme : échanger et de synchroniser les données [SERVEUR]

Étape 1 : initialisation

- Configurer les paramètres de protocole pour le serveur : IP & porte

Étape 2 : mise en place de l'algorithme itératif

Tant que (début)

- Ouvrir un socket d'attente : *socket()* & *bind()*
- Attendre une connexion : *listen()*
- Accepter une connexion
 - Si (*connexion == oui*)
 - Acceptation de connexion*
 - Sinon*
 - Saute au début*
 - Fin si*
- Échanger des données
 - Recevoir une trame de données : *read()*
 - Convertir le type des données afin de faciliter l'échange
 - Écrire des données sur un fichier d'enregistrement : *writefile()*
 - Lire des données à partir un fichier : *readfile()*
 - Convertir le type des données afin de faciliter l'échange
 - Envoyer une trame de données : *write()*

Itération de l'algorithme $n=n+1$

Algorithme d'échanger et de synchroniser les données : [CLIENT]

Étape 1 : initialisation

- *Configurer les paramètres de protocole pour le client : IP & porte*

Étape 2 : mise en place de l'algorithme itératif

Tant que (début)

- *Ouvrir un socket de connexion : `socket()` & `bind()`*
- *Demander une connexion : `connect()`*
- *Connexion acceptée*
 - *Si (réponse _ connexion == oui)*
 - ⊕ *Lire des données à partir un fichier (file2.txt) : `readfile()`*
 - ⊕ *Convertir le type des données afin de faciliter l'échange*
 - ⊕ *Envoyer une trame de données : `write()`*
 - ⊕ *Recevoir une trame de données : `read()`*
 - ⊕ *Convertir le type des données afin de faciliter l'échange*
 - ⊕ *Écrire des données sur un fichier d'enregistrement : `writefile()`*

Sinon

Saute au début

Fin si

Itération de l'algorithme $n=n+1$

Les fonctions du protocole TCP/IP sont fournies par les paquets de librairie dans le langage C/C++ ou Java. Les autres fonctions non-inclues ont été programmées.

Ces deux algorithmes ont été codés et testés. Ils se sont avérés performants et l'efficace pour l'échange de données entre les dispositifs du prototype. Ceux-ci nous permettent de considérer les parties suivantes.

5. Localisation basée sur le système de vision

5.1. Identification des positions des robots à l'aide de logiciel SSL-Vision

La SSL-Vision est l'acronyme de « Small Size League Vision », il s'agit du terme utilisé pour désigner le système de caméra de la ligue des robots de petite taille de la RoboCup. La première ligue officielle et la conférence associée ont été organisées en 1997 avec grand succès. En s'inspirant de la plate-forme de reconnaissances d'image de ce concours, nous avons développé notre système de localisation des robots basé sur la vision à partir du code source ouvert de programme SSL-vision^[4].

Pour ce faire, il faut calibrer les dimensions du terrain de manière à les rendre compatibles avec la plaque de notre prototype (3m x 3m) et adapter le repère du système (coordonnées). Parallèlement, on réutilise la méthode de traitement d'image pour obtenir les coordonnées correspondant aux positions des robots sur la plaque. Il est nécessaire de mettre en place des marqueurs sur le capot des robots. Ces derniers sont proportionnels à la représentation de la Figure 2.15 ci-dessous.

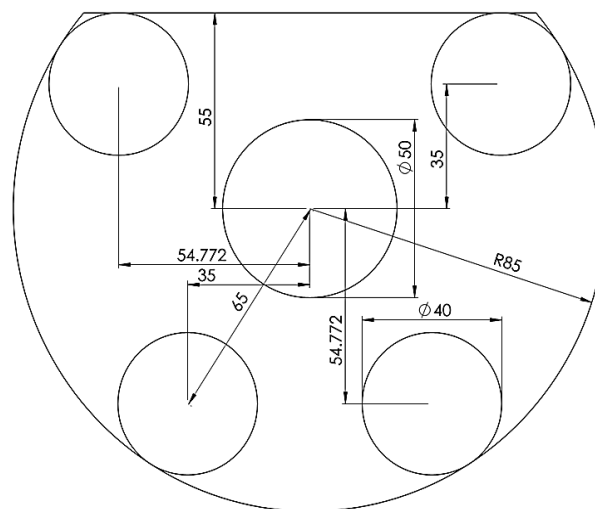


Figure 2.15. Positions standards des marqueurs

L'identifiant de chaque robot se distingue en combinant les couleurs différentes parmi le violet et le vert des quatre disques plus petits entourant le disque plus grand. Le disque plus grand au centre est dédié à identifier l'équipe de la ligue RoboCup (le bleu et le jaune). Le codage de numéro de robots se schématise à la Figure 2.16 qui se compose des numéros de 1 à 12 de gauche à droite et de haut en bas.

^[4] <https://github.com/RoboCup-SSL/ssl-vision/wiki>

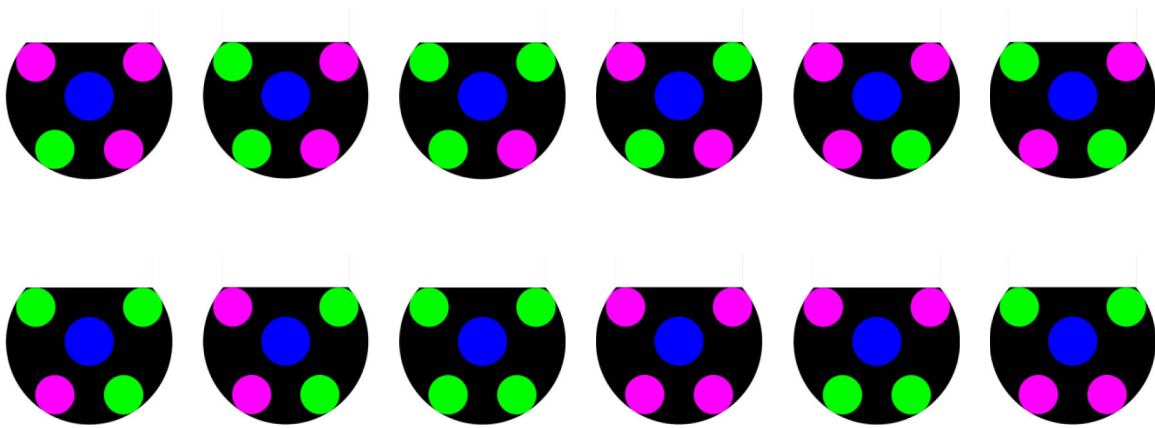


Figure 2.16. Codage d'identifiant de marqueur

A l'aide des marqueurs, Il est possible de connaître et ainsi mettre à jour les coordonnées des robots. La précision de ces coordonnées est importante pour l'algorithme de l'identification. En effet, l'effet des erreurs de localisation des robots est très important et la robustesse de l'algorithme de l'identification. Dans le cas où les erreurs du système de localisation basée sur la vision sont négligées, on prend en compte seulement les erreurs engendrées par les bruits de mesures : les bruits suivent la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ avec la moyenne du bruit μ et l'écart type du bruit σ . Une erreur de positionnement entraîne un biais qui peut être important et générer une erreur de modèle rédhibitoire.

Pour réaliser le traitement des images, il s'agit de relier la caméra à un ordinateur disposant du logiciel SSL-vision modifié selon nos besoins. Il faut configurer les paramètres de la caméra (résolution des images capturées, le mode de décodeur, les couleurs de marqueurs, etc.) ainsi que la méthode de communication. Le module de vision fournit alors les coordonnées de localisation $(x_{id}(t), y_{id}(t))$, l'angle d'orientation $\alpha_{id}(t)$ et ainsi que l'identifiant id de chaque robot. Ces informations permettent de disposer des coordonnées réelles et ainsi :

- pour les robots capteurs de savoir précisément où la température est mesurée ;
- pour les robots de chauffe de savoir où les densités de flux ont été appliquées selon les trajectoires définies.

Ces données servent à développer l'algorithme de localisation des robots comme présenté ci-après. Il comporte les aspects de communication, de transmission, de synchronisation des données entre les dispositifs du système et de commande des robots à distance via le réseau sans-fil.

5.2. Algorithme de localisation des robots

Les robots Khepera-III disposent de roues codeuses permettant de calculer le déplacement relatif effectué lors de la mise en marche des moteurs (mesure odométrique). Cependant, les frottements entre les roues du robot et la plaque engendrent des biais (en particulier lors des virages serrés). Afin de corriger ces erreurs, une vérification du positionnement robot est mise en place via le logiciel de traitement d'images (logiciel SSL-vision) (Zickler et al. 2014; Zickler et al. 2010; Zhang 2000; Bruce et al. 2000; Martinez-gomez & Weitzenfeld 2004). Ce logiciel utilise les images fournies par la caméra et détecte des marqueurs préalablement enregistré (figure 2.16). Ces marqueurs servent d'identifiant unique ; en apposant un marqueur sur chaque robot, il est possible de connaître son positionnement (x_0, y_0) et son orientation α_0 dans un repère Oxy . Une fois les nouvelles coordonnées calculées, celles-ci sont comparées avec les mesures odométriques des robots afin d'estimer au mieux les coordonnées des robots sur la plaque. Après traitement des mesures et procédure d'identification quasi en ligne, chaque robot reçoit une trame de données qui contient ses coordonnées actuelles (x_0, y_0) , son orientation actuelle (α_0) et la position désirée (x_1, y_1) . Il calcule alors une trajectoire pour se déplacer de la position actuelle (x_0, y_0, α_0) à la position désirée (x_1, y_1) en évitant les obstacles (le cas échéant). À l'aide du logiciel SSL-vision, les positions des robots sont mises à jour chaque seconde afin de corriger les erreurs de déplacement et d'éviter d'accroître l'imprécision sur les mesures de température.

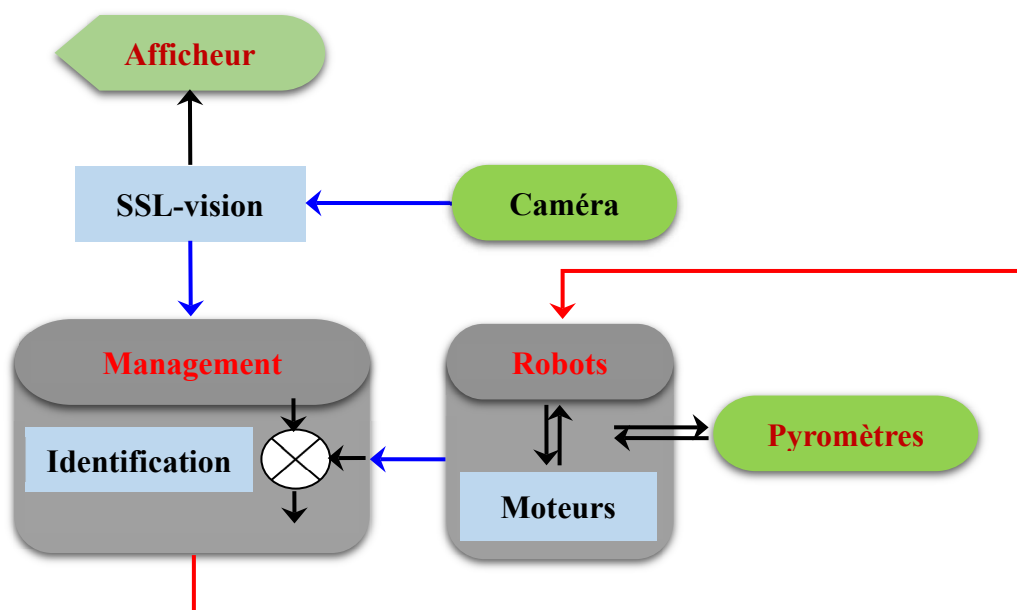


Figure 2.17. Représentation de l'algorithme de localisation

Pour commander à déplacer les robots selon les coordonnées dans le domaine xOy , il y aura plusieurs possibilités d'effectuer le trajet entre deux points. L'objectif de venir un robot au point $M_1(x_1, y_1)$ à partir du point $M_0(x_0, y_0, \alpha_0)$ où α_0 est l'angle de l'orientation de ce robot dans le domaine bidimensionnel. Pour ce faire, nous avons proposé deux méthodes de déployer selon les formes différentes de trajet : (1) par une ligne droite et (2) par un arc, c.-à-d. une partie de cercle.

Algorithme de déplacement selon une ligne droite

Étape 1: Lecture de la position actuelle et la position du futur

- Coordonnées de position actuelle $M_0(x_0, y_0, \alpha_0)$

- Coordonnées de position désirée $M_1(x_1, y_1)$

Étape 2: Calcul l'angle de rotation

- Vecteur des positions $\overline{M_0M_1} = (x_1 - x_0, y_1 - y_0)$ (2.4)

- L'angle de l'orientation du robot à partir de sa position actuelle à de sa position à venir de manière à suivre le sens d'horloge :

$$\alpha = \text{atan}\left(\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}\right) \quad \text{avec} \quad -\pi \leq \alpha \leq \pi \quad (2.5)$$

- Angle de rotation: $\Delta\alpha = \alpha_1 - \alpha_0$

Étape 3: Calcul de la distance de trajet

$$d_L = |\overline{M_0M_1}| = \sqrt{(x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2} \quad (2.6)$$

Étape 4: Mise à jour les coordonnées de robot

$$(x_1, y_1, \alpha_1) \rightarrow (x_0, y_0, \alpha_0)$$

Étape 5: Retour à l'étape 1

Cette première méthode de commande proposée pour déplacer les robot est simple et efficace. Par contre, nous pouvons aussi déplacer les robots selon un arc de cercle de centre $C(x_c, y_c)$ et de rayon R . Cette deuxième méthode est aussi réalisable et efficace. De plus, le déplacement en suivant un arc peut aider le robot à éviter des obstacles sur le trajet entre deux points. Les détails de cette méthode sont présentés ci-après.

Algorithme de déplacement selon un arc

Étape 1: Lecture de la position actuelle et la position du futur

- Coordonnées de position actuelle $M_0(x_0, y_0, \alpha_0)$

- Coordonnées de position désirée $M_1(x_1, y_1)$

Étape 2: Calcul de la relation de l'angle de rotation

- La relation entre l'angle d'orientation du robot et l'angle relatif :

$$\begin{cases} \theta_R + \theta_L = \frac{\pi}{2} \\ 2\theta_R + \theta = \pi \end{cases} \Rightarrow \theta = 2\theta_L \quad (2.7)$$

Étape 3: Calcul du diamètre de cercle et la longueur de trajet L

$$\sin \frac{\theta}{2} = \frac{r_L/2}{r_C} \Leftrightarrow \sin \theta_L = \frac{r_L}{2r_C} \Rightarrow r_C = \frac{r_L}{2 \sin \theta_L} \quad (2.8)$$

$$\frac{L}{2\pi r_C} = \frac{\theta}{2\pi} \Rightarrow L = \theta r_C = \frac{r_L \cdot \theta_L}{\sin \theta_L} \quad (-\pi \leq \theta_L \leq \pi) \quad (2.9)$$

Étape 4: Mise à jour les coordonnées de robot

$(x_1, y_1, \alpha_1) \rightarrow (x_0, y_0, \alpha_0)$

Étape 5: Retour à l'étape 1

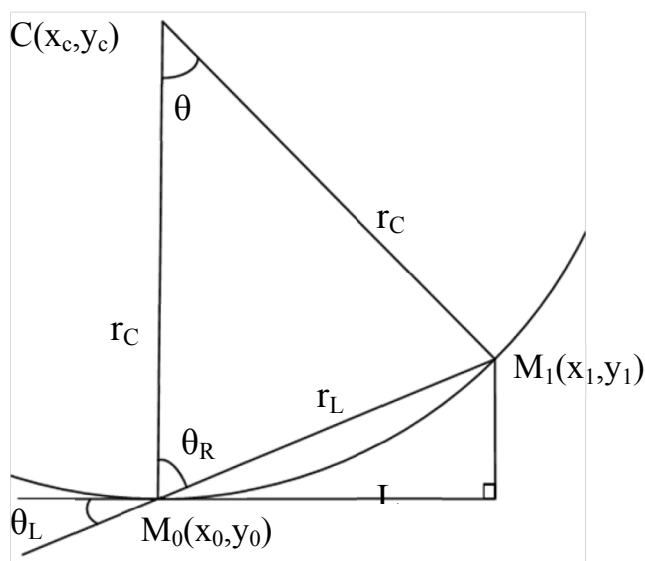


Figure 2.18. Trajet de déplacement de robot en arc

Les robots se déplacent à partir de l'instant t_0 et ils arrivent à l'instant t_1 avec la vitesse

$v = \frac{L}{t_1 - t_0} \left(\frac{cm}{s} \right)$ et la vitesse angulaire $\omega = \frac{v}{r_C} \left(\frac{rad}{s} \right)$, lorsque l'angle d'ouverture $\theta(t)$

de cet arc est déterminé par la formule suivante :

$$\theta(t) = \omega(t_1 - t_0) + \theta_0 \quad (2.10)$$

Ces algorithmes de localisation des robots nous aident non seulement à corriger les erreurs de positions engendrées au cours de leur déplacement, mais aussi à développer les stratégies de déploiement optimal des capteurs mobiles dédiées à l'identification quasi en ligne des paramètres inconnus du système étudié. Elles seront présentées dans le quatrième chapitre.

6. Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, le prototype expérimental dédié aux campagnes de validation des approches pour l'identification quasi en ligne de trajectoire et de puissance d'une à deux sources chauffantes mobiles a été présenté.

Une plaque métallique (aluminium) carrée (3m de côté) et fine (épaisseur 2mm) a été choisie et une comparaison entre les géométries tridimensionnelle et bidimensionnelle a permis de valider l'hypothèse d'un modèle mathématique 2D

Les sources chauffantes sont des ampoules halogènes pilotées par des alimentations programmables. Les mesures de température sont obtenues à l'aide de pyromètres Optris[®] CSLaser-Lt-CF1 choisis afin de réaliser une acquisition sans contact avec une grande précision et un temps de réponse négligeable. Pour déplacer les sources et les pyromètres, les robots Khepera-III ont été sélectionnés.

En outre, un système de vision comprenant une caméra positionnée au-dessus de la plaque ainsi que le logiciel SSL-vision a été développé afin de surveiller et corriger les erreurs de localisation engendrées pendant le déplacement des robots. Le protocole de communication sans fil a été appliqué afin de faciliter l'échange des données et de permettre le croisement des robots pendant leur déplacement sur la plaque. De plus, une plate-forme de transmission et de synchronisation des données entre les dispositifs et le module de gestion ainsi que le système de vision a été finalisée et validée.

Dans le chapitre suivant, nous considérons le prototype conçu dans ce chapitre pour réaliser les campagnes de validation numérique de l'identification des paramètres inconnus. Plusieurs configurations seront proposées afin de valider la partie théorique du premier chapitre et la partie expérimentale du deuxième chapitre.

Chapitre 3. Validation numérique des protocoles d'identification en ligne avec un réseau de capteurs fixes

Sommaire

1. Première campagne numérique : sources fixes.....	86
1.1. Exemple d'une source fixe	86
1.2. Exemple de deux sources fixes.....	93
2. Seconde campagne numérique : une source mobile.....	97
2.1. Configuration étudiée	97
2.2. Identification de la trajectoire de la source mobile.....	99
2.3. Identification du couple flux & trajectoire	101
3. Troisième campagne numérique : deux sources mobiles.....	103
3.1. Configuration étudiée	103
3.2. Identification des deux densités de flux	106
3.3. Identification des deux trajectoires.....	108
3.4. Identification des deux couples densités de flux & trajectoires	111
4. Bilan du chapitre	114

Dans ce chapitre on s'intéresse à la configuration correspondant au dispositif expérimental : la géométrie est une plaque carrée d'aluminium fine de 9m² et d'épaisseur 2mm posée sur une plaque de laine de roche (référence Rockwool Rockmur-Kraft, d'épaisseur 4.5 cm). La description détaillée du prototype est proposée dans le chapitre précédent ; voir "*la description globale du système*" (section 2 du chapitre 2ci-dessus). La modélisation mathématique a été abordée dans le chapitre 1.

Dans ce qui suit, la méthode de localisation des sources chauffantes et ainsi des capteurs sera présentée afin de réaliser les campagnes de validation des différents cas de l'identification paramétrique. Trois configurations pour l'identification paramétrique quasi en ligne basée sur une adaptation de la méthode de régularisation itérative du gradient conjugué ont été étudiées:

- ✓ **Campagne 1** : des sources fixes (une et deux densités de flux);
- ✓ **Campagne 2** : une source mobile (la trajectoire, le couple de la densité et de la trajectoire) ;
- ✓ **Campagne 3** : deux sources mobiles (les densités, les trajectoires et les couples des densités et des trajectoires).

Les résultats de ces campagnes numériques d'identification par le réseau de capteurs fixes seront présentés et analysés dans les paragraphes suivants.

1. Première campagne numérique : sources fixes

1.1. Exemple d'une source fixe

Dans ce paragraphe, l'identification de la densité de flux d'une source fixe à partir d'un ensemble de capteurs fixes est considérée. La description des transferts thermique (chapitre 1) et du prototype (chapitre 2) a été préalablement présentée. Les valeurs des paramètres du modèle mathématiques sont présentées dans le Tableau 3.1. Pour créer cette source chauffante fixe, on utilise une ampoule halogène pilotée par une alimentation programmable. Cette ampoule permet une chauffe radiative $\phi_{chauf}(x, y; t)$ uniforme sur un disque de rayon 5cm et dont on suppose que la composante temporelle est uniquement liée au pilotage de l'alimentation. La densité de flux total de chauffe est présentée par la fonction :

$$\phi(t) = \phi_{\max} \left(e^{-(t-\alpha_1)^2/2\beta^2} + e^{-(t-\alpha_2)^2/2\beta^2} \right)$$

Tableau 3.1. Valeur des paramètres du modèle (cas d'une source fixe)

ρc en $\text{Jm}^{-3}\text{K}^{-1}$	h en $\text{Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$	λ en $\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$	θ_0 en K	ϕ_{\max} en W/m^2	
$2,34 \cdot 10^4$	10	160	291	$3 \cdot 10^4$	
r en m	L en m	e en m	α_1	α_2	β
$5 \cdot 10^{-2}$	1	$2 \cdot 10^{-3}$	400	800	90

La fonction $\phi(t)$ est représentée pour un essai de durée $t_f = 1200\text{s}$ dans la Figure 3.1.

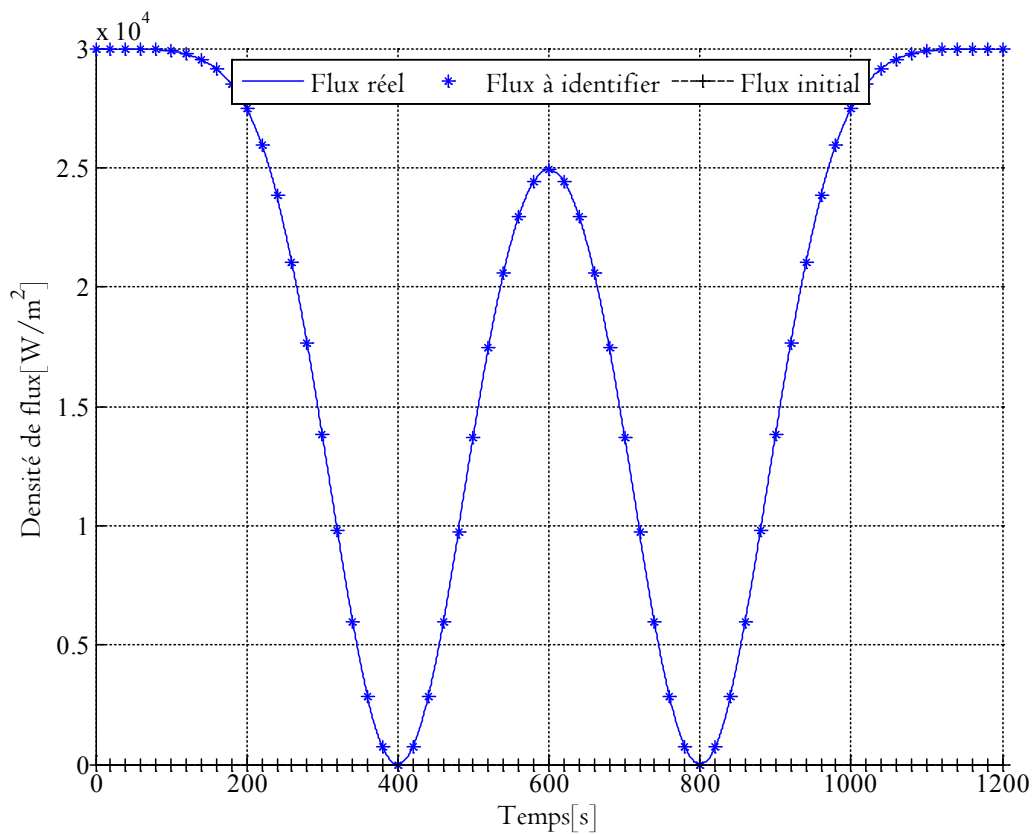


Figure 3.1. Densité de flux réel

Cette source est localisée au centre de la plaque ($x = 0, y = 0$). En supposant l'ensemble des paramètres d'entrée du modèle connus, la résolution du problème direct (1.4) permet d'estimer la distribution spatio-temporelle des températures. Un exemple est présenté dans la Figure 3.2.

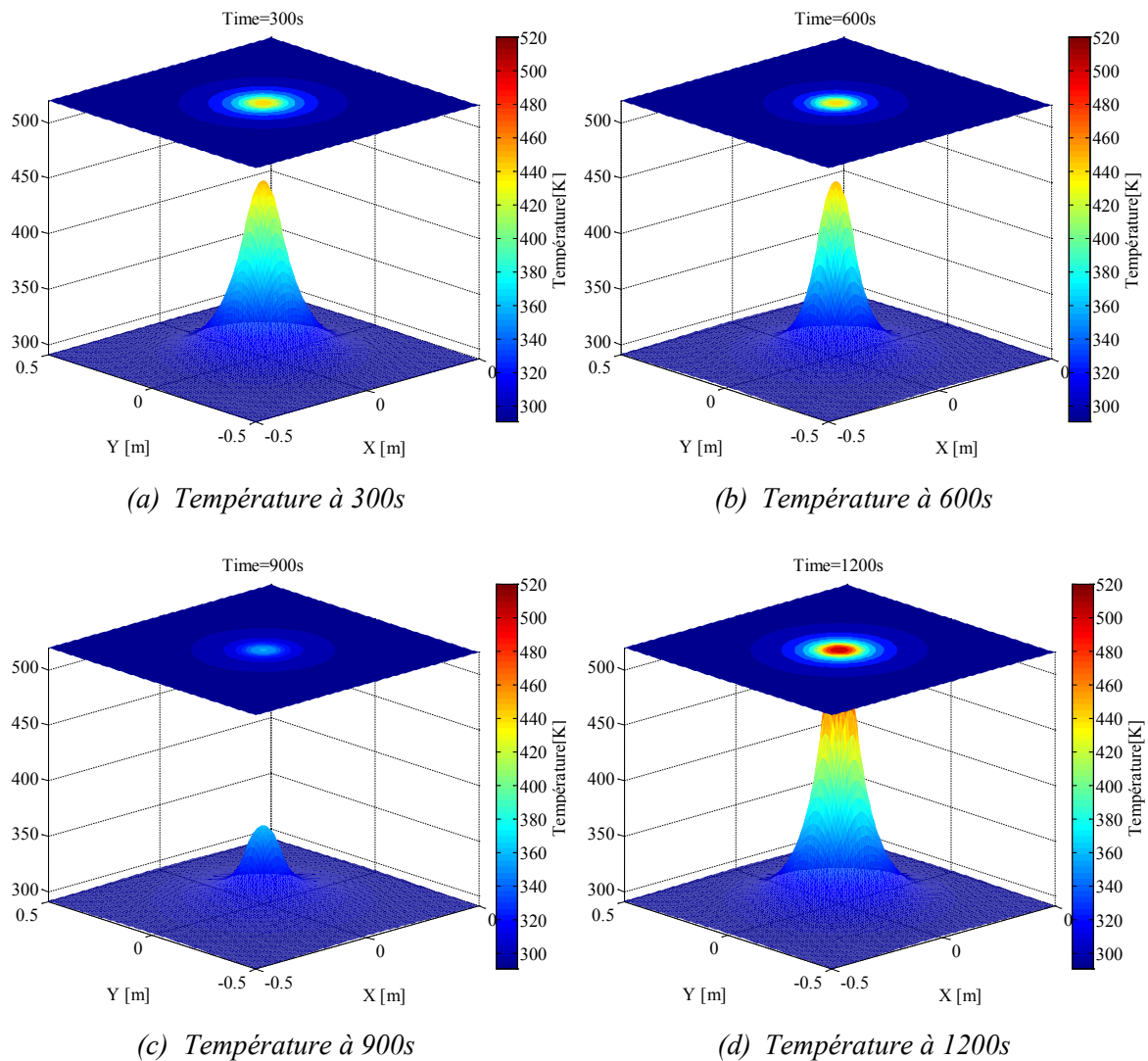


Figure 3.2. Distribution spatiale de température à différents instants.

Ces résultats numériques permettent de disposer de pseudos mesures afin de tester les méthodes d'identification. On cherche à identifier la densité de flux supposée inconnue à partir de 5 ou 9 « capteurs » fixes (positionnés comme indiqué dans la Figure 3.3). L'acquisition des températures quasi-punctuelle de la plaque a été réalisée par un réseau de capteurs fixe C_n avec $n=5$ ou $n=9$. Les évolutions de température en ces points considérés par la suite comme de capteurs sont présentées dans la Figure 3.16.

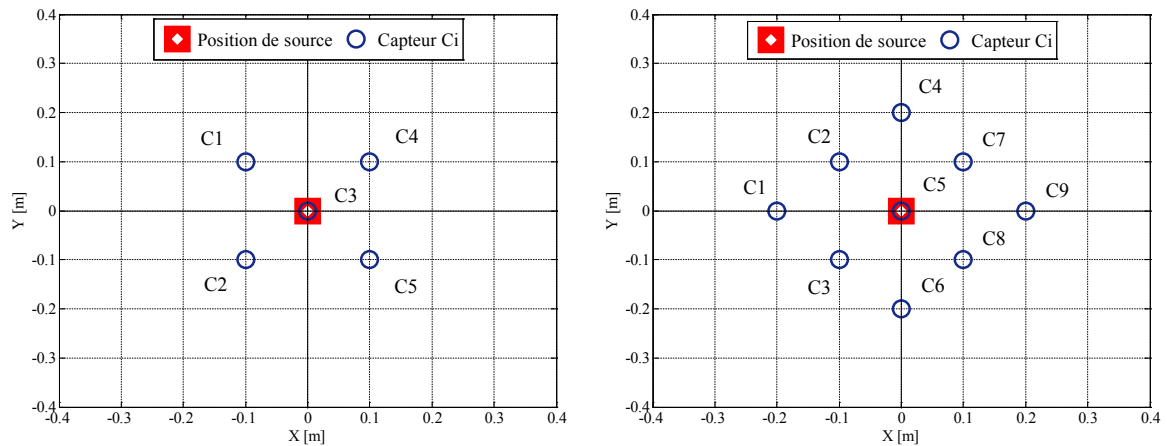


Figure 3.3. Localisation de dispositifs ($n=5$ à gauche ; $n=9$ à droite)

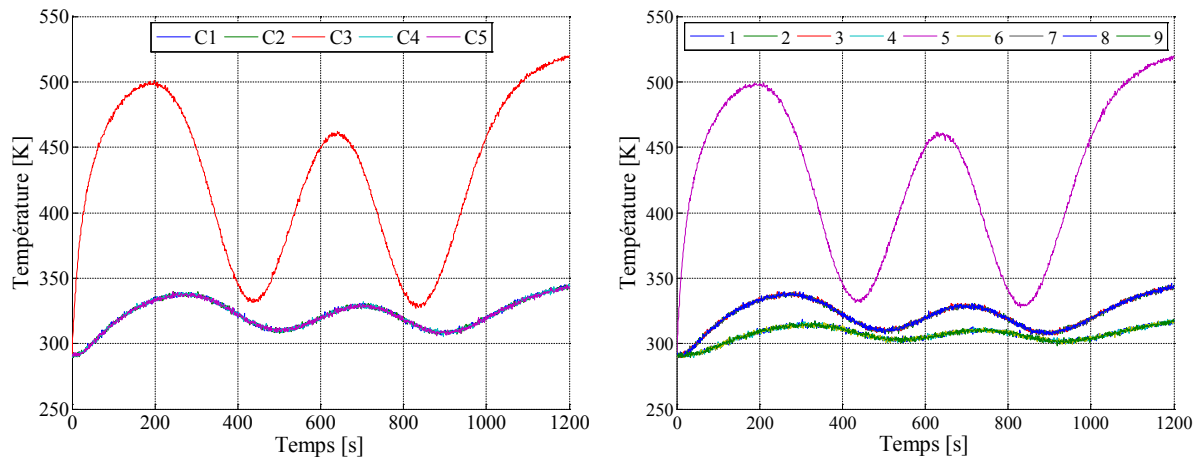


Figure 3.4. Evolution des températures « mesurées » aux capteurs ($n=5$ à gauche ; $n=9$ à droite)

On remarque que pour des raisons évidentes de symétries des capteurs fournissent la même information (nonobstant le bruit de mesure) :

- pour 5 capteurs : $\{C_1, C_2, C_4, C_5\}$ sont redondants
- pour 9 capteurs : $\{C_1, C_4, C_6, C_9\}$ d'une part et $\{C_2, C_3, C_7, C_8\}$ d'autre part sont redondants

Il s'agit aussi de tester l'effet d'un trop grand nombre de données non pertinentes.

La Figure 3.4 met aussi en évidence l'effet du retard des transferts thermiques aux points plus éloignés de la source chauffante.

L'algorithme d'identification basé sur la méthode de régularisation itérative du gradient conjugué en ligne (voir section 4 du chapitre 2) est mise en œuvre afin d'identifier la densité de flux de chauffe $\phi(t)$. Les systèmes d'équations aux dérivées partielles sont résolus à l'aide de la méthode des éléments finis mise en œuvre par le code COMSOL MultiphysicsTM interfacé avec Matlab[®] afin d'obtenir la résolution.

Remarque générale : les résultats de simulation obtenus et présentés dans l'ensemble de ce document ont été réalisés sur un ordinateur portable dont la configuration est la suivante :

Configuration PC	CPU : Intel [®] Core TM i7-3520M CPU @ 2.90GHz RAM : 8.00 Go ; OS : Windows 7 (64 bits)
Version de Matlab [®]	R2009b
Version de Comsol [®]	Comsol 3.5

Pour initialiser l'algorithme à l'itération $k=0$, nous considérons que les valeurs discrétisées initiales de la densité de flux chauffant comme suivantes $\phi^{k=0}(t) = 0$. Les bruits suivent la loi normale $\mathcal{N}^0(0,1)$. La procédure d'identification est stoppée lorsque le critère d'arrêt est atteint :

$$J_{stop} = \frac{1}{2} N_c N_t \sigma^2 \eta$$

où N_c est le nombre de capteurs, N_t est le nombre de mesures (par capteur), σ est l'écart-type du bruit de mesure et η est un coefficient qui a été choisi de manière à diminuer le temps de calcul en satisfaisant des conditions d'arrêt.

Le flux identifié avec 5 capteurs est montré Figure 3.5. Le tableau ci-après synthétise les résultats des deux cas étudiés (avec 5 et 9 capteurs). Le pas de discrétisation temporelle pour la fonction flux inconnue est de 20 secondes (fonction continue linéaire par morceaux avec 60 segments, 61 fonctions chapeaux et 61 paramètres inconnus).

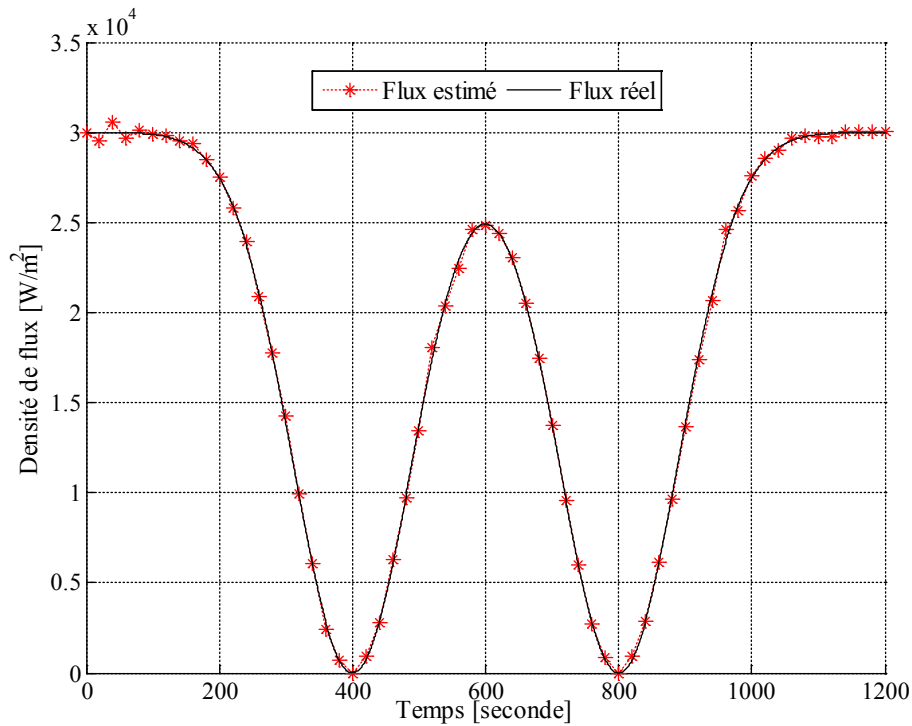


Figure 3.5. Densité de flux avec $n=5$ (cas d'une source fixe avec réseau fixe)

Tableau 3.1. Résultats numériques de la première campagne

n_{capteur}	t_{identif}	moyenne des résidus de température $\mu_{\text{residus}} (K)$	écart type des résidus de température $\sigma_{\text{residus}} (K)$	moyenne des retards $\mu_{\text{retard}} (s)$
5	19 minutes et 5 secondes	-0.06	1.02	49
9	27 minutes et 19 secondes	-0.03	1.01	291

Ces résultats nous montrent que :

- Les résidus ne sont pas biaisés (la moyenne est proche de 0) ;
- L'écart-type des résidus est semblable à celui du bruit de mesure donc l'identification s'est déroulée correctement ;
- Quand le nombre de capteurs augmente, le temps requis pour l'identification augmente ainsi que le retard entre l'observation d'une donnée et l'identification quasi en ligne.

Les capteurs mal-localisés (trop loin et/ou redondants) n'apportent aucune information pertinente il est donc nécessaire de positionner de manière intelligente les capteurs. Différentes stratégies seront proposées dans le dernier chapitre. Les retards correspondants à ces campagnes d'identification avec les réseaux de 5 capteurs et de 9 capteurs sont représentés comme suit.

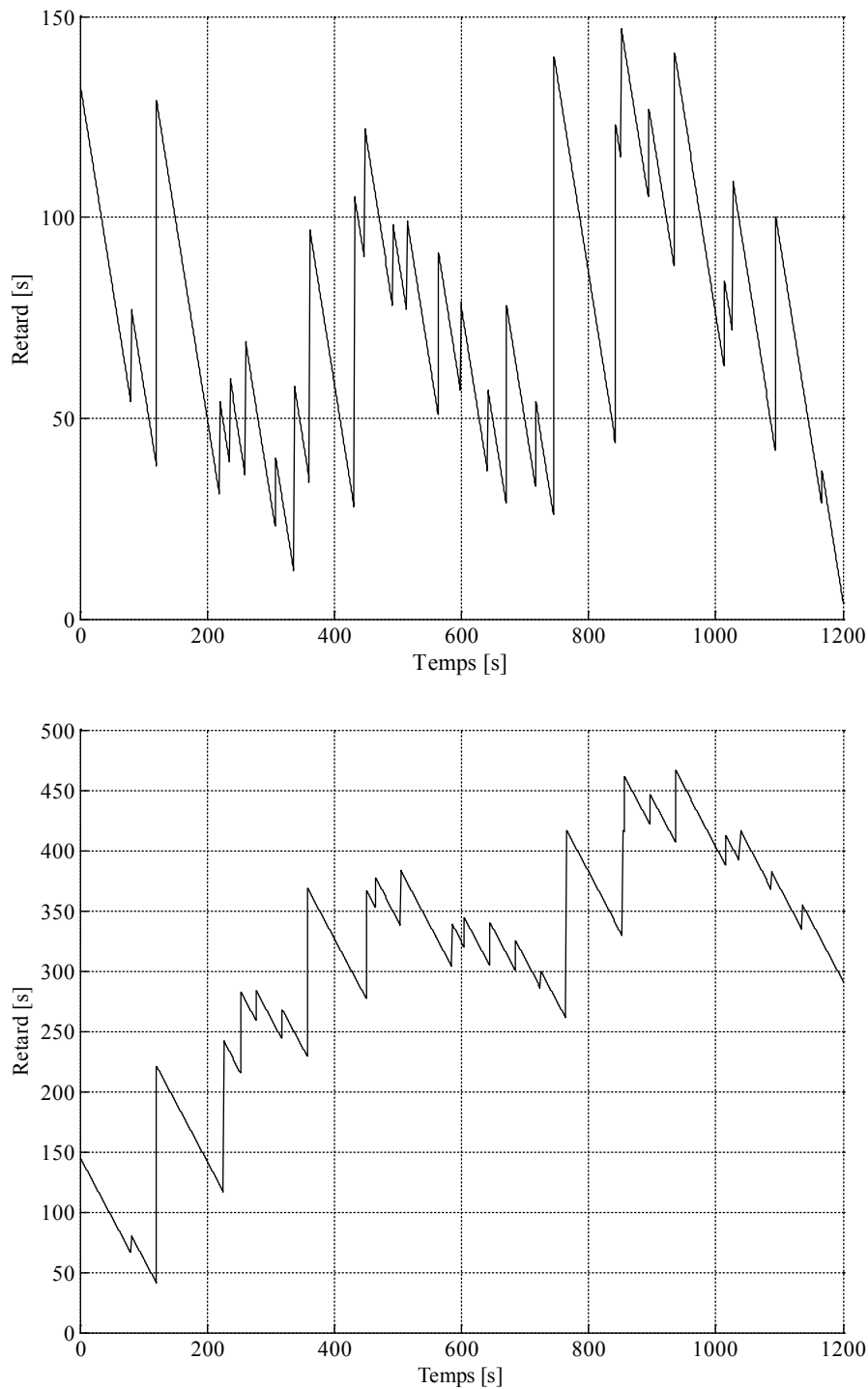


Figure 3.6. Retard dans le cas d'une source fixe avec 5 capteurs (en haut) ou 9 capteurs (en bas)

1.2. Exemple de deux sources fixes

Les densités de flux de chauffe sont présentées par les fonctions suivantes :

$\phi_1(t) = \phi_{\max} e^{-(t-\alpha_1)^2/(2\beta^2)}$ et $\phi_2(t) = \phi_{\max} - \phi_1(t)$. Ces fonctions sont représentées dans la Figure 3.7.

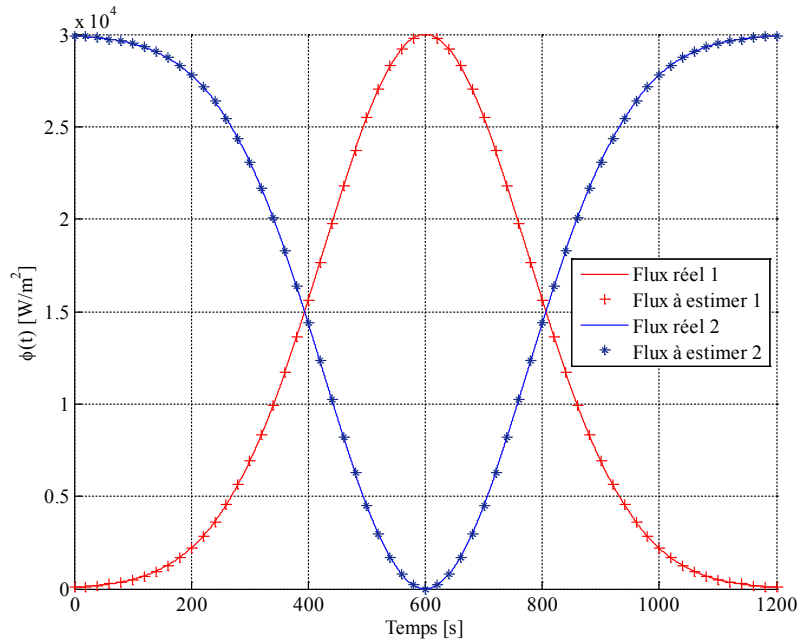


Figure 3.7. Densités de flux des sources fixes (cas de deux sources fixes avec réseau fixe)

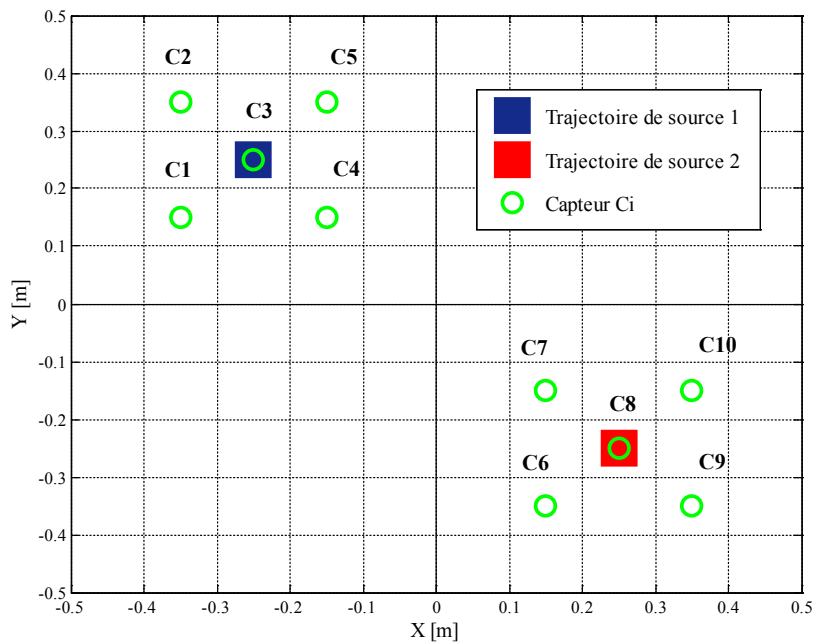


Figure 3.8. Configuration des dispositifs (cas de deux sources fixes avec réseau fixe)

La position des deux sources est présentée dans la Figure 3.8. En supposant l'ensemble des paramètres d'entrée du modèle connus, la résolution du problème direct (1.4) permet d'estimer la distribution spatio-temporelle des températures. Un exemple est présenté dans la Figure 3.9. A partir de ces simulations numériques, des pseudos mesures sont considérées et l'acquisition des températures quasi-ponctuelle de la plaque est réalisée par un réseau des « capteurs » de température fixe $C_{n=1..10}$ avec 5 capteurs par source (voir Figure 3.8 pour leur localisation).

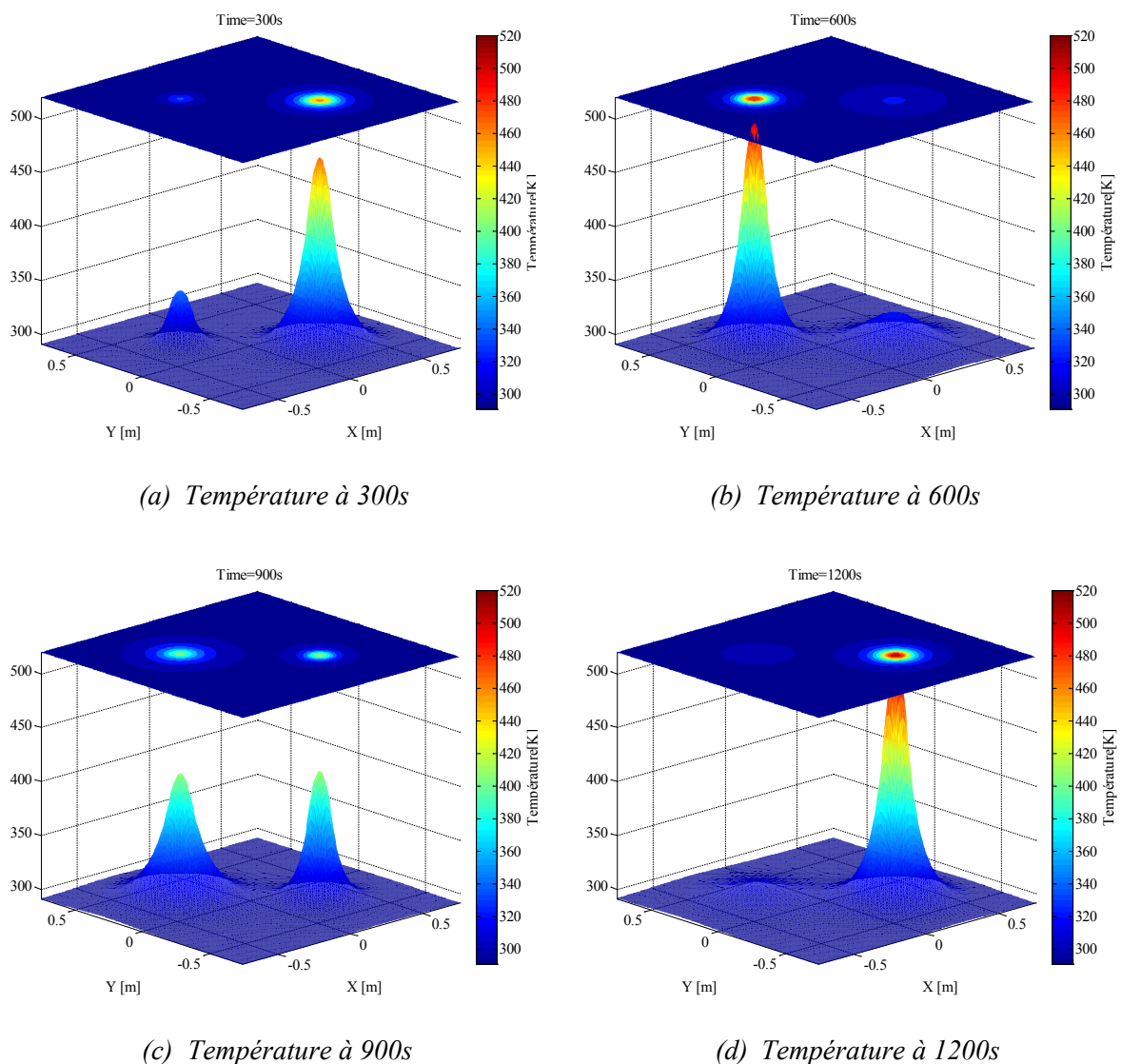


Figure 3.9. Configuration des dispositifs (cas de deux sources fixes avec réseau fixe)

Les « températures mesurées » sont bruitées et les évolutions de température sont présentées dans la Figure 3.10 ci-après. On remarque que comme précédemment plusieurs « capteurs » fournissent des informations similaires : $\{C_1, C_2, C_4, C_5\}$ d'une part et $\{C_6, C_7, C_9, C_{10}\}$ d'autre part sont redondants. Si les deux sources étaient plus proches, il y aurait moins d'informations redondantes...

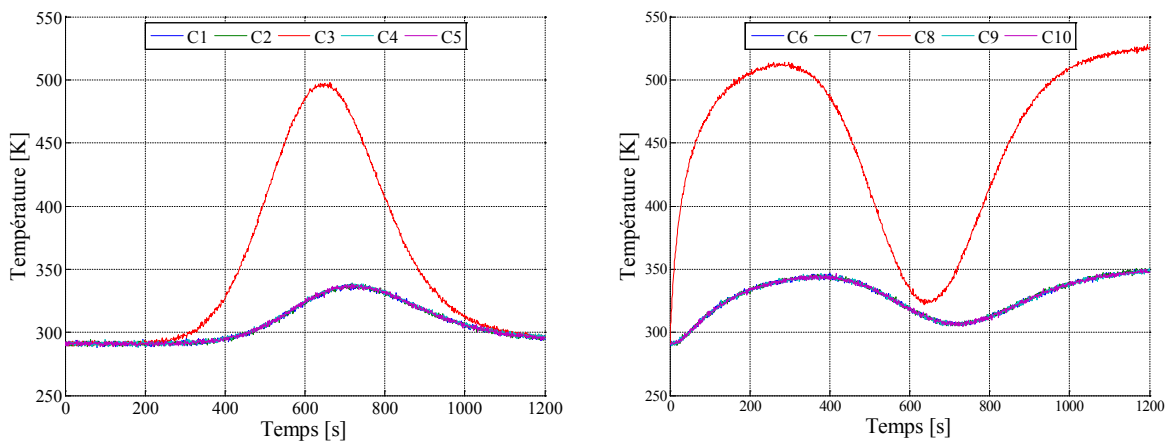


Figure 3.10. Évolution des températures (C_1 à C_5 à gauche) (C_6 à C_{10} à droite)

Pour initialiser l'algorithme à l'itération $k = 0$, les valeurs initiales de la densité de flux chauffant sont pour la première source $\phi_1^{k=0}(t) = 0$ et pour la seconde source $\phi_2^{k=0}(t) = 35000$. Les bruits suivent la loi normale $\mathcal{N}(0,1)$. La paramétrisation des densités est identique au cas précédent (pas de 20 secondes).

Tableau 3.2. Résultats numériques de la première campagne (deux sources fixes)

temps de l'identification $t_{identif}$	moyenne des résidus de température $\mu_{residus} (K)$	écart type des résidus de température $\sigma_{residus} (K)$	moyenne des retards $\mu_{retard} (s)$
20 minutes et 22 secondes	-0.01	1.00	9.8

La procédure d'identification a convergé en 20 minutes et 22 secondes et la moyenne des retards est inférieure à 10 secondes (9.81 secondes). Les valeurs identifiées des deux densités de flux sont présentées dans la Figure 3.11. L'évolution des retards lors de l'identification est représentée Figure 3.12.

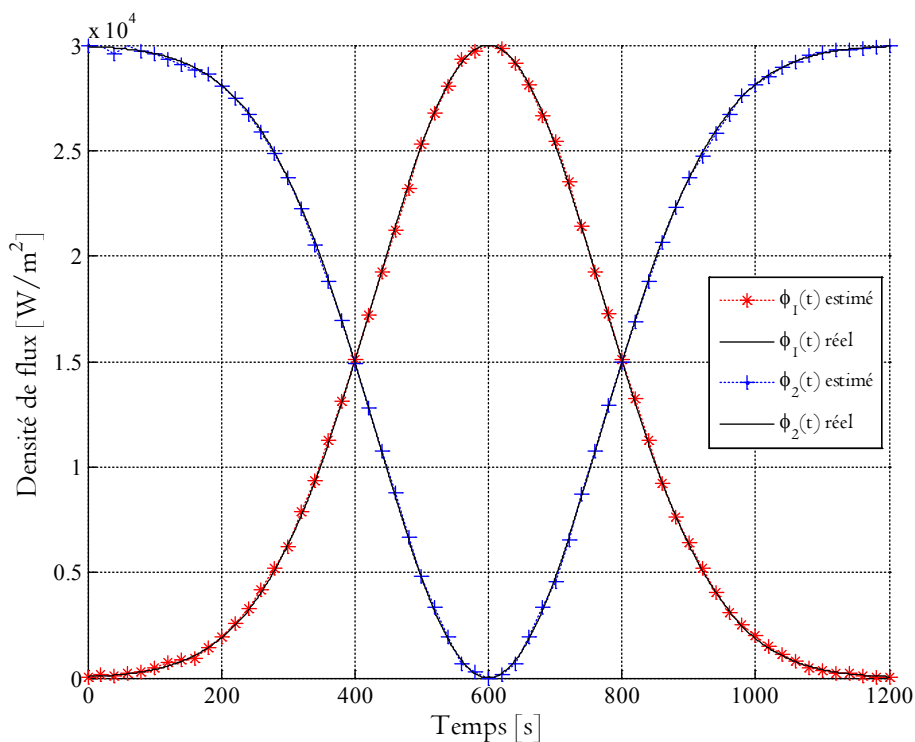


Figure 3.11. Densités des flux estimées (cas de deux sources fixes avec réseau fixe)

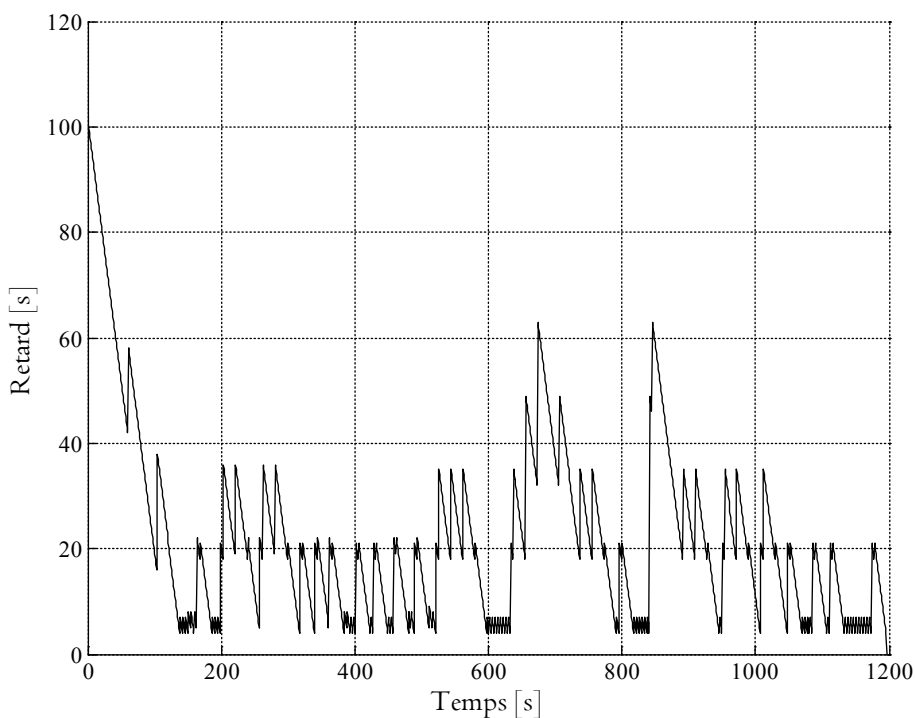


Figure 3.12. Retard de l'identification (cas de deux sources fixes avec réseau fixe)

Dans ce qui suit, les résultats de la seconde campagne de validation sont présentés. Ils concernent l'identification en ligne des paramètres d'une source chauffante mobile en utilisant le réseau des capteurs fixe.

2. Seconde campagne numérique : une source mobile

2.1. Configuration étudiée

Considérons une source chauffante évoluant sur la plaque carrée en aluminium. Le flux total délivré par cette source est uniforme sous un disque de rayon r . Il peut être exprimé de manière continue et dérivable comme :

$$\Phi(x, y; t) = \frac{\phi(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x - x_j(t))^2 + (y - y_j(t))^2} - r_j \right) \right)$$

Le paramètre $\mu \in \mathbb{R}^+$ a été choisi de manière à décrire avec précision la discontinuité du flux de chauffe à la frontière du disque. On rappelle que l'intervalle de temps $\Gamma = [0, t_f]$

est divisé en $N_t + 1$ segments $\Gamma = \bigcup_{i=0}^{N_t-1} [t_i, t_{i+1}]$ avec $t_i = \tau i$ et un pas de discrétisation défini

par $\tau = \frac{t_f}{N_t}$. La densité de flux de chauffe $\phi(t) = \sum_{i=0}^{N_t} \phi^i S^i(t) = (\bar{\phi})^{tr} \overline{S(t)}$ ainsi que les

coordonnées de la trajectoire des disques de chauffe des sources mobiles

$x_s(t) = \sum_{i=0}^{N_t} x^i S^i(t) = (\bar{x})^{tr} \overline{S(t)}$ et $y_s(t) = \sum_{i=0}^{N_t} y^i S^i(t) = (\bar{y})^{tr} \overline{S(t)}$ sont discrétisées sur la

base des fonctions des chapeaux $S^i(t)$ (Figure 1.3).

La densité de flux de la source mobile suit l'évolution temporelle qui est représentée Figure 3.13 et la trajectoire de la source est schématisée Figure 3.14. Les propriétés thermiques du système sont considérées constantes au cours de l'expérience en considérant les paramètres indiqués dans le Tableau 3.1.

En supposant l'ensemble des paramètres d'entrée du modèle connus, la résolution du problème direct (1.4) permet d'estimer la distribution spatio-temporelle des températures.

Un exemple est présenté dans la Figure 3.27. Des pseudos mesures sont alors considérées pour un réseau de 9 capteurs fixes localisés sur la plaque (voir Figure 3.14). Ces températures sont bruitées selon la loi de distribution de probabilité normale $\mathcal{N}^\circ(0,1)$. Les évolutions des températures aux 9 « capteurs » sont montrées Figure 3.16.

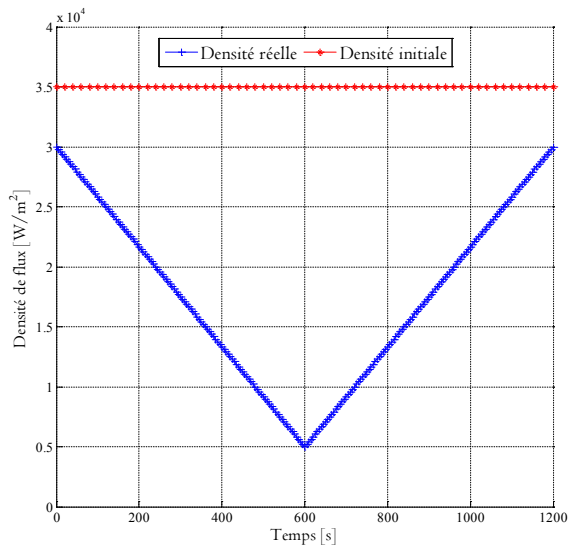


Figure 3.13. Densité de flux

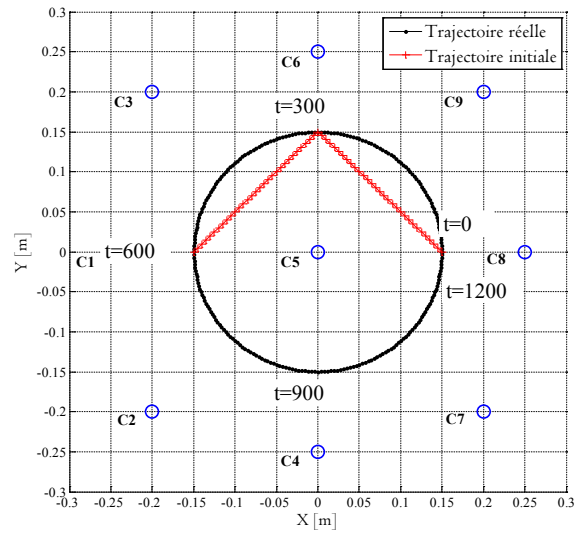
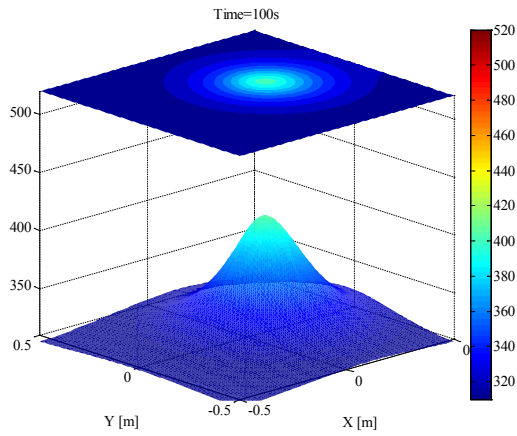
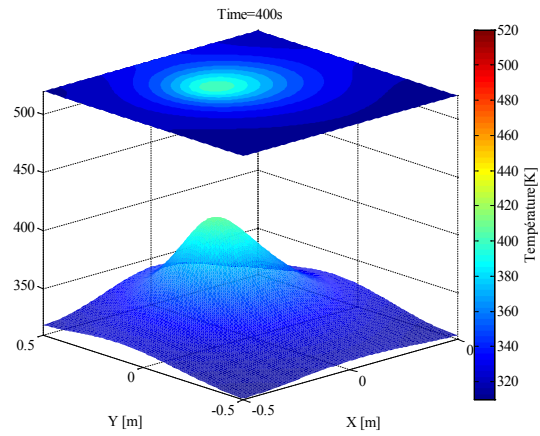


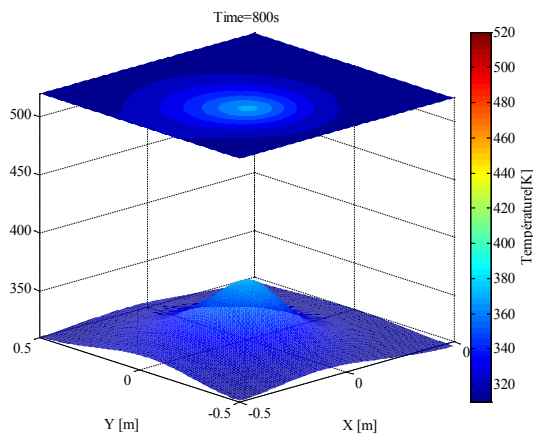
Figure 3.14. Trajectoire de source



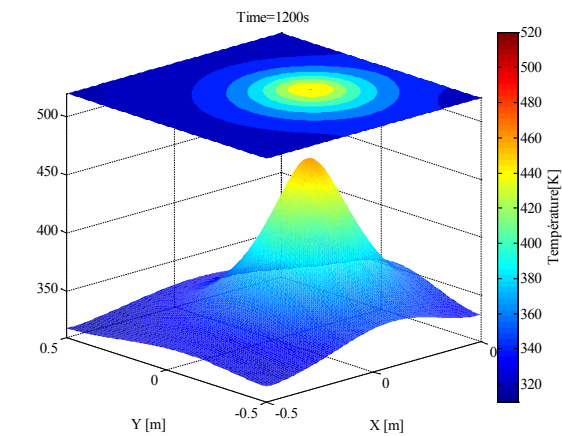
Température à 300s



Température à 600s



Température à 900s



Température à 1200s

Figure 3.15. Exemple de distribution spatiale de températures à différents instants

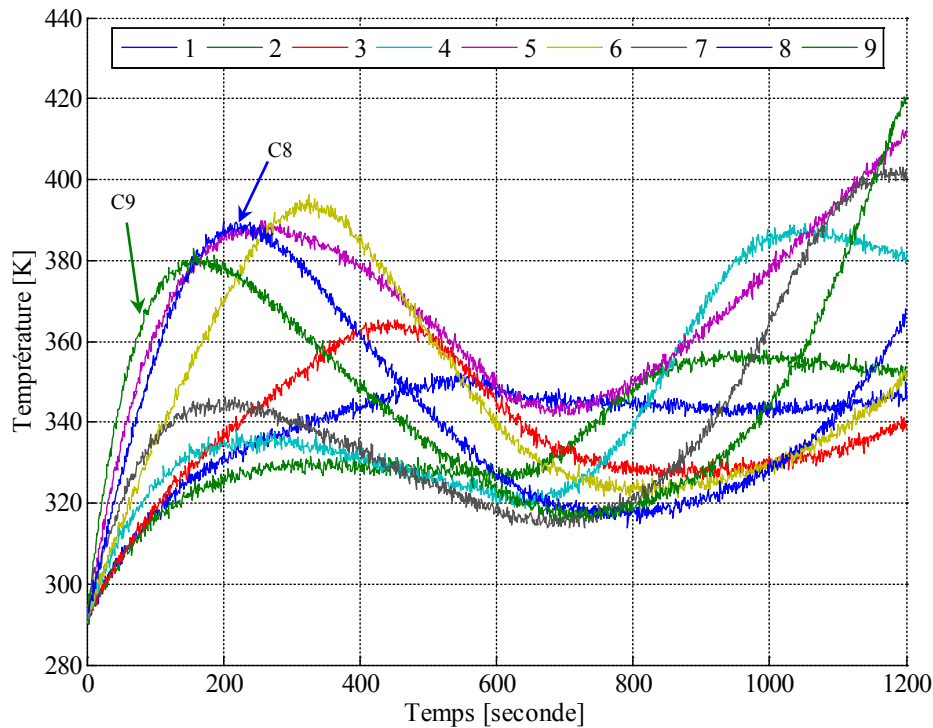


Figure 3.16. Évolution de température des capteurs (2ème campagne)

À partir de cette configuration du système étudié, deux campagnes numériques sont proposées : (1) *Identification en ligne de la trajectoire de la source mobile* ; (2) *Identification en ligne du couple densité et trajectoire de la source mobile*.

2.2. Identification de la trajectoire de la source mobile

Dans ce paragraphe, on suppose la densité de flux connue (Figure 3.13) et on veut identifier la trajectoire de la source à partir des thermogrammes (Figure 3.16) obtenues aux 9 « capteurs » positionnés Figure 3.14.

La procédure d'identification a convergé en près de 21 minutes (l'expérimentation est de 20 minutes). La convergence est satisfaite malgré les mesures bruitées. Afin de vérifier la validité du résultat, les résidus de température entre les données réelles et celles obtenues avec la trajectoire identifiée ont été calculés et sont reportés dans le tableau suivant.

Tableau 3.3. Résultats numériques de la seconde campagne – identification de la trajectoire

Temps d'identification global (minute)	$t_{\text{identif}} = 20$ minutes et 57 secondes
Moyenne de retards sur l'identification (s)	$\mu_{\text{retard}} = 36.5$
Moyenne des résidus (K)	$\mu_{\text{residus}} = 0.01$
Écart type des résidus (K)	$\sigma_{\text{residus}} = 1.02$

La trajectoire identifiée et les retards sont présentés figures suivantes :

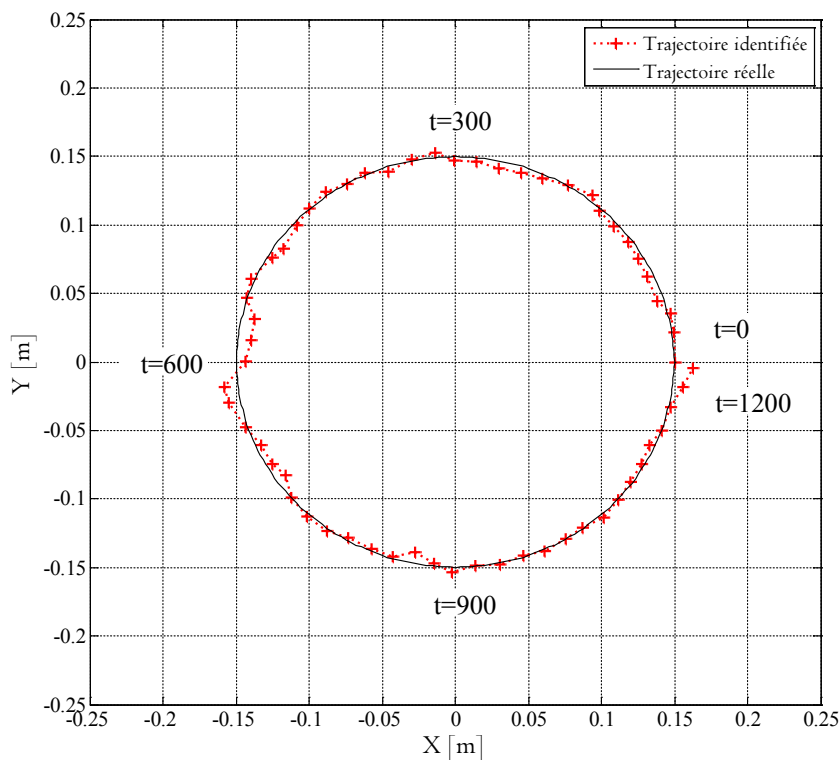


Figure 3.17. La trajectoire identifiée - seconde campagne

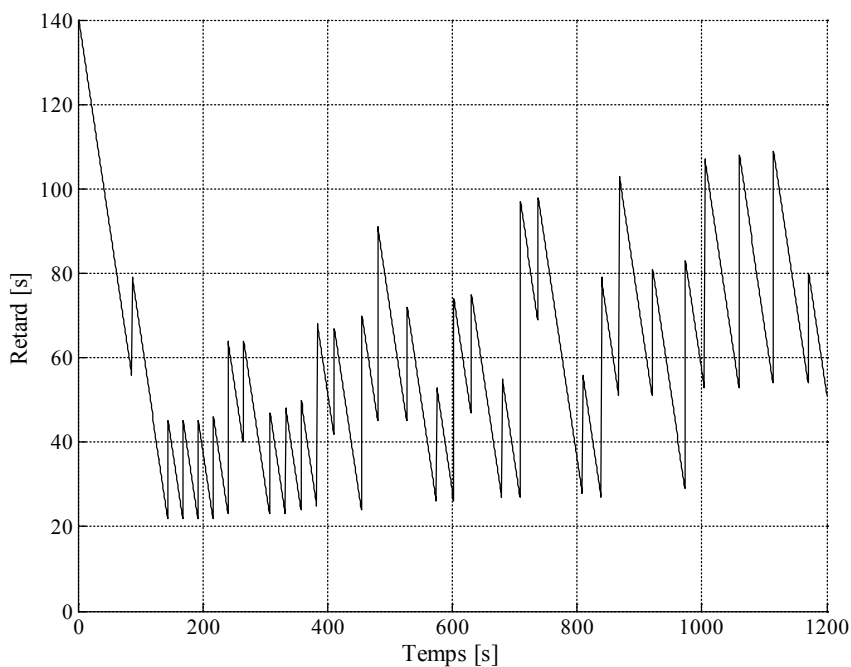


Figure 3.18. Retard d'identification - seconde campagne : identification de la trajectoire

L'ensemble des résultats précédents montre que la méthode d'identification est rapide et précise.

2.3. Identification du couple flux & trajectoire

En appliquant la procédure présentée dans la section 4.1.3 du chapitre 1, on obtient les résultats en environ 21 minutes. Afin de vérifier la validité du couple flux & trajectoire identifié, les résidus de température ont été calculés et sont reportés dans le tableau suivant.

Tableau 3.4. Résultats numériques de campagne 2

Temps d'identification global	$t_{\text{identif}} = 20$ minutes et 46 secondes
Moyenne de retards sur l'identification (s)	$\mu_{\text{retard}} = 46.2$
Moyenne des résidus (K)	$\mu_{\text{residus}} = -0.01$
Écart type des résidus (K)	$\sigma_{\text{residus}} = 1.1$

La densité de flux identifiée $\phi(t)$ à partir de l'initialisation $\phi^{k=0}(t) = 35000$ est montrée sur la figure suivante :

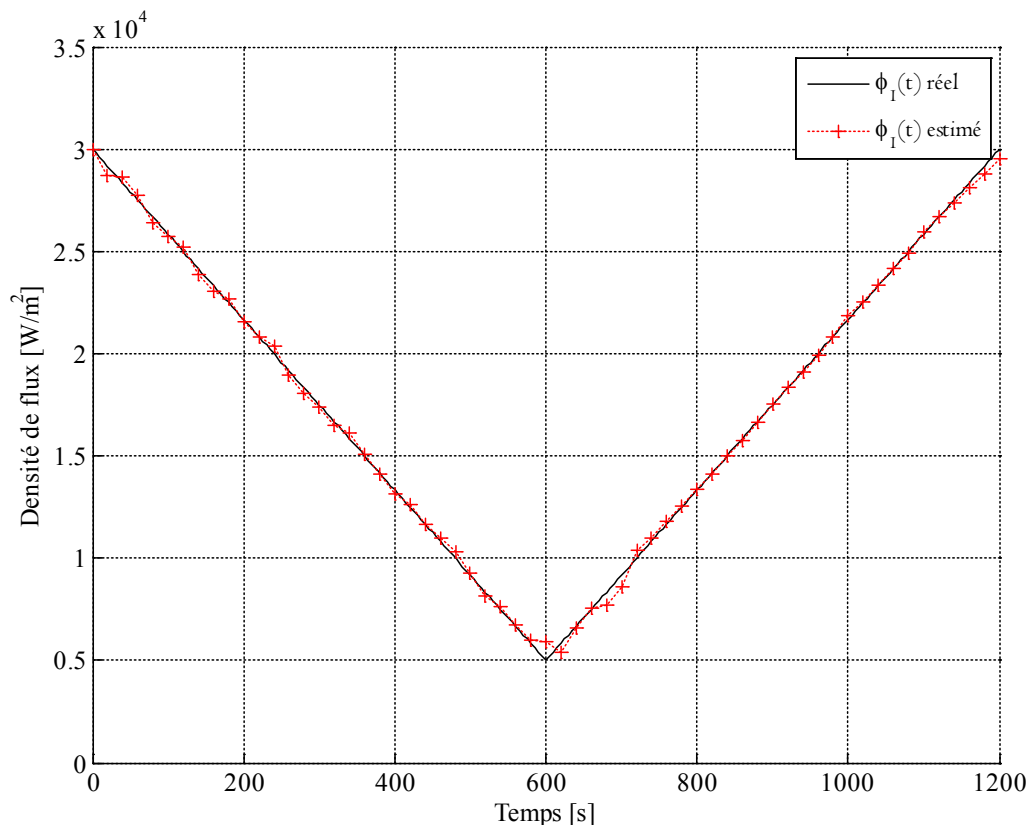


Figure 3.19. Estimation de densité (cas de couple d'une source avec réseau fixe)

La trajectoire identifiée est montrée sur la figure suivante :

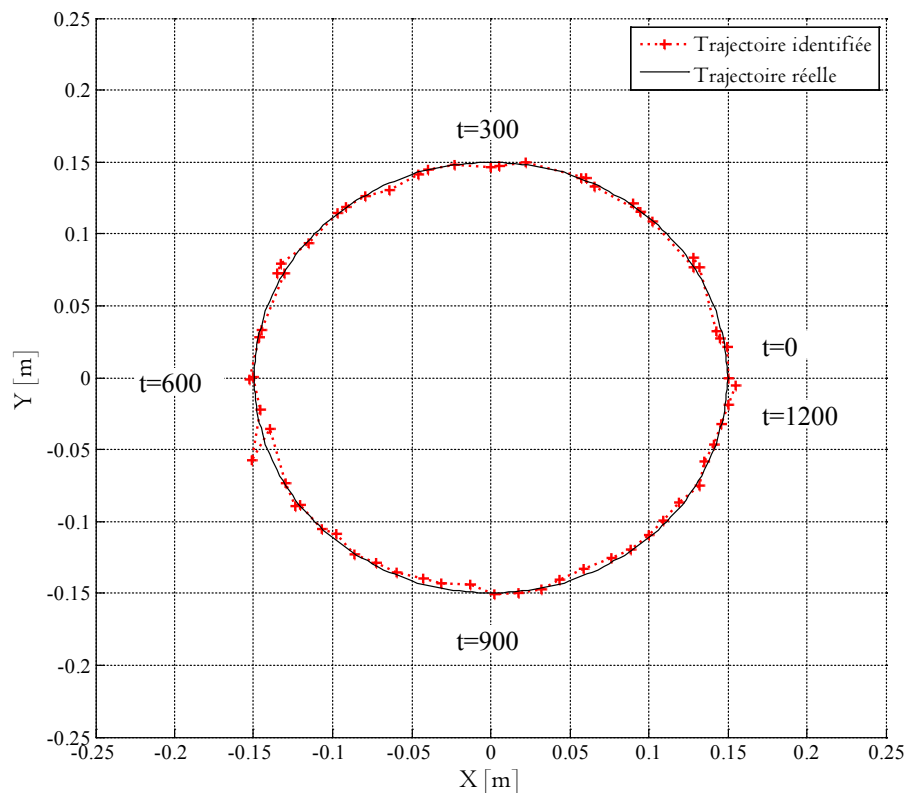


Figure 3.20. Estimation de trajectoire (cas de couple d'une source avec réseau fixe)

Les retards de la procédure d'identification quasi en ligne sont présentés dans Figure 3.21.

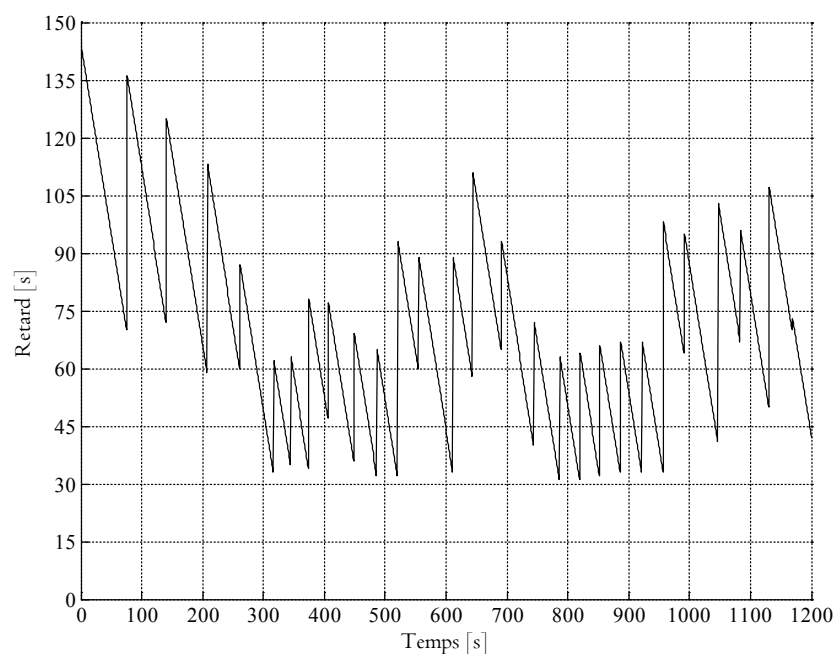


Figure 3.21. Retard d'identification de seconde campagne- couple flux & trajectoire

Les résultats précédents montrent que l'identification du couple densité de flux & trajectoire a été réalisée avec une précision satisfaisante et un temps de calcul raisonnable.

3. Troisième campagne numérique : deux sources mobiles

3.1. Configuration étudiée

La surface de plaque est chauffée par deux sources chauffantes mobiles. Chacune fournit un flux de chaleur noté ϕ_j ($j=1,2$) en Wm^{-2} supposée uniforme sur un disque mobile $D_j(I_j, r_j)$ de centre $I_j(x_j, y_j)$ et de rayon $r_j = 0.05m$. Les densités de flux de chauffe $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$ sont présentées sur la Figure 3.22, alors que les trajectoires sont présentées sur la Figure 3.23.

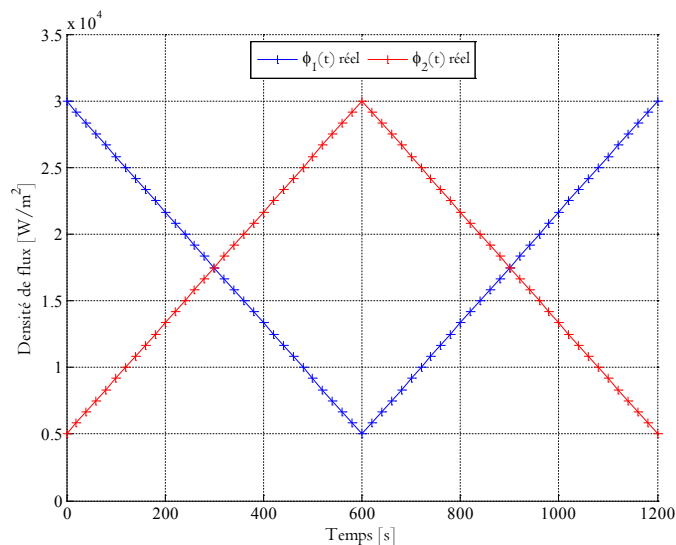


Figure 3.22. Densités réelles des flux (deux sources mobiles)

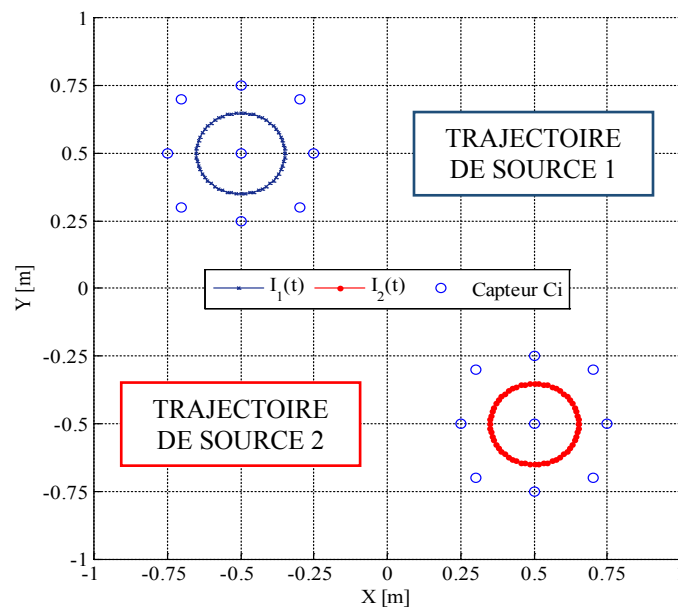


Figure 3.23. Trajectoires des deux sources

En résolvant le problème direct, on obtient la distribution spatio-temporelle de température sur la plaque (voir Figure 3.24).

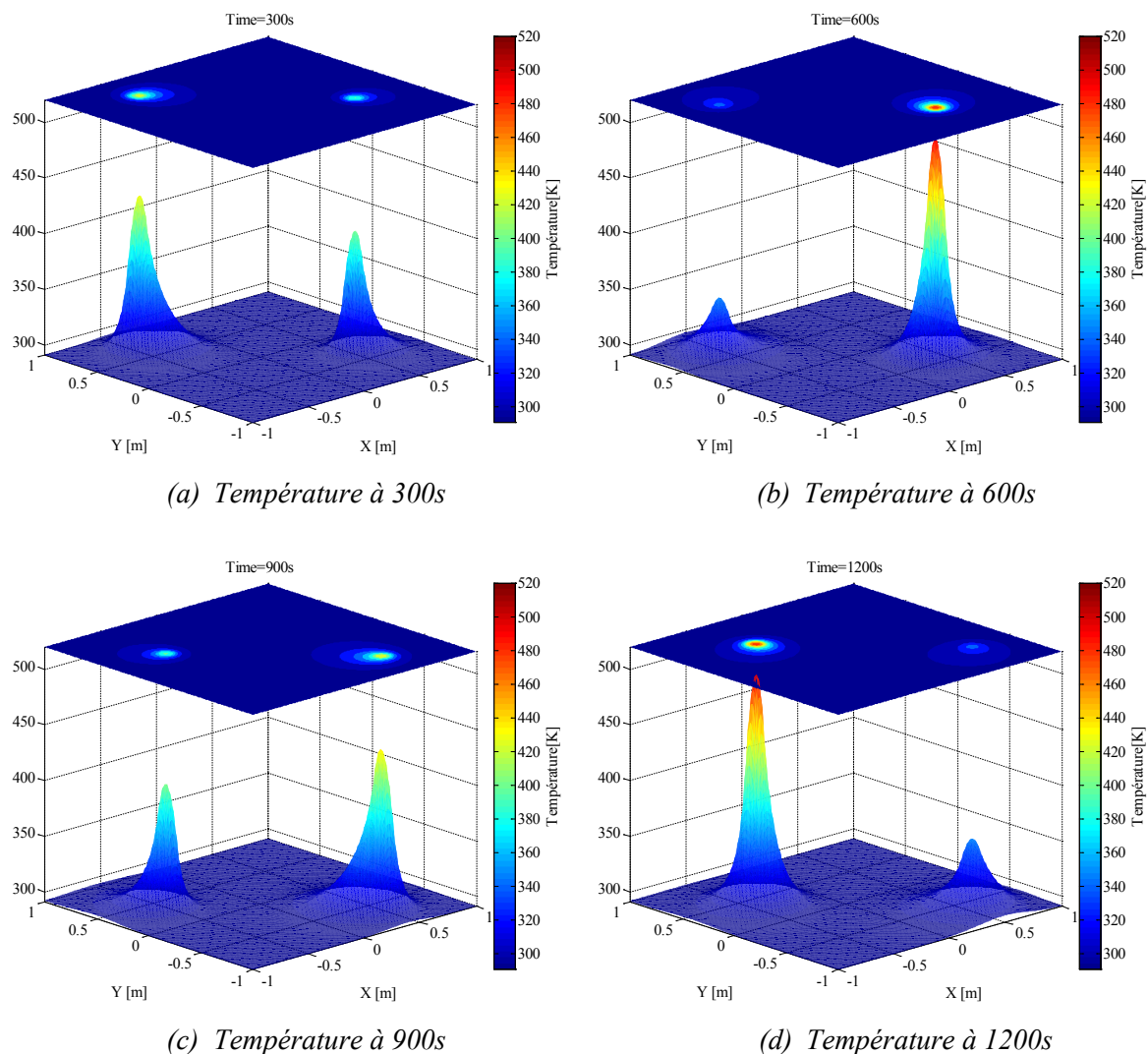


Figure 3.24. Exemple des distributions de température à différents instants – 2 sources mobiles

Les résultats numériques permettent de disposer de pseudo mesures : l'acquisition des températures quasi-punctuelle de la plaque a été réalisée par un réseau de « capteurs » fixes. Ceux-ci sont localisés comme présenté dans la Figure 3.23. Les évolutions de « températures mesurées » par ces 18 capteurs sont présentées dans les Figure 3.25 et Figure 3.26. Ces données numériques pour simuler les mesures des capteurs sont bruitées par une loi $\mathcal{N}(0,1)$.

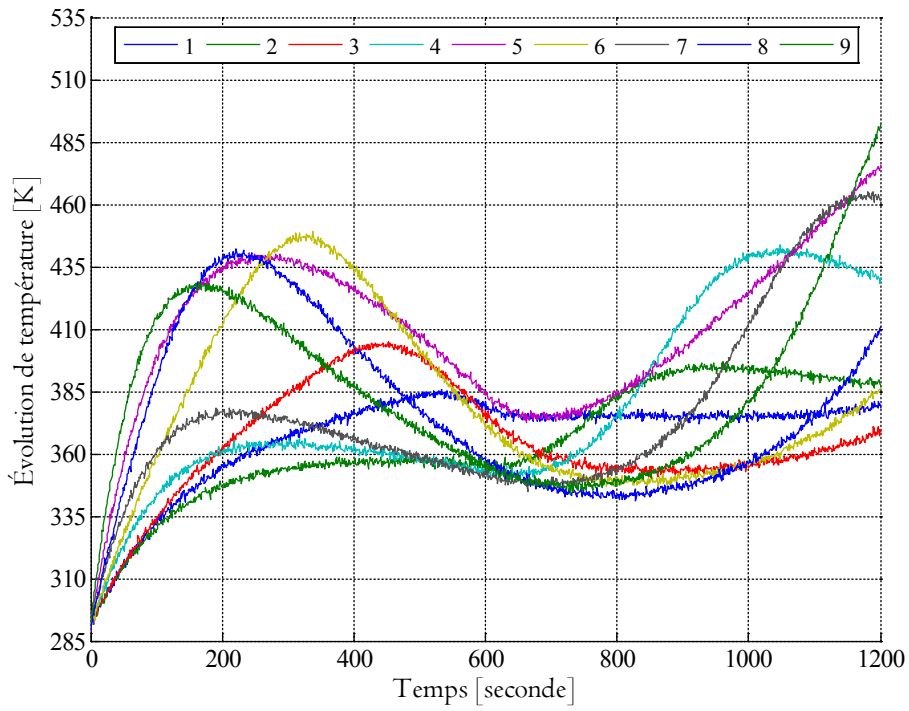


Figure 3.25. Évolution de température des C_{1-9}

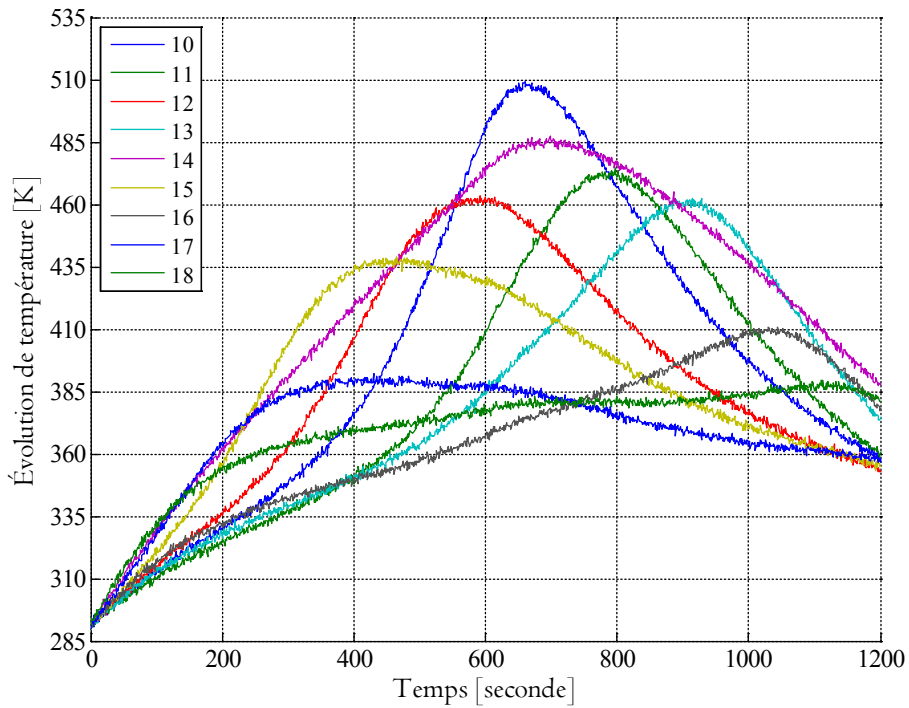


Figure 3.26. Évolution de température de C_{10-18}

3.2. Identification des deux densités de flux

En utilisant les formulations de problème direct et inverse présentées ci-dessus et en appliquant l'algorithme de la méthode du gradient conjugué prédictive avec taille de fenêtre automatiquement adaptative qui est basée sur les méthodes de régularisation itérative présenté dans le paragraphe 4.1 du chapitre 1, nous réalisons la première campagne expérimentale dédié à la validation de l'identification en ligne de deux densités de flux de sources chauffantes mobiles.

Pour ce faire, nous supposons que les trajectoires de sources sont connues (Figure 3.27) et il faut modifier les formulations de problème inverse en s'accordant le problème adjoint avec l'identification des densités de flux. Concrètement, les gradients des coordonnées des trajectoires doivent être nuls, c'est-à-dire : $\nabla J_{x_j} = \nabla J_{y_j} = 0$ ($j=1,2$). En outre, l'algorithme de MGC en ligne doit être mise en œuvre à la manière flexible avec deux densités de flux. Par conséquent, il faut déterminer l'intervalle de temps de la fenêtre d'identification \mathcal{T}_{i+1} et les valeurs d'initialisation de densité de flux à partir de la valeur de l'intervalle de temps précédente, et il faut appliquer l'algorithme d'estimation dans lequel nous identifions séquentiellement les valeurs de densité $\phi_1(t)$ et $\phi_2(t)$.

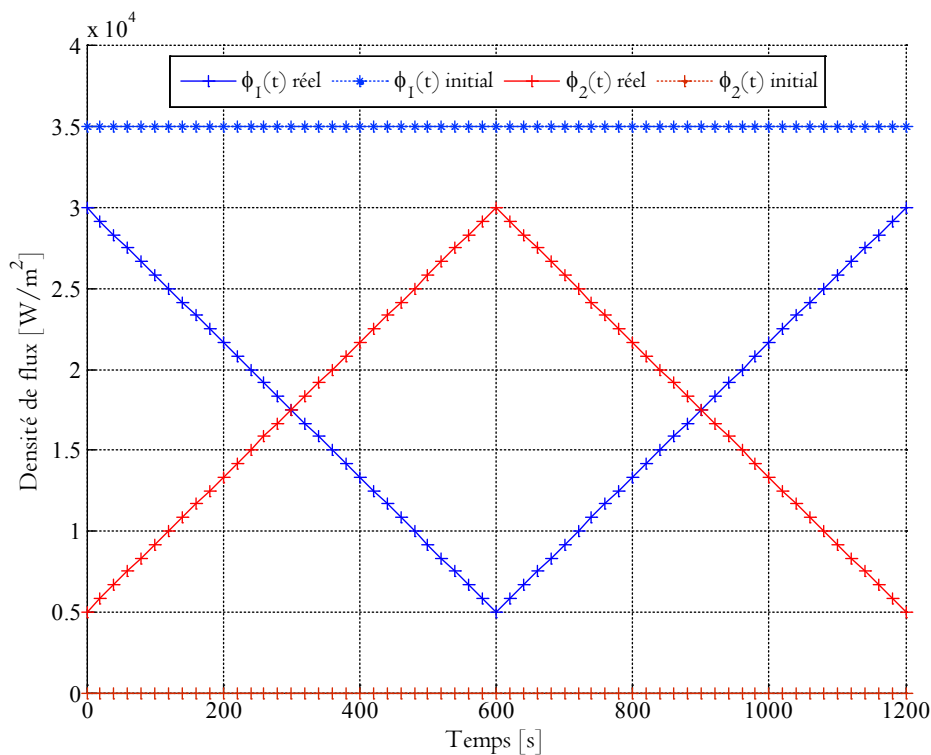


Figure 3.27. Densités de flux (2 sources mobiles)

La procédure d'estimation a convergé en 46 minutes et 24 secondes tandis que la durée de la campagne est de 1200 secondes. Les résultats sont montrés sur la figure suivante :

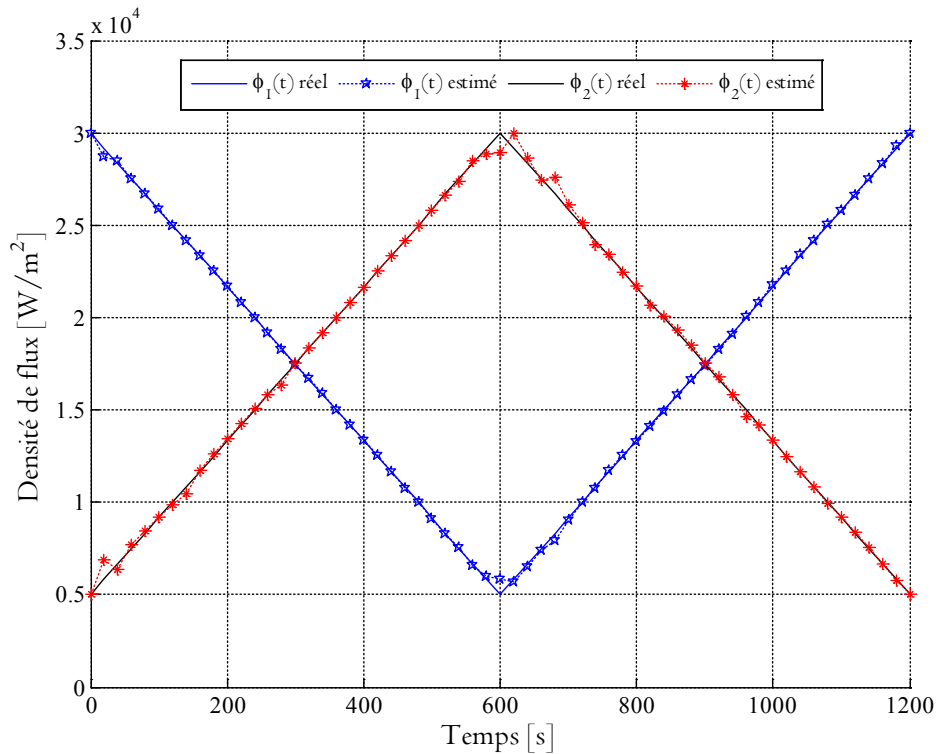


Figure 3.28. Représentation des résultats d'estimation de 2 flux

La moyenne des retards sur l'identification est de : $\mu_{retard} = 727.7(s)$ et la précision des résultats est présentée dans le tableau suivant :

Tableau 3.5. Résultats numériques de MGC en ligne (2 densités de flux)

	<i>Source 1</i>	<i>Source 2</i>	<i>Globale (2 sources)</i>
$\mu_{residus}$	-0.06	0.01	-0.1
$\sigma_{residus}$	1.0	1.0	1.03

Les retards lors de la procédure d'identification sont montrés sur la figure suivante qui illustre le fait que la procédure prend du retard sans jamais pouvoir le rattraper.

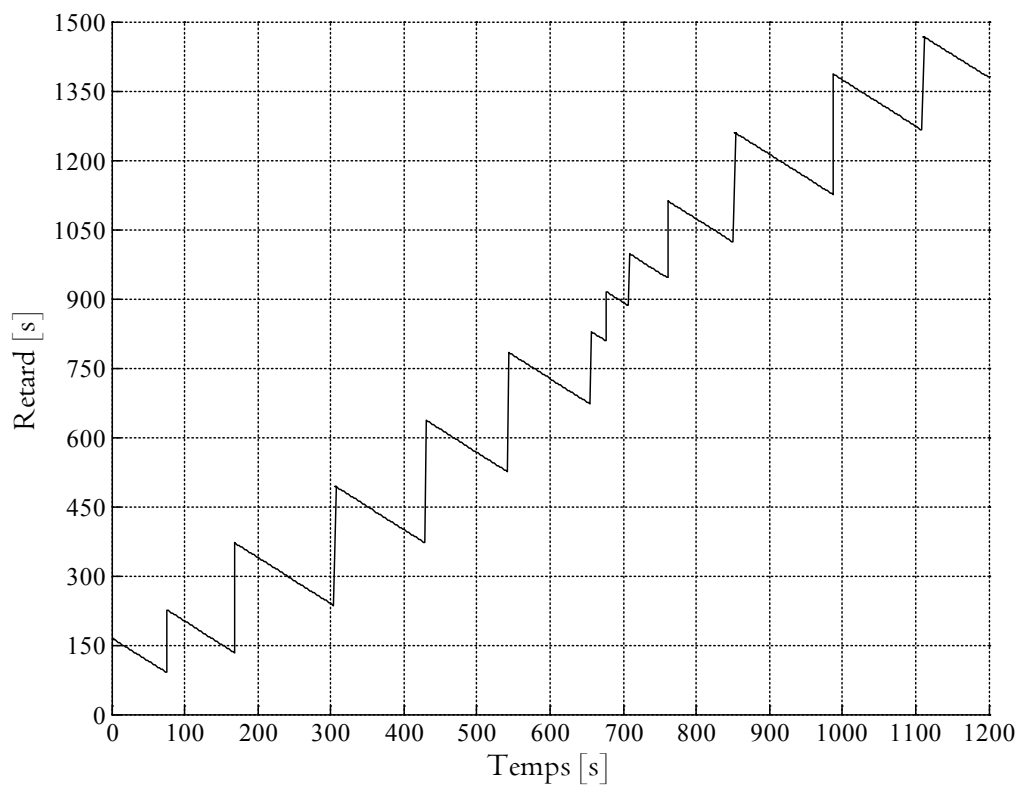


Figure 3.29. Retard de l'identification des densités de flux – 2 sources mobiles

3.3. Identification des deux trajectoires

Dans ce paragraphe, sont présentés les résultats de la campagne numérique de validation réalisée afin d'identifier en ligne les trajectoires des deux sources de chauffe mobiles alors que les densités sont connues (voir Figure 3.27). Il faut modifier les formulations de problème inverse (voir paragraphe 4.1.3 du chapitre 1) en considérant que les gradients de flux sont nuls, c'est-à-dire : $\nabla J_{\phi_{j=1,2}} = 0$. Pour initialiser l'algorithme à l'étape $k = 0$, nous considérons les valeurs initiales discrétisées des deux trajectoires de sources de chauffe présentées Figure 3.29.

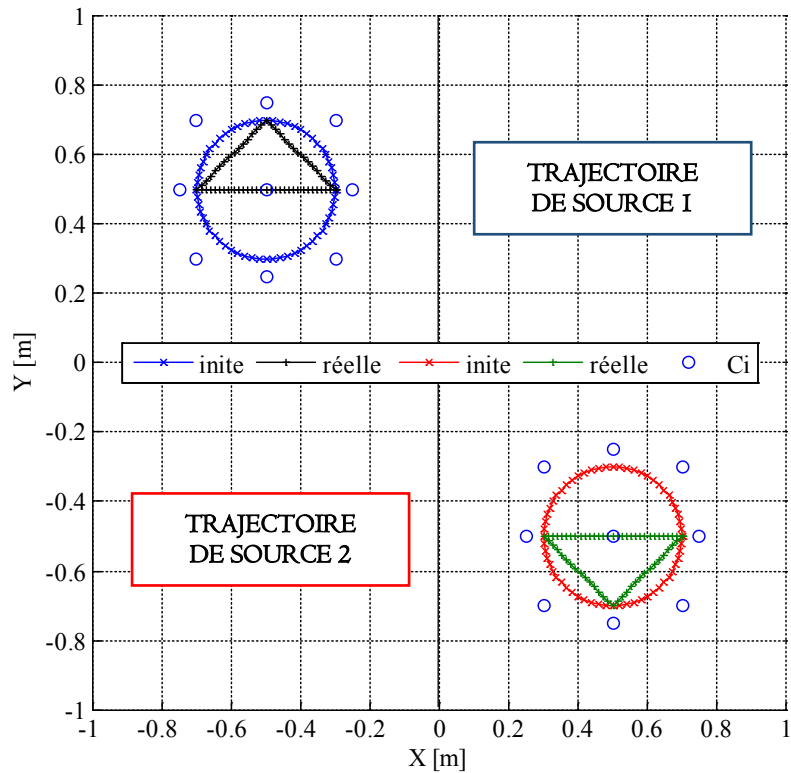


Figure 3.30. Trajectoires initiales des sources

La procédure d'estimation a convergé en 44 minutes et 49 secondes tandis que la durée de la campagne est de 1200 secondes. Les résultats de l'identification de la trajectoire sont présentés Figure 3.17.

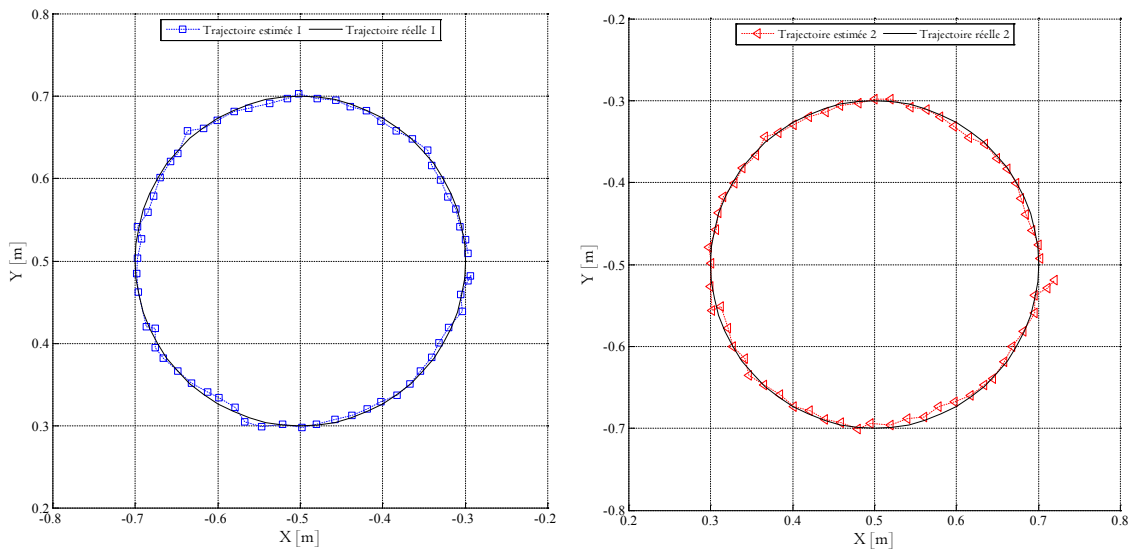


Figure 3.31. Estimation de trajectoire (source 1 à gauche et source 2 à droite).

La moyenne des retards sur l'identification est de $\mu_{\text{retard}} = 736.1(s)$ et l'évolution de ces retards est montrée Figure 3.19. Il est mis en évidence que le retard ne fait que grandir.

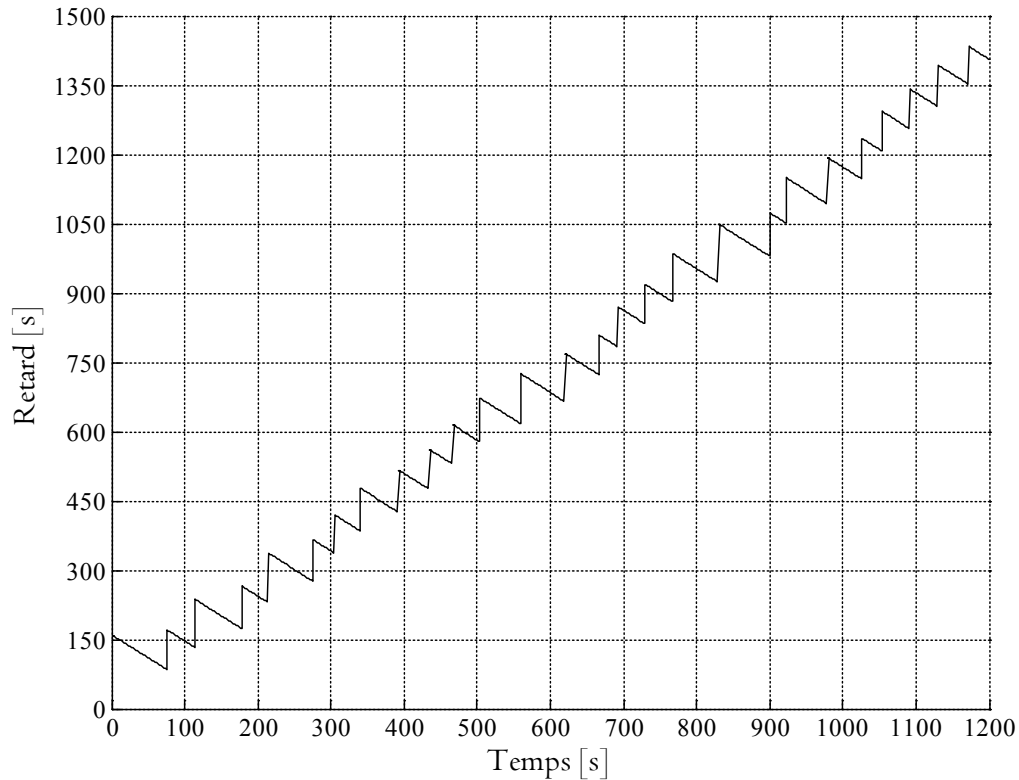


Figure 3.32. Retard de l'identification pour la trajectoire des deux sources mobiles.

Les résultats présentés dans le tableau suivant montrent que la précision est satisfaisante.

Tableau 3.6. Résultats numériques de MGC en ligne (2 densités de flux)

	<i>Source 1</i>	<i>Source 2</i>	<i>Globale (2 sources)</i>
μ_{residus}	-0.09	-0.1	-0.09
σ_{residus}	1.04	1.05	1.05

3.4. Identification des deux couples densités de flux & trajectoires

Ce paragraphe se présente la campagne numérique de validation la plus difficile : il s'agit de l'identification quasi en ligne de deux sources en utilisant des capteurs fixes. L'objectif est d'appliquer une méthode d'estimation de paramètres inconnus via une méthode de régularisation itérative basée sur la méthode du gradient conjugué en ligne pour identifier simultanément les couples (la densité et la trajectoire) de deux sources chauffante mobiles.

La discrétisation des paramètres inconnus est réalisée sur la base des fonctions chapeaux avec un pas de discrétisation de 20 secondes pour une durée totale de 1200s. Ainsi pour chaque source, il s'agit d'identifier 61 inconnues pour la densité de flux, 61 inconnues pour les abscisses du centre mobile du disque de chauffe et 61 inconnues pour les ordonnées. Ce qui représente 183 inconnus par source soit 366 paramètres à identifier. La méthode du gradient conjugué est adaptée pour résoudre les problèmes d'identification comprenant un grand nombre de paramètres inconnus.

L'algorithme d'estimation procède séquentiellement de la manière suivante: (1) la densité de flux de la source 1 ; (2) la trajectoire de la source 1 ; (3) la densité de flux de source 2 ; (4) la trajectoire de la source 2. Cet algorithme s'itère jusqu'à ce que la condition d'arrêt soit satisfaite.

Pour initialiser l'algorithme à l'étape $k = 0$, nous considérons que les valeurs initiales discrétisées des deux densités de flux sont $\phi_1^{k=0}(t) = 35000$ et $\phi_2^{k=0}(t) = 0$ (voir Figure 3.27 Figure 3.22) et que les valeurs initiales discrétisées des deux trajectoires des sources sont représentées Figure 3.30.

La procédure d'estimation a convergé en 3 heures 43 minutes et 40 secondes tandis que la durée de la campagne est de 1200 secondes. L'estimation de deux densités de flux est représentée figure suivante (Figure 3.33) et l'estimation de deux trajectoires est représentée figure suivante (Figure 3.34).

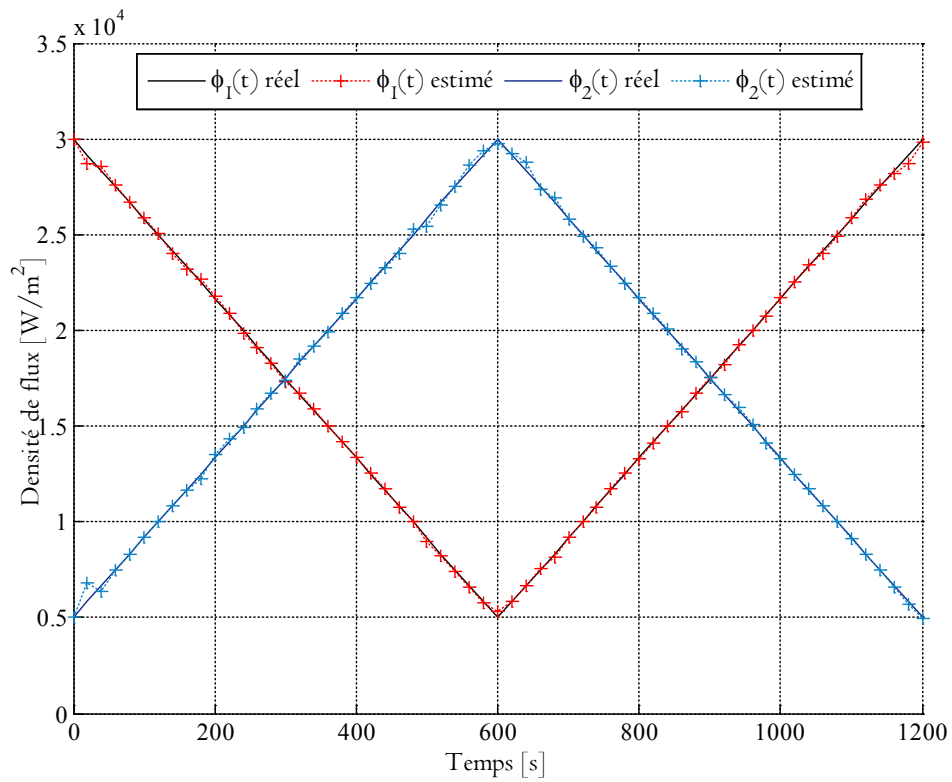


Figure 3.33. Représentation des deux densités de flux identifiées

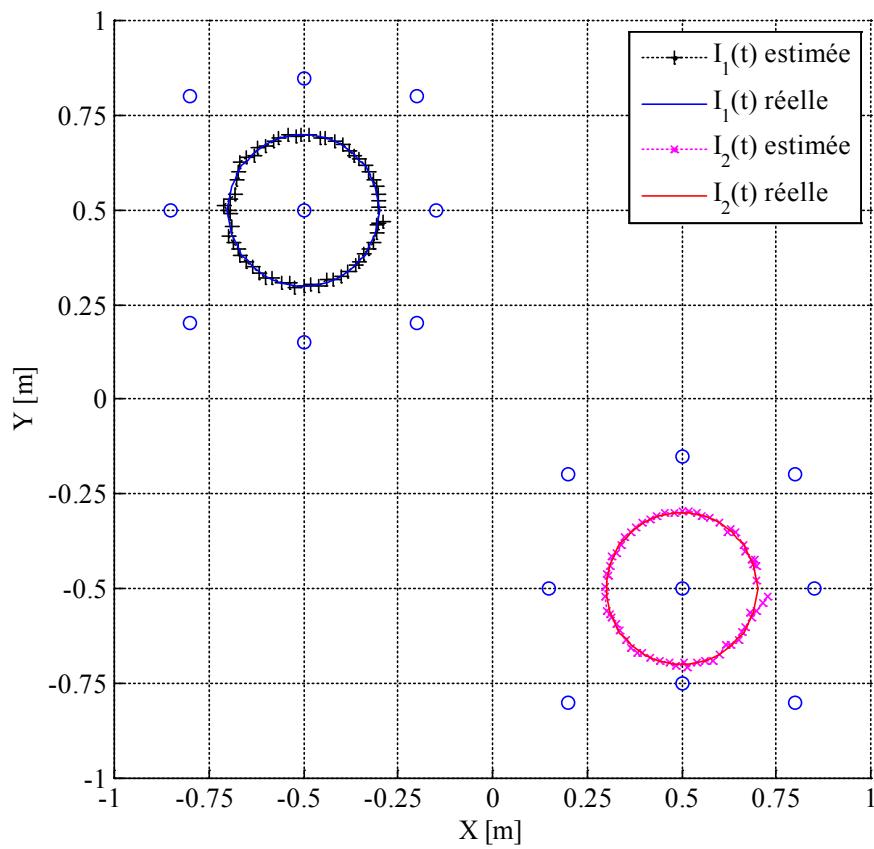


Figure 3.34. Représentation des deux trajectoires identifiées

La moyenne des retards sur l'identification est de 1 heure 39 minutes et 51 secondes. Le retard ne fait que croître au cours du temps comme cela est illustré Figure 3.35.

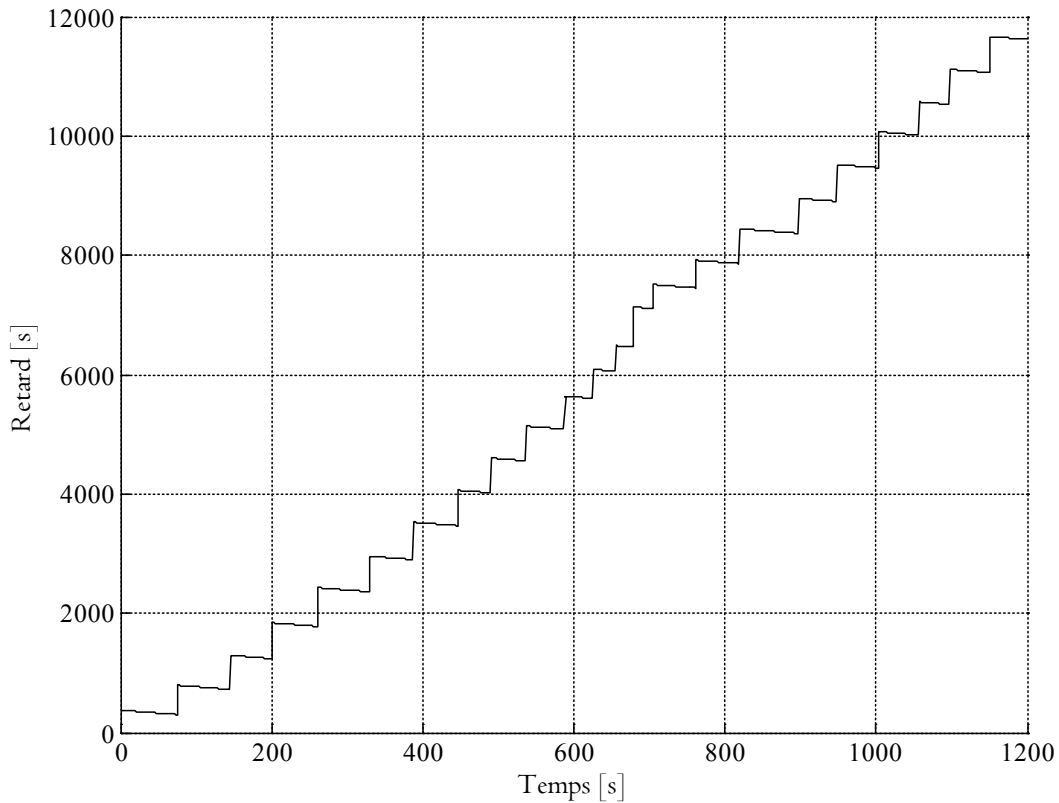


Figure 3.35. Retard de l'identification – couple densités de flux & trajectoires – deux sources

Le tableau suivant synthétise les résultats de cette campagne de validation.

Tableau 3.7. Résultats numériques de MGC en ligne (2 couples densités & trajectoires)

	<i>Source 1</i>	<i>Source 2</i>	<i>Globale (2 sources)</i>
$\mu_{residus}$	0.07	0.0	0.04
$\sigma_{residus}$	1.0	1.07	1.04

Même si l'identification donne des résultats satisfaisants le temps requis est trop important pour une application en ligne.

4. Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, la validation numérique des protocoles d'identification en ligne avec un réseau de capteurs fixes a été détaillée en considérant des configurations expérimentales réalistes et adaptées au prototype présenté dans le second chapitre.

La mise en œuvre de la méthode de régularisation itérative basée sur une adaptation de l'algorithme du gradient conjugué pour une utilisation en ligne a été réalisée en considérant une taille de fenêtre automatique (pour les observations) ainsi qu'une initialisation prédictive (des valeurs à estimer à l'itération suivante afin de diminuer le temps de calcul). Cette approche permettra aussi de développer des stratégies afin de poursuivre les sources (de trajectoires inconnues) en déployant des capteurs mobiles. Plusieurs configurations ont été proposées :

- (1) *l'identification des densités de flux d'une et de deux sources fixes ;*
- (2) *l'identification de la densité de flux, de la trajectoire et du couple (densité de flux & trajectoire) d'une source mobile ;*
- (3) *l'identification des densités de flux, des trajectoires et des couples (densités de flux et trajectoires) de deux sources mobiles.*

Tableau 3.8. Bilan des résultats numériques du chapitre 3

Nom de campagne d'identification paramétrique	Temps total d'identification en minutes	Moyenne des résidus en K	Écart-type des résidus en K
Densité de flux d'une source fixe	19.1	-0.06	1.02
Densités de flux de deux sources fixes	49.8	-0.01	0.99
Trajectoire d'une source	20.9	0.01	1.02
Couple (densité de flux & trajectoire)	20.7	-0.01	1.15
Deux densités de flux	46.4	-0.12	1.03
Deux trajectoires de sources	44.8	-0.09	1.05
Deux couples (densités de flux & trajectoires)	223.6	0.04	1.04

Les résultats numériques obtenus dans ce chapitre illustrent la robustesse de la méthodologie d'identification proposée dans le premier chapitre. A l'issue de l'identification, les résidus de température ne sont pas biaisés et les écarts-types des résidus sont toujours du même ordre de grandeur que celui du bruit.

Dans le prochain chapitre des stratégies de déploiement de la flotte de capteurs mobiles seront discutées.

Chapitre 4. Stratégie de déploiement des capteurs mobiles

Sommaire

1. Rappel du contexte	117
2. Méthodologie basée sur la méthode de régularisation itérative quasi en ligne..	118
2.1. Présentation du système étudié.....	118
2.2. Sélection des capteurs.....	120
2.3. Stratégies de déploiement des capteurs dédiées à l'identification en ligne	126
3. Validation numérique du déplacement de capteurs.....	127
3.1. Identification de la position d'une source fixe	127
3.2. Identification de la trajectoire d'une source mobile	130
3.3. Identification de la trajectoire de deux sources mobiles.....	135
4. Bilan du chapitre	139

Le contenu principal de ce chapitre a fait l'objet des communications suivantes :

«*Quasi online sensors positioning for heating source tracking*», 9th International Conference on Inverse Problems in Engineering (ICIPE 2017), University of Waterloo, May 23-26 2017, Toronto, Canada by **Thanh Phong TRAN**, Alban VERGNAUD, Laetitia PEREZ, Laurent AUTRIQUE

1. Rappel du contexte

La méthode d'identification paramétrique développée a pour objet de suivre des paramètres clés intervenant dans un système physique modélisé par des équations aux dérivées partielles. Le contexte environnemental ciblé est celui de phénomènes qui se déplacent : rejet de polluants dans un cours d'eau, propagation des feux de forêt, déplacement d'une nappe d'hydrocarbures, déplacement de nuages polluants, etc. Le prototype conçu afin de valider la méthode à une échelle de laboratoire est adapté aux systèmes décrits par des EDP paraboliques (du type équation de la chaleur).

La méthode générale d'identification (adaptation de la méthode de régularisation itérative du gradient conjugué) a été exposée dans le chapitre un. Le dispositif expérimental est détaillé dans le second chapitre en insistant sur les échanges de données et la synchronisation. La validation numérique des protocoles d'identification en ligne avec un réseau de capteurs fixes a été présentée dans le troisième chapitre pour des configurations adaptées à notre dispositif. Dans ce quatrième chapitre, les stratégies de déploiement des capteurs mobiles sont discutées. Celles-ci nous permettent de poursuivre les sources qui se déplacent alors que leurs trajectoires sont inconnues.

Dans ce contexte, le positionnement des capteurs a été étudié dans le but d'améliorer la méthode d'identification quasi en ligne développée dans (Vergnaud et al. 2016). Plusieurs capteurs ponctuels et mobiles sont considérés. La méthode proposée est basée sur des intervalles de temps successifs (pour l'identification) qui glissent sur l'horizon temporel afin de mettre à jour de manière continue les observations. Aussi, les fonctions de sensibilité sont déterminées tout au long du processus et sont analysés afin de déterminer les meilleures positions pour chaque capteur. Cette méthodologie a été développée dans (Vergnaud & Perez 2016) pour un ensemble de capteur fixe afin de sélectionner un sous-ensemble de capteurs pertinents parmi un grand nombre de capteurs candidats. Un des problèmes concernant le positionnement des capteurs est celui de la redondance des observations qui doit être évitées. Il a été mis en évidence au chapitre 3 (section 1.1) que prendre en compte « trop » de capteurs n'améliorait pas la précision de l'identification mais augmentait inutilement le temps de calcul. La gestion des contraintes (zones interdites par exemple) et les conflits liés aux trajectoires des capteurs mobiles sont aussi des difficultés supplémentaires.

Dans ce qui suit, différentes stratégies de déplacement des capteurs mobiles (pyromètres embarqués sur les robots Khepera III) sont abordées.

2. Méthodologie basée sur la méthode de régularisation itérative quasi en ligne

Ce paragraphe présente la méthodologie proposée dans le cadre de l'identification de la position ou de la trajectoire d'une ou plusieurs sources chauffantes mobiles. La stratégie de déplacement des capteurs est basée sur l'analyse du réseau des capteurs fixes dont les positions sont préalablement spécifiées. Il s'agit de développer une stratégie de choix des capteurs pertinents parmi les capteurs proposés du réseau. La procédure consiste à activer sur l'horizon de temps glissant une sous partie de l'ensemble global des capteurs, tandis que les autres capteurs restent dormants. Dans ce qui suit, nous présentons les résultats numériques relatifs au déplacement d'une meute de capteurs pour trois configurations différentes d'identification : (1) la position d'une source fixe ; (2) la trajectoire d'une source mobile ; (3) les trajectoires de deux sources mobiles.

2.1. Présentation du système étudié

Le système physique correspondant aux transferts thermiques sur la plaque 2D est décrit par le problème direct relatif au système d'EDP (1.4) rappelé ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \theta(x, y; t) = \frac{\Phi(x, y; t) - 2h(\theta(x, y; t) - \theta_0)}{e} \quad \forall (x, y; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \theta(x, y; 0) = \theta_0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \theta(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right.$$

Pour identifier le flux délivré par les sources chauffantes ou bien leurs trajectoires, il est nécessaire d'identifier $\Phi(x, y; t)$. Pour ce faire, disposant de mesures de températures $\hat{\theta}(\cdot)$ en différents points, le critère quadratique suivant doit être minimisé :

$$J(\theta; \Phi) = \frac{1}{2} \int_0^{t_f} \sum_{n=0}^{N_c} (\theta(C_n, t; \Phi) - \hat{\theta}(C_n, t))^2 dt$$

$\theta(C_n, t; \Phi)$ étant la température (au capteur C_n) calculée en résolvant le problème direct dépendant du flux $\Phi(x, y; t)$.

Rappelons que la méthode de régularisation itérative basée sur l'algorithme du gradient conjugué consiste à résoudre itérativement trois problèmes bien posés au sens d'Hadamard : (1) *un problème direct* pour calculer le critère, (2) *un problème adjoint* pour déterminer le gradient et la direction de descente et (3) *un problème de sensibilité* pour calculer la profondeur de descente.

Le problème de sensibilité précédemment détaillé au chapitre 1 (1.7) est rappelé ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \delta \theta(x, y; t)}{\partial t} - \lambda \Delta \delta \theta(x, y; t) = \frac{\delta \Phi(x, y; t) - 2h \delta \theta(x, y; t)}{e} \quad \forall (x, y; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \delta \theta(x, y; 0) = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \delta \theta(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right.$$

La profondeur de descente formulée au chapitre 1 (1.10) est rappelée ci-dessous :

$$\gamma^{k+1} = \frac{\int_0^{t_f} \sum_{n=1}^{N_c} \left(\theta(C_n, t; \bar{\Phi}^k) - \hat{\theta}_n(t) \right) \delta \theta(C_n, t; \bar{\Phi}^k) dt}{\int_0^{t_f} \sum_{n=1}^{N_c} \left(\delta \theta(C_n, t; \bar{\Phi}^k) \right)^2 dt}$$

Le problème adjoint précédemment détaillé au chapitre 1 (1.12) est rappelé ci-dessous :

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho c \frac{\partial \psi(x, y; t)}{\partial t} + \lambda \Delta \psi(x, y; t) = E(x, y; t) + \frac{2h \psi(x, y; t)}{e} \quad \forall (x, y; t) \in \Omega \times \Gamma \\ \psi(x, y; t_f) = 0 \quad \forall (x, y) \in \Omega \\ -\lambda \frac{\partial \psi(x, y; t)}{\partial \vec{n}} = 0 \quad \forall (x, y; t) \in \partial \Omega \times \Gamma \end{array} \right.$$

et les gradients de la fonctionnelle à minimiser sont (selon que l'on veut identifier les densités de flux $\bar{\phi}$ ou les centres des disques de chauffe (\bar{x}, \bar{y})) sont détaillés dans le chapitre 1 :

$$\begin{aligned} \nabla J_{\phi^i} &= - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{s_{\phi}^i(t)}{\pi} \operatorname{arccot} \left(\mu \left(\sqrt{(x-x_j(t))^2 + (y-y_j(t))^2} - r_j \right) \right) \frac{\psi(x,y;t)}{e} d\Omega dt \\ \nabla J_{x^i} &= - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{\phi(t)}{\pi} \frac{\mu}{\xi(x,y;t) \left(1 + \mu^2 (\xi(x,y;t) - r)^2 \right)} (x-x(t)) s_x^i(t) \frac{\psi(x,y;t)}{e} d\Omega dt \\ \nabla J_{y^i} &= - \int_0^{t_f} \int_{\Omega} \frac{\phi(t)}{\pi} \frac{\mu}{\xi(x,y;t) \left(1 + \mu^2 (\xi(x,y;t) - r)^2 \right)} (y-y(t)) s_y^i(t) \frac{\psi(x,y;t)}{e} d\Omega dt \end{aligned}$$

L'algorithme d'identification hors ligne est présenté dans le paragraphe 3.1 du premier chapitre. Son adaptation à une problématique en ligne est présentée dans le paragraphe 4.1 du premier chapitre. Les applications numériques dans le cadre du dispositif expérimental sont présentées dans le troisième chapitre.

2.2. Sélection des capteurs

Dans ce qui suit nous présentons les algorithmes de choix des meilleurs capteurs parmi les capteurs candidats (dont les positions sont imaginaires). Les meilleurs capteurs sont supposés être les plus sensibles aux variations des paramètres à identifier. Ceci permet de réduire la région spatiale d'observation à une dimension pertinente et sera utilisée par la suite pour déplacer les capteurs en ligne.

2.2.1. Détermination de la région pertinente en mode hors ligne

L'illustration proposée dans ce paragraphe concerne une source fixe centrée en $I_s(0.5;0.5)$ qui fournit la densité de chauffe $\phi(t)$ sur la plaque. Pour réduire la zone d'observation, on divise la surface $(x,y) \in \Omega = \left[-\frac{L}{2}, +\frac{L}{2}\right] \times \left[-\frac{L}{2}, +\frac{L}{2}\right]$ en une grille de pas $\delta x = \delta y = \frac{L}{N_{co}}$ où N_{co} est un nombre arbitrairement grand permettant de définir des points d'observations imaginaires dans aux intersections de la grille candidate. Les quatre capteurs les plus utiles ont été choisis en maximisant le critère L_i^2 calculé pour chaque capteur C_i :

$$L_i^2 = \|\delta\theta(C_i, t)\|_T = \sqrt{\int_T (\delta\theta(C_i, t))^2 dt}$$

Ce terme peut être aussi estimé numériquement à partir des valeurs discrétisées (le pas

d'échantillonnage temporel de 1 seconde) :

$$L_i^2 \approx \sqrt{\sum_{j=1}^T (\delta\theta(C_i, t^j))^2} \quad (4.1)$$

Dans ce qui suit, on part d'une grille de 5x5 positions candidates présentées Figure 4.1.

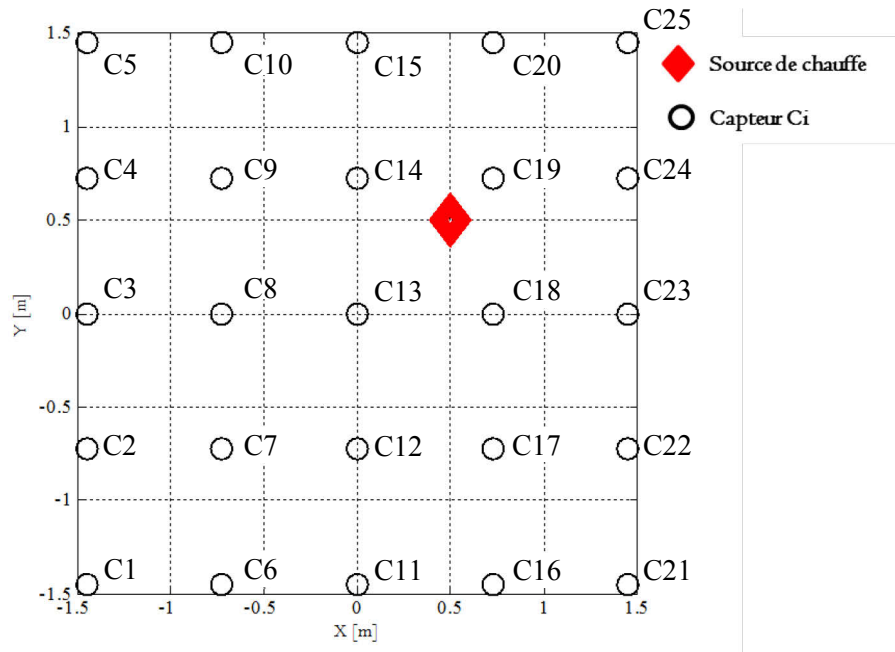


Figure 4.1. Localisation de la source fixe et des positions candidates

La résolution du problème de sensibilité permet de calculer l'évolution des fonctions de sensibilité en ces différents points (voir Figure 4.2) et de calculer pour chaque point la norme L^2 selon (4.1). Les valeurs sont données dans le Tableau 4.1 et représentées Figure 4.3. On remarque que les 4 positions candidates les plus intéressantes sont : C_{19} , C_{18} , C_{14} et C_{13} . Cette démarche peut être reproduite pour identifier de manière itérative la zone la plus pertinente pour éliminer les capteurs ne recevant pas ou peu d'informations. L'algorithme de réduction est présentée Figure 4.4. Ce processus se répète jusqu'à ce que la condition d'arrêt soit satisfaite (taille de la zone d'observation pertinente).

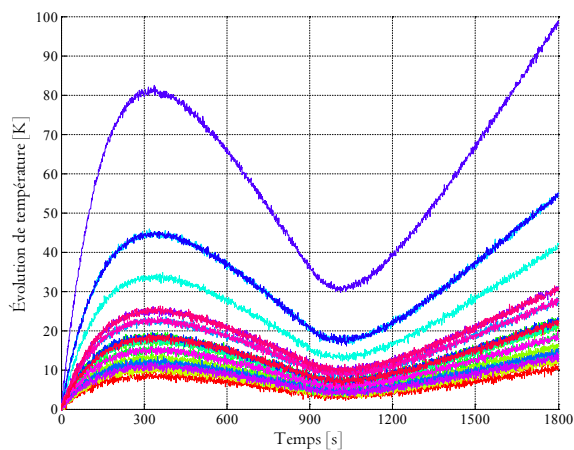


Figure 4.2. Exemple d'évolution des fonctions de sensibilité

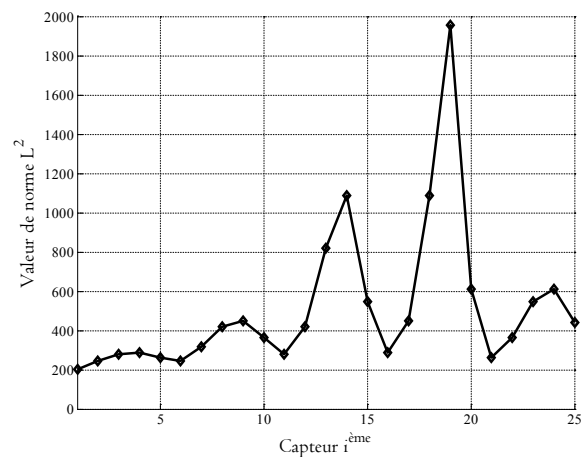


Figure 4.3. Norme L^2 calculée pour chacun des 25 points (en abscisse)

Tableau 4.1. Résultats des moyennes et normes des fonctions de sensibilités aux points candidats

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6	C_7	C_8	C_9
$\overline{\delta\theta}(C_i)$	6.1	7.3	8.4	8.6	7.9	7.3	9.6	12.6	16.4
$\max(\delta\theta(C_i))$	10.3	12.2	14.1	14.5	13.2	12.2	16.0	21.2	22.6
$L^2(\delta\theta(C_i))$	204.0	242.7	280.1	287.8	262.1	242.7	318.1	420.4	447.7

	C_{10}	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{15}	C_{16}	C_{17}	C_{18}
$\overline{\delta\theta}(C_i)$	11.0	8.4	12.6	24.6	32.6	16.4	8.6	13.4	32.6
$\max(\delta\theta(C_i))$	18.4	14.1	21.2	41.3	54.7	27.6	14.5	22.6	54.7
$L^2(\delta\theta(C_i))$	365.2	280.1	420.3	819.0	1086.1	547.5	287.8	447.7	1086.2

	C_{19}	C_{20}	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{24}	C_{25}
$\overline{\delta\theta}(C_i)$	58.6	18.3	7.9	11.0	16.4	18.3	13.2
$\max(\delta\theta(C_i))$	98.4	30.7	13.2	18.4	27.6	30.7	22.2
$L^2(\delta\theta(C_i))$	1956.4	610.0	262.1	365.2	547.5	610.0	441.2

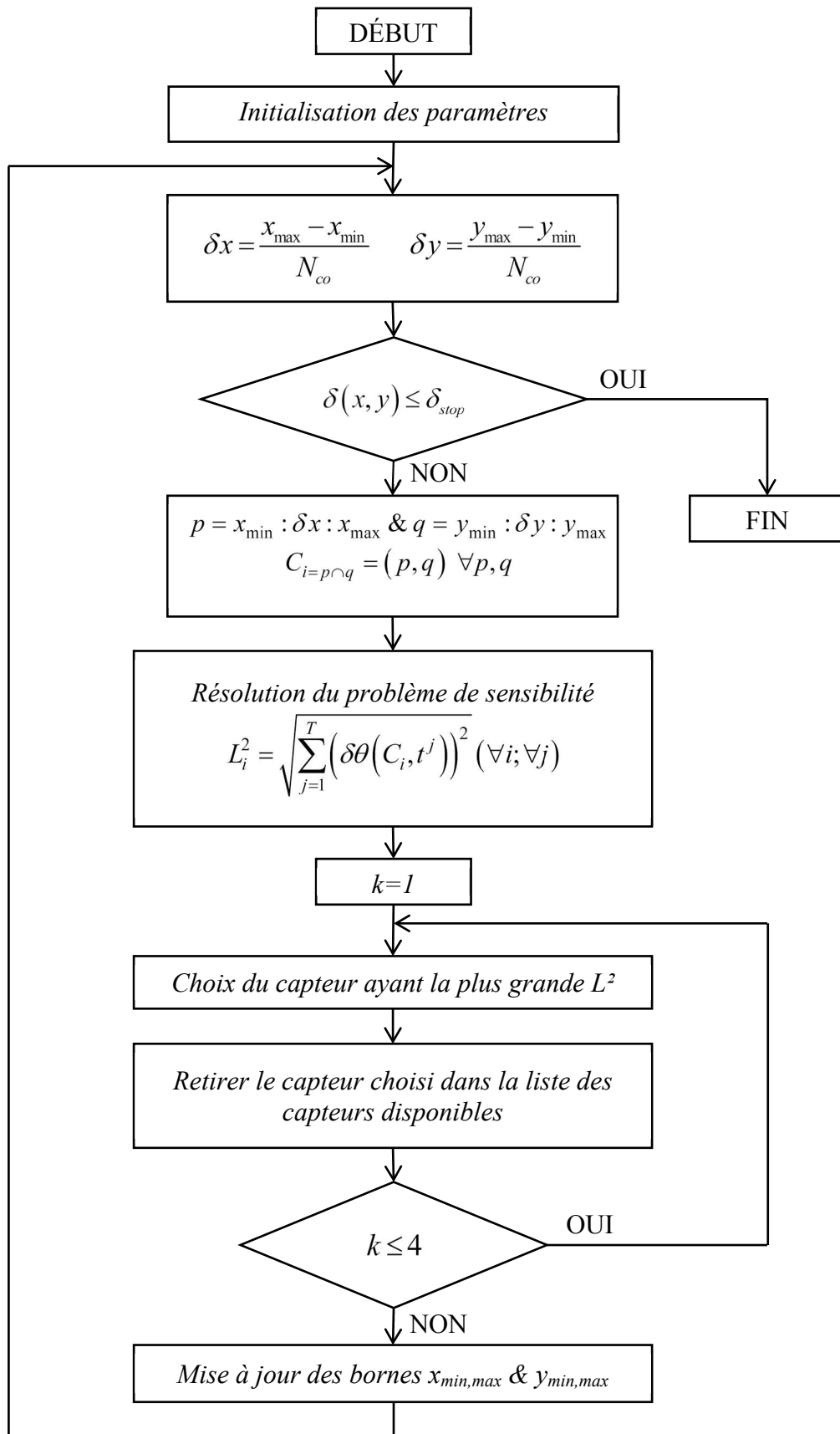
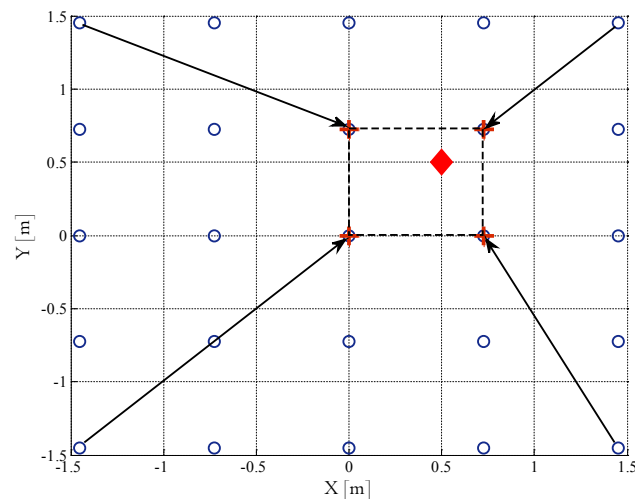
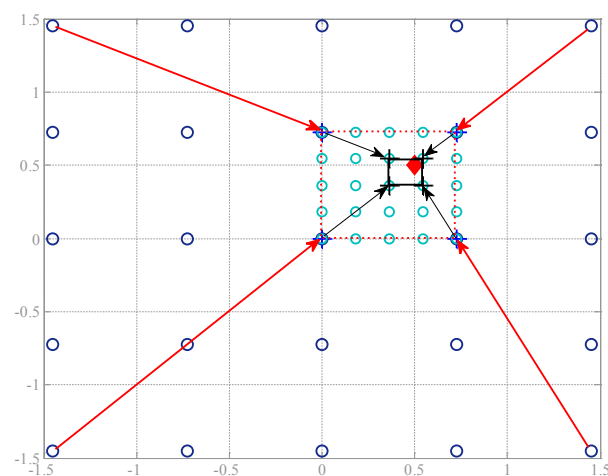


Figure 4.4. Algorithme de choix des capteurs hors ligne

Tableau 4.2. Résultat de l'algorithme de choix des capteurs

Itération	C_1 optimal	C_2 optimal	C_3 optimal	C_4 optimal	Superficie
0	(-1.45 ; -1.45)	(-1.45 ; 1.45)	(1.45 ; -1.45)	(1.45 ; 1.45)	8.410
1	(0 ; 0)	(0 ; 0.725)	(0.725 ; 0)	(0.725 ; 0.725)	0.525
2	(0.363 ; 0.363)	(0.363 ; 0.543)	(0.543 ; 0.363)	(0.543 ; 0.543)	0.033

A chaque itération de l'algorithme d'identification les nouvelles fonctions de sensibilité sont calculées et permettent de réduire la zone d'intérêt. Les zones réduites sont présentées dans les Figure 4.5 et Figure 4.6 où le losange rouge symbolise la source chauffante ; les cercles bleus sont les positions candidates ; les croix sont les capteurs optimaux choisis ; les rectangles en tiret sont les nouvelles zones réduites.

Figure 4.5. Résultat de mise en œuvre de l'algorithme de choix des capteurs ($k=1$)Figure 4.6. Résultat de mise en œuvre de l'algorithme de choix des capteurs ($k=2$)

2.2.2. Détermination de la région pertinente en mode quasi en ligne

À partir des résultats obtenus de la méthode de choix des capteurs en mode hors ligne proposée ci-dessus, nous développons une autre méthode de choix des capteurs en mode quasi en ligne. L'identification quasi en ligne est réalisée à l'aide de l'adaptation de la méthode du gradient conjugué (prédictive avec taille de fenêtre adaptive) en utilisant l'algorithme de choix des capteurs en ligne.

Cet algorithme nous permet de sélectionner les capteurs les plus pertinents sur l'intervalle de temps $\mathcal{T}_m = [\tau_m^-, \tau_m^+]$ où $[0, t_f] = \cup \mathcal{T}_m$ afin de déployer les robot-capteurs. De plus, la méthode d'identification en ligne permet de « poursuivre » pendant l'expérimentation les sources mobiles. La méthode de sélection de capteurs est représentée Figure 4.7 qui s'applique à chaque intervalle de temps. Cette méthode repose sur la recherche des capteurs les plus sensibles en maximisant la norme suivante au cours des intervalles temporels glissants \mathcal{T}_m :

$$L_i^2 = \sqrt{\int_{\mathcal{T}_m} (\delta\theta(C_i, t))^2}$$

Tout d'abord, il est nécessaire de déterminer l'intervalle de temps \mathcal{T}_m en utilisant la méthode de *Détermination de l'intervalle* proposée dans paragraphe 4.1.1 du chapitre 1 et d'initialiser les paramètres de l'algorithme. En comparant ces valeurs de norme

$L_i^2 = \sqrt{\int_{\mathcal{T}_m} (\delta\theta(C_i, t))^2}$ des capteurs, les N_{cap} capteurs les plus sensibles sont sélectionnés. Il

s'agit des positions optimales (au sens de la sensibilité) pour les robot-capteurs dans le prochain intervalle de la fenêtre d'identification. L'application de cet algorithme de choix des capteurs en ligne permet de développer les stratégies de déploiement optimal des capteurs.

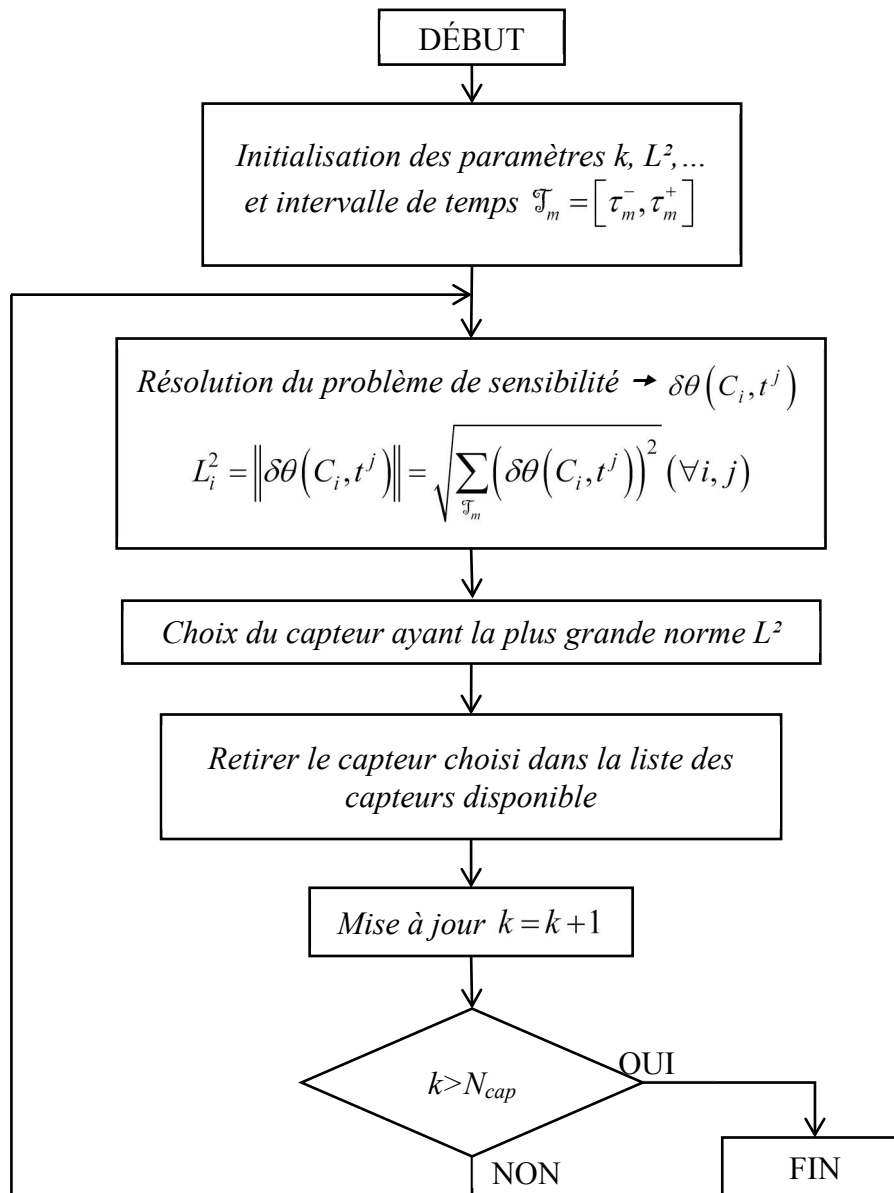


Figure 4.7. Algorithme de choix des capteurs en ligne

2.3. Stratégies de déploiement des capteurs dédiées à l'identification en ligne

Dans cette section, les stratégies optimales de déploiement des robot-capteurs seront mises en oeuvre. L'objectif principal de la méthode proposée est d'identifier les coordonnées de la trajectoire des sources chauffantes mobiles à partir de capteurs ponctuels mais mobiles. Considérons que N_{cap} robots mobiles équipés de pyromètres sont disponibles pour réaliser des mesures de température sur la plaque. Parmi les positions candidates pour la procédure d'identification, il faut choisir exactement N_{cap} positions les plus pertinentes. En appliquant les algorithmes de choix des capteurs précédents, nous pouvons déterminer les

positions optimales des capteurs puis construire plusieurs stratégies de déploiement des robots-capteurs. La comparaison entre les positions actuelles des robots-capteurs à l'itération courante et les positions optimales pour la prochaine itération nous permet de les déployer de la manière plus efficace possible.

3. Validation numérique du déplacement de capteurs

3.1. Identification de la position d'une source fixe

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats de l'identification de la position d'une source fixe en appliquant la méthode de réduction de la zone d'observation, proposée précédemment. Pour ce faire, nous avons construit une campagne avec le système qui a été avec $N_{cap} = 4$ capteurs optimaux à trouver. La localisation des positions candidates fixes et de la source avec la distribution spatiale des températures est présentée dans la Figure 4.8 ci-dessus.

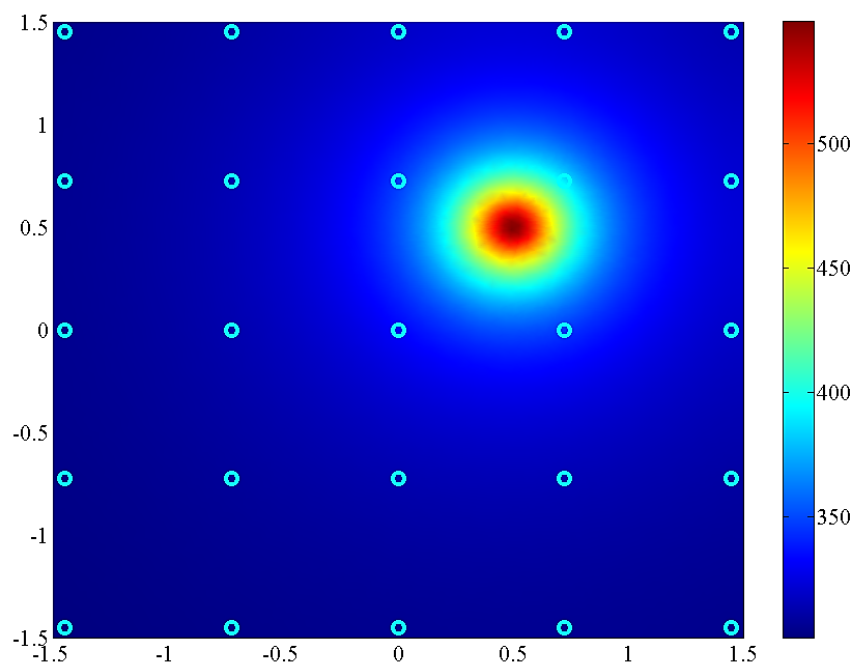


Figure 4.8. Identification de la source fixe

La Figure 4.9 se présente le résultat de choix des capteurs et le *Tableau 4.3. Résultats de l'identification de position de source fixe* suivant se synthétise les résultats de cette campagne numérique pour l'identification de la position d'une source fixe en utilisant la méthode de choix des capteurs basée sur le réseau des capteurs fixes afin de réduire la zone d'intérêt.

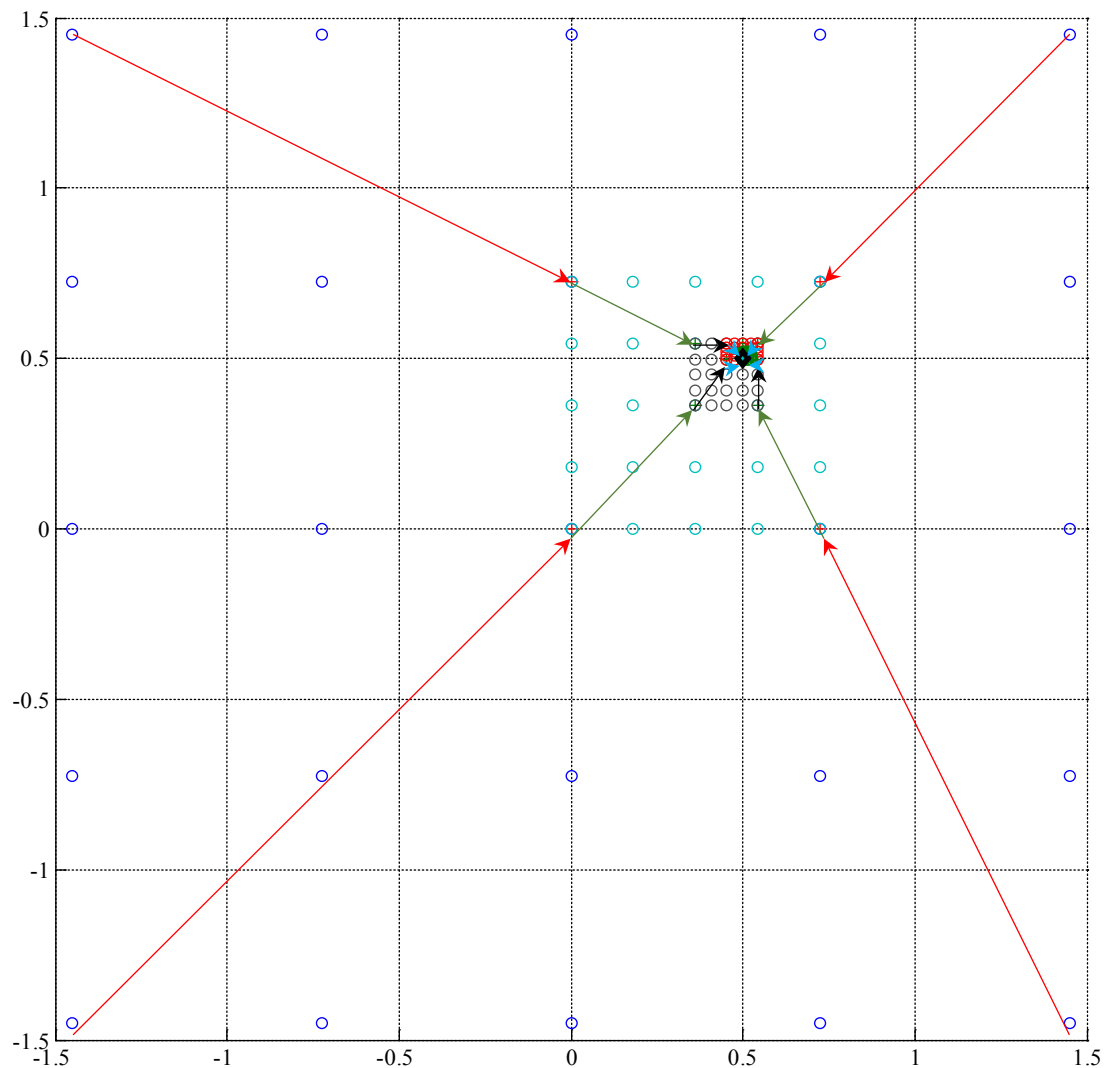


Figure 4.9. Identification de la position de source fixe

Tableau 4.3. Résultats de l'identification de position de source fixe

Itération	1	2	3	4	5
$t_{identif}$	85.09	162.39	230.43	265.14	295.53
$C_1(x,y)$	(0.000, 0.000)	(0.3625, 0.3625)	(0.4531, 0.4984)	(0.5211, 0.4984)	(0.5041, 0.5041)
$C_2(x,y)$	(0.000, 0.725)	(0.3625, 0.5437)	(0.4984, 0.5437)	(0.4984, 0.5211)	(0.5041, 0.4984)
$C_3(x,y)$	(0.725, 0.000)	(0.5437, 0.3625)	(0.5437, 0.4984)	(0.4984, 0.5098)	(0.4984, 0.5041)
$C_4(x,y)$	(0.725, 0.725)	(0.5437, 0.5437)	(0.4984, 0.4984)	(0.4984, 0.4984)	(0.4984, 0.4984)
$\min(\delta x, \delta y)$	45%	8.74%	0.32%	0.32%	0.32%
$\max(\delta x, \delta y)$	100%	27.5%	9.38%	4.22%	0.82%

Dans le tableau ci-dessus, il est possible d'observer que le résultat obtenu après d'avoir réalisé $k = 5$ itérations de l'algorithme pendant 295.5 secondes s'approche à la position réelle de la source avec l'erreur de 0.32%. En outre, après d'avoir réalisé l'algorithme

proposé pendant $k = 6$ itérations, nous avons obtenu la position estimée de la source $(x, y) = (0.4999, 0.4999)$ en mètre, lors que la position réelle est $(x_0, y_0) = (0.5, 0.5)$ soit l'erreur d'estimation de 0.02% pendant la durée de d'identification $t_{identification} = 206.03(s)$.

Le déroulement pour le choix des capteurs à chaque itération est schématisé sur la Figure 4.9 : les cercles sont les positions candidates, les croix sont les capteurs choisis de manière optimale, le losange noire est la position réelle de la source de chauffe, les flèches représentent les trajets de déplacement des capteurs. Cela permet effectivement de déployer les robot-capteurs.

3.2. Identification de la trajectoire d'une source mobile

En utilisant :

- les formulations des problèmes direct et inverse précédemment présentées,
- en appliquant la méthode du gradient conjugué prédictive avec taille de fenêtre adaptive,
- en la combinant avec la stratégie de déploiement des robot-capteurs mobiles basée sur la méthode de choix des capteurs en ligne, nous avons obtenu les résultats de l'identification de la trajectoire d'une source mobile présentés ci-après.

Nous supposons que la densité de flux $\phi(t)$ est connue. La source dont la trajectoire est supposée inconnue se déplace comme indiquée dans la Figure 4.10 avec le réseau des 81 positions candidates indiquées par des cercles verts.

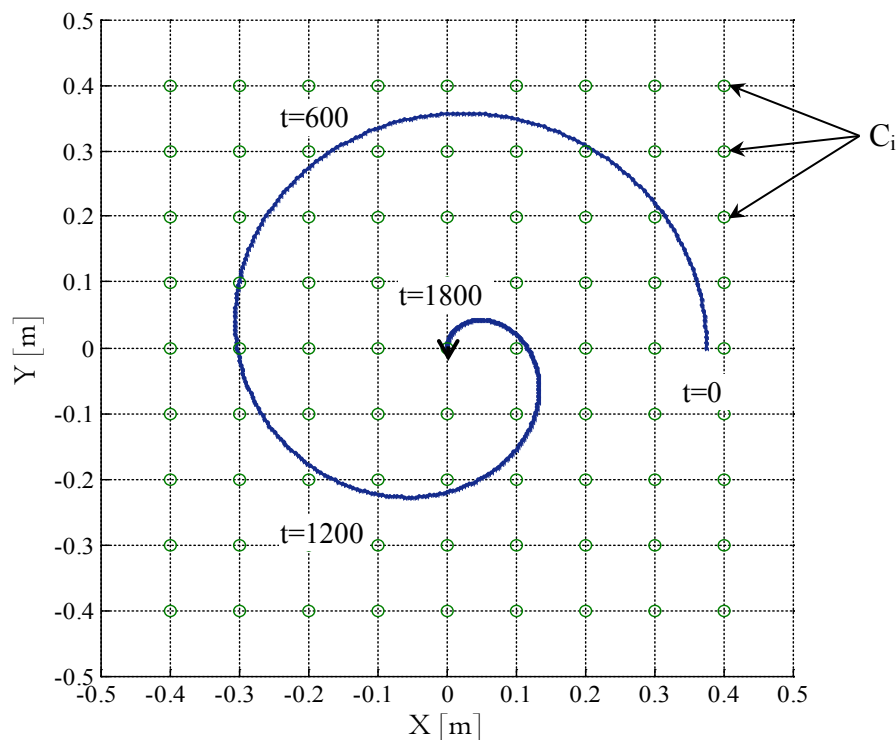


Figure 4.10. Localisation de la source et des capteurs fixes

En résolvant le problème direct en utilisant la méthode des éléments finis à l'aide de logiciel COMSOL MultiphysicsTM interfacé avec Matlab[®], on obtient l'évolution temporelle des températures en ces 81 points ; voir Figure 4.11.

Pour initialiser l'algorithme à l'étape $k=0$, nous considérons que les valeurs initiales discrétisées de la trajectoire comme suivantes $x_s^{k=0}(t) = 0$ et $y_s^{k=0}(t) = 0.375$.

L'acquisition des températures de la plaque a été réalisée par un réseau de 8 capteurs mobiles. Les bruits de mesures suivent la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ de moyenne $\mu = 0$ et l'écart type $\sigma = 0.5$. La méthode du gradient conjugué *en ligne* présentée précédemment a été mise en œuvre afin d'identifier les coordonnées de trajectoire de source $I_s(x_s(t), y_s(t))$ avec le pas de discrétisation $\tau = 20s$ (soit 2 x 91 coefficients inconnue).

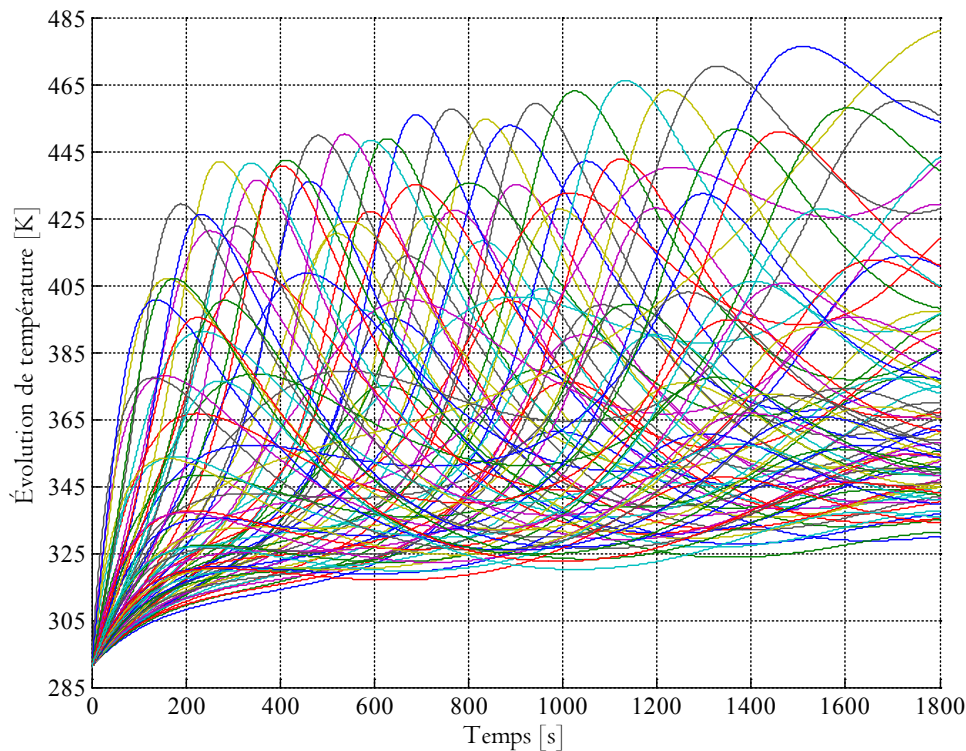


Figure 4.11. Évolution de température aux 81 points candidats

Alors que la durée de la campagne est de 1800 secondes, la procédure d'identification a convergé en 1839 secondes. La trajectoire identifiée est montrée dans les Figure 4.12 et Figure 4.13 avec le déploiement des capteurs. Nous obtenons également les résultats (*le temps global d'identification, moyenne des retards, la moyenne des résidus de température, l'écart type des résidus*) suivants :

- ✓ Temps d'identification globale (s) : $t_{\text{identif}} = 1839$
- ✓ Moyenne de retards sur l'identification (s) : $\mu_{\text{retard}} = 55.6$
- ✓ Moyenne des résidus de température (K) : $\mu_{\text{residus}} = -0.07$
- ✓ Écart-type des résidus de température (K) : $\sigma_{\text{residus}} = 0.44$

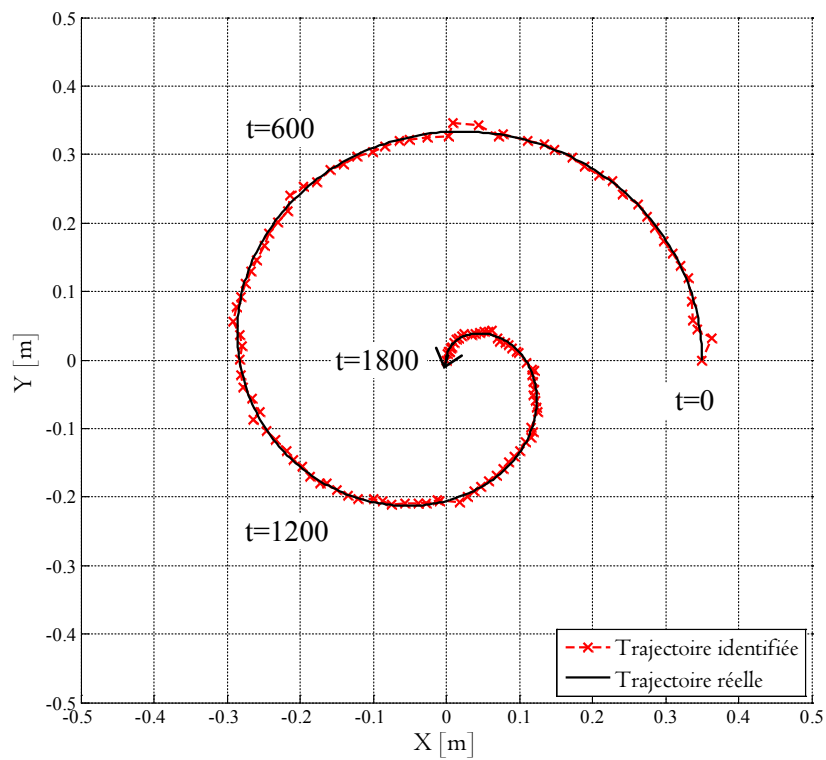


Figure 4.12. Présentation de la trajectoire identifiée

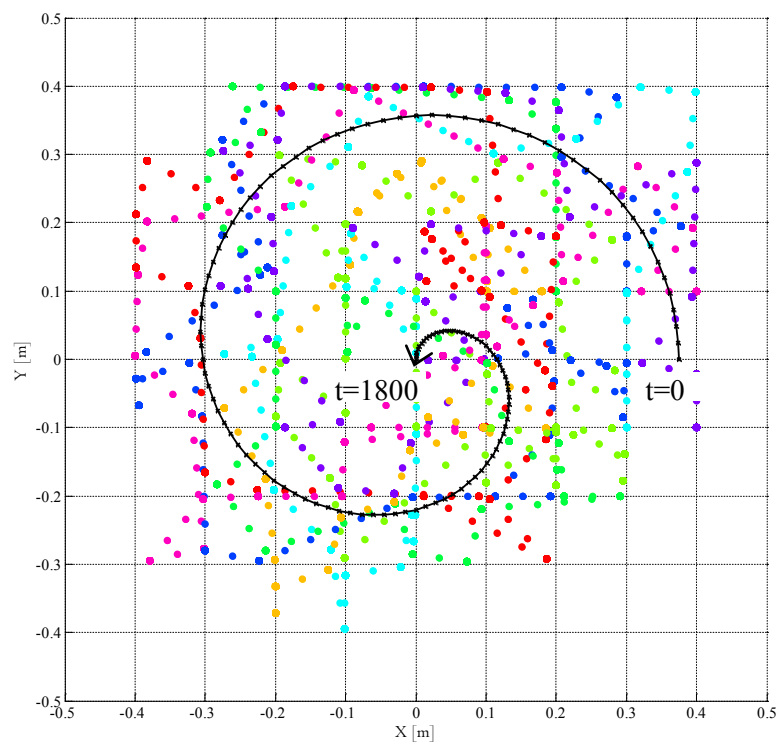


Figure 4.13. Présentation de trajectoire identifiée avec le déploiement des capteurs

Afin de mieux comprendre le déplacement des robot-capteurs, chaque trajectoire est représentée ci-après (Figure 4.14 à Figure 4.21).

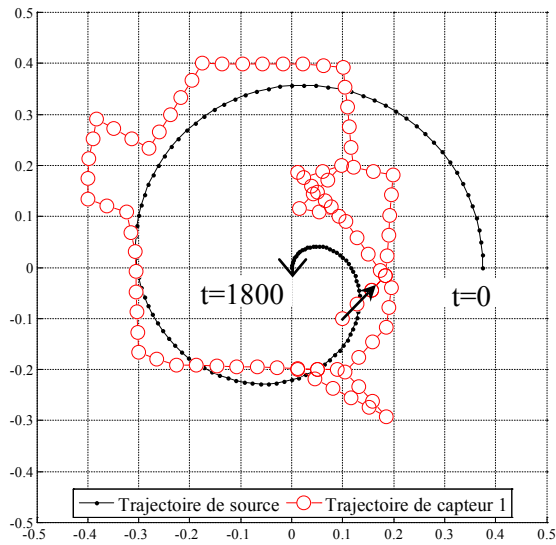


Figure 4.14. Trajectoire du capteur 1

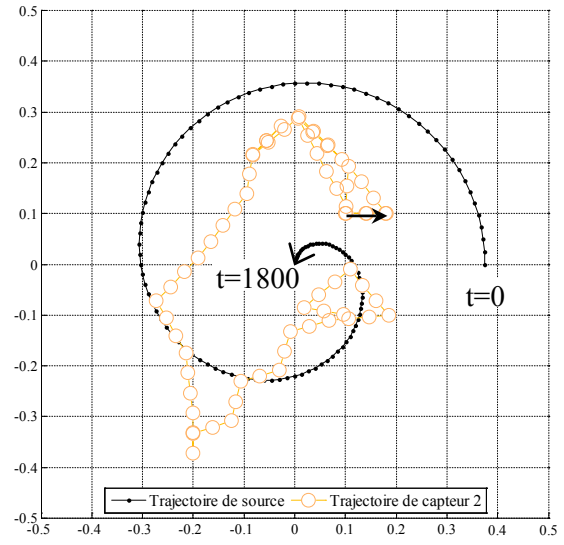


Figure 4.15. Trajectoire du capteur 2

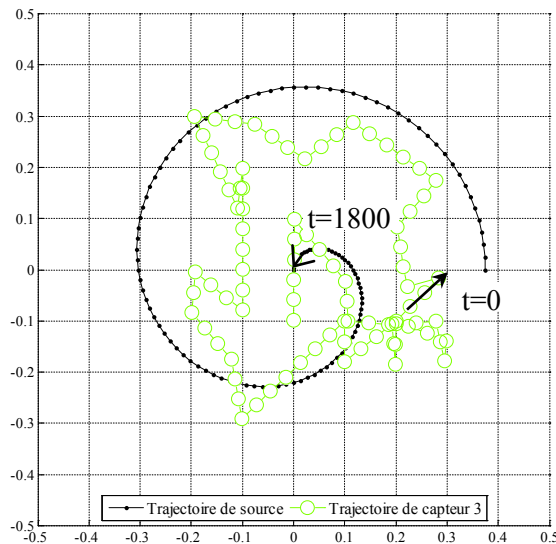


Figure 4.16. Trajectoire du capteur 3

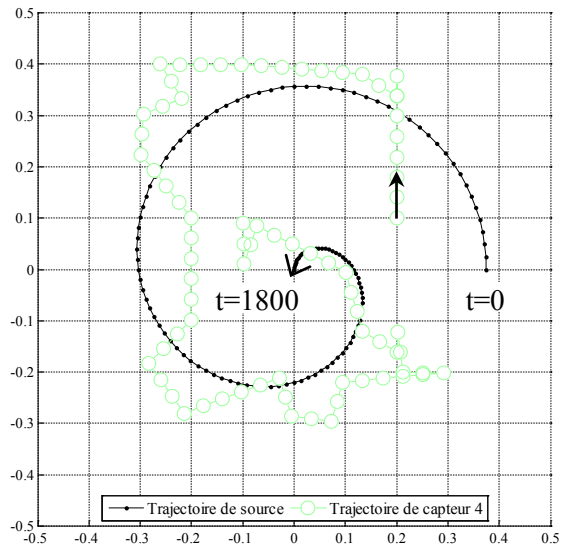


Figure 4.17. Trajectoire du capteur 4

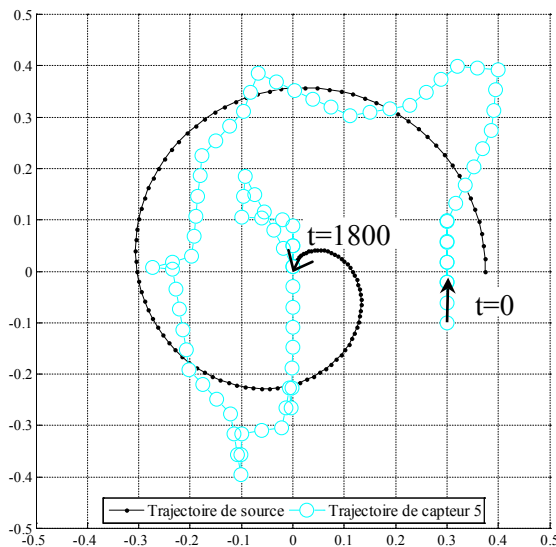


Figure 4.18. Trajectoire du capteur 5

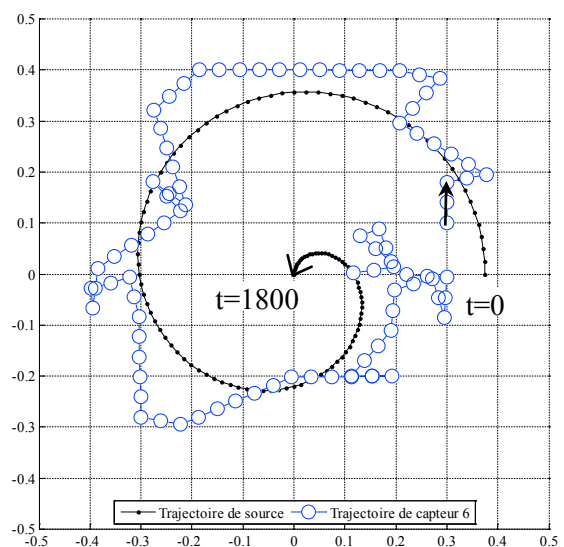


Figure 4.19. Trajectoire du capteur 6

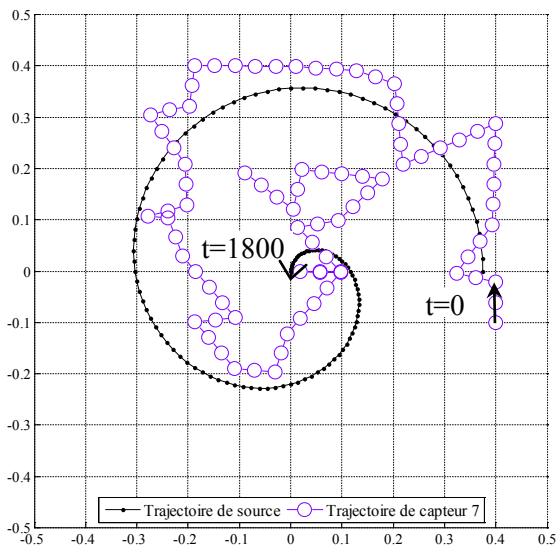


Figure 4.20. Trajectoire du capteur 7

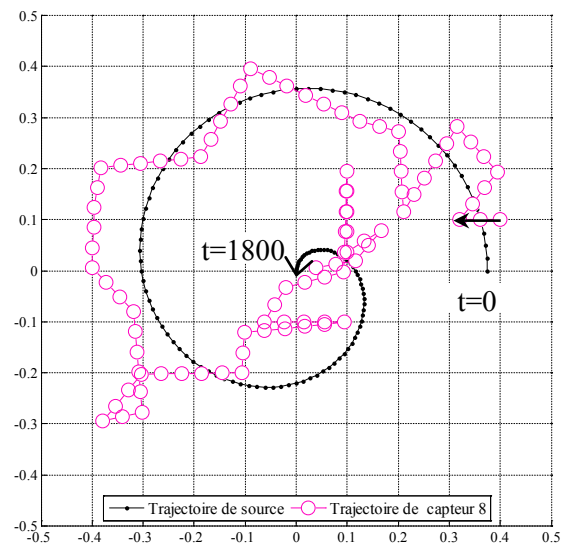


Figure 4.21. Trajectoire du capteur 8

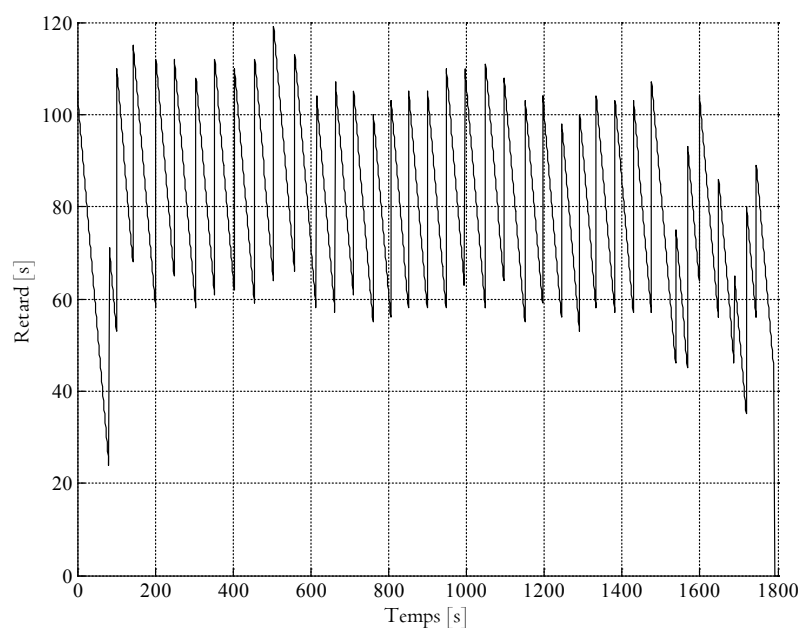


Figure 4.22. Retard de l'identification

Les valeurs obtenues montrent que l'influence du bruit sur les températures mesurées est du même ordre de grandeur que l'écart type du bruit de mesure. On remarque aussi la qualité de l'identification : la trajectoire identifiée est très proche de la trajectoire réelle. Ceci valide notre adaptation de la méthode du gradient conjugué quasi en ligne couplée à la stratégie de déplacement optimal des capteurs mobiles en ligne.

3.3. Identification de la trajectoire de deux sources mobiles

Ce paragraphe présente les résultats numériques de la méthode d'identification en ligne des trajectoires de deux sources chauffantes mobiles en utilisant *la stratégie de déploiement optimal des robot-capteurs mobiles*.

Il s'agit de deux sources mobiles chauffantes $S_{j=1,2}$ évoluant sur la plaque en aluminium fine carrée $\Omega \in \mathbb{R}^2$, de côté $L = 3m$ et d'épaisseur $e = 2mm$. La variable de temps est $t \in \Gamma = [0, t_f]$ en seconde avec $t_f = 1800s$ et la variable d'espace est $(x, y) \in \Omega = [-L/2, +L/2] \times [-L/2, +L/2] \subset \mathbb{R}^2$ en mètre. La frontière du domaine Ω est notée $\partial\Omega \in \mathbb{R}$. La plaque a été chauffée sur sa face par ces deux sources mobiles dont les densités de flux sont connues et fournissent des flux de chaleur noté $\phi_j (j = 1, 2)$ en Wm^{-2} . Elles sont supposées uniforme spatialement sur les disques $D_j(I_j, r_j)$ de centre $I_j(x_j(t), y_j(t))$ et de rayon $r_j = 6mm$. Les trajectoires des deux sources (supposées inconnues) sont présentées sur la Figure 4.23.

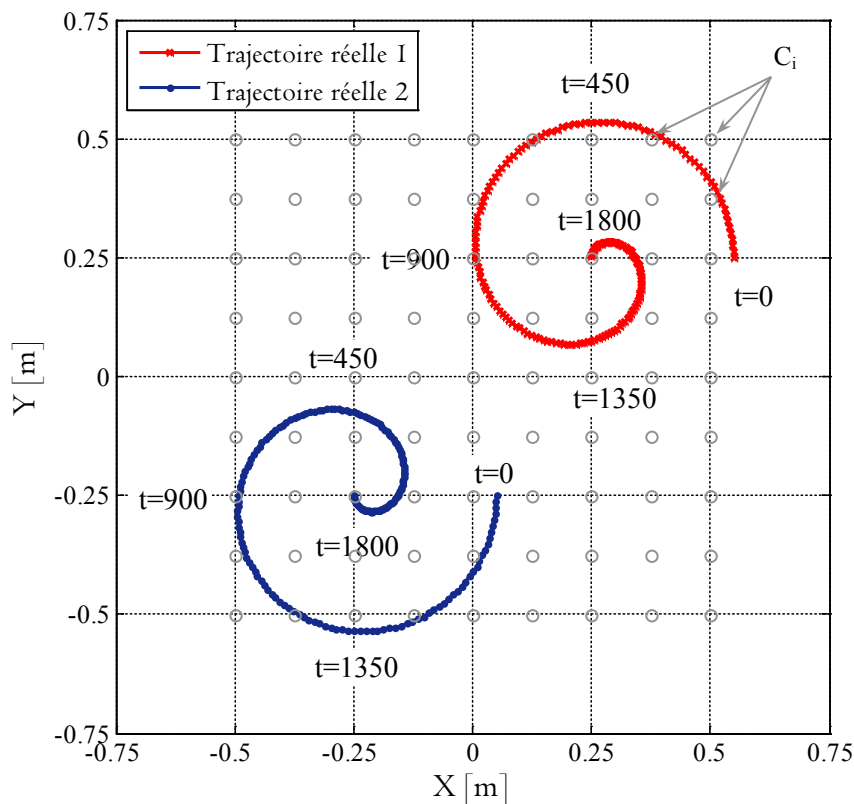


Figure 4.23. Trajectoires des sources

Les deux sources sont supposées fonctionnées de manière alternative (allumée chacune leur tour pendant 900 secondes).

La Figure 4.25 présente l'évolution des températures acquises par le réseau des 81 points candidats positionnés comme dans la Figure 4.23. Les bruits de mesures suivent la loi normale $\mathcal{N}(\mu, \sigma)$ avec la moyenne du bruit $\mu = 0$ et l'écart type $\sigma = 0.5$.

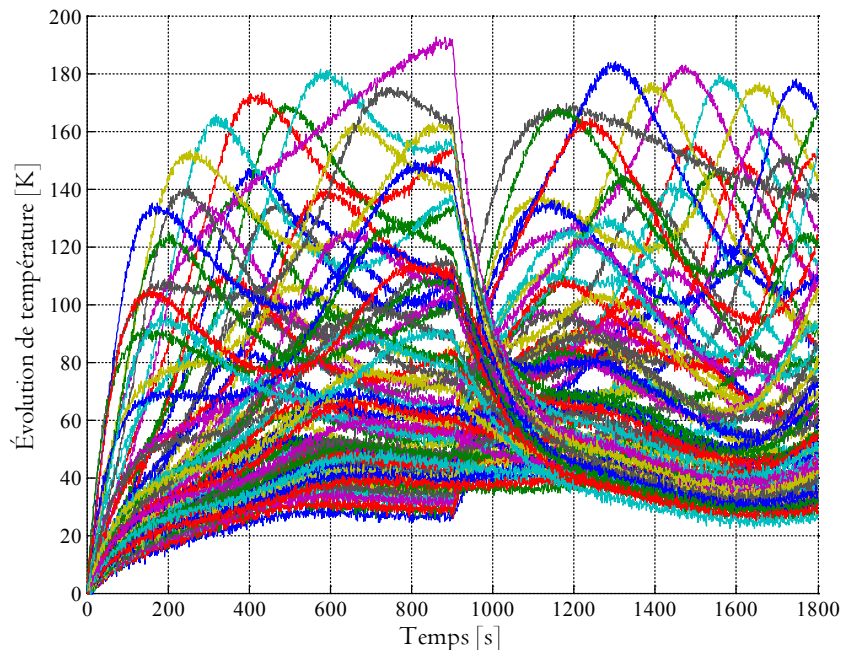


Figure 4.24. Évolution de température aux capteurs

Il s'agit désormais d'identifier pour chaque source la position toutes les 20 secondes. Cela représente pour une expérimentation de 1800 secondes : $2 \times 2 \times 91$ inconnues soit 364 paramètres à identifier. L'acquisition des températures en différents points de la plaque sera réalisée par une meute de 16 capteurs mobiles.

Alors que la durée de la campagne est de 1800 secondes, la procédure d'estimation a convergé en 4541 secondes. Nous obtenons également les résultats suivants (*temps d'identification, moyenne des résidus de température, écart type des résidus*) :

Tableau 4.4. Résultats numériques (deux trajectoires de sources mobiles)

$t_{\text{identif}} (s)$	$\mu_{\text{residus}} (K)$	$\sigma_{\text{residus}} (K)$
4541	0.05862	0.34254

Les trajectoires identifiées et les déplacements des capteurs sont montrés dans les figures suivantes.

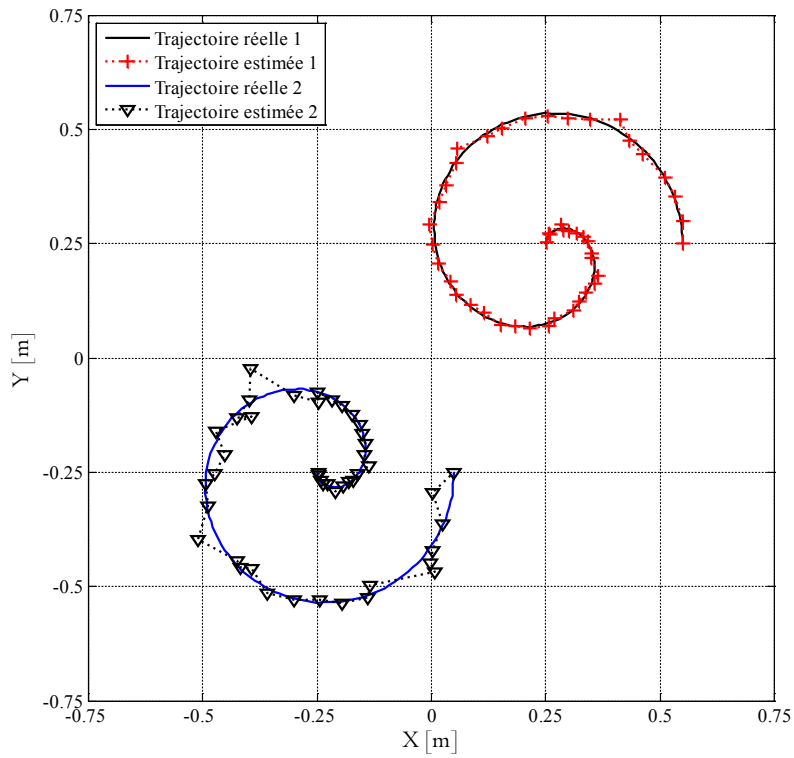


Figure 4.25. Présentation de trajectoire identifiée

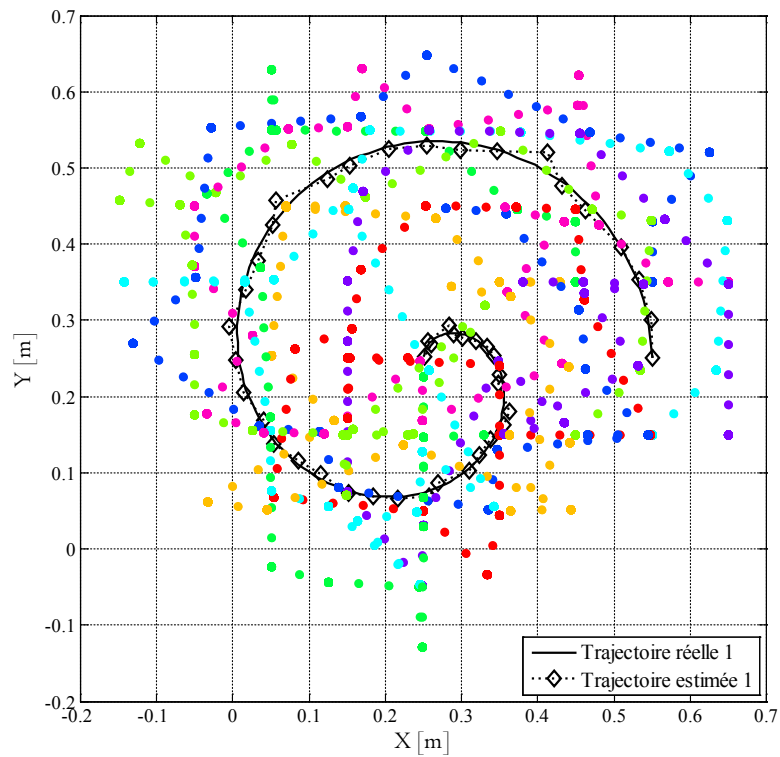


Figure 4.26. Trajectoire 1 identifiée et déploiement des capteurs

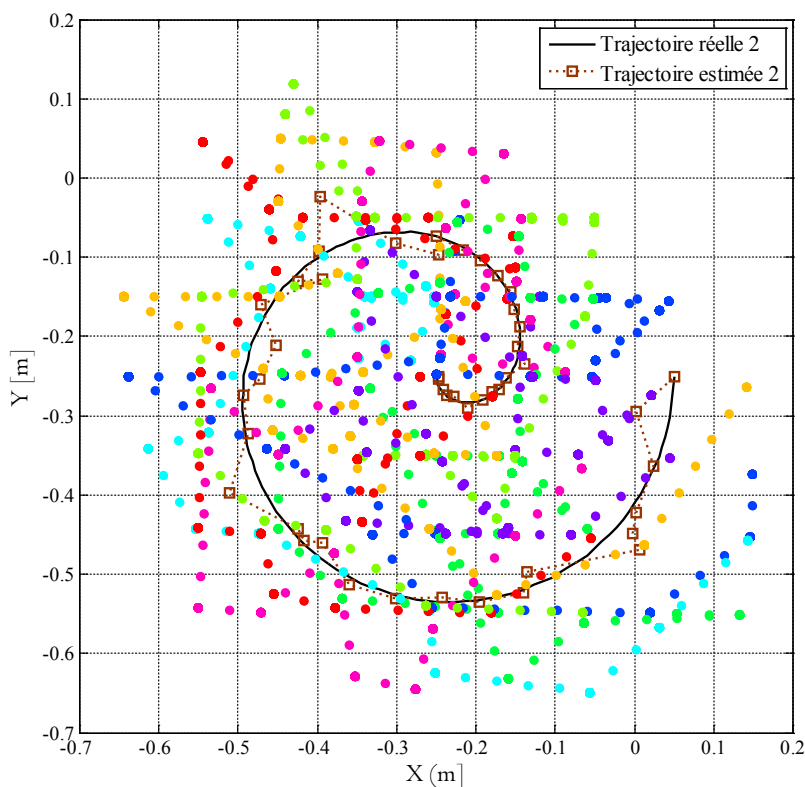


Figure 4.27. Trajectoire 2 identifiée et déploiement des capteurs

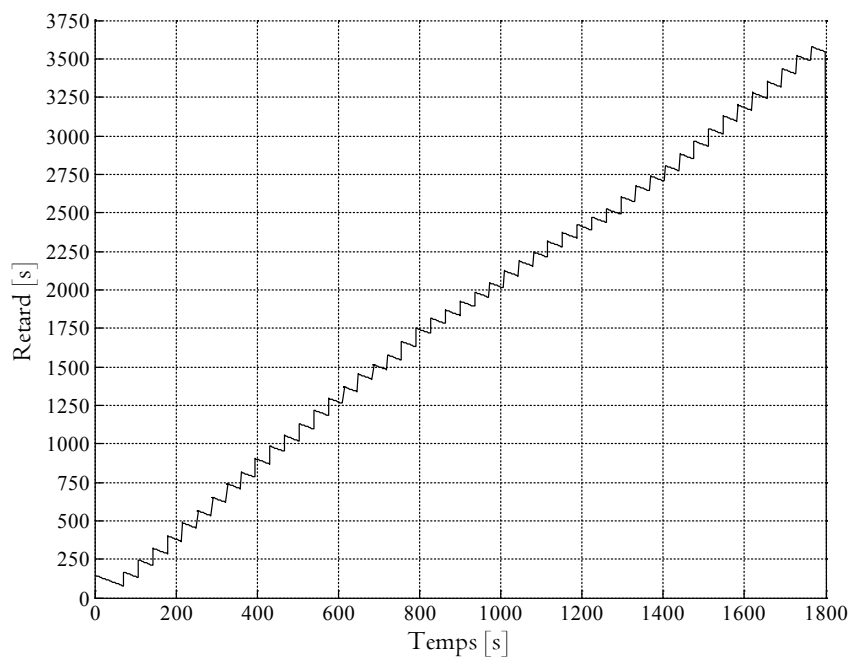


Figure 4.28. Retard de l'identification

Les résultats obtenus montrent que les trajectoires sont bien identifiées mais les retards (Figure 4.28) s'accroissent et deviennent importants.

4. Bilan du chapitre

Dans ce chapitre, les stratégies de déploiement optimal des capteurs ont été étudiées afin non seulement d'identifier quasi en ligne les paramètres inconnus des systèmes mais aussi de poursuivre au mieux les sources des phénomènes physiques qui peuvent être décrits par les systèmes des équations aux dérivées partielles. Pour ce faire, la méthode de régularisation itérative basée sur l'algorithme du gradient conjugué avec la taille de fenêtre adaptative est mise en œuvre afin de réaliser des campagnes numériques d'identification paramétrique en ligne en utilisant le réseau de capteurs mobiles. En s'assurant de l'efficacité ainsi que de la fiabilité des méthodes proposées, nous avons testé plusieurs configurations. Ainsi les stratégies de déploiement des capteurs construites à partir des fonctions de sensibilité des capteurs ont donné les résultats suivants :

Tableau 4.4. Bilan des résultats numériques du chapitre 4

Campagne d'identification paramétrique	Temps total d'identification (s)	Erreur relative des coordonnées max (%)
Position d'une source fixe	206	$\Delta_{xy_{max}} = 0.32\%$

Campagne d'identification paramétrique	Temps total d'identification (s)	Moyenne des résidus (K)	Écart-type des résidus (K)
Trajectoire d'une source mobile	1839	-0.07	0.44
Trajectoires des deux sources mobiles	4541	0.06	0.34

Plusieurs campagnes de validation ont été réalisées afin d'illustrer l'efficacité des méthodes proposées. Les résultats numériques nous montrent que cette méthode de choix de capteurs en ligne permet d'améliorer la rapidité de convergence des algorithmes. Ces derniers nous permettent d'envisager diverses perspectives d'applications.

Conclusion générale & Perspectives

Les études effectuées dans cette thèse de doctorat avaient pour principal objectif de développer et valider des stratégies optimales de déplacement d'un ensemble de capteurs mobiles pour l'identification paramétrique de systèmes physiques comprenant une ou plusieurs sources mobiles. En effet, de nombreux phénomènes physiques évolutifs sont modélisables par des systèmes d'équations aux dérivées partielles de convection et diffusion, éventuellement non linéaires et pouvant impliquer de nombreux couplages. Par conséquent, il s'agit de développer une méthodologie complète (théorie, méthode numérique, plate-forme expérimentale) dans le cadre de problèmes inverses mal-posés associés à l'identification paramétrique de systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles. Les équations dérivées partielles parabolique rencontrées dans le cadre du génie thermique ont été choisies afin de définir un contexte expérimental.

Dans le cadre spécifique du génie thermique, les problèmes inverses de conduction de la chaleur où l'on cherche à identifier des propriétés du milieu étudié sont dits mal-posés au sens d'Hadamard. Afin de résoudre ces problèmes inverses, la méthode d'identification de régularisation itérative basée sur la méthode du gradient conjugué a été mise en œuvre pour minimiser un critère quadratique décrivant les erreurs de sortie (écart entre les températures simulées par le modèle mathématique et les températures mesurées par les capteurs). L'algorithme consiste à résoudre trois problèmes à chaque itération : (1) *un problème direct* afin de calculer le critère et juger de la qualité des estimations de valeurs ; (2) *un problème adjoint* pour déterminer le gradient de la fonction coût et définir la direction de descente ; (3) *un problème de sensibilité* pour calculer la profondeur de descente dans la direction de descente.

Dans le premier chapitre, la modélisation mathématique du système étudié a été soigneusement présentée. À partir du problème direct décrivant les phénomènes thermiques en géométrie 2D, nous avons formulé le problème adjoint et le problème de sensibilité afin d'appliquer la méthode du gradient conjugué qui nous permet d'identifier des paramètres inconnus (la densité de flux ; la trajectoire de source ; le couple de densité et de trajectoire). Pour ce faire, il faut séquentiellement effectuer deux phases : une phase d'acquisition de températures (mesures aux capteurs) et une phase de mise en œuvre de l'algorithme d'identification. Premièrement, nous avons appliqué l'algorithme d'identification *hors ligne*, c'est-à-dire que les deux phases sont faites séquentiellement (on

attend de disposer de toutes les observations pour démarrer la procédure de minimisation). Cette approche est aisée à programmer mais le nombre important des données augmente le temps de calcul. Afin de disposer des résultats d'identification plus rapidement une seconde approche d'identification, dite *en ligne*, a été développée. Les résultats de ce chapitre illustrent que le temps de convergence en mode en ligne est beaucoup plus faible qu'en mode hors ligne et que les méthodes d'estimation paramétrique sont robustes et efficaces : les résidus de température (écarts entre les mesures et les simulations) ne sont pas biaisés et les écarts-types des résidus sont du même ordre de grandeur que celui du bruit de mesure.

Dans l'objectif d'envisager d'appliquer les méthodes proposées pour des campagnes réelles d'identification et de suivi des sources à grande échelle, nous avons construit un prototype expérimental pour s'assurer de la pertinence des stratégies développées. Ce dispositif a été décrit en détail dans le deuxième chapitre. Cette expérimentation a été réalisée au sein du laboratoire. Plusieurs éléments ont été présentés : la plaque, les sources chauffantes, les capteurs thermiques, les robots miniatures, la caméra, le routeur wifi, etc. Le protocole de communication sans-fils a été mis en place dans le but d'échanger des données entre les dispositifs du système gérer l'envoi des commandes de la machine de supervision. De plus, le déploiement des robots sur la plaque engendre évidemment des erreurs de positions lesquelles sont corrigées par la méthode de localisation basée sur le système de vision.

Afin d'associer la partie théorique du premier chapitre et la partie expérimentale du deuxième chapitre, nous avons réalisé dans le troisième chapitre plusieurs campagnes numériques de validation. Celles-ci se composent de plusieurs tests d'identification en ligne des paramètres (la densité de flux, la position et la trajectoire) de sources fixes ou mobiles en utilisant un réseau de capteurs fixes. Les résultats obtenus nous permettent de valider l'efficacité et la robustesse de la méthode ainsi que son adaptation au dispositif expérimental. Nous avons par exemple réussi à identifier les couples des densités et des trajectoires de deux sources de chauffe mobiles. Malgré des retards très importants évidemment engendrés par la complexité de ce problème inverse, cette réussite nous permettra de généraliser la méthodologie pour une identification paramétrique de plusieurs sources à la fois. Nous avons aussi illustré l'effet du nombre des capteurs sur la convergence du problème inverse. Les résultats ont montré que l'identification était plus rapide avec un nombre réduit de capteurs mais que ceux-ci devaient être judicieusement localisés.

À partir des résultats satisfaisants des trois premiers chapitres, le quatrième chapitre avait pour objectif de développer la stratégie de déploiement du réseau de capteurs mobiles pour l'identification en ligne des paramètres inconnus. Par conséquent, un algorithme permettant de choisir un sous-ensemble des capteurs plus pertinents parmi les

capteurs fixes du réseau a été proposé. Cette stratégie est basée sur les informations fournies lors de la résolution à chaque itération du problème de sensibilité. Ceci permet de sélectionner les positions les plus sensibles aux variations de la densité de flux ou de la trajectoire de source. Pour valider l'efficacité des stratégies proposées, plusieurs campagnes numériques d'identification ont été réalisées et les résultats numériques nous montrent que ces méthodes de choix et de déploiement de capteurs en ligne permettent d'améliorer la rapidité de convergence des algorithmes et d'assurer le suivi robuste des sources en temps réel.

A partir des résultats obtenus lors des recherches effectuées au cours de cette thèse, il est possible d'envisager de nombreuses perspectives.

Tout d'abord le prototype du deuxième chapitre étant opérationnel, il permet de disposer d'un dispositif complet et robuste pour effectuer des campagnes expérimentales d'estimation paramétrique en poursuivant les phénomènes mobiles.

Il sera ensuite important de traiter de manière approfondie la redondance des informations pour ne pas utiliser des informations bruitées et inutiles qui allongent le temps requis pour l'identification sans en améliorer la précision.

Les problèmes des conflits de trajectoires des robots mobiles, de la gestion de l'orientation des robots, de la réduction des coûts énergétiques (allongement de la durée de vie des batteries) sont autant de sujets qui me semblent attractifs.

A moyen terme, il sera intéressant d'étendre la méthode proposée aux systèmes physiques décrits par des équations aux dérivées partielles hyperboliques. De nombreux exemples applicatifs peuvent être envisagés comme la caractérisation du trafic routier ou encore l'étude des écoulements à surface libre (hydrologie des bassins versants).

De manière générale il sera nécessaire à long terme de réaliser des campagnes expérimentales d'identification paramétrique de grands systèmes comme par exemple :

- La détection de nuage de polluants en s'associant à des chercheurs de l'IRSTV (Institut de Recherche en Sciences et Techniques de la Ville, Nantes)
- L'étude du déplacement des nappes d'hydrocarbures sous l'effet des courants, de la houle et des vents s'associant à l'IFREMER (Institut Français de Recherche pour l'Exploitation de la Mer)
- La propagation des épidémies.

“ *Les objectifs principaux des études réalisées dans le cadre de cette thèse de doctorat ont été atteints.*

Cependant, les recherches liées à ce sujet ne sont non seulement pas terminées,

*mais il sera aussi nécessaire de continuer à les développer
à partir des résultats obtenus... ”*

Production scientifique

Voici la liste des productions scientifiques issues des travaux présentés dans ce manuscrit ainsi que des travaux périphériques auxquels j'ai pu participer pendant ces trois ans de thèse.

Revue

⊕ **Thanh Phong TRAN**, Quoc Cuong TRAN, «*Controlling and supervising the autonomous robot for temperature data acquisition via wireless network*», Journal of Science, Tien Giang University, Vol 4, ISSN 1859-4530, 2016;

⊕ **Thanh Phong TRAN**, «*Controlling and supervising the autonomous robot via wireless network*», Journal of Science, Tien Giang University, Vol 3, ISSN 1859-4530, 2015;

Colloques internationaux

⊕ **Thanh Phong TRAN**, Alban VERGNAUD, Laetitia PEREZ, Laurent AUTRIQUE, «*Quasi online sensors positioning for heating source tracking*», 9th International Conference on Inverse Problems in Engineering (ICIPE 2017), University of Waterloo, May 23-26 2017, Toronto, Canada;

⊕ Lamia ATTAR, **Thanh Phong TRAN**, Laetitia PEREZ, E. Moulay, R Nouailletas, S Brémond, Laurent AUTRIQUE , «*Plasma thermal characterization in nuclear fusion context*», 9th International Conference on Inverse Problems in Engineering (ICIPE 2017), University of Waterloo, May 23-26 2017, Toronto, Canada;

Colloques nationaux

⊕ Alban VERGNAUD, **Thanh Phong TRAN**, Laurent AUTRIQUE, Philippe LUCIDARME, Laetitia PEREZ, «*Deployment strategies of mobile sensors for monitoring of mobile sources: method and prototype*», Control Architectures of Robots 2015, 10th National Conference, Juin 29-30, Lyon, France;

⊕ Alban VERGNAUD, **Thanh Phong TRAN**, Laurent AUTRIQUE, Philippe LUCIDARME, «*Méthode expérimentale de déploiement d'un groupe de robots mobiles basée sur le système de vision*», JMACS6, Bourges, France, 2015;

⊕ **Thanh Phong TRAN**, Alban VERGNAUD, Laetitia PEREZ, «*Prototype expérimental pour l'identification de sources chauffantes se déplaçant sur une surface*», Congrès SFT-Société Française de Thermique 2015, La Rochelle (France), 26-29 mai 2015;

Nomenclature

<i>Symbole</i>	<i>Unité</i>	<i>Description</i>
θ	K	Température simulée
$\hat{\theta}$	K	Température mesurée
θ_0	K	Température initiale
$\delta\theta$	K	Variation de température (fonction de sensibilité)
Ω		Domaine géométrique étudié
$\partial\Omega = \Gamma$		Frontière de Ω
\vec{n}		Vecteur unitaire normal dirigé vers l'extérieur à la frontière $\partial\Omega$
(x, y, z)	m	Variable d'espace
e	m	Épaisseur de la plaque
l	m	Largeur de la plaque
r_j	m	Rayon de la source chauffante
L	m	Longueur de la plaque
I		Centre du disque chauffant
t	s	Variable de temps
t_f	s	Temps final
T	s	Intervalle de temps
ΔT	s	Pas d'échantillonnage
N_t		Nombre de pas d'échantillonnage
λ	$Wm^{-1}K^{-1}$	Conductivité thermique du matériau
ρc	$Jm^{-3}K^{-1}$	Chaleur volumique
α	m^2s^{-1}	Diffusivité thermique
h	Wm^2K^{-1}	Coefficient d'échange convectif
$\phi(t)$	Wm^{-2}	Intensité du flux de chauffe
Φ	Wm^{-2}	Flux total de chaleur

$\mu_{residus}$	K	Moyenne résiduelle
$\sigma_{residus}$	K	Écart type résiduel
μ_{retard}	s	Retard moyen sur l'identification
$t_{identif}$	s	Temps d'identification
t_{ex}		Temps expérimental («réel»)
C_m		Capteur de température numéro m
N_C		Nombre de capteurs
N_m		Nombre de mesures effectuées par chaque capteur C
N_T		Nombre de résolution de problème d'identification
J		Fonctionnelle à minimiser
∇J		Gradient de la fonctionnelle à minimiser J
J_{stop}		Test d'arrêt
ℓ		Lagrangien de la fonctionnelle
d		Direction de descente
γ		Profondeur de descente
δ_D		Distribution de Dirac
μ		Paramètre de régularisation
k		Nombre d'itérations
$Iter_{max}$		Nombre maximal des itérations
ψ		Fonction adjointe
s_i		fonction chapeau
tr		Transposée d'une matrice
$\ \cdot\ $		Norme Euclidienne
$\langle \cdot, \cdot \rangle$		Produit scalaire
L^2		Norme L^2

Table des figures

Figure 1.1. Illustration de la méthode d'identification paramétrique par minimisation de l'erreur de sortie.....	9
Figure 1.2. Domaine géométrique étudié	11
Figure 1.3. Présentation de fonctions des chapeaux.....	12
Figure 1.4. Présentation de méthode d'identification hors ligne.....	25
Figure 1.5. Densité de flux réel à identifier (cas de densité d'une source mobile)	28
Figure 1.6. Trajectoire de source chauffante mobile.....	29
Figure 1.7. Distribution spatiale de θ à 300s	29
Figure 1.8. Distribution spatiale de θ à 600s	29
Figure 1.9. Distribution spatiale de θ à 900s	30
Figure 1.10. Distribution spatiale de θ à 1200s	30
Figure 1.11. Évolution de la température aux « capteurs ».....	30
Figure 1.12. Estimation de la densité de flux (cas de densité d'une source mobile).....	31
Figure 1.13. Évolution de critère normalisé (cas de densité d'une source mobile).....	32
Figure 1.14. Trajectoire de sources	34
Figure 1.15. Densités de flux réel.....	34
Figure 1.16. Distribution spatiale de θ à 300s	34
Figure 1.17. Distribution spatiale de θ à 600s	34
Figure 1.18. Distribution spatiale de θ à 900s	34
Figure 1.19. Distribution spatiale de θ à 1200s	34
Figure 1.20. Évolution de θ bruitée pour $C_{n=1...5}$	35
Figure 1.21. Évolution de θ bruitée pour $C_{n=6...10}$	35
Figure 1.22. Résultat d'estimation des densités de flux (cas de densité de deux sources mobiles).....	35
Figure 1.23. Critère normalisé d'identification (cas de densité de deux sources mobiles). 36	
Figure 1.24. Densité de flux réel (identification du couple flux & trajectoire).....	37

Figure 1.25. Trajectoire de source (cas de couple de d'une source mobile)	37
Figure 1.26. Distribution spatiale de θ à 300s	38
Figure 1.27. Distribution spatiale de θ à 600s	38
Figure 1.28. Distribution spatiale de θ à 900s	38
Figure 1.29. Distribution spatiale de θ à 1200s	38
Figure 1.30. Évolution de la température bruitée des capteurs	39
Figure 1.31. Estimation de trajectoire de flux	40
Figure 1.32. Estimation de densité de flux	40
Figure 1.33. Évolution du critère (cas du couple d'une source).....	41
Figure 1.34. Présentation de méthode d'identification en ligne	42
Figure 1.35. Identification de flux sans prédiction.....	45
Figure 1.36. Identification de flux avec prédiction	46
Figure 1.37. Densité de flux réel (MGC en ligne).....	48
Figure 1.38. Trajectoire de source chauffante mobile.....	48
Figure 1.39. Estimation de densité (cas de densité d'une source).....	49
Figure 1.40. Retard d'identification (cas de la densité d'une source).....	50
Figure 1.41. Représentation de densités de flux (MGC en ligne)	51
Figure 1.42. Trajectoires des sources (cas deux densités de flux).....	51
Figure 1.43. Résultats de densités estimées (cas de densités deux sources mobiles).....	52
Figure 1.44. Retard d'identification (cas de densités deux sources mobiles).....	53
Figure 1.45. Densité de flux réel (MGC en ligne d'un couple).....	54
Figure 1.46. Trajectoire de source (MGC en ligne d'un couple)	54
Figure 1.47. Résultats de densité estimée (MGC en ligne d'un couple)	55
Figure 1.48. Résultats de trajectoire estimée (MGC en ligne d'un couple)	55
Figure 1.49. Retard d'identification (cas de densités deux sources mobiles).....	56
Figure 2.1. Prototype du système de vision.....	62
Figure 2.2. Comparaison de $\theta(t)$ entre les modèles 2D et 3D	65
Figure 2.3. Les sources chauffantes	67

Figure 2.4. Le pyromètre Optris® CSLaser-LT-CF1	68
Figure 2.5. Arrière du pyromètre.....	69
Figure 2.6. Schémas de câblage (mode analogique)	69
Figure 2.7. Robot Khepera-III	70
Figure 2.8. Entrée analogique sur la carte E/S Korebot-II	70
Figure 2.9. Caméra Stingray F-046C et ses accessoires.....	71
Figure 2.10. Position de la caméra	71
Figure 2.11. Schéma de la structure de trame.....	73
Figure 2.12. Configuration des machines du réseau de communication.....	74
Figure 2.13. Modèle de transmission des données via TCP/IP	74
Figure 2.14. Protocole d'échanger des données via socket TCP/IP	75
Figure 2.15. Positions standards des marqueurs.....	78
Figure 2.16. Codage d'identifiant de marqueur.....	79
Figure 2.17. Représentation de l'algorithme de localisation.....	80
Figure 2.18. Trajet de déplacement de robot en arc	82
Figure 3.1. Densité de flux réel	87
Figure 3.2. Distribution spatiale de température à différents instants.....	88
Figure 3.3. Localisation de dispositifs (n=5 à gauche ; n=9 à droite).....	89
Figure 3.4. Evolution des températures « mesurées » aux capteurs (n=5 à gauche ; n=9 à droite)	89
Figure 3.5. Densité de flux avec n=5 (cas d'une source fixe avec réseau fixe)	91
Figure 3.6. Retard dans le cas d'une source fixe avec 5 capteurs (en haut) ou 9 capteurs (en bas)	92
Figure 3.7. Densités de flux des sources fixes (cas de deux sources fixes avec réseau fixe)	93
Figure 3.8. Configuration des dispositifs (cas de deux sources fixes avec réseau fixe).....	93
Figure 3.9. Configuration des dispositifs (cas de deux sources fixes avec réseau fixe).....	94
Figure 3.10. Évolution des températures (C ₁ à C ₅ à gauche) (C ₆ à C ₁₀ à droite).....	95
Figure 3.11. Densités des flux estimées (cas de deux sources fixes avec réseau fixe).....	96
Figure 3.12. Retard de l'identification (cas de deux sources fixes avec réseau fixe).....	96

Figure 3.13. Densité de flux	98
Figure 3.14. Trajectoire de source	98
Figure 3.15. Exemple de distribution spatiale de températures à différents instants	98
Figure 3.16. Évolution de température des capteurs (2ème campagne)	99
Figure 3.17. La trajectoire identifiée - seconde campagne	100
Figure 3.18. Retard d'identification - seconde campagne : identification de la trajectoire	100
Figure 3.19. Estimation de densité (cas de couple d'une source avec réseau fixe)	101
Figure 3.20. Estimation de trajectoire (cas de couple d'une source avec réseau fixe)	102
Figure 3.21. Retard d'identification de seconde campagne- couple flux & trajectoire	102
Figure 3.22. Densités réelles des flux (deux sources mobiles)	103
Figure 3.23. Trajectoires des deux sources	103
Figure 3.24. Exemple des distributions de température à différents instants – 2 sources mobiles	104
Figure 3.25. Évolution de température des C_{1-9}	105
Figure 3.26. Évolution de température de C_{10-18}	105
Figure 3.27. Densités de flux (2 sources mobiles)	106
Figure 3.28. Représentation des résultats d'estimation de 2 flux	107
Figure 3.29. Retard de l'identification des densités de flux – 2 sources mobiles	108
Figure 3.30. Trajectoires initiales des sources	109
Figure 3.31. Estimation de trajectoire (source 1 à gauche et source 2 à droite)	109
Figure 3.32. Retard de l'identification pour la trajectoire des deux sources mobiles.	110
Figure 3.33. Représentation des deux densités de flux identifiées	112
Figure 3.34. Représentation des deux trajectoires identifiées	112
Figure 3.35. Retard de l'identification – couple densités de flux & trajectoires – deux sources	113
Figure 4.1. Localisation de la source fixe et des positions candidates	121
Figure 4.2. Exemple d'évolution des fonctions de sensibilité	122
Figure 4.3. Norme L^2 calculée pour chacun des 25 points (en abscisse)	122

Figure 4.4. Algorithme de choix des capteurs hors ligne	123
Figure 4.5. Résultat de mise en œuvre de l’algorithme de choix des capteurs (k=1).....	124
Figure 4.6. Résultat de mise en œuvre de l’algorithme de choix des capteurs (k=2).....	124
Figure 4.7. Algorithme de choix des capteurs en ligne	126
Figure 4.8. Identification de la source fixe.....	127
Figure 4.9. Identification de la position de source fixe	128
Figure 4.10. Localisation de la source et des capteurs fixes.....	130
Figure 4.11. Évolution de température aux 81 points candidats	131
Figure 4.12. Présentation de la trajectoire identifiée.....	132
Figure 4.13. Présentation de trajectoire identifiée avec le déploiement des capteurs	132
Figure 4.14. Trajectoire du capteur 1	133
Figure 4.15. Trajectoire du capteur 2	133
Figure 4.16. Trajectoire du capteur 3	133
Figure 4.17. Trajectoire du capteur 4	133
Figure 4.18. Trajectoire du capteur 5	133
Figure 4.19. Trajectoire du capteur 6	133
Figure 4.20. Trajectoire du capteur 7	134
Figure 4.21. Trajectoire du capteur 8	134
Figure 4.22. Retard de l’identification	134
Figure 4.23. Trajectoires des sources	135
Figure 4.24. Évolution de température aux capteurs.....	136
Figure 4.25. Présentation de trajectoire identifiée.....	137
Figure 4.26. Trajectoire 1 identifiée et déploiement des capteurs.....	137
Figure 4.27. Trajectoire 2 identifiée et déploiement des capteurs.....	138
Figure 4.28. Retard de l’identification	138

Table des tableaux

Tableau 1.1. Valeur des paramètres du modèle.....	13
Tableau 1.2. Valeur des paramètres du modèle.....	27
Tableau 1.3. Définition des symboles	33
Tableau 1.4. Résultats numériques de MGC hors ligne	33
Tableau 1.5. Résultats numériques de MGC hors ligne	36
Tableau 1.6. Temps de calcul de l'algorithme de MGC hors ligne.....	42
Tableau 1.7. Résultats numériques de MGC en ligne	52
Tableau 1.8. Bilan de résultats de chapitre 1	57
Tableau 2.1. Paramètres d'entrée des modèles en unité SI	65
Tableau 2.2. Comparaisons entre les deux modèles.....	66
Tableau 2.3. La vitesse de transfert du protocole TCP/IP	72
Tableau 3.1. Résultats numériques de la première campagne.....	91
Tableau 3.2. Résultats numériques de la première campagne (deux sources fixes).....	95
Tableau 3.3. Résultats numériques de la seconde campagne – identification de la trajectoire	99
Tableau 3.4. Résultats numériques de campagne 2	101
Tableau 3.5. Résultats numériques de MGC en ligne (2 densités de flux).....	107
Tableau 3.6. Résultats numériques de MGC en ligne (2 densités de flux).....	110
Tableau 3.7. Résultats numériques de MGC en ligne (2 couples densités & trajectoires) 113	
Tableau 3.8. Bilan des résultats numériques du chapitre 3	114
Tableau 4.1. Résultats des moyennes et normes des fonctions de sensibilités aux points candidats	122
Tableau 4.2. Résultat de l'algorithme de choix des capteurs	124
Tableau 4.3. Résultats de l'identification de position de source fixe	128
Tableau 4.4. Bilan des résultats numériques du chapitre 4	139



Sujet de thèse de doctorat
Stratégies de commande pour déplacer une meute de capteurs
dédiés à l'identification de sources chauffantes mobiles



Mots-clés : Réseau de capteurs mobiles, suivi de source en mouvement, équations aux dérivées partielles, commande optimale, identification paramétrique, problèmes inverses

Contexte et objectifs scientifiques

De nombreux phénomènes physiques évolutifs (nuage de polluants, propagation d'incendie, nappe d'hydrocarbures, ...) sont modélisables par des systèmes d'équations aux dérivées partielles (EDP) de convection et diffusion, éventuellement non linéaires et pouvant impliquer de nombreux couplages. La mise au point d'un outil prédictif pour l'aide à la décision nécessite l'évaluation de certains paramètres d'entrée. Pour ce faire, il est essentiel de concevoir des systèmes mobiles et peu coûteux afin de déployer un groupe de véhicules en réseau dans un certain nombre d'environnements à risque. Notre objectif est de développer et valider des stratégies optimales de déplacement d'un ensemble de capteurs pour l'identification paramétrique des systèmes d'EDP caractérisés par une ou plusieurs sources mobiles.

Description de l'étude

Le travail décrit dans ce projet est destiné à développer une méthodologie complète en vue de réaliser une conception optimale d'expériences dans le cadre de problèmes mal posés non linéaires associés à l'évaluation de paramètres dans des systèmes décrits par des EDP. Le prototype qui sera développé permettra de tester les performances des stratégies visant à identifier à l'aide d'un ensemble de capteurs mobiles, plusieurs sources chauffantes en mouvement. Afin d'atteindre cet objectif, l'étude est décomposée en plusieurs axes opérationnels.

- Définition des stratégies optimales pour le déplacement des capteurs mobiles
L'aspect le plus difficile du problème de conception optimale d'expériences est de définir un critère de performance significatif. Des avancées récentes dans l'optimisation semi-infinie seront exploitées pour améliorer le processus de calcul. L'ensemble du problème sera traité comme un problème de contrôle optimal où les supports spatiaux des capteurs dépendent du temps.
- Résolution des problèmes inverses
Lorsqu'il s'avère nécessaire d'identifier un ou plusieurs paramètres du modèle mathématique, il est naturel de procéder à une minimisation de l'erreur de sortie. Cette procédure d'identification nécessitant la résolution d'un problème inverse est délicate.

En effet, en thermique par exemple, les problèmes inverses de conduction de la chaleur sont mal posés (au sens d'Hadamard). Les travaux de recherche menés lors de cette étude

concernent des systèmes réels avec des données bruitées dans des cas non linéaires et/ou pour des géométries complexes. Dans le cadre des sources chauffantes en mouvement, il s'agira par exemple d'identifier la puissance de la chauffe, la trajectoire ou encore des propriétés thermophysiques du matériau...

▪ Développement du prototype

Afin de valider la pertinence des stratégies proposées et avant d'envisager des campagnes expérimentales à grande échelle (pour la détection de polluants par exemple), un dispositif expérimental sera développé. Nous avons choisi de nous placer dans le cadre du génie thermique qui permet d'étudier des EDP (de type parabolique) éventuellement non linéaires. Partenaire de ce projet, le Laboratoire de Thermocinétique de Nantes, (LTN - Unité Mixte de recherche CNRS 6607) maîtrise les aspects expérimentaux thermiques requis. Les sources chauffantes se déplaceront dans un plan afin de permettre la chauffe d'un matériau (de fine épaisseur) d'une surface d'environ 10 m².

▪ Gestion de l'ensemble des robots mobiles et des capteurs embarqués

Chacun des robots mobiles devra (à une cadence à déterminer) communiquer sa position absolue et la mesure réalisée (température, flux, ...) à un ordinateur qui en fonction délivrera les ordres de déplacement pour l'ensemble des robots. Les technologies sans fil sont essentielles pour ce projet et une attention particulière devra être portée à la redondance des informations, aux conflits de trajectoires, aux contraintes (certaines zones peuvent être interdites ou inaccessibles) aux défaillances des capteurs et/ou des robots.

Matériels disponibles : un ensemble de robots mobiles munis de capteurs de température sans contact (une demi-douzaine de robots Khepera-III équipés de pyromètres) a été acquis par le LARIS. Ils seront pilotés selon les stratégies définies dans l'axe opérationnel «Définition des stratégies optimales pour le déplacement des capteurs mobiles ».

Programme de travail :

- étude bibliographique : portant sur la modélisation des phénomènes thermiques, l'identification paramétrique en ligne, la résolution de problèmes inverses, la robotique mobile,
- développement de stratégies dédiées au prototype expérimental,
- tests et validation en simulation (environnement numérique et développement éventuel en réalité virtuelle)
- conception du prototype et validation des stratégies permettant de déplacer la flotte de robots mobiles en vue de l'identification.

Les travaux de recherche s'effectueront principalement au LARIS. Le Laboratoire Angevin de Recherche en Ingénierie des Systèmes est une équipe d'accueil EA7315 de l'université d'Angers, composée de 3 équipes interconnectées :

- Systèmes Dynamiques et Optimisation (SDO)
- Information, Signal, Image et Sciences du Vivant (ISISV)
- Sécurité de Fonctionnement et aide à la Décision (SFD)

Pour plus d'information : <http://laris.univ-angers.fr>

Encadrement

Ce sujet est pluridisciplinaire et sera encadré par des spécialistes du domaine de la thermique et de l'automatique. Pour ce faire une collaboration est mise en place entre deux laboratoires de l'ouest de la France : le LARIS (Angers) et le LTN (Nantes).

- Directeur de thèse : Le Professeur Laurent AUTRIQUE (LARIS) est un spécialiste dans la théorie du contrôle pour les systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles.
- Co encadrant : Le Docteur Philippe LUCIDARME (LARIS) effectue ses travaux de recherche en relation avec la robotique mobile.
- Co encadrante : Le Docteur Laetitia PEREZ (LTN) consacre ses recherches à l'identification paramétrique des systèmes thermiques et au développement de méthodes de résolution de problèmes inverses mal-posés.

Contact : laurent.autrique@univ-angers.fr

Quelques publications des encadrants en relation avec le sujet proposé...

Beddiaf S., Perez L., Autrique L., Jolly J.C., *Simultaneous determination of time-varying strength and location of fixed heat sources in 3D domain*, Inverse Problems in Science and Engineering, Volume 22, Issue 1, pages 166-183, 2014.

Lucidarme P., *Frontiers in Evolutionary Robotics, Evolutionary computation of multi-robot/agent systems*, ARS Robotic Books, Chapter 16, I-Tech Education and Publishing, Vienna, Austria, ISBN 978-3-902613-19-6, April 2008.

Perez L., *Stratégies d'observations pour l'identification des trajectoires de plusieurs sources chauffantes*, Société Française de Thermique 2012, Bordeaux, mai 2012.

Perez L., Autrique L., Gillet M., *Identification of thermal diffusivity in a moving boundaries system – Implementation of a conjugate gradient algorithm*, 6th international conference on inverse problems in engineering : theory and practice, ICIPE'08, Paris, 15-19 juin 2008.

Vergnaud A., Lucidarme P., Autrique L., Perez L., *Adaptive deployment of a mobile sensors network to optimize the monitoring of a phenomenon governed by partial differential equations*, ICINCO 2013, Reykjavík, Islande, 29-31 juillet 2013.

Références bibliographiques

- Alifanov, O.M.**, 1994. *Inverse heat transfer problems*, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg.
- Artal-Sevil, J.S. & Montañés, J.L.**, 2016. Reconnaissance and exploration robot. Microcontroller-based data acquisition system for environmental parameters. *2016 Technologies Applied to Electronics Teaching (TAEET)*, pp.1–8.
- Autrique, L. & Serra, J.J.**, 2003. On the implementation of a finite element method for parameter identification. *LUXFEM, International Conference on finite elements applications, in CD-ROM, Luxembourg*.
- Baker, A.J.**, 2012. *Finite elements : computational engineering sciences*, Wiley.
- Beddiaf, S.**, 2013. *Identification paramétrique de systèmes d'EDP paraboliques non linéaires en géométrie 3D par une méthode de régularisation itérative*. Université d'Angers.
- Beddiaf, S. et al.**, 2015. Parametric identification of a heating mobile source in a three-dimensional geometry. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 23(1), pp.93–111.
- Beddiaf, S. et al.**, 2014. Simultaneous determination of time-varying strength and location of a heating source in a three-dimensional domain. *Inverse Problems in Science and Engineering*, 22(1), pp.166–183.
- Bruce, J., Balch, T. & Veloso, M.**, 2000. Fast and inexpensive color image segmentation for interactive robots. *Proceedings. 2000 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2000) (Cat. No.00CH37113)*, 3, pp.2061–2066 vol.3.
- Edsberg, L.**, 2008. *Introduction to computation and modeling for differential equations* First edit. John Wiley & Sons, Inc., ed., KTH - The Royal Institute of Technology: John Wiley & Sons, Inc.,.
- Gillet, L.P. and L.A. and M.**, 2008. Implementation of a conjugate gradient algorithm for thermal diffusivity identification in a moving boundaries system. *Journal of Physics: Conference Series*, 135(1), p.12082.
- Huang, C.-H. & Chen, W.-C.**, 2000. A three-dimensional inverse forced convection problem in estimating surface heat flux by conjugate gradient method. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 43(17), pp.3171–3181. Available at: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0017931099003300> [Accessed March 15, 2017].

- Isakov, V.**, 1998. *Inverse Problems for Partial Differential Equations* Springer-Verlag, ed., New York, NY: Springer New York.
- Jarny, Y., Ozisik, M.N. & Bardon, J.P.**, 1991. A general optimization method using adjoint equation for solving multidimensional inverse heat conduction. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 34(11), pp.2911–2919.
- K-Team & LAMI**, 2005. *KoreIO user Manual*, Ch. de Vuasset, CP 111, 1028 Prévèrènges Switzerland: Pierre Bureau for K-Team S.A. Available at: <http://ftp.k-team.com/korebot/documentation/KoreIO.UserManual.pdf>.
- Khachfe, R.A.**, 2000. *Résolution numérique de problèmes inverses 2D non-linéaires de conduction de la chaleur par la méthode des EF et l'algorithme du gradient conjugué - Validation expérimentale*. Université de Nantes, LTN, Polytech-Nantes.
- Martinez-gomez, L. a & Weitzenfeld, A.**, 2004. Real Time Vision System for a Small Size League Team. In *Proc. 1st IEEE-RAS Latin American Robotics Symposium*. Mexico City, Mexico.
- Minoux, M.**, 2016. *Programmation mathématique théorie et algorithmes*, Paris: Éd. Tec & Doc.
- Morozov, V.A.**, 1984. *Methods for Solving Incorrectly Posed Problems*, New York, NY: Springer New York.
- Morozov, V.A. & Nashed, Z.**, 1984. *Methods for solving incorrectly posed problems* Springer-V., New York, NY: Springer New York.
- Museux, N. et al.**, 2012. Skin burns after laser exposure: Histological analysis and predictive simulation. *Burns*, 38(5), pp.658–667.
- Pepper, D.W. & Heinrich, J.C.**, 2006. *The Finite Element Method Basic Concepts and Applications*, Taylor & Francis.
- Prud'homme, M. & Nguyen, T.**, 1998. On the iterative regularization of inverse heat conduction problems by conjugate gradient method. ... *Communications in Heat and Mass Transfer*, 25(7), pp.999–1008.
- Pryor, R.W.**, 2012. *Multiphysics Modeling Using COMSOL 4: A First Principles Approach*, Mercury Learning and Information. Available at: <https://books.google.fr/books?id=6mijcQAACAAJ>.
- Rouquette S., Autrique L., Chaussavoine C., Thomas L.**, 2007. Identification of influence factors in a thermal model a plasma assisted chemical vapour deposition process, *Inverse Problems in Science and Engineering*, Vol. 15, n° 5, pp. 489-515.
- Tran, T.P., Vergnaud, A. & Perez, L.**, 2015. Prototype expérimental pour l'identification de sources chauffantes se déplaçant sur une surface. In *Congrès annuel de la Société Française de Thermique*. La Rochelle, France. Available at: <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01206472> [Accessed March 17, 2017].

- Vergnaud, A. et al.**, 2013. DARC-EDP : Conception du prototype. In *4ième Journées des Démonstrateurs en Automatique*. 4ième Journées des Démonstrateurs en Automatique. Angers. Available at: 6.
- Vergnaud, A. & Perez, L.**, 2016. Observation strategies for mobile heating source tracking. In *4th International Symposium on Inverse Problem Design and Optimization*. Albi, France, pp. 45–1.
- Vergnaud, A. & Perez, L.**, 2015. Stratégie de sélection de capteurs pour une identification de flux thermique quasi en ligne. In *SFT 2015 - Congrès de la Société Française de Thermique*. SFT 2015 - Congrès de la Société Française de Thermique. La Rochelle. Available at: fra%5Cn6.
- Vergnaud, A., Perez, L. & Autrique, L.**, 2014. On-line monitoring of surfacic mobile heating sources. In *International Conference on Inverse Problems in Engineering*.
- Vergnaud, A., Perez, L. & Autrique, L.**, 2016. Quasi-online parametric identification of moving heating devices in a 2D geometry. *International Journal of Thermal Sciences*, 102(Complete), pp.47–61. Available at: <http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1290072915003208>.
- Woodbury, K.A.**, 2003. *Inverse engineering handbook* Series: Ha., The Mechanical engineering handbook series, p. 466: CRC Press.
- Zhang, Z.**, 2000. A flexible new technique for camera calibration. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 22(11), pp.1330–1334.
- Zickler, S. et al.**, 2014. Five Years of SSL-Vision -Impact and Development. In S. Behnke et al., eds. *RoboCup 2013: Robot World Cup XVII*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 656–663. Available at: http://dx.doi.org/10.1007/978-3-662-44468-9_62.
- Zickler, S. et al.**, 2010. SSL-Vision: The shared vision system for the RoboCup Small Size League. *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, 5949 LNAI, pp.425–436.
- Zimmerman, W.B.J.**, 2006. *Multiphysics Modeling with Finite Element Methods*, WORLD SCIENTIFIC, Series on Stability, Vibration and Control of Systems, Series A.

Thèse de Doctorat

THANH PHONG TRAN

STRATÉGIES DE COMMANDE POUR DÉPLACER UNE MEUTE DE CAPTEURS DÉDIÉS À L'IDENTIFICATION DE SOURCES CHAUFFANTES MOBILES

CONTROL STRATEGIES OF MOBILE SENSORS FOR QUASI ON-LINE IDENTIFICATION OF MOBILE HEATING SOURCE

Résumé

De nombreux systèmes physiques complexes sont modélisés à l'aide de systèmes d'équations aux dérivées partielles comprenant éventuellement des couplages et des non linéarités. Dans ce cadre, les problématiques de commande qui cherchent à définir quels sont les moyens d'actions (éventuellement en dimension infinie) permettant d'atteindre un état désiré ne sont pas triviales.

Il en est de même pour l'identification en ligne de caractéristiques du système physique à partir d'informations fournies par des observations pertinentes. Cet aspect est souvent considéré comme un problème inverse dont la résolution pose de nombreuses questions spécifiques et ardues.

Afin d'illustrer la problématique du déplacement judicieux d'un ensemble de capteurs mobiles pour reconstruire un terme source dans une équation aux dérivées partielles paraboliques, un dispositif est décrit dans cette étude. Il décrit des phénomènes de convection et diffusion éventuellement non linéaires.

Le travail décrit dans ce document est destiné à développer une méthodologie complète en vue de réaliser une conception optimale d'expériences dans le cadre de problèmes mal posés non linéaires associés à l'évaluation de paramètres inconnus dans des systèmes décrits par des équations aux dérivées partielles. Le prototype expérimental a pour objet de tester les performances des stratégies de déploiement optimal d'un ensemble de capteurs mobile afin d'identifier des paramètres de plusieurs sources chauffantes en mouvement.

Mots clés

Commande optimale, équations aux dérivées partielles, identification paramétrique, méthode du gradient conjugué, problèmes inverses, réseau de capteurs mobiles, suivi de source en mouvement, stratégies de déploiement de capteurs

Abstract

Many complex physical systems are modeled using systems of partial differential equations including possibly coupling and non-linearity. In this context, the determination of control strategies (in infinite dimension) in order to achieve a desired state is not trivial.

It is obvious that quasi on-line identification of characteristics of the physical system from information provided by relevant sensors is quite complex. This optimization problem is often formulated as an inverse problem, whose resolution raises many specific questions.

To illustrate the problem of the moving of a set of mobile sensors to identify a term source in parabolic partial differential equations, an experimental device is proposed in this study. Both phenomena of convection and diffusion (possibly non-linear) are taken into account.

The work described in this document is intended to develop a comprehensive methodology to achieve an optimal design of experiments for nonlinear ill-posed problems associated with the evaluation of unknown parameters in systems described by partial differential equations. The experimental prototype is intended to test the performance of strategies for optimal deployment of a mobile set of sensors to identify parameters of multiple heating sources in movement.

Keywords

Optimal command, partial differential equations, parametric identification, conjugate gradient method, inverse problems, mobile sensors network, following source in movement, deployment strategy of sensors