



HAL
open science

Modélisation numérique discrète du comportement mécanique sous impact des structures d'écrans de filets pare-pierres

Jibril Coulibaly

► **To cite this version:**

Jibril Coulibaly. Modélisation numérique discrète du comportement mécanique sous impact des structures d'écrans de filets pare-pierres. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2017. Français. NNT : 2017GREAI040 . tel-01734991

HAL Id: tel-01734991

<https://theses.hal.science/tel-01734991>

Submitted on 15 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTÉ UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : **2MGE : Matériaux, Mécanique, Génie Civil,
Électrochimie**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Jibril COULIBALY

Thèse dirigée par **François NICOT**, Directeur de Recherche,
Irstea Grenoble, et
codirigée par **Marie-Aurélié CHANUT**, Ingénieure de Recherche,
Cerema Centre-Est et **Stéphane LAMBERT**, Ingénieur de
Recherche, Irstea Grenoble

préparée au sein du **Cerema Centre-Est**
dans l'**École Doctorale I-MEP2**

Modélisation numérique discrète du comportement mécanique sous impact des structures d'écrans de filets pare-pierres

Thèse soutenue publiquement le **16 novembre 2017**,
devant le jury composé de :

Monsieur Ali DAOUADJI

Professeur, INSA de Lyon, Président

Monsieur Nicolas MOËS

Directeur de Recherche, École Centrale de Nantes, Rapporteur

Monsieur Claudio SCAVIA

Professeur, Politecnico di Torino, Rapporteur

Monsieur David BERTRAND

Maître de Conférences, INSA de Lyon, Examineur

Madame Marion BOST

Ingénieure, IFSTTAR, Examineur

Monsieur Bernard CAMBOU

Professeur Émérite, École Centrale de Lyon, Examineur

Monsieur François NICOT

Directeur de Recherche, Irstea Grenoble, Directeur de thèse

Madame Marie-Aurélié CHANUT

Ingénieure de Recherche, Cerema Centre-Est, Co-Directeur de thèse

Monsieur Stéphane LAMBERT

Ingénieur de Recherche, Irstea Grenoble, Co-Directeur de thèse



We are at the very beginning of time for the human race. It is not unreasonable that we grapple with problems. But there are tens of thousands of years in the future. Our responsibility is to do what we can, learn what we can, improve the solutions, and pass them on.

— Richard Feynman (1918 - 1988)

Remerciements

« Le but n'est pas seulement le but, mais le chemin qui y conduit ». Cette philosophie, prônée par Lao Tseu, m'a accompagné tout le long de ce travail de thèse, dans cet exercice particulier qu'est la recherche scientifique. J'aimerais remercier ici l'ensemble des personnes sans lesquelles je n'aurais pu parcourir ce chemin.

Je remercie tout d'abord Monsieur Ali Daouadji, Professeur à l'INSA de Lyon. Je lui suis reconnaissant de m'avoir fait l'honneur d'être le président du jury de thèse.

J'adresse mes sincères remerciements à mes rapporteurs de thèse : Messieurs Nicolas Moës, Directeur de Recherche à l'École Centrale de Nantes, et Claudio Scavia, Professeur à l'École polytechnique de Turin. Je leur suis reconnaissant de toute l'attention qu'ils ont portée à ce travail que leur analyse a permis d'améliorer.

Je remercie également Marion Bost, Ingénieure à l'IFSTTAR, David Bertrand, Maître de Conférences à l'INSA de Lyon et Bernard Cambou, Professeur Émérite à l'École Centrale de Lyon d'avoir pris part au jury.

Le déroulement de cette thèse a été idéal. Je dois notamment cette réussite aux personnes m'ayant guidé et encadré tout au long de cette période. Je remercie ainsi mon directeur de thèse François Nicot, Directeur de Recherche à Irstea. Son exigence et sa confiance ont renforcé mon éthique de travail et m'ont initié aux spécificités de la recherche scientifique. J'aimerais ensuite remercier Stéphane Lambert, Ingénieur de Recherche à Irstea et encadrant de thèse, dont l'esprit critique a accentué mon sens du détail. Enfin, je remercie très sincèrement Marie-Aurélien Chanut, Ingénieure de Recherche au Cerema et encadrante de thèse. Sa rigueur, son investissement et son organisation m'ont accompagné au quotidien et ses compétences en informatique m'ont été souvent précieuses.

Ce travail de recherche représente également la réussite d'une collaboration entre le Cerema Centre-Est et Irstea Grenoble. À ce titre, je souhaite remercier l'investissement constructif du Département Laboratoire de Lyon du Cerema à travers l'intérêt sincère de son directeur Gilles Gauthier et de son directeur adjoint David Daguillon. Ma reconnaissance va également au groupe Risque Rocheux et Mouvements de Sol, dirigé par Geneviève Rul, et à l'ensemble de ses membres. En particulier, je remercie Laurent Dubois, Delphine Deslis, Mathieu Mlynarski, Jérôme Gineys, Sébastien Fabre et Agnès Foultier pour les échanges ayant contribué directement à ma réflexion. Je remercie également les membres d'Irstea avec lesquels des échanges constructifs m'ont permis d'orienter ce travail, notamment Franck Bourrier.

L'encadrement scientifique et administratif seul n'aurait pas été suffisant pour mener à bien ce travail. Je tiens également à exprimer ma gratitude envers les partenaires industriels, académiques et institutionnels ayant contribué à ce travail.

En premier lieu, je souhaite saluer la collaboration avec la société CAN, grâce à laquelle j'ai pu mener à bien des travaux expérimentaux indispensables tout au long de ma thèse. Je remercie particulièrement Pierre Ligneau, Clément Galandrin et Vincent Chauty. Je remercie ensuite l'ensemble des acteurs du Projet National C2ROP (Chutes de blocs, Risques Rocheux et Ouvrages de Protection) ayant eu une contribution directe à mes travaux de recherche. La société GTS, et particulièrement Ignacio Olmedo et Philippe Robit, pour leur expertise technique et leur expérience dans la réalisation d'essais en vraie grandeur. Je remercie également l'INSA de Lyon pour leur travail de conception et d'instrumentation des expérimentations. Je profite aussi de cette occasion pour remercier le département Génie Civil et Urbanisme de l'INSA de Lyon. La formation d'ingénieur que j'y ai reçue m'a permis d'aborder cette thèse de la meilleure des façons et celle que j'y ai dispensée a confirmé mon intérêt fort pour l'enseignement. Je remercie également Nicolas Muller et Philippe Gatefin des Conseils Départementaux de la Savoie et de l'Isère et Magali Huteau de SNCF dont les impératifs de gestion du risque rocheux ont en partie aiguillé ce travail.

J'aimerais enfin remercier chaleureusement mes proches, dont la présence et le soutien ont été moteurs et m'ont permis de conserver un équilibre de vie.

Mes pensées vont en premier lieu à mes parents, Anne-Marie Balmayer et Diamio Coulibaly. Leur sagesse et leur humilité m'ont toujours guidé et m'ont permis de relativiser les moments difficiles. Mes sentiments vont également à mes frères, Ismaël Coulibaly et Ibrahim Coulibaly, ainsi qu'à ma bien-aimée, Rachel Pike.

Je ne peux terminer ces remerciements sans mentionner mes amis qui m'ont accompagné tout au long de ma vie et en particulier durant ces années de thèse. Amis d'enfance, amis d'école ou amis des stades, les moments que nous partageons me sont précieux. Merci à Antoine Rossi, Benoit Fache, Johary Andriatsilavo, Robin Tanquerel, Thibault George, Florian Labourel, Naïm Jalal, Camille Cordier, Chloé Gratiant, Judicaël Arnoult, Lucile Balanzat, Matthieu Martin, Maxime Derveaux, Sébastien Charry, Adam Ouahsine, Benjamin Benfredj, Charles Compérat et Walter Lowe III.

Je ne peux malheureusement nommer toutes les personnes ayant contribué à ce travail. Qu'il me soit pardonné d'omettre de nombreuses personnes, en espérant qu'elles se reconnaîtront.

Table des matières

Introduction générale	1
1 État de l'art	3
1.1 Introduction	3
1.2 Généralités sur le risque rocheux	3
1.2.1 Contexte naturel et géomorphologie	3
1.2.2 Chutes de blocs et éboulements rocheux	4
1.2.3 Gestion du risque rocheux	6
1.3 Écrans de filets pare-blocs	9
1.3.1 Description	9
1.3.2 Approches expérimentales	10
1.3.2.1 Campagnes d'essais	10
1.3.2.2 Besoin de standardisation	12
1.3.3 Guide d'Agrément Technique Européen ETAG 27	13
1.3.3.1 Définitions	13
1.3.3.2 Essais de certification	14
1.3.3.3 Homologation et marquage CE	17
1.3.4 Modélisations et approches numériques	18
1.3.4.1 Méthodes semi-empiriques	18
1.3.4.2 Modélisations et simulations numériques	19
1.4 Objectifs du travail de recherche	23
1.4.1 Problématique scientifique	24
1.4.2 Problématique réglementaire	24
1.4.3 Problématique opérationnelle	25
1.5 Conclusions	25
2 Approche générique de modélisation des écrans de filets	27
2.1 Introduction	27
2.2 Principes de la modélisation générique développée	27
2.2.1 Enjeux et positionnement	27
2.2.2 Représentation générique des écrans de filets	28
2.2.2.1 Constituants principaux	28
2.2.2.2 Assemblages et potentiel de description géométrique	29
2.2.3 Implémentation numérique de la structuration générique	30
2.3 Méthode des Éléments Discrets	31
2.3.1 Description de la méthode	31
2.3.2 Équations de mouvement	33
2.3.2.1 Intégration des équations de mouvement de translation	34

2.3.2.2	Intégration des équations de mouvement de rotation . . .	35
2.3.3	Interactions entre deux solides	36
2.3.4	Bibliothèque d'éléments utilisés	38
2.3.4.1	Sphère	38
2.3.4.2	Cylindre déformable	39
2.3.4.3	Poutre rigide	41
2.3.4.4	Polytope convexe	42
2.4	Modèles mécaniques des constituants et des projectiles	44
2.4.1	Ancrages	44
2.4.2	Poteaux	45
2.4.3	Dissipateurs d'énergie	47
2.4.4	Nappes de filets	48
2.4.5	Câbles	49
2.4.6	Assemblage des modèles des constituants	50
2.4.7	Projectiles	51
2.5	Conclusions	51
3	Modèle mécanique de filets à anneaux entrelacés à 4 contacts	53
3.1	Introduction	53
3.2	Modèle d'anneau développé	54
3.2.1	Hypothèses de modélisation et discrétisation	55
3.2.2	Loi de comportement des liaisons internes	57
3.2.3	Loi de comportement de la liaison de pourtour	58
3.3	Réponse analytique du modèle aux sollicitations de référence	60
3.3.1	Traction 4 points	61
3.3.2	Traction 2 points	63
3.4	Calibration du modèle	64
3.4.1	Calibration des paramètres de raideur et de la longueur de transition du pourtour	66
3.4.2	Calibration des paramètres de raidissement géométrique	70
3.5	Campagne expérimentale et validation du modèle	72
3.5.1	Campagne expérimentale	72
3.5.2	Résultats	74
3.6	Conclusions	79
4	Modèle mécanique de câble glissant	83
4.1	Introduction	83
4.2	Formulation générale du câble glissant	84
4.2.1	Définition du constituant câble glissant	84
4.2.2	Mécanisme et critère de glissement	85
4.2.3	Équations de glissement	86
4.2.4	Résolution et implémentation numérique	90
4.3	Validation du modèle	93
4.3.1	Système étudié	93
4.3.2	Résultats	94
4.4	Comparaison avec les modèles existants	95
4.4.1	Système étudié	95
4.4.2	Modèles sans frottement	96

4.4.3	Modèle avec réduction de tension de Volkwein	96
4.4.4	Modèles avec frottement et échange de longueur neutre	97
4.4.5	Analyse des résultats et des performances	101
4.5	Simulation de l'effet rideau	103
4.5.1	Système étudié	103
4.5.2	Configurations testées	105
4.5.3	Influence des différents paramètres	106
4.5.4	Discussion	107
4.6	Conclusions	108
5	Validation du modèle générique par simulations numériques du com-	
	portement d'ouvrages réels	109
5.1	Introduction	109
5.2	Modélisation déterministe de l'écran CAN E	109
5.2.1	Description de l'écran CAN E et modélisation géométrique	109
5.2.2	Propriétés des composants et modélisation mécanique	111
5.2.3	Essais en vraie grandeur	113
5.2.4	Simulation numérique de l'essai MEL	114
5.2.5	Simulation numérique de l'essai SEL	118
5.2.6	Bilan	123
5.3	Modélisation déterministe de l'ouvrage C2ROP	124
5.3.1	Description de l'ouvrage C2ROP et modélisation géométrique	124
5.3.2	Propriétés des composants et modélisation mécanique	125
5.3.3	Essais en vraie grandeur	128
5.3.4	Simulation numérique de l'essai quasi-statique	129
5.3.5	Simulation numérique de l'essai d'impact unique	133
5.3.6	Simulation numérique de l'essai d'impacts répétés	144
5.3.6.1	Premier impact	144
5.3.6.2	Deuxième impact	147
5.3.6.3	Troisième impact	150
5.3.6.4	Grandeurs après impacts	153
5.3.7	Bilan	155
5.4	Conclusions	155
	Conclusions et perspectives	157
	Bibliographie	159
A	Compléments sur le modèle générique	169
A.1	Rappels d'algèbre des quaternions	169
A.1.1	Définitions	169
A.1.2	Quaternions et rotations dans l'espace	170
A.2	Propriétés du bloc ETAG 27	172
A.2.1	Définition	172
A.2.2	Propriétés géométriques et matérielles	172
B	Compléments sur le modèle d'anneau	175
B.1	Modèle d'anneau de rive à 3 nœuds	175
B.1.1	Hypothèses de modélisation et discrétisation	175

B.1.2	Réponse analytique du modèle en traction 3 points	176
B.1.3	Calibration du modèle	177
B.1.4	Résultats	179
B.2	Démonstration des relations analytiques du modèle d'anneau à 4 nœuds .	183
B.2.1	Traction 4 points - déchargement	184
B.2.2	Traction 2 points	184
B.3	Détermination de la valeur optimale de la raideur des liaisons de bord des anneaux à 4 nœuds	187
C	Compléments sur le modèle de câble glissant	189
C.1	Existence et unicité de la solution des équations de glissement	189
C.2	Algorithme de remaillage des câbles glissants	191

Table des figures

1.1	Dégâts causés par différents types d'éboulements rocheux : (a) chute de pierres sur une route à Pont-de-Labeaume (07); (b) éboulement sur la voie de chemin de fer et la zone d'activité à La Saulcette (73); (c) chute de bloc sur un chalet à Belvédère (06); (d) éboulement majeur à Vaujany (38) (source Cerema)	5
1.2	Illustration du risque lié aux éboulements rocheux	6
1.3	Parades actives : (a) soutènement en bordure de route; (b) boulonnage d'une dalle rocheuse (source [LCPC, 2001])	7
1.4	Parades passives : (a) barrière rigide de rails et de traverses en bordure de voie de chemin de fer; (b) barrière grillagée en pied de versant; (c) écrans de filets; (d) merlon avec blocs dans la fosse (source Cerema)	9
1.5	Constituants et technologies utilisés dans les écrans de filets : (a) nappe de filets orthotrope ELITE du fabricant GTS (source [GTS, 2017]); (b) nappe de filets à anneaux isotrope du fabricant CAN (source [CAN, 2017]); (c) dissipateur par flambement plastique du fabricant GTS (source [GTS, 2017]); (d) dissipateur par frottement du fabricant EI Montagne (source Cerema)	11
1.6	Essais d'impacts sur écrans par un bloc se propageant dans un talus : (a) impact sur un poteau (source [Duffy and Hoon, 1996b]); (b) impact simultané de deux blocs (source [Duffy and Haller, 1993])	12
1.7	Vue arrière d'un écran de filets contre les chutes de blocs rocheux (source [EOTA, 2013])	14
1.8	Géométrie du bloc utilisé pour les essais de certification de l'ETAG 27 (source [EOTA, 2013])	15
1.9	Grandeurs géométriques des écrans de filets au cours d'un impact définies par l'ETAG 27 : (a) avant l'impact, pente de référence et hauteur nominale; (b) pendant l'impact, allongement maximal; (c) après l'impact, hauteur résiduelle (source [EOTA, 2013])	16
1.10	Position de l'impact et tolérance pour les essais de certification (source [EOTA, 2013])	17
1.11	Géométrie déformée pour le calcul statique des écrans : (a) vue de coté; (b) vue de dessus (source [Peila et al., 1998])	18
1.12	Modèle 2D d'écran de filets : (a) définition du modèle; (b) simulation d'impact (source [Govoni et al., 2011])	20
1.13	Modèle DEM d'écran de filets de Nicot : (a) discrétisation de la nappe de filets; (b) simulation d'impact centré; (b) simulation d'impact décentré; (source [Nicot et al., 2001a])	21

1.14	Modèle d'anneaux développés pour les écrans Geobrugg : (a) modèle de Grassl; (b) modèle de Volkwein (source [Volkwein, 2004])	21
1.15	Modèle DEM du filet ELITE de GTS (source [Bertrand et al., 2010])	22
1.16	Simulation d'essai en vraie grandeur par Escallón (source [Escallón et al., 2014])	23
2.1	Définition de l'ouvrage générique	29
2.2	Illustration de l'analogie FEM-DEM (d'après [O'Sullivan and Brak, 2004]) : (a) éléments et nœuds (FEM); (b) particules et interactions (DEM)	32
2.3	Cinématique du solide dans l'espace	34
2.4	Contact entre deux solides quelconques	37
2.5	Contact entre deux particules sphériques	39
2.6	Modèle DEM de l'élément cylindre (d'après [André et al., 2012]) : (a) configuration neutre; (b) configuration déformée	40
2.7	Contact entre deux cylindres et définition des sphères virtuelles (d'après [Effeindzourou et al., 2016])	41
2.8	Modèle DEM de poutre rigide	42
2.9	Contact entre une sphère et une face du polytope convexe	44
2.10	Loi de comportement élastoplastique de Prager retenue pour les dissipateurs d'énergie	48
2.11	Discrétisation du câble en segments avec une densité de d nœuds par unité de longueur	50
2.12	Méthodes d'assemblage des constituants : (a) assemblage par interaction entre solides; (b) assemblage solidaire par partage de solides	50
2.13	Simulation d'impacts multiples sur un écran de filets	52
3.1	Régimes de déformation d'un anneau	54
3.2	(a) filet d'anneaux entrelacés à 4 contacts; (b) modèle discret d'anneau à 4 nœuds développé	56
3.3	Loi de comportement des liaisons internes	59
3.4	Loi de comportement de la liaison de pourtour	61
3.5	Sollicitations de traction 2 points et 4 points	61
3.6	Sollicitation du modèle en traction 4 points : (a) cinématique de déformation; (b) diagramme d'équilibre (nœud supérieur gauche)	62
3.7	Sollicitation du modèle en traction 2 points : (a) cinématique de déformation; (b) diagrammes d'équilibre (nœuds supérieur et latéraux)	63
3.8	Ensemble des valeurs des fonctions objectif et valeurs optimales pour chaque objectif dans l'espace des objectifs	68
3.9	Point idéal et valeurs optimales issues de la minimisation multicritère	69
3.10	Bâti d'essai avec un anneau installé en configuration de traction 2 points	73
3.11	Courbes force-déplacement expérimentales pour les anneaux 350/12 : (a) traction 4 points; (b) traction 2 points	75
3.12	Résultats de calibration en chargement monotone : (a) effort axial en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/09; (b) longueur de la diagonale en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/09; (c) effort axial en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/12; (d) longueur de la diagonale en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/12; (e) effort axial en traction 2 points (calibration) des anneaux 420/16; (f) longueur de la diagonale en traction 2 points (calibration) des anneaux 420/16	76

3.13	Résultats de validation en chargement monotone : (a) effort axial en traction 4 points (prédiction) des anneaux 350/09; (b) effort axial en traction 2 points (calibration) et 4 points (prédiction) des anneaux 350/09; (c) effort axial en traction 4 points (prédiction) des anneaux 350/12; (d) effort axial en traction 2 points (calibration) et 4 points (prédiction) des anneaux 350/12; (e) effort axial en traction 4 points (prédiction) des anneaux 420/16; (f) effort axial en traction 2 points (calibration) et 4 points (prédiction) des anneaux 420/16	78
3.14	Résultats de calibration des fonctions de raidissement géométrique en déchargement : (a) raidissement géométrique du pourtour (calibration) des anneaux 350/09; (b) raidissement géométrique des diagonales (calibration) des anneaux 350/09; (c) raidissement géométrique du pourtour (calibration) des anneaux 350/12; (d) raidissement géométrique des diagonales (calibration) des anneaux 350/12; (e) raidissement géométrique du pourtour (calibration) des anneaux 420/16; (f) raidissement géométrique des diagonales (calibration) des anneaux 420/16	79
3.15	Résultats sur les courbes force-déplacements en déchargement : (a) effort axial en traction 4 points des anneaux 350/09; (b) effort axial en traction 2 points des anneaux 350/09; (c) effort axial en traction 4 points des anneaux 350/12; (d) effort axial en traction 2 points des anneaux 350/12; (e) effort axial en traction 4 points des anneaux 420/16; (f) effort axial en traction 2 points 420/16	80
4.1	Description géométrique du câble glissant	84
4.2	Câble en équilibre autour d'un élément circulaire : (a) équilibre global; (b) équilibre d'un arc élémentaire	85
4.3	Redistribution de matière du câble autour d'un élément glissant : (a) redistribution réelle, l'élément glissant se déplace le long du câble; (b) redistribution dans le modèle, les segments de part et d'autre du nœud glissant échangent de la longueur neutre	87
4.4	Groupe de nœuds glissants consécutifs avec nœuds d'about non-glissants	88
4.5	Tensions dans les segments adjacents à un nœud glissant : tensions admissibles (blanc) et tensions dépassant la limite de glissement (gris)	88
4.6	Exemple d'une courbe tension-déformation et identification des valeurs minimales des incréments de déformation et de tension (les valeurs maximales sont infinies)	89
4.7	Points matériels glissant le long d'un câble inextensible	93
4.8	Comparaison entre les solutions analytiques et les solutions obtenues par simulation numérique à l'aide du modèle de câble glissant pour le mécanisme de glissement théorique : (a) position horizontale; (b) position verticale; (c) ratio des tensions; (d) variation relative de la longueur neutre totale	94
4.9	Mécanisme de glissement autour d'une poulie utilisé pour la comparaison des modèles de câble glissant	95
4.10	Modèle d'étude de l'effet rideau (la longueur initiale des dissipateurs d'énergie représentés aux points A et D est négligeable)	104
4.11	Évolution temporelle du système lors de la simulation numérique de l'effet rideau (configuration C4 : $d = 10$, $\mu = 0,2$)	105

4.12	Évolution temporelle de la flèche du système lors des simulations numériques de l'effet rideau pour les 4 configurations	106
5.1	Ouvrage CAN E : (a) ouvrage réel installé dans le site d'essai de l'entreprise CAN à Rompon (07) (source CAN); (b) modèle numérique de l'ouvrage .	110
5.2	Plan de tressage de la nappe de filets de l'ouvrage CAN E (source CAN)	111
5.3	Localisation des capteurs de force au sein de l'ouvrage CAN E (source CAN)	113
5.4	Évolution temporelle de l'écran CAN E lors de la simulation numérique de l'essai MEL : (a) état initial; (b) allongement maximal; (c) équilibre avant enlèvement du bloc; (d) équilibre après enlèvement du bloc	115
5.5	Réponse de l'ouvrage CAN E lors de l'essai MEL : (a) trajectoire verticale du bloc; (b) effort ancrage P2/P3; (c) effort rive supérieure; (d) effort ancrage P3/P4; (e) effort câbles intermédiaires; (f) effort hauban latéral; (g) effort rive inférieure	116
5.6	Évolution temporelle de l'écran CAN E lors de la simulation numérique de l'essai SEL : (a) état initial avant 1 ^e impact; (c) allongement maximal 1 ^e impact; (e) équilibre avant enlèvement du bloc 1 ^e impact; (g) équilibre après enlèvement du bloc 1 ^e impact; (b) équilibre avant 2 ^e impact (idem (g)); (d) allongement maximal 2 ^e impact; (f) équilibre avant enlèvement du bloc 2 ^e impact; (h) équilibre après enlèvement du bloc 2 ^e impact . . .	120
5.7	Réponse de l'ouvrage CAN E lors de l'essai SEL : (a) trajectoire verticale du bloc; (b) effort ancrage P2/P3; (c) effort rive supérieure; (d) effort ancrage P3/P4; (e) effort câbles intermédiaires; (f) effort hauban latéral; (g) effort rive inférieure	121
5.8	Ouvrage C2ROP : (a) ouvrage réel installé dans le site d'essai de l'entreprise CAN à Rompon (07) (source CAN); (b) modèle numérique de l'ouvrage	124
5.9	Câblage de la nappe de filets de l'ouvrage C2ROP : (a) plan de tressage (vue amont); (b) nomenclature des dissipateurs d'énergie et des câbles de rive (source GTS)	125
5.10	Dissipateur d'énergie de l'ouvrage C2ROP : (a) photo du dissipateur; (b) relation force-déplacement du dissipateur en quasi-statique (source GTS)	126
5.11	Localisation des capteurs de force au sein de l'ouvrage C2ROP (source GTS)	129
5.12	Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique de l'essai quasi-statique : (a) état initial; (b) allongement maximal; . . .	130
5.13	Réponse globale de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai quasi-statique : (a) effort total appliqué au bloc; (b) travail de l'effort total	131
5.14	Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai quasi-statique : (a) rive supérieure gauche; (b) rive supérieure droite; (c) rive inférieure gauche; (d) rive inférieure droite	132
5.15	Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai quasi-statique : (a) hauban latéral gauche; (b) hauban amont P32	133
5.16	Détail d'assemblage de la tête de poteau de l'écran C2ROP	133
5.17	Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique de l'essai d'impact unique : (a) état initial; (b) allongement maximal; (c) équilibre avant enlèvement du bloc; (d) équilibre après enlèvement du bloc	134
5.18	Trajectoire verticale du bloc lors de l'essai d'impact unique sur l'ouvrage C2ROP	135

5.19	Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42	137
5.20	Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite	138
5.21	Trajectoire verticale du bloc lors de l'essai d'impact unique sur l'ouvrage C2ROP, influence du comportement des dissipateurs d'énergie	140
5.22	Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique, influence du comportement des dissipateurs d'énergie : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42	141
5.23	Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique, influence du comportement des dissipateurs d'énergie : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite	142
5.24	Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique (simulation 25) du premier impact de l'essai d'impacts répétés : (a) état initial ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc	145
5.25	Trajectoire verticale du bloc lors du premier impact de l'essai d'impacts répétés sur l'ouvrage C2ROP	146
5.26	Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors du premier impact de l'essai d'impacts répétés : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42	146
5.27	Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors du premier impact de l'essai d'impacts répétés : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite	147
5.28	Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique (simulation 25) du deuxième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) état d'équilibre après 1 ^e impact ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc	148
5.29	Réponse globale de l'ouvrage C2ROP lors du deuxième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) enfoncement du bloc ; (b) effort total appliqué au bloc	149
5.30	Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors du deuxième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) hauban amont P31 ; (b) hauban amont P42 ; (c) hauban latéral droit	149
5.31	Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique (simulation 25) du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) état d'équilibre après 2 ^e impact ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc	150
5.32	Réponse globale de l'ouvrage C2ROP lors du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) enfoncement du bloc ; (b) effort total appliqué au bloc	151

5.33	Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42	152
5.34	Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite	153
A.1	Géométrie du bloc ETAG 27	172
B.1	Modèle discret d'anneau à 3 nœuds développé	176
B.2	Sollicitation du modèle en traction 3 points : (a) cinématique de déformation ; (b) diagramme d'équilibre (nœud supérieur)	176
B.3	Courbes force-déplacement expérimentales en traction 3 points : (a) anneaux 350/09 ; (b) anneaux 350/12 ; (c) anneaux 420/16	180
B.4	Résultats de calibration en chargement monotone : (a) effort axial en traction 3 points (calibration) des anneaux 350/09 ; (b) effort axial en traction 3 points (calibration) des anneaux 350/12 ; (c) effort axial en traction 3 points (calibration) des anneaux 420/16	181
B.5	Résultats de calibration en déchargement : (a) raideur globale de décharge (calibration) des anneaux 350/09 ; (b) raideur globale de décharge (calibration) des anneaux 350/12 ; (c) raideur globale de décharge (calibration) des anneaux 420/16	182
B.6	Résultats sur les courbes force-déplacements en déchargement : (a) effort axial en traction 3 points des anneaux 350/09 ; (b) effort axial en traction 3 points des anneaux 350/12 ; (c) effort axial en traction 3 points des anneaux 420/16	183
B.7	Cas de chargement permettant la détermination de la valeur optimale de la raideur des liaisons de bord : (a) cinématique réelle du système étudié ; (b) cinématique de l'anneau central appliquée au modèle	187
C.1	Principe du remaillage du câble : (a) câble avant remaillage ; (b) câble après remaillage	191

Liste des tableaux

1.1	Avantages et inconvénients des différentes méthodes d’essai d’impact en vraie grandeur (d’après [Arpin, 2013])	13
1.2	Classes d’énergie des écrans de filets pare-blocs selon l’ETAG 27 (d’après [EOTA, 2013])	14
2.1	Modèles numériques d’écrans développés suivant la philosophie « 1 fabricant, 1 technologie, 1 modèle, 1 outil de calcul »	28
3.1	Paramètres du modèle d’anneau	65
3.2	Géométrie des anneaux utilisés	74
4.1	Valeurs des grandeurs retenues pour la comparaison des modèles de câble glissant	96
4.2	Détails de convergence pour la méthode de Brent	100
4.3	Détails de convergence pour la méthode de Newton-Raphson	100
4.4	Comparaison des résultats obtenus à l’aide des différents modèles existants et du modèle développé	101
4.5	Configurations utilisées pour la simulation numérique de l’effet rideau . .	106
5.1	Caractéristiques des câbles de l’écran CAN E (valeurs fournies par le fabricant)	112
5.2	Allongements et hauteurs résiduels de l’ouvrage CAN E lors de l’essai MEL	117
5.3	Défilements des dissipateurs d’énergie de l’ouvrage CAN E lors de l’essai MEL	118
5.4	Énergie dissipée par les dissipateurs de l’ouvrage CAN E lors de l’essai MEL	119
5.5	Allongements et hauteurs résiduels de l’ouvrage CAN E lors de l’essai SEL	122
5.6	Défilements des dissipateurs d’énergie (cumul) de l’ouvrage CAN E lors de l’essai SEL	123
5.7	Énergie dissipée par les dissipateurs (cumul) de l’ouvrage CAN E lors de l’essai SEL	123
5.8	Valeurs des paramètres du modèle d’anneau pour la nappe de filets de l’ouvrage C2ROP	127
5.9	Caractéristiques des câbles de l’ouvrage C2ROP (valeurs fournies par le fabricant)	128
5.10	Allongements et hauteurs résiduels de l’ouvrage C2ROP lors de l’essai d’impact unique	135
5.11	Défilement des dissipateurs d’énergie de l’ouvrage C2ROP lors de l’essai d’impact unique	139

5.12	Allongements et hauteurs résiduels de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique avec dissipateurs élastiques-parfaitement plastiques de seuil 20 kN	140
5.13	Défilement des dissipateurs d'énergie de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique avec dissipateurs élastiques-parfaitement plastiques de seuil 20 kN	143
5.14	Défilements des dissipateurs d'énergie de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impacts répétés	154
5.15	Allongements et hauteurs résiduels de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impacts répétés	154
A.1	Normales sortantes et distance au centre d'inertie des faces du bloc ETAG 27	173

Introduction générale

L'urbanisation des régions montagneuses conduit à une exposition croissante des biens et des personnes aux risques naturels et en particulier au risque rocheux. En effet, au sein de ces territoires particulièrement sensibles aux éboulements rocheux, la sécurité des infrastructures et des personnes est menacée. L'économie peut également être sévèrement touchée par ces événements qui perturbent les axes de communication stratégiques et vitaux pour l'industrie et le tourisme, moteurs de l'économie locale. Pour faire face à ces risques, les pouvoirs publics ont recours notamment à des ouvrages de protection tels que les écrans de filets pare-blocs.

Les écrans de filets pare-blocs sont des structures flexibles contre les éboulements rocheux. Installés dans les versants rocheux, ces ouvrages ont pour but d'intercepter la trajectoire et d'arrêter des éboulements pouvant survenir en amont, afin de protéger les infrastructures présentes à l'aval. Les écrans de filets présentent un excellent compromis entre coût et performances et sont très fréquemment implantés dans les zones présentant un risque d'éboulements.

Ce travail de recherche a pour objectif d'étudier le comportement complexe des écrans de filets fortement déformables au cours d'un impact par un bloc rocheux. Cette étude est menée à l'aide de la modélisation numérique et par le développement d'un code de calcul dédié à la simulation d'impact sur des structures flexibles. Ce travail est motivé par trois enjeux. Le premier, scientifique, consiste à acquérir une meilleure compréhension des phénomènes dynamiques complexes ayant lieu au cours d'un impact. Le deuxième, réglementaire, consiste à définir les éléments et les grandeurs permettant une justification pertinente des écrans de filets. Le troisième, plus opérationnel, consiste à développer un outil de calcul performant d'aide à la conception et au dimensionnement des écrans de filets.

Ce mémoire de thèse est composé de 5 chapitres.

Le premier chapitre rappelle l'état de l'art sur les écrans de filets pare-blocs. Après la définition des éléments fondamentaux et la présentation des méthodes de gestion des risques liés aux éboulements rocheux, nous nous concentrons sur le type de parades étudiées, à savoir les écrans de filets. Un historique des travaux expérimentaux ayant conduit au cadre réglementaire européen actuel est rappelé et les approches de modélisation numérique existantes sont présentées. Enfin, les objectifs du travail de thèse sont énoncés et 3 problématiques : scientifique, réglementaire et opérationnelle sont identifiées. Les principaux axes de travail permettant de répondre à ces problématiques sont établis.

Parmi ces axes de travail, le développement d'un outil de calcul générique des écrans de filets constitue un socle commun aux 3 problématiques. Le chapitre 2 présente l'approche

générique développée pour la modélisation des écrans de filets pare-blocs. Il s'agit d'une plateforme de calcul permettant de décrire la plupart des écrans de filets et de calculer leur comportement sous impact. Cette plateforme est détaillée ainsi que la méthode de modélisation déployée.

Les chapitres 3 et 4 présentent respectivement un modèle d'anneau et un modèle de câble glissant, spécifiquement développés afin d'alimenter la plateforme de calcul. Ces modèles déclinent les formulations générales établies au chapitre 2 et permettent une représentation pertinente des phénomènes mécaniques complexes qui se produisent au sein des écrans de filets lors d'un impact. Une attention particulière est apportée à l'implémentation de ces modèles afin d'assurer de bonnes performances de calcul.

Le chapitre 5 permet de valider les développements effectués : plateforme générique, modèle d'anneau et modèle de câble glissant. Cette validation est menée sur deux technologies différentes d'écrans de filets soumis à plusieurs sollicitations de nature différente. Il s'agit de comparer les résultats issus des simulations numériques à ceux issus d'essais d'impacts réels.

Les conclusions du travail de recherche réalisé et les perspectives sur la poursuite des travaux sont enfin exposées.

Chapitre 1

État de l'art

1.1 Introduction

Ce chapitre introduit le contexte, les problématiques et les objectifs du travail de recherche réalisé. Dans un premier temps, le contexte naturel des risques rocheux est exposé et les méthodes de gestion et de réduction du risque sont présentées. Parmi ces méthodes, nous nous focalisons sur l'ouvrage de protection le plus largement utilisé : les écrans de filets pare-blocs. Un historique des travaux expérimentaux et du cadre réglementaire actuel concernant ces ouvrages est rappelé avant de présenter les approches de modélisation numérique existantes. Enfin, les problématiques et les objectifs du travail de recherche sont identifiés et les principaux axes de travail suivis pour y répondre sont énoncés.

1.2 Généralités sur le risque rocheux

1.2.1 Contexte naturel et géomorphologie

Les massifs rocheux sont en constante évolution sous l'effet combiné de phénomènes géologiques et climatiques complexes. Ces massifs présentent des discontinuités importantes, classables en familles et structurant leur géométrie. La grande étendue des échelles spatiales de ces discontinuités provoque la division des massifs en blocs de formes et de dimensions variables [Chalhoub, 2010]. La fracturation d'origine tectonique est renforcée par la météorisation sous l'effet de sollicitations climatiques favorisant l'érosion et l'altération superficielle des versants rocheux [INERIS and Cerema, 2014]. Parmi ces sollicitations, nous retenons principalement :

- l'eau (pluie, eau d'infiltration, marée, houle), provoquant l'érosion en surface et dans les fractures et la dissolution du carbonate de calcium dans les roches calcaires ;
- la cryoclastie, fracturant la roche sous l'effet des cycles de gel-dégel de l'eau ;
- la thermoclastie, fracturant la roche sous l'effet des variations de température.

Ce milieu hétérogène, fracturé, et continument altéré par des éléments extérieurs est de plus soumis à des sollicitations mécaniques diverses :

- la gravité, agissant en permanence sur les masses rocheuses ;
- les pressions interstitielles, causées par les eaux d'infiltration ;
- l'action mécanique des racines des végétaux dans les discontinuités ;
- les secousses sismiques ;
- les activités anthropiques (terrassements, excavations, constructions).

La stabilité des versants rocheux est donc conditionnée par l'ensemble de ces facteurs géologiques, climatiques et mécaniques. L'évolution naturelle de ces structures rocheuses conduit inévitablement à l'occurrence de mouvements de terrains d'amplitude variable.

1.2.2 Chutes de blocs et éboulements rocheux

Les éboulements rocheux sont des événements gravitaires provoquant la mise en mouvement de masses rocheuses instables. Les éboulements mobilisent des éléments de volume très variable :

- les pierres : volumes inférieurs à quelques décimètres cubes ;
- les blocs et gros blocs : volume de quelques décimètres cubes jusqu'à environ cent mètres cubes.

La masse rocheuse totale mise en mouvement est composée de plusieurs éléments, pierres et blocs. Nous distinguons différents types d'éboulements en fonction du volume mobilisé :

- chute de pierres ou de blocs isolés : pour des volumes allant jusqu'à quelques dizaines de mètres cubes, les éléments se propagent sans interagir ;
- éboulement en masse : pour des volumes dépassant quelques centaines de mètres cubes, les éléments sont en interaction lors de la propagation ;
- éboulement majeur (voire catastrophique) : pour des volumes atteignant plusieurs centaines de milliers de mètres cubes, les interactions entre les éléments sont fortes et peuvent conduire à des phénomènes analogues aux écoulements fluides.

Les éboulements rocheux couvrent donc un ensemble de mouvements de terrain dont le volume mobilisé peut aller du décimètre cube aux millions de mètres cubes (Figure 1.1). Les événements les plus fréquents en France sont les chutes de blocs et les éboulements en masse de volume inférieur à 1000 m³ [INERIS and Cerema, 2014]. Ces événements sont capables de provoquer des dégâts importants pour les biens et les personnes et peuvent avoir un impact économique fort. En effet, dans les régions montagneuses et sur une grande partie du littoral, les aménagements industriels, résidentiels et touristiques récents exposent les hommes à un ensemble de manifestations naturelles incluant les éboulements rocheux. Cette exposition, associée à un ensemble de facteurs culturels, économiques et réglementaires a conduit à l'établissement d'une politique de gestion du risque rocheux dans les territoires concernés.



FIGURE 1.1 – Dégâts causés par différents types d'éboulements rocheux : (a) chute de pierres sur une route à Pont-de-Labeaume (07) ; (b) éboulement sur la voie de chemin de fer et la zone d'activité à La Saulcette (73) ; (c) chute de bloc sur un chalet à Belvédère (06) ; (d) éboulement majeur à Vaujany (38) (source Cerema)

1.2.3 Gestion du risque rocheux

Définitions

Le risque est défini comme la combinaison d'un enjeu et d'un aléa. Appliqué à la problématique des éboulements rocheux, les enjeux représentent les personnes, les habitations et infrastructures de communication, susceptibles d'être atteints par une pierre ou un bloc. L'aléa réside dans l'éboulement rocheux qui se décompose en 2 phases : l'aléa de rupture (susceptibilité d'une partie d'un versant de rompre) et l'aléa de propagation (susceptibilité de la partie rompue de se propager en aval) (Figure 1.2). Un enjeu est caractérisé par sa vulnérabilité et par sa valeur. Un aléa est caractérisé par son intensité et sa probabilité d'occurrence. L'intensité d'une chute de bloc est quantifiée par l'énergie cinétique du bloc au cours de sa propagation. D'après les définitions précédentes, un éboulement rocheux ne constitue pas intrinsèquement un risque, le risque naît de l'exposition d'un enjeu vulnérable à l'aléa d'éboulement rocheux (1.1). En l'absence totale d'enjeu, il n'y a donc pas de risque.

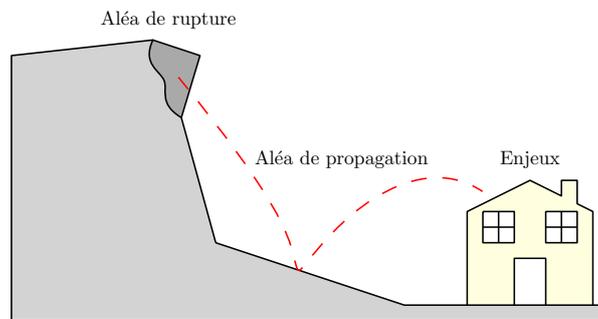


FIGURE 1.2 – Illustration du risque lié aux éboulements rocheux

$$\text{Risque} \equiv \text{Aléa de rupture} \times \text{Aléa de propagation} \times \text{Vulnérabilité} \quad (1.1)$$

Réduction du risque

La gestion du risque rocheux requiert la connaissance des enjeux exposés et des phénomènes à l'origine des aléas. La réduction du risque s'obtient par la réduction de l'un des 3 facteurs :

- réduction de l'aléa de rupture à l'aide de parades actives qui empêchent ou limitent le départ de masses instables ;
- réduction de l'aléa de propagation à l'aide de parades passives qui ne s'opposent pas au phénomène de rupture mais interceptent la trajectoire des blocs ;
- réduction de la vulnérabilité par la mise en place de solutions d'évitement (interdiction de construire, expropriation, passage de route en tunnel, changement de versant), de renforcement structurel ou d'adaptation des constructions.

Lorsque l'aléa présente une intensité trop importante pour être atténuée par des parades, la seule solution est la mise en place de systèmes de surveillance et d'alerte ; le mouvement de versant de Séchilienne (38) en est un exemple.

Parades actives Différentes parades actives permettent de réduire l'aléa de rupture [LCPC, 2001]. Ces parades s'utilisent alternativement ou conjointement en fonction de l'état et de l'accessibilité de la masse rocheuse à stabiliser.

La purge et le reprofilage permettent de supprimer de façon sélective des volumes instables menaçant de s'ébouler à court terme. Ces opérations peuvent être réalisées manuellement ou par microminage à l'explosif.

La stabilisation et le confortement permettent de maintenir en place des masses instables. Une masse délimitée et localisée peut être confortée à l'aide d'un soutènement (Figure 1.3a) ou ancrée dans la partie stable du massif à l'aide d'armatures scellées au rocher (Figure 1.3b). Une paroi rocheuse peut être recouverte d'un grillage plaqué et ancré afin d'éviter le départ de pierres et de blocs. Le béton projeté peut également être utilisé afin de fournir une protection de peau contre l'érosion et de limiter la dégradation superficielle pouvant entraîner des chutes de pierres ou de blocs.

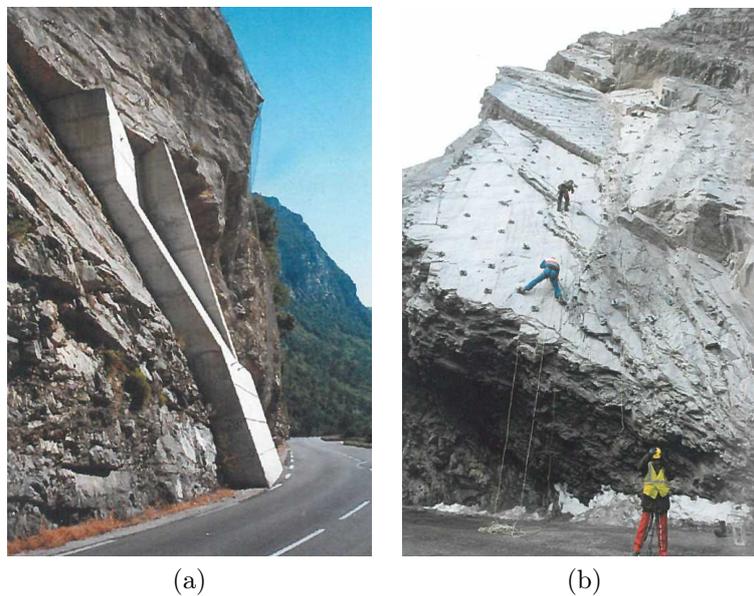


FIGURE 1.3 – Parades actives : (a) soutènement en bordure de route ; (b) boulonnage d'une dalle rocheuse (source [LCPC, 2001])

Parades passives Toutes les masses instables ne peuvent être stabilisées et leur rupture est souvent difficile à anticiper. Par conséquent, il est souvent impossible de mettre en œuvre des mesures d'évitement et la réduction du risque s'effectue alors par la diminution de l'aléa de propagation. Différentes parades passives permettent de réduire l'aléa de propagation [LCPC, 2001]. Ces parades s'utilisent alternativement ou conjointement en fonction de l'intensité de l'aléa attendu et de l'espace disponible pour l'emprise de l'ouvrage.

Parmi ces parades passives, certaines visent à arrêter les blocs, d'autres à les dévier vers des zones sans enjeux. Nous pouvons citer notamment les filets défecteurs et les galeries pare-blocs [LCPC, 2001]. Dans la suite, nous détaillons les grandes familles de parades passives dont la fonction est l'arrêt des blocs au cours de leur propagation. La

capacité d'arrêt d'un ouvrage correspond à l'énergie cinétique maximale d'un bloc que l'ouvrage est en mesure d'arrêter.

Les barrières rigides sont des ouvrages faiblement déformables qui consistent en une barrière verticale stoppant et recueillant des pierres et des petits blocs. La capacité d'arrêt est principalement liée à la résistance et à la masse des matériaux constituant la barrière et est limitée à environ 100 kJ. Ce type de parade peut être placé très proche des enjeux grâce à sa faible emprise (Figure 1.4a).

Les barrières grillagées ou barrières de filets sont des ouvrages constitués de nappes de grillages ou de filets, maintenues par des câbles tendus entre des poteaux régulièrement espacés. Elles possèdent une certaine flexibilité et permettent de stopper la propagation de pierres et de blocs possédant une énergie cinétique faible à moyenne, entre 50 kJ à environ 250 kJ (Figure 1.4b).

Les écrans de filets flexibles sont des ouvrages fortement déformables constitués d'une nappe de filets maintenue par des câbles disposés entre des poteaux et dotés en plus, de dissipateurs d'énergie dont la déformation irréversible permet de dissiper l'énergie cinétique du bloc incident. Les écrans de filets peuvent arrêter des blocs possédant une forte énergie, entre 100 kJ et 8000 kJ. Ces structures ont une emprise plus importante que les précédentes et peuvent être installées en différents niveaux du versant : au plus proche de l'aléa afin de stopper des blocs de faible énergie ou juste en amont des enjeux (Figure 1.4c).

Enfin, les merlons sont des ouvrages massifs situés à l'amont de la structure à protéger et ayant pour but de stopper des gros blocs, voire de contenir des éboulements en masse. Ce type de parade est réalisé en sol compacté et renforcé avec un enrochement en parement ou en gabions et peut arrêter des blocs dont l'énergie cinétique pourrait atteindre 100 000 kJ. L'emprise d'un merlon est très importante, d'autant plus qu'une fosse d'interception permettant de retenir les blocs est souvent présente à l'amont (Figure 1.4d).

Parmi l'ensemble de ces structures de protection passives, les écrans de filets pare-blocs présentent de nombreux avantages expliquant l'expansion de leur utilisation et de leur installation sur les versants rocheux à travers le monde. Tout d'abord, la capacité d'arrêt de ces structures est relativement élevée. Les écrans les plus résistants peuvent stopper des blocs possédant une énergie cinétique de 8000 kJ. Ensuite, ces ouvrages ont une faible emprise. Ils sont constitués d'éléments séparés, relativement légers, qui sont assemblés sur leur lieu de pose définitive. Cela permet notamment leur installation dans des zones difficiles d'accès, y compris par hélicoptage. Enfin, ces ouvrages sont relativement peu chers et le coût de leur installation est compétitif par rapport aux autres parades passives pour la gamme d'énergie d'impact visée. La combinaison de ces trois facteurs : forte capacité d'arrêt, faible emprise et faible coût, font des écrans pare-blocs des ouvrages très adaptés à la réduction du risque lié aux chutes de blocs.

Ces ouvrages présentent cependant un comportement mécanique complexe qui est étudié dans ce mémoire. Les écrans de filets sont des structures souples dont la fonction est de dissiper l'énergie d'impact d'un bloc rocheux. L'étude de ces structures exige d'appréhender le comportement dynamique d'une structure fortement non-linéaire sous des sollicitations de type impacts. Les non-linéarités sont géométriques (grands déplacements) et matérielles (phénomènes dissipatifs comme la plasticité).

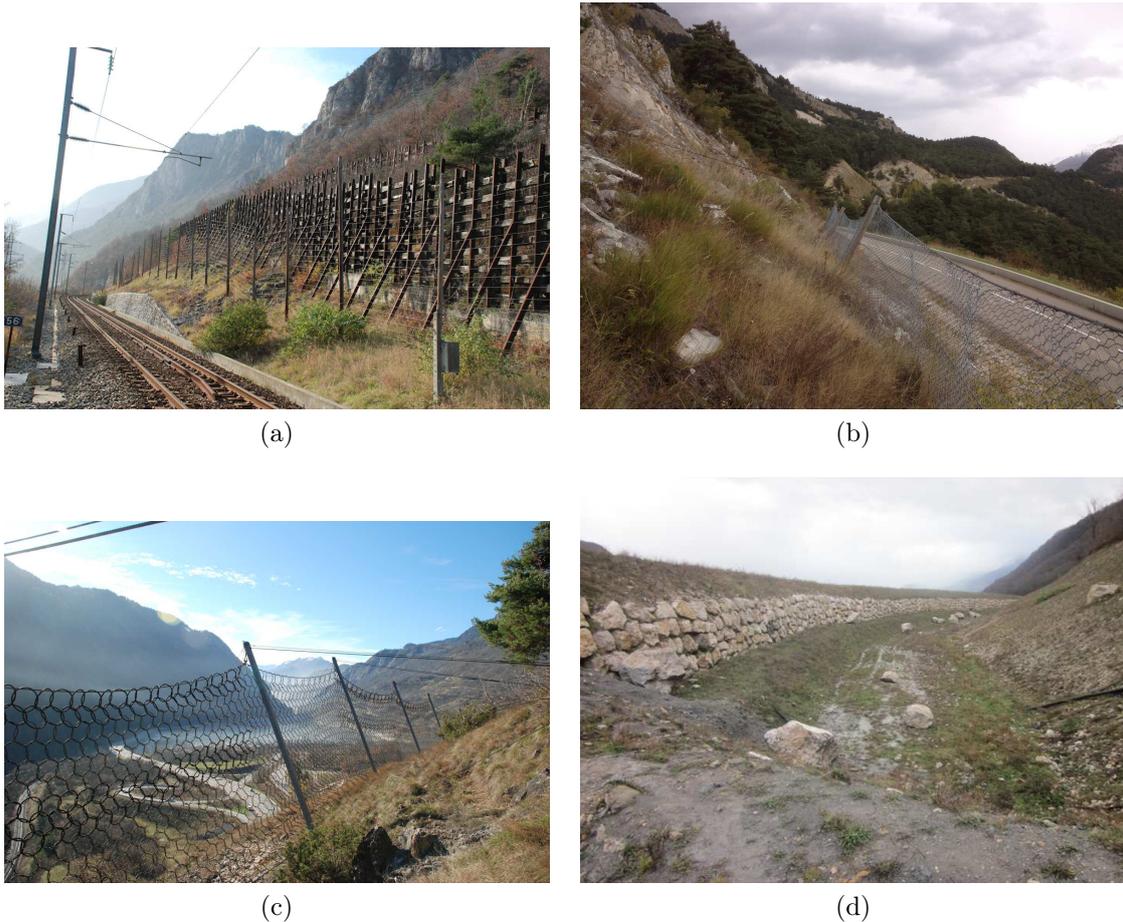


FIGURE 1.4 – Parades passives : (a) barrière rigide de rails et de traverses en bordure de voie de chemin de fer ; (b) barrière grillagée en pied de versant ; (c) écrans de filets ; (d) merlon avec blocs dans la fosse (source Cerema)

1.3 Écrans de filets pare-blocs

Les écrans de filets pare-blocs sont des structures flexibles permettant d'intercepter la trajectoire d'un bloc durant sa propagation. La détermination de l'efficacité de ces structures a progressivement évolué depuis les années 1960, à l'aide de travaux expérimentaux et numériques.

1.3.1 Description

Un écran de filets est constitué des éléments suivants :

- la structure d'interception dont la fonction est de supporter le choc direct de la masse, en se déformant élastiquement et/ou plastiquement, et en transmettant les efforts aux composants de liaison, à la structure de soutien et aux fondations ;
- la structure de soutien dont la fonction est de maintenir érigée la structure d'interception qui n'est pas rigide. Elle peut être reliée à la structure d'interception directement ou par des composants de liaison ;

- les composants de liaison dont la fonction est de transmettre les efforts aux fondations. Pour contrôler la déformation de la structure, des dispositifs dissipateurs d'énergie peuvent être installés sur la structure ;
- les fondations qui permettent l'ancrage de la structure et la transmission des efforts d'impact au terrain.

Au cours d'un impact, la structure d'interception, ou nappe de filets, ainsi que les composants de liaison subissent de grands déplacements. La flexibilité de l'ouvrage a pour but premier de limiter les efforts développés dans la structure et dans les fondations lors de l'arrêt du bloc. En effet, pour une énergie d'impact donnée, un ouvrage rigide développera des efforts importants, que les constituants ou le terrain peuvent ne pas être en mesure de reprendre.

Les technologies des nappes de filets ainsi que les méthodes d'assemblage permettent d'offrir plus ou moins de flexibilité à l'ouvrage et de contrôler les chemins de propagation des efforts. Les fabricants adoptent différentes stratégies dans le câblage de l'ouvrage et dans le choix des propriétés (isotropie par exemple) des nappes de filets pour obtenir un comportement souhaité (Figure 1.5a et 1.5b). L'énergie cinétique des blocs incidents est en grande partie dissipée par la structure, une partie peut être dissipée par contact avec le terrain ou stockée élastiquement durant l'impact et restituée au bloc. Étant donné les niveaux d'énergie élevés des blocs, des dispositifs dissipateurs d'énergie dont la fonction est de dissiper l'énergie du bloc sont spécifiquement conçus et positionnés au sein de l'ouvrage. Ces constituants utilisent des mécanismes irréversibles : frottement, plasticité, déchirure, afin de dissiper l'énergie d'impact. De même que pour les nappes de filets, les différents fabricants optent pour des stratégies et des modes de dissipation différents (Figure 1.5c et 1.5d). Des différences existent également dans les types de fondations utilisées et la forme des poteaux. Les différentes solutions peuvent avoir des avantages pratiques au moment de l'installation ou du transport de la structure qui ne sont pas discutés ici.

1.3.2 Approches expérimentales

La conception des écrans de filets a fortement évolué au cours du temps [Spang and Bolliger, 2001]. En suivant une démarche d'essais et erreurs, les solutions technologiques développées ont permis d'augmenter continuellement la capacité d'arrêt de ces structures.

1.3.2.1 Campagnes d'essais

Ritchie [Ritchie, 1963] étudie en 1963 la trajectoire de blocs se propageant sur des talus rocheux. Les blocs sont filmés et leur trajectoire analysée qualitativement et quantitativement afin de déterminer leur distance de propagation et les mesures à prendre afin d'empêcher les blocs d'atteindre la route en contrebas. Il propose ainsi une première approche systématique de la trajectographie expérimentale qui remet notamment en cause des méthodes de calcul existantes. Des systèmes pare-pierres rudimentaires sont installés en pied de talus dans certaines expériences de chutes de blocs et permettent de mettre en évidence le pouvoir d'arrêt de telles mesures.

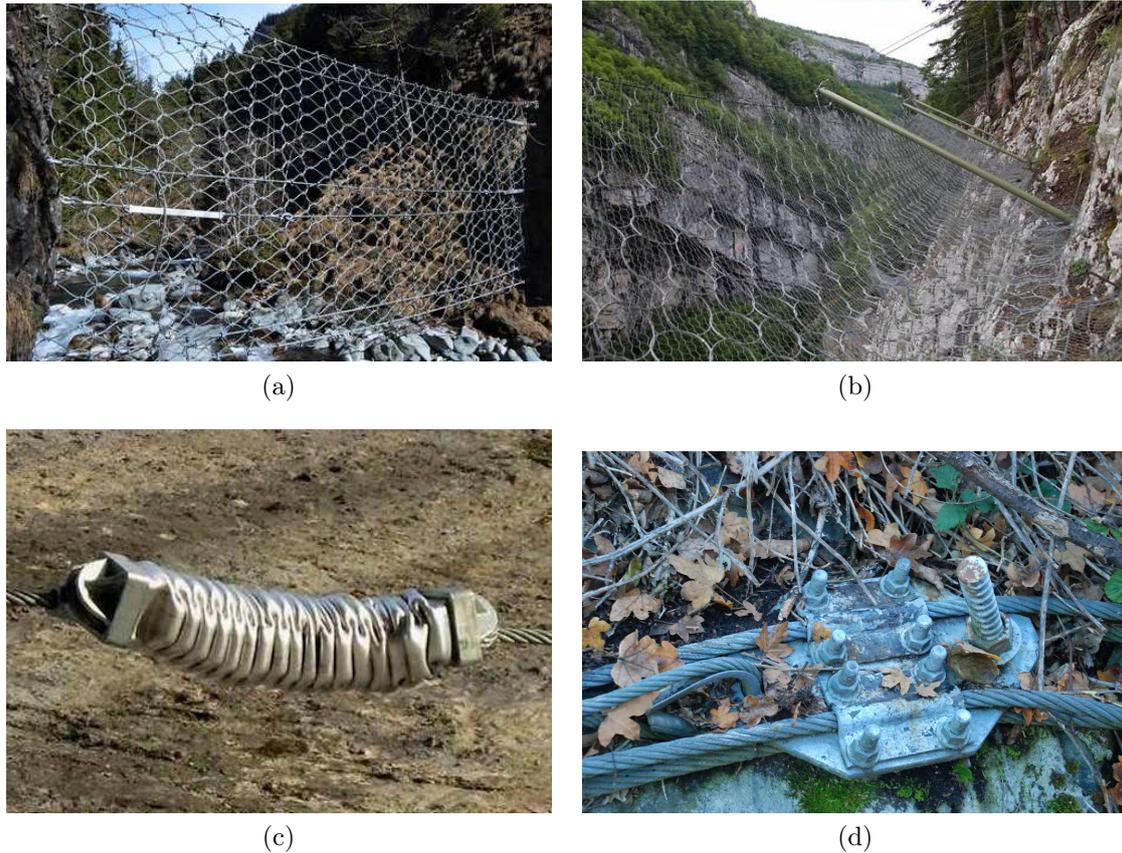


FIGURE 1.5 – Constituants et technologies utilisés dans les écrans de filets : (a) nappe de filets orthotrope ELITE du fabricant GTS (source [GTS, 2017]) ; (b) nappe de filets à anneaux isotrope du fabricant CAN (source [CAN, 2017]) ; (c) dissipateur par flambement plastique du fabricant GTS (source [GTS, 2017]) ; (d) dissipateur par frottement du fabricant EI Montagne (source Cerema)

Suite à ces travaux précurseurs, de nombreux travaux expérimentaux de chutes de blocs ont été effectués entre les années 1960 et 1980, dans le but d'une part, d'étudier les trajectoires des blocs et d'autre part, d'évaluer l'efficacité des moyens de protection. Ces essais se multiplient fortement à la fin des années 1980. Durant les années 1990, de nombreuses campagnes expérimentales de chutes de blocs dans des écrans de filets sont effectuées, principalement aux États-Unis et en Europe [McCauley et al., 1985, Smith and Duffy, 1990, Hearn, 1991, Duffy and Haller, 1993, Kane and Duffy, 1993, Duffy and Hoon, 1996b, Duffy and Hoon, 1996a, Duffy et al., 1998, Andrew et al., 1998, Duffy and Jones, 2000]. Ces essais de chute de blocs sont réalisés en larguant un bloc rocheux du haut d'un talus. Le bloc se propage dans le talus jusqu'à la structure et l'impacte. Une attention particulière est portée à la mesure des vitesses linéaires et angulaires des blocs utilisés. Les blocs sont pesés et mesurés ; leur énergie cinétique de translation et leur énergie cinétique de rotation sont ainsi estimées. Cela permet de vérifier l'efficacité des écrans de filets lors d'impacts proches de ceux auxquels ils sont soumis *in situ*. Des essais montrent notamment l'impact d'un bloc sur un poteau (Figure 1.6a) et l'impact simultané d'un bloc dans 2 modules d'un même écran (Figure 1.6b).

Les essais effectués en larguant un bloc du haut d'un talus offrent peu de contrôle de la trajectoire du bloc et la reproductibilité est très faible. D'autres méthodes d'essai ont par



FIGURE 1.6 – Essais d’impacts sur écrans par un bloc se propageant dans un talus : (a) impact sur un poteau (source [Duffy and Hoon, 1996b]) ; (b) impact simultané de deux blocs (source [Duffy and Haller, 1993])

la suite été développées dans le but de mieux contrôler la cinématique du bloc incident : transport du bloc par tyrolienne [Peila et al., 1998, Heiss, 2004], roulement du bloc sur une rampe [Muraishi et al., 2005] et largage vertical [Muraishi and Sano, 1999, Gerber et al., 2001, Gerber and Böll, 2006, Gottardi and Govoni, 2010, Bertrand et al., 2012]. Ces méthodes permettent un plus grand contrôle et une plus grande reproductibilité des essais mais les possibilités en matière de cinématique sont limitées. Les avantages et les inconvénients de chacune de ces méthodes d’essai identifiés par Arpin [Arpin, 2013] sont présentés Tableau 1.1.

1.3.2.2 Besoin de standardisation

La multiplication des essais réalisés et les exigences croissantes de normalisation liées à l’installation accrue d’écrans de filets ont conduit au développement de recommandations et de méthodes d’essai standardisées. Ces méthodes d’essai ont pour but de quantifier la capacité d’arrêt des ouvrages et ainsi, de permettre aux maîtres d’ouvrage de comparer leurs performances de façon objective.

Les travaux de normalisation ont été principalement initiés par Gerber en 2001 [Gerber et al., 2001] et ont donné naissance à la réglementation suisse [SAEFL, 2001]. Cette directive décrit les critères et les méthodes d’examen, ainsi que les exigences auxquelles doivent satisfaire les écrans de filets. Cette réglementation impose notamment l’utilisation du largage vertical, la forme du bloc ainsi que sa position et sa vitesse d’impact. Ces développements ont inspiré en 2003, aux États-Unis, l’édition de recommandations concernant les procédures d’essais d’impact en vraie grandeur sur les écrans de filets [Higgins, 2003]. En 2008, l’Union Européenne a publié le Guide d’Agrément Technique Européen ETAG 27 « Kits de protection contre les chutes de blocs rocheux » [EOTA, 2013]. Ce guide décrit les essais d’identification et d’impact à réaliser et spécifie les conditions d’homologation des écrans de filets pour les marchés publics européens. Ce document s’impose de plus en plus comme une référence à l’international au détriment de la réglementation suisse, principalement parce que le marché européen est plus important que le marché suisse. De nouvelles recommandations américaines publiées en 2015 [NCHRP, 2015] préconisent

TABLEAU 1.1 – Avantages et inconvénients des différentes méthodes d’essai d’impact en vraie grandeur (d’après [Arpin, 2013])

Méthode	Avantages	Inconvénients
Talus	<ul style="list-style-type: none"> – simple – conditions d’impact <i>in situ</i> – énergie de translation et de rotation 	<ul style="list-style-type: none"> – faible reproductibilité – trajectoire et énergie influencées par le talus – position et incidence de l’impact difficiles à prédire – contact avec le sol possible durant l’impact
Tyrolienne	<ul style="list-style-type: none"> – reproductible – maîtrise de la cinématique – installation, maintenance et retrait du bloc faisable par tyrolienne 	<ul style="list-style-type: none"> – pas d’énergie de rotation – vitesse et énergie propre à chaque installation – choix de la position de l’impact difficile – infrastructure étendue
Largage vertical	<ul style="list-style-type: none"> – reproductible – maîtrise de la cinématique – précision élevée 	<ul style="list-style-type: none"> – pas d’énergie de rotation – requiert une falaise verticale

également l’utilisation de l’ETAG 27. Nous présentons plus amplement l’ETAG 27 dans la partie suivante 1.3.3. En plus de ces réglementations, certains pays ont publié des recommandations s’adressant à l’ensemble des praticiens et gestionnaires du risque rocheux dans un but informatif et de conseil. Nous pouvons citer par exemple les recommandations françaises [Cerema, 2014] et néo-zélandaises [NZGS, 2016].

1.3.3 Guide d’Agrément Technique Européen ETAG 27

L’ETAG 27 est le document réglementaire de référence concernant la justification des performances des écrans de filets en Europe. Nous en présentons l’utilisation ainsi que les principales dispositions. L’agrément technique européen est, conformément à la directive sur les produits de construction, une évaluation technique positive quant à l’aptitude à l’usage d’un produit de construction et à la spécification technique du produit évalué, servant de base au marquage CE de ce produit, lorsque aucune norme harmonisée conformément à la directive n’est ou n’est encore disponible.

1.3.3.1 Définitions

L’ETAG 27 « Kits de protection contre les chutes de blocs rocheux » [EOTA, 2013], mis en place en 2008 et amendé en 2013, donne une définition des écrans de filets en tant que produit de construction et définit les procédures d’évaluation des performances, d’homologation et de marquage CE.

Un écran de filet doit être composé de un ou plusieurs modules fonctionnels identiques juxtaposés, pour permettre d’ajuster la longueur de la barrière au site d’éboulement et aux enjeux à protéger. Chaque module fonctionnel doit :

TABLEAU 1.2 – Classes d'énergie des écrans de filets pare-blocs selon l'ETAG 27 (d'après [EOTA, 2013])

Classe	SEL [kJ]	MEL [kJ]
0	–	100
1	85	250
2	170	500
3	330	1000
4	500	1500
5	660	2000
6	1000	3000
7	1500	4500
8	>1500	>4500

- permettre le remplacement de tout élément endommagé ;
- intégrer la possibilité d'une installation aisée de la structure sur le terrain.

Le contenu minimal d'un kit visé par l'ETAG 27 comprend 3 modules fonctionnels : 3 surfaces de filets et 4 poteaux (Figure 1.7). L'espacement entre les poteaux n'est pas fixé et doit être déterminé par le fabricant.

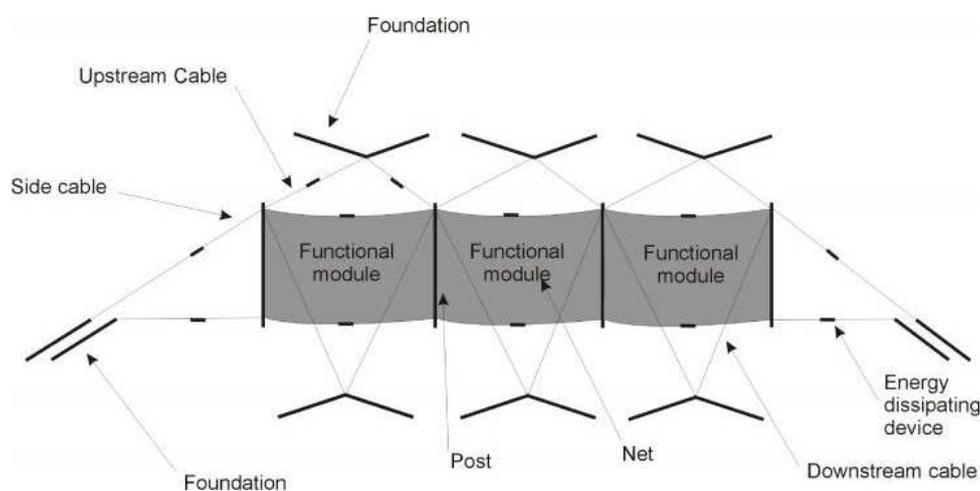


FIGURE 1.7 – Vue arrière d'un écran de filets contre les chutes de blocs rocheux (source [EOTA, 2013])

Les capacités d'arrêt des écrans de filets ainsi définies sont évaluées dans l'ETAG 27 par des essais d'impact en vraie grandeur. Deux types d'essais sont effectués : un essai SEL (*Service Energy Level*) et un essai MEL (*Maximum Energy Level*) ; les protocoles de ces essais sont détaillés dans la partie suivante. L'ETAG définit 9 classes d'énergie pour les écrans de filets, correspondant à l'énergie cinétique du bloc à l'impact lors des essais SEL et MEL (Tableau 1.2).

1.3.3.2 Essais de certification

La certification des performances des écrans de filets selon l'ETAG 27 se fait par l'intermédiaire d'essais d'impact en vraie grandeur. L'écran de filets est impacté à l'aide d'un bloc de béton armé dont la géométrie est imposée et définie Figure 1.8. L'écran de

filets est installé dans un site d'essai donné, la pente à l'aval de l'écran est la pente de référence par rapport à laquelle est définie la hauteur nominale de l'écran (Figure 1.9a). L'allongement de l'écran de filets est mesuré parallèlement à la pente de référence tout au long de l'impact (Figure 1.9b) L'écran atteint son allongement maximal au moment où le bloc atteint une vitesse nulle. La durée séparant le moment de l'impact du moment où l'écran atteint son allongement maximal est appelée temps de freinage. La hauteur résiduelle de l'écran de filets est la distance minimale entre le câble de rive inférieur et le câble de rive supérieur, mesurée orthogonalement à la pente de référence, après l'impact et sans enlèvement du bloc (Figure 1.9c).

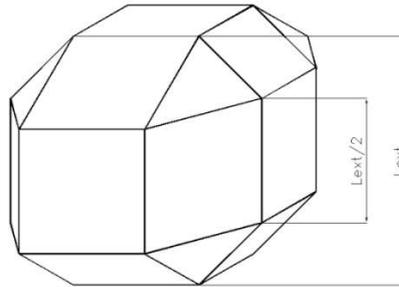


FIGURE 1.8 – Géométrie du bloc utilisé pour les essais de certification de l'ETAG 27 (source [EOTA, 2013])

Essai SEL Deux impacts successifs sont effectués sur l'écran au cours de l'essai SEL : un premier impact est effectué, le bloc est retiré puis le second impact est effectué. L'écran satisfait l'essai SEL s'il remplit les conditions suivantes :

- le 1^e impact au SEL est réussi lorsque :
 - le bloc est arrêté par le kit,
 - aucune rupture dans les composants de liaison (qui restent liés aux fondations), montants et câbles ne se produit. La rupture d'un composant de liaison est définie comme la séparation totale du composant en deux parties distinctes. L'ouverture des mailles du filet ne doit pas être deux fois plus grande que la taille initiale des mailles. Sont exclus de l'évaluation des éléments tels que les fusibles mécaniques, conçus pour rompre en cas de choc. Ces éléments doivent être spécifiquement énumérés dans le document d'installation,
 - la hauteur résiduelle du kit après l'essai (sans enlèvement du bloc) est supérieure ou égale à 70 % de la hauteur nominale. La valeur mesurée doit être déclarée,
 - le bloc n'a pas touché le sol avant que le kit n'ait atteint l'allongement maximal pendant l'essai ;
- le 2^e impact au SEL est réussi lorsque :
 - le bloc est arrêté par le kit,
 - le bloc n'a pas touché le sol avant que le kit n'ait atteint l'allongement maximal pendant l'essai.

Aucune maintenance n'est autorisée entre le premier et le second impact au SEL. L'allongement maximal du filet pendant l'essai au SEL doit être mesuré et indiqué dans le rapport d'essai.

Essai MEL Un seul impact est effectué sur l'écran au cours de l'essai MEL. L'écran satisfait l'essai MEL s'il remplit les conditions suivantes :

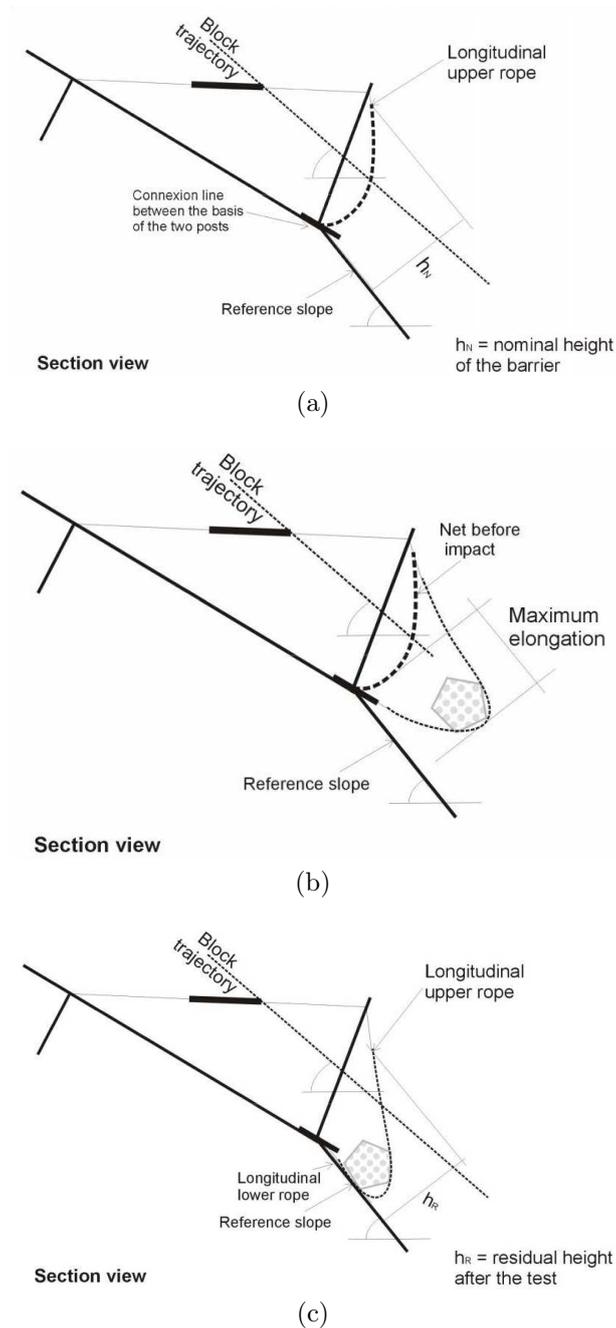


FIGURE 1.9 – Grandeurs géométriques des écrans de filets au cours d'un impact définies par l'ETAG 27 : (a) avant l'impact, pente de référence et hauteur nominale ; (b) pendant l'impact, allongement maximal ; (c) après l'impact, hauteur résiduelle (source [EOTA, 2013])

- l'écran de filet arrête le bloc ;
- le bloc n'a pas touché le sol avant que le kit n'ait atteint l'allongement maximal pendant l'essai.

L'allongement maximal du filet pendant l'essai au MEL doit être mesuré et déclaré. La hauteur résiduelle du filet après le choc doit être mesurée et déclarée selon la classification suivante :

Catégorie A : hauteur résiduelle ≥ 50 % hauteur nominale

Catégorie B : 30 % hauteur nominale $<$ hauteur résiduelle $<$ 50 % hauteur nominale

Catégorie C : hauteur résiduelle ≤ 30 % hauteur nominale

Conditions d'essai Le bloc possède un mouvement de translation et n'a pas de vitesse de rotation. La vitesse moyenne de translation du bloc dans le dernier mètre avant l'impact avec le filet doit être supérieure ou égale à 25 m/s. La valeur de l'énergie d'impact est égale à l'énergie cinétique du bloc :

$$E_{impact} = \frac{1}{2} m_{bloc} \bar{V}_{impact}^2 \quad (1.2)$$

avec m_{bloc} , la masse du bloc et \bar{V}_{impact} , la vitesse moyenne du bloc dans le dernier mètre avant l'impact.

L'impact du bloc doit être réalisé au centre du module fonctionnel central (Figure 1.10). La précision sur la position d'impact doit être de ± 50 cm.

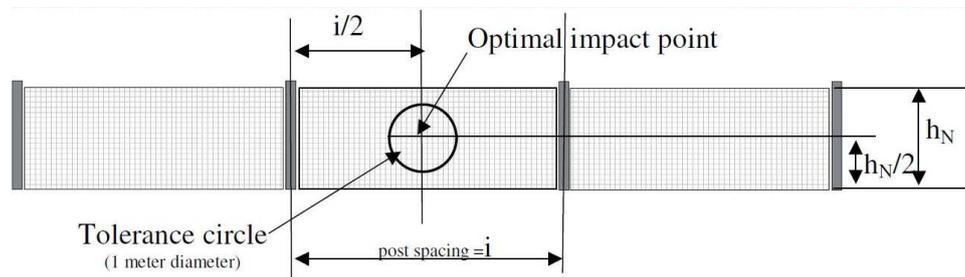


FIGURE 1.10 – Position de l'impact et tolérance pour les essais de certification (source [EOTA, 2013])

1.3.3.3 Homologation et marquage CE

En l'absence de norme européenne harmonisée, l'établissement de la déclaration de performance et le marquage CE des écrans de filets se font sur la base d'une évaluation technique européenne (ETE). Les ETE sont délivrées par un organisme d'évaluation technique sur la base d'un document d'évaluation européen (DEE). Pour les écrans de filets pare-blocs, il n'existe pas encore de document d'évaluation européen, c'est pourquoi l'ETAG 27 est utilisé comme DEE. Sur la base des essais en vraie grandeur présentés précédemment et réalisés sur une technologie d'écran donnée, une ETE est délivrée au fabricant par un organisme de certification de son choix. En France, la Direction Technique Infrastructures de transport et matériaux du Cerema est l'organisme de certification pour les écrans de filets. Le fabricant peut alors effectuer une déclaration de performance sur

la base de l'ETE reçue pour l'écran de filets, nécessaire à l'obtention du marquage CE. D'autres éléments comme le contrôle qualité du processus de production sont nécessaires à l'obtention du marquage CE. Les maîtres d'ouvrages publics ont obligation d'acheter des écrans de filets marqués CE.

1.3.4 Modélisations et approches numériques

Conjointement aux travaux expérimentaux, dont la mise en œuvre est laborieuse et coûteuse, et aux développements réglementaires, imposant souvent la réalisation de tels essais, des méthodes de calcul et des modélisations sont développées en premier lieu pour aider au dimensionnement des écrans. L'estimation par le calcul des efforts et des déformations des écrans de filets permet en effet de rationaliser leur dimensionnement. Les premiers travaux ont utilisé des approches simplifiées et semi-empiriques. Ces méthodes se complexifient progressivement, parallèlement à l'augmentation des moyens de calcul, et des modèles numériques plus aboutis se développent.

1.3.4.1 Méthodes semi-empiriques

Peila *et al* [Peila et al., 1998] ont proposé une méthode de dimensionnement statique équivalente, basée sur les mesures de la décélération maximale du bloc au cours d'un impact. La force de décélération maximale du bloc est supposée égale à 2,5 fois la force de décélération moyenne, calculée en négligeant le poids du bloc. Cette force de décélération maximale est utilisée comme chargement statique et l'équilibre de l'écran est calculé sur la structure déformée (Figure 1.11). Le choix de la cinématique de déformation n'est pas précisé dans le détail et dépend de la technologie d'écran étudiée. Cette méthode fournit une première approximation des efforts dans les câbles, les poteaux et les ancrages de la structure.

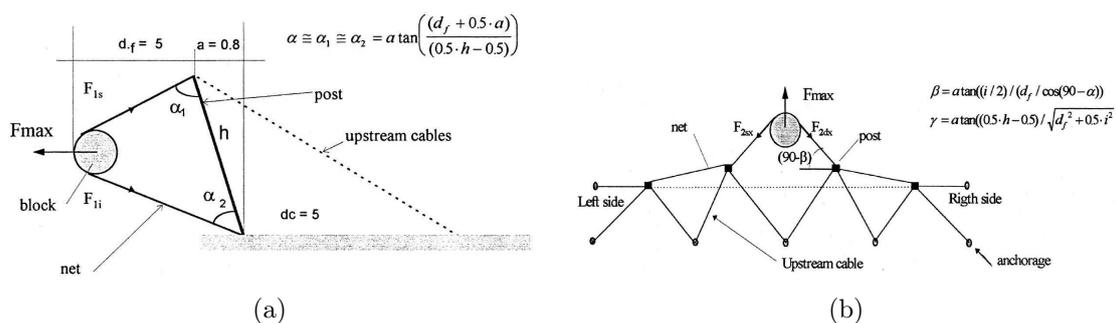


FIGURE 1.11 – Géométrie déformée pour le calcul statique des écrans : (a) vue de côté ; (b) vue de dessus (source [Peila et al., 1998])

D'autres hypothèses sur la cinématique du bloc ont été formulées afin de déterminer la décélération maximale et la force statique d'impact équivalente. Cantarelli *et al* [Cantarelli et al., 2008] font l'hypothèse que l'écran possède une raideur constante et oppose une force proportionnelle à l'enfoncement du bloc. Le comportement de l'ouvrage est alors assimilé à celui d'un système masse-ressort vertical (prise en compte du poids). Cette hypothèse est mise en défaut pour les écrans flexibles car la rigidité de l'ouvrage

varie fortement au cours de l'impact. Gerber et Böll [Gerber and Böll, 2002] proposent d'approximer la trajectoire verticale du bloc par un polynôme de degré 4. En étudiant l'arrêt d'un bloc lancé à 25 m/s en un temps de freinage donné, ils présentent différentes évolutions possibles de la décélération maximale au cours du temps. Les éléments présentés par Gerber et Böll indiquent que le facteur de 2,5 entre la décélération moyenne et la décélération maximale proposé par Peila *et al* surestime la force de décélération maximale.

1.3.4.2 Modélisations et simulations numériques

Les modèles semi-empiriques fournissent une première approximation des efforts maximaux subis par la structure mais possèdent le désavantage de devoir être calibrés sur des essais d'impact en vraie grandeur sur l'ouvrage complet. Ainsi, ces modèles ne sont utilisables que lorsque nous sommes en mesure d'estimer l'allongement maximal, le temps de freinage du bloc ou la raideur de l'écran. Il est possible d'estimer ces grandeurs par le biais de régressions statistiques grâce à des données expérimentales existantes mais cela ne permet pas convenablement d'étudier un prototype ou une technologie différente de celle avec laquelle les données expérimentales ont été obtenues. La modélisation des écrans de filets et la simulation numérique peuvent pallier certaines de ces limitations. Dans ce cadre, un modèle mécanique idéalisé de la structure est formulé et sa réponse sous un chargement de type impact est analysée. Étant donné la complexité de la structure et de la sollicitation, le recours à la simulation numérique est impératif pour effectuer cette analyse. Ces modèles sont plus ou moins complexes et performants en fonction des hypothèses retenues.

Modèles déterministes Govoni *et al* [Govoni et al., 2011] ont développé un modèle d'écran de filets en 2D. L'écran est représenté en vue de côté par un ensemble de barres représentant les haubans, l'ensemble câbles de rive / filet, ainsi que les poteaux (Figure 1.12). Le comportement des poteaux est supposé élastique linéaire et celui des haubans et de l'ensemble câbles de rive / filet est supposé élastoplastique avec écrouissage cinématique linéaire. Les paramètres de ces lois de comportement sont calibrés à l'aide de données usuelles pour les poteaux et les haubans et estimés à partir d'essais de poussée hors plan sur des nappes de filets pour l'ensemble câbles de rive / filet. Ce modèle simplifié requiert un faible coût de calcul et parvient à estimer convenablement l'évolution temporelle de l'allongement de l'écran, ainsi que l'effort moyen en pied de poteau et dans les ancrages situés en amont. Ce modèle présente néanmoins certaines limites liées à son caractère bidimensionnel. Dans un premier temps, il suppose un comportement global de l'ouvrage, obtenu en additionnant la contribution des constituants de chaque module. La contribution réelle des modules diffère en fonction de la position de l'impact, ce qui n'est pas pris en compte dans le modèle et ne permet pas de fournir des informations pertinentes sur l'état de sollicitation local. De plus, seules les composantes des efforts situées dans le plan de modélisation sont prises en compte. Dans un second temps, le modèle suppose un mouvement solidaire du bloc et du filet (nœud 2 Figure 1.12a) et la modélisation d'un impact décentré serait irréaliste à cause des phénomènes de glissement relatif observés expérimentalement. Ces hypothèses réduisent fortement le domaine de validité du modèle.

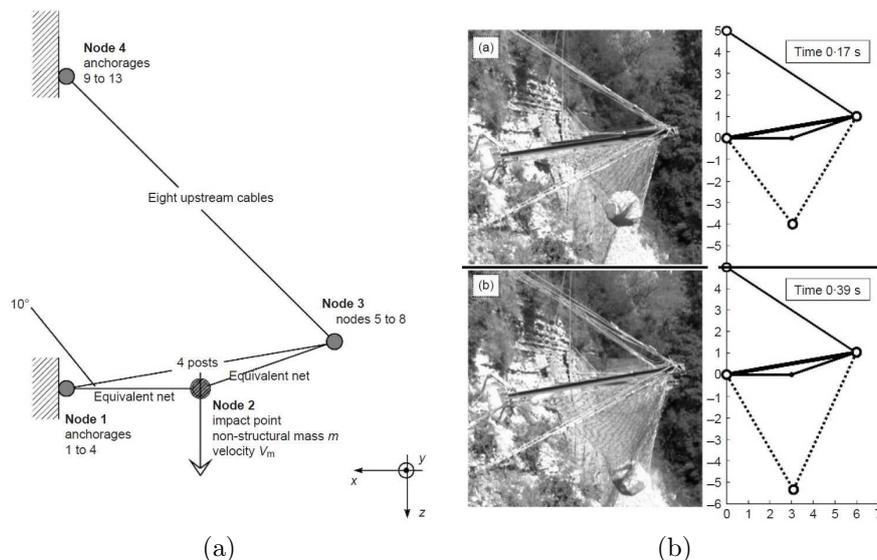


FIGURE 1.12 – Modèle 2D d'écran de filets : (a) définition du modèle; (b) simulation d'impact (source [Govoni et al., 2011])

Les modèles tridimensionnels permettent une meilleure représentation de la géométrie complexe des écrans de filets et des sollicitations qu'ils sont amenés à subir. Hearn [Hearn et al., 1995] est le premier à développer un modèle numérique 3D d'écrans calibré sur la base d'essais en vraie grandeur [Hearn, 1991]. Il modélise l'écran à l'aide d'un ensemble de points matériels reliés par des ressorts et soumis à l'impact centré d'un projectile sphérique. L'analyse dynamique est effectuée à l'aide d'un schéma de discrétisation temporelle implicite et présente des capacités de modélisations intéressantes. Ce modèle nécessite cependant des essais en vraie grandeur pour sa calibration.

De nombreux modèles, employant des hypothèses mécaniques de plus en plus complexes et définis avec des formalismes scientifiques établis se développent à partir des années 2000. Les hypothèses et les modèles mécaniques des poteaux, câbles et dissipateurs diffèrent peu, les principales distinctions se faisant au niveau des nappes de filet. Nicot *et al* [Nicot et al., 2001a, Nicot et al., 2001b] proposent un modèle basé sur la Méthode des Éléments Discrets (DEM) et définissent un modèle de nappe de filets à anneaux au comportement élastoplastique complexe. Chaque anneau est représenté par un nœud et les nœuds sont reliés entre eux par des barres dont le comportement reproduit celui d'un anneau (Figure 1.13a). Le modèle est calibré sur la base du comportement élastoplastique d'un anneau isolé sollicité en traction uniaxiale. Ce modèle est utilisé afin de modéliser les écrans de filets du fabricant français EI Montagne et permet d'effectuer des simulations complexes et paramétriques en faisant varier la position et la cinématique du bloc par exemple (Figures 1.13b et 1.13c). Certains phénomènes sont négligés, comme le glissement de la nappe de filets le long des câbles de rive appelé effet rideau.

Des travaux ont repris le modèle développé par Nicot *et al* afin de modéliser des filets à anneaux ou des filets de câbles entrecroisés. Cazzani *et al* [Cazzani et al., 2002] utilisent un modèle semblable formulé à l'aide de la Méthode des Éléments Finis (FEM). Ils mènent une étude paramétrique portant sur la position et la vitesse du bloc incident et identifient la capacité d'arrêt d'un écran de filets par rapport à la position de l'impact. Gentilini *et al* [Gentilini et al., 2012] utilisent un modèle FEM similaire pour la nappe

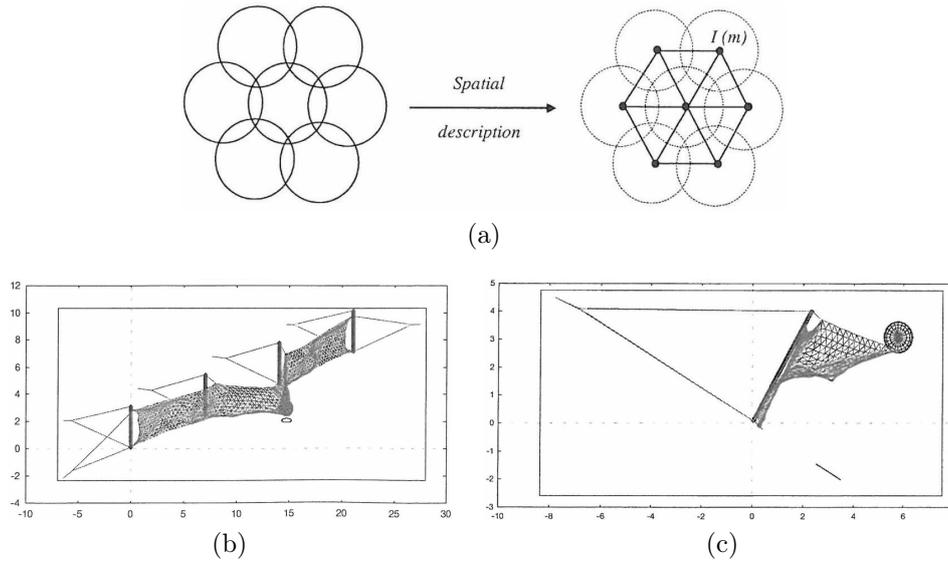


FIGURE 1.13 – Modèle DEM d’écran de filets de Nicot : (a) discrétisation de la nappe de filets; (b) simulation d’impact centré; (c) simulation d’impact décentré; (source [Nicot et al., 2001a])

de filets et modélisent 3 technologies d’écrans de filets de classe 2, 6 et 8. Ces modèles sont calibrés par rétro-analyse sur des essais en vraie grandeur sur les écrans de filets du fabricant italien Maccaferri. Ils mettent également en place une stratégie basée sur un système de nœuds maître-esclave pour autoriser le glissement des câbles en tête et en pied de poteau. La nappe de filets et le câble demeurent néanmoins attachés de façon solidaire et le modèle ne prend pas en compte l’effet rideau.

Les modèles de Grassl [Grassl et al., 2002, Grassl, 2002] et de Volkwein [Volkwein, 2004, Volkwein, 2005] se concentrent toujours sur les filets à anneaux entrelacés et apportent de nouveaux éléments de modélisation. Tout d’abord, les anneaux sont discrétisés en 8 nœuds pour Grassl (Figure 1.14a) et 4 nœuds pour Volkwein (Figure 1.14b), fournissant une description géométrique plus complète que celles présentées précédemment. Ces travaux introduisent également un modèle de câble autorisant le glissement relatif des câbles de rive et de la nappe de filets et permettant de prendre en compte l’effet rideau. Ces modélisations sont mises à profit afin de modéliser les technologies du fabricant suisse Geobrugg.

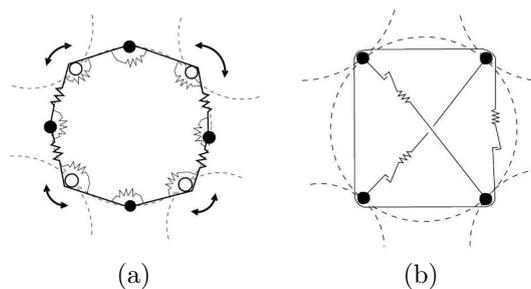


FIGURE 1.14 – Modèle d’anneaux développés pour les écrans Geobrugg : (a) modèle de Grassl; (b) modèle de Volkwein (source [Volkwein, 2004])

Trad [Trad, 2011] a étudié de façon détaillée le comportement mécanique de l'ensemble des constituants des ouvrages pare-blocs et proposé plusieurs modèles FEM pour la nappe de filets de câbles ELITE du fabricant GTS [GTS, 2017]. Parmi ces modèles, un modèle membranaire continu ne détaillant pas l'assemblage discret d'éléments est proposé. Dhakal *et al* [Dhakal et al., 2011, Dhakal et al., 2012] ont également exploré cette voie qui peut être intéressante lorsqu'il n'y a pas de glissement relatif entre la nappe de filets et le câble. Ghossoub [Ghossoub, 2014] a également considéré cette approche et développé une formulation FEM des nappes de filets obtenue par homogénéisation des milieux périodiques discrets. Ce modèle rencontre cependant des difficultés dans la gestion du contact glissant entre des éléments membranaires et des éléments linéaires pour modéliser l'effet rideau. Un modèle DEM du filet ELITE (Figure 1.15) et de l'écran de filets sont développés par Bertrand *et al* [Bertrand et al., 2010, Bertrand et al., 2012] et la comparaison avec les valeurs issues des essais expérimentaux montrent la nécessité de prendre en compte l'effet rideau.

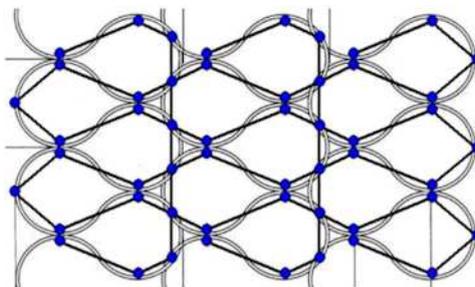


FIGURE 1.15 – Modèle DEM du filet ELITE de GTS (source [Bertrand et al., 2010])

Escallón *et al* [Escallón et al., 2014, Escallón et al., 2015] ont développé des modèles FEM 3D en considérant la géométrie locale des nappes de filets et en prenant en compte le contact et la séparabilité des anneaux et des fils de grillage. Ces modèles complexes se basent sur des hypothèses mécaniques relativement avancées, prenant en compte notamment l'endommagement plastique des éléments et mettant en œuvre des algorithmes de contacts généraux. Ces modèles complexes fournissent de bons résultats mais présentent un certain nombre de désavantages. Ils requièrent de très nombreuses informations pour leur calibration et nécessitent la définition et le calcul de nombreuses grandeurs qui peuvent ne pas être utiles pour les applications pratiques en ingénierie. Le coût de calcul des simulations est également très élevé.

Études paramétriques et probabilistes Au-delà des nombreux travaux sur la modélisation des différentes technologies d'écrans développées par différents fabricants, des études d'approfondissement sont effectuées afin d'explorer le comportement mécanique de ces ouvrages. Bertrand *et al* [Bertrand et al., 2012] ont effectué des études paramétriques afin d'explorer l'influence de l'énergie d'impact et du comportement des dissipateurs sur les modes de ruine de l'écran. Nous pouvons également citer les travaux de Tran *et al* [Tran et al., 2013] et Moon *et al* [Moon et al., 2014]. Spadari *et al* [Spadari et al., 2012], Hambleton *et al* [Hambleton et al., 2013] et Mentani *et al* [Mentani et al., 2016a] ont étudié la perforation des filets par des blocs de petites dimensions, appelée *bullet effect*.

Des modélisations probabilistes sont également développées sur la base de ces modèles

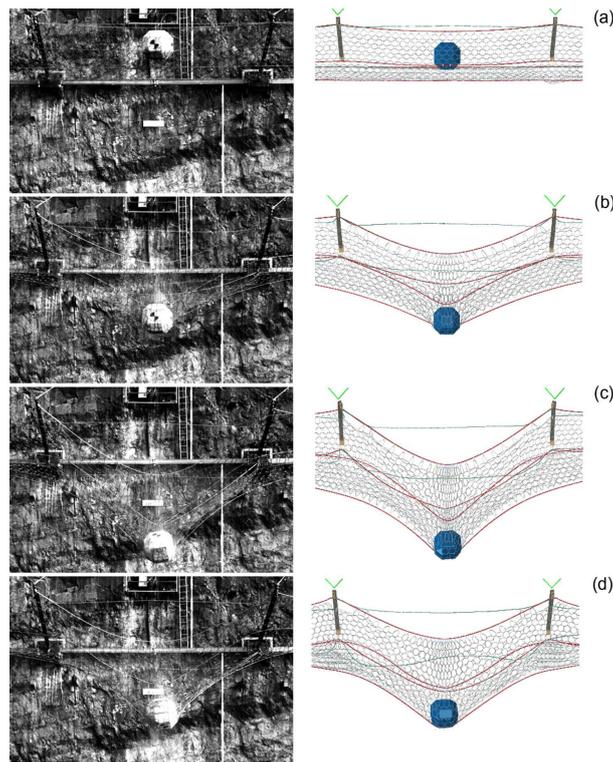


FIGURE 1.16 – Simulation d’essai en vraie grandeur par Escallón (source [Escallón et al., 2014])

dans le but de quantifier les probabilités de défaillance et de mise en défaut des écrans de filets. Ces études s’intéressent principalement aux cas de chargement des écrans via la cinématique du bloc [Bourrier et al., 2015, Mentani et al., 2016b]. La mise en œuvre de ces modélisations probabilistes demande la réalisation d’un grand nombre de simulations et les possibilités sont limitées par les performances de calcul des modèles d’écrans de filets utilisés.

1.4 Objectifs du travail de recherche

À l’issue de la revue de littérature, nous faisons le constat que :

- les travaux précédents de modélisation sont chacun liés à une technologie d’ouvrage et à un fabricant donné. Les méthodes de calcul, ainsi que les hypothèses mécaniques sont également différentes entre ces modèles. Les méthodes de calcul nécessitent une unification afin d’effectuer des comparaisons objectives et de tendre vers une forme de « standardisation du calcul » ;
- les résultats des simulations numériques doivent être précis et rapides à obtenir. Les modèles mécaniques des écrans de filets doivent donc être pertinents et performants en terme de coût de calcul.

Comme évoqué en 1.2.3, la gestion efficace des risques de chute de blocs requiert la collaboration de plusieurs acteurs (maîtres d’ouvrage, fabricants, bureau d’études, législateurs et académiques) dont les intérêts, les responsabilités et la culture de travail sont différents. Le présent travail de recherche vise donc à développer un cadre et des mé-

thodologies de modélisation permettant de faire la synthèse de ces différents besoins et de répondre à trois problématiques scientifique, réglementaire et opérationnelle qui sont détaillées ci-après.

1.4.1 Problématique scientifique

Les écrans de filets sont des structures mécaniques au comportement complexe. L'analyse mécanique de ces ouvrages présente de nombreuses difficultés conceptuelles et pratiques. Leur flexibilité et la fonction de dissipation d'énergie des écrans de filets leur confèrent de fortes non-linéarités géométriques et matérielles qui doivent être prises en compte dans une analyse en dynamique. La compréhension approfondie du comportement mécanique des écrans de filets sous impacts présente un intérêt et un challenge scientifiques propres.

Face à cette problématique, le premier objectif de ce travail de recherche est d'accéder à une meilleure compréhension du comportement mécanique des écrans de filets. Pour cela, il est nécessaire de développer des modèles mécaniques des écrans de filets qui soient pertinents, robustes et validés expérimentalement. Ces modèles doivent permettre d'explorer précisément la réponse mécanique des écrans de filets (chemins de diffusion des efforts, efforts développés, déformations, points faibles...) sous diverses sollicitations dynamiques de type impacts. Pour cela, deux axes de travail sont identifiés :

- construire des modèles mécaniques pertinents dont les hypothèses mécaniques sont étayées et la justification mathématique rigoureuse ;
- développer un code de calcul générique, extensible, robuste et portable.

1.4.2 Problématique réglementaire

La gestion du risque rocheux nécessite avant tout la connaissance du risque et notamment celle des phénomènes caractérisant les aléas. L'utilisation d'écrans de filets pare-blocs comme parade passive permettant de réduire l'aléa de propagation ne saurait être efficace que si nous sommes en mesure de dimensionner correctement ces structures. Les campagnes expérimentales d'essais d'impact en vraie grandeur réalisées suivant différentes méthodes ont montré que les prescriptions de l'ETAG 27 ne se placent pas du côté de la sécurité. En effet, la justification de la capacité d'arrêt d'un écran se base sur un impact centré réalisé à l'aide d'un bloc de forme régulière et la classe d'énergie ainsi définie est valable pour l'écran quel que soit le contexte de son implantation réelle. Dans la nature cependant, les formes et les trajectoires des blocs sont fortement variables et il apparaît impératif que les réglementations en tiennent compte à travers la définition de cas de chargement, de modes de ruines et des coefficients de sécurité qui leur sont associés.

Face à cette problématique, le deuxième objectif de ce travail de recherche est de développer un outil facilitant la mise en œuvre des méthodologies stochastiques permettant de caractériser les performances de l'écran *in situ*. Pour cela, deux axes de travail sont identifiés :

- donner une forte latitude dans la description de l'ouvrage et des sollicitations, permettant de reproduire le plus grand nombre de configurations rencontrées *in situ* ;

- développer des modèles mécaniques et des algorithmes optimisés dont le faible coût de calcul permet de réaliser des analyses paramétriques et stochastiques.

1.4.3 Problématique opérationnelle

La conception et le dimensionnement des écrans de filets sont des tâches difficiles présentant un enjeu économique fort pour les fabricants. Face à la complexité de tels ouvrages, les méthodes de conception et de calcul empiriques, basées sur l'expérience et le savoir-faire des fabricants, sont prédominantes. Il en résulte des ouvrages dont la conception n'est souvent pas optimale et qui présentent un risque important d'échec lors des essais de certification. Les coûts très élevés de ces essais en vraie grandeur conduisent les fabricants à compenser les coûts de développement d'une technologie par un prix de vente plus élevé dont résulte souvent une perte de compétitivité.

Face à cette problématique, le troisième objectif de ce travail de recherche est d'aider les fabricants à rationaliser leur processus de conception grâce à un outil de dimensionnement précis, permettant de mieux appréhender les essais de certification. Pour cela, un axe de travail est identifié :

- développer un outil de calcul permettant le prototypage numérique de nouvelles technologies d'écran et la simulation des essais de certification.

1.5 Conclusions

Des éléments de réponse aux trois problématiques énoncées dans la section précédente sont apportés dans la suite de ce mémoire. En suivant les axes de travail identifiés, nous introduisons tout d'abord dans le chapitre 2 les principes de modélisation générique et les méthodes de calcul employés. Ensuite, les chapitres 3 et 4 détaillent respectivement les modèles mécaniques des nappes de filets à anneaux et des câbles glissants développés. Ces modèles sont développés spécifiquement dans le but d'apporter une description pertinente et numériquement performante des phénomènes mécaniques complexes ayant lieu au sein de la structure comme l'effet rideau. Enfin, le chapitre 5 intègre l'ensemble des développements analytiques et numériques réalisés pour mener des simulations d'essais d'impact en vraie grandeur afin de valider l'approche choisie et les modèles développés.

Chapitre 2

Approche générique de modélisation des écrans de filets

2.1 Introduction

Ce chapitre présente l'approche générique développée pour la modélisation des écrans de filets pare-blocs. Les principes de la modélisation générique sont d'abord présentés : nous détaillons la description des ouvrages et la structuration du code de calcul développé. Il a été décidé d'analyser le comportement des écrans de filets à l'aide de la Méthode des Éléments Discrets (DEM). Les principes de la DEM, ainsi que la bibliothèque d'éléments utilisés sont ensuite exposés. Nous précisons enfin les hypothèses et la formulation des modèles mécaniques des constituants de l'ouvrage et des projectiles. Leur implémentation effective à partir des éléments de la bibliothèque est explicitée.

2.2 Principes de la modélisation générique développée

2.2.1 Enjeux et positionnement

Les travaux de modélisation des écrans de filets depuis près de 30 ans, détaillés en 1.3.4 au chapitre 1, ont presque tous été réalisés dans le même contexte et avec des objectifs similaires. Les fabricants d'écrans de filets, pour des motivations économiques et dans l'optique de rationaliser leur processus de conception, ont développé un modèle numérique de leur technologie dominante à l'aide d'un outil de calcul donné. Cela a abouti à la multiplication et à la dispersion des développements suivant une philosophie que nous pouvons qualifier de : « 1 fabricant, 1 technologie, 1 modèle, 1 outil de calcul ». Une liste non exhaustive des développements ainsi réalisés est rappelée Tableau 2.1.

Ces développements rendent difficile toute comparaison entre les différentes technologies parce que les modélisations sont effectuées avec des hypothèses et des outils différents. Un outil développé pour modéliser une technologie A peut ne pas être en mesure de modéliser une technologie B. De plus, la propriété industrielle dont bénéficient ces outils de calcul les rend inaccessibles à tout utilisateur extérieur. Enfin, ces modèles sont

TABLEAU 2.1 – Modèles numériques d'écrans développés suivant la philosophie « 1 fabricant, 1 technologie, 1 modèle, 1 outil de calcul »

Fabricant/Technologie	Modèle	Outil de calcul
EI Montagne	[Nicot et al., 2001a, Nicot et al., 2001b]	ECRANS
Geobrugg	[Grassl, 2002, Grassl et al., 2002]	FARO
	[Volkwein, 2004, Volkwein, 2005]	Abaqus
	[Escallón et al., 2014, Escallón et al., 2015]	
Maccaferri	[Cazzani et al., 2002]	Abaqus
	[Gentilini et al., 2012]	
GTS	[Bertrand et al., 2012]	PFC

pour la plupart utilisés afin de répondre uniquement à la problématique industrielle de rationalisation de la conception.

Le développement d'un modèle générique d'écrans de filets a été entrepris par Chanut *et al* [Chanut et al., 2012] afin de fournir un référentiel commun pour la modélisation des écrans de filets et d'harmoniser les méthodes de calcul. Les ambitions de ce modèle générique sont de :

- définir une description géométrique et une modélisation mécanique commune à l'ensemble des technologies d'ouvrages ;
- construire un outil de calcul unifié et performant permettant la simulation de tout type de sollicitations.

La modélisation générique ainsi définie devrait permettre de répondre aux trois objectifs : scientifique, réglementaire et opérationnel, identifiés au chapitre 1. Concernant l'objectif scientifique, l'analyse numérique du comportement des écrans de filets sous impact devrait apporter une meilleure compréhension de ces structures. La capacité à modéliser différentes technologies et les bonnes performances de calcul devraient permettre la réalisation d'études paramétriques et stochastiques et de répondre à l'objectif réglementaire. Enfin, les capacités de description et de modélisation devraient permettre le prototypage numérique d'ouvrages innovants et la vérification d'ouvrages existants afin de répondre à l'objectif opérationnel.

2.2.2 Représentation générique des écrans de filets

Dans cette partie, nous décrivons la modélisation développée pour les écrans de filets. Dans un premier temps, nous définissons les écrans de façon générique à partir de leurs constituants puis, dans un second temps, nous détaillons les potentialités de cette définition dans la description d'ouvrages complexes.

2.2.2.1 Constituants principaux

Comme ceci a été décrit en 1.3.1 au chapitre 1, les principaux constituants d'un écran de filets pare-blocs selon l'ETAG 27 [EOTA, 2013] sont :

- la nappe de filets, qui supporte le choc direct du projectile ;
- les poteaux, qui maintiennent la structure érigée ;

- les composants de liaison (câbles, dissipateurs d'énergie et agrafes), qui maintiennent la nappe de filets en place et transmettent les efforts aux fondations de l'ouvrage ;
- les fondations, qui permettent de transmettre au sol les efforts découlant de l'impact.

Ces composants (nappe de filets, poteaux, dissipateurs d'énergie, câbles et ancrages) forment le squelette de toutes les technologies d'écrans de filets. Par conséquent, un écran de filets peut être décrit précisément et de manière générique uniquement à l'aide de ces constituants. La description des écrans de filets comme assemblage de ces composants est à l'origine de la modélisation générique proposée par Chanut *et al* [Chanut et al., 2012]. Ainsi, quels que soient les produits et les technologies utilisés, les ancrages, les poteaux, les câbles et les dissipateurs d'énergie sont des constituants élémentaires ne nécessitant pas un niveau de différenciation supplémentaire. Pour les nappes de filets, nous distinguons les différents modules, ce qui permet, comme exposé au paragraphe suivant, une plus grande liberté dans la description géométrique de l'ouvrage. Il est ainsi possible de définir des modules de largeur différente par exemple. Au sein de chaque module, la structure élémentaire de la nappe de filets est le motif, dont la répétition périodique engendre la structure de la nappe de filets. Cette description (Figure 2.1) est générique dans la mesure où elle demeure valable quelle que soit la technologie des constituants.

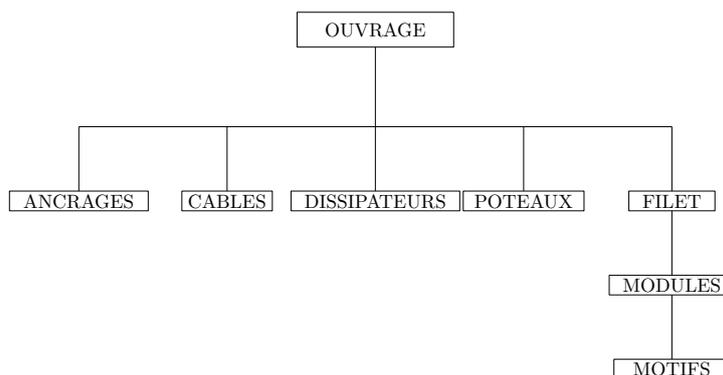


FIGURE 2.1 – Définition de l'ouvrage générique

2.2.2.2 Assemblages et potentiel de description géométrique

Bien qu'employant des constituants principaux similaires, les conceptions et les méthodes d'assemblage des écrans de filets diffèrent. En plus de décrire les constituants de l'ouvrage, nous devons être en mesure de reproduire des assemblages complexes de ces constituants. Dans le cadre de l'approche de modélisation développée, nous avons accordé une forte latitude à la description géométrique de l'ouvrage. Cette latitude est détaillée dans la suite.

Ancrages et poteaux La localisation spatiale des ancrages et des poteaux est libre et l'inclinaison des poteaux par rapport au terrain est individualisée. Il n'y a pas de limitation du nombre d'ancrages et de poteaux qu'il est possible de définir. Cela permet de définir un ouvrage possédant un grand nombre de modules non nécessairement alignés et de dimensions différentes. Il est ainsi possible de décrire des ouvrages réels en tenant compte des adaptations au terrain.

Nappe de filets La distinction des modules au sein de la nappe de filets permet de définir des modules dont le nombre de motifs et les dimensions diffèrent. Un module est défini entre deux poteaux distincts mais les dimensions et l'inclinaison du module sont indépendantes de celles des poteaux. Il est ainsi possible de positionner le filet en amont ou en aval des poteaux. Il est également possible de décrire d'autres types de parades comme les filets hybrides ou les filets pendus, en disposant verticalement un module de très grande dimension à l'aval des poteaux par exemple.

Câbles et dissipateurs Le positionnement de la nappe de filets entre des poteaux régulièrement espacés est commun à toutes les technologies d'écrans. Les principales différences entre les conceptions résident dans le câblage de l'ouvrage et le liaisonnement de la nappe au reste de la structure. Afin de n'imposer aucune contrainte de câblage, les dissipateurs et les câbles peuvent être tressés et attachés à n'importe quel élément de l'ouvrage. Il est ainsi possible de décrire géométriquement le liaisonnement de toutes les technologies d'écrans de filets pare-blocs.

2.2.3 Implémentation numérique de la structuration générique

Après avoir détaillé la description générique des écrans de filets, nous exposons maintenant la représentation numérique associée à cette description. Le calcul des déformations et des efforts au sein de la structure au cours d'impacts est effectué numériquement. Un code de calcul dédié à la modélisation des écrans pare-blocs et reprenant la structuration générique définie aux paragraphes précédents est développé. S'appuyant sur les travaux de Chanut *et al* [Chanut et al., 2012] et Nicot *et al* [Nicot et al., 2001a], ce code est développé au Cerema depuis 2011.

Cette plateforme de calcul est écrite en C++ [ISO, 2016]. L'outil de construction automatique CMake [Kitware, Inc., 2012] est utilisé afin d'assurer la portabilité du code. Ce langage de programmation orientée objet permet une structuration des données particulièrement adaptée à la description générique employée grâce notamment à la classification et au polymorphisme [Stroustrup, 2013] :

- la classification permet de définir une classe, regroupant des méthodes et des attributs, pour chaque constituant principal de l'ouvrage défini précédemment. La classe « Filet » par exemple, possède parmi ses attributs des « Modules » et parmi ses méthodes une fonction « Créer Module » ;
- le polymorphisme permet de définir des classes filles héritant des attributs et des méthodes de la classe mère et pouvant les spécifier ou les redéfinir. Ainsi la classe « Filet à anneaux » par exemple, est une classe fille de la classe « Filet » dont elle hérite des « Modules » et une méthode « Créer Module » qu'elle spécifie pour les filets à anneaux.

Il est ainsi possible de définir une structuration générique au niveau du code de calcul lui-même, dupliquant la représentation générique de l'ouvrage physique. Le code ainsi défini peut être complété au fur et à mesure par la construction et l'implémentation de classes filles, spécifiques aux éléments que nous souhaitons développer. Le programme utilise la Méthode des Éléments Discrets (DEM) afin d'effectuer le calcul de l'impact dynamique d'un bloc rocheux sur un écran de filets. Les différentes classes s'appuient donc sur une bibliothèque DEM pour décrire les constituants de l'ouvrage et leurs interactions. La

méthode et la bibliothèque d'éléments utilisés sont présentées section 2.3. La description des modèles des constituants à partir des éléments de cette bibliothèque est présentée section 2.4.

2.3 Méthode des Éléments Discrets

Nous établissons le cadre de travail général dans lequel nous nous plaçons. Nous exposons ici des notions générales sur les théories et méthodes sous-jacentes aux développements effectués. L'application des éléments introduits dans cette section à la modélisation des écrans de filets est présentée section 2.4.

2.3.1 Description de la méthode

Principe

La modélisation mécanique des écrans de filets est effectuée à l'aide d'une méthode aux éléments discrets (DEM). Initialement développée par Cundall et Strack [Cundall and Strack, 1979] pour l'étude des milieux granulaires, cette méthode est très répandue en géotechnique : écoulements granulaires [Silbert et al., 2001] et renforcement de sol [Bourrier et al., 2013] par exemple. La méthode des éléments discrets est également utilisée pour l'étude des structures et des milieux continus. En ingénierie du risque rocheux, cette méthode est utilisée pour modéliser des arbres [Olmedo et al., 2016, Toe et al., 2017] et des structures de protection (pare-blocs [Nicot et al., 2001a, Nicot et al., 2001b], paravalanches [Nicot et al., 2001c, Boutillier, 2004] et anti-laves torrentielles [Albaba et al., 2017]) soumis à des impacts de blocs rocheux. André *et al* [André et al., 2012, André et al., 2013] et Effeindzourou *et al* [Effeindzourou et al., 2016] ont respectivement développé des modèles DEM pour l'étude des milieux continus fragiles et pour la modélisation de structures déformables. La méthode décrit l'évolution temporelle d'un ensemble d'éléments indéformables : les particules ou éléments discrets, en interaction les uns avec les autres. Les interactions entre les particules peuvent se faire par contact ou à distance. Les particules et leurs interactions ainsi définies peuvent représenter différents milieux, matériaux et structures continus ou discontinus.

La méthode est basée sur une formulation dynamique explicite, utilisant le schéma de discrétisation temporelle aux différences finies centrées. Les principales étapes de la méthode de résolution itérative sont les suivantes :

- Étape 1 : détection des interactions entre les éléments discrets (contacts et interactions à distance) ;
- Étape 2 : calcul des efforts d'interaction conformément aux lois d'interaction définies ;
- Étape 3 : calcul des sollicitations résultantes sur l'ensemble des particules (forces extérieures incluses) ;
- Étape 4 : intégration des équations de mouvement et détermination des nouvelles positions, orientations et vitesses des éléments. Retour à l'étape 1.

Les algorithmes de détection des interactions, ainsi que les lois de comportement (étapes 1 à 3) sont variables d'une implémentation à l'autre et dépendent notamment

de la forme des particules utilisées. Nous présentons d'abord en 2.3.2 les équations de mouvement et leur résolution numérique. Nous détaillons ensuite l'interaction de contact entre deux solides dans le cas général en 2.3.3. Enfin, la bibliothèque d'éléments utilisés dans les modélisations est détaillée en 2.3.4.

Intérêt de la méthode pour la modélisation des écrans de filets

Nous nous intéressons à un problème de mécanique des structures qui, bien que complexe, demeure relativement classique. La structure étudiée et ses constituants principaux ne présentent aucune discontinuité cinématique ni aucun changement de topologie majeur au cours de la sollicitation (fissuration, rupture) qui soient difficiles à appréhender à l'aide de modèles continus. Nous pouvons alors nous interroger sur la pertinence de l'utilisation de la Méthode des Éléments Discrets au lieu de la Méthode des Éléments Finis (FEM), d'autant plus que de nombreux modèles numériques d'écrans de filets pare-blocs sont développés à l'aide de modèles FEM [Escallón et al., 2014, Escallón et al., 2015, Gentilini et al., 2012, Volkwein, 2004, Dhakal et al., 2011, Dhakal et al., 2012].

Tout d'abord, il est intéressant de noter qu'il existe une analogie entre FEM et DEM. En l'absence d'amortissement, la DEM s'intéresse à la dynamique d'un système de particules pouvant s'écrire à chaque instant sous la forme :

$$\mathbf{M}\mathbf{a} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F} \quad (2.1)$$

où \mathbf{M} est la matrice de masse, \mathbf{a} le vecteur accélération, \mathbf{K} la matrice de rigidité, \mathbf{u} le vecteur déplacement et \mathbf{F} le vecteur des forces extérieures. O'Sullivan et Bray [O'Sullivan and Brak, 2004] soulignent la similarité entre l'équation (2.1) et l'équation globale utilisée en FEM et proposent une analogie entre les deux méthodes où les particules discrètes correspondent aux nœuds des éléments finis et les interactions entre les particules correspondent aux éléments (Figure 2.2). En DEM, la masse est concentrée au niveau de chaque

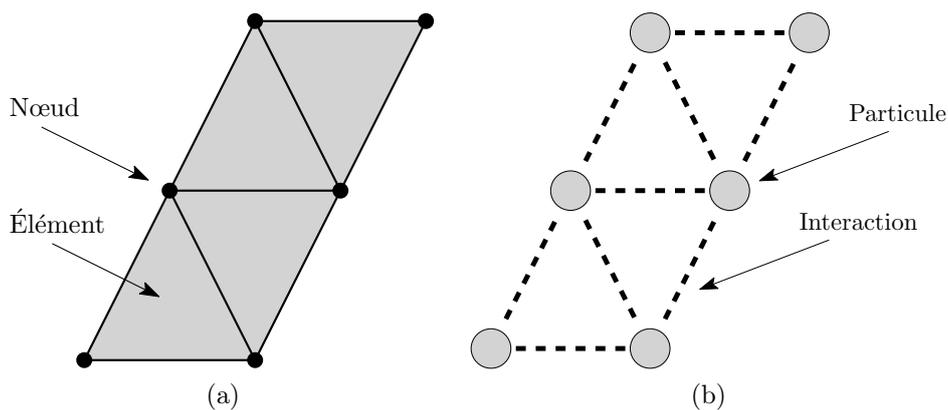


FIGURE 2.2 – Illustration de l'analogie FEM-DEM (d'après [O'Sullivan and Brak, 2004]) : (a) éléments et nœuds (FEM) ; (b) particules et interactions (DEM)

particule, la matrice de masse \mathbf{M} ainsi définie est nécessairement diagonale. En FEM explicite, la matrice de masse utilisée est la plupart du temps diagonale dans le but d'être triviale à inverser [Belytschko et al., 2013]. La distribution de masse est alors localisée sur les nœuds du maillage, ce qui fournit une représentation identique du domaine matériel.

La définition des interactions en DEM ne se limite pas simplement au contact et il est possible de définir des interactions à distance entre toutes les particules. Il est dès lors envisageable de définir des interactions formant une matrice de rigidité \mathbf{K} qui reproduit à l'identique celle d'un élément FEM donné. André *et al* [André et al., 2012] ainsi que Bourrier *et al* [Bourrier et al., 2013] ont par exemple développé un modèle DEM de deux sphères en interaction équivalent à un élément fini de poutre linéaire à 2 nœuds [Zienkiewicz and Taylor, 2013]. Effeindzourou *et al* [Effeindzourou et al., 2016] ont développé un élément de plaque triangulaire permettant de modéliser des structures déformables et de reproduire des sollicitations complexes comme le flambement d'un cylindre en flexion pure.

Ensuite, la quasi-totalité des modèles FEM d'écrans pare-blocs existants utilisent uniquement des éléments unidimensionnels linéaires (barre et poutre) afin de décrire la structure. La DEM devient dans ce cas particulier très avantageuse puisqu'elle fournit des éléments unidimensionnels strictement équivalents aux éléments finis unidimensionnels linéaires avec une formulation Lagrangienne. La reproduction du comportement d'éléments finis quadratiques ou d'ordres supérieurs peut s'avérer complexe mais celle des éléments linéaires est relativement aisée. Poteaux, câbles et dissipateurs d'énergie se prêtent bien à des modélisations unidimensionnelles. La nappe de filets peut être modélisée comme structure périodique à l'aide de modèles linéaires (filets de câbles [Cazzani et al., 2002, Moon et al., 2014, Tran et al., 2013], filets à anneaux [Gentilini et al., 2012, Escallón et al., 2014] et grillages simple torsion [Escallón et al., 2015]). Le traitement du contact et la modélisation de milieux granulaires étant naturels en DEM, il apparaît intéressant d'employer cette méthode pour l'étude de structures flexibles soumises à des impacts ou des éboulements rocheux.

Enfin, l'avantage principal de la DEM est la simplicité de sa formulation et sa robustesse. En effet, la formulation explicite discrète permet de définir et d'étudier de façon relativement aisée des systèmes dynamiques complexes et fortement non-linéaires. La formulation explicite permet également l'évaluation des efforts internes particule par particule et la constitution d'une matrice de rigidité globale n'est pas nécessaire. La prise en compte du contact, du frottement et de la rupture est simple et la complexité des algorithmes de résolution est faible. De plus, les méthodes de résolution des équations de mouvement sont directes, cela nous permet donc de développer aisément un solveur qui soit portable et relativement universel, ce qui va dans le sens de notre approche générique. Nul besoin de développer un solveur FEM particulier alors que de nombreux outils commerciaux existent ni d'être dépendant de l'un de ces outils. C'est pour l'ensemble de ces raisons que la DEM a été privilégiée dans l'approche de modélisation générique développée.

2.3.2 Équations de mouvement

Après avoir justifié le choix de la DEM, nous détaillons les équations de mouvement et leur résolution. Nous nous plaçons dans un référentiel fixe supposé Galiléen : dans notre cas d'étude, le référentiel terrestre, muni d'un repère orthonormé direct $\mathcal{R}_0 = (O, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$. Soit un solide (S) de centre d'inertie G , les vecteurs position et vitesse linéaire du centre d'inertie sont respectivement notés $\mathbf{x} = \overrightarrow{OG}$ et $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{x}}$ et le vecteur vitesse angulaire noté $\boldsymbol{\omega}$. Un repère orthonormé direct local centré au point G et noté $\mathcal{R}_s = (G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ est

supposé fixe dans le référentiel lié au solide et coïncidant avec les axes principaux d'inertie (Figure 2.3). L'orientation du solide dans l'espace est donnée par le quaternion unitaire q [Hamilton, 1850]. Il existe un lien entre le quaternion q et la matrice de rotation \mathbf{Q} . Pour tout vecteur \mathbf{u} d'expression \mathbf{u}_0 dans la base $\mathcal{B}_0 = (\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$ et \mathbf{u}_s dans la base $\mathcal{B}_s = (\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, le changement de base s'obtient par : $\mathbf{u}_0 = \mathbf{Q}\mathbf{u}_s = C_q(\mathbf{u}_s)$ où C_q est la conjugaison par le quaternion q . Le changement de base inverse s'obtient par la conjugaison $C_{\bar{q}}$ par le quaternion conjugué de q , noté \bar{q} . Un rappel sur l'algèbre des quaternions et leur utilisation dans la description des rotations dans l'espace est donné en annexe A.1.

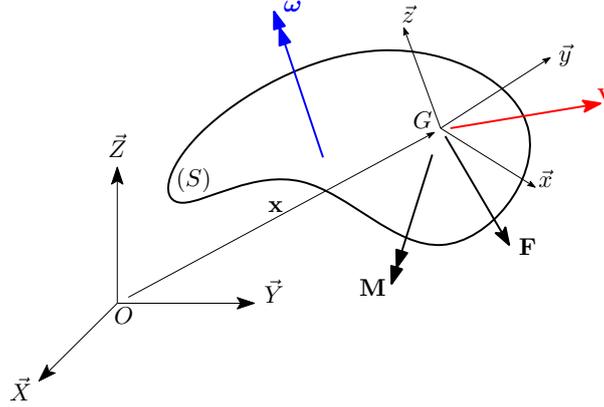


FIGURE 2.3 – Cinématique du solide dans l'espace

Le solide est soumis à un ensemble de sollicitations extérieures dont la force résultante est notée \mathbf{F} et le moment résultant est noté \mathbf{M} . À tout instant, le principe fondamental de la dynamique fournit les équations de mouvement de translation (2.2) et de rotation (2.3) du solide :

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} \quad (2.2)$$

$$\mathbf{M} = \frac{d\mathbf{L}}{dt} \quad (2.3)$$

où $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ représente la quantité de mouvement du solide de masse m et \mathbf{L} représente le moment cinétique du solide. Si le moment \mathbf{M} et le moment cinétique \mathbf{L} sont calculés par rapport à un point fixe du solide ou par rapport au centre d'inertie G , alors le moment cinétique s'écrit $\mathbf{L} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}$ avec \mathbf{I} le tenseur d'inertie.

2.3.2.1 Intégration des équations de mouvement de translation

Nous souhaitons déterminer l'évolution temporelle de la vitesse linéaire et de la position du centre d'inertie du solide. Un schéma de discrétisation temporelle aux différences finies centrées avec un pas de temps τ est utilisé. La masse du solide étant constante, l'intégration des équations de mouvement de translation entre les instants $t - \tau/2$ et $t + \tau/2$ fournit la vitesse linéaire du centre d'inertie du solide à l'instant $t + \tau/2$:

$$\mathbf{v}^{t+\frac{\tau}{2}} = \mathbf{v}^{t-\frac{\tau}{2}} + \tau \frac{\mathbf{F}^t}{m} \quad (2.4)$$

La position du centre d'inertie au pas de temps suivant, à l'instant $t + \tau$, est alors donnée par :

$$\mathbf{x}^{t+\tau} = \mathbf{x}^t + \tau \mathbf{v}^{t+\frac{\tau}{2}} \quad (2.5)$$

2.3.2.2 Intégration des équations de mouvement de rotation

Nous souhaitons déterminer l'évolution temporelle de la vitesse angulaire et de l'orientation du solide dans l'espace.

Tenseur d'inertie sphérique Dans le cas où le solide possède un tenseur d'inertie sphérique, ce dernier est invariable et nous notons $J = \mathbf{I}_{xx} = \mathbf{I}_{yy} = \mathbf{I}_{zz}$ la valeur des moments principaux d'inertie. L'intégration des équations de mouvement de rotation entre les instants $t - \tau/2$ et $t + \tau/2$ est similaire à celle du mouvement de translation et fournit la vitesse angulaire du solide à l'instant $t + \tau/2$:

$$\boldsymbol{\omega}^{t+\frac{\tau}{2}} = \boldsymbol{\omega}^{t-\frac{\tau}{2}} + \tau \frac{\mathbf{M}^t}{J} \quad (2.6)$$

Nous définissons le quaternion Δq représentant le vecteur rotation $\tau \boldsymbol{\omega}^{t+\frac{\tau}{2}}$ (équation A.11). L'orientation du solide au pas de temps suivant, à l'instant $t + \tau$, est donnée par :

$$q^{t+\tau} = \Delta q q^t \quad (2.7)$$

Tenseur d'inertie quelconque Dans le cas général, le tenseur d'inertie n'est pas sphérique et dépend de l'orientation du solide. Ce dernier évolue donc temporellement dans le référentiel d'inertie et l'intégration de (2.3) ne peut se faire directement comme exposé précédemment. Nous utilisons alors les équations du mouvement d'Euler (2.8), exprimées dans le référentiel lié au solide et dans lequel le tenseur d'inertie est invariable :

$$\mathbf{I}_s \dot{\boldsymbol{\omega}}_s + \boldsymbol{\omega}_s \times (\mathbf{I}_s \boldsymbol{\omega}_s) = \mathbf{M}_s \quad (2.8)$$

Nous intégrons ces équations à l'aide de la méthode explicite présentée par Allen et Tidlesley [Allen and Tidlesley, 1987]. Omeylan [Omeylan, 1999] propose une méthode implicite correspondant mieux au schéma temporel centré. La première itération de cette méthode est satisfaisante pour nos applications et est identique à la méthode proposée par [Omeylan, 1999] et décrite ci-après. Le repère local \mathcal{R}_s coïncide avec les axes principaux d'inertie du solide, si bien que le tenseur d'inertie \mathbf{I}_s exprimé dans le repère lié au solide est diagonal. Le moment cinétique aux instants t et $t + \tau/2$ est calculé dans le repère global :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_0^{t+\frac{\tau}{2}} &= \mathbf{L}_0^{t-\frac{\tau}{2}} + \tau \mathbf{M}_0^t \\ \mathbf{L}_0^t &= \frac{1}{2} \left(\mathbf{L}_0^{t+\frac{\tau}{2}} + \mathbf{L}_0^{t-\frac{\tau}{2}} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Grâce à l'orientation du solide, connue à l'instant t , nous exprimons le moment cinétique, ainsi que la vitesse angulaire dans le repère local à l'instant t :

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_s^t &= C_{\bar{q}^t}(\mathbf{L}_0^t) \\ \boldsymbol{\omega}_s^t &= \mathbf{I}_s^{-1} \mathbf{L}_s^t \end{aligned} \quad (2.10)$$

Connaissant la vitesse angulaire locale, nous pouvons exprimer la dérivée temporelle du quaternion à l'instant t :

$$\dot{q}^t = \frac{1}{2} q^t \boldsymbol{\omega}_s^t \quad (2.11)$$

Le quaternion à l'instant $t + \tau/2$ est alors estimé par :

$$q^{t+\frac{\tau}{2}} = q^t + \frac{\tau}{2}\dot{q}^t \quad (2.12)$$

Maintenant que nous avons déterminé une valeur du quaternion à l'instant $t + \tau/2$, nous exprimons une nouvelle fois le moment cinétique, ainsi que la vitesse angulaire dans le repère local, cette fois à l'instant $t + \tau/2$:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_s^{t+\frac{\tau}{2}} &= C_{\bar{q}^{t+\frac{\tau}{2}}} \left(\mathbf{L}_0^{t+\frac{\tau}{2}} \right) \\ \boldsymbol{\omega}_s^{t+\frac{\tau}{2}} &= \mathbf{I}_s^{-1} \mathbf{L}_s^{t+\frac{\tau}{2}} \end{aligned} \quad (2.13)$$

La valeur de la vitesse angulaire locale permet d'exprimer la dérivée temporelle du quaternion à l'instant $t + \tau/2$:

$$\dot{q}^{t+\frac{\tau}{2}} = \frac{1}{2} q^{t+\frac{\tau}{2}} \boldsymbol{\omega}_s^{t+\frac{\tau}{2}} \quad (2.14)$$

Finalement, nous obtenons la vitesse angulaire, dans le repère global, à l'instant $t + \tau/2$ et le quaternion à l'instant $t + \tau$ à l'aide des relations suivantes :

$$\boldsymbol{\omega}_0^{t+\frac{\tau}{2}} = C_{q^{t+\frac{\tau}{2}}} \left(\boldsymbol{\omega}_s^{t+\frac{\tau}{2}} \right) \quad (2.15)$$

$$q^{t+\tau} = q^t + \tau \dot{q}^{t+\frac{\tau}{2}} \quad (2.16)$$

2.3.3 Interactions entre deux solides

Cas général

Dans le contexte de la DEM, nous nous intéressons à l'interaction de contact entre deux solides (S_1) et (S_2). Les interactions à distance sont décrites dans le même formalisme. Pour chaque solide $i \in \{1,2\}$, la position et la vitesse linéaire du centre d'inertie G_i du solide, ainsi que sa vitesse angulaire sont données par \mathbf{x}_i , \mathbf{v}_i et $\boldsymbol{\omega}_i$. Les deux solides sont considérés en contact au point C et partagent en ce point un plan tangent commun de normale unitaire \mathbf{n} orientée de (S_1) vers (S_2). Le plan de contact, tangent aux deux solides, est généré par 2 vecteurs unitaires \mathbf{t}_1 et \mathbf{t}_2 de sorte que le repère $(C, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{n})$, appelé repère de contact, soit orthonormé et direct (Figure 2.4).

Nous décrivons cette interaction localement à partir de l'interpénétration des deux solides au point de contact. La définition d'une interpénétration au niveau du point de contact revient à définir une certaine *compliance* (souplesse) [Stronge, 2000] dans la zone de contact permettant d'évaluer les efforts de contact à partir des déformations locales. Ces déformations locales sont appréhendées en DEM à l'aide du mouvement relatif des deux solides. Le mouvement relatif entre les 2 solides est décrit par l'indentation normale \mathbf{u}_n et tangente \mathbf{u}_s et les rotations relatives de torsion $\boldsymbol{\Omega}_t$ et de flexion $\boldsymbol{\Omega}_b$ données sous forme de torseur dans le repère de contact par :

$$\left\{ \begin{array}{cc} u_{s1} & \Omega_{b1} \\ u_{s2} & \Omega_{b2} \\ u_n & \Omega_t \end{array} \right\}_{(C, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{n})} \quad (2.17)$$

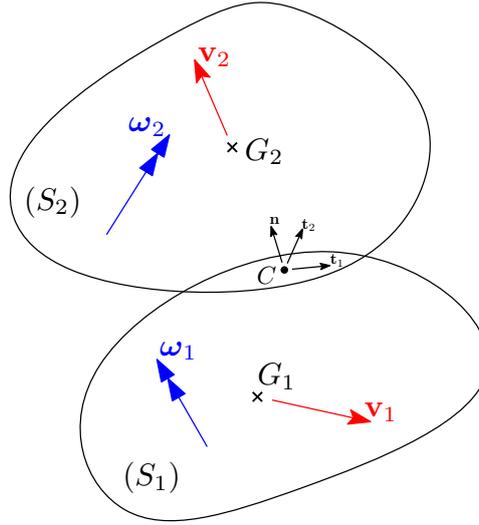


FIGURE 2.4 – Contact entre deux solides quelconques

Ces grandeurs sont entièrement caractérisées par la cinématique relative des deux solides au point de contact. En effet, les vitesses relatives linéaires (2.18) et angulaires (2.19) des solides au point de contact C s'écrivent :

$$\mathbf{v}_{12} = \mathbf{v}_1^C - \mathbf{v}_2^C = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2 + \mathbf{C}\mathbf{G}_1 \times \boldsymbol{\omega}_1 - \mathbf{C}\mathbf{G}_2 \times \boldsymbol{\omega}_2 \quad (2.18)$$

$$\boldsymbol{\omega}_{12} = \boldsymbol{\omega}_1 - \boldsymbol{\omega}_2 \quad (2.19)$$

À partir de ces vitesses relatives, nous pouvons définir la vitesse relative normale $\mathbf{v}_{12}^n = (\mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$ et tangente $\mathbf{v}_{12}^s = \mathbf{v}_{12} - \mathbf{v}_{12}^n$ des solides au point C et de façon similaire, la vitesse angulaire relative de torsion $\boldsymbol{\omega}_{12}^t = (\boldsymbol{\omega}_{12} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}$ et de flexion $\boldsymbol{\omega}_{12}^b = \boldsymbol{\omega}_{12} - \boldsymbol{\omega}_{12}^t$. À tout instant, dans le repère de contact, les vitesses relatives linéaires et angulaires locales donnent l'intensité des variations instantanées des mouvements relatifs précédemment définis :

$$\begin{aligned} \dot{u}_{s_1} &= \mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{t}_1 \\ \dot{u}_{s_2} &= \mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{t}_2 \\ \dot{u}_n &= \mathbf{v}_{12} \cdot \mathbf{n} \\ \dot{\Omega}_{b_1} &= \boldsymbol{\omega}_{12} \cdot \mathbf{t}_1 \\ \dot{\Omega}_{b_2} &= \boldsymbol{\omega}_{12} \cdot \mathbf{t}_2 \\ \dot{\Omega}_t &= \boldsymbol{\omega}_{12} \cdot \mathbf{n} \end{aligned} \quad (2.20)$$

Connaissant les vitesses relatives au point C , il est possible de déterminer l'évolution de l'interpénétration des solides pendant toute la durée du contact. L'évolution du repère de contact, qui définit les directions normales et tangentes, doit également être prise en compte. Celle-ci dépend cependant de la forme et de la cinématique des solides et n'est pas connue dans le cas général. La détermination du plan tangent commun est aisée pour des surfaces sphériques ou planes. Dans les cas plus complexes, des approches simplifiées peuvent être utilisées [Cundall, 1988]. L'orientation du repère de contact au sein du plan peut être obtenue par projection [Luding, 2008] ou rotation [Šmilauer and Chareyre, 2015] du repère entre les instants successifs du schéma de discrétisation temporelle. La projection ne permet pas de tenir compte de la rotation du repère de contact autour de la normale et nous lui préférons la méthode de rotation successive du repère présentée par [Šmilauer and Chareyre, 2015]. Au point de contact, les solides sont donc en mesure

de transmettre des efforts normaux \mathbf{F}_n et de cisaillement \mathbf{F}_s ainsi que des moments de torsion \mathbf{M}_t et de flexion \mathbf{M}_b . Par convention, ces efforts sont appliqués par le solide (S_1) sur le solide (S_2). Nous pouvons exprimer ces efforts sous forme d'un torseur dans le repère de contact :

$$\left\{ \begin{array}{cc} F_{s_1} & M_{b_1} \\ F_{s_2} & M_{b_2} \\ F_n & M_t \end{array} \right\}_{(C, \mathbf{t}_1, \mathbf{t}_2, \mathbf{n})} \quad (2.21)$$

Les relations reliant les interpénétrations au point de contact (2.17) et les efforts de contact (2.21) sont propres à la loi de comportement adoptée. De très nombreuses lois d'interaction ont été développées pour modéliser le contact et au-delà du contact, des interactions cohésives, adhésives ou à distance permettant de modéliser différents milieux ou matériaux comme illustré précédemment en 2.3.1. Ces lois peuvent être non linéaires, viscoélastiques, élastoplastiques... Nous présentons brièvement les lois de contact linéaires, dont fait partie la loi élastique-frictionnelle couramment utilisée en DEM.

Lois de contact linéaires

Les lois de contact linéaires supposent une relation linéaire et non-couplée entre les interpénétrations et les efforts de contact. Nous définissons ainsi la raideur normale k_n , tangente k_s , de torsion k_t et de flexion k_b vérifiant :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_n &= k_n \mathbf{u}_n \\ \mathbf{F}_s &= k_s \mathbf{u}_s \\ \mathbf{M}_t &= k_t \boldsymbol{\Omega}_t \\ \mathbf{M}_b &= k_b \boldsymbol{\Omega}_b \end{aligned} \quad (2.22)$$

et déterminées à partir des propriétés géométriques et matérielles des solides considérés.

Un cas particulier des lois linéaires est la loi de contact élastique-frictionnelle proposée par Cundall [Cundall and Strack, 1979], couramment utilisée pour modéliser des assemblages granulaires secs. La transmission de moments entre les solides n'est pas considérée ($k_t = 0$ et $k_b = 0$). Le critère de rupture de Mohr-Coulomb est introduit, limitant ainsi l'intensité de l'effort tangent à : $\|\mathbf{F}_s\| \leq F_n \tan \phi + c$, avec ϕ l'angle de frottement et c la force de cohésion.

2.3.4 Bibliothèque d'éléments utilisés

Nous détaillons les modèles DEM développés et utilisés pour la modélisation des écrans de filets. Nous présentons les particules discrètes ainsi que leurs assemblages et leurs interactions permettant de modéliser les constituants principaux de la structure ainsi que les projectiles.

2.3.4.1 Sphère

Il s'agit de la particule DEM élémentaire. La sphère pleine de rayon R et de masse volumique homogène ρ possède une masse $m_{sphere} = \rho 4/3 \pi R^3$ et un tenseur d'inertie sphérique dont les composantes ont pour valeur $J_{sphere} = \mathbf{I}_{xx} = \mathbf{I}_{yy} = \mathbf{I}_{zz} = 2/5 m_{sphere} R^2$.

Contact entre deux sphères Deux sphères de centres G_1 et G_2 et de rayons respectifs R_1 et R_2 sont en contact dès lors que l'indentation normale est positive : $u_n = R_1 + R_2 - \|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\| > 0$ (Figure 2.5). La normale \mathbf{n} commune aux deux sphères en contact est portée par la droite passant par le centre des deux sphères :

$$\mathbf{n} = \frac{\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1}{\|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\|} \quad (2.23)$$

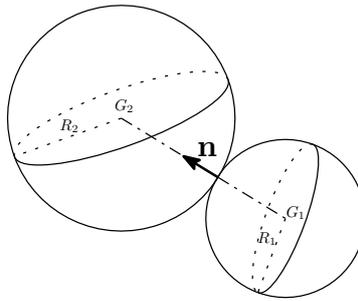


FIGURE 2.5 – Contact entre deux particules sphériques

Cas limite du point matériel Si la cinématique de rotation est négligée et si la sphère est de dimension négligeable, les 3 degrés de liberté de rotation sont libérés et nous obtenons un point matériel. Dans le cas où la cinématique de rotation peut être négligée, l'adoption de cet élément permet de réduire considérablement le coût de calcul en réduisant le nombre de degrés de liberté et d'interactions possibles. Un point matériel peut entrer en contact avec une sphère mais deux points matériels ponctuels ne peuvent entrer en contact l'un avec l'autre.

2.3.4.2 Cylindre déformable

André *et al* [André et al., 2012] ont développé un élément DEM de poutre cohésive. Il ne s'agit pas d'un solide rigide mais d'un élément déformable constitué de deux particules sphériques de rayon R dont le mouvement relatif est contraint par une interaction à distance. Cette interaction reproduit le comportement d'un élément fini de poutre d'Euler-Bernoulli linéaire à 2 nœuds [Zienkiewicz and Taylor, 2013]. Bourrier *et al* [Bourrier et al., 2013] proposent un modèle DEM de cylindre aux extrémités sphériques qui reprend les principes de l'élément poutre introduit dans [André et al., 2012] et dont la formulation est basée sur la loi de contact linéaire présentée précédemment. La formulation de cet élément cylindre est rappelée ici.

Le cylindre possède une section de surface $A = \pi R^2$, de moment quadratique $I_b = \pi R^4/4$ égal dans les 2 directions transversales et de moment quadratique polaire $I_t = \pi R^4/2$. La longueur neutre est notée L_0 et le matériau constitutif de densité ρ possède un module d'élasticité E et un module de cisaillement (second coefficient de Lamé) G . Dans la configuration neutre, non-déformée, les deux sphères sont séparées d'une distance $\|\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_1\| = L_0$, égale à la longueur neutre et possèdent la même orientation (Figure 2.6a). La longueur neutre représente la quantité de matière de l'élément. La répartition de la masse de façon égale sur les deux sphères donne pour chaque sphère une masse

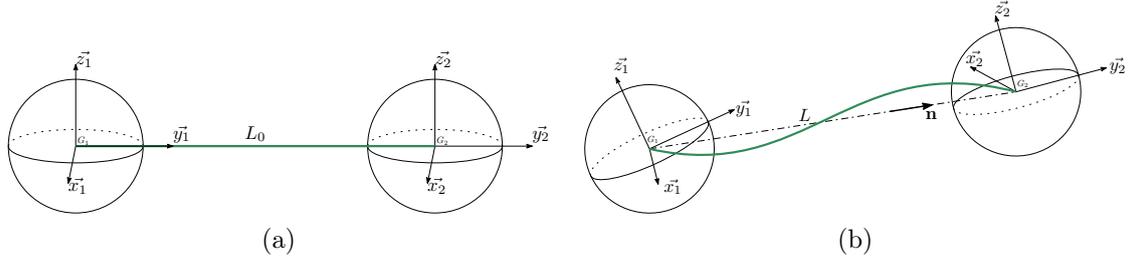


FIGURE 2.6 – Modèle DEM de l'élément cylindre (d'après [André et al., 2012]) : (a) configuration neutre ; (b) configuration déformée

$m_{sphere} = 1/2\rho AL_0$. Dans la configuration déformée, les sphères ont subi un mouvement relatif de translation et de rotation (Figure 2.6b) permettant de définir les déplacements et rotations relatifs (2.17). En supposant une loi de contact linéaire entre deux sphères de rayon $R = L_0/2$ et en identifiant les équations (2.22) à la matrice de rigidité d'un élément fini de poutre d'Euler-Bernoulli linéaire à 2 nœuds, Bourrier *et al* obtiennent les raideurs suivantes :

$$\begin{aligned} k_n &= \frac{EA}{L_0} \\ k_s &= \frac{12EI_b}{L_0^3} \\ k_t &= \frac{GI_t}{L_0} \\ k_b &= \frac{EI_b}{L_0} \end{aligned} \quad (2.24)$$

La loi d'interaction ainsi définie diffère d'une loi de contact dans la mesure où les sphères sont en interaction à distance et que cette interaction est permanente. Dans le cas d'un contact unilatéral, il y a interaction uniquement lorsque l'indentation normale $u_n > 0$ est positive. Le modèle de cylindre proposé par Bourrier *et al* permet également une prise en compte de limites plastiques pour les efforts internes : effort normal et tranchant, moment de torsion et fléchissant. Ces limites sont cependant établies de façon non-couplées et ne tiennent donc pas compte des interactions entre ces efforts, en particulier entre l'effort normal et le moment fléchissant. La prise en compte de ces couplages dans le comportement élastoplastique nécessiterait une intégration des contraintes dans la section et donc la définition de variables supplémentaires.

Contact entre deux cylindres Le contact entre deux cylindres est détaillé par Effeindzourou *et al* [Effeindzourou et al., 2016] et brièvement rappelé ici. Considérons 2 éléments cylindres, l'un formé par deux sphères (S_1) et (S'_1) de rayon R_1 et de centres respectifs G_1 et G'_1 et l'autre par deux sphères (S_2) et (S'_2) de rayon R_2 et de centres respectifs G_2 et G'_2 (Figure 2.7). Pour chacun des cylindres $i \in \{1,2\}$, l'enveloppe cylindrique susceptible d'entrer en contact avec d'autres éléments est obtenue en effectuant la somme de Minkowski du segment $[G_iG'_i]$ et d'une sphère de rayon R_i [Pournin et al., 2005]. Nous définissons deux points M_1 et M_2 , de coordonnées \mathbf{x}_{M_1} et \mathbf{x}_{M_2} , appartenant respectivement aux segments $[G_1G'_1]$ et $[G_2G'_2]$ et tels que la distance $\|\mathbf{x}_{M_2} - \mathbf{x}_{M_1}\|$ soit la distance minimale entre les deux segments [Vega and Lago, 1994].

De façon analogue au contact entre deux sphères, deux cylindres sont en contact dès lors que l'indentation normale est positive : $u_n = R_1 + R_2 - \|\mathbf{x}_{M_2} - \mathbf{x}_{M_1}\| > 0$ et la normale au contact est donnée par $\mathbf{n} = (\mathbf{x}_{M_2} - \mathbf{x}_{M_1}) / \|\mathbf{x}_{M_2} - \mathbf{x}_{M_1}\|$. La description du contact entre deux cylindres peut alors être ramenée à celle du contact entre deux sphères :

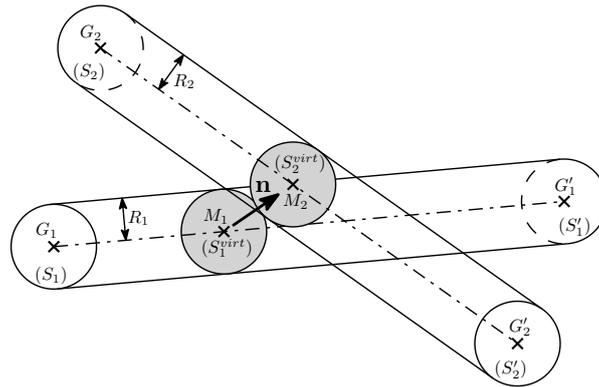


FIGURE 2.7 – Contact entre deux cylindres et définition des sphères virtuelles (d’après [Effeindzourou et al., 2016])

- si le contact a lieu au niveau des extrémités du cylindre ($M_i = G_i$ ou $M_i = G'_i$), un contact sphère-sphère entre les sphères situées aux extrémités du cylindre est utilisé ;
- si le contact a lieu dans la partie courante du cylindre, située entre ses extrémités, un contact sphère-sphère est également utilisé avec des sphères virtuelles notées S_i^{virt} et centrées aux points M_i (Figure 2.7). La cinématique de la sphère virtuelle est obtenue par interpolation linéaire de la cinématique des particules sphériques situées aux extrémités du cylindre.

Cas limite de la barre Si l’on remplace les sphères par des points matériels, nous obtenons alors à la place du cylindre un élément de barre, siège d’efforts axiaux de traction/compression uniquement. Il existe de nombreux cas où nous ne nous intéressons qu’aux efforts axiaux et où la prise en compte du contact sur la partie courante du cylindre n’est pas impérative. L’adoption de l’élément de barre nous permet alors de réduire fortement le coût de calcul. Une barre peut entrer en contact avec une sphère et un cylindre mais deux barres ou une barre et un point matériel ne peuvent entrer en contact l’un avec l’autre. De plus, il est possible de définir de façon simple une mesure de déformation unidimensionnelle ε pour la barre à partir de sa longueur neutre L_0 et de sa longueur courante L . Pour toute loi de comportement unidimensionnelle, il est alors possible d’exprimer la contrainte $\sigma(\varepsilon)$ ainsi que l’effort $F = \sigma A$. Nous pouvons ainsi définir rigoureusement un élément linéaire unidimensionnel de loi de comportement quelconque.

2.3.4.3 Poutre rigide

L’élément de poutre rigide est un cas particulier d’un élément solide quelconque. Contrairement à l’élément cylindre, il s’agit d’un corps indéformable et d’une particule discrète propre. Il s’agit d’un solide élancé, engendré par des sections droites constantes le long d’un segment $[AB]$ de longueur L (Figure 2.8). Il est possible de définir des points particuliers sur la poutre, le long de sa fibre moyenne mais également des points possédant une certaine excentricité par rapport à la fibre moyenne. Ces points peuvent servir de point d’attache à d’autres éléments discrets ou permettre la définition de conditions aux limites.

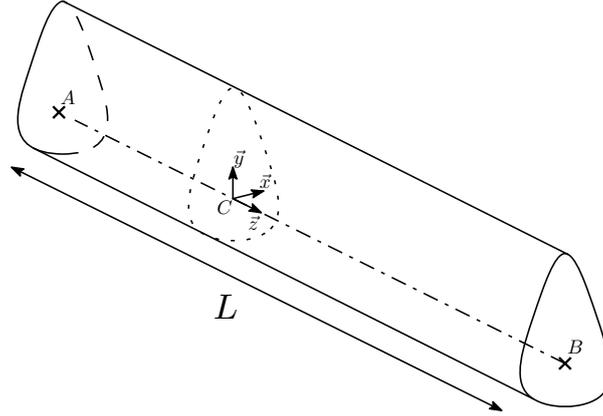


FIGURE 2.8 – Modèle DEM de poutre rigide

La poutre droite de longueur L , de section constante de surface A et de masse volumique supposée homogène ρ possède une masse $m_{poutre} = \rho LA$. Le tenseur d'inertie de la poutre est dans le cas général non-sphérique. Soit C un point de la fibre moyenne de la poutre et $(C, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ un repère orthonormé direct fixe dans le référentiel lié à la poutre. Ce repère est choisi de sorte que les axes principaux de la section, au sens du moment quadratique, soient portés par les vecteurs \vec{x} et \vec{y} et que la fibre moyenne de la poutre soit portée par le vecteur \vec{z} (Figure 2.8). Les moments quadratiques principaux de la section par rapport aux axes $C\vec{x}$ et $C\vec{y}$ sont notés I_x, I_y et le moment quadratique polaire est noté I_z . Le repère ainsi défini est également un repère principal d'inertie pour le solide et ses moments principaux d'inertie s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{I}_{xx} = \rho I_x L + \frac{\rho A}{3} (z_B^3 - z_A^3) \\ \mathbf{I}_{yy} = \rho I_y L + \frac{\rho A}{3} (z_B^3 - z_A^3) \\ \mathbf{I}_{zz} = \rho I_z L \end{cases} \quad (2.25)$$

où z_A et z_B représentent respectivement la coordonnée suivant l'axe $C\vec{z}$ des points A et B situés aux extrémités de la poutre.

Contact avec une poutre rigide La forme de la poutre ne permet pas dans le cas général de définir simplement les interactions de contact entre celle-ci et d'autres éléments, sphères et cylindres notamment. Nous pouvons cependant définir une enveloppe de contact, par exemple un cylindre, dans laquelle se trouve la poutre et considérer, du point de vue du contact uniquement, cette enveloppe comme la frontière extérieure de la poutre.

2.3.4.4 Polytope convexe

L'élément polytope convexe est un cas particulier d'un élément solide quelconque. Il s'agit d'un polyèdre : un solide possédant des faces planes polygonales se rencontrant selon des segments de droite, qui est de plus convexe et borné (un cube ou une pyramide par exemple). Dans l'espace physique, nous pouvons définir tout polyèdre convexe P comme l'ensemble de la forme :

$$P = \{x \in \mathbb{R}^3; Ax \leq b\} \quad (2.26)$$

où $A : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^m$ est une application linéaire, $b \in \mathbb{R}^m$ ($m \in \mathbb{N}$) et l'inégalité $Ax \leq B$ se lit ligne par ligne [Gilbert, 2007]. Il s'agit donc, géométriquement, de l'intersection de m demi-espaces de \mathbb{R}^3 .

Les équations des m plans délimitant ces demi-espaces sont données par chacune des égalités du système $Ax = b$. Il est donc possible, dans le repère local lié au polytope, de définir entièrement celui-ci à partir de ses m faces. Celles-ci peuvent être caractérisées uniquement à l'aide de leur normale sortante \mathbf{n}_i et de la distance d_i entre la face et le centre d'inertie G du polytope. En opérant le changement de variable $x' = x - \mathbf{x}$, nous obtenons : $Ax' = b'$ avec $b' = b - A\mathbf{x} \geq 0$ puisque $\mathbf{x} = \overrightarrow{OG} \in P$. La normale unitaire sortante \mathbf{n}_i d'une face $i \in \llbracket 1; m \rrbracket$ est donnée par :

$$\mathbf{n}_i = \frac{A_i}{\|A_i\|} \quad (2.27)$$

et la distance de la face au centre d'inertie du polyèdre d_i est donnée par :

$$d_i = \frac{b'_i}{\|A_i\|} \quad (2.28)$$

Nous pouvons ainsi définir et repérer tout polytope convexe, comme par exemple les solides de Platon, d'Archimède, de Catalan, les prismes et anti-prismes ainsi que les solides de Johnson [Johnson, 1966].

Contact entre deux polytopes convexes Un polytope possède des faces, des arêtes et des sommets, susceptibles de rentrer en contact les uns avec les autres. Si l'on exclut le cas rare d'un contact face-face, 4 types de contact sont possibles : sommet-sommet, arête-sommet, arête-arête et face-sommet. Le nombre de contacts évolue de façon quadratique en terme de nombre de sommets et la détection des contacts est très coûteuse. Les contacts peuvent également évoluer de façon irrégulière et être difficiles à définir [Cundall, 1988]. Afin de se ramener à des interactions régulières et connues, il est possible de définir le sphéropolytope équivalent [Pournin and Liebling, 2005] obtenu, comme pour les cylindres, par des opérations issues de la morphologie mathématique [Dougherty, 1992] : érosion par une sphère et somme de Minkowski du polytope et de cette même sphère [Galindo-Torres, 2010]. Le contact sommet-sommet est alors équivalent au contact sphère-sphère et les contacts arête-sommet et arête-arête sont équivalents aux contacts entre cylindres présentés précédemment. Nous présentons donc uniquement ici le contact face-sommet, entre une sphère et un plan.

Une sphère de centre G_s et de rayon R est en contact avec un plan dès lors que la distance du centre de la sphère au plan est inférieure au rayon de la sphère ; l'interpénétration normale est alors positive (Figure 2.9). Si le plan forme la face i du polyèdre convexe de centre d'inertie G , alors l'interpénétration normale s'exprime par : $u_n = R + d_i - (\mathbf{x}_S - \mathbf{x}) \cdot \mathbf{n}_i$. La normale au contact est alors donnée par la normale à la face \mathbf{n}_i .

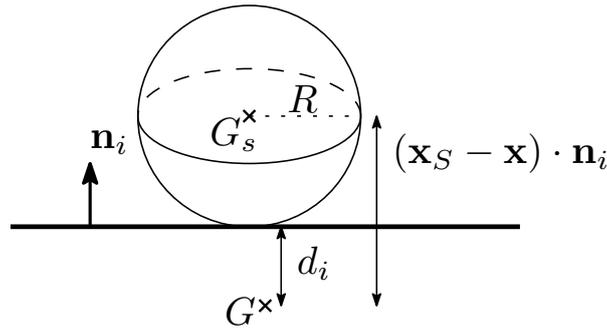


FIGURE 2.9 – Contact entre une sphère et une face du polytope convexe

2.4 Modèles mécaniques des constituants et des projectiles

Après avoir présenté de façon générale la Méthode des Éléments Discrets et la bibliothèque d'éléments utilisés, nous déclinons dans cette section les modèles mécaniques des constituants des écrans de filets et leur assemblage, ainsi que les modèles des projectiles. Nous rappelons les hypothèses soutenant les choix de modélisation retenus et détaillons la formulation de chacun des constituants étudiés à partir des éléments introduits dans la section précédente 2.3.4.

2.4.1 Ancrages

Hypothèses et modélisation

Les ancrages constituent l'organe de fondation des ouvrages. Il peut s'agir de barres d'acier rigides ou d'ancrages-câbles flexibles scellés dans le terrain à l'aide d'un coulis de ciment. Le comportement mécanique des ancrages sous sollicitations dynamiques est complexe et nécessite de tenir compte d'interactions locales entre la barre et le coulis de scellement et entre le coulis et le terrain, ainsi que de l'endommagement des matériaux constitutifs de la barre, du coulis et du terrain [Ho, 2016]. Face à la complexité de la modélisation du comportement d'un ancrage sous sollicitations dynamiques et la faible influence à l'échelle de l'ouvrage du déplacement des ancrages, nous choisissons de représenter ceux-ci par des points fixes de l'espace.

Paramètres et calcul

L'ancrage est entièrement défini par sa position dans l'espace. Un ancrage est modélisé par un point matériel ou par une sphère à laquelle est associée une condition aux limites de Dirichlet de déplacement nul. Une condition aux limites de rotation nulle peut éventuellement être ajoutée à la sphère si l'élément rattaché à l'ancrage l'est par le biais d'une liaison encastrement. Au cours d'un impact sur un écran pare-blocs, nous retenons deux scénarios principaux quant au comportement des ancrages :

- la sollicitation dynamique entraîne des désordres et des dommages mineurs au niveau des ancrages. Ceux-ci subissent des déformations localisées entraînant des dé-

placements de l'ancrage de faible amplitude et ayant une influence très limitée sur la réponse de l'ouvrage ;

- la sollicitation dynamique entraîne des désordres et des dommages majeurs, voire une rupture, au niveau des ancrages. Ceux-ci n'assurent plus leur rôle d'organe de fondation de la structure et celle-ci subit à son tour des désordres majeurs pouvant conduire à la ruine.

Il est ainsi possible de tenir compte de la rupture d'un ancrage, et de ce comportement rigide-fragile, en levant ces conditions aux limites lorsqu'un critère de rupture donné est dépassé.

2.4.2 Poteaux

Hypothèses et modélisation

Les poteaux sont les seuls constituants de la structure capables de reprendre des efforts de compression. Ils permettent à l'ouvrage d'être maintenu en place. La majorité des technologies d'écrans de filets utilisent des poteaux articulés en pied. Les poteaux sont alors reliés par une liaison pivot à une platine ancrée au terrain. Il existe des technologies d'écrans où les poteaux sont encastrés de façon rigide en pied, ainsi que des montages où le pied de poteau n'est pas relié directement au terrain mais est maintenu en place à l'aide d'un système de câbles triangulés. Les poteaux peuvent donc être amenés à subir de grands déplacements et de grandes rotations, sans nécessairement subir de grandes déformations. Expérimentalement, et en dehors du cas d'un impact direct d'un projectile sur un poteau, nous observons de faibles déformations, presque exclusivement élastiques, et peu de désordres sur ces constituants. L'état de sollicitation des poteaux n'est pas une donnée cruciale dans l'étude de la réponse globale des ouvrages, en particulier dans le cas des sollicitations réglementaires. Seule la résistance ultime au flambement du poteau, sollicité en flexion composée, peut être étudiée.

La complexité d'une formulation DEM d'une théorie des poutres en grandes rotations, associée au faible besoin des informations que celle-ci pourrait apporter nous incite à ne pas explorer cette voie dans un premier temps. Les déformations élastiques des poteaux restant faibles, la définition d'un modèle déformable ne revêt que peu d'intérêt. L'emploi du modèle de cylindre déformable pourrait être intéressant lorsque le poteau subit un impact direct et des déformations plastiques importantes. Or nous avons vu dans ce cas précis que la formulation est incomplète car elle ne tient pas compte de l'interaction entre le moment fléchissant et l'effort normal. Dans le cas des poteaux, la prise en compte de cette interaction est déterminante. Nous préférons donc définir les poteaux comme des solides indéformables modélisés à l'aide d'un modèle de poutre rigide.

Nous distinguons deux points particuliers situés respectivement en pied (point A) et en tête (point B) de poteau, au niveau de la fibre moyenne, et permettant sa liaison avec d'autres éléments de la structure. Il est possible de définir, en plus du pied et de la tête de poteau, d'autres points particuliers, permettant l'attache ou le passage d'autres éléments dans la partie courante du poteau comme des câbles raidisseurs. Il est possible de définir ces points avec une certaine excentricité par rapport à la fibre moyenne, afin de reproduire de façon précise des détails technologiques d'assemblage.

Paramètres et calcul

L'étude mécanique des poteaux consiste à déterminer le mouvement de corps rigide résultant des efforts extérieurs qui leur sont appliqués et de leurs conditions de liaison en pied. L'analyse du mouvement diffère en fonction de la condition de liaison en pied, nous distinguons donc 3 cas :

Poteau encastré en pied Il s'agit du cas le plus simple, les 6 degrés de liberté du poteau sont bloqués par l'encastrement en pied et tous les points du poteau demeurent fixes dans le temps.

Poteau articulé en pied L'articulation en pied permet de bloquer les 3 degrés de liberté de translation du solide. Seuls les 3 degrés de liberté de rotation du solide restent libres et le poteau se comporte comme un pendule pesant sphérique en mouvement autour de son pied. Les équations de mouvement d'un corps en rotation autour d'un point fixe, ici le point A en pied de poteau, sont utilisées pour déterminer le mouvement du poteau dans le temps. Nous avons alors $C = G$, $z_A = 0$ et $z_B = L$. D'après (2.25), pour un poteau de densité ρ et de masse $m_{\text{poteau}} = \rho AL$, l'expression du tenseur d'inertie dans le repère principal en pied de poteau devient :

$$\mathbf{I}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{bmatrix} \rho I_x L + \frac{m_{\text{poteau}} L^2}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \rho I_y L + \frac{m_{\text{poteau}} L^2}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \rho I_z L \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

Poteau libre en pied Il s'agit du cas le plus général d'un point de vue mécanique, le solide dispose des 6 degrés de liberté et subit un mouvement composé de translation et de rotation. L'ensemble des équations de mouvement de la mécanique du solide est utilisé pour déterminer le mouvement du poteau dans le temps. Les équations de mouvement de rotation sont exprimées au centre de gravité G du poteau, situé au milieu du segment $[AB]$. Nous avons alors $C = G$, $z_A = -L/2$ et $z_B = L/2$, l'expression du tenseur d'inertie dans le repère principal au centre de gravité du poteau devient :

$$\mathbf{I}_{(G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} = \begin{bmatrix} \rho I_x L + \frac{m_{\text{poteau}} L^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & \rho I_y L + \frac{m_{\text{poteau}} L^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \rho I_z L \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

À l'instant courant t , les efforts et les moments appliqués au poteau sont déterminés. Ces sollicitations peuvent provenir du poids propre du poteau, des efforts de traction appliqués par les câbles et la nappe de filets ou de l'impact direct d'un projectile sur le poteau. Étant donné que les sollicitations nécessaires à la détermination de la cinématique des poteaux proviennent des efforts développés par les autres constituants, il est impératif que le calcul des poteaux soit effectué en dernier.

2.4.3 Dissipateurs d'énergie

Hypothèses et modélisation

Les dissipateurs d'énergie sont des constituants complexes, tant du point de vue de leur conception que de leur comportement. Ils utilisent des mécanismes irréversibles : frottement, plasticité et rupture, dans le but de dissiper l'énergie d'impact du bloc. La diversité de ces mécanismes et des technologies développées [Volkwein et al., 2011, Castanon-Jano et al., 2017] font des dissipateurs d'énergie des constituants difficiles à modéliser précisément. Ils possèdent néanmoins des similarités importantes qui permettent le développement de modèles simplifiés et tout à fait pertinents à l'échelle de la structure.

Les dissipateurs d'énergie sont des éléments élancés, sollicités en traction entre deux extrémités. De ce fait, la réponse globale en traction des dissipateurs, résultante des phénomènes locaux complexes, peut être correctement appréhendée par des lois de comportement unidimensionnelles usuelles ; le caractère unidimensionnel des dissipateurs est valide à l'échelle de la structure. Par conséquent, nous décidons de modéliser les dissipateurs d'énergie à l'aide d'un élément de barre muni d'une loi de comportement irréversible. La réponse force-déplacement globale des différents dissipateurs d'énergie est semblable. Dans un premier temps, le dissipateur présente une raideur importante, le système est réversible et se met en charge jusqu'à un certain niveau d'effort appelé seuil de déclenchement. Une fois le seuil de déclenchement atteint, les mécanismes irréversibles sont enclenchés et la raideur chute, la poursuite du chargement entretient les mécanismes irréversibles et la raideur reste faible. En fonction des technologies, il est possible d'observer un comportement écrouissant, parfaitement plastique ou adoucissant [Castanon-Jano et al., 2017]. Ces observations nous incitent à choisir une loi de comportement élastoplastique à écrouissage cinématique linéaire (Prager) pour les dissipateurs d'énergie. Cette loi permet de contrôler facilement le seuil de déclenchement du dissipateur et son comportement après déclenchement. L'utilisation d'un seul élément permet également de prendre en compte les comportements adoucissants. La présence d'une unique barre ne provoque aucune dépendance au maillage ni problème de localisation de la déformation plastique.

Paramètres et calcul

Les dissipateurs d'énergie sont caractérisés par 6 paramètres. 3 paramètres sont liés aux caractéristiques géométriques, matérielles et technologiques : la masse $m_{dissipateur}$, la longueur initiale L_0 et la course L_{max} du dissipateur. La masse totale est répartie de façon égale sur les deux points matériels de la barre, la longueur initiale du dissipateur avant sollicitation donne la longueur neutre de la barre et la course la longueur maximale que peut atteindre la barre avant d'être considérée comme rompue. Il n'y a pas nécessairement rupture au sens mécanique lorsque le dissipateur arrive en bout de course et certaines technologies présentent une butée pouvant générer des efforts importants. Cette butée peut être aisément prise en compte par l'ajout d'un élément de longueur L_{max} en parallèle avec le dissipateur [Castanon-Jano et al., 2017]. 3 paramètres sont liés à la loi de comportement de Prager : la limite d'élasticité σ_y , le module élastique E et le module plastique H (Figure 2.10).

Le calcul des dissipateurs d'énergie est simple. Tout d'abord, la déformation de l'élé-

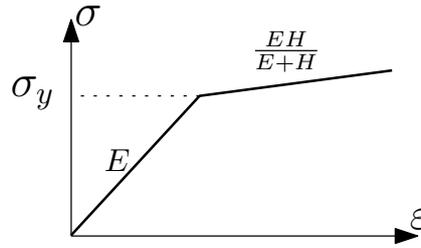


FIGURE 2.10 – Loi de comportement élastoplastique de Prager retenue pour les dissipateurs d'énergie

ment est calculée à partir de la longueur L de la barre en utilisant la mesure de déformation de Cauchy : $\varepsilon = (L - L_0)/L_0$. Le calcul de la contrainte σ au sein de la barre est ensuite effectué à l'aide de l'algorithme de retour radial [Simo and Hughes, 1998].

Nous préférons raisonner en efforts et en déplacement car les dissipateurs sont caractérisés ainsi. L'effort axial est alors donné par $F = \sigma A$. Dans la pratique nous connaissons le seuil de déclenchement F_y et les raideurs K_1 et K_2 , dont nous déduisons la limite d'élasticité (2.31), le module élastique (2.32) et le module plastique (2.33) de la loi de comportement à l'aide d'une section de surface A choisie arbitrairement :

$$\sigma_y = \frac{F_y}{A} \quad (2.31)$$

$$E = \frac{K_1 L_0}{A} \quad (2.32)$$

$$H = \frac{K_1 K_2}{K_1 - K_2} \frac{L_0}{A} \quad (2.33)$$

2.4.4 Nappes de filets

Hypothèses et modélisation

Les nappes de filets sont des milieux périodiques discrets formés par un motif élémentaire répété dans deux directions principales du plan. Ces nappes sont flexibles et n'opposent quasiment aucune résistance à la flexion. Plusieurs travaux considèrent la nappe comme un milieu homogène, décrit à l'aide d'une membrane équivalente [Ghousoub, 2014, Dhakal et al., 2011, Dhakal et al., 2012]. Cette approche est cependant difficile à mettre en œuvre dans le cas général, il est en particulier ardu de prendre en compte le glissement relatif entre la nappe de filets et les câbles de rive dans une analyse dynamique (phénomène appelé effet rideau). De plus, étant donné les dimensions du motif par rapport à celles de la nappe, l'hypothèse de milieu homogène équivalent n'est pas toujours valide [Boulaud, 2016] et la modélisation du milieu périodique discret semble s'imposer. Dans la continuité de la grande majorité des travaux antérieurs [Nicot et al., 2001a, Bertrand et al., 2010, Volkwein, 2005, Grassl, 2002, Gentilini et al., 2012] et afin de pouvoir les intégrer à la plateforme de calcul, nous modélisons les nappes de filets en discrétisant la géométrie du motif élémentaire en un nombre limité de points d'intérêt. Ces motifs élémentaires sont ensuite assemblés à l'aide d'un modèle d'assemblage. Les

points d'intérêt peuvent être, par exemple, les points de contact entre les anneaux [Volkwein, 2005] ou les attaches entre les câbles [Bertrand et al., 2010, Cazzani et al., 2002]. Les motifs élémentaires sont définis par des nœuds et des liaisons, représentés à l'aide de points matériels en interaction.

Les choix de modélisation sont nombreux et les différents travaux proposent une discrétisation et des interactions différentes. Différents modèles peuvent notamment être utilisés pour modéliser une même nappe, le cas des nappes de filets à anneaux en est une bonne illustration [Nicot et al., 2001a, Volkwein, 2005, Grassl, 2002].

Paramètres et calcul

Nous avons vu au paragraphe précédent qu'il existe une grande diversité dans la modélisation des nappes de filets. Un modèle DEM du motif élémentaire définit le comportement local du filet. Une loi d'assemblage est ensuite définie pour décrire les interactions entre les motifs et permettre d'obtenir un comportement de nappe. À titre d'exemple, le modèle de nappe de filets à anneaux développé par Nicot *et al* [Nicot et al., 2001a] utilise un unique nœud comme motif élémentaire. L'assemblage est réalisé à l'aide d'interactions à distance entre les points correspondant aux anneaux en contact dans la nappe. Dans le cadre de ce travail de thèse, nous avons développé un modèle de nappe de filets à anneaux entrelacés à 4 contacts. Ce modèle est présenté en détails au chapitre 3.

2.4.5 Câbles

Hypothèses et modélisation

Les câbles permettent de maintenir la structure en place et de lier les différents constituants entre eux. Il s'agit d'éléments mécaniques utilisés dans de nombreuses structures et faisant l'objet d'études approfondies [Irvine, 1981]. Le succès des modélisations de câbles à l'aide d'une succession d'éléments linéaires à 2 nœuds, discrets ou continus, pour des problèmes quasi-statiques [Dreyer and Van Vuuren, 1999] et dynamiques [Albaba et al., 2017, Escallón et al., 2014, Escallón et al., 2014] nous incite à suivre cette voie. Les câbles sont généralement composés de torons : un assemblage de fils torsadés de faible section qui leur confère une faible rigidité de flexion. Nous négligeons entièrement la rigidité de flexion et de torsion et choisissons de modéliser le câble comme une suite de barres articulées entre elles. La loi de comportement unidimensionnelle du câble peut être quelconque.

Paramètres et calcul

Les câbles sont caractérisés par 3 paramètres liés aux caractéristiques géométriques et matérielles : la masse linéique η , le diamètre ϕ et la densité de discrétisation d du câble. Le câble est discrétisé en une succession de N segments ordonnés, délimités par $N + 1$ nœuds représentés par des points matériels (Figure 2.11). Pour une densité de discrétisation de d nœuds par unité de longueur, les segments possèdent une longueur neutre $L_0 = 1/d$.

Pour chaque segment de longueur neutre L_0 , la masse totale du segment ηL_0 est répartie de façon égale sur les deux points matériels situés aux extrémités du segment.

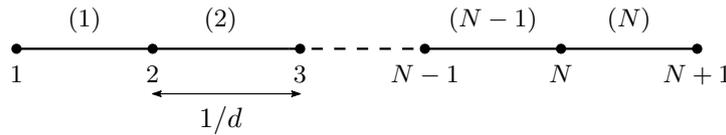


FIGURE 2.11 – Discrétisation du câble en segments avec une densité de d nœuds par unité de longueur

Le diamètre ϕ du câble permet de calculer la surface $A = \pi\phi^2/4$ qui intervient dans le calcul des efforts axiaux. L'utilisation de torons entraîne la présence de vides dans la section et l'emploi du diamètre extérieur du câble n'est pas réaliste [Feyrer, 2015]. De plus, les différentes technologies et méthodes de fabrication fournissent des sections dont la fraction de vide est différente [Union, 2016]. Un moyen simple et robuste d'estimer la section est de se baser sur la masse linéique du câble et la masse volumique ρ du matériau constitutif. En effet, pour une section A , la masse linéique vaut $\eta = \rho A$. Dans le cas d'un câble en acier, le diamètre de calcul du câble est donné par :

$$\phi = \sqrt{\frac{4\eta}{\pi\rho_{acier}}} \quad (2.34)$$

Les efforts axiaux dans le câble sont alors calculés avec $A = \eta/\rho_{acier}$. Ce modèle permet de modéliser les haubans ou les câbles solidaires à d'autres éléments de structures. Pour aller plus loin et modéliser le phénomène d'effet rideau (glissement de la nappe de filets le long des câbles), un modèle de câble glissant est développé spécifiquement. Ce modèle est présenté au chapitre 4.

2.4.6 Assemblage des modèles des constituants

Hypothèses et modélisation

Les écrans de filets sont représentés par un assemblage de leurs constituants, modélisés à l'aide de solides en interaction. L'assemblage des constituants peut être réalisé en définissant :

- des interactions entre les solides des constituants. Cela permet de représenter des assemblages mobiles, comme par exemple entre les motifs du filet (Figure 2.12a) ;
- des solides communs partagés par les constituants. Cela permet de représenter des assemblages solidaires comme le haubanage des poteaux (Figure 2.12b).

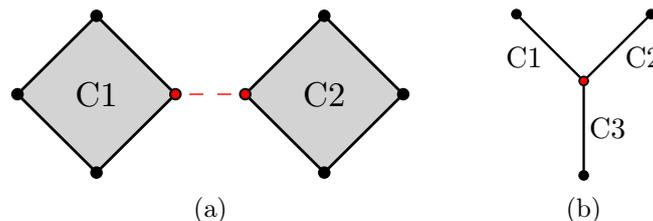


FIGURE 2.12 – Méthodes d'assemblage des constituants : (a) assemblage par interaction entre solides ; (b) assemblage solidaire par partage de solides

Paramètres et calcul

Pour chaque type d'assemblage, les efforts internes développés par les constituants ainsi que les interactions d'assemblage sont calculés et appliqués à l'ensemble des solides afin de déterminer leur mouvement. La définition d'assemblages ne modifie pas la procédure de calcul.

Dans le cas d'un assemblage par interaction, des calculs supplémentaires de l'effort généré par la nouvelle interaction sont effectués.

Dans le cas d'un assemblage par partage de solides, aucun calcul supplémentaire n'est nécessaire, seules les propriétés inertielles (masse et moments d'inertie) du solide partagé sont modifiées en superposant ses propriétés issues de chaque constituant.

2.4.7 Projectiles

Hypothèses et modélisation

Les blocs rocheux impactant les écrans de filets sont très rigides par rapport à la structure d'interception. Leur déformation demeure faible et a donc peu d'influence sur les phénomènes de contact entre le bloc et le filet. Les projectiles sont donc considérés comme des solides indéformables.

Paramètres et calcul

Nous utilisons des sphères et des polytopes convexes afin de modéliser les blocs rocheux. Les polytopes peuvent représenter :

- des blocs dont la géométrie se rapproche de celle de blocs rocheux réels ;
- des projectiles réglementaires, comme l'impacteur défini dans l'ETAG 27 [EOTA, 2013] ou dans la réglementation suisse SAEFL [SAEFL, 2001].

Il est possible d'impacter un écran de filets à l'aide de plusieurs projectiles de formes différentes simultanément. Les projectiles sont susceptibles d'entrer en contact avec toutes les particules discrètes formant l'ouvrage. La loi élastique-frictionnelle proposée par Cundall [Cundall and Strack, 1979] et rappelée en 2.3.3 est utilisée pour décrire ces contacts.

Les propriétés géométriques et matérielles d'un polytope dépendent de sa forme. Nous avons établi et implémenté ces propriétés pour un ensemble de polytopes convexes (parallélépipède rectangle, tétraèdre tronqué, prisme triangulaire, projectile ETAG 27 et SAEFL). Nous utilisons dans ce mémoire uniquement le projectile défini par l'ETAG 27 à des fins de validation du modèle numérique à partir d'essais expérimentaux réalisés avec ce projectile et présentés au chapitre 5. Les caractéristiques du bloc défini par l'ETAG 27 sont détaillées en annexe A.2.

2.5 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons exposé les principes de la modélisation générique et détaillé les modèles mécaniques de constituants dans le formalisme de la méthode des

éléments discrets. Ces modèles développés nous permettent :

- de décrire une majorité de technologies d'écrans de filets existantes : constituants principaux et assemblages ;
- de simuler des impacts sur ces structures, sans limitation du nombre de blocs et de leur cinématique incidente ; un exemple est montré Figure 2.13.

L'approche générique présentée constitue une plateforme de modélisation et de calcul unifiée. Comme cela a été indiqué, il est possible d'y intégrer des modèles mécaniques issus d'autres travaux, par exemple les modèles de nappes de filets de Nicot *et al* [Nicot et al., 2001a] et de Bertrand *et al* [Bertrand et al., 2010].

Pour alimenter cette plateforme, notamment au niveau de la nappe de filets, un modèle d'anneau (inclus dans une nappe de filets à anneaux entrelacés à 4 contacts) est spécifiquement développé. Ce modèle est présenté au chapitre suivant. Par ailleurs, un modèle général du mécanisme de glissement le long d'un câble est développé afin de modéliser le phénomène d'effet rideau. Ce modèle de câble glissant est présenté au chapitre 4.

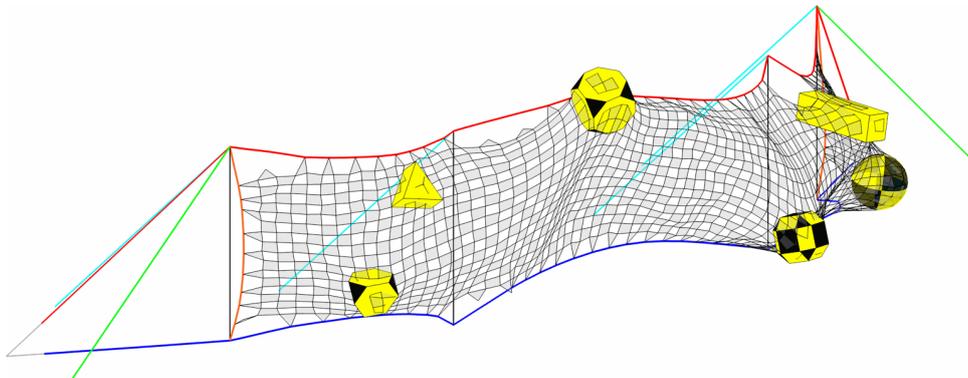


FIGURE 2.13 – Simulation d'impacts multiples sur un écran de filets

Chapitre 3

Modèle mécanique de filets à anneaux entrelacés à 4 contacts

3.1 Introduction

Les nappes de filets à anneaux entrelacés sont très répandues dans les technologies d'écrans de filets [Lambert and Nicot, 2011] et la plupart des travaux de modélisation s'intéressent à ce type de nappe d'interception. Parmi ces travaux de modélisation, présentés au chapitre 1 en 1.3.4, nous détaillons les différents modèles d'anneaux proposés en en présentant les avantages et les inconvénients. Le modèle FEM d'anneau proposé par Escallón *et al* [Escallón et al., 2014] propose une description mécanique détaillée et complète mais présente un coût de calcul très important et requiert la définition et le calcul de grandeurs locales peu utiles dans les applications pratiques. Les modèles de membrane équivalente, comme celui de Ghoussoub [Ghoussoub, 2014] sont plus avantageux mais difficiles à formuler en grands déplacements, notamment au niveau du contact glissant avec les câbles. L'homogénéisation conduit également à une perte d'information locale. L'emploi de modèles discrets simplifiés est un compromis intéressant. Nicot *et al* [Nicot et al., 2001a] et Gentilini *et al* [Gentilini et al., 2012] ont proposé des modèles où les anneaux sont discrétisés en un seul nœud, l'ensemble des nœuds étant reliés par des barres dont la réponse mécanique reproduit celle d'un anneau. Volkwein [Volkwein, 2004] et Grassl [Grassl, 2002] ont respectivement développé des modèles FEM d'anneaux à 4 et 8 nœuds de discrétisation et leur assemblage en nappe. Ces modèles discrets, bien que plus complets et peu coûteux, présentent néanmoins d'importantes limites, notamment dans leur capacité à reproduire différentes sollicitations et à tenir compte des mécanismes irréversibles complexes. Aucun des modèles existants ne présente conjointement une exactitude physique et des performances de calcul suffisamment satisfaisantes ; le modèle développé et présenté dans ce chapitre a pour objectif de combler ce manque.

La nappe de filets à anneaux entrelacés à 4 contacts est étudiée en tant qu'assemblage périodique d'anneaux, nous concentrons donc notre effort de modélisation sur l'anneau pris isolément. Tout d'abord, nous présentons le modèle général d'anneau développé. La réponse analytique du modèle à des sollicitations de référence est ensuite étudiée et une méthode numérique de calibration est spécifiquement développée dans le but d'obtenir les paramètres optimaux du modèle. Enfin, une campagne expérimentale est menée et les

données obtenues permettent la calibration et la validation du modèle sur une technologie d’anneaux en acier épissurés utilisés dans les écrans de filets pare-blocs. Le corps du chapitre reprend les travaux de Coulibaly *et al* [Coulibaly et al., 2017] et présente un modèle d’anneau à 4 nœuds, représentant les anneaux internes à la nappe. Des développements similaires sur un modèle à 3 nœuds représentant les anneaux situés en rive de nappe sont également présentés en annexe B.1.

3.2 Modèle d’anneau développé

Dans cette section, le modèle d’anneau à 4 nœuds est présenté. Avant d’introduire le modèle, le comportement mécanique des anneaux en acier soumis à des sollicitations de traction est rappelé de façon qualitative. Lorsqu’un anneau est soumis à des sollicitations externes de traction, celui-ci subit des déformations de flexion composée. Initialement de forme circulaire, l’anneau se déforme sous l’effet des efforts extérieurs qui lui sont appliqués (Figure 3.1). Deux régimes de déformation successifs [Nicot et al., 2001b, Escallón et al., 2014] peuvent alors être identifiés :

- le régime de flexion, dans la première phase de déformation, au cours duquel les déformations dues à la flexion sont prédominantes. L’anneau est quasi-inextensible (périmètre constant) et subit de grands déplacements,
- le régime de traction, dans la seconde phase de déformation, au cours duquel les déformations dues à la flexion n’évoluent plus et la traction est prédominante. L’anneau subit de faibles déplacements et son périmètre augmente.

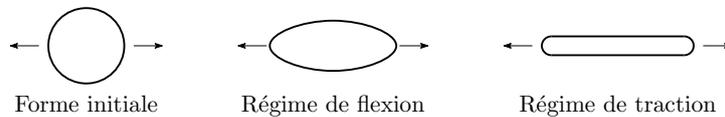


FIGURE 3.1 – Régimes de déformation d’un anneau

Dans le régime de flexion, l’anneau commence par se déformer de façon élastique jusqu’à l’apparition des premières déformations plastiques. La déformation se poursuit alors avec d’importants changements de forme de l’anneau et de grands déplacements dus à la flexion plastique dans les zones de forte courbure. Au cours de cette déformation, la raideur élastique de l’anneau (en tant que structure mécanique) augmente comme le démontre Tse [Tse and Lung, 2000] dans le cas d’un anneau parfaitement élastique. Des phénomènes similaires sont également observés lorsque l’anneau subit des déformations irréversibles. Les travaux de Nicot [Nicot et al., 2001b] montrent que lorsque l’on effectue des cycles de chargement-déchargement à des niveaux de déplacement axial croissants, plus le déplacement est élevé, plus la raideur de l’anneau en décharge est élevée. Cette augmentation de raideur est donc de nature purement géométrique puisque les décharges sont élastiques. La déformation de l’anneau favorise l’alignement de sa fibre moyenne avec les directions de chargement, augmentant ainsi sa raideur géométrique. Une fois l’anneau déchargé, lorsque les sollicitations extérieures sont nulles, l’anneau possède une déformation résiduelle. La tension dans le pourtour disparaît mais à cause de la forme de l’anneau, refermé sur lui-même, et du comportement elastoplastique du matériau, des contraintes résiduelles de flexion demeurent et l’anneau se trouve dans un état auto-contraint. Durant la totalité du régime de flexion, la raideur de l’anneau reste faible. Le régime de flexion se

termine lorsque aucune déformation de flexion supplémentaire n'est possible et que l'anneau possède la forme du polygone funiculaire associé aux efforts extérieurs appliqués. Les efforts de flexion restent alors constants et le régime de traction démarre. L'anneau subit alors principalement des efforts internes de traction [Nicot et al., 2001b] et sa raideur est par conséquent très élevée. Ces comportements mécaniques propres aux anneaux en acier sont illustrés par de nombreuses études expérimentales, notamment [Grassl et al., 2002, Nicot et al., 2001a, Escallón et al., 2014], et sont discutés en section 3.5 dans laquelle les résultats de la campagne expérimentale menée sont présentés.

3.2.1 Hypothèses de modélisation et discrétisation

Dans le cas des filets à anneaux entrelacés à 4 contacts, chaque anneau interne à la nappe est relié à 4 anneaux voisins (Figure 3.2a). Le cas particulier des anneaux externes, reliés à 2 anneaux voisins et à un câble de rive, est entièrement traité dans l'annexe B.1. Nous nous concentrons ici sur le modèle général des anneaux internes à la nappe possédant 4 anneaux voisins. La discrétisation de l'anneau doit a minima représenter chacun des 4 points de contact de l'anneau avec ses 4 voisins. Une telle discrétisation d'un anneau circulaire, si elle est régulière et symétrique, ne peut se faire qu'à l'aide de $4n$ nœuds ($n \geq 1$) répartis de façon homogène sur le pourtour de celui-ci. Il existe un cas dégénéré qui correspond à associer à un anneau un seul et unique nœud de discrétisation. C'est le choix qui est fait par Nicot [Nicot et al., 2001a, Nicot et al., 2001b] et Gentilini [Gentilini et al., 2012]. Pour $n = 1$, une discrétisation minimale à 4 nœuds de la structure d'anneau est obtenue, chaque nœud de discrétisation représentant le point de contact de l'anneau avec les 4 anneaux voisins. Ce choix est notamment adopté par Volkwein [Volkwein, 2004]. Pour $n = 2$, on obtient un anneau à 8 nœuds. Grassl [Grassl, 2002] utilise un tel modèle dans lequel 4 nœuds représentent un point de contact avec un anneau voisin et sont chacun encadrés par deux nœuds fixes de discrétisation de l'anneau entre lesquels ils sont libres de se déplacer. Cette discrétisation permet de mieux appréhender les déformations de flexion mais est plus coûteuse en temps de calcul, chaque nappe étant composée de plusieurs dizaines d'anneaux. Pour $n > 2$, une approche similaire à celle de Grassl limiterait l'amplitude de glissement des points de contact. En effet, les nœuds situés aux points de contact ne peuvent se déplacer qu'entre les deux nœuds fixes qui les encadrent et qui sont de plus en plus proches lorsque n augmente. Des méthodes spécifiques permettant aux nœuds de contact de se déplacer sur de plus grandes amplitudes devraient alors être développées, rendant les modèles complexes et le coût de calcul associé important. Des discrétisations plus fines peuvent être effectuées si l'on ne définit pas explicitement les points de contact dans la discrétisation de l'anneau. La condition portant sur les $4n$ nœuds de discrétisation peut alors ne pas être respectée. En revanche, il devient nécessaire de définir une loi de contact entre les différents anneaux. Escallón [Escallón et al., 2014] utilise par exemple un modèle FEM tridimensionnel d'anneau formé par une succession d'éléments poutres linéaires et utilise l'algorithme général de contact du logiciel commercial Abaqus afin de modéliser les interactions entre les différents anneaux. Ce modèle se révèle très coûteux en temps de calcul et les hypothèses géométriques associées à l'emploi d'éléments de poutres ne permettent pas de bien rendre compte du comportement dans les deux régimes de flexion et de traction.

Le modèle discret d'anneau développé ici se compose de 4 nœuds qui interagissent à travers un ensemble de 7 liaisons : 1 liaison de pourtour, 2 liaisons diagonales et 4 liaisons

de bord (Figure 3.2b). Le choix de la discrétisation minimale à 4 nœuds assure un coût de calcul faible par rapport au modèle continu d'Escallón [Escallón et al., 2014] ou au modèle à 8 nœuds de Grassl [Grassl, 2002], tout en permettant une prise en compte des déformations de l'anneau que les modèles dégénérés à 1 nœud ne peuvent reproduire. La nature des liaisons utilisées permet également de tenir compte précisément des mécanismes irréversibles décrits précédemment. Pour une même discrétisation, le modèle à 4 nœuds de Volkwein [Volkwein, 2004] est parfaitement réversible dans le régime de flexion et ne permet pas de décrire correctement l'état d'un anneau déformé ou d'un filet après impact. La masse d'un anneau est répartie de façon égale sur chacun des 4 nœuds. Le

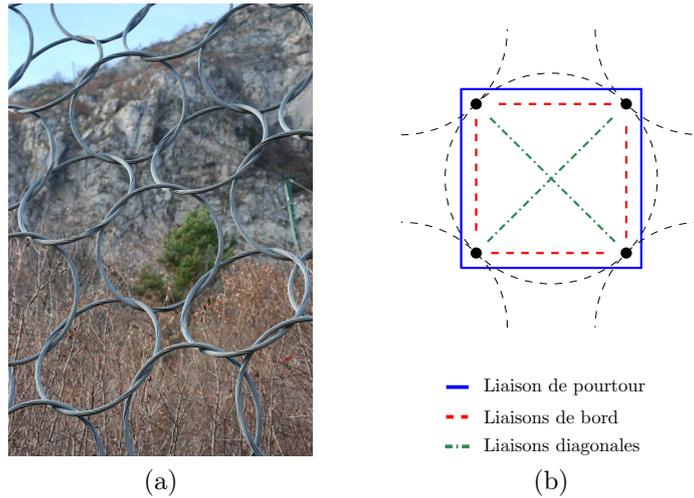


FIGURE 3.2 – (a) filet d'anneaux entrelacés à 4 contacts ; (b) modèle discret d'anneau à 4 nœuds développé

rôle et les propriétés de chaque liaison sont détaillés ci-après.

Liaison de pourtour

La liaison de pourtour forme une boucle refermée sur elle-même, de façon analogue à la structure d'anneau circulaire. Cela permet d'obtenir une bonne description des variations de courbure de l'anneau (ovalisation) au cours de sa déformation [Tse and Lung, 2000]. Ainsi, cette liaison développe uniquement des efforts de traction. Les efforts internes de traction dans un anneau réel sont repris le long de son pourtour. De par la discrétisation en 4 nœuds, les efforts de traction développés par la liaison de pourtour représentent le comportement en flexion composée d'arcs plans d'anneau en acier soumis à des sollicitations externes de traction.

Liaisons internes

Nous nous référerons aux liaisons diagonales et aux liaisons de bord en tant que liaisons internes. Ces liaisons sont de natures différentes mais possèdent des fonctions similaires : elles représentent la flexion plastique plane des sections de l'anneau soumises à de fortes variations de courbure. Les liaisons internes empêchent également l'apparition de modes de déformation à énergie nulle (effet sablier) en équilibrant les efforts de traction développés par la liaison de pourtour avec des efforts de compression.

Les interactions entre les nœuds de discrétisation à travers la combinaison de ces 7 liaisons permettent de modéliser le régime de flexion initial, avec une faible raideur de l'anneau, ainsi que le régime de traction avec une forte raideur de l'anneau. L'état séparant les deux régimes de déformation est appelé état de transition, l'ensemble des grandeurs se référant à l'état de transition sont indicées avec un r dans la suite. Les lois de comportement des liaisons internes et de la liaison de pourtour sont maintenant définies.

3.2.2 Loi de comportement des liaisons internes

Les liaisons diagonales et de bord partagent une loi de comportement de même nature. Nous affectons aux liaisons internes un comportement élastoplastique prenant en compte le raidissement géométrique de la structure d'anneau démontré par Tse [Tse and Lung, 2000]. Une loi de comportement unidimensionnelle est développée, nous l'introduisons en termes de contrainte axiale σ et de déformation axiale ε dans un premier temps, avant d'établir une formulation en force et déplacement, plus adaptée au modèle discret. La déformation élastique ε^e et la déformation plastique ε^p sont définies à partir de la partition des déformations : $\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$. La contrainte axiale dans la liaison est définie par $\sigma = E\varepsilon^e$. Soient E la valeur actuelle du module d'élasticité et E_0 sa valeur initiale, nous définissons la variable de raidissement géométrique des liaisons internes G_{int} par :

$$G_{int} = \frac{E}{E_0} \geq 1 \quad (3.1)$$

Étant donné que les changements de forme de l'anneau sont principalement dus à des mécanismes de flexion plastique, nous faisons l'hypothèse que la contribution des déformations élastiques au raidissement de l'anneau est négligeable devant celle des déformations plastiques. Nous établissons alors que $G_{int} = g_{int}(\varepsilon^p)$ est une fonction croissante ne dépendant que de la déformation plastique de la liaison et vérifiant $g_{int}(\varepsilon^p = 0) = 1$. Les premières déformations plastiques n'apparaissent pas instantanément lors de la déformation et le raidissement est initialement très faible, nous ajoutons donc la condition initiale supplémentaire suivante : $dg_{int}/d\varepsilon^p(\varepsilon^p = 0) = 0$. La fonction de charge des liaisons internes est définie par :

$$f(\sigma) = \sigma \leq 0 \quad (3.2)$$

Ce choix nous permet de garantir que les liaisons internes travaillent uniquement en compression. Nous définissons la loi d'écoulement en plasticité associée, $\dot{\varepsilon}^p = \lambda \partial f / \partial \sigma$ où λ est un scalaire appelé multiplicateur plastique. Le taux de déformation dans le domaine plastique est alors donné par les conditions de Karush-Kuhn-Tucker et la condition de cohérence :

$$\begin{cases} \lambda \leq 0, f(\sigma) \leq 0, \lambda f(\sigma) = 0 \\ \lambda \dot{f}(\sigma) = 0 \end{cases} \quad (3.3)$$

Nous obtenons alors la loi de comportement suivante pour les liaisons internes, exprimée en fonction de la contrainte et de la déformation axiale :

$$\begin{cases} \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e & \dot{\varepsilon}^p = 0 & \sigma = G_{int} E_0 \varepsilon^e \leq 0 & \text{si } f < 0 \text{ ou } f = 0 \text{ et } \dot{f} < 0 \\ \dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^p > 0 & \dot{\varepsilon}^e = 0 & \sigma = 0 & \text{si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \end{cases} \quad (3.4)$$

et nous choisissons une fonction puissance pour la fonction de raidissement géométrique des liaisons internes g_{int} :

$$g_{int}(\varepsilon^p) = \begin{cases} 1 & \text{si } \varepsilon^p < \varepsilon_h^p \\ 1 + \alpha (\varepsilon^p - \varepsilon_h^p)^\beta & \text{si } \varepsilon^p > \varepsilon_h^p \end{cases} \quad (3.5)$$

avec ε_h^p la plus grande déformation plastique n'entraînant pas de raidissement et $\alpha > 0$ et $\beta > 1$ des coefficients à déterminer.

Nous allons maintenant déduire des relations précédemment établies une formulation en force et en déplacement axial de la loi de comportement des liaisons internes (Figure 3.3). Considérons pour la liaison unidimensionnelle une section constante A , ainsi qu'une longueur de référence l_0 . En utilisant la mesure de déformation de Cauchy, la longueur de la liaison est obtenue par :

$$l = l_0(1 + \varepsilon) \quad (3.6)$$

D'après les équations (3.4), nous pouvons observer que pour un niveau de déformation plastique donné, la longueur maximale de la liaison est obtenue lorsque la déformation élastique est nulle. En effet, la liaison ne reprenant que des contraintes de compression, les déformations élastiques sont toujours négatives. Nous pouvons alors définir l_i , la plus grande longueur atteinte par la liaison comme :

$$l_i = \max(l) = l_0(1 + \varepsilon^p) \quad (3.7)$$

l_i est donc une variable de mémoire contenant l'information sur l'état de plastification de la liaison. La déformation élastique de la liaison est alors directement obtenue à partir de la partition des déformations et des relations (3.6) et (3.7) :

$$\varepsilon^e = \frac{l - l_i}{l_0} \quad (3.8)$$

La force axiale dans la liaison est donnée par $F = \sigma A$ et la fonction de charge peut s'écrire $f(F) = F \leq 0$. En introduisant la raideur initiale $k_0 = E_0 A / l_0$, la loi de comportement de la liaison interne, exprimée en fonction de la force et du déplacement axial s'écrit :

$$\begin{cases} \Delta l \neq 0 & \Delta l_i = 0 & F = G_{int} k_0 (l - l_i) & \text{si } f < 0 \text{ ou } f = 0 \text{ et } \dot{f} < 0 \\ \Delta l > 0 & \Delta l_i = \Delta l & F = 0 & \text{si } f = 0 \text{ et } \dot{f} = 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

et la fonction de raidissement géométrique g_{int} devient :

$$G_{int} = g_{int}(l_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } l_i < l_{i_n} \\ 1 + a_{int} (l_i - l_{i_n})^{b_{int}} & \text{si } l_i > l_{i_n} \end{cases} \quad (3.10)$$

avec l_{i_n} la plus grande longueur de la liaison n'entraînant pas de raidissement et $a_{int} > 0$ et $b_{int} > 1$ des coefficients à déterminer. La raideur initiale et la fonction de raidissement géométrique sont respectivement notées k_d et g_d pour les diagonales et k_s et g_s pour les bords. La plus grande longueur n'entraînant pas de raidissement, ainsi que les coefficients de la fonction de raidissement sont eux respectivement notés d_{i_n} , a_d , b_d et s_{i_n} , a_s , b_s .

3.2.3 Loi de comportement de la liaison de pourtour

De façon similaire aux liaisons internes, nous affectons à la liaison de pourtour une loi de comportement élastoplastique. Le comportement élastoplastique de cette liaison est inspiré du modèle développé par Nicot [Nicot et al., 2001b] afin de traiter le comportement d'un anneau soumis à une traction uniaxiale. Les propriétés principales du modèle de Nicot sont d'abord rappelées (la formulation élastoplastique détaillée est présentée dans

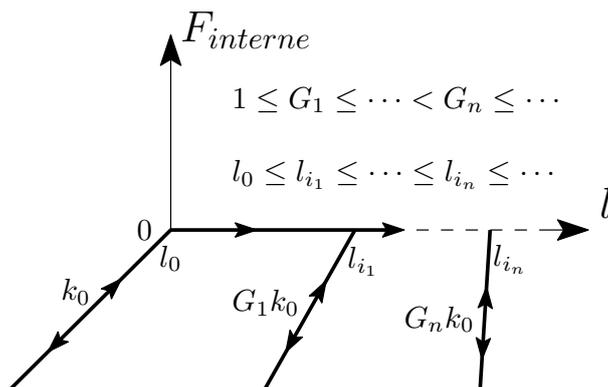


FIGURE 3.3 – Loi de comportement des liaisons internes

[Nicot et al., 2001b]) avant d'en déduire une formulation en force-déplacement simplifiée pour la liaison de pourtour.

La longueur de référence de la liaison de pourtour est notée L_0 , sa longueur actuelle est notée L et sa longueur à l'état de transition est notée L_r . Dans un premier temps, pour un allongement compris entre $L = L_0$ et $L = L_{i_n}$, la réponse de la liaison est élastique. Cette étape correspond à une flexion élastique de l'anneau, avec L_{i_n} la plus grande longueur n'entraînant pas de déformations plastiques. Dans un deuxième temps, pour un allongement compris entre $L = L_{i_n}$ et $L = L_r$, la réponse est élastoplastique et correspond à la phase du régime de flexion durant laquelle l'anneau subit des efforts internes de flexion composée et de grands déplacements. La liaison a un comportement irréversible durant cette phase, le chemin de déchargement diffère du chemin de chargement et on observe une augmentation de la raideur élastique comme expliqué en début de section 3.2. Dans un troisième temps, pour un allongement supérieur à $L = L_r$, la liaison présente une réponse élastique correspondant au régime de traction de l'anneau. La raideur de la liaison est très élevée lors du régime de traction (Figure 3.4).

La relation monotone force-déplacement de la liaison de pourtour développée ici est choisie affine par morceaux. Nicot propose une relation à 5 intervalles, basée sur les résultats d'essais de traction sur anneaux. Afin d'être cohérents avec la distinction que nous avons établie entre le régime de flexion et le régime de traction, nous utilisons une relation affine par morceaux à 2 intervalles de raideur k_b et $k_t > k_b$. Le premier intervalle, de raideur k_b , correspond au régime de flexion élastoplastique de faible raideur de l'anneau tandis que le second intervalle, de raideur k_t correspond lui au régime de traction élastique de forte raideur. La séparation entre ces deux intervalles se fait lorsque le pourtour atteint la longueur de transition $L = L_r$ (Figure 3.4). Comme pour les liaisons internes, une variable de raidissement géométrique G_p est définie dans le but de prendre en compte l'augmentation de la raideur élastique k^e au cours du régime de flexion. Nous définissons cette variable comme suit :

$$G_p = \frac{k^e}{k_b} \geq 1 \quad (3.11)$$

Nous avons fait l'hypothèse que la raideur élastique dépendait uniquement des déformations plastiques, ici l'allongement plastique ΔL^p . De même que pour les liaisons internes, nous écrivons $G_p = g_p(\Delta L^p)$. Lorsque la liaison est chargée de façon monotone dans le régime de flexion ($L < L_r$), elle subit un allongement élastique et plastique et présente

une raideur tangente k_b . Lorsque la liaison est déchargée, elle suit une branche élastique linéaire de raideur tangente $k^e = G_p k_b$ jusqu'à ce que la force s'annule. En cas de rechargement, la même branche élastique est empruntée jusqu'à atteindre le point où la décharge avait démarré (Figure 3.4). Dans le régime de traction, la raideur élastique vaut k_t , limitant ainsi la valeur de la variable de raidissement géométrique à $G_p \leq k_t/k_b$.

La liaison subit uniquement des efforts de traction et par conséquent des allongements positifs, l'allongement plastique ne peut donc pas décroître et ne peut augmenter que lorsque la longueur de la liaison augmente. Durant les phases de déformation élastique, il n'y a pas de variation de l'allongement plastique ($\Delta L^p = 0$), l'allongement plastique augmente donc uniquement lors des phases de chargement dans le domaine élastoplastique. De façon analogue à ce qui est fait pour les liaisons internes (Équation 3.7), nous définissons la plus grande longueur atteinte $L_i = \max(L)$, il est alors possible d'exprimer l'allongement plastique en fonction de la variable de mémoire L_i par $\Delta L^p = z(L_i)$ où z est une fonction croissante. La relation force-déplacement de la liaison de pourtour, ainsi que la variable de raidissement géométrique G_p peuvent alors être exprimées en fonction de la plus grande longueur atteinte L_i . La relation force-déplacement est alors donnée par la relation (3.12).

$$F = \begin{cases} k_b(L - L_0) & \text{si } L = L_i < L_r \text{ (charge)} \\ k_b(L_i - L_0) + G_p k_b(L - L_i) & \text{si } L < L_i < L_r \text{ (décharge)} \\ k_b(L_r - L_0) + k_t(L - L_r) & \text{si } L > L_r \end{cases} \quad (3.12)$$

Les premières déformations plastiques n'apparaissent pas instantanément lors de la déformation. Lorsque $L_i < L_{i_h}$, c'est-à-dire lorsque $\Delta L^p = 0$, la liaison est sollicitée dans le domaine élastique et $G_p = 1$. Lorsque $L_i > L_{i_h}$ et donc $\Delta L^p > 0$, la liaison a subi des déformations élastiques et plastiques et $G_p > 1$. Nous établissons, comme pour les liaisons internes, que $G_p = g_p(L_i)$ est une fonction croissante de L_i affectée des conditions initiales $g_p(L_i = L_0) = 1$ et $dg_p/dL_i(L_i = L_0) = 0$. Une fonction puissance est également choisie pour g_p :

$$G_p = g_p(L_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } L_i < L_{i_h} \\ 1 + a_p (L_i - L_{i_h})^{b_p} & \text{si } L_r > L_i > L_{i_h} \end{cases} \quad (3.13)$$

avec $a_p > 0$ et $b_p > 1$ des coefficients à déterminer.

3.3 Réponse analytique du modèle aux sollicitations de référence

Dans cette section, la réponse mécanique du modèle d'anneau soumis à des sollicitations externes de traction est explicitée. L'anneau est une structure, sa réponse mécanique va donc dépendre des cas de chargement qui lui sont appliqués ainsi que des chemins de chargement. La plupart des sollicitations mécaniques appliquées sur des anneaux d'acier sont des sollicitations de traction en 2 points. D'autres sollicitations expérimentales ont également été réalisées, notamment des essais de traction en 3 points et en 4 points (Figure 3.5) comme le rapporte Grassl [Grassl et al., 2002]. Dans un filet à anneaux entrelacés à 4 contacts, nous constatons que les sollicitations subies par les anneaux sont principalement des sollicitations en traction 4 points, dans les zones d'impact, en traction 2 points dans

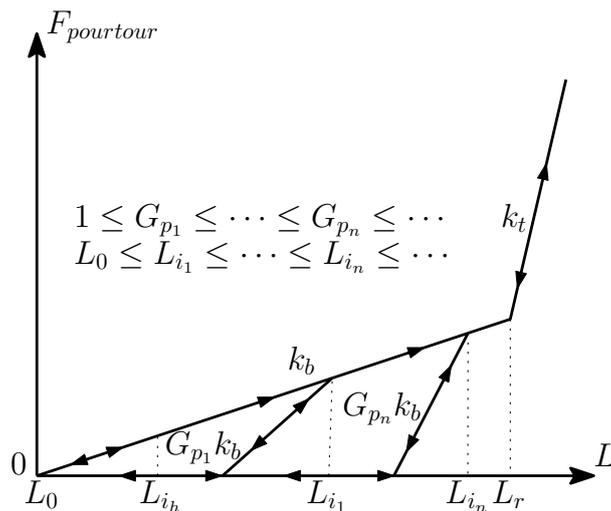


FIGURE 3.4 – Loi de comportement de la liaison de pourtour

les zones situées entre les zones d'impact et les câbles de rive de la nappe et en traction 3 points au niveau des câbles de rive. Les sollicitations en traction 3 points sont étudiées en annexe B.1 pour le modèle d'anneau de rive à 3 nœuds correspondant. Pour les anneaux internes, nous considérons donc les sollicitations de traction en 4 points et 2 points comme sollicitations de référence pour l'étude du comportement des anneaux. Dans la suite, nous établissons les expressions analytiques non-linéaires de l'équilibre statique du modèle d'anneau soumis à ces 2 sollicitations de référence.

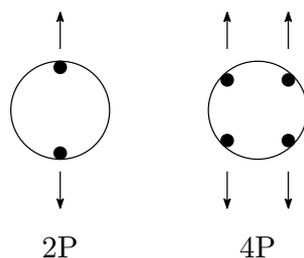


FIGURE 3.5 – Sollicitations de traction 2 points et 4 points

3.3.1 Traction 4 points

La sollicitation de traction 4 points est définie comme suit : un déplacement axial δ est imposé aux 2 nœuds supérieurs tandis que les 2 nœuds inférieurs sont fixes ; les déplacements latéraux sont bloqués (Figure 3.6a). Les équations d'équilibre des nœuds supérieurs sont écrites par rapport à la configuration déformée (Figure 3.6b). F_p est l'effort de traction dans la liaison de pourtour, F_d , F_{s_1} et F_{s_2} sont respectivement les efforts de compression dans la diagonale, les bords axiaux et les bords transversaux ; la réaction R empêche les déplacements latéraux de sorte que l'équilibre (3.14) soit toujours vérifié :

$$\begin{cases} F_p + F_{s_1} + F_d \sin \gamma - \frac{F}{2} = 0 \\ F_p + F_{s_2} + F_d \cos \gamma - R = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

Les phases de chargement monotone et de déchargement sont étudiées séparément dans la suite.

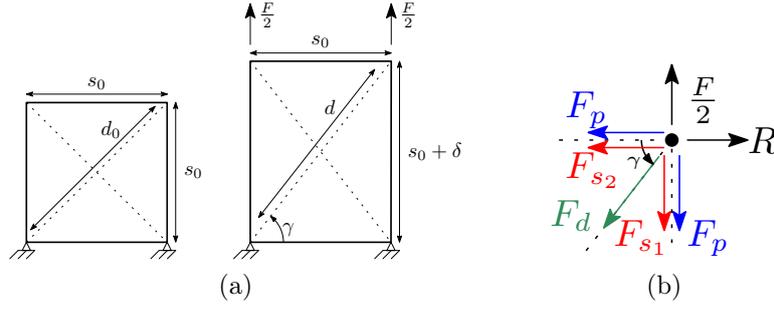


FIGURE 3.6 – Sollicitation du modèle en traction 4 points : (a) cinématique de déformation ; (b) diagramme d'équilibre (nœud supérieur gauche)

Chargement monotone

Au cours du chargement monotone, les liaisons internes ne développent pas d'efforts de compression ($F_d = 0$, $F_{s_1} = 0$ et $F_{s_2} = 0$), l'effort axial F est alors donné par l'équation (3.15) où δ_r représente le déplacement axial à l'état de transition.

$$\begin{cases} F = 4k_b\delta & \text{si } \delta < \delta_r \\ F = 4k_b\delta_r + 4k_t(\delta - \delta_r) & \text{si } \delta > \delta_r \end{cases} \quad (3.15)$$

La relation force-déplacement du modèle est explicite et affine par morceaux, proche de la relation force-déplacement de la liaison de pourtour. La loi de comportement affine par morceaux de la liaison de pourtour prend en compte le comportement en flexion composée de l'anneau. Cela permet de compenser la perte d'une partie de l'information sur les non-linéarités géométriques, subie lors de la discrétisation en 4 nœuds.

Déchargement

Considérons qu'un déplacement axial δ_i soit atteint lors du chargement monotone, le sens du déplacement est alors inversé jusqu'à atteindre une valeur $\delta < \delta_i$, déchargeant ainsi l'anneau. D'après (3.9), les liaisons diagonales ainsi que les liaisons de bord axiales vont commencer à développer des efforts de compression $F_d \leq 0$, $F_{s_1} \leq 0$ et $F_{s_2} = 0$. D'après (3.12), l'expression de la tension dans la liaison de pourtour F_p est modifiée dans le régime de flexion, lorsque $\delta < \delta_r$. L'expression de la tension dans la liaison de pourtour est invariable dans le régime de traction, lorsque $\delta > \delta_r$. La prise en compte de ces efforts supplémentaires dans l'équilibre (3.14) modifie la relation force-déplacement du modèle qui devient :

$$\begin{cases} F = 4k_b\delta_i + 4G_{p_i}k_b(\delta - \delta_i) + 2G_{s_i}k_s(\delta - \delta_i) + 2G_{d_i}k_d(s_0 + \delta) \left(\frac{d-d_i}{d}\right) & \text{si } \delta < \delta_i < \delta_r \\ F = 4k_b\delta_r + 4G_{p_r}k_b(\delta - \delta_r) + 2G_{s_i}k_s(\delta - \delta_i) + 2G_{d_i}k_d(s_0 + \delta) \left(\frac{d-d_i}{d}\right) & \text{si } \delta < \delta_r < \delta_i \\ F = 4k_b\delta_r + 4k_t(\delta - \delta_r) + 2G_{s_i}k_s(\delta - \delta_i) + 2G_{d_i}k_d(s_0 + \delta) \left(\frac{d-d_i}{d}\right) & \text{si } \delta_i > \delta > \delta_r \end{cases} \quad (3.16)$$

La démonstration de cette relation est présentée en annexe B.2. Nous pouvons remarquer que le chemin de déchargement est unique et que l'équilibre (3.16) est indépendant de la direction de chargement. En conséquence, il n'y a pas d'hystérésis durant les cycles de déchargement-rechargement. Lorsque l'anneau est rechargé au-delà de δ_i , sa réponse reprend le chemin de chargement monotone et n'est pas affectée par l'existence du cycle de

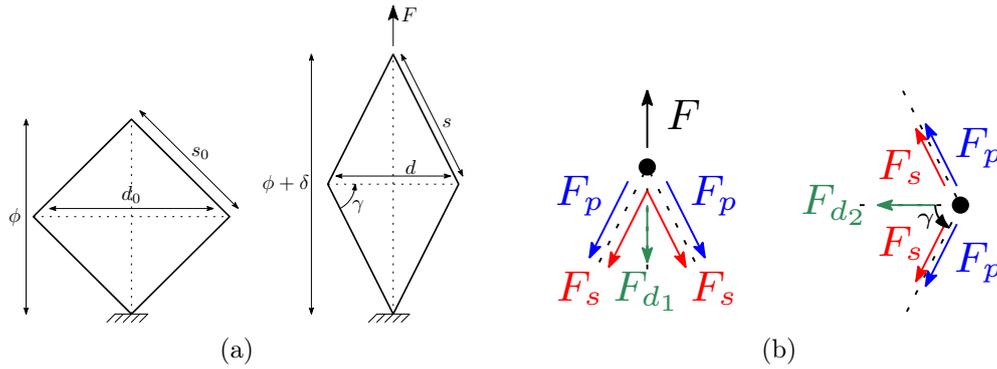


FIGURE 3.7 – Sollicitation du modèle en traction 2 points : (a) cinématique de déformation ; (b) diagrammes d'équilibre (nœuds supérieur et latéraux)

déchargement-rechargement. Les équations (3.15) et (3.16) fournissent la réponse analytique générale du modèle d'anneau soumis à un chemin de sollicitation quelconque dans la configuration de traction 4 points. Nous étudions de façon similaire la réponse du modèle à la sollicitation de traction 2 points afin d'obtenir la réponse analytique correspondante.

3.3.2 Traction 2 points

La sollicitation de traction 2 points est définie comme suit : un déplacement axial δ est imposé au nœud supérieur, le nœud inférieur est fixe et les nœuds latéraux sont libres (Figure 3.7a). Les équations d'équilibre du nœud supérieur et des nœuds latéraux sont écrites sur la configuration déformée (Figure 3.7b). Comme dans le cas de la traction 4 points, F_p est l'effort de traction dans la liaison de pourtour, F_{d_1} , F_{d_2} et F_s sont respectivement les efforts de compression dans la diagonale axiale, la diagonale transversale et dans les bords, de sorte que l'équilibre du nœud supérieur et des nœuds latéraux (3.17) soit toujours vérifié.

$$\begin{cases} 2F_p \sin \gamma + 2F_s \sin \gamma + F_{d_1} - F = 0 & (\text{nœud supérieur}) \\ 2F_p \cos \gamma + 2F_s \cos \gamma + F_{d_2} = 0 & (\text{nœuds latéraux}) \end{cases} \quad (3.17)$$

Étant donné que les nœuds latéraux sont libres, le système possède 2 degrés de liberté supplémentaires en traction 2 points : la longueur de la diagonale transversale d ainsi que la longueur des bords s . La cinématique de déformation étant supposée symétrique par rapport aux directions axiale et transversale, la longueur des bords s est exprimée en fonction du diamètre intérieur de l'anneau ϕ , du déplacement axial δ et de la longueur de la diagonale d . Nous nous intéressons donc aux expressions analytiques de l'effort axial F et de la longueur de la diagonale d . De même qu'en traction 4 points, les phases de chargement monotone et de déchargement sont étudiées séparément.

Chargement monotone

Au cours du chargement monotone, les liaisons de bord ainsi que la liaison diagonale axiale ne développent pas d'efforts de compression ($F_{d_1} = 0$ et $F_s = 0$). A partir des équations d'équilibre (3.17), nous obtenons des relations implicites pour les grandeurs F

(3.18) et d (3.19), avec s_r la longueur des bords à l'état de transition ($L_r = 4s_r$). La démonstration de ces relations est présentée en annexe B.2.

$$\begin{cases} 1 + \left(\frac{k_d \phi}{F + k_d(\phi + \delta)} \right)^2 - 32 \left(\frac{k_b \phi}{4k_b(\phi + \delta) - F} \right)^2 = 0 & \text{si } s < s_r \\ 1 + \left(\frac{k_d \phi}{F + k_d(\phi + \delta)} \right)^2 - 64 \left(\frac{k_b(s_r - s_0) - k_t s_r}{F - 4k_t(\phi + \delta)} \right)^2 = 0 & \text{si } s > s_r \end{cases} \quad (3.18)$$

$$d = d_0 \frac{k_d(\phi + \delta)}{F + k_d(\phi + \delta)} \quad \forall s \quad (3.19)$$

Déchargement

De façon similaire au cas de la traction 4 points, le sens du déplacement est inversé jusqu'à atteindre une valeur $\delta < \delta_i$ après que la valeur δ_i a été atteinte lors du chargement monotone. D'après (3.9), la liaison diagonale axiale ainsi que les liaisons de bord vont commencer à développer des efforts de compression $F_{d_1} \leq 0$ et $F_s \leq 0$. D'après (3.12), l'expression de la tension dans la liaison de pourtour F_p est modifiée dans le régime de flexion, lorsque $s < s_r$. L'expression de la tension dans la liaison de pourtour est invariable dans le régime de traction, lorsque $s > s_r$. La prise en compte de ces efforts supplémentaires dans l'équilibre (3.17) modifie les relations implicites de l'effort axial F et de la longueur de la diagonale d , qui deviennent alors :

$$\begin{cases} \left(\frac{8G_{p_i} k_b s_i + 2G_{s_i} k_s s_i - 8k_b(s_i - s_0)}{(4G_{p_i} k_b + G_{s_i} k_s)(\phi + \delta) + G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) - F} \right)^2 - \left(\frac{k_d \phi}{F - G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) + k_d(\phi + \delta)} \right)^2 = 1 & \text{si } s < s_i < s_r \\ \left(\frac{8G_{p_r} k_b s_r + 2G_{s_i} k_s s_i - 8k_b(s_r - s_0)}{(4G_{p_r} k_b + G_{s_i} k_s)(\phi + \delta) + G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) - F} \right)^2 - \left(\frac{k_d \phi}{F - G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) + k_d(\phi + \delta)} \right)^2 = 1 & \text{si } s < s_r < s_i \\ \left(\frac{8k_t s_r + 2G_{s_i} k_s s_i - 8k_b(s_r - s_0)}{(4k_t + G_{s_i} k_s)(\phi + \delta) + G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) - F} \right)^2 - \left(\frac{k_d \phi}{F - G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) + k_d(\phi + \delta)} \right)^2 = 1 & \text{si } s_i > s > s_r \end{cases} \quad (3.20)$$

$$d = d_0 \frac{k_d(\phi + \delta)}{F - G_{d_i} k_d(\delta - \delta_i) + k_d(\phi + \delta)} \quad \forall s \quad (3.21)$$

La démonstration de ces relations est présentée dans l'annexe B.2. Comme pour la traction 4 points, le chemin de déchargement est unique et ne présente pas d'hystérésis lors des cycles de déchargement-chargeement. Lorsque l'anneau est rechargé au-delà de δ_i , sa réponse reprend le chemin de chargement monotone et n'est pas affectée par l'existence du cycle de déchargement-rechargement.

La réponse analytique non-linéaire du modèle d'anneau aux sollicitations de référence a été explicitée et les paramètres du modèle sont reportés Tableau 3.1. La méthode de calibration définie dans le but de déterminer les paramètres du modèle à partir d'essais expérimentaux est présentée dans la section suivante.

3.4 Calibration du modèle

Dans cette section, nous exposons la méthode numérique spécifiquement développée dans le but de calibrer le modèle analytique à partir des données expérimentales issues d'essais de traction sur anneaux isolés. Le modèle d'anneau dépend de 14 paramètres (Tableau 3.1) qui doivent être calibrés afin que la réponse analytique soit représentative

TABLEAU 3.1 – Paramètres du modèle d’anneau

Paramètre	Description	Unité
k_b	Raideur du pourtour dans le régime de flexion	[N/m]
k_t	Raideur du pourtour dans le régime de traction	[N/m]
k_d	Raideur initiale des diagonales	[N/m]
k_s	Raideur initiale des bords	[N/m]
L_r	Longueur de transition du pourtour	[m]
L_{i_h}	Longueur maximale du pourtour sans raidissement	[m]
d_{i_h}	Longueur maximale des diagonales sans raidissement	[m]
s_{i_h}	Longueur maximale des bords sans raidissement	[m]
a_p	Paramètre a de la fonction de raidissement du pourtour	–
a_d	Paramètre a de la fonction de raidissement des diagonales	–
a_s	Paramètre a de la fonction de raidissement des bords	–
b_p	Paramètre b de la fonction de raidissement du pourtour	–
b_d	Paramètre b de la fonction de raidissement des diagonales	–
b_s	Paramètre b de la fonction de raidissement des bords	–

du comportement de technologies existantes d’anneaux. Les expressions par morceaux, non-linéaires et implicites des relations (3.15), (3.16) et (3.18) à (3.21) sont difficile à résoudre par des méthodes classiques et requièrent des méthodes numériques spécifiques.

Afin de définir une méthode opérationnelle tout en limitant le nombre et la complexité des données expérimentales nécessaires, nous séparons la calibration des paramètres en 2 étapes :

- une première étape relative au chargement, appliquée aux données issues du chargement monotone des anneaux et permettant de calibrer les paramètres de raideur et la longueur de transition du pourtour ;
- une seconde étape relative au déchargement, appliquée aux données issues des cycles de déchargement-rechargement des anneaux et permettant de calibrer les fonctions de raidissement géométrique des différentes liaisons.

La première étape permet d’obtenir les paramètres nécessaires à la simulation d’un essai de chargement monotone à l’aide du modèle d’anneau. La seconde étape complète la calibration et permet en plus de simuler les phases de déchargement irréversibles d’un anneau.

Considérons une grandeur X fonction de la variable δ . Nous disposons pour cette grandeur de m valeurs mesurées expérimentalement d’une part, agrégées dans le vecteur \mathbf{X}_e , et de m valeurs déterminées analytiquement d’autre part, agrégées dans le vecteur \mathbf{X}_a . L’ensemble des paramètres dont dépend la grandeur analytique sont eux agrégés dans le vecteur paramètre $\boldsymbol{\theta}$. La détermination des paramètres optimaux se fait au sens des moindres carrés. La méthode des moindres carrés consiste alors à déterminer l’ensemble des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ minimisant la fonction objectif suivante :

$$S(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{j=1}^m (X_e(\delta_j) - X_a(\delta_j, \boldsymbol{\theta}))^2 = \|\mathbf{X}_e - \mathbf{X}_a(\boldsymbol{\theta})\|_2^2 \quad (3.22)$$

Les ensembles optimaux sont notés $\boldsymbol{\theta}^*$ et le minimum de la fonction objectif correspondant est noté S^* . La détermination des ensembles optimaux se fait à l’aide de la condition

nécessaire d'optimalité du premier ordre : si $\boldsymbol{\theta}^*$ minimise S , alors le gradient de l'application S doit être nul en $\boldsymbol{\theta}^*$. Les ensembles optimaux sont donc recherchés en résolvant l'équation (3.23) où \mathbf{J} est la matrice Jacobienne de \mathbf{X}_a .

$$\nabla S(\boldsymbol{\theta}^*) = -2\mathbf{J}^\top(\mathbf{X}_e - \mathbf{X}_a) = 0 \quad (3.23)$$

La longueur de transition du pourtour L_r , ainsi que les paramètres de raideur k_b , k_t , k_d et k_s , sont calibrés lors de la première étape avant de calibrer les paramètres des fonctions de raidissement géométriques g_p , g_s et g_d des liaisons de pourtour, de bord et diagonales lors de la seconde étape. Étant donné que certains paramètres optimaux dépendent des autres, la calibration des paramètres dans l'ordre précédemment énoncé est impérative.

3.4.1 Calibration des paramètres de raideur et de la longueur de transition du pourtour

Nous réalisons la calibration des paramètres de raideur et de la longueur de transition du pourtour à partir du chargement monotone des anneaux sollicités en traction 2 points. Cette configuration est plus riche du point de vue des non-linéarités géométriques et le modèle présente plus de degrés de liberté en traction 2 points qu'en traction 4 points.

Formulation du problème de minimisation

Nous désirons reproduire le comportement en traction 2 points d'un anneau réel à l'aide de la formulation analytique développée section 3.3. Le déplacement axial δ est imposé en un point de l'anneau, celui-ci se déforme et développe des efforts de réaction. La calibration doit donc tenir compte de ces deux réponses : la cinématique de déformation et les efforts de réaction. Concernant les efforts de réaction, nous nous intéressons à la force de traction axiale F . Concernant la cinématique de déformation, nous nous intéressons à la longueur de la diagonale d , celle-ci caractérise entièrement l'ovalisation de l'anneau lorsque le déplacement axial est imposé. Nous définissons dans ce but les deux fonctions objectif suivantes :

$$S_F(\boldsymbol{\theta}) = \|\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_a(\boldsymbol{\theta})\|_2^2 \quad (3.24)$$

$$S_d(\boldsymbol{\theta}) = \|\mathbf{d}_e - \mathbf{d}_a(\boldsymbol{\theta})\|_2^2 \quad (3.25)$$

Afin de simplifier la minimisation, la longueur de transition des bords s_r est considérée comme un paramètre n'appartenant pas à l'ensemble des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ et est choisie dans un intervalle $[s_r^{\text{inf}}; s_r^{\text{sup}}]$ parcouru avec un pas Δs_r . Le problème de minimisation est alors résolu pour toutes les valeurs de s_r dans l'intervalle et la valeur minimale des fonctions objectif parmi l'ensemble des résultats sera retenue afin d'obtenir les paramètres optimaux $(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)$. Le vecteur paramètre est alors $\boldsymbol{\theta} = (k_b, k_t, k_d)^\top$.

Les fonctions objectif (3.24) et (3.25) ne sont pas des applications linéaires du vecteur paramètre $\boldsymbol{\theta}$. Nous utilisons la méthode des moindres carrés non-linéaires de Levenberg-Marquardt (LM) [Levenberg, 1944, Marquardt, 1963] afin de les minimiser. Cette méthode consiste à résoudre le problème non-linéaire initial en le remplaçant par une suite de problèmes quadratiques résolus de façon itérative. À l'itération courante n , la grandeur

analytique étudiée est linéarisée $\mathbf{X}_a = \mathbf{X}_a^n + \mathbf{J}^n \Delta \boldsymbol{\theta}^n$ et introduite dans l'équation (3.23). Nous obtenons alors les équations normales de la méthode de Gauss-Newton (3.26).

$$(\mathbf{J}^{n\top} \mathbf{J}^n) \Delta \boldsymbol{\theta}^n = \mathbf{J}^{n\top} (\mathbf{X}_e - \mathbf{X}_a^n) \quad (3.26)$$

La résolution de ces équations peut devenir problématique dans le cas où la matrice $\mathbf{J}^{n\top} \mathbf{J}^n$ est mal conditionnée, en particulier, la condition de descente de l'algorithme n'est pas toujours garantie. Levenberg [Levenberg, 1944] puis Marquardt [Marquardt, 1963] proposent d'introduire un terme d'amortissement diagonal qui permet d'améliorer le conditionnement de cette matrice. Marquardt introduit un paramètre d'amortissement $\lambda^n > 0$, qu'il applique à la partie diagonale de la matrice $\mathbf{J}^{n\top} \mathbf{J}^n$, définissant ainsi le système d'équations de Levenberg-Marquardt :

$$[\mathbf{J}^{n\top} \mathbf{J}^n + \lambda^n \text{diag}(\mathbf{J}^{n\top} \mathbf{J}^n)] \Delta \boldsymbol{\theta}^n = \mathbf{J}^{n\top} (\mathbf{X}_e - \mathbf{X}_a^n) \quad (3.27)$$

Dans le cas où l'algorithme ne parvient pas à trouver une plus faible valeur de la fonction objectif, le facteur d'amortissement λ^n est augmenté. La direction de descente se rapproche alors de celle du gradient et le pas diminue, garantissant ainsi la diminution de la fonction objectif. L'équation (3.27) est résolue pour $\Delta \boldsymbol{\theta}^n$, le vecteur paramètre est actualisé $\boldsymbol{\theta}^{n+1} = \boldsymbol{\theta}^n + \Delta \boldsymbol{\theta}^n$ et le processus est poursuivi jusqu'à convergence vers un minimum de la fonction objectif. Étant donné que les problèmes non quadratiques peuvent avoir plusieurs minima, la résolution est effectuée pour différents points de départ $\boldsymbol{\theta}^0$ qui convergent vers différentes valeurs de $\boldsymbol{\theta}^*$. La valeur minimale de la fonction objectif ainsi que l'ensemble de paramètres optimaux correspondant sont obtenus en retenant la valeur minimale parmi les minima explorés.

Intuitivement, il semble peu probable que l'ensemble optimal $(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)_F$ minimisant la fonction S_F et l'ensemble optimal $(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)_d$ minimisant la fonction S_d soient identiques. En d'autres termes, les paramètres qui fournissent le comportement optimal du modèle en terme d'efforts sont possiblement très différents des paramètres fournissant le comportement optimal du modèle en terme de déformation. La calibration par rapport à une grandeur peut donner de très mauvais résultats sur l'autre. Ce résultat peut être aisément vérifié à partir de données expérimentales. Nous disposons de la mesure de l'effort axial F et de la longueur de la diagonale d pour un anneau soumis à un chargement monotone de traction 2 points piloté en déplacement axial δ . Plus de détails sur la réalisation de ces essais et l'obtention des résultats sont donnés en section 3.5. Nous appliquons la méthode de Levenberg-Marquardt sur les deux fonctions objectif S_F et S_d , nous obtenons ainsi les paramètres optimaux $(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)_F$ et $(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)_d$ ainsi que les valeurs des deux fonctions objectifs associées à ces paramètres. Nous déterminons également l'ensemble des valeurs possibles de ces fonctions objectifs. Ces valeurs sont obtenues à l'aide d'un tirage homogène de 1 000 000 valeurs de paramètres choisies sur une plage estimée à partir des valeurs optimales des paramètres minimisant S_F et S_d . Toutes les valeurs des fonctions objectif ainsi obtenues sont tracées dans l'espace des objectifs (Figure 3.8).

Nous observons d'abord, et de façon claire, de fortes différences entre les valeurs des fonctions objectifs issues de la minimisation sur l'effort axial (3.24) et sur la longueur transversale (3.25). Les paramètres fournissant le comportement optimal en effort fournissent un très mauvais comportement en longueur diagonale et réciproquement : $S_F(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)_d \gg S_F^*$ et $S_d(s_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)_F \gg S_d^*$. Par ailleurs, nous observons également que parmi l'ensemble des solutions, il en existe de nombreuses pour lesquelles il est possible

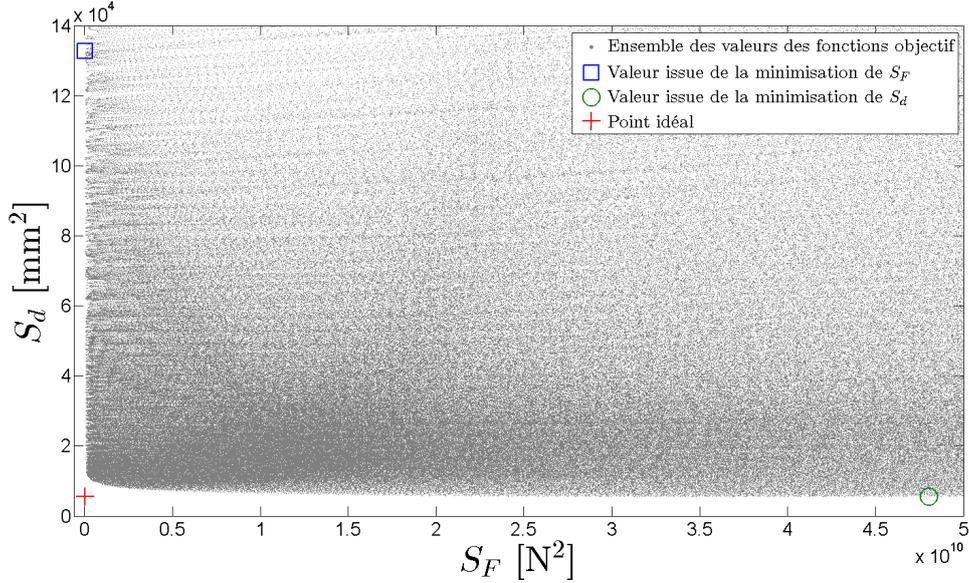


FIGURE 3.8 – Ensemble des valeurs des fonctions objectif et valeurs optimales pour chaque objectif dans l'espace des objectifs

de fortement diminuer l'une des fonctions objectif sans beaucoup augmenter l'autre. Par conséquent, il apparait impératif de définir une stratégie de minimisation multicritère tenant compte des deux grandeurs F et d . Les notions et les méthodes d'optimisation multicritère employées ci-après sont issues de [Colette and Siarry, 2002, Ehrgott, 2005].

Il existe pour les problèmes d'optimisation multicritère un ensemble de solutions optimales dites non-dominées, appelées solutions de Pareto. Il n'existe pas de solution qui soit meilleure sur tous les objectifs qu'une solution de Pareto. Dans notre cas (Figure 3.8), les solutions de Pareto forment la frontière inférieure gauche de l'ensemble des valeurs des fonctions objectif déterminées. Nous ne pouvons néanmoins nous contenter d'un ensemble de solutions optimales et devons arbitrer afin de définir une solution unique et déterministe à notre problème multicritère. Nous utilisons une méthode scalaire d'approximation de la solution idéale. Le point idéal est défini comme le point dont les coordonnées dans l'espace des objectifs sont les valeurs optimales de chaque fonction objectif prise séparément, soit dans notre cas $P^I = (S_F^*, S_d^*)$. Lorsque les objectifs sont contradictoires, ce point n'est pas atteignable, nous cherchons donc la solution la plus proche du point idéal parmi les solutions possibles $P(\boldsymbol{\theta}) = (S_F(\boldsymbol{\theta}), S_d(\boldsymbol{\theta}))$. La distance entre ces deux points est définie à partir d'une norme. Nous choisissons la norme $\|\cdot\|_1$ pour des raisons de simplicité, toutes les normes étant équivalentes en dimension finie. Étant donné que l'effort axial F et la longueur de la diagonale d ne sont pas des grandeurs homogènes, nous utilisons une distance relative, obtenue en normalisant chaque fonction objectif par sa valeur optimale. La distance à minimiser s'exprime alors :

$$d_1(P^I, P(\boldsymbol{\theta})) = \left\| \left(\frac{S_F(\boldsymbol{\theta}) - S_F^*}{S_F^*}, \frac{S_d(\boldsymbol{\theta}) - S_d^*}{S_d^*} \right) \right\|_1 \quad (3.28)$$

Minimiser la distance (3.28) est équivalent à minimiser la fonction S_{Fd} (Équation 3.29). La calibration des paramètres de raideur du modèle d'anneau est donc effectuée en minimisant la fonction scalaire multicritère S_{Fd} :

$$S_{Fd}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{S_F(\boldsymbol{\theta})}{S_F^*} + \frac{S_d(\boldsymbol{\theta})}{S_d^*} \quad (3.29)$$

Nous appliquons la méthode de Levenberg-Marquardt (LM) à la fonction objectif S_{Fd} pour les mêmes données expérimentales que celles présentées Figure 3.8. Le tracé des valeurs obtenues dans l'espace des objectifs normalisé est présenté Figure 3.9. Nous observons que la minimisation de la fonction objectif (3.29) nous permet de nous rapprocher très fortement du point idéal et de demeurer dans le même ordre de grandeur que la solution idéale sur chacun des objectifs pris séparément.

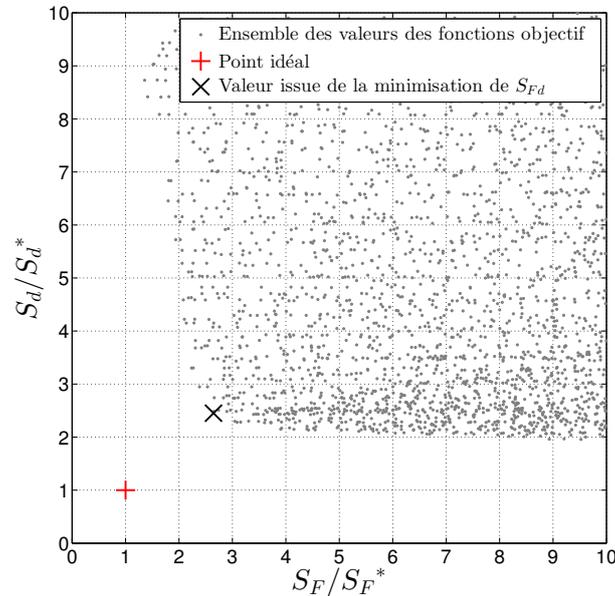


FIGURE 3.9 – Point idéal et valeurs optimales issues de la minimisation multicritère

Calcul des paramètres

Les détails de l'application et de l'implémentation de la méthode de Levenberg-Marquardt aux fonctions objectifs (3.24), (3.25) et (3.29) sont maintenant présentés. La minimisation de S_{Fd} requiert la connaissance des valeurs de S_F^* et S_d^* et donc la minimisation de (3.24) et (3.25). La minimisation de ces deux fonctions objectif se fait à l'aide de l'algorithme de Levenberg-Marquardt (3.27), nous devons donc déterminer pour un ensemble θ de paramètres donné, les valeurs analytiques et les matrices Jacobiennes des grandeurs F et d .

Calcul de S_F^* Dans un premier temps, S_F^* est calculé. Les valeurs analytiques de l'effort de traction axiale F_a sont obtenues en résolvant la relation force-déplacement implicite (3.18) à l'aide de la méthode de Brent [Brent, 1973]. La matrice Jacobienne de F_a , notée J_F , est déterminée analytiquement à partir du théorème des fonctions implicites. Une fois F_a et J_F connus, la valeur minimale S_F^* est déterminée à l'aide de l'algorithme LM (3.27).

Calcul de S_d^* Dans un second temps, S_d^* est calculée. Les valeurs analytiques de la longueur de la diagonale d_a sont obtenues directement à partir de l'équation (3.19), en utilisant les valeurs de F_a déterminées précédemment. La matrice Jacobienne de d_a ,

notée \mathbf{J}_d , est obtenue en calculant directement ses dérivées partielles. Il est intéressant de noter que F n'est pas une variable indépendante dans l'équation implicite (3.19), par conséquent, les dérivées partielles de F , obtenues à travers le calcul de \mathbf{J}_F détaillé précédemment, interviennent dans le calcul de \mathbf{J}_d . De même que pour S_F^* , la valeur optimale S_d^* est déterminée à l'aide de l'algorithme LM (3.27).

Calcul de S_{Fd}^* Une fois les valeurs minimales S_F^* et S_d^* obtenues, la fonction S_{Fd} (3.29) est minimisée de façon similaire. En utilisant les propriétés de linéarité du gradient, les équations de Levenberg-Marquardt appliquées à la fonction objectif multicritère S_{Fd} deviennent (en omettant le marqueur de l'itération n) :

$$\left[\frac{\mathbf{J}_F^\top \mathbf{J}_F}{S_F^*} + \frac{\mathbf{J}_d^\top \mathbf{J}_d}{S_d^*} + \lambda \text{diag} \left(\frac{\mathbf{J}_F^\top \mathbf{J}_F}{S_F^*} + \frac{\mathbf{J}_d^\top \mathbf{J}_d}{S_d^*} \right) \right] \Delta \boldsymbol{\theta} = \frac{\mathbf{J}_F^\top (\mathbf{F}_e - \mathbf{F}_a)}{S_F^*} + \frac{\mathbf{J}_d^\top (\mathbf{d}_e - \mathbf{d}_a)}{S_d^*} \quad (3.30)$$

et ont pour solution le vecteur paramètre optimal $\boldsymbol{\theta}^* = (k_b^*, k_t^*, k_d^*)^\top$. Nous obtenons ainsi l'ensemble des valeurs optimales $(s_r^*, k_b^*, k_t^*, k_d^*)$ à l'exception de k_s^* . En effet, la raideur des liaisons de bord k_s n'apparaît pas dans les équations de chargement monotone en traction 2 points, nous utilisons donc une configuration de chargement supplémentaire pour déterminer la valeur optimale k_s^* à partir des données de chargement monotone uniquement. La valeur optimale du paramètre de raideur des liaisons de bord est donnée par (3.31) où δ_r^{2P} représente le déplacement axial à l'état de transition en traction 2 points (Figure 3.7a). La relation (3.31) est démontrée en annexe B.3.

$$k_s^* = 2k_b^* \left(\frac{\phi - s_0 + \delta_r^{2P*}}{\phi + s_0 + \delta_r^{2P*} - 2s_r^*} - 1 \right) \quad (3.31)$$

3.4.2 Calibration des paramètres de raidissement géométrique

La même méthode de minimisation est utilisée afin de calibrer les paramètres des fonctions de raidissement géométrique. En traction 2 points, le modèle subit un important allongement de ses diagonales tandis que l'allongement des bords reste modéré (Figure 3.7a). Réciproquement, en traction 4 points, l'allongement des diagonales est très limité tandis que les bords subissent un important allongement (Figure 3.6a). Nous pouvons donc calibrer séparément les paramètres des fonctions de raidissement géométrique des liaisons de bord et des liaisons diagonales de la façon suivante : la traction 4 points est utilisée pour calibrer les paramètres des bords et la traction 2 points est utilisée pour calibrer les paramètres des diagonales.

L'allongement du pourtour est comparable en traction 2 points et en traction 4 points, la calibration des paramètres de la fonction de raidissement du pourtour peut donc être réalisée sur les deux configurations. Nous utiliserons la configuration de traction 4 points pour déterminer les paramètres des fonctions de raidissement géométrique du pourtour et des bords. Les raisons de ce choix sont détaillées dans le paragraphe suivant. Seuls les cycles de déchargement-rechargement sont utilisés pour la calibration. L'ordre de calibration est également important et les paramètres des fonctions de raidissement géométrique du pourtour et des bords doivent être calibrés avant ceux des liaisons diagonales. La calibration des paramètres des fonctions g_p , g_s et g_d est successivement présentée dans la suite.

Fonctions de raidissement géométrique du pourtour et des bords

Les résultats expérimentaux établis par Grassl [Grassl, 2002] montrent que le déplacement axial ultime en traction 4 points est d'environ 15 % du diamètre intérieur d'un anneau. Il a également été montré [Escallón et al., 2014, Nicot et al., 2001a] qu'en traction 2 points, la déformation demeure élastique pour un déplacement axial allant jusqu'à environ 15 % du diamètre intérieur de l'anneau. Pour que le modèle reproduise ces résultats, les liaisons diagonales ne doivent présenter aucun raidissement pour des allongements allant jusqu'à 15 %. Cela signifie qu'en traction 4 points, l'allongement ultime sera atteint avant que les liaisons diagonales n'aient subi un raidissement. Nous pouvons donc faire l'hypothèse que la valeur de la fonction de raidissement géométrique des diagonales g_d reste égale à 1 pendant la sollicitation de traction 4 points et que la réponse du modèle ne dépend que des variations des fonctions de raidissement géométriques du pourtour g_p et des bords g_s .

D'après la relation (3.16) pour les cycles de déchargement-rechargement en traction 4 points, nous apercevons que les variables de raidissement géométrique du pourtour G_p et des bords G_s ont toutes les deux une influence identique sur la réponse force-déplacement du modèle ; il existe une dépendance linéaire à ces deux paramètres dans le régime de flexion. A cause de cette dépendance, il existe une infinité de paires de variables de raidissement géométrique (G_p, G_s) pour lesquelles la réponse du modèle est identique et le problème de minimisation, bien que quadratique dans ce cas, n'admet pas de solution unique. Dans le cas de la traction 2 points, le comportement est similaire. La relation implicite (3.20) révèle également l'influence identique des variables de raidissement géométrique du pourtour et des bords sur le comportement en déchargement-rechargement.

Afin de résoudre cette indétermination, les valeurs des variables de raidissement géométrique sont déterminées de façon à minimiser l'énergie potentielle élastique de la liaison de pourtour. Comme expliqué section 3.2, un anneau réel déchargé n'est le siège d'aucun effort interne de traction, ce dernier se trouve dans un état d'auto-contrainte dans lequel les efforts résiduels de flexion s'équilibrent. De façon similaire, lorsque le modèle d'anneau est déchargé, l'énergie potentielle élastique est redistribuée depuis le pourtour vers les liaisons internes et le modèle trouve une configuration d'équilibre auto-contrainte. La liaison de pourtour porte seule les efforts internes de traction. Minimiser son énergie potentielle permet de redistribuer les efforts internes de façon similaire à un anneau réel. En décharge, pour un allongement donné, si la raideur des liaisons de bord est élevée, la liaison de pourtour doit appliquer une tension importante afin d'équilibrer les efforts de compression issus des liaisons de bord. Peu d'énergie est alors redistribuée depuis le pourtour vers les bords et l'énergie potentielle élastique de la liaison de pourtour demeure élevée. A l'inverse, si la raideur des liaisons de bord est faible, la tension dans le pourtour doit être faible également pour équilibrer les efforts. Une plus grande quantité d'énergie est alors redistribuée vers les bords et l'énergie potentielle élastique de la liaison de pourtour diminue. La raideur des liaisons de bord doit alors demeurer la plus faible possible pour garantir la minimisation de l'énergie potentielle élastique de la liaison de pourtour. Par conséquent, nous considérons que les liaisons de bord ne subissent aucun raidissement et que la valeur de la fonction de raidissement géométrique des bords g_s est toujours égale à 1.

Le seul paramètre du problème de minimisation est alors la variable de raidissement

géométrique du pourtour. Le vecteur paramètre est donc $\boldsymbol{\theta} = G_{p_i}$. La résolution du problème des moindres carrés est directe et possède une unique solution puisque l'équation (3.16) est affine en $\boldsymbol{\theta}$. Pour chaque cycle de déchargement-rechargement (i), l'équation (3.23) est résolue pour l'effort de traction axial F à partir des équations d'équilibre (3.16). Une fois toutes les valeurs de G_{p_i} obtenues pour plusieurs valeurs d'allongement δ_i , la fonction puissance g_p est calibrée afin d'obtenir les paramètres a_p , b_p et L_{i_h} . La longueur L_{i_h} est choisie comme la plus grande longueur du pourtour en deçà de laquelle toutes les valeurs de G_{p_i} déterminées sont égales à 1.

Fonction de raidissement géométrique des diagonales

Une fois la fonction de raidissement géométrique du pourtour g_p obtenue, la réponse du modèle ne dépend plus que des variations de la fonction de raidissement géométrique des diagonales g_d . D'après (3.21) et en utilisant le théorème des fonctions implicites, nous montrons que la longueur de la diagonale d est indépendante de la valeur de la raideur de la diagonale axiale $G_d k_d$. Seule la force de traction axiale F est alors minimisée sur les cycles de déchargement-rechargement en traction 2 points. La fonction objectif (3.24) est minimisée pour le vecteur paramètre $\boldsymbol{\theta} = G_{d_i}$ avec l'algorithme LM. Une fois toutes les valeurs de G_{d_i} obtenues pour plusieurs valeurs d'allongement δ_i , la fonction g_d est calibrée de façon similaire à g_p .

La méthode numérique de calibration développée est appliquée aux données issues d'une campagne expérimentale sur anneaux dans la section suivante.

3.5 Campagne expérimentale et validation du modèle

Dans cette section, le modèle analytique ainsi que la méthode numérique de calibration sont confrontés aux données issues des essais de traction sur anneaux. Les objectifs sont multiples :

- définir le protocole expérimental permettant d'obtenir les données nécessaires à la calibration du modèle ;
- valider le modèle développé et la méthode numérique de calibration ;
- disposer de données sur des technologies réelles d'anneau pour effectuer des simulations numériques représentatives.

3.5.1 Campagne expérimentale

La réalisation de simulations numériques pertinentes nécessite une calibration de l'ensemble des paramètres du modèle. Un protocole expérimental permettant d'obtenir les données nécessaires et suffisantes à la calibration du modèle est défini. Il consiste à appliquer les chargements de référence, traction 2 points et traction 4 points, à un anneau isolé tout en mesurant de façon continue l'effort et le déplacement axial ainsi que la longueur de la diagonale.

Dispositif

Les échantillons testés sont des anneaux isolés de diamètre intérieur ϕ et de diamètre de toron ϕ_t . L'anneau est installé dans un bâti qui a été spécifiquement conçu pour la réalisation de ces essais. Ce bâti modulaire permet la réalisation d'essais de traction en 2 points, 3 points et 4 points (Figure 3.10). Le bâti est constitué de deux têtes, une tête fixe et une tête mobile, dans lesquelles des pièces de charge sont insérées et ajustées afin de correspondre au cas de chargement et au diamètre de l'anneau testé. La tête mobile est posée sur des patins en polytétrafluoroéthylène (PTFE) afin de réduire le frottement et est mise en mouvement par un vérin hydraulique. Dans le but de reproduire des conditions de contact similaires à celles de l'anneau dans une nappe, des pièces de charge possédant un diamètre égal au diamètre de toron de l'anneau testé sont utilisées. Un capteur de déplacement placé dans l'axe du vérin mesure le déplacement axial δ de la tête mobile avec une incertitude de ± 1 mm tandis qu'un capteur de force, en série entre le vérin et le bâti, mesure l'effort axial F avec une incertitude de ± 1 kN. Les données issues de ces deux capteurs sont enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 5000 Hz. Un réflex numérique Nikon D600 équipé d'un objectif de distance focale 85 mm est placé environ 3 m à la verticale du bâti et enregistre des images de la déformation en plan de l'anneau avec une résolution de 6016×4016 pixels. L'appareil enregistre en continu 2 images par seconde, la longueur de la diagonale d est ensuite obtenue par le traitement numérique des images à l'aide du logiciel ImageJ 1.48v [Rasband, 2017, Schneider et al., 2012]. Les valeurs de la longueur de la diagonale d sont déterminées avec une incertitude de ± 2 mm. La sollicitation de l'anneau en chargement comme en déchargement se fait à vitesse constante de 120 mm/min comme indiqué dans l'ETAG 27 [EOTA, 2013].

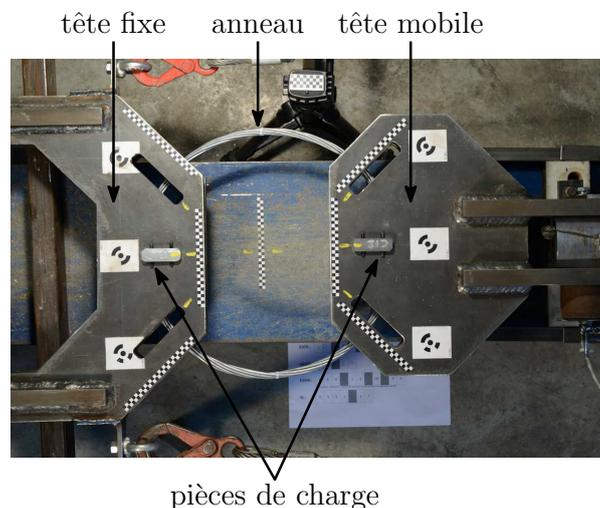


FIGURE 3.10 – Bâti d'essai avec un anneau installé en configuration de traction 2 points

Essais réalisés

Une campagne expérimentale est menée sur 3 groupes d'anneaux à fils d'acier épissurés. Les dimensions des anneaux utilisés sont présentées Tableau 3.2. Le dimensionnement préliminaire de ces anneaux a été réalisé par le fabricant pour répondre à une exigence de résistance ultime, ce dimensionnement n'est pas abordé ici.

TABLEAU 3.2 – Géométrie des anneaux utilisés

Nom du groupe	Diamètre intérieur ϕ (moyenne) [mm]	Diamètre de toron ϕ_t [mm]
350/09	354	9
350/12	361	12
420/16	425	16

Pour chaque groupe, 5 anneaux sont testés (numérotés de 01 à 05) en traction 2 points (2P) et 4 points (4P). Pour chaque essai, 4 cycles de chargement-déchargement sont appliqués à vitesse constante. Un total de 30 essais sont réalisés dans le but de calibrer et valider le modèle. 15 essais supplémentaires en traction 3 points (3P) ont également été réalisés dans les mêmes conditions et utilisés pour calibrer et valider le modèle d'anneau de rive à 3 nœuds présenté annexe B.1.

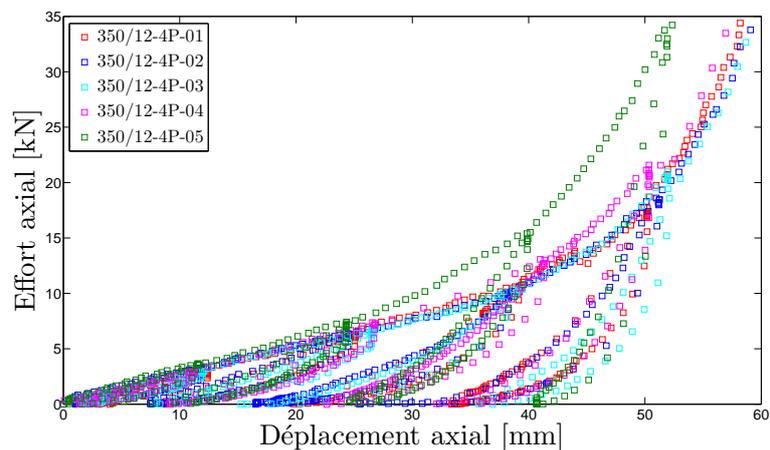
3.5.2 Résultats

Les données expérimentales et les résultats de calibration sont présentés dans cette section. Les résultats complets et détaillés sont présentés pour chaque groupe d'anneaux : 350/09, 350/12 et 420/16.

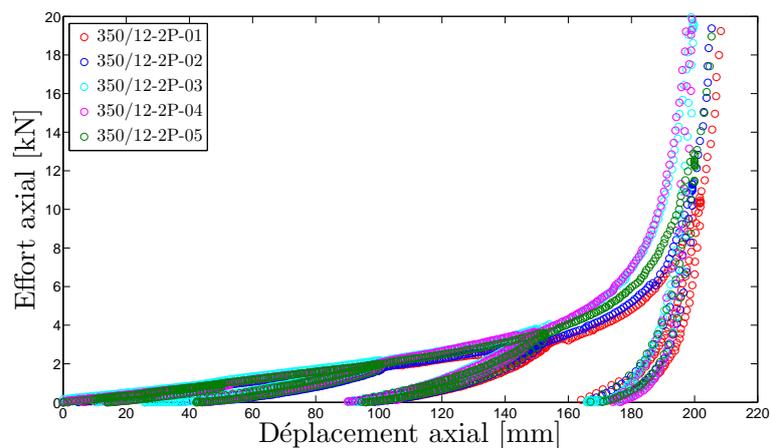
Observations expérimentales

Les courbes force-déplacement issues des essais de traction 4 points (Figure 3.11a) et 2 points (Figure 3.11b) sont présentées et comparées aux données rapportées dans la littérature. Les résultats expérimentaux étant similaires pour chacun des groupes, seules les courbes issues des essais sur les anneaux 350/12 sont présentées dans ce paragraphe. La plage d'efforts des Figures 3.11a et 3.11b a été choisie de façon à faire apparaître distinctement les cycles de déchargement-rechargement. Tout d'abord, les courbes montrent une régularité dans le comportement des anneaux et une bonne reproductibilité. La variabilité est faible et peut être attribuée aux différences de diamètre entre les anneaux testés. Les anneaux les plus petits présentent un déplacement axial moindre pour un effort donné, leur réponse est alors plus rigide en chargement comme en déchargement. Ensuite, nous observons un régime de flexion de faible raideur suivi par un régime de traction de forte raideur. Les essais réalisés illustrent bien les observations et la distinction de régime faites par Nicot [Nicot et al., 2001b] et prises comme hypothèse dans notre modèle. L'augmentation de la raideur au cours du déplacement nous permet également de confirmer que le raidissement des anneaux avec la déformation, démontré par Tse [Tse and Lung, 2000] dans le cas élastique, demeure valable dans le cas élasto-plastique. Dans le régime de flexion, la raideur de l'anneau en traction 4 points est supérieure à celle en traction 2 points. Dans le régime de traction, les raideurs sont en revanche comparables pour les 2 sollicitations. Des observations similaires sont également rapportées par Volkwein [Volkwein, 2004] se basant sur des données expérimentales obtenues par Grassl [Grassl, 2002]. Enfin, nous observons également sur les courbes expérimentales l'irréversibilité de la déformation et l'augmentation de la raideur lors du retour élastique décrites par Nicot [Nicot et al., 2001b]. Le chemin de déchargement diffère du chemin de chargement monotone et illustre l'existence d'un mécanisme dissipatif par flexion plas-

tique. Les cycles de déchargement-rechargement présentent également une hystérésis, il est en revanche difficile de dire si celle-ci est due à des mécanismes ayant lieu au sein de la structure d'anneau ou à des jeux entre les différentes pièces du bâti d'essai. La raideur varie peu au sein d'un cycle de déchargement-rechargement mais augmente à mesure que le déplacement axial augmente. Ce résultat soutient l'hypothèse formulée pour le modèle selon laquelle le raidissement géométrique de l'anneau dépend exclusivement des déformations plastiques.



(a)



(b)

FIGURE 3.11 – Courbes force-déplacement expérimentales pour les anneaux 350/12 : (a) traction 4 points ; (b) traction 2 points

Réponse du modèle

La méthode de calibration présentée section 3.4 est appliquée afin d'obtenir les paramètres optimaux pour les anneaux testés. Les résultats sont présentés pour le chargement monotone dans un premier temps et pour les cycles de déchargement-rechargement dans un second temps afin de suivre l'ordre logique de la procédure de calibration. Pour des raisons techniques, certains essais présentent moins de 5 séries de données.

Calibration en chargement monotone Les valeurs optimales de la longueur du pourtour à la transition L_r et des paramètres de raideur k_b , k_t , k_d et k_s sont obtenues à partir des données de chargement monotone en traction 2 points. La réponse du modèle calibré présente un bon accord avec les données expérimentales (Figure 3.12). La qualité de la réponse, tant sur l'effort axial F que sur la longueur de la diagonale d , témoigne de la pertinence de la méthode de calibration multicritère mise en place. La réponse non-linéaire de l'anneau à travers les régimes de flexion et de traction est bien capturée par le modèle discret développé qui démontre ainsi son aptitude à décrire la réponse mécanique des anneaux en acier.

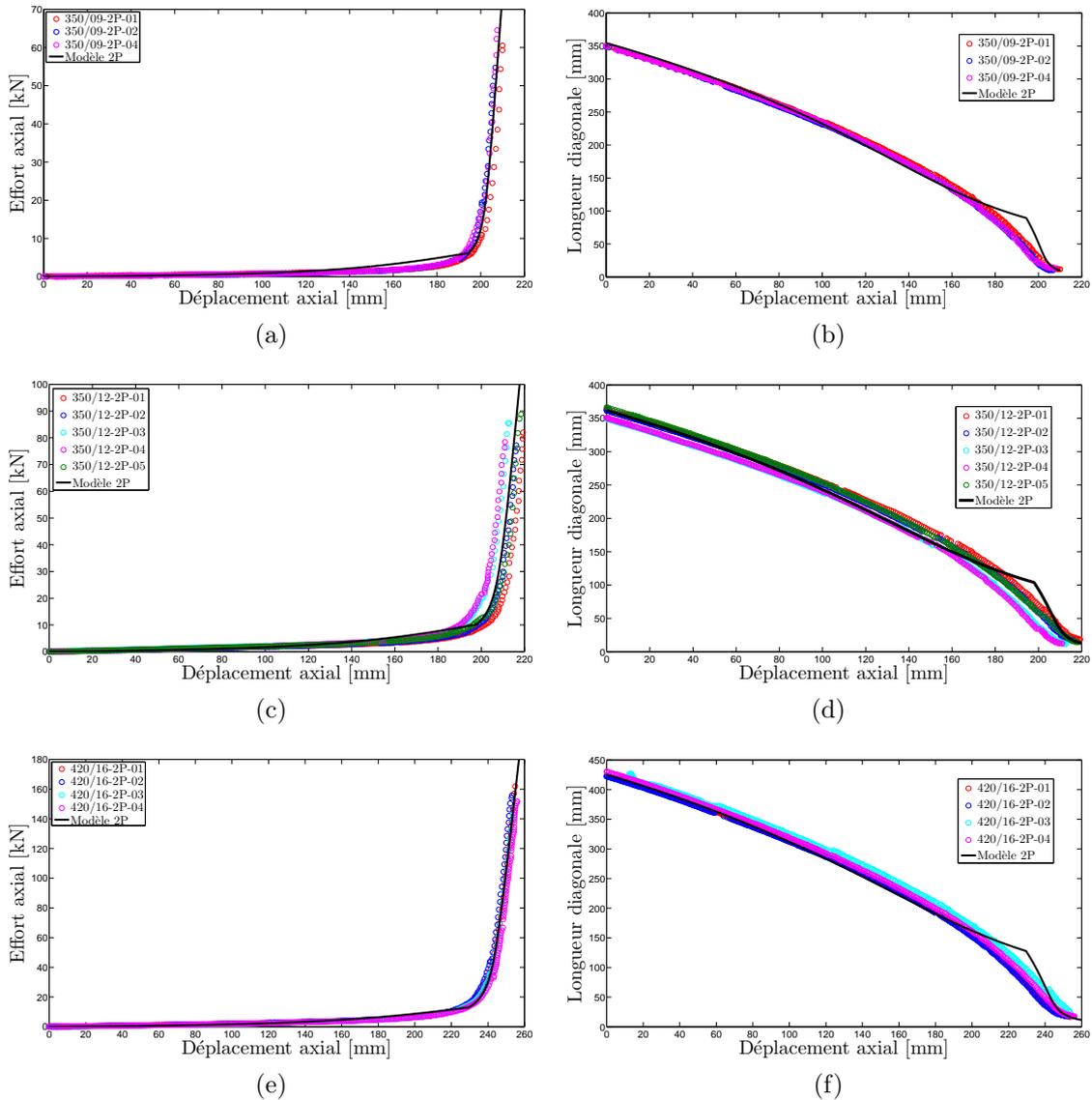


FIGURE 3.12 – Résultats de calibration en chargement monotone : (a) effort axial en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/09 ; (b) longueur de la diagonale en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/09 ; (c) effort axial en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/12 ; (d) longueur de la diagonale en traction 2 points (calibration) des anneaux 350/12 ; (e) effort axial en traction 2 points (calibration) des anneaux 420/16 ; (f) longueur de la diagonale en traction 2 points (calibration) des anneaux 420/16

Validation en chargement monotone La validation du modèle est maintenant effectuée en comparant sa réponse en chargement monotone en traction 4 points aux données expérimentales correspondantes. La calibration du modèle en chargement monotone ne fait en effet intervenir que les données issues de la traction en 2 points. Par conséquent, la réponse en traction 4 points du modèle calibré est strictement indépendante des résultats expérimentaux dans cette même configuration. La correspondance entre la réponse analytique du modèle calibré et les données expérimentales est satisfaisante (Figure 3.13) et démontre la capacité du modèle à répondre de façon pertinente à des sollicitations variées. La réponse affine du modèle est due à la discrétisation en 4 nœuds. Malgré cela, le modèle reproduit bien une raideur plus importante en traction 4 points qu'en traction 2 points dans le régime de flexion et une raideur identique pour les 2 configurations dans le régime de traction (Figures 3.13 (b), (d) et (f)). La raideur de l'anneau est légèrement sous-estimée dans le régime de flexion et surestimée dans le régime de traction. Une possible explication à ces différences de raideur réside dans le fait qu'en traction 4 points, l'angle de contact de l'anneau sur les pièces de charge est d'environ 90° tandis qu'en traction 2 points, il est d'environ 180° . La courbure et la pression transversale sur le toron sont donc inférieures en traction 4 points. Il en résulte que la configuration de traction 4 points est plus favorable au glissement entre les fils de l'anneau épissuré : cela provoque une diminution de la raideur que le modèle ne peut reproduire car il présente la même raideur dans le régime de traction que ce soit en 4 points ou en 2 points. D'autres modèles d'anneaux, notamment le modèle discret à 8 nœuds proposé par Grassl [Grassl, 2002] ou le modèle basé sur des éléments finis de poutres proposé par Escallón [Escallón et al., 2014], présentent également des difficultés à rendre compte des deux régimes de déformation et des deux cas de chargement à cause d'hypothèses plus contraignantes sur la géométrie de l'anneau.

Calibration en déchargement-rechargement Une fois les paramètres de raideur et la longueur de transition du pourtour optimaux obtenus à partir des phases de chargement monotone, les fonctions de raidissement géométrique optimales sont déterminées à partir des cycles de déchargement-rechargement. Nous pouvons remarquer que les valeurs des variables de raidissement G_p et G_d obtenues par calibration augmentent avec la déformation de l'anneau (Figure 3.14), confirmant ainsi l'hypothèse que les fonctions de raidissement géométrique sont des fonctions croissantes. L'hypothèse selon laquelle des fonctions puissance sont admissibles pour g_p et g_d est également confirmée par la qualité de l'interpolation.

Validation en déchargement-rechargement En conséquence du raidissement géométrique des liaisons, les relations force-déplacement sont irréversibles et le chemin suivi lors des cycles de déchargement-rechargement diffère du chemin de chargement monotone comme illustré Figure 3.15. Seules les données expérimentales issues d'un unique essai sont présentées afin de distinguer clairement les cycles de déchargement-rechargement. La raideur de l'anneau en retour élastique augmente bien au cours de la déformation et le modèle est capable de reproduire finement les cycles de déchargement-rechargement dans les deux configurations.

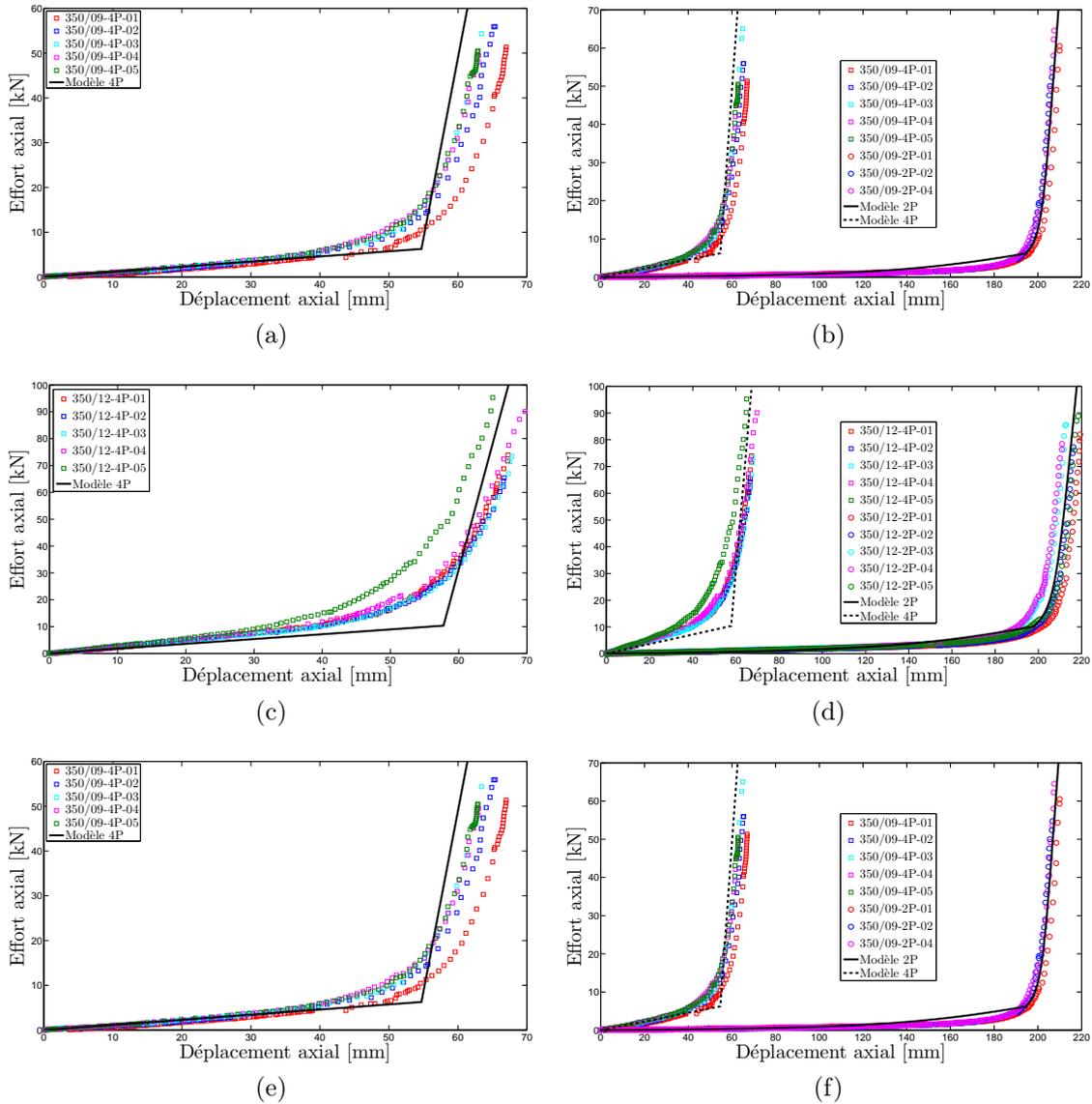


FIGURE 3.13 – Résultats de validation en chargement monotone : (a) effort axial en traction 4 points (prédiction) des anneaux 350/09 ; (b) effort axial en traction 2 points (calibration) et 4 points (prédiction) des anneaux 350/09 ; (c) effort axial en traction 4 points (prédiction) des anneaux 350/12 ; (d) effort axial en traction 2 points (calibration) et 4 points (prédiction) des anneaux 350/12 ; (e) effort axial en traction 4 points (prédiction) des anneaux 420/16 ; (f) effort axial en traction 2 points (calibration) et 4 points (prédiction) des anneaux 420/16

Conclusion

Le protocole expérimental défini permet d'acquérir par des essais simples à réaliser, les données nécessaires à la calibration du modèle d'anneau. La réponse analytique, une fois calibrée, des différents anneaux testés est en très bon accord avec les résultats expérimentaux. Cela démontre la généricité du modèle et son adaptabilité à différentes dimensions d'anneaux et vraisemblablement, à différentes technologies. À l'issue de la calibration du modèle sur des technologies réelles d'anneaux, nous disposons des para-

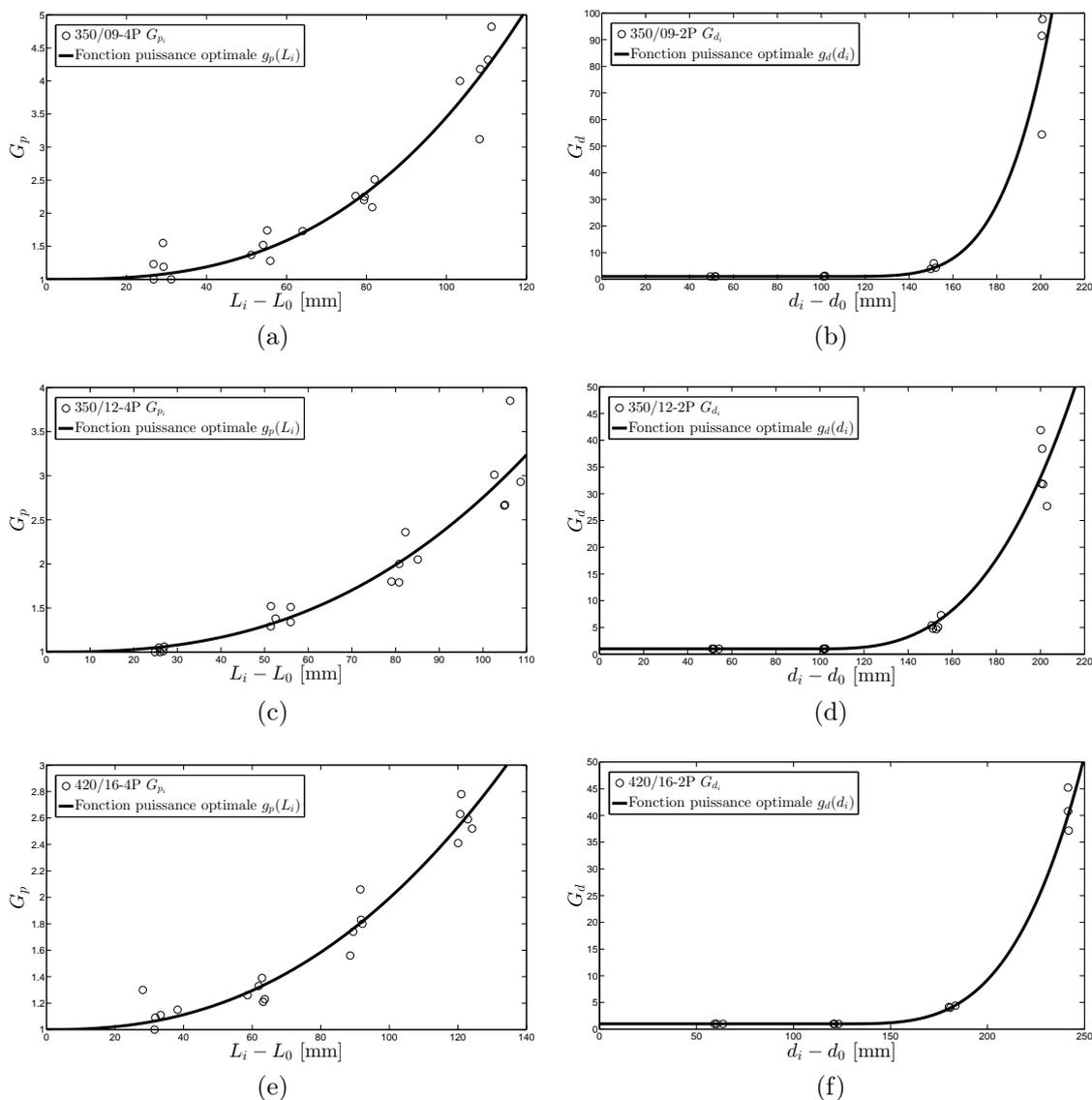


FIGURE 3.14 – Résultats de calibration des fonctions de raidissement géométrique en déchargement : (a) raidissement géométrique du pourtour (calibration) des anneaux 350/09 ; (b) raidissement géométrique des diagonales (calibration) des anneaux 350/09 ; (c) raidissement géométrique du pourtour (calibration) des anneaux 350/12 ; (d) raidissement géométrique des diagonales (calibration) des anneaux 350/12 ; (e) raidissement géométrique du pourtour (calibration) des anneaux 420/16 ; (f) raidissement géométrique des diagonales (calibration) des anneaux 420/16

mètres d'entrée permettant de simuler numériquement la réponse de ces mêmes anneaux et, par assemblage, d'une nappe de filets à anneaux entrelacés à 4 contacts.

3.6 Conclusions

Nous avons développé un modèle discret d'anneau en acier qui tient compte de la plupart des phénomènes physiques mis en jeu. La réponse analytique de ce modèle aux

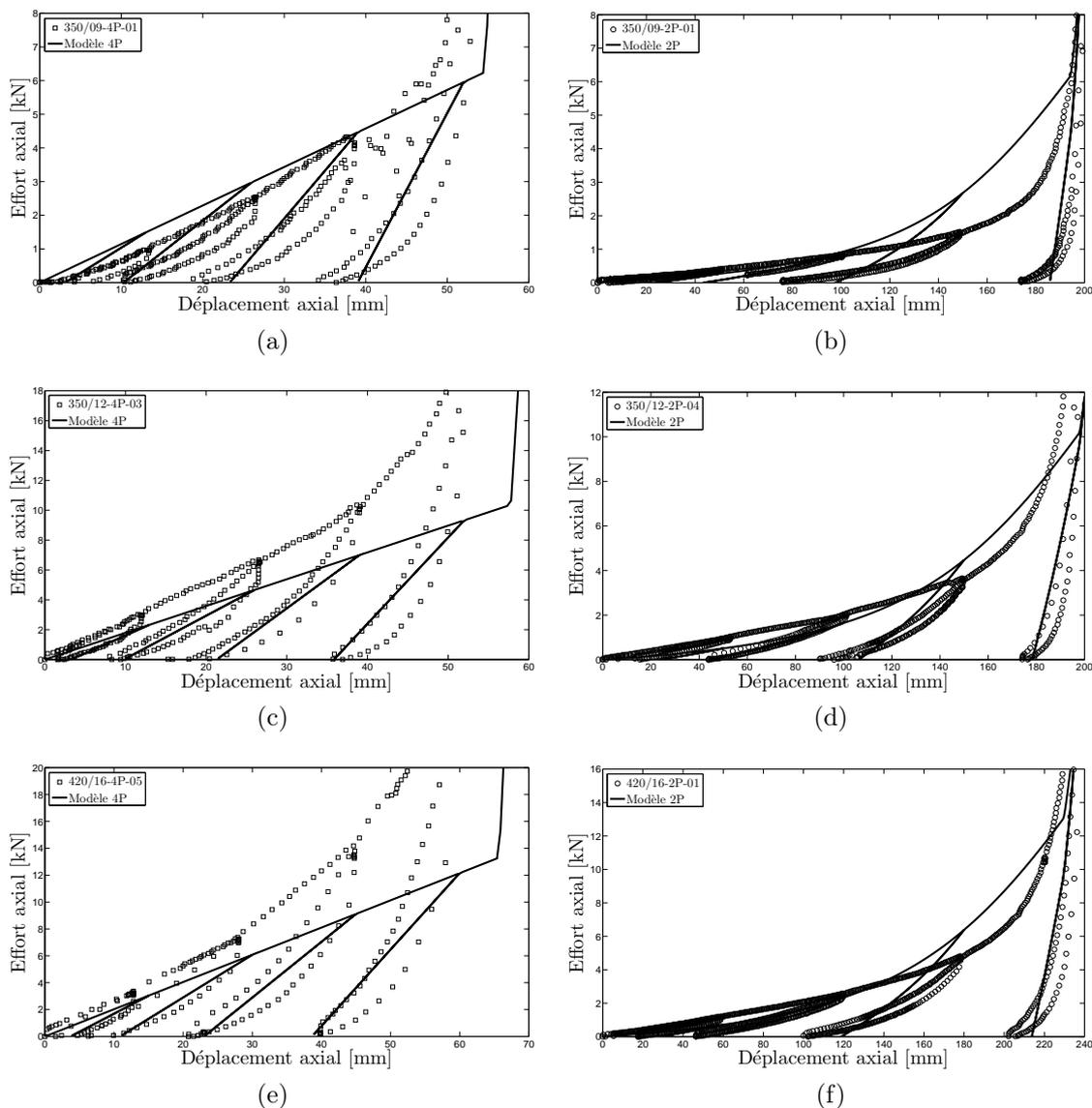


FIGURE 3.15 – Résultats sur les courbes force-déplacements en déchargement : (a) effort axial en traction 4 points des anneaux 350/09 ; (b) effort axial en traction 2 points des anneaux 350/09 ; (c) effort axial en traction 4 points des anneaux 350/12 ; (d) effort axial en traction 2 points des anneaux 350/12 ; (e) effort axial en traction 4 points des anneaux 420/16 ; (f) effort axial en traction 2 points 420/16

configurations de référence de traction 2 points, 4 points et 3 points (Annexe B.1) a été établie et la méthode de calibration multicritère développée nous permet d'obtenir les paramètres d'entrée optimaux. Le modèle calibré à l'aide de données obtenues lors de la campagne expérimentale présente un bon accord avec ces dernières dans toutes les configurations de chargement et pour différentes tailles d'anneau, validant ainsi la généralité du modèle.

La formulation mécanique de ce modèle le rend plus complet que les modèles d'anneaux discrets existants et a priori moins coûteux en calcul que des modèles continus plus fins, tout en fournissant de meilleurs résultats. Le protocole d'essai et la méthode de calibration définis sont des outils efficaces et robustes permettant d'obtenir les para-

mètres de n'importe quel anneau, rendant ainsi le modèle indépendant des technologies et donc générique. L'implémentation DEM du modèle repose sur 4 points matériels et 7 interactions au comportement simple, ce qui la rend aisée et peu coûteuse. Ce modèle est donc particulièrement adapté à la simulation numérique de nappes de filets constituées d'un grand nombre d'anneaux assemblés.

Chapitre 4

Modèle mécanique de câble glissant

4.1 Introduction

Dans le chapitre 2, en 2.4, nous avons introduit un modèle de câble. Ce modèle, dit de câble simple, ne permet cependant pas de prendre en compte le glissement relatif de la nappe de filets sur les câbles de rive. La modélisation de ce phénomène, appelé effet rideau, est indispensable pour décrire correctement le comportement des écrans de filets. De nombreuses études sur les câbles glissants ont été effectuées, proposant des approches de modélisation et des applications différentes. Nous pouvons notamment citer : les systèmes câble-poulie des caténaires [Aufaure, 1993, Aufaure, 2000], les grues et les systèmes de transport par câble [Dupire et al., 2015, Ju and Choo, 2005, Wang and Rega, 2010], les toitures suspendues [Chen et al., 2010, Hincz, 2009], les structures tendues câble-membrane [Dinh et al., 2016, Pargana et al., 2010], les parachutes [Zhou et al., 2004] ainsi que les écrans de filets et les écrans paravalanches [Boutillier, 2004, Ghousoub, 2014, Nicot et al., 2001c, Volkwein, 2005]. Ces différents travaux se basent cependant sur des hypothèses différentes et ont un champ d'application limité. Dans ce chapitre, nous proposons un modèle de câble glissant qui généralise le modèle de câble simple et permet de tenir compte du glissement relatif entre le câble et des éléments extérieurs. Le corps du chapitre reprend les travaux de Coulibaly *et al* [Coulibaly et al., 2018]. Nous développons un modèle de câble glissant ayant pour ambition d'étendre et d'unifier les différentes approches existantes. Le modèle développé permet une analyse dynamique du glissement relatif du câble et de plusieurs éléments extérieurs en tenant compte du frottement et pour une loi de comportement du câble quelconque.

Tout d'abord, nous présentons les principes mécaniques et la formulation mathématique du problème de câble glissant dynamique. Nous en déduisons un système d'équations de glissement, résolues sous contrainte de conservation de longueur neutre, à l'aide d'une formulation analytique de la méthode de Newton-Raphson. La méthode de résolution proposée garantit le respect de la contrainte et présente de très bonnes performances de calcul. Le modèle développé est ensuite validé à l'aide d'un mécanisme de glissement possédant des solutions analytiques fortement non-linéaires. Par ailleurs, nous comparons le modèle développé aux modèles existants et mettons ainsi en avant son exactitude mécanique ainsi que ses performances de calcul. Enfin, l'application à la simulation de l'effet rideau est effectuée et démontre les fortes capacités de modélisation du modèle de câble

glissant développé.

4.2 Formulation générale du câble glissant

4.2.1 Définition du constituant câble glissant

Le modèle mécanique de câble glissant se différencie du modèle de câble simple défini au chapitre 2 par la présence de nœuds glissants parmi les nœuds du câble. Les nœuds du câble se divisent alors en 2 catégories : les nœuds glissants et les nœuds non-glissants (Figure 4.1).

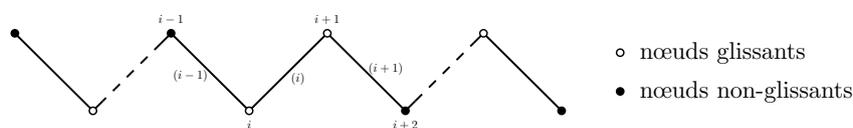


FIGURE 4.1 – Description géométrique du câble glissant

Nœuds non-glissants

Les nœuds non-glissants peuvent représenter les nœuds de discrétisation matérielle du câble lui-même ou des éléments liés aux câbles de façon solidaire (serre-câble par exemple) ; il n'y a pas localement de déplacement relatif entre les nœuds non-glissants et le câble. Par conséquent, l'ordre des nœuds non-glissants le long du câble est invariable. Les deux nœuds d'about d'un câble de longueur finie sont toujours des nœuds non-glissants.

Nœuds glissants

Les nœuds glissants représentent des éléments externes dont le déplacement le long du câble est libre ou le long desquels le câble est en mouvement ; il y a localement un déplacement relatif tangent entre les nœuds glissants et le câble. Ces éléments externes glissants peuvent représenter une poulie, une manille, une maille de filet ou tout autre élément susceptible d'avoir un mouvement de glissement relatif le long du câble. En supposant qu'un élément glissant ne peut passer au travers d'un autre, l'ordre des nœuds glissants le long du câble est lui aussi invariable.

L'ordre global de l'ensemble des nœuds, glissants et non-glissants, est cependant variable. Les nœuds glissants ont la possibilité de glisser le long du câble sur de grandes distances, correspondant à la longueur de plusieurs segments. Ils dépassent alors des nœuds de discrétisation (non-glissants) du câble et modifient l'ordre global des nœuds. Ces permutations entre les nœuds sont réalisées à l'aide d'un algorithme de remaillage spécifique présenté en annexe C.2.

4.2.2 Mécanisme et critère de glissement

Nous souhaitons utiliser un critère de glissement simple et particulièrement adapté aux deux mécanismes principaux rencontrés dans les écrans de filets : le glissement d'éléments extérieurs (mailles de filet, manilles) le long d'un câble et le passage d'un câble autour d'une poulie. La définition d'un critère de glissement se fait usuellement en considérant l'équilibre statique d'un câble en contact avec un élément glissant et dans une configuration géométrique donnée. Pour l'équilibre d'un élément glissant de petite dimension, maille de filet ou manille, un contact ponctuel sur un câble formant un angle vif semble bien adapté. Pour l'équilibre d'un câble autour d'une poulie circulaire, un contact continu sur un câble formant un arc de cercle est alors plus représentatif. Le premier cas, équilibre sur un angle vif, est utilisé par Boutillier [Boutillier, 2004] pour traiter le glissement de la nappe de filets sur les câbles de rive des écrans paravalanches. Ce choix fournit un critère dont l'expression est lourde et présente des discontinuités. Nous lui préférons le critère obtenu par l'équilibre autour d'un élément circulaire que nous utilisons sans distinction pour traiter le glissement d'un câble autour d'une poulie et le glissement d'un élément extérieur le long du câble ; l'expression de ce critère est établie ci-après. La réduction d'un élément circulaire de dimension finie à un nœud glissant sans dimension dans le modèle de câble n'a de sens que si la discrétisation du câble n'est pas trop fine par rapport à la dimension de cet élément. Dans le cas contraire, l'information locale autour du nœud glissant est incorrecte.

Considérons une portion de câble parfaitement flexible formant un arc d'angle α en contact avec un élément circulaire. Le câble est soumis à des tensions T_A et T_B à ses extrémités de sorte que $T_B \geq T_A \geq 0$ et à des efforts de frottement distribués le long de l'arc ; le coefficient de frottement entre le câble et l'élément circulaire est noté μ (Figure 4.2a). L'équilibre statique d'un arc élémentaire de câble ds (Figure 4.2b) nous permet d'établir l'expression de l'effort résultant appliqué localement par l'élément circulaire sur le câble : $\vec{dR} = dT \vec{t} - T d\alpha \vec{n}$ où \vec{n} et \vec{t} représentent respectivement le vecteur unitaire normal et tangent au câble. En faisant l'hypothèse que l'équilibre limite de Mohr-Coulomb est at-

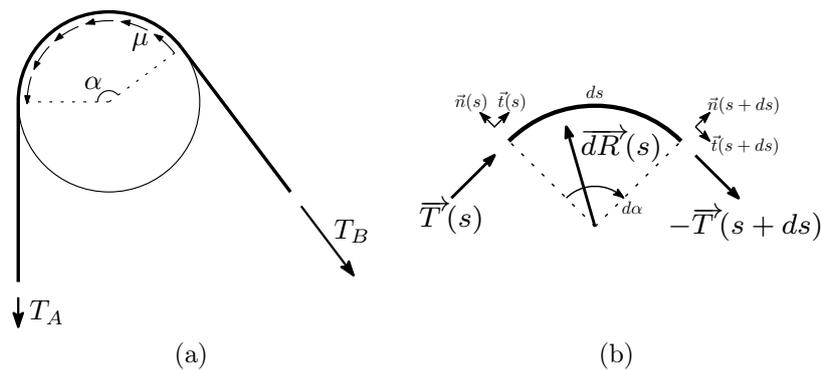


FIGURE 4.2 – Câble en équilibre autour d'un élément circulaire : (a) équilibre global ; (b) équilibre d'un arc élémentaire

teint localement en tout point de l'arc, nous obtenons l'équation différentielle $dT/d\alpha = \mu T$ qui, une fois résolue, fournit l'équation d'Euler–Eytelwein (4.1) que nous utilisons comme critère de glissement.

$$T_B - T_A e^{\mu\alpha} = 0 \quad (4.1)$$

Des modifications de cette relation sont possibles [Jung et al., 2008] afin de tenir compte de la rigidité de flexion du câble. Nous ne nous intéressons pas à ces effets, considérés négligeables pour nos applications.

L'équation (4.1) définit la limite de glissement et correspond à un état d'équilibre limite : aucune valeur de T_A et de T_B ne peut vérifier $T_B - T_A e^{\mu\alpha} > 0$. Nous définissons alors la fonction de glissement par :

$$S(T_A, T_B) = T_B - T_A e^{\mu\alpha} \leq 0 \quad (4.2)$$

Si $T_B - T_A e^{\mu\alpha} < 0$, le contact est solidaire et il n'y a pas de glissement. Si $T_B - T_A e^{\mu\alpha} = 0$, le contact est à l'équilibre limite et le glissement peut se produire.

Lorsque le glissement se produit, le mouvement relatif entre le câble et l'élément glissant modifie la distribution de matière du câble de part et d'autre de cet élément (Figure 4.3a). Les éléments glissants étant directement intégrés au modèle sous forme de nœuds glissants, le glissement s'accompagne donc d'une réelle redistribution de matière entre les deux segments séparés par un nœud glissant. Il existe plusieurs façons de réaliser cette redistribution. Haber [Haber and Abel, 1983] propose une formulation avec des déplacements mixtes Lagrangiens-Eulériens basée sur la méthode des éléments finis. Dans la description Lagrangienne, la matière est associée à un même élément au cours de la déformation et il n'y a pas de transfert de matière entre les éléments. Les variables de déplacement Lagrangiennes permettent de décrire l'évolution des nœuds du maillage et de la géométrie du système. Dans la description Eulérienne, la matière n'est pas associée à un élément et peut traverser les frontières des éléments au cours de la déformation. Les variables de déplacement Eulériennes permettent alors de décrire la redistribution de matière ayant lieu entre les éléments au cours du glissement. La déformation des éléments est alors calculée à partir du champ de déplacement total, somme des déplacements Lagrangien et Eulérien. Malgré la généralité de cette approche, nous préférons une formulation traitant directement le transfert de matière entre les éléments à l'emploi d'une variable Eulérienne supplémentaire. Cela s'avère en effet plus simple à formuler pour les éléments unidimensionnels et permet de parfaitement localiser la matière à tout instant. En présence des déplacements Eulériens, dans la formulation de Haber, la localisation du domaine matériel est inconnue et approchée par le domaine spatial (maillage). La robustesse de cette approximation n'est vérifiée que numériquement, a posteriori, sur certains exemples et requiert des adaptations comme l'emploi impératif de la mesure de déformation d'Almansi [Haber and Abel, 1983]. Pour tenir compte directement de l'échange de matière au cours du glissement, nous procédons à un échange de longueur neutre entre les segments situés de chaque côté d'un nœud glissant (Figure 4.3b). La longueur neutre est une variable directement liée à la quantité de matière et intervient également dans le calcul de la déformation des segments. Cette méthode d'échange de longueur neutre est simple à formuler et permet à tout instant de localiser la matière du câble. Cette méthode d'échange de longueur neutre est équivalente à la formulation mixte Lagrangienne-Eulérienne, elle est notamment adoptée par [Hincz, 2009, Boutillier, 2004, LSTC, 2006].

4.2.3 Équations de glissement

Afin de déterminer si le glissement se produit, la fonction de glissement est évaluée aux nœuds glissants et comparée à la limite de glissement. Si la limite de glissement n'est

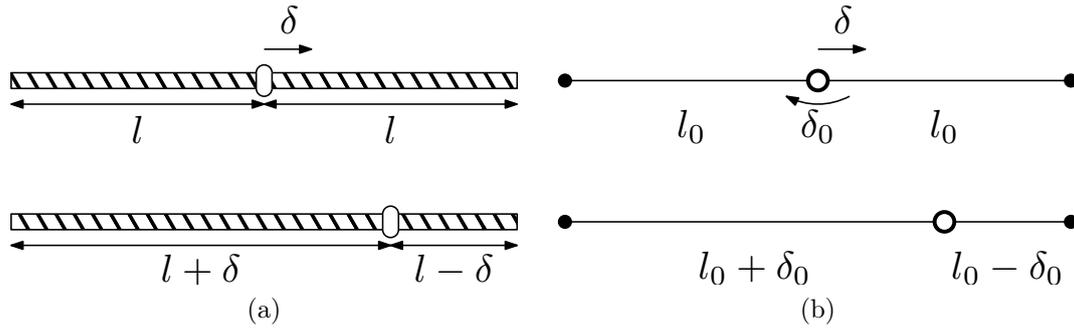


FIGURE 4.3 – Redistribution de matière du câble autour d'un élément glissant : (a) redistribution réelle, l'élément glissant se déplace le long du câble ; (b) redistribution dans le modèle, les segments de part et d'autre du nœud glissant échangent de la longueur neutre

pas atteinte, le nœud reste solidaire du câble et aucune correction n'est apportée. Si la limite de glissement est dépassée, le nœud glisse et les tensions sont équilibrées par un échange de longueur neutre jusqu'à atteindre l'équilibre limite.

Le modèle développé se base sur la formulation explicite dynamique employée en DEM. Soit l'instant actuel t et un pas de temps τ , à l'instant précédent $t - \tau$, toutes les informations relatives au câble sont connues et le critère de glissement est satisfait en chacun des nœuds glissants. L'intégration temporelle est effectuée et l'état du câble à l'instant actuel t est obtenu. A cet instant, la satisfaction du critère de glissement n'est pas assurée et des corrections peuvent être nécessaires afin de respecter la limite de glissement en chaque nœud glissant. Pour cela, les nœuds glissants nécessitant une correction sont d'abord identifiés, des groupes de nœuds glissants consécutifs parmi les nœuds précédemment identifiés sont alors formés et les corrections nécessaires sont effectuées sur chaque groupe de nœuds de façon indépendante.

Système à résoudre

Nous détaillons l'itération courante. À l'instant t , les tensions dans l'ensemble des segments sont évaluées, ces valeurs de tension prédites sont notées T^{tr} . Pour chaque nœud glissant, la valeur prédite de la fonction de glissement $S^{tr} = T_B^{tr} - T_A^{tr} e^{\mu\alpha}$ est calculée. Si la valeur de la fonction de glissement prédite respecte la limite de glissement, soit $S^{tr} \leq 0$, alors le nœud glissant est en contact solidaire avec le câble et aucune correction n'est nécessaire. Si la valeur de la fonction de glissement prédite dépasse la limite de glissement, soit $S^{tr} > 0$, alors le nœud glissant est identifié comme étant en glissement et la tension de part et d'autre du nœud doit être équilibrée de façon à satisfaire l'équilibre limite (4.1) au temps t , à savoir $S^t = 0$. Il est possible de prendre en compte le coefficient de frottement statique et dynamique en fonction de l'état du nœud glissant, solidaire ou en glissement, à l'instant précédent $t - \tau$. Supposons maintenant que la valeur prédite de la fonction de glissement dépasse la limite de glissement pour N_s nœuds glissants consécutifs. Un groupe de nœuds glissants consécutifs, tous en glissement à l'instant t , est alors formé. Ces nœuds glissants sont, par définition, encadrés par deux nœuds non-glissants, fournissant ainsi un ensemble de $N_s + 1$ segments et $N_s + 2$ nœuds indicés de i_0 à $i_0 + N_s + 1$ (Figure 4.4).

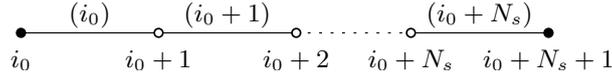


FIGURE 4.4 – Groupe de nœuds glissants consécutifs avec nœuds d'about non-glissants

Les tensions dans les segments doivent être équilibrées de façon à ce que l'équilibre limite de glissement soit atteint en chaque nœud glissant i du groupe à l'instant t , soit $S_i^t = 0$. Pour chaque nœud glissant i , $i \in \llbracket i_0 + 1, i_0 + N_s \rrbracket$, la limite de glissement (4.1) peut s'exprimer :

$$T_i^t = \lambda_i T_{i-1}^t \quad (4.3)$$

avec $\lambda_i = e^{\pm \mu_i \alpha_i}$ où le signe de l'exposant dépend de l'intensité relative des efforts prédits dans les segments (i) et $(i-1)$ adjacents au nœud i comme illustré Figure 4.5.

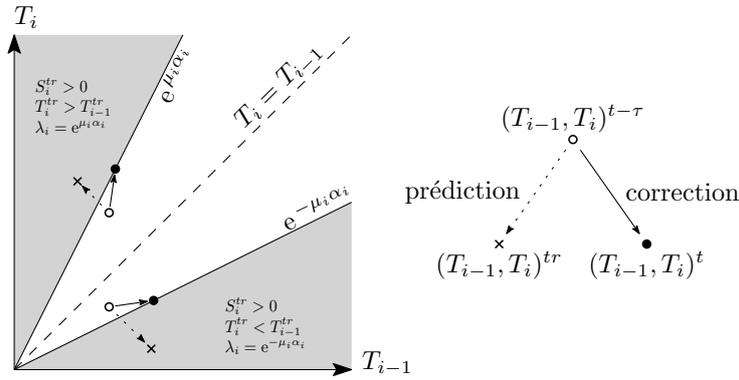


FIGURE 4.5 – Tensions dans les segments adjacents à un nœud glissant : tensions admissibles (blanc) et tensions dépassant la limite de glissement (gris)

Solution analytique

Le produit terme à terme des tensions données par (4.3) nous permet d'exprimer la tension dans le segment (i) en fonction de la tension dans le premier segment (i_0) du groupe :

$$T_i^t = \Lambda_i T_{i_0}^t \quad \text{avec} \quad \Lambda_i = \prod_{k=i_0+1}^{k=i} \lambda_k \quad (4.4)$$

L'équation (4.4) implique que les tensions doivent avoir le même signe dans tous les segments. Étant donné que le câble ne peut pas reprendre des efforts de compression axiale, les tensions sont donc soit toutes positives, soit toutes nulles.

Supposons que l'incrément de tension entre les instants $t - \tau$ and t soit une fonction continue et strictement croissante de l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon$ entre ces mêmes instants. C'est la seule hypothèse formulée quant à la loi de comportement du câble, elle permet de traiter n'importe quel matériau constitutif dont le comportement est indépendant du temps et n'est pas adoucissant.

La tension à l'instant t dans n'importe quel segment s'écrit alors :

$$T^t = T^{t-\tau} + f^{t-\tau}(\Delta \varepsilon) \quad (4.5)$$

Nous exprimons la longueur neutre à l'instant présent t à l'aide d'un incrément de longueur neutre Δl_0 depuis la longueur neutre à l'instant précédent $t - \tau$, soit : $l_0^t = l_0^{t-\tau} + \Delta l_0$. L'incrément de longueur neutre Δl_0 est alors la quantité inconnue recherchée. En utilisant la mesure de déformation de Cauchy, l'incrément de déformation entre les instants $t - \tau$ et t s'écrit :

$$\Delta \varepsilon = \frac{l_0^t - l_0^{t-\tau}}{l_0^{t-\tau}} = \frac{l_0^t}{l_0^{t-\tau} + \Delta l_0} - \frac{l_0^{t-\tau}}{l_0^{t-\tau}} \quad (4.6)$$

L'incrément de déformation dépend alors uniquement de l'incrément de longueur neutre puisque les longueurs aux instants $t - \tau$ et t sont connues, tout comme la longueur neutre à l'instant $t - \tau$.

Les incréments de longueur neutre, de déformation et de tension sont encadrés par des valeurs minimales et maximales. Les bornes de l'incrément de longueur neutre sont respectivement notées Δl_{0min} et Δl_{0max} , celles de l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon_{min}$ et $\Delta \varepsilon_{max}$ et celles de l'incrément de tension ΔT_{min} et ΔT_{max} . La détermination de ces bornes se fait par la prise en compte de la tension et de la longueur neutre minimales.

D'une part, la tension doit rester positive ou nulle. En effet, l'absence d'efforts de compression définit la valeur minimale $\Delta \varepsilon_{min}$ de l'incrément de déformation. En deçà de cette valeur, le segment présente un plateau d'effort nul et la définition de la fonction f comme strictement croissante n'est plus valide ; au-delà de cette valeur, la tension est une fonction continue et strictement croissante f de l'incrément de déformation (Figure 4.6).

D'autre part, la longueur neutre doit rester positive, fournissant ainsi la valeur minimale de l'incrément de longueur neutre Δl_{0min} et la valeur maximale de l'incrément de déformation $\Delta \varepsilon_{max}$. Lorsque la longueur neutre tend vers zéro, la déformation, ainsi que l'incrément de déformation tendent vers l'infini. Cette borne ne prend a priori pas en compte l'existence d'une valeur de déformation ultime finie pour le matériau constitutif du câble. La présence de cette limite mécanique n'altère en rien la présente formulation mathématique, la signification physique des valeurs de déformation qui dépasseraient la limite ultime du matériau sont discutées en annexe C.1. Les bornes des incréments de tension ΔT_{min} et ΔT_{max} peuvent être directement déterminées en évaluant la fonction d'incrément de tension f respectivement en $\Delta \varepsilon_{min}$ et en $\Delta \varepsilon_{max}$.

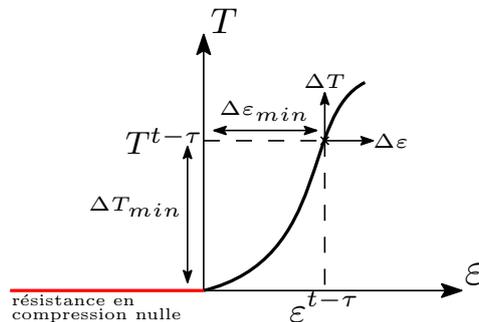


FIGURE 4.6 – Exemple d'une courbe tension-déformation et identification des valeurs minimales des incréments de déformation et de tension (les valeurs maximales sont infinies)

La fonction f est une bijection continue et strictement croissante sur l'intervalle $I = [\Delta \varepsilon_{min}, \Delta \varepsilon_{max}[$ vers l'intervalle $f(I) = [\Delta T_{min}, \Delta T_{max}[$. Par conséquent, f est un homéomorphisme et possède une bijection réciproque, elle aussi continue et strictement croissante notée f^{-1} .

La définition et les propriétés des fonctions d'incrément de tension f_i de chacun des segments (i), $i \in \llbracket i_0 + 1, i_0 + N_s \rrbracket$, nous permettent de résoudre le système d'équations (4.4). En substituant (4.5) dans (4.4) et après réarrangement, nous obtenons :

$$f_i^{t-\tau}(\Delta\varepsilon_i) = \Lambda_i (T_{i_0}^{t-\tau} + f_{i_0}^{t-\tau}(\Delta\varepsilon_{i_0})) - T_i^{t-\tau} \quad (4.7)$$

L'équation (4.7) peut alors être inversée et donne l'incrément de déformation :

$$\Delta\varepsilon_i = f_i^{t-\tau-1} (\Lambda_i (T_{i_0}^{t-\tau} + f_{i_0}^{t-\tau}(\Delta\varepsilon_{i_0})) - T_i^{t-\tau}) \quad (4.8)$$

et en utilisant la définition de l'incrément de déformation (4.6), l'équation (4.8) fournit l'expression de l'incrément de longueur neutre :

$$\Delta l_{0,i} = \frac{l_i^t}{\frac{l_i^{t-\tau}}{l_{0,i}^{t-\tau}} + f_i^{t-\tau-1} \left(\Lambda_i \left(T_{i_0}^{t-\tau} + f_{i_0}^{t-\tau} \left(\frac{l_{i_0}^t}{l_{0,i_0}^{t-\tau} + \Delta l_{0,i_0}} - \frac{l_{i_0}^{t-\tau}}{l_{0,i_0}^{t-\tau}} \right) \right) - T_i^{t-\tau} \right)} - l_{0,i}^{t-\tau} \quad (4.9)$$

À travers cette substitution, l'incrément de longueur neutre, $\Delta l_{0,i}$, de chaque segment (i) est exprimé en fonction de l'incrément de longueur neutre du premier segment (i_0) du groupe, $\Delta l_{0,i_0}$. La résolution de ce système de N_s équations de glissement et $N_s + 1$ variables nécessite la prise en compte de la contrainte de conservation de la longueur neutre totale, équivalente à la conservation de la masse. La longueur neutre totale au sein d'un groupe doit rester identique entre les instants $t - \tau$ et t , la somme des incréments de longueur neutre doit donc être nulle. Cette somme est une fonction notée Ψ qui dépend uniquement de l'incrément de longueur neutre du premier segment du groupe $\Delta l_{0,i_0}$. La contrainte de conservation de la longueur neutre totale s'exprime donc :

$$\sum_{i=i_0}^{i=i_0+N_s} \Delta l_{0,i} = \Psi(\Delta l_{0,i_0}) = 0 \quad (4.10)$$

Le système de $N_s + 1$ équations non-linéaires couplées à $N_s + 1$ variables gouvernant le glissement de N_s noeuds glissants consécutifs est ainsi réduit de façon analytique à une équation à une seule variable (4.10). Il est démontré en annexe C.1 que l'équation (4.10) possède une solution unique dans le cas où les tensions sont positives. Il existe alors une unique valeur de l'incrément $\Delta l_{0,i_0}$ qui annule la fonction Ψ . Dans le cas où les tensions sont nulles, l'injectivité de l'incrément de tension est perdue et il existe une infinité de solutions.

4.2.4 Résolution et implémentation numérique

Dans la section précédente, une formulation générale du retour à l'équilibre limite de glissement d'un groupe de noeuds glissants consécutifs a été développée et les propriétés mathématiques de ce système ont été analysées. Cette formulation demeure cependant très générale et la recherche de solutions peut s'avérer ardue dans la pratique. Les méthodes numériques employées pour la résolution de ce problème doivent être choisies avec attention afin d'éviter certaines difficultés inhérentes au problème à résoudre. Celui-ci fait intervenir le calcul et l'inversion des fonctions d'incrément de tension et doit donc être

spécifié pour chaque loi de comportement souhaitée. De plus, la résolution numérique de telles équations non-linéaires peut être compliquée par la nature explicite du schéma employé. Le pas de temps τ étant faible, les incréments de longueur neutre le sont également et trouver une solution acceptable peut devenir difficile dans le cas où l'intensité de l'incrément cherché est comparable à la tolérance de la méthode de résolution numérique choisie ou à la précision de la machine utilisée. Enfin, déterminer numériquement une solution à l'équation (4.10) implique que la contrainte de conservation de la longueur neutre ne sera pas respectée de façon stricte puisque la solution sera approchée et pourra possiblement dériver au cours du temps. La détermination de solutions suffisamment précises, permettant de contrôler ou de limiter la dérive de la longueur neutre totale, pourrait exiger un effort de calcul très important.

Dans la littérature

Pour les câbles possédant un seul nœud glissant, appelés câbles glissants simple-nœud, la contrainte de conservation de la longueur neutre peut être directement intégrée dans l'unique équation de glissement qui est alors résolue numériquement à l'aide de méthodes classiques de résolution. Cette technique est notamment utilisée dans le logiciel commercial LS-DYNA [LSTC, 2006, Erhart, 2012] et la résolution est effectuée à l'aide de la méthode de Brent. Cette méthode est robuste mais la détermination de points de départ pertinents pour la résolution peut être difficile. Pour les câbles glissants multi-nœuds, Hincz [Hincz, 2009] résout les équations de glissement une par une au niveau de chaque nœud glissant, évitant ainsi la formulation et la résolution d'un problème multi-nœuds. Le problème à un nœud est résolu en négligeant les transferts de longueur neutre provenant des autres segments et l'opération est répétée de façon itérative pour l'ensemble des nœuds glissants. Pour un matériau élastique linéaire, l'emploi de la fraction médiane permet d'obtenir un incrément fictif de longueur neutre correspondant à une solution sans frottement. Seule une partie de cet incrément est alors retenue afin de tenir compte du frottement. Cette approche est une adaptation de la méthode de relaxation, elle est ici effectuée avec un pas fixe pour chaque variable du système à résoudre. Les inconvénients principaux de cette approche sont sa vitesse de convergence excessivement lente et son pas fixe à cause duquel la solution trouvée peut être relativement éloignée de l'équilibre limite. La formulation linéarisée proposée par Boutillier [Boutillier, 2004] est plus efficace que la méthode de relaxation et permet également de respecter la contrainte de conservation de la longueur neutre grâce à des propriétés particulières de linéarité expliquées ci-après. Toutes ces approches sont néanmoins limitées à l'analyse statique d'un câble en élasticité linéaire. Une analyse comparative de ces méthodes de résolution est présentée section 4.4.

Méthode développée

Dans ce travail et afin de surmonter ces divers obstacles, nous développons une méthode spécifique pour résoudre le système d'équations de glissement (4.3) associé à la contrainte de conservation de la longueur neutre (4.10) utilisant la méthode de Newton-Raphson. L'emploi de cette méthode présente de nombreuses propriétés avantageuses dans le cas particulier que nous souhaitons résoudre. Le fait que les équations (4.3) soient

couplées par paires et que la contrainte (4.10) soit une combinaison linéaire des inconnues permet de déduire des expressions analytiques du schéma de Newton-Raphson qui soient générales pour toute loi de comportement et qui garantissent la conservation de la longueur neutre. Ces expressions sont maintenant explicitées.

La méthode de Newton-Raphson permet de déterminer les solutions d'un système d'équations non-linéaires en résolvant de façon itérative le système linéarisé. Pour la première itération, nous prenons comme point de départ l'état du système à l'instant $t - \tau$. À l'itération courante, r , la fonction d'incrément de tension f est linéarisée en considérant le module tangent E_t du matériau et l'équation (4.5) devient :

$$T^{r+1} = T^r + E_t^r A \left(\frac{l^{r+1} - l^r}{l_0^r} - \frac{l^r}{l_0^{r2}} \Delta l_0^r \right) \quad (4.11)$$

L'équation (4.9) s'écrit alors :

$$\Delta l_{0,i}^r = \underbrace{\Lambda_i \frac{l_{i_0}^r l_{0,i}^{r2} E_{t,i_0}^r}{l_i^r l_{0,i_0}^{r2} E_{t,i}^r}}_{a_i^r} \Delta l_{0,i_0}^r + \underbrace{\frac{l_{0,i}^{r2}}{l_i^r} \left(\frac{T_i^r - \Lambda_i T_{i_0}^r}{E_{t,i}^r A} + \frac{l_i^{r+1} - l_i^r}{l_{0,i}^r} - \frac{E_{t,i_0}^r}{E_{t,i}^r} \Lambda_i \frac{l_{i_0}^{r+1} - l_{i_0}^r}{l_{0,i_0}^r} \right)}_{b_i^r} \quad (4.12)$$

où l'incrément de longueur neutre de chaque segment est une fonction affine de l'incrément de longueur neutre du premier segment du groupe. Enfin, en substituant les expressions des incréments de longueur neutre (4.12) dans l'équation de conservation (4.10) nous obtenons directement l'incrément de longueur neutre dans le premier segment du groupe $\Delta l_{0,i_0}^r$:

$$\Delta l_{0,i_0}^r = - \frac{\sum_{i=i_0}^{i=i_0+N_s} b_i^r}{1 + \sum_{i=i_0}^{i=i_0+N_s} a_i^r} \quad (4.13)$$

Une fois l'incrément du premier segment obtenu, les incréments de tous les autres segments sont obtenus à l'aide de (4.12) et les longueurs neutres sont actualisées : $l_{0,i}^{r+1} = l_{0,i}^r + \Delta l_{0,i}^r$. Les déformations et les tensions sont alors recalculées à l'itération suivante $r + 1$ et la procédure est poursuivie jusqu'à convergence. L'état du système à l'instant t correspond à l'état obtenu à la convergence. La condition de convergence porte sur la limite de glissement, l'équation (4.3) doit être vérifiée en chacun des nœuds glissants du groupe avec une tolérance ξ :

$$|T_i^t - \lambda_i T_{i-1}^t| < \xi \quad \forall i \in \llbracket i_0 + 1, i_0 + N_s \rrbracket \quad (4.14)$$

Intérêts de la méthode

Les expressions analytiques de la méthode de Newton-Raphson ainsi obtenues sont simples et présentent de nombreux avantages. Tout d'abord, ces expressions analytiques n'impliquent pas le calcul de la matrice Jacobienne et le couplage par paire permet de résoudre directement le système linéaire à l'aide de substitutions. Ensuite, l'introduction du module tangent rend la méthode facilement applicable à un grand nombre de lois de comportement sans avoir à spécifier la formulation pour chacune d'elles. La détermination du module tangent se fait en utilisant les propriétés adéquates de la loi de comportement utilisée. Enfin, la linéarisation des équations d'équilibre (4.3) par rapport aux incréments de longueur neutre et le fait que l'équation de conservation (4.10) soit une combinaison

linéaire de ces mêmes incréments garantissent automatiquement le respect de la contrainte de conservation de la longueur neutre à chaque itération et par conséquent tout au long de la résolution. L'approximation réside alors sur la satisfaction du critère de glissement et non plus sur l'équation de conservation de la longueur neutre.

4.3 Validation du modèle

Il est proposé dans cette section de valider le modèle de câble glissant développé et son implémentation numérique à l'aide d'un mécanisme de glissement théorique.

4.3.1 Système étudié

Considérons deux points matériels A et B de masse m soumis à des forces ponctuelles verticales F et libres de glisser le long d'un câble inextensible de masse négligeable et de longueur L (Figure 4.7).

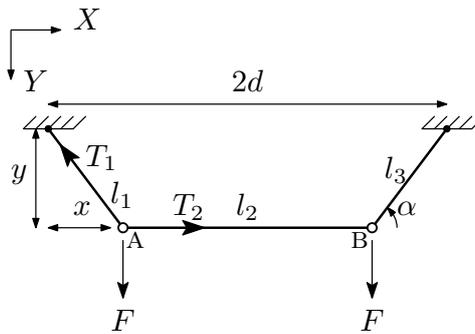


FIGURE 4.7 – Points matériels glissant le long d'un câble inextensible

Les points matériels glissent avec frottement le long du câble et l'évolution de leurs positions horizontales et verticales x et y au cours du temps sont déterminées. Par symétrie du système, seul un point matériel est étudié, les équations de mouvement du point A s'écrivent :

$$\begin{cases} T_2 - T_1 \cos \alpha = m\ddot{x} \\ -T_1 \sin \alpha + F = m\ddot{y} \end{cases} \quad (4.15)$$

avec $\cos \alpha = x/l_1$, $\sin \alpha = y/l_1$ et $\alpha = \arctan(y/x)$. En supposant que le point glisse vers le centre, les tensions T_1 et T_2 doivent vérifier l'équation d'Euler-Eytelwein (4.1) : ici, $T_1 = T_2 e^{\mu\alpha}$. Les équations de mouvement peuvent alors être réarrangées et former l'équation différentielle (4.16) à résoudre, en notant que l_1 et y peuvent être exprimés en fonction de x : $l_1 = x - d + L/2$ et $y = \sqrt{l_1^2 - x^2}$.

$$\ddot{y} + \ddot{x} \frac{y}{l_1 e^{-\mu\alpha} - x} = \frac{F}{m} \quad (4.16)$$

L'équation différentielle ainsi déterminée est fortement non-linéaire, les solutions de l'équation analytique (4.16) sont obtenues à l'aide de la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Les résultats issus des simulations numériques effectuées à l'aide du modèle de câble glissant sont comparés aux résultats analytiques ainsi déterminés. La position horizontale

et verticale du point matériel est étudiée, ainsi que le ratio des tensions de part et d'autre de celui-ci et la conservation de la longueur neutre totale. Afin de conserver l'ordre des nœuds glissants le long du câble, nous étudions les résultats tant que les nœuds glissants ne se croisent pas en milieu de câble, soit $x < d$. Les paramètres et les conditions initiales retenues pour cette étude sont précisés dans la suite. Les points matériels ont une masse de 1 kg, l'effort vertical qui leur est appliqué vaut $F = 10$ N et le coefficient de frottement entre les points et le câble vaut $\mu = 0,3$; aucune différence n'est faite entre le coefficient de frottement statique et dynamique. Les conditions initiales du point étudié sont $x = y = d/2$ et $\dot{x} = \dot{y} = 0$. Par conséquent, $L = d(1 + \sqrt{2})$ et nous choisissons $d = 0,5$ m. Une loi de comportement élastique linéaire avec une très forte valeur de module de Young est choisie dans le but de reproduire au mieux l'inextensibilité du câble [Zhou et al., 2004]. La tolérance sur la satisfaction de l'équilibre limite de glissement dans la méthode de Newton-Raphson est prise égale à $\xi = 10^{-6}$ N.

4.3.2 Résultats

Les résultats issus de la simulation sont en parfait accord avec les résultats analytiques. Le déplacement du point matériel glissant (Figure 4.8a et 4.8b) est parfaite-

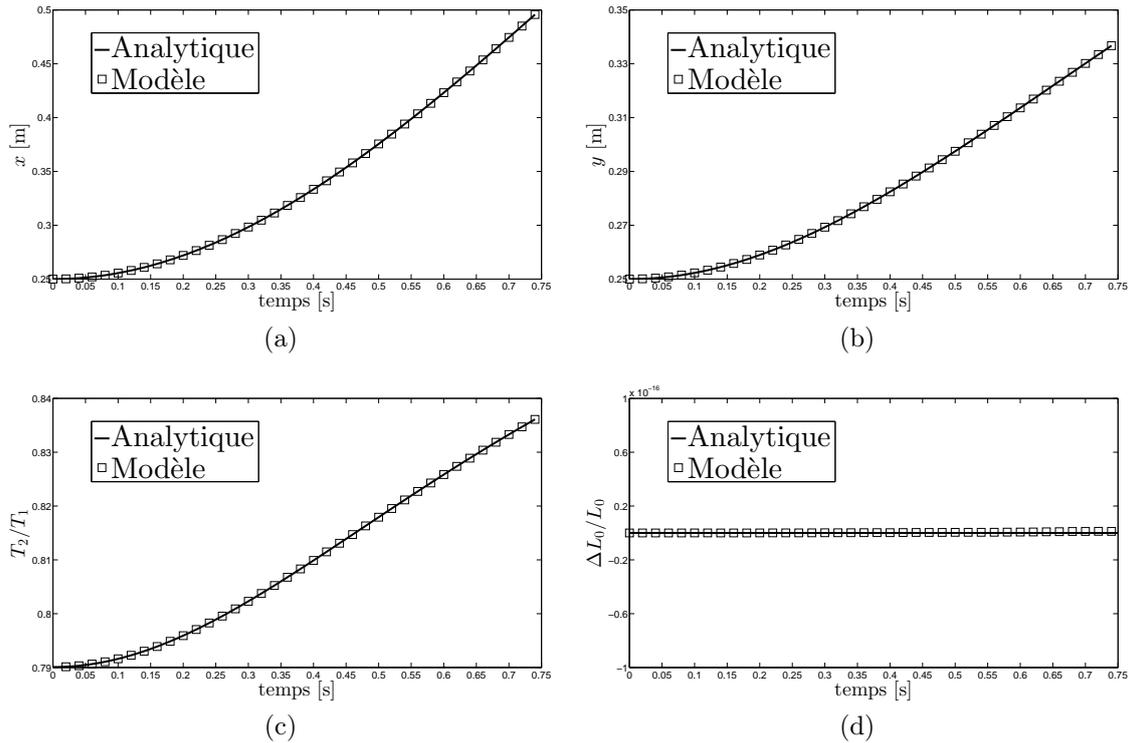


FIGURE 4.8 – Comparaison entre les solutions analytiques et les solutions obtenues par simulation numérique à l'aide du modèle de câble glissant pour le mécanisme de glissement théorique : (a) position horizontale; (b) position verticale; (c) ratio des tensions; (d) variation relative de la longueur neutre totale

ment reproduit suivant les deux directions et durant la totalité du glissement. Lorsqu'il y a glissement avec frottement, la tension dans les segments du câble est gouvernée par l'équation d'Euler-Eytelwein. Lorsque les points se déplacent, l'angle d'enroulement est

modifié et la limite de glissement évolue au cours du temps. L'expression théorique du ratio des tensions est déterminée directement à partir des résultats analytiques en calculant $T_2/T_1 = e^{-\mu \arctan(y/x)}$. Les valeurs de tension sont enregistrées au cours de la simulation, le ratio des tensions issu de la simulation est alors simplement calculé et comparé aux valeurs analytiques. Comme pour le déplacement, l'accord est excellent (Figure 4.8c) et valide l'algorithme de résolution, en particulier la condition de convergence (4.14) qui garantit le respect de la limite de glissement. La variation relative de longueur neutre totale du câble L_0 est également suivie (Figure 4.8d). Les résultats montrent que la contrainte de conservation de la longueur neutre est très bien respectée grâce à l'emploi de l'algorithme de Newton-Raphson et ne révèle quasiment aucune dérive dans le temps. Les variations relatives de la longueur neutre totale sont largement inférieures à la précision machine (environ $1,11 \times 10^{-16}$) du type *double précision* [IEEE Standards Association, 2008, Goldberg, 1991] utilisé pour la simulation. Les variations constatées peuvent être attribuées à des erreurs d'arrondi dans le calcul des expressions (4.12) et (4.13).

4.4 Comparaison avec les modèles existants

Le mécanisme à 2 points matériels glissants présenté dans la section précédente nous a permis de valider les principes de la méthode ainsi que son implémentation numérique. Le modèle développé permet de réaliser des simulations dynamiques d'un système de câble glissant multi-nœuds qui sont robustes et performantes. Nous allons désormais comparer le modèle unifié proposé aux modèles existants dans la littérature. Nous étudions un système élémentaire à un seul nœud glissant et un comportement élastique linéaire du câble de sorte que l'ensemble des modèles puissent être comparés. La comparaison entre les modèles porte sur l'exactitude de la solution et la performance de calcul obtenue sur la résolution des équations de glissement au cours d'une unique itération entre deux instants $t - \tau$ et t définis ci-après.

4.4.1 Système étudié

Considérons un câble délimité par les points A et C en appui sur une poulie fixe située au point B (Figure 4.9). Le câble est composé de deux segments (AB) et (BC) formant un angle d'enroulement de $\alpha = 45^\circ$ sur la poulie, le coefficient de frottement entre le câble et la poulie est de $\mu = 0,2$. On suppose qu'à l'instant $t - \tau$, le câble se trouve à l'équilibre

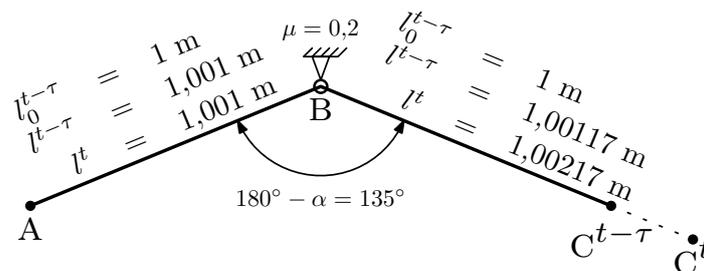


FIGURE 4.9 – Mécanisme de glissement autour d'une poulie utilisé pour la comparaison des modèles de câble glissant

limite de glissement. En utilisant la limite de glissement (4.1), le ratio de tension entre le segment le moins tendu (AB) et le segment le plus tendu (BC) du câble vaut 1,17. Nous fixons les valeurs des grandeurs du système : tensions, raideurs, longueurs neutres et longueurs de façon à respecter l'équilibre limite de glissement à l'instant $t - \tau$; les valeurs retenues sont présentées Tableau 4.1.

TABLEAU 4.1 – Valeurs des grandeurs retenues pour la comparaison des modèles de câble glissant

Grandeur	Segment (AB)	Segment (BC)
$T^{t-\tau}$	10 kN	11,7 kN
EA	10^7 N	10^7 N
$l_0^{t-\tau}$	1 m	1 m
$l^{t-\tau}$	1,001 m	1,00117 m
l^t	1,001 m	1,00217 m

Le système est alors soumis à une sollicitation qui éloigne le point C du point B d'une distance de 1 mm entre les instants $t - \tau$ et t . Ce déplacement se fait dans l'alignement du segment (BC) si bien que l'angle d'enroulement n'est pas modifié (Figure 4.9). À l'instant t , la limite de glissement autour de la poulie est dépassée, les tensions et les longueurs neutres doivent alors être rééquilibrées. Les résultats fournis par les différentes approches de modélisation sont détaillés dans ce qui suit.

4.4.2 Modèles sans frottement

Les modèles de câble glissant ne prenant pas en compte le frottement [Aufaure, 1993, Zhou et al., 2004, Chen et al., 2010, Ghossoub, 2014] supposent que la déformation est uniforme sur la totalité du câble. Cette approche ne requiert pas l'identification de la longueur neutre de chaque segment puisque la déformation est mesurée à partir de la longueur neutre totale. Dans notre cas d'étude, la résolution est immédiate, la déformation totale de Cauchy vaut : $\varepsilon_{tot} = (1,00217 + 1,001 - 2)/2 = 0,001585$ et la tension au sein du câble vaut $T^t = 15,85$ kN dans les deux segments.

Bien que n'apparaissant pas explicitement dans les modèles sans frottement, il est possible de déterminer la quantité de longueur neutre échangée entre les segments. La déformation dans chaque segment étant égale à la déformation totale, la longueur neutre d'un segment à l'instant t s'obtient par : $l_0^t = l^t / (1 + \varepsilon_{tot})$. D'après les résultats précédents : $l_{0,(BC)}^t = 1,00217 / (1 + 0,001585) = 1,000584074$ m, la longueur neutre échangée autour du nœud glissant B vaut donc : $\Delta l_0 = l_{0,(BC)}^t - l_{0,(BC)}^{t-\tau} = 0,584074$ mm.

4.4.3 Modèle avec réduction de tension de Volkwein

Volkwein [Volkwein, 2004] propose un modèle de câble glissant qui permet de tenir compte du frottement en utilisant un système de réduction de tension. Dans un premier temps, la tension est calculée sur la totalité du câble avec l'hypothèse de déformation uniforme. Dans un second temps, la tension est réduite dans les segments subissant un raccourcissement, ce qui permet de prendre en compte le frottement. Plusieurs facteurs

de réduction peuvent être utilisés en fonction du critère de glissement souhaité. Pour le critère que nous utilisons, basé sur la limite de glissement (4.1), il est proposé de diminuer la tension de $\Delta T = T(1 - e^{-\mu\alpha})$, soit pour notre exemple : $\Delta T = 15,85(1 - 1/1,17) = 2,30$ kN.

La résolution est immédiate, le calcul de la tension sous l'hypothèse de déformation uniforme est identique au cas sans frottement présenté précédemment et des valeurs identiques sont obtenues. Nous appliquons ensuite la réduction de tension au segment raccourci. Dans notre cas, aucun segment n'est raccourci, il est alors possible que l'algorithme se poursuive sans apporter de correction et donc sans tenir compte du frottement pendant l'itération. Dans le cadre de cette démonstration, nous appliquons la réduction de tension au segment (AB), les tensions dans les segments (AB) et (BC) deviennent alors : $T_{(AB)}^t = 15,85 - 2,30 = 13,55$ kN et $T_{(BC)}^t = 15,85$ kN.

4.4.4 Modèles avec frottement et échange de longueur neutre

Nous étudions ici les résultats obtenus en employant la méthode d'échange de longueur neutre pour traiter le glissement. Le cas d'étude est tout d'abord traité de façon analytique, ce qui permet de disposer des résultats de référence. Les résultats numériques issus des différents modèles existants et du modèle proposé sont dans un second temps comparés. Dans le cas d'un nœud glissant unique, nous nous attendons à ce que ces méthodes donnent des résultats très proches des valeurs analytiques, les différences principales entre celles-ci résident dans l'algorithme de résolution et donc dans leur performance.

Résolution analytique

Reprenons la formulation générale exposée précédemment pour traiter le cas d'étude de façon analytique. À l'instant t , nous souhaitons vérifier l'équilibre (4.3) autour du nœud B et la conservation de la longueur neutre (4.10). Dans le cas élastique linéaire, l'équilibre limite, les tensions dans les segments, ainsi que la contrainte de conservation de la longueur neutre sont donnés par :

$$\left\{ \begin{array}{l} T_{(BC)}^t = e^{\mu\alpha} T_{(AB)}^t \\ T_{(AB)}^t = EA \left(\frac{l_{(AB)}^t}{l_{0,(AB)}^{t-\tau} + \Delta l_{0,(AB)}} - 1 \right) \\ T_{(BC)}^t = EA \left(\frac{l_{(BC)}^t}{l_{0,(BC)}^{t-\tau} + \Delta l_{0,(BC)}} - 1 \right) \\ \Delta l_{0,(AB)} + \Delta l_{0,(BC)} = 0 \end{array} \right. \quad (4.17)$$

En posant $\Delta l_0 = \Delta l_{0,(BC)} = -\Delta l_{0,(AB)}$, les équations (4.17) peuvent être réarrangées sous la forme d'une unique équation du second degré $a\Delta l_0^2 + b\Delta l_0 + c = 0$ et une solution analytique du problème est alors aisément obtenue. Les expressions des coefficients du trinôme sont :

$$\left\{ \begin{array}{l} a = e^{\mu\alpha} - 1 \\ b = e^{\mu\alpha} \left(l_{(AB)}^t - l_{0,(AB)}^{t-\tau} + l_{0,(BC)}^{t-\tau} \right) + l_{0,(AB)}^{t-\tau} + l_{(BC)}^t - l_{0,(BC)}^{t-\tau} \\ c = e^{\mu\alpha} \left(l_{(AB)}^t - l_{0,(AB)}^{t-\tau} \right) l_{0,(BC)}^{t-\tau} - \left(l_{(BC)}^t - l_{0,(BC)}^{t-\tau} \right) l_{0,(AB)}^{t-\tau} \end{array} \right. \quad (4.18)$$

Dans notre cas d'étude, les valeurs numériques de ces coefficients sont : $a = 0,17$, $b = 2,17334$ m et $c = -0,001$ m². L'incrément de longueur neutre vaut alors $\Delta l_0 = 0,460105$ mm. Après correction et échange de longueur neutre, les valeurs analytiques des longueurs neutres et des tensions dans les segments à l'instant t sont :

$$\begin{cases} l_{0,(AB)}^t &= 0,999539 \text{ m} \\ l_{0,(BC)}^t &= 1,000461 \text{ m} \\ T_{(AB)}^t &= 14,608 \text{ kN} \\ T_{(BC)}^t &= 17,091 \text{ kN} \end{cases} \quad (4.19)$$

Résolution par la méthode de relaxation à pas fixe (Hincz)

Hincz [Hincz, 2009] utilise une méthode itérative de relaxation à pas fixe afin de résoudre le problème de glissement. Cette méthode est très simple dans sa formulation, en particulier pour les systèmes multi-nœuds, elle est en revanche peu performante numériquement comme nous allons l'illustrer dans ce cas d'étude à un nœud glissant. À chaque itération k , la méthode consiste à déterminer dans un premier temps un incrément de longueur neutre dit fictif, correspondant au cas où le câble glisse sans frottement. Le matériau est supposé élastique linéaire et cet incrément est obtenu en faisant l'hypothèse de déformation uniforme ; nous obtenons alors la déformation totale ε_{tot} déterminée précédemment dans l'étude des modèles sans frottement. La déformation dans chaque segment doit être égale à la déformation totale, ainsi, nous obtenons la longueur neutre fictive \hat{l}_0^k des segments par : $\hat{l}_0^k = l^t / (1 + \varepsilon_{tot})$. L'incrément de longueur neutre fictif du segment (BC) à l'itération k , $\Delta \hat{l}_0^k$, est alors donné par $\Delta \hat{l}_0^k = \hat{l}_0^k - l_0^k$. Cet incrément correspond à l'échange de longueur neutre nécessaire entre les segments pour que le système passe de l'état à l'itération k à un état où les tensions sont égales. En présence de frottement, les tensions ne sont pas égales, la méthode tient alors compte du frottement en ne considérant qu'une fraction fixe $1/n$ de l'incrément de longueur neutre fictif. En écrivant $\Delta \hat{l}_0^k = \Delta \hat{l}_{0,(BC)}^k = -\Delta \hat{l}_{0,(AB)}^k$, la longueur neutre des liaisons est alors mise à jour comme suit :

$$\begin{cases} l_{0,(AB)}^{k+1} &= l_{0,(AB)}^k - \frac{\Delta \hat{l}_0^k}{n} \\ l_{0,(BC)}^{k+1} &= l_{0,(BC)}^k + \frac{\Delta \hat{l}_0^k}{n} \end{cases} \quad (4.20)$$

et l'opération est répétée jusqu'à convergence. La condition de convergence est donnée par Hincz sous la forme de l'inégalité suivante : $T_{(BC)}/T_{(AB)} < e^{\mu\alpha}$. Nous utilisons une valeur de $n = 100$ de façon similaire à Hincz [Hincz, 2009].

La méthode converge après 155 itérations. À l'issue de la dernière itération, l'incrément de longueur neutre a atteint la valeur $\Delta l_0 = 0,461069$ mm, les tensions valent $T_{(AB)} = 14,617$ kN et $T_{(BC)} = 17,081$ kN ce qui donne la condition de convergence $T_{(BC)}/T_{(AB)} = 1,1686$. La méthode converge lentement et fournit des valeurs relativement éloignées des valeurs théoriques. Ces résultats peuvent être expliqués par la fraction fixe $1/n$ utilisée, ainsi que par le critère de convergence. En effet, à chaque itération, les longueurs neutres sont mises à jour de sorte que l'incrément fictif de longueur neutre décroît. En prenant une fraction fixe de cet incrément fictif, la méthode converge de plus en plus lentement vers la valeur recherchée. De plus, la condition de convergence assure le non-dépassement de la limite de glissement mais n'impose pas au câble de se trouver à l'état limite de glissement, par conséquent, l'équilibre limite n'est pas respecté. Le seul moyen d'améliorer

la solution est d'augmenter le facteur n , ce qui conduit à un nombre d'itérations encore plus important.

Résolution par la méthode de Brent (LS-DYNA)

Le logiciel LS-DYNA [LSTC, 2006] propose un modèle simple-nœud permettant de résoudre (4.17). La contrainte de conservation de la longueur neutre est écrite sous la forme $\Delta l_0 = \Delta l_{0,(BC)} = -\Delta l_{0,(AB)}$ et est directement intégrée dans l'équation d'équilibre [Erhart, 2012] qui est résolue sous la forme :

$$g(\Delta l_0) = \frac{T_{(BC)}^t(\Delta l_0)}{T_{(AB)}^t(\Delta l_0)e^{\mu\alpha}} - 1 = 0 \quad (4.21)$$

à l'aide de la méthode de Brent [Brent, 1973]. Cette méthode de résolution nécessite la détermination d'un intervalle de recherche initial défini par deux points de départ encadrant la solution. Cet intervalle est réduit à chaque itération pour mieux encadrer la solution, la largeur de l'intervalle devant être inférieure à une tolérance donnée. La performance de la méthode est conditionnée par le choix de l'intervalle de départ : plus l'intervalle initial est restreint autour de la solution, plus la méthode converge rapidement. La performance globale de la méthode dépend aussi de la difficulté à définir cet intervalle. Il peut s'avérer compliqué et coûteux de déterminer un intervalle restreint et le coût peu élevé de la résolution est alors compensé par celui de la détermination de l'intervalle de départ. Le choix des points de départ et de la tolérance n'est pas précisé dans [LSTC, 2006, Erhart, 2012] ; dès lors, nous optons pour la méthode suivante pour déterminer l'intervalle de recherche initial. À l'instant t et sans modification de longueur neutre ($\Delta l_0 = 0$), les tensions autour du nœud B ne sont pas admissibles (zone grise Figure 4.5), l'équilibre n'est pas vérifié et nous avons en outre $g(\Delta l_0 = 0) > 0$. Nous retenons donc $\Delta l_0 = 0$ comme premier point de départ, puis nous cherchons une seconde valeur de l'incrément de longueur neutre pour laquelle les tensions autour du nœud B sont admissibles (zone blanche Figure 4.5). Comme nous l'avons vu précédemment avec la méthode de Hincz, l'incrément de longueur neutre fictif $\hat{\Delta} l_0$ basé sur l'égalité des tensions fournit une solution simple et toujours admissible vérifiant $g(\Delta l_0 = \hat{\Delta} l_0) < 0$ dans le cas élastique linéaire. Nous retenons donc l'incrément de longueur neutre fictif initial $\Delta l_0 = \hat{\Delta} l_0^{t-\tau}$ comme second point de départ. Ce choix de l'intervalle de recherche initial est particulièrement simple et robuste dans le cas linéaire élastique mais peut devenir complexe pour d'autres lois de comportement. La tolérance sur l'encadrement de la solution est choisie égale à 10^{-7} mm de façon à correspondre à la précision retenue pour la solution analytique.

La méthode converge après 5 itérations, le détail des résultats est présenté Tableau 4.2. À l'issue de la 5^{ème} itération, l'incrément de longueur neutre a convergé vers la valeur analytique $\Delta l_0 = 0,460105$ mm et l'équilibre (4.21) est satisfait avec un écart absolu de $2,58 \cdot 10^{-8}$. Les valeurs de tension dans les segments obtenues à l'aide de cette méthode sont identiques aux valeurs obtenues analytiquement et la conservation de la longueur neutre est strictement garantie numériquement. La méthode est rapide et précise mais ne peut s'appliquer qu'à un seul nœud glissant.

TABLEAU 4.2 – Détails de convergence pour la méthode de Brent

Itération	Δl_0 [mm]	$g(\Delta l_0)$
initial	0,584074	-0,145299
1	0,499209	-0,04843
2	0,459055	$1,33 \cdot 10^{-3}$
3	0,460133	$-3,58 \cdot 10^{-5}$
4	0,460105	$-2,58 \cdot 10^{-8}$
5	0,460105	$-2,58 \cdot 10^{-8}$

Résolution par la méthode développée (Coulibaly)

Le modèle développé est utilisé pour effectuer la résolution à l'aide des expressions analytiques de la méthode de Newton-Raphson explicitées section 4.2. La tolérance sur la condition de convergence du schéma de Newton est choisie de façon à correspondre à la tolérance retenue pour la méthode de Brent. En réarrangeant (4.14), nous pouvons faire apparaître la fonction (4.21) utilisée dans la méthode de Brent, nous obtenons alors l'équivalence suivante : $|T_{(BC)}^t - T_{(AB)}^t e^{\mu\alpha}| < \xi \Leftrightarrow |g| < \xi / (T_{(AB)}^t e^{\mu\alpha})$. Par conséquent, pour une tolérance ξ_{Brent} sur la fonction g (4.21), la tolérance ξ_{Newton} sur (4.14) est donnée par :

$$\xi_{Newton} = T_{(AB)}^t e^{\mu\alpha} \xi_{Brent} \quad (4.22)$$

D'après les résultats analytiques (4.19), $T_{(AB)}^t e^{\mu\alpha} = 17,091$ kN et d'après les résultats obtenus par la méthode de Brent (Tableau 4.2), $\xi_{Brent} = 2,58 \cdot 10^{-8}$. La tolérance sur la méthode de Newton est donc choisie égale à $\xi_{Newton} = 17,091 \times 2,58 \cdot 10^{-8} = 4,41 \cdot 10^{-7}$ kN.

La méthode converge après 2 itérations, le détail des résultats est présenté Tableau 4.3. À l'issue de la seconde itération, l'incrément de longueur neutre a convergé vers la valeur analytique $\Delta l_0 = 0,460105$ mm et l'équilibre (4.14) est satisfait avec un écart absolu de $8,94 \cdot 10^{-11}$ kN. Les valeurs de tension dans les segments obtenues à l'aide de cette méthode sont identiques aux valeurs obtenues analytiquement et la longueur neutre est parfaitement conservée numériquement.

TABLEAU 4.3 – Détails de convergence pour la méthode de Newton-Raphson

Itération	Δl_0^r (itération) [mm]	Δl_0 (cumulé) [mm]	$ T_{(BC)}^t - T_{(AB)}^t e^{\mu\alpha} $ [kN]
1	0,460333	0,460333	$4,96 \cdot 10^{-3}$
2	-0,000228	0,460105	$8,94 \cdot 10^{-11}$

Approximation linéarisée (Boutillier) Il est intéressant de remarquer que les valeurs obtenues à l'issue de la première itération correspondent aux valeurs obtenues à l'aide du modèle linéarisé de Boutillier [Boutillier, 2004]. Pour cette méthode, l'incrément de longueur neutre calculé vaut $\Delta l_0 = 0,460333$ mm et l'équilibre est satisfait avec un écart absolu de $4,96 \cdot 10^{-3}$ kN ce qui est également très faible. Le modèle linéarisé fonctionne bien dans ce cas car les variations de déformations sont presque linéaires ; lorsque les longueurs sont plus faibles ou lorsque les glissements sont plus rapides, les écarts deviennent inacceptables et peuvent dériver après plusieurs itérations.

4.4.5 Analyse des résultats et des performances

Les résultats obtenus précédemment à l'aide des différents modèles sont comparés quantitativement, les performances des méthodes et le coût de calcul sont également étudiés. Le Tableau 4.4 résume les principaux résultats obtenus avec les modèles existants et le modèle développé : longueur neutre échangée, tension dans les segments et performance de calcul. La performance des différentes méthodes itératives est analysée en terme de temps de calcul CPU. Le nombre d'itérations évoqué précédemment ne permet pas entièrement de quantifier la performance, la complexité des opérations effectuées à chaque itération conditionne fortement la performance. Les temps de calcul étant faibles, la résolution est effectuée 1000 fois avec chaque méthode afin de pouvoir réaliser des comparaisons significatives.

TABLEAU 4.4 – Comparaison des résultats obtenus à l'aide des différents modèles existants et du modèle développé

Modèle	Δl_0 [mm]	$T_{(AB)}^t$ [kN]	$T_{(BC)}^t$ [kN]	temps CPU [ms]
Analytique	0,460105	14,608	17,091	–
Sans frottement	0,584074	15,85	15,85	–
Volkwein	0,584074	13,55	15,85	–
Hincz	0,461069	14,617	17,081	16,5
LS-DYNA	0,460105	14,608	17,091	62,5
Boutillier	0,460333	14,610	17,089	0,147
Coulibaly	0,460105	14,608	17,091	0,280

Exactitude physique

Les modèles sans frottement fournissent une distribution inexacte de la longueur neutre du câble. La longueur neutre échangée autour du nœud glissant est surestimée de 27 % par rapport à la valeur analytique, ce qui provoque un déplacement relatif du câble par rapport au nœud glissant trop important et un glissement trop rapide. La tension est uniforme au sein du câble et ne rend pas compte des efforts de frottement. La distribution des tensions diffère également de la distribution analytique de référence, en particulier, la tension dans le segment (AB) est surestimée tandis que celle dans le segment (BC) est sous-estimée.

La prise en compte du frottement par une réduction de tension proposée par Volkwein [Volkwein, 2004] fournit des résultats similaires. Le calcul initial des tensions est basé sur un glissement sans frottement. Par conséquent, la longueur neutre échangée est également surestimée. Quant aux tensions, la réduction s'applique sur la valeur, déjà sous-estimée, issue du calcul initial sans frottement. Nous observons alors une forte sous-estimation de la tension dans les 2 segments. Ce modèle sera a priori trop souple, les efforts dans les câbles seront alors sous-estimés, ce qui peut être problématique si l'on souhaite étudier un système proche de la rupture car le modèle ne se place pas du côté de la sécurité.

Performances de calcul

Les modèles avec frottement et échanges de longueur neutre fournissent tous de très bons résultats, ils se différencient alors principalement par leurs performances. Le modèle de Hincz nécessite beaucoup d'itérations pour converger et fournit des résultats approchés acceptables. L'algorithme de résolution est simple et nécessite peu d'opérations à chaque itération, cela permet de compenser en partie le grand nombre d'itérations. Le modèle développé par LS-DYNA et utilisant de la méthode de Brent fournit d'excellents résultats, notamment grâce à la robustesse et à la précision de cette méthode de résolution. Celle-ci converge après un faible nombre d'itérations mais l'algorithme emploie conditionnellement la méthode de la dichotomie, la méthode de la sécante ou l'interpolation quadratique inverse afin d'approcher la solution. À cause de la plus grande complexité de ces opérations et des nombreux tests effectués, les performances de ce modèle sont moins bonnes que celles du modèle de Hincz et la résolution des équations de glissement prend presque 4 fois plus de temps CPU.

Le modèle développé dans ce chapitre utilise une formulation analytique de la méthode de Newton-Raphson. Comme pour la méthode de Brent, cette méthode permet d'obtenir des résultats très précis. Du point de vue de la performance, l'algorithme effectue un très faible nombre d'itérations peu coûteuses et converge très rapidement. La résolution est 59 fois plus rapide qu'avec la méthode de Hincz et 223 fois plus rapide qu'avec la méthode de Brent pour des résultats équivalents. Les différents algorithmes de résolution ont une complexité linéaire en nombre de nœuds glissants et en temps simulé. Les différences de temps de calcul absolu entre ces modèles évoluent donc elles-mêmes linéairement en nombre de nœuds glissants et en temps, les performances du modèle développé seront donc d'autant plus intéressantes que la simulation sera longue et complexe. A titre d'exemple, et en reprenant les performances obtenues sur le cas étudié, une simulation de 0,5 s avec un pas de temps $\tau = 10^{-6}$ s d'un système à 100 nœuds glissants (nombre aisément atteint dans la plupart des technologies d'écrans de filets) durerait 52 minutes avec le modèle de LS-DYNA contre 14 secondes avec le modèle développé.

Conclusion

La comparaison de ces différentes méthodes nous a permis de mettre en exergue les forces et les limites des différents modèles existants. Le modèle de câble glissant développé ici devance les modèles existants tant du point de vue de l'exactitude mécanique des résultats que des performances de calcul. Les modèles sans frottement présentent des inexactitudes non-négligeables dans les résultats déterminés, tandis que les modèles de Hincz et Boutillier fournissent des solutions approchées pouvant dériver dans le temps et se révéler insatisfaisantes. Les performances de calcul de ces modèles sont également trop faibles pour l'utilisation souhaitée, la simulation de systèmes multi-nœuds complexes demanderait un temps de calcul jugé inapproprié. Le cas étudié étant très simple du point de vue du mécanisme, de la loi de comportement et du nombre de nœuds glissants, nous pouvons raisonnablement faire l'hypothèse que les limites de certains modèles s'accroîtront dans des cas de figure plus complexes comme dans le cas de l'effet rideau, ce qui justifie d'autant plus la préférence pour le modèle développé.

4.5 Simulation de l'effet rideau

Dans cette section, la formulation générale de câble glissant développée est utilisée pour modéliser l'effet rideau dans les écrans de filets pare-blocs.

Lors d'un impact sur un écran pare-blocs, la structure, et principalement la nappe de filets, subit de grands déplacements. La tension générée au sein de la nappe va mettre en mouvement les extrémités de nappe, liées aux câbles de rive. Si la nappe n'est pas liée de façon solidaire aux câbles de rive, ce qui est toujours réalisé dans la pratique, celle-ci va glisser le long des câbles vers la zone d'impact dans les directions des efforts de traction. Nous observons alors un phénomène de concentration des éléments de la nappe le long du câble au droit de la zone d'impact appelé effet rideau. Ce phénomène a une influence déterminante dans le comportement de l'ouvrage et sa prise en compte est absolument nécessaire. Le modèle de câble glissant développé doit donc impérativement permettre de rendre compte de l'effet rideau.

Parmi les modèles numériques d'écrans de filets traitant l'effet rideau, différentes approches de modélisation ont été proposées. Albaba *et al* [Albaba et al., 2017] et Escallón *et al* [Escallón et al., 2014, Escallón et al., 2015] ont développé des modèles complexes de barrières flexibles en décrivant les interactions de contact en 3 dimensions entre la nappe de filets et les câbles de rive. Les premiers ont développé un modèle DEM de manille glissante autour d'un câble avec un assemblage d'éléments cylindres, les seconds emploient l'algorithme général de contact du logiciel commercial Abaqus pour traiter le contact entre les éléments finis de poutres linéaires composant la nappe de filets d'une part et le câble de rive d'autre part. Malgré une plus grande exactitude dans la description de la géométrie de la zone de contact et des lois de contact associées, ces modèles souffrent d'un coût de calcul élevé et les modèles intégrés comme celui développé ici leur sont préférés. Certains modèles intégrés multi-nœuds permettent de traiter l'effet rideau, nous pouvons notamment citer les travaux de Volkwein [Volkwein, 2005] et Ghousoub [Ghousoub, 2014]. Ghousoub utilise un modèle aux éléments finis qui ne tient pas compte du frottement ; l'implémentation numérique présente également des difficultés dans le traitement de problèmes dynamiques en grands déplacements. Volkwein utilise une approche qui tient compte du frottement par le système de réduction de tension présenté section 4.4. Cette technique fournit une répartition inexacte des tensions au sein des câbles et sous-estime les efforts. Il est également important de noter que ces modèles multi-nœuds sont composés exclusivement de nœuds glissants et par conséquent présentent une distribution de masse très différente de celle d'un câble réel ; les effets inertiels dans le cas d'un impact dynamique ne sont donc pas traités convenablement.

4.5.1 Système étudié

Le système de câbles choisi dans le but d'étudier l'effet rideau est inspiré d'une technique de câblage conventionnelle des écrans de filets et présenté Figure 4.10. Le système est composé de 3 travées horizontales de longueur $L = 10$ m, délimitées par 4 points fixes A, B, C et D. Deux câbles de diamètre 10 mm (section $A = 78,54$ mm², masse linéique $\eta = 613$ g/m) couvrent symétriquement les travées de la façon suivante : le câble de gauche va du point A au point C et le câble de droite va du point B au point C. Les câbles sont fixes aux points intérieurs B et C. Aux extrémités A et D, les câbles sont liés à des dissipateurs d'énergie de masse négligeable possédant un comportement rigide-plastique

parfait avec un seuil de déclenchement $F_y = 20$ kN. Les dissipateurs d'énergie offrent de la flexibilité au système et permettent aux câbles de subir les grands déplacements transversaux nécessaires à la manifestation du phénomène d'effet rideau. Entre les points centraux B et C, sont disposés de façon uniforme 20 éléments glissants représentant les points de contact entre la nappe de filets et les câbles de rive. Les câbles de rive se croisent dans la travée centrale et sont tous les deux tressés à travers ces 20 éléments glissants qui se retrouvent partagés par les deux câbles. Une force ponctuelle verticale $P = 1,5$ kN est appliquée sur chacun des éléments glissants et le poids propre du système est négligé. Ce chargement simple n'est pas représentatif de la dynamique d'impacts réels mais permet de générer facilement le phénomène d'effet rideau. Afin de prendre en compte les effets inertiels, les câbles sont maillés avec une densité de d nœuds de discrétisation par unité de longueur. Une densité nulle ($d = 0$) est possible et correspond à un câble constitué exclusivement de nœuds glissants compris entre les deux nœuds d'extrémité non-glissants. Dans le cas où la densité de maillage est non-nulle, il doit être possible pour un nœud glissant de se déplacer de façon continue le long de plusieurs segments successifs délimités par des nœuds de discrétisation non-glissants. Nous avons vu que ce glissement continu nécessite l'emploi d'un algorithme de remaillage qui effectue des permutations entre nœuds glissants et nœuds non-glissants. Nous faisons l'hypothèse qu'un nœud glissant ne peut traverser qu'un seul nœud de discrétisation non-glissant à la fois, cette hypothèse est vérifiée dès lors que la dimension réelle de l'élément glissant est négligeable devant la longueur $1/d$ d'un segment de discrétisation du câble. Dans le cas contraire, la réduction de l'élément glissant à un nœud n'est pas réaliste et la description locale du glissement autour du nœud glissant est incorrecte. Nous utilisons alors l'algorithme de remaillage implémenté dans le logiciel commercial LS-DYNA pour les câbles simple-nœud et qui permet d'effectuer la permutation entre un nœud glissant et un nœud non-glissant. Les détails d'implémentation de cet algorithme sont présentés en annexe C.2.

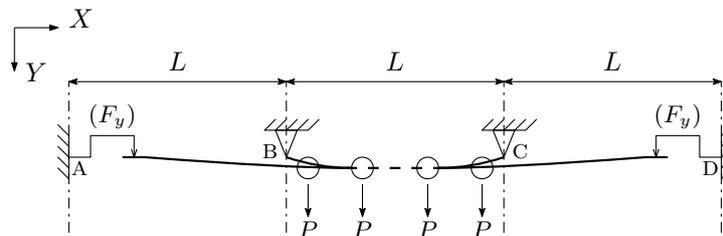


FIGURE 4.10 – Modèle d'étude de l'effet rideau (la longueur initiale des dissipateurs d'énergie représentés aux points A et D est négligeable)

Le phénomène d'effet rideau va se manifester comme suit pour le système de câbles étudié. Les charges ponctuelles sont appliquées aux nœuds glissants, ces nœuds demeurent initialement solidaires aux câbles et transfèrent la charge sur ceux-ci. La tension dans les câbles augmente alors et lorsqu'elle atteint la valeur F_y au niveau des extrémités, les dissipateurs d'énergie au comportement rigide-plastique commencent à se déformer et permettent de grands déplacements transversaux des câbles. À mesure que les câbles se déforment et s'inclinent par rapport à l'horizontale, les nœuds glissants atteignent la limite de glissement et ne sont plus solidaires aux câbles, ils commencent alors à glisser le long des câbles vers le centre de la travée centrale où ils se réunissent dans une position d'équilibre (Figure 4.11). Afin de maintenir l'ordre des nœuds glissants le long du câble, nous ajoutons une interaction de type choc mou entre les nœuds glissants lorsque ceux-ci

se rapprochent d'une distance inférieure à 10 mm, cette distance étant représentative de l'épaisseur d'une maille de filet (diamètre de toron d'un anneau par exemple).

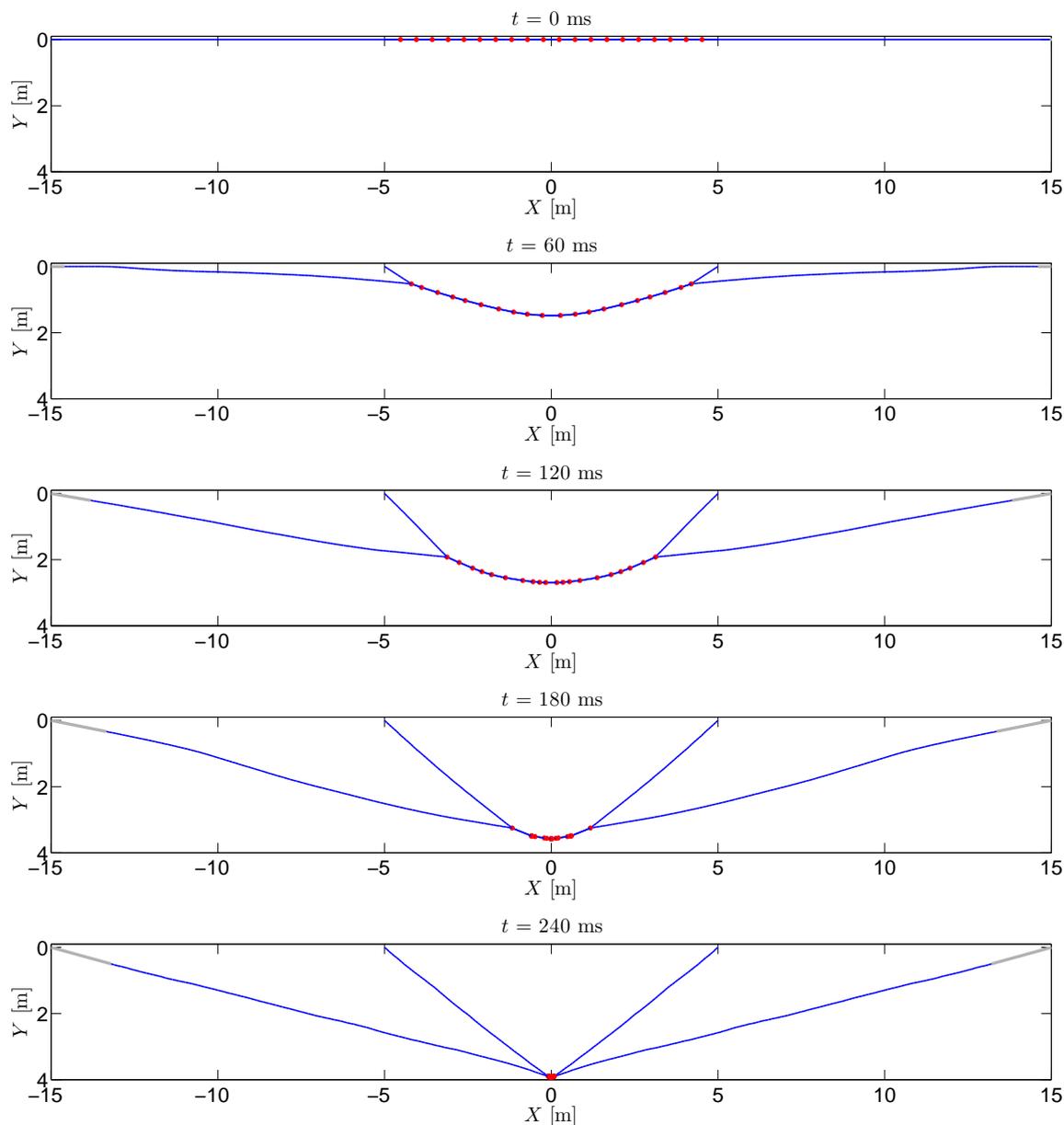


FIGURE 4.11 – Évolution temporelle du système lors de la simulation numérique de l'effet rideau (configuration C4 : $d = 10$, $\mu = 0,2$)

4.5.2 Configurations testées

Un ensemble de 4 configurations, numérotées de C1 à C4, avec 2 densités de nœuds de discrétisation différentes et 2 coefficients de frottement différents est étudié. Des simulations numériques de l'effet rideau sont effectuées pour des câbles maillés avec une densité de $d = 0$ nœuds de discrétisation par mètre d'une part et $d = 10$ nœuds de discrétisation par mètre d'autre part. Dans chacun des cas, les simulations sont effectuées avec un coefficient de frottement nul d'une part ($\mu = 0$) et avec une valeur de $\mu = 0,2$ d'autre part.

(Tableau 4.5). Le choix de ces 4 configurations permet d'effectuer une analyse qualitative et quantitative de l'influence du frottement et des effets inertiels dans la modélisation de l'effet rideau. Cela permet d'identifier les bénéfices de l'approche de modélisation développée en comparaison aux modèles existants. Nous étudions l'évolution temporelle du

TABLEAU 4.5 – Configurations utilisées pour la simulation numérique de l'effet rideau

	$\mu = 0$	$\mu = 0,2$
$d = 0$	C1	C2
$d = 10$	C3	C4

déplacement transversal du système de câbles, la flèche au centre de la travée centrale est tracée en fonction du temps pour les 4 configurations (Figure 4.12).

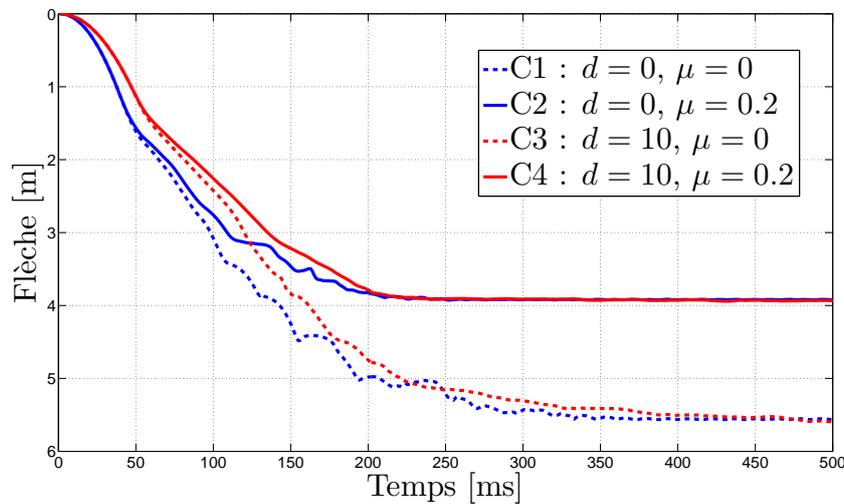


FIGURE 4.12 – Évolution temporelle de la flèche du système lors des simulations numériques de l'effet rideau pour les 4 configurations

4.5.3 Influence des différents paramètres

Frottement

Analysons dans un premier temps l'influence du frottement sur la réponse mécanique du système. Quelle que soit la densité de la discrétisation, les câbles sans frottement présentent une augmentation plus rapide de la flèche et une valeur d'équilibre supérieure par rapport aux câbles avec frottement. D'abord, lorsque la flèche est inférieure à environ 1,25 m, la réponse du système est la même avec ou sans frottement. Cela correspond à la phase initiale de chargement au cours de laquelle les nœuds glissants sont solidaires aux câbles. Ensuite, pour des flèches supérieures à 1,25 m, les nœuds commencent à glisser et les comportements se différencient. En l'absence de frottement entre le câble et les nœuds glissants, ces derniers glissent librement et sans résistance le long des câbles, ils gagnent ainsi beaucoup de vitesse et le déplacement transversal du câble est rapide. En présence de frottement, l'effort de frottement est résistant et s'oppose au mouvement des nœuds le long des câbles, la vitesse des nœuds est modérée et le déplacement transversal

du câble plus lent. Enfin, lorsque le glissement se fait sans frottement, la seule source de dissipation d'énergie du système est la déformation plastique au niveau des dissipateurs d'énergie. L'énergie cinétique du système est alors entièrement dissipée par ces éléments qui subissent de grandes déformations ce qui a pour résultat une valeur de la flèche à l'équilibre élevée de 5,60 m. Lorsque le glissement se fait avec frottement, une partie de l'énergie cinétique des nœuds est dissipée par frottement. Les dissipateurs d'énergie sont alors moins sollicités et moins déformés ce qui a pour résultat une valeur de la flèche à l'équilibre plus faible de 3,90 m.

Densité de nœuds de discrétisation

Analysons dans un second temps l'influence de la densité de nœuds de discrétisation non-glissants. Nous observons que ce paramètre a une influence moins importante sur la réponse du système que le coefficient de frottement. Quel que soit le coefficient de frottement, les câbles composés exclusivement de nœuds glissants présentent une augmentation plus rapide de la flèche. Cela démontre que ce paramètre a une influence sur les effets inertiels transitoires. En effet, la masse des câbles composés exclusivement de nœuds glissants est concentrée au niveau des nœuds d'about non-glissants et il n'y a pas de masse qui doit être accélérée et mise en mouvement au niveau de la travée centrale. Lorsque la masse est distribuée de façon régulière le long des câbles, une partie de la quantité de mouvement fournie aux nœuds glissants par les efforts extérieurs est transmise aux nœuds de discrétisation voisins des câbles et le mouvement d'ensemble du câble est plus lent. Des effets de retard dans la réponse transitoire de près de 50 ms en temps et 1 m en flèche sont alors observés entre un système composé exclusivement de nœuds glissants et un système convenablement discrétisé. Nous constatons par ailleurs que la densité de discrétisation n'a aucune influence sur la configuration d'équilibre, la présence de nœuds non-glissants n'entrave pas le glissement continu des nœuds sur plusieurs segments et démontre la robustesse de la procédure de remaillage employée.

4.5.4 Discussion

La comparaison avec les modèles existants dans la littérature met en exergue la généralité et les qualités du modèle de câble glissant développé pour la modélisation de l'effet rideau. La quasi-totalité des modèles existants ont un comportement qui peut être reproduit à l'aide du modèle développé en choisissant les paramètres μ et d de façon adéquate. Les avantages de la formulation proposée sont nombreux.

Tout d'abord, il s'agit d'un modèle multi-nœuds particulièrement polyvalent dans son utilisation. Les modèles multi-nœuds usuels sont composés uniquement de nœuds glissants, la répartition de masse est alors altérée et les effets inertiels mal représentés. La réponse des câbles est donc trop rapide et similaire aux résultats obtenus dans les configurations C1 et C2. La formulation développée permet d'intégrer des nœuds de discrétisation non-glissants et est applicable à un groupe de nœuds glissants quelconque défini à un instant donné. Le nombre de nœuds glissants consécutifs peut ainsi varier tout au long de l'analyse dynamique pour un coût de calcul relativement faible. Les modèles à un seul nœud glissant peuvent être assemblés en série pour reproduire un modèle multi-nœuds avec nœuds de discrétisation. Dans le cas de l'effet rideau, les nœuds tendent à se

réunir. Les modèles à un seul nœud glissant étant tous basés sur un élément à 3 nœuds, ils ne permettent pas de traiter la présence de plusieurs nœuds glissants consécutifs [Erhart, 2012]. Un maillage extrêmement fin, ou un maillage adaptatif doit alors être utilisé pour contraindre les nœuds glissants à être toujours encadrés par deux nœuds non-glissants. Cela demande un coût de calcul très important à cause de l'augmentation du nombre de segments et la diminution de leur dimension qui entraîne une augmentation du pas de temps critique.

Ensuite, la prise en compte du frottement est effectuée de façon rigoureuse. Nous avons constaté l'influence considérable du frottement sur les résultats des simulations de l'effet rideau. L'analyse comparative menée section 4.4, ainsi que d'autres travaux impliquant des câbles glissants [Ju and Choo, 2005, Dupire et al., 2015] démontrent la nécessité de tenir compte du frottement. Nous avons identifié que les modèles négligeant le frottement surestiment fortement les déplacements et l'énergie cinétique du système. Appliqués à la simulation de l'effet rideau, ces modèles fournissent des solutions irréalistes du problème dynamique, similaires aux résultats obtenus dans les configurations C1 et C3.

Enfin, aucun modèle existant n'est en capacité de reproduire les résultats de la configuration C4, aucune formulation ne permet non plus de reproduire l'ensemble des 4 configurations simulées à l'aide de la formulation proposée. Le modèle de câble glissant général développé semble s'imposer comme un outil performant, robuste et particulièrement adapté à la modélisation des phénomènes complexes de glissement ayant lieu au sein des écrans de filets pare-blocs.

4.6 Conclusions

Le modèle de câble glissant développé permet une analyse dynamique d'un système multi-nœuds tenant compte du frottement et permettant l'emploi de nombreuses lois de comportement du câble. Les développements proposés élargissent le champ de nombreux travaux existants à l'aide d'une formulation unique et compacte. Celle-ci permet la modélisation dynamique de systèmes de câbles glissants non-linéaires complexes.

Les développements analytiques originaux, ainsi que les considérations numériques sont présentés. La formulation et la résolution des équations de glissement sous contrainte de conservation de la longueur neutre sont détaillées. Des expressions analytiques de la méthode de Newton-Raphson sont développées et permettent la résolution efficace des équations de glissement tout en assurant le respect de la contrainte de conservation. Le modèle développé et son implémentation numérique sont validés à l'aide d'un mécanisme constitué de deux éléments glissants le long d'un câble inextensible. Les résultats issus des simulations numériques présentent un excellent accord avec les résultats analytiques. Le phénomène d'effet rideau est simulé à l'aide du modèle de câble glissant développé. Une étude paramétrique sur l'influence de la discrétisation du câble et du coefficient de frottement est menée et démontre la pertinence et la robustesse du modèle et de son implémentation. La comparaison avec les modèles existants dans la littérature a mis en avant les avantages de la formulation proposée, à savoir : la généralité, l'exactitude physique et les performances de calcul.

Chapitre 5

Validation du modèle générique par simulations numériques du comportement d'ouvrages réels

5.1 Introduction

L'outil de modélisation générique développé et présenté au chapitre 2, utilisé avec les modèles de nappes de filets à anneaux à 4 contacts et de câble glissant spécifiquement développés et respectivement présentés chapitres 3 et 4, est employé afin de simuler le comportement d'ouvrages réels. L'objectif de ce chapitre est de confronter les simulations numériques aux essais réels de façon à quantifier le potentiel de la modélisation et à en définir les limites. L'analyse du comportement des ouvrages sous impacts ne sera donc pas détaillée car ce n'est pas l'objet de ce chapitre. Cette démarche de validation des modélisations est menée sur 2 types d'ouvrages distincts, l'écran CAN E et l'écran C2ROP, soumis chacun à différents essais en vraie grandeur instrumentés. Il est important de noter que les écrans sont modélisés conformément aux plans et aux notices de montage fournis par le fabricant et non comme ils ont été réellement montés lors des différents essais. Ceci est effectué dans le but de tester la robustesse et la capacité prédictive du modèle et des simulations dans un cas réel.

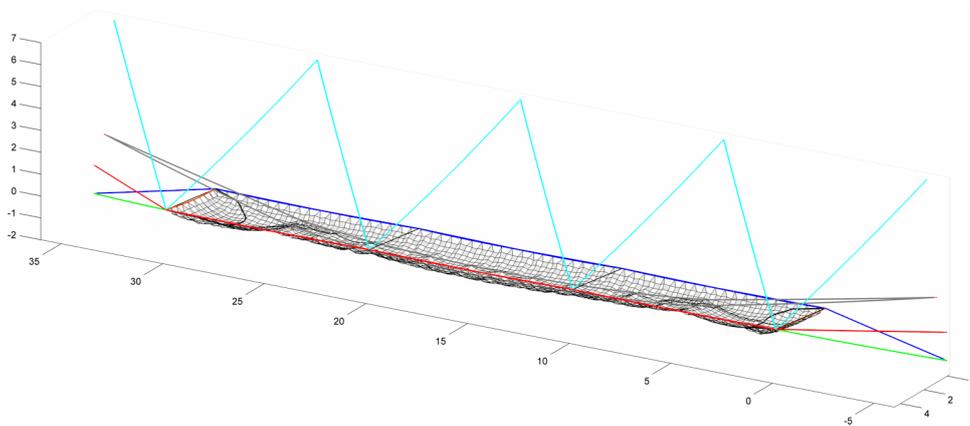
5.2 Modélisation déterministe de l'écran CAN E

5.2.1 Description de l'écran CAN E et modélisation géométrique

L'écran CAN E est un écran de filets de capacité d'arrêt 1500 kJ développé par la société CAN [CAN, 2017]. Il est composé de 3 modules de 10 m de largeur et de hauteur nominale de 4,10 m (Figure 5.1a). Suite aux essais en vraie grandeur MEL et SEL réalisés conformément au guide d'agrément technique Européen ETAG 27 [EOTA, 2013], une Évaluation Technique Européenne (ETE) a été délivrée pour cet écran dont les performances ont reçu le marquage CE.



(a)



(b)

FIGURE 5.1 – Ouvrage CAN E : (a) ouvrage réel installé dans le site d'essai de l'entreprise CAN à Rompon (07) (source CAN) ; (b) modèle numérique de l'ouvrage

L'ouvrage dispose de 4 poteaux articulés en pied et haubanés en tête par deux câbles formant un « V » à l'amont ; les poteaux extérieurs sont également maintenus par un hauban latéral supplémentaire. La nappe de filets est une nappe d'anneaux entrelacés à 4 contacts. Dans chaque module, des rangées de 20 anneaux sont disposées dans le sens de la longueur et de 8 anneaux dans le sens de la hauteur. La nappe est maintenue en place par l'intermédiaire des câbles de rive supérieurs et inférieurs. Chacune des rives est composée de 2 câbles qui couvrent de façon continue l'ensemble des 3 modules. Chacun des deux câbles est tressé dans 8 anneaux, d'un même côté, droite ou gauche, de chaque module, conformément au plan de tressage (Figure 5.2). Les 4 anneaux restant sont reliés aux câbles de rive par l'intermédiaire d'agrafes fusibles conçues pour rompre lorsque la tension est trop importante. Cela évite les points durs et donne de la flexibilité au filet lors de fortes sollicitations. Deux câbles intermédiaires sont attachés ponctuellement à certains anneaux de la nappe et raidissent l'ensemble. Deux câbles de fermeture et deux câbles de reprise maintiennent la nappe au droit des poteaux extérieurs. Les dissipateurs d'énergie sont situés aux extrémités des câbles de rive et des câbles intermédiaires. Chaque

paire de câbles, en rive inférieure, supérieure et intermédiaires, est reliée au niveau de ses extrémités à un même dissipateur ; il y a donc un total de 6 dissipateurs d'énergie au sein de l'ouvrage. Le modèle numérique de l'écran CAN E est présenté Figure 5.1b.

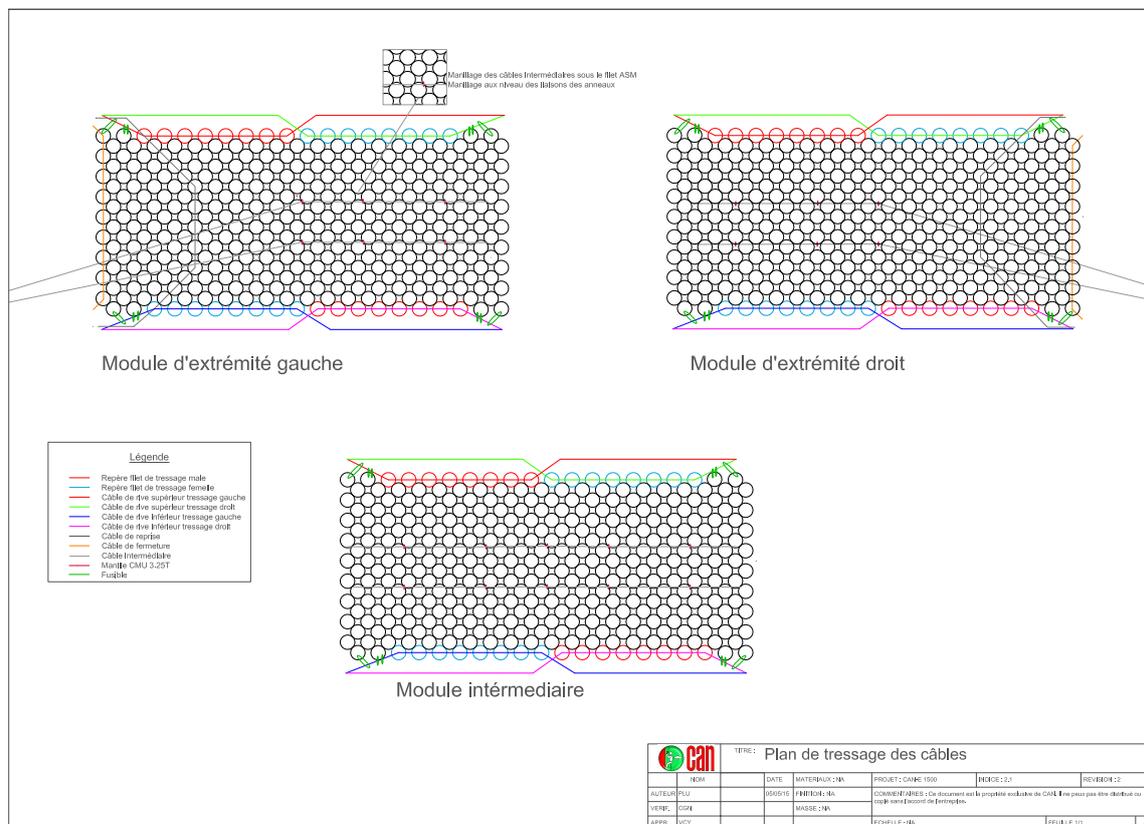


FIGURE 5.2 – Plan de tressage de la nappe de filets de l'ouvrage CAN E (source CAN)

5.2.2 Propriétés des composants et modélisation mécanique

Les propriétés des composants de l'ouvrage, leur caractérisation expérimentale et les hypothèses de modélisation retenues sont présentées. La caractérisation fournit les paramètres d'entrée du modèle numérique qui sont représentatifs de la technologie étudiée.

Poteaux

Les poteaux sont en acier, ils possèdent une longueur de 4,25 m et ont une section circulaire creuse de diamètre extérieur 168,3 mm et d'épaisseur 4,5 mm. Les propriétés de masse et d'inertie des poteaux sont obtenues à l'aide des relations (2.29) mises en évidence au chapitre 2.

Dissipateurs d'énergie

Le dispositif dissipateur d'énergie installé sur l'écran et développé par l'entreprise CAN utilise l'écrasement d'un tube en acier pour dissiper l'énergie. La déformation du tube est

réalisée par laminage dans une boîte contenant deux axes en acier inoxydable écrasant le tube à l'avancement. Le dissipateur a une masse de 5,0 kg et la longueur de la boîte de laminage est de 0,15 m. Nous utilisons les caractéristiques du dissipateur données par l'entreprise CAN et issues d'essais de caractérisation en quasi-statique. Cela nous permet de modéliser celui-ci à l'aide d'une loi de comportement élastique-parfaitement plastique, les paramètres de cette loi sont $K_1 = 5000$ kN/m, $K_2 = 0$ kN/m et $F_y = 125$ kN.

Nappe de filets

La nappe de filets est une nappe d'anneaux entrelacés à 4 contacts. Les anneaux de la nappe sont les anneaux 350/12 utilisés pour la validation du modèle d'anneau présentée au chapitre 3, ils possèdent un diamètre intérieur $\phi = 361$ mm, un diamètre de toron $\phi_t = 12$ mm et une masse de 813 g. La modélisation de la nappe est effectuée à l'aide du modèle d'anneau développé au chapitre 3. Les anneaux du modèle sont assemblés de façon solidaire entre eux afin de former la nappe de filets, les anneaux ne sont donc pas séparables. Pour le contact entre la nappe de filets et le bloc, un coefficient de frottement de 0,5 est retenu [Escallón and Wendeler, 2013]. Pour le contact entre la nappe de filets et les câbles de rive ou les câbles intermédiaires, une valeur de 0,3 est choisie [Moon et al., 2014].

Câbles

L'écran CAN E est composé de plusieurs types de câbles :

- les haubans qui maintiennent les poteaux en place ;
- les câbles de rive, de reprise et de fermeture qui relient la nappe de filets au reste de la structure ;
- les câbles intermédiaires qui soutiennent la nappe de filets et rigidifient la structure.

Les caractéristiques des câbles utilisés sont celles fournies par le fabricant et précisées Tableau 5.1.

Nous utilisons dans un premier temps, et faute de données de caractérisation, une loi de comportement élastique linéaire pour les câbles. Le module de Young des câbles est alors pris égal à une valeur usuellement admise de $E = 100$ GPa [Feyrer, 2015].

Les haubans, câbles de reprise et de fermeture sont discrétisés avec 2 nœuds par mètre tandis que les câbles de rive et intermédiaires le sont avec 5 nœuds par mètre. Bien qu'étant des câbles simples et peu mobiles, les haubans sont discrétisés afin de tenir compte de potentiels coups de fouet et effets retard. Les câbles de rive sont naturellement discrétisés afin de tenir compte des effets inertiels dans l'effet rideau illustrés chapitre 4. Une prétension de 15 kN est appliquée dans les câbles de rive conformément aux spécifications de montage de l'entreprise CAN.

TABLEAU 5.1 – Caractéristiques des câbles de l'écran CAN E (valeurs fournies par le fabricant)

Grandeur	Haubans et rive	Intermédiaires	Reprise et fermeture
Diamètre [mm]	20	16	12
Masse linéique [kg/m]	1,64	1,05	0,55
Charge ultime [kN]	279	179	92,30

5.2.3 Essais en vraie grandeur

L'écran CAN E est soumis aux sollicitations MEL et SEL définies par l'ETAG 27 [EOTA, 2013] afin d'être certifié. Pour cela, l'ouvrage est installé horizontalement dans un site d'essai dédié. Un système de levage et de largage permet d'effectuer des chutes de blocs verticales sur la structure. La forme du bloc utilisé est celle définie dans l'ETAG 27 [EOTA, 2013] et illustrée Figure A.1.

Essai MEL

Le bloc est positionné à l'aplomb du centre du module central avant d'être largué. La longueur extérieure du bloc vaut 1,36 m et sa masse 4810 kg. La hauteur de largage est de 32,4 m, le bloc possède ainsi une vitesse moyenne de 25 m/s sur le dernier mètre avant l'impact, correspondant à une énergie d'impact de 1500 kJ.

Essai SEL

Le bloc est positionné à l'aplomb du centre du module central avant d'être largué. La longueur extérieure du bloc vaut 0,92 m et sa masse 1550 kg. La hauteur de largage est de 33,4 m, le bloc possède ainsi une vitesse moyenne de 25,4 m/s sur le dernier mètre avant l'impact, correspondant à une énergie d'impact de 500 kJ. Deux impacts successifs notés SEL 1 et SEL 2 sont réalisés sans qu'aucune maintenance ne soit effectuée entre le premier et le second impact.

Instrumentation

Une instrumentation est mise en place afin de mesurer les efforts aux ancrages et les déplacements subis par la structure. La trajectoire du bloc est suivie à l'aide d'une caméra rapide placée face à l'ouvrage, celle-ci enregistre la chute et l'arrêt du bloc avec une fréquence de 500 images/s. Des capteurs de force axiaux sont également répartis en différents points de la structure : sur les haubans amont et latéral, ainsi que sur les câbles de rive (Figure 5.3). Une fois la sollicitation terminée et le bloc arrêté, l'allongement et la hauteur résiduels, ainsi que la course des dissipateurs sont mesurés sur l'ouvrage.

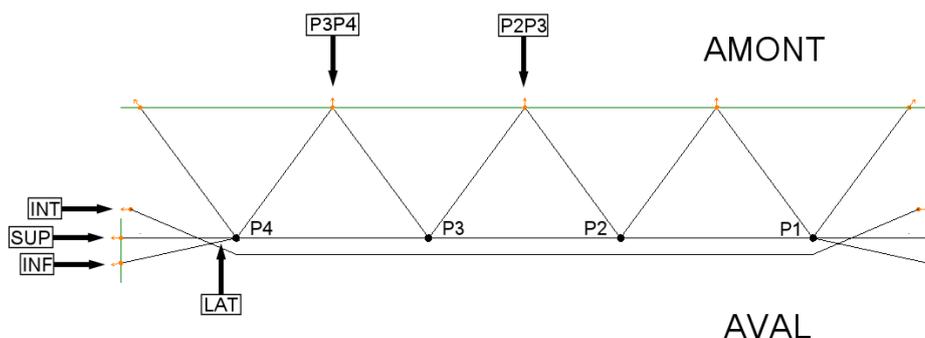


FIGURE 5.3 – Localisation des capteurs de force au sein de l'ouvrage CAN E (source CAN)

5.2.4 Simulation numérique de l'essai MEL

L'essai MEL est simulé à l'aide du modèle générique développé. La simulation se déroule comme suit :

- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage (2 s) ;
- impact du bloc à une vitesse de 25 m/s (0,5 s) ;
- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage avant enlèvement du bloc (3 s) ;
- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage après enlèvement du bloc (3 s).

Une force amortissement calculée selon la méthode proposée par [Billiaux and Cundall, 1994] est appliquée à l'ensemble des éléments de l'ouvrage pour la phase d'équilibre sous pesanteur. Un pas de temps de $\tau = 10^{-5}$ s est retenu pour le schéma numérique et les données sont enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 500 Hz pour les coordonnées et 10 kHz pour les efforts. La durée de la simulation sur CPU Intel Core i3-4100M 2,50 GHz (calcul séquentiel) est de 2405 s, soit un facteur temporel (durée de simulation / temps réel simulé) de 283. L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation est présenté Figure 5.4.

La sollicitation au niveau d'énergie maximal entraîne des efforts importants au sein de la structure, nous faisons l'hypothèse que la rupture sera atteinte dans toutes les agrafes fusibles. Nous décidons donc de ne pas les modéliser pour l'essai MEL et de laisser libres les anneaux correspondants, situés au droit des poteaux. Les valeurs numériques des grandeurs pour lesquelles les valeurs expérimentales sont enregistrées au cours de l'impact sont présentées Figure 5.5. Dans la suite, nous confrontons successivement les résultats numériques aux valeurs expérimentales pour les différentes grandeurs mesurées : déformation, allongement et hauteur résiduels, efforts et sollicitations des dissipateurs.

Déformation à l'impact La trajectoire verticale du bloc au cours de l'impact est présentée Figure 5.5a. Nous constatons un accord parfait avec la courbe expérimentale durant toute la phase d'arrêt. Une fois l'allongement maximal atteint, le rebond du bloc est plus important numériquement et les courbes se séparent. Cette surestimation du rebond du bloc peut s'expliquer par l'excès de souplesse de la loi de comportement élastoplastique choisie pour les dissipateurs durant la phase de déchargement. En effet, le module élastique constant de la loi est calibré sur la phase de chargement du dissipateur. Cette phase présente une faible rigidité due à la mise en place du système (récupération des jeux et du mou) et à l'initialisation du mécanisme irréversible. Lorsque le dissipateur, après défilement, se décharge, le système est fortement contraint et la décharge présente une très forte rigidité : il n'y a quasiment aucun déplacement. Par conséquent, la simulation sous-estime fortement la raideur du dissipateur lors de la phase de déchargement et surestime l'énergie potentielle élastique que celui-ci restitue au bloc, ce qui provoque un rebond plus important.

Allongements et hauteurs résiduels Nous étudions le retour à l'équilibre de l'ouvrage après impact. Nous nous intéressons à l'état d'équilibre avant enlèvement du bloc (Figure 5.4c) et après enlèvement du bloc (Figure 5.4d). Nous étudions en particulier l'allongement résiduel, ainsi que la hauteur résiduelle qui est une performance évaluée dans les essais de certification de l'ETAG 27 [EOTA, 2013]. Les résultats sont présentés Tableau 5.2.

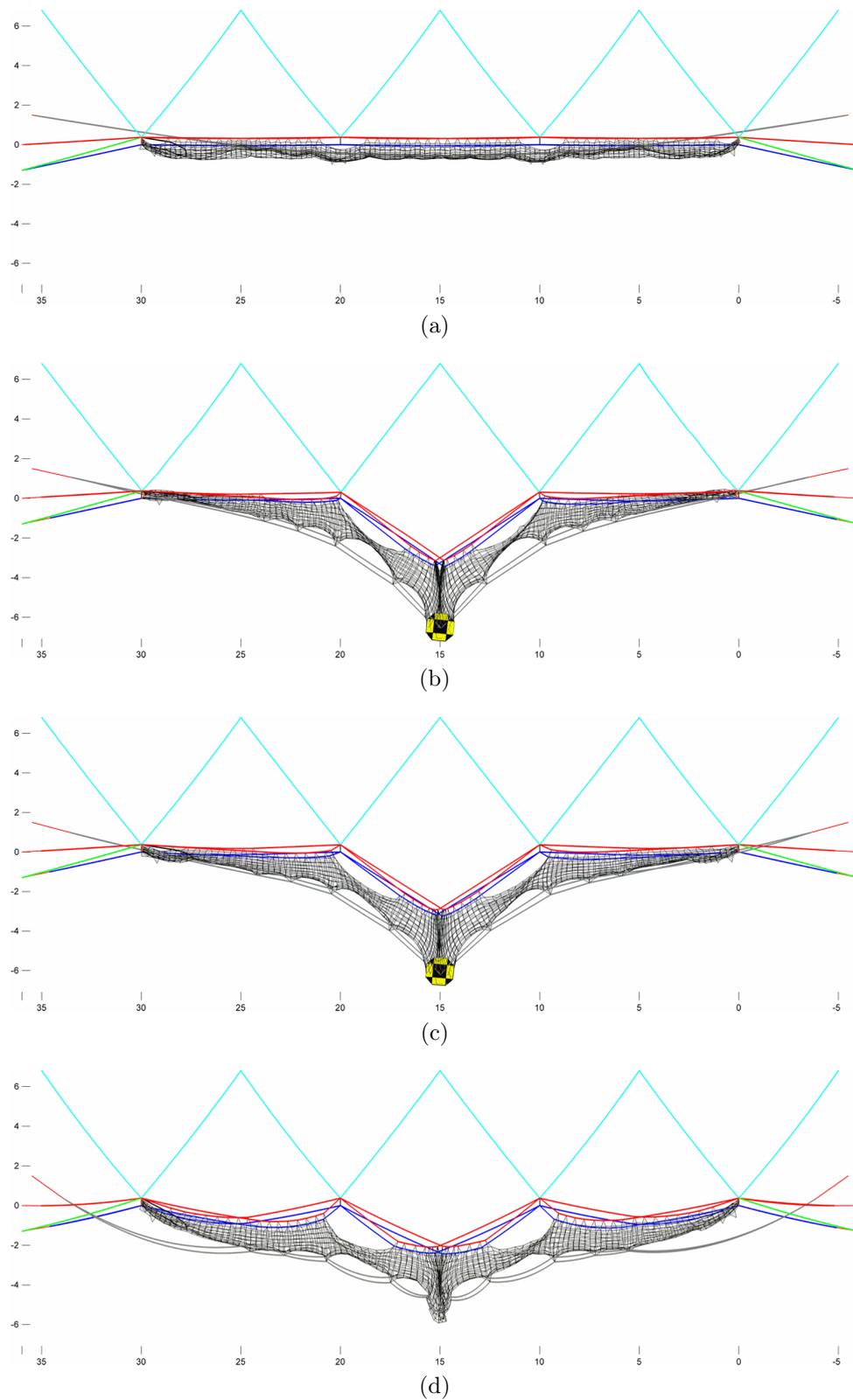


FIGURE 5.4 – Évolution temporelle de l'écran CAN E lors de la simulation numérique de l'essai MEL : (a) état initial; (b) allongement maximal; (c) équilibre avant enlèvement du bloc; (d) équilibre après enlèvement du bloc

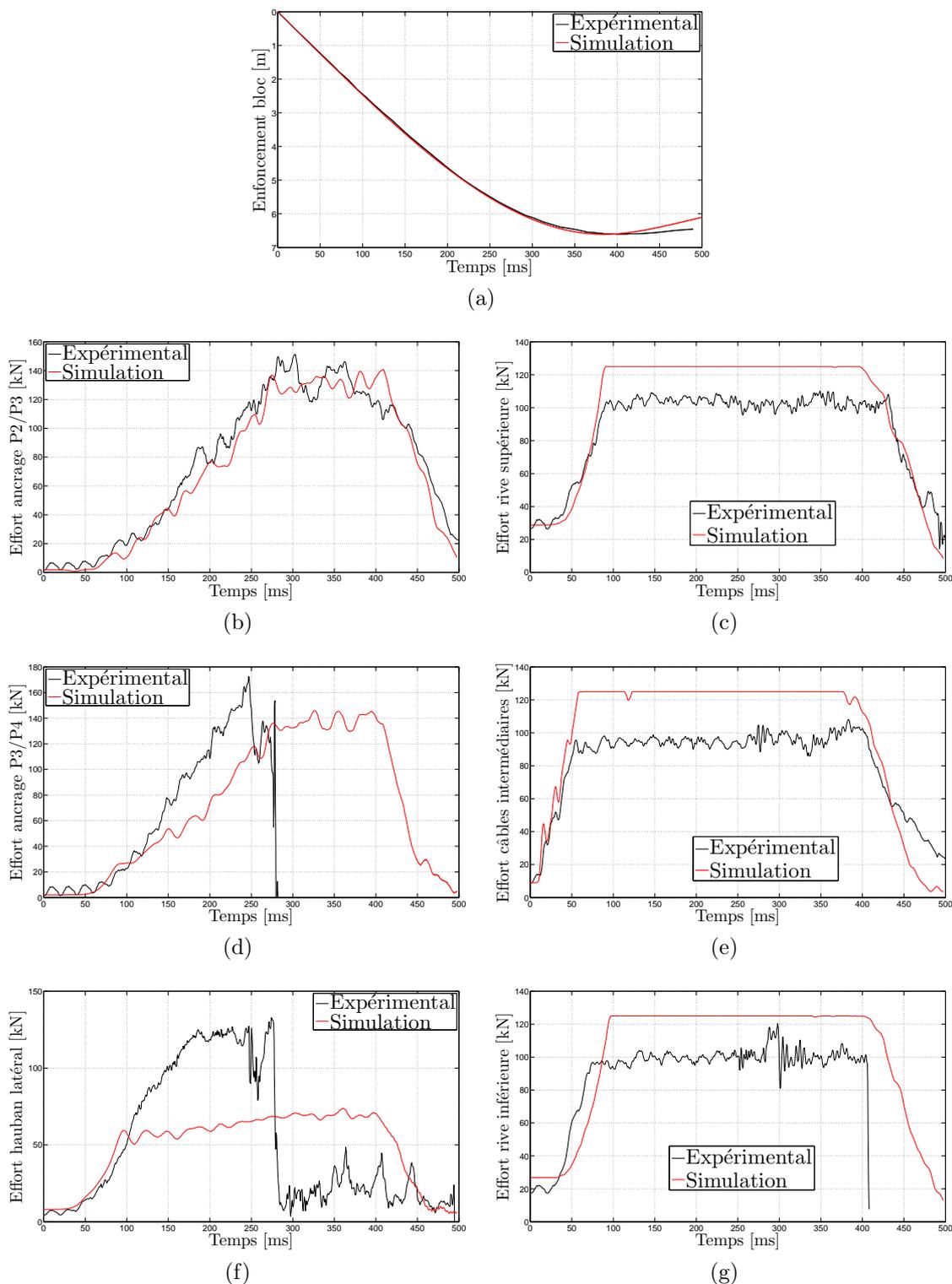


FIGURE 5.5 – Réponse de l'ouvrage CAN E lors de l'essai MEL : (a) trajectoire verticale du bloc ; (b) effort ancrage P2/P3 ; (c) effort rive supérieure ; (d) effort ancrage P3/P4 ; (e) effort câbles intermédiaires ; (f) effort hauban latéral ; (g) effort rive inférieure

TABLEAU 5.2 – Allongements et hauteurs résiduels de l'ouvrage CAN E lors de l'essai MEL

Grandeur résiduelle	Expérimental [m]	Simulation [m]	Écarts [%]
Allongement	6,40	6,05	-5,5
Allongement à vide	5,50	5,23	-4,9
Hauteur	2,09	2,42	+15,8
Hauteur à vide	-	2,65	-

Les valeurs obtenues numériquement sont très bonnes pour ces deux grandeurs, nous observons des écarts de l'ordre de 5 % sur les allongements résiduels et de 16 % sur la hauteur résiduelle. Les allongements résiduels sont légèrement sous-estimés et la hauteur résiduelle surestimée. Ces grandeurs permettent de quantifier le comportement lors du retour élastique de l'ouvrage et valident ainsi en partie les 2 modèles irréversibles développés : le modèle d'anneau et le modèle de câble glissant.

Efforts au sein de l'ouvrage Les efforts dans les haubans (colonne de gauche Figure 5.5) et les câbles de rive (colonne de droite Figure 5.5) sont également étudiés. La mesure des efforts n'était pas synchronisée en temps avec la caméra rapide lors de l'essai. Par conséquent, nous ne connaissons pas l'instant de l'impact sur le signal des efforts. La synchronisation a été effectuée a posteriori en faisant correspondre en temps les chutes d'effort mesurées expérimentalement et constatées numériquement sur les câbles intermédiaires (Figure 5.5e). Les données expérimentales peuvent ainsi être comparées aux données issues de la simulation. Le modèle reproduit fidèlement la distribution des efforts au sein de la structure. Les temps de mise en charge et de déchargement, les allures et les intensités des efforts sont en correspondance. Les efforts maximaux aux ancrages (Figure 5.5b et 5.5d) sont très bien estimés, ce qui est essentiel pour le dimensionnement des fondations. La tension dans le hauban latéral (Figure 5.5f) est en revanche fortement sous-estimée, le modèle ne parvient pas à diriger suffisamment d'efforts dans ce hauban. Une explication possible réside dans la modélisation de la tête de poteau en un point unique, qui ne tient pas compte des détails technologiques du montage et des excentricités avec lesquelles les haubans sont réellement rattachés à celle-ci.

Sollicitation des dissipateurs Le comportement des dissipateurs est également bien appréhendé et correspond au comportement élastique-parfaitement plastique retenu pour le modèle. La valeur du seuil de déclenchement du dissipateur mesurée expérimentalement est inférieure à celle retenue dans le modèle et fournie par le fabricant, ce qui explique la surestimation de l'effort dans la simulation. Les défilements des dissipateurs sont renseignés Tableau 5.3 pour chaque dissipateur côté gauche et côté droit (lignes « Gauche » et « Droite ») et agrégés pour chaque câble (lignes « Total »). La simulation permet de retrouver une distribution cohérente des défilements. Nous observons en particulier que le modèle fournit des défilements asymétriques dus à l'asymétrie de la nappe : en rive supérieure, le dissipateur de gauche est plus sollicité que celui de droite tandis qu'en rive inférieure, le dissipateur de droite est plus sollicité que celui de gauche. Nous observons expérimentalement un blocage du dissipateur de rive supérieure gauche, probablement dû aux à-coups liés au chargement dynamique. Ce blocage provoque des irrégularités dans la sollicitation des dissipateurs et nous n'observons pas expérimentalement au MEL, les sol-

licitations asymétriques obtenues numériquement. Étant donné que les dissipateurs sont situés à chaque extrémité des câbles, le défilement du dissipateur situé à une extrémité peut être compensé par celui du dissipateur situé à l'autre extrémité. Il est alors pertinent d'étudier la somme des défilements des deux dissipateurs, gauche et droite, pour chaque câble. Les défilements totaux sont fidèles aux mesures expérimentales et témoignent également de la bonne répartition des efforts au sein de l'ouvrage.

TABLEAU 5.3 – Défilements des dissipateurs d'énergie de l'ouvrage CAN E lors de l'essai MEL

	Dissipateur	Expérimental [cm]	Simulation [cm]
Gauche	rive supérieure	29	129
	câbles intermédiaires	187	188
	rive inférieure	123	95
Droite	rive supérieure	267	103
	câbles intermédiaires	210	184
	rive inférieure	162	125
Total	rive supérieure	296	232
	câbles intermédiaires	397	372
	rive inférieure	285	220
	tous dissipateurs	978	824

En conséquence de la surestimation du seuil de déclenchement, les défilements calculés sont sous-estimés par rapport aux défilements expérimentaux, il est alors intéressant d'étudier l'énergie dissipée dans les dissipateurs plutôt que les défilements. L'énergie dissipée est obtenue en calculant le travail plastique des dissipateurs, produit du défilement et du seuil de déclenchement. Les valeurs d'énergie dissipée sont présentées Tableau 5.4. La correspondance en énergie est très bonne. Le modèle permet de quantifier précisément l'énergie dissipée dans les dissipateurs et d'identifier, parmi eux, les zones préférentielles de dissipation. Il est intéressant de noter que seulement deux tiers des 1500 kJ de l'énergie d'impact sont dissipés par les dissipateurs, le reste de l'énergie étant dissipée ou stockée par d'autres constituants de l'ouvrage ou restituée au bloc. Notons également que s'ajoute à l'énergie d'impact, le travail du poids du bloc sur la distance d'arrêt, soit au MEL un surplus d'énergie à dissiper de : $4810 \text{ kg} \times 9,81 \text{ m/s}^2 \times 6,60 \text{ m} = 311 \text{ kJ}$.

5.2.5 Simulation numérique de l'essai SEL

L'essai SEL est maintenant simulé numériquement. La simulation se déroule comme suit :

- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage (2 s) ;
- répétition (2 fois) de la séquence de largage :
 - impact du bloc à une vitesse de 25,4 m/s (0,4 s) ;
 - équilibre sous pesanteur de l'ouvrage avant enlèvement du bloc (3 s) ;
 - équilibre sous pesanteur de l'ouvrage après enlèvement du bloc (3 s).

Un pas de temps de $\tau = 10^{-5}$ s est retenu pour le schéma numérique et les données sont enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 500 Hz pour les coordonnées et 10 kHz pour les efforts. La durée de la simulation, réalisée sur le même ordinateur que pour l'essai

TABLEAU 5.4 – Énergie dissipée par les dissipateurs de l'ouvrage CAN E lors de l'essai MEL

	Dissipateur	Expérimental [kJ]	Simulation [kJ]
Gauche	rive supérieure	29	161
	câbles intermédiaires	187	234
	rive inférieure	123	118
Droite	rive supérieure	267	129
	câbles intermédiaires	210	230
	rive inférieure	162	157
Total	rive supérieure	296	290
	câbles intermédiaires	397	464
	rive inférieure	285	275
	tous dissipateurs	978	1029

MEL, est de 4455 s, soit un facteur temporel (durée de simulation / temps réel simulé) de 301. L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation est présenté Figure 5.6.

La sollicitation au niveau d'énergie de service entraîne des efforts moins importants au sein de la structure, nous faisons l'hypothèse que la rupture ne sera atteinte dans aucune agrafe fusible. Nous décidons donc, pour l'essai SEL, de tresser les câbles de rive supérieurs et inférieurs dans l'ensemble des anneaux et de ne laisser aucun anneau libre au droit des poteaux. Les résultats numériques des grandeurs pour lesquelles les valeurs expérimentales sont enregistrées au cours de l'impact sont présentés Figure 5.7. Dans la suite, nous confrontons successivement les résultats numériques aux valeurs expérimentales pour les différentes grandeurs mesurées : déformation, allongement et hauteur résiduels, efforts et sollicitation des dissipateurs.

Déformation à l'impact La trajectoire verticale du bloc au cours des deux impacts successifs est présentée Figure 5.7a. Nous constatons un excellent accord avec la courbe expérimentale durant le SEL 1 et une réponse plus rigide du modèle lors du SEL 2. Nous constatons également la surestimation du rebond du bloc évoquée précédemment. Elle est dans ce cas plus marquée qu'au MEL, l'énergie élastique restituée à un bloc de masse plus faible pouvant compenser le travail du poids sur un trajet vertical plus long. La raideur de l'ouvrage au cours du second impact peut s'expliquer par la non prise en compte des agrafes fusibles dans la modélisation. Lors du SEL 2, la rupture de certaines agrafes a été constatée, donnant ainsi plus de mou au filet. Par simplicité, nous avons fait l'hypothèse qu'aucune agrafe ne rompait au SEL, ce qui augmente la rigidité du modèle et explique en partie le résultat obtenu.

Allongements et hauteurs résiduels Nous étudions le retour à l'équilibre de l'ouvrage après chaque impact noté (1/2). Nous nous intéressons à l'état d'équilibre avant enlèvement du bloc et après enlèvement du bloc. Nous étudions en particulier l'allongement résiduel, ainsi que la hauteur résiduelle qui est une performance évaluée dans les essais de certification de l'ETAG 27 [EOTA, 2013]. Les résultats sont présentés Tableau 5.5.

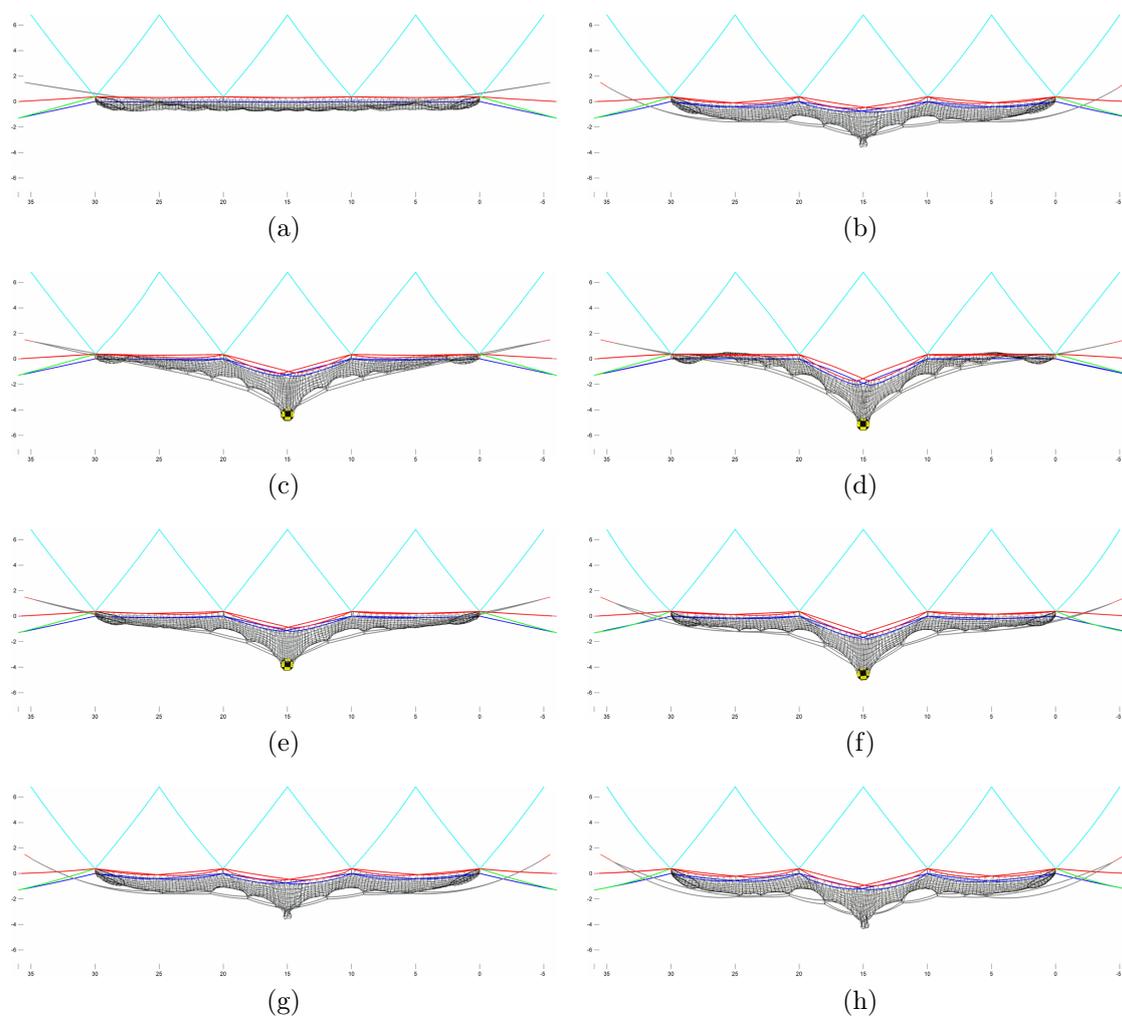


FIGURE 5.6 – Évolution temporelle de l'écran CAN E lors de la simulation numérique de l'essai SEL : (a) état initial avant 1^e impact ; (c) allongement maximal 1^e impact ; (e) équilibre avant enlèvement du bloc 1^e impact ; (g) équilibre après enlèvement du bloc 1^e impact ; (b) équilibre avant 2^e impact (idem (g)) ; (d) allongement maximal 2^e impact ; (f) équilibre avant enlèvement du bloc 2^e impact ; (h) équilibre après enlèvement du bloc 2^e impact

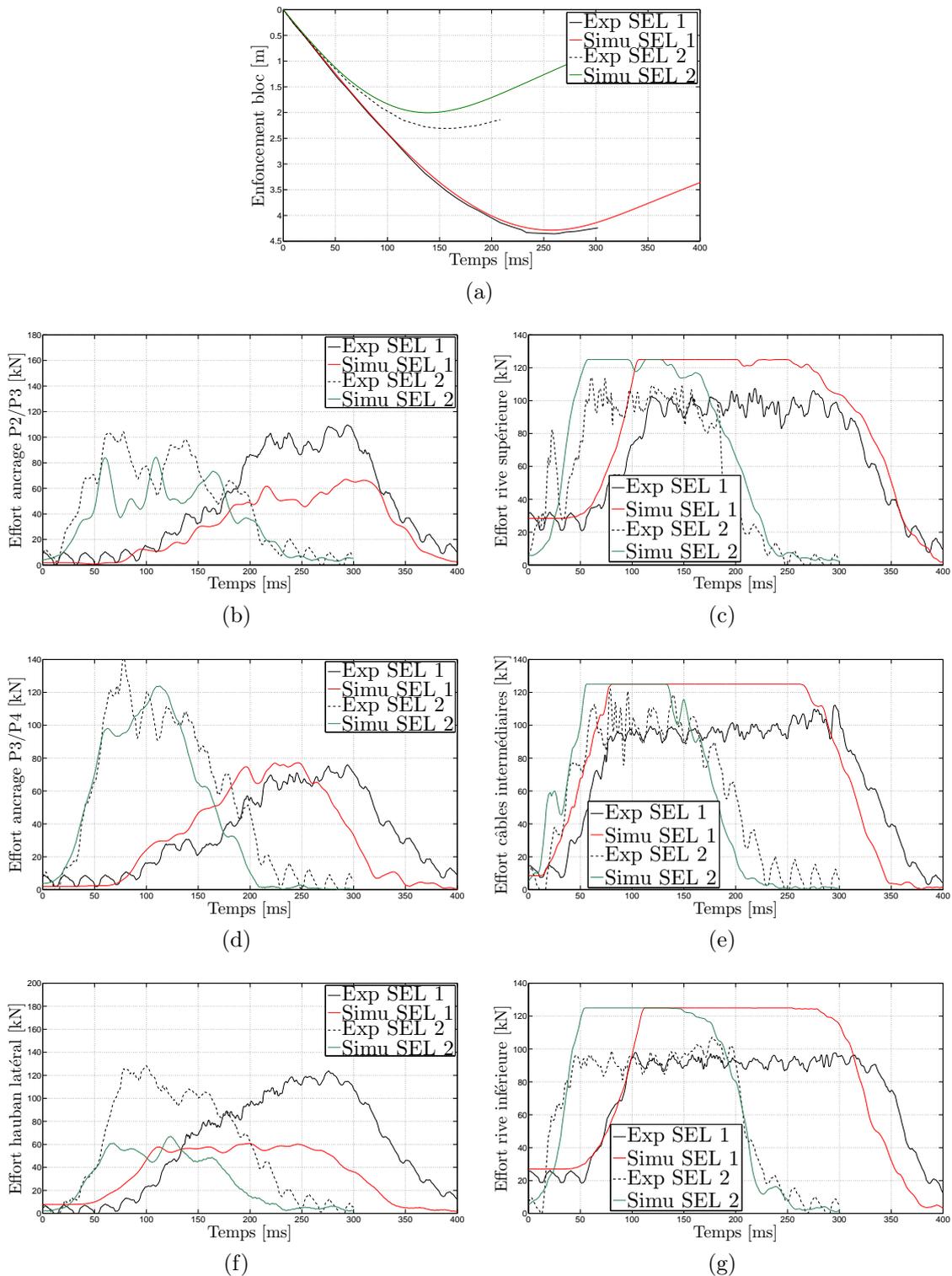


FIGURE 5.7 – Réponse de l'ouvrage CAN E lors de l'essai SEL : (a) trajectoire verticale du bloc ; (b) effort ancrage P2/P3 ; (c) effort rive supérieure ; (d) effort ancrage P3/P4 ; (e) effort câbles intermédiaires ; (f) effort hauban latéral ; (g) effort rive inférieure

TABLEAU 5.5 – Allongements et hauteurs résiduels de l’ouvrage CAN E lors de l’essai SEL

Grandeur résiduelle	Expérimental (1/2) [m]	Simulation (1/2) [m]	Écarts [%]
Allongement	3,71/4,52	3,56/4,29	-4,0/-5,1
Allongement à vide	2,74/3,54	2,91/3,66	+6,2/+3,4
Hauteur	2,87/2,64	3,05/2,79	+6,3/+5,7
Hauteur à vide	3,30/3,04	3,35/3,06	+1,5/+0,6

Les valeurs numériques des 2 grandeurs sont très proches des valeurs mesurées expérimentalement et cela au cours des deux impacts. Nous observons des écarts maximums de l’ordre de 6 % sur les allongements et les hauteurs résiduels, avant et après enlèvement du bloc. Comme pour le MEL, nous constatons que le comportement en retour élastique de l’ouvrage est bien pris en compte par le modèle, ce qui valide en partie le modèle d’anneau et le modèle de câble glissant.

Efforts au sein de l’ouvrage Les efforts dans les haubans, colonne de gauche Figure 5.7, et les câbles de rive, colonne de droite Figure 5.7, sont également étudiés. De même que pour le MEL, la synchronisation a été effectuée a posteriori en faisant correspondre en temps les chutes d’effort mesurées expérimentalement et constatées numériquement sur les câbles intermédiaires (Figure 5.7e) au SEL 1 et SEL 2. Le modèle reproduit bien les efforts au cours des deux impacts, cela met en évidence la justesse du modèle déformé, ayant déjà subi un impact, et de la modélisation des mécanismes irréversibles. Les temps de mise en charge et de déchargement, les allures et les intensités des efforts sont en correspondance sur chacun des impacts, les efforts maximums dans les ancrages (Figure 5.7b et 5.7d) sont également correctement estimés. La tension dans le hauban latéral (Figure 5.7f) est, comme pour l’essai MEL, toujours fortement sous-estimée. La sous-estimation de cet effort au MEL, et au SEL met en évidence un comportement réel de l’ouvrage qui n’est pas capturé par le modèle théorique utilisé.

Sollicitation des dissipateurs Le comportement des dissipateurs est également bien appréhendé au cours des deux impacts. Les temps de chargement correspondent parfaitement et le modèle reproduit bien la diminution de la durée d’impact au SEL 2. De même qu’au MEL, nous retrouvons un comportement élastique-parfaitement plastique du dissipateur. Le seuil de déclenchement retenu pour le modèle est également plus important que le seuil mesuré expérimentalement. Les défilements des dissipateurs lors des deux impacts sont renseignés Tableau 5.6. Les valeurs de défilement au SEL 2 sont les valeurs de défilement cumulé du premier et du second impact. Nous retrouvons une distribution cohérente des défilements, ainsi que l’asymétrie de la sollicitation due à l’asymétrie de la nappe. Aucun blocage majeur des dissipateurs au cours de l’essai n’est constaté et nous observons alors expérimentalement cette dissymétrie. Le modèle reproduit ainsi des comportements mécaniques complexes et relativement fins.

Les valeurs d’énergie dissipée sont présentées Tableau 5.7. La correspondance en énergie est très bonne, le modèle permet de quantifier précisément l’énergie dissipée et d’identifier les zones préférentielles de dissipation parmi les dissipateurs. Au cours de chaque impact du SEL, environ la moitié des 500 kJ de l’énergie d’impact est dissipée par les dissipateurs.

TABLEAU 5.6 – Défilements des dissipateurs d'énergie (cumul) de l'ouvrage CAN E lors de l'essai SEL

	Dissipateur	Expérimental (1/2) [cm]	Simulation (1/2) [cm]
Gauche	rive supérieure	56/89	30/55
	câbles intermédiaires	68/113	67/108
	rive inférieure	13/25	14/26
Droite	rive supérieure	24/36	18/2
	câbles intermédiaires	66/113	65/109
	rive inférieure	62/108	26/56
Total	rive supérieure	80/125	48/87
	câbles intermédiaires	133/226	131/217
	rive inférieure	75/133	40/82
	tous dissipateurs	288/484	220/386

TABLEAU 5.7 – Énergie dissipée par les dissipateurs (cumul) de l'ouvrage CAN E lors de l'essai SEL

	Dissipateur	Expérimental (1/2) [kJ]	Simulation (1/2) [kJ]
Gauche	rive supérieure	53/86	38/68
	câbles intermédiaires	64/110	83/136
	rive inférieure	12/24	18/33
Droite	rive supérieure	22/35	23/41
	câbles intermédiaires	62/110	80/136
	rive inférieure	59/103	33/70
Total	rive supérieure	76/121	60/109
	câbles intermédiaires	126/219	164/271
	rive inférieure	71/126	51/102
	tous dissipateurs	273/467	275/483

5.2.6 Bilan

La modélisation déterministe de l'ouvrage CAN E nous a permis de comparer les résultats issus des simulations numériques effectuées à l'aide de l'outil de modélisation générique avec la réponse expérimentale d'un écran de filets d'une technologie donnée. Le comportement global de l'ouvrage à l'impact (enfouissement) et en équilibre après impact (allongement et hauteurs résiduels), ainsi que sa réponse locale (efforts dans les câbles et sollicitation des dissipateurs) sont bien appréhendés par le modèle qui présente des écarts relatifs maximum de l'ordre de 15 %. Les performances de calcul sont très satisfaisantes, avec un facteur temporel aux alentours de 300 sur un ordinateur portable du commerce : la simulation d'un impact de 0,4 s demande seulement 2 minutes de temps de calcul. Ces bons résultats sont à confirmer sur une autre technologie d'écran afin d'asseoir la généralité de la modélisation développée. Nous étudions dans la section suivante un autre ouvrage pare-blocs soumis à différentes sollicitations.

5.3 Modélisation déterministe de l'ouvrage C2ROP

Dans le cadre du Projet National Chutes de Blocs, Risque Rocheux et Ouvrages de Protection (C2ROP), une action fédérant les différents chercheurs, maîtres d'ouvrage et fabricants français vise à développer et perfectionner les modèles numériques d'écrans de filets pare-blocs pour répondre aux problématiques industrielles et réglementaires. Dans cette optique, un prototype d'écran souple, appelé « ouvrage C2ROP », a été spécialement conçu et testé dans des conditions de chargement variées. Les composants de ce prototype ont tout d'abord été testés et caractérisés pour alimenter les modèles en données. Ensuite, des essais en vraie grandeur ont été effectués dans différentes conditions de chargement pour évaluer la pertinence des modèles.

5.3.1 Description de l'ouvrage C2ROP et modélisation géométrique

L'ouvrage C2ROP est un dispositif d'une capacité d'arrêt estimée à 350 kJ. L'ouvrage est constitué de 3 modules de 5 m de large et de hauteur nominale d'environ 2,50 m (Figure 5.8a).

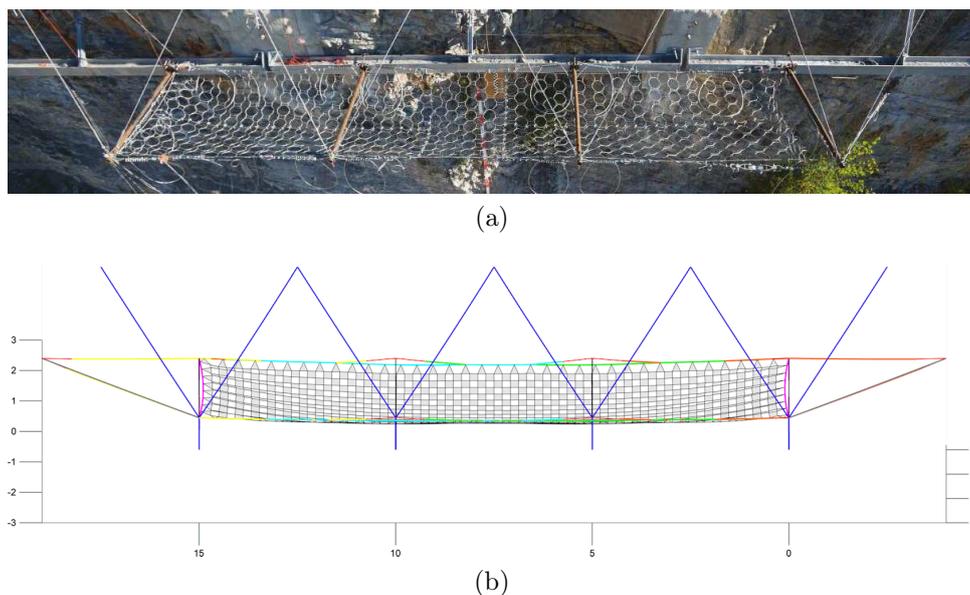


FIGURE 5.8 – Ouvrage C2ROP : (a) ouvrage réel installé dans le site d'essai de l'entreprise CAN à Rompon (07) (source CAN) ; (b) modèle numérique de l'ouvrage

L'ouvrage dispose de 4 poteaux articulés en pied et haubanés en tête par deux câbles en « V » à l'amont et par un câble à l'aval ; les poteaux extérieurs sont également maintenus par un hauban latéral supplémentaire. La nappe de filets est une nappe d'anneaux entrelacés à 4 contacts. Dans chaque module, des rangées de 12 anneaux sont disposées dans le sens de la longueur et de 8 anneaux dans le sens de la hauteur. La nappe est maintenue en place par l'intermédiaire des câbles de rive supérieurs et inférieurs. Chacune des rives est composée de 4 câbles qui couvrent chacun deux modules successifs et sont tressés dans les anneaux conformément au plan de tressage Figure 5.9a. Deux câbles de fermeture

maintiennent la nappe au droit des poteaux extérieurs, ils forment une boucle tressant les rives latérales de la nappe de filets. Les dissipateurs d'énergie sont situés aux extrémités de chaque câble de rive et de fermeture. Il y a donc deux dissipateurs par câble de rive et un seul pour les câbles de fermeture qui sont refermés sur eux-mêmes, soit un total de 18 dissipateurs d'énergie au sein de l'ouvrage (Figure 5.9b). Le modèle numérique de l'ouvrage C2ROP est présenté Figure 5.8b.

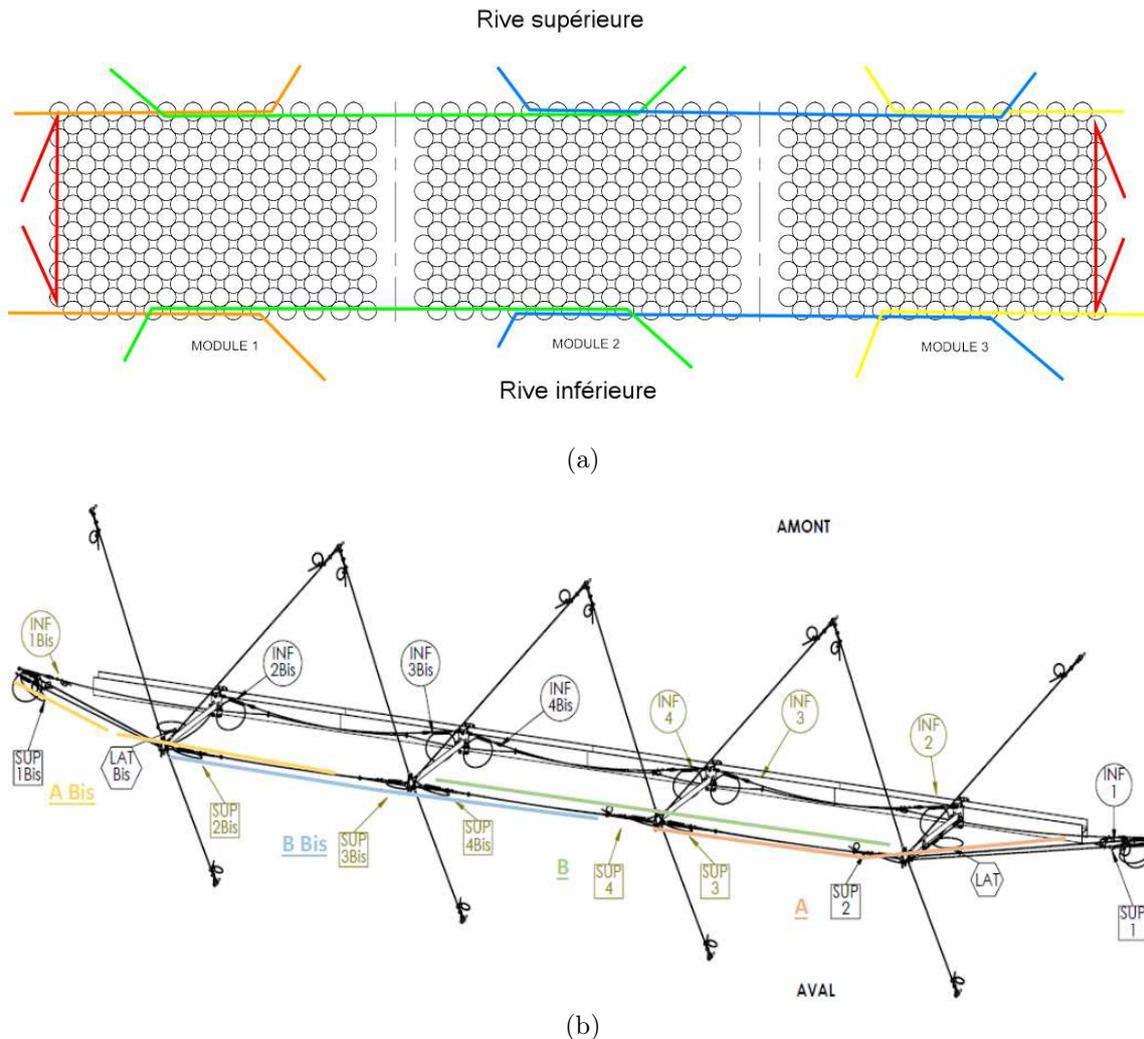


FIGURE 5.9 – Câblage de la nappe de filets de l'ouvrage C2ROP : (a) plan de tressage (vue amont); (b) nomenclature des dissipateurs d'énergie et des câbles de rive (source GTS)

5.3.2 Propriétés des composants et modélisation mécanique

Les propriétés des composants de l'ouvrage, leur caractérisation expérimentale et les hypothèses de modélisation retenues sont présentées. La caractérisation fournit les paramètres d'entrée du modèle numérique qui sont représentatifs de la technologie étudiée.

Poteaux

Les poteaux sont en acier, ils possèdent une longueur de 2,75 m et une section circulaire creuse de diamètre extérieur 88,9 mm et d'épaisseur 8 mm. Les propriétés de masse et d'inertie des poteaux sont obtenues à l'aide des relations (2.29) mises en évidence au chapitre 2.

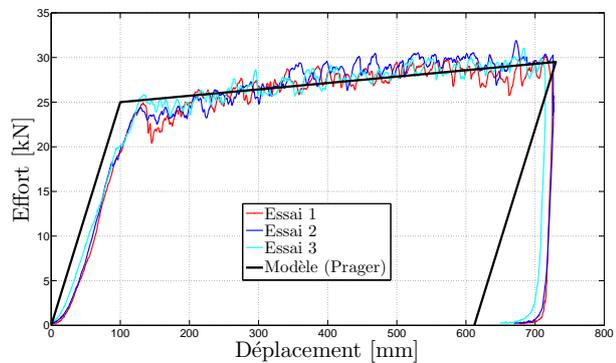
Dissipateurs d'énergie

Le dispositif dissipateur d'énergie installé sur l'ouvrage et développé par l'entreprise GTS fonctionne par frottement. Celui-ci est composé de deux platines d'acier sur lesquelles plusieurs boulons sont vissés. Un câble serpente entre les boulons dans les deux sens en formant une boucle (Figure 5.10a). Les efforts reçus au niveau des extrémités font défiler le câble qui frotte sur l'ensemble des boulons et dissipe ainsi l'énergie mécanique qu'il reçoit. Le dissipateur a une masse de 5,5 kg et une longueur initiale, entre ses deux boucles d'attache, de 0,75 m.

Des essais de traction quasi-statique réalisés sur ces dissipateurs permettent d'identifier leur comportement. Les courbes force-déplacement de 3 essais sont présentées Figure 5.10b. Pendant la première phase de chargement, nous observons un comportement linéaire jusqu'à un effort seuil d'environ 25 kN. Le câble se met en place et récupère les jeux de montage, le câble ne glisse pas par rapport aux boulons. Une fois le seuil de déclenchement du dissipateur atteint, la seconde phase démarre et le câble commence à glisser autour des boulons. La raideur tangente du dissipateur est plus faible que lors de la première phase mais demeure positive et l'effort continue d'augmenter au cours du défilement. Nous retenons donc une loi de comportement élastoplastique avec un écrouissage positif. Les paramètres de cette loi sont $K_1 = 250$ kN/m, $K_2 = 7,143$ kN/m et $F_y = 25$ kN. La réponse idéalisée du modèle de dissipateur est également illustrée Figure 5.10b. Nous observons clairement une raideur de déchargement bien supérieure à la raideur de chargement, entraînant la surestimation de l'énergie élastique résiduelle comme cela a été discuté précédemment.



(a)



(b)

FIGURE 5.10 – Dissipateur d'énergie de l'ouvrage C2ROP : (a) photo du dissipateur ; (b) relation force-déplacement du dissipateur en quasi-statique (source GTS)

Nappe de filets

La nappe de filets est une nappe d'anneaux entrelacés à 4 contacts. Les anneaux ont un diamètre intérieur $\phi = 274$ mm, un diamètre de toron $\phi_t = 7,5$ mm et une masse de 250 g. La modélisation de la nappe est effectuée à l'aide du modèle d'anneau développé au chapitre 3. Des essais de traction en 2, 3 et 4 points ont été effectués sur ces anneaux et permettent la calibration des paramètres du modèle correspondant à ce type d'anneaux. Les valeurs des paramètres des modèles d'anneaux internes à 4 nœuds, et de rive à 3 nœuds, sont données Tableau 5.8 pour cette technologie d'anneau. Les anneaux du modèle sont assemblés de façon solidaire entre eux afin de former la nappe de filets, les anneaux ne sont donc pas séparables. Pour le contact entre la nappe de filets et le bloc, un coefficient de frottement de 0,5 est retenu, pour le contact avec les câbles de rive, une valeur de 0,3 est choisie.

TABLEAU 5.8 – Valeurs des paramètres du modèle d'anneau pour la nappe de filets de l'ouvrage C2ROP

Paramètre	Valeur (3 nœuds)	Valeur (4 nœuds)
k_b [N/m]	15533	28106
k_t [N/m]	1450446	1684249
k_d [N/m]	70120	2893
k_s [N/m]	10787	10787
L_r [m]	0,8524	0,8475
L_{i_h} [m]	0,700	0,7749
d_{i_h} [m]	0,2531	0,314
s_{i_h} [m]	0,1938	0,1938
a_p	1731	30479
a_d	0	4955179
a_s	0	0
b_p	3,163	3,588
b_d	0	5,198
b_s	0	0

Câbles

L'ouvrage C2ROP est composé de 2 types de câbles :

- les haubans qui maintiennent les poteaux en place ;
- les câbles de rive et fermeture qui relie la nappe de filets au reste de la structure.

Les caractéristiques des câbles utilisés sont précisées Tableau 5.9. Nous utilisons dans un premier temps, et faute de données de caractérisation, une loi de comportement élastique linéaire pour les câbles. Les propriétés mécaniques et la discrétisation des câbles sont les mêmes que celles retenues pour l'écran CAN E : le module de Young des câbles est pris égal à 100 GPa, les haubans sont discrétisés avec 2 nœuds par mètre tandis que les câbles de rive et de fermeture le sont avec 5 nœuds par mètre. Bien qu'étant des câbles simples et peu mobiles, les haubans sont discrétisés afin de tenir compte de potentiels coups de fouet et effets retard. Les câbles de rive sont naturellement discrétisés afin de tenir compte des effets inertiels dans l'effet rideau mis en évidence chapitre 4.

TABLEAU 5.9 – Caractéristiques des câbles de l’ouvrage C2ROP (valeurs fournies par le fabricant)

Grandeur	Haubans	Rive et fermeture
Diamètre [mm]	16	12
Masse linéique [kg/m]	0,98	0,55
Charge ultime [t]	17,1	9,6

5.3.3 Essais en vraie grandeur

L’ouvrage C2ROP est soumis à 3 sollicitations différentes : une quasi-statique et deux dynamiques. Ces sollicitations permettent d’une part d’étudier le comportement des écrans de filets en dehors des sollicitations réglementaires et d’autre part de tester les capacités du modèle numérique dans des domaines d’utilisation variés. L’ouvrage est installé horizontalement dans un site d’essai dédié, un système de levage et de largage permet d’effectuer des chutes de blocs verticales. Dans chacun des cas de chargement, l’ouvrage est sollicité au centre du module central à l’aide d’un bloc de géométrie similaire à celle définie dans l’ETAG 27 [EOTA, 2013]. Pour tous les essais, un bloc identique de longueur extérieure 0,75 m et de masse 740 kg est utilisé.

Traction quasi-statique

L’essai se déroule en deux phases. Dans un premier temps, le bloc est déposé dans le filet. Une fois en place, il est relié à un treuil qui, dans un second temps, l’enfonce verticalement vers le bas dans le filet. L’enfoncement du bloc dans le filet est piloté en déplacement, celui-ci se fait à vitesse constante de 0,15 m/s jusqu’à atteindre une valeur d’enfoncement de 5 m.

Impact unique

Le bloc est positionné à l’aplomb du centre du module central avant d’être largué. La hauteur de largage est de 37,15 m, le bloc atteint ainsi une vitesse de 27 m/s à l’impact, correspondant à une énergie d’impact de 270 kJ. L’essai est réalisé sur deux ouvrages identiques, les 2 essais sont notés Expérimental 1 et Expérimental 2.

Impacts répétés

Le bloc est positionné à l’aplomb du centre du module central avant d’être largué. La hauteur de largage est de 12,40 m, le bloc atteint ainsi une vitesse de 15,6 m/s à l’impact, correspondant à une énergie d’impact de 90 kJ. Cette opération est répétée 3 fois, sans apporter aucune réparation ni modification à l’ouvrage. Les 3 impacts sont notés Exp (1), Exp (2) et Exp (3).

Instrumentation

Une large instrumentation est mise en place afin de mesurer les efforts et les déplacements subis par le bloc et par la structure. Un accéléromètre tri-axial de technologie MEMS, doublé d'un piézoélectrique, est placé à l'intérieur du bloc. Ils enregistrent l'accélération avec une fréquence de 20 kHz et possèdent une étendue de mesure de ± 16 g. Les efforts appliqués par le bloc sur l'ouvrage sont obtenus à l'aide d'un capteur de force axial relié au bloc pour la sollicitation quasi-statique et peuvent être déduits des mesures d'accélération pour les sollicitations dynamiques. Les accéléromètres étant positionnés en surface du bloc, ils ne mesurent pas l'accélération de son centre de gravité et fournissent des valeurs difficiles à interpréter lorsque le bloc entre en rotation au contact du filet. La trajectoire du bloc est donc obtenue de façon plus fiable par analyse d'image. Une caméra rapide placée en face de l'ouvrage enregistre également la chute et l'arrêt du bloc avec une fréquence de 500 images/s. Des capteurs de force axiaux sont également répartis en différents points de la structure : sur les haubans amont, aval ainsi que sur les câbles de rive (Figure 5.11). Une fois le bloc arrêté, l'allongement et la hauteur résiduels, ainsi que la course des dissipateurs sont mesurés sur l'ouvrage.

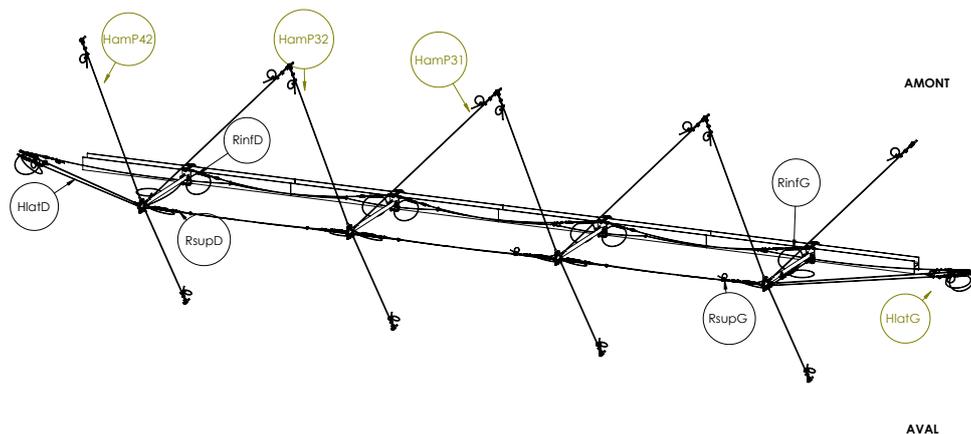


FIGURE 5.11 – Localisation des capteurs de force au sein de l'ouvrage C2ROP (source GTS)

5.3.4 Simulation numérique de l'essai quasi-statique

L'essai quasi-statique est simulé à l'aide du modèle développé. La simulation se déroule comme suit :

- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage (2 s) ;
- enfoncement du bloc à une vitesse de 0,5 m/s (10 s).

Un pas de temps de $\tau = 10^{-5}$ s est retenu pour le schéma numérique et les données sont enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 50 Hz. La durée de la simulation, réalisée sur le même ordinateur que pour l'écran CAN E, est de 1468 s, soit un facteur temporel (durée de simulation / temps réel simulé) de 122. L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation est présenté Figure 5.12.

Les valeurs calculées numériquement sont comparées aux valeurs issues de l'instrumentation. Étant donné les différentes phases de l'essai (dépôt du bloc, traction au treuil), il n'y a pas correspondance en temps entre les données expérimentales et celles issues de

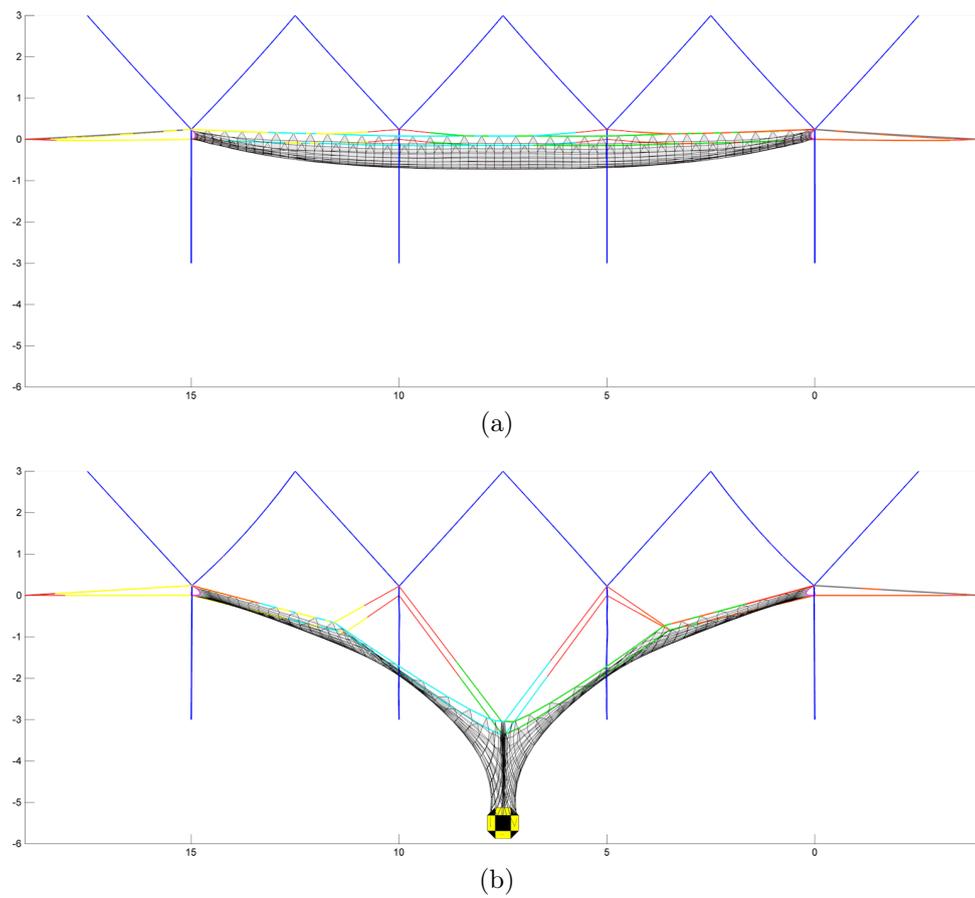


FIGURE 5.12 – Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique de l'essai quasi-statique : (a) état initial ; (b) allongement maximal ;

la simulation. Pour cette raison, l'évolution des grandeurs est présentée en fonction de l'enfoncement du bloc et non du temps.

Réponse globale

L'effort total appliqué à l'ouvrage est la somme de l'effort de traction du treuil et du poids propre du bloc. La réponse globale du modèle en effort est très bonne (Figure 5.13a). Les courbes se superposent, excepté dans la partie initiale, pour un enfoncement inférieur à 2 m où expérimentalement, aucune variation d'effort n'est observée. Au delà de cet enfoncement la réponse expérimentale est quasi-linéaire, ce que le modèle reproduit bien. Le calcul du travail de l'effort total nous permet de déterminer l'énergie fournie à la structure (Figure 5.13b). La correspondance de la réponse en effort se retrouve en termes d'énergie.

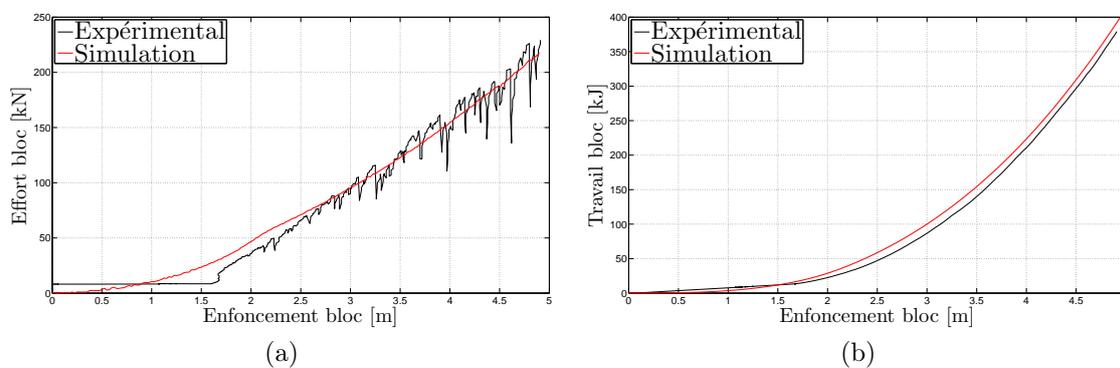


FIGURE 5.13 – Réponse globale de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai quasi-statique : (a) effort total appliqué au bloc ; (b) travail de l'effort total

Réponse locale

Nous nous intéressons maintenant à la réponse locale de l'ouvrage en étudiant les efforts dans les câbles de rive et dans les haubans. Cela nous permet d'analyser la répartition des efforts au sein de la structure. Les efforts dans les câbles de rive supérieurs et inférieurs sont en adéquation avec les mesures expérimentales (Figure 5.14). L'accord est bon entre les résultats numériques et la mesure expérimentale, notamment à partir du seuil de déclenchement. Nous observons, comme pour l'effort total de traction (Figure 5.13a), un plateau d'effort jusqu'à un enfoncement du bloc de 1,60 m et un décalage sur la phase de chargement initial. Ce décalage peut s'expliquer par le « mou » présent initialement dans les dissipateurs et qui n'est pas pris en compte dans la modélisation. Le seuil de déclenchement du dissipateur situé en rive inférieure gauche est bien plus élevé que le seuil obtenu lors des essais de caractérisation, ce qui illustre la variabilité du comportement du composant au sein de l'écran et explique l'écart entre la courbe expérimentale et numérique (Figure 5.14c). Les différences observées sur l'ensemble des 4 courbes d'effort dans les câbles de rive peuvent donc s'expliquer par la variabilité du comportement réel de chaque dissipateur, ainsi que par le mou présent dans l'ouvrage, difficile à quantifier et donc à prendre en compte dans la modélisation.

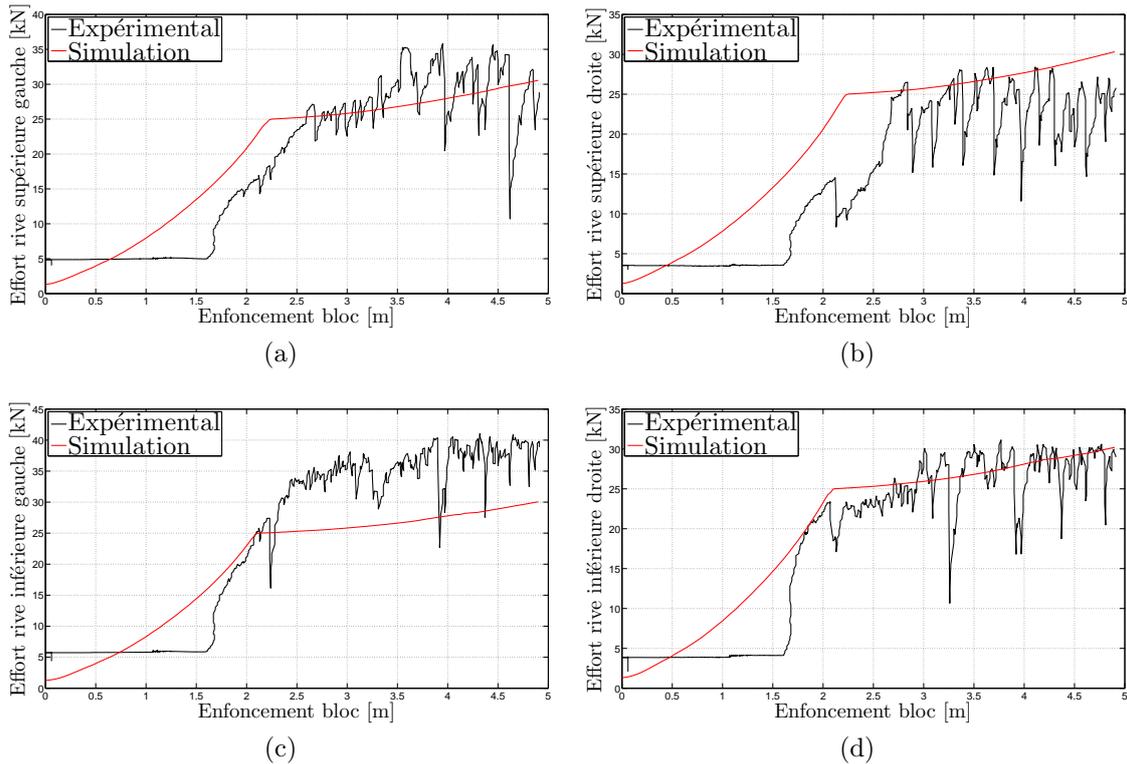


FIGURE 5.14 – Efforts dans les câbles de rive de l’ouvrage C2ROP lors de l’essai quasi-statique : (a) rive supérieure gauche ; (b) rive supérieure droite ; (c) rive inférieure gauche ; (d) rive inférieure droite

Les efforts dans le hauban latéral gauche et le hauban amont P32 sont maintenant étudiés (Figure 5.15). Pour le hauban latéral, les résultats numériques présentent la même tendance que les mesures expérimentales mais montrent des écarts importants au niveau des valeurs de tension (Figure 5.15a). La tension mesurée expérimentalement est fortement supérieure à celle obtenue numériquement. Nous remarquons un décalage initial d’environ 12 kN entre les deux courbes qui peut être dû à la prétension appliquée lors de l’essai, la simulation numérique ayant été réalisée sans prétension. Un autre facteur pouvant influencer la réponse est la prise en compte dans le modèle des détails technologiques de montage. Dans la structure réelle, le câble de rive supérieur n’est pas relié directement en tête de poteau mais est attaché, par l’intermédiaire d’une manille, au hauban latéral (Figure 5.16). Les efforts transversaux repris par le câble de rive supérieur sont donc transmis sur le hauban latéral et non directement sur le poteau, augmentant ainsi la tension dans le hauban.

Pour le hauban amont, nous observons une réponse similaire. La courbe numérique présente la même tendance que la courbe expérimentale avec des écarts de tension notables (Figure 5.15b). La phase de chargement initial se fait avec une raideur semblable mais a lieu plus tôt dans le chargement et le décalage est important. Sur les courbes issues de la simulation, nous observons un pic d’effort, suivi d’une brève décharge, d’un plateau, puis une nouvelle hausse de l’effort. La décharge coïncide avec la sollicitation des câbles de rive dans les modules latéraux qui tirent la tête de poteau vers l’extérieur, déchargeant ainsi le hauban P32 étudié. Les deux câbles de rive ont alors environ la même inclinaison et la même tension (limitée par les dissipateurs) et l’effort se stabilise. En fin de chargement,

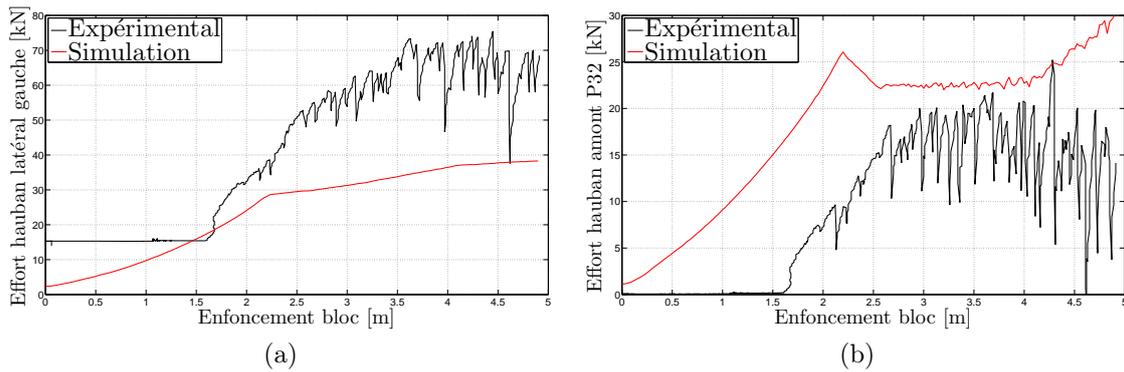


FIGURE 5.15 – Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai quasi-statique : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban amont P32



FIGURE 5.16 – Détail d'assemblage de la tête de poteau de l'écran C2ROP

l'angle du câble de rive du module central augmente et la tension dans le hauban P32 augmente elle aussi. Il est également intéressant de croiser cette analyse avec la tendance décroissante dans la courbe expérimentale qui semble contre-intuitive. En effet, le hauban instrumenté est directement dans le chemin préférentiel des efforts (forme de « V » de l'écran déformé), on s'attendrait alors à ce que l'effort se concentre dans cette direction et continue d'augmenter au cours de la déformation comme on le constate numériquement. Il est néanmoins possible que cette augmentation ne soit pas visible à cause du retard observé et qu'elle se soit manifestée pour des valeurs d'enfoncement plus importantes.

5.3.5 Simulation numérique de l'essai d'impact unique

L'essai d'impact unique est simulé à l'aide du modèle développé. La simulation se déroule comme suit :

- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage (2 s) ;
- impact du bloc à une vitesse de 27 m/s (0,4 s) ;
- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage avant enlèvement du bloc (3 s) ;
- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage après enlèvement du bloc (3 s).

Un pas de temps de $\tau = 10^{-5}$ s est retenu pour le schéma numérique et les données sont enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 500 Hz pour les coordonnées et 10 kHz

pour les efforts. La durée de la simulation, réalisée sur le même ordinateur que pour l'essai quasi-statique, est de 1180 s, soit un facteur temporel (durée de simulation / temps réel simulé) de 140. L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation est présenté Figure 5.17.

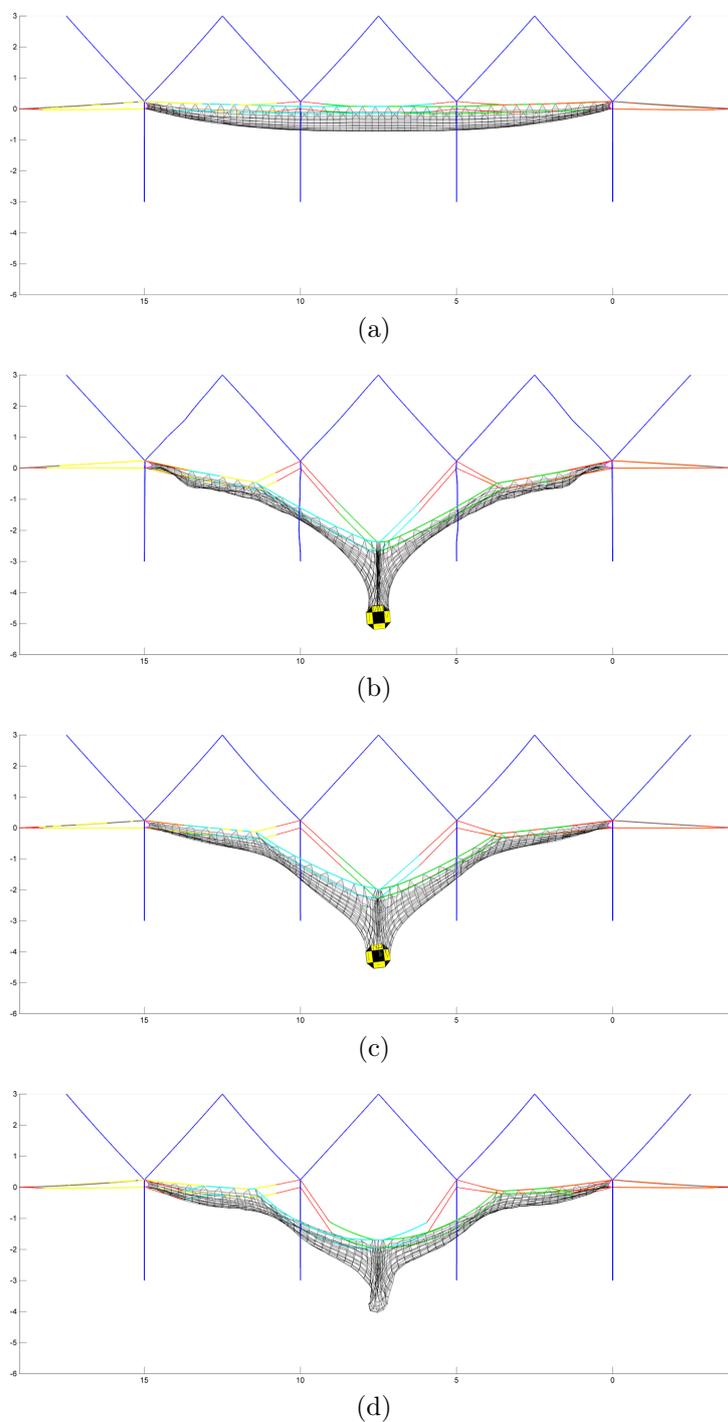


FIGURE 5.17 – Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique de l'essai d'impact unique : (a) état initial ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc

Réponse globale

La mise en rotation du bloc au contact du filet ne nous permet pas d'exploiter les mesures issues de l'accéléromètre pour l'essai expérimental d'impact unique. Nous nous intéressons uniquement à la trajectoire du bloc et à l'état de l'ouvrage après impact.

Trajectoire du bloc La trajectoire obtenue par la simulation est semblable à celle mesurée expérimentalement. La courbe numérique présente une allure similaire et se situe entre les deux courbes expérimentales obtenues en répétant l'essai (Figure 5.18). Nous notons que les valeurs obtenues numériquement sont très proches des valeurs expérimentales du premier essai.

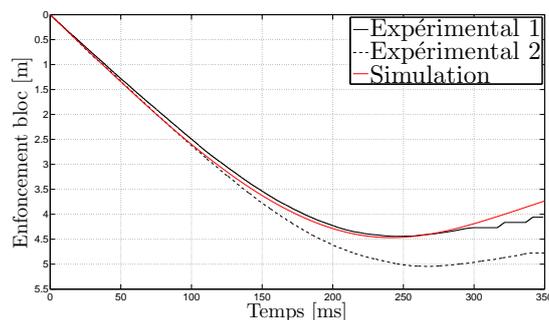


FIGURE 5.18 – Trajectoire verticale du bloc lors de l'essai d'impact unique sur l'ouvrage C2ROP

Allongements et hauteurs résiduels Nous étudions maintenant la phase de retour à l'équilibre de l'ouvrage après impact. Nous nous intéressons à l'état d'équilibre avant enlèvement du bloc (Figure 5.17c) et après enlèvement du bloc (Figure 5.17d). Nous étudions en particulier l'allongement résiduel, ainsi que la hauteur résiduelle qui est une performance évaluée dans les essais de certification de l'ETAG 27 [EOTA, 2013]. Les résultats sont présentés Tableau 5.10.

TABLEAU 5.10 – Allongements et hauteurs résiduels de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique

Grandeur résiduelle	Expérimental 1/2 [m]	Simulation [m]	Écart [%]
Allongement	3,97/4,58	3,84	-3,2/-16,2
Allongement à vide	3,58/3,79	3,32	-7,3/-12,4
Hauteur	1,2 /1,40	1,31	+9,2/-6,4
Hauteur à vide	1,40/-	1,73	+23,5/-

Les valeurs obtenues numériquement sont très bonnes sur ces deux grandeurs, nous observons des écarts inférieurs à 10 % pour le premier essai et de l'ordre de 15 % pour le second. Ces grandeurs, permettant de mesurer le comportement lors du retour élastique de l'ouvrage, confortent une nouvelle fois les modèles irréversibles développés : le modèle d'anneau et le modèle de câble glissant. Seule la hauteur résiduelle à vide est fortement surestimée de près de 25 % ; cela peut s'expliquer par le modèle d'assemblage solidaire entre les anneaux adopté pour la nappe de filets. Certains efforts de compression, dus

à l'état d'auto-contrainte de l'anneau, sont transmis dans la nappe tandis qu'en réalité, il y a séparation des anneaux. Dans la simulation numérique, la nappe a tendance à « pousser » sur l'extérieur et sur les câbles de rive qui viennent s'ouvrir un peu plus largement après retrait du bloc (Figure 5.17d). L'introduction d'un modèle séparable devrait en toute hypothèse pallier ce comportement mais les bons résultats obtenus et le coût de calcul supplémentaire nous incitent à ne pas explorer cette voie.

Réponse locale

La distribution des efforts au sein de la structure et la réponse locale des constituants de l'ouvrage sont maintenant analysées. Les tensions calculées et mesurées dans les différents câbles instrumentés sont comparées. Nous étudions d'abord les haubans puis les câbles de rive, sur lesquels se situent les dissipateurs d'énergie.

Haubans Les résultats numériques sont en excellent accord avec les données expérimentales (Figure 5.19). Le capteur présent sur le hauban P42 n'a enregistré aucune variation lors du premier essai d'impact (Figure 5.19e). Nous retrouvons les mêmes allures, temps de chargement et intensités des pics d'effort pour les haubans. Ces résultats montrent que le modèle reproduit bien la réponse dynamique de l'ouvrage. En particulier, les chemins de distribution des efforts et les temps de mise en tension sont bien respectés.

Câbles de rive Les tensions dans les câbles de rive supérieurs et inférieurs sont correctement appréhendées, notamment au niveau des temps de mise en tension et de déchargement (Figure 5.20). Le capteur situé en rive supérieure gauche est défaillant et les valeurs expérimentales, uniquement acquises lors du second essai d'impact, ne sont pas significatives. Le comportement de ces câbles est gouverné par celui des dissipateurs d'énergie situés à leurs extrémités. Par comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus lors des essais quasi-statiques (Figure 5.10b), les dissipateurs d'énergie semblent présenter un seuil de déclenchement moins élevé en dynamique. Cela peut s'expliquer par la technologie du dissipateur par frottement et les effets thermo-mécaniques associés modifiant les propriétés tribologiques de l'assemblage. En outre, l'écroûissage observé en quasi-statique n'apparaît pas de façon évidente sur les courbes. Les efforts semblent stagner, voire diminuer pendant la phase de défilement (Figure 5.20). Le modèle, calibré sur les essais quasi-statiques, conduit à une augmentation de l'effort au cours du défilement, ce qui ne correspond pas qualitativement au comportement expérimental. La répétition des essais et des mesures illustre également une certaine variabilité de comportement entre les dissipateurs et entre les essais. Pour un même essai, les seuils de déclenchement diffèrent d'un dissipateur à un autre et pour un même dissipateur, le seuil de déclenchement diffère entre les deux essais.

Sollicitation des dissipateurs Nous nous intéressons également au défilement des dissipateurs, mesuré après l'impact sur chacun des 18 dissipateurs de la structure. Les résultats sont présentés Tableau 5.11. Les dissipateurs situés sur les câbles de fermeture n'étant pas sollicités, leur défilement n'est pas rapporté ; la somme des défilements par câble est également indiquée. Nous observons tout d'abord la différence de défilement

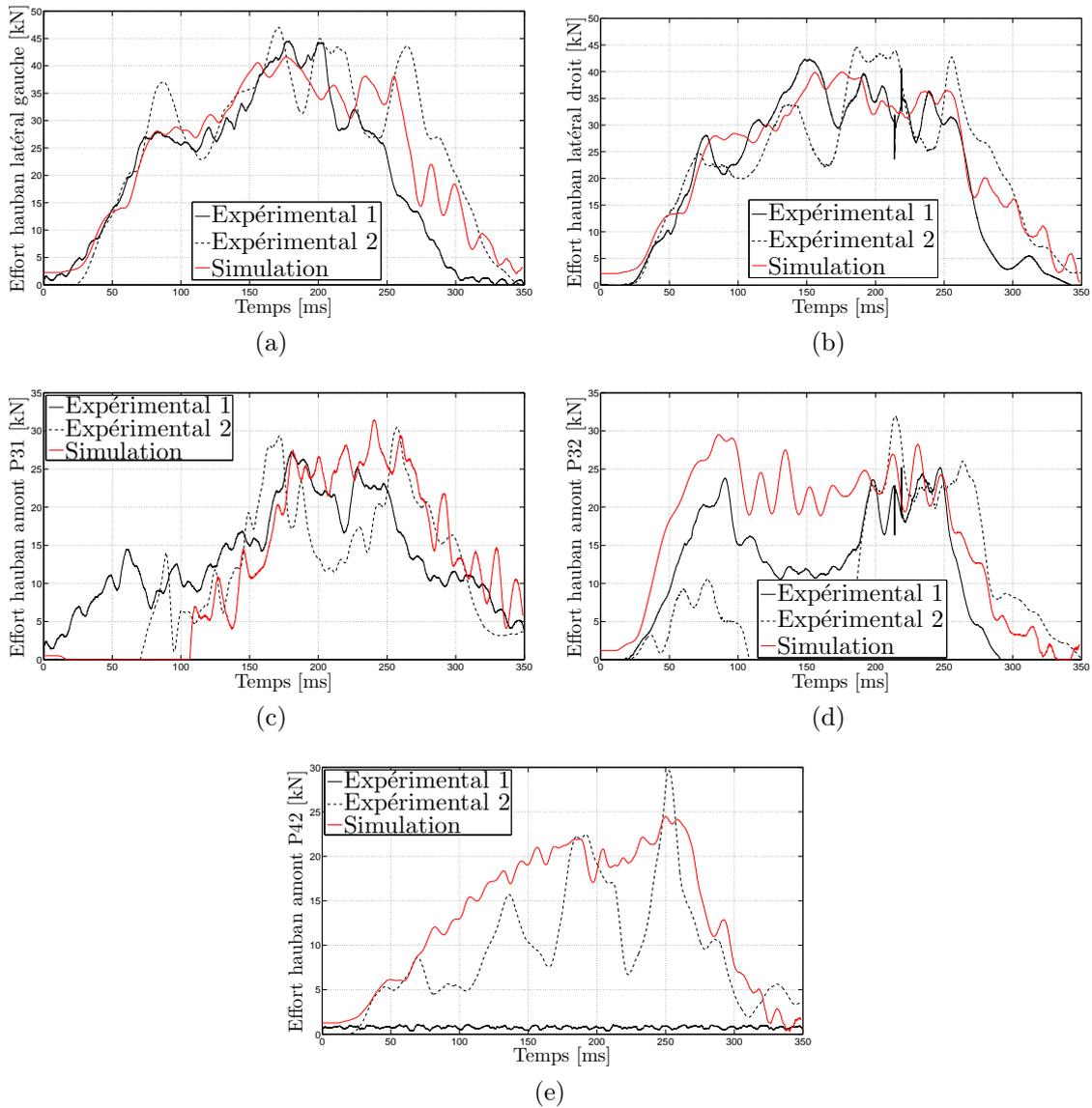


FIGURE 5.19 – Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amount P31 ; (d) hauban amount P32 ; (e) hauban amount P42

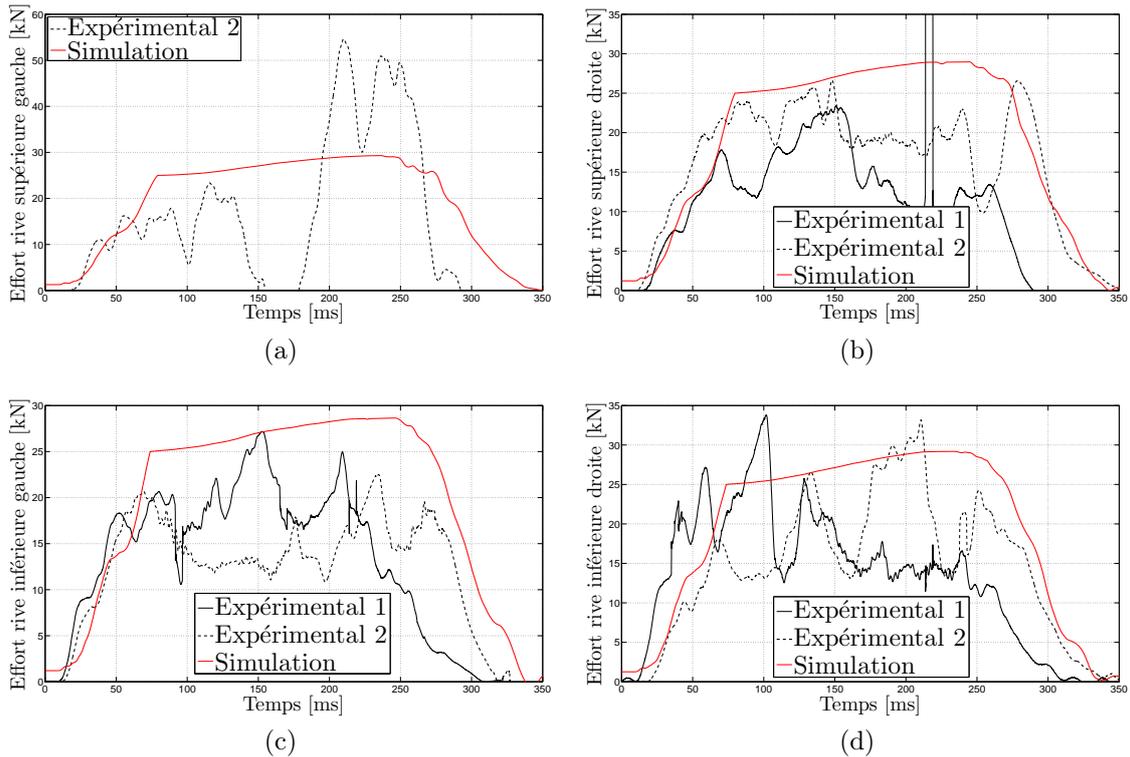


FIGURE 5.20 – Efforts dans les câbles de rive de l’ouvrage C2ROP lors de l’essai d’impact unique : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite

entre les deux essais, qui met une nouvelle fois en lumière la variabilité de comportement des dissipateurs d’énergie. Ensuite, il apparaît que les dissipateurs les plus sollicités expérimentalement sont également les plus sollicités numériquement. Il s’agit des dissipateurs du module central (4 et 4bis) et des dissipateurs situés au niveau des poteaux extérieurs dans les modules latéraux (2 et 2bis). Cela confirme la capacité du modèle à correctement reproduire les chemins de distribution des efforts au sein de la structure. Les valeurs de défilement obtenues numériquement sont en revanche bien inférieures, confirmant ainsi que le comportement des dissipateurs en statique et en dynamique diffère. En effet, la loi de comportement utilisée pour ces simulations et calibrée sur les essais quasi-statiques surestime les efforts développés au sein des dissipateurs en dynamique. En conséquence, ceux-ci nécessitent un défilement moins important pour dissiper une quantité d’énergie donnée. L’absence de comportement régulier des dissipateurs en dynamique rend difficile le calcul du travail plastique et l’estimation des énergies dissipées expérimentalement, ce qui nous limite à l’étude des défilements. Il serait intéressant, comme proposé par Castanon-Jano *et al* [Castanon-Jano et al., 2017], de calibrer le comportement des dissipateurs à partir d’essais de sollicitations dynamiques pour effectuer les simulations d’impact. En revanche, il est important de noter que nous obtenons des résultats tout à fait satisfaisants sur le comportement dynamique global et local de l’ouvrage alors que l’ensemble des composants sont caractérisés et calibrés à partir de sollicitations quasi-statiques.

TABLEAU 5.11 – Défilement des dissipateurs d'énergie de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique

Dissipateur	Expérimental 1 [cm]	Expérimental 2 [cm]	Simulation [cm]		
Rive inférieure	1	38	0	2	
	1 bis	0	0	2	
	2	45	105	49	
	2 bis	103	70	56	
	3	0	35	1	
	3 bis	2	20	6	
	4	144	210	99	
	4 bis	175	152	105	
	A	38	35	3	
	A bis	2	20	8	
	B	220	257	154	
	B bis	247	280	155	
	Rive supérieure	1	18	0	0
		1bis	0	0	0
2		90	0	58	
2bis		150	47	53	
3		10	55	9	
3bis		0	38	6	
4		30	195	92	
4bis		23	210	89	
A		28	55	9	
A bis		0	38	6	
B		113	210	147	
B bis		180	242	145	

Prise en compte du comportement des dissipateurs sous sollicitation dynamique

Nous avons pu constater le rôle central des dissipateurs d'énergie dans le fonctionnement de la structure et leur influence sur la réponse de l'ouvrage. Leurs caractéristiques ont une incidence sur la réponse globale et locale de l'ouvrage lors d'un impact. Si le seuil de déclenchement est élevé, les dissipateurs défilent moins et l'ouvrage est plus raide. Inversement, des dissipateurs à faible seuil de déclenchement ou au comportement adoucissant dissipent peu d'énergie au cours du défilement et ont besoin de grands défilements pour arrêter le bloc. Nous avons vu que le comportement obtenu en quasi-statique ne correspond pas aux mesures faites au cours des essais dynamiques et que le comportement dynamique diffère entre les deux essais. Sans données de calibration issues de sollicitations dynamiques, et de façon purement exploratoire, nous allons donc modifier le comportement des dissipateurs afin d'étudier l'influence sur la réponse de l'ouvrage. Les seuils de déclenchement observés Figure 5.20 atteignent environ 20 kN et il n'y a pas d'érouissage clairement identifiable, nous effectuons donc les mêmes simulations de l'essai d'impact unique avec les paramètres suivants pour les dissipateurs d'énergie : $K_1 = 250$ kN/m, $K_2 = 0,0$ kN/m et $F_y = 20$ kN. Les résultats de simulation obtenus avec ces valeurs (notés simulation 20) sont comparés aux résultats expérimentaux et aux résultats

de simulation précédents, obtenus par calibration des dissipateurs sur le comportement quasi-statique (notés simulation 25).

La réponse globale de l'ouvrage est très bonne, celui-ci est plus souple, comme nous pouvions nous y attendre. La courbe d'enfoncement (Figure 5.21) est toujours située entre les deux courbes expérimentales mais est cette fois plus proche de celle du second essai. La remontée du bloc après allongement maximal est plus lente : l'énergie élastique stockée dans l'ouvrage, en particulier dans les dissipateurs, et restituée au bloc étant moindre.

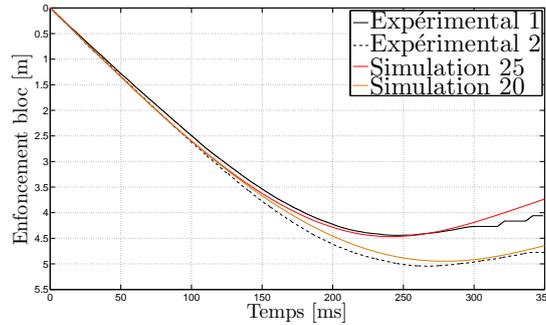


FIGURE 5.21 – Trajectoire verticale du bloc lors de l'essai d'impact unique sur l'ouvrage C2ROP, influence du comportement des dissipateurs d'énergie

Les grandeurs à l'équilibre (Tableau 5.12) sont semblables, voire un peu meilleures avec le comportement élastique-parfaitement plastique des dissipateurs et un seuil de déclenchement de 20 kN, notamment sur les grandeurs à vide.

TABLEAU 5.12 – Allongements et hauteurs résiduels de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique avec dissipateurs élastiques-parfaitement plastiques de seuil 20 kN

Grandeur résiduelle	Expérimental 1/2 [m]	Simulation 20 [m]	Écarts [%]
Allongement	3,97/4,58	4,42	+11,3/-3,5
Allongement à vide	3,58/3,79	3,86	+7,8/+1,8
Hauteur	1,20/1,40	1,14	-5,0/-18,6
Hauteur à vide	1,40/-	1,63	+16,4/-

La réponse locale de l'ouvrage est également très bonne et semblable à celle obtenue précédemment. Nous retrouvons dans chaque cas des allures similaires aux mesures expérimentales. Pour les haubans, les différences se trouvent principalement dans l'intensité des efforts qui est moindre et dans la phase de déchargement qui est plus lente (Figure 5.22). Les dissipateurs agissent comme des éléments fusibles qui limitent l'effort à 20 kN dans les câbles de rive ; nous retrouvons donc des efforts moindres dans l'ensemble de la structure. Le retard au déchargement est toujours expliqué par la persistance des efforts due à une remontée tardive et plus lente du bloc. Les courbes issues des deux simulations sont initialement confondues, la différence de seuil de déclenchement et de comportement des dissipateurs après déclenchement explique la séparation des courbes. Nous observons des valeurs des pics d'efforts environ 25 % inférieures dans la simulation 20, correspondant sensiblement à la différence de seuil de déclenchement des dissipateurs. Seule la tension dans le hauban P31 est semblable dans la simulation 20 et la simulation 25. En écho aux résultats obtenus lors de l'essai quasi-statique, ce hauban amont central se charge lorsque les modules latéraux sont suffisamment déformés pour mettre en tension les câbles de rive

tressant ce module. L'ouvrage étant plus souple dans la simulation 20, ces câbles sont mis en tension plus facilement et nous observons des valeurs d'efforts importantes.

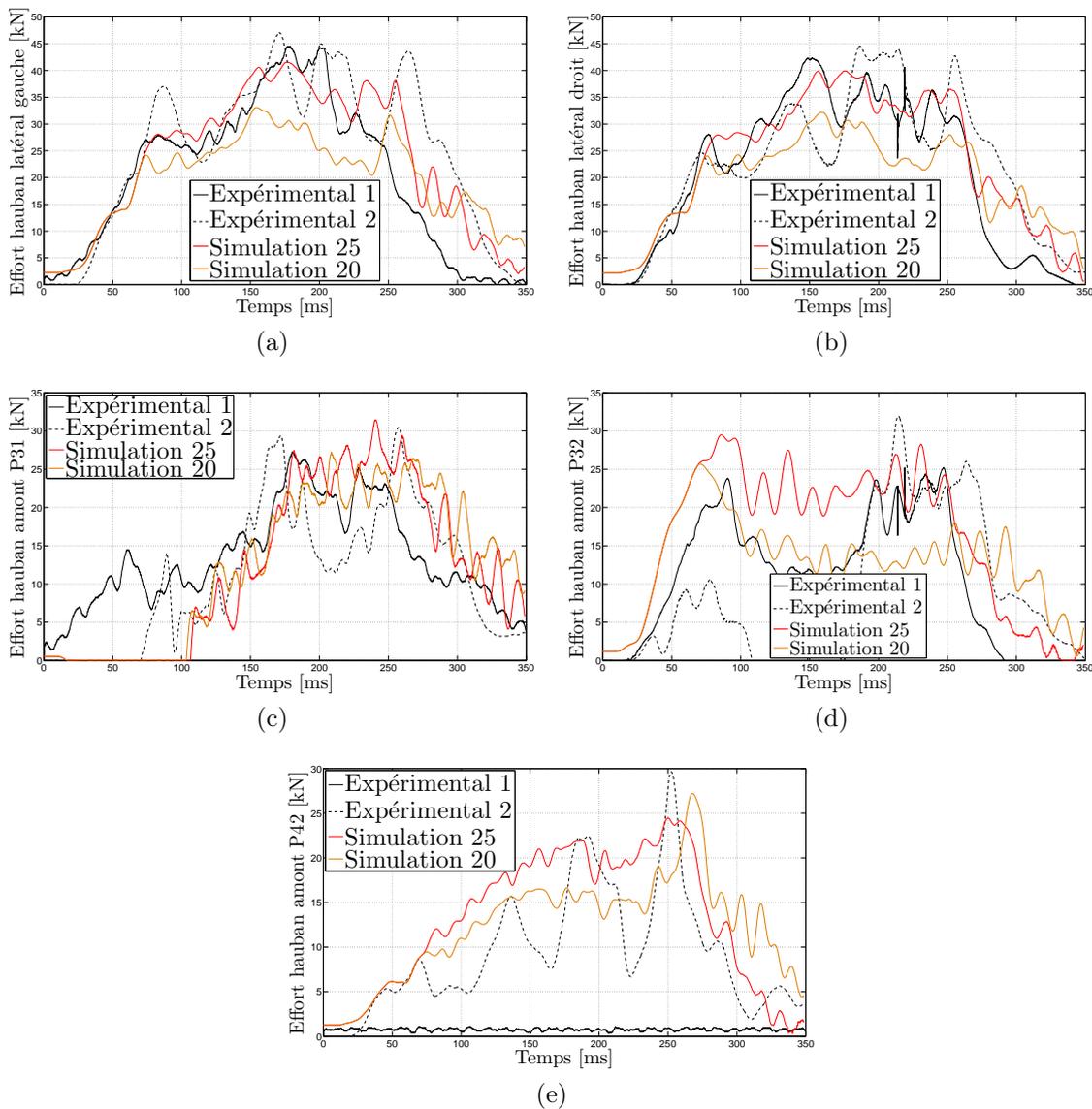


FIGURE 5.22 – Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique, influence du comportement des dissipateurs d'énergie : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42

Les efforts dans les câbles de rive, où se situent les dissipateurs, ne sont plus surestimés et correspondent mieux aux valeurs mesurées expérimentalement (Figure 5.23). Le fait de choisir un comportement élastique-parfaitement plastique ne permet cependant pas de rendre compte des blocages et des pics d'efforts qui en résultent dans les dissipateurs.

Le choix d'un seuil de déclenchement moins élevé et d'un comportement élastique-parfaitement plastique implique des défilements plus importants des dissipateurs afin de dissiper l'énergie d'impact (Tableau 5.13). Nous conservons la bonne répartition des défilements, qui traduit la bonne distribution des efforts, et nous obtenons des valeurs de défilement correspondant mieux aux mesures expérimentales. Cela semble indiquer que

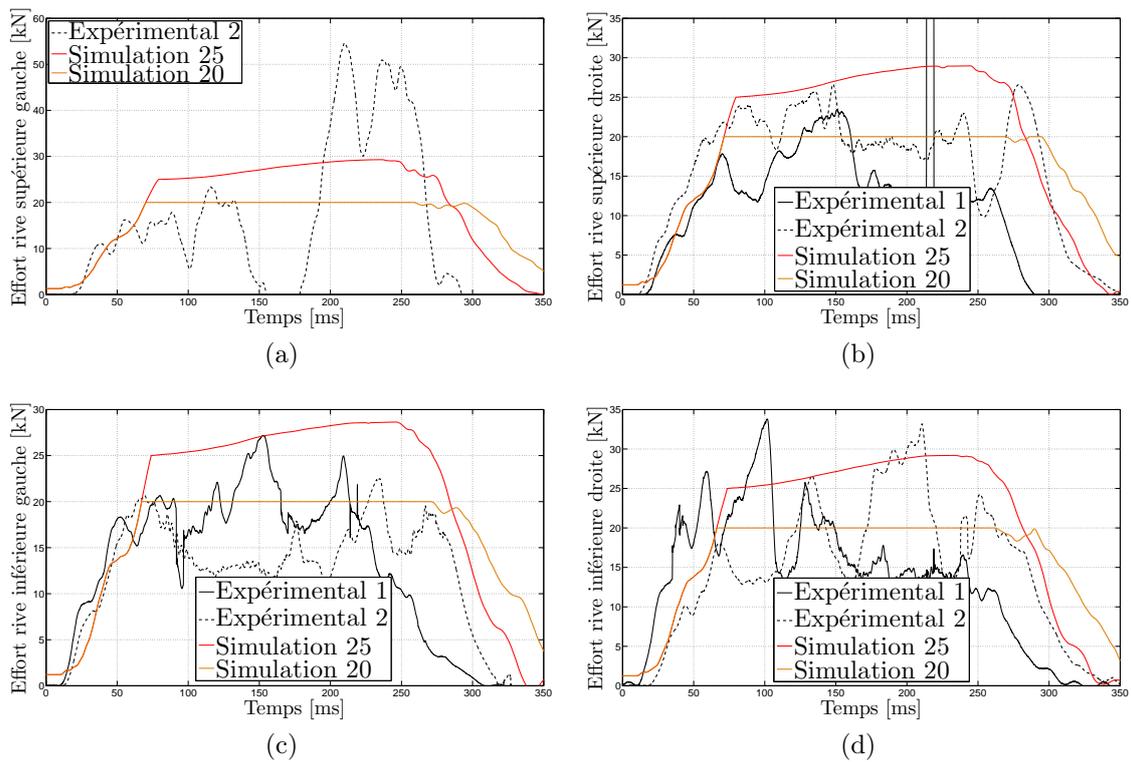


FIGURE 5.23 – Efforts dans les câbles de rive de l’ouvrage C2ROP lors de l’essai d’impact unique, influence du comportement des dissipateurs d’énergie : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite

le comportement des dissipateurs en dynamique est mieux appréhendé par une loi de comportement élastique-parfaitement plastique avec un seuil de déclenchement réduit.

TABLEAU 5.13 – Défilement des dissipateurs d'énergie de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impact unique avec dissipateurs élastiques-parfaitement plastiques de seuil 20 kN

	Dissipateur	Expérimental 1 [cm]	Expérimental 2 [cm]	Simulation 20 [cm]
Rive inférieure	1	38	0	8
	1bis	0	0	7
	2	45	105	68
	2bis	103	70	71
	3	0	35	11
	3bis	2	20	20
	4	144	210	161
	4bis	175	152	163
	A	38	35	19
	A bis	2	20	27
	B	220	257	231
	B bis	247	280	232
Rive supérieure	1	18	0	0
	1bis	0	0	0
	2	90	0	68
	2bis	150	47	68
	3	10	55	30
	3bis	0	38	23
	4	30	195	153
	4bis	23	210	157
	A	28	55	30
	A bis	0	38	23
	B	113	210	225
	B bis	180	242	221

5.3.6 Simulation numérique de l'essai d'impacts répétés

L'essai d'impacts répétés est simulé à l'aide du modèle développé. La simulation se déroule comme suit :

- équilibre sous pesanteur de l'ouvrage (2 s) ;
- répétition (3 fois) de la séquence de largage :
 - impact du bloc à une vitesse de 15,6 m/s (0,4 s) ;
 - équilibre sous pesanteur de l'ouvrage avant enlèvement du bloc (3 s) ;
 - équilibre sous pesanteur de l'ouvrage après enlèvement du bloc (3 s).

Un pas de temps de $\tau = 10^{-5}$ s est retenu pour le schéma numérique et les données sont enregistrées avec une fréquence d'acquisition de 500 Hz pour les coordonnées et 10 kHz pour les efforts. La durée de la simulation, réalisée sur le même ordinateur que pour l'ensemble des simulations de ce chapitre, est de 2671 s, soit un facteur temporel (durée de simulation / temps réel simulé) de 126. Suite aux observations faites précédemment sur la modification du comportement des dissipateurs d'énergie, les simulations sont effectuées avec les deux lois de comportement utilisées lors de l'essai d'impact unique. Nous rappelons que nous comparons ici les résultats numériques aux résultats expérimentaux mais que nous n'analysons pas dans le détail le comportement de l'ouvrage. Les résultats des simulations de l'essai d'impacts répétés sont agrégés pour les deux lois de comportement des dissipateurs, notées simulation 25 et simulation 20, mais présentés séparément pour chaque impact, notés (1), (2) et (3) pour plus de clarté. Les sollicitations des dissipateurs et l'état de l'ouvrage après impact seront présentés conjointement pour les 3 impacts à la fin de cette partie.

5.3.6.1 Premier impact

L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation du premier impact est présenté Figure 5.24.

Réponse globale La mise en rotation du bloc au contact du filet ne nous permet pas d'exploiter les mesures issues de l'accéléromètre pour le premier impact. La réponse globale de l'ouvrage est concordante dans les 2 cas étudiés (Figure 5.25). La valeur maximale d'enfoncement du bloc ainsi que le temps de freinage obtenus avec la calibration des dissipateurs à partir des essais quasi-statiques (simulation 25) présentent des écarts de l'ordre de 13 % par rapport aux valeurs expérimentales. Les résultats obtenus avec le comportement modifié des dissipateurs (simulation 20) sont encore plus précis. La réponse du modèle est dans les deux cas plus raide que la réponse expérimentale.

Efforts dans les haubans La distribution des efforts est également bien appréhendée et les tensions dans les haubans sont bien reproduites par le modèle au cours du premier impact (Figure 5.26). Le comportement des dissipateurs d'énergie influe peu sur l'évolution temporelle des tensions. Nous retrouvons dans chaque cas des allures, des temps de mise en tension et de déchargement similaires aux mesures expérimentales. Comme pour l'essai d'impact unique, les courbes issues des deux simulations sont initialement confondues et se séparent lorsque le seuil de déclenchement des dissipateurs de la simulation 20 est atteint. Nous observons également des valeurs des pics d'efforts environ 25 %

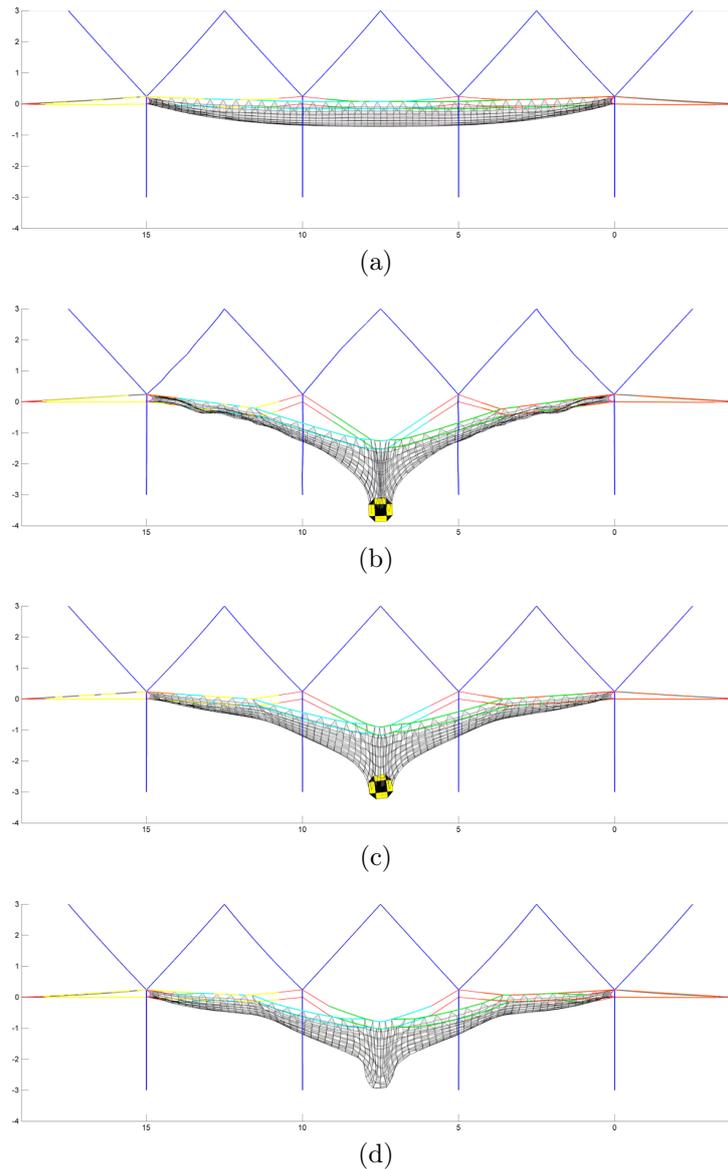


FIGURE 5.24 – Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique (simulation 25) du premier impact de l'essai d'impacts répétés : (a) état initial ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc

inférieures dans la simulation 20, correspondant sensiblement à la différence de seuil de déclenchement des dissipateurs. Seule la tension dans le hauban P31 est supérieure dans la simulation 20 à celle dans la simulation 25 pour les raisons détaillées dans la partie de l'essai d'impact unique.

Efforts dans les câbles de rive Les tensions dans les câbles de rive traduisent directement le comportement des dissipateurs. Nous observons, comme pour l'essai d'impact unique, que la calibration des dissipateurs à partir des essais quasi-statiques surestime les efforts et que leur comportement en dynamique est différent (Figure 5.27). Avec la calibration quasi-statique (simulation 25), les efforts sont surestimés tandis qu'avec la calibration

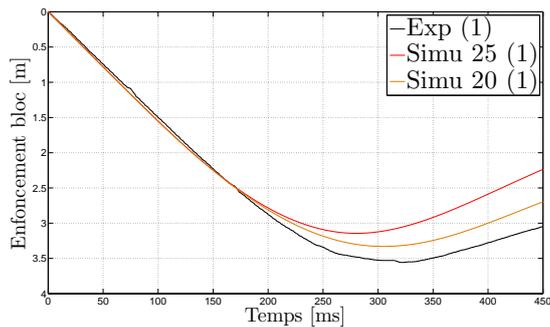


FIGURE 5.25 – Trajectoire verticale du bloc lors du premier impact de l'essai d'impacts répétés sur l'ouvrage C2ROP

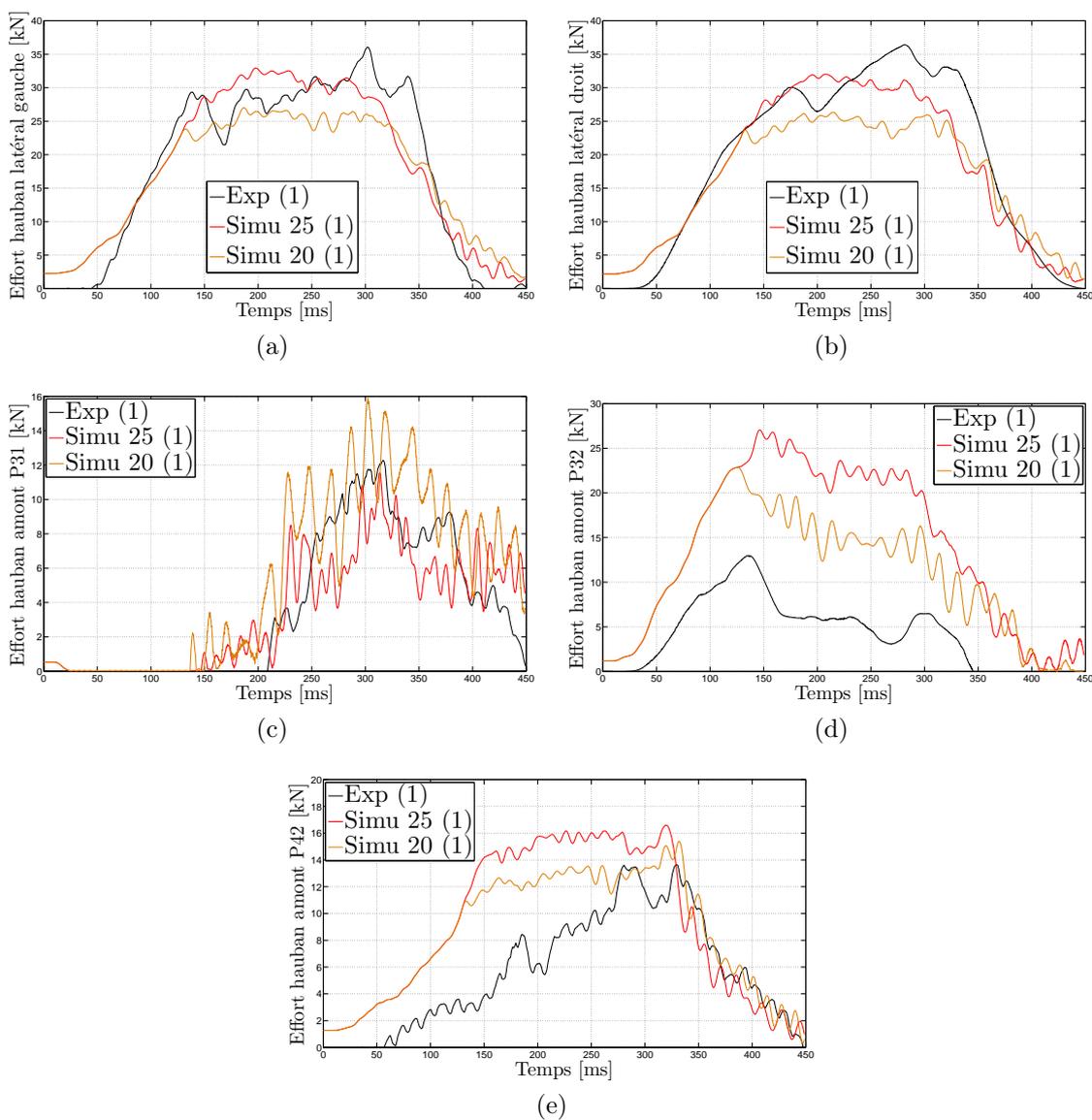


FIGURE 5.26 – Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors du premier impact de l'essai d'impacts répétés : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42

modifiée (simulation 20), les efforts sont mieux appréhendés au cours du premier impact. Le capteur situé en rive supérieure gauche est défaillant et les valeurs expérimentales ne sont pas significatives.

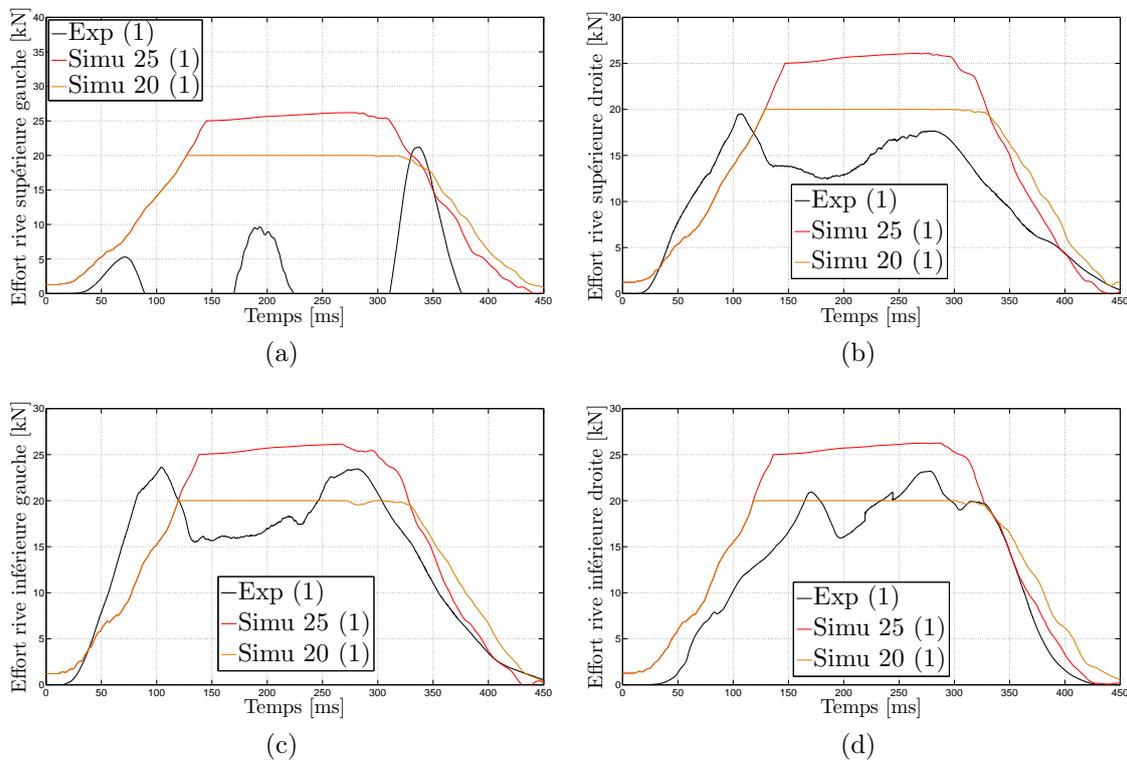


FIGURE 5.27 – Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors du premier impact de l'essai d'impacts répétés : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite

5.3.6.2 Deuxième impact

Pour des raisons techniques, les données de certains capteurs de force et de la caméra rapide ne sont pas disponibles pour le deuxième impact. Le bloc n'entre pas en rotation au contact du filet, ce qui nous permet d'exploiter les mesures issues de l'accéléromètre. Nous comparons donc la réponse dynamique du modèle aux résultats expérimentaux disponibles :

- la trajectoire du bloc (obtenue par double intégration du signal d'accélération) ;
- l'effort de décélération du bloc ;
- les tensions dans trois des haubans.

L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation du deuxième impact est présenté Figure 5.28.

Réponse globale La réponse globale de l'ouvrage est très satisfaisante. La trajectoire du bloc est bonne et les courbes issues de la simulation encadrent la courbe expérimentale (Figure 5.29a). L'allongement maximal, ainsi que le temps de freinage sont obtenus à moins de 10 % pour la simulation 25 et les courbes sont presque confondues jusqu'à

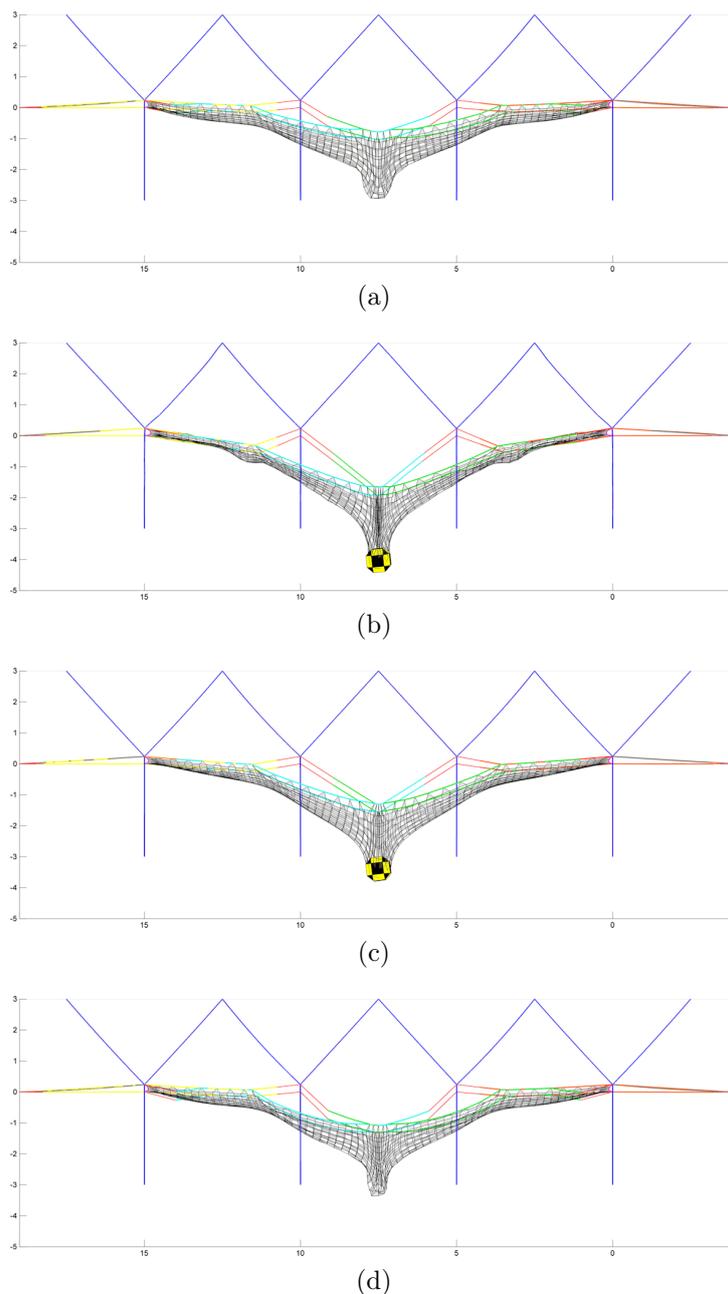


FIGURE 5.28 – Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique (simulation 25) du deuxième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) état d'équilibre après 1^e impact ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc

l'allongement maximal dans la simulation 20. Nous observons clairement la surestimation du rebond du bloc dans chacune des simulations. L'effort de décélération est parfaitement reproduit, le temps de chargement et de déchargement, ainsi que les valeurs des efforts coïncident (Figure 5.29b). Le modèle reproduit également des fluctuations dans la mise en chargement qui traduisent des effets dynamiques liés à la mise en tension du filet et observés expérimentalement.

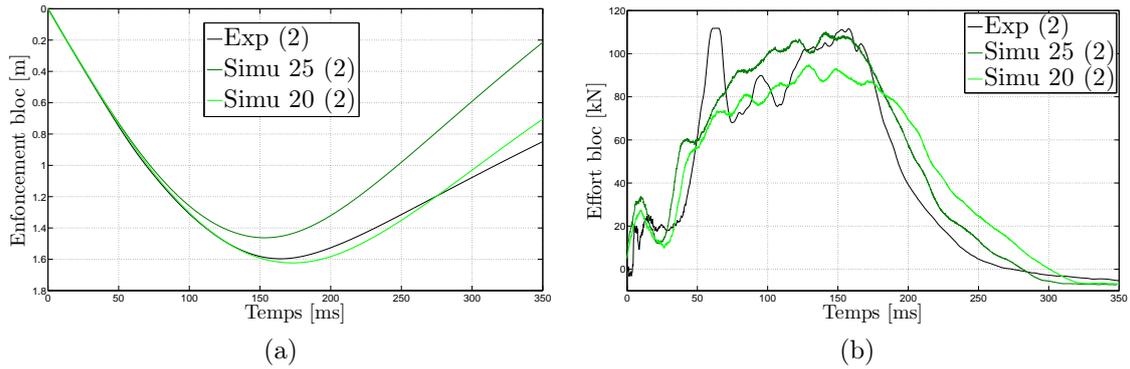


FIGURE 5.29 – Réponse globale de l'ouvrage C2ROP lors du deuxième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) enfoncement du bloc ; (b) effort total appliqué au bloc

Efforts dans les haubans La distribution des efforts dans les haubans est très bonne également (Figure 5.30). Le comportement des dissipateurs d'énergie influe peu sur l'évolution temporelle des tensions ; nous retrouvons dans chaque cas, des allures, des temps de mise en tension et de déchargement similaires aux mesures expérimentales. Contrairement au premier impact les courbes issues des deux simulations ne sont pas initialement confondues. En effet, l'état de l'ouvrage après le premier impact diffère selon la simulation effectuée ; le second impact s'effectue donc sur des structures différentes. Nous observons un temps de mise en tension et des efforts inférieurs dans la simulation 20 à l'exception du hauban amont P31, pour les raisons explicitées précédemment.

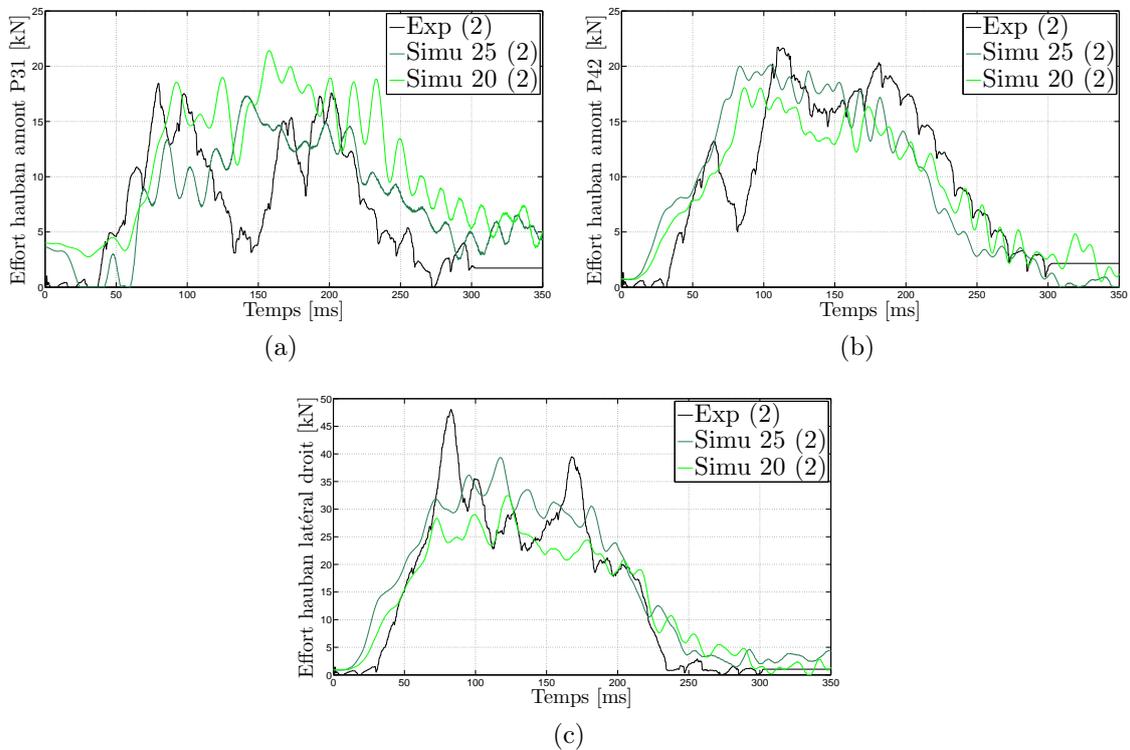


FIGURE 5.30 – Efforts dans les haubans de l'ouvrage C2ROP lors du deuxième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) hauban amont P31 ; (b) hauban amont P42 ; (c) hauban latéral droit

5.3.6.3 Troisième impact

L'ouvrage modélisé aux différentes étapes de la simulation du troisième impact est présenté Figure 5.31.

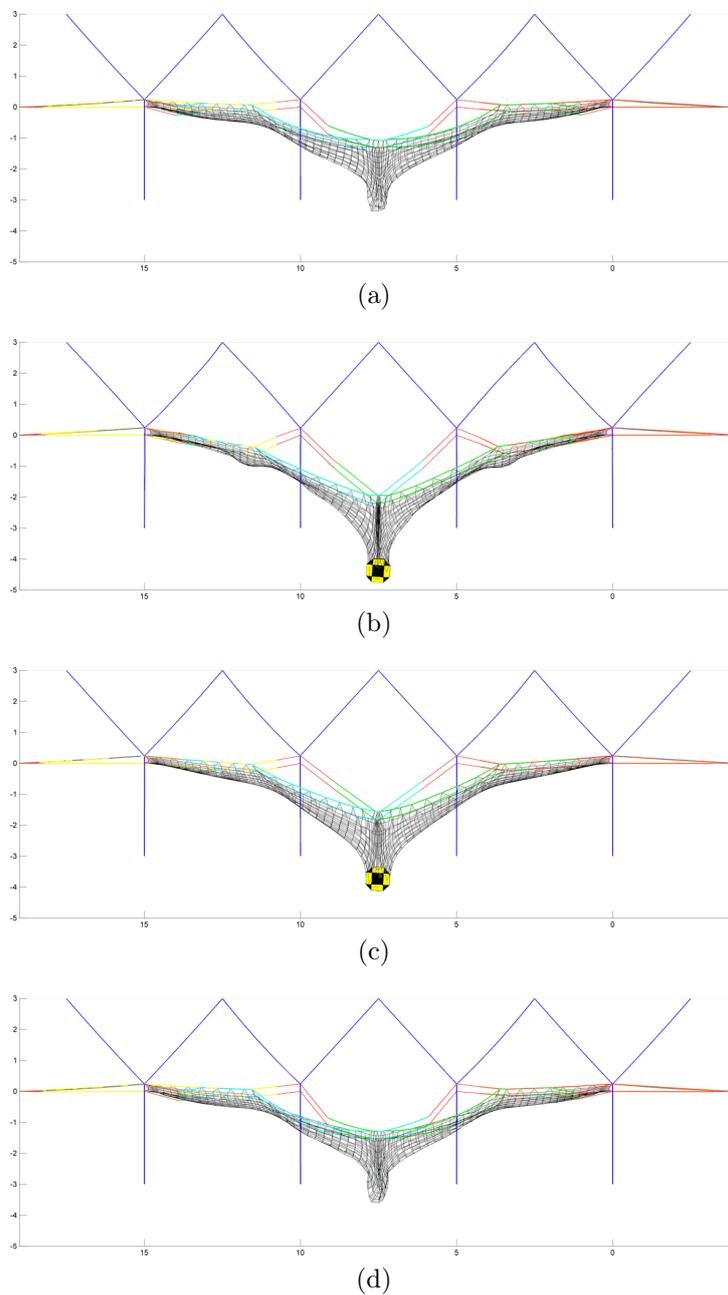


FIGURE 5.31 – Évolution temporelle de l'ouvrage C2ROP lors de la simulation numérique (simulation 25) du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) état d'équilibre après 2^e impact ; (b) allongement maximal ; (c) équilibre avant enlèvement du bloc ; (d) équilibre après enlèvement du bloc

Réponse globale Le bloc n'entre pas en rotation au contact du fillet, ce qui nous permet d'exploiter les mesures issues de l'accéléromètre. La réponse globale de l'ouvrage est

satisfaisante. La valeur maximale d'enfoncement du bloc ainsi que le temps de freinage obtenus avec la calibration des dissipateurs à partir des essais quasi-statiques (simulation 25) présentent des écarts inférieurs à 13 % par rapport aux valeurs expérimentales. Les résultats obtenus avec le comportement modifié des dissipateurs (simulation 20) sont un peu plus éloignés (25 %). La réponse du modèle est toujours plus souple que la réponse expérimentale, avec un rebond fortement surestimé (Figure 5.32a). L'évolution de l'effort de décélération du bloc est également très satisfaisante (Figure 5.32b). Le temps de chargement et de déchargement, ainsi que les valeurs des efforts coïncident. Les valeurs maximales d'accélération ne sont pas connues à cause de la saturation de l'accéléromètre (l'effort équivalent est de 110 kN) sur une grande partie du signal. Nous observons cependant des fluctuations en deçà de la valeur de saturation, vers 75 ms, qui laissent penser que la valeur de l'effort est proche de la valeur saturante. Comme pour le deuxième impact, le modèle reproduit la baisse ponctuelle de l'effort, vers 25 ms, traduisant des effets dynamiques de mise en tension du filet en début d'impact.

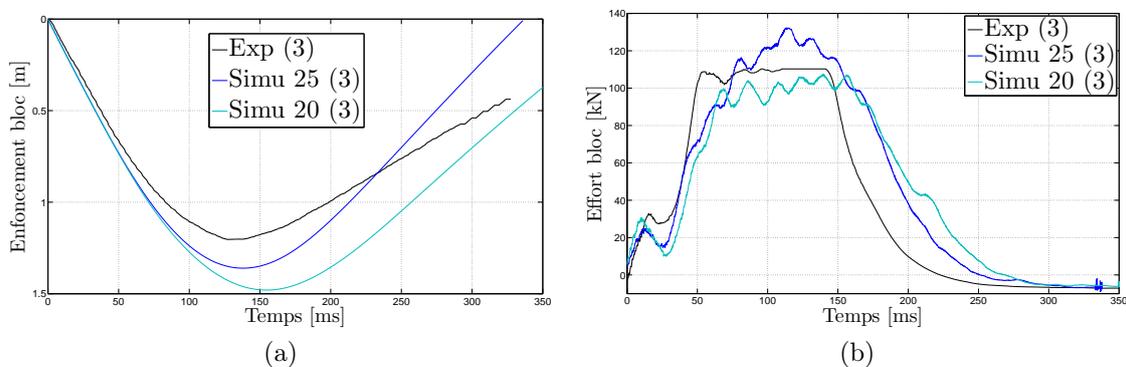


FIGURE 5.32 – Réponse globale de l'ouvrage C2ROP lors du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) enfoncement du bloc ; (b) effort total appliqué au bloc

Efforts dans les haubans La distribution des efforts est également bien appréhendée et les tensions dans les haubans sont bien reproduites par le modèle au cours du troisième impact (Figure 5.33). Comme au cours du deuxième impact, le comportement des dissipateurs d'énergie influe peu sur l'évolution temporelle des tensions et les courbes issues des deux simulations ne sont pas initialement confondues. Nous observons entre les deux simulations, des valeurs de pics d'efforts environ 25 % inférieures dans la simulation 20, correspondant sensiblement à la différence de seuil de déclenchement des dissipateurs. De même, nous observons un temps de mise en tension et des efforts inférieurs dans la simulation 20 à l'exception toujours du hauban amont P31.

Il est intéressant de noter que les efforts, globaux et locaux, développés au sein de la structure sont d'intensité comparable lors du deuxième et du troisième impact, ce dont rend compte la modélisation. Cela semble indiquer une adaptation de la structure qui converge vers un comportement asymptotique. Même si un plus grand nombre d'impacts serait nécessaire à l'établissement formel d'une telle convergence, celle-ci semble très rapide et presque entièrement achevée après le deuxième impact. Cela illustre le bien-fondé de l'essai SEL de l'ETAG 27 [EOTA, 2013] qui consiste en 2 impacts successifs effectués à un tiers de l'énergie maximale de l'essai MEL.

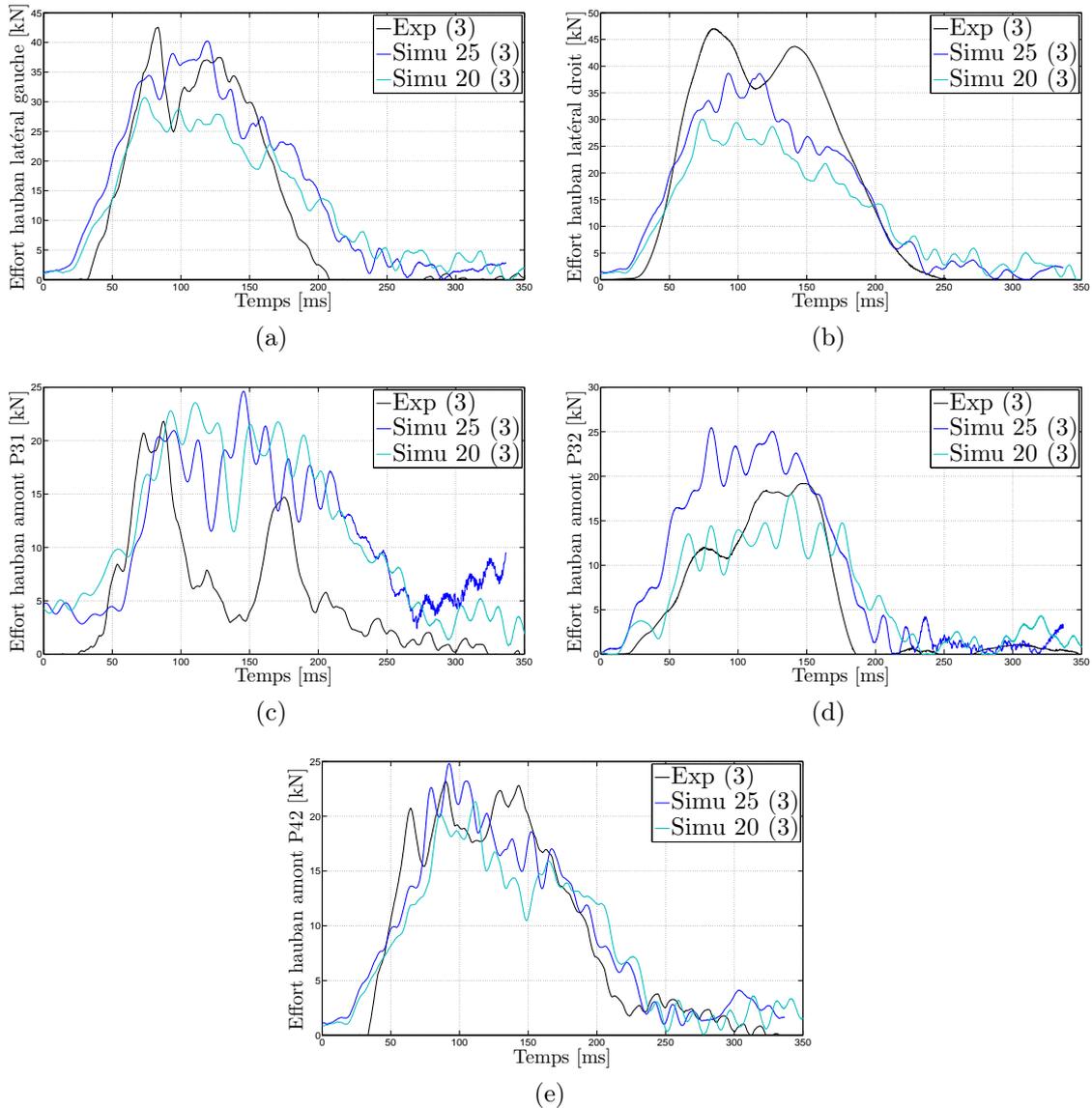


FIGURE 5.33 – Efforts dans les haubans de l’ouvrage C2ROP lors du troisième impact de l’essai d’impacts répétés : (a) hauban latéral gauche ; (b) hauban latéral droit ; (c) hauban amont P31 ; (d) hauban amont P32 ; (e) hauban amont P42

Efforts dans les câbles de rive Les tensions dans les câbles de rive au cours du troisième impact sont présentées Figure 5.34. Nous observons un phénomène intéressant sur les courbes expérimentales : le seuil de déclenchement d’un même dissipateur varie entre les différents impacts. Ces variations ne se font pas nécessairement dans le même sens, nous observons une diminution du seuil en rive supérieure et une augmentation en rive inférieure. En rive supérieure droite, nous mesurons un seuil de 20 kN lors du premier impact (Figure 5.27b) contre 16 kN lors du troisième (Figure 5.34b). En rive inférieure, le seuil est également de 20 kN lors du premier impact (Figures 5.27c et 5.27d) contre 25 kN lors du troisième (Figures 5.34c et 5.34d). Nous avons réalisé chaque simulation des 3 impacts successifs avec un comportement donné des dissipateurs. Nos résultats ne prennent donc pas en compte une modification de ce comportement entre les différents impacts. Par conséquent, nous observons pour chaque simulation effectuée des disparités

entre les résultats du premier et du troisième impact. Avec la calibration quasi-statique (simulation 25), les efforts sont surestimés au cours du premier impact mais coïncident parfaitement, en particulier en rive inférieure, lors du troisième impact. Inversement, avec la calibration modifiée (simulation 20), les efforts sont bien appréhendés au cours du premier impact mais sont sous-estimés au cours du troisième impact.

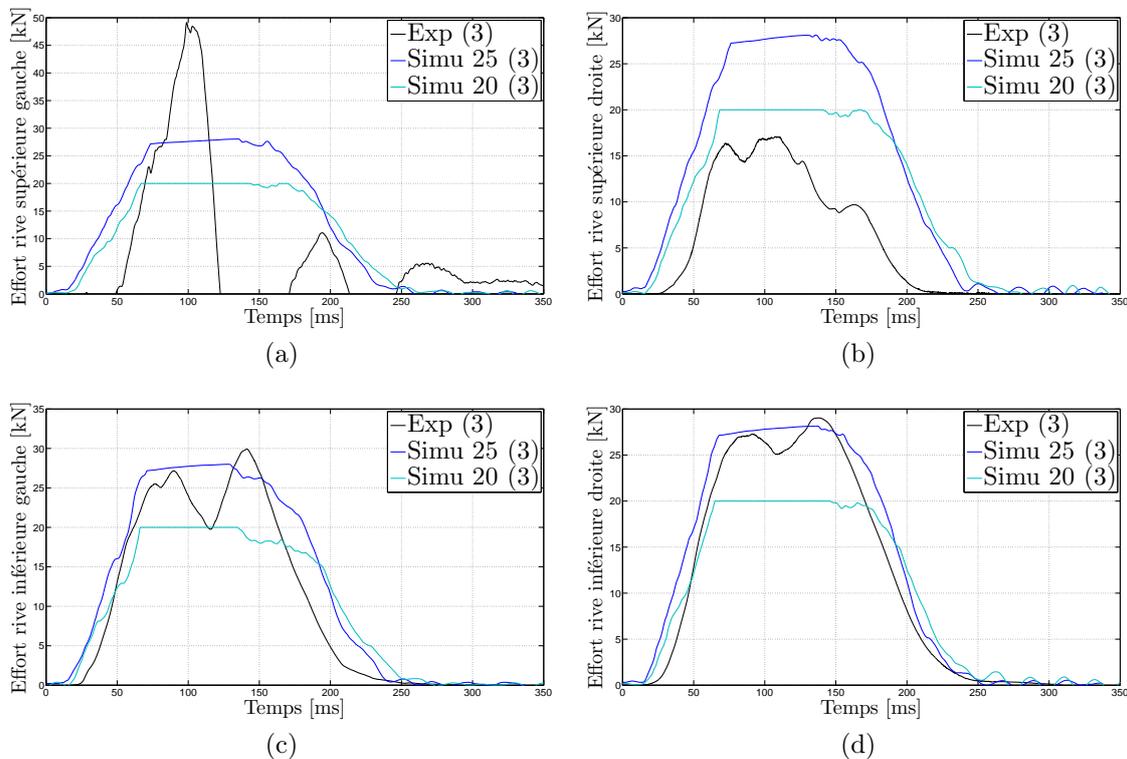


FIGURE 5.34 – Efforts dans les câbles de rive de l'ouvrage C2ROP lors du troisième impact de l'essai d'impacts répétés : (a) câble de rive supérieure gauche ; (b) câble de rive supérieure droite ; (c) câble de rive inférieure gauche ; (d) câble de rive inférieure droite

5.3.6.4 Grandeurs après impacts

Nous présentons ici les résultats concernant l'état d'équilibre de la structure après impact. Le défilement des dissipateurs, ainsi que l'allongement et la hauteur résiduels obtenus pour chaque impact et chaque simulation sont détaillés.

Sollicitation des dissipateurs Les défilements des dissipateurs au cours des 3 impacts sont présentés Tableau 5.14. De façon similaire aux essais quasi-statiques et d'impact unique, les dissipateurs les plus activés expérimentalement le sont également numériquement, traduisant ainsi le bon cheminement des efforts au sein de la structure. Les difficultés à appréhender correctement le comportement dynamique des dissipateurs au cours des trois impacts successifs se traduisent en revanche par des valeurs de défilement inférieures aux mesures expérimentales. Les défilements sont sous-estimés dans les deux simulations mais sont plus proches des résultats expérimentaux avec le comportement modifié (simulation 20).

TABLEAU 5.14 – Défilements des dissipateurs d'énergie de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impacts répétés

Dissipateur	Exp (1/2/3) [cm]	Simu 25 (1/2/3) [cm]	Simu 20 (1/2/3) [cm]	
Rive inférieure	1	0/0/0	0/0/0	
	1bis	0/0/0	0/0/2	
	2	65/65/65	15/29/40	
	2bis	60/130/150	17/29/42	
	3	0/0/0	0/0/0	
	3bis	20/20/36	0/0/0	
	4	0/0/38	29/53/71	
	4bis	0/65/117	30/50/70	
	A	0/0/0	0/0/0	
	A bis	20/20/36	0/0/2	
	B	65/130/182	45/79/110	
	B bis	60/130/188	46/82/113	
	Rive supérieure	1	0/0/0	0/0/0
		1bis	0/0/0	0/0/0
2		0/60/80	16/29/41	
2bis		0/0/5	15/30/42	
3		17/20/40	0/0/0	
3bis		0/0/24	0/0/0	
4		85/150/200	27/47/65	
4bis		100/125/137	26/48/67	
A		17/20/40	0/0/0	
A bis		0/0/24	0/0/0	
B		100/185/217	42/77/108	
B bis		85/150/205	42/77/107	

Allongements et hauteurs résiduels Les allongements et les hauteurs résiduels sont présentés Tableau 5.15. Comme pour le défilement des dissipateurs, nous observons des valeurs cohérentes mais les allongements sont sous-estimés et les hauteurs surestimées. Le comportement modifié (simulation 20) fournit les résultats les plus proches des résultats expérimentaux.

TABLEAU 5.15 – Allongements et hauteurs résiduels de l'ouvrage C2ROP lors de l'essai d'impacts répétés

Grandeur résiduelle	Exp (1/2/3) [m]	Simu 25 (1/2/3) [m]	Simu 20 (1/2/3) [m]
Allongement	2,95/3,65/4,13	2,49/3,05/3,39	2,75/3,46/3,97
Allongement à vide	-/3,27/3,71	2,22/2,64/2,87	2,36/2,96/3,41
Hauteur	1,5/1,1/0,9	1,77/1,56/1,42	1,61/1,37/1,21
Hauteur à vide	-/-/-	1,90/1,90/1,76	1,92/1,75/1,56

5.3.7 Bilan

La modélisation déterministe de l'ouvrage C2ROP nous a permis de comparer les résultats issus des simulations numériques effectuées à l'aide de l'outil de modélisation générique développé, avec la réponse expérimentale d'un écran de filets de technologie donnée. La technologie de cet ouvrage diffère en de nombreux points de celle de l'écran CAN E étudié précédemment. Les bons résultats de simulation obtenus illustrent donc la généralité du modèle et sa capacité à appréhender la réponse de diverses technologies d'écrans de filets. Les performances de calcul sont très satisfaisantes et meilleures que sur l'écran CAN E, cela est principalement dû aux plus faibles dimensions de l'ouvrage C2ROP. Le facteur temporel est d'environ 130 sur un ordinateur portable du commerce, soit plus de 2 fois moins que pour l'écran CAN E : la simulation d'un impact de 0,4 s demande un peu moins d'une minute de temps de calcul.

5.4 Conclusions

Les travaux effectués dans ce chapitre nous ont permis de valider le modèle générique d'écrans de filets développé, ainsi que les différents modèles de constituants, en particulier, l'assemblage du modèle d'anneau en nappe de filets et le modèle de câble glissant. Plusieurs éléments importants sont à mettre en avant.

Tout d'abord, les modèles développés sont des modèles de principe des technologies étudiées. La représentation géométrique est strictement conforme aux plans et certains détails technologiques n'ont pas été pris en compte. Les paramètres d'entrée du modèle sont issus soit de calibration sur les constituants, soit de données générales provenant de la littérature. De ce fait, les résultats des simulations ne sont le fruit ni d'un ajustement fin de ces paramètres d'entrée, ni d'une rétro-analyse prenant en compte les résultats expérimentaux des essais sur écran complet comme nouvelles données d'entrée ou comme résultat cible. Il en résulte des simulations robustes et présentant des capacités prédictives pertinentes. Il est particulièrement intéressant d'observer que nous sommes en mesure de bien représenter le comportement dynamique global de l'ouvrage à partir de la calibration quasi-statique locale de chacun de ses constituants.

Ensuite, le modèle reproduit bien le comportement réel des différents ouvrages étudiés. Il s'agit actuellement, et à notre connaissance, du premier modèle de calcul validé sur plusieurs technologies d'écrans différentes. Les déformations et les durées d'impact sont bien appréhendées. Les efforts globaux et leur distribution locale au sein de la structure sont bien représentés : les allures, les temps de chargement et de déchargement, ainsi que l'intensité des efforts coïncident. L'ensemble des grandeurs étudiées présentent des erreurs relatives de l'ordre de 10 % à 15 % avec les valeurs expérimentales sur différentes sollicitations. Il est important d'insister sur le fait que les simulations d'impacts répétés effectuées sont complexes. Les résultats obtenus après le premier impact dépendent de l'état d'équilibre de l'ouvrage ayant préalablement été impacté. La qualité des résultats obtenus sur l'ensemble des impacts illustre donc la pertinence et la robustesse du modèle face à des sollicitations complexes, intégrant en particulier la prise en compte des mécanismes irréversibles et du retour élastique de la structure après impact et enlèvement du bloc. Des simulations exploratoires d'impacts répétés sur des écrans de filets [Nicot et al.,

2001a] ou des structures cellulaires en géo-composites [Nicot et al., 2007] existent dans la littérature. En revanche, aucun travail validé expérimentalement, présentant des résultats de simulation d'impacts successifs et des grandeurs liées à l'équilibre de l'ouvrage après impact, n'a été effectué sur les écrans de filets flexibles. Les résultats obtenus ici sont donc novateurs et très satisfaisants qualitativement et quantitativement.

L'ensemble de ces éléments font du modèle développé un outil de modélisation déterministe utilisable dans des étapes de pré-dimensionnement ou de prototypage numérique, en amont des essais en vraie grandeur. Ce modèle permet d'appréhender finement le comportement global et local de la structure soumise à des sollicitations complexes et de quantifier de façon fiable des grandeurs d'intérêt réglementaire ou technique comme la hauteur résiduelle ou les efforts dans les ancrages.

En perspective, la prise en compte des particularités technologiques et des contraintes de montage pourrait permettre de capturer certains phénomènes qui échappent au modèle de principe. Les capacités de modélisation permettent d'explorer de nombreuses solutions technologiques. Les résultats expérimentaux des sections précédentes ont également mis en évidence la variabilité de comportement de certains composants principaux des ouvrages qui influe de façon non-négligeable sur leur réponse. Les modèles déterministes se heurtent alors à des limites qui ne peuvent être dépassées par une modélisation physique plus exacte. L'introduction de méthodologies stochastiques pourrait permettre de prendre en compte cette variabilité et d'étudier son influence sur le comportement et les performances de l'ouvrage. Les performances de calcul du modèle développé permettent d'envisager l'exploration de cette voie qui fournirait des éléments rationnels contribuant à la définition de coefficients de sécurité vis-à-vis du cas de chargement standard et à l'évolution de la réglementation courante vers plus de sécurité.

Conclusions et perspectives

Dans ce mémoire, l'approche générique retenue pour modéliser les écrans de filets pare-blocs a été présentée. La plateforme de calcul qui en résulte, basée sur la Méthode des Éléments Discrets et écrite en C++, a été réalisée. Deux modèles ont été développés et implémentés : un modèle d'anneau à destination des filets à anneaux à 4 contacts et un modèle de câble glissant. Les modèles mécaniques et le code de calcul nécessaires pour réaliser des simulations d'impacts sont disponibles et ont été employés afin de valider le modèle d'écrans de filets sur des données issues d'essais d'impacts en vraie grandeur.

Des avancées sur la modélisation des écrans de filets

Les modèles mécaniques développés permettent une prise en compte des phénomènes complexes et fortement non-linéaires dont les écrans de filets sont le siège. Nous avons développé et validé un modèle d'anneau pour les nappes de filets à anneaux dont le comportement local, au niveau de l'anneau, et global, au niveau de la nappe, est pertinent. Ce modèle permet ainsi de bien appréhender la déformation des anneaux, qui conditionne les chemins de distribution des efforts au sein de la nappe et dans la totalité de la structure. Un effort important a été fourni pour la modélisation des câbles glissants. Un modèle général de câble glissant a été développé, validé, et a démontré d'excellentes capacités dans la description du phénomène de glissement relatif entre la nappe de filets et les câbles appelé effet rideau. Une attention particulière a été accordée à la rigueur de la formulation de ces modèles ainsi qu'aux performances du code de calcul.

Des essais d'impacts en vraie grandeur ont été réalisés sur 2 écrans de filets de technologies différentes. Ces ouvrages ont été modélisés et les essais d'impacts simulés à l'aide du code de calcul développé. Les résultats issus des simulations numériques ont été comparés aux résultats expérimentaux et ont montré un très bon accord sur les 2 technologies ainsi que sur l'ensemble des sollicitations, prouvant ainsi la généricité et la capacité prédictive de la modélisation développée. Cette confrontation entre les simulations numériques et les essais en vraie grandeur a permis de valider les principes de modélisation adoptés, ainsi que les modèles et le code de calcul développés. Les performances de calcul sont également notables : la simulation d'un impact sur un écran de filets peut être effectuée en moins de 2 minutes sur un ordinateur du commerce (CPU Intel Core i3-4100M 2,50 GHz).

Les développements réalisés nous permettent de répondre aux problématiques énoncées. La pertinence de la modélisation rend possible des analyses approfondies de la réponse mécanique de ces ouvrages lors d'un impact et ainsi d'accéder à une meilleure compréhension de leur comportement. Le faible coût de calcul des simulations nous au-

torise à étudier numériquement l'effet des cas de chargement et des modes de ruines et ainsi de quantifier l'efficacité des ouvrages *in situ*. La latitude de modélisation offre la possibilité de décrire un ensemble de solutions technologiques et ainsi de permettre aux différents fabricants de rationaliser leur conception grâce au prototypage numérique.

Des développements à poursuivre pour enrichir la plateforme et étendre l'application à d'autres ouvrages

Les fortes potentialités de l'outil de calcul développé offrent de nombreuses possibilités de simulations numériques à des fins scientifiques, réglementaires ou opérationnelles. De nombreuses utilisations du logiciel peuvent être envisagées.

Le faible coût de calcul unitaire d'une simulation permet de mettre en place, dans des temps acceptables à l'échelle des applications concernées, des stratégies de modélisation stochastiques. Les modélisations stochastiques nécessitent un grand nombre de simulations et le nombre de simulations réalisables conditionne en grande partie les méthodes envisageables. L'emploi de méthodes de collocation, de surface de réponse ou de calcul d'indice de fiabilité permettrait d'établir des probabilités de défaillance et ainsi de proposer des coefficients de sécurité s'appuyant sur une analyse quantitative numérique validée. Le logiciel pourrait notamment être couplé à un modèle de trajectographie et utilisé afin d'évaluer la performance réelle des ouvrages dans des conditions d'impacts variées. Cela pourrait étayer l'évolution de la réglementation actuelle et l'établissement d'une norme européenne harmonisée concernant les écrans de filets.

La conception générique du code de calcul permet de traiter la plupart des modèles mécaniques des constituants des écrans de filets. Une poursuite intéressante des travaux consisterait à intégrer d'autres modèles existants à la plateforme développée, notamment les modèles de nappes de filets à anneaux et de filets de câbles. L'intégration de tels modèles permettrait d'analyser l'influence précise d'un modèle et de les comparer entre eux, en conservant toutes choses égales par ailleurs. Il apparaît également important de maintenir continuellement la plateforme à jour des évolutions technologiques et d'y intégrer des modèles mécaniques des constituants innovants comme les nappes de grillage à simple torsion.

Le code de calcul autorise une grande latitude dans la description géométrique de la structure. Un large spectre de structures flexibles autres que les écrans de filets pourrait être modélisé et analysé. Parmi les structures de protection contre le risque rocheux, une extension de la modélisation aux écrans hybrides ou atténuateurs, aux déflecteurs, ainsi qu'aux filets pendus semble réalisable.

Bibliographie

- [Albaba et al., 2017] Albaba, A., Lambert, S., Kneib, F., Chareyre, B., and Nicot, F. (2017). DEM modeling of a flexible barrier impacted by a dry granular flow. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 50(11) :3029 – 3048.
- [Allen and Tiddlesley, 1987] Allen, M. P. and Tiddlesley, D. J. (1987). *Computer Simulations of Liquids*. Oxford University Press.
- [André et al., 2012] André, D., Iordanoff, I., Charles, J.-L., and Néauport, J. (2012). Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 213-216 :113–125.
- [André et al., 2013] André, D., Jebahi, M., Iordanoff, I., Charles, J.-L., and Néauport, J. (2013). Using the discrete element method to simulate brittle fracture in the indentation of a silica glass with a blunt indenter. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 265 :136–147.
- [Andrew et al., 1998] Andrew, R. D., Fry, D. A., and Bookwalter, R. E. (1998). *Field Testing and Evaluation of Various Rock Fall Control System*. Chama ValleyProductions, LLC, Chama Valley, NM (USA).
- [Arpin, 2013] Arpin, B. D. (2013). Development of standardized testing procedures for flexible rockfall fence systems. Master’s thesis, Colorado School of Mines, Golden, CO (USA).
- [Aufaure, 1993] Aufaure, M. (1993). A finite-element of cable passing through a pulley. *Computers and Structures*, 46(5) :807–812.
- [Aufaure, 2000] Aufaure, M. (2000). A three-node cable element ensuring the continuity of the horizontal tension ; a clamp-cable element. *Computers and Structures*, 74 :243–251.
- [Belytschko et al., 2013] Belytschko, T., Liu, W. K., Moran, B., and Elkhodary, K. (2013). *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley, 2e edition.
- [Bertrand et al., 2010] Bertrand, D., Trad, A., Chauvel, R., and Limam, A. (2010). Discrete element simulation of an innovative metallic net dedicated to rockfall protection : a multi-scale approach. In *Third Euro-mediterranean symposium on advances in geomaterials and structures*, page 17, Djerba (Tunisie).
- [Bertrand et al., 2012] Bertrand, D., Trad, A., Limam, A., and Silvani, C. (2012). Full-scale dynamic analysis of an innovative rockfall fence under impact using the discrete element method : from the local scale to the structure scale. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 45(5) :885–900.
- [Billiaux and Cundall, 1994] Billiaux, D. and Cundall, P. (1994). Simulation des géomatériaux par la méthode des éléments lagrangiens. *Revue Française de Géotechnique*, 63 :9–21.

- [Boulaud, 2016] Boulaud, R. (2016). Etude de la modélisation et du comportement d'un modèle simplifié d'écran de protection pare-blocs. Master's thesis, ENTPE, Vaulx-en-Velin.
- [Bourrier et al., 2013] Bourrier, F., Kneib, F., Chareyre, B., and Fourcaud, T. (2013). Discrete modeling of granular soils reinforcement by plant roots. *Ecological Engineering*, 61 :646–657.
- [Bourrier et al., 2015] Bourrier, F., Lambert, S., and Baroth, J. (2015). A reliability-based approach for the design of rockfall protection fences. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 48(1) :247–259.
- [Boutillier, 2004] Boutillier, B. (2004). *Instabilités nivologiques : interaction entre un manteau neigeux et une structure paravalanche souple*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, Saint-Martin-d'Hères.
- [Brent, 1973] Brent, R. (1973). *Algorithms for Minimization Without Derivatives*. Prentice-Hall.
- [CAN, 2017] CAN (2017). Travaux spéciaux : accès difficile, risques naturels, maritime et fluvial. *CAN - Le Relut, 26270 Mirmande, France*. <http://www.can.fr>.
- [Cantarelli et al., 2008] Cantarelli, G., Giani, G. P., Gottardi, G., and Govoni, L. (2008). Modelling rockfall protection fences. In *1st World landslide forum*, pages 103–108, Tokyo (Japon).
- [Castanon-Jano et al., 2017] Castanon-Jano, L., Blanco-Fernandez, E., Castro-Fresno, D., and Ballester-Muñoz, F. (2017). Energy dissipating devices in falling rock protection barriers. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 50(3) :603 – 619.
- [Cazzani et al., 2002] Cazzani, A., Mongiovì, L., and Frenez, T. (2002). Dynamic finite element analysis of interceptive devices for falling rocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 39 :303–321.
- [Cerema, 2014] Cerema (2014). *Écrans de filet pare-blocs dynamiques : recommandations pour leurs spécifications*. Note d'informations Ouvrages d'art No 1.
- [Chalhoub, 2010] Chalhoub, M. (2010). *Massifs Rocheux - Homogénéisation et classification numériques*. Presse des Mines.
- [Chanut et al., 2012] Chanut, M.-A., Dubois, L., Matot, B., and Nicot, F. (2012). Comportement dynamique des écrans de filets sous impact : un modèle générique d'écrans. In *Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur*. JNGG.
- [Chen et al., 2010] Chen, Z. H., Wu, Y. J., Yin, Y., and Shan, C. (2010). Formulation and application of multi-node sliding cable element for analysis of suspen-dome structures. *Finite Elements in Analysis and Design*, 46 :743–750.
- [Colette and Siarry, 2002] Colette, Y. and Siarry, P. (2002). *Optimisation multiobjectif*. Eyrolles.
- [Coulibaly et al., 2017] Coulibaly, J. B., Chanut, M.-A., Lambert, S., and Nicot, F. (2017). Non-linear discrete mechanical model of steel rings. *Journal of Engineering Mechanics*, 143(9).
- [Coulibaly et al., 2018] Coulibaly, J. B., Chanut, M.-A., Lambert, S., and Nicot, F. (2018). Sliding cable modeling : An attempt at a unified formulation. *International Journal of Solids and Structures*, 130-131 :1–10.

- [Cundall, 1988] Cundall, P. (1988). Formulation of a three-dimensional distinct element model – part i. a scheme to detect and represent contacts in a system composed of many polyhedral blocks. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 25(3) :107 – 116.
- [Cundall and Strack, 1979] Cundall, P. A. and Strack, O. D. L. (1979). A discrete numerical model for granular assemblies. *Géotechnique*, 29(1) :47–65.
- [Dhakal et al., 2011] Dhakal, S., Bhandary, N. P., Yatabe, R., and Kinoshita, N. (2011). Experimental, numerical and analytical modelling of a newly developed rockfall protective cable-net structure. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 11(12) :3197–3212.
- [Dhakal et al., 2012] Dhakal, S., Bhandary, N. P., Yatabe, R., and Kinoshita, N. (2012). Numerical and analytical investigation towards performance enhancement of a newly developed rockfall protective cable-net structure. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 12(4) :1135–1149.
- [Dinh et al., 2016] Dinh, T. D., Rezaei, A., Punurai, W., De Laet, L., Mollaert, M., Van Hemelrijck, D., and Van Paepegem, W. (2016). A shape optimization approach to integrated design and nonlinear analysis of tensioned fabric membrane structures with boundary cables. *International Journal of Solids and Structures*, 83 :114–125.
- [Dougherty, 1992] Dougherty, E. (1992). *Mathematical Morphology in Image Processing*. CRC.
- [Dreyer and Van Vuuren, 1999] Dreyer, T. P. and Van Vuuren, J. H. (1999). A comparison between continuous and discrete modelling of cables with bending stiffness. *Applied Mathematical Modelling*, 23 :527–541.
- [Duffy and Haller, 1993] Duffy, J. D. and Haller, B. (1993). Field tests of flexible rockfall barriers. In *Conference on Transportation Facilities Through Difficult Terrain*, pages 465–473, Aspen Snowmass, CO (USA).
- [Duffy and Hoon, 1996a] Duffy, J. D. and Hoon, W. (1996a). Field tests and evaluation of hi-tech 50 and 70 foot-ton rockfall fence. Technical report, California Department of Transportation, San Luis Obispo, CA (USA). CA/05-96-02.
- [Duffy and Hoon, 1996b] Duffy, J. D. and Hoon, W. (1996b). Field tests and evaluation of hi-tech low energy chain link rockfall fence. Technical report, California Department of Transportation, San Luis Obispo, CA (USA). CA/05-96-01.
- [Duffy et al., 1998] Duffy, J. D., Hoon, W., and Serafini, D. (1998). Field tests and evaluation of cuesta grade chain link fence, gawk screen, fence and jersey barrier. Technical report, California Department of Transportation, San Luis Obispo, CA (USA). CA/05-98-01.
- [Duffy and Jones, 2000] Duffy, J. D. and Jones, C. (2000). Field tests and evaluation of temporary construction chain link fence. Technical report, California Department of Transportation, San Luis Obispo, CA (USA). CA/05-00-01.
- [Dupire et al., 2015] Dupire, S., Bourrier, F., and Berger, F. (2015). Predicting load path and tensile forces during cable yarding operations on steep terrain. *Journal of Forest Research*, 21(1) :1–14.
- [Effeindzourou et al., 2016] Effeindzourou, A., Chareyre, B., Thoeni, K., Giacomini, A., and Kneib, F. (2016). Modelling of deformable structures in the general framework of the discrete element method. *Geotextiles and Geomembranes*, 44(2) :143 – 156.

- [Ehrgott, 2005] Ehrgott, M. (2005). *Multicriteria Optimization*. Springer.
- [EOTA, 2013] EOTA (2013). *ETAG 27 - Guideline for European Technical Approval of Falling Rock Protection Kits*. European Organization for Technical Approvals.
- [Erhart, 2012] Erhart, T. (2012). Pulley mechanism for muscle or tendon movements along bones and around joints. In *LS-DYNA Forum*. DYNAmore.
- [Escallón et al., 2014] Escallón, J., Wendeler, C., Chatzi, E., and Bartelt, P. (2014). Parameter identification of rockfall protection barrier components through an inverse formulation. *Engineering Structures*, 77 :1–16.
- [Escallón et al., 2015] Escallón, J. P., Boetticher, V., Wendeler, C., Chatzi, E., and Bartelt, P. (2015). Mechanics of chain-link wire nets with loose connections. *Engineering Structures*, 101 :68–87.
- [Escallón and Wendeler, 2013] Escallón, J. P. and Wendeler, C. (2013). Numerical simulations of quasi-static and rockfall impact tests of ultra-high strength steel wire-ring nets using abaqus/explicit. In *2013 SIMULIA Community Conference*.
- [Feyrer, 2015] Feyrer, K. (2015). *Wire Ropes*. Springer.
- [Galindo-Torres, 2010] Galindo-Torres, S. A. (2010). *Spheropolygons and Spheropolytopes for the simulation of soils*. PhD thesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá (Colombie).
- [Gentilini et al., 2012] Gentilini, C., Govoni, L., de Miranda, S., Gottardi, G., and Ubertini, F. (2012). Three-dimensional numerical modelling of falling rock protection barriers. *Computers and Geotechnics*, 44 :58–72.
- [Gerber and Böll, 2002] Gerber, W. and Böll, A. (2002). Peak forces in flexible rockfall barriers. In *International Symposium Interpraevent*, volume 2, pages 761–771, Matsuyama (Japan).
- [Gerber and Böll, 2006] Gerber, W. and Böll, A. (2006). Type-testing of rockfall barriers - comparative results. In *International Symposium Interpraevent*, pages 189–198, Munich (Allemagne).
- [Gerber et al., 2001] Gerber, W., Grassl, H., Böll, A., and Ammann, W. (2001). Flexible rockfall barriers – development, standardisation and type-testing in switzerland. In *International Conference on Landslides - Causes, Impacts and Countermeasures*, pages 515–524, Davos (Suisse).
- [Ghoussoub, 2014] Ghoussoub, L. (2014). *Analyse de quelques éléments du comportement des écrans de filets pare-blocs*. PhD thesis, Université Paris-Est, Marne la Vallée.
- [Gilbert, 2007] Gilbert, J.-C. (2007). Ensembles convexes. In *Introduction aux algorithmes de points intérieurs*. M2 - OJME. Université de Paris VI. <https://who.rocq.inria.fr/Jean-Charles.Gilbert/p6/1-rappels-ac.pdf>.
- [Goldberg, 1991] Goldberg, D. (1991). What every computer scientist should know about floating-point arithmetic. *ACM Computing Surveys*, 23(1).
- [Gottardi and Govoni, 2010] Gottardi, G. and Govoni, L. (2010). Full-scale modelling of falling rock protection barriers. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 43 :261–274.
- [Govoni et al., 2011] Govoni, L., de Miranda, S., Gentilini, C., Gottardi, G., and Ubertini, F. (2011). Modelling of falling rock protection barriers. *International Journal of Physical Modelling in Geotechnics*, 11(4) :126–137.

- [Grassl, 2002] Grassl, H. (2002). *Experimentelle und numerische Modellierung des dynamischen Tragund Verformungsverhaltens von hochflexiblen Schutzsystemen gegen Steinschlag*. PhD thesis, ETH Zurich, Zurich (Suisse).
- [Grassl et al., 2002] Grassl, H., Volkwein, A., Anderheggen, E., and Ammann, J. (2002). Steel-net rockfall protection - experimental and numerical simulation. *WIT Transactions on The Built Environment*, 63 :11.
- [GTS, 2017] GTS (2017). Travaux géotechnique et de sécurisation. *GTS - 29 rue des Tâche, 69800 Saint Priest, France*. <http://www.gts.fr>.
- [Haber and Abel, 1983] Haber, R. B. and Abel, J. F. (1983). Contact-slip analysis using mixed displacements. *Journal of Engineering Mechanics*, 109(2) :411–429.
- [Hambleton et al., 2013] Hambleton, J. P., Buzzi, O., Giacomini, A., Spadari, M., and Sloan, S. W. (2013). Perforation of flexible rockfall barriers by normal block impact. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(3) :515–526.
- [Hamilton, 1850] Hamilton, W. R. (1844-1850). On quaternions ; or on a new system of imaginaries in algebra. *Philosophical Magazine*, 25-36.
- [Hearn, 1991] Hearn, G. (1991). CDOT flex-post rockfall fence. Technical report, Colorado Department of Transportation. CDOH-R-UCB-91-6.
- [Hearn et al., 1995] Hearn, G., Barrett, R. K., and Henson, H. H. (1995). Development of effective rockfall barriers. *Journal of Transportation Engineering*, 121(6) :507–516.
- [Heiss, 2004] Heiss, C. (2004). Characteristics of the testing of rock fall protection kits on transversal test sites on example "Steirischer Erzberg". In *International Symposium Interpraevent*, pages 49–58, Riva del Garda (Italie).
- [Higgins, 2003] Higgins, J. D. (2003). Recommended procedures for the testing of rockfall barriers. In *NCHRP 20-07/Task 138*, page 24. National Cooperative Highway Research Program, Transportation Research Board, Washington, DC (USA).
- [Hincz, 2009] Hincz, K. (2009). Nonlinear analysis of cable net structures suspended from arches with block and tackle suspension system, taking into account the friction of the pulleys. *International Journal of Space Structures*, 24(3) :143–152.
- [Ho, 2016] Ho, D.-A. (2016). *Comportement axial des ancrages passifs scellés au rocher : étude de l'interface barre-scellement et modélisation*. PhD thesis, ENTPE, Vaulx-en-Velin.
- [IEEE Standards Association, 2008] IEEE Standards Association (2008). IEEE 754-2008 Standard for Floating-Point Arithmetic.
- [INERIS and Cerema, 2014] INERIS and Cerema (2014). *Versants rocheux : phénomènes, aléas, risques et méthodes de gestion*. Ministère de l'Écologie, du Développement durable, et de l'Énergie.
- [Irvine, 1981] Irvine, M. (1981). *Cable Structures*. The MIT Press.
- [ISO, 2016] ISO (2016). *INCITS/ISO/IEC 14882 :2014 Information technology — Programming Languages — C++*. International Organization for Standardization.
- [Johnson, 1966] Johnson, N. W. (1966). Convex polyhedra with regular faces. *Canadian Journal of Mathematics*, 18 :169–200.
- [Ju and Choo, 2005] Ju, F. and Choo, Y. S. (2005). Super element approach to cable passing through multiple pulleys. *International Journal of Solids and Structures*, 42(11-12) :3533–3547.

- [Jung et al., 2008] Jung, A. H., Pan, N., and Kang, T. J. (2008). Capstan equation including bending rigidity and non-linear friction behavior. *Mechanism and Machine Theory*, 43 :661–675.
- [Kane and Duffy, 1993] Kane, W. F. and Duffy, J. D. (1993). Brugg low energy wire rope rockfall net field tests. Technical report, The University of the Pacific, Dept. of Civil Engineering. 93-01.
- [Kitware, Inc., 2012] Kitware, Inc. (2012). CMake. <http://cmake.org>.
- [Lambert and Nicot, 2011] Lambert, S. and Nicot, F., editors (2011). *Rockfall Engineering*. Wiley.
- [LCPC, 2001] LCPC (2001). *Parades contre les instabilités rocheuses : chutes de pierres, chutes de blocs, éboulements*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.
- [Levenberg, 1944] Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2(2) :164–168.
- [LSTC, 2006] LSTC (2006). *LS-DYNA Theory Manual*. Livermore Software Technology Corporation.
- [Luding, 2008] Luding, S. (2008). Introduction to discrete element methods. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 12(7-8) :785–826.
- [Marquardt, 1963] Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics*, 11(2) :431–441.
- [McCauley et al., 1985] McCauley, M. T., Works, B. W., and Naramore, S. A. (1985). *Rockfall Mitigation*. California Department of Transportation, Sacramento, California (USA).
- [Mentani et al., 2016a] Mentani, A., Giacomini, A., Buzzi, O., Govoni, L., Gottardi, G., and Fityus, S. (2016a). Numerical modelling of a low-energy rockfall barrier : New insight into the bullet effect. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 49(4) :1247–1262.
- [Mentani et al., 2016b] Mentani, A., Govoni, L., Gottardi, G., Lambert, S., Bourrier, F., and Toe, D. (2016b). A new approach to evaluate the effectiveness of rockfall barriers. *Procedia Engineering*, 158 :398 – 403. VI Italian Conference of Researchers in Geotechnical Engineering, CNRIG2016 - Geotechnical Engineering in Multidisciplinary Research : from Microscale to Regional Scale, 22-23 septembre 2016, Bologne (Italie).
- [Moon et al., 2014] Moon, T., Oh, J., and Mun, B. (2014). Practical design of rockfall catchfence at urban area from a numerical analysis approach. *Engineering Geology*, 172 :41 – 56.
- [Muraishi et al., 2005] Muraishi, H., Samizo, M., and Sugiyama, T. (2005). Development of a flexible low-energy rockfall protection fence. *Quarterly Report of Railway Technical Research Institute*, 46(3) :161–166.
- [Muraishi and Sano, 1999] Muraishi, H. and Sano, S. (1999). Full-scale rockfall test of ring net barrier and components. In *Seminar on Rockfall Tests and Standardization*, Davos (Suisse).
- [NCHRP, 2015] NCHRP (2015). *Guidelines for Certification and Management of Rockfall Fence Systems*. National Cooperative Highway Research Program.
- [Nicot et al., 2001a] Nicot, F., Cambou, B., and Mazzoleni, G. (2001a). Design of rockfall restraining nets from a discrete element modelling. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 34(2) :99–118.

- [Nicot et al., 2001b] Nicot, F., Cambou, B., and Mazzoleni, G. (2001b). From a constitutive modelling of metallic rings to the design of rockfall restraining nets. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 25(1) :49–70.
- [Nicot et al., 2001c] Nicot, F., Gay, M., and Tacnet, J.-M. (2001c). Interaction entre un manteau neigeux et une structure souple : Une nouvelle méthode de dimensionnement des filets paravalanche. *Revue française de génie civil*, 5(5) :587–612.
- [Nicot et al., 2007] Nicot, F., Gotteland, P., Bertrand, D., and Lambert, S. (2007). Multiscale approach to geo-composite cellular structures subjected to rock impacts. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 31(13) :1477–1515.
- [NZGS, 2016] NZGS, M. . (2016). *Rockfall : design considerations for passive protection structures*. Ministry of Business, Innovation and Employment. New Zealand Geotechnical Society.
- [Olmedo et al., 2016] Olmedo, I., Bourrier, F., Bertrand, D., Berger, F., and Limam, A. (2016). Discrete element model of the dynamic response of fresh wood stems to impact. *Engineering Structures*, 120 :13–22.
- [Omeylan, 1999] Omeylan, I. P. (1999). A new leapfrog integrator of rotational motion. the revised angular-momentum approach. *Molecular Simulation*, 22(3) :213–236.
- [O’Sullivan and Brak, 2004] O’Sullivan, C. and Brak, J. D. (2004). Selecting a suitable time step for discrete element simulations that use the central difference time integration scheme. *Engineering Computations*, 21(2/3/4) :278–303.
- [Pargana et al., 2010] Pargana, J. B., Lloyd-Smith, D., and Izzuddin, B. A. (2010). Fully integrated design and analysis of tensioned fabric structures : Finite elements and case studies. *Engineering Structures*, 32(4) :1054 – 1068.
- [Peila et al., 1998] Peila, D., Pelizza, S., and Sassudelli, F. (1998). Evaluation of behavior of rockfall restraining nets by full scale tests. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 31(1) :1–24.
- [Pournin and Liebling, 2005] Pournin, L. and Liebling, T. M. (2005). A generalization of distinct element method to tridimensional particles with complex shapes. In *5th International Conference on the Micromechanics of Granular Media*, pages 1375–1378. Powders and Grains 2005.
- [Pournin et al., 2005] Pournin, L., Weber, M., Tsukahara, M., Ferrez, J.-A., Ramaioli, M., and Liebling, T. M. (2005). Three-dimensional distinct element simulation of spherocylinder crystallization. *Granular Matter*, 7(2) :119–126.
- [Rasband, 2017] Rasband, W. (2017). ImageJ. *U. S. National Institutes of Health*. <https://imagej.nih.gov/ij/>.
- [Ritchie, 1963] Ritchie, A. M. (1963). Evaluation of rockfall and its control. In *Highway Research Record 17*, pages 13–28. Highway Research Board, National Research Council, Washington, DC (USA).
- [SAEFL, 2001] SAEFL (2001). *Guideline for the approval of rockfall protection kits*. Swiss Agency for the Environment, Forests and Landscape.
- [Schneider et al., 2012] Schneider, C., Rasband, W., and Eliceiri, K. (2012). NIH Image to ImageJ : 25 years of image analysis. *Nature Methods*, 9 :671–675.

- [Silbert et al., 2001] Silbert, L. E., Ertas, D., Grest, G. S., Halsey, T. C., Levine, D., and Plimpton, S. J. (2001). Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology. *Phys. Rev. E*, 64 :051302.
- [Simo and Hughes, 1998] Simo, J. C. and Hughes, T. J. R. (1998). *Computational Inelasticity*. Interdisciplinary Applied Mathematics 7. Springer-Verlag New York, 1e edition.
- [Smith and Duffy, 1990] Smith, D. D. and Duffy, J. D. (1990). Field tests and evaluation of rockfall restraining nets. Technical report, California Department of Transportation, Sacramento, California (USA). CA/TL-90/05.
- [Spadari et al., 2012] Spadari, M., Giacomini, A., Buzzi, O., and Hambleton, J. P. (2012). Prediction of the bullet effect for rockfall barriers : a scaling approach. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 45(2) :131–144.
- [Spang and Bolliger, 2001] Spang, R. M. and Bolliger, R. (2001). From the timber fence to the high-energy net. developments in rockfall protection from the origins to the present. In *Geobrugg Jubilee Conference*, Bad Ragaz (Suisse).
- [Stronge, 2000] Stronge, W. J. (2000). *Impact Mechanics*. Cambridge University Press.
- [Stroustrup, 2013] Stroustrup, B. (2013). *The C++ Programming Language*. Addison-Wesley Professional, 4e edition.
- [Toe et al., 2017] Toe, D., Bourrier, F., Olmedo, I., Monnet, J.-M., and Berger, F. (2017). Analysis of the effect of trees on block propagation using a dem model : implications for rockfall modelling. *Landslides*, pages 1–12.
- [Trad, 2011] Trad, A. (2011). *Analyse du Comportement et Modélisation de Structures Souples de Protection : le cas des Ecrans de Filets Pare-Pierres sous Sollicitations Statique et Dynamique*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, Villeurbanne.
- [Tran et al., 2013] Tran, P. V., Maegawa, K., and Fukada, S. (2013). Experiments and dynamic finite element analysis of a wire-rope rockfall protective fence. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 46(5) :1183–1198.
- [Tse and Lung, 2000] Tse, P. and Lung, C. (2000). Large deflections of elastic composite circular springs under uniaxial tension. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 35 :293–307.
- [Union, 2016] Union (2016). *Wire Rope Users' Handbook*. WireCo WorldGroup. <http://unionrope.com/Technical-Reference/Wire-Rope-Basics>.
- [Vega and Lago, 1994] Vega, C. and Lago, S. (1994). A fast algorithm to evaluate the shortest distance between rods. *Computers & Chemistry*, 18(1) :55 – 59.
- [Volkwein, 2004] Volkwein, A. (2004). *Numerische Simulation von flexiblen Steinschlag-schutzsystemen*. PhD thesis, ETH Zurich, Zurich (Suisse).
- [Volkwein, 2005] Volkwein, A. (2005). Numerical simulation of flexible rockfall protection systems. In *International Conference on Computing in Civil Engineering*, page 11. ASCE.
- [Volkwein et al., 2011] Volkwein, A., Schellenberg, K., Labiouse, V., Agliardi, F., Berger, F., Bourrier, F., Dorren, L. K. A., Gerber, W., and Jaboyedoff, M. (2011). Rockfall characterisation and structural protection – a review. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 11(9) :2617–2651.
- [Šmilauer and Chareyre, 2015] Šmilauer, V. and Chareyre, B. (2015). Dem formulation. In *Yade Documentation 2nd ed*. The Yade Project. <http://yade-dem.org/doc/>.

- [Wang and Rega, 2010] Wang, L. and Rega, G. (2010). Modelling and transient planar dynamics of suspended cables with moving mass. *International Journal of Solids and Structures*, 47(20) :2733–2744.
- [Zhou et al., 2004] Zhou, B., Accorsi, M. L., and Leonard, J. W. (2004). Finite element formulation for modeling sliding cable elements. *Computers and Structures*, 82(2-3) :271–280.
- [Zienkiewicz and Taylor, 2013] Zienkiewicz, O. C. and Taylor, R. L. (2013). *The Finite Element Method for Solid and Structural Mechanics*. Butterworth-Heinemann.

Annexe A

Compléments sur le modèle générique

A.1 Rappels d'algèbre des quaternions

A.1.1 Définitions

Un quaternion est un élément $(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4$. L'ensemble des quaternions est noté \mathbb{H} .

Addition sur \mathbb{H} Soient $q_1 = (a,b,c,d)$ et $q_2 = (a',b',c',d')$ deux quaternions, la somme « + » des deux quaternions est définie par :

$$q_1 + q_2 = (a + a', b + b', c + c', d + d') \quad (\text{A.1})$$

D'après (A.1), le quaternion $0 = (0,0,0,0)$ est l'élément neutre de « + » :

$$(a,b,c,d) + (0,0,0,0) = (0,0,0,0) + (a,b,c,d) = (a,b,c,d) \quad (\text{A.2})$$

Multiplication sur \mathbb{H} Soient $q_1 = (a,b,c,d)$ et $q_2 = (a',b',c',d')$ deux quaternions, le produit « × » des deux quaternions est défini par :

$$q_1 \times q_2 = (aa' - bb' - cc' - dd', ab' + ba' + cd' - dc', ac' + ca' - bd' + db', da' + ad' + bc' - cb') \quad (\text{A.3})$$

Le produit n'est pas commutatif. D'après (A.3), le quaternion $1 = (1,0,0,0)$ est l'élément neutre de « × » :

$$(a,b,c,d) \times (1,0,0,0) = (1,0,0,0) \times (a,b,c,d) = (a,b,c,d) \quad (\text{A.4})$$

Multiplication par un scalaire Soit (a,b,c,d) un quaternion et $\lambda \in \mathbb{R}$, le produit par un scalaire « · » du quaternion est défini par :

$$(a,b,c,d) \cdot \lambda = \lambda \cdot (a,b,c,d) = (\lambda a, \lambda b, \lambda c, \lambda d) \quad (\text{A.5})$$

Structure algébrique $(\mathbb{H}, +, \cdot, \times)$ possède une structure d'algèbre sur \mathbb{R} , en particulier, $(\mathbb{H}, +, \cdot)$ est un \mathbb{R} -espace vectoriel.

Par analogie avec les nombres complexes, les quaternions $i = (0,1,0,0)$, $j = (0,0,1,0)$ et $k = (0,0,0,1)$ sont définis de sorte que la famille de quaternions $\{1, i, j, k\}$ forme la base canonique de cet espace vectoriel et que tout quaternion s'écrive :

$$(a, b, c, d) = a + bi + cj + dk \quad (\text{A.6})$$

D'après (A.3), les éléments i , j et k satisfont la relation :

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1 \quad (\text{A.7})$$

Le réel a est appelé partie réelle du quaternion et les quaternions sans partie réelle ($a = 0$) sont appelés quaternions purs. L'ensemble des quaternions purs est noté P .

Conjugaison dans \mathbb{H} Soit $q = (a, b, c, d)$ un quaternion, le conjugué de q est le quaternion défini par :

$$\bar{q} = (a, -b, -c, -d) \quad (\text{A.8})$$

Cette définition prolonge celle de la conjugaison dans \mathbb{C} .

Norme sur \mathbb{H} Soit q un quaternion, la norme du quaternion est définie par :

$$\|q\| = \sqrt{q \times \bar{q}} \quad (\text{A.9})$$

Cette définition prolonge celle du module dans \mathbb{C} . Si q est de norme 1, alors $q\bar{q} = 1$ et l'inverse du quaternion est son conjugué : $\bar{q} = q^{-1}$. L'ensemble des quaternions unitaires est noté G .

A.1.2 Quaternions et rotations dans l'espace

Les quaternions nous permettent de caractériser entièrement, et de façon non ambiguë, toute rotation dans l'espace à partir de 4 composantes. Cela permet d'effectuer aisément des rotations ainsi que des changements de base dans l'espace.

Conjugaison par un quaternion Soit $q \in G$ un quaternion unitaire, nous définissons l'application C_q sur \mathbb{H} , appelée conjugaison par le quaternion q , par :

$$C_q : p \longmapsto qp\bar{q} \quad (\text{A.10})$$

L'application C_q est une rotation pour tout quaternion pur $p \in P$.

Soit $\mathbf{u} = (x, y, z)$ un vecteur unitaire de \mathbb{R}^3 et $\theta \in [0; 2\pi[$ un angle. Alors la rotation d'axe \mathbf{u} et d'angle θ correspond à l'application C_q où q est donné par :

$$q = \cos \frac{\theta}{2} + x \sin \frac{\theta}{2} i + y \sin \frac{\theta}{2} j + z \sin \frac{\theta}{2} k \quad (\text{A.11})$$

que l'on peut également noter : $q = \left(\cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \mathbf{u}\right)$. La conjugaison par le quaternion conjugué, $C_{\bar{q}}$, produit une rotation opposée d'angle $-\theta$.

Pour tout vecteur $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^3$, nous définissons le quaternion pur associé : $v = (0, \mathbf{v})$. La conjugaison C_q donne : $v' = C_q(v) = q v \bar{q} = (0, \mathbf{v}')$ où \mathbf{v}' est obtenu par rotation de \mathbf{v} d'un angle θ autour de \mathbf{u} . Par abus de notation, nous pourrions écrire la conjugaison directement à l'aide des vecteurs : $\mathbf{v}' = C_q(\mathbf{v}) = q \mathbf{v} \bar{q}$.

Rotations successives Soit q_1 et q_2 deux quaternions unitaires, la rotation successive par q_1 puis q_2 est donnée par la conjugaison par le produit $q_2 q_1$:

$$C_{q_2}(C_{q_1}(v)) = C_{q_2 q_1}(v) \quad (\text{A.12})$$

La non-commutativité des rotations dans \mathbb{R}^3 peut alors être vue comme résultant de la non-commutativité du produit dans \mathbb{H} .

Matrice de rotation équivalente La rotation d'axe \mathbf{u} et d'angle θ peut s'exprimer à l'aide d'une matrice de rotation \mathbf{Q} . L'expression de la matrice de rotation en fonction du quaternion $q = (a, b, c, d)$ est donnée par :

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} a^2 + b^2 - c^2 - d^2 & 2bc - 2ad & 2ac + 2bd \\ 2ad + 2bc & a^2 - b^2 + c^2 - d^2 & 2cd - 2ab \\ 2bd - 2ac & 2ab + 2cd & a^2 - b^2 - c^2 + d^2 \end{pmatrix} \quad (\text{A.13})$$

Cette matrice de 9 éléments est équivalente au quaternion unitaire composé de 4 éléments uniquement.

Changement de base et dérivée Soit $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$ et $\mathcal{B}' = (e'_1, e'_2, e'_3)$ deux bases de \mathbb{R}^3 . \mathcal{B}' est en rotation par rapport à \mathcal{B} et peut en être déduite, à chaque instant, par une rotation d'axe \mathbf{u} et d'angle θ donnée par le quaternion q (équation A.11). Pour tout vecteur \mathbf{x} de coordonnées $\mathbf{x}_{\mathcal{B}}$ dans \mathcal{B} et $\mathbf{x}_{\mathcal{B}'}$ dans \mathcal{B}' , le changement de base s'écrit matriciellement :

$$\mathbf{x}_{\mathcal{B}} = \mathbf{Q} \mathbf{x}_{\mathcal{B}'} \text{ ou } \mathbf{x}_{\mathcal{B}'} = \mathbf{Q}^{\top} \mathbf{x}_{\mathcal{B}} \quad (\text{A.14})$$

ce que nous pouvons également écrire à l'aide des quaternions sous la forme :

$$x_{\mathcal{B}} = C_q(x_{\mathcal{B}'}) \text{ ou } x_{\mathcal{B}'} = C_{\bar{q}}(x_{\mathcal{B}}) \quad (\text{A.15})$$

avec $x_{\mathcal{B}} = (0, \mathbf{x}_{\mathcal{B}})$ et $x_{\mathcal{B}'} = (0, \mathbf{x}_{\mathcal{B}'})$.

L'évolution temporelle de la base \mathcal{B}' par rapport à la base \mathcal{B} est donnée par le vecteur vitesse angulaire instantanée $\boldsymbol{\omega}$. Nous notons $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}}$ ses coordonnées dans \mathcal{B} , $\boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}'}$ ses coordonnées dans \mathcal{B}' et $\omega_{\mathcal{B}} = (0, \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}})$ et $\omega_{\mathcal{B}'} = (0, \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}'})$ les quaternions purs associés. La dérivée temporelle du quaternion q est alors donnée par :

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}} q = \frac{1}{2} q \boldsymbol{\omega}_{\mathcal{B}'} \quad (\text{A.16})$$

A.2 Propriétés du bloc ETAG 27

A.2.1 Définition

Le bloc défini dans l'ETAG 27 [EOTA, 2013] est un polytope à 24 sommets et 26 faces. Les coordonnées des sommets d'un bloc de longueur extérieure L_{ext} (Figure A.1) sont données par les permutations du triplet : $\{\pm L_{ext}/2; \pm L_{ext}/4; \pm L_{ext}/4\}$.

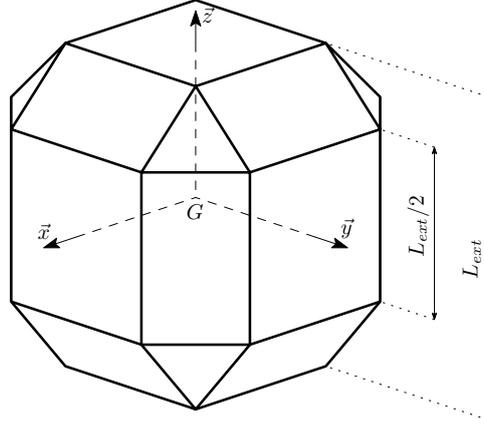


FIGURE A.1 – Géométrie du bloc ETAG 27

A.2.2 Propriétés géométriques et matérielles

Volume Le volume du bloc est donné par :

$$V_{ETAG} = \frac{17}{24} L_{ext}^3 \quad (\text{A.17})$$

Pour un bloc homogène de masse volumique ρ , la masse du bloc vaut $m_{ETAG} = \rho V_{ETAG}$.

Tenseur d'inertie Le tenseur d'inertie du bloc est sphérique et ses composantes ont pour valeur :

$$J_{ETAG} = \mathbf{I}_{xx} = \mathbf{I}_{yy} = \mathbf{I}_{zz} = \frac{21}{170} m_{ETAG} L_{ext}^2 \quad (\text{A.18})$$

Repérage des faces Les faces se décomposent de la façon suivante :

- 6 faces carrées ;
- 12 faces rectangulaires reliant les bords des faces carrées deux à deux ;
- 8 faces triangulaires reliant les bords des faces rectangulaires.

et leur repérage, à l'aide de leur normale sortante et de leur distance au centre d'inertie G est présenté Tableau A.1.

TABLEAU A.1 – Normales sortantes et distance au centre d'inertie des faces du bloc ETAG 27

	Face	Normale	Distance
Faces carrées	F1	$(+1,0,0)$	$\frac{L_{ext}}{2}$
	F2	$(-1,0,0)$	
	F3	$(0, +1,0)$	
	F4	$(0, -1,0)$	
	F5	$(0,0, +1)$	
	F6	$(0,0, -1)$	
Faces rectangulaires	F7	$(+\sqrt{2}/2, +\sqrt{2}/2,0)$	$\frac{3\sqrt{2}L_{ext}}{8}$
	F8	$(+\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2,0)$	
	F9	$(-\sqrt{2}/2, +\sqrt{2}/2,0)$	
	F10	$(-\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2,0)$	
	F11	$(+\sqrt{2}/2,0, +\sqrt{2}/2)$	
	F12	$(+\sqrt{2}/2,0, -\sqrt{2}/2)$	
	F13	$(-\sqrt{2}/2,0, +\sqrt{2}/2)$	
	F14	$(-\sqrt{2}/2,0, -\sqrt{2}/2)$	
	F15	$(0, +\sqrt{2}/2, +\sqrt{2}/2)$	
	F16	$(0, +\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$	
F17	$(0, -\sqrt{2}/2, +\sqrt{2}/2)$		
F18	$(0, -\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$		
Faces triangulaires	F19	$(+\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3)$	$\frac{L_{ext}}{\sqrt{3}}$
	F20	$(+\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3)$	
	F21	$(+\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3)$	
	F22	$(+\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3)$	
	F23	$(-\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3)$	
	F24	$(-\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3)$	
	F25	$(-\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3, +\sqrt{3}/3)$	
	F26	$(-\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3, -\sqrt{3}/3)$	

Annexe B

Compléments sur le modèle d’anneau

B.1 Modèle d’anneau de rive à 3 nœuds

Les anneaux situés en rive des nappes de filets et liés au reste de la structure par le biais de câbles ne disposent que de deux points de contact avec des anneaux voisins et d’un troisième point de contact avec le câble. La description de cet arrangement géométrique à l’aide du modèle d’anneau à 4 nœuds de discrétisation présenté chapitre 3 est rendue difficile par l’absence de correspondance entre les points de contact et la présence d’un nœud de discrétisation supplémentaire par rapport aux 3 seuls points de contact des anneaux de rive. Pour ces raisons, il est décidé de définir un modèle d’anneau spécifique pour traiter des anneaux de rive possédant 3 points de contacts dans la nappe de filets. Le modèle à 3 nœuds ainsi développé est similaire en de nombreux points au modèle d’anneau à 4 nœuds. Nous présentons donc dans cette annexe les spécificités de ce modèle en reprenant l’organisation du chapitre 3. Le modèle discret est tout d’abord défini et sa réponse analytique en chargement monotone ainsi qu’en déchargement sous une sollicitation de traction 3 points est ensuite étudiée. La méthode numérique de calibration du modèle est alors présentée. Enfin, la réalisation d’une campagne expérimentale permet la validation du modèle.

B.1.1 Hypothèses de modélisation et discrétisation

Le modèle d’anneau développé est composé de 3 nœuds qui interagissent à travers un ensemble de 4 liaisons : 1 liaison de pourtour, 2 liaisons diagonales et 1 liaison de bord. Les liaisons diagonales correspondent aux 2 plus longs côtés du triangle formé initialement par les 3 points de contact tandis que la liaison de bord correspond au côté le plus court (Figure B.1). Ces liaisons sont de même nature que les liaisons correspondantes pour le modèle d’anneau à 4 nœuds, leur loi de comportement élasto-plastique ainsi que les notations employées sont détaillées section 3.2. La masse d’un anneau est répartie de façon suivante sur les nœuds : $3/8$ de la masse est affectée au nœud supérieur en contact avec le câble et $5/16$ de la masse est affectée à chacun des nœuds inférieurs en contact avec des anneaux de la nappe. Cette répartition provient du découpage de l’anneau en secteurs angulaires délimités par les médiatrices des segments reliant les nœuds. La fraction de la

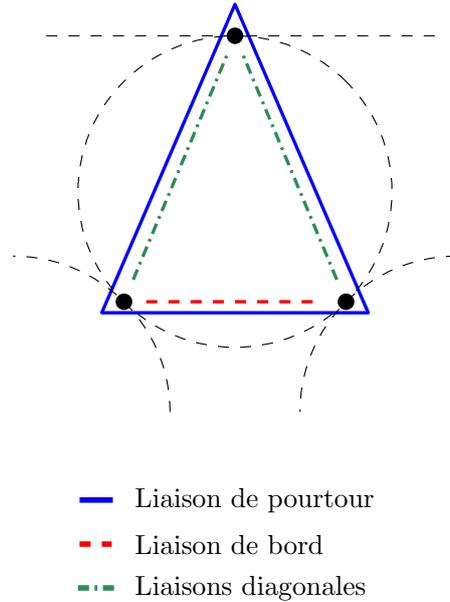


FIGURE B.1 – Modèle discret d'anneau à 3 nœuds développé

masse de l'anneau affectée à un nœud donné est alors égale à la fraction de l'angle total (360°) occupée par le secteur angulaire auquel ce nœud appartient.

B.1.2 Réponse analytique du modèle en traction 3 points

La sollicitation de traction 3 points est définie comme suit : un déplacement axial δ est imposé au nœud supérieur tandis que les 2 nœuds inférieurs sont fixes (Figure B.2a). Les équations d'équilibre du nœud supérieur sont écrites sur la configuration déformée (Figure B.2b). F_p est l'effort de traction dans la liaison de pourtour, F_d est l'effort de compression dans les diagonales de sorte que l'équilibre (B.1) soit toujours vérifié.

$$2(F_p + F_d) \sin \gamma - F = 0 \quad (\text{B.1})$$

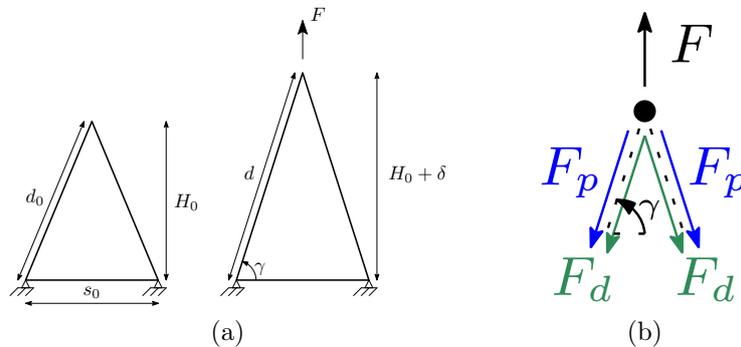


FIGURE B.2 – Sollicitation du modèle en traction 3 points : (a) cinématique de déformation ; (b) diagramme d'équilibre (nœud supérieur)

Les phases de chargement monotone et de déchargement sont étudiées séparément.

Chargement monotone

Au cours du chargement monotone, les liaisons internes ne développent pas d'efforts de compression ($F_d = 0$ et $F_s = 0$), l'effort axial F est alors donné par l'équation (B.2) où δ_r et d_r représentent le déplacement axial et la longueur de la diagonale à l'état de transition. Pour un allongement δ donné, la longueur de la diagonale est donnée par $d = \sqrt{(H_0 + \delta)^2 + \frac{\phi^2}{8}}$.

$$\begin{cases} F = 4k_b(d - d_0) \frac{H_0 + \delta}{d} & \text{si } \delta < \delta_r \\ F = 4[k_b(d_r - d_0) + k_t(d - d_r)] \frac{H_0 + \delta}{d} & \text{si } \delta > \delta_r \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

La relation force-déplacement du modèle est explicite et faiblement non-linéaire. Comme pour les anneaux à 4 nœuds sollicités en 4 points, celle-ci est proche de la relation force-déplacement de la liaison de pourtour.

Déchargement

Considérons qu'un déplacement axial δ_i soit atteint lors du chargement monotone, le sens du déplacement est alors inversé jusqu'à atteindre une valeur $\delta < \delta_i$, déchargeant ainsi l'anneau. D'après (3.9), les liaisons diagonales vont commencer à développer des efforts de compression :

$$F_d = G_{d_i} k_d (d - d_i) \text{ avec } G_{d_i} = g_d(d_i) \quad (\text{B.3})$$

D'après (3.12), l'expression de la tension dans la liaison de pourtour est modifiée dans le régime de flexion, lorsque $\delta < \delta_r$ et est invariable dans le régime de traction, lorsque $\delta > \delta_r$. La tension dans le pourtour s'exprime alors :

$$\begin{cases} F_p = 2k_b(d_i - d_0) + 2G_{p_i} k_b (d - d_i) \text{ avec } G_{p_i} = g_p(s_0 + 2d_i) & \text{si } \delta < \delta_i < \delta_r \\ F_p = 2k_b(d_r - d_0) + 2G_{p_r} k_b (d - d_r) \text{ avec } G_{p_r} = g_p(s_0 + 2d_r) & \text{si } \delta < \delta_r < \delta_i \\ F_p = 2k_b(d_r - d_0) + 2k_t(d - d_r) & \text{si } \delta_i > \delta > \delta_r \end{cases} \quad (\text{B.4})$$

et la prise en compte de ces efforts supplémentaires dans l'équilibre (B.1) modifie la relation force-déplacement du modèle qui devient :

$$\begin{cases} F = [4k_b(d_i - d_0) + 4G_{p_i} k_b (d - d_i) + 2G_{d_i} k_d (d - d_i)] \frac{H_0 + \delta}{d} & \text{si } \delta < \delta_i < \delta_r \\ F = [4k_b(d_r - d_0) + 4G_{p_r} k_b (d - d_r) + 2G_{d_i} k_d (d - d_i)] \frac{H_0 + \delta}{d} & \text{si } \delta < \delta_r < \delta_i \\ F = [4k_b(d_r - d_0) + 4k_t(d - d_r) + 2G_{d_i} k_d (d - d_i)] \frac{H_0 + \delta}{d} & \text{si } \delta_i > \delta > \delta_r \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

B.1.3 Calibration du modèle

Le modèle à 3 nœuds présente certaines particularités qui ne permettent pas de transposer directement les hypothèses et les méthodes de calibration appliquées au modèle à 4 nœuds. Nous détaillons ici la procédure employée pour la calibration du modèle d'anneau à 3 nœuds.

Les paramètres de raideur de la liaison de pourtour, ainsi que l'allongement à l'état de transition sont calibrés à l'aide de la relation force-déplacement (B.2) en chargement

monotone au cours d'une première étape. Les paramètres de raideur des liaisons internes n'apparaissent pas dans les équations de chargement monotone en traction 3 points. De plus, nous ne pouvons avoir recours, comme cela est fait pour le paramètre de raideur des liaisons de bord dans le cas des anneaux à 4 nœuds, à des sollicitations de traction auxiliaires qui nous permettraient de les identifier uniquement à partir d'essais de chargement monotone. La séparation stricte de la calibration des paramètres de raideur sur les phases de chargement monotone et de la calibration des fonctions de raidissement géométrique sur les cycles de déchargement-rechargement n'est plus maintenue et l'approche retenue est la suivante :

- une première étape de chargement, appliquée aux données issues du chargement monotone des anneaux et permettant de calibrer les paramètres de raideur et la longueur de transition de la liaison de pourtour ;
- une seconde étape de déchargement, appliquée aux données issues des cycles de déchargement-rechargement des anneaux et permettant de calibrer les fonctions de raidissement géométrique des différentes liaisons, ainsi que les paramètres de raideur des liaisons internes.

Paramètres de raideur et longueur de transition de la liaison de pourtour

La recherche des paramètres optimaux se fait en minimisant la fonction objectif S_F (3.24) portant sur les efforts développés par l'anneau, la cinématique de déformation étant imposée. Le vecteur paramètres à optimiser est $\boldsymbol{\theta} = (k_b, k_t)^\top$, la relation force-déplacement (B.2) pour le chargement monotone en traction 3 points étant linéaire en $\boldsymbol{\theta}$, la résolution du problème des moindres carrés (3.23) est directe et il existe une unique solution. De même que pour les anneaux à 4 nœuds, nous déterminons un ensemble de solutions pour différentes valeurs de δ_r choisies et nous retenons comme ensemble optimal $(\delta_r^*, \boldsymbol{\theta}^*)$ celui donnant la valeur minimale de S_F parmi tous les minima explorés.

Paramètres de raideur des liaisons internes et paramètres de raidissement géométriques

La configuration de traction 3 points ne permet pas de solliciter la liaison de bord. Étant donné la correspondance entre les liaisons de bord du modèle d'anneau à 4 nœuds et la liaison de bord du modèle d'anneau à 3 nœuds, les paramètres optimaux obtenus par calibration sur le modèle à 4 nœuds sont, en première approche, employés pour le modèle à 3 nœuds. La valeur optimale k_s^* du paramètre de raideur des liaisons de bord donnée par (3.31) est retenue et la fonction de raidissement g_s de la liaison est considérée constante et prenant la valeur 1.

Nous effectuons la calibration des fonctions de raidissement des liaisons de pourtour et diagonales, ainsi que celle des paramètres de raideur des liaisons diagonales dans le même temps. Nous utilisons pour cela les cycles de déchargement-rechargement dans le régime de flexion, c'est en effet dans ce domaine que la quasi-totalité du raidissement géométrique de l'anneau s'effectue. Les paramètres optimaux sont toujours obtenus par la minimisation de la fonction objectif S_F (3.24) portant sur les efforts développés par l'anneau. De façon similaire à ce que nous observons pour l'anneau à 4 nœuds, l'équation (B.5) présente une dépendance linéaire aux raideurs $G_p k_b$ et $G_d k_d$, il existe donc une

infinité de paires de valeurs $(G_p k_b, G_d k_d)$ pour lesquelles la réponse du modèle est identique dans le régime de flexion et le problème de minimisation n'admet pas de solution unique. Il est néanmoins possible de définir une raideur de décharge globale K^{dech} , intégrant les deux raideurs $G_p k_b$ et $G_d k_d$ et de déterminer les valeurs optimales de K^{dech} pour chaque cycle de déchargement-rechargement. Pour les cycles ayant lieu dans le régime de flexion, nous définissons $K^{dech} = 2G_p k_b + G_d k_d$, l'effort axial (B.5) devient alors :

$$F = 2K_i^{dech}(d - d_i)\frac{H_0 + \delta}{d} + 4k_b(d_i - d_0)\frac{H_0 + \delta}{d} \text{ si } \delta < \delta_i < \delta_r \quad (\text{B.6})$$

Le seul paramètre du problème de minimisation est alors la raideur de décharge globale, le vecteur paramètre est donc $\boldsymbol{\theta} = K_i^{dech}$. La résolution du problème des moindres carrés est directe et possède une unique solution puisque l'effort axial (B.6) est une fonction affine de $\boldsymbol{\theta}$. Pour chaque cycle de déchargement-rechargement (i), l'équation (3.23) est résolue pour l'effort de traction axial F à partir de l'équation d'équilibre (B.6). Nous pouvons alors identifier et calibrer les fonctions de raidissement g_p et g_d , ainsi que le paramètre de raideur des diagonales k_d .

En effet, en appliquant le principe de minimisation de l'énergie élastique de la liaison de pourtour détaillé section 3.4, il apparaît que les liaisons diagonales ne subissent aucun raidissement et que la fonction de raidissement géométrique des diagonales g_d est toujours égale à 1. Ce faisant, la raideur globale K^{dech} est une fonction $k^{dech}(\delta_i)$ qui s'exprime alors comme la somme de deux fonctions indépendantes : une fonction puissance d'expression $2g_p k_b$ et une fonction constante d'expression k_d . Une fois toutes les valeurs de K_i^{dech} obtenues pour plusieurs valeurs d'allongement δ_i , la fonction k^{dech} est calibrée et permet l'identification directe des paramètres de la fonction de raidissement du pourtour a_p , b_p et L_{i_h} ainsi que du paramètre de raideur des diagonales k_d .

B.1.4 Résultats

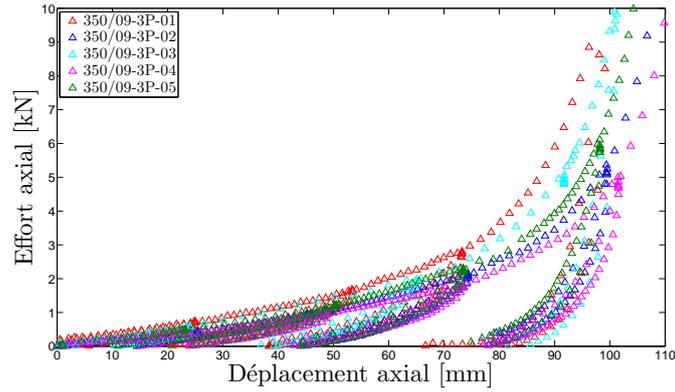
Des essais de traction 3 points sont réalisés dans les conditions présentées section 3.5. La méthode de calibration exposée précédemment est appliquée aux données expérimentales et les résultats complets sont détaillés pour les 3 groupes d'anneaux : 350/09, 350/12 et 420/16.

Observations expérimentales

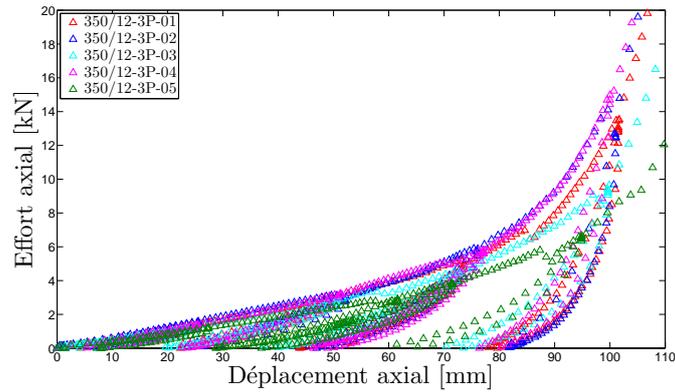
Les observations faites sur les configurations de chargement de traction 2 points et 4 points sont également valables en traction 3 points. Nous observons une distinction claire entre les régimes de flexion et de traction, le comportement de l'anneau est irréversible et la raideur élastique des cycles de déchargement-rechargement augmente au cours de la déformation (Figure B.3). Nous observons également une variabilité sur la réponse des différents anneaux un peu plus importante que pour les essais en 2 points et 4 points.

Réponse du modèle

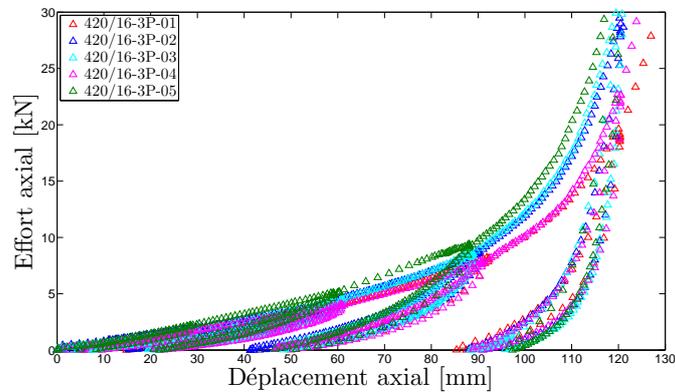
La réponse du modèle en chargement monotone en traction 3 points est présentée Figure B.4 pour les différents anneaux. Nous observons une réponse très faiblement non-



(a)



(b)

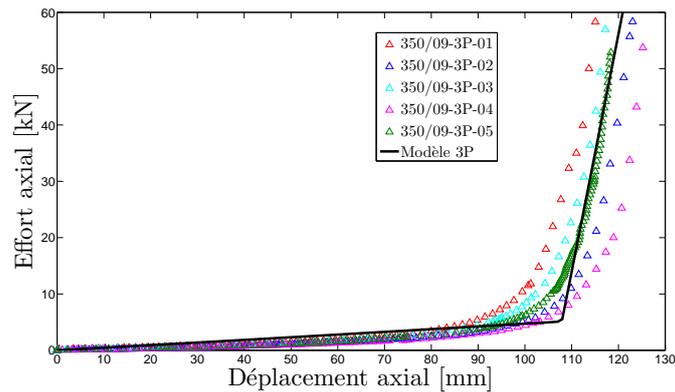


(c)

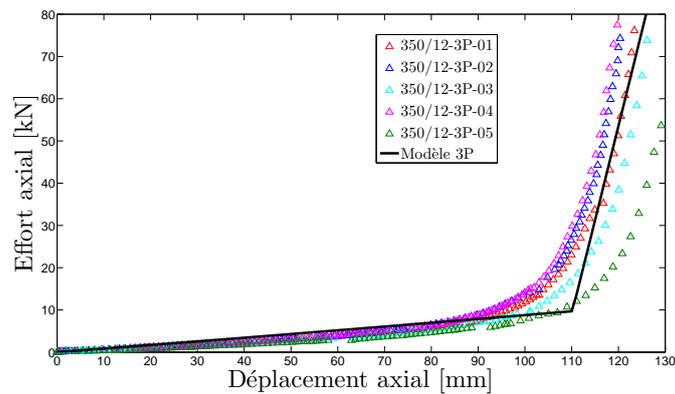
FIGURE B.3 – Courbes force-déplacement expérimentales en traction 3 points : (a) anneaux 350/09; (b) anneaux 350/12; (c) anneaux 420/16

linéaire, avec un comportement affine par morceaux qui reproduit fidèlement les régimes de flexion et de traction. La calibration optimale au sens des moindres carrés conduit le modèle à surestimer la raideur dans le régime de flexion et à la sous-estimer dans le régime de traction.

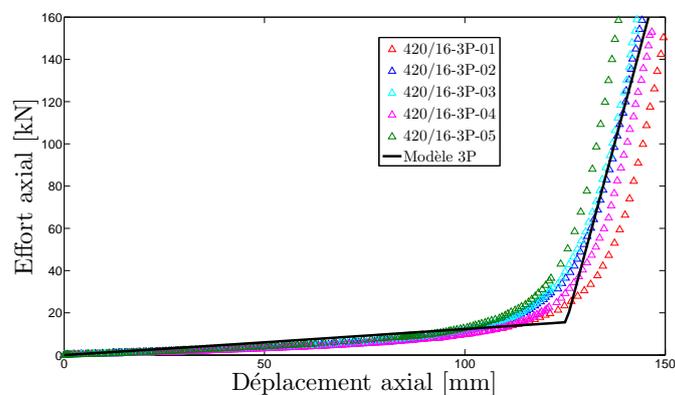
Une fois les paramètres optimaux de la liaison de pourtour obtenus à partir des phases de chargement monotone, les fonctions de raidissement géométrique ainsi que le paramètre de raideur des liaisons diagonales sont obtenus à partir des cycles de déchargement-rechargement. Les valeurs de la raideur globale de décharge K^{dech} sont tracées Figure B.5.



(a)



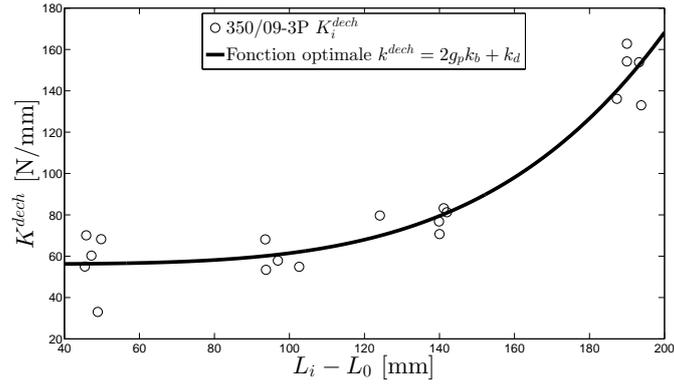
(b)



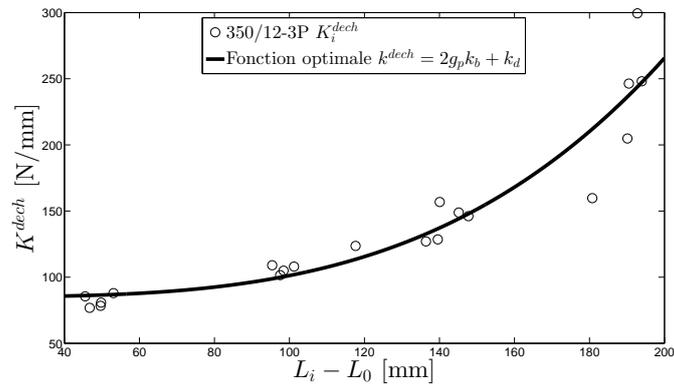
(c)

FIGURE B.4 – Résultats de calibration en chargement monotone : (a) effort axial en traction 3 points (calibration) des anneaux 350/09; (b) effort axial en traction 3 points (calibration) des anneaux 350/12; (c) effort axial en traction 3 points (calibration) des anneaux 420/16

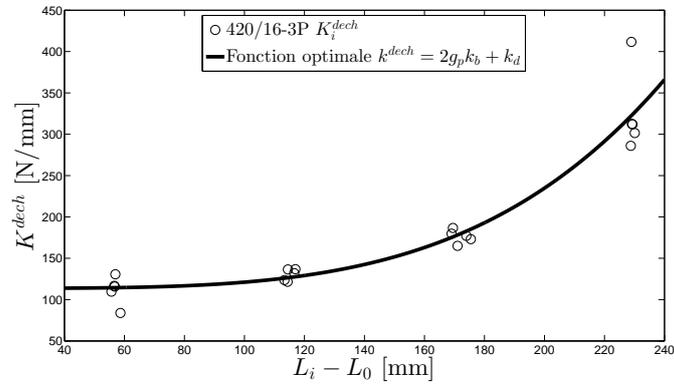
Nous pouvons observer que les valeurs sont bien croissantes et la calibration confirme le fait que cette raideur s'exprime comme la somme d'une fonction puissance et d'une fonction constante. Cela nous permet d'identifier de façon indépendante et très satisfaisante la fonction de raidissement géométrique de la liaison de pourtour g_p d'une part (partie puissance), et le paramètre de raideur des liaisons diagonales k_d d'autre part (partie constante).



(a)



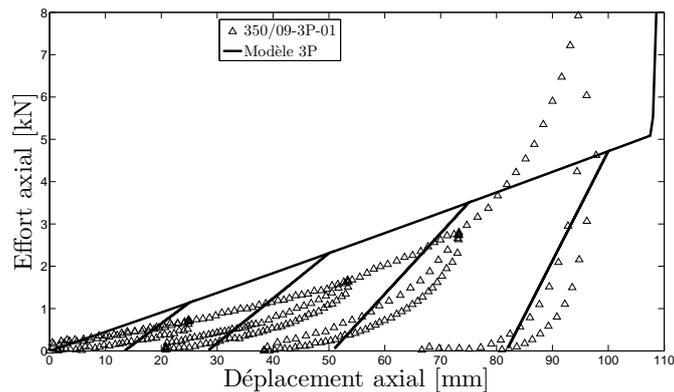
(b)



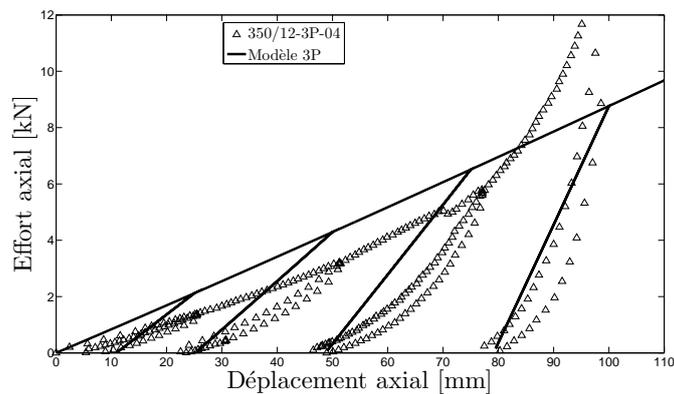
(c)

FIGURE B.5 – Résultats de calibration en déchargement : (a) raideur globale de décharge (calibration) des anneaux 350/09; (b) raideur globale de décharge (calibration) des anneaux 350/12; (c) raideur globale de décharge (calibration) des anneaux 420/16

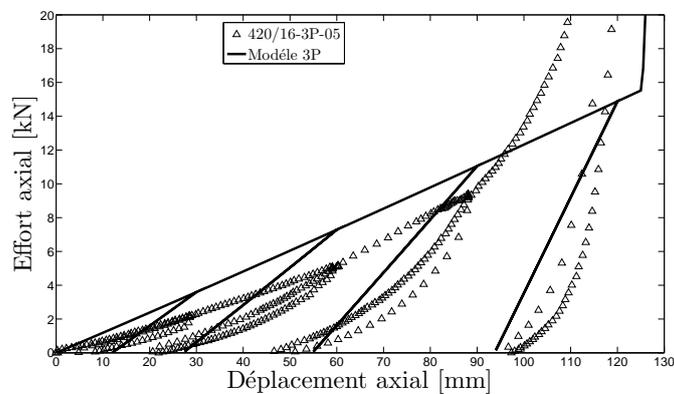
L'irréversibilité de la relation force-déplacement du modèle est également mise en avant (Figure B.6). La raideur de l'anneau lors des phases de retour élastique augmente bien au cours de la déformation et le modèle est capable de reproduire les cycles de déchargement-rechargement.



(a)



(b)



(c)

FIGURE B.6 – Résultats sur les courbes force-déplacements en déchargement : (a) effort axial en traction 3 points des anneaux 350/09; (b) effort axial en traction 3 points des anneaux 350/12; (c) effort axial en traction 3 points des anneaux 420/16

B.2 Démonstration des relations analytiques du modèle d'anneau à 4 nœuds

Cette annexe détaille les démonstrations des équations (3.16) et (3.18) jusqu'à (3.21).

B.2.1 Traction 4 points - déchargement

La démonstration de la relation (3.16) est présentée. Nous rappelons les équations d'équilibre (3.14) :

$$F_p + F_{s_1} + F_d \sin \gamma - \frac{F}{2} = 0 \text{ avec } \sin \gamma = \frac{s_0 + \delta}{d}$$

En déchargement, les liaisons diagonales ainsi que les liaisons de bord axiales développent les efforts de compression suivants :

$$\begin{cases} F_d = G_{d_i} k_d (d - d_i) \text{ avec } G_{d_i} = g_d (d_i) \\ F_{s_1} = G_{s_i} k_s (\delta - \delta_i) \text{ avec } G_{s_i} = g_s (s_0 + \delta_i) \\ F_{s_2} = 0 \end{cases} \quad (\text{B.7})$$

et la tension dans la liaison de pourtour s'exprime :

$$\begin{cases} F_p = 2k_b \delta_i + 2G_{p_i} k_b (\delta - \delta_i) \text{ avec } G_{p_i} = g_p (4s_0 + 2\delta_i) & \text{si } \delta < \delta_i < \delta_r \\ F_p = 2k_b \delta_r + 2G_{p_r} k_b (\delta - \delta_r) \text{ avec } G_{p_r} = g_p (4s_0 + 2\delta_r) & \text{si } \delta < \delta_r < \delta_i \\ F_p = 2k_b \delta_r + 2k_t (\delta - \delta_r) & \text{si } \delta_i > \delta > \delta_r \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

La prise en compte de ces efforts supplémentaires modifie les équations d'équilibre (3.14) qui s'écrivent alors :

$$\begin{cases} 2k_b \delta_i + 2G_{p_i} k_b (\delta - \delta_i) + G_{s_i} k_s (\delta - \delta_i) + G_{d_i} k_d (d - d_i) \frac{s_0 + \delta}{d} - \frac{F}{2} = 0 & \text{si } \delta < \delta_i < \delta_r \\ 2k_b \delta_r + 2G_{p_r} k_b (\delta - \delta_r) + G_{s_i} k_s (\delta - \delta_i) + G_{d_i} k_d (d - d_i) \frac{s_0 + \delta}{d} - \frac{F}{2} = 0 & \text{si } \delta < \delta_r < \delta_i \\ 2k_b \delta_r + 2k_t (\delta - \delta_r) + G_{s_i} k_s (\delta - \delta_i) + G_{d_i} k_d (d - d_i) \frac{s_0 + \delta}{d} - \frac{F}{2} = 0 & \text{si } \delta_i > \delta > \delta_r \end{cases} \quad (\text{B.9})$$

et peuvent être simplement réarrangées afin d'obtenir (3.16).

B.2.2 Traction 2 points

Les équations implicites donnant l'effort axial F et la longueur diagonale d (3.18) jusqu'à (3.21) sont démontrées ici. Les équations d'équilibre (3.17) des nœuds supérieur et latéraux sont rappelées :

$$\begin{cases} 2F_p \sin \gamma + 2F_s \sin \gamma = F - F_{d_1} \\ 2F_p \cos \gamma + 2F_s \cos \gamma = -F_{d_2} \end{cases} \text{ avec } \cos \gamma = \frac{d}{2s} \text{ et } \sin \gamma = \frac{d_0 + \delta}{2s}$$

En divisant la première équation par la seconde, nous obtenons :

$$\tan \gamma = \frac{F - F_{d_1}}{-F_{d_2}} = \frac{d_0 + \delta}{d} \quad (\text{B.10})$$

Chargement monotone

En chargement monotone, seule la liaison diagonale transversale développe des efforts de compression :

$$\begin{cases} F_s = 0 \\ F_{d_1} = 0 \\ F_{d_2} = k_d (d - d_0) \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

et l'expression de l'effort dans la liaison de pourtour est donnée par :

$$\begin{cases} F_p = 4k_b(s - s_0) & \text{si } s < s_r \\ F_p = 4k_b(s_r - s_0) + 4k_t(s - s_r) & \text{si } s > s_r \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

L'équation (B.10) donne :

$$\tan \gamma = \frac{F}{k_d(d_0 - d)} = \frac{d_0 + \delta}{d} \quad (\text{B.13})$$

nous obtenons alors, en remarquant que $d_0 = \phi$, l'expression de d (3.19).

L'équation d'équilibre du nœud supérieur s'écrit :

$$\begin{cases} 8k_b(s - s_0) \frac{d_0 + \delta}{2s} = F & \text{si } s < s_r \\ [8k_b(s_r - s_0) + 4k_t(s - s_r)] \frac{d_0 + \delta}{2s} = F & \text{si } s > s_r \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

à partir de laquelle nous obtenons l'expression de la longueur des bords s :

$$\begin{cases} s = s_0 \frac{4k_b(d_0 + \delta)}{4k_b(d_0 + \delta) - F} & \text{si } s < s_r \\ s = \frac{4[k_b(s_r - s_0) - k_t s_r](d_0 + \delta)}{F - 4k_t(d_0 + \delta)} & \text{si } s > s_r \end{cases} \quad (\text{B.15})$$

Finalement, les symétries nous permettent d'écrire l'égalité $4s^2 = d^2 + (d_0 + \delta)^2$, à partir de laquelle est obtenue directement l'équation (3.18).

Déchargement

La démonstration est similaire à celle effectuée dans le cas du chargement monotone. Lors du déchargement, toutes les liaisons internes développent des efforts de compression :

$$\begin{cases} F_s = G_{s_i} k_s (s - s_i) \text{ avec } G_{s_i} = g_s(s_i) \\ F_{d_1} = G_{d_i} k_d (\delta - \delta_i) \text{ avec } G_{d_i} = g_d(\phi + \delta_i) \\ F_{d_2} = k_d (d - d_0) \end{cases} \quad (\text{B.16})$$

et l'expression de l'effort dans la liaison de pourtour est donnée par :

$$\begin{cases} F_p = 4k_b(s_i - s_0) + 4G_{p_i} k_b (s - s_i) \text{ avec } G_{p_i} = g_p(4s_i) & \text{si } s < s_i < s_r \\ F_p = 4k_b(s_r - s_0) + 4G_{p_r} k_b (s - s_r) \text{ avec } G_{p_r} = g_p(4s_r) & \text{si } s < s_r < s_i \\ F_p = 4k_b(s_r - s_0) + 4k_t (s - s_r) & \text{si } s_i > s > s_r \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

L'équation (B.10) est réécrite pour les efforts donnés :

$$\tan \gamma = \frac{F - G_{d_i} k_d (\delta - \delta_i)}{k_d (d_0 - d)} = \frac{d_0 + \delta}{d} \quad (\text{B.18})$$

et nous permet d'obtenir directement l'expression de d (3.21).

L'équation d'équilibre du nœud supérieur s'écrit :

$$\begin{cases} [4k_b(s_i - s_0) + 4G_{p_i} k_b (s - s_i) + G_{s_i} k_s (s - s_i)] \frac{d_0 + \delta}{s} = F - G_{d_i} k_d (\delta - \delta_i) & \text{si } s < s_i < s_r \\ [4k_b(s_r - s_0) + 4G_{p_r} k_b (s - s_r) + G_{s_i} k_s (s - s_i)] \frac{d_0 + \delta}{s} = F - G_{d_i} k_d (\delta - \delta_i) & \text{si } s < s_r < s_i \\ [4k_b(s_r - s_0) + 4k_t (s - s_r) + G_{s_i} k_s (s - s_i)] \frac{d_0 + \delta}{s} = F - G_{d_i} k_d (\delta - \delta_i) & \text{si } s_i > s > s_r \end{cases} \quad (\text{B.19})$$

à partir de laquelle nous obtenons l'expression de la longueur des bords s :

$$\left\{ \begin{array}{ll} s = \frac{[4G_{p_i}k_b s_i + G_{s_i}k_s s_i - 4k_b(s_i - s_0)](\phi + \delta)}{(4G_{p_i}k_b + G_{s_i}k_s)(\phi + \delta) + G_{d_i}k_d(\delta - \delta_i) - F} & \text{si } s < s_i < s_r \\ s = \frac{[4G_{p_r}k_b s_r + G_{s_i}k_s s_i - 4k_b(s_r - s_0)](\phi + \delta)}{(4G_{p_r}k_b + G_{s_i}k_s)(\phi + \delta) + G_{d_i}k_d(\delta - \delta_i) - F} & \text{si } s < s_r < s_i \\ s = \frac{[4k_t s_r + G_{s_i}k_s s_i - 4k_b(s_r - s_0)](\phi + \delta)}{(4k_t + G_{s_i}k_s)(\phi + \delta) + G_{d_i}k_d(\delta - \delta_i) - F} & \text{si } s_i > s > s_r \end{array} \right. \quad (\text{B.20})$$

Finalement, l'équation implicite (3.20) est obtenue à partir de l'égalité $4s^2 = d^2 + (d_0 + \delta)^2$.

B.3 Détermination de la valeur optimale de la raideur des liaisons de bord des anneaux à 4 nœuds

Cette annexe détaille la démonstration de l'équation (3.31). Prenons un anneau au sein d'une nappe de filets à 4 contacts et supposons que ses anneaux voisins sont éloignés deux à deux dans une même direction mais en sens opposés. Le mouvement de ces anneaux est libre dans la direction transversale à la direction d'éloignement comme le montre la Figure B.7a. Les anneaux voisins vont dans un premier temps glisser le long de l'anneau central avant de se rejoindre de part et d'autre de ce dernier. Une fois diamétralement opposés, ils soumettent l'anneau central à un chargement de traction en 2 points. Nous nous intéressons à la réponse de l'anneau central en terme d'effort et de déplacement axial des points de contact. Dans un premier temps, la réponse présente un plateau d'effort nul correspondant à la phase initiale de glissement des anneaux voisins au cours de laquelle l'anneau central n'est pas chargé. Le déplacement axial des points de contact, initialement nul, atteint alors une valeur de $\phi - s_0$. Dans un second temps, une fois la phase de glissement terminée, le réponse force-déplacement de l'anneau sera identique à celle obtenue lors d'un essai de traction 2 points, avec un retard dans le déplacement axial de $\phi - s_0$ dû au glissement. Par conséquent, l'état de transition entre le régime de flexion et le régime de traction sera atteint pour un déplacement axial des points de contact égal à $\phi - s_0 + \delta_r^{2P}$ où δ_r^{2P} représente le déplacement axial à l'état de transition pour la configuration de traction 2 points de référence (Figure 3.7a).

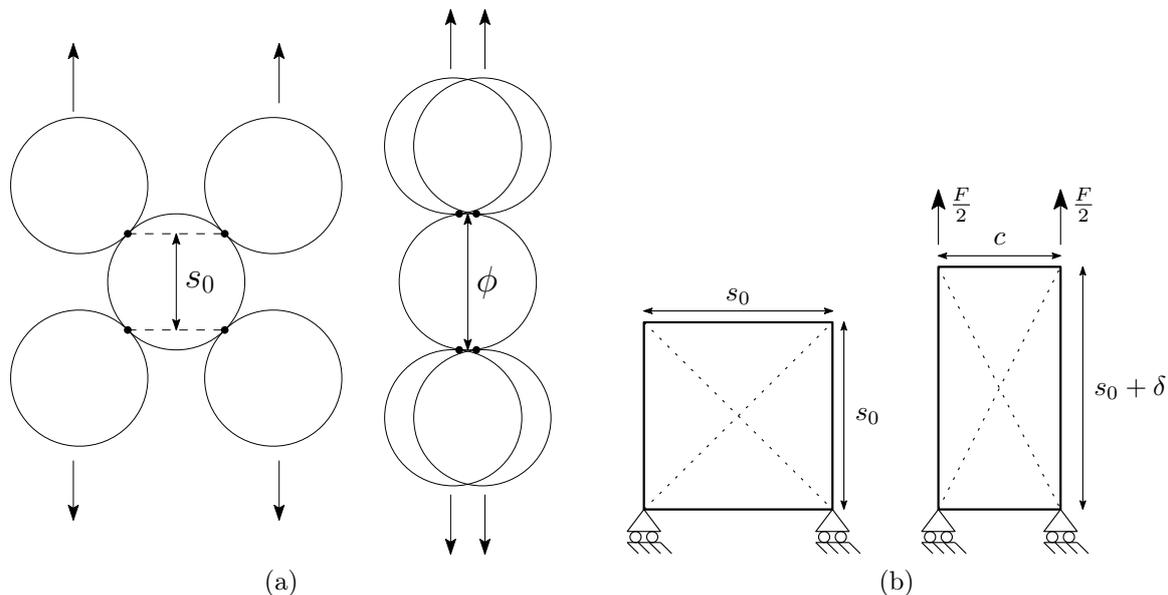


FIGURE B.7 – Cas de chargement permettant la détermination de la valeur optimale de la raideur des liaisons de bord : (a) cinématique réelle du système étudié ; (b) cinématique de l'anneau central appliquée au modèle

Le cas de chargement étudié est modélisé par le biais d'une configuration de traction en 4 points dans laquelle les déplacements latéraux sont libres. Un déplacement axial δ est imposé aux 2 nœuds supérieurs tandis que les 2 nœuds inférieurs sont fixes dans la direction axiale, tous les déplacements latéraux étant libres (Figure B.7b). Le modèle ne peut subir de déformations sans générer des efforts et ne peut donc pas reproduire correctement le glissement libre des anneaux voisins suivi de la traction 2 points. Il est

en revanche possible de faire correspondre les régimes de flexion et de traction. Pour cela, nous imposons au modèle d'atteindre, dans cette configuration, son état de transition pour un déplacement axial δ_r^{3P} égal au déplacement axial pour lequel l'anneau réel atteint cet état, soit :

$$\delta_r^{3P} = \phi - s_0 + \delta_r^{2P} \quad (\text{B.21})$$

Le fait de restreindre notre intérêt au seul état de transition nous permet de nous contenter d'une étude du modèle uniquement en chargement monotone dans le régime de flexion. Les équations d'équilibre des nœuds supérieurs sont identiques à celles de la traction 4 points de référence (3.14) auxquelles on retire l'effort de réaction ($R = 0$). Les liaisons diagonales ainsi que les liaisons de bord axiales ne développent pas d'effort de compression ($F_d = 0$ et $F_{s_1} = 0$), les équations d'équilibre dans le régime de flexion deviennent alors :

$$\begin{cases} 2k_b(c - s_0 + \delta) = \frac{F}{2} \\ 2k_b(c - s_0 + \delta) = k_s(s_0 - c) \end{cases} \quad (\text{B.22})$$

L'expression de la longueur des bords transversaux c en fonction du déplacement axial δ est obtenue à partir des équations (B.22) et est donnée par :

$$c = s_0 - \frac{2k_b}{2k_b + k_s} \delta \quad (\text{B.23})$$

L'état de transition est atteint lorsque la longueur du pourtour est égale à la longueur du pourtour à la transition $L_r = 4s_r$, soit :

$$2(s_0 + \delta_r^{3P} + c(\delta_r^{3P})) = 4s_r \quad (\text{B.24})$$

En utilisant les expressions de (B.21) et (B.23) dans (B.24), nous obtenons l'expression de la valeur optimale de la raideur des liaisons de bord (3.31).

Annexe C

Compléments sur le modèle de câble glissant

C.1 Existence et unicité de la solution des équations de glissement

Les équations de glissement et la contrainte de conservation de la longueur neutre ont été réduites à l'expression (4.10). Nous démontrons ici que cette équation ne possède qu'une seule solution dans le cas où les tensions dans le câble sont toutes positives.

La borne inférieure de l'incrément de longueur neutre est obtenue à l'aide de la condition de positivité de la longueur neutre $l_0^t > 0$, ce qui implique :

$$\Delta l_{0min} = -l_0^{t-\tau} \quad (\text{C.1})$$

La borne supérieure de l'incrément de longueur neutre est obtenue à l'aide de la condition de positivité de la tension. En résolvant (4.5) pour $T^t = 0$, nous obtenons la borne inférieure de l'incrément de déformation : $\Delta \varepsilon_{min} = f^{t-\tau-1}(-T^{t-\tau})$ et la substitution de (4.6) dans (4.5) nous donne la borne supérieure de l'incrément de longueur neutre :

$$\Delta l_{0max} = \frac{l^t}{\frac{l_0^{t-\tau}}{l_0^{t-\tau}} + f^{t-\tau-1}(-T^{t-\tau})} - l_0^{t-\tau} \quad (\text{C.2})$$

Nous savons de plus que pour tout segment (i), la fonction d'incrément de tension f_i et son inverse f_i^{-1} sont des fonctions continues et strictement croissantes. D'après (4.9), l'incrément de longueur neutre $\Delta l_{0,i}$ de chaque segment est donc une fonction continue et strictement croissante de l'incrément de longueur neutre du premier segment du groupe $\Delta l_{0,i_0}$. La fonction de conservation Ψ est la somme de tous les incréments de longueur neutre, par conséquent, c'est également une fonction continue et strictement croissante de l'incrément de longueur neutre du premier segment du groupe $\Delta l_{0,i_0}$. Nous nous intéressons au comportement de la fonction Ψ au niveau des bornes inférieures et supérieures de son domaine de définition.

Nous pouvons voir d'après l'équation (4.9) que lorsque l'incrément de longueur neutre du premier segment du groupe tend vers sa borne inférieure, les incréments de longueur

neutre de tous les autres segments tendent également vers leur borne inférieure, soit $\Delta l_{0,i_0} \rightarrow \Delta l_{0,i_0 \min} \Rightarrow \Delta l_{0,i} \rightarrow \Delta l_{0,i \min}$. Par conséquent, la limite de la fonction de conservation au niveau de la borne inférieure de son domaine de définition $\Delta l_{0,i_0 \min}$ est négative et égale à la somme des bornes inférieures des incréments de longueur neutre :

$$\lim_{\Delta l_{0,i_0} \rightarrow \Delta l_{0,i_0 \min}} \Psi(\Delta l_{0,i_0}) = \sum_{i=i_0}^{i=i_0+N_s} -l_{0,i}^{t-\tau} < 0 \quad (\text{C.3})$$

De la même façon, lorsque l'incrément de longueur neutre du premier segment atteint sa borne supérieure, les incréments de longueur neutre de tous les autres segments tendent également vers leur borne supérieure, soit $\Delta l_{0,i_0} \rightarrow \Delta l_{0,i_0 \max} \Rightarrow \Delta l_{0,i} \rightarrow \Delta l_{0,i \max}$. Par conséquent, la limite de la fonction de conservation au niveau de la borne supérieure de son domaine de définition $\Delta l_{0,i_0 \max}$ est égale à la somme des bornes supérieures des incréments de longueur neutre :

$$\Psi(\Delta l_{0,i_0 \max}) = \sum_{i=i_0}^{i=i_0+N_s} \frac{l_i^t}{\frac{l_{0,i}^{t-\tau}}{f_i^{t-\tau-1}} + (-T_i^{t-\tau})} - l_{0,i}^{t-\tau} \quad (\text{C.4})$$

Il est en revanche impossible dans le cas général de déterminer si le signe de $\Psi(\Delta l_{0,i_0 \max})$ est positif ou négatif. Nous distinguons alors les 2 cas permettant de conclure sur l'existence et l'unicité de la solution :

$$- \Psi(\Delta l_{0,i_0 \max}) \geq 0$$

La fonction de conservation Ψ est continue et strictement monotone, elle prend des valeurs respectivement négatives et positives au niveau des bornes inférieures et supérieures de son domaine de définition. D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation de conservation (4.10) possède une unique solution pour laquelle la tension dans tous les segments est positive. À noter que pour la solution mathématique ainsi déterminée, la déformation dans certains segments peut dépasser la déformation ultime du matériau. Dans ce cas, il n'y a pas de solution physique au problème car la rupture est atteinte dans ces segments, le câble est considéré comme rompu et les efforts en son sein ne sont plus calculés.

$$- \Psi(\Delta l_{0,i_0 \max}) < 0$$

La fonction de conservation Ψ ne prend que des valeurs négatives sur son domaine de définition, l'équation (4.10) ne possède aucune solution pour $\Delta l_{0,i_0} \in]\Delta l_{0,i_0 \min}, \Delta l_{0,i_0 \max}]$, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de solution pour laquelle la tension dans tous les segments est positive. Il existe cependant une infinité de solutions pour lesquelles la tension dans les segments est nulle. En effet, lorsque les incréments de longueur neutre de l'ensemble des segments atteignent leur borne supérieure, la tension est nulle dans tous les segments et les équations d'équilibre (4.4) sont vérifiées. Il est alors possible d'augmenter encore un peu plus l'incrément de longueur neutre d'au moins un segment jusqu'à ce que l'équation de conservation soit à son tour vérifiée. Il n'y a pas de tension dans les segments et l'augmentation de la longueur neutre maintient une tension nulle, les équations (4.4) sont donc toujours vérifiées. Cette situation est rare et se présente dans certains problèmes dynamiques lorsque les câbles deviennent lâches.

C.2 Algorithme de remaillage des câbles glissants

L'algorithme présenté dans cette annexe est l'algorithme utilisé dans le logiciel commercial LS-DYNA, les détails d'implémentation issus de [LSTC, 2006, Erhart, 2012] sont rappelés ici. Considérons au sein d'un câble, une portion de 3 segments successifs délimitée par 4 nœuds. Afin de simplifier la présentation et sans perte de généralité, ces segments et ces nœuds sont ordonnés et numérotés de la gauche vers la droite. Parmi les deux nœuds centraux, le nœud 2 est initialement non-glissant et le nœud 3 est glissant (Figure C.1a).

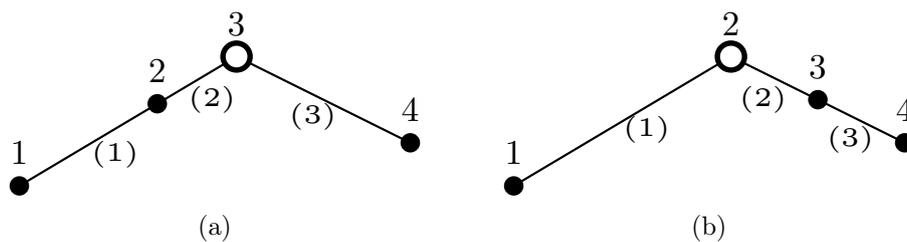


FIGURE C.1 – Principe du remaillage du câble : (a) câble avant remaillage ; (b) câble après remaillage

Au cours d'un mouvement relatif entre le câble et l'élément glissant faisant se rapprocher les deux nœuds centraux, la longueur neutre du segment (2) séparant ces deux nœuds diminue. Nous définissons une longueur neutre limite $l_{0,lim}$: dès lors que la longueur neutre du segment (2) séparant le nœud glissant du nœud non-glissant présente une longueur neutre inférieure à cette longueur neutre limite, le remaillage est effectué et le segment (2) est transféré de l'autre côté du nœud glissant : le nœud 2 devient alors le nœud glissant et le nœud 3 le nœud non-glissant (Figure C.1b). L'algorithme de remaillage utilisé est le suivant :

- Étape 1 : le nœud 2 prend la position du nœud 3 et devient le nœud glissant. La vitesse du nœud glissant (nœud 2) est inchangée ;
- Étape 2 : la longueur neutre du segment (1) est modifiée de sorte que la déformation et la tension dans le segment (1) restent inchangées ;
- Étape 3 : le nœud 3 est déplacé vers le nœud 4 et devient le nœud non-glissant. La nouvelle position du nœud 3 est obtenue en imposant les conditions suivantes après remaillage :
 - la tension dans le segment (2) est égale à celle dans le segment (3),
 - la nouvelle longueur neutre du segment (2) est choisie égale à $1.1 l_{0,lim}$,
 - les nœuds 2, 3 et 4 sont alignés ;
- Étape 4 : la longueur neutre du segment (3) est modifiée de sorte que la déformation et la tension dans le segment (3) restent inchangées ;
- Étape 5 : la vitesse du nœud non-glissant (nœud 3) est modifiée de la façon suivante :
 - la vitesse relative du nœud non-glissant par rapport au nœud glissant est conservée en norme,
 - la vitesse relative du nœud non-glissant par rapport au nœud glissant est réorientée dans la direction du segment (3), du nœud 3 vers le nœud 4.

Les grandeurs après remaillage recherchées sont donc les longueurs neutres $l'_{0,1}$ et $l'_{0,3}$ des segments (1) et (3), la longueur l'_2 du segment (2) ainsi que le vecteur vitesse \mathbf{v}'_3 du nœud 3. Nous détaillons dans la suite la détermination de ces nouvelles valeurs dans le cadre général établi section 4.2.

Étape 1 : le nœud 2 est déplacé au niveau du nœud 3 : $\mathbf{x}'_2 = \mathbf{x}_3$ et sa vitesse devient égale à celle du nœud 3 : $\mathbf{v}'_2 = \mathbf{v}_3$, la longueur du segment (1) est alors modifiée et devient $l'_1 = \|\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_1\|$.

Étape 2 : la déformation dans le segment (1) est identique avant et après remaillage : $\varepsilon'_1 = \varepsilon_1$, nous obtenons ainsi l'expression de la longueur neutre du segment (1) après remaillage :

$$l'_{0,1} = l_{0,1} \frac{l'_1}{l_1} \quad (\text{C.5})$$

Étape 3 : la tension dans le segment (2) après remaillage est égale à celle dans le segment (3) : $T'_2 = T_3$. Celle-ci est exprimée à partir de la fonction d'incrément de tension : $T_3 = T_2 + f_2(\Delta\varepsilon_2)$ où $\Delta\varepsilon_2$ est l'incrément de déformation entre l'état avant remaillage et après remaillage. La longueur neutre du segment (2) après remaillage est égale à 1.1 fois la longueur neutre limite : $l'_{0,2} = 1.1 l_{0,lim}$, si bien que l'incrément de déformation s'écrit :

$$\Delta\varepsilon_2 = \frac{l'_2}{1.1 l_{0,lim}} - \frac{l_2}{l_{0,2}} \quad (\text{C.6})$$

La longueur du segment (2) s'exprime alors :

$$l'_2 = 1.1 l_{0,lim} \left(f_2^{-1}(T_3 - T_2) + \frac{l_2}{l_{0,2}} \right) \quad (\text{C.7})$$

et la nouvelle position du nœud 3 après remaillage devient :

$$\mathbf{x}'_3 = \mathbf{x}_3 + l'_2 \frac{\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_3}{\|\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}_3\|} \quad (\text{C.8})$$

Étape 4 : la déformation dans le segment (3) est identique avant et après remaillage : $\varepsilon'_3 = \varepsilon_3$, nous obtenons ainsi l'expression de la longueur neutre du segment (3) après remaillage :

$$l'_{0,3} = l_{0,3} \frac{l_3 - l'_2}{l_3} \quad (\text{C.9})$$

Étape 5 : la vitesse relative du nœud non-glissant par rapport au nœud glissant est conservée en norme : $\|\mathbf{v}'_3 - \mathbf{v}'_2\| = \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3\|$ et réorientée dans la direction du segment (3) : $(\mathbf{v}'_3 - \mathbf{v}'_2) \cdot (\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}'_3) = \|\mathbf{v}'_3 - \mathbf{v}'_2\| \times \|\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}'_3\|$. La vitesse du nœud 3 (non-glissant) après remaillage devient :

$$\mathbf{v}'_3 = \mathbf{v}_3 + \|\mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_3\| \frac{\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}'_3}{\|\mathbf{x}_4 - \mathbf{x}'_3\|} \quad (\text{C.10})$$

Résumé

Cette thèse présente un modèle générique d'écrans de filets pare-blocs sous sollicitations dynamiques de type impacts. Ces ouvrages pare-blocs sont décrits comme un assemblage abstrait de leurs principaux constituants. Le modèle développé permet ainsi de représenter la plupart des technologies existantes. Un code de calcul en C++ utilisant une Méthode aux Éléments Discrets est développé afin de réaliser les simulations numériques d'impacts. La description générique des ouvrages est mise en œuvre au niveau du code de calcul grâce à une structuration des données et une programmation orientée objet correspondantes. Le modèle générique est complété par deux modèles mécaniques de constituants. Dans un premier temps, un modèle mécanique de filet à anneaux à 4 contacts est développé. Ce modèle est calibré et validé par une campagne expérimentale réalisée sur des anneaux en acier utilisés dans les écrans de filets. Dans un second temps, un modèle général de câble glissant est développé pour modéliser le phénomène d'effet rideau. Ce modèle démontre de fortes capacités de description des phénomènes de glissement et de très bonnes performances de calcul. Enfin, des essais d'impact en vraie grandeur sur deux écrans de filets de technologies différentes sont utilisés afin de valider le modèle générique. Les simulations numériques de ces essais sur ouvrages réels mettent en évidence la pertinence du modèle développé. Les résultats numériques sont en très bon accord avec les expérimentations et le modèle présente des capacités prédictives pertinentes dans la perspective d'usage en ingénierie. Les déformations, les temps de chargement et l'intensité des efforts sont obtenus avec des erreurs inférieures à 10 %. Des simulations complexes d'impacts répétés sont réalisées pour la première fois et le comportement lors de l'impact et pendant la phase de retour élastique après impact est bien appréhendé par le modèle.

Mots clés : Modèle générique, Écrans de filets pare-blocs, Mécanique numérique, Câbles glissants, Méthode des Éléments Discrets, Comportement élastoplastique

Abstract

This thesis introduces a generic model of rockfall barriers under impact loading. The structures are described as an abstract assembly of their main components. The developed model thereby enables the consideration of most of the existing technologies. A C++ code based on the Discrete Element Method is developed in order to perform the numerical simulations of impacts. The generic description of the barriers is implemented at the code level using a corresponding data structure and object-oriented programming. The generic model is completed by the mechanical models of two components. First, a mechanical model of 4-contact interlaced ring nets is developed. An experimental campaign is carried out to calibrate and to validate the model against steel wire rings used in rockfall restraining nets. Second, a general sliding cable model is developed to account for the curtain effect. This model demonstrates great capabilities in describing sliding phenomena and a low computational cost. Finally, full-scale impact tests performed on two barriers of different technologies are used to validate the generic model. Numerical simulations of the full-scale tests highlight the relevance of the developed model. Numerical results agree finely with experiments and the model exhibits compelling predictive capacities for engineering applications. Deformations, loading time and forces magnitude are all predicted within 10 % relative error. Complex and unprecedented simulations of repeated impacts are carried out and the model is able to reproduce the barrier behavior both during the impact phase and after springback.

Keywords : Generic modeling, Rockfall barriers, Computational Mechanics, Sliding cables, Discrete Element Method, Elastoplasticity