



HAL
open science

L'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel

Emmanuel Barot

► **To cite this version:**

Emmanuel Barot. L'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel. Histoire, Philosophie et Sociologie des sciences. Université Paris X - Nanterre, 2004. Français. NNT: . tel-01807301

HAL Id: tel-01807301

<https://theses.hal.science/tel-01807301v1>

Submitted on 4 Jun 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Université Paris X – Nanterre
Département de Philosophie**

Année universitaire 2003-2004

**Auteur :
Emmanuel BAROT**

(maître de conférences à l'université Toulouse Jean Jaurès depuis 2005)

L'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel

Perspectives sur les visages contemporains du « problème de la dialectique » en épistémologie des mathématiques et de leur histoire

Thèse de doctorat de philosophie soutenue le 6 novembre 2004

Composition du jury de soutenance :

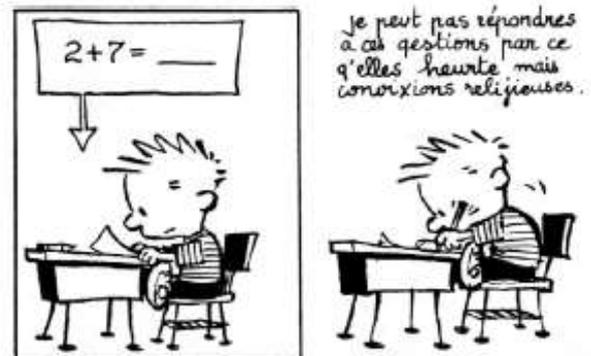
**Jean-Michel SALANSKIS (directeur)
Jean SEIDENGART (président)
André STANGUENNEC (rapporteur)
Marco PANZA (rapporteur)**

Université de Paris X – Nanterre
Département de Philosophie
Année universitaire 2003-2004

EMMANUEL BAROT

L'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel

Perspectives sur les visages contemporains du « problème de la dialectique » en épistémologie des mathématiques et de leur histoire



© Bill Waterson

Thèse de Philosophie sous la direction du Professeur JEAN-MICHEL SALANSKIS
Pour l'obtention du Doctorat de Philosophie

Résumé

Hegel a consacré la naissance du *problème philosophique* de la détermination *conjointe* du caractère historique de la rationalité, et du caractère rationnel du processus historique, sur le fond et dans les termes du procès d'auto-réalisation dialectique du Concept. C'est avec lui que l'historicité et la rationalité des formations conceptuelles, et en particulier des théories scientifiques, deviennent un (sinon le) objet central du discours philosophique sur les sciences. Les schèmes dialectiques qu'il utilise vont constituer un outil matriciel, pour l'épistémologie continentale des XIX^{ème} et XX^{ème} siècles, de la prise en charge de ce problème, et cela tout particulièrement dans le double champ de l'épistémologie des mathématiques et de l'épistémologie de l'histoire des mathématiques (CHAP. I). Ce champ intrinsèquement double répond à l'exigence de rendre raison d'une double objectivité mathématique : celles des *théories* comme produits de l'histoire, et celles des *objets* intrathéoriques. Et depuis Hegel jusqu'à aujourd'hui, deux traditions essentielles mobilisent le mode de penser dialectique dans ces domaines, sur le fond de la thèse kantienne selon laquelle la connaissance mathématique n'est pas une connaissance d'*objets*, mais une connaissance dont il est exigé d'appréhender les conditions de l'*objectivité*.

A partir de ce germe kanto-hégélien, sont effectuées les généalogies de ces deux traditions que sont l'épistémologie marxiste d'une part (Marx, Engels, Lénine, les avatars de la dialectique de la nature, Lefebvre, la refonte sartrienne de la *Critique de la raison dialectique*, et l'école althussérienne : CHAP. II ET III), et l'épistémologie rationaliste « à la française » d'autre part. Celle-ci est issue de la digestion de l'hégélianisme par les post-kantiens français du XIX^{ème} Cousin, Renouvier, Hamelin et Brunschvicg, et ses protagonistes essentiels sont Bachelard, Gonseth, Cavaillès et Lautman (CHAP. IV), Granger et Desanti étant leurs héritiers contemporains (CHAP. V). Tout notre travail expose progressivement les aléas qu'a subi le terme de « dialectique » en ces lieux épistémologiques, les récurrences et les variations statutaires des méta-discours dialectiques sur les mathématiques et sur leur histoire, et les injonctions systématiquement déployées par ces méta-discours : en particulier, la déconstruction des concepts d'*objet* et d'*existence mathématiques*, et la posture constructiviste de la critique diversement déclinée des formes diverses de *réalisme* mathématique. On montre également que l'école dialectique française, non hégéliano-marxiste, est en réalité extrêmement affine à la rénovation néo-kantienne du transcendantal assurée de façon emblématique par Cassirer (CHAP. V).

Le fil conducteur de cette thèse est le problème du type de scientificité revendiqué ou non par les méta-discours dialectiques depuis Hegel dans leurs relations aux sciences positives (et centralement aux mathématiques), c'est-à-dire aussi le type de rivalité ou d'incompatibilité éventuelles entre la logique analytique des mathématiques et la logique dialectique de la contradiction. Oscillant entre science supérieure prétendant livrer la vérité des mathématiques, ou simple épistémologie « réflexive » et descriptive laissant la part belle aux sciences positives, ces méta-discours se sont toujours pensés comme des discours *seconds* par rapport aux sciences, mais parfois au travers d'une exigence problématique de fondation rétrospective qui a pu conduire au dogmatisme (ainsi le rôle de la dialectique de la nature dans la sclérose théorique et pratique qu'a constitué le « diamat »). La question que l'on se pose finalement est celle du type de légitimité et simultanément, d'humilité, qu'il est dorénavant possible et souhaitable de défendre pour ce discours dialectique dans le rapport à son autre qu'est le scientifique.

Cette thèse est donc certes une synthèse *historique* qui procède à la généalogie des usages majeurs des schèmes dialectiques en épistémologie continentale des mathématiques et en épistémologie de leur histoire. Mais cette synthèse est aussi et tout autant programmatique : sont finalement repris les traits jugés essentiels de cette aventure aux fins de sa poursuite et de son approfondissement *théoriques*, à partir d'un dispositif synthétique issu en particulier d'une articulation des marxismes critiques de Sartre et Althusser.

Préambule au préambule

Je souhaite sacrifier ici, à ma façon, à la tradition des remerciements en début de thèse. Le ton un peu sentencieux parfois utilisé m'est tout à fait inhabituel, mais l'occasion est trop tentante.



En tout premier lieu, j'aimerais dédier ce travail à Jean-Paul Sartre, mais je pense que ça lui ferait une belle jambe.

Son œuvre plane au-dessus de moi depuis la période prépubère, et continue de m'accompagner au point que je ne sais plus si je suis d'accord avec lui par réflexion ou par incorporation. C'est elle qui m'a décidé au philosophe, ou qui a accompagné la décision, je ne sais plus, et, en résumé, c'est entre autres grâce à « elle » et à son assomption de la contingence radicale de l'existence, et à la façon dont « lui » l'a incarnée, que j'ai paradoxalement jusque là réussi à donner sens à mon aventure personnelle et à mon travail. Ce que j'estime n'être pas complètement rien.

A ma famille : mes parents, mes grands-parents, ma marraine, et ma grande tite soeur Carole adorée. Leur soutien est total depuis le début, et leur exemple continue de forcer mon admiration.

C'est grâce à eux que je crois avoir trouvé une certaine liberté dans ce monde de codes bizarres et de mauvaises fois.

A Julie Hervy, sans qui je n'ose imaginer combien de siècles auraient été nécessaires pour entrevoir l'achèvement de ce travail.

Il est impossible de mettre les mots sur l'évidence de notre rencontre, moi le prof, elle la bachelière. En tous cas, par-delà son amitié, elle m'a montré par sa simple façon d'être que la vie pouvait être regardée autrement que je ne le faisais alors.

*Et à Claude Leneveu, mort trop tôt.
– Vraisemblablement de n'avoir été humainement capable de supporter les néants de ce monde, et notamment ceux de l'institution.*

Il a été le premier à me prendre au sérieux intellectuellement quand j'avais 19 ans.

Cette thèse est une sorte de maigre revanche qui lui revient de droit.

Il y a d'autres reconnaissances de dettes que je tiens à formuler ici. Celles qui n'y sont pas ont trouvé ou trouveront leurs lieux adéquats. Mais avant de procéder à ce listage, dont le lecteur saura *a priori* qu'il satisfera aux réquisits de la mathématique finitiste d'un brouwerien psychotique et amputé comptant sur ses doigts, quelques mots sur la place qu'a revêtue pour moi ce travail :



Boèce écrivait sa Consolation de la philosophie entre deux séances de torture. La tradition rapporte le détachement d'Épictète, conquis par la raison, à l'égard de sa jambe arrachée.

Et de Socrate à Gramsci, en passant par tous ces innombrables non sanctifiés par l'histoire, le philosophe semble être une des rares bonnes choses qui résiste aux destructions, aux déshumanisations, à l'absence totale de respect et de considération, etc.

Ce philosophe m'a parfois aidé à supporter les émois et peines, bien plus quotidiens, qualitativement bien moins insupportables, bien plus « normaux », d'un ado puis jeune adulte dans un monde qui ne pardonne pas. Il m'a aussi causé bien des troubles. Ceux d'un apprenti-intellectuel concrètement petit-bourgeois : le temps m'aurait sinon certes manqué pour avoir ce genre d'émois, on a assez peu le temps de mal vivre la Science de la logique quand on cherche à bien vivre le fait de n'avoir pas de quoi nourrir ses enfants.

J'ai commencé cette thèse dans une période où j'étais malgré l'âge officiel encore un adolescent. Je n'arrive déjà plus à relire la prose de l'époque sans me dire que c'est une autre personne qui l'a écrite. J'anticipe donc déjà, à l'égard des facilités et des raccourcis qui jalonnent les 400 et quelques pages qui suivent, l'énerverment et l'amusement à venir – si Dieu m'en laisse le temps (et comme disait Coluche, sa seule excuse, c'est qu'il n'existe pas, et que s'il existe, alors le diable aussi : et il faut bien reconnaître que le diable l'emporte !).

Bref, dans les doutes, les revirements, les impasses, les blocages, les stimulations, les espoirs et désespoirs, les abdications, et les joies qui l'ont caractérisé, ce travail a finalement, au cours de sa poursuite, symbolisé en l'accompagnant ce qu'il n'est pourtant pas : un vécu.

Cela dit, ce n'est quand même qu'une thèse...



Special Thanks

Que ce soit une licence n'empêche pas que cela soit sincère : j'exprime ma gratitude aux membres du Jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail. Comme enseignants, tous m'ont convaincu sans aucun esprit de sérieux et par les visages fort variés de leur humanité, de la légitimité et du sens d'une telle recherche. Je me permets de dire que c'est cela qui fait que je les estime vraiment.

Le soutien sans faille depuis 1998, aussi divers que stimulant, de Jean-Michel Salanskis, a tout particulièrement constitué un puissant moteur. Il a notamment su me faire comprendre au moment opportun les bonnes raisons de continuer ce travail que j'avais commencé pour de mauvaises raisons.

Plus largement, qu'il sache qu'il ignore à quel point son rôle a été essentiel pour moi sera ici suffisant.

Par les moyens les moins honnêtes j'ai convaincu Katia Kanban, Sophie Chassat, Pierre Cassou-Noguès, Renaud Chorlay et Valentin Schaepelynck de relire les différents chapitres. S'il reste des coquilles et des obscurités, c'est donc évidemment de leur faute.

Katia Kanban, avec qui pour la première fois j'ai pu partager en pleine évidence la dicibilité mutuelle du concept et du quotidien, s'est en particulier chargée du pesant chapitre sur Hegel : il fallait avoir envie de guerroyer.

Renaud Chorlay, depuis quatre ans mon précepteur sans pitié es variétés différentiables & automorphismes, m'a expliqué pendant d'innombrables heures les indispensables notions élémentaires et subtilités mathématiques que j'aurais été absolument incapable de m'approprier sans lui (cela aurait donc pu être pire !).

Quant à Valentin Schaepelynck, il me supporte de surcroît depuis un an sur ces hauteurs de Belleville qui seraient bien fades sans lui. L'alliance de nos disputes sur le transcendantal avec ses désormais légendaires œufs sur le plat au maïs, donne une saveur inénarrable à ce qui fut le pain quotidien de la matérialisation de ce travail.

Merci à vous cinq.

Un immense merci, aussi, aux étudiants de première année de Nantes qui ont subi mes velléités mathématisantes (et mon goût pour la bière) en 2002-2003, et ceux de Nanterre de l'hiver 2003-2004. Je m'incline en particulier devant les (très) charmantes demoiselles de la Licence Pluridisciplinaire qui ont été les cobayes magnanimes d'une partie des esquisses présentées en conclusion, et qui m'ont pleinement convaincu qu'aucune scolastique ne valait les joies de l'enseignement — et notamment, celui au lycée.

Ce qui constituera une transition adéquate pour dire que bien des doctorants méritants n'ont pas eu ma chance d'avoir, deux ans durant, un poste d'ATER. La reproduction de l'institution passe, comme d'habitude, par celle des injustices qui la rendent si attrayante à d'autres yeux. En dire plus ici serait sûrement de la rebellitude mal placée. Cela n'empêche que cette institution, comme les autres, incarne les tares structurelles de ce qui est j'ose espérer toujours conceptuellement légitime d'appeler un état bourgeois dans toute sa splendeur pseudo-démocratique. Certaines choses ont vraiment la vie dure, mais il serait judicieux de ne pas oublier que certaines pratiques théoriques sont encore porteuses d'une pleine intelligibilité, et en tous cas, que leur avenir durera longtemps.

Tout spécialement ces deux dernières années, sans l'amitié, le soutien, l'écoute, de Pascal Taranto, Guillemette Veneau, Patrick et Françoise Delasalle, Eustache Kouvélakis, et Vincent Charbonnier (c'est à vie, camarade, l'AG de novembre 95, hein, dis ?) il est tout aussi certain que j'aurais eu bien du mal à terminer convenablement cette chose. Dire ça en trois lignes est un crève-cœur. Mais ledit cœur y est.

Bref, Marx disait que la véritable richesse de l'homme, c'est ses relations sociales. Je m'estime immensément heureux de ressentir cette richesse et de pouvoir l'exprimer ici, et pas seulement du fait qu'elle m'a définitivement convaincu que le travail du concept est une affaire de bout en bout concrète.

Le 17 août 2004

SOMMAIRE GENERAL

INTRODUCTION. NAISSANCE D'UN KAMPFPLATZ.....	15
I. HEGEL : LES MATHEMATIQUES A L'EPREUVE DE LA SCIENTIFICITE DIALECTIQUE	29
II. LE PARADIGME MARXO-ENGELSIEN : UNE CONTINUITÉ AMBIVALENTE AVEC LE MAITRE	107
III. AVATARS ET RENOUVEAUX MARXIENS AU 20^{ÈME} SIECLE : VERS LES MATHEMATIQUES COMME « SCIENCE EXPERIMENTALE »	153
IV. LA BANNIERE DIALECTIQUE DU RATIONALISME FRANÇAIS.....	235
V. LA FACE CACHEE DE LA DIALECTIQUE : LES REFONTES DU TRANSCENDANTAL	375
CONCLUSIONS. LA DIALECTIQUE PEUT-ELLE ENCORE CASSER DES BRIQUES ?	423
INDEX DES NOMS	449
BIBLIOGRAPHIE.....	459
TABLE ANALYTIQUE DES MATIERES.....	475





L'OISEAU DE MINERVE et TELEMONDIAL présentent

LA DIALECTIQUE PEUT-ELLE CASSER DES BRIQUES?

LE PREMIER FILM ENTIEREMENT EN CHINOIS DE L'HISTOIRE DU CINEMA
VOI JAPONAISE PAR L'ASSOCIATION POUR LE DEVELOPPEMENT DES LUTTES
DE CLASSES ET LA PROPAGATION DU MATERIALISME DIALECTIQUE.

INTRODUCTION. NAISSANCE D'UN KAMPFPLATZ

« *Les aventures de la dialectique... ce sont les erreurs sur elle-même par lesquelles il faut bien qu'elle passe, puisqu'elle est par principe une pensée à plusieurs centres et à plusieurs entrées, et qu'elle a besoin de temps pour les explorer tous* »¹

Maurice Merleau-Ponty, 1955

Préambule

« La dialectique peut-elle casser des briques ? » est un film de René Viénet qui date de 1972. C'est une parodie situationniste des films asiatiques axés sur les arts martiaux et les combats entre gangs, dont l'action se déroule en l'occurrence en contrées communistes.

Rares sont les concepts philosophiques qui peuvent se vanter d'avoir le rôle central dans un film de fiction. La suggestion de ce titre est double : non seulement la dialectique est essentiellement liée à d'aventureuses histoires, mais aussi et surtout, à des histoires de combats dans lesquels elle semble pouvoir constituer une arme privilégiée. Cela m'a confirmé dans le choix de parler d'une *aventure* mathématique de la dialectique (le terme provient certes de Merleau-Ponty, mais Sartre l'affectionnait tout particulièrement), et de présenter en première instance ce qui fait d'elle un *Kampfplatz*.

Cette introduction expose d'abord le problème philosophique dont on a estimé que « l'aventure mathématique de la dialectique » a été à la fois un indice solide d'existence et un agent privilégié de déploiement. On peut en première approximation formuler ce problème sous forme de question. Comment penser ensemble (a) le fait que le processus historique, et en particulier le procès de constitution des théories scientifiques, est un procès *rationnel* ; et (b) le fait que la rationalité des théories scientifiques est une rationalité *historiquement construite* ? L'élément (a) sera souvent désigné par la formule « rationalité de l'historique », l'élément (b) par la formule « historicité du rationnel ». Quelles que soient les significations précises qui seront progressivement attribuées à ces deux termes (« rationnel » et « historique »), ces deux éléments *sont indissolublement liés*, et c'est cette liaison essentielle qui constitue l'unicité du problème. En écho nécessaire à cette unicité du problème est posée l'unicité de l'« aventure » – d'où le passage au singulier.

Le terme *d'aventure* dénote, comme cette introduction va le peindre dans ses grandes lignes, les péripéties, impasses, nouveaux départs, petites morts et renaissances d'un personnage inscrit dans divers courants théoriques, dans maintes petites et longues histoires. Ce personnage c'est « la » « dialectique », personnage au fâcheux don d'ubiquité, aux facettes variées et aux ambitions multiples. L'identité, problématique en général, de ce personnage est au cœur du sujet : on va le voir en particulier dans les contrées mathématiques où il s'est installé dès le début. La présente enquête va d'abord exposer son ascendance hégélienne, et la

¹ Merleau-Ponty 1955, Epilogue p. 283. Les références seront toujours notées comme ceci : nom de l'auteur, date du texte, référence paginales. On aura en particulier 1946a ou 1946b si, pour le même auteur, deux textes datent de 1946. La bibliographie finale est construite sur le même mode, afin que les allers-retours soient le moins contraignant possible.

diversité des mariages et alliances qu'il a contractés ensuite. En particulier, ce sont les raisons les plus plausibles de la spécificité « continentale » de son aventure qui vont être avancées dans cette introduction.

Un ensemble d'explicitations sur la diversité des difficultés méthodologiques et conceptuelles rencontrées lors de l'élaboration de ce travail sont données dans la dernière partie de l'introduction. Corrélativement, sont livrés des éléments de justification ou d'explication des choix finalement opérés dans la prise en charge de ces difficultés, ainsi que des éclairages sur les conséquences de ces choix : au niveau théorique, au niveau de la facture matérielle du présent travail, et à celui du sens accordé à ce dernier. Le corps de la thèse est évidemment censé préciser et rendre progressivement consistantes l'ensemble de ces remarques préliminaires.

I. Récurrences

En 1967, en conclusion de l'ouvrage collectif *Logique et connaissance scientifique*, qui marque l'apogée de l'épistémologie génétique, Piaget dresse un bilan des grands courants de l'épistémologie contemporaine¹. Que ce soit dans les sciences de la nature, les mathématiques ou les sciences humaines et sociales, les conceptions marquantes sont d'après lui intimement liées à des prises de position par rapport à deux dualités conceptuelles : le couple *structure / genèse*² et le couple *sujet / objet*. Il classe ces « grands courants » selon la prééminence accordée à un élément de ces deux couples, ou au contraire la thèse de leurs interactions. Cela donne le tableau suivant³ :

	Antiréductionnisme (structures sans genèse)	Réductionnisme (genèse sans structures)	Constructivisme (structures et genèses)
Objet	1. Platonisme	4. Empirisme	7. « Dialectique de la nature »
Sujet	2. Apriorisme	5. Nominalisme et conventionnalisme	6. Relativisme historique
Interaction Sujet / Objet	3. Phénoménologie	6. Identification	9. Dialectique

Selon Piaget la *Critique de la raison dialectique*⁴ de Sartre incarne le neuvième style théorique, qu'il nomme alors *constructivisme dialectique* en revendiquant l'adéquation de la formule pour sa propre épistémologie génétique. Ce courant et cette position sartrienne sont en effet matriciellement constitués par la thèse selon laquelle il n'y a pas de *structures* (mathématiques, biologiques, sociales, etc.) sans une *genèse* d'où elles proviennent, et réciproquement, que toute *genèse* est processus de production de formes à partir de structures antérieurement constituées. Dans les deux cas, le rapport entre une instance « subjective » (le sujet dit « épistémique » chez Piaget, la praxis individuelle chez Sartre⁵) et une instance « objective » (les récurrences environnementales et les « structures opératoires » qui leur font écho chez Piaget, les stabilités pratico-inertes chez Sartre) sont le noyau opératoire de ce jeu général entre genèse et structures.

Le but n'est pas de discuter la pertinence de cette classification dans sa précision. Ce qui importe pour l'instant, c'est que le « point de vue dialectique », (exceptée la singularité de la « dialectique de la nature »), en épistémologie des mathématiques y est présenté comme systématiquement déterminé par une double thèse. C'est l'existence interactive d'une instance subjective et d'une instance objective, et la présupposition mutuelle d'un moment structurel et

¹ Conclusion de Piaget 1967a, « Les courants de l'épistémologie scientifique contemporaine », p. 1225-71.

² Stanguennec 1985 p. 9-11 note que l'étude de la genèse des structures est un élément récurrent de la philosophie française, dialecticienne ou non (ainsi Merleau-Ponty et Ricœur).

³ Piaget 1967a p. 1240-1.

⁴ Sartre 1960.

⁵ Il faut bien entendre les guillemets de « subjectif » ici : chez Sartre, le recouvrement entre praxis, sujet et conscience, est loin d'être une évidence.

d'un processus génétique, qui sont *constitutifs de la connaissance*, et de la connaissance *mathématique* en particulier. Ce tableau produit un effet de sens majeur : il livre des hypothèses de lecture des œuvres et des épistémologies. Mais d'emblée, classer la pensée hégélienne ou encore celle de Cavaillès, dans les cases 7 ou 9, pose problème. Le qualificatif « dialectique » est consacré chez ces deux penseurs, et pourtant ils récuse la pertinence de la dualité sujet/objet dans le compte-rendu qu'ils proposent du procès de la connaissance mathématique, et cela sans aucunement défendre une dialectique de la nature¹. Autrement dit, ils ne rentrent pas dans le tableau : rien que sur cet exemple, on voit que l'intelligibilité que celui-ci procure reste partielle, voilà un premier constat.

Second constat, plus précis : ce qui est absolument frappant dans l'épistémologie française du 20^{ème} siècle, et pas seulement dans l'épistémologie marxienne, des sciences exactes ou des sciences humaines, c'est l'omniprésence du vocable dialectisant, de Bachelard à Desanti. D'une certaine façon, tout le monde, de près ou de loin a intégré l'usage du terme. Mais cela s'est produit au détriment d'une précision des schèmes qui lui sont associés, en particulier dans le « rationalisme » français non-marxien. Il apparaît très vite, dès que l'on investit les œuvres de cette période que loin d'être un concept, « dialectique » fut bien souvent, et tout particulièrement dans ce champ non marxien, une *bannière*, un *étendard*, un symbole d'appartenance à un groupe soudé sur un certain nombre d'*exigences* et de *rejets* communs (essentiellement celui du positivisme et du logicisme diffusés à partir du Cercle de Vienne). L'orientation générale peut se résumer comme suit : penser et décrire, ou plutôt, reconstituer ensemble l'objectivité et l'historicité (les dimensions structurelle et génétique désignées par Piaget) de la connaissance scientifique, et tout particulièrement, mathématique. « Dialectique » a fonctionné alors comme ce qui *qualifie* ce type de problématiques essentiellement *critiques*. Cette voie critique a systématiquement pris la forme de la déconstruction des hypostases de telle ou telle instance constituante des savoirs positifs, et donc pris la forme d'exigences : ainsi reconnaître la part du logique sans être logiciste (on en oublie le procès de la connaissance), de l'historique sans être historiciste (on en oublie, en se rapprochant dangereusement du ravin *relativiste*, les conditions structurelles d'une connaissance vérifiable), du moment de la structure sans l'hypostasier, c'est-à-dire sans être *structuraliste*, etc. Un des soucis dominants fut également celui de penser la nécessité de cette connaissance sans la ramener à l'existence d'une réalité idéale, mais au contraire en la réinscrivant dans les procédés réglés et non arbitraires (au sens technique ou collégial du règlement) des pratiques scientifiques qui ont assuré sa genèse².

Dans son texte de 1992 « La dialectique de l'espace » consacré à Gonseth, H. Sinaceur contextualisait son propos comme suit :

« Une étude de l'œuvre³ de Ferdinand Gonseth dans le contexte des philosophies des sciences de son époque tend nécessairement à privilégier le concept de dialectique dont il partage l'usage, chez lui surabondant, avec Gaston Bachelard, Jean Cavaillès et Albert Lautman. L'incidence de ce concept est, par ailleurs, encore sensible aujourd'hui, en surface ou en profondeur, dans l'œuvre des philosophes des mathématiques comme Gilles-Gaston Granger ou Jean-Toussaint Desanti... L'étude qui suit, consacrée à la dialectique gonsethienne de l'espace, pourrait fournir un bilan partiel, préalable à une mise en perspective générale de tout le champ de la philosophie mathématique française au 20^{ème} siècle. »⁴

C'est une telle mise en perspective générale que l'on a tentée dans le présent travail, avec un souci d'affiner les classifications du type de celle proposée par Piaget. La dette à l'égard de

¹ La question est délicate chez Hegel : on verra cela dans la section I-4 consacrée à son « Anti-Newton » et dans la section II-1 sur la dialectique de la nature d'Engels. Par la suite les références seront données comme ceci : numéros du chapitre (ici I puis II), de la section de chapitre (ici 4 puis 1), et éventuellement de la sous-section sur le même mode.

² Cf. Heinzmann 1989, qui associe judicieusement Poincaré au groupe Enriques-Gonseth-Cavaillès-Lautman. Bachelard aurait pu être associé : mais ce dernier n'est traditionnellement pas retenu dans le champ de la « philosophie des mathématiques ». On verra cependant qu'il a pleinement investi ce champ.

³ Essentiellement *La géométrie et le problème de l'espace* : Gonseth 1945-55.

⁴ Sinaceur 1992 p. 67, in Panza & Pont 1992. Outre le concept de dialectique elle insiste sur le concept d'*expérience* comme autre fil conducteur de premier plan de cette école.

toutes ces études partielles sera plus qu'abondamment rappelée, mais on peut commencer par dire, en résumé, que « dialectique » est dans cet aspect du problème la pancarte, clignotante en rouge, mise à l'entrée d'une arène : celle d'un combat théorique né à la fin du 19^{ème} siècle à la fois contre les « sutures » empiristes et positivistes de la philosophie à la science – c'est-à-dire contre l'absorption scientifique du philosophique – et contre les auto-proclamations régaliennes d'une philosophie prétendant légiférer d'en haut sur les conditions de la vérité scientifique.

Si ce combat est né *comme tel* à la fin du 19^{ème} siècle, c'est parce que la révolution de l'analyse réelle et complexe d'un côté, la double révolution du non-euclidien et du n -dimensionnel en géométrie de l'autre, exigeaient de nouveaux modes de conceptualisations aptes à accueillir ces exceptionnelles innovations. Mais ce combat, nouveau philosophiquement et épistémologiquement, s'est poursuivi, dans ce champ de l'épistémologie continentale, simultanément (le plus souvent) à partir de sa formulation dans les termes inauguraux de Kant et Hegel, et contre ce qui sera perçu alors chez ceux-ci comme rigide, figé, étroit, ou dépassé par rapport à ces innovations. Ce sont ces termes inauguraux qu'il faut maintenant exposer, et qui constituent le *problème philosophique* matriciel auquel *l'aventure mathématique de la dialectique* a été une réponse privilégiée.

II. De quoi l'aventure est-elle aventure ?

a. Préliminaires kantien

Kant au cours de son œuvre s'est de plus en plus intéressé à la philosophie de l'histoire, sans pour autant refondre l'analytique transcendantale de la *Critique de la raison pure* à partir des éléments pour une « Histoire de la raison pure » qu'il livre dans le dernier chapitre de cette œuvre¹. Il sait et prend clairement en compte l'historicité du savoir, mais celle-ci restera étrangère, même dans l'*Opus postumum*, à la problématique *juridique*. L'une des ruptures majeures qu'institue Hegel dans sa critique de Kant, c'est le rejet de cette extériorité mutuelle de la problématique historique et de la problématique juridique, et la thèse de leur essentielle et nécessaire corrélation. Avant d'être un ensemble de catégories spécifiques, « la » dialectique hégélienne est la marque et l'agent de transformation en *problème philosophique* de cette conjonction de l'historicité de la rationalité avec la rationalité du procès de l'histoire, sachant que cette dernière était déjà sous-jacente à l'idée de progrès essentielle à toute l'*Aufklärung*.

Comme on en rappellera les conséquences dans le premier chapitre, Hegel inclut de plus les modes d'appréhension et d'objectivation de ce problème philosophique *dans ce problème lui-même* : la saisie conceptuelle *fait partie* de ce processus général dont elle a à rendre compte, et elle est affectée, comme lui, de cette rationalité et de cette historicité². Concrètement, cela va consister à réinscrire le transcendantal, qui est une abstraction, dans le concret d'un procès, celui du Concept. Cette dimension *réflexive* de la pensée dialectique est un héritage de la posture *critique* de Kant. Mais elle en constitue également une seconde subversion : la transformation de l'opposition sujet/objet en dualité essentiellement *logique*, décrite du point de vue des procès dialectiques de l'Idée.

Au niveau du mathématique, retenons pour l'instant que l'approche critique-transcendantale kantienne induit un décalage fondamental, le passage du problème de l'objet mathématique auquel il faudrait accéder pour le décrire, à celui de *l'objectivité* de la connaissance mathématique et aux conditions de sa construction à partir d'une subjectivité non empirique. Dit autrement, à partir de Kant, *l'objet par nature va toujours faire problème*, puisque si objet mathématique il y a, il sera toujours pensé à partir de et du point de vue des

¹ Cf. l'évocation de cette question en Seidengart 2000 p. 20-1. L'introduction de Stanguennec 1985 rappelle également l'absence littérale de la perspective d'une histoire (structurale et génétique) de la philosophie.

² On parlera également de *processualité* en voulant désigner par là l'effectivité d'une temporalité de nature variable (historique, logique, etc.), mais toujours présente comme temporalité, c'est-à-dire condition formelle d'un déploiement.

formes de représentation et du caractère temporalisé ou « processualisé » de cette appréhension : c'est l'intervention de « l'art caché » qu'est le schématisme transcendantal. On a ici la matrice des critiques et déconstruction récurrentes du réalisme ou platonisme *mathématique*, massivement présent chez Hegel, et chez tous les protagonistes de l'aventure kanto-hégélienne de la dialectique en mathématiques. Mais la sortie qu'inaugure Hegel en dépassant le paradigme représentationnel (celui de la prédominance de l'opposition sujet/objet¹), va minimiser dans la tradition marxienne cette question du schématisme transcendantal puisqu'elle la rend dorénavant inutile,. Au contraire, celle-ci va être *explicitement* au cœur de « l'interprétation épistémologique » de Kant initiée par Cohen (et dont on verra l'enjeu dans l'œuvre à cet égard emblématique de Cassirer), et *implicitement* au centre de la tradition dialectique non marxienne.

En synthétisant cette « position du problème », on dira d'une part que l'aventure de la dialectique non marxienne, c'est l'aventure des refontes du transcendantal (la même que celle du néo-kantisme). D'autre part que l'aventure de la dialectique marxienne, c'est celle de la réinscription du procès hégélien du Concept portant et instituant la rationalité scientifique dans la praxis sociale, c'est-à-dire précisément, le « renversement » marxien de Hegel, puis le « renversement » un siècle plus tard du marxisme fossilisé. *Au niveau mathématique proprement dit l'aventure de la dialectique consistera donc à prendre position, au travers de postures ou de modes d'argumentation inaugurés par la dialectique hégélienne, d'une part par rapport au kantisme sur la question de la nature et des modalités de la connaissance mathématique, d'autre part dans une problématique épistémologique renouvelée par la double révolution mathématique du 19^{ème} siècle et la révolution physique du début du 20^{ème} siècle².*

b. Le délicat statut du méta-discours dialectique

On peut préciser tout de suite que cette aventure sera tout particulièrement centrée sur les catégories de « négation » et de « contradiction » *dialectiques*, et donc sur leurs tumultueux rapports avec leurs homologues logico-mathématiques. Cela s'effectuera le plus souvent au travers d'un questionnement sur le caractère objectif, réel, ou au contraire subjectif, au sens de réflexif ou d'heuristique, de cette « dialectique ». Point n'est besoin de rentrer plus avant dans le détail sur ce sujet : ce questionnement est d'une part un *fil rouge* de l'aventure que le présent travail s'efforce de restituer, lié au problème du statut de ce discours dialectique dans ses rapports avec les mathématiques. D'autre part, il sera un prisme privilégié de l'examen plus général du type de rivalité, et donc du type de compatibilité, qui peuvent exister entre le discours dialectique et le discours logico-mathématique.

En effet chez Hegel, Marx, Engels, et dans le marxisme contemporain, le discours dialectique est investi d'une fonction ambitieuse : le penser spéculatif hégélien, la méthode marxienne consistant à « s'élever de l'abstrait au concret », la dialectique de la nature d'Engels, avant tout, *ne sont pas des discours relevant des sciences positives, mais prétendent d'une part penser les conditions de scientificité de ces dernières, d'autre part et surtout, sans se substituer à elles, faire également œuvre scientifique*. Le problème de la tradition hégéliano-marxiste est donc celui de ce méta-discours dialectique (lié au Concept chez Hegel, lié à la thèse matérialiste chez les autres) qui prétend être bien plus qu'une « épistémologie » réfléchissant après coup au fait de la science advenue. Ce méta-discours est-il scientifique ? Si oui, est-ce ou non en un sens finalement comparable à celui des métaphysiques fondatrices traditionnelles ? Quelles sont alors les procédures de validation de ses énoncés ? Quels rapports doit-il entretenir avec les procédures de validation des sciences positives, et des mathématiques en particulier ? Les trois premiers chapitres de la thèse portent sur cette tradition hégéliano-marxiste. Par contraste, les épistémologies dialectiques non hégéliano-marxistes, françaises pour l'essentiel, qui font l'objet du plus long chapitre de ce

¹ Mais simultanément, Hegel intègre l'inféodation kantienne de l'objet mathématique aux procès variés de sa constitution objective.

² Le terme de « révolution » est ici plus une facilité de vocabulaire qu'un véritable concept.

travail (le chapitre IV), ne soulèvent globalement pas ce problème, dans la mesure où chez elles, les schèmes dialectiques sont essentiellement descriptifs ou heuristiques. L'objectif sera bien sûr de dégager les conceptions parfois peu explicites de la philosophie au sein desquelles ces schèmes dialectiques sont alors mobilisés. On verra ainsi clairement qu'il existe d'étroites affinités entre cette tradition et le néo-kantisme auquel, pour cette raison, est consacré une part essentielle du cinquième et dernier chapitre.

Cette aventure n'a pas manqué d'être traversée, déchirée même, en tous cas souvent surdéterminée par des considérations extra-philosophiques. L'échange central qui fut le sien, celui entre pensées françaises et allemandes, a bien évidemment pâti de la guerre franco-prussienne de 1870 puis de la première guerre mondiale d'une part. D'autre part, le marxisme, « philosophie devenue monde » disait Sartre, a de façon tout à fait immense révolutionné l'espace théorique et pratique de l'Europe. On prendra ainsi le temps de voir à quel point des objectifs et des stratégies non scientifiques ont infléchi ses aventures épistémologiques. L'implication de ceux-là dans la conceptualisation du mathématique offerte par la tradition marxienne est la raison pour laquelle les avatars de la « dialectique de la nature » de Engels à aujourd'hui, et notamment « l'épistémologie stalinienne », seront étudiés.

Bref, on va s'efforce de recontextualiser historiquement une aventure conceptuelle : et c'est là que le terme choisi de « Kampfplatz »¹ prend toute sa légitimité. Si « dialectique » s'est souvent déchargé de son sens au point de signifier, à peu de choses près « en mouvement » voire « compliqué », le terme a concentré des combats de toutes sortes, et pas seulement théoriques, au prix d'une oblitération des enjeux que le terme a véhiculé et véhicule encore pour l'histoire de la philosophie contemporaine et française en particulier. C'est entre autres contre cette oblitération que le présent travail a été mené.

III. Sur la spécificité « continentale » du problème de la dialectique

(ou : quand on veut tuer son chien, on dit qu'il a la rage)

Il vient d'être évoqué, implicitement, la spécificité « continentale », essentiellement franco-allemande (mais il faut immédiatement ajouter : italienne²), de cette aventure mathématique de la dialectique. On a dit que cette aventure tire son origine, au niveau philosophique, d'un germe kanto-hégélien : *la prise en compte simultanée de l'historicité du rationnel et de la rationalité de l'historique, prise en compte considérée comme le champ d'une connaissance philosophique authentique³ orientée vers une théorie de la vérité objective, mais une théorie infléchie de la question de l'objet scientifique (et notamment mathématique) à celle des processus de constitution de l'objectivité.* Or ceci, et notamment du fait de son ancrage kanto-hégélien, est notamment *ce contre quoi est né le paradigme frégeo-russellien*, paradigme de l'autre du divorce advenu à la toute fin du 19^{ème} siècle entre ce que l'on continue d'appeler philosophie « continentale » et philosophie « analytique » ou « anglo-saxonne ». L'objectif de Frege, qui sera suivi par Russell, est de produire une théorie de la vérité objective gardant la structure adéquationniste de la sémantique ordinaire : le vrai, c'est la dénotation (*Bedeutung*) d'une proposition *qui dit ce qu'est ce sur quoi il porte*, des sens objectifs (*Sinne*). La thèse de l'objectivité et de l'indépendance de ces « sens » est celle d'un platonisme ou réalisme logico-mathématique. Russell⁴ reprend Frege sur l'anti-psychologisme nécessaire à une telle théorie de la vérité objective.

Symbolique de ce divorce entre styles philosophiques continental et anglo-saxon, Russell, à partir de 1898, a intégralement renié sa formation kanto-hégélienne qu'il estime être une

¹ Terme qui m'a été suggéré par Valentin Schaepelynck, assidu lecteur de Kant.

² Cf. section V-2.

³ De la philosophie comme connaissance par concepts chez Kant à la « connaissance philosophique » de Granger.

⁴ Comme Husserl d'ailleurs, mais celui-ci est et restera dans la problématique kantienne-continentale de l'ego transcendantal.

errance de jeunesse. Son premier ouvrage philosophique¹, *Essay on the Foundations of Geometry* de 1897 se situe directement dans la problématique kantienne. Au sein de celle-ci, prenant en compte la révolution du non-euclidien et le classement des surfaces en fonction de leur courbure, il veut répondre à la question « à quelles conditions la géométrie est-elle possible ? », et lesquelles des géométries possibles sont légitimes. Son article légèrement postérieur « Relations entre Nombre et Quantité » comme il le dit lui-même, est « du pur Hegel »². Dans son *Histoire de mes idées philosophiques*³, il décrit longuement la formation à Kant et surtout à Hegel qu'il doit à son maître Bradley (le monisme de Hegel se traduisant chez ce dernier par la doctrine des *relations internes*, notamment dans son œuvre majeure *Appearance and Reality*), et rappelle à cette occasion le fait que Couturat qualifia cet article de « petit chef d'œuvre de dialectique subtile »⁴, pour rajouter immédiatement que « il [lui] semble aujourd'hui n'être que pure absurdité ». De même en début 1898 il écrit un texte de philosophie de la physique⁵ où, en héritier de Kant et Hegel, il prend le parti de ce dernier dès que les deux s'opposent. Mais dit-il en 1959 ce texte

« quand je le relis aujourd'hui, me paraît complètement absurde... les notes que j'ai rédigé à cette époque ont peut-être un intérêt historique, et bien qu'elles me paraissent erronées, je ne pense pas qu'elles le soient beaucoup plus que les écrits de Hegel. »⁶

On a là la trame d'un type récurrent de critique que la dialectique va subir dans le champ anglo-saxon au 20^{ème} siècle⁷. Outre l'idéalisme, c'est surtout son *absurdité* qui sera répétée à l'envi, par exemple dans l'unique évocation par Russell consacrée à Hegel dans son *Introduction à la philosophie mathématique*⁸ de 1921. Retenons que c'est dès cette même année 1898, suivant la déception de son condisciple G. E. Moore à l'égard de l'idéalisme, que Russell rompt avec cette tradition de pensée, moment où il va découvrir Frege. Cinq années seulement séparent cette rupture des *Principles of Mathematics* (1903) contenant le long appendice sur l'œuvre de Frege, année qui scelle officiellement la naissance de la « nouvelle analyse logique » et de la posture radicalement *anti-kant-hégélienne* évoquée ci-dessus, c'est-à-dire la défense d'une conception de la vérité objective *indépendante des limites liées aux formes subjectives de la représentation et à l'historicité du savoir*. La conjonction de ces thèmes est clairement résumée par Russell en 1918 au début de *The Philosophy of Logical Atomism* :

« La logique que je veux défendre est atomiste, par opposition à la logique moniste de ceux qui suivent plus ou moins Hegel. Quand je dis que ma logique est atomiste, je partage la croyance du sens commun qu'il y a plusieurs choses séparées ; je ne considère pas l'apparente multiplicité du monde comme de simples phases et divisions irréelles d'une Réalité une et indivisible... La raison pour laquelle j'appelle ma théorie l'atomisme *logique* est que les atomes auxquels je veux parvenir en tant que résidus ultimes de l'analyse, sont des atomes logiques et non pas des atomes physiques. »⁹

¹ Russell 1897. Voir De Rouilhan 1997 pour une étude synthétique de ce début de l'œuvre de Russell.

² Russell 1959, ch. IV « Passage par l'idéalisme » p. 48.

³ Russell 1959.

⁴ Cité in Russell 1959 p. 50.

⁵ « Sur l'idée d'une dialectique des sciences » (1^{er} janvier 1898) : cf. Russell 1959 p. 52 et suiv. pour une reproduction de ses passages les plus explicites et sa remise en contexte par Russell lui-même.

⁶ Russell 1959 p. 52.

⁷ Loin de moi l'idée de généraliser. Mais il me semble que c'est ce type de critique qui a officiellement prédominé et joué un rôle notable dans la division entre les deux philosophies, et que l'on retrouve dans sa grande généralité sous le vocable « critique de la métaphysique ». La critique carnapienne de Heidegger par exemple est fondamentalement de même nature, bien qu'elle soit sans comparaison plus rigoureuse, c'est-à-dire qualitativement différente, puisque *philosophique* et non idéologique. Ces deux termes de « philosophique » et « idéologique » ne sont pas pris dans un sens précis, sinon il faudrait expliciter les critères du « philosophique », enjeu majeur et absolument non trivial de cette critique, travail qui n'a pas sa place ici. Cet enjeu cependant sera explicitement thématiqué par Bachelard (section IV-2) et par le marxisme et notamment Althusser (III-2-2), au travers de l'analyse de la *coupure épistémologique*.

⁸ Russell 1921 p. 217.

⁹ Russell 1989 p. 337-8.

Bref Frege et Russell ont instauré un nouveau paradigme, celui de la « nouvelle analyse logique » dans lequel le mode de pensée dialectique n'a pas sa place. Mais, par des biais divers, des thèmes dialectisants ont néanmoins percé dans le champ anglo-saxon, essentiellement autour des travaux sur le couple logique de la validation / logique de la recherche (ainsi Popper, Kuhn, Lakatos, et en philosophie des mathématiques, P. Kitcher¹) et la méthode par « essais et erreurs » dont Popper dit que c'est une interprétation « un peu plus large que l'interprétation dialectique »². Popper a effectivement une idée très personnelle de celle-ci, on le voit ci-dessous. On ne parlera pas de cette percée dans le corps du texte, mais on en reprendra des éléments en conclusion. Il reste que, pour prendre l'exemple de Popper, grand protagoniste de l'épistémologie du 20^{ème} siècle, dont on ne peut que saluer la grande œuvre, ces « traits dialectisants » n'ont pas été reconnus comme tels ou alors en complément d'une critique qui relève presque de la calomnie ou de la diffamation, en tout cas, de ce qui peut apparaître comme un scandale conceptuel dont il est pensable qu'il soit extra-philosophiquement motivé, et en tous cas, affine aux jugements derniers dont Russell avait fait preuve avant lui contre Hegel.

L'équation « dialectique = Hegel = Marx = totalitarisme » est ancienne, elle remonte par exemple à l'étiquetage bien « continental » au tournant des 19^{ème} et 20^{ème} siècle de la dialectique hégélienne comme arme doctrinale de la sauvagerie prussienne. C'est une posture comparable à cette équation frauduleuse qui est sous-jacente, me semble-t-il, chez Popper dans le chapitre « Qu'est-ce que la dialectique ? »³ de *Conjectures et réfutations*⁴. Dans un contexte revendiquant – mais il est impossible d'être dupe – sa *neutralité* exégétique, on peut y lire :

« La dialectique (selon l'acception moderne du terme, c'est-à-dire, plus spécialement, hégélienne) est une théorie qui soutient que toute chose – et, notamment, la pensée – se développe selon des modalités caractérisées par la fameuse triade dialectique de la *thèse*, de l'*antithèse* et de la *synthèse*... »⁵

Le reste de l'exposé continue dans cette veine. Le fossé qui sépare le pédagogique du simpliste est plus qu'insensiblement franchi. Mais c'est par cette acception qu'il présente comme fidèle, que Popper développe plus loin l'affinité entre cette « interprétation dialectique » et la méthode par *trials and errors* en insistant sur la fécondité *au sens large* prêtée par les dialecticiens aux contradictions, *prises également au sens large*. Bref ce qu'accepte Popper, c'est, à peu de choses près, de dire que la science se construit en tension entre théorie et expérience, et qu'en ce sens là on peut parler de « contradiction ». Mais il ne faut pas aller plus loin : « le fait de s'accommoder volontiers des contradictions implique nécessairement la fin de toute critique et, par là, de tout progrès d'ordre intellectuel »⁶. Sanction immédiate dès lors que, comme il le fait, on n'analyse pas en détail les registres effectifs d'opérativité respectifs des contradictions *logico-mathématique* et *dialectique* (et qu'on parle en termes d'« accommodation »), confusion présumée dont il est tout aussi immédiat d'inférer l'irrationalité et de fustiger les dangers idéologiques.

Point n'est besoin d'aller plus avant dans cette restitution : on a ici un des (sinon Le) pourquoi de la spécificité continentale de la dialectique dans le champs de l'épistémologie, et en particulier, en épistémologies des sciences dites « dures »⁷. Mais dire cela ne doit pas faire

¹ Kitcher 1984, dont on reparle assez longuement en conclusion.

² Popper 1963 p. 459.

³ Popper 1963, ch. XV « Qu'est-ce que la dialectique ? », p. 456-89.

⁴ Et encore, c'est dans *La société ouverte et ses ennemis* que les violentes diatribes contre Hegel sont les plus explicites.

⁵ Popper 1963 p. 458.

⁶ Popper 1963 p. 462.

⁷ Le champ anglo-saxon des sciences sociales est beaucoup irrigué par la dialectique. Un indice révélateur, paradoxal même au premier abord, est le fait que la *Critique de la raison dialectique* de Sartre est depuis sa publication en 1960, un *classique*, un ouvrage canonique, qui a suscité et suscite encore autant d'appropriations

oublier qu'il fallut un certain temps avant que, dans le champ français par exemple, la pensée hégélienne, et la dialectique en général, ne soit pas traitée avec un mépris comparable. Cette pensée hégélienne a même subi ce genre de « critique » *par certains dialecticiens mêmes* : c'est le comble d'un refoulé dont le retour sera tant bien que mal assuré et assumé, retour qui nécessitera en tous cas la plus grande partie du 20^{ème} siècle. La sentence suivante de Popper, qui concentre, véritable emblème – et il ne faut pas oublier le poids central, passé et présent, de sa pensée –, un des sorts contemporains de la dialectique :

« Il est désolant et éclairant à la fois de voir que le marxisme orthodoxe¹ recommande, à titre d'ouvrage de référence pour l'étude de la méthodologie scientifique, le lecture de la *Logique* de Hegel, œuvre qui n'est pas seulement désuète mais caractéristique de modes de pensée présocratiques, voire prélogiques. C'est plus grave encore que de conseiller l'étude de la mécanique archimédienne pour l'apprentissage de l'ingénierie moderne. »²

Brunschvicg a dit des choses comparables. Dans tous ces cas, Hegel, c'est le sauvage de Lévy-Bruhl, et Marx, son turbulent sauvageon. Si le présent travail peut contribuer à mettre plus avant en lumière le caractère extrêmement peu soucieux des règles minimales de rigueur intellectuelle de ce type de discours, tout à fait étonnant chez un penseur de cette envergure³, alors ce sera une première satisfaction.

IV. Questions de méthode

a. Objet et orientations principales de cette thèse

L'objet du présent travail n'est pas de faire le bilan de ces critiques de la dialectique, mais de restituer, à partir de Hegel jusque chez Desanti, les enchaînements conceptuels et les *topoi* essentiels et récurrents des épistémologies (des mathématiques et de leur histoire), que l'on qualifiera de néo-kantiennes / post-hégéliennes. On justifie *en détail* au cours de l'étude la distinction entre les trois traditions suivantes (sa légitimité *en général* est chose reconnue) :

(1) La tradition dialecticienne marxienne, héritière directe de la sainte trinité Hegel-Marx-Engels, à laquelle sont consacrés les second et troisième chapitres, le premier portant sur la pensée hégélienne ;

(2) La tradition dialecticienne non marxienne « à la française », héritière d'un kantisme plus ou moins hégélianisé à partir de Cousin, Renouvier et Hamelin, qui occupe le long quatrième chapitre ;

(3) La tradition explicitement néo-kantienne, qui procède à la même refonte que la seconde tradition sans faire usage de la bannière dialectique : le cinquième et dernier chapitre en synthétise les éléments pertinents.

Ces trois aventures sont distinctes, mais d'un point de vue conceptuel comme d'un point de vue historique, elles ont entretenues d'étroites liaisons. L'aventure mathématique de la dialectique est la destinée de ces liaisons, et c'est cette destinée que l'on s'efforcera de raconter ici. Les dialogues, interférences, convergences, désaccords, influences mutuelles, explicites, publiquement assumées et repérables ou implicites, de ces trois traditions, traversent le 20^{ème} siècle. Il est donc évident que ce travail ne saurait être exhaustif même si on l'a voulu le moins partiel et le moins partial possible : le but a d'abord été de trouver des lignes de forces, de fractures ou les autoroutes empruntées par tous. D'où le sous-titre donné : on brosse ici des *perspectives*, au double sens où d'une part chaque chapitre, chaque section est une sorte de petite monographie, c'est-à-dire a pour fonction de restituer de façon

que de commentaires. La surdétermination idéologique, pour le coup, concernant cet ouvrage, commence juste à dépérir dans l'espace français.

¹ Mais pour Popper *tout* marxisme est « orthodoxe ».

² Popper 1963 p. 489.

³ Ce qui est étonnant, c'est de voir à quel point la *neutralité scientifique* est en l'occurrence facilement contournée ou subvertie : c'est le sens de la surdétermination extra-scientifique, pour ne pas dire politique ou idéologique, de cette dialectique, qui mérite bien on le voit le nom de *Kampfplatz*.

autonome la *perspective* d'un penseur. D'autre part, ce sont mes propres *perspectives* sur ces perspectives qu'il faut entendre dans ce sous-titre, au sens où ces exposés ont été guidés par les récurrences thématiques ou argumentatives observées chez ces penseurs, et par certaines convictions qui ont pris la forme de présupposés méthodologiques et heuristiques. Ces présuppositions ont non seulement nourri l'élaboration du présent travail, mais ont également présidé à sa forme *achevée*.

La thèse défendue est ainsi la suivante.

L'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel, c'est celle du *problème* dont les *pôles essentiels* sont présents chez Kant, mais qui est institué *comme problème philosophique et épistémologique* par Hegel. Ce problème *non scientifique*, c'est celui de la conceptualisation conjointe de l'historicité du rationnel et la rationalité de l'historique. Les corpus et pratiques mathématiques sont abordés comme un puissant révélateur de ce problème. Précisément parlant, l'aventure est celle des critiques et refontes du transcendantal d'un côté, des critiques et refontes des catégories hégéliennes de l'autre. L'accent sur chacun de ces deux visages varie d'abord selon les périodes et les traditions. Il varie ensuite selon que le regard est accentué sur l'objectivité historiquement constituée des *théories* mathématiques (ce qui relève en partie de *l'épistémologie de l'histoire des mathématiques*), ou sur l'objectivité techniquement assurée au niveau *intrathéorique* des « objets » mathématiques (ce qui relève de *l'épistémologie des mathématiques*). Enfin, les analyses particulières de cette double objectivité mathématique sont éminemment dépendantes du *statut*, scientifique ou non, accordé aux (méta-)discours dialectiques qui ont pris en charge ce problème général.

Comme cette thèse a l'ambition d'être une synthèse historique sur le « point de vue dialectique en mathématiques », il convient maintenant de sérier les différents registres dans lesquels elle va sinuer, et d'exposer les enjeux et conséquences de cette pluralité.

b. Repérages méthodologiques (esquisse d'une « auto »-analyse)

L'ordre des distinctions suivantes n'a aucun sens normatif.

(1) Cette thèse porte d'une part sur la transmission, ses modalités et aléas, d'un type d'argumentation et de conceptualisation initié par Hegel : c'est donc d'abord un travail « classique », en bref, d'**histoire de la philosophie**.

(2) Mais le champ opératoire de ce point de vue n'est pas celui de la philosophie, mais d'une science, les mathématiques. De ce fait l'étude des transmissions de ce « point de vue dialectique » est une **étude d'histoire d'épistémologies dialectiques ou dialectisantes des mathématiques**, ce qui a convoqué la prise en charge de problèmes « standards » d'épistémologie des mathématiques. Ces problèmes standards portent essentiellement sur les : (a) statut, mode d'existence des objets ou « idéalités » mathématiques, (b) rôle et statut de la légalité formelle, du symbolisme dans « l'accès » à ces objets, (c) tension entre historicité et prétention à la validité objective des théories, (d) rapports entre mathématiques et réalité. On a ainsi questionné, chez chacun de nos auteurs lorsque c'était exigé par la problématique retenue, les thèses défendues sur ces questions qui ne sont pas classiques pour la philosophie en général, mais pour la **philosophie des mathématiques**, en les comparant à ou les contrastant par la convocation de thèses spécifiques, mais classiques dans la philosophie des mathématiques.

(3) Du fait que ce point de vue dialectique révèle systématiquement, même si c'est indirect ou non explicite, une prise de position par rapport au problème matriciel institué par Hegel, les penseurs dont on s'est occupés ont associé à cette réflexion proprement dite d'épistémologie des mathématiques, une réflexion, d'une part sur leur *histoire*, et d'autre part, sur la façon de pratiquer conjointement cette histoire des mathématiques et ces problèmes

« an-historiques » relevant de la philosophie des mathématiques depuis Platon. Le présent travail s'efforce donc de restituer les filiations sur les conceptions *de ce qu'est* l'épistémologie des mathématiques et de leur histoire, l'objet n'étant alors plus de ce point de vue là, les problèmes « standards » de la philosophie mathématiques, mais *la façon même de formuler et d'éclaircir, ou du moins d'éclairer* ces problèmes. Autrement dit, les pensées qui vont être restituées ont réfléchi sur les mathématiques et leur histoire, mais aussi sur les *conditions spécifiques exigées par cette réflexion*, c'est-à-dire qu'elles ont également essayé de répondre à la question : qu'est-ce que et comment pratiquer l'épistémologie des mathématiques d'une part, l'épistémologie de leur histoire ? Concrètement, quelles que soient ces pensées, un des objectifs a été de dissocier ce qui relevait de « l'intérieur » de l'épistémologie des mathématiques ou de l'histoire des mathématiques, de ce qui relevait de leur « extérieur », c'est-à-dire, si l'on se permet de monter d'un cran dans la réflexivité, de l'**historiographie de l'histoire des mathématiques** d'une côté, de l'autre *et corrélativement*, de l'**épistémologie de l'épistémologie des mathématiques**.

(4) Fort logiquement on a été amené à se faire ponctuellement historien des mathématiques ou « mathématicien » pour la production du présent travail dans *ses attendus conceptuels*, et à ce titre, à être soi-même **épistémologue** en ces divers sens. On a ainsi proposé des thèses et des évaluations sur la pertinence, la précision des conceptions restituées portant sur ces divers champs problématiques – encore une fois, avec un souci de probité par nature non exempt d'engagements liés aux hypothèses de lecture retenues.

(5) On fait souvent usage de deux couples notionnels particuliers. Le couple **position / posture**, et le couple **lettre / esprit**. Le terme de « posture » dénotera systématiquement une *silhouette*, un *profil*, une *allure* : par exemple, on parle de *posture constructiviste* de Bachelard en philosophie des mathématiques, pour désigner la cohérence de *façons* d'aborder, de poser les problèmes et d'essayer de les éclairer. Pour autant une *posture* n'est pas une *position*, c'est-à-dire une conception revendiquée officiellement comme telle. Les critères objectifs de distinction sont celui d'une part, de la présence ou de l'absence de la revendication d'une position, et d'autre part, celui de la visibilité ou non, dans les textes, de thèses donnant lieu à une forme de *doctrine* explicite.

On s'est également souvent servi du couple lettre / esprit pour discriminer ce qui est *dit* dans les textes, et ce que ces mêmes textes *font* ou *révèlent*. Par exemple on défend la thèse que l'*esprit* fondamental de l'école dialectique française est celui d'une refonte du kantisme, refonte qui en revanche est la *lettre* même de l'objectif et du discours, par exemple, de Cassirer. Ces deux couples sont des instruments *descriptifs*, et non *explicitifs*, de classement et de repérage. Seuls les usages qui en sont faits sporadiquement dans le détail du travail permettront au lecteur d'en appréhender d'éventuels traits supplémentaires, à chaque fois liés à la spécificité des pensées étudiées.

c. Conséquences sur la facture de la thèse

Tout ceci rendra raison, j'espère, de la facture délicate de cette thèse :

(1) L'objectif a été de tenir ensemble, en deux sens, ces champs problématiques. D'une part en les distinguant et les investissant dans leurs autonomies respectives à partir des œuvres étudiées. D'autre part en montrant que cette articulation relève elle-même d'une problématisation philosophique. La poursuite de cet objectif a convoqué une diversité de « compétences », mathématiques, historico-épistémologiques et proprement philosophiques qui ne sont évidemment pas à parts égales.

(2) On a donc choisi, pour les développements techniques, de ne développer que quelques exemples, selon deux critères. Soit parce qu'était impossible d'objectiver la pensée d'un auteur ou les thèses d'une œuvre sans la singularité d'un exemple (ainsi la section consacrée à

la formalisation de la logique du Concept par Dubarle et Doz en 1970/1972), soit, et c'est là le critère majeur, quand l'œuvre en question n'avait pas encore suscité d'études suffisantes. D'où la raison pour laquelle les développements techniques ont essentiellement pris place dans les chapitres sur Hegel, Marx, et Lautman. J'ai sinon renvoyé à des ouvrages classiques d'épistémologie, d'histoire ou de mathématiques, en choisissant de mettre en notes de bas de page les éléments indispensables, sans recourir à un glossaire terminal qui m'a semblé finalement inutile.

(3) Le corps de la thèse se présente donc comme une séquence de courtes monographies, ou de synthèses non monographiques des éléments qui sont apparus comme pertinents *au regard du problème philosophique général* et de l'objectif de tissage de liens historiques entre écoles ou penseurs (plus ou moins esseulés en apparence). Ces courtes monographies comme ces synthèses non monographiques, ne sont absolument pas exhaustives, puisqu'elles sont ordonnées à la poursuite d'une problématique philosophique particulière. Au sein de chaque chapitre on s'est efforcé de restituer dans son autonomie la conception étudiée, et simultanément, de dresser les liens de filiation, avérés ou plausibles – ce que l'on peut faire relever dans le principe d'une histoire *structurale et génétique* de la philosophie¹.

Je ne cache pas la difficulté rencontrée et non dépassée de ce jeu entre restitution objective et réinscription historique, et la prégnance des hypothèses de lecture dans l'expérience de cette difficulté. D'autre part, le corpus des œuvres et des pensées étant singulièrement élargi, il est évident que chaque « monographie » ou courte synthèse sera exégétiquement *déficiente*. La difficulté a donc été également de faire la part la plus judicieuse entre l'étendue du corpus embrassé, en se départissant du fantasme de l'exhaustivité, et la précision exigible relativement aux exposés ponctuels. Un des aspects de cette difficulté est immédiat : les pensées étudiées partagent des convictions et des thèses, et ces éléments communs, par exemple la critique de l'empirisme logique, sont rappelés dans chacun des chapitres. Ces répétitions ont été réduites dans la mesure du possible quantitativement parlant, mais elles furent inévitables, dans la mesure d'une part où ces thèses communes n'ont pas forcément chez chaque penseur la même fonction ou le même poids, et parce que, d'autre part, les évoquer permettait d'assurer la cohérence des restitutions des dispositifs théoriques considérés.

(4) Etant donnés tous ces éléments, j'ai réduit au maximum, au profit de ce qui m'apparaissait comme pertinent pour une telle synthèse historique, les matériaux historiques, techniques, et dirais-je « pédagogiques » propres à entrer plus avant dans les pensées rencontrées et reconstituées. Par exemple sur Cavailles : deux ouvrages centraux ont étudié en détail son œuvre, il m'a donc semblé superflu de reprendre ce qui a déjà été largement démontré ou restitué, et plus porteur de me consacrer à ce qui était propre à enrichir la problématique générale retenue et l'ambition *synthétique*. J'assume et reconnais donc ici, par anticipation mais sans aucunement chercher à me décharger des responsabilités attachés à un travail scientifique, les inévitables travers des *choix* opérés, à savoir : une incomplétude essentielle de toutes les analyses effectuées dans ces divers champs problématiques, incomplétude *qualitativement différente* de l'inévitable incomplétude d'un travail de recherche².

Le critère essentiel qui a présidé à l'exposé terminal, c'est sa *cohérence* et la *visibilité de ses lignes de forces* et non à l'exhaustivité. Des choix ont donc été opérés qui pourront se traduire par des insuffisances dans l'approfondissement de la pensée de tel auteur, dans le dégagement de toute la richesse de tel exemple mathématique, ou dans la restitution d'un contexte historique, etc. Paradoxalement peut-être pour une thèse, et encore plus par rapport à l'énorme ambition qui l'anime en son fond – rien de moins qu'éclairer presque deux siècles

¹ Cf. Stanguennec 1985, Introduction, sur les réquisits d'une telle histoire structurale et génétique de la philosophie.

² Dire qu'un travail est incomplet en ce dernier sens est un truisme.

d'un pan entier de l'histoire de la philosophie contemporaine – celle-ci ne sera pas marquée par son érudition.

* * *

On étudie ici « l'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel » sans *dead-line*. Les dernières conceptions analysées dans le corps de la thèse sont éminemment actuelles, celles de Desanti et de Granger. En conclusion sont livrées des remarques sur la configuration actuelle de cette aventure dans le champ de la philosophie mathématique française, en sus de celles de Granger et Desanti, et sur la façon dont sont alors investies les questions plus générales dans ce qui est devenu aujourd'hui la *discipline* « fondements des mathématiques ». Mais je procéderai aussi et surtout corrélativement de *façon programmatique*. Cette synthèse historique, initialement comme finalement, a toujours été pensée comme une *propédeutique* à la poursuite de ce dont elle prétend faire la synthèse. Méthodologiquement parlant, poursuivre l'aventure dialectique en épistémologie des mathématiques et de leur histoire, c'était nécessairement s'appropriier son histoire. L'espoir mis dans ce travail, outre la production d'une intelligibilité historique et le souci de rendre justice à certaines œuvres, c'est qu'il contribue à la fécondation de cette appropriation à laquelle il ambitionne de participer.

Un double constat a renforcé le projet de cette poursuite, quasiment sous la forme d'un défi. D'une part, emblématique de l'interdisciplinarité et des orientations contemporaines de l'épistémologie, l'ouvrage collectif de 1993 *Pensée logico-mathématique*¹ s'efforce de répondre à la question « Quoi de neuf depuis le *Logique et connaissance scientifique* de 1967 ? ». Son intention est d'explicitier les noyaux de l'épistémologie du logico-mathématique au sens large de la fin du 20^{ème} siècle. Et la réponse est un cri du cœur : *les sciences cognitives*. L'ouvrage parcourt *de facto* deux domaines, implicitement considérés comme rendant raison de l'actualité de cette épistémologie : cette constellation cognitive, et la problématique anglo-saxonne des objets logico-mathématique mise en relation avec l'interrogation générale sur la nature des attitudes propositionnelles, et en particulier celles de la connaissance scientifique. Les problématiques « dialectiques » au sens large, quand elles ne sont pas tout simplement absentes sont intégralement, explicitement ou implicitement, inféodées à leur reformulation cognitive.

D'autre part, un des rares sous-ensembles de la philosophie mathématique française contemporaine qui maintienne une certaine autonomie de ses propres questions à l'égard de la perspective cognitive, assure ce maintien en poursuivant l'aventure *transcendantale*² tout en s'efforçant à un dialogue approfondi avec les problématiques anglo-saxonnes. De fait, l'aventure dialectique elle-même semble s'être arrêtée, comme par un épuisement naturel, celui des erreurs par lesquelles elle devait passer avant de faire jaillir son autre d'elle-même – ainsi que le suggère la citation introductive de Merleau-Ponty. C'est également *contre cet état de fait* qu'a été pensé, dès le début, le présent travail. Les pistes de la conclusion sur la façon possible de poursuivre cette aventure sont en particulier animées par la conviction qu'un certain nombre de problèmes n'ont plus à se poser pour elle ou alors d'une façon fort différente, et qu'elle est loin d'avoir livré toute sa puissance d'intelligibilité concernant des problèmes qui eux, sont toujours actuels. Ce qui inclut par principe sa confrontation avec cette perspective transcendantale, la donne cognitive et le champ extrêmement varié des philosophies mathématiques « à l'anglo-saxonne »³.

¹ Houdé-Miéville 1993.

² J. Petitot, M. Panza, J.-M. Salanskis, H. Sinaceur en particulier. Mais l'œuvre de J. Petitot est exemplaire d'une présence ubiquitaire dans tous ces champs épistémologiques. Son seul exemple suffit pour que soit entendue la conscience de la diversité des positions possibles dans ce champ épistémologique contemporain. Le « double constat » évoqué ici est donc évidemment très schématique.

³ J'utilise assez souvent dans ce travail l'expression « à la française », comme ici « à l'anglo-saxonne ». Il n'y a absolument rien de méprisant dans le choix de cette expression, qui vise juste à suggérer un ensemble particulier mais assez vaste, à la fois précis mais aux contours pas toujours nets, de façons bien ancrées de penser, de poser et d'éclairer les problèmes. Un *style général* pourrait-on dire.

Le lecteur l'aura donc bien compris, ce travail a une ambition plurielle, et l'intention finale ne pourra faire ici l'objet que de quelques esquisses. Qu'il soit bien entendu qu'à cette ambition fut toujours et pleinement associé le sentiment puissant de l'immensité du travail à fournir pour lui donner les moyens de sa réalisation, et le sentiment non moins prégnant des limites variées de ce premier « achèvement » matériel.

La forme de modestie attachée à la conscience de ces limites reste cependant intégralement ordonnée à cette ambition. En paraphrasant Sartre : l'essentiel n'est pas ce que l'on a fait de cette aventure dialectique, mais ce que l'on peut faire de neuf, *avec elle*, de ce qui a été fait d'elle.

* * * * *

I. HEGEL : LES MATHÉMATIQUES A L'ÉPREUVE DE LA SCIENTIFICITÉ DIALECTIQUE

Déterminer conjointement d'abord l'historicité, ou le caractère processuel en général, du rationnel, ensuite le caractère processuel de *l'appréhension théorique* de cette historicité du rationnel (c'est-à-dire ce qui est exigé d'elle comme méthode de connaissance), et enfin la rationalité de cette double processualité, tel est donc le *problème philosophique* que l'on considère ici comme matriciel. La thèse défendue dans ce travail, c'est que Hegel pose le premier ce problème *comme problème*, tout en en reprenant les termes à Kant. Affirmer que le rationnel est réel, c'est dire qu'il est la substance, la vie du procès (du contenu et de la forme, corrélativement, de la connaissance comme de l'histoire humaine), et affirmer que le réel est rationnel, c'est dire que *ce qui est* est toujours un *quid* qui *devient*, et que ce devenir est authentiquement intelligible, véhicule une forme de nécessité qu'il est possible de s'approprier rationnellement. Le procès en question est autant celui, logique, du Concept, que celui des déterminités, représentations analytiquement fixées-figées par l'entendement qu'il réinscrit dans son propre mouvement, et celui de l'esprit subjectif individué comme de l'histoire, que ce soit celle des formations sociales ou, ce qui importe ici, celle des formations *théoriques*.

Hegel, à partir de et par-delà sa critique du transcendantal kantien, est celui qui a mis à jour ce problème général dans des termes qui ont dominé de façon consciente ou non, une bonne part des questionnements épistémologiques continentaux des deux siècles suivants, et sa réflexion sur la mathématique, science des *grandeurs* relevant du régime logique de la *quantité*, est emblématique de cette *position du problème*, ce que l'on va s'efforcer de montrer dans ce chapitre.

Mais un second problème est évidemment celui du statut et des conditions de cette détermination théorique, ou dit autrement, du statut de ce penser spéculatif, centré sur les schèmes dialectiques, que Hegel institue comme instance supérieure de scientificité explicitement en compétition avec la scientificité des sciences positives. Le second problème, qui naît (ou plutôt renaît, je précise ça plus loin) avec Hegel, c'est ainsi le statut ambivalent de ce discours dialectique sur les discours scientifiques. Ce méta-discours dialectique, chez Hegel, ainsi que dans tout le courant marxiste, oscille entre un méta-discours d'explicitation, de restitution, de clarification fonctionnant sur un régime heuristique laissant la part belle aux sciences positives, et un méta-discours prétendant saisir, par sa scientificité propre, les véritables contenus de ces sciences, et donc se constituer comme leur vérité, et par là, comme une connaissance d'un type supérieur. En reprenant la distinction kantienne, à partir de Hegel, le méta-discours dialectique va balancer entre un statut seulement *réfléchissant* et un statut *déterminant*. Au fil de ce chapitre on va tâcher de cerner ce qu'est ce penser spéculatif qui n'est pas la science mais prétend faire science, et qui n'est pas une épistémologie à proprement parler, puisque une « épistémologie » au sens contemporain, malgré la pluralité des acceptions qui sont attribuées au terme, est essentiellement de posture *réflexive*.

En tant que discours second sur les sciences, l'auto-diction du Concept joue la fonction d'une épistémologie au sens contemporain, mais en reprenant une ambition tout à fait traditionnelle : celle des métaphysiques classiques prétendant livrer, par leur instruments propres, les principes derniers de la connaissance humaine, par-delà les savoirs particuliers acquis dans les sciences. Cela n'est pas du tout incompatible avec la critique de la métaphysique que Hegel reprend à Kant et radicalise. La réappropriation de la structure des antinomies dialectiques de la raison pure permet justement à Hegel de ré-instituer (c'est en ce sens que ce second problème « renaît » avec Hegel) un plan spéculatif délesté des impasses réalistes et empiristes des anciennes métaphysiques. Tout le problème est donc, dans le

principe, d'essayer de cerner la nature de ce méta-discours dialectique dans sa confrontation-compétition, en l'occurrence, avec les mathématiques.

Dans ce chapitre on sera donc amené à passer de la restitution des thèses hégéliennes à l'examen de leur signification et de leur statut. L'idée que je défend est en partie en décalage avec la tradition des commentaires : plutôt que de déterminer « a priori » ce statut du discours dialectique, méthodologiquement parlant, c'est à partir des lieux et formes variés de sa confrontation avec les mathématiques et la mécanique que je tâcherai de dégager la nature de ce méta-discours, ou plus exactement, l'amplitude du flou qui règne son statut. D'ores et déjà je peux dire que je ne règle évidemment pas la question : je me contente de « tirer » le Concept hégélien, tout en reconnaissant bien la spécificité et le caractère massif de son ambition spéculative, vers une dimension *interventionniste* auprès des sciences, globalement dans le même sens où les althussériens ont défendu beaucoup plus récemment, à la suite de Engels et Lénine, l'idée de la philosophie comme *intervention* politique dans les sciences, et comme intervention scientifique en politique. Ce rapprochement ne vise en fait que la thèse suivante : Hegel veut que la science pense ses catégories, se pense elle-même, mais manifestement, seule la philosophie non seulement en est capable, mais aussi et surtout, seule la philosophie en manifeste le souhait et le besoin, d'où la fonction qui lui est attribuée. Les oscillations de cette fonction (descriptive, normative, etc. ?) vont constituer un fil rouge du chapitre.

Méthodologiquement ce chapitre s'efforce donc de restituer les thèses hégéliennes sur les mathématiques et de dégager leurs significations. Mais une mise en contexte s'impose préalablement.

I. L'*Aufhebung* du transcendantal

La force du propos kantien, c'est de montrer que les catégories logiques de la pensée expriment la structure logique de l'être¹, mais la posture criticiste est affectée d'une circularité qui la grève : l'étude des pouvoirs de la faculté suppose cette même faculté. Cette présupposition générale renvoie à deux concepts normatifs insuffisamment ou aucunement examinés, celui de la science, ou à tout le moins de la connaissance (par définition implicitement repris à des modèles de scientificité advenus), et celui du sujet support de cette faculté². Si cette circularité est dirimante, c'est parce qu'elle intervient dans un dispositif fondationnel qui cherche un point stable³, ici le sujet, et en l'occurrence, le *cogito* cartésien désubstantialisé-fonctionnalisé. Il convient au contraire pour Hegel de comprendre que cette circularité, comme forme même de la réflexivité, est la structure *nécessaire* du savoir de soi, et de la faire vivre : tel est le sens de la *Phénoménologie de l'Esprit*, mouvement de l'expérience progressive de cette réflexivité ancrée dans la certitude sensible qui aboutit à la conciliation, sous forme d'une identité dans le savoir absolu, entre la certitude subjective et la vérité objective au terme de, et dans, leurs stratifications respectives. Cela conduit à ne plus chercher dans le sujet (ni dans le « réel » ou ce qui serait censé se présenter comme tangible face à un sujet plus ou moins spectral) un point fixe exempt de présupposition à partir duquel, sommet d'une pyramide inversée, tout se construirait cumulativement, et donc, à éviter les écueils de la stérile opposition sujet/objet, propre au *paradigme représentationnel* qu'a inauguré Descartes. Les étapes de cette réflexivité consistent alors, notamment, à mettre à jour le moment où se forment, et avec quel statut, les déterminations *transcendantales*. Or, puisque l'instance transcendantale est celle par / à partir de laquelle sont dégagées les structures *fonctionnelles* a priori de la connaissance scientifique, il faut tout autant réintégrer cette mise à jour (l'acte kantien d'exposition du point de vue subjectif de ces structures), et ce qu'elle expose (les dites structures), dans un procès intégrateur qui les pense comme des *moments*⁴. Le propos hégélien de la *Science de la logique*, présupposant l'accès à la forme du savoir absolu au terme de l'expérience phénoménologique⁵, est alors d'exposer quel est ce procès, et les structures rationnelles qui lui sont propres : autrement dit cela revient à montrer les conditions *concrètes*, c'est-à-dire *conceptuelles*, de l'opérativité des conditions transcendantales, elles *abstraites-formelles*, de la connaissance, et de radicaliser pour la systématiser cette monstration en dégageant la forme, la pure essentialité du procès de cette concrétude, ce qui est l'objet de la science de la logique⁶.

Ce qui importe ici, c'est de traduire la critique de l'inconnaissabilité de la « Chose en soi », corrélatrice de ce qui précède, dans les termes du problème général exposé ci-dessus. Le geste kantien aboutit, en tant que geste du point de vue du *sujet*, à montrer l'objectivité et la nécessité des antinomies⁷ qui surgissent de la détermination particulière des catégories de la connaissance, donc la nécessité de la *dialectique transcendantale*. Mais, comme tout part du sujet, le contenu de la connaissance ne peut que se ramener (seulement) à ce qui lui *apparaît*. Du fait de la finité de ses facultés et des instruments de sa connaissance, ces antinomies mènent à l'impossibilité de produire un concept de l'absolu et de l'infini apte à dépasser au

¹ Cf. Lecourt 1973 I-3-B « La lecture hégélienne de Kant », où est rappelé que c'est justement la critique de la forme subjectiviste de cet apport que Lénine reprendra de Hegel.

² Cf. Habermas 1968, « Critique de Hegel par Kant : radicalisation ou suppression de la théorie de la connaissance », p. 36-56.

³ La tentative de sortir de l'impasse en disant que la Critique kantienne, tout en *se conformant* à des règles qu'elle explicite progressivement, ne se déploie pas *d'après* ces règles, donc ne les présuppose pas, n'est pas dans cette perspective une approche défendable pour éviter l'aporie fondationnelle.

⁴ Cf. Philonenko 1990, ch. 7 p. 175 et suiv.

⁵ Hegel 1812a, Préface p. 8-9. Mais c'est bien sûr la *Science de la logique* qui va exposer les structures essentielles du processus phénoménologique : d'où la place finale qu'occupe la *Philosophie de l'Esprit* dans l'*Encyclopédie*.

⁶ Les remarques sur la *méthode* de la logique (de la Philosophie comme Science du Concept dans sa pureté) concluent ainsi la section « L'Idée absolue » et la Logique elle-même : cf. Hegel 1830 § 236-44, p. 460-3 en Hegel 1812-1832.

⁷ Hegel 1812a p. 28.

point de vue théorique ces antinomies, et donc, à l'impossibilité de connaître la « chose en soi ». Etant donné la posture kantienne, le conflit de ces antinomies ne pouvait, dans la solution transcendantale, que provenir de quelque chose de subjectif et d'indépassable, et donc qu'impliquer la restriction de la connaissance à la sensibilité. Au contraire, exposer les quatre antinomies en les dégageant de leurs applications concrètes¹ permet pour Hegel d'en trouver la solution véritable, qui

« ne peut consister qu'en ce que deux déterminations, en tant qu'elles sont op-posées et nécessaires au même concept, ne peuvent valoir dans leur unilatéralité, chacune pour soi, mais en ce qu'elles n'ont leur vérité que leur être-sursumé »²

La critique hégélienne va alors consister à reprendre l'argument selon lequel les catégories logiques de la connaissance expriment les structures de l'être, mais à *exposer ces catégories du « point de vue » et à partir de l'Être même* (donc à laisser la catégorie produire ses différenciations successives), c'est-à-dire à inscrire la position des déterminations logiques-formelles et transcendantales *réflexives* (c'est la *Doctrine de l'Essence*³) dans un procès qui les englobe (la *Science de la Logique*). Cette sortie de l'impasse finitiste de la perspective criticiste-transcendantale se traduit par l'instauration d'un *nouveau plan d'immanence*⁴ : le nouveau lieu propre à partir duquel va s'effectuer l'exposé des structures de la connaissance, qui n'est ainsi plus celui, déceptif, du sujet, mais celui de l'auto-mouvement de la catégorie primitive d'Être, « chose » que l'on peut ainsi connaître *en soi* et dans sa nécessité. Deux choses sont alors à entendre en profondeur.

(a) L'instauration de ce nouveau plan d'immanence, celui du Concept, est cela qui permet de comprendre dans sa consistance le rapport de Hegel aux mathématiques : la négativité qui est le moteur de ce mouvement (et au fond, qui est la reprise et l'extension de la puissance de la réflexivité subjective qui met à distance, questionne et invite à dépasser l'unilatéralité et la finité de telle ou telle représentation) est ce par quoi l'on va rendre compte des contradictions, dans leur diversité, qui affectent la pensée, les catégories et le champ mathématiques avérés, puisque cette science bien réelle et historiquement constituée va être réinscrite, re-élevée à son statut *logique de moment* du procès de l'Idée.

(b) Cette ré-inscription du mathématique dans le conceptuel est ré-inscription, selon Hegel dans le lieu où son authentique nature peut être cernée. Autrement dit, le penser spéculatif de la mathématique, pour Hegel, sans se substituer à la science, prétend être une connaissance supérieure : en fait, puisque le concept se dit une première fois implicitement dans cette science, le penser spéculatif va assurer son auto-diction explicite, et ainsi attribuer à la science la place réelle qui lui revient. Ce qui signifie que le méta-discours dialectique est tout sauf seulement d'explicitation et de restitution : il est ontologie au sens où il dit la nature et les conditions d'advenue du réel mathématique. C'est en ce sens que Hegel va clairement prendre position dans des questionnements standards de la philosophie mathématique : essentiellement ceux touchant à la nature, à l'existence, et aux modes « d'accès » aux entités proprement mathématiques. C'est évidemment cela qui motive, dans cette thèse, l'importance accordée au discours hégélien sur les mathématiques, puisque c'est justement ce discours qui a laissé des traces indélébiles dans les philosophies mathématiques continentales ultérieures.

Structure du chapitre

Je commence par un rapide exposé préliminaire sur le rapport entre le logique, le, la, les dialectiques et la multiformité de ces derniers dans leurs rapports aux mathématiques. La première section porte sur le traitement des sciences *analytiques* par excellence,

¹ « En fait, si l'antinomie [in-divisibilité à l'infini de la matière] est saisie abstraitement, elle concerne, comme il a été rappelé, la quantité en général, et par là l'espace et le temps », Hegel 1812a p. 181.

² Hegel 1812a, Remarque 2, p. 174.

³ Hegel 1830, § 115-6 sur les principes d'identité et de contradiction.

⁴ Cf. Hegel 1812a, Introduction.

l'arithmétique et l'algèbre, et montre comment le calcul différentiel, analyse conceptuellement plus riche, révèle par ses contradictions structurelles et ses impensés un mouvement du concept appelant à leur dépassement : je m'appesantirai ainsi sur la *Remarque sur le concept d'infini mathématique* (1812-1832), sa logique interne étant tout aussi instructive que son contenu¹. La seconde section met en parallèle le discours hégélien sur l'espace et la géométrie et ce que le 19^{ème} siècle en dira par la suite : on verra en quoi Hegel, tout en subvertissant de façon déterminante le paradigme représentationnel dont la pensée kantienne fut le couronnement, reste *en deçà* de la subversion du paradigme proprement philosophico-mathématique de l'espace euclidien-newtonien-kantien que le 19^{ème} siècle, justement va déconstruire. Autrement dit, on verra que Hegel avait philosophiquement les moyens d'aller au-delà des limitations conceptuelles de ce dernier paradigme, mais que ce qu'il dit de très consonnant avec la révolution géométrique du 19^{ème} siècle, sans être évidemment une pure coïncidence, n'est pas dit à partir d'un même espace de questionnement théorique. La dernière section est alors consacrée à « l'anti-Newton » à juste titre traditionnellement attribué à Hegel dans la lettre, mais au prix d'une mécompréhension plus ou moins volontaire de son esprit. On verra comment le statut des déterminations mathématiques du calcul différentiel, la dialectique de l'espace et du temps, et la re-construction (néo-kantienne et post-newtonienne) d'un concept adéquat de *matière*, amènent Hegel, par leur articulation, à l'idée d'une *mathématique spéculative* illustrée dans la très controversée conception de la « preuve des lois » de la mécanique.

Le bilan final résumera les quelques perspectives proprement hégéliennes qui perdureront ensuite, et dans leurs termes, dans les pensées dialectisantes ultérieures : le chapitre sur Marx et Engels montrera en premier lieu à quel point, dans le domaine de l'épistémologie des mathématiques et de la physique, Hegel est pour eux tout sauf un « chien crevé ».

En d'autres termes, on tâchera petit à petit de montrer pourquoi des affirmations comme celle d'A. Philonenko : « Hegel est le philosophe dont la théorie des sciences est fautive »², sont scandaleuses à plusieurs titres : non pas parce que je défendrai l'idée que cette théorie soit au contraire « vraie », mais parce qu'elles témoignent d'un mépris indigne³ largement dominant jusqu'à la fin des années 1920 en France, souvent renvoyé qu'il fut à sa double et tenace étiquette de penseur délirant par sa dialectique, et d'officiel de l'état prussien. Depuis c'est plutôt une non-attention aux textes mêmes sur les sciences positives qui caractérise la situation, avec la répétition plus ou moins distanciée des mêmes généralités sur la condamnation hégélienne des sciences positives et ses erreurs. On peut faire remonter l'origine de cela à la nature de l'introduction par Kojève dans l'institution française, lors de ses cours à l'école des Hautes Etudes de 1933 à 1939⁴, de la pensée de Hegel dans une perspective très anthropologique négligeant ou minimisant la dimension *objective* de la négativité. *L'être et le néant* de Sartre⁵ est par exemple imprégné en profondeur de cet enseignement : la dialectique hégélienne est littéralement omniprésente, mais la négativité – le « néant » du titre – liant en-soi, pour-soi et en-soi-pour-soi, n'advient à l'être *que par la réalité humaine*, seule subjectivité libre, alors que chez Hegel, la négativité fait corps avec la nécessité du Concept comprise comme *subjectivité logique*⁶. En résumé, le « retour à Hegel »

¹ Desanti 1974 repris en Desanti 1975 reste de toutes façons incontournable sur cette *Remarque*.

² Philonenko 1989, Introduction, note 3 p. 7.

³ Les remarques de Brunschvicg sur l'âge mental et l'infantilisme de Hegel, dans *Le progrès de la conscience dans la philosophie occidentale* ne sont pas des plus subtiles. Boutroux, Bergson, ne se sont pas non plus privés. Cf. Macherey 1999, ch. 12 « Y a-t-il une philosophie française ? » et Janicaud 2002 (*Bulletin de la Société française de Philosophie*, séance du 16 mars 2002, « La philosophie française et l'inspiration germanique, hier et aujourd'hui »), sur la part du nationalisme en jeu dans ce mépris du début du siècle. On reviendra plus tard sur les raisons pour lesquelles Kant n'a pas du tout subi le même type de diabolisation. Au niveau du rapport de Hegel, diversement « arrogant », « incompetent », etc., aux sciences, il suffit d'aller voir Bourbaki 1984 p. 26, Russell 1921 p. 217 (alors que Russell 1897 avait un tout autre ton), qui sont de bons exemples, et surtout des figures légitimes qui ont sur ce point eu grande influence.

⁴ Cf. Althusser 1950, « Le retour à Hegel » p. 243-60.

⁵ Sartre 1943.

⁶ Merleau-Ponty, Aron, Sartre ont été influencés par ces cours de Kojève, même s'il semble que Sartre ne les ait pas suivis : ce serait plutôt par le prisme d'Hyppolite, et poussée par Simone de Beauvoir au tout début des

et sa *classicisation* à partir de 1950, incarnée par l'entrée d'Hyppolite à la Sorbonne, n'ont pas changé grand-chose à cette orientation initiale de Kojève¹. Ce processus est très important à noter, même si les détails sont assez indifférents conceptuellement parlant : ce qu'il faut retenir de cela, c'est d'abord la minimisation et le dénigrement radicaux de tout le discours hégélien sur l'objectivité scientifique des mathématiques et de la physique, et ensuite et corrélativement, l'oubli de la finesse et de l'importance, ne serait-ce que quantitativement parlant, des confrontations de la Logique hégélienne avec les sciences « dures ».

Des travaux récents, qui seront progressivement cités, ont cependant remis en partie les choses à leur place, c'est-à-dire rendu possible une étude un peu plus scientifique de cette partie de l'œuvre de Hegel : ce chapitre a donc aussi pour ambition de contribuer à cet effort de justice.

Contradictions : rapports variés entre « la » dialectique et les mathématiques

La plupart des développements hégéliens sur les sciences positives interviennent dans des notes et remarques, qui n'ont de sens que comme illustrations et en même temps pivots du déploiement des déterminations de l'Idée : c'est lié au fait que le dispositif théorique hégélien accueille d'abord les discours de ces sciences en leur reconnaissant une certaine autonomie, exigeant une autonomie de traitement, qui pour autant n'est que relative, puisque ce traitement va consister à les réinscrire, après examens de leur contenus, dans le plan de la logique de l'Idée². Cette situation impose des distinctions préliminaires, que le cours du chapitre tâchera de préciser et de justifier.

L'exposé progressif des déterminations de l'Idée du « point de vue » de l'Idée même dans le mouvement par lequel le Concept se constitue comme cette Idée, dans sa pureté logique, son aliénation naturelle et son retour à soi spirituel, implique en résumé, l'*Aufhebung* dialectique-spéculative de l'entendement et de ses contenus. Le premier élément à retenir, c'est alors la *relativisation non transgressive³ des principes d'identité et de contradiction analytique⁴* qui est impliquée, et c'est par quelques précisions qu'il faut débiter l'exposé des articulations de cette question principielle de la *contradiction* avec le registre logico-mathématique.

Trois « plans » d'étude peuvent être distingués : la négation de la négation fait corps avec l'idée de *contradiction dialectique⁵*, mais son opérativité n'est en rien incompatible avec le *principe logique-formel de non-contradiction*, les deux sont effectifs en des registres de rationalité distincts. L'entendement, qu'il soit pris comme moment logique du déploiement de l'Idée ou comme l'instance de production concrète des savoirs positifs⁶, est aux prises avec des *contradiction qualifiables de « structurelles » dans son champ propre*, qui révèlent son incomplétude, sa cécité à l'égard des fondements de ce qu'il expose, et qui sont *ni proprement dialectiques, ni proprement analytiques* : un exemple clair est celui de l'application aux infinitésimaux des procédures calculatoires propres aux grandeurs finies, d'où surgissent des difficultés fondamentales. Celles-ci révèlent pour Hegel le besoin d'exposer le concept véritable de l'infini qualitatif par lequel s'effectue ce qu'A. Badiou nomme à juste titre la « subversion infinitésimale »⁷. Mais, bien que ces difficultés opèrent en profondeur et non simplement à la surface du plan strictement logique-formel, les sciences positives s'en

années 1940 (on pense ici surtout à la *Phénoménologie de l'esprit*), qu'il se soit approprié la pensée hégélienne. Mais alors, il semble que ce soit par l'intermédiaire du recueil de textes traduits par H. Lefebvre qu'il ait investi les schèmes de la *Science de la logique* présents dans Sartre 1943.

¹ Cf. Kojève 1947.

² Cf. Desanti 1974 p. 56-7 sur l'architecture de cette « épistémologie hégélienne ».

³ De façon très simple cela signifie que la *Science de la Logique* ne se contredit pas au sens analytique et mathématique du terme.

⁴ Celui-ci repose sur celui-là : Hegel 1830, § 115 p. 163.

⁵ Cf. Biard 1983, Verstraeten 1995.

⁶ Les deux ne se recouvrent pas toujours, comme on le verra sur l'exemple de la géométrie.

⁷ Badiou 1968.

accommodent très bien par le biais d'ingénieux artifices calculatoires dont l'efficacité permet *de facto* que l'impasse soit faite sur elles.

Dire que ces contradictions structurelles sont ni dialectiques ni analytiques *stricto sensu*, c'est déjà affirmer qu'il n'y a pas de dialectique autonome du lieu mathématique, sinon par extension non rigoureuse (non hégélienne) du terme : la vie du concept irrigue le plan de l'entendement et appelle celui-ci, par les contradictions structurelles auxquelles il n'arrive pas à faire face, à se dépasser dans et par le spéculatif. On peut donc d'ores et déjà sérier les lieux hégéliens du / de la /des dialectiques dans leurs rapports aux mathématiques, ces *topoi* recouvrant la détermination en général des *topoi* dialectiques de la pensée hégélienne.

(1) Si l'on cherche d'abord à résumer les deux sens les plus généraux de la "dialectique" chez Hegel¹ on peut dire que la dialectique est l'ensemble du mouvement que parcourt en elle-même la détermination, alors que le dialectique lui, est le moment (évidemment non temporel) de la position d'une détermination autre dans la détermination identique, de l'autre dans le même, c'est-à-dire de la contradiction interne à la détermination, contradiction interne au sens où de l'intérieur même de la détermination, la position en elle-même de son autre se fait sous la modalité du passage dans l'autre. C'est ici le sens du « passage » d'une détermination en sa détermination contraire, modalité essentiel du dialectique en régime d'Être².

L'Aufhebung correspond ainsi à un moment « positivement rationnel » concret : contrairement à la réflexion d'entendement riviée dans la finitude qui met en relation extérieurement les déterminités, le dépassement est cette étape conceptuelle lors de laquelle du (moment) dialectique de la première négation (par l'affirmation en soi-même de l'autre) naît une seconde négation – négation de la négation. Ce dépassement aboutit alors à une unité synthétique totalisant la détermination identique et son autre, unité jaillissant de leur unité contradictoire dans la détermination exprimant une « concrescence », un croître-ensemble des parties d'un même tout, *synthèse catégoriale immanente intériorisant le mouvement réciproque et tournant des déterminités reliées*³, qui n'a rien à voir avec la synthèse agrégative du *synthétique a priori* (lequel, pour cette raison, doit être qualifié d'*analytique*).

Les théories et pratiques mathématiques sont des productions de l'entendement analytique et tout en constituant une rupture certaine à l'égard de tout immédiat sensible, n'ont pour autant aucune conscience ni aucun savoir des déterminations conceptuelles et réelles de leurs objets et stagnent dans la mauvaise abstraction. En toute généralité, c'est en ce sens que les mathématiques, science de la grandeur en général, sont intégrées comme contenu et forme *momentanées* du mouvement de constitution dialectique *global* de l'Idée. Dit autrement, c'est le statut d'*intermédiaire* du registre mathématique qu'il importe pour l'instant de retenir ici : ce statut médian entre le sensible des actes empiriques et le conceptuel du plan dialectique, tout à fait analogue en son principe au statut qu'accordait Platon aux mathématiques, est tout à fait central, et on le verra décliné à de nombreuses reprises. Si le plan mathématique est nié-dépassé, sursumé, par le plan du Concept, c'est au sens où il mobilise des éléments théoriques qu'il ne maîtrise pas, voire dont il n'a aucune conscience, au sens où il ouvre par soi à quelque chose qui le dépasse : le Concept dont les traces œuvrent en lui (sinon il ne serait pas médian entre le concept et le sensible).

L'idée de négation (au sens large ici du plan mathématique par le plan conceptuel, comme au sens strict), mérite donc ici une clarification. La négation n'est bien sûr pas la négation *analytique-formelle* qui *exclut* une détermination particulière dans l'entreprise de position du même⁴, mais la *négation dialectique* qui rend possible la position du même *via l'affirmation*

¹ Sur la « dialectique » voir notamment Hegel 1812a, Introduction p. 24-8, Hegel 1830, *Concept préliminaire*, § 78-82, et la mise au point de Stanguennec 1977, reprise et développée en Stanguennec 1985. Sur la relation étroite entre « dialectique » et « spéculatif », voir Hegel 1812a p. 24 et 122.

² Cf. Hegel 1830 § 84-6, Stanguennec 1985 p. 141.

³ Une telle synthèse a toujours la forme d'une *circularité qui indique en général un moment d'infinité qualitative*, et qui incarne de ce fait, dans une singularité, l'Absolu – l'Idée pleinement actualisée.

⁴ C'est évident dans une définition négative où le *definiens* est justement défini par ce qu'il n'est pas, mais une définition positive exclut implicitement certains prédicats, donc pose tout autant l'objet par exclusion : définir un triangle comme un polygone à trois côtés, c'est exclure de la catégorie de triangle tout ce qui n'en a pas trois. Cf. Hegel 1830, *Doctrine de l'essence*, § 116-9, p. 163-6.

de l'autre en soi. On a donc affaire ici à deux types de négation (et de négativité) bien distincts : la négation « analytique » pose la distinction par rapport à l'autre (ce qui correspond en général au moment de l'être-là), alors que la négation dialectique rend possible l'affirmation de soi (moment de l'être-pour-soi). On verra donc en particulier à l'occasion de la catégorie d'être-pour-soi, indispensable pour saisir le dépassement (dans le registre de la qualité, puis de la quantité) du mauvais infini de l'entendement, la complexité de cette négation dialectique qui rend possible la *négation de la négation*.

(2) Au-delà du statut généralement médian des mathématiques, entre le sensible et le concept, on voit cependant le registre mathématique se rapprocher du second : presque au terme de la *Doctrine du Concept* la détermination progressive de l'Idée vraie assure, dans la démonstration, le passage de l'analytique formel au synthétique conceptuel, tout en se limitant au régime de la preuve, c'est-à-dire de la nécessité extérieure¹. Sur la base de l'abstraction analytique d'une définition, la démonstration synthétique est le lieu de naissance de l'objectivité conceptuelle qui présuppose l'abstraction du calcul. Mais celle-ci ne trouve sa vérité et sa plénitude que dans sa singularisation dans le théorème, qui la rapproche de l'Idée vraie. La démonstration d'un théorème, emblématiquement celui de Pythagore, malgré le faire extérieur de la preuve, est alors acte d'auto-différenciation subjective du concept, visible en régime d'entendement : la présence de la négativité, c'est-à-dire de la liberté (logique), montre que la pensée mathématique s'élève² au niveau de la dialectique de l'Idée, et donc qu'elle n'est pas par principe sourde et aveugle au concept. Mais ici, ce n'est plus le « passage » qui est le mode essentiel du dialectique, c'est celui du « développement »³ (le régime du Concept n'est pas celui de l'Être), qui consiste à singulariser le concept, suite à une particularisation diverse de celui-ci comme universel : ce régime est ainsi celui du jugement couronnant le syllogisme dialectique, qui produit l'identité à soi au terme de la médiatisation de soi de l'universel via son auto-différenciation.

Le plan du Concept est celui d'une nécessité particulière véhiculée par la condition d'intériorité et de dépendance mutuelle des différents éléments considérés (ainsi les données d'un problème géométrique), un plan où l'existence d'une détermination est en fait purement relationnelle⁴. Au contraire le plan de l'entendement reste celui de l'extériorité mutuelle des déterminations et concepts considérés : le moment du théorème géométrique montre cependant l'assimilation de cette nature relationnelle des éléments, malgré son maintien dans le régime de l'extériorité. En résumant le penser mathématique, tout en restant dans la condition de l'extériorité, fait ici sourdre le concept à un point élevé, qui montre très précisément à quel point ce penser ne reçoit pas chez Hegel le même traitement et la même condamnation selon les champs et pratiques théoriques considérés.

(3) A l'intégration du mathématique dans une dialectique globale du dépassement qui le transcende, s'ajoutent deux éléments immanents au plan mathématique. (a) Celui des objets ou opérations les plus riches (le quotient, les procédés d'exponentiation, la tridimensionnalité et la constitution des objets géométriques) qui indiquent, voire formalisent, l'existence de rapports qualitatifs et organiques à l'intérieur de la pensée quantitative⁵, mais d'une façon pluralisée qui empêche le passage au connaître synthétique du point (2) d'en être le

¹ Hegel 1830 § 231-2, p. 227-8.

² Cf. Hegel 1812c p

³ Stanguennec 1977 p. 21. La modalité dialectique de la « réflexion » (radicalisant l'idée traditionnelle de réflexion comme acte de penser ses pensées – aspect subjectif de la logique – et non plus seulement son penser – son aspect objectif) est elle propre à la *Doctrine de l'Essence*.

⁴ On verra dans les sections sur Cavailles (IV-4) et Desanti (V-4) à quel point ce rabattement de l'existence sur la relation est essentiel pour eux, et de surcroît dans la droite ligne de l'approche hégélienne.

⁵ Cf. la distinction établie par les traducteurs en Hegel 1812a p. 154 (note) : « Il n'y a donc pas de dialectique proprement dite des opérations de la mathématique, bien que son objet puisse être produit et explicité dialectiquement ».

paradigme. (b) Le plan des tensions *locales* agitées par les susdites contradictions structurelles du calcul infinitésimal, liées aux couples continu/discontinu et bien sûr surtout fini/infini.¹

(4) Les sciences positives, dont la vocation est de dégager et / ou d'appliquer l'universel aux singularités empiriques², sont affectées d'une double *finité* : *formelle* du point de vue de la *logique*, c'est-à-dire en ce qu'elle est constituée d'*universels abstraits* d'entendement, *matérielle* du point de vue historique (qui s'exprime par l'éclatement, l'incomplétude et la tendance à l'unification des disciplines spécialisées, etc.). L'examen hégélien des concepts de la mécanique³, et essentiellement de l'œuvre de Newton, va consister à questionner en détail le rapport entre le plan du Concept, celui de l'*empirique* que vise la physique mathématique, et celui du *mathématique*, en lui-même et en tant qu'investi dans la géométrisation de la nature. Cet examen va consister à réintégrer ces déterminations diversement finies des sciences positives dans le mouvement de l'Idée aliénée en nature, et notamment à dynamiser et *rendre raison* de leurs preuves finies et formelles qui sont par là *contingentes* : c'est en ce sens que la mécanique, comme les mathématiques en général, possède également un statut d'*intermédiaire*. La mécanique comme science s'est dégagée de la pure empirie par son légalisme, mais par ladite double finité, n'a pu accéder au niveau d'un savoir authentique pleinement fondé.

Comme le détermine la théorie de la mesure, et l'examen de la mécanique galiléo-newtonienne dans la *Philosophie de la nature*, l'unité du qualitatif et du quantitatif impose *la transition de la théorie mathématique à la théorie spéculative*, mais cette fois, avec non pas le simple dépassement du mathématique et du mécanique, mais un *retour sur soi du concept par leur biais*, ce qui se traduit par l'exigence d'une *preuve conceptuelle des lois de la mécanique*, preuve conceptuelle se rabattant pour l'essentiel à la construction d'un *concept de matière* ne renvoyant à aucun support substantiel, mais au contraire sursumant l'opposition matière grave / matière inerte (et la contradiction sur laquelle celle-ci se fonde entre attraction et répulsion). Cette pensée de la matière, reprise à Kant et transformée via la critique-reconstruction du concept newtonien de *force*, constitue le lieu théorique central de son contrasté Anti-Newton⁴.

Le fil du chapitre suivra ces distinctions, qui recouvrent, pour l'essentiel, l'approfondissement conceptuel du mouvement même de l'*Encyclopédie*, même si l'on procèdera à des recompositions contextuelles. Hegel suit le mouvement menant de l'immédiateté du quantum sensible, à l'abstrait du formalisme mathématique qui en est purgé

¹ Cf. Hegel 1812c p. 327. L'incapacité du mathématique à exposer ses propres fondements, de même que l'inévitable auto-présupposition de la logique analytique dans la tentative de sa propre fondation (et les distinctions contemporaines entre langage-objet et langage-de-l'observateur n'y font rien, la vérité du discours analytique semble bien « ineffable » au sens de J. Hintikka), amènent à voir que le plan dialectique de l'Idée, *vérité* du discours analytique, peut jouer pour les mathématiques, le rôle d'une *métamathématique* au sens contemporain du terme. On verra que la façon dont Lautman se réapproprie la théorie platonicienne des Idées, au titre d'une *métamathématique* explicitement reprise à Hilbert, ramène de très près et de façon rigoureuse à ce plan du Concept hégélien.

² Hegel 1830 § 16.

³ Science la plus pauvre car la plus abstraite, par son objet : la « physique » au sens hégélien, des corps naturels, est plus riche, car le corps naturel témoigne d'une *intérieurisation à soi du concept*.

⁴ Ce rapport concept / science positive / empirie ne s'établit pas seulement dans et par le spéculatif : une forme plus extérieure de mise en relation des trois instances, qui ne soit pas pour autant de type analytique, est décelable dans la Dissertation de 1801 : une dialectique « médiane », de type plus platonicien, assure à la mathématique la fonction de liaison entre sensible (concret empirique et abstraction mathématique de la simple réflexion à l'égard de celui-ci) et intelligible (concret substantiel/conceptuel), et une *réciprocité entre sciences de la nature et mathématique spéculative*. Le libre jeu des formes mathématiques permettrait de penser (et de le quantifier, de façon relative, car la discontinuité des processus excède tout continuisme physicaliste) le dynamisme des formes naturelles qui sont leur écho, leur double – comme si Hegel militait pour une cosmogonie néo-platonicienne faisant au sens strict naître les secondes des premières. Mais les secondes sont en réalité présupposées, heuristiquement parlant au moins, pour l'élaboration de théories mathématiques conscientes de leur ambition : connaître les formes mathématiques rationnelles. Cette forme mixte est conceptuellement plus lâche, et n'a pas été vraiment suivie depuis 1801 par Hegel : il reste qu'ici la dialectique jouerait un rôle plus général de conciliation de contraires, les mathématiques apparaissant comme le nœud de l'harmonie entre les niveaux de réalités, ce qui est l'essentiel de la position de Lautman.

et le dépasse, puis au conceptuel du connaître synthétique et intelligible qui, après l'apport de la pensée de la mesure, réintroduit le qualitatif dans le quantum abstrait. Il donne par là les moyens *logiques* de penser dans sa nécessité le dispositif légal de la physique newtonienne, on observera, contre ce qui a pu être dit *en général* des mauvaises spéculations « idéalistes » de Hegel, son souci de précision et sa compétence indubitable dans l'exposé des procédés de la mathématique de son temps, et corrélativement, le rejet de toute métaphysique de l'objet mathématique et de la cause physique, par le biais d'un ton « constructif » qui fera date dans les pensées dialecticiennes (et qui renvoie clairement, sur ce point, à l'idée bien kantienne que la connaissance mathématique n'est pas une connaissance *d'objets*). L'on verra que la critique hégélienne à l'égard du « mathématisme » se double d'une reconnaissance de sa positivité, et en particulier dans sa lecture de Newton, lecture qui donne à penser et révèle des partis-pris, mais aucunement la plupart des atrocités dont on l'accable. La longue citation suivante servira de synthèse préliminaire :

« La méthode des mathématiques est quelque chose de bien connu, son développement plus précis appartient à la doctrine qui examine le connaître fini. On pourrait ainsi croire qu'on devrait remplacer cette connaissance finie par des mathématiques philosophiques. A certains égards, tout ceci pourrait avoir lieu, et l'on pourrait déduire les rapports mathématiques à partir de la pensée. D'une manière générale, les mathématiques sont assurément une science d'entendement qui a affaire à des contenus abstraits, tels que l'espace et le nombre. Passer d'une détermination à l'autre, telle est en général l'action de l'entendement. Les mathématiques sont capables d'user de cette modalité de l'entendement d'une manière fort exceptionnelle ; elles n'ont besoin d'aucun principe, d'aucune connaissance hétérogène, etc., et elles peuvent dans cette mesure être appelées une belle science. - Ce qui est intéressant dans les mathématiques, c'est précisément ce manque d'intérêt et cette progression conséquente de l'entendement, qui ne se laisse point interrompre. Pourquoi les propositions se succèdent-elles ainsi et pas autrement, cela n'est assurément pas prouvé, et l'on ne discerne la finalité de l'ordonnement qu'après coup. Si l'on voulait faire des mathématiques d'une manière philosophique, cela signifierait précisément transformer ses déterminations en pensée. Et veut-on avoir une science de la pensée, il est alors bien plus conséquent de considérer la pensée dans son propre élément. Cela pourrait tout de même se faire, mais ce serait un travail très difficile et en même temps ingrat, que de chercher la pensée dans ces éléments qui lui sont hostiles, dont fait également partie l'élément mathématique. »¹

Si l'on compare le ton avec l'extrait suivant de *Phénoménologie*, qui contient l'*uncontroversial* à peu près systématiquement seul retenu chez les commentateurs, on voit que ce ton s'est adouci, *au sens où l'examen s'est affiné* :

« L'évidence de cette connaissance défectueuse dont les mathématiques sont fières, et qu'elles arborent du reste aussi pour plastronner face à la philosophie, ne repose que sur la pauvreté de leur *fin* et sur le caractère défectueux de leur matière, et ressortit donc à une espèce que la philosophie ne peut que dédaigner. – La *fin* qu'elles visent, ou encore, leur concept est la *grandeur*. C'est-à-dire exactement le rapport inessentiel, sans concept, et pour cette raison, n'est pas un concevoir. – La *matière* à propos de laquelle les mathématiques avèrent ce réjouissant trésor de vérités est l'*espace* et l'*Un*. L'espace est l'existence dans laquelle le concept inscrit ses différences comme en un élément vide et mort, où elles sont tout aussi bien immobiles et sans vie. »²

Il reste que dès 1812, Hegel maintenait déjà fermement et la condamnation, et le souci, par-delà cette dernière, d'examiner la variété du champ mathématique, en le regardant avant tout comme *moment logique*, plus que comme science advenue historiquement :

« Même la mathématique pure a sa méthode, qui convient à ses objets abstraits et à sa détermination quantitative dans laquelle seulement elle les considère. Dans la Préface à la *Phénoménologie de l'Esprit*, j'ai dit l'essentiel sur cette méthode, et de façon générale sur le caractère subordonné de la scientificité qui peut avoir cours dans la mathématique ; *mais elle sera aussi considérée plus en détail à l'intérieur de la logique elle-même.* »³

¹ Hegel 1822 p. 18-9. La longue note déjà évoquée du § 259 de l'*Encyclopédie* reprend cette citation sans changements notables.

² Hegel 1807, Préface p. 55.

³ Hegel 1812a, p. 24, je souligne.

Deux choses sont à retenir ici : d'une part cette distinction entre les mathématiques comme science plurielle historiquement constituée et comme moment dans le processus de développement du Concept, en résumé, entre les mathématiques comme produit historique et comme étape logique, qui est *tout à fait fondamentale*. C'est en effet elle qui rend raison de certaines variations de ton et d'arguments dans le propos hégélien : les mathématiques, *logiquement* parlant, sont une étape nécessaire quoique non suffisante dans le développement du Concept, ce qui sera particulièrement visible dans le cas de la géométrie (section III à venir), où cette distinction aidera à percevoir la proximité de Hegel avec les révolutions géométriques du 19^{ème} siècle. Comme produit historique, ces mathématiques vont recevoir toute sorte de critiques et de lectures, parfois aussi élogieuses qu'elles sont acerbes par ailleurs : ce qu'il importe de retenir ici, c'est que mathématiques constituées et mathématiques réintégrées comme moment logique ne coïncident pas forcément, et que c'est une difficulté interne au propos hégélien.

D'autre part, le caractère essentiel des mathématiques, c'est ce statut médian entre le sensible et le conceptuel (on aurait envie de dire l'intelligible) : comme science abstraite elles sont propices à l'élévation de la pensée, mais comme elles sont inféodées à l'espace, c'est-à-dire à la condition de l'extériorité, elles sont affectées d'une contingence qui pose problème : figeant, réifiant les relations entre les données, elles sont propices à leur mise en relation purement mécanique. Ne saisissant pas les essentielles relations d'intériorité qui unissent ces données, elles ne peuvent expliciter le caractère qualitatif¹ qui fait qu'une vérité mathématique est une vérité nécessaire et non contingente, elles ne peuvent justifier ce qui fait la substantialité d'une construction mathématique donnée, ou encore ce qui justifie, et en quel sens, une thèse d'existence. C'est cela qui pour Hegel justifie une intransigeante critique de leur indigence *conceptuelle* : or, ce qui peut constituer un critère d'existence d'un objet mathématique (ainsi que le sens de ces termes), ce qui permet d'affirmer que tel énoncé est une vérité, voilà bien des questions tout à fait classiques, standards dirais-je, de la philosophie mathématique (plus que des mathématiques même, faut-il le dire !).

Autrement dit, l'examen de ce statut médian des mathématiques, du point de vue conceptuel qui est le sien, c'est-à-dire par son méta-discours dialectique, est justement ce qui permet à Hegel de prendre en charge ces problèmes classiques : en ce sens, ce méta-discours joue bien la fonction d'une épistémologie, au sens contemporain du terme. Les sections suivantes ont pour fonction de montrer cela en détail. Mais au préalable, il convient d'explicitier un concept essentiel dans le dispositif conceptuel que ce méta-discours dialectique met en œuvre : celui d'*être-pour-soi*.

L'être « hanté » par le néant

Comprendre le sens logique des mathématiques nécessite des éclaircissements sur un point essentiel de la *Doctrine de l'Être* : le *devenir infini de la qualité* propre à l'advenue de l'*être-pour-soi*², dont la structure apparaîtra à plusieurs reprises dans ce chapitre *dans le registre mathématique même*.

En résumant, la doctrine de l'Être développe les catégories exprimant l'immédiateté de l'être : la pensée commence par saisir directement l'objet sans s'occuper de ses propres déterminations, lesquelles s'exposeront de façon réflexive dans la doctrine de l'Essence. L'opposition immédiate de l'être et du néant qui « hante » toujours déjà l'être, pour reprendre cette superbe formule de Sartre³, assure un mouvement de leur unité dialectique, le *devenir*, instabilité indéterminée qui fait retour en soi et se pose comme qualité déterminée, être-là-déterminé : c'est le *dasein*. La détermination même du *dasein* est ainsi *négation* et en même temps *borne* : la nature de la chose finie, cette borne, c'est son *néant*, son non-être. Le

¹ Le qualitatif est toujours lié au relationnel pour Hegel.

² Timmermans 2000 p. 26-9 expose de façon pédagogique ce qu'il convient de retenir de l'être-pour-soi dans ces passages délicats.

³ Sartre 1943, « La conception dialectique du néant » p. 46-51, est un passage remarquablement limpide sur la question. On dira de même que l'infini « hante » le fini.

processus va consister en l'outrepassement du fini par lui-même par la négation de cette borne : négation de négation qui produit alors l'infini, comme *être-autre de l'être-autre* qu'est la borne.

Mais ce premier moment de la sursomption de soi du fini amène à une radicalisation de mouvement de la liberté du concept par le stade incomplet de la *détermination réciproque du fini et de l'infini* : ils se font face, l'infini n'est que néant-de-fini, négation déterminée, et par là *fini lui-même*. L'infini de l'entendement ne traduit ici qu'un pur faire extérieur vers un « lointain » trouble et inatteignable, c'est le *mauvais infini du devoir-être qui ne cesse d'être* « inquiétude »¹. Ainsi le fini s'outrepasse dans cet infini inquiet qui le hante, et cet infini comme être-autre déterminée du fini, est fini lui-même, est négation incomplète. Les deux sont l'être-autre de l'être-autre, purs contraires de soi et unité avec l'autre, *sans déterminations propres, donc sans intériorité*.

Cette contradiction, et c'est le troisième moment, celui de l'effectivité de la négation de la négation, se sursume elle-même : de face-à-face, elle se *nie en s'intériorisant, retourne en soi, et devient alors relation qualitative*, rapport négatif et tournant de soi à soi, figure circulaire révélant *l'infini qualitatif* de l'être-pour-soi. L'être-pour-soi est ainsi le « concept du rapport infini du négatif à soi-même »² qui produit une égalité à soi *non immédiate à cause de cette infinité et de cette négativité* ; sa signification logique est la production d'un rapport global du pour-soi à soi, au-delà du jeu de ces oppositions internes. L'être-pour-soi est ainsi à la fois le mouvement subjectif de la négation dialectique³, qui suscite et effectue le procès, et le résultat objectif de ce mouvement totalisant, c'est-à-dire le procès de mise à distance de soi, de position de soi, par soi, devant soi comme le procès dans son actualité conquise. L'être-pour-soi nie ainsi l'immédiateté de l'être-là, est mouvement de liberté, au sens où il s'extrait du mauvais infini.

« c'est dans le négatif en général que se trouve le fondement du devenir, de l'inquiétude de l'auto-mouvement. Mais là le négatif n'est pas à prendre comme le néant qui se trouve tout proche de la représentation : il est la négativité véritable, l'infini. »⁴

Le moment de l'être-pour-soi est particulièrement important en ce qu'il incarne la négativité par laquelle se dépasse le devoir-être déceptif, c'est-à-dire au fond, la finitude protéiforme de l'entendement emprisonné par ses déterminations abstraites. L'extraction par l'être-pour-soi à l'égard du mauvais infini, c'est celle en particulier à l'égard de la contrainte de l'extériorité à soi dont on a vu en tout généralité qu'elle est constitutive du plan mathématique et de sa dimension « mécaniste ». On va donc voir comment ce moment de l'être-pour-soi peut, et pour Hegel, doit opérer et est pensé comme tel, en géométrie et en mécanique, et dès maintenant, en analyse, puisque c'est par lui que le « travail du négatif » va œuvrer, par lui que le *qualitatif* va surgir dans la mathématique, dans la mesure où ce moment institue la primauté des *relations* entre les éléments (et non celle des éléments eux-mêmes), et le fait que ces relations forment une totalité cohérente au sein de laquelle les concepts d'existence, de vérité, de constructivité mathématiques vont prendre un sens fort et véhiculer la nécessité exigible pour un discours qui prétend être science.

¹ Hegel 1812a p. 119.

² Hegel 1812a p. 161.

³ Et est ainsi *liberté*. C'est en cela que le concept sartrien de pour-soi de *L'être et le néant* est vraiment le fils légitime, fût-il « anthropologisé », de cette section de la *Science la logique*.

⁴ Hegel 1812a p. 137.

II. Les contradictions structurelles des sciences mathématiques

Penser et calculer

Chez Pythagore, et surtout depuis Descartes, la mathématique est modèle de connaissance et forte inspiratrice méthodologique pour la philosophie, Leibniz étant celui qui a porté à sa pureté l'idée sous-jacente : penser, c'est calculer, ou du moins doit s'effectuer, dans l'entreprise de constitution de savoirs certains – le certain étant rabattu sur le démontrable excepté pour les premiers principes¹ – selon le mode du calcul. La substitution de l'analyticité mathématique à l'analyticité logique, c'est-à-dire du modèle axiomatique des « longues chaînes de raisons des géomètres » à celui du syllogisme en barbara des *Seconds Analytiques*, trouve alors son apogée dans le règne du « mos geometricum » dans l'*Ethique* spinozienne (mais aussi, en profondeur, dans l'argumentaire hobbesien). L'articulation leibnizienne des deux modèles de rationalité, logique et mathématique², élargit ce modèle en le radicalisant : le Calculus Ratiocinator constitutif des sciences positives doit reposer une *Lingua Characteristica*, qui se présente comme une *algèbre générale*, un calcul littéral logiquement constitué et à vocation universelle. Sans passer par les mots, c'est-à-dire sans la contingence des grammaires empiriques multiples, elle doit constituer un alphabet des idées simples et les symboliser, pour rendre possible le calcul sur des compositions de ces symboles³. Cet « ars combinator », doublement influencé par le modèle des mathématiques et l'effort de rationalisation des langues naturelles, rend possible le Calculus Ratiocinator. Cette algèbre logique doit donc rendre possible la transformation de tout raisonnement en calcul (au sens d'opération aux moyens de *caractères*), donc de réduction des procédures justificatrices à des dérivations concluant en vertu de la forme, sur la base d'un système de signes menant nécessairement (selon des règles strictes que la logique formelle a justement pour but d'explicitier) à la visibilité de l'erreur. Kant, l'un des premiers, va s'opposer, contre le rationalisme « dogmatique » de cette tradition leibnizio-wolfienne à cette « mathématisation » du philosophe, en instituant la différence entre connaissance par concepts et connaissance par *construction* de concepts⁴.

Hegel reconnaît bien que le modèle du calcul permet un dégagement judicieux à l'égard du sensible : il assure à la pensée un accès à l'abstraction, l'expression de philosophèmes étant facilitée par l'usage symbolique des nombres⁵, et il faut se souvenir de l'affinité dans les dispositifs théoriques entre « logos » et « arithmos »⁶. Autrement dit, son affirmation de l'incompatibilité radicale entre le *penser* et le *calculer*, le concept et le nombre⁷, le rejet corrélatif de toute méthode mathématique pour la philosophie comme Science⁸, et la relativisation consécutive au mode de penser fini de l'entendement des déterminations purement *réflexives* que sont le principe d'identité et le principe de non-contradiction⁹,

¹ La variété desdits principes concernés, et des facultés aptes à les saisir (intuition intellectuelle, cœur, etc.) n'importe *fonctionnellement* pas ici. Seul Hilbert, dans le champ des mathématiques, tentera de ramener la question des principes à une question technique.

² Mais cette composition est déjà ancienne : cf. les éléments de Brunschvicg 1912 sur les structures aristotéliennes (ponctuelles) des axiomes des *Eléments* d'Euclide.

³ L'algèbre n'est qu'une extension de l'arithmétique en ce sens.

⁴ Cf. Kant 1781-7, *Théorie transcendantale de la méthode*, 1^{ère} Section, « Discipline de la raison pure dans son usage dogmatique » p. 1298. Cf. Hegel 1812c p. 354-6 sur Wolf et Spinoza.

⁵ Hegel 1812a p. 196 sur Pythagore.

⁶ La théorie des proportions du Livre V des *Eléments* est théorie de « logoï » « algébriquement » puis numériquement exprimables sous formes de fractions rationnelles : cf. Granger 1968.

⁷ L'idée de mathématiser au sens large, c'est-à-dire de formaliser la structure des moments logiques-dialectiques est donc de prime abord tout sauf évidente. Cf. la reconnaissance de cette difficulté au début de Dubarle 1970, mais la tentative néanmoins menée en Doz-Dubarle 1972. Voir également Gaubert 1973 et Desanti 1974, 1975, ainsi que la section III-3 du présent travail sur ce travail de Doz et Dubarle.

⁸ Hegel 1812a p. 23-4, 1812c p. 354-6.

⁹ Hegel 1830 § 115-116.

constituent une rupture massive par rapport à la tradition, et il n'est pas étonnant qu'aujourd'hui celle-ci ne soit pas toujours correctement appréhendée¹. La stigmatisation de l'absence-de-pensée, c'est-à-dire de la non-conceptualité rationnelle de ce régime discursif, en est certes la traduction la plus connue, mais il faut garder à l'esprit le fait que ce régime d'abstraction est une strate déjà élaborée, un étage permanent du penser en général toujours présupposé (*Voraussetzung*), et pas seulement un *moment* du logique destiné à disparaître².

« Quant à ce qu'implique l'usage du nombre et du calculer, dans la mesure où cet usage doit constituer une base pédagogique capitale, voilà qui ressort de soi de ce qui a été dit jusqu'à présent. Le nombre est un objet non-sensible, et s'occuper de lui et de ses liaisons est une entreprise non-sensible³ ; l'esprit est ainsi excité à la réflexion dans soi à un travail intérieur abstrait »

On ne devrait jamais oublier cette chose simple, et faire *tabula rasa* des préjugés : la critique hégélienne fait la part des choses, au sens où elle ne rejette pas en bloc tout ce qui relève du calculer comme conceptuellement pauvre ou opposé au travail proprement conceptuel. Mais cette reconnaissance de cette « base » n'est pas reprise du modèle (et l'on retrouve le thème de la pauvreté du matériau spatial évoquée ci-dessus) :

« Mais de l'autre côté, en tant qu'au fondement du nombre se trouve la différence extérieure, dépourvue-de-pensée, alors cette entreprise est en même temps entreprise dépourvue-de-pensée, mécanique, et ce puissant effort consiste surtout à tuer la vitalité de l'esprit, à étouffer le concept, à tenir-fermement ce qui est dépourvu-de-concept, et à la combiner d'une façon dépourvue-de-concept. Du fait que le calculer est une entreprise à ce point extérieure, et partant mécanique, on a pu, comme on le sait, fabriquer *des machines* qui effectuent les opérations arithmétiques de la manière la plus parfaite qui soit. Ne connaîtrait-on, sur la nature du calculer, que cette circonstance, cela suffirait à décider ce qu'il en va quand on fait du calculer une entreprise capitale pour l'esprit, et qu'on le soumet à la torture [qui consiste] à se perfectionner jusqu'à devenir machine. »⁴

Au-delà de l'actualité *totale* de cette question de la mécanisation de la pensée⁵, l'élément central ici c'est *l'extériorité du matériau* du matériau arithmétique, cause de la non-conceptualité du calculer. Est ainsi rappelée l'ambivalence du mathématique : il n'est ni sensible, ni conceptuel, il est fait d'abstractions à la fois induites et dominées par cette extériorité⁶. La constitution de l'objectivité mathématique, très exactement comme l'objectivité mécanique⁷ selon Hegel obéit donc à un double mouvement d'abstraction : à l'égard des données empiriques par l'élévation à la représentation abstraite, à l'universalité des concepts mathématiques, comme à l'égard, mais cette fois par défauts, des relations d'intériorité entre ces concepts que le plan du concept met en évidence⁸. La question que l'on pourrait se poser est la suivante : cette théorie de la constitution de l'objectivité mathématique est-elle purement descriptive (les mathématiques ne sont-elles que cela ?), ou normative (les mathématiques *doivent-elles* n'être que cela ?) ? On va le voir, Hegel va systématiquement répondre en deux temps : les mathématiques ne *sont que* cela, mais la véritable connaissance visée par elles *exige plus que cela*, le passage au plan conceptuel. Ce qui sera progressivement intéressant de voir, c'est que si le plus souvent cette connaissance véritable est pour Hegel le

¹ Dit autrement, il est évident que pour Hegel, le contenu de la *Science de la logique*, en tant qu'exposé dans et par le langage fini d'un entendement, doit être *non-contradictoire* au sens logico-réflexif classique du terme.

² Les mouvements phénoménologique et logique sont des mouvements *de catégories*, qui visent à dégager les structures essentielles de tout procès réel, et en tant que tels, n'ont aucun sens chronologique et ne sont pas la simple explicitation de processus réels. Comprendre cela, c'est dé-psychologiser et dés-historiciser ces mouvements qui n'ont *rien de psychologique ni d'historique*, puisqu'ils expriment un procès *logique*.

³ Toutes les arithmétiques empiristes, de Hume à Mill, sont ainsi rejetées – l'origine psychologique de la représentation du nombre n'ayant rien à voir avec la détermination conceptuelle de son type d'objectivité.

⁴ Hegel 1812a p. 201 (les deux citations sont un seul et même paragraphe).

⁵ De façon générale, ce paragraphe résume le cœur des rejets contemporains du modèle de la pensée-cerveau comme une machine de Turing (et en premier lieu, celui de ce modèle par Turing lui-même).

⁶ Sur cette domination de l'extériorité : Hegel 1830 p. 156.

⁷ Cf. la section « Quel anti-newton ? » à venir dans ce chapitre.

⁸ Cf. Doz & Dubarle 1972 p. 24, note.

privège du penser spéculatif-dialectique, il lui arrive d'inviter à une *mathématique spéculative*, donc à une double suggestion, plus exactement, à une suggestion ambivalente : celle selon laquelle *la mathématique même* pourrait devenir *conceptuelle*, ou à l'inverse, celle selon laquelle le penser spéculatif pourrait devenir *mathématique lui-même*. La seule chose à retenir pour l'instant, c'est le fait que Hegel ne va pas rejeter systématiquement, en résumé, la scientificité mathématique pour la scientificité dialectique en les mettant simplement en compétition au profit de la seconde, mais qu'il va bel et bien essayer d'intégrer la première dans la seconde : ce sera particulièrement visible dans le cas de la mécanique.

Pour l'instant, il convient d'abord de rappeler le statut logique du quantum comme unité de continuité et de discrétion¹, et d'exposer la conception hégélienne du nombre. Cela permettra ensuite de voir en quoi l'arithmétique (et, par extension, l'algèbre) est par excellence connaissance *analytique*, et que c'est en cette analyticité que se résume, malgré le paradoxe des termes, la *synthéticité a priori* affirmée par Kant du jugement mathématique.

I. Le nombre : détermination de l'être-pour-soi sursumé

Le retour en soi de l'être-pour-soi permet l'Aufhebung du face-à-face fini/mauvais infini, on l'a rappelé. Plus précisément il produit les moments de l'Un et du Multiple qui sont constitutifs du nombre : voyons le détail du procès. Le moment de l'être-pour-soi, comme relation du négatif à lui-même, est d'abord *pour-soi*, l'un au sens de l'unité d'une totalité « organique ». La différenciation du négatif par rapport à lui-même consiste, pour lui, à se poser lui-même dans de *nombreux uns*, une peu comme une multiplicité de rayons partant d'un même centre : c'est le moment de la *répulsion*, puisque chaque un n'est aucun des autres uns. Néanmoins, chaque un est en soi indifférencié par rapport aux autres uns : tous ces uns sont *le même*, la multiplicité fait jaillir, si l'on peut dire, une unité d'essence. La répulsion des uns se résout donc en leur *attraction* mutuelle, figure de l'unité initiale du pour-soi : le passage de la qualité à la quantité, assuré par ces moments du pour-soi, est concrètement assuré par le fait que l'être-pour-soi, intériorisant cette opposition répulsion/attraction, se pose alors leur unité, unité de la multiplicité des uns et de l'unité de ces multiples uns comme identiques².

Ce qui importe ici, c'est l'antinomie dialectique³ des moments que ces répulsion et attraction induisent, dans le registre de la quantité : ce sont ceux de la *continuité* et de la *discrétion*. La continuité, dans la grandeur comme « être-pour-soi sursumé »⁴ c'est le moment de l'unité par l'extériorité-réciproque d'une multiplicité indifférenciée :

« [1...] La *continuité* est ce moment de l'*égalité-à-soi-même* de l'être-en-extériorité réciproque.

2. C'est immédiatement, par conséquent, que la grandeur a dans la continuité le moment de la *discrétion*. La continuité est égalité-à-soi-même, mais [égalité-à-soi-même] du multiple...

3. La grandeur, comme l'unité de ces moments, la continuité et la discrétion, peut être nommée *quantité* »⁵

On verra plus loin le sens mathématique de cette détermination logique de la continuité. Ce qui importe pour l'instant de ces trois étapes, c'est qu'elles permettent de déterminer le nombre à partir du principe que toute quantité contient les moments du discret et du continu⁶ :

¹ Cf. le résumé de Hegel 1830, § 102 p. 154-6.

² Hegel 1812a p. 134 et suiv. L'unité des moments de l'attraction et de la répulsion est au centre de la critique consécutive du concept kantien de matière, critique dont on verra dans la section « Quel Anti-Newton ? » les attendus spéculatifs.

³ La longue Remarque 2, Hegel 1812a p. 173-83 porte sur la seconde antinomie kantienne (quantité) sur la divisibilité de la matière et invite à un tel dépassement de l'opposition discret-continu, tout en affirmant que Kant est resté en-deçà de ce qu'a réussi Zénon par le *fait* de l'exposition de ses « apories ». Cf. également la référence à Zénon en Hegel 1822 p. 7, et en Hegel 1830, § 104, Note p. 157.

⁴ Hegel 1812a p. 167.

⁵ Hegel 1812a p. 168-9.

⁶ « Cette continuité dans le discret consiste en ce que les Uns sont ce qui est mutuellement égal, ou ce qu'ils ont la même *unité* », Hegel 1812a p. 185.

plus précisément, le nombre de l'arithmétique est le produit de la compréhension du moment de la discrétion, et le continuum géométrique, celui de la compréhension du moment de la continuité : dans les deux cas, il y a insistance sur un moment au dépend de l'autre¹. Le problème sera pour Hegel de montrer qu'une telle insistance, unilatérale, est fortement problématique, puisqu'elle fait l'impasse sur la nécessité de leur unité : mais cette unité, c'est sur le plan qualitatif de la théorie de la mesure qu'elle pourra être mise en évidence. La *quantité réelle*, pour l'instant, est cette unité immédiate déterminée (un être-là) obtenue par position d'une différence dans la quantité en général (qui est ici l'être par opposition à cet être-là) : cela institue le *quantum*.

Le nombre a donc un double statut. Il est d'abord la forme la plus pure du quantum déterminé, son incarnation *logique*. Mais il est aussi le *schème*, pour reprendre le terme kantien, de constitution arithmétique de tout quantum singulier. Ainsi le nombre (Zahl), c'est la quantité initialement abstraite, *extérieure et variable*, pure *possibilité de détermination de l'être qu'il nombre* : tout quantum déterminé est alors unité dialectique de l'unité (Einheit) et du nombre-nombré (Anzahl), de unité de l'unité et de la multiplicité, puisqu'il est constitué par l'itération de l'addition à soi de l'unité². La reprise dialectique des catégories kantiennes (en particulier celui du nombre comme schème de la quantité se résolvant en la possibilité d'effectuer le +1) consiste à penser l'auto-qualification du quantum en degré, dont l'unité produit un analogue de l'infini du devoir-être dans la quantité : l'infinité quantitative sous sa forme représentative de mauvaise infinité du progrès. En effet, l'itération de l'ajout à soi de l'unité implique est par principe indéfiniment répétable : on peut toujours effectuer +1. Cela ouvre bien à une forme d'infinité, mais une forme d'infinité déceptive, celui d'un possible qui ne s'arrête jamais, qui n'aboutit à rien. Si en arithmétique (ou en algèbre) cela, finalement, pose peu de problèmes pour Hegel, c'est au sens où cette discipline est moins porteuse conceptuellement : *l'antinomie fini/infini, face-à-face nécessairement aporétique dans le registre de la seule quantité, va cependant être la source des contradictions structurelles du calcul infinitésimal, dont le ressort consiste à appliquer à l'infini les procédures propres au fini*. Mais c'est de ces Contradictions structurelles que le mouvement du concept fera surgir l'infini cette fois qualitatif : celui-ci assurera d'une part la sursomption du couple quantité-qualité (dans la mesure), et d'autre part permettra de rendre raison de ces contradictions en proposant un concept mathématique adéquat de l'infiniment petit. Ce qui est d'emblée à noter ici, c'est que Hegel va régler implicitement le sort de l'infini mathématique au sens de l'infiniment grand comme il va traiter explicitement celui de l'infiniment petit : en produisant un concept *qualitatif*, (c'est-à-dire en le faisant reposer sur les relations mutuelles entretenues par les éléments du quotient différentiel). Voyons cependant maintenant ce qu'il faut mathématique retenir de cette approche hégélienne du nombre.

Du statut du nombre à la déficiente analyticité de l'arithmétique

1. Conception finitiste et cardinale du nombre

Si cette arithmétique traite de l'extériorité et de la séparabilité du discret (par définition), d'un ensemble de nombres, Hegel ici n'examine pas en soi le problème des divers types de nombres. La conception rigoureuse de ce qu'est un élément de \mathbb{N} , de \mathbb{Q} ou \mathbb{I} , s'élaborera à partir de Frege, Dedekind et Cantor et ne trouvera sa « solution » qu'avec l'axiomatisation de la théorie des ensembles et la clarification définitive de la distinction dénombrable/non-dénombrable. L'approche hégélienne, cependant, de l'engendrement des naturels, de la succession, et par là, de leur considération en tant qu'ensembles, au sens de *Menge* (ce sera le

¹ C'est la même chose pour l'antinomie entre divisibilité à l'infini ou indivisibilité de l'espace.

² Cette homogénéité quantitative du nombre laissera surgir de son intérieur une différence *qualitative*, la *singularité* de chaque nombre : cette contradiction amène cette extensivité à retourner en soi et se faire *degré*, c'est-à-dire *intensivité* qualitative. Cf. le résumé du procès en Hegel 1830, § 102 p. 154-6. La troisième détermination de *relation quantitative*, sous la forme essentielle de la *relation-de-puissance* (exponentiation : multiplication réitérée du nombre par lui-même), est la plus riche conceptuellement, mais c'est au cours de l'examen de la *Remarque sur le concept de l'infini mathématique* que l'on en verra les attendus.

terme utilisé par Cantor), lui permet de distinguer quantum déterminé fini et infini quantitatif, les deux relevant de la même catégorie du dénombrable.

Par ailleurs, si le nombre est une totalité analytique¹ d'abord perçue dans sa *cardinalité*, au-delà du rôle constitutif du Un (le nombre résulte de l'itération de l'unité selon le nombre-nombré, l'unité d'une multiplicité d'unités) dans son second aspect, le nombre apparaît comme un instantané, désignation de la valeur d'une grandeur fluente : de ce fait c'est son *ordinalité* que ce second temps introduit. A la variation de la grandeur² correspond la succession de ses valeurs, donc des nombres qui les dénotent. La succession ordonnée est succession ordinale des nombres entre eux. Ce aspect est bel et bien second : pour être unité arithmétique de nombres nombrés, il faut bien que ces nombres-nombrés soient engendrés, et cela par le fait que tout nombre est unité d'unités discrètes. L'être de l'objet arithmétique est ainsi réduit par Hegel à ce qu'une arithmétique « finitiste » (au sens où il rejette tout infini arithmétique *actuel*) en un sens informel³ des opérations élémentaires (bien que la théorie des nombres, comme il le sait, contienne des domaines plus riches).

Le nombre s'engendre dans la dialectique du quantum *et comme tel précède tout formalisme et tout calcul*⁴ : c'est le quantum dans sa détermination fixe et réduite à elle-même, résultat de la division de la continuité en unités discrètes qui fait passer de la quantité au quantum. L'Un est le principe de la constitution de la division d'un tout en unités discrètes, de la succession de l'acte d'adjonction qui permet de constituer des suites (d'entiers ou de rationnels), et des opérations supplémentaires qui peuvent se ramener à cette répétitivité opératoire. Cette conception hégélienne est donc affine aux théories non actualistes des cardinaux, le cardinal étant la spécificité de l'Anzahl, instrument du décompte des éléments d'un ensemble fini ou dénombrable⁵.

2. Le continu

L'opposition discret / continu ne semble donc pas faire *mathématiquement* problème pour Hegel : leur articulation s'opère, comme étape logique, avant l'engendrement des nombres, et par là, ne peut se traduire dans les termes de la construction du continu numérique. Pourtant, de même que Bolzano à la même époque, il est conscient des « Paradoxes de l'infini », c'est-à-dire du fossé existant entre le discret arithmétique et le continu géométrico-analytique, indiquant une très vraisemblable différence de statut que la distinction dénombrable/non dénombrable a justement aidé à formaliser par la suite. On peut cependant traduire mathématiquement le *moment* de la continuité (antérieur à celle du nombre proprement dit) :

« Pour la *représentation* dépourvue-de-concept, la continuité devient aisément *composition*, savoir un rapport extérieur des Uns les uns aux autres, où le Un demeure dans sa rigidité et son exclusion absolues... C'est à cette extériorité de la continuité que reste accrochée l'atomistique. »⁶

Or on a là le cœur du concept implicite du continu des *Eléments*, et plus généralement, de cela seul que le régime discursif de l'entendement est arrivé à maîtriser réellement aujourd'hui⁷. En effet, si l'Un est le principe de la constitution (additive ou multiplicative) autant que de division d'un tout en unités discrètes, dans la succession de l'acte d'adjonction qui permet de constituer des suites (d'entiers principalement), il reste également celui de la

¹ Hegel 1812 c p. 341.

² Cf. Hegel 1812a p. 166, « Habituellement, on définit une grandeur comme quelque chose que l'on peut *augmenter* ou *diminuer* », mais cette définition présuppose la grandeur elle-même.

³ C'est-à-dire en un sens non technique du terme – à la rigueur celle de Peano, parce que cette arithmétique dont traite Hegel se permet des raisonnements maîtrisant l'infini par un schéma de récurrence que l'axiome d'induction complète formalise adéquatement. Mais PA est déjà une présentation axiomatique de l'arithmétique, ce à quoi Hegel ne pensait certainement pas.

⁴ Et là, en revanche, on pourrait voir une affinité avec Brouwer.

⁵ Doz-Dubarle 1972 p. 27, note 40. Salanskis 1997 insiste à juste titre sur le *ton* constructiviste de cette conception générative des nombres à partir des entiers naturels.

⁶ Hegel 1812a p. 170.

⁷ Puisque la cardinalité \aleph^1 du continu est définie à partir de l'hypothèse indépendante du continu $\aleph^1 = 2^{\aleph^0}$.

continuité pensée comme *la réunification en une suite ainsi à la fois dénombrable et dense d'unités distinctes*. Or c'est la *dénombrabilité dense* plutôt que la continuité non-dénombrable des réels qui caractérise le continu euclidien dans l'implicite du concept mobilisé, c'est-à-dire dans ce qui est *de fait* exigé pour que les démonstrations des *Eléments* soient possibles pour l'essentiel. On notera la proximité de cette caractérisation avec celle des coupures chez Dedekind, et au fond, aussi celle de Cantor, dans la mesure où dans les cas, le continu des réels est construit à partir de la dénombrabilité dense des rationnels¹ : cette « réunification » que je prête ici à Hegel n'est en effet pas du tout techniquement déterminée dans son propos, même si conceptuellement parlant les propriétés essentielles de ce continu sont les mêmes.

D'autres éléments sur ce sujet viendront dans la section III sur la géométrie : pour l'instant, ce qu'il faut retenir, c'est que la spatialité relevant de la géométrie subit la même sentence que l'arithmétique : elle est la réalisation d'un univers d'éléments appréhendés selon la forme et le mode de l'extériorité. Cependant, comme on le verra plus bas, le passage au connaître synthétique en fin de *Doctrine du Concept* d'une part, et surtout la mise au jour des déterminations qualitatives de l'espace dans la *Philosophie de la Nature*, montreront que l'infinité quantitative de cette *densité* n'épuise pas ce qui est dicible du continu spatial, *tout simplement parce que l'espace n'est pas un ensemble de points comme unités de type arithmétique* : le point géométrique, pris comme *moment*, sera au contraire l'occasion d'un nouveau surgissement de l'infini qualitatif, c'est-à-dire du moment de l'être-pour-soi. Mais alors, ce qui sera dicible du continu le sera *au-delà du quantitatif*, et donc de façon *non mathématique* du point de vue même de Hegel, non *métrique* mais plus proche d'un registre *topologique* (registre inexistant avant la seconde moitié du 19^{ème} siècle) dans nos termes actuels. En tous cas, la non-dénombrabilité des réels, qui est encore aujourd'hui la forme *mathématique* majoritairement retenue de détermination de la continuité mathématique, par principe, n'est pas pensable dans son dispositif.

3. L'analyticité de l'arithmétique

Les propres mots de Hegel résumeront parfaitement sa perspective générale :

« On sait que l'arithmétique et les sciences plus universelles de la grandeur discrète se trouvent nommées par excellence science analytique et analyse. Le type de connaissance de cette [science] est en fait analytique de la façon la plus analytique qui soit... Le matériau arithmétique et algébrique... est quelque chose de déjà fait de façon toute abstraite et indéterminée, en quoi toute caractéristique de relation est supprimée, à quoi donc maintenant toute détermination et liaison est quelque chose d'extérieur. »²

Plus particulièrement, la question que Hegel souhaite affronter est la suivante : en quoi $7 + 5 = 12$ peut-il être un jugement synthétique *a priori* ?³ D'après Kant, le propre du schématisme transcendantal est d'assurer la construction des concepts mathématiques et physiques. Le caractère *synthétique* vient de l'acte de construction, le caractère *a priori* de son effectuation dans l'intuition pure, pour la quantité, via le nombre⁴. Le schème transcendantal qu'est le *nombre* pour la quantité, est *représentation d'un procédé opératoire, d'une règle de construction, rendant applicable le concept à l'objet en le temporalisant*, c'est-à-dire en lui faisant rencontrer la forme temporelle. Le nombre présuppose l'homogénéité du divers où l'on opère la construction, et est *synthèse figurée* d'une grandeur

¹ Chez Cantor, un irrationnel (tout réel au sens large par extension) est le représentant d'une classe d'équivalence de suites de Cauchy de rationnels.

² Hegel 1812c p. 324.

³ Je résume ici la discussion du « Connaître analytique » de Hegel 1812c, III-2-A-a p. 319-28, et sa discussion de la position kantienne.

⁴ Cette construction s'effectue dans une intuition non empirique (elle ne tire aucun modèle d'une expérience quelconque), mais qui considère, comme intuition, l'objet singulier (ainsi une figure empirique tracée ou imaginée dans l'intuition pure) comme lieu d'expression, pour la représentation d'une *validité universelle* (pour toute intuition possible). Dans cette intuition empirique considérée, n'est regardée que *l'acte de construction du concept*, autrement dit, ce n'est pas le produit fini, mais ce qui, de normatif et d'universel, est enveloppé dans l'activité subjective de construction (autrement dit il y a des contraintes universelles de construction).

reposant sur l'addition successive de l'unité à l'unité (procédé opératoire), liée au temps (succession comme condition de la genèse additive) et à l'imagination (qui opère la liaison du divers de l'intuition dans le sens interne). Les propriétés du Zahl et de l'Anzahl évoqués ci-dessus sont ici également caractéristiques : ce n'est pas l'aprioricité, mais la *synthéticité* que Hegel récuse¹.

« Concrètement : Dans le trois se trouvent rassemblés le deux et l'un, mais l'un et le deux sont cependant rassemblés ici d'une manière totalement extérieure ; par contre, la nature de l'idée est précisément l'unité inséparable, intime, et elle est dégradée au plus haut point par cette manière d'utiliser les éléments sensibles [comme des figures géométriques, par exemple le cercle pour symboliser par analogie extérieure l'éternité] »²

La synthèse opératoire qu'est l'addition (la multiplication pouvant se résoudre en elle) n'ajoute rien au concept du nombre particulier qui est le résultat de cette somme additive, réduction de l'inégal à l'égal, de l'inconnu au connu. L'extériorité mutuelle des nombres agrégés est rappelée de façon limpide, pour Hegel, dans la nature de la *preuve* que $7 + 5 = 12$. Cette preuve n'est qu'un *théorème analytique* qui n'a que l'apparence de la non-trivialité, sous la forme de l'apparence de la différence des deux membres égalisés :

« Kant a certes qualifié la proposition $5 + 7 = 12$ de proposition *synthétique*, parce que d'un côté c'est la même chose, dans la forme de termes pluraux, de 5 et 7, d'un côté, de l'autre côté dans la forme de Un, de 12, qui est présentée. Seulement, si l'analytique ne doit pas signifier le $12 = 12$ tout abstraitement identique et tautologique et [doit] être en général un progrès dans ce même [$12 = 12$], il faut que soit présente une différence quelconque, cependant... $5 + 7$ et 12 sont tout à fait le même contenu... Le 12 est donc un résultat de 5 et 7 et d'une opération qui [est] déjà posée, [et qui] selon sa nature, est également un faire extérieur, dépourvu-de-pensée, en sort qu'une machine peut par conséquent aussi en avoir raison. Ici il n'y a pas le moins du monde de passage à un autre ; c'est un simple acte-de-poursuivre, c'est-à-dire [un] acte-de-répéter la même opération [que celle] par quoi 5 et 7 ont surgi ».³

C'est ainsi *conceptuellement parlant* une tautologie, c'est-à-dire un énoncé de pure explicitation. La preuve du calcul, *c'est le calcul lui-même*, prouver que $7 + 5 = 12$, c'est ajouter des unités : la synthéticité n'est que de surface. Parler de preuve autre que l'énoncé de la solution même est une « armature hautement superflue », parce que *l'immanence* des éléments à la solution (tout se réduit à ajouter des nombres) est ce qui témoigne, et le paradoxe n'est qu'apparent, de l'absence d'*intérieurité* (il n'y a aucun mouvement de soi vers un autre que soi ou vers soi-même par auto-différenciation) :

« Si le problème est que l'on doit additionner plusieurs nombres, la solution est : on les additionne ; la preuve montre que la solution est juste pour la raison qu'il était prescrit d'additionner et [que] l'on a additionné... Si le problème contient des déterminations et opérations plus complexes, par exemple de multiplier des nombres décimaux, et [que] la solution n'indique que le procédé mécanique, une preuve devient bien nécessaire ; mais celle-ci ne peut être rien de plus que l'analyse de ces déterminations et de l'opération d'où la solution ressort de soi. »⁴

L'essentiel pour Hegel est que la perspective arithmétique fait du nombre une entité inerte, traitée en pure extériorité, que l'unité qui préside à son être n'est pas conceptuelle mais l'unité figée, sans vie, de l'instant. Ainsi la vie du nombre ne lui est pas immanente mais extérieure, c'est celle, réduite, de celui qui effectue des opérations sur lui, le mathématicien, opérations qui alors héritent aussi de cette extériorité et de cette fixité. L'arithmétique traite donc de la pensée abstraite, intellectualisée (construction dans l'intuition pure), en sus de la quantité appréhendée empiriquement (intuition sensible). Quant à l'algèbre, elle reçoit un jugement identique (rétrospectivement sa partie la plus simple, les rudiments de l'algèbre linéaire, puisque sa partie la plus élaborée se développera surtout à partir du milieu du 19^{ème} siècle), et

¹ Cf. Salanskis 1997 p. 34-41 qui examine en détail cette différenciation des connaître analytique et synthétique.

² Hegel 1822, § 202 p. 19.

³ Hegel 1812c, p. 325, je souligne la dernière phrase

⁴ Hegel 1812c, p. 326.

il faut reconnaître qu'elle aurait mérité des développements plus approfondis. S'il évoque Gauss, le version de 1832 de la *Science de la Logique* n'étudiera pas ceux de Abel, et plus étonnant, pas non plus les écrits de Lagrange consacrés spécifiquement à l'algèbre¹, alors que l'œuvre de ce dernier, est pour Hegel (et en général) centrale dans l'histoire du calcul infinitésimal.

Autrement dit, le critère de synthéticité est le suivant : il faut que la résolution du problème implique *un procès de passage à un autre, cet autre étant absent des données du problème formulé*. Cette absence seule justifie l'idée que la preuve soit autre chose qu'une simple répétition du même, et c'est cela que Hegel qualifie d'authentique *construction*, ce qui n'advient que dans l'analyse plus élevée (et Hegel d'évoquer la solution *synthétique* donnée par Gauss dans ses *Disquisitiones Arithmeticae* de 1801 au problème des racines de l'unité²), et notamment, celle de la géométrie (théorème de Pythagore en particulier) et du calcul infinitésimal (relations-de-puissance), au fondement duquel se trouve une « détermination-de-grandeur qualitative qui peut se trouver seulement par le concept », et qui exige le passage à une détermination *non analytique* de la grandeur, raison pour laquelle

« la mathématique... n'a pu venir, jusqu'à ce jour, à justifier par soi-même, c'est-à-dire de manière mathématique, les opérations qui reposent sur ce passage, *parce qu'il n'est pas de nature mathématique* »³

C'est ce que la *Remarque sur le concept de l'infini mathématique* de 1812-1832 s'emploie à exposer progressivement en détail, ce sur quoi l'on va se concentrer maintenant.

II. La teneur conceptuelle du calcul infinitésimal

Dans cette *Remarque* Hegel va beaucoup insister sur le fait que la possibilité d'obtenir par adjonction de l'unité un nombre supérieur à un nombre donné marque l'instabilité de la quantité déterminée. La limite appelle son propre dépassement, et c'est de cette instabilité du défini, tourné vers le mauvais infini, l'infini quantitatif de l'adjonction toujours possible du +1 au fini⁴, que surgit le vrai infini, l'infini concret du devenir dialectique dont la trace dans la mathématique même se manifeste dans le calcul différentiel. Le passage du fini à l'infini, du discret du fini ouvert sur sa propre infinitisation quantitative, à l'infini concret de la continuité et de l'identité « à l'infini » des contraires que sont le droit et le courbe, montre ici une transition du procès mathématique au dialectique. Ces notes sur le calcul infinitésimal ont été historiquement stigmatisées, pour le motif qu'elles seraient une projection extérieure de ses spéculations idéalistes sur les problèmes que ce calcul soulevait alors : mais ceci est une vision simpliste que certains ont commencé à déconstruire concrètement⁵ : on va le voir sur le traitement offert par Hegel du rapport fini/infini, du statut des différentielles dx et dy et de cette notion assez étrange finalement qu'est la « grandeur variable ».

La Remarque sur le concept de l'infini mathématique (1812-1832) : lecture suivie

Reprenons pas à pas les arguments de la Remarque sur l'infini mathématique de l'édition de 1812, appelée alors « La détermination conceptuelle de l'infini mathématique », avant d'exposer les éléments importants des deux nouvelles remarques complémentaires qui s'y ajoutent alors

¹ Cf. Vuillemin 1962, I, et surtout Dieudonné 1978, II-III.

² Hegel 1812c, p. 325 évoque la méthode gaussienne de résolution trigonométrique de l'équation $x^m - 1 = 0$.

³ Hegel 1812c, p. 327, je souligne la proposition subordonnée.

⁴ Hegel 1812a, « Quantité », 1-C-2, « Remarque 1 » p. 219 : « La mauvaise infinité, [s'exprime] surtout dans la forme du progrès du quantitatif à l'infini - cet acte continu de passer outre à la limite qui est l'impuissance de la sursumer et la retombée permanente en elle ».

⁵ Lacroix 1996 p. 125-49, Crépel 1989, Alcouffe 1985, notamment p. 63-94.

« Le but du calcul différentiel déduit de ses applications », et « Encore d'autres formes en connexion avec la détermination-de-grandeurs qualitative ».¹

Cette longue remarque procède comme suit. Le début en est conceptuel : commençant par affirmer la nécessité du penser dialectique pour exposer le concept d'infini qui manque au calcul infinitésimal, afin que celui-ci sorte de ses contradictions, Hegel procède à un rapide examen du concept kantien d'infini, pour en montrer la déficience. Il étudie ensuite de façon systématique les divers types de fonctions de grandeurs variables pour exposer les formes diverses d'expression mathématique de l'infini, et, très vite, s'intéresse au calcul différentiel et à ces différentielles pensées comme *quanta sursumés*, et aux procédures de négligence qu'elles subissent régulièrement. Dans l'ensemble, sur chaque objet retenu, son propos progresse en suivant la chronologie des mathématiques historiquement advenues, et passe en revue les grandes figures : c'est méthodologiquement instructif, car on voit Hegel ici suivre concrètement l'histoire d'une science pour dégager, à chaque étape restituée, ce qui est problématique selon les critères liés au plan conceptuel qui est le sien, autrement, accueillir la mathématique telle qu'elle *est historiquement et techniquement* pour la questionner ensuite du point de vue *logique*. Son propos n'est pas, méthodologiquement parlant, celui d'un historien professionnel des mathématiques au sens contemporain du terme, mais il reste que ce souci de suivre l'histoire advenue, tout en l'ordonnant à la logique du concept, éloigne Hegel du ton sentencieux et extrêmement discutable de sa condamnation des mathématiques dans la Préface à la *Phénoménologie de l'Esprit*. Ce qui justifie ici une reprise détaillée de cette remarque, dont le nerf est le statut des différentielles *dx* et *dy*.

Cette Remarque s'inscrit en effet dans la critique spéculative générale de la pensée analytique, qui récuse les différentielles pour un motif inadapté (ou les utilise de façon non conceptualisée) : leur caractère contradictoire. L'aporie *représentationnelle*, la *contradiction structurelle* du calcul différentiel et intégral est la suivante : *soit ces différentielles sont, soit elles ne sont pas*. Or cette contradiction est pour Hegel justement ce qui fait l'actualité des *dx* et *dy* comme révélatrices d'une *relation infinie qualitative*². On a déjà à plusieurs reprises rappelé la différence essentielle pour Hegel entre le plan mathématique et le plan dialectique : dominé par sa condition d'extériorité, le premier n'est pas apte comme le second à saisir la nature essentiellement relationnelle des éléments qu'il dissocie et réifie. Ce que montre Hegel, c'est que les différentielles « disparaissent » lors des calculs en tant que *quanta* pour devenir les moments dialectiques d'une *relation* : or cela, c'est affirmer la présence *dans la mathématique* du qualitatif. Techniquement, l'usage des imaginaires ressemble à cet emploi des *dx* et *dy*. Hegel sur ce point ne fait rien de plus que poursuivre Leibniz : la dérivation les « nie » comme *quanta*, et d'une certaine façon l'opération inverse d'intégration nie cette négation. Les « grandeurs évanouissantes » expriment le procès du quantum qui se sursume comme quantum fini et se pose comme différence qualitative, moment relationnel, et devenir expressif de l'auto-déploiement infini du penser. La signification de *quanta*

« se perd totalement dans les *différences infiniment petites*. *dx*, *dy* ne sont plus un quantum et ne doivent pas en signifier un, mais ont une signification seulement dans leur rapport, *ils n'ont de sens que comme moments*. Ils ne sont plus *quelque-chose*, le quelque-chose pris comme quantum, ils ne sont pas des différences finies ; mais *ils ne sont pas non plus néant*, ils ne sont pas le zéro dépourvu-de-détermination. En dehors de leur relation, ils sont de purs zéros, mais ils ne doivent être pris que comme moments de la relation, comme *déterminations* du coefficient différentiel $\frac{dx}{dy}$.

Dans ce concept de l'infini, le quantum est véritablement achevé en [quantum] quantitatif ; il est rendu effectivement infini ; il n'est pas seulement sursumé comme ce quantum-ci ou ce quantum-là, mais comme quantum en général. Il reste pourtant détermination-de-quantité, *élément* de *quanta*, principe, ou ces *quanta* dans leur *concept premier*. »³

¹ Hegel 1832a, respectivement p. 259-301, 301-35, 336-49. Les traductions des extraits de cette seconde édition sont repris de Lacroix 1996 et Desanti 1975. Pour les références, je renvoie par principe à l'édition française, à l'édition allemande pour ces deux remarques complémentaires de 1832.

² Cf. Hegel 1812c p. 353.

³ Hegel 1812a p. 255. C'est exactement la même approche qui est développée en Deleuze 1968, « Synthèse idéale de la différence » p. 223-4 : Hegel n'est pas cité, mais me semble très présent dans ce passage.

Voyons maintenant pas à pas les étapes de l'argumentation (les arguments récurrents ne sont restitués qu'une seule fois).

1. Légitimation de l'examen conceptuel du calcul différentiel¹

1. Hegel dresse d'abord le constat du manque de justification conceptuelle de l'usage de l'infini par la mathématique.

2. Il expose sa thèse : la dialectique va dégager l'infini véritable qui est au fondement de l'usage de l'infini mathématique.

3. Première objection qu'il s'adresse : la mathématique est autonome et n'a que faire de la métaphysique qui « créé » les problèmes.

4. Première réponse à l'objection : ceci serait valable si la contradiction venait de l'extérieur, ce qui n'est pas le cas. La méthode mathématique fait naître elle-même la contradiction qui consiste à appliquer à l'infini les procédures du fini.

5. Seconde réponse : le succès des résultats ne justifie pas le « style » et l'obscurité de la méthode, car la transparence de la preuve est en sciences essentielle.

6. Vient alors une remarque programmatique reprenant la thèse : Hegel va mettre en lumière le « concept vrai » / véritable de l'infini (sur la base de la distinction déjà faite entre le bon et le mauvais infini du progrès).

7. Mise en lumière de la difficulté centrale : comprendre ce que signifie le fait que l'infini mathématique est « quantum sursumé », par-delà sa simple caractérisation comme « grandeur au-delà de laquelle il n'y en a pas de plus grande ou de plus petite »².

8. Hegel évoque le concept kantien de l'infini : il rappelle que Kant, dans son analyse de la première antinomie cosmologique, rejette le concept d'entendement d'infini actuel, au sens où maximum et minimum sont des déterminations de grandeurs finies comparables, et non des relations. Puis il critique la définition kantienne du concept rationnel (réflexif) d'infini, qui revient à l'infini potentiel ou virtuel de l'acte d'adjonction relevant du niveau transcendantal-subjectif³, lequel n'est qu'une forme du mauvais infini, celui du progrès indéfini.

9. Le véritable quantum infini est en revanche infini soi-même : il « contient l'extériorité et la négation de soi en lui-même »⁴. Il est simplement comme moment, donc il n'est pas un quantum en tant que tel. Le concept vrai est donc un *moment-relationnel*.

2. Analyse des matériaux techniques de complexité croissante : fractions, séries, grandeurs variables

10. Hegel prend alors un premier exemple mathématique simple : les rationnels (fractions, (gebroschene Zahl). C'est la relation qui prime entre deux quanta finis a et b dans la forme $\frac{a}{b}$, et ces deux quantas « commencent alors à avoir un caractère qualitatif »⁵ ; de ce fait il se sont

¹ Labarrière-Alii 1981 étudie en détail ces étapes, mais dans une généralité mathématique qu'il m'a paru nécessaire de compléter, en utilisant entre autres les nombreuses et précises indications de Desanti 1975.

² Hegel 1812a p. 239.

³ Cf. Kant 1781-7 et Hegel 1812a p. 241 : « La synthèse successive de l'unité dans la mensuration d'un quantum ne peut jamais être achevée ».

⁴ Hegel 1812a p. 242.

⁵ Hegel 1812a p. 243.

pas simplement des grandeurs susceptibles d'être augmentées ou diminuées, ou « limites indifférentes ». Leur « limite indifférente » est sursumée et par là ils recèlent, quoique de façon déficiente, le "moment de l'infinité". La substituabilité indéfinie de a et de b ne signifiant rien d'autre que le fait que a et b sont quelconques, la fraction en tant que telle a donc un double aspect : comme relation fractionnaire c'est un quantum fini, mais elle recèle l'infini via cette relation.

Second exemple : l'identité de la finité de la fraction $\frac{1}{1-a}$ et de l'infinité de la série $1+a+a^2+a^3+\dots$ pour $a < 1$, dont la fraction, qui représente la somme de ses membres, est l'expression finie¹. L'infinité de la série est la mauvaise infinité du progrès car ce qu'elle doit exprimer demeure un devoir-être déficient, alors que la finité du « nombre fractionné » révèle l'infinité véritable, parce qu'il est relation qualitative entre l'infini sériel et le fini fractionnel lui-même. Ainsi la série est en fait l'expression finie, (« l'agrégat imparfait et reste affectée d'un manque »). En résumé :

« Dans la mesure donc où la fraction est quelque chose de fini, c'est-à-dire un quantum déterminé, la série infinie l'est également et encore plus qu'elle. Mais dans la mesure où la fraction est infinie, et infinie en elle-même au sens véritable, parce qu'elle a en elle-même l'au-delà négatif, la série infinie est affectée d'un manque, et n'a l'infini que comme un au-delà en dehors d'elle. »²

11. Hegel examine alors les séries infinies dont on ne peut faire la somme. Il se rapporte ici à l'exemple de Spinoza (qui est plutôt une figure modèle chez Hegel, et non une référence parmi d'autres) des cercles inégaux non concentriques dont l'un est inclus dans l'autre sans point de contact : il se trouve une infinité, comprise à l'intérieur d'une figure géométrique finie, de cercles intermédiaires possibles. L'infini n'est donc pas la multitude des parties indéfiniment sommables (mauvais infini, ou « de l'imagination » chez Spinoza, parce que l'imagination ne réfléchit pas au rapport qualitatif), mais pleinement présent, infini actuel/effectif dans la figure géométrique, « parce que dans soi il est achevé et présent »³ de même que dans la fraction au contraire de la série.

12. Passage de la somme comme première approche de l'infini à la fonction, seconde approche : l'infini des « fonctions de grandeurs variables » est le « véritable infini mathématique »⁴. La variabilité des variables relevant de la simple substituabilité réglée, elle n'est pas le lieu de ce véritable infini.

13. Le concept véritable de la grandeur variable se manifeste dans la relation-de-puissance qui comme quantum est variable. Soit la fonction $\frac{y^2}{x} = p$: la relation entre les quanta x et y est un *quantum* variable, parce que « la relation d'une grandeur à la puissance n'est pas un quantum mais une relation-conceptuelle »⁵. Cette relation est qualitative car elle se détermine par elle-même : cette détermination de soi par soi (de y par y) dans l'élévation à la puissance (y^2), par la médiation de la négation de soi correspond à l'idée de *nécessité intérieure*, d'auto-détermination, c'est-à-dire de subjectivité logique au sens fort du terme. Pourtant, pour Hegel,

¹ Ce qui est facile à montrer avec $a < 1$ (ce que Hegel omet de mentionner). Soit $S = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots$ alors $aS = a + a^2 + a^3 + a^4 + \dots$ donc $S - aS = S(1-a) = 1$ d'où $S = \frac{1}{1-a}$. Ce qui est un cas particulier de la somme

des termes d'une série géométrique $S = \frac{1-a^{n+1}}{1-a}$ car avec $a < 1$, $\lim_{x \rightarrow \infty} a^{n+1} = 0$. Mais Hegel ne dit pas exactement

cela : le langage des limites n'est pas du tout maîtrisé en 1812. C'est un des problèmes centraux de l'époque, qui ne commencera à se régler vraiment qu'avec Cauchy, et que Hegel s'efforce de conceptualiser.

² Hegel 1812a p. 248.

³ Hegel 1812a p. 248.

⁴ Hegel 1812a p. 250.

⁵ Hegel 1812a p. 253.

cela n'empêche pas que les quanta de cette relation *gardent la signification de quanta*¹, et là est l'important : cela montre que la nécessité *logique* s'exprime dans la mathématique même, et cela ne peut que légitimer le type d'examen que Hegel fait subir à ces théories mathématiques.

14. Ce n'est plus le cas avec les différentielles dx et dy , qui n'ont de sens que comme « moments ». L'analyse du statut mathématique et du coefficient différentiel $\frac{dx}{dy}$ va maintenant occuper Hegel de façon privilégiée.

15. Les représentations incorrectes de l'infini par les mathématiciens montrent l'incapacité de la mathématique à « représenter l'objet comme concept », tout en ne pouvant fuir cette exigence : dx et dy ne sont pas de simples « grandeurs évanouissantes » intermédiaires entre être et néant (l'unité de l'être et du néant, sans contredit, n'est pas un « état »²), des mixtes justifiant l'usage pour des « objets infinis » des procédures de calcul et de preuve propres aux grandeurs finies³.

16. Hegel alors analyse les fluxions dans une synthèse des différentes techniques newtoniennes : les thèses de cette analyse seront étudiées en détail par la suite.

17. La revue des conceptions des infinitésimaux continue. Ce sont des grandeurs infiniment petites négligeables comme leurs ordres plus élevés : telle est la conception de Leibniz. Ce sont en fait des « fictions utiles »⁴ (comme le reprendra Marx d'ailleurs). Pour Euler, la différentielle est directement assimilable à zéro. Dans les deux cas on se permet dans le procédé une négligence sur la base du caractère comparativement insignifiant de ces infinitésimaux, mais à cause de l'opacité et du manque de détermination qui s'expriment alors, Hegel juge que cela témoigne d'un manque de nécessité conceptuelle, d'un à-peu-près qui ramène aux tâtonnements contingents d'une démarche purement empirique, à peine justifiée par les résultats. Il aborde ensuite la théorie de Lagrange, référence mathématique visiblement la plus importante chez lui.

Contexte théorique : de la Théorie des fonctions analytiques (1797, 1813) de Lagrange à Weierstrass⁵

¹ Ceci est développé plus loin, l'édition de 1832 s'y appesantit plus encore.

² Hegel 1812a p. 255.

³ Une remarque s'impose ici. Un rapprochement a été plusieurs fois établi entre la distinction qualitative qu'opère Hegel entre quantum et différentielles et l'analyse non-standard (ANS). Une propriété du corps des réels est qu'il est archimédien : ce qui intéresse de l'axiome d'Archimède (pour l'essentiel : le tout est plus grand que la partie), c'est qu'on peut le formuler en termes d'absence d'infinitésimales dans \mathbb{R} . Le propos de l'analyse non standard, depuis les travaux d'Abraham Robinson en 1961, c'est de faire à nouveau des infinitésimaux, exclus, d'*authentiques quantités mathématiques*, contre l'idée qu'ils ne devraient avoir aucun référent dans \mathbb{R} et qu'ils ne seraient que des fictions utiles. La constitution, exposée en détail en Sinaceur 1991-9, II-5 en particulier, du concept de *corps réel clos* comme extension non archimédienne de \mathbb{R} a ainsi permis d'introduire des nombres non standards, de nature différente des nombres réels finis standards. On voit le sens du rapprochement de Alcouffe 1985 p. 90-2 et de l'évocation de Lacroix 1996 p. 139 : les infinitésimaux hégéliens, « quanta sursumés » seraient aux quanta classiques ce que ces éléments non standard seraient aux nombres réels traditionnels, comparaison valable quelles que soient les versions de l'ANS considérées (celles de l'*Internal Set Theory*, et de Robinson principalement). Au-delà des détails techniques (cf. Barreau & Hartong 1989, et en particulier Petitot 1989, ainsi que Salanskis 1999), deux choses me semblent à retenir : la conceptualisation hégélienne et l'ANS permettent effectivement de penser une *différence de statut* entre des objets mathématiques *également légitimes* et de penser à cette aune leur utilisation différenciée, ce qui justifie le rapprochement. Mais en réalité, les infinitésimaux de l'ANS sont pensés et traités comme d'authentiques *quanta* ce que justement Hegel rejette. Le principe de la distinction suggère un rapprochement, mais sa formalisation détaillée en limite considérablement la pertinence.

⁴ Cf. Lettres à Varignon (1702) et Dancicourt (1716).

⁵ Cf. Dieudonné 1978, VI, Raymond & Alii 1976.

L'analyse au sens moderne du terme¹ remonte au *Cours d'Analyse* de 1821 de Cauchy, au sein duquel celui-ci critique le transfert trop général opéré par Lagrange de méthodes issues de l'algèbre. Le but avoué de Lagrange était est de se passer de la « métaphysique des limites » et de celle des infinitésimaux, trop opaques et suspects, contre les points de vue variés de Leibniz, Newton, Euler, ou encore D'Alembert. Par l'utilisation de *polynômes*, relevant de l'algèbre. avec une fonction donnée prise pour « primitive », on peut obtenir des fonctions « dérivées »² : Lagrange propose de remplacer dans le calcul différentiel les quantités infinitésimales, par des *quantités finies indéterminées*, et amorce la naissance de la « rigueur » du 19^{ème} siècle. Mais ses travaux réintroduisent malgré tout des éléments intuitifs que critique Cauchy, premier problème auquel s'ajoute un second : du niveau *formel* au cadre *numérique* des calculs et applications concrètes, le concept de *limite* redevient central, notion qu'il revient alors à Cauchy et Bolzano de préciser conceptuellement (et cela notamment par l'exposé du critère de convergence d'une suite de points³, dit de « Cauchy » ou « Cauchy-Bolzano »). Ainsi défini opératoirement, le concept de limite ne soulève plus les questions métaphysiques qui lui sont traditionnellement associées : progressivement, ce ne sont plus, de même, les règles de dérivation faisant intervenir les limites⁴ qui vont servir de base, mais les propriétés des ensembles de points qui vont jouer le rôle des domaines de définition des fonctions, et cela, notamment parce que préciser ainsi la notion de limite exigeait une caractérisation rigoureuse de \mathbb{R} .

Sous l'égide de Weierstrass se précise en toute rigueur les méthodes et le langage des « epsilons » (langage encore utilisé aujourd'hui) de cette analyse infinitésimale fondamentale, qui se trouve repensée et réorganisée sur le fond d'une primauté imposée du fini sur l'infini, c'est-à-dire sur la primauté des nombres entiers naturels : c'est cette telle réorganisation, par laquelle l'infiniment petit disparaît définitivement au profit des « grandeurs aussi petites que l'on veut » (grandeurs qui déjà pour D'Alembert constituaient l'essentiel de la notion de limite) aussi que l'on a appelé *l'arithmétisation de l'analyse*⁵.

Hegel rappelle alors que pour Lagrange 0 n'a pas de détermination, que l'entendement n'a pas de concept clair des nombres finis qui deviennent 0 en même temps, cependant celui-ci ne voit pas que si 0 est le négatif du quantum, il a aussi une positivité qu'il faut saisir : les grandeurs variables dans leur relation relevant du quantitatif sont des moments, non des quanta.

¹ Cf. Dieudonné 1978 ch. 1, 4 et 6, Bourbaki 1984 p. 184 et suiv., 204 et suiv., et l'ensemble de Desanti 1967.

² Desanti 1975, ch. I, présente ceci en détail.

³ La définition rigoureuse de la convergence fait appel à la notion, opératoirement définie, de limite. Toute suite convergente est de Cauchy, mais pas l'inverse : il faut pour cela que l'espace soit *complet*. La définition d'une suite de Cauchy – c'est un de ses atouts majeurs – ne fait pas intervenir la notion de *limite*. u_n est convergente signifie : il existe un nombre L tel que $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - L) = 0$, L est appelée la limite de u_n . La définition rigoureuse

est la suivante : u_n tend vers L si $\forall \varepsilon > 0, \exists N_\varepsilon \in \mathbb{N}$ tel que : $n \geq N \Rightarrow |u_n - L| \leq \varepsilon$. On étend comme suit la définition à la limite d'une fonction : Soit $f : I \rightarrow E, x \in I$ et $c \in E$. $f(x)$ tend vers L quand x tend vers c si $\forall \varepsilon > 0, \exists \eta > 0$ tels que : $|x - c| \leq \eta \Rightarrow |f(x) - L| \leq \varepsilon$. Une suite de Cauchy dans \mathbb{R} est une suite (r_1, r_2, r_3, \dots) d'éléments de \mathbb{R} possédant la propriété suivante : $\forall \varepsilon > 0 (\varepsilon \in \mathbb{R}), \exists N \in \mathbb{N}$ tels que, pour $m, n \in \mathbb{N}, m, n > N \Rightarrow |r_m - r_n| \leq \varepsilon$.

⁴ Puisque la dérivée d'une *fonction* est la *limite* d'un rapport.

⁵ Les travaux de Weierstrass ont les premiers cristallisé cette réforme de l'analyse – mais bien d'autres y ont concouru –, en lien étroit avec la fixation de notions clés de ce qui deviendra la topologie⁵, et, comme ceux de Dedekind (via le concept de *coupure*) d'une part, ceux de Cantor d'autre part (par les classes d'équivalence de suite de Cauchy de rationnels déterminant, outre les rationnels déjà obtenu comme quotients d'entiers, de nouveaux nombres, les *irrationnels*), procèdent à la « construction » des nombres réels (à partir de \mathbb{Q} construit lui-même de façon canonique à partir de \mathbb{Z}), laquelle s'impose comme le cœur fondationnel de l'analyse dans le dernier tiers du 19^{ème} siècle. L'essentiel, ici, est d'une part, la disparition de l'intuition géométrique comme instance légitime dans les procédés démonstratifs (comme en géométrie), au profit du modèle numérique, et corrélativement, le déplacement de l'espace des questionnements conceptuels principaux : la construction d'un ensemble de nombres ou de points va progressivement amener, essentiellement avec Cantor et Dedekind, à l'advenue de la *théorie naïve des ensembles*. La crise des fondements des mathématiques éclate à partir de la mise en évidence de « paradoxes » affectant cette théorie naïve dans ses diverses formulations, celles de Cantor et de Frege en particulier.

Alors il analyse la « loi de continuité » de Lazare Carnot qui se rapproche enfin de la « vraie nature de la Chose »¹, car celui-ci, dans les *Réflexions sur la métaphysique du calcul infinitésimal*, dit que « en vertu de la loi de continuité, les grandeurs évanouissantes gardent encore la relation dont elles proviennent avant qu'elles ne disparaissent ». Par cette loi, le quantum, en tant que disparaissant, est nié par un nouveau quantum fini, le membre suivant de la série considéré (ou la somme de ce membre avec les précédents), mais cette négation là implique un dépassement de cet outrepassement indéfini². Le quantum, tout en s'élevant au statut de moment de relation, purifié de sa dimension essentiellement quantitative antérieure, est donc proprement enfin saisi dans sa conceptualité qualitative.

3. Opérations et procédures de négligence des infinitésimaux

18. De nouveau Hegel rappelle la non-justification de l'application à l'infini des procédures adaptées au fini.

19. Hegel évoque alors un paradoxe : les analystes de l'infini veulent obtenir, dans l'abstraction analytique, la même évidence que celle obtenue par la méthode du réalisme géométrique des anciens, méthode qui ne mettait en jeu que des grandeurs finies, d'un degré donc inférieur en complexité au type de calcul qu'est le calcul infinitésimal. Ce paradoxe pour Hegel vient du manque de conscience de soi et de détermination conceptuelle de ce calcul infinitésimal, manque qui le fait revenir en arrière au lieu d'approfondir ses propres caractères. Hegel évoque ensuite une méthode de Landen citée par Lagrange, analogue à celle de ce dernier : dans les deux cas, en égalisant deux quanta différents chez Landen, ou en prenant des quanta finis indéterminés chez Lagrange, on aboutit à la sursomption du quantum, donc à la différentielle comme « quantum sursumé ». Également pour L'Huillier, le coefficient différentiel apparaît comme un signe « insécable », une relation de moments, mais pour Hegel L'Huillier ne donne pas les raisons, les lois permettant de relier ces moments avec les procédures adaptées aux grandeurs finies.

A ce moment là du texte, Hegel soulève le problème des différentielles dans un cadre un peu différent : quel droit, et selon quels procédés, avons-nous de négliger les produits de différences infiniment petites ?

20. Hegel évalue de façon plus critique certaines *stratégies* calculatoires qu'utilise Newton : elles sont *conceptuellement* peu rigoureuses, et particulièrement parce qu'elles négligent des quantités qui ont un sens *empirique*. Autrement dit, cette nouvelle critique repose encore une fois sur l'existence de la double abstraction propre à l'entendement scientifique, à l'égard du conceptuel et de l'empirique, le second étant en fait constitutif du premier, en tant que présupposé et saisi par lui.

Calculer l'incrément du produit de deux grandeurs, c'est-à-dire son accroissement pour un accroissement très faible de chacune des deux grandeurs, n'est pas toujours chose aisée. Le procédé que propose Newton, en *Principia* II, Lemme II³ (reprenant ce qui est dit du calcul des moments), consiste à substituer le calcul de la différentielle, lui toujours possible (puisque les fonctions concernées sont continues, et finalement assez simples) à celui de cet incrément. Le caractère approximatif du calcul de cette différentielle, d'après Hegel⁴, qui reprend en cela aux mots près la critique de Berkeley dans *L'analyste*⁵ – au point qu'on s'attendrait à ce que celui-ci soit cité –, tient au manque de rigueur de « l'artifice ingénieux »⁶ qui consiste à

¹ Hegel 1812a p. 263.

² Hegel reporte ainsi la loi de continuité de Carnot sur les séries de Lagrange.

³ Newton 1687-1713a, Livre II, Section II, Lemme II, p. 646-9, Cas 1 en l'occurrence p. 648. Newton y considère la proportion à la naissance (première raison) des *moments* et les vitesses (*velocities*) d'accroissement des incréments et fait le lien avec les fluxions, moments « which it is also possible to call motions, mutations, and fluxions of quantities » p. 647, § 1.

⁴ Hegel 1812a, p. 257-260.

⁵ Berkeley 1734, § 9-11, p. 279-283.

⁶ Cf. *Ibid.*, note de M. Blay, et Blay 1995, p. 56-57. Bourbaki, en Bourbaki 1984 p. 26, insiste sur l'arrogance et le retard sur son époque de Hegel.

calculer cette différentielle comme suit : soient deux grandeurs A et B . On calcule d'abord l'accroissement global du produit AB en augmentant d'un demi-incrément chacune des deux grandeurs (α), c'est-à-dire $(A + \frac{1}{2}dA)(B + \frac{1}{2}dB)$ où dA et dB sont ces incréments. Ensuite on calcule, le produit construit de la même façon avec les deux grandeurs diminuées d'un demi-incrément (β), c'est-à-dire $(A - \frac{1}{2}dA)(B - \frac{1}{2}dB)$. La différence $\alpha - \beta$ donne $AdB + BdA$, c'est-à-dire la différentielle du produit AB . « Newton a utilisé un artifice ingénieux pour éliminer le fait, arithmétiquement incorrect, de laisser tomber les produits de différences infinies ou de leur ordres supérieurs en trouvant les différentielles ».¹ En fait, ce qui pose problème dans ce calcul – mais Hegel ne le dit pas explicitement – c'est la présupposition que dA et $-dA$ sont *identiques* dans les deux cas, ce qui ne va pas forcément de soi, dans la mesure où l'on parle d'infinitésimaux.

En simplifiant, si A et B sont par exemple la longueur et la largeur d'un rectangle, dA et dB les deux incréments (que l'un soit fonction de l'autre ou non) : l'incrément du produit se calcule par $(A + dA)(B + dB) - AB$, qui est $AdB + BdA + dAdB$. En égalisant l'incrément et la différentielle, Newton juge de fait que l'infinitésimal du second ordre $dAdB$ est *négligeable* – et c'est la seconde approximation. Pratiquement on utilise encore aujourd'hui de cette façon de telles substitutions. Il n'empêche qu'il y a là un erreur algébrique évidente : « On voit que dans ce procédé tombe par soi-même le membre qui constitue la difficulté principale, le produit des deux différences infinies ». Mais cette égalisation – entre l'incrément et la différentielle – est « *incorrecte* ». il y a donc une double approximation, dans le calcul de la différentielle, et dans la substitution de celle-ci à l'incrément.

S'il a au sens strict raison, et si c'est philosophiquement pertinent, c'est assez faible en terme de compréhension de l'activité scientifique concrète : il rejette par un argument d'ordre conceptuel une pratique de stricte stratégie opératoire dont Newton ne peut pas ne pas savoir l'inexactitude, mais comme celui-ci, ainsi que le notent les traducteurs, substituant la différentielle, toujours calculable, à celle d'incrément, qui ne l'est pas systématiquement, aboutit ainsi à une efficacité accrue, cette inexactitude passe aux pertes et profits. *Cette confusion des registres aboutit à l'opposition entre deux discours de légitimation opposés, et montre une approche ici partielle, au minimum discutable, sinon contestable dans sa légitimité.*

Mais Hegel rappelle également la pratique ancienne de Fermat, Barrow, Leibniz, qui consiste, selon une « déontologie » explicite plutôt que conformément à un concept précis, à abandonner ces « produits de différences infinies, de même que leurs puissances supérieures, pour cette seule raison qu'ils disparaissent relativement en regard de l'ordre inférieur »² : cet argument servait justement de définition pour la différentielle d'un produit, à savoir « ce qui est utile mais négligeable ». Puisque le principe admis est que, dans une série de puissances, on peut approcher la valeur de la fonction d'aussi près qu'on peut par retranchement ou adjonction d'une somme partielle supplémentaire, c'est que les membres de la série abandonnés sont négligeables relativement à l'approximation souhaitée. Pour Hegel, Newton commet une « faute », celle qui consiste à abandonner des « puissances supérieures essentielles »³, et qui manifeste alors l'incertitude et le manque conceptuel au niveau de la compréhension des fondements et de l'enjeu des méthodes du calcul, et qui a constitué une des raisons de l'éclipse partielle de ces méthodes des fluxions. Aussi évoque-t-il Lagrange en plusieurs endroits, dont encore une fois la théorie transparaît comme le summum de la mathématique qui « montre que la raison pour laquelle Newton tomba dans cette faute est qu'il négligea le membre de la série contenant la puissance qui importait dans le problème déterminé »⁴.

¹ Hegel 1812a p. 267-268.

² Hegel 1812a p. 266.

³ Hegel 1812a p. 268.

⁴ Hegel 1812a p. 269, 1830 § 267, Remarque.

On perçoit ici l'existence d'une *contradiction structurelle* de la pensée d'entendement, qui a sa traduction logique sans pour autant être un frein pour le « travailleur de la preuve » producteur de résultats, et qui d'autre part appelle à sa sursomption sans être une contradiction dialectique comme telle.

21. Sans développer ce point, Hegel insiste sur l'enjeu conceptuel de cet abandon de certaines puissances constituant la série d'une fonction, dans le cas de la fonction d'un mouvement, où le geste est effectivement gros d'enjeux. Vitesse, accélération, résistance de forces, qui sont exprimées par les trois premières dérivées successives de la fonction (dont la variable est incrémentée par un quantité très petite) (c'est-à-dire les trois membres de la série, après le premier, qui lui est égale) ne sont pas de simples parties d'une somme, mais des « moments qualitatifs » d'un « tout conceptuel » et prennent un sens bien différent de celui de « fictions utiles mais négligeables » : la négligence est donc condamnable, car ces puissances achèvent le « tout de l'objet... *comme concept* »¹. Donc Newton abandonne un terme qui joue un rôle conceptuel important, « faute » que Lagrange a étudié et dépassé pour Hegel.

Hegel passe alors à la promotion, continuant indirectement cette critique, de la conception de L'Huilier. Là son propos semble insister sur un infini actuel : en effet, la méthode de L'Huilier semble à un niveau conceptuel élevé, dans une perspective analogue à celle des cercles inclus chez Spinoza, montrer qu'une infinité d'éléments sont embrassés, saisis, impliqués, en un seul acte, méthode qui de ce fait sort de la mauvaise infinité simplement potentielle de la succession. Dans la version de 1812 comme dans celle de 1832, Hegel ne développe pas l'expression mathématique de cette question, mais elle est assez simple : en fait, L'Huilier s'oppose à Newton selon Hegel non pas au niveau de ce qui est ou doit être tenu pour négligeable dans le développement en série du binôme de Newton $(x + dx)^n$, car tous deux conviennent qu'il y a à abandonner les termes dx de degré supérieur à $n - 1$. Mais Newton utilise l'argument (arithmétique) de la grandeur du degré, alors que L'Huilier utilise un argument plus approfondi conceptuellement, et opératoire, tiré de l'analyse de la dérivation des fonctions des termes considérés à partir du développement du polynôme en question :

avec le coefficient binomial² $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ qui est un nombre, on obtient :

$$(x + dx)^n = \sum_{p=0}^n C_n^p x^p dx^{n-p} = x^n + nx^{n-1} dx + \frac{n(n-1)}{2} dx^2 x^{n-2} + \dots + C_n^p x^n dx^{n-p} + \dots dx^n$$

où $nx^{n-1} dx$ est la différentielle de x^n , et où on néglige les termes qui la suivent. Pour Hegel, cette série n'est pas une véritable somme : la sommation successive est la réitération d'une seule et même *relation*, celle d'une fonction à sa dérivée, « qui donc, *dans le premier membre*, est déjà *atteinte parfaitement* »³, et manifeste ainsi sa teneur conceptuelle. On verra dans l'analyse de la seconde remarque de l'édition de 1832 les enseignements que Hegel tire de cette mise en perspective.

22. Hegel fait ensuite quelques rappels sur la méthode des séries utilisée par Lagrange, en la louant pour sa précision, son abstraction et son universalité. Exposons ceci en détail, car Hegel en développe en allant à l'essentiel l'expression mathématique dans l'édition de 1832 de la Remarque. Etant donnée une fonction f , on peut substituer à x la quantité $x + i$ où i est une quantité finie indéterminée, remplaçant les infinitésimaux, et la forme du développement en série de f est d'après Lagrange le suivant : $f(x+i) = f(x) + pi + qi^2 + ri^3 + \dots$ où p, q, r sont de nouvelles fonctions de x , dérivées de $f(x)$ considérée comme « primitive », et indépendantes de i . Pour Lagrange, le calcul différentiel consiste à calculer p, q, r , etc., et le calcul intégral à

¹ Hegel 1812a p. 269.

² Du point de vue combinatoire, si X est un ensemble à n éléments, le nombre de « p -parties » différentes de X , i.e. de combinaisons de n objets pris p à p , est C_n^p .

³ Hegel 1812a p. 270.

retrouver $f(x)$ – ce qui tend bien à faire concevoir dérivation et intégration comme deux opérations strictement inverses. Le détail du théorème n'importe pas ici, l'essentiel en est le principe de résolution suivant : Lagrange part de la thèse selon laquelle il existe un algorithme¹ permettant d'obtenir $2q$ de p , $3r$ de q , identique à celui qui permet de calculer d'abord p .

$$f(x+i) - f(x) = pi, \text{ d'où } p = \frac{f(x+i) - f(x)}{i} = f'(x), \text{ dérivée de } f(x), \text{ obtenue donc en}$$

négligeant les termes du développement à partir du troisième. Il calcule alors q de manière analogue :

$$f'(x+i) - f'(x) = 2qi, \text{ d'où } 2q = \frac{f'(x+i) - f'(x)}{i} = f''(x), \text{ d'où } q = \frac{f''(x)}{2!}. \text{ De même l'on}$$

obtient $r = \frac{f'''(x)}{3!}$, etc.

L'expression consacrée $f(x+i) = f(x) + \frac{f'(x)}{1!}i + \frac{f''(x)}{2!}i^2 + \dots$ est enfin obtenue, qui

correspond à la formule de Taylor² par laquelle on énonce $f(x) = \sum_{n \geq 0} \frac{f^{(n)}(x)}{n!} x^n$.

On notera deux problèmes dans cette théorie, qui sont apparus ensuite : (A) la démonstration purement algébrique/abstraite de ce « théorème » pour Lagrange « fondamental » va réintroduire une interprétation géométrique de la variation continue d'un quantum s'approchant d'une... limite, notion finalement toujours aussi floue mais réintroduite. (B) Le théorème indûment généralisé, n'est en fait valable que pour la classe de fonctions dites élémentaires, les usuelles (d'où la généralité supposée du théorème) en fait qui seront appelées analytiques à la suite de Lagrange³. La loi opératoire de la dérivation réitérée fait donc de la fonction un concept central, mais il manque la clarification de celui de limite.

La théorie de Lagrange, comme le dit Hegel repose sur la proposition fondamentale d'après laquelle, la différence, sans devenir zéro, « peut être supposée si petite que chaque membre de la série surpasse en grandeur la somme de tous les autres »⁴, la différence en question étant représentée par le i . C'est pour une raison d'insignifiance *qualitative* et non quantitative que l'on peut donc négliger certains termes, négligence opératoirement et conceptuellement bien plus probante ici, donc, pour Hegel.

23. Hegel résume donc la portée conceptuelle de son analyse, déjà évoquée maintes fois : *la nature des différences infinies est qualitative*, relation dernière qui émerge par le passage des grandeurs finies en grandeurs infinies, et qui à cette occasion donne lieu à la disparition des quanta de l'abscisse et de l'ordonnée, alors que se maintiennent les aspects relationnels-qualitatifs des incréments respectifs de ces dernières, car « le principe de l'une des grandeurs variables se tient en relation de réciprocité avec le principe de l'autre »⁵, relation essentielle qui rend le quotient différentiel insécable. Il présente ainsi logiquement comment est conçue la notion de limite : « valeur dernière dont se rapproche constamment une grandeur autre »⁶, pensée comme *quantitativement homogène* à cette dernière, d'où la possibilité de les égaliser quantitativement (en dernière instance, par « passage à la limite » donc), et donc d'occulter le caractère qualitatif de la différentielle.

24. Cependant, Hegel reconnaît le bien-fondé de l'identification entre une portion d'arc et un segment d'une ligne droite, ce que Engels travaillera longuement, comme on le verra dans le chapitre ultérieur consacré aux conceptions de celui-ci. Arc et ligne droite sont bien « incommensurables » en tant que tels, mais l'identification repose sur une relation qualitative

¹ Cf. Desanti 1974, p. 77-80 qui en expose le détail.

² Desanti 1975 p. 53-4 rappelle l'idée centrale de sa démonstration, cf. également Raymond & Alii 1976, IV-VI.

³ Cf. Cartan 1961.

⁴ Hegel 1812a p. 270 ; cf. Desanti 1975 p. 37-9.

⁵ Hegel 1812a p. 272.

⁶ Hegel 1812a p. 270.

essentielle (celle des angles) qui fait de celle-là l'expression d'une dialectique des contraires, de la médiation réciproque d'une détermination par son autre. Dans le « triangle caractéristique », les deux côtés formant l'angle droit sont les incréments différentiels de l'abscisse h et de l'ordonnée $f(a+h) - f(a)$, triangle qui « encadre » la portion de la courbe représentative de la fonction f dont on considère la dérivée en un point x . L'hypoténuse du triangle rectangle est identifiée à l'arc qui représente cette portion. Cela est légitime, car comme en le voit dans le cercle trigonométrique, une portion de l'arc a une relation aux abscisse et ordonnée que sont les cosinus et sinus qui peut le faire immédiatement convertir en une portion de la tangente, qui elle est une droite. La citation suivante montre qu'en fait, ce n'est pas l'argument quantitatif du plus court chemin entre deux points qui prime :

« On peut s'exprimer là-dessus en disant que les lignes droites, en tant qu'infiniment-petites, sont passées en ligne courbe, et que leur relation, dans leur infinité, est une relation-de-courbe » : ainsi, « comme infinies, lignes droite et courbe ne conservent plus l'une en regard de l'autre, de relation qualitative, mais celle-là passe plutôt dans celle-ci. Mais il en va tout autrement avec les relations les uns aux autres de sinus, tangente, etc. [...] Par une telle confusion est totalement ruiné le concept qui se trouve au fondement, selon lequel les grandeurs variables conservent dans leur disparaître la relation dont elles proviennent. »¹

Ce concept au fondement est la loi de continuité de Carnot citée plus haut.

En résumé, encore une fois la mathématique est incapable d'exposer ses propres fondements et ne propose que « l'apparence d'une armature de preuve » qui ressemble plus à une « prestidigitation et une charlatanerie en matière de prouver » qu'à autre chose :

« Aussi longtemps que la mathématique de l'infini est privée du concept fondamental de son ob-jet, elle n'est pas en mesure d'indiquer la limite jusqu'où peut aller cet égaliser [le droit et le courbe] ; et même à celles qui, parmi ses opérations, sont correctes s'attachent toujours le soupçon qui émane du caractère aléatoire du procédé. »²

Cette condamnation de principe, maintenue dans toute l'œuvre, le sera néanmoins d'une façon de plus en plus distanciée.

4. Thèses centrales de la seconde remarque de l'édition de 1832

En débutant la seconde remarque, Hegel synthétise de façon étonnante la méthode du calcul différentiel avant de s'intéresser à ses fondements et à ses notions ambiguës. Et pour tout dire, cela prend un air simpliste, mais finalement la remarque n'est pas fautive, et cela montre que Hegel a pris un certain recul par rapport aux versions antérieures

« Toute la méthode du calcul différentiel est résumée dans la proposition selon laquelle $dx^n = nx^{n-1} = \frac{f(x+i) - f(x)}{i} = p$, c'est-à-dire égal au coefficient du premier membre du binôme $x + d$, $x + i$ développé selon les puissances de dx ou de i . On n'a besoin d'apprendre rien de plus » ; « en peu de temps, peut-être en une demi-heure [...], on peut posséder toute la théorie. »³

Ceci signifie que la maîtrise opératoire du calcul différentiel acquise est loin d'assurer la compréhension des enjeux de cette maîtrise, ce qui nécessite une intervention philosophique conséquente.

a. La teneur conceptuelle de la relation-de-puissance

Hegel alors accorde à nouveau, très logiquement, une puissance conceptuelle supérieure à la forme potentielle $f(x) = x^m$, et par là, au développement de Taylor. Il avait déjà reconnu la

¹ Hegel 1812a p. 273-4.

² Hegel 1812a p. 275.

³ Hegel 1832a p. 301.

supériorité à la détermination *potentielle*¹, et la reconnaissance d'un infini en acte dans l'usage du développement de $(x + dx)^n$ est au fondement de ce choix, parce que, rappelons-le, dans ce développement chacun des membres est déterminé par la forme de la puissance.

C'est donc de nouveau dans le cadre lagrangien de la théorie des séries que Hegel se place, où il oppose la généralité formelle et superficielle de la "mauvaise" forme sérielle $(a + b + c + d + \dots)^n$ à la généralité véritable, expressive d'un infini en acte, de $(x + dx)^n$. Cette théorie a donc pour objet des nombres, les sommes, et se fonde sur les types d'élévation à la puissance qui en sont au fondement. Elle a alors à étudier les valeurs-limites de ces sommes, quelles que soient les fonctions développables en série considérées (exponentielle, logarithme, trigonométriques, potentielle). Hegel *veut ainsi exposer la loi de formation des séries de fonctions analytiques*², sur la base de l'équivalence entre analyticités et « développabilité » en série de Taylor, ce développement étant pour lui seulement un *moyen de calcul de la dérivée d'une fonction*. Or, on l'a vu, la relation entre une primitive et sa dérivée est intégralement présente dans la relation entre un coefficient et le coefficient du membre suivant de la série : pour Hegel le calcul différentiel se résume à cette relation, comme l'indique la citation ouvrant la seconde remarque.

Mais dès 1812, le chapitre suivant la *Remarque*, « La relation quantitative », tout cela était bien clarifié, reprenant celle-là à un niveau de généralité supérieur. Si la *relation directe* (où l'on a $\frac{x}{y} = \frac{c}{1}$ avec c constant), et la *relation inversée* ($\frac{x}{c} = \frac{1}{y}$) sont conceptuellement limitées, la *relation-de-puissance* elle manifeste clairement sa conceptualité. En effet, dans $y^2 = x$ (tiré de $\frac{x}{y} = \frac{1}{y}$), la nature qualitative de la relation devient visible : l'unité variable y est en même temps le « nombre-nombré » (variable) de fois que y est contenu dans x . Dans cette élévation au carré, (où l'on peut se ramener à l'addition), l'unité et le nombre-nombré sont identiques. L'exposant ici exprime donc une égalité à soi-même de y par la *médiation d'une altérité* qui n'est d'autre que ce y lui-même : d'où pour Hegel la nature véritablement qualitative de cette « auto-production » du quantum, via l'identité de l'identité et de la différence à soi. Voilà la raison pour laquelle la première puissance exprime déjà tout le contenu conceptuel de la série d'une fonction potentielle, les puissances successives se contentant de répéter cette même opération.

Dans la relation-de-puissance donc, le x et le y sont *conceptuellement* déterminés. On a affaire ici à une détermination-de-grandeur qui est *moment* d'une relation qualitative³. Or on est ici arrivé à la dernière détermination du quantum comme tel : *il se détermine lui-même comme quelque chose de relationnel-qualitatif*. Cette unité de la quantité et la qualité implique le passage à la *mesure* : « la vérité du quantum est d'être *mesure* »⁴, mesure entendue comme quantum par quoi le quantum est qualitativement ce qu'il est. Autrement dit, la moment spéculatif assurant la transition de la quantité à la mesure est celui lors duquel, la qualité étant réintroduite dans la quantité via l'infini mathématique, le quantum se détermine \ comme

¹ Cf. le point étudié dans le § 13 ci-dessus.

² Ce qui est tout à fait dans l'esprit du 18^{ème} siècle : on analyse des objets et leurs propriétés sans se préoccuper des problèmes d'existence, autrement dit, même si ces objets n'existent pas : attitude typique d'Euler par exemple. C'est Weierstrass qui précise définitivement ce qu'est une fonction analytique. Une fonction $f : U \subset \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ (U ouvert) est dite analytique (ou *holomorphe*) dans U si elle est développable en série entière au voisinage de tout $a \in U$, c'est-à-dire s'il existe une série entière dont la somme égale $f(z)$ dans un disque de centre a et de rayon r , telle que $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n (z-a)^n$ soit \mathbb{C} -dérivable terme à terme. Ce « disque » est le cercle de convergence muni d'une origine (a ici), et de rayon de convergence r : on dit alors qu'une série $\sum a_n x^n$ converge pour $|x| < r$, pour $x \in \mathbb{C}$ ou \mathbb{R} . Ce qui est important ici, c'est la réciproque de ce théorème : la \mathbb{C} -dérivabilité (holomorphie) en un point *implique* l'analyticités.

³ La troisième Remarque de Hegel 1832a s'occupe de préciser cette notion de « détermination-de-grandeur », mais n'apporte pas d'éléments vraiment neufs pour ce passage.

⁴ Hegel 1812a p. 289.

qualité, tout en étant quantum, c'est-à-dire hors de l'unilatéralité de chacune des déterminations quantitative et qualitative.

Il est donc tout à fait logique de voir, dans la seconde remarque de 1832, un examen conceptuel de la mécanique et de la physique mathématique de Kepler à Newton, que l'on trouve déjà dans la partie sur la mesure¹, ainsi que dans la *Philosophie de la Nature* dans l'Encyclopédie², comme on le verra plus bas.

b. De nouveau le quotient différentiel

De façon explicite on voit alors Hegel s'opposer à l'idée lagrangienne selon laquelle l'opération de dérivation, passage d'une primitive à sa dérivée, est un simple passage d'une équation $f(x) = y = x^n$ à une autre équation $\frac{dy}{dx} = nx^{n-1}dx$. Cette dernière expression est *superficiellement* une équation, comme on l'a vu : c'est en réalité une relation qualitative insécable, irréductible à un simple résultat algébrique. Pour autant, on le voit refuser l'idée que le passage à la limite soit une stratégie valable : c'est pourtant celle de Cauchy (qu'il ne cite pas cependant). L'écart à la théorie newtonienne déjà saluée se montre dans le fait que, par cet usage des limites, le quotient se trouve « coupé », les différentielles sont détachées, ce qui entrave la manifestation du qualitatif ; en second lieu, c'est un infini *potentiel* qui sourd dans cette approche par les limites. Or pour Hegel, on sait que dans $(x + dx)^n$ c'est l'infini actuel qui se manifeste.

Ces deux problèmes, révélant la pensée de la relation qualitative comme relation de quantités dernières séparables, exprime la domination de la représentation d'entendement, non expurgée d'éléments non rigoureux, inexacte, sur la saisie conceptuelle d'une part. Donc Hegel s'oppose ici explicitement autant à l'un, Lagrange, qu'à l'autre implicitement, Cauchy. Contre les deux mathématiciens, Hegel rejette l'idée que le quotient différentiel soit un *quotient quantitatif* (de même que l'idée que la notion d'incrément soit indispensable) ; mais d'autre part, il vise là, dans cette stagnation dans le quantitatif, la tentation de la *réification* des procédés opératoires en objets existant comme tels alors que ce ne sont que des fictions mathématiques. Danger du « piège de la grammaire » comme dira Nietzsche avant les anglosaxons, qui consiste à croire à l'existence de choses figées derrière les symboles, danger que le rasoir d'Ockham avait déjà pour rôle d'évacuer.

Sous la forme du rejet des *entités suspectes* que sont les infinitésimaux on voit la spéculation hégélienne récuser l'apparence de rigueur et les créations d'être dues à la pensée d'entendement, formaliste et figée ici, au profit de la compréhension du processus conceptuel sous-jacent à ce calcul, mais que ce calcul ne peut saisir et comprendre. De même, s'il faut garder la limite, il va falloir la penser véritablement en repartant de la conceptualisation de l'infini mathématique : en fait, Hegel ne se limite pas ici à la filiation Newton-Euler-Lagrange dans laquelle ce dernier resterait un sommet indépassable, comme le dit Desanti³. Certes, Desanti note justement que l'effort de rigueur et l'examen contemporain des conditions de convergence des séries ne retient pas l'attention du philosophe, mais il semble excessif de nier sa connaissance de Cauchy : c'est la thèse d'A. Lacroix⁴, selon laquelle si Hegel a longuement et explicitement parlé des bienfaits de la théorie de Lagrange, il montre implicitement dans l'édition de 1831-1832 qu'il a travaillé les thèses de Cauchy, par l'intermédiaire d'un travail des thèses d'un mathématicien de ses contemporains, Dirksen. On peut donc reconnaître une parenté d'ambition entre Hegel et Lagrange autant que Cauchy, malgré l'éloignement évident des types et cadres de leur discours : dans tous ces cas il convient de mettre au clair, pour la combattre, l'opacité de la stratégie obscure des infinitésimaux. Néanmoins Hegel s'est de fait opposé autant à l'un qu'à l'autre, tout en mesurant l'avancée opérée par Cauchy et la critique par celui-ci de Lagrange. Ce que Hegel rejetterait semble-t-il chez Cauchy, c'est son usage subreptice du mauvais infini quantitatif.

¹ Hegel 1812d, [352] et suiv.

² Notamment la longue note du § 270.

³ Desanti 1975 p. 55.

⁴ Lacroix 1996 p. 140-2.

Lorsque l'on fait le bilan des études effectuées, récurrentes, dans les remarques comme dans les chapitres exposant plus généralement le devenir du concept il apparaît bien que Hegel, s'il n'est pas bien sûr mathématicien mais philosophe, n'opère pas cette critique seulement « de loin » : son propos est nuancé et informé de l'histoire et des techniques mathématiques qu'il interroge conceptuellement, ce qui mérite d'être reconnu. Certaines lectures, par exemple celle des artifices de calculs de Newton, sont certes discutables dans la mesure où elles semblent injustes, même si elles sont techniquement défendables : mon idée n'est pas de présenter un Hegel « tout blanc », le négatif du « tout noir » encore trop dominant, mais d'insister sur le fait qu'il a dit beaucoup sur des questions fondamentales de philosophie mathématique en s'appuyant sur les méthodes ou mathématiques existantes, et même que son propos, sans prendre une forme mathématique déterminée, est, concernant sa détermination du continu géométrique et le rapport de celle-ci à la théorie des cardinaux, tout à fait affine à ce qui sera conceptuellement et mathématiquement aux repris dans la seconde moitié du 19^{ème} siècle. Et il se trouve que son discours sur la géométrie est tout à fait instructif dans ce qu'il contient de proche de certaines grandes innovations qui ont concouru à la révolution géométrique du 19^{ème} siècle : ce qu'il faut étudier maintenant.

III. Géométrie et espace

On a déjà vu que du point de point de la *Science de la Logique*, la contingence des preuves mathématiques est intimement liée au fait que l'espace, ou le temps pour l'arithmétique, sont dominées par l'extériorité. Contrairement à la Logique, la Nature commence dans le quantitatif, et la progression conceptuelle de la philosophie de la nature débute par l'espace et le temps « en soi », extériorités abstraites qui sont les deux premières modalités, séparées dans la représentation, de l'abstraction de l'être-hors-de-soi (*Aussersichsein*) de l'Idée qu'est la nature. Malgré l'abstraction qui la dégage de l'immédiateté sensible, la mathématique, puisqu'elle opère essentiellement sur cet extériorité spatiale, ne pense pas les relations essentielles, qualitatives, des objets qu'elle mobilise ou institue : on a déjà vu cela pour l'arithmétique et l'analyse.

Cette section va insister sur un double statut de l'espace : l'espace est d'abord le matériau conceptuellement pauvre sur lequel opère la mathématique « dépourvue-de-pensée », non-conceptuelle et « mécaniste ». Mais, l'espace, on vient de le rappeler, est aussi un *moment logique*, une détermination particulière de l'Idée, et à ce titre, concourt à sa réalisation : à ce titre, l'espace, comme la quantité en général, ne saurait en premier lieu être réduit à un matériau conceptuellement déficient. En second lieu, on va voir, justement en regardant l'institution de la tridimensionnalité spatiale comme processus de détermination *logique* du concept d'espace, c'est-à-dire au second terme du terme, que Hegel expose une analyse qui le rapproche de perspectives tout à fait innovantes au 19^{ème} siècle : l'approche intrinsèque de la géométrie chez Gauss, et la pensée d'une spatialité abstraite non forcément tridimensionnelle chez Grassmann (et Riemann par la suite). C'est à cette occasion que l'on pourra cerner plus précisément, en ayant à l'esprit cette ambivalence de l'espace, le statut de la géométrie dans le dispositif hégélien.

I. Différenciation statutaire de l'arithmétique et de la géométrie

En tant que disciplines inféodées à l'abstraction non conceptuelle de l'espace-matière, géométrie, arithmétique et analyse sont en vis-à-vis nécessaire :

« L'arithmétique fait face à la géométrie, et elle correspond assurément à la géométrie. Le temps au repos, le temps qui s'écroule en lui-même, l'être-hors-de-soi mort est l'Un. L'Un mort est susceptible d'être combiné extérieurement, et cette combinaison produit l'arithmétique. Si des formations de figures doivent naître ici, cela ne se produit pas seulement par l'addition extérieure des unités ; il est indifférent pour celles-ci qu'elles soient additionnées ou non. On qualifie l'arithmétique d'analytique, car il n'existe en elle que des liaisons que j'ai moi-même constituées. »

La production de différences qualitatives dans le calcul infinitésimal, cependant, élève ce dernier à un degré supérieur du penser. De même,

« Si par contre dans la géométrie je trace des lignes et qu'une figure naît, il existe encore d'autres rapports dont je n'apprends l'existence que par une considération ultérieure. »¹

Ceci est la marque de la *synthéticité* partielle de la géométrie, ici renvoyée à la classique dimension constructive des lignes auxiliaires (exigées par le fait que la position des problèmes géométriques ne contient pas analytiquement en elle l'ensemble des réquisits de leur résolution), qui, également, l'élève au-delà de l'analyticité arithmétique. De ce point de vue, même si les raisons immédiates sont différentes, géométrie et calcul différentiel, en tant que les deux pensent les grandeurs, soit numériquement dans le second, soit sous le visage de figures dont on examine les régularités, irrégularités, identités, différences, etc. dans la première, semblent se détacher de l'absence-de-concept. Géométrie et calcul différentiel ont ainsi d'une part une même origine, la dialectique du quantum, d'autre part présupposent sans examen l'espace comme quantité abstraite. Mais, ces deux champs disciplinaires traduisent un

¹ Hegel 1822 p. 18.

même effort pour cerner et exposer les propriétés des grandeurs. Tout en étant incapables de saisir ces propriétés dans leur nécessité conceptuelle, ils possèdent (ou plutôt révèlent) une teneur spéculative.

L'Idée du Connaître et le théorème¹

Traditionnellement l'analyse² est la décomposition d'un tout (le problème) en éléments simples, et la synthèse en apparaît comme la démarche inverse de reconstitution, les deux reposant sur les principes dérivés de celui de l'identité abstraite. Analysant le *connaître*, Hegel va montrer que la méthode synthétique de la géométrie est finalement *l'antichambre* du penser conceptuel, mais qu'en tant que connaître également *fini*, il ne pourra jamais être plus. La démonstration qui y règne reste une détermination *extérieure* de l'objet, même si la production d'une singularité théorématique opère une « substantialisation » du discours qui aboutit à la position d'une « objectité » par la médiation d'une construction révélatrice d'une nécessité conceptuelle inconnue jusque là³. Le procès est le suivant :

(a) La *définition* pose l'objet dans l'abstrait (que ce soit sous une forme constructive ou descriptive) : l'adéquation que Kant attribue à la bonne définition est purement extérieure, mais conceptuellement contingente pour Hegel puisqu'elle se contente de produire un *universel abstrait*. Suit une procédure de *division*⁴ qui consiste à *particulariser* de façon plurielle cet universel, ainsi *médiatisé* quoique cela soit encore dans l'extériorité du concept. Ces deux étapes se contentent de préciser et de déterminer selon les formes abstraites de l'universel et du particulier des objets dont on ne considère pas le principe d'institution, c'est-à-dire dont on *présuppose l'existence* que ces étapes se contentent d'enrichir en extériorité⁵.

(b) Le processus du *théorème*, lui-même double, est ce qui au contraire va assurer la synthéticité propre au démontrer géométrique. Dans la géométrie élémentaire « La détermination précise de la grandeur fait ici encore défaut », c'est-à-dire qu'une certaine classe de propositions ou de théorèmes ne joue d'abord qu'un rôle de préliminaire logique. Hegel évoque les déterminations logiques que les *cas d'égalité des triangles*⁶ effectuent dans le Livre I des *Eléments*⁷ : ici la *construction* (et de façon générale l'usage de la règle et du compas) est l'artifice extérieur qui supplée au manque de nécessité.

(c) La géométrie cependant s'accomplit dans la considération du triangle développée dans le théorème de Pythagore :

« La détermination plénière de la grandeur du triangle selon ses côtés *dans soi-même*, c'est le *théorème de Pythagore* qui la contient ; c'est celui-ci seulement qui est l'*équation* des côtés du

¹ Hegel 1812c, III « L'idée du vrai », Hegel 1830 § 223 et suivants. Cf. également Hegel 1812c p. 194 Remarque 1 et Hegel 1822 p. 28.

² Cf. Descartes 1637, I p. 3 et 7 en particulier, sur l'explicitation de la méthode analytique comme réduction du connu à l'inconnu via la réduction de l'inégal à l'égal des grandeurs intervenant dans l'énoncé d'un problème (en l'occurrence celui de Pappus). Vuillemin 1960 étudie longuement la complexité fondamentale de la distinction analyse/synthèse chez Descartes, et le rôle pluriel qu'y joue la théorie eudoxienne des proportions contenue dans le livre V des *Eléments* d'Euclide.

³ Salanskis 1997 analyse cet enchaînement en détail en le comparant aux modèles kantien et husserlien.

⁴ Hegel 1812c p. 336-42.

⁵ L'on n'est point ici en un registre conceptuellement plus porteur que celui lors duquel le *nombre* est engendré : Hegel 1812c p. 341.

⁶ Hegel 1812c p. 347, Hegel 1822 p. 22.

⁷ Les cas d'égalité des triangles (propositions 4-8 du Livre I) supposent en eux la présence du *mouvement* : il y est concentré, c'est pour cette raison que ces propositions sont des théorèmes préliminaires auquel sera fait prioritairement référence par la suite. Ces cas se fondent sur le critère d'égalité par superposition (assurée par la coïncidence par transport « idéal ») fixé par l'axiome 8 du Livre I. Ces cas d'égalité exposent pour la suite ce qui assure a priori l'égalité en ce que celle-ci se ramène à leur indiscernabilité, celle-ci renvoyant à leur superposabilité, critère qui exigera cependant par la suite approfondissement. La théorie des proportions élargira en effet le concept d'égalité, puisqu'il va devoir intégrer des égalités *de rapports* et plus seulement de grandeurs directement représentables.

triangle, puisque les côtés précédents ne l'amènent en général qu'à une détermination de ses parties les unes en regard des autres, non à une équation. Cette proposition¹ est par conséquent la *définition réelle*, parfaite, du triangle, savoir tout d'abord du [triangle] rectangle, le plus simple dans ses différences, et par conséquent le plus régulier. – Euclide conclut avec cette proposition le livre premier, en tant qu'elle est en fait une détermination parfaite atteinte »²

Le mouvement du Concept, détermination du pouvoir subjectif de la raison, consiste ici en un travail interne à l'universel qui va s'opérer par le syllogisme : on retrouve bien sûr le paradigme de la subsomption qui est classiquement un modèle de connaissance³. Mais si la connaissance synthétique de la géométrie se déploie nécessairement selon le modèle du syllogisme *formel*, ce syllogisme général est chez Hegel *dialectique*⁴ par lequel le concept finit par être complètement posé, rétabli dans tous ses moments (les jugements) dans un jugement total unifié, au terme d'une triade (reprenant l'enchaînement être, être-là, être-pour-soi)⁵ : la subsomption du singulier sous l'universel s'opère par la médiation du particulier. La totalité relationnelle finale correspond à la position d'une réalité *effective* (unité devenue immédiate de l'essence et de l'existence), une objectivité⁶. Le syllogisme dialectique est accompli par le théorème qui est donc riche d'un moment dialectique opérant sur le mode standard en régime du Concept : le *développement*, qu'en l'occurrence la comparaison avec le passage aristotélicien de la puissance à l'acte éclaire efficacement. L'idée qu'un syllogisme actualise la prédication qui est en puissance dans les prémisses n'est certes pas originale, mais elle est éclairante ici :

« C'est aussi par l'acte que les constructions géométriques sont découvertes, car c'est par une division des figures données que nous les trouvons. Si les figures étaient données divisées, les constructions sauteraient aux yeux ; mais en fait elles ne sont présentes qu'en puissance... Il est donc clair que les constructions géométriques en puissance sont découvertes quand on les fait passer à l'acte, et la cause en est que la conception même du géomètre est un acte. Donc c'est de l'acte que vient la puissance ; et c'est pourquoi c'est en faisant les constructions géométriques qu'on les connaît. Toute fois, l'actualité particulière de la figure géométrique est postérieure, dans l'ordre de la génération, à la puissance particulière de cette figure »⁷

Autant la limitation interne à la mathématique due à la perte générale d'individualité substantielle de l'objet l'empêche d'accomplir la totalité, autant la mathématique s'approche de celle-ci.

« Le traitement philosophique du cercle commence là où celui de la géométrie finit. »⁸

¹ Cette proposition 47 du Livre I trouve sa généralisation à la proposition 30 du Livre VI, où les figures constructibles sur les côtés du triangle rectangle peuvent être diversement polygonales et plus seulement carrées.

² Hegel 1812c p. 348. Cf. également Hegel 1822 § 199, p. 12, Hegel 1830 § 231, Remarque p. 227-9. Il est particulièrement révélateur du « je t'aime-moi non plus » qu'a subi Hegel, que Bachelard, l'un des rares à avoir évoqué son œuvre dans le registre épistémologique en Bachelard 1949, V « L'identité continuée » p. 97-9, sur le théorème de Pythagore en l'occurrence 1/ n'évoque que la condamnation connue – celle de la Préface de Hegel 1807 – de la condition d'extériorité de la mathématique, 2/ dit que le théorème de Pythagore incarne ce que Hegel aurait pu attendre d'un connaître authentiquement synthétique, 3/ mais cela justement sans que ne soit fait référence aux passages où justement Hegel dit ce que Bachelard aurait apprécié qu'il dise.

³ Et ce, malgré le déplacement à partir de Descartes, du modèle d'analyticité de la logique à celui l'analyse mathématique, du « *mos logicum* » (si l'on peut dire) au *mos geometricum*, comme on l'a déjà rappelé.

⁴ Hegel 1830, § 192-3 p. 206-7. L'effectuation de ce syllogisme dialectique intègre et unifie les phases d'abord *formelle*, puis *réflexive*, et enfin *nécessaire*, qui le précèdent : cela assure l'unité du concept subjectif et de l'objet ouvrant à l'Idée, et c'est ce dernier moment qui importe ici : cf. Hegel 1812c I-2 p. 149-51.

⁵ Hegel 1812c I-3 « Le syllogisme » p. 204-5. Lire Timmermans 2000 p. 61-4 pour un exposé

⁶ Hegel 1830 § 125. Et l'on termine ici l'avant-dernier acte de la Logique, passage du connaître synthétique à l'Idée pratique, mode seul de l'intériorisation à soi de l'Idée encore contenue dans sa finité et son extériorité avec le théorème. C'est justement ce processus du développement que Dubarle 1970 va formaliser.

⁷ *Métaphysique*, Θ, 9 p. 53. L'on sait par ailleurs que la substance, pour Aristote *est acte* ou entéléchie, c'est-à-dire effort d'actualisation optimale de ses virtualités. Dans la mesure où chez Hegel le concept est justement aussi *substance*, la proximité entre les deux pensées est ici bien nette.

⁸ Hegel 1822 § 199, p. 13.

L'inféodation classique de la compréhension de la nécessité des propositions mathématiques à la philosophie exprime donc la thèse selon laquelle la géométrie s'occupe de propriétés de l'espace qu'un travail du négatif va maintenant actualiser pleinement. On voit ici que le méta-discours dialectique est pleinement le véhicule d'une scientificité supérieure, normative pour ce dont elle rend raison (les mathématiques), et qu'il n'est pas épistémologie en ce sens, mais bel et bien *philosophie première* au sens donné par la tradition à l'expression. C'est en accordant plus d'attention au double statut de l'espace que l'on pourra mieux appréhender les statuts respectifs de la géométrie et de ce penser spéculatif.

II. De l'espace-matériau à l'espace moment logique : un double statut

L'*Encyclopédie* livre la complexité de l'espace, et rétrospectivement l'incomplétude de son appréhension comme matière-support, ce-sur-quoi indifférencié purement quantitatif, strate géologique *de fait présumée* par la *Phénoménologie* et la Doctrine de l'Être. L'espace n'est plus simple illustration de la quantité, il est maintenant thématique *pour lui-même* comme premier *moment logique* de la *Philosophie de la nature* : c'est pour cela qu'elle commence non par le qualitatif, mais par le quantitatif¹. En ce tout premier moment il est bien cette « matière » sans vie en tant qu'il est *forme purement abstraite*. Son homogénéité et son indifférence universelles-abstraites comme forme font de lui, à ce moment, une « abstraction de la sensibilité » possédant à *titre de simple possibilité* la division (discontinuité) et l'indivision (ou plutôt la non-division – continuité)². C'est ici la forme kantienne³ qui est désignée. Abstraction faite des caractères subjectifs, il est pure *forme* :

« parfaite extériorité et indifférence réciproque, et tout de même unité parfaite. Tel est le concept totalement déterminé, véritable et objectif, de l'espace... On parle d'un espace absolu, ce qui ne signifie rien de plus que l'abstraction de l'espace lui-même en tant que tel »⁴.

L'héritage kantien est assumé par cette affirmation implicite que le concept kantien a judicieusement réduit à l'essentiel l'espace « absolu » newtonien⁵. Du point de vue de l'entendement, ses caractères, soit implicites, présumés, soit essentiellement statiquement décrits : ce sont l'*infinité*, la *continuité*, l'*isotropie*, et la *bi- ou tri-dimensionnalité* selon que l'on se place en géométrie plane ou dans la mécanique classique. Ces propriétés sont de pures *possibilités* affectées d'une indétermination et d'une indifférence essentielles⁶. L'isotropie présumée témoigne de cette indifférence ; quant à l'infinité et la continuité, qui sont intimement liées mais ne se recouvrent pas, leur indéfinition chez Euclide se traduit manifestement dans les postulats du premier Livre des *Eléments* : le postulat deux à lui seul par exemple suffit, demandant de « prolonger indéfiniment, selon sa direction, une droite finie » ou « de prolonger continûment en ligne droite une ligne droite limitée »⁷. Posant la possibilité de la prolongation *indéfinie* (infinité) et *d'un seul tenant* (continuité) d'un segment de droite dans *ses deux directions* quelconques (isotropie), il montre que, bien qu'en *l'absence complète d'un concept explicite d'espace*⁸, ses déterminations géométriques sont déjà celles

¹ Hegel 1830 § 254, Remarque p. 245

² L'*Aussersichsein* de cette indifférence sans médiation est nommée « espacement » en Salanskis 1991 p. 204.

³ La référence est explicite à Kant en Hegel 1822 p. 9 et 13, ainsi qu'en Hegel 1830 § 254, Remarque, p. 245. Cf. également Fichant 1997.

⁴ Hegel 1822 p. 8.

⁵ De façon générale, le propos hégélien sur la géométrie est souvent une « répétition divergente » de Kant, pour reprendre l'expression de Salanskis 1997 p. 37.

⁶ L'espace est « le à-côté-de-l'autre tout idéal parce qu'il est l'être-hors-de-soi, et purement et simplement continu parce que... tout abstrait », § 254.

⁷ *Eléments*, tr. fr. 1817 p. 2, tr. fr. 1994 p. 168 respectivement.

⁸ L'infini et le continu donnent à penser *au philosophe*, mais le mathématicien étudie des configurations planes, sphériques ou solides, de « lieux » géométriques, sans égard pour la « matière » dans laquelle ces lieux trouvent leur visibilité empirique et leur ancrage théorique. Ce n'est qu'à partir du 17^{ème} siècle que l'espace commencera d'être pris comme tel pour objet – et donc qu'un concept explicite en sera donné.

de l'espace perspectif, cartésien, newtonien, et kantien¹. Mathématiquement parlant, cette continuité n'a aucune détermination autre que celle de *densité* (essentiellement la divisibilité à l'infini d'un ensemble dénombrable de points²), et cette infinité, de façon tout à fait complémentaire, correspond par cette indéfinition à l'infini quantitatif du rajout toujours possible d'un point contigu à une suite dense de points déjà donnée. L'espace comme premier moment logique du développement naturel de l'Idée, est donc abstraction pure, être-au-repos, indifférence totale dépourvue de médiation, autrement dit, comme extériorité réciproque et sans relations mutuelles des « ici, ici et ici ». Du point de vue de la pure spatialité, il n'y a dans le premier moment aucun moyen de différencier ses éventuels « constituants » *purement possibles*.

L'analogie avec la double figure générique de l'entendement

Une comparaison s'impose ici : de façon générale on peut distinguer l'entendement comme figure nécessaire mais partielle, c'est-à-dire *moment logique*, de la raison spéculative, de l'entendement incarné dans et par les pratiques théoriques des sciences positives historiquement évolutives. De la même façon, l'espace comme moment logique, c'est-à-dire en tant que concept constituant une figure de l'Idée dans la *Philosophie de la nature*, est riche de virtualités conceptuelles *en tant qu'espace* : ce qui n'est pas le cas lorsqu'il est considéré implicitement ou descriptivement comme simple support ou matière, ou encore cadre « réceptacle » des mathématiques dans la *Doctrine de l'Etre* et l'introduction de la *Phénoménologie de l'Esprit*. Dans ce dernier cas, Hegel prend l'espace, à peu de choses près, au sens où les mathématiciens eux-mêmes le prennent, et c'est à ce titre qu'il critique son absence de conceptualité. Logiquement parlant au contraire l'espace recèle des possibilités qualitatives que le point de vue spéculatif à justement à exposer et mettre en valeur.

On notera que c'est ce double statut, de l'entendement comme de l'espace, et malgré la proximité avérée et même l'affirmation de leur recouvrement par Hegel lui-même, qui permet de rendre raison de l'écart entre la sensibilité onto-épistémologique que le méta-discours dialectique hégélien manifeste, et sa sensibilité plus historique, qui se révèle dans ses passages en revue en partie *factuels* et simplement chronologiques, sensibilité qu'on a notamment vue à l'œuvre dans la *Remarque sur le concept de l'infini mathématique*. Et, d'une manière qui ne saurait étonner, Hegel critique certes de façon acerbe du point de vue *conceptuel* les concepts, pratiques et méthodes scientifiques historiquement constitués (qu'il restitue très fidèlement dans l'ensemble : c'est sa sensibilité historique évoquée ci-dessus) qui « gâchent » d'une certaine façon leurs richesses possibles par absence de réflexion. Mais, en contre-partie, il les valorise dès lors qu'il y a cette réflexion et cette exigence conceptuelle (ainsi la variété des discours hégéliens sur Newton, ainsi qu'on le verra en détail dans la quatrième section de ce chapitre), c'est-à-dire dès lors qu'il y a, par l'entendement scientifique concret, effort de se rapprocher du plan du Concept.

Revenons à l'espace proprement dit : si l'on suit en détail l'enchaînement des déterminations initiales de la Nature, on voit surgir un paradoxe. Première modalité purement abstraite de l'être-hors-de-soi de la Nature, il est pure quantité, mais c'est justement en tant que *forme abstraite* qu'il est pure quantité. Dans l'*Encyclopédie*, plus claire sur ce point que la

¹ Dans la version officielle (strictement discutable, on y reviendra à un autre moment) de la conception kantienne comme se contentant d'élever au transcendantal l'espace de la physique mathématique classique.

² Rappelons seulement que c'est semble-t-il par l'idée de *contact* qu'a été obtenu un premier concept du continu, résidant dans la nature de l'extrémité, unique, d'un segment. Ce qui témoignerait de la présence de l'intuition du recollement physique de deux droites (l'instant chez Aristote, de même, identique quant à son substrat mais différent quant à sa fonction, est compréhensible à partir de la contradiction du point comme être-pour-soi). L'idée initiale, et toujours centrale, c'est que le continu naît du contact et de la consécution entre des éléments primitifs, dont importe finalement la seule contiguïté. Le continu, ainsi, est caractérisé par la divisibilité à l'infini : cette *densité* (i.e. entre deux points on peut toujours en intercaler un) est plus faible que la continuité des réels, ce qui montre que l'espace de la géométrie euclidienne est aussi bien \aleph^2 que \aleph^2 , ou \aleph^3 que \aleph^3 (même si rétrospectivement c'est \aleph^2 qui est nécessité par certaines constructions géométriques, ou \aleph^3 qui est exigé pour la mathématisation des processus continus en mécanique, ce dont s'occupe justement le calcul infinitésimal).

Manuscrit de Berlin, le § 99 ouvrant la section sur la Quantité précise que « L'expression grandeur, dans la mesure où elle désigne de préférence la quantité déterminée, ne convient pas à la quantité [en général]... La mathématique a coutume de définir la grandeur comme ce qui peut être augmenté ou diminué »¹. Autrement dit comme pure quantité l'espace exige que le concept de nombre soit engendré (comme déterminité du quantum) : ce qui n'advient pourtant qu'au § 102, de l'unité contradictoire entre continuité et discrétion, laquelle n'arrive conceptuellement qu'après la quantité en général (§ 100-101). Or dès la fin du § 99 l'espace est évoqué en relation avec la quantité en général, absolument indifférente (à toute limitation) :

« Par ailleurs, l'espace pur, le temps pur, etc., peuvent être pris comme des exemples de quantité, dans la mesure où le réel est conçu comme emplissement indifférent d'espace ou de temps. »

Au paragraphe 101 qui suit, après l'introduction du couple continuité/discrétion, on lit de nouveau :

« L'antinomie de l'espace, du temps et de la matière... n'est rien d'autre que l'affirmation de la quantité tantôt comme continue, tantôt comme discrète. Lorsqu'on pose espace, temps, etc., avec la seule détermination de la quantité continue, ils sont divisibles à l'infini ; mais si on les pose avec la détermination de la grandeur concrète, ils sont auprès d'eux-mêmes divisés et consistent en uns indivisibles ; le premier point de vue n'est pas moins unilatéral que le second. »

On aurait pu penser que la quantification, et le besoin du nombre, *succèderait* au qualitatif, selon l'ordre de la *Science de la logique* : cela indique que le trait essentiel à retenir ici, c'est le caractère *formel de pur possible non différencié* de l'espace comme premier moment logique, et d'autre part, le double sens de la « quantité ». La quantité de l'espace du *logique* est encore ici détermination *logique* (bien que, puisque l'on est dans l'être-hors-de-soi, elle s'actualise dans l'extériorité immédiate²) et non ce par quoi il va y avoir, par le truchement de son unité avec la qualité, possibilité de la *mesure* à la fois dans sa dimension opératoire des sciences positives et comme fondée dans sa nécessité, ce qui n'apparaîtra qu'avec les déterminations de la mécanique.

Résumons ce qui importe concernant le statut de la quantité et de l'espace. En premier lieu, l'espace *est* quantité : la quantité est une détermination générique qu'il spécifie, présentement, de deux façons. Autant le régime de la quantité est déficient conceptuellement dès lors qu'il est extrait du procès de l'Idée, autant ce régime est une détermination logique nécessaire de ce procès, et donc, partie du Concept : l'espace possède cette même dualité. Comme première détermination de la nature, il est partie nécessaire du développement du Concept. Mais si, de *moment logique*, on l'hypostasie en cadre indépassable de la mathématique comme cela est fait dans les sciences positives, il manque alors de toute conceptualité. Ce sur quoi l'on va s'appesantir maintenant, c'est le processus de différenciation qualitative du concept d'espace comme pure quantité, c'est-à-dire au processus interne à l'espace pris comme moment logique (et non comme ce « contenant » générique de la géométrie et de la mécanique issues de Descartes et Newton) : on va voir l'ambivalence du méta-discours dialectique hégélien. En effet, que signifie précisément cette affirmation : « Le traitement philosophique du cercle commence là où celui de la géométrie finit »³ ? De prime abord le fait que le philosophe pense ce que le mathématiser laisser de côté : c'est la lecture « standard ». Mais on peut considérer que c'est le discours géométrique lui-même qui s'approfondit : ceci n'est pas simplement une question de formulations, dans la mesure où, en choisissant cette seconde lecture, le penser spéculatif devient partie d'une science devenue enfin soucieuse de ses fondements – une métamathématique au sens contemporain, quoique non technique, du terme,

¹ Hegel 1830 Remarque p. 153.

² « Il est, absolument parlant, pure quantité, celle-ci non plus seulement comme détermination logique mais comme immédiate et extérieure. La nature commence, non par le qualitatif, mais par le quantitatif... » Hegel 1830 § 254, Remarque p. 245.

³ Hegel 1822 § 199, p. 13.

très exactement comme Lautman le défendra¹. Là encore, on voit que le méta-discours dialectique est plus qu'une épistémologie qui réfléchirait et réfléchirait sur les fondements d'une science : il *fait science*, dans la mesure où il prend en charge et pose ces fondements. C'est pour cette raison, me semble-t-il, que ce plan du Concept chez Hegel va retrouver, dans des termes proches, ce que des mathématiciens novateurs du 19^{ème} siècle vont développer au titre d'un examen des principes de leurs sciences. Dit autrement et plus simplement, il me semble, même si c'est dans un idiome qui n'est pas celui de Hegel, et à partir de préoccupations distinctes (Hegel n'est pas mathématicien, n'est pas un savant) que Gauss, Grassmann, Riemann, et les savants en général, exactement comme Descartes, Newton, Leibniz le firent antérieurement, sont obligés d'excéder le cadre démonstratif de leur science dès lors qu'ils veulent en exposer les principes : et l'on retrouve ce que j'affirmais au début du chapitre, à savoir que, fonctionnellement parlant, le méta-discours dialectique est analogue aux métaphysiques fondatrices de l'époque classique, même si c'est dans des termes spécifiques.

Le géométrique au-delà du spatial

Etudions donc ce processus de différenciation interne à l'espace. Rappelons d'abord que le commencement de la géométrie ne peut être laissé au hasard : la détermination logique de l'espace dans la *Philosophie de la nature* retrouve l'ordre des définitions des *Eléments* d'Euclide. Le procédé consiste, de façon analogue à l'exposé axiomatique des termes d'un langage, à aller du simple constitutif au complexe constitué.

« Dans la *géométrie*, le commencement ne doit pas se faire une figure spatiale concrète, mais avec le point et la ligne, et ensuite avec des figures planes, et, parmi celles-ci, non pas avec des polygones mais avec la triangle², et parmi les lignes courbes avec le cercle »³

Les axiomes quant à eux, en sus des définitions, ne véhiculent aucunement l'évidence dont on les crédite traditionnellement, et ne sont pas plus statutairement que les postulats, c'est-à-dire des *présuppositions que l'on accepte de poser*⁴ (et qui devraient être les théorèmes d'une science supérieure, par exemple une mathématique *conceptuelle* et qui, en tout cas, ne peuvent ni ne doivent reposer sur l'intuition sensible, instance incompatible avec le *penser* des sciences).

Le processus de qualification *logique*, non spatial au sens de l'espace comme simple matière défectueuse, permet de penser l'engendrement d'un espace géométrique concret, dans et par une différenciation consistant à instituer conceptuellement la *tridimensionnalité*. En effet,

« On n'a pas à exiger de la géométrie qu'elle déduise la nécessité pour l'espace d'avoir justement trois dimensions, dans la mesure où la géométrie n'est pas une science philosophique... Mais, même autrement, il ne saurait être question de faire voir cette nécessité. Elle repose sur la nature du concept dont les déterminations pourtant, sous cette première forme de l'un-au-dehors-de-l'autre, dans la quantité abstraite, ne sont toutes que superficielles et constituent une différence pleinement vide. »

Autrement dit « Dans la géométrie, on présuppose les dimensions de l'espace⁵ ; on présuppose de même qu'il y a des points et des lignes, etc. La philosophie comporte l'exigence de considérer de telles déterminations dans leur nécessité. La géométrie n'a pas à s'engager dans de telles considérations. »⁶

Le procès de qualification de l'espace exige la présence d'une première *différence à soi* :

¹ Cf. Section IV-5 à venir.

² D'où l'importance méthodologique accordée au Théorème de Pythagore, par surcroît de sa synthéticité exemplaire.

³ Hegel 1812c p. 338.

⁴ Hegel 1812c p. 345.

⁵ Cette présupposition disparaîtra *par principe* avec Grassmann et surtout Riemann.

⁶ Hegel 1830 § 255, Remarque, p. 245, Hegel 1822, § 198, p. 10 respectivement.

« Le premier point est que la différence existe d'une manière générale à même l'espace ; cette première distinction indifférente produit ce qu'on appelle les dimensions - Le concept apparaît ici d'une manière totalement formelle et indéterminée ; nous savons que le concept a trois déterminations. Dans l'espace, elles sont également trois, mais il reste que nous ne pouvons que les compter. La première différence est immédiate, privée de détermination. Les trois dimensions ne sont distinctes que numériquement, mais pas autrement... La différence ne peut pas cependant rester au sein de cette indéterminité. [§ 199] Il existe une différence essentiellement déterminée, qualitative. - Cette détermination pour elle-même est l'Un. »¹

Le passage correspondant de l'*Encyclopédie* dit :

« L'espace, comme concept auprès de lui-même, absolument parlant, a ses différences auprès de lui, a) immédiatement dans son indifférence comme les trois dimensions purement distinctes, sans aucune détermination... [§256] b) Mais la différence est essentiellement différence déterminée, qualitative. Comme telle, elle est 1) d'abord la négation de l'espace même, car ce dernier est l'être-hors-de-soi immédiat, indifférencié, le point... » ; « Il n'y a pas lieu de parler de *points spatiaux*... le point, l'être-pour-soi, est bien plutôt la *négation* de l'espace, et cette négation posée en lui... »²

On arrive ici à un élément essentiel : on a déjà vu que l'être-pour-soi, dans la *Doctrine de l'Être*, était le moment de *l'infini qualitatif* : le point, qui n'était d'abord que pur « ceci » en soi sans qualification³, c'est-à-dire purement *idéal*, subit le travail du négatif par lequel l'espace commence à se constituer conformément à son concept. La « différence essentiellement déterminée, qualitative », c'est l'Un, ainsi surgit le point : « être-pour-soi dans l'espace » trahissant une *contradiction* en lui.

En effet, il ne se trouve pas « dans » l'espace, puisque c'est par là que celui-ci advient, tout en étant une détermination. Comme ce point constitue, en tant qu'une de ses déterminations, la nature de l'espace, il existe, et la contradiction doit se résoudre : c'est l'avènement de la ligne qui « naît du mouvement du point » et constitue sa vérité. Contradiction dépassée, mais qui en apporte une nouvelle, interne à la ligne : si la ligne est « première limite positive » de l'espace, elle « passe maintenant dans la surface, qui est la ligne dépassée ». La surface est donc négation de négation, donc production d'être, totalité, superficie, devenir-autre de la ligne (et non agrégat im-pensable de lignes). Et l'on aboutit alors au « corps géométrique ».

Les ligne et surface sont pensées comme négations respectives du point et de la ligne :

« La surface a deux dimensions, précisément parce qu'elle comporte en elle deux déterminations. On peut appeler ces deux dimensions longueur, largeur ou hauteur, comme l'on veut. La surface est donc d'une part négation de la négation, et par conséquent totalité ; la surface est ainsi essentiellement superficie - Nous avons donc ici ce qu'on appelle un corps géométrique : un Un, mais non pas l'Un abstrait du point, mais l'Un qui contient en même temps en lui les trois dimensions. »⁴

L'*Encyclopédie* reprend cela dans les termes suivants :

« ... La ligne passe ainsi au plan, lequel est, d'une part, une détermination à l'égard de la ligne et du point et, de la sorte, un plan absolument parlant, mais, d'autre part, la négation supprimée de l'espace, donc une restauration de la totalité spatiale, qui possède auprès d'elle le moment négatif ; - surface englobante, qui isole un espace total singulier. »⁵

Cette dialectique de l'engendrement du « corps géométrique » amène à plusieurs remarques.

¹ Hegel 1822, § 198-199 p. 10-1.

² Hegel 1830, § 255 p. 245-6.

³ Cf. Sartre 1943, II-2 « L'être-pour-soi », « De la détermination comme négation » p. 224-6, qui reprend presque telle quelle, et d'une façon encore une fois très éclairante, la conception hégélienne de l'espace-matériau, ainsi que la reprise de l'association entre négativité et temporalité comme l'instance de subversion de cette idéalité-indifférenciation de l'espace.

⁴ Hegel 1822, § 198 p. 11-2.

⁵ Hegel 1830, § 256 p. 246.

III. Hegel et les transformations fondatrices de la géométrie au 19^{ème} siècle

1. De la surface à la superficie

Outre le fait que l'absence de la mention du « volume », au strict profit de la notion de *corps géométrique* montre qu'est ici bien distinguée la caractérisation géométrico-mathématique d'un objet et corps physique, Hegel n'utilise pas le terme de *solide* ou de polyèdre, ce qui suggère quelques réflexions. Hegel n'évoque aucunement un « corps géométrique » tridimensionné¹ : il affirme que la *surface* engendrée par la ligne *devient superficie*, et parle ici de « surface englobante ». Or à partir du 19^{ème} siècle, on a justement montré conceptuellement que la surface, objet déterminé intrinsèquement, est concevable comme *l'enveloppe de quelque chose* qui est un solide. Cauchy avait proposé une démonstration intéressante de la formule d'Euler pour les polyèdres simplement connexes² : cette formule est la suivante : $S + F - A = 2$, où S est le nombre de sommets, F celui des faces et A celui des arêtes du polyèdre. Le polyèdre n'est pas vraiment un solide, mais plutôt une surface, d'une certaine façon un polygone déguisé. L'essentiel ici est de voir que le polyèdre n'a rien à voir avec le solide : on ne s'occupe pas du tout de son « contenu », le cube est le solide dont les faces, associées, forment le complexe polyédrique (que l'on nomme aussi cube, véhiculant ainsi une certaine ambiguïté). De même, les travaux de G. Monge à l'Ecole Polytechnique au début du 19^{ème} siècle, en géométrie analytique, ont radicalisé l'idée que le mouvement d'une surface permettait de construire une *surface de révolution*³, dont l'expression de « surface-englobante » rend suggestivement compte.

Il reste que le texte hégélien, sur ces questions, est tout aussi laconique que la traduction française : ces quelques similitudes littérales sont insuffisantes pour en inférer une reprise par Hegel de ces travaux.

2. Générativisme des objets géométriques

On voit que Hegel reprend d'abord à son compte, dans sa généralité, la conception *générative* des objets géométriques, qui est aussi ancienne que l'institution par définition ou stipulation *axiomatique* (statique) de ces mêmes objets⁴. La première conçoit la ligne comme résultat du mouvement du point, la seconde plutôt comme « bord » – « limite qualitative » dit Hegel – d'une surface⁵. Cette distinction de méthode recouvre en fait une distinction de point de vue : l'objet est vu dans le mouvement qui l'institue ou comme résultat (hypostasié) de ce mouvement.

C'est justement l'indice d'un problème du discours géométrique : la nécessité du passage d'un objet en un autre est pensée dans son intériorité conceptuelle par la philosophie, alors que

¹ Cela n'a pas de sens pour une configuration en géométrie ordinaire du plan ou de l'espace.

² Polyèdres convexes de l'espace affine de dimension 3. Cf. Gonseth 1945-55 III, et Lakatos 1976.

³ Classiquement, le mouvement d'une demi-cercle sur son axe institue la sphère, et si, simultanément le milieu de son axe se meut, on obtient une surface tubulaire. Cf. Taton 1951, III « La géométrie analytique » sur les applications de l'analyse à la géométrie, p. 125 et suiv., et IV « La géométrie infinitésimale ».

⁴ Chez Euclide les deux types de définitions sont présentes : par exemple le cercle fait l'objet d'une définition logique-axiomatique au Livre I, Déf. 15, et d'une définition génétique (*livrant le principe d'institution de l'objet*) dans la Déf. 14 du Livre XI. De même, Proclus définira par la suite la ligne à la fois comme « flux du point » et comme « grandeur dimensionnée d'une seule manière ». Autrement dit, sans s'étendre, on peut dire que l'opposition, actuellement toujours très vive entre procédures constructives et procédures axiomatiques est aussi ancienne que la mathématique, et que la question fondationnelle ne devrait plus être seulement celle de leur hiérarchisation, mais aussi et surtout celle de l'appréhension des modes de leur entr'expression et de leurs fécondités respectives. Cf. Weyl 1953 et Salanskis 1999.

⁵ Le double aspect est également présent chez Euclide : le solide est « ce qui a longueur, largeur et profondeur » (Livre I), « ce qui est terminé par une surface » (Livre XI).

« On ne songe pas à la nécessité de ce passage lorsqu'on saisit du dehors et qu'on définit le point, la ligne, etc. ; cette saisie et cette définition correspondent bien à une représentation, mais lorsque c'est du dehors qu'on saisit et qu'on définit le point, la ligne, etc., la première manière de passer [du point à la surface, et non l'inverse] qu'on a envisagée d'abord lorsqu'on a défini le point comme se *mouvant*, la ligne comme naissant, etc., correspond bien à une représentation, mais à celle de quelque chose de contingent »¹

Autrement dit, à moins de saisir la négativité dialectique de l'espace, la génération des objets reste en-deçà d'une saisie conceptuelle. On retrouve l'idée selon laquelle la philosophie du cercle commence là où la géométrie du cercle se termine. La génération des objets géométriques n'a pas évidemment pas pour Hegel le même statut en mathématique et en philosophie, puisque c'est le point être-pour-soi qui engendre l'espace géométrique *concret*, c'est-à-dire est l'agent de réalisation *logique* rigoureuse de son *concept*, indépendamment du fait que cet espace, comme support ou cadre soit déjà mobilisé par la géométrie existante.

3. Elargissement du concept de dimension

L'étude de G. Châtelet² sur la *Science de la grandeur extensive* de Grassmann (1844, 1846) montre que la façon dont celui-ci articule le plan intuitif et le plan discursif dans la saisie des formes fondamentales de l'extension est tout à fait dans l'esprit de Schelling et de Hegel. Grassmann refuse en effet que la dichotomie entre *a priori* et *a posteriori* soit pertinente pour la formation du concept fondamental de l'espace (de la géométrie emblématiquement). Son idée est que l'institution de la géométrie est *contemporaine* de celle de l'extension (grandeur extensive, formes archéologique de spatialité) qu'elle s'efforce de saisir, et que cela implique de voir que les oppositions traditionnelles continu / discret, position statique / liaison dynamique, rassemblement / dispersion sont en fait des *moments* d'un même processus d'engendrement de l'extension. Ce processus d'engendrement, effectivement le cœur d'une théorie des formes de spatialité, repose sur cette idée que la position d'une *dimension* en appelle une autre, au-delà de tout réalisme et de tout fixisme de la contrainte dimensionnelle : il explique cet « engendrement dialectique »³ comme suit dans l'introduction de 1844 à *Die lineale Ausdehnungslehre* :

« Le devenir continu, séparé en ses mouvements, apparaît comme une formation continue... Nous parvenons au concept de changement continu. Nous appelons éléments générateur ce qui subit ce changement et, quel que soit l'état que prend dans son changement l'élément générateur, il est un élément de la forme continue. Par conséquent, la forme d'extension est l'ensemble de tous les éléments en lesquels se transforme l'élément générateur en se changeant continûment. » ; « Pour obtenir la grandeur d'extension, je pars alors de la génération de la ligne. Ici, c'est un point générateur qui prend des positions différentes dans une suite continue, et la totalité des points en lesquels le point générateur se transforme constitue la ligne. » ; « Finalement, nous appelons la totalité des éléments qui sont engendrés par la poursuite d'un même changement fondamental et par son opposé un système (ou un domaine) de premier échelon... Si on applique deux lois différentes du changement, alors l'ensemble des éléments qui peuvent être engendrés forment un système de deuxième échelon... et ainsi de suite. La géométrie ordinaire pourrait encore une fois servir d'exemple. Ici, tous les éléments d'un plan sont engendrés à partir d'un seul élément par deux directions, l'élément générateur progressant à volonté dans les deux directions l'une après l'autre... Si on y ajoute une troisième direction indépendante, alors tout l'espace infini est engendré... et ici [en géométrie ordinaire] on ne peut pas aller au-delà de trois directions indépendantes (lois du changement), tandis que dans l'*Ausdehnungslehre* pure le nombre de directions peut croître à l'infini. »⁴

¹ Hegel 1830, § 256, Remarque p. 246.

² Châtelet 1993, ch. 7 « La capture de l'extension » par Grassmann. Géométrie et dialectique ». Cf. Granger 1968 sur Grassmann.

³ Châtelet 1993 p. 155.

⁴ Cité in Châtelet 1993 ch. 7.

Le point est, par sa mobilité, élément générateur d'une forme d'extension qu'est la ligne (droite ou courbe) : cette mobilité est une « loi du changement », dont l'explicitation est ici non formalisée. La position discursive d'une *loi* s'accompagne de la conjonction de notions assez intuitives : « changement d'état », « mouvement », qui, progressivement, vont être conceptualisées par l'élaboration technique des opérations de *produit extérieur* et de *produit impliqué*. Le premier produit est ce par quoi Grassmann formalise l'ascension dimensionnelle, le second celui par lequel on peut, pas à pas régresser d'une grandeur n-dimensionnée à des grandeurs de dimension moindre, jusqu'à retrouver l'élément générateur initial. Ce qui est intéressant ici, c'est que la géométrie ordinaire du plan ou de l'espace n'est géométrie que d'une extension particulière : le concept de *dimension et de forme de spatialité est explicitement déconnecté de sa formalisation traditionnelle*, et la possibilité *mathématique* d'une grandeur infiniment dimensionnée instituée.

Ce qui va être retenu de Grassmann, c'est surtout l'opération de produit extérieur, qui va nourrir l'évolution de l'algèbre linéaire. En ce qui concerne la géométrie et l'espace proprement dits, c'est le texte de 1854 de Riemann, *Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie*, qui va imposer, dans un langage très abstrait, la même transformation fondationnelle. Elle consiste explicitement à produire le concept général de « grandeurs de dimensions multiples »¹

« On sait que la Géométrie admet comme données préalables non seulement le concept de l'espace, mais encore les premières idées fondamentales des constructions dans l'espace. Elle ne donne de ces concepts que des définitions nominales, les déterminations essentielles s'introduisant sous forme d'axiomes. Les rapports mutuels de ces données primitives restent enveloppés de mystère ; on n'aperçoit pas bien si elles sont nécessairement liées entre elles, ni jusqu'à quel point elles le sont, ni même *a priori* si elles peuvent l'être... Personne... n'est parvenu à éclaircir ce mystère. La raison en est que le concept général des grandeurs de dimensions multiples, comprenant comme cas particulier les grandeurs étendues, n'a jamais été l'objet d'aucune étude. En conséquence, je me suis d'abord posé le problème de construire, en partant du concept général de grandeur, le concept d'une grandeur de dimensions multiples. Il ressortira de là qu'une grandeur de dimensions multiples est susceptible de différents rapports métriques, et que l'espace n'est par suite qu'un cas particulier d'une grandeur de trois dimensions. Or il s'ensuit de là nécessairement que les propositions de la Géométrie ne peuvent se déduire des concepts généraux de grandeur, mais que les propriétés, par lesquelles l'espace se distingue de toute autre grandeur imaginable de trois dimensions, ne peuvent être empruntées qu'à l'expérience. »²

On retrouve donc, généralisée, la dissociation entre espace perceptif, dont l'idéalisation est l'objet de la géométrie traditionnelle, et l'idée générale d'espace³.

« Etant donné un concept dont les modes de détermination forment une variété [*multiplicité, Mannigfaltigkeit*] continue, si l'on passe, suivant une manière déterminée, d'un mode de détermination à un autre, les modes de détermination parcourus formeront une variété étendue dans un seul sens, dont le caractère essentiel est que, dans cette variété, on ne peut, en partant d'un point, s'avancer d'une manière continue que dans deux directions : en avant et en arrière. Imaginons maintenant que cette variété se transporte à son tour sur une autre variété complètement distincte, et cela encore d'une manière déterminée, c'est-à-dire tellement que chacun de ses points

¹ On retrouvera la dissociation entre plans topologique et métrique à d'autres reprises, ce n'est pas l'essentiel ici.

² Riemann 1854, Introduction p. 280-1.

³ Un autre généralisation, absente du discours hégélien, se produira essentiellement dans la seconde moitié du 19^{ème} siècle autour de cette idée générale d'espace : l'idée d'*espace de paramètres* ou de *configuration* renvoie à des pratiques de modélisation antérieures, mais c'est à partir de cette période que le terme d'*espace* sera utilisé, et qu'une seconde fois sera imposée la nécessité d'excéder la tridimensionnalité. Le contexte de l'électromagnétisme a joué dans cette évolution. Exemple simple : on cherche à quantifier l'interaction électro-magnétique de deux particules chargées, interaction dépendant (entre autres) de leurs positions respectives dans l'espace. Les deux particules *font système* : l'état du système est donc une fonction dépendant de six variables (les deux triplets de coordonnées). L'espace des paramètres, est le lieu théorique abstrait dont chaque point représente un état à six variables du *système* formé par les deux particules, c'est-à-dire un état singulier du *champ électro-magnétique* qu'elles instituent. Cet idée d'espace de paramètres illustre très bien ce qui se généralisera par la suite, notamment au début du 20^{ème} siècle, l'idée d'espace abstrait ou fonctionnel, dans lequel un « point » du système n'est ni géométrique (au sens traditionnel) ni physique, mais est une *fonction* de variables déterminées dans un autre plan mathématique, celui de la formalisation *directe* d'un phénomène.

se transporte en un point déterminé de l'autre variété ; l'ensemble des modes de détermination ainsi obtenus formera une variété de deux dimensions. On obtiendra semblablement une variété de trois dimensions, si l'on conçoit qu'une variété de deux dimensions se transporte d'une manière déterminée sur une autre complètement distincte, et il est aisé de voir comment on peut poursuivre cette construction. Si, au lieu de considérer le concept comme déterminable, on considère son objet comme variable, on pourra désigner cette construction comme la composition d'une variabilité de $n + 1$ dimensions, au moyen d'une variabilité de n dimensions et d'une variabilité d'une seule dimension. »¹

Le vocabulaire est instructif : Riemann parle bien de *détermination* d'un *concept* : le « mode de détermination », ce peut être le point, ou plus abstraitement encore, l'idée vague d'*élément*, la « variété » obtenue, étant, dans ce dernier cas, l'*ensemble* (*Mannigfaltigkeit* sera parfois utilisé en lieu et place de *Menge* pour désigner l'« ensemble » de la théorie des ensembles), dans le premier, la ligne (ce qui est l'exemple suggéré dans cet extrait). La *variété*, c'est la forme fondamentale la plus abstraite de spatialité (pure grandeur sans métrique et sans élément sensible) instituée par la composition entre des *modes* « *déterminés* » de détermination, déterminés *légalement* (d'où la possibilité de produire des variétés discrètes ou continues, etc.)

Or, le fait que Hegel dissocie *détermination* du *concept* d'espace et *dimension* de l'espace institué est puissamment suggestif : toute « dimension » renvoie à une « détermination » du concept, mais dans l'*Encyclopédie* la réciproque n'est pas. Une détermination peut être dimension, appelée « largeur », etc., mais en ce sens, le terme de dimension renvoie à l'acception réduite de la géométrie ordinaire, qui n'est aucunement exclusive. Hegel ne pense certes pas la possibilité que le concept logique d'espace puisse avoir plus de trois déterminations qualitatives, puisque la « loi du changement » qui suit ces trois déterminations est la position d'une négativité interne à l'espace instituant la *temporalité*, le temps comme négation de l'espace. L'espace *géométrique* chez Hegel est donc bien celui d'espace euclidien ou newtonien. Mais si l'on a bien à l'esprit la dualité expliquée entre l'espace-matériau et l'espace-moment logique, on peut comprendre que si Hegel retrouve, dans son dispositif, cet espace-matériau traditionnel, ce n'est pas du tout en présupposant que ce celui-ci soit assimilable au concept d'espace-moment logique de la philosophie de la nature, qui est irrigué par une différenciation qualitative absente chez le premier.

Ainsi au niveau spéculatif, Hegel est en phase avec l'évolution ultérieure qui élargira considérablement les fondements de la géométrie, même si mathématiquement parlant, la seule géométrie dont il veut penser les réquisits est la traditionnelle : littéralement Hegel ne suggère en rien que l'avènement de la troisième dimension soit coextensive à celui d'un objet *géométrique* tridimensionné (autre qu'une surface courbe enveloppant un volume possible), et d'autre part, ne remet aucunement en question l'évidence de la tridimensionnalité, dont la « nécessité » repose sur la « nature du concept », « nous *savons* [je souligne] que le concept a trois déterminations ». Cela signifie que ce qui est le plus porteur conceptuellement chez Hegel, la tridimensionnalité (son avènement concret est *coextensif* à la génération de la ligne, de la surface, etc.) contient néanmoins une reprise tels quels des caractères traditionnel du concept d'espace : et pour cause, Hegel ne prétend en rien excéder les savoirs positifs et leurs contenus scientifiques avérés, il s'efforce simplement, tel est son *objectif*, de *penser leur nécessité*. Or c'est en faisant cela qu'il se rapproche des mathématiques qui lui sont postérieures, ce qui est à porter au crédit du discours philosophique en l'occurrence, puisque pour une fois, il n'est pas simplement chouette de Minerve.

4. Sur la géométrie différentielle : approche intrinsèque et localité topologique

Il reste qu'une distinction mérite d'être maintenant précisée : la conception « générative » des objets « idéal-typiques » de la géométrie que reprendra Hegel n'est pas la même chose

¹ Riemann 1854, § II p. 283-4.

que le processus d'engendrement des déterminations de l'espace qui s'opère par le mouvement « abstrait » au sens de non-géométrique de ces mêmes objets. Or cette distinction est riche d'enjeux : deux éléments, essentiellement, sont à retenir.

(a) Il y a d'abord matière à rapprocher le propos hégélien du programme d'une *géométrie différentielle intrinsèque* que lance Gauss en 1827 dans sa *Dissertation générale sur les surfaces courbes*. Il y montre en effet qu'il est possible de poursuivre toutes les études souhaitées *en dégageant le travail sur une surface bi-dimensionnelle de son plongement dans un espace-réceptacle ambiant* (lequel plongement illustre l'approche *extrinsèque* traditionnelle), en construisant sur elle *localement des coordonnées « curvilignes »*, permettant de généraliser la notion de distance euclidienne¹.

Or, on vient de voir que l'espace-moment logique de la philosophie de la nature, subissait une différenciation interne particulière qui permettait de dire que, du point de vue de Hegel même, *la naissance d'un espace aux propriétés remarquables dépend de la génération d'objets géométriques particuliers* qui possèdent ainsi, outre leur statut d'*objets géométriques* (figures), leur statut *logique* de mode de détermination d'une forme de spatialité. Cette idée revient à penser que d'un point de vue qualitatif, un objet géométrique paradigmatique (point et ligne) aurait son espace « personnalisé ». Logiquement/qualitativement parlant, l'espace géométrique authentique n'est pas le « réceptacle » dans lequel on étudie, après les y avoir « plongées », les configurations géométriques : cela témoigne à mon sens d'une perspective analogue à celle de Gauss, même si cette analogie conceptuelle, une nouvelle fois, n'a aucun répondant technique dans l'œuvre hégélienne.

(b) L'idée de limite qualitative, de position non-spatiale ou supra-spatiale (au sens de l'espace-matériau) en ce qui concerne le point, est celle d'une détermination *non sensible*, et *non métrique* : elle est très affine à la dimension *topologique*, *la strate la plus archéologique d'une « variété »* (au sens riemannien), et plus particulièrement à la notion de *localité topologique*, c'est-à-dire à ce qui « se passe » au voisinage d'un point discriminé sur une surface dont on ne considère pas nécessairement les caractères métriques de prime abord. Certes la distinction local/global ne va structurer explicitement la topologie et l'analyse (réelle et complexe) qu'au 20^{ème} siècle, mais ce prisme me semble évocateur pour de nouveau tirer Hegel vers les mathématiques qui vont lui succéder.

5. Rappel sur le continu

Une autre leçon à tirer de tout ceci, c'est que le rapport au continu mathématique est ici de nouveau enrichi.² Soit il est présumé et limité, dans ce qui est exigé de lui, à la dénombrabilité dense, soit il échappe par définition à l'entendement, et n'intervient que dans la dimension *qualitative* de l'engendrement des objets et des dimensions. Penser le continu, c'est devoir accéder à l'infini véritable et qualitatif du concept, qui n'est *pas formalisable ou mathématisable* : le continu est alors non pas l'impensé, mais la *hantise* (au sens où Sartre dit que l'infini « hante » le fini dans la *Doctrine de l'être*) et le *spectre* du concept dans la rationalité mathématique, et en ce sens *n'est pas un objet mathématique*³ ou mathématiquement déterminable dans sa plénitude. La continuité est égalité-à-soi-même de l'*Aussersichsein* (par l'accent sur cette « égalité » le concept est surtout antagonique au morcellement d'un espace « ensemblisé » comme espacement), *unité de l'extériorité* (points discrets) *et de la non-extériorité* (c'est l'aspect d'un « seul tenant »), et comme telle, montre

¹ Il reformule ainsi la notion de courbure d'une surface que Riemann généralisera aux variétés n-dimensionnelles en 1854 dans *Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie*. La classification des courbures en constantes et non constantes, négatives, positives ou nulles, et la généralisation de la notion de *distance* entre deux points quelconques d'une surface quelconque à dimensions quelconques, permettent notamment d'organiser de façon systématique les géométries non-euclidiennes.

² Cf. 1812a p. 170.

³ Bachelard 1927 développe la même idée. La thèse selon laquelle le continu est un *non-objet* est ardemment défendue par un des chefs de file de du constructivisme mathématique contemporain, Solomon Feferman : cf. Feferman 1998.

que réduire l'espace à un ensemble de points ne peut épuiser *logiquement* son concept¹. Ce qui ressort de tout cela, c'est que le concept spéculatif de continu retrouve pleinement le seul concept mathématique en vigueur à l'époque de Hegel (plus précisément, le continu n'est *pas un problème fondamental* encore à cette époque, et donc ses concepts sont la plupart du temps implicites), et que ce qui est à penser *logiquement* en lui et qui excède cette mathématisation *de fait* est ce par quoi l'on peut tirer Hegel vers la seconde partie du 19^{ème} siècle, où justement, les innovations théoriques *des mathématiciens* mêmes vont aussi (et surtout) se produire à un niveau d'abstraction et de spéculation proprement philosophique.

On peut ainsi dire qu'Hegel est, non pas dans l'« esprit du temps » en son sens, mais à divers titres dans « l'air du temps », quoique dans ses termes, les éléments véritablement conceptuels du *discours mathématique* (le « mouvement » générateur de différences spatiales qualitatives, l'hiatus entre fini et infini quantitatif, les infinitésimaux) l'excèdent *comme tel*. Tout ce qui est lié à l'infini et au continu excède le spatial au sens large, le mathématique en particulier², perspective que le 19^{ème} siècle va au contraire tendre à récuser, en réinjectant les susdites innovations théoriques *dans le registre scientifique lui-même*. A cet égard, Hegel n'aurait sûrement pas manqué de saluer la puissance et la fécondité du *philosopher* relativement à la connaissance positive, dans la mesure où, pour lui, c'est le concept lui-même qui porte l'infini (le concept *est actuellement infini*), et cela seul qui permet de penser un concept mathématique minimal de l'infini (comme maîtrise définie d'un indéfini potentiel) – thèse constituant ce que P. Raymond qualifie l'« intervention épistémologique »³ de Hegel.

Vers la mécanique

Dans l'ensemble l'espace reste le plus souvent assez violemment rejeté dans la poubelle des abstractions mortes, quoique la négativité assure la dialectique de la spatialité, et ensuite et corrélativement, le lien entre cette dialectique et la réintroduction d'un penser substantiel en géométrie puis en physique. Notons d'abord que l'évolution de 1809 à 1822 a déjà conduit à un remaniement significatif : les mathématiques sont incapables de penser la négativité du temps, ainsi la section de la Naturphilosophie sur l'espace et temps qui avait pour titre en 1809 « La Mathématique »⁴ s'intitule en 1822 (et en 1830) « La Mécanique ». Ce qui tendrait à éloigner la géométrie, partie de la mathématique, de la mécanique. Or la quantification de la réalité est aussi importante, du point de vue de l'indispensable intellection discursive de celle-ci, que l'appréhension de ce qui relève en elle du qualitatif : comment comprendre alors la géométrisation de la nature ? Quel est en détail le lien entre Concept, espace pré-géométrique et espace-logique, formalisme mathématique, empirie ?

On va maintenant voir que derrière la critique connue de la scientificité newtonienne, Hegel repense la mécanique par le biais de la dialectique espace-temps-matière-mouvement (matière et mouvement étant l'existence réalisée-posée des concepts d'espace et de temps, la *concept* de matière étant ainsi assez éloignée de sa *représentation d'entendement*), ce qui se traduira par la pensée à nouveau frais des *lois* de cette mécanique. Présupposant les attendus conceptuels des analyses du calcul différentiel et de l'espace de la géométrie, on verra qu'ici la *mathématique concourt à et épouse le concept* et révèle une fécondité suggérant la possibilité d'une mathématique authentiquement spéculative.

¹ Hegel 1812 a, p. 18, 194, Hegel 1822 § 10.

² Cet aspect est réinscrit dans l'analyse extrêmement détaillée des rapports entre infini, continu et espace dans Salanskis 1991 p. 206-7.

³ Raymond & Alii 1976 p. 100. Cf. aussi Raymond 1978 p. 75-9 et 128.

⁴ C'est la *Propédeutique philosophique* : Hegel 1809-1811, § 99-109.

IV. Quel anti-Newton ?

Remarque. On n'a pu prendre en compte, du fait de sa toute récente publication, l'énorme travail de B. Bourgeois (Hegel 2004) sur la philosophie hégélienne de la nature, et en particulier, les additions et variantes de Hegel enfin traduites. Cela implique un bémol par anticipation sur les développements qui vont suivre.

« ... à la place des lois des phénomènes, il a posé les lois des forces. Mais Newton est, ce faisant, un si parfait barbare en matière de concepts, qu'il lui est arrivé ce qui est arrivé à un autre de ses compatriotes en apprenant qu'il avait parlé en prose toute sa vie, sans savoir qu'il était si habile ; - Newton, lui, ne sut jamais, ne savait pas qu'il avait des concepts tandis qu'il croyait avoir affaire à des choses physiques... Newton se sert des concepts comme des choses sensibles, et les prend comme on a l'habitude de saisir du bois et de la pierre. »¹

L'on sait que les écrits de Hegel sur Newton, parsemés de tels passages fort peu œcuméniques, ont suscité de vives polémiques et des jugements parfois très sévères : c'est dans *L'école de Marbourg* qu'A. Philonenko affirme que « Hegel est le philosophe dont la théorie des sciences est fautive »², formule aussi lapidaire que celle en exergue ci-dessus, et qui repose sur la thèse selon laquelle « sa philosophie de la nature, dominée par un anti-mathématisme vigoureux et opposée à la théorie de Newton, se retourna contre l'édifice qu'il avait élaboré avec tant de soin, puisqu'il était clair qu'un segment fondamental du système était insoutenable »³. Ce serait donc « fort hypocrite » de faire abstraction de ce « malheureux moment » poursuit-il. Il est certain qu'outre le projet ambitieux d'une re-fondation spéculative du discours scientifique, explicite dès la Dissertation de 1801, *De Orbitis Planetarum*, jusqu'à l'*Encyclopédie* de 1830 et la seconde édition de la *Science de la logique* en 1832 (principalement développée dans la *Théorie de la mesure*), certaines erreurs grèvent le propos hégélien, quoiqu'à ce niveau celui-ci se soit nuancé progressivement⁴.

Ce qui soulève cependant un problème plus remarquable, ce n'est ni ces erreurs ponctuelles (sur le traitement de la force centrifuge, sur l'astéroïde Cérés par exemple), ni ce projet en tant que tel, dont on essayera de rappeler les particularités et la légitimité, mais *l'interprétation du niveau auquel le discours newtonien est opérant*. N'a-t-on pas déjà vu⁵ que Hegel semble bien prêter à la mécanique de Newton une ambition *conceptuelle* qui n'est pas forcément la sienne, ou alors en un sens différent, et qu'il a ainsi beau jeu de critiquer le manque de rigueur conceptuelle affectant ses procédés de calculs ou le maniement de ses catégories

¹ Hegel 1825-6, p. 1573.

² Philonenko 1989, Introduction p.7 note 3. Sans que cela ne soit aussi expéditif, et de façon plus précise et justifiée, D. Dubarle, A. Doz, et F. de Gandt soutiennent également cette approche. Plus récemment, les travaux, par exemple de A. Lacroix, E. Renault, s'efforcent de revaloriser tout ce travail de Hegel. Dans le collectif Petry 1993, on retrouve également la diversité de ces perspectives. Cf. Renault 2001, Introduction « L'histoire d'un malentendu », où sont exposées en détail les divers types d'interprétation de la philosophie hégélienne de la nature, ainsi que Février 2000, p. 129-132, où en sont plutôt précisés les type de critique ou de défense. Il y a trois groupes d'interprétation selon lui : 1/ ceux qui insistent sur l'incompréhension hégélienne du discours newtonien (interprétation la plus dure, donc) 2/ ceux qui considèrent que la critique hégélienne porte surtout sur le newtonianisme scolaire postérieur à Newton (comme M. J. Petry) 3/ ceux qui insistent sur le fait que cette critique porte surtout sur les inconsistances newtoniennes, en particulier l'obscurité des fondements invoqués de la physique, et qu'elle est à bon droit le premier pas dans la re-fondation spéculative de cette science. Je pense que ces interprétations ne s'excluent pas fondamentalement, et qu'il faut reconnaître des degrés inégaux, dans les divers propos tenus par Hegel, de précision et de pertinence.

³ Philonenko 1989, p. 7.

⁴ On voit déjà dans une des premières versions du système hégélien, la *Propédeutique philosophique*, le statut conceptuel et épistémologique accordé aux mathématiques et à la mécanique : Hegel 1809-11, § 99 – 115, p. 189-92.

⁵ Section II ci-dessus, lors du commentaire suivi de la *Remarque sur le concept de l'infini mathématique*.

fondamentales (loi, force, etc.), si ceux-ci relèvent de stratégies opératoires ou d'artifices ingénieux destinés à faciliter la pratique scientifique ?

Mais, d'un autre point de vue, n'a-t-on pas également travesti l'ambition de la philosophie hégélienne de la mécanique ? A aucun moment Hegel n'envisage de *substituer* la philosophie à la science, la rationalité du concept à la rationalité hypothético-déductive et empiriste de la démarche scientifique. On le verra ici sur l'exemple de la mécanique, science du niveau inférieur de la nature, c'est-à-dire pour Hegel le plus abstrait¹. Hegel a bien remis en cause, tout au long de son œuvre, quelques aspects saillants de la pensée newtonienne. Sa perspective est double : la pensée d'entendement, dont la rationalité analytique domine la pratique et l'exposition des connaissances scientifiques, est *aveugle à ses fondements*, c'est-à-dire qu'elle manque de la nécessaire conscience des catégories qu'elle mobilise. D'une part donc, il convient de mettre à jour la métaphysique implicite que les discours scientifiques véhiculent : cela revient à reconstruire la logique conceptuelle sur lesquels ceux-ci se fondent, afin de l'examiner de façon critique et de dégager ses manques.

D'autre part, la critique de cette métaphysique implicite de la physique mathématique, chez Hegel, est associée à une récusation virulente des perspectives de la Naturphilosophie de ses contemporains, trop marquée à son goût par un certain irrationalisme² (même s'il partage avec Schelling l'idée que la spéculation philosophique est plus apte que le discours scientifique à *penser* la matière) : elle s'efforce de saisir l'être de la nature, son dynamisme et ses modes de développement, comme lui, mais dans le cadre d'un autre type de métaphysique finalement rivale du discours scientifique, alors que celui-ci, à son niveau est tout à fait légitime. Ce deuxième aspect se traduit notamment chez Hegel par la valorisation, certes ponctuelle et diffuse, mais bien réelle, et la défense de cette *pensée newtonienne au niveau de ce qu'elle a contribué à instaurer dans le champ de la physique mathématique* : la rigueur et la clarté des exposés et de la méthode hypothético-déductifs, *moment* indispensable de toute connaissance de la nature, et l'unification théorique des mécaniques terrestre et céleste. Cette valorisation est trop souvent oubliée, et cet oubli participe d'un gauchissement massif de la théorie hégélienne.

Hegel poursuit la lutte sur ce double front en la considérant comme intimement liée à son effort de fondation d'une véritable *science spéculative*, apte à saisir la nécessité immanente aux phénomènes naturels, à dégager l'unité systématique réelle des situations et enchaînements phénoménaux, et à déduire les *lois* véritables de ces phénomènes en se fondant sur leurs concepts authentiques (c'est-à-dire sur les relations *qualitatives*) : mais déduire purement a priori ces lois est une visée étrangère à Hegel, qui entend, par la critique épistémologique, articuler le *penser* philosophique et le *connaître* des sciences positives. La collection de données empiriques et les données des sciences expérimentales sont explicitement et nécessairement présumées par cette spéculation. Celle-ci ne doit pas être simple répétition, simple reformulation de ce que disent les sciences expérimentales, mais doit absolument éviter les écueils des métaphysiques classiques, idéalistes ou non, lorsqu'elles prétendent trouver dans le réel des preuves de leur validité conceptuelle, alors qu'elles ont d'abord « ontologisé » de façon subreptice de purs concepts, qu'elles les ont introduit en ce réel, avant de prétendre les y trouver comme de telles preuves. La déconstruction généralisée à laquelle procède Hegel du point de vue de la raison spéculative est analogue à celle qu'effectue Kant de l'apparence transcendantale dans laquelle *cette même raison* sombre selon ce dernier. Le paradoxe n'est qu'apparent, puisque Hegel développe son examen des puissances et procédés de la raison par le dépassement de cette thèse kantienne : l'analogie tient au fait que dans les deux cas, on assiste à une critique de la métaphysique qui prétend « trouver » dans le réel ce qu'elle y a mis auparavant.

¹ Pour les niveaux du *chimique* et de l'*organique* caractérisant le naturel dans ses formes supérieures (puisque l'intégration des parties aux tous y est de plus en plus importante, à l'opposé du mode simplement extérieur de composition mécanique), voir les commentaires de A. Doz à Hegel 1832b, et Renault 2001, qui aborde en détail et de façon très stimulante l'ensemble du propos hégélien sur les sciences.

² Il faut aussi nuancer selon les Naturphilosophen considérés. Des thèmes et orientations communes se retrouvent régulièrement chez Hegel et Schelling. Cf. Schelling 1799, et en particulier les éléments présentés par les traducteurs p. 43-52, Stanguennec 1994 p. 15-7

Vers une mathématique spéculative ?

Pour Hegel, la tension pour unifier la mathématique présente dans la *mathesis universalis* projetée par Descartes puis Leibniz, est d'emblée une tension pour dépasser, orientée vers la réconciliation avec la nature réelle et l'esprit conceptuel. Et en effet, toutes ces abstractions et ces constructions théoriques, quoique déficientes, sont en pleine rupture avec l'immédiateté sensible : c'est justement ce que Hegel souhaite et reprend à son compte. Mais la mathématique de son temps n'a effectué que la première des deux étapes : il s'agit, après avoir rompu avec l'immédiat, de le retrouver, c'est-à-dire de le sursumer. Autrement dit, la mathématique véritable, pleinement spéculative, doit pour s'accomplir réaliser une double *Aufhebung* : celle de la mathématique existante, et par là, celle de l'immédiateté, avant d'exprimer leur vérité.

Hegel trahit cette ambition d'accéder à « la vraie » mathématique dès 1801 : au lieu de démembrer/décomposer analytiquement un tout, il convient d'en saisir les déterminations dans le mouvement de leur engendrement, et épouser ce mouvement de l'objet qui s'engendre lui-même selon une logique immanente et non extérieure. Pour Hegel, se laisser mener par la dynamique du concept jusqu'à production de la réalité mathématique, c'est justement cela, démontrer : démontrer ne revient pas à enchaîner des déterminités logico-mathématiques inertes pour valider des présupposés (hypothèses) - comme le fait Newton. Cette dynamique de production de l'objet selon sa nécessité interne est en fait, à l'instar de la doctrine spinoziste – dont on sait l'importance et la présence dans la spéculation hégélienne – réellement liberté : se laisser porter par elle, c'est donc s'élever spéculativement dans la détermination subjective de l'Idée.

Formes mathématiques et Formes naturelles

Il semble parfois que Hegel milite, en 1801, pour une isomorphie entre mathématique et nature, isomorphie au statut très problématique : *les relations conceptuelles des moments d'une totalité-objet doivent reprendre* (être analogues à, identiques à, parallèles à ?) *les liaisons organiques d'une forme naturelles*, et manifester la présence du qualitatif dans le quantitatif. Par exemple, un quotient, qui est une totalité, un rapport de deux facteurs qui sont les moments, est une variation indéfinie réglée et maintenue par une identité (le rapport de divisibilité entre deux quantités), a pour pendant naturel un rapport entre deux forces, comme la gravitation. De même, la relation-de-puissance déjà évoquée, manifeste l'engendrement des nombres par eux-même, sur le mode de la médiation de l'identique avec lui-même comme autre, c'est-à-dire l'identité (de la forme nombre) de l'identité (le même nombre multiplié par lui-même) et de la différence (différence du nombre initial et du nombre obtenu), à l'instar des formes naturelles qui s'engendrent organiquement, c'est-à-dire comme des totalités où chaque partie n'est ce qu'elle est comme organe que par la médiation du tout, et qui en même temps est le tout, car celui-ci n'existe comme tel que par ses organes. Dans les deux cas il n'est aucunement question d'interaction mécanique des deux objets inertes dont les forces extérieures se composent. La liberté de la forme mathématique serait ainsi analogue à celle de la forme organique vivante, forme la plus élevée de la naturalité, les deux s'exprimant à partir d'une détermination contraignante, nécessaire, mais intérieure, immanente aux formes. Voilà pourquoi selon Hegel, et de façon très spinoziste, seule la philosophie permet d'accéder à la compréhension la plus élevée du devenir, de même que la connaissance du troisième genre chez Spinoza permet de sortir de la rationalité de l'universel abstrait pour aboutir à la saisie, quasi-intuitive, des essences singulières substantielles.

Mais alors, la mathématique retrouve-t-elle effectivement le concret empirique à l'égard duquel sa démarche première est de rompre, où légifère-t-elle les phénomènes, selon l'interprétation courante (idéaliste-absolue) du passage de la Logique à la Nature ? Cette isomorphie revient-elle à l'exigence de dire en toute pureté *ce qui est effectivement*, exigence

dont on sait que Hegel la signale et la valorise systématiquement chez Kepler¹, d'une façon qui laisse penser à une *sorte d'harmonie pré-établie entre nature et esprit* ?

Autrement dit, cette vraie mathématique est-elle une cosmogonie, comme cela en prend parfois le visage dans le *De orbitis planetarum*² ? Si c'est le cas, en quoi n'est-ce pas une approche métaphysique classique typique de celle qu'il critiquera par la suite ? Il est certes impossible de penser que Hegel suggère une isomorphie totale entre les nature et esprit : ré-intégrer le concret en dépassant la mathématique de la forme entendement n'est pas faire disparaître son appareil abstrait, qui est forcément différent à tout point de vue du réel ; et il est à noter ici que si la pensée de ces totalités-objets s'identifie à la production effective des formes naturelles, on entrevoit mieux ici le rôle à venir de la théorie de la mesure : par la mesure en effet la quantité pure, indifférence indéfinie, non-circonscrite et extériorisée, se réintroduit en elle-même et se limite elle-même.

Ce retour du qualitatif dans la quantité signe un accroissement systématique des déterminations, et rend possible l'intellection de l'harmonie des membres d'un corps (d'où la détermination qu'est l'autonomie, constitutive du devenir se produisant par la mesure, et caractéristique de l'organicité). L'accès à l'Idée vraie puis au vouloir libre est donc analogue à cette réintériorisation de la quantité par elle-même sous la forme d'une harmonie organique qui tend à la subjectivité. Alors cette mathématique précéderait de près l'accès à / la réalisation de la subjectivation conceptuelle des déterminations de L'Idée. La question qui se pose est donc la suivante : comment, précisément parlant, doit se placer la théorie mathématique, notamment dans sa technicité, par rapport à cette restitution du caractère fondamentalement organique des formes naturelles ? La suite de cette section a pour fonction d'élucider cette question.

Cette section expose (I) l'esprit général du rejet conjoint du *formalisme mathématique* et du *réalisme de la force* de Newton et sur l'explication que donne Hegel de leur collusion. On verra qu'il est parfois difficile de saisir sur quoi exactement porte le propos de Hegel : l'œuvre de Newton ou celle de ses successeurs et vulgarisateurs³. On rappelle ensuite (II) le pivot du dispositif hégélien assurant le passage de la critique à la reconstruction spéculative de la mécanique : la critique du concept kantien de matière. Sera alors explicitée en détail (III) l'exigence hégélienne d'une science spéculative, via la déduction *conceptuelle* des lois de la nature (de Galilée et de Kepler). Ce sera l'occasion de montrer que saisir la nécessité immanente aux phénomènes, dégager les dimensions *qualitatives* que la mathématisation quantitative occulte indûment, sont l'objectif fondamental de Hegel, et devraient l'être de l'entendement scientifique, et qu'à cette occasion il va « jouer » Kepler contre Newton sans que cela ne soit forcément ce qu'il y avait de plus conforme à leurs doctrines respectives. On tâchera de dégager le sens que Hegel attribue à cette opposition d'une part, et d'autre part, d'insister, quand même, sur le caractère très différencié, tout sauf monolithique et lointain, de l'Anti-Newton dont on le crédite habituellement.

I. La collusion newtonienne entre formalisme mathématique et réalisme de la force

1. Sens purement mathématique et sens physique des « forces »

Newton donne dans les *Principia* une importance particulière à la représentation géométrique des quantités et de leurs relations : la section I du livre I expose une géométrie infinitésimale⁴, dont il a rappelé la différence de perspective d'avec la mécanique dans sa

¹ Kepler insistait également sur la finalité naturelle qu'est la détermination maximale de réalités, conformément à un principe de perfection.

² Cf. Le rappel de F. de Gandt dans son introduction à Hegel 1801 au Livre XIII des *Eléments* d'Euclide, en lequel sont présentés les cinq solides parfaits - polyèdres réguliers - qui vont constituer les éléments du cosmos dans le *Timée* et chez Kepler.

³ Petry M. J. in Petry 1993, « The Significance of Kepler's Laws », p. 439-513.

⁴ Barthélémy 1992 p. 30-31.

Préface (1687). Les figures représentent des grandeurs dont la vocation est d'être mécaniques, et la géométrie est l'outil de la mathématisation de l'infiniment petit, qui prend une forme principale : il faut mathématiser les modifications ou déformations continues jusqu'à ce qu'une ou plusieurs quantités disparaissent à la limite¹. On peut appeler le passage à la limite un « évanouissement par glissement »². Il reste remarquable que le calcul infinitésimal n'est pas explicitement utilisé, que très peu d'algèbre est mobilisé : Newton aurait pu tout à fait algébriser sa mathématique comme Descartes l'avait fait, puisqu'il élargit le domaine d'application de la méthode des proportions venant d'Euclide aux rapports de grandeurs *variables*. Cela aurait peut-être rendu plus facile, dans son propos, la distinction entre ce qui relève du mathématique et ce qui relève du physique : or la représentation géométrique des quantités et l'usage d'un vocabulaire ambigu vont, d'une part, rendre son « style » assez vite démodé, et d'autre part, empêcher que cette distinction soit transparente. Il y aura donc, concernant le premier point une « analytisation » progressive des *Principia* par le calcul leibnizien, notamment dès 1756 par Clairault (même si cette « traduction » est partielle).

C'est au second niveau que se situe la critique hégélienne : par le type de méthode qu'utilise Newton, on distingue fort mal entre ce qui relève de l'abstrait et ce qui relève du mécanique, et finalement, on a du mal à voir *ce qu'*apporte véritablement Newton, et dans *quel registre*. En effet, au contraire de celui-ci, Kepler et Galilée ont *démontré* selon Hegel, le second la loi de la chute (relativement libre) des corps, le premier les trois lois du mouvement (absolument) libre des planètes, dans la mesure où, de collections de données empiriques singulières (en majeure partie provenant des observations de Tycho Brahé), *ils les ont élevées à la forme de la loi, en ont donné une expression universelle*. Newton, lui, se serait contenté de donner une expression mathématique, commode et rigoureuse certes, à cette expression universelle. De 1801 à 1832, Hegel poursuit la même critique : dans les Définitions initiales du livre I des *Principia*, Newton expose sa théorie mathématique générale, et affirme qu'elle n'y a pas de sens physique, même s'il parle alors de corps, de matière, de mouvement, et instaure d'emblée une obscurité sur le statut de ces catégories. La Définition VIII est claire :

« Car je ne juge pas *présentement* [je souligne] des causes et sièges physiques des forces... Enfin, je prends dans le même sens les attractions et les impulsions accélératrices et motrices. J'emploie ainsi indifféremment l'un pour l'autre les termes d'attraction, d'impulsion ou d'inclinaison vers un centre ; il faut considérer ces forces d'un point de vue seulement mathématique et non pas physique. Par suite, lorsqu'il m'arrive de dire que des centres attirent ou que des forces y sont appliquées, que le lecteur se garde bien de penser que je définisse, en ces termes, la forme, le mode ou encore la cause ou raison physique d'une action, ou que j'attribue à ces centres (qui sont des points mathématiques) des forces véritables et physiques »³.

Mais alors, pourquoi parler de forces ? Après avoir cité ce passage clé, Hegel affirme que « en introduisant la représentation de forces, Newton a arraché les déterminations à l'effectivité physique, et les a *essentiellement* autonomisées. En même temps, dans ces représentations, il a continûment parlé d'objets physiques, et ainsi, même dans les descriptions censées purement physiques, et non métaphysiques, de ce qu'on nomme l'édifice du monde, il est parlé de forces *autonomes* les-unes-par-rapport-aux-autres et indépendantes, de leurs attractions, de leurs chocs, etc. comme d'existences physiques, et l'on en traite sur la

¹ C'est le cas 1 étudié en Newton 1687-1713b, Lemme XI p. 61. Cf. Blay 1995 p. 54-5, Barthélémy 1992 p. 159-60.

² Il faut distinguer, comme le dit G. Barthélémy, cet « évanouissement par glissement », de « l'évanouissement par multiplication » présent, par exemple dans l'aporie de Zénon sur la flèche : le reste obtenu à la suite des divisions successives de la moitié de la distance que la flèche doit parcourir est de plus en plus en plus petit. Dans ce cas, Newton est plus prudent : il ne dit pas, finalement, que le cercle *est* un polygone à une infinité de côtés, mais que, par passage à la limite dans ce cas, certaines propriétés du polygone se transmettent au cercle – et ce, conformément à une inspiration venant de la méthode ancienne d'exhaustion. Cf. Barthélémy 1992 p. 30-1.

³ Newton 1687-1713b, Définition VIII, p. 29. Cité et commenté par Hegel en Hegel 1830, § 266, Remarque, note p. 257.

base du principe d'identité »¹, principe d'identité, formel et analytique, dont Hegel a longuement questionné la dimension tautologique dans la *Science de la logique*².

De façon générale, on l'a déjà longuement vu, Hegel critique les abus et les dangers de l'*idéal axiomatique* hérité d'Euclide (ce qui montre que Hegel ne critique pas seulement les newtoniens « scolaires »), selon lequel il convient de partir des principes mathématiques pour finalement les appliquer au « système du monde ». L'explication centrale que donne Newton de sa propre méthode est la suivante : s'occupant « non d'arts mais de philosophie » et traitant « non de forces manuelles mais de celles de la nature »,

« nous présenterons ce que nous avons fait comme les principes mathématiques de la philosophie. En effet, toute la difficulté de la philosophie semble consister à rechercher les forces de la nature à partir des phénomènes qu'elles produisent³ et à démontrer ensuite d'autres phénomènes à partir de ces forces. C'est ce à quoi se rapportent ces propositions générales que nous avons élaborées dans les premier et second livres. Quant au troisième livre, nous y avons proposé un exemple de cette théorie, en expliquant le système du monde. En effet, dans ce livre-ci, c'est à partir des phénomènes célestes et par les propositions mathématiques démontrées aux livres précédents que nous dérivons les forces de pesanteur qui font tendre les corps vers le soleil et vers chaque planète. C'est ensuite de ces forces que nous déduisons, par des propositions également mathématiques, les mouvements des planètes, des comètes, de la Lune et de la mer. Puisse-t-on réussir à dériver de principes mécaniques les autres phénomènes de la nature par le même genre de raisonnement »⁴.

On voit que la dernière phrase, évoquant la légitimité d'une généralisation systématique de la méthode hypothético-déductive utilise le terme « mécanique » là où on aurait attendu « mathématique » conformément à ce qui est dit auparavant : une ambiguïté emblématique de tout le système d'après Hegel, car dans la mesure où la mécanique est science des grandeurs - c'est-à-dire de ce qui est susceptible de plus ou de moins - (qu'elles soient directement géométriques, comme les aires, ou non, comme les temps ou les volumes), elle relève en partie de la mathématique, alors qu'en réalité, leurs domaines de validité sont différents, ce qui impose de bien les distinguer d'après Hegel. On pourrait d'ailleurs dire que ce dernier a pris acte de cette ambiguïté *dans son propre système* car dans l'*Encyclopédie* de 1830, la Section « Mécanique » inaugurant la *Philosophie de la nature* s'appelait auparavant « Mathématique »⁵, ce qui reprenait l'ambiguïté newtonienne.

Cette progression explique la virulence de cette critique qu'il opère de la *confusion des niveaux de discours*. Hegel évoque par exemple la façon dont Newton, après son exposé des diverses sections coniques, en sélectionne une, la conique elliptique, sur la base des données de l'observation qui étaient déjà celles de Kepler, pour en faire la forme mathématique adéquate pour la détermination des orbites planétaires : Newton « applique » un instrument mathématique préexistant à des données physiques. Au contraire, pour Hegel, il eut fallu partir du fait que le mouvement des planètes sur leurs orbites *est elliptique*, c'est-à-dire partir d'une détermination *réelle*, quitte à relier son expression mathématique ensuite au cas particulier de l'ellipse dans la théorie des coniques. *Il y a inversion dans l'exposé entre ce qui est cause et ce qui est effet* : c'est de la détermination mécanique particulière qu'il faut partir d'après Hegel, au lieu de la présenter comme l'incarnation d'un objet géométrique particulier.

Les *Principia* de ce fait prennent le visage d'une *déduction* des particularités de l'univers physique dans le livre III à partir de la théorie géométrique des livres I et II : il n'y a qu'un pas, que Newton ne franchit pas explicitement, de cette déduction à la *réduction* du naturel à ce qui est exposé dans la théorie mathématique. C'est cette réduction, cependant, qui caractérise pour Hegel le discours newtonien, sous une forme apparemment différente, celle d'un

¹ *Ibid.*

² Cf. également Hegel 1830, § 226-7 et le rappel rapide du § 286, remarque, p. 277, § 1.

³ C'est là que l'*induction* de la Règle IV du Livre III des *Principia* joue son rôle.

⁴ Newton 1687-173b, Préface de 1687, p. 21. Les mêmes idées sont rappelées en Introduction du Livre III, Newton 1687-1713a, p. 793.

⁵ Par exemple en Hegel 1809-1811, Première Section, « Mathématique » de la *Science de la nature* (§ 96 - § 126), § 99-109 p. 189-91 : dans la Seconde Section, « Mécanique », n'intervient qu'avec le concept de *matière* (§ 110), alors qu'en Hegel 1830, elle commence d'emblée par l'espace.

réalisme de la force. La conséquence de cette analyse est le jugement suivant : Newton ne fait que re-traduire Kepler dans et par une expression analytique nouvelle : les formulations mathématiques ne sont que reformulation. En généralisant cela, Hegel considère que le système des *Principia* n'est qu'une vaste tautologie analytique : les principes posés, on en déduit une diversité de théorèmes et de résultats, auxquels, par la suite, et de façon contingente, on attribue une "consistance" physique, via la confrontation avec les données expérimentales¹.

2. De la double abstraction du formalisme scientifique au fétichisme de la force

Le discours de la physique mathématique est formaliste, en réalité, en un double sens : il y a d'abord une abstraction, nécessaire, dans l'expression de légalités naturelles, à l'égard des données empiriques : l'universel (la loi en tant que *forme* abstraite) est radicalement disjoint du particulier (le contenu empirique). Hegel n'insiste pas sur le besoin évident de ne jamais oublier ces données et de garder à l'esprit leur caractère recteur pour tout développement théorique. Mais il y a une seconde abstraction, celle par laquelle l'entendement atteint les limites de sa rationalité : celle à l'égard de ce qui est authentiquement *conceptuel*, c'est-à-dire de ce qui relève des déterminations qualitatives des concepts – ici d'espace, de temps, de matière, et de mouvement.

Il reste que les *deux régimes de rationalité*, celui de l'entendement et celui de la raison, présupposent également (la *Voraussetzung* est une catégorie relevant de la Doctrine de l'Essence) de l'empirique : ce déjà-là, donnant à penser, exige d'être explicité, c'est-à-dire pour Hegel *sursumé* – intégré et dépassé dans la forme rationnelle supérieure de la catégorie d'abord. Seul le concept (*Begriff*) saisit (*Ergreift*) et comprend ce qui rend compte du donné, du pensable : la pensée au niveau du concept saisit comme totalité relationnelle l'ensemble des différences catégorielles et leur engendrement mutuel, ces déterminités ayant elle-même pour fonction de saisir le donné empirique comme une totalité relationnelle.

L'absence d'auto-critique relevant du régime du concept empêche le discours scientifique de l'entendement de dégager l'unité véritable et dynamique de son système de catégories, ce qui lui fait saisir la diversité du réel comme une simple juxtaposition de phénomènes ou d'objets singuliers. De ce fait, la science newtonienne ne peut que *constater* relations et quantités, régularités entre phénomènes distincts : ainsi les énoncés des lois de la mécanique sont fondamentalement *contingents* et ne sont pas fondés sur la nécessité et la connexion qualitative qui sont immanentes à ces phénomènes. Et ce manque traduit l'absence du *concept de ces phénomènes* à partir duquel seulement la science devient consciente de ses présupposés et de la dynamique propre à son objet. Newton montre d'ailleurs qu'il est conscient de ce problème : lorsqu'il dit traiter « mathématiquement » des forces (Définition VIII), il manifeste une prudence mathématique corrélative de l'option empiriste-inductive exprimée dans la « Règle élémentaire pour philosopher » IV du Livre III des *Principia*². Mais alors l'usage du terme de « force » a bien instauré d'emblée une ambiguïté que tout le système va perpétuer.

Ce « formalisme » mathématique est à l'origine d'une métaphysique contestable de la force, qui repose sur la réification "réaliste" des objets géométriques.

Ce formalisme du livre I des *Principia*, pour Hegel, débouche sur la perspective générale selon laquelle des objets géométriques prennent un sens physique particulier. Qu'est-ce à dire ? De façon emblématique, le concept de *force* est en fait une « détermination-dé-réflexion », c'est-à-dire une détermination seconde élaborée par l'entendement et réifiée indûment en propriété physique³, c'est-à-dire proprement *fétichisée*. Sur le modèle de la composition de vecteurs mathématiques, Newton associe un sens physique à chacun de ces vecteurs : ce sont des forces, c'est-à-dire des propriétés physiques déterminant le comportement des corps matériels. Chaque force est autonome – chacune reçoit une définition propre et indépendante au début des *Principia* – et d'abord pensée sans référence au corps

¹ Cf. Newton 1665-1670, p. 142-143 : la liste des définitions a un sens directement mécanique.

² Newton 1687-1713b, p. 77-79.

³ Hegel 1830, § 266, Remarque, note p. 257.

matériel. De cette indépendance définitionnelle, alliée au modèle géométrique du parallélogramme (repris à Galilée), où la composition de lignes distinctes en produit une autre, on passe de façon subreptice de la composition factuelle des mouvements complexes, à la composition de ce que ceux-ci indiquent, des forces autonomes¹. Hegel sait bien que Newton rappelle la prudence nécessaire en cette matière, à savoir qu'il ne faut pas confondre le physique et le mathématique. Mais dès l'exposé mathématique, j'insiste sur cet aspect essentiel de la critique hégélienne, il utilise le terme de *force*. Du Livre I au Livre III, la force, autonome, et extérieure au point (au corps ponctuel), à la suite de la « conversion » du point de vue du mathématique au physique, *qualifie* ensuite réellement ce corps. Pour Hegel, elle est alors imprimée, imposée de l'extérieur à ce corps : l'objet mathématique est réifié en être physique, est matérialisé en propriété. On ne voit pas la légitimité de l'entrée du *réel* dans le système hypothético-déductif. En fait, il y transfère illégitime de certaines propriétés des objets géométriques aux corps physiques : ce type de transfert est caractéristique de la méthode newtonienne, et Hegel rappelle sa présence dans la transposition de formules différentielles valables en mécanique dans la théorie de la lumière et des couleurs².

Une telle manière générale de procéder, pour Hegel, est illégitime et obscurcissante. Pour autant, sa critique rejette-t-elle de façon *principielle* le concept de force ? On peut le croire devant les phrases analogues à celle qui est en exergue de l'introduction de ce chapitre. Mais ces propos lapidaires ne doivent pas cacher que Hegel effectue une analyse dégagant, via la critique, les conditions logiques de l'usage des « forces » comme des déterminations exprimant des connexions qualitatives entre les diverses instances naturelles impliquées : espace, temps, matière, mouvement. Autrement dit, l'objectif de Hegel n'est pas de remplacer la physique newtonienne, mais de la *penser* dans ses principes : on va le voir sur l'exemple du traitement de l'inertie et de la gravité, en tant qu'il est la poursuite et radicalisation constructive de la critique du *concept kantien de matière*, dont Hegel a salué l'importance historique. Quelques remarques complémentaires sur l'*Opus postumum* kantien montreront que Kant avait radicalisé le problème du concept de matière en relation avec celui des conditions transcendantales du « passage » des principes métaphysiques de la nature à la physique comme science, dans des termes qui manifestement révèlent la proximité à leur endroit des thèses hégéliennes.

II. Au-delà du concept kantien de matière

1. La critique hégélienne du concept kantien

Hegel loue³ Kant d'avoir dissocié par principe la détermination de l'espace et celle de la matière⁴, puisque cela permet de sortir du paradigme cartésien identifiant l'essence des corps à l'espace – et celui-ci à ce que l'évidence de la clarté et de la distinction des mathématiques en dit. La matière est unité des « forces motrices fondamentales » que sont l'attraction et la répulsion⁵. Sur le fond de cet héritage, et de l'influence dynamiste de Schelling⁶. Le cœur de la critique⁷ porte sur l'analyticité du concept kantien de matière : cette analyticité au sens

¹ *Ibid.*, I, corollaire I (composition des mouvements) et II (composition des forces), p. 42-45.

² Théorie qu'il évalue sévèrement cette fois en « jouant » Goethe contre Newton : Hegel rappelle la transposition, méthode typique de ce dernier et illégitime pour lui, de formules différentielles valables en mécanique dans la théorie de la lumière et des couleurs Cf. Hegel 1830 § 320, Conclusion de Remarque p. 299-304. Cf. Renault 2001 p. 162-167.

³ Essentiellement en Hegel 1812a p. 151-161, Remarque, Hegel 1832a, p. 184-91, Anmerkung, qui réactualise sans changement de fond (sinon une écoute plus nette du discours scientifique même), Hegel 1830, « Matière et mouvement », « Mécanique finie » § 262, Remarque p. 253-4.

⁴ Dans les *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature*.

⁵ Cf. l'exposé détaillé de Vuillemin 1955, V, « Les deux forces fondamentales de la dynamique », § 13-16, p. 129-69.

⁶ Cf. Stanguennec 1994 p. 15-7 sur ce rapport de Schelling / Hegel.

⁷ Cf. le résumé en Hegel 1830 p. 153. L'essentiel en est exposé en Stanguennec 1985, II, III-3, « Fausse construction des principes de la dynamique et dialectique inaboutie des forces » p. 113-20, repris et modifié en Stanguennec 1994, I, « La critique hégélienne de la construction kantienne de la matière » p. 13-34.

hégélien (qui n'est pas incompatible avec le critère kantien de synthéticité¹) tient au fait que le concept porte *en lui-même les déterminations de la matière* et qu'il n'est pas besoin de sortir de lui pour les fournir, ce qui est au contraire le critère hégélien de synthéticité, ainsi qu'on la vu dans la section sur la géométrie.

Un concept authentique de matière ne peut se réduire à la pensée de l'équilibre *mécanique* entre attraction et répulsion (même si la tonalité kantienne est dynamiste) mais doit montrer qu'ils sont des *moments conceptuels* : une telle synthèse sera *construction*, au sens non kantien, d'une preuve spéculative, c'est-à-dire, surgira de l'auto-négation de l'analyse qui pose cet équilibre entre attraction/répulsion. L'on sait que la *Doctrine de l'Être* a établi que la réalisation de l'être-pour-soi ouvrait à la dialectique un/multiple originant celle entre attraction et répulsion, et que le passage à la *quantité* correspondait à l'intériorisation réciproque de ces dernières (moment où Hegel expose l'insuffisance du concept kantien), c'est-à-dire au passage de leur unité à leur identité réelle. La matière, en effet, qui est l'espace retourné en soi à partir de l'intériorisation de sa négation par le temps, c'est alors l'immédiateté de l'être-pour-soi réalisé dans et par la position de *l'indifférence* du rapport infini et négatif à soi. La Philosophie de la Nature reprend bien sûr cet enchaînement, et le caractère premier de la matière est alors son *idéalité*. Sa *réalisation* va consister à reprendre et approfondir le couple attraction/répulsion : ce couple institue celui formé par la force centripète et la force centrifuge², lequel exige la position de celui que *gravité* et *inertie* forment, qui sont eux les véritables concepts de la corporéité matérielle.

Avant d'étudier en détail le procès d'institution de la matière, on va brièvement s'intéresser aux tous derniers travaux de Kant sur cet objet, dont l'*Opus Postumum* contient l'essentiel, et percevoir un certain rétrécissement de l'écart entre Kant et Hegel.

2. L'*Opus Postumum*³

La correspondance entre la *Critique de la raison pure* et les *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature* sur la place respective des déterminations de la cinématique et de la dynamique est établie⁴ : un des problèmes auxquels se confronte Kant de façon récurrente tout au long de son *Nachlass*, c'est celui de la transition, non de la *Critique* à la *Métaphysique*, mais celle de la *Métaphysique* à la *physique*. Ce problème, c'est celui de l'avènement *en sa nécessité* de la *physique* comme *science positive*, et non plus celui de l'établissement de ses conditions juridiques de possibilité. Il le formule ainsi :

« Le système des principes métaphysiques de la science de la nature a son territoire particulier délimité selon des principes *a priori* ; un autre est tracé par la physique, qui est destinée à contenir en un système appelé physique le tout qui appartient à la science de la nature en tant qu'elle est empirique.

Or, entre les deux territoires, il y a un abîme, qui empêche de pouvoir réunir les deux territoires ensemble en un seul (*philosophia naturalis*)... il faut tracer entre les deux un territoire en quelque sorte neutre (un pont) et le préparer pour passer... Or ce passage consiste dans le principe subjectif qui est placé *a priori* au fondement de la recherche physique car il faut d'abord savoir comment et dans quelle direction on doit *chercher* dans la nature et par quels concepts médiats on peut se frayer un chemin de la métaphysique de la nature à la physique systématique, avant de faire le pas vers celle-ci. »⁵

D'une part, dire que ce passage fait problème, c'est récuser la posture newtonienne de la « philosophie naturelle », expression condensant une *erreur de catégories*. D'autre part sa fondation sera par principe assurée par l'instance subjective (transcendantale),

¹ On a vu en section II ci-dessus certains de ces balancements sémantiques : cf. le résumé très clair des traducteurs de Hegel 1812a, p. 153-4 sur cette question.

² Cf. déjà Hegel 1812a p. 160.

³ Kant 1796-1800.

⁴ Cf. Vuillemin 1955 et Stanguennec 1994 p. 26-8.

⁵ Kant 1796-1800, IV, p. 34-5 (1798).

« C'est le complexe de tous les rapports donnés *a priori* des forces motrices de la matière... Ce passage n'est pas une simple propédeutique... ce n'est pas un principe seulement régulateur, mais un principe subsistant *a priori*, formel et constitutif aussi, de la science de la nature en un système »¹

Le besoin est ici d'un concept médiateur : celui, dynamique, de matière, semble pour Kant le plus adéquat. Est réaffirmée la centralité des deux forces motrices fondamentales :

« A la possibilité d'une matière en général appartiennent, outre les forces d'attraction, encore les forces répulsives ; et que les deux sortes doivent se trouver en même temps dans toute matière, cela peut être développé *a priori* à partir du simple concept de celui-ci. »²

« Les forces primitives sont attraction et répulsion, qui (toutes deux réunies, certes) occupent l'espace (par l'attraction) tout autant qu'elles le remplissent par la répulsion ; sans elles donc aucune matière n'existerait. »³

Or, par-delà ces forces primitives, un principe universel de cohésion de l'univers est exigé :

« Tous les phénomènes de la matière et leurs forces motrices sont liés à l'univers tout entier, parce que l'espace et le temps sont des unités absolues. On peut de ce fait admettre un principe universel de leur action réciproque, qui consiste dans des rapports réels les uns avec les autres, et l'expérience n'est autrement possible dans la mesure où chaque objet est pensé dans cette action réciproque avec tout autre et est admis *a priori* comme donné dans le phénomène. »⁴

Ce principe, c'est celui d'un « éther », « tout de la matière », dont le « mouvement interne effectif, qui ne cesse jamais, consistant en attraction et répulsion, comme mouvement d'un élément cosmique universellement répandu », auquel Kant fait référence. Cet éther, c'est ce par quoi se trouve unifié le système réel du monde, fluide élastique non substantiel appartenant aux corps, et *fondement du mouvement d'attraction et de répulsion*⁵ : fonctionnellement, il me semble que cet éther joue le rôle de l'unité *logique* de l'espace-temps chez Hegel. Mais ce qui importe ici, c'est de voir la conséquence sur le rapport entre philosophie et mathématiques qu'en déduit Kant :

« Pourtant, si la mathématique n'est pas précisément un canon pour la science de la nature, elle est cependant un instrument de grande puissance (organon) s'il y a affaire au mouvement et à ses lois, pour adapter *a priori* aux phénomènes, comme intuitions dans l'espace et le temps, leurs objets ; en cela, la philosophie avec ses déterminations qualitative ne contribuerait pas à l'évidence scientifique, sans l'apport de la mathématique, avec ses déterminations quantitatives. »⁶

Quoique le rapport hiérarchique entre quantitatif et qualitatif soit ici inversé, Hegel ne dira pas autre chose : la scientificité authentique présuppose bien sûr l'empirie sur laquelle elle opère, la mathématisation du registre positif, et le dégagement d'une nécessité conceptuelle, philosophique, s'occupant de la dimension qualitative dont ne rend pas compte le discours proprement scientifique : Kant est ici plus proche de Hegel que de Newton. Or, les remarques sur le rapport entre *phénoménal* et *nouménal* que Kant a laissé témoignent d'une certaine inflexion tout aussi instructive⁷ : ils ne sont pas deux domaines constitués chacun pour soi, mais désignent des types de relations de la représentation à un objet.

¹ Kant 1796-1800, V, « Le passage : vers la notion de système », p. 37-8 (1798).

² Kant 1796-1800, § 5 p. 11 (1797-8). L'*analyticité*, au sens où Hegel récuse le terme, de ce « développement » du concept est implicitement réaffirmée, via sa « simplicité » qui ne peut provenir que du fait que le concept en question, celui de *matière*.

Par ailleurs Le passage dit un peu plus loin « Une attraction et une répulsion changeant continuellement, en tant que dérivant des formations originelles de la matière, serait la troisième chose, et la matière pour cela, l'éther ».

³ Kant 1796-1800, XI, « La physique, comme système doctrinal », p. 104 (1800).

⁴ Kant 1796-1800, X, p. 81 (1799).

⁵ Kant 1796-1800, § 5 p. 11, § 9 p. 16-8 (1797-8). Le concept einsteinien de *champ* censé asseoir la théorie de la relativité généralisée pourrait peut-être être éclairé, rétrospectivement, par cette même analogie.

⁶ Kant 1796-1800, VI, p. 47 (1798-9).

⁷ Kant 1796-1800, XVI, « Espace et temps. Révision du rapport phénomènes-noumènes » (1800).

« Ce qui correspond à la chose en soi n'est pas un pendant, séparable (par exemple ce qui correspond positivement à l'espace) mais bien la même chose, considérée d'un autre point de vue. Le noumène, en opposition avec le phénomène, est l'objet pensé par l'entendement dans le phénomène, en tant qu'il contient en soi un principe de la possibilité de propositions synthétiques a priori et appartient à la philosophie transcendante »¹

En quoi la dernière phrase mène-t-elle plus vigoureusement que d'habitude Kant à l'antichambre de Hegel ? Celui-ci, par la dialectique espace-temps, reconstruit le concept dynamique de matière en tant qu'il assure l'articulation entre le philosophique et le mathématique, le quantitatif et le qualitatif, c'est-à-dire associe *en nécessité* le registre proprement *physique* (mécanique) et le registre *conceptuel* : si l'on accepte de « traduire » le noumène de Kant dans la citation ci-dessus, en l'Idée de Hegel, le reste n'a pas à être substantiellement modifié. L'on a *ce qui contient en soi le principe du passage*, et si Hegel rend possible l'effectuation de ce passage, c'est parce qu'il renouvelle l'exposition du « problème du fondement » en se décentrant de la position transcendante, ainsi qu'on l'a rappelé en début de chapitre, c'est-à-dire en dépassant la finitude de la représentation de la matière à laquelle se limite malgré tout Kant.

On peut donc maintenant voir comment ce décentrement permet de penser plus avant l'*unité* d'attraction et de répulsion, qui est ce que Kant n'a pu réussir² dans et par le dépassement de l'opposition entre les concepts (physiques) d'inertie et de gravité qui dérivent de ceux-ci, la défektivité du concept de cette unité étant renvoyée à l'indépendance des forces dont on a vu plus haut la critique qu'en propose Hegel.

3. Inertie et gravité : le rasoir hégélien

Tous les concepts n'ont pas le même pouvoir explicatif : celui de force possède indéniablement un tel pouvoir, dans la mesure où le système du monde s'unifie grâce à lui (*Principia* III). Reste à voir ce à quoi ce concept fait référence : cela suppose de distinguer sa dimension qualitative et dynamique, de son expression mathématique, dont on a vu la critique préliminaire qu'opère Hegel.

Dans les paragraphes concernant la mécanique finie (§ 262-268) et la mécanique absolue (§ 269-271), on voit clairement que les concepts de « vis insita » (parfois dite « force d'inertie ») et de « vis impressa » (attraction, choc, pression) – objets respectivement des définitions III et IV au début des *Principia*, sont intégrés dans le système hégélien, et possèdent en lui légitimement leur place. Mais ce sur quoi Hegel concentre son analyse, c'est finalement le *rapport* entre le principe d'inertie et la force de gravitation universelle – laquelle est bien le socle de la mécanique newtonienne. Ce sont les deux déterminations fondamentales de l'objectivité mécanique, c'est-à-dire, et en particulier pour la gravitation, qu'elles apparaissent pour Hegel comme des propriétés essentielles de la matière *en tant que matière* :

« La gravitation est le concept déterminé et véritable de la corporéité matérielle » (§ 269)

C'est donc sur la base d'une forte proximité avec la théorie de Newton que Hegel en critique ensuite certains aspects, en particulier le manque d'explicitation de la conception associée de la matière et du mouvement. *Penser ces concepts et leurs connexions essentielles*, tel est l'objectif de Hegel : d'où la forme critique que cette pensée va prendre, puisqu'elle va combler un manque du discours newtonien.

Le sens quantitatif du concept de force de gravitation s'exprime lorsque Newton en déduit les trajectoires des planètes, son sens qualitatif et dynamique lorsque celui-ci est mobilisé pour désigner l'existence d'une attraction réciproque entre des corps massifs. Relativement à Kepler, le déploiement du concept quantitatif n'apporte rien pour Hegel, sinon une commodité dans l'expression et des précisions sur les perturbations des trajectoires planétaires : mais

¹ Kant 1796-1800 p. 153, je souligne.

² Hegel 1830, §. 262, début de la Remarque, p. 253.

fondamentalement cela reste une reformulation tautologique des lois de Kepler¹. En 1801², Hegel récusait de façon plus brutale tout apport nouveau de Newton, en 1830, on voit qu'il est plus nuancé, notamment dans la mesure où il reconnaît dans une addition que ce dernier universalise à bon droit l'idée de *pesanteur*. On voit également dans les § 263-266 que sa conception de la nature s'est infléchie de telle sorte que l'inertie et la gravité soient deux concepts légitimes : la nature finie et contingente est justiciable d'une explication mécaniste, au moins partiellement, et ces deux concepts font corps avec cette explication. Auparavant il avait défendue une approche plus anti-mécaniste, vraisemblablement plus en phase alors, en 1801, avec les thèses de Schelling.

Résumons l'argumentation hégélienne : l'identité essentielle de la matière et du mouvement, en tant qu'expressions solidaires de l'identité en devenir de l'espace et du temps, au premier abord, semble en contradiction avec le principe d'inertie, qui institue l'indépendance de la matière face au mouvement (§ 263-264). La nature, mécanique, est d'abord essentiellement *inerte*, et le discours philosophique montre que cette justification du principe d'inertie se communique aux formes du mouvement qui en sont fonctions : d'où l'étude consécutive (§ 265-268) du choc (si le corps est inerte, son mouvement vient de l'action d'un autre corps), des lois de la communication du mouvement, puis de la chute libre, étant entendu que si les corps sont en mouvement c'est en tant qu'ils sont massifs (par la loi de conservation de la *quantité* de mouvement, qui dépend de la masse). L'inertie correspond donc à l'indifférence du corps relativement à son propre mouvement – la matière comme *négarion* du mouvement. *Il est fondamental de voir qu'il y a ici contradiction entre l'essence de la matière (unité de l'espace et du temps) et sa phénoménalisation en tant que matière inerte*. Le principe d'inertie (Axiome/Loi I de Newton), rapportant le mouvement possible à une cause extérieure, s'il fait abandonner la conception aristotélicienne selon laquelle le principe de mouvement est immanent aux corps, ne suffit donc pas à déterminer l'essence de la matière.

Le problème est que la mécanique classique a érigé l'inertie comme une propriété essentielle de la matière, si bien que la connexion avec le mouvement ne semble pas essentielle. Il faut noter ici que la pesanteur semble interprétée par Hegel, à l'opposé de Newton, comme détermination *immanente* au corps, tendance du corps à (se) poser un centre singulier idéal hors de lui et à (se) poser sa dépendance à son égard. Cela contredit l'idée qu'elle est une force extérieure au corps : de ce fait, l'inertie doit être re-pensée puisqu'elle est censée « résister » au mouvement entraîné par la pesanteur.

C'est dans la chute libre qu'apparaît la fin de l'indépendance de la matière relativement au mouvement : tout corps massif possède un mouvement non inertiel à cause de la pesanteur – même si cet aspect dynamique n'apparaît pas dans la loi de Galilée. L'existence de la pesanteur empêche le principe d'inertie d'être essentiel et surtout pensable comme réalisé en soi, effectif *en tant que tel*. Cela manifeste une *contradiction, fondamentale, entre les concepts d'inertie et de gravitation* :

« La gravitation contredit immédiatement la loi de l'inertie car il en résulte que la matière s'efforce de sortir d'elle-même vers un autre » (§ 269, Remarque)

Alors qu'en 1801 cette contradiction semblait donner un motif de rejeter l'unification entre mécanique terrestre et mécanique céleste – c'est-à-dire l'unification cosmologique –, Hegel montre bien qu'il sait que les corps célestes en mouvement absolument libre sont concernés par l'inertie, et que les corps terrestres le sont par la gravitation. Ces deux principes ne s'excluent pas mutuellement au point de déterminer deux mondes distincts, ils sont effectifs universellement, mais de manière différente.

¹ Hegel 1830, § 270, début de la Remarque.

² Hegel 1801, p. 132-3 : Hegel y précise également que Kepler considérait déjà la gravité comme une force, en tant que propriété commune aux corps causant leur mouvement.

Les corps ne se mettent pas en mouvement par eux-mêmes : un choc est présupposé. Et par le principe d'inertie, les corps sont indépendants et tendent à garder un état identique : au contraire la gravitation suppose une capacité d'action, à distance, des corps les uns sur les autres. Par la gravitation on voit la matière « sortir d'elle-même vers un autre »¹. La matière tend à *s'auto-organiser*² via la gravitation : elle tend vers un centre, mais celui-ci reste un centre mathématique idéal, d'une part, et d'autre part, cela reste une *tendance* non accomplie, une recherche sans aboutissement possible à cause de l'inertie. Outre le fait que l'inertie induit un mécanisme strict, au premier abord incompatible avec une telle attraction à distance, on comprend pourquoi il y a contradiction. En fait, les deux concepts sont bien des *concepts* et ne réfèrent pas à des réalités autonomes existant par soi. Comme la force de gravitation est le socle de la théorie, il faut ré-exposer le principe d'inertie à partir d'elle. Simultanément, l'explication mécaniste du mouvement des corps matériels repose sur l'idée que l'inertie est une propriété essentielle de ceux-ci. L'entr'expression, la présupposition mutuelle de ces deux concepts, explicitement examinée, est alors la voie de résolution et de dépassement de la contradiction qui les relie.³ Le *concept* de gravitation⁴ désigne donc *plus* qu'une simple attraction.

Si une analogue solidarité qualitative de l'espace et du temps est également mobilisée dans le maniement *conceptuel* de cette force, ce qui se révèle dans la déduction *conceptuelle* des *lois* que Hegel appelle de ses vœux (section III ci-dessous), retenons pour l'instant que la critique du concept de force n'est pas totale : repenser le conditionnement des concepts newtoniens est la condition de leur opérativité théorique délestée de sa métaphysique réaliste implicite. Il fallait à cette fin montrer qu'inertie et gravitation étaient les deux *moments* (conceptuels) de l'attraction et de la répulsion, et que la seconde était la vérité de la première en se constituant comme la synthèse de celles-ci. On comprend bien le pourquoi de la critique hégélienne : le formalisme conduit à chosifier en êtres ou propriétés indépendants, sous forme de forces, des objets géométriques distincts, ce qui empêche de saisir leur essentiel conditionnement mutuel. C'est de ce point de vue là qu'il parle de « galimatias de forces », de « soi-disant force de pesanteur » et qu'il rejette le concept quantitatif de force dérivé de ce formalisme. Le concept qualitatif, au contraire, si on le pense dans sa vérité, conduit à saisir l'activité réelle de ces forces d'un point de vue physique, et donc à leur donner de façon pleinement justifiée, et non selon une conversion/réification illégitime, leur consistance *réelle*. L'on peut voir ici la mobilisation implicite du troisième « Axiome ou loi du mouvement » des *Principia*, l'égalité de l'action et de la réaction, dans la mesure où il invite à toujours saisir l'effectivité d'une force en tant que suscitant par une autre force, « jeu » de forces que le concept de gravitation selon Hegel manifeste pleinement.

Le cœur de la critique hégélienne est donc ce rejet de la confusion des deux concepts, quantitatif et qualitatif, de la force, l'oubli qu'elles sont des « déterminations-de-réflexion » forgées à partir des lois de Kepler et de Galilée, donc que ce qui est fondateur reste la dialectique des concepts d'espace, de temps, et l'exigence de distinguer ce qui a un sens physique et ce qui n'en a que mathématiquement dans un exposé (distinction qu'il voit à l'œuvre et met en valeur chez Lagrange dans sa *Théorie des fonctions analytiques*. En faire les bases de la mécanique dans le cadre d'un exposé mathématique formel, c'est s'empêcher de saisir le lieu où elles sont réellement, *physiquement* opérantes, et se contenter de reformuler tautologiquement les résultats de Kepler. Celui-ci garde ainsi une supériorité, alors que ce qui l'a amené à ces résultats ne ressemble pas à une déduction conceptuelle analogue à celle que Hegel propose. Notons que l'approche cosmogonique de Kepler a pu le séduire, mais Hegel n'a pas pris en compte ses tâtonnements, et surtout le fait que ses trois « lois » ne sont pas exactement ce que Newton en dit : en fait Newton ne s'est pas contenté de re-traduire ces lois,

¹ Hegel 1830, § 269, Remarque.

² Cf. Hegel 1812b, « L'objectivité », ch. I « Le mécanisme », et en particulier p. 230-236. Cf. Renault 2001, p. 206-24

³ Renault 2001 p. 182 et suiv. est fort éclairant sur cette contradiction entre inertie et gravitation.

⁴ On voit l'influence de : Schelling 1799 et Kant 1786. Cf. Renault 2001, p. 214-5.

mais les a véritablement déduites de façon systématique (ce qui se voit déjà dans le *De motu*, par exemple sur la loi des aires, à l'origine un simple artifice de calcul chez Kepler¹).

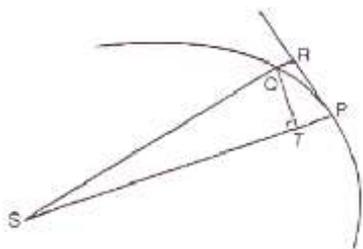
Voyons maintenant un aspect du discours hégélien qui a contribué à son propre discrédit, mais qui illustre clairement les motifs et le type d'arguments nourrissant cette critique du réalisme des forces : l'intérêt ici est de cibler la nature de l'erreur commise par Hegel et de la replacer dans son contexte et de montrer qu'elle n'invalide pas tout son dispositif théorique.

4. La « bévue » sur la force centrifuge

a. La détermination de la force centripète

Avant d'expliquer en quoi elle consiste, rappelons ce sur quoi elle porte : la formule générale liant l'action d'une force centripète d'un centre sur un corps parcourant une trajectoire déterminée. Hegel la commet en 1801 dans son *De orbitis planetarum*, et il semble que la Remarque du § 270 de l'*Encyclopédie* la poursuive, quoique cela soit moins net. Le but ici est d'essayer de faire la part entre la mécompréhension hégélienne de la formulation *mathématique* (puisque on est encore dans le Livre I) de cette force centrale que donne Newton², en la fondant sur la méthode des premières et dernières raisons, et ce qu'il convient de retenir de sa critique³.

Un mobile P parcourt une courbe quelconque sous l'action d'une force centripète exercée par une centre S, force que l'on essaye d'évaluer au point P. On considère Q, point proche de P. Puisque, par ce qui sera la première Loi du mouvement dans les *Principia*, le principe d'inertie, le mobile en P ne poursuivra pas son mouvement selon la tangente à la courbe en P si et seulement s'il est soumis à une autre force, Newton considère que l'écart, la déflexion sur la trajectoire, dans le mouvement amenant P en Q, par rapport à la tangente à la courbe en P *manifeste* l'action de la force centripète exercée par S (le foyer-centre) sur P. Newton élabore ainsi une formule générale reliant la force à la déflexion observée et au temps⁴ qu'il représente comme suit :



La formule mobilise deux autres lois : la loi des aires de Kepler d'abord, qui permet d'introduire le temps dans la formule, et qui fait l'objet du théorème 1 dans le *De motu*, de la Proposition 6 du Livre I des *Principia*. L'aire du triangle SPQ (égale à $\frac{SP \cdot QT}{2}$) est une mesure du temps mis par le corps pour aller P en Q. Ensuite est généralisée la loi de la chute de Galilée : le mouvement de P à Q est interprété comme un mouvement de chute – ce qui

¹ Cf. Petry M. J., « The Significance of Kepler's Laws », p. 439-513.

² Newton 1687-1713a, I, Section II, Proposition 6, p. 453-5. Cette formulation mobilise plusieurs résultats, et en particulier celui du Lemme XI de la Section I du Livre I et de ses corollaires sur l'identité à la limite de la corde, de la tangente et de l'arc. Cf. Blay 1995 p. 82-3, et le commentaire de M.-F. Biarnais en Newton 1687-1713b, p. 188 et suiv.

³ Pour l'interprétation la plus « dure », lire F. de Gandt, in Hegel 1801, Note explicative p. 135-137, et l'Appendice V 185-88, ainsi que et le commentaire de A. Doz, Hegel 1832b, p. 179-84. Je reprends le schéma à F. de Gandt, Newton 1684, p. 102. Cf. également Blay 1995, p. 85-86.

⁴ Newton expose l'ensemble de la méthode d'abord en Newton 1665-1670/1684, dans le *De motu*, Théorème III, p. 162-163, même si l'idée selon laquelle la déflexion permet d'évaluer la force est implicite. La présentation de F. de Gandt en est très claire : voir en particulier les p. 97-103, et le commentaire final sur ce sujet p. 223-225. Cf. également Panza 2003 p. 173-80.

implique que la formule n'est valable que si l'arc PQ est très petit, c'est-à-dire lorsque P arrive en Q, dans la mesure où la force à laquelle est soumis le corps est, ici, variable, bien qu'elle soit présumée analogue à la pesanteur. D'où, en termes de proportionnalité, si la force est notée F , et en faisant abstraction des coefficients empiriques, secondaires dans la formule, cette expression de la force : $F \propto \frac{QR}{SP^2 \cdot QT^2}$, lorsque P tend vers Q. Or, puisque SP est

la distance séparant le mobile du centre, cette force varie en fonction de l'inverse du carré de cette distance (donc en fonction de la position de P). En considérant la formule dans le cas du mouvement d'une planète, la force exercée sur elle par le soleil est inversement proportionnelle au carré de la distance qui les sépare – et l'on a bien une loi, comme c'était anticipé à l'époque, en $\frac{1}{d^2}$.

b. Où est l'erreur ?

Hegel, en 1801, pense que Newton analyse l'arc PQ comme composition pure et simple – modèle géométrique du parallélogramme des forces – du vecteur PT, expression de la force centripète, s'exerçant de S en P, et du vecteur PR qui *serait* l'expression d'une force *centrifuge* imprimée au mobile, PQ étant, à cette fin, un arc infinitésimal identifié, par passage à la limite, à un segment linéaire, l'hypoténuse du triangle rectangle « différentiel » PQR. Comme le rappelle F. de Gandt, cela revient, alors que PR est en fait la trajectoire tangentielle qui serait celle du corps uniquement soumis au principe d'inertie, à *confondre mouvement inertiel et mouvement sous l'action d'une force centrifuge*. Hegel a donc beau jeu de critiquer la formalisme de Newton, c'est-à-dire ici la réduction du mouvement planétaire à la combinaison de forces autonomes résultant d'une réification induite de lignes géométriques¹, dans la simple mesure où Newton ne dit pas ce que Hegel lit dans cette formule générale. C'est l'écart par rapport à la trajectoire inertielle que cette formule, par la Loi II de Newton², interprète comme mouvement sous l'action de la force centripète. Mais cela illustre bien le sens de sa critique, tout en ré-affirmant implicitement la solidarité des concepts d'inertie et de gravitation évoquée dans le paragraphe précédent.

On peut penser que cette interprétation n'a pas changé chez Hegel lorsque l'on regarde son analyse de la variation de la vitesse des planètes selon qu'elles sont à l'aphélie ou au périhélie sur leur orbite elliptique autour du soleil. Si cette force centrifuge ainsi comprise était réellement une des deux composantes *indépendantes* de ce mouvement curviligne, d'où peut-on expliquer la loi de variation – qui est de proportion inverse – entre cette force centrifuge et cette force centripète selon la position par rapport au centre d'attraction ? C'est effectivement délicat : ainsi, sur la base de cette confusion, Hegel affirme en bonne logique

« Dans la prétendue *explication* du mouvement uniformément accéléré et retardé à partir de la *diminution* et de l'*accroissement alternés* de la grandeur de la force centripète et de la force centrifuge, la confusion qu'entraîne l'admission de pareilles forces autonomes est à son comble... On présume ce non-sens métaphysique tant d'une force centrifuge que d'une force centripète ; mais à ces fictions de l'entendement aucun entendement ne s'applique davantage et aucun ne se demande comment une telle force, alors qu'elle est autonome, peut d'*elle-même* tantôt se rendre et se laisser rendre plus faible que l'autre, tantôt se rendre, et se laisser rendre plus forte. »³

Ici Hegel généralise sa critique de la force centrifuge à la force centripète, ce qui est tout à fait problématique, puisque cette dernière est bien mieux déterminée que la première. Après

¹ Hegel 1830, § 270, Remarque, p. 263, § 3.

² La Force centripète qui s'exerce sur un corps est proportionnelle à son masse et son accélération ($F = ma$, où dans les anciennes formulations $F = m\gamma$). La loi II de Newton dit, en sens inverse, que « Le changement de mouvement [accélération] est proportionnel à la force motrice et s'effectue suivant la droite par laquelle cette force est imprimée », Newton 1687-1713b, p. 41. Ce n'est que dans le Livre III que la proportionnalité de la gravité « universellement présente dans tous les corps » à la quantité de matière est précisée, Newton 1687-1713a, Prop. 7, Thm. 7, p. 810.

³ Hegel 1830 p. 265.

une remarque discutable¹ sur le mouvement pendulaire, Hegel entreprend alors de montrer que contrairement à la contingence de cette loi de variation, inexplicable par ces forces, il faut s'efforcer de démontrer *conceptuellement*, c'est-à-dire en partant des déterminations qualitatives de l'espace et du temps, la nécessité, plus généralement, de ce type de lois. Si Newton procédait à une telle explication du mouvement orbital, la critique hégélienne serait légitime, mais ce n'est pas ce qu'il fait. Pourquoi une telle erreur, continuée de surcroît ? Il y a certes la possibilité d'une *projection* sur le discours de Newton, de ce que Hegel voulait y trouver pour le rejeter. Mais alors il n'y a rien à ajouter. Il semble plus vraisemblable qu'une telle confusion ait été possible à cause de la complexité et du manque de clarté concernant le concept de force centrifuge, en particulier chez certains vulgarisateurs de Newton, qui n'ont pas hésité à dire qu'elle était, avec la force centripète, l'autre composante des mouvements planétaires (Kant lui-même n'est pas clair sur ce point dans sa *Théorie du ciel*²). Comme Hegel, dans cette critique, ne se réfère pas explicitement aux *Principia*, alors qu'il le fait par ailleurs dans son analyse des méthodes mathématiques de Newton, comme on va le voir dans la section suivante, on peut penser qu'il ne commet pas de contre-sens, en réalité, sur les matériaux qu'il a utilisés, mais perpétue le contre-sens que ces matériaux contiennent sur le discours de Newton. La faute n'est plus la même alors : elle consisterait à n'avoir pas comparé la vulgarisation à l'original.

Il reste que la force centrifuge reste une réalité difficile à cerner, à part dans la mesure où elle semble plutôt *l'effet* et non la cause d'un mouvement : chez Newton, elle apparaît *seulement comme réaction* à la force centripète (dans l'exemple de la fronde), comme ce qui assure un équilibre et empêche la lune de tomber sur la terre³. Mais excepté cela, comme le dit G. Barthélémy « On ne peut toutefois mettre le mouvement tangentiel sur le compte d'une force imprimée, lui qui est un pur phénomène inertiel... La force centrifuge ne trouve pas sa place »⁴.

Résumons pour l'instant le nerf de l'approche hégélienne : le newtonianisme est un « empirio-formalisme » (A. Lacroix) inconséquent : les sciences de la nature, la physique mathématique particulièrement, présupposent nécessairement leurs objets comme un donné factuel (empirisme), et impriment en extériorité et de façon abstraite la forme de l'universalité à ces objets, mais sans jamais saisir ces objets dans leur connexion interne. L'erreur d'interprétation présentée ici, dont on ne peut absolument pas tirer parti pour rejeter tout le dispositif hégélien – ce serait simpliste et réducteur – a au moins le mérite de montrer que si Hegel se trompe, c'est dans *l'analyse même du discours scientifique*, dont il cherche à montrer la logique sous-jacente. Il ne prétend pas que la pensée spéculative doive surplomber ou se substituer à ce discours – à l'instar des *Naturphilosophen* qui d'après lui, prétendent exposer une autre représentation, plus idoine, de la nature que ces discours étudient⁵.

Il faut maintenant montrer *in concreto* comment se traduit cette exigence *positive* de ré-élaboration conceptuelle, par-delà la forme *négative* de la critique qui la prépare : c'est l'exigence de *déduction* spéculative des lois de la mécanique qui va le permettre. Un rappel

¹ Comme le dit rapidement F. De Gandt dans Hegel 1801, p. 137 fin note 19. Elle est discutable, et strictement anti-newtonienne, dans la mesure où elle explique ce mouvement en référence à une causalité finale interne : les forces de frottement n'expliquent en rien pour Hegel la cessation de l'oscillation, qui ne provient que de la pesanteur. Le pendule *tend de lui-même, de façon interne*, à retrouver son état d'équilibre, qui correspond au moment où il est le moins éloigné du centre. En réalité la pesanteur doit bien être pensée comme *extérieure* au corps, sinon on ne peut parler de son inertie comme tendance à résister au mouvement. On retrouve ici plus clairement le problème évoqué plus haut de cette interprétation de la pesanteur. L'idée centrale est qu'il n'y a pas *dualisme* entre extériorité et intériorité : leur entr'expression *duale* assure la réalisation progressive de la matière.

² Kant 1762.

³ Newton 1687-1713a, III, prop. 4, Scholie, p. 805.

⁴ Barthélémy 1992 p. 124. La force « authentique », action d'un corps sur un autre par contact ou à distance, et provoquant le mouvement, n'est définie comme telle que dans le *De gravitatione*, mais que seules les diverses forces sont définies dans le *De motu* et les *Principia*. Cf. Newton 1665-1670, p. 142-143 où l'on lit « Définition 5 : la force est le principe causal du mouvement et du repos », interne ou externe au corps, *conatus* lors d'une résistance (Déf. 6), *impetus* en tant que « vis impressa », force imprimée sur un autre corps (Déf. 7). En Newton 1684 p. 155 déjà la force *en général* n'est pas définie.

⁵ Renault 2001 est une synthèse insistant sur ce qui importe concernant la vision hégélienne de la mécanique.

préliminaire s'impose sur la notion de grandeur variable et sur ce que Hegel valorise (et pas cette fois, ce qu'il en condamne) dans les procédés calculatoires utilisés par Newton. On va voir ici de la façon la plus saillante la tension propre au type de penser qu'est le penser spéculatif, tension qui se manifeste dans la non univocité de la « compétition » entre l'explication conceptuelle et l'explication empirico-mathématique : le penser spéculatif, comme à l'habitude, va arborer sa prétention légiférante, sa normativité, qui lui fait excéder le statut d'une simple épistémologie, fondée sur le type de nécessité – conceptuelle – qu'il est apte à dévoiler au-delà de la nécessité factuelle de la science mécanique. Pour autant, on peut ne pas prendre au pied de la lettre l'idée de la sursomption dans le spéculatif du scientifique, et axer le propos sur la nécessaire complémentarité des deux dans l'accès à la connaissance véritable. C'est me semble-t-il un des éléments manifestés par la fonction réinvestie de la formalisation mathématique : elle va ici opérer *sur le conceptuel lui-même*, ou, plus précisément, être mobilisée de ce point de vue conceptuel. Ce qui fait donc explicitement passer le mathématique *dans* le conceptuel, dans l'explication du pourquoi des lois de la mécanique et pas seulement de leur comment : faudra-t-il alors parler de conceptualisation du mathématique ou surtout, de mathématisation du concept ? Pas forcément¹ : mon idée est qu'il faut plutôt tâcher de cerner la spécificité de cette scientificité spéculative « supra-scientifique » (cette fois au sens des sciences positives) en ces termes de complémentarité, bien que la rivalité des deux types de rationalité soit indéfectiblement présente.

III. La « preuve des lois » selon « le concept de la chose »

1. « Grandeur variable » et relation-de-puissance

La *relation-de-puissance* marque la présence du qualitatif dans le mathématique. La variabilité des variables relevant de la simple substituabilité réglée, elle n'est pas le lieu du véritable infini : la forme fonctionnelle relève d'une universalité abstraite qui est la même que celle de *loi positive*. Le concept véritable de la grandeur variable se manifeste dans la relation-de-puissance. Dans $\frac{y^2}{x}$ « La relation-de-puissance n'est pas une limitation extérieure, mais une limitation déterminée par le truchement d'elle-même ; donc une relation essentiellement qualitative »². Les fonctions algébriques du premier degré sont donc purement quantitatives et formelles, alors que celles de degré supérieur révèlent un *auto-mouvement* fondamental du quantum. *Le quantum y est nié, mais par lui-même : cette relation négative à soi est caractéristique de la qualité et introduit l'effectivité de déterminations conceptuelles*. Cette détermination de soi par soi, dans l'élévation à la puissance, par la médiation de la négation de soi correspond à l'idée de *nécessité intérieure*, d'auto-détermination – subjectivité réalisée : c'est pour cela que l'infini du calcul infinitésimal préparait, on l'a vu, à la transition vers la *mesure*, après les sections *qualité* et *quantité*, dont elle est l'unité en devenir³. La mesure est la vérité du rapport entre qualité et quantité, et surgit de l'intériorisation mutuelle des déterminations qualitative et quantitative : le quantum revient à lui-même par l'intériorisation de son autre. La mesure est ainsi unité entre l'être-pour-soi de la qualité et l'indifférence de la détermination quantitative.

Dans la quantité spécifique « simple », le quantitatif extérieur est intériorisé en tant que qualification d'une réalité, sur le mode de la règle (étalon métrique faisant fonction d'unité), qui rend possible la métrisation. Ici la mesure prend son sens habituel d'opération qualifiant extérieurement un quantum pur, et c'est bien celui qui caractérise la mathématisation par le calcul infinitésimal des processus mécaniques continus. La mesure comme telle n'est pas pure, mais quantum qualitatif et la « grandeur variable » du calcul différentiel trouve ici sa place :

¹ Doz & Dubarle 1972 exposera une autre façon de rapprocher le mathématique et le conceptuel, une autre façon de les mettre *sur le même plan* : cf. section III-3 à venir.

² *Ibid.*, p. 253.

³ Le propos dans Hegel 1832b p. 194-91 est beaucoup plus développé que la section correspondante dans Hegel 1812a p. 308-10, quoique celle-ci contienne déjà les points essentiels de l'analyse.

« La détermination constitutive, qui est essentielle, de la grandeur variable, prend place dans la mesure, car celle-ci est le quantum comme supprimé, donc - non plus comme étant ce qu'il doit être pour être quantum, mais - comme quantum et en même temps quelque chose d'autre ; cet autre est le qualitatif, et comme il est apparu, *très précisément le rapport de puissances à l'intérieur du qualitatif* [je souligne]. »

La mesure, unité immédiate de la quantité et la qualité est donc devenue rapport supposant un substrat (fondant la réduction mutuelle des mesures, qui sont donc évidemment « commensurables »), lequel, né de la mesure, la transforme alors en un moment intégré/dépassé¹. Le retour de la qualité comme intériorité de l'être mesuré mène à l'être réel (la matière pure, dont les déterminations ne sont pas réalisées), c'est-à-dire à l'essence dont la réflexion va correspondre à cet être comme posé en extériorité (là). D'où cette phrase fameuse, « l'essence est le concept comme concept posé », l'être en lui-même qui de *dasein* devient *Erscheinung*, paraître phénoménal, donc le concept non encore comme pour-soi. De la forme mécanique puis chimique et enfin téléologique du concept en développement, on voit bien malgré cela, et malgré l'intrication reconnue et assumée entre qualité et quantité, qu'on est loin d'avoir atteint à la subjectivité du concept et la substantialité du connaître (l'immédiété-à-soi de l'être comme l'identité de la réflexion-en-soi de l'essence sont encore des abstractions) qui seuls, par le discours philosophique, pourront fonder rétrospectivement cette naissante mathématique qualitative de la nature. Le mécanisme est donc la première forme de l'objectivité naturelle : ce que Hegel condamne, c'est le mécanisme qui réduit toute forme d'objectivité au mécanisme.

2. Les premières et dernières raisons

Il est intéressant de voir qu'une partie des critiques que Hegel adresse au Newton mécanicien est assez impersonnelle (même si ce n'est pas le cas pour le rejet de son formalisme): « Tout le monde répète... », « Il est admis que... », « Dans la prétendue *explication* du mouvement accéléré... », « On présuppose », etc.² Il est vraisemblable que ces critiques sont dans ce cas autant dirigées contre ses continuateurs. Mais lorsqu'il parle du Newton mathématicien, pour évaluer positivement ou négativement les méthodes qu'il déploie, il se réfère précisément à trois reprises aux *Principia*.

Rappelons que les méthodes mathématiques distinctes que Newton a élaborées sont d'abord parties d'une reprise de la conception infinitésimale de Barrow et Wallis en instituant le *moment*, accroissement ou quantité infiniment petite *o*. *La Méthode des fluxions et des suites infinies* (1671, publié en 1736), considère le *o* comme intervalle de temps infiniment petit, et développe l'accroissement d'une fonction $f(x)$ en $f(x+o)$ en ajoutant *o* à *x*. Il applique ensuite à la fonction la formule du binôme (sans considération explicite de convergence) et développe cette fonction en série infinie. C'est dans cette œuvre que Newton considère les quantités mathématiques, les grandeurs, comme *engendrées* par une augmentation continue analogue à l'espace parcouru par un corps en mouvement. Ici l'ancrage cinématique (mécanique) est central et le guide, par cette analogie, mais aussi par l'introduction du temps comme paramètre de variation. Il considère tout particulièrement les *vitesse*s de ces

¹ C'est à ce stade là, Hegel introduit le concept de « ligne nodale de relations-de-mesure », qui est une suite de seuils (« points qualifiants ») : ce concept permet de penser comment un accroissement quantitatif très faible, quoiqu'encore indifférent, occasionne une rupture qualitative productrice d'un « saut » dans la nature. On assiste déjà là à l'émergence du fondement de l'irréductibilité des discontinuités qualitatives à toute physicalisation continuiste, qui correspondent aux différenciations des formes naturelles. La catégorie de l'autonomie est ici évocatrice : elle relève non de la mécanique mais de la chimie, où le tout n'est plus la somme résultant de la composition externe des parties, mais la totalité complexe constituée par une solidarité immanente de ses membres, caractéristique des totalités relationnelles que sont les organismes vivants, où chaque organe (atome) est l'organisme (molécule) par la médiation interne de tous les autres (c'est-à-dire où le même se développe conjointement à lui-même via sa propre négation, par la médiation par d'une altérité). L'enchaînement graduel des formes naturelles possède autant la dimension d'une série d'éléments homogènes que celle d'une altération radicale des types de réalités les uns par rapport aux autres (permettant une classification selon des critères rigoureux et qualitatifs). La nature est un « système-de-niveaux » naissant objectivement les uns des autres, mais l'altération qualitative qui les accompagne empêche toute interprétation strictement évolutionniste de la thèse hégélienne selon laquelle les êtres s'engendreraient de façon homogène.

² Hegel 1830, § 270, Remarque.

mouvements engendrant les grandeurs : ces grandeurs sont les *fluentes* (ce seront les « naissantes » ou « évanouissantes »), x , y , etc., ces vitesses engendrées sont les *fluxions* \dot{x} , \dot{y} , etc. Si o est un tel intervalle infinitésimal de temps, \dot{x} , \dot{y} sont les accroissements infiniment petits de x et y . Le problème général, qui rappelle le caractère inverse de la dérivation et de l'intégration est, étant données le *rapport* des fluentes, trouver celle entre les fluxions, et réciproquement. Il y donc une quasi-identité entre dérivée et fluxion (en tant que vitesses engendrées), mais Newton ne prendra pas le temps d'explicitement cela : ce qui contribuera à aboutir aux querelles avec Leibniz sur la paternité du *calculus*. Cette méthode est évoquée rapidement dans les *Principia* en 1687¹. Mais ceux-ci, en fait, mobilisent la méthode telle qu'elle est développée dans *Quadratura curvarum* (1676, publié en 1704) caractérisée par le rejet des infinitésimaux et la méthode des premières et dernières raisons, celle qui retient en premier lieu l'attention de Hegel.

Concernant les « déterminations les plus importantes qui ont été données par les mathématiciens sur cet infini [l'infiniment petit]... La pensée ne peut être déterminée plus avant qu'en la manière où *Newton* l'a donnée. »

Hegel précise cet éloge en se référant au texte majeur, le Scholie du Lemme 11 du Livre I des *Principia*², où Newton précise les conditions de validité de cette méthode exposée dans les lemmes précédents. Hegel sait gré à Newton d'avoir tenté d'appréhender la *relation* (« raison ») qu'entretiennent deux grandeurs *finies* et *déterminées* (des « divisibles évanouissants », qui en rien ne sont des « indivisibles » suspects : la divisibilité est exigée pour la quantification mathématique), non pas avant qu'elles ne s'évanouissent (ou ne naissent, pour les *premières* raisons), ni après, mais *pendant*. La dernière raison, est celle reliant deux grandeurs *à la limite*. Ne considérant pas le rapport de parties déterminées, mais la *limite de ce rapport*, il évite le recours aux infinitésimaux : « les *relations dernières* ne sont pas des relations de *grandeurs dernières*, mais des limites dont les *relations* des grandeurs décroissant sans limite sont plus proches que ne l'est toute différence *donnée*, c'est-à-dire finie, sans que pourtant elle franchissent cette limite, en sorte qu'elle deviendraient néant. » On s'occupe moins ici du devenir des grandeurs que des conditions de la *mesure*, en tant que celle-ci exige l'établissement d'un rapport entre deux quantités dont l'une joue le rôle de l'unité. *Pour Hegel, qui suit précisément le texte newtonien ici, l'innovation mathématique de celui-ci fait partie des plus profondes et des plus conscientes d'elles-mêmes, ce qui n'est pas le cas, bien au contraire, de tous les protagonistes de l'histoire du calcul infinitésimal.*

Cette méthode des raisons institue cependant le « mauvais infini » de l'ajout/ou du retrait successif indéfini de quantités à une quantité donnée :

« Pourtant on n'aurait eu besoin du *décroître sans limite* dans lequel Newton engage le quantitatif et qui exprime seulement le progrès à l'infini, ni de la détermination de la divisibilité qui n'a plus ici aucune signification immédiate, si le concept requis s'était perfectionné jusqu'au concept d'une détermination-de-grandeur qui n'est purement que moment de la relation ».

Autrement dit cette méthode garde la limitation propre à la pensée d'entendement qui n'accède pas au concept rationnel de la chose. Mais cette méthode reçoit quand même une place de choix : dire que le concept newtonien n'est pas assez « perfectionné », c'est implicitement dire qu'il est déjà très élaboré.

Hegel rappelle ensuite la finesse et la profondeur de la présentation de ces procédés en termes de fluxions et de fluentes (il semble que la méthode des fluxions proprement dite corresponde à celle des premières et dernières raisons associée à la considération explicite du mouvement³) : la fluente, grandeur engendrée, est *finie*, et les incréments transitoires de ces fluentes sont déterminées à partir des moments. Ces incréments sont en fait les « *principes* en

¹. Newton 1687-1713a, p. 647, § 1. Cf. *infra* note 47.

². *Ibid.*, p. 440-443. Newton 1687-1713b, Livre I, Section I, Lemme XI et Scholie, p. 60-66, étudiée par Hegel en Hegel 1812a p. 257-60. Cf. Boyer 1949, ch. VI et début du ch. VII, p. 225-229 notamment, ainsi que Edwards 1979.

³ Newton 1687-1713b, postface de M.-F. Biarnais p. 188-189.

devenir ou *commencement* de grandeurs finies » : à ce titre, le quantum se différencie, en tant que résultat, le produit, et surtout en tant que ce qu'il est « dans son devenir, son commencement et principe, c'est-à-dire tel qu'il est dans son concept, ou ce qui est ici la même-chose, dans sa détermination qualitative ; dans cette dernière, les différences qualitatives, les incréments ou décréments infinies ne sont que moments, *et ces différences établies par Newton, « il faut que la philosophie du concept de l'infini mathématique les reconnaisse ».*

Quel éloge pour l'anti-newtonien délirant que l'on est censé connaître ! Newton appréhendant la nature qualitative des objets transitoires assurant le procédé calculatoire, voilà ce qui s'appelle s'élever au concept. Ce qui reste faible chez les mathématiciens, c'est la représentation des infiniment petits en tant que tels : les procédés conduisant à en négliger certains ne peuvent donc qu'être arbitraires. Quant aux « négligentes » *stratégies* calculatoires qu'utilise Newton en d'autres lieux, on a déjà vu plus haut en ce chapitre les raisons de la critique qu'en opère Hegel. *Hegel n'est anti-newtonien que parce qu'il est aussi pro-newtonien* : la critique épistémologique est ici celle d'une pensée qui se confronte sans concession, pas d'une instrumentalisation éloignée.

3. La Preuve

On a évoqué à plusieurs reprises l'idée que Hegel souhaite déduire conceptuellement, a priori, c'est-à-dire à partir du concept de corps matériel, les lois de la mécanique, sans se limiter à « l'induction démonstrative » de Galilée et surtout de Newton. Cette ambition déductive rappelle le thème aristotélicien de la « science mixte », faisant cohabiter l'empirique et le conceptuel¹. Cette cohabitation est pensée par Hegel dans sa nécessité, et celle-ci provient de ce qui est essentiel dans la matière et le mouvement en tant qu'ils expriment solidairement et de façon complémentaire l'identité en devenir de l'espace et du temps (c'est-à-dire l'identité de l'identité et de la différence). Hegel rappelle à plusieurs reprises les trois étapes nécessaires à la *preuve* des lois, lois dont il affirme la valeur gnoséologique et philosophique – contrairement à la thèse de certains Naturphilosophen selon laquelle elle ne seraient que formulations abstraites mutilant la dynamique propre de la nature.² Hegel distingue trois types de scientificité, et fonde la critique épistémologique de la seconde sur les exigences propres à la troisième.

(1) L'élément premier, systématiquement présupposé, est celui des *données empiriques*, en l'occurrence les longues tables de mesures et d'observations (des positions des planètes par rapport au soleil) établies par Tycho Brahé. Cette étape est « présupposée » (*Voraussetzung*) par toute entreprise scientifique.

(2) La seconde étape est celle du dépassement de ces singularités empiriques sous la forme de leur *universalisation légale* : Kepler et Galilée ont procédé, et c'est leurs « mérites immortels » à l'exposition d'une « *forme générale* de déterminations quantitatives ». « Les lois qu'ils ont découvertes, ils les ont *prouvées* en montrant que le champ total des données singulières de la perception leur correspond ». Newton lui n'a fourni qu'une « *transformation de l'expression* » et la méthode analytique hypothético-déductive – laquelle, en tant que méthode d'exposition a fait ses preuves, mais qui ne sert pas à autre chose qu'à la reformulation de ces découvertes.³ Mais ces lois restent des lois *empiriques* et ne fournissent qu'une *nécessité factuelle*, une simple *légalité*, dans la mesure où cette première forme de

¹ N. Février, dans Février 2000, va jusqu'à dire que le recours à la catégorie de causalité finale, c'est-à-dire de téléologie par-delà l'approche mécaniste, dans cette déduction, est le nerf de la spéculation hégélienne, et montre cette orientation aristotélicienne. Cf. également sur ce point, R. Pozzo, « Analysis, Synthesis and Dialectics : Hegel's Answer to Aristotle, Newton, and Kant », in Petry 1993, p. 17-26.

² Hegel 1832b, p. 44-45. Hegel 1830, § 270.

³ Cf. Paragraphe ci-dessous sur les lois de Kepler. Notons qu'a été tentée par J. Dorling une formalisation du schéma général de la preuve constituant cette « induction démonstrative » en logique des prédicats du premier ordre : cf. J. W. Garrison « Metaphysics and Scientific Proof : Newton and Hegel », Petry 1993, p. 3-16.

l'universalité, reste abstraite et quantitative, et n'exprime pas la nécessité des connexions entre les « cotés » de la relation.

(3) La troisième phase de la preuve alors donc la suivante :

« Mais on doit exiger encore une plus haute *preuve* de ces lois, ne consistant en rien d'autre qu'à dériver leurs déterminations quantitatives des qualités ou concepts déterminés mis en relation (par exemple, temps et espace). De cette sorte de preuve il n'y a encore, dans lesdits principes mathématiques de la *philosophie naturelle* ni dans les travaux ultérieurs, aucune trace... la tentative de conduire de telles preuves de façon proprement *mathématique*, c'est-à-dire ni à partir de l'expérience ni à partir du concept, est une entreprise absurde »¹.

Quoique le propos soit clair, et réaffirme ici encore une fois la double abstraction affectant le travail de l'entendement scientifique, le fait que cette plus haute preuve « ne consiste en rien d'autre » qu'en une dérivation conceptuelle est *loin d'être une évidence*. Hegel procède de façon inégalement claire dans ces déductions, mais systématiquement mobilise ce qu'il a dégagé, dans la *Science de la logique*, de son analyse des fonctions de grandeurs variables, à savoir que leur détermination constitutive essentielle apparaît dans le « rapport de puissances à l'intérieur du qualitatif »². Quelles sont les déterminations qualitatives que la relation-de-puissance exprime selon la nécessité du concept ? « La preuve rationnelle des déterminations quantitatives du mouvement libre, peut seulement se trouver dans les déterminations conceptuelles de l'espace et du temps, de ces deux moments dont le rapport intrinsèque est le mouvement » (§ 270). Exposons d'abord cette entreprise sur un exemple relevant de la mécanique finie, portant sur le mouvement relativement libre dans la loi de la chute de Galilée (§ 267-268).

a. Mécanique finie : la chute libre

Pour démontrer la proportionnalité de l'espace parcouru par un corps en chute libre au carré du temps mis à le parcourir, il faut faire fond sur la *nature* du phénomène de la chute libre dans la sphère terrestre : mouvement *libre*, il doit manifester un rapport entre l'espace et le temps en tant qu'expression de la nécessité du concept – c'est-à-dire de l'Idée dans son altérité, la nature, comme subjectivité – qu'il faut déployer à partir du fait que la matière est déterminée qualitativement. Pourquoi cette déduction prend-elle initialement place dans la *Théorie de la mesure* ? Parce que la mesure est unité de la qualité et de la quantité³ : l'unité qualitative de ces deux quantités que sont d'abord le temps et l'espace dans la loi cinématique de Galilée, donne lieu, dans l'expression algébrique de la loi, à un rapport quantitatif entre elles deux comme qualités : cette loi est « rapport des deux côtés comme qualités »⁴. Le § 257 de l'*Encyclopédie* révélait l'*indifférence mutuelle* de la négativité temporelle et de l'être-hors-de-soi spatial – au terme du processus (§ 256) par lequel l'espace, surgi de la « surface englobante » engendrée par le mouvement du plan, lui-même engendré par le mouvement de la ligne, et celle-ci du point, *se niait* en temps. La chute libre *supprime cette indifférence*, cette extériorité mutuelle.

Les paragraphes 260 et 261 précisent que le *lieu* est expression du fait que (1) le temps se pose comme espace singulier, comme point exclusif. Comme la chute est *mouvement*, passage d'un lieu en un autre lieu, elle exprime le fait que (2) l'espace en tant que ce lieu ponctuel singulier, en tant que « maintenant spatial », se pose à son tour *comme temps*, lequel est donc principe de leur synthèse, « principe d'unité »⁵ dans le *mouvement* (3)⁶. C'est donc du temps,

¹ Hegel 1832b, p. 45.

² *Ibid.* p. 40.

³ Cf. les longs commentaires d'A. doz, Hegel 1832b, p. 141-142, ainsi que S. Büttner, « Hegel on Galilei's Law of Fall », in Petry 1993, p. 331-339.

⁴ Hegel 1832b, II-c, p. 39 et suivantes.

⁵ Hegel 1830, Remarque p. 267.

⁶ « Cet acte par lequel l'espace dans le temps et le temps dans l'espace *périssent* et se *ré-engendrent* de telle manière que le temps se pose comme spatialement comme *lieu*, mais que cette spatialité indifférente soit posée de façon tout aussi immédiatement *temporelle*, est le mouvement », *Ibid.*, § 261, p. 251.

et non de l'extériorité de l'espace, que procède la détermination qualitative de la chute. Il n'y a plus d'indifférence du temps à l'égard de l'espace : le temps est d'abord sorti de lui-même pour se poser comme espace (1), mais finalement retourne en soi-même (2) par cette non-indifférence aboutissant à/manifestée lors de la chute (3). Il n'est en aucun cas « paramètre indépendant » : on n'est plus dans le cas du mouvement inertiel qui au contraire manifeste cette indifférence. La chute est donc l'unité temporelle sortie de soi puis retournée en soi, unité : t^2 , par la médiation de la négation de l'indifférence entre espace et temps. Le lieu, d'abord identité de l'espace et du temps, l'est *en devenir*, et de ce fait est également leur *contradiction*. L'unité temporelle est au principe de sa détermination spatiale – son autre –, mais revient en elle-même, retourne à soi, ce qui correspond à l'effectivité de la subjectivité, c'est-à-dire ici, au « passage de l'idéalité dans la réalité » par la matière, unité présente de l'espace et du temps en tant que sursumption immédiate du devenir qu'est le mouvement.

En résumé, la grandeur de l'espace est déterminée par l'unité négative qu'est le temps, mais celle-ci, tout en sortant d'elle-même, n'excède pas sa propre détermination et s'élève au carré. Le coefficient a , lui, en tant qu'égal au rapport de l'espace sur le carré du temps (dans la formulation $d = at^2$), est toujours déterminé selon une source empirique dont on ne peut faire l'économie : mais cette instance empirique (le coefficient a dépend de l'intensité concrète de la pesanteur, et n'a de sens qu'à l'intérieur de la formule) exige son dépassement dans la connexion qualitative de l'espace et du temps. On voit ici que la déduction est *concrète* au double sens où elle se déploie à partir de l'empirique, et du conceptuel¹ : le temps est *négation* de l'espace, et sa grandeur est l'unité, mais non indifférents l'un à l'autre, ils sont unis par une détermination *une*. « Telle est la démonstration de la loi de la chute à partir du *concept* de la res. Le rapport-de-puissances est essentiellement un rapport qualitatif et il est seulement le rapport qui appartient au concept »².

La formule mathématique ici épouse et traduit la détermination conceptuelle de la loi, donc concourt à l'œuvre dialectique de la raison, ce que l'on aurait difficilement imaginé à la simple lecture de la Doctrine de l'Être.

b. Mécanique absolue : les lois de Kepler³

On reste ici dans le cadre du mouvement *relativement* libre, c'est-à-dire conditionné, dans la mesure où cette chute présuppose un éloignement artificiel à l'égard du centre, lequel seul rend la pesanteur efficace. Dans la mécanique absolue au contraire, sphère infinie, le mouvement des corps célestes est totalement délié d'un tel conditionnement extérieur aux déterminations essentielles de la matière et du mouvement. La description du système solaire⁴ occupe le § 270 comme réalisation effective et unitaire du concept de corps matériel. Il importe de rappeler deux éléments ici : on a évoqué au début de la première section la conséquence du formalisme newtonien concernant le traitement de la forme elliptique de la trajectoire des corps célestes, c'est-à-dire la *contingence* et l'arbitraire affectant la « particularisation » du dispositif mathématique de la théorie des coniques : au lieu de partir de la loi des aires et de la trajectoire elliptique, qui sont indissociables réellement, Newton les dissocie et les relie sans justification. Le second élément est l'analyse, en partie basée sur une

¹ Cf. Hegel 1832b p. 47-50, Hegel 1830, § 267, Remarque, p. 259-260.

² *Ibid.*, p. 260.

³ Cf. Le long texte où M. J. Petry étudie la lecture hégélienne, discutable ponctuellement selon lui, du sens et du contexte théorique de découverte par Kepler de ces trois lois, dans Petry 1993, « The Significance of Kepler's Laws », p. 439-513.

⁴ N. février présente ce § 270 comme la réalisation du concept dans la sphère matérielle, à ce titre, analogue structurellement à la singularité conceptuelle dans le syllogisme. Il étudie en Février 2000, p. 107 et suivantes, ce syllogisme dialectique de la mécanique absolue, comme subsomption du singulier (sphère planétaire) sous l'universel (sphère solaire) via la médiation du particulier (sphère cométaire et lunaire), prenant les trois formes enchaînées (USP, SPU, PUS) du syllogisme qualitatif appliquées au corps matériel. Cet enchaînement serait pour Hegel la justification logique (c'est-à-dire dialectique) du système solaire comme un *un rationnel*, un être-pour-soi réalisé : cf. Timmermans 2000 p. 31-2.

erreur d'interprétation de Hegel, de la composition des forces centripète et centrifuge comme cause du mouvement.

Le texte central de Hegel ici est la longue Remarque du § 270 de *L'Encyclopédie*. Résumons sa progression : après avoir rappelé que Kepler a découvert les lois qui portent son nom, il affirme le caractère tautologique de la formulation newtonienne de la loi de la gravitation à partir de la troisième loi de Kepler. Il aborde alors la démonstration que propose Newton concernant la loi des ellipses, et l'évaluation qui prévaut est que dans les formulations analytiques de cette démonstration, la déduction du caractère elliptique des trajectoires repose sur des constantes provenant de situations empiriques *contingentes*. Donc *rien n'est véritablement démontré* : il faut au contraire démontrer a priori, à partir des déterminations qualitatives en jeu, que la trajectoire des corps est une « section conique *déterminée* » et *ne pouvait pas en être une autre*. Il rappelle ensuite la même limitation concernant la loi de la gravitation : elle est obtenue simplement par induction. La cause de cette limitation est le formalisme déjà évoqué et le réalisme de forces indépendantes sous-jacent à l'empirisme qui lui est associé. Après une insistance sur l'intérêt de la méthode analytique de Newton au niveau des commodités qu'elle apporte (et l'importance du principe de perturbation améliorant le dispositif képlérien) il revient sur la contestable explication newtonienne de la proportion inverse entre force centripète et force centrifuge selon la position de la planète sur son orbite par rapport au foyer¹. Vient juste après la remarque sur le mouvement pendulaire à l'équateur.

Ce sont les deux longs derniers paragraphes de cette Remarque qui intéressent ici². Rappelons que Newton, dans les Sections II-III du Livre I des *Principia*, étudie d'abord le mouvement en supposant une orbite circulaire (II, Prop. 7, Prob. 2). Il suppose ensuite successivement des orbites elliptique (Prop. 11, Prob. 6), hyperbolique (Prop. 12, Prob. 7) et parabolique (Prop. 13, Prob. 8)³. Il dit finalement dans le Livre III que cette les planètes *réelles* se meuvent selon des trajectoires elliptiques (Prop. 13, Thm. 13)⁴, c'est-à-dire que la conique elliptique *correspond* aux données empiriques, à partir notamment des données présentes dans les quatre « Phénomènes » du Livre III⁵. Il montre ensuite que la force centripète doit être en raison inverse du carré de la distance corps-foyer, et enfin la proportion entre le carré du temps de révolution et le cube du grand axe de l'orbite (Prop. 14 - Thm. 6, Prop. 15 - Thm. 7)⁶. Hegel aborde d'abord ce problème de la forme de la trajectoire et en conclut que, de cela qu'une orbite *circulaire*

« soit pensable ou possible ne signifie que la possibilité d'une représentation abstraite, qui laisse de côté le déterminé, c'est-à-dire ce qui importe »

En effet, une trajectoire circulaire ne manifesterait qu'un rapport *quantitatif* où la distance entre planète et foyer serait *indifférente au temps* – puisque que constante. Mais alors le temps n'est plus « principe d'unité » et de détermination de l'espace : l'existence d'un rapport qualitatif entre eux exige une *différenciation interne à l'espace*, laquelle doit se traduire dans la détermination effective de la trajectoire fermée. La différenciation correspond à l'existence conjointe de *deux paramètres*, les petit et grand axes, et s'exprime dans la trajectoire elliptique – première loi de Kepler.

La nature qualitative de cette différenciation interne à l'espace provenant du temps, associée au fait que dans la trajectoire elliptique, ce qui se modifie spatialement, c'est la distance de la planète au foyer et la longueur de l'arc parcouru par unité de temps, se traduit donc par l'existence de deux déterminations spatiales distinctes, mais, en tant que qualitative, celles-ci, l'arc et le rayon vecteur, sont en *connexion nécessaire*. De ce fait, « la distance au

¹ Cf. ci-dessus, I-B-2.

² Hegel 1830, § 270, p. 266-267.

³ Newton 1687-1713a, Livre I, Sections II p. 455-456 et III « The motion of bodies in eccentric conic sections », p. 462-467.

⁴ *Ibid.*, p. 817-819.

⁵ *Ibid.*, p. 797-801.

⁶ Newton 1687-1713a, Livre I, Sections III, p. 467-468.

centre et l'arc parcouru dans une unité de temps... doivent former un seul tout ». Ces deux déterminations sont donc les *moments* d'une seule, et renvoient au temps : cette détermination, proportionnelle au temps, c'est le *secteur*. D'où la seconde loi de Kepler, fondée qualitativement « sur des principes universels », selon laquelle « *dans des temps égaux sont découpés des secteurs égaux* » - deuxième loi de Kepler.

La troisième loi de Kepler, qui suppose la loi de l'attraction universelle, étudiée dans le dernier paragraphe, fait elle intervenir le *temps* à trois titres, et non simplement à titre d'unité simple comme dans les autres lois (et dans celle de Galilée) : comme *racine* relativement au carré qu'est l'espace (ainsi dans la chute libre), comme *quantum* (période de révolution), et comme *moment* qualitatif de la totalité du système. En tant que *moment*, sont dépassés et unifiés le temps comme *unité abstraite* et comme *quantité empirique* : le temps se pose en rapport à soi dans la totalité, et s'élève en tant que moment, au carré. Dit autrement, il reste principe de l'unité, mais sort de soi pour devenir unité formelle avec soi dans l'autre spatial. L'espace lui, extériorité positive à soi-même déjà *plane*, atteint à la dimension du concept, c'est-à-dire au *cube*, parce qu'il est uni essentiellement au temps d'après les deux premières

lois. D'où la loi établissant la constance du rapport $\frac{A^3}{T^2}$. L'idée centrale est que dans le mouvement absolument libre, « chaque détermination est développée dans sa totalité ». ¹ Quant à la loi de l'attraction universelle, Hegel considère qu'elle se tire immédiatement de celle troisième loi : la formule la troisième loi de Kepler $\frac{S^3}{T^2}$ se transforme en la formule de

Newton $\frac{S^2 \cdot S}{T^2}$ où le rapport $\frac{S}{T^2}$ est considéré comme la force de pesanteur ².

Il convient de dire que tout n'est pas limpide dans le texte de Hegel, qui est ici, en particulier, très laconique.

c. Regard rétrospectif et interprétation du « Kepler contre Newton »

En résumant le propos hégélien, on peut dire que démontrer les lois du mouvement des planètes selon la connexion qualitative des *moments*, est ce qui peut amener à la saisie de la *vraie* unité des phénomènes, à laquelle l'apparence d'unité fournie par l'exposé hypothético-déductif ne peut se substituer. Le schéma purement quantitatif ne permet pas de penser l'identité de l'identité et de la différence (espace et temps), de l'universel et du particulier. Le développement de la science spéculative, assurant la connaissance de la nécessité immanente et de l'unité des connexions et déterminations qualitatives du système des phénomènes célestes, c'est-à-dire selon le « concept de la res » est donc indispensable. L'induction – à laquelle Newton s'est limité rappelle Hegel dans le § 270 – reste la méthode d'élévation du donné empirique à la forme universelle, et ne constitue donc pas une vraie preuve sous la forme que son discours a pris ³.

Galilée et Kepler ont *prouvé* les lois du mouvement céleste, mais pas Newton, d'après Hegel. Peut-être faut-il, entre autres, pour comprendre cela, préciser la nature, différente sur un point essentiel, de leurs perspectives. Les premiers n'ont pas essayé de faire intervenir dans leur argumentation l'aspect *dynamique* qu'au contraire Newton présuppose : ils sont restés au niveau descriptif de la cinématique. Puisque la vraie preuve, selon Hegel, n'est pas en réalité une simple universalisation descriptive, mais doit faire intervenir la dimension dynamique, c'est-à-dire l'activité réelle des forces. Newton a donc bien constitué une avancée dans le *projet explicatif*, en insérant la dimension dynamique dans son exposé, mais par son

¹ Cf. Doz, in Hegel 1832b, p. 137-141. Cf. également Février 2000 p. 122-128.

² Hegel 1830, § 270, Début de la Remarque.

³ Un objectif intéressant, dans le cadre d'une réactualisation de la philosophie hégélienne de la nature serait de tenter la démonstration a priori, rétrospectivement suscitée par son érection comme un principe dans la théorie de la relativité einsteinienne, de *l'égalité de la masse grave et de la masse inertielle*, seulement empiriquement attestée chez Newton, dans l'expression de la loi de l'attraction universelle. Cf. sur ce sujet les pistes proposées par P. M. Kluit, « Inertial and Gravitational Mass : Newton, Hegel and Modern Physics », in Petry 1993, p. 229-247.

formalisme, échoue à mener à bien ce projet. Ce serait alors le hiatus entre le projet et la réalisation, semble-t-il, qui condamnerait Newton ; mais Hegel aurait pu préciser facilement, ce qu'il suggère en disant « ... à la place des lois des phénomènes, il [Newton] a posé les lois des forces... »¹, que la réussite des perspectives képlérienne et galiléenne tenait aussi à la limitation de leur projet, à savoir qu'il n'y a pas chez elles d'explication *causale* des lois cinématiques².

Il y a donc bien un rapport complexe de Hegel à l'unification cosmologique (entre mécaniques terrestre et céleste) qu'effectue Newton. Certes il examine longuement les enjeux conceptuels du concept de *force*, et par le fait prend acte de l'approche dynamique et non strictement cinématique de Newton. Mais la loi fondamentale de la dynamique, ou Loi II de Newton (dans cette version initiale cependant le coefficient qu'est la masse n'intervient pas), qui quantifie la force subie par un corps en fonction de l'effet qu'elle produit sur lui, à savoir son accélération, n'est pas vraiment examinée pour elle-même, c'est-à-dire dans la révolution épistémologique et philosophique qu'elle fait subir à la physique, puisque c'est elle qui met en connexion, avant les autres lois, l'aspect dynamique et l'aspect cinématique, l'existence de forces jouant un rôle causal vis-à-vis du mouvement et ses propriétés observables. C'eut été pourtant à traiter en détail *de son propre point de vue*.³

4. Le sens final du spéculatif : justifier l'observé en conceptualisant l'inconcevable

L'Idée logique, d'abord déployée comme l'extériorité quantitative, l'espace en lequel vit le mathématique, fait naître en celle-ci la médiation qualitative, le négatif, qu'est le temps⁴. Le lieu, *maintenant* spatial singulier, est alors en même temps l'identité et la contradiction *posées* de l'espace et du temps. Un *autre* lieu est négation de ce lieu par lui-même : indifférence spatiale qui est immédiatement *mouvement*, devenir par lequel la *matière*, remière véritable catégorie de la philosophie de la nature, passe de l'idéal spatio-temporel au réel-empirique. Ce « passage » débute avec la négation du mouvement par la matière comme inerte, puis par la négation de cette négation par la matière comme grave : celle-ci unifie et dépasse ces deux moments. D'où l'idée que la gravitation détermine pleinement le concept de matière au point de vue mécanique.

C'est donc parce que Hegel pense la matière comme moment de la dialectique de l'Idée référée au déploiement dans le domaine causal de la téléologie des relations spatio-temporelles, que « l'attraction à distance » devient *concevable* : elle n'est ni impensable (matérialismes néo/post-cartésiens), ni agent actif quasi-divin, ni inexistante (Berkeley). *Si l'attraction à distance est inconcevable c'est parce qu'on présuppose la validité inconditionnelle de la norme mécaniste qu'il convient au contraire de dépasser*. Cet extra-mécanisme est fondé sur la *rationalité dialectique* (versant du point de vue de cette stricte norme dans l'irrationnalité) qu'il prépare comme l'ordre du penser dans lequel on il procède à la déduction conceptuelle des lois, puisque

« la démonstration rationnelle portant sur les déterminations quantitatives du mouvement libre ne saurait reposer que sur les *déterminations-conceptuelles* de l'espace et du temps, des moments dont le rapport (non extérieur pourtant) est le mouvement »⁵.

C'est à ce titre que la philosophie de la nature n'est pas qu'heuristique interprétative, mais s'institue bel et bien en science spéculative mobilisant les mesures des quantités empiriques

¹ Cf. *supra*, citation en exergue de cette partie IV du chapitre.

² F. Balibar rappelle cette différence dans Balibar 1984, ch II, p. 67-80.

³ De même, si l'on considère le fondement *théologique* que Newton apporte de l'universalité des lois de la nature dans le Scholie général de la fin du Livre III, qui vient « compenser » si l'on peut dire le rejet des hypothèses métaphysiques sur l'essence et les qualités essentielles de la force – qualités occultes dans son esprit –, et quoique ce fondement soit problématique, on voit que Newton *sait ce qu'il fait* lorsqu'il évite toute explication autre que mathématique des forces qu'il étudie. L'aveuglement à l'égard des fondements conceptuels dont parle Hegel, ici, apparaît plutôt comme une lucide *prise de position* épistémologique et ontologique.

⁴ Cela résume la récapitulation des § 253-260 offerte en Hegel 1830 § 261.

⁵ Hegel 1830, § 270, p. 264.

impliquées : la dénonciation de la complicité du formalisme et de l'empirisme ordonnée à leur sursumption, et qui permet de déconstruire les entités suspectes que ceux-ci instituent, en a montré la nécessité. Le méta-discours dialectique-conceptuel valide, en dégageant les conditions de sa véritable scientificité, le discours de la mécanique newtonienne : mais c'est parce qu'il accueille et approfondit *de l'intérieur* les concepts scientifiques (espace, temps, matière, mouvement) et la formalisation mathématique, qu'il peut prétendre arriver à cette fin. C'est de l'intérieur, fondamentalement, que le penser spéculatif « subvertir » le mode de penser propre à l'entendement scientifique : c'est en ce sens que la complémentarité profonde des deux régimes de penser me semble plus importante que la très réelle compétition qui les oppose pourtant en général.

L'autre élément essentiel ici, que l'on retrouvera à l'occasion de la section à venir sur la dialectique engelsienne de la nature, c'est qu'il n'y a pas, stricto sensu, de dialectique « de » au sens de « dans » la nature pour Hegel. Si la nature est soumise à la dialectique, c'est en tant que figure transitoire (au sens du procès *logique*) et incomplète de l'Idée : la nature considérée dans sa réalité autonome, comme ensemble des phénomènes se produisant sans intervention de l'homme, n'est autrement que *considérée, c'est-à-dire « lue » dialectiquement, et n'est pas dialectique « en soi »*.

Bilan

« La raison sans l'entendement n'est rien, l'entendement sans la raison est pourtant quelque chose »¹

Ambitieuse Mathématique

La vraie mathématique suppose donc l'empirie, et afin d'en permettre l'intellection exige des procédures de quantification, mais dans sa phase la plus élevée, a pour fonction de se laisser porter par l'activité des formes mathématiques dont elle assure le déploiement discursif, ancrée dans une démarche enfin synthétique réintroduisant tout calcul dans le concept².

« Non seulement la philosophie ne peut qu'être en accord avec l'expérience naturelle, mais la naissance et la formation de la science philosophique ont la physique empirique pour présupposition et condition. Autre chose cependant est la manière dont naît une science, ainsi que ses travaux préliminaires, autre chose la science elle-même ; dans cette science les circonstances préalables qu'on vient d'évoquer ne peuvent plus apparaître comme base, et cette base ici doit être bien plutôt la nécessité du concept »³

De façon plus générale, les développements hégéliens sur le détail des mathématiques qui lui importent, qui se trouvent en notes, c'est-à-dire à titre d'illustrations des étapes du développement logique du concept, révèlent un double mouvement d'*accueil*, de réception des déterminations d'entendement que les théories scientifiques véhiculent, et de réinscription dans un procès qui permet d'en montrer les limites et incomplétudes, au titre de l'exercice très concret d'un philosophe prétendant à la *connaissance* et non seulement à l'exposé des conditions juridiques de la connaissance en général⁴.

On a vu en restituant dans ses divers moments ce double mouvement que, indépendamment du rapport pluriel de la relation qu'entretient Hegel à Newton, celui-là connaît globalement

1. Hegel 1803-1806, Fragment 47.

² On peut l'interpréter comme un intermédiaire, à l'instar du modèle de la ligne chez Platon (*République* 509d-511e), entre le sensible et le calculatoire qui reste malgré tout rivé à ce dernier, et l'intelligible, celui de l'Idée dans le jeu libre de ses déterminations immanentes, ou plutôt, selon l'expression de F. de Gandt, comme un agent de liaison, assurant une assimilation de la forme mathématique à/dans la forme naturelle.

³ Hegel 1830, § 246 note.

⁴ Cf. Desanti 1974 p. 56-7.

bien son affaire concernant les sciences concernées par la mathématique : il est informé des travaux importants, s'efforce de les restituer dans leurs nuances, et s'il commet des erreurs (l'astéroïde Cérés, la force centrifuge), elles sont rares, et leur nature parfois complexe. Ce qui n'est pas forcément le cas de ceux qui voudraient à tout prix légiférer spéculativement et de l'extérieur un continent des savoirs positifs afin de lui faire dire autre chose que ce qu'il ne dit. Il est quand même à retenir que s'affronter en détail à la diversité des sciences d'une époque est un défi qu'il s'est efforcé de tenir, même s'il est évident qu'il n'est pas le spécialiste du tout de leurs développements, ce que l'on ne peut raisonnablement attendre de personne, et encore moins d'un non-scientifique.

On a à plusieurs reprises établi des parallèles entre le propos hégélien sur les mathématiques et des aspects ou théories des mathématiques, contemporains ou non de Hegel. Les consonances sont bien réelles, mais ce type de mise en relation est forcément un exercice périlleux : la généralité de ces rapprochements ne possède sa légitimité qu'à la condition de reconnaître, justement cette généralité. Ainsi lorsque, par exemple en géométrie, le langage qu'il utilise peut apparaître comme précurseur – Grassmann le reprendra sans que cela ne soit une coïncidence – on s'aperçoit en réalité qu'il le déploie *sans penser les problèmes que ses « héritiers » s'efforceront de résoudre avec ce langage*, ce qui interdit d'en faire le précurseur de nouvelles pratiques ou nouvelles conceptualisations. Autrement dit, ce n'est pas parce que certains concepts *ont leur place* dans son dispositif qu'ils sont forcément *apparus* en lui, ne serait-ce qu'en creux¹.

Leçons générales

(1) Retenons donc que la diversité des rapports entre dialectique(s) et mathématiques chez Hegel institue des récurrences épistémologiques dont l'esprit va perdurer par la suite. Au-delà de la subversion du transcendantal et de la réinscription plurielle du vrai dans le processus de son institution, une perspective essentielle est la *désontologisation des objets mathématiques*, que ce soit les infinitésimaux, les « forces », les dimensions de l'espace : la déconstruction-reconstruction des processus de constitution de l'objectivité intra-mathématique est la matrice d'un *anti-réalisme* des objets mathématiques, initié par Kant², qui, chez la diversité des dialecticiens dont on va progressivement étudier les approches, se traduira par une posture de type *constructiviste* tout à fait d'actualité. Ce que l'on doit également retenir, c'est la reconnaissance et la relativisation simultanée des *critères de scientificité* et la défense d'une *connaissance proprement philosophique*, portant sur les principes moteurs des formations théoriques et de ce par quoi leurs objets peuvent être saisis dans leur nécessité d'existence et de développement, qu'en l'occurrence l'idée de *métamathématique* aidera à formaliser plus avant.

« La science véritablement philosophique de la mathématique comme théorie des grandeurs serait la science de la mesure, mais cette science présuppose déjà la particularité réelle des choses, laquelle n'est donnée que dans la nature concrète. Elle serait, à cause de la nature extérieure de la grandeur, la science la plus difficile de toutes. »³

(2) Mais malgré l'ambition, déroutante parfois, du penser hégélien de la scientificité positive dans son ensemble, dont la déduction conceptuelle des lois de la mécanique est un des couronnements *logiques*, rien, selon la *lecture* que j'en propose, n'est plus étranger à Hegel que la perspective de la substitution d'une telle connaissance philosophique au savoir positif du savant. Pour Hegel *la science peut de fait se passer du philosophe, mais pas*

¹ Distinction fondamentale qui permet notamment de déconstruire la catégorie de précurseur, ainsi que l'indique Canguilhem 1955 p. 48.

² L'une des conséquences majeures de cette subversion générale, c'est la minimisation du schématisme transcendantal, de ses procédés et de ses enjeux : l'on verra cependant à quel point ce schématisme retrouvera sa centralité dans les pensées ultérieures qui associeront *de facto* la perspective philosophique instituée par Hegel, et un retour à Kant nourri et ré-orienté par celle-ci.

³ Hegel 1830, § 259 conclusion.

l'inverse : « La raison sans l'entendement n'est rien, l'entendement sans la raison est pourtant quelque chose ». *Le philosophe arrive toujours après* : *il ne fait pas la science, il ne peut que la penser et tenter de l'obliger à se penser*, que ce soit dans la critique épistémologique ou la critique historique, les deux étant chez Hegel guidées par les structures logiques du développement du concept. L'opposition entre les deux discours n'a de sens que sur le fond de leur essentielle complémentarité. Hegel n'aurait pas commis d'erreurs précises ou développé des thèses choquantes, pour certain regard, sur les savoirs positifs, et n'aurait pas suscité de telles polémiques, s'il s'était contenté de vaguement parler sur eux et de méconnaître cette complémentarité. C'est parce que sa philosophie des sciences a évité cet écueil qu'elle a été et est toujours controversée, et qu'il peut être fécond de se la réapproprier aujourd'hui.

(3) Ce qui impose « d'enfoncer le clou » une dernière fois sur ce problème central du statut discours conceptuel-dialectique. Il permet de subvertir de l'intérieur le mode de penser scientifique dominé par la condition de l'extériorité mutuelle de ses concepts, et du mécanisme et de la contingence que cette extériorité induit. Ce discours second, ce méta-discours dialectique comme je l'ai plusieurs fois appelé, est un penser qui prétend dire le vrai, en révélant les structures d'un Concept qui s'est déjà partiellement et implicitement manifesté dans les sciences positives, sans qu'elles le sachent, ni, globalement, qu'elles ne cherchent à le savoir. Comme tel, ce penser dialectique n'est pas assimilable à une épistémologie qui se « contenterait » d'explicitier les attendus fondationnels des sciences : il prétend *fournir* ces fondements par ses propres instruments, essentiellement les schèmes dialectiques qui permettent de montrer les relations d'intériorité unissant des concepts et les objets que ces concepts cherchent à objectiver. Autrement dit, le penser dialectique est ce qui expose les conditions *et les modalités* – notamment la modalité mathématique, on l'a vu avec la preuve des lois de la mécanique – de l'objectivité scientifique, non pas simplement un penser qui interpréterait après coup une objectivité déjà constituée : c'est le sens selon moi de *l'interventionnisme* hégélien suggéré en tout début de chapitre.

Ce penser dialectique n'est pas la science positive, n'est pas une simple épistémologie ; il s'approprie le niveau mathématique tout en le pensant dans sa nécessité : il prétend donc à une scientificité supérieure, et comme tel est *rival* des sciences positives. Ceci redonne donc le statut classique, en bref, des métaphysiques fondatrices traditionnelles, au penser dialectique : le niveau dégageant les principes et les conditions dernières de vérité dans les sciences. Mais, simultanément, ce méta-discours et le penser scientifique sont complémentaires : le premier a d'une part une fonction critique – obliger le second à se penser lui-même –, et d'autre part réinscrit le second dans son propre dispositif lorsque Hegel institue (même si ce ne sont que des prolégomènes) une mathématique spéculative. Ces clarifications, cependant, sont limitées, et ne cherchent pas à « rationaliser » ce qui reste un authentique problème. Et l'on va voir, notamment, dans les deux chapitres à venir, que les oscillations du statut du discours dialectique dans le champ marxiste sont, en profondeur, celles du discours hégélien lui-même, malgré tout ce qui les différencie par ailleurs : quelles sont donc les caractéristiques spécifiques de ce « penser » de la science qui est une connaissance, et qui pour cette raison n'est pas une épistémologie, et qui, sans se substituer à la science, prétend néanmoins prendre quand même en charge certaines de ses prérogatives ?

Il convient donc maintenant de voir jusqu'à quel point la tradition marxo-engelsienne a hérité du ton et des détails du rapport hégélien aux mathématiques, et ce de deux points de vue (en sus du fil rouge que le problème du point (3) ci-dessus constitue). D'une part, au niveau des conséquences indirectes pour et au sein d'une épistémologie des mathématiques, de la reprise des schèmes de la *Science de la logique*, d'autre part, dans la reprise-poursuite des analyses ponctuelles de Hegel de certains morceaux de savoirs positifs, et en particulier, celles sur le calcul infinitésimal chez Marx et Engels d'abord. Ensuite on procèdera à un bilan du rapport varié, essentiellement (voire trop) généraliste, de la tradition marxienne du 20^{ème}

siècle aux mathématiques, avant de proposer quelques remarques sur la question de la *formalisation* de la dialectique hégélienne.

II. LE PARADIGME MARXO-ENGELSIEN : UNE CONTINUITÉ AMBIVALENTE AVEC LE MAÎTRE

Remarques préliminaires

Avant d'entrer dans le problème précis des rapports que Marx et Engels ont entretenus avec les mathématiques, je souhaite procéder à une brève mise en contexte, que le titre du chapitre résume. La question qui me guide, maintenant classique, est la suivante : que représente, pour la science et la philosophie, le « moment » marxo-engelsien, entendant par cette dernière expression l'instauration du nouveau paradigme associant une nouvelle science, celle de l'histoire, communément appelée *matérialisme historique*, et une nouvelle philosophie, historiquement seconde par rapport à cette science, le *matérialisme dialectique* ? Donner des éclaircissements sur ce point est ici tout à fait fondamental, puisque c'est par cela qu'on pourra appréhender la nature du discours de Marx, d'Engels, et du champ marxiste du 20^{ème} siècle (dans le troisième chapitre), sur les mathématiques.

1. Le marxisme comme science ? Mais alors, quelle science ?

Qu'entends-je ici par « continuité ambivalente » de ce paradigme avec la pensée hégélienne ? Mon idée est qu'il y a une *continuité fondamentale qui s'exprime dans l'ambition d'instaurer un régime de scientificité distinct de celui des sciences positives, qui ne se substitue pas à elles, tout en prétendant dégager ce qui, en elles, fait véritablement œuvre de connaissance objective et ce qui s'y oppose concrètement*. Seulement l'*ambivalence* de cette continuité est plurielle : on verra concrètement la proximité, voire l'identité chez les trois penseurs, d'un certain nombre d'argumentations concernant les mathématiques. Mais la question plus fondamentale que l'on peut se poser est la suivante : qu'est-ce qui est effectivement repris à Hegel par Marx (et Engels, mais le problème est moins saillant pour ce dernier), et qui rendrait raison de la continuité évoquée ci-dessus entre les deux, à savoir la présence d'un méta-discours, relativement aux sciences positives, qui prétende faire science authentique et aboutisse à cet objectif par la mobilisation de schèmes dialectiques ?

Le problème du rapport de Marx à Hegel a donné lieu à tant de travaux qu'il est évidemment hors de question de le traiter ici : les indications qui vont suivre vont seulement essayer d'exposer les éléments par lesquels il me semble *factuellement* possible de comprendre les ambivalences du discours marxiste sur les sciences « dures », et en particulier, les mathématiques, chez les fondateurs comme au 20^{ème} siècle. Je pense que la meilleure voie pour cette compréhension passe par l'exposé des grandes lignes de l'effet révolutionnaire revendiqué (sous l'appellation de matérialisme dialectique), pour la *pratique de la philosophie*, que représente l'instauration par Marx de la *science de l'histoire* : je reprends cette distinction dans les formes que lui a donné Althusser¹, et c'est à partir de cette distinction que je formulerai plus bas la problématique générale des deux chapitres à venir.

Cet effet révolutionnaire revendiqué, pour la pratique de la philosophie, est résumé dans la XI^{ème} thèse sur Feuerbach : la philosophie doit *transformer* le monde, et pas seulement l'interpréter. La simplicité de l'expression est fort trompeuse, dans la mesure où cet énoncé est une *conséquence* de l'instauration de la science de l'histoire et des modalités propres de cette dernière. Cette *science de l'histoire* se présente, chez Marx, comme analyse du mode de production capitaliste, axée sur la matérialité des rapports de production entendu comme un

¹ Cf. Althusser 1968-1982, ouvrage sur lequel je me base essentiellement pour les présentes références, et notamment la section de la seconde édition « Marx et Lénine devant Hegel », et la synthèse qu'est la *Soutenance d'Amiens*, Althusser 1975. Bidet & Kouvélakis 2001 m'a servi à de nombreuses reprises ici, et en particulier la mise en perspective générale d'E. Kouvélakis « Crises du marxisme, transformations du capitalisme » p. 41-56.

tout en *procès* « sans sujet » possédant des lois tendanciennes. Je reviens dans la section consacrée à Marx plus bas sur la méthode du *Capital* : ce qui importe ici d'une part, c'est de noter que cette matérialité est exprimée par la thèse de la *détermination économique en dernière instance* du système capitaliste. Cette idée chez Marx et Engels même, exprime le fait qu'il y a d'autres *déterminations* que la détermination économique : l'analyse doit, en particulier, montrer comment opère cette détermination essentielle malgré la pluralité des facteurs. Ce premier élément est essentiel, puisqu'il fixe la base du *matérialisme historique* : l'objectif est de rendre raison du *procès du capitalisme*, « procès » désignant ici un « *développement considéré dans l'ensemble de ses conditions matérielles* »¹.

La *matérialité* du procès, et le *procès* lui-même, sont donc les éléments fondateurs. Marx veut en rendre raison, tout en ayant pleinement intégré deux éléments clés – et c'est une des significations profondes de la *rupture théorique* que constitue le marxisme – : cette analyse est *elle-même déterminée matériellement, et affectée d'une dimension processuelle*². L'histoire est un procès sans sujet, de même que chez Hegel le procès de l'Idée (de la logique, de la nature puis de l'histoire) n'a d'autre sujet que le procès lui-même dans sa téléologie interne. Mais l'effort de connaissance objective de ce procès est procès lui-même, opérant sur une matière première particulière. Ce procès de connaissance objective se résume dans la méthode censée instaurer un régime nouveau et authentique de scientificité : la méthode anti-empiriste consistant à s'élever *de l'abstrait au concret*, méthode travaillant sur les catégories antérieures, léguées par l'histoire, des pensées du socialisme français, de l'économie politique anglaise (essentiellement celle de Ricardo) et de la philosophie allemande (et en particulier, la pensée hégélienne et l'humanisme de Feuerbach)³. Là encore, on reviendra de façon récurrente sur le sens de cette méthode : le problème qui y est immédiatement afférent, c'est la *place de la dialectique* en elle. L'idée d'Althusser, c'est que cette dialectique est chez Marx tout autre que celle du discours hégélien : mais cette idée est loin d'être une évidence, *justement dans la mesure où Marx n'a pas écrit sur la dialectique proprement dit, malgré son projet explicite*. Concrètement a été maintes fois défendue, par Lénine notamment, l'idée que la philosophie authentique de Marx est à « l'état pratique » dans le *Capital*, que si philosophie, et notamment si dialectique il y a, dans l'œuvre scientifique de Marx, c'est dans le *Capital* qu'il devra falloir la trouver : d'où le mot d'ordre d'Althusser « Lire le *Capital* ».

Ce mot d'ordre repose sur deux thèses corrélatives. D'une part celle du nécessaire retard de la philosophie sur la science, et en particulier, de la philosophie marxiste, le matérialisme dialectique, sur la science marxiste, le matérialisme historique. D'autre part, celle affirmant que ce retard nécessaire, c'est-à-dire la thèse du besoin de temps (de digestion historique) pour l'élaboration systématique des catégories adéquates de cette philosophie, témoigne de ce que la philosophie supposée à « l'état pratique » dans le *Capital* n'est pas, loin s'en faut, une philosophie spontanée, non consciente (contrairement aux « philosophies spontanées des savants » que le *Cours de philosophie pour scientifiques* d'Althusser étudie spécifiquement), mais autre contraire, révèle *une nouvelle pratique de la philosophie*. C'est cette *nouvelle pratique de et dans la philosophie* qui constitue l'effet révolutionnaire suggéré ci-dessus, que Engels puis Lénine vont s'efforcer eux d'explicitier, et que le champ marxiste du 20^{ème} siècle prendra notamment comme objet de ses investigations.

Autrement dit l'instauration de la nouvelle science de l'histoire, du *continent histoire*, à l'image pour Althusser de l'instauration des mathématiques dans l'antiquité grecque et de la physique mathématique avec Galilée et Newton, provoque une révolution dans la philosophie. Le matérialisme dialectique, « pratique » chez Marx, et explicité théoriquement comme tel ensuite, doit faire corps avec la science de l'histoire en en réfléchissant (au sens d'une réflexion historiquement seconde mais épistémologiquement coextensive) les catégories et thèses fondatrices : et ce matérialisme dialectique doit être simultanément instrument de pensée des contradictions de la société bourgeoise et *schème praxéologique efficace, car scientifiquement adéquat, pour l'organisation de la lutte ouvrière*. Cette philosophie doit

¹ La définition est de Marx, citée in Althusser 1968-1982 p. 78.

² Si Hegel a pleinement saisi cette seconde détermination, la première lui est parfaitement étrangère.

³ Ce sont les trois « sources » canoniques du marxisme.

penser et surtout *incarner* l'union de la théorie et de la pratique, c'est-à-dire être partie prenante de l'être social et de son appréhension théorique. Elle ne peut ainsi être simplement considérée comme un corpus philosophique parmi d'autres, mais doit l'être comme l'expression la plus générale des instruments essentiels d'une *science de la pratique sociale et de l'histoire*. Mais elle est aussi porteuse d'une ambition massive qui excède ce premier objectif : elle doit être la sève d'une *science générale des processus, naturels et historiques, processus pour l'essentiels justiciables d'une expression dialectique*. De ce point de vue, déterminer ce qu'est la dialectique marxiste¹ est aussi difficile que déterminer le marxisme lui-même : elle fait corps avec lui.

En résumé, la XI^{ème} thèse sur Feuerbach exprime la nature et la fonction *opératoire* de la philosophie, entendue comme moment théorique spécifique d'une pratique sociale : en quoi cela indique-t-il une nouvelle pratique de la philosophie ? En ce que la philosophie est ici présentée comme un visage de l'*intervention* scientifique marxiste : une fonction de déplacement, de déconstruction, de démarcation, *dans le champ philosophique existant*, des catégories traditionnelles associées aux concepts des sciences. Dit autrement, cette thèse sur Feuerbach résume le fait que la philosophie est au fond *lutte de tendances*, lutte millénaire entre la tendance *idéaliste* et la tendance *matérialiste*, et qu'il faut pratiquer la philosophie non pas en l'aliénant à ses formes traditionnelles qui sont biaisées, mais en changeant son *mode opératoire*. L'idée est que les catégories philosophiques ne peuvent que s'élaborer progressivement, dans le et à partir du travail de la science nouvelle d'une part, et d'autre part, que le champ philosophique est un laboratoire théorique d'expression des catégories requises par les concepts naissants de la nouvelle science. Le résultat est le suivant : il faut substituer aux formulations idéalistes des *questions philosophiques* (par exemple, celles du sujet, de la liberté, etc.) la formulation matérialiste des problèmes de connaissance objective : la philosophie ainsi nouvellement pratiquée doit *faire disparaître l'ancienne philosophie* et être le lieu de reformulation opératoire des problèmes de la science. Ce qui rappelle qu'un problème de connaissance objective, un problème scientifique, *a des effets philosophiques*, et que réciproquement, le questionnement philosophique ainsi infléchi aide les concepts scientifiques à s'affiner².

C'est dans ce contexte là, me semble-t-il, qu'il va falloir comprendre l'ambiguïté de l'entreprise d'Engels traditionnellement nommée « dialectique de la nature ». Cette révolution philosophique provoquée par la nouvelle science de l'histoire, va chez lui, prendre de façon centrale pour objet les sciences de la nature et les mathématiques. Le besoin d'une réflexion ni naïvement empiriste, ni métaphysique, mais pas seulement programmatique, sur les sciences naturelles, et par là, d'une étude des lois de la pensée dans les modes par lesquels elle *s'approprie* le réel plutôt qu'elle ne le reflète, vont exiger une *gnoséologie explicitant les conditions d'une investigation à caractère scientifique de l'intégralité des processus du réel*. Une telle épistémologie de la connaissance, *Erkenntnislehre* ou gnoséologie ne pouvait que reproduire la dualité entre sa situation anthropologique, produit objectif d'une appréhension du réel, et sa fonction critique, anti-idéologique, de destitution des illusions idéalistes / spéculatives. Le « matérialisme dialectique », de ce point de vue, *nomme* la récusation par principe de la question de la nature de la pensée³, donc de la théorie, qui est *moment du réel*, en incarnant la transposition du problème à la pratique : la théorie marxiste de la connaissance, analyse des processus de constitution conceptuelle de l'objectivité scientifique, est ainsi conduite par Engels à préciser ses conditions d'opérativité *à partir de la dialectique dont elle est juge et partie*.

Si on réduit cette dialectique à un schème dogmatique, elle devient reine des sciences, à l'instar de sa canonisation dans et par l'épistémologie stalinienne, et retombe ainsi, comme

¹ Cf. Labica & Bensussan 1985 pour des bilans préliminaires des problématiques générales que l'on évoque ici.

² Ce qui est une autre façon de dire que si l'instance de la connaissance objective, à l'image de la détermination économique dont celle-là s'occupe, est déterminante *en dernière instance*, elle n'est pas la seule à produire des effets concrets.

³ Savoir si elle est réelle ou irréalité est une question « purement scolastique » selon la seconde Thèse sur Feuerbach.

Sartre¹ et d'autres l'ont montré, dans les travers des anciennes métaphysiques. Mais c'est aussi et surtout sa fonction *critique et prospective*, révolutionnaire autant au niveau scientifique qu'au niveau pratique qu'il convient d'avoir à l'esprit. Cette dialectique n'est pas seulement l'instrument d'une sociologie des pratiques théoriques, elle est « théorie de la connaissance du marxisme qui se caractérise comme théorie de l'unité de la dialectique subjective et de la dialectique objective, du procès de la nature et de l'histoire et du procès de la connaissance de la nature et de l'histoire, reflétant le premier procès, en son sein » (Lénine). Et tout en étant cette théorie, elle en est simultanément la porte privilégiée de son appréhension, suivant le problème général formulé par Hegel.

Deux éléments sont ici centraux : la tension, ici formulée comme une dualité objective, entre une acception objectiviste-objective de la dialectique, dont le dogmatisme est le pendant possible, et une acception subjectiviste-subjective, dont la susdite fonction critique serait au contraire le corrélat, et la problématique corrélatrice de cette dualité du *reflet en pensée* d'une dialectique *réelle*. Il convient bien sûr de ne pas prendre ces dichotomies de façon figées : l'opposition à Hegel de Marx est un des indices majeurs de cette nécessité : cette opposition est inintelligible par les seuls thèmes du renversement, ou de la présence d'un « noyau rationnel » extrait par l'héritier des spéculations du premier². Le travail effectué dans le *Capital*, au-delà les formules lapidaires sur la gnoséologie, expose une théorie de la validité scientifique enveloppant une position philosophique de type « théorie de la connaissance » transparaisant par intermittences derrière le discours scientifique. A ce niveau là, comme le rappelle énergiquement D. Collin, le « matérialisme » agit plus comme obstacle épistémologique que comme élément d'élucidation. L'association intime entre contenus et formes-catégories des savoirs *est* le lieu d'une théorie particulière de la connaissance qui révèle son appartenance à la continuité systématisante de la philosophie allemande, même si elle est bien plus qu'une simple « épistémologie » descriptive : faire œuvre scientifique, c'est faire système, et cela, au sens de la *Wissenschaft* qui excède l'acception positiviste (cette dernière perdure encore aujourd'hui) de ce qu'est une science.

Deux éléments complémentaires sont indispensables à cette première mise en perspective :

(1) D'une part, la tradition marxiste a progressivement mis en avant le concept de *praxis*³. Il va devenir plus que central, puisqu'il permet de déterminer plus avant, en particulier dans le complexe né avec Lukacs et Gramsci de la « philosophie de la praxis » dans la première moitié du 20^{ème} siècle, le « renversement » du problème du rapport entre théorie et pratique, et ainsi de penser à nouveaux frais la *spécificité du moment théorique*⁴. On verra qu'il est

¹ Sartre 1946, 1960 Introduction. Cf. Aüssi Kahn 1986, Tosel 1995, 2001 et 2004.

² Cf. Colin 1995 sur l'incomplétude de ces instruments exégétiques.

³ La « praxis » désigne chez Aristote l'activité (exercée par un homme libre) qui possède en elle-même sa propre fin, contrairement à la *poiesis*. Ce sens initial a disparu inégalement lors de son émergence en Allemagne au début du 19^{ème} siècle : le terme signifie plus généralement *pratique* ou *action*, et véhicule une charge spirituelle importante (Cieszkowski), celle d'une intériorité consciente de soi, qui reprend la posture de la philosophie hégélienne de l'histoire. M. Hess réinscrit ce sème dans une temporalité historique liée aux capacités transformatrices concrètes des individus, mais le terme devient un concept réellement opératoire avec les *Thèses sur Feuerbach* (1845) où, contre les tentations abstraites de ces acceptions idéalistes, l'accent est porté sur l'activité sensible et pratique des individus produisant leur propre auto-engendrement via la transformation matérielle de la société et de la nature. La *praxis* est ainsi devenue guide et critère d'une rationalité théorique et pratique en devenir, instance première des élucidations philosophiques et scientifiques. Les notions de *lutte de classes* et de *production* ont cependant pris progressivement place à son détriment dans le corpus marxien.

⁴ Lukacs fait porter sur la *praxis* du prolétariat l'espoir et la fonction universelle d'une réconciliation, rendue possible par l'effectivité révolutionnaire portée par le Parti, des membres désunis d'une humanité réifiée par le capital ; d'*Histoire et conscience de classe* (1923) à son *Ontologie de l'être social* (1964-1971) il atténuera cependant la dimension eschatologique initialement véhiculée. Gramsci quant à lui, déplaçant la question du matérialisme vers celle de l'immanence de la résolution sociale des contradictions du capital à la praxis pratico-théorique d'un prolétariat organiquement plus différencié, et en ré-instituant en elle la centralité de la dialectique, en fait un concept central du marxisme. C'est à ce titre, qu'individuelle ou collective, elle devient un pivot des perspectives diversement marxiennes de L. Goldmann, M. Merleau-Ponty, ou H. Lefebvre, en sus de sa prégnance récurrente dans la pensée italienne. La « pratique théorique » d'Althusser, de même, est

possible et légitime d'articuler la thèse de la primauté de la *praxis* (en suivant notamment Sartre) à celle, officiellement « plus » marxiste que la précédente, selon laquelle le procès historique est *procès sans sujet, et en particulier, selon laquelle l'histoire des sciences est procès sans sujet de constitution des connaissances scientifiques*. J'insiste dès maintenant sur cela, parce que cela va à l'encontre de la thèse althussérienne selon laquelle une philosophie de la *praxis* (comme celle de Sartre) est nécessairement un avatar des conceptions idéalistes du sujet¹. La conclusion du présent travail sera en partie axée autour de l'affirmation de la compatibilité essentielle de ces deux thèses.

(2) Conformément à l'idée qu'une innovation ou une grande découverte scientifique a des effets philosophiques révolutionnaires, j'exprime maintenant la ligne interprétative qui va gouverner en profondeur, dans les deux chapitres suivants, la restitution des analyses marxienne, engelsienne, et marxistes (je vise ici la tradition du 20^{ème} siècle) sur les mathématiques. Ces analyses sur les mathématiques sont *philosophiques*, et témoignent de cette nouvelle pratique de la philosophie initiée implicitement par Marx dans le *Capital*, et tout aussi implicitement dans ses manuscrits mathématiques.

Ces analyses ne se font pas du point de vue de la science de l'histoire, du matérialisme historique proprement dit, mais du point de vue *philosophique* du *matérialisme dialectique*, comme effet médiat de cette science de l'histoire. Concrètement, ce que l'on va voir, et ce, malgré les oscillations de statut et les errances métaphysiques du « diamat », c'est que les philosophies marxistes ou marxisantes vont pratiquer systématiquement la *lutte contre l'idéalisme*, et en particulier, la déconstruction des concepts d'*objet* et d'*existence mathématiques*. On verra tout particulièrement en quoi la critique du réalisme ou platonisme mathématique, ainsi que les formes diverses et les conséquences de cette critique, sont des effets *philosophiques*, associés à l'institution *en philosophie* de nouvelles catégories, de la nouvelle conception scientifique de l'histoire des formations sociales comme *procès sans sujet*.

Plus précisément, comme effet de cette nouvelle conception, on verra que le champ philosophique marxiste, de façon plurielle et pas forcément explicite, tout en reconduisant *en philosophie* l'ambiguïté, vue chez Hegel et Marx, du statut du méta-discours dialectique, et en l'occurrence matérialiste, livre des éléments féconds à la fois pour des questions standards de *philosophie des mathématiques*, et d'*épistémologie de l'histoire des mathématiques*.

2. Marx et Engels face aux problèmes des mathématiques du 19^{ème} siècle

Du point de vue de l'histoire des mathématiques, Engels et Marx appartiennent, dans la périodisation que propose P. Raymond², à l'époque où les *philosophies de l'infini* ont perdu leur légitimité initiale³ : celle qu'elles avaient conquise aux 17^{ème} et 18^{ème} pour suppléer aux carences conceptuelles des mathématiques infinitésimales, et ce, du fait du tournant qu'a représenté l'algébrisation du calcul infinitésimal par Lagrange. Chronologiquement parlant, ils appartiennent au moment suivant, celui de *l'idéologie de la rigueur*. Seulement, on va voir qu'Engels pense, encore plus que Marx, dans les termes de ces philosophies de l'infini, bien que les deux soient tout à fait dans la ligne hégélienne : le discours philosophique reste une instance légitimée et apte à la détermination du *concept d'infini*, et ce, contre les philosophies

fondamentalement affine à ces perspectives dans la mesure où elle renvoie le travail du concept à une pratique spécifique aux indéniables déterminations sociales malgré la « coupure épistémologique » qui est censée en marquer l'autonomie.

¹ Il l'exprime notamment, même si en l'occurrence c'est un peu cryptique, dans la conclusion de Althusser 1968 : « Ce que le marxisme introduit de nouveau dans la philosophie, c'est une nouvelle *pratique de la philosophie*. *Le marxisme n'est pas une (nouvelle) philosophie de la praxis, mais une pratique (nouvelle) de la philosophie* », p. 57. On reviendra longuement plus tard sur cette question de la *pratique de la philosophie*.

² Raymond 1977.

³ Raymond & Alii 1976 porte sur ces philosophies de l'infini, Raymond 1977 sur l'idéologie de la rigueur et les discours logiciens puis logicistes qui lui furent coextensifs.

de l'infini qui ont simplement intériorisé et normalisé, antérieurement, en leurs corpus les impensés des infinis *mathématiques*.

L'objectif de ce chapitre et du chapitre III est d'abord d'exposer ce que Marx, Engels, et leurs héritiers ont dit et en quel sens sur les mathématiques, en insistant sur la place très diverse qu'a pu avoir « la » dialectique en ces occasions, en reliant dans la mesure du possible ces exposés aux contextes historiques des discours restitués. On verra d'ailleurs, ponctuellement, le caractère à certains égards exemplaire (en particulier comme repoussoir idéologiquement chargé, emblème de la rationalité réifiante du mode de production capitaliste¹) que les mathématiques ont revêtu au cours du 20^{ème} siècle dans cette épistémologie marxienne aux rebondissements plus ou moins heureux. D'autre part, on s'efforcera régulièrement, comme ci-dessus, de relier cet exposé aux interrogations structurelles plus générales du marxisme.

Le programme est le suivant. Dans la première section sont articulés les développements que proposent Engels et Marx sur les techniques et l'histoire du calcul différentiel (c'est sur cela que se porte essentiellement leurs regards), aux problématiques plus générales de la dialectique de la nature pour le premier, de l'analyse des critères de scientificité impliqués dans la méthode de la critique de l'économie politique pour le second. Le but est de montrer que la liaison du traitement du champ mathématique aux autres champs théoriques est solidaire d'une épistémologie assez délicate à cerner, dans la mesure où c'est notamment au travers de l'héritage, aussi remarquable que distancié, à l'égard de la *Science de la logique* que ces développements prennent leur sens. Le statut oscillant entre ontologie et méthodologie, comme on l'a déjà évoqué, de cette dialectique engelsienne de la nature d'une part, d'autre part la très controversée rupture à l'égard de Hegel dans les textes marxistes (dans leur succession et au sein de chacun d'eux) sur l'économie politique, des manuscrits de 1844 au *Capital*, seront ainsi structurants pour l'analyse. Pour autant, ces interrogations ont suscité une littérature massive qu'il n'est aucunement question de passer en revue : les hypothèses de lectures retenues seront ainsi explicitées, mais leur justification ne pourra qu'être indiquée et non opérée. Quelques leçons sont progressivement tirées sur le contenu de la « théorie de la connaissance » ou *gnoséologie*, appréhendable par cette approche. On aura ainsi les éléments pour le troisième chapitre de ce travail qui présentera d'abord, de façon synthétique, la fortune très inégale de cette dialectique de la nature, au cours du 20^{ème} siècle jusqu'à aujourd'hui, à l'occasion d'un bilan sur les relations que le continent du matérialisme dialectique a entretenu avec les épistémologies dialectiques non hégéliano-marxistes de la même période – celles-là même qui font l'objet du quatrième chapitre de ce travail.

Comme ceux de Hegel les travaux et analyses mathématiques de Marx et Engels sont en général encore trop peu étudiés en épistémologie des mathématiques. Et quoique ceux de Marx suscitent cependant depuis un certain temps quelques commentaires critiques (entendre « dé-diamatisés »), c'est le lien complexe, réinscrit l'histoire des notions mathématiques, entre ses manuscrits et ses analyses d'*économiste* qui dans ce cas intéresse avant tout. La présente perspective est bien sûr dans le principe différente. Il s'agit de voir à quels points de vue ces analyses sont gouvernées par et menées grâce à l'outil dialectique, et de montrer, au travers de quelques éléments techniques, que malgré la « rupture matérialiste », les deux derniers, et surtout Engels, relativement au calcul différentiel, se situent dans une continuité remarquable avec le maître.

3. Lignes essentielles de l'exposé

¹ Lukacs, Geymonat, par exemple, ont développé ce type de critique en la faisant remonter à la critique hégélienne des mathématiques en tant qu'incarnation d'un régime d'entendement s'auto-proclamant seul norme de scientificité. Cf. Lukacs 1923, Geymonat 1972.

Les quatre points suivants résument les éléments que la première section va développer ou indiquer (indépendamment du problème du statut du discours dialectique relativement aux mathématiques, qui est la toile de fond de l'exposé) :

(1) Une approche comparable, sur certains points identiques, gouverne en ce domaine les analyses des trois penseurs, dans une continuité conceptuelle revendiquée : les techniques du calcul infinitésimal et leurs implications d'une part, d'autre part le mouvement historique de ses transformations conceptuelles, pensé comme dépassement, intégration et prise de conscience de soi « fondamentale » de ses présupposés théoriques sur le mode de la « dialectique du retour de méthodes » ; Le « vieil Hegel » reste pour eux une référence et un repère extrêmement important : en témoignent plusieurs lettres¹, et surtout, dans les manuscrits publiés de Marx, une reprise des *mêmes questions sur les mêmes objets* que celles que Hegel s'était posées. A l'appui de cette filiation, on peut lire de nombreuses références à une lecture de la *Science de la logique* coexistant dans le temps à des travaux sur l'algèbre, une bibliographie théorique en partie reprise à Hegel². Comme le montre A. Alcouffe³, les publications antérieures – soviétiques – des manuscrits mathématiques de Marx les ont orientés dans le sens de la critique de l'idéalisme du « chien crevé », par le biais partial d'un oubli de ces références plurielles à Hegel. D'une certaine façon, concernant les mathématiques, selon l'expression de Lénine, leur mot d'ordre est « lire Hegel en matérialiste », quoi qu'aient pu en dire les anti-idéalistes orthodoxes du 20^{ème} siècle qui se sont penchés sur ces manuscrits.

(2) Certains écarts locaux entre Hegel, et Marx et Engels, concernant le lieu *mathématique* de la dialectique de la contradiction sont visibles : l'inflexion est parfois portée sur l'être contradictoire des « quanta sursumés » et de l'infini mathématique, parfois sur les opérations différentielles, mais toujours, celle-ci relève d'une praxis mathématicienne aveugle aux enjeux qu'elle soulève. Mais surtout, les méthodes du calcul différentiel *révèlent une authentique et spécifique négation de la négation selon Engels et surtout, ce qui n'est pas le cas chez Hegel* : on s'intéressera donc de façon privilégiée à l'étude marxienne de la nature et de la fonction de la différentielle.

(3) Sans rentrer dans le problème du rapport entre les dialectiques de Hegel et de Marx-Engels, en faisant l'époché du « renversement matérialiste » corrélatif de la discutable distinction système/méthode, on peut néanmoins dire que dans la littéralité de « la » dialectique hégélienne la forme et les principes spéculatifs font corps : rejeter ceux-ci, c'est réinterpréter celle-là, dans le sens, explicite chez Engels, plus implicite chez Marx mais sans écart affirmé de la part de ce dernier par rapport à Engels, d'un « quasi-corpus », certes programmatique et ontologiquement ambigu au niveau du rapport entre la nature et l'histoire, mais clair et résolu dans le contenu (les « lois ») de cette dialectique, dont la formulation est par définition *tout sauf hégélienne*. De ce fait, entre Engels et Marx d'une part dans la lettre des textes⁴, entre ceux-ci et Hegel d'autre part, la dialectique « de »/« dans » la nature suggère,

¹ Notamment celles de Engels à Marx des 14 juillet 1858, 10 août 1881, à Lange du 29 mars 1865, de Marx à Engels du 22 juin 1867, à Kugelmann du 6 mars 1868, à Dietzgen du 9 mai 1868. L'on voit également que la référence à Hegel ne s'est absolument pas démentie avec le temps. Les lettres sont citées d'après Engels & Marx 1974.

² On ne revient pas ici sur les développements de l'*Introduction Générale* à la *Critique de l'Economie Politique* qui sont calqués sur certains moments de la *Science de la Logique*, la rhétorique de l'identité des contraires des *Grundrisse*, ainsi que sur la Postface à la deuxième édition du *Capital* qui réaffirme de façon bigarrée la dette à l'égard de Hegel. La littérature est immense.

³ Alcouffe 1985 p. 55-61.

⁴ On laissera volontairement de côté le problème du jugement à l'égard de la dialectique de nature qu'a pu avoir Marx, en refusant néanmoins l'idée bien simpliste du « mauvais » Engels « contaminant » les travaux sérieux et la « bonne » dialectique de Marx. La prédilection positiviste de Marx et d'Engels s'est bien clairement traduite *chez les deux* par l'assignation ambivalente d'un statut à leur propre théorie comparable à celui des sciences de la nature (Cf. Lettres de Engels à Marx du 30 mai 1873, explicitant son programme, et celle de Marx à W. Liebknecht du 7 octobre 1876, où la « dialectique de la nature » y est évoquée comme un « travail

malgré, là encore, la reprise d'éléments de la théorie de la mesure et de la philosophie de la nature, une très importante différence de perspective, qui a une conséquence importante sur le statut des objets mathématiques : leur ancrage empirique est une thèse proprement engelsienne, et malgré leur légitimité en tant qu'abstractions pures, seul Marx leur attribue clairement, en tant qu'abstractions justement, un statut symbolique et opératoire, corrélatif d'une posture anti-réaliste récurrente. Il n'est pas possible d'affirmer la stricte complémentarité, pourtant tentante, entre ceux deux dernières perspectives, sur la base des textes et de la correspondance : au contraire, les enjeux et polémiques philosophiques liés à la dialectique de la nature invitent à la prudence.

(4) On peut comprendre le silence voire la méconnaissance de Marx et d'Engels à l'égard travaux de leurs contemporains en analyse : le problème ne se posait pas avec Hegel en 1812 qui était informé des travaux de son époque, comme en témoigne sa familiarité avec ceux de Lagrange, mais seulement éventuellement en 1832, puisqu'il ne mentionne pas ceux de Cauchy.

Ce ne sont pas des professionnels du domaine, il est donc hors de question que des travaux extrêmement difficiles pour les mathématiciens eux-mêmes (en algèbre linéaire et abstraite, en géométrie par exemple), ne les préoccupent. Il eût fallu pour cela y consacrer tout leur temps, ce qui était impossible en raison de leurs ambitions théoriques et pratiques connues par ailleurs. Marx dit bien à ce propos que les mathématiques présentent pour lui un caractère reposant¹ par opposition à ce qui l'occupe par ailleurs. Engels quant à lui n'a qu'une visée généraliste concernant les mathématiques : l'intérêt de ses textes réside plutôt dans la conceptualisation explicite et systématique qu'il en propose relativement à sa dialectique générale de la nature. Donc une certaine prudence s'impose : ne pas « dramatiser » la portée conceptuelle accordée par Marx et Engels aux mathématiques qu'ils évoquent, et garder à l'esprit le niveau relatif qui était le leur, comme le mathématicien L. Schwarz² le rappelait en 1960³. Si l'argument d'autorité ne peut jamais remplacer l'autorité d'un argument, rappelons néanmoins le bilan que L. Schwarz propose :

« Karl Marx, homme d'une immense culture, avait aussi étudié les mathématiques pour son compte personnel, et son niveau était celui d'un étudiant de licence, ce qui peut être considéré comme très remarquable pour un spécialiste des questions économiques et politiques. Il a laissé 900 pages de manuscrits mathématiques, dont la plus grande partie est formée d'exercices ou de copies de livres destinées à son usage personnel. Un jour il trouva une nouvelle définition de la dérivée, et en fit part à Engels. Celui-ci lui répondit : "Je vous complimente sur votre travail. C'est si clair que maintenant je ne m'étonne plus de voir que les mathématiciens nous mystifient complètement sur la dérivée. Cela prouve une fois de plus l'esprit unilatéral de ces Messieurs". En fait la définition de Marx n'était pas adéquate⁴. Il n'a d'ailleurs jamais songé à en parler dans les milieux scientifiques. La définition donnée par les mathématiciens, et que Engels traite si facilement de mystification, est celle qui a duré jusqu'à nos jours, et qui est enseignée avant l'âge du baccalauréat aux étudiants de tous les pays du monde ! Ainsi Engels, homme d'une grande

incomparablement plus important » que l'*Anti-Dühring* ; cf. également Colin 1996, Sandkhuler 1991, Schmidt 1962), et sur le cas des mathématiques, par un échange permanent qui laisse peu de place à un réel conflit conceptuel. L'adhésion à la science comme moyen neutre de connaître et critiquer le monde s'exprimant d'ailleurs dans le fait que la science n'apparaît jamais comme une composante de la superstructure idéologique. Cependant, la tension dialectique entre l'historicité affectant toute théorie d'une relativité et le caractère « absolu » d'un tel savoir neutre reste encore bien présente, comme un indice diffus parmi d'autres de leur héritage hégélien. Cette science se présente comme un savoir vrai, mais il y a simultanément *pluralisation de la vérité* renvoyant aux déterminations socio-économiques que les catégories mobilisées par les scientifiques cristallisent à leurs façons – toute catégorie étant en dernière instance forme d'existence, le symbolique forme médiate du matériel. Cf. Tosel 1984 ch. I-1 et II-9, Tosel 1995, Colin 1996 p. 97 et suiv.

¹ Lettre à Engels du 23 novembre 1860 : « ... Il est pratiquement out of question que j'écrive des articles. La seule occupation qui me permette de conserver la quietness of mind nécessaire, ce sont les mathématiques... », ainsi que celle, au même, du 20 mai 1865, qui dit la même chose. Toutes les lettres, sauf indication contraire, sont citées dans Marx & Engels 1973.

² Titulaire de la médaille Fields pour sa théorie des distributions.

³ Schwarz 1960.

⁴ En fait, des restrictions s'imposent quant à son usage légitime, on le verra plus bas.

culture et d'une grande intelligence, dont la sagacité politique dépassait de beaucoup celle de la plupart des hommes de son temps, pouvait se croire par là même apte à juger les mathématiques, alors que ses connaissances mathématiques étaient très faibles, et tirées principalement de livres d'enseignement commerciaux depuis longtemps périmés »¹

Sans s'attarder sur le balancement visible entre les évocations factuelles et les évaluations de droit auxquelles L. Schwarz procède, et qui sont par définition discutables *stricto sensu*, il conviendra néanmoins dans ce qui suit de garder en permanence cette réserve à l'esprit.

¹ Schwarz 1960, p. 23.

I. La place des mathématiques dans la dialectique de la nature

Cela est maintenant bien connu¹, ou devrait l'être, les liasses de manuscrits inachevés d'Engels, compilés sous le titre « Dialectique de la nature » ont subi une fossilisation dès le début du XX^{ème} siècle en une doctrine fondatrice achevée et dogmatique, en partie motivée par le besoin *politique* d'une idéologie structurée et complète. Quoiqu'il n'existe malheureusement encore aucune édition critique de ces textes, on peut sans difficulté reconnaître leur ambivalence :

« La dialectique dite objective règne dans toute la nature, et la dialectique dite subjective, la pensée dialectique, ne fait que refléter le règne, dans la nature entière, du mouvement par opposition des contraires qui, par leur conflit constant et leur conversion finale l'un en l'autre ou en des formes supérieures, conditionnent précisément la vie de la nature. »²

De nombreux passages, que la citation ci-dessus incarne emblématiquement, véhiculent clairement une visée *ontologique* et *systématique*. De ce point de vue, est attribué à cette dialectique de la nature le statut de nouveau « Système de la nature », d'encyclopédie totalisante littéralement fondée sur une *réduction* aux accents fortement néo-hégéliens, du réel au corpus des « lois » de la dialectique. Mais l'entreprise d'Engels, on l'a déjà dit, présuppose la validité de la critique marxienne de l'économie politique, et prétend à ce titre en être un *effet philosophique* puisqu'elle en est dans la continuation. En ce sens elle reste aussi et surtout, du point de vue d'Engels lui-même *programmatische* et *critique* : c'est manifeste dans l'*Anti-Dühring*, où Engels combat la sous-philosophie de Düring, la *Dialectique de la nature* étant quant à elle plus explicitement pensée comme un laboratoire pour la formation des concepts des sciences. Née dans un contexte de lutte contre l'idéalisme des *Naturphilosophen* et le matérialisme vulgaire des sciences de son époque, elle a pour fonction de penser, pour la résoudre, la contradiction entre l'exigence philosophique de systématisation théorique et de généralisation, et l'attention proprement scientifique à la spécificité sectorielle des types de processus et de mouvements naturels, tout en rejetant le mécanisme simpliste qui mutile ces derniers. La dialectique de la nature est d'abord synthèse dialectique des *sciences* de la nature, et dévoile par là sa fonction éminemment pédagogique et/car *critique* et son statut *épistémologique* : le fil directeur du concept de *forme de matière et de mouvement* permet à Engels de mettre en relation lois naturelles et processus historique sur fond d'un matérialisme intégral.

C'est dans l'effort pour dégager des *lois générales de la dialectique*, dans lesquelles l'*analogie* nature/histoire va s'enraciner, que ce projet critique s'est infléchi dangereusement, ouvrant la porte à la dogmatisation ultérieure que l'on sait : ce qui est patent dans la lettre, c'est que si la dialectique de la nature est association d'une idéologie révolutionnaire et d'une philosophie dialectique particulière, la seconde est un échec proportionnel à la légitimité contextuelle de la première.

1. Un nouveau « schème de l'univers »

1. Une première transformation du statut de la dialectique

a. Engels face à Hegel : une divergence de fond

Le projet et la méthode de la dialectique de la nature, malgré l'opposition des principes, sont analogues au premier abord à ceux de Hegel, d'autant qu'Engels reprend la même

¹ Cf. la synthèse de P. Macherey dans le *Dictionnaire critique du marxisme* : Bensussan & Labica 1985, entrée « Dialectique de la nature », p. 320-2, et sa discussion rétrospective en Macherey 1999.

² Engels 1883, p. 213

exigence, nourrie de et présupposant l'examen marxien systématique des contradictions dialectiques du capitalisme, de faire relever explicitement la nature et l'histoire d'un même ensemble systématique de lois homogènes. En réalité, cette analogie fonctionnelle entre les deux systèmes soulève le statut de la dialectique « dans » la nature de Hegel : si la nature est le négatif de l'Idée, en tant que telle elle est moment du processus dialectique de réalisation de l'Idée, et par là, révèle une dialectique indépendante de la pensée qui l'étudie. Est-ce à dire que les phénomènes naturels se produisent et s'enchaînent selon des modalités *réellement* dialectiques ?

Sur ce point, une réponse négative, contrairement à celle de Engels, est inévitable : la dialectique est en l'occurrence une « manière-de-considérer » la nature pour Hegel¹. C'est avec l'Anti-Dühring et les ébauches de la Dialectique de la nature, que la méthode dialectique du maître, selon son leitmotiv, est remise sur ses pieds – parce que « le système de Hegel ne représente qu'un matérialisme mis sur la tête d'une manière idéaliste d'après sa méthode et son contenu »². On peut d'ores et déjà dire ici qu'Engels « plaque » en partie Hegel sur les sciences en mêlant les exemples et illustrations d'une façon qui ne pouvait que nuire à son travail, puisque cela s'est accompagné d'une imprécision conceptuelle assez massive³, bien que le savoir d'Engels soit considérable par ailleurs.

On n'insistera pas sur l'icône du renversement/dépassement de l'idéalisme par le matérialisme que l'on trouve bien sûr chez Marx également : l'essentiel est de voir dans cette *Aufhebung* l'aspect plus « conservation » que « suppression » concernant les mathématiques. Les enjeux et difficultés épistémologiques plus généraux liés à la dialectique de la nature seront abordés en leur temps, et l'on verra que les critiques à son égard, en soi justes, se sont peut-être parfois trompé de cible, et par là, n'ont pas toujours su se préserver de la caricature, ainsi qu'il en fut vis-à-vis de Hegel⁴. Malgré sa précision et sa rigueur conceptuelle, la critique sartrienne servira d'exemple dans la seconde section du chapitre : sans confondre Marx et le marxisme sclérosé du *diamat*, il aura tendance à oblitérer le caractère inachevé de ces manuscrits compilés et traduits en 1935.

b. Les « lois fondamentales » de la dialectique

La visée encyclopédique d'Engels oscille entre un effort d'articulation, en une science unique de la nature, de la diversité des sciences de son temps, et une synthèse subordonnant ces sciences sous un *schème unique*, celui d'une série close de *lois générales de la dialectique*. Dans cette première section, après avoir présenté la conception et l'usage de l'universalité de ces *lois* de la dialectique, lois objectives de l'être et du savoir, donc de la pensée subjective, on s'attardera sur quelques exemples choisis (beaucoup en particulier dans la *Dialectique de la nature*, sont redondants du point de vue épistémologique : ils illustrent les mêmes « lois ») sur ce qu'il dit de l'origine et de la nature des objets mathématiques, en particulier sur le cas des infinitésimaux : on s'interrogera alors sur le sens de l'empirisme que ses développements suggèrent.

Engels ne souhaite pas au premier abord *construire*, en une vaste synthèse faisant intervenir une subjectivité constituante, cet ensemble de lois. Il prétend le « découvrir », l'« extraire »⁵ et « sans addition étrangère » (l'expression a fait fortune), un peu sur le mode du reflet subjectif de la nature entendue comme l'ensemble objectif des phénomènes mécaniques, physiques, biologiques et chimiques. En d'autres termes, il veut mettre en évidence le caractère *intrinsèquement* dialectique des phénomènes naturels :

¹ Cf. Hegel 1830 § 249 : « La métamorphose n'appartient qu'au concept comme tel ».

² Engels 1872 p. 31-2. Cf., autre exemple Engels 1883 p. 204 : « Chez Hegel lui-même, cela [les processus dialectiques] est mystique, puisque les catégories apparaissent chez lui comme préexistantes et la dialectique du monde réel comme leur pur reflet. En réalité c'est l'inverse : la dialectique dans la tête n'est que le reflet des formes du mouvement du monde réel, tant de la nature que de l'histoire ». Etc.

³ Cf. Raymond 1977, V, « Logique et dialectique 2 : Marx et Engels » p. 95-119.

⁴ Cf. Delbraccio & Labica 2000, IV.

⁵ Engels 1875, Préface de 1885 p. 41.

« La dialectique dite objective règne dans toute la nature, et la dialectique dite subjective, la pensée dialectique, ne fait que refléter le règne, dans la nature entière, du mouvement par opposition des contraires qui, par leur conflit constant et leur conversion finale l'un en l'autre ou en des formes supérieures, conditionnent précisément la vie de la nature. »¹

« Il s'agissait évidemment pour moi, en faisant cette récapitulation des mathématiques et des sciences de la nature de me convaincre *dans le détail* – alors que je n'en doutais aucunement dans l'ensemble – que dans la nature s'imposent, à travers la confusion des modifications sans nombre, les mêmes lois dialectique du mouvement qui, dans l'histoire aussi, régissent l'apparente contingence des événements ; les mêmes lois qui, formant également le fil conducteur dans l'histoire de l'évolution accomplie par la pensée humaine, parviennent peu à peu à la conscience de l'homme pensant. »²

Paul Labérenne reprend ce thème en 1948 sous la forme suivante ³ :

« Les hommes [donc les mathématiciens en particulier] ont pensé dialectiquement bien longtemps avant de savoir ce que c'est que la dialectique, de même qu'ils parlaient en prose bien avant de connaître de terme ».

Ces citations illustrent clairement la thèse générale de Engels, la seconde insistant de plus sur l'exigence d'étudier de façon *précise* l'existence de cette dialectique dans les techniques mathématiques, ce qui implique de faire bien attention aux exemples qui vont suivre, par quoi Engels estime montrer la pertinence autant *globale* (« dans l'ensemble ») que *locale* (« dans le détail ») de sa thèse.

La « dialectique de la nature » comme système de la nature va révéler la dialectique *dans* la nature, dont les hommes reproduisent biologiquement, historiquement et subjectivement les lois. Ces trois lois fondamentales de la dialectique sont le passage de la quantité à la qualité et réciproquement, l'interpénétration des contraires (ce qui vraiment n'est pas très hégélien), la négation de la négation. On peut déjà remarquer que faire de la négation de la négation une « loi » de la dialectique affaiblit l'une et l'autre en distinguant si nettement leurs statuts : cette négation de la négation fait plutôt corps avec l'idée de dialectique même, la dialectique ne serait pas sans cette modalité opératoire qu'elle est (donc qu'elle n'inclut pas comme loi).

Est-ce l'exposition non dialectique (pour cette raison contestable d'après Sartre) des « lois » de la dialectique et le souci de systématisation, ou simplement la formulation malheureuse qui tend à cet affaiblissement ? On verra cela peu à peu. Voyons immédiatement comment les mathématiques se prêtent à cette approche : lorsque l'on en aura dénoué les problèmes philosophiques généraux, pourront être abordés de façon plus intéressante les thèmes de la nature et des sciences qui en font leur objet.

2. Origine et nature de l'abstraction mathématique

a. Le concept de grandeur et les axiomes

Très classiquement Engels définit les mathématiques comme la *science des grandeurs* : le concept de grandeur est central, et son analyse doit amener à trouver ses déterminations axiomatiques comme des déterminations *nécessaires* (puisque le but est de saisir la nature des choses) qui soient *démonstrables dialectiquement*, non de façon tautologique. Les *axiomes* traditionnels ajoutés extérieurement, donc de façon accidentelle, aux grandeurs en elles-mêmes mal définies, forment donc une mauvaise approche : ces « déterminations initiales de la pensée mathématique » que sont les axiomes impliquent un travail sur le concept de grandeur, et de multiples exemples vont montrer comment pour Engels l'organisation générale des mathématiques (post-cartésiennes) supposent et mobilisent une *dialectique de la grandeur*, qui va faire intervenir constamment les trois « lois de la dialectique ».

¹ Engels 1883 p. 214. Cf. Engels 1872, IV p. 60-2.

² Engels 1875, Préface de 1885, p. 40. Je souligne (citation déjà utilisée en exergue de la section).

³ Labérenne 1948 p. 380.

Mathématiques post-cartésiennes parce qu'Engels fait – logiquement – remonter à Descartes le règne moderne de la dialectique en mathématiques. Avec lui, la science des grandeurs constantes s'élève en celle des *grandeurs variables*, par lesquelles ce sont les *processus mêmes* et non plus simplement les *états* qui peuvent être mathématisés, ou plutôt dont on peut montrer mathématiquement le caractère dialectique :

« La *grandeur variable* de Descartes a marqué un tournant en mathématiques. C'est avec elle que le *mouvement et la dialectique* sont entrés dans la mathématique et que *devinrent tout de suite indispensable le calcul différentiel et intégral*. »¹

Attribuant à Dühring un « manque total d'intelligence de la nature de la dialectique » parce que celui-ci la tient pour un « instrument de pure démonstration » (on peut ici parler de « dialectisation » subjective purement heuristique, dans laquelle toute contradiction est contre-raison), Engels expose comme suit les rapports entre logique formelle, mathématiques élémentaires et modernes, et dialectique : la dialectique est à la logique formelle ce que les mathématiques du calcul différentiel et infinitésimal sont aux mathématiques élémentaires, cela du point de vue de la méthode comme de l'ampleur :

« Les mathématiques élémentaires, les mathématiques des grandeurs constantes, se meuvent, du moins dans l'ensemble, à l'intérieur de la logique formelle ; *les mathématiques des grandeurs variables, dont le calcul infinitésimal forme la partie la plus importante, ne sont essentiellement que l'application de la dialectique à des rapports mathématiques* ». ²

L'image d'Epinal de la dialectique naturelle est celle du grain d'orge : le grain en tant que tel est nié lors de la germination dont le résultat, la plante, produira à son tour des grains d'orge qui mûriront après qu'elle ne meure, c'est-à-dire qu'elle ne soit à son tour niée, et ainsi de suite. Cette dialectique s'illustre de façon identique et avec le même statut même en mathématiques.

b. Du fétichisme des objets mathématiques

Comme les objets mathématiques sont un produit de la pensée, et que la pensée subjective reflète le règne objectif de la dialectique naturelle, Engels peut dire :

« Donc avant que Dühring ne chasse la négation de la dialectique et de la pensée, il sera obligé de la chasser de la nature et de l'histoire et d'inventer des mathématiques où $-a \times -a$ ne soit pas $= a^2$, et où l'une des racines carrées de a^2 ne soit pas $-a$. »³

Il y a toujours pour lui un préalable sensible ou naturel aux *abstractions* en particulier mathématiques: souci matérialiste connu, par lequel sont dérivées toutes théories scientifiques de la production matérielle⁴. Si l'objet mathématique abstrait paraît mystérieux, c'est parce qu'il n'est pas réinscrit dans son processus d'élaboration, pas reconduit à la praxis concrète et scientifique : de même que dans le fétichisme de la marchandise, où l'on oublie que derrière l'argent qui sert à faire circuler les *choses* il y a les rapports sociaux entre les hommes, on oublie que derrière l'objet mathématique, de ce fait *réifié* et pensé comme une création imaginaire incompréhensible, il y a un travail d'abstraction spontané ou méthodique. Ils sont un reflet subjectif de la réalité objective, destiné à des applications pratiques. Dit en sens inverse, les *prototypes des notions mathématiques existent dans le monde réel, et cela vaut en particulier pour les infinis mathématiques et les différentielles*.

« ... les grandeurs employées dans le calcul infinitésimal, différentielles et infinis de différents degrés... Pour toutes ces grandeurs imaginaires, la nature offre des modèles. »⁵

¹ Engels 1875 p. 379.

² Engels 1883 p. 264. Je précise que c'est Engels lui-même qui souligne, dans ces deux derniers extraits.

³ Engels 1875 p. 378-9.

⁴ Engels 1883 p. 272-8.

⁵ Engels 1883 p. 273.

Une racine négative, par exemple les racines imaginaires du type de $\sqrt{-1}$ (tirée de $i^2 = -1$), n'a pas par définition de sens réel *prise en soi isolément*, mais peut exprimer, dans la solidarité d'une équation de physique, le sens contraire d'un mouvement positif. Engels insiste très souvent sur la continuité des formes de spatialité telles que la perception sensible les appréhende, que les conditions terrestres permettent de les saisir *in concreto* avant de les transformer *in abstracto*. Les résultats de la géométrie, qui

« ne sont pas autre chose que les propriétés naturelles des lignes, surfaces et corps différents, ou de leurs combinaisons, qui, pour la plupart, se présentaient déjà dans la nature bien avant que les hommes ne fussent là »¹

Mais le terrain véritable des mathématiques et de leur dialecticité, pour Engels, c'est celui de l'infini.

3. Dialectique des infinitésimaux

a. Prototypes matériels des infinitésimaux

Concernant le calcul différentiel et ses infinitésimaux, on aurait pu s'attendre à ce que Engels prenne comme modèle réel ou naturel le thème des vitesses instantanées ou « mourantes », des accélérations, etc. De façon générale, l'infini, grand ou petit, est contradictoire : la suppression de son caractère contradictoire, comme l'avait vu Hegel selon lui, serait la « fin de l'infini »². Pour préciser cela, il utilise le modèle chimique, étonnant à première vue, de la *molécule* et, selon une *analogie* étonnante – on reviendra sur le statut de cette méthode plus loin – il évoque les prototypes des infinis en terme de relativité *d'échelles*. Relativement à l'échelle notre expérience ordinaire, et dans la mécanique classique, on prend le rayon de la terre pour infini, lequel, relativement au système stellaire dont on évolue les distances en années-lumières, devient alors infiniment petit : de la même façon, puisque les molécules ne peuvent être divisées plus avant « sans qu'on supprime l'identité physique et chimique du corps en question »³, et de ce fait sont des grandeurs infiniment petites au regard d'un corps quelconque étudié par la mécanique, alors la molécule

« a exactement les mêmes propriétés vis-à-vis de la masse en question que la différentielle mathématique vis-à-vis de ses variables. A ceci près que ce qui, dans la différentielle, dans l'abstraction mathématique, nous apparaît mystérieux, devient ici évident, et pour ainsi dire apparent.

Avec ces différentielles que sont les molécules, la nature opère exactement de la même manière et selon les mêmes lois que les mathématiques avec leurs différentielles abstraites. »

Cependant « les abstraction mathématiques n'ont une validité absolue que dans les mathématiques pures. »⁴

¹ Engels 1875 p. 73. La théorie des espaces abstraits à n dimensions, les géométries non-euclidiennes de son point de vue qui est euclidien, dans l'ensemble cependant, démentent cet ancrage empirique : c'est en rompant radicalement avec lui, de Gauss à Klein, en passant par Grassmann et Riemann, que la géométrie s'est transformée en autre chose que la pensée mathématique des objets et figures, de et dans l'espace ambiant. Engels fait néanmoins référence à Gauss en Engels 1875, V p. 81. Il rejette à cette occasion l'interprétation de Dühring selon laquelle le modèle kantien des dimensions de l'espace est dérivé de la série mathématique (ce n'est qu'une des voies de l'antinomie sur l'infini de l'espace qui est considérée par Dühring). Partant d'une unité, la série n'est infinie que « dans un sens ». Il faut donc six lignes tracées de ce point unité pour concevoir les dimensions de l'espace. Dühring alors effectue un saut : la transposition de la série numérique à la spatialité universelle nous fait concevoir six dimensions. Mais comme Dühring par ailleurs condamne les idées de Gauss sur les structures de géométries non-euclidiennes, Engels peut facilement montrer la – mauvaise – contradiction de son propre discours. Ceci pour dire que Engels n'ignore pas les évolutions de la géométrie de son temps, mais ne les prend pas pour objet d'étude.

² Engels 1875, V p. 82, second §.

³ Engels 1883 p. 274.

⁴ Engels 1883 p. 274 et 275 respectivement. Leibniz, dans sa Lettre à Varignon de 1702, utilisait la même analogie.

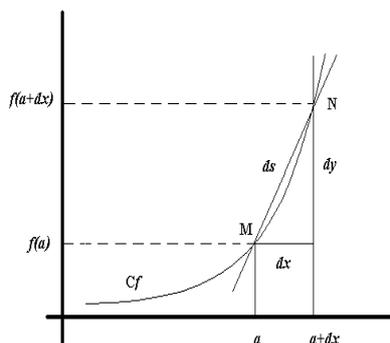
Le processus de l'évaporation évoqué au même endroit (qu'on retrouvera plus loin dans notre remarque sur la physique), illustre le même parallèle. Si la couche moléculaire supérieure d'un verre d'eau s'évapore (localiser la chose comme cela n'est pas forcément très heureux), « la hauteur de la couche d'eau x a diminué de dx ; inversement, « si la vapeur chaude est de nouveau condensée... jusqu'à ce que le récipient soit plein, nous avons eu ici littéralement une intégration qui ne se distingue de l'intégration mathématique que du fait que l'une est accomplie consciemment par le cerveau de l'homme et l'autre inconsciemment par la nature ». Si l'on se souvient que dans sa forme newtonienne, le calcul différentiel cherchait à mathématiser le mouvement, les processus en général et non les états¹, on ne s'étonnera pas de cet exemple, mais il rappelle de surcroît l'ancrage naturel de nos abstractions. Mais Engels ne considère pas qu'on peut faire des mathématiques avec des molécules ni de la chimie avec des différentielles. Quoique l'infini mathématique soit emprunté à la réalité, il n'est pas *de* la réalité, mais est *analogue* à certains de ses phénomènes ou de ses éléments relativement à un certain point de vue (ce qui est très clair avec le thème des échelles physiques de grandeurs) :

« nous trouvons aussi, comme on l'a vu, les relations réelles auxquelles est emprunté le rapport d'infini mathématique, et même les analogues naturels de la façon mathématique de faire agir ce rapport »².

L'enjeu de cette analogie est celui de son statut : heuristique ou directement ontologique ? Engels, par le fait, semble opter pour la seconde voie, ce qui ne peut satisfaire que si l'on refuse l'ambition de *l'identité* entre, par exemple, la différentielle et la molécule. Toute la dialectique de la nature d'Engels souffre de cette ambivalence. Mais avant de poursuivre sur ce point, on va s'intéresser maintenant au traitement que propose Engels des opérations du calcul différentiel³ dont les objets ne sont plus du tout maintenant mystérieux *dans le principe* : les infinitésimaux sont des « grandeurs dialectiques », et il faut voir comment cela se manifeste.

b. Le droit et le courbe : l'identité des contraires

Une expression géométrique de l'interpénétration dialectique des contraires retient particulièrement l'attention de Engels : la relation entre le droit et le courbe dans le « triangle caractéristique » illustrant la formation de la dérivée d'une fonction⁴.



Pour $dx \neq 0$, $\frac{dy}{dx} = \frac{f(a+dx) - f(a)}{dx}$: ce quotient est la pente de la sécante MN. Et si N tend vers M, NM a une position limite qui est la *tangente* en M à la courbe Cf de f . Cette pente est :

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \frac{dy}{dx} = \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{f(a+dx) - f(a)}{dx} = f'(a)$$

$f'(a)$ est la *dérivée* (un nombre dans le cas le plus simple, une application linéaire sinon) de f au point a .

Mais ce qui importe ici, c'est la variation : dx est présenté comme un *accroissement* de x . Il est intéressant de voir que Marx refusera de présenter, pour des raisons conceptuelles

¹ Engels 1883 p. 278 §2.

² Engels 1883 p. 277.

³ Cf. Engels 1875 p. 166-7 et p. 379, 382-3 pour tout le développement qui va suivre.

⁴ Engels 1883 p. 270-1 § 1-3.

que l'on exposera le moment venu, dx comme un accroissement, bien que cette présentation reste pour lui la plus didactique.¹

Cette variation de f est $f(a+dx) - f(a)$, et le taux de variation de f est $\frac{f(a+dx)-f(a)}{dx}$, c'est-à-dire $f'(a)$ quand dx tend vers 0. Le triangle infiniment petit constitué par une partie infiniment petite de la tangente (ds , la sécante sur le dessin) et les portions infiniment petites des parallèles à l'abscisse (dx) et l'ordonnée (dy), est appelé *triangle « caractéristique »* ou différentiel.

Traditionnellement l'opposition entre droit et courbe est souvent prise pour absolue en géométrie². Il évoque brièvement plusieurs cas qui relativisent cette opposition : l'expression linéaire du périmètre du cercle, les courbes asymptotiques, où

« le droit se perd complètement dans le courbe et le courbe dans le droit, tout autant que la représentation du parallélisme, [...] la branche de la courbe devient de plus en plus droite, sans jamais le devenir entièrement, de même qu'en géométrie analytique, la ligne droite est considérée comme la courbe du premier degré avec une courbure infiniment petite. »³

Engels développe surtout le cas du calcul différentiel, où une identité en dernière analyse du courbe et du droit se manifeste plus utilement encore pour lui⁴ par-delà leur opposition initiale⁵. Dans l'exemple d'Engels sont utilisés l'idée d'accroissement et le passage à la limite, notion non étudiée en tant que telle cependant. En posant $ds^2 = dx^2 + dy^2$, pour définir la différentielle d'un arc de courbe Cf , on cherche l'hypoténuse du triangle différentiel, dont les côtés sont dx , dy et ds , qui délimite cet arc. L'hypoténuse est donc une petite ligne droite à la fois portion de la tangente et portion de l'arc. La tension vers l'égalité entre les deux est certes asymptotique selon Engels, mais comme le « contact » se fait finalement en un *point*, on admet que l'identité du droit et du courbe est ainsi opérée. Cette identité finale entre deux caractères apparemment radicalement opposés marque une dialectique qui ouvre de larges perspectives:

« Lorsque la mathématique du droit et du courbe est à peu près épuisée, une nouvelle voie presque infinie est ouverte par la mathématique *qui conçoit le courbe comme droit* (triangle différentiel) *et le droit comme courbe* (courbe du premier degré à courbure infiniment petite) »⁶

Cette identification reste le point de départ de l'analyse de l'époque d'Engels, même épurée de considérations intuitives via les raisonnements aux limites (c'est Lagrange qui initia le remplacement des quantités infinitésimales, grandeurs bien obscures, par des quantités *finies* quoique indéterminées, rationalisation algébrique achevée, on l'a rappelé plus haut, lorsque la notion de passage à la limite a été précisée par Weierstrass, ce passage étant considéré comme un procédé utilisant seulement des valeurs *finies réelles*). De ce point de vue, quoique l'approche d'Engels ne soit pas mathématicienne, cette identification, dialectique selon lui, du droit et du courbe reste de mise :

¹ C'est la façon même dont Marx explique à Engels comment fonctionne le calcul différentiel, évoquant son origine dans le souhait de déterminer des tangentes quelconques à des courbes quelconques, dans un Appendice joint à une lettre à Engels de fin 1865 / début 1866. Engels, dans sa lettre à Marx du 18 août 1881, précise qu'il a enfin étudié ses travaux (jusqu'à en faire de mauvais rêves !). Nul doute qu'il ne s'en soit servi.

² La projection stéréographique à elle seule permet de relativiser cette opposition : à une droite du plan est associé un grand cercle de la sphère, et l'on peut passer de l'un à l'autre sans problème.

³ Engels 1883 p. 270.

⁴ Mais Fermat avait été le premier à utiliser explicitement cette identification : voir sur ce point Brunschvicg 1912 § 106 p. 177-9.

⁵ Hegel 1812a p. 273-4 ne disait pas autre chose.

⁶ Engels 1883 p. 271. Dans sa lettre à Engels de fin 1865 / début 1866, Marx procède également à cette identification, mais sans en faire explicitement un principe explicatif ou conceptuel : elle est de pratique courante et ne retient pas particulièrement son attention.

« Le rapport dialectique est déjà dans le calcul différentiel où dx est infiniment petit, mais cependant efficace et fait tout. »¹

c. Différentiation et intégration : négation et négation de la négation

De façon plus nette, et finalement plus simple que chez Hegel, le caractère dialectique apparaît également immanent aux opérations différentielles *indépendamment de leur expression géométrique*. La différentielle est un infinitésimal qui apparaît *comme* un zéro, mais qui en fait est un *néant déterminé*². La différentiation est l'opération par laquelle on *nie* un quantum déterminé x avec lequel on compte : différencier x et y (où y est fonction de x), c'est les nier : dx et dy sont les négations de x et y :

« $\frac{dy}{dx}$, le rapport des deux différentielles de x et y , est donc = $\frac{0}{0}$ posé comme expression

de $\frac{y}{x}$. Je ne mentionne qu'en passant le fait que ce rapport entre deux grandeurs disparues, l'instant de leur disparition promu à la fixité est une contradiction.»³

On continue alors à utiliser ces « quanta sursumés » comme s'ils étaient des grandeurs classiques, et

« arrivé à un certain point, *je nie la négation*, c'est-à-dire que j'intègre la formule différentielle, j'obtiens de nouveau à la place de dx et dy les grandeurs réelles x et y ; mais je ne me retrouve pas disons aussi peu avancé qu'au début : j'ai au contraire résolu le problème sur lequel la géométrie et l'algèbre ordinaires se seraient peut-être cassé les dents. »

Il n'en va pas autrement en histoire. »⁴

Par cette négation de la négation, que les deux opérations fondamentales du Calculus manifestent, on *trouve une solution* à laquelle on n'aurait pu aboutir par voie directe ou purement logique-tautologique, ce qui manifeste le rôle productif de la contradiction⁵ et l'effectivité d'un rapport dialectique de l'identité et de la différence sous la mathématisation. Engels aurait pu dire ici que *la négation de la négation est construction d'objet mathématique*.

Mais la citation ci-dessus a deux autres intérêts : d'une part il faudra comparer la façon dont Marx va concevoir ces deux opérations, à savoir « en gros, comme » dans la négation de la négation, c'est-à-dire avec une nuance instructive. D'autre part, est rappelée l'universalité des lois de la dialectique par la référence au processus historique.

2. Problèmes épistémologiques de la dialectique de la nature

1. Le positivisme

Si l'on doute de la double foi d'Engels en l'objectivité et en la nécessaire harmonie entre dialectique et science positive, l'une comme science des *connexions*, l'autre comme vaste recueil – mais fondamentalement seulement recueil – de données et de résultats tangibles, relisons deux courts passages. Le premier est la dernière phrase des liasses de la *Dialectique de la nature* consacrées au rapport entre science de la nature et philosophie, le second un court extrait du *Ludwig Feuerbach*.

¹ Engels 1883 p. 272 § 1.

² Engels 1883 p. 382.

³ Engels 1883 p. 166.

⁴ Engels 1883 p. 166.

⁵ Engels 1875 p. 165-71.

« Ce n'est que lorsque la science de la nature et de l'histoire aura assimilé la dialectique, que tout le bric-à-brac philosophique – à l'exception de la pure théorie de la pensée - deviendra superflu et se perdra dans la science positive. »¹

« Aujourd'hui, ... il s'agit d'interpréter les résultats de l'étude de la nature dialectiquement, c'est-à-dire dans le sens de l'enchaînement qui lui est propre, pour arriver à un système de la nature satisfaisant pour notre époque. »²

Le caractère tranché de ces citations a été trop souvent considéré comme l'expression de certitudes théoriques constatables ou simplistes : examinons d'abord ces éventuelles « certitudes », avant de voir si de telles formules n'ont pas, justement, servi d'alibi à un rejet massif plus épidermique qu'autre chose de toutes les pistes proposées par Engels.

Les problèmes épistémologiques et philosophiques propres à cette dialectique de la nature sont importants, car cet objectivisme qui prétend « découvrir » la dialectique dans la nature suppose explicitement, à première vue, la pleine positivité du savoir scientifique au niveau des données acquises, ce qui ramène au naturalisme évoqué plus haut. Si les systèmes théoriques encadrant ces données sont rejetés bien souvent pour cause de métaphysique, d'idéalisme, ou de matérialisme naïf, ces données mêmes sont prises telles quelles. Ce positivisme d'une vérité objective des données est directement impliqué par la thèse selon laquelle la pensée subjective est dialectique dans l'exacte mesure où elle est et doit rester le pur *reflet* idéal du réel. Aucune modélisation n'est donc à déconstruire dans ces données. Ainsi

« La nature est le banc d'essai de la dialectique et nous devons dire à l'honneur de la science moderne de la nature qu'elle a fourni pour ce banc d'essai une riche moisson de faits qui s'accroît tous les jours, en prouvant ainsi que dans la nature, les choses se passent, en dernière analyse, dialectiquement et non métaphysiquement. »³

De cette façon, la dialectique de la nature se présente elle-même comme neutre, scientifiquement objective. Mais on peut questionner cette reprise apparemment immédiate des données scientifiques : pourquoi ne pas les inclure dans le domaine global des productions intersubjectives de type superstructurel/idéologique déterminées par l'infrastructurel matériel ? Je vois deux raisons principales à cela, outre l'idée qu'il n'y a pas, dans le thème du « recueil » d'intervention problématique de la subjectivité :

(1) D'une part, la méthode expérimentale, les données recueillies par les séries d'observations, et les abstractions extrêmement contraintes des mathématiques, possèdent une rigueur qui est soit plus réelle, en tous cas plus apparente que tous les discours et systèmes théoriques de l'économie politique, de la philosophie ou de l'art, lesquels par cette différence nourrissent d'emblée un soupçon critique à l'égard de leur objectivité – quoique l'analyse mathématique qui a cours en économie peut faire de celle-ci une véritable analyse scientifique, celle qu'évidemment Marx a revendiquée et s'est efforcé d'instaurer dans le *Capital*.

(2) D'autre part, la familiarité que cultive Engels avec les sciences de la nature et les mathématiques est ordonnée à l'établissement d'une dialectique matérialiste de la nature qui doit constituer le *nouveau système* de la science théorique de la nature, et « *mettre en ordre* les découvertes purement empiriques qui s'accumulent en masse »⁴ et les découvertes scientifiques éparses. D'où l'idée que la dialectique soit science ou « *logique des connexions* »⁵ par opposition à la logique antérieure des contenus (substances ou choses). Une telle logique générale des connexions permet par exemple pour le domaine mathématique, d'analyser localement en lui des objets et concepts sur le mode de la *localisation analogique*

¹ Engels 1883 p. 211.

² Engels 1872 p. 65.

³ Engels 1875 p. 52.

⁴ Engels 1875, Préface de 1885 p. 41.

⁵ Engels 1883 p. 25, 69.

au schème général. L'analogie est justement un type de mise en relation dévoilant, au niveau méthodologique selon Engels, la connexion réelle entre des réalités ou phénomènes distincts. La méthodologie dialectique

« appréhende les choses et leurs reflets conceptuels essentiellement dans leur connexion, leur enchaînement, leur mouvement, leur naissance, et leur fin »¹.

De façon encore plus directe :

« c'est la dialectique qui est aujourd'hui la forme de pensée la plus importante pour la science de la nature, puisqu'elle est seule à offrir l'élément d'analogie et, par suite, la méthode d'explication pour les processus évolutifs qu'on rencontre dans la nature, pour les liaisons d'ensemble, pour les passages d'un domaine de recherche à un autre »².

(3) Ensuite, ce qui est tout de même frappant, du fait du manque d'explicitation sur cette analogie, c'est la confusion des exemples : elle suggère bien sûr l'idée d'un *mouvement des mouvements, c'est-à-dire d'une identité logique de toutes les dialectiques locales, celle des lois fondamentales de la dialectique* : ce qui, cette fois, a un ton hégélien, dans la mesure où le dégagement de cette identité logique implique la déconstruction d'arrière-mondes essentialistes comme de l'empirisme oscillant entre naïveté et scepticisme. Seulement, on voit, sur l'exemple des concepts mathématiques, un empirisme mal maîtrisé : Engels ne distingue pas entre les conditions sociales, psychologiques de formation des concepts – qu'un empirisme pourrait légitimement prétendre expliquer – et le processus de constitution *théorique* de ces concepts mathématiques. Ce qui correspondrait à la confusion entre la constitution d'un *concret-perçu* et celle d'un *concret-(de)-pensé(e)*³ et donc entre deux modalités d'abstraction : l'empirique, et la *conceptuelle*, qui consiste, au contraire, à s'élever de l'*abstrait* que peut constituer, par exemple, une représentation générale obtenue par abstraction empirique, au *concret* obtenu par dépassement de celui-ci. Autant Engels se dit hégélien, autant il s'en éloigne, et va plus loin que Marx dans le sens d'une philosophie *dialectique* explicite, même si, paradoxalement, c'est Marx qui semble se rapprocher bien plus, par sa méthode non empiriste consistant en l'élévation de l'abstrait au concret, de Hegel.

(4) Ce sont les théorisations qui ordonnent, organisent en un système de relations toutes ces données qu'Engels critique : rien d'étonnant dans cette perspective positiviste, bien en accord avec son temps d'ailleurs, donc à ce que ces données ne relèvent pas chez lui de l'idéologique. Ce sont les théories scientifiques, et non « la science », qui sont ciblées par l'idée consécutive, largement développée au 20^{ème}, de « lutte des classes dans la théorie » : cela ne doit pas pour autant inviter à prendre de haut les exemples qu'il analyse, car cette émergence de la science, celle du 17^{ème} et du 18^{ème} siècles en particulier, sur la base des pratiques humaines *externes* se poursuit par un développement *interne* qui aboutit au 19^{ème} à l'éclatement du cadre et du contenu métaphysique de cette science, dans et par l'avènement de la dialectique, comme science et essence des relations et lois objectives des phénomènes naturels. On a vu l'historique du calcul différentiel auquel procède Marx ne reprendre pas ce schème d'une détermination matérielle des théorisations scientifiques de façon explicite, mais par le fait signale leur relative autonomie : leur objectivité n'est pas vraiment remise en cause, mais il faut en montrer les soubassements dialectiques.

(5) Outre ces divers problèmes, l'imprécision conceptuelle sur le schème dialectique est très nette : comme le rappelle P. Raymond⁴, « la dialectique » et ses « lois » fonctionnent en partie comme une *fiction théorique* jouant plus le rôle d'une bannière contre le conservatisme

¹ Engels 1875 p. 52. Notons que la nouvelle analyse logique frégeo-russellienne, outre la formalisation, s'est présentée et développée, par rapport à la logique traditionnelle, d'une façon comparable : logique des relations formelles et non logique des contenus.

² Engels 1883 p. 50.

³ On revient sur cette distinction dans la sous-section suivante consacrée à Marx.

⁴ Raymond 1977, V.

et le fixisme, en véhiculant le thème d'une *fluence* bien plus héraclitéenne qu'hégélienne, l'interpénétration des contraires étant aussi peu déterminée que le passage de la quantité à la qualité. Ce faisant, certaines affirmations valent guère plus que des truismes indiquant qu'il y a des changements dans la nature inexplicables de façon purement mécanique. Une analyse précise des statuts respectifs de la négation et de la contradiction aurait aidé à préciser le mode opératoire de certaines dichotomies conceptuelles. Ainsi le couple nécessité/contingence semble désigner des contraires *réels* pour lui *alors que ce sont des constructions théoriques*. Et l'on retrouve ici, par un autre biais, le type de confusion/imprécision sur la nature de l'abstraction caractérisant en particulier les concepts mathématiques.

b. Nuances : rendons à Engels ce qui lui appartient

La théorie du mouvement est censée rendre compte des transformations de la matière, et plus largement constituer une science générale de la nature. Mais il y a une grande ambiguïté du travail d'Engels, due principalement à son *inachèvement* : et quoique *l'exposition non dialectique* mais dogmatique selon Sartre des lois générales de la dialectique semble impliquer clairement qu'elle pouvait être judicieusement « appliquée » à la nature, Engels pourtant prétendait au contraire que « dans la science théorique de la nature, les enchaînements ne doivent pas être introduits dans les faits par construction, mais découverts en partant d'eux, et que, une fois découverts, ils doivent être attestés par l'expérience, dans la mesure où c'est possible. »¹

En réalité c'est l'usage du 20^{ème} siècle de cette dialectique de la nature que Sartre condamne, et pourtant il déclame vivement contre Engels, sans assez prendre en compte le fait que la dialectique de la nature n'est pas chez lui un corpus doctrinal achevé. Et en effet, ce « glissement » de la nature à l'histoire n'est pas aussi clair et net que Sartre ne semble le dire² : la « dialectique de la nature » ne fut jamais un système doctrinaire au sens strict. Il fut élaboré et esquissé par fragments, sur un front polémique : contre l'idéalisme, le mécanisme et le matérialisme ancien qui régnaient alors dans les sciences de la nature³. Engels, informé des découvertes de son époque, eut soin de noter l'importance d'un certain nombre de nouvelles théories (les « trois grandes découvertes » du 19^{ème} que sont la théorie cellulaire, la théorie de la conservation de l'énergie et le darwinisme⁴) manifestant l'importance des notions de mouvement, de processus complexes de transformation de la matière : la réduction de ceux-ci aux mouvements de la pensée ou à un mécanisme causal pur et simple (matérialisme naïf), par la séparation arbitraire de la nature et de l'histoire, apparaissaient tout à fait aberrants. D'autre part, Engels souhaitait être en cohérence avec la dialectique matérialiste mise à jour par Marx. Ainsi, la dialectique de la nature et celle de l'histoire *devraient* former un tout concret et irréductible⁵.

Ce glissement « métaphysique » peut quand même être légitimement tenu pour réel, au regard de sa postérité philosophique et politique « évolutionniste » évidemment, mais aussi, il faut le répéter dans la conception du « reflet » de l'évolution universelle que serait la pensée via le cerveau⁶ : « Une représentation exacte de l'univers, de son évolution et de celle de l'humanité, ainsi que du reflet de cette évolution dans le cerveau des hommes, ne peut donc se faire que par voie dialectique, en tenant constamment compte des actions réciproques universelles du devenir et du finir, des changements progressifs et régressifs »⁷. Cela dit les analyses de A. Tosel⁸ en particulier montrent bien les caricatures qui ont été faites du travail d'Engels. Bon nombre des éléments qui suivent proviennent de son travail : l'expression de

¹ Engels 1883 « Ancienne préface à [« l'Anti-]Dühring »], « Sur la dialectique », p. 53.

² Cf. Sartre 1946, 1960 Introduction, et section suivante.

³ Cf. par exemple Engels 1872, I p. 33-4, Engels 1875, « Généralités ».

⁴ Engels 1872 p. 63-4.

⁵ Engels 1872 p. 37, §2, expose cela de façon explicite et déterminée.

⁶ Engels 1872 IV p. 60-1.

⁷ Engels 1875 p. 52.

⁸ Tosel 1995.

« banc d'essai » présente dans une des citations choisies se réfère au caractère inachevé, ébauché du système engelsien : la publication des matériaux fut posthume et date de 1935. Nul doute que les « idées directrices »¹ qu'il propose sont loin de faire pour lui d'emblée système : il explique en 1876 à Marx qu'il « trouve que le terrain [lui] est devenu plus familier »². Autrement dit il apprend et nourrit ses « idées » très progressivement : nul doute que les ambiguïtés de son travail soient liées, si l'on peut dire à un manque de « maturation », raison, peut-être, pour laquelle il ne publia pas ses ébauches.

En fait, ces « idées » dialectiques générales sur les sciences de la nature ont un double aspect : un aspect méthodologique et gnoséologique insistant sur l'importance de la dialectique, en particulier dans la mise à jour des métamorphoses de la quantité en qualité, du continu en discontinu, et réciproquement. L'autre aspect est ontologique : la réalité est une, et son unité est d'abord celle de la matière, et la complexité intrinsèque de celle-ci implique la méthode évoquée, récusant la réduction mécaniste du mouvement aux principes d'inertie et de composition des forces. Ce principe matérialiste se trouve de surcroît allié à une perspective encyclopédiste : mais celle-ci présente chez les Lumières et leurs héritiers, ne peut mener à un système de la nature conséquent à cause de la « naïveté » de leur mécanisme³ et de l'abstraction métaphysique de leurs concepts premiers, celui de matière au premier chef.

Ce nouveau « schème de l'univers » n'est-il alors qu'une nouvelle métaphysique ? Très certainement dans sa version canonisée : chez Engels, il est programmatique, et les formules parfois à l'emporte-pièce utilisées signalent, plutôt qu'une visée dogmatique, une visée au contraire critique à l'égard des conceptions qui règnent à son époque. Il faut toute une exégèse, de ce fait, pour distinguer ce qui relève du slogan ordonné à une lutte intellectuelle (la métaphysique et la décomposition de l'école hégélienne), et ce qui relève d'une nouvelle épistémologie dialectique des sciences dures (héritée de la méthode dialectique de Hegel). Ainsi, l'encyclopédie dialectique est très globalement reconduite dans sa forme et son ambition hégéliennes, mais à partir de réquisits matérialistes⁴ : ce qui suppose une thèse hégélienne sur la dialectique dans la nature dont on a rappelé plus haut l'absence littérale.

1. La physique comme science des formes du mouvement

Puisque la nature est soumise aux lois de la dialectique, et que c'est l'ensemble des *formes du mouvement*, entendu comme changement et devenir, et de *l'énergie*, qui sont les réalités les plus générales qu'il faut étudier en elle, la physique reçoit un rôle central dans l'élaboration du « schème de l'univers »⁵. La physique est la *science des formes du mouvement et de leurs conversions*⁶. Outre la négation de la négation avec le grain d'orge⁷, l'interpénétration des contraires quant à elle est perçue par exemple dans le fait que la répulsion de corps magnétiques de même signe est expliquée par l'attraction des courants électrique de signe opposé⁸. Quant à la conversion dialectique de la quantité en qualité, elle est encore régulièrement illustrée par Engels. D'un processus quantitativement continu, par exemple l'élévation de la température de l'eau, on aboutit, à un point « nodal » (Engels reprend le terme à Hegel) à un changement qualitatif d'état : l'eau bout et s'évapore⁹. Or on a vu dans la première section que cet exemple est celui d'un prototype naturel d'une abstraction mathématique : la physique dialectique ici se dote d'une expression mathématique différentielle dont on sait qu'elle-même est dialectique. Autrement dit, sur cet exemple,

¹ Lettre à Marx du 30 mai 1873.

² Lettre à Marx du 28 mai 1876. Voir également Engels 1875 Préface, p. 40, où Engels reconnaît et assume le fait que certains de ses exposés, concernant les mathématiques notamment, manquent de précision, mais qu'il a passé plusieurs années à apprendre.

³ Naïf au sens où il ne s'est pas élevé à la lecture *dialectique* des phénomènes matériels.

⁴ Toute la première partie de Engels 1872 est consacrée à distinguer ces deux aspects : cf. p. 22-3 en particulier. Cf. Tosel 1995 et Bitsakis 2001.

⁵ Engels 1875I, 4.

⁶ Cf. Engels 1875 I, en particulier ch. 2 à 6 et 14.

⁷ Engels 1875 p. 164-5.

⁸ Engels 1883 p. 299.

⁹ Engels 1875 p. 93, Engels 1883 p. 292.

sciences naturelles et mathématiques sont théorisées dans une même dialectique générale, déclinée de façons différenciée selon l'aspect considéré.

Les lois de la dialectique s'expriment aussi dans la complexité des atomes : leur propriétés assurent l'unité du discontinu et du continu dans la structure de la matière, l'unité matérielle de l'univers malgré la profusion de ses formes qualitativement différentes. L'incrédulité et indestructibilité de la matière, la conservation de la quantité sous le changement de forme de mouvement (par exemple la loi, issue de Lavoisier, de la conservation du poids des éléments au cours de réactions chimiques), la puissance spontanée d'évolution du simple au complexe, le thème de la dialectique de la causalité réciproque dans le mouvement et le travail des forces, tout cela est soulevé et interprété à la lumière de la dialectique¹. Encore une fois ses propos sont parsemés de ferments hégéliens : l'anti-newtonianisme reste très présent².

Toutes les perspectives adoptées, sans peut-être dire que la science ultérieure les a confirmées, ne semblent pas pour autant avoir été vraiment infirmées : elles ont été « aufgehoben ». ³Engels voyait surtout dans ces matériaux des éléments que les héritiers du « marxisme » initial réinvestiraient. *Matérialisme et empirio-criticisme* de Lénine, et tout près de nous, l'ouvrage collectif *Sciences et dialectiques de la nature*⁴ sont de telles reprises à nouveaux frais – et à bien distinguer de la « science prolétarienne » dont l'intérêt réside surtout dans l'étonnante légitimité qu'elle a acquise. Mais c'est également dans le domaine de la psychologie de la cognition, en particulier mathématique, qu'une telle reprise a par principe sa légitimité, domaine nullement étranger aux préoccupations d'Engels même.

2. Rudiments de psychologie dialectique

De façon générale, l'effort d'Engels concernant la conceptualisation des données scientifiques ne peut pas être plus décrit que celui de Hegel : les projets étant malgré tout analogues, il me semble étonnant et injuste que les matériaux qui le composent ne nourrissent pas autant de commentaires ou de tentatives de réappropriation que ceux de Hegel. Rappelons une orientation intéressante du dépassement matérialiste de la pensée hégélienne, *orientation absente chez Hegel, qui tire Engels vers les problématiques cognitives contemporaines*. Engels compare le mouvement et les transformations qualitatives de la pensée individuelle décrites par Hegel dans la *Phénoménologie de l'esprit* à la loi fondamentale de Haeckel selon laquelle, dans la perspective d'un monisme causal de l'évolution organique, l'ontogénèse n'est que la récapitulation sommaire de la phylogénèse : la phénoménologie se mue en embryologie, en dialectique des formes biologiques. Mais sans cette analogie, la distinction entre le mécanique et l'organique chez Hegel aurait suffi à Engels pour faire le rapprochement. L'intérêt pour ce dernier est que celui-là n'a pas perçu comme telle *l'évolution*, l'histoire « en spirale » des formes de vies naturelles : seul Darwin l'a explicitement thématifiée⁵. Ce qui montre d'ailleurs qu'il n'y a pas, comme chez Engels, une dialectique *dans* la nature comme telle pour Hegel, mais dans le discours qui en fournit les règles d'intelligibilité : par contraposition on dira que, comme l'idée de dialectique réfère à des processus, des transformations et développements, alors la nature aurait pu être conceptualisée dans l'évolution (au sens biologique) de ses formes. Mais ce n'est le cas chez Hegel : donc une telle « dialecticité » immanente au réel naturel ne relève pas de sa perspective.

¹ Cf. Engels 1875 Préface p. 42 pour le cadre général. On a vu que c'était un des objets essentiels de la philosophie hégélienne de la nature.

² Engels 1883 p. 286-90 sur le concept de force.

³ Engels 1875 p. 95, note de l'éditeur, où les principes de permanence, comme celui de la matière, sont dits intégrés et dépassés dans des principes plus généraux, avec Einstein et Langevin notamment.

⁴ Sève 1998. On traite cet ouvrage dans le troisième chapitre à venir.

⁵ D'où la collusion, parfois ambiguë par exemple en Engels 1883 p. 315, entre la dialectique et l'évolutionnisme *mécaniste*. Cf. sur ce thème : Engels 1872 p. 84, Engels 1883 p. 303 et suiv.

Ce qui importe ici, c'est la conjonction du thème du « reflet » dans le cerveau des lois de la nature, et l'ambition d'aller au-delà de l'image simpliste d'une simple reproduction en pensée du réel. Les axiomes mathématiques on l'a vu plus haut, sont pour lui le fait de « l'hérédité accumulée » au cours des sciences, et non de quelconques vérités intemporelles. Dans la méthode de l'axiomatique formelle le caractère conventionnel des axiomes est systématiquement encadré par leur pertinence et leur puissance de signification relativement à l'expérience humaine en général - en plus de leur utilité proprement démonstrative. On voit chez Engels une idée consonante, quoique cette « hérédité accumulée » semble alors plutôt être d'inspiration lamarckienne.

Plus largement, une des idées maîtresses de Piaget est que la logique et les mathématiques élémentaires, hors des perspectives opposées mais également inadaptées de l'innéisme et du strict apprentissage, sont des structures opératoires progressivement constituées chez le sujet épistémique individuel (à partir de l'assimilation du et de l'accommodation au monde extérieur). Cela invite à penser l'évolution des structures cognitives de l'individu en fonction de celles de l'espèce, et à réinscrire dans la transformation biologique et historique des formes de pensée, à l'instar des objets mathématiques dont l'origine est dans la nature pour Engels, l'ensemble de ces schèmes. L'analogie entre le biologique et le culturel-historique, notons-le, n'est qu'une *analogie*. Si ce sont les mêmes lois qui sont sous-jacentes aux processus de transformations des formes, ne peut pas pour autant être impliquée une seule et même méthodologie scientifique : la dialectique et la logique, comme méthodes subjectives d'analyse ou d'exposition, doivent donc faire l'objet d'une discipline scientifique particulière. Cette suggestion est plus pré-piagétienne¹ que néo-hégélienne. Bien sûr cette convergence conceptuelle n'est pas une filiation historique, même si Piaget est influencé par les pensées dialectiques de son temps².

La question que l'on se pose maintenant est la suivante : ce double programme strictement naturaliste et dialectique est-il la structure conceptuelle sous-jacente des analyses techniques de Marx, auquel à certains égards on va au contraire pouvoir attribuer une approche instrumentaliste et pré-formaliste des objets mathématiques ?

¹ Cf. Piaget 1967a §20. La référence à Piaget n'est bien sûr pas exclusive : on peut penser à Politzer, Wallon ou encore Vigotsky.

² Cf. Son bilan en Piaget 1967b.

II. Diversité du rapport de Marx aux mathématiques

On va voir dans cette section le rapport pluriel qu'entretient Marx aux mathématiques. On va commencer cet examen en rappelant le problème général qui affecte le dispositif marxien proprement dit, problème qui affecte également tout l'espace théorique marxiste du 20^{ème} siècle. Au sens large ce problème est celui du délicat statut du type de scientificité revendiquée par le matérialisme historique, et en particulier, celui du type de scientificité revendiquée et pratiquée dans le *Capital*. On se contentera comme on l'a déjà dit, de noter le problème de la continuité/rupture de Marx à l'égard de Hegel : ce n'est pas le lieu de s'y appesantir. Cette évocation n'aura ici pour fonction que de contextualiser plus en détail (c'est-à-dire un peu plus précisément que dans les *Remarques préliminaires* du début de ce chapitre II) le rapport de Marx aux mathématiques, et la place de la dialectique par rapport à elles.

La suite des réélaborations par Marx de sa critique de l'économie politique jusqu'au *Capital* montre à l'évidence un amoindrissement progressif de l'héritage hégélien : c'est évident dans la lettre, mais plus délicat en profondeur¹. Plusieurs lectures différentes² voire opposées, se sont disputé (et se disputent encore, en fait) l'interprétation de la méthode du *Capital*. Cette disparition progressive des sèmes dialectiques repris de la *Science de la Logique* est telle, cependant, qu'Althusser en a tiré la thèse³ connue de la *coupure* entre un jeune Marx pré-scientifique, et un Marx de la maturité ayant atteint avec le *Capital* le registre proprement scientifique (qu'une lecture structuraliste serait seule à même d'appréhender véritablement) détaché conceptuellement de l'humanisme et de l'historicisme de ses débuts.

Ces différentes lectures se sont notamment concentrées sur la *méthode* et le corrélatif *problème du commencement* du *Capital*. Le paragraphe 1 du Livre I a comme peu de textes suscité une telle exégèse. L'objectif de Marx dans ce Livre I est d'exposer la substance de la valeur d'échange, cœur de son analyse de la marchandise, et c'est cette caractérisation qui va orienter l'ensemble de son analyse du mode de production capitaliste et des rapports de production et d'échanges qui lui sont propres. Ce livre I expose en effet les structures fondamentales de ce mode de production qui vont constituer les supports d'intérêts contradictoires gouvernant les rapports entre les deux classes essentielles que sont la bourgeoisie et le prolétariat. Le livre II traite de la circulation du capital, le livre III de la marche générale du développement du capitalisme, et le quatrième et dernier, fournit lui des éléments théoriques complémentaires sur la plus-value.

Ainsi que Marx le disait lui-même, le problème du commencement concentre le problème général de la méthode qu'il faut suivre pour ces analyses. Dans la mesure où ces analyses doivent relever d'un registre *scientifique*, se pose alors la question des critères et modes de cette scientificité : la pluralité des lectures du paragraphe 1 du Livre I témoigne de l'absence de transparence de Marx lui-même sur cette question. Or, plutôt que de parler de « question » (sous-entendu *philosophique*), comme le dit Althusser⁴, il faudrait plutôt ici parler de « *problème* » (scientifique), dans la mesure où l'on fait face aux *conditions d'une connaissance objective*, c'est-à-dire aux *conditions de l'objectivité scientifique propre au matérialisme historique en tant que science de l'histoire* (i.e. des lois « *tendancielle* » du capitalisme et des *mécanismes essentiels sur lesquelles ces lois opèrent*).

L'opposition, au niveau de ces lectures du paragraphe 1 du Livre I, porte le plus souvent sur l'interprétation de la méthode qui consiste, pour Marx, à *s'élever de l'abstrait au concret*⁵,

¹ Cf. Bidet 1985 p. 135, 158.

² Bidet 1985, ch. VII, p. 119 et suiv.

³ Althusser 1965, « Sur le jeune Marx » p. 45-83, Althusser & Alii 1965.

⁴ Althusser 1968-1982 p. 20-1.

⁵ Cf. Bidet 1985 p. 164 et plus bas.

méthode exposée en 1857 dans l'Introduction à sa *Critique de l'économie politique*.¹ Cette méthode sonne de façon hégélienne au premier abord, dans la mesure où elle part de l'idée que le concret est concret parce qu'il est traversé de multiples déterminations, et que le point de départ du procès de connaissance est *abstrait* parce qu'*incomplet* relativement à son ambition de ressaisir la diversité de ces déterminations, c'est-à-dire ressaisir *le concret perçu en pensée*². Le schéma général de la Logique et de la Phénoménologie hégéliennes est celui-ci, et il est tentant d'interpréter la méthode marxiste dans les termes dialectiques de Hegel. Seulement on peut étudier cette élévation de l'abstrait au concret dans un sens non dialectique : c'est le sens des éléments que donne Althusser sur le processus de cette pratique théorique marxiste de constitution d'un concret-de-pensée dans *Pour Marx*³. Cette lecture non dialectique fait primer, au-delà de la structure logique apparente, un processus rhétorico-pédagogique de succession-rectification de concepts faisant progressivement passer de la non-science à la science, chaque nouveau concept étant simultanément un opérateur structurel d'ouverture de l'espace théorique antérieur et de stabilisation-structuration temporaire du nouvel espace institué – c'est la façon, dans ses grandes lignes, à la suite des éléments « structuralistes » donnés par Althusser, dont P. Macherey interprète ledit paragraphe 1 dans *Lire le Capital*⁴.

On reviendra sur le statut de cette méthode dans cette section, et surtout dans le troisième chapitre, à l'occasion des sous-sections sur Sartre et Althusser. Présentement on va professer une forme d'œcuménisme, dont on acceptera par principe les limites, sans chercher à les questionner et résoudre les problèmes qui leur sont afférents : ce n'est pas l'objet de ce travail. En suivant F. Ricci⁵, on distinguera quatre niveaux conceptuels dans ce paragraphe 1, articulés selon le principe de la continuité « dialectique » de la rectification progressive des concepts qui y sont mobilisés : les niveaux *formel*, *matérialiste*, *dialectique*, et *mathématique*. Le but est de comprendre que, si la mise en équation n'est en rien l'indice nécessaire d'un registre *mathématique* digne de ce nom, le moment de la *quantité* de ce §1 est gros d'enjeux épistémologiques sur le rapport marxien aux mathématiques. Ce sera le premier développement de cette section.

Le second portera sur l'usage (et le sens de cet usage) qu'opère Marx, relativement à la formalisation de la production de la plus-value relative. On en profitera pour établir quelques rapprochements, instructifs relatifs à la question des mathématiques, propres au champ économique. On verra alors que la « méthode s'élevant de l'abstrait au concret » justifie dans une certaine mesure, une *analogie* instructive : celle entre la *plus-value* et la *différentielle*, les deux également des *indices* de rapports et de processus réglés indûment hypostasiés en leurs champs respectifs, en *objets* ou entités autonomes. Le quatrième développement portera alors sur l'étude autonome du calcul différentiel à laquelle Marx a procédé.

1. Statut du « moment » mathématique du Capital I - §1 ?

a. Quatre niveaux conceptuels

Les quatre niveaux conceptuels que distingue Ricci dans ce paragraphe sont inégalement perceptibles (c'est en ce sens que cette distinction est une *lecture*). Le plan *formel* est immédiatement visible, il correspond à la position (selon le mode aristotélicien de classification en genres et espèces) d'universels et de particuliers se répondant comme opérateurs successifs de délimitation de l'analyse. La « richesse » est l'élément introduit en premier : elle est constituée comme l'universel *empirique*⁶ relativement à la valeur d'usage (la

¹ Marx 1857, Introduction p. 254-5.

² Sartre 1960, selon Sartre lui-même, est construit dans cette perspective.

³ Althusser 1965, « Sur la dialectique matérialiste » p. 161 et suiv.

⁴ Macherey 1965.

⁵ Ricci 1974.

⁶ Macherey 1965 p. 17.

marchandise dans sa première détermination¹⁾ qui en est ainsi le particulier. Seulement cette valeur d'usage est d'emblée instituée dans sa *matérialité générique*, comme particularisation de l'universel matériel qu'est la richesse. Autrement dit, la valeur d'usage est posée dans son *universalité matérielle* : en quoi selon Ricci est indiquée la thèse, solidaire de ce nouvel espace conceptuel, d'une *matérialité de l'universel*. C'est le plan *matérialiste* de l'analyse : toute valeur d'usage particulière est *immédiatement effective dans sa matérialité*, elle « incarne » certes l'abstraction de cette matérialité générique, mais n'en est pas présentée comme l'auto-réalisation, au contraire de ce qu'une lecture hégélienne inviterait à lire.

Cette immédiate effectivité conceptuellement posée de la valeur d'usage au plan matérialiste, qui précise une distinction formelle préalable, donne alors lieu à une variation *dialectique* : est opérée la genèse conceptuelle de la valeur d'échange au terme d'un processus d'abstraction à partir de la valeur d'usage. Ce plan dialectique est celui de la *dualité* de la marchandise, identité de l'identité (valeur d'usage) et de la différence (valeur d'échange) : mais l'antériorité *logique* de la valeur d'usage comme « forme naturelle » immédiate empêche de comprendre la marchandise en termes strictement hégéliens, puisque cela imposerait de penser ladite genèse de la valeur d'échange à partir de la valeur d'usage comme « *passage dialectique* » de la seconde en la première, c'est-à-dire *réalisation de soi de la valeur d'usage par la position en elle de la valeur d'échange*. Or rien n'est moins évident : ce plan dialectique est bien celui au sein duquel Marx fait intervenir le couple qualité/quantité, *quantité sous le signe de laquelle il introduit la valeur d'échange* – la chose considérée, puisqu'elle est toujours aussi valeur d'usage, reste qualitativement déterminée –, et c'est ce registre de la quantité qui institue le « niveau mathématique » de l'analyse.

Autrement dit, la valeur d'échange apparaît sur le fond d'une relation, d'une unité profonde entre quantité et qualité : comme l'explique A. Doz²⁾, les termes du problème sont essentiellement hégéliens, puisque la détermination de la valeur d'échange va se faire selon l'instrument de la *mesure*. Mais le passage de la qualité à la quantité n'est pas le pivot conceptuel essentiel de l'argumentation : *il n'est pas une problématique centrale, et l'hypostasier en ce sens, en faire une coupure/conversion ou un auto-dépassement de la qualité en quantité, c'est forcer le trait*. Le passage semble plutôt être un changement de point de vue rendant possible la détermination du *concept de valeur d'échange*, passage de la considération de la différence *avant tout qualitative* entre des valeurs d'usage, à la considération de leur différence *essentiellement qualitative* comme valeurs d'échange³⁾.

Le niveau mathématique de l'analyse intervient lorsque la *définition* est effectuée de « la » valeur d'échange comme rapport quantitatif, « proportion dans laquelle des valeurs d'usage d'espèce différente s'échangent l'une contre l'autre »⁴⁾, c'est-à-dire rapport entre des *x*, des *y* et des *z*, etc. L'égalité $x \text{ cirage} = y \text{ soie} = z \text{ or}$ suppose quelque chose de *mesurable qui soit commun aux trois valeurs d'échange* (prises comme objets individués) : par définition, ce quelque chose doit être *irréductible à la pure relation mathématique*. Or c'est là qu'intervient un exemple de géométrie élémentaire qui joue un rôle central dans l'économie de l'exposé : sa fonction est de faire jaillir ce « quelque chose » qui fonde la *relation d'échange sans s'y réduire*.

« Un exemple emprunté à la géométrie élémentaire va nous mettre cela sous les yeux. Pour mesurer et comparer les surfaces de toutes les figures rectilignes, on les décompose en triangles. On ramène le triangle lui-même à une expression tout à fait différente de son aspect visible : au demi-produit de sa base par sa hauteur. De même, les valeurs d'échange des marchandises doivent être ramenées à quelque chose qui leur est commun et dont elles représentent un plus ou un moins. »⁵⁾

¹⁾ Marx 1867 p. 51.

²⁾ Doz 1974.

³⁾ « Comme valeurs d'usage les marchandises sont avant tout de qualité différente ; comme valeurs d'échange, elles ne peuvent être que de différente quantité », Marx 1867 p. 53.

⁴⁾ Marx 1867 p. 52.

⁵⁾ Marx 1867 p. 53.

Cet exemple sert à montrer que si la particularité qualitative et la particularité quantitative d'une marchandise, respectivement comme valeur d'usage et comme valeur d'échange, ainsi que n'importe quel triangle, sont des *particularités réelles visibles*, elles n'en sont pas moins *expressives d'une universalité tout aussi réelle dont elles sont des particularisations*, universalité qui fait que *tout* triangle est un *triangle*. Suivant Ricardo, Marx montre alors qu'à partir de cette quantification relationnelle des valeurs d'échange, une détermination *qualitative* resurgit, qui devient l'instance d'explicitation du concept de valeur : ce qui est commun aux marchandises ne peut provenir de leur naturalité (puisque c'est seulement sous l'angle de l'usage que ceci est pris en compte). Ce qui leur est commun, c'est qu'elles sont du travail matériellement incorporé : le *travail* est alors posé comme *substance qualitative* de la valeur, la *durée* du travail étant alors la *mesure* de sa *quantité* (la détermination de la substance de la valeur précédant *logiquement* celle de sa grandeur). Je suis l'analyse de Ricci lorsqu'il affirme l'existence d'un niveau proprement mathématique dans l'analyse : ce niveau correspond en effet à *la position d'un critère de scientificité* pour la critique de l'économie politique, qui est incomparablement plus important que le simple fait technique de mettre une relation en équation. De fait ce passage au « niveau mathématique » rend possible les calculs, permet de savoir ce qui est réellement mesuré, un travail abstrait qualitativement dépouillé.

Les paragraphes suivant ce paragraphe 1 étudient donc les formes essentielles de la valeur, pour aboutir à l'analyse du *fétichisme de la marchandise*, processus de mystification consistant à faire relever de la substance de la valeur d'échange ce qui n'est qu'un *accident* : son appartenance à la sphère de la circulation. De la même façon, on verra que le *fétichisme de la différentielle mathématique*, déjà évoqué à propos d'Engels, dénote une inversion comparable qu'il faut également déconstruire : cette inversion consiste à voir en elle un *objet individué* (ou par principe *indivisible*), ce que sa forme symbolique et technique visible tend à faire penser, alors qu'elle n'est que le symbole d'un *procédé opératoire* qui en est la substance. Le fétichisme consiste à hypostasier en un objet ce qui n'est essentiellement qu'un *procédé*, c'est-à-dire une mise en rapport d'éléments distincts.

On peut d'ores et déjà noter que l'extension lukacsienne¹ de ce *fétichisme* de la marchandise au thème de la *réification de la raison* est l'élément clé de la condamnation largement réitérée, dans le champ marxien, des mathématiques comme paradigme d'une pensée réifiée. Et cette condamnation sonne comme une reprise de celle que Hegel exprime à l'égard de « l'absence-de-pensée du matériau et de la pensée mathématiques : pour Lukacs, comme pour Sartre dans la *Critique de la raison dialectique* d'ailleurs, la rationalité mathématique n'épuise pas les déterminations *dialectiques* de la praxis. L'appréhension théorique de ces déterminations sera seule la scientificité *réelle* puisqu'elle va être capable de passer de l'appréhension-mathématisation de rapports formels entre des entités supposées stables et sans changements qualitatifs, à leur réinscription comme moment dans le processus théorique de saisie des « rapports dialectiques »² qui les caractérise *logiquement et socio-historiquement*. Au sens large, en l'occurrence, ces « rapports dialectiques » sont ceux qui prennent place dans le jeu des quatre niveaux conceptuels que Ricci distingue. Ce thème de l'incarnation, par les mathématiques, de la réification de l'activité collective des praxis est central : pour l'instant, on ne s'y attarde pas, mais on y reviendra dans la section consacrée à l'œuvre sartrienne dans le troisième chapitre.

b. Fonction de l'exemple de géométrie élémentaire : exposer la substance de la valeur

Ce qu'il importe maintenant de saisir, c'est le sens de l'exemple de géométrie élémentaire utilisé par Marx. Il a pour fonction d'introduire la substance de la valeur est introduite : est-il seulement pédagogique ? On peut y voir plus que cela : d'une part parce que l'exemple du

¹ Lukacs 1923. Cf. Charbonnier 2004 sur cette question. Sartre 1960 défend une perspective différente, mais qui aboutit à une détermination comparable de la réification comme phénomène social corrélatif du mode de production capitaliste.

² Cf. Fleischmann 1974.

paragraphe suivant va de nouveau montrer l'importance *per se* du mathématique, d'autre part, parce qu'il est *indispensable* à la production du « concret-de-pensée » qu'est la détermination de la substance de la valeur. On peut certes comme A. Doz y voir un surinvestissement conceptuel d'un exemple mathématique trop simple¹ – à l'instar selon lui de Hegel, raison pour laquelle il affirme que cet exemple témoigne de la prégnance de la pensée de celui-ci chez Marx – mais c'est une façon d'évacuer le problème plutôt que de le prendre en charge :

« L'équation de la surface, comme celle de l'échange, est une idée, c'est-à-dire un "objet" d'une tout autre sorte : non un contenu de réalité, mais un contenu de pensée... une généralité III² ; on comprend alors que lorsqu'on dit que l'analyse ramène les objets réels à un troisième "objet", le terme objet soit utilisé dans un sens symbolique (mais non allégorique : le concept est bien une certaine sorte d'objet). De même que l'idée du cercle n'a ni centre ni circonférence, la surface du triangle n'est pas elle-même triangulaire ; de même aussi, la notion de valeur ne s'échange pas.

Ainsi on comprend que l'analyse de la relation qui rapporte entre eux les termes dans le cadre de l'échange renvoie elle-même à un troisième "objet" dont à la limite elle révèle l'absence : *ce troisième et nouvel objet, l'échange le cache plutôt qu'il ne le montre...* Sans la rigueur de l'exposé scientifique, qui seule parvient à produire du savoir, le *concept* de valeur n'aurait aucune signification : c'est-à-dire qu'il n'existerait pas.

L'exemple de la géométrie élémentaire a donc, malgré sa simplicité, ou peut-être à cause d'elle, une considérable importance : il définit la nature de la valeur, il lui confère sa *qualité essentielle* : celle de concept scientifique. »³

La scientificité d'un discours, de ce point de vue, tient à sa puissance de ne plus confondre concept et réalité : le niveau mathématique en est un opérateur essentiel, et cela, indépendamment de la formalisation quantitative que l'on peut techniquement opérer par son biais. Mais une telle *formalisation*, si elle est menée au sein d'un processus théorique de production de concrets-de-pensée peut aider en s'y ajoutant à cette opérativité discursive : l'exemple de la plus-value relative qui va suivre va le montrer clairement.

Mais il faut insister sur un élément qui reviendra plus tard : *la critique de l'empirisme*, qui ouvre à la complexité de la conception marxienne de c'est qu'est un procès de connaissance objective. La connaissance de va pas du concret à l'abstrait, mais de l'abstrait au concret, ainsi qu'Althusser le rappelle dans sa *Soutenance d'Amiens*⁴, et la connaissance ne travaille pas sur un objet *réel* ni ne le constitue (contre Hegel dit Althusser), mais sur un donné déjà abstrait, des représentations transitoires véhiculées par le réel, qui sont des déterminations plus ou moins incomplètes. En tant que catégories abstraites et transitoires, elles sont des formes médiées du réel empruntées d'idéologie (ainsi les catégories de l'économie politique classique), ou à tout le moins, de non-scientificité. Sortir de cette non-scientificité, pour Marx, c'est donc produire ce concret-de-pensée, instaurer une nouvelle scientificité qui est problématique en ce qu'elle n'est pas celle des sciences positives connues, et ne s'y substitue pas. Cette difficulté du discours scientifique marxien, qui est celle du matérialisme historique comme science plus généralement, reconduit selon moi, malgré les différences entre les discours et les différences dans l'expression de cette difficulté, celle du méta-discours spéculatif hégélien déjà évoquée.

On verra au début du chapitre suivant les éclaircissements particuliers que peut offrir, sur ce problème, la *pratique théorique dans la philosophie* qu'est l'*intervention* de Lénine. Ce qui, d'ores et déjà, augure de la diversité des problèmes que l'on aura à prendre en charge dans ce troisième chapitre.

¹ Doz 1974 p. 103.

² Althusser 1965, p.187-8. définit la généralité III comme la connaissance proprement scientifique produite (on dira des *catégories* ou *concepts*), dans le processus de la pratique théorique, à partir d'un travail sur des concepts généraux pré-scientifiques (on dira des *représentations*) appelées généralités I, c'est-à-dire un travail sur l'universel propre au savoir opérant par la médiation des réseaux historiquement constitués de concepts formant les *théories scientifiques* ou théories du scientifique telles ou telles, et qu'il appelle généralités II.

³ Macherey 1965 p. 36.

⁴ Elle date de 1975 : cf. Althusser 1998, p. 199-236.

2. La fonction conceptuelle du calcul différentiel

Le souci de penser l'accroissement des variables et les effets qui s'ensuivent est récurrent dans l'œuvre économique de Marx : que ce soit comme on le verra ensuite, dans l'analyse autonome du calcul différentiel, ou dans le cadre d'une analyse économique, une même perspective, un même principe de méthode sont visibles¹.

a. La mathématisation de la plus-value relative

La démonstration de la plus-value relative peut être considérée comme calquée sur celle du calcul différentiel². Soient les temps de travail, valeur et plus-value : si le temps est la variable x , la valeur la fonction $f(x)$, la plus-value est la dérivée $f'(x)$. Le passage de x à x_1 indique la prolongation de la journée de travail au-delà du temps nécessaire. Pour autant x et x_1 ne sont pas forcément des quantités déterminées, ce qui interdit d'écrire $x_1 = x + \Delta x$: en effet, bien que le propos scientifique de Marx soit notamment de quantifier le temps de surtravail offert au capitaliste, au premier abord, le problème fondamental qu'il affronte en premier, justement, c'est l'incapacité, du moins la grande difficulté de distinguer entre temps de travail socialement nécessaire et temps de surtravail source de plus-value.

En revanche, la dérivée correspondra à une quantité déterminée : on pourra donc l'écrire sans avoir à poser $\Delta x = x_1 - x$ ni $\Delta y = f(x_1) - f(x)$. L'avantage du calcul différentiel ainsi considéré, c'est de maintenir formellement le principe de conservation de la valeur et donc la loi de la valeur, tout en justifiant théoriquement le concept de plus-value comme un plus absolu (sans moins ni manque). Notons aussi l'emploi libre, amusant pour un admirateur de Leibniz, d'un vocabulaire newtonien, concernant la formation de la plus-value (et plus généralement du capital) :

« La valeur d'échange doit servir à créer davantage de valeur d'échange. La valeur doit croître, c'est-à-dire qu'elle ne doit pas seulement se conserver, mais procurer un *incrément*, une valeur Δ , une *plus-value*, de sorte que la valeur donnée – la somme d'argent donnée – se présente comme *fluens*, et l'incrément comme *fluxio* [le capital n'existe encore ici que comme une somme donnée de valeurs]. Cette somme de valeurs devient donc du capital parce que sa grandeur augmente, parce qu'elle se transforme en une grandeur variable et qu'elle est, dès l'abord, un flux qui doit engendrer une fluxion. »³

Autrement dit, la conversion de x , capital initial, en $x + \Delta x$ conservant la valeur « primitivement avancée » constitue la production de la plus-value : cette conversion, qui en soi peut exister hors du capitalisme⁴, est cependant son but propre et ne peut s'effectuer réellement que dans le cadre d'un système de la propriété privée des marchandises incluant en celles-ci la force de travail. Plus précisément, la détermination ci-dessus de la plus-value exige une distinction interne à la quantité, au capital considéré, entre ce qui reste constant et ce qui est variable. x quantité avancée initialement est constante, et doit être transformée en un grandeur possédant un élément variable : qu'est donc cet élément ? Comme une partie de x se transforme à nouveau en grandeur constante (capital constant en l'occurrence : moyens de travail, valeurs d'usage déterminées utilisées dans la production en particulier), on peut nommer cette partie c . Soit v l'autre partie variable : $x = c + v$. L'accroissement Δc de c ne peut qu'être égal à 0 (à cause de sa constance) : donc $\Delta x = \Delta(c + v) = \Delta c + \Delta v$ ce qui implique que $\Delta x = \Delta v$.

¹ Marx 1867 ch. XI p. 297.

² Marx 1879 ch. III, p. 404-7 tout particulièrement.

³ Marx 1879 p. 405.

⁴ C'est un des éléments qui explique la possibilité de la *subsumption formelle du travail au capital*, correspondant au moment où une activité économique non capitaliste mais produisant de la plus-value, est intégrée dans la structure d'un marché capitaliste en expansion : la *subsumption réelle* du travail au capital correspond elle à la totale détermination-subordination, dans ses caractères propres, d'une activité économique à ce marché, et non simplement à son intégration en extériorité dans la structure. Mais je m'éloigne du sujet...

« Ce qui apparaît à l'origine comme Δx est donc en réalité Δv . Le rapport de cet incrément de la valeur primitive x à la partie de x dont il est réellement l'incrément sera forcément $\frac{\Delta x}{v} = \frac{\Delta v}{v}$, qui en fait, est la formule du taux de plus-value. »¹

Le thème de « l'apparition » initiale réfère au caractère fétiche de la marchandise, dont on voit la déconstruction et la perspective de résolution *par la voie mathématique*. Dans un long exposé du second livre du *Capital*², présenté selon des formules mathématiques simples, sur le taux de profit et sur la plus-value, on lit la chose suivante : le capital est un rapport temporel qu'il entretient avec lui-même lors duquel il se distingue comme quantum initial et quantum augmenté d'une « valeur nouvelle créé par lui-même,

« Mais la façon dont cela se produit est enveloppée de mystères et semble provenir de propriétés cachées inhérentes au capital.

Plus on pénètre dans le processus de valorisation du capital, plus cette mystification des rapports capitalistes augmente et moins se révèle le secret de leur structure intime... Dans la mesure où le profit est supposé quantitativement égal à la plus-value, sa grandeur et celle du taux de profit sont déterminées par les rapports numériques simples donnés ou déterminables dans chaque cas particulier. L'analyse se poursuit donc d'abord sur un plan purement mathématique. »³

On comprend donc les raisons initiales qui ont pu pousser Marx à étudier le calcul différentiel en particulier : *il permet de formaliser un élément clé des mécanismes de production de la plus-value, mais surtout, reproduit dans ses méthodes le même enjeu*. Il faut dans tous les cas comprendre l'origine et le processus concret de la production de la valeur, avant d'en faire un paramètre fixe qui de ce fait devient « fétiche », objet réifié apatride et incompréhensible. On comprend encore mieux sur cet exemple pourquoi le refus de poser d'emblée l'obtention de la dérivée grâce à un accroissement quelconque est si important pour lui. On ne peut *penser* vraiment l'intervalle de temps sur lequel on calcule la vitesse instantanée d'un mobile avant qu'il n'y ait eu le mouvement correspondant : de telles erreurs dans la représentation du mouvement sont dues à une telle inversion du processus pense Marx – dans la ligne de la critique par Hegel de la négligence des dérivées n -ièmes par Newton lorsqu'elles ont un sens physique.

Dans le cas économique, comment peut-on penser la plus-value comme accroissement du capital avant son propre procès de production ? Plus exactement, comment penser la plus-value en tant que fonction résultant de l'ajout au temps de travail socialement nécessaire, d'un temps de surtravail, *avant même* que cette augmentation concrète ne se soit produite, c'est-à-dire du point de vue théorique, avant la détermination *logique* du procès lui-même ?⁴ C'est une inversion mystificatrice qui provient d'un usage non questionné des méthodes mathématiques par ailleurs efficaces. Bien sûr, si la plus-value n'était qu'un simple élément différentiel, il n'y aurait vraisemblablement pas beaucoup de profit : ce qu'il faut retenir ici, c'est qu'il ne faut pas chercher à penser la plus-value ni « avant » ni « après » le capital, mais bien montrer que le développement du capital *est production de plus-value*. La mathématisation révèle clairement comment s'opère le *processus* d'auto-valorisation du capital, et *que penser et quantifier la plus-value c'est exposer le mécanisme de sa production*,

On voit bien ici le sens et l'orientation critique de l'analyse du renversement de méthode dans le calcul différentiel, et plus profondément, un indice supplémentaire du caractère éminemment philosophique et complet de ses travaux d'économiste ; le ton reste celui d'un anti-empirisme naïf, et d'un anti-réalisme : ce qui apparaît comme une réalité individuée est le

¹ Marx 1879 p. 407.

² Marx 1875 p. 895-905.

³ Marx 1875 p. 897.

⁴ Certes ce n'est pas forcément en terme d'ajout que l'on peut exprimer les diverses formes du processus : augmenter la cadence de travail pour un même salaire est un autre mode de constitution de la plus-value. Mais l'idée essentielle reste la même : on ne peut pas penser le résultat d'un procès avant le procès lui-même.

résultat dynamique d'un procès qui est l'instance pratique et doit être le moment théorique fondamental.

b. Le sens des dérivées chez Marx et les marginalistes

Si l'histoire a bien retenu que le « socialisme scientifique » est une critique théorico-pratique globale très virulente de l'économie politique classique, on oublie parfois que certaines versions de la théorie marginaliste, contemporaines du *Capital* mais relativement mises de côté par rapport à celui-ci, se sont également présentées comme des subversions relatives du même classicisme économique, d'où leur appellation de « néo-classiques ». Et si, par le fait, les raisonnements « à la marge » sont aujourd'hui limités à une utilité théorique locale, il convient de mentionner, relativement à l'usage du calcul différentiel, les deux approches.

Utilisé déjà par Cournot dans les années 1850, puis très régulièrement avec Jevons, Marshall ou Walras, le calcul différentiel s'est introduit à l'époque de Marx dans les analyses économiques. Leur courant est dit marginaliste parce que ces théoriciens raisonnaient « à la marge », c'est-à-dire sur la prochaine unité produite, achetée ou consommée. L'initiateur de ce courant de pensée fut William Stanley Jevons (*Théorie de l'économie politique*, 1871), mais celui qui lui donna sa forme définitive fut, vingt ans plus tard, Alfred Marshall (*Principes d'économie politique*, 1890-1907). En 1871, Jevons utilise les notations leibniziennes, au détriment de celles de Newton, selon une préférence également présente chez Marx. Les notions de « degré d'utilité », de « degré final d'utilité » (la formule consacrée est celle d'« utilité marginale ») sont formalisées grâce au calcul différentiel. Prenons un exemple : on considère X comme étant un stock de 100 unités d'une marchandise, dont on possède le coût moyen C. Le *coût marginal* M sera le coût de l'unité supplémentaire produite, la 101^{ème}. Si ce coût marginal M est inférieur au coût moyen C de X, alors le coût moyen C' des X+1 (c'est-à-dire la moyenne de C et M) sera inférieur à C : il est donc profitable de produire la 101^{ème} unité, ce qui ne sera pas le cas si M est supérieur à C, parce qu'alors le coût moyen C' de X+1 a augmenté par rapport à C. L'unité discrète ajoutée dans cet exemple, doit simplement être prise comme une quantité *très petite*, voire *infinitement petite*. Faire varier de façon infinitésimale la quantité globale X (le nombre d'unités) implique une variation infinitésimale de la fonction de X qu'est son coût moyen. Soit f la fonction représentant le coût moyen de X, i la quantité infinitésimale ajoutée (la quantité marginale). La limite du quotient $\frac{f(X+i)-f(X)}{i}$ quand i tend vers 0, dérivée de f au point X, est alors calculée : ce quotient représente le « degré d'utilité », appelé ensuite par Marshall « degré marginal d'utilité ».

On voit que ce courant utilise la méthode différentielle pour mesurer les effets d'un accroissement faible d'une quantité globale (tel ou tel type de biens homogènes ou identiques produits) : en termes de coûts de production, le coût marginal a une incidence sur le coût moyen, et son obtention permet théoriquement de déterminer la quantité financièrement optimale de biens à produire : si le coût marginal est supérieur au coût moyen, alors le coût moyen de la quantité de biens à laquelle on ajoute la quantité supplémentaire augmente. D'où le lien entre cette approche et le thème ancré chez les marginalistes de l'acteur économique rationnel conduit par des stratégies d'optimalité, justifiant leur inscription dans la tradition des classiques. De même et à la même époque, Marx veut mesurer les effets sociaux, via l'appareil différentiel, des transformations de certaines variables économiques, même s'il n'arrive pas toujours à donner des expressions analytiques satisfaisantes, de la transformations de valeurs/variables particulières. De ce point de vue, Marx n'est pas, dans le principe, en retard sur son époque – si tant est qu'en économie on ait pu le suggérer. Pour autant toute idée de formalisation intégrale de l'économie lui est étrangère, on le sait : ce rejet fut accentué au point de devenir un interdit quasi religieux avec les dialecticiens soviétiques. Mais la mise sous forme de systèmes d'équations linéaires ou algébriques de passages du *Capital* n'a pas posé de problèmes particuliers (avec l'école de J. Malinvaud en particulier, et l'usage

systématique du calcul matriciel dans le marxisme « algébrique ») : on peut donc affirmer que l'actualisation de l'économie de Marx passera (comme elle passe déjà) par un travail et un renouvellement des outils mathématiques utilisés et par une analyse conceptuelle des présupposés de leur usage.

c. Transition vers les manuscrits mathématiques : l'analogie plus-value / différentielle

De façon générale il convient pour Marx de distinguer méthode d'investigation et méthode d'exposition. La première est une méthode de recherche concrète qui consiste à obtenir des matériaux factuels d'analyses guidées par des représentations préliminaires. On peut alors essayer de classer ces matériaux, de les faire relever de catégories d'analyse plus générales : dit autrement, il *semble* que l'on doive d'abord concrètement examiner le mode de vie, les besoins, les difficultés, les impasses des ouvriers particuliers avant de penser à et d'élaborer la catégorie de « classe ouvrière », entité qui pourrait être suspecte si elle n'était systématiquement réinscrite dans toutes les praxis concrètes qui ne peuvent pas ne pas la composer. Mais cette méthode est insuffisante, même en incluant cet effort de dévoilement des origines des catégories, et ne peut aider à fournir la théorie critique et scientifique attendue : reprenons ce texte classique :

« Il est apparemment de bonne méthode de commencer par le réel et le concret, la supposition véritable ; donc, dans l'économie, par la population qui est la base et le sujet de l'acte social de la production dans son ensemble. Toutefois, à y regarder de près, cette méthode est fautive. La population est une abstraction si je laisse de côté par exemple, les classes dont elles se composent. Ces classes sont à leur tour un mot vide de sens, si j'ignore les éléments sur lesquels elles reposent, par exemple le travail salarié, le capital, etc. Ceux-ci supposent l'échange, la division du travail, le prix. etc. Si donc je commençais par la population, je me ferais une représentation chaotique de l'ensemble, puis, par une détermination plus précise, en procédant par l'analyse, j'aboutirai à des concepts de plus en plus simples ; ce point atteint, il faudrait faire le voyage à rebours, et j'aboutirais de nouveau à la population. Cette fois, je n'aurais pas sous les yeux un amas chaotique, mais un tout riche en déterminations, et en rapports complexes. Historiquement, c'est le premier chemin suivi par l'économie naissante... Cette dernière méthode est manifestement la méthode scientifiquement exacte. Le concret est concret, parce qu'il est la synthèse de nombreuses déterminations, donc unité de la diversité. C'est pourquoi le concret [concret-pensé] apparaît dans la pensée comme le procès de la synthèse, comme résultat, et non comme point de départ, encore qu'il soit le véritable point de départ [en tant que concret-perçu]. Dans la première méthode, la représentation pleine est volatilisée en une détermination abstraite ; dans la seconde, les déterminations abstraites aboutissent à la reproduction du concret par la voie de la pensée... la méthode de s'élever de l'abstrait au concret n'est pour la pensée que la manière de s'approprier le concret [concret-perçu], de le reproduire en tant que concret pensé. Mais ce n'est nullement le procès de la genèse du concret [concret-perçu] lui-même. »¹

Autrement dit, le concret-perçu est le véritable point de départ : c'est l'ensemble des actions humaines, des rapports de forces matériels et politiques historiquement déterminés : il est évident que « ce » concret est indépendant du discours. La méthode consiste, comme on l'a rappelé en début de section, non pas à véritablement travailler directement sur ce réel, mais à travailler sur des catégories transitoires, des abstractions dont on sait qu'elles sont forgées par la pensée (les catégories de l'économie politique anglaise, de l'idéalisme allemand, etc.), mais dont on suppose évidemment qu'elles ont un corrélat réel, puisque toute catégorie théorique est une forme médiée d'existence, c'est-à-dire d'une pratique ou de structures réelles. Par décomposition des abstractions, ainsi cette « population », est mise en évidence leur sa complexité : sont ainsi mis à jour des « moments particuliers » (argent, valeur, etc.) que l'on « abstrait » au sens où on les fixe comme des catégories hors de leur présence à titre de moments dans un tout. Après avoir construit ces abstractions particulières, la *méthode d'exposition* consiste à les introduire les unes après les autres, en partant de la plus

¹ Marx 1857, Introduction p. 254-5 : je rajoute les crochets. La postface du *Capital* reprend les mêmes idées en utilisant les expressions « procédé d'exposition » et « procédé d'investigation », et réaffirme la dette à l'égard de Hegel.

fondamentale (valeur d'usage, valeur d'échange, etc.), à « complexifier » progressivement les abstractions déjà posées afin, et c'est le but, de reconstruire en un tout la diversité des déterminations qui fait que le concret est concret. Cette méthode on l'a rappelé est très hégélienne dans son principe, puisque l'abstrait n'est abstrait que parce qu'il est incomplet et appelle à sa complétude (à la position successive et réglée des catégories).

On voit ici opérer la dialectique d'un « retour de méthode » qui nourrit une analogie très intéressante avec les manuscrits mathématiques. L'idée est la suivante : si l'on prend la dérivée telle qu'on l'utilise comme un concret-perçu premier et par soi intelligible (comme la population), on ne comprend et ne maîtrise pas le sens de ce que l'on fait. Il faut au contraire prendre la méthode algébrique (analyse déterminant les concepts de plus en plus simples) qui décompose son procès de formation. Celui-ci effectué, et repris en pensée, on peut prendre son résultat (c'est le voyage à rebours) comme un concret-pensé analogue au concret-perçu initial, pensé dans tous ses moments intermédiaires qui ont chacun pour corrélats des actes ou procédés calculatoires effectifs. Alors et alors seulement on peut dire « soit la dérivée de », « soit h l'accroissement infinitésimal de la variable x », ou encore « soit la population de tel pays à tel moment », etc. Autrement dit, par le retour de méthode, le concret pensé auquel on s'est élevé par le biais de déterminations intermédiaires abstraites en première approche, devient un nouveau point de départ : la population dans cet exemple, dans le cas d'une analyse macro-économique, la dérivée sur le terrain de la méthode différentielle.

Dans le troisième chapitre de ce travail, cette méthode d'élévation « de l'abstrait au concret » sera de nouveau étudiée, en l'espèce à partir de sa reprise par Sartre et Althusser : on verra que ce qui les oppose, c'est essentiellement la place de la dialectique, et corrélativement le statut scientifique accordé (chez Althusser) *ou non* (chez Sartre), à cette méthode. C'est à ce moment là que l'on reviendra sur le problème du statut, des enjeux et significations épistémologiques du méta-discours dialectique. Pour l'instant, ce sont les analyses de Marx portant sur cette méthode différentielle qu'il faut regarder en détail.

3. Sur l'histoire du calcul différentiel

Les manuscrits de Marx (ainsi que les textes d'Engels) qui traitent du calcul différentiel portent sur des éléments conceptuels et techniques antérieurs, ou contemporains de Hegel. Dans tous les cas, malgré le saut de 1812 à 1881, date des manuscrits essentiels de Marx *Sur le concept de fonction dérivée* et *Sur la différentielle*, le premier élément à retenir c'est que la théorie de Lagrange en reste le point d'orgue. Concernant les mathématiques, les trois maîtres sont ainsi, dirais-je, des contemporains : à ceci près qu'avant 1870, moment à partir duquel Marx consacre la plus grande partie de son temps dévolu aux mathématiques, au calcul différentiel et ce de façon détachée des préoccupations économiques et politiques, son propos accentuait le lien entre mathématiques et économie, dans les questions d'applications de méthodes abstraites (calculs d'actualisation notamment). En effet, c'est afin d'approfondir ses recherches en économie¹ qu'il étudie dans les années 1850 l'histoire de la technique, l'agronomie, la géologie, etc., mais également les mathématiques : il s'est alors appesanti sur la possibilité de l'application des mathématiques en tant qu'instrument de l'élévation du caractère scientifique de l'économie politique, au-delà des calculs que les protagonistes de celle-ci, des théoriciens aux industriels et financiers, étaient capables d'effectuer. La conviction de Marx, c'est déjà l'immense applicabilité du calcul différentiel puisque, en tant que mathématiques des grandeurs variables, il est à même de modéliser les processus : si l'on se réfère à l'analyse qu'il partage avec Engels de la naissance du calcul différentiel suite à la stimulation *extérieure à la science* que représente la pression socio-économique naissante du 17^{ème} siècle, on peut dire que le calcul apparaît pour lui comme la *réponse au problème réel du mouvement*.

¹ Pour ces questions générales, voir Alcouffe 1985, I et II, Gerdes 1985 I-IV.

Marx travaille sur les concepts du calcul différentiel principalement dans les années 1870, alors que les travaux de Weierstrass, Dedekind, Cantor, sont encore peu diffusés en Angleterre. Les œuvres de Cauchy semblent lui être inconnues également. En fait, exceptés plusieurs manuels du milieu du siècle (en particulier celui de Boucharlat, de 1828, et 1838 pour sa traduction française) qui ont nourri l'évolution du calcul différentiel, la théorie majeure sur laquelle il s'arrête est celle de Lagrange.

Ses manuscrits, trente et une longues notes sur l'arithmétique, l'algèbre, l'analyse et la géométrie (et notamment la trigonométrie), dix-neuf études mathématiques indépendantes, et une série d'applications à l'économie politique (rente foncière, procès de circulation du capital, production de la plus-value, caractère cyclique des crises, etc.)¹, récupérés par les socio-démocrates allemands après la mort de Marx, ont commencé de susciter des discussions à partir de leur traduction russe en 1948, de la double re-publication sélective en allemand et russe en 1968. Indépendamment de ces rééditions partielles, ce n'est qu'en 1985 qu'A. Alcouffe propose une sélection de manuscrits traduits en français, édition à laquelle on se réfère ici. On peut à juste titre voir ses manuscrits, de ce point de vue, déjà périmés lorsqu'il les écrit. Mais on va voir, qu'au travers de ses études techniques, c'est son analyse conceptuelle qui doit retenir l'attention, en particulier la lecture dialectique d'une part des évolutions conceptuelles qui accompagne les innovations progressives du calcul différentiel, et d'autre part des raisons du caractère « mystérieux » des grandeurs ou objets utilisés alors, différentielles et infinitésimaux d'ordres variables. Et si l'on se souvient du caractère problématique de la notion de « grandeur variable », c'est-à-dire dont la valeur dépend de variables précises, on comprend pourquoi la notion de *fonction* l'a particulièrement intéressé.

On s'intéressera essentiellement à la double question suivante que se pose Marx dans les quinze dernières années de sa vie : la différentielle est-elle logiquement antérieure ou postérieure à la dérivée ? Cette différentielle est-elle une petite constante, tend-elle vers 0, ou est-elle égale à 0 ? Autrement dit, il s'interroge sur la *nature* et la *fonction* de cette différentielle, avec l'idée que si la théorie de Lagrange représente une phase supérieure de l'histoire du calcul différentiel, l'algébrisation qu'elle en propose ne rend pas raison de la spécificité du calcul, en tant que celui-ci porte sur des grandeurs *variables*, ce qui n'est pas le cas de l'algèbre.

a. Dialectique historique de la rationalisation

L'analyse de Marx² s'effectue donc à trois niveaux distincts articulés : procédés techniques de calcul (méthode différentielle ou méthode algébrique), fondements conceptuels des méthodes, et histoire de ces procédés et de ces concepts. Son projet précis est d'écrire une histoire du calcul en la centrant sur la dérivation du produit des fonctions (manuscrit *Sur la différentielle*³, qui approfondit l'analyse hégélienne, succincte sur ce point, de l'usage des différentielles). Choix structurel qui est lié à un choix plus conceptuel : montrer, contre Hegel

notamment pour qui le quotient $\frac{dy}{dx}$ est une totalité relationnelle insécable⁴, que ce coefficient différentiel est avant tout un *symbole complexe d'opérations à effectuer*, dont le statut dialectique éventuel est peut-être à chercher dans la méthode plus que dans « l'objet ».

C'est logiquement le statut et l'usage de la variation infinitésimale de la fonction qui sert de point d'appui à Marx pour évaluer la progression historique du calcul différentiel. La période inaugurale, avec Newton et Leibniz, est sa période « mystique » : les procédés d'introduction

¹ Gerdes 1985 p. 13 et suiv.

² Ibid. p. 176-217, où outre « La marche du développement historique », p. 193 et suiv., sont présentés des extraits d'analyses sur les théorèmes centraux (comme celui de Taylor) ou sur certaines méthodes (celle de D'Alembert en particulier), extraits complétant l'esquisse historique.

³ Fonctions de forme $f = uv$: Marx étudie alors ce qui se produit à partir de $f = (uv)' = u'v + uv'$. Cf. Alcouffe 1985 : *Sur la différentielle* p. 125, *Ebauches I à III* p. 143, et *Quelques compléments* p. 173-5.

⁴ Ibid. p. 133.

des symboles différentiels sont inexpliqués, et témoignent d'un arbitraire ou d'un tour de passe-passe qui s'apparente à une thèse métaphysique d'existence des infinitésimaux. D'emblée on pose $x_1 = x + \Delta x$ équivalent à $x_1 = x + dx$. Jusqu'à D'Alembert, aucune innovation conceptuelle ne vient changer cette façon de procéder, donc ne vient améliorer la *fondation* du calcul différentiel : le $dx = \Delta x$ est imposé d'emblée sans justification.

D'Alembert et Euler inaugurent la période « rationnelle » du calcul différentiel : quoique le point de départ reste le même, on pose d'emblée $x_1 = x + dx$ ou $x + \&$, la méthode est corrigée. En effet, le dx de l'expression ci-dessus n'est pas assimilé à une grandeur ou posé d'emblée : il est le *résultat* d'un développement. D'Alembert substitue à cette expression initiale $x_1 = x + dx$ l'expression $x_1 = x + \Delta x$ où Δx est un *accroissement indéterminé fini*, appelé alors h mais non posé comme une quantité déterminée ou actuellement infiniment petite comme le dx antérieur. En quelle façon la « substitution » de dx à h n'intervient-elle qu'en fin de développement ? Certes le changement n'affecte pas la forme initiale de la somme – et h existe indépendamment de x – ce qui relève encore du « mystique ». Mais chez D'Alembert les *différences* des fonctions (posées égales à 0) vont primer sur les accroissements (dont on considérait le rapport achevé), et à partir de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ on construit le quotient différentiel $\frac{dy}{dx}$.

Le principe de la méthode (que l'on va développer plus bas) est le suivant : il faut d'abord développer la différences des fonctions $f(x_1) - f(x)$ pour la « transformer en rapport de l'accroissement de la fonction à l'accroissement de la variable indépendante et qui joue un rôle réel et non pas nominal comme chez les mystiques »¹. La différence des fonctions $f(x+h) - f(x)$ est développée en série de Taylor (développement, rappelons-le, connu dès le tout début du 18^{ème} siècle), avec des puissances de h en coefficients, avec la formule générale

$$f(x+h) = \sum_{i=1}^n \frac{h^i}{i!} f^{(i)}(x) = f(x) + hf'(x) + \frac{h^2}{2} f''(x) + \dots + \frac{h^n}{n!} f^{(n)}(x)$$

L'exemple choisi par Marx² est $f(x) = x^3$:

$$f(x+h) - f(x) = x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 - x^3 = 3x^2h + 3xh^2 + h^3$$

Le membre de droite est réduit aux accroissements d'emblée : l'expression de l'accroissement apparaît implicitement (négativement) dans le membre de gauche sous forme de différence, à la place d'une expression directe de cet accroissement. Il suffit alors de diviser les deux membres par h :

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} = 3x^2 + 3xh + h^2$$

et le membre de gauche apparaît comme un *rapport dérivé de différences finies*, et non un rapport achevé d'accroissements. En posant enfin $h = 0$ par $x_1 = x$, au terme donc du développement et non d'emblée, on obtient $\frac{0}{0}$ ou $\frac{dy}{dx} = 3x^2$. Ce qui était souhaité. Autrement dit la dérivée est mise en évidence algébriquement, « déagée », « libérée » de et non développée de $f(x)$: $f'(x)$ est le premier membre de la série exprimant la différence des fonctions, délesté de son coefficient h .

¹ Alcouffe 1985 p. 196.

² Alcouffe 1985 sections IX et surtout XIII-XIV, consacrées spécialement à la comparaison entre les méthodes de D'Alembert et de Lagrange.

L'usage de cette série, dont le développement suppose le développement du binôme de Newton¹, n'atteint pas encore la levée complète et définitive du voile mystique. L'obtention de la dérivée passe par une multitude de phases variées : un « fatras inutile » selon Marx, dont, d'après lui, Lagrange nous débarrasse enfin, hissant alors le calcul différentiel dans sa période « purement algébrique ».

« D'Alembert avait simplement algébrisé $x + dx \dots x + h$ soit aussi $f(x + h)$ à partir de $y + dy$. Mais Lagrange ramena toute l'expression à un caractère purement algébrique en la considérant comme l'expression générale non développée qui fait face au développement en série qui en dérive. »²

L'œuvre déterminante de Lagrange³, pour Marx, est sa démonstration du théorème de Taylor, qui correspond à l'achèvement de l'élaboration du calcul différentiel⁴. De fait, le 19^{ème} siècle s'occupera de préciser les notions de fonction, de limite, et plus profondément encore, celle de continuité. Il reste que si Lagrange définit $\frac{dy}{dx}$ comme le coefficient de Δx obtenu par

le développement en série de Taylor, dans l'exemple choisi, de $(x + \Delta x)^3$ ⁵, ou l'on a bien $3x^2$,

sans présupposer que ce $\frac{dy}{dx}$ existe avant la différentiation, et assure ainsi la libération

envisagée à l'égard des infinitésimaux différentiels, cela soulève cependant un problème. Lagrange n'a pas prouvé que toute fonction était exprimable en série de Taylor – et pour cause, on sait que cela ne vaut que pour les fonctions analytiques (c'est même leur *définition*).

Comment être sûr que la somme, possiblement infinie, $f(x) + p(x)\Delta x + q(x)(\Delta x)^2 + r(x)(\Delta x)^3 + \dots$ existe réellement ? Prouver que la somme existe requiert le concept de limite, c'est-à-dire justement ce que Lagrange voulait éviter : un concept non algébrique. D'où le fait que concrètement, Lagrange ait continué *de fait* d'utiliser les méthodes antérieures qu'il critiquait du point de vue des fondements de la méthode. C'est, pour Marx, l'indice de la limite de l'entreprise de Lagrange : il n'a pas appréhendé la spécificité du calcul différentiel, calcul substituant des grandeurs variables à des grandeurs constantes, inassimilable pour cette raison de principe par l'algèbre puisque cette différence indique *un saut qualitatif entre les deux*.

b. Le théorème de Taylor

Dans la ligne de cette étude historique, Marx s'est appesanti sur les théorèmes de Taylor et de MacLaurin : deux courts textes (*Compléments* XI et XII) précisent, sans rappeler la valorisation et la défense systématiques de la théorie de Lagrange et son effort pour démontrer le théorème de Taylor, certaines « défaillances » de ce dernier. C'est principalement le saut, fait accompli mais ni démontré, ni justifié que le théorème de Taylor impose hors de l'algèbre traditionnelle dans « l'algèbre des variables » qui pose problème : la fonction $y = f(x + h)$, incluant par son développement tous les degrés, ceux de chacun des membres de la série, n'est elle-même d'aucun degré et reste de forme générale non développée. Voilà la raison pour laquelle ce théorème couronne l'édifice newtonien plus qu'il ne permet de le dépasser⁶.

En second lieu, il n'est valable que pour une classe non exhaustive de fonctions : les analytiques. De ce fait, « ce théorème n'est que le théorème du binôme, traduit dans le langage

¹ Cf. Alcouffe 1985 p. 210 et le développement consacré à cette question à partir de Hegel.

² Alcouffe 1985 p. 199.

³ Cf. Raymond & Alii 1977. Mais toute une partie de l'œuvre de Lagrange est discernable chez D'Alembert qui, on l'a vu, distingue clairement entre la différence et la différentielle.

⁴ Alcouffe 1985, *Compléments* X et XI p. 209-17, lettre à Engels du 22 novembre 1882.

⁵ Δx remplace h , et est une notation plus adéquate, car elle montre la dépendance de cet incrément à l'égard de x .

⁶ Alcouffe 1985 p. 216 sur cette défaillance.

différentiel, avec des exposants entiers et positifs »¹. Le théorème de MacLaurin lui est présenté comme cas particulier de celui de Taylor (effectivement c'est le théorème prix avec $x=0$ ou $\Delta x = 0$), et malgré ces nuances,

« Les deux théorèmes sont de grandioses généralisations dans lesquelles les symboles différentiels, eux-mêmes, apparaissent dans le contenu de l'équation... On obtient ainsi deux formules qui sont applicables à toutes les fonctions particulières x ou $x+h$, à quelques restrictions près... Un simple coup d'œil montre qu'ici, historiquement comme théoriquement, on suppose qu'existe et est connue ce que l'on peut appeler l'*arithmétique du calcul différentiel*, c'est-à-dire le développement de ses opérations fondamentales. »²

Marx regrette que Lagrange n'examine pas ce théorème du binôme, sous-jacent à celui de Taylor, se « contentant » de ramener à un point de départ le plus simple possible, et insiste sur le fait que la « défaillance » (*failure*) la plus importante, après la première évoquée ci-dessus, celle du manque de généralité du théorème, est dû au fait que l'équation de départ³

$$f(x + \Delta x) = f(x) + p(x)\Delta x + q(x)(\Delta x)^2 + r(x)(\Delta x)^3 + \dots^4$$

n'est pas démontrée en tant que telle dans sa généralité, et ses hypothèses non examinées la rendent inapplicables à certaines fonctions de x ⁵.

Aujourd'hui ce théorème de Taylor continue de consister le préliminaire à la présentation axiomatique-pédagogique du calcul infinitésimal, quoiqu'il ne puisse pas servir de fondement : depuis le 18^{ème}, il a intéressé par son statut bien des mathématiciens. Il n'est donc pas étonnant que Marx se soit penché sur son cas. En résumé, selon Marx, même si Lagrange sait qu'il n'a démontré ce théorème que pour la classe des fonctions usuelles, et si Marx évoque ses « défaillances », il n'empêche que la question des fondements immédiats du calcul différentiel était réglée par la méthode algébrique. Les leçons de cette tripartition seront tirées dans la section suivante, et profiteront de l'analyse, qui suit immédiatement, du rôle des opérations différentielles en économie.

4. La différentielle et les méthodes de différentiation : la méthode de Marx

L'opération différentielle n'est pas une procédure simpliste qui égalise 0 à 0 : mais est-ce pour autant une « négation de négation » comme c'est explicitement dit chez Engels ? Au début de son manuscrit de 1881, *Sur le concept de fonction dérivée*, on lit la chose suivante :

« Introduire dans un premier temps la différenciation et dans un deuxième temps la faire à nouveau disparaître ne mène ainsi littéralement à *rien*. Toute la difficulté pour comprendre l'opération différentielle (en gros [*whatever*], comme dans la *négation de la négation*) consiste précisément à voir *comment* elle se distingue de cette procédure simple et conduit de la sorte à des résultats effectifs. »⁶

¹ Ibid. p. 215.

² Alcouffe 1985 p. 210.

³ Cf. Desanti 1975 p. 48-53, tout particulièrement la longue note consacrée à ce théorème.

⁴ Alcouffe 1985 utilise la notation $f(x+h)=f(x)+Ah+Bh^2+Ch^3+\dots$

⁵ Pour qu'il soit applicable, la fonction doit être de classe C^∞ , c'est-à-dire « indéfiniment » différentiable et de dérivée continue sur un intervalle ouvert de \mathbb{R} et développable en série de Taylor au voisinage de tout point de l'intervalle. Mais comme les séries entières ne suffisent pas - c'est la « failure » en question - pour représenter des fonctions suffisamment générales, on utilise des séries de polynômes : Weierstrass, à partir de 1886 démontre la possibilité d'une telle représentation. Cf. ce qu'on a dit de ce théorème d'approximation dans le chapitre sur Hegel, et le chapitre à venir sur Lautman.

⁶ Alcouffe-Marx 1985 p.115.

Le programme est tracé, avec la nuance du « comme » qui peut signifier que l'analyse mathématique va primer sur et orienter la systématisation conceptuelle, contrairement à ce qu'Engels propose.

Dans le manuscrit de 1881, Marx analyse d'abord pour une certaine classe de fonctions (d'abord $y = ax$, puis $y = ax^m$), le processus « réel » de recherche des fonctions génératrices et des différentielles : processus réel, effectif, c'est-à-dire algorithme de calcul. Il étudie alors les lois de ces processus calculatoires de *dérivation*, et note que ces processus mènent à l'établissement de *symboles* particuliers indiquant et condensant le « stratagème du fonctionnement » considéré, et cela, selon une différenciation qu'il appelle « algébrique », faisant fond sur la *Théorie élémentaire des fonctions analytiques* de Lagrange. Le processus en question apparaît donc premier et « réel », contrairement à la définition *symbolique*, dérivée et abstraite, qui n'a qu'un rôle *opérateur*, « symbole de procès à mettre en œuvre », « d'opérations de différenciation à effectuer »¹.

Ainsi, après avoir a) étudié les lois de procédés de calculs, il convient b) d'étudier les règles de maniement des nouveaux symboles, afin que soit légitimé la réduction des premiers aux seconds. Enfin, c) il reste à effectuer le calcul sur ces nouveaux symboles, selon une méthode à préciser. Ce qui importe ici, c'est le caractère dialectique du « retour de méthodes »² : de a) à c) on cherche à comprendre le processus de « production » de la dérivation, à comprendre comment un nouveau symbole est rendu opératoire par la prescription à son endroit d'un « stratagème ». De c) à a), on s'efforce au contraire de réinscrire le symbole dans son origine, c'est-à-dire de retrouver le/régresser au processus *réel* correspondant³ : retrouver l'équivalent réel du symbolique est d'ailleurs la façon principale, historiquement avérée, de formuler la tâche du calculus⁴.

Pourquoi Marx appelle-t-il la phase b) « algébrique » ? Simplement parce qu'en elle aucun symbole différentiel ou infinitésimal n'intervient : c'était effectivement le but de Lagrange, comme on l'a rappelé plus haut. Il souhaite donc étudier les processus de dérivation des fonctions analytiques du point de vue de leur *réalisabilité effective*, attitude comparable à celle de la première moitié du 20^{ème} siècle, ou un des grands efforts de l'analyse fut la théorie, issue en partie des avancées de la logique mathématique, de la *calculabilité*, théorie des conditions sous lesquelles une fonction sera déterminée comme effectivement calculable *en un nombre fini d'étapes* (par un algorithme adéquat).

Ces processus dépendent des fonctions considérées, et ce terme de *fonction* prend au moins deux sens : a) fonction « venant de x » (« originelle », ou *en x* , pure expression de x ; b) fonction « allant vers y », ou *de x* , assurant la dépendance de y à l'égard de x . Le problème est alors d'analyser les manières de *représenter* - et de *se représenter* théoriquement - le changement de variables, et d'explicitier la dialectique dynamisant ce changement. Et c'est ici que la *production*, institution d'une fonction dérivée à partir d'une fonction primitive, et l'*utilisation* d'une fonction dérivée sont radicalement distingués : ce qui intéresse d'abord Marx, c'est la *production* en question.

a. Le cas $y = f(x)$

Voyons en détail la méthode que Marx propose. Son objectif est d'effectuer une fondation dialectique du calcul différentiel : on va voir que l'innovation, si innovation il y a, est surtout *conceptuelle*, c'est-à-dire dans l'approche qu'il propose du statut de la différentielle et de la dérivée.

¹ *Ibid.* p. 119-20, p. 130 pour les citations. Le coefficient différentiel n'est plus totalité insécable, nombre qualitativement subverti, mais symbole. Dans les deux cas, il me semble que le rapprochement fait avec l'analyse non-standard ne fonctionne que de loin. Celle-ci considère les infinitésimaux comme des quanta réels, *authentiques* : ni quanta sursumés, ni simples symboles opératoires.

² Alcouffe-Marx 1985 p. 127 et p. 134-6.

³ *Ibid.* p. 126, *Compléments, Deuxième ébauche*, p. 159 en particulier.

⁴ *Ibid.* p. 130-1.

La limite des approches pré-lagrangiennes consiste à partir avec $x_0 + \Delta x$, ce qu'il convient au contraire de ne pas faire pour Marx : il faut au contraire *laisser réellement varier* x_0 vers x_1 . Reprenons l'exemple $y = x^3$: quand la variable indépendante x croît ou décroît de x_0 vers x_1 , la variable dépendante y varie conséquemment de y_0 vers y_1 . Marx factorise alors le numérateur du quotient de différences finies $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} = \frac{x_1^3 - x_0^3}{x_1 - x_0}$: on obtient

$$x_1^3 - x_0^3 = (x_1 - x_0)(x_1^2 + x_1x_0 + x_0^2).$$

On voit alors que : $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{(x_1 - x_0)(x_1^2 + x_1x_0 + x_0^2)}{x_1 - x_0}$. Dès lors on a $\frac{\Delta y}{\Delta x} = (x_1^2 + x_1x_0 + x_0^2)$. Il

faut considérer en les distinguant les processus qui se produisent dans les membres de gauche et de droite.

A droite : Marx appelle l'expression de droite la *dérivée provisoire*. La question qui se pose alors est la suivante : que se passe-t-il quand x_1 « retourne » vers x_0 ? En posant $x_1 = x_0$, la dérivée provisoire $x_1^2 + x_1x_0 + x_0^2$ est transformée en $x_0^2 + x_0^2 + x_0^2$, ce qui donne tout simplement $3x_0^2$. Marx nomme $3x_0^2$ la *dérivée définitive*, abrégée en $f'(x_0)$. La dérivée définitive est donc la dérivée provisoire réduite à sa « valeur absolument minimale ».

A gauche : dès lors que x_1 a rejoint x_0 , on a $x_1 - x_0 = 0$, ce qui implique que $\Delta x = 0$. $\Delta y = y_1 - y_0 = x_1^3 - x_0^3$, de ce fait est aussi égal à 0. Donc $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ est transformé en $\frac{0}{0}$. On

substitue à ce moment-là $\frac{dy}{dx}$ à $\frac{0}{0}$, qui symbolise les différences finies Δy et Δx comme annulées-dépassées, mais *seulement dans le membre de gauche* : $\frac{dy}{dx}$ est l'expression symbolique, et rien de plus, du procès qui a déjà dévoilé son contenu propre dans le membre de droit de l'équation.

Marx peut alors poser le résultat final : $\frac{dy}{dx} = 3x_0^2$, et par généralisation, $\frac{dy}{dx} = 3x^2$, qui est la dérivée définitive de la fonction $f(x) = x^3$. Autrement dit, la dérivée définitive apparaît pour la première fois comme telle seulement à la fin du processus par lequel x_1 a rejoint x_0 , c'est-à-dire comme le *résultat* du processus de différentiation ne présupposant aucune quantité infiniment petite, mais un processus préservé dans sa spécificité différentielle (non algébriquement réduit).

Cette méthode, qui allie le procédé algébrique fondamental tout en maintenant la dimension opératoire de l'approche différentielle, reflète le mouvement réel de variation de la variable. On voit ici la même inspiration que celle qui inspire son approche de la quantification de la plus-value : avant de penser la plus-value comme une quantité « en soi », il faut montrer qu'elle est intégralement pensable dans le processus de développement du capital. C'est en ce sens là que les méthodes antérieures du calcul différentiel, si elles sont formellement correctes, sont conceptuellement dans l'erreur, et c'est cette importante nuance qui constitue l'apport de l'analyse de Marx dans sa spécificité. $\frac{dy}{dx}$, ainsi, n'est que l'expression symbolique d'un procédé opératoire de différentiation *algébrique et réel*, c'est-à-dire ne faisant usage d'aucun élément différentiel, et réalisé qui a donné lieu à l'institution d'une dérivée « définitive »

Prenons maintenant un peu de recul. Dès le cas d'une unique variable dépendante y à l'égard de x , étudié dans le manuscrit *Sur la différentielle* et les trois ébauches et compléments

qui l'accompagne, Marx récuse l'idée que la production d'une dérivée de $f(x)$ s'effectue avant tout par un *accroissement* de la valeur de la variable x : il veut trouver $f'(x)$ uniquement à partir de $f(x)$. Le « passage » de x_0 à x_1 laisse les deux valeurs de la variable indéterminées. Or il n'est pas question de dire que $x_1 = x_0 + \Delta x$, car cette égalité serait la somme de la valeur initiale et de son accroissement Δx . En effet, du point de vue de la genèse – de l'objet x_1 , il faut *d'abord* penser le passage de x_0 à x_1 , avant de pouvoir penser leur différence ($|x_1 - x_0| = \Delta x$). Autrement dit, l'*accroissement* quantitatif, expression *positive* de la différence, est le *résultat* et non l'origine du changement de valeurs, lequel, ne permet d'abord que de penser la différence *comme différence*, c'est-à-dire selon son expression *négative*.¹

Il convient donc de penser le passage de x_0 à x_1 , ensuite d'exprimer l'obtention de $f'(x)$ à partir de $f(x)$ à partir du changement de $f(x_0)$ en $f(x_1)$. Les différences $|x_1 - x_0|$ et $|f(x_1) - f(x_0)|$ ne sont des quantités qui n'ont conceptuellement droit de cité qu'en dernière étape. La définition de la dérivée correspond donc d'abord à la création d'une « différence finie » $|x_1 - x_0|$ non égale à 0, puis dans le *dépassement* de cette différence Δx et du quotient obtenu de $f(x_1) - f(x_0) = \Delta y$ par Δx . Le procès de différenciation est donc un procès *réel* de formation d'une « dérivée provisoire », le quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ selon deux phases. L'*annulation* des membres du quotient $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ est alors considérée² (chaque différence est posée égale à 0 ; ce que d'une autre façon on considère comme sa valeur limite). La variation de la variable est procès : son résultat est donc le *produit* du procès : par *réduction* (x_1 est « réduite à sa valeur minimale » ainsi $x_1 - x_0 = 0$), $\frac{0}{0}$ (expression mystique) permet³ de construire

$$(1) \quad \frac{dy}{dx} = f'(x) \quad \text{et par suite} \quad dy = f'(x)dx.$$

L'usage de l'infiniment petit actuel n'est donc pas récusé (par $x_1 - x_0 = 0$). Cette annulation-réduction, qui pour Marx est une *négation de négation*, ressemble certes à l'obtention de la valeur *limite* du quotient : mais comme la différence reste *finie*, on n'introduit pas d'objet suspect, c'est-à-dire « sans aucune fable d'un rapprochement infini » expressif d'un infini plus potentiel et indéterminable.⁴ Cette méthode prônée par Marx, héritée de Lagrange, permet d'avoir dans (1) un membre de droite sans aucun symbole différentiel. L'essentiel, et c'est ce qui est le plus propre à Marx, le plus original, c'est d'oser écrire « résolument et sans détours »⁵ $\frac{dy}{dx} = \frac{0}{0}$ (comme le faisait Euler).

Plus généralement, il ne faut surtout pas confondre – ce qu'on fait les inventeurs du calcul – la différence Δx avec la différentielle⁶ dx : c'est mot pour mot la critique que Hegel adresse à Newton, lequel, selon un artifice ingénieux et pratique, prend la différentielle d'une fonction xy pour équivalente à son incrément $(x + dx)(y + dy)$, égalisation justifiée par la

¹ Cf. *Ibid.* p. 188-9. On sait que ce souci de penser l'accroissement des variables et les effets qui s'ensuivent est récurrent dans son œuvre économique : ainsi, bien que l'analyse proprement mathématique soit plutôt autonome chez Marx, elle révèle une même perspective, un même principe de méthode.

² *Ibid.* p. 117.

³ Voir le résumé de cette méthode algébrique en *Ibid.* p. 187-8.

⁴ Cf. *Ibid.* p.137 : « Δx peut décroître de façon infinie, quoiqu'il s'agisse d'une différence finie, Δx peut s'*approcher* de 0, autant qu'on le veut, devenir ainsi infiniment petit, par conséquent il en va de même pour Δy qui dépend de Δx ... il vient que dy ne désigne pas réellement le rapport extravagant $\frac{0}{0}$, mais au contraire représente la tenue d'apparat de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ». Voir aussi p. 118.

⁵ Lettre de Engels à Marx du 18 août 1881. Cf. Alcouffe 1985 p. 214.

⁶ *Ibid.* p. 137 § 1.

négligeabilité *de facto* de leur différence¹, mais qui implique une incorrection algébrique et géométrique².

Autrement dit, l'innovation, si l'on peut dire, de Marx³, consiste en le procédé tiré de l'idée de cette annulation (*Aufhebung*) du quotient des différences : comme le résume très justement Engels,

« Ce procédé aurait dû soulever le plus grand intérêt, étant donné, en particulier, qu'il démontre clairement que la méthode habituelle, qui néglige dx , dy etc., est *positivement fausse*. Et la beauté toute particulière de la chose, c'est que ce soit seulement lorsque $\frac{dy}{dx} = 0$ et *seulement alors*, que l'opération est mathématiquement absolument juste. »⁴

Le procès algébrique-symbolique peut alors s'ensuivre : la question était donc d'examiner précisément la façon dont change la variable, afin de distinguer et d'enchaîner la formation du quotient des différences, et l'acte de dérivation lui-même⁵ : considérant l'équation $\frac{dy}{dx} = f'(x)$, il écrit

« C'est précisément au cours du procès de différenciation que $f(x)$ doit parcourir en $f'(x)$ que son double $\frac{0}{0}$ ou $\frac{dy}{dx}$ apparaît comme l'équivalent symbolique dans le membre de gauche faisant face au coefficient différentiel réel. D'un autre côté $\frac{0}{0}$ ou $\frac{dy}{dx}$ a trouvé, ainsi, son équivalent réel. »⁶

En résumant le propos⁷ :

(a) on effectue, selon la méthode lagrangienne, le processus de différenciation algébrique, qui aboutit à une dérivée sans expression différentielle, et dont l'équivalent symbolique différentiel va pouvoir de nouveau servir de point d'appui.

(b) on peut alors utiliser la méthode différentielle, en se plaçant au « point de vue de la somme » selon son expression, c'est-à-dire en posant $|x_1 - x_0| = h = \Delta x$, la différence est une somme implicite ($x_1 = x_0 + h$, c'est-à-dire une somme), et là, *après la première phase seulement*, h peut être considéré comme *accroissement*. Et l'on retrouve alors le mode de représentation classique, utilisé par Engels : avec $|x_1 - x_0| = h = \Delta x$ on pose $f(x_1) = f(x_0 + \Delta x)$.⁸

(c) Marx propose comme substitut au concept de limite celui d'« expression absolument minimale » : ce concept introduit par Newton⁹ est pour lui une « hypothèse métaphysique et non mathématique ». On voit rétrospectivement ici qu'Engels ne s'intéresse qu'à l'aspect

¹ La différentielle première d'une fonction réelle continûment dérivable donne effectivement une bonne approximation de son accroissement pour de petits incréments des variables.

² Cf. Hegel 1812 p. 267-8 et chapitre précédent. On rappelle que la différentielle de xy est $xdy + ydx$, l'incrément de xy est $(x+dx)(y+dy) - xy = xy + ydx + xdy + dxdy - xy$. Ce qui donne, quand on pose l'égalité : $xdy + ydx = ydx + xdy + dxdy$. L'égalisation entre cet incrément et la différence fait immédiatement apparaître $dxdy$ en surplus dans le second membre représentant l'incrément.

³ Alcouffe 1985 *Ebauche VII*, p. 181-7.

⁴ Lettre à Marx du 18 août 1881.

⁵ Aujourd'hui encore on définit, pour une fonction f de variable réelle, dérivable en x , sa dérivée comme la limite de ce quotient : voir plus haut la figure et le court exposé adjoint. Le problème, alors, est celui du concept de limite, encore confus, auquel, sans développer le point, Marx propose comme substitut celui d'« expression absolument minimale ». Cf. *Ibid.* p. 171 et *Complément XII* p. 219.

⁶ *Ibid.* p. 126.

⁷ *Ibid.*, p. 129-30.

⁸ Et l'on établit alors la valeur-limite du rapport $\frac{f(a+dx)-f(a)}{dx}$ des différentielles (on reprend ici la notation utilisée dans le chapitre sur Engels).

⁹ Cf. *Ibid.* p. 171 et *Complément XII* p. 219-22, qui synthétise les multiples remarques des manuscrits.

instrumental de la différentiation, non à ses conditions méthodologiques de possibilité, qu'il ne considère qu'après la sollicitation de Marx. La condamnation du concept impliquée par cette perspective « néo-lagrangienne » tient au fait qu'il révèle l'usage d'un mauvais infini, par le biais du « rapprochement » de la variable vers 0, comme on l'a précisé plus haut. Les rapports d'équivalence entre les membres d'une équation, par exemple dans $\frac{0}{0}$ (ou $\frac{dy}{dx} = f'(x)$) sont à privilégier systématiquement au détriment de la limite de quotients (comme $\frac{f(x+dx) - f(x)}{dx}$). Pour autant, il ne recule pas dans leur usage à des fins de clarté d'exposition, comme on l'a vu concernant les relations entre le droit et le courbe chez Engels. Ainsi,

« Le concept de valeur limite est, ainsi, trompeur et induit constamment en erreur. Dans les équations différentielles [*i.e.* pour Marx, les formules générales du calcul différentiel présentées sous forme d'égalités], il est utilisé en tant que moyen pour se préparer à poser $x_1 - x = 0$ ou $h = 0$ et pour rapprocher ceci de sa représentation : – un enfantillage qui a son origine dans les premières méthodes du calcul mystiques et mystificatrices.

Lors de l'application des équations différentielles aux courbes etc. elle sert effectivement à rendre les choses plus claires géométriquement. »¹

Cette phrase est particulièrement claire : elle résume les éléments clé de son analyse, et c'est pour cela qu'elle conclut le Complément XII portant sur les multiplicités des acceptions des termes « limites » et « valeur-limite ».

Une remarque essentielle s'impose ici : la détermination marxienne de la dérivée (ce que suggère L. Schwarz dans la citation donnée plus haut) est affectée d'une importante limite. Elle ne peut être totalement valide puisqu'elle exige que la division de $f(x_1) - f(x_0)$ par $x_1 - x_0$ soit possible, ce qui n'est pas toujours le cas.

b. Le cas $y = f(x) = uz$

La dérivée dy est $udz + zdu$: elle s'obtient en exprimant en première instance $\frac{dy}{dx} = u \frac{dz}{dx} + z \frac{du}{dx}$, qu'en seconde instance on multiplie de façon homogène par dx . Dans l'expression complète de la dérivée, u et z dépendent de x : contrairement au cas $y = f(x)$, des symboles différentiels *apparaissent dans le membre droit de l'équation*. Ils sont les « équivalents symboliques de fonctions de variables dérivées qui ont [à] accomplir des procès de différentiation *déterminés* »² : u et z . Les symboles différentiels, ainsi, initialement résultats de procès de différentiation – c'est-à-dire indicateurs d'une *généalogie opératoire* – peuvent, « à l'inverse », devenir des symboles de procès à venir :

« Le fin mot de cette histoire, c'est que nous obtenons grâce à la différentiation elle-même, *les coefficients différentiels sous leur forme symboliques en tant que résultat*, en tant que valeur [de $\frac{dy}{dx}$ dans] l'équation différentielle. »

« Ce rôle, dans lequel ils indiquent les opérations à effectuer et servent par là de points de départ, est leur rôle spécifique dans le calcul différentiel qui se déploie déjà sur son propre terrain, mais il est certain que ce changement, ce renversement des rôles, n'a été pris en considération par aucun mathématicien... Lagrange, au contraire, prend comme point de départ la dérivation algébrique des fonctions réelles des variables indépendantes et... fait des symboles différentiels des expressions purement symboliques des fonctions déjà dérivées. »³

¹ Alcouffe 1985 p. 222.

² *Ibid.* p. 152.

³ *Ibid.* p. 153-4.

Où l'on comprend pourquoi Marx parle d'un « retour » ou « renversement » de méthodes. Notons que ces coefficients différentiels symboliques, afin de donner un résultat positif, exigent que l'équation d'une courbe déterminée, par exemple une parabole, soit donnée, afin que des questions particulières soient traitées, comme la détermination de la tangente à cette parabole en un point¹.

Bilan

De même qu'avant que Feuerbach, puis Engels et lui-même, n'affirment que la vérité de la dialectique hégélienne était le matérialisme dialectique et sonnent le glas de l'idéalisme, il fallait que ce dernier fut poussé pleinement à ses extrémités et ses contradictions : ce qui a été réalisé avec Kant, Fichte, Schelling et enfin Hegel². Autrement dit, la compréhension de l'histoire du calcul différentiel est analogue à celle des phases de la pensée en général : la régression aux fondements exigeait l'extension de la pratique fructueuse et efficace des techniques, ainsi que l'affirmait Hegel.

Il y a donc une interdépendance génétique et conceptuelle entre (1) la méthode strictement différentielle, spontanée et première, et (2) la méthode algébrique, abstraite et postérieure, nécessitée par le besoin de fonder rigoureusement la première. L'ordre *historique* qui a mené de (1) à (2) n'est pas l'ordre *logique* de fondation qui va de (2) à (1). Du « retour » de la méthode algébrique à la méthode différentielle, le quotient différentiel voit son interprétation changer : il devient un symbole opératoire, un *nouveau point de départ* bien pensé. Autrement dit, la dérivée réelle $f'(x)$ est d'abord *produite* algébriquement, dont l'expression $\frac{dy}{dx}$ n'est

qu'un simple symbole opératoire qui devient le point de départ de la première méthode du calcul différentiel, faisant partie de ces « grandeurs mathématiques qui n'appartiennent qu'à lui et qui le caractérisent »³.

De même que la philosophie arrive toujours après les problèmes qu'elle conceptualise, la théorie du Calculus vient après sa pratique. La production historico-génétique n'est pas la démonstration logico-structurale : d'où l'importance de la différence de point de vue dans l'analyse des procédés de dérivation. Comprendre comment on *produit* la dérivée n'est pas comprendre comment on l'utilise, et encore moins comment on la justifie : et de fait, l'axiomatique de l'analyse aujourd'hui encore ne s'intéresse pas à cette production. Le principe dialectique selon lequel l'élaboration de nouveaux concepts provient de l'explicitation fondamentale des concepts existant, selon lequel l'avancée génétique est solidaire d'une régression aux structures fondamentales est clairement exprimé⁴ : « Les rapports réels et par conséquent les plus simples entre le nouveau et l'ancien sont toujours découverts seulement à partir du moment où ce nouveau lui-même s'est décanté et l'on peut dire que le calcul différentiel atteint ce stade grâce aux théorèmes de Taylor et de MacLaurin. Il fallut donc attendre jusqu'à Lagrange pour que le calcul différentiel soit ramené à des bases strictement algébriques »⁵.

Cela montre que Marx, dans ses travaux sur le calcul différentiel comme ailleurs, s'efforce d'articuler l'ambition d'une *fondation* des techniques et celle d'une compréhension de leur *procès*⁶ *effectif* : le « retour de méthodes », les perspectives inverses et complémentaires du passage du processus réel au symbole opératoire, et de la régression de celui-ci à celui-là, visent dans la littéralité technique des manuscrits, à illustrer cette compréhension dialectique de la construction théorique et pratique des savoirs rationnels. Le statut de la *dialectique* de/dans les mathématiques chez Marx se trouve donc éclairé. Si ce qui frappe dans les

¹ Exemple présenté en *Ibid.* p 149, et dans la lettre à Engels de fin 1865 / début 1866.

² Engels 1872 p. 17.

³ Alcouffe 1985 p. 130.

⁴ La conception de l'histoire chez Cavaillès est très proche de celle-ci.

⁵ Alcouffe 1985 p. 212.

⁶ Si le terme de « procès » n'est pas toujours présent littéralement chez Marx, le concept est évidemment central chez lui.

manuscrits marxien, c'est la quasi-absence de références implicites à la problématique de la dialectique de la nature, et sans qu'il soit possible de dire si les perspectives d'Engels en sont pleinement la structure conceptuelle sous-jacente ou non, il reste que c'est bien une compréhension dialectique qui irrigue ses études techniques, signant l'empreinte de Hegel autant qu'un effort pour prolonger de façon critique ses études, à l'instar du *Capital*, ainsi qu'une consonance non démentie (dans la correspondance notamment) avec les thèses d'Engels. L'interpénétration des contraires, nette chez ce dernier, se manifeste aussi chez Marx : « La méthode algébrique se transforme aussi *d'elle-même* dans la méthode différentielle, son opposée »¹. Quant à la *Aufhebung*, c'est le terme qu'il utilise² pour caractériser « l'annulation-réduction » des membres du quotient $\frac{dy}{dx}$ permettant d'obtenir la dérivée.

Ainsi, Marx, comme Fourier ou Bolzano et sans les connaître, affirme la nécessité de dissocier le calcul de sa représentation géométrique (Engels au contraire n'est pas clair sur ce point), et poursuit l'esprit et l'entreprise de démythification de calcul même si c'est sans savoir qu'à son époque le problème est à peu près réglé, ce qui montre sa saisie des enjeux du moment. Mais le fait de faire des dy et dx des *variables*, dy dépendant de dx , c'est-à-dire de considérer l'infiniment petit comme une variable opératoirement déterminée, ce qui était l'idée de Cauchy (qu'il ne nomme pas), d'une part, et d'autre part, l'idée que $\frac{dy}{dx}$ soit un *symbole opératoire*, quasiment une *marque* (signe) désignant une suite d'opérations réglée à effectuer, outre qu'elle reprend l'idée « instrumentaliste » leibnizienne selon laquelle les infinitésimaux sont des fictions utiles, préfigure le formalisme qui dominera à partir du début du 20^{ème} siècle les conceptions des signes mathématiques. Ce sont les signes (ou symboles) eux-mêmes qui prennent le premier plan, élaborés et interprétés dans et par une axiomatisation formelle-conventionnelle, laquelle fixe par des définitions implicites ce que sont les opérations et les objets légitimes (ceux qui satisfont les axiomes). Kolmogorov, fondateur de l'axiomatique de la théorie des probabilités, dit en 1954 la chose suivante :

« D'une manière particulièrement détaillée, Marx a analysé la question du contenu du concept de différentielle. Il a proposé le concept de la différentielle comme "symbole opératoire", anticipant une idée qui ne refit surface qu'au 20^{ème} siècle. »³

Conceptuellement parlant, Marx re-découvre certaines thèses, sans savoir qu'il les redécouvre (mais il est plausible qu'elles aient « filtré » de façon plus ou moins nette dans les manuels, fussent-ils périmés, qu'il utilise), et offre une perspective anti-réaliste consonante avec celles du 20^{ème} siècle. Malgré les oppositions globales classiques entre Hegel et ses héritiers, des affinités locales extrêmement fortes se manifestent dans leur appréhension des mathématiques : outre que Marx et Hegel s'accordent sur la place de la théorie de Lagrange et évaluent à l'identique l'histoire du calcul infinitésimal, au niveau de la régression progressive à ses fondements par-delà son efficacité calculatoire, l'idée que la conceptualisation des mathématiques exige leur intégration dans un système dialectique global (insistant de façon centrale sur la négation de négation œuvrant implicitement dans les procès mathématiques), sont présentes chez Hegel et Engels, le second reconnaissant que la forme de cette intégration, conceptuelle est reprise au premier. La thèse d'Engels selon laquelle les mathématiques, dans leur(s) abstraction(s), sont dérivés d'une appréhension primitive du réel, ne trouve cependant pas d'échos explicites chez Marx, et signale un décalage important avec Hegel. Mais outre cette dimension épistémologique, les lectures que les trois penseurs proposent de l'histoire du calcul infinitésimal sont très proches : guidées par le prisme téléologique de l'avènement d'une rationalité opératoire et non infinitiste, elles sont particulièrement « récurrentes » au sens bachelardien du terme, mais les catégories mobilisées ne sont pas explicitées comme telles :

¹ Alcouffe 1985 p. 130. Je souligne.

² Ibid. p. 146.

³ Cité en Gerdes 1985 p. 75, je traduis de l'anglais.

autrement dit, il n'y a pas d'analyse épistémologique portant spécifiquement sur l'histoire des sciences¹.

Quant à Marx et Engels, on pourrait presque dire qu'ils se sont *de facto* partagé le travail, puisqu'ils ne se sont jamais opposés à leurs thèses respectives : pour l'un le système général dans lequel intégrer la mathématique, pour l'autre les études techniques des méthodes du continent encore majeur de cette mathématique au 19^{ème} siècle. Néanmoins, comme on l'a vu, dans la lettre Engels est plus dialecticien que Marx, mais défenseur d'une dialectique en fait assez éloignée de celle de Hegel, vers lequel Marx, au contraire, tendrait à se rapprocher en profondeur par sa méthode d'élévation de l'abstrait au concret et sa déconstruction-reconstitution du sens de la différentielle.

¹ C'est compréhensible pour Hegel, mais les deux autres auraient pu commencer ce travail d'explicitation, dans la mesure où Comte l'avait déjà suggéré.

III. AVATARS ET RENOUVEAUX MARXIENS AU 20^{EME} SIECLE : VERS LES MATHEMATIQUES COMME « SCIENCE EXPERIMENTALE »

« ... nos matérialistes ont construit sans bonne foi un concept glissant et contradictoire de "matière". Tantôt c'est l'abstraction la plus pauvre et tantôt la totalité concrète la plus riche, selon leurs besoins. Ils sautent de l'une à l'autre et masquent l'une par l'autre. Et quand enfin on les traque et qu'ils ne peuvent plus s'évader, ils déclarent que le matérialisme est une méthode, une direction d'esprit ; si vous les poussiez un peu, ils diraient que c'est un style de vie. Ils n'auraient pas tellement tort et j'en ferais volontiers, pour ma part, une des formes de l'esprit de sérieux et de la fuite devant soi-même. Mais si le matérialisme est une attitude humaine, avec tout ce qu'elle comporte de subjectif, de contradictoire, et de sentimental, qu'on ne vienne pas nous le donner comme une philosophie rigoureuse, comme la doctrine de l'objectivité. J'ai vu des conversions au matérialisme, on y entre comme en religion ; je le définirais volontiers comme la subjectivité de ceux qui ont honte de leur subjectivité. C'est aussi, bien sûr, la mauvaise humeur de ceux qui souffrent dans leur corps et qui connaissent la réalité de la faim, des maladies, du travail manuel et de tout ce qui peut miner un homme. En un mot, une doctrine de premier mouvement. Or le premier mouvement est parfaitement légitime, surtout lorsqu'il exprime la réaction spontanée d'un opprimé à sa situation – mais ce n'est pas pour cela le bon mouvement. Il contient toujours une vérité mais il la dépasse. Affirmer contre l'idéalisme la réalité écrasante du monde matériel, ce n'est pas nécessairement être matérialiste »¹

Sartre, Matérialisme et révolution, 1949

On s'intéresse dans ce chapitre aux développements que le champ marxien a consacré à partir des années 1930, à l'épistémologie et l'histoire des sciences, et en particulier celles des mathématiques. La première chose à noter, c'est que les travaux *précis* et *spécifiques* sur les mathématiques sont plutôt minoritaires². La seconde, c'est que lorsque de telles études eurent lieu, malgré la diversité certaine des orientations générales de ceux qui les ont effectuées, essentiellement H. Lefebvre et le cercle althussérien vingt ans plus tard, un dialogue a été établi avec les épistémologues de l'école rationaliste et dialectique non-marxienne, essentiellement avec Bachelard et Cavailles, comme la première grande section de ce chapitre va le montrer.

On rappelle en effet, en premier lieu, le contexte commun animant les deux courants de pensée, après en avoir explicité les lignes de forces respectives. C'est le front de l'anti-positivisme, et la prise en compte des révolutions scientifiques du début du siècle, articulés selon la problématique générale initiée par Hegel, qui est le premier élément commun. De ce fait, des redites se produiront inévitablement dans le quatrième chapitre de ce travail qui est spécifiquement consacré à cette école non-marxienne. Ici le but est de rappeler les

¹ Sartre 1949 p. 99.

² Contrairement à la physique, à la biologie, et bien sûr, aux sciences humaines (anthropologie, sociologie, psychologie, linguistique essentiellement).

interférences théoriques et historiques que ces deux courants ont vécues, avec l'objectif de cerner toute la complexité spécifiquement française des tentatives de poursuite et de « rénovation » du matérialisme dialectique. On expose ensuite, dans la seconde section, les données essentielles de « l'épistémologie stalinienne » des années 1948-1956 et le lien de ce dogmatisme théorique politiquement surdéterminé avec l'anti-positivisme *critique* d'où il provient paradoxalement.

L'utilité de ce rappel sera sensible dans la deuxième grande section, lorsque l'on abordera les analyses sartriennes de la *Critique de la raison dialectique*, puis les travaux de l'école althussérienne, puisqu'on verra alors les leçons qui auront été tirées concrètement de ce douloureux épisode. Mais auparavant, on aura d'une part montré (sous-section 3 de la section 1) que l'entreprise, esseulée et avortée, d'H. Lefebvre, avait déjà cerné sous l'angle de la relation entre logique formelle, logique dialectique, et pensée d'une méthodologie unitaire des sciences, certaines des exigences que cette école althussérienne reprendra à sa charge. D'autre part, on se sera appesanti (sous-section 4 de la section 1) sur l'intérêt de deux récentes contributions, instruites de ces travaux et de ces aléas, sur la « dialectique de la nature »¹. On verra *de fait* que le « problème de la dialectique » est loin d'avoir trouvé sa résolution, notamment en épistémologie des mathématiques.

Ce chapitre va donc proposer un aperçu sur l'épistémologie marxienne au 20^{ème} siècle, au-delà des seuls travaux portant sur les mathématiques. Mais cet écart par rapport au sujet « officiel » de ce travail montrera assez vite sa fécondité, puisqu'il permettra de saisir le sens et l'enjeu que ces travaux ont représenté dans l'espace théorique en question.

Brève remarque sur un chaînon essentiel : l'intervention de Lénine

Pour comprendre les avatars et renouveaux du marxisme au 20^{ème} siècle, et en particulier, dans son rapport aux mathématiques, il faut exposer les quelques innovations majeures que Lénine a apporté sur la question de la *nature de la philosophie*, et en particulier, par rapport à Engels. On a insisté à plusieurs reprises dans le chapitre précédent, en suivant Althusser, sur la thèse générale selon laquelle un *effet philosophique* suit nécessairement une *révolution scientifique*. Celui qui intéresse ici, c'est l'effet philosophique induit par la révolution véhiculée par la nouvelle science marxiste de l'histoire. On a vu que chez Marx et Engels, les analyses philosophiques des sciences et en particulier des mathématiques étaient gouvernées, dans une certaine continuité avec Hegel, par une pratique de la *déconstruction conceptuelle* que l'on peut résumer sous l'expression de lutte, *dans l'espace philosophique*, contre la façon idéaliste de transformer un *problème* de connaissance objective en *question* scolastique. Chez Engels, on a vu la dualité, la tension caractéristique de sa dialectique de la nature : emprunte de l'ambition d'être le cœur d'une *science* supérieure de la nature, elle est aussi et en même temps pensée comme un laboratoire critique, quasi-heuristique, des concepts scientifiques. Et l'on a à ce moment conclu sur l'orientation contenue dans ces travaux que pourrait prendre pour lui la philosophie : une psychologie dialectique ayant pour objet les lois, donc les structures de la pensée².

Or, c'est sur ce point que le travail épistémologique de Lénine innove par rapport à Engels. Ce travail est essentiellement contenu dans *Matérialisme et empirio-criticisme* : c'est un ouvrage de combat théorique, c'est-à-dire pratiquant les catégories philosophiques, dans le champ philosophique occupé par les empirio-criticistes (essentiellement Mach et Bogdanov³), mais considérant que cette pratique est éminemment *politique*, et n'a pour fonction que de démasquer l'idéalisme de ces derniers. Althusser a bien vu l'innovation de Lénine par rapport à Engels⁴. Celui-ci, suivant *L'idéologie allemande* et les *Thèses sur Feuerbach*, estime que la

¹ Sève 1998 et Bitsakis 2001.

² Althusser 1968 p. 47.

³ Lénine 1908, ch. I à III avant tout.

⁴ « La théorie scientifique de Marx provoque non pas une philosophie nouvelle (appelée le matérialisme dialectique), mais une nouvelle pratique de la philosophie, très précisément une pratique de la philosophie

philosophie doit disparaître dans sa forme et sa modalité classique. Mais simultanément, il réinstalle implicitement celle-ci dans sa modalité essentielle : celle selon laquelle la philosophie *aurait un objet propre*, et pour Engels, en l'occurrence, cette étude des lois de la pensée.

D'après Althusser, Lénine reformule d'une part plus clairement les deux *thèses* ou *positions* essentielles du matérialisme *historique* : la *thèse d'existence* du réel matériel, et la *thèse d'objectivité* de la connaissance possible de celui-ci, seconde thèse qui ancre la proximité de toute pratique philosophique à l'égard des sciences. A cela, il articule logiquement une thèse spécifique sur la philosophie : celle-ci *n'a pas d'objet*¹. L'intervention de Lénine consiste à pratiquer nouvellement la philosophie, qui devient, selon la magnifique formule d'Althusser, le « vide d'une distance prise », et notamment tout sauf une science². Le principe est que philosopher, c'est produire des démarcations, des démarcages, des déconstructions de catégories antérieures, que c'est s'inscrire dans une *lutte* entre les *tendances* millénaires de l'idéalisme et du matérialisme et cela, dans un rapport privilégié aux sciences. Tout ceci n'est aucunement prendre en charge un « objet » particulier. Althusser résume cela comme suit :

« ... toute philosophie consiste dans le tracé d'une ligne de démarcation majeure par quoi elle repousse les notions idéologiques des philosophies qui représentent la tendance opposée à la sienne ; l'enjeu de ce tracé, donc de la pratique philosophique, est la pratique scientifique, la scientificité. »³

Mais de cette configuration le marxisme du 20^{ème} va produire un grand paradoxe. Lénine reconduit la thèse d'existence du réel matériel et la thèse d'objectivité de la connaissance que l'on peut en prendre, tout en affirmant que cette connaissance *objective*, à l'instar des deux maîtres, inclut la dialectique⁴, dans le régime de scientificité supérieur véhiculé par le *Capital*, et qu'en tous cas, elle sera anti-empiriste et anti-positiviste. Mais concernant la philosophie, c'est-à-dire le *matérialisme dialectique* lui-même si l'on continue de le distinguer du matérialisme historique, Lénine institue un point de non-retour : la pratique de la philosophie est purement *interventionniste*. On pourrait même dire, de pure *critique méthodique* politiquement positionnée.

Le paradoxe est le suivant : c'est *philosophiquement* que le matérialisme, comme doctrine de l'objectivité, va se constituer, en suivant la pente ontologique et systématique présente dans la perspective engelsienne, comme une nouvelle métaphysique, c'est-à-dire retomber largement en-deçà de l'innovation de Lénine. Un des objectifs de ce chapitre va être de restituer le processus qui a mené à cette *métaphysique matérialiste* (dont le couronnement fut « l'épistémologie stalinienne ») véhiculée par le *diamat*, c'est-à-dire le matérialisme *dialectique*, et non pas le matérialisme historique. Cette nouvelle métaphysique est le pendant de l'exigence de scientificité supérieure que le méta-discours dialectique marxo-engelsien a essayé d'instituer, dans la continuité *fonctionnelle* du penser spéculatif hégélien.

Et ce qui est frappant, c'est la conscience certaine que les protagonistes de cette métaphysique ont eu de leur écueil : la citation de Sartre mise en exergue de ce chapitre, outre son ironie et sa superbe, me semble explicite sur ce point. Sartre en effet condense en elle les difficultés du discours du matérialisme dialectique et du matérialisme historique, qu'il prend comme un tout : celui d'une « philosophie » prétendant être « rigoureuse », prétendant être la « doctrine de l'objectivité ». Il rappelle que ce matérialisme véhicule d'une part une ambition

reposant sur la notion de classe prolétarienne en philosophie », Althusser 1968-1982 p. 75. Cf. également Lecourt 1976 sur la position de Lénine en philosophie.

¹ Althusser 1968 p. 44-5. Et c'est parce qu'elle n'a pas d'objet que son histoire est l'histoire d'un *rien* qui se répète, les mêmes querelles, malgré les variations formelles, sur les mêmes fausses questions. La question de l'*existence* et encore plus de l'*objet* mathématique fait selon moi partie de ces fausses questions.

² Althusser 1968 p.35.

³ Althusser 1968 p. 50.

⁴ En effet : le mot d'ordre léninien est « lire Hegel en matérialiste », c'est-à-dire pour Althusser « tracer en lui des lignes de démarcation », Althusser 1968 p. 52. Cf. également le complément d'Althusser 1968-1982, « Marx et Lénine devant Hegel », III, « Lénine devant Hegel » p. 73 et suiv.

de scientificité (de connaissance objective) fondée sur une catégorie complète de *matière*, laquelle donne finalement lieu à une nouvelle métaphysique (ainsi que la fin de la citation l'exprime) à laquelle on peut se convertir, comme à une religion ou un opium. D'autre part, il rappelle que ce matérialisme est parfois dite « direction d'esprit », « méthode », c'est-à-dire proprement dit *intervention*. Ce qu'il faut alors entendre par « intervention » c'est l'idée que le matérialisme n'est plus *scientifique*, mais un guide pratique exprimant, par ses orientations, des *positions de classes* (ainsi la rudesse évoquée des conditions d'existence), et un rejet normalement méthodique (une philosophie rigoureuse ne peut s'arrêter au « premier mouvement », il y a besoin de médiations) de l'idéalisme. Dans ce dernier cas, c'est alors sur une catégorie opératoire abstraite, mais tout à fait limitée (« pauvre »), de *matière* – puisque, me semble-t-il règne alors l'idée que seules les sciences positives possèdent des *concepts scientifiques de formes de matières*¹.

Ce sont toutes ces ambiguïtés et les variations de leurs expressions, notamment *chez les mêmes penseurs, ce qui témoigne de la profondeur de l'interrogation*, qui font problème ici : dans tous les cas, elles renvoient à l'incertitude récurrente touchant le statut d'un discours qui ne relève pas des sciences positives mais prétend néanmoins, sans se substituer à elles, faire œuvre de connaissance objective de surcroît, tout en déniait à la philosophie, explicitement depuis Lénine, la prérogative d'avoir un objet. Ce n'est évidemment pas dans ce travail que l'on va régler ce problème. Ce chapitre III a seulement pour ambition de continuer, comme dans le chapitre II, à le formuler le plus adéquatement possible, à l'occasion du rapport que ce discours a entretenu avec l'épistémologie des mathématiques.

¹ Je reconstruis, c'est manifeste, l'ordre des raisons de cette citation.

I. Matérialismes dialectiques et rationalisme à la française

Cette première section étudie les relations essentielles, en gros des années 1930 aux années 1960, qui se sont tramées entre le courant marxiste et le courant dialecticien français non-marxiste¹. Le courant marxiste en question est, bien évidemment, l'héritier direct des œuvres et pratiques de Marx, Engels et Lénine. La révolution de 1917 et la naissance du stalinisme vont influencer en profondeur ce courant, qui va osciller entre une activité théorique et pratique *critique*, et philosophiquement riche, et la sclérose que représente emblématiquement le *diamat* : la *dialectique de la nature* va être un des centres de ces oscillations, comme on l'a rappelé dans les préliminaires qui précèdent. Parallèlement, le courant dialecticien non-marxiste que l'on va considérer ici², représenté par Bachelard, Cavaillès, Lautman, et Gonseth essentiellement, est l'héritier du rationalisme français post-kantien initié par Renouvier, et diversement poursuivi par Hamelin et Brunschvicg. Ce courant véhicule une épistémologie dont la *lettre* dialecticienne est le fruit d'une assimilation progressive des schèmes hégéliens, mais délestée, au travers de sa reprise par Cousin, Renouvier, puis Hamelin, de la dimension spéculative et objective présente dans l'œuvre du maître.

L'opposition entre ces deux courants va porter d'abord sur la nature de la dialectique (elle est objective pour les marxistes, essentiellement réflexive, voire heuristique dans le champ non-marxiste), et en particulier, sur le sens et la légitimité des *contradictions* dialectiques. Elle porte ensuite sur la place du *matérialisme*, touché du bout des doigts et avec des gants par ce courant non-marxiste, contrairement bien sûr au courant marxiste. Cette double opposition va la plupart du temps s'exprimer au sujet de questions scientifiques particulières (« crise » de la physique, biologie, mathématiques) plutôt que dans le cadre de débats généraux : un objectif de ce travail est de mettre en évidence les termes du débat sous-jacent à ces divergences sur des questions scientifiques données. Mais plus particulièrement, le présent chapitre et le chapitre IV vont successivement s'occuper, en détail, des liens que la tradition marxiste et que la tradition dialecticienne « à la française » ont entretenus avec l'épistémologie des *mathématiques* et de leur histoire, et s'efforcer d'explicitier les soubassements philosophiques de ces liens. Il est donc inutile de présenter maintenant plus en détail ces deux traditions : c'est le concret des exposés à venir qui va s'en charger. Et l'on va commencer dès maintenant par présenter *ce contre quoi* ces deux traditions s'unissent.

1. Dialogues et divergences

a. Le front contre le néo-positivisme

Dans *Matérialisme dialectique et logique*, P. Raymond insiste sur un divorce, effectif depuis Hegel et précisant celui entre philosophie et sciences ancré dans le 18^{ème} siècle. Ce divorce s'est opéré entre (1) le développement de la dialectique dans le champ philosophique, (2a) celui de la logique (des premières tendances formalisantes jusqu'au logicisme frégeorussellien), dans le champ scientifique et (2b) la partie du champ philosophique qui s'est « suturé », pour reprendre l'expression d'A. Badiou, au champ scientifique. Parler de suture signifie qu'une partie du champ philosophique s'est s'inféodé à l'empirisme et au positivisme de ce champ, et cela, tout en le nourrissant, c'est-à-dire en l'intériorisant d'abord, et en en produisant ensuite une théorisation extra-scientifique.

Ce divorce se consomme dans la première moitié du 20^{ème} siècle, excédant de loin l'opposition marxisme / non-marxisme. P. Raymond définit *l'idéologie de la rigueur* du

¹ Je reprends l'expression « à la française » au titre de Tosel 2001.

² Tout ceci est amplement développé dans le chapitre IV à venir.

champ « scientifique », née avec la logique bolzaniennne correspondant au début de la chute des *philosophies de l'infini*, comme

« les effets sur les travaux mathématiques et philosophiques de la montée des forces symboliques, du passage au second plan de l'intuition géométrique, du divorce entre mathématiques et philosophie ; ces effets sont diverses tentatives chez les savants pour établir un auto-contrôle sur leurs activités théoriques ou pour s'en passer, diverses tentatives chez les philosophes en direction d'une autonomie de la philosophie, diverses difficultés chez les uns et les autres pour penser l'originalité de sciences nouvelles (comme l'histoire). »¹

Si le rejet de l'intuition géométrique comme instance légitime du processus de validation des énoncés fait globalement consensus, l'exigence de cet auto-contrôle de la science, et son intériorisation logiciste en philosophie dans le néo-positivisme des années 1930 et 1940, *font diversement problème* et suscitent, dans la très bigarrée tradition dialecticienne, un type commun de réactions et de critiques (dont le principe général est acquis depuis Hegel, Marx et Engels, même si on a vu les ambiguïtés et les limites du « schème de l'univers » de ce dernier). Celles-ci se structurent autour de trois constats corrélatifs :

(1) Il existe une confusion fâcheuse entretenue par l'empirisme entre l'*origine* et les conditions concrètes de formations des représentations et corpus scientifiques, et le *commencement* d'une science par une rupture spécifique à l'égard de ce qui l'a rendu possible. Cette confusion oblitère dommageablement le problème, caché derrière la thèse empiriste de la connaissance comme *abstraction*, des conditions diachroniques de l'objectivité et de la validation des ensembles d'énoncés formant théorie dans une science donnée. L'anti-empirisme va ainsi être une récurrence dans ces deux traditions.

(2) L'ahistoricité (dont on a rappelé en introduction l'origine *philosophique* chez Russell) véhiculée par cette éclipse dans le néo-positivisme, de la dimension diachronique des vérités scientifiques, mutile le concept de connaissance scientifique et fait fi des conditions concrètes de la connaissance. Ce rejet s'est notamment traduit par une conception *continuiste* naïve de leurs histoires. Les deux courants vont au contraire défendre l'articulation entre la prétention à l'objectivité scientifique et l'historicité constitutive de cette dernière, et insister sur le rôle des *discontinuités radicales* structurant ce *procès* de la science.

(3) De même la conception strictement *internaliste* du critère de démarcation entre science et non-science, ramenée à la double instance empirique et logicienne, mutile le concept complet de connaissance scientifique. Dans la formulation néo-positiviste standard, un énoncé est *scientifique* s'il est réductible à une expression symbolique logiquement valide et / ou à la dénotation de *faits* indubitables fondés en dernière instance sur des énoncés protocolaires censés véhiculer par eux-mêmes l'évidence. De façon générale est condamnée, par les deux traditions marxienne et dialecticienne non-marxienne, une telle dissociation entre *forme logique* et *contenu empirique*, entre forme et contenu de la connaissance scientifique (dissociation que la théorie des modèles est censée avoir formalisée au plus haut point).

Les marxistes, on va le voir, radicaliseront de façon fort problématique leur thèse d'une instance *résolument externe* de démarcation entre science et non-science liée aux déterminations sociales de la pratique scientifique : l'opposition entre « science bourgeoise », c'est-à-dire *non-science*, et « science prolétarienne » va devenir le frère certes ennemi, mais surtout autant frère qu'ennemi, de ce strict internalisme. L'école althussérienne s'efforcera ultérieurement, poursuivant de fait l'optique de Lefebvre, d'articuler finement ce critère externe de démarcation avec les conditions propres de la « coupure épistémologique ». C'est en effet cette dernière qui doit rendre possible l'effectivité de critères internes de scientificité « dé-politisés », c'est-à-dire libérés autant que faire ce peu des influences des idéologies de classes véhiculées par les philosophies correspondantes.

¹ Raymond & Alii 1976, Préface p. 18, note.

Il conviendrait bien sûr de nuancer en profondeur cette vision du champ néo-postiviste¹, qui homogénéise toute une gamme de positions et de travaux bien plus subtils, mais l'important ici est de voir quelles bannières ont uni les traditions de pensée qu'on cherche à restituer. On peut cependant noter que Carnap, et c'est très net dans la « Brochure jaune » qu'est la *Manifeste du Cercle de Vienne*, affirmait sa proximité certaine avec le marxisme. Seulement la raison de ce rapprochement était essentiellement le partage d'une même *critique de la métaphysique*. C'est le point qu'il faut préciser maintenant.

b. Le rejet du transcendantal et du métaphysique

Le champ marxiste s'oppose traditionnellement à la perspective *transcendantale* rapportée au camp idéaliste qui, tout en étant plus porteur conceptuellement que le matérialisme vulgaire, reste depuis Hegel (et contre lui) objet d'une diabolisation plus ou moins subtile. Mais les pensées dialectiques non marxistes ont ce rejet en commun : le criticisme transcendantal prôné, de Kant à Husserl, une impossible fondation subjectiviste des structures de la connaissance dans un *ego* fictif, au détriment de la dimension processuelle et collective de la constitution du vrai scientifique. Le subjectivisme et l'ahistoricisme que l'on a souvent désignés sous l'appellation critique de « fixisme » des catégories et des formes espace et temps, sont ainsi les repoussoirs communs au matérialisme dialectique et aux pensées des Bachelard, Cavailles, Gonthier² pour ne citer qu'eux.

Même si le kantisme s'est constitué et transmis comme une critique des métaphysiques rationnelles des 17^{ème} et 18^{ème} siècles, le transcendantal est alors perçu comme une forme de métaphysique hypostasiant le moment de la subjectivité, et rentre parfois dans le cadre de la critique générale de la métaphysique, que celle-ci soit de type positiviste ou spiritualiste (ou les deux à la fois) : or, c'est un combat qui est partagé, c'est connu, avec le Cercle de Vienne, ce qui a suscité, mais beaucoup plus dans le champ non-marxiste, un dialogue avec ses protagonistes. De ce point de vue, *Sur la logique et la théorie de la science* de Cavailles³ (un des textes qui notamment a le plus marqué la tradition marxiste postérieure, en plus d'avoir fourni des schèmes qui ont structuré et structurent encore massivement la philosophie française contemporaine), articule ainsi une critique constructive de Kant, de Husserl, de Carnap, et conclut sur la nécessité de penser l'objectivité du devenir mathématique. Ce programme doit être réalisé sans faire appel a) à des instances comme la conscience, le sujet, ainsi que le défend le matérialisme dialectique, ou b) à des lois générales de l'histoire que ce devenir des mathématiques devrait incarner, cette fois contre les fresques dialectiques de Hegel, Marx, Engels (rabattus implicitement ensemble les uns sur les autres), au profit d'une posture spinoziste – dont on verra au chapitre suivant la façon dont elle reprend *de fait*, malgré l'apparent paradoxe de l'affirmation, des traits et même des catégories de la *Science de la Logique*.

c. La jonction épistémologique des sciences et de l'histoire : la particularité dialectique

P. Raymond résume comme suit la position du problème auquel ces deux courants se sont communément confrontés, en accord sur les critiques, en désaccord partiel sur les thèses associées à ces critiques : malgré les divorces structurants philosophie / sciences et dialectique / logique du 19^{ème} siècle,

« le travail *philosophique* s'est aussi poursuivi *du côté des sciences « exactes »*, sans être pour autant du côté de la *logique*. Il a dû tantôt prendre des formes mineures : celle en particulier de l'épistémologie, qui ne pouvait se fixer sur le terrain philosophique, ni sur celui de l'histoire, ni sur celui de la logique, car elle paraissait brusquement une spécialisation technique, elle intervenait

¹ Cf. Par exemple l'Introduction de Soulez 1985.

² Même si l'on verra dans la chapitre IV le caractère bien délicat de cet anti-kantisme, qui est bien plus, en réalité, un néo-kantisme qu'un post-kantisme, en particulier chez Bachelard.

³ Cavailles 1947.

dans l'actualité des travaux scientifiques sans être méthodologique ; elle a pourtant subi fortement l'influence de Hegel, en particulier dans sa doctrine de l'histoire des sciences conçue sur le modèle de la logique hégélienne qui récupère à chaque étape le passé nié dans une refonte supérieure (cf. Bachelard par exemple). Son originalité toutefois et les raisons de son éminente valeur *philosophique* sont la conjonction de son contact avec les *mathématiques* et la *philosophie* et de ses échappées *historiques*. L'épistémologie a tenté en pratique ce que Marx et Engels ont manqué en théorie : la jonction des sciences et de l'histoire. »¹

Dès le premier tiers du 20^{ème} siècle, cette conjonction marque la *spécificité française* d'une philosophie des sciences déjà « à la croisée des chemins »², qui tient à cette interconnexion entre une tradition *philosophique* rationaliste plurielle, la valorisation des positivités scientifiques en leurs développements et mutations, et corrélativement, la thèse rapidement présente d'une *régionalité* de l'épistémologie : c'est d'abord un mixte de cartésiano-kantisme, celui d'une raison totalisante critique, théorique et pratique, et d'un souci positiviste post-comtien délesté de son pendant empiriste. Or, ce mixte ne suffit plus à assurer la pensée des sciences concrètement à l'œuvre : la prégnance très française du schème dialectique tient à ce qu'il va constituer l'instrument du marquage de cette spécificité française, puisque 1/ c'est par lui que les limites de ce mixte vont d'une part être pointées, 2/ c'est lui qui va constituer une forme de réponse, traversée par une influence sourde de la pensée hégélienne, aux problèmes philosophiques et épistémologiques révélés par ces limites.

A. Tosel et M. Vadée ont bien montré³ que c'est, en profondeur, autour du *concept de rationalité* que, dès le début du siècle, tournent les dialogues et les oppositions entre les deux courants : l'opposition majeure portant sur la détermination socio-politique de cette rationalité scientifique, avec son affirmation dans le champ marxiste, son éviction dans l'autre, malgré un accord global sur la processualité intra-théorique des concepts et la conception d'une connaissance du réel comme appropriation par concepts et non comme abstraction empirisante. L'enseignement en France au début du siècle fait directement l'impasse sur les pensées dialectiques issues de la tradition hégéliano-marxienne : à n'en pas douter, cette dialectique est souvent perçue comme l'arme doctrinale de la sauvagerie réactionnaire de la Prusse, et vient valider le ressentiment présent depuis le désastre politique et militaire de la guerre de 1870. Le début du siècle est ainsi profondément marqué par la défiance à l'égard de cette dialectique⁴ : le spiritualisme néo-kantien varié qui domine alors, d'une part reconduit de façon plus ou moins consciente la réduction déjà ancienne, d'Aristote à Kant, de la dialectique à une simple habileté à raisonner sur le probable ou les apparences, et d'autre part, continue de mettre Kant au cœur des débats : Lachelier, inspiré par Ravaisson, Lagneau, Boutroux, sont représentatifs du moment. Brunschvicg de même n'hésite pas à affirmer que Hegel a porté l'irrationnalité et la confusion au plus haut point, puisqu'il a introduit la contradiction comme légitime dans la logique⁵. Kant, au contraire, pourtant du même « camp » national, reste *non sans raison* la figure de proue d'un rationalisme théoriquement universaliste et pratiquement cosmopolitique apte à nourrir leur foi républicaine.

Puisque l'on abordera cela plus en détail dans le chapitre suivant, retenons ici que c'est lorsque les cours d'A. Kojève redonnent droit de cité en France à la pensée hégélienne dans les années 1930 que tombe en partie, pour une petite vingtaine d'années, le préjugé anti-dialectique. La génération qu'il forme perçoit certes comme irrationnelle et non pertinente sa philosophie de la nature qui est d'emblée exclue de l'enseignement. Les formes de la

¹ Raymond 1977 p. 36-7. Il va de soi que cette affirmation ne peut aucunement porter sur la *science de l'histoire* instaurée par Marx même : Raymond vise ici la pensée de l'objectivité des sciences, et leur historicité, c'est-à-dire l'analyse approfondie du *caractère historique de l'objectivité scientifique*.

² Cette expression de Lecourt 2001 est reprise de Althusser 1972 p. 177. Cf. également Agazzi 2001.

³ Vadée 1997, Tosel 2001.

⁴ L'oubli total du matérialisme dialectique non marxiste de F. Paulhan est également emblématique : développant notamment l'idée d'une *sous-détermination réelle de la contradiction logique*, ou dit autrement, de la faible signification *réelle* de la contradiction logique, il insiste sur l'existence réelle de contradictions *relatives*, c'est-à-dire des oppositions non forcément destinées à se radicaliser et éclater. Cf. Bellon 1960, les remarques sur ce contexte historique faite au début de chapitre précédent sur Hegel, ainsi que D'Hondt 1997 et Bourgeois 2001.

⁵ Cf. Brunschvicg 1953 p. 115.

dialectique qui renaissent alors, avant la deuxième guerre mondiale, et qui donneront lieu après celle-ci, par exemple à la création des revues *Dialektik* en Allemagne et *Dialectica* en Suisse, sont au contraire celles directement héritées des méthodologies de la corrélation et de la complémentarité (de la synthèse et non de la contradiction), de Brunschvicg, Renouvier, Hamelin principalement, quoique confrontées avec rigueur aux innovations théoriques et expérimentales d'alors : à la crise du mécanisme de la physique chez Bachelard, aux avancées extrêmement variées de la logique formelle, de la méthode axiomatique, et des champs plus classiques des mathématiques chez Cavailles, Lautman, et Gosset – tradition dont G.-G. Granger est l'actuel héritier. La dialectique est ici avant tout *attitude épistémologique*, *auto-dialectisation* d'un sujet connaissant assumant la processualité générale de sa rationalité dans sa quête sans cesse rectificatrice de vérités maintenant épistémologiquement *régionales*. Mais même ces dialectiques subjectives, ouvertes, ces « philosophies du non » où le *non* est *extérieur* à ce qui est nié et non issu de la différenciation d'un élément d'abord unitaire, vont subir de vives attaques au sortir de la seconde guerre mondiale, en partie à cause des affinités thématiques et sémantiques de cette école dialectique néo-kantienne avec le matérialisme dialectique.

Dans l'ouvrage à soi seul que constitue son introduction au récent collectif *Sciences et dialectiques de la nature*¹ où il restitue les « Deux siècles d'élaborations dialectiques controversées » de la tradition hégéliano-marxiste. L. Sève met également bien en évidence le contexte et les causes du discrédit de la dialectique qui revint en France à la fin des années 1940 : renaissance du préjugé de début de siècle nourri et renforcé par les déboires du lyssenkisme. La dialectique, alors (et la dialectique de la nature en premier), en sa forme de logique de la *contradiction* issue de Hegel/Marx/Engels, comme dans ses formes désontologisées ou purement idéelle-subjective délestées du noyau de rationalité qu'est le travail de la *négativité*, dans l'autre tradition, jusqu'à aujourd'hui, continue d'être la plupart du temps rejetée ou ignorée.

d. Elargissement dialectique du rationalisme français

Ce qui importe ici, c'est la période des années 1930 : le rationalisme à la française va « se dialectiser » 1/ avec Bachelard et ses corréligionnaires non marxistes (on développe cela au chapitre suivant), 2/ s'élargir au *matérialisme dialectique* – lequel, dans sa forme française, et réciproquement, ne perdra jamais cette dimension rationaliste : ce qui donnera lieu chez lui à une *ambivalence structurelle* qu'il faut commencer de préciser ici. Un certain nombre de savants² vont défendre des positions *matérialistes* et *dialectiques* en s'inscrivant dans les préludes à ce qui va constituer avec eux une épistémologie historique et dynamique : le traité *A la lumière du marxisme* (1936-37), les exposés de P. Labérenne³ sur le marxisme et les sciences, et symptomatiquement, *La Pensée* créée en 1939⁴ à la fois « *Revue du rationalisme moderne* » et financée par le PCF. Politzer, Wallon, Prenant, Salomon, Langevin⁵ (auquel Bachelard se réfère à de nombreuses reprises dans ses travaux sur la physique) pour ne citer qu'eux, (mais des savants « dialectisants » comme Niels Bohr également) vont s'approprier un marxisme non encore « diamatisé ».

Le sens général de ce contact est le suivant : un réalisme, toujours corrélat du matérialisme, mais un réalisme *conséquent* (Politzer), non naïf ni essentialiste, est exigé par la crise et le passage à un stade d'approfondissement indéniables des sciences de l'époque. Ce réalisme conséquent doit faire place à la processualité et la spécificité disciplinaire des connaissances scientifiques : les dispositifs théoriques des deux courants dialectiques sont ici compatibles. Mais, comme réalisme, il exige une *théorie unitaire* de l'objectivité, que le principe

¹ Sève 1998, p. 11-247.

² Cf. Tosel 2001, Vadée 1997 et Sève 1998 pour des exposés détaillés sur les acteurs du théâtre français de cette période.

³ Labérenne 1948.

⁴ Cf. Sève 1989, qui précise le contexte de naissance de *La Pensée* au printemps 1939, en introduction à une synthèse des problématiques ultérieurement développées en Sève 1998, ainsi que le bilan Milhau & Besse 1997.

⁵ Cf. l'étude détaillée du rapport de la pensée de Langevin aux réquisits marxistes de Bitsaskis 2001 p. 289-337.

matérialiste, cette fois contre ou différemment de la tradition non marxienne, est seul à pouvoir fonder. Le matérialisme dialectique constitue pour ces savants *un instrument contre le mécanisme et le strict positivisme*, fournit des schèmes novateurs pour penser la construction de l'objectivité des connaissances, *mais des schèmes qui vont être mobilisés à partir d'une lucidité sur / d'une défense de la dynamique autonome et interne des sciences*. Autrement dit, le matérialisme dialectique de ces savants *n'est pas celui du diamat* que *La Pensée* transmettra, c'est-à-dire d'un corpus doctrinal achevé de lois générales du mouvement naturel et historique (provenant de la stalinisation idéologique en cours dans une URSS aux prises avec la nécessité de justifier une collectivisation brutale et forcée) lois s'imposant, à titre d'instance d'intelligibilité de la connaissance, *en extériorité à ces sciences*.

Cette ambivalence du matérialisme dialectique va se radicaliser au sortir de la seconde guerre mondiale, pour révéler une profonde incompatibilité entre deux approches, renvoyant à l'oscillation déjà structurante des manuscrits d'Engels sur la dialectique de la nature : instrument méthodologique et philosophique au service d'une épistémologie soucieuse du concret scientifique d'un côté, doctrine d'Etat et de Parti de l'autre¹. C'est l'affaire Lyssenko qui consacre ce divorce.

2. Le côté obscur de la force : « l'épistémologie stalinienne »

a. La critique sartrienne d'un marxisme fossilisé devenu théodicée

L'analyse (historico)-théorique de la sclérose théorique et pratique du marxisme que Sartre développe au titre d'une critique *interne* de celui-ci, et de façon centrale en celle-ci de la fossilisation de la dialectique commence par une critique de la dialectique de la nature sanctifiée par le diamat à partir des années 1930. Ce qu'il critique, pour reprendre les termes utilisés depuis le début de ce travail, c'est la forme métaphysique et dogmatique du méta-discours dialectique (institué initialement, *comme type de discours*, par Hegel) prétendant, dans ses modalités propres, produire du vrai, c'est-à-dire faire œuvre de connaissance objective.

Selon Sartre, la dialectique de la nature est en premier lieu une projection rétroactive des catégories philosophiques de la dialectique historique des luttes de classes (liées aux contradictions du capitalisme), sur le monde naturel. Conformément au « hypothèses non fingo » de Newton convoqué par Sartre, celui-ci dit que

« C'est après coup, par volonté d'unifier, qu'on a voulu retrouver le mouvement de l'histoire humaine dans l'histoire naturelle. [...] On ne trouve dans la nature que la dialectique qu'on y a mise. »²

En second lieu, cette dialectique de la nature a rendu possible une naturalisation rétroactive de la dialectique historique par cet enracinement dans la nature, selon une unité, un tout fondamentalement continu, puisque les mêmes trois lois de la dialectique régissent les processus naturels et historiques³.

i. Modalités de la naturalisation

Sartre montre bien qu'il critique à cette occasion une théologie laïque camouflée sous l'athéisme coutumier et officiel :

« Le matérialiste, lui, n'est pas si timide [que les positivistes du 19^{ème} siècle, qui savaient le caractère *humain* du fait de la science] : il sort de la science et de la subjectivité et se substitue au Dieu qu'il nie pour contempler le spectacle de l'univers⁴. Il écrit tranquillement : "la conception

¹ Il va de soi que la critique sartrienne que l'on a prise plus haut pour exemple porte sur la seconde acception.

² Sartre 1960, p. 148-150.

³ Sartre 1960, p. 149-150.

⁴ Je souligne.

matérialiste du monde signifie simplement la conception de la nature telle qu'elle est, sans addition étrangère". »¹

La dialectique de la nature² se présente donc comme une reprise en pensée fidèle, une description objective de la nature « sans addition étrangère » : le savant-philosophe laisse s'organiser l'Être selon ses (trois) lois fondamentales propres – où la dialectique de la nature est simple réorganisation des faits et refuse de se montrer pour ce qu'elle est, c'est-à-dire une synthèse vaste des connaissances humaines.

On assiste alors à un évanouissement du connaître comme activité intellectuelle constitutive de la vérité : le connaître est réduit à une simple modalité de l'Être (c'est le résultat dogmatique de la lutte contre les métaphysiques idéalistes où l'Être procède de la Pensée). Ainsi la dialectique de la nature veut être un monisme athée anti-dualisme Être/Pensée – comme le « marxisme » en général - mais un monisme qui cependant réinstaure un dualisme, parce qu'il s'est transformé en vérité dogmatique. C'est là le nerf de la critique sartrienne : au regard de la façon dont la dialectique de la nature, avant même de servir de fondement objectif et théorique, est présentée, on voit que ce monisme est une conception/théorie qui se fait regard objectif sur la nature³, extérieur « sans addition étrangère » (entendre « activité constituante du sujet dans la connaissance »). Sartre appelle cet objectivisme le « matérialisme dialectique du dehors, ou transcendantal »⁴ :

« Ce matérialisme de l'extérieur impose la dialectique comme extériorité : la nature de l'homme réside hors de lui dans une règle a priori, dans une Nature extra-humaine, dans une histoire qui commence aux nébuleuses. [...] Mais au moment où tout s'achève dans cet objectivisme sceptique, nous découvrons tout à coup qu'on l'impose avec une attitude dogmatique, en d'autres termes qu'il est la Vérité de l'Être telle qu'elle apparaît à la conscience universelle. L'esprit voit la dialectique comme loi du monde. Le résultat est que nous retombons en plein idéalisme dogmatique. »⁵

C'est donc un objectivisme sceptique dans la mesure où, dissolvant le dualisme Être/Pensée, la vérité n'a plus alors qu'un critère d'efficacité (réussite et normalité dans les tests expérimentaux) des théories, dans leur capacité à enfermer de façon intelligible l'ensemble des faits : la vérité est dissoute dans son unicité (la vérité idéaliste/métaphysique avec ses critères atemporels disparaît), mais comme la dialectique de la nature se présente comme un savoir, elle se présente comme garante d'une objectivité absolue et réaliste, comme la vérité. C'est une prétention à la vérité : le marxisme est donc

« dualiste parce que moniste »⁶

c'est-à-dire réinstaure le dualisme de l'Être et de la Vérité en détruisant celui entre l'Être et la Pensée. La dialectique de la nature source du diamat est bien une « métaphysique explicative ».

ii. Une métaphysique explicative et déterministe : un nouvel essentialisme

Cette métaphysique explicative de la pensée et de l'action étudie et cherche à dévoiler les modalités de l'Être dialectique : c'est d'ici que procède la thèse du reflet (au mieux « approximativement exact »), exprimant le fait que l'homme est totalement conditionné par l'ordre du monde. L'homme reproduit en lui (individuellement et historiquement) et prolonge le mouvement essentiellement dialectique de l'Être, en vertu de son essence d'être dialectique : c'est la réinstauration étonnante d'un essentialisme, qui se manifeste

¹ Sartre 1946, p. 85.

² Ainsi que le montre la citation en exergue de ce chapitre, c'est l'usage du 20^{ème} siècle de cette affirmation que Sartre condamne, non pas Marx lui-même. On revient sur cet aspect au début de la seconde section de ce chapitre.

³ Sartre 1946, p. 85.

⁴ Sartre 1960, p. 146.

⁵ Sartre 1960, p. 146-7.

⁶ Sartre 1960, p. 144.

épistémologiquement par l'exposition non dialectique des lois de la dialectique chez Engels¹. Cette essence est celle d'une évolution contradictoire/dialectique de l'individu, mais cette dialecticité est évolutionniste et quasi-naturaliste : d'où la proximité revendiquée par Engels avec le darwinisme qui, et ce n'est pas rien, est un mécanisme, tout sauf une dialectique.

La dialectique réapparaît ici comme une nécessité éternelle, une « loi divine », une « fatalité métaphysique ». La dialectique de la nature reste donc une « hypothèse métaphysique »² au mieux comparable aux Idées régulatrices de la raison kantienne, indécidable, d'après Sartre en l'état des sciences de l'époque. On n'a ainsi pas le droit, sauf à naturaliser et finaliser de façon déterministe, à la façon d'une théologie, l'histoire humaine, de réduire ce saut de la nature à l'histoire. Sartre se prononce ainsi *contre la théodicée marxiste, qui conjoint une téléologie historique et un espoir de complétude ontologique* : induisant deux errances théoriques et pratiques indissociables : le messianisme et l'eschatologie révolutionnaire. Cette métaphysique matérialiste, retombée dans l'idéalisme dogmatique mène d'une part à la téléologie bien connue du Sens et de la Fin de l'Histoire : le Prolétariat est le méta-sujet historique, le point de vue de l'universalité se réalisant (correspondant dans le langage marxiste de G. Lukacs à l'incarnation de la rationalité dialectique de l'Idée hégélienne), qui doit inéluctablement, via sa fonction universalisante et révolutionnaire, réaliser la fin de l'histoire : le communisme comme paradis sur terre. Le Prolétariat prend donc une figure christique, celle du rédempteur de l'humanité, *l'universel en acte* qui se réalisera définitivement dans le communisme et sa fraternité absolue³.

Or, c'est très exactement ce *point de vue de l'universel* qui constitue le pivot théorique de la justification de l'opposition science bourgeoise / science prolétarienne : et l'on va maintenant voir en quel sens cette universalisation du particulier est également liée, dans le champ français concerné par cette opposition, à la tradition rationaliste française.

b. Science bourgeoise et science prolétarienne

Desanti, Vassails et Darciel signent en 1948 l'article « Science bourgeoise et science prolétarienne » qui paraît dans le nouvel organe théorique du Parti Communiste, *La nouvelle critique*⁴, « Revue du marxisme militant ». C'est au nom de la « Commission de philosophie des sciences du cercle de philosophes communistes » qu'ils interviennent, suite à un mouvement interne au Parti exhortant les intellectuels communistes à s'engager *comme intellectuels* et non plus comme simples citoyens⁵. Le contexte du jdanovisme russe, qui a accompagné en 1948 la portée aux nues de Lyssenko, a radicalisé l'opposition entre les camps communiste et non-communiste, opposition alors logiquement imposée par Moscou comme ligne du PCF. Cette opposition va trouver dans cet article une *traduction épistémologique* elle-même poursuivie par une justification philosophique paradoxale, puisqu'elle va exprimer, dans son dogmatisme, un souci pour la défense d'un *intérêt de la raison* qui est au cœur, on l'a vu ci-dessus, du dialogue des décennies précédentes entre dialecticiens marxistes et non-marxistes.

L'argumentation est dans ses lignes essentielles la suivante : s'autorisant des attendus du thème de la « superstructure idéologique » de Marx, Engels, et Lénine, en laquelle, *contrairement à ce qu'ont réellement dit Marx et Engels* – ainsi qu'on la vu dans le second

¹ Sartre 1960, p. 153.

² Sartre 1960, p. 152. Cette thèse sartrienne *est en fait surtout une réserve apportée à un problème de son temps* : « A vrai dire je ne vois pas que nous soyons, dans l'état actuel de nos connaissances, en mesure de nier ou d'affirmer » cette « hypothèse » qui est donc au moment où il écrit selon lui une « affirmation extrascientifique », *ibid.*, p. 151.

³ Cette réconciliation de l'universel et du particulier, de l'essence et de l'existence rejoint le synthèse entre l'« en-soi » et le « pour-soi » dont Sartre a fondé l'impossibilité de principe : cela signifie bien, dans sa critique, que si Dieu (le dieu chrétien) est mort, un autre arrive, laïc, qui justifiera les luttes et souffrances passées du Prolétariat qui est en quelque sorte son annonce. *La théologie marxiste est en ce sens devenue théodicée.*

⁴ Cf. Kahn 1986 auquel je renvoie systématiquement pour cette sous-section ainsi qu'à la notice « Lyssenko » de Labica & Bensussan 1985.

⁵ Jamais le concept gramscien d'*intellectuel organique du prolétariat* n'a été plus directement – et problématiquement – incarné.

chapitre –, la science est une *idéologie historiquement relative*, c'est-à-dire que son mode d'insertion (re-production et diffusion) sociale influe sur ses contenus de connaissances : le *point de vue de classe* est alors posé comme instance épistémologique supérieure d'appréciation des résultats, donc de la scientificité, d'un discours donné, en opposition à l'idée qu'existeraient en lui des critères internes d'évaluation auto-suffisants. De ce fait, la spécificité de la connaissance scientifique disparaît, au premier abord, au profit d'un relativisme général : chaque classe et chaque époque possédant sa vérité, puisqu'il n'y a plus de critères générique de démarcation entre science et non-science, ce problème étant temporairement éclipsé par une mise en doute de la légitimité du concept et de l'exigence d'objectivité. Or la contradiction est ici massive, puisque c'est *au nom de l'objectivité scientifique*, de l'unicité des lois de la nature et de l'historicité de leur exposition, contre le dogmatisme anhistorique du néo-positivisme et l'idéalisme, que le PCF a souhaité que ce travail théorique soit mené. La solution du paradoxe est de nature ontologique.

Le matérialisme dialectique, devenu diamat sclérosé depuis sa canonisation par Staline, est pensé comme un méta-discours général résolument supra-théorique (correspondant à celui du « schème unitaire de l'univers » esquissé par Engels) appréhendant le réel du point de vue de l'universel, du tout dont le prolétariat, et en dernière instance, le Parti sont porteurs. L'opposition science bourgeoise / science prolétarienne se déplace alors au profit du couple *science (prolétarienne) / non-science (bourgeoise)*, donc à la sauvegarde d'un critère de démarcation, renvoyant à un point de vue de l'universel

L'on voit ici que cette « science prolétarienne » est la science de la *classe universelle*, c'est-à-dire de la *raison elle-même* achevant, dans et par le processus de dépassement théorique et pratique des contradictions de la société bourgeoise, l'imcomplétude conceptuelle des formations théoriques antérieures : la revue *La Pensée*, le traité *A la lumière du marxisme* publié notamment par le Cercle de la Russie Neuve dont Wallon, Labérenne, Friedmann, entre autres étaient membres, avaient bel et bien comme ambition, contre le positivisme, de formuler les conditions de l'accès à l'universalité, théorique et pratique, de l'objectivité scientifique. Le paradoxe s'il en est, est la reproduction d'une métaphysique dogmatique, structurée autour des valeurs mêmes combattues dans leurs visages positivistes (l'objectivité, la démarcation science / non-science, le progrès social), c'est-à-dire la reproduction, au nom d'une exigence générale d'émancipation qui remonte à l'*Aufklärung*, de ce qui va à son encontre. On notera quel sens Desanti a donné rétrospectivement à cet engagement, pour le moins étonnant pour un familier des mathématiques, dans son Introduction de 1994 à *Phénoménologie et praxis*. Il témoigne de ces « fidélités multifides » assumées en contexte dans leur tension essentielle, en l'occurrence celle entre l'habitation de cette langue militante liée au Parti, et l'habitation de celle des mathématiques, irréductible ubiquité qu'il résume comme suit :

« Je savais bien qu'il était absurde d'opposer une mathématique bourgeoise et une mathématique prolétarienne, par exemple. Et, pour aucun énoncé de statut scientifique, je n'aurais pu soutenir une telle opposition. J'ai pourtant tenté la thèse en changeant de plan : en essayant de montrer comment et en quoi les exigences de la lutte des classes affectaient les modes de production sociale des savoirs et leurs possibilités de développement. Ce détour, dont la motivation fut essentiellement politique, me confortait dans le régime de la double vérité ».¹

Les années 1951-1958 vont voir un infléchissement progressif de cette épistémologie stalinienne jusqu'à son rejet définitif : les termes du débat seront alors l'articulation entre l'inscription sociale constitutive de la science, le décryptage des dimensions idéologiques irréductiblement présents en elles, mais le maintien de principe de sa capacité, extra-superstructurelle, à la production d'une objectivité transcendant ces déterminations. C'est dans ces termes que la nouvelle génération des intellectuels communistes français, autour de L. Althusser, a posé dans la décennie suivante le problème de la « coupure épistémologique » et des instruments des pratiques théoriques. Mais avant d'étudier ce renouvellement de l'espace théorique du marxisme dans son approche des questions épistémologiques, il est important de

¹ Desanti 1963, Introduction de 1994, note p. 43-4.

voir que c'est dans ce contexte de l'épistémologie stalinienne qu'Henri Lefebvre s'est efforcé de penser de façon constructive et non dogmatique le rapport entre matérialisme dialectique, dialectique, logique, et mathématique, au prix d'une éviction dont on commence à peine à prendre aujourd'hui la véritable mesure. Dans les deux cas, on voit la prégnance de l'exigence rationaliste non marxiste, et très concrètement, le dialogue avec les épistémologues, et le souci corrélatif d'aller dans le détail des pratiques scientifiques.

3. H. Lefebvre : le projet avorté du *Traité du matérialisme dialectique* (1946-1947)

a. Orientation générale

H. Lefebvre élabore sa perspective philosophique, dès les années 1930, selon un double angle qui va l'opposer au régime de pensée du diamat : d'une part il s'intéresse de près aux manuscrits du jeune Marx – celui qui est qualifié d'idéaliste et rejeté par le diamat en cours d'instauration – et introduit en France les cahiers philosophiques de Lénine, sous l'angle de l'aphorisme suivant de Lénine qu'il réutilisera souvent :

« On ne peut comprendre le *Capital* de Marx et en particulier son premier chapitre sans avoir étudié et compris toute la logique de Hegel. Donc, pas un marxiste n'a compris Marx un demi-siècle après lui »¹

Il en tire un profond intérêt pour la *Science de la logique*, et va vite assumer un certain hégélianisme, tout en s'ouvrant à des pensées « non orthodoxes » : que ce soient celles des épistémologues français non marxistes ou celle de Nietzsche. Il tire de cette assise théorique la prééminence du concept de *praxis*, qui est tout sauf en vogue dans le champ des intellectuels communistes d'alors :

« La praxis est le point de départ et le point d'arrivée du matérialisme dialectique. Ce mot désigne philosophiquement ce que le sens commun appelle : "la vie réelle", cette vie qui est à la fois plus prosaïque et plus dramatique que celle de l'esprit spéculatif. Le but du matérialisme dialectique n'est autre que l'expression lucide de la praxis, du contenu réel de la vie – et corrélativement la transformation de la Praxis actuelle en une pratique sociale consciente, cohérente et libre. Le but théorique et le but pratique – la connaissance et l'action créatrice – sont inséparables. »²

Cette perspective est bien sûr immédiatement en décalage profond par rapport à l'économisme alors dominant dans les traductions théoriques des impulsions lancées par la III^{ème} Internationale : ce qui est important, c'est que c'est du point de vue de cette praxis qu'il articule son néo-hégélianisme et l'objectif d'une méthodologie matérialiste des sciences, en s'opposant au régime théorique qui s'est ancré dans la dialectique de la nature alors dogmatisée :

« Lorsque ce livre fut écrit, voici bientôt vingt-cinq ans [1940], le marxisme officiel ou "institutionnel" dérivait déjà vers une philosophie systématique de la nature. Au nom des "sciences positives", et notamment de la physique, on tendait à considérer la philosophie comme un cadre pour rassembler les résultats de ces sciences et pour obtenir un tableau définitif du monde. Dans les milieux dirigeants, on voulait ainsi fusionner la philosophie avec les sciences naturelles en "fondant" la méthode dialectique sur la dialectique dans la nature. »³

Cependant,

¹ Lénine 1938, p. 175, repris par exemple en exergue de Lefebvre 1947, p. 7.

² Lefebvre 1940, I.

³ Lefebvre 1940, Avant-Propos (1965) p. 5.

« La thèse de la dialectique dans la nature peut parfaitement se soutenir et s'accepter. L'inadmissible, c'est de lui donner une importance énorme et d'en faire le critère et le fondement de la pensée dialectique »¹

Une certaine universalisation des lois de la dialectique à la nature n'est donc pas *en soi* impensable – et on sait que Marx lui-même a accompagné et soutenu les travaux d'Engels sur les sciences de la nature². Cette ouverture révèle un *réel* anti-dogmatisme, dont on va voir maintenant les traits positifs concernant l'épistémologie des sciences et en particulier des mathématiques.

L'ouvrage qui intéresse en priorité ici est *Méthodologie des sciences*³, écrit en 1945-46, imprimé en 1947 mais immédiatement censuré et laissé dans les tiroirs. Les susdites orientations de Lefebvre ne pouvaient convenir à l'orientation générale du Parti. Rémi Hess, qui préface l'ouvrage, parle à juste titre du « projet avorté » du *Traité du matérialisme dialectique : Méthodologie des sciences* était en effet le second volet du *Traité* envisagé, « A la lumière du matérialisme dialectique », consistant à articuler les méthodes spécialisées des diverses sciences (mathématiques, sciences expérimentales, sciences de l'homme) à la méthode dialectique générale exposée dans *Logique formelle et logique dialectique*⁴, qui est pour cette raison indispensable à l'intelligence de l'ouvrage. L'étude, dans ses ouvrages postérieurs, qu'il offre des relations entre logique(s), mathématique(s) et dialectique reprendra sans changement les éléments qui vont suivre⁵.

L'« impressionnisme »⁶ qui caractérise *Méthodologie des sciences* traduit d'abord un rejet des systèmes clos, et son ouverture théorique, étonnante dans le contexte, est la clé de l'exposé⁷. D'abord, sur la base d'une critique virulente des unilatéralités théoriques du néo-positivisme du Cercle de Vienne, il dialogue longuement avec les pensées dialectisantes non-marxiennes de l'époque : celles de Bachelard, Gonseth, Lautman, Canguilhem, la revue *Dialectica* fondée en 1946, etc. Ensuite il défend avec force la thèse de la relativité essentielle des modes théoriques d'exposition, fondée sur la conscience du fait qu'une *théorie* (en particulier scientifique) est toujours un *complexe d'idées*, dont la production est à réinscrire dans la *praxis sociale* qui en est la nécessaire origine, raison pour laquelle toute théorie est *unité* de théorie et de pratique.

« Contre l'empirisme logique (spécialement visé dans le présent ouvrage), le dialecticien matérialiste, seul conséquent, seul dialecticien, continue à critiquer le *formalisme* et à montrer le primat du contenu, dont toute forme n'est que l'expression abstraite et momentanée. Mais contre les pseudo-dialecticiens, il prend la défense de la *forme*, et montre l'*unité* de la pensée dialectique, ainsi que la méthode, à partir de la logique générale. Il conteste la dispersion de la dialectique en «des» dialectiques dépourvues de rapport avec la forme générale de l'abstraction, donc inévitablement confuses et subjectives »⁸

Le ton est donné, bien révélateur de l'époque comme on l'a vu précédemment, et le programme consiste à réinvestir ce qui était déjà central dans *Le matérialisme dialectique* (1940)⁹ : si l'encyclopédie hégélienne est l'exposé (rejetant les ancrages transcendantal et réaliste) des déterminations progressives de l'Idée *du point de vue de cette Idée même*, ce qui pose problème n'est pas l'aspect mystificateur de cet « idéalisme », mais la prétention essentielle d'un individu fini d'exposer l'Idée totale de l'expérience humaine, et la clôture du système qui s'ensuit.

¹ Lefebvre 1940, Avant-Propos (1965) p. 8.

² Cf. Lefebvre 1940 p. 102-3.

³ Lefebvre 1945-46.

⁴ Lefebvre 1947, Editions Sociales 1982, 3è éd. avec une nouvelle préface.

⁵ Ainsi Lefebvre 1986, D. « Le (la) logique – (Le) La logico-mathématique », p. 59-74.

⁶ Entendre une certaine imprécision qui laisse assez souvent le lecteur sur sa faim.

⁷ (Introduction, Ch. I et Conclusion).

⁸ Lefebvre 1945-46 p. 3-4.

⁹ Lefebvre 1940.

D'où le paradoxe apparent affectant l'entreprise de Lefebvre : il rejette le systématisme et la position de la dialectique comme une méthode *a priori* homogénéisant illégitimement les objets divers du savoirs (rejet radicalisé à partir de 1970 avec la posture du *Manifeste différentialiste*), mais traduit cette critique en une aspiration par essence systématisante, dont le Traité devait être l'agent : la constitution pratico-théorique de l'Idée absolue. Il réaffirme ainsi que la dichotomie sujet/objet n'est qu'un moment abstrait dont la sursomption consistera en l'exposé progressif des *médiations* entre les deux instances, exposé qui ainsi *se fait, est* la constitution même dans sa forme de l'Idée (son contenu étant infini). Celle-ci, sommet de la logique dialectique concrète, est le savoir complet du réel mais par principe un horizon régulateur puisque le processus humain de sa constitution est ouvert à son historicité (ce qui redonne sens à la présence spectrale de l'infini dans le fini exposée dans la *Science de la logique*). Le moteur de sa constitution, c'est le travail par lequel l'homme constitue d'une part l'Idée de la nature via l'organisation des sciences spécialisées (la tendance à la spécialisation – dans la production de l'Idée partielle d'un objet ou d'une classe d'objets considérée – est toujours en même temps exigence d'unification), et d'autre part l'Idée de lui-même, comme connaissant et maîtrisant socialement la nature par la première Idée. La logique dialectique concrète (*complémentaire* de la logique formelle des sciences hypothético-déductives) est alors théorie des relations immédiates, médiates et contradictoires *différentielles* qui rendent possibles les objectivations propres à chaque science et leur articulation¹. Contre la clôture Lefebvre affirme corrélativement *la relativité du commencement épistémologique* (il critique ainsi l'abus de la démarche axiomatique dans l'empirisme logique), et par là invite le lecteur à ne pas absolutiser la forme associée à la visée pédagogique et persuasive de son exposé.

Ce cadre général présupposé², *Méthodologie des sciences* livre des indications méthodologiques (souvent trop générales). Un travail encyclopédique (pas seulement de systématisation de faits, mais aussi et surtout de constitution de catégories) conscient du fonctionnement holistique des modèles théoriques est à mener par des équipes spécialisées en lesquelles doit être présent un dialecticien « spécialiste » en théorie de la connaissance (on dirait un « épistémologue organique »), apte à thématiser et à rendre raison de la mobilité historique et psycho-sociale des concepts. Lefebvre insiste alors (en le disant plus qu'en le faisant en détail, mais c'est à nous de reprendre le flambeau) sur l'évidente nécessité de confronter ce dispositif général aux épistémologies constituées des sciences particulières³ afin de montrer leurs opérativités respectives et, plus radicalement, le fait qu'ils forment les moments mutuellement féconds d'un même procès.

b. La « dialectisation » du moment logico-mathématique

Lefebvre, de même que Hegel, n'envisage absolument pas le rejet des principes analytiques d'identité et de contradiction qui fondent les méthodes de la logique (ou des logiques) et des mathématiques : son objectif est leur « dialectisation »⁴. Dans la mesure où toute action a « sa » logique, c'est-à-dire un ensemble complexe de règles d'inférences mobilisées implicitement ou explicitement à partir de principes, sa thématisation autonome – et plurielle – comme *forme séparée de ce qu'elle investit*, pour être légitime, ne rend pas raison de tous ses caractères : comme *théorie et pratique de la cohérence*, elle est « en proie » à la dialectique, puisque, relativement à cette cohérence, elle peut rencontrer des contradictions, structurelles ou diachroniques, dès qu'elle n'est plus purement formelle. Concrètement la positivité de la logique rencontre nécessairement, hors de cette formalité, la négativité de la dialectique, laquelle peut et doit s'exposer, comme *logique concrète et non abstraite-formelle*, à partir de la première, comme sa différenciation qualitative et retour réflexif sur ces conditions de possibilité et ses limites opératoires. Ce cadre est éminemment hégélien ; et

¹ Lefebvre 1945-46 Ch. II, « Relations et classifications des sciences ».

² Lefebvre 1945-46, Introduction, Conclusion p. 175-6.

³ Les chapitres III à VII ainsi que la bibliographie portent sur les questions propres aux divers champs scientifiques de l'époque.

⁴ Cf. Lefebvre 1986 p. 70.

c'est dans le champ mathématique que cette *dialectisation* est érigée par Lefebvre en principe d'intelligibilité, essentiellement au sujet du processus *historique* de transformation des théories, et du processus de « l'invention » mathématique, en tant qu'ils révèlent une dimension qualitative que le plan quantitatif occulte traditionnellement.

Le processus de l'invention mathématique repose, dans ses strates fondamentales, sur l'existence d'une abstraction procédant par degré, qui n'est pas une abstraction empiriste¹, mais une « abstraction dialectique »² dont la particularité est qu'elle *manifeste le contenu en le réduisant, et le ressaisissant ensuite selon telle ou telle propriété*. Le commencement *logique* (par opposition, ou indépendamment du point de départ historique) du logique formel et du mathématique est la négation-réduction de son *contenu* : Lefebvre renvoie ici à Kant, et à la conjonction, dans l'institution du nombre entier, d'une *analyticité* première : celle qui traduit la réduction de tout élément réel individuable à « l'entité 1 », à *l'unité*, et d'une synthéticité seconde : l'opération rationnelle de regroupement en un tout d'occurrences distinctes de l'unité. Le choix de cet exemple a une double fonction. D'abord rappeler que l'arithmétique pratique, celle du dénombrement, est commencement historique de la mathématique : le nombre est d'abord immergé dans le contenu, c'est-à-dire indissociable de ce qu'il nombre, le système décimal correspond à une première abstraction à partir de la possession de dix doigts. Mais l'arithmétique constitue également son commencement logique : manifestement Lefebvre a en tête la perspective de *l'arithmétisation de l'analyse*, et son ancrage finitiste, au-delà du fait que Kant et Hegel aient traité du nombre, au moins en partie, selon cette perspective.

Une *définition mathématique*, par exemple celle du nombre entier, est par essence *génétique* et cela même dans un système axiomatique, dans la mesure où elle renvoie à des processus antérieurs qui se ramènent à des suites d'annulations de contenus : il y a certes une *indépendance* des éléments formalisés intégrés dans le régime démonstratif (et axiomatique en particulier), mais cette indépendance du *logico-mathématique* à l'égard des contenus dont il provient est *relative*. Le but est de retrouver ce que l'on connaît déjà des notions et objets mathématiques ainsi formalisés : les entiers des théories de Cantor, Dedekind, Frege, etc. doivent bien évidemment correspondre à ceux de la pratique quotidienne du dénombrement de tout un chacun. Mais, et l'exemple du nombre est frappant, cette abstraction est justement ce qui permet d'aboutir aux véritables *notions premières*, celles qui vont ensuite servir de point de départ à un exposé réorganisé, par exemple axiomatique.³

Cette abstraction dialectique, concept très proche de *l'abstraction réfléchissante* de Piaget, révèle par surcroît une dimension qualitative : et Lefebvre de renvoyer à l'argument que tire Kant⁴, contre Leibniz, du paradoxe des objets symétriques, à savoir, l'irréductibilité des propriétés d'une configuration géométrique à des relations purement logiques et intellectuelles, et la nécessité de la médiation par une instance qualitativement différente de l'entendement, la sensibilité pure. La propriété d'être premier, l'ordinalité (contrairement à la cardinalité) sont par exemple pour Lefebvre des propriétés discriminantes des entiers *irréductibles à des propriétés quantitatives*. Les mathématiques sont ainsi fondamentalement unité de qualité et de quantité, ainsi que la mesure l'impliquait chez Hegel, mais aussi ainsi que la définition cartésienne de la *mathesis universalis* comme science de l'ordre et de la mesure le suggérait – et sur ce point Lefebvre reconduit le verdict engelsien selon lequel c'est Descartes⁵ qui a véritablement reconnu le premier la profondeur dialectique des mathématiques.

¹ Sur l'abstraction mathématique Lefebvre 1946-47, II, § 4-5 p. 57-60.

² Lefebvre 1946-47 p. 59.

³ De même un *opérateur mathématique*, opération abstraite qui consiste, à partir d'une forme identitaire initiale, à produire de nouvelles formes, est le produit d'une abstraction qui a dégagé *la forme* d'une pratique concrète. Le propos de Lefebvre ici, à peu de choses près, est celui que tenait Marx à propos du « retour de méthode » et du jeu entre les approches algébrique et différentielle du calcul infinitésimal : cf. chap. II, section 2-4 du présent travail.

⁴ Lefebvre 1945-46 p. 53.

⁵ Lefebvre 1945-46 p. 55.

Mais l'appréhension des traits propres du processus temporel des mathématiques implique également une conceptualisation dialectique : les apories, contradictions, paradoxes d'une théorie, qu'ils soient ponctuels, comme ce qui est révélé dans le pythagorisme par l'existence du « nombre incommensurable », c'est-à-dire du nombre qui n'est pas un nombre, ou structurelles, comme les paradoxes de l'infini (des infiniment petits, qui sont et ne sont pas en même temps, comme des infiniment grands, paradoxes que l'opposition dénombrable / non-dénombrable a permis de formaliser), *exigent résolution*¹, c'est-à-dire suscitent par essence un *élargissement théorique réglé* : en l'occurrence, pour le premier exemple, l'extension du concept de nombre au-delà de la propriété d'être un rapport d'entier². Ainsi, exactement comme le disait Hegel du moment de l'entendement, le régime du logico-mathématique

« ne vaut que par le mouvement rationnel (dialectique) qui l'entraîne et le féconde »³

La formalisation vient toujours après coup : « l'homo logicus » est une *fiction*, le caractère formel des démonstrations ne doit pas faire oublier que les axiomes et règles d'inférence d'un système axiomatique donné reposent sur un mouvement plus fondamental.

« ... $x+5=0$, contradiction et même absurdité pour un algébriste du 16^{ème} siècle. Pour résoudre la contradiction, il faut inventer une nouvelle espèce de nombre, le nombre algébrique proprement dit. Le mathématicien se trouve donc amené à *démentir*, à *nier* toutes les règles du nombre arithmétique, puis à les établir sur un plan nouveau, à un degré supérieur, révisées et approfondies en fonction de la nouvelle définition du nombre (négation de la négation). »⁴

« ... si les propriétés des nombres algébriques peuvent être étudiées et démontrées analytiquement... la notion génératrice, celle de nombre algébrique, a été obtenue dialectiquement. Et tout le traitement formel ou analytique de cette notion constitue précisément une "analyse" du contenu ainsi introduit. »⁵

Sont d'abord précisés ici le sens de « l'abstraction dialectique », et le statut de *moment* du régime hypothético-déductif, donc la légitimité et le caractère indispensable de sa rigueur *scientifique*. Mais ce qui est frappant, tout particulièrement dans la première de ces deux citations très représentatives, c'est d'abord que la négation, et la négation de la négation, sont ici le fait du *mathématicien*, donc *extérieurs au champ mathématique même*, ce qui correspond parfaitement à l'extériorité bachelardienne du « non », dans sa « Philosophie du non », relativement à ce qui est nié. Ensuite, le processus qu'il décrit a été, selon une signification tout à fait comparable, déterminé comme articulation entre *paradigme* et surtout *thématisation* chez Cavailles : rajouter l'expression de « négation de négation » apporte-t-il vraiment quelque chose, à ce niveau de généralité, conceptuellement parlant ? Ce n'est pas évident. Et l'on va voir dans l'instant en quoi ceci est paradoxal.

De façon générale, ce qui est qualifié de « dialectique » dans les processus mathématiques n'est rien de *technique* : c'est tout ce qui nourrit, encadre, dynamise et finalise le registre logico-analytique qui en est justiciable, les mathématiques étant, à cause de leur essentielle dimension qualitative d'une part, à cause de l'impossibilité d'évacuer la présence non formalisable de *contenus*, irréductible à la logique (c'est le sens de son anti-logicisme). Deux éléments s'imposent à titre de conclusion : d'une part, le caractère très généraliste des rapports dialectique/mathématique qu'il expose le rend, paradoxalement, assez proche des

¹ Lefebvre 1945-46 p. 55-6.

² Mais les nombres complexes sont justiciables d'une analyse comparable. De même, Lefebvre évoque les paradoxes de l'élément premier du continu mathématique : *le point est et n'est pas ligne*, les deux n'existent qu'en tant que flux du premier, la variété des objectivations permettant, dans un système hypothético-déductif donné, de parler « du » point ou de « la » ligne. Le fait de supposer connu l'inconnu pour résoudre à la façon cartésienne un système d'équations linéaires, ou encore de tenter une démonstration par l'absurde, en posant ce que l'on intentionne faux comme vrai, sont des marques d'un processus dialectique. On peut quand même est relativement dubitatif sur la précision du terme ainsi utilisé. Cf. Lefebvre 1945-46, II en général sur ces questions.

³ Lefebvre 1945-46 p. 57.

⁴ Lefebvre 1945-46, II-7, « La dialectique dans les découvertes mathématiques » p. 65.

⁵ Lefebvre 1945-46 p. 73.

dialecticiens non marxistes, si l'on retient la critique qu'il fait de leurs « dialectiques » : ainsi les remarques de Bachelard sur le « jeu dialectique » amenant aux géométries non-euclidiennes

« ...ne sont pas inexactes. Mais le terme "dialectique" s'emploie plus d'une fois dans l'ouvrage de M. Bachelard dans un sens extrêmement vague... Mais le terme a philosophiquement un sens à la fois beaucoup *plus étendu* et beaucoup *plus précis*.

De même, M. Gonseth dans ses ouvrages souvent remarquables sur la pensée mathématique, emploie fréquemment le mot "dialectique", mais d'une façon désespérante par son vague. » S'agissant de l'exigence gonsethienne d'un « modèle authentique d'une *méthode pour diriger l'esprit dans la pratique de quelque dialectique* »¹, elle « exprime une aspiration très juste ; mais ignore-t-il que ce "modèle authentique" existe dans l'œuvre de Hegel et de ses continuateurs ? »²

L'évaluation de Lefebvre est tout à fait pertinente, on le montrera dans le chapitre III, mais d'une certaine façon, il me semble que son propos est également justiciable de cette évaluation. On notera au passage que si le champ marxien a parfois eu tendance à oublier ce qui se disait en dehors lui, réciproquement, les épistémologues non marxistes ne se sont pas non très souvent penchés sur ce qui n'était pas, dans l'espace français, de leur tradition. Ce qui différencie Lefebvre d'eux, c'est, selon la citation ci-dessus, *l'extension* et la *précision* de la dialectique. C'est l'élément proprement hégéliano-marxiste qui est indiqué ici : cette dialectique est « précise » parce qu'elle assimile *l'objectivité* des contradictions à l'œuvre dans le réel³, « étendue » parce que *tout le réel* justement, est traversé par ces contradictions dialectiques.

« Les lois dialectiques de la connexion universelle, de l'unité des contradictoires⁴, de la négation et du dépassement, se retrouvent donc dans tous les domaines des mathématiques »⁵

Où l'on retrouve les trois lois d'Engels, réintégrées dans un dispositif théorique qui n'a jamais récusé par principe leur pertinence, juste leur dogmatisation historiquement contingente. La rigueur conceptuelle n'est pas pleine et entière ici : *Lefebvre met ensemble les schèmes hégéliens et engelsiens, dont on pourtant vu plus haut qu'ils étaient loin de se revouvir.*

c. Le sens de la « réalité » des contradictions

Cette approche est très proche de celles des épistémologues dialecticiens, et la thématique de « l'abstraction dialectique » comme l'insistance sur les attendus des *opérateurs* mathématiques rappellent directement les thèses de Piaget. Mais, conformément à l'objectif que la première citation rappelle, il va plus loin, et il reformule le *principe de la réalité des contradictions* : l'incomplétude, l'erreur, et l'idéologisation induite de moments du théorique (la sensation, l'exposition axiomatique, le dégagement d'une structure, etc.) sont des *indices révélateurs* des complexités et contradictions (et en ce sens seulement, les « reflètent ») d'un réel *un* qu'il faut porter à la concrétude du concept. Le syllogisme dialectique général est le suivant : la constitution de l'Idée est la production d'un *universel concret*, puisqu'elle permet l'exposition différenciée et organisée des lois générales du réel et de la pensée, mais ces lois sont concrètes en ce qu'elles permettent, dans chaque science, de pénétrer intimement le réel *singulier* via les lois *particulières* de leurs objets. La production de l'universel relève donc d'un moment théorique supra-scientifique, philosophique (celui de ce qu'Althusser appellera la « théorie générale » ou théorie des pratiques théoriques), mais sa concrétude tient à la capacité de montrer que les universels abstraits proprement scientifiques manifestent, par

¹ Cité in Lefebvre 1945-46 p. 81.

² Lefebvre 1945-46, II-13, « L'usage du terme dialectique » p. 80-2.

³ Indépendamment et au-delà des « paradoxes », etc., qui, par l'acception générale du terme, sont de façon tout à fait consensuelle regardés comme d'éminents moteurs de la recherche.

⁴ Quantité/qualité, fini/infini, continu/discontinu, dénombrable/non-dénombrable, etc. sont autant d'exemples récurrents dans l'ouvrage.

⁵ Lefebvre 1945-46 p. 66.

leurs contenus mêmes, l'emploi de catégories (matière, valeur d'échange, etc.¹) qui sont aussi et surtout des *moments hypostasiés du devenir*, celui du réel et du procès de son appropriation gnoséologique, en lequel il faut les réinscrire.

De façon immanente à l'exposé, dans le *Traité*, de la structure ouverte du procès de constitution humaine de l'Idée, le *moment* de la théorie, s'appropriant les faits et processus du réels par concepts, *se transforme du lieu même de cette Idée en son contraire*, en puissance réelle d'action ordonnée à l'émancipation :

« Ainsi la théorie rationnelle de la société est aussi une théorie de la société rationnelle »²

Ce pour quoi milite Lefebvre est donc bien une véritable *philosophie de la praxis*, où la « logique concrète » retrouve la fonction de la *Science de la logique* : exposer les formes génériques de ce procès et de cette appropriation. « On ne peut comprendre le *Capital* de Marx et en particulier son premier chapitre sans avoir étudié et compris toute la logique de Hegel. Donc, pas un marxiste n'a compris Marx un demi-siècle après lui » : cet aphorisme de Lénine des *Cahiers sur la dialectique de Hegel*³ auquel Lefebvre renvoyait régulièrement, on l'a dit, est plus qu'un drapeau, c'est un programme auquel il s'est concrètement consacré⁴.

4. La réouverture contemporaine du chantier de la dialectique de la nature

Même si cela n'est pas directement lié en apparence à la question mathématique, cette section me semble fondamentale : elle porte sur les leçons récemment tirées des errances théoriques et pratiques restituées dans les sous-sections précédentes. Cette remise en chantier est en effet centrale parce qu'elle reconduit le problème structurel du marxisme dans son rapport à la scientificité, et on va voir que ce problème est globalement plus pointé que véritablement pris en charge.

Je présente d'abord « scolairement » le contenu des deux ouvrages qui procèdent à cette remise en chantier pour en présenter ensuite, synthétiquement, les convergences et divergences essentielles. Le bilan final portera enfin sur ce que l'on peut retenir, concernant ledit *problème structurel*, des apports de ces deux textes.

¹ Cf. Lefebvre 1945-46 p. 177.

² Lefebvre 1945-46 p. 170

³ On n'oubliera pas, cependant, que les commentaires, et en particulier beaucoup de notes et de formules assez lapidaires, de Lénine sur la *Science de la logique* sont loin d'être toujours convaincants.

⁴ *Méthodologie des sciences* problématisé et reconnaît ainsi les difficultés théoriques que ses thèses soulèvent et entame des dialogues audacieux vingt ans avant l'école althussérienne. Au-delà de ses imprécisions récurrentes et de certains traits forcément un peu vieillissés, il reste aussi révélateur des tendances marxistes non dogmatiques de l'époque, qu'actuel. D'autres ouvrages sont malheureusement aujourd'hui, et encore, à l'exact opposé. Exemple éclatant : en Brohm 2003 (*Les principes de la dialectique*), l'auteur prétend opérer un bilan des noyaux rationnels de « la » dialectique, par le parcours des œuvres, classiques ou un peu moins connues, de leurs théoriciens, de Hegel à aujourd'hui, à partir d'une problématisation des scolastiques simplistes qui s'en sont emparés (la non-évidence du titre choisi est ainsi judicieusement mise en relief), et des perspectives non moins simplistes qui les ont réduit à peau de chagrin pour mieux les brûler. Mais si la lettre du projet est évidemment louable, bien autre est l'esprit : cet ouvrage est l'incarnation autiste des stéréotypes, formules incantatoires, vagues généralités, et récitations orthodoxes que, par ailleurs, l'auteur dit qu'il faut déconstruire. Ce paradoxe est symptomatique d'une posture traditionnellement équivoque : celle de la production d'un manuel (l'auteur s'en défend pourtant en introduction, p. 41), ensuite celle de la difficulté théorique dont le présent travail essaye, entre autres, de prendre la mesure : celle qui consiste à problématiser rigoureusement la reconstruction des structures catégorielles d'une dialectique de nouveau opératoire, et à démontrer la fécondité de l'opération. Cet ouvrage est un éclatant symptôme de la difficulté de produire du concept, et même d'en avoir l'ambition. Il pourra faire date et nous instruire au moins pour cette raison.

1. Deux ouvrages

a. *Sciences et dialectiques de la nature* (1998)

L'ouvrage est composé de deux parties : la première (p. 11-247) est de L. Sève et se présente comme un manifeste, instruit de la tradition épistémologique marxiste et non marxiste, de défense et d'illustration de la dialectique dans les sciences dites « dures », par opposition aux sciences de l'homme ou à l'économie politique. L. Sève part de l'hypothèse qu'il faut « en finir avec l'anachronisme », c'est-à-dire en finir avec l'idée que la dialectique de la nature est forcément une théorie surannée.

La première section de cette partie, « Deux siècles d'élaborations dialectiques controversées » restitue de façon détaillée la tradition hégéliano-marxiste d'exigence de rigueur conceptuelle dans la détermination et l'usage du terme « dialectique », et s'efforce de problématiser et délimiter l'espace général de ce « chantier ». L'idée clé de Sève est donc que les motifs collectifs de promotion et d'attaque de « La » Dialectique », au XX^{ème} siècle, furent dans l'ensemble en bonne part *idéologiques*, et qu'excepté dans des travaux et interprétations finalement individuels, son contenu catégoriel fut notablement appauvri – quoique ces savants ou penseurs, qui ont explicitement reconnu leur dette à l'égard des catégories (de la) dialectique(s) (que leur acception en fut large et « chargée » objectivement ou plus restreinte), se soient justement imposés, chez P. Langevin, H. Wallon, de mobiliser avec ces catégories dans toute leur problématique et leur différenciation sémantique.

Sève insiste alors sur la réactualisation récente, non véritablement dans l'ensemble, de *thèses* dialectiques sur les phénomènes naturels, mais plutôt du *thème* dialectique. Il cite à l'appui de cette affirmation les travaux d'H. Atlan sur les phénomènes biologiques d'auto-organisation, ceux de J.-M. Lévy-Leblond en physique contemporaine, ou encore ceux de scientifiques américains comme S. J. Gould, et surtout le duo composé de Richard Levins et Richard Lewontin¹ en biologie. Sève rappelle qu'indépendamment, comme on l'a vu dans les précédents chapitres, qu'ont repris des études sur la culture dialectique plus classique, sur la philosophie hégélienne de la nature², et les travaux scientifiques de Marx³ et d'Engels⁴.

D'où un contexte aujourd'hui intellectuellement plus favorable pour des études collectives sur ce chantier de la dialectique. Conceptuellement L. Sève l'oriente selon deux axes : 1/ quel est le statut philo-épistémologique plaidable d'une dialectique de la nature ? 2/ Corrélativement, quel type de dispositif catégoriel convient-il de re-construire : une *formalisation* de la dialectique est possible, et si oui, serait-elle à même de produire des *inférences* ou des connaissances dont les nombreuses logiques formelles seraient incapables ? Comment, selon l'orientation marxiste/marxienne, repenser la *contradiction*, la négation de la négation, le rapport qualité/quantité, l'identité des contraires (les trois « lois » engelsiennes de la dialectique) afin de montrer qu'elles sont *utiles ou indispensables*, non plus comme *lois* mais comme *thèses philosophiques* pour appréhender les phénomènes naturels ou certaines apories scientifiques, sans pré-former ou dé-former ceux-ci ? Autrement dit, comment penser le noyau rationnel d'une objective dialectique de la nature sans qu'elle ne soit justiciable de l'objection, certes parfois simpliste (comme chez Popper), mais bel et bien légitime, selon laquelle elle serait une projection du concept dans le réel, « réification » de la catégorie en phénomène opérant, bref, selon laquelle elle illustrerait pleinement « l'apparence transcendantale » de la raison déjà déconstruite par Kant, qui consiste à prétendre trouver dans le réel ce qu'on y a préalablement introduit ?

C'est dans la seconde section de la première partie, « Pour un nouvel esprit dialectique » que L. Sève réactive cette entreprise de détermination conceptuelle, dans la continuité de son historique du concept de dialectique, en commençant par paraphraser l'expression

¹ Levins & Lewontin 1985.

² Cf. Le monumental ouvrage collectif Petry 1993.

³ A partir, principalement de Engels 1875 et 1883, et Engels & Marx 1974.

⁴ Voir Delbraccio & Labica 2000, notamment le texte de L. Sève, qui synthétise les ambiguïtés du programme d'Engels.

bachelardienne de « nouvel esprit scientifique », pour étudier systématiquement les trois groupes principaux de problèmes qu'il a distingués : la dialectique peut-elle produire des inférences formalisables garantissant la fondation d'une *logique dialectique* ? A quelles conditions peut-il y avoir dialectique *de* et *dans* la nature ? Et à partir de cette thématique, quels sont les *moments* de la dialectique, c'est-à-dire, quels sont leurs sémantiques et statuts ontologique et épistémologique ?

La seconde partie de l'ouvrage (p. 249-408) est composée de plusieurs contributions de savants sur leurs conceptualisations théoriques propres : tout d'abord un entretien entre L. Sève et le biophysicien H. Atlan, prend pour objet principal le statut de la contradiction, *nexus* conceptuel constitutif, aux points de vue historique comme épistémologique, de la notion de dialectique. Gilles Cohen-Tannoudji, éminent spécialiste en mécanique quantique, expose ensuite une problématisation dialectique des concepts centraux de son domaine de recherche (entropie, champ, symétrie et brisure de symétrie en particulier), insistant sur la fécondité du concept d'*horizon de réalité* qu'il reprend au philosophe mathématicien suisse Ferdinand Gonseth. Comme un regard plus général sur les notions d'objet, de temps et d'espace, de matière, Pierre Jaeglé, épistémologue chercheur en mécanique des particules, lui, se concentre sur la dialectique centrale de *l'interaction* entre objectivité et subjectivité dans la *construction* et la validation de la *connaissance* scientifique du réel, interaction dont la compréhension précise incombe à qui prétend exposer un discours vrai sur ce réel¹. S'il y a une dialectique de la nature à cerner, il y a d'abord et avant tout une dialectique de la *connaissance* de cette nature à examiner. Richard Levins et Richard Lewontin (respectivement professeurs de sciences des populations et de zoologie) dans une section reprenant la conclusion de leur ouvrage *The dialectical biologist*² dédié à Engels, s'efforcent de montrer que les avatars du cartésianisme comme les divers types de réductionnisme biologiques manquent la spécificité du vivant organique : une réalité toujours en mouvement, dont la dynamique reconduit en permanence l'organicité dialectique des êtres, laquelle s'exprime par l'incomplétude de l'agrégat analytique des parties, l'inexistence hors de l'organisme, totalité dynamique, de ses parties constitutives, et par l'irréalité de ce tout si on le pense comme autre chose que l'entr'expression desdites parties, celle-ci étant régulée et développée selon des contraintes endogènes autant que par ré-action à et sur l'environnement. La dernière section, couronnant la polyvalence de l'ouvrage, porte sur le sens et les fonctions de la dialectique en mathématiques : la mathématicien José-Luis Massera montre qu'elle peut être pensée comme outil *d'exposition* (rétrospective) de la construction des théories, ou comme *modalité opératoire* intrinsèque de cette construction, et que sa pertinence heuristique se manifeste autant lorsque l'on réfléchit sur le statut des *objets* mathématiques que sur les *procédés* et *méthodes* des théories, et pas seulement au niveau d'un regard porté sur le devenir historico-conceptuel de la mathématique comme forme de pensée disciplinée³.

Le souci, non pas de totalisation, mais de *globalisation* des champs scientifiques, que ce bref résumé manifeste, témoigne de l'ampleur du chantier, donc de l'ampleur de l'ambition « des dialecticiens ». Et s'il est bien un problème, dont on a dit depuis le début de cette thèse qu'il est un *Kampfplatz symptomatique*, c'est celui de la polysémie du terme « dialectique ». Sève rappelle donc à juste titre les différents penseurs ne précisent qu'inégalement la signification qu'ils attribuent au terme, bien qu'il soit manifeste que de Engels à Gonseth elle varie de façon plus qu'importante. La contribution de Sève est à cet égard salutaire : elle joue

¹ Celui-ci semble avoir pris une certaine distance avec sa mobilisation assez classique des thèses d'Engels dans l'étude du concept physique de réversibilité qu'il développait en Jaeglé 1977.

² « Dialectical philosophers have thus far only explained science. The problem, however, is to change it », Levins & Lewontin 1985, p. 288.

³ Cette contribution oublie cependant selon moi la dimension essentielle de la pensée dialectique des mathématiques, de Hegel à Marx/Engels, jusqu'aux dialectiques non marxistes contemporaines : la critique, contre le réalisme naïf ou platonicien, du *fétichisme de l'objet mathématique*, c'est-à-dire la *démystification de l'objectivité logico-mathématique*, et l'effort corrélatif, qualifiable de constructif ou constructiviste au sens strict, de réinscription de tous les « objets » dans les processus réglés de leur institution.

son rôle de présentation et d'effort de clarification de la parenté sémantique et conceptuelle des auteurs qui suivent. Il rappelle la fonction heuristique et critique de la dialectique dans la constitution générale des savoirs, de leurs relations, et de leurs rapports au réel ; mais il insiste finalement, dans cette section inaugurale, sur la nécessité d'une stricte *détermination conceptuelle* du terme et de ses moments, autrement dit, sur le contenu du noyau rationnel d'une dialectique qui prétendrait être plus qu'une simple heuristique. Or, on l'a vu, c'est une façon de formuler le *problème structurel du marxisme relativement à la scientificité*.

b. La nature dans la pensée dialectique (2001)

Dans cet ouvrage, E. Bitsakis, au travers de l'exposition des conceptualisations de la nature qu'ont effectué les grandes pensées dialectiques de l'histoire, procède en fait à une histoire *partielle* du concept de dialectique, de l'antiquité à nos jours : les cosmogonies naïves, héraclitéenne, ionnienne, et bien sûr la cosmologie et l'hylémorphisme aristotéliens, sont restitués dans les deux premiers chapitres. Les pensées de Hegel, Marx, Engels, Lénine, Langevin, sont alors successivement étudiées et replacées dans leurs contextes scientifiques et culturels dans les chapitres suivants, jusqu'au chapitre terminal. Dans celui-ci, l'auteur, au titre d'une authentique *réflexion* de la pratique scientifique qu'il enseigne, et faisant fond notamment sur sa reprise personnelle des perspectives développées par P. Langevin, reprend et approfondit son travail désormais reconnu sur la physique théorique, la crise du mécanisme (plus que du déterminisme), et plus généralement la dialectique des formes hiérarchisées de la matière et du mouvement.

L'introduction « Sciences, idéologie et philosophie », contextualise de façon très serrée l'ensemble de son propos : examiner, comme il le fait dans sa dernière section, de « Nouvelles perspectives pour la dialectique de la nature », suppose une réappropriation critique des cultures et des pensées (de la) dialectique(s), mais une telle démarche doit savoir *se situer* épistémologiquement, relativement aux productions théoriques et aux savoirs positifs des scientifiques d'une part, aux discours philosophiques dans leurs traditionnelles généralité et vocation/tentation fondationnelles d'autre part, et par là même, prendre en charge le problème des critères et de la nature de sa propre scientificité. Si la pensée, positivement connaissante ou rationnellement intelligente, est toujours activité collective dépendant du contexte socio-politique de son élaboration, il convient d'en dégager et d'en assumer la dimension *idéologique* : celle-ci ne renvoie pas seulement à une entreprise de mystification, certes bien possible comme en a témoigné la fossilisation « diamatique » des thèses d'Engels, procédant à l'inverse d'une théorisation critique des nouvelles connaissances (devant être guidées, notamment par l'expérimentation), elle relève aussi de ce que F. Gonseth appelle la « Doctrine Préalable », nécessaire pré-conceptualisation alliant l'intuitif et le conceptuel (quasi *pré-compréhension* herméneutique) orientant les développements théoriques proprement dits. C'est-à-dire que cette dimension idéologique révèle un caractère gnoséologique essentiel déjà élaboré, mais spontané (au sens althussérien de la philosophie spontanée des savants), et doit à ce titre subir une explicitation approfondie, comme condition de possibilité de sa pertinence épistémologique.

Autrement dit, toute perspective nouvelle sur la dialectique de la nature repose sur une ré-élaboration de la théorie du rapport philosophie-science-idéologie, laquelle convoque également la remise en chantier des catégories du matérialisme historique et du matérialisme dialectique : d'où l'insistance réitérée d'E. Bitsakis sur la nécessité de re-thématiser les rapports entre la matière (naturelle, mais aussi bien sûr socialement transformée, dite « ouvrée » par Sartre) et la pensée.

Cet historique est partiel, d'une part en ce qu'un saut volontaire est effectué d'Aristote à Hegel, d'autre part par la concentration du propos, concernant la période post-engelsienne, sur les dialectiques directement héritières du dispositif marxiste-engelsien : les dialectiques « subjectives » ou non marxistes (Bachelard, Gonseth, par exemple), récurrentes dans tout le rationalisme français du 20^{ème} français, ne sont pas étudiées (excepté, encore une fois, pour le « cas Langevin », qui est à cheval entre les deux traditions). Le parti-pris théorique est net et

assumé ; l'ouvrage est déjà massif, et cible par surcroît, par ce choix, son objet : reconstruire le matérialisme dialectique et la dialectique de la nature, solidairement et en évitant le travers du système dogmatique et fermé. Les chapitres de Hegel à Langevin, de ce fait, excèdent la simple restitution historique ; chemin faisant sont enrichies les catégories clés de ce dispositif exigé, et précisées les thèses majeures de l'auteur, qui portent globalement, on pouvait s'y attendre, sur les mêmes groupes de problèmes que ceux distingués par L. Sève (excepté le problème de la formalisation de la logique, qui entre moins directement dans les thèmes de l'ouvrage) : statut du discours et des catégories dialectiques relativement aux objectivations scientifiques proprement dites, et donc, bien sûr, aux phénomènes naturels, contenus sémantiques, modes opératoires, et articulations mutuelles liant ces catégories.

2. Thèses centrales communes aux deux ouvrages : une fondamentale injonction paradoxale

Les deux ouvrages insistent de façon récurrente sur l'ambiguïté rappelée en introduction des textes d'Engels : si la « dialectique de la nature » peut être attaquée dans son visage ontologiquement doctrinal, ils insistent sur ce qui en fait un dispositif critique destiné à *penser les relations entre les concepts des théories scientifiques, et penser la façon dont ceux-ci peuvent et doivent être réarticulés afin de saisir la puissance de différenciation formelle de et à l'œuvre dans la nature.*

Or c'est à une injonction paradoxale que l'on fait rapidement face à la lecture de ces textes : leur mot d'ordre premier est « dés-ontologiser la dialectique ». Seulement cette dialectique doit rester *solidaire d'une ontologie*, pour éviter de devenir pure métaphore : cette ontologie est logiquement celle d'un matérialisme de l'être naturel et social. Une telle ontologie relève elle, non de la science, mais du discours philosophique, autant que les schèmes spécifiques de cette dialectique de la nature : *le paradoxe est donc que la conjonction de deux classes de schèmes philosophiques prétend à l'objectivité, en tant que discours second sur la science qui n'est pas la science.* On retrouve, comme prévu, le problème structurel du marxisme. Le bilan de cette sous-section (point (b) surtout) s'efforcera de dénouer le paradoxe (voire de montrer que ce n'en est pas un) : pour l'instant, je me limite à restituer les thèses de ces auteurs, pour être en mesure d'en examiner plus loin, de façon plus distanciée, les limites.

a. Catégories philosophiques, concepts quasi-philosophiques et concepts scientifiques

Afin de penser le rapport philosophie-science, il me semble qu'E. Bitsakis distingue, concrètement, trois instances discursives : les propositions universelles et les catégories ontologiques philosophiques, les *concepts quasi-philosophiques*, et les concepts scientifiques¹. Les premières, obtenues par généralisation et extension (par exemple, « le mouvement est le mode d'existence de la matière »), ne relèvent pas du champ de la *preuve*² : on examine leur justesse et leur vraisemblance, leur puissance d'intelligibilité plutôt que leur vérité par comparaison avec ce que l'on connaît positivement par ailleurs. Les derniers sont toujours relatifs à des formes concrètes de matérialité, de causalité, de détermination, de mouvement : le chimiste, le physicien n'étudient pas la matière ou le mouvement en général, mais toujours certaines de leurs formes particulières.

Ces types de concepts se recouvrent partiellement : les seconds, en effet, sont la classe spécifique de catégories philosophiques *également mobilisés par les scientifiques* : matière, mouvement, énergie, espace, temps, etc. Ces *concepts quasi-philosophiques* (au sens de intra et méta-*scientifiques*), sont les médiateurs dialectiques entre la science et la philosophie, puisqu'ils sont unité de la différence, concrétions conceptuelles unissant l'universalité catégorielle et la particularité scientifique. Par exemple la masse (concept scientifique), n'est

¹ Cf. Bitsakis 2001, p. 36-40.

² Lénine disait déjà explicitement cela : Lénine 1908, p. 110. Cf. sur ce point Althusser 1968, p. 28-30, et Macherey 1997, p. 271-2.

pas la matière (catégorie philosophique), mais la *mesure* (c'est-à-dire en réalité un réseau conceptuel opératoire *médiateur* impliquant des concepts quasi-philosophiques, comme celui de quantité) de son inertie (également concept scientifique), attribut propre de la matière.

Il convient donc toujours de préciser *l'usage* qui est fait de ces médiateurs (philosophique ou scientifique), *ce qu'ils dénotent*, des réalités intègres (matière, phénomène...), des relations (causalité, interaction...), des propriétés du matériel (conservation, transformation, etc.), et leur nature, *type catégoriel général* du point de vue duquel cette dénotation et cet usage sont effectués : *ontologique* (énergie, matière, espace, temps, etc.), *interdisciplinaire* (structure, information, etc.), *gnoséologique* (conscience, reflet, etc.). On doit ainsi distinguer, dans l'usage dénotatif des concepts d'*objet* et de *représentation*, le point de vue ontologique qui pose leur *unité* (thèse matérialiste), et le point de vue gnoséologique qui pose leur opposition, ou du moins leur différence, et de ce fait convoque l'étude du mode d'accès de la représentation à l'objet. L'idée essentielle est de toujours savoir de *quoi* l'on parle, avec *quels outils*, et selon *quels usages* de ceux-ci.

L'on voit donc qu'il convient de distinguer le dispositif et les rapports dialectiques des catégories philosophiques et des concepts scientifiques, des *concepts dialectiques comme tels*. Une dialectique matérialiste de la nature est d'abord un ensemble de thèses philosophiques, structuré autour du principe indémontrable du monisme ontologique de la matière, et un ensemble de concepts quasi-philosophiques assurant la commensurabilité entre le discours philosophique général et les théories scientifiques constituées. Descriptivement Bitsakis ne dit rien de fondamental de plus : or il me semble que c'est justement là que le bât blesse, puisqu'il met ici le doigt sur le problème des *conditions de l'objectivité* de *thèses philosophiques* en rapport étroit avec les théories scientifiques. Le bilan final de cette sous-section portera bien sûr sur ce problème, mais des éléments sur la place précise du matérialisme sont préalablement indispensables, éléments qui viennent seulement dans le point (3) ci-dessous.

b. Quelle logique des catégories dialectiques ?

L. Sève¹ comme E. Bitsakis procèdent à un examen détaillé des catégories centrales de la dialectique, mais le premier le fait plus sur le mode d'une récapitulation des thèses fondamentales de Hegel et Marx sur la question, alors que le second l'effectue en enrichissant et différenciant l'analyse selon la progressivité des conceptualisations, de Marx à Langevin, qu'il restitue corrélativement aux problèmes et objets scientifiques auxquels celles-ci étaient confrontées. Cette complémentarité n'a de sens que sur le fond du travail d'E. Bitsakis. Celui-ci reprend les catégories traditionnelles dans leurs associations dyadiques ou triadiques, mais c'est leur mode opératoire qu'il repense rigoureusement, entre elles, et relativement aux phénomènes naturels : catégories interdisciplinaires et relationnelles (unité et diversité, identité et différence, opposition et contradiction, qualité et quantité, interaction, principalement), concepts quasi-philosophiques (structure et mouvement, chose et relation, symétrie, dissymétrie et asymétrie, conservation et transformation, continuité et discontinuité) sont mobilisés dans l'examen interne des concepts proprement scientifiques. L'idée clé est de toujours faire reposer le mouvement des catégories sur la particularité des concepts scientifiques considérés, donc indirectement sur celle du phénomène étudié que ces derniers ont pour fonction de rendre intelligible.

Comme un exposé complet est impossible ici, je me contenterai de quelques remarques exemplificatrices. En physique des particules élémentaires, l'*interaction* est une relation entre particules qui engendre du mouvement, mais est également produite par du mouvement, est en même temps source et produit du mouvement : Par exemple les *mésons* – et plus généralement les bosons, par opposition aux plus « matériels » fermions – semblent effectivement s'épuiser dans leur fonction médiatisante de *particule d'interaction* (en tant que véhiculant les forces nucléaires entre les constituants du noyau atomique), tout en restant des

¹ Principalement en *Ibid.*, § 2.2 et 2.3, p. 164-203.

*particules*¹. Dans le même cadre, lorsque l'on étudie protons et neutrons, leur *identité* est effective si l'on fait abstraction de l'interaction électromagnétique, alors que leur symétrie, leur identité est brisée, leur *différence* révélée lorsqu'on prend cette interaction en compte. Il existe donc une *différence* dans l'unité et l'identité des formes de matières, et cette *différence* est source de processus. L'opposition (non antagonique) entre masse et énergie est levée dans la théorie relativiste, dans la mesure où l'on établit leur directe proportionnalité moyennant le coefficient élevé au carré de la vitesse de la lumière. Toute loi de conservation ne s'éprouve que dans un processus de transformation, etc. On voit bien ici la dimension *gnoséologique* (abstraction, extension théorique, expérimentation) qui rend possible le mouvement des catégories². Pourtant, à l'instar de Engels et de Lénine, E. Bitsakis insiste sur l'existence *réelle* de contradictions dans les phénomènes naturels : si l'*opposition* est la forme dominante dans la nature (contradiction non antagonique), elle « peut devenir contradiction [antagonique] dans des conditions appropriées »³, et c'est à ce moment là qu'on parle de « passage dialectique », c'est-à-dire de changement induisant une rupture qualitative, un *saut*⁴ au sein de et présupposant un processus continu, et possédant une épaisseur temporelle : en témoigne selon lui le caractère discontinu des interactions quantiques, au niveau des émissions et absorption de rayonnements entre particules subatomiques en particulier⁵.

L. Sève concentre aussi son propos sur la contradiction : c'est de même le sujet principal de son entretien avec Atlan, « L'illogique de la contradiction »⁶. L. Sève, tout aussi convaincu qu'E. Bitsakis qu'il existe des contradictions réelles, s'oppose à un interlocuteur qui, tout en reconnaissant les vertus dynamiques de la pensée dialectique, se refuse à voir autre chose que des *oppositions* réelles, à l'instar de la critique virulente qu'opère G.-G. Granger de la dialectique en général⁷. C'est aux restrictions que ce dernier apporte à la pertinence et aux champs d'application de la dialectique, justement, que L. Sève consacre un développement instructif, puisqu'il re-pose clairement le problème, auquel ne s'intéresse pas E. Bitsakis, de la *formalisation* de la dialectique, de la dialectique comme une *logique possédant ses propres inférences*. Cette question est centrale, puisqu'elle porte sur ce qui serait un noyau rationnel particulièrement solide d'une dialectique scientifique.

c. Logique et inférences dialectiques

L. Sève restitue d'abord la critique, emblématique, de G.-G. Granger. Celui-ci, distinguant la dialectique comme *mouvement même* de la création de contenus (de « contenus formels » par des formes vides, chez Hegel, ou création de réalités par des lois spécifiques nouvelles, chez Hegel et Engels) et comme *science, discours* sur cette création, reproche de façon centrale au discours dialectique de se confondre et de s'assimiler au mouvement créatif réel. Cette « illusion décevante » provient de « l'ontologisation » a posteriori d'une dialectique consistant de prime abord en un ensemble de « maximes » que le chercheur se donne pour

¹ Bitsakis 2001, p. 274-5. L. Sève note à très juste titre que ce concept de *particule d'interaction* est tout à fait opaque pour une simple pensée d'entendement, en insistant sur le fait qu'il dénote un *rapport* qui semble se *transmuier en chose* et réciproquement : Sève 1998, p. 195.

² Bitsakis 2001 p. 349-53, pour une synthèse détaillée (et des renvois internes à son ouvrage) sur ce sujet.

³ *Ibid.*, p. 275. Voir également Bitsakis 1983, p. 99-122 : les phénomènes de symétrie et de dissymétrie en physique, et même dans la théorie mathématique des espaces abstraits, révèlent la présence de contradictions dans « l'essence des choses elles-mêmes ».

⁴ Il faudrait bien évidemment comparer cela aux développements contemporains de la physique qualitative, excédant ce principe leibnizien « *Natura non facit saltus* » (principe à penser du point de vue divin : du point de vue humain, il est difficile de saisir cette continuité, les sauts étant plus manifestes), et reconduisant certaines intuitions aristotéliennes : par exemple la physique morphogénétique de R. Thom et de J. Petitot, ou le néo-finalisme de R. Ruyer.

⁵ Bitsakis 2001, p. 276.

⁶ Sève 1998, p. 249-86. L'entretien est très instructif, d'une part parce que L. Sève, qui lit l'œuvre d'H. Atlan en termes dialectiques, arrive à lui faire dire la chose suivante : « [...] si je fais de la dialectique dans mon travail scientifique, c'est comme Monsieur Jourdain faisait de la prose : absolument sans le savoir. Et si vous pouvez m'apprendre en quoi je fais de la dialectique de cette manière, j'en serais très content », p. 251. Mais ceci reste anecdotique.

⁷ Sève 1998, p. 124-144. Cf. Granger 1979, 1980 et 1988.

réguler les problèmes rencontrés dans ses études. C'est le refus net de toute dialectique de la nature au sens où la nature procéderait dans son développement par négations de négations : la thèse selon laquelle les objets naturels sont dialectiques en soi consiste à faire de la négation et de la contradiction au sens strict les règles de production objective des effets dans le domaine étudié par les sciences empiriques. Le « mouvement dialectique » apparemment appréhendé dans le devenir naturel est selon G.-G. Granger toujours exportée par la pensée, a posteriori, n'est que le produit d'une imagination empirique déguisée qui se méconnaît. Il n'existe aucune logique objective régissant dialectiquement le mouvement de la « chose » : s'il est possible de penser certains faits naturels comme contradictoires, c'est seulement au niveau de la pensée et non de la réalité qu'il y a expression d'une contradiction. Toute dialectique de la nature n'est qu'une interprétation métaphorique, une projection illégitime de catégories subjectives sur la réalité.¹

La dialectique n'est pas une logique de la chose car la négation, comme la contradiction n'est que conceptuelle et pas « en soi ». Mais la dialectique ne peut pas être une *logique* tout court, donc donner lieu à sa formalisation effective : or cette formalisation a été diversement tentée et a échoué selon Granger (ainsi les tentatives d'A. Doz et D. Dubarle dans *Logique et dialectique* en 1972, les travaux d'H. Lefebvre² ou plus récemment de Newton Da Costa), dans la mesure où les « inférences dialectiques » qui y étaient visées (seules de telles inférences fécondes auraient pu légitimer la prétention novatrice de cette formalisation) se réduisent à des reformulations déjà possibles en logique symbolique classique, même si ces reformulations ne tirent pas leur matériau de cette logique classique :

« une dialectique ne saurait qu'être une pseudo-logique, et les contenus qu'elle exhibe ne peuvent avoir que deux sources. Ou bien, travestis en contenus formels, ce sont des contenus empiriques importés en contrebande ; ou bien, véritablement, ils sont empruntés aux fonds des langues naturelles [...] aucunement réductibles au logico-mathématique. »³

Et ce besoin d'importer de l'extérieur ses contenus, encore une fois, provient du fait que fondamentalement, la négation dialectique n'est pas à même d'être le principe moteur d'inférences valides et fécondes, dans la mesure, où, qu'elle soit prise radicalement ou relativement à des domaines d'objets spécifiquement définis, le sens et les usages de la négation sont corrélativement bien définis de façon analytique, parce que l'on se situe dans l'univers opératoire du discours logique.

Il est cependant important de rappeler, contre la sentence de Granger⁴, que l'inutilité éventuelle d'une logique dialectique formalisée n'est pas un argument contre sa possible validité (sa consistance et sa complétude, et sa capacité à produire du neuf). De ce fait, reconduire cette tentative, dans le sens d'une « logique du devenir » objectif selon le vœu d'E. Bitsakis (et non bien sûr d'une simple logique de l'argumentation intersubjective) n'est absolument pas un projet en soi disqualifié. Et la logique catégorielle, à quoi se ramène, en un sens, la réélaboration du dispositif dialectique rappelé au paragraphe précédent, elle pourrait, notamment par la dimension dynamique et temporelle du rapport qu'entretiennent les concepts, servir de guide à cette tentative.⁵

¹ On retrouve ici la thèse de Sartre évoquée plus haut.

² Cf. le classique Lefebvre 1947, mais aussi : Lefebvre 1986, ch. D, 59-74, et Lefebvre 2002, ch. II-III, qui récapitulent les diverses dimensions de son tout son travail sur les sciences formelles et expérimentales. Voir également la sous-section précédente de ce chapitre sur Lefebvre.

³ Granger 1980, p. 5. Cf. la section V-3 à venir consacrée à Granger.

⁴ On la retrouvera dans la section à venir, la dernière du présent chapitre, consacrée à Dubarle 1970 et Doz & Dubarle 1972. Cf. aussi la note infra-paginale précédente.

⁵ Cette entreprise devrait bien sûr d'abord être très instruite de la variété des logiques analytiques non-classiques, les logiques modales notamment, mais aussi celles qui s'efforcent de modéliser les structures temporelles (par exemple la *logique du temps ramifié* de D. Vanderveken, qui notamment raffine sa logique illocutoire qu'il a élaboré en collaboration avec J. Searle).

d. Dialectiques générale et régionales

On le voit, sciences ou disciplines formelles (mathématiques, logique), sciences de la matière inerte (chimie, physique, astrophysique), biologie, ne peuvent être abordées et réduites à un même schème dialectique « légal » : chaque domaine convoque sa propre épistémologie, c'est-à-dire une mobilisation adaptée et non pré-jugée des concepts *quasi-philosophiques*. Si « la » dialectique de la nature a un sens, ce n'est qu'en tant qu'ensemble de *thèses philosophiques* non démontrables (et aucunement corpus de lois) quoique non arbitraires : leur pré-orientation idéologique et leur thématization critique intra-théorique font d'elles un discours visant à la pertinence heuristique et la vraisemblance scientifique. « Ainsi les thèses d'une dialectique de la nature peuvent être justes ou conformes aux sciences de la nature » : mais « Sur la base des acquisitions des sciences, on peut affirmer qu'il y a des dialectiques locales, régionales, dialectiques qui correspondent aux lois spécifiques de la matière »¹.

Cette régionalisation, bachelardienne dans son principe et son esprit, à l'image du style de L. Sève et de la structure même de l'ouvrage qu'il coordonne, témoigne bien d'une assimilation des critiques et des restrictions légitimes que l'on peut apporter à « la » dialectique de la nature. Pourtant, ces dialectiques locales ne sont pas de pures *attitudes épistémologiques*, ne sont pas, comme le voudraient G.-G. Granger, de simples « dialectisations » rétrospectives purement subjectives, puisqu'elles reposent sur et sont objectivement corrélées à un ensemble de principes *matérialistes*.

3. La place du matérialisme

a. Divergences

On peut noter deux types de divergence entre les deux ouvrages : l'une méthodologique, l'autre conceptuelle. Le quasi-ouvrage de L. Sève est un panorama historico-théorique au spectre étendu, sur les thématiques abordées, et les points de vue sous lesquels celles-ci le sont : H. Atlan, P. Jaeglé, G. Cohen-Tannoudji, J.-L. Massera, mobilisent à titres divers traditions marxiste et non-marxiste, en présentant et développant le plus souvent quelques philosophèmes (ainsi celui d'*horizon de réalité* chez G. Cohen-Tannoudji, repris à F. Gonseth²) sur des questions localisées. Mais la nature des contributions, comme celle de L. Sève, est surtout programmatique. Est-ce à regretter³ ? Dans la mesure où l'ouvrage d'E. Bitsakis s'efforce lui de concrétiser ce programme, à l'instar du reste de son œuvre, on peut de nouveau insister sur la complémentarité entre les ouvrages. Lire celui de L. Sève comme contextualisation instruite au problème de la dialectique de la nature, puis celui d'E. Bitsakis comme réalisation *régionale* approfondie (en physique théorique) de ce programme et donnant rétroactivement sens et intelligibilité à celui-ci, me semble de bon aloi.

Mais au-delà de cette différence de nature des ouvrages, une divergence *conceptuelle* se manifeste, sur laquelle d'ailleurs E. Bitsakis revient régulièrement, précisément contre L. Sève : alors que le premier défend une thèse strictement matérialiste, le second, malgré ses affirmations, semble résoudre la matérialité fondamentale en un système de *relations* relevant d'abord de la pensée discursive, sur un *mode* assez hégélien, en somme.

b. Aséité de la nature et objectivité de la connaissance

Le matérialisme strict d'E. Bitsakis se traduit par l'alliance d'un principe d'*objectivité* et d'un principe d'*aséité*⁴ de la nature : la réalité existe *en soi*, elle est inengendrée (c'était déjà

¹ Bitsakis 2001, p. 368-9.

² Cf. par exemple Cohen-Tannoudji 1990.

³ C'est en tous cas une critique générale qu'A. Tosel formule à l'égard du propos de L. Sève, de façon ponctuelle mais répétée par exemple dans Tosel 1994, notamment en Introduction et dans l'Epilogue.

⁴ Bitsakis 2001, p. 41-45, et 345-6, par exemple.

une thèse d'Engels), et indépendante par rapport au sujet (aséité), et, contre l'idée kantienne d'un en soi inconnaissable, *en droit* exhaustivement connaissable (objectivité), quoiqu'en fait cette objectivité ne soit qu'*ontique*, c'est-à-dire qu'en l'absence de « réalité ultime », cette exhaustivité est impossible. On retrouve ici bien les deux thèses de Lénine, qui lui-même reprenait Engels : la thèse d'*existence* et la thèse d'*objectivité*, rappelées au début du présent chapitre.

L'objectivité de la connaissance est *relative* aux déterminations historiques et expérimentales dans et par lesquelles elle se produit, et ne peut préjuger de son objet, lequel dévoile sa complexité à chaque innovation technique, et par là sa résistance, presque érectible en indépassable, aux prétentions objectivantes totalisantes. Cet « en soi » de la nature est l'objet « pour nous » de la recherche scientifique : d'où l'appellation « réalisme scientifique » qu'E. Bitsakis donne à son dispositif théorique. Et l'aspect apparemment naïf de ce réalisme ne doit pas tromper : il repose, comme dirait Russell, sur un « solide sens du réel ». « Acceptons donc, en accord avec le sens commun et la science, que la matière existe », est une *décision théorique fondamentale, hautement philosophique*¹, qui reconduit le rejet léninien du phénoménisme machien à propension idéaliste : c'est une *thèse*, dont la nature reconduit explicitement la fonction *interventionniste* dévolue par Lénine à la philosophie. Il n'est pas étonnant que l'on puisse en même temps faire relever cette décision de la « doctrine préalable » gonsethienne, ou de l'idéologie auto-critiquée orientant le discours *quasi-philosophique* (au sens précisé plus haut des concepts ainsi qualifiés) : en effet cette thèse est censée retrouver le sens commun. Il reste que la fonction de cette thèse est d'abord de donner un point d'appui tout à fait fondamental contre l'accusation de *relativisme* ou d'*idéisme* à laquelle une dialectique non dogmatique de la nature ne manquerait pas devoir faire face.

On notera cependant une tension interne au propos. A plusieurs reprises est rappelée une thèse qui aurait selon moi mérité clarifications : celle de *l'historicité des lois de la nature*. E. Bitsakis écrit par exemple dans son chapitre final : il y a « des lois de la nature, c'est-à-dire des relations internes nécessaires et génétiques entre les causes et le phénomène. La loi est l'expression formelle des processus qui déterminent l'apparition du nouveau. La physique et la cosmologie ont démontré l'historicité des lois de la nature, du point de vue ontologique. En effet, les formes de la matière fondamentales, ainsi que les formes plus complexes macroscopiques, ont une histoire. Corrélativement, les lois de la nature ne sont pas éternelles, mais historiques. Or, l'historicité concerne l'autre aspect aussi : l'aspect gnoséologique. »² Ce dernier point est une thèse classique, puisque l'expression de ces lois est relative à la connaissance historico-socialement disponible. *En revanche, dire que les formes de la matière ont une histoire n'équivaut nullement à dire que les lois sont historiques : l'intervention de la contingence et du hasard dans l'actualisation nécessairement légale du possible* (par exemple pour l'évolution des espèces et les phénomènes de mutations) *n'est pas le signe d'une historicité de la loi, mais bien plutôt de la complexité et de la multiplicité des facteurs déterminant cette « apparition du nouveau »*. Il y a là selon moi au mieux une ambiguïté, sinon une thèse méritant un arsenal théorique particulièrement solide sur ce point, comprenant notamment une explicitation de ce concept d'*histoire*, catégorie philosophique et quasi-philosophique dont la *compréhension (intension)* devrait être ici spécifiée.

Ce réalisme scientifique d'E. Bitsakis, fondé sur le matérialisme dialectique, sans réduire la réalité à un ensemble de « choses » ou phénomènes unitaires prédicables d'attributs variés (sur le mode aristotélicien, périmé ici, substance-prédicat), permet de ne pas *dissoudre* les entités (des particules élémentaire aux molécules, jusqu'aux corps organisés, inertes ou

¹ Cf. également Geymonat 1972, p. 11-2, où, de même, réalisme scientifique et historicité gnoséologique sont principalement associés, Quiniou 1987, p. 9 et 22 notamment, où leurs statuts sont radicalisés (« le seul présupposé de la physique scientifique – ou, si l'on préfère, sa seule implication – c'est l'affirmation de l'objectivité de son objet : l'existence d'une nature matérielle inanimée distincte du sujet connaissant et s'offrant à la connaissance dans un procès indéfini », Préface, p. 9) et la problématique de leur articulation longuement étudiée au ch. I.

² Bitsakis 2001, p. 357. Voir aussi p. 281-4.

vivants) dans un ensemble de relations au statut par définition par trop opaque. Et le propos de Sève reconduit depuis un certain temps cette ambiguïté, de son *Introduction à la philosophie marxiste* au texte de l'ouvrage qui intéresse : ainsi, « Penser de façon dialectique, c'est opérer d'emblée un renversement radical de cette relation entre chose et rapport, c'est poser le rapport comme premier et comme constitutif de la chose »¹. A quoi E. Bitsakis répond, discutant cette thèse, que « les rapports entre les parties constitutives de la chose se réalisent grâce aux interactions physiques, agents matériels, dont la source est la chose, et qui sont, en même temps, constitutifs de la chose. Support matériel, interactions internes et externes et rapports constituent la chose. Tous ces aspects sont inséparables », mais pour autant du point de vue du physicien qui est aussi celui de l'honnête homme et qui *doit être* celui du philosophe, « la chose, ici présente, est constituée d'éléments de réalité : masse, charge, énergie, spin, etc., qui ne sont pas de simples rapports mais des aspects d'une matérialité, d'un "fond" matériel, source des rapports »².

Matérialisme spontané *et posé*, E. Bitsakis montre bien la pertinence et l'actualité de la critique léninienne des tentatives de *dématérialisation de la matière* : ce n'est pas parce qu'elle se « dérobe » qu'elle n'existe pas. Ainsi s'il y a *coupure idéologique* entre la doctrine spontanée et le discours épistémologique et scientifique, elle ne prend pas place à ce niveau, mais bien dans l'articulation et l'usage, radicalement distincts d'un mode naïf d'analyse, des concepts quasi-philosophiques, ainsi qu'on le précise plus bas.

Il reste que L. Sève, comme le reconnaît E. Bitsakis juste après cette remarque, défend bien globalement une position matérialiste-dialecticienne (ne serait-ce qu'historiquement on s'étonnerait vivement du contraire !) : « comprendre que l'objectivité des choses puisse être restituée par une subjective dialectique des concepts... n'est pensable qu'à la lumière d'un matérialisme intégral où les processus cognitifs – contenus objectifs aussi bien qu'activités subjectives du connaître – sont reconnus comme originellement *naturels* en eux-mêmes et le demeurant jusque sous leurs plus complexes formes historico-culturelles. »³

c. Refondation du matérialisme et « reflet »

C'est là que L. Sève et E. Bitsakis se retrouvent, en des termes différents. La refondation matérialiste de (la) dialectique(s) de la nature doit s'intéresser vivement à la nature de cette restitution dialectique par *concepts* des formes dialectiques des phénomènes *réels*. Mais là où classiquement L. Sève, reprenant le schème d'Engels, parle d'*analogie* entre l'objective dialecticité du penser subjectif et la dialecticité naturelle, insistant sur la variété des formes de la dialectique, E. Bitsakis parle de *morphisme* entre réalité, éléments de réalité et processus, et représentation conceptuelle, signalant par là un – involontaire ? – emprunt à l'épistémologie génétique de Piaget. C'est sur ce point que les développements d'E. Bitsakis sur la reprise par Lénine de la catégorie marxo-engelsienne de *reflet*⁴ prennent leur importance, et méritent confrontation avec la nébuleuse des très dynamiques sciences cognitives et de la philosophie

¹ Sève 1980, p. 69. En Sève 1998, p. 42, L. Sève, au cours de son exposé sur Hegel, distingue mal ce qu'il cite de ce qu'il se réapproprie de lui, lorsqu'il écrit « Dans le rapport des deux contraires se font face le positif – l'immédiat qui en soi est déjà la contradiction, et le négatif – le médiatisé – par qui la contradiction est *posée* comme telle. Ces deux termes ne sont rien en dehors de leur relation. Point crucial pour la philosophie : toute chose a pour fond un rapport, et le rapport, un procès, dont la chose est la sédimentation ». Tentation idéaliste d'un processualisme ou d'un quasi-énergétisme foncier de la nature ? Ce serait bien trop fort. N'oublions pas que L. Sève est bien sur le même front qu'E. Bitsakis, malgré ce que celui-ci peut en dire et même s'il a raison de noter l'ambiguïté sur une question aussi fondamentale. Cf. Bitsakis 2001 p. 369.

² Bitsakis 2001 p. 368-9.

³ Sève 1998, p. 74.

⁴ Bitsakis 2001 p. 263-7. Lire aussi, outre bien sûr Lénine 1908, ouvrage de combat, certes, mais qui *pense* l'inflexion des principes philosophiques matérialistes et dialectiques en principes politiquement (comme scientifiquement) opératoires, ou du moins en ménage déjà de façon essentielle la possibilité de la *pensée de cette inflexion* (sur le mode de la *médiation* catégorielle analysée plus haut), les contributions de CERM 1974, par exemple Sève 1974, J.-P. Cotten, « Quelques réflexions sur la catégorie d'essence chez Lénine », p. 269-85, J.-C. Michea « Sur la "science de la pensée" », 571-85, et Jaeglé 1977. Cf. également à Quiniou 1987, ch. I en particulier sur la question du reflet, et plus généralement sur celle de la refondation du matérialisme.

de l'esprit : l'établissement d'une adéquation *structurelle*, « morphique » entre pensée et réalité convoque l'examen des modalités neurologiques et psychologiques de *genèse* de cette adéquation. D'où l'exigence d'une double étude, synchronique et diachronique, de la relation cerveau/pensée, et plus généralement, de la catégorie philosophique de matière¹.

Le reflet n'est pas *mécanique*, même pour Lénine : les concepts sont les produits les plus abstraits d'un organe cérébral extrêmement élaboré, phylogénétiquement et ontogénétiquement pluri-déterminé par facteurs génétiques et sociaux. C'est parce qu'il y a, en un sens ou un autre, reflet, qu'il y a simultanément possibilité de connaissance, et possibilité d'erreur, les deux témoignant d'une non-immédiateté du processus représentatif. C'est ce processus, étudié par Wallon, Vygotski, l'épistémologie génétique piagétienne, et les sciences cognitives aujourd'hui, que déjà Lénine savait complexe et relevant de registres théoriques différenciés : s'il y a relation génétique, il y a aussi différence, non pas ontologique, mais ontique et gnoséologique entre réel et pensée. Tout sauf empiriste², il affirmait clairement – pleinement suivi par E. Bitsakis sur ce point – que se rapprocher de la réalité objective ne signifiait pas « coller » aux données sensorielles, mais bien aller du concret à l'abstrait, et construire conceptuellement, c'est-à-dire abstraitement, le concret-pensé le mieux à même d'appréhender le réel – selon la leçon de Marx. Le reflet, catégorie philosophique hautement dynamique, désigne bien, outre qu'il synthétise le primat anti-idéaliste de la matière sur la pensée, comme le résumait D. Lecourt³, « une *pratique* (active) d'appropriation du monde extérieur par la pensée », un reflet « sans miroir » au sens où il ne s'effectue que dans un « *procès* historique d'acquisition des connaissances »⁴.

Bilan et ouverture : deux classes d'enjeux pour le marxisme

a. Les enjeux du chantier *internes* au marxisme

L'enjeu du chantier de la dialectique de la nature est d'abord la capacité du marxisme actuel à prendre sérieusement en charge le problème des modes d'objectivation à l'œuvre dans les sciences de la matière, à *penser leurs concepts* sans les inféoder indûment à un corpus confortable puisque stérilisant. Du point de vue de marxisme même il faudrait pour puiser aussi dans les corpus dialectiques non marxistes, comme y invite L. Sève et les autres auteurs de l'ouvrage qu'il a coordonné, et non se limiter à la tradition marxiste comme le fait E. Bitsakis. Ceci révèle, et ce n'est pas le moindre des mérites d'E. Bitsakis de le rappeler et de l'étudier en profondeur, contrairement cette fois au propos spectral et encore généraliste de L. Sève, l'exigence de re-fondation du *matérialisme* dialectique comme tel : ce qui implique notamment de confronter et de mobiliser les travaux actuels en psychologie et sciences cognitives. La connaissance précise des mécanismes neuro-physiologiques d'émergence de la pensée, notamment discursive, et son interprétation, donneraient les moyens de rénover les concepts et donc les problématiques centrales liés à la thèse très complexe, déjà chez Lénine, du *reflet*. D'où une double entreprise : (1) se donner les moyens théoriques d'un matérialisme et d'une psychologie dialectiques authentiques, qui d'une part donneraient véritablement consistance à la critique légitimement, mais trop confortablement réitérée, du dualisme sujet-objet, et qui d'autre part et corrélativement, réactiverait l'étude de l'idéalité de la connaissance comme forme symbolique de la matérialité. (2) Reconduire, par extension, la scientificité produite par une pensée nécessairement *collective*, au critère de la *pratique sociale*, historiquement déterminée et idéologiquement sur-déterminée.

Autrement dit, le chantier de la dialectique de la nature excède les enjeux purement épistémologiques : il concerne l'ensemble des domaines « du » marxisme, même si en lui il est parfois perçu comme suranné :

¹ Cf. Quiniou 1987, p. 47-51.

² Cf. Verret 1967, p. 130.

³ Lecourt 1973, p. 43.

⁴ *Ibid.*, p. 47. Geymonat 1972, 1976 rappellent aussi les enjeux et l'importance de cette catégorie flexible de reflet.

« ... la thématique de la "dialectique de la nature"... n'est plus susceptible que du type d'attention qu'on est en droit d'accorder à des spéculations périmées », même s'il « n'est pas sans intérêt de faire l'histoire d'une spéculation périmée, ne serait-ce que parce qu'on a toutes les chances d'y trouver les raisons qui l'ont rendue caduque », d'ailleurs « être "contre" la dialectique de la nature est un topos qui risque finalement d'être aussi creux que celui qui correspond au fait d'être "pour" ».¹

Pour l'instant cette dialectique « ne casse pas de briques » : une telle remise en chantier exigera(it) beaucoup. Au-delà des querelles d'école, à l'égard desquelles on confond encore bien souvent remémoration et commémoration, toute défense d'un *nouveau passage au concept* impliquerait au minimum une édition critique des manuscrits constituant la « Dialectique de la nature », en tant que premier pas officiel, et symbolique, de ce passage à l'acte. Les indications d'A. Tose² notamment sont fort porteuses, puisqu'il elles insistent sur les modalités de la construction différenciée de l'objectivité scientifique articulée à une philosophie de la praxis en et par laquelle cette objectivité serait pensée dans les termes de son *immanence* aux pratiques théoriques (plutôt qu'en termes classiquement matérialistes ainsi que Sève et Bitsakis ou encore L. Geymonat, y invitent). Mais dans la conclusion de ce travail je me permets de livrer un certain nombre de thèses à l'appui de ce passage au concept.

b. L'enjeu du marxisme révélé par ce chantier

On a vu plus haut l'*injonction paradoxale* qui traverse les soubassements essentiels des thèses de Sève et de Bitsakis. La dialectique de la nature doit être désontologisée, pour éviter qu'elle ne redevienne métaphysique dogmatique, et simultanément, elle doit avoir une fonction normative dans l'examen des procès d'objectivation scientifique, fonction normative fondée sur sa solidarité avec un matérialisme *fondationnel*, posé par les deux thèses d'*existence* et d'*objectivité* reprises à Engels et Lénine. Elle continue donc d'osciller entre métaphore heuristique et connaissance objective relevant d'un registre autre que celui des sciences positives. On le voit, cette injonction paradoxale ne fait que révéler une nouvelle fois l'ambiguïté structurelle de la prétention du marxisme à la scientificité. Il y a deux éléments distincts, me semble-t-il, qui sont maintenant nécessaires à une formulation du problème qui donne la possibilité d'avancer dans son règlement.

Le premier élément consiste à rappeler une spécificité majeure du marxisme, la nouveauté du *critère de la pratique*, et d'y associer le statut de la philosophie comme *intervention*, production de thèses. La dialectique de la nature, comme ensemble de schèmes conceptuels, philosophiques et quasi-philosophiques (pour reprendre les termes de Bitsakis), devient alors un ensemble de thèses qu'on ne va pas chercher à prouver, mais dont on évaluera progressivement la vraisemblance et la pertinence *en fonction de sa confrontation avec les concepts des sciences positives*. Autrement dit, en y allant à grands traits, le paradoxe n'est ici paradoxe *que du point de vue idéaliste* qui fait fi de ce critère de la pratique : la légitimité de la dialectique de la nature tient à son efficacité possible, non à sa confrontation à un critère objectif de validité autre que *l'effet de sens* qu'elle peut produire en se confrontant aux sciences.

Le second élément, fondé sur le premier, consiste à préciser en détail le *lieu opératoire* et les *modalités propres* de cette *confrontation* des schèmes et catégories dialectiques aux concepts scientifiques. Ceci revient à approfondir les relations que Bitsakis étudie entre les trois instances théoriques des catégories philosophiques, quasi-philosophiques, et des concepts scientifiques. La thèse de Bitsakis, comme on l'a vu, consiste à dire qu'il y a besoin de concepts médiateurs entre les catégories philosophiques, radicalement extérieures aux

¹ Ceci résumé le recul, le rejet clair mais critique qu'opère P. Macherey en 1997 de ses propres thèses de 1982 (lesquelles constituent l'entrée « Dialectique de la nature » de Bensussan & Labica 1985). Suite à cette citation vient l'idée selon laquelle être marxiste aujourd'hui, plus généralement, « ce serait comprendre qu'il n'est plus possible de l'être de la même manière et chercher à en renouveler de fond en comble la perspective » (p. 138)...

² Cf. Tose² 1983, 1984, 1995.

sciences par principe, et les concepts scientifiques. Il faut selon lui donner les moyens à certaines thèses philosophiques de pouvoir questionner les concepts scientifiques dans ce qu'ils ont d'explicite et d'implicite (de « philosophiquement spontané » dirait Althusser). C'est à ce niveau intermédiaire (celui des conditions de la commensurabilité entre philosophie générale et concepts scientifiques) que les *catégories dialectiques comme telles sont opérantes*.

Une dialectique de la nature n'est pas un discours scientifique¹, mais *un type d'intervention sur le discours scientifique*, type d'intervention qui vise à infléchir et nourrir la sémantique et l'usage des concepts scientifiques mêmes. Bien évidemment, l'assomption de la relativité des concepts, quasi-concepts, et catégories, aux conditions historico-sociales est nécessaire : ils ne sont pas *a priori*, mais engagés diachroniquement dans le processus historique idéologiquement orienté (plus que déterminé) par lequel philosophie et science(s) pensent le réel *via* les connaissances sectorielles déjà acquises (même si elles sont transitoires). La dialectique de la nature alors, comme on l'a dit, devient un instrument *pour penser les présupposés des concepts des théories scientifiques, pour penser les relations que ces concepts entretiennent, et penser la façon dont ceux-ci peuvent et doivent être réarticulés afin de saisir la puissance de différenciation formelle de / à l'œuvre dans la nature*. Et cela, tout en présupposant consciemment que la nature elle est *intégralement* matérielle, et objectivement connaissable *comme telle* dans ses procès variés.

Autrement dit, la dialectique de la nature n'est pas orientée vers la nature elle-même, mais vers les concepts scientifiques des théories scientifiques qui en produisent la connaissance objective : c'est ce qui en impose la nature selon moi purement épistémologique. S'il y a objectivité de cette dialectique de la nature, c'est une objectivité qui tient à la rigueur de ses thèses et à celle de son intervention : *ce qui n'est aucunement l'objectivité de la connaissance scientifique comme telle*. Toute la question est alors celle des conditions et critères de cette *rigueur conceptuelle*, renvoyée par nos auteurs, en dernière instance, à la rationalité d'une logique des catégories dialectiques éventuellement formalisable. Dans la conclusion de cette thèse on reprendra cette interrogation, en défendant la thèse selon laquelle les schèmes de la dialectique de la nature sont dans cette perspective pertinents et opératoires au sein d'une épistémologie de la physique et de la biologie fondée sur des *thèses philosophiques telles que cette dialectique de la nature constitue une pratique théorique non scientifique* originale. L'enjeu sera de préciser les modalités de cette *pratique*, c'est-à-dire de préciser les modalités de cette *rigueur conceptuelle* qu'il faut exiger d'elle au niveau de la *confrontation* aux concepts scientifiques qu'elle doit opérer, puisque c'est cette rigueur qui seule peut lui permettre de remplir sa fonction : produire un *effet d'intelligibilité* supplémentaire dans le *registre scientifique*. Où l'on retrouve un des deux aspects que rappelle Althusser de la philosophie comme *intervention* : non pas l'intervention « scientifique » dans le champ politique, mais l'intervention en dernière instance *politique* (c'est-à-dire ici, anti-idéaliste) dans le champ *scientifique*.

Dans la seconde grande section à venir de ce chapitre, on va justement présenter les travaux de l'école althussérienne en épistémologie des mathématiques et de leur histoire. Mais auparavant, on aura exposé les conditions « négatives » d'une épistémologie ancrée dans la

¹ Sève 1998, p. 140-1 : « Dans une perspective dialectique-matérialiste, on définira donc les catégories comme les *déterminations-de-sens universelles de nos rapports cognitifs et pratiques avec lui*. Ressortissant tout entière au savoir catégoriel – savoir de second degré –, dialectique est philosophique. Il n'est par conséquent erreur plus radicale que de l'identifier à une *science*... Théorie d'ordre spécifique, sa fonction est d'abord critique... Certes les catégories sortent des concepts scientifiques, dans la double acception du terme : provenant d'eux, elles s'en détachent... la vocation des catégories est de retourner au travail dans la science et la pratique savante. C'est là qu'elles opèrent, sous leur nom de catégories ou, bien plus souvent sous celui des concepts scientifiques à travers lesquels s'effectuent leur office : reconnaît-on d'emblée l'unité des contraires dans ce couple de vrai et de faux qu'est une vérité approchée, la négation de la négation dans ce processus négentropique qu'est l'organisation ? Qu'elle le sache ou non toute science philosophe ». Le propos de Sève ne possède pas sur ce point la différenciation théorique offerte par les développements d'E. Bitsakis – quoiqu'ils soient tout à fait convergents – du fait qu'il mobilise ces catégories sur une grande diversité de questions scientifiques, donc inévitablement de façon parfois allusive. Dans le principe, E. Bitsakis *fait* ce que L. Sève décrit ou dit qu'il *faudrait* faire.

dialectique de la praxis que livre Sartre. On exprimera alors, quoique assez rapidement, les affinités de ces « conditions négatives » avec les conditions « positives » que le « cours (élargi) de philosophie pour scientifiques » de cette école althussérienne élabore, même si ce n'est que dans la conclusion que l'on reprendra à nouveaux frais la question de ces affinités.

II. Vers une pratique théorique de l'épistémologie et de l'histoire des mathématiques

1. Retour sur la *Critique de la raison dialectique* sartrienne (1960)

Cette première sous-section obéit à plusieurs soucis. (1) Présenter une œuvre aussi fondamentale que laissée majoritairement de côté dans l'espace conceptuel français d'aujourd'hui. (2) Montrer que l'épistémologie dialectique qu'elle mobilise pour les sciences humaines est solidaire d'un examen différencié des conditions de son opérativité pour penser les sciences de la nature. Et (3) montrer l'incursion en mathématiques qu'elle se permet, et certaines perspectives qu'elle rend possibles en épistémologie des mathématiques proprement dit.

1. De l'abstrait au concret : conditions d'une anthropologie structurale et historique

La « redécouverte » contemporaine, simultanée mais encore timide, de l'œuvre de Lefebvre et de celle de Sartre est tout sauf contingente. La *Critique de la raison dialectique* incarne le même type d'effort fondationnel aussi systématique qu'anti-dogmatique : très précisément Sartre lui reprend dès 1957 dans *Questions de méthode* le principe de la méthode progressive-régressive¹, en soulignant son triste esseulement dans le champ intellectuel, ce qui fait de lui un de ses premiers disciples. Mais la prééminence du concept de *praxis*, articulée avec une reprise des catégories hégéliennes certes humanisées (comme on l'a évoqué au début du chapitre sur Hegel), et simultanément élargie aux déterminations supra-individuelles (socio-historiques) contrairement à ce à quoi il procède dans *L'être et le néant* renvoie également aux thèses de Lefebvre. Le « formalisme » que Sartre met en œuvre est très explicitement repris à Marx, et c'est au fond celui, matériellement démythifié, de la *Phénoménologie de l'esprit* : « l'expérience critique » qu'est *l'acte même de pensée à l'œuvre* de/dans la *Critique de la raison dialectique*,

« partira de l'immédiat, c'est-à-dire de l'individu s'atteignant dans sa praxis abstraite (note de Sartre) Je prends "abstrait" au sens d'*incomplet*. Du point de vue de sa réalité singulière l'individu n'est pas abstrait (on peut dire que c'est le concret même [*i.e.* le concret-perçu] mais à la condition qu'on ait retrouvé les déterminations de plus en plus profondes qui le constituent dans son existence même comme agent historique, et en même temps, comme produit de l'histoire »²,

condition sous laquelle seulement l'individu devient un *concret-pensé*. Autrement dit, la *Critique* reprend la méthode marxienne de l'abstrait au concret, très exactement comme Althusser : « notre expérience va du simple au complexe, de l'abstrait au concret, du constituant au constitué »³, c'est-à-dire part de la thèse selon laquelle le *concret est concret parce que traversé de multiples déterminations*, pour chacune desquelles il va falloir *progressivement* former les catégories adéquates.

L'objectif particulier qui est celui de Sartre est de penser la *vérité* de l'histoire, non l'histoire réelle⁴, d'être une *critique* et non une *logique* des sciences humaines, et de donc

¹ Sartre 1957 p. 51-52, note. Il élargit cette méthode de la sociologie et l'histoire à tous les secteurs de l'anthropologie.

² Cf. Sartre 1960, Introduction, § « Critique de l'expérience critique » p. 168.

³ Sartre 1960 p. 180-1.

⁴ Sartre 1960 p. 156-7 : « ... l'expérience tentée ici, bien qu'historique par elle-même, comme toute entreprise, ne vise pas à retrouver le mouvement de l'histoire, l'évolution du travail, des rapports de production, les conflits de classe. Son but est simplement de découvrir et de fonder la rationalité dialectique, c'est-à-dire les jeux complexes de la praxis et de la totalisation. Lorsque nous aurons abouti aux conditionnements les plus généraux,

penser les médiations à instituer pour passer des catégories philosophiques (par lesquels la matérialité sera mise à jour comme le prisme de ces « déterminations les plus profondes ») aux concepts scientifiques. Les catégories philosophiques essentielles sont celles de *praxis* et de *pratico-inerte*, les concepts scientifiques fondamentaux, ceux de *structure*, de *terrain* d'enquête et d'*habitus* – le concept bourdieusien est plus qu'affine au couple *praxis/hexis* de Sartre). Discutant le concept de structure à l'œuvre dans *Les structures élémentaires de la parenté*, Sartre écrit :

« Ce point de vue abstrait de la *critique* ne peut être évidemment *en aucun cas* celui du sociologue ni celui de l'ethnologue. Il ne s'agit pas pour nous de nier ou de négliger les distinctions concrètes (les seules vraies) qu'ils établissent : simplement, nous sommes à un niveau d'abstraction où elles ne peuvent trouver encore de place ; il faudrait, pour les rejoindre, l'ensemble de médiations¹ qui transforment *une critique* en *logique* et qui de la logique redescendent par spécification et concrétisation dialectique jusqu'aux vrais problèmes, c'est-à-dire au niveau où l'Histoire réelle, par le renversement attendu de cette quête abstraite, devient la totalisation en cours qui porte, suscite et justifie la totalisation partielle des intellectuels critiques ». « les schèmes dialectiques... fondement rationnel et règle de développement éclairant les processus concrets... n'apparaissent *en eux* que sous forme de la couche de significations *la plus pauvre et la plus éloignée.* »²

Regardons un peu ce que cela donne dans le champ anthropologique qui est le sien : on s'écarte certes du champ mathématique, mais cela éclairera plus tard par contraste le sens de la théorie althusserienne de la pratique théorique.

Cette *Critique* se présente, épistémologiquement parlant, comme un ensemble de prolégomènes à une anthropologie structurale et historique, c'est-à-dire à une *théorie dialectique des structures et de l'action*, à la tonalité constructive/constructiviste explicite³, fondée sur le dépassement des antinomies classiques sujet/objet, qualité/quantité », matériel/idéal, macro/micro, etc. L'objectif sartrien, c'est de penser les conditions du savoir sociologique. *Son propos, philosophique, s'apparente donc au discours sociologique dans son moment réflexif et critique, lorsque celui-ci tente de définir les conditions et la nature d'un savoir scientifiquement fondé : autrement dit, la pratique philosophique, sans être science, pense les conditions de scientificité des sciences positives, en tant qu'elle questionne les contours et les conditions d'usage de leurs concepts.* Il y alors, en effet, manifestation d'une réflexion proprement ontologique sur ce que sont les entités sociales, comment elles se construisent, et sur les concepts scientifiquement pertinents pour penser ces entités et leur constitution⁴. La *Critique* donne donc des outils pour dépasser la division, nourrie par ces dualismes, encore présente entre sociologies structurelles et compréhensives, mais sans jamais succomber à la tentation régaliennne : la philosophie telle que Sartre la pratique se présente comme un *discours savant strictement non impérialiste sur la sociologie, une analyse conceptuelle articulée aux savoirs positifs des sciences sociales, discours pour une action sur le réel, mais issu du réel lui-même.*

Déconstruisant l'objectivisme de la « métaphysique matérialiste » qu'est devenu le marxisme officiel, Sartre cherche à dégager les lois (tendanciennes) présidant à la formation des entités collectives et à leur transformations qualitatives, c'est-à-dire à exposer les lois de

c'est-à-dire à la matérialité, il sera temps de reconstruire à partir de notre expérience le schème d'intelligibilité propre à la totalisation. Cette deuxième partie... sera, si l'on veut, une définition synthétique et progressive de la "rationalité de l'action". Nous verrons, à ce propos, comment la Raison dialectique déborde la raison analytique et comporte *en elle-même* sa propre critique et son dépassement... Ainsi notre tâche ne peut être *en aucune manière* de restituer l'Histoire dans son développement pas plus qu'elle ne consiste en une étude concrète des formes de production ou des groupes qu'étudient le sociologue et l'ethnologue. Notre problème est *critique*... notre but réel est théorique ; on peut le formuler en ces termes : à quelles conditions la connaissance d'une *histoire* est-elle possible ? Dans quelles limites les liaisons mises au jour peuvent-elles être nécessaires ? Qu'est-ce que la rationalité dialectique, quels sont ses limites et son fondement ? ». Cf. également p. 167.

¹ Cf. Sartre 1957, II « Le problème des médiations et des disciplines auxiliaires ».

² Sartre 1960 p. 577, note 2.

³ Cf. Corcuff 1995 p. 18.

⁴ Cf. Livet & Ogien 2000.

la *totalisation* (travail de synthèse et d'intégration à partir de circonstances déterminées et en fonction d'un objectif) dans ses diverses formes (théoriques et pratiques) : le problème consiste à mettre en évidence l'instance assurant la production d'unité, de synthèses pratiques à l'œuvre dans le monde humain¹. Dit autrement, il s'agit de penser les formes de socialité et leur stratification : qu'est-ce qui est anthropologiquement indépassable ? Qu'est-ce qui est historiquement avéré mais dépassable ?

Le caractère abstrait de ces formulations est volontaire, et tient d'un « formalisme inspiré » de celui de Marx, où la *dialectique* apparaît comme la logique vivante de l'action (pratique et réflexive), et où donc l'intelligibilité du discours tient au dévoilement méthodique des œuvres effectives de la *contradiction*. En résumant, Sartre défend un matérialisme dialectique non réductionniste, c'est-à-dire pensant dans sa nécessité anthropologique le moment de la subjectivité :

« Le principe méthodologique qui fait commencer la certitude avec la réflexion ne contredit nullement le principe anthropologique qui définit la personne concrète par sa matérialité. La réflexion, pour nous, ne se réduit pas à la simple immanence du subjectivisme idéaliste : elle n'est un départ que si elle nous rejette aussitôt parmi les choses et les hommes, dans le monde. [...] Mais ce réalisme implique nécessairement un point de départ réflexif, c'est-à-dire que le *dévoilement* d'une situation se fait dans et par la praxis qui la change. Nous ne mettons pas la prise de conscience à la source de l'action, nous y voyons un moment nécessaire de l'action elle-même : l'action se donne *en cours d'accomplissement* ses propres lumières. »²

Cette thèse a d'emblée pour conséquence la détermination du statut du discours philosophique : la *Critique* est une « expérience critique » c'est-à-dire un moment situé de l'action sociale même, expérience elle-même tributaire de ses conditions sociales et historiques d'énonciation, qu'il convient d'objectiver dans la mesure du possible. Le problème sous-jacent est le suivant : *praxis* et *conscience* sont-ils ici interchangeables ? Ma lecture répond de façon radicalement négative. D'une part, il me semble qu'il y a une nette analogie entre le « principe épistémologique » de la réflexivité de la première citation, dans son abstraction et son incomplétude, avec la certitude sensible chez Hegel. Certes chez Hegel, on n'est pas rejeté immédiatement dans les choses du monde. Cependant, dans les deux cas, *le processus consiste à être jeté dans un au-delà radical du « support » de cette réflexion*, processus qui va imposer, progressivement, la saisie des diverses déterminations objectives qui affectent ce support, l'individu concret, pris comme incarnation, méthodologiquement parlant, des *masses*.

Le processus théorique de saisie de ces diverses déterminations mobilise des concepts particuliers : selon Sartre ce sont ceux de *praxis* et de *pratico-inerte*. Tout individu est praxis, activité pratique de constitution d'un champ pratique via la production intentionnelle d'objets matériels. En tant que praxis, l'individu est dépassement vers un objectif de toute l'inertie des conditions matérielles : il intériorise la rareté, fait l'épreuve du *manque* comme négation de son être : l'expression fonctionnelle de ce manque est le *besoin*. La négation de ce besoin, *négation de la négation*, est essentiellement *travail* : apparaît ici la contradiction dialectique primitive à l'occasion de laquelle la catégorie de « matière ouvrée » (c'est-à-dire médiée par

¹ La méthode poursuivie par Sartre est de ce fait association d'un *nominalisme* (les entités collectives n'existent pas comme données) et d'un *réalisme* (ces entités ne sont pas de simples mots désignant des agrégats mécaniques) *dialectiques* : il faut re-construire en pensée ces entités en montrant comment s'engendrent les structures à partir des pratiques – et réciproquement. Cf. Sartre 1960 p. 156.

² Sartre 1957 note 1, p. 37. De même : « Il faut revenir à cette première vérité du marxisme : ce sont les hommes qui font l'Histoire ; et comme c'est l'Histoire qui les produit (en tant qu'ils la font), nous comprenons dans l'évidence que la « substance » de l'acte humain, si elle existait serait au contraire le non-humain (ou à la rigueur le pré-humain) en tant qu'il est justement la matérialité discrète de chacun », Sartre 1985 p. 316. Tout cela va bien évidemment à l'encontre des caricatures systématiques auxquelles Bourdieu, pour ne citer que lui, procède lorsqu'il traite de l'œuvre de Sartre, et qu'il le présente – et ce n'est pas le seul – comme défenseur d'un subjectivisme que la « dialectique dévorante » de la *Critique* n'associerait que de façon contingente, voire opportuniste, aux discours des sciences sociales.

le travail) assure la détermination de la première instance d'unification sociale des individus : cette unité primitive, c'est celle d'une même matière ouvrée, d'un même monde travaillé.

Cette « médiation du pratico-inerte », corrélative à l'expérience du travail sur la matière se révèle être « enfer ». *Le pratico-inerte, c'est cette association d'une praxis individuelle active et d'une inertie des conditions matérielle qui l'affecte et déforme son activité, c'est le gouvernement de l'homme par la matière ouvrée rigoureusement proportionnée au gouvernement de la matière inanimée par l'homme.* Et l'on tombe sur cette « matérialité » générale d'où vont surgir les multiples déterminations affectant la situation concrète d'un individu concret¹.

Pourquoi ce pratico-inerte est-il un enfer ? Parce que justement « l'homme du pratico-inerte », l'homme du besoin, fait l'épreuve de *contre-finalités*, de l'antipraxis : de même que le déboisement de grande ampleur opéré par les paysans en Chine (afin de développer la culture du millet) rendit possible les inondations qui les ruinèrent² – retournement de l'action contre elle-même qui apparaît comme une « praxis sans auteur » – le Capital est cette force anti-sociale de domination en apparence indépassable et « sans auteurs », qui, en réalité, n'existe que grâce à et par les forces productives aliénées.

L'idée essentielle est que rien n'arrive aux praxis qui ne soit issu de leur propre action : *la praxis est expérience contradictoire de la liberté et de la nécessité.* Il ne peut y avoir aliénation et domination structurelles que s'il y a d'abord autonomie des pratiques. Notons que ces contre-finalités n'ont pas le caractère contingent des « effets pervers » : elles appartiennent essentiellement à l'univers de la praxis. L'aliénation est une dimension essentielle de l'objectivation, puisque ce qui est produit revient à l'individu comme *autre*.

D'où ce programme épistémologique explicité par Sartre :

« Nous tenterons de voir dans la perspective du pratico-inerte l'être social en tant qu'il détermine réellement et de l'intérieur une structure d'inertie dans la praxis individuelle, puis dans une praxis commune ; enfin comme substance inorganique des premiers êtres collectifs : nous serons à même alors de découvrir une première structure de la classe en tant qu'être social et collectif. »³

Les concepts de praxis et de pratico-inerte sont les concepts clés de cette anthropologie structurale et historique, qui veut penser ce qui réussit à produire des effets de contraintes sociales. Sartre se réapproprie alors logiquement, mais avec un écart fondamental dans le statut qui lui est accordé, le concept de structure (sociale) qu'il reprend à Lévi-Strauss, pour formaliser un peu plus avant ce concept de pratico-inerte. L'idée d'une logique dialectique de l'action empêche la primauté de toute logique structurale qui mènerait à l'ontologisation de la structure⁴. Si pour la raison analytique, la structure, modèle formel construit par l'observateur, constitue le cœur d'une légitime analyse synchronique d'un pan du social, contre Lévi-Strauss, qu'il loue pleinement par ailleurs pour son œuvre⁵, Sartre défend l'idée selon laquelle ce qui importe est de voir le modèle en marche dans l'histoire, et cela au titre d'une analyse diachronique au sein de laquelle la construction épistémologique du modèle structural apparaît comme moment dialectique.

« La structure ne s'impose à nous que dans la mesure où elle est faite par d'autres. Pour comprendre comment elle se fait, il faut réintroduire la praxis, en tant que processus totalisateur. L'analyse structurale devrait déboucher sur une compréhension dialectique. »⁶

¹ Le début du second tome de la *Critique* procède au dégagement systématique, suivant cette logique générale poussée à son terme à la fin du tome premier, des déterminations matérielles variées qui *rendent concrètement raison* de la singularité située d'un match de boxe.

² Sartre 1960 p. 274.

³ Sartre 1960 p. 339-340.

⁴ Un tel primat d'une logique dialectique sur une logique structurale, pour la même raison, est l'exigence qu'exprime U. Eco pour la sémiotique au terme de *La structure absente*.

⁵ Sartre 1960 p. 575-8.

⁶ « Jean-Paul Sartre répond » p. 89.

Il ne faut jamais oublier que la structure, invisible, est et reste une construction théorique inféodée aux actions des praxis ancrées matériellement, construction qui a pour fonction de donner consistance à un ensemble de traits récurrents observés du social. Cette relativisation du moment de la structure – c'est-à-dire sa reprise non *structuraliste* – repose sur la thèse selon laquelle les pratiques ne sont pas seulement des effets de structures contraignantes : *les structures sont de façon rigoureusement proportionnelle des effets de pratiques constituantes*. On trouve ici très exactement ce qu'A. Giddens appelle la *dualité du structurel*¹ : les structures sociales sont à la fois *contraignantes* (pratico-inertes) et *habilitantes* (totalisantes), univers de ressources matérielles et symboliques, de règles qui se dévoilent à l'étude sous forme de « traits structurels » d'un système social donné, comme médium et résultat des pratiques qu'ils organisent de façon récursive. Le « *pratico-inerte* » sartrien *conjoint en un concept cette dualité dynamique et non statique, irréductible car ontologique, mais dialectique entre structure et pratique*.

Double conséquence : 1/ il n'existe pas d'ordre des interactions de coprésence qui soit pleinement autonome, ordre qui ferait, par exemple de l'individualisme méthodologique, et dans un autre registre, de l'interactionnisme symbolique, des positions épistémologiquement auto-suffisantes. L'existence de ces structures en tant que contraignantes prévient de tout subjectivisme, et notamment du mythe d'une liberté totale (comme l'existentialisme « vulgaire », et même dans les formes qu'a pu prendre parfois le propos de Sartre avant sa prise en charge de la question du matérialisme en 1946 dans son article *Matérialisme et révolution*). 2/ De façon exactement symétrique il n'existe pas de structure transcendant ou déterminant en dernière instance les individus : l'édifice théorique de Sartre empêche la tentation objectiviste, et notamment le déterminisme qui en fut/est un corollaire traditionnel², comme dans le marxisme stalinisé.

On aboutit ainsi à la détermination de traits saillants du savoir sociologique :

(1) Le moment pratico-inerte du social, puisqu'il peut donner lieu à l'examen structural, est objectivable comme tel, au titre d'une analyse synchronique essentiellement quantitative

« Les objets sociaux (j'appelle ainsi tous les objets qui ont une structure collective et qui, en tant que tel, doivent être étudiés par la sociologie) sont, au moins par leur structure fondamentale, des êtres du pratico-inerte ».³

Mais le *structuralisme*⁴, oubliant les liaisons du présent au passé, ne saisit pas le fait que ces structures sociales, synthèses passives de la multitude, sont un moment « antidialectique » du pratico-inerte.

(2) Ces objets sociaux, étudiés en tant qu'extraits – et par cette extraction structurale – d'une totalisation jamais achevée, ne sont donc pas les collectifs *réels*. Ceux-ci n'existent au mieux que comme *totalités détotalisées*. L'intégration des individus du collectif à celui-ci est toujours partielle, en ce qu'il existe toujours une part d'inertie qui distend les liens de réciprocité entre individus en les figeant et les routinisant, c'est-à-dire qu'il existe toujours une forme de *réification* des relations qui empêche la *fusion* de tous en un. Penser le changement social et la dynamique de ces collectifs implique de réintroduire la praxis, et de procéder à une approche diachronique essentiellement qualitative, puisque l'objectif est maintenant de saisir un processus social dont le savant est juge et partie.

(3) D'où, dans cette perspective sartrienne, l'exigence que la sociologie soit « critique », intègre et questionne le point de vue du chercheur dans l'étude.

¹ Giddens 1986, où, entre autres, Giddens reprend l'acception sartrienne de la *contre-finalité*

² Outre ces deux aspects, le concept de pratico-inerte me semble être un outil fécond pour penser les modalités de l'effet causal des structures plus ou moins « virtuelles », c'est-à-dire la causalité structurale/dialectique du non-actuel au sens où un objet ou un individu existent *en acte*. Cet autre type, essentiellement *relationnel*, d'actualité, soulève le problème de la causalité du non strictement matériel, problème qui a jusqu'ici été essentiellement investi par la philosophie de l'esprit et de l'action dans son mode anglo-saxon.

³ Sartre 1960, p. 361.

⁴ Cf. aussi la critique sartrienne de l'hyperempirisme dans Sartre 1957 p. 63-75, et Sartre 1960 p. 643.

« le sociologue et son “objet” forment un couple dont chacun est à interpréter par rapport à l’autre et dont le *rapport* doit lui-même être déchiffré comme un moment de l’histoire. Si nous prenons ces précautions, c’est-à-dire si nous réintégrons le moment sociologique dans la totalisation historique, y a-t-il, malgré tout, une indépendance relative de la sociologie ? Pour notre part, nous n’en doutons pas. »¹

De même que la *Critique* se pensait comme une « expérience critique » socialement contextualisée, le discours sociologique ne peut prétendre à une totale neutralité axiologique : il n’existe pas d’instance critique fixe pleinement objective (par exemple transcendantale, d’ego fondateur). Cet engagement soulève donc le problème des instruments de distanciation qui sont au cœur de la re-construction scientifique de l’objet : la *quantification* est un tel instrument, en tant qu’elle est agent privilégié d’une objectivation structurale éventuellement mathématiquement formalisée. Mais des éléments de nature *qualitative* interviennent dans la dimension ethno(méthodo)logique irréductible de cette re-construction : réintroduire la praxis, le processus historique, a pour fonction d’examiner les façons dont les individus s’approprient les situations dans lesquelles ils expérimentent de tels effets de structures : le caractère qualitatif est immédiatement visible. Par exemple, l’expérience de l’échec, la résistance du réel à l’action, brise l’implicite de l’action routinisée, et est l’occasion séminale de la *réflexion*, qui, sous formes variées, est toujours *eidétique* (saisie de/régression à l’essence) de l’impuissance sociale éprouvée.

Penser le couple praxis/hexis, c’est-à-dire pour un individu, ce qu’il produit comme agent relativement autonome tout en étant déterminé par des *habitus*, des formes de routines sociales qu’il reproduit à son insu, c’est, au niveau de l’expérience symbolique individuelle, de nouveau examiner le rapport général entre structure et pratique. Le couple praxis/hexis fait ainsi le lien entre le concept marxien de *pratique*, et le concept « interactionniste » d’*action* essentiellement médiée par le symbolique. Il peut donc nourrir de façon extrêmement féconde l’analyse des différentes formes de pratique et la façon dont, pour chacune, existe et opère le symbolique en tant que forme médiante du matériel, sans qu’il ne soit *réduit* à ce dernier².

2. La dialectique face à l’épistémologie des sciences de la nature

L’article de 1949 *Matérialisme et révolution* et l’introduction de la *Critique de la raison dialectique* essentiellement, on l’a vu, procèdent à une critique en règle de la nouvelle métaphysique véhiculée par le diamat et la dialectique de la nature. Sartre en tire une thèse importante, mais diversement problématique, la non-scientificité de la dialectique

a. Quelle incompatibilité de la science et de la dialectique ?

On peut lire en creux dans *Matérialisme et révolution*, première manifestation de la critique sartrienne des inco-errances de la scolastique marxiste des années 1940, ou « néo-marxisme stalinien », qu’il ne confond aucunement avec les pensées des fondateurs³ – si ce n’est que, comme beaucoup à l’époque, il n’a des manuscrits d’Engels que leur version compilée dogmatisée – des éléments d’une *doctrine différenciée de l’objectivité scientifique*, insistant sur le fait que le point faible du marxisme est sa théorie de la connaissance : il rejette ainsi en 1949 l’opposition science bourgeoise / science prolétarienne⁴, mais plus généralement, expose, à partir des limites de la position du matérialisme dialectique, une conception de la méthode scientifique, qui articule un concept d’objectivité avec une acception assez commune de la *raison analytique* motrice de la science.

¹ Sartre 1957 p. 69.

² Cf. Sartre 1960 p. 293-4 pour quelques remarques sur la « signification » et son rapport à la matière ouvrée. Où l’on voit une convergence profonde avec l’étude matérialiste et non dogmatique du *signe* comme « réfraction de l’être » social qu’opère Bakhtine dans *Le marxisme et la philosophie du langage* en 1929-30 (traduit en français seulement en 1977).

³ Sartre 1949 p. 81, 85 note.

⁴ Cf. Sartre 1949 p. 93 et p. 105 sur l’affaire Lyssenko.

L'objectivité ne peut s'entendre comme simple qualité passive de l'objet regardé, ni comme valeur absolue d'un regard dépouillé de ses faiblesses subjectives. Dans la suite de la déconstruction de la métaphysique qu'est le matérialisme du diamat, il tire d'abord la leçon cohérente du point de vue matérialiste : l'homme, puisqu'il est produit d'un univers qu'il ne connaît que très partiellement, *ne peut à la fois être en lui et hors de lui*, donc ne peut instituer un schème universel de rationalité sans excéder les possibilités et critères scientifiques exigibles de sa justification. Par principe la seule position défendable, c'est qu'un type de rationalité qui a fait ses preuves est *local, probabilitaire* ou « statistique »¹ : telle rationalité peut très bien n'être valable que pour un certain ordre de grandeur, et être inexistante en-deça ou au-delà de telle limite. La mécanique des particules élémentaire, par exemple, n'est pas la mécanique newtonienne. Ce caractère *régional et hypothétique* (et non apodictique) implique d'emblée le rejet d'une conception universelle de « la » rationalité scientifique, ce qui était déjà la position bachelardienne.

L'opposition qu'il reconduit, dans la lignée de Hegel et Marx, entre raison analytique et raison dialectique, est assortie de deux traits fort distincts : le premier, c'est l'opposition radicale de la méthode quantitative, réductionniste, et en extériorité de la méthode scientifique, à la méthode ressaisissant le qualitatif dans ses formes variées, synthétique et anti-réductionniste (totalisante) de la dialectique. Mais, alors qu'on aurait pu s'y attendre, ce n'est aucunement au profit de la seconde qu'il maintient cette opposition : son but est déjà en 1946 de déconstruire le diamat, et en premier lieu d'en détruire les prétentions à la scientificité. L'univers de la science, c'est le quantitatif : l'extériorité mutuelle des unités numériques co-présentes par l'acte d'agrégation, dans le nombre qu'elles forment² (approche directement reprise de Hegel), l'effort de réduction du vivant au physico-chimique), témoignent de la spécificité de *l'analyse* qui réduit le complexe au simple, et en cela, est le *contraire* de la dialectique, qui affirme l'irréductibilité du supérieur à l'inférieur³. Les lois de la physique, comme celle de l'attraction universelle, sont des *relations externes, rapports formels quantifiables*, ici des modifications dans la direction et la vitesse de leurs mouvements.

« Il est d'ailleurs rigoureusement impossible d'exprimer le rapport qualitatif de causalité dans le langage mathématique. La plupart des lois physiques ont tout simplement la forme de fonctions du type $y = f(x)$. D'autres établissent des constantes numériques ; d'autres nous donnent les phases de phénomènes irréversibles mais sans qu'on puisse dire que l'une de ces phases soit *cause* de la suivante... Le matérialiste, déçu parce qu'il y a *trop peu* dans la science pour étayer ses explications causales, se retourne donc vers la dialectique. Mais il y a *trop* dans la dialectique... »⁴

De même, quand le biologiste parle de *synthèse*, ce n'est aucunement au sens hégélien du terme, mais au sens de l'agrégat, de la recollection en un tout d'éléments distincts : la synthèse qu'est le nombre, n'est qu'une synthèse analytique, et non totalisante ou dialectique⁵.

De façon générale, la recherche scientifique ne recherche aucunement à montrer un passage de la quantité à la qualité : elle cherche à *réduire la qualité*⁶, *par exemple sensible* : scientifiquement parlant, l'intensité d'un son ou d'une lumière n'est ainsi qu'un *rapport mathématique*. Or cette méthode, c'est l'expression d'une coupure épistémologie réussie, puisque par là sont radicalement différenciés l'univers scientifique et l'univers du réalisme naïf et de la sensation pure, c'est-à-dire ceux d'un empirisme non questionné. La science n'est pas empiriste : elle est *faite de concepts*⁷. On en arrive à une distinction aux conséquences

¹ Sartre 1949 p. 86.

² Sartre 1949 p. 88.

³ Même dans le déterminisme économique du diamat, reste présente l'idée d'une certaine indépendance des superstructures à l'égard des infrastructures.

⁴ Sartre 1949 p. 95.

⁵ Sartre 1949 p. 88.

⁶ Sartre 1949 p. 91.

⁷ Sartre 1949 p. 92-3.

paradoxaux : les définitions respectives de la science et de la dialectique sont mutuellement exclusives.

« La science est faite de *concepts*, au sens hégélien du terme. La dialectique en son essence est au contraire le jeu des *notions*. On sait que la notion, pour Hegel, organise et fond ensemble les concepts dans l'unité organique et vivante de la réalité concrète. La terre, la Renaissance, la Colonisation au 19^{ème} siècle, le Nazisme sont l'objet de *notions* ; l'être, la lumière, l'énergie sont des concepts abstraits. L'enrichissement dialectique réside dans le passage de l'abstrait au concret, c'est-à-dire des concepts élémentaires, à des notions de plus en plus riches. Ainsi le mouvement de la dialectique est en sens inverse de celui de la science »¹

Ce passage, d'abord, est remarquablement inégal ! A partir de cette acception des « notions », qui sont en fait les *mises en relation dialectiques* des catégories d'entendement ici nommées « concepts », il met sur le même plan « l'être » et l'énergie, au sens où l'être est le point de départ le plus abstrait et le plus incomplet de la *Science de la logique*, mais on ne peut vraiment pas dire que, dans le régime de pensée scientifique ainsi qu'il le décrit, ce soit le même type d'abstraction qui caractérise l'énergie. Mais ce qui est frappant, c'est que ce qu'il décrit comme non-scientifique, c'est la méthode du passage de l'abstrait au concret, dont on a vu précédemment, et sans revenir sur les difficultés exégétiques, qu'elle est la marque de la *scientificité supérieure*, chez Hegel comme chez Marx. Mon hypothèse est, de nouveau, que c'est le contexte intellectuel de l'article qui rend raison de ce retournement de situation : le diamat ne doit plus prétendre être science, et ce qui reste en lui de riche et de porteur d'intelligibilité, la dialectique, n'est pas trace ou critère de scientificité.

On retombe ainsi sur l'ambiguïté déjà évoquée dans la critique de la dialectique de la nature, de la notion marxiste de vérité, et sa traduction politico-idéologique : cette ambiguïté,

« rien ne la montre mieux que l'ambivalence de l'attitude communiste en face du savant : les communistes se réclament de lui, exploitent ses découvertes, font de sa pensée le seul type de connaissance valable ; mais leur défiance envers lui ne désarme pas. En tant qu'ils s'appuient sur la notion rigoureusement scientifique d'*objectivité* ils ont besoin de son esprit critique, de son goût de la recherche et de la contestation, de sa lucidité qui refuse le principe d'autorité et qui recourt perpétuellement à l'expérience ou l'évidence rationnelle. Mais ils se méfient de ces mêmes vertus dans la mesure où ils sont des croyants et où la science remet en question toutes les croyances : s'il apporte ses qualités scientifiques dans le parti, s'il réclame le droit d'examiner les principes, le savant devient un "intellectuel" et on oppose alors à sa dangereuse liberté d'esprit, expression de sa relative indépendance matérielle, la foi du militant ouvrier qui, par sa situation même, a besoin de croire aux directives de ses chefs. [Ici Sartre introduit en note] Pour finir, comme on voit dans l'affaire Lyssenko, le savant qui, tout à l'heure, fondait la politique marxiste en garantissant le matérialisme doit se subordonner dans ses recherches aux exigences de cette politique. Il y a cercle vicieux »²

On retrouve le retournement déjà maintes fois rappelé : c'est *l'esprit de la science qui est matérialiste*, pas le marxisme de 1949. Ainsi,

« Revenons donc à la science, qui, du moins, bourgeoise ou non, a fait ses preuves »³

b. L'intelligibilité dialectique de la démonstration mathématique

Sartre a donc une conception très classique du régime de fonctionnement propre de la science : c'est celui de la rationalité analytique, hypothético-déductive et quantitative. Mais, comme on l'a vu plus haut, dans le champ anthropologique en général, cette rationalité analytique, entre 1946 et 1960, va se faire *structuraliste* : là réinscrire le *moment* de la structure dans le mouvement dialectique de l'institution des traits récurrents, pratico-inertes, qu'elle formalise, *fait partie du processus d'intelligibilité proprement scientifique*. D'ailleurs, plus généralement, la *Critique* va affiner cette conception très standard de la science : d'une

¹ Sartre 1949 p. 93.

² Sartre 1949 p. 105.

³ Sartre 1949 p. 93.

part en thématissant le fait que toute expérience scientifique est un *fait de culture*, une lecture orientée d'un réel visé, non porteur par soi de l'objectivité attendue¹, renvoyant à l'existence de *relations d'intériorité* entre les savoirs positifs à première vue disparates, thèse de type holiste instituant implicitement l'impossibilité d'un critère purement *interne* de démarcation du scientifique et du non-scientifique.

« L'hypothèse du physicien avant d'être confirmée par l'expérience, est, elle aussi, un déchiffrement de l'expérience ; elle rejette l'empirisme, tout simplement parce qu'il est muet »²

Sartre prend ici mieux la mesure de la complexité du processus scientifique, et c'est ainsi qu'il retrouve des éléments déjà présents dans les épistémologies dialectisantes non marxistes sur le « *psychologie* » de la *démonstration mathématique* : en premier lieu, tout en maintenant le régime scientifique dans le *mécanisme* qui règne dans ses phases formalisées/axiomatisées, le sens de son mécanisme ne se saisit que par un procès qui le dépasse.

« Comprendre une démonstration mathématique ou une preuve expérimentale, c'est comprendre la démarche même de la pensée et son orientation. Autrement dit, c'est, à la fois, saisir la nécessité analytique des calculs (comme systèmes d'égalités – donc comme réduction du changement à zéro) et l'orientation synthétique de ces équivalences vers l'établissement d'une connaissance nouvelle. En effet, même si quelque démonstration rigoureuse parvient à réduire le neuf à l'ancien, l'apparition d'une connaissance *prouvée* là où il n'y avait qu'une hypothèse vague et, en tous cas, sans *vérité*, doit apparaître comme une nouveauté irréductible dans l'ordre du Savoir et ses applications pratiques. Et, s'il n'y avait pas une intelligibilité entière de cette irréductibilité, il ne pourrait y avoir ni conscience du *but* ni saisie du cheminement progressif de la démonstration (chez le savant qui invente l'expérience ou chez l'étudiant qui en écoute l'exposé). Ainsi, la science naturelle a la structure même de la machine : une pensée totalisatrice la gouverne, l'enrichit, invente ses applications et, en même temps, l'unité de son mouvement, (qui est accumulation) totalise *pour l'homme* des ensembles et des systèmes d'ordre mécanique. »³

La démonstration géométrique de l'existence d'un deuxième point d'intersection pour toute droite non tangente rencontrant un cercle, est l'exemple qu'il prend⁴ pour illustrer la différence entre une évidence intuitive et le régime mathématique qui, bien entendu, ne se satisfait pas de l'intuition naïve de l'existence de ce second point. La démonstration analytique doit faire table rase du « l'unité sensible et qualitative du *cercle-gestalt* au profit de l'inerte divisibilité des "lieux géométriques" ». Elle doit se concentrer sur le mouvement générateur du cercle mathématique qui en constitue une *définition possible*, et d'autre part, sur la droite non plus considérée comme ensemble de points, mais comme *mouvement*.

« L'intelligibilité vient ici de la saisie intuitive de deux pratiques... Rien n'est à comprendre ici sinon l'acte générateur, la synthèse qui assemble des palissades [sic] ou qui retient ensemble des éléments abstraits de l'espace... »

L'intelligibilité pratique de l'aventure géométrique, c'est cette nouvelle organisation qui la fournit en *réalisant par nous-mêmes* et par le mouvement que nous refaisons l'extériorisation de l'intérieur (action de la droite sur le cercle) et l'intériorisation de l'extérieur (la droite se fait intérieure pour traverser l'obstacle, elle obéit aux structures du cercle)... Si cette compréhension immédiate de la nouveauté pratique paraît inutile et presque puérile dans l'exemple cité, c'est que le géomètre ne s'intéresse pas aux actes mais à leurs traces. Il se soucie peu de savoir si les figures géométriques ne sont pas des abstractions, des schèmes limites d'un travail réels : ce qui l'intéresse, c'est de retrouver les rapports d'extériorité radicale sous le sceau d'intériorité qu'on impose aux figures en les engendrant. Mais, du coup, l'intelligibilité disparaît. »⁵

Autrement dit, le régime, légitime, de la preuve et la forme axiomatique d'une géométrie, seuls garants de sa *scientificité* ne sont pas pour autant seules instances d'*intelligibilité* : on retrouve le posture de Lefebvre, mais elle est plus précise ici, car elle rappelle, conformément

¹ Sartre 1960 p. 171.

² Sartre 1957 p. 28.

³ Sartre 1960 p. 175.

⁴ Dans la longue note, pas toujours limpide d'ailleurs, de Sartre 1960, p. 177-9.

⁵ Sartre 1960, p. 178-9.

à ce que l'on a vu à l'œuvre chez Hegel et Marx – ceux-ci étant héritiers du schématisme constructif des concepts mathématiques de Kant – la différence entre les procédés opératoires par lesquelles on institue une configuration géométrique donnée, et leur réification/fétichisation oblitérant, dans une re-présentation axiomatique, cette généalogie méthodologique. Cette dissociation entre scientificité légitime et intelligibilité ne se fait *pas*, dans le champ des mathématiques, contrairement au champ anthropologique, au profit d'une thèse sur la scientificité de cette compréhension dialectique. En cela Sartre s'oppose d'une part au statut que lui confère Hegel, même si l'on voit nettement ici l'influence sur celui-là de l'examen hégélien du *théorème* (dans la *Doctrine du Concept*) comme *quasi-accès au concept* dans le régime extérieur de la preuve, dès lors que mais seulement s'il est reconduit à la combinaison des catégories opératoires qui en constituent les moments. Mais c'est aussi, par anticipation, à Althusser qu'il s'oppose, comme on le verra dans la sous-section suivante.

Le thème de cette compréhension dialectique qui complète et enrichit qualitativement, *rend réellement raison de la nécessité* rationnelle et non seulement déductive, du théorème, rappelle nettement ce que Gonseth a pu dire des évidences dialectiques qui structurent par exemple la démonstration de la formule d'Euler pour les polyèdres, où les réquisits bachelardiens portant sur les conditions de la déconstruction des obstacles épistémologiques nécessaires à ce qu'un élève saisisse pleinement le *sens* d'une démonstration.¹

c. Sur les mathématiques comme emblème de la réification de la rationalité dialectique

Ainsi le régime de pensée de la démonstration mathématique illustre la dialectique structure/pratique, le moment analytique étant à saisir comme *moment* d'une rationalité dialectique afin que l'on puisse en pénétrer le sens, c'est-à-dire en saisir la nécessité. Tout ceci, comme chez Lefebvre, est pleinement dans la veine hégélienne. Sartre, malgré la relative généralité de son propos, maintes fois rappelée par la tradition (son incompetence en ces matières serait même légendaire !) pense la discursivité mathématique, livre de nombreux éléments proprement épistémologiques sur les conditions variées, régionales de constitution de l'objectivité scientifique, et la nécessité de l'instance dialectique pour *penser la pensée de cette objectivité*, analytiquement et/ou structurellement formalisée.

Et ceci n'est pas incompatible avec le sens des métaphores mathématisantes qu'utilise la *Critique*, du sous-titre du tome I « Théorie des ensembles pratiques »², et surtout les concepts de *série*, *sérialité* et *réurrence* qu'il utilise pour désigner les traits d'une socialité réifiée. Cet usage me semble indicateur d'une tradition qui remonte à Lukacs et qui provient de Hegel, tradition qui a été tout récemment problématisée par V. Charbonnier dans son article « Le rationalisme et ses fétiches (des réifications de la raison) »³. Dans *Histoire et conscience de classe* Lukacs reprend le thème hégélien standard selon lequel la pensée mathématique est l'incarnation emblématique d'un entendement sclérosant la dynamique relationnelle des déterminations qu'elle traite en abstraction et en extériorité les unes par rapport aux autres. Le concept de *réification* des rapports sociaux dans le capitalisme qu'il formule a pour fonction d'étendre les analyses marxistes du *fétichisme de la marchandise*. Le ressort de ce dernier est la substitution induite d'une *entité* censée être autonome – la valeur d'échange – au *processus* d'auto-valorisation du Capital assuré par l'extorsion de plus-value dans et par la production des marchandises. L'idée classique qui est reprise par Lukacs, c'est que la société bourgeoise en général – puisque les idées dominantes sont celles de la classe dominante – se maintient en véhiculant une idéologie qui sclérose (notamment par le biais *formel* des rapports juridiques) les relations interindividuelles. Comme le dit Sartre, qui reprend implicitement Lukacs selon moi, la réification,

¹ Cf. Chapitre III, respectivement section 3 et 2 à suivre.

² Sous-titre qui n'a pas encore fini d'étonner Badiou, au-delà de la dette générale que celui-ci reconnaît à Sartre : Badiou 1990 p. 16.

³ Charbonnier 2004.

« ce n'est pas une métamorphose de l'individu en chose comme on pourrait le croire trop souvent, c'est la nécessité qui s'impose au membre d'un groupe social, à travers les structures de la société, de vivre son appartenance au groupe et, à travers lui, à la société entière, comme un statut moléculaire. »¹

Deux choses sont à dire. (1) L'union en altérité, qui renvoie aux vécus dont la seule communauté tient au fait que les individus vivent dans un même monde, apparaît comme *sérialité et récurrence*, c'est-à-dire composée par un être-commun passif éprouvé par chacun dans une existence hors de soi, sur le mode d'une interchangeabilité atomistique. L'exemple le plus connu est celui d'une file d'attente, où ce qui unit les individus, c'est le *bus qu'ils attendent et rien d'autre*, c'est-à-dire un élément *étranger* aux individus mêmes : ils sont *unis par cette extériorité*. On retrouve la thèse de l'enfer du pratico-inerte, et ce qui importe, c'est que la détermination de ces relations réifiées passe chez Sartre par la reprise de termes mathématiques. Sans surdéterminer cet usage, il me semble que cela témoigne de l'idée, explicite chez Lukacs, que les *mathématiques incarnent une réification de la raison théorique et pratique des praxis*, et que le phénomène social de cette réification généralisée, est socialement *et théoriquement* à reconduire au procès fondateur du *fétichisme de la marchandise* dont elle serait l'extension. *Théoriquement*, au sens où la mathématique² impose la primauté de types *formels* de relations entre les objets qui sont inadéquats pour cerner les relations micro- et macro-sociales. Or c'est bien le même constat qu'effectue Sartre, on l'a vu ci-dessus, au niveau de la perte d'intelligibilité et de l'hypostase réaliste au niveau de objets géométriques, que suscite l'oubli des mouvements générateurs constitutifs de « l'aventure » géométrique.

Par ailleurs, revenons sur cette méthode qui consiste à s'élever de l'abstrait au concret. Une opposition majeure se dessine assez nettement entre Sartre et Althusser au niveau de leurs compréhensions respectives de la rupture théorique nécessaire à mener au sein du matérialisme dialectique des années 1950. Sartre pense qu'il faut assumer *la non-scientificité de la dialectique*, alors qu'il convient de *repenser sa scientificité* pour Althusser³. Si dans les deux cas, la méthode reprise est la même, celle du *mouvement méthodique de l'abstrait au concret*, qui est au cœur du processus de la pratique théorique (que la *Critique* sartrienne comme « expérience critique » me semble incarner), ce n'est, chez Althusser, qu'avec les *Éléments d'autocritique* (c'est-à-dire la critique de la déviation théoriciste) que l'on va dans les deux cas enfin atteindre une conception pleinement *interventionniste* de la philosophie (comme on l'a suggéré en début de chapitre à partir de la citation de Sartre mise en exergue, et qu'on va le ré-affirmer à la fin de la sous-section à venir).

2. L'école althusserienne

On s'attache ici d'abord à restituer le dispositif des catégories qu'a élaboré Althusser⁴ au milieu des années 60 touchant la nature et les instruments de ce qu'est une pratique scientifique, et de ce que doit être l'épistémologie prenant pour objet telle pratique scientifique, dans sa spécificité disciplinaire comme dans son historicité. On rappelle ensuite les objections qu'Althusser s'est adressé lui-même dans les *Éléments d'autocritique* de 1972. On examine enfin la mobilisation de ces catégories générales sur l'exemple des mathématiques, en particulier les travaux d'A. Badiou sur le concept logico-mathématique de

¹ Sartre 1960, p. 288.

² Mais chez Lukacs, c'est toute la pensée allemande pré-hégélienne, ainsi que la rationalité analytique propre à l'économie politique, qui est affectée par ce travers.

³ Terray 1990 p. 90 la rappelle très clairement.

⁴ La forme d'homogénéité de l'exposé à venir ne préjuge pas des tensions, voire des apories internes de l'œuvre d'Althusser, tensions sur lesquelles insiste le texte de F. Matheron « Louis Althusser ou l'impure pureté du concept », in Bidet & Kouvélakis 2001 p. 369 et suiv., auquel je renvoie en première instance pour cette question.

modèle, et ceux de P. Raymond sur les questions plus générales de philosophie des mathématiques.

1. Processus de la pratique théorique et coupure épistémologique

Comme on l'a vu à l'occasion des remarques sur Lénine en début de chapitre, il existe pour Althusser un rapport essentiel entre idéologie, philosophie et science. Dans *La philosophie comme arme de la révolution*¹, il résume sa *position sur la philosophie*, dans la droite ligne de Lénine, comme suit :

« La philosophie existe dès qu'existe le domaine *théorique* : dès qu'existe une science (au sens strict). Sans science, pas de philosophie, mais seulement des conceptions du monde. Il faut distinguer *l'enjeu* de la bataille, et le *champ* de bataille. L'enjeu dernier de la lutte philosophique, c'est la lutte *pour l'hégémonie*² entre les deux grandes tendances des conceptions du monde (matérialiste, idéaliste). Le **champ** de bataille principal de cette lutte, c'est la **connaissance scientifique** [je souligne] : pour ou contre elle. La bataille philosophique numéro un se donc à la frontière entre le scientifique et l'idéologique. »

La philosophie est une forme d'effet historique et théorique de la science³ : *ce qui se joue* en elle, c'est indirectement la lutte des classes, mais ce qui constitue *son jeu*, c'est la démarcation entre l'idéologique et le scientifique, et en profondeur, *la détermination de la scientificité en général*. Une pratique renouvelée de la philosophie – celle du marxisme – doit ainsi assumer ce à quoi elle est nécessairement ordonnée : un travail réflexif et conceptuel sur les conditions et les modalités de la sortie de l'idéologie et de l'entrée dans la science. Plus contextuellement parlant, Althusser tire les leçons de « l'imposture » qu'a représenté l'opposition science bourgeoise / science prolétarienne⁴. Son travail s'inscrit donc dans le cadre de la nécessaire révision / reconstitution d'un marxisme bien essoufflé.

Mais c'est le moment où les « philosophies du soupçon » prennent une place aussi centrale dans l'espace français que l'ambition structuraliste qui cherche à instituer un nouveau régime de scientificité dans les disciplines liées au déchiffrement des pratiques sociales. L'épistémologie de type bachelardien est quant à elle alors tout à fait institutionnalisée, que le terme de dialectique soit massivement utilisé ou judicieusement restreint dans son usage comme chez Canguilhem (puisque, on va le voir bientôt, son acception est dans cette tradition très imprécise). Ainsi que le rappelle E. Balibar⁵, Lévi-Strauss a pris position contre la *Critique* sartrienne en 1962 : l'opposition dialectique/structuralisme est au cœur des débats. C'est dans ce contexte bigarré qu'Althusser va s'efforcer de renouveler la dialectique marxiste en l'infléchissant radicalement par des schèmes issus de cette tendance structuraliste.⁶

a. De nouveau de l'abstrait au concret : sur le mode de production scientifique

C'est, plus précisément, de l'analyse du *processus* de ce qu'est une *pratique théorique*⁷ qu'il estime pouvoir redonner au marxisme, qu'il appelle Théorie par opposition aux

¹ Le texte date de 1968 : cf. Althusser 1998 p. 145-58, p. 153 pour la citation.

² Cette catégorie, centrale chez Gramsci, provient de Lénine, et désigne le fait de la dominance sociale d'un ensemble de catégories et de représentations, donc indirectement de pratiques avérées ou possibles.

³ Comme on l'a vu, pour lui, la philosophie n'a qu'une pseudo-histoire, parce qu'elle n'a *pas d'objet*, et cette pseudo-histoire, c'est celle de la répétition aux visages variés de l'opposition idéalisme / matérialisme, laquelle est suscitée par le besoin de donner sens aux connaissances scientifiques.

⁴ Althusser 1965a p. 12, 1972 p. 173. Il la reconduit pour partie à l'absence d'une tradition proprement théorique et philosophique chez les intellectuels du PCF, et l'absence d'authentiques maîtres en la matière. Mais en 1976 dans « Histoire terminée, histoire interminable » (Althusser 1998 p. 237-46), Althusser pense encore que le régime dominant du marxisme est celui du *diamat*, c'est-à-dire d'une ontologie de la matière prétendant exposer des *lois*, alors qu'elle n'est que pourvoyeuse de *thèses*.

⁵ Althusser 1965a, Avant-propos.

⁶ Comme Sartre d'ailleurs, mais ceci a été moins vu à l'époque. Il reste que la dialectique n'a évidemment pas la même place chez Sartre et Althusser.

⁷ Althusser 1965b.

« philosophies » entendues comme idéologies, sa scientificité et sa fécondité théorique et pratique. On rappelle d'abord ce qu'il en *dit*, pour voir ensuite ce que ses élèves en ont *fait*¹.

Si toute *théorie au sens large* est partie et forme spécifique de la pratique sociale au sens large, c'est-à-dire *pratique théorique*, elle peut l'être sous forme *préscientifique* (spontanée, préalable, « préhistorique », idéologique) ou sous forme proprement *scientifique*, ces deux formes étant en *rupture qualitative* : c'est là qu'Althusser insère sa radicalisation en « coupure » du concept bachelardien de « rupture » épistémologique. Une théorie au sens strict, du point de vue de son mode d'investigation, est *pratique théorique scientifique* ; du point de vue du mode d'exposition, *système conceptuel déterminé*, éventuellement mathématisé, au sein d'une science constituée. Or la « Théorie générale » dont il parle, *théorie de la pratique en général*, s'élabore à partir de la *théorie de ces pratiques théoriques existantes*, dans leur diversité, leurs articulations, leurs modes de transformation et de passage des unes aux autres : « Cette Théorie est la dialectique matérialiste qui ne fait qu'un avec le matérialisme dialectique »²,

« La pratique théorique marxiste de l'*épistémologie*, de l'histoire des sciences... est en grande partie à constituer... Leur pratique est grande partie *devant eux* [les marxistes], à élaborer, sinon à fonder, c'est-à-dire à asseoir sur des bases théoriquement justes, afin qu'elle corresponde à un objet *réel*, et non à un objet présumé ou idéologique, et soit vraiment une pratique théorique, et non une pratique technique³. C'est à cette fin, qu'ils ont besoin de la Théorie, c'est-à-dire de la dialectique matérialiste, comme de la seule méthode qui puisse anticiper leur pratique théorique en dessinant ses conditions formelles. Dans ce cas, utiliser la Théorie ne revient pas à en *appliquer* les formules (celle du matérialisme, de la dialectique) à un contenu préexistant. »⁴

La Théorie doit dessiner formellement le processus de toute pratique théorique : dans sa forme générale celui-ci est un *processus de production d'un concret-de-pensée à partir d'un abstrait*. Althusser reprend alors les indications de 1857 de Marx sur cette méthode⁵, en l'infléchissant cependant d'une façon radicalement non-hégélienne⁶.

Une pratique théorique doit *produire des connaissances nouvelles*, mais comme toute pratique productrice, elle opère sur une *matière première* avec des *moyens de production* et selon une certaine *méthode*, celle allant de l'abstrait au concret. Le processus de la pratique théorique est un *travail* portant sur des *universels préalables non scientifiques (ou seulement partiellement scientifiques)*, nommés « généralités I ». Ces universels sont un ensemble de *Vorstellungen*, de représentations, qui se présentent comme des abstractions à l'égard de l'empirie et de la sensation et prétendent à une forme de scientificité, alors qu'elles sont *marquées par l'idéologie* :

¹ Si l'on veut voir ce que lui en a fait, c'est bien sûr les textes sur le jeune Marx et la *coupure épistémologique* intervenant dans son œuvre en 1845, et s'étalant progressivement, qu'il faut lire : Althusser 1965a, « "Sur le jeune Marx" (Questions de théorie) », « Contradiction et surdétermination (Notes pour une recherche) » notamment.

² Althusser 1965b.

³ Cf. Verret 1967, 4-I, « Sur la notion de pratique théorique », p. 127-44, pour la distinction entre pratiques théoriques scientifique, savante et technique. Ni *pratique scientifique* (c'est-à-dire pratique pensant les limites des techniques empiriques dont elle est issue, en tant qu'application scientifique d'une science donnée), ni *pratique savante*, la *pratique scientifique de la géométrie*, dans l'exemple de Verret, si elle provient des techniques d'arpentage ou d'architecture, s'est constituée *en rupture* par rapport à elles. Mais la *pratique savante* de la géométrie, construite sur les bases de cette pratique scientifique, est capable de produire des *vérités* (théorèmes) indépendamment de l'application scientifique (c'est-à-dire de cette pratique scientifique) de la géométrie. Voir en particulier p. 140-2, pour l'exemple et l'analyse de la distinction, fondamentale, entre ces pratiques.

⁴ Althusser 1965, p. 169. La suite rappelle, justement, la critique qu'adresse Lénine à Plékhanov et à Engels : ils ont ainsi appliqué la dialectique de la nature à des « exemples » – sur le mode de l'analogie dont on a vu le caractère problématique chez Engels (mode que L. Sève aurait pu et du discuter plus en Sève 1998).

⁵ Cf. *supra* les remarques introductives et la sous-section 2-c du chapitre II sur cette méthode.

⁶ Althusser 1965, 1972 et 1975 sont ici mes principales références. Voir aussi sur ce traitement althussérien du procès de connaissance le riche exposé de F. Matheron déjà cité « Louis Althusser ou l'impure pureté du concept », in Bidet & Kouvélakis 2001 p. 369 et suiv., et en particulier les p. 371-5.

« La généralité I, par exemple le concept de "fruit", n'est pas le produit d'une "opération d'abstraction" effectuée par un "sujet" (la conscience, ou même ce sujet mythique : "la pratique"), – mais le résultat d'un processus complexe d'élaboration, où entrent toujours en jeu plusieurs pratiques concrètes distinctes de niveaux différents, empiriques, techniques et idéologiques.... L'acte d'*abstraction*, qui extrairait des individus concrets leur pure essence, *est un mythe idéologique.* »¹

En surplus de la critique de l'empirisme, récurrente dans le champ marxiste on l'a déjà noté, l'insistance est donc portée sur le fait que ces représentations générales doivent être purgées de leurs traits idéologiques : il faut transformer en « généralités III », en *concepts spécifiés, universels authentiquement concrets*, ces généralités I. C'est ainsi que l'on obtient des connaissances réelles. Le mouvement va consister, simultanément, à *révéler* les traits idéologiques des généralités I, et à instituer les généralités III. La science travaille et produit en transformant des généralités I en généralités III, pas en « appliquant » des concepts abstraits à un concret perçu. Mais ces généralités I ne disparaissent pas pour autant : ce qui importe, c'est de reconstituer ce qui se donne pour la théorie scientifique, mais la déconstruction des traits idéologiques à elle seule ne peut suffire

« on n'obtient pas une science en renversant une idéologie »²

Comment opère cette transformation ? Par le biais de « généralités II », c'est-à-dire par le travail sur la « théorie », c'est-à-dire le corps de concepts plus ou moins contradictoirement unifié constituant, en un moment donné, la théorie de la science considérée³ : *ce travail médiateur, c'est l'élévation de l'abstrait au concret.*

Ce travail du moment II, c'est le moment où une science (par exemple celle du capitalisme dans le *Capital*) élabore ses propres *faits scientifiques* au travers de la critique des faits idéologiques élaborés par la pratique théorique pré-scientifique (ainsi la détermination de la valeur comme rapport social par-delà le fait du fétichisme de la marchandise). Mais, et c'est le sens du non-hégélianisme d'Althusser⁴ qui irrigue la lecture « structurale » du *Capital* ainsi qu'on l'a déjà évoqué, ce travail du moment II n'est pas un développement dialectique du concept. Le concret-de-pensée n'est pas l'abstrait-incomplet du départ qui se serait enrichi par le jeu dialectique multiforme de ses contradictions internes (comme l'Idée en fin de la *Science de la logique* est le résultat du procès de réalisation de l'Être). *S'il est dialectique, le passage du moment I au moment III ne l'est pas à la façon hégélienne*⁵.

Trois classes de développements sont ouvertes ici. D'une part ceux portant sur les concepts opératoires de l'histoire de sciences (point (iii) à venir), ceux sur la nature du *corps de*

¹ Althusser 1965b p. 194-5. Lorsque Sartre dit, comme on l'a vu, que la méthode consiste à partir de la réflexivité, c'est-à-dire de la conscience réflexive minimale qu'un individu possède de son propre vécu, pour retrouver ensuite, médiatement, les diverses déterminations « micro » et « macro » qui font que le concret est concret, il dit la même chose : la méthode opère sur des représentations préalables plus ou moins élaborées mais de toutes façons idéologiquement façonnées. Toute « l'expérience critique » qu'est la *Critique* consiste à dépasser qualitativement ce stade pré-scientifique de niveau I pour exposer les conditions de l'appréhension dialectique (phase progressive de la méthode régressive-progressive) du concret (niveau III), et cela, via l'explicitation progressive et l'usage des *catégories dialectiques et concepts afférents* (praxis, pratico-inerte, etc.) opérant sur ces représentations préalables. Ces catégories dialectiques et concepts associés sont *du niveau II* : c'est le corps mouvant de concepts qui assure le passage au concret. Sartre et Althusser reprennent la même méthode, et la font fonctionner de la même façon, même s'ils n'attribuent pas le même *statut* à cette entreprise.

² Althusser 1965b p. 196.

³ Ainsi ce que P. Raymond appelle *l'idéologie de la rigueur* s'est-il posé au 19^{ème} siècle comme théorie des sciences mathématiques dans leur noyau rationnel que serait la logique formelle.

⁴ Cf. Althusser 1965 p. 191.

⁵ Les *universels concrets* que sont les généralités III sont rapprochés par Althusser des *essences singulières* de Spinoza : la distinction des trois types de généralités est évidemment affine aux trois genres de connaissance chez ce dernier : cf. Althusser 1975 p. 218. La lecture hégélienne de la pratique théorique du *Capital* rapprocherait bien sûr l'universel concret du *singulier* hégélien, qui concentre en soi en les intégrant les moments de l'*universel* et du *particulier* du Concept : mais c'est justement pour éviter Hegel qu'Althusser se rapproche de Spinoza (plutôt que ce soit du fait d'avoir convoqué Spinoza qu'il ait évité Hegel). En résumé la triade I, II, III traduit, dans l'ordre, la triade idéologie / philosophie / science, la coupure opérant entre les niveaux I et III via le travail du niveau II.

concepts dont le travail assure ce passage (point (ii) ci-dessous). Notons déjà que ce caractère non-hégélien de la détermination de ce corps de concepts, et de l'objet que ce corps de concepts a en vue, est radicalement renforcé ici, par le biais d'un assouplissement (d'une subversion profonde faudrait-il plutôt dire) des catégories de *contradiction* et de *négation* dialectiques. Mais le point (i), lui, porte sur un effet majeur de la coupure épistémologique.

i. L'autonomie du théorique

Le moment II est tout à fait central, dans la mesure où c'est à son occasion que se produit la *coupure épistémologique*, terme aiguisant la rupture bachelardienne¹ (Bachelard avait été le professeur d'Althusser), c'est-à-dire que se produit le *passage de la non-science à la science, de l'idéologique au scientifique, de la préhistoire de la science à la science elle-même* : et c'est cette rupture, provoquée par la méthode abstrait-concret du moment II (on l'a vu dans les ensembles de remarques contextuelles du deuxième chapitre et au début de celui-ci), qui caractérise pour Althusser le passage de Marx au *Capital*.

Or, si l'effet majeur de la coupure épistémologique, en termes de « contenu », c'est la production de connaissances objectives, en termes de *régime et modalité de discours* son effet majeur est *l'autonomie du théorique*. Cette autonomie signifie c'est-à-dire la radicale prédominance des critères *internes* de validations des énoncés sur d'éventuels critères *externes*. Si Althusser retrouve ce leitmotiv du néo-positivisme, c'est bien sûr en ayant pensé, contrairement à celui-ci, ses conditions de possibilités, c'est-à-dire les conditions de la coupure épistémologique. Après s'être opposé à l'empirisme comme à l'idéalisme niant le *critère de la pratique*, Althusser peut aussi s'opposer aux formes variées de pragmatisme faisant dépendre la validité d'une théorie à l'égard de son efficacité (par exemple l'application en physique d'une théorie mathématique) : après la coupure,

« ... démonstration et preuve sont le produit de dispositifs et de procédures matériels et théoriques définis et spécifiques, internes à chaque science »²

Althusser a beaucoup insisté sur l'importance de ne pas confondre *l'objet réel* et *l'objet de connaissance* sur lequel porte une pratique théorique scientifique. Contre l'empirisme, qui confond ces deux objets, il affirme – et c'est ainsi qu'il *lit le Capital* – que l'on connaît un *objet de connaissance*, qui fait évidemment écho à l'objet réel, mais qui n'est pas lui. L'autonomie du théorique à l'égard du réel et de ses déterminations politiques, c'est l'instauration d'un rapport spécifique entre le discours et son objet *de connaissance*, le concret-de-pensée : c'est cette autonomie que F. Matheron appelle la « pureté du concept ». Mais au-delà de l'empirisme, c'est tout autant contre les formes variées d'idéalisme, et notamment de *réalismes* que cette approche se développe. Est en effet radicalement récusée l'idée scolastique traditionnelle selon laquelle la connaissance est mise en rapport d'un discours avec un objet *externe*³ qui serait donné ou auquel il faudrait accéder. La science ne porte pas sur du donné, mais sur un objet qu'elle a toujours déjà *construit*.

La question du type d'extériorité de l'objet de connaissance à la pratique théorique est ainsi infléchie vers celle de *l'effet de connaissance induit par ce rapport discours-objet de connaissance*, c'est-à-dire, en résumé, dans le cas du matérialisme historique du *Capital*, de *l'effet d'intelligibilité* produit qui par soi devient *arme pour la révolution*, puisqu'il est alors simultanément agent et témoin de l'union de la théorie marxiste et de classe ouvrière.

¹ Althusser 1965b p. 168 : « La pratique théorique d'une science se distingue toujours nettement de la pratique théorique idéologique de sa préhistoire : cette distinction prend la forme d'une discontinuité "qualitative" théorique et historique, que nous pouvons désigner, avec Bachelard, par le terme de "coupure épistémologique". »

² Althusser 1975 p. 204. Voir également p. 220, et Althusser 1965 p. 190.

³ C'est en ce sens là que le « motif » transcendantal est peut-être plus proche du marxisme qu'on ne peut le penser : concernant la *connaissance* proprement dite, ce motif insiste sur le rapport de l'esprit à lui-même, en récusant l'identité de l'objet de connaissance et de l'objet sensible, et en mathématiques, comme je l'ai dit en introduction, en récusant que celles-ci soient une connaissance *d'objets*. Je reviens sur ça en conclusion.

ii. Les concepts de « tout structuré à dominante » et de « surdétermination »

Le corps de concepts qui assure le travail du moment II, c'est-à-dire le travail *philosophique et critique* assurant le passage de l'idéologique au scientifique, est un *tout complexe possédant l'unité d'une structure à dominante*, et c'est cette *dominance* qui explique le caractère non hégélien du processus général de la pratique théorique (et plus largement, le caractère lui-même idéologique du schème du « renversement »¹ matérialiste de la dialectique hégélienne maintes fois évoqué : ni comme système ni comme méthode remise sur ses pieds, cette dialectique n'est opérante). Cela s'explique et se traduit par une *approche novatrice du rôle moteur de la contradiction*, lié à un phénomène de *surdétermination*.

Un tel tout de concepts contient des contradictions qui n'ont pas toutes le même poids : certaines dominent les autres, et le tout n'est tout que de ces contradictions *inégaux*.

Chez Hegel le développement du concept n'incorpore en rien comme une *nécessité*, la contingence des conditions d'*existence*, naturelles ou sociales : ce qui se traduit chez lui par le caractère monolithique et permanent d'un même schème, la *négation de la négation*, en laquelle toute *Aufhebung*, et finalement toute la *téléologie* du concept se résolvent. La *totalité* qu'est le concept en procès est caractérisée par l'absence d'une structure à dominante, c'est-à-dire d'une hétérogénéité qualitative entre les différents éléments du tout. Au contraire pour Althusser il existe une réflexion des conditions matérielles d'existence de la contradiction *en elle-même* : le tout social, comme le tout d'une théorie, sont forcément un peu « bancals » en ce sens, n'ont pas cette organicité d'une belle totalité. Cette réflexion des conditions de la contradiction en elle-même, c'est-à-dire de « sa situation dans la structure à dominante du tout complexe »² manifeste en effet *que cette situation est non univoque*. Ce qui implique que *la contradiction elle-même n'est pas univoque*. La *surdétermination* est donc un assouplissement du schème de la contradiction, qui implique de voir qu'un tout conceptuel comme un tout social ne sont *pas des totalités*, mais, justement, des « tous structurés à dominante »³ :

« C'est ce type très particulier de détermination (cette surdétermination) qui donne à la contradiction marxiste sa spécificité, et permet de rendre théoriquement compte de la *pratique* marxiste, qu'elle soit théorique ou politique. Elle permet seule de comprendre les variations et les mutations concrètes d'une complexité structurée telle qu'une formation sociale (la seule sur laquelle porte vraiment la pratique marxiste jusqu'à ce jour), non comme des variations et mutations accidentelles produites par des "conditions" extérieures sur un tout structuré fixe, ses catégories et leur ordre fixe (c'est cela même le mécanisme) – mais comme autant de restructurations concrètes inscrites dans l'essence, le "jeu" de chaque catégorie, dans l'essence, le "jeu" de chaque contradiction, dans l'essence, le "jeu" des articulations de la structure complexe à dominante qui se réfléchit en elle. »⁴

La contradiction n'est donc pas motrice au sens de l'abstraite et univoque négation de la négation qui se « particulariserait » ici ou là : elle l'est au sens où elle implique des affrontements, des tensions en des lieux précis de la structure du tout complexe considéré, et possède selon Althusser deux formes d'existence majeures, le « *déplacement* » et la « *condensation* ». Le *déplacement* correspond à un changement quantitatif dans l'histoire ou la théorie, d'un paramètre donné. La *condensation* est elle la forme majeure d'existence de la surdétermination, et prend la forme d'un conflit aigu en politique, ou d'une crise théorique dans la science – l'explosion révolutionnaire étant le moment d'une condensation *globale*

¹ Cf. Althusser 1965b p. 195.

² Althusser 1965b p. 215.

³ Althusser 1975 p. 208-9 et 213-4 résume parfaitement cette opposition entre *totalité* hégélienne et *tout* marxiste.

⁴ Althusser 1965b p. 216.

« provoquant le démembrement et le remembrement du tout, c'est-à-dire une restructuration globale du tout sur une base qualitativement nouvelle. »¹

La condensation révèle un point nodal, un point stratégique ou le tout joue son destin totalement ou partiellement, le point faible du système. Le concept d'ensemble dans le corpus de concepts qui s'est élaboré entre 1860 et 1900 est ce sur quoi se sont condensées, cristallisées localement, les contradictions d'alors de la théorie de la mathématique : la crise des fondements des mathématiques a largement excédé celle de la théorie des ensembles, mais c'est d'elle, et au niveau du concept d'ensemble, que le processus critique est parti. L'important ici, c'est le double rejet méthodologique qui est impliqué : autant l'hypostase du tout par rapport à ses parties (holisme), que la réduction du tout à la somme de ses parties (mécanisme associé à l'individualisme) sont inadéquats – c'est très exactement ce que dit Sartre dans la *Critique de la raison dialectique*. C'est au contraire l'existence d'une *causalité structurale* – qui correspond en fait à ce qu'on peut appeler avec Sartre une causalité dialectique, celle de la « cause absente », c'est-à-dire de la *cause rendue absente par la dialectique réelle qui l'éclipse en ne la re-produisant jamais à l'identique*², et que le « pratico-inerte » sartrien visait à cerner – qui faut mettre en évidence : puisqu'une structure complexe ne forme totalité qu'en tant que chaque pratique (pour la structure sociale), chaque concept pour une théorie donnée, détermine toutes les autres, cette structure est inséparable de toutes les façons dont elle s'exprime, se modalise : l'analyse sociale et politique, mais aussi l'analyse épistémologique, doit ainsi montrer cette surdétermination réciproque mais *inégalitaire* des éléments de la structure.

Le phénomène de surdétermination n'est jamais destiné à produire *nécessairement* ces déplacements ou condensations (que l'on pourrait appeler *cristallisations*), autrement dit, la dialectique *marxiste* peut penser à la fois le développement et le *non-développement* d'un tout structuré. De cette acception de la dialectique, définie dans ce texte qu'est *Sur la dialectique matérialiste (de l'inégalité des origines)*, Althusser tire une exigence féconde :

« Il resterait, pour justifier sa portée générale... à la soumettre à l'épreuve d'autres contenus concrets, *d'autres pratiques* : par exemple, à l'épreuve de la pratique théorique des sciences de la nature, de pratiques théoriques encore problématiques dans les sciences (épistémologie, histoire des sciences, des idéologies, de la philosophie, etc.)... »³

Le *Cours de philosophie pour scientifiques* professé en octobre-novembre 1967 à l'ENS d'Ulm, qui a donné lieu à l'ouvrage *Philosophie et philosophie spontanée des savants*⁴ fut la première incursion en ce sens, mais ce sont les travaux effectués immédiatement par A. Badiou, M. Fichant et M. Pécheux en 1968-9, et ceux, un peu plus tardifs de P. Raymond (de 1973-8), qui ont tout particulièrement incarné cette *mise à l'épreuve* du dispositif althussérien en épistémologie des mathématiques, et qu'il convient de regarder de près maintenant.

iii. Coupures, ruptures et refontes

Voyons maintenant la seconde classe de développements que M. Fichant et M. Pécheux ont consacré aux concepts de *coupure*, *rupture*, *refonte* et *récurrence* à partir de cette thématization du moment II du processus de la pratique théorique. Le front de lutte est double, et rejoint d'abord les approches de l'épistémologie historique à la Bachelard-Canguilhem : contre la téléologie, lien extrinsèque qui fonde l'avant sur l'après, et le continuisme favorisant notamment l'usage de la catégorie pernicieuse de précurseur. L'effort consiste à préciser l'acception bachelardienne de la dialectique comme le progrès scientifique par ratures et

¹ Althusser 1965b p. 222. Dé- puis re-membrement *proprement impossibles et impensables* dans la dialectique hégélienne.

² Cf. Althusser 1972 p. 178, surtout la note. Le second sens de cette absence, c'est que la dialectique rend absente en la dépassant la causalité purement mécanique, absolument incapable de rendre raison des *effets des structures sur les pratiques, et réciproquement, des effets des pratiques sur les structures*.

³ Althusser 1965b p. 224.

⁴ Althusser 1967.

refontes, dans la mesure où cette conception de la vérité (toujours régionale) comme erreur rectifiée tend à gommer les hiérarchies qualitatives entre les types de processus induisant les mouvements de rectification des concepts¹. Autrement dit, c'est à une complexification du concept de « rupture » qu'ils procèdent, c'est-à-dire à un examen des processus autres que celui marquant un point de « non-retour » entre le non-scientifique et le scientifique. Le concept de *démarquage* vient désigner les *ruptures intra-idéologiques*, c'est-à-dire les réfutations, critiques, négations, corrections apparaissant et s'accumulant dans la période pré-scientifique d'une science : ainsi les évolutions du concept de mouvement chez Galilée, d'irrationnel en histoire des mathématiques. Mais les errances du concept d'ensemble, de Riemann à Zermelo, en seraient un exemple parfait. Un tel processus d'accumulation de démarquages dans un tout conceptuel complexe mène le plus souvent à la « condensation », ou cristallisation sur un concept, comme ceux de mouvement ou d'ensemble, des contradictions du système : ce processus produit ainsi la conjoncture où peut se produire la *coupure*, qui

« a pour effet de rendre impossibles certains discours idéologiques ou philosophiques qui la précèdent, c'est-à-dire d'amener la science nouvelle à rompre explicitement avec eux : la *rupture* épistémologique apparaît ainsi comme un effet (de nature « philosophique ») de la coupure (ce qui rappelle, corrélativement, qu'il ne suffit pas de rompre avec une idéologie pour produire une coupure. »²

Il ne faut pas confondre, de ce fait, le démarquage et son équivalent fonctionnel *intra-scientifique* qu'est la *refonte*. Le *démarquage*, c'est une « refonte » opérant dans l'*idéologique*, alors que la *refonte*, elle, n'opère que dans le *champ scientifique*, en tant qu'elle est transformation de la problématique interne à l'histoire d'une science. L'autre distinction de cette citation (qui n'est pas toujours faite par Althusser), c'est celle entre coupure et rupture. En résumé, la *coupure*, c'est ce qui institue la science, la *rupture*, c'est la *traduction philosophique de la coupure*, c'est-à-dire ce qui institue la nouvelle philosophie (ou la nouvelle pratique de la philosophie), adéquate à la science nouvelle. On pourrait ainsi dire que la *pratique* dans le *Capital* de la méthode de l'abstrait au concret assure la *coupure* épistémologique d'où naît le matérialisme *historique* comme la nouvelle science de l'histoire, et que l'énonciation dans la forme philosophique de cette coupure, qui donne lieu au matérialisme *dialectique*, est la *rupture* à l'égard des philosophies idéologiques antérieures.

Ainsi, démarquage, coupure et refonte sont trois concepts qui permettent de nommer des moments pivots de l'histoire d'une science, sans confondre la nature de ces moments, et donc de ne pas mélanger les plans de discontinuité, sans pour autant tomber dans l'illusion de la continuité. Une telle confusion

« en feignant de penser que toute refonte est une nouvelle coupure et que la coupure n'est qu'une première refonte, revient à annuler l'efficace même des concepts de coupure et de rupture, et céder pratiquement le terrain à la position "continuiste" ».³

Comment alors se prémunir d'une telle confusion ? En ayant à l'esprit qu'une science ne naît pas *ex nihilo* de la conjonction de la définition d'un objet ou de la détermination d'une méthode, ni qu'elle ne naît mécaniquement du renversement d'une idéologie. Une science ne peut naître que de la constitution conjointe *et progressive* d'un corps de méthodes et de concepts avec les règles de leur usage : cela raffine alors le problème de la continuité, qui peut être avéré pour certains concepts, certaines méthodes, subissant des démarquages, mais pas d'autres, tandis que le moment de la coupure impose une réorganisation qualitative totalisante (quoiqu'elle ne soit pas, bien sûr, définitive, des corps de théories internes à la science pouvant exiger des refontes⁴) : ainsi les modifications de la structure mathématique impliquée dans le passage de la théorie de la relativité restreinte à celle de la généralisée. Mais c'est sur

¹ Pécheux & Fichant 1969 p. 105, cf. aussi Raymond 1973 p. 344.

² Pécheux & Fichant 1969 p. 11.

³ Pécheux & Fichant 1969 p. 12.

⁴ Pécheux & Fichant 1969 p. 100.

le mouvement de transformation du concept d'irrationnel que M. Fichant porte son attention au titre d'une « application topique de la récurrence à la méthode de l'histoire des sciences »¹.

C'est cela qui fait que la *coupure épistémologique* est toujours coupure *continuée*, qu'il y a toujours enveloppement réciproque d'éléments qualitativement novateurs et de reconduction de concepts anciens. Et plus profondément, cela justifie la thèse que le mode de fonctionnement *normal, structurel*, d'une science, c'est celui de la « crise », au point qu'il devient délicat de parler alors de « crise ».

Mais on revient sur cela plus bas, ce qui qu'il faut pour l'instant retenir, ce sont les *conditions d'usage de la récurrence*. Celle-ci désigne la lecture jugeant rétrospectivement, du point de vue d'un vrai actuel, les dates de son achèvement/avènement progressif. Ces conditions expriment le fait que la science concernée se soit constituée avec assez de rigueur conceptuelle et méthodologique pour pouvoir discerner les différences entre les valeurs épistémologiques qui l'irriguent ainsi que les situations réelles des filiations conceptuelles. Chez Bachelard, cela se traduit par la reconstruction, sur l'exemple du théorème de Pythagore dans le chapitre « l'identité continuée » de *Le rationalisme appliqué* d'un temps logique d'achèvement du concept de « pythagoricité » du triangle rectangle au-delà et contre le temps historique de son élaboration². L'essentiel, méthodologiquement parlant, consiste pour Fichant à interroger la façon dont procède H. Scholz dans son article des *Kant-Studien* de 1928 *Warum haben die Griechen die Irrationalzahlen nicht aufgebaut ?* Il est immédiat que poser ainsi la question (« pourquoi les grecs n'ont pas construit les nombres irrationnels ? ») est procéder de façon récurrente, puisque cela consiste à évaluer leur pratique en mobilisant un concept scientifique qu'il ne possédaient pas, celui de nombre irrationnel. Or cela pose épistémologiquement problème pour Fichant : il rappelle que Scholz polémique à ce moment contre Spengler qui défend l'idée dans *Le déclin de l'Occident* que le finitisme pythagorien est un trait essentiel du « Geist » hellénique. Or la construction/représentation géométrique des irrationnels supposerait des procédés algorithmiques infinis : ils ne pouvaient, par ce trait finitiste, étendre le concept de nombre au-delà de l'entier (ou du rapport d'entiers). Cependant Scholz montre à juste titre que la non-constructibilité à la règle et au compas n'est pas *a priori* synonyme de non numérique (nous dirions aujourd'hui, d'irrationnel), par exemple pour certains racines cubiques ou des nombres transcendants comme π . Par ailleurs, dire que le finitisme empêche de penser l'irrationnel est inexact, on le sait aujourd'hui : la détermination de l'irrationnel comme coupure chez Dedekind (c'est l'exposé de Dedekind sur lequel se base Scholz), ou comme *représentant d'une classe d'équivalence de suite de Cauchy de rationnels* chez Cantor, ne fait justement pas appel à l'infinité non dénombrable qui est en fait implicitement visée ici. Le second moment de l'analyse de Scholz consiste alors à montrer que c'est parce que les grecs n'avaient pas le concept de nombre *rationnel*, parce que la « proportion » n'étaient pas pensée comme un nombre, n'en avait pas le statut mathématique, mais était seulement pensé comme un rapport entre entiers.

D'où deux usages successifs par Scholz de la récurrence pour rendre raison du fait grec de la non-construction des rationnels : 1/ le choix d'un concept recteur possédé seulement *actuellement*, ce qui revient à éclairer le passé par l'avenir en se fondant sur un concept validé dans sa rigueur et sa stabilité par le devenir objectif de mathématiques ; 2/ le choix d'un repère philosophique, la thématique de la non-congruence entre le calcul (manipulation) d'un côté, et la connaissance de l'autre, expliquant pourquoi un rapport d'entier n'était pas un *nombre* déterminable comme tel.

La légitimité, pour Fichant, de cette analyse récurrente, requiert cependant de ne pas étendre par principe le procédé hors des mathématiques : chaque science doit inviter l'épistémologue qui veut rendre raison de son historicité à trouver les points d'appuis non arbitraires qui vont fonctionner comme les instance de la récurrence, et cette absence d'arbitraire repose en amont sur l'idée que le devenir des mathématiques possède une

¹ Pécheux & Fichant 1969 p. 101, l'analyse est la section III de l'ouvrage, p. 116-139.

² Pécheux & Fichant 1969, p. 109-11 étudie ce chapitre, dont la section consacrée en ce travail à Bachelard rend compte en détail.

objectivité qui fournit *de l'intérieur les outils de sa propre histoire*, en l'occurrence chez Scholz, la construction dedekindienne du concept d'irrationnel. Cela illustre bien le rejet d'une épistémologie transcendant la science dont on fait l'histoire, et la thèse corrélative de sa régionalité, sur le fond de l'indissociable terreau commun d'une pratique théorique affectée d'une historicité à laquelle il faut toujours en dernière reconduire. On verra plus loin le sens que cette approche de l'épistémologie et de l'histoire des mathématiques va prendre dans les travaux distincts d'A. Badiou et de P. Raymond, qui axent leur propos sur la détermination de la mathématique comme science *expérimentale*.

b. Dévoiler la philosophie spontanée des savants

Une philosophie spontanée de savant (PPS) n'est pas, pour Althusser, l'ensemble des idées qu'il a sur le monde en général, ni un ensemble d'idées « spontanées » au sens psychologique du terme, c'est-à-dire au sens de représentations acquises à partir de la perception, etc. Une PPS, c'est l'ensemble d'idées, conscientes ou non, qu'un savant possède sur sa pratique scientifique et la science en général, ces idées portant autant sur les procédés d'investigation que d'exposition des savoirs, par exemple des règles de méthode porteuses de / portant sur les conditions rationnelles de ses cheminements, mais qui excèdent les formalismes théoriques. Ces idées sont des *convictions-thèses* très proches des Généralités I qui constituent la matière première de la pratique théorique, dans la mesure où elles sont *pré-scientifiques*, soit parce qu'elles n'ont pas subi l'épreuve des médiations de la critique, soient parce qu'elles sont intrinsèquement *idéologiques*. Plus exactement les Généralités I sont certes des catégories pré-scientifiques du point de vue marxiste, mais qui sont, par leur utilisateurs, *néanmoins présentées et articulées comme des concepts scientifiques*, ce qui n'est pas le cas de ces *convictions-thèses* qui les nourrissent ou en sont issues (selon un processus d'influence réciproque). Or elles les nourrissent implicitement, non consciemment, ou explicitement.

La question de la « crise » des sciences est révélatrice pour Althusser de l'existence de ces PPS. Il est courant que des philosophes de métier viennent théoriser une « crise » scientifique (puisque toute innovation scientifique produit un effet philosophique plus ou moins à retardement), pour la glorifier, la répéter, en grossir les traits ou simplement la penser. En revanche,

« ... ce qui est plus curieux c'est qu'il se trouve en même temps *des savants* pour parler de crise des sciences, et se découvrir soudain de surprenantes vocations philosophiques – où ils pensent soudain se convertir en philosophes, alors qu'ils n'ont jamais cessé de « pratiquer » de la philosophie... ces savants piquent, à l'occasion de la croissance d'une science qu'ils prennent pour sa conversion, une crise philosophique visible et spectaculaire, au sens où l'on dit d'un enfant qu'il fait une crise de fièvre. Leur philosophie spontanée, quotidienne, y devient simplement *visible pour eux-mêmes*. »¹

Derrière cet argumentation Althusser montre que le concept de « crise » est fort peu pertinent dans ces contextes où il est employé à tout bout de champ, alors que la « crise » ne désigne en fait que la modalité de développement standard des sciences : la coupure épistémologique est toujours *continué*, une science est *structurellement en crise*, au point que parler de « crise » ne peut avoir de sens que on prend le terme dans une acception réduite (par exemple chez Kuhn : c'est ce qui produit les conditions d'*un changement de paradigme*, c'est-à-dire une *révolution*). On reviendra sur ce concept de crise en conclusion : ce qu'il faut retenir ici, c'est le fait que la PPS, dans ces périodes de « crise », prend des formes *doctrinaires*, c'est-à-dire *réflexives*, qui ne font que reconduire les éléments acritiques des *convictions-thèses* non scientifiques, du moins en partie, initiales.

Althusser affine son approche de ces *convictions-thèses* en montrant que leurs contenus sont à classer en deux catégories, appelées « Élément 1 » et « Élément 2 » de la PPS².

¹ Althusser 1968 p. 8-9. L'empirio-criticisme de Mach et ses avatars sont une telle philosophie spontanée, apparue à l'occasion de la « crise » de la physique, selon Althusser.

² Althusser 1967 p. 99-101.

L'élément 1 est intra-scientifique, et renvoie aux croyances *issues de la pratique scientifique même*, et c'est en général l'élément « matérialiste » et objectiviste : il est « spontané » au sens où ces convictions-thèses construites à partir de la pratique sont assimilées et reproduites à titre d'évidences. Celles-ci sont essentiellement gouvernées par l'idée que la science est connaissance spécifique de *quelque chose* c'est-à-dire d'un « objet » au sens large qui est un *déjà-là*. Cet élément matérialiste fonctionne comme un moteur, ou plutôt une condition de possibilité de la recherche : il faut bien présupposer qu'il y a quelque chose à connaître pour que le procès scientifique soit.

Cependant, à cet élément 1 se surajoute un élément *extra-scientifique* dans la PPS : l'élément 2 est cet ensemble de conviction-thèses qui soumet l'expérience scientifique à l'intériorisation de valeurs portant sur la science, *mais qui ne proviennent pas d'elles*, et sont en ce sens de nature *idéologique*, notamment par le fait que leur « spontanéité », c'est-à-dire leur fonctionnement comme évidences structurantes de la pratique, masque le fait qu'elles sont des *produits sociaux*. Les thématiques de « l'esprit scientifique », de la « valeur de la science », par exemple, qui ne sont pas *par principe* erronées, *fonctionnent ici* comme des obstacles idéologiques : c'est en ce sens que cet élément 2 est l'élément « idéaliste » de la PPS. La thèse d'Althusser, qu'il illustre sur la pensée biologique de J. Monod¹, est que dans une PPS, l'élément 1 est toujours majoritairement dominé par l'élément 2, et que cela reproduit *dans* la PPS, le rapport de forces *philosophique* du monde plus général des savants, entre idéalisme et matérialisme, et la domination du premier sur le second, bien que les savants soient dans la pratique régulière de leur discipline spontanément matérialistes-objectivistes².

L'intervention matérialiste doit alors consister à déconstruire ces PPS, c'est-à-dire expliciter leurs composantes, et voir *ce qui joue différenciellement la fonction de l'élément 1 et de l'élément 2*. Or, dans le cas de la philosophie des mathématiques, qui n'est pas le lieu de prédilection d'Althusser, cette explicitation pose problème concernant le type de philosophie le plus traditionnellement associé à la pratique mathématique, le *réalisme* mathématique, stipulant, de façons extrêmement variées, l'existence indépendante des mathématiciens des objets sur lesquels leurs théories porte. Or à titre étiologique, c'est l'expérience d'une contrainte rationnelle, d'une *nécessité* qui invite à penser cette *indépendance* des objets, ce qui correspond à la condition de possibilité de la recherche : on ne cherche pas à connaître *rien*. *Autrement dit, le réalisme mathématique, qui prend la forme de « l'idéalisme » des « idéalités », est une « ontologie projetée » comme le disait Bachelard, mais qui correspond au premier abord, fonctionnellement parlant, à l'élément 1 « matérialiste »*³.

Autrement dit, en mathématiques, le jeu des deux éléments est aussi horizontal que vertical : ils sont, concernant le réalisme, deux strates parfois difficilement distinguables. Autrement dit, en quoi le réalisme mathématique relève-t-il aussi *et surtout* de l'élément idéaliste ? Du préjugé, ou plutôt de la conviction-thèse d'un modèle unique de scientificité, qui ferait la « valeur » de la science comme porteuse d'un vrai tendant à son unification, acquis progressivement, *sur des objets* : l'élément idéaliste ici, c'est la thèse qu'il existe des « objets » dont les mathématiques seraient la connaissance, raison pour laquelle elles serait une science.

A. Badiou et P. Raymond vont ainsi assumer, concernant la spécificité des mathématiques et de leurs PPS, la nécessité de radicaliser le sens de l'intervention matérialiste en philosophie des mathématiques et dans l'épistémologie de leur histoire, c'est-à-dire radicaliser le sens de ce qu'elle met à jour : le caractère *expérimental* des mathématiques comme productrice d'une *objectivité sans objets*.

¹ Althusser 1967, Appendice.

² Althusser 1967 p. 102.

³ On a vu le réalisme et la thèse d'« aséité » de la matière existant indépendamment du savant dans les matérialismes dialectiques contemporains de Bitsakis et Sève.

c. L'auto-critique de la *dévi*ation théoriciste

Les *Eléments d'autocritique*¹ de 1972 d'une part portent au concept ce que les thèses de *Pour Marx* et de *Lire le Capital* contenaient de « théoriciste », et précisent le sens de cette *dévi*ance, tout en affinant le dispositif proprement épistémologique alors proposé. Pour l'essentiel cette *dévi*ance a consisté en l'interprétation *rationaliste spéculative de la coupure épistémologique*² : l'opposition science / idéologie fonctionnait comme l'opposition cartésienne vérité/erreur, ou celle, des Lumières, entre ignorance et connaissance³. L'auto-critique ici est instructive relativement aux dialogues entre les divers courants dialecticiens de l'époque. La *dévi*ance *rationaliste* a consisté à

« mettre en place cette notion équivoque d'idéologie⁴ sur la scène *rationaliste* de l'opposition entre la vérité et l'erreur. Et c'était ainsi, réduisant l'idéologie à l'erreur, et baptisant en retour l'erreur idéologie, donner à ce théâtre *rationaliste des allures marxistes usurpées* [je souligne].

... Mais le marxisme, s'il est rationnel, n'est pas le rationalisme, ni même le Rationalisme « moderne » (dont avaient rêvé certains de nos aînés⁵, avant la guerre, dans le feu de la lutte contre l'irrationalisme nazi) »⁶

Outre le fait que *La Pensée*, puisqu'elle est la « Revue du rationalisme moderne », tout en financée par le PCF depuis sa création, est implicitement rejetée « du » marxisme⁷, Althusser, reconnaissant sa dette par ailleurs à Bachelard, insiste ici sur la séparation entre le marxisme et l'épistémologie aux « allures marxistes usurpées » que celui-ci représente. Cette insistance suggère que le rationalisme *français* continue d'évoluer avec le schème vérité / erreur, qui est un schème spéculatif. C'est-à-dire que chez ce rationalisme, il y a un rabattement excessif du « *rationaliste* » sur le « *spéculatif* »⁸ (rabattement qu'a reconduit indûment la *dévi*ation théoriciste), et qui est opposé aux schèmes que l'approche radicalement matérialiste et praxéologique des pratiques sociales doit induire. Il est peu contestable cependant, et on le verra dans le chapitre quatre à venir, que la conception bachelardienne de la rupture/coupure épistémologique garde de profondes affinités anti-spéculatives avec le marxisme : mais si les deux conceptions s'accordent sur leurs ennemis, ce n'est pas pour cela qu'elles partagent les mêmes présupposés.

Si toute science « sort bien » de sa préhistoire, au sens où elle en provient, elle en sort aussi au sens où elle en rejette tout ou partie, ce qui était erroné ou idéologique. Bien qu'il n'y ait pas « la » science en général – un impérialisme méthodologique n'est pas viable –, certains traits caractérisent, dans leur diversité, toutes les sciences : s'il faut se détacher de son acception spéculative, la « coupure épistémologique » comme *catégorie philosophique* n'est aucunement à laisser de côté, puisqu'elle ne désigne pas un simple fait, mais aussi et surtout le processus d'une pratique théorique : la catégorie désigne

« le fait historico-théorique de la naissance d'une science... par le symptôme visible de sa préhistoire. A la condition, bien entendu, de ne pas prendre de simples effets pour la cause – mais de penser les signes et effets de la "coupure" comme le phénomène théorique du surgissement d'une science dans l'histoire de la théorie, qui renvoie aux conditions sociales, politiques, idéologiques et philosophiques de cette irruption. »⁹

¹ Althusser 1972.

² Althusser 1972 p. 163.

³ Althusser 1972 p. 173.

⁴ En résumé : ensemble de pratiques et de représentations induisant des formes de vécu *imaginaires* des conditions matérielles de l'existence.

⁵ Ainsi G. Politzer, un des rares qui eut pu constituer un véritable maître au sortir de la guerre, s'il n'avait été assassiné.

⁶ Althusser 1972 p. 173.

⁷ Sic 0021

⁸ Pour le dire grossièrement ici, Bachelard se situerait plutôt à égale distance de Kant et d'Althusser, mais en tous cas, aussi loin de Descartes que ce dernier.

⁹ Althusser 1972 p. 172.

Althusser décrit comme suit les trois paramètres qui ont constitué la déviance théoriciste : (1) d'abord ladite esquisse spéculative de la différence science / idéologie, (2) le rabattement de la pratique théorique philosophique sur les pratiques théoriques *scientifiques*, (3) la thèse spéculative de « la » philosophie, c'est-à-dire le matérialisme dialectique, comme théorie des pratiques théoriques. Le troisième point n'est pas l'objet¹ de ce travail : présentement, ce qui importe, c'est le point 2. Si l'épistémologie est un travail conceptuel sur des pratiques scientifiques et les concepts qui les nourrissent, un tel rabattement impose des critères de scientificité inadéquats : dit autrement, c'est à terme inféoder le discours philosophique à la méthode scientifique, la « suturer » au champ scientifique dirait aujourd'hui Badiou, intériorisation de et justification d'une autonomie du scientifique disait P. Raymond², ou en faire une science, par définition supérieure, à l'instar de la *Science de la logique*.

« il ne suffit pas de supprimer une formule : mais de rectifier, dans leur dispositif théorique, tous les effets et les échos provoqués par sa résonance. ... la catégorie de "pratique théorique", qui a pourtant été très utile dans un autre contexte, est pourtant dangereuse par l'équivoque, qui unit sous un seule et même vocable et la pratique scientifique, et la pratique philosophique, et induit par là l'idée que la philosophie puisse être une science : mais dans une configuration qui ne précipite pas cette équivoque en confusion spéculative, cette catégorie peut encore, à l'occasion, servir, car elle marque la "théorie" du rappel matérialiste de la *pratique* ».³

C'est là que l'affinité avec la conception sartrienne du moment de la dialectique comme forme réflexive particulière de la praxis produisant l'intelligibilité dans un champ donné d'étude est patente : la déconstruction de la déviance vient marquer d'abord *en creux* la spécificité du *moment théorique non scientifique*, puis orienter le propos, chez Althusser, mais c'était *de facto* le cas chez Sartre, vers une conception⁴ de la philosophie comme *intervention*, énonciation de *thèses destinées à produire des effets de sens dans un champ (de bataille) institutionnel constitué de tendances* et thèses dénotant l'occupation et la défense d'une position (dans toute l'ambivalence de ce terme⁵). D'autre part la nuance de la seconde phrase rappelle que toute théorie scientifique reste bel et bien une *pratique*. Cette déviance n'a ainsi plus à être qualifiée d'erreur, puisque l'erreur est une catégorie *scientifique*. La dénonciation de la déviation se fait ainsi au profit d'une pratique théorique de la *double intervention* :

« intervention révolutionnaire dans les philosophies de savants, intervention scientifique dans la pratique révolutionnaire. Lutte des classes dans la théorie et théorie dans la lutte des classes »⁶.

On notera ici un paradoxe : ce qui advient dans les thèses d'Althusser avec cette auto-critique, c'est leur inflexibilité vers ce que lui-même mettait en évidence en 1968 comme l'innovation essentielle de Lénine, une nouvelle pratique de la philosophie comme intervention. Cette nouvelle pratique théorique de la philosophie n'est donc *ni production de connaissances, ni refus de connaissance*, mais production de thèses visant à la *justesse* plus qu'à la vérité (qui est une catégorie scientifique), et qui vise à entraîner les scientifiques à expliciter eux-mêmes les « formes de fonctionnement » de leurs recherches. Par ce concept de « forme de fonctionnement » P. Raymond n'entend

« pas tant l'influence de la philosophie, son jeu *sur* les recherches scientifiques, que le *jeu* des recherches qui est *par lui-même* philosophique ; elles ne fonctionnent, ne peuvent fonctionner que selon des formes philosophiques. Plus exactement, ce jeu ne peut exister que selon des formes

¹ Cf. l'auto-critique à laquelle P. Macherey procède en Macherey 1997 de ses « Notes pour une pratique » de 1984.

² On notera à quel point cette déviance en a marqué les protagonistes, puisque le processus qu'elle désignait pour Althusser reste central dans les instruments d'analyse historico-conceptuelle qui sont les leurs !

³ Althusser 1972 p. 193.

⁴ Qui est me semble-t-il complètement celle d'A. Badiou aujourd'hui.

⁵ Althusser 1972 p. 189-90. Cf. sur ce point Althusser 1968-1982, « La prise de parti en philosophie » portant sur le travail de Lénine.

⁶ Ainsi que le résume Raymond 1978 p. 7.

d'idéologies spontanées de savants – l'« idéologique » intérieur aux sciences, qui permet ou entrave leur essor... »¹

Par ailleurs, dans la longue note qu'il consacre au terme « épistémologie »², Althusser rappelle qu'elle est « à la lettre : la théorie des conditions et des formes de la pratique scientifique et de son histoire dans les différentes sciences concrètes » : en un sens matérialiste dialectique non dévié, remise dans le droit chemin, cela continue d'autoriser une conception récurrente de la *coupure*, c'est-à-dire l'idée que le vrai ne se montre que comme procès et résultat du procès qui le découvre³, sur le fond du *primat du procès sur la structure* (et le concept de tendance ou de loi tendancielle a notamment servi à nommer cette dialecticité permanente de la structure) est là pour marquer, mais avec cette nuance *non spinoziste* que la récurrence n'oblitére en rien *le caractère essentiel de la contradiction* au cœur du procès.

Mais Althusser donne une indication autrement féconde qu'il ne poursuit pas : s'il y a primat du procès sur la structure, l'existence de tendances ou de traits réguliers du procès autorise à penser un *structuralisme ou un formalisme du procès*, c'est-à-dire l'idée de structures de second ordre qualifiant la dialectique structure/procès qu'on dira alors de premier ordre. Certes Althusser ne va pas explicitement dans ce sens, mais d'une part, il rappelle que c'est tout à fait le sens de l'entreprise hégélienne⁴ : exposer les noyaux rationnels structurant le procès de l'Idée, indépendamment des objectivations « momentanées » (voire de leur rigidification *structuraliste*) de déterminations particulières de ce procès. D'autre part, l'idée de « coupure épistémologique », le schème de la « surdétermination », mais d'autres éléments dont on parlera en conclusion désignent de tels schémas structurels de second ordre. C'est en ce sens que le « structuralisme » du milieu des années 1960 fut une déviance « secondaire (et problématique) »⁵, radicalisée⁶ : flirt avec la terminologie structuraliste, elle renvoie aussi à une réappropriation conceptuellement légitime, du moins aussi authentiquement défendable que *stricto sensu* discutable.

2. Mathématiques et matérialisme

On va voir ici l'usage qu'A. Badiou et P. Raymond ont fait de ce dispositif althussérien, et de la difficulté concrète – mais pas de l'impossibilité – de penser l'autonomie du théorique tout en prenant en charge les déterminations pré- ou non-scientifiques des concepts des sciences, et en particulier, ceux de la logique et des mathématiques.

1. Du concept scientifique à la catégorie philosophique de modèle (A. Badiou)

Dans *Le concept de modèle*, aux accents théoriciens ensuite reconnus⁷, A. Badiou propose une *construction* matérialiste et dialectique du concept de modèle alternative à sa réduction (et aux charges idéologiques alors véhiculées) logiciste de la théorie des modèles. Il insiste d'abord sur le fait que cette théorie des modèles reproduit *dans la logique* la distinction classique du discours scientifique entre le formel, ici représenté par l'aspect structurel de la syntaxe, et l'empirique dont l'analogie fonctionnel est ici le sens, c'est-à-dire l'interprétation sémantique du plan syntaxique : le modèle étant pensé comme interprétation de la structure⁸.

¹ Raymond 1978 p. 12.

² Althusser 1972 p. 176-7.

³ Et Althusser de rappeler de Spinoza que *verum est index sui et falsi...* même si cela renvoie à une « passion coupable ».

⁴ Althusser 1972 p. 181, où est présente l'expression de « formalisme du procès ».

⁵ Althusser 1972 p. 176-9.

⁶ Véritable point de *condensation* de la contradiction devenue alors antagonique majeure entre structuralisme et humanisme dans le champ intellectuel.

⁷ Badiou 1969 p. 7.

⁸ De même qu'en géométrie il est courant depuis F. Klein de considérer une structure algébrique (ainsi celle de groupe) comme le syntaxique, et le géométrique comme l'aspect sémantique : et l'on parle bien alors de

Il s'insurge contre cette alliance traditionnelle entre empirisme et formalisme, réduisant l'empirique à une dimension du formel (il rappelle la formule de Quine « être, c'est être la valeur d'une variable »¹) et inversement (le formel comme pure abstraction obtenue à partir de relations entre éléments réels) dans la mesure où elle réinstitue l'acceptation traditionnelle de la vérité ou justesse d'un modèle, qu'il soit image logique, ensembles structurées de relations formelles ou automate matérialisant un tel ensemble², comme son adéquation au réel. De ce fait est soulevée la « question épistémologique » du critère de scientificité du modèle, reconduit à sa cohérence interne ou sa capacité à exprimer les relations entre des contenus empiriques, reconduit, donc, à un critère *interne* de « démarcation ». Badiou ne récuse pas le caractère régulateur d'un modèle logico-structurel, ou sa fonction de moment du processus scientifique, mais il insiste, suivant Bachelard, sur le fait que la production d'un modèle ne peut constituer le but de la connaissance : construire un savoir, c'est renoncer au modèle, dans la mesure où l'hypostasier pousse à méconnaître la réalité concrète de la pratique scientifique qui passe justement son temps à démanteler les modèles transitoires qu'elle institue. Distinguant concepts scientifiques, notions idéologiques, et catégories philosophiques, lesquelles sont des surcharges notionnelles de concepts scientifiques³, Badiou affirme qu'en ce sens non déconstruit, le terme de « modèle » est l'opérateur d'une variante de l'empirisme (la dichotomie modèle / réalité remplaçant celle entre fait et loi ; la vérité scientifique n'étant jamais que celle du meilleur modèle) qui efface la réalité de la science comme processus de production de connaissances⁴. Contre « l'épistémologie des modèles » selon laquelle

« la science n'est pas un procès de transformation pratique du réel, mais la fabrication d'une image plausible »⁵

en laquelle il réinscrit la théorie logique des modèles, il se concentre sur la reconstruction de ce concept logico-mathématique de modèle, partant du principe selon lequel

« la *réalité* de l'épistémologie matérialiste à quoi [il] essaye d'introduire fait corps avec une pratique effective de la science. »⁶

Cette reconstruction débute par les éléments syntaxiques standards du calcul des prédicats du premier ordre, et précise la distinction fondamentale entre axiomes logiques et axiomes mathématiques : les premiers n'ont pas d'égard aux constantes (individuelles ou prédicatives) alors que les seconds en règlent différenciellement l'usage. Un axiome est dit *mathématique* s'il est « lié au dispositif expérimental d'une théorie mathématique particulière ». La thèse de Badiou est que le modèle est une instance qui assure la *différenciation du logique et du mathématique*, à la fois structurelle et temporelle, qu'il est (et doit être vu comme) un opérateur essentiel de la « dialectique expérimentale » des mathématiques.

Badiou rappelle sur quoi la sémantique modèle-théorique repose : la théorie des ensembles, et l'arithmétique « récursive »⁷. En résumant, deux énoncés *épistémologiques* majeurs sont impliqués ici :

« 1. La construction rigoureuse du concept de modèle, dont l'évaluation est un moment, implique que l'écriture formalisée soit "nombrable" par les entiers naturels ; autrement dit, qu'une expression bien formée du système soit une suite *dénombrable*, voire, pour la plupart des systèmes,

« modèles ». Ainsi les géométries de l'ensemble des droites de l'espace, du plan projectif réel, et l'elliptique riemannienne possèdent-elles la même structure, la dernière constituant cependant un modèle non-euclidien de la structure en question.

structure syntaxique de la géométrie des

¹ Badiou 1969 p. 9-13 et 27 pour cette présentation.

² Ainsi la matérialisation d'un connecteur logique par un circuit électronique.

³ Badiou 1969 p. 13. Ces notions correspondent aux concepts « quasi-philosophiques » de Bitsakis 2001.

⁴ Badiou 1969 p. 21-2.

⁵ Badiou 1969 p. 20.

⁶ Badiou 1969 p. 28.

⁷ Il ne définit pas cette propriété de récursivité : en fait, il pense à une arithmétique minimale munie du schéma d'induction complète.

finie, de marques indépendantes. Parler de modèle, c'est exclure qu'un langage formel puisse être continu¹.

2. Après le recours explicite à la mathématique des ensembles, nous avons ici un recours, plus ou moins implicite, à la mathématique des nombres entiers, et nommément, à l'axiome d'induction qui la caractérise. *Parler de modèle, c'est présupposer la "vérité" (l'existence) de ces pratiques mathématiques. On s'établit dès le début dans la science. On ne la reconstitue pas à partir de rien. On ne la fonde pas [je souligne] »*²

Or, s'établir ainsi *dans* la science, c'est aussi implicitement s'établir *dans* ses soubassements *logiques* : ce n'est donc pas seulement la « vérité » de ces pratiques mathématiques qui est impliquée, mais aussi la *logique* qui leur est sous-jacente. Cette logique est ici la logique bivalente classique, fondée sur le principe de non-contradiction. Mais tout en étant ainsi présupposé, celui-ci n'est pas pour autant considéré comme un principe métaphysique surplombant la pensée. Il fait partie de ces principes expérimentés dans de la champ de la pratique mathématique concrète, et n'a pas d'autre existence que le fait de structurer ce dans quoi l'on s'installe – les pratiques mathématiques. L'objection possible serait celle de la contradiction qu'il y aurait à vouloir construire des systèmes logiques ou mathématiques particuliers tout en présupposant les principes logiques. Badiou prend en compte cette objection, mais ne considère pas que cette contradiction soit problématique :

« cette contradiction n'est que la dialectique vivante de la démonstration (sémantique) et de l'expérimentation (syntaxique)... la logique est bien elle-même une construction historique doublement articulée en principes actifs des démonstrations concrètes, et figures explicites d'un montage formel. Le "cercle" se résoud en l'écart de la pratique démonstrative et de l'inscription expérimentale (ou "formelle"), écart qui est le *moteur* de l'histoire de cette science.

La logique est mobilisée comme « principe actif » dans la construction de systèmes formels particuliers, ou fait l'objet de thématisations et tentatives de démonstrations explicites : par exemple lorsque l'on cherche à démontrer la consistance d'un système formel donné. Ce que dit Badiou, c'est que cette tension est *dialectique vivante* et non « contradiction » rédhibitoire : implicitement, ce qu'il affirme, c'est l'impossibilité d'un traitement de la logique *comme telle* qui règlerait une fois pour toutes la strate fondatrice qui est la sienne (un peu comme le souhaitait Hilbert dans son programme de résolution *technique* du problème des fondements). Si elle reste fondatrice, avec son type d'universalité propre (tout système mathématique ou logico-mathématique mobilise des principes logiques), c'est au sens où elle possède une forme de « transhistoricité » :

« Finalement, la "transhistoricité" de la logique se réduit à cette propriété expérimentale qu'un système *purement logique* (dont les axiomes sont tous logiques) ne contient aucun marquage de ses modèles. »³

C'est-à-dire que la logique est « transhistorique », non pas simplement au sens où elle correspond à un niveau structurel irréductible de *toute pratique mathématique*, mais aussi au sens où elle n'est pas inféodée à des formes de raisonnements ou des types d'objets mathématiques donnés, c'est-à-dire à des modèles *mathématiques* donnés. Badiou livre donc ici une forme de définition scientifique de l'universalité et la nécessité de la logique : c'est, en généralisant, la forme que prend l'indépendance de la logique à l'égard des spécificités des modèles mathématiques.

On voit bien d'une part l'entrelacement essentiel, ici, entre le travail d'épistémologie des mathématiques fondé sur leur pratique, et la production de thèses épistémologiques sur leur

¹ La formule est laconique : elle signifie que la « suite » des marques ne peut pas être non-dénombrable. Mais la notion même de *suite* (de marques, de nombres, etc.) implique cette dénombrabilité, puisqu'une suite est toujours une application définie, ou définissable, sur \mathbb{Y} .

² Badiou 1969 p. 42.

³ Badiou 1969 p. 47.

histoire : le concept de modèle est ce qui pour Badiou assure le lien. Soit un langage L dans lequel peut être défini récursivement à partir d'un nombre fini de règles un ensemble E d'énoncés bien formés : on définit une *interprétation* de L par la donnée d'une *structure*¹ *ensembliste*² S association d'un ensemble U non vide (l'*univers* de I), d'une famille de sous-ensembles de U^3 (incluant éventuellement \emptyset), et d'une fonction f attribuant aux énoncés de E une valeur de vérité (vrai ou faux). Plus précisément, S est dite *modèle* de E , si les axiomes et énoncés de E sont *sémiotiquement valides*, « vrais » pour cette structure : autrement dit, S est un modèle de E , si on lui a associé par f les manières de rendre ces axiomes et énoncés de E vrais en donnant des valeurs à ses variables. Il est bien évident qu'un savoir ensembliste et qu'un savoir arithmétique sont ici présupposés⁴.

Badiou consacre alors des développements aux concepts de déductibilité syntaxique et de validité sémantique, par le biais d'une étude du *théorème de complétude sémantique*⁵. Celui-ci stipule qu'une théorie (ou un système formel) S est *complète* si, à partir de ses axiomes et conformément à ses règles, on peut établir que toute formule valide de S est un *théorème* de S , autrement dit, S est consistante si et seulement si elle admet un modèle (dans lequel, donc, est valide (vraie) la formule déductible syntaxiquement comme théorème). Ce qui importe pour Badiou, c'est que si E est un système *purent logique*, alors *toute structure en est un modèle*. Logiquement parlant, structure et modèle sont alors indiscernables : ce sont les axiomes et énoncés *mathématiques* qui lèvent l'indistinction : ainsi « L'opposition du mathématique et du logique redouble syntaxiquement la distinction sémantique du modèle et de la structure »⁶. Le concept de modèle peut ainsi être regardé comme l'instrument « structurel », ou synchronique de distinction du logique et du mathématique, tout en reposant sur la théorie mathématique des ensembles, d'où un enchevêtrement qui a des effets diachroniques ou historiques importants.

Est ici visible l'efficacité séparatrice d'un axiome (ou d'un énoncé) : s'il est logique, il marque une unité, s'il est mathématique, il marque une différence, celle entre les structures qui vont être des modèles et les autres. Réciproquement, est ainsi posé le problème de savoir, étant donné une théorie mathématique donnée, quelle structure logique va pouvoir constituer la théorie formelle dont cette théorie mathématique sera le modèle, et ce problème

« est précisément celui de la formalisation mathématique, la "donation" des modèles étant ici l'état historique des structures⁷, la production mathématique réelle ».⁸

On voit ainsi la dualité du modèle : il est le *concept mathématiquement constructible du pouvoir différenciant d'un système logico-mathématique*. Concept au sens où il n'est pas seulement l'illustration de ce pouvoir, mais bel et bien *concept scientifique* en ce qu'il dénote des possibilités opératoires scientifiques et *techniques* (la possibilité de distinguer le logique et le mathématique dans un système formel). Mais sa constructibilité témoigne du fait que le modèle est aussi *objet logico-mathématique* formalisant et fixant, dans chaque cas distinct, les propriétés associées à ces possibilités opératoires, et ces possibilités elles-mêmes. Ainsi le modèle, comme *objet* complexe il prend place dans la théorie formalisable dans ZFC des

¹ Badiou renvoie sans précision autre à Bourbaki quand au sens de cette « structure ».

² Badiou 1969 VI-VII présente le détail technique. Cf. également Salanskis 1999 I-2.

³ Famille que l'axiome de l'ensemble des parties de ZF ou ZFC permet de considérer comme un ensemble. Ces ensembles sont (formés des éléments satisfaisant des) *relations* entre des éléments de U .

⁴ La théorie des modèles est totalement formalisable dans ZFC, une des raisons de la prégnance *fondationnelle* et pas seulement technique de la théorie des ensembles.

⁵ Démontré en 1930 par Gödel pour le calcul des prédicats du 1^{er} ordre. Il ne faut pas confondre la complétude sémantique, dite « faible », avec la complétude *syntactique* (ou « forte »), qui stipule qu'un système S est complet si, par ses axiomes et règles d'inférences, on peut montrer de toute formule p soit qu'elle est un théorème de S , soit que sa négation $\neg p$ l'est (c'est-à-dire que $S \cup p$ est contradictoire). Le calcul des prédicats du 1^{er} ordre n'est pas *syntactiquement complet*.

⁶ Badiou 1969 p. 47.

⁷ Badiou pense ici aux structures mathématiques de diverses de Bourbaki.

⁸ Badiou 1969 p. 50.

modèles. Comme concept, il révèle le caractère *pratique* et historique de la distinction entre logique et mathématique, et renvoie au fonctionnement des « forces productives mathématiques » qui en conditionnent la scientificité constructible. Le modèle de la théorie des modèles est donc un instrument scientifique qui a le statut d'une *théorie matérialisée* au sens bachelardien¹. Les syntaxes sur lesquelles il s'appuie, syntaxes par lesquelles le temps expérimental et matériel de la preuve comme enchaînement de marques (signes) est *effectivement réalisable*, dès lors qu'elles sont réinscrites dans cet enchevêtrement conceptuel, révèlent leur véritable nature. Elles « sont en réalité des *moyens de production mathématiques*, au même titre que le sont, de la physique, tube à vie ou accélérateurs de particules »². L'importance de l'*effectivité* des calculs est liée à cette acception matérialiste de la production mathématique :

« A vrai dire, la catégorie philosophique de la procédure effective, de ce qui est explicitement calculable par une suite de manipulations scripturales sans ambiguïté, est au centre de toute épistémologie mathématique. Cela tient à ce que cette catégorie concentre l'aspect proprement expérimental des mathématiques, soit la *matérialité des marques*, le montage des écritures. Bachelard note qu'en physique, le véritable principe d'identité est celui de l'identité des instruments scientifiques³. Dans la question du calculable, dans l'interrogation sur l'essence des algorithmes, on rejoint le principe de l'invariance des écritures, et du contrôle de cette invariance. La démonstration mathématique *s'éprouve* dans l'explicité réglé des marques. L'écriture représente en mathématiques le moment de la vérification. »⁴

Ainsi, l'effectivité renvoie à la reductibilité contrôlée de procédés opératoires : l'affinité, déjà vue avec Hegel et Marx, de la position dialectique, avec l'orientation *constructive/constructiviste* est transparente ici, comme chez P. Raymond comme on va le voir, et cela se traduit sur la conception de ce qu'est un concept, ici pensé comme instrument scientifique. S'il est *résultat d'un techniquement constructible d'un procès*, il est aussi ce procès même dans sa finalité, *pratique théorique matériellement déterminée produisant dialectiquement des différenciations qualitatives* (en l'occurrence entre logique et mathématique). Autrement dit, dans des termes légèrement forcés mais qui sont parfaitement compatibles avec ceux de Badiou, et l'esprit du *Concept de modèle*, *les moyens de production mathématiques sont également mathématiquement produits*. Et ce que révèle la reconstruction du concept de modèle, c'est l'immanence pratique des sciences dans leur reproduction, et la nécessité de rejeter les hypostases réalistes ou idéalistes des *moments* qui scandent leur procès. Badiou pense ainsi rendre compte de la transformation historique des mathématiques sur la base de cette expérimentation continuée qui consiste à faire de l'objectivation d'un processus un outil de processus mathématiques ultérieurs.

Le point de vue matérialiste affirme donc que « l'expérimentation mathématique n'a pas d'autre lieu matériel que ce en quoi s'avère la différence des marques », autrement dit : ce qui est dit « objet », n'est rien qu'une « inscription *différente* » d'autres inscriptions dans un dispositif formalisé. Mais la déconstruction du concept d'objet qui s'ensuit de cette approche du modèle a deux implications. Le concept de *calculabilité effective* est consonant avec l'exigence matérialiste-dialectique de déconstruction du réalisme mathématique : « l'objet » est réinscrit dans les procédures maîtrisées concrètement, par l'enchaînement matériel des marques⁵ constituant la mécanique de formation des énoncés ou de conduite des preuves. Nul doute que si on avait alors posé la question à Badiou, il n'aurait pas seulement considéré cette effectivité comme un caractère possible de la pratique mathématique, mais l'aurait élevé en une *injonction normative* apte à nourrir la constitution des théories mathématiques, cette

¹ La référence est en Badiou 1969 p. 53.

² Badiou 1969 p. 53.

³ Autrement dit un principe *fonctionnel et opératoire* ainsi qu'on va le voir dans le chapitre suivant.

⁴ Badiou 1969 p. 34.

⁵ Mais l'implémentation en machine du lambda-calcul ou de la théorie des fonctions récursives qui deux traductions techniques de cette effectivité, de cette *exigence constructive*, en également révélatrice de l'effectivité *matérielle* du procès.

effectivité faisant en effet écho à leur véritable nature d'objectivations de pratiques théoriques matériellement déterminées.

La seconde implication est une extension du modèle du statut de concept scientifique à celui de *catégorie philosophique* permettant de penser le temps propre de la production de la connaissance mathématique, sous l'angle d'une intervention épistémologique¹ récusant l'asservissement du concept scientifique à la « notion » idéologique de la science comme « représentation » du réel. Si la théorie des modèles permet de différencier *mathématiquement* logique et mathématiques, et ainsi de constituer en sa particularité une réponse au problème épistémologique classique de la détermination des universels de la connaissance, elle s'attache à l'établissement de preuves de *consistance relative* et d'*indépendance* de schémas d'axiomes, et c'est une des raisons de l'intérêt que Badiou porte au théorème de complétude. Savoir si l'adjonction d'un énoncé E à une théorie axiomatisée T est *consistante* va consister à produire une structure qui soit modèle de T + E, c'est-à-dire une structure qui soit modèle de T et où E soit, de plus, valide. Badiou cite la démonstration par Gödel en 1939 de consistance relative de ZF + AC et de ZF + HC², en insistant sur le fait que cette démonstration « intervient dans une conjoncture épistémologique par les moyens de la science »³, puisqu'elle *dédramatise* l'usage d'un axiome d'infinité en montrant qu'il n'introduit aucun risque supplémentaire du point de vue de la consistance. Cette « expérimentation » de Gödel « ce faisant, elle transforme, non pas la théorie, mais son *statut* dans le procès historique de la connaissance » : elle valide scientifiquement ce que la pratique avait déjà imposé, l'usage de AC, ce qui montre à la fois l'existence d'une « nécessité intérieure au processus mathématique » – et Badiou retrouve ici la thèse de Cavailles –, qui pour autant est indissociable de l'enchevêtrement des plans où opèrent les *pratiques théoriques* de ce processus. D'où la thèse classique du retard de la preuve qui, cependant, opère rétroactivement sur une pratique anticipatrice.

Badiou procède alors à l'extension philosophique du concept scientifique de modèle. Par la preuve d'indépendance ou de consistance relative qu'il permet d'établir, il « met fin à la pratique qu'il juge » au sens où il intervient dans un « dispositif expérimental » qui est un « carrefour de pratiques » dont certaines étaient vouées à l'échec, par exemple les tentatives de *démonstration* du postulat des parallèles. Plus généralement, faire apparaître une théorie mathématique historiquement advenue comme modèle d'un système formel, c'est la réinscrire dans l'édifice mathématique selon une configuration scientifiquement plus rationnelle : en ce sens

« le formalisme est l'épreuve rétrospective du concept. Il commande le temps de la preuve, non celui de l'enchevêtrement démonstratif. Le placement qu'il opère sous la juridiction du concept de modèle *réajuste les concepts traités à leurs propres pouvoirs implicites* »⁴

Le modèle est alors étendu au sens philosophique de « statut qu'assigne rétrospectivement à ses premières instances pratiques leur transformation expérimentale par un dispositif formel défini » : autrement dit, ces premières instances ont, par ce caractère expérimental, le *statut de modèle*. Le caractère expérimental est ici renvoyé aux pratiques matérialisées qui le rendent possibles, et me semble faire écho à la notion d'*expérience*⁵ mathématique de Cavailles entendue comme le processus réglé, a-subjectif du devenir par élargissement et généralisation et réorganisations continues des mathématiques⁶. La catégorie de *réajustement*, qui est très

¹ « En dernière instance, la ligne de démarcation philosophique a pour référent pratique la lutte des classes dans l'idéologie ; et cette lutte a pour enjeu l'appropriation-de-classe de la pratique scientifique », Badiou 1969 p. 62.

² AC pour axiome de choix, HC pour hypothèse du continu. Cohen a démontré l'indépendance de cette dernière en 1963. Cf. Krivine 1998, II, ch. 12-13 sur l'indépendance de AC et de HC à l'égard de ZF. Badiou prend aussi l'exemple des interprétations non-euclidiennes constructibles à partir de la géométrie euclidienne plane (moyennant par exemple un axiome d'inexistence des parallèles), et la garantie de la consistance relative de ces interprétations fondée sur la consistance de cette dernière.

³ Badiou 1969 p. 63.

⁴ Badiou 1969 p. 67.

⁵ L'expression n'est pas de Badiou.

⁶ De surcroît, les « marques » jouent un rôle comparable aux *signes* chez Cavailles.

proche de celle de *refonte*, est ainsi un pivot de l'histoire des sciences, désigne les ruptures structurelles intra-scientifiques que le pouvoir *conceptuel* du dispositif ici modèle-théorique induit. L'historicité conceptuelle révélée par cette force productive *du formalisme en général* vient du fait que, au-delà de son statut d'instrument de la preuve, ce formalisme « s'incorpore... aux conditions de production, et de reproduction, des connaissances. »¹ Et c'est cela qui garantit le caractère *interne* de la nécessité de ce devenir mathématique : non pas au sens où les mathématiques seraient hors du monde ou des pratiques, mais au sens où ce devenir, sans qu'il ne soit à référer à des subjectivités constituantes ou des univers d'objets idéaux, est un ensemble de pratiques structurées s'effectuant dans et par des instruments rationalisés par son histoire. La conclusion de l'ouvrage condense très clairement l'objectif et la méthode de Badiou – et l'on va immédiatement voir la forme plus précise que P. Raymond va donner à cette approche :

« La catégorie de modèle désignera ainsi la causalité rétroactive du formalisme sur sa propre histoire scientifique, histoire conjointe d'un objet et de son usage. Et l'historicité du formalisme sera l'intelligibilité anticipante de ce qu'il constitue rétrospectivement comme son modèle... Le problème est celui de *l'histoire de la formalisation*. "Modèle" désigne le réseau croisé des rétroactions et des anticipations qui tissent cette histoire : soit ce qu'on a désigné, quant à l'anticipation, comme coupure, quant à la rétroaction, comme refonte. »²

Badiou a donc construit une catégorie historico-épistémologique de modèle, *alternative* au recouvrement idéologique néo-positiviste de son concept scientifique. Il est parti de la mise en évidence de son pouvoir intra-scientifique de différenciation qualitative entre ce qui est logique et mathématique.

Cette catégorie de modèle lui permet de préciser les deux concepts althussériens de *coupure* et de *refonte*. En effet, il y a d'une part, par la catégorie, *dénotation* du processus d'institution d'un champ scientifique à partir de son champ pré-historique, donc *indication* de la démarcation que la pratique scientifique instaure concrètement entre ses phases de conquête de l'objectivité : ici, c'est le passage au formalisme qui constitue la *rupture*. D'autre part, il y a *manifestation-nomination* de ce retour sur soi de la science qui en induit les réorganisations structurelles et les nouvelles systématisations (par exemple axiomatiques) : en l'occurrence, la réorganisation est l'assignation rétrospective du statut de modèle à un formalisme donné, et ce processus incarne ce qu'est une *refonte intra-scientifique*.

La production de la catégorie a donc pour fonction de rendre intelligible le devenir, en *nommant* ce qui est considéré comme essentiel : c'est le sens de l'*intervention* épistémologique, qui questionne l'œuvre d'objectivation (sachant que dans ce cas précis Badiou effectue autant cette œuvre que cette intervention), tout en sachant le caractère éminemment relatif des catégories *situées* et *engagées* que cette intervention mobilise.

En résumant, Badiou en s'efforçant d'incarner la *pratique théorique de l'épistémologie* qu'Althusser appelait de ses vœux en 1965, révèle nettement l'ambition du dispositif de celui-ci : montrer *in concreto* la fécondité *essentiellement* plurielle de la théorie matérialiste et dialectique des pratiques théoriques. Le lien nécessaire s'est ici très bien marqué entre le traitement conjoint d'une question scientifique, celle de la construction logico-mathématique spécifique d'un modèle, d'une question épistémologique c'est-à-dire relevant d'une posture de *philosophie des mathématiques*, la production anti-réaliste du *concept générique* de modèle comme pouvoir de distinction dans une théorie donnée de ce qui en elle est logique et mathématique, et une question d'épistémologie d'histoire des mathématiques : la conceptualisation de leur historicité sous la forme de cette « dialectique expérimentale » de la production de la connaissance mathématique dont le concept de modèle est un indice. On notera que Badiou ne prétend pas tirer de la seule étude du concept scientifique de modèle une doctrine de l'historicité de la science : « cette doctrine [celle du matérialisme dialectique comme porteur de *l'intervention épistémologique*] ne peut s'appropriier la catégorie de modèle

¹ Badiou 1969 p. 67.

² Badiou 1969 p. 67.

que pour autant qu'elle a *déjà* commandé implicitement, et la polémique contre le usages notionnels (idéologiques [néo-positivistes]) du terme, et la lecture du concept (scientifique) »¹, ce qui rappelle que l'intervention épistémologique ne s'effectue pas à partir de rien ni au titre d'une instance supérieure de la pensée, elle est *moment* d'un procès de pensée qui l'englobe et qu'elle cherche à ressaisir, c'est-à-dire ne peut s'en extraire comme un point de vue criticiste-transcendantal ou néo-positiviste le souhaiteraient.

2. Les mathématiques comme *science expérimentale* (P. Raymond)

P. Raymond, on l'a vu plus haut, s'est longuement intéressé aux bouleversements des mentalités philosophiques qui ont accompagné l'histoire du calcul infinitésimal puis celle de la logique et des tendances formalisantes et axiomatisantes au 19^{ème} siècle, contemporaines de l'approfondissement des sciences expérimentales. Aux *philosophies de l'infini* dont Hegel a sonné le glas tout en en étant partie, a succédé *l'idéologie de la rigueur* dont le 20^{ème} siècle fut porteur, incarnée par le néo-positivisme, mais dont fut avant tout emblématique la tentative hilbertienne de réduction technique du problème des fondements des mathématiques, marque de l'isolationnisme scientifique qui commença de s'imposer un siècle plus tôt². Méthodologiquement il s'est attaché à mettre en évidence l'intériorisation mutuelle de « formes philosophiques de fonctionnement » aux discours scientifiques, et la permanence de ce mouvement malgré les tentatives récurrentes des savants de « dé-philosopher » leur science, par exemple chez Boole ou Russell, en insistant sur la rupture épistémologique du 18^{ème} qui a commencé d'instituer l'opposition entre science et philosophie, traduite ensuite à partir de Hegel par celle entre dialectique et logique (formelle). Mais ce divorce, s'il est effectivement attesté pour Raymond, implique justement, au niveau historique et épistémologique, un objectif particulier : *mettre en lumière les rébellions périodiques des savants* contre les philosophies qui recouvrent, surdéterminent, selon le double mouvement rappelé ci-dessus, leurs pratiques scientifiques, ces rébellions étant parfois radicalisées et objectivées sous forme de doctrines proprement philosophiques. En conclusion de *Matérialisme dialectique et logique*³ il rappelle ainsi que Popper, Kuhn, ont manifesté, *contre le néo-positivisme mais au sein de son espace théorique*⁴, un regain d'intérêt philosophique pour l'histoire et la philosophie (non réduite au « linguistic turn »), ce qui traduit selon lui une critique de la

« philosophie non spontanée⁵ de savants qu'est le néo-positivisme, sans proposer grand-chose... Le néo-positivisme ne domine pas vraiment... Mais sa force lui vient de la faiblesse des philosophies qui pourraient le remplacer auprès des savants, le remplacer effectivement... D'où la nécessité du développement de l'alliance du matérialisme et de la dialectique pour suppléer à cette faiblesse philosophique des réactions internes au positivisme »

Le programme est donc net : concernant les mathématiques sur lesquelles P. Raymond se concentre, il faut opérer un « passage au matérialisme » radicalisant et poursuivant le mouvement historique de déconstruction de l'idéalisme et du réalisme, de type platonicien, qui est la philosophie spontanée des mathématiciens régulièrement redoublée doctrinalement. La première partie de *Le passage au matérialisme*⁶ restitue ainsi les configurations successives, de Platon à Foucault, que l'opposition idéalisme/matérialisme a pris en

¹ Badiou 1969 p. 59. Mais l'étude de l'historicité des mathématiques peut quand même être menée sans le passage par la traduction-construction scientifique d'un concept, mais, en contre-partie, avec la thématisation plus avancées des concepts opératoires clés de l'histoire des sciences, comme M. Fichant et M. Pécheux l'effectuent dans *Sur l'histoire des sciences* de 1969, donc du point de vue *l'épistémologie de l'histoire des sciences*

² Cf. Raymond 1978 p. 113-4.

³ Raymond 1977, p. 175-7.

⁴ Ce qui est une position assez problématique concernant Kuhn.

⁵ Elle n'est plus spontanée puisqu'ont été *redoublés doctrinalement* le réalisme associé à l'empirisme et la conception de la science comme « représentation » formalisée ou formalisable du réel.

⁶ Raymond 1973.

philosophie, configurations que la seconde partie de l'ouvrage s'efforce de repérer dans la particularité de philosophies advenues des mathématiques¹. Raymond s'interroge alors la méthode à utiliser. Doit-elle être celle de la tradition rationaliste ?

« à supposer que nous ayons choisi, au sein de l'école française, de prendre référence à Cavailles, à Bachelard, à Koyré et à Canguilhem, ce n'est pas là nous conformer à une doctrine unitaire : les œuvres sont diverses, le statut de l'épistémologie reste ambigu ou imprécis, sa jonction avec la philosophie et l'histoire est un problème, son discours encore suspendu dans le vague. Quand elle est rapportée à une philosophie c'est rarement au matérialisme : un matérialisme projeté seulement, pour Cavailles ; un matérialisme que ses partisans sont incertains de reconnaître, pour Bachelard². »³

La méthode de Raymond consiste alors, en une reprise-critique récurrente des thèses de Cavailles, à enrichir progressivement les thèses et modalités possibles par « vagues successives »⁴.

« L'ensemble de catégories que le matérialisme substitue à celles de l'idéalisme a fonctionné jusqu'ici pratiquement : à nous de le produire théoriquement en une sorte de "manifestation" de l'activité philosophique à l'œuvre ».⁵

Ces « vagues successives » vont caractériser le *passage au matérialisme* : comme l'indique cette citation, le « passage » est d'abord, au cours de l'œuvre, le fait de produire une conception matérialiste au terme de la restitution de la *tendance récurrente de l'histoire de la philosophie à la déconstruction de l'idéalisme et du réalisme*. D'une certaine façon, le passage est ici *factuel*, au sens où Raymond mondre la *tendance avérée au matérialisme* de l'histoire de la philosophie en laquelle il s'inscrit ensuite. D'autre part, ce passage passage « factuel » se double d'une *injonction philosophique* : il *faut* passer au matérialisme, et produire en ce sens les *thèses* adéquates. Ce passage est alors « de droit », et témoigne d'une *décision-position* fondamentale. Ainsi Raymond va pratiquer la double *intervention épistémologique*⁶ althussérienne dont il faut selon lui continuer d'élaborer les catégories, et cela, avec cette méthode fonctionnant par « vagues successives » : le travail des catégories *est* cette intervention, production de lignes de démarcation et de thèses.

Est ici manifestée une *réflexivité* spécifique : il faut expliciter théoriquement ce qui a fonctionné à l'état pratique, à la façon dont il faut pour Althusser expliciter théoriquement la logique du *Capital*, logique dont seules les indications sur la méthode *d'institution du concret à partir de l'abstrait* ont donné quelques éléments. Cette réflexivité rappelle de surcroît que « la dialectique est le fait d'une pratique théorique du passage, et cette pratique est *aussi* scientifique (toute science n'est pas législative) »⁷.

Deux remarques maintenant. (1) Dans ce qui suit, on expose « axiomatiquement » et façon synthétique, c'est-à-dire qu'on reconstruit le réseau de thèses de Raymond, sans reprendre sa méthode, inadaptée pour le type de travail mené ici. (2) Ensuite : on ne reviendra pas sur les travaux historiques qu'il a mené sur le concept mathématique de probabilité⁸, sur le calcul infinitésimal, et sur la logique. Il consiste effectivement à mobiliser en les affinant les concepts de coupure, rupture, refonte, récurrence que déjà Althusser reprenait à Bachelard et

¹ Il expose ainsi brièvement certains éléments des doctrines les approches de Platon, Galilée, Spinoza, Kant, Hegel, Cournot, Husserl etc.

² Ainsi qu'on le montre à la fin de la section consacrée à son œuvre.

³ Raymond 1973 p. 101.

⁴ L'expression se trouve en Raymond 1973 p. 158.

⁵ Raymond 1973 p. 305.

⁶ Raymond 1973, I-2, (5) « Quelques catégories de l'épistémologie » p. 119-27.

⁷ Raymond 1973 p 293. D'où une difficulté : le rejet de la déviation théoriciste a justement consisté à dire que l'épistémologie était une pratique théorique *non scientifique*. Tension révélatrice de la difficulté de l'entreprise me semble-t-il.

⁸ Cf. Raymond 1978 p. 89-90, 101-3, 108-11.

Canguilhem, ainsi que M. Pécheux et M. Fichant dans *Sur l'histoire des sciences*¹ l'effectuent, respectivement, sur la coupure galiléenne en physique et sur l'usage épistémologique de la récurrence, comme on l'a évoqué plus haut, de la reconstruction historique du mouvement du concept d'*irrationnel*. L'essentiel est de dégager la pluralité *des paramètres concourant au devenir scientifique, contre les thèses continuistes*², associées à la prégnance des valeurs de l'unité et de l'homogénéité fondamentales de « la » science, valeurs idéalistes.

On choisit de ne pas insister sur cela, dans la mesure où d'une part, ces catégories ont suscité une littérature aussi grande que les époques et champs disciplinaires à l'occasion desquelles elles sont mobilisées. Au contraire, et d'autre part, il est plus riche de s'attarder ici sur l'intervention matérialiste de P. Raymond en philosophie des mathématiques³, intervention poursuivant et radicalisant celle de Badiou, visant à montrer les mathématiques comme *science expérimentale*.

a. Non-représentativité du concept mathématique et objectivité sans objet

On a rappelé plus haut que le « réalisme mathématique » est l'indice de la conviction-thèse d'un modèle unique de scientificité, qui ferait la « valeur » de la science en tant que porteuse d'un vrai tendant à son unification, acquis progressivement, *sur des objets*. Autrement ce réalisme témoigne de la présence, fonctionnellement parlant, de l'élément idéaliste ici, à savoir cette thèse qu'il existe des « objets » dont les mathématiques seraient la connaissance, raison pour laquelle elles seraient une science. Ici le front n'est plus celui de l'empirisme ni celui du formalisme, mais celui de l'idéalisme sous sa variante « réaliste » au sens large⁴ : l'idée est que ce qui est partagé, encore une fois, ici c'est la thèse de la science comme représentation, comme image fidèle d'un *réel*, que ce soit matériel et spatio-temporel ou « abstrait » et « idéal ». Le terme d'idéalité reste *l'eidos* de Platon à Husserl : très paradoxalement, la thèse anti-platonicienne de l'objectivité de l'idéalité *comme corrélat non réel* de l'acte intentionnel maintient, par l'usage du terme, l'idée que les concepts mathématiques devraient, certes non pas refléter du réel (réalisme des Idées ou empirisme), mais des essences idéales. P. Raymond, contre le réalisme qu'il fait relever, dans les courants idéalistes comme empiristes, d'une *substantialisation-réification* du concept⁵ – c'est-à-dire très exactement dans sa fonction, de cette « ontologie projetée » dont parle Bachelard –, développe la thèse matérialiste d'une non-représentativité du concept compatible avec celle de l'existence plurielle d'une référence du mathématique au réel, au sens d'un processus de *désignation* qui ne soit pas *représentation*.

« Il ne s'agit toutefois pas de refuser aux concepts mathématiques la référence possible au sensible, mais une science ne suppose pas seulement la référence, elle veut que la référence soit conforme au point de participer à la confection de la vérité »⁶

Concrètement, la référence au sensible/réel se fait d'une part par l'intermédiaire des autres sciences qui *utilisent* (mais « n'appliquent » pas) les mathématiques (ainsi la physique), au sens où ces concepts mathématiques permettent de distinguer, en une science – les mathématiques elles-mêmes y compris – ce qui joue le rôle d'un réel, ainsi que Badiou le montre avec la théorie des modèles. Si l'écart institué entre science et réalité ne doit pas se doubler de l'affirmation d'une autre « réalité » censée soutenir la théorie mathématique, il y a bien un processus de *référence intra-mathématique*, qu'il faut concilier, avec la thèse selon laquelle « l'objectivité tient toute à l'extériorité et à la contrainte, nullement à l'objet »⁷. La

¹ Pécheux & Fichant 1969.

² Pécheux & Fichant 1969 p. 8-9, Raymond 1973 p. 344-6.

³ Raymond 1973, p. 119 et suiv., intervention dont la finalité révolutionnaire est rappelée p. 400.

⁴ Cf. Raymond 1973 p. 337, Raymond 1977 p. 60-8, et 83-5.

⁵ Raymond 1973, p. 344.

⁶ Raymond 1973, p. 328.

⁷ Raymond 1973, p. 233.

connaissance mathématique ne résulte pas d'un libre choix, mais il faut se garder d'inférer de l'expérience d'une résistance du matériau à la production de nouvelles connaissances (ainsi l'échec des démonstrations du postulat euclidien des parallèles, et plus généralement, les impasses théoriques, les erreurs advenues) son indépendance, c'est-à-dire la « sécrétion simultanée d'un monde spirituel fictif »¹.

« Le matérialisme opère donc ici une distinction nouvelle entre l'*objet* et l'*objectivité* : l'objet est sensible ou expérimentable, l'objectivité est l'extériorité par rapport au sujet, mais nullement l'existence comme objet »²

L'objectivité est toujours le trait d'une configuration théorique, non pas celle d'une réalité que celle-ci ferait connaître³. Il faut s'attacher ainsi à restituer les conditions rationnelles de la formation des concepts formant telle configuration, et les conditions historiques des transformations du « lieu » de l'expérience mathématique (qui était chez Kant l'intuition pure, et chez Cavaillès celui d'une « intuition transformée »⁴). Ce lieu est celui d'un espace structuré par le jeu réglé sur un « sensible symbolique »⁵. Autrement dit, ce sensible symbolique, c'est ce à quoi les mathématiques *se réfèrent* sans pour autant se référer à des objets ou à une réalité indépendante. La thèse est alors que les mathématiques sont une science expérimentale⁶, expérimentation opérant sur un sensible symbolique, et construisant son objectivité par « l'extériorité » de ce à quoi elle se réfère *en son immanence*. Raymond précise cette thèse par une distinction fondamentale : celle entre *mathématique* et *mathématisé*.

b. Mathématique et mathématisé : vers l'expérimentation

La spécificité des mathématiques qui prête le plus à l'idéalisme, c'est le *recouvrement* entre le processus propre à toute science de *rectification des concepts* (par rupture, refonte, surdétermination-condensation, etc.) et de *connaissance d'un objet*, c'est-à-dire, à l'absence de différence qualitative ou essentielle entre le concept mathématique et l'objet qui se résorbe en lui⁷. La raison en est que les mathématiques se développent en portant sur elle-même, ou comme le disait Cavaillès, sont *signes sur des signes* : la double occurrence du même terme ne doit pas tromper, elle renvoie au contraire à deux strates intra-mathématiques distinctes. L'un joue le rôle de théorie (le « mathématique »), l'autre de réalité (le « mathématisé »), et ces deux niveaux sont *relatifs*, ils sont des *fonctions* l'un de l'autre, sachant que ce mathématisé, ensemble d'inscriptions matérielles constitue du « sensible symbole » en tant qu'il est un *théorique antérieur*.⁸ Mais en quoi l'existence de ces deux niveaux suffit-elle pour penser la mathématique comme *expérimentale*, et lui rendre ainsi le statut d'une *science* ? Le but de Raymond, c'est de rendre aux mathématiques, qui ne font connaître rien de réel au sens de « naturel sensible », ni d'objets, leur statut de science⁹ : dire qu'elles sont expérimentales, ce n'est aucunement dire qu'elles sont un instrument *appliqué* à la connaissance de la nature, bien qu'elles soit *utilisées* en relation à une réalité non symbolique par d'autres sciences. Autrement dit les mathématiques ne sont pas un langage ou une vaste tautologie : Raymond fonde ici son double rejet du logico-formalisme et de l'empirisme.¹⁰

¹ Raymond 1973, p. 263.

² Raymond 1973, p. 237.

³ Raymond 1973, p. 325. On verra en conclusion à quel point cette approche est affine à celle de grands protagonistes de la tradition anglo-saxonne, par exemple au structuralisme de S. Shapiro. Plus généralement, on a ici un lieu de convergence *factuelle* du marxisme et de la philosophie analytique dont il faudra absolument étudier le moment venu les tenants et aboutissants.

⁴ Raymond 1973, p. 326.

⁵ Raymond 1973, p. 329. L'expression vient de Cavaillès.

⁶ A l'exception de quelques écarts qui m'ont semblé bien plus langagiers que conceptuels dans la restitution brève que Raymond 1973 p. 334 et 338-9 fait de Badiou 1969, ils ont la même approche.

⁷ Raymond 1973, p. 331-2.

⁸ Raymond 1978 p. 59 et suiv.

⁹ Raymond 1978 p. 58.

¹⁰ Cf. l'importante note de Raymond 1978 p. 67-8.

Le résultat est que les mathématiques sont une science où le résultat du travail de production théorique est en même temps sa condition : les mathématiques sont la science qui s'étudie elle-même, prise *comme* objet à d'autres niveaux. La connaissance mathématique dans son procès consiste alors à intégrer ce qu'elle vise dans des montages abstraits normés, c'est-à-dire à intégrer des signes dans des réseaux de signes, donc à être en permanence *idée de l'idée*, si tant est que l'idée ne soit rien d'autre que la visée opératoire normée d'opération sur des signes, c'est-à-dire *geste combinatoire sans sujet ni objet* comme on y insistera un plus bas. L'intervention matérialiste consiste ainsi à affirmer que le domaine réel que les mathématiques étudient n'est qu'un ensemble de données symboliques écrites, qui sont symboles de *maniements de traces*, c'est-à-dire *d'autres signes*, en dernière instance, de mises en relations opératoires d'autres sciences, etc. Autrement dit ce qui importe ici, ce n'est pas l'objet, mais le fonctionnement théorique spécifique des mathématiques comme jeu entre deux instances d'une même réalité, celle du sensible symbolique : le caractère expérimental tient à *l'écart possible existant entre le mathématique et le mathématisé*, donc aux difficultés possibles de l'incorporation du second par le premier dans et par une nouvelle théorisation.

Une *définition* mathématique n'est donc jamais l'exposé de l'essence d'une classe d'objets, mais celui d'une règle de construction intégrée à un « système théorique » d'autres règles, qui se ramènent en dernière instance au maniement effectif de chaînes de symboles¹. Ce *holisme opératoire*² montre qu'en réalité, une définition ou un axiome, ne sont que des *postulats qui ne prennent sens qu'au sein d'une configuration théorique donnée*. Mais par surcroît, l'ancrage sensible-symbolique qui en impose la nature matérielle assure le sens « expérimental » de ces dispositifs, puisque postulats sont en fait, fonctionnellement, des *hypothèses* qui sont des « puissances d'expériences nouvelles », c'est-à-dire des échafaudages théoriques où les deux strates du mathématique prennent place, et qui, du fait de l'écart possible entre elles, ne garantit en rien le succès de l'expérience, mais par là, assure le caractère expérimental des mathématiques³. Les énoncés du *mathématique* sont ainsi des énoncés désignatifs portant sur des énoncés abstraits qui constituent le mathématisé, lequel est le sensible auquel les premiers réfèrent, *sans qu'il n'y ait, à aucun titre, représentation du mathématisé par le mathématique, mais seulement désignation*⁴. Le maintien de la catégorie de vérité est ici indispensable pour Raymond, pour que les mathématiques gardent leur statut de science : d'où la définition non représentationnelle, mais simultanément non historiciste et relativiste, de la vérité, qu'il propose :

« rendre vraie la théorie, ou plutôt, donner à l'hypothèse la stature théorique, n'est pas authentifier, mais marquer la jonction pratique espérée entre des énoncés abstraits [constituant le mathématisé] et des énoncés désignatifs [le mathématique], là où les règles et les procédés conformes à la présentation théorique s'accordent aux impératifs de la pratique matérielle, conjonction équivalant à l'insertion du réel dans le théorique, à son explication scientifique »⁵

Cette définition repose sur l'approfondissement, à la fois matérialiste et anti-empiriste, de la catégorie épistémologique d'*expérience* :

« Une expérience est une transformation matérielle où des objets se voient auparavant imposer des éléments conceptuels, des signes linguistiques, schématiques... ; mais l'intérêt théorique porte sur des rapports théoriques qui ne sont pas sensibles par eux-mêmes et qu'il ne faut même pas songer à rendre réels : ils s'agit de montages *théoriques* en général non représentatifs ; la théorie ne représente rien, je n'ai pas à vérifier sa représentativité. La rendre vraie, c'est obtenir un certain rapport, d'avance conçu, entre des signes abstraits et des signes désignateurs ».⁶

¹ Raymond 1973 p. 260, et l'Annexe I p. 347 et suiv.

² Le terme de « système théorique », même si Raymond ne fait pas allusion à Duhem, est de façon très nette « holistiquement » chargé.

³ Cf. Le développement sur l'hypothèse en Raymond 1973 p. 281-4.

⁴ Raymond 1973 p. 277.

⁵ Raymond 1973 p. 286.

⁶ Raymond 1973 p. 278.

Autrement si les mathématiques, si elles ne sont pas connaissance d'objets, sont bien une science¹, c'est parce qu'elles sont expérimentales *comme toutes les sciences* – ce qui permet de résoudre le paradoxe de leur statut². Leur « pureté » et l'extériorité qu'elles véhiculent renvoient, de façon paradoxale seulement en apparence, à l'immanence de ce qu'elles théorisent à elle-même : ce qui rend raison du fait que la mathématique soit négatrice de l'histoire, ainsi que le disait Cavailles. La mathématique porte toujours sur un mathématisé dont elle « nie » l'historicité³ puisqu'elle le transforme en permanence :

« Le mathématisé qui accède ainsi aux mathématiques n'est donc pas une donnée empirique comme une autre : dans la mesure où il est purement symbolique, il est modifié par sa conceptualisation, transformé par l'évolution même de la théorie. Alors que pour une autre science ce ne sont que la saisie et le choix des données qui sont modifiés, ici c'est le donné lui-même, en profondeur. »⁴

c. Les mathématiques comme procès sans sujet ni objet

Les mathématiques sont donc un procès sans objet, mais aussi sans sujet, au sens d'une subjectivité constituante à la façon transcendantale, kantienne ou husserlienne. Suivant la perspective déjà présente chez Kant, Hegel, Marx et leurs héritiers, il pousse à l'extrême la *désontologisation* du problème de l'existence et de l'objet mathématique. La trace de cet « extrémisme », liée à la position matérialiste, rend raison par contraste du fait que Cavailles continue de penser en termes d'objets : bien qu'il se réapproprie l'argument intuitionniste, c'est-à-dire anti-réaliste, selon lequel n'est objet que ce est effectivement corrélatif de l'actualisation d'une méthode (de procédés effectifs sur des signes), la position matérialiste est absente de son dispositif. Raymond va ainsi plus loin, et insiste sur le fait que l'intuitionnisme, qui insiste judicieusement sur l'effectif, *veut quand même un objet*, c'est-à-dire maintient la position ontologique du problème, puisqu'il réifie, même si c'est de façon minimale, la dimension opératoire qu'il pose en instance de construction et de démonstration légitime⁵.

Du point de vue de l'histoire des sciences et son épistémologie⁶, c'est le concept d'*objectivité mathématique* qui redevient central : *l'histoire d'une science ne peut trouver le concept de son objet qu'à partir de la science dont elle est l'histoire* (et de ce fait, la définition d'une science, c'est son histoire⁷). Et dans le cas des mathématiques, cet objet, c'est leur *devenir*⁸, dont il faut exposer l'objectivité, en termes de *reproduction récurrente d'un rapport de fondant à fondé*, c'est-à-dire du rapport d'assimilation par le mathématique d'un mathématisé qui le précède.⁹ Cette thèse permet en retour de lutter, épistémologiquement parlant, contre l'illusion continuiste, au sein d'une thèse conclusive articulant les trois moments essentiels dont on s'est efforcé ici de restituer les éléments clés : la citation suivante servira de conclusion de l'exposé :

« La substantialisation, grâce à une catégorie, est une des constantes de l'idéalisme : il donne à croire que l'identité d'une réalité suppose la continuité de son existence, qu'il y a des

¹ Cf. Raymond 1973 p. 306-7 pour un résumé sur la catégorie matérialiste de science.

² Voir les détails, par exemple, en Raymond 1973 p. 157, 267, 275-9.

³ Ce que Cavailles expose en des termes très hégéliens : cf. Raymond 1973 p. 213, 326.

⁴ Raymond 1978, p. 88. Très concrètement, dans le cas du calcul infinitésimal, ainsi que son histoire le montre (et que ce qu'en avaient déjà dit en leurs temps Hegel puis Marx), « Les progrès mathématiques concernant le symbolisme du nouveau calcul, mais, ce faisant, ils déplacent le sens du mot "concept" : un concept [celui de différentielle] n'est plus la représentation d'une entité extérieure, insaisissable et contradictoire dans le cas de l'infini, il devient la maîtrise d'un fonctionnement [dont la théorie Lagrange fut un moment provisoire] symbolique référé à des usages déterminés intérieurs aux mathématiques », Raymond 1978, p. 113.

⁵ Raymond 1973 p. 389 et plus généralement toute l'Annexe II sur la question des courants philosophiques liés à la crise des fondements des mathématiques, p. 359 et suiv.

⁶ Cf. également pour les distinctions « disciplinaires » Raymond 1978 p. 40-2.

⁷ Ce qui est pleinement hégélien : la science de la logique n'est rien d'autre que sa propre genèse.

⁸ Pécheux & Fichant 1969 p. 97.

⁹ Pécheux & Fichant 1969 p. 99.

permanences comme données observables ou intuitives. C'est la *première thèse* matérialiste que le refus de la permanence au profit de la répétition : l'explication scientifique consiste d'abord à repousser l'illusion de la continuité pour exprimer le mécanisme de reproduction du même et les raisons de sa rupture¹, à rejeter le mythe de la continuité qui émerge de l'histoire pour montrer que l'histoire seule produit l'apparence de continuité... La *seconde thèse*... [est que le] sujet ne peut être effacé de la causalité, mais son déterminisme n'est pas celui qu'il se donne pour être, c'est-à-dire une origine. En outre, aucune entité permanente ne pouvant être dite cause réelle d'un processus, tout procès doit être pensé sans sujet et sans objet, sans rien qui devienne et demeure : le devenir, le développement des formes, ne sont devenir ni développement d'aucune continuité.

L'expression "procès sans sujet"² ne doit pas tromper : elle ne signifie pas que l'idéologie est sans sujet, elle qui joue dans toutes les activités humaines... mais que l'effet nommé sujet n'est pas plus une entité continue et causale que n'importe quel objet ; pour décrire sa détermination d'effet qui réagit sur les causes, il faut d'abord montrer en quoi il est non pas continu, mais *reproduit et modifié selon des lois historiques.* »³

L'exposition de ces lois, et c'est la *troisième thèse*, relève bien sûr de la *dialectique matérialiste*. Dire que les mathématiques sont un procès sans sujet ni objet a bien sûr un ancrage et une portée *ontologiques* : 1/ le discours ontologique de la philosophie matérialiste se transforme lui-même en intervention épistémologique. 2/ Les mathématiques sont à la fois une activité constituante et un corpus constitué : si l'on suit Sartre – et cette fois je *lis* et « réinvestis » le schème sartrien du pratico-inerte au-delà de ce que Sartre en a dit, du point de vue de *l'épistémologie de l'histoire des mathématiques* – toute pratique est effet de structures contraignantes dans l'exacte mesure où toute structure est effet de pratiques constituantes. Or une pratique n'est *constituante* que par ses *objectivations* (productions d'objets et institutions de structures) : et toute objectivation est essentiellement *aliénation* puisque ce qui est produit (le résultat de l'objectivation), dès que la production est achevée, *se détache du producteur*, et est l'objet d'appropriations possibles par d'autres (une voiture sur une chaîne de montage achetée par d'autres ; un tableau approprié dans et par le regard du spectateur). Voilà pourquoi la praxis peut faire l'expérience d'une nécessité, d'une résistance, qui n'est pourtant rien d'autre que la conséquence d'une pratique constituante antérieure.

On peut en tirer comme leçon que *l'édifice mathématique, ensembles de théories structurées objectivées dans des textes, mais toujours aussi corpus en transformation à partir de savoirs antérieurs, n'échappe pas à la cette « causalité structurale », c'est-à-dire à une causalité dialectique et non mécanique et linéaire.* La pratique mathématique n'échappe pas à cette dialectique structure/pratique : ce qu'elle produit, sous la forme de théories achevées (en sus des textes, les implémentations matérielles diverses, par exemple les instruments techniques, sont autant de *théories matérialisées*, c'est-à-dire de pratiques théoriques objectivées), prend le visage de quelque chose de « découvert » (au lieu *d'historiquement construit sans arbitraire*), et « sans auteurs », donc d'advenu par une *cause occasionnelle* (les mathématiciens).

La fécondité de cette vaste entreprise marxienne, diversement épistémologique, intimement solidaire de l'ontologie matérialiste et dialectique de l'être social et de son devenir, est loin d'être tarie⁴ : en termes d'épistémologie d'histoire des sciences notamment, on voit même ici un dispositif plus approfondi que celui que Kuhn développe à la même époque. Insister sur les discontinuités, ce n'est pas inviter à l'incommensurabilité de paradigmes, puisque « *la révolution n'est pas une coupure complète* »⁵ n'est jamais une *tabula rasa*. Ce n'est pas le lieu de développer cela, on se propose de le montrer en détail en un autre lieu, à partir des aperçus qui seront proposés en conclusion. L'entreprise montre de façon magistrale que si le marxisme n'est pas le rationalisme « à la française » leur dialogue est possible et souhaitable,

¹ La dialectique structures/pratiques a exactement cet objectif chez Sartre.

² Reprise par Althusser à Lénine : cf. Lecourt 1973 I-3.

³ Raymond 1973 p. 344-5.

⁴ Mouloud 1989 est dans la droite ligne de cette idée d'un formalisme du procès.

⁵ Raymond 1973 p. 346.

et quand il est opéré, riche, par exemple dans la reprise par P. Raymond de thèmes chers à Cavailles. J'ajouterai qu'il n'est pas de raison pour penser ce dialogue terminé.

Pour l'instant, avant de rentrer dans l'exposé de détail de cette école rationaliste dialectique « à la française », il convient de consacrer quelques développements à la tentative de formalisation de la dialectique tentée en 1970 par D. Dubarle, rejoint en 1972 par A. Doz.

III. Schématisation et formalisation de la logique du Concept (D. Dubarle)

On s'intéresse ici au texte de D. Dubarle « Logique hégélienne et logique formalisante » de 1970¹, et à son extension *Logique et dialectique* menée en 1972 avec A. Doz², avec, en contre-point, les commentaires menés indépendamment par E. Fleischmann, P. Raymond et surtout J.-T. Desanti³ : il n'y sera pas fait de références précises ici, dans la mesure toute simple où ils ont accompagné la lecture même des deux textes cités. Certes ce travail ne rentre pas explicitement dans le cadre des relations entre « matérialisme dialectique » et rationalisme français au 20^{ème} siècle : seulement il est contemporain des derniers travaux, et à sa façon, témoigne d'une inflexion dans la tentative de redonner ses lettres de noblesse à une dialectique alors bien malmenée : de ce point de vue relativement distancié, l'entreprise tient d'un esprit comparable, malgré la différence de l'objet et de l'objectif, à l'égard de l'intervention visée par l'école althussérienne.

Ces travaux constituent en effet un point culminant de et dans l'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel, et même un retournement de la situation. En effet, l'exclusion mutuelle, chez ce dernier, entre l'entité mathématique prenant place dans la condition de l'extériorité, et l'être conceptuel qui se déploie dans celle de l'intériorité, est maintenue en termes de différence de plans opératoires. Mais simultanément sont affirmées : 1/ la traductibilité, donc la relativité de cette exclusion mutuelle : le concept n'est pas simplement la vérité du mathématique *par delà ce dernier*, 2/ corrélativement, selon le point de vue adopté, la dignité conceptuelle de la forme rationnelle qu'est la logicité mathématique, autant que la compatibilité de la dialectique avec la scientificité analytique. L'entreprise passe avec succès l'épreuve de la *validation logique*, du fait que cette formalisation conduit à une *extension consistante* de la logique des termes de Boole-Schröder⁴, tout en maintenant le régime proprement dialectique des transitions conceptuelles, et cela, tout en restant fidèle à leur lettre hégélienne. Rien que cela, rétrospectivement, aurait dû imposer définitivement dans le champ de l'histoire de la philosophie, ce fait que la logique hégélienne se contente de *relativiser* la réduction de la rationalité à sa forme analytique, c'est-à-dire de relativiser la portée des principes formels d'identité et de non-contradiction sans aucunement les renier. Un objection est d'emblée formulable au projet : la portée de cette dialectique, ainsi soumise à un régime qui serait *par principe* hétérogène au sien, serait amoindrie. Mais une telle objection présupposerait que la forme hégélienne de la dialectique, dans ses contenus et visages historiques, soit la seule légitime : ce qui serait une pétition conservatiste de principe dont les deux derniers siècles montrent au moins la vanité historique.

Ce qui va devoir retenir l'attention ici, c'est essentiellement le type d'objet ou de théorie mathématique auquel aboutit l'entreprise de Dubarle : je limite à ce qui me semble utile les développements techniques, et tâche donc de me concentrer sur ses implications conceptuelles. Pour l'essentiel, ce travail de Dubarle consiste à transformer en objet logico-mathématique complexe, au sein d'un formalisme classique, le jeu structuré des relations et transitions conceptuelles opérant dans la doctrine du Concept de Hegel. Ce qu'il faut entendre par « objet logico-mathématique complexe » ici, c'est en fait un *système formel* au sens strict, obtenu en deux étapes : d'abord par le dégagement « grossier » des structures générales de ce jeu, c'est-à-dire son armature, son squelette principale, raison pour laquelle cette première

¹ Dubarle 1970.

² Doz & Dubarle 1972. L'extension consiste en fait en les chapitres I à III de la première partie, commentaire général sur le rapport chez Hegel entre logique et mathématiques, entre l'extériorité propre au mathématique et l'intériorité propre au concept, et la seconde partie, qui est un panorama non exhaustif des usages et abus du terme « dialectique ». Les chapitres IV-V reprennent ainsi Dubarle 1970 en en reprenant l'essentiel.

³ Respectivement Fleischmann 1974, Raymond 1977 p. 45-68 et la longue note de Desanti 1975 p. 63-6.

⁴ Cf. Blanché & Dubucs 1970, X, p. 269 et suiv. pour le contexte historique et théorique de *L'algèbre de Boole* que celui exprime en 1854 dans son traité *An investigation of the laws of thought (Sur les lois de la pensée)*.

opération est appelée « schématisation »— notamment au sens courant où l'on dit qu'une représentation est « schématique ». La seconde étape est l'étape technique, la « formalisation » qui est le passage au logico-mathématique proprement dit, c'est-à-dire la transformation réglée des structures dialectiques du Concept en un système formel consistant du point de vue, et dans le régime propre, des règles de l'entendement analytique, transformation qui va *mettre sur le même plan* le plan du Concept et le plan logico-mathématique auparavant en hiatus. L'exposé qui suit vise à expliciter ce procédé général, et notamment à appréhender l'importance que représente cette « mise sur le même plan ».

1. Sens et justification de l'entreprise

Le projet s'enracine d'abord dans une thèse qui aurait mérité une nuance, une thèse d'*allure*, paradoxalement, très néo-positiviste, inféodant le philosophique aux réquisits de la méthodologie scientifique, c'est-à-dire sacrifiant à l'idéologie de la rigueur et de l'auto-contrôle comme le dit P. Raymond :

« Loin d'user d'un discours complètement étranger à la mathématique, la philosophie, si elle veut atteindre à la rationalité qu'elle a en vue, doit elle aussi soumettre son discours au contrôle d'une logique, qui, en elle-même, a tous les caractères d'une théorie mathématique. Car la logique... est par principe une mathématique commune à toute pensée rationnelle ».¹

Est-ce une profession de foi logiciste ? Non :

« la pensée logicienne de Hegel lui-même... s'exprime dans un discours parlé (ou écrit) humain... Pour être le discours d'une pensée *philosophique*, il n'échappe pas à une condition qui est commune à *tout* discours humain (c'est-à-dire s'effectuant grâce à l'usage du langage articulé). Non seulement sa matérialité et la syntaxe de cette matérialité peuvent être étudiées, mais encore son fonctionnement expressif et le comment de sa sémantique peuvent être explorés. Et si, au terme de cette reconsidération que l'entendement est à même de faire, *quelque régularité dans les dispositions discursives* [je souligne] se dévoile de façon plus ou moins manifeste, alors, de par sa nature même, cette régularité se présentera sous les espèces d'un schéma sujet à mathématisation... il faut remarquer expressément que la façon la plus essentielle d'être rationnel dans la condition quantitative qu'il ne peut éviter c'est, pour un langage humain, de donner lieu à une logique mathématique. »²

Beaucoup de choses sont révélées ici, à défaut d'être dites. Ce qui justifie l'entreprise, c'est d'abord un argument descriptif de type *anthropologique*, opérant ici sur l'*œuvre* hégélienne prise pour *objet* d'entendement : toute pensée humaine est une pensée structurée³, et qui ne l'est que par la possession d'un langage (argument phénoménologique très hégélien d'ailleurs). Second argument, qui double le fait d'une valeur : la forme de cette structuration du langagier trouve son couronnement dans son explicitation logique, c'est-à-dire dans sa « rigorisation » non vernaculaire. Mais, troisième élément : le mathématique est ici pensé en pure extension du logique, les deux étant en continuité avec cette structuration discursive générique *langagière*. Autrement dit, logiques et mathématiques sont par nature *langage* : est-ce à dire qu'ils sont simplement *instrument* au service de (la connaissance de la nature, de la pensée, etc.) ?

Rien n'est explicité ici, mais, à tout le moins, logique et mathématiques ne sont pas pensés ici sous l'angle de leur statut scientifique, c'est-à-dire de connaissances positives proprement dites, mais sous l'angle de la rigueur conceptuelle qu'ils permettent, autrement, comme *agents de rationalisation*. Cette rationalisation opère ici en deux temps : celui de la « schématisation », qui produit « l'épure algébrique »⁴, l'esquisse de la discursivité de la

¹ Doz & Dubarle 1972 p. 115.

² Dubarle 1970 p. 116-7.

³ Rappeler la complexité des structures symboliques de la « pensée sauvage » ne peut faire de mal ici : elle n'est jamais une pensée *de sauvages*.

⁴ Dubarle 1970 p. 129.

dialectique hégélienne¹, qui en caractérise approximativement la structure, qui n'est pas encore et celui de la « formalisation ». Effectuer cette dernière,

« c'est reconnaître cette structure comme valant absolument à *propos de n'importe quoi*, au moins à l'intérieur de la catégorie d'entités que la pensée a alors en vue. »²

La schématisation, dans sa vocation descriptive, aurait pu être effectuée par Hegel lui-même : fonctionnellement cela joue le même rôle que ses nombreuses indications « formelles » sur les triplicités ou quadruplicités opérantes dans son système, c'est-à-dire une fonction pédagogique ou didactique, certes ratiocinante, mais utile³, un point d'appui *pour la représentation, c'est-à-dire l'entendement* dans l'accès progressif au concept.

La formalisation, au contraire, puisqu'elle universalise cette structure, découple alors essentiellement la forme et le contenu des déterminités, ce qui est anti-hégélien au possible⁴, puisque ce découplage est l'agent de l'abstraction à laquelle la *concrétude* de la Logique s'oppose justement – raison pour laquelle Hegel a toujours récusé la logicisation analytique de sa Logique⁵. Autrement dit, l'hérésie (sic) ne tient qu'à la seconde phase du projet, et celle-ci, d'après Dubarle, devra se faire en pleine mémoire de la *distance essentielle et irréductible* entre l'entité linguistico-mathématique et l'être conceptuel.

D'autre part, et on reviendra sur cela, l'opération transformant cette œuvre en objet est tout à fait dans l'esprit de la logique mathématique : le procédé gödelien du théorème d'incomplétude de 1931 consiste justement à arithmétiser la métamathématique, c'est-à-dire à la transformer de lieu d'indications rationnelles *sur* le mathématique en *objet* mathématiquement déterminable⁶. En toute rigueur, cette opération de traduction de la métathéorie dans les théories est *interne* aux mathématiques : la métamathématique n'est pas extérieure à la mathématique en général. Seulement, le traitement des énoncés métamathématiques ne peut être le même que celui des énoncés intra-théoriques de prime abord : tout en appartenant à la mathématique en général, ils opèrent sur un plan second très particulier, ce qui justifie l'analogie faite ci-dessus.

Comme on le verra dans le quatrième chapitre de ce travail, la dialectique néo-platonicienne de Lautman, aux accents fortement hégéliens, est explicitement pensée dans la continuité de la métamathématique hilbertienne : si la fonction de ce statut n'est pas la même chez Lautman et Dubarle (la dialectique rend raison des mathématiques pour Lautman, alors que Dubarle veut juste en exposer la structure essentielle du raisonnement dialectique), la parenté des perspectives est nette ici. En l'occurrence, le rôle de métamathématique attribué au plan dialectique du concept chez Hegel, est reconduit ici.

2. Schématisation des régularités discursives de la logique hégélienne

Si Dubarle justifie, contre Hegel, la formalisation de cette schématisation, il ne choisit pas pour autant n'importe quelle structure conceptuelle de la *Science de la Logique* : des modalités du dialectique que sont le passage (Être), la réflexion (Essence) et le développement (Concept), c'est la troisième qu'il retient, arguant de son universalité supérieure par rapport

¹ Les diagrammes qu'utilise Dubarle pourraient ainsi avec profit être repris dans le langage de la théorie des catégories qui serait tout à fait adapté pour une telle schématisation.

² Dubarle 1970 p. 143.

³ Par exemple Hegel 1812a, Introduction p. 10 : « Le concept de cet ob-jet [celui de la *Science de la Logique*] s'engendre dans le parcours de la logique, et ne peut par conséquent être donné par avance. Ce qui par conséquent, dans cette Introduction est donné par avance n'a pas pour but de fonder en quelque sorte le concept de la logique, ou de justifier scientifiquement par avance son contenu et sa méthode, mais, par le truchement de quelques éclaircissements et réflexions, en un sens ratiocinant et historique, de rendre plus accessible à la représentation le point de vue à partir duquel il faut considérer cette science. »

⁴ Ce que reconnaît volontiers l'auteur en Dubarle 1970 p. 1-3.

⁵ Cf. Les sous-sections I et II du chapitre sur Hegel.

⁶ Mécanisme de *projection* que Dubarle reprendra très explicitement dans l'esquisse du prolongement mathématique qui doit pour lui faire suite à cette première formalisation.

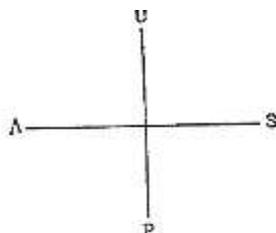
aux autres. Si l'argument provient d'abord d'une analyse du syllogisme propre au *concept subjectif comme tel*,

« *comme concept*, tout concept subjectif comporte, toutes proportions gardées, le système de terminaisons et l'économie logique [du système global] »¹

Cette universalité justifie ainsi la formalisation pour Dubarle : la métaphore heuristique utilisée est nommée « similitomorphisme » entre les structures du Concept en général et du concept subjectif, au sens d'un quasi-endomorphisme² préservant la structure mais opérant moyennant la relativisation de constantes, relativisation correspondant à la particularité d'un cercle conceptuel donné qui, comme cercle, reste en même temps figure du tout.

La structure retenue du déploiement du concept³ est ici la suivante : universel $U \Rightarrow$ particulier $P \Rightarrow$ singulier S . Or S maintient et articule en lui U et P pleinement développés, puisque, dernier terme du syllogisme, il est le tout, advenu par *développement*, du concept à partir de deux négations : celle de U par P notée $U \rightarrow P$, puis celle de P par S notée $P \rightarrow S$. Seulement la négation de U est ambivalente : elle produit, dans le dispositif hégélien, une *trace de l'universel nié en tant que nié*, « *négativité absolue* »⁴, quatrième terme qui va rendre cohérent, par rapport à ce dispositif, l'introduction d'un terme correspondant au zéro, au vide, au rien qui va remplir, dans la formalisation ultérieure, la fonction du *terme nul* booléen, indispensable pour la cohérence logico-mathématique du système formel. Cette trace de l'universel nié-passé dans le particulier, que l'on notera \cancel{U} , correspond à un dédoublement du moment du particulier. Au schéma $U \rightarrow P \rightarrow S$ est alors substitué $U \rightarrow \frac{\cancel{U}}{P} \rightarrow S$.

On peut alors noter \cancel{U} en Λ , terme notionnellement vide adjoint aux termes « pleins » U , P et S . Ce terme / opérateur logique Λ est ici le complément booléen de l'unité-totalité advenue : ΛS correspond ainsi à la négation classique de S . Le diagramme en croix très simple suivant⁵ résume cette première schématisation :



Λ est l'opérateur par lequel on peut schématiser la première transition $U \rightarrow P$ comme $U \rightarrow (\Lambda, P)$, position simultanée du particulier et de l'universel nié, c'est-à-dire de la négativité absolue, puis la seconde $(\Lambda, P) \rightarrow S$, maintien de la négativité assurant la transition du particulier au singulier, qui pour cette raison est bien le tout, la totalité achevée, donc la vérité, du concept, dans le mouvement qui a fait de lui un résultat. *Λ est la négation : la négativité est donc bien simultanément étape et opération, indépendante de la subjectivité.* Les deux diagrammes suivants⁶ explicitent les deux transitions en question :

¹ Dubarle 1970 p. 143.

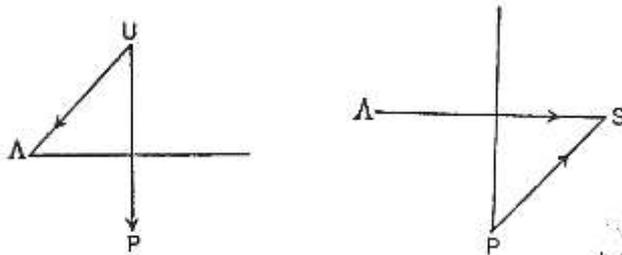
² Ou morphismes internes à un même ensemble d'objets, préservant la structure : ainsi les morphismes de groupes. On remarquera que c'est ce même syllogisme dialectique et le modèle du « développement » qui, dans le régime de la preuve géométrique ainsi qu'on l'a vu, se rapproche le plus de l'intériorité du Concept.

³ Cf. Hegel 1812c, I-1, « Le concept », Hegel 1830, « A. Le Concept Subjectif » § 163-71, p. 189-95.

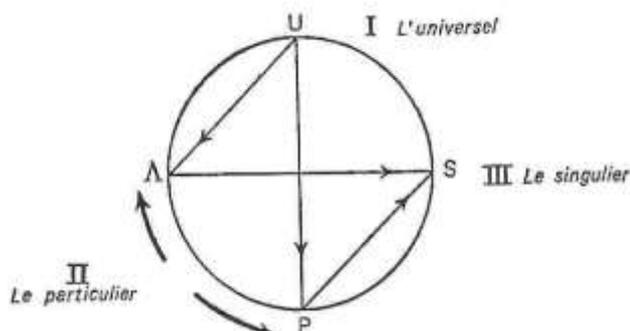
⁴ Dubarle 1970 p. 133

⁵ Dubarle 1970 p. 135, Doz & Dubarle 1972 p. 155.

⁶ Dubarle 1970 p. 139-40, Doz & Dubarle 1972 p. 156-7.



Ces transitions sont des opérateurs un-deux montrant le passage par la négation. Le schéma final¹ du tout en l'ensemble de ses articulations est donc :



L'idée du concept comme « objet quasi mathématique »² est assez révolutionnaire au premier abord par rapport à la lettre du discours hégélien, mais on voit bien ici que l'enchevêtrement des triplicités dont les jeux ne font que traduire le fait que le Concept, qui est *Un*, peut être considéré comme,

« bien que de façon extrêmement triviale en sa détermination explicite, une entité mathématique »³

Cette affirmation est essentielle et résume bien le sens de l'entreprise, tout en rappelant sa difficulté intrinsèque : le terme d'« entité » est particulièrement vague⁴ d'une part, et d'autre part la prudence de Dubarle est bien présente. Stricto sensu, on ne peut affirmer cela : mais en un sens large, c'est-à-dire au sens où les structures du Concept possèdent une régularité explicite exprimable pour elle-même au niveau de sa forme générale (c'est-à-dire sans contenu particulier), c'est légitime. Cette difficulté rejaillit bien sûr sur l'objet même qui est visé par cette entreprise : Dubarle passe de la schématisation à la formalisation en se fondant sur la logique des termes (notionnels indéterminés) de Boole-Schröder, parce qu'il estime, à juste titre, que la logique des propositions et celle des prédicats maintenant dominantes ne sont pas adéquates à l'esprit de la logique hégélienne : celle-ci est une logique *du concept*, pas de la distribution de valeurs de vérité, et plus précisément une logique du mouvement de sa structure interne. Autrement dit, par ces deux étapes, est instituée un système formel qu'il faut décrire brièvement maintenant.

3. Remarques sur la formalisation

Le système formel institué, l'est à la façon traditionnelle : à partir d'un langage, des expressions bien formées définies par le biais d'un nombre fini de clauses récursives, et d'un jeu d'axiomes et de règles d'inférences relevant spécifiquement de la logique

¹ Dubarle 1970 p. 141, Doz & Dubarle 1972 p. 157.

² Dubarle 1970 p. 124.

³ Dubarle 1970 p. 125.

⁴ C'est le mot savant pour dire « truc » !

propositionnelle, de la logique booléenne et de la logique ultra-booléenne (dans l'ordre de complexité). Est obtenue *une logique des termes notionnels*, termes indéterminés (classes, ensembles, etc.) dont importent les extensions et les intersections (au sens large). Techniquement c'est une algèbre ultra-booléenne de rang 2, dont la structure est la plus simple des algèbres ultra-booléennes¹, et c'est une extension *consistante* (c'est-à-dire non-contradictoire) de la logique booléenne. Autrement dit, le Concept est transformé en système logico-mathématique valide : ce système formel est une *théorie* logique au sens technique du terme, mais on peut parler d'*objet logico-mathématique au sens large* sans trahir l'objectif de Dubarle : le « formalisme logico-mathématique [ainsi] dérivé du système hégélien »² prétend donc surtout en être la traduction (plutôt qu'une « dérivation ») dans un plan qui n'est pas initialement le sien.

Le passage technique au formel en tant que tel importe peu ici : retenons qu'il passe par le choix générique d'un concept *particulier* considéré dans sa totalité advenue, nommé A, dont le schéma circulaire ci-dessus fournit la structure. A est le moment du singulier : ceux de l'universel et du particulier sont alors définis moyennant deux opérateurs Δ et ∇ correspondant aux deux transitions $U \rightarrow (\Delta, P)$ et $(\Delta, P) \rightarrow S$, et définis comme suit en termes booléens :

$$\begin{aligned}\Delta A &= (A \cap U) \\ \nabla A &= (A \cap P)\end{aligned}$$

En notant $A' = {}^c A$ le complémentaire de A, on peut ainsi exprimer, par combinaisons des trois opérations, les huit opérations logiquement essentielles différentes d'un point de vue combinatoire : l'opération identique A, la conversion de A en les quatre constantes de structures (V, Δ , U, P), la complémentation de A (qui correspond classiquement à la négation : $P = U'$), et les différences symétriques, entre A et le terme nul (notée A^+), et entre A et le terme universel (A^-). Les opérations élémentaires ΔA et ∇A sont donc adjointes à l'opération classique de négation : ces opérations consistent à considérer séparément dans A ce qui relève de U et de P, et à ce titre, sont des opérations d'*abstractions inverses*, et correspondent aux *moments logiques-dialectiques de l'universalité et de la particularité* du concept A. Δ est l'opérateur de « déposition » de A : il sépare dans A ce qui supporte son moment d'universalité. Par ailleurs on obtient, par le jeu des égalités logiques à partir de $\Delta A = (A \cap U)$ et de la complémentation, $(\Delta A)' = (A \cup U)$: c'est la négation de la déposition de la négation du singulier A, donc l'assomption de A dans la totalité de l'universel : cette opération est le « relèvement » de A : la combinaison des deux opérations de déposition et de relèvement est alors celle de la suppression et de l'intégration, c'est-à-dire en propre l'*Aufhebung*. On a ainsi une formalisation du moment clé de la dialectique du concept, à partir de la conjugaison, au sens large comme technique du terme, de ΔA et ∇A , dans A : on a ainsi un modèle de la contradiction interne au concept A.

¹ Cf. les détails de Doz & Dubarle 1972 p. 148-51, et la présentation de : l'alphabet, la syntaxe, l'interprétation, les définitions, les schémas axiomatiques et les règles de déduction, de ce système formel p. 159-65 ; le tout développe Dubarle 1970 p. 119-24 et 143-7. Retenons ici qu'un ensemble E possède une *structure d'algèbre de Boole* s'il est muni de deux lois de composition interne associatives et commutatives notées + et \times . Les lois + et \times sont distributives l'une par rapport à l'autre et admettent un élément neutre (0 et 1 respectivement) ; Tout élément de E est idempotent pour chaque loi : $x + x = x$ et $x \times x = x$; tout élément x de E possède un unique élément, dit *complémenté* ou complémentaire de x, généralement noté généralement ${}^c x$ ou \bar{x} vérifiant la loi du tiers exclu : $x + \bar{x} = 1$ et le principe de contradiction $x \times \bar{x} = 0$. Dans cette algèbre, on peut écrire $\bar{\bar{x}} = 1 - x$. Une telle algèbre de Boole contient les lois de De Morgan : $\overline{(A \vee B)} = \bar{A} \wedge \bar{B}$ et $\overline{(A \wedge B)} = \bar{A} \vee \bar{B}$ (le « ou » \vee est ici inclusif : il *contient* le « et » \wedge). Le préfixe « ultra » rajouté sert à rappeler que cette nouvelle algèbre est une *extension* du formalisme initial.

² Doz & Dubarle 1972 p. 148, titre de la section 4.3.

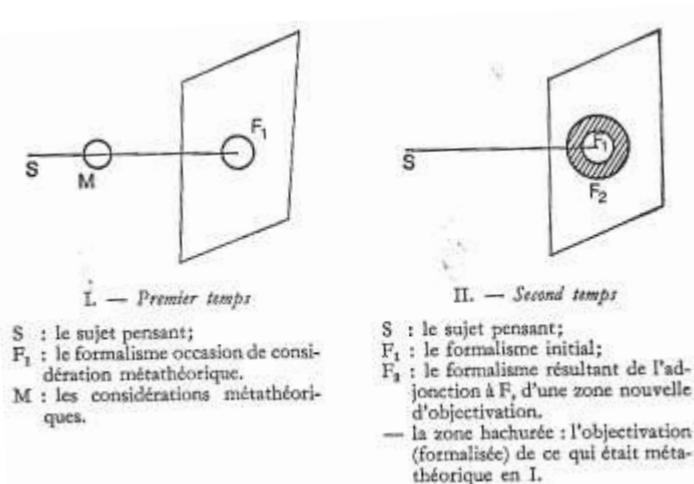
Si l'on reprend alors le cercle ci-dessus, il suffit de remplacer U par ΔA (l'universel dans le cercle de A), P par ∇A (le particulier dans le cercle de A) et S par A lui-même¹, tout en gardant le terme vide Λ . Ce formalisme est alors intégré dans le système logique rappelé plus haut. Je rappelle qu'il est bien évident ici que la seule logique des propositions, notamment dans ses méthodes sémantiques (attribution de valeurs de vérité à des énoncés à partir de celles de leurs composants moyennant le plongement interprétatif de chaque énoncé dans l'ensemble $\{V, F\}$) eut été parfaitement inadéquate ici. Pour exprimer la structure logique de la conceptualité dialectique et la généralité de la *Science de la Logique*, c'est-à-dire le fait de la structure *interne* constitutive du Concept comme l'Un, autant que des concepts qui en sont les figures particulières, il fallait une logique des termes.

4. La pensée de l'infini sous l'angle d'une algèbre logique projective

L'ensemble des considérations réflexives, métathéoriques que Dubarle effectue au fur et à mesure de l'institution de cette formalisation, sont considérées par lui comme une tentative d'objectivation non formelle de ce que cette formalisation véhicule :

« Entre le Concept lui-même et sa trace représentative la considération métathéorique dit qu'il y a à la fois distance et relative assimilation... Or, à partir du moment où cette pensée qui distingue et exprime la distinction apparaît dans l'esprit, il devient possible d'*objectiver* à son tour cette distinction et le système des rapports auxquels elle donne lieu. On peut inventer jusque pour l'usage de l'entendement un ensemble de notations désignant, par-delà les entités logiques dont l'être même est d'être les traces du Concept, le Concept lui-même et ses entités propres, soutenant tels et tels rapports avec le système de leurs traces. »²

Le plan des traces du Concept correspond à celui du « langage », celui du Concept même à celui du « métalangage » : or, le but ici est de *formaliser* le métalangage lui-même, dans et par une extension logique de l'algèbre ultra-booléenne déjà obtenue. Le schéma suivant illustre me semble-t-il assez bien le fait que l'entreprise de Dubarle est analogue à celle de Gödel concernant l'inscription, par le biais du codage arithmétique (via les « nombres de Gödel ») des énoncés métamathématiques :

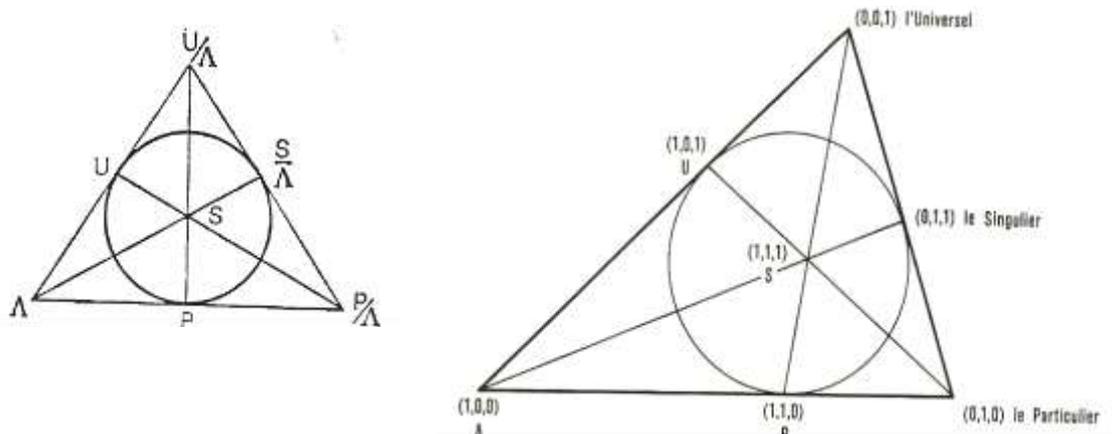


Le second temps correspond à la « projection » de M en $F_2 - \{F_1\}$ représentée par la zone hachurée : la dissociation conceptuelle entre le Concept et la représentation est ainsi réduite. L'idée est que le Concept est autre que le système $\{\Lambda, U, P, S\}$ de ses traces essentielles.

¹ Le schéma final ci-dessus est reproduit avec ces remplacements en Doz & Dubarle 1972 p. 158.

² Dubarle 1970 p. 150.

Dubarle adjoint à ce système $\{\Lambda, U, P, S\}$, dont chaque élément est alors considéré comme *terminaison logique*, la triade $U/\Lambda, P/\Lambda, S/\Lambda$: l'écriture S/Λ est par exemple le *couple* de deux éléments structurels du Concept, ici celui de la singularité et de la négativité. Les éléments de cette triade sont *trois désignations de l'infini*, en tant que *rapports de moments du concept à la négativité qui les soutient*¹. L'objectif est alors de mettre en place une « géométrie algébrique projective finie » à partir du plan projectif représenté par la Configuration de Fano² qu'il représente en 1970 avec les symboles ci-dessus (à gauche), en 1972 en coordonnées homogènes (à droite)³ :



Le cercle $(U, P, S/\Lambda)$ ou $((1,0,1), (0,1,1), (1,1,0))$ est en réalité la droite projective sur laquelle seuls se trouvent les points U, P et S/Λ , le centre S étant le *point à l'infini*. $\{\Lambda, U, P, S\}$ est le « quadrangle de l'entendement à distance finie » (les rapports déjà formalisés), la triade $(U/\Lambda, P/\Lambda, S/\Lambda)$, la « droite de l'infini » du plan projectif, « symbolique de la réalité de la raison ainsi que de se concept, comme à l'horizon du plan de l'entendement »⁴, au strict opposé du terme vide Λ , et complétant, au titre de la position simultanée, à trois reprises, des moments U, P et S du concept et de leur négation, l'ensemble faisant totalité.

Ce qui importe, c'est ne pas confondre une formalisation de l'infinité du Concept, qui n'est pas l'objectif de Dubarle, mais celle de la *pensée des moments de cette infinité* que la configuration matériellement finie de Fano symbolise. La logique projective du concept à laquelle il aspire se modèle donc sur la représentation mathématique bi-dimensionnelle, en géométrie projective, de droites et de points à l'infini, le centre S ou $(1,1,1)$ de la configuration étant le point à l'infini, c'est-à-dire bien ce qui représente à la fois la cristallisation, comme *centre*, de la configuration totale, mais qui n'en est que la *cristallisation virtuelle*, puisque le tout infini réalisé du concept est seul déployé symboliquement par la configuration totale.

On voit bien le caractère métaphorique, ou plus précisément *analogique* – « *similimorphique* » – de cette représentation de la projectivité du Concept : cette configuration n'est en effet que la *schématisation de la pensée de l'infini* : la *formaliser*, en une extension consistante du formalisme déjà institué, devrait se traduire par un type de calcul sur les sept éléments du système. En réalité, seul un calcul sur les coordonnées assignées aux points représentant ces éléments sont à la limite possibles, l'ensemble exigeant une

¹ Doz & Dubarle 1972 p. 177-8.

² Mathématicien italien de la fin du 19^{ème} siècle, inventeur des géométries projectives finies. Si on considère l'ensemble des droites de l'espace et un point O en lui, qu'on appelle « point » toute droite passant par O , et « droite » tout plan contenant O , et si l'on ne considère que les propriétés géométriques d'incidence (positions relatives, intersections, « entre »...), on a alors obtenu le *plan projectif réel*.

³ Respectivement Dubarle 1970 p. 152 et Doz & Dubarle 1972 p. 179.

⁴ Dubarle 1970 p. 153.

*interprétation*¹ : des rapports (opérateurs) de *transfert* permettant d'obtenir un élément à partir de plusieurs autres, de *proportions*, de *projection à l'infini* d'éléments finis, permettraient dans le principe de formaliser cette première schématisation de la dialectique fini/infini du concept comme totalité achevée se mouvant dans l'infini par le jeu tournant, assurée par la négativité (représentée par Λ), de ses déterminations ou constantes de structure.

Cette formalisation de la logique du concept repose, selon P. Raymond, sur une présupposition typique de l'idéologie de la rigueur, à savoir le rôle central de la logique dans l'auto-contrôle de la pensée rationnelle. Ce travail soulève, de même, pour Fleischmann, le problème de la transformation réductrice de relations dialectiques en rapports formels. On dira alors que si la *schématisation* des transitions dialectiques est défendable, leur formalisation produit un effet de fixité contraire à l'ambition hégélienne. La justification de Doz et Dubarle par l'appel au critère « pédagogique », à savoir le fait que cette logique du concept soit plus accessible dans la lettre et l'esprit à un lecteur donné, n'est, pour autant pas négligeable, surtout si le second critère, celui de la fécondité de cette formalisation, est assuré : hors en l'état, il n'est satisfait que pour l'intelligence de la logique hégélienne même, ce qui est une fécondité somme toutes très relative, ainsi que Granger le pense². Autrement dit, *en l'état* c'est plus un scepticisme sans argument qu'une contre-argumentation qui peut aller à l'encontre de l'entreprise, à moins que l'on ne considère, comme semble le suggérer P. Raymond, qu'une scientificité propre à un discours non logico-mathématisé n'existe, ainsi que la méthode de l'abstrait au concret en a l'ambition, par opposition à la réduction impérialiste de toute pensée rationnelle aux normes de la logique qui, en l'espèce transforme indûment la négativité ontologique en la négation purement linguistique Λ .

Cette tentative, même si elle n'est pas la première³, est la plus aboutie. Et si elle n'a pas donné lieu à autre chose qu'à une rigoureuse mise en évidence de la structure de la rationalité dialectique⁴, elle reste fondamentale : elle a en effet le mérite *de poser le problème de la traduction mutuelle de deux formes de rationalité distinctes, en transformant en objet logico-mathématique traditionnel non-contradictoire, les structures les plus apparentes du mouvement dialectique intérieur du Concept*. Pour cette raison, c'est une intervention philosophique qu'il serait fécond de reprendre à nouveaux frais, puisqu'elle récuse l'étanchéité de leur différence, et c'est ce sur quoi insiste Desanti : la logique dialectique parlée dans la langue mathématique est une extension consistante de la logique classique des termes.

Le fait qu'elle ne soit pas féconde du point de vue de la production de nouveaux théorèmes de logique mathématique ne peut constituer ici une objection valable : ou dit autrement, ce point de vue, qui est celui de Granger⁵, constitue l'ancrage d'une lecture *récurrente* de cette œuvre, au sens bachelardien du terme, puisqu'elle induit une évaluation de sa pertinence au regard d'un critère actuel. Mais *l'objectivité* du choix de ce critère est discutable ici : il plaque sur l'œuvre une ambition qui n'est pas la sienne, et ainsi, constitue une rétrojection illégitime, dans la simple mesure où Granger n'assume pas le caractère récurrent de sa lecture, mais au contraire, la présente, au fond, comme une simple remarque de bon sens, c'est-à-dire avec une prétention non questionnée à l'exclusivité exégétique.

¹ Cf. Doz & Dubarle 1972 p. 182 et suiv., et notamment p. 183 : « L'algèbre projective fait voir que, sinon le calcul algébrique usuel, du moins un certain calcul concernant simultanément des termes d'espèce usuelle et les déterminations infinies demeure possible. C'est un calcul qui opère sur des coordonnées assignées aux entités considérées comme plutôt que sur ces celles-ci mêmes, et se rapport aux relations géométriques... qui existent entre ces entités ».

² Sur les critiques massives de Granger contre la dialectique Granger 1979, 1980, sur son caractère heuristique et réflexif possible, Granger 1988. Voir la section consacrée à tout cela dans le dernier chapitre de ce travail.

³ Cf. les références données en Dubarle 1970 p. 159 et les indications en Doz & Dubarle 1972 p. 239-42. Le mathématicien William Lawvere, en théorie des catégories, a notamment tenté depuis de formaliser l'unité dialectique des contradictoires.

⁴ Le but était cette mise en évidence : Doz & Dubarle 1972 p. 165.

⁵ Granger 1980 p. 51.

IV. LA BANNIERE DIALECTIQUE DU RATIONALISME FRANÇAIS

Si Bachelard et Cavailles ont constitué pour la pensée marxiste récente des interlocuteurs et théoriciens privilégiés, c'est, et je suis ici P. Raymond, parce que « l'originalité » de l'épistémologie qu'ils ont instituée (tout en ayant subi l'influence de Hegel par le biais d'une lente digestion au 19^{ème} siècle restituée en première section)

« et les raisons de son éminente valeur *philosophique* sont la conjonction de son contact avec les *mathématiques* et la *philosophie* et de ses échappées *historiques*. L'épistémologie [« française »] a tenté en pratique ce que Marx et Engels ont manqué en théorie : la jonction des sciences et de l'histoire. »¹

Ils ont en effet imposé une pensée et une pratique de l'épistémologie des sciences, et en particulier des mathématiques, et de leur histoire, en articulant les deux plans d'étude et en forgeant leurs concepts opératoires. Ils ont traduit épistémologiquement ce qui, de Hegel, avait été déconstruit dans ses formes spéculatives mais pas reconstruit dans ses attendus méthodologiques par Marx et Engels, à savoir, un triple problème. Ce problème est celui, conjoint : (1) de l'historicité de la rationalité des sciences à l'œuvre : c'est « l'historicisation du transcendantal », qui répond à un double effort d'élucidation. Il faut faire d'abord la lumière sur (2) la rationalité / de l'intelligibilité de cette historicité : c'est la consécration d'une histoire conceptuelle des sciences et de la ressaisie de leurs temporalités et processus propres d'évolution. Enfin (3) c'est la rationalité du procès théorique d'appréhension de ce double mouvement qu'il faut clarifier : c'est l'institution de l'épistémologie de l'histoire des sciences. Les schèmes dialectiques, on va le voir, opèrent dans les trois registres d'une façon tellement enchevêtrée qu'il est parfois bien délicat de savoir quel est le problème précis qu'ils sont sensés aider à éclaircir, d'une part parce que cette tripartition problématique n'est pas explicite, dans la mesure où c'est une hypothèse interprétative que je mets en œuvre pour lire cette tradition de pensée, d'autre part, parce que ces schèmes dialectiques sont tout sauf rigoureusement maniés. En gros, « dialectique », chez Bachelard, Gonseth et Cavailles, le cas étant plus singulier pour Lautman – les quatre théoriciens dont on va successivement ici étudier les travaux – signifie souvent « compliqué », « mouvant », « dynamique », etc.

Deux choses s'imposent ici. D'abord, cette « bannière dialectique » ne va aucunement reproduire l'ambivalence récurrente, déjà étudiée, du méta-discours dialectique du champ hégéliano-marxiste : excepté chez Lautman, aucune dialectique non-marxiste n'aura de prétention « ontologique ». Mais si ces oscillations statutaires du discours dialectique ne concernent pas le rationalisme français, la bannière dialectique de ce dernier témoigne d'une intrigue qui lui est propre. Derrière ses schèmes se trament, à l'occasion des mathématiques, une réélaboration diversifiée du transcendantal et une première rationalisation corrélative du problème de la dialectique formulé par Hegel : c'est ce double mouvement que l'on met en lumière ici, en prenant le temps de voir comment cela opère différemment chez ces quatre figures du rationalisme français. Le chapitre V, ensuite, montrera que Granger, digne héritier de cette école, développe finalement une philosophie des mathématiques extrêmement proche de celle de Cassirer, lui héritier de « l'interprétation épistémologique de Kant » et d'une rénovation post-hégélienne assumée bien mieux que dans le champ français.

C'est la raison pour laquelle on aura, avant celle de Granger, exposé les éléments de l'épistémologie cassirérienne des mathématiques que je qualifierai de dialectique dans l'esprit, bien qu'elle ne le soit pas dans la lettre. On pourra alors conclure ce dernier chapitre sur Desanti, incarnation du carrefour du matérialisme dialectique, de la phénoménologie, du structuralisme et de ce rationalisme français – aucune de ces « cases » n'étant pertinente per se, mais par les dialogues et les fécondations mutuelles qu'elles révèlent chez lui.

¹ Raymond 1977 p. 37, déjà cité.

I. Archéologie de l'épistémologie française : la digestion néo-kantienne de l'hégélianisme

L'objet de cette section est de présenter l'assimilation qui s'est produite, dans l'espace théorique français de la seconde moitié du 19^{ème} et du début du 20^{ème} siècles, de la *posture* dialectique, avec en contre-point, au travers d'un retour à, ou plutôt d'un retour de Kant, une dénégation de la dialectique hégélienne comme *système*, le tout en partie pour faire obstacle au positivisme d'alors¹. Les protagonistes de ces courants ne se sont pas tous, loin s'en faut, appesantis sur le problème des mathématiques. Pour autant, c'est par cette présentation que l'on arrivera à comprendre la nature des rationalismes dialectiques dont Bachelard sera l'initiateur. Je défendrai alors la thèse selon laquelle le terme de « dialectique », qui reviendra à ce moment là à l'honneur, ne recouvrira dans l'épistémologie française, ni une conception néo-hégélienne, ni une conception marxiste/marxienne et engelsienne de la dialectique scientifique, mais dénotera, plus qu'une méthode ou un ensemble de concepts bien déterminés, une *façon de parler*, héritée de ces philosophies françaises antérieures. Cette (ces, plutôt) façons de parler vont masquer, en réalité, la persistance d'architectures théoriques de nature fondamentalement kantienne, tout en témoignant d'un souci d'intégrer en elles les conditions de l'appréhension du *devenir*, de la *plasticité*, de la connaissance scientifique (et mathématique en particulier) dans ses produits, mais également des structures subjectives-cognitives de cette connaissance pensée comme *construction ouverte*. La « dialectique » sera une façon de *nommer* ce qui conceptuellement reviendra à une *historicisation du transcendantal*, celle-ci étant une réponse à l'historicité *philosophiquement assumée* des rationalités scientifiques. Soit le postulat interprétatif suivant, que, sous forme ramassée, L. Sève exposait en 1962 : l'alchimie entre l'idéalisme transcendantal et l'exigence de penser la genèse réelle de la connaissance est l'essence même des diverses formes du néo-kantisme :

« Une genèse réelle du Je transcendantal, c'est une phénoménologie de l'esprit, et le néo-kantisme ainsi traité donne un fort précipité d'hégélianisme. »²

On va voir immédiatement la pertinence de cet aphorisme.

Eclectiques méthodologies de la « corrélation »

Lucien Sève insiste sur deux éléments touchant la philosophie au milieu du 19^{ème} siècle. D'une part il rappelle le rôle de J. Barni dans le renouvellement de la pensée kantienne dans les années 1840-50, rôle assuré par ses traductions : ce renouvellement s'est opéré en s'insérant dans une tradition hégélienne vive mais déjà en partie dévoyée « éclectiquement », au moment même où, en partie du fait de la révolution de 1848, l'introduction de la pensée hégélienne comme telle était stoppée³. Par ailleurs, il distingue deux traditions majeures de la philosophie française, quoique également profondément *spiritualistes* dans leur fond : du milieu du 19^{ème} siècle jusqu'à la veille de la seconde guerre mondiale, le spiritualisme se déploie d'abord dans une tonalité a-scientifique (que Sève va jusqu'à qualifier d'anti-scientifique), de Ravaisson jusqu'à Bergson. Simultanément, menant de Renouvier à Brunschvicg, il se développe sous une autre forme, rationaliste et laïque, dans un effort d'appréhension des enjeux scientifiques de son temps. Hamelin, malgré tout connaisseur moyen de la pensée hégélienne selon ses propres propos, procède, en élève de Renouvier, à une révision de la dialectique scientifique, s'attaquant à l'inculture scientifique de la majorité des philosophes de son temps. Celle nouvelle dialectique n'apparaîtra comme autre chose

¹ Voir notamment D'Hondt 1997, Bourgeois 2001, Janicaud 2002 et Cassou-Nogues 2004.

² Sève 1962 p. 225.

³ Sève 1962 p. 163.

qu'une curiosité qu'à partir de l'avènement de la nouvelle résonance idéologique et politique de la « dialectique »¹ : pourtant, le spiritualisme qui lui est attaché ne peut être mis en doute. C'est la pensée d'Hamelin qui va nourrir par exemple la tentative de Lavelle et Le Senne dans les années 1930 de re-construire un « spiritualisme œcuménique » modernisé apte à lutter contre le matérialisme scientifique et/ou dialectique alors en essor. Mais ces deux traditions, ainsi que la plupart des individualités philosophiques et/ou savantes² de la période maintiennent un statut supérieur à la philosophie, en terme de capacité de fonder et de saisir les nouveaux enjeux symboliques de la science : c'est en rupture avec cette prise de position générale, par-delà l'héritage bien net de la forme rationaliste du spiritualisme, que la pensée bachelardienne va se construire, dans ses thèses et ses critiques³, comme on va le voir plus loin.

1. De Renouvier (1815-1903) à Hamelin (1856-1907)

La philosophie française, dès le milieu du 19^{ème} siècle, adopte une posture très réactive par rapport à la dialectique hégélienne : Victor Cousin lui préfère un éclectisme qui lui, ne mènerait pas à l'absurdité des prétendues contradictions dans les choses. Cette critique, taxant de « folie » le système de Hegel, d'ailleurs également associée à un kantisme assez scolaire, est courante à l'époque. Paradoxalement cet éclectisme se présente comme un certain hégélianisme ambiant, diffus (notamment du fait des cours sur Hegel professés par Cousin sous la Restauration)⁴, qui va susciter, encore plus que la pensée de Hegel, une autre forme de réaction, incarnée d'abord par un jeune Renouvier partiellement influencé par le *Cours de philosophie positive* de Comte. Cette seconde forme de réaction, plus intéressante, va se développer jusque dans les années précédant la deuxième guerre mondiale : plus nuancée, jouant notamment le rôle d'une arme conceptuelle contre le positivisme, elle consiste en une *double altération* fondamentale de cette dialectique hégélienne : vont disparaître, le *travail du négatif*, le rôle producteur de la contradiction et de l'identité en devenir des contraires, d'une part, et corrélativement d'autre part, le caractère *objectif*, ontologiquement effectif, de son déploiement dans l'être naturel et historique, alors ramené au mouvement de synthèse de *représentations* essentiellement distinctes.

En 1842, dans son *Manuel de philosophie moderne* (sur lequel Marx fondera certaines analyses de la *Sainte Famille*), Renouvier professe un « éclectisme méthodique » au titre d'une *méthode de conciliation des contraires* qui, selon son *sentiment* bien plus que par l'affirmation d'un réel héritage, a des affinités avec la pensée hégélienne. Mais assez rapidement, et surtout à partir de 1851, il développe une critique articulée de l'éclectisme cousinien (c'est-à-dire du Kant et du Hegel *digérés* par lui), de l'hégélianisme, et de la « loi » kantienne des antinomies de la raison pure. En partie du fait de l'influence de Comte, il insiste sur le fait que la connaissance ne porte que sur des faits, des phénomènes, dont il convient de dégager descriptivement les lois. De ce fait, le néo-criticisme de Renouvier est bien une ressaisie critique de Kant *au nom de Kant lui-même*⁵ : on n'abordera pas ici le fait que la

¹ Sève 1962 p. 40-2.

² Cf. Panza 2001 sur les prises de position quant au rapport science/philosophie dans cette période de la philosophie française : la philosophie garde systématiquement sa prééminence fondationnelle, et la puissance de donner du sens (ou de leur refuser, par exemple concernant les géométries non-euclidiennes : cf. Panza 1995b p. 68-77 sur ce point) aux nouvelles constructions scientifiques, même chez Cournot, Couturat, instruits en la matière, et encore plus dogmatiquement chez Boutroux, Lalande, Meyerson par exemple. Poincaré sembler rester à cet égard une exception.

³ En résumant dès maintenant et à grands traits : l'héritage hamelinien, les affinités avec Brunschvich, sa critique du bergsonisme dans *Dialectique de la durée*, et bien sûr la thèse des rationalismes régionaux, vont, par une union multiforme que le terme générique de dialectique viendra nommer, témoigner d'un néo-kantisme également influencé par le constructivisme mathématique, celui de Borel en particulier.

⁴ Blais 2000, p. 47.

⁵ Pour une vision plus générale de son œuvre voir Fedi 1998, ainsi que la majorité des contributions de Fedi & Salanskis 2001. Pour les éléments historiques, voir principalement Blais 2000, ch. I en particulier « Hegel et Spencer », p. 43 et suiv., mais également Méry 1972. Renouvier a joué bien sûr un rôle important dans le « retour » en France à un Kant moins spéculatif, moins axé sur la chose en soi et plus sur les conditions et

pensée celui-ci apparaît comme un rempart philosophique et culturel contre les égarements de l'histoire, rempart à même de nourrir une vision républicaine du progrès social – comme en témoigne la création en 1872 par Renouvier de la *Critique philosophique* et tous ses travaux d'ordre pédagogique au sens large.

La position restrictive, « phénoméniste » héritée de Comte et de Kant¹, est nourrie chez lui d'une réflexion approfondie sur les mathématiques (débutée lorsqu'il était élève de l'École Polytechnique). Il déploie cette position sur une longue période, dans les quatre tomes de son *Essai de critique générale* à partir de 1854, qui va se traduire « localement » par un *finitisme mathématique* ancré dans la double thèse philosophique générale suivante : 1/ rien ne peut se construire en dehors de l'expérience possible (dont Kant n'a pas assez examiné les contours et les conditions), et le critère de cette possibilité dépend de notre puissance de connaître ; 2/ entre des termes strictement *contradictaires*, le propos n'est pas de chercher un moyen terme, mais au fond *d'opter* pour un membre de l'alternative : en l'occurrence, le fini contre l'infini. Sa théorie de la connaissance et de l'être exclut toute affirmation qui serait de nature à impliquer l'existence actuelle de l'infini quantitatif² : son *principe du nombre*, selon lequel rien n'existe sans être déjà nommé, témoigne de ce « finitisme » d'essence arithmétique. Dans la mesure où une chose ne peut exister au sens strict que lorsqu'elle entre en contact avec l'esprit, cette primauté est celle d'un idéalisme : distinguant le sujet représentant, le « sujet » des phénomènes, supposé apte à exister au sein d'un ordre réel supposé (le phénoménisme consistant ici à rejeter, à la suite de Hegel notamment, la « chose en soi »), et l'*objet* propre de la représentation, l'objet n'existant qu'en tant qu'il est relatif à notre pouvoir de connaître, et maintenant le parallélisme entre représentant et représenté en assignant la primauté du premier sur le second, sa conception de l'objet, et par extension, de la nature, est déterminée au niveau ontologique par les capacités gnoséologiques de la raison³.

Or l'infini actuel est au niveau de ces dernières une notion contradictoire : l'idée de bijection d'un ensemble sur une de ses parties propres⁴ revient à accepter que soit effectuable réellement à l'infini la synthèse successive de l'unité dans la mesure d'un quantum, ce qui transgresse le principe logique de non-contradiction. Ainsi, tout en rejetant le réalisme spatial, comme Kant, il rejette aussi, contre Kant cette fois, le statut intuitif de l'espace (et corrélativement, l'antithèse infinitiste de la seconde antinomie de la Raison) : c'est en effet en tant qu'intuition pure que l'espace apparaît comme grandeur continue et *infinie donnée*. D'où la thèse « dé-transcendantalisant » l'architecture kantienne (la psychologisant même d'après Brunschvicg⁵) selon laquelle temps et espace sont des *catégories* : logiquement parlant, le continu n'existe pas, seul l'infini potentiel, c'est-à-dire la divisibilité *indéfinie* (et Renouvier prend le terme à Descartes), existe. L'espace reste ainsi *un* et *unique* en tant que catégorie, et la géométrie en est la représentation rationnelle distanciée de l'intuition empirique et de l'expérience : c'est sa détermination unique a priori qui va justifier chez Renouvier la négation conceptuelle des géométries non-euclidiennes, dont on va voir la reprise qu'en opère Hamelin. Plus généralement, comme ce qui existe, n'existe qu'en fonction de notre pouvoir de

modalités de la connaissance scientifique, d'une part, et sur la philosophie de l'histoire d'autre part. Ce retour est traditionnellement attribué aux allemands (Zeller, en 1862, Liebmann en 1865, puis surtout Cohen à Marbourg à partir de 1876 : lui-même ne semble avoir connu que l'*Histoire du matérialisme* de Lange, ce qui montrerait bien un mouvement de pensée analogue en France et en Allemagne, mais en bonne partie *indépendant* jusque dans les années 1880).

¹ Elle devrait en principe être qualifiée aussi d'anti-hégélienne : ce qu'elle est objectivement, puisque si phénoménisme il y a chez Hegel, il est soumis à la nature objective du mouvement dialectique de réalisation de l'Idée. Or comme cette objectivité du mouvement dialectique d'actualisation de l'Idée a disparu dans le hégélianisme d'alors – c'est le premier élément évoqué de l'altération – ce phénoménisme n'est alors pas considéré comme anti-hégélien, chez Renouvier notamment.

² C'est peut-être une des origines de la conception négative du continu et de la primauté de l'arithmétique chez Bachelard.

³ Cette domination du point de vue gnoséologique sur le point de vue ontologique est le sens de la révolution copernicienne opérée par Kant : elle va être radicalisée jusqu'à faire disparaître l'objet (scientifique) *comme tel* chez Bachelard.

⁴ Formulée pour la première fois par Bolzano sous la forme d'un des apparents « paradoxes de l'infini », avant de devenir sa *définition* même.

⁵ Cf. Brunschvicg 1912 p. 344-53 .

connaître, qui est essentiellement pouvoir de *mise en relation*, l'être n'est jamais que le nom inadéquat donné au rapport, c'est-à-dire à la conscience et ses fonctions. La logique de Renouvier est ainsi une logique des relations, et c'est de ce point de vue, corrélatif au finitisme arithmétique qu'il faut examiner la construction et la validité de nos représentations (en particulier géométriques) : le nombre (entier) n'est plus un schème opérant entre entendement et intuition, puisque cette dernière n'est plus. Le nombre devient *loi présidant à toute détermination et toute démonstration mathématique* : d'où une conception essentiellement discontinue¹, provenant de ce primat du *discret* mathématique, de la nature².

Ces quelques généralités n'ont de sens que pour la présentation de la dialectique hamelinienne qui va maintenant suivre. Dans les options qu'elle défend concernant les mathématiques, on sera conduit à présenter des éléments complémentaires de la pensée de Renouvier, du fait que bien des thèses d'Hamelin en sont des reprises. Outre Renouvier, dont il a étudié longuement le travail comme en témoigne son ouvrage *Le système de Renouvier* (élaboré de façon posthume à partir de cours qu'il a professés), et auquel il dédie son *Essai sur les éléments principaux de la représentation*, l'autre autorité philosophique qu'Hamelin convoque est celle, dans l'inspiration générale, de Kant : sa « dialectique synthétique » n'est que de loin apparentée à celle de Hegel, dont il ne connaît que partiellement la pensée. Mais il en sait assez pour éprouver à son égard une certaine déception. La pensée de Hamelin est d'abord pensée de la *relation* :

« La pensée fût-elle tout objective n'est point une chose : elle est rapport, elle est passage d'un terme à un autre, les termes eux-mêmes n'étant fixes que par opposition au passage et en tant qu'ils ne passent pas l'un dans l'autre »³

S'il est des limites à la connaissance, son achèvement ne peut être pensé de façon chronologique, mais doit l'être selon une vue *systématique* : il faut « réduire en système toute la représentation »⁴. Comment opérer cette réduction, en partant de cette primauté du rapport et du passage ? Il faut penser la nature de la *différence* et de l'*opposition*, existant entre un élément *posé* qui exclut son *opposé* sous forme de l'extériorité mutuelle d'une *thèse* et de son *antithèse*, afin de penser l'unité de cette situation relative. Or, par delà cette opposition qui est primitive, Hamelin insiste sur le fait que deux opposés n'ont de sens que dans leur rapport mutuel, et qu'ils doivent, pour cette raison, toujours être donnés ensemble. L'exclusivité mutuelle d'opposés, c'est-à-dire l'*opposition contradictoire* est de ce fait essentiellement *apparente* : leur union est plus fondamentale. D'où cette affirmation :

« Ainsi aux deux premiers moments que nous avons trouvés dans toute notion, il faut en ajouter un troisième : la *Synthèse*. Thèse, antithèse, et synthèse, voilà dans ses trois phases la loi la plus simple des choses. Nous la nommerons d'un seul mot la *Relation*. »⁵

Plus généralement, tout raisonnement « réduit à son maximum de simplicité » est pour Hamelin cette opération ternaire, dégagée par Kant, instituée comme paradigme par Hegel, et subjectivée par Renouvier (au sens où elle est ramenée au seul niveau de l'enchaînement rationnel des représentations).

La Relation n'est pas seulement la première catégorie unissant les opposés, posant leur identité et leur diversité, elle est avant tout *loi générique*, logique interne de toutes les catégories. De ce fait, le *moyen terme* est la « cheville ouvrière » de tout raisonnement, et le moyen terme c'est le rapport : la *médiation* est la « loi fondamentale de l'intelligence », le

¹ De là provient la défense d'un certain atomisme en physique : cf. Fedi 2001a p. 76.

² Il n'est pas utile d'aller plus en détail ici dans la conception de Renouvier pour elle-même : cela excéderait le propos, et d'autres l'ont déjà fait de façon pleinement suffisante. Cf. d'abord Hamelin 1906-7, en particulier Leçons IV à IX, Brunschvicg 1912 p. 346-53 et Fedi 1998, 2001a.

³ Hamelin 1907 p. 147.

⁴ Hamelin 1906-7 p. 109.

⁵ Hamelin 1907 p. 1-2.

rapport est « l'intelligence elle-même dans son principe de vie »¹. Insistant sur le caractère empirique de l'opération de recueillement des catégories qu'effectue Renouvier, Hamelin commente le système obtenu comme suit :

« C'est plutôt par goût que pour être conséquent avec ses principes qu'il a mis autant d'empirisme qu'il l'a fait dans sa théorie d'ensemble sur les catégories. Si exorbitante que cette proposition puisse paraître, il n'y a pas à ce sujet un abîme infranchissable entre Hegel et lui. Si, revenu de sa première passion pour le philosophe allemand, il l'accable souvent de reproches amers ou d'ironies²... parfois aussi et au besoin jusque dans ces mêmes passages il se reconnaît une certaine parenté avec lui. C'est non seulement l'adoption en commun du phénoménisme, la réduction de la connaissance tant objective que subjective à la représentation³, c'est encore une certaine manière de comprendre l'agencement des catégories en ne l'appuyant et ne le prouvant que par lui-même⁴. Si l'on trouvait moyen d'appliquer la loi de position ternaire non plus simplement à chaque catégorie prise à part mais aussi à l'ordination des catégories et à leur enchaînement, la table des catégories de M. Renouvier se développerait en un système complètement rationnel où l'on n'aurait peut-être pas grand mal à absorber le contenu spécial que M. Renouvier reconnaît non sans quelque obscurité à la matière de la connaissance. Ce rationalisme absolu serait une sorte d'hégélianisme sans la lutte et la synthèse des contradictoires. Sans doute ce n'est pas une philosophie de ce genre que M. Renouvier a voulu faire : encore une fois nous savons bien qu'elle répugnait à ses goûts. Mais il n'était pas inutile d'indiquer que sa doctrine, très empirique en fait, ne l'est pourtant pas si résolument et si invinciblement qu'on ne puisse envisager la possibilité de la transformer en une autre toute rationnelle et toute dialectique. »

Cette citation est importante à plus d'un titre : elle témoigne de la *reprise altérante* de la pensée hégélienne par Renouvier, ce qui est indiqué par cette primauté de la contrariété sur la contradiction (implicite puisqu'il n'est question ici que du rejet de cette contradiction) d'une part. D'autre part me semble-t-il, est visible une sous-détermination de la nature de la *représentation* qui est ici pleinement *subjectivée* : c'est le second aspect de l'altération. Pour autant, cet extrait condense le projet même d'Hamelin : approfondir la pensée renouviériste du rapport, du passage et du champ d'application de la synthèse (comme résultat de la « loi ternaire »), c'est-à-dire « dialectiser » la table des catégories de Renouvier : d'où l'idée de dialectique synthétique rationnelle.

On voit bien le décalage qu'il y a entre cette dernière et la pensée hégélienne : la dialectique est simplement le mouvement *de la pensée* qui synthétise les éléments opposés de ses propres produits, les « notions ». Toute notion est mixte, faite de liaison d'éléments divers : la pure unité et la pure distinction n'existent jamais en l'une d'elle – donc il n'y a rien chez Hamelin thèse de la différenciation interne des concepts à partir d'un élément unitaire. Mais puisque Hamelin souhaite « dialectiser » le système des catégories de Renouvier, et qu'il déduit de cette opération une approche très instructive ici (qui sera étudiée dans le paragraphe suivant) concernant le statut des géométries non-euclidiennes, on peut s'arrêter quelque peu sur l'enchaînement des premières catégories.

Le tableau suivant reproduit la première partie de cette table de Renouvier⁵ :

Catégorie	Thèse	Antithèse	Synthèse
Relation	Distinction	Identification	Détermination
Nombre ⁶	Unité	Pluralité	Totalité
Position	Point (limite)	Espace (intervalle)	Etendue
Succession	Instant (limite)	Temps (intervalle)	Durée ¹

¹ Hamelin 1907 p. 390 (extrait repris de *Sur la nature du moyen terme*).

² Hamelin renvoie alors à la Préface de la *Logique* et à l'introduction des *Principes de la nature*.

³ Référence, de nouveau à l'introduction des *Principes de la nature*.

⁴ Référence, cette fois à la *Logique*, I.

⁵ Cf. Méry 1972 p. 537 pour l'exposé complet et comparatif des tables catégorielles de Kant et de Renouvier, ainsi qu'Hamelin 1906-7 p. 110.

⁶ L'héritage kantien est évident ici, sur cette conception des éléments du nombre, encore plus qu'ailleurs.

Si l'enchaînement se fait de façon essentiellement non empirique, c'est que trois principes hiérarchiques y président : du simple au composé, de l'abstrait au concret, de ce qui est représenté comme étant *le plus séparable de la conscience* à ce qui l'est le moins. D'où l'organisation systématique, quoiqu'encore trop figée et trop analytique pour Hamelin, de la table générale : Hamelin la reprend quasiment à l'identique. Postérieur au *rapport* pensé ici dans sa pureté, Hamelin introduit le *nombre*, lui attribuant de façon essentielle, à l'instar de Kant puis de Renouvier, la *discrétion* – le modèle arithmétique sera de fait une constante, de Kant à Bachelard. Quel est l'élément qui assure la synthèse entre les *points de vue* de la Relation et du Nombre ? C'est finalement la notion de temps, avant celle d'espace (Hamelin est plus kantien sur ce point que Renouvier dans la mesure où le temps, chez Kant, forme du sens interne, est transcendentement antérieur à l'espace) qui assure en retour l'unité de la quantité (sous le terme d'intervalle) et de la limitation de la quantité (limite) : « quantité continue, se développant en une série irréversible, simple et unique »². Par sa pureté notionnelle, elle intègre liaison et dispersion, assemblage de termes discrets et non séparés. Au temps s'oppose l'espace : les deux notions doivent être *abstraitement* séparées, mais elles sont *concrètement* unies, par le fait que temps et espace ne se laissent appréhender que l'un à travers l'autre, ce qui est la « preuve qu'ils n'existent que l'un en fonction de l'autre »³. Le *mouvement* est la notion synthétique, (ajoutée par Hamelin comme catégorie intermédiaire entre celle d'espace et de qualité) qui englobe comme éléments temps et espace,

« car tous les penseurs conviennent que ce qui caractérise le mouvement, c'est qu'on y prend la position en fonction de la durée ou la durée en fonction de la position »⁴.

L'appel visible à un bon sens commun témoigne d'une relative naïveté, malgré bien sûr, le fin détail des argumentations, par contraste, par exemple, avec les développements hégéliens sur les mêmes questions, puisque Hegel, c'est le moins que l'on puisse, tombe rarement en accord, au moins dans la lettre de son propos, avec un quelconque sens commun. Cependant, la dépendance mutuelle de l'espace et du temps, et l'idée du mouvement comme synthèse de temps et d'espace, me semblent être des avatars directs des développements hégéliens.

L'essentiel est que pour Hamelin, l'espace n'est ni une réalité en soi, ni une intuition au sens kantien, mais une *représentation* : il possède tous les caractères d'un concept, c'est bien une *catégorie* exactement comme pour Renouvier⁵, de même que le temps. Ce qui ne l'empêche pas, contrairement à d'autres catégories, comme celle de causalité ou de finalité, d'avoir une dimension intuitive : il est « perçu en même temps que conçu », et peut « mériter en ce sens le titre de représentation intuitive »⁶. D'où une thèse très forte : la distinction kantienne entre pensée (philosophique) *par concepts* et pensée (mathématique) *par construction de concepts* n'a pas de sens⁷, puisque cette construction implique l'intuition pure : « l'espace concept » antithétique du temps, « asservi à la pensée » est l'espace euclidien ; l'expérience n'apporte rien d'essentiel au concept d'une figure *a priori*, et l'idée de synthèse constructive exposant *par la construction* des propriétés universelles et nécessaires et cette figure est à rejeter, puisque tout ce qui est construit dans les figures doit pouvoir se ramener à des concepts et des enchaînements de concepts.

2. Quelle légitimité des géométries non-euclidiennes ?

¹ Viennent ensuite la catégorie de qualité, puis celles du second groupe : devenir, causalité, finalité, personnalité.

² Hamelin 1907 p. 44.

³ Hamelin 1907 p. 60-1.

⁴ Hamelin 1907 p. 88.

⁵ Cf. Hamelin 1907 p. 67.

⁶ Hamelin 1907 p. 65.

⁷ Hamelin 1907 p. 65-6.

Hamelin, se fondant sur les mêmes auteurs que Renouvier, procède à un rejet *philosophique* des géométries non-euclidiennes, tout en reconnaissant leur légitimité et leur cohérence *mathématique*¹, position qui est très répandue dans le dernier tiers du XIX^{ème} siècle². Suivons la logique du raisonnement.

L'argument, en son fond, repose d'abord sur la nature des catégories de nombre et de position : leur *apriorité* les pose comme *rappports invariables*, soumis à la loi régulatrice de la constitution de toute relation qui est une loi *analytique* prenant les formes, essentiellement équivalentes, des principes d'identité, de contradiction et de tiers-exclu. Quoiqu'en vertu du caractère ternaire de chaque catégorie, toute totalité soit synthèse, il n'y a, au niveau des démonstrations proprement dites, de l'arithmétique à la géométrie en passant par l'algèbre, que des analyses : toutes les unités que l'on « synthétise » dans l'addition sont identiques, et le procédé paradigmatique de sommation qu'est l'addition reste également toujours le même. L'algèbre, et l'analyse élémentaire des fonctions « directes » ne sont que généralisations introduction de symboles de l'arithmétique, l'analyse des fonctions « indirectes » (comme l'extraction de racines), étant une extension exigeant comme matériau la quantité *continue*, dont le modèle est le quantum spatial : ce qui mène au passage de la catégorie du nombre à celle de position. Hamelin s'accorde avec Renouvier sur le fait que celui-ci unit les points de vue kantien et leibnizien : tout en reconnaissant la dimension intuitive liée au concept d'espace, l'espace est *rapport ordonné* (être de raison caractérisé par sa fonction d'ordination), *déterminé et non-contradictoire* (puisque son intellectualisation est passée par la purgation, en lui, de l'infinité actuelle au profit de l'indéfinité potentielle qui elle est logiquement consistante, relativement aux trois principes qui constituent la loi de constitution de toute catégorie), c'est-à-dire soumis aux et provenant des lois de la représentation. En tant que rapport, le moment synthétique de l'espace est *l'étendue*, synthèse entre la limite (qui introduit la distinction) et l'intervalle (l'« espace » pour Renouvier étant également le nom générique de l'intervalle dans la catégorie de position).

Comment sont engendrés les éléments géométriques fondamentaux ? La *ligne* est la synthèse de points-limites et de points possibles, puisqu'elle assure *l'interposition de ceux-ci entre ceux-là* : la *surface* est la synthèse de l'interposition de lignes possibles entre lignes-limites, le *volume* la synthèse de l'interposition de surfaces possibles entre surfaces-limites³. De ce fait, du point de vue de la géométrie, c'est le *figural / figuratif* qui est premier, et qui est de nature qualitative, puisqu'il tient avant tout à la présence des *rappports*. Mais la catégorie de position, et par conséquent *l'étendue*, est duale : ce sens qualitatif ne suffit pas à déterminer pleinement la catégorie de position, qui exige le concept quantitatif de grandeur, relatif à la prégnance du nombre. Ainsi *grandeur*, *contenant* et *contenu* sont trois déterminations supplémentaires qui vont rendre possible l'existence même de la géométrie comme science mathématique, puisqu'elle donnent opératoirement la possibilité de la *mesure* d'un quantum quelconque. Ce quantum est d'abord l'écart entre deux directions : la mesure exige alors le parallélisme et la perpendicularité, puis la distance⁴. Interviennent alors les critères d'identités : la *similitude*, qui relève plus, en tant qu'identité de *rappports*, de la forme et de la qualité, et la *superposabilité* (sous forme d'axiome), relevant directement de la quantité, mode d'égalisation le plus direct de figures distinctes.

¹ Je synthétise ici Hamelin 1906-7, Leçon VIII, « Les catégories de la stabilité » p. 115-129, et Hamelin 1907, II - § 1 : A) « Le concept d'espace », B) « Les espaces non euclidiens », C) « Les espaces à plus de trois dimensions », D) « Les postulats de la géométrie », p. 62-87.

² Cf. Panza 1995b qui n'évoque pas, de façon étonnante, la position d'Hamelin et à Panza 2001, où cette fois, Hamelin est inclus dans le passage en revue qui est effectué des protagonistes de la « tradition épistémologique » de la philosophie française qui a procédé à cette négation des géométries non-euclidiennes.

³ Le modèle n'est pas ici, comme on le voit chez Hegel, le mouvement du point engendrant la ligne comme négation et vérité du point, etc. Les éléments synthétisés sont donnés avant la synthèse. La coextensivité des éléments et de leur synthèse est donc propre à Hegel. Dans les termes de ce dernier, on peut dire qu'il y a persistance et primauté de la pensée d'entendement, de la distinction et de la séparation des déterminités. La synthèse dialectique hamelinienne se fait donc sur fond d'éléments analytiquement séparés et premiers.

⁴ Il est difficile de saisir chez Hamelin si la longueur est d'abord une grandeur que l'on mesure, ou la mesure donnant lieu à l'établissement d'un grandeur.

Tout se passe bien, dans cette progression : Hamelin peut en effet sans difficulté montrer que l'*homogénéité* de l'espace euclidien, essentiellement liée au postulat des parallèles (puisqu'il pose l'égalité quantitative et l'identité « qualitative » des angles formés par l'intersection d'une droite intersectant deux droites parallèles¹), se traduit d'abord par l'*indépendance de la forme et de la grandeur*. Or puisque *a priori* l'espace est ensemble de *rappports invariables*, et puisque cette indépendance est progressivement déduite de l'abstraction maximale du concept d'espace, elle va jouer le rôle de l'*opérateur philosophique* (par delà son statut de propriété générale de l'espace mathématique euclidien) qui permettra de justifier le rejet des géométries non-euclidiennes. Il faut expliquer cela : c'est, on l'entrevoit ici, la fixité et l'unicité fondamentale de la catégorie d'espace qui devra ultérieurement être rejetée pour rendre possible l'acceptation *conceptuelle* du non-euclidien, ce à quoi Bachelard procèdera. *Cette indépendance, ici, désigne simplement le fait qu'une même figure peut exister à différentes échelles* : on peut s'intéresser alors seulement aux *rappports entre les éléments homologues de ces figures*, et à l'établissement de l'identité (analogique) de ces rapports. De ce fait, nier le postulat des parallèles, c'est nier l'homogénéité de l'espace, donc indirectement nier cette indépendance : cette négation, multiforme, est logiquement consistante, c'est-à-dire *mathématiquement tout à fait légitime*. Hamelin renvoie alors, comme Renouvier, à Delboeuf, Lechalas, Couturat, mais aussi à Helmholtz, Gauss et Poincaré². Il renvoie également à ce dernier pour affirmer que l'expérience ne tranche en rien dans la légitimation de telle ou telle géométrie nouvellement instituée par cette voie : les conséquences des démonstrations dépendent des axiomes fixés, et on ne peut évaluer leur légitimité à partir d'une instance empirique nécessairement extra-mathématique. Hamelin précise alors que le paramètre de particularisation des espaces du point de vue de la théorie générale est essentiellement lié à la notion de *courbure*, l'espace euclidien étant, on le sait, particulier par la nullité de la sienne³. L'analyse des multiplicités à *n* dimensions⁴ reçoit le même traitement : elles sont mathématiquement pleinement valides. On peut noter que sans technicité aucune, et quoique la présentation de ce « paramètre » ne semble pas très claire, Hamelin maîtrise bien ce dont il traite.

Mais le métaphysicien peut-il se contenter de ce que fait et dit le géomètre ? Non, il doit *rendre raison*, c'est-à-dire en l'occurrence déterminer la « notion complète et adéquate de l'espace »⁵ : l'établissement *philosophique* de cette « notion adéquate » passe alors, chez Hamelin, par un examen plus poussé des enjeux de cette indépendance de la forme et de la grandeur.

Hamelin reconnaît qu'au premier abord, cette indépendance peut servir à la thèse d'une insuffisance de l'espace euclidien à constituer la notion adéquate de l'espace. En effet, elle semble dénoter une *indétermination partielle*, une non-fermeture interprétables comme indices du caractère irrationnel voire *anarchique* de la conjonction, puisque non déterminée, entre forme et grandeur. L'*absoluité* ne serait-elle pas un critère de détermination ? Une telle absoluité signifierait la *dépendance* entre forme et grandeur, en ce sens que la modification

¹ Hamelin 1907 p. 68 : « C'est donc faire une seule et même chose que d'admettre des espaces non homogènes et d'écarter le postulat d'Euclide ; et comme ce postulat n'a jamais pu devenir un théorème, la définition ordinaire de la droite ne permettant pas de le démontrer, on comprend la raison d'être des spéculations non euclidiennes » dont la « valeur mathématique... est hors de cause » p. 70.

² Hamelin 1907 p. 66 à 76 (en notes infra-paginales). Cf. Panza 1995b pour une présentation détaillée des théories françaises de la géométrie.

³ Hamelin 1907 p. 69 : « Le paramètre de l'espace euclidien a quelque chose de tout à fait spécial : il est infini, la courbure de cet espace est nulle et c'est pour cela que la somme des angles d'un triangle y vaut deux droits, qu'on n'y peut mener qu'une parallèle par un point, qu'il comporte des figures semblables. Mais c'est bien là un cas particulier qui peut se déduire d'une géométrie générale sous la condition d'une valeur particulière du paramètre spatial : *tant s'en faut que la géométrie euclidienne soit toute la géométrie* [je souligne]. Il va de soi d'ailleurs que la question de savoir si notre espace physique est rigoureusement euclidien ou non est tout autre malgré les confusions où l'on tombe quelquefois à cet égard. »

⁴ Référence est faite alors à Riemann 1854, « Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie », Hamelin 1907 p. 68.

⁵ Hamelin 1907 p. 71.

des dimensions des éléments d'une figure impliquerait la modification de sa forme, ce qui est le cas pour les espaces non-euclidiens (ou pour certains à courbure variable) : ceux-ci sont de ce fait affectés d'une tension non résolue, qui en justifie le rejet rationnel, puisqu'en acceptant ces derniers, il faudrait être capable de distinguer des grandeurs absolues et des grandeurs relatives, mais *aucun critère objectif* pour cette absoluité n'est alors exposé, d'où une insuffisance rédhibitoire.

Hamelin se fait l'avocat du diable : il semble possible, à partir de la loi de position ternaire des catégories, de justifier philosophiquement le non-euclidianisme. La catégorie de position pose la dépendance essentielle des opposés que sont la limite et l'intervalle, autrement dit celle entre forme et grandeur. Mais, en vertu de la nature du procédé de synthèse propre à la représentation, forme et grandeur restent relativement *isolées*, puisqu'elles sont thèse et antithèse *en opposition*. De plus, la détermination d'une grandeur en suppose une autre (qui soit par exemple l'étalon de mesure) : il y a donc relativité essentielle de la grandeur. Mais cette relativité, et la possibilité de la comparaison de deux grandeurs non unitaires, transcende le cadre euclidien¹ : il est mathématiquement possible de comparer des grandeurs appartenant à des espaces géométriques différents, via un changement de paramètres (sur le modèle de l'application sphérique de Gauss). Autrement dit, on peut alors majorer et minorer ces figures sans préjudice pour leur comparaison au niveau de la forme : il y aurait ainsi détermination supérieure du rapport forme/grandeur, via l'assise de leur dépendance, mais maintien opératoire de la possibilité de les comparer malgré les variations quantitatives. Pourtant cette argumentation serait « spécieuse » :

« Que dire en effet... de la comparaison des grandeurs de sphère à sphère [comme dans l'application de Gauss] ou d'espace à espace ? Il n'y a pas réellement de commune mesure entre ces grandeurs. Sans doute le problème étant de comparer des incomparables, le mathématicien le résout excellemment par le calcul infinitésimal. Mais ce calcul accompli ici, comme à l'ordinaire, un passage d'un genre à un autre, qui n'est acceptable que par convention et ne résout pas le problème sous son aspect métaphysique. Et quand même d'ailleurs on laisserait de côté cette considération, la soi-disant similitude des non-euclidiens n'en serait pas moins illusoire. Car... Lui seul [l'espace euclidien homogène] est le siège de la similitude et les espaces non-euclidiens pris en eux-mêmes restent rebelles à la loi de relativité. Par là toute signification métaphysique est enlevée à la géométrie non-euclidienne qui, au fond, ne se suffit pas. »²

Autrement dit, l'instance qui assure la similitude réelle entre des figures présentes en des espaces distincts, est l'homogénéité garantie par *l'indépendance* euclidienne entre forme et grandeur : elle seule subsiste comme point de vue supérieur duquel les « changements de genre » sont possibles, autrement dit, elle seule assure l'unité de la multiplicité spatiale. Cette puissance unificatrice est essentiellement liée à la simplicité de la droite euclidienne, *simplicité qui rend raison métaphysiquement de sa légitimité et primauté conceptuelles*.

« Cette prétendue indépendance, en effet, n'est pas de l'anarchie... A vrai dire, la grandeur est toujours sous la domination de la forme ; et si elle s'oppose à la forme comme l'intervalle à la limite, il y a pourtant ici une nuance importante à signaler : l'opposition des deux choses n'est pas une exclusion complète, elle a plutôt lieu à l'intérieur du domaine de la forme [je souligne] : car une grandeur géométrique a toujours une figure... Lors donc que la grandeur paraît indépendante et, au point de vue de l'abstraction, peut l'être, c'est la nature même d'un certain moment de la forme qui le permet ou l'exige. L'homogénéité et la relativité, c'est-à-dire le fond vrai de ce que l'on appelle l'indépendance de la grandeur, sont des suites de l'existence de la figure simple, à savoir de la droite. »³

De ce fait,

« L'espace homogène de la métaphysique euclidienne, une fois bien examiné, satisfait donc entièrement la raison, tandis que c'est le contraire qui arrive pour les espaces non-euclidiens.

¹ Ce principe de relativité ne permet donc pas, seul, d'achever finement la détermination métaphysique du concept d'espace, comme la rappelle Brunschvicg à propos d'Hamelin : Brunschvicg 1912, 519-20.

² Hamelin 1907 p. 74.

³ Hamelin 1907 p. 75.

Un géomètre [H. Poincaré dans *La science et l'hypothèse*] a dit que la géométrie euclidienne est "la plus simple en soi". Elle est la plus simple, ajouterons-nous, comme reposant elle-même sur la notion de figure simple [la droite, en l'occurrence]. Mais parce qu'elle est la plus simple, il est impossible de ne pas la mettre, métaphysiquement au moins, à la base de tout l'édifice géométrique. »¹

Tout commentaire, comme l'affirme M. Panza² est-il « superflu » ? Je ne le pense pas. On voit ici un effort instructif pour conjoindre des arguments de natures différentes : d'abord l'argument de la simplicité rappelle les hypothèse *régulatrices* de la Raison (ainsi la simplicité et l'économie de la nature dans la production maximale de ses effets), c'est-à-dire un critère *non mathématique*, mais véritablement métaphysique. Ensuite celui de la dépendance profonde de la grandeur à l'égard de la forme, qui est d'ordre également *conceptuel* (au sens des concepts impliqués dans l'examen des « fondements de la géométrie »), sans être, cette fois, véritablement métaphysique, mais plutôt de l'ordre de considérations métamathématiques. Enfin, celui de la présupposition de l'homogénéité fournie par l'espace euclidien pour la similitude des figures non-euclidiennes, qui est d'ordre *mathématique*. Evidemment ce qui prime ici est finalement le critère métaphysique. Ainsi l'argument pour le privilège de l'espace euclidien ne peut être expérimental ou empirique, n'est pas mathématique non plus. Il n'est pas directement celui de l'*évidence*, quoique la simplicité *conceptuelle* en soit traditionnellement un élément central : c'est la capacité à « satisfaire la raison » qui prime. La justification hamelinienne est alors arrivée à son terme³ : elle repose finalement sur les propriétés des catégories de la raison. Elle tient, on le voit, à une conception de nature fondamentalement kantienne, malgré les divergences doctrinales déjà soulignées – l'apriorité et l'unicité de l'espace comme *catégorie* impliquent une *invariance* de ses propriétés essentielles. Or le critère de détermination d'une catégorie reste celui de l'abstraction, et de la simplicité nécessairement attachée à cette abstraction : d'où la « nécessité rationnelle » de l'espace euclidien selon l'expression de M. Panza⁴.

L'ouverture du concept mathématique d'espace ne joue toujours pas ici au niveau philosophique. Il est intéressant de voir qu'un argument de même nature est utilisé par Hamelin à l'égard des variétés à n dimensions : mathématiquement parfaitement légitimes, elle n'ont pas le privilège de la tridimensionnalité euclidienne. D'une part celle-ci est suffisante pour nos besoins logico-mathématiques, d'autre part, toute preuve d'existence d'une quatrième dimension ne serait qu'inductive ou analogique, et de ce fait, ne constituerait pas une preuve digne de ce nom. Et même si une telle preuve devait advenir, cela montrerait tout simplement que la notion d'espace n'a pas été développée suffisamment – « faute vénielle » mais aucunement péché mortel⁵ : la raison du philosophe n'aurait alors qu'à compléter son travail d'élucidation a priori (d'où l'aspect bien moins dramatique philosophiquement de ce problème par rapport à celui des géométries non-euclidiennes), en axant son étude sur le fait que c'est d'une opposition au *volume*, selon le modèle rappelé plus

¹ Hamelin 1907 p. 76.

² Cf. Panza 2001 p. 51-4 pour une présentation brève des thèses d'Hamelin, p. 54 pour la citation.

³ Elle va plus loin encore, jusqu'à proposer une thèse cette fois peu défendable, à partir de ce modèle de simplicité qu'est la droite. Considérant les postulats d'Euclide (et non les axiomes), il affirme leur *inutilité* fondamentale : une bonne compréhension de la droite (comme figure simplissime, par essence mesurable, et homogène du fait qu'elle est répétition de l'identique) permettrait d'en faire l'économie. Il suffirait en fait d'un « postulat de la commensurabilité » (Hamelin 1907 p. 80) entre figure et grandeur, et par là, en tant qu'énoncé véritablement *synthétique*, entre arithmétique et géométrie. La propriété d'« égale inclinaison » (Hamelin 1907 p. 86) devrait, « bien analysée », constituer le noyau de la compréhension du concept de droite rénové. Sa conclusion concernant les postulats est alors : « ce qui les rend tous inutiles, c'est en fin de compte l'homogénéité de la droite : car c'est toujours à la droite homogène et par là immédiatement mesurable que nous avons été ramenés. Le penseur [Delbœuf] qui a voulu définir la droite en disant qu'elle est la ligne homogène, a donc sûrement rencontré une idée profonde », Hamelin 1907 p. 87. C'est tout de même très simpliste, et en fait, très intuitif – en tous cas strictement confiné à la géométrie plane, ce qui est assez peu pour jouer le rôle d'un concept métaphysiquement premier pour l'intégralité de la géométrie euclidienne.

⁴ Formulée à l'égard de la position de Couturat, analogue à celle d'Hamelin : Panza 1995b p. 75.

⁵ Hamelin 1907 p. 77.

haut de sa déduction à partir de la ligne et de la surface, et *en vertu de ce volume même*, qu'une nouvelle détermination de l'espace serait appelée.

« Reste seulement que l'espace à trois dimensions doit être regardé jusqu'à nouvel ordre comme suffisant à nos besoins logiques ; ce qui lui confère, à coup sûr, un titre sérieux à passer pour complet ».¹

On voit bien ici l'insuffisance du propos : la théorie de la relativité restreinte fera appel à l'espace quadri-dimensionnel euclidien de Minkowski, la théorie généralisée à une variété quadridimensionnelle non-euclidienne. Autrement dit, la restriction hamelienne à la tridimensionnalité ne peut satisfaire : pour les « besoins logiques » de ces deux théories, l'espace tridimensionnel n'est pas « complet », il est mathématiquement déficient. De surcroît Hamelin, pourtant informé des avancées mathématiques de son époque, ne prend aucunement en compte la théorie algébrique des groupes, indépendamment même de son importance structurelle dans la théorie de la relativité : c'est ce point essentiel qui va gouverner la rupture bachelardienne d'avec son « maître » Hamelin.

Dressons un bilan des apports de la « dialectique synthétique » de ce dernier : reprenant à Hegel la systématisation de la « méthode synthétique », par-delà la forme théorique non dialectique qu'en avait donné Renouvier, mais en reprenant à celui-ci le rejet de l'identification hégélienne entre *opposés* et *contradictaires* (confusion irrécupérable portant sur la notion de négation dialectique) au profit de l'essentielle complémentarité de ces *contraires*, elle a pour fonction de procéder à la complétion progressive et systématique des éléments distincts « principaux » de « la » *représentation* en général. Elle ouvre par là à un néo-kantisme relativisant les formes *transcendantales* de la subjectivité (temps et espace), tout en continuant de leur affecter une *apriorité* et une *unicité* bloquant la saisie conceptuelle des *enjeux* de la multiplication dimensionnelle et non-euclidienne des géométries, et plus généralement, des enjeux des instruments de la physique théorique naissante : ce blocage est la conséquence logique (et culturelle) de la prétention *fondatrice* attribuée au discours philosophique, érigé en dernière instance comme juge et législateur de *ce qui peut et doit faire scientifiquement sens*.

L'autre courant, également initié par Renouvier, va amener au contraire L. Brunschvicg qui a vécu plus tardivement et fut à même de prendre en compte ces nouveaux enjeux et d'en tirer certaines leçons conceptuelles, à associer étroitement la fonction philosophique au *devenir scientifique* (et cela contre, notamment, les caractères propres de la dialectique hamelinienne à laquelle il ne donnera jamais son accord) :

« ... les successeurs de Kant ou de Comte ... Qu'ils recourent à la dialectique ou qu'ils se réclament de la méthode positive, ils se sont imposé de parcourir le système général des sciences. Ayant à déterminer les principes qui conviennent à chacune d'elles et les rapports qu'elles soutiennent les unes avec les autres, ils ont rencontré les problèmes qui concernant particulièrement les sciences mathématiques ; ils ont traité des catégories telles que la quantité ou l'espace ou le temps, ils ont défini les démarches du raisonnement mathématique par opposition aux recherches expérimentales dont s'occupent les autres sciences. L'historien de la philosophie générale au XIX^{ème} siècle ne saurait donner trop d'attention à des œuvres comme l'*Essai sur les éléments principaux de la représentation* d'Hamelin, ou *Die logischen Grundlagen der exakten Wissenschaften* de Natorp. »

Il ajoute cependant, immédiatement, en une ferme fin de non-recevoir :

« Toutefois, du point de vue où nous nous sommes placés dans ce travail, nous ne pouvons pas poser le problème moderne de la philosophie mathématique tout à fait dans les mêmes termes. *Nos études antérieures nous ont fait voir à quel point les systèmes philosophiques sont liés au progrès de la science elle-même* [je souligne] ; par là elles nous amènent à prendre garde qu'une fois détachés de cette base technique et érigés en disciplines autonomes les systèmes ne s'attardent

¹ Hamelin 1907 p. 77.

à traduire l'état déterminé de la science qui les avait d'abord justifiés, et qui serait maintenant dépassé. »¹

Le principe de la soumission du système philosophique au devenir scientifique est désormais posé : il va influencer, sans commune mesure, les dialecticiens et toute l'épistémologie française des décennies qui vont suivre. Il convient donc de présenter maintenant les caractères essentiels de la pensée de Brunschvicg, puisqu'elle témoigne, si l'on peut dire, de l'entrée véritable de la philosophie française dans la pensée contemporaine, et sa sortie définitive de l'ère moderne.

3. Brunschvicg (1869-1944)

On fait traditionnellement relever la philosophie de Brunschvicg² de l'idéalisme, du rationalisme et d'un humanisme « spirituel » également distant de ses formes chrétienne, et dans certains cas, marxiste, en insistant sur la dimension *intellectualiste* attachée à sa réflexion sur l'activité de connaissance. Néanmoins cet intellectualisme est essentiellement associé à l'instruction scientifique, et cela en deux sens : être instruite des sciences est une condition irréductible d'une philosophie de l'esprit envisagée comme « réflexion méthodique de l'esprit sur lui-même », dans la mesure où cet esprit, qui est avant tout *activité de jugement*³ et non systèmes de catégories rigides, se réalise dans et par les savoirs *positifs*⁴ des sciences. D'où le second sens de cette « instruction scientifique » : la science *instruit* la philosophie⁵, celle-ci devant de ce fait prendre celle-là comme instance rectrice de son propre déploiement. La philosophie est essentiellement prise de conscience de soi de l'esprit comme pouvoir actif de dépassement de tout donné, et de restructuration *normée* de celui-ci : chaque progrès objectif de l'esprit, chaque étape de l'objectivation positive de ce progrès est donc occasion de prendre conscience de son véritable *pouvoir créateur*, en tant que c'est lui et lui seul qui *donne sens* – d'où l'« intellectualisme », et simultanément l'attention au devenir concret de l'esprit qui ne se révèle que par ses *œuvres*. Plus précisément, cette prise de conscience *passé par* la re-pensée des opérations concrètes de l'esprit qui ont rendu possible l'effectuation des constructions proprement scientifiques : « la science considérée indépendamment de son devenir est une abstraction »⁶. Il va de soi que *Les étapes de la philosophie mathématique*, datant de 1912, est le paradigme incarnant cette thèse générale⁷. Cette œuvre n'est pas un récit historique, c'est-à-dire n'est pas d'un historien visant à restituer un enchaînement d'événements sous un angle empirico-chronologique, mais, ainsi que l'affirme Bachelard⁸, le parcours d'un enchaînement d'événements de la raison, qui, au-delà de simples faits, constituent de véritables *valeurs*, puisqu'elles témoignent d'un progrès dans l'accomplissement de la rationalité. La dimension *phénoménologique*, au sens hégélien, de cette pratique philosophique est indéniable : en aucun cas l'on ne peut reconstruire ou déduire a priori les structures de l'esprit connaissant, seule *l'histoire*, c'est-à-dire ici l'enchaînement de ses *œuvres*, révèle l'esprit à lui-même. Cet anti-kantisme se traduit chez Brunschvicg par

¹ Brunschvicg 1912, XIV, « Transformation des bases scientifiques », p. 302-3. Cf. Desanti 1993 p. V sur l'écart « criticiste » de Brunschvicg à l'égard d'Hamelin.

² J'ai, pour ce court développement « modulé la notre lecture de l'ouvrage majeur de Brunschvicg *Les étapes de la philosophie mathématique* par les nombreux passages de Fedi & Salankis 2001 qui traitent de sa pensée, notamment Fedi 2001b.

³ Sa thèse de 1897 s'intitulait *La modalité du jugement*.

⁴ M. Deschoux qualifie également la pensée de Brunschvicg de « positivisme critique... de la science vraie » : Deschoux 1951 p. 51.

⁵ D'où l'obligation pour laquelle a milité Brunschvicg d'un certificat de sciences à l'agrégation de philosophie.

⁶ Brunschvicg 1922 p. 522.

⁷ Mais *L'expérience humaine et la causalité physique* (Brunschvicg 1922) ainsi que *La progrès de la conscience dans la philosophie occidentale* illustrent également cette vision – au-delà du fait que les trois ouvrages portent, finalement, sur trois niveaux exprimant l'élargissement ordonné des œuvres de l'esprit, selon un double axe que l'on peut indirectement d'ailleurs faire remonter à Comte, celui de l'ordre et du progrès ; pour autant, ces axes ne sont pas du tout des *lois* chez Brunschvicg, alors que c'est le cas chez Comte. Le « positivisme critique » de Brunschvicg n'est en rien le positivisme comtien.

⁸ Bachelard 1945 p. 169-72.

un rejet de la table des catégories, de sa conception figée, c'est-à-dire vidée de tout dynamisme intérieur, du concept : s'il y a une dimension à se réappropriier du kantisme, c'est sa *méthode* et non son système. Cette réappropriation d'une « méthode » revient à repenser le jugement comme activité de *synthèse*, mais de synthèse irréductiblement ouverte, et relative en un double sens. La synthèse est toujours fonction de *l'analyse* en tant que mode de création de savoirs, d'une part, et d'autre part, jamais absolutisable, puisque, justement, relative à la création en cours du savoir. C'est par cette thèse que Brunschvicg s'éloigne d'une « philosophie du concept » au sens d'une philosophie du *système* au sein de laquelle l'esprit serait transcendé par un principe d'unité ou d'unification assurant l'absoluité de la synthèse : il n'y a donc rien de plus éloigné de la pensée de Brunschvicg que la « réduction en système de la représentation » que prône Hamelin, et qui rend sa pensée analogue à celle de Hegel. Une « philosophie du jugement » pensée comme activité de synthèse ouverte fait donc de l'esprit humain seul la norme supérieure, le principe moteur, et la source axiologique de l'*unité* théorique et pratique, c'est-à-dire d'une part de l'unité progressivement conquise par les sciences particulières, en elles-mêmes comme particulières, et en tant que forme universellement supérieure du savoir, et d'autre part, au niveau social et politique – d'où l'humanisme « spiritualiste » dégagé de tout finalisme religieux ou « objectif » comme dans ce qui apparaît au début du 20^{ème} siècle comme une *téléologie* marxiste¹, ou même déjà avant comme la forme doctrinale – la dialectique hégélienne – de la sauvagerie prussienne².

La philosophie devient ainsi essentiellement une *épistémologie*, c'est-à-dire un dégagement *a posteriori* des invariants structurels des conditions et modalités de l'activité de connaissance positive, au travers de l'étude des théories scientifiques constituées : que nous apprend concrètement, en ce sens, *Les étapes de la philosophie mathématique* ? La vérité est toujours « en marche », produit d'une inadéquation féconde entre, essentiellement, l'esprit lui-même et l'*expérience*, qui le « nie » dans ses tendances à l'autonomie et à la rigidification, et exige qu'il procède à sa transformation *par le biais de l'intégration de cette instance expérimentale* : le vrai, c'est le vérifié, c'est-à-dire le produit de ce dialogue entre les deux « pôles » que sont la rationalité et l'objectivité, tension entre l'idée selon laquelle « exister », « être » est une *fonction du jugement*, et l'idée selon laquelle l'être « résiste » avec opacité, malgré à cette stricte réduction au statut de pur corrélat du jugement

« La mathématique unit rationalité et objectivité comme des fonctions solidaires et réciproques qui ne peuvent se séparer l'une de l'autre, parce que, contrairement au double rêve du réalisme dogmatique, la rationalité ne peut se transcender dans l'absolu d'un objet, dans l'appréhension immédiate. »³

Tentative de concilier l'idéalisme classique et l'empirisme⁴, il n'en reste par moins que le primat du l'esprit reste assuré chez Brunschvicg : c'est le jugement qui unifie, donne sens, et finalement *construit* l'objectivité. Ce qui fait qu'il n'y a jamais d'*expérience scientifique absolue*, mais, comme en témoigne les conditions de la *mesure* dans la théorie de la relativité, une inséparabilité, concernant le dégagement des invariants de la physique, de ce qui relève du *fait* et de ce qui relève des *opérateurs mathématiques* (comme en témoigne l'unité structurante fournie par la théorie des *groupes*). Cette approche globale se traduit notamment par une attention aux approches constructives de Borel et Lebesgue (qui seront de même des autorités convoquées par Bachelard, Gonthier et Cavailles) trop *empiristes* selon Brunschvicg cependant : leur force et leur pertinence conceptuelles résident dans le rejet du réalisme mathématique (de l'infini actuel en partie), leur limitation dans la quasi-fin de non-recevoir qu'ils semblent adresser à l'ambition de maîtrise de l'infini et de progrès dans sa détermination au moins à titre *régulateur*, ne serait-ce que pour penser, par contraste, les

¹ Cf. Deschoux 1951 pour une mise en situation générale de la pensée de Brunschvicg par rapport aux courants qui lui furent contemporains.

² Bourgeois 2001, Tosel 2001.

³ Brunschvicg 1922 p. 584.

⁴ Conciliation que Brunschvicg appelle lui-même un « idéalisme vaincu » : cf. Cassou-Nogues 2004 sur cet aspect.

opérations « finitistes » : une méthode de calcul par *approximation* n'a par exemple de sens selon Brunschvicg que relativement à l'idée d'un calcul exact¹.

Autant puissance d'intégration que de différenciation, la pensée mathématique, par ses errances, *visé* l'unification, mais ne constitue jamais, par exemple, un cadre pré-existant de et dans la physique ; le développement effectif des mathématiques n'est pas de type cumulatif ou déductif (d'où la critique par Brunschvicg, notamment, du « principe de la déduction » de Couturat dont on sait le privilège axiologique qu'il accordait à la philosophie, et plus généralement, de la « logistique » dont l'ambition fondationnelle est par définition selon lui vouée à l'échec), au contraire : l'expérience impose à l'esprit de se modifier au travers de la modification de ses œuvres théoriques, sans pour autant, ne l'oublions pas, pouvoir donner la *direction* de cette modification, qui relève de façon *immanente* de la rationalité (au fond intersubjective et historiquement pré-orientée par le fonds de conscience collective formant l'infrastructure sociale de toute vie spirituelle) du jugement.

En résumé, Brunschvicg rejette l'empirisme comme l'apriorisme : objectivité et rationalité sont les deux faces, les deux « pôles » dont le « trait d'union », l'agent « actif » de liaison selon les mots de Bachelard, est le dynamisme propre de l'esprit dont le progrès, *jamais lié à un instance transcendante*, 1/ d'une part empêche toute tentative de définition *formelle* et dé-temporalisé du vrai, 2/ témoigne ensuite d'une articulation entre nécessité (de l'existence d'invariants structurels) et contingence (de leur propriétés et modes opératoires) invalidant la thèse d'un *arbitraire* des notions mathématiques au profit de l'appréhension des modes d'intégration des notions nouvellement construites dans l'ensemble des constructions déjà existantes (intégration impliquant alors aussi réorganisation de la structure « fondationnelle » de cet ensemble), et 3/ enfin, par la relative pureté et « lisibilité » de leur devenir, met les *mathématiques* même au premier plan, comme *modèle de la connexion entre l'activité de l'intelligence et l'épreuve des faits* (épurés de leur dimension purement sensible). Quoique Brunschvicg ne parle pas de dialectique, Bachelard utilise souvent – comme à son habitude ! – le terme pour *qualifier* les différents visages de cette connexion en mouvement : la « dialectique » des « doublets métaphysiques » (nombrant/nombré, mesurant/mesuré, relatant/relaté, etc.) de Brunschvicg est celle du mouvement de transposition réciproque permanente, « récurrente », animant les pôles de l'activité et de l'objectivité.

Il n'est pas utile ici d'illustrer plus avant cette pensée, et ce pour plusieurs raisons : doit-on aller jusqu'à souscrire au sévère jugement de M. Panza qui suit ?

« Certes il y a chez Brunschvicg un effort d'historien qu'il n'y a pas chez Couturat, Hamelin, Renouvier ou Le Roy, mais son grand ouvrage, *Les étapes de la philosophie mathématique* n'est au fond qu'une exposition sommaire des principales théories de l'histoire des mathématiques, qui n'aide à comprendre ces théories que fort superficiellement. Comparée avec un texte d'histoire des mathématiques, tel que les *Vorlesungen* de M. Cantor, l'œuvre de Brunschvicg vaut un peu plus qu'un résumé seulement pour l'effort constant de relier ces théories, prises comme des constructions déjà accomplies, avec des systèmes philosophiques qui leur restent extérieurs. De plus, cet effort visant à incorporer les mathématiques dans un devenir philosophique se fait au détriment de la technicité qui seule peut donner un sens à une théorie mathématique. Tout se passe dans ce livre comme si la philosophie mathématique était une sorte de distillation philosophique des idées maîtresses des mathématiciens de l'histoire »²

Ce jugement sur la nature d'une *bonne histoire et d'une bonne épistémologie des mathématiques* (dépendant donc d'une saisie des enjeux conceptuels *révélés* par le questionnement de la technicité mathématique à restituer en détail) est exigeant et défendable, mais contextuellement parlant, il minimise cependant la portée de cet « effort d'historien » en deux sens : cet effort de restitution fut *en tant que tel novateur*, et a induit par là une nouvelle façon de penser et pratiquer la philosophie des sciences. Ce n'est pas seulement, et pas

¹ Brunschvicg 1912 p. 521-2.

² Panza 2001 p. 55. L'auteur m'a confirmé le caractère volontairement provocateur des *formules*, mais non du jugement.

essentiellement, le contenu ponctuel des analyses et exposés de l'ouvrage qui a été retenue, mais encore une fois, la *posture générale*, qui quoiqu'elle reconduise, par son ancrage spiritualiste, la philosophie comme pensée des principes de l'intelligibilité sous toutes ses formes, l'oriente vers la fin de sa juridiction : Bachelard, Gonseth, Cavaillès, Lautman, pour ne citer que ceux dont la pensée intéresse directement ici, vont systématiquement se référer à lui, et dirais-je, son influence va même dépasser les héritages explicitement revendiqués, par-delà la « méthodologie de la corrélation » de Renouvier et d'Hamelin, que Brunschvicg se réapproprie en les délestant conjointement et corrélativement de leur *fixisme et de leur systématisme* d'un côté, grâce à cette attention nouvellement érigée principe philosophique et méthodologique au devenir concret des théories scientifiques. Le terme de « dialectique », dans les sens variés que leurs donneront les protagonistes de « l'école française » postérieurement, n'aura pour fonds essentiel que de *dénommer* différemment ce néo-kantisme. Car il convient bien de reconnaître que l'anti-kantisme de Brunschvicg est bien en fait un néo-kantisme¹, c'est-à-dire, comme le dira Bachelard, un kantisme non du système, non transcendantal, mais de la *fonction et de la relation*, de la synthèse ouverte (de l'unification toujours en cours des modes dynamiques de connexions entre les différentes instances contribuant à la connaissance scientifique). Il n'est pas étonnant, de ce fait, que Cohen, fondateur et maître du néo-kantisme marbourgeois, soit une des autorités philosophiques, de même que – et surtout, peut-on dire – Cassirer² présentes dans l'œuvre de Brunschvicg : ils représentent le plus nettement le mouvement d'*historicisation du transcendantal* qui est le *noyau rationnel* des dialectiques non-marxistes du 20^{ème} siècle, noyau rationnel que l'on va maintenant présenter chez Bachelard³.

¹ Cf. Fedi 2001b.

² Brunschvicg par exemple défend les travaux « profonds » de Cassirer (en particulier son « important ouvrage » *Das Erkenntnisproblem* « auquel nous avons souvent renvoyé » écrit-il en Brunschvicg 1912 p. 262) sur Leibniz contre les jugements trop sévères de Russell et Couturat à leur égard : Brunschvicg 1912 p. 205, 224.

³ Le fait que L. Fedi en Fedi 2001a propose une filiation « De Renouvier à Cassirer » ne saurait pas plus étonner, puisque Cassirer est un des agents de l'établissement de ce noyau rationnel.

II. Le « non » bachelardien

Le rationalisme dialectique de G. Bachelard concerne toute l'épistémologie des sciences exactes, de la logique à la physique quantique, et en dresser le « profil » fait sens ici s'il est possible d'en tirer précisément des éléments d'une philosophie des mathématiques¹. Il y a bien une philosophie bachelardienne des mathématiques : quelle est donc la très imprécise dialectique qui la nourrit ? Il s'avère très rapidement, à la lecture, que la dialectique de Bachelard est très éloignée des dialectiques hégélienne et marxiste, trop « massives » et « a priori », qu'elle est une *perspective* générale, une façon de voir les problèmes, de les poser et donc d'essayer de les résoudre plutôt qu'une loi de l'être et de la connaissance, qu'un principe d'effectivité réel et d'intelligibilité. Le propos de Bachelard est de résoudre l'opposition, la contradiction, en complémentarité, à l'instar de la pensée synthétique de Hamelin et de l'anti-hégélianisme de la maturité de Renouvier² militant alors pour une « méthodologie de la corrélation ». A la lumière de la science contemporaine, dans les années 30 et 40, se manifeste un regain d'intérêt pour la dialectique, mais elle est déchargée de sa puissance ontologique, de sa charge contradictoire : elle devient un travail de la pensée, une « dialectisation »³, l'activité rectificante d'un savoir apte à relativiser ce qu'il pensait absolu, auparavant et alors généralement dans des formes spontanément réalistes.

I. Psychologie « polémique » de la connaissance scientifique

Le développement des sciences modernes est l'occasion d'une radicale remise en cause de la conception héritée du cartésianisme de l'évidence, statique, universelle, nécessaire et une de la science. La modernité consacre l'apparition de pratiques inattendues, notamment en physique : il n'y a pas d'état définitif de la connaissance. Des techniques novatrices, liées à la complexité des objets, montrent que l'outil scientifique n'est pas quelque chose de figé et d'extérieur, purement subalterne dans la recherche. Tout instrument est une « théorie matérialisée » dont on exige qu'il permette d'effectuer des « expériences cruciales », discriminant les théories entre elles en provoquant des phénomènes impossibles sans lui : la distinction entre expérience (sensible) et expérimentation (scientifique) devient incontournable, et marque un premier saut de l'opinion à la science, contre l'idée d'une continuité de la première comme « bon sens » à la seconde. Les sciences modernes définissent donc un « nouvel esprit scientifique » où toute idée de reflet descriptif, représentatif du monde par les théories devient caduque.

De ce fait, plusieurs mythes étroitement liés (dans le rationalisme classique universaliste) sont à combattre vigoureusement : 1/ le primat d'un sujet pur de la connaissance, source fondatrice de vérité illuminant le monde ; 2/ le monde comme un donné qu'il s'agirait, donc, de décrire sans construction scientifique propre ; 3/ une connaissance consistant à donner les règles de la correspondance parfaite et définitive entre le sujet et l'objet, connaissance de nature « positive », ou positiviste, classique ou logique ; 4/ l'essentialisme sous-jacent à cette exigence d'un savoir parfait censé atteindre la nature propre, substantielle des choses ; 5/ un modèle unique, par conséquent, d'universalité, donné et énoncé par une raison absolue fondant par sa « Méthode », l'unité de « La Science ». D'où, comme conséquence de ce

¹ Pour les remarques d'ensemble ou générale sur la dialectique bachelardienne je me suis régulièrement basé, conceptuellement et bibliographiquement, sur Canguilhem 1963a, 1963b et 1963c, ainsi que sur Vadée 1975. Je ne renverrai systématiquement à eux, jugeant cela inutile, pour toutes les réappropriations de détail auxquelles j'ai procédé. Que soit retenue ma dette globale à leur égard pour ce chapitre.

² Autrement dit, les types de relations investis par cette dialectique sont numériquement réduits : la complémentarité n'est bien sûr pas ignorée des dialectiques « fortes » : une contradiction dialectique entre deux pôles qui s'opposent et s'excluent pose l'unité complémentaire des pôles de façon essentielle - ainsi le positif et le négatif.

³ Terme dû à Gonseth, que Bachelard reprend pleinement à son compte.

mythe pluriel, qui pourrait relever d'un réalisme absolu comme d'un idéalisme absolu (de type transcendantal) l'idée d'un progrès cumulatif et continu de l'ignorance au savoir total.

Or pour Bachelard, l'évolution du savoir est justement dialectique en ceci que l'objectivité, constituant la connaissance, est le résultat d'une *construction*, d'un mouvement de rectification fait de discontinuités, de révolutions scientifiques où la synthèse progressive des connaissances en un tout ne se fait pas selon l'unité d'une seule rationalité, mais par le dépassement d'« obstacles épistémologiques », l'intégration de manières de voir dans un rationalisme ouvert.

La dialectique du progrès consiste donc en une rationalisation éliminant progressivement tout réalisme initial, et c'est elle que l'historien des sciences doit ressaisir dans ses discontinuités, décalages, et moments de synthèses : en dissolvant les concepts-obstacles pour progresser, la rupture – thème central chez Bachelard – est à chaque fois une « polémique » – terme très proche au niveau sémantique de « dialectique », ici – entre différentes méthodes et différents ordres de pensées. Cette raison dialectique polémique est donc ouverte, et vise à saisir la dynamique animant toute théorie scientifique et les moments « révolutionnaires » associés : elle est effort pour saisir « l'effort propre de la science », est précisément l'auto-réflexion de la science en acte. La « philosophie du non » n'est pas extérieure aux sciences, elle en est le produit autocritique. Cette dialectique est donc celle d'un dialogue entre le rationnel et l'expérimental interne à l'esprit scientifique même ; ce n'est *pas* une logique du réel : ainsi les géométries *non* euclidiennes, les épistémologies *non* cartésiennes n'éliminent pas les théories anciennes mais les re-délimitent dans leur champ de pertinence, champ ouvert à d'autres contigus malgré la possession de principes différents. La négation ne rejette pas, elle inclut : le « non » est un non d'ouverture, qui élargit en de plus vastes synthèses théoriques les savoirs existants en ayant conscience des conditions et limites de leur validité. Outre l'aspect psycho-poétique¹, aspect affaiblissant de beaucoup ce qu'on peut attendre d'une dialectique des sciences et en particulier des mathématiques, la dialectique bachelardienne *semble au premier abord* se résumer dans le fait que l'on ne peut penser le devenir de la science comme quelque chose de linéaire, qu'il est complexe, procédant par discontinuités et dépassements d'obstacles, que le vrai est toujours « erreur rectifiée ».

Le cas des mathématiques proprement dites est inclus dans cette visée générale. Bachelard n'en traite directement que sporadiquement, dans des chapitres « esseulés », et souvent par remarques ou allusions. Il se prononce globalement contre les formes diverses de *réalisme* des notions et objets (contre toute « ontologie projetée »), contre la conception réduisant les mathématiques à une vaste tautologie (cette opposition traduit à sa défiance face aux formalismes qui sous-estiment *de facto* le rôle de « l'intuition travaillée » par exemple), et plus généralement, contre les conceptions qui occultent l'opacité certaine et la part irréductible de contingence liées à la création progressive de nouveaux contenus et de nouvelles notions². Par ailleurs, Bachelard se prononce souvent tout idéalisme où l'*a priori*, en particulier dans sa forme *transcendantale*, serait dominateur et structurellement constitutif. Mais être « anti- » ne suffit pas à développer une doctrine : ce que l'on montre ici, c'est que Bachelard ne se limite pas à cette série d'oppositions. Au contraire, il développe, même si c'est de façon dispersée, un authentique néo-kantisme, assez consonant avec celui de l'Ecole de Marbourg, en axant son propos sur le passage à une conception *fonctionnelle* et dynamique des structures impliquées dans l'acte de connaissance, et en s'appropriant des arguments très proches d'une philosophie *constructiviste* des mathématiques.

¹ C'est d'ailleurs, pour M. Panza, un aspect peu intéressant de sa pensée *scientifique*, par opposition à la version gonthienne à laquelle pourtant se réfère Bachelard. Cf. Panza 1996 p. 264. On peut noter cependant que si l'imagination et l'opinion de sont pas méprisées par Bachelard, elles ne sont pas non plus assimilées à l'ordre de la connaissance : il y a bien rupture et hétérogénéité entre l'opinion et la connaissance comme construction « sur-réaliste » dépassant l'obstacle épistémologique qu'est la première. C'est *l'usage* non scientifique de l'image qui pose problème, non l'image elle-même (en fait, la psychanalyse et la poétique de l'imaginaire à côté, parallèles à la science, ont leur propre objet et leur propre légitimité).

² Voir la synthèse en Martin 1974, qui est instructive : bien qu'elle soit souvent trop générale, elle a au moins le mérite d'exister.

De façon générale la *dialectique* reste une attitude, une façon *subjective*¹ d'ordonner la progression des savoirs et l'organisation des théories, donc une pédagogie de la raison. Bachelard la justifie par trois caractères véritablement propres : 1/ la négation est moteur d'inclusion (principe de totalisation et d'unification), mais est toujours *extérieure* à ce qui est nié, et non immanente, comme chez les hégéliens ; 2/ l'historicité de la rationalité n'est pas linéaire, c'est l'auto-déploiement de la raison (qui ne préexiste pas à l'effort de connaissance) dans et par la recherche avec ses méandres ; 3/ les obstacles et discontinuités sont dépassés et intégrés dans des synthèses plus vastes. Cette position généraliste, par l'ouverture et la prudence intellectuelle qu'elle véhicule, est une rupture nette avec les philosophies dogmatiques de la France de l'entre-deux-siècles : l'unicité doctrinaire, relevant presque systématiquement d'une conception accordant le rôle suprême, législateur et juge, à une raison philosophique triomphante, la thèse d'un modèle unique de rationalité, se trouvent à divers titres dans les pensées positiviste de Comte, rationaliste de Meyerson, de Lalande², mais aussi de Boutroux, de Couturat, pensées fondamentalement *périmées* puisqu'elles ne prennent pas la mesure du développement des sciences contemporaines. Celles-ci, pour Bachelard, « créent » de la philosophie, doivent orienter la réordination du discours philosophique qui, de ce fait, ne peut prétendre à ce statut régalién. Ce qui n'implique aucunement pour Bachelard ni pluralisation ni historicisation de la Raison comme instance supérieure de la connaissance, mais dégagement des modes de *rectification de son activité*. D'où l'alliance, d'après moi, de deux postures. L'une est fondamentalement néo-kantienne, les mathématiques jouant alors fonctionnellement le rôle de structures transcendantales de la subjectivité. Ce rôle cependant n'est pas hypostasié, ce dont témoigne, dans la continuité de l'anti-Rationalisme, la thèse de la régionalité de rationalité soutenue par celle de la puissance immanente de production conceptuelle par les sciences constituées dans leur diversité. L'autre posture, la posture *dialectique*, permet elle, de façon descriptive (pensée de la mutation) et normative (exigence de « dialectisabilité » des concepts), de penser l'avènement de ces rationalités régionales, comme *dialectiques conceptuelles* déployées à tous les niveaux des actes épistémologiques de connaissance. La/les « dialectique(s) », terme de grande extension et de compréhension limitée et variable, permettent chez Bachelard d'unifier les rationalismes régionaux en un « rationalisme intégral » ouvert, au sens où elle témoigne d'un même type de transformations conceptuelles, c'est-à-dire d'un mode *général* et endogène de rectification par la raison de ses propres produits.

La position bachelardienne quant à la dialectique a un double mérite. (1) Le premier est d'être un *extrême*, un *cas-limite* des conceptions *faibles* de la dialectique constituant par là, en elle-même, un repère dans le champ conceptuel qu'on a ici pour but de présenter. (2) La philosophie gonsethienne qui lui est conceptuellement et même historiquement reliée, lorsque nous l'aborderons, sera plus facilement élucidable. Par radicalisation de la perspective, la pensée non pas dialectique, mais *de la* dialectique de G.-G. Granger, contemporaine et animée d'un souci de précision sémantique absent chez Bachelard et Gonseth, sera alors mieux compréhensible dans ses enjeux et attendus.

La façon dont Bachelard défend une conception *constructive et fonctionnelle* de l'objet mathématique (d'abord en analyse, puis en géométrie, enfin en algèbre et dans son rôle physiquement structurant) mobilisant la dialectique pour exprimer, pour *dire* la dynamique générale de cette constructivité, notamment par l'intermédiaire d'une critique systématique du *réalisme de l'objet* comme obstacle épistémologique, va me permettre de défendre cette interprétation néo-kantienne de la dialectique bachelardienne. Plus encore, elle me semble favorisée par le statut même qu'elle révèle des objets et procédures *mathématiques*. Autrement dit, les mathématiques chez Bachelard ne sont pas seulement un *exemple*, mais au fond, le cœur de sa dialectique idéaliste subjective. Il sera bien entendu instructif de montrer *localement* les affinités de son propos avec celui de Hegel, malgré le rejet dans toute son œuvre de dialectiques *objectives* (de la nature, de l'Idée ou de l'histoire). Bachelard incarne la

¹ Voir à ce propos Vadée 1975, ch. « Les versions bachelardiennes de la dialectique », p. 165-194.

² Panza 2001, article synthétique auquel on doit beaucoup.

première rencontre (première au sens paradigmatique, et presque chronologique, F. Gonseth, sur le cas de la géométrie ayant commencé à écrire en 1926), extrêmement informée des avancées et des enjeux des sciences contemporaines, entre néo-kantisme et dialectique, rencontre qui se déclinera ensuite chez divers penseurs.

II. Le rationalisme inductif des mathématiques

1. Le réalisme mathématique, ontologie spontanée des savants

Un leitmotiv du propos bachelardien sur les mathématiques est la conséquence directe de cette processualité dialectique des concepts : c'est la critique du *réalisme mathématique*, entendu comme *obstacle épistémologique* de la pensée mathématique. L'exposé le plus détaillé de cet thème récurrent se trouve dans l'ouvrage issu de sa thèse *Essai sur la connaissance approchée* de 1927 : mais il restera présent dans le reste de son œuvre de façon plurielle, quoique concernant les mathématiques, cela ne soit souvent de façon très – trop ? – généraliste. Cette critique du réalisme prend souvent la forme de sa *déconstruction*, et de la proposition corrélatrice de son *étiologie*. En effet s'il convient de savoir sous quelles formes et dans quelles orientations l'on voit ce réalisme se manifester, il faut montrer, conformément aux exigences de cette psychologie de la connaissance rationnelle¹, *pourquoi* le réalisme est spontané, c'est-à-dire ce qu'il révèle des tendances « naturelles » de la pensée connaissante. Et l'enjeu, en particulier, de cette mise en évidence de cette spontanéité problématique de la connaissance scientifique, c'est celui de la *rupture qualitative* que cette dernière prétend instituer par rapport à l'opinion et l'intuition immédiate, ou encore par rapport à ce que Gonseth appelle la « doctrine préalable », conception à laquelle Bachelard se réfère à plusieurs reprises dans son œuvre.

On va voir que son anti-réalisme est associé à une forme précise de *constructivisme mathématique*, celui de Borel, et qu'il réfléchit cette association dans les termes d'une dialectique subjective de la transformation et rationalisation de l'intuition d'une part, c'est-à-dire d'une *fonctionnalisation*, d'une historicisation, et d'un inductivisme manifestant un néo-kantisme conceptuellement proche de celui de Cassirer, mais bien plus encore, de celui de Gonseth dont on traite ensuite, et avec plus de distance, de celui de Granger, dans le cinquième chapitre de ce travail.

Ainsi une *définition* mathématique doit être pensée comme la trace d'un mouvement de la pensée qui *ajoute*, qui *synthétise* : c'est un *acte de synthèse* non tautologique de prédicats analytiquement distingués. Logiquement parlant, c'est-à-dire dans la fixité de sa fonction théorique, la définition témoigne d'une dissection, d'une fixation de la pensée qui, alors, s'immobilise. La réduction logiciste de la définition, c'est-à-dire son isolation à l'égard du mouvement qui l'a instituée, est un pur *artifice* bien sûr théoriquement nécessaire. Mais le problème, du point de vue de l'appréhension par la pensée savante de sa nature (figée alors) et de son statut (élément de déduction, pur dans le formalisme associé à la méthode axiomatique), est l'oubli de ce mouvement, qui conduit à passer de cet *acte de synthèse de prédicats* à *l'existence d'un objet qui les possède* : ce qu'on appelle un « être mathématique » est en fait une *définition réalisée/réifiée* opérant dans les déductions qui sont tout au plus – et l'on voit là une critique directe du logicisme – une méthode d'*exposition* et non de construction.²

« Les définitions mathématiques [par exemple en géométrie, avant l'exposé des axiomes et postulats qui les mobilisent] sont de véritables hypothèses qui posent librement des objets. Contrairement aux définitions physiques qui viennent après l'examen attentifs des phénomènes, les définitions mathématiques initiales sont des bases que l'esprit fixe en conservant une telle liberté

¹ Cf. Bachelard 1934 p. 34-5.

² Bachelard 1927 p. 221.

qu'elles ne prendront tout leur sens qu'après l'intervention des postulats qui les lient entre elles. L'objet ainsi défini n'a pas la moindre fécondité ».¹

Il importe de voir le rôle essentiel de l'esprit dans l'élaboration d'un postulat, par exemple celui selon lequel « par deux points distincts il ne passe qu'une droite » : il ne faut considérer que *l'acte de liaison*, de synthèse, dans la mesure où rien n'est affirmé hors de cet acte. Autrement dit Bachelard défend une forme de *nominalisme* de l'objet mathématique, lié à la nature *hypothétique* de ces mises en relation. Pour preuve de cette hypothéticité, le critère d'indépendance des postulats, et l'indétermination a priori de leur nombre : cette contingence essentielle montre que l'intuition qui guide l'esprit ne le commande pas, puisqu'il a le pouvoir de s'y soustraire : le caractère intuitif du postulat euclidien des parallèles n'a en rien empêché la naissance et le développement des géométries non-euclidiennes. Sur un ton rappelant le leibnizien « incliner sans nécessiter », Bachelard résume son propos comme suit :

« La construction progressive obéit à une véritable dialectique qui est un nouveau signe de notre liberté originelle dans le choix des notions successives, car la dialectique incline sans opprimer ».²

Dans le formalisme géométrique qu'il étudie dans *Le nouvel esprit scientifique*³ au regard des dites géométries non-euclidiennes, il ré-affirme que l'élément se développe en laissant l'esprit libre de poser tel ou tel principe de combinaison. De façon générale, le formalisme ne peut être ni légitimé, ni contredit par l'expérience, puisqu'ils n'ont pas d'instances communes : l'expérience ne part pas de notions logiques épurées. S'il y a correspondance, c'est que le développement du formalisme s'enracine dans des intuitions primitives à l'égard desquels il a cependant, méthodologiquement voire conceptuellement⁴, rompu.

Du fait de cette liberté de l'esprit, la réification des notions se heurte à l'imprévisibilité foncière du développement des mathématiques⁵, à leur contingence radicale au niveau génétique (quoiqu'on puisse reconstruire un devenir conceptuel en dégageant une nécessité ratio-conceptuelle, comme on l'a vu). En effet les relations explicites entre notions n'épuisent ni ne recouvrent les relations implicites qui surgiront du développement futur, puisque celles-ci seront fonction de notions qui ne sont pas encore présentes, qui ne seront adjointes qu'ultérieurement. Les domaines du possible et du réalisé ont une frontière que l'on ne peut tracer nettement, parce qu'elle est dynamique. D'où le fait que l'on

« ne saurait fixer un classement vraiment objectif des êtres créés et par conséquent la référence des êtres mathématiques à des notions plus générales qui joueraient le rôle d'espèce et qui fonderait leur réalité, est illusoire ».

Il faut se limiter à l'être de raison constitué par les seules relations. Le réalisme mathématique est donc une « ontologie projetée », un obstacle épistémologique témoignant de la persistance dans la pensée savante de la naïveté du sens commun face à ce qui lui opaque : ses diverses formes sont les

« traces d'une nécessité épistémologique qui pousse l'esprit à réaliser ce qu'il s'applique à connaître, et la métaphore s'enrichit et s'entoure d'une réalité de second ordre par le jeu même de la connaissance progressive ». Mais « à bien y réfléchir, une métaphore aussi solide, c'est déjà, dans le domaine de la connaissance, une réalité »⁶

Autrement dit, Bachelard est plus que nominaliste : il défend un *fictionnalisme* de l'objet mathématique, dont « l'existence » est en réalité, du point de vue de la psychologie de

¹ Bachelard 1927 p. 179.

² Bachelard 1927 p. 181.

³ Bachelard 1934, ch. I « Les dilemmes de la philosophie géométrique ».

⁴ Comme Granger le montre longuement dans son étude (par exemple dans *La pensée de l'espace*) de la désatialisation, de la dé-géométrisation des formes naturelles de spatialité, ainsi qu'on le verra plus loin.

⁵ Bachelard 1927 p. 179.

⁶ Bachelard 1927 p. 185.

la connaissance mathématique, une fonction épistémologique : tout réalisme est en fait métaphore. Ce caractère purement métaphorique de l'existence mathématique est attesté selon Bachelard par la *relativité définitionnelle des objets*. L'étant mathématique est toujours le corrélat d'un acte de position, de synthèse dans la définition, d'exhibition, ou d'une loi : un même objet est souvent défini de façons diverses. Par exemple, un ensemble infini est donné quand on sait via un *moyen légal* déterminer tous les éléments sans les répéter, et cela de façon ordonnée/successive. Le cas est différent pour un ensemble fini : donner cet ensemble, c'est *exhiber* tous ses éléments. La donation par exhibition n'est pas la donation par une loi : trop souvent cette relativité définitionnelle est oubliée, c'est-à-dire que l'on oublie les conditions restrictives de ces définitions pour en faire des expressions livrant des entités réelles :

« Si l'être mathématique existait en soi, son étude pourrait être faite par une intuition approfondie, sur place. Rien ne fait mieux ressortir la relativité de l'existence des êtres mathématiques à leur domaine que ce besoin de varier les définitions d'un même défini »¹

Or cette relativité témoigne d'une impuissance de l'esprit : il ne peut ni ne sait réduire à l'unité la diversité de qu'il intentionne. Formulé autrement, le réalisme mathématique est le symptôme de l'incapacité qu'à l'esprit connaissant de concilier des domaines hétérogènes, c'est-à-dire de rendre intelligibles certaines découvertes en les intégrant dans un domaine théorique déjà maîtrisé. Dit encore plus brutalement, le réalisme est la conséquence de l'ignorance.

« ... l'échec de l'arithmétique devant l'irrationnel dressait dans les mathématiques un dualisme aussi accusé que l'opposition du sujet et du réel dans la connaissance ordinaire. Une telle résistance aux actes vraiment simples et clairs de l'esprit rappelle l'irrationalité foncière du donné. Elle est alors prise pour signe d'une existence séparée »²

Pour lutter contre l'irrationnel, on lui accorde la réalité, c'est-à-dire qu'on donne sens à l'inintelligible, en le faisant relever d'une altérité objective. D'une certaine façon, cette altérité joue le rôle de bouc-émissaire : si l'on ne comprend pas, c'est à cause d'un donné extérieur et indépendant qui résiste à l'explication. On projette sur un en soi ce qui n'est qu'impuissance de la pensée. Mais cette projection trouve aussi des motifs dans l'aspect harmonieux et merveilleux de certaines configurations géométriques : par exemple le théorème de Pythagore, dont Bachelard montre la puissance d'évocation d'un monde idéal parfait dont ces configurations participeraient sur le mode platonicien³. Cette tendance à réifier, outre qu'elle reconduit bien sûr la « lecture » substantialiste du réel, qu'elle ramène ce dernier à un ensemble de sujets-substances ou d'objets supports d'attributs-prédicats, vient donc aussi du fait aussi que le formalisme s'adapte si bien au réel : les travaux de Riemann notamment ont abouti à montrer qu'une géométrie infinitésimale règle le réel : le réalisme explique ce succès par l'appel à l'existence d'objets.

« L'être mathématique ne peut avoir de consistance que par son inconnu. Est-il vraiment le sujet d'un nombre infini ou du moins indéterminé de prédicats ? Alors son existence est solide. Il est, lui aussi, un objet. N'est-il que le signe d'un nombre de relations qui, étant déjà connues, sont en nombre nécessairement fini ? Alors sa solidité est en quelque sorte extrinsèque. Elle est fonction de la solidarité des notions. Le réalisme mathématique apparaît dans cette dernière hypothèse comme la manifestation d'un besoin ontologique factice, ou moins encore, comme une abréviation commode du langage scientifique. »⁴

L'idée que l'existence mathématique est une fonction épistémologique est clairement précisée ici : « fonction de la solidarité des notions », elle est ce qui marque la tendance à donner sens à l'inintelligible par l'appel à une réalité extérieure qui en serait la cause, ou

¹ Bachelard 1927 p.187-8.

² Bachelard 1927 p. 177.

³ Bachelard 1949a, ch. V « L'identité continuée », p. 90 et *supra*.

⁴ Bachelard 1927 p.177.

surdétermination extrinsèque de prédicats ou de relations rationnellement synthétisés par des actes de l'esprit. Bachelard prend un exemple simple pour illustrer tout cela : la diagonale d'un carré est connue géométriquement, mais pas arithmétiquement avec des rationnels. L'hétérogénéité des domaines géométrique et arithmétique est source de la résistance à leur fusion/assimilation : le problème est qu'est oublié, dans la réaction spontanée de la pensée mathématique face à ce scandale scientifique, le fait que l'inconnu ne l'est pas en soi, mais relativement à un moyen de connaissance donné : l'existence est une fonction qui opère quand il y a résistance :

«... c'est encore ici l'échec de la représentation qui entraîne à postuler une réalité en quelque manière hostile »¹

Cet échec pousse spontanément à une donation intuitive de sens, réificatrice, dont il convient de se détacher : pour cela, il faut passer d'une logique déductive à une logique constructive dé/re-construisant cette tendance ontologique, c'est-à-dire passer à une logique de la construction mathématique.² C'est notamment sur ce point que se manifeste explicitement l'influence de Borel sur Bachelard que celui-ci cite abondamment dans *l'Essai sur la connaissance approchée*, puisque cette logique constructive est d'abord une logique de l'intuition transformée et du passage à la rigueur. Dans la mesure où, conformément à la thèse de la rupture épistémologique entre pensée intuitive et pensée conceptuelle,

«...l'intuition mathématique est impropre à l'analyse qui conduit à une connaissance rigoureuse » ; « L'intuition ne peut nous guider en dehors de l'ordre de grandeur où nous vivons et où, primitivement, notre pensée s'éduque... La rigueur ne peut donc provenir que d'une correction radicale de l'intuition. Mais on ne se détache pas facilement des intuitions premières » « D'ailleurs, comment reconnaîtrait-on l'imprécision d'une notion en restant dans l'intuition qui, primitivement, la procure ?... [Lorsque] l'erreur éclate, la pensée s'éveille. Les mathématiques se libèrent ainsi de la matière qui a été l'occasion de leur essor. Elles ont un nouveau souci : la rigueur »³

Soit par exemple l'évaluation numérique d'un volume⁴ : le retour intuitif après un calcul ne peut avoir qu'une valeur pédagogique de persuasion, par exemple lorsque est mobilisée l'idée intuitive de surface comme enveloppe d'un corps solide. Mais l'évaluation volumique, tout en pouvant procéder d'idées simples, contraste avec ce caractère intuitif. Par exemple, lorsqu'on procède au remplacement de la surface par des éléments du plan qui lui est tangent en un point, et qui permet la détermination d'une intégrale à effectuer, ou, à l'inverse, lorsque l'on procède à partir d'une idée intuitive avec laquelle on rompt ensuite : trois points proches sur la surface déterminent un plan. La surface est d'abord intuitivement identifiée à une infinité de facettes planes dont la somme à la limite donne la surface cherchée. Mais le passage à la limite, lui, suppose des conditions non intuitives.

« L'effort d'abstraction totale qui doit dégager la méthode des conditions de son emploi et constituer ainsi l'abstraction habituelle qui a fourni déjà l'être mathématique étudié, placera les mathématiques dans le domaine de la raison. »⁵

Autrement dit, l'intuition est foncièrement a-rationnelle : elle donne sens et guide, mais ne fait pas connaître. Il n'y a besoin d'insister sur cet aspect bien connu de la pensée de Bachelard : il importe ici de rappeler que l'autorité de Borel est convoquée pour la défense d'un constructivisme mathématique, visage positif du fictionnalisme anti-réaliste de l'objet mathématique : la définition d'une entité mathématique doit reposer sur un

¹ Bachelard 1927 p. 188-9, pour l'exemple et la citation.

² Celle-ci doit, comme on l'étudiera dans la section suivante, analyser en détail les méthodes d'approximations en tant que l'approximation est un effort pour relier deux domaines hétérogènes, et le classement de ces procédés en fonction de l'ordre et du degré de cette hétérogénéité, l'idée étant qu'un degré d'approximation correspond à un état de la reconstruction du « donné » mathématique résistant d'abord à l'analyse. Cf. Bachelard 1927 p. 175.

³ Bachelard 1927 pp. 170, 172, et 173-4.

⁴ Bachelard 1927 p. 170-2.

⁵ Bachelard 1927 p. 173.

« procédé de calcul effectif. Ce qui n'est pas calculable ou même ce qui n'est pas susceptible d'une approximation entièrement livrée à notre patience, sort pour Borel du domaine de la mathématique réelle »¹.

Bachelard rappelle pour l'appuyer que selon Borel, le fait que deux êtres mathématiques trouvent, de façon précise, une même expression numérique, ne préjuge en rien de leur identité, notamment dans les cas d'approximation, où l'on a une identité approximative mais pas exacte (par développements décimaux). Autrement dit, il y a des degrés d'individuation ou d'identification, c'est-à-dire d'objectivation : ce qui témoigne du caractère stratifié, synchroniquement, de l'objectivité, et du caractère progressif, diachroniquement, de l'existence métaphorique de l'être mathématique, laquelle témoigne de la nature diversifiée du produit de la construction mathématique. Bachelard parlait déjà de « réalisme construit »² fondé sur « toute une série de données successifs » qui débordent à chaque fois les conditions associées au donné antérieur.

C'est dans le chapitre « Les corps de nombres et l'explication mathématique » de *l'Essai sur la connaissance approchée*³, qu'il explique sur l'exemple des extensions des corps de nombres les traits de ce « réalisme construit ». Reprenant l'idée de Kronecker selon laquelle un donné est toujours un domaine particulier de rationalité, il explique qu'un corps algébrique⁴ est un tel donné : c'est une structure fondamentale de l'algèbre linéaire. Or « l'irrationnel » est ce qui échappe au corps donné. Pour Bachelard, le domaine ou « corps » arithmétique – il use librement du terme ici, puisque \mathbb{N} n'est pas un corps, conformément à la définition – est primitif à l'égard des divers domaines de quantité. Le « vrai » corps premier est donc celui des rationnels \mathbb{Q} : ce corps issu des quatre opérations est le plus propre à traduire une connaissance élémentaire de la quantité. Car \mathbb{Q} est diviseur de tout autre corps (puisque tout corps contient au moins un élément non nul), alors qu'il ne saurait avoir de diviseur si l'on n'ajoute aucun autre opérateur aux quatre opérations⁵ : \mathbb{Q} est le corps-donné minimal.

L'idée de Bachelard est que les êtres mathématiques non rationnels, dès lors qu'ils sont intégrés dans le corps, sont exactement connus (ex : coefficients binomiaux, factorielles) et en fait peu intéressants. C'est au contraire lorsqu'il y a irrésolubilité dans \mathbb{Q} d'une équation qu'on enrichit, par adjonction d'êtres nouveaux, la mathématique⁶. La seule propriété caractéristique de cet être adjoint est de satisfaire l'équation : c'est par exemple le cas pour l'adjonction des racines imaginaires d'une équation aux corps \mathbb{Q} ou \mathbb{R} . Le problème, c'est que cela engendre une sémantique facilement réifiable : on parle par exemple « d'irrationnel algébrique » ou de « nombre algébrique », alors que ceux-ci n'existent que relativement à l'équation qu'ils satisfont, et au donné/domaine de rationalité initialement considéré :

« Ces êtres mathématiques sont créés par un audacieux pragmatisme qui prétend pousser l'opération définie par l'équation en dehors de ses limites reconnues. » « Le corps donné minimum étant insuffisant pour permettre une description fidèle des faits, on va augmenter franchement le matériel d'explication en adoptant purement et simplement le fait rebelle »⁷

¹ Bachelard 1927 p. 236.

² Bachelard 1927 p. 187

³ Bachelard 1927, Ch. XI.

⁴ Un *groupe* est un ensemble muni d'une loi de composition interne, associative, telle qu'il existe un élément neutre e et que tout élément x de l'ensemble possède un élément inverse x^{-1} (dit aussi « symétrique »), de sorte que $xx^{-1} = e$: par exemple $(\mathbb{Z}, +)$. Un *anneau* est un ensemble muni d'une structure de groupe commutatif pour la loi de composition interne notée additivement, et qui possède une seconde loi de composition, notée multiplicativement, associative et distributive par rapport à la première opération, possédant également un élément neutre. L'anneau est commutatif si cette seconde loi l'est aussi : par exemple $(\mathbb{Z}, +, *)$. Un corps est un anneau s'il est non réduit à $\{0\}$ et si tout élément non nul est inversible. \mathbb{Z} , \mathbb{Q} sont des corps.

⁵ On est ici en caractéristique zéro.

⁶ Bachelard 1927 p. 195.

⁷ Bachelard 1927 p. 195.

Cette adjonction est une méthode constructive, qui ajoute pas à pas ce qui est exigé : bien entendu, cela demande que soient rendus compatibles l'ensemble de tous les éléments relativement aux lois et opérations. D'où l'obtention d'un corps algébrique supérieur (par exemple le passage de \mathbb{Q} à \mathbb{C}). Psychologiquement parlant, cela revient encore à réaliser et donc à neutraliser ce qui était initialement irrationnel.

« Incorporer l'irrationnel dans le corps d'explication revient à donner au fait nouveau la place minima ; on isole ainsi, dans la mesure du possible, son irrationalité foncière et on empêche qu'elle pénètre sous des masques sans cesse renouvelés dans tous les autres éléments. On pourrait dire que dans ce procédé, « l'irrationnel est un étranger qu'on assimile par le seul acte de naturalisation. Une fois enregistrés, un fait, une cause, un irrationnel perdent en quelque sorte leur pouvoir de scandale. »¹

Mais ceci pour Bachelard ne peut suffire: cette adjonction est une sorte de décret intuitif institué, qui dissout le problème épistémologique plus qu'il ne l'éclaire : pour bien étudier l'irrationnel comme tel (c'est-à-dire sans le réduire, l'incorporer), il faut étudier les méthodes d'approximation – cela occupe la section suivante. On voit donc que Bachelard défend une perspective constructiviste de l'objectivation et donc de l'objet mathématique : on ne découvre en rien celui-ci, il est le corrélat métaphoriquement existencialisé d'une action² au travers d'une assimilation/rationalisation d'un donné non objectivé résistant de prime abord, maintenant effacé comme obstacle, et réduit par analyse. Et toute re-mise en rapport de l'objet avec un irrationnel nouveau fonctionne selon le même processus, par exemple dans les généralisations (ce qui correspond alors à l'opération de thématization qu'analyse Cavailles, transformation d'une structure ou d'un domaine primitif comme élément d'une structure ou d'un domaine de généralité supérieure, c'est-à-dire absorption du primitif dans le nouveau). Plus précisément, sur cette méthode d'adjonction, Bachelard écrit :

« La nature des objets donnés s'efface devant les règles qui la gouvernent. Au fond, le donné n'a pas besoin d'être donné dans ses objets, mais seulement dans sa loi. Cette loi entraîne ainsi une véritable réification indépendante de la réalité des objets qu'elle réunit... Toute loi mathématique engendre donc un Corps, c'est-à-dire un donné qui permet, en suivant des règles spécifiées, des constructions nouvelles, d'où une réification graduelle correspondant à des donnés successifs. Le donné n'a donc pas à être recensé, la réalité n'a pas à être constatée ; en mathématiques elle est posée et sa position est relative à une loi »³

Bachelard montre que pour lui l'ordre est un concept fondamental, dont ceux de nombre/grandeur, du fini à l'infini, sont dérivés⁴, et par là principe de la mesure. En principe toute connaissance de la quantité devrait être réductible à une comparaison ordinale : d'où la primauté paradigmatique de l'arithmétique (qui est de plus un modèle de rigueur), puisque selon Bachelard celle-ci est plus une théorie de l'ordre que de la quantité⁵. Cette primitivité du point de vue de l'ordre se manifeste dans l'addition (peut-être est-ce pour cette raison, d'ailleurs, qu'elle pas définie dans les *Eléments* d'Euclide) : elle est d'abord une méthode de construction du nombre, plutôt qu'une loi ou opération de composition, c'est-à-dire qu'elle est antérieure au nombre, méthode d'ajout de l'unité à elle-même. C'est l'unité, « point » numérique au sens de ce dont la « partie est nulle » (à l'instar du point géométrique qui est l'objet de la première définition du premier livre des *Eléments*) : on se trouve ici, par

¹ Bachelard 1927 p. 196.

² Bachelard 1927 p. 186.

³ Bachelard 1927 p. 187.

⁴ Bachelard 1927 p. 45.

⁵ Il est vrai que la construction des entiers suit un schéma comparable à l'engendrement ordinal réglé du premier ensemble infini dénombrable : la fonction successeur qui permet de passer de n à $n + 1$ est structurellement analogue au processus qui, partant de l'ensemble vide \emptyset , construit $\{\emptyset\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset\}\}$, $\{\emptyset, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$, etc. Notons que les polynômes à coefficients rationnels pour Bachelard, le corps arithmétique auquel on a adjoint la variable x (mais où est illégitime toute division avec x au quotient), c'est-à-dire le polynôme en général, pour Bachelard, est l'élément explicatif le plus simple après le corps arithmétique.

l'insistance sur cette dimension légale-constructive de l'addition, aux antipodes de l'empirisme¹,

« Nous donnons en effet la priorité logique à l'opération créatrice à laquelle les nombres doivent évidemment se soumettre puisqu'ils ne peuvent avoir d'autres propriétés que les propriétés impliquées dans l'opération qui les définit. Naturellement l'addition se révèle par la suite comme une méthode assurée de repère puisqu'elle permet de repasser sans équivoque possible dans les traces de la pensée mathématique constructive. »²

Ainsi l'anti-réalisme bachelardien est corrélatif du principe constructif de la « priorité des modes opératoires sur la matière qu'ils créent de toutes pièces »³ : de ce fait, limiter la puissance et la liberté, comme on l'a noté plus haut, de ce jeu opératoire, serait limiter la richesse de création dont est capable la pensée mathématique, et ne pas saisir le caractère fondateur de cette « étroite soumission des êtres construits à l'égard des principes constructeurs »⁴. De ce fait, l'approximation mathématique est une construction, c'est-à-dire une objectivation inachevée : ses visages et ses ressources sont variés, « elle s'y [en mathématiques] enrichira d'une infinité de termes rationnels pour essayer une prise de contact avec les éléments irrationnels que l'esprit mathématique constructif aura posé, par de toutes autres voies, comme des êtres. »⁵

Cet anti-réalisme, comme on l'a déjà affirmé, prend la forme d'un fictionnalisme de l'objet : cela au sens précis d'un *perspectivisme* témoignant plus explicitement de « l'idéalisme constructif » foncier de Bachelard, ainsi que le notait déjà Brunschvicg (en soulignant qu'il le partageait), dans sa recension de l'*Essai sur la connaissance approchée*⁶. « L'objet c'est la perspective des idées »⁷, en tant que ces idées sont rigoureusement, c'est-à-dire *mathématiquement* formulées : être mathématisé est le critère d'objectivité et d'existence⁸, c'est-à-dire qu'exister, ce n'est rien d'autre qu'être mathématisé. Ce sens idéaliste du « mathématisme » de Bachelard se traduit à chaque fois, comme on le précisera plus bas, dans la portée réalisante des schèmes mathématiques, en particulier – eu égard à sa mobilisation dans la physique théorique qu'étudie Bachelard – le calcul tensoriel. L'idéalisme de cette thèse, que l'on montrera plus bas, se traduit dans l'ambiguïté de cette perspective : il semble que le mathématique crée l'objet, c'est-à-dire qu'il fasse bien plus que seulement le structurer. Cette ambiguïté se manifestait déjà dans l'article *Noumène et microphysique* de 1932, où était affirmée sans ambages le règne des mathématiques sur le réel⁹. En revanche, le flou est levé sur la question de l'indéterminisme : il y a indétermination objective de la réalité, ou plus exactement, défense progressive par Bachelard de l'indéterminisme objectif. Le

¹ Ce constructivisme est bien un anti-empirisme foncier, puisque la primauté rationnelle et mathématique de l'arithmétique est ancrée dans une conception du nombre, disons, intellectualiste, mais d'une tonalité très kantienne : « Le nombre n'est qu'un moment de la numération et toute numération est une méthode de pensée. On peut dire encore que le nombre est une synthèse d'actes. Si le nombre nous était donné par un enseignement du monde extérieur, il n'aurait pas l'absolu qui le caractérise. Le seul fait que l'unité soit nécessairement exacte, finie du premier coup, est la preuve qu'elle a son origine dans l'exercice de l'esprit. Mais si l'homme peut fonder l'arithmétique en quelque sorte les yeux fermés, simplement en marquant par les actes de sa volonté pure le cours de son propre devenir, par quelle audacieuse transcendance ira-t-il au-devant du monde des objets avec des cadres si nettement subjectifs ? Dans la lutte entre la rigueur et l'intuition, pourquoi donnera-t-il finalement sa confiance à la reconstruction arithmétique du donné ? C'est sans doute parce qu'il est toujours libre de recommencer la construction et d'en vérifier la solidité. Mais c'est aussi parce que les éléments géométriques, lignes, surfaces, volumes, apparaissent chacun, dans l'intuition même, comme unité d'une loi ou d'une fonction, confondu avec le mouvement qui pose un élément particulier », Bachelard 1927 p. 174-5.

² Bachelard 1927 p. 192.

³ Bachelard 1927 p. 193.

⁴ Bachelard 1927 p. 193.

⁵ Bachelard 1927, ch. III. « Ordre et qualité » p. 45.

⁶ Brunschvicg 1929.

⁷ Bachelard 1927 p. 246.

⁸ Bachelard 1927 p. 247.

⁹ Bachelard 1932, p. 19.

déterminisme technique dont il parle est *subjectif* et supplée à l'indéterminisme objectif¹. L'instance du réel apparaît donc à chaque fois, chez Bachelard, comme secondaire : le réel n'est pas rationnel, mais le rationnel est réel au sens où il se *réalise*, sur le mode de cette *induction* dont la fonction d'*opérateur* philosophique révèle une affinité partielle avec Hegel, ainsi que cela sera justifié plus bas.

2. La posture constructive de l'approximation mathématique

L'étendue, au sens de quantité homogène, est ce qui se prête le plus à l'approximation : la valeur d'une méthode tient à sa rapidité et à l'assurance qu'à chaque étape elle nous rapproche du but (déterminer au plus près une grandeur, par exemple un nombre, ou une fonction). Cette rapidité est parfois métaphorique au sens où elle ne donne pas forcément lieu à des calculs réels, mais livre plutôt un « plan de calculs »² mettant en jeu un « principe simple ». De fait, et c'est paradoxal, certains procédés apparemment commodes demandent en fait des calculs très compliqués (par exemple le théorème de Sturm³ qui est une méthode d'approximation de racines).

Bachelard s'intéresse surtout à la théorie des séries, et montre bien que le développement total (c'est-à-dire un calcul réel) d'une fonction en série n'est pas vraiment ce qui importe : leur intérêt, dans un calcul pratique, se réduit aux premiers membres de la série (les autres étant négligeables), alors que dans la visée de connaissance d'un être défini par la série, c'est alors surtout son extrémité qui importe. Ce sont deux usages bien différents. D'ailleurs, des séries divergentes, qui ne définissent aucun être, servent souvent au calculateur qui veut déterminer une quantité finie (ainsi en astronomie, on considère des séries qui convergent sur un certain intervalle, mais divergent ensuite, c'est-à-dire qui ne définissent aucun être, mais servent directement à l'obtention d'un résultat). Bachelard, distingue les *valeurs* approchées (par exemple décimalement) et les *lois* approchées, où une fonction, comme mode de correspondance entre deux domaines, enregistre ou révèle une telle loi. Et il expose un caractère essentiel de toute approximation : elle présuppose une structuration légale de la fonction, au sens où « *on ne résume pas l'arbitraire* »⁴, où elle n'est jamais simple collection de cas particuliers. Ce qui est évident lorsque l'on cherche des *fonctions approchant d'autres fonctions*. Il existe diverses définitions, parfois, d'une même fonction, mettant en évidence des caractères particuliers de l'« objet », à étudier selon un certain ordre. Cette étude pourra être guidée par exemple par l'allure géométrique (c'est-à-dire par une saisie d'abord *intuitive*) de la fonction (ainsi l'existence d'asymptotes, de points de discontinuité, d'extrema, etc.). L'étude approchée est une approche progressive et réglée :

« Il importe donc qu'une véritable approximation intervienne, dans l'intuition même, pour marquer les caractères prédominants et fixer, avant toute étude quantitative, les faits mathématiques par leur aspect qualitatif »⁵

Ainsi une méthode d'approximation incarne un mode de connaissance provisoire qui s'enracine dans l'intuition, où l'on saisit les traits saillants de l'objet, puis qui rompt cette intuition pour conceptualiser et formaliser quantitativement l'objet : l'approximation instaure un saut dans la progression continue et rectificante de l'activité connaissante, elle procède à une sériation du raisonnement hypothétique, construction d'un formalisme progressif, à partir d'une distinction fonctionnelle des matériaux de l'explication, et par là, facilite l'acte même de connaissance, indépendamment de la connaissance « objective » qu'elle est censée fournir. Par exemple l'adjonction de la variable x au corps des rationnels est un enrichissement du

¹ En Vadée 1975, p. 94, où est affirmé que cette suppléance témoigne clairement de l'absence d'une *dialectique de la nature* chez Bachelard, qui lui aurait permis Vadée, par exemple, de rejeter l'indéterminisme objectif – au profit d'une analyse plus serrée des formes du déterminisme, dynamique ou statistique, à l'instar des études, à la même époque, de Paul Langevin. Cf. sur ce sujet Bitsakis 2001 p. 316 et suiv.

² Bachelard 1927 p. 199.

³ Théorème longuement étudié, et dont on voit bien les développements complexes, en Sinaceur 1992.

⁴ Bachelard 1927 p. 202.

⁵ Bachelard 1927 p. 205.

matériau qui va rendre possible l'approximation d'une fonction par une série de polynômes ; de même pour l'approximation des fonctions périodiques par des séries de Fourier (toute fonction continue de période 2π est développable en série convergente d'expressions trigonométriques finie) : on adjoint les éléments qui permettent d'associer la variabilité et la périodicité. Bachelard fait référence, comme le fera Lautman, à l'important théorème d'approximation de Weierstrass (1886) : *toute fonction $f(x)$ continue sur un intervalle $[a,b]$ est développable en série uniformément convergente de polynômes sur cet intervalle*¹. Il est tout à fait central, car il est le point d'appui de la représentation, en général, d'une fonction sur un intervalle fini, représentation généralisée par de la Vallée Poussin – quoiqu'ici la continuité soit présupposée, ce qui est un critère strict, une restriction forte. L'approximation, comme mode de connaissance, n'est pas totalement extérieure à son objet : il y a une réciprocité dans la détermination.

« Ainsi M. de la Vallée Poussin avec la seule supposition que la fonction $f(x)$ de période 2π est représentable avec une approximation d'un certain ordre remonte aux propriétés différentielles qui en résultent pour la fonction. *Preuve que le fait seul d'être approximé dans de certaines conditions est un caractère qui touche à l'essence de l'être mathématique étudié.* Cette dépendance d'une fonction elle-même et de sa fonction d'approximation peut être telle que l'approximation entraîne une spécification *totale* de la fonction étudiée »²

C'est un argument supplémentaire en faveur de l'anti-réalisme de Bachelard : il n'est ici aucun besoin de poser l'existence de l'objet avant et hors du procès de sa détermination/connaissance approximative³ : la détermination progressive, ontologiquement économe, arrive au même résultat de façon constructive (au sens large), où si l'intuition initialement peut guider la rigueur, elle se transcende définitivement en elle. *Beaucoup de théorèmes d'existence reposent sur l'approximation* : ainsi à chaque fois que l'on fait usage de l'*inégalité* qui encadre, comme dans la détermination de la convergence de séries⁴. En effet, si la convergence d'une série est prouvée, elle devient garantie de l'existence de cette série comme fonction de sa variable. Bachelard développe cet exemple, dont la méthode consiste à utiliser des fonctions majorantes⁵.

Soit la série entière : $f(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+\dots+a_nx^n+\dots$, et $S(x)=\alpha_0+\alpha_1x+\alpha_2x^2+\dots+\alpha_nx^n+\dots$ une série convergente. Alors $S(x)$ est majorante pour $f(x)$ si l'un quelconque des coefficients α_i est supérieur à la valeur absolue du coefficient a_i correspondant. Ainsi tout polynôme constitué de certains coefficients de $S(x)$ majore le polynôme correspondant de $f(x)$: de ce fait, les majorantes montrent leur utilité, puisque par cette simple propriété, leur convergence permet d'inférer celle de la fonction étudiée, et donc d'assurer « son existence en tant qu'être fini et calculable », selon le critère borélien associant existence et calculabilité effective⁶. Bien sur, la condition de la majoration est assez imprécise (et il y a la convergence de la série majorante qui est posée initialement) mais sa souplesse est à ce prix : tout le talent consiste à bien choisir les coefficients que l'on va mobiliser, afin de réduire la zone d'écart entre les deux fonctions. Mais la garantie d'existence obtenue, à elle seule, témoigne de la puissance du procédé, par lequel, plus généralement, « on borde l'élément dont l'existence est à vérifier avec des

¹ Je ne développe pas cela ici : le chapitre sur Lautman contient une analyse plus détaillée de ce théorème.

² Bachelard 1927 p. 210. Ainsi une approximation, précise et moyennant certaines conditions locales, d'une fonction $f(x)$ sur l'axe réel par une expression trigonométrique d'ordre n , permet d'établir l'holomorphie (\mathcal{E} - dérivabilité), qui est une propriété totalement spécifiante. On voit ici la puissance énorme de cette connaissance, qui est approchée, mais qui reste pourtant suffisante dans certains cas.

³ Cette attitude était déjà, on peut le rappeler, celle de Renouvier. π par exemple n'est selon lui pas un nombre, mais *le symbole indûment réifié d'une série indéfinie*, conséquence d'une identification « à la limite » entre un polygone d'une infinité actuelle de côtés (et l'on sait que pour lui c'est arithmétiquement contradictoire) et le cercle géométrique, et qu'à ce titre, puisque l'identification est impossible, il convient de penser la mesure du cercle comme un problème d'approximation indéfinie : cf. Fedi 2001a 77-8.

⁴ C'est le principe de la méthode de Weierstrass : le « découpage » en ε et en η , par exemple pour la définition de la convergence, c'est-à-dire l'existence de la limite, son unicité, etc.

⁵ Bachelard 1927 p. 212-3.

⁶ Bachelard 1927 p. 212.

quantités qui ont par ailleurs une existence certaine. Ces méthodes ne font que prouver l'existence ».¹

La restriction finale que mentionne Bachelard signale juste que ces méthodes sont peut-être moins utiles que d'autres du point de vue de l'efficacité calculatoire ou de l'application à des problèmes physiques particuliers. Seulement avec ces méthodes, les théorèmes d'existence reposent sur des procédés qui s'opposent par principe à « l'ontologie projetée » bien plus qu'ils ne la favorisent spontanément : ce sont des méthodes qui favorisent une compréhension constructive et relative, anti-réaliste, de l'objectivité mathématique. C'est d'ailleurs dans ce sens qu'il affirme l'étroitesse du *lien entre approximation indéfinie et principe d'induction complète* : la méthode générale comprend en effet 1/ lancement de l'opération, 2/ (dé)monstration du caractère répétable de l'opération, 3/ par l'indéfinition, affirmation du caractère, justement, indéfiniment réitérable de l'opération. Cette récurrence est une vraie induction,

« complète parce qu'on *prouve* que les conditions d'applications des règles opératoires ne sont pas changées. Toute la force de l'induction mathématique est dans cette preuve, de même que la faiblesse de l'induction physique est l'impossibilité de prouver l'invariance des conditions du phénomène. »²

L'induction complète est un schéma de raisonnement *constructif*. Le fait que les méthodes d'approximation en général soient structurées selon ce schéma indique également leur caractère, structurellement parlant, constructif. Par là, étant donné la puissance théorématique concernant l'existence de certains objets, cela donne une force tout à fait notable à l'idée d'un réalisme constructif ancré initialement dans le rejet de toute ontologie mathématique, et cela au profit d'une logique constructive de l'opérateur, c'est-à-dire de l'acte de pensée procédant selon des règles.

3. L'approximation face à l'infini et au continu

Un des problèmes essentiels de la philosophie mathématique, et une des approches de Bachelard les plus fécondes, est sa critique des prétentions de la pensée mathématique à saisir le continu. On s'intéresse en particulier au chapitre XIII « La notion d'infini et l'approximation » de l'*Essai sur la connaissance approchée* : la thèse forte défendue est que le continu est un *non-objet*, par son lien avec un infini débordant notre puissance de connaissance, et qu'il constitue alors, si l'on utilise la terminologie de Desanti, un « problème épistémologique » insoluble *mathématiquement*³.

Contre Couturat qui assimile infini et indéfini, Bachelard les différencie : l'indéfini met l'accent sur le nombre, tout au plus le dénombrable. Il y a une monotonie induite par l'induction complète puisqu'elle est pourvoyeuse d'une « identité dans la relation »⁴ (selon une structure ordinale fondatrice nette dès qu'on rejette le rapport établi intuitivement entre nombre et grandeur). *Ce caractère ordinal d'un procès indéfini en ce sens est constitutif de l'idée d'approximation complète, dans sa dimension d'activité* : le « etc. » est appliqué non à des objets, mais à des actes de l'esprit au renouvellement volontaire et réglé. L'infini, au contraire, témoigne d'un acte *transcendant au nombre*, et comme l'infini du continu mathématique est non-dénombrable, Bachelard affirme que le continu est un « concept négatif », le « lieu géométrique de notre paresse et de notre ignorance »⁵, et qu'il est logiquement postérieur au discontinu. Un être mathématique est une définition réalisée, on l'a vu : or pour le continu, rien ne nous guide dans une détermination de ce type, et surtout pas l'intuition, bien impuissante ici. Le continu n'est pas un objet de pensée : c'est un non-objet, seulement appréhendable indirectement par ce qu'il n'est pas : il n'est pas, en soi, déterminable.

¹ Bachelard 1927 p. 214.

² Bachelard 1927 p. 218.

³ Desanti 1975 ch. II, p. 130 et suiv. Cf. Cassou-Nogues 2004 sur cette notion.

⁴ Bachelard 1927 p. 219.

⁵ Bachelard 1927 p. 220.

« Le continu est-il susceptible d'être réellement compris par un acte de l'esprit ? En aucune manière puisque l'acte de l'esprit qui l'appréhende recevra toujours un numéro dans l'ensemble des actes et n'aura un sens que par rapport à d'autres actes, c'est-à-dire par une incorporation dans un discontinu. Ou pour mieux dire, l'esprit ne disposant pas d'un moyen d'analyse différent d'une étude discontinue, on ne pourra "connaître positivement" le continu. »

Cependant, « Que l'esprit puisse affirmer un continu sans cependant connaître autre chose que l'acte qui le pose (nous envisageons un acte qui le pose en son ensemble comme unité, et non un acte qui le parcourrait), il n'y a là aucune contradiction... [puisque] La détermination d'un tout par un seul acte de préhension de l'esprit n'interdit nullement l'indétermination des parties à l'égard d'actes dissociatifs qui peuvent sans doute être répétés autant qu'on veut – et c'est en cela que réside leur indétermination. – Mais ces actes sont sans liaison avec l'acte primitif de position qui peut rester déterminé ».¹

L'essentiel ici est l'unité, du point de vue de laquelle le continu est analogue au point : le point en effet est l'acte conçu dans son unité, « sans parties », « ce dont la partie est nulle », le continu, tout posé en son unité par un acte de position, ce qui est essentiellement affecté par l'indétermination de ses parties. Le caractère primitif et inanalysable du point se retrouve dans le continu. Cette « indétermination » (comme toute détermination) n'a de sens que relativement à un mode de connaissance (pas en soi), en lequel s'effectue ledit acte de position, qui ici consiste à poser une seule propriété : le continu est « une *virtualité propre à recevoir tous les discontinus* »². De ce fait, poser la continu, c'est poser l'instance par laquelle on va mobiliser son autre : cette virtualité est inépuisable, pour toute « expérience », donc il ne peut y avoir d'expérience mathématique positive du continu. Il apparaît comme un concept à prédicat unique, et est « négatif » en ce qu'il est non réifiable, c'est-à-dire non objectivable (non exprimable comme *objet*), car « n'avoir qu'une propriété correspond à l'incapacité de sortir hors de soi, de transcender la tautologie »³. On voit dans la première citation ci-dessus que l'argument bachelardien est essentiellement arithmétique : nous « pensons dénombrablement », autrement dit, la pensée mathématique ne peut faire appel à une instance intuitive qui transcenderait vers une saisie immédiate du continu, le procès discursif, qui est inapte à faire du continu à partir du dénombrable.

Autrement dit, penser le continu implique toujours déjà de penser le discontinu : les approximations *indéfinies* impliquent la description d'un discontinu, qui appelle son complémentaire par rapport auquel il est pensable, le continu. Ils sont nécessaires l'un à l'autre, quoique la réciprocité soit très imparfaite. Bachelard parle d'une dialectique continu/discontinu au sens où ils sont utiles, indispensables l'un à l'autre, mais en heurt irréductible. Cependant, contrairement à Hegel qui pense l'infiniment petit comme essentiellement contradictoire et révélateur en cela d'une transition de l'indéfini quantitatif à l'infinité qualitative, selon lui

« La contradiction ne deviendrait effective et "mortelle à la pensée"⁴ que si nous prétendions les déduire l'un de l'autre ou les attribuer simultanément au même objet »⁵

Hegel les pense comme produits de la différenciation interne à l'Idée, c'est-à-dire issu d'un même principe, malgré un déploiement dual au niveau quantitatif, dualité qui se résorbe dans le qualitatif des quanta sursumés : la « mortalité » ici est évitée à cause de la motricité de la contradiction. Bachelard défend donc une vision que l'on peut qualifier d'horizontale, finalement statique du continu (dynamique au sens purement psychologique) – alors que l'approche de Hegel, comme celle de Lautman qui sera étudiée plus loin, peuvent être qualifiées de verticales. Chez Lautman, certains objets, comme l'espace de Hilbert, sont homogènes au continu et au discontinu (un peu à la façon kantienne, comme le continu est homogène à la sensibilité intuitive, le discontinu, au concept).

¹ Bachelard 1927 p. 221.

² Bachelard 1927 p. 222.

³ Bachelard 1927 p. 222.

⁴ Evellin 1907 p. 73.

⁵ Bachelard 1927 p. 222.

Mathématiquement parlant, Bachelard aborde les façons dont on pose le continu et le discontinu : 1/ leur existence repose sur des axiomes, au sein desquels l'un a pour fonction de faire admettre que les points du discontinu peuvent être placés sur un continu sans que ce discontinu ne soit modifié, c'est-à-dire que le point pris sur l'un et le point pris sur l'autre aient les *mêmes propriétés* « en soi ». L'institution d'une métrique (d'une *distance*, notion relative, liée à des conventions à réajuster selon le domaine d'application) vient ensuite. 2/ On peut essayer aussi d'atteindre le continu via le concept de puissance : deux ensembles ont même puissance si l'on peut établir une correspondance biunivoque entre chacun de leurs éléments pris deux à deux : or une approximation indéfinie livre seulement la puissance de \aleph_1 , c'est-à-dire \aleph_0 . Autrement dit, les méthodes d'approximation quantitative ne permettent pas le saut dans l'échelle des alephs – saut qui est *posé* sous la forme de l'hypothèse (cantorienne) du continu $\aleph_1 = 2^{\aleph_0}$. Bachelard insiste d'ailleurs sur la contradiction intuitive entre longueur et puissance c'est-à-dire en fait entre ces deux approches¹. (a) soit un segment² $[O, I]$: on lui enlève une infinité de segments dont la longueur totale égale $[O, I]$. (b) il reste un ensemble de points F qui a la même puissance que celle de $[O, I]$. Or par (a) on a l'impression intuitive d'avoir épuisé la droite, alors que par (b) l'égalité de puissance subsiste. Devant cette contradiction intuitive, qui accuser ? Bachelard répond qu'il faut toujours délaissier la notion la plus intuitive, ici celle de distance, car « elle apporte avec elle l'intuition même qu'elle prétend analyser »³ (et il est vrai que, même si topologiquement, la distance se définit à partir d'une norme, cette norme est également porteuse de cette intuition extra-mathématique). Intervalles, longueurs, distances, segments, etc. sont des « formes, à peine élaborées, de notre intuition du continu »⁴ : voilà pourquoi l'intuition ne nous fait rien saisir de positif du continu.

Ainsi le concept de puissance est plus direct que ceux, associés, de distance et d'approximation, même si l'ajout du concept de distance accroît la détermination par approximation : l'ordination des actes d'une connaissance est épistémologiquement supérieure à l'approximation. Or, avec l'ordre et la distance, l'approximation reçoit un rythme qui permet de juger de l'amélioration de la connaissance qu'elle implique. Précisons sur un exemple : par le passage à l'infini et l'existence d'une distance, on peut étendre le domaine ou corps initial (selon l'identification étudiée dans la section précédente) de l'approximation aux irrationnels / transcendants, définis comme *suite de nombres rationnels*⁵. L'idée est que l'on

« ne définit réellement un être mathématique qu'en le calculant, c'est-à-dire en étudiant son incorporation approximative dans le corps des nombres rationnels ».⁶

Peut-on intégrer l'indéfini dans le matériel du Corps d'explication ? Cela pose problème, parce que l'infini ne se soumet pas aux règles générales du Corps, « au point que nous pourrions développer une théorie de l'infini fondée entièrement sur l'opposition en quelque sorte hégélienne de l'infini aux êtres arithmétiques ou tout au moins sur une opposition dialectique des méthodes opératoires qui pousse l'esprit à essayer toujours des méthodes contraires ». *Les problèmes mathématiques naissent donc de la réification de cet infini* : quand il y a paradoxe, c'est que « nous avons donné à l'infini, qui symbolise un procédé épistémologique, un sens ontologique »⁷. Intégrer l'indéfini dans le matériel du corps d'explication implique la composition de l'indéfini avec lui-même et avec les rationnels : or $\infty + a = \infty$; $\infty + \infty = \infty$. Cette incorporation serait donc « dangereuse » : on serait amené à passer à la limite avec des limites mêmes. Comme le dit Bachelard : « Du coup

¹ Et il se réfère sur ce point à la E. Borel, *Leçons sur la théorie des fonctions de variables réelles*, p. 13, Bachelard 1927 p. 225.

² Parfois nommé l'ensemble de Cantor $([0,1])$.

³ Bachelard 1927 p. 225.

⁴ Bachelard 1927 p. 226.

⁵ Bachelard rappelle les deux méthodes principales – en se référant notamment à *De l'infini mathématique* de Couturat : le nombre irrationnel est soit limite d'une suite infinie (ou somme d'une série infinie de rationnels) : méthode de Cantor/Weierstrass, soit l'intermédiaire entre deux classes – infinies – de rationnels (sur le modèle général des coupures de Dedekind) : méthode de Cantor/Tannery.

⁶ Bachelard 1927 p. 228.

⁷ Bachelard 1927 p. 240.

insidieusement, sans qu'on puisse voir à quel moment de la construction, voici que s'introduisent les infinis d'ordres plus élevés que le dénombrable » (dans les opérations mobilisées, s'entend)¹. De façon générale, il refuse l'idée que l'on puisse créer du continu à partir du discontinu – en l'occurrence, ce serait plutôt du discret dont il s'agit, celui des entiers fondamentalement – du non-dénombrable à partir du dénombrable.

Mais il suggère cependant une voie indirecte. Nous savons ce qu'est topologiquement un ensemble parfait, c'est un ensemble fermé et sans point isolé, c'est-à-dire dont tout point est un point-limite : c'est un ensemble discret qui devient de plus en plus riche. Pourtant pour lui on ne fabrique pas du parfait avec du dénombrable :

« il n'y a pas de l'un à l'autre relation de la partie au tout ; aucune expérience, et par conséquent, aucune intuition, ne relie les deux domaines. Mais un même mouvement les emporte et les domine. Leur unique lien est ainsi le lien même de leur création. Et on ne les comprend bien, on n'en saisit bien le sens philosophique qu'en revivant l'impulsion créatrice. »²

Cependant, le *mouvement opératoire qui accumule* les points d'un ensemble dénombrable autour d'un point-limite se continue de lui-même pour accumuler les points-limites autour d'un second point de condensation, etc. : cette généralisation du caractère de limite attribué à un point isolé auparavant, permet de poser un ensemble dont tous les points sont des points-limites, c'est-à-dire un ensemble parfait. Ce mouvement est celui d'une « méthode de transcendance »³, on pourrait même dire d'une auto-transcendance dans l'immanence, d'un auto-dépassement dans un niveau supérieur, quasiment d'une transition qualitative au sens hégélien : Bachelard d'ailleurs n'est pas rétif à l'idée d'une connaissance approchée de la *qualité*⁴. Si cette méthode est légitime, c'est épistémologiquement (et non par des considérations ontologiques), c'est-à-dire « par référence aux éléments qu'elle crée et qu'elle dépose au cours de son développement nécessairement illimité ». L'esprit de l'argument est le suivant : cette création provient d'un « occasionnalisme des contraires ». D'ailleurs : « Où le conflit des contraires pourrait-il être plus net qu'au moment où l'on décide d'accepter l'infini dans le domaine mathématique ? ».

Ainsi on peut obtenir un ensemble parfait, dont nous avons une connaissance rigoureuse, par l'enrichissement méthodique d'un ensemble discret : or cet ensemble a la puissance du continu : il faudrait alors dire pour Bachelard que le continu a la puissance d'un ensemble parfait, afin de respecter la logique de la détermination indirecte et imparfaite du continu⁵. Mais l'on ne peut guère faire plus :

« L'effort philosophique en suivant les conquêtes scientifiques, n'a pour tâche que d'éclairer les sous-entendus. C'est en vain qu'on voudrait exorciser l'infini, aucun artifice ne peut l'évincer ni même le voiler. »⁶

¹ Bachelard 1927 p. 241.

² Bachelard 1927 p. 241.

³ Bachelard 1927 p. 241.

⁴ On lit par exemple en Bachelard 1927 p. 28-9 : « Klein a montré dans son introduction aux œuvres de Riemann, le sens profond de la révolution riemannienne. C'est d'avoir compris que les fonctions mathématiques étaient mieux définies par leurs équations différentielles que par un ensemble, fût-il fort riche de propriétés finies. Les propriétés finies, dans l'ordre de la quantité comme dans l'ordre de la qualité ne sont qu'un instantané pris par nous-mêmes, arbitrairement, sur le phénomène mobile. Les propriétés différentielles mettant en jeu, comme on le sait, des différences évanescences expriment des rapports soutenus effectivement par le phénomène en évolution. Les enregistrer, si grossièrement que ce soit, est peut-être notre seule chance de vectorialiser notre connaissance. Dans le fond, nous avons à cet égard une réelle puissance, car notre esprit, comme le monde, a la symétrie d'un vecteur, car il est très propre, en une évolution simulée, à suivre l'évolution des phénomènes. Il suffit de faire à l'intuition sa part. Il faut donc profiter de la multiplicité indéfinie des nuances pour descendre patiemment dans l'infiniment petit qualitatif. Une connaissance poussée par des méthodes d'approximation pourra suivre le phénomène jusque dans son individualité propre. Du moins elle pourra espérer transcender la généralité. La répétition monotone de procédés simples est au moins une répétition, c'est-à-dire un mouvement. Si l'on réfléchit que cette répétition qui est la base de l'approximation obéit par définition à un principe d'ordination, on se rend compte que l'on tient là une méthode qui, dans son apparente modestie, peut substituer à l'ambitieuse intuition d'emblée des grands philosophes, une intuition progressivement organisée, très apte à prolonger les concepts ».

⁵ Cf. Bachelard 1927 p. 226.

⁶ Bachelard 1927 p. 229.

En résumé il n'y a pas de connaissance positive possible du continu, et cela sonne comme un net interdit constructif. L'argument de Bachelard est que l'esprit ne connaît que son propre acte de position légale du continu (par exemple on pose l'HC qui est indépendante). Ceci est très intéressant : par le continu l'esprit expérimente son pouvoir et en même temps les limites de son pouvoir : l'esprit est capable de poser quelque chose qui l'excède, qui excède la conceptualisation, ce qui ressemble étroitement à une Idée de la raison, comme problème épistémologique appelant à détermination qualitative... comme pour Hegel ou Lautman.

Ce développement nourrit la réflexion bachelardienne plus générale sur la nature de l'objet mathématique : sa thèse d'une théorie d'une objectivation purement opératoire qui crée par l'opération « et même au-delà de l'opération par une sorte de vitesse acquise ».

« Loin donc d'être un obstacle à la définition d'un nombre irrationnel ou transcendant, cette multiplicité des séries d'approximation nous paraît fort propre à suivre les divers processus par lesquels un être mathématique nouveau fait son apparition.

Les nombres transcendants seraient-ils donc liés au procédé de leur connaissance approchée si étroitement qu'ils puissent être considérés comme de véritables symboles d'approximations indéfinies ? C'est là une expression que nous faisons nôtre sans gêne. »¹

Penser l'existence comme symbolisation, et non selon une ontologie, c'est-à-dire faire de l'objet un pur symbole d'opérations, rapproche bien la pensée de Bachelard du fictionnalisme (qu'on pourrait qualifier de néo-leibnizien) déjà évoqué, et qui est aussi celui de Marx. En un autre sens, cela signifie que rien ne nous assure que nous nous approchions d'un être : en fonction de la nature de l'approximation, on procède à un classement des types de transcendance « objectales », la vérité concernant un domaine d'objets n'a de sens qu'en référence aux procédés de connaissance ou de détermination mobilisés : autrement dit, *ce relativisme de l'objet témoigne de la vacuité de toute ontologie*, comme en témoignait déjà la relativité définitionnelle pour un même « objet ». Les mathématiques sont donc bien avant tout *conventionnelles*, en leur principe *hypothétiques*, et essentiellement symboliques. Leur objectivité, puisqu'elles sont créatrices d'« êtres de raison », est d'abord *sémantique*, et aucunement ontologique – ce qui ne signifie aucunement que les mathématiques sont un simple langage comme on le verra plus bas. Ici, au fond, on série et classe des conventions : ce relativisme de l'objet rejoint un pluralisme épistémologique des niveaux d'explications, bien tranchés/distincts en mathématiques, niveaux qui « *représentent un des temps de la dialectique d'enrichissement qui vient soumettre une matière renouvelée à l'effort unificateur de la raison* ».

4. Deux tensions dans le concept d'objet mathématique

D'une part on l'a vu, Bachelard ouvre vers un concept de l'objet mathématique comme *fiction* bien faite : précisons qu'en toute rigueur, comme pour toute la tradition kanto-hégélienne, il n'y a pas d'objet du tout, mais faisceaux de relations cristallisées, etc. Autrement dit il y a une légère tension que l'on n'a pas explicitement exposée ici. Du côté de la critique du réalisme, l'« objet » est avant tout un *obstacle* épistémologique, provenant de l'ontologisation d'une fonction épistémique, obstacle par rapport auquel il faut *rompre*. Cependant, à titre de fiction consistante dans un univers réglé, celui de la connaissance mathématique (qui a rompu avec l'idée d'une intuition intellectuelle de l'objet, ou d'un rôle de l'intuition sensible dans l'appréhension de ce que peut être cet objet²), l'objet n'est que

¹ Bachelard 1927 p. 230.

² Dans tous les sens du terme Bachelard récuse l'intuition : autant par l'immédiateté qui est sienne (et incompatible avec la connaissance qui est toujours *médiation*) que par les obstacles épistémologiques qu'elle véhicule – on sait ses diatribes contre l'usage phénoménologique de l'intuition. Mais par là il insiste aussi sur sa prégnance, sa dimension psycho-anthropologique irréductible : c'est justement ce que la seconde partie de son œuvre a longuement pris en charge sous le nom de *poétique*. Ce qui compte ici, c'est qu'elle est *impropre* à la

sujet d'une prédication possible dans un système formel donné. A ce titre, à l'image d'un personnage fictif de roman, il peut être *joué comme réel* : on peut faire *comme s'il existait*, du moment qu'il y a cette conscience d'être dans un univers particulier, et en ce sens continuer légitimement à parler d'objets.

Mais cette tension est moindre par rapport à une autre qui viendrait contrebalancer l'interprétation constructive/constructiviste de la conception bachelardienne. On verra plus loin la présence diffuse de Hegel dans les analyses de Bachelard, mais, si l'on reprend la citation suivante, il est déjà possible d'y lire une tonalité hégélienne dans le contexte assez problématique :

« L'être mathématique ne peut avoir de consistance que par son inconnu. Est-il vraiment le sujet d'un nombre infini ou du moins indéterminé de prédicats ? Alors son existence est solide. Il est, lui aussi, un objet. N'est-il que le signe d'un nombre de relations qui, étant déjà connues, sont en nombre nécessairement fini ? Alors sa solidité est en quelque sorte extrinsèque. Elle est fonction de la solidarité des notions... »¹

L'idée que la consistance soit liée à l'inconnu nous renvoie ramène à ce qu'on déjà expliqué : la postulation d'une réalité provient d'une réaction devant la résistance à l'assimilation conceptuelle que représentent certains problèmes. Mais dire que si l'être mathématique est « le sujet d'un nombre infini ou du moins indéterminé de prédicats », alors « son existence est solide », possède un ton indéniablement hégélien : le Concept, chez Hegel, tient sa réalité de l'infinité des déterminations dont les relations et le devenir des relations assure la cohésion intrinsèque. Mais cela est tout à fait *non constructif*, puisque justement *l'exigence constructive renvoie à celle d'effectivité, de déterminabilité légale ou finitiste de l'objet*. Cette tension n'est pas récurrente dans ces termes chez Bachelard, mais ce qu'il dit, et que l'on étudie dans la section suivante, sur le *noumène mathématique* comme ensemble de relations dont le but est la *réalisation*, accentuera le « pôle hégélien » de cette tension.

III. Du fictionnalisme au fonctionnalisme

1. Le primat géométrique de l'opération sur l'objet

Le chapitre V de *Le rationalisme appliqué*, « L'identité continuée »² offre au lecteur une étude passionnante du théorème de Pythagore, dont Bachelard montre, par-delà son privilège historique de fait, le caractère épistémologiquement et conceptuellement privilégié *en droit*, par le biais d'abord de la mise en évidence du travail inductif invisible à première vue du principe d'identité qui opère en lui, par la reprise ensuite d'un exposé de G. Bouligand sur la « pythagoricité » interne du triangle rectangle. C'est l'occasion pour Bachelard de montrer la façon dont il se détache, tout en reconnaissant sa parenté avec lui, de la perspective hégélienne. La posture du propos vise à montrer la primauté de ce qui est *effectivement opérant*, ce qui est le *moteur de la production* dans une construction ou configuration géométrique, par-delà le produit obtenu, la configuration particulière enveloppant l'universalité du théorème.

Rappelant une de ses thèses essentielles, selon laquelle la vraie démarche rationaliste est inductive et non « réductive » / réductrice, qu'elle procède par différenciation interne et généralisation, c'est-à-dire par subversion *immanente* d'un système de concepts, il prend l'exemple, évidemment non anodin, de l'orthogonalité. Du théorème de Pythagore aux espaces euclidiens et non-euclidiens, puis à la théorie des ensembles, et enfin au concept de *base* d'un domaine de définition (pour les fonctions de la mécanique ondulatoire en

connaissance scientifique et que si en ce cadre elle exige rupture épistémologique à son égard, elle n'est pas *en soi* condamnable pour *x* autre raison, bien au contraire.

¹ Bachelard 1927 p. 177.

² Bachelard 1949a p. 82-101.

particulier¹), c'est à un tel enrichissement dialectique que l'on assiste. Mais dans le théorème de Pythagore même, une dialectique très particulière se manifeste à un regard attentif : le principe d'identité, sous un angle non tautologique et vide, est producteur, cette identité est « continuée » au sens de la cartésienne création continuée. Montrer cette productivité à l'œuvre, c'est montrer comment procède la pensée mathématique dans son œuvre de connaissance, particulièrement grâce à sa *rupture avec l'intuition* et avec les approches réalistes spontanées. Il critique systématiquement les propos d'E. Meyerson qui, sur un tel sujet, s'intéresse surtout, du fait de son rationalisme très classique, scolairement néo-kantien, à l'œuvre comme résultat et non comme procès.

Les objets géo-mathématiques sont fonctionnels ; leurs fonctions sont corrélatives, et de ce fait, l'identité devient *opératoire*, c'est-à-dire relative à un groupe d'opérations spécifiées, opérant sur ces objets en tant que ceux-ci ne sont, en fait, que des corrélats de ces opérations. L'identité des êtres géométriques invariants est relative à un groupe, celui qui définit le système rationnel de base choisi : Bachelard souligne ainsi l'absurdité de l'idée d'une identité *en soi*. Il y a identité de structure, liée à l'invariance par transformation projective, entre le cercle et les autres sections coniques, malgré la variation des propriétés métriques ; la sphère et l'ellipsoïde sont des surfaces topologiquement identiques, quoique métriquement différentes ; et même en géométrie euclidienne classique, attachée au groupe des déplacements/similitudes, toutes les sphères sont identiques, quel que soit leur rayon. On voit ici la même perspective critique que celle défendue par Bachelard concernant l'usage de la distance dans la détermination d'un discontinu sur un continu donné : l'aspect numérique et métrique, l'aspect *quantitatif* des mathématiques masque leur nature relationnelle et *fonctionnelle* profonde, qui relève d'un niveau qu'on peut qualifier de *qualitatif*. On appuiera cela sous peu, lorsque interviendra la distinction bachelardienne entre « phénomène » et « noumène » mathématiques.

L'identité par superposition, critère caractéristique de la géométrie euclidienne plane², est un critère valable si l'on a le groupe des déplacements (qui n'a *aucun privilège structurel*, rappelle Bachelard en se référant à Klein). L'identité peut être attribuée à des cas qui dépassent la superposition, ainsi le cas des figures symétriques³, et plus généralement à des figures métriquement distinctes (pas exemple deux triangles rectangles non congruents). Cela signifie bien, par ce sens opératoire de l'identité, que des objets ou propriétés complexes dans une configuration, deviennent du point de vue d'une théorie plus générale axée sur des invariants, plus simples – et l'on retrouve, descriptivement ici, ce que Cavallès analyse sous l'angle génétique, à savoir ce processus d'intégration d'un complexe comme élément simple d'un système de concepts de généralité supérieure, la *thématisation*. Epistémologiquement non-cartésienne, cette approche refuse l'inféodation de la connaissance mathématique à un point de vue unique, à celui d'un objet unique.

Les paragraphes 3 à 6 du chapitre « L'identité continuée »⁴ portent en détail sur le théorème de Pythagore. Le but de Bachelard est de saisir la démarche essentielle qui y préside – contrairement à Meyerson, et contre lui, ainsi qu'on l'a déjà rappelé – et de saisir les prolongements du théorème, c'est-à-dire saisir son *essence*. On suit ici le raisonnement :

¹ Par exemple la base d'une espace de Hilbert : cf. la sous-section consacrée à l'espace de Hilbert dans la section 5 de ce chapitre consacrée à lautman.

² Le critère est explicité principalement dans les cas d'égalité des triangles, en particulier dans la proposition IV du livre I des *Eléments*.

³ Et ce n'est pas un hasard si cet exemple a servi à Kant dès 1968 dans *Du premier fondement de la différences des régions de l'espace* : on ne peut déduire ou instituer de façon purement analytique et idéale l'identité géométrique, car deux figures symétriques n'ont rien essentiellement qui diffèrent. L'établissement de leur identité implique une rotation autour de l'axe de symétrie, qui fait intervenir une troisième dimension, c'est-à-dire excède qualitativement le plan, et implique donc un critère élargi, différencié de l'identité – mais la conséquence de l'argument kantien, l'appel à une instance intuitive essentiellement synthétique (l'espace tridimensionnel) excédant la réduction analytique, ne modifie pas en profondeur le critère de la superposabilité, puisque c'est à une telle superposition que la rotation en question aboutit. Autrement dit l'analyse kantienne montre juste la complexité de l'application du critère d'identité par superposition, alors que Bachelard insiste sur le caractère éminemment restrictif du critère lui-même.

⁴ Bachelard 1949a p. 86-94.

(1) Le théorème, énonçant que le carré de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des deux autres côtés, pose donc un rapport d'égalité quantitative, qui se traduit géométriquement par l'identité de deux aires. Sa « préhistoire » correspond au stade d'une « induction pédagogique » triviale : si le triangle rectangle est isocèle, on le voit par simple découpage empirique, visuellement, l'identité est totale et à tous points de vue¹. Mais dès que le triangle isocèle n'est plus rectangle, on voit que ça ne marche pas, visuellement encore : le cas du triangle équilatéral le montre de façon également triviale, dans la mesure où les trois carrés sont identiques – donc l'un ne peut être la somme des deux autres².

(2) Autrement dit, la droiture de l'angle est ce qui compte : c'est l'objet du théorème proprement dit. C'est un inattendu, au fond : la pythagoricité est liée à cette droiture. On le voit, les formes géométriques qu'il s'agit maintenant de comparer sont inidentifiables intuitivement par découpages. La démonstration du théorème procède alors par une suite indirecte d'identifications (ainsi que Meyerson l'avait noté)

« Prenons la moitié du carré, soit le triangle ABD ; et la moitié du rectangle, soit le triangle BHE. Le triangle ABD est égal au triangle DBC (même base DB et même hauteur AB). Le triangle BHE est égal au triangle ABE (même base BE et même hauteur BH).

Il suffit de constater que les deux triangles DBC et ABE sont égaux comme ayant un angle égal ($\widehat{DBC} = \widehat{ABE}$) compris entre deux côtés égaux chacun à chacun. Finalement, en parcourant cette cascade d'identités on se convainc que le carré et le rectangle sont égaux à gauche et, comme nous le disions il y a un instant, qu'il en est de même naturellement pour le carré et le rectangle de droite. La proposition a donc bien été démontrée. »³

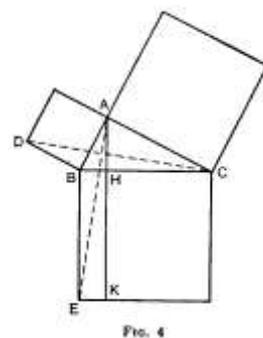


FIG. 4

C'est maintenant qu'il faut dépasser le *fait* du théorème : suivant Georges Bouligand, Bachelard se donne pour but de dégager l'élément principal-causal du théorème. Or cet élément causal, c'est celui d'une identité opératoire. L'élément causal n'est pas le carré (ce n'est qu'une causalité occasionnelle) : l'élément clé, c'est d'abord la régularité de la figure construite sur les côtés du triangle rectangle. Un polygone géométrique (que l'on dirait aujourd'hui convexe plan) est régulier si et seulement si ses côtés ont même longueur et si ses angles ont même mesure : les trois figures construites sur les trois côtés doivent être semblablement régulières, c'est-à-dire « similaires », posséder une identité dans leurs proportions. Cela respecte bien la logique même des *Eléments* d'Euclide, puisque la démonstration du théorème se fait en deux fois : sur le cas des carrés dans le livre I, dans le cas général au livre VI⁴ (pour des rectangles quelconques), cas général qui suppose la notion de similitude (*analogia*), c'est-à-dire, puisque celle-ci est identité de « raisons » au sens de proportions, qui suppose la théorie eudoxienne des proportions du livre V. C'est cette théorie qui fait passer la géométrie plane des quatre premiers livres, essentiellement axée sur les objets (et le critère d'identité par superposition), à une géométrie axée sur les relations que ces objets entretiennent entre eux.

Cette régularité implique en fait qu'il suffit de multiplier par un facteur précis les membres de l'équation du théorème initial pour généraliser le théorème initial (qui est ici

¹ Bachelard 1949a, figure 1 p. 87.

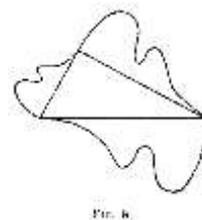
² Bachelard 1949a, figures 2 et 3 p. 88.

³ Bachelard 1949a p. 90 (figure 4 reproduite de la p. 89). C'est ici que Bachelard expose cet élément de psychologie du réalisme mathématique naïf : la « merveilleuse égalité », l'harmonie, est une valeur, principalement esthétique-mystique, qui excède le factum mathématique lui-même, et qui pousse à poser l'existence d'Idées pures ou d'un monde d'objets idéaux transcendants la subjectivité mathématicienne, et dont le théorème ne serait que l'expression ici-bas.

⁴ Livre I, prop. 47, Livre VI prop. 30.

présupposé). Ainsi on peut remplacer les carrés par des triangles équilatéraux¹, et prendre le facteur $\frac{\sqrt{3}}{4}$, des pentagones réguliers et prendre un facteur supérieur à l'unité, etc. Ainsi,

« D'une manière générale, on peut donc énoncer la propriété suivante : Un polygone régulier de n côtés construit sur l'hypoténuse d'un triangle rectangle d'un triangle rectangle est égal à la somme des polygones réguliers de n côtés construits sur les deux autres côtés du triangle. »²

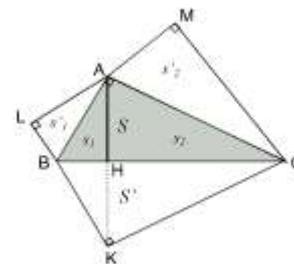


Cependant cette régularité implique la rectilinéarité des figures construites : or cela n'est encore qu'un cas particulier : la similitude, dans toute sa généralité, suffit, que les figures soit rectilignes ou curvilignes (ce qui là, excède la théorie euclidienne généralisée) : Bachelard prend des demi-cercles³, et une figure sans statut particulier⁴. Le calcul effectif excède les moyens euclidiens, mais il vérifie bien le théorème. Ainsi la similitude, est le véritable principe, l'élément causal : le théorème marche même pour des figures curvilignes, du moment qu'elles sont *semblables*.

La similitude est donc « cause rationnelle » du théorème de Pythagore qui a ainsi une valeur philosophique considérable. D'où l'affirmation suivante :

« la plus grande réalité des idées se trouve du côté de la plus grande généralité obtenue par une intuition très travaillée. Nous serons amenés ainsi à substituer au réalisme mathématique naïf qui réalisait une figure (c'est-à-dire un « phénomène mathématique ») un réalisme mathématique qui réalise une cause profonde, c'est-à-dire « noumène mathématique ».⁵

La leçon conceptuelle de la réalisation de ce « noumène » prendra encore plus de force après que l'on aura vu comment Bachelard interprète le « Théorème de Bouligand »⁶, démontrant la pythagoricité immanente, c'est-à-dire sans faire appel à la construction des figures sur les côtés du triangle, et cela au regard de la conception hégélienne du théorème. Dans l'analyse qui précède, l'identité continuée précédente reste sous la dépendance du théorème de Pythagore *historique*.



Bouligand se donne d'abord la configuration de la figure 9 (reproduite ci-contre⁷) : AMC est égal à AHC, ALB égal à ABH, BKC égal à ABC.

¹ Bachelard 1949a, figure 5 p. 91.

² Bachelard 1949a p. 92.

³ Bachelard 1949a, figure 7 p. 93.

⁴ Bachelard 1949a, figure 8, p. 93, reproduite.

⁵ 1949a p. 91. L'infiniment petit est également un *noumène*, un principe explicatif extra-intuitif, en microphysique : Bachelard 1940, p. 94.

⁶ Bachelard 1949a, § 7-8, p. 94-9. Et il est intéressant de noter que ce passage du phénomène au noumène s'accompagne, si l'on suit le propos de J.-L Gardies en Gardies 2002, d'un passage d'une théorie du premier ordre à une théorie possédant une puissance d'expression du deuxième ordre (au sens contemporain), quoique avec un appareillage logique toujours du premier. Son analyse porte tout particulièrement sur la définition V du livre V qui fixe le critère de proportionnalité entre quatre grandeurs : ce qui est défini (égalité de raisons), dépasse le premier ordre (puisque les « raisons » sont des prédicats binaires remplissant le prédicat binaire d'égalité). Mais le *definiens* reste un prédicat tétradique (une proportion entre quatre grandeurs) rempli par quatre individus. La substituabilité totale du *definiens* au *definiendum* montre qu'une puissance d'expression supérieure au premier ordre est atteinte avec les moyens de celui-ci (puisque, comme pour les quatre premiers livres des *Eléments*, seules des variables d'individus sont impliquées, comme chez Hilbert dans les *Fondements de la géométrie* de 1899. Ce passage irait tout à fait dans le sens d'un approfondissement, d'une transition immanente, prenant malgré tout la consistance d'un *saut*, vers une mathématique qualitativement supérieure.

Cf. Gardies 2002, « Les mathématiques grecques sous le regard de la théorie des types », (inédit), Communication au *Symposium International Philosophical Insights into Logic and Mathematics*, Université de Nancy II, Laboratoire de Philosophie et d'Histoire des Sciences *Archives Henri Poincaré*, Beth Foundation (Amsterdam), 30 septembre-4 octobre 2002.

⁷ Je la reprends à Bachelard, en nommant cependant de façon anticipée les aires des triangles constitués, (et en rajoutant les lettres L et M dans un souci de clarté de l'exposé) afin que la similitude avec la configuration de la

Trivialement, on a :
 $S = s_1 + s_2$, ainsi que
 $S' = s'_1 + s'_2$.

Par la figure 10, on voit que l'on peut, au titre d'une « pensée abstraite constructive », s'abstenir de construire, comme en figure 9, les triangles rectangles « à l'extérieur » du triangle ABC : en effet, dresser la hauteur issue du sommet de l'angle droit *construit* les triangles ABH et AHC comme semblables à ABC.

On peut ainsi se contenter de l'égalité « en dedans »
 $S = S_1 + S_2$,

puisque ABC est la somme de ABH et de AXC.

A partir de cette « évidence première », on peut reprendre les données de la figure 9, et poser les proportionnalités suivantes :

$$\frac{s_1}{s'_1} = \frac{s_2}{s'_2} = \frac{S}{S'}$$

Dans le cas de la figure 9, c'est trivial : chaque quotient est égal à 1 par définition. Mais c'est dans le cas de la figure 11 que tout cela prend sens et force : en vertu de la *similitude* des carrés, et de ces proportionnalités, de

$$S = S_1 + S_2,$$

on infère immédiatement $S' = s'_1 + s'_2$. Ce qui constitue le théorème de Pythagore proprement dit. De là est mis en évidence le *privilege épistémologique, plus qu'historique*, du Théorème :

« L'épistémologie nous enseigne une histoire scientifique telle qu'elle aurait du être... L'épistémologie nous situe alors dans un temps logique, aux raisons et aux conséquences bien placées, dans un temps logique qui n'a plus les lenteurs de la réelle chronologie... Le théorème de Bouligand nous fait penser vite... Nous atteignons ainsi à l'intuition du discursif ».¹

Ce théorème illustre parfaitement l'idée d'*enseignement virtuel* : celui que l'on se donne à soi-même en tant qu'esprit. L'esprit procède en lui à une division interne, qui « aide à revivre la connaissance en faisant de l'avant et de l'après temporels un avant et un après rationnels. » Nous nous efforçons d'effacer la contingence de la culture, et c'est cela, la marque du rationalisme. On comprend ce dédoublement de l'esprit en acteur et en « surveillant » de soi au regard de la distinction entre la durée *de pensée* et la durée *vécue* (c'est-à-dire si on ne « réalise » pas la première). Autrement dit, le passage du théorème historique ou théorème « rationnel », qui exprime le passage d'une chronologie de la pensée assertorique à une « chronotechnique » pensée apodictique-rationnelle, nous extrait du temps continu de la recherche au profit du temps discontinu de noyaux rationnels enchâssés, d'un temps transcendant la « dialectique d'événements signifiants et d'incidents reconnus comme dépourvus de significations ». Cette détemporalisation du travail de la pensée devrait être ordonnée à la retemporalisation qui permet d'obtenir les fulgurances de la démonstration rationnelle² : c'est cela le noyau conceptuel de l'histoire bachelardienne des sciences.

figure 11 soit immédiatement visible. Les figures 9 et 10 apparaissent en Bachelard 1949a p. 95, la figure 11 p. 96.

¹ Bachelard 1949a p. 96.

² Bachelard 1949a p. 27.

Ce théorème de Bouligand consiste en le développement de la *cause première* d'un théorème, aucunement en une réduction. Outre qu'il illustre clairement ce que doit être cette histoire *conceptuelle* et non chronologique des sciences, il est l'occasion pour Bachelard d'une discussion des propos hégéliens sur ce théorème de Pythagore, discussion tout à fait instructive sur sa position relativement à la *dialectique* dans son rapport aux mathématiques. Bachelard affirme l'incompréhension de Hegel à l'égard de la richesse conceptuelle de ce théorème, telle qu'elle se manifeste dans la préface de la *Phénoménologie de l'esprit*¹. Comme on l'a vu dans le premier chapitre, Hegel, sur l'exemple du théorème de Pythagore, adresse son verdict général de la déféctuosité de la connaissance mathématique, qui connaît son objet *extérieurement*, et ne procède pas à la déduction en partant du développement nécessaire *du concept même* (même si le développement du théorème, dans la *Doctrine du Concept*, se rapproche de la réalisation du Concept). D'où le caractère factuel, contingent du discours mathématique, qui n'actualise en rien la virtualité propre au concept – au sens aristotélicien où démontrer un théorème, c'est le faire passer de la puissance à l'acte, actualiser son principe immanent – mais au contraire, disloque le triangle en parties distinctes pour finalement le reconstruire, certes pour aboutir à un énoncé vrai, mais au prix de la fausseté qualitative du contenu. Ce jugement sévère de Hegel est à son tour rigoureusement attaqué par Bachelard² :

« Hegel ne s'est pas réellement engagé dans la pensée mathématique... [mais] on pourrait en appeler à Hegel lui-même pour montrer la valeur centrale de la démonstration de Bouligand. Et quand Hegel dit "la vraie métamorphose n'appartient qu'à la notion car le changement de notion n'est qu'un développement", on ne trouvera guère de meilleur exemple que les métamorphoses de la notion de pythagoricité impliquant les figures les plus variées sous la seule condition de similitude ». 99.

Il est frappant de voir comment, selon moi, Bachelard *valide le jugement hégélien* : Hegel n'étudie pas vraiment la pratique mathématique dans sa concrétude, dans sa dimension psychologique effective, il l'évalue *du point de vue du concept*, c'est-à-dire non pas du point de vue de ses contraintes propres. Hegel ne décrit pas la mathématique telle qu'elle se fait, il la juge du point de vue de ce qu'il faudrait faire. Il me semble que cela rejoint l'exigence bachelardienne de passer du privilège historique au privilège *épistémologique* du théorème, dans la mesure où c'est justement le passage à un « temps logique » et non plus chronologique, que l'on peut saisir le théorème de Bouligand comme *une preuve selon le concept de la chose*, selon son principe *interne* : la démonstration réalise le « noumène », c'est-à-dire le phénoménalise tout en maintenant sa substantialité, sa consistance conceptuelle. Le vocabulaire kantien est ici retraduit par l'intermédiaire d'une dénégation-réactivation de la thèse hégélienne.

Néanmoins la démonstration, et plus généralement la pratique mathématique que vise Hegel ne sont pas celles de Bouligand, mais celles d'Euclide, que Bachelard appelle lui-même « dogmatique ». Et l'on n'a pas attendu Hegel pour insister sur le fait que la méthode euclidienne *ne fait pas penser la production même de la connaissance*, et reste avant tout un art d'exposition – auquel Descartes a justement opposé sa « méthode d'invention » dans la Règle IV des *Règles pour la direction de l'esprit*. Comme le dit Bachelard, saisir ainsi la cause première, c'est transcender les contingences, aller au-delà du constatatif contingent, donc opérer un passage de « l'empirisme de pensée » au « rationalisme de pensée », exactement comme Hegel le souhaite³, et auquel il se réfère en connaissance de cause sur ce point précis. A n'en pas douter, le théorème de Bouligand illustre la transition de la représentation au concept qui actualise, en les engendrant synthétiquement, les déterminités via le déploiement organique et intérieur de leurs relations.

Il reste que perce ici une différence essentielle entre Bachelard et Hegel. Chez Hegel, c'est le penser *spéculatif*, le philosophe qui s'est élevé à la dialectique, qui peut exposer le théorème selon la nécessité rationnelle de son concept : or ce penser dialectique supérieur est

¹ Hegel 1807, Préface, p. 53-5.

² Bachelard 1949a p. 97-9.

³ Cf. Hegel 1812c, *Doctrine du Concept*, « L'Idée du connaître », § 3, « Le théorème », p. 343-58.

parfaitement absent chez Bachelard. D'où alors Bachelard expose-t-il ce théorème selon son concept ? Il semble que ce soit à partir du *discours mathématique* lui-même : seulement c'est le discours de Bouligand qu'il mobilise ici, c'est-à-dire un discours mathématique qui a reconstruit une démonstration selon un privilège épistémologique, et non plus historique. Il me semble que la position de Bachelard a les « défauts » de ses « qualités » ici : on ne peut remettre en cause chez lui l'idée d'une instance supérieure (la spéculation du point de vue du concept) qui s'imposerait au discours mathématique, comme on peut le reprocher à Hegel. Mais si c'est le discours mathématique lui-même qui est censé être l'instance au sein de laquelle le théorème est exposé selon son concept, alors il y a problème : toutes les démonstrations mathématiques sont loin d'avoir ce *sens du concept* qui est celui de la démonstration de Bouligand¹.

Revenons sur cette hormologie de la pensée (ορμω : je mets en mouvement) que Bachelard appelle de ses vœux. Elle a pour fonction de dégager cette temporalité logico-rationnelle par delà l'émiettement du savoir, afin de procéder à la reconstruction historico-rationnelle qui dégage après coup la *nécessité* – le « devenir », par opposition à l'histoire, dira Cavaillès – à laquelle l'histoire concrète aboutit au fur et à mesure de son effectuation affectée, comme tout pan de l'histoire humaine, d'une essentielle contingence. Mais cette hormologie fondamentalement ré-active, devrait-elle, pourrait-elle, prendre de surcroît une dimension active au sens de *normative*, c'est-à-dire susciter la production d'autres démonstrations sur le modèle du théorème de Bouligand, sur un modèle, en somme, hégélien ? Certes Bachelard ne dit pas cela. C'est du moins en droit défendable, quoique en fait fort peu plausible. La causalité mathématique va de pair avec une finalité de la notion : nous pensons lentement, mais devons repenser vite. *Est-il possible directement de penser vite ? Le modèle « hégélien-bouligandais » peut-il être art d'invention ?* Le « travailleur de la preuve » selon l'expression bien connue doit être conscient du dynamisme de la raison, dans son histoire, et s'efforcer à cette reconstruction rationnelle de la complexification discursive. Mais il semble bien que la pratique mathématique soit essentiellement, par sa psychologie et ses conditions objectives d'effectuation, *lente*².

2. Fonctionnalisme et déspatialisation algébriques du géométrique

Afin de montrer que la dialectique chez Bachelard est ce qui lui permet de *nommer* la nécessaire relativisation fonctionnelle des kantienne structures transcendantales de la subjectivité, il faut d'abord s'intéresser ici aux « dilemmes de la philosophie géométrique »³. L'unité de la pensée géométrique, ancrée depuis l'antiquité⁴ s'est effacée au 19^{ème} siècle au profit d'une multiplicité de géométries également consistantes, l'euclidienne en devenant une parmi d'autre. Cet éclatement a constitué, progressivement, une *rupture* et une relativisation profondes de l'intuition de l'espace, c'est-à-dire que du fait de leur diversité, de leur concurrence au niveau logique-axiomatique, et de la pluralisation sémantique des concepts traditionnels (droite, parallèle, etc.), cet éclatement s'est accompagné de la *déconcrétisation* de chacune d'elle. Cette déconcrétisation s'est effectuée par la voie d'une *déspatialisation du géométrique*, manifeste au moment de la réunification de ces géométries par l'algèbre, et en particulier la théorie des groupes. C'est ce qu'a effectué emblématiquement par Klein dans ses

¹ C'est peut-être la grande question de la *trivialité* qui pointe ici : beaucoup de mathématiciens insistent sur la grandeur et la beauté d'un théorème dit « trivial » parce qu'il a réduit son contenu à la plus grande simplicité. C'est me semble-t-il cette simplicité qui prédomine dans le théorème de Bouligand. Autrement dit, le discours mathématique lui-même selon *l'instance du Concept* dès lors qu'il saurait atteindre à cette trivialité après avoir longuement tâtonné ou erré.

² C'est justement ce que l'on peut penser du cheminement précédant l'accès à la « trivialité » évoqué dans la note qui précède.

³ Bachelard 1934, ch. I, « Les dilemmes de la philosophie géométrique ».

⁴ Si l'on accorde que la géométrie projective et la géométrie analytique au 17^{ème} siècle furent plus complémentaires que rivales.

« Remarques comparatives sur les recherches géométriques modernes »¹, dites *Programme d'Erlangen* de 1872.

La pluralisation des entités géométriques se traduit par la prise de conscience qu'il faut montrer en toute généralité ce qui perdure, en elles, par-delà le changement de géométrie, c'est-à-dire ce qui *structurellement et fonctionnellement est invariant* :

« En effet, on peut déjà se rendre compte que le rôle des entités prime sur leur nature et que l'essence est contemporaine de la relation. Ainsi on comprendra le problème posé par la demande d'Euclide [Deux droites ne peuvent enclore un espace] quand on considèrera véritablement le rôle des droites dans un plan et non plus leur nature d'absolu ou d'être, quand on saura, en variant l'application, généraliser la notion de droite dans un plan... Alors la simplicité ne sera plus, comme le pose l'épistémologie cartésienne, la qualité intrinsèque d'une notion, mais seulement une propriété extrinsèque et relative, contemporaine de l'application, saisie dans une relation particulière. »²

Ainsi une droite, du point de vue général de la théorie des géodésiques sur une surface quelconque, analogue d'un grand cercle sur la sphère³, devient la géodésique d'un plan euclidien. La géodésique est alors plus « vraie » que la droite. La proportion inverse entre compréhension et extension du concept est nette ici : par cette généralisation, le concept de droite s'appauvrit, c'est-à-dire se *purifie* pour se réduire à son rôle fonctionnel strictement déterminé. D'où encore ici la conception opératoire et fonctionnelle de la notion, dont l'essence « se mesure aux possibilités de [sa] déformation »⁴ qui en élargit l'application. Ce sont donc les idées de transformation, de correspondance, d'application variée, c'est-à-dire des relations qui vont alors dominer :

« De cette manière, on connaît la forme mathématique par ses transformations : on pourrait dire à l'être mathématique : dis-moi comment l'on te transforme, je te dirai qui tu es... La clé de voûte de l'évidence, c'est donc la forme algébrique. En somme l'algèbre amasse toutes les relations et rien que les relations. C'est en tant que relations que les diverses géométries sont équivalentes ».⁵

On passe du primat de l'objet à celui de la relation, de la substance, à la fonction : l'établissement de ces relations n'est pas pourtant ancré dans une découverte, mais dans une démarche synthétique posant et différenciant le corps de ces relations, au titre d'un « effort poétique des mathématiciens, l'effort créateur, réalisateur », qui donne sens au formalisme et au conventionnalisme associés à l'épuration axiomatique-algébrique des géométries : on retrouve ici la liberté du mathématicien factuellement normée par l'exigence de complétude, de cohérence au sein de la dialectique entre matière et forme mathématiques visant à une objectivation pleinement achevée de ses « donnés ». En mathématiques pures, indépendamment de sa mobilisation en physique, la fonction unificatrice du groupe, et plus précisément, de la composition des opérations qui le constituent, se traduit par le rôle recteur de schèmes abstraits (une axiomatique géométrique particulière étant une représentation d'un groupe) qui vont, par surcroît, devenir des invariants physiques : la déconcrétisation, déréalisation de l'objet mathématique va conduire, d'un même mouvement, à celles de l'objet (micro)physique, le mouvement global synthétisant toujours des instances hétérogènes (l'intuition transformée, l'expérimentation, la formalisation logico-mathématique, unificatrice et dominatrice) à la façon dont Gonthier le présente dans toute son œuvre, auquel Bachelard se réfère une nouvelle fois ici⁶.

¹ Klein 1972.

² Bachelard 1934, p. 26-7.

³ Comme l'illustre clairement leur correspondance dans la projection stéréographique.

⁴ Bachelard 1934 p. 29.

⁵ Bachelard 1934 p. 34.

⁶ Bachelard 1934 p. 44. Cf. également Bachelard 1934, p. 32 où est rappelé le concept gonthierien de « doctrine préalable ». Il existe toujours un « inconscient géométrique », Bachelard 1934 p. 41. On ne part pas, de fait, du simple plan des pensées rationnelles les plus claires ou des structures logiques basiques. Cf. Gonthier 1926 p. 101 (cité par Bachelard). Par exemple, lorsque Poincaré argumente contre Gauss qui prétendait démontrer la nature non-euclidienne de l'espace (en astronomie : cf. Bachelard p. 40), et qu'il prétend au contraire montrer son

Avant d'aborder le problème de ces schèmes physiquement structurants, dégageons une première fois ici le sens général que Bachelard attribue à sa « dialectique ». L'instance rectrice n'est plus une intuition structurant la subjectivité, mais des formations mathématiques abstraites ouvertes à la différenciation et à la généralisation. Bachelard sauve le kantisme en le dépassant de l'intérieur, dépassement explicitement dialectique :

« C'est sur le caractère immuable de l'architecture de la géométrie que Kant fonde l'architectonique de la raison. Si la géométrie se divise, le kantisme ne peut être sauvé qu'en inscrivant des principes de division dans la raison elle-même, qu'en ouvrant le rationalisme. Sans doute un hégélianisme mathématique serait un non-sens historique : on ne peut cependant qu'être frappé du fait que des tendances dialectiques apparaissent à peu près en même temps dans la philosophie et dans la science »¹

Il est intéressant de voir que cette perspective est une constante de l'œuvre de Bachelard : la citation suivante, extraite de *L'Engagement rationaliste* de 1951, consacre la présence de Hegel mais le caractère bien métaphorique de ce qui est dorénavant retenu de sa dialectique :

« La dialectique tout interne de la pensée rationnelle n'apparaît vraiment qu'au XX^{ème} siècle. Elle apparaît en même temps dans la philosophie et dans la science, sans qu'il y ait d'ailleurs aucune influence entre les deux mouvements : Lobatchewski, en dialectisant la pensée géométrique, ignore Hegel. Hegel, en dialectisant la pensée métaphysique, ignore naturellement Lobatchewski. Il ignore même les mathématiques. Si grande que soit la tentation d'attacher le rationalisme dialectique aux thèmes hégéliens, il faut sans doute la refuser. La dialectique hégélienne nous place, en effet, devant une dialectique a priori, devant une dialectique où la liberté d'esprit est trop inconditionnée, trop désertique. Elle peut conduire peut-être à une morale et à une politique générales. Elle ne peut conduire à un exercice quotidien des libertés d'esprit, détaillées et renaissantes. Elle correspond à ces sociétés sans vie où l'on est libre de tout faire mais où l'on n'a rien à faire. Alors on est libre de penser, mais on a rien à penser. Bien supérieure est la dialectique instituée au niveau des notions particulières, a posteriori, après que le hasard ou l'histoire ont apporté une notion qui reste, par cela même, contingente. Du jour où Lobatchewski a dialectisé la notion de parallèle, il a invité l'esprit humain à compléter dialectiquement les notions fondamentales. Une mobilité essentielle, une effervescence psychique, une joie spirituelle se sont trouvées associées à l'activité de la raison. Lobatchewski a créé l'humour géométrique en appliquant l'esprit de finesse à l'esprit géométrique ; il a promu la raison polémique au rang de raison constituante ; il a fondé la liberté de la raison à l'égard d'elle-même en assouplissant l'application du principe de contradiction. »²

Notons d'abord cette chose étonnante : les processus de « dialectisation » des concepts, de leur ouverture, n'ont évidemment pas attendu le 19^{ème} siècle pour se produire. Pour pouvoir écrire que « La dialectique tout interne de la pensée rationnelle n'apparaît vraiment qu'au XX^{ème} siècle », il faut ignorer l'histoire, ce qui n'est pas le cas de Bachelard. En fait, c'est la pluralisation des modes de description de la spatialité qui semble en cause ici : Bachelard vise la double révolution géométrique du 19^{ème} siècle (le non-euclidien, le n-dimensionnel), qui institue la non-univocité de l'espace, et donc met à jour ce caractère dialectique de ce que Gonthier, on va le voir, appelle « l'ouverture » de l'idée d'espace. Ensuite, le post-hégélianisme évoqué est aussi assoupli que le principe de contradiction par Lobatchewski : la dialectique bachelardienne, quelles que soient ces versions³, désigne ce procès d'assouplissement, de différenciation conceptuelle, de généralisation, de relativisation, de négation-polémique où la négation est un acte de l'esprit et jamais un procès objectif, mouvement d'induction/invention (les deux étant identifiés par Bachelard) de régionalisation

caractère euclidien, il procède à une pétition de principe : une présupposition euclidienne implicite appartient à son dispositif.

¹ Bachelard 1934, p.24.

² Bachelard 1951b « Le surrationalisme » p. 8-9. Il est faux, on l'a vu, que Hegel ignore les mathématiques, bien qu'il soit juste de dire qu'il ne pense pas l'exercice quotidien de l'esprit à l'œuvre dans la pratique mathématique : il ne pense pas celle-ci du point de vue de la psychologie du chercheur. Peut-être est-ce dommageable, mais ce n'est pas son objet.

³ Cf. Vadée 1975 p. 165 et suiv.

des modes de connaissance et critères d'objectivité : ce procès est (inter)subjectif, ce qui montre que la dialectique n'est jamais que *dialectisation* chez Bachelard, ni dialectique de la nature, de l'histoire ou de l'Idée, c'est-à-dire jamais dialectique objective d'un objet. Comme le disait résumait efficacement Canguilhem :

« Ce que Bachelard nomme dialectique, c'est le mouvement inductif qui réorganise le savoir en élargissant ses bases, où la négation des concepts et des axiomes n'est qu'un aspect de leur généralisation. Cette rectification des concepts, Bachelard la nomme d'ailleurs enveloppement ou inclusion aussi volontiers que dépassement. »¹

Cette généralité et cette libéralité dans l'usage du terme nous éloignent bien nettement de Hegel, Marx et Engels. Pourtant, on l'a vu, certaines thèses de Bachelard le rapprochent de Hegel. Mais alors, c'est le terme de dialectique qui n'est plus du tout présent. Officiellement dirais-je, le néo-kantisme qu'il assume de fait est largement éloigné de la thèse transcendantale, et sa dialectique n'est pas celle de Hegel : c'est principalement celle d'Hamelin qui l'inspire. Pourtant sa posture et son vocabulaire poussent à affirmer une analogie ponctuelle avec Hegel, structurelle avec Kant. Mais l'examen de l'implication du mathématique dans le physique en est également une occasion.

IV. Un néo-kantisme dialectique : la pensée mathématique du réel

1. La rectification dialectique du concept : l'exemple du concept de masse

Avec l'exemple du concept de *masse* Bachelard montre comment son « surrationalisme dialectique »² rend compte du devenir de la mécanique intégrant en les « niant » plusieurs types de conceptualisations antérieurs. Il distingue *quatre types de concepts de masse* en les inscrivant dans quatre formes ou degrés de pensée hiérarchisés tout en étant complémentaires : réalisme naïf, empirisme, rationalisme newtonien, rationalisme relativiste einsteinien. Le « surrationalisme dialectique » n'est pas vraiment un cinquième niveau, mais l'articulation philosophique et historique des autres, le dressage du « profil épistémologique » d'un concept prenant place dans une (possible) histoire philosophique dialectique de la mécanique.

Le premier concept relève d'une appréciation *primitive* de *l'être* : le réalisme consiste à faire d'images usuelles, habitudes de pensée, de valeurs, des fonctions gnoséologiques qui sont par là des « concepts-obstacles » à une connaissance élaborée de la masse. Le second concept, tout en restant dans un cadre réaliste correspond au moment où « masse » devient un concept, un *instrument empiriquement utilisable* se substituant à une expérience ou une conduite réelle singulière : l'idée de *poids* et l'usage de la balance sont déjà l'amorce d'un mouvement d'abstraction et de généralisation du concept. Cet emploi empirique laisse place au troisième moment, moment newtonien, celui du concept *rationnel* inclus dans un réseau de notions solidaires utilisables seulement corrélativement : la « masse », « quotient de la force par l'accélération », est en fait *devenu* un corps de notions (incluant force, accélération, donc mouvement, vitesse, etc.) arithmétisées, exprimable alors sous forme d'équations ou de rapports. La rationalisation du concept de masse est simultanément une complication, une complexification au niveau philosophique consistant en un déplacement d'un réalisme des *choses* initial vers un légalisme, c'est à dire un « réalisme » des *lois*, sans référence - chez Newton - à toute réalité empiriquement décelable ou cause substantielle (« hypothèses non fingo »).

Cette mécanique rationnelle classique, élargissant la fonction et le domaine d'application (tout en le complexifiant) du concept de masse, de nouveau va devoir s'ouvrir : la théorie relativiste d'Einstein, « rationaliste complet », va ouvrir et enrichir de l'intérieur, dans sa structure fonctionnelle *interne*, la notion de masse. En effet, si le réseau notionnel est repris, il

¹ Canguilhem 1963c p. 196.

² Bachelard 1940, p. 20-34.

est relativisé : il n'y a pas de masse absolue, toute masse devient une *fonction* de la vitesse (alors qu'elle en est indépendante en mécanique classique). La notion, ainsi se trouve complexifiée de façon interne, dans sa définition (en compréhension et en extension), mais également de façon *externe*, dans la mesure où l'usage théorique et expérimental du concept est radicalement modifié. Ce qui caractérise ce quatrième niveau conceptuel, c'est un passage accru du simple au complexe, une avancée importante dans l'abstraction (notamment 1/ par le fait que ce rationalisme devient conditionnel, partiellement indéterministe : ce qui rompt avec le quasi-apriorisme classique 2/ que l'espace géométrique mobilisé est non-euclidien, c'est à dire en rupture avec toute forme de réalisme, fût-il rationaliste).

La non-analyticité *globale* de cette mécanique nouvelle n'est pas chaotique, mais au contraire est le lieu de cette « rêverie savante » qui *nie*, c'est à dire qui ouvre, élargit, fait évoluer les concepts antérieurs sans unilatéralité philosophique, garde la trace des obstacles épistémologiques liés à ces concepts tout en les dépassant. On voit que cette *succession* chronologique de niveaux de concepts, dont Bachelard rend compte en terme de « négation » par élargissement et intégration, est aussi une *structure logique* : ces cinq concepts sont intégrés dans un rationalisme éclectique qui se donne les moyens de rendre compte complètement des phénomènes de la façon la plus exacte possible¹. Une philosophie des sciences est donc à ce niveau, pour Bachelard, une philosophie dispersée qui a sa cohésion par la dialectique de son progrès contre l'irrationalisme.

Cet exemple dispensera de rentrer dans les détails de la dialectique des notions de la relativité : ces détails excèderait mon propos². En revanche, il convient maintenant de se concentrer sur ce qui témoigne assez nettement du néo-kantisme de Bachelard.

2. Nature qualitative de la relation mathématique

Il est instructif de voir que la perspective fonctionnaliste générale est directement liée à l'idée d'une connaissance de la *qualité*, intimement dépendante de cette primauté récurrente de l'*ordre* chez Bachelard³. L'idée clé de l'*Essai*, c'est, je le rappelle, que l'approximation témoigne d'une rectification, au large sens de la conquête d'une connaissance nouvelle via l'incorporation de nouvelles conditions d'application des concepts en un corps global niant et dépassant leurs conditions d'application antérieures.

Le fonctionnalisme de Bachelard est un « relativisme » – ce qui est un point communément et explicitement partagé par Bachelard et Brunschvicg – : la relation prime sur l'être. Or ces relations sont pensées comme des qualités, si l'on accorde que le modèle mathématique de la topologie, dont on a vu la présence chez Bachelard, est une science qualitative car dans sa pureté, n'interviennent pas métrique/distance/quantité/mesure. La qualité en question est donc tout abstraite : les lois et formules mathématiques peuvent certes exprimer des rapports quantitatifs de grandeur, mais aussi et plus fondamentalement, des rapports fonctionnels, d'ordre, qui sont qualitatifs.

La qualité ainsi entendue est base de la connaissance rationnelle : ce par quoi l'objectivation s'effectue, puisque l'objet n'est qu'une « série de perceptions susceptibles d'une ordination, mieux, c'est cette ordination même »⁴. La connaissance qualitative doit réussir à être aussi rationnelle que la connaissance quantitative (et cela contre l'irrationnalisme traditionnellement prêté à la pensée qualitative, par exemple à celle de Hegel). L'ordre et la qualité, en tant que la qualité est ce qui est *objet d'une ordination*, fonctionnent donc ici comme des méta-concepts au sens « abstrait-concret », impliquant la recherche des strates les plus fondamentales, celle de principes de sériation, qui se traduisent notamment par la prédominance paradigmatique et méthodique du raisonnement par récurrence. Même si « l'induction » bachelardienne n'est pas celle du principe d'induction que défend Poincaré, il me semble qu'il y a ici une convergence plus que littérale. Finalement,

¹ Bachelard à ce propos renvoie à l'idonéisme de Gonseth.

² Cf. par exemple Bachelard 1949b.

³ Cf. Vadée 1975, « Ordre et qualité, objets de la connaissance » IV p. 66 et suiv.

⁴ Bachelard 1927 p. 298

l'objet scientifique, quel qu'il soit, n'existe qu'en tant qu'il est l'expression focale de déterminations convergentes, déterminations primitivement qualitatives (et non substantielles) fonctionnelles (et non objectales), déterminations d'essence mathématique : jouant le rôle de fonctions épistémologiques se substituant à la fonction du réel, substitution témoignant, encore et toujours d'une orientation essentiellement idéaliste.

3. L'élévation de l'algèbre au transcendantal

La dialectique des notions de la théorie de la relativité révèle l'ouverture *du rationalisme régional de la physique*, et la fonction *transcendantale* des schèmes algébriques¹ témoignant d'un déplacement du lieu de forma(lisa)tion de l'objectivité physique de ce qui était l'intuition pure vers l'entendement lui-même². La théorie de la relativité impose de « re-fonder » les notions de temps et d'espace en dégageant leur solidarité³. « Mais avant de fonder, il faut détruire », autrement dit, la relativité implique une épistémologie non-newtonienne, c'est-à-dire un rationalisme de deuxième position. Ce n'est pas bien sûr en partant de la dissociation du temps et de l'espace (pour les réunir ensuite, *a posteriori*, en une synthèse extérieure) que cela peut s'effectuer. De façon très kantienne, Bachelard affirme qu'

« Il faut réaliser la *synthèse a priori* qui fonde la notion d'espace-temps »⁴

Or s'il est clair qu'il ne faut pas attribuer de valeurs absolues aux intuitions, à l'égard desquelles il convient de rompre qualitativement, quels sont les éléments qui peuvent assurer cette synthèse, et garantir son caractère *a priori* ? Ce sont les *déterminations mathématiques*, que les intuitions peuvent après coup, éventuellement, illustrer en étant élevées par elles. Donc la fonction structurante *a priori* des mathématiques, en l'occurrence de l'algèbre, ne nourrit pas un projet *réaliste* qui chercherait une essence derrière les intuitions, mais ne possède pas non plus sa fin dans le réel. Bachelard suit ici l'inspiration d'Einstein : la pensée pure (mathématique) est compétente pour saisir le réel. L'organisation mathématique de la relativité témoigne d'un « algébrisme »⁵ physique.

L'espace-temps est en effet un *complexe algébrique* : c'est même une condition sine qua non de la validité générale des connaissances des lois de l'électromagnétisme. La certitude fut acquise progressivement de leur *invariance* quel que soit le changement de système de référence : cette invariance définit la *transformation de Lorentz*, établit le *groupe* de Lorentz, analogue sémantique en théorie de la relativité, du groupe des déplacements en géométrie euclidienne. Ce groupe s'oppose à la dissociation des coordonnées spatio-temporelles : l'espace-temps comme notion/concept intégralement algébrisé, ou plutôt, comme structure algébrique complexe, apparaît par là dans une perspective de nécessité qui en fait une *forme fonctionnellement a priori*. Ce qu'il faut entendre par là, c'est qu'il est institué *fonctionnellement comme premier* par une raison dynamique (ce qui révèle rétroactivement la naïveté du rationalisme classique encore partiellement naïf). Ainsi le continuum algébrique permet de dépasser définitivement des images de la vulgarisation :

« L'esprit *se repose* dans la vérité de ses constructions ». « Une fois qu'on a réalisé le caractère *algébrique* de l'information einsteinienne ... on accède au caractère *abstrait-concret* de

¹ Cf. également Bachelard 1934 p. 169.

² Cf. Barsotti 2003, p. 187 et 201 notamment : ce texte est le seul à ma connaissance à avoir longuement mis à jour le sens transcendantal du propos de Bachelard.

³ Cette relativisation du temps et de l'espace absolus s'opère notamment par la définition opératoire de la simultanéité, qui est fonction de la constance de la vitesse de la lumière, quels que soient : les directions, l'opérateur qui mesure, le mouvement relatif des observateurs, et les échanges de signaux lumineux observables.

⁴ Bachelard 1951b p. 128.

⁵ Cf. Les développements en Bachelard 1951b p. 128-30. « C'est en se fondant sur la synthèse de l'algébrisme et de l'expérience scientifique qu'on peut correctement désigner le renouveau rationaliste qui implique les doctrines d'Einstein. » Cet « Aspect néo-kantien » « n'a pas échappé à Léon Brunschvicg qui écrivait : "Le progrès sur Kant (réalisé par les nouvelles doctrines) est d'avoir transposé la synthèse *a priori* du plan de l'intuition dans le plan de l'intelligence et il est décisif pour le passage à la physique" », Bachelard 1951b p. 128.

la pensée scientifique. On peut bien dire que la notion d'*espace-temps* est plus concrète, en dépit de sa formation savante, que les deux notions séparées d'espace et de temps, puisqu'elle solidarise deux perspectives d'expériences »¹.

Outre la saveur hégélienne de cette liaison entre concrétude et multiplicité unifiée de déterminations spatio-temporelles, on voit ici que l'algèbre *comme telle pense* l'espace, s'unit à l'organisation de l'espace : la fonction épistémique des groupes (ainsi que les polynômes de Legendre/Laguerre, « schèmes d'organisation de la connaissance ») est bien une fonction de structuration a priori de la pensée pure en tant que celle-ci appréhende le réel, pensée mathématique *concrète-abstraite*. Les quadrivecteurs de cette structure mathématique (en l'occurrence une variété riemannienne à quatre dimensions) marquent par surcroît la *synthéticité* de la théorie relativiste : le concept classique d'impulsion subit une extension qui assure en retour et médiatement une meilleure saisie du concret dans et par l'organisation théorique qu'il rend possible (en mécanique et en électromagnétisme). Ainsi,

« Il faut mettre les mathématiques au *centre* de l'expérience, il faut prendre les mathématiques comme inspiratrices de l'expérience scientifique » ; « Tout existe ensemble comme structure de l'espace-temps »²

De même qu'il faut lutter contre le réalisme naïf, il faut lutter contre sa forme anthropomorphique dans la compréhension de ce qu'est une force : l'indissociation de la force et de sa manifestation, le fait que la force soit « contemporaine de ses phénomènes » (la corrélation de la force avec la structure spatio-temporelle est inscrite dans le principe relativiste d'équivalence masse inerte/masse³), impose une remise en cause du causalisme et du mécanisme pré-einsteinien : mais outre cette affinité, une nouvelle fois, avec la déconstruction hégélienne du concept (et de son usage) newtonien de force, et tout en maintenant cette fonction a priori du mathématique en physique, il faut garder à l'esprit, le fait qu'à « rapprocher les domaines mathématiques et physiques, on rationalise le réel, mais en échange on réalise le géométrique »⁴.

Ce qui est exactement le cœur de la critique hégélienne de la mécanique newtonienne. Il faut penser ce rapprochement en n'oubliant à aucun moment le caractère *subjectif* des constructions mathématiques, et la nature essentiellement relative à ces constructions des objets de la physique.

« Le mobile de la mécanique ondulatoire est un corps réalistiquement affaibli »⁵

Le rejet du réalisme microphysique se justifie par le fait que l'objet microphysique n'est pas un solide : la particule électrique n'en a pas la forme parce qu'elle se déforme dans le mouvement, ce dont on juge par la transformation de Lorentz, qui n'admet pas le groupe euclidien des déplacements/similitudes⁶. Non pas que la réalité se résorbe dans la pensée selon Bachelard, ce qui serait d'un idéalisme également naïf. Mais la relativisation et la déconcrétisation régionale des objets de la science invitent à voir un véritable relativisme en la pensée de Bachelard, gouvernée par une psychologisation de la connaissance. D'où l'expression de « nouvel idéalisme épistémologique » qu'utilise M. Vadée pour qualifier cette pensée⁷. Et en effet, comme M. Paty l'expliquait dans son ouvrage, la matière se « dérobe »⁸, mais si elle se dérobe à la connaissance, cela ne veut aucunement dire qu'elle n'existe pas en

¹ Bachelard 1951b p. 130.

² Bachelard 1951b p. 133, 136. L'idée est ancienne chez Bachelard : cf. Bachelard 1927, ch. II « La rectification des concepts », p. 19-21, sur l'égalité $F=m\gamma$.

³ Bachelard 1951b p. 136.

⁴ Bachelard 1951b p. 190.

⁵ Bachelard 1951b p. 48.

⁶ Bachelard 1951b p. 42.

⁷ Vadée 1975.

⁸ Cf. Paty 1988.

soi. Donc il convient de prendre la mesure de ce qu'impliquent des affirmations comme celle ci-dessus. Et aussi et surtout de prendre du recul à leur égard.

Bilan : un « kantisme de la fonction »

1. Dialectiques

Toute application du rationalisme le dévoile comme « rationalisme du contre », c'est-à-dire du non, de la négation des formes naïves et réalistes de la connaissance : en particulier de l'essentialisme, qui se prétend intuition de l'essence. Le rationalisme, lui, est *institution* de l'essence, c'est-à-dire dés-essentialisation : la rationalité discursive et la réalité des objets s'ajustent l'une à l'autre au sein d'une pensée scientifique, normée et normalisante (valeurs), différenciante, dont il faut psycho-dialectiquement rendre compte. Oublier d'ailleurs cette dimension normalisante dans la production scientifique (des *valeurs* viennent surdéterminer les faits : ainsi la merveilleuse harmonie qui s'attache à la configuration globale du théorème de Pythagore) et sa re-production historique (l'histoire des sciences est *récurrente*, elle *juge* le passé du point de vue du présent), c'est transformer le penseur en « robot »¹. De ce fait, une *méthode* rectrice est l'antithèse d'une habitude avérée : l'erreur du formalisme fut/est de, justement, vouloir rendre la méthode machinale, c'est-à-dire mécaniser la pensée :

« Une axiomatique est un robot mathématique »²

Cette critique, qui sera largement développée dans le même esprit par Gonthier, pousse Bachelard à légèrement différencier sa conception de la logique de celle que ce dernier promeut. Si Barzin illustre la conception « pure » de la logique, Gonthier la défend « mathématisante » : le mathématique excède le logique, et l'on doit montrer de façon idoine ce qui, de l'intérieur du logique, nous mène au mathématique. Bachelard, lui défend explicitement une « Logique psychologisée »³, c'est-à-dire l'intégration dans la pensée de la logique de cette dimension gnoséologiquement normative. Cela ne veut pas dire qu'il ne faut pas procéder à une dépsychologisation des notions. Mais c'est au sens d'une rupture à l'égard des images intuitives, des obstacles épistémologiques spontanés, qui façonnent ces notions. Le réalisme strict, qui réalise la notion dans une extériorité de l'esprit (par exemple dans les Idées), de même que le formalisme, qui vide par définition tout son trop-plein et la réduit à la sémantique minimale implicite de chaînes de symboles, apparaissent bien sûr comme anti-psychologistes, puisque par ces deux types de conceptions reconduisent l'objectivité scientifique à une instance non subjective. Pourtant ils illustrent une tendance psychologique qu'il faut déconstruire.

Dépsychologiser une notion c'est la dépouiller des traces – au visage trompeur – de ces obstacles. La géométrie qui est d'abord une connaissance intuitive, « se » dépasse et se nie vers l'algèbre, ou plus généralement en théorie des invariants, connaissance essentiellement discursive : or souvent on veut donner aux formes algébriques la même valeur ontologique qu'aux formes géométriques, la « vraie réalité » n'est plus celle des formes géométriques, devenues alors de simples aides pour la raison, de simples représentations auxiliaires. Cette confusion des genres, qui se traduirait par un « réalisme algébrique » est certes favorisée par la physique, comme « expérience de pensée abstraite-concrète », où la mathématisation, indice de l'abstraction, est coextensive à son contenu, au sens où tout objet théorique est un abstrait-concret, a priori synthétisé, synthèse montrant la nécessité de la fonction structurante des schèmes mathématiques par-delà la contingence générale des enrichissements notionnels.

Si l'on veut, comme le souhaite judicieusement Canguilhem « se refuser à confondre aventureusement mille et unes acceptions d'un terme devenu aujourd'hui à tout faire », il convient d'en reconnaître un trait sémantique récurrent : elle est « conscience de

¹ Bachelard 1949a p. 24.

² Bachelard 1949a p. 25.

³ Bachelard 1938 2. 27-8.

complémentarité et de coordination des concepts dont la contradiction logique n'est pas le moteur. Cette dialectique procède si peu de contradictions qu'elle a au contraire pour effet rétroactif de la montrer illusoire, non pas certes au niveau de leur dépassement, mais au niveau de leur position. Les contradictions naissent non des concepts, mais de l'usage inconditionnel de concepts à structure conditionnelle »¹. S'il y a contradiction, c'est seulement chez Bachelard au sens d'un décalage entre instances subjectives ou gnoséologiques : entre expériences pratiquées et connaissances possédées, entre des pratiques et usages distincts d'un même concept, lequel est de fait polysémique (par exemple le sens « objectuel » et le sens « fonctionnel » du concept d'*objet mathématique*). La négation dialectique est relativisation des concepts, c'est-à-dire *négation de leur inconditionnalité* : d'un point de vue normatif, il faut procéder à cette relativisation, exigée par la différenciation des sciences contemporaines. Dialectiser, c'est opérer le passage de l'absolu au relatif, c'est complexifier, pluraliser, dématérialiser, c'est réformer, reconstruire, transformer les fondements, qui peuvent également être relativisés (un principe ou un axiome devient théorème dans une théorie plus enveloppante, par exemple le critère de régularité des polygones construits sur les côtés d'un triangle rectangle dans le théorème de Pythagore, régularité qui devient un avatar, un cas particulier de la similitude).

Mais plus précisément, c'est *rectifier les concepts*, c'est-à-dire leur incorporer des conditions d'application qui les nient sous leur forme classique : la dialectique désigne donc la négation et l'incorporation de la négation dans le nouveau concept ainsi élargi. Cette idée, chère à Bachelard, montre une proximité très forte avec la pensée hégélienne : la différence « massive » tient à la nature du concept. C'est, quoique dé-psychologisé, c'est-à-dire purifié de représentations liées aux obstacles épistémologiques déconstruits, un produit de l'activité rationnelle subjective pour Bachelard. Pour Hegel au contraire, on le sait bien, l'objectivité du Concept ne tient aucunement à la subjectivité « humaine » de sa rationalité, mais au contraire, à la subjectivité au sens de liberté manifestée par l'auto-déploiement de l'Idée logique. Cet auto-déploiement est absent des philosophèmes bachelardiens, ainsi, corrélativement, que la productivité positive d'une négation et d'une contradiction *objectives* : en leur lieu et place sont mobilisés des doublets conceptuels – souvent proches de ceux de Brunschvicg² – ramenant aux schèmes de l'*échange*, de la bi-polarité structurés autour d'un principe actif, au sein d'une « philosophie dialoguée » rejetant les antagonismes. Quoique refusée et critiquée par Brunschvicg, et plus encore par Lalande ou Meyerson, la dialectique synthétique d'Hamelin, que lui-même hérite de Renouvier auquel il a consacré un ouvrage important, et auquel il a dédié son texte majeur, sa thèse *Essai sur les éléments principaux de la représentation* de 1907, est une référence permanente de Bachelard³ : même s'il ne partage pas l'idée d'une synthèse procédant à partir d'une opposition totale entre éléments distincts (puisque la connaissance tourne toujours autour d'un centre différencié, la raison, dont on ne peut pas l'éloigner), c'est d'eux qu'il hérite la prééminence de la complémentarité et de la corrélation sur la contradiction : avec Hamelin, « la dialectique philosophique se rapproche de la dialectique scientifique »⁴. Derrière l'usage « anarchique » du terme⁵ de dialectique, il y a donc aussi cet usage hamelinien post-hégélien, plus sérieux et plus riche.

Il reste bien que dans toute son œuvre, « les dialectiques fourmillent »⁶ autant que dans les sciences qu'il étudie, mais, malgré leur diversité⁷, la nécessité dialectique, qui est

¹ Canguilhem 1963c p. 196.

² Cf. l'éloge de ces « doublets » brunschvicgiens en Bachelard 1945 p. 173.

³ Voir par exemple Bachelard 1927, pp. 16, 246, 293 mais encore Bachelard 1940 p. 136-7 pour Hamelin, Bachelard 1927 pp. 244, 255, 281 pour Renouvier, notamment.

⁴ Bachelard 1940 p. 137.

⁵ Terme de M. Vadée : Vadée 1975 p. 169.

⁶ Bachelard 1953 p. 212.

⁷ Cf. Vadée 1975 p. 167-8, où la typologie des dialectiques bachelardiennes donne le résultat suivant : elles sont (1) *objectives de l'objet scientifique* (matière / rayonnement, onde / corpuscule, matière / énergie, etc., au sens non réaliste mais perspectiviste de l'objectivité) ; (2) entre *méthodes scientifiques* (mathématisation / expérimentation, analyse / synthèse, division / composition, description / construction, concepts / techniques, « inductions » / applications, etc.) ; (3) *épistémologiques générales* : (raison / réel, rationalisation / réalisation, connaissances commune / scientifique, abstrait / concret, singulier / général, etc.) ; (4) entre *philosophies des*

fondamentalement celle de la rationalité mathématique, n'est jamais celle de la nature ni d'un objet. Le vocabulaire est souvent ambigu, on l'a dit, mi-réaliste, mi-idéaliste, mais ces dialectiques ne le sont qu'entre *systèmes de pensées*, c'est-à-dire sont des dialectiques de leurs *concepts* (au sens de représentations), jamais des objets éventuellement visés par ces concepts. Cette idéalisation/subjectivation des dialectiques conduit à un mélange entre le sens précis de *négation et incorporation de ce qui a suscité la négation*, et le sens vague d'échange-interaction. Ce mélange, associé à l'ambiguïté plus problématique encore, elle liée à l'usage d'un vocabulaire psychologisant dans l'expression de thèses d'ordre axiologique (par exemple l'oscillation entre le sens descriptif et le sens normatif du dialectique), conduirait bien à affirmer que la pensée de Bachelard est un relativisme psychologue. Or ce n'est pas le cas : la stabilité fondamentale de la raison, la normativité rationaliste l'empêchent de tomber dans le psychologisme.

Cependant, cette fonction structurante de la raison se manifeste par la mathématisation, en lieu et place d'une appréhension non idéaliste de l'objet, du « réel scientifique » dont on a l'impression majeure¹ qu'il n'est rien en soi. C'est le sens de la critique de M. Vadée, qui reprend implicitement me semble-t-il celles d'Althusser (notamment celles des *Éléments d'autocritique*²). Ce qui se traduirait, contrairement aux travaux de Langevin, par une proximité, un « flirt » dirais-je même, purement verbal, avec le matérialisme dialectique de l'époque³. Sous cette hypothèse on comprend effectivement mieux pourquoi, tout en professant un « réalisme platonicien des processus épistémologiques »⁴, et insistant sur l'« acte » et non sur l'objet, par l'étude des moyens mis en œuvre dans la connaissance, démarches intellectuelles *et* moyens matériels, Bachelard n'aborde à peu près jamais les problèmes matériels et institutionnels de leur insertion sociale⁵. La « matérialisation dialectique » par Althusser de Bachelard se traduira donc par la radicalisation en *coupure* de la rupture épistémologique : cette coupure impliquera alors l'analyse scientifique de la dimension idéologique de ces actes scientifiques, non réduite au thème « bourgeois » et formel de l'accord discursif de savants réunis en « Cité ».

2. De l'anti-matérialisme au mathématisme néo-kantien

La nécessité fonctionnelle du mathématisme témoigne de son statut logiquement antérieur et statutairement indépendant de l'expérience : elle relève de ce qui chez Kant est transcendantal, et qualifie essentiellement l'homme, qui est bien plus *homo mathematicus* qu'*homo faber*, comme le dit Bachelard contre Bergson⁶.

Mais Bachelard montre, d'une certaine façon, que l'Esthétique Transcendantale est soumise à l'analytique transcendantale, que la pensée mathématique exige un kantisme dés-intuitivé, mathématisé. Il affirme de surcroît que c'est cela qui permet de saisir l'activité rationaliste comme une activité de structuration de données, opérant dans des cadres conceptuels dynamiques : la dynamologie prime sur l'ontologie. L'esthétique transcendantale

sciences : (réalisme / rationalisme, etc.) ; (5) *objectives-subjectives* (science / technique, savant / cité, nature / culture, etc.) (6) *psychologiques* (raison / imagination, instances divisées du sujet chercheur, jour / nuit, concept / image, réel / irréel). Le terme ici est bien un mot-valise à tout faire !

¹ Bien que Bachelard lui attribue parfois une existence en soi, même si ce n'est pas toujours bien clair : cf. Bachelard 1934, Introduction.

² Althusser 1972, p. 174-8 (les notes, principalement).

³ Ainsi les références à H. Lefebvre en Bachelard 1951b p. 221-2, où cette thèse sur le développement de la chimie, qui « désormais nécessairement impliqué dans les nécessités économiques, dessine une ligne particulièrement nette du matérialisme dialectique », Bachelard 1953, p. 6. Cf. Sève 1989, 1998 I-6, p. 81 et suiv., et surtout Tosel 2001, texte magistralement synthétique, comme à l'habitude de son auteur.

⁴ Bachelard 1927, p. 298 – réalisme jamais démenti par la suite.

⁵ Sinon tardivement : « Il faut donc le déclarer nettement : les substances étudiées par le matérialisme instruit ne sont plus, à proprement parler, des *données naturelles*. Leur étiquette sociale est désormais une marque profonde. La matérialisme instruit est inséparable de son statut social », Bachelard 1953 p. 175. La radicalisation matérialiste, déjà étudiée au chapitre III, de Bachelard par l'école althussérienne en serait ainsi la *vérité*.

⁶ Bachelard 1934 p. 59.

kantienne était conforme à la mécanique newtonienne ainsi qu'à l'expérience commune de l'espace :

« La possibilité d'établir un kantisme de deuxième approximation, un non-kantisme susceptible d'inclure la philosophie criticiste en la dépassant, serait fortifiée si l'on pouvait montrer que la science mathématique pure, travaillant sur les intuitions de l'espace et du temps, prépare des connexions capables de s'offrir comme des cadres préalables à la physique de deuxième approximation. Entre les intuitions travaillées et l'expérience de microphysique, il y aurait alors le même rapport fonctionnel qu'entre les intuitions naturelles d'espace et l'expérience commune.

Pour réussir dans cette tâche, il nous faudrait enlever tout ce qu'il y a de mécanique, de physique, de biologiquement vécu dans notre connaissance de l'espace, et rendre ainsi à l'espace sa fonction pure de connexion. »¹

Rendre à l'espace cette fonction *pure* de connexion, c'est ne penser en lui que ce qui est idéalisable, ce qui n'est plus intuitif ; dit autrement, on a là la preuve de cette *intellectualisation générale du kantisme* dont Cassirer, comme on le verra plus loin, est un éclairant représentant. Bachelard explique dans *La philosophie du non* qu'il faut « ... bon gré mal gré, faire monter les deux formes de l'intuition sensible jusque dans l'entendement. »² A cette première formulation de la tâche, doit être jointe sa détermination positive :

« Ainsi la dialectique de la science physique, par le fait qu'elle joue entre des pôles plus rapprochés, moins hétérogènes, nous paraît plus instructive que les dialectiques massives de la philosophie traditionnelle. C'est vraiment la pensée scientifique qui permet d'étudier le plus clairement le problème psychologique de l'objectivation... *Il conviendrait de fonder une ontologie du complémentaire moins âprement dialectique que la métaphysique du contradictoire* ». ³

Cette dernière phrase désigne vise vraisemblablement le débat sur la complémentarité en physique et les thèses de Bohr – problème sur lequel il a travaillé notamment avec F. Gonseth – mais en la détachant de ce contexte, on y voit le résumé de l'inflexion générale qu'a subi la dialectique hégélienne, trop « âpre », dans le champ français. La perspective bachelardienne, « pédagogie de l'ambiguïté », souple au point d'apparaître parfois franchement relativiste, est celle de la transformation, de l'historicisation (explicitement dialectique ici, mais en un sens très libre, très pluriel) des modes opératoires du schématisme transcendantal, lui-même modifié, et corrélé à une fonctionnalisation anti-réaliste, une relativisation de l'objet scientifique, essentiellement réduit au statut de pur noème construit et non découvert : le schématisme est élargi en *mathématisation* chez Bachelard, élargissement reprenant l'idée kantienne que la mathématique construit l'objectivité sans n'être qu'un langage ou être un miroir d'essences. Les dialectiques hégélienne ou marxienne n'irriguent pas son propos : sa dialectique est celle de ses maîtres directs, héritiers critiques mais encore « scolaires » d'un kantisme originel par trop figé, et en particulier, celle d'Hamelin, d'une méthodologie subjective de la corrélation et non onto-épistémologie de la contradiction. Notons que Bachelard n'utilise jamais l'expression d'« épistémologie dialectique » : signe que le terme n'est que très peu déterminé conceptuellement.

On va voir maintenant que la pensée de Gonseth radicalise cela : la dialectique est un *mot* et non un concept, dont l'indétermination est directement proportionnelle à son usage tout à fait surabondant. Le terme a déjà chez Bachelard une extension large et une compréhension limitée. Chez Gonseth, on atteint un sommet dans cette distension.

¹ Bachelard 1940, p. 84.

² Bachelard 1940 p. 110.

³ Bachelard 1940, p. 18-20. Je souligne.

III. Idonéisme et géométrie : le problème de l'espace selon Gonseth

Gonseth commence à élaborer son épistémologie des sciences, et en particulier sa conception des mathématiques, dans les années 20 et 30, alors que la « crise des fondements » reste encore vivace. La méthode axiomatique, considérée à ce moment comme une solution enfin définitive à ces antinomies, paradoxes et contradictions qui ont justement suscité cette crise, subit un revers par l'intermédiaire des théorèmes de limitation. Gonseth prend acte, dès 1926, dans *Les fondements des mathématiques*, en anticipant d'une certaine façon ces restrictions futures, de la fécondité autant que de l'irréductibilité de ces crises : de façon descriptive, la science lui apparaît comme une révolution permanente, une évolution contingente dont on trace de façon rétrospective l'orientation en tâchant d'interpréter les crises qui l'ont affectée : le but de Gonseth, dont les travaux convergent presque systématiquement avec les thèses de Bachelard, est de trouver une méthode adéquate pour saisir en leur fond ces crises, dans ce qu'elles présentent de récurrent comme de neuf, en tant qu'elles sont la « cristallisation » d'une période de recherche et d'innovation, suscitant une démarche d'intégration des connaissances acquises dans un paradigme scientifique élargi ou fondamentalement transformé. Un constat s'impose à lui, duquel il entend tirer la leçon par une conception ouverte et plurielle :

« on ne s'accorde même plus sur les moyens que l'on aurait de se mettre d'accord. »¹

Beaucoup présentent alors l'axiomatisation, pour la théorie ensembliste et la géométrie, comme une solution rationnelle et essentielle, et logiquement définitive, aux problèmes rencontrés : Gonseth refuse cette façon de voir qu'il appelle science « eidétique ». De même que tout chercheur est toujours dans une « situation de connaissance », qu'il ne part pas de zéro dans son entreprise (même dans les époques anciennes), tout résultat, tout système lui apparaît comme essentiellement provisoire. Lorsqu'un problème nouveau, suscité par exemple par l'observation de la nature, émerge dans une science, une hypothèse est élaborée afin d'en rendre compte, puis testée dans sa cohérence interne et son efficacité explicative : si elle est procéduralement vérifiée, elle est intégrée dans le système théorique initial qui par là, approfondit sa propre solidité tout en accroissant sa fécondité. De la sorte, il cherche immédiatement à sortir de l'alternative figée entre un rationaliste dogmatique ne doutant de rien et un scepticisme relativiste doutant de tout ; il s'oppose au néo-positivisme du Cercle de Vienne réduisant la connaissance à un discours logiciste sur une réalité pensée comme indépendante au niveau scientifique de la perception que les hommes en ont, à l'empirisme excessif qui lui est corrélatif², ainsi qu'à tout rationalisme abstrait linéaire en matière d'histoire passée et à venir des sciences³, tout en refusant le discours suranné de leur « faillite » ou de leur caractère prétendument arbitraire, ce qu'il voit comme un danger possible du conventionnalisme de Poincaré. Le but est donc de déterminer la nature du savoir scientifique, le statut des outils de son discours propre et le rapport qu'il entretient avec la réalité du monde vécu, afin d'expliquer la façon dont la perception de celle-ci et l'évolution de ceux-là sont en interaction mutuelle. La posture est donc encore une fois double : d'épistémologie des mathématiques et de leur histoire, et le vocabulaire dialectisant va servir à nommer la particularité de leurs objets.

¹ Gonseth 1945-55, VI, « Conclusions », p.122.

² Cf. Panza & Ponts 1992, où les diverses contributions reprennent à leurs manières ce contexte : Panza 1992, Sinaceur 1992 et Salanskis, m'ont particulièrement éclairé ici.

³ Rationalisme incarné par le personnage de « Parfait » dans Gonseth 1936.

I. « Stratégie d'engagement » contre « stratégie de fondement »¹

Le problème est de comprendre comment la réalité se constitue pour l'homme par l'intervention et l'effet de structuration d'une théorie scientifique : il existe toujours un ensemble de représentations préalables qui nous orientent pratiquement dans la vie quotidienne et conditionnent toute approche théorique de la réalité, mais notre image courante du monde se modifie dès lors que l'approche théorique montre sa fécondité pour rendre ce monde plus intelligible. Autrement dit, contre le réalisme naïf, l'empirisme étroit, il faut comprendre que *notre perception et explication de la réalité en est en même temps une construction dialectique de cette connaissance de la réalité*. Le monde comme référent extérieur *déjà là* garantit l'objectivité de la dialectique de la vision plurielle qu'on en a ; les aspects pluriels en elle se fécondent mutuellement, et il est impossible ni d'anticiper le contenu de cette fécondation, ni de dire quand cela pourrait se stabiliser définitivement – ainsi que Bachelard le montre dans ses analyses des crises de la physique contemporaine. La réalité préalable nous est donnée sur le mode d'un « horizon de réalité apparent » que l'activité mathématique (qui se base sur lui) va modifier en retour en re-produisant un « horizon de réalité profond ». Les mathématiques en particulier ont un rôle essentiel dans la constitution de la réalité – la mathématisation étant un critère essentiel de scientificité, comme pour Bachelard :

« [...] nos idées sur le monde portent la marque de la structure propre de notre être mental. [...] la réalité telle que nous la percevons est une construction plus ou moins autonome de notre esprit, dont les fins essentielles sont de rendre l'action possible. »²

Ce qui implique une conception dynamique des *concepts* scientifiques et *objets* abstraits : il s'agit de « *outils cognitifs* » affectés d'une historicité essentielle, non des entités objectives immuables. Proche de la méthode génétique de Piaget qui vise à montrer comment s'acquièrent et se construisent les représentations mentales, il ne sombre pas pour autant dans un psychologisme outrancier et maintient un caractère objectif à ces concepts, condition d'une connaissance rigoureuse : en d'autres termes, tout concept a une fonction synchronique déterminée valable de façon générale dans un système de référence (un réseau de concepts) donné, tout en étant diachroniquement issu d'un processus concret. Le concept a une capacité d'orientation et d'adaptation, d'enrichissement, c'est-à-dire de modification (que ce soit une complexification ou une « purification » de ce qui lui était inessentiel), et, en tant qu'outil cognitif, que forme mentale, c'est une structure de la subjectivité qui conditionne, au niveau intuitif surtout, mais également au niveau de la science expérimentale et du discours théorique abstrait, le processus d'explication/construction du monde³. Le concept comme outil peut avoir trois formes qui s'enracinent de façon décroissante dans ce cadre : la représentation intuitive (celle qui suggère, par exemple, le dénombrement arithmétique, pour l'idée de nombre), la notion d'une science particulière (la masse en physique) et la relation logique (dans un système formel).

Gonseth rejoint clairement ici le *thème transcendantal* mais sans pour autant en faire le fondement de toute sa théorie (il n'y a pas d'a priori soustrait au devenir), dans la mesure où c'est la *dialectique*, une dialectique concrète en un sens très large, qui lui sert à expliquer le devenir d'une théorie – la géométrie –, les variations des significations des concepts, etc. Le pôle *transcendantal* renvoie au conditionnement constitutif de la réalité issu du sujet, le pôle *réaliste* au conditionnement constitutif du sujet par la réalité. Ces deux pôles sont articulés, et leur interaction mutuelle est ici motrice : d'où le terme de *dialectique* pour intégrer les deux approches.

La méthode dialectique, « *idonéisme* » seul apte à être adéquat à son objet, part de l'idée qu'une science ou qu'une conception systématique, ensemble de concepts relevant des trois

¹ Cf. Gonseth 1946, p. 385 et suiv.

² Gonseth 1936, § 16, « La réalité est à construire mentalement », p. 53-4.

³ Cf. Gonseth 1936, III, « La construction de la réalité », p. 53-74.

ordres de *l'intuitif*, de *l'expérimental* (qui « prolonge » l'intuitif) et du *théorique*, est comme un organisme vivant¹ (pas un mécanisme) où chaque ordre reflète et suppose les autres, que ces parties soient les éléments du dispositif structurel qui compose son architecture aspects relevant chacun d'un mode d'approche particulier de la réalité². Bien que le terme de « dialectique » ne soit pas utilisé de façon univoque (c'est le moins que l'on puisse dire, on le verra massivement plus loin), on peut en distinguer trois moments, et quatre caractères généraux propres

D'abord les « moments », dialectiques mais aussi en correspondance avec un déploiement temporel propre au devenir mathématique, de la « situation ouverte », de la règle, et des fins (où le sujet prend plus de place) qu'une citation importante va bien résumer :

« En résumé, lors de la constitution et dans l'exercice d'une dialectique, l'esprit est informé par la doctrine préalable des vérités élémentaires, régi par des règles, et orienté par ses fins».³

Maintenant les caractères, qui recourent, recouvrent plus ou moins, à divers niveaux ces trois moments :

(1) Les mathématiques, le discours explicatif en général, interviennent pour structurer notre vision de la réalité, laquelle, en retour, nous constitue en suscitant des modifications de cette vision : cela implique la dynamique des concepts et notions, mais, en amont, suppose que la distinction sujet et objet, subjectif et objectif n'est pas tranchée et préexistante. La dialectique de la fécondation réciproque du sujet et de l'objet est le trait premier de la conception de Gonsseth.

(2) L'évolution du tout ne peut procéder que par *synthèse* avec une autre conception, *intégration* (ou expulsion) d'une ou plusieurs hypothèses nouvelles, par ouverture à tout apport extérieur et attention à la cohérence intérieure. Cette solidarité intrinsèque - dont le rapport méréologique ici spécifique de coprésence du tout et des parties est caractéristique de toute dialectique, ou du moins du refus du modèle de la seule agrégation mécanique -, en même temps qu'en évolution, est la garantie d'une absence d'arbitraire ou de mauvais relativisme : le caractère relationnel des divers éléments ne doit pas être confondu avec une quelconque variabilité inintelligible, ce qui fait qu'il peut y avoir un *progrès* de la connaissance. Cette dialectique s'impose donc d'abord, factuellement, descriptivement, comme mouvement de synthèse et d'intégration affectant le devenir des théories scientifiques :

« En général, la dialectique efficace réunira différents aspects du niveau antérieur : nous dirons qu'elle en opère la synthèse dialectique. »⁴

(3) En troisième lieu, elle est le mode d'articulation dual de *l'abstrait* et du *concret* : de fait les données intuitives et expérimentales soutiennent et sont impliquées dans leur codification formelle et abstraite en théorie, et en retour sont modifiées en tant que cadres évolutifs de références pratiques orientés vers la convenance à nos fins d'action et de compréhension. Ce principe de *dualité*, qu'on retrouvera dans l'étude de la méthode axiomatique qui sert à tirer d'un concret, un abstrait - chaque niveau fonctionnant comme un « horizon de réalité » particulier par rapport à un ou plusieurs autres (un abstrait peut être le concret d'un abstrait de niveau supérieur), exprime ce caractère de dialogue affranchi de la

¹ L'influence de F. Enriques est notable ici, qui distingue de façon identique les trois aspects dans l'idée de leur unité concrète, dans le cadre d'un savoir théorisé comme devenir récusant par le fait les positions nominaliste et réaliste. Sur ce dernier point, lire Heinzmann 1989, et la courte section à venir sur la philosophie d'Enriques dans le cinquième chapitre.

² On évoque plus bas l'exemple de démonstration « réalisant » ces trois aspects, la démonstration de la formule d'Euler pour un polyèdre simplement connexe : Gonsseth 1945-55, II, § 47. Bkouche 1990 m'a guidé sur ce point.

³ Gonsseth 1945-55, I, § 3, « Le principe de la solution : dialectiques de l'espace », p. 11. Pour le détail voir p. 11-2.

⁴ Gonsseth 1945-55 p.12.

vision dogmatique d'un *dualisme* irréductible. La dialectique abstrait/concret caractérise de surcroît, en particulier, la troisième synthèse dialectique.

(4) La pédagogie du *dialogue*, par exemple dans *Les mathématiques et la réalité* entre les personnages de Parfait (incarnant le rationalisme abstrait), Sceptique et Idoine. Le procédé d'argumentation, en style socratique, est formellement une dialectique fonctionnant par questions et réponses approfondissant un problème jusqu'à sa solution et son intégration dans un discours complet ; au niveau conceptuel, Gonseth pousse les interlocuteurs à afficher leurs positions de façon aiguë et explicite, et systématiquement, derrière Idoine, vise à mettre les frères ennemis Parfait et Sceptique dos-à-dos afin de montrer que par leur rigidité, ils se ressemblent fondamentalement malgré leur opposition de surface : montrer l'identité des contraires, ce qui les unit et les oppose, pour dénouer leur contradiction dualiste en dualité féconde et productrice. Gonseth manifeste bien ici le caractère homogène de la dialectique, du discours scientifique et de son objet, autant que de sa propre conception : la dialectique est la forme, le contenu (spécifié sur les questions mathématiques et axiomatiques) et le référent de son discours théorique, qui manifeste simultanément son statut pratique par les vertus éclaircissantes du dialogue de type socratique¹. Le « jeu » dialectique² de la science fait voir cette dialectique comme « discours organisateur », processus s'auto-légitimant par sa fécondité explicative et intégrative ancrée dans l'expérience et l'avancée effective et concrète des sciences. La distinction générale, structurant toute la théorie de Gonseth, exposée dans la Préface de *Le référentiel Univers obligé de médiatisation*³ entre « *stratégie de fondement* » et « *stratégie d'engagement* » prend ici une force particulière. En effet, pour une

« méthodologie idoine de la recherche mathématique [...] c'est à une stratégie d'engagement qu'il faut avoir recours, c'est-à-dire à une stratégie sur laquelle les circonstances et les résultats de sa mise en œuvre puissent réagir »⁴

Au contraire une stratégie de fondement a des exigences premières qui sont

« l'existence d'un fondement et son intangibilité en même temps que la maîtrise d'une rhétorique permettant d'en exploiter rigoureusement le contenu d'information. [...] On peut [donc] lui opposer une *stratégie d'engagement* dont l'information resterait à tout moment ouverte à l'expérience et dont la rhétorique resterait capable de s'infléchir en conséquence. »⁵

Ainsi s'il y a fondement, c'est un « fondement *construit* »⁶ et évolutif : d'où l'érection de quatre principes « ouverts », quatre *normes méthodologiques* régissant en droit la méthodologie scientifique, précisent le procès dialectique de la science et la condition de son intelligibilité⁷. L'« idonéité » d'une théorie à son objet doit, grâce à eux, aboutir à l'accord du matériau géométrique à la double fonction explicative et déductive de la géométrie, unifiée par là dans ses dimensions réaliste et scientifique. A/ *Principe d'ouverture au devenir*, dit de « révisabilité », à l'enrichissement, du moins à la modification des théories et de leurs concepts ; B) *Principe de pluralité* (dans lequel s'intègre le « principe de dualité » abstrait/concret) : les aspects du réel dépendent de l'approche effectuée ; C) *Principe de technicité* : les outils techniques, démonstratifs (notamment en logique) aident de façon centrale, parfois en le suscitant directement, au progrès des théories ; D) *Principe d'intégralité* : les moyens et différents éléments mobilisés par une théorie sont unifiés, soit par une synthèse spontanée, soit par une synthèse méthodique. C'est ce principe qui exprime et

¹ Cf. Gonseth 1975, II et III, et en particulier le sous-chapitre « La méthodologie du dialogue », p. 83-91.

² Pour un inventaire détaillé et spécialisé des acceptions de « dialectique » sur l'étendue des œuvres de Gonseth, voir Sinaceur 1992, à qui je reprends l'expression de « jeu ».

³ Gonseth 1975 p. 8-15 surtout.

⁴ Gonseth 1975 p. 10-1.

⁵ Gonseth 1975 p. 9.

⁶ Cf. Heinzmann 1989, p. 33, où est mentionné l'ouvrage de l'auteur en langue allemande où est effectuée une recherche sur la conception de F. Gonseth qui a pour base un « fondement construit » (« ... auf dem Hintergrund eines konstruktivistischen Ansatzes »).

⁷ Gonseth 1945-55 VI, p. 619-620.

garantit le caractère unitaire et solidaire d'une théorie et récuse tout arbitraire, en promouvant essentiellement une visée de totalisation des parties en un tout cohérent et ouvert.

II. Philosophie spontanée et doctrine préalable

Les premiers Entretiens de Zürich, dont F. Gonseth fut le Président, en 1938, ont donné lieu à un ouvrage collectif en 1941¹, dont l'introduction et la conclusion furent également rédigées par lui. Le premier « Sur la doctrine préalable », part du constat selon lequel il existe en général une philosophie spontanée des mathématiques chez les savants qui se traduit par un a-philosophisme voire un anti-philosophisme à mi-chemin entre la mauvaise foi et la non-conscience des présupposés conceptuels mobilisés. Gonseth affirme, sur cette base, que

« le problème du fondement des mathématiques prend, sous nos yeux, la forme de la recherche d'une doctrine préalable, et convenable, sur l'activité mentale et sur les modes de connaissance. »²

Autrement dit il convient d'assumer l'existence de représentations élaborées et spontanées, qui informent, structurent la pratique scientifique³. Toute pensée mathématique est informée par une doctrine préalable, ensemble d'idées, issues de l'activité pratique, sur la nature des objets de la géométrie et sur leurs relations de convenance avec la réalité physique, les règles d'association des éléments de cette dernière, et le but visé qu'est une connaissance cohérente. Puisqu'il est impossible de se soustraire à cette instance structurante, il faut s'attacher à dégager celle répondant aux besoins d'aujourd'hui. Sur quelles bases ? Aucune *a priori* : elle ne se justifie qu'après qu'on l'a trouvée, dans le même sens qu'on dégage les principes réels d'une théorie, les hypothèses explicatives majeures relativement à un phénomène, *après coup*. Cela répond à la « stratégie d'engagement » déjà invoquée.

La question qui se pose, c'est celle de celui ou ceux qui sont légitimés à effectuer cette mise en évidence, à concevoir une doctrine préalable qui accorde *ce que nous faisons* avec *ce que nous savons* :

« Le philosophe capable de formuler la doctrine préalable, c'est le technicien lui-même, à condition qu'il le veuille. Et qu'il veuille aussi les moyens que cette fin réclame », « qu'il en prenne la peine »

Gonseth ici partage l'approche que Lebesgue défend dans les mêmes *Entretiens*⁴ : il faut refuser toute inféodation « eidétique » de la compétence mathématicienne à une prétendue lucidité philosophique qui s'érigerait en juge suprême – leçon administrée en commun avec Bachelard. Le seul principe, plutôt la seule contrainte à laquelle il faut se plier, c'est la reconnaissance qu'il n'existe pas de pratique mathématique antérieure et étrangère à une doctrine préalable explicite ou implicite.

Dit autrement, puisque la compétence technique et la réflexion critique, autant antagonistes qu'indissociables dans toute connaissance (surtout élémentaire), qui exige de façon récurrente de renouveler l'élaboration de ses fins, il faut que

« nous sachions être les techniciens de notre propre philosophie, et les philosophes de notre propre discipline ». ⁵

L'esprit gonsethien est un esprit de conciliation : la méthodologie dialectique de l'idonéisme en est la traduction épistémologique. C'est dans le chapitre conclusif de *Philosophie mathématique*⁶ que Gonseth présente cette approche de la façon la plus claire

¹ Gonseth 1941a.

² Gonseth 1941a p. 17.

³ Gonseth 1941a p. 22 en particulier.

⁴ Lebesgue 1941.

⁵ Gonseth 1941a p. 24.

⁶ Gonseth 1950, ch. XIII « Sur l'idée même d'une philosophie mathématique (L'idonéisme) ».

concernant ses influences et ses rejets. On sait que pour lui, d'une part, l'idée d'une philosophie apte à trouver par elle-même un fondement à la pensée mathématique est sans valeur, et que d'autre part, le problème principal est de concilier la crainte légitime de compromettre l'autonomie des mathématiques et le dégagement d'une instance capable « d'arbitrer le chaos des opinions philosophiques »¹ spontanées ou médiatisées sur les mathématiques.

Or l'idéal du mathématicien (selon le modèle que Gonseth qualifie d'hilbertien) consiste le plus souvent à transformer le problème du fondement en problème philosophiquement neutre, c'est-à-dire en problème technique. Mais, outre le fait des théorèmes de limitation qui empêchent les démonstrations de consistance absolue, l'isolationnisme logico-mathématique ne peut fonctionner, parce que la pratique scientifique doit penser son information dynamique par cette doctrine préalable. L'Idonéisme, philosophie de l'adéquation du discours à la pratique mathématique, doit être une philosophie ouverte qui insiste sur la structurelle complémentarité technique/philosophique. Il doit montrer comment le devenir mathématique, l'articulation de ces instances générales d'une part, l'efficace interne de chacune ensuite, et les manifestations de ces articulations dans les théories instituées enfin, sont justiciables d'une explication *dialectique* qui en montrera le caractère *synthétique*.

On verra plus loin les significations principales que Gonseth tend à accorder à la « dialectique » : l'essentiel est d'avoir à l'esprit que le terme, qu'il reprend en soulignant sa proximité avec les usages qu'en font Bachelard, Cavaillès, et Lautman²

« prend ici une signification relativement précise qui l'écarte aussi bien de la dialectique selon Hegel que de la dialectique selon Marx, bien que toutes trois puissent être comprises dans une idée assez large de la dialectique »³ Sa « méthodologie idonéiste [est] une dialectique... qui s'écarte à la fois de la dialectique hégélienne et de la dialectique marxiste ».

Ces citations montrent clairement, quoiqu'encore négativement ici, la proximité en question. Voyons d'abord comment il en fait opérer le schème dans sa reconstruction de la genèse de la géométrie, avant d'aborder plus loin le contenu conceptuel assez original et unique que Gonseth lui attribue.

III. Réponses dialectiques au « problème de l'espace »

Etudier l'origine et le fondement, le devenir et l'essence de la géométrie, c'est analyser un mouvement dialectique, à l'historialité constitutive, tournant autour du concept d'espace.

Il faut étudier les trois « synthèses dialectiques »⁴ que la géométrie a subi dans son « histoire », afin de montrer comment le « problème de l'espace » peut être résolu, c'est-à-dire comment il est possible de réunifier les différentes approches, utilisations et théorisations qui en existent. Le clé de cette explication, c'est la notion d'*axiomatisation*, et son enjeu conceptuel - celui qui intéresse notre recherche -, c'est le statut de la « *dialectique déductive* ». On va ici suivre l'architecture et la progression des six fascicules de *La géométrie et le problème de l'espace*⁵, afin d'examiner et de tirer l'intérêt philosophique de ces deux notions, et d'explicitier la dialectique de l'espace de Gonseth : cela revient d'abord à décrire les trois synthèses dialectiques de la géométrie. On verra ensuite les problèmes que l'approche gonsethienne des « moments » de la géométrie soulève.

Dans le Fascicule I⁶ est constatée l'originale, élémentaire confusion de l'espace physique et de l'espace géométrique, et si le premier sera l'objet de la physique et de l'expérimentation, et le second celui de la nécessité rationnelle, l'*espace* reste le point de

¹ Gonseth 1950 p. 174.

² Gonseth 1950 p. 185-8.

³ Gonseth 1950 p. 184.

⁴ Gonseth précise en Gonseth 1950, p. 187, que le terme désigne une réappropriation du concept bachelardien de « profil épistémologique »

⁵ Gonseth 1950, I-VI.

⁶ On écrira dans la suite F1 pour « Fascicule 1 », F2, etc.

rencontre de ces deux ordres de discours et de connaissance : la problématique gonsethienne est de résoudre ce « problème de l'espace » qu'est *l'unité de sa connaissance*, en exposant les conditions et modalités générales de cette résolution. Une dialectique devra réaliser cette unification en articulant « la doctrine préalable » (titre du F1) : cette « doctrine » est un ensemble d'idées sur la nature des êtres géométriques, leur rapport avec la réalité physique, en un mot, une vision naturelle de l'espace où géométrie et physique sont d'abord confondus.

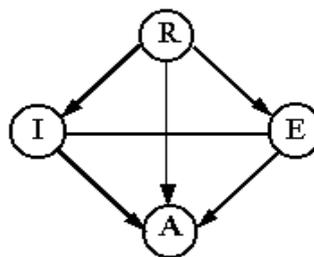
Le fascicule 2 montre que cette doctrine préalable est la base de l'édification euclidienne de la géométrie comme science élémentaire, édification qui est une première synthèse dialectique en une théorie des trois aspects *intuitif* (formes subjectives et données immédiates reliées, et variables), *expérimental* (production d'outils de mesure et de vérification empirique) et *axiomatique/rationnel* (outils abstraits, réseaux logiques de notions objectives). Les *notions primitives sont celles où l'intuitif reste présent, malgré l'exigence formelle d'axiomatisation* : « même sens » / « entre » (ordre), « égalité des segments » / « déplacement sur la droite » sont de telles notions. A partir de la notion « entre », Gonseth dit de façon générale :

« Si l'on s'était engagé dans l'entreprise avec l'idée que l'axiomatisation allait nous mettre sans délai en possession de nouvelles notions, de notions purement rationnelles qu'elle créerait de toutes pièces, cet espoir doit être dissipé. [...]

c'est une fonction plus modeste qui s'exerce et se développe : l'axiomatisation ne fait que reprendre l'ensemble de nos notions et de nos représentations intuitives pour le réduire déductivement à une partie seulement d'entre elles, - aux notions primitives adoptées dans la base axiomatique et à toutes celles que la dialectique met en œuvre. L'édification axiomatique n'a pas le seul objet de parvenir par une voie unique à des énoncés épurés, elle a aussi pour mission d'organiser, dans la mesure du possible, l'ensemble de nos vues intuitives. »¹

Fig. 1

R : réalité
I : intuitif
E : expérimental
A : axiomatique



Cette édification est dominée par l'idée de l'équivalence de ces trois aspects, de l'équivalence de leurs valeurs de vérité.² A chaque fois il présente la « base axiomatique », les propriétés immédiates ou d'équivalence des axiomes.

La doctrine préalable est la base d'une première édification de la géométrie comme science élémentaire de la réalité, structurée par des notions élémentaires (droite, point, etc.), édification par son axiomatisation chez Euclide. En fait, la « doctrine préalable » devient rétrospectivement la base préalable par la constitution de la géométrie comme science élémentaire : elle est devenu diachroniquement fondement (à la façon dont un nouveau nombre inventé « devient » atemporel).

Le F2, « Les trois aspects de la géométrie », expose cette première synthèse dialectique, assurée par l'axiomatisation euclidienne, entre les aspects *intuitif*, *expérimental* et *axiomatique/rationnel*. Ce qui garantit l'équivalence de vérité de ces trois registres, c'est le fait que les deux derniers *rationalisent* le premier, sont identiques quant au contenu malgré la différence de forme ; le mouvement étant progressif, on peut voir ici qu'il n'y a pas d'*a priori* structural (réel ou transcendantal) qui soit immuable, l'intuition étant elle une « intuition transformée », et l'expérience toujours enrichie et réorientée :

¹ Gonseth 1945-55 § 70, p. 191.

² Mais le caractère provisoire et relatif de cette première synthèse émerge au cours de l'histoire : dans le F3, « L'édification axiomatique », Gonseth commence à poser le problème véritable de la « dialectique de la déduction » intervenant en géométrie, au centre de la seconde synthèse dialectique, celle du « moment hilbertien ».

- « 1° les trois aspects de la géométrie ont même valeur de vérité ;
 2° non seulement ils ne se contredisent pas, mais ils s'allient étroitement, se recouvrent, se superposent ;
 3° ils sont également nécessaires tous les trois. »¹

La géométrie grecque est donc une dialectique de l'espace physique à travers, au-delà de l'espace sensible² ; la « conciliation synthétique » des trois aspects s'effectue par un premier dépassement du niveau purement sensible : c'est la raison pour laquelle Gonseth parle de « synthèse dialectique ». Cette première synthèse dialectique, processus déterminé de schématisation de la réalité intuitionnée, est un fait historique attesté, et n'a pas historiquement obéi à une exigence d'unification, dans la mesure où c'est rétrospectivement, par la désolidarisation progressive de la physique et de la géométrie, que l'on a dissocié ces aspects. Ici Gonseth interprète dialectiquement le « moment » euclidien, de façon rétroactive, sur le modèle d'une histoire idéale, conceptuelle, telle que Bachelard en traite dans le chapitre II de *Le rationalisme appliqué* : autrement dit, la dialectique est ici une méthode heuristique d'intellection des faits, ancrée dans une perspective historique de recherche non objectiviste, ce qui suggère l'importance de l'influence bachelardienne au niveau de la temporalité propre et nouvelle assignée à la science géométrique à l'intérieur de sa recomposition dans et par son histoire philosophique. Mais prenons un exemple d'articulation des trois aspects dans une démonstration, ce qui montrera que Gonseth est bien un philosophe de la pratique mathématique, et que son discours épistémologique n'est pas extérieur mais interne, ici, au problème de la géométrie.

Exemple. La formule d'Euler $S + F - A = 2$ (1758)

Cette démonstration relative aux polyèdres montre la concomitance, l'implication mutuelle de l'intuitif, de l'expérimental et du théorique. L'intention théorique de production d'un savoir général selon des règles, mobilise des opérations de type expérimental (réelles ou idéales, c'est-à-dire réitérables) sur fond de « significations extérieures » constitutives, de notions héritées du rapport intuitif à la réalité. C'est la raison de l'opposition de Gonseth à l'évidence cartésienne : le sentiment de l'évidence varie dans l'histoire, parce que la construction de notre connaissance de la réalité se base sur une intuition qui se transforme tout en restant déterminante dans les démonstrations, et pour cette raison, fait que l'évidence d'une thèse ou d'un théorème se transforme parallèlement.

Ainsi, Gonseth exprime clairement le fait que *dans cette situation, les « définitions de choses » qui sont la base d'une démonstration relèvent de l'intuitif* (contrairement à des définitions nominales engendrant totalement l'objet en tant que pur corrélat du discours, comme dans l'axiomatique formelle) *car elles sont incompréhensibles pour celui qui ne connaît pas antérieurement l'objet défini* (ainsi les définitions initiales du Premier Livre des *Eléments* d'Euclide : « un point est ce dont la partie est nulle », « une ligne est une longueur sans largeur », etc.) :

« Nous ne précisons pas ce qu'il faut entendre par polyèdre, face, arête et sommet. Nous admettrons même qu'on en possède les notions sommaires et peu analysées que le maniement de modèles matériels suggère. Nous supposerons que l'on sache se représenter comment une surface polyédrique peut être fendue le long d'une arête ou d'une ligne formée d'arêtes successives. Si les explications que nous allons donner n'étaient pas claires par elles-mêmes, nous trouverions légitime de les illustrer par des figures adéquates ou par la confection d'objets appropriés. C'est dire que nous entendons nous placer dans une situation où le domaine du rationnel et ceux de l'expérience et de l'intuition n'ont pas encore été nettement opposés les uns aux autres. La signification de [cet] exemple tient, pour une bonne part, à cette dernière supposition. »³

¹ Gonseth 1945-55, II, § 52, p. 146.

² Gonseth 1941b, p. 202.

³ Gonseth 1945-55, II, § 47, p. 126, p. 126-30 pour toute la démonstration. Je souligne.

Regardons la démonstration de la formule d'Euler (démontrée d'abord par Cauchy puis Jordan)¹ :

Un polyèdre F est « simplement connexe » si, lorsqu'on le coupe selon une suite d'arêtes formant un circuit fermé, la surface polyédrique se coupe en deux parties distinctes (cube, tétraèdre, etc.). Soient s le nombre de sommets, a le nombre d'arêtes, f le nombre de faces.

La formule d'Euler $S + F - A = 2$ est-elle vraie ?

On fend F selon un circuit d'arêtes fermé C , tel que F_1 et F_2 soient les deux parties obtenues bordés par C^2 . Fendons F_1 selon un circuit fermé d'arêtes S : F_1 se partage encore en deux. Soient A et B les sommets où S aboutit à C : C est partagé en C_1 et C_2 . S et C par exemple forment une suite fermée d'arêtes le long de laquelle F peut être partagé en deux, de même que F_1 . On peut réitérer ce « découpage », opération imaginée au cours de la démonstration, mais effectuable matériellement (voire déjà effectuée), jusqu'à ce que les morceaux obtenus ne soient que des polygones. Pour un polygone (face polygonale) : $s - a + f = 1$.

Que vaut $s - a + f$?

Pour répondre à cette question, il faut recomposer les différents morceaux en effaçant les sections opérées, et l'on peut aboutir à deux résultats : 1/ l'assemblage ne reconstitue pas F ; 2/ l'assemblage reconstitue F .

Soient s_1, f_1, a_1 pour le premier morceau, s_2, f_2, a_2 pour le second, s, a et f pour l'assemblage final (qu'on veut identique à F).

On suppose : (1) $s_1 - a_1 + f_1 = 1$

(2) $s_2 - a_2 + f_2 = 1$ (relations évidentes pour des polygones)

On obtient en ajoutant (1) et (2) :

(3) $s_1 + s_2 - (a_1 + a_2) + f_1 + f_2 = 2$

Mais : $f_1 + f_2 = f$; $s_1 + s_2 = s + \sigma$; $a_1 + a_2 = a + \alpha$

A partir de (3), on obtient donc : $s - a + f = 2 - (\sigma - \alpha)$

1^{ère} solution) L'assemblage laisse deux parties : $(\sigma - \alpha) = 1$ (suture ouverte) et $2 - (\sigma - \alpha) = 1$. Or les relations (1) et (2) sont supposées vraies, au moins jusqu'à la dernière opération de recomposition.

2^{ème} solution) L'assemblage reconstitue F . La ligne de suture est fermée, c'est donc un polygone où : $\sigma - \alpha = 0$.

L'équation valable pour F est donc $s - a + f = 2 - (\sigma - \alpha) = 2 - 0 = 2$.

La formule d'Euler $s + f - a = 2$ est vérifiée.

Cette vérification, basée sur l'intuition a eu besoin d'un enchaînement de type théorique :

« La validité de tout le procédé tient :

1° à la légitimité de chacune des opérations,

2° à celle de leur enchaînement.

¹ Cf. Lakatos 1984, où cette formule est prise comme thème de l'explicitation des modalités et présuppositions de la « logique de la découverte mathématique ».

² Cf. Lakatos 1984 p. 10-1 : c'est l'opération de *diagonalisation* (triangulation) qui est prise par Lakatos comme technique pour « fendre » les polyèdres après en avoir ôté une face pour pouvoir les « déplier ». En effet, On trace des diagonales sur chaque polygone du polyèdre étalé dans le plan : chaque diagonale tracée augmente A et F d'une unité, donc $s - a + f$ est toujours égal à un. On enlève un par un chaque triangle de la figure plane triangulée, ce qui fait que : soit ce sont une face et une arête qui disparaissent en même temps, soit deux côtés et un sommet (et là, une face, deux côtés et un sommet disparaissent). Si avant cette élimination des triangles, $s - a + f = 1$, l'égalité reste valable ensuite : jusqu'à ce qu'il ne reste plus de triangles. Si on reconstitue la figure avec chacun des triangles, puis qu'on rajoute la face enlevée au polyèdre recomposé en trois dimensions, on retrouve $s - a + f = 2$.

[..] Pour ce qui concerne les opérations elles-mêmes [...] leur légitimité tient entièrement à la validité de notre intuition.

Et quant à leur enchaînement, *il n'était pas donné d'avance*. [...] Ses étapes jalonnent une voie qui n'était pas discernable d'elle-même. »¹

Autrement dit, les règles de passage d'un théorème, d'une définition, d'une relation posée à d'autres (dont le moment arithmétique) se singularisent *au cours* de la démonstration même, où l'esprit livre sa capacité à matérialiser singulièrement des règles très générales (la logique au sens large). A chaque moment il faut choisir une voie parmi d'autres pour avancer, et

« Par le jeu des compatibles et des contradictoires, la succession de ces éventualités force alors l'esprit à concevoir la nécessité de la conclusion. [...] à travers cet exemple] l'activité théorique se présente donc comme une expérimentation mentale sur des éventualités nettement conçues et telles que l'intuition sache chaque fois décider si elles sont compatibles ou si elles sont contradictoires entre elles. Ces éventualités, pour une part s'imposent ; et pour d'autre part, l'esprit les imagine librement. Elles sont par ailleurs soumises aux règles du raisonnement, c'est-à-dire aux lois qui régissent leurs combinaisons. »²

La dialectique de Gonthier s'exprime bien dans ce refus d'un a priori logique ou ontologique quelconque : le savoir, le monde, le sujet connaissant se construisent réciproquement dans un mouvement temporel orienté vers une meilleure efficacité, meilleure capacité d'intégration des savoirs vagues possédés antérieurement. Notons cependant une ambiguïté : Gonthier identifie « expérimentations » réelle et « idéale » au sens de « possible ou effectuable réellement ». Cela suppose : 1/ l'homogénéité, la continuité entre intuition et expérience au sens d'expérimentation possible : ce que Bachelard récuse, car pour lui il y a hétérogénéité entre l'ordre intuitif (ou de l'expérience) relevant de l'opinion, et l'ordre de l'expérimentation provoquée dans un programme scientifique de recherche ; 2/ l'identité de nature entre expérience mentale et expérience réelle : ce qui ferait de la première un « reflet » en pensée d'un procès concret, et non une modalité intellectuelle autonome de la construction de théories, dans une intuition « pure » de type kantien par exemple.

IV. Sens et portée de l'« édification axiomatique » hilbertienne ?

L'objectif de Gonthier, dans les fascicules III et IV de *La géométrie et le problème de l'espace*, est de rendre compte de l'axiomatisation hilbertienne de la géométrie euclidienne, dans les termes d'une synthèse dialectique des trois aspects de la connaissance qu'il distingue. Si l'axiomatisation par Euclide s'apparente à une première synthèse dialectique de ces trois aspects caractérisés alors par leur équivalence de vérité, le « moment » hilbertien change la donne, et ce par la transformation de la méthode axiomatique. Gonthier vise plus généralement à déployer une théorie générale de la connaissance (cette fois dans une perspective bien distincte de celle de Bachelard³). Son étude

« a pour premier objet de montrer que la géométrie, simplement et objectivement envisagée dans son intégrité, s'établit en discipline dialectique. Mais notre but principal se place encore plus loin. La géométrie n'est qu'un exemple (privilegié, il est vrai). A travers le témoignage qu'elle doit nous apporter, c'est à une théorie de la connaissance que nous visons, une théorie adéquate à la pratique des disciplines scientifiques. »⁴

Tout en essayant de relever les implications épistémologiques générales de ce discours, on se concentrera surtout, après avoir d'abord présenté synthétiquement cette axiomatisation par Hilbert de la géométrie euclidienne, à l'étude de l'interprétation dialectique (au niveau des

¹ Gonthier 1945-55 p. 130.

² Gonthier 1945-55 p. 130.

³ Pour Bachelard une telle théorie générale est en effet impossible, on l'a vu : elle doit laisser la place à des théories aussi régionales que les connaissances positives considérées.

⁴ Gonthier 1945-55 IV, § 120, p. 321.

trois aspects de la connaissance) qu'en donne Gonseth. On s'interrogera alors sur deux points concernant cette interprétation : 1/ pourquoi Gonseth inverse-t-il l'ordre chronologique en faisant précéder les géométries non-euclidiennes, présentées aux fascicules V et VI, par la synthèse dialectique hilbertienne qui est justement une réponse aux problèmes qu'elles posent ? 2/ que révèle le double problème de l'oubli par Gonseth de la construction historiquement déterminée de la notion d'espace, et de la naissance – d'ailleurs conjointe – de la géométrie projective au 17^{ème} siècle, peut-être synthèse dialectique occultée ?

1. Méthode axiomatique et formalisme

La « crise » des géométries non-euclidiennes, outre qu'elle met en cause l'idée d'une connaissance géométrique une, ôte à l'intuition son statut de critère pour la position des objets et notions primitifs. En effet, ces géométries sont logiquement valides, sans être en correspondance avec notre perception des choses : celle-ci dans sa dimension intuitive ne peut plus jouer le rôle de fondement. La notion d'objet géométrique est donc révolutionnée : il n'y a plus, en fait, d'objet primitif (saisissable par intuition sensible ou intellectuelle) fondant la théorie. Hilbert fixe l'axiomatique comme instrument d'analyse, d'organisation et même de fondation du savoir mathématique, comme instance critique de la raison mathématique.

L'espace géométrique est un concept mathématique pluriel (il y a des géométries), déterminé par un système d'axiomes constituant la base d'un ensemble de propositions compatibles qui sont soit admises sans démonstration (les axiomes) soit dérivées à partir des axiomes (les théorèmes). Ces propositions n'ont pas de rapport direct à la réalité : ni reflets abstraits (Aristote) ni déterminations a priori de l'espace comme forme a priori de la sensibilité (Kant), ni hypothèses préalables à la connaissance (Riemann) : il ne s'agit plus de développer une méthode hypothético-déductive, mais une méthode déductive atteignant la certitude par calcul sur des objets internes au calcul. Chaque axiome (qui peut être théorème dans un autre système) est identifié par sa fonction structurale dans le système global, lequel est donc un système formel avec un symbolisme défini en propre : « points », « lignes » et « plans » sont des « éléments » du système sans signification déterminée extérieurement au système, mais dont la signification (variable) est uniquement déterminée par les symboles correspondants (on pourrait dire « girafe », « chaise » ou « banane » cela reviendrait au même). Hilbert ne donne pas de définitions, mais plutôt des manières de nommer, et les « objets » ne viennent pas de quelque chose d'antérieur à l'emploi de ces mots : ce sont des définitions axiomatiques implicites. Ainsi Hilbert dit au sujet des objets - ces « choses » - et relations, au début de *Les fondements de la géométrie* :

« Nous pensons trois sortes de choses ; nous nommons les choses du premier système des *points* ; nous les désignons par des lettres majuscules **A, B, C, ...** ; nous nommons *droites* les choses du deuxième système et nous les désignons par des minuscules **a, b, c, ...** ; nous appelons *plans* les choses du troisième système et nous les désignons par des caractères grecs **$\alpha, \beta, \gamma, \dots$** »

[...] Entre les points, les droites et les plans, nous imaginons certaines relations que nous exprimons par des expressions telles que "être sur", "entre", "congruent" ; la description exacte et appropriée au but des mathématiques de ces relations est donnée par les axiomes de la géométrie. »

Ainsi les objets de la géométrie ne sont pas donnés, mais construits axiomatiquement par le géomètre, comme des structures définies par les propriétés à posséder précisées par les axiomes. Hilbert le dit explicitement dans sa Conférence de 1900 :

« Lorsqu'il s'agit de poser les principes fondamentaux d'une science, l'on doit établir un système d'axiomes renfermant une description complète et exacte des relations entre les concepts élémentaires de cette science. Ces axiomes sont en même temps ces concepts élémentaires ; aucune affirmation relative à la science dont nous examinons les principes fondamentaux ne sera admise comme exacte, à moins qu'on ne puisse la tirer des axiomes au moyen d'un nombre fini de déductions. »¹

¹ Hilbert 1900 p. 14-5.

Ainsi, l'*axiomatisation* par Hilbert de la géométrie euclidienne passe par le refus d'utiliser l'intuition comme norme ou source de la méthode : vingt-trois axiomes répartis en cinq groupes vont poser les « objets » primitifs, en tant que purs objets *formels* dont la seule propriété est de satisfaire à ces axiomes, lesquels devront être démontrés comme *indépendants*. Ces cinq groupes d'axiomes sont les suivants :

1/ **axiomes d'incidence** (ou appartenance) : définition des liens entre points, droites et plans (exemples : il n'existe pas plus d'une droite à laquelle appartiennent les deux points A et B ; il existe au moins trois points non alignés ; un plan est défini par trois points non alignés).

2/ **axiomes de congruence** : définition de la relation de congruence entre segments ou angles.

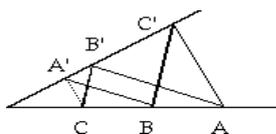
3/ **axiomes de parallélisme** (exemple de formulation de l'axiome euclidien : par un point extérieur à une droite dans un plan il ne passe qu'une seule parallèle à cette droite).

4/ **axiomes d'ordre** : définition de la relation « entre » sur une droite ou dans un plan (exemple : deux points A et C donnés, il existe au moins un point B appartenant à la droite AC et tel C soit « entre » A et B).

5/ **axiomes de continuité** : 1/ *axiome d'Archimède* : pour deux grandeurs inégales, il existe un entier multiple de la plus petite qui est supérieur à la plus grande ; 2/ *axiome d'inextensibilité* : les éléments de la géométrie (points, droites, plans) constituent un *ensemble* qui n'est susceptible d'aucune extension si les axiomes d'incidence, de congruence, d'ordre et d'Archimède sont conservés.¹

On doit donc, d'après Hilbert, distinguer l'axiomatique « contentuelle » (*inhaltlich*) de l'axiomatique formelle². La première (Euclide, Peano) met en ordre sous forme axiomatique et déductive une connaissance, un « contenu » (*Inhalt*) préalables, des données de types divers : c'est une rationalisation rigoureuse de quelque chose qui existait déjà, *sur la base méthodologique* de ce quelque chose préalable. Au contraire, l'axiomatique formelle ne se base *pas*, méthodologiquement, sur ce contenu préalable : on a donc affaire à un système déductif qui reconstruit formellement tout ce qui est nécessaire pour mener à bien de façon autonome des déductions valides, pour *finalement retrouver*, en une correspondance exigée (le but est d'intégrer les connaissances géométriques déjà acquises), les données intuitives préalables (ce n'est pas un système *hypothético-déductif* ayant pour principes des hypothèses d'existence ou de connaissance touchant la nature des choses) - l'usage de figure dans les *Grundlagen* invite à voir cette exigence d'un retour à l'intuition, mais rendue possible par une *dissociation radicale* au niveau de la méthode des deux ordres. Le discours réglé de la géométrie doit être autonome, et le meilleur moyen de s'assurer de cette autonomie, c'est de faire du discours un *calcul*, d'où l'utilisation de l'arithmétique. La construction hilbertienne est celle d'un modèle algébrique de la géométrie euclidienne, dont les axiomes sont montrés comme non-contradictaires par isomorphisme de l'ensemble des points avec l'ensemble des

¹ Considérons le théorème de Pascal : soient A, B, C, et A', B', C' deux groupes de trois points appartenant respectivement à deux droites concourantes et tous différentes du point d'intersection des deux droites. Si CB' est parallèle à BC' et CA' parallèle à AC', alors BA' est parallèle à AB'. C'est le théorème 57 des *Fondements*, VI, démontrable sans la congruence mais avec la continuité : le théorème 58 montre qu'il est indémontrable si l'on exclut *et* la congruence *et* l'axiome d'Archimède.



Cf. Cavailles 1937a p. 66-74, où une étude précise et détaillée des *Grundlagen der Geometrie*, pensé comme l'ouvrage central de la mathématique contemporaine, est effectuée, et dans laquelle j'ai, conjointement aux fascicules 3 à 6 de Gonthier 1945-55, puisé certaines références.

² Cf. Largeault 1994, Préface, p. 7, not. note 1, où cette distinction est explicitée. Cf. Gonthier 1936, ch. XIII, § 93, « La méthode axiomatique », et l'exemple de la carte ; et ch. IV, « Le double visage de l'abstrait », § 26-28, où est déjà bien développée cette distinction des axiomatisations, la première constituant la géométrie comme abstrait à l'égard de l'intuitif, la seconde, véritablement « logique », qui l'excède et l'ouvre : « En deçà, et au delà, elle n'existe pas encore ou n'existe plus », p. 86.

réels. Hilbert se donne la consistance de l'arithmétique, et son axiomatique a pour notions de départ des « objets » abstraits vidés de contenu intuitif et définis par leurs relations réciproques posées sous la forme d'axiomes.

L'examen des axiomes pose le problème suivant, principal :

« Démontrer que les axiomes ne sont pas contradictoires ; c'est-à-dire démontrer qu'en se basant sur les axiomes l'on ne pourra jamais arriver à des résultats contradictoires au moyen d'un nombre fini de déductions logiques. [...] »

En Géométrie, on démontre la non-contradiction des axiomes en construisant un domaine convenable de nombres tel qu'aux axiomes géométriques correspondent des relations analogues entre les nombres de ce domaine et tel, par conséquent, que toute contradiction dans les conclusions tirées des axiomes géométriques serait forcément reconnaissable dans l'arithmétique de ce domaine. De cette façon, la non-contradiction des axiomes géométriques est ramenée à la démonstration de la non-contradiction des axiomes de l'Arithmétique.

Quant à la démonstration de la non-contradiction des axiomes de l'Arithmétique, elle demande à être effectuée par voie directe. »¹

Ainsi le problème de la définition des objets est évacué, car les axiomes qui les dominent déterminent exhaustivement leur usage : ainsi seul le *discours* s'occupe des objets, qui ne renvoient plus à une ontologie fondatrice quelconque comme dans la tradition grecque. D'où le fait que la cohérence de la géométrie, (cohérence au sens large comme au sens strict de la *consistance*) ne renvoyant plus à un au-delà d'elle-même, devra être tranchée *au niveau du discours et par lui*. C'est la consistance du langage formel des systèmes axiomatiques qui va devoir être vérifiée. Ainsi l'exigence de démonstration de la consistance de l'arithmétique, « deuxième problème de Hilbert », donnera lieu au développement de la *Beweistheorie*, à l'exigence associée de démonstration de complétude.

Le problème de l'équivalence des valeurs de vérité des aspects intuitif, expérimental et rationnel (axiomatique) reste central : l'unité obtenue par cette synthèse hilbertienne va susciter une transformation méthodologique et conceptuelle fondamentale.

2. La seconde synthèse dialectique

Le rôle de l'axiomatique ici devient en effet tel que l'équivalence de vérité des trois aspects dans la géométrie élémentaire est fragilisée, car sont méthodologiquement dissociées la validité des procédures démonstratives effectuables dans un système d'axiomes et les données intuitives liées aux représentations d'objets en possible conformité aux déductions. La méthode d'Hilbert consiste pour lui à se donner, comme on vient de le voir, la consistance de l'arithmétique, et son axiomatique a pour notions de départ des « objets » abstraits vidés de contenu intuitif et définis par leurs relations réciproques posées sous la forme d'axiomes. Il établit donc, dans ses *Grundlagen der Geometrie*, les conditions de la certitude de la déduction géométrique et réalise selon Gonsseth la deuxième synthèse dialectique.

« On s'en souvient : la synthèse organique des trois aspects avait pu s'effectuer une première fois sous l'idée dominante d'une certaine équivalence (de vérité) de ces trois aspects. [...] cette idée [...] ne résiste cependant pas à une information plus fine et plus profonde. Il ne peut être question de la conserver intacte, mais jusqu'à quel point pourrait-elle être sauvegardée ? »²

Le problème de l'équivalence des valeurs de vérité des aspects *intuitif*, *expérimental* et *rationnel* (axiomatique) reste donc central : l'unité obtenue par la synthèse cependant exige et mobilise de nouveaux outils cognitifs pour penser la *séparation* acquise des trois aspects.

« La première synthèse des trois aspects que la géométrie élémentaire réalise, n'est pas conforme à la structure atomique du monde du physicien [...] Certes, l'idée dominante qui préside

¹ Hilbert 1990, p. 15.

² Gonsseth 1945-55, IV, § 120, p. 321.

à la synthèse élémentaire n'est pas complètement ébranlée, mais elle a perdu sa validité absolue, inconditionnelle. »¹

La redistribution des rôles intuitif/expérimental/théorique oblige de préciser clairement le statut de la méthode axiomatique et à son niveau propre. Gonseth distingue donc l'axiomatisation élémentaire, qui est synthèse de fait des trois aspects à équivalence de vérité, et l'axiomatisation de la seconde synthèse dialectique dite *schématisante*². Cependant, pour Gonseth, celle-ci reste toujours engagée dans l'intuitif et l'expérimental par le biais de certaines notions : « objet logique », « objet quelconque », ou « relation ».³

En quoi les notions fondamentales des cinq groupes d'axiomes gardent-elles une portée intuitive ? L'autonomie du rationnel n'est pas absolue, puisque des notions primitives sont exigées :

« La construction du rationnel géométrique... n'est pas une réduction du géométrique au rationnel. [...] le sens du mot "géométrie" se perdrait en l'absence de toute confrontation expérimentale. »⁴

Une telle axiomatique est donc présentée⁵ comme une sorte d'organisation logique de *relations* existant entre objets procurés a priori par l'intuition, et de ce fait Gonseth peut facilement souligner la permanence de l'intuitif dans la déduction permise par l'axiomatique. Déjà Gonseth insistait sur ce point dans *Les fondements des mathématiques* : même lorsque l'on met l'accent sur la nature des définitions implicites propres aux axiomes d'Hilbert, on ne fait qu'occulter la dimensions et les sources intuitives intervenant dans le discours. L'autonomie du plan axiomatique est l'autonomie du processus de déduction, non pas une autonomie complète au sens où cette axiomatisation serait totalement abstraite et sans aucun rapport à des connaissances préalables.

D'ailleurs chez Hilbert lui-même le rapport à l'intuition n'est pas si tranché⁶ : pour établir les conditions de la certitude déductive, on ne peut plus certes, à cause des géométries non-euclidiennes, se baser sur les « significations extérieures » que sont les notions primitives point, plan, droite (longueur sans largeur...). Il faut donc que les bases des démonstrations soient internes aux modalités même du discours déductif : ainsi dans ses *Grundlagen der Geometrie* les termes primitifs sont définis sans recours à une information extérieure (signification à accorder aux termes), les axiomes énoncés sans référence aucune aux connaissances intuitive et expérimentale, et les règles de déduction explicitées. La méthode axiomatique est donc autonome dans son déploiement et ses résultats. Mais elle a pour finalité de retrouver la géométrie possédée auparavant, de corroborer au maximum ce que les connaissances intuitive et expérimentale ont déjà montré (l'usage de figures dans les *Grundlagen der Geometrie* invite à voir cette exigence d'un retour ultérieur à l'intuition). La coupure avec l'intuition se fait radicale *au niveau des instances méthodologiques et justificatrices*, non au niveau de la visée générale de connaissance et d'intégration du savoir antérieur. Gonseth a donc bien perçu - et chez Hilbert lui-même - que l'on peut utiliser la formalisation sans sombrer dans le formalisme étroit ou « vulgaire » (un bourbakisme radical), et par là montre également son opposition au néo-positivisme qui veut que la « logicité » de toute science soit complètement détachée de tout apport extra-logique, par exemple intuitif.

¹ Gonseth 1945-55 § 102, p. 265-6.

² Cf. Gonseth 1936, ch. XIII, § 93, « La méthode axiomatique », et l'exemple de la carte ; et ch. IV, « Le double visage de l'abstrait », § 26-28, où est déjà bien développée cette distinction des axiomatisations, la première constituant la géométrie comme abstrait à l'égard de l'intuitif, la seconde, véritablement « logique », qui l'excède et l'ouvre : « En deçà, et au delà, elle n'existe pas encore ou n'existe plus », p. 86.

³ Cf. Gonseth 1937.

⁴ Gonseth 1945-55, IV, § 102.

⁵ Gonseth 1945-55, III, p. 157-264.

⁶ N'oublions pas qu'un des ouvrages de Hilbert se nommerait en français, s'il était traduit, *Géométrie et imagination*, livre dans la Préface duquel il distingue le procès méthodique d'abstraction et la compréhension intuitive qui l'accompagne quant au contenu de connaissance considéré ou visé - distinction qui peut donner lieu à celle entre une géométrie axiomatique et une géométrie pratique, dira Einstein.

Dans les F5, « Les géométries non-euclidiennes », et F6, « Le problème de l'espace », Gonseth aborde la troisième synthèse dialectique nécessitée par l'apparition, hors de la géométrie euclidienne unifiée par Hilbert, de la géométrie hyperbolique excédant la sphère de la première tout en impliquant l'espace dans de nouvelles problématiques, dans lesquelles l'intuition perd de sa valeur en ce qu'elle n'est plus un critère déterminant, un principe de détermination de la validité des démonstrations effectuées (dès la deuxième synthèse dialectique, l'intuition avait déjà été affaiblie, même si finalement elle avait reconquis sa centralité initiale). Cette pluralisation des géométries, et de l'approche de l'espace, exige donc une nouvelle unification synthétique, « ouvrant » simultanément l'idée d'espace et l'idée de géométrie : par cette ouverture, l'horizon axiomatique est le lieu de déploiement d'une multitude de possibilités d'interprétations du schéma formel, c'est-à-dire de modèles. La synthèse dialectique ici détermine de nouvelles « liaisons efficaces » entre les trois aspects, dont les statuts et fonctions varient en gardant leur accord mutuel en fonction du modèle (l'intuition gardera un rôle majeur, par exemple, dans un modèle euclidien), mais dans le détail Gonseth préfère souligner le caractère *opérateur* d'une liberté de conceptualisation accrue, dans le cadre d'une géométrie maintenant affligée *explicitement* de ce paradoxe moteur d'une fragilité évolutive et irrémédiable des fondements :

« D'une activité [la géométrie] qui, s'exerçant dans la ligne même de son efficacité, finit par mettre son propre fondement en cause, sans pouvoir cependant y renoncer (sans disposer d'un fondement de rechange), nous dirons qu'elle est en "situation dialectique" »¹.

Ce qui est une détermination précise du sens de la « dialectique » entre stratégie de fondement et stratégie d'*engagement* : l'intuition est engagée dans un procès qui la transforme. De ce fait, la dernière synthèse dialectique incarne cette dialectique de l'engagement où la concurrence entre deux bases axiomatiques liées à deux espaces empêchent de faire de l'appel à la méthode axiomatique un appel à un fondement intangible et définitif. Cette synthèse dialectique se ramène à rendre compatible les deux espaces, universel logique issu des géométries non-euclidiennes, et euclidien, deux espaces que l'homme, au niveau de son activité pratique, identifie approximativement, le second émergeant comme une image *pour lui* valable du premier : l'intuition est ici « dialectisée » et dédoublée en une intuition seconde, « reprise en conscience » et suspendant sa prétention discriminante en s'inscrivant dans un autre espace en accord avec elle à l'échelle humaine (c'est-à-dire pas forcément aux échelles cosmique et quantique). Les idées d'espace et de géométrie, se révèlent explicitement « ouvertes », de façon constitutive, dès le début irréductibles à des concepts *fermés* en extension et compréhension : les deux premières synthèses dialectiques exprimaient des tentatives de *fermeture*, mais la dialectique même fit surgir de ces tentatives même l'*ouverture* essentielle qui les rendaient possibles.

On le voit, plus généralement, le statut de l'axiomatisation est un fil directeur des analyses des synthèses dialectiques : elle est une instance irréductible, mais l'hypostasier en méthode seule légitime est pour Gonseth illégitime : on verra quelles critiques principales il lui adresse dans son examen, corrélatif, des rapports entre dialectique et logique formelle.

3. La « dialectique de la déduction »

L'espace pour Gonseth est un irréductible, au sens où on ne peut le réduire à du pur géométrique, comme la géométrie analytique initiée par Descartes y poussait (le monde comme géométrie incarnée), ou du pur arithmétique (la théorie ensembliste et le continu mathématique) : les problèmes de consistance s'ajoutant, il refuse cette approche pour son réductionnisme (pluriel), et c'est pour cela qu'il va intégrer l'instance logico-analytique dans une dialectique plus large (un peu à la façon hégélienne, mais bien loin d'en reprendre la « lourdeur » et les présupposés ontologiques : les dialectiques hégélienne et gonsethienne sont

¹ Gonseth 1945-55, VI, p. 72

vraiment, d'ailleurs, sans commune mesure), en la situant au niveau de cette dialectique de la déduction¹. Donnons un aperçu de cette « dialectique de la déduction ». Elle est *interne à la synthèse dialectique hilbertienne* :

« Les notions primitives une fois choisies et les axiomes une fois posés ; le jeu de la déduction peut se mettre en branle. Mais [...] l'argumentation qui met tout le système déductif sur pied n'est pas donnée d'avance : il faut l'inventer. »²

Trois moments caractérisent cette « invention » :

« 1° L'esprit ne se défait pas des significations qu'il attribue intuitivement aux objets primaires. [...] »

2° L'esprit ne fait pas abstraction des buts auxquels cette information primaire répondait : le jeu déductif les reprend à son compte, pour mieux les atteindre. [...] »

3° [...] L'invention déductive n'est pas libre [...] nous sommes tenus de respecter strictement ce que l'on nomme d'une expression très mal choisie, les lois et les nécessités de la pure logique. »

Ces trois points sont « les caractères principaux d'un argumentation qui doit permettre d'engendrer un système déductif à partir de sa base axiomatique. [...] Nous appellerons une argumentation de ce genre une dialectique ».³

Que doit-on retenir de l'axiomatisation dans et pour cette « dialectique de la déduction » (dialectique incluse dans la dialectique générale des trois aspects de la connaissance - et en laquelle se trame une « dialectique des entiers ») ? Elle a le « rôle clé de tout le système », comme principe et modalité d'unification des parties, de dialectisation des chaque partie dans un tout intégrant : elle est bien dialectique en ce qu'elle permet de distinguer des horizons différents voire opposés (intuition immédiate et expérience/théorie médiate, concrets et abstraits) en montrant leur profonde identité statutaire et gnoséologique. Elle unifie en un tout, d'autant plus ouvert que ses correspondances schématiques sont rigoureusement établies, des parties apparemment extérieures les unes aux autres, que simultanément elle afflige d'incomplétude et donc de relativité mutuelle - sur fond d'un monde qui est la source initiale d'un tel devenir, mais que ce devenir modifie en retour.

V. Horizons, schémas et analogie

Expliquons maintenant les modalités de cette dialectique de la déduction interne à la seconde synthèse dialectique. Dans le fascicule 4, « La synthèse dialectique de la géométrie euclidienne », Gonsseth introduit la notion de *correspondance schématique* à laquelle vont s'articuler celles d'*analogie*, de *modèle*, et d'*horizon de réalité* : résoudre les difficultés conceptuelles propres au « moment hilbertien », cela passe par l'étude de cette « correspondance schématique », *médiation des parties/aspects de la géométrie au tout unifié*, rendue possible par l'acte d'axiomatisation :

« Pour retrouver les conditions d'une synthèse dialectique renouvelée, pour que l'idée dominante d'une nouvelle dialectisation s'impose d'elle-même il faut appeler à l'existence et faire intervenir une série de notions [nouvelles...]. »⁴

« Ces idées et ces façons de dire (cette dialectique) formeront les éléments d'une nouvelle méthode de la connaissance géométrique (et, à travers celle-ci, de la connaissance scientifique). »¹

¹ Gonsseth 1945-55, VI, p.124-5 : « Edifier une géométrie analytique, c'est instituer un modèle arithmétique (au sens large) de l'espace. Or l'institution d'un tel modèle pose, à son tour, de difficiles problèmes, dont la recherche sur les fondements des mathématiques n'a pas encore fait le tour. [...] Est-il d'autre part, permis d'admettre que le rapport d'un modèle mathématique à ce dont il est une représentation est un rapport d'adéquation entière et parfaite ? », néanmoins, il utilise bien de façon « locale » la méthode analytique : « [...] si nous n'avons pas fait un usage systématique de la méthode analytique en géométrie, nous ne l'avons pas non plus systématiquement écartée ».

² Gonsseth 1945-55, III, § 57 « La dialectique de la déduction », p. 8-9.

³ Gonsseth 1945-55.

⁴ Gonsseth 1945-55, III, § 101, Conclusion, p. 264.

1. La notion de schéma

Gonseth introduit la notion de schéma en distinguant « signification extérieure » et « structure interne ». Avec l'exemple d'une carte établie à partir d'une forêt, et d'une correspondance entre un arbre et un symbole sur le papier, on peut dire :

« Une correspondance de ce genre est dite "symbolique". Les "objets naturels" y sont représentés, presque sans égard à leur forme ou à leur constitution, par des signes choisis plus ou moins librement, (ou par d'autres objets), leurs *symboles*. Dans notre carte, les arbres ont des points pour symboles. [...] L'ensemble de la carte, enfin, est ce qu'on appelle un *schéma*. »²

Et s'il y a bien sûr entre le schéma et *ce qui est* schématisé une différence, il y a également entre les deux une analogie, une complémentarité :

« Leur concordance peut porter si loin que certains raisonnements faits sur le schéma se traduisent immédiatement en résultats valables pour la chose schématisée. »³

Un schéma est donc constitué : 1/ d'une structure interne dont la fonctionnalité et l'opérativité déterminent son utilité, qui est le critère de son choix pour la connaissance, et donc 2/ d'une signification extérieure (une réalité) qui n'est pas préexistante à la recherche mathématique, dans la mesure où ce peut être un autre schéma de niveau inférieur (lequel fonctionne comme abstrait par rapport à un autre schéma de niveau encore inférieur, etc.). Ce qu'il importe de noter, c'est qu'en réalité - l'exemple de la carte peut ici induire en erreur - cette signification extérieure, la réalité que le schéma représente, *ne préexiste pas réellement au schéma*, comme une sorte de réalité anté-schématique donnée ou en soi. Ce qui préexiste au schéma, c'est la structure d'un autre schéma de niveau inférieur.

L'axiomatisation, processus de *schématisation* d'une réalité donnée, à l'instar de la logique comme physique de l'objet quelconque qui se constitue par *schématisation et purification de l'idée d'objet*⁴, comme on l'a vu plus haut, a pour résultat un système axiomatique, qui est lié à un *horizon*, l'univers des objets fonctionnant comme référents du *schéma*, et constituant une nouvelle « réalité ».

« Pour décrire la façon dont nous est donnée la signification extérieure d'un schéma, nous pourrions dire maintenant que celle-ci doit être conçue non comme une réalité en soi, mais comme un horizon de réalité, que la connaissance que nous en possédons n'est pas une saisie définitive, mais un horizon de connaissance. »⁵

On reviendra plus loin sur cette notion d'horizon ; on peut pour l'instant dire que ce système est description sommaire/abstraite d'une réalité préalable, susceptible d'enrichissement dans sa structure interne propre : comme système formel, sa *signification extérieure* est constituée par le concret par rapport auquel il fonctionne comme abstrait. Les axiomes ont une fonction médiatrice⁶ entre le concret et l'abstrait, et l'axiomatisation n'a de

¹ Gonseth 1945-55, IV, § 103, p. 270-1.

² Gonseth 1945-55, § 104, « La fable de la boule dans la forêt », p. 273.

³ Gonseth 1945-55.

⁴ En Gonseth 1935, § 42 (voir aussi les p. 55-64) était déjà précisé le lien entre schéma et correspondance schématique entre plusieurs instances (par exemple un ensemble d'objets concrets et la structure abstraite qui lui correspond sont en « adéquation schématique »), et au § 44, le fait que la méthode axiomatique est génératrice d'abstrait et de schémas simplificateurs. Notons déjà le caractère relatif de ces prédicats abstrait/concret : on lit par exemple en *Ibid.* p. 76 que « les symboles, et les règles formelles auxquelles il faut les soumettre, ne sont qu'une *réalisation-miniature* du schéma abstrait. C'est par celui-ci que passe la ligne qui met en rapport les symboles (concrets du 2ème ordre) et les objets primitivement visés (concrets du 1er ordre). C'est par son intermédiaire que ces derniers se trouvent mis en concordance schématique. L'habitude aidant, il arrive qu'on l'oublie. » p. 76.

⁵ Gonseth 1945-55, § 106, « La signification extérieure du schéma : l'horizon de connaissance », p. 280.

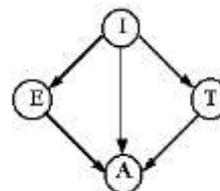
⁶ Gonseth 1936, IV, § 97 : « En un mot : Il n'y a pas d'axiome sans un concret où il fonde sa signification et un abstrait à la structure duquel il participe. », p. 237.

fonctionnalité et de sens que dans cette médiation. Les trois aspects, intuitif, expérimental, et théorique, se « correspondent schématiquement » (voir fig. 2), car ils sont tous les trois des significations extérieures du même schéma axiomatique¹.

L'axiomatisation est la clé de voûte de tout le système par son rôle : elle est le lieu d'une dialectique de l'abstrait et du concret en ce sens qu'elle est médiation entre deux (ou plus) ordres de discours et de réalité, où abstraction et concrétude sont déterminées relativement à l'ordre de correspondance schématique considérée. La figure 2 suivante exprime cette correspondance schématique :

Fig. 2

I : intuitif ; E : expérimental
T : théorique (Euclide) ;
A : axiomatique (Hilbert)



« Par l'adoption d'une certaine dialectique ou d'une certaine technique, l'horizon théorique et l'horizon expérimental se détachent respectivement de l'horizon naturel. Tous trois sont en concordance schématique avec l'horizon axiomatique. »²

2. Modèle et analogie

Gonseth nuance et approfondit son propos avec les notions de modèle et d'analogie. On peut d'abord distinguer trois sens de « modèle » :

1/ *domaine d'objets* d'un niveau inférieur à celui du schéma (réalisant la structure de celui-ci). Pouvoir construire plusieurs modèles différents d'une *partie* du schéma garantit l'indépendance de cette partie, même si ce ne sont pas des modèles du schéma dans son intégralité. De ce fait, tout modèle n'est pas forcément « horizon de réalité » comme signification extérieure du schéma, mais doit quand même être en « correspondance schématique » avec les horizons de réalité qui jouent ce rôle. Une relation s'instaure entre le modèle et un concret³.

2/ *système de symboles* correspondant adéquatement aux éléments en relation du schéma : il y a donc ici relation du modèle avec un formel, non un concret⁴, c'est-à-dire à une sorte de « concret symbolique »⁵ également en « correspondance schématique » avec les véritables horizons de réalités.

3/ *duplication des éléments du schéma* par d'autres éléments soit du même schéma soit d'un de ses modèles (au sens 1 ou 2). C'est ce que Gonseth appelle un modèle par « transcription »⁶.

On notera⁷ ici un problème : le sens technique de « modèle » dans la théorie des modèles, celui d'interprétation d'un système d'axiomes par un domaine d'individus, semble « glisser » d'un des trois sens à l'autre, mais Gonseth ne mentionne jamais, ce qui est quelque peu étonnant, cette théorie des modèles.

A et B sont analogues par rapport à un schéma, si A et B en sont des modèles ; **l'analogie**⁸ est une relation entre des horizons de réalité et un schéma commun et renouvelle la dialectique entre intuitif, expérimental, théorique. Pour qu'il y ait analogie entre deux « réalités »,

¹ Cf. Gonseth 1945-55, p. 274, 298, 331 notamment.

² Gonseth 1945-55, IV, § 115, p. 41/295 (citation et schéma n°70).

³ Gonseth 1945-55, IV, § 117, « Premier exemple : le modèle et le concret », p. 311-5.

⁴ Gonseth 1945-55, § 117, « Deuxième exemple : le modèle et le formel », p. 315-8.

⁵ Terme repris à Panza 1996, p. 278.

⁶ Gonseth 1945-55, IV, § 117, « Troisième exemple : le modèle par transcription », p. 318-21.

⁷ Cf. Sinaceur 1992.

⁸ Cf. le développement sur l'analogie en Gonseth 1945-55, § 120-1.

« Il suffirait qu'à tout rapport aperçu entre deux ou plusieurs éléments de l'une, on pût faire correspondre un rapport existant entre les parties correspondantes de l'autre », *mais* « dans la perspective de la connaissance en état de progrès (et peut-être en état de révision de sa propre structure), il n'est pas légitime d'admettre que la réalité à connaître porte en soi une structure achevée, structure que la connaissance aurait simplement pour tâche de porter à la conscience. Dans ces conditions, la conception de deux réalités analogues est-elle encore possible ? Elle l'est encore »¹

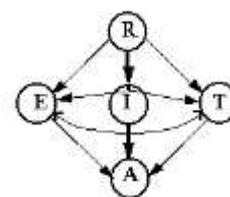
Il faut comprendre, pour que cela soit possible, que

« L'analogie s'établit entre des horizons de réalité, et non entre des "réalités en soi" »² : de ce fait « on peut les [deux horizons de réalité] dire analogues si ce sont deux modèles (au sens strict) d'un même schéma, ou en, d'autres termes, si elles sont toutes deux en correspondance schématique avec un même secteur de réalité. »³

On voit ici que le re- et dé-doublement des schémas par leurs modèles assure une continuité de dérivation et un système de liaisons entre tous les systèmes théoriques, et l'enjeu de l'unité de la science géométrique ici trouve une solution souple et satisfaisante.

Fig. 3

R : monde réel ; I : intuitif ;
E : expérimental ;
T : théorique ; A : axiomatique



« Les cercles I, E, T, A... représentent les quatre horizons de réalité dont nous avons relevé l'existence. [...] le monde extérieur n'est pas donné tout constitué, [il] ne l'est, au contraire, que par l'intermédiaire des horizons de réalité.

Le cercle I occupe... une position centrale : cette position privilégiée doit évoquer le rôle central et irréductiblement fondamental que nous avons dû reconnaître à l'intuition... La position du cercle A doit enfin permettre de le mettre en rapport à la fois et de façon visiblement analogue, avec les trois cercles précédents, illustrant le rôle que joue l'horizon axiomatique envers les trois autres horizons de réalité. *Ce rôle est la clé de tout le système.* »⁴

La fig. 3 montre que le monde réel n'est constitué que par l'intermédiaire des horizons E, I, T, A : La synthèse dialectique unifiée par la méthode axiomatique des horizons de réalités dans leurs rapports « contentuels », mais via une relation réglée de correspondance, dans laquelle l'intuition reste centrale, E et T restant à son niveau par le fait qu'ils en dérivent via une technique rigoureuse, expérimentale ou déductive (pas au sens de l'axiomatique formelle cependant). A est dans la même position par rapport aux trois autres horizons : en fait, c'est seulement par une axiomatisation *dépassant* les trois niveaux intuitif, expérimental et théorique classique, qu'il peut y en avoir une *synthèse dialectique*. E, I, T sont unifiés par l'idée d'une *correspondance schématique* de chacun d'eux à A, c'est-à-dire qu'ils sont trois réalisations analogues du schéma A.

3. Horizons, modèles et connaissance

L'*horizon* est donc une notion générale (qui témoigne peut-être d'une influence phénoménologique, mais Gonsseth explicite rarement ses sources !) qui va se spécifier pour tous les niveaux de réalité : la perception, le discours et sa logicité (où sont constitués les objets idéaux réitérables en de multiples occurrences), les divers schémas « emboîtés ». Quel

¹ Gonsseth 1945-55, § 121, p. 324-5.

² Gonsseth 1945-55, p. 326.

³ Gonsseth 1945-55, p. 325.

⁴ Gonsseth 1945-55. IV, § 123, p. 67 (citations et schéma). Je souligne.

qu'il soit, il y a toujours un horizon auquel un schéma se réfère, cette « référence » s'opérant par une procédure toujours analogue (la correspondance), et cette incarnation, cette spécification du concept d'horizon dans chaque ordre de la géométrie montre bien que son unité propre et celle de la connaissance qu'elle procure forment un mouvement, une science « horizontale » unificatrice des perspectives irréductibles respectant et imposant le caractère *relatif* et jamais absolu d'une approche. Un horizon renvoie donc à une approche spécifique, un cadre d'interprétation : d'où l'utilisation par Gonseth dans son œuvre postérieure pour le même concept, du terme de « référentiel ».¹

Un horizon est le lieu de réalisation d'un schéma (qui constitue cet horizon comme *son* horizon en étant *le* schéma), le couple horizon/schéma est fondamental ici :

« La règle [...], c'est que la constitution et l'interprétation d'un schéma (ou, si l'on préfère, sa conception et sa mise en œuvre) sont les moyens mêmes par lesquels une horizon de connaissance se définit. »²

Mais c'est le *couple horizon/modèle* qui deviendra vraiment indissociable (notamment par le fait de la troisième synthèse dialectique), car la possibilité de plusieurs modèles pour un même schéma autonome, implique qu'une connaissance portant sur un ordre de réalité dépend du *modèle* assigné au schéma, lequel devient alors une simple structure en attente. Ainsi, la représentativité du référent du schéma assure la légitimité épistémologique dudit schéma, en l'articulant à un concret, un horizon de réalité auquel d'autres horizons de réalité peuvent se *substituer* selon la procédure *analogique* de « correspondance », et c'est cette possibilité opératoire déterminée logiquement et permise par l'axiomatisation de *substituer des modèles à un schéma*, « d'articuler » voire de comparer des horizons de réalité, comme dans la figure 3, qui est la *connaissance* même. Connaître, c'est être capable de construire de nouveaux horizons de réalité via des schémas : et à une structure schématique de fait autonome, on peut assigner des *modèles* différents.. Deux modèles sont ainsi *analogues* par rapport à un schéma s'ils en sont des modèles consistants, sont deux horizons de réalité *possibles* aux systèmes symboliques également en correspondance schématique.

En résumé : on voit bien que l'axiomatisation de type hilbertien joue un rôle important, fécond pour la connaissance comme pour la méthode : elle est comme un « législateur » dira Gonseth, sans qu'il soit besoin de l'absolutiser pour autant. Il faut par ailleurs insister sur le fait, que l'usage de ces concepts (modèles, etc.) n'obéit pas à une rigueur implacable : l'algèbre abstraite des structures et la théorie des modèles n'ont pas reçu de traitement particulier dans l'œuvre de Gonseth, ce qui aurait sûrement permis que sa conception soit plus précise.

VI. Les géométries non-euclidiennes : un révélateur de l'épistémologie gonsethienne

1. Les géométries non-euclidiennes

Avec ces nouvelles géométries logiquement consistantes, qui récusent le postulat des parallèles (indépendant par rapport aux autres groupes d'axiomes comme l'a précisé Hilbert) indispensable pour que la géométrie « reflète » l'espace de l'expérience courante, on voit s'établir une « concurrence » entre deux ou plusieurs *bases axiomatiques également consistantes* : avec

« l'édification axiomatique de la géométrie euclidienne d'une part, et celle de la géométrie non-euclidienne, dite hyperbolique³, d'autre part [...] à l'intérieur de sa propre pratique, le

¹ Cf. Gonseth 1975, IV surtout, « Référentiel et méthode », p. 139.

² Gonseth 1945-55, IV, § 106, « La signification extérieure du schéma. L'horizon de connaissance », p. 16. Cf. l'image du *portrait* pour expliciter la notion de schéma (portrait de quelqu'un qu'on ne connaît pas, mais qu'on peut alors, par son intermédiaire, connaître de façon schématique).

³ C'est ce modèle « de Poincaré » que Gonseth étudie en Gonseth 1945-55, V.

géomètre a cependant fait l'expérience du *caractère concurrentiel* de ces deux édifices axiomatiques. [...] Il est clair qu'en admettant les deux bases axiomatiques *en concurrence* l'une avec l'autre, on modifie la valeur de vérité qu'on leur reconnaît. Ce ne sont plus deux groupes d'énoncés adoptés parce qu'ils seraient vrais l'un et l'autre par eux-mêmes et pour eux-mêmes. [...] Il sont adoptés à titre d'essai, leur valeur de vérité étant en quelque sorte suspendue. »¹

Autrement dit la méthode axiomatique ne permet pas de fonder définitivement une science ou une connaissance modélisant l'espace et ses propriétés de façon *univoque*. La méthode axiomatique n'est ni fondatrice ni auto-fondatrice, car elle renvoie à un au-delà d'elle-même, le moment où l'on choisit ou décide de garder ou non le postulat des parallèles. Si la méthode axiomatique est « législative », dit Gonseth, elle ne peut servir à valider une « *stratégie de fondement* ». Au contraire, on doit l'inclure comme puissant moyen méthodologique (mais seulement moyen) dans une « *stratégie d'engagement* »². Au regard de ce caractère *essentiellement constructif et dialectique de la connaissance*, la méthode axiomatique ne doit plus être pensée comme un idéal de méthode et de savoir, comme quelque chose pouvant régler les problèmes d'une connaissance déductivement certaine. On voit ici une convergence importante avec la pensée de » Cavaillès dans *Méthode axiomatique et formalisme*. En effet, si la formalisation et l'axiomatisation semble couronner le processus du paradigme et de la thématization (processus double de généralisation des domaines d'objets, des opérations, et de rationalisation des propriétés syntaxiques des systèmes formels), faire d'elles un idéal scientifique, c'est méconnaître le caractère imprévisible et novateur des mathématiques. Le début du XX^{ème} siècle n'est pas une crise des mathématiques, mais une crise philosophique :

« Crise philosophique seulement parce que des exigences extrinsèques ont été posées, parce qu'aussi bien du côté de Hilbert que de celui des intuitionnistes un idéal d'évidence a été défini : axiomatisation et formalisation ne sont plus moments d'une dialectique créatrice, mais des uniformes obligatoires. »³

Gonseth refuse donc de porter l'uniforme. De surcroît, avec le modèle *hyperbolique* de la géométrie développé par Poincaré, que Gonseth présente au fascicule 5 de son œuvre, avec celui par exemple de Cayley-Klein présenté au fascicule 6, il faut selon Gonseth voir « l'ouverture » et la dialectisation de l'*intuition*, et des idées de *géométrie* et d'*espace*. Dans ces fascicules 5 et 6, qui s'occupent d'esquisser une troisième synthèse dialectique de la science géométrique, Gonseth cherche à restaurer à cette dernière une unité qu'historiquement les géométries non-euclidiennes ont fait éclater, comme *brisure de l'évidence*, celles-ci n'étant pas incluses dans la deuxième synthèse dialectique de Hilbert. Dans le fascicule 5, un usage approfondi des schémas se manifeste alors : une axiomatisation suffisante (c'est-à-dire à une abstraction élevée) effectuée, alors le schéma axiomatique peut servir de base à l'élaboration de nouveaux schémas par infléchissements et déformations. Le schéma axiomatique voit sa structure interne comme une parmi d'autres, et on peut lui assigner une signification extérieure a posteriori (par exemple un modèle euclidien de la géométrie hyperbolique). C'est la leçon principale de l'événement des géométries non-euclidiennes.

« l'effort même de [...] conférer [à la géométrie] une autonomie complète dans l'ordre de l'abstrait révèle une certaine indétermination de la forme sous laquelle elle pourra se réaliser, engendre une certaine multiplicité de réalisations ».⁴

¹ Gonseth 1975, p. 9-10.

² Cette distinction générale, structurant toute la théorie de Gonseth, rappelons-le, est essentiellement exposée dans la Préface de *Le référentiel Univers obligé de médiatisation* (Gonseth 1975, p. 8-15 surtout) : le « jeu » dialectique de la science fait voir cette dialectique comme « discours organisateur », processus s'auto-légitimant par sa fécondité explicative et intégrative ancrée dans l'expérience et l'avancée effective et concrète des sciences.

³ Cavaillès 1938b, p. 190.

⁴ Gonseth 1945-55, p. 507.

Le fascicule 6 *dialectise alors l'intuition*, dont le rôle ne peut plus être celui d'un témoin normatif suprême, mais seulement d'un « moment » stratifié et en transformation dans une synthèse à effectuer, la troisième synthèse dialectique intégrant de façon ouverte géométries euclidienne et non-euclidiennes¹.

« Dans la perspective de la connaissance ouverte, la situation dialectique n'arrête pas le progrès de la connaissance. [...] L'intuition prise au "piège" dialectique s'est *dialectisée*. Son rôle naturem ne pouvant être abandonné (elle-même étant un élément inaliénable de la prise de connaissance de l'espace), elle s'est doublée plus libre, mais étroitement préformée.

[...] D'une activité qui, s'exerçant dans la ligne même de son efficacité ; finit par mettre son propre fondement en cause, sans pouvoir cependant y renoncer (sans disposer d'un fondement de rechange), nous dirons qu'elle est en *situation dialectique*. »²

Cette troisième synthèse dialectique montre que la géométrie est en permanence dans une « situation dialectique » dans et par laquelle elle se développe en re-construisant ses fondements par des méthodes de plus en plus logiquement rigoureuses - et l'on retrouve l'idée d'un fondement en re-construction permanente, c'est-à-dire le caractère d'engagement et non de fondation de la science en devenir, notamment par la méthode axiomatique. On pourrait reprendre ici la formule de Sartre dans *Questions de méthode* : « La vérité devient », on construit quelque chose qui *devient* un fondement dans le cadre structuré d'une connaissance totalisante mais jamais complète.

2. Temporalité logique de la reconstruction historique

Quelles sont les implications de l'inversion méthodologique synthèses Hilbert/Géométries non-euclidiennes ? L'axiomatisation hilbertienne est bien définitivement présentée par Gonthier avant toute prise en compte des géométries non-euclidiennes, c'est-à-dire dépourvue d'une de ses plus essentielles motivations historiques et théoriques, qui était celle de libérer, comme on l'a vu, la structure déductive de la géométrie de toute référence méthodologique aux objets euclidiens pour partie intuitifs.

Autrement dit, la temporalité propre de l'histoire des sciences est *conceptuelle*, la priorité logique prime sur la succession chronologique : c'est exactement la perspective de Bachelard : reconstruire l'histoire de la géométrie n'est pas en restituer la chronologie factuelle vécue. On pouvait lire au sujet de la dialectique (mode du mouvement unifiant les dimensions intuitive, expérimentale, théorique dans et par un dépassement commun assumé par une méthode axiomatique logiquement réglée), principe de synthèse et d'intégration affectant le devenir des théories scientifiques :

« En général, la dialectique efficace réunira différents aspects du niveau antérieur : nous dirons qu'elle en opère la synthèse dialectique. »³

L'*antériorité* ici évoquée n'est donc plus chronologique, mais logique, et Gonthier par là, d'une part abandonne la dimension jusque là historique de sa présentation dialectique de la géométrie s'élargissant progressivement pour se situer dans une dialectique idéale, et d'autre part, de ce fait, donne l'impression de présenter de tels événements historiques en les organisant de façon quelque peu arbitraire. Cet élargissement progressif des fascicules 1 à 6 est celui de la géométrie comme science élémentaire de l'espace euclidien, puis science formelle de l'espace euclidien, puis science formelle des espaces euclidiens et non-euclidiens : on voit un élargissement et une abstraction croissante, une ouverture rendant à chaque fois insuffisante les synthèses dialectiques précédentes, ouverture qui est à chaque fois exigence et tâche de réunification englobant l' « antérieur », c'est-à-dire totalisation où l'avenir exigé rétroagit sur le présent dans un authentique « temps dialectique » par lequel rétrospectivement on saisit quelque chose comme un fondement logiquement antérieur.

¹ Gonthier 1945-55, VI, B, § 181-187.

² Gonthier 1945-55, VI, § 187, « L'idée de l'espace en situation dialectique », p. 527-8.

³ Gonthier 1945-55, I, p.12.

On peut penser que c'est la seule raison pour Gonseth de choisir un tel ordre, c'est cet argument de la progressivité de l'élargissement. On peut donc soutenir que ce caractère arbitraire est en fait le témoin d'une méthode épistémologique de reconstruction dialectique non historique, mais bien scientifique, c'est-à-dire une auto-réflexion et explicitation épistémologique par un géomètre de sa connaissance et de la pratique de sa discipline.

Ainsi on comprend mieux pourquoi il occulte le 17^{ème} siècle d'une géométrie projective naissante rationalisant scientifiquement les recherches esthétiques en *Perspective*, qui à part égale avec la *mécanique* qui se déploie à la même époque, a été l'occasion de l'introduction en sciences et en particulier dans la géométrie, de la notion d'*espace*¹, construction théorique qui, et on peut le voir en étudiant les textes, est absente des textes des grecs. Gonseth dit d'ailleurs lui-même la chose suivante, au sujet de l'émergence de la dialectique historique des trois aspects :

« Notre intention n'est pas de faire un exposé historique de la méthode en géométrie élémentaire. Il s'agit uniquement d'une enquête très sommaire destinée à nous fournir quelques indications sur la façon dont la géométrie élémentaire, dans son évolution historique, a conçu la rencontre des trois aspects. »²

Mais si Gonseth ne fait pas œuvre d'historien, comme il en a le droit, ne peut-on penser que ce double « oubli » a pu desservir la pertinence de sa reconstruction de la géométrie, science ouverte censée résoudre pas à pas le « problème de l'espace » ?

Ni la naissance de la géométrie projective au 17^{ème} et ni la construction de la notion d'espace ne sont donc prises en compte par Gonseth, ni comme faits ni comme problèmes à résoudre. A l'instar de la « doctrine préalable » à la base de l'édification euclidienne de la géométrie comme science élémentaire, qui est *devenue* un tel préalable logiquement antérieur, *l'espace* comme concept construit est *devenu* l'espace réel et atemporel que suppose Gonseth. En d'autres termes, c'est par le fait de sa reconstruction dans et par une *dialectique idéale* et non historique des synthèses dialectiques de la géométrie, qu'il « projette » en mathématicien ce concept d'espace chez Euclide comme l'espace, même si, en tant que concept construit, il est postérieur. D'où l'inutilité de faire de la naissance de la géométrie projective au 17^{ème} une synthèse dialectique à part, en relation avec la géométrie analytique « contre » la méthode synthétique de la géométrie grecque, car ce serait une synthèse concernant la *construction* de la notion d'espace, ce dont méthodologiquement il a choisi de ne pas s'occuper. Il peut passer de Euclide à Hilbert (quoiqu'en lui faisant succéder le problème des géométries non-euclidiennes), ainsi, car c'est le même « espace » (au sens non historique) qui est concerné, celui, tridimensionnel, de l'expérience humaine.

La fécondité de la dialectique gonsethienne se situe plutôt aux niveaux méthodologique et heuristique qu'au niveau historique, manifestement. La dialectique des trois dimensions de la connaissance, la stratégie d'engagement et la critique du fixisme sont des apports indéniables qui pourraient aider à ré-élaborer de façon ouverte des nouveaux « prolégomènes à la connaissance » selon l'expression de M. Panza, c'est-à-dire un « nouveau discours de la méthode ». Celui-ci serait engagé dans un processus d'objectivation rigoureuse de la réalité dans et par la dialectique de sa *connaissance* : la réalité brute en soi constituant une sorte d'idée régulatrice, permettant quant à elle la régulation objective anti-relativiste du discours scientifique.

¹ On peut renvoyer au classique Koyré 1957, pour la naissance de la notion d'espace comme cadre vide, d'objets étudiés relativement à lui, et sur la question de l'infini, notamment dans les querelles entre newtoniens et cartésiens/leibniziens. Par ailleurs, à partir de Desargues/Pascal, avec les points de fuite/points idéaux à l'infini où l'« espace » commence à être théorisé comme coordination d'objets, ce que ne font pas les grecs, qui se limitent à l'étude de lieux, objets et figures. D'autre part, la polémique Leibniz/Newton sur l'espace ordre des coexistences/l'espace absolu de la mécanique est bien le témoin de la naissance chaotique de cette notion bien plus tard que ce que suppose implicitement Gonseth. Cf. également Taton-Flocon 1963, IV, « Perspective et géométrie projective ».

² Gonseth 1945-55, II, § 52, p. 137.

VII. Idonéisme et constructivisme sous la bannière dialectique

1. Logique et dialectique

a. La triple nature de la logique¹

Gonseth, dans sa reconstruction historique de la logique contemporaine, insiste sur deux filiations : d'une part, celle qui, issue de la logique de Port-Royal (héritière d'Aristote et Descartes, le dernier relativisant conceptuellement le premier), aboutit, notamment par l'inflexion leibnizienne, puis plus récemment par le logicisme, à l'idée générale de déduction formelle et l'utilisation systématique de symboles. La seconde, au contraire, est d'origine kantienne : tout examen de la et du logique implique la thématization de l'idée de structure propre de notre être mental, prédéterminant l'activité connaissante et le connaissance elle-même. Reprenant par là la perspective qu'Enriques développe dans ses *Problemi*², il défend l'idée selon laquelle toute science objective de la connaissance doit concilier ces deux aspects : sauf à être partielle et insuffisante, la théorie de la logique doit étudier les formes structurelles de sa constitution/genèse (aspect mentaliste), tout autant que la soumission de cette constitution des concepts à des règles formalisables (aspect logiciste).³

Gonseth fait fond sur cette double dimension pour distinguer les trois modes par lesquels la logique opère : elle est « physique de l'objet quelconque », « canon naturel de nos jugements », et « charte de nos libertés naturelles »⁴. Pour Gonseth tout processus d'abstraction se dédouble d'une préaxiomatisation inconsciente dont les représentations intuitives sont les termes (et dans lesquels les caractères de l'axiomatisation se retrouvent alors) :

« En résumé : *Les représentations intuitives ne sont que des images schématiques conformes à nos fins. La connaissance a priori n'est qu'un ensemble, orienté, ordonné, structuré, de "vues sommaires". En plus bref encore : L'intuition n'est que connaissance schématique, donc sommaire.* »⁵

Ces « vues sommaires », ces « images schématiques » sont réglées et en partie rationalisées par la logique qui, comme elles, traite de l'objet. Celles-là considèrent un objet particulier, celle-ci avant tout *l'idée indéterminée d'objet déterminé*, terme d'un effort d'abstraction et d'unification portant sur formes, déplacements, variations, qualités sensibles, etc. La logique est d'abord *schématisation poussée de l'idée d'objet* jusqu'à l'idée de l'identité pure de l'objet avec lui-même, au travers des trois principes d'identité, de non-contradiction et de tiers-exclu, « **Physique de l'objet quelconque** »⁶.

« Le terme de notre abstraction par axiomatisation, c'est donc l'idée de l'objet quelconque sans aucune détermination préalable, et qui n'est susceptible que des trois attributs intrinsèques de l'être ou du non-être purs, et de l'identité existentielle avec soi-même (sans préjudice des "relations existentielles" dans lesquelles il pourrait rentrer avec d'autres objets du même genre). Cette idée

¹ Gonseth 1946, p. 387, et Gonseth 1935 tout particulièrement.

² En Gonseth 1941b p. 200 par exemple est rappelée cette parenté, discutée déjà en Gonseth 1935, quoique le propos d'Enriques prenne parfois un ton platonicien, infléchissant sa « position médiatrice » entre idéalisme et réalisme, vers une conception de l'objet comme idéalité abstraite possédant une intégrité extra-subjective.

³ Gonseth 1935, § 41, 65-66.

⁴ Cf. Gonseth 1945-55, III, § 83 et IV, § 124 « Retour à la dialectique de la déduction », p. 72-4. On se base systématiquement dans le passage qui suit sur Gonseth 1935, §47-64, p. 73-93.

⁵ Gonseth 1935 p. 71.

⁶ Cf. Gonseth 1941b p. 199 : Gonseth se réfère à la l'analyse conceptuelle des espaces abstraits de M. Fréchet également contributeur des Entretiens de Zürich (voir Fréchet 1941 et 1948, où l'auteur affirme que cette abstraction de la connaissance mathématique tient également à sa nature et sa fonction essentiellement *schématisantes*).

éminemment abstraite de l'objet pourrait être appelée simplement l'*objet abstrait* ou l'*objet logique*. »¹

La logique est donc essentiellement solidaire d'une théorie rationnelle de l'existence objective, traitant du tout premier chapitre de toute physique, celui dont l'objet est l'existence, la présence et l'absence des objets de nature quelconque : « Physique de l'objet quelconque et Théorie de l'existence pure sont les deux instants d'une même entreprise »². On voit bien ici une critique du *logicisme*, qui pense la logique indépendamment de cette solidarité : tout au plus parle-t-on de variables d'individus ou d'arguments, mais c'est toujours simplement par commodité que l'on peut entendre parler en ce cas d' « objets ».

Mais, la logique n'est pas seulement théorie de la forme schématique de l'objectivité, mais aussi *théorie normative pour la subjectivité* : elle est « **canon naturel de nos jugements** ». Les deux notions de jugement et de vérité sont basiquement conjointes dans cette approche : l'idée de vérité conditionnée, selon Gonseth, montre qu'il faut celle de vérité inconditionnée, au sens de vérité logique, de *tautologie* « qui se réalise en elle-même, par elle-même, indépendamment de toute circonstance »³. Ce « Canon dans l'exercice de la pensée », il faut le « confronter... avec la logique de l'objet. Deux points retiennent l'attention : l'identité de structure d'une part ; l'hétérogénéité des significations extérieures, d'autre part »⁴. On est en face ici de deux visages réellement différents de la logique élémentaire, qui aboutissent à des abstraits par axiomatisation, dont le rôle reste essentiellement relatif : comment la pensée subjective doit-elle s'auto-discipliner pour atteindre le vrai n'est pas une question, loin de là, identique à celle qui porte sur sa fonction gnoséologique objective. L'on voit de nouveau ici le souci gonsethien d'intégration de perspectives différentes sur un même ensemble de problèmes.

Mais la logique, protocole générique de schématisation, ne se limite pas à fixer les limites de l'objet en général, ni des conditions normatives de l'accès au vrai : elle schématise également *l'acte constructif*, selon Gonseth, celui par lequel elle ouvre sur son autre, sur la production de connaissances nouvelles. Elle est, de ce fait, « **Charte de nos libertés naturelles** ». Mais selon Gonseth, il convient ici, pour qu'elle puisse remplir ce rôle, de passer de la logique élémentaire à celle des classes, où, d'un autre point de vue, est impliqué le passage du traitement de collections fermées/finies (qui rendent possible une théorie de la classification) à celui de collections infinies/ouvertes.

« La schématisation porte donc sur une action que, dans les circonstances ordinaires, je suis certainement libre et capable de répéter un certain nombre de fois... J'efface ce qui sépare l'intention de la répétition, de la répétition véritable. Heureuse confusion, puisque c'est elle qui donne naissance à l'*idée abstraite, hautement schématisante, du passage, conçu une fois pour toutes, de n à $n + 1$* . »⁵

Autrement dit, le principe d'induction complète relève de la logique ainsi entendue : l'efficacité et le rôle structurel essentiel de la « fiction de l'arithméticien schématique libéré de certaines entraves propres à notre condition d'homme »⁶ ne relèvent pas de la mathématique proprement dite. Voilà qui est intrigant : en effet, rappelons le statut que Poincaré accorde au principe d'induction complète. Selon lui le raisonnement par récurrence (induction complète) est le paradigme du raisonnement mathématique, et illustre parfaitement le jugement synthétique a priori kantien : la synthéticité tient à l'accroissement, irréductible au tautologique-analytique, de notre connaissance via ce raisonnement, l'« aprioricité » à ce que la récurrence fonctionne comme une loi formelle indépendante et antérieure à toute expérience sensible.

¹ Gonseth 1941a p. 75.

² Gonseth 1941a p. 80.

³ Gonseth 1941a p. 81.

⁴ Gonseth 1941a p. 82-3.

⁵ Gonseth 1941a p. 92.

⁶ Gonseth 1941a p. 93.

Cela signifie donc que si l'on est encore dans la logique, alors on n'est plus dans la logique strictement formelle. Gonseth, à l'instar de Cassirer, ou de Granger comme on le verra plus loin, par cette conception élargie, hautement synthétique et pensant les conditions de la constructivité (arithmétique ici), propose un nouveau visage pour la *logique transcendantale kantienne*, visage transformé par l'insistance sur l'ouverture et la relativité associées à tout procès de connaissance dans ses différentes instances de structuration, et qui pour cette raison prend la forme d'une « dialectique ».¹

b. De la logique à la dialectique déductive

La logique intervient donc nécessairement dans la dialectique de la déduction : des trois moments principaux de cette dialectique, celui, second, des règles, est celui, plus généralement de la logique ;

« En second lieu, la dialectique formule les règles fondamentales d'associations des différents éléments de la doctrine préalable. Ces règles forment en quelque sorte l'armature, la structure de la dialectique. Dans la mesure où elles peuvent être séparées et fixées, elles constituent la logique formelle. »²

La *logique formelle* comme discipline constituée et autonomisée est donc une hypostase du moment rationnel des synthèses dialectiques, c'est-à-dire du *moment des règles*. Ici le langage, médium obligé au niveau de cette *forme logique* en même temps épouse le mouvement général : l'horizon langagier est celui de la dialectique de la déduction par quoi les énoncés dans leur généralité ou précision déterminées sont réalisés, cette *dialectique*, par son « activité organisatrice et créatrice », distanciant les énoncés de l'axiomatique de l'ordre des significations intuitives/concrètes et « travaillant » à cette fin le langage. Même au niveau logico-formel,

« il est inexact de dire que la dialectique opère sur des mots vides de sens. Il faut dire plutôt que le sens des mots est réduit à la fonction de dénommer un certain nombre de catégories de choses ou un certain nombre de relations de catégorie à catégorie. »³

Le moment des règles est celui de la soumission des propositions et énoncés à la logique formelle gouvernant leur association : ce moment de l'entendement analytique exprime aussi la liberté opératoire du chercheur opérant un choix dans les lois logiques utilisées. Nécessité et liberté sont associés dans cette dialectique de la déduction impliquée dans tout procédé ou acte axiomatique. Elle est le second moment d'une dialectique plus large, mais reproduit en elles, d'une certaine façon, ces trois moments : des énoncés ou objets préalables sont organisés en vue de la cohérence et de l'unité du système par les règles logiques fonctionnant comme médiation opératoire et comme contenu de connaissance ressortissant à l'enrichissement de l'activité du chercheur. Cette interaction dialectique entre niveaux et parties dans un système ouvert, c'est-à-dire en un tout évolutif, montre que Gonseth conçoit la dialectique de l'espace comme une *totalisation* dont le moment décisif reste l'axiomatisation, la constitution de l'horizon axiomatique. La dialectique est finalement ce mouvement global à trois moments, le mouvement local interne au second moment, à l'intérieur duquel même est suggérée l'existence d'un troisième niveau de dialectique, celui de la « dialectique des entiers »⁴. La dialectique est donc coextensive au tout temporalisé de la géométrie, présente en ses moments, ses parties, et même dans les parties des parties, ce qui montre une homogénéité globale du propos, s'incorporant le registre logico-analytique, dont l'unité rend tout à fait

¹ On pourrait défendre l'idée que le *raisonnement par récurrence* est, en ce sens, le *schème global* (au sens kantien, mais relevant de la cassirérienne fonction *symbolique* élargissant le schématisme inaugural de Kant) de *l'infini dénombrable*, au sens même où le nombre, chez Kant, est le schème de la quantité continue ou discrète déterminée.

² Gonseth 1945-55, I, § 3, p. 12.

³ Gonseth 1945-55, IV, § 111, « L'horizon de la dialectique de la déduction », p. 30.

⁴ Gonseth 1945-55, III, § 72.

crédible la méthode utilisée. Mais cette « dialectique de la déduction » subit l'écueil d'un usage outrancier du terme « dialectique » : par exemple :

« les évidences qui jouent encore un rôle, au cours de la déduction, sont uniquement des évidences de la dialectique. Ce sont des évidences arithmétiques, telles que $2 + 3 = 5$ [...]. On pourrait les appeler des évidences élémentaires. »¹

La dialectique, finalement c'est *le* déductif dans ses différents aspects : il y a de quoi se perdre², mais en même temps, cette omniprésence exprime bien le fait que c'est seulement par cette dialectique qu'on peut pallier le manque d'intuition directe de l'espace.

On a vu plus haut le rôle synthétique que la logique, dans sa dimension de « charte pour les libertés naturelles », joue dans l'établissement des modes de raisonnement, comme celui par récurrence, propres à la mathématique constructive. Dans *Philosophie mathématique*³, il développe plus généralement une critique du formalisme et de la méthode axiomatique, dès lors qu'ils prétendent à l'autonomie conceptuelle et pas seulement technique, c'est-à-dire à l'exclusivité. Soulignant le rapport étroit entre les antinomies sémantiques (paradoxes du menteur, de Richard) et le théorème gödelien de 1931, il rappelle les difficultés inhérentes aux essais de formalisation de la notion de vérité, pour ensuite insister sur l'importance de la récursivité et de la constructivité en général⁴, au sens technique, mais aussi dans la dimension « activiste » et subjective, comme logiquement normée, de la *construction* dont il estime que c'est l'essence même de toute connaissance⁵.

Il suffit d'avoir cela à l'esprit pour comprendre les critiques générales⁶ qu'il adresse à la méthode axiomatique : sous toutes ses formes, elle implique des vues préalables sur la construction de systèmes finis ou infinis d'éléments de nature indéterminée. L'affirmation essentielle repose, encore une fois, sur le fait que le problème que l'on retrouve systématiquement, « *au bout de toutes les avenues que l'on croit tracer à travers le problème des fondements* », c'est celui de *l'organisation de l'ensemble de nos représentations en une doctrine préalable qui ne nous mette pas en dehors de la pratique efficace du mathématicien*. Or avec la méthode axiomatique hilbertienne, outre qu'elle, selon lui, contrairement à celle d'Euclide, ne possède pas la convenance organique avec l'état actuel de la connaissance scientifique (cet affirmation mériterait plus de développements qu'il n'en propose), on se trouve dans

« une situation véritablement paradoxale. C'est que la méthode à laquelle on est tenté de faire supporter tout le poids de l'édifice mathématique n'est actuellement fondée ni sur une évidence indiscutable, ni sur une justification convaincante. »⁷

¹ Gonthier 1945-55, IV, § 102, p. 3.

² Ce qui est également noté dans Sinaceur 1992.

³ Gonthier 1950.

⁴ Gonthier 1950, ch. XI « L'idée de la constructivité », et p. 148-161 plus généralement. Les fonctions récursives sont des classes de fonction d'entiers dont l'emploi systématique témoigne d'un « mode récurrent de pensée » (Skolem). Gonthier rappelle que le point de vue récursif est celui 1/ de l'emploi de fonctions récursives pour former des notions syntactiques dans un formalisme au moyen de celui-ci, 2/ d'une conception générale de ce qu'est un procédé de décision, 3/ de la thèse d'un rapport étroit entre la notion de fonction récursive et la constructivité intuitionniste, quoiqu'on puisse penser le récursif et le constructif de façon très autonome par rapport à l'intuitionnisme. Par ce point de vue, les expressions d'un formalisme contenant l'arithmétique élémentaire sont numérotées par des entiers naturels. Par cette propriété, on peut exprimer des propriétés syntactiques relatives à ce formalisme par des relations entre numéros (moyennant l'usage de chaînes de définitions). Par exemple dans un système où le prédicat « nombre (numéro) d'une expression qui désigne un nombre » peut être formé récursivement, on peut reproduire la structure de l'antonomie de Richard. Avec la méthode de Gödel, les antinomies sémantiques sont comme des indicateurs de l'inconsistance d'un système formel.

⁵ En Gonthier 1941a, p. 20, est fait par exemple appel Heyting qui assume la référence pour l'analyse de la pensée mathématique à une connaissance de l'activité mentale.

⁶ Cf. Gonthier 1936, 1941a p. 20-2 par exemple.

⁷ Gonthier 1936 p. 21. Cf. également Bernays 1941, qui traite également des limites de la méthode axiomatique.

Ainsi la logique formelle, toute seule, n'est qu'une hypostase d'un des moments de la dialectique déductive, celui des règles, son formalisme (et le formalisme en général, dès qu'il est pris pour autonome) en manque la dimension « objectuelle » et subjectivement normative : la méthode axiomatique formelle concentre ces limitations. Elle n'est qu'une méthode et ne peut être fondement, n'est qu'une technologie de la déduction, qui, quoique raffinée et extrêmement élaborée, est profondément inapte à saisir la nature constructive, synthétique, et dynamique, bref, « dialectique », de la connaissance mathématique. Mais il existe pour Gonsseth plusieurs « dialectiques » à l'œuvre dans le procès de connaissance.

Les mathématiciens et physiciens du 20^{ème} siècle, pour se comprendre, doivent accueillir des problèmes dits philosophiques comme les leurs : ils doivent reconnaître, ce qu'ils font après la relative « chute de la maison Hilbert », qu'il n'y a plus de « méthode » des sciences mathématiques : il convient pourtant d'essayer de la re-trouver, puis de l'explicitier au maximum, jusqu'au point où l'union pourra se créer *sur le fond d'une dialectique des vérités élémentaires*¹. Pour cerner les contours généraux de cette méthode, il faut développer une « dialectique appropriée », « façon à la fois stricte et adéquate » de parler de ce qui anime la pensée mathématique dans ses différentes manifestations.

Il faut distinguer pour Gonsseth trois types de dialectiques² : les *dialectiques de la sensation* qui sont des activités tournées vers le réel (ainsi selon lui la théorie mathématique des couleurs), et gouvernées par le convenance aux données intuitives, les *dialectiques de l'expérience systématique*, toujours tournées vers le réel, mais *via l'expérimentation*, c'est-à-dire structurées par une médiation non intuitivo-sensorielle, et la *dialectique des « conduites élémentaires »*, qui est elle tournée vers *l'activité propre de l'esprit et de son accord à l'objet*, et au niveau primitif, de l'accord physique/mental. Il est fondamental de toujours s'efforcer de relier le réel physique, le réel mental, et l'activité symbolique³. On voit ici que ces trois types de dialectique recouvrent les trois instances, intuitive, expérimentale, et théorique dont les architectures axiomatiques euclidienne et hilbertienne sont les deux synthèses principales. Autrement, une synthèse dialectique est synthèse de procès qui possèdent leurs propres dialectiques.

Par là, Gonsseth s'efforce de concilier (dit autrement, de dépasser leur opposition statique) idéalisme et réalisme : il existe un « contenu informateur des formes »⁴ au niveau des *représentations schématiques*, au sens d'un a priori de l'interprétation et même de la sensation, qui est également présent au niveau de la structure physiologique-mentale : n'est-ce pas là le même type de dispositif que celui mobilisé par Kant, à savoir l'articulation réglée de l'intuition et du concept via un processus constructif producteur de connaissances nécessaires quoiqu'ancrées dans la subjectivité ? Cette affinité est manifeste, quoique Gonsseth ne parle que très peu de cet aspect là de la pensée kantienne.

Ainsi la/les « dialectique(s) » gonssethiennes sont localement et globalement opérantes, selon la modalité dynamique de la synthèse et de l'intégration en un tout ouvert d'éléments distincts voire opposés : plus généralement, elle est un mode de présentation, une *argumentation* non logiciste, la forme du procès synthétique de connaissance, qui est toujours, « dialectique de la déduction » comme on l'a vu plus haut, informée par les *significations* (les objets qu'elle intentionne), les *fins* poursuivies par la pensée, et les *façons* antérieures efficaces et signifiantes de parler de ce dont on parle. Elle est *non donnée d'avance*, c'est-à-dire qu'elle est *coextensive au devenir mathématique*. Par cette non-apriorité, elle est *révisable* dans ces/ses trois moments, et par là, possède une certitude essentiellement *relative*.

Elle est donc essentiellement corrélatrice de la pratique mathématique qui n'est jamais intégralement formalisable, et toujours *finalisée* (même en tant que – prétendument –

¹ On a, pour cette section, largement puisé dans Gonsseth 1941b, « Sur le rôle unificateur de l'idée de dialectique ».

² Gonsseth 1941b p. 198.

³ D'où le programme de naturalisation de la pensée gonssethienne dans cette globalité que propose J. Petitot en sciences cognitives : Petitot 1992.

⁴ Gonsseth 1941b, p. 201-2.

mécanisée) ; ses significations sont toujours, liées à un concret possible (puisque concret et abstrait sont des prédicats *relatifs*). Les *règles* du raisonnement sont gagnées par une conformité de la spécialisation à l'objet et à l'intention corrélatrice de l'acte de connaissance, en tant que celui-ci investit toujours trois niveaux distincts : celui des dialectiques sensibles et expérimentales (les deux premiers types ci-dessus) qui sont du « premier degré », celui des dialectiques de l'infini, qui élaborent des êtres abstraits, issues de l'imagination mathématique, à partir de représentations intuitives (par analogie, par extension, par schématisation, etc.). Les objets de ces dernières sont à imaginer en même temps que la logique qui leur convient : autrement dit, *l'élaboration logicienne n'est pas formelle et antérieure, mais coextensive à l'élaboration de l'objet*. Ces dialectiques de l'infini ne visent pas directement le réel, contrairement à celles du premier degré, mais le saisissent par un détour (par exemple en théorie des ensembles, ou dans la mobilisation einsteinienne de l'algèbre dans la mécanique, exactement comme l'explique Bachelard) et à ce titre entrent dans le tableau général. Enfin les activités à intention centralement *formalisatrice*, qui opèrent au niveau de la dialectique des « conduites élémentaires » quoique l'élémentarité ici signifie caractère recteur et normatif (et non simplicité), sont du deuxième degré : elles sont des explicitations des dialectiques du premier degré : la théorie de l'axiomatisation, des axiomatiques formalisées, en précise et formalise les règles.

On retrouve ici la critique du logicisme, du formalisme et de la méthode axiomatique : *une logique purement formelle renonce à être une véritable logique, qui doit essentiellement penser en elle les modalités de la liaison réel/formel – et se faire l'analogue fonctionnel d'une logique transcendantale* - : une forme logico-mathématique est détermination rigoureuse du concept d'une dialectique, à un moment donné (un appréhension photographique, une extraction de la structure, hypostasiée par rapport à sa diachronie). Garder à l'esprit ce caractère hypostatique de la logique, eu égard au fait que tout concept dont cette logique formalise les règles de déploiement, a un potentiel imprévisible de différenciation, c'est rappeler que la formalisation est le *moyen spécifique* de la précision, en aucun cas une fin.

« Un système formel n'est pas une logique s'il ne peut pas être envisagé aussi comme la *figuration d'une dialectique* de certains comportements mentaux ». ¹

Par l'approche dialectique, on conçoit, selon Gonseth, l'engendrement coextensif des fins/objets-significations/règles, au sens où toute détermination de ses éléments s'accompagne et s'effectue sur fond de leur indétermination diachronique, alors que le formalisme strict n'est qu'un simple catalogue des manipulations symboliques permises. C'est cela qui rend compte, d'après Gonseth, de l'antagonisme, du différend irréductible entre Brouwer et Hilbert, manifesté par exemple par le théorème de Löwenheim-Skolem, ou encore celui de Gödel 1931. La concurrence réciproque des approches doit laisser place, tel est le but puisque tel est le *problème*, à la mise en évidence du fait qu'elles véhiculent toutes les deux deux doctrines de l'évidence construite qui sont conciliables si on les pense comme différenciations dialectiques à partir d'une commune *doctrine préalable*.

2. Fécondité contemporaine et limites de l'épistémologie gonsethienne

On peut certes supposer l'influence de la conception gonsethienne sur le statut de « fonction cognitive » assigné au concept mathématique dans un cadre « néo-transcendantal » par M. Panza, dont les visées historiographiques sont en consonance avec l'œuvre de Gonseth². Mais c'est surtout G. Cohen-Tannoudji³ qui montre, dans sa conception de la théorie quantique, la pertinence du concept d'horizon de réalité.

¹ Gonseth 1941b p. 205.

² Cf. Panza 1997b p. 369, Panza 1992, Conclusion.

³ Voir par exemple ses contributions Cohen-Tannoudji 1990 et 1997.

a. Horizon de réalité et théorie quantique

En effet, après Planck, la révolution quantique du 20^{ème} siècle consiste notamment en ce fait crucial : lorsqu'on fait des *mesures* sur un objet quantique, si on détermine la composante en x de son *impulsion* avec une incertitude Δp , alors on ne peut connaître la *position* en x avec une incertitude moindre que $\eta / \Delta p$ ¹. Cela transgresse le principe de la physique classique stipulant la possibilité de principe de faire abstraction des conditions de l'observation, et donc du sujet connaissant, dans la description de la réalité objective.

Cette crise théorique trouve une formulation adéquate, selon l'auteur, dans la notion d'horizon de réalité : le quantum d'action exprime une limitation de la connaissance scientifique, un « horizon de discernabilité »² représentable comme une ligne courbe inaliénable mais déplaçable. Les concepts quantiques, pour l'auteur, servant à représenter ces « phénomènes » intègrent en eux les conditions de leur observation : en variant ces conditions, en déplaçant l'horizon de réalité, on peut *affiner* l'explication de la réalité. D'où un « horizon de prédicabilité » dépendant d'une statistique des meilleures conditions d'observation : les concepts quantiques ont donc un contenu probabiliste qui tranche avec les concepts déterministes classiques inadaptés. Les concepts quantiques décrivent des horizons de réalité, et de façon dialectique, c'est-à-dire en reliant de façon indissoluble la fermeture explicative et l'ouverture par déplacement de la « ligne d'horizon », reconnaissent la limitation inhérente à leur puissance explicative tout en ménageant une ouverture à la méthodologie quantique. Sur ce rapport entre horizons, on doit noter encore le point suivant : l'incapacité d'un horizon « apparent », par exemple celui de la physique classique, à représenter, sous formes de « traces » multiples et *complémentaires*, les phénomènes de l'horizon « profond », celui de la physique quantique, marque le caractère contradictoire de certaines relations entre horizons et oblige de passer du premier au second (chronologiquement), ce qui montre une fois de plus la positivité et la motricité de la contradiction dans la dialectique des horizons. Cette « dialectique de l'ouverture et de la complétude »³, qui se base sur la fermeture et l'incomplétude irréductibles de l'explication de type classique, exprime le fait que l'ouverture à tous les déplacements possibles de la ligne de l'horizon de réalité est en même temps puissance d'assemblage de ces déplacements, puissance de complétude perspectiviste. La notion d'horizon de réalité permet ainsi de réintroduire dialectiquement le sujet de la connaissance exclu par la physique classique dans le procès d'objectivation, le dévoilement progressif de la réalité ; et l'on retrouve bien cette dialectique de l'objectif et du subjectif, car :

« S'il n'y avait pas de réalité, il n'y aurait pas d'horizon, mais un horizon n'existe que par rapport à un observateur. »⁴

L'existence en soi de la réalité en soi garantit la connaissance contre le relativisme ; *mais* les horizons de la mécanique quantique supposent un sujet variant les conditions de l'observation. Ainsi, la notion d'horizon réalise dialectiquement la synthèse de couples de contraires comme sujet/objet, limitation/ouverture, « en-deça/au-delà » (de la ligne d'horizon), en s'ouvrant à l'expérience sans sacrifier la fonction structurante du discours.

¹ Lorsqu'on veut quantifier le signal émis par un atome, l'appareil de mesure utilisé pour l'expérimentation cause une perturbation à l'objet considéré, et on peut exprimer cette perturbation en termes d'énergie dépensée pendant le temps de la mesure. Or le produit de l'énergie par le temps est caractéristique de l'*action* comme quantité, et Planck a montré que dans ce couplage inévitable objet/appareil de mesure, la perturbation quantifiable en une *action* est égale au minimum au « quantum d'action », h , dit « constante de Planck » (d'où la formule quantifiant l'action en fonction de l'énergie dégagée et du temps : $\Delta A = |\Delta E| \Delta T \geq h/2\pi = \eta$). Ce couplage, comme ceux de quantité de mouvement/position et de moment cinétique/orientation angulaire ont trouvé une expression en terme de limitations inhérentes à toute mesure dans les trois « inégalités de Heisenberg ».

² Pour ce développement court et très résumé, on a choisi Cohen-Tannoudji 1990.

³ Cohen-Tannoudji 1997, p. 275.

⁴ Cohen-Tannoudji 1990, p. 328.

b. Quelques limites

Quelques remarques critiques s'imposent :

(a) Sa généralité épistémologique¹ est accrue par la multiplicité de sens du terme « dialectique », ce qui limite par le fait la rigueur du propos. Une tentation relativiste se laisse facilement entrevoir par ce biais là en particulier, quoique Gonthier la récuse. L'ouverture de la philosophie dialectique, proche d'une philosophie scientifique née de la pratique de la science même², contrairement aux classiques philosophies eidétiques, doit assumer cependant la relativité qu'elle promet, quitte à prendre une tonalité très « phénoméniste » :

« Mais n'est-ce pas là tout ce qu'il faut attendre de la connaissance ? *Un accord schématique entre un Réel inachevé et un Esprit en devenir ?* »³

Le statut des hypothèses et principes de la connaissance, d'ailleurs, va dans le sens de ce relativisme. Il faut bien sûr noter le caractère paradoxal de cette « situation dialectique » : plutôt, ce paradoxe *est* le dialectique. Ainsi la position de la normativité des principes méthodiques semble apparaître comme un passage du fait au droit, du fait de la dialectique au droit de la dialectique. En fait, les hypothèses de départ sont des régularités tirées du regard porté sur l'histoire érigées en règles de méthode⁴.

« Ces hypothèses s'offrent presque d'elles-mêmes à celui qui entend donner tout son poids à la faculté d'évolution et de progrès que la connaissance scientifique possède en fait. Le chercheur doit avoir la simple liberté de se tromper et de se corriger. *Il suffisait de poser cette liberté en droit méthodologique.* »⁵

Ce qui réussit une fois peut être érigé en règle, d'où l'affirmation suivante :

« L'épreuve cruciale que doit subir l'hypothèse intégrante, celle qui consacre son droit à l'existence, c'est la réussite de la double procédure de l'insertion du nouveau et de la révision de l'ancien. [... réussite qui] est elle-même créatrice de légitimité ». ⁶

Ce choix, cet acte libre apparaît comme une application au contenu de la méthode de la méthode elle-même, dans le cadre d'une « situation de connaissance » en droit inapte à régresser à un fondement ultime du savoir censé légitimer une Méthode éternelle : ces principes des prescriptions reflétant le mouvement même, plus ou moins conscient, de la recherche scientifique, une codification répliquant l'activité concrète, non-consciente, le déroulement synthétique des faits scientifiques. Serait-ce simplement faire de nécessité vertu ? Si l'on a égard au contexte scientifique, cette méthodologie « ouverte », à visée totalisante sans être totalitaire, prend un caractère éthique autant que scientifique en tant qu'elle tente de prévenir le dogmatisme, de favoriser l'imagination mathématique et scientifique, sans céder au scepticisme, et dont le but est la réalisation effective, efficace, donc utile à la connaissance et à la vie, de l'unification des savoir. Si le principe de « révisibilité » n'est pas en lui-même un passage du fait au droit, on peut convenir du fait qu'il peut donner lieu à de tels passages, car le « droit » est bien pensé ici comme une conséquence de la réussite factuelle : mais des réussites ponctuelles ne donnent pas toujours lieu à des élargissements valables.

¹ Cf. Panza 1996, p. 282, où il est même affirmé que « ce Gonthier là ne mérite que d'être oublié » ; la critique est largement déployée en Panza 1992, mais malgré la déception corrélative qui perce, Gonthier est finalement valorisé et gratifié d'une pertinence dans l'urgente élaboration de nouveaux « prolégomènes » de la recherche scientifique.

² Cf. Lebesgue 1941.

³ Gonthier 1936, § 64, p. 93.

⁴ Gonthier 1945-55, VI, p. 127. Dit autrement, il n'y a pas de table rase dans la démarche de connaissance : la rencontre dans la recherche d'éléments non intégrables immédiatement peut susciter la formulation d'hypothèses *ad hoc*, qui vont rejaillir – solidifier ou fragiliser – sur les fondements du système initial, ce qui va susciter de nouvelles hypothèses, etc.

⁵ Gonthier 1945-55, p. 134. Je souligne.

⁶ Gonthier 1945-55, VI, p.155-6.

C'est plutôt « négativement » que positivement qu'il faut prendre les principes d'ouverture, de pluralité, de technicité et d'intégralité, au sens où ils préviennent d'erreurs sans forcément donner des moyens tangibles de résoudre des problèmes. C'est d'ailleurs dans cette perspective qu'ils prennent vraiment leur intérêt, car leur généralité ne peut positivement rien prescrire de précis à l'activité mathématique¹. Pour autant on ne peut se limiter à qualifier la conception gonsethienne de relativisme sous le prétexte des aspects perspectivistes et pluriels de la synthèse (aspects toujours provisoires) qui expriment pour lui la modalité même de l'évolution de la connaissance :

« La dernière garantie d'une preuve, dans les sciences, ce n'est pas une preuve dernière, une preuve au-delà de laquelle il n'y a plus rien à chercher. Cette garantie, c'est la science elle-même qui la fournit, par son existence, par sa cohérence, par son efficacité et par sa faculté de progrès. C'est l'ensemble du savoir scientifique déjà constitué, savoir dont la preuve est une partie intégrante. »²

Ou encore : « Qu'avons-nous besoin de démontrer abstraitement, par avance, la possibilité de ce que nous allions précisément construire. La preuve allait être donnée par le fait. »³

C'est-à-dire que la fécondité de la dialectique mathématique de Gonseth est légitime par l'intégration réussie, dans son œuvre même, de tous les aspects et problèmes et doctrines préalables des géomètres étudiés : ainsi les derniers mots de *La géométrie et le problème de l'espace* :

« toutes ces doctrines préalables sont toutes différents les unes des autres, mais toutes peuvent être interprétées dans le cadre de notre perspective méthodologique.

Nous trompons-nous en pensant que c'est là l'un des arguments les plus forts qui puissent être invoqués en faveur de nos propres thèses ? »⁴

L'*idonéisme*, au centre du « Nouveau discours de la méthode » en science - et en histoire des sciences dans la dimension *historique* que la reconstruction dialectique de la géométrie réalisée prend bien en compte - que l'auteur prône, est plus une façon d'aborder les problèmes que de les résoudre : ces principes restent des « idées dominantes préalables ». Mais cela ne réduit pas pour autant leur fécondité, car lorsque on a bien saisi et posé un problème, pour ce « nouveau discours de la méthode », la résolution est une affaire secondaire. On sait à ce propos que Bachelard, Granger se réfèrent explicitement à Gonseth ; notons ici que si le thème transcendantal est perceptible chez lui, on peut également, par la présence de la notion de « schématisation » voir encore plus nettement un héritage kantien (explicitement assumé par Gonseth) modelé, via le concept d'horizon, par un souci phénoménologique - même si c'est le dialectique qui prime.

(b) Tout en critiquant et combattant légitimement le néo-positivisme, on reste frappé du rôle sous-estimé accordé à la logique. Le discours gonsethien est la plupart du temps très général sur ce point : confronté aux théories et résultats logiques *dans leur détail*, il n'aurait pu que s'affiner et se renforcer, et éventuellement désactiver cette accusation possible de relativisme.

(c) L'efficacité de la perspective est « créatrice de sa légitimité », mais à quel prix ? On peut déceler une certaine légèreté à l'égard de la méthode : la « succession » des trois synthèses dialectiques obéit au début à une logique temporelle, historique, mais la seconde fut réellement contemporaine, postérieure même à la troisième : pas de succession effective, au contraire entre le moment hilbertien et les géométries non-euclidiennes, l'axiomatisation hilbertienne étant entre autres une réponse à ces dernières, une exigence de travailler sur des objets formels et non intuitifs car l'intuition n'est plus une modalité constitutive de la

¹ C'est ce qui est montré plus en détail dans Jorge 1990.

² Gonseth 1945-55, VI, p. 126.

³ Gonseth 1945-55, p. 142.

⁴ Gonseth 1945-55, p. 169.

géométrie, même si le but final est de retrouver la géométrie et l'intuition couramment utilisées : celles-ci sont intégrées dans un système déductif méthodologiquement autonome, l'axiomatique étant finalement légitime en tant que méthode, ou encore comme « législateur »¹ de la recherche selon le mot de Gonthier.

Ainsi la dialectique fonctionne autant en se basant sur le matériau historique que sur un choix idéal, et cette ambiguïté affecte elle aussi la rigueur de la méthode : parler de dialectique est légitime au deux niveaux, mais les articuler est une nécessité théorique de rigueur. On peut généraliser cela sur deux autres points.

(d) L'histoire de la notion d'espace pose problème : Gonthier n'est pas historien. Ce n'est évidemment pas un problème en soi, la dialectique des trois aspects en géométrie est liée à la notion d'espace qu'il ne questionne qu'à partir des géométries non-euclidiennes, alors qu'il eut été judicieux de montrer que la géométrie « euclidienne », d'Euclide à Kant, a subi bien des interprétations différentes à cause d'une notion d'espace absente ou alors à présupposés ontologiques déterminants. De ce point de vue, la géométrie historiquement utilisée aurait subi une évolution dialectique bien plus complexe. Et il faut bien sûr voir que *l'axiomatisation hilbertienne est bien définitivement présentée avant toute prise en compte des géométries non-euclidiennes, c'est-à-dire dépourvue d'une de ses plus essentielles motivations historiques et théoriques*, qui était celle de libérer, comme on l'a vu, la structure déductive de la géométrie de toute référence méthodologique aux objets euclidiens pour partie intuitifs. Gonthier par là, d'une part abandonne la dimension jusque là historique de la présentation dialectique de la géométrie s'élargissant progressivement pour se situer dans une dialectique idéale, et d'autre part, de ce fait, donne l'impression de présenter de tels événements historiques en les organisant de façon quelque peu arbitraire. Si la dialectique gonthiérienne est une manière féconde, prudente et (car) ouverte d'analyse de l'histoire des sciences, et en l'occurrence de la géométrie, conception dont on est loin aujourd'hui encore d'avoir compris les enjeux et tiré les leçons épistémologiques², il convient de reconnaître la forte indétermination de certaines catégories ou affirmations, et l'existence de parti-pris qui auraient mérité justifications plus précises.

(e) Pour conclure, insistons sur le fait que la conception gonthiérienne, du point de vue de G. Cohen-Tannoudji, trouve dans ce domaine à la pointe de la recherche qu'est la théorie quantique, une fonctionnalité explicative attestant de sa fécondité ; cette reconnaissance de la dialectique scientifique m'apparaît comme un encouragement probant à reprendre à l'avenir l'apport gonthiérien (articulation entre méthode génétique et méthode axiomatique non soumise aux démonstrations de non-contradiction) en le mettant en valeur, trop oublié des débats actuels. *Mais* il faudrait pour cela ne pas en reproduire les « légèretés » mentionnées :

« Ces idées et ces façons de dire (cette dialectique) formeront les éléments d'une nouvelle méthode de la connaissance géométrique (et à travers celle-ci, de la connaissance scientifique). »³

Au fond, une dialectique, c'est ce qui est idoine, rien de plus : l'imprécision est massive⁴. Quels sont les critères de l'idoneité d'une dialectique à son objet ? Y a-t-il équivalence (et de quelle nature si oui) entre un formalisme et la dialectique dont il prétend manifester la structure ? Cela soulève le « problème des problèmes »⁵, l'accord entre pensée/objet de pensée, signe/chose signifiée (sachant qu'il y a en même temps identité et différence, équivalence et non-équivalence). Autrement dit, le concept de dialectique lui-même appartient au champ de ce problème général, et ne semble pas pouvoir être selon Gonthier déterminé plus

¹ Cf. Gonthier 1926, p. 13.

² Gonthier 1946, p. 384, Gonthier 1941b, p. 213 et suiv., sur les enjeux de cette pratique relativement à la nature de la connaissance. Gonthier 1950

³ Gonthier 1945-55, IV, § 103, p. 6-7. Je souligne.

⁴ Gonthier 1941b p. 204, par exemple, contient onze occurrences du terme... mais aucune définition.

⁵ Gonthier 1941b p. 206.

avant. Ainsi, quantitativement, le terme est partout présent, en surabondance. Qualitativement, il recouvre peu de catégories : c'est un mot et non un concept, une « façon de parler », donc.

Cette citation, représentative de l'œuvre laisse même voir une certaine naïveté de l'ambition gonthienne relativement à la généralité de sa « dialectique ». Il faudrait alors, pour la rendre vraiment riche, tâcher de ne pas tomber dans l'écueil d'une visée unificatrice du discours explicatif à l'intérêt certes énorme, mais qui sacrifierait dangereusement, à cette généralité, la précision et l'exactitude d'une science vraiment rigoureuse. Mais, encore une fois, cette relative indétermination est essentiellement corrélative de l'ouverture de sa pensée : la fondation de la revue *Dialectica* en 1947, avec Bachelard et Bernays, sous l'angle de la question préjudicielle de la méthodologie – dialectique ou eidétique – de la science mathématique, devait témoigner de cette posture non dogmatique.

IV. L'ambivalente immanence d'une expérience mathématique sans sujet : Cavaillès

On s'intéresse dans les deux prochaines sections successivement aux œuvres de Cavaillès et d'Albert Lautman, mais quelques remarques préliminaires sur les points essentiels qui les rapprochent s'imposent d'abord, afin que soit pleinement mesurable ensuite ce qui les sépare.

Le parcours d'Albert Lautman, né en 1908, fut non seulement analogue, mais directement associé à celui de Jean Cavaillès, son ami et aîné de quelques années¹. Comme lui normalien et auteur de deux thèses de philosophie des mathématiques en 1937 (la thèse principale intitulée *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, la thèse complémentaire *Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel*), il fut résistant et fusillé par l'occupant en 1944. Il est tout à fait surprenant au premier abord, du point de vue de l'histoire de la philosophie française du XX^{ème} siècle, et encore plus de la philosophie des sciences et des mathématiques, que Lautman soit encore le plus souvent connu au mieux comme compagnon étiqueté « platonicien » de Cavaillès : fait révélateur, la publication de ses œuvres complètes, qui date de 1977, fut le fait de mathématiciens, non de philosophes². En effet, leurs conceptions de « l'expérience mathématique » sont extrêmement proches : ils s'accordent sur la révolution mathématique qu'ont constitué, conjointement, le développement de l'analyse fonctionnelle, celui de la théorie des structures algébriques, et l'institution de la méthode axiomatique érigée par Hilbert en « guide » de la rationalité mathématique. L'objectif révolutionnaire du programme de ce dernier, l'auto-fondation métamathématique de l'ensemble de la mathématique, c'est-à-dire la réduction *technique* du problème du fondement, ne peut être atteint. La crise des fondements des mathématiques trouve en ce sens sa résolution en 1931 au travers du théorème d'incomplétude de Gödel, dans la mesure où ce programme ne peut être poursuivi que par d'autres voies : des arguments de type philosophico-épistémologique sont non seulement légitimes, mais irréductibles sur le plan fondationnel. Cavaillès et Lautman prennent acte de cet état de fait et participent à ce questionnement à partir d'une analyse, sur laquelle ils s'accordent, du progrès concret de la science mathématique. C'est un devenir singulier et autonome qui se révèle progressivement dans la nécessité immanente de son devenir, par delà les contingences de son histoire ; résoudre un problème, c'est, au sens large, faire une *expérience*, c'est-à-dire une construction combinatoire réglée mais non stérilisée par les contraintes formelles, dans un espace abstrait donné. Cette expérience³ reste, dans la constitution protéiforme des idéalités mathématiques, productrice d'une objectivité dont les positions réalistes-platoniciennes « standard » sont incapables de rendre compte, méconnaissant le fait que le vrai et le faux ne se déterminent que de façon immanente aux mathématiques, selon des critères d'évidence affectés d'une historicité essentielle.

« Qu'est-ce, pour un objet, qu'exister ? Ici, nous nous trouvons en présence du fait que le type même de la connaissance certaine, rigoureuse, qui est justement la connaissance mathématique, nous empêche de poser des objets comme existant indépendamment du système accompli sur ces objets et même indépendamment d'un enchaînement nécessaire à partir du début même de l'activité humaine. »⁴

¹ Cf. la notice introductive de Suzanne Lautman – son épouse – à Lautman 1946 p. 3-8, les lettres de Cavaillès à Lautman (Sinaceur 1987) ainsi que Granger 2002.

² Lautman 1977 : ce sont M. Loi et J. Dieudonné (avec S. Lautman) qui s'en sont chargés.

³ Cf. Cassou-Noguès 2001.

⁴ Cavaillès 1939, p. 604. Les références paginales seront toujours données dans la pagination continuée de Cavaillès 1994, sauf pour Cavaillès 1947b, où elles seront prises dans l'édition Vrin de poche.

La figure fondatrice de Léon Brunschvicg est, sur ce point, la référence commune de Cavailles et Lautman¹. Pourtant ceux-ci vont essentiellement diverger sur le *sens et l'interprétation de cette expérience mathématique*, et cette divergence va les conduire à pratiquer *des philosophies mathématiques différentes*². Celle de Cavailles³ est axée sur la (dense et laconique) restitution de la nécessité conceptuelle du devenir mathématique, par-delà les enchaînements factuels qui servent néanmoins de fil conducteur à cette restitution : ainsi retrace-t-il dans toute leur complexité les mouvements théoriques à l'œuvre dans la « formation » de la théorie abstraite des ensembles. Emergent alors de façon *immanente* à l'exposé les questions plus générales de la connaissance et de la construction de l'objectivité : on peut voir *Sur la logique et la théorie de la science*, dernier ouvrage de Cavailles, écrit en prison, comme l'expression de cette progression théorique. La philosophie mathématique de Lautman, au contraire, dense mais, tout au contraire de celle de Cavailles, très lisible (pédagogue, même) n'est pas historique ou historicisante : *elle reprend la perspective hilbertienne de la domination conceptuelle d'une métamathématique sur la mathématique*⁴. Mais cette domination, indiquée par la constitution structuro-axiomatique de cette dernière (et par-delà la logique concrète de l'engendrement de la diversité de ses branches) est d'une nature dialectique qui prend tout son sens dès lors que l'on y voit, selon la thèse platonicienne, l'actualisation d'une réalité ontologique supérieure. Indépendamment de leur accord sur « la légitimité d'une théorie des structures abstraites, indépendantes des objets reliés entre eux par ces structures », Lautman affirme ce qui suit :

« Il ne me reste qu'à répondre à M. Cavailles. Le point précis de notre désaccord porte, non pas sur la nature de l'expérience mathématique, mais sur son sens et sa portée. Que cette expérience soit la condition *sine qua non* de la pensée mathématique, cela est certain, mais je crois qu'il faut trouver dans l'expérience autre chose et plus que l'expérience ; il faut, saisir, au-delà des circonstances temporelles de la découverte, la réalité idéale qui est seule capable de donner son sens et sa valeur à l'expérience mathématique. Je conçois cette réalité idéale comme indépendante de l'activité de l'esprit, qui n'intervient, à mon avis, que lorsqu'il s'agit de créer des mathématiques effectives ; les mathématiques appartiennent bien au domaine de l'action, mais la dialectique est avant tout un univers à contempler, dont le spectacle admirable justifie et récompense les longs efforts de l'esprit. »⁵

C'est cette conception dialectique des mathématiques, un néo-platonisme *métaphysique et non mathématique* (Lautman rejette les formes diverses de *réalisme* des objets et structures mathématiques), que je présenter dans sa spécificité, en en marquant l'inflexion heideggerienne explicitement revendiquée, ainsi que les affinités, non reconnues cette fois, avec la dialectique hégélienne. Mais auparavant j'argumenterai progressivement la thèse, sans rentrer dans le détail des œuvres de Cavailles⁶, selon laquelle sa « dialectique des concepts » est pleinement de *nature hégélienne*, quoique cela ne soit justement pas la permanence des *schèmes dialectiques* qui soit l'élément central de la justification de cette thèse.

I. La stratification du concept : l'« expérience » mathématique et l'intuition

Comment articuler la *contingence*, historiquement datée des réalisations *singulières* de théories, de théorèmes à leur *nécessité* interne avérée au regard des réseaux conceptuels à validité *universelle* ou générale dans lesquels ils s'inscrivent à statut égal ?

¹ Brunschvicg 1912. Voir Granger 2002.

² Cf. Heinzmann 1987.

³ Sinaceur 1994 et Cassou-Noguès sont les ouvrages de référence auxquels je renvoie pour le détail.

⁴ Lautman 1937a p. 27-28.

⁵ Conclusion de Cavailles & Lautman 1939 p. 630.

⁶ Cassou-Noguès 2001 est la présentation chronologique exhaustive de cette œuvre, aussi claire et éclairante que les textes de Cavailles sont laconiques : tout développement, ici, sur ce même plan, serait donc un redoublement inutile.

« L'activité mathématique est objet d'analyse et possède une essence : mais comme une odeur ou un son, elle est elle-même »¹,

En quoi l'idée de dialectique permet d'explicitier cette essence ? Tout en marquant à partir des textes, comme pour les autres conceptions déjà présentées, les raisons du refus des positions *orthodoxes* de l'intuitionnisme, du logicisme, du formalisme² et de l'approche transcendantale, on tâche de voir ici, plutôt que son unité sémantique fondamentale, quelle est la *fonction* dans l'économie des arguments, de la « dialectique », en particulier au regard du type de *constructivisme* des objets mathématiques que Cavailles défend.

Les deux thèses de Cavailles, également *Transfini et continu*, sont une première façon de parler d'une dialectique mathématique : le mouvement complexe des théories mathématiques est composé de « moments dialectiques », expression qui vise globalement à expliquer « l'expérience » mathématique, le travail interne aux théories, corrélation d'objets à des opérations possibles, en marquant le *primat de l'opération sur l'objet*³. Le lien entre « gestes » et « signes » est le lieu d'une forme de dialectique, via la dualité objet/procédé d'action. Qu'est-ce qu'effectuer un « geste », voire un « geste sur un geste » (c'est-à-dire – on se contentera de dire ça pour l'instant – obtenir un objet abstrait par « thématization ») ?

« La dualité objet – procédé d'action sur lui est le masque du dépassement d'une méthode par une autre, les objets posés indépendamment de la seconde étant les corrélats de la première. Quant au moteur du processus, il semble échapper à toute investigation : c'est ici le sens plein de l'expérience, dialogue entre l'activité consciente en tant que pouvoir de tentatives soumises à des conditions et ces conditions mêmes. »⁴

Cependant cette relation déjà fait peu appel à la dualité sujet/objet : en fait, Cavailles est loin sur ce point de Gonseth par exemple, pour qui le sujet, c'est bien l'acteur de la recherche, l'individu concret.

« L'image du geste ne doit pas tromper : si gratuite que paraisse l'invention d'une méthode, le développement de la mathématique se fait suivant un rythme nécessaire : il y a conditionnement réciproque des notions et élargissements que provoque leur application obligatoire dans les domaines voisins. »⁵

C'est d'abord en explicitant sa transformation, paradoxale à première vue, de la notion d'*intuition* dans un cadre objectif, que cette dialectique va être définissable : contrairement à la thèse transcendantale figée de Kant, l'intuition n'est pas une origine, au sens d'une condition originelle formelle⁶, et n'a pas de zone propre où imposer ses caractéristiques.

« Le lien entre [...] la superposition intuitive et la dialectique du concept reste le problème fondamental de la philosophie mathématique. »⁷

Explicitons cela. L'intelligibilité est pour Cavailles nécessairement le fruit d'un mouvement. Déterminer l'intuition n'est pas la fonder dans des structures fixes mobilisées par l'activité du sujet pensant, mais bien dans un ensemble de principes, d'enchaînements réglés, et donc de règles d'agir qui forment un « système intuitif » en devenir. Le processus de synthèse est le déploiement de ce « système intuitif » lié au système de concepts considéré (telle théorie) qui également se transforme.

¹ Cavailles 1949, p. 664.

² Cf. Cavailles 1937 pour la critique au niveau des fondements des mathématiques, et Cavailles 1949 pour une étude, complémentaire de Cavailles 1938b, du formalisme.

³ Cf. Cassou-Nogues 2001 p. 147.

⁴ Cavailles 1938b, p. 186.

⁵ Cavailles 1949, p. 664.

⁶ Cf. Cavailles 1938b, p. 34-40, sur le schématisme et l'intuition spatiale kantienne, et Cavailles 1947a, p. 469-71.

⁷ Cavailles 1947a p. 471.

L'intuition est toujours déjà intuition *transformée*, puisqu'« étagée », liée à des concepts : le progrès de l'une et l'enchaînement des autres sont solidaires. L'objet est en fait le corrélatif d'une méthode actualisée effectuant des enchaînements objectifs de concepts, et cette corrélation scelle le conditionnement réciproque du système conceptuel et des règles de validité des enchaînements relevant de ce système intuitif. L'intuition ainsi comprise devient paradoxalement – et en tout cas c'est en opposition avec l'intuitionnisme strict de Brouwer (et celui de Brunschvicg) pour qui l'intuition, dans l'ordre temporel des actes de conscience, marque *le primat du subjectif* – l'indice du *primat de l'objectivité* et de l'autonomie des théories et des méthodes. L'intuition n'est que le vecteur, le médium stratifié de la corrélation méthode/objet. Quelle que soit l'application considérée, l'intuition « est » l'unité d'un système de méthodes participant du mouvement de formations conceptuelles objectives autonomes.

Autrement dit, le devenir des mathématiques n'est pas dans le même *temps* que la société des individus, des sujets agissants, pensants, etc. La temporalité des formations conceptuelles est rationnelle et autonome, réglée rigoureusement par des méthodes valides. En effet, et c'est là que la critique du subjectivisme et de « l'intuitionnisme » kantien prend plus de force, il y a un temps « effectif » propre aux mathématiques qui n'est pas une forme de la sensibilité. L'accès maîtrisé à l'infini n'est pas récusé, comme chez Kant, pour cause d'impossibilité de synthèse par le sujet¹ : le temps de « l'effectuable » n'est pas le temps du « synthétisable » par un sujet, mais celui d'un *contrôle des étapes d'une construction possible* (accomplie ou non). P. Cassou-Noguès utilise une typologie éclairante sur ce point, qu'il a élaborée à partir de Kant : celle entre les gestes *naturel*, *combinatoire*, et *opérateur*. Ces gestes sont tous des « synthèses réglées sur un divers », où les règles sont indépendantes, et diffèrent selon *l'espace* dans lequel ils s'effectuent, c'est-à-dire selon la nature attribuée aux éléments de cet espace. Si les signes mathématiques sont des objets mondains, le geste est naturel. Soumis à des règles syntaxiques dans leur emploi, le geste est avant tout combinatoire : les signes échappent à leur ancrage empirique pour entrer dans *l'espace de construction* caractérisé par sa temporalité *logique*, où le geste du mathématicien, qui est toujours « procédé ou opération » montre sa nature essentiellement opératoire.² Et c'est cela le fond de la dimension *asubjective* de cette expérience mathématique : comme on va le voir, de façon tout à fait spinoziste les deux types essentiels de « processus dialectiques » (paradigme et thématization) n'apparaissent pas comme des effets d'une activité, mais des modalités, des *modes finis de cette expérience autonome*.

L'infini donnant son authenticité à la nouvelle mathématique, on comprend la place centrale accordée à Hilbert et sa *Beweistheorie*, où le contrôle finitiste de l'infini constitue le « programme » fondationnel (métamathématique), par la méthode axiomatique et l'usage des signes³, le plus exigeant possible : il faut se désolidariser méthodologiquement de toute donnée extra-mathématique pour établir les enchaînements formels, signifiants au niveau formel par les signes utilisés, que sont les démonstrations, à partir de systèmes d'axiomes, et rendre transparent et mécanique l'ensemble des procédures de démonstration, en distinguant mathématiques effectives et métamathématique, et démontrer consistance et complétude des théories ou secteurs des mathématiques considérés (calcul propositionnel, calcul prédicatif, arithmétique, etc.). D'où le rôle du signe dans le formalisme, que reprend Cavailles, en le liant aux « gestes » de l'expérience mathématique (c'est son « formalisme modifié »)⁴, vise entre

¹ Cavailles 1947a p. 470-1.

² Cassou-Noguès 2001 prolonge la problématisation de cette « gestuelle » à la lumière de la phénoménologie de Merleau-Ponty : la mathématique apparaît comme médiation entre le monde des objets engendrés dialectiquement et les activités subjectives proprement réflexives, lieu privilégié d'émergence du sens dont il convient d'étudier, au titre d'une théorie de la science à portée ontologique, la sédimentation et l'*expression* théoriques.

³ Voilà pourquoi on ne peut pas dire qu'Hilbert s'oppose à tout usage de l'intuition : celui-ci est modifié et assigné à une tâche précise.

⁴ Cf. Cavailles 1938b, p. 99-104 et 179-83. Cf. Cassirer 1929, III, 4, III, « La place du signe dans la théorie mathématique », p. 417-29.

autres à remplacer le schématisme kantien¹ – le signe fait le lien de l'intuition au concept, est l'objet d'une appréhension intuitive (caractères sur une feuille de papier) tout en renvoyant à des objets et procédures conceptuelles – dès lors qu'on récuse un formalisme orthodoxe où faire des mathématiques n'est que jouer avec de tels signes, c'est-à-dire où les objets *sont* les signes².

Actualiser une méthode et par là construire un objet, c'est manier légalement les signes mathématiques dans l'écriture des démonstrations. Le symbolique, formel, sphère des signes, prolonge l'intuitif, le relie au conceptuel, et par là lui permet par abstraction de dépasser ses limites (par exemple concernant le maniement de l'infini) : en fait, la création mathématique se situe dans l'objectivité du signe, est ancrée dans et produit une « objectivité symbolique »³. Cavaillès dit à ce propos, pour préciser la « zone de pensée effective »

« chaque adjonction d'idéaux n'a pour but que de libérer celle-ci dans la région corrélatrice du signe. La formalisation de l'ensemble des mathématiques procure ce système général de tous les signes et, en regard, cette intersection des domaines intuitifs que réclamait l'usage rationnel. »⁴

Ainsi le progrès de l'intuition en une « intuition abstraite »⁵, qui se surpasse dans le symbolique, est étroitement lié à l'enchaînement dialectique des concepts :

« [...] l'intuition dans sa quiddité progresse parallèlement à l'enchaînement dialectique des concepts. Elle n'est que la manifestation pour la conscience empirique, d'une indépendance relative des méthodes et des théories, qui permet des élaborations autonomes provoquant par leurs résultats rencontres et renversements. »⁶

Le devenir mathématique, avec sa temporalité rationnelle propre, non conditionnée transcendentement ni empiriquement, est auto-déploiement de la pensée mathématique selon son essence, c'est-à-dire selon l'unité *du logique*, qui fait l'unité de la science et de son mouvement, principalement par la *démonstration*, qui est toujours et de façon centrale ce qui produit des résultats nouveaux et invite aux réorganisations des théories antérieures⁷. L'objectif, via le symbolisme, domine en amont et en aval le « système intuitif », est la condition et le corrélat du « geste sans acteur » qu'est l'actualisation d'une méthode. Ce primat de l'objectivité conceptuelle peut se comprendre par l'intérêt accru de Cavaillès pour l'algèbre moderne et la théorie des structures⁸ – et réciproquement. Notons que Gonseth, qui parle de « modèles » n'évoque pas la théorie des modèles ni l'algèbre moderne : peut-être est-ce pour cette raison que la place du « sujet-géomètre »⁹ reste importante chez lui – et réciproquement.

1. Paradigme et thématization : vers une rationalité sans sujet du concept

Dans la deuxième phase de son œuvre, c'est-à-dire dans *Sur la logique et la théorie de la science*, en particulier sections II et III, on voit encore s'opérer une radicalisation de

¹ On peut lire en Cavaillès 1937, p. 579, comme conséquence de la thèse d'une impossibilité d'éradiquer l'intuition : « d'où vérité partielle de la théorie kantienne et de sa modification dans la théorie du signe de Hilbert ». Cassirer ne dira pas autre chose.

² Mais qui a défendu réellement une telle orthodoxie ? Même pas H. Field.

³ L'expression est de H. Sinaceur : Sinaceur 1994, p. 61.

⁴ Cavaillès 1938b, p. 106.

⁵ Cavaillès 1949, p. 663. Notion qu'il faut relier, d'après H. Sinaceur, à celle de G.-G. Granger de « contenu formel » dont on parle plus loin : cf. Sinaceur 1994, p. 61.

⁶ Cavaillès 1947a, p. 471.

⁷ La place centrale du logique, du primat de l'objectivité des formations conceptuelles, de la démonstration chez Cavaillès doivent beaucoup à Bolzano : cf. Cavaillès 1946 ; de même Cavaillès 1939, p. 597 : « [...] dans les mathématiques du 19^{ème} siècle, on a été amené, en raison même du développement des différentes branches des mathématiques et de la nécessité d'abandonner l'évidence intuitive à laquelle on avait recours antérieurement, à mettre l'accent sur la notion de démonstration. » Le fait qu'Husserl réfère à Bolzano pour les mêmes raisons a sûrement joué : Husserl 1929, § 26-d. Cf. Cavaillès 1946, Sabatier 1999, Sebestik 1997 et 1992, p. 292.

⁸ Cf. Bourbaki 1948 et Sinaceur 1987 sur le rôle des structures algébriques dans la dialectique entre structure et concept.

⁹ Cf. Gonseth 1975, Préface.

l'objectivisme. Cavailles n'y refuse pas le dualisme sujet/objet pour en faire un couple moteur d'une dialectique, mais va plus loin, dans son panorama critique de Kant, Bolzano, Carnap, Brunschvicg et Husserl, et reste *en-deçà* de cette distinction : l'objectivité domine toute référence au couple objet/sujet dorénavant absent. Le propos, consacré principalement à ce panorama, porte plus largement sur l'épistémologie générale de la connaissance mathématique. Ce qui importe, c'est l'appréhension du devenir des mathématiques tel que Cavailles l'explique dans la seconde section de ce texte¹, par le double procès du « paradigme » et de la « thématization ». En effet, la « dialectique » qui synthétise nécessité et historicité, tout et partie, singulier et général, est principalement constitué par ce double procès².

Paradigme et thématization forment un processus de création de nouvelles formes mathématiques, par dépassement de singularités chronologiquement premières, selon deux axes, celui « paradigmatique » des *objets*, de l'élargissement des champs d'objets par l'établissement de systèmes formels plus puissants, et celui « thématique » des *opérations*, codifications objectives de gestes opératoires possibles, c'est-à-dire celui de la syntaxe desdits systèmes formels. Nous voulons montrer le caractère dialectique de ce processus, d'un côté comme l'autre orienté vers l'objectivité :

« Le processus de séparation est double : longitudinal, ou coextensif à l'enchaînement démonstratif, vertical ou instaurant un nouveau système de liaison qui utilise l'ancien comme base de départ, et non plus stade traversé par un mouvement, mais objet de réflexion dans son allure actuelle. Dans chaque cas se manifeste une propriété constitutive de l'essence de la pensée – ou des enchaînements intelligibles – le *paradigme* et le *thématique*. »³

(a) Dans l'axe paradigmatique, les nouvelles formes créées sont prises du point de vue démonstratif, *structural* : elles sont obtenues par une « idéalisation », encore nommée « généralisation idéalisante », ou « adjonction d'idéaux »⁴ et a pour terme la *formalisation* – tout ceci excédant l'intuition initiale. Ce processus « longitudinal » se fonde sur la variabilité des éléments d'un domaine initialement considéré : le « moment de la variable » est celui où une « liaison-acte » entre une singularité (un objet déterminé, par exemple) et une loi mathématique, devient une « liaison-type » générale par indétermination de cette singularité. En d'autres termes, étendre le champ d'objets en libérant une forme des limites des singularités originaires liées à elle se réalise par extension ou création de systèmes *formels*, c'est-à-dire dont la détermination des éléments en eux-mêmes n'est pas prise en compte.

On dira que cet axe du processus créateur est celui de la *dialectique du singulier et du général*. En effet, la variabilité des éléments d'un domaine implique que la position d'une singularité est en même sa négation. L'indétermination, comme action réalisant le mouvement paradigmatique (et non comme propriété) de la singularité représente, vise l'instanciation possible de la généralité. *Poser la singularité est par soi-même la nier pour la généralité*. Cette généralité peut elle par la suite, devenir une singularité dans un système formel plus vaste, etc. Ici la négation libère l'étape nouvelle. L'affirmation à venir, n'est donc pas un simple effet logique ou linguistique, mais au contraire coextensive à l'approfondissement de l'objectivité : *la négation fonctionne dans cet argument de Cavailles comme la négativité*

¹ Cavailles 1947b, II, p. 41-8 principalement.

² Pour une illustration de ce double processus (sur la base d'un manuscrit de Cavailles non publié), voir Heinzmann 1998 : l'analogie des rôles de l'ordinal limite Γ_0 en analyse et de l'ordinal limite ε_0 pour l'arithmétique, analogie obtenue par thématization du second et démonstration de l'acceptation du premier. L'auteur montre que « les deux nombres sont en effet constructibles comme espèces différentes d'une même genre », ce qui fait également intervenir le « moment [paradigmatique] de la variable ». Voir également Granger 1988b, ch. III, p. 71-80, une autre illustration avec l'exemple des sections coniques. Plus jargement, cet aspect de la théorie de Cavailles étant le plus connu, voir Sinaceur 1994, p. 92-100 et 1996, p. 313-5, et Sebestik 1997, p. 105-9.

³ Cavailles 1947b p. 41.

⁴ Cavailles 1939, p. 602.

*hégélienne*¹, un peu à la façon dont Badiou considérerait l'efficacité séparatrice d'un axiome *mathématique* niant que certaines structures ne soient des modèles.

(b) L'axe thématique peut être appelé d'une part celui de la *dialectique de la forme et du contenu*, ou matière/forme, en utilisant *très* prudemment « matière » au sens de ce qui est visé comme objet, ce qui est l'argument d'une forme ou ce sur quoi s'applique une opération, et d'autre part, celui qui redouble et assure la légitimité méthodologique du premier. Les formes y sont considérées du point de vue *opérateur* : thématiser une forme, une opération, c'est effectuer une « abstraction schématisante », au sens de Piaget ou de Gonthier sans la dimension « psychologique » du processus. La thématisation correspond au développement de théories dont les *objets* sont des *opérations*, des actes codifiés : déterminer un nouveau domaine via les propriétés des opérations considérées, c'est déterminer les objets de ce domaine satisfaisant à ces propriétés. En d'autres termes, thématiser, c'est étendre, ou élever « verticalement » une théorie mathématique à un ordre élargi, un domaine d'objets plus riche et plus complexe de niveau supérieur où une opération comme forme d'un niveau inférieur, est transformée en un contenu :

« [...] l'élargissement de la conscience et le développement dialectique de l'expérience coïncident. Ils donnent lieu à l'engendrement indéfini des objets dans le *champ thématique* : on a vu quelques-uns de ces processus d'engendrement, les différentes sortes de généralisations, les formalisations auxquelles s'ajoutent la *thématisation* proprement dite : transformation d'une opération en élément d'un champ opératoire supérieur, topologie des transformations topologiques (essentiels d'une façon générale en théorie des groupes) ».²

Thématiser, cela revient à « réfléchir » les systèmes formels obtenus par mouvement paradigmatique au niveau de leur *syntaxe*, cela « permet la superposition de réflexions mathématiques »³. Également, cela montre bien la dialectique théorie/pratique : créer des formes démonstratives nouvelles implique (autant par déontologie scientifique, que par exigence logique) nécessairement, et ce selon une alternance a priori indéfinie, la réflexion seconde sur le statut et la détermination précise de la nature des propriétés syntaxiques du système formel considéré. En effet,

« [...] la formalisation n'est réalisée que lorsqu'au dessein des *structures* se superposent systématisées les *règles* qui les régissent. »⁴ Mais « Il n'y a pas de formalisme sans syntaxe, pas de syntaxe sans une autre formalisme qui la développe. »⁵

La création de formes suscite donc une réflexion sur les opérations constitutives des démonstrations, *c'est-à-dire* qu'abstraction des structures et réflexion sur les règles sont indissociables, que « la liaison ne cesse pas entre l'activité concrète du mathématicien [...] et les opérations abstraites. »⁶

Tout cela assure l'unification structurale (théorie et pratique) et historique (ancien et nouveau) comme l'articulation des secteurs de la mathématique, car l'opération garde son statut d'opération dans son champ d'origine, et prend un statut d'objet dans un champ supérieur. Il ne faut surtout pas oublier qu'*il n'y a qu'un seul processus* – toujours orienté vers les *objets*, comme l'exprime la citation précédente, vers « l'engendrement indéfini des objets dans le champ thématique ». De fait, si le premier aspect est celui de la dialectique singulier/général et le second celui d'une dialectique forme/contenu, c'est bien une seule chose, car le singulier est un contenu, une matière idéalement expurgée au profit du général, et une forme générale thématiquement transformée en un contenu singulier.

¹ Cf. Raymond 1973 p. 213.

² Cavailles 1938b, p. 185.

³ Cavailles 1939, p. 602.

⁴ Cavailles 1947b, p. 44. Je souligne.

⁵ Cavailles 1947b, p. 47.

⁶ Cavailles 1939, p. 602.

« à toute étape, [il y a] distinction entre matière, singularité d'origine, et forme, le sens actuel [général]. »¹

Pour illustrer cette unicité, reprenons l'exemple canonique de Cavaillès, *l'addition*, qui articule ces deux aspects². L'addition est d'abord une opération « concrète » sur les entiers : première « **idéalis**ation », on substitue aux entiers des objets quelconques : vecteurs, matrices, fonctions, etc. L'addition devient une opération *abstraite* aux éléments indéterminés en droit (elle peut être multiplication, addition). Par *réflexion* sur les propriétés de cette opération abstraite, on en effectue la **thématis**ation comme « *loi de composition* », c'est-à-dire qu'on expose alors les principes d'usage de cette loi – modalités valides de fonctionnement (comme l'associativité)³. Plus généralement, l'algèbre contemporaine et la théorie des groupes en elle, d'après le jeune mathématicien A. Lentin en 1948, incarne « la dialectique de cette évolution »⁴ – on notera l'étonnante proximité du vocabulaire même avec celui de Cavaillès :

« L'algèbre moderne, dont relève la théorie des groupes, fait un pas de plus dans l'abstraction [après le dégagement abstrait d'une structure de groupe sur la base de groupes particuliers]. Elle ne se préoccupe plus ni des êtres sur lesquels porte une certaine loi de composition, ni de la *réalisation effective* de cette loi dont seules l'intéressent les propriétés *formelles*. Son histoire est celle d'une thématization progressive et d'une généralité croissante. »⁵

La parenté avec Husserl en ici forte. Husserl dirait que la sphère ou le niveau de cette *réflexion* thématique sur les propriétés d'un système formel (donc sur le mode d'emploi légitime de son symbolisme) seraient celle de la « doctrine formelle des multiplicités », de la théorie des *formes* de théorie possibles – la différence, c'est que Husserl sur ce point pense être arrivé au sommet suprême de la *mathesis universalis* (l'analytique logique incluant syllogistique et analyse). A. Lentin rajoute,

« Dans la théorie de la multiplicité, le signe "+" par exemple n'est pas le signe de l'addition numérique mais le signe d'une liaison en général pour laquelle sont valables des lois de la *forme* $a + b = b + a$, etc. [...] Toutes les théories effectives [théorie des entiers avec ses propriétés comme l'addition] sont alors des spécialisations ou encore des singularités des formes de théorie leur correspondant [comme la théorie des corps]. »⁶

Le progrès mathématique réalisant l'interdépendance réciproque de ces deux aspects est dépassement de la dimension particulière, historique de l'addition comme opérations sur des entiers, vers la dimension rationnelle, objectivement autonome de ses propriétés formelles :

« [...] ici dans l'enchevêtrement entres notions et méthodes disparaissent les liens de causalité au profit des relations d'intelligibilité. »⁷

¹ Cavaillès 1947b, p. 43

² Cavaillès 1947b, p. 46.

³ Cf. Sinaceur 1994, p. 98.

⁴ Lentin 1948, in *Le Lionnais* 1948, p. 202.

⁵ *Ibid.*

⁶ Husserl 1929, § 28, « Le niveau le plus élevé de la logique formelle. La théorie des systèmes déductifs et, corrélativement, la doctrine des multiplicités », p. 125. Husserl 1929 est la référence majeure de Cavaillès. La thématization, prise en charge d'un problème dans le « champ thématique », se rapproche de la « nominalisation » chez Husserl : appréhension en un tout, en une entité possédant son nom propre, en un objet de ce qui était auparavant une forme (prise pour thème de : une relation et un individu, etc.). La « modification intentionnelle » en est la base chez ce dernier. La forme générale devient objet, argument pour une forme plus large (acquise par variation eidétique). Ce procès d'extension ressemble fortement à la « transformation d'une opération en élément d'un champ opératoire supérieur ». Sur ce point, comparer avec Husserl 1929, p. 109, 127, 147, 153 et 181. Par ailleurs, il me semble plausible de rapprocher l'« expérience mathématique » de la stricte « expérience catégoriale » d'Husserl, quand bien même la seconde est fondée dans l'ego transcendantal que récuse Cavaillès. En fait, Cavaillès critique la trahison transcendantale de Husserl à l'égard de la mathématique structurale hilbertienne, et réinscrit cette thématization dans l'objectivité (explicitée plus haut) de « l'expérience mathématique ».

⁷ Cavaillès 1938a, Introduction, p. 226-7.

Le paradigmatique est coextensif au démonstratif, le thématique à la transparence du syntaxique qui assure le mouvement valide du premier : cela maintient le mouvement de la forme (central dans le logique mobilisé) dans toute démonstration, laquelle assure la structuration unitaire de la science, et de ce fait, relève bien d'une « théorie de la science » identifiant les principes du devenir mathématique, c'est-à-dire d'une *théorie générale de la connaissance objective*. Ce processus d'extension passe par un dépassement de l'intuition particulière initiale, mais assure quand même la continuité indéfinie au niveau pratique de l'actualisation « intuitive » des nouvelles méthodes, car, on l'a vu, le niveau symbolique du formalisme des axiomatisations prolonge l'intuitif :

« [...] le domaine nouveau est un champ intuitif par coordination avec le champ intuitif préalable : les opérations sont des complications des opérations du domaine primitif ; mais, lorsque l'on n'y considère plus que ce qui intéresse les seules propriétés envisagées, elles engendrent de nouveaux actes intuitifs concrets. »¹

Condensons la thèse de Cavaillès : des critiques qu'il a opposées aux divers courants des mathématiques, on peut dire que la légitimation de la mathématique classique s'obtient

« [...] grâce à la précision du processus d'abstraction essentiel au développement mathématique. Deux aspects : a) *idéalisations*, analysée par Dedekind et Hilbert : une opération est posée comme effectuable de façon inconditionnée (si les restrictions d'effectuation sont extrinsèques à la réalité intuitivement perçue de l'opération ; exemple, les adjonctions d'idéaux : les objets idéaux adjoints sont des objets mathématiques concrets au même titre que tous les autres en tant que résultats possibles de l'opération posée ; b) *thématisation* par laquelle une opération devient à son tout point d'application d'une opération supérieure [...] ».²

Ce double mouvement permet de comprendre le devenir par intégration et dépassement réorganisateur du passé dans l'actuel, devenir où « le résultat fait éclater la méthode et le système tout entier dont il est issu »³. Et si la formalisation et l'axiomatisation semble couronner le processus du paradigme, il ne faut pas oublier que faire d'elles un idéal scientifique, c'est méconnaître le caractère imprévisible et novateur des mathématiques. Le début du 20^{ème} siècle n'est pas une crise des mathématiques, mais une crise *philosophique* :

« Crise philosophique seulement parce que des exigences extrinsèques ont été posées, parce qu'aussi bien du côté de Hilbert que de celui des intuitionnistes un idéal d'évidence a été défini : axiomatisation et formalisation ne sont plus moments d'une dialectique créatrice, mais des uniformes obligatoires. »⁴

Ici se montre clairement, finalement, ce que Cavaillès reproche à l'intuitionnisme, au formalisme, et par extension, au kantisme et au logicisme⁵ : c'est d'être des « -ismes », des pensées un peu trop « militaires » qui hypostasient leur découvertes et innovations en thèses indépassables, universelles et atemporelles.

¹ Cavaillès 1937, p. 579.

² Cavaillès 1937, p. 579. Je souligne.

³ Cavaillès 1947a, p. 471.

⁴ Cavaillès 1938b, p. 190.

⁵ Le logicisme est intenable, car la démonstration de propriétés essentielles des systèmes formels considérés par Gödel, comme la consistance de l'arithmétique, font appel, par exemple chez Gentzen, à des techniques non véritablement logiciennes (l'induction transfinitie) ; d'autre part, le formalisme strict, ne considérant pas le sens des signes, ne saurait s'appliquer à la connaissance du monde réel, d'après Cavaillès, car « il n'y a rien d'autre à penser en physique que le mathématique qui s'y trouve », *Ibid.*, p. 187 ; ce qui est tenable, bien sûr, seulement du point de vue de la mathématique. « Quant à l'application des mathématiques à la "réalité", c'est-à-dire au système d'interactions entre hommes et choses, il est visible [...] qu'elle n'intéresse plus le problème du fondement des mathématiques », *Ibid.*, p. 188. Cependant, le logique et le formel ne sont bien sûr pas dénigrés, mais remis à leur juste place : voilà pourquoi on peut dire que Cavaillès, comme les autres, refuse les formes *orthodoxes* de ces conceptions.

2. Recouvrement des designata de la « dialectique »

Le terme « dialectique » apparaît donc à de nombreuses reprises sans être explicité, comme on pu l'entrevoir sur nombre d'exemples. Un faisceau de notions duales lui est associé : nécessité/imprévisibilité du neuf, actes/objets, progrès historique/validité objective. Cependant, des couples comme objet/sujet, liberté/nécessité sont eux considérés comme inutiles, et ne sont pas « dialectisés », ce qui est propre à Cavailles (l'idée d'objet renvoie trop vite au réalisme, et celle de sujet au psychologisme, etc.). Ceux de matière/forme, intuition/concept, théorie/pratique, sont bien dialectisés, mais dans des définitions nouvelles. La dialectique du concept n'a d'autre moteur que le concept lui-même, et apparaît plus comme une relation interne à la sphère objective, relation entre niveaux ou ordres d'objectivités (théories, méthodes réglées, objets). Les concepts et les objets n'ont donc *rien de substantiel* : leur différence importe peu ici, dans la mesure où, d'une part, Cavailles ne leur assigne pas clairement des statuts différents, et d'autre part, relèvent également de l'objectivité mathématique, ne serait-ce que dans le « passage », la transformation, par thématization, d'une forme conceptuelle en un contenu objectif (d'une opération en élément d'un champ opératoire supérieur). L'existence *fonctionnelle* des objets signifie qu'un objet est *fonction* d'un système d'actes, non pas une fonction de type « événementiel » c'est-à-dire unique et singulière, mais reproductible. On retrouve ici, élevée au rang de *position constructiviste* dans l'espace standard de la philosophie mathématique, ce qui est seulement *posture* constructive chez les autres dialecticiens, et en particulier Bachelard.

Le « constructivisme » de Cavailles peut se résumer comme suit : comme il refuse le réalisme d'objets en soi¹, il reprend l'argument intuitionniste. Tout objet dépend d'une construction en un nombre fini d'étapes, du moins d'un maniement réglé et contrôlé (cas de l'infini), donc ne se résume pas à la non-contradiction hilbertienne. Ainsi l'existence constructive d'un objet est authentique moment « moment dialectique » :

« La nécessité de l'engendrement d'un objet n'est jamais saisissable qu'à travers la constatation d'une réussite ; l'existence dans le champ thématique n'a de sens qu'en tant que corrélat d'un acte effectif [actualiser une méthode]. »²

Ou encore : « L'objet mathématique se trouve ainsi, à mon avis, toujours corrélatif des gestes effectivement accomplis par le mathématicien dans une situation donnée. »³

Les objets, non donnés, sont ainsi construits de façon strictement réglée (de façon effective et nécessaire ou alors d'une manière contrôlable), même si c'est progressivement. Mais contre l'intuitionnisme (de Brouwer : ce serait plus délicat avec Weyl), ce n'est pas dans les actes d'un sujet qu'il faut fonder ou expliquer cette construction :

« Il n'y a pas de définition et de justification d'objets mathématiques qui ne soit les mathématiques mêmes, c'est-à-dire, comme faisait Brouwer, déroulement de leur histoire depuis la dyade, avec cette différence, d'une part que le déroulement est unique, tandis qu'il y a pour Brouwer, semble-t-il, un arbitraire des créations, d'autre part, qu'il n'est pas situé dans une région de la conscience, caractérisée par une intuition *sui generis* (ce qui donne leur validité aux créations). »⁴

La primauté de l'objet implique donc que la théorie de la science n'inclut pas la conscience comme concept propre : elle est un épiphénomène relevant des sciences humaines, mais sans portée dans les mathématiques, elle n'a pas l'initiative de la création, car c'est l'objet lui-même qui est *exigence* de sa construction, le problème objectif lui-même qui est *exigence* de sa résolution⁵/sursomption, c'est-à-dire unification du présent de l'activité mathématique par l'avenir exigé : ce qu'on peut lire comme un *temps dialectique*. De fait, la

¹ *Ibid.*, p. 184.

² *Ibid.*, p. 185.

³ Cavailles 1939, p. 602.

⁴ *Ibid.*

⁵ Cf. Les indications sur ce constructivisme dans Heinzmann 1998.

dialectique du concept, procès constitutif où celui-ci se transforme et s'élargit selon les modalités du paradigme et de la thématization, concerne seulement cette transmutation de la forme en objet, en même temps que la production de nouvelles formes, le tout selon des règles strictes marquées du sceau logique. La dialectique des concepts est une histoire rationnelle, certes imprévisible mais intelligible a posteriori comme rationnelle, progrès objectif d'élargissement des domaines, de précision des principes (c'est-à-dire d'auto-rectification) et de clarification des méthodes, procès sans sujet, « devenir conceptuel »¹ manifestant le dynamisme autonome des « contenus objectifs ».

« Il n'y a pas de départ à zéro »² : comme chez les autres dialecticiens, le procès de connaissance est toujours déjà engagé. Mais à la différence de celui-ci, pour Cavailles, le fondement de la raison mathématique est nécessairement son histoire propre, car les mathématiques se déploient dans un devenir ayant une nécessité autonome, quoique mise à jour a posteriori dans son histoire critique comme discipline³. Les mathématiques ont un devenir temporel, mais la spécificité de ce devenir, c'est-à-dire hors de la dimension sociale, culturelle et matérielle dans laquelle il a nécessairement lieu, c'est qu'il possède sa temporalité propre, le temps d'une rationalité se déployant en s'auto-affirmant. Ainsi la description de la science est une sorte d'empirisme de la pensée, mais d'un empirisme de second ordre : non celui de l'expérience sensible, mais celle de « l'expérience mathématique ». Le temps de la science est donc repris dans le temps de l'histoire de la science. Il faut montrer comment elle se développe factuellement de ce point de vue non sensible, et comment elle ne peut pas ne pas développer, de droit, c'est-à-dire comment sa temporalité est rationnelle, coextensive à la réalisation de son essence – approche partagée, on l'a vu, avec Bachelard et Gonseth : l'histoire des sciences ressaisit un temps logique par-delà et au travers la scansion chronologique des événements de l'histoire. Ainsi la conclusion suivante de *Transfinito et continuo* :

« les liaisons intellectuelles dépassent l'histoire empirique : c'est leur développement dialectique qui assure à la fois le mouvement de celles-ci et par elles-mêmes la permanence de leur validité. Ce qui marque l'histoire est la soumission du transcendantal à ses étapes : l'obligation du passage est reconnue dans un échec, la nécessité du progrès dans l'indétermination d'une découverte. La nécessité apparaît après coup. Aucune analyse de la conscience des actes ne permet de prévoir, pas plus qu'elle ne procure une permanence quelconque. Intuitif est synonyme de conscience effective (ou effectivante), transcendantal de constitutif (ou constituant), relativement à un système conceptuel donné. Pas plus qu'il n'y a de système clos, il n'y a de transcendantal absolu : l'unité formelle est la continuité d'un enchaînement d'actes, le concret est la nouveauté d'unification d'un multiple reconnu encore conceptuellement comme tel. »⁴

On peut donc comprendre l'unité de la science dans son devenir : les mathématiques forment une « architecture » commune de principes, méthodes, objets, et enchaînements réglés possibles qui sont interdépendants : l'armature assurant cette unité de la diversité étant la *démonstration*, principe de *production historique* de nouveautés (théorèmes), ou selon le double procès du paradigme et de la thématization (types d'objets, lois), et d'*intelligibilité structurale*. En ce sens, l'unité en devenir de la science fait d'elle un *organisme*, une *organisation* assurée en grande partie par la méthode axiomatique hilbertienne qu'il a mise en valeur dans *Méthode axiomatique et formalisme*. On notera la proximité (déjà notée par H. Sinaceur), littérale même, avec ce que Bourbaki dit « L'architecture des mathématiques » – et on verra la même chose avec Lautman :

¹ C'est cette générativité, devenir objectif qui est la base du rapprochement de Cavailles - fait d'ailleurs par lui-même - à « l'idée de l'idée » de Spinoza.

² Cavailles 1939, p. 604.

³ Cavailles 1938a expose la *formation* de la théorie abstraite des ensembles. Cf. l'épistémologie exemplaire déployée en Brunschvicg 1912, l'exposition du développement de la théorie des fonctions à variables réelles, in Desanti 1968, et de ce dernier, voir également l'exemple frégéen du mouvement des concepts en Desanti 1975. Mais on revient sur cela plus tard.

⁴ Cavailles 1947a, p. 472.

« l'unité qu'elle [la méthode axiomatique] confère à la mathématique, ce n'est pas l'armature de la logique formelle, unité de squelette sans vie ; c'est la sève nourricière d'un organisme en plein développement [...] »¹

La « dialectique du concept » est mouvement de révision et de transformation des théories selon une nécessité interne, simultanément légitimation des corps d'énoncés par la validité tirée de la légalité méthodique de cette nécessité, assurance de la dépendance réciproque entre contenus et objets de ces théories et leur effectuation. Cette intégration de théories passées par élargissement réglé est bien un « rabotage » de « l'extrinsèque », une « purgation de singularités », une « libération du contingent par l'effectif »², et c'est pour cette raison que le devenir des mathématiques est nécessairement une conquête de rationalité, donc un auto-déploiement selon l'essence de la *pensée mathématique*, dont une « philosophie du concept » peut seule rendre compte. « Philosophie du concept », car la dialectique forme/contenu, produisant de nouvelles formes, ou assurant l'objectivation thématique de formes en contenus complexes, assure un devenir proprement objectif d'actes formels réglés par et en vue de sens formels indépendants de toute subjectivité.

Et son essence c'est d'être un « devenir imprévisible » assuré par une pensée qui n'est donc pas représentation, pas d'ordre psychologique, ne relève pas de la conscience d'acteurs empiriques. Cette dialectique est une expérience de pensée au sens d'une expérience objective – d'abord pensée comme expérience de corrélation systématiquement réglée de gestes, signes et objets, et finalement, dans un accent objectiviste plus fort, comme cette « dialectique » thématique/paradigmatique constructive des concepts.

II. Bilan. Le retour de quelle Idée ?

La « dialectique fondamentale » du devenir mathématique, est une alliance du formalisme structural hilbertien, de l'historicisme brunschvicgien, du rationalisme bolzanien, et de l'intimité réciproque, tirée de Husserl³, des enchaînements et des objets. Ce devenir de surcroît est simultanément théorique (objets) et pratique (enchaînements). Cependant, l'idée de négativité, de négation, n'est pas, malgré certaines apparitions consonantes, la reprise de la *contradiction* hégélienne comme *le* moteur du savoir : Cavailles se « défiait »⁴ d'Hegel, autant que de la transcendance que Lautman accorde à la dialectique. Il opte manifestement pour une « stratégie d'engagement » comme Gonseth⁵ contre toute « stratégie de fondement », engagement dans une expérience *toujours déjà en cours* :

« Quant au moteur du processus, *il semble échapper à toute investigation* : c'est ici le sens plein de l'expérience, dialogue entre l'activité consciente en tant que pouvoir de tentatives soumises à des conditions et ces conditions mêmes. »⁶

Première remarque : au niveau de la lettre du texte de Cavailles l'usage de la « dialectique » *masque plus qu'il n'explique*, par des formules souvent laconiques caractéristiques du *style* de Cavailles, ce qui justement semble le plus difficile à saisir, ce « moteur du processus » qui « semble échapper à toute investigation ».

Seconde remarque : d'après H. Sinaceur

« en substituant le concept au sujet et le dynamisme du concept à la problématique sujet-objet, Cavailles a modifié de façon radicale le paradigme traditionnel de la connaissance »¹.

¹ Bourbaki 1948, p. 47.

² Cavailles 1937c, p. 578. Cf. également Cavailles 1939, p. 602.

³ Dans Desanti 1968, J. Desanti reprend la perspective de Cavailles : réappropriation des thèmes husserliens mais effacement du sujet derrière les objets mathématiques.

⁴ Note de Desanti dans l'Introduction à Cavailles 1938b, p. 9, (et défiance à l'égard de la dialectique marxiste, par extension).

⁵ Cf. Gonseth 1975, Préface, p. 8-9.

⁶ Cavailles 1938b, p. 186. Je souligne.

Or il est manifeste que cette institution d'un nouveau paradigme de la connaissance ne vient pas de Cavailles, *mais de Hegel, et exactement dans ces termes*. Les expressions de « dialectique des concepts », de « procès sans sujet », de catégories hégélianisantes, etc., montrent que Cavailles (comme on s'emploie à le montrer dans tout le présent travail) appartient à une tradition française en épistémologie qui, de près ou de loin, c'est-à-dire de façon plus ou moins sublimée et éthérée, est le lieu d'un retour récurrent du refoulé hégélien. Mais l'affinité avec Hegel est sûrement plus fondamentale ici, et justement pas au niveau de la présence cryptique de ces sèmes dialectiques : voilà la lecture que je propose.

On a vu que l'opposition entre Cavailles et Lautman porte sur le sens de la dialectique à l'œuvre dans l'expérience mathématique, celui-ci défendant la dialectique comme une métamathématique « post-hilbertienne » transcendante dominant cette expérience. Cavailles refuse cette transcendance : mais l'on n'est pas obligé de traduire cette opposition par l'image d'un rabattement vers le bas, selon la traditionnelle représentation verticale de cette domination, de la dialectique sur des mathématiques qui ne seraient qu'une œuvre humaine (ce qui est, anthropologiquement parlant, un *truisme*). Ne peut-on renverser l'image et dire que l'immanence de la dialectique à l'expérience mathématique *opère au niveau où Lautman place la dialectique* ? Dit autrement, à partir du moment où dialectique et expérience mathématique sont immanentes l'une à l'autre, c'est-à-dire *sont un seul et même processus*, rien n'empêche d'y voir un plan d'immanence comme l'est celui de la Science hégélienne de la Logique. Le mathématicien est bien là, mais à titre de *moment logique* : indépendant du fait qu'il est une figure historique des savoirs positifs, que le mathématicien *empirique* est « *cause occasionnelle* » du devenir mathématique. Mais comme « *effectueur de gestes opératoires* », *il est l'opérateur logique du dispositif « dialectique » du développement*, renvoyé par Cavailles à Spinoza², *de l'Idée de l'Idée*. Rappelons que Raymond et Fichant ont loué Cavailles d'avoir montré que du point de vue de l'histoire des sciences et de son épistémologie, c'est le concept d'*objectivité mathématique* qui était central, que *l'histoire d'une science ne peut trouver le concept de son objet qu'à partir de la science dont elle est l'histoire*, et que de ce fait, la définition d'une science, c'est son histoire, ce dont on a alors rappelé la tonalité hégélienne. L'*objectivité* du devenir des mathématiques, à penser en termes *de reproduction récurrente d'un rapport de fondant à fondé*, revenait pour eux à déterminer précisément le processus d'assimilation par le *mathématique* d'un *mathématisé* qui le précède. Comme le disait Raymond,

« L'expression "procès sans sujet" ne doit pas tromper... l'effet nommé sujet n'est pas plus une entité continue et causale que n'importe quel objet ; pour décrire sa détermination d'effet qui réagit sur les causes, il faut d'abord montrer en quoi il est non pas continu, mais *reproduit et modifié selon des lois historiques*. »³

Ce rapport d'un fondant – le « mathématique » – à un fondé – le « mathématisé » – c'est très exactement le processus immanent mais dissocié de l'Idée à l'Idée de cette Idée, traduit par Cavailles en termes de gestes sur des signes, c'est-à-dire à la fois de gestes sur des gestes déjà objectivés, et de signes sur des signes objectivants ces strates de gestes. En résumé, Cavailles, c'est Hegel sans la dimension idéaliste-spéculative et le schème dévorant de la négation de la négation – raison vraisemblable de son importance pour les althussériens, qui ont cependant voulu en radicaliser le matérialisme seulement « projeté ». On verra en fin de cinquième chapitre en quoi un certain nombre de développements chez Desanti appuient cette lecture.

Pour l'instant, on peut dire qu'au fond, savoir si c'est la figure de Spinoza ou celle de Hegel qu'il faut lire ici, n'est pas une chose très importante. Spinoza est la référence explicite,

¹ Dernière phrase de Sinaceur 1994.

² Cf. Sinaceur 1994 p. 119 et suiv. pour ce spinozisme de Cavailles, et le rappel de Desanti 1993 p. V sur le sens du spinozisme de Brunschvicg.

³ Raymond 1973 p. 344-5.

celle du maître Brunschvicg de surcroît, mais c'est dans les termes d'une « dialectique du concept » que cette référence est conduite. Hegel disait déjà « Spinoza, ou pas de philosophie », et les lectures plus ou moins explicitement hégéliano-marxiennes, de Spinoza abondent. Seulement Hegel fait partie du paradigme dans lequel évolue Cavailles, puisque Hegel lui-même qui l'a institué, pas Spinoza. Il n'est donc pas tellement hardi d'affirmer que la défiance de Cavailles à l'égard de Hegel est le produit du contexte culturel de sa formation, et rien de plus – mais ce n'est pas rien.

V. La métamathématique néo-platonicienne de Lautman : le mauvais élève

« Répondre par la colère à l'ordre du monde jugé mauvais quand il ne peut être changé »¹

« Il s'était fait kantien dans sa jeunesse, parce qu'il faut être kantien à un moment de sa vie, et que ce n'est pas inutile pour passer les concours. Du kantisme, il avait gardé le culte des mathématiques et le dégoût de cette vue par trop naïve de l'univers que l'on nomme vulgairement le chosisme. Mais approfondissant sa culture mathématique et suivant les développements post-kantiens de la science mathématique, il avait dépassé le kantisme. Car il avait éprouvé le heurt et le soutien à la fois de cette chose qui pour lui était un absolu et qu'il appelait, vous vous en souvenez, les structures. La nature profonde du réel était pour lui justement les oppositions de structure complémentaires qui se résolvaient dans des couples. Dans le langage des mathématiciens modernes vous reconnaissez et Lautman reconnaissait lui-même qu'il rejoignait Platon. »

Allocution de M. L. Moulinier², Recteur de l'Université de l'OFLAG IV – D, suite à l'annonce de l'exécution d'A. Lautman au camp de Souges (Gironde) le 1^{er} août 1944.

Malgré son inscription dans les espaces de questionnement de l'épistémologie « à la française » initiée par l'idéalisme brunshvicgien, et ses affinités plurielles avec J. Cavailles, A. Lautman (1908-1944) très averti de la science de son temps, fut un des rares à s'approprier les « tâches héroïques de la pensée difficile », a pu lui dire Bachelard³. Il a développé une philosophie mathématique non historicisante qui le singularise dans l'espace français : un *platonisme* métaphysique (et non mathématique) infléchi par des philosophèmes repris à Heidegger. Je montre ici qu'il retrouve en la dépassant – geste hégélien par excellence – la problématique kantienne de la constitution transcendantale de l'objectivité mathématique et physique. La thèse est celle de l'existence « problématique » d'Idées dialectiques transcendantes préformant les théories mathématiques qui les actualisent dans leur diversité, rend raison de l'unité cachée, structurale et organique, de ces dernières. Outre l'appartenance historiquement attestée de Lautman aux cercles des fondateurs de Bourbaki, J. Dieudonné rappellera énergiquement leurs convergences théoriques : mais on verra toutes les ambiguïtés de ce rapprochement.

Plusieurs éléments jouent dans l'oubli quasi généralisé, au niveau de l'histoire de la philosophie mathématique française, de la pensée de Lautman : d'une part, il étudie la diversité des mathématiques *de son temps*, les années 1930, dans leur haute technicité, avec une maîtrise qui a été reconnue dès lors, et l'est encore aujourd'hui⁴. Nul doute que cela a

¹ Lautman 1946 p. 4, souvenir de correspondance de sa femme, Suzanne Lautman.

² Lautman 1946 p. 48-9.

³ Lettre de Bachelard à Lautman du 11 janvier 1938 : Sinaceur 1987 p. 129.

⁴ Cette reconnaissance fut essentiellement le fait de mathématiciens liés à Bourbaki, comme J. Dieudonné bien sûr, M. Loi, qui lui ont par exemple consacré, dans les années 1970, des rencontres via le Séminaire Loi de l'ENS d'Ulm. Cf. également Chevalley 1987, texte profond de Catherine Chevalley, fille de Claude Chevalley également fondateur de Bourbaki et ami proche de Lautman.

joué dans l'absence, outre quelques travaux épars¹, d'études *philosophiques* de son œuvre. Leur incompétence (donc leur désintérêt ?) en ces matières hautement spécialisées, compréhensible par ailleurs, a pu les empêcher de procéder à de telles études, et ce malgré la clarté des textes. En second lieu, la singularité déjà évoquée de sa position philosophique et épistémologique l'extrait d'un certain type de préoccupations. Enfin, Lautman ne fut pas comme Cavailles, un pilier de l'institution française : Cavailles symbolisant l'Université en résistance, il n'est pas étonnant que sa position dans le champ philosophique ait été par la suite centrale voire proportionnellement surdéterminée. Pour cette fois, dans le présent travail, ce sera Lautman, et non Cavailles, qui aura la part belle, même si on a vu dans le chapitre III et si on verra dans le chapitre V à quel point l'œuvre de Cavailles était un pivot plus que central de la philosophie française des mathématiques.

Objectivités mathématiques

« On peut définir la nature de la réalité mathématique de quatre points de vue différents : le réel, ce sont tantôt les faits mathématiques, tantôt les êtres mathématiques, tantôt les théories et tantôt les Idées qui dominent ces théories. Loin de s'opposer ces quatre conceptions s'intègrent naturellement les unes aux autres : les faits consistent dans la découverte d'êtres nouveaux, ces êtres s'organisent en théories et le mouvement de ces théories incarne le schéma des liaisons de certaines Idées. »²

Comme Cavailles Lautman professe un anti-réalisme des objets ou « êtres » mathématiques (l'insistance finitiste de Brouwer et de Hilbert, malgré leurs différences, est très nette), de même que les « faits » en question ne sont, pour lui, que les événements/occasion historiques d'une découverte, de la production d'un nouveau, qui renvoient immédiatement au-delà d'eux. C'est le rapport entre les théories et les Idées qui est central pour lui : elles possèdent deux objectivités distinctes, l'une mathématique, l'autre métamathématique. Il y a l'affirmation d'une réalité mathématique tout autant irréductible à la dimension logique des formalismes utilisés qu'à l'activité historiquement déterminée de sujets mathématiciens inventifs. Pour rendre compte de cette double objectivité, Lautman conjoint des dispositifs théoriques dont le moins qu'on puisse noter, c'est, au moins en apparence, leur caractère hétéroclite : sont articulées une référence centrale à Platon, une référence au « transcendantal » oscillant de Kant à Heidegger, le tout selon un vocabulaire « émanationniste » de type plotinien, et selon un geste général par excellence hégélien. Un des objectifs de ce chapitre est de dénouer tous ces fils.

I. Quel platonisme ?

1. Une réinterprétation de la doctrine orale de Platon

La dialectique néo-platonicienne que développe Lautman a la fonction de la métamathématique dont Gödel a montré l'impossible technicisation absolue :

¹ Des philosophes mathématiciens contemporains ont salué leur dette à son égard, que ce soit pour se constituer comme son héritier (cf. Petitot 1987), ou pour s'en distancier, quoique dans un espace de questionnement commun (cf. Salanskis 1989 p. 26-31).

² Lautman 1937a p. 135. De même : « ... il en est de la réalité inhérente aux mathématiques comme de toute réalité où l'esprit rencontre une objectivité qui s'impose à lui : il faut savoir rapporter à la nature intrinsèque de cette réalité les modalités de l'expérience spirituelle dans laquelle elle se laisse appréhender. La réalité des mathématiques n'est pas faite de l'acte de l'intelligence qui crée ou qui comprend, mais c'est dans cet acte qu'elle nous apparaît et elle ne saurait être pleinement caractérisée indépendamment de ces mathématiques qui en sont l'indispensable support. En d'autres termes, nous croyons que le mouvement propre d'une théorie mathématique dessine le schéma des liaisons que soutiennent entre elles certaines idées abstraites, dominatrices par rapport aux mathématiques. Le problème des liaisons que ces idées sont susceptibles de soutenir entre elles peut se poser en dehors de toute mathématique, mais l'effectuation de ces liaisons est immédiatement théorie mathématique », Lautman 1937c.

« Dans la métamathématique d’Hilbert, on se propose d’examiner les théories mathématiques du point des notions logiques de non-contradiction et d’achèvement, mais ce n’est là qu’un idéal vers lequel s’orientent les recherches, et l’on sait à quel point cet idéal apparaît actuellement comme difficile à atteindre. La métamathématique peut ainsi envisager l’idée de certaines structures parfaites, réalisables éventuellement par des théories mathématiques effectives... Il nous a paru cependant possible d’envisager d’autres notions logiques, susceptibles également d’être éventuellement reliées l’une à l’autre au sein d’une théorie mathématique et qui sont telles, que contrairement aux cas précédents, les solutions mathématiques des problèmes qu’elles posent puissent comporter une infinité de degrés. Des résultats partiels, des rapprochements arrêtés à mi-chemin, des essais qui ressemblent encore à des tâtonnements, s’organisent sous l’unité d’un même thème, et laissent apercevoir dans leur mouvement une liaison qui se dessine entre certaines idées abstraites que nous proposons d’appeler dialectiques. Les mathématiques, et surtout les mathématiques modernes, algèbre, théorie des groupes, topologie, nous ont paru ainsi raconter, mêlée aux constructions auxquelles s’intéresse le mathématicien, une autre histoire plus cachée, et faite pour le philosophe. Une action dialectique se joue constamment à l’arrière-plan... »¹

La thèse de la transcendance métaphysique des Idées, actrices de cette « action dialectique » d’« arrière-plan », desquelles *participent* les théories mathématiques historiquement constituées, d’une part s’inscrit, donc, dans une problématique tout à fait standard de la philosophie des mathématiques, et d’autre part, ne prend pas chez Lautman la forme de la vulgate platonicienne : les théories ne sont en rien affectées d’une déperdition ontologique, ne sont en rien de pâles copies reflétant des modèles parfaits. Les analogies de structure qui les caractérisent² renvoient cependant à des instances déterminantes qui les transcendent (comme l’indique la citation ci-dessus).

a. L’Idée « problématique » comme couple de notions

Le mode de *domination* de l’Idée sur la théorie n’est bien sûr pas un processus selon un avant et un après de nature chronologique : on assiste plutôt à une dérivation ontologique, une « procession » ou « émanation » au sens plotinien. Lautman procède donc de fait à une interprétation de, ou plutôt, se réapproprie de façon « différentielle » la doctrine orale dite *ésotériste* de Platon³.

« On ne peut en effet envisager de coupure entre la dialectique et la mathématique ; il faut au contraire préciser de l’une à l’autre un mode d’*émanation*, une sorte de *procession* [je souligne]qui les relie étroitement, et ne présuppose pas entre elles l’interposition contingente d’une Matière hétérogène aux Idées »

L’intelligibilité de cette émanation repose sur le principe méthodique supra-temporel de *division* opéré par l’action de l’*Un* et de la *dyade indéterminée*. Ces deux principes engendrent les Idées par un processus successivement répété de division de l’unité en deux nouvelles unités. Les Idées-nombres se présentent ainsi comme des schémas géométriques de combinaison d’unités (à la façon pythagoricienne) susceptibles de constituer aussi bien les Idées que les nombres ordinaires (et en premier lieu les entiers naturels)⁴. Cependant, on ne peut se contenter d’une dualité entre l’intelligible des Idées et le « sensible » des théories : il faut préciser le mode de réalisation/participation impliqué, ce qui exige une distinction de haute importance entre Idées et *notions* :

¹ Lautman 1937a p. 27-8.

² C’est un thème central de la discussion entre Cartan (Elie), Schrecker, Hyppolite, Fréchet, Lévy, Cavailles et Lautman, présente in Cavailles & Lautman 1939. Notons que Lautman est l’un des premiers à avoir saisi l’importance philosophique des travaux d’Elie Cartan.

³ Il s’appuie également sur le Sophiste et le Philèbe. Et ce à partir des travaux de Robin, Becker et Stenzel sur ce que dit Aristote des Idées-nombres pythagoriciennes puis platoniciennes, essentiellement en Métaphysique A, 8-9. Voir la conclusion (et ses notes) de Lautman 1937a. Cf. également Lautman 1937d p. 302-4. En complément, voir Vuillemin 2001, en particulier l’Étude V « La méthode de division et ses modèles mathématiques », ainsi que le dossier Brisson 1998.

⁴ Lautman 1937a, p. 143-4.

« ... nous distinguons des *notions* et des *Idées* dialectiques. Les *Idées* envisagent des relations possibles entre *notions* dialectiques. C'est ainsi que nous avons étudié dans notre thèse les *Idées* de relations possibles entre des couples de *notions* comme le tout et la partie, les propriétés de situation et les propriétés intrinsèques, les domaines de base et les êtres définis sur ces domaines, les systèmes formels et leurs réalisations, etc. »¹

Les *Idées* sont en fait « problématiques », ce sont des *schémas de structures et de liaisons possibles* donnant lieu à des théories réelles qui « réalisent » sous des formes variables et déterminées leurs possibilités non complétées en particularisant des relations entre notions comme *couples*² (fini / infini, local / global, continu / discontinu, structure / existence, etc.) : or ces couples sont parfois constitués de contradictoires logiques, comme fini/infini, et parfois de contraires non logiques, ainsi structure/existence ou local/global. Le statut de ces « contraires » est assez vague : ce sont en fait des dualités millénaires, indices de questionnements sur le réel au sens bien large, dont l'articulation est de prime abord « dialectique » en un sens tout aussi vague du terme, celui, français, de l'époque.

D'où une double perspective pour la philosophie des mathématiques :

« Ce mémoire comprend deux parties bien distinctes : dans la première, développant des idées de notre thèse principale, relatives à la participation des Mathématiques à une Dialectique qui les domine, nous essayons de *montrer de façon abstraite comment la compréhension des Idées de cette Dialectique se prolonge nécessairement en genèse de théories mathématiques effectives* [je souligne]. Nous nous appuyons pour cela sur certaines distinctions essentielles de la philosophie de Heidegger qui nous paraissent convenir de façon remarquable au problème métaphysique envisagé. Dans la seconde partie, au lieu de descendre de l'abstrait au concret, nous opérons en sens inverse : nous examinons une théorie mathématique particulière, la théorie analytique des nombres, où il est possible de saisir de façon concrète la nécessité, pour comprendre la raison de certains résultats, de les rattacher aux *Idées* de structure d'une Dialectique supérieure. »³

Si la seconde perspective consiste, *lors de l'examen d'une théorie précise, à saisir sa nécessité et la raison de ses résultats en la rattachant aux Idées de la dialectique supérieure, c'est-à-dire en montrant que et comment elle incarne ces schémas de structure*, la majeure partie de l'œuvre de Lautman consiste à partir de couples de notions et à montrer comment ils s'incarnent. On verra plus loin le sens épistémologique profond et singulier de cette démarche : pour l'instant, regardons cette première perspective sur quelques exemples.

b. Local/global. Le traitement du théorème d'analyse de Weierstrass (1886)

Le théorème d'approximation de Weierstrass de 1886 montre clairement pour Lautman l'action du couple *local-global*⁴. Dans sa version restreinte (le théorème de Stone-Weierstrass le généralise) il énonce que *pour toute fonction f continue sur un intervalle compact (fermé borné) $[a, b]$ (on prend en général $[0, 1]$) à valeurs réelle ou complexe, il existe une suite de polynômes qui converge uniformément vers f* . Dit autrement, ce théorème énonce la *densité* de $\mathcal{P}_i[X]$, ensemble des polynômes en x , dans $C([a, b], \mathbb{C})$ avec $[a, b]$ compact : dans tout

¹ Lautman 1939 p. 210. De même, « ... nous appellerons *Idée* le problème de la détermination de liaison à opérer entre notions distinctes d'une dialectique idéale », Lautman 1946 p. 261.

² Lautman 1937a p. 28-9.

³ Lautman 1939, Avant-Propos, p. 203.

⁴ Lautman 1937a p. 45-6. Concernant ce couple il ne se contente bien sûr pas de cet unique exemple. Il étudie d'une part, dans le prolongement des questions de la théorie des fonctions analytiques, l'opposition entre la géométrie infinitésimale consacrant la domination de la métrique et du point de vue local sur le point de vue global de la surface sur laquelle est définie cette métrique (Weierstrass), alors que la géométrie synthétique impose au contraire le primat du point de vue global de l'espace sur la métrique (Cauchy-Riemann), Lautman 1937a, p. 31-43. D'autre part il étudie la théorie des groupes clos (on dit compact aujourd'hui) due à Weyl et Cartan : on a affaire ici à deux corpus théoriques distincts, mais structurés en réalité par une même dualité. La théorie analytique des nombres (Lautman considère la fonction ζ de Riemann dans sa relation à la décomposition arithmétique d'un corps en classes d'idéaux) illustre par exemple celle entre continu et discontinu, Lautman 1937b p. 187-94.

voisinage d'une fonction $f(x)$ donnée, il existe un polynôme $P(x) = \sum_{k=0}^n c_k x^k$. De sorte que l'on a : " $\forall \epsilon > 0, \|f(x) - P(x)\| < \epsilon$ ". En passant de n à \forall pour k , on peut alors tirer de cette inégalité, moyennant une restriction aux fonctions analytiques¹ (représentables en séries entières) dans leur cercle de convergence, l'égalité $f(x) = \sum_{k=0}^{\infty} c_k x^k$. Cette égalité traduit une décomposition de $f(x)$ en une série infinie uniformément convergente au sein de laquelle on peut distinguer une infinité de polynômes de forme $\sum_{k=0}^{k=n} c_k x^k$ (de degré croissant) d'un nombre fini de termes. La thèse de Lautman est la suivante :

« Si nous cherchons à préciser le sens de ce résultat, nous allons voir qu'en lui s'unissent le point de vue global d'achèvement [complétude] et le point de vue [local] de la décomposition individuelle »²

Cet espace des fonctions continues $C([a,b], i)$ est effectivement *complet* pour la distance infinie entre deux fonctions f et g , définie par $d(f, g) = \sup_x \|f(x) - g(x)\|$: c'est-à-dire que toute suite de Cauchy de fonctions y converge pour cette métrique. La suite de polynômes de forme $\sum_{k=0}^{k=n} c_k x^k$ considérée ci-dessus est uniformément convergente en vertu de cette complétude de $C([0,1], i)$ et non plus d'une fonction $f(x)$ considérée isolément. Lautman affirme alors que le passage de la densité à la décomposition de $f(x)$ et réciproquement concerne $f(x)$ prise isolément (local) comme la totalité des cas analogues, et que la propriété globale de complétude est le soubassement de cette densité³.

De cela il conclut qu'un « tout » mathématique est comme un *organisme*, non un agrégat d'éléments juxtaposés en extériorité⁴. « Il existe ainsi une descente du tout vers la partie, comme une montée de la partie vers le tout, et ce double mouvement s'éclair[e] à la lumière de l'idée d'achèvement [complétude] », double mouvement immanent à la théorie illustrant la domination du couple notionnel local/global.

Remarque. Ce jeu entre densité et complétude n'est pas transparent dans l'exposé, qui de ce fait n'est pas pleinement convaincant. Lautman affirme même que « la démonstration de ce théorème [de densité] fait appel à la fermeture [complétude] de l'espace », ce qui est très problématique : soit $j(x)$ une fonction continue appartenant à $C([a,b], i)$, et considérons $C([a,b], i) - \{j(x)\}$. Par le théorème d'unicité de la limite d'une suite convergente, une suite de Cauchy f_n tendant $j(x)$ ne converge plus (c'est trivial) dans $C([a,b], i) - \{j(x)\}$, qui n'est donc pas complet. Pourtant le théorème de Weierstrass, qui considère les fonctions continues, qu'il y en ait une « en moins » ou non, reste valide dans $C([a,b], i) - \{j(x)\}$. La densité de $i[X]$ dans $C([a,b], i)$ ne fait donc pas « appel » à la complétude de ce dernier pour être démontrée. Il me semble qu'ici, Lautman force un peu son exemple à parler le langage qu'il souhaite, au prix d'une torsion qui est un des écueils possibles de sa méthode : si de façon

¹ Restriction énorme mentionnée seulement en note dans Lautman 1977 (et seulement comme erratum dans l'édition originale de 1937 !), ce qui est un peu gênant, car il se ramène alors à un cas assez restreint, ce qui affaiblit la portée de l'analyse. Cf. Cartan 1961 ch. I pour un exposé de ces notions.

² Lautman 1977 p. 46.

³ Cf. par contraste l'étude lumineuse du rôle des surfaces de Riemann dans l'uniformation des fonctions algébriques multiformes, question centrale de l'analyse complexe du 19^{ème} siècle, Lautman 1937a, I-3 « La montée vers l'absolu » p. 76-82, et Cartan 1961, VI-5 p. 199-209.

⁴ Par exemple : « ... l'être mathématique tel que nous le concevons n'est pas sans analogie avec un être vivant... », Lautman 1937a p. 39.

générale les théories mathématiques sont un donné dont il faut dévoiler – anhistoriquement – les principes recteurs cachés qui sont par ailleurs présupposés, il y a le risque de malmener les éléments théoriques, puisque ceux-ci ne sont plus alors restitués pour eux-mêmes, mais pour ce dont ils *participent*. En fait, le problème n'est pas celui d'une erreur mathématique qu'il serait opportun de dévoiler, mais celui d'une méthode qui est grosse d'enjeux *par sa nature même*. Autant elle est le témoin d'un véritable engagement intellectuel, autant, pour les mêmes raisons, elle excède le cadre descriptif d'une épistémologie restitutive, puisqu'elle est revendiquée comme également *normative* – les théories *doivent* être la réalisation d'Idées problématiques.

Dans son analyse de l'opposition des mathématiques du fini et de l'infini, Lautman prend également position à partir d'un même argument sur la présupposition mutuelle du local et du global : il refuse de rejeter les définitions imprédicatives, en préférant, comme Hilbert, lesdites définitions axiomatiques aux définitions génétiques sensées être le prolongement d'une construction à la kantienne, c'est-à-dire inféodée à l'intuition et limitée à l'infini potentiel. Prenant parti pour la mathématique moderne (l'infinitiste consacrée par les algébristes) contre la classique (qui part de \forall pour fonder l'analyse)¹, il affirme que *la restriction intuitive-constructive est illégitime et stérile, car un domaine local peut nécessiter pour sa détermination une structure globale*. Cela le singularise, par rapport aux postures diversement constructivistes de ses condisciples épistémologues qui rejettent la plupart du temps les définitions non prédicatives², et surtout par rapport aux logiciens. Puisque un tout n'est pas une somme d'éléments existant antérieurement puis composées en extériorité, c'est-à-dire puisque chaque organe *est le tout et n'existe que par lui, alors l'imprédicativité est tout simplement la traduction technique du caractère organique et unitaire des mathématiques*³, d'où son usage massif chez les mathématiciens, et en particulier chez les algébristes, pour qui le primat des domaines/structures (groupes, anneaux, corps, etc. sur les éléments/ objets dont l'existence est stipulée par les axiomes de ces structures va de soi. Surgit certes ici le problème du « transcendant » et du « constructif » ; en tous cas l'internalisation, par ce primat, des objets aux systèmes d'axiomes, correspond au choix de Lautman, que l'on évoquera du « structural » contre le sémantique ou « extensif ». Il reste que pour lui, il n'y a pas d'opposition fondamentale des méthodes : tout son propos, c'est au contraire de montrer 1/ leur entr'expression, et 2/ que celle- qui témoigne de l'unité structurelle et dialectique des mathématiques.

c. Intrinsèque/extrinsèque. De la géométrie différentielle à la topologie algébrique : préliminaires à un dépassement du transcendantal standard

Lautman s'intéresse longuement dans sa thèse principale à l'intérêt *philosophique* de la topologie algébrique⁴ (ce qui est tout à fait innovant pour l'époque), et notamment à la

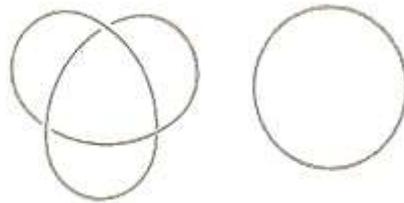
¹ Lautman 1939 p. 155-61 (la distinction y est reprise dans les termes de Weyl).

² Une définition est prédicative – et doit l'être pour les « prédicativistes » dès que l'on excède \forall – si elle se réfère à des totalités déjà établies, antérieurement à l'objet défini : ce que Weyl a précisé à la suite des rejets corrélatifs par Brouwer de l'infini actuel (considéré comme potentiellement tétatologique, et immédiatement source des paradoxes ensemblistes) et du tiers-exclu pour des ensembles non effectivement contrôlables d'objets.

³ Cf. Lautman 1937a p. 47-48.

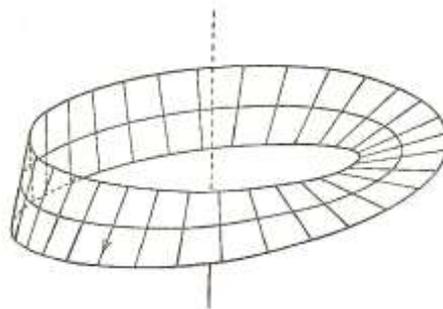
⁴ *Ibid.* p. 31-66, I « Le local et le global », d'abord concernant la position du problème de l'articulation des propriétés topologiques et différentielles des surfaces (sous l'angle de leur métrisation) puis le traitement de ce problème par la théorie des groupes clos de Weyl et Cartan, et II « Propriétés intrinsèques et propriétés induites », où, outre l'exemple que je vais développer en ce § 1.1.3, Lautman expose de façon assez lumineuse les enjeux fondamentaux des théorèmes de dualité sur les complexes simpliciaux (cf. Wallace 1957). Notons que ces exemples ne sont en rien exhaustifs de cette topologie algébrique. Elie Cartan, membre du jury des thèses de Cavailles et de Lautman, spécialiste de ces questions de géométrie différentielle (et notamment de leur implications en analyse complexe) s'est particulièrement intéressé par ce traitement lautmanien du rapport local/global : cf. Cavailles & Lautman 1939, p. 609-11. Le fils d'Elie Cartan, Henri Cartan, mathématicien tout aussi hors pair, a préfacé l'édition de Cavailles 1937b, avec autant d'éloges que le père pour Lautman : Préface de Méthode axiomatique et formalisme, Cavailles 1994 p. 9-11.

transposition en elle de la dualité intrinsèque/extrinsèque de la géométrie différentielle (thématisée d'abord par Gauss et Riemann, et dont la présentation par Lautman semble plutôt provenir de sa reformulation par Klein en 1875). Il existe des courbes topologiquement homéomorphes (il existe un homéomorphisme de l'une sur l'autre, c'est-à-dire une application bijective et bicontinue) qu'on ne peut amener à coïncider par une déformation continue dans l'espace : ainsi le nœud en forme de trèfle et le cercle¹.



Ce n'est donc que par des propriétés intrinsèques de structure que cette homéomorphie peut être effectivement caractérisée, et non extrinsèquement dans l'espace ambiant où ces figures peuvent être plongées.

L'autre exemple, paradigmatique, que prend Lautman, est celui de l'unilatéralité (la possession d'un seul côté) du ruban de Moebius pour un regard porté du point de vue d'un espace extrinsèque, laquelle se réduit à son intrinsèque *non-orientabilité*². Cet exemple frappant d'une propriété de situation d'une surface (tridimensionnelle *du point de vue de son plongement dans un espace ambiant*) totalement réductible à une propriété « interne » ou de structure intrinsèque (ce qui n'est pas systématique) repose sur un théorème démontrant que dans un espace orientable à n dimensions, il y a, pour une variété à $n-1$ dimensions, une équivalence entre bi-latéralité et orientabilité, et plus exactement ici, entre unilatéralité et non-orientabilité³.



Seulement l'uni- ou bi-latéralité est relative à l'espace ambiant, ce qui n'est pas le cas de l'orientabilité (ou de la non-orientabilité) : le couple intrinsèque/extrinsèque est donc déséquilibré, au profit du premier. L'enjeu est le suivant :

« Cet exemple nous laisse pressentir l'intérêt philosophique de la topologie algébrique (ou encore topologie combinatoire) : les propriétés géométriques de relation se laissent exprimer en propriétés algébriques intrinsèques et dans la mesure où cette intellectualisation des relations d'une figure et des figures environnantes réussit, *on voit s'évanouir la distinction kantienne d'une esthétique et d'une analytique.* »⁴

Ceci est fondamental : comme le rappelle Lautman un peu avant, l'origine de cette distinction kantienne provient du paradoxe des objets symétriques⁵ mais non congruents dans

¹ Lautman 1937a p. 56-7, où cette figure et celle qui suit du ruban de Moebius sont reprises d'après Seifert & Threlfall 1934 p. 2 et 7 respectivement.

² Lautman 1937a p. 56-8.

³ Précisons : le théorème porte sur le passage d'une variété topologique de dimension 3 (comme l'espace euclidien) à une sous-variété topologique de dimension 2 (c'est-à-dire une surface, comme la sphère, ce ruban de Moebius), triangulable (homéomorphe à un polyèdre). La théorie des polyèdres, nommément celle des complexes simpliciaux, est l'objet d'étude de la topologie algébrique dans la formulation qu'elle prend à partir de Poincaré – c'est-à-dire au moment où celui-ci la fonde comme discipline mathématique : cf. Wallace 1957, IX, Seifert & Threlfall 1934, II, et Dieudonné 1978, X, III-VIII.

⁴ Lautman 1937a p. 58. Je souligne.

⁵ Lautman 1937a. « Les Schémas de structure. II. Propriétés intrinsèques et propriétés induites » p. 50 : « Il y a là [cf. la non-congruence des figures symétriques, comme les mains] des faits sensibles, dont aucune analyse

le plan qui, pour être superposables, exigent une rotation autour d'un axe, c'est-à-dire un passage par *l'espace tridimensionnel*, donc, pour Kant, par ce qui deviendra dans son dispositif une des deux *formes a priori de l'intuition sensible* justiciables d'une esthétique. On verra plus bas comment les structures algébriques peuvent alors être dites, mais *en partie* – on va voir dans l'instant l'importance de cette restriction – *remplacer fonctionnellement* le transcendantal kantien, c'est-à-dire comment, du point de vue de Lautman même, on voit s'opérer un *dépassement dialectique de la position kantienne, véritable Aufhebung reconduisant l'idée d'une constitution schématique de l'objectivité*, mais essentiellement détachée de toute *intuition*, c'est-à-dire d'un *schématisme essentiellement mathématisant et non plus esthétisant*¹. De même que le continu fonctionnel des espaces abstraits n'est dorénavant aucunement explicitable à partir de l'intuition du continu linéaire modélisé par \mathbb{I} , la pénétration de l'algèbre en géométrie valide le dégagement structuro-axiomatique (d'Hilbert à Bourbaki) de toute référence *au niveau du régime démonstratif* à l'égard de l'intuition d'objets réels ou abstraits présumés extérieurs – c'est-à-dire procède à l'internalisation des « objets », transformés en purs arguments de *relations* structurelles via la méthode des définitions axiomatiques « implicites ».

Cependant, ce remplacement fonctionnel du transcendantal par un mathématique réduit à des relations structurelles purement abstraites n'est possible, comme on vient de le dire, *qu'en partie* :

« Or des faits sont venus montrer... que la réduction des propriétés de situation à des propriétés de structure ne pourrait jamais être achevée. *Il semble qu'il en soit comme si la topologie ne pouvait se développer qu'en donnant raison à Leibniz, mais que constamment elle rencontre des faits qui donnent raison à Kant et l'obligent ainsi à chercher de nouvelles méthodes* [je souligne]. »

Dans l'espace euclidien à trois dimensions, « les deux courbes F et f étant homéomorphes leurs invariants de structure déterminent... des invariants de structure identiques pour leurs espaces complémentaires respectifs $FI - F$, $fi - f$, mais l'identité de ces invariants n'est pas suffisante pour que les espaces $FI - F$ et $fi - f$ soient homéomorphes... on se rend compte de tout ce que les invariants de structure des courbes laissent échapper de relations entre la courbe et l'espace. Les propriétés de situation, réductibles aux propriétés de structure dans le cas de deux dimensions, cessent de l'être dans le cas de trois dimensions. *A ce niveau de réalité, la distinction entre une esthétique et une analytique subsiste* [je souligne]. »²

Dans cet exemple, la permanence des invariants de structures pour les complémentaires des courbes homéomorphes n'induit pas l'homéomorphie de ces complémentaires : intuitivement, les « trous » dans l'espace ambiants percés par F et f ne sont pas homéomorphes, autrement dit les propriétés de ces trous, tout en contenant une équivalence de structure, ne sont pas *caractéristiquement* déterminés par cette équivalence. Il est fort intéressant de voir comment le plan d'une mathématique très abstraite maintient, ici, au moins provisoirement, la nécessité d'une instance non algébrique dans la détermination des propriétés des objets considérés : comme si l'instance « intuitive » au sens large était structurellement exigée, comme une étape avant la rationalisation définitive d'une théorie – la recherche de nouvelles méthodes dont parle ci-dessus Lautman étant la réponse à cette dimension récalcitrante au concept de certaines « réalités » mathématiques.

rationnelle des propriétés internes des corps ne peut rendre compte et qui résultent de la différence des places que ces corps occupent dans l'espace sensible. La dépendance des corps par rapport à l'espace ambiant est donc liée chez Kant de façon étroite au fait que la raison ne peut caractériser de façon abstraite que les propriétés intrinsèques des corps géométriques et que celles qui résultent de leur position dans l'espace ne peuvent être appréhendées que par l'intuition sensible qui se réfère à l'orientation de l'espace entier ».

¹ Cf. la section dans le cinquième chapitre à venir sur Cassirer : celui-ci a à la même époque parfaitement tiré cette leçon, pour les mathématiques et pour la théorie de la relativité : la fonction schématique (le schématisme) kantien doit être élargi en fonction symbolique, celle-ci opérant dans le champ de la science via les symboles mathématiques, qui condensent les procédés purement opératoires de construction, et sont par là les nouveaux médiateurs dynamiques (remplaçant fonctionnellement les schèmes de Kant), comme le voulait Hilbert, entre l'intuition sensible (perception des signes sur le papier) et les structures abstraites. Cf. Cassirer 1921 p. 96-125.

² 1937a p. 65-6.

d. Structure/existence. Sur la logique mathématique

Ce que Lautman appelle « structure » ici, c'est en un sens assez large, un système d'axiomes vide d'entités qui est le « cadre » d'entités possibles, une *essence*. Le problème est celui du statut de la *construction* mathématique au sens strict, comment s'effectue la *genèse d'êtres existants* à partir d'un système d'axiomes : la non-contradiction d'un tel système implique-t-elle par soi ou non l'existence d'un ensemble d'éléments déterminés par ces axiomes ? Lautman se réfère à Hilbert, qui pour lui a transformé les mathématiques en récusant le constructivisme (de l'intuitionnisme brouwerien, principalement), en substituant des définitions axiomatiques aux définitions génétiques : son formalisme, en prolongement de la thèse de l'infini actuel chez Cantor, réclame le droit d'identifier pour une entité mathématique précise, l'essence résultant de sa définition implicite dans un système d'axiomes consistant, et son existence (et réclamant, de façon corrélatrice le droit d'introduire des éléments transfinis - « idéaux » - en plus des « finitistes », sous formes d'axiomes par exemple, pour généraliser l'indispensable tiers-exclu). Les théorèmes d'existence se ramènent à la considération leibnizienne selon laquelle le passage de l'essence à l'existence est impliqué dès la mise en évidence de la « compossibilité » des essences (consistance des axiomes)¹.

Démontrer la non-contradiction des axiomes de l'arithmétique, pour Lautman, est l'occasion historique d'une recherche approfondie sur le rapport essence/existence, via une double perspective de résolution² : 1/ la « théorie de la démonstration » (*Beweistheorie*) liée à Hilbert, traitant de la consistance et de la complétude (Lautman dit « achèvement ») des axiomes, visant à démontrer la compatibilité de toutes les conséquences possibles du système, ne s'occupe que de « propriétés structurales », c'est-à-dire procède à une étude *interne* (syntaxique) de la structure du système d'axiomes (des théorèmes dérivables). 2/ La technique « extensive » ou « sémantique » se basant sur la théorie des ensembles. La méthode extensive allie au système d'axiomes la réflexion sur les domaines, « champs » d'individus destinés ou censés être les arguments de fonctions du système, et fait intervenir des propriétés métamathématiques absentes de la *Beweistheorie*, comme celle de « possibilité de réalisation », qui suppose celle de « valabilité universelle ». Ces propriétés relèvent de la théorie sémantique, c'est-à-dire de la théorie des relations entre les formules d'un système et leurs référents dans un champ d'individus.

Exposons la conception de Lautman en langage moderne :

« Une formule est dite universellement valable si, quelle que soit la manière dont on y substitue des prédicats aux variables représentant des fonctions logiques et quel que soit le champ d'individus substitués aux variables arguments, on obtient toujours une proposition vraie ».³

La « valabilité universelle », c'est la *validité universelle* : une formule F est universellement valide, vraie dans un domaine d'individus, c'est-à-dire *infalsifiable*, si toutes les interprétations possibles en sont des *modèles*, autrement dit si sa négation est « insatisfiable » dans tous les « modes possibles ».

« Une formule est dite réalisable s'il existe au moins un champ d'individus et un mode de pareilles substitutions capables de faire de la formule une proposition vraie. »⁴

La « possibilité de réalisation », c'est la *satisfiabilité* : une formule est satisfiable s'il en existe au moins *un modèle*, c'est-à-dire une *interprétation* (attribution dans un « monde possible » d'un référent aux symboles qui la composent) qui la rende vraie. Une formule satisfiable n'est pas « falsifiable », c'est-à-dire que sa négation n'est pas universellement valide (tout en pouvant être satisfiable dans certains modèles). La satisfiabilité (existence d'un

¹ Cf. Lautman 1937a, II, p. 88-9.

² Pour tout ce développement, cf. Lautman 1937a, p. 90-6.

³ Lautman 1937a p. 91.

⁴ Lautman 1937a p. 91.

modèle) est liée à la consistance : pour un domaine fini d'objets, lorsqu'un choix de valeurs/individus satisfait/« réalise » un système d'axiomes, alors une conjonction d'axiomes est satisfiable, donc sa négation est indémontrable. Le théorème fondamental de complétude¹ s'exprime de la façon suivante : *une théorie est consistante si et seulement si elle admet un modèle*. En ce sens, Gödel a démontré en 1930 la « complétude sémantique » du calcul des prédicats (CP) du premier ordre² (les quantificateurs ne portent que sur des variables d'individus). Ce théorème de 1930 stipule qu'une théorie S est *complète* si, à partir de ses axiomes et conformément à ses règles, on peut établir que toute formule *valide* de S est un *théorème* de S, autrement dit, S est consistante si et seulement si elle admet un modèle. Ici, toute formule valide du langage choisi est démontrable dans le système considéré : il y a adéquation syntaxe/sémantique.

Résumons : une formule est satisfiable si sa négation n'est pas universellement valide et réciproquement (tiers-exclu supposé) :

« Les propriétés de valabilité universelle et de possibilité de réalisation sont en dualité : une proposition n'est universellement valable que si sa négation n'est pas réalisable et en supposant admis le tiers-exclu, une formule n'est réalisable que si sa négation n'est pas universellement valable. »³

Cette dualité, concernant ici la complétude sémantique du CP du premier ordre, permet à la logique mathématique moderne⁴ selon Lautman une articulation novatrice entre les points de vue *extensif* et *structural*. Donc un système « réalisable » peut l'être dans un champ fini ou infini : ainsi, la relation « être plus grand que », déterminée par des axiomes, implique qu'il est toujours possible de trouver un individu qui satisfasse la relation, donc suppose un champ infini. Le problème revient à celui de l'adéquation entre la syntaxe d'un système consistant et sa sémantique, c'est-à-dire une interprétation en extension de ce système : *c'est la différence entre le fini et l'infini qui va être déterminante*, car il y a

« équivalence dans le fini entre la *structure* non-contradictoire d'un système d'axiomes et l'*existence* d'un champ comprenant un nombre d'individus déterminés et tel que le système soit réalisable dans le champ. »⁵

La consistance dans le fini suppose la possibilité de choisir les individus rendant vraies les propositions considérées et la fausseté des négations de celles-ci : autrement dit, consistance du système et « réalisabilité » (complétude sémantique) dans un champ sont en pleine adéquation. Essence et existence ne sont plus des contraires devant susciter une réflexion sur la primauté déterminante de la première sur la seconde (formalisme) ou l'inverse (intuitionnisme) :

« Ces deux notions cessent en effet d'être relatives aux mêmes êtres mathématiques. Il ne s'agit plus de savoir si la définition entraîne l'existence. [...] L'essence envisagée est bien celle d'un système d'axiomes, mais ce dont l'étude interne de ce système permet d'affirmer l'existence, ce sont les "interprétations" du système, les champs où il se réalise. »⁶

Dans le fini, le « passage », le genèse de l'existence à partir de l'essence est automatique, ou plus exactement, ici, l'idée d'un passage est inadéquate : c'est une question de point de vue (structural et extensif, qui se complètent ici fort bien). Ce qui tranche la question de la « constructibilité » des entités satisfaisant les fonctions.

Mais réduire ces deux points de vue à une seule approche n'est pas souhaitable dans la mesure où, dans l'infini, cette identité, cette *adéquation* plutôt, est impossible à tirer immédiatement ; subsiste même un *écart irréductible* entre syntaxe et sémantique :

¹ Cf. La section antérieure consacrée à Badiou 1969, p. 209 en particulier.

² Cf. Largeault 1972, p. 175.

³ Lautman 1937a p. 91-2.

⁴ Pour une vision globale de Lautman sur la logique, et son anti-logicisme, voir Lautman 1936.

⁵ Lautman 1937a p. 92.

⁶ Lautman 1937a p. 92.

« Lorsque le système d'axiomes ne pourrait être réalisé que dans un champ infini d'individus, il n'y a plus forcément équivalence entre la non-contradiction du système et une interprétation de ce système. »¹

Le retour, à partir du point de vue extensif au point de vue structural vient, en fait, de l'impossibilité de parcourir l'extension infinie des éléments réalisant une structure, et de la nécessité conséquente de s'occuper de l'irréfutabilité de la structure axiomatique. Une dissociation radicale entre le structural et l'extensif s'opère donc, l'extensif étant une exigence très forte que le premier ne remplit plus : 1/ d'une part la consistance des axiomes (l'irréfutabilité de leurs conjonctions) du CP n'implique pas forcément l'existence d'une interprétation (Bernays) : c'est la conception « négative » selon Lautman des démonstrations de consistance. 2/ D'autre part, la tentative néo-hilbertienne de Gentzen (1935), qui d'après Lautman s'est approchée le plus de cette exigence structurale, a cependant réintroduit une dimension extensive, par l'appel, via l'induction transfinie renégociée (donc à des moyens plus forts que l'arithmétique élémentaire elle-même), à

« un ensemble de nombres dont l'existence est équivalente à l'achèvement de la démonstration de non-contradiction »²

Le théorème gödelien d'incomplétude déductive du CP (1931) avait clos d'une certaine façon ce problème (tout en en suscitant d'autres, certes³) : l'établissement *purement* structural de la consistance et a fortiori de sa complétude, de l'arithmétique avec ses moyens propres, est techniquement impossible, d'où la tentative de Gentzen. Hors de la complétude du calcul propositionnel (Post en 1921) et celle sémantique du CP (Gödel en 1930), l'adéquation syntaxe/sémantique est perdue : le « degré zéro de contenu formel » dont parle Granger est dépassé dès lors qu'on sort du tautologique pur, et le sémantique « déborde » l'opérateur. L'extensif resurgit dans le structural, alors qu'on tente de le supprimer ou de le mettre en parallèle exact avec le structural (ce qui revient au même)⁴.

On notera que les deux types de méthode sont pour Lautman deux « points de vue » dans la *métamathématique*, mais en fait, la théorie des modèles (renouveau de la « théorie sémantique du début du siècle »⁵) et l'étude approfondie des rapports syntaxe/sémantique a constitué sa plus grande part, c'est-à-dire que les techniques « extensives » sont également incluses dans la perspective hilbertienne - ce qu'ont eu tendance à oublier les bourbakistes orthodoxes, qui se sont presque uniquement intéressés au déploiement de la méthode axiomatique en considérant que la métamathématique de la théorie des modèles comme quelque chose finalement d'accessoire.

La « conciliation » des contraires n'obéit pas à une loi mécanique uniforme : elle varie selon le domaine d'existence impliqué. Mais ici on n'a considéré le rapport essence/existence que dans le mouvement de genèse partant de l'essence vers l'existence : le mouvement inverse n'est-il pas également possible, auquel cas le mouvement de synthèse des contraires s'effectuerait de façon plurielle certes, mais de façon réciproque ? La genèse n'a lieu, jusqu'ici, que dans le sens opérations-domaines/objets, ce qui est caractéristique de la logique :

¹ Lautman 1937a p. 92.

² Lautman 1937a p. 94. Cf. Largeault 1992, p. 285, 359.

³ Cf. à ce propos les distinctions importantes pour le débat réalisme/anti-réalisme sémantiques dans Hintikka 1994, p. 38-42.

⁴ On pourrait rajouter, à l'appui de Lautman qui n'en parle pas, une autre classe de problèmes : le théorème de non-catégoricité (Löwenheim-Skolem) qui stipule que si une théorie admet un modèle (est donc consistante), alors elle en admet un dénombrable. Autrement dit le sémantique, ici, ne déborde pas l'opérateur, mais est en hiatus avec lui – d'où l'expression de « paradoxe de Skolem » – puisqu'il peut aller à l'encontre même, d'une certaine façon, de l'ambition structurale. Si un système d'axiomes a pour visée de modéliser \mathbb{N} , le modèle de \mathbb{N} suffit à le rendre consistant, alors que ce qui justement est visé, c'est la spécificité du continu numérique.

⁵ Cf. Dieudonné 1996, p. 471-4.

« or, si l'on peut établir entre le domaine et les opérations définissables sur lui, un appropriation rigoureuse, on peut chercher à déterminer aussi bien les opérations à partir du domaine que le domaine à partir des opérations. [...] dans un très grand nombre de cas, le domaine paraît déjà préparé à donner naissance sur lui à certaines opérations abstraites. »¹

Ce qui est intéressant ici, c'est que Lautman supprime la relation qui apparaissait seulement *statique* entre un abstrait structural et un concret existant. On se souvient que Gonthier montrait qu'un *schéma* constitué d'une structure interne avait un *réfèrent*, un *modèle* une signification extérieure (une réalité ou une interprétation relevant d'une exigence de connaissance satisfaite par l'horizon de réalité) qui n'était pas préexistante à la recherche mathématique, dans la mesure où ce peut être un autre schéma de niveau inférieur (lequel fonctionne comme abstrait par rapport à un autre schéma de niveau encore inférieur, etc.). La dialectique abstrait/concret de Gonthier semble être la même que Lautman reprend ici : mais celui-ci semble être plus radical sur cette réciprocity (c'est peut-être une impression due au fait que Gonthier manque de précision technique). Lautman pose explicitement le fait qu'un abstrait peut fonctionner comme un concret et réciproquement, dans le cadre d'un emboîtement successif où la genèse ressortit à un mouvement réciproque des domaines aux opérations :

« Notre intention étant de montrer que l'achèvement interne d'un être s'affirme dans son pouvoir créateur, cette conception devrait peut-être logiquement impliquer deux aspects réciproques : l'essence d'une forme se réalisant au sein d'une matière qu'elle créerait, l'essence d'une matière faisant naître les formes que sa structure dessine. »²

Ici la dialectique se manifeste dans la synthèse de contraires par leur « réciprocity » symétrique productrice de nouveaux êtres et de nouveaux savoirs. On peut déceler ici la motricité d'une contradiction, et selon Lautman, les axiomes de Peano l'incarnent simplement mais clairement, car chercher les axiomes créant le domaine par définition implicite et chercher le domaine satisfaisant les axiomes sont deux mouvements ayant une « réciprocity absolue »³. Cette dialectique montre « l'engagement » du concret dans la genèse de l'abstrait et réciproquement. En fait structure et existence deviennent « *deux genres d'êtres* »⁴, où, lors de chaque genèse un être ou un genre d'être joue un rôle structural et créateur.

2. Subversion dialectique de la différence ontologique : de Heidegger à Hegel

La réalisation des Idées doit se traduire par la genèse de théories effectives – argument philosophique justifiant la méthode descendante prônée – qui les réalisent : c'est un schème heideggerien qu'en 1939 Lautman utilise, suite à la traduction de *Vom Wesen des Grundes* non disponible lors de ses deux thèses de 1937 :

« Les analyses de Heidegger reposent sur la distinction de l'*être* et de l'*existant*. La vérité de l'être est, dans le vocabulaire de la phénoménologie, une vérité *ontologique*, relative à l'essence ; la vérité de l'existant est *ontique*, et relative aux situations effectives de l'existence concrète... La distinction de l'essence et de l'existence, et surtout, le prolongement d'une analyse de l'essence en genèse des notions relatives à l'existant, sont quelquefois masqués dans la philosophie d'Heidegger, par l'importance des considérations existentielles, relatives à l'être-dans-le-monde, telles qu'elles apparaissent dans *Sein und Zeit* ; mais dans la seconde partie de *Vom Wesen des Grundes*, Heidegger s'appuie précisément sur la distinction du point de vue ontologique et du point de vue ontique pour expliquer le lien qui existe entre la réalité humaine et l'existence-dans-le-monde »

¹ Lautman 1937a p. 95.

² Lautman 1937a p. 95.

³ Lautman 1937a p. 96.

⁴ Lautman 1937a p. 104. En Lautman 1937b, sont distingués les deux modes de l'imitation et de l'expression, pour caractériser les analogies entre structures et domaines : on retrouvera sous peu ces deux notions dans le rapport fini/infini.

Le mode de domination des Idées sur les théories, cependant, tout en étant platonicien, exige cependant une distinction comparable à celle qu'établit Aristote entre la puissance et l'acte : l'Idée ne domine qu'en puissance la théorie qui l'actualise. Autrement dit, c'est plus le caractère *hégélien* de la conception de cette réalisation de l'Idée qui transparait : la notion de *genèse effective* est la catégorie, héritée de Heidegger, qui permet de « formaliser » plus avant cette réalisation.

« En tant que problèmes posés, relatifs aux liaisons que sont susceptibles de soutenir entre elles certaines notions dialectiques, les Idées de cette dialectique sont certainement *transcendantes* (au sens habituel) par rapport aux mathématiques. Par contre, comme tout effort pour apporter une réponse au problème de cette liaison est, par la nature même des choses, constitution de théories mathématiques effectives, il est justifié d'interpréter la structure d'ensemble en termes d'*immanence* pour le schéma logique de la solution cherchée. Il existe donc un lien intime entre la transcendance des Idées et l'immanence de la structure logique de la solution d'un problème dialectique au sein des mathématiques ; ce lien, c'est la notion de *genèse* qui nous le donne. »¹

Cet engagement de l'abstrait dans la *genèse* du concret, c'est dans une interprétation « transcendantale » [NOTE de Lautman : « au sens de Heidegger »] de la relation de domination qu'on peut encore le mieux en rendre compte. Nous entendons par là montrer qu'un effort de compréhension adéquate des Idées dialectiques est, par le fait même qu'il s'applique à connaître les liaisons internes de cette dialectique, créateur de système de notions plus concrètes où s'affirment ces liaisons ».

Les Idées ne sont pas des substances immobiles dans un univers idéal, à partir desquelles il conviendrait de déployer axiomatiquement les théories. Ce sont des schémas de liaisons possibles *en attente* d'incarnation, elles sont « problématiques », non déterminées en soi ni complètes (non achevées et retournées sur elles-mêmes), et à ce titre, ne sont *pas déterminantes d'objets par elles-mêmes* (contrairement à ce qu'elles sont chez Platon). Cela exclut donc définitivement toute transcendance *simple* des Idées. En s'incarnant, les Idées se réalisent comme *essence* fondement causal d'*existence*, *ratio essendi*, des théories : mais le « dévoilement » de ces Idées *dépend* du progrès des mathématiques effectives, c'est dans l'immanence des théories que les schémas de structures comme *sens compris* se révèlent être le fondement de la *genèse* des théories comme *savoirs d'objets*. Si les Idées sont, pour reprendre la terminologie classique, *ratio essendi* des théories, les théories, elles sont la *ratio cognoscendi* des Idées : la dialectique est loi supérieure de *l'être* métamathématique et du *savoir* mathématique qui fait passer celui-ci du virtuel au réel, en tant que les théories sont la *matière* nécessaire à l'actualisation de ces *formes* idéales.

« La réalité inhérente aux théories mathématiques leur vient de ce qu'elles participent à une réalité idéale qui est dominatrice par rapport à la mathématique, *mais qui n'est connaissable qu'à travers elle*. Ces Idées sont donc bien distinctes des purs arrangements de signes, mais elles n'en ont pas moins besoin d'eux comme d'une matière mathématique qui leur prête un corps où puisse s'affirmer le dessin de leurs liaisons. »²

Ce qui prend la forme d'un paradoxe est en réalité constitutif du rapport dialectique : il n'y a pas de fondement absolu et statique, mais une fondation qui n'est effective que lorsque le fondé est déjà construit. La *différence ontologique* entre l'Être et les étants disparaît ainsi dans sa fixité : les Idées sont transcendantales, mais comme elles ne sont que des schémas logiques, des schémas de liaisons possibles, les théories effectives constituent leur accomplissement historial. De façon *descendante* on parlera de *genèse des théories à partir de l'idée*³, de façon *ascendante*³, cette « *genèse* » au plan de l'étant apparaîtra comme réalisation, ou au sens strictement heideggerien du terme, « *dévoilement* » *ontique d'un problème ontologique*. Voilà ce que signifie *de jure* le fait que les *théories soient des solutions diverses à des « problèmes »*. L'analogie avec les modèles variés que peut admettre un même système axiomatique, qu'ils soient isomorphes si celui-ci est catégorique, ou non,

¹ Lautman 1939 p. 212.

² Lautman 1937c p. 290.

³ Cf. Lautman 1939, Avant-Propos, p. 203.

est ici puissamment suggestive (même s'il n'y a bien sûr aucun hiatus de type métaphysique, dans la théorie des modèles, entre le système et ses modèles).

3. Un geste profondément hégélien

L'Être idéal est donc une esquisse, une préformation de l'étant : d'où la thèse selon laquelle ce sont bien les théories, dans et par leur diversité, qui incarnent et font vivre les dualités dialectiques que sont local / global, fini / infini, structure / existence, continu / discontinu, symétrique / dissymétrique, etc. Ceci me semble au fond bien plus hégélien qu'heideggerien ou même platonicien : la subversion dialectique évoquée ci-dessus de la différence ontologique constitue d'ailleurs *le geste hégélien par excellence* par rapport à la position platonicienne, par-delà même la dialectique transcendantale kantienne (pour qui cependant déjà, les Idées révèlent des *problèmes* de la raison). Pour Hegel, le développement propre et nécessaire du Concept est engendrement et fondation en même temps que réappropriation d'un donné d'entendement singulier et de l'existant singulier que ce dernier représente en extériorité – c'est-à-dire exige *pour soi* la médiation de son autre, cette réalisation du plan du réel, afin de pouvoir prendre forme et poursuivre son développement. Cependant le procès dialectique selon Lautman reste un devenir par *développement* (une des modalités hégéliennes du mouvement dialectique), et non essentiellement par contradiction : les couples de notions qui constituent les Idées, et en amont, celui de l'Un et de la Dyade, sont d'emblée distincts, et ne sont donc pas l'auto-déploiement différencié d'un même principe (l'Idée rationnelle chez Hegel), ainsi que la fin de la citation suivante l'expose :

« Le passage des notions dites "élémentaires" aux notions abstraites ne se présente pas comme une subsumption du particulier sous le général, mais comme la division ou l'analyse d'un "mixte" qui tend à dégager les notions simples auxquelles ce mixte participe. Ce n'est donc pas la logique aristotélicienne, celle des genres et des espèces qui intervient ici, mais la méthode platonicienne de division, telle que l'enseigne le *Sophiste* et le *Philèbe* pour laquelle *l'unité de l'Être est une unité de composition* [je souligne] et un point de départ vers la recherche des principes qui s'unissent dans les idées. »¹

Les propos de Lautman sur le couple fini/infini sont éloquentes sur cette question : ce sont, au niveau métaphysique, deux genres d'êtres distincts, des principes différents qui *s'imitent* ou *s'expriment* l'un l'autre à travers leurs réalisations mathématiques². Ces propos résument le statut de l'Idée comme problème : logiquement antérieure (la théorie résout un problème *qui la précède*), l'Idée est affectée d'une indéfinition fondamentale, d'une virtualité essentielle (puisque la théorie *définit* ce problème, le met en forme en le résolvant). Cette circularité est formulée par J.-M. Salanskis³ dans les termes d'un *cercle herméneutique* : on ne cherche à résoudre que ce qui *pose question*, ce qui « insiste » sans exister comme tel, et la résolution fait exister formellement ce qui ne faisait qu'insister comme sens possible – ce qui *insiste n'existe pas*. La circularité ici ne peut être platonicienne : herméneutique, elle signifie que des problèmes « insistent » dans l'universel-indéterminé et les théories les font exister dans la particularité déterminée : cette antériorité logique du souci, de la question sur la réponse, alliée à la priorité gnoséologique de la réponse *effective* trouve sa formulation canonique au § 63 d'*Être et temps* (1927).

Mais cette circularité est tout autant pensable – le cercle herméneutique ne serait-il pas essentiellement un avatar du cercle dialectique ? – dialectiquement. Hegel propose une dialectique forme / matière, au sens où l'universel (l'*eidos* – l'Idée de Platon), qui n'est pas l'abstrait des catégories d'entendement, est un abstrait *conceptuel* qui veut se *concrétiser* :

¹ Lautman 1937d.

² Il y a un saut qualitatif qui s'opère pour aller de l'un à l'autre : ce saut s'exprime par un rapport d'imitation ou d'expression. La structure interne de l'infini « imite » celle du fini, un domaine fini « enveloppe » un domaine infini « exprimant » celui-là, auquel il est adéquat. Voir par exemple les méthodes hilbertiennes de décomposition algébrique d'espaces fonctionnels (c'est-à-dire de réduction d'un problème d'analyse à un problème d'algèbre), Lautman 1937b p. 167-72.

³ Salanskis 1989, I, « La mathématique vue comme herméneutique », p. 1-31.

l'Idée doit se *réaliser*, et pour cela, se particularise en des formes graduelles incomplètes s'enchaînant les unes les autres.

« La philosophie mathématique, telle que nous la concevons, ne consiste donc pas tant à retrouver un problème logique de la métaphysique classique au sein d'une théorie mathématique, qu'à appréhender globalement la structure de cette théorie pour dégager le problème logique qui se trouve à la fois *défini et résolu* par l'existence même de cette théorie ». ¹

Le fait qu'une Idée soit « problème logique », c'est-à-dire schéma des incarnations possibles des relations entre deux notions, soit ainsi en puissance et actualisée par les théories, ainsi qu'on en a rappelé plus haut la tonalité aristotélicienne, montre que l'Idée de Lautman n'existe qu'en tant qu'elle est accomplie par les théories : ce n'est ni platonicien, ni heideggerien. *Il reste que deux éléments « techniques » corrélatifs distinguent Hegel de Lautman.* Chez ce dernier, la réalisation de l'universel ne s'effectue pas *par contradiction*, mais par la production d'une liaison déterminée entre des notions qui ne sont pas le déploiement de l'unique Idée – puisque l'unité primitive de l'être est une unité *de composition*, ce qui est le second élément.

Ce problème est tout bonnement celui de l'Un et du multiple, et on ne va pas le résoudre ici : cela importe peu présentement. Dans tous les cas, le propos est de penser cette différence ontologique avec une prééminence d'un universel indéterminé qui ne prend forme déterminée que par une matière effective : Lautman a (bien sûr !) eu affaire, en la personne de Maurice Fréchet en 1939², à l'objection classique adressée à la dialectique : ce n'est qu'une métaphore projetée dans l'objet, les Idées étant tout simplement obtenues par abstraction à partir du réel. Lautman y répondit en distinguant la primauté logique des Idées et la primauté chronologique des théories, lesquelles invitent, par l'aspect structural saillant en elles, par les analogies qu'elles recèlent, à aller au-delà et dégager les principes recteurs de leurs développements.

4. La montée vers l'absolu. Du temps dialectique dominant l'historicité théorique

La remontée des théories aux Idées qui les dominent s'apparente pour Lautman à une « montée vers l'absolu » présente chez Descartes, dans le passage chronologique de notre imperfection à la perfection divine dont l'infinité est cause onto-logique de notre idée d'infini – la preuve ontologique comme une « démarche dialectique essentielle »³. Lautman apparente Platon et Descartes, le réalisme des Idées du premier à l'innéisme du second, et cette démarche dialectique essentielle marque l'effectivité d'un authentique *temps dialectique*, manifesté par le fait *d'une unification par l'avenir correspondant à un retour au logiquement antérieur* : c'est l'antériorité chronologique des théories concrètes qui permet d'appréhender ce qui est logiquement fondateur. Ainsi l'unification de la diversité théorique s'effectue par une reprise en raison de l'unité fondamentale : le savoir mathématique n'est donc pas, par là, fragmenté « à la hache » comme le néo-positivisme y aboutit⁴. Le principe est celui de la remontée, à partir d'une réalité mathématique imparfaite donnée, vers la structure parfaite dont celle-là sera rétrospectivement perçue comme une dégénérescence logique⁵ : par exemple les extensions réelle et complexe sont-elles les structures « parfaites » relativement

¹ Lautman 1937a p. 142-3. Je souligne. Cf. les remarques en Deleuze 1968, « Synthèse idéelle de la différence » p. 232-4, et l'examen qu'en opère Salanskis 1998. Deleuze s'approprie la discussion par Lautman du rôle des singularités d'un système d'équations différentielles (Lautman 1939, p. 130-134) pour montrer (arguant du fait que ces singularités et surtout le mode de leur structuration, fournissent le cadre des solutions possibles) que l'Idée est jeu, dans le virtuel, de la différence avec soi, jeu à partir duquel s'engendrent les choses individuelles. On peut reformuler cela en termes hégéliens : l'Idée (le problème) s'auto-prescrit la forme de sa propre résolution, c'est-à-dire se réalise (s'accomplit en dépassant son indétermination) par un auto-développement qui est contradictoire, puisque c'est par la médiation de son autre qu'elle pose comme tel en l'exigeant (le système structuré de singularités). Mais Lautman ne le dit pas ainsi.

² Cavailles & Lautman 1939 p. 617 pour l'objection, p. 628 pour la réponse.

³ Lautman 1937a, III, « La montée vers l'absolu », p. 66-7.

⁴ Cf. Lautman 1937a p. 145.

⁵ Lautman 1939 p. 226.

aux corps des rationnels initial dont elles sont les extensions¹. Parmi les exemples étudiés par Lautman on a choisi l'exemple de l'uniformisation par une surface de Riemann des fonctions algébriques multiformes, exemple passionnant qui a nourri presque un siècle, de Riemann à Weyl, de questionnements tout en témoignant de l'entrelacement, de l'unité profonde des branches de la mathématique.

a. Surfaces de Riemann et revêtement universel : le problème de l'uniformisation

Lautman n'aborde pas en historien les problèmes mathématiques dont il entend montrer la fécondité philosophique : il conjoint ainsi, dans ses exposés, le problème des surfaces de Riemann et du revêtement universel, et celui de l'uniformisation des fonctions multiformes. Certes historiquement, le premier problème a été suscité par les difficultés de résoudre le second, mais l'ordre argumentatif mérite de bien distinguer les deux. Ce que l'on voulait dans la pratique mathématique concrète au 19^{ème}, la plupart du temps, c'était pouvoir calculer des intégrales intéressantes, résoudre des équations différentielles ou paramétrer des courbes avec de bonnes fonctions transcendentes (comme *sinus* ou *cosinus*)², et c'est dans cette dernière classe de problèmes qu'intervient celui de l'uniformisation. On illustre d'abord sur le cas simple de la paramétrisation du cercle ce problème de l'uniformisation, pour montrer ensuite en quoi il peut être partiellement traduit dans les termes du problème du revêtement universel : on introduit à cette occasion la notion de groupe d'automorphismes. On expose alors la relation entre groupe d'automorphismes et groupe fondamental, et l'importante notion de simple connexité : on aura alors les moyens de rendre raison, après avoir introduit le cadre de la topologie des variétés analytiques, de l'interprétation philosophique comme « montée vers l'absolu » que propose Lautman de ces questions, ensuite et au-delà du problème de l'uniformisation. La citation suivante résume cette interprétation :

« la montée vers l'absolu [vers le revêtement universel]... a pour conséquence, non seulement de conférer à un être mathématique la plus grande simplicité de structure interne possible [la surface de Riemann], mais de le rendre à même de donner naissance sur lui à d'autres êtres que lui [les fonctions uniformisantes recherchées]... [Le but est de procéder à] l'étude de la procession des êtres mathématiques les uns à partir des autres, et comme nous le verrons, ce mouvement n'est possible que si la structure de l'être dont procèdent d'autres êtres a été amenée au préalable à un certain état de perfection. »³

C'est à cause de cet enchevêtrement entre les couples structure/existence, absolu/relatif et local/global, etc. que l'on a choisi un mode d'exposition différent de celui de Lautman : mais l'objectif est bien de montrer que, d'un point de vue *logique*, l'uniformisation des fonctions multiformes est bien le résultat fécond de la détermination du revêtement universel d'une surface de Riemann.

i. Un exemple simple d'uniformisation : le cercle

L'équation du cercle de centre (0,0) et de rayon 1 est $x^2 + y^2 - 1 = 0$. Cette équation définit implicitement⁴ y en fonction de x : $y = f(x) = \pm\sqrt{1-x^2}$. Excepté quand x vaut 1 ou -1, f n'est pas uniforme, c'est-à-dire qu'à une seule valeur de la variable x correspond plusieurs (deux ici) valeurs de f . L'objectif est alors de ramener cette fonction multiforme à une fonction uniforme, plus simple à traiter, pour laquelle à une valeur de la variable corresponde

¹ Lautman prend l'exemple des extensions galoisiennes.

² C'est ce genre de problème qui guide encore Poincaré à la charnière entre le 19^{ème} et le 20^{ème} siècles – bonne raison pour l'appeler le « dernier des classiques » comme le défend Chorlay 2004.

³ Lautman 1937a p. 73-4. Pour toute cette section, on renvoie à Weyl 1913, Cartan 1961, et surtout, de façon systématique, à Chorlay 2003, tout en recomposant les éléments donnés en Lautman 1937a II-4 p. 73-81, 96-9, et 174-6 auxquels on ne fera donc pas précisément référence dans cette section.

⁴ Traditionnellement on passe de l'équation homogène d'une surface $F(x,y,z) = 0$ à sa fonction implicite $z = f(x,y)$.

une valeur de la fonction¹. Dans cet exemple, on dit qu'en 1 ou -1, il y a un *point de ramification* de f : le cercle est géométriquement décomposable en deux graphes de fonctions uniformes, la partie positive représentée au-dessus de l'axe des abscisses correspondant à $y = \sqrt{1-x^2}$, la partie négative représentée au-dessous de l'axe correspondant à $y = -\sqrt{1-x^2}$. Dans les termes de Riemann, on dit que f a deux « feuillets » isolés, qui se rejoignent en $x = \pm 1$. Le problème historiquement (depuis Euler et au cours du 19^{ème} siècle) consistait alors à chercher l'intégrale de la ou des fonctions multiformes considérées, ici $y = f(x) = \pm\sqrt{1-x^2}$, en utilisant des fonctions bien connues, le plus souvent des fonctions transcendentes, les fonctions trigonométriques en l'occurrence, et d'effectuer un bon changement de variables : déterminer cette intégrale, c'est trouver une *primitive* de la fonction considérée, ce qui est plus pratique. Pour intégrer ydx (y étant liée à x par une relation algébrique donnée par l'équation du cercle) on pose d'abord $x = \cos t$: l'intégrale est alors $\int \sqrt{1-(\cos^2 t)} dt$. Or on sait par ailleurs que $\cos^2 t + \sin^2 t = 1 \Leftrightarrow \sin^2 t = 1 - \cos^2 t$: on obtient alors $\int \sqrt{\sin^2 t} dt$. L'intégrale de f finalement obtenue, c'est $\pm \int \sin^2 t dt$. Or $\pm \int \sin^2 t dt$, ce que l'on cherchait à titre de primitive de f , on sait bien le calculer.

Autrement dit, ici, on a posé $x = \cos t$, $y = \sin t$, deux fonctions que l'on a exprimées en fonction de t , nouvelle variable : on a uniformisé f par des fonctions transcendantales uniformes². En résumé : on a établi une application de \mathbb{C} sur le cercle – paramétrisé le cercle – c'est-à-dire qu'on a trouvé un paramètre uniformisant t , pour la fonction multiforme $f(x) = \pm\sqrt{1-x^2}$. Cette application $\varphi: t \rightarrow (\cos t, \sin t) = e^{it}$ n'est pas bijective, puisque si l'on prend un point sur le cercle, c'est-à-dire une valeur de x sur l'intervalle $[-1, 1]$ et qu'on lui ajoute ou retranche $2k\pi$ (k pair) on retombe sur le même point. Autrement dit, toute ajout ou retrait (à gauche ou à droite dans la représentation géométrique) d'un multiple pair de 2π à x est une *translation* : l'ensemble de ces translations forme un *groupe* pour l'addition³, le groupe des automorphismes⁴ du couple (\mathbb{C}, φ) , qui est le *revêtement universel du cercle*, même si, par abus de langage, on pourrait dire \mathbb{C} est ce revêtement. Au passage, notons que d'une question d'analyse on est arrivé à une question de structures algébriques.

En résumé, uniformiser la fonction multiforme a consisté à trouver un paramètre, moyennant un bon changement de variable, sur un domaine de définition précis (pas forcément le même que celui de la fonction implicite donnée par l'équation de la surface), permettant d'exprimer d'une autre façon la fonction multiforme de départ. Cela a consisté à déterminer l'*indice de ramification* de la fonction en certains points – l'indice est égal à 2 dans l'exemple –, puis à trouver la façon de souder les parties « autonomes » de la surface (dans l'exemple, les demi-graphes du cercle), sachant que le nombre de « feuillets » de Riemann au-dessus de la fonction f correspond à cet indice de ramification.

ii. L'idée d'une théorie géométrique des fonctions

¹ De façon générale si l'on considère la relation $w = z^p$, la transformation réciproque $z = w^{1/p}$ est multiforme : à chaque valeur non nulle de w correspondent p valeurs distinctes de z . Dans le cas considéré ici, f est « bi-forme », cas particulier de ce cas général puisque $\sqrt{X} = X^{1/2}$.

² Notons deux choses : d'abord, si au lieu d'un cercle, on considère une ellipse, les fonctions transcendentes recherchées sont les fonctions *elliptiques*. Ensuite, ces fonctions sont certes uniformes, mais elles ne sont pas bijectives : leurs fonctions réciproques, *arc cos* et *arc sin* sont multiformes.

³ Un *groupe* est un ensemble muni d'une loi de composition interne, associative, telle qu'il existe un élément neutre e et que tout élément x de l'ensemble possède un élément inverse x^{-1} (dit aussi « symétrique »), de sorte que $xx^{-1} = e$: par exemple $(\mathbb{C}, +)$.

⁴ Le *groupe des automorphismes* de \mathbb{C} (c'est-à-dire des isomorphismes de \mathbb{C} sur lui-même) est composé des transformations linéaires $z \rightarrow az + b$ (a non nul), qui sont des translations pour $a = 1$. Celui de la sphère de Riemann, et du disque-unité, de transformations homographiques.

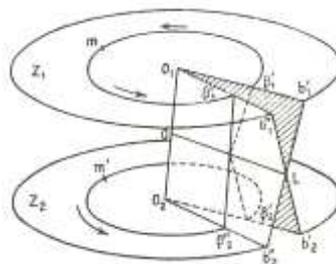
On a ici, en fait, traduit géométriquement¹ la complexité algébrique de la fonction f – et c'est l'étude de cette traduction géométrique qui donne en retour le paramètre uniformisant². L'origine de cette théorie *géométrique* des fonctions est riemannienne : Riemann proposait de considérer un unique point du plan comme la projection de différents points d'une surface, un point par valeur de la fonction ; la fonction qui semblait multiforme dans le plan devenait uniforme sur la surface, mais son argument n'était plus un nombre complexe mais un point sur une surface. Poincaré, comme Klein (et après lui), abordent dans cette même perspective le problème de la théorie des fonctions d'une variable complexe. Bien que le problème ne soit pas *a priori* géométrique, son traitement va passer par la considération des fonctions *sur* des surfaces, avec cette idée que ce sont les propriétés topologiques de ces surfaces qui sont les clés de la démonstration, celle de *simple connexité en particulier*. Cela correspond à une façon de poser les problèmes qui n'est pas du tout évidente à l'époque : les surfaces sont à considérer comme le lieu de définition des fonctions, et leurs propriétés topologiques globales : autrement dit c'est le domaine de définition des fonctions qui devient l'instance déterminante, et ses propriétés topologiques en particulier.

iii. Sortir le revêtement universel de sa « prison terrestre »

Concernant l'exemple du cercle, on voit que n'est pas intervenue la notion de « surface de Riemann », essentielle dans le dispositif général. Il faut, pour atteindre ce que Lautman dit de tout cela, exposer ce cas général. Deux éléments d'importance sont cependant à noter dès maintenant : il se trouve 1/ que ledit groupe des automorphismes de (\mathbb{C}, φ) est isomorphe au groupe fondamental³ (des lacets fermés) du cercle, qui n'est autre que $(2\pi\mathbb{Z}, +)$, c'est-à-dire le groupe des multiples entiers relatifs de 2π pour l'addition, 2/ que ce revêtement universel \mathbb{C} est *simplement connexe*, propriété topologique globale⁴. La profusion de notions a de quoi donner le vertige, mais on va les déployer progressivement.

¹ Ce processus incarne un mouvement de la fin du 19^{ème} siècle et central au 20^{ème} siècle : l'éclatement du paradigme kantien-newtonien en géométrie, à cause du non-euclidien, de la n -dimensionnalité, des espaces abstraits (de fonctions, etc.), a infléchi le socle de la géométrie vers l'algèbre à partir de Klein : autrement dit, la géométrie a commencé de devenir un langage quasi-universel de mathématiques non nécessairement géométriques (comme dans l'analyse complexe), et perdre son statut de science féconde d'objets. Le moment 1872, celui du Programme d'Erlangen de Klein (publié en 1893) officialise ce déplacement, symbole d'un remplacement de paradigmes dont on peut dire qu'il fut une authentique révolution géométrique.

² Cf. l'exemple de Vuillemin 1962 V, p. 305 et suiv. : « On pratique dans chaque feuillet une coupure et l'on rejoint les bords de ces coupures en raccordant les bords opposés comme l'indique notre figure », c'est-à-dire, dans l'exemple du cercle, on raccorde les bords des deux feuillets en $x = \pm 1$. Il ne faut considérer, du schéma donné alors en Vuillemin 1962 p. 309, reproduit ici pour rendre plus perceptible le sens de cette théorie géométrique des fonctions, que l'aspect géométrique, non les symboles qui sont propres à son exemple. Mais le rapprochement me semble judicieux, puisque dans son exemple il n'y a également que deux feuillets.



Ce schéma représente « à la Riemann » une surface de Riemann : on va voir très vite que l'on peut éviter la conceptualisation en feuillets et faire plus simple *conceptuellement*.

³ Groupe fondamental de Poincaré qui a eu un rôle important dans les métriques non-euclidiennes : cf. Lautman 1937 p. 174-7. Où l'on voit de nouveau l'entrelacs des branches des mathématiques, et donc leur unité fondamentale

⁴ Vu, comme on l'a noté au-dessus le caractère également algébrique du problème, on peut comprendre l'expression de « topologie algébrique » qui désigne le champ reconnu de résolution de ce problème – la plupart du temps, les impasses corrélatives sur la dimension historique et l'ordre argumentatif le rendent peu intelligible,

Le procédé général est donc le suivant : on souhaite paramétriser (paramétrer) une surface (définie par exemple dans \mathbb{C}^3 par la fonction $z = f(x,y)$ à partir d'une équation homogène de forme $S(x,y,z) = 0$) c'est-à-dire trouver l'uniformisante de la fonction multiforme f corrélative de l'équation de cette surface¹. 1) On définit sur un *espace abstrait* un « point » p , qui est lui-même paramétrable par une fonction de variable complexe : on définit x comme $x(p)$, y comme $y(p)$, l'espace abstrait où se trouve p étant la *surface de Riemann*. 2) On montre que $p = p(Z)$ où Z est la fonction d'une variable complexe : or Z n'est pas définie sur la surface de Riemann, mais sur son *revêtement universel*, Z étant obtenue à partir d'une fonction holomorphe² (\mathbb{C} -dérivable) non constante et uniforme de \mathbb{C} à valeurs dans \mathbb{C} . Ainsi p est l'uniformisante f sur la surface de Riemann, et Z l'*uniformisante globale* – uniformisant indirectement f – définie sur le plan complexe. Le principe de Dirichlet stipule qu'étant donné une fonction du revêtement universel sur \mathbb{C} , alors cette fonction est *inversible, non constante et uniforme, invariante par transformation automorphe* – ce qui est recherché. Ce principe est un théorème d'analyse réelle (pour les fonctions harmoniques ; l'espace de départ est \mathbb{C}), et il n'a été montré qu'après que ce principe ne vaut que pour la partie réelle de la fonction. Pour qu'il soit valable dans le cas de \mathbb{C} , il faut l'hypothèse topologique globale de *simple connexité*³ sur l'espace de définition.

On voit ici pourquoi le revêtement universel d'une surface de Riemann suscite la *genèse* d'êtres mathématiques à partir de sa *structure* propre : la fécondité de l'objet revêtement universel est bien attesté dans le cas du problème de l'uniformisation des fonctions algébriques multiformes. Seulement on n'a pas encore vu pourquoi le passage d'une surface de Riemann à son revêtement universel incarne une « montée vers l'absolu » *si grosse d'enjeux philosophiques*. Il se trouve que ce problème est l'un des plus féconds et des plus délicats de près d'un siècle des mathématiques les plus abstraites, de Riemann à Weyl. C'est un problème qui a donné lieu de façon assez unique à bon nombre d'innovations conceptuelles incarnant, entre autres, l'unité des mathématiques si chère à Lautman. Et si l'on prend les termes mêmes de Weyl dans l'introduction de *Die Idee der Riemannschen Fläche* de 1913, on est frappé par la fascination exercée par le problème : déterminer la bonne surface de Riemann ou son revêtement universel, c'est dégager une « perle » de sa « prison terrestre »⁴, et, référence à Platon aidant, on n'est pas loin de voir dans ce revêtement universel une Idée platonicienne – au sens non lautmanien du terme, mais au sens classique d'une perfection mathématique – au point que semble indiquée la limpidité du problème, limpidité exactement proportionnelle à la difficulté technique et conceptuelle des étapes exigées pour y accéder.

iv. Rôle de la propriété topologique de simple connexité

et Granger 1999 n'échappe pas malheureusement pas à cela, et se concentre un peu trop sur la forme datée que cette topologie algébrique a prise, sa forme « combinatoire » – celle de la théorie des simplexes et des complexes. Tout cela n'est pas gênant en soi, mais par manque d'explicitation, guide finalement assez peu le lecteur. A titre de repère historique, notons que l'édition de 1955 de Weyl 1913 consacre le passage définitif de la topologie combinatoire à la topologie algébrique, amorcé dans les années 1930. Si en 1913 on travaille sur des variétés triangulées – technique alors tout à fait à la mode – en 1955 Weyl a retraduit ce qui se disait en termes de triangles (simplexes) en termes d'*ouverts*, les simplexes étant alors vus rétrospectivement comme des artifices peu naturels.

¹ On ne parle bien sûr pas, ici, du cas où la fonction en question est d'emblée uniforme, car là il n'y a pas de problème.

² Dans le cas d'une courbe, \mathbb{C} suffit. Travailler sur des surfaces « réelles » consiste en fait à travailler en analyse complexe. Puisqu'on passe en dimension 2, on pourrait considérer \mathbb{C}^2 , mais par bijection on travaille avec \mathbb{C} , appelé pour cette raison le *plan* complexe. Notons que quand on passe du cercle à la dimension 2, les fonctions holomorphes uniformisantes sont toujours invariantes par automorphismes de \mathbb{C} : ces uniformisantes sont les fonctions *fuchsien*nes – dont la détermination fut l'œuvre de Poincaré.

³ En gros, avec cette hypothèse, la partie imaginaire de la fonction est construite par des intégrales qui donnent le même résultat – ce qui est bien pratique.

⁴ Weyl 1923, « Vorwort und Einleitung » p. IV tout particulièrement.

Toujours en lien avec le problème de l'uniformisation, mettons maintenant l'accent sur le rapport entre une surface de Riemann et son revêtement universel, et le rôle de la propriété topologique de simple connexité de ce dernier. On donne ici quelques éléments techniques, pour compléter ceux exposés, indispensables pour saisir cette perfection.

Dès Poincaré, qui considère cependant, contrairement à Weyl par la suite, que la surface de Riemann n'est pas un *objet* mathématique mais un instrument quasi-rhétorique provisoire, le principe de résolution du problème de l'uniformisation consiste à trouver, pour y fonction multiforme de x , une variable z telle que x et y soient fonctions uniformes de z . La stratégie consiste à construire la surface de Riemann S sur laquelle y est fonction uniforme : ce qui change, c'est donc le domaine de définition de la fonction, y étant redéfinie par l'intermédiaire de z . Le second temps consiste à se concentrer sur cette uniformisante z , et à en produire une fonction inverse z^{-1} uniforme de la surface S vers le plan complexe. Le schéma suivant, que je reprends à R. Chorlay¹, explicite clairement le processus : à partir de y multiforme², on construit y uniforme en faisant intervenir z , dont on construit finalement z^{-1} uniforme sur \mathcal{L} :

$$\begin{array}{ccc}
 S & \xrightarrow{z^{-1} \text{ uniforme}} & \mathcal{L} \\
 \downarrow & \Big] & \text{uniforme} \\
 & & y \\
 D & \Rightarrow & \mathcal{L} \\
 \text{plan de } x & & \text{multiforme} \\
 & & y
 \end{array}$$

La plupart des fonctions algébriques uniformes multiformes, à l'instar de l'exemple ci-dessus du cercle, vont être uniformisées grâce à l'intervention de leurs intégrales obtenues à partir de la détermination de z : ces intégrales sont les intégrales *abéliennes*³. Riemann a montré, résultat essentiel, que parmi toutes ces intégrales possibles dont il recherchait celles qui étaient toujours *finies*, que leur nombre est égal au double du genre topologique de la surface, c'est-à-dire à son ordre de connexité. Autrement dit le nombre de solutions possibles pour l'uniformisation de y dépend de la structure topologique de la surface de Riemann.

L'idée pleinement rationalisée par H. Weyl⁴, suite notamment aux travaux de Klein et de Poincaré, va alors consister à mesurer la complexité topologique de cette surface de Riemann S qui a traduit et simplifié, sans l'avoir résolue, d'une façon géométrico-topologique la structure y multiforme. Weyl, à la suite de Klein à qui la sait gré de cette inflexion, va considérer cette surface de Riemann comme un *objet* authentique, c'est-à-dire comme une surface classique. Notons dès maintenant le sens de son intervention – il faudra s'en souvenir dans la section consacrée aux relations de Cassirer à Weyl. L'examen des propriétés de la surface de Riemann devient le socle de la théorie géométrique des fonctions, et il mène cet

¹ Chorlay 2003 p. 9. Weyl 1913 (éd. 1923), § 19, traduction inédite de R. Chorlay, formule le problème comme suit : « Dans la théorie de l'uniformisation, les conceptions de Weierstraß et Riemann se fondent en une parfaite unité. Tandis que selon Weierstraß la configuration analytique (z,u) est décrite *en chaque point* au moyen d'une représentation particulière $z = z(t)$, $u = u(t)$ donnée par un paramètre t (l'uniformisante locale), Riemann obtient une représentation unitaire¹ $z = z(p)$, $u = u(p)$ de l'ensemble de la configuration, mais le paramètre p doit être considéré comme point sur une surface de Riemann (et non comme une variable complexe au sens usuel) ; en théorie de l'uniformisation, il s'agit d'obtenir la représentation unitaire $z = z(t)$, $u = u(t)$ d'une configuration analytique au moyen d'un paramètre t (la variable uniformisante) variant dans un domaine simple¹ du plan complexe ».

² La double flèche du bas du schéma n'est pas l'implication logique, juste l'indication de cette multiformité.

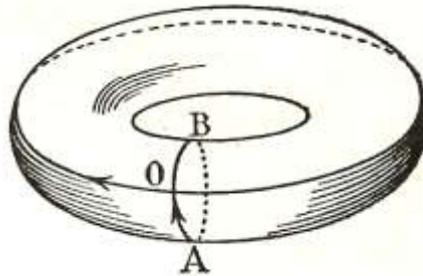
³ Cf. Riemann 1857.

⁴ Weyl 1923.

examen dans un double esprit, de type essentiellement juridico-critique, suivant à la fois une inspiration de type kantien, provenant vraisemblablement de l'influence de Brouwer, et une posture héritée de son maître Hilbert : la question qui le guide est celle des conditions de possibilité de la théorie géométrique qu'il vise. L'institution des objets de la théorie procède alors par stipulations axiomatiques posant la propriété attendue, pour cette théorie, des objets informellement anticipés : le primat de la propriété sur l'objet est ainsi scellé.

Concrètement Weyl va procéder sans faire appel aux feuillettes de Riemann. Certes la surface est bien plus élaborée en soi que le plan complexe, mais sa structure va justement simplifier, par un détour et en retour, le comportement de la fonction, d'une certaine façon se mouler sur elle et faire jaillir de ce moule les traits saillants. Si une fonction est n -multiforme, c'est-à-dire, dans la représentation en feuillettes, contient n feuillettes soudées en croix à la façon du schéma, correspondant aux n valeurs que la fonction prend autour d'un point donné, Weyl définit autant n uniformisantes locales : la surface de Riemann est ainsi constituée par la juxtaposition des voisinages où sont définies ces uniformisantes locales¹. On peut ramener par déformation continue cette surface de Riemann à un disque à deux faces percés de trous : le nombre p de ces trous, qui est le *genre* de la surface, en est un invariant topologique qui en détermine les $2p$ rétrosections, c'est-à-dire le nombre maximum de courbes fermées indépendantes que l'on peut tracer sur cette surface sans la diviser en deux régions séparées : ainsi sur un tore, il y a deux telles rétrosections possibles, ou plus exactement deux classes de rétrosections possibles, chacune constituées de celles qui sont réductibles les unes aux autres par définition continue.

Dans la figure suivante², ces deux courbes ou classes de courbes sont (O) et (AB).



Dans une surface comme un plan euclidien, on peut ramener toute courbe fermée à un point, on dit alors qu'elle est *simplement connexe*. L'ensemble de ces classes de rétrosections ou lacets issues d'un point donné de la surface a une propriété algébrique importante : il forme un *groupe*, le *groupe fondamental* de Poincaré (par lequel ce dernier avait par ailleurs élargi la classe des fonctions solutions des systèmes d'équations différentielles). La donnée essentielle est alors qu'à un lacet sur la surface de Riemann correspond un automorphisme du revêtement universel, lequel est la strate de définition de z^{-1} , où l'on va uniformiser la multiformité globale géométrisée dans S de la fonction y initiale.

v. Représentation conforme d'une surface de Riemann sur \mathbb{C}

Concrètement, il suffit alors de déterminer une *représentation conforme*¹ de la surface de Riemann sur son revêtement universel (qui est soit sur le cercle unité, soit sur une partie du

¹ Le couple local/global est au centre de la définition de Weyl 1913, § 19, de ce qu'est une surface de Riemann. « Soit F une surface, si pour chaque point p_0 de F et chaque fonction $f(p)$ dans un voisinage quelconque de p_0 il est déclaré à quelles conditions $f(p)$ doit être appelée fonction analytique en p_0 , alors est donnée une surface de Riemann ${}^R F$, dont les points sont ceux de F . Cette déclaration doit toutefois satisfaire aux conditions suivantes : (1) Soit p_0 un point de F , il existe une fonction $t(p)$ analytique non seulement en p_0 mais aussi en tous les points d'un certain voisinage de p_0 , et réalisant une application uniformément inversible et ouverte dans le plan complexe des t ; une telle fonction est appelée **uniformisante locale** en p_0 . (2) Soit $f(p)$ une fonction analytique en p_0 et $t(p)$ une uniformisante locale en p_0 , il existe un voisinage U_0 de p_0 dans lequel $f(p)$ peut s'exprimer comme une série entière en $t(p)$ $f(p) = a_0 + a_1 t(p) + a_2 (t(p))^2 + \dots$ », traduction inédite de R. Chorlay.

² Repris de Lautman 1937a p. 75, schéma qu'il reprend à Seifert & Threlfall 1934 p. 4.

plan complexe, sur le plan complexe complété par un point à l'infini topologiquement équivalent à la sphère complexe – dite sphère de Riemann) qui est, dans ces trois cas, *simplement connexe* : cette représentation conforme consiste à associer à chaque rétrosection de la surface intermédiaire un point invariant par automorphisme sur le revêtement universel. Au groupe fondamental de la surface intermédiaire (des surfaces intermédiaires, en réalité, elles peuvent être multiples) correspond ainsi le groupe des transformations automorphes, opérant sur ces points, du revêtement universel : on considère alors le plus petit sous-groupe de ce dernier groupe, le groupe unité, et l'on obtient la classe des chemins fermés réductibles à un point par déformation continue. Résultat : le théorème de la représentation conforme de la surface sur le plan complexe fournit une fonction z associant un point p de S au point t correspondant sur le revêtement universel. Cette fonction $t = z(p)$ possède une fonction inverse z^{-1} telle que $p = z^{-1}(t)$ qui assure la représentation conforme réciproque, étape finale du processus de l'uniformisation.

« En somme, chaque point de la surface multiplement connexe n'était unique qu'en apparence, il possédait une complexité cachée, qui se traduisait par le degré de connexion [connexité] de la surface et en dissociant tous les points confondus pour les éparpiller séparément sur la surface de recouvrement [revêtement universel], on restitue à la surface la simplicité idéale des structures parfaites. »

vi. Homotopie et homologie

¹ On peut remplacer « surface de Riemann » par *variété* : la théorie des variétés consiste notamment, selon qu'elles sont différentielles, algébriques ou analytiques, à en déterminer des modèles locaux, respectivement, une portion définie en termes différentiables de l'espace tangent en un point à la variété, une courbe ou une surface algébrique – c'est-à-dire le lieu d'annulation dans \mathbb{C}^n d'un polynôme –, ou une portion du plan complexe comme on le voit ici. Le *Théorème fondamental de la représentation conforme* stipule que tout ouvert D du plan \mathbb{C} , simplement connexe et distinct de ∞ , est isomorphe au disque ouvert $|z| < 1$. Généralisé aux variétés analytiques, cela donne : tout espace analytique X simplement connexe est isomorphe soit à la sphère de Riemann S_2 , soit à \mathbb{C} , soit au disque-unité $|z| < 1$. Notons ici qu'une fonction *méromorphe* est tout simplement une fonction *holomorphe* définie sur X analytique, à valeurs dans S_2 , laquelle est obtenue, en adjoignant un point à l'infini au plan complexe (par projections stéréographiques des pôles P et P' de la sphère-unité de l'espace \mathbb{C}^3 , leur associant respectivement dans le plan complexe deux points complexes conjugués).

On donne maintenant, à des fins de cohérence technique, la définition de ce qu'est une *variété analytique* en reliant le tout aux notions déjà introduites. Soit X un espace topologique séparé, avec un recouvrement ouvert $(U_i)_{i \in I}$, et pour chaque U_i , une fonction z_i définie sur U_i et à valeurs complexes, qui réalise un homéomorphisme de U_i sur un ouvert A_i de \mathbb{C} . Une condition de cohérence supplémentaire est imposée pour lui donner une structure d'**espace** ou de **variété analytique** : quels que soient $i \in I$ et $j \in J$ tels que $U_i \cap U_j \neq \emptyset$, l'application $f_{ij} = z_i \circ (z_j)^{-1}$ de l'image $z_j(U_i \cap U_j) \subset A_j$ sur l'image $z_i(U_i \cap U_j) \subset A_i$ est une transformation holomorphe de dérivée jamais nulle. On a, autrement dit, $z_i = f_{ij} \circ z_j$ dans $U_i \cap U_j \neq \emptyset$, et f_{ij} est holomorphe et de dérivée jamais nulle dans $z_j(U_i \cap U_j) \subset \mathbb{C}$. Chaque z_i est appelée une *coordonnée locale* dans U_i , le passage d'une coordonnée locale z_i à une autre z_j s'opérant par la transformation f_{ij} .

La **surface de Riemann** au-dessus d'un espace analytique est la donnée (X, φ) , X analytique connexe et $\varphi : X \rightarrow Y$ holomorphe non constante. La surface de Riemann est *non ramifiée* si l'application φ est *non ramifiée*, c'est-à-dire si son indice de ramification est égal à 1. *Autrement dit, on s'est donné un espace topologique séparé et connexe, une application φ continue de X dans Y qui soit localement un homéomorphisme.* Un **revêtement universel** est une telle *surface de Riemann non ramifiée* satisfaisant à la condition plus forte de *simple connexité*. Pour tout b de Y , il existe un $V(b)$ tel quel l'image réciproque $\varphi^{-1}(V(b))$ sur X se compose d'ouverts U_i deux à deux disjoints, dont chacun est appliqué homéomorphiquement sur V par P : c'est là l'élément essentiel, comme on l'a vu, renforcé par un théorème important qui précise que tout ouvert connexe de \mathbb{C} , ou tout espace analytique connexe (donc toute surface de Riemann) possède un revêtement simplement connexe.

Pour finir, distinguons bien homotopie et homologie. L'approche homotopique concerne la définition du groupe fondamental d'un espace topologique (comme une surface de Riemann dans sa strate la plus archéologique) : soient un point P fixé sur cet espace, et l'ensemble E des lacets (chemins partant de A et revenant à A) définis à partir de ce point P. La « concaténation » de deux lacets est encore un lacet¹. On définit une relation d'équivalence R entre deux lacets : deux lacets sont équivalents s'ils ont le même point de départ A, et s'ils sont réductibles l'un à l'autre par déformation continue. Le quotient E/R forme un groupe, et R est la relation d'homotopie. On parle d'*homotopie* entre des applications ou même des espaces en ce sens. Le critère *homologique* lui, provenant de Poincaré, porte aussi sur des lacets : deux lacets sont homologues s'il existe un morceau de la surface dont il forment le bord. Considérons deux cercles concentriques A et B, B étant à l'intérieur de A : on regarde la portion de surface entre A et B, A et B en forment le bord complet, et sont en ce sens homologues. Dans des cas simples, les deux critères se recouvrent, mais ce n'est pas toujours le cas : si l'on prend le cas du tore à deux trous et qu'on définit un lacet entourant le tore et passant entre les deux trous. C'est un lacet homologiquement authentique – il est le bord des tores à un trou qui sont à sa « gauche » ou à sa « droite », mais il est irréductible à un point par déformation continue, donc ne satisfait pas au critère homotopique, qui est un critère plus exigeant².

Relativement au problème de l'uniformisation, Lautman conclut ainsi :

« la surface universelle de recouvrement se présente tout d'abord avec un caractère de perfection par rapport à la surface de Riemann primitive parce que la montée vers elle a fait disparaître les ramifications de la fonction algébrique considérée, mais ce n'est là encore qu'une perfection interne qui résulte de ce qu'une structure plus simple se laissait voir dans le dessin de sa structure primitive ; une autre perfection se manifeste qui n'est plus seulement d'achèvement intérieur, mais de puissance créatrice, c'est ce privilège qu'ont certains domaines de faire naître sur eux un monde nouveau de fonctions et d'intégrales... »³

La strate mathématique initialement étudiée, celle où apparaissent les fonctions multiformes, apparaît en effet rétrospectivement comme une dégénérescence de la troisième, celle du revêtement universel, que le processus a consisté à « dévoiler », à « laisser voir » comme le dit Lautman – vocabulaire pour le coup assez lyrique, comme cela lui arrive assez souvent. Par sa structure, cette strate suprême donne lieu à l'existence d'une uniformisante globale (elle rend possible mathématiquement une forme du couple structure/existence), assure un passage mathématique du local au global, selon un schéma dialectique général à la Descartes renvoyant un donné à un absolu/parfait qui le révèle comme un relatif/imparfait.

b. Au-delà de Brunschvicg et autrement

Comme on l'a rappelé plus haut, Lautman appartient à une génération marquée par l'œuvre de Léon Brunschvicg.

« La lecture des *Etapes de la philosophie mathématique* enseigne au philosophe à associer de façon indissoluble l'élaboration, ou même seulement la compréhension des théories mathématiques et l'expérience que l'intelligence y fait de son propre pouvoir. Toute tentative logique [logiciste] qui prétendrait *dominer* a priori le développement des mathématiques,

¹ On peut d'ailleurs montrer l'isomorphisme entre un tel groupe fondamental et le groupe $(\mathbb{Z}, +)$, les entiers relatifs correspondant au nombre de tours possibles dans un sens ou un autre d'un lacet partant d'un point fixe mais irréductible à celui-ci (par le fait qu'il entoure un autre point fixe du plan), groupe qui est donc à un seul générateur, l'addition correspondant à l'opération de concaténation.

² Le critère homologique prévaut ainsi dans la détermination des intégrales recherchées pour le problème de l'uniformisation, où l'on ne s'impose pas forcément de passer par le revêtement universel. Cf. Granger 1999 sur cette distinction homotopie/homologie, Eynden 1999 sur la lente émergence de la distinction entre les deux critères au 19^{ème} siècle.

³ Lautman 1937a p. 81.

méconnaît donc la nature essentielle de la vérité mathématique, car celle-ci est liée à l'activité créatrice de l'esprit, et participe de son caractère temporel. »¹

La vérité se produit en régime d'inadéquation, résultat synthétique d'une tension à l'œuvre entre des pôles (intelligence / objet), pôles dont le fonctionnement binaire est producteur d'un savoir essentiellement historique. L'articulation concrète entre nécessité et liberté se traduit dans le fait que les savants créent sans arbitraire : leurs créations obéissent à des règles, c'est-à-dire s'effectuent dans le cadre d'une théorie qui prescrit (qui s'auto-prescrit en quelque sorte) forme possible d'une solution aux énigmes qui se posent à et en elles. Ce jeu dialectique immanent à la mathématique *in progress* entre une « raison constituante » et une « raison constituée » explique la création rationnelle sans arbitraire, comme innovation dans un espace de possibles circonscrit et englobé par une structure théorique générale assez stable pour préformer la solution, mais assez ouverte pour ne pas stériliser la recherche. Mais en réinscrivant cette dynamique dans la métaphysique des Idées, qui permet de penser l'unité cachée du développement organique des mathématiques (*i.e.* sa nécessité dans et derrière son historicité), Lautman *se décentre de l'épistémologie historique*.

Même si l'histoire factuelle des mathématiques est faite de créations, d'inventions, de nouveautés dont aucune causalité linéaire ne saurait rendre compte, la genèse des mathématiques à partir des Idées dialectiques n'est pas chronologique : c'est ainsi rétrospectivement que l'on peut voir en cette histoire un développement rationnel et intelligible. Ce n'est pas que Lautman conteste la pertinence d'une épistémologie historique : au contraire : *mais ce n'est qu'un instrument au service d'un objectif autre*. Son traitement des exemples mathématiques est *ordonné au dévoilement de l'unité des théories, par l'illustration non historique, répétée et variée, de la domination de celles-ci par les Idées* ; les exemples sont ainsi directement puisés dans les mathématiques de son époque. Il explicite cela de façon limpide :

« La méthode que nous allons suivre est donc essentiellement une méthode d'analyse descriptive ; les théories mathématiques constituent pour nous un donné au sein duquel nous nous efforcerons de dégager la réalité idéale à laquelle cette matière participe. »²

« La notion de genèse impliquant un certain ordre de l'avant et de l'après, il nous faut d'abord préciser le type d'antériorité de la Dialectique par rapport aux Mathématiques. Il ne peut s'agir... de l'ordre chronologique de la création. Ce n'est pas l'ordre de la connaissance, car *la méthode de la philosophie mathématique est analytique et régressive ; on remonte de l'appréhension globale d'une théorie mathématique aux relations dialectiques que cette théorie incarne...* Nous avons déjà, dans notre thèse, défini l'antériorité de la Dialectique comme celle du "souci" ou de la question par rapport à la "réponse". Il s'agit là d'une antériorité "ontologique" pour reprendre l'expression de Heidegger, exactement comparable à celle de "l'intention" par rapport au "dessein". »

La signification du titre de ses écrits est ainsi patente : « *structure* dialectique des mathématique », « *unité* » et surtout, « *développement actuel* ». La philosophie n'est pas l'auto-réflexion seconde de la science, elle est plus : la vérité de la science n'est pas explicitée par le philosophe, elle est montrée par le philosophe comme supra-scientifique. Cela me semble reconduire et réaffirmer l'injonction hégélienne : le philosophe pense ce qu'est la science au-delà de ce qu'elle fait, et cette injonction consacre de nouveau une opposition raison/entendement, concept/représentations, vérité/savoirs positifs, qui va se traduire, chez Lautman, par son programme de philosophie de la physique dont le slogan est : « Refaire le Timée ».

II. Refaire le Timée : la physique dominée par l'élévation du mathématique au transcendantal (bis)

¹ Lautman 1937a p. 140. Comme le rappelle S. Lautman, dans l'Introduction à Lautman 1946 p. 5, il s'était notamment chargé de l'introduction à une anthologie éditée à l'époque des textes « du maître ».

² Lautman 1937a, p. 29.

Voici comment Lautman résume son programme, dont il n'aura pas réussi à s'acquitter faut de temps :

« Il y a à édifier la théorie des Idées, et ceci exige *trois sortes de recherche* [je souligne]. Celles qui ressortissent à ce que Husserl appelle l'eidétique descriptive, c'est-à-dire, ici, la description de ces structures idéales, incarnées dans les Mathématiques et dont la richesse est inépuisable. Le spectacle de chacune de ces structures est à chaque fois plus qu'un exemple nouveau à l'appui d'une même thèse, car il n'est pas exclu qu'il soit possible, et c'est la seconde des tâches assignables à la philosophie mathématique, d'établir une hiérarchie des idées et une théorie de la genèse des idées les unes à partir des autres, comme l'avait envisagé Platon. Il reste enfin, et c'est la troisième des tâches annoncées, à refaire le *Timée*, c'est-à-dire à montrer, au sein des Idées elles-mêmes, les raisons de leur application à l'univers sensible. »¹

L'analyse des Idées aboutit au passage du virtuel au réel, par l'intermédiaire d'une « dialectisation » de l'a priori structural, c'est-à-dire du *transcendental même*². Lautman « s'empare » ici de Kant par l'intermédiaire d'Heidegger, en les renvoyant à Platon, mais à un Platon implicitement hégélianisé. « La métamathématique qui s'incarne dans la génération des Idées et des nombres ne saurait donner lieu à son tour à une métamathématique ; la régression s'arrête dès que l'esprit a dégagé les schémas selon lesquels se constitue la dialectique. »³ Cependant la théorie de la genèse des Idées et de leur hiérarchie reste chez Lautman à l'état d'un *projet*, qui n'est pas une doctrine achevée malgré la netteté de ses contours. Le programme est donc dans son premier volet celui d'une « *eidétique descriptive* » (expression sur laquelle insiste fort J. Petitot, qui tire ainsi beaucoup Lautman vers Husserl⁴), c'est-à-dire d'une description exhaustive des structures idéales incarnées théoriquement. Elle doit être fondée sur une hiérarchie des idées ainsi que de leurs modes d'engendrement, hiérarchie qu'il faut établir. C'est le second volet, qui manifeste l'ampleur et l'exigence totalisante du projet *philosophique* de Lautman, qui intéresse maintenant: « Refaire le *Timée* », c'est-à-dire « montrer, au sein des idées elles-mêmes, les raisons de leurs applications à l'univers sensible »⁵. On va voir à quel point ici Lautman est bien plus platonicien et hégélien que kantien. Certes la dimension transcendantale va être très présente par le biais de l'existence d'un *a priori* préformatant l'objet physique, mais, « refaire le *Timée* » va consister à refonder *conceptuellement* la science positive *dans sa nécessité dialectique, c'est-à-dire rationnelle et non légale-factuelle* – comme chez Hegel.

Commençons par étudier ce que Lautman appelle le rapport de « *symbolisation* » qu'entretiennent Idées dialectiques, théories mathématiques, et réalités physiques. On sera amené alors à regarder de près ce que sont les « mixtes », aux tonalités à la fois kantienne et platoniciennes, ce qui ne manquera pas d'être en partie paradoxal. On illustre finalement cette question des « mixtes » avec le rôle de la décomposition spectrale d'un opérateur d'un espace de Hilbert dans la résolution d'un problème de mécanique quantique⁶.

1. La « symbolisation » et l'ambiguë référence à Kant

L'unité du dialectique, du mathématique et du physique s'exprime par le fait qu'il y a symbolisation du rapport dialectique/mathématique par le rapport mathématique/physique : « [...] le processus de liaison d'une théorie et de l'expérience symbolise la liaison des Idées et des théories mathématiques. »⁷ Cette symbolisation signifie qu'il y a équivalence de structure, analogie d'organisation, comparabilité des deux rapports (tous ces termes sont de Lautman).

¹ Cavailles & Lautman 1939 p. 609.

² Cf. Petitot 1987 p. 90-91. Cf. supra § 1.1.3.

³ Lautman 1937a p.144-5.

⁴ Comme à son habitude : cf. Petitot 1987 et 2001.

⁵ Cavailles & Lautman 1939 p. 609, et sur des prolongements possibles de ce programme, Kerszberg 1987.

⁶ Pour les développements : Lautman 1937a, « Les mixtes », § « L'espace de Hilbert » p. 109-17 ; Lautman 1946, p. 264-73 principalement, sur les principes de la mécanique quantique.

⁷ Lautman 1937a p.146.

Les « faits » mathématiques et physiques se relient en dernière instance aux Idées : ils « s'organisent ainsi sous l'unité de la notion qui les résume, le réel cesse d'être la pure découverte du fait nouveau et imprévisible, pour dépendre de l'intuition globale d'un être supra-sensible. »¹ Précisons le rapport mathématique/physique : le caractère organique des théories en fait les véritables réalités « inhérentes » à la science, unissant sous des thèmes structuraux faits, êtres, et méthodes. La réalité physique elle n'intervient que dans le cadre d'un « système physique » *déjà idéalisé-mathématisé* : on retrouve donc la fonction de structuration a priori du réel propre à la pensée mathématisante, intrinsèquement *concrète-abstraite*².

« Le processus de liaison de la théorie et de l'expérience *symbolise* [je souligne] la liaison des Idées et des théories mathématiques. De même que nous avons reconnu que la réalité mathématique n'était pas au niveau des êtres mathématiques, mais à celui des théories, le problème de la réalité physique n'intervient pas au niveau d'une expérience isolée, mais au niveau de ce qu'on pourrait appeler un *système physique* [je souligne]. »³

La réalité physique est déterminée par la mathématique qui la décrit : la structuration ou modélisation de l'expérience est inséparable de l'expérience même : d'où cette phrase forte, résumant la « philosophie de la physique » exigée, à la portée et à la voie identique à la philosophie des mathématiques :

« Ici encore la réalité réside dans la découverte d'une structure qui est organisatrice par rapport à une matière qu'elle anime de ses relations. »

Nature platonicienne du mixte et instrumentalisation du schème kantien

Au premier abord, le problème de la philosophie de la physique, l'union mathématiques/réalité, n'est pas celui de la philosophie des mathématiques, l'union dialectique/mathématiques. Pourtant, la relation mathématique/dialectique « symbolise » la relation réalité/mathématiques : cela doit signifier que la réalité traduit à sa façon des liaisons / structures mathématiques. Pour Lautman, ce sont les *mixtes*, objets homogènes à deux genres d'êtres hétérogènes entre eux, qui apportent la solution, témoignant de ce que la mathématique est médiane, sur le mode platonicien⁴, parce qu'il existe ces « mixtes »⁵ qui sont des objets *mathématiques* assurant une genèse médiate d'êtres *mathématiques* à partir du dialectique, caractérisés par une dualité interne. On va voir que le gros problème ici, c'est de savoir entre quoi et quoi ces objets sont des mixtes : or les références conjointes à Platon et au schématisme kantien indiquent bien que le mixte est intermédiaire entre le sensible et l'intelligible, entre la dialectique et le réel chez le premier, entre l'a priori de la catégorie et l'intuition de la forme temporelle chez le second. D'ailleurs, chez Euclide, les *objets géométriques étaient déjà de tels mixtes, sensibles en tant que* figures graphiques construites, selon le mode constructif à la kantienne, par la règle et le compas, comme le cercle, et simultanément intelligibles, en tant qu'objets idéalement déterminés. Voyons l'aporie qui se dégage de cette double référence.

La référence essentielle de Lautman à Kant est résumée dans la citation suivante :

« Certaines genèses mathématiques... obéissent à des schémas plus compliqués où le passage d'un genre à un autre genre nécessite la considération de mixtes intermédiaires entre le domaine et l'être cherché ; le rôle médiateur de ces mixtes va résulter de ce que leur structure imite encore celle du domaine auquel ils se superposent, alors que leurs éléments sont déjà du genre des êtres qui naissent sur ce domaine. Voulant adapter l'une à l'autre des réalités radicalement

¹ Lautman 1937a, p.136.

² Cf. Lautman 1937a p. 51 par exemple.

³ Lautman 1937a p. 145-6.

⁴ Cf. l'image classique de la ligne en *République* VI, 509d-511e, où les mathématiques sont l'intermédiaire proportionné entre le sensible et l'intelligible, et Brunschvicg 1912 p. 43-70.

⁵ La notion de mixte remonte directement à Platon. Cf. Lautman 1937a II-5 « Les mixtes » p.109-117 et Lautman 1946 p. 164-5. Voir les éléments de Vuillemin 1962 § 40-41.

hétérogènes, les mathématiques retrouvent dans leur développement propre la nécessité logique d'une médiation comparable à celle du schématisme de l'Analytique transcendantale, intermédiaire entre la catégorie et l'intuition. Le texte où Kant définit le schématisme est pour nous à cet égard d'une importance qui dépasse de beaucoup le problème spécial de la philosophie de l'entendement ; il contient comme une théorie générale des mixtes que nous verrons s'appliquer presque parfaitement aux besoins de la philosophie mathématique...¹ Le moment essentiel de cette définition est celui où le schème est conçu à deux points de vue différents, comme homogène à la nature de deux réalités essentiellement distinctes et entre lesquelles il sert d'intermédiaire nécessaire pour tout passage de l'une à l'autre. Les mixtes des théories mathématiques assurent le passage d'un domaine de base à l'existence d'êtres créés sur ce domaine, par l'effet d'une pareille dualité interne. »²

Au premier abord, on s'imagine que le mixte lautmanien est une reprise de type néo-kantienne de la thèse selon laquelle la constitution des objectivités physiques opère *via le mathématique, qui, puisqu'il est médiateur, devient le transcendantal* – et l'on retrouverait alors la posture déjà observée chez Bachelard³. Ainsi l'affirmation suivante de Lautman :

« On sait comment la théorie de la relativité accentue encore cette identification [cf. point de vue de Riemann] du contenant et du contenu : la matière n'est plus considérée comme située dans l'espace, les propriétés de l'espace en chaque point étant déterminées par la densité de la matière en ce point. La géométrie et la physique se constituent solidairement, de sorte qu'il est impossible de séparer l'espace, la variété riemannienne et la matière. » p. 51.

Ou encore : « Il est peut-être possible d'admettre que la constatation d'une mesure isolée soit antérieure à toute élaboration mathématique, mais quelle que soit la phrase ou la relation par laquelle on coordonne deux mesures, l'expression obtenue se situe déjà au sein d'une mathématique. [...] parler de grandeurs successivement mesurables, c'est parler le langage des opérateurs permutables en mécanique quantique ; [...] constater la périodicité d'un phénomène, c'est se servir pour représenter ce phénomène des fonctions trigonométriques. »⁴

La réappropriation du schématisme kantien, essentiellement constitué par l'acte de mathématisation/structuration mathématique du réel, montrerait ainsi que Lautman reprend à son compte l'idée d'une *constitution de l'objectivité de type transcendantale*. Mais en réalité, ce n'est pas l'activité d'un sujet au sein des formes a priori de sa sensibilité et de son entendement, même repensée à la lumière de la fonction structurante des mathématiques, qui assure cette schématisation : ce sont bel et bien les Idées problématiques comme couples de notions dialectiques qui déterminent, par la médiation du mathématique, le physique. La référence au schématisme transcendantal, signifie ici, en réalité, seulement qu'il existe des éléments inassimilables par le concept, comme le disait Kant, et qui relèvent d'une *forme* qui est en fait le *cadre de présentation*, de modélisation des phénomènes : en gros le passage par le transcendantal, ici, signifie simplement la nécessité d'un médium mathématique : mais alors rien ne distingue foncièrement cette position de celles de Duhem ou plus récemment de Quine, puisque c'est essentiellement, et c'est affiné avec l'insistance lautmanienne de

¹ Lautman cite à ce moment le texte suivant : « Or, il est évident qu'il doit y avoir un troisième terme qui soit homogène, d'un côté à la catégorie et de l'autre au phénomène et qui rende possible l'application de la première au second. Cette représentation intermédiaire doit être pure (sans aucun élément empirique) et pourtant il faut qu'elle soit d'un côté intellectuel, et de l'autre sensible. Tel est le schème transcendantal... Une détermination transcendantale du temps est homogène à la catégorie (qui en constitue l'unité), en tant qu'elle est universelle et qu'elle repose sur une règle *a priori*. Mais d'un autre côté elle est homogène au phénomène, en ce sens que le temps est impliqué dans chacune des représentations empiriques de la diversité. Une application de la catégorie à des phénomènes sera donc possible au moyen de la détermination transcendantale du temps, c'est cette détermination qui, comme schème des concepts, sert à opérer la subsomption des phénomènes sous la catégorie. », texte situé en Kant 1781-7, *Analytique Transcendantale, Analytique des Principes*, I, « Du schématisme des concepts pur de l'entendement », p. 885.

² Lautman 1937a p. 106-107.

³ Cf. Bachelard 1951 p. 128. On verra qu'une ambiguïté massive affecte l'élargissement cassirérien du schématisme : on peut élargir le schème transcendantal en signe langagier, c'est-à-dire en insistant sur le mixte du *schème* (le *symbole* est homogène à l'intuitif, comme signe sur du papier, et au conceptuel qu'il « dénote »), ou au contraire, sur le côté transcendantal, par une telle substitution fonctionnelle, à la Bachelard, du mathématique à la spatio-temporalité pure.

⁴ Lautman 1937a p. 146.

l'objectivité des *théories*, une prise de position holiste, comme en témoigne la phrase suivante déjà citée

« De même que nous avons reconnu que la réalité mathématique n'était pas au niveau des êtres mathématiques, mais à celui des théories, le problème de la réalité physique n'intervient pas au niveau d'une expérience isolée, mais au niveau de ce qu'on pourrait appeler un *système physique* [je souligne, l'expression vient de Duhem]. »¹

En résumé : si la thèse de la symbolisation est que le rapport physique/mathématiques est analogue au rapport mathématiques/dialectique, alors éventuellement peut-on qualifier de kantienne sa caractérisation « mathématique-transcendantale » du premier rapport. Mais il me semble au contraire que pour lui, les niveaux mathématique et physique sont deux *réalisations distinctes du niveau dialectique mais également dominés par lui, ce qui est tout sauf kantien*. L'exemple du rapport symétrie/dissymétrie va dans le sens du cas 2 : les (dis)symétries naturelles *autant que* et avec le même statut que la (non)commutativité mathématique incarnent la dialectique du même et de l'autre.²

« La distinction qui s'établit ainsi au sein d'une même notion entre les propriétés intrinsèques d'un être ou d'une notion et ses possibilités d'action nous semble s'apparenter à la distinction platonicienne du Même et de l'Autre qui se retrouvent dans l'unité de l'Être. Le Même serait ce par quoi une notion est intrinsèque, l'autre ce par quoi elle peut entrer en relation avec d'autres notions et agir sur elles. »³

Partant de considérations sur la cristallographie et les travaux de Pierre Curie, il écrit ainsi

« En voyant ainsi définir le sensible par un mélange de symétrie et de dissymétrie, d'identité et de différence, il est impossible de ne point évoquer le *Timée* de Platon. [...] les matériaux dont est formé l'Univers ne sont pas tant les atomes et les molécules de la théorie physique que ces grands couples de contraires idéaux comme le Même et l'Autre, le Symétrique et le Dissymétrique, associés entre eux selon les lois d'un harmonieux mélange. [...] *Une commune participation à une même structure dialectique mettrait ainsi en évidence une analogie entre la structure du monde sensible et celle des mathématiques et permettrait de mieux comprendre comment ces deux réalités sont accordées l'une à l'autre* [je souligne]. »⁴

C'est donc très clair : de façon générale, une *participation* déclinée sur des plans distincts, des phénomènes et des mathématiques, aux schémas dialectiques de structure – les théories comme *modèles* instanciant ces schémas –, est le cœur des prolégomènes à une philosophie de la physique *non-kantienne* qu'il faut édifier. L'ambitieux programme de J. Petitot, prendre la mesure de ce trait et fonder ainsi que formaliser le schématisme mathématisant qu'opère la pensée des concepts scientifiques (dans son effort de constitution d'ontologies régionales structurellement unifiées) s'est amplement nourri de la philosophie mathématique lautmanienne. L'inflexion qu'il propose de celle-ci, une « désontologisation » radicale des Idées dialectiques, c'est-à-dire leur (re)transformation – kanto-husserlienne – en *concepts réflexifs*, lui a sans nul doute permis d'en réintégrer le dispositif philosophique dans son programme de naturalisation de l'intentionnalité, élaboration d'une *physique du sens*⁵. Mais c'est au prix d'une interprétation néo-kantienne de Lautman en désaccord avec la lettre de son discours : ce n'est bien sûr pas un problème *per se*, mais il me semble important de préciser cet écart.

¹ Lautman 1937a p. 145-6.

² Cf. Kerzberg 1987 sur le sens possible en physique relativiste de cette dialectique des Idées, Weyl 1952 sur la symétrie, et avant tout Lautman 1946 pour la présentation successive des domaines *illustrant* la dialectique du couple même/autre.

³ Lautman 1937d p. 302-3.

⁴ Lautman 1946 p. 241. Voir les indications d'O. Costa de Beauregard, qui, tout en reconnaissant la compétence de Lautman (notamment sur l'œuvre de L. de Broglie), distingue ce qui n'est plus d'actualité dans ses orientations de ce qui fut corroboré par la suite : Lautman 1977, Avant-Propos, p. 233-8.

⁵ Programme reprenant les orientations scientifiques (morphogénétique et sémiophysique) du maître du genre qu'était René Thom : cf. par exemple Petitot 1993.

2. L'espace de Hilbert, mixte kanto-platonicien, et l'équation de Schrödinger

Voici comment Lautman décrit ce que l'objet mathématique *espace de Hilbert* révèle de ce rapport entre réalité physique, objectivité mathématique et Idées dialectiques :

« On a souvent opposé la physique du continu à la physique du discontinu ; [mais ce] n'est pas un problème de physique, le drame se joue plus haut, au niveau des mathématiques ; [...] ce mixte qu'est l'espace de Hilbert est homogène au continu par la nature et la topologie de ses éléments, et au discontinu par ses décompositions structurales. La théorie des rapports mathématiques du continu et du discontinu nous paraît donc recevoir tout son sens du fait qu'en elle s'incarne le schéma de genèses plus abstraites. »¹

Comme dans l'exemple précédent, on va recomposer les éléments techniques nécessaires pour appréhender progressivement en quel sens l'espace de Hilbert est un mixte particulièrement riche. (1) En lui s'incarne un schéma abstrait de genèse puisque, homogène au continu par la nature et la topologie de ses éléments, et au discontinu par ses décompositions structurales, il donne forme au couple dialectique continu/discontinu. (2) Puisqu'il structure le dispositif de modélisation du phénomène physique (l'état dynamique d'une particule), celui-ci ne prend sens et intelligibilité qu'en étant préformé par lui, d'où un rapport de domination analogue au premier – c'est-à-dire « symbolisation ». Regardons cela en détail.

Quelques remarques informelles

L'équation de Schrödinger (nommée S par la suite) est une équation d'onde associée à une particule : elle sert à déterminer les caractéristiques de cette particule par l'intermédiaire de son onde associée (dite de De Broglie). Cette équation quantique non relativiste est une approximation à faible vitesse de l'équation relativiste de Dirac où la fonction d'onde est plus complexe, quadridimensionnelle. Dans S le temps t sert juste à suivre l'évolution du système : elle est déterminée par les coordonnées (x, y, z, t) , ou (r, t) , la masse m et la quantité de mouvement (impulsion) p de la particule. Cette équation est résoluble pour *certaines* des valeurs de ces variables. Le domaine de variation de cette variable est un domaine de base continu nommé D . Les solutions de cette équation sont dites ses *fonctions propres*, et constituent la suite des niveaux d'énergie de la particule.

La « quantification », le passage d'une équation de la mécanique classique à une équation de la mécanique quantique s'effectue par le remplacement des *grandeurs physiques* initiales, lesdites variables, par des *opérateurs* (transformant l'élément d'un ensemble en un autre élément du même ensemble). Ces opérateurs sont associés à des grandeurs physiques *réelles* et sont donc ici *hermitiens*. Ces opérateurs « agissent » ici sur les fonctions d'un espace de Hilbert². Une opérateur a pour fonction de « contracter » ou « dilater » le vecteur sur lequel il s'applique, en le multipliant par un coefficient de colinéarité : si le nouveau vecteur obtenu par l'action de l'opérateur sur un vecteur donné est un multiple de celui-ci, le vecteur est dit *vecteur propre de l'opérateur* et le coefficient la *valeur propre associée au vecteur*, et dans ce cas là cet opérateur est une *observable*, c'est-à-dire ce qui permet d'obtenir une mesure quantitative d'un phénomène. En l'occurrence, le système physique (quantique) de la particule dont on cherche à déterminer les variables, à mesurer l'amplitude de l'onde associée, est ici un système simple à une particule, mais un système à multiples particules en interaction serait une extension de cet exemple ; les solutions $\Psi(r, t)$ de S sont dites *fonctions d'onde (fonctions propres de l'équation)*. L'état du système à un temps donné est représenté par une telle fonction d'onde $\Psi(r, t)$ sur laquelle agit l'opérateur, fonction qui définit – c'est son « noyau » – l'équation de Schrödinger S qui est résolue comme suit : 1/ on remplace les *grandeurs physiques* variables caractéristiques de la particule par les *opérateurs*

¹ Lautman 1937a p.117.

² Cf. l'éclairant Fréchet 1948 sur la théorie des espaces abstraits.

correspondants. 2/ on fait agir les opérateurs sur $\Psi(r, t)$, afin d'avoir un ensemble discontinu de solutions¹.

i. Espace de Hilbert

Un espace de Hilbert X est un espace vectoriel normé de dimension infinie muni de la norme associée au produit scalaire, et complet pour cette norme. Techniquement on va se limiter au cas de la dimension finie pour plus de commodités² : il faudra garder à l'esprit que ça marche dans l'infini, et que les résultats recherchés y sont calculables, et pas seulement énonçables³. X est un espace vectoriel : c'est un ensemble d'éléments où sont définies l'addition de deux vecteurs et la multiplication d'un vecteur par un nombre complexe. Il est préhilbertien au sens où son produit scalaire est hermitien : deux vecteurs $x, y \in X$ sont tels que : le produit scalaire (x, y) est linéaire, possède la « symétrie hermitienne » $(x, y) = \overline{(y, x)}$, et est défini positif tel que $(x, x) = |x|^2 > 0$ et $(x, x) = 0$ si et seulement si $x = 0$. X est hilbertien en ce qu'il est préhilbertien, et complet pour la norme associée à ce produit scalaire hermitien, c'est-à-dire que toute suite de Cauchy d'éléments de X converge dans X . En dimension finie, tout espace préhilbertien est hilbertien et donc complet, et tout sous-espace de Hilbert fini est un espace de Hilbert.

ii. Base hilbertienne

Un théorème important stipule que tout espace de Hilbert X admet une *base hilbertienne* (algébrique dans le cas fini), qui est une famille de vecteurs $(e_i)_{i \in I}$ de X orthonormale, c'est-à-dire telle que $\langle e_i | e_j \rangle$ est nul si $i \neq j$, égal à 1 si $i = j$. Le choix de cette base, lié à la décomposition structurale de X est « l'étape essentielle » du schéma de genèse, car il va permettre de construire un sous-espace de X analogue au sous-espace des solutions de S dans l'ensemble des fonctions de carré intégrable (sommable) sur $[0,1]$, noté $L^2([0,1])$ sous-espace de l'espace infini continu $L^2(I, \mathcal{L})$, qui est un espace de Hilbert muni de la norme associée au produit scalaire hermitien $\langle f | g \rangle = \int_0^1 \overline{f}g dx$.

iii. Opérateur hermitien

Un *opérateur hermitien* de X est un opérateur de transformation de X , qui généralise les transformations conservant la distance entre deux éléments. H opérateur linéaire agissant sur x appartenant à la base hilbertienne V convenablement choisie de X implique⁴ – en vertu des axiomes de l'espace de Hilbert donnés par Von Neuman, dit Lautman⁵ :

$$Hx \in V$$

¹ Comme me l'a fait remarquer R. Chorlay, les interprétations de cette dialectique continu/discontinu sont multiples : à l'époque, c'est toujours le problème de cordes vibrantes qui était pris comme exemple, mais la technologie numérique actuelle fournit une illustration tout à fait parlante. Chaque fonction exprimant un son variant, une harmonique quelconque, est remplacée par une suite discontinue de nombres diversement implémentable – à l'instar des coefficients d'une série de Fourier.

² Cf. Wagschal 1995 pour le détail technique.

³ L'idée d'une matrice diagonale infinie *calculable* n'est pas des plus immédiates, c'est notamment ce qui fait la beauté de l'affaire. Plus précisément : une base de X est famille de vecteurs telle que tout vecteur de X s'écrit comme combinaison linéaire *finie* de vecteurs de cette base. Dans une base hilbertienne c'est un peu différent : tout vecteur de X est *limite* d'une suite *infinie* de vecteurs en combinaisons linéaires. L'ensemble des vecteurs engendrés par une base hilbertienne est donc *dense* dans l'ensemble. Une base hilbertienne infinie est ici orthonormale parce que la diagonalisation de l'opérateur hermitien (l'opération est un endomorphisme) se fait dans une matrice orthonormale.

⁴ Pour la présentation de la définition axiomatique par Von Neuman de ces espaces hilbertiens : Lautman 1937a p. 112-3.

⁵ Lautman 1937a p. 114.

$(x, Hx) = H(x, x) = \overline{H(x, x)}$ avec $\forall x \in X, x = \sum c_i \varphi_i$ (car dans X, il existe une infinité de bases possibles).

Il faut définir maintenant ce que signifie la **diagonalisation**¹ d'un tel opérateur, ainsi que les notions de **vecteurs** et de **valeurs propres**. Soit φ un vecteur, x_i et x_k en sont ses composantes sur les axes de coordonnées. Ainsi à l'opérateur **H** (x_i, x_k) on associe une *matrice de coefficients* A composée de α_{ik} qui contient donc des termes α « rectangles » ($i \neq k$) et « carrés » ($i = k$). On choisit une base $(\varphi_1 \dots \varphi_n)$ telle que les composantes x_i et x_k des vecteurs φ soient toujours telles que $i = k$. L'étape essentielle consiste maintenant à trouver une base privilégiée V de X telle qu'on puisse passer de ses vecteurs propres aux valeurs propres de S. On cherche la « matrice carrée » de cette base privilégiée V choisie parmi l'ensemble des bases orthogonales en lesquelles X se décompose : cela s'effectue par la réduction des formes quadratiques en sommes de carrés.

« Il est [...] possible, et c'est là le point central de la théorie, de trouver un système de vecteurs de base privilégié $\varphi_1, \varphi_2 \dots \varphi_n$ [de X], tel que les composantes d'un vecteur x étant devenues dans ce système $x_1', x_2' \dots x_n'$, la forme hermitienne soit transformée en une somme $\sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i x_i' \bar{x}_i'$ ne contenant plus que des termes carrés. »²

iv. Diagonalisation de la matrice associée à l'opérateur

On va alors considérer les α_i de la matrice obtenue par diagonalisation de l'opérateur de X opérant sur cette base, α_i qui sont les valeurs propres de cet opérateur. La matrice A caractérisant l'opérateur $H(x, x)$ est transformée en une matrice A' ne contenant plus que des termes diagonaux où les α_{ik} deviennent des α_i qui sont les « valeurs propres » de H, auxquelles sont associés les vecteurs propres φ_i : cette réduction à une forme quadratique donne A', matrice diagonale représentative :

$$A' = \begin{pmatrix} \alpha^1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \\ 0 & & \alpha^n \end{pmatrix}$$

C'est-à-dire que $H(x, x)$ est la somme de ses « projections » via le choix de décomposition, représenté par A', de X en sous-ensembles orthogonaux dont les vecteurs propres sont en correspondance aux valeurs propres de $H(x, x)$. La base $V = \{\varphi_i\}$ est une base orthonormée de X : soit β un vecteur de X : on peut écrire

$$\beta = \sum_i c_i \varphi_i$$

où les c_i sont les composantes du vecteur β décomposé sur la base $\{\varphi_i\}$. H opérateur de X agissant sur β donne β' tel que $\beta' = H\beta = H(\sum c_i \varphi_i) = \sum c_i H\varphi_i$. Les transformés $H\varphi_i$ se décomposent tels que :

$$H\varphi_i = \sum_j a_{ji} \varphi_j$$

Les a_{ij} sont les éléments du type de ceux de la matrice A' sur $\{\varphi_i\}$.

« On voit donc le double rôle des vecteurs propres : ils ont un rôle structural dans l'espace [X] dont ils sous-tendent les parties orthogonales les unes aux autres, ils ont également un sens

¹ On reste, comme on l'a dit, dans le cas fini : là on sait qu'il y a des bases, des valeurs propres etc. Quand on passe dans le cas infini, l'énoncé « tout espace vectoriel a une base » exige l'axiome de choix.

² Lautman 1937a p. 114.

d'existence pour l'opérateur [H] puisqu'ils constituent le système de vecteurs privilégiés qui permet la réduction de la forme hermitienne en une somme de carrés. »¹

X se décompose en sous-espaces tels qu'un sous-espace « privilégié », la base hilbertienne V, soit déterminable, définie par des vecteurs propres de X en correspondance à des valeurs propres à X : c'est là le point fondamental. On « passe » des vecteurs associés aux valeurs propres de H à l'équation intégrale S, ces vecteurs de H, en tant que fonctions, étant les solutions *discontinues* de S. X est un « mixte » entre le domaine continu de variation des variables et la suite discontinue des valeurs solutions, suite qui est sous-espace de l'espace $L^2([0,1])$ des fonctions de carré intégrable. X va donner les solutions $f(s) \in L^2([0,1])$, en faisant passer des grandeurs de S à ses opérateurs qui en retour vont permettre de déterminer ces fonctions propres $f(s)$ du noyau $\Psi(r, t)$ de S. Il est donc

« essentiel de remarquer que les opérateurs ainsi définis [l'opérateur hamiltonien en l'occurrence] ne sont conçus que comme opérant sur des fonctions satisfaisant à certaines conditions qui en font des fonctions de ce qu'on appelle un espace de Hilbert. C'est ainsi qu'en mécanique ondulatoire, les opérateurs correspondant à des grandeurs physiques sont toujours appliqués à des fonctions d'onde ψ qui appartiennent à un espace de Hilbert. »²

D'une part donc, le rôle fondamental de l'espace de Hilbert, est le suivant : c'est un espace à construire de fonctions

« [...] jouissant de caractéristiques globales telles que l'on puisse, par une *décomposition appropriée de cet espace*, y distinguer un système de fonctions de base qui soient *en même temps* fonctions propres de l'équation proposée. En tant qu'elles forment un système de base pour les fonctions de l'espace fonctionnel, elles sont liées à la structure de cet espace [X] ; en tant qu'elles sont fonctions propres de l'équation proposée [S], elles se détachent de l'ensemble des autres fonctions de l'espace pour apparaître avec leur *sens nouveau* des solutions. »³

D'où la mixité fondamentale dans les schémas de genèse d'une part, et l'incarnation du rôle médiateur des mathématiques : X incarne la dualité dialectique entre continu/discontinu, et est *engagé* dans la résolution d'un problème physique qu'il modélise, rend intelligible et résout :

« Il n'existe peut-être pas de cas plus net où la décomposition structurale d'un espace soit équivalente à l'affirmation d'existence de fonctions cherchées, et... l'espace fonctionnel [X] de cette théorie se prête à de pareilles genèses parce que d'une part il est doué d'une topologie comme un ensemble de points, et que d'autre part ses éléments sont déjà homogènes aux solutions cherchées qui se trouvent ainsi comprise dans cet espace avant d'y être reconnues. »⁴

En résumé, la résolution de l'équation intégrale S par l'utilisation de X passe par l'explicitation de la décomposition structurale (spectrale) de (X, H) faisant apparaître les solutions de S via H, ce qui est l'étape essentielle du processus, et qui repose sur la détermination d'une base hilbertienne privilégiée.

v. Application à la résolution de l'équation de Schrödinger

L'équation de Schrödinger S^5 vaut pour une particule libre dans un état quelconque d'énergie : Lautman se la donne d'emblée¹, mais on a choisi d'en déployer la formation, afin

¹ Lautman 1937a p. 115.

² Lautman 1946, p.264-5.

³ Lautman 1937a, II, V « Les mixtes », § « L'espace de Hilbert », p. 112. Je souligne.

⁴ Lautman 1937a p. 112.

⁵ On reformule l'équation donnée en Lautman 1937a, p. 110 et 117, où elle est écrite comme suit :

$$\Delta a + \frac{8\pi^2 m}{h^2} [E - V(x, y, z)] a = 0$$
 c'est-à-dire de forme $\Delta u + \Delta \lambda = 0$, équation générale représentant, pour une membrane vibrante encastrée aux bords, l'oscillation d'un point (nulle aux limites donc), où il y a les solutions

de montrer complètement le rôle de mixte de l'espace de Hilbert entre mathématiques et physique.

$$(S) \quad i\eta \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} + \frac{\eta^2}{2m} \Delta \Psi = 0$$

Elle² est obtenue comme suit : soit (1) l'équation intégrale du spectre $f(\omega)$ du « train d'onde » dans l'espace où $\Psi(r,t)$ est l'amplitude d'onde (on cherche l'onde associée qu'on considère comme « localisée » près de la particule, et toute onde, spatialisée, est représentable par un tel « train d'ondes ») :

$$(1) \quad \Psi(r,t) = \int f(\omega) e^{-i(\omega t - k \cdot r)} d\omega$$

où ω est la fréquence angulaire du spectre, k les vecteurs d'onde, r les coordonnées (x, y, z) , t le temps, m la masse, v la vitesse et Ψ l'amplitude d'onde, E l'énergie. Soit la relation de De Broglie : $p = \hbar k$ (invariante dans une rotation d'axes), et la relation de Planck :

$$E = \hbar \omega = \hbar \omega \quad \text{où } h \text{ est la constante de Planck : le quantum d'action est } \hbar = \frac{h}{2\pi} .$$

On peut donc écrire :

$$(2) \quad \Psi(r,t) = \int f(\omega) e^{\frac{-i(Et - p \cdot r)}{\hbar}} d\omega$$

On remplace maintenant les grandeurs physiques p_x, p_y, p_z et E de (2) par des opérateurs obtenus par dérivation, sachant que $p \cdot r = p_x x + p_y y + p_z z$ (produit scalaire), ce qui donne :

$$(3) \quad i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} + \frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi = \int f(\omega) \left[E - \frac{p^2}{2m} \right] e^{\frac{-i(Et - p \cdot r)}{\hbar}} d\omega$$

Comme par ailleurs l'énergie cinétique (classique) d'une particule libre $E = p^2/2m$, le second membre de (3) est nul, et l'on obtient (S). Ainsi à chaque grandeur classique correspond selon des règles un opérateur différentiel agissant sur Ψ . Celui qui représente E

est : $E \rightarrow \frac{i\hbar \partial}{\partial t} = \frac{h}{2\pi i} \frac{\partial}{\partial t}$; Celui qui représente p^2 est : $p_{x,y,z}^2 \rightarrow -\hbar^2 \Delta$.

L'opérateur qui correspond à l'énergie est l'opérateur *hamiltonien* H , pour des états quantifiés de l'énergie. Formons l'équation d'onde dans un *champ*, potentiel scalaire $V(r,t)$, avec $U(r,t)$ opérateur lié à l'énergie potentielle. L'énergie totale (« hamiltonien » du système en mécanique classique) est donc :

$$(4) \quad E = \frac{p^2}{2m} + U(r,t) .$$

S se transforme donc en :

$u_1 \dots u_n$ pour des valeurs discontinues du paramètre λ . Pour les développements en Lautman 1946, II « Le problème du temps », p. 263-72, sur les principes de la mécanique quantique que l'on a suivi au premier abord ; on s'est aussi appuyé sur Hladik 1997, ch. 1 à 3, sur De Broglie 1948 pour le contexte général. Feynman 1992 a bien sûr été d'un grand secours pour la compréhension des divers problèmes, mais on n'a repris la notation utilisée (comme $\langle x | s \rangle$, c'est-à-dire en « Bra » et « Ket » pour les vecteurs d'état, etc.) parce qu'elle est absente du texte de Lautman, et aurait rendu encore plus compliquée cette présentation.

¹ Il évoque le rôle des opérateurs en Lautman 1946, II.

² Où Δ est l'opérateur « laplacien », tel que $\Delta u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} + \dots + \frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} = 0$ (équation générale de Laplace).

$$(5) \quad \frac{i\hbar \partial \Psi(r,t)}{\partial t} + \left(\frac{\hbar^2}{2m} \Delta - U(r,t) \right) \Psi(r,t) = 0$$

L'opérateur hamiltonien H de la mécanique quantique est une fonction dépendant de r de la particule, (r, p) définissant un *espace de configuration* de l'état du système représenté par Ψ dans l'espace : cependant, on ne peut remplacer automatiquement les variables par les opérateurs (des médiations, un changement de base en particulier, sont nécessaires, mais on passera sur ce point).

On obtient :

$$H = \frac{-\hbar^2}{2m} \Delta + U \rightarrow (6) \quad \frac{i\hbar \partial \Psi(r,t)}{\partial t} = H\Psi(r,t).$$

L'énergie totale du système dynamique est donc : $E_{totale} = H(x, y, z; p; t)$. D'où la dernière formulation de l'équation d'onde d'un système physique dont les solutions $\Psi(r,t)$ sont ses fonctions d'onde :

$$(6) \quad H\Psi(x, y, z; t) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(x, y, z; t)$$

$$\text{On obtient donc: } (7) \quad H\Psi(r) = E\Psi(r)$$

(7) est l'équation de Schrödinger des états stationnaires, où t n'intervient donc pas : dans le cas présent, les valeurs possibles de E forment un spectre continu, mais l'équation est résolue pour une série discrète de valeurs de E.

Explicitons maintenant le rôle de l'espace de Hilbert. X a des propriétés applicables à $L^2([0,1])$, plus exactement X, « mixte entre le domaine de base et les fonctions cherchées »¹, est isomorphe à $L^2([0,1])$. *En résumé, les fonctions de carré intégrables solutions de S sont des points de X* : toute fonction de $L^2([0,1])$ est développable en série convergente : donc on a

$$(8) \quad \sum_{i=1}^{i=\infty} c_i \varphi_i = f(s), \text{ où } f(s) \text{ est une fonction propre possible de } \Psi(r,t).$$

Or on sait que β un vecteur de X est égal à : $\beta = \sum_i c_i \varphi_i$. Donc ici $f(s) = \beta$. La fonction propre $f(s)$ de $\Psi(r,t)$ est identique au vecteur propre de H sur X, ce qui permet de résoudre l'équation de Schrödinger. En effet,

« On passe [...] *immédiatement* des vecteurs propres de l'opérateur... [H] dans l'espace de Hilbert [X] aux fonctions propres $[f(s)]$ et aux valeurs propres du noyau... $[\Psi(r, t)]$ dans l'espace... $[L^2([0,1])]$ et l'on obtient ainsi les solutions de l'équation [S]. »²

vi. Probabilité de présence de la particule dans un espace fini

Comment effectuer la détermination précise de la probabilité P de trouver la particule, à laquelle l'onde $\Psi(r,t)$ est associée, dans un espace donné V, au point r (en x, y, z , sur les axes de coordonnées cartésiennes) à l'instant t - l'espace étant donc le volume d^3r (et la quantité est évidemment égale à 1 dans l'espace total) ?

Soit la probabilité $P_V(r)d^3r$ de trouver la particule dans V, où la « densité de probabilité de la particule » $P(r) = |\Psi(r)|^2$. Le carré de l'onde donne une quantité qui, comme en physique classique, peut être considérée comme proportionnelle à son intensité (en fait, c'est le carré de « l'amplitude de probabilité » qui fournit la probabilité P_V). Déterminer P_V , c'est

¹ Lautman 1937a p. 115.

² Lautman 1937a p. 116. Je souligne.

d'abord élever l'amplitude au carré : on peut donc préciser la « densité de probabilité » avec l'égalité suivante :

$$(9) \quad P_V(r) = |\Psi(r)|^2 d^3 r$$

Par ailleurs, comme $\Psi \in L^2([0,1])$ est elle de *carré sommable/intégrable* : la probabilité P_V (à valeur finie) de trouver la particule dans le volume fini V s'obtient alors par intégration de $P(r)$ dans le volume V . L'équation intégrale (10) donne P_V pour l'espace de configuration considéré :

$$(10) \quad P_V = \int_V |\Psi(r,t)|^2 d^3 r$$

En résumant : on a d'un côté l'espace de Hilbert X avec l'opérateur H , de l'autre $L^2([0,1])$ espace des fonctions de carré intégrable : c'est grâce à l'identité abstraite de X et $L^2([0,1])$ – ce sont tous les deux des espaces de Hilbert – qu'on trouve les solutions de S , car l'ensemble des solutions étant un « sous-espace » de $L^2([0,1])$, il suffit de trouver un sous-espace *privilegié*, c'est-à-dire une base de X telle qu'on puisse passer de ses vecteurs propres aux valeurs propres de S . On cherche la « matrice carrée » de cette base privilégiée – choisie parmi l'ensemble des bases orthogonales en lesquelles X se décompose (par réduction des formes quadratiques en sommes de carrés) : les α_i de cette matrice sont les valeurs propres de H , auxquelles correspondent les vecteurs propres φ_i , qui sont les fonctions propres de S (du noyau $\Psi(r,t)$ sur $L^2([0,1])$). X « s'interpose » entre le domaine *continu* de variation des variables, et l'ensemble *discontinu* des valeurs de S . Notons pour finir que le choix privilégié de la base $\{\varphi_i\}$ pour l'opérateur revient à choisir la matrice qui le représentera, et par là la « réalisation », le mode de description de la fonction d'onde. Ce choix particulier permet donc d'approcher de la façon la mieux adaptée l'état quantique de la particule.

Lautman résume comme suit les enjeux philosophiques de cette question mathématique :

« La genèse de ces solutions se fait donc suivant le schéma suivant ; le domaine de base est le domaine de variation de la variable. On superpose à ce domaine de base un espace fonctionnel qui, par sa topologie, est dans une certaine mesure comparable à un ensemble de points et dont les éléments sont des fonctions homogènes aux fonctions cherchées. Une décomposition de cet espace en espaces propres met alors en évidence l'existence des fonctions propres de l'équation. *Le moment essentiel de cette genèse est donc contenu dans la décomposition de l'espace, ou ce qui est équivalent, dans la réduction d'une forme quadratique à une somme de carrés* [je souligne]... On a souvent opposé la physique du continu à la physique du discontinu ; [mais ce] n'est pas un problème de physique, le drame se joue plus haut, au niveau des mathématiques ; [...] ce mixte qu'est l'espace de Hilbert est homogène au continu par la nature et la topologie de ses éléments, et au discontinu par ses décompositions structurales. La théorie des rapports mathématiques du continu et du discontinu nous paraît donc recevoir tout son sens du fait qu'en elle s'incarne le schéma de genèses plus abstraites. »¹

L'autonomie mathématique de cet être est ici celle du schéma indépendant de genèse de fonctions existantes, d'« êtres » mathématiques (le continu et le discontinu, assuré au sein d'un tel espace, par sa décomposition structurale – le passage entre les deux genres d'êtres étant impossible directement : l'espace de Hilbert est la *médiation exigée*, et qui peut jouer ce rôle médian par sa structure interne. Mais l'espace de Hilbert est surtout un excellent paradigme, l'emblème pourrait-on dire, de la puissance « dramatique » d'une mathématique dans la formalisation, représentation et résolution d'un problème physique, témoignant ici de

¹ Lautman 1937a p .117. Je souligne.

la profonde unité (dialectique) de la dialectique, des mathématiques, de la physique, donc de la science et de l'esprit humain qui la construit¹.

III. Bourbaki lautmanien ? Structuralisme et organicisme

Le choix de Dieudonné et l'instrumentalisation de Lautman

L'interprétation métaphysique de l'unité et de l'organicité des mathématiques écarte Lautman des perspectives constructivistes de ses contemporains issues des intuitionnistes/empiristes français (Borel, Baire, Lebesgue, mais aussi de Brouwer) dont il jugeait la philosophie assez lâche (l'infini actuel est pour lui tout à fait légitime dans son mode de traitement algébrico-axiomatique, moyennant, bien sûr, les contraires formelles qui s'imposent) et trop encline à reproduire les perspectives génétiques des analystes du 19^{ème} siècle. Et même si Cavailles est plus proche de lui que les autres sur ce point, celui-ci reste convaincu qu'aucune forme de réalisme métaphysique n'est viable. C'est cependant dans un dispositif de ce type que Lautman accueille tous les nouveaux travaux de mathématiciens allemands en topologie algébrique (Alexandroff, Hopf, Weyl², qu'il relie aux travaux d'E. Cartan en analyse complexe et à ceux d'A. Weil dans ce qui deviendra la géométrie algébrique), en géométrie différentielle, en algèbre (Van der Waerden, Hilbert, eux présentés en relation notamment avec Chevalley), sur l'axiomatique (travaux d'Herbrand, lié à l'école de Göttingen, en théorie de la démonstration). Ces diverses approches consacrent, à l'inverse des dites positions consacrant la primauté génétique du fini sur l'infini, la primauté de l'infinité des domaines d'objets possibles corrélats des structures algébriques axiomatiquement exposées. C'est l'articulation de tous ces éléments qui va marquer J. Dieudonné, un des très influents membres de l'Association des Collaborateurs de Nicolas Bourbaki créée en 1935, et dont on sait qu'il fut l'âme historienne et philosophante : la citation suivante extraite de « L'architecture des mathématiques » de Bourbaki aurait pu être écrite par Lautman :

« Dans la conception axiomatique, la mathématique apparaît en somme comme un réservoir de *formes* abstraites – les structures mathématiques ; et il se trouve – sans qu'on sache bien pourquoi – que certains aspects de la réalité expérimentale viennent se mouler en certaines de ces formes comme par une sorte de préadaptation... C'est seulement avec ce sens du mot "forme" qu'on peut dire que la méthode axiomatique est un "formalisme" ; l'unité qu'elle confère à la mathématique, ce n'est pas l'armature de la logique formelle, unité de squelette sans vie ; c'est la sève nourricière d'un organisme en plein développement... »³

Cette convergence n'est pas un hasard : Bourbaki et Lautman ont puisé *ensemble* aux mêmes sources allemandes d'où proviennent largement ces idées. L'amitié qui liait Lautman à Jacques Herbrand, à Claude Chevalley, aux Ehresmann, également, sa connaissance d'A. Weil, valident sans difficulté aucune la thèse selon laquelle cette convergence fut, en réalité bien plus qu'une convergence : *une même entreprise commune de réflexion sur les mathématiques de l'époque*⁴.

Mais J. Dieudonné, qui avait également connu Lautman personnellement, rappellera explicitement, en son nom propre et bien plus tard (en 1977, dans la Préface aux œuvres de Lautman, puis en 1982 notamment) en quoi sa pratique philosophique est à ses yeux exemplaire :

¹ Amen !

² Weyl est un inspirateur majeur de Lautman. On notera que l'introduction d'un de ses ouvrages majeurs, *Die Idee der Riemannschen Fläche* datant de 1913 (Weyl 1923), auquel se réfère Lautman à plusieurs reprises, contient des prises de positions platoniciennes aussi explicites que lyriques. Pour autant cela ne semble pas suffisant pour en inférer un quelconque filiation philosophique, l'influence de Léon Robin étant bien plus vraisemblable.

³ Bourbaki 1948 p. 46-7.

⁴ Cf. S. Lautman, Lautman 1946 Introduction.

« Les philosophes contemporains qui s'intéressent à la mathématique s'occupent le plus souvent de ses origines, de ses relations avec la logique ou des "problèmes de fondements" ; attitude toute naturelle, puisque ce sont là des questions qui appellent d'elles-mêmes la réflexion philosophique. Bien peu sont ceux qui cherchent à se faire une idée des grandes tendances des mathématiques de leur temps, et de ce qui guide plus ou moins consciemment les mathématiciens actuels dans leurs travaux. Albert Lautman, au contraire, semble avoir toujours été fasciné par ces questions. Aussi, avait-il acquis sur les mathématiques des années 1920-1930 des vues bien plus étendues et précises que n'en avaient la plupart des mathématiciens de sa génération, souvent étroitement spécialisés ; je puis en témoigner en ce qui me concerne personnellement. Ce sont ces vues qu'il expose dans ses deux thèses, et, à quarante ans de distance, on ne peut qu'être frappé de leur allure prophétique. Car, dès le titre de ces ouvrages, on y trouve comme en exergue les deux idées forces qui ont dominé toute l'évolution ultérieure, le concept de *structure mathématique* et le sentiment profond de l'*unité* essentielle sous-jacente à la multiplicité apparente des diverses disciplines mathématiques. »¹

Lautman devient bien alors, rétrospectivement, le philosophe inattendu du *paradigme bourbachique* (au sens de Kuhn), en tant qu'il unifie philosophiquement, en lien étroit avec un rationalisme pleinement réaliste en physique, le structuralisme axiomatique hérité de Hilbert. Ce n'est pas seulement dans la lettre, mais aussi et surtout objectivement dans l'esprit qu'il y aurait donc, ici, accord sur le « choix bourbachique ».

Bilan : remettre Lautman sur la scène

Lautman serait ainsi le penseur officiel de Bourbaki, inattendu au premier abord *seulement* : en réalité, c'est au prix d'une magnifique torsion du sens *philosophique* que Lautman accorde aux structures et à la métamathématique que Dieudonné peut s'en réclamer. Cela ne remet bien sûr aucunement en cause les convergences mentionnées. Voyons comment Bourbaki résume sa position sur l'articulation entre la méthode axiomatique, le structuralisme, l'ensemblisme et la métamathématique : de loin, on vient de voir que c'est en parfaite cohésion avec la pensée de Lautman.

« La *méthode axiomatique* n'est à proprement parler pas autre chose que cet art de rédiger des textes dont la formalisation est facile à concevoir. Ce n'est pas là une invention nouvelle ; mais son emploi systématique comme instrument de découverte est l'un des traits originaux de la mathématique contemporaine... De plus, et c'est ce qui nous importe particulièrement en ce Traité, la méthode axiomatique permet, lorsqu'on a affaire à des êtres mathématiques complexes, d'en dissocier les propriétés et de les regrouper autour d'un petit nombre de notions, c'est-à-dire... de les classer suivant les *structures* auxquelles elles appartiennent... On sait aujourd'hui qu'il est possible, logiquement parlant, de faire dériver toute la mathématique actuelle d'une source unique, la *Théorie des Ensembles*. Il nous suffira donc d'exposer les principes d'un langage formalisé unique, d'indiquer comment on pourrait rédiger en ce langage la Théorie des Ensembles, puis de faire voir comment s'insèrent dans celle-ci les diverses branches des mathématiques, au fur et à mesure que notre attention se portera sur elles... Comme le verra le lecteur, l'introduction de ce langage condensé s'accompagne de « raisonnements » d'un type particulier, qui appartiennent à ce qu'on appelle la *Métamathématique*... Il semble plus simple de dire qu'on pourrait se passer de ces raisonnements métamathématiques si la mathématique formalisée était effectivement écrite : au lieu d'utiliser les « critères déductifs », on recommencerait chaque fois les suites d'opérations qu'ils ont pour but d'abrégier en prédisant leur résultat. Mais la mathématique formalisée ne peut être écrite tout entière ; force est donc, en définitive, de faire confiance à ce qu'on peut appeler *le sens commun du mathématicien* ; confiance analogue à celle qu'un comptable ou un ingénieur accorde à une formule ou une table numérique sans soupçonner l'existence des axiomes de Peano, et qui finalement se fonde sur ce qu'elle n'a jamais été démentie par les faits. »²

Par ailleurs, un réalisme des objets essentiels des mathématiques, des ensembles comme des structures, est véhiculé par le choix bourbachique :

¹ J. Dieudonné, Lautman 1977, Préface p. 15-6. Dans la toute même veine, voir, du même, Dieudonné, Loi & Thom 1982, p. 33.

² Bourbaki 1970 p. 8-13. Je souligne les occurrences des termes clés.

« *Quelles que soient les nuances philosophiques dont se colore la conception des objets mathématiques chez tel ou tel mathématicien ou philosophe, il y a au moins un point sur lequel il y a unanimité : c'est que ces objets nous sont donnés [je souligne] et qu'il n'est pas en notre pouvoir de leur attribuer des propriétés arbitraires, de même qu'un physicien ne peut changer un phénomène naturel. A vrai dire, il entre sans doute pour une part dans ces vues des réactions d'ordre psychologique, qu'il ne nous appartient pas d'approfondir, mais que connaît bien tout mathématicien lorsqu'il s'épuise en vains efforts pour saisir une démonstration qui semble se dérober sans cesse. De là à assimiler cette résistance aux obstacles que nous oppose le monde sensible, il n'y a qu'un pas ; et même aujourd'hui, plus d'un, qui affiche un intransigent formalisme, souscrit volontiers, dans son for intérieur, à cet aveu d'Hermite : "Je crois que les nombres et les fonctions de l'Analyse ne sont pas le produit arbitraire de notre esprit ; je pense qu'ils existent en dehors de nous, avec le même caractère de nécessité que les choses de la réalité objective, et nous les rencontrons ou les découvrons, et les étudions, comme les physiciens, les chimistes et les zoologistes".* »¹

On a bien vu que Lautman professait un réalisme, malgré les nuances apportées, un réalisme *métaphysique*, celui des Idées : ce réalisme n'a rien à voir la réalisme *mathématique* suggéré par cette citation, de même que, j'espère l'avoir montré un minimum ici, la métamathématique selon Lautman, quoique reprise à Hilbert, relève pour lui de *tout sauf du « sens commun du mathématicien »*. S'il y a accord formel dans l'architecture générale de la pensée de l'unité des branches et méthodes des mathématiques, il y a désaccord total sur le *sens* profond de cette unité. Remettre Lautman sur la scène philosophique et épistémologique contemporaine, ce qui devrait déjà passer par une édition critique de ses œuvres, impliquerait donc de préciser la polysémie du terme « dialectique », comme le faisait déjà J. Hyppolyte² en 1939, qui distinguait trois acceptions du terme : le premier étant le seul qu'il accepte, et qui est aussi celui de Cavailles, celui de l'expérience mathématique conciliant la contingence apparente et la nécessité fondamentale de leur développement, le second, le sens courant et vague de l'époque, celui de l'articulation théorique et historique de contraires (logiques ou non) : forme/matière, local/global, continu/discontinu etc., le dernier, le plus fondamental, étant celui de cette dialectique comme *problématique pure*. Etudier le détail des interprétations lautmaniennes de morceaux de théories mathématique opérées selon cette dernière, et montrer à quel point il y a divergence philosophique malgré les convergences mathématiques avec Bourbaki, voilà ce qui serait, en dernier, de bonne méthode.

Par-delà l'originalité de la dialectique supérieure dominant la mathématique réelle tout en n'existant que par elle – qui a suscité le scepticisme des philosophes dominants d'alors, comme J. Hyppolyte –, et du programme de refondation de la pensée de la physique sur la participation analogue du réel et du mathématique au dialectique, Lautman a bien sûr pris position sur les grandes questions que la science de son temps secretait – sur le logicisme et le formalisme, notamment, en en soulignant, de concert avec ses congénères épistémologues français, la vanité et la stérilité conceptuelle, en particulier dans la version qu'en proposait le Cercle de Vienne³, mais en se dégageant de la perspective empirico-psychologisante des mathématiciens français : le réel mathématique doit toujours être caractérisé pour lui-même, médiant entre la dimension psychologique de la recherche et la dimension logicienne des édifices constitués⁴. Il fut un penseur complet, aussi compétent en philosophie qu'en mathématiques, tout à fait instruit des avancées de la physique alors révolutionnée par la

¹ Bourbaki 1984 p. 30.

² Cavailles & Lautman 1939, p. 619-20.

³ Lautman 1937a : « Un empirisme facile tend parfois, actuellement, à s'installer dans la philosophie de la physique, d'après lequel une dissociation profonde devrait être établie entre la constatation des faits expérimentaux et la théorie mathématique qui les relie les uns aux autres. Tout la critique des sciences contemporaines montre la faiblesse philosophique d'une pareille attitude et l'impossibilité de considérer un résultat expérimental en dehors de l'armature mathématique où il prend son sens... Le néopositivisme de l'école de Vienne, comme l'idéalisme des physiciens métaphysiciens anglais, séparent comme à la hache les mathématiques et la réalité, alors que la philosophie de la physique a essentiellement pour tâche le problème de leur union ».

⁴ Cf. Lautman 1935 p. 283-4, Lautman 1946 p. 314, Lautman 1937a p. 23-27.

mécanique quantique et la théorie de la relativité (restreinte et générale), et de surcroît excellent pédagogue *malgré lui*, comme on va le comprendre dans l'instant. Il a notamment pris soin d'insister sur le fait (mieux admis aujourd'hui qu'alors) que la validité du discours scientifique est irréductible à de simples procédures opérant la confrontation neutre de ce dernier avec une réalité empirique pure, sur un mode correspondantiste ou vérificationniste, mais qu'au contraire, l'import théorique dans le réel lui-même, via la mathématisation, en est un trait caractéristique.

Pour conclure, j'insisterai sur l'idée, en assumant l'exportation du schème matérialiste, que la position de Lautman incarne la philosophie comme *intervention* produisant une intelligibilité, dans le champ mathématique, non et supra-scientifique (à la façon de la dialectique hégélienne et de la méthode marxienne construisant le concret à partir de l'abstrait – méthode qui n'est d'ailleurs pas étrangère à la façon dont Lautman pense la concrétisation complète des Idées), intervention parfaitement *non suturée* à la science. Le souvenir suivant du recteur Moulinier va dans ce sens : Lautman était « tout le contraire d'un vulgarisateur et... se contentait d'*exposer* ses idées, telles quelles, toutes chaudes de son ardeur intérieure, tout hautes, toutes hautaines même parfois et pour ainsi dire hiératiquement hautaines »¹, mais qui, et le paradoxe n'est qu'apparent, est le plus souvent très clair dans ses exposés pourtant non didactiques.

La position actuelle de Badiou sur les mathématiques est d'ailleurs de même nature – autant eu égard au type de position philosophique défendu que du point de vue du personnage, les deux me semblent intimement liées – : autant cette position n'a plus grand-chose à voir avec l'acception matérialiste et dialectique de son ouvrage de 1969², autant elle continue d'être une telle *intervention* du point de vue d'une philosophie dont l'œuvre consiste à penser en surplomb les procédures de vérité opérant dans les champs de la poésie, de la politique, de l'amour, et bien entendu des mathématiques³.

« Le siècle et l'Europe doivent impérativement guérir de l'anti-platonisme. La philosophie n'existera qu'autant qu'elle proposera, à la mesure du temps, une nouvelle étape dans l'histoire de la catégorie de vérité. C'est la vérité qui est aujourd'hui une idée neuve en Europe. Et comme pour Platon, comme pour Lautman, la nouveauté de cette idée s'illumine dans la fréquentation des mathématiques. »⁴

Le rapprochement est donc tout sauf arbitraire : il témoigne d'une percée de la position lautmanienne dont prendre la mesure pourrait et devrait faire l'objet d'une recherche autonome.

¹ Lautman 1946 p. 47.

² Raison pour laquelle on n'en parlera pas dans ce travail.

³ Cf. le « manifeste » que Badiou 1991 défend en ce sens.

⁴ Badiou 1991 p. 94.

V. LA FACE CACHEE DE LA DIALECTIQUE : LES REFONTES DU TRANSCENDANTAL

Une des conséquences logiques du paradigme qu'a institué Hegel, c'est le confinement du problème du schématisme transcendantal, dans la mesure où celui-ci ne prend sens que dans le cadre, alors dépassé, d'un examen du rôle de la subjectivité dans la constitution de l'objectivité. Les traditions marxiste comme rationaliste-dialectique ont par le fait hérité de cette inflexion : s'il y a bien un néo-kantisme chez cette dernière, il est assez peu assumé, contrairement aux refontes du transcendantal revendiquées dont Cassirer et Husserl sont deux illustres représentants. La première section du chapitre présente la perspective de Cassirer, et en particulier, à partir de la mise en évidence de son double renouvellement du schématisme, la relation qu'il a entretenue avec la phénoménologie au travers de son dialogue avec H. Weyl d'un côté, et de sa critique d'O. Becker de l'autre. L'objectif est de voir que sans l'appareillage dialectisant le projet de Cassirer est plus qu'analogue à celui des épistémologues français, et donc, en creux, de voir à nouveau la *fonction* qu'a pu jouer cet appareillage : penser un nouveau transcendantal, mais sans y toucher. La courte seconde section présente un regard général sur la tendance de la philosophie scientifique italienne du 20^{ème} siècle, le but étant alors de rappeler que c'est bien une prise de position historicisée par rapport au kantisme qui est la principale *cause absente* de l'épopée dialectique non marxiste en épistémologie.

La troisième section porte sur l'œuvre de G.-G. Granger : héritier de l'école française, on va voir en quel sens il assume, et explicitement, sa dimension néo-transcendantale, notamment à partir du rejet des schèmes dialectiques. La dernière section, qui va en même temps clore le corps de cette thèse, porte sur la figure bigarrée de J.-T. Desanti : tout autant héritier de l'école française, son dialogue avec le structuralisme althussérien, la conception marxienne de la praxis, mais surtout, dans la lettre, la phénoménologie, fait de lui un complet anti-disciple impossible à étiqueter, et simultanément, absolument emblématique de l'ouverture de l'épistémologie française des mathématiques – raison pour laquelle on suggèrera qu'il en est, encore aujourd'hui, la *vérité* provisoire.

I. Cassirer : la double réforme du schématisme transcendantal

Dès *Kant und die Moderne Mathematik* qui date de 1907, Cassirer estime indispensable une refonte de la logique transcendantale, et affirme que cette refonte doit être guidée par les avancées de la logique mathématique :

« Comme toujours, il est légitime de penser, à propos de la signification que prend [la logique mathématique] pour l'ensemble des problèmes philosophiques, qu'il est indéniable qu'elle a apporté un renouvellement de la "logique formelle" en lui réinjectant un nouveau suc vivifiant. Ce résultat est également important si l'on prend en considération la doctrine kantienne. La logistique (en se fondant sur des principes qui devront être développés ultérieurement) ne pourra jamais supplanter la logique "transcendantale" ; mais il est indubitable qu'elle constitue, sous sa forme moderne, une source d'inspiration bien plus riche pour les problèmes propres à la critique de la connaissance, et qu'elle fournit un "fil conducteur" plus sûr que celui que Kant possédait avec la logique traditionnelle de son temps. »¹

Outre Couturat et Russell dont il traite prioritairement les conceptions, Cassirer est manifestement lecteur de Renouvier, et de Brunschvicg, dont on a vu en quels sens ils prenaient position dans un espace kantien renouvelé, et toute son oeuvre va être placée sous le sceau d'un tel renouvellement, que ce soit au niveau d'une pensée de la culture animée par une conception rationaliste de l'émancipation, ou, et surtout, au niveau de la théorie de la connaissance. Il hérite de l'interprétation épistémologique de Kant instituée par Cohen, selon laquelle penser la connaissance, c'est penser la connaissance *scientifique* : sa refonte du transcendantal va consister à transformer le schématisme à l'oeuvre dans la construction des concepts scientifiques, et ce en deux sens. 1) En maintenant l'existence d'un principe transcendantal gouvernant la structuration du divers et la formation des concepts, mais en déplaçant ce principe du schème au *symbole* : c'est la transformation du *schématisme* en *symbolisme*. 2) En déplaçant pour l'essentiel le *lieu* du transcendantal, par le rabattement de l'analytique sur l'esthétique : c'est le niveau mathématique lui-même qui devient le transcendantal dans le processus d'objectivation. Par cette « intellectualisation »² du kantisme la spatio-temporalité ne devient pensable comme telle que par le biais des relations d'invariances posées et caractérisées mathématiquement, relations d'invariance qui constituent, corrélativement, le socle du concept renouvelé de *réalité* en en assurant *a priori* la cohésion. L'idéalisation de toute matérialité est donc reconduite dans le sens de l'idéalisme transcendantal, mais aussi dans celui d'une idéalisation du transcendantal lui-même.

L'entrecroisement de ces deux réformes n'est pas transparent selon les domaines abordés par Cassirer, et l'on est autorisé à voir des modifications plus ou moins nettes de cette perspective selon les oeuvres ; concernant les mathématiques, ce qui est assez frappant, c'est la façon dont Cassirer se laisse guider par les principes et théories qu'il examine, façon dont ses thèses sur les mathématiques se modifient au contact de leur objet³.

1. Une refonte nécessaire

a. Vers une philosophie du symbole

¹ Cassirer 1907 p. 8, traduction de Seidengart 1996 p. 236. Le travail de Stéphanie Roza (Roza 2002), synthétise très clairement l'essentiel de la conception kantienne des mathématiques, et conclut sur cette réforme cassirérienne : je pars ici des lignes générales de sa conclusion.

² Seidengart 1990 p. 172-3.

³ C'est une thèse essentielle défendue dans Szczeciniarz 1990.

On ne s'attardera pas à la complexité de concept de « forme symbolique », ses difficultés ont été déjà soulignées¹. Retenons que la notion de forme symbolique renvoie systématiquement chez Cassirer, malgré la cohésion, la stabilité globale et l'objectivité (sociale, structurelle, matériellement incarnée, dans les langues naturelles, etc.) des formes particulières, à la *fonction symbolique* : cette fonction est une *puissance de synthèse* à l'œuvre dans toute subjectivité. Elle se traduit *empiriquement* pour tout individu par la formation d'univers de sens structurés et matérialisés, avec la contingence et la particularité associées (puisque cette formation est une appropriation des formes symboliques globales par définition déjà existantes). Mais cette fonction relève d'un niveau de structuration logiquement antérieur à toute expérience possible, et l'étude des conditions et modalités de son actualisation relève d'une logique transcendantale de type kantien². Mais, et au niveau de l'objectivité des concepts scientifiques en particulier, elle convoque une « phénoménologie » *au sens hégélien*³ et non husserlien, du terme. Cassirer convoque une double autorité conceptuelle : montrer la genèse et les lois associées des formations de sens dans, par et pour la conscience, afin de dégager, au travers de ces lois, ses invariants structurels.

Dans la *Philosophie des formes symboliques*, approche systématique complétant méthodologiquement l'approche historique pratiquée dans *Le problème de la connaissance*, Cassirer élargit son ambition : le but est plus généralement de penser la genèse de la théorie comme forme objectivée supérieure de la pensée par concepts. Mais les thématiques formelles de mise en ordre, de structuration, de hiérarchisation du perçu, appartiennent d'emblée, toujours déjà, aux images non ou pré-scientifiques du monde : il convient donc d'embrasser, à la façon et selon la leçon hégéliennes⁴, la totalité des formes d'objectivation de l'esprit, en dégageant les modes de passage des uns dans les autres et leurs conflits « dialectiques », c'est-à-dire les modes de leurs dépassements⁵. Or on ne peut jamais dégager ces principes dans leurs pureté : on ne les saisit que de façon *particulière*, dans l'étude d'une forme symbolique donnée. Chaque forme symbolique est un mode de *réfraction* particulier des principes : autrement dit, toute *manifestation* des principes est essentiellement « *travestissement* », c'est-à-dire actualisation non déductible a priori, au visage contingent, de ces principes, qui sont ceux de la fonction symbolique. On se situe ici dans une thématique leibnizienne de *l'expression* des principes, non de leur application, et ce qu'il faut mettre au jour, ce sont les caractères génériques de cette expression-réfraction, dans et par l'attention à ses formes historiques avérées⁶. Concrètement, « assigner à chaque forme symbolique pour ainsi dire l'indice de réfraction qui lui est spécifique »⁷ est ce en quoi consiste cette appréhension différentielle des formes symboliques. Cet indice de réfraction renvoie au *mode* de cette réfraction : l'examen de la fonction symbolique devient donc central.

L'esprit ne se réalise pas à partir de concepts a priori déjà établis, ni ne voit ses concepts constitutifs purement dérivés a posteriori de l'expérience. Qu'est-ce qui, alors est systématiquement *présumé* dans toute activité discursive, sans pour autant être *préétabli* ? La réponse à cette question provient d'une radicalisation, conjointe à un élargissement, de la thèse kantienne sur la nature de l'activité de synthèse constitutive de toute connaissance ou de toute formation conceptuelle : existe toujours déjà une exigence d'unité, ou plutôt d'unification et d'ordination, dans toute activité subjective. Comme le problème fondamental de la connaissance, de la construction de « l'image théorique du monde », est celui de la *forme*

¹ Cf. L'ouvrage collectif Seidengart 1990, Feron 1997 II-6 « Sémiologie et représentation », Schaepelynck 2001, I et II.

² Cassirer 1929, p. 17.

³ Cassirer 1920, IV « Hegel », ch. 3 sur la méthode dialectique et ch. 4 sur la phénoménologie, Cassirer 1929, p. 8.

⁴ Cassirer 1929, Préface, p. 8-9 par exemple.

⁵ Cf. Cassirer 1929 p. 527, et Stanguennec 1990.

⁶ Cassirer 1929, p. 13. Bakhtine 1929 p. 28 note 1, se réfère explicitement à Cassirer sur ce sujet. Bakhtine définit le signe comme « réfraction de l'être » social. Cela me semble essentiel à plus d'un titre car cela montre déjà les échanges, dès les années 1930 entre la dialectique marxiste et le rationalisme néo-kantien *hors du champ français*, sur ces questions d'épistémologie des représentations et des concepts.

⁷ Cassirer 1929, p. 13.

fondamentale de la connaissance, Cassirer, dans toute son œuvre, tâche de montrer ce qui en elle se transforme diachroniquement et dans ses spécifications culturelles, et se qui reste synchroniquement permanent : et c'est au travers du questionnement sur la nature et les modes de construction du *concept* qu'il procède à cette analyse. Le fait que la méthode d'analyse que mobilise Cassirer soit toujours conjonction d'analyses *conceptuelles-systématiques* et de réflexions *factuelles-historiques* témoigne de la cohérence de tout son projet : on ne dégage les *lois et principes* de la constitution des formes symboliques sédimentées, des formations collectives de sens, qu'en prenant appui sur leurs *transformations avérées*. On ne dégage des invariants et de l'unité qu'en se soumettant aux variations et à la diversité que ceux-là gouvernent structurellement, nécessairement, mais qui témoignent de la contingence et de la plasticité de leurs appropriations historico-socialement contextualisées¹.

b. La double méthode

Cassirer associe deux mouvements méthodiques au cours de toute son œuvre : il faut ressaisir systématiquement-conceptuellement, en termes de structures intemporelles ce qui a été exposé à titre historique comme un produit de l'histoire : la logique de la désubstantialisation approfondissant sans cesse le hiatus entre la connaissance perceptive et la connaissance scientifique. Ceci n'est pas un paradoxe, mais l'indice méthodologique de la conjonction thétique entre transcendantal et historicité. Concrètement, il redouble l'exposé de l'*Erkenntnisproblem*² qui court de 1920 à 1940 par la systématisation non historique qu'est la *Philosophie des formes symboliques* de 1922 à 1929, œuvre-tournant notamment suscitée par la confrontation avec la théorie de la relativité d'Einstein³, et qui met particulièrement en lumière son post-hégélianisme⁴. Le principe de ce tournant consiste, donc, à conjoindre philosophiquement le transcendantal et l'historique, et à traduire cette conjonction en la double méthode, elle-même instituée par Hegel, mais déjà en germe chez Kant, comme on l'a déjà dit en introduction à ce travail⁵. L'expression utilisée par J. Seidengart de « structuro-fonctionnalisme » pour qualifier cette conjonction est adéquate : elle rappelle que l'objectif de Cassirer est de voir comment en remplissant leurs fonctions, les structures a priori (le schématisme élargi en symbolisme) de la constitution de l'objectivité *se transforment*, thème déjà en germe chez Cohen⁶. Rendre compte de ce processus passe par le maintien d'une philosophie dialectisée-phénoménologisée de la réflexion⁷ (la « dialectisation » consiste à rendre compte de ce mouvement de transformation d'une structure déjà présente, opérée dans et par le dialogue approfondi entre des instances distinctes⁸), c'est-à-dire par le refus d'appeler à une instance comme celle du Concept hégélien dépassant/subsumant l'opposition sujet-objet.

Puisque la pensée scientifique est objectivation, elle ne peut à un titre ou un autre être *immédiation* : dans la plupart de ses formations de sens théoriques, son architecturation logique est fondée sur une *spatialisation*, thèse provenant de Kant qu'il reprend contre « l'intuitivisme temporel » de Bergson⁹ qui, selon l'analogie avec la représentation spatiale du temporel, instaure une union et une jonction avec l'objet essentiellement fondée sur leur *séparation, leur extériorité mutuelle*. Cassirer ne pense pas comme réductible cette mise à

¹ Cf. Cassirer 1929, p. 10.

² Cf. Ferrari 1990.

³ Essentiellement Cassirer 1921.

⁴ Cf. Schaepleynck 2001, 3-c « Philosophie transcendantale et systématique de l'esprit » p. 58 et suiv., Stanguennec 1990, et les indications récurrentes sur cette question de Seidengart 1990b et 2000.

⁵ Et qui est rappelé par J. Seidengart en Seidengart 2000 p. 21-2.

⁶ Cf. Cohen 1883-1928 pour la traduction sur l'histoire du calcul infinitésimal de ce réquisit théorique – même si ce réquisit n'est pas alors explicite.

⁷ Cf. conclusion de Cassirer 1923.

⁸ Cf. par exemple Cassirer 1929 p. 459 sur les mouvements des concepts. C'est en ce sens que J. Seidengart considère que Cassirer, à l'occasion de son étude de la théorie de la relativité généralisée, « dialectise » le concept et l'expérience « dans une corrélation dynamique et féconde » – sens très (trop) général qui est exactement celui que Bachelard et Gonseth donnent à leurs dialectiques : Seidengart 1990 p. 169.

⁹ Cassirer 1929 p. 49.

distance préfigurant l'effort représentatif : la complète réversion entre la connaissance et son objet est impossible. La position criticiste seule, comme philosophie de la réflexion, doit reprendre en charge le problème de la fondation de la connaissance sous l'angle juridique de la détermination de ses conditions de possibilité. La synthèse¹ n'est pas la fusion : dégager les relations d'interpénétration des concepts centraux de la physique théorique, outre que cela fait éclater le kantisme « scolaire », ne doit cependant pas donner lieu à cette déduction spéculative des lois de la mécanique, que, du point de vue de l'auto-saisie du concept par la médiation des lois quantitatives de Galilée-Newton, Hegel prétend garantir². Autrement dit, parler de « dialectique » des concepts, par exemple de la relativité einsteinienne, signifie que *par son attention et sa scrupuleuse écoute de cette nouvelle théorie*, Cassirer montre son dépassement du kantisme initial, en procédant à une analyse aux affinités indéniables avec la pensée hégélienne, mais sans tomber dans l'idéalisme propre à ce dernier, grâce à sa reconnaissance de l'extériorité de la connaissance à son objet, extériorité garantie par la nature hautement médiatisée du processus d'objectivation, d'une part, par l'inscription historico-culturelle de ce dernier ensuite, et par une thèse, enfin, s'apparentant à un *réalisme* de principe sur la nature que la science étudie, réalisme de principe au sens où cette nature, comme telle, est irréductible au concept – et l'on retrouve bien l'association kantienne entre idéalisme transcendantal et réalisme empirique, quoiqu'on doive dorénavant entendre empirique au sens de l'empirie scientifiquement (mathématiquement) et pas seulement, voire pas du tout esthétiquement informée.

Dans le champ mathématique c'est essentiellement sur le concept de nombre et sur les espaces géométriques que portent les analyses de Cassirer, et qui révèlent les difficultés structurelles de sa philosophie des mathématiques³. On ne va pas rentrer dans ces détails : ce qui est important, par rapport à la thèse générale défendue ici, c'est de voir que sans le vocable dialectisant Cassirer conjoint deux types de réformes théoriques, l'élargissement du schématisme en symbolisme et l'élévation du mathématique au transcendantal, dont on a déjà vu, pour la première, la présence plus ou moins explicite chez Cavailles, Bachelard et Lautman, pour la seconde la présence massive et structurante chez Lautman et surtout Bachelard.

2. La corrélation des deux réformes

a. L'élévation du mathématique au transcendantal (ter)

Cette « élévation », terme que l'on a utilisé à plusieurs reprises dans ce travail, désigne un remplacement fonctionnel de ce qui remplit le rôle d'instance ou de principe transcendantal, c'est-à-dire de ce par quoi d'a priori et de logiquement antérieur à l'expérience le réel est visé et déterminé. L'intellectualisation du kantisme, c'est d'abord la substitution des constructions symboliques mathématiques à la présentation a priori d'intuitions correspondant aux concepts à construire. Cette construction symbolique est construction des concepts et principes de la connaissance, et assure l'unité du procès de connaissance : Cassirer parle en termes d'Urbilder, de « modèles », pour désigner les ensembles systématisés de concepts dont l'unité provient d'un principe transcendantal (et non réel⁴) : ce principe est renvoyé non pas à la spatio-temporalité pure, mais seulement aux règles d'un entendement mathématique.

Voyons le rôle emblématique que joue pour lui la théorie des groupes en théorie de la relativité, rôle intégré, comme chez Lautman, dans une forme de holisme symbolico-

¹ Cassirer 1920 ch. IV « Hegel » débute ainsi par l'examen conjoint des concepts kantien et hégélien de synthèse.

² Cf. Cassirer 1920, IV-5 sur la Logique, et p. 267 pour quelques remarques sur la conception hégélienne du nombre et sa philosophie de la nature.

³ Seidengart 1996 et Szczeciniarz 1990 sont les deux études principales sur la philosophie cassirérienne des mathématiques sur lesquelles on s'est ici basé pour compléter la lecture de Cassirer 1910, II « Les concepts relatifs au nombre » p. 1-85, III « Le concept d'espace et la géométrie » p. 87-135, et Cassirer 1929, en particulier III-4 « L'objet des mathématiques » p. 395 et suiv.

⁴ Le maintien du transcendantal consiste à maintenir que l'a priori détermine la *connaissance* des objets, avant les objets eux-mêmes.

mathématique. L'idée est celle de la solidarité entre les principes physiques et les principes géométriques, l'expérience et les mathématiques. Le tout forme système d'une façon telle que l'expérience ne peut jamais être cruciale dans le choix d'une hypothèse mathématique : Cassirer renvoie à l'impossibilité affirmée par Poincaré de discriminer sur la base de l'expérience les géométries adéquates à l'appréhension de l'espace physique¹. Au point que J. Szczeciniarz considère que c'est une autre façon de mettre le kantisme « en mouvement » : l'espace est immanent aux actes – dire aux gestes, au sens Cavaillès, serait plus approprié – qui l'engendrent, à la façon dont la détermination des figures de l'espace euclidien plan (c'est-à-dire la détermination, on le sait depuis Klein, de cet espace lui-même) repose sur l'exposition du groupe des isométries. De façon plus générale, la théorie des groupes semble révéler chez Cassirer *exactement le même argument* que celui que G. Chatelet voit à l'œuvre chez Grassmann, et dont on a défendu l'esprit hégélien : l'institution logique de l'espace est coextensive de celle des éléments pivots de la géométrie de cet espace, les éléments pivots étant une conjonction de *lois et d'opérations possibles*, c'est-à-dire, ici, l'articulation entre des principes d'*invariance* et de *transformation*. La géométrie riemannienne et kleinienne joue alors dans la physique d'Einstein le rôle d'un système *transcendental* de concepts, puisque c'est par la définition de groupes de transformations sur une variété quadridimensionnelle – la métrique linéaire généralisée au-delà de la distance euclidienne étant déterminée de façon logiquement postérieure par les coordonnées curvilignes et les équations de Gauss² – que l'espace relativiste peut être atteint. Autrement dit, Cassirer porte dans les termes d'un kantisme renouvelé ce qu'impose Einstein³ :

« Le champ relativiste... n'est ni une substance, ni un accident, ni un réceptacle passif, ni un substrat des phénomènes, ni un milieu référentiel absolu. C'est une réalité physique qui existe indépendamment de toute substance et dont la forme physique est déterminée par la structure de l'espace-temps régie par un système d'équations différentielles décrivant en chaque point la propagation de ses actions énergétiques. »⁴

La traduction philosophique de ceci est la suivante : d'une part la causalité n'est maintenue comme principe transcendantal qu'en tant que déterminant la *connaissance* de l'objet (le champ) et pas le champ lui-même, et cette connaissance institue le (physico-)mathématique comme *le* transcendantal, ce mathématique étant, par l'histoire comme dans l'architecture théorique, dévoilé dans son antériorité formelle. La théorie des groupes vient renforcer ce fonctionnalisme mathématique : l'unité qu'elle apporte est celle d'un ensemble d'opérations possibles assurant l'invariance de relations sous la transformation des éléments reliés⁵ (et cela de façon infra-géométrique exactement au sens où Klein fondait/réinscrivait en 1872 la diversité des géométries dans l'unité de l'algèbre), ces relations d'invariance étant *seules* ce qui permet *scientifiquement* de penser l'unité du réel visé. L'ensemble se traduit chez Cassirer par une thèse holiste défendue dans un héritage duhemien explicite :

« C'est l'examen et l'analyse des symboles dans lesquels les jugements physiques s'expriment, et dans lesquels seuls ils parviennent à la forme qui leur convient, qui doivent faire comprendre le mode caractéristique de l' "objectivité" physique.

Le mérite revient à Pierre Duhem d'avoir le premier emprunté cette voie dans son œuvre sur la théorie physique... Elle montre que seule la construction d'un certain monde de symboles ouvre l'accès au monde de la "réalité" physique. »⁶

Deux remarques

¹ Cassirer 1921 p. 112-3. Cf. Szczeciniarz 1990 p. 149.

² Cf. Cassirer 1921 p. 78-80, 87, 10-1, 105-6 essentiellement pour les éléments techniques.

³ Cf. les conférences d'Einstein à Princeton de 1921 (exposés pédagogiques pour spécialistes) : Einstein 1921, et Einstein 1956, texte pédagogique pour non spécialistes.

⁴ Seidengart 2000 p. 13.

⁵ Cassirer 1921 p. 84 et 107 notamment.

⁶ Cassirer 1929 p. 454-5.

α) Une première remarque d'ordre scolastique : J. Szczeciniarz et J. Seidengart s'accordent sur une distinction implicite¹ : le transcendantal n'est plus dicible comme *instance*, on peut seulement dire que certains éléments jouent un *rôle* transcendantal. J. Szczeciniarz affirme alors qu'il est « impossible de parler d'un transcendantal construit, encore moins d'un transcendantal historique ». C'est une façon de penser le sens de la refonte cassirérienne du kantisme, mais à mon avis, elle la prend par le mauvais angle : certes elle pointe bien la tension essentielle à l'œuvre dans les analyses de Cassirer, mais elle présuppose de fait une acception trop kanto-kantienne du transcendantal, ce qui n'est justement pas la thèse de J. Seidengart qui considère que cette refonte historicisante/processualisante du transcendantal *maintient celui-ci*. La question n'est pas tellement de savoir s'il faut être scolairement ou non scolairement kantien : ce qui m'intéresse ici, c'est la présupposition de la distinction entre *instance* transcendantale et *rôle* transcendantal, présupposition qui n'est pas du tout d'esprit kantien, puisqu'elle suggère que le transcendantal soit autre chose que cette *fonction*. La perspective juridique-criticiste, me semble-t-il, interdit de redoubler l'explicitation du rôle transcendantal par l'évocation d'une instance quelconque – les interprétations psychologues de Kant (par exemple celle de Herbart²) cherchent à ancrer anthropologiquement cette fonction, mais c'est au prix d'une mécompréhension ou d'un dévoiement (voulu ou non) de ce sens *juridique* du criticisme, et concernant Cassirer, du sens de son *fonctionnalisme*.

Il reste que sur le rôle des mathématiques l'identité des discours bachelardien, lautmanien et cassirérien est ici manifeste : est prôné un « néo-kantisme de la fonction » expurgeant le transcendantal de sa dimension esthétique, réintégré dans une dialectique-dynamique chez Bachelard analogue à la mise en mouvement, non dialectisante dans la lettre, des règles de l'entendement chez Cassirer, mais réinscrit chez Lautman dans le néo-platonisme métaphysique dont on déjà vu le caractère bigarré.

β) Seconde remarque, qu'un propos d'Einstein dans son exposé didactique de 1956 m'a suggéré. Comme on le voit, l'essence de l'espace renvoyé à ce qui en est dicible dans la théorie généralisée, le champ gravitationnel, est ainsi rabattue sur le mathématique – le concept d'espace n'est pas un concept de chose, mais de pure mesure³, qui perd ici son objectivité *physique* au profit de l'objectivité mathématique⁴. Autrement dit l'essence de l'espace physique, c'est l'espace mathématique, ainsi :

« Descartes n'avait donc pas tellement tort quand il se croyait obligé de nier l'existence d'un espace vide. Cette opinion paraît absurde tant que les corps pondérables seuls sont considérés comme réalité physique. C'est seulement l'idée du champ comme représentant de la réalité, conjointement avec le principe de relativité générale, qui révèle le sens véritable de l'idée de Descartes : un espace "libre de champ" n'existe pas »⁵.

Ceci me semble révélateur du même processus que celui que Lautman évoquait au sujet de la réduction des propriétés topologiques d'une configuration géométrique donnée à des propriétés algébriques intrinsèques. En effet, Lautman rappelait que la position de Kant a justement consisté à rejeter l'assimilation du spatial au mathématique, et à introduire l'instance esthétique pure, mais que la tendance de la science à sa rationalisation consistait en

¹ Cf. Szczeciniarz 1990 p. 150 note, et Seidengart 2000 p. 25 : « En fait, la théorie des groupes n'est qu'un *instrument* qui assure une fonction transcendantale dans la mesure où elle établit une médiation active entre le sujet connaissant et son objet ».

² En fait, Herbart vise plutôt à faire disparaître le transcendantal, à l'instar de cet « autre 19^{ème} siècle allemand » réintroduisant les problématiques psychologiques et empiristes dans le cadre de la refonte du schématisme, autre tradition incarnée, outre Herbart, par Bolzano, De Vries, Lange et Helmholtz, comme le développe le n°3 de Juillet-Septembre 2002 de la *Revue de Métaphysique et de morale*, « Un autre 19^{ème} siècle allemand ».

³ Cassirer 1921 p. 37.

⁴ Cassirer 1921 p. 34.

⁵ Einstein 1956 p. 178. Cassirer 1921 p. 38 présente la chose sous un angle inverse : Descartes aurait ontologisé son concept logico-mathématique d'espace. Mais si l'on considère l'ordre des raisons, de la *ratio cognoscendi*, la présentation d'Einstein est plus éclairante.

une intellectualisation-algèbrisation tour à tour triomphante (quand elle réussit : et sur ce point Leibniz et Descartes ont la même perspective) ou militante (quand des obstacles se dressent). Or ce à quoi aboutit l'élévation néo-kantienne du mathématique au transcendantal, c'est à une thèse en l'occurrence de type anti-kantienne : ce qui se dit de l'espace se dit par la mathématique, l'espace visé n'étant plus en excès « insistant » par rapport au mathématique.

Une solution¹ peut consister à dissocier, chez Kant même, *intuition pure* et *intuition formelle*, c'est-à-dire le plan de l'espace comme *ce en quoi seulement est a priori pensable tout phénomène* (intuition *pure*) sans aucune détermination mathématique (sinon éventuellement le niveau d'une esquisse pré-topologique ou topologique), de la géométrisation (intuition *formelle*) instituant l'unité de cet espace en termes diversement (non-)euclidiens². Un telle dissociation extrait donc l'espace du registre mathématique en le renvoyant à une esthétique, mais en en limitant considérablement les déterminations possibles (l'exposition métaphysique du concept en est une représentation claire « quoique non détaillée »³, contrairement à l'exposition transcendantale qui le fixerait comme cadre d'objectivation, de présentation des phénomènes). Il reste qu'elle a le mérite de justifier, à partir de Kant, la permanence et la légitimité de l'esthétique transcendantale relativement au non-euclidien et au *n*-dimensionnel des géométries qui ont servi, aux 19^{ème} et 20^{ème} siècles, d'*uncontroversial* censés montrer le caractère *dépassé* du kantisme. Et en effet, Cassirer résume bien sous cet angle le problème et la voie possible de sa résolution, la dissociation de la strate géométrique (à intégrer *complètement* dans les règles de l'entendement) et de la strate plus profonde de *l'idée* d'un cadre de présentation :

« La question purement méthodologique a remplacé la question de l'être... nous avons affaire ici à une problématique qui dépasse, en tant que telle, les limites et la compétence de la présentation intuitive en général. L'espace de l'intuition pure est toujours seulement *idéal*... ici en revanche, il n'est plus du tout question de synthèses idéales de cette sorte ni de leur unité, mais de relations métriques propres à ce qui est empirique et physique. On ne peut découvrir et fixer ces relations métriques qu'en se fondant sur les lois de la nature, dans la mesure où l'on prend pour point de départ l'interdépendance dynamique qui règne entre les phénomènes et où on laisse ces phénomènes déterminer eux-mêmes leurs positions réciproques dans la variété spatio-temporelle en vertu de cette dépendance. Kant a résolument insisté aussi sur le fait que la forme de cette détermination dynamique ne relève plus de l'intuition en tant que telle, mais que ce sont seulement les "règles de l'entendement" qui confèrent une unité synthétique à l'existence des phénomènes... *Le pas qu'il nous faudrait accomplir à présent au-delà de Kant, sur la base des résultats de la relativité générale, consisterait à comprendre que c'est dans cette détermination conforme à notre entendement, dans laquelle seulement nous apparaît l'image physico-empirique du monde, que peuvent aussi entrer les axiomes et lois géométriques de forme autre qu'euclidienne* [je souligne], et que l'admission de tels axiomes non seulement ne détruit pas l'unité du monde, c'est-à-dire l'unité de notre concept empirique d'un ordre total des phénomènes, mais qu'elle est jusqu'à

¹ Cf. Salanskis 1991 p. 60-6.

² Au § 26 de l'Analytique transcendantale, à l'occasion de l'étude de l'unité de la synthèse dans une conscience originaire, Kant introduit la note interne suivante : « L'espace représenté comme *objet* (ainsi qu'il en est réellement besoin dans la géométrie), contient plus que la simple forme de l'intuition ; il contient le *rassemblement* en une représentation *intuitive* du divers, donné selon la forme de la sensibilité, de telle sorte que la *forme de l'intuition* donne simplement du divers, tandis que *l'intuition formelle* donne l'unité de la représentation. Cette unité, je l'avais, dans l'« Esthétique », attribuée seulement à la sensibilité, pour faire remarquer seulement qu'elle est antérieure à tout concept, bien qu'elle suppose à vrai dire une synthèse, qui n'appartient pas au sens, mais par laquelle tous les concepts d'espace et de temps deviennent d'abord possibles... En effet, puisque par cette synthèse (alors que l'entendement détermine la sensibilité) l'espace et le temps sont d'abord *donnés* comme intuitions, l'unité de cette intuition *a priori* appartient à l'espace et au temps, et non au concept de l'entendement (§ 24). », Kant 1781-1787, *Analytique transcendantale* II, « De la déduction des concepts purs de l'entendement », § 26 p. 873. C'est ce passage où intuition comme forme pure et intuition *formelle* sont le plus clairement distingués.

³ Kant 1781-1787, *Esthétique Transcendantale*, § 2, p. 785 : « J'entends par *exposition* (*expositio*) la représentation claire, quoique non détaillée, de ce qui appartient à un concept ; mais cette exposition est *métaphysique* lorsqu'elle contient ce qui représente le concept comme donné *a priori*. » L'exposition *transcendantale* d'un concept (§3 suivant) consiste à montrer en quoi il joue une *fonction objectivante* pour toute expérience possible. Dans la *Critique de la raison pure* l'exposition esthétique-transcendantale du concept d'espace inclut d'emblée les déterminations mathématiques, ce que la distinction intuition pure / intuition formelle ainsi serait censé pouvoir modifier de façon *intra-kantienne*.

présent la seule qui la fonde vraiment sous un angle nouveau, dans la mesure où les lois particulières de la nature... sont ainsi subsumées enfin sous l'unité d'un principe suprême, précisément celui du postulat universel de la relativité. »¹

Ce sont bien les mathématiques qui dominent l'immanence réciproque des déterminations matérielles, physiques, géométriques, la matière étant devenue un produit du champ et réciproquement², et il est donc nécessaire d'intégrer la strate géométrisante essentielle au niveau des règles a priori de la synthèse.

Tout ce qui précède n'a encore porté que sur la première réforme du schématisme transcendantal, celle portant sur le *transcendental* : il faut maintenant voir celle qu'opère Cassirer et qui porte sur le *schématisme*.

b. L'élargissement du schème en symbole

L'autorité kantienne est liée au passage d'une conception substantielle à une conception fonctionnelle, relationnelle, du concept et de sa genèse : le concept est l'instrument de l'objectivation de l'esprit, donc avant de réfléchir cette objectivation dans toutes les formations culturelles, il faut montrer, *par le fait*, que la thèse kantienne du *schématisme*, « l'art caché » assurant la médiation entre le sensible, le concret, et l'intelligible, le pur conceptuel, tout en contenant les éléments clés de cette conception relationnelle, manque d'une concrétude, d'une lisibilité, et d'une ouverture au devenir *exigées* par les avancées des sciences humaines (linguistique notamment) et exactes (mathématiques et physique, théorique et expérimentale avant tout). Cassirer hérite de la conception kantienne du symbole présentée principalement au § 59 de la *Critique de la faculté de juger* (mais l'*Anthropologie du point de vue pragmatique* donnait aussi des éléments en ce sens) : le symbole est une médiation active, un *opérateur* entre le concept et le concret, et le prendre comme centre de l'analyse, c'est d'emblée opérer un dépassement du dualisme entre le rationalisme idéaliste classique et l'empirisme ou le réalisme naïf. Le caractère *symbolique* des concepts, qu'ils soit effectivement discursifs, ou encore sous une forme pré-critique, est la clé de leur essence fonctionnelle : le signe en effet est un mode de rapport entre *matière* et *forme*, et c'est leur rapport qui importe. Dégager les principes de la connaissance, c'est dégager les « structures de significations »³, ou mieux encore, les structures de *la signification* comme *acte générique donateur de sens*. Le langage en général (forme symbolique matricielle), le mythe, et même l'art, sont d'abord recherche et procès intentionnels de *dénomination*, c'est-à-dire visant d'abord, même sous des formes déliées et indirectes, une certaine univocité du *nom*. La science en général, au contraire, assure un *passage au concept*⁴. C'est l'univocité de celui-ci qui est systématiquement intentionnée, au prix (au sens d'un *gain*) d'une dématérialisation érigée en méthode, par-delà les approches spontanément réalistes et référentielles inaugurant les mouvements des pensées scientifiques. Le signe concentre *par soi* le passage, de l'essentialisme ontologique encadrant les thèses, par exemple cartésiennes – essentiellement identiques au réalisme naïf⁵ de ce point de vue – sur la nature du concept, à cette perspective réflexive et relationnelle. Par la thèse de la fonction symbolique la fonction médiatrice, synthétique, active et constructive, du schème est maintenue. C'est le *néo-kantisme*. L'attention à l'herméneutique linguistique, en particulier les thèses de Humbolt⁶ (la langue est matrice théorique et élément immanent à chaque forme symbolique, à la façon dont les mathématiques sont une science autonome et un instrument pour toutes les autres sciences)

¹ Cassirer 1921 p. 120.

² Cassirer 1929 p. 513.

³ Cassirer 1929 p. 18.

⁴ Cassirer 1929 III-3, « Langage et science – Signes de choses et signes d'ordres » p. 363 et suiv.

⁵ Ce qui est systématiquement visé, c'est l'idée d'un rapport de *représentation* du concept au réel – et il semble que ce soit en ce sens générique que Szczeciniarz 1990 utilise le terme d'« empirisme » pour désigner ce à quoi s'oppose Cassirer.

⁶ Cf. Feron 1997 p. 215.

née au 19^{ème} siècle est l'occasion, pourtant, de son *néo*-kantisme : les langues, naturelles, et par extension, tout aussi essentiellement, les langues formelles, sont à la fois produits et conditions de productions fondamentaux de l'histoire humaine, entendue comme procès collectif, comme *œuvre* matériellement déterminée. Il n'y a rien sans langue, pas de pensée sans langage, et celui-ci, quoique caractère générique, renvoie systématiquement à l'existence concrète : l'esprit ne pense que dans, par et au travers des mots. Cette leçon hégélienne « rabat » le transcendantal sur les conditions historiques et culturelles de la structuration concrète de la subjectivité, mais ne l'y rabat qu'en soumettant celles-ci à la fonction symbolique

3. D'un intuitionnisme bien tempéré à la tentation phénoménologique : H. Weyl et O. Becker

a. L'exigence constructive : de Hilbert à Weyl

Cassirer présente toujours les objets de connaissance comme des fonctions, des opérateurs pour d'autres constructions de concepts, c'est-à-dire les réinscrit (au travers d'un primat de la relation et de l'opération dont les objets ne sont que les corrélats, ou plus exactement, ne sont que les traces symboliquement sédimentées) dans les actes non psychologiques révélés par l'effectivité de la fonction symbolique. Voyons ce qu'il en est dans son discours sur les objets mathématiques, discours fondé sur une double reprise critique : celle du formalisme hilbertien et de l'intuitionnisme brouwerien¹. Ce qu'il critique, pour l'essentiel, c'est leur finitisme, qu'il analyse comme la conséquence d'une commune confusion de l'empiricité des symboles (et derrière eux, de l'empiricité des actes du mathématiciens) et du sens transcendantal-fonctionnel de ces derniers.

Dans *Kant und die Moderne Mathematik*, Cassirer voulait déjà montrer que la caractérisation kantienne du mathématique devait être élargie afin de n'être pas confinée, ce qui au fond est bel et bien le cas chez Kant, au domaine restreint de la géométrie euclidienne. Peut-on appliquer sa théorie du synthétique a priori et du schématisme aux mathématiques contemporaines ? Peu convaincu, il énonce l'idée que l'intuition spatio-temporelle est foncièrement inutile dans une déduction mathématique, faite avant tout de conventions symboliques : pour autant, la nature des principes et des axiomes fondant la déduction analytique, doit être *synthétique*, c'est-à-dire excéder une nature purement logique, et exiger un principe intuitif, même si cette intuitivité ne peut plus être celle corrélative de l'évidence euclidienne ou de l'affinité avec l'empirie. Mieux comprendre cette synthéticité passe chez Cassirer par la compénétration de son fonctionnalisme avec le *constructivisme*. Dès lors que Cassirer aborde les problèmes de la nature de l'objet et de l'objectivation proprement mathématiques, il met en avant les thèses constructivistes.

Le schématisme constructif kantien élargi en symbolisme l'amène directement à étudier la conception hilbertienne du signe, qu'il partage pour l'essentiel, en ce qu'ils sont des mixtes entre l'intuitif et le conceptuel.

« Le symbolique... c'est l'unité de la transcendance et de l'immanence – dans la mesure où un contenu foncièrement transintuitif s'y extériorise sous une forme intuitive. »²

Mais Cassirer, on pouvait s'y attendre, tout en accordant que les objets de la mathématique contemporaine *sont ces signes*, d'une part refuse le formalisme dès qu'il pense la *genèse de la connaissance mathématique* : le formalisme est une conception adéquate pour l'analyse des modes d'exposition et de rationalisation des théories constituées, mais cette genèse, et par radicalisation, la construction de l'objectivité mathématique, ne sont pour lui élucidées que par les pensées constructives. D'autre part et corrélativement, il faut exposer le sens transcendantal du symbolisme : ce à quoi il procède est donc à un *essai de fondation*

¹ Cassirer 1929 III-4, section 1 sur l'intuitionnisme, 3 sur le signe.

² Cassirer 1929 p. 425.

transcendantale du formalisme hilbertien, par le renvoi des signes mathématiques aux opérations qu'ils cristallisent, c'est-à-dire aux procédés constructifs qu'ils indiquent, lesquels témoignent des structures a priori non figées de la subjectivité connaissante. Il se réfère régulièrement à Poincaré (dont il souligne pour le valoriser l'héritage kantien concernant le principe d'induction complète¹), aux intuitionnistes français (Borel, Lebesgue), à Brouwer, et surtout à H. Weyl : celui-ci a cerné l'essence de l'objectivation mathématique, puisqu'il a montré que l'on n'y intuitionne pas des objets, mais de *purs procédés opératoires*. De même que le mot en général, le symbole mathématique cristallise le procédé qui est le cœur de l'acte de donation de l'objet, au sens où il est *mode d'objectivation essentiellement réflexif*², reprise représentée en soi-même du concept, mais *comme symbole-matériau de calcul*, en lequel se résout l'opération considérée. Le symbole incarne donc la synthèse kantienne de la reconnaissance³, il est autant acte que support d'actes, il est signe apte à opérer sur d'autres signes – geste possible sur d'autres gestes déjà symbolisés, et l'on retrouve clairement ce que l'on a déjà vu chez Cavaillès, en plus de la reprise de l'adage hilbertien « au commencement était le signe »⁴. Autrement dit, parler d'« objet » mathématique, c'est toujours parler de systèmes d'objets institués procéduralement par des lois opératoires, des règles de construction, le tout dans une axiomatique reconnue dans sa fonction structurale, mais renvoyée à son caractère *relatif* – c'est-à-dire au fait que s'il y a toujours *structurellement* des principes et règles, dans un système hypothético-déductif, ceux-ci sont dans leur contenu (c'est-à-dire dans ce qu'ils stipulent, dans ce qu'ils rendent possibles ou non) *variables* :

« Le formalisme est un instrument indispensable pour la logique du déjà-connu, mais par contre il ne révèle pas le principe de la découverte mathématique... Le formalisme est un moyen incomparable pour "discipliner" la raison mathématique, mais il ne peut pour son propre compte en expliquer l'existence et la légitimer en un sens transcendantal. »⁵

Il n'y a donc pas d'objet mathématique au sens courant du terme : l'objet, *c'est le signe*, non reproductif puisque « reconnaissant », donc la mathématique n'est pas connaissance d'objets (filiation kantienne oblige). C'est sûrement pour cette raison que le chapitre central de l'ouvrage de 1929 s'intitule « L'objet *des* mathématiques » et non « L'objet mathématique » : ce qui importe c'est *l'objectivité*, laquelle tient à la systémativité réglée des ensembles de concepts et de jugements formalisés⁶.

« La pensée symbolique des mathématiques ne se contente assurément pas, à leur sujet [les « objets » c'est-à-dire les *relations* qu'ils condensent], de saisir ces relations *in abstracto* : elle requiert et forge un *signe* précis pour l'état de choses logico-mathématique en question et elle traite finalement ce signe lui-même à son tour comme un *objet* mathématique d'une entière légitimité. »⁷

On verra plus loin la conséquence que cela a sur la question des « actes » du mathématicien, mais la critique de Brouwer (ce sera la même à l'égard de Becker) au profit de Weyl⁸ prend déjà ici plus de sens : l'instance discriminante concernant la légitimité des procédures mathématiques ne doit pas être celle, empirique, des actes réellement effectuables par le mathématicien, mais les procédés opératoires *idéaux* concentrés par les signes. Logiquement et corrélativement, le principe de la découverte mathématique pour Cassirer, c'est la constructivité, liée à l'ouverture et la fécondité de la variabilité évoquée plus haut des principes *dans ce qu'ils stipulent de particulier*. La rencontre d'obstacles, d'impossibilités conceptuelles, de celle des grandeurs incommensurables chez les pythagoriciens aux

¹ Cassirer 1929 p. 416, 423.

² Cassirer 1929 p. 423.

³ Cassirer 1929 p. 429 : « Ce ne sont pas les choses, mais les signes seuls qui rendent une semblable "reconnaissance" possible et qui par là libèrent radicalement la pensée des périls et des ambiguïtés d'une simple reproduction ».

⁴ Cassirer 1929 p. 419.

⁵ Cassirer 1929 p. 427.

⁶ Cassirer 1929 p. 441.

⁷ Cassirer 1929 p. 438.

⁸ Cassirer 1929 p. 409-13.

imaginaires, est un moteur de cette relativisation *historique* des principes, relativisation qui se traduit, dans les moments suivant les crises, par des réorganisations théoriques finalement symbolisés consistant à réintégrer l'ancien dans des dispositifs *libérés* à l'égard des bornes des systèmes antérieurs – et le vocabulaire de la libération à l'égard de ces limites contingentes est ici le même que celui de Cavailles¹. Mais la constructivité est aussi le *fondement* de l'analyse, c'est-à-dire le principe architectural : l'analyse doit reposer sur le pur procédé d'itération que Weyl a mis en valeur en 1918 dans *Das Kontinuum*² dans la détermination prédicativiste³ du nombre réel au cœur de celle du continu qui est le cœur de la conceptualisation exigée par la nouvelle physique einsteinienne⁴.

Il est important de noter, au-delà de ce que reprend Cassirer à l'intuitionnisme weyllien de *Das Kontinuum*⁵, plus nuancé que celui de Brouwer, que les deux, avec le recul, défendent le même type de conception de la connaissance scientifique comme une construction symbolique généralisée modelée sur une acception transcendentale néo-kantienne de la fonction du symbolisme, et ce, autant en mathématiques qu'en physique.

La conception symbolique-fonctionnelle du concept mathématique se justifie, chez Cassirer, par sa nature *d'universel concret*, comme chez Kant. Il comprend avant tout la *loi de variation d'un type de grandeur*, et n'est aucunement l'universel abstrait au sens de l'abstraction-*soustraction* de caractères accidentels en vue du dégagement d'éléments communs à une classe d'objets (ce qui constitue le concept au sens empiriste, ou le concept d'une essence réduite à une liste de prédicats essentiels). La *loi* est le paradigme d'unification de l'un et du multiple : la *forme légale* domine le flux des variations. On n'est plus ici dans la conception classique de la simple subsomption du particulier et du singulier sous l'universel : si, donc, la production d'un concept n'est pas l'isolement d'un caractère commun à des éléments (phénomènes ou concepts de niveau inférieurs) distincts, mais le dégagement et la garantie d'une même *fonction* opérant en eux (et dont il faut procéder à la « monstration »⁶ plus qu'à la réduction), il s'avère que le concept est dans sa forme générale *puissance particulière d'unification via le signe*, fixant, d'abord d'un point de vue logique, puis le chargeant d'une sémantique, l'ordre légal du représenté. Un processus de conceptualisation, qui est toujours de symbolisation, et qui réinvestit toujours ses produits parce qu'il prend en compte leurs particularités, est donc une médiation objectivante qui refuse sa *chosification*. La pensée produit des concepts, dans son exigence scientifique de vérité, en procédant à une détermination réglée du champ intuitif (et par là en est un principe de structuration, et non un élément⁷) : de la synthèse intuitive pré-scientifique elle accède à la synthèse discursive, elle *transforme l'intuition*, qui est déjà différenciée, quasi-discursive, dès les formes symboliques élémentaires, par exemple dans la pensée mythique. La pensée suit toujours des *modes de liaison* : c'est son schématisme originaire, sa formalité pure. Mais seuls les concepts

¹ Cf. Cassirer 1929 p. 433-4.

² Cassirer 1929 p. 408. Weyl 1994 p. 83 : « *la représentation de l'itération, de la suite naturelle des nombres, est un fondement ultime de la pensée mathématique* ».

³ Une définition doit être prédicative dès que l'on excède \aleph_0 , c'est-à-dire se référer à des totalités déjà établies, antérieurement à l'objet défini : ce que Weyl a précisé à la suite des rejets corrélatifs par Brouwer de l'infini actuel (considéré comme potentiellement tétatologique, et immédiatement source des paradoxes ensemblistes) et du tiers-exclu pour des ensembles non effectivement contrôlables d'objets.

⁴ Cassirer 1921 p. 135. Cf. aussi Cassirer 1929 p. 523, l'exposition de l'accord de Cassirer avec Weyl sur la conception de l'objet physique comme *idée-limite* dans la nouvelle physique. On notera que Cassirer reprend à son compte la thèse de Weyl selon laquelle le continu mathématique ne peut être obtenu qu'en surimposant des déterminations exactes au continu intuitif *irréductible* : Cassirer 1929 p. 445, Weyl 1994 § 6, « Continu intuitif et continu mathématique » p. 108-116. C'est dans cela qu'est enracinée la thèse contemporain néo-weyllienne de S. Feferman (Feferman 1998) selon laquelle le continu mathématique est un « *inherently vague statement* », un *non-objet*.

⁵ Weyl 1994. Il s'inspire aussi de Weyl 1921 qui porte sur les acteurs de la crise des fondements.

⁶ Cassirer 1929 p. 322.

⁷ Cassirer 1929 p. 317. C'était déjà une thèse de Kant, dont Cassirer illustre la fécondité et la pertinence en suivant les théories sur le *nombre*.

scientifiques et l'analyse philosophique explicitent, *savent* ces modes de liaison, puisqu'ils en *thématisent l'usage*.

En effet, lorsque Cassirer étudie les conceptions du nombre, et celles, logiciennes, du concept, en particulier celle de Frege et Russell, tout en insistant sur la thèse *relationnaliste* concernant l'essence du concept (ou du nombre, chez Dedekind par exemple¹), il montre que le présenter comme *fonction propositionnelle*, c'est d'une part insister sur le *noyau rationnel* de tout concept, en dégager le « patron » pour tout jugement : l'universalité fonctionnelle, mais aussi montrer cette réflexivité, ce savoir de soi de la pensée conceptuelle. Tout en sachant que le caractère symbolique est constitutif de leur validité, cette pensée explicite le fait que ces concepts, dans le processus d'objectivation scientifique, sont toujours nourris d'une architecturation *logique* ou *logistique*, sans qu'ils ne s'y réduisent pour autant (et l'oubli ou la non-insistance sur ce point est une des limites du *logicisme*), grâce à leur *sémantique*, leur *fonction représentative* en tant qu'ils sont *symboliques*, c'est-à-dire des *substituts réflexifs en correspondance structurelle* (rapport qui n'est donc pas d'indication réaliste ou de ressemblance). La pensée produit un empire de concepts en tant que *symboles* : elle fait correspondre, et c'est là l'essentiel de son *métabolisme symbolique*, des liaisons entre des signes comme *opérations*, aux liaisons entre des contenus conceptuels, thèse d'inspiration leibnizienne (l'algèbre générale, la caractéristique universelle, est construite chez Leibniz sur cette correspondance et sur la composition opératoire consécutive de ces signes). Ce qu'il critique dans la conception fregeo-russellienne, c'est l'inféodation terminale de leur conception fonctionnelle du nombre et de l'ordination (qui permet de construire les entiers naturels) au réalisme de la *classe*². Au contraire pour Cassirer, il faut se départir de cette rechute. Il prend l'exemple, après le nombre, de la théorie des *séries* (et évoque, dans une perspective identique, le principe légal des transformations qui engendrent par déformation continue les diverses coniques, en laissant structurellement invariants leurs propriétés projectives « derrière » la modification des propriétés métriques). La loi d'une série en soumet les termes : *loi de variation d'un type de grandeur, forme légale* dominant le flux des variations, selon les expressions ci-dessus, la série, avant d'être *objet mathématique*, est *forme de structuration* du divers *numérique* (simples suites) ou *fonctionnel* (par exemple la série de Taylor). Mais sa thèse se défend tout autant concernant la géométrie, qu'il analyse en se différenciant fortement de Kant puisqu'il a accès, de façon déjà réflexive, aux géométries non-euclidiennes, à la théorie kleinienne des groupes, et à la théorie de la relativité qui mobilise, notamment, ces dernières. Selon lui, le passage de la géométrie analytique cartésienne, centrée, malgré le principe de l'équivalence courbe/équation, sur le *numérique*, à la géométrie *différentielle*, à partir des linéaments de géométrie infinitésimale livrés par l'*Analysis Situs* de Leibniz, est un passage du nombre à la *fonction*. Les groupes de Klein radicalisent ce passage et couronnent l'évolution de la géométrie : sa dislocation en *des géométries* a mené à la mise en évidence de leur unité *algébrique*, de leur *unité a priori*, comme systèmes d'opérations (et non ensemble d'éléments) possédant des *invariants relationnels*. L'invariance étant la permanence comme indépendance relative-relationnelle d'éléments structurels à l'égard de leurs « modèles », de leurs incarnations géométriques, Cassirer en conclut, en particulier dans son étude de la théorie de la relativité, à la pertinence la plus assurée de sa conception *fonctionnelle* des concepts scientifiques et mathématiques.

b. La fondation phénoménologique du transfini par O. Becker : *Mathematische Existenz* (1927)

¹ Cassirer 1929 p. 332, et p. 330-1 sur Frege-Russell. L'unité conceptuelle par subsumption du particulier sous l'universel, quoique non paradigmatique pour Cassirer, comme on le voit, reste déjà un indicateur essentielle du fait que la *relation* est le noyau du concept.

² Cf. Cassirer 1910, II-3 sur Russell et les classes, où Cassirer indiquait déjà le primat de l'opération sur l'objet (et insistait sur les notions de récurrence, d'induction etc.) et la reprise de cet argument en Cassirer 1929 p. 415, où il se réfère explicitement à la critique brunsvicgienne (Brunschvicg 1912) de la conception russellienne – sachant que, réciproquement, Brunschvicg renvoyait à Cassirer en évoquant la parenté de leurs perspectives.

On a vu que pour Cassirer, dégager les principes de la connaissance, c'était mettre en évidence les « structures de significations »¹, ou mieux encore, les structures de la signification comme acte générique donateur de sens : mais cet acte générique est chez lui renvoyé à l'opérativité non psychologique de la fonction symbolique. De même, on a évoqué les affinités entre Cassirer et Weyl. Je souhaite ici mettre brièvement en perspective les thèses de Cassirer avec l'orientation phénoménologique du règlement du problème du transcendantal. D'une part cette orientation a influencé Weyl. D'autre part Cassirer a notamment eu affaire à cette orientation phénoménologique par l'intermédiaire des textes d'O. Becker, lequel, par ailleurs, a été durablement en contact avec Weyl.

L'infléchissement du traitement du transcendantal, dans sa forme husserlienne, sur les modalités et supports de l'activité intentionnelle de constitution noético-noématique des idéalités, est l'aspect sur lequel Cassirer est très laconique². Il est vraisemblable que ce soit à cause de sa posture juridique radicalement anti-empiriste qu'il a étendu à (c'est-à-dire contre) celle de la phénoménologie. Résumons d'abord la position de Cassirer. Suivant Weyl il détermine l'objectivité mathématique dans et par la systématiquement réglées d'opérations cristallisées/condensées symboliquement, les actes mathématiques n'étant que la mise en mouvement objective de combinaisons de signes renvoyant, pour chacun d'eux et ensemble, à une logique fonctionnelle juridiquement pensée en termes transcendants, c'est-à-dire articulant de façon non empirique ou psychologiquement l'empiricité graphique des signes aux lois conceptuelles auxquelles ils renvoient – l'ensemble se traduisant en un holisme symbolico-mathématique de la détermination de l'objectivité physique, on l'a vu.

Oscar Becker rentre dans l'espace phénoménologique sous l'influence de son maître Husserl dont il va devenir l'assistant en 1923, et il semble probable que son implication dans la collaboration avec le troisième Reich ait contribué à son occultation dans le champ des études d'histoire de la pensée, puisqu'il est un des disciples de Husserl les plus instruits de ce que la crise des fondements des mathématiques institue comme problématiques, et techniquement savant. Son projet est très vite de construire un pont entre la phénoménologie et les innovations des mathématiques et de la physique du moment, et ce sont les travaux de Weyl qui, pour lui, vont constituer les piliers de ce nouveau pont. Outre Weyl, il va également entretenir une correspondance avec bon nombre de mathématiciens de son temps : entre autres Hilbert, Ackermann, Fraenkel, Reichenbach et Zermelo³. C'est Husserl qui le guide vers Weyl (qu'il tient en haute estime notamment pour sa fondation du logico-mathématique dans une instance intuitive dont le prédicativisme semi-intuitionniste de *Das Kontinuum* s'attache en particulier à assurer le sens) de la même façon qu'il permet à Weyl de prendre de connaissance pour la première de Becker par une lettre du 9 avril 1922⁴. Dès 1923, Becker a deux positions essentielles. D'une part, il défend l'idéalisme transcendantal de Husserl :

« Selon le principe de base de l'idéalisme transcendantal, un objet n'"est" et un état de choses ne "subsiste"... que si et seulement dans la mesure où il peut s'exhiber lui-même dans la conscience avec le degré et le type d'évidence qui en sont caractéristiques. Toute chose "transcendante" se constitue dans la conscience pure, la "réalité" est inhérente à celle-ci au travers de "thèses de réalité" rationnellement motivées. »⁵

Il considère que les conceptions de Weyl sont de ce type. Dans sa première lettre à Weyl du 12 avril 1923, il écrit :

¹ Cassirer 1929 p. 18.

² Szczeciniarz 1990 p. 142-3.

³ Cf. Mancosu & Ryckman 2002 p. 134-5.

⁴ Cf. Mancosu & Ryckman 2002 p. 134-5, où la lettre est traduite partiellement.

⁵ Becker 1923 p. 394. Pour l'essentiel les citations données de Becker sont traduites par moi à partir de l'anglais dans Mancosu & Ryckman 2002, matériau de première importance qui présente les configurations et trajets théoriques respectifs de Weyl et Becker et leur correspondance. Puisqu'elles sont déjà de seconde main, je me suis pour cette raison autorisé à les traduire librement.

« Ce qui est important ici, c'est que mon point de départ philosophique... est le principe de l'idéalisme transcendantal, duquel émerge le problème fondamental de la constitution phénoménologique de la nature. Je crois que c'est la même conception idéaliste qui sous-tend votre théorie du continu et votre "géométrie infinitésimale pure". »¹

Il renvoie notamment² au passage suivant de *Das Kontinuum*, effectivement peu sujet à caution :

« Aussi les points et les ensembles de points ne se laissent-ils jamais repérer d'une manière absolue, mais seulement dans la dépendance d'un système de coordonnées. Ce système de coordonnées est le reste inévitable de la destruction du Je dans l'univers géométrico-physique extrait du donné par la raison selon la norme de "l'objectivité" – ultime et pauvre symbole qui, dans cette sphère objective, témoigne que l'existence est donnée et ne peut être donnée que comme contenu intentionnel des expériences d'une conscience d'un Je qui attribue ou crée des significations. »³

Cela correspond parfaitement aux thèses husserliennes des *Ideen*. Dans *Mathematische Existenz*, ce principe, que Becker appelle « d'accessibilité » est formulé comme suit :

« Toute objectivité [*Gegenständlichkeit*] comporte (c'est-à-dire abstraction faite des difficultés techniques) une voie d'accès. C'est seulement par là qu'une objectivité, quelle qu'elle soit, se caractérise comme phénomène et qu'il est satisfait à la prétention absolument *universelle* de la phénoménologie *transcendantale* (pour laquelle tout être est synonyme d'être constitué) ». ⁴

D'autre part, il reconnaît sa dette à l'égard des travaux de Weyl sur le rôle du symbolisme, ce que Husserl n'a pas étudié de façon centrale.

« Ce qui est dit à la fin de ce travail (§ IV – 6c) sur l'idée d'une interprétation de la nature par une mathématique symbolique est particulièrement redevable à la stimulation décisive produite par les écrits philosophiques les plus novateurs d'H. Weyl, mais aussi à ses éclaircissements épistolaires »⁵

Et c'est de la compénétration et de la complémentarité entre l'approche phénoménologique et l'approche symbolique qu'il défend sa re-fondation du transfini, en assurant sa dimension anthropologique. *Mathematische Existenz*, ainsi que va le noter Cassirer pour le critiquer, est influencé par les thèses heideggeriennes de *Sein und Zeit* sur la finitude du dasein, influence qui va le conduire à formuler également en termes anthropologiques le problème de l'existence mathématique (qui excède déjà, par la thèse de la constitution *intentionnelle* des idéalités, le concept hilbertien d'existence réduit à la non-contradiction dans un système axiomatique) :

« La vie réelle / le vécu factuel [factual] de l'humanité... est aussi la fondation ontique du mathématique. »⁶

Pour autant, tout en rejetant le rôle de servante dominée par la science dévolu à la philosophie par les néo-kantiens⁷ il va aller cependant plus loin que Heidegger, et sa

¹ Mancosu & Ryckman 2002 p. 137, p. 168 note 24 pour l'extrait original en allemand.

² Becker 1923 p. 544.

³ Weyl 1918 p. 114.

⁴ Becker 1927 p. 502, Remarque. La traduction est ici celle de Cassirer 1929 p. 446.

⁵ Becker 1927 p. 444.

⁶ Becker 1927 p. 636.

⁷ Les néo-kantiens français rejettent effectivement toute tentation régaliennne d'une philosophie qui doit se faire maintenant épistémologie *régionale*, mais Cassirer considère plutôt la pleine complémentarité des deux. Weyl, à l'instar de Cassirer, estime en authentique savant-philosophe (cf. Salanskis 1995 sur cette question) : l'impossibilité de droit de laisser la pratique scientifique pour la fondation philosophique et la même impossibilité de réduire la seconde à la première : « On peut me semble-t-il, distinguer deux sphères dans la vie intellectuelle des hommes. L'une, celle de l'action, de la production de formes, de la construction ou de la création, est la sphère de l'artiste, du savant, du technicien, de l'homme d'état. L'autre, celle de la réflexion où l'on s'interroge sur le sens de toute activité, peut être considérée comme l'apanage du philosophe. L'activité

phénoménologie¹, dont l'ambition reste de dégager la structure intime de la nature, ne se privera pas de certains accents numérolologiques, puisqu'il considèrera, comme le note Weyl en 1953², que l'appareillage mathématique fonctionne, au fond, comme un code magique délivrant un sens *symbolique* de la nature bien plus qu'il ne dévoile les connexions réelles entre phénomènes.

Becker prend position pour un intuitionnisme repris via Weyl à Brouwer, mais réintégré dans la thèse *transcendantale* d'actes de conscience constitutifs de l'objectivité mathématique. Tout en reconnaissant la nature symbolique de la connaissance mathématique, il critique autant la réduction technique à la non-contradiction du concept d'existence, et élargit cette critique au traitement hilbertien des éléments idéaux, afin de nourrir sa fondation phénoménologique du transfini³. Rappelant l'opposition entre une logique sémantique de la vérité, à vocation ontologique défendue par l'intuitionnisme, et une logique syntaxique de la conséquence sans visée ontologique dans le formalisme hilbertien⁴, Becker estime qu'on ne peut mettre sur le même plan les éléments idéaux comme les imaginaires, et le transfini. Les premiers peuvent donner lieu à une compréhension intuitive grâce à la représentation géométrique qui en est possible, pas le second. Plus exactement, il ne peut y avoir d'intuition catégoriale du second, puisqu'il n'est obtenu que par analogie généralisante avec les lois d'institution des ensembles finis. Toute thèse *actualiste* sur l'infini excède par principe l'intuition, empirique bien sûr, mais aussi et surtout eidétique. On ne peut donc mettre le transfini sur le même plan que les autres objets idéaux – restriction héritée de Brouwer, et partagée en commun avec Weyl. La fondation phénoménologique du transfini – qui n'est pas la même chose qu'une fondation de la théorie des ensembles, objectif qui n'est pas le sien – repose donc sur le rejet des aspects actualistes des thèses de Cantor, dont il valorise au contraire les suggestions de *type* phénoménologique distinctes des formulations directement ensemblistes. Ces suggestions portent sur les lois du procès de génération des ordinaux, que Becker interprète en termes de niveaux successifs d'actes d'une conscience transcendantale opérant réflexivement sur ses actes antérieurs, à la manière d'une *recognition* itérée, et cela, en convergence avec le renvoi weyllien du symbolisme au procédé fondatif de l'itération, puisque

« l'existence *actuelle* – au sens *ontologique* – requiert donation *phénoménologique*, "accès". Après tout, seuls les phénomènes "existent" ultimement. »⁵

Becker défend ainsi l'idée d'un remplissement intuitif réglé de l'intention de détermination du transfini en interprétant la figuration-symbolisation des étapes de la génération ordinale comme un tel donné phénoménologique :

« ... quand on pense à une figure que l'on a reproduite⁶, et que cette reproduction est elle-même reproduite une nouvelle fois, alors on obtient des figures de niveau ω , $\omega + 1$, $\omega + 2$, etc. Dans cette perspective est actuellement donnée une représentation intuitive, au moins pour les premiers nombres transfinis ω , $\omega + 1$, $\omega + 2$... Il est clair que dans une figuration réellement effectuée [actual] seul un nombre fini (et même très petit) de figures peuvent être ainsi emboîtées... Mais il se trouve, malgré tout, que les premiers emboîtements rendent le procès infini évident selon sa pure possibilité idéale. La complication infinie "idéale" de ces emboîtements de figures est représentée *symboliquement* en une seule des figures décrites. Cela fait, en un certain sens, que c'est sur la représentation *symbolique* même qu'opère la procédure représentative

créative non contrôlée par la réflexion risque de se détacher de toute signification, de perdre contact et perspective, de dégénérer en routine, tandis que le danger de la réflexion est de devenir un irresponsable "parler sur", paralysant la puissance créatrice. », Weyl 1953a, p. 267.

¹ P. Mancosu traduit cette orientation par « mantic phenomenology ».

² Weyl 1953b p. 264.

³ Développée en Becker 1927 §5a p. 521-69.

⁴ Becker 1927 p. 509.

⁵ Becker 1927 p. 527.

⁶ Par exemple la construction répétée d'un carré dans un des quarts d'un carré antérieur, etc.

suivante (la ω -ième, la $\omega + 1$ -ième). Cette [représentation] "symbolique", pourtant, n'est abstraite-conceptuelle en aucune façon ; elle est bien plutôt intuitive. »¹

Autrement dit, Becker veut étendre le procédé itératif des réflexions-thématisations successives opérées par une conscience qu'Husserl a déterminé dans le cas fini au § 101 des *Ideen* (essentiellement une variation eidétique opérant sur des variations eidétiques antérieures), aux itérations transfinites, et c'est pour lui le caractère réglé des écritures symboliques intuitionnées qui assure cette reconnaissance répétée – au passage, notons que Weyl réfère à Becker pour l'analyse phénoménologique des niveaux de constitutions, au sens ci-dessus, de l'espace² – :

« Si nous examinons scrupuleusement le processus d'itération qu'opère la réflexion sur elle-même, c'est-à-dire, de façon entièrement concrète, alors nous voyons ce qui suit : je réfléchis la réflexion que je viens juste d'effectuer, puis je réfléchis de nouveau cette réflexion de second niveau, et ainsi de suite... [Au] ω -ième niveau, l'objet (le thème considéré) de mon présent acte de réflexion, c'est la suite entière et ouverte des réflexions effectuées auparavant. »³

On l'entrevoit ici, c'est la structure *temporelle* de la suite des actes qui est fondamentale, c'est-à-dire irréductible, c'est elle qui est la véritable base phénoménologique. Cette structure temporelle est toujours, dès lors qu'elle est support d'actes réflexifs, *finie puisqu'elle opère sur des suites finies de symboles*, même si elle intervient à un niveau transfini de l'itération (par exemple dans la constitution par Mahlo des cardinaux qui portent son nom⁴), chaque niveau fonctionnant alors comme un *horizon interne obtenu par thématization d'un horizon antérieur*.

« On doit scrupuleusement distinguer la structure *de la contemplation* de l'emboîtement d'intentionnalités, de la structure de l'emboîtement lui-même. La première structure est d'une complexité *finie* cependant que la seconde est d'une complexité *transfinie*. »⁵

On voit le cœur de l'argument : ce qui assure la fondation phénoménologique du transfini, c'est qu'on ne le regarde pas comme objet, mais ce n'est pas parce qu'on n'en considère que la structure d'engendrement symboliquement codifiée. C'est parce que c'est *par la structure des actes de conscience répétés thématisée pour elle-même, ultime acte réflexif* que les deux précédents sont visés.

c. Cassirer, Weyl et Becker : un triangle révélateur des difficultés du transcendantal

On ne peut rentrer ici dans les détails techniques des objections, accords et décalages ponctuels entre Weyl et Becker, l'important est de retenir la convergence globale des vues, pour voir maintenant en quel sens Cassirer se sent aussi éloigné de Becker qu'on l'a vu proche de Weyl, et ce que cela révèle d'une difficulté essentielle et révélatrice de sa refonte du transcendantal⁶. De même, je ne rentre pas dans le détail des phases de la pensée philosophique de Weyl (l'influence husserlienne initiale, l'engagement intuitionniste dans

¹ Becker 1927 p. 540-1.

² Weyl 1949 p. 129.

³ Becker 1927 p. 546.

⁴ Ce type d'arguments permet de repenser et de nuancer l'exigence pourtant pleinement légitime de constructivité à laquelle on fait parfois appel pour critiquer les fuites en avant vers l'infini qui caractérisent la stratégie maximaliste des ensembles (la stratégie *LCA* des « large cardinal axioms ») actuellement très dynamique (en théorie descriptive des ensembles notamment). En effet, il a pour fonction justement d'articuler l'*effectivité* d'une suite d'actes et l'infinitude d'objets – des ensembles – renvoyés aux lois *symboliques* de leur institution. Dans un autre travail on a présenté la configuration actuelle de ce critère constructif en théorie descriptive des ensembles dans le cadre d'une étude épistémologique sur la persistance actuelle du *paradigme axiomatico-ensembliste* – bourbachique – dont la crise *révolutionnaire* des fondements du début du siècle a été l'agent, et sur les grains de sable qui l'affectent : Barot 2004a.

⁵ Becker 1927 p. 547.

⁶ Faiblesse que seule l'approche husserlienne ou au contraire une approche à la Cavailles permettent de dépasser, quoique, évidemment, au prix d'autres difficultés.

Das Kontinuum, puis son dégagement relatif à l'égard de celui-ci au profit d'un renouveau du transcendantal assuré par l'insistance sur le symbolisme mathématique¹). Notons d'abord que Niels Röller a tout récemment rappelé les affinités profondes, et donc les échanges possibles (*Wechselverhältnis*), entre les pensées de Cassirer et de Weyl. En se basant en particulier sur *Philosophy of Mathematics and Natural Science* de Weyl de 1949 et la *Philosophie des formes symboliques*, il considère, dans son ouvrage *Medientheorie im epistemischen Übergang*², que la conception weyllienne selon laquelle le continu « Medium des freien Werdens », milieu d'un devenir libre pensé constructivement à partir d'une conscience de soi humaine symboliquement médiatisée, est tout à fait comparable à la vision cassirienne de la science comme construction instaurant, via la réflexivité instituée par les symbolismes mathématiques à l'universelle fonction symbolique, un hiatus massif entre la réalité et la pensée (ainsi que le travail de Cassirer sur les théories de la relativité l'indiquaient déjà). Certes Cassirer se dit plus explicitement héritier de Kant, mais la discussion serrée, en forme d'héritage critique, que Weyl mène du statut transcendantal de l'espace, et du rôle transcendantal du symbolisme qu'il perçoit chez Kant³, correspondent bien à l'optique de Cassirer⁴, au-delà des convergences déjà notées sur les procédés mathématiques mis en valeur par les deux.

Ensuite, sur un certain nombre de points, Cassirer et Becker sont très proches : l'ouvrage de 1964 de Becker montre encore qu'il faut selon lui étudier les « Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung »⁵, c'est-à-dire, en termes cassiriens, maintenir le caractère historique du problème de la fondation, donc de la variabilité des contenus des principes structurels gouvernant les édifices théoriques. La critique que propose Cassirer de *Mathematische Existenz*, dans une longue note⁶ de *La phénoménologie de la connaissance* où il précise que ses commentaires auraient été plus développés s'il avait eu accès plus tôt à l'ouvrage, concerne essentiellement l'accent husserlien-heideggerien mis sur la formulation du problème de l'existence mathématique, et en particulier sur la dimension *anthropologique* qu'il estime peu probante de la fondation phénoménologique du transfini, c'est-à-dire, finalement, sur une retombée des actes réflexifs constitutifs de celle-ci dans une approche *empirique*.

Cassirer partage le point de départ de Becker, résumé dans le *principe d'accessibilité*, c'est-à-dire la thèse du sens noético-noématique d'une objectivité qui n'est que comme purement intentionnellement *constituée*. Ce qu'il rejette, c'est le rabattement opéré par celui-ci, et évoqué plus haut, du principe de la loi d'engendrement des ordinaux sur une temporalité originaire que Cassirer perçoit comme opérant en un sens anthropologique, oscillant entre vécu et histoire, alors qu'il faut justement penser un temps *logique* à la rationalité mathématique. Cassirer rejette donc l'inféodation du mathématique au vécu factuel du *dasein* que Becker reprend à Heidegger, affirmant que cela va à l'encontre d'une véritable doctrine transcendantale de l'objectivité qui doit reposer sur une thématization *immanente* à la *pensée* mathématique de ses procédés et méthodes – à la façon dont Cavaillès le défendra, peut-on rajouter – et non sur des éléments extrinsèques. Cassirer refuse l'idée que dans la mathématique, connaissance en procès, l'on rencontre la subjectivité *empirique* des mathématiciens comme instance *constitutive*. Becker, en 1929, répondra à l'objection en pointant l'indétermination de la systématique cassirienne sur cette question de l'instance

¹ Cf. Mancosu & Ryckman p. 144-53, Salanskis 1995, Feferman 1998 cf. « Weyl vindicated : *Das Kontinuum* seventy years later » p. 249-54, pour aborder mieux le prédicativisme de *Das Kontinuum*, Weyl 1949, 1953a et 1953b.

² Röller 2002.

³ Cf. Weyl 1949 p. 37-8 sur le rapport nombre/temps, 41-2 sur les deux premières antinomies kantienne liées au continu spatial et 210-5 sur les difficultés de la conception kantienne de l'espace relativement à la physique contemporaine, et surtout p. 64-6 sur l'apriorité et la constructivité des mathématiques comme science symbolique.

⁴ Cf. Salanskis 1995 pour l'analyse des formes multiples du type de discours épistémologique auquel Weyl procède dans Weyl 1949.

⁵ Ce sera le titre de Becker 1964, qui reprend et développe son exposé didactique de Becker & Hoffmann 1956 et la somme de ses travaux sur l'histoire des mathématiques, et notamment de Becker 1933.

⁶ Cassirer 1929 p. 446-7.

constituante. Et en effet, on arrive à la formulation suivante de l'aporie. Les critiques adressées par Cassirer à Becker sont tout à fait convaincantes, mais sa position à lui, ne l'est pas, puisqu'il se contente – et c'est le sens de la limite que notait J. Szczeciniarz – de façon récurrente d'affirmations comme celle-ci :

« Le "sujet" auquel il faut rapporter les principes purs de la construction mathématique et par suite le royaume de l'objectivité mathématique demeure le "je pense" de l'"aperception transcendantale" kantienne, et donc ce "je pur" dont primitivement est aussi parti Husserl. »¹

Or Cassirer n'a jamais milité pour une quelconque égologie transcendantale à la façon husserlienne, sa « phénoménologie » de la connaissance étant d'inspiration hégélienne. En résumé, persistant dans une philosophie de la réflexion maintenant la distinction sujet-objet et donc la perspective transcendantale, il s'abrite *de facto* derrière la posture *juridique-fonctionnelle* de la connaissance, et n'évoque les actes constitutifs de l'objectivité mathématique qu'en les rabattant immédiatement sur les procédés rationnels concrètement à l'œuvre de / dans la mathématique, et s'il loue régulièrement Weyl, ce n'est pas le Weyl phénoménologisant en lequel se retrouve Becker. D'où une faiblesse du dispositif, effectivement une massive zone d'ombre : celle de ces actes qu'il évoque mais qu'il ne se donne pas les moyens de conceptualiser, ainsi que le font Husserl et Becker. La perspective que défendra Cavaillès en 1947 dans *Sur la logique et la théorie de la science* est une autre façon de prendre acte de cette obligation de choisir une voie pour éviter ce type de faiblesse : la voie de Cavaillès, c'est justement le rejet des philosophies de la réflexion instituant la dichotomie sujet/objet – ces « philosophies de la conscience » qui ne peuvent qu'être réflexives et tomber dans les difficultés, de Kant à Husserl, qu'il pointe dans l'ouvrage.

Mais, selon la thèse que j'ai défendue plus haut, Cavaillès opère ce refus au profit de la position d'un plan d'immanence de type hégélien, mais du type de celui du mouvement du Concept dans la *Science de la Logique*. Cassirer dit bien qu'il faut se limiter à ce plan d'immanence des mathématiques² : mais, et c'est la traduction nécessaire de son rejet de cette part de la philosophie de Hegel qu'est justement la Science de la Logique qui sursume l'opposition sujet/objet, son néo-kantisme l'empêche de s'y limiter, sans qu'il puisse régler le problème de la constitution qu'il maintient alors à vif. Ce qui reste encore aujourd'hui *le* problème des positions transcendantales en philosophie des mathématiques³, problème que les conceptions dialectiques dont on a tâché de restituer dans ce travail les moments essentiels, ont justement essayé de régler, dépasser ou simplement contourner, selon des voies diversement convaincantes.

¹ Cassirer 1929 p. 446.

² Contre Becker : Cassirer 1929 p. 446.

³ Cf. Les travaux de J. Petitot, M. Panza, et J.-M. Salanskis, qui défendent une forme non ontologique de platonisme transcendantal de l'objectivité mathématique. On en parle un peu dans la conclusion de ce travail.

II. Enriques et la philosophie scientifique italienne au 20^{ème} siècle

1. F. Enriques : l'historicisation et l'élargissement de la raison kantienne

L'évolution de la philosophie italienne dans son rapport aux sciences, au 20^{ème} siècle, est comparable à celle de la France : rien n'est moins étonnant, leurs protagonistes, savants et / ou philosophes, sont en dialogue, dans l'espace théorique d'un kantisme progressivement élargi par des schèmes anti-fixistes diversement traduits, selon que l'approche pratiquée est rationaliste ou marxiste. Cette tradition mériterait à elle seule de longues études¹ : que les quelques remarques qui suivent soient prises en pleine conscience de tout ce qu'elles vont laisser de côté, leur fonction n'est que de marquer quelques points de repère.

On l'a évoqué en note dans la section précédente, Gonseth a été influencé par le savant-philosophe italien F. Enriques², dont les travaux en géométrie, des années 1890 aux années 1920, ont laissé ensuite place et à études poussées d'histoire et de philosophie des mathématiques. Enriques est un représentant de l'école italienne de géométrie algébrique³, et c'est de ses travaux en géométrie (essentiellement la théorie et la classification, dans la perspective initiée par Riemann, et dont on connaît surtout les protagonistes allemands de la même époque, comme E. Noether) qu'il a produit une analyse logique et conceptuelle des postulats de la géométrie en rapport avec le « problème de l'espace ». Cette école italienne, fondée par L. Cremona, avait notamment pour slogan de traiter les problèmes de la géométrie algébrique en nouant les méthodes algébriques et géométriques à une *intuition* toujours considérée comme instance légitime de production du savoir : l'idée était de retrouver, par ces méthodes, les résultats déjà obtenus par voie transcendante. Cette école a été éclipsée par l'algèbre allemande, dont les méthodes étaient plus puissantes, jusqu'à ce que des résultats, notamment d'Enriques, soit retrouvés par Grothendieck, Serre, à partir des années 1950 : l'école italienne a alors suscité un net regain d'intérêt, qui s'est notamment traduit par la sortie des tiroirs de l'œuvre philosophique d'Enriques, qui est à bien des égards proche de celles de Bachelard, Gonseth, Brunschvicg, Piaget dont il fut un collaborateur durable, en France, alors qu'il était moins connu en Italie⁴. Il a par exemple été dès 1931 membre du comité de direction de l'Institut d'Histoire et de Philosophie des Sciences créé par A. Rey, tout en étant proche de la *Revue de Métaphysique et de Morale*.

Cette œuvre philosophique, on n'en sera pas étonné, est celle d'un dialogue durable avec un kantisme élargi aux conditions processuelles de la connaissance scientifique, repris contre les retours de la traditionnelle opposition entre réalisme(s) et empirisme(s) de la connaissance.

« Les empiristes ont eu l'avantage sur le *réalisme* des rationalistes scolastiques, en démontrant que les idées générales ne correspondaient pas à des entités d'un monde intelligible, qui s'offriraient comme des données immédiates à la pensée, mais que ces idées sont dérivées, par

¹ Cf. Petitot & Scarantino 2001 pour un bilan sur cette philosophie scientifique italienne.

² Cf. l'étude Faracovi 2001, « Une pensée longtemps restée inactuelle : la philosophie scientifique de F. Enriques ».

³ Fondée par L. Cremona et dont le slogan était de traiter les problèmes de la géométrie algébrique en nouant les méthodes algébriques et géométriques à une *intuition* toujours considérée comme instance légitime de production du savoir : une des idées maîtresses était de retrouver, par ces méthodes, les résultats déjà obtenus par voie transcendante. Cette école a été éclipsée par l'algèbre allemande, dont les méthodes étaient plus puissantes, jusqu'à ce que des résultats, notamment d'Enriques, soit retrouvés par Grothendieck, Serre, à partir des années 1950 : l'école italienne a alors suscité un net regain d'intérêt, qui s'est notamment traduit par la sortie des tiroirs de l'œuvre philosophique d'Enriques.

⁴ Cf. Enriques 1934, qui poursuit l'exposé d'Enriques lors de la séance du 14 avril 1934 de la Société Française de Philosophie, où étaient présents E. Borel, E. Bréhier, Léon Brunschvicg, Elie Cartan, André Lalande, Abel Rey, L. Robin, M.P. Schuhl, Louis Welber. Autrement dit, les mêmes penseurs qui ont nourri et accompagné l'école dialectique française.

voie d'associations et d'abstractions, des perceptions sensibles. Par contre les empiristes ont sous-estimé la part active de l'intelligence dans la construction des concepts ainsi que les exigences rationnelles qui s'expriment dans cette activité. »¹

Enriques insiste sur l'interaction entre la perception de l'espace réel, la construction des concepts géométriques, et le rôle fondamental d'une intuition indûment occultée par l'absolutisation philosophique des *méthodes* formalistes. Il pense dangereuse l'élimination du lien entre postulats et intuition, et révèle ainsi que le Kant auquel il se réfère, c'est celui de la construction des concepts à partir d'un concours dynamique de facultés infléchi selon un « critère psychologique » repris à Riemann, et derrière lui, Herbart, qui était déjà l'acteur essentiel, au 19^{ème} siècle, de la « psychologisation » du transcendantal : les sensations et perceptions suggèrent des invariances réelles, mais révèlent la présence structurelle d'invariants dans la tendance de l'esprit à l'objectivation. Les axiomes de la géométrie sont donc des constructions intellectuelles suggérées par une intuition toujours déjà informée par l'esprit, mais dont la légitimité *implique la validation mathématique*. Autrement dit, contre le kantisme scolaire et le nouveau positivisme naissant, Enriques reprend la thèse de l'existence d'un a priori de type transcendantal : mais il sait bien que la nécessité et l'apodicticité créditées à la géométrie euclidienne par Kant sont indéfendables. Comme tout fait scientifique est toujours liaison de données dans un ordre dominé par un élément idéal, cet élément idéal est ce qui doit supporter le caractère dynamique avéré de la connaissance dans sa globalité : les catégories a priori de l'entendement de même que les cadres de l'intuition sont des *structures en transformation* au cœur d'un processus de connaissance consistant en la construction de modèles approximant le réel par le biais de l'ajustement de ces *invariants plastiques de pensée*.

Il n'est pas utile d'aller ici plus avant dans la présentation de cette conception renouvelée de la *construction des concepts géométriques*. Enriques en tire une double leçon : cette historicisation du transcendantal doit se traduire par une pratique renouvelée de l'histoire des sciences, lieu de la phénoménologie la plus pertinente de la raison scientifique, sa *formation* étant plus fondamentale, pour cerner ce qu'est la science concrète, que ses objectivations en théories légitimement axiomatisées :

« Le contraste entre le rationalisme et l'historisme est un aspect nouveau du très ancien combat que se livrent le rationalisme et l'empirisme. Et de même que cette bataille a perdu sa raison d'être lors de l'avènement d'un rationalisme expérimental, on peut prévoir que le conflit sera surpassé dès que se sera mieux affirmée la tendance, déjà ébauchée, à concevoir d'une manière plus large la raison même, en introduisant, parmi les valeurs sur lesquelles elle opère, les données de l'expérience historique. De cette évolution des idées, dont on aperçoit aisément l'énorme signification, du point de vue des intérêts les plus hauts de la raison humaine, "l'historisation" de la science est peut-être l'aspect le plus saillant. »²

Rendre ainsi compte du processus à la fois transcendantal-psychologique, et historique, d'élaboration des appareillages des théories scientifiques, c'est faire finalement du transcendantal un *principe régulateur* plus que déterminant, et s'efforcer de ce qui, ponctuellement, joue le rôle *fonctionnel* de l'élément a priori de la construction des concepts : la signification du transcendantal, c'est qu'il n'existe que par les modalités toujours renouvelées de l'opérativité de l'a priori : d'où une relativisation des pôles « objet » et « sujet » de la connaissance, dont la distinction n'est que de raison, au profit de leurs réinscription dans ce processus récurrent de production des connaissances. Par ailleurs, les nombreux travaux de pédagogie de l'enseignement, l'investissement anti-intellectualiste sous le patronage d'une raison concrète (« rationalisme expérimental ») procédant par dépassement d'erreurs *fécondes*, dans les questions de politique scolaire, la coordination d'encyclopédies des sciences mathématiques ont marqué son œuvre du sceau d'un humanisme (ainsi les termes « valeur », « intérêts » de la raison) qui, à la fois, correspond au type d'engagement de ses

¹ Enriques 1934 p. 13.

² Enriques 1934 p. 43.

homologues français, et à la présence dans cette philosophie des sciences de l'*élément* « idéaliste », dirait Althusser, élément que le marxiste L. Geymonat porté sur l'épistémologie scientifique s'efforcera de dépasser par la suite, à peu près à la même époque que l'école althusserienne en France.

Point n'est besoin d'insister ici sur la similitude de la posture avec celle des dialecticiens français, quoique Enriques, justement, dise *la même chose sans utiliser le vocable dialectique* : cela justifie d'emblée, pour ce travail, la présentation dans le cinquième chapitre, de la pensée la plus systématisée de cette posture sans bannière dialectique, celle de Cassirer¹, dont les pensées d'A. Banfi et de G. Preti sont encore plus directement les analogues dans l'espace italien.

2. A. Banfi et G. Preti : la poursuite d'un kantisme travaillé par le négatif

A. Banfi dans les années 1920-50, puis G. Preti dans 1940-70, témoignent de l'oubli dans lequel est paradoxalement tombé Enriques par rapport à leurs propres travaux : c'est contre la séparation défendue par les néo-idéalistes Croce² et Gentile entre travail intellectuel et travail manuel (que la Réforme Gentile a instaurée en Italie) mais surtout contre l'idéalisme philosophique sous-jacent, qu'ils ont pris position. Leur position est celle d'un rationalisme critique³ récusant le verdict heideggerien d'une science qui ne penserait pas, et récusant corrélativement la justification de droit du divorce entre science et philosophie. Ce rationalisme critique a deux pivots : le pivot kantien de la structure fonctionnelle de la construction de l'objectivité scientifique, mais une structure ouverte, non clôturable psychologiquement, subjectivement ou historiquement. Ils maintiennent ainsi, comme Enriques l'autonomie du champ du savoir par l'existence d'une loi transcendante de la connaissance, mais insistent sur la processualité effective, assurée par la *négation*, en un sens assez bachelardien, des catégorisations et modèles ponctuellement advenus : comme chez Enriques, l'histoire des sciences est de ce fait considérée comme le terrain privilégié du *modus operandi* de cette rationalité scientifique nécessairement régionale. Apparemment, l'oubli d'Enriques tiendrait à sa relative inscription, rétrospectivement parlant, dans le champ de ce néo-idéalisme, alors que, pourtant la pensée de Banfi et de Preti sont dans sa continuité.

3. L. Geymonat : la réinscription praxéologique de la production des savoirs positifs

Ainsi que le rappelle A. Tosel⁴, le marxisme italien, de Gramsci à Geymonat, en passant, par Togliatti, Della Volpe, Badaloni, pour ne prendre que les figures les plus connues, s'est la plupart du temps peu appesanti sur des questions d'épistémologie scientifique – exceptés Gramsci et Geymonat eux-mêmes. A l'instar des marxistes français, Geymonat⁵, poursuivant notamment Gramsci, lutte sur les fronts du néo-positivisme, de l'idéalisme et opère un retour en forme d'héritage critique du rationalisme d'Enriques qu'il reconnaît avoir excessivement inclus dans la mouvance néo-idéaliste de Croce et Gentile. Le concept clé qu'il forge, pour féconder cette lutte générale, est celui de « patrimoine technique et scientifique » (PTS), qui semble faire écho comme sa particularisation dans le champ scientifique au concept gramscien de *bloc historique* : le PTS, c'est tout ce qui n'est pas les théories scientifiques formalisées comme telles, qui sont légitimement justiciables des *méthodes* de vérification et de validation de la logique formelle. Tosel résume comme suit ce concept de PTS : les théories

¹ Cf. Faracovi 2001 p. 77.

² Cf. Gramsci 1983, « L'anti-Croce » p. 106-32.

³ Voir le riche Minazzi 2001 sur cette tradition rationaliste.

⁴ Tosel 1984 II-9, chapitre consacré au gros-œuvre *Scienza e realismo*, publié par Geymonat en 1972.

⁵ Cf. Geymonat 1972, 1976, Geymonat & Alii 1974.

« ne constituent que des parties d'un ensemble plus vaste, plus articulé, d'une autre totalité, plus totale, ouverte, composée, elle, d'éléments différenciés, non axiomatisable, ni formalisable.

Seul cet ensemble qui inclut des fragments du langage commun, des concepts indéterminés, des notions non encore critiquées, des strates d'élaboration théoriques précédentes permet de comprendre la fonction cognitive des théories : il constitue dans sa totalité spécifique, comme la matrice productrice qui permet d'identifier sur quels problèmes, par rapport à quelles difficultés, contre quelles erreurs, les théories formalisées constituent un progrès de la connaissance. »¹

Ce PTS existe nécessairement en deçà, à côté et au-delà des théories : l'objectif est de penser le rapport évolutif et contradictoire, pour cette raison justiciable des catégories d'une *méthode dialectique* (mais non de celle d'une logique dialectique – prétention qui réinstaurerait l'idée dangereuse d'une « super-science normative »² dogmatiquement anti-formelle), des théories à ce PTS, objectif qu'Althusser mène avec le concept de « philosophie » et d'« idéologies spontanées », et qui consiste à montrer comment l'objectivité scientifique provient d'une préhistoire qui continue d'exister malgré l'advenue de cette dernière. Le double guide de Geymonat est celui d'un *réalisme critique et pluriel*³ et du souci de corriger le marxisme du *diamat* par un conventionnalisme bien tempéré, mais simultanément de corriger le logico-conventionnalisme par une pensée du procès socialement déterminé. A terme, le matérialisme dialectique doit ainsi regagner les conditions spécifiques de son statut, d'*étude scientifique de la croissance des sciences*. La posture de Geymonat en Italie est exactement, on le voit, celle d'Althusser en France, mais ce concept de PTS a une affinité extrêmement marquée avec le concept kuhnien qu'il discute (de même qu'il discute les positions de Popper et de Lakatos) de *paradigme*. A. Tosel regrette que ce concept de PTS ne soit que formellement esquissé, c'est-à-dire que l'étude de sa matérialisation n'ait pas été concrètement menée par Geymonat ; il insiste aussi sur l'absence de dialogue avec les concepts althussériens.

L'avant-dernière section de ce travail va maintenant être consacrée de façon synthétique à l'œuvre de G.-G. Granger, héritier de l'école dialectique française, et en particulier de Cavaillès : on va voir à quel point l'usage du vocable dialectique est réduit, mais qu'est maintenu un ensemble de thèses en pleine affinité avec celles, et du maître Cavaillès, et de Cassirer.

¹ Tosel 1984 p. 221.

² L'expression est de Tosel 1984 p. 221.

³ Cf. Ce que l'on a dit plus haut sur la question du réalisme associé au matérialisme nourrissant les réactualisations par Sève et Bitsakis de la dialectique de la nature.

III. G.-G. Granger héritier de l'école française : le néo-kantisme post-hégélien enfin assumé

Un des axes majeurs de la philosophie de Granger consiste à déployer l'idée que la connaissance est construction de formes, des plus élémentaires aux plus abstraites, qu'elle est mise en forme de nature qualitative et non mise en chiffres de nature quantitative¹. La philosophie doit être celle de cette connaissance : théorie générale des formes, elle n'a pas à se calquer sur les mathématiques qui en sont pourtant le paradigme, d'où domaines variés sur lesquels Granger a porté son intérêt, et ce, dès *Pensée formelle et sciences de l'homme*. On va voir que cette « mise en forme » passe toujours, pour Granger, par le langage, et spécifiquement par l'usage de symbolismes corrélatifs des expressions variées de ces formes (ainsi les « styles ») qui véhiculent une nécessité de type transcendante.

1. Le programme d'une « ergologie transcendante »

En effet, le début de l'*Essai d'une philosophie du style*, qui poursuit certaines ouvertures de *Pensée formelle et sciences de l'homme*, exprime très clairement ce programme philosophique que Granger a mené et poursuit encore aujourd'hui :

« Le rapport de forme à contenu n'a guère encore été systématiquement considéré par la pensée moderne comme processus, comme genèse, c'est-à-dire en somme comme *travail*. On insiste communément sur leur opposition et leur complémentarité en tant que résultats d'actes généralisés ; ce qui fera l'objet principal de cet ouvrage, c'est leur production conjointe, leur état naissant, et jusqu'à un certain point leur caractère historique. »²

On notera d'abord à quel point cet objectif est éminemment hégélien. Mais ce rejet de la dissociation de la forme et du contenu au profit d'une étude de leur coproduction en termes de *travail* fut, de surcroît, le leitmotiv de l'analyse marxiste de la production des systèmes théoriques. Granger traduit cet objectif, cependant, dans les termes et les cadres qui sont en fait ceux de ses maîtres Cavaillès et Bachelard. Il poursuit ainsi :

« Il n'est pas possible, certes, qu'un essai de philosophie des œuvres humaines fasse l'économie d'une analyse statique des structures. *Retrouver la vérité du kantisme* [je souligne], en le rendant indépendant tout à fait d'un idéalisme et d'une philosophie de la conscience, en l'intégrant au contraire dans une philosophie de la pratique, tel est le sens de cet analyse statique, quand on veut la définir par des repères historiques. »³

C'est très clair : on voit ici l'idée déjà maintes fois vue d'une « mise en mouvement » du kantisme, qu'il évoque ensuite sous forme d'un hylémorphisme aristotélicien des structures, mais déchargé de ses acception onto-biologiques. Le cœur de la philosophie de Granger va donc être de penser le rapport de forme à contenu comme un *travail*, le « style » étant la « modalité d'intégration de l'individuel dans un processus concret qui est travail »⁴, c'est-à-dire l'institution d'un type de concepts ou de conceptualisation au sein d'un réseau théorique déjà existant (comme le *style vectoriel* introduit par Grassmann dans la fondation de la « capture » géométrique de l'extension), institution reposant essentiellement sur *l'usage d'un symbolisme*⁵. L'idée est que cet individuel ne peut faire sens que « de la mise en perspective

¹ La distinction est formulée ainsi en Sinaceur 1995 p. 100. De façon plus générale certains textes de Proust & Schwarz 1995 ont été très éclairants pour cette section.

² Granger 1968 I, « Contenu, forme et pratique » p. 7.

³ Granger 1968 p. 7.

⁴ Granger 1968 p. 8.

⁵ Granger 1968 p. 10.

d'un fait à l'intérieur d'une totalité »¹, ce qui se traduira par la suite par le redoublement dual du couple forme/contenu par le couple opération/objet réinscrivant toute production scientifique d'objectivité dans un système de méthodes historiquement advenu.

La « stylistique générale » que veut fonder Granger, selon ses mots « devrait présenter une certaine analogie avec celle d'une Esthétique transcendante »², mais qui

« analyserait les conditions *a priori* du travail, comme dialectique effective et efficace des formes et des contenus. Le mot *d'a priori* que nous introduisons ici ne saurait être l'exacte réplique du terme kantien... Rechercher les conditions générales de l'insertion des structures dans une pratique individuée, telle serait la tâche d'une stylistique, ou si l'on admettait sans sourire un si grand mot, une "ergologie transcendante". »³

La substitution du travail, de la pratique, de *l'œuvre (ergôn)* au sujet transcendantal, va permettre à Granger, d'une façon comparable à la reprise de Cavailles par les althussériens, de *re-matérialiser* le processus de la connaissance, mais en maintenant la conceptualisation dans les termes de l'historicisation du transcendantal que Cassirer a le premier explicitée, et en axant cette dernière sur l'objectivité symbolique du construit. Les citations suivantes sont importantes : elles montrent au plus au point toutes ces affinités :

« les conditions examinées, auxquelles l'analyse remonte à partir des œuvres... ne sont nullement pour autant des caractéristiques originaires, intemporelles, définitives d'une pure subjectivité. Elles sont *a priori* un peu à la manière des règles d'un jeu, qui sont bien contraignantes et constitutives à l'intérieur d'un type d'activité déterminée, mais que l'on peut délibérément changer... comparaison encore trompeuse il est vrai, dans la mesure où les contraintes de jeu sont apparemment arbitraires, tandis que celles qui définissent un style ne le sont point au même degré. »⁴

Mais cette variabilité du contenu des règles structurellement contraignantes dans une situation historico-scientifique donnée est explicitement traduite en termes d'une refonte du transcendantal par Granger :

« Nous appelons transcendante toute condition formelle de connaissance qui détermine *a priori* un type d'objectivité... Mais le "transcendantal" n'est pas identifié à une structuration *ne varietur* de l'expérience, selon les normes intimes d'une subjectivité. On peut bien, si l'on veut, feindre de le considérer, à un moment donné du développement de l'histoire humaine, comme le système des formes selon lesquelles le sujet constitue son objet ; mais s'il ne peut en effet fonctionner qu'en se posant – implicitement au moins – comme législateur de l'objectivité, il n'en est pas moins précaire, et le résultat d'une genèse dont l'histoire des sciences et de la culture en général nous révèle les *traces*, et que l'épistémologie s'efforce de restaurer. »⁵

Non seulement on retrouve très exactement, quarante ans après Cassirer, ce qu'on a appelé la face cachée de la dialectique, mais on peut noter qu'on le retrouve aussi dans les termes exacts de Piaget⁶. L'objectif de ce dernier est de penser la construction cognitive des structures opératoires comme la genèse d'un transcendantal voué à se transformer, et dont il faut montrer en général les stades développementaux pour tout « sujet épistémique » (lequel

¹ Granger 1968 p. 11. Cf. le résumé de Sinaceur 1995 p. 101-2 : « l'expérience scientifique montre au contraire [de Kant et Husserl] que le sujet n'est pas le centre du monde. Mais elle montre aussi que l'instance transcendante doit être maintenue ».

² Granger 1968 p. 11.

³ Granger 1968 p. 12.

⁴ Granger 1968 p. 12.

⁵ Granger 1968 p. 11-2, note 2.

⁶ Ainsi la conclusion de la 6^{ème} étude de Piaget 1964 « Genèse et structure ». Après avoir exposé sa méthode, il précise « C'est de cette manière, me semble-t-il, qu'une structure extra-temporelle peut naître d'un processus temporel. Dans la genèse temporelle, les étapes n'obéissent qu'à des probabilités croissantes qui sont toutes déterminées par un ordre de succession temporel, mais une, fois la structure équilibrée et cristallisée, elle s'impose avec nécessité à l'esprit du sujet ; cette nécessité est la marque de l'achèvement de la structure, qui devient alors intemporelle... nous en arrivons à une sorte de nécessité *a priori*, mais à un *a priori* ne se constituant qu'au terme et non au point de départ, à titre de résultante et non à titre de source, et qui ne retient donc de l'idée aprioriste que celle de nécessité et non celle de préformation » p. 190-1.

remplace avantageusement chez Piaget en en étant l'alter ego empirique, le sujet transcendantal). Ensuite, sont expliqués ici les *rôles corrélatifs* de l'histoire des sciences et de l'épistémologie : la première doit restituer, dans les termes de *pratiques stylées* historiquement advenues les avatars du transcendantal, la seconde préciser comment, en utilisant des concepts adéquats, toute innovation théorique incarne un mouvement du transcendantal ramené ici au sens *d'a priori non a priori déterminable* de la connaissance. Granger incarne donc très bien la double dimension déjà repérée chez bon nombre de penseurs : son travail relève de l'épistémologie des mathématiques, mais aussi de leur histoire, autrement dit, donc de l'effort de dévoiler les conditions de la production historique de l'objectivité des *théories*, autant que les conditions *opératoires* de production de l'objectivité des systèmes d'*objets* (des) mathématiques¹.

La prochaine sous-section précise les concepts mobilisés par Granger concernant le premier aspect, la troisième concernant le second aspect, et en particulier, le concept de « contenu formel ». La dernière sous-section résumera enfin le sens de la vive critique qu'opère Granger des schèmes dialectiques de type hégéliano-marxiste, et, en contrepartie, le sens de son maintien très bachelardien d'un statut *descriptif* et non explicatif de maximes dialectiques au service d'un transcendantal bien tempéré. Ce qui sera intéressant, c'est de voir progressivement que ce qui est propre à Granger relativement à l'école dont il est l'héritier, c'est, et on l'a déjà vu ci-dessus, le caractère *explicite*, enfin assumé, de ce néo-kantisme post-hégélien dont on a dit qu'il était la *cause absente* de l'aventure mathématique de la dialectique depuis Hegel.

2. L'œuvre du couple formes/contenus : la production synthétique a priori de contenus formels

La fonction transcendantale d'un concept, c'est ce qui établit en lui la possibilité de considérer comme objets les entités auxquelles il renvoie. Mais, à la double limitation, chez Kant, à la sensibilité et à la subjectivité transcendantale, Granger substitue la corrélation fondamentale objectal/opératoire. D'où cette paraphrase « la pensée d'opérations sans objets est stérile, la pensée d'objets sans systèmes d'opérations est opaque »².

Retrouver *sui generis* la synthétique *a priori*, c'est retrouver les conditions de la *nécessité* qu'il doit véhiculer³, et c'est par cette corrélation qu'elle est atteinte et assurée. Cette corrélation stipule que toute position d'entité comme objet exige que, simultanément, fonctionne un système d'opérations réglées : cela implique et assure la désindividuation/déréalisation de l'objet. Ce qui est propre à Granger ici, c'est, par opposition à Cavailles, l'*assomption totale du sens transcendantal* de cette corrélation qui rend raison, en la traduisant au niveau de l'objectivité des *objets* et non des *théories* la corrélation paradigme/thématisation de Cavailles, de la nature *symbolique* de la connaissance. Le résultat de cette corrélation opération/objet, qui précise celle forme/contenu, c'est la production de *contenus formels* comme illustrant l'historicité de l'*a priori* déterminant formellement tout acte de symbolisation : « Aussi l'*a priori* synthétique que l'on cherche à mettre en lumière est-il un *a priori* progressivement construit par le travail de la pensée scientifique »⁴.

Regardons en détail les deux étapes essentielles du procès d'objectivation qui constitue la connaissance : d'abord, par la médiation symbolique, l'instauration de la distinction dynamique entre forme et contenu. Ensuite, le dégagement des conditions systémiques et régulières des actes – des « gestes » – pris initialement (et illusoirement) comme liés à un *sujet* moteur.

¹ Comme on le verra plus bas, et comme l'examine Michel 1995, l'analyse de Granger opère simultanément aux niveaux de l'épistémologie des mathématiques et de l'histoire des mathématiques.

² « Le transcendantal et le formel » : Granger 1991, in Granger 1994 p. 150.

³ Par exemple en termes de mondes possibles au sens de Kripke et Hintikka, comme Granger 1995, ainsi que Granger 1994, ch. XV p. 285-6, l'étudiant.

⁴ Granger 1987, in Granger 1994 p. 70.

a. De la reprise de Cavallès aux contenus formels

La notion de contenu formel¹ a pour fonction de repenser la distinction kantienne analytique/synthétique mobilisée dans l'étude de la connaissance scientifique. Certains aspects de cette dernière sont *formels*, et ont un *contenu*, c'est-à-dire sont *informatifs* de/sur quelque chose. Granger veut montrer que ce concept de contenu formel reconduit en l'enrichissant et le différenciant celui de *synthétique a priori*.

Habituellement, forme et contenu sont catégoriellement et dénotativement distingués ou opposés : mais parler de contenu formel n'est paradoxal qu'en apparence. En effet, dès que l'on étudie les modes et types de structuration des théories scientifiques, en particulier lorsque celles-ci sont formalisées, il s'agit notamment de montrer le *mode d'information susceptible d'être attaché à une forme et à son contenu* : plus précisément, comment la forme véhicule-t-elle *par elle-même* une information manifestant le contenu qui lui est propre *en tant que forme* ? L'élargissement de l'esthétique transcendantale en sémiotique transcendantale – exactement comme y invite Cassirer – au sens où une *forme* n'est a priori légiférante pour une connaissance d'objets (elle délivre des *informations nouvelles* au sens où elle établit des « propriétés auxquelles doit satisfaire tout cadre de référence pour une description d'objet ») que si elle est essentiellement *symbolique*, implique que mettre en évidence une forme, c'est dégager un usage de symboles. Du point de vue de la double fonction, formelle et matérielle, d'un concept, et à partir de la reconnaissance de cette distinction, se manifeste de façon particulière un caractère fondamental de l'activité cognitive conceptuelle : la mobilisation, médiatisée (c'est-à-dire consciente et affirmée) de la *dualité* entre *opération* et *objet*. L'influence de Cavallès, régulièrement revendiquée par Granger, se fait sentir tout particulièrement dans l'étude de la corrélation et du va-et-vient opération/objet.² La question est celle des occasions et des modes d'effectuation de cette corrélation et de ce va-et-vient.

Granger rend compte de ce « métaconcept » sans sacrifier à son rejet clair de toute logicité ou objectivité de la dialectique, c'est-à-dire qu'il ne le définit aucunement comme *en soi contradictoire*, posant en compréhension l'unité de concepts s'excluant a priori l'un de l'autre, et fécond par ce caractère contradictoire. Granger part des « métaconcepts » de forme, opération, objet, et dualité, et explique qu'un « contenu formel » est la manifestation d'un débordement de « l'objectal » (niveau sémantique) sur « l'opérateur » (niveau syntaxique), particulièrement révélé par l'étude des théorèmes de limitations concernant l'arithmétique de Peano et le calcul des prédicats. Par surcroît, il est important de noter que c'est par l'intermédiaire de ce concept de contenu formel que Granger érige un critère de distinction entre logique et mathématique : le « degré zéro » du contenu formel désigne la strate où le pôle objectal se *réduit* au pôle opératoire, qu'il n'est qu'un support fantomatique d'un système d'opérations possibles : le logicisme, avec le calcul propositionnel, fait coïncider purement et simplement ces deux pôles, en fait, en ce sens que la dualité objet-opération, sans aucune spécification de l'objet comme l'invariant supportant le système opératoire, aboutit à ceci que

« son contenu [de l'invariant] est le complexe de règles qui définit le système opératoire. »³

Au contraire du calcul propositionnel, le calcul des prédicats est solidaire de l'institution d'un domaine d'objets, par l'intermédiaire de la différenciation entre classes (liées aux *propriétés*) et éléments (*individus*). Si le logicisme généralise la thèse selon laquelle la mathématique ne donne pas d'informations, c'est-à-dire ne possède pas de contenus formels, c'est qu'il ne prend pas la mesure de l'existence de contenus formels de degrés « supérieurs »

¹ Cf. essentiellement Granger 1994, II « La notion de contenu formel », p. 33-52, et III « Contenus formels et dualité » p. 53-71

² Forme, opération, objet, dualité, tout particulièrement, sont chez Granger des méta-concepts discursifs permettant de penser les conceptualisations philosophiques, des concepts médiateurs, articulant l'universalité du concept philosophique et la reconnaissance de la particularité des concepts scientifiques.

³ Granger 1980, p. 41. Il n'y a donc pas d'objet logique, ainsi que Engel 1995 l'explique en détail.

à zéro. Granger peut donc distinguer analyticité et synthéticité :  tre analytique, c'est être exprimable dans un système complet et décidable, comme le calcul propositionnel. Dès que l'on excède ce cadre, dans les systèmes partiels autres de la logique formelle, une spécification des objets s'opère, spécification sans lien avec l'empirie, mais consistant en un *enrichissement de propriétés formelles*. C'est   partir de là qu'un « contenu formel » dépasse son degré zéro, que la forme devient génératrice de contenus informatifs : la notion prend une consistance positive dès lors qu'une inadéquation irréductible entre le pôle objectal et le pôle opératoire se manifeste, sous la forme historiquement datée, en ce qui concerne les exemples pris par l'auteur, des théorèmes de limitation de Gödel. Et en effet, on voit bien que cette notion paradoxale ne recouvre pas seulement des objets déterminables de façon univoque, mais plutôt renvoie à des mondes d'objets plus larges, à des ensembles d'actes opératoires possibles : le « contenu formel », positiv  informationnelle que la mathématique engendre d'elle-même par les limitations de ses prétentions, est la trace d'un mouvement progressif de restrictions apportées – contre les « paradoxes » – aux symbolismes et démonstrations. Pour se limiter à l'exemple du théorème de 1931 : on montre que la consistance implique l'incomplétude. La démonstration exhibe un énoncé arithmétiquement correct, non contradictoire donc, stipulant que si ce théorème est vrai, il n'est pas démontrable dans le cadre du système d'axiomes consid r ¹ (le système russellien et les systèmes équivalents). L'indécidabilité de tels énoncés exprime le débordement du sémantique/objectal (au sens où une signification, une interprétation en termes de référents est corrélée aux opérations logiquement structurées) sur le syntaxique/opératoire, et c'est par là qu'un « contenu formel » est produit, dans la mesure où formellement les techniques opératoires n'épuisent pas toutes les vérités:

« A mesure que l'on s'écarte de la pure logique propositionnelle pour aller vers une arithmétique et vers les diverses parties des mathématiques, le contenu formel prend consistance et s'opacifie. [...] dans le calcul des prédicats, déjà, l'objet pour ainsi dire se matérialise avec un contenu qui n'est plus aussi clairement l'ombre de sa forme, puisqu'aucun algorithme universel de démonstration qui les couplerait ne saurait exister. »²

Sans encore rentrer dans le détail, l'idée clé est que dès le calcul des prédicats, il y a de « l'objectal », du non-analytique : des contenus formels sont engendrés, dont témoigne l'indécidabilité du syst me³, et, en tant qu'il font sortir de l'analytique, révèlent l'effectuation d'une synthèse irréductible. Celle-ci, tout en étant associée à une limitation interne rencontrée par l'imagination symbolique (la pensée opératoire, rationnelle, veut maintenir la présence d'invariants constituant les objets), c'est-à-dire tout en se présentant, par le contenu formel, sous le visage d'une contrainte imposée, témoigne donc de la présence du *transcendental élargi en symbolique* dans l'actualité de la pensée mathématique. Le passage de l'analytique au synthétique dans la connaissance est donc rendu possible, impliqué, réalisé et manifesté par cette apparition de propriétés, grâce à la sémantique des contenus formels, sémantique d'objets possibles, ou plus exactement d'objets *virtuels* selon la terminologie que Granger donne dans *Le possible, le probable et le virtuel*. Ce qui est logiquement *possible* n'est pas ce qui est *mathématiquement virtuel*, celui-ci possédant une charge sémantique, celle des formes virtuelles des objets qu'elles permettent d'intentionner – la mathématique étant la théorie de ces formes mathématiques, la philosophie étant celle des formes en général. On notera ici que le logiquement possible correspond au degré zéro de contenu formel, le virtuel ne pouvant passer à l'actuel (il en est, à son tour, le degré zéro) que s'il est d'abord possible, la condition suffisante de cette actualisation étant son effectivité, exhibable ou seulement opératoire

¹ Voir Nagel-Newman-Gödel & Girard 1989, notamment I, §7 et III, §2, en plus de la démonstration proprement dite en II.

² Granger 1980, p.46. Cette impossibilité de l'adéquation entre un jeu opératoire totalement libre et la détermination des objets abstraits construits dans et par ce jeu (la conséquence sémantique n'est pas donnée par la conséquence syntaxique, et les défauts de celle-ci sont liés à ceux de la première) s'illustre également dans les modèles non standards de l'arithmétique, qui témoignent de la non-universalité de la sémantique.

³ Granger 1994 p. 42.

lorsque l'on considère l'infini¹, puisqu'alors l'infini n'est objet qu'au sens d'une possibilité d'itérations indéfinies².

En résumé la pensée mathématique pense rigoureusement plus qu'elle ne prouve : elle possède un pouvoir non totalement dominé d'engendrement de contenus. Elle est inapte à produire l'information « vitale » dans sa totalité, au sens où elle ne sait établir concrètement les propriétés auxquelles doit satisfaire tout cadre de référence pour une description d'objet³. Dit plus simplement, même libérée du sensible, la pensée rencontre des contraintes exprimant le fait que son jeu opératoire reste toujours corrélatif d'un univers d'objets possibles. Et c'est en cela que réside sa fécondité et sa liberté créatrice : les contenus formels, contenus d'une connaissance synthétique a priori (en vertu de la puissance créatrice associée à la pratique symbolique désubjectivée), constituent des mondes d'objets possibles comme corrélats d'opérations compatibles entre elles : ces opérations dominent *localement* mais non globalement (au sens d'exhaustivement), et c'est là le divorce objectal/opératoire, la structure de ces univers possibles. L'objet mathématique est caractérisé par Granger au travers du concept de contenu formel comme ce qui excède le purement logique, est méthodiquement-effectivement montrable ou désignable en termes d'une sémantique cristallisée par les systèmes réglés de symboles ; ces derniers ne sont pas le tout de la mathématique, loin de là, et c'est pour cette raison qu'elle n'est pas un *langage*. Elle a un *contenu*, non empirique, par là problématique (au niveau des modalités de son application à l'empirie), et simultanément fécond. C'est parce qu'elle *créé* qu'elle pose problème : elle ne reproduit ni ne se contente de décrire le monde. Si ce n'était que langage, le problème serait réduit à sa dimension strictement *technique*.

Les processus du paradigme et de la thématization explicitent plus avant l'œuvre du couple opération/objet, qui elle-même révèle le caractère *relatif* de l'opposition forme/contenu : ce que l'on voit ici, c'est la présence structurelle d'une *dualité* multiforme. Granger exporte du champ mathématique cette « dualité » qu'il transforme en métaconcept, en catégorie proprement philosophique : comme ceux de forme, contenu, opération, objet, sa généralité est l'envers de sa fonction topique, du fait qu'elle est élément d'une grille de repérage et d'explicitation du donné dynamique des mathématiques. Cet ensemble de métaconcepts qui constituent les instruments de la connaissance non objectale de la philosophie, joue donc le rôle *non* technique d'une métamathématique, à l'instar de celles de Lautman ou même de Hegel. Précisons : la catégorie de dualité désigne le principe de la détermination réciproque des systèmes *mathématiques*, soit d'opérations abstraites, soit d'objets. Cette détermination réciproque se traduit, comme chez Cavailles, Cassirer, etc., par une dissociation *immanente* au *symbolisme* mathématique, selon qu'un symbole pris dans un tout est corrélatif à un moment objectal ou un moment opératoire, le moment opératoire opérant toujours sur un moment objectal (qui peut être, qui est la plupart du temps, un moment opératoire *thématisé* comme moment objectal). Mais cette détermination réciproque opère non seulement au niveau de l'objectivité intra-mathématique, mais aussi de celle des *théories* comme produits d'une pratique désubjectivée. La « dualité » permet de désigner autant un processus *mathématique* de traduction/changement de points de vue sur une même structure mathématique⁴, qu'une permutation *mathématique* possible entre un système d'opérations et un système d'objets⁵, que le cœur du processus historique et rationnel extra-technique de productions de contenus (connaissance objectives) par l'intermédiaire d'un *travail* (« stylé ») sur des formes. En quel sens cette dualité est-elle, dans ce dernier cas, indicatrice d'un processus extra-technique ? Au sens où ce que produit le travail sur des formes, ce sont des *contenus formels* qui sont fort souvent, dans les phases initiales, inassimilables

¹ Granger 1995 ch. III.

² Granger 1994, p. 152 § 2.

³ Granger 1994 p. 47.

⁴ C'est le sens classique des théorèmes de dualité, par exemple celui qui permet de passer du théorème de Pascal au théorème de Brianchon.

⁵ Ainsi le passage d'un K -espace vectoriel E à l'ensemble des opérateurs (formes linéaires) appliquant les vecteurs de E sur le corps K qu'est E^* , *dual* de E . La réciprocity des points de vue est immédiate dans le fini, puisque E et E^* sont alors isomorphes.

mathématiquement : ce pour quoi Kant imposait la nécessité structurelle de l'intuition pure, ce que Lautman désignait dans les cas de non-réductibilité des propriétés topologiques à des propriétés algébriques (complémentaires dans \mathbb{R}^3 d'arcs de courbes de Jordan). Autrement dit, le mouvement dual du couple formes/contenus produit des événements – les contenus formels – qui sont autant d'*obstacles à surmonter* par une réorganisation des édifices théoriques, la redéfinition/rationalisation des systèmes existants et corrélatifs d'opérations et d'objets considérés comme mathématiques. Apparaître ainsi comme obstacles à surmonter fait de ces contenus formels (que ce soit les énoncés indécidables des systèmes d'axiomes possédant au moins la puissance d'expression de l'arithmétique élémentaire, les infinitésimaux aux 18^{ème} et 19^{ème} siècles, ou encore les impensables solutions de l'équation $x^2 + 1 = 0$) les moteurs du devenir mathématique.

b. Remarque sur la « naturalité » de certains concepts mathématiques : nombre et spatialité

Il me semble que le travail de Granger sur les formes de spatialité révèle une thèse importante sur ce dont les contenus formels sont l'indication, par le biais de ce qu'il nomme des concepts mathématiques « naturels ». Précisons d'abord ce qu'entend Granger par « naturalité », avant de suggérer cette indication.

Le « naturel » en question n'a rien d'empirique ou d'essentialiste : il désigne seulement l'inhérence fondamentale de certaines propriétés à tout concept mathématique possible, ces propriétés, par cette inhérence, révélant simultanément une forme d'excès et de primauté (archéo)logique d'*exigences* récurrentes orientant, guidant, de façon explicite *ou non* la pensée *mathématique* de l'espace¹. Par contraste, un concept mathématique *non naturel*, c'est-à-dire *dérivé*, est obtenu par réduction, abstraction ou généralisation à partir des concepts naturels, qui ne sont en rien des objets, mais, pourrait-on dire en termes lautmaniens, des *notions insistantes*² à facettes multiples. Les structures algébriques structurellement élémentaires que sont espaces vectoriels, groupes, anneaux, corps, etc. sont *abstraits* à partir de ces notions qui ne sont pas *logiquement prioritaires*, mais au niveau de la sémantique générale de la spatialité, archéologiquement antécédentes. Granger parle de la « spatialité », ou du nombre (réel) comme *idée* de la droite numérique³, en ces termes de naturalité, parce qu'ils en satisfont le critère qu'est celui d'une *incomplétude essentielle*, d'une ouverture *irréductible à l'axiomatique* : l'indépendance de l'hypothèse du continu, à elle seule, témoigne de cet excès à la fois de la spatialité en général et du nombre réel à l'égard d'une assimilation technique. Seulement un second critère est posé, en tension avec le premier : celui d'un *achèvement* du concept mathématique naturel, en tant qu'il est un cadre prédéterminant d'objets de pensée, et par là un *guide transcendantal*, puisqu'il joue la fonction d'une forme à priori des expressions possibles dans un symbolisme donné.

Un concept mathématique naturel est en ce sens une synthèse complexe qui est irréductible à la mathématisation, qui est partiellement « inscrutable », *et qui se traduit par cette incomplétude*, c'est-à-dire, pour reprendre comme Granger les termes husserliens, par l'hiatus entre l'apophantique formelle de la mathématique et l'ontologie que ce concept véhicule. Un concept mathématique naturel comme le *nombre* est en ce sens un méta-concept (d'où son incomplétude) délimité par des traits caractéristiques (d'où son achèvement). Les concepts de *dimension*, de *mesure* et l'opposition *local/global* renvoient pour Granger aux traits « naturels » de toute spatialité : les possibilités d'être dimensionnée, mesurée (l'explicitation d'une métrique repose logiquement sur la possibilité de s'en passer, topologiquement ou projectivement par exemple) et discriminée dans sa « texture »

¹ Granger 1999 synthétise, avec force détails techniques (pas toujours lisibles pour celui qui ne les connaît pas déjà, d'ailleurs !), ces analyses, qui courent depuis Granger 1968, notamment et dont Granger 2001 résume les attendus philosophiques essentiels.

² Mais Salanskis 1991 conceptualise l'infini, le continu et finalement l'espace en termes tout à fait comparables.

³ Voir Granger 1994 ch. X « Sur l'idée de concept mathématique naturel » p. 157-82, qui s'appesantit notamment sur les cas du nombre et de la spatialité.

(représentable par morceaux) sont présentes quelles que soient les formes, n -dimensionnelles, euclidiennes ou non-euclidiennes, continues ou discontinues, de spatialité envisagées postérieurement. L'histoire pour Granger montre un procès de déspatialisation du géométrique, couronné par sa fondation algébriste avec Klein en fin de 19^{ème} siècle ; mais ce procès était enclenché depuis la géométrie analytique de Descartes et la géométrie « pré-projective » de Desargues et Pascal. Ce procès révèle, rétrospectivement, tous les implicites « naturels » des concepts d'espace progressivement constitués et techniquement exprimés. Cette naturalité, on l'entrevoit, révèle une dimension *qualitative*, celles des traits des *formes* possibles de « la » spatialité originaire¹, qualité en tant que forme dont la traduction dans et par une structure mathématique rigoureuse assure le passage *au concept*. Autrement dit, le concept mathématique naturel n'est pas un concept scientifique, il est bien un métaconcept philosophique pour Granger. Seulement, il me semble qu'on pourrait, voire devrait parler plutôt d'infra-concept de type non pas philosophique, mais plutôt de type « spontané » ou « commun » – il est évident que Granger ne confond pas les deux – dans la mesure où, si l'on reprend l'exemple du nombre, on voit que les charges sémantiques et opératoires que « nombre » véhicule sont pleinement ancrées dans des pratiques quotidiennes. Tout concept mathématique de nombre devrait prendre en charge ce qui, dans les représentations véhiculées en question, ne peut être mis de côté sous le prétexte de cette spontanéité, par exemple que le nombre serve à ordonner et classer des éléments perçus comme individués et distincts².

Relativement aux contenus formels, on peut suggérer que s'ils sont initialement, comme on l'a vu, des obstacles à surmonter, c'est qu'ils sont les traces de cet excès *qualitatif* des traits naturels des formes fondamentales à l'égard des mathématisations possibles que celles-ci suscitent.

Le premier bilan que l'on tire, relativement à cette notion de contenu formel, est le suivant : il témoigne d'un jeu a-subjectif entre forme(s) et contenu(s). Ce jeu, c'est le travail qui fait jaillir des formes de contenus, ou du contenu des formes. Il induit des traductions logico-mathématiques cohérentes, mais continue d'opérer de façon infra ou supra-technique ; il s'auto-dépasse en rendant intelligible ces contenus formels, à la fois révélateurs d'une dimension qualitative persistante et techniquement irréductible, et pour cela initialement opaques. Point n'est besoin d'insister sur la tonalité dialectique, mais pas simplement au sens bachelardien du terme, de cette argumentation. En effet, qu'une forme produise des contenus sans intervention subjective (autre que celle d'une pratique inféodée à un transcendantal rabattu sur l'existence structurelle de règles opératoires symbolisées) explicite plus avant les thèses de Cavailles : mais encore une fois, cette approche renvoie selon moi au paradigme littéralement hégélien. Ce n'est donc pas un hasard si Granger a besoin de prendre position par rapport à la dialectique hégéliano-marxiste, et en particulier, par rapport à la *contradiction* qui pourrait sans difficulté prendre place derrière cette œuvre protéiforme de la dualité.

3. Du transcendantal symbolique aux « maximes » dialectiques

a. Rejet de la dialectique de type hégéliano-marxiste

La critique de la dialectique de type hégéliano-marxiste est massive chez Granger : pour l'essentiel, elle tient d'une ontologisation rétrospective³ des schèmes logico-linguistiques de la négation de la négation, et de la contradiction, inopérant objectivement :

« Plus que toute autre espèce d'œuvre humaine, il nous semble que la science se prête à une interprétation de son progrès comme développement intelligible, ou du moins à une

¹ J'insiste sur la dimension *implicite* de ces traits naturels : l'idée du topologique indépendant du métrique, de même que le couple local-global en géométrie différentielle et algébrique sont tout à fait récents. La première date de Riemann, la seconde n'a été explicitée comme telle que par H. Weyl à partir des années 1910, ainsi que le montre R. Chorlay dans sa thèse en cours *Histoire du couple local/global en géométrie différentielle*.

² Cf. Panza 1995, seconde partie de la longue note 107 p. 130-1 consacrée au rapport en ce concept originaire-concret de nombre et son concept mathématique.

³ Granger 1994 § 4.1 « Dialectique et pseudo-contenus formels » p. 48-52.

architectonique comparative des formes toujours instables d'équilibre conceptuel. Une telle conjecture ne se confond aucunement avec la reconnaissance de prétendues lois dialectiques, guidant la fabrication de fresques grandioses, toujours floues, toujours brossées *postfactum*. La dialectique interne des concepts scientifiques, au contraire, est souvent affaire de détail, et toujours d'exécution. Sa mise en lumière ne nous instruit pas de l'avenir, mais tout au plus du présent de la science. »¹

Distinguant la dialectique comme *mouvement même* de la création de contenus (de « contenus formels » par des formes vides, chez Hegel, ou création de réalités par des lois spécifiques nouvelles, chez Hegel et Engels) et comme *science, discours* sur cette création, G.-G. Granger reproche de façon centrale au discours dialectique de se confondre et de s'assimiler au mouvement créatif réel. Cette « illusion décevante » provient de « l'ontologisation » a posteriori d'une dialectique consistant de prime abord en un ensemble de « maximes » que le chercheur se donne pour réguler les problèmes rencontrés dans ses études. C'est le refus net de toute dialectique de la nature au sens où la nature procéderait dans son développement par négations de négations : la thèse selon laquelle les objets naturels sont dialectiques en soi consiste à faire de la négation et de la contradiction au sens strict les règles de production objective des effets dans le domaine étudié par les sciences empiriques. Le « mouvement dialectique » apparemment appréhendé dans le devenir naturel est selon G.-G. Granger toujours exporté par la pensée, *a posteriori*, n'est que le produit d'une imagination empirique déguisée qui se méconnaît. Il n'existe aucune logique objective régissant dialectiquement le mouvement de la « chose » : en effet, s'il est possible de penser certains faits naturels comme contradictoires, c'est seulement au niveau de la pensée et non de la réalité qu'il y a expression d'une contradiction². Autrement dit, il n'existe pas de faits négatifs justifiant la naturalisation / exprimant la naturalité de la contradiction ; ainsi l'image en mécanique classique de « forces » qui semblent se « contredire », et la notion d'*équilibre* montrent rapidement la vacuité, selon G.-G. Granger de cette contradiction objective : l'état d'équilibre, dans la conception variationnelle, de facteurs réels présents,

« est défini par la réalisation de la valeur extrême de l'intégrale d'une certaine fonction caractéristique prise le long d'une "chemin" parcouru par le système. » Ici, « l'image anthropomorphique et pauvre d'une contradiction entre des opposés s'est évanouie au profit d'une structure complexe qui, quoique nécessairement abstraite comme toute élaboration conceptuelle, fait intervenir les propriétés *positives* des objets. »³

Autrement dit, tout événement, tout ensemble de phénomènes naturels, quoique manifestant des relations d'oppositions (comme l'action et la réaction), ne se produisent que conformément à des lois impliquées par des propriétés *positives*, des attributs réels : pas de négativité dont le rôle productif impliquerait de parler d'une dialectique de la nature. Celle-ci, chez Hegel, ou dans les « lois dialectiques de la nature » marxistes est donc une interprétation métaphorique, une projection illégitime de catégories subjectives sur la réalité : « c'est tout à fait illusoire de prétendre énoncer les lois formelles d'une dialectique de la nature »⁴, mais l'affirmation de Granger est elle-même une prise de position qui est loin d'être une évidence.

Si la dialectique n'est pas une logique de la chose, c'est également que la négation n'est pas une donnée objective. La négation, dans sa radicalité formelle, à son niveau purement logique et opératoire, est *une* : c'est une négation totale et absolue, qui admet différentes variantes relatives dès lors que les corrélats « objectaux » des opérations s'enrichissent en propriétés. Ainsi sur les *domaines non finis* (non exhibables et déterminables) de la logique intuitionniste, comme objets *débordant* les objets purement logiques qui se réduisent à « l'ombre » des systèmes opératoires qu'ils supportent, une détermination relative de la

¹ Granger 1994, p. 360.

² Granger 1988a.

³ Granger 1988a p. 105-16. Je souligne.

⁴ Granger 1994, VI « La contradiction », p. 107-8.

négarion rend son usage « opératoirement indéfini »¹. La négation ici est utilisée de façon appropriée aux objets considérés. Par là, toute expression de faits ou de relations factuelles sous forme négative, c'est-à-dire l'utilisation de la négation en rapport avec des objets naturels, peut se réduire à une contradiction absolue, *si et seulement si* on vide les énoncés de tout contenu (et annule tout effet de connaissance) : ainsi la négation comme telle ne peut servir à rendre intelligible des phénomènes objectifs ou naturels, puisqu'à ce niveau, son usage implique l'anéantissement de ce qui fait la spécificité naturelle, le caractère objectif de ces phénomènes.

L'intérêt ici est de marquer que la dialectique, qui ne peut être logique objective des choses, ne peut pas être une *logique* tout court, donc donner lieu à sa formalisation effective : or cette formalisation a été tentée et a échoué, dans la mesure où les « inférences dialectiques » qui y étaient visées (seules de telles inférences fécondes auraient pu légitimer la prétention novatrice de cette formalisation) se réduisent à des reformulations déjà possibles en logique symbolique classique, même si ces reformulations ne tirent pas leur matériau de cette logique classique :

« une dialectique ne saurait qu'être une pseudo-logique, et les contenus qu'elle exhibe ne peuvent avoir que deux sources. Ou bien, travestis en contenus formels, ce sont des contenus empiriques importés en contrebande ; ou bien, véritablement, ils sont empruntés au fond des langues naturelles [...] aucunement réductibles au logico-mathématique. »²

Et ce besoin d'importer de l'extérieur ses contenus, encore une fois, provient du fait que fondamentalement, la négation dialectique n'est pas à même d'être le principe moteur d'inférences valides et fécondes, dans la mesure, où, qu'elle soit prise radicalement ou relativement à des domaines d'objets spécifiquement définis, le sens et les usages de la négation sont corrélativement bien définis de façon analytique, parce que l'on se situe dans l'univers opératoire du discours logique. Comme on l'a déjà évoqué dans la section consacrée au travail de D. Dubarle, Granger pointe ce qu'il estime être ses insuffisances³ : l'appareil opératoire est modeste et stérile, puisqu'il ne propose pas de calcul montrant le fonctionnement du raisonnement dialectique comme procédure formelle productrice de contenus. Il va même jusqu'à dire, et là, me semble visible un rejet de type plus idéologique qu'argumentatif, comme cela a été noté dans la susdite section, « mais en tant qu'instrument d'un métadiscours, la contradiction n'est guère moins débile »⁴. Passons.

b. Une « dialectique interne » des concepts, réflexive et heuristique : l'exemple de l'intégrale

Mais l'ensemble de ces fortes restrictions permet alors à G.-G. Granger de circonscrire un domaine de validité de la dialectique subjective : comme instrument réel de connaissance, c'est une « imposture », mais saisie dans sa spécificité, elle devient une « stratégie de connaissance objective ». La dialectique apparaît comme régulatrice, heuristique et critique, comme auto-prescription par la raison de maximes de pensées :

« Mais le projet d'une dialectique demeure possible [...] En aucune manière elle ne saurait être constitutive des objets ; elle n'est jamais que régulatrice d'un dessein de connaissance, d'une pratique plutôt même que d'une théorie. Il est possible de réinterpréter dans ce sens aussi bien le mouvement dialectique hegelien que les "lois dialectiques" marxistes. »⁵

La dialectique est donc *réflexive* et non constitutive, descriptive et non explicative, ses maximes sont réfléchissantes et non déterminantes. En ce sens fort bachelardien la dialectique permet de mieux organiser, de mieux comprendre certains faits humains par exemple. Ici, la

¹ Granger 1988a, in Granger 1994 p.100.

² Granger 1980, in Granger 1994, p. 51.

³ Granger 1994, p. 50.

⁴ Granger 1994, VI « La contradiction », p. 106-7, cf. sur le rapport qualité/quantité chez Hegel.

⁵ Granger 1994 p. 52.

« contradiction dialectique » devient une notion riche pour analyser des *conjonctures*, et les « dialectiser » revient à chaque fois à résoudre les problèmes de ces *conjonctures* dans le détail d'une façon tout à fait singulière et spécifique, en articulant en termes d'oppositions, d'interactions réciproques, etc. A ce niveau conjoncturel, la dialectique est indéniablement très affaiblie, voire complètement vidée de son intérêt, mais c'est lorsque l'on cherche à rendre compte du devenir d'un domaine de l'histoire et de la pensée scientifique qu'elle prend une certaine force. Cette possibilité d'une dialectique revisitée,

« c'est alors l'histoire de la connaissance scientifique qui seule peut nous servir de guide pour formuler ces préceptes. Loin de constituer une *science* descriptive de l'être ou des démarches nécessaires d'une conscience, elle exprime, à travers ses avatars historiques, des *maximes* [formelles] de la raison. »¹

Granger considère que cette dialectique doit ressaisir le mouvement de rationalisation, d'élargissement et de précision accrus de concepts particuliers pensés comme « systèmes opératoires » (ni intuitifs, ni imagés), mouvement possédant trois caractères : 1/ passage de l'intuition au concept 2/ passage du conditionné à la condition 3/ passage du local au global ; l'auteur prend alors l'exemple mathématique de l'intégrale de Lebesgue², ayant clairement dit au début de son texte que « faute de mieux » il utiliserait le terme de dialectique pour désigner

« le mouvement de restructuration d'un système de concepts qui résout des contradictions et des tensions internes, quand ce mouvement n'est pas réductible à la déduction réglée de conséquences à partir de propositions déjà posées. »³

La question qui se pose est la suivante : quel est l'ordre et la réalité de la *nécessité interne* du progrès scientifique dont il faut dialectiquement rendre compte, nécessité justifiant ici la vision de ce devenir comme une rationalisation ? S'il n'est pas question de penser la *naissance* d'une science sur le mode dialectique, dans la mesure où celle-ci présuppose déjà un système conceptuel, relativement stable malgré ses zones d'opacité, à transformer/dépasser, le propos n'est pas non plus ici de rendre compte d'une interaction dialectique entre les théories scientifiques et des enjeux, influences *extérieures* (sociales, politiques, militaires quelconques), bien que cette interaction soit irrécusable ; le but reste bien de penser la logique d'engendrement proprement conceptuelle, c'est-à-dire l'historicité de concepts utilisés à un moment donné, mais enrichis et problématisés de sorte qu'une réorganisation et une transformation de leurs contenus et des méthodes d'utilisation associés soient nécessités, de sorte qu'un *dépassement* de concepts les intégrant se produise. Et certes *déduire* l'état d'une théorie d'un état antérieur est tout aussi absurde que de réduire le progrès interne à une science, de ramener l'historicité de ses concepts à la simple conjonction contingente de facteurs externes.

Quelle est donc cette sorte de nécessité ou plutôt, comment et où se manifeste-t-elle ? Une telle nécessité est exigée pour toute possibilité d'une histoire conceptuelle interne au champ scientifique ? Granger exprime le rôle central dans cette dialectique de la *formulation adéquate d'un problème*, comme *ce qui est nécessité* de façon immanente aux réseaux solidaires de concepts à un moment donné : en effet,

« Etant donné l'orientation manifestée par la constitution même du système, *formuler* les problèmes apparaît bien alors comme une nécessité. La manipulation des éléments abstraits y rencontre des obstacles qu'il faut surmonter, des hypothèses qu'il faut lever. Mais l'histoire nous montre que le moment de l'*invention* et du génie consiste justement en la *formulation effective* des problèmes. »⁴

¹ Granger 1994.

² Granger 1979 p. 350-5. Il convient, en regard, de voir les indications détaillées sur cet exemple de l'intégrale de Michel 1995

³ Granger 1979 p. 343.

⁴ Granger 1994 p. 346-7. A cet égard, le « programme de Hilbert » a joué un rôle de stimulateur conceptuel plus que notable : le fait d'avoir déplacé le *problème* de la consistance des axiomes de la géométrie à celle des axiomes de l'arithmétique a porté la question à un degré de généralité propre aux « grandes » questions, et sa

En quoi le « moment » de l'intégrale de Lebesgue incarne-t-il cette dialectique interne ? Le problème archimédien de l'évaluation d'un volume ou d'une aire porte du 17^{ème} au 19^{ème} sur celui de la continuité des contours exigée pour valider la traditionnelle méthode par exhaustion, mais on reste encore dans le cadre d'une évaluation *intuitive* de la grandeur. Avec Cauchy, qui garde en fait la perspective traditionnelle, ce problème de la continuité va porter sur les *fonctions*, et l'intuition d'une grandeur va devenir un concept opératoire réglé : le problème est de pouvoir calculer une intégrale définie d'une fonction quelconque. Cependant, les séries de Fourier suscitent un élargissement de la classe de ces fonctions quelconques, qui doivent pouvoir être régulières et irrégulières : il faut alors redéfinir l'outil *intégrale*. Le déplacement du problème, avec Darboux et Riemann, puis Peano et Jordan (qui sortent de la perspective antérieure dans laquelle Cauchy se trouvait encore), va se traduire par le fait que d'une façon nouvelle, *la condition d'intégrabilité* va revenir à la possibilité de *mesurer* un ensemble, donc de donner un sens opératoire¹ à la mesure d'un ensemble de points dans \mathbb{R}^n (ou \mathbb{R}^m ce qui est radicalement dégagé du rapport à l'intuition).

Passé de l'intuition au concept (*premier* moment de la dialectique interne), le propos devient d'accroître la précision des résultats, d'améliorer l'évaluation tout en effectuant une « régression » conceptuelle visant à asseoir la validité opératoire des recherches : il faut élaborer rigoureusement et définitivement un concept de « mesure » (c'est le *second* moment de la dialectique interne) qui reste en accord - question de bon sens ! - avec les propriétés déjà établies : principalement : toute mesure est supérieure ou égale à 0, la mesure d'une réunion d'ensembles est égale à la somme des mesures de ces ensembles, les calculs abstraits avec les nouveaux outils doivent correspondre aux calculs effectués avec les outils classiques. Mais certains manques affectent la théorie de l'intégration du « moment » Riemann-Peano-Jordan : des ensembles communément utilisés ne sont pas mesurables, et l'axiome d'additivité utilisé est trop faible. Lebesgue va être le « triomphateur », d'après G.-G. Granger, de ces successions de manques et de défauts, chaque nouveau manque exprimant d'ailleurs la résolution des précédents : il définit de façon générale un nouveau concept d'intégration lié à un concept radicalement rationalisé de mesure. Brièvement : un *intégrale définie* n'est plus une somme d'infinitésimaux (collectée par exhaustion...), mais ramenée à une *fonction caractéristique d'un ensemble de points*² ; l'ensemble des points où une fonction f est supérieure à un nombre quelconque donné doit être mesurable, et l'intégrale de f , qui existe alors, est finie et déterminable. Ainsi la classe des ensembles mesurables va se trouver élargie : ce qui remédie au premier défaut, et ce, dans la mesure où d'autre part, pour remédier au second défaut, l'usage de l'axiome d'additivité *complète* est posé (une réunion infinie dénombrable d'ensemble disjoints a pour mesure la somme de leurs mesures). La construction s'effectue alors *par définition d'une mesure intérieure et d'une mesure extérieure*, ce qui permet de montrer que tout ensemble (ouvert et fermé) est mesurable (les cas d'impossibilité sont, d'après l'auteur, très artificiels, puisqu'ils enveloppent l'axiome de choix)³.

Le *troisième* moment de la dialectique interne est donc atteint : l'intégrale définie et la mesure permettent de travailler sur de nouveaux ensembles, de nouveaux et féconds espaces fonctionnels, définis formellement, structurellement sans faire appel à des considérations intuitives, mais en ayant remédié aux – dépassé les – défauts de la seconde phase,

formulation (c'est le deuxième problème de la conférence de 1900) a fait s'impliquer bon nombre de chercheurs, jusqu'à Gödel en 1931. Formuler ce problème était bien nécessité par l'état des fondements des mathématiques, ce qui constituerait en ce sens le « génie » de Hilbert.

¹ Ainsi l'usage des intégrales de Riemann de la fonction caractéristique ou « indicatrice » de l'ensemble : cf. Deheuvels 1980, tout le ch. I, où est clairement définie la mesure d'une réunion A finie d'intervalles bornés de \mathbb{R} comme la somme des longueurs de ces intervalles. L'intégrale de Riemann de A est cette mesure et se ramène à la somme des fonctions indicatrices de ces intervalles.

² Cf. Granger 1994 p. 354 : « fonctionnelle linéaire sur l'ensemble des fonctions bornées définies sur l'intervalle d'intégration et *continue* en ce que, si, quand n croît, f_n tend en croissant vers f , l'intégrale de f_n tend vers l'intégrale de f », pour la définition descriptive.

³ Cf. Deheuvels 1980, ch. III § 1 pour la définition de la mesure de Lebesgue, et suiv. pour les généralisations.

intermédiaire, laquelle avait initié la sortie de l'approche intuitive sans maîtriser ses propres innovations.

« Qu'il y ait une dialectique interne de la science ne signifie donc pas qu'une conscience engendre elle-même ses contenus, mais qu'un système plus ou moins cohérent d'actes de pensée soit mis en fonctionnement et, rencontrant des obstacles, se transforme pour les surmonter. »¹

Avec Lebesgue, les besoins de l'intuition comme les exigences de rigueur formelle de l'analyse sont satisfaits : on a réussi à reconquérir l'approche intuitive à nouveau frais, avec des moyens purement rationnels. L'historicité réelle des concepts d'intégrale et de mesure, progressant vers une rationalité la plus complète possible via la formulation successive de problèmes *nécessités* par les exigences de rigueur opératoire et d'accroissement de connaissance, est ici le paradigme pour G.-G. Granger de l'objet, ressaisi dans la dialectique de son évolution, d'une histoire philosophique des mathématiques. Mais il faut nettement déjouer une ambiguïté ici : la dialectique en science est un travail de la *pensée* qui progresse de façon non linéaire, qui élargit ses domaines de réflexion et rigorise ses outils, en procédant par ré-investissement de problèmes anciens reformulés vers de nouvelles façons de les résoudre. Il y a historicité des *concepts* en tant qu'une dialectique de la *pensée* en est le moteur et la voie : parler de dialectique des concepts est un abus de langage au sens strict (ici Granger se détache de son « maître Cavaillès »), mais renvoie à la récurrence de l'horizon (et non du but) d'une « *rigueur obstinée* »², c'est-à-dire de la recherche d'une réduction de l'indétermination essentielle de l'objectivation des systèmes opératoires, obstination opérant, au travers les schémas structurels du devenir mathématique que sont le paradigme et la thématization³, vers une exigence accrue d'effectivité visible symboliquement⁴, c'est-à-dire à une exigence, comme chez Cavaillès, sortant de l'opposition réalisme/nominalisme, de type *constructiviste*⁵.

c. Remarque sur le « morphologique »

On notera que Granger, par la dialectique *interne* des concepts qu'il prône, reprend la distinction entre l'historicité d'une nécessité rationnelle des mathématiques et leur simple chronologie : « L'histoire des mathématiques montrerait le jeu des contenus formels dans ce qu'il serait permis d'appeler une dialectique interne des concepts »⁶. Cette épistémologie de l'histoire des mathématiques renvoie en dernière instance à la nature de la connaissance *philosophique* : une *connaissance par concepts* (par métaconcepts), sans objet, mais avec des contenus signifiants dont la fonction organisatrice, aussi irréductible à l'empirique qu'au formel – double rejet traditionnel de la tradition anti-positivisme logique reconduit au profit de l'éminente définition kantienne – consiste à permettre de penser l'architecture « dialectique » des œuvres mathématiques, c'est-à-dire simultanément leur rationalité et leur historicité.

La connaissance, construction de formes, relève d'un discours philosophique de type *morphologique* qui s'intéresse aux concepts/métaconcepts déterminant la forme générale de tout objet possible de cette connaissance. Si H. Sinaceur évoque plusieurs fois la pensée de R. Thom dans son étude de l'œuvre de Granger, le quasi-dialogue entretenu par celui-ci et J. Petitot, héritier de Thom, est extrêmement instructif⁷. J. Petitot a l'ambition de transformer en connaissance scientifique cette connaissance philosophique des formes qui est l'objet de

¹ Granger 1994 p. 346.

² Granger 1988c p. 85.

³ Cf. la reprise des deux concepts sur l'exemple des sections coniques et la discussion de *Sur la logique et la théorie de la science* en Granger 1988c, ch. II, et voir p. 27-33.

⁴ Granger 1988c, 4.1 p. 85 et suiv.

⁵ Ainsi que l'évoque brièvement Engel 1995 p. 127.

⁶ Granger 1994 p. 64.

⁷ Sinaceur 1995. cf. Petitot 1995 sur Granger, et Granger 1991 recension critique de l'ouvrage du premier *Morphogénèse du sens*. Cf. Boutot 2001 pour une mise en perspective de l'épistémologie française du point de vue de l'œuvre thomienne.

Granger¹ : sur ces concepts de formes, ou *morphologiques*, intermédiaires entre les concepts géométriques et les concepts « phénoménologiques », les deux sont en accord sur le caractère imprécis et trop tranché de l'opposition husserlienne entre l'*exact* et le *morphologique*².

Seulement d'une part si le morphologique est pour les deux conceptuellement voire mathématisable, le souhait par surcroît de Petitot de *matérialiser* ce morphologique (en termes d'une géométrie morphologique, de nature essentiellement différentielle) dans et par un schématisation généralisée – passage d'une philosophie phénoménologique conceptuelle à une phénoménologie *naturalisée* relevant de la science – correspond à un *réalisme* faisant du concept de structure un concept explicatif qui semble excéder la perspective de Granger. En second lieu, Granger marque le fait que Petitot continue de nommer « intuitions » les formes régionales d'objets qui sont historiques sans être empiriques³. Si dans les deux cas il y a accord sur le caractère transcendantal de la constitution d'objectivités régionales, Granger maintient une position en-deçà des orientations petitot-thomiennes : pour lui, *Morphogénèse du sens* ne contient pas la nécessaire description des universaux symboliques (syntaxiques et sémantiques) du niveau transcendantal⁴. C'est une des raisons pour laquelle, cet ouvrage le « confirme dans l'idée que le *synthétique a priori* constitutif des objets de la science doit bien être recherché dans la production par la mathématique de ce qu'[il] a nommé "contenus formels" »⁵. Ce synthétique *a priori*, intimement lié au registre spatial, ne peut, pour Granger, comme on l'a vu, qu'être un contenu synthétique produit par le jeu des formes mathématiques d'un infra-concept mathématique *naturel* de spatialité.

En résumé, il me semble que l'opposition tient en creux au type d'objectif poursuivi, plutôt qu'aux désaccords ponctuels : J. Petitot veut transformer en connaissance *mathématique* la connaissance proprement *philosophique* que prône Granger, et se donne les moyens de ses ambitions, moyens par rapport auxquels Granger, puisqu'il n'a pas les mêmes objectifs, ne peut qu'apporter nuances ou restrictions.

¹ Petitot 1995 p. 247.

² Petitot 1995 p. 214-5. Granger 1991 p. 255, tout en prenant de la distance avec la technicité parfois jargonnante qu'il perçoit dans l'ouvrage, affirme que « les solutions qui en sont proposées [le problème épistémologique de la refonte du schématisation transcendantal] sont souvent proches de celles que j'ai moi-même esquissées, ou compatibles avec elles. »

³ Et qui seraient les *catastrophes élémentaires* de R. Thom. Cf. Granger 1991 p. 255.

⁴ Granger 1991 p. 257. Mais *Physique du sens* (Petitot 1992-2000) procède justement à cette description.

⁵ Granger 1991 p. 256.

IV. De l'héritier à l'hérétique : Desanti vérité de l'école française ?

« Un sourire de chat sans chat, c'est un sourire de chat quand même ! Il n'y a pas besoin de chat »¹

Cette section ne va absolument pas consister en une synthèse des travaux épistémologiques de Desanti. On va tâcher de voir comment, dans la problématique des refontes du transcendantal récusant la « facilité » d'une bannière dialectique, les textes de Desanti liés à l'épistémologie des mathématiques révèlent une dimension assez nouvelle par rapport aux traditions dans lesquels il s'inscrit, dans la mesure où il refuse d'en hypostasier une quelconque en position fondatrice, conformément aux postures de Cavaillès ou encore Bachelard, mais en radicalisant ce refus. C'est le premier élément à prendre en compte chez Desanti : le rejet de toute intériorisation² de la science par la philosophie, c'est-à-dire d'inféodation explicite ou implicite au discours philosophique du compte-rendu (au sens de rendre raison) de la science mathématique telle qu'elle s'est faite et se fait ; très précisément, c'est le refus des « récitations de principes » qu'il avait pour règle. Cela se traduit d'abord par ce silence sporadique, sur la question du moteur du devenir mathématique, du rapport des mathématiques à l'histoire, à leur implication dans la modélisation physique du réel, etc.³ Mais de même nature est son refus de se plier à l'exigence de résoudre les apories révélées par l'analyse du mouvement d'une théorie mathématique, par exemple, celles touchant le « champ de conscience » dont la position est effectuée au cours de l'étude des évolutions de la théorie des fonctions à variable réelle et de celle des ensembles de points dans *Les idéalités mathématiques*.

On résume d'abord, en une forme assez scolaire et sans rentrer dans les détails techniques et historiques⁴, comment se donne la problématique de Desanti dans *Les idéalités mathématiques*. On synthétise ensuite quelques difficultés exégétiques que cette problématique, dans cette présentation, a suscitées, et en particulier, celle de la possibilité d'une lecture autant structuraliste que dialectique de la méthode phénoménologique à l'œuvre. Enfin, on procède différemment : à partir de quelques entretiens⁵ et de la récente introduction (1994) à *Phénoménologie et praxis*, on tente de formuler, sans visée reconstructive qui serait surtout trahison, l'esquisse selon les axes problématiques généraux du présent travail, d'une cohérence en creux de ces choix philosophiques de Desanti⁶.

1. Contre l'intériorisation : sur le sens de l'usage de la méthode phénoménologique

¹ Ravis-Giordani 2000 p. 253, réponse à H. Sinaceur qui compare l'idéalité mathématique au chat de Chester. L'objet mathématique n'est pas de l'ordre des étants, il est simple « détermination repérable selon des médiations que l'on a nommées dans un champ de relations » poursuit Desanti.

² Le titre complet de Desanti 1975 est à soi seul explicite, mais son premier chapitre le déploie pleinement.

³ Cf. la conclusion de l'entretien Desanti & Caveing 1972.

⁴ Depuis 1968, et en sus de Cavaillès 1937a et 1937b, le champ historique de la théorie des fonctions à variable réelle et celui des soubresauts de la théorie des ensembles ont été maintes fois commentés. Outre les textes de Desanti étudiés, Cazelle 1971 (pseudonyme d'alors de Jacques Bonitzer) et Vadée 1969 comptent parmi les premiers commentaires de cette œuvre.

⁵ Desanti & Alii 1970 (correspondance dans *La Pensée* avec P. Labérenne et M. Vadée), Desanti & Caveing 1972, Desanti & Sinaceur 1991, les résumés des discussions de Ravis-Giordani 2000 p. 245-260 pour les entretiens, Desanti 1963 p. 9-44, nouvelle introduction 1994.

⁶ Vadée 1969 m'a beaucoup éclairé sur la façon dont le contexte théorique orientait alors la formulation des hypothèses de lectures, indépendamment de la finesse de la restitution de son analyse (dont la correspondance Desanti & Alii 1970 témoigne).

a. La problématique épistémologique

Les préliminaires de la section I de l'ouvrage justifient le choix de l'époque étudiée : les années 1920-30, par l'état des théories d'alors, unifiées mais encore en chantier. La section II se consacre tout particulièrement aux concepts de nombre réel et d'ensemble de point, *noyaux opératoires* de la théorie (conceptions de Dedekind et Cantor essentiellement) par rapport auxquels sont distingués plusieurs types de « schèmes opératoires » possibles (selon la strate théorique : purement logique, topologique, dans la particularité des espaces métriques, etc.). La section III, centrale est consacrée au thème récurrent de la description du « mode d'existence » des « objets » mathématiques. Retenons d'abord qu'ils sont alors caractérisés soit par leur *fonction* dans un champ conceptuel (« réflexif ») précis, puis par le fait qu'ils ne sont pas *donnés en soi* mais toujours corrélatifs d'un « horizon coposé ». Leur mode d'être est alors d'être essentiellement *mobiles* : en tant que coposés avec leur horizon, ils sont tributaires de l'interaction entre les deux « moments » de cet horizon, que Desanti nomme « horizon de stratification » et « horizon de possibilité », distinction que l'on peut sans trahir Desanti ramener à celle élaborée de façon légèrement postérieure, on l'a vu, par P. Raymond entre le *mathématisé* et le *mathématique*. Les premières catégories désignent respectivement ce qui est transmis comme texte symbolique sur lequel opère ce que les secondes explicitent comme actes sur des actes sédimentés, ou gestes sur des gestes. L'élément essentiel ici, c'est que la connaissance de ces idéalités ne relève pas de la mathématique elle-même, ne relève pas d'une connaissance, donc d'une méthode, scientifiques : cette connaissance est analogue à ce que Desanti dans « Qu'est-ce qu'un problème épistémologique ? »¹ appelle un problème *épistémologique*, c'est-à-dire un problème éventuellement pensable dans un cadre théorique, soulevé par une théorie mathématique, mais dont la solution repose sur la mobilisation de concept *extra-mathématiques*. Ainsi dans *Les idéalités mathématiques*, l'exemple de l'axiome de choix AC.

Ce qui importe tout particulièrement à Desanti, concernant ces objets, c'est, d'une part, comme toute les traditions dans lesquelles il s'inscrit, de récuser la position réaliste, mais, pour autant, sous la condition d'un procédé technique d'individuation (par exemple, un critère d'égalité ou une relation d'équivalence, et Desanti d'en appeler au concept de « Ding », de *chose* de Dedekind), il accepte l'usage du terme d'objet alors ontologiquement complètement déchargé², puisque l'objet « n'a d'existence qu'intrarelacionnelle »³. Dans sa lettre de début juin 1969 à M. Vadée⁴ Desanti écrit :

« A mon sens, les esquisses d'analyses que j'ai produites n'ont d'autre fonction que celle-ci : bien reconnaître la manière d'être de l'objet dont, dans une autre démarche, il faudra tenter de retracer la production effective. C'est ce que j'entends par "installation dans la mathématique". Or, il résulte du travail que j'ai entrepris sur un exemple à dessein très étroit (à vrai dire un énoncé de caractère non constructif : AC) que l'« objet » dont il s'agit de retracer la genèse n'est ni celui que le mathématicien croit avoir produit, ni celui que l'historiographe croit avoir repéré, mais un objet beaucoup plus compliqué – et dont la relation circulaire théorie 1 – théorie 2 dessine à peine le contour ».

Ainsi, ce qui importe à Desanti, relativement à cette problématique de l'« objet » mathématique, c'est de montrer que ce sont les *objets-théories* qui sont fondamentaux, formés d'un système d'axiomes (« Théorie 1 ») et de son horizon coposé lieu d'un mouvement du concept (« Théorie 2 »).

b. La méthode phénoménologique

¹ Desanti 1975, II p. 110 et suiv. Cf. les analyses sur ces problèmes spécifiques de Cassou-Noguès 2001 et 2004.

² Cf. Desanti & Caveing 1972 p. 144-5 par exemple où Desanti résume clairement ce qui l'est parfois moins dans Desanti 1968, si ce n'est les éclaircissements p. 85, note 1, et p. 229.

³ Ravis-Giordani 2000 p. 253.

⁴ Desanti & Alii 1970 p. 114.

C'est le sens de l'exigence de « retracer la genèse » qu'il importe de préciser maintenant, car cela induit l'interprétation que donne Desanti de son recours aux *métaphores* phénoménologiques, métaphores qui, pour être telles, n'en sont pas moins absolument *non arbitraires* : c'est au travers de ce qu'il nomme lui-même « dialectique » de l'*implicite* (recélé par l'horizon de possibilité) et l'*explicite* (porté par l'horizon de stratification) d'un *objet-théorie* qu'il me semblera judicieux d'essayer de percer à jour cette signification.

Les concepts « métaphoriques » sont-ils les préliminaires à l'usage de concepts « épistémologiques » plus propres à cerner le devenir des idéalités, ainsi que le suggère M. Caveing de façon récurrente ? C'est dans le principe conforme à ce que Desanti écrit souvent, à savoir, que les *Idéalités mathématiques* ne furent que des préliminaires élémentaires à l'installation véritable dans le « sol » de la mathématique : « *Les idéalités mathématiques* ne sont qu'une propédeutique à d'autres choses que je n'ai jamais faites »¹, affirmation renvoyant à la thèse tout aussi récurrente, de *Phénoménologie et praxis* à tous ses entretiens, que la méthode phénoménologique se détruit elle-même et invite à son dépassement dans un autre mode du penser et de l'analyser², le sujet transcendantal censé la porter ayant définitivement disparu³.

Voyons brièvement l'un des noyaux de ces concepts phénoménologiques, les médiations d'horizons constituant la « bipolarité de l'objet », c'est-à-dire le jeu entre les horizons de stratification et de possibilité d'une position d'objets. L'objet est avant tout *thème*, c'est-à-dire possibilité d'effectuations d'actes à partir de couches sédimentées, d'instructions codifiées livrées par les textes, donc *indétermination* des possibles effectuels à partir du stratifié, du déjà donné. Les interférences entre les horizons, leur enveloppement réciproque montre que ce double-horizon est mobile. Le possible est circonscrit et enveloppé par le stratifié, au sens où le stratifié est du « déjà-fait » par le mathématicien : ainsi si l'on considère $C([0,1], i)$ comme « pôle idéal », l'*application bicontinue* appartient à l'horizon de stratification, mais l'*ensemble des applications bicontinues* de $C([0,1], i)$ dans lui-même relève de l'horizon de possibilité, qui, sur cet exemple, apparaît comme *déjà-là* à titre de possible normé du stratifié⁴. L'épistémologue, lui, a à *défaire* ce déjà-fait du mathématicien (les théorèmes, les stipulations axiomatiques qu'il a produites), et au sens propre, à suivre cette double médiation, entre les deux horizons d'une part, entre l'horizon global formé par ceux-ci et le pôle idéal (l'« objet ») qui lui est associé. En étudiant les *objets-théories* (l'objet véritable des mathématiques, ce sont alors les *théories mathématiques* elles-mêmes : théorie des structures algébriques, des fonctions holomorphes, etc.), qui restent soumises aux lois d'essence des idéalités, Desanti en arrive à analyser la structure du *champ de conscience*, par le biais de l'étude de la *position d'axiomes*, en l'occurrence la production d'énoncé du type d'AC, et se donne par ce biais les moyens de voir les « modalités de médiation » entre Théorie 1 et Théorie 2, constitutives de tout *objet-théorie*⁵ (et d'abord, les conditions sous lesquelles la théorie 2 peut naître de la théorie 1). L'analyse, dans le registre de ce qu'il appelle un « effet de champ » reprend alors la relation complexe entretenue par les horizons de stratification et de possibilité.

« Le "devenir de la théorie" n'est rien d'autre que le développement des médiations d'horizons. »⁶

¹ Ravis-Giordani 2000 p. 254.

² Cela court tout au long de Desanti & Sinaceur 1991 qui porte sur ce « langage » des *Idéalités mathématiques*, et de Desanti 1968 même, voir la conclusion p. 268 et suiv.

³ L'introduction de 1994 de Desanti 1963 rappelle que cette thèse-conclusion est la même que Sartre défendait en 1936 dans *La transcendance de l'ego*.

⁴ Cf. Desanti 1968 p. 110-2.

⁵ Dans son exemple, la théorie 1, c'est la théorie des ordinaux de Cantor, la théorie 2, la théorie abstraite-axiomatisée des ensembles.

⁶ Desanti 1968 p. 207.

L' « acte », quant à lui, n'est rien d'autre que l'opérateur de dévoilement de ces médiations qui le rendent possible : d'où une circularité du mouvement d'un *objet-théorie* qui n'est en rien dépendante d'une « extériorité » d'où elle tirerait son objectivité. L'effet de champ, intrathéorique, est un « effet d'extériorité... obtenu de l'intérieur »¹. L'advenue de la théorie 2 à partir de la théorie 1 est le résultat tangible de cet effet de champ, que l'expression « champ de conscience » vise à désigner. Or, et là est la source du caractère métaphorique de ces concepts phénoménologiques, c'est que « actes », « conscience », etc., ne désignent rien de *constituant* dans cet « effet d'extériorité obtenu de l'intérieur », c'est-à-dire la constitution d'une objectivité relationnelle dont le trait saillant est justement nommée une « détermination *structurale* » :

« un objet-théorie s'offre comme exigence de fermeture vers une théorie-1 et exigence d'ouverture vers une théorie-2,... propriété structurale caractérisant la forme "objet-théorie" »²

Ce sont les médiations d'horizons de ces structures de l'objet-théorie qui déterminent la production des idéalités, pas lesdits « actes » d'un sujet constituant ou d'une conscience déterminante. L'héritage de Cavaillès est massif ici : on y revient plus bas. Pour l'instant, il convient de voir que l'effectivité de ces médiations tient d'un rapport entre l'implicite des possibles institués en creux par l'explicite des textes légués. Or c'est là que le caractère *non arbitraire* des « métaphores » phénoménologiques est à bien saisir³.

c. La tension entre l'époché et son recouvrement

Contre les tentatives d'*intérieurisation*, le leitmotiv desantien est celui d'une installation dans le sol propre de la mathématique : mais le but n'est pas de « simplement » redoubler philosophiquement ce qui est mathématiquement dit. La méthode phénoménologique a cette particularité d'aller vers la chose elle-même, de lui faire droit, de tenter de la faire apparaître dans une forme de nudité qui n'est pas celle du mathématicien, mais celle de son *objectivité propre* : Desanti institue ainsi le *moment épochal*, condition de possibilité de cette ressaisie du « devenir des idéalités ». Ce moment inaugural, c'est celui qui laisse être la chose, dans son caractère hautement *énigmatique*, comme « racine d'une discursivité possible qui la concerne et demeure en suspens »⁴. L'époché est le moment où on *repère* dans la chose, prise comme *énigme* d'un quelque chose qui perdure et transcende la chronologie, l'appel à sa réactivation, c'est-à-dire le travail proprement épistémologique : c'est le sens de l'exigence de trouver *l'entame*⁵ nécessaire au décryptage de cette chose dans laquelle on s'est, grâce à l'époché, installé. Ce décryptage consiste à redéployer (au sens de dé-faire) les actes, les *significations* que la *lettre* de ses instructions renferme. Le moment épochal, moment d'accueil, institue l'exigence de son « relèvement » : en propre, effectuer dans le présent épistémologique les possibilités de la lettre des textes. Autrement dit, la rigueur phénoménologique est ce par quoi l'on peut s'installer dans cet *écart* entre la lettre du transmis-stratifié (les mémoires scientifiques) et les significations par définition non univoques qu'elles renferment à titre de *possibilités d'effectuation* : assumer cet écart, c'est alors se donner les moyens, dans et par la circularité de son « lieu » (on a dit plus haut qu'il n'y a pas d'extériorité au champ), de réactiver, au sens husserlien, la lettre des textes en la traditionnalisant (dans l'enchaînement des théories), donc de la réinvestir et de produire une sorte de nouvelle lettre dont il faudra à nouveau déployer les possibles, etc.

En schématisant à grands traits, on dira que le *moment épochal* fait surgir l'explicite de la lettre, et que le travail épistémologique consiste, après repérage de l'entame (du bon angle d'attaque de la chose, en résumé), en son *recouvrement*, c'est-à-dire au faire-surgir l'implicite

¹ Desanti 1968 p. 235-6.

² Desanti 1968 p. 243. Vadée 1969 a été très éclairant sur la mise en évidence de cet élément central.

³ On renvoie ici à Desanti & Sinaceur 1991 essentiellement, qui déploie pleinement ce que l'on va indûment résumer.

⁴ Desanti & Sinaceur 1991 p. 13.

⁵ Le geste de « trouver l'entame » est magnifiquement décrit en Desanti 1963, Introduction.

des possibles signifiants que la lettre véhicule, son « esprit » rajouterai-je par commodité. En résumé, s'installer dans l'écart entre la lettre et son esprit, dans cette tension, c'est expérimenter dans son germe la dialectique implicite-explicite, et l'ambigu travail du « négatif », souvent évoqué par Desanti, des médiations d'horizons que l'analyse épistémologique et technique prend en charge dans *Les idéalités mathématiques*. Les concepts phénoménologiques sont donc là pour permettre de nommer – mais nommer n'apporte rien par soi – et de décrire le problème épistémologique de la constitution des idéalités, sous l'angle de cette tension-unité entre l'épochal et le recouvrement, qui décrit de façon intrinsèquement solidaire le *travail épistémologique lui-même et son résultat, le déchiffrement de cette constitution*. Autrement dit, Desanti joue bien sur les deux registres de l'épistémologie des mathématiques (question de la nature de « l'existence » mathématique), et sur l'épistémologie de cette épistémologie, à savoir sur la méthode qu'il convient d'employer pour *rendre raison* de cette question *non scientifique*. Il résume comme suit, avec le recul, cette orientation dans sa permanence :

« A vrai dire, j'ai toujours considéré que le travail de réflexion de ce qu'on appelle institutionnellement le philosophe, dans un champ scientifique, dans un champ théorique, consiste à saisir un moment de ce champ théorique dans son état interne d'inachèvement et à le repenser, dans son état d'inachèvement¹, par conséquent à le problématiser : on mime un peu le travail du mathématicien créateur, mais on prend ce travail à l'état de chantier, et c'est ça, à mes yeux, le travail de l'épistémologie ; et non pas de chercher les conditions de la fermeture ; il n'y en a pas, on n'en trouvera pas. »²

Seulement l'œuvre de cette méthode phénoménologique conduit à sa propre destruction et à l'exigence d'une autre type de conceptualisation dont la fin des *Idéalités mathématiques* dit qu'elle doit porter sur le seul combattant encore debout, et qui n'est pas l'ego transcendantal maintenant disparu : la *temporalité* propre de l'objectivité mathématique et de son déchiffrement épistémologique. Or c'est justement cela que Desanti n'a pas poursuivi, comme on l'a évoqué plus haut. Le but maintenant, ce ne sera pas ici de poursuivre en le présent travail cette indication, mais de débrouiller les fils de ces intrications entre concepts phénoménologiques, tonalités structurales/structuralistes, vocabulaire dialectisant, pour réinscrire de façon plus précise la figure de Desanti dans la double tradition dialecticienne-transcendantaliste qui fait l'objet de la présente synthèse historique.

2. De Cavallès à une praxis absente : un non-dit polyphonique

Si Desanti n'a jamais accepté d'exposer de *position* qui serait l'équivalent d'une « philosophie des mathématiques », par exemple comme Lautman, et est bien plus resté dans une orientation comparable à celle de Cavallès, si donc sa philosophie est restée *silencieuse*, il n'a pour autant jamais refusé d'assumer les influences qui l'ont traversé³. M. Vadée en 1969, dans son riche article « Grandeur ou servitude des idéalités mathématiques ? », développe clairement la triple accentuation de la thèse de 1968 : une thèse de type structuraliste exprimée dans une problématique phénoménologique dont les descriptions ponctuelles sont lisibles en termes dialectiques.

a. Thèmes structuralistes et dialectiques

Sur son « structuralisme » d'abord. Outre la présence déjà vue de l'intérêt pour les *structures mathématiques* proprement dites sur lesquelles déjà Bachelard, Cavallès, Lautman se sont appesantis, Desanti reconnaît explicitement que la lecture de Bourbaki a pour lui

¹ D'où le choix de la théorie des ensembles dans son état des années 20-30, déjà unifiée, mais encore en chantier, et l'accentuation, au cours de l'analyse, sur la nécessité d'objectiver l'*ouverture* de la théorie-1 vers la théorie-2.

² Ravis-Giordani p. 255. On retombe alors sur le caractère nécessairement inachevé, central pour Cavallès, de toute théorisation mathématique, du devenir mathématique en général.

³ Vadée 1969.

constitué une seconde « formation » mathématique, qui l'a invité à formuler dans les termes bourbachiques les problèmes mathématiques qu'il prenait en charge¹, termes et concepts qui ont servi de médiation dans l'approfondissement théorique qui a amené à la thèse de 1968. Mais, pour autant, il ne défend pas plus que Cavailles un quelconque *structuralisme* : un objet est toujours assorti de son horizon, n'a d'existence que relationnelle, donc l'analyse de son statut exige de voir comment il « fonctionne » dans un ensemble de relations explicites ou possibles, et c'est alors les propriétés de ces ensembles de relations qui sont nommées « structurales », rien de plus. En revanche, d'une part chez M. Vadée en 1969, et chez P. Cassou-Noguès actuellement, un rapprochement est établi entre, pour le premier, la méthode desantienne et la catégorie althussérienne de *pratique théorique*, pour le second, entre l'autre du mathématique exigé par un « problème épistémologique » et l'idée également althussérienne de *coupure épistémologique*². Ces rapprochements me semblent plus justifiables dans le second cas que dans le premier, mais, ce que l'on peut retenir ici, c'est que ce n'est pas l'aspect « structural » proprement dit qui est mis en valeur, mais plutôt le refus continué d'une subjectivité constituante, et la thèse d'un moment spécifique du scientifique et surtout de l'épistémologique comme travail de réappropriation d'un construit scientifique légué par la tradition.

Ce qui est plus instructif, c'est le rapport de Desanti aux schèmes dialectiques. D'une part, Desanti rappelle régulièrement le fait qu'il poursuit et reprend Cavailles³, son rejet d'une philosophie de la conscience au profit d'une philosophie du concept, bien qu'il récuse l'idée d'une *position* qui serait celle d'une « philosophie de... ». L'expression de « dialectique » entre explicite et implicite, de façon très générale, assure chez lui la reconduction de l'usage à la française du terme. Le concept de « négatif » très présent dans son œuvre, révèle, autant pour M. Vadée que pour H. Sinaceur et M. A. Sinaceur, la forte présence de Hegel⁴. La réponse de Desanti est en fait simple : s'il parle du négatif pour désigner les « formes de l'implicite »⁵ travaillant le concept, sans être hégélien, c'est parce qu'il refuse toute substantialité de ce concept, substantialité qu'il voit à l'œuvre chez Hegel⁶, alors que, dit-il,

« Un concept n'est pas autre chose qu'un système de questionnement exigé, ce n'est pas une structure qui a son propre développement : c'est une exigence de questionnement. C'est pourquoi je ne dirai jamais que la philosophie des mathématiques, s'il y en a une, doit être une philosophie du développement, de l'autodéveloppement du concept, ou des concepts. »⁷

Le concept, de même que l'objet mathématique, est donc intrinsèquement *relationnel* et intrathéorique. D'où la référence que Desanti accorde à Spinoza, dans un sens comparable à celui de Cavailles : un « certain spinozisme », en lequel « la substance n'est rien de solide ... est exigence de connexion »⁸, enchevêtrement et enveloppement de moments conceptuels et symboliques dont toute stratification ouvre des possibles, une zone de contingence (l'*indétermination* de « l'horizon des possibles »), impliquant que c'est toujours a posteriori que l'on peut parler, ainsi que le faisait Cavailles, d'un *devenir nécessaire* des mathématiques, tout en rejetant drastiquement toute téléologie du concept, cette téléologie qui est justement corrélatrice du concept-substance de Hegel⁹.

¹ Desanti & Sinaceur 1991 p. 28, voir aussi les références de Desanti 1968.

² Cassou-Noguès 2004, qui poursuit certaines analyses de Cassou-Noguès 2001 sur ces « problèmes épistémologiques ».

³ Cf. les multiples évocations de Desanti 1968, Desanti & Caveing 1972 p. 158, et les évocations multiples analogues à celle de Guenancia 2002 p. 95. Le fait de l'avoir connu et d'avoir travaillé avec lui ne peut, factuellement parlant, qu'aider à comprendre encore plus cette reprise.

⁴ Respectivement Vadée 1969, III, Desanti & Sinaceur 1991 p. 28-9, Ravis-Giordani p. 248.

⁵ Desanti & Sinaceur 1991 p. 21.

⁶ En Ravis-Giordani p. 255, ce que reproche justement, en quelque sorte, H. Sinaceur à J. Merker, c'est d'avoir tendance à substantialiser le concept et l'idée de philosophie du concept de la pensée de Cavailles.

⁷ Ravis-Giordani p. 255.

⁸ Ravis-Giordani p. 250.

⁹ Au passage, il me semble que ces éléments vont pleinement dans le sens de la brève lecture faite en conclusion de la courte section consacrée plus haut à Cavailles.

On voit ici plus nettement le sens du rejet de toute *conception* dialectique, et pas seulement transcendantale (on ne revient pas sur le rejet de l'égologie husserlienne), exprimée dans les *Idéalités mathématiques*, rejet qu'il exprime à l'occasion de son analyse du procédé cantorien de la diagonale. Desanti nomme F l'ensemble des sous-ensembles des entiers positifs, pôle idéal d'unité, fixé et limité techniquement, et enveloppé dans un champ de propriétés et d'opérations possibles, donc là et là seulement intégré dans les domaines des « objets » mathématiques maniables puisqu'individus. F est explicité comme un *noyau opératoire* posé et structurellement indispensable, puisqu'il est ce qui rend possible implicitement, dans les mémoires, la méthode de la diagonale. Certes Desanti parle parfois d'une dialectique entre explicite et implicite : « est dialectique... le travail de la pensée qui, au cœur de la chose même qui l'occupe, assume cette tension [entre moment éphémère et recouvrement] »¹. Mais, tout en réaffirmant au passage le rejet du réalisme mathématique, il affirme :

« Que les noyaux médiateurs (ici F) soient "implicites", cela ne signifie pas nécessairement que leur être soit préconstitué dans un univers intelligible, un paradis des essences. La question de savoir quel est le mode d'être des noyaux implicites... reste entière. C'est pourquoi nous avons évité de nommer "transcendantal" le champ réflexif immanent, et de nommer "dialectique" le rapport des noyaux, c'est-à-dire ce mouvement de double médiation dans lequel F se trouvera un jour porté au statut d'"objet". »²

Autrement dit, c'est l'incomplétude de l'analyse qui implique le rejet d'une *position* philosophique « officielle », et donc le silence déjà rappelé. Mais la place de Cavailles (dont Desanti pense que sa dialectique va effectivement vers Spinoza bien plus que Hegel ou Hamelin³) reste bien plus grande que celle de Husserl dans l'économie *générale* du dispositif d'analyse de Desanti.

b. Géométriser la temporalité mathématique ou la réinscrire dans une praxis désubjectivée ?

En résumé, le seul personnage qui reste des *Idéalités mathématiques* c'est celui de la temporalité, temporalité qu'il renvoie à ce qu'il appelle le « temps de la productivité », « ce que Cavailles appelait autrefois le temps de l'acte », et dont mettre en lumière la constitution

« n'est pas commode parce que c'est un temps qui semble fait de réseaux temporels de structures différentes, de métriques différentes, de topologies mêmes différentes, et probablement sans doute, variables d'une idéalité à l'autre. »⁴

De là à passer de la métaphore mathématique à une sorte de mathématisation de la temporalité du concept mathématique, il n'y a qu'un pas... qu'il franchit dans le principe en réponse à une suggestion de J.-J. Szczeciniarz⁵, et qu'il exprime comme une exigence, celle

« ... d'une géométrie des cheminements, des schémas de cheminement, des connexions de cheminements, des morphismes entre cheminements. C'est la mathématique qui parle de la façon dont elle se constitue ; et la philosophie des mathématiques, ça consiste à reconnaître cette exigence et à la réactualiser chaque fois ; le mathématicien n'a pas le temps de le faire, ça n'est pas son affaire, quoi qu'il puisse faire, mais à ce moment-là ce n'est pas des mathématiques qu'il fait, il crée une *mathématique propre à ressaisir le mode de connexion des gestes de constitution de la mathématique*. C'est une mathématique, mais ce n'est pas la mathématique usuelle, elle ne serait pas reçue comme telle au CNRS ! »⁶

¹ Desanti & Sinaceur 1991 p. 22.

² Desanti 1968 p. 87 note 2.

³ Desanti & Sinaceur 1991 p. 21.

⁴ Desanti & Caveing 1972 p. 158.

⁵ C'est-à-dire à sa communication à laquelle il répond longuement en Ravis-Giordani p. 256-7.

⁶ Ravis-Giordani p. 257. Je souligne.

Mathématisation du geste mathématique : entre métaphore et concept, donc. On ne s'étend pas sur ce prolongement possible. Il me semble qu'un autre prolongement est également pensable, à partir de ce fait énigmatique¹ de la « praxis » littéralement *absente* de son texte *Phénoménologie et praxis*. Si la méthode phénoménologique s'auto-détruit au terme de son effectuation, ce n'est pas pour orienter sur une transcendance du devenir mathématique, mais sur la temporalité propre d'un devenir immanent enchâssé sur des actes qui en sont les agents, les opérateurs, sans pour être autant être constitutifs : des *actes passifs* sans lesquels ce devenir serait impossible. Le concept de *praxis*, dont on a déjà vu l'ancrage dans cette tradition *marxienne* dans laquelle Desanti s'est toujours senti intégré (avant comme après la rupture avec le PCF), est ici inspirateur.

Cette praxis désigne, de Marx à Sartre, le processus non subjectif par lequel les agents individués concourent, en pleine immanence, à la production et reproduction du complexe spatio-temporel et matériel de l'être social. Toute *praxis* est effet de structure dans la mesure où toute structure est effet de *praxis*, phénomène d'interconstitution matériellement et symboliquement ancrée dans des *structures d'inerties*, celles que Sartre appelle « pratico-inertes ». Or il est instructif de rappeler l'importance que la *Critique de la raison dialectique* de Sartre avait pour Desanti : ni plus ni moins, l'ouvrage le plus important du 20^{ème} siècle² ! Cette *Critique* a comme objet central la façon dont la *raison constituante* (praxis individuelle, luttes sociales) n'opère qu'à partir de l'espace, non infini mais partiellement indéterminé, des possibles ouverts par la *raison constituée* incarnée par le *fait* historique des structures pratico-inertes. L'analogie est précise ici, entre le couple stratifié-possible de Desanti, et le couple constitué-constituant de Sartre, justement pensé par ce dernier comme l'œuvre d'une praxis déchargée de toute tonalité « subjectiviste ».

C'est en tous cas la suggestion que fait P. Guenancia à Desanti³, lequel semble, n'évoquant aucun point de désaccord avec le rapprochement, et poursuivant l'analyse de Sartre sur le groupe sériel et le groupe en fusion, être en parfait accord avec cette idée d'*interconstitution* primant sur la constitution. Ce thème sartrien permettrait en effet, selon l'expression de Guenancia, de « donner au thème de la constitution qui ne soit pas un fondement subjectif ». « Entamer l'inertie », leitmotiv également de Sartre, avec Husserl et Marx pour Desanti, c'est pour ce dernier

« affronter, sans ruse ni compromis, l'agressivité massive, insistante et muette de ce qui se tient et persiste dans son inertie livrée : le "poids du monde", ainsi qu'on le nomme pour l'apprivoiser, ce "poids" et tout aussi bien avec lui celui des mots, des énoncés et des savoirs.

C'est donc à ce qui offrait résistance que j'ai dû tenter de m'intéresser en vue d'y réfléchir... »⁴

Or, l'ambition de Sartre dans la *Critique*, c'est bien, comme on l'a développé plus haut, de penser dans et par un dispositif théorique marxien récusant à la fois la tentation *structuraliste* et la fondation dans une subjectivité de cette interconstitution. Sartre cherche à rendre intelligible ce qui produit, dans et par l'enchevêtrement des praxis aux prises avec la matière, l'effet d'extériorité, de contrainte, de nécessité produites de façon pleinement immanente par les objectivations de leurs propres actions. Il me semble que si cette analogie n'est pas explicitement validée dans les écrits de Desanti, elle est très loin d'être incompatible avec les bruits de son silence. Mais, il est vrai, on n'est plus du tout alors dans cette « géométrie des cheminements » – à moins que cette dernière soit à penser comme une propédeutique à une théorie du devenir mathématique fondée sur celle de l'inertie et de la résistance à soi d'une rationalité constitutive parce que collective.

¹ Du moins, aussi énigmatique que l'absence quasi-totale de médiations entre les deux parties de l'ouvrage *Phénoménologie et matérialisme dialectique* de son collègue et corrégionnaire à l'ENS Tràn-Duc-Thao (Tràn-Duc-Thao 1951).

² La référence est de seconde main. Juliette Simont, que je remercie ici, m'a tout dernièrement confirmé cette sentence : Desanti l'a prononcée lors d'un entretien à la télévision à l'occasion de la publication récente du livre du B.-H. Lévy sur Sartre.

³ Ravis-Giordani p. 251-2.

⁴ Desanti 1963, Introduction de 1994, p. 39-40.

Desanti héritier et hérétique alors ? Un héritier, bien sûr, mais récalcitrant : une œuvre aux facettes trop diverses que vraisemblablement seul son silence a rendu possibles – silence peut-être provoqué par l'expérience quasi « schizophrénique » et à coup sûr rétrospectivement traumatisante du terrible « régime de la double vérité » qu'il avait défendu en fin des années 1940 par cette *position philosophique* opposant sciences bourgeoise et prolétariennes¹ –, et qui révèlent de façon saisissante les traits que l'on a déjà pleinement observé dans les acteurs de l'épistémologie française. Une diversité d'influences, un souci de remettre toute position philosophique à sa place de *posture* d'analyse et non de position à défendre coûte que coûte, l'assomption critique de la double tradition kantienne et hégélienne, mais le souci de s'extraire de leurs rigidités, l'inféodation de la problématique de l'objet mathématique à celle de formes de représentation/constitution de *l'objectivité mathématique*, etc. Desanti *vérité provisoire* de l'école française, alors ? *Vérité* en ce sens qu'il en porte les traces et les conjoint toutes à divers degrés, *provisoire* peut-être du fait de ce silence qui peut n'être pas satisfaisant. On va voir maintenant en conclusion que la piste d'une conception du devenir mathématique articulée à une pensée de cette *praxis* est assez proche de ce que certaines pensées tout à fait actuelles, également héritières de cette école française, suggèrent comme projet ou assises possibles d'un *platonisme transcendantal*.

L'idée toute simple par laquelle je clos ainsi le corps de cette thèse, c'est que cette école n'a pas tout dit. A l'instar de Desanti, elle en a dit tellement qu'il me semble légitime et judicieux de se donner les moyens de s'approprier la richesse des pistes qu'elle s'est contentée d'ouvrir.

¹ Desanti 1963, Introduction de 1994, note p. 43-4. Expérience d'où pourrait alors corrélativement provenir le silence sur le moteur du devenir mathématique, son rapport avec l'histoire sociale, etc.

CONCLUSIONS. LA DIALECTIQUE PEUT-ELLE ENCORE CASSER DES BRIQUES ?



« Toute présomption d'existence engage un acte de foi. Le réalisme mathématique n'a pas le privilège de la foi, mais celui de sa visibilité. »¹

Jules Vuillemin

Ainsi que je l'ai déjà dit en introduction, le sens et la fonction de cette synthèse historique ont toujours été pour moi ceux de rendre possible une synthèse théorique à partir de laquelle poursuivre l'aventure. Aussi, après un rapide bilan général sur ces péripéties mathématiques de la dialectique depuis Hegel à aujourd'hui, je propose à cette fin un certain nombre de pistes de travail.

I. Bilan général

1. Objet et statut du méta-discours dialectique

(1) Cela a été présenté en introduction, et les chapitres successifs l'ont montré, les pensées dialectiques ont systématiquement eu pour ambition de saisir au plan conceptuel, l'historicité du rationnel et la rationalité de l'historique, et ainsi de montrer qu'il était possible et nécessaire de penser ensemble *l'objectivité* des théories scientifiques et le fait qu'elles sont un *devenir*. Depuis Hegel, et dans les traditions dialecticiennes marxistes comme non-marxistes, il n'est pas pensable d'analyser l'un sans l'autre. Le noyau rationnel du point de vue dialectique sur les mathématiques depuis Hegel, c'est le primat du *procès*, et la thèse de sa rationalité autant que celle de ses objectivations « momentanées », et la nécessité des schèmes dialectiques pour rendre l'ensemble intelligible.

(2) Mais c'est aussi sur les *conditions de cette analyse* de l'objectivité et de l'historicité du scientifique, et du mathématique en particulier que l'interrogation a porté, à savoir, sur la nature et le statut de ce *méta-discours dialectique sur les sciences*.

La forme « épistémologique » qu'il a prise dans la tradition rationaliste française est celle d'un discours second essentiellement *descriptif* et assez peu *explicatif*, et en tous cas, rarement *normatif*. Cela s'est vu emblématiquement chez Bachelard qui refusait toute théorie générale de la connaissance, et ce au profit d'une *régionalisation* de ce discours sur la science². Mais cette forme descriptive et revendiquée comme *non scientifique* du méta-discours dialectique

¹ Vuillemin 2000, § 7, p. 2.

² Même si chez lui, l'histoire des sciences, par sa « récurrence », est normative.

sur les sciences, n'est pas réellement partagée par tous les protagonistes de ce courant : on l'a nettement vu avec les affinités de Lautman à l'égard de Hegel, ainsi qu'avec l'analogie de posture décelable entre Cavaillès et Hegel. Il reste cependant que chez ces derniers *jamais les schèmes dialectiques ne sont censés intervenir dans un registre prétendant à la scientificité*. Les affinités de ce courant avec le néo-kantisme sont également visibles de ce point de vue là : le point de vue transcendantal, comme le point de vue dialectique qui le raffine tout en le reprenant parfois implicitement, sont des points de vue *philosophiques*. Que chez les néo-kantiens (c'est parfaitement explicite chez Granger), comme chez Kant lui-même, ce point de vue soit celui d'une *connaissance philosophique* n'est pas gênant ici : à aucun moment cette connaissance philosophique ne prétend être connaissance *scientifique*¹.

Au contraire chez Hegel, Marx et Engels, malgré toutes les nuances et les difficultés rappelées sur ce problème, le méta-discours dialectique a essentiellement trait à la scientificité. Ce méta-discours n'est pas celui des sciences positives, n'est pas qu'une épistémologie au sens simplement « réflexif » du terme, mais prétend au contraire *faire œuvre scientifique à sa façon*. On a vu que c'est très exactement le sens du penser spéculatif hégélien, celui de la dialectique de la nature engelsienne, et celui de la méthode d'élévation de l'abstrait au concret chez Marx (réactualisée par Althusser avant les *Éléments d'autocritique*²). On a cependant étudié les oscillations (les « avatars et renouvellements ») au sein de ces discours, en particulier dans la dialectique de la nature, entre une tentation ontologique et une prétention à l'objectivité d'un côté, et la fonction heuristique et critique de l'autre. L'infléchissement vers un *interventionnisme* du moment philosophique chez Lénine augure selon moi d'une thèse fondamentale de non-scientificité de ce méta-discours : on peut certes penser que tel n'est pas le cas³, mais c'est en tout cas la thèse que je vais poursuivre ici.

2. Convergences et divergences essentielles des trois traditions

(1) Dans tous les cas on a vu la récurrence de la thèse selon laquelle l'objectivité mathématique était disjointe de la question de l'existence d'« objets » – même si le terme a continué, plus ou moins métaphoriquement, d'être utilisé. L'anti-réalisme, le primat du procès sur l'existence mathématique (purement intra-relationnelle), et la posture constructiviste sont présents chez Hegel, les marxistes, les dialecticiens français, et les néo-kantiens. De même, quoique cela soit dans des termes variés, l'*autonomie du mathématique* dans toutes ces approches est rendu possible par une *coupure épistémologique*, même si, chez Hegel, Marx et Engels et les marxistes, les mathématiques sont *également* le lieu où un Autre se manifeste (le Concept, sous forme incomplète chez Hegel, la lutte de tendances liées aux conflits de classes chez les autres). La thèse de cette coupure à mon sens est visible dans tout l'*anti-empirisme* dialecticien ou transcendantal et l'idée que l'objet scientifique est toujours un *construit*. La constitution de l'objectivité mathématique suppose des procédures qui n'ont rien à voir, ni avec une intuition ou une perception étendues, ni avec la saisie d'un réel mathématique qui serait donné ou accessible « en soi ».

(2) En termes d'épistémologie de l'histoire des mathématiques, on a également vu des récurrences. L'objectivité des théories est construite historiquement, et il faut montrer et dégager les traits récurrents des modes de constitution des théories mathématiques (les lois « tendanciennes »). Cette constitution, dans tous les cas, possède une rationalité non analytique, non linéaire, dont les divers schèmes dialectiques rendent raison. Seulement, là est une des premières divergences : selon la tradition, ces schèmes sont imprégnés de la

¹ Kant a bien formulé les premiers *principes métaphysiques* d'une science de la nature et corrélativement tenté d'exposer des prolégomènes à une *métaphysique* future qui pourrait se présenter comme *science* (ce que justement, à sa façon, a fait Hegel), mais ce n'est pas la voie qui a été suivie. Sauf peut-être par J. Petitot qui prétend transformer la connaissance *philosophique* dont parle Granger en connaissance *mathématique* (cf. section V-3).

² Je ne précise pas plus le fait que chez Althusser la dialectique est ce qui prend le moins de place : c'est le statut du méta-discours lui-même qui importe, plutôt que les concepts particuliers qu'il contient.

³ Les positions d'Althusser sont loin d'être homogènes sur ces questions.

négativité hégélienne (marxismes) ou au contraire, tout à fait assouplis, et désignant vaguement tout ce qui peut évoquer des *tensions* entre des *pôles* essentiellement complémentaires.

(3) On a également pris acte de la quasi-complète disparition du *problème du sujet* dans le courant hégéliano-marxiste. Discours prétendant à la scientificité, chargé ontologiquement chez les fondateurs, désontologisé mais lié à un interventionnisme normatif dans le marxisme 20^{ème}, et surtout lié à une thèse du *procès sans sujet*¹, il est logique que les problématiques subjectives aient été « chassées » de cet espace théorique, le plus souvent taxées d'idéalisme². Mais ce problème du sujet affleure cependant dans les problématiques liées à une *psychologie dialectique*, comme chez Engels ou dans l'actuelle réactivation du chantier de la dialectique de la nature.

Le « sujet », également, n'est pas toujours explicitement traité dans les épistémologies dialectiques françaises du 20^{ème} siècle. Cependant, il reste une instance relativement importante pour penser le procès constructif et historique du mathématique (chez Bachelard ou Gonseth par exemple), même si c'est effectivement parfois peu explicite (sinon par le biais d'une psychologie de la connaissance³). Cela n'est pas étonnant lorsque l'on se rappelle les affinités que les dialectiques non-marxistes entretiennent avec le néo-kantisme épistémologique, comme on l'a vu dans le dernier chapitre, et pour ce dernier, l'importance centrale de cette question du sujet dans la refonte du schématisme transcendantal à l'œuvre dans le penser mathématique.

II. Sept thèses sur : pourquoi et comment poursuivre l'aventure ?

On a affirmé dans la dernière section du dernier chapitre que les dits et non-dits de Desanti révèlent un visage essentiel des aventures et avatars du point de vue dialectique en mathématiques. Ils en font converger les trois traditions majeures, marxienne, non-marxienne, et sa face cachée néo-kantienne. Mais cette convergence apparaît en creux chez Desanti, autant sous forme de suspension du jugement, de doute, que d'exigence. Puisque la conviction qui m'anime est que cette aventure est loin d'avoir livré toute sa fécondité, c'est sous forme de programme explicite que je vais tenter maintenant d'objectiver cette convergence, mais en la réinscrivant dans un ensemble de *thèses philosophiques* explicites.

L'objectif de cette conclusion, c'est d'esquisser une *synthèse théorique*, à partir des résultats de cette thèse qui est une *synthèse historique*. Cette synthèse est orientée par des *thèses philosophiques particulières*, et va se spécifier en *énoncés* portant sur l'épistémologie des mathématiques, celle de leur histoire, et sur la dialectique de la nature. Je précise autant que possible le *statut* que j'attribue à ces thèses philosophiques, et à ces *pratiques épistémologiques*, en tant qu'elles sont des *pratiques théoriques essentiellement philosophiques et non scientifiques*, et m'efforce de préciser leur lieu d'effectivité, c'est-à-dire quel est leur objet et quel est leur mode opératoire.

a. Reprise de trois thèses : le plan abstrait

Ces *thèses*, ainsi que la tradition marxiste les lègue, sont des énoncés non démontrables théoriquement. On peut seulement en évaluer la pertinence et la vraisemblance dans les effets d'intelligibilité qu'elles rendent *indirectement* possibles. Je dis indirectement, au sens où c'est

¹ Sans sujet *individuel* s'entend : chez Marx, ce sont les *masses*, chez Hegel, c'est le Concept qui est le sujet du Procès, c'est-à-dire le Procès lui-même dans le mouvement qui fait de lui le résultat de sa propre téléologie.

² Même chez Sartre, la *praxis* n'est aucunement la *conscience* d'un sujet, c'est bien plutôt un agent-patient du social.

³ L'œuvre de Piaget est claire sur ce point : le « sujet épistémique » dont il entend mettre en évidence les stades de développement joue le rôle, dans son épistémologie génétique, de celui du sujet transcendantal dans le kantisme.

par d'autres types d'énoncés, qui vont se greffer sur elles, qu'on pourra procéder à cette évaluation.

Thèse 1. La première est la « **thèse d'existence** » (E) du réel *social et naturel* comme *intégralement matériel*, et l'indépendance de cette existence à l'égard de la conscience.

Thèse 2. La seconde est la « **thèse du procès** » (P), c'est-à-dire l'affirmation que ce réel *est essentiellement procès* : procès de différenciation et de production de formes naturelles, ou procès historique des formations sociales. La primauté du procès ne s'oppose évidemment pas à l'existence de *lois* de la nature, ou de « lois tendanciennes » de l'être social : le problème est de voir comment opèrent en permanence et s'actualisent ces lois dans un procès qui produit du neuf.

Thèse 3. La troisième est la « **thèse d'objectivité** » (O) : c'est-à-dire l'affirmation que ce procès du réel, naturel ou social, est *objectivement connaissable*, et que la production de la connaissance objective de ce réel est l'objet des sciences.

J'appelle cette triade E-P-O¹ la *thèse matérialiste* en la considérant comme opérant au niveau le plus abstrait de l'entreprise de conceptualisation, d'où l'appellation de *plan abstrait*. Par ailleurs j'appelle le plan scientifique le *plan concret* : l'objectif de ce qui suit va être de penser comment peut opérer le plan abstrait sur le plan concret, et plus exactement, comment le plan abstrait peut *aider* le plan scientifique à être pleinement concret. C'est par l'existence d'un plan intermédiaire, associé à un type d'intervention philosophique particulier, que ce rapport abstrait-concret va s'opérer : ce plan intermédiaire sera le *plan épistémologique*.

Il n'y a pas, par principe, de thèse portant sur la continuité ou l'analogie des caractères des procès de la nature et de la société : seule la connaissance objective constituée sur ces procès peut éventuellement guider de tels rapprochements. Du point de vue de la généralité qui est celle de ces thèses, il faut également entendre ici la généralité des catégories de « réel », de « nature », de « société », de « procès », de « connaissance objective », et bien entendu de « matière ». Ces catégories sont au cœur de thèses qui sont défendues comme les plus pertinentes d'un point de vue *ontologique*. Il faut entendre par là qu'elles forment le socle, qui est celui, globalement, du marxisme : la première et la troisième sont explicites chez Engels et Lénine, la seconde est au cœur de tout le matérialisme historique². Comme *thèses philosophiques* elles ne font que formuler en première instance l'essentiel d'une *ontologie matérialiste de la nature et de l'être social* qui, comme telle, *n'est en rien une connaissance*. L'idée est ici d'éviter à tout prix de penser ces thèses comme celles d'une *métaphysique qui serait, en termes gnoseologiques, fondatrice*.

Ces thèses sont désormais classiques. Ce qu'il faut, c'est entendre en profondeur leur statut *non scientifique*, donc que le de fait vouloir démontrer leur vérité ou leur fausseté est une interrogation inadéquate. Je reprends à mon compte ici la thèse qu'Althusser prête à Lénine : la *philosophie dans sa généralité n'a aucun objet*, elle est une pratique interventionniste dont les relations avec les sciences sont centrales. Philosophiquement parlant, on a énoncé trois *thèses matérialistes*, c'est l'intervention la plus abstraite, qui, dans la tradition marxiste, formule *en termes philosophiques* ce que le matérialisme historique comme science de l'histoire (et du capitalisme) s'est efforcé de *pratiquer*.

Seulement je n'ai pas parlé pour l'instant de dialectique, seulement de thèses constituant l'essentiel d'une ontologie matérialiste de la nature et de l'être social : *dit autrement*, « *la* » *dialectique n'appartient pas au registre des thèses philosophiques fondamentales, elle n'est en rien posée, par exemple, comme coextensive au procès naturel ou au procès social. Ceci*

¹ Hasard qui me fait dire que ces développements sont une façon de *doper* le présent travail, de le faire aller plus loin avec l'ambition d'un peu plus de puissance.

² D'après Althusser, c'est cette *thèse du procès* qui constitue la dette essentielle de Marx à l'égard de Hegel, on l'a vu dans les chapitres II et III.

affirme l'indépendance de la thèse matérialiste à l'égard de la dialectique¹. Cette dialectique n'intervient que dans un second registre : elle va être un corps de schèmes mobilisé à partir de ces thèses philosophiques pour questionner les modes par lesquels les sciences étudient concrètement *des procès et des matérialités particuliers* (sociaux, biologiques, physiques, chimiques, etc.)

Cette première précision sur la dialectique permet de formuler la *seconde intervention*, qui est la suivante : ces thèses philosophiques ont des prolongements *également philosophiques*, qui sont l'ensemble des questionnements, des déconstructions, « démarcations » opérés sur les concepts *scientifiques* ou les concepts des philosophies scientifiques. Autrement dit, l'intervention philosophique se fait *intervention épistémologique*. La question à laquelle il faut tenter maintenant de donner des éléments de réponse est la suivante : quels sont les instruments et les modalités de cette intervention épistémologique ?²

b. L'intervention épistémologique

Les *catégories purement philosophiques* existant dans l'espace philosophique, et en particulier, celles mobilisées explicitement (ou implicitement) dans la thèse matérialiste, n'ont aucun lien direct ni privilégié avec les *concepts scientifiques*. L'énoncé suivant fixe une condition de cette mise en relation.

Thèse 4. Pour faire travailler les catégories et thèses philosophiques du plan abstrait sur les concepts scientifiques du plan concret, il faut des *concepts médiateurs, qui vont opérer sur le plan épistémologique intermédiaire*. Parmi ces concepts médiateurs se trouvent les schèmes dialectiques.

J'utilise *schèmes dialectiques* de préférence à « catégories » ou « concepts » pour insister sur la dimension essentiellement *opératoire* associée à leur fonction médiane³. Ces schèmes médiateurs sont ceux qu'E. Bitsakis appelle concepts « quasi-philosophiques »⁴ : ils forment des groupes distincts selon les théories scientifiques à l'égard desquelles ils seront mobilisés. Mais de façon générale, *statutairement parlant*, il me semble que ce sont des schèmes de cette nature qui constituent *l'expérience critique* qu'est la *Critique de la raison dialectique* de Sartre, de même que les généralités II d'Althusser. Ces dernières, dans le dispositif althusserien, sont le corps de concepts intermédiaires qui aident à transformer les généralités I qui sont idéologiques, en généralités III qui sont scientifiques. Ce n'est pas le sens du présent développement. Ici, j'essaie de dessiner la forme générale et les soubassements de l'intervention épistémologique.

Celle-ci opère toujours à partir de présupposés. La thèse matérialiste explicite, ou plus exactement, *constitue* ces présupposés : non-scientifiques, purement philosophiques, on peut les classer éventuellement dans les généralités I, mais ce qui est visé, ici, par l'intervention épistémologique, ce n'est pas de produire des généralités III, mais *de forcer les concepts scientifiques à dire ce qu'ils contiennent explicitement*. L'intervention épistémologique vise à *faire parler les théories scientifiques, à leur faire avouer leurs présupposés implicites*. Cette intervention est, en fait, pleinement animée par le souci de *lutter contre l'idéalisme* et les *métaphysiques implicites* des théories scientifiques, et de les obliger à *se penser*.

¹ Garder l'étiquette de « matérialisme dialectique » ne pose aucun problème, seulement les deux composantes n'opèrent pas au même niveau.

² L'intervention philosophique me semble tout autant possible dans la politique, le droit, l'art, la morale etc., mais nécessitera des conditions particulières dans chaque cas. Je veux dire par là que la philosophie n'a évidemment pas à se limiter aux champs scientifiques.

³ La formalisation technique de la dialectique ne me semble donc pas pertinente de ce point de vue : les schèmes dialectiques, qui ne peuvent d'ailleurs prétendre être les seuls schèmes intermédiaires adéquats, sont au cœur d'une analyse critique *conceptuelle* qui n'a pas aucunement besoin d'être transformée en système logico-mathématique.

⁴ Cf. fin de la section III-1.

Autrement dit, c'est l'injonction autant hégélienne que marxiste qui est reprise ici, mais (1) sur la base de la thèse matérialiste, (2) sans la thèse de la scientificité du méta-discours dialectique, lequel est ici association de *thèses philosophiques* et de *schèmes opératoires intermédiaires également philosophiques*. Je prends ici position, donc, *contre la revendication de scientificité* présente à la fois dans le système hégélien, et dans tout un pan de la tradition marxiste, et cela, dans la suite de ce qui me semble être la lecture sartrienne de la dialectique : un méta-discours non scientifique, *une critique*, et non une *logique*¹. Mais c'est parce que la philosophie n'a pas d'objet d'une part, et d'autre part, parce que l'intervention épistémologique ne porte pas sur les objets étudiés par les sciences, mais sur *les concepts qui constituent les théories de ces sciences* qu'il ne peut y avoir revendication de scientificité. N'ayant pas d'objet, elle n'a rien à connaître, mais a pour fonction *d'aider à penser comment l'on connaît*.

Ce sont donc les *théories scientifiques* qui constituent des *connaissances objectives*. Dans le principe leur fonction est de saisir la diversité des déterminations de leurs objets, donc de produire des « concrets-de-pensée ». L'intervention – abstraitement matérialiste et épistémologiquement dialectique – a ainsi pour fonction de pousser autant que faire se peut les théories scientifiques à *produire de tels concrets-de-pensée*, en sachant tout particulièrement exprimer la *matérialité fondamentale de leur objet*. L'intervention épistémologique, *assise sur un groupe de thèses philosophiques* et opérant par la *mobilisation de schèmes intermédiaires et notamment les schèmes dialectiques*, a pour fonction de *renforcer et affiner la coupure épistémologique* qui a nécessairement présidé à la constitution de ces théories scientifiques.

c. Grandes lignes de la *position* défendue

(1) Thèse de la dialectique et remarque sur la dialectique de la nature. Les théories constituées le sont par des concepts proprement *scientifiques*, et par des procédures internes de validation de leurs énoncés formés avec ces concepts. Mais leur élaboration (c'est-à-dire les théories comme *pratiques théoriques scientifiques*) mobilise toujours des concepts extra- ou méta-scientifiques, des concepts *médiateurs*, voire des *hypothèses philosophiques générales*, qui sont loin d'être forcément explicités. C'est ici que la coupure épistémologique doit intervenir. La « théorie des pratiques théoriques » (pour reprendre l'expression d'Althusser²) dont la position matérialiste donne l'assise, qui s'est adjointe un ensemble de schèmes opératoires intermédiaires, a pour fonction de penser, de montrer et de promouvoir cette coupure, puisqu'elle est la condition de possibilité de l'objectivité scientifique.

L'intervention épistémologique doit, concrètement, comme dans le cas de la physique pour E. Bitsakis, passer au crible ces catégories philosophiques et concepts quasi-philosophiques des philosophies spontanées (ainsi pour Bitsakis le « matérialisme spontané ») des savants, pour en dégager les impuretés, les implicites, les éléments idéologiques, ou du moins pré-scientifiques. *La pratique théorique de l'épistémologie est l'intervention par laquelle s'opèrent la critique et la démarcation (au sens de la mise en évidence) des concepts quasi-philosophiques mobilisés dans la construction du scientifique, ce qui passe par l'usage des schèmes dialectiques*. En étant bref, je suis convaincu que la dialectique de la nature peut être pleinement féconde pour l'examen des théories relevant de la *physique*, de la *chimie* et de la *biologie*. J'ai déjà tenté avec ces schèmes, par ailleurs, une première intervention sur certains concepts des sciences cognitives³.

¹ Cf. début de la section III-2. Ce qui ne préjuge en rien du caractère scientifique du *Capital* évidemment, puisque celui-ci ne rentre pas en compte dans la description présente, qui porte sur un ordre épistémologique et non scientifique. Comme toute autre science, l'économie (je range sous précaution supplémentaire le *Capital* sous ce label) est censée, pour avoir ce statut, des procédures internes de validation, c'est-à-dire posséder une autonomie théorique fondée sur une coupure épistémologique.

² Althusser 1965.

³ Confrontation qui était un tout premier essai, et qui est donc encore plus fruste que les présentes suggestions : Barot 2002. Par ailleurs, à partir de Sartre, j'ai commencé le même type de travail – même tentative

Thèse 5. L'ensemble des schèmes dialectiques n'est donc pas la pratique d'une science produisant des connaissances exactes, vraies en tant que conformes à leur objet, ni n'opère au niveau ontologique. Elle ne peut être que *pratique des concepts médiateurs irrigant les réseaux de concepts scientifiques et leurs articulations*, et n'est ni « objective » ni « subjective » si l'on entend par là une entreprise de connaissance d'un objet. Telle est la *thèse de la dialectique* : en particulier, *les théories scientifiques objectivent le phénomène physique, chimique ou biologique, la dialectique de la nature, elle, médiatise et questionne les modes et les divers instruments de cette objectivation elle-même*, qui relève elle du plan concret des sciences. D'où la dimension purement épistémologique de la dialectique, contrairement à la thèse matérialiste *abstraite*.

Il n'y a donc pas à chercher savoir s'il existe ou non des contradictions « dans les choses » : ce n'est pas une question pertinente. L'appareil dialectique est là pour questionner les théories scientifiques qui tentent d'objectiver le réel, et n'a donc pas de rapport direct au réel. Il me semble que les ouvrages de L. Sève et E. Bitsakis dont on a longuement traité ici¹ sont arrivés au bord de cette thèse, mais n'ont pu la formuler, justement parce qu'ils n'ont pas, en profondeur, discerné que l'objet de la dialectique de la nature pouvait n'être pas le réel, mais les théories scientifiques qui veulent en rendre raison.

(2) Thèse 6. La thèse du pratico-inerte. Les points (2) et (3) suivants ne portent pas sur le plan épistémologique proprement dit : ils affinent le *plan abstrait* en approfondissant la nature de la matérialité et du procès des mathématiques entendues comme *activité constituante et corpus constitué*, procès caractérisé par la constitution récurrente d'une *double objectivité mathématique*, celle des « objets » et celle des théories. La compréhension dialectique de l'objectivité mathématique a toujours été une entreprise double depuis Hegel : conceptualiser à la fois l'objectivité historiquement construite des *théories* mathématiques, et celle, techniquement assurée, des *objets mathématiques intrathéoriques* proprement dit. Le premier aspect du programme, c'est ainsi d'articuler à nouveaux frais cette double ambition, ce qui va consister d'abord à reprendre à Cavailles, l'école althussérienne et Desanti la thèse suivante : l'objectivité des *théories* mathématiques relève d'un *processus asubjectif d'interconstitution*. Descriptivement, à la suite de N. Mouloud, on peut qualifier cette interconstitution de *téléonomique*, mais pour la rendre pleinement intelligible, je la réinscris dans le phénomène matériel et processuel étudié par Sartre du *pratico-inerte*, c'est-à-dire de la dialectique structures/pratiques². J'appelle ce corps de développements la *thèse du pratico-inerte*, qui prolonge la thèse matérialiste.

C'est donc, au sens large (de Lefebvre à Sartre), dans une *philosophie de la praxis* que l'on défend ici une esquisse de doctrine. C'est me semble-t-il une des voies possibles suggérées par Desanti. C'est aussi une façon de prendre position *contre* l'opposition praxis / structures (qui a par exemple justifié le rejet de la pensée sartrienne par les althussériens), d'une part, mais aussi contre l'opposition philosophie du concept / philosophie de la conscience³. Le but est de montrer que ces oppositions, à l'instar de l'opposition continuité / discontinuité dans le champ de l'historiographie⁴, sont des *écrans* plus que des facteurs d'intelligibilité.

(3) Le formalisme du procès scientifique. Mais la *thèse du pratico-inerte*, qui approfondit la thèse matérialiste, porte sur les conditions et modalités récurrentes de constitution historique de théories scientifiques objectives. L'idée que je défends est celle de l'existence de « structures » de second ordre caractérisant *le procès lui-même*, sachant que celui-ci repose sur la dialectique structures/pratiques du « premier ordre ». La thèse du pratico-inerte donne

d'intervention épistémologique – sur les concepts clés de la sociologie et de l'anthropologie que sont les concepts d'*habitus* et de *terrain*, l'ensemble faisant sens au titre d'un travail d'*épistémologie comparée*.

¹ Section III-1-4.

² Je ne reviens pas pour l'instant sur ces catégories, déjà exposées en III-2-1, que je re-précise par la suite.

³ Ce point là, tout particulièrement, méritera d'être amplement développé en un autre lieu.

⁴ Cf. Foucault 1968.

ainsi lieu à un *formalisme du procès scientifique*, sorte de « structuralisme » de second niveau par lequel on vise à exprimer la rationalité du processus d'évolution *sur le long terme* des théories. Ce formalisme du procès scientifique va inclure la mise en évidence de « patterns », de « patrons » généraux, qui vont constituer ces « structures » (de second ordre) du procès (de premier ordre), et doivent dans le principe donner lieu à un corps de concepts spécifiques qui sont ceux de l'histoire des sciences. Ce formalisme du procès, outre l'exposé de ces « patterns » et de ces concepts (notions reprises à nouveaux frais de *crise, révolution, paradigme*, etc.), donne lieu à une première *intervention épistémologique* : celle-ci relève de l'*épistémologie de l'histoire des sciences*.

(4) L'objectivité mathématique sans sujet ni objet. Mais les thèses du matérialisme et du pratico-inerte vont donner lieu à une seconde intervention épistémologique : l'intervention relevant de l'*épistémologie des mathématiques* proprement dite. La thèse du pratico-inerte¹ repose sur la conception selon laquelle le procès de l'objectivation scientifique est une *interconstitution asubjective*, c'est-à-dire *sans sujet*. Mais il faut aussi montrer en quoi l'objectivité mathématique n'est aucunement liée à des « objets » mathématiques. On a vu au cours de cette thèse que le rejet du réalisme mathématique, et plus généralement de la formulation ontologique du problème de l'existence mathématique, était un leitmotiv des courants dialectiques.

Dans le principe, l'objectif serait de *clôre la discussion*² sur ce sujet, à partir de l'idée que c'est une *fausse question philosophique* qui a longuement formulé de façon biaisée le problème de la connaissance mathématique objective. C'est la perspective que je défends, et la discussion du « platonisme transcendantal » défendu de façon représentative par M. Panza jouera ici une double fonction. En effet, d'une part elle sera associée à l'exposé du principe général de l'explication *étiologique* du réalisme, et d'autre part permettra de réintégrer explicitement le motif transcendantal dans la thèse du pratico-inerte défendue. J'en profite alors pour prendre position sur la question du rapport étroit entre le « dialectique » et le « transcendantal », ainsi que sur celle du sens de l'approche *cognitive* par rapport à cette problématique.

5. Thèse 7. Pour convaincre les platoniciens. Indépendamment d'une remarque finale sur le sens de l'exigence *constructiviste* dont on a vu l'étroite affinité avec l'anti-réalisme des pensées dialectiques, je défends finalement la thèse suivante : *pour convaincre un platonicien, il ne suffit pas de dire d'où vient sa croyance sur la nature de sa connaissance mathématique et lui expliquer qu'il a indûment ontologisé*. Il faut lui exposer un *concept de la connaissance qui rende compte de cette connaissance mathématique comme telle*, c'est-à-dire comme *procédure récursivement reproduite dans l'histoire progressant dans l'énonciation de vérités*, compatible avec l'idée que *la connaissance mathématique n'est pas une connaissance d'objets*.

La double objectivité mathématique, ou plus exactement les deux objectivités du mathématique, sont essentiellement *construites*. Ce qui est en un sens assez trivial. D'une façon non triviale, le but va être, *à partir de ce qui se donne, formellement ou informellement, comme objet* dans et hors des théories, de déterminer la connaissance mathématique comme n'étant pas *per se* une connaissance d'*objets*, tout en étant « orientée-objets »³. Il faudra alors prendre la mesure de ce fait géologique plus fondamentale que la seconde objectivité mathématique (intrathéorique) se scinde en une part *conceptuelle* et l'autre *formelle*. En ouverture finale, on tente alors une forme de dialogue avec les postures à l'anglo-saxonne, qui

¹ La proximité de fond avec les travaux de Raymond est explicite rien que par le titre retenu pour ce paragraphe, même si les termes utilisés ne sont pas les siens.

² Ce qui ne sera évidemment pas le cas, mais c'est une façon de dire deux choses à la fois. D'une part que selon moi cette question n'est déjà plus un problème. D'autre part que je suis loin d'oublier la diversité des positions sur le sujet, et que je mesure l'outrecuidance qui peut lue derrière cette formule.

³ « Orientée objets » est une expression de J. Petitot, au sens de la programmation-objets en informatique, mais aussi au sens de l'intentionnalité de la connaissance comme d'abord et avant tout conscience *de quelque chose*. On va voir dans la suite en quel sens ceci n'est pas trivial.

concentrera également les prises des positions évoquées ci-dessus. On fait droit à la formulation générale du « problème de Benaceraff », mais, conformément au divorce évoqué en introduction entre pensées « continentale » et « anglo-saxonnes », on affirme que cette formulation du problème révèle un paradoxe dont l'une des solutions possibles réside dans la production d'un concept *philosophique* de ce que peut être : « connaître mathématiquement que p ». On tente donc de formuler un tel concept, qui *transformerait ce paradoxe* – cette connaissance mathématique est *orientée-objets* mais sans objets – *en élément de définition*. La formulation de ce concept sort de la démarche explicitative prenant épistémologiquement pour objet la constitution des *savoirs*, pour s'essayer dans sa fonction radicalement interventionniste, dans une pensée de la *vérité mathématique*¹.

La section III à venir développe corrélativement la thèse du pratico-inerte et celle du formalisme du procès scientifique. La section IV porte alors sur la réinscription du *thème* transcendantal dans le dispositif matérialiste-dialectique, et le sens de cette réinscription. La section V, quant à elle, produira le concept philosophique *interventionniste* de ce que peut vouloir dire « connaître que p est vrai », ou plus exactement « connaître mathématiquement que p ». Ce concept est interventionniste au sens où il veut (1) *crystalliser* les effets de démarcation, de la déconstruction largement et diversement réitérée, dans les traditions restituées dans cette thèse, des concepts d'*objet* et d'*existence* mathématique (2) exprimer de façon rigoureuse cette déconstruction en la réinscrivant dans la conception générale de la double objectivité mathématique exposée dans les sections III et IV.

Aucune de ces lignes directrices n'est originale. J'estime ici procéder essentiellement à une *mise en ordre* d'une variété de thèses ou de *postures* affines ou coextensives afin d'en produire une *position théorique générale*. Deux remarques ici s'imposent alors. (1) D'une part, le rapport entre les plans *abstrait*, *épistémologique*, et *concret* (scientifique) n'est évidemment pas de fondation (les savants se passent des philosophes, pas l'inverse, comme l'avait fort bien vu Hegel), mais bien sûr celui, d'une part, d'une autonomie relative des méthodes et des procès de validation, et d'autre part, celui, historiquement, du moins au niveau de la genèse des théories, d'une rétroaction, d'une influence mutuelle. (2) Ce qui va suivre est programmatique et encore bien général : c'est nécessairement dans d'autres lieux que pourront être affinées les pistes à venir.

III. « Entamer l'inertie » (Desanti)

a. L'épreuve de la résistance

Si dire que les mathématiques ne portent pas sur des *objets* est, depuis Kant, une idée déjà traditionnelle, il me semble qu'une *explicitation raisonnée* du processus conduisant à cette ontologisation et à sa reproduction, n'a pas, par contre, été systématiquement entreprise. Je la fais ici relever, dans sa forme réaliste, d'une réaction à un *effet de contrainte rationnelle*, celui que Desanti appelle un *effet immanent d'extériorité*. Cette réaction est soit spontanée (au sens althusserien de la « philosophie spontanée des savants ») soit philosophiquement redoublée sous forme doctrinale², et consiste pour l'essentiel à se référer à la causalité d'un univers

¹ Ce qui est une façon de ne pas se *suturer* à la science, et d'éviter tout scientisme. Ce type d'intervention, chez Badiou, justifie me semble-t-il chez lui l'attribution à la philosophie d'un statut particulier : elle aurait la *vérité* pour objet. Je ne partage pas cette approche. Seulement je lui reprends cette distinction entre savoirs et vérité. Il la fait remonter à toute pensée philosophique systématique soucieuse, de Platon à Hegel (quoiqu'on en mé-dise de Hegel), de penser la science telle qu'elle se fait sans s'y « suturer », c'est-à-dire sans se contenter d'en être l'explicitation distanciée effectuant (en une contrebande plus ou moins assumée) cette distanciation sur son modèle, au prix de son autonomie (comme le firent les positivistes) : Badiou 1989.

² Ainsi les arguments « d'indispensabilité » initialement proposés par Quine, et actuellement défendus avec vigueur par P. Maddy : cf. Maddy 1992, qui reprend sur ce point précis son argumentaire général de Maddy 1990, et qui est plus amplement développé en Maddy 1997.

d'objets abstraits posés comme existant indépendamment de et extérieurement à la pensée¹. Cette contrainte rationnelle s'éprouve comme une résistance opposée à la raison de ce qu'elle cherche à étudier, et de ce fait, comme une *nécessité* d'un type particulier. Cette nécessité particulière est en fait à reconduire au procès générique de toute forme de pensée qui s'objective d'une façon telle que le produit historiquement sédimenté de son activité, c'est-à-dire celle en l'occurrence de la communauté des mathématiciens, apparaît comme « sans auteurs ». Dit autrement l'effet de contrainte rationnelle, origine de l'hypostase réaliste, est le produit aliéné (c'est-à-dire devenu étranger à son producteur) d'un ensemble de processus d'objectivation conduits par les « pratiques théoriques » logico-mathématiques. La thèse du pratico-inerte est donc la suivante : l'objectivité propre du mathématique est pensable dans la cadre d'une théorie générale de l'objectivité produite par les pratiques théoriques, en tant que celles-ci sont des formes *réflexives* de la praxis aux prises avec l'inertie qui affecte nécessairement ses productions².

Cette forme générale donnée au problème du réalisme, et le présent programme sont idoines aux injonctions de M. Panza³ :

« il faut, il me semble, sortir du domaine de l'ontologie et accepter l'idée que les notions de réalité, de remplissement et d'existence tiennent à des modalités de la connaissance, c'est-à-dire que le registre dont dépend la question de la métaphysique n'est pas le registre de l'être, mais celui des modes de la raison. [...] il me semble reconnaître, derrière toute tentative de promouvoir le réalisme ontologique, une aspiration qui ne doit pas être perdue : il s'agit de l'aspiration à rendre compte de ce qui nous apparaît comme une sorte de résistance que la raison subirait lors d'une grande partie, peut-être de la totalité de ses actes. C'est une résistance qui ne semble explicable qu'en posant l'hypothèse d'une altérité qui s'impose. Le platonisme en mathématique est souvent vécu comme une manière de poser cette hypothèse. *Mais une telle altérité ne se présente que par le biais de ce qu'elle impose à la raison, et ce qu'elle impose ne se révèle que par des modes d'être de la raison elle-même* [je souligne]. »

Il faut radicaliser explicitement ce constat : en étudiant ce processus de production, d'actualisation de la raison (par) elle-même, il faut voir qu'il n'y a définitivement *pas* d'altérité, mais comme le dit Desanti un « effet immanent d'extériorité ». M. Panza propose alors ce qui suit :

« Promouvoir une position réaliste, au-delà de toute implication ontologique, ne me semble rien d'autre qu'affirmer cette résistance : développer cette position sous la forme d'une philosophie consiste ainsi à fournir une caractérisation générale d'une telle notion de résistance et une classification des formes différentes qu'une résistance de cette sorte peut prendre. Etre réaliste en mathématiques signifie affirmer que les mathématiques correspondent à des modes de réalisation de la raison qu'on peut qualifier par rapport à la position de certaines formes de résistance. »

Le soubassement philosophique de cette entreprise *épistémique* est explicite :

« La question du platonisme devient alors la question de la caractérisation de ces formes : être platoniste, dans un sens non ontologique, ou plus proprement transcendantal, signifie affirmer que la *caractérisation de ces formes peut passer par la position d'un domaine d'objets* [je souligne] et défendre l'acceptabilité philosophique d'une telle caractérisation. »

C'est ici que je me sépare de M. Panza. La question n'est pas de pouvoir, finalement, de nouveau poser un domaine d'objets, mais de voir que l'objectivité intrathéorique peut radicalement se passer d'objets tout en étant le corrélat d'éléments informels véhiculés par l'histoire. La thèse générale défendue ici est en effet que *l'effet de contrainte rationnelle*,

¹ Mais l'affirmation nominaliste d'*inexistence* de cet univers (sa « négation déterminée »), tombe fonctionnellement dans la même apparence transcendantale, celle du caractère ontologique de ce qui est en question. Ce qui montre la profondeur du processus, et l'importance d'en exposer les mécanismes.

² Où l'on retrouve l'affinité déjà évoquée entre les concepts sartriens de *praxis* et de *pratico-inerte*, et le concept althusserien de *pratique théorique*.

³ Panza 1995, p. 86-7.

c'est-à-dire l'expérience de cette résistance à soi de la raison, est simultanément agent et indice de l'objectivité des mathématiques, au double niveau des théories constituées, et de ce qui joue en elle le rôle d'objets. Cette double objectivité repose sur la rationalité de caractères particuliers de la pratique théorique mathématique. Il faut évidemment exposer ces caractères.

Cet effet est *indice* de cette objectivité au sens où il témoigne du fait que des processus d'objectivation amènent, par leur rationalité et leur absence d'arbitraire, à ce que leurs propres productions soient pensées comme *indépendantes*. Il en est *agent* au sens où la croyance en cette indépendance postulée est *renforcée* par ses modes et traits particuliers, et en particulier, par le fait que des théories techniquement parfois très différentes *portent sur une même* « chose ». Par exemple celle des nombres réels : les coupures de Dedekind et les représentants des classes d'équivalence de suite de Cauchy objectivent également le concept *informel* d'irrationnel. On entrevoit ici le caractère essentiel de l'objectivité de l'objet mathématique : la *permanence* d'un certain nombre de propriétés formelles (synthétisées en un concept), sous la *variation* possible des mode de désignation, c'est-à-dire la nature de *type informel* générique sous-jacent à des *occurrences formelles* possibles. Ceci est le propre d'une *idéalité* au sens husserlien¹ : informellement c'est une unité de sens très stable, mais elle peut subir des formalisations logico-mathématiques variées voire concurrentes. On voit ici le sens de la scission *nécessaire* dans la détermination de l'objectivité intrathéorique, entre une part formelle et une part informelle.

b. La praxis mathématique : activité constituante et corpus constitué

Toute pratique est effet de structures contraignantes dans l'exacte mesure où toute structure est effet de pratiques constituantes. Or une pratique n'est *constituante* que par ses *objectivations* (productions d'objets et institutions de structures). Et toute objectivation est essentiellement *aliénation* puisque ce qui est produit (le résultat de l'objectivation), dès que la production est achevée, *se détache du producteur*, et est l'objet d'appropriations possibles par d'autres (une voiture sur une chaîne de montage achetée par d'autres ; un tableau approprié dans et par le regard du spectateur). Voilà pourquoi la praxis peut faire l'expérience d'une nécessité, d'une résistance, qui n'est pourtant rien d'autre que la conséquence d'une pratique constituante antérieure. La leçon particulière qu'il faut en tirer, c'est que *l'édifice mathématique, ensembles de théories structurées objectivées dans des textes, mais toujours aussi corpus en transformation à partir de savoirs antérieurs, n'échappe pas à la cette* « causalité structurale », *c'est-à-dire à une causalité dialectique.*

La pratique mathématique n'échappe pas à cette dialectique structures/pratiques. Ce qu'elle produit, sous la forme de théories achevées (en sus des textes, les implémentations matérielles diverses, par exemple les instruments techniques, sont autant de *théories matérialisées*, c'est-à-dire de pratiques théoriques objectivées), prend le visage de quelque chose de « découvert » « sans auteurs », donc d'advenu par une *cause occasionnelle*, les mathématiciens. Il faut au contraire dire *historiquement construit sans arbitraire*. Voici le nerf de la *théorie de l'interconstitution asubjective et immanente de l'objectivité mathématique* :

¹ Noter que cet effet de contrainte qu'exerce l'idéal est *gradué, différencié* d'un point de vue *psychologique*. Le degré d'évidence traditionnellement véhiculé par les éléments de \mathbb{Y} est bien plus marqué que celui des éléments de \mathbb{X} , à fortiori que celui des quaternions ; certains ensembles semblent plus légitimes, plus indubitables que d'autres : l'axiome d'existence de l'ensemble « paire de 2 ensembles » par exemple, semble naturel, plus intuitivement évident que celui stipulant l'existence d'un cardinal supercompact, etc. Penser les causes de cette différenciation est une question importante, puisque cela revient à *examiner en détail à quoi le degré de contrainte est proportionnel*. Or on est en présence d'éléments au premier abord contradictoires : c'est d'une part l'inconnu, ce qui résiste en permanence à l'assimilation théorique qui pousse à poser l'existence, mais d'autre part, l'objectivité, voire l'évidence de certaines « entités » ou propriétés semblent tout autant provenir d'une conformité à l'empiricité (ainsi la tridimensionnalité, les entiers dits, pour ce genre de raison « naturels ». Autant l'inconnu pointe vers une transcendance, autant cette conformité semble proche de l'exigence de constructivité, c'est-à-dire de la maîtrise opératoire, voire instrumentale (par opposition à l'inconnu immaîtrisé), de ces idéalités *en affinité directe* avec le réel mondain. Cette contradiction apparente se situe au niveau *psychologique*, logiquement distinct de et postérieur au processus d'institution de l'effet de contrainte ici étudié, dont elle indique juste la complexité.

celle-ci est le résultat récursivement reproduit d'objectivations spécifiques de praxis individuelles, qui sont non constituantes comme telles mais en tant qu'assurant sa re-production pratico-inerte élargie¹.

c. Formalisme dialectique du procès scientifique entendu comme pratique théorique

En conséquence, expliquer l'objectivité des théories mathématiques revient à appréhender celles-ci comme un corpus vivant, produit d'une activité non subjective, celle d'une pratique théorique *scientifique* donc également *conceptuelle*, c'est-à-dire aussi *informellement* nourrie (par des représentations, des croyances, des thèses philosophiques implicites, etc.) : cette objectivité n'est donc pas uniquement caractérisable par les enrégimentations formelles des théories mêmes. Saisir cette objectivité, c'est bien sûr la voir dans ses formes théoriques cristallisées, mais c'est aussi la voir dans les schémas ou « noyaux » rationnels structurant la construction historique des théories et le mouvement de leurs concepts. On établit plus bas le lien entre cette dimension informelle et ces « noyaux rationnels » du procès des mathématiques.

La théorie de P. Kitcher² est d'une part très révélatrice de ce point de vue : elle prend acte, dans le champ anglo-saxon, du problème de l'historicité de la rationalité scientifique, et développe pour ce faire des traits éminemment dialectisants. Pour lui les mathématiques sont une pratique collective, une compétence ancrée dans une activité essentiellement symbolique qui assure la mise en forme progressive de l'expérience sensible ou scientifique au moyen d'idéalités constituées, en dernière instance, par une idéalisation à partir (historiquement et individuellement) du proto-mathématique qui émerge dans le rapport spontané au monde externe. Ce qu'il appelle les « patterns » des transitions, des changements rationnels de l'histoire des mathématiques, sont pour lui les traits qui assurent l'objectivité s'imposant à chaque génération aux individus – traits qui d'après moi suscitent la réaction réaliste par la contrainte rationnelle qu'ils véhiculent.

Les « patterns » du procès scientifique

Une théorie dialectique des structures (théoriques) et des pratiques (théoriques) mathématiques, comme dans son dispositif général rappelé plus haut, est donc, pour reprendre l'expression d'Althusser, un « formalisme du procès »³. Il n'y a pas de structure sans procès et réciproquement, et il convient, pour la rationalité de ce procès, de dégager ses noyaux constitutifs. Ce structuralisme *de second ordre* insiste sur l'existence de « patterns » que Kitcher réduit au nombre de quatre :

(1) « **Question-answering** ». Toute formation théorique fait sens dans la mesure où elle répond en la précisant plus avant à une interrogation préalable non résolue par les théories antérieures. Kitcher prend l'exemple de la géométrie analytique cartésienne qui résout plus et mieux (c'est-à-dire quantitativement et qualitativement) les problèmes de la géométrie euclidienne (comme celui de Pappus)⁴.

(2) « **Generalization** ». Le critère est ici assez simple. Le progrès qu'une théorie constitue par rapport à une autre qui la précède consiste notamment en l'inscription de ses

¹ « Elargie » est pris ici par analogie avec la « reproduction élargie du capital », c'est-à-dire sa reproduction auto-valorisante et jamais à l'identique.

² Kitcher 1984.

³ Althusser 1972 p. 181.

⁴ Kitcher 1984, IX p. 194. Le schéma herméneutique de J.-M. Salanskis, reprenant le concept de *cerclé herméneutique* à Heidegger, se réfère à la façon dont Lautman – qui s'inspire également de Heidegger, mais pas, littéralement, de ce concept – que toute théorie est préformée par une Idée problématique, un problème informel qui *insiste* et exige théorisation formelle : Salanskis 1991 « La mathématique vue comme herméneutique » p. 1-31.

concepts et résultats dans une architecture plus ample¹. Ce *pattern* est en fait précisé par ceux qui suivent.

(3) « **Rigorization** ». Le terme² (« making the practice rigorous ») désigne d'abord le passage d'un ensemble de modes de raisonnement à un autre, passage qui se traduit par une réorganisation méthodologique et conceptuelle, avec effort de déconstruction des éléments trop informels ou chargés de représentations imprécises. Ainsi l'ère de la « rigueur » dans l'analyse du 19^{ème} siècle, de Lagrange à Weierstrass, au-delà du terme consacré. Ce processus est particulier central pour l'effectuation de la *coupure épistémologique* (ce dont ne parle pas du tout Kitcher).

(4) « **Systematization** »³. Ce *pattern* prend deux formes, l'une **axiomatique**, l'autre **conceptuelle**. C'est le « type of rational interpractice transition » qui s'objective le mieux. Les réorganisations axiomatiques *contentuelles* de connaissances plus ou moins éparées, comme celles d'Euclide ou de Peano, mais également l'axiomatisation *formelle*⁴ sur le modèle hilbertien, sont de telles systématisations (même si la seconde soulève plus d'enjeux que la première du point de vue des évolutions conceptuelles qu'elle a impliquées au début du 20^{ème} siècle). Les réorganisations conceptuelles, non formalisées au premier abord, consistent pour Kitcher en une modification du langage mathématique, corrélée à une modification des concepts structuraux d'une théorie, lesquels, par leur rénovation, assurent l'établissement de similarités entre résultats auparavant perçus comme différents, et donc dégagent des caractères communs à des modes de raisonnement différents. Outre l'unité méthodologique qu'une telle systématisation confère *formellement* (dans le traitement mathématique des problèmes), celle-ci assure aussi une unité *conceptuelle informelle*⁵ (je précise plus bas l'importance cette distinction formel/informel)⁶.

Mais cette liste mérite d'être affinée au-delà de ce qu'expose Kitcher : les trois éléments suivants⁷, recoupant partiellement ceux qui précèdent, sont fondamentaux. Les « patrons » (2) à (4) se traduisent par :

(5) Des **classifications** (intentionnées comme exhaustives) renouvelées des objets mathématiques légitimes (les « patrons » conduisant à réinstaurer, en modulant les anciennes, de nouvelles normes de cette légitimité). Ainsi, pour reprendre l'exemple ci-dessus, la nouvelle classification cartésienne des courbes en géométriques et transcendentes, fondée sur un critère dorénavant algébrique de l'objet constructible.

(6) Un gain de **cohérence**, voire d'harmonie, en tous cas d'**unité**, dans l'articulation entre des théories anciennes ou nouvellement instituées. Là encore, la réciprocité instituée par Descartes entre la détermination de points d'intersection de courbes et la détermination des racines d'un système d'équations témoigne de ce type de gain. On touche là à la mise au jour progressive d'une unité *structurelle* (c'est-à-dire à leur unification progressive) entre des théories « contentuellement » distinctes, ce que Lautman a étudié en détail.

¹ Kitcher 1984 p. 207

² *Ibid.* p. 213.

³ *Ibid.* p. 217.

⁴ Cf. Largeault 1992 p. 8 sur cette distinction formel/contentuel. « Contentuel » signifie « possédant un contenu » (le terme traduit *inhaltlich*, *Inhalt* signifiant « contenu »). Une axiomatique contentuelle réorganise des connaissances déjà possédés portant sur des objets pensés comme indépendants de cette axiomatique, alors que l'axiomatique « formelle » *produit tout d'elle-même*, on l'a notamment vu dans l'analyse gonsethienne de la méthode hilbertienne (section IV-3).

⁵ Cette distinction impose par exemple de ne pas confondre, par exemple, *physique mathématique* et *physique théorique*, la première pourvoyant au besoin d'une formalisation de la systématité conceptuelle de la seconde. Ce qui distingue par nature, par exemple, Einstein de Mach.

⁶ La thèse d'histoire des mathématiques de R. Chorlay sur *l'émergence du couple local-global en géométrie différentielle de Gauss aux années 1950* porte sur une telle réorganisation.

⁷ Cf. Petitot 1995a p. 158.

En modifiant le point de vue sur ces patrons, en apparaît un, plus général, qui me semble également plus profond « archéologiquement » parlant, et moins déterminable dans son contenu :

(7) La **question fondationnelle** est un dispositif réflexif que l'on peut inclure à titre de « pattern des patterns ». C'est une récurrence historique qui apparaît comme provenant de et se constituant comme la réflexion de ces composantes structurelles rationnelles du procès de connaissance. *Le problème de la fondation est toujours un problème historique*, surgissant d'un besoin, comme dirait Kuhn¹, de réduire une anomalie (comme on pourrait réduire une fracture). L'auto-réflexivité de la pratique théorique des mathématiques, dans son histoire, a toujours convoqué, en ses moments critiques ou « anomaux » un type d'interrogation *conceptuelle* dont l'épistémologie/philosophie des mathématiques, véritable discipline étonnamment *institutionnalisée*² aujourd'hui, s'est aujourd'hui faite le dépositaire principal, à la suite de l'échec hilbertien de sa réduction, sous le terme de « métamathématique », en une question *technique*.

Deux choses sont centrales ici :

(1) Les processus réitérés d'unification/réorganisation conceptuelles et techniques dont l'histoire témoigne, et qui ont systématiquement été étudiés par les dialecticiens, ceux que Cavailles appelle « paradigme » et « thématization », les médiations entre Théorie₁ et Théorie₂ chez Desanti, etc., sont entrelacements de ces « *patterns* » *rationnels* qui n'apparaissent bien sûr jamais purement³, mais toujours impurs, se recouvrant les uns les autres, même si certains sont en fonction des périodes de l'histoire plus saillants que d'autres⁴. Ces « moments dialectiques » selon l'expression de Cavailles, sont des quasi-lois objectives du *devenir* mathématique, qui ne préjugent pas du caractère contingent des contextes *historiques* : *ce n'est pas parce que l'on est dans la contingence que l'on est dans le hasard et l'arbitraire*. L'économie, la puissance d'expression, la transparence de la symbolisation, outil majeur de la formalisation de la structure des raisonnements et des déductions, au deux siècles précédents, au-delà de n'être que des indices d'une *rigorization* sont également les instruments des autres schémas. Corrélativement à tout cela, insistons sur le fait que le mouvement des modes de raisonnement repose sur le mouvement de *règles*, informelles ou formalisées (dont il faut donc dire en dernière instance l'ancrage dans une *intersubjectivité linguistique et pragmatique*), qui s'imposent aux mathématiciens, ce qui ne préjuge pas des libertés que certains prennent légitimement, puisque c'est par cette subversion qu'il y a évolution. L'idée, fort simple, est que même si les règles évoluent ou ne sont pas absolues, comme en témoigne la diversité des logiques formelles possibles d'une part, et l'irréductibilité des raisonnements à l'œuvre dans les pratiques conceptuelles concrètes à de telles logiques, il existe toujours des règles qui s'imposent, explicitement ou à leur insu, aux « travailleurs de la preuve »⁵. C'est un des sens majeurs, on l'a maintes fois vu ici, de « l'historicité du transcendantal ».

La détermination des schémas rationnels qui assurent les transitions dans l'évolution des mathématiques, même si elle apparaît comme simple mise en forme ou explicitation historiographiquement instruite, *est une question fondamentale*. Cette détermination n'a pas cependant une fonction descriptive, ni même normative au sens de la « récurrence »

¹ Kuhn 1962-70.

² Peut-être est-ce dû au fait que les mathématiques d'aujourd'hui ne sont tout bonnement plus à taille humaine.

³ Le caractère idéalisé de cette liste est revendiqué par Kitcher. Cf. la discussion de ce point en Chihara 1990 ch. XI « Kitcher's Ideal Agents » p. 216 et suiv.

⁴ Kitcher étudie longuement le cas classique du calcul infinitésimal du 17^{ème} au 19^{ème} siècle, et montre l'existence à l'œuvre de ces schémas, en disant, au fond, ce que Marx, dans ses notes sur le même sujet avait déjà dit à la suite de Hegel. A la phase « mystique » du XVII^è siècle a suivi une phase « rationnelle » représentée par D'Alembert, qui a pointé les limites conceptuelles des conceptions fondatrices, sans pour autant régler définitivement la question des infinitésimaux, ce qu'a en revanche assuré la phase « algébrique » incarnée par Lagrange.

⁵ Cf. Kuhn 1962-70, IV p. 73 et suiv.

bachelardienne à l'œuvre dans l'histoire rationnelle des sciences qu'il appelle de ses vœux. La mise en évidence de ces *patterns* peut rendre intelligible, au cœur d'une *ontologie matérialiste des pratiques théoriques*, l'origine de l'effet de contrainte rationnelle véhiculée par les théories, et la tentation ontologique qui lui traditionnellement associée.

(2) Ces « patterns » du progrès scientifique me semblent fournir une bonne approche de *ce en quoi peut consister une coupure épistémologique, en tant que celle-ci est toujours « continuée », progressive, et opère sur toutes les composantes des théories scientifiques.*

Revenons sur l'objectif général de Kitcher, qui est le suivant : fournir « ... an account of mathematical reality... by identifying those patterns of rational transition which have led from primitive beginnings to the mathematics of today. » Cette explication repose sur la thèse suivante : l'évolution des mathématiques consiste en le mouvement, rationnellement structuré par les susdits *patterns*, d'une pratique théorique qui fait fond sur la reprise critique par les générations nouvelles des théories des générations antérieures. Cela s'opère par la réappropriation des textes faisant autorité, la chaîne régressive de cette transmission ayant son origine dans la perception sensible :

« ... we can envisage the mathematical knowledge of someone at the present day to be explained by reference to a chain of prior knowers. At the most recent end of the chain stand the authorities of our present community – the teachers and textbooks of today. Behind them is a sequence of earlier authorities. However, if this explanation is to be ultimately satisfactory, we must understand how the chain of knowers is itself initiated. Here I appeal to ordinary perception. Mathematical knowledge arises from rudimentary knowledge acquired by perception »¹

Je m'accorde avec cet historicisme évolutionniste au niveau *anthropologique*. Mais deux limites affectent son entreprise : outre l'indéfinition relative déjà soulignée de l'exposé de ces *patterns*, c'est sa théorie de la *vérité* (en) mathématique(s)² qui pose problème, puisqu'elle ne se dégage pas de l'angle anthropologique : son concept n'en rend ainsi pas compte *pour elle-même*. Notons que, en se plaçant volontairement sous la houlette « régionaliste » de Bachelard, nos épistémologues français tombent dans le même travers : ne sortant pas de la posture restitutive/explicitative par rapport aux sciences, il est difficile de saisir, chez eux (sauf chez Lautman, qui n'est justement pas dans cette posture), ce qu'il en advient du concept philosophique de vérité, au-delà du fait qu'ils prétendent n'en pas fournir.

Cette ambiguïté amène à la remarque suivante. L'historicité des mathématiques n'est ni simplement *comme telle* l'objet ou le principe recteur d'une épistémologie des mathématiques à la Brunschvicg ou à la Cavaillès, ni *dans son contenu* seulement objet de l'historiographie des mathématiques (qui est une discipline encore plus récente). Elle est un *problème philosophique* au même titre que l'historicité des formations sociales dans ce qu'elle révèle d'onto-anthropologiquement invariant dans les pratiques théoriques. Elle fait surgir, au-delà de cette approche kitcherienne idéalisant le factuel (c'est le sens de son *empirisme*), la thématique proprement *transcendantale*. L'injonction suivante de M. Panza montre bien que le niveau d'analyse exigé s'élève de l'empirique au transcendantal :

« ... la perspective d'un platonisme non ontologique devra indiquer les conditions de réalisation de la forme de résistance propre aux mathématiques, montrer comment elles s'actualisent dans la contingence de l'histoire, ou, pour être plus, fournir les catégories générales pour accomplir la description de cette réalisation. »³

Le traitement proposé de cette résistance en partant du cadre marxo-sartrien me semble correspondre au problème des « conditions de réalisation ». La détermination des « *patterns* » quant à elle a pour objectif de dégager les « catégories générales » adéquates pour étudier *in*

¹ Kitcher 1984 p. 5 et 7-8 respectivement.

² Cf. les critiques exposées en Chihara 1990 XI-2 p. 228 et suiv., ainsi que Petitot 1995a p. 153-4.

³ Panza 1995 p. 121.

situ l'actualisation historique de ces conditions, c'est-à-dire de dégager les *a priori non a priori déterminables* de la connaissance scientifique.

Le concept de *téléonomie* des savoirs scientifiques de N. Mouloud¹, qu'il forge par contraste avec les positions de Popper, Kuhn et Lakatos, me semble maintenant mériter une grande attention. Il vient formaliser dialectiquement plus avant le concept de *structure* du savoir, lequel concept est déjà une première traduction de celui de *pratico-inerte*², et va permettre d'intégrer comme « moments transcendants » ces *a priori non a priori déterminables* des modèles théoriques et de leurs mouvements.

d. Du pratico-inerte à la téléonomie des savoirs scientifiques

N. Mouloud discute longuement l'opposition, consacrée dans la seconde moitié du 20^{ème} siècle, entre logiques de la *validation* et logiques de la *découverte* scientifiques³, essentiellement l'opposition entre le positivisme logique et le rationalisme critique. Il étudie les thèses de Popper, de Lakatos, mais aussi celles Kuhn dans ses motivations foncières supposées. Il refuse de dire que le mouvement de la « science normale » serait avant tout à caractériser dans les termes des premières logiques, et les moments de crises de rationalité comme, au contraire, des périodes où les heuristiques seraient dominantes. Son propos est de rendre compte *précisément* de l'existence *simultanée* et de l'enchâssement de ces deux types de procédures. Dans les termes de la problématique telle qu'elle est posée ici, Mouloud s'efforce de thématiser la nature et les structures de la discursivité scientifique telle qu'elle s'actualise dans l'histoire. Il distingue trois composantes synchroniques essentielles de cette discursivité, laquelle s'exerce *dans des formations signifiantes unifiées*, en gros des paradigmes, c'est-à-dire des formations *excédant l'existence seule de modèles scientifiques*. Ce sont les implications et rétroactions mutuelles de ces composantes *synchroniques*, selon Mouloud, qui font qu'il y a *diachronie rationnelle* de ces formations scientifiques et extra-scientifiques⁴ signifiantes.

Ces trois composantes sont les suivantes. (1) Les structures **logiques**, qui correspondent aux formalismes des théories et aux procédures de validation des énoncés et qui contraignent l'activité de constitution de savoirs d'objets possibles dans leur *forme*. (2) Les déterminations **pragmatiques** des formalismes en tant que ceux-ci sont anticipés, par l'intention structurelle de connaissance, comme pré-déterminant la constitution d'objets⁵ *de connaissance*. (3) Les affections **épistémiques** de la connaissance conçue comme pratique collective⁶.

« Ainsi le champ épistémique s'ouvre-t-il, aux yeux mêmes d'une doctrine transcendante du savoir, comme un champ intermédiaire : nous voulons dire le champ où s'exerce la fonctionnalité du savoir comme démarche orientée vers l'acquisition des vérités dans les contextes de rencontres ou des recherches, et telle que les attitudes marquantes du comportement cognitif – croyance ou connaissance – s'exercent sous le signe des assertions organisées et garanties ».⁷

La logique épistémique qu'il convient alors d'exposer⁸, dont l'objet est la formalisation des raisonnements sous-jacents aux attitudes propositionnelles, est le cœur de ce registre

¹ Mouloud 1989.

² Sartre lui-même, en refusant la position *structuraliste*, se réapproprie néanmoins le concept de structure de Lévi-Strauss. Cf. Sartre 1960 p. 575-8 et la section III-2-1 de ce travail.

³ Voir les textes classiques de Jacob 1980.

⁴ « Extra » signifie autant « méta »-scientifique, par exemple des corps doctrinaires de type philosophique, ou « infra »-scientifique, au sens de déterminations spontanées de type idéologique ou pré-scientifique.

⁵ Déterminations qui pourraient rentrer dans le cadre d'une ontologie formelle au sens de Husserl.

⁶ L'épistémologie entendue en mon sens devra évidemment dégager les déterminants idéologiques de la connaissance scientifique que le terme d'« épistémique » recouvre en partie, et par exemple, à ce titre, devra se faire *sociologie de la connaissance* : pas seulement pensée du procès rationnel de la science, mais bien évidemment aussi celle des affections épistémiques liées aux conditions matérielles et institutionnelles.

⁷ Mouloud 1989 IV « Le savoir dans ses phases de genèse et de normalisation » p. 84.

⁸ Les logiques épistémiques thématisent et s'efforcent de formaliser les états pluriels de connaissance, les *dispositions d'esprit, finalement les habitus des praticiens*, à partir du principe que le discursif est rationnel sans

épistémique qu'il faut corrélérer au traitement des modèles formels (et des univers « d'objets » qui constituent leurs corrélats sémantiques). Ces modèles en effet sont les produits et les moteurs d'une *intention de connaissance*, c'est-à-dire *pragmatiquement surdéterminés*, (puisqu'ils sont associés à une pensée d'*objets possibles*), dans leur nécessaire fonction normative d'enrégimentation des ensembles publics d'assertions possibles. Qu'est-ce alors que la *téléonomie des savoirs évolutifs* ? Ce concept sert à préciser l'exigence de « réinsérer le rationnel dans l'histoire », ce qui est

« plus difficile que ne le pense un rationalisme critique programmatique... en raison même des assises multiples ou croisées de la conceptualisation, ce qui ne veut pas dire qu'il faille abandonner cette instance rationnelle au profit d'incidences qui se produiraient au hasard. »¹

Notons que cette phrase, à elle seule, condense le problème général dont on a dit que le point de vue dialectique était issu. La *téléonomie* d'un savoir est son caractère « organique », c'est-à-dire sa puissance d'autorégulation différenciée (thème cher à Lakatos) s'effectuant via l'opérativité de normes de cohésion immanentes : cette autorégulation assure en particulier le maintien re-produit de l'effet interne d'extériorité dont parle Desanti. Le dégagement et l'articulation de ces trois groupes de composantes vise à préciser cette organicité et ouvrir à une typologie de ces normes, d'une part, et d'autre part, doit constituer non plus dans sa forme, mais son *contenu* particulier historiquement déterminée, le cœur de l'analyse rétrospective d'une théorie au sens large. Il existe une structure interne *étagée*, excédant largement le modèle déductif, dans *tout cadre général historiquement dynamique d'une connaissance scientifique*, c'est-à-dire des *assises a priori*, mais non *a priori déterminables* d'une connaissance orientée objets : on retrouve bien ici l'idée d'un *formalisme du procès*². Concrètement, N. Mouloud procède dans cette perspective à une analyse approfondie du cas de la physique mathématique (du 17^{ème} siècle aux concepts quantiques contemporains). Ce qu'est et comment est pensable un « objet », enrichi et sédimenté du fait de l'enchâssement et de la complexification des modèles conceptuels, impose selon lui une analyse analogue de ce que sont des « concepts »³, et comment ceux-ci se transforment.

Cette réflexion sur le processus complexe et étagée de construction historique de l'objectivité des théories scientifiques, impose, au vu de « l'historicité des champs de référence » des modèles théoriques⁴, un double rejet. Le réalisme physicaliste, d'une part, le conventionnalisme, d'autre part, sont des *réactions distinctes mais de premier niveau*, exactement comme le réalisme et le nominalisme mathématiques qui sont antinomiques mais dans le cadre *ontologique* dont on a dit qu'il était fallacieux. C'est-à-dire que réalisme physicaliste et conventionnalisme partent également, en profondeur, d'une formulation ontologique du problème, et nient, ou plutôt, n'élèvent pas au concept, le caractère *intentionnel* constitutif de la démarche de connaissance.

être, réductible au purement déductif (ou algorithmique). Cf. Mouloud 1989, I-4 « Le savoir dans ses phases de genèse et de normalisation ».

¹ Mouloud 1989 p. 197.

² Mouloud utilise lui aussi le terme de *pattern* : Mouloud 1989 p. 180. Tout ceci montre de façon limpide à quel point les dichotomies scolaires conscience / concept, continuisme / discontinuisme, internalisme / externalisme pour ne citer qu'elles, sont bien grossières, parfois stérilisantes et même dangereuses, parce qu'elles sont souvent présentées comme des matrices touchant, dans leur deux aspects, les *mêmes niveaux* du procès de la connaissance, ce qui n'est pas forcément le cas. Voir avant tout Foucault 1968 sur les concepts de continuité / discontinuité historique.

³ Cf. Mouloud 1989 p. 144 : « En traitant ainsi la théorie comme un emboîtement de modèles qui peuvent se spécifier, se dissocier, ou se réunifier, on est plus à l'aise pour concevoir la liaison entre les propriétés synchroniques et les propriétés diachroniques de la théorie : entre le fait que, d'une part dans chacun de ses états elle comporte des garanties de cohérence ou de compatibilité, et que d'autre part, les éléments qui sont pris dans sa cohérence varient, se reconstituent et se réordonnent par des initiatives, à la suite de problématisation qui se développent dans le temps. On entretient ainsi une liaison diachronique entre les phases de la théorie qui écarte une image discontinuiste de premier niveau, celle d'une succession d'hypothèses décousues, ou incohérentes, édifiées chacune pour son compte. Le problème se reporte sur la différence entre ce que Kuhn appelle un développement scientifique normal et ce qu'il appelle une crise de rationalité ».

⁴ C'est-à-dire l'absence totale d'un pôle objectal externe fixe qui devrait constituer – comme c'est implicite dans les théories causales de la référence – la sémantique des modèles théoriques.

On peut maintenir revenir à la limite que rencontre l'empirisme critique défendu par Kitcher¹. Essayant de répondre à la très légitime question « How do we know the mathematics we do ? », il examine les compétences censées être possédées par les agents pour qu'on puisse dire d'eux qu'ils *savent* ce qu'ils affirment, en procédant, dans cet examen, à un *idéalisation* comparable à celle qu'il attribue à la formation des théories dans leur relation aux données perceptives². Mais, outre le schéma kuhnien qu'il reprend, c'est sur les théories *causales* de la référence qu'il doit se baser pour justifier son empirisme : il retombe ainsi dans le travers du réalisme de premier niveau. Il défend alors un réalisme qui est cette fois, plus physicaliste que platonicien. Sa théorie de la vérité est alors assez peu convaincante³, à cause de cette inféodation réaliste : ce n'est pas seulement le « how » de la connaissance qui importe, mais son « what ». Quoiqu'il définisse une connaissance vraie, ce qui est intéressant, comme croyance rationnellement garantie – « warranted rational belief » –, une détermination plus avancée de cette définition, fondée sur le formalisme du procès esquissé, s'impose *philosophiquement* : cela viendra en cinquième section de cette conclusion.

Contre ces réalismes de premier niveau, N. Mouloud en prône un de « second niveau ». Celui-ci prend acte : (1) de l'inanité conjointe d'un formalisme et d'un empirisme purs, corrélats d'un conventionnalisme et d'un physicalisme radicalisés, (2) du caractère problématique et en tout cas intrathéorique des objets, et (3) du besoin d'approfondir le caractère *intentionnel* de la constitution d'objet, *hors d'une optique transcendantale standard*⁴. *Autrement dit, chose tout à fait importante, le problème de l'objectivité de l'objet mathématique est intrinsèquement lié à celui de l'objectivité historiquement construite et rationnellement structurée des théories : la conséquence de cette liaison essentielle entre les deux objectivités mathématiques est en effet la nécessaire intrication entre épistémologie des mathématiques et épistémologie de leur histoire.*

« ... les concepts fondateurs des théories existent normalement comme des mixtes : ils se développent à l'intérieur d'une méthodologie programmatique à la fois comme des reprises ou des essais d'une efficacité pratique ayant ses appuis hors du langage, et comme des points d'arrêts théoriques et axiomatiques qui relancent le projet de rationalisation. Aussi bien ne peut-on pas, pour placer un domaine instanciel de références ou un domaine catégoriel de conceptions, se mettre hors des processus d'une histoire effective. Tel est l'enseignement d'une réflexion sur les assises structurales et opératoires de la théorie... Mais en renforçant ces perspectives dynamiques ou dialectiques, on ne peut éviter d'infléchir la discussion qui porte sur l'objectivité des énoncés scientifiques ou sur la portée réaliste des théories... on aura à repenser l'objectivité ou l'invariance des objets scientifiques en reprenant sous un jour plus relativiste le mode d'être des références ou des modélisations. »⁵

Mouloud travaille ce concept d'*objet* en référence à la sémantique des mondes possibles d'Hintikka, entendues comme « lignes de monde », en articulant, dans l'acte de connaissance, la détermination du « pouvoir » à celle du « savoir », la première étant « l'exercice, par le connaissant des règles qu'il invente en même temps qu'il poursuit l'exploration du monde » :

« Le corrélatif du "faire" est bien une intentionnalité qui projette une existence virtuelle dont elle reprend en charge et réexamine les conditions... On pourra renforcer l'aspect intentionnel d'une logique des possibles en soulignant... que l'objet concerné par la croyance, ou le savoir,

¹ Kitcher 1984, ch. V « Toward a Defensible Empiricism ».

² Cette *idéalisation* primitive est affine au concept piagétien d'*abstraction réfléchissante*. C'était prévisible : leurs orientations sont également *génétiques*.

³ Cf. Chihara 1990 XI-2 p. 228 et suiv.

⁴ Cette restriction provient du caractère diachronique des structures logiques, des conditions pragmatiques et des affections épistémiques de la connaissance conçue comme pratique collective, bref de cette « historicité du transcendantal » dont tout le présent travail a essayé de montrer l'importance pour l'aventure de la dialectique. Les positions ontologiquement prudentes de J.-M. Salanskis et de M. Panza, ainsi que l'entreprise radicale de naturalisation du transcendantal de J. Petitot me semblent témoigner *de facto* d'une assomption de ces restrictions. Leur *perspective transcendantale généralisée* m'apparaît réinscrite, quoique de façon non explicite la plupart du temps, dans un matérialisme non éliminativiste qui est une position aujourd'hui *assez* commune dans les questions cognitives, et qui est la mienne en particulier : cf. Barot 2002.

⁵ Mouloud 1989, VII-b « Réalisme et conventionnalisme devant l'historicité des champs de référence », 174-5.

n'est pas nécessairement un être dont l'existence soit certaine, et dont on explore les propriétés. Ce peut être une entité dont l'existence est en question, ou est potentiellement admise, et qu'on cerne par les propriétés qui la rattacheraient à des existants connus si le possible était effectué »¹

Le mouvement des « contenus potentiels » ou « contenus effectifs » va s'expliquer par la structure intentionnelle des réseaux de concepts dans et par lesquels s'opère la saisie de l'objet. Ces concepts, simultanément « opérateurs de stabilisation » et « opérateurs de changement »² dans le mouvement des sciences, sont *ce par quoi est préfiguré l'objet abstrait*, que celui-ci soit en un ordre qui s'intercale entre les structures formelles et le registre observationnel (sciences de la nature), ou non, c'est-à-dire que cet objet concoure à la constitution d'une objectivité physique régionale, ou qu'il soit à examiner en propre, ce qui est le cas, très particulier, des « objets » mathématiques.

IV. Réinscription du motif transcendantal dans la téléonomie des formations théoriques

Fonctionnellement ce formalisme du procès correspond à la mise en évidence de « moments transcendants », transcendants au sens ici d'*a priori* fonctionnels *non a priori déterminables dans leurs contenus pour une connaissance d'objets*. Ce qui est *a priori* ici, c'est l'existence d'une *intention de connaissance médiate d'objets*. Trois éléments s'étagent en relation ici : l'anticipation-préfiguration intentionnelle de l'objet, le cadre médiateur de sa présentation, et cet objet dans sa variabilité possible. En résumé, l'*intention*, le *cadre* et l'*objet*, seraient ces moments transcendants primitifs : il n'y a pas d'idée de connaissance qui puisse s'en priver dans sa *forme*, c'est-à-dire comme *connaissance orientée-objets*, quelles que puissent être ses incarnations possibles.

Un formalisme structurel du procès des savoirs scientifiques, dégage *dans sa généralité, les caractères intrinsèques de ces moments, selon le principe qu'ils ne peuvent apparaître statiquement*. Dire qu'un tel formalisme est abstrait est un pléonasme. Mais voir ce que cela implique l'est moins. Dans une entreprise réflexive-descriptive, ce ne peut être qu'en fournissant des principes épistémiques et historiographiques régulateurs pour l'examen des caractères propres à une découverte ou une crise scientifique (par exemple la crise des fondements des mathématiques) : ils orientent l'analyse, diachronique et synchronique, d'une formation théorique donnée ou d'un contexte scientifique. Le dispositif conceptuel, à l'intérieur duquel on formule ci-dessous le problème de la connaissance mathématique « que *p* », est réflexif en ce sens.

En revanche, dans une éventuelle entreprise prospective ou normative, ils deviennent cette fois, non des principes simplement régulateurs, mais des *perspectives d'intervention* destinées à influencer le procès scientifique à venir, c'est-à-dire à intervenir dans le cadre théorique informel d'où vont sortir les concepts scientifiques qui vont gouverner les élaborations théoriques à venir. L'exemple de la crise des fondements des mathématiques permet d'illustrer cette double fonction comme on le suggère plus bas. Quant à *l'ambition philosophique de produire un concept de ce qu'est a priori une connaissance mathématique vraie, elle relève également de ce second registre*.

Sur le lieu de la question cognitive

La leçon première qu'il faut tirer des éléments qui précèdent, c'est celle de la *relativité diachronique et synchronique* des univers d'objets internes aux formations théoriques, cette relativité des objets étant l'indice de celle des concepts dont ces objets sont les corrélats. Que peut donc signifier dans ce cadre, et quelle forme peut-il prendre, un platonisme non ontologique ou transcendantal de l'objet mathématique selon le projet de M. Panza ? Notons

¹ Mouloud 1989 p. 94-5.

² Mouloud 1989 p. 195. La référence à la « récurrence » qui préside à la rectification dialectique des concepts chez Bachelard est présente p. 183.

d'abord que « *concept* » et « *objet* » mathématiques sont des *concepts généralement très indéterminés, dont l'extension et la compréhension, c'est le moins que l'on puisse dire, sont de facto très variables*. En quels sens doit-on parler de concept et d'objet mathématiques pour intégrer cette relativité, tout en garantissant les moyens de penser les théories mathématiques comme portant sur autre chose que sur de simples combinaisons de signes ? Comment penser ces concepts pour qu'ils permettent d'éviter, outre le réalisme naïf, le formalisme et l'empirisme purs ?

La déconstruction dialectique du réalisme a, sur cette question, souvent et logiquement adopté une position de type nominaliste/fictionnaliste, mais cette critique n'aide que partiellement à repenser le champ général de l'*objectivation* mathématique. Sartre encore une fois donne une piste intéressante. Sa « théorie des ensembles pratiques » associe méthodologiquement ce qu'il nomme un *nominalisme* et un *réalisme dialectiques* des structures et collectifs sociaux¹. Les « entités » collectives n'existent pas d'emblée comme données, et sont donc en premier lieu à déconstruire en tant que référents des concepts utilisés (ainsi les classes sociales réelles comme corrélats du concept de classe). Seulement, ces entités ne sont pas de simples mots, elles visent *du réel*. Puisqu'il faut montrer, de façon générale, comment s'engendrent les structures à partir des pratiques et réciproquement, il faut *re-construire en pensée ces entités/structures, c'est-à-dire procéder à des totalisations théoriques (scientifiques) instituant des concrets-de-pensée, totalisations par lesquelles l'objectivation des traits récurrents du « concret-perçu » sera opérée*.

Si la question cognitive apparaît ici, c'est d'abord en ce que toute connaissance d'objets suppose un univers de représentations publiques, et en elle, de « formations discursives » – au sens de Foucault² – moins larges mais excédant largement cependant les théories comme telles, dont il faut examiner, dans leur ancrage matériel double, social et individué, les traits propres³. Le mouvement de ces représentations est une question cognitive qui relève du champ des composantes *épistémiques* dont on a parlé ci-dessus, qui ont trait aux affections pratique de l'activité de connaissance. Peut-on dire cependant, sans plus de précision, qu'au niveau des conditions et prédéterminations de l'objectivité des *théories*, la nature intentionnelle de la connaissance fait *immédiatement* jaillir la thématique des actes *cognitifs* associés ? Penser les objets mathématiques comme *corrélats non réels d'intentions, de « projets d'objets »* est-il un problème de type cognitif ? Il me semble maintenant, contrairement à ce j'ai défendu antérieurement⁴ que dire que « l'objet » est corrélat d'une intention discursivement active, résultat d'une *objectivation particulière* de concepts mathématiques, n'est *en rien* la même chose que dire qu'il est corrélatif d'actes cognitifs : *ce sont deux champs d'analyse différents, le champ épistémique n'est ni le champ logique, ni le champ pragmatique*. Le premier s'établit sous l'angle de l'explicitation des conditions de l'objectivité du savoir mathématique, le second sous l'angle ontogénétique et phylogénétique de l'apprentissage et des supports épistémiques de *l'intention* de connaissance *individuée*, même si celle-ci est intégrée dans un collectif de recherche. Je ne dis certes pas que les plans sont sans rapports, seulement qu'ils sont distincts.

Pour Changeux ou d'autres, les neurosciences et leurs prolongements « in Cognitive Science » montrent que nos représentations individuelles, notamment d'objets mathématiques, sont corrélatives d'actes cognitifs implémentés neuralem⁵. Mais selon lui, ces neurosciences produisent alors *de facto* une conception « alternative sérieuse » au platonisme. Selon moi une telle affirmation revient à *s'interdire de comprendre le problème*⁶. N'importe

¹ Sartre 1960 p. 156. En fait, cette dichotomie apparaît sur un thème légèrement différent, mais l'esprit est là.

² Foucault 1968 p. 21.

³ L'épidémiologie naturalisée des représentations publiques que propose D. Sperber se situe dans ce type de problématiques.

⁴ En Barot 2002.

⁵ C'est-à-dire se réduisent à des influx nerveux, ce qui est *en un sens très général* plutôt trivial : pas de pensée sans cerveau en gros.

⁶ Cf. J.-P. Changeux et S. Dehaene, « Pensée logico-mathématique et modèles neuronaux des fonctions cognitives. L'exemple des capacités numériques », Houdé & Miéville 1993 p. 123-146.

quel platonicien sera d'accord pour dire qu'il n'y aurait pas de connaissance mathématique humaine sans humains, et qu'il n'y a pas d'humains vivant sans cerveau. Autrement dit, ce que Changeux érige en thèse philosophique, n'est qu'une explicitation scientifiquement informée d'un fait que personne ne songerait *raisonnablement* à révoquer en doute. Mais une explication anthropologique, matérialiste non éliminativiste, « émergentiste » au sens large, de cette corrélation¹, n'est pas, ne peut pas être, cela qui expliquera ce que c'est et signifie *pour nous* d'avoir des connaissances mathématiques. Le mérite des avancées des neurosciences et des sciences cognitives, c'est bien d'aider à dévoiler le cœur du problème, qui est son ontologisation. Le débat (si l'on peut dire) dans *Matière à pensée*² entre le réalisme platonicien de Connes et ce qu'il convient bien d'appeler le réalisme physicaliste de Changeux, révèle une opposition à dépasser entre des réalismes de *premier niveau*.

On a souscrit plus haut à l'affirmation de M. Panza³ du caractère « purement épistémique » et *non ontologique* de la distinction concept / objet. Mais le terme d'épistémique reste vague, au sens où cette distinction n'est pas simplement d'entendement. Elle repose sur l'existence de domaines *manifestement* distincts dans le champ global de la connaissance mathématique, à savoir : d'un côté les théories formalisées (éventuellement axiomatisées et purement logico-symboliques) disposant d'univers d'« objets », de l'autre côté les réseaux de concepts *non formalisés* qui les encadrent pragmatiquement et épistémiquement (au sens de Mouloud), et que l'on appellera ici *informels* en reprenant le terme à M. Panza. La distinction concept/objet est ainsi « épistémique » (au sens de M. Panza) en ce qu'elle repose sur un découpage des produits particuliers *de la science advenue*.

C'est de cette dernière qu'il faut partir, *régressivement*, à partir *de ce qui se dit en elle comme objet et se dit comme concept*, afin de mettre en évidence les *strates de l'objectivation*. Cet aspect mériterait de longs développements à lui seul : on l'approfondira dans un autre travail. Il suffira pour le moment de retenir la réponse à la question suivante : qu'advient-il alors de « l'objet mathématique » ? Ce qui factuellement se présente *comme* objet, c'est soit une chaîne de symboles « sujet d'une prédication possible », c'est-à-dire d'une réécriture exactement normée dans un formalisme donné, soit une *idéalité* informelle, dont le caractère « objectuel » ne tient qu'à l'impossibilité de se soustraire à la nécessité fondamentale de fixer par le langage, ou géométriquement, l'activité conceptuelle⁴.

V. Au-delà du caractère fétiche de l'objet mathématique : « connaître mathématiquement que p »

a. Du paradoxe de la connaissance mathématique

On aboutit à l'expression d'un paradoxe essentiel : *la connaissance mathématique, comme toute connaissance, est orientée-objets, mais n'est pas une connaissance d'objets*. Dire selon la perspective transcendantale que la mathématique est pourvoyeuse de *formes de l'objectivité physique*⁵ *ne règle pas le problème de ce dont la connaissance mathématique est connaissance*⁶. Le « problème de Benacerraf »¹, à savoir, l'explication de comment nous

¹ Ce que l'on a défendu en Barot 2002.

² Changeux & Connes 2000.

³ Ces évocations renvoient à Panza 1995 et Panza 1997.

⁴ Et ce n'est pas parce c'est cela qui donne le plus chair à la mathématique pure, que cette chair, du point de vue de « l'objet mathématique », n'est pas juste celle d'un *spectre*. – Mais un fétiche n'est-il pas toujours vain espoir de capter magiquement ce qui n'est qu'un spectre ?

⁵ Elle a pour préoccupation essentielle dans cette perspective la détermination du *continu*, qui renvoie à la détermination aujourd'hui ensembliste de l'infini, puisque cette forme est celle de l'espace, comme cadre intrinsèquement mathématisé de présentation des phénomènes. Cf. Petitot 1995a p. 178, Salanskis 1991 et 1995.

⁶ Cf. Mouloud 1989 p. 189 : « ... il est essentiel qu'entre ces deux plans [l'organisation théorique de pensée / l'organisation empirique des observations] s'intercalent des structures d'objets, idéaux ou théoriques, répondants des opérations mathématiques et des lois physiques, qui ne sont jamais effectivement réduits à des configurations logiques ou empiriques ».

pouvons connaître des objets irréels sans avoir avec eux d'interaction causale, essaye au contraire d'ouvrir à une idée de la connaissance mathématique *comme telle*. Mais là le problème, si l'on déroule pleinement l'argumentation ici proposée, est alors *mal posé*², puisque la connaissance mathématique n'est pas une connaissance d'objets.

Une solution apparente est de dire, soit que les mathématiques ne sont pas une connaissance, ce qui me paraît peu défendable, soit que cette connaissance ne connaît *rien* au sens strict. Mais alors on ne rend en rien compte de son « orientation-objets » (sans laquelle elle n'existerait même pas), c'est-à-dire d'elle comme *intention de connaissance*. On ne peut pas se permettre de dire que les mathématiciens cherchent à connaître un *rien*. Et de ce point de vue transcendantal même, qui aujourd'hui a à peu près systématiquement intégré que cette « orientation-objets » révèle la nature *intentionnelle* même de la connaissance, alors la conscience mathématique est conscience anticipante d'un *quelque chose*. La question, alors serait : quel est donc ce quelque chose proprement mathématique, qui n'est pas des objets (ni des structures), ni des formes (puisque cela ne rend absolument pas compte de l'activité mathématique comme telle), mais qui n'est pas un rien ? Mais en fait poser la question ainsi ne peut qu'obscurcir le problème en le déplaçant une énième fois.

Produire un concept de la connaissance mathématique prenant acte de ce paradoxe impose de tirer la leçon de l'excès à l'égard du formel que ce concept va devoir inclure. Dans la logique de tout ce qui précède, la vérité d'un énoncé mathématique quelconque ne peut être attestée par une correspondance avec un référent externe aux théories, distincts de leurs structures et de leurs objets : son affirmation (ou sa négation) ne peut reposer que sur une procédure de validation constituée par la satisfaction à certaines règles d'actes possibles portant sur des chaînes bien formées de symboles. Mais dire qu'un énoncé p est vrai³, si c'est disposer d'une telle procédure démonstrative dans une théorie T qui va tester la conformité de l'énoncé p aux axiomes et règles du système, c'est aussi, simultanément, et indirectement, dire quelque chose de *ce sur quoi* porte p . Or *cela fait sortir de T* , sans pour autant renvoyer à une altérité extra-conceptuelle⁴.

b. Définition computo-idéelle de connaître que p , c'est-à-dire de « p est vrai »



¹ Cf. Benacerraf 1983.

² Au point que, dans la formulation causale du problème, soit retrouvée une position dont le sens profond me semble seul assumé par une position radicale à la Changeux ou la Churchland, formulation qui rate le *lieu* véritable de ce problème, comme on l'a affirmé plus haut. Ainsi la position de Burgess (et même celle de Maddy), pour qui le problème devient purement scientifique, *i.e.* cognitif, puisqu'il devient celui de l'interaction causale avec des abstracta.

³ « $7 + 5 = 12$ » est vrai, « L'ensemble $\{ [X] \}$ des polynômes en x est dense dans l'ensemble des fonctions continues $C([a,b], \mathbb{R})$ » est vrai, etc., n'importe quel énoncé formalisable qualifiable de mathématique est également concerné.

⁴ Penser cette conformité en termes de sémantique des modèles ne règle pas le problème, puisque cette sémantique est *interne* dans son traitement à la mathématique formalisée.

La connaissance mathématique n'est pas une connaissance *en soi*, même si on peut exposer *a priori* ses conditions structurales de possibilité. Connaître que p , c'est, on l'a dit, déjà disposer d'une preuve de l'énoncé formalisé p dans un système axiomatique donné T . Seulement, si cela suffit, alors un ordinateur capable d'engendrer mécaniquement, à la façon d'une machine de Turing, l'énoncé p , doit être dire *connaissant* que p . Un tel concept de connaissance la réduit à sa dimension computationnelle et éventuellement implémentable en machine : un tel concept est déshumanisé et surtout indûment appauvri, puisqu'il ne rend absolument pas compte du caractère *intentionnel* qui est constitutif de cette connaissance¹.

La symbolisation qui va suivre a une fonction purement heuristique : elle a pour fonction de rendre bien visibles les différentes composantes du concept de « connaissance mathématique que p ». Disposer d'une telle preuve de p c'est disposer d'un *savoir* « exact » techniquement codifié : celui du fait qu'une concaténation de signes est le résultat d'une réécriture consistante à partir de signes élémentaires primitivement donnés. Il n'y a aucunement besoin que ces concaténations (littérales ou géométriques) soient pensées comme représentantes d'objets :

« Il faut et il suffit qu'il [le signe] discerne un élément singulier et spécifié dans une chaîne d'événements ou d'objets [sciences de la nature], ou *qu'il entre dans un système d'opérations matérialisées par des signes qui appelle une réponse formulée à un ensemble de questions formulées.* »²

Le concept de connaissance doit rendre compte de son caractère intentionnel : c'est-à-dire de ce qui précède et encadre le passage au formel, à savoir, l'intention de détermination P *rigoureuse* d'une idéalité informelle, par exemple l'intention « qu'est-ce qu'un entier naturel ? » ou « qu'est-ce qu'une surface de Riemann ? ». Connaître que p , c'est donc considérer que la preuve formelle de p dans T (ce que l'on notera par p_T) est un remplissement-traduction *adéquat* de l'intention P . Connaître que p c'est donc *affirmer quelque chose*, à savoir que p traduit *adéquatement* P . En ayant à l'idée qu'on ne cherche à démontrer p que si l'on a l'intention logiquement antérieure P (c'est le premier « pattern » retenu par Kitcher), symbolisons ceci qui est affirmé comme suit :

$$p_T f P$$

Ceci est le contenu de l'affirmation. Mais connaître mathématiquement que p , c'est *affirmer* ce contenu, ce qui impose d'introduire un opérateur modal³, que l'on notera $A[.]$, pour « *affirmer* que $[.]$ ».

$$A[p_T f P]$$

Mais cette connaissance est *mathématique* : « affirmer que $[.]$, $[.]$ portant sur une question mathématique » sera dénoté par l'ajout du prédicat M , *extérieur* au registre logico-mathématique au sens strict :

$$A[p_T f P]_M$$

¹ La position de Field aboutit à faire *disparaître* la question même de la vérité. Les formalismes qu'il construit, pour être riches, et la radicalité de sa position philosophique, ne compensent pas, de ce point de vue philosophique, l'appauvrissement illégitime du concept. L'idée qu'une sémantique puisse naître totalement d'une syntaxe (implémentée), c'est-à-dire dans le pur registre du formel, va à l'encontre de ce que je développe ici, mais cette idée n'est pas encore non aboutie à *ma connaissance* (et elle est très relative !).

² Mouloud 1989 p. 192. Je souligne.

³ On n'abordera pas ici cette question de la modalité (nécessité, possibilité, probabilité, etc.) : elle est importante, mais n'est pas centrale dans ce dispositif.

L'expression ci-dessus formalise « connaître mathématiquement que p », l'affirmation « p est vrai » selon une *modalité* particulière. La connaissance mathématique est donc un certain type d'affirmation touchant la relation entre le conceptuel et le formel : rien n'est certes dit ici de bien original, mais il est intéressant de voir que du fait de tout ceci, *il y a du normatif dans le concept a priori de connaissance mathématique vraie*. Ces considérations *normatives* relèvent du contexte paradigmatique dans lequel une intention de connaissance s'exprime en se corrélant à une énonciation formalisée.

(1) Puisque $p_T f P$ signifie que l'expression formellement « exacte » p traduit *adéquatement* l'intention « rigoureuse » P portant sur des idéalités informelles, il faut disposer de critères de *rigueur* concernant P elle-même. A savoir, P comme intention de connaissance exprime-t-elle un problème *mathématique* bien posé, porte-t-elle bien sur une question *mathématique* légitime (« C'est quoi, un becquerel ? », « Le continu est-il formalisable dans PA du deuxième ordre » ?) Autrement dit, l'affirmation que $A[p_T f P]$ est $A[p_T f P]_M$ implique de **justifier l'ajout du M** .

(2) Mais il faut aussi disposer de critères portant sur cette *adéquation*¹ de P à p . L'objection selon laquelle la démonstration de p suffit pour cela ne peut tenir : ce serait une pétition de principe, puisque, par définition, la question de cette adéquation de p à P suppose une détermination rigoureuse de P . Autrement dit, il faut disposer de critères normatifs de second niveau, permettant l'évaluation du rapport entre la *rigueur* de P (par définition non exacte) et l'*exactitude* de p . La maximalité de P , c'est-à-dire le fait que la détermination de l'idéalité ne laisse de côté aucune propriété caractéristique du « projet d'objet » que P est (à formaliser sous la forme d'un énoncé p), la prévention des situations tétalogiques par restriction des conditions d'applications de l'idéalité, etc. sont de ce type. **Il faut donc justifier la position du f , ce qui suppose d'avoir préalablement justifié celle du M** . J'utilise dans le bilan qui va suivre le prédicat de second niveau R_j pour qualifier ces positions de *rationnellement justifiées*.

Ces deux justifications sont la plupart du temps implicites, dans la mesure où la « science normale » fonctionne concrètement dans un régime où *l'on ne pose pas la question de la légitimité des connaissances en cours de production*, puisqu'elles sont a priori légitimes. Ce n'est que dans les périodes de crise d'une paradigme (pour reprendre les termes de Kuhn) que le besoin d'*explicitier* ces justifications advient. Ce qui montre d'abord que structurellement parlant, elles interviennent *a priori* au niveau des composantes épistémiques et pragmatiques. Ensuite, elles ne *relèvent pas d'une démonstration*. Enfin, l'ajout du M et la position du f ne peuvent jamais être établis *en soi*.

L'idée d'une connaissance mathématique contient *a priori* ces *moments transcendants*, mais ceux-ci ne sont pas *a priori déterminables*. Kitcher, à la suite de Kuhn, fait reposer à juste titre la position d'une question *comme mathématique*, et les modes *rigoureux* de sa formulation (c'est-à-dire au sens strict, la fixation dans un paradigme des normes de l'intelligible, du mathématiquement pensable), sur un *effet d'autorité pleinement reproduit* (dans sa forme et son contenu) *et transmis par la chaîne professorale et le corpus des textes de référence*, ou *parfois subverti* par les mêmes vecteurs (c'est-à-dire reproduit dans une partie seulement de son contenu). Mais cette subversion même est rendue possible par la tradition.

¹ Lorsque Kant dit, dans la *Critique de la raison pure* que la connaissance mathématique est une connaissance par construction de concepts, et que construire un concept, c'est présenter a priori l'intuition qui lui correspond, il pointe, par cette exigence de « correspondance », le problème que j'appelle ici celui de *l'adéquation*, qui *n'est pas un problème technique*, mais un problème touchant le rapport entre le conceptuel et le technique. En mixant les deux formulations, on dira que construire P , c'est présenter formellement p adéquat à P . On notera au passage qu'avec une telle présentation du problème, l'aspect *constructif* de la mathématique selon Kant n'est pas du même ordre que celui des constructivismes contemporains : l'objet constructif au sens contemporain est *interne au registre du formel*, c'est-à-dire est du niveau de p , alors que ce qui est construit chez Kant est au niveau de P .

Comme le disait justement Kuhn¹, les plus grands révolutionnaires sont les plus grands conservateurs : ce sont ceux qui ont le plus intégré et assimilé la tradition, puisque c'est à cette condition qu'ils peuvent en saisir les manques et apories profondes. Ce qui est une autre façon d'explicitier l'idée que toute pratique est effet de structures et réciproquement, et que la reproduction des structures n'est jamais à l'identique, mais toujours « élargie » et innovante, de façon infinitésimale, ou plus saillante dans certains contextes qualitativement révolutionnaires.

C'est donc à partir de l'étude du mode de persistance des thèmes de la science dans l'histoire que l'on peut *a priori* affirmer que l'ajout du *M* et la position du *f* sont partie du concept philosophique de connaissance mathématique *comme connaissance*, et non seulement de son concept anthropologique *comme produit spécifique de l'histoire*. Ainsi que le dit N. Mouloud²,

« la succession ou la substitution des théories³ ne doit pas nous faire oublier le fait qu'elle n'abolit pas l'objet comme le ferait une succession de langages récrivant leurs textes dans d'autres syntaxes, mais qu'elle a surtout l'effet d'étaler, par couches successive et superposées, des propriétés de l'objet qui se supportent les unes les autres. La mécanique classique, avec ses solides et ses particules permanentes, devait être établie d'abord, pour qu'elle soit complétée par les médiats de champ, et finalement résolue dans les composantes quantiques des champs. Malgré les correspondances entre le langage classique et le langage microphysique qui s'établissent à la limite, le physicien a le sentiment que le nouveau langage ne peut remplacer l'ancien dans la description directe des processus particuliers. La récurrence de la science remet en place des propriétés déjà explorées, elle fait apparaître leurs limites, ou les réexplique dans un cadre de relations plus large. Mais elle renforce de cette manière la consistance qui les situe dans le complexe des réalités ».⁴

On retrouve ici le cœur d'un possible progrès continu de la connaissance, par-delà les crises et ruptures. S'il peut y avoir progrès, c'est qu'il y a permanence d'une interrogation qui simultanément s'enrichit (« *pattern* » 1), laquelle n'est que la réaction à la permanence de *l'au-delà du sujet*. On ne revient pas sur le caractère unique de cette altérité qui est absente en mathématique pure : on a dans le principe rendu raison de ce qui produisait en elle *l'effet d'altérité – l'effet immanent d'extériorité dont il faut « entamer l'inertie »*. Cet effet explique pourquoi, malgré cette absence, la mathématique est également caractérisée par la sédimentation que la citation ci-dessus résume.

Du point de vue des *concepts de vérité* (et non des *savoirs techniques*) et de *connaissance mathématiques*, il faut garder à l'esprit le fait qu'il existe toujours une part du concept inassimilable par le formel (c'est un des aspects des *contenus formels* de Granger), que toute formalisation cristallise des intentions de connaissance, des *intentions de vérité*, et que les formalismes sont, par certains théorèmes de limitation ou d'indécidabilité affectés *per se* dans la capacité de discrimination interne absolue de leurs énoncés en deux classes duales d'énoncés vrais et faux. Autrement dit, on peut reprendre l'expression de Kitcher de la connaissance mathématique comme « croyance rationnellement garantie », mais en changeant sa définition, puisque sa thèse est formulée du point de vue d'un réalisme causal de premier niveau.

¹ Kuhn 1959-77.

² En pensant d'abord aux théories physiques : pour être précis il faudrait ici remplacer le terme « objet » par « ce qui se donne spontanément comme objet dans une préfiguration-intention de connaissance » en réduisant au mathématique le champ d'application de cette affirmation.

³ Cf. l'examen de l'épistémologie de Stegmüller, qui tente une formalisation structuraliste des processus de « délogement », de mise en rivalité de deux modèles, par-delà les caractères communs qui rendent possible leur continuité *thématique*, donc un progrès de la science : Mouloud 1989 p. 182. Cf. aussi la remarque sur la philosophie mathématique structuraliste de Stegmüller en Petitot 1995a p. 152.

⁴ Mouloud 1989 p. 183.

On peut maintenant exposer un concept de la *connaissance mathématique pure* que p comme suit. Connaître mathématiquement que p , c'est

$$A[p_T f_{R_j} P]_{M_{R_j}}$$

où les prédicats fonctionnels M et f sont dans leur contenu *a priori* dépendant d'un effet rationnel anthropologiquement explicitable de sédimentation historique, et dans toute détermination singulière concrète objets de *justifications épistémiquement motivées et contextualisées*, justifications qu'indiquent le prédicat R_j .

$A[p_T f_{R_j} P]_{M_{R_j}}$ est ainsi *une thèse rationnellement justifiée, étagée selon la dialectique a priori des trois strates formelle, conceptuelle, normative, qui la conditionnent spécifiquement*¹.

Le caractère de *thèse* ou de *croyance*, au sens d'assertion justifiable mais non formellement démontrable, provient pour l'essentiel du caractère *informel* de la connaissance mathématique telle qu'on l'a définie. En généralisant, il n'y a que des *savoirs* qui peuvent être *certain* : une connaissance *vraie* ne peut alors jamais être certaine. Cette thèse selon laquelle les énoncés mathématiques proprement dit (dimension computationnelle) sont conformes à une intention de connaissance (dimension conceptuelle-idéelle) ne fait pas intervenir d'*objets*, sinon du fait que la forme courante langagière courante de présentation du contenu des théories mathématiques est *représentationnelle*. De là le paradoxe de la connaissance mathématique me semble trouver un bon éclairage. Cette connaissance, en résumé, est *traditionnellement orientée vers des « objets » parce qu'il y a besoin de fixer l'attention et l'intention de connaissance sur des unités de sens stables*. Ce qui est le lot et le réquisit de tout discours, c'est-à-dire, en profondeur, la dimension *essentiellement objectuelle et réifiante du langage*², qu'il prenne une forme littérale ou géométrique.

La connaissance mathématique pure est donc *computo-idéelle*, orientées-objets comme tout discours intentionnel, mais pas connaissance d'objets. Elle est *acte de mise en relation a priori dialectique ou téléonomique* entre trois objectivations de natures différentes : celle des formations théoriques globales, celle des idéalités, celle des complexes formels-théoriques de signes. Ces objectivités sont préfigurées par le jeu des composantes pragmatiques-fonctionnelles des systèmes formels, et épistémiques qui donnent forme et stabilisent les attitudes propositionnelles (désirs, croyances, convictions, intentions, etc.) *a priori* au cœur de toute intention de connaissance, et de connaissance tout court, et spécifiquement déterminées par les normes de scientificité en vigueur.

c. Remarque sur le constructif

Les divers critères *constructivistes* de ce qu'est une preuve de p me semblent *de facto* avoir pris acte de la complexité de ce qu'est la connaissance mathématique pure. Si, en plus de ce qui excède le formel, le formel lui-même inclut du non contrôlable, du transcendant (au sens de non-constructif) avec ce qu'il peut y avoir de tétalogique et de non maîtrisé en lui, l'indétermination de cette connaissance ne peut alors qu'être encore plus marquée, ce qui va à l'encontre de l'intention de *détermination* de toute connaissance. L'exigence formellement

¹ Le prédicat M assure qu'elle ne puisse être confondue avec d'autres croyances rationnellement justifiées, toutes celles par exemple que l'on qualifierait de façon humienne comme résultats d'habituations à des régularités phénoménales observées.

² Sortir de cette dimension, comme certaines figures de la phénoménologie, ainsi M. Henry ou E. Lévinas à leurs façons, le prônent, ne peut selon se faire qu'en n'utilisant plus le langage. Mais, plus généralement, c'est en le registre seul de la désobjectivation-désobjectivation de « l'âge des poètes » qu'a été tentée cette sortie, avec ses tares (essentiellement celles de la « suture » heideggerienne de la philosophie cette fois au *poème*, et non au *mathème*) et ses injonctions paradoxales (chez Celan par exemple), comme l'explique Badiou de façon convaincante : Badiou 1989, ch. 6 et 7 essentiellement.

constructiviste peut donc être, d'une part exigence de *rationalisation de théories existantes* (donc *outil adéquat de reconstruction* – d'*Aufhebung* – des édifices théoriques¹), et cela, Brouwer lui-même le disait déjà clairement. Il a démontré d'importants théorèmes d'analyse de façon non-constructive, tout en militant pour un intuitionnisme radicalisant de façon maximale l'exigence constructive : voilà ce qu'il dit en 1919 de ce hiatus, sorte de « schizophrénie scientifique » d'après l'expression de P. Ageron :

« Dans mes travaux mathématiques exempts de philosophie, j'ai régulièrement utilisé les anciennes méthodes, tout en m'efforçant de n'y dériver que des résultats dont je pouvais espérer qu'après achèvement d'une construction systématique de la théorie intuitionniste des ensembles, ils pourraient, éventuellement sous une forme modifiée, trouver une place et prétendre à une valeur dans ce nouveau corps de doctrine. »²

Mais savoir si d'autre part elle peut être *art d'inventer*, de produire de façon effective des théorèmes nouveaux³, est une autre question. En attendant, c'est plutôt au premier sens que l'exigence constructive semble affiner au point de vue dialectique : un « constructivisme dialectique », comme *position* relevant de la *philosophie des mathématiques*, serait ainsi tendue vers le souci d'une rationalisation après coup des théories mathématiques constituées, souci motivé par le souci de déconstruire ce qui, en ces dernières, pousserait à des hypostases réalistes, souci qui est celui de la « lutte contre l'idéalisme ».

VI. « L'aventure, c'est l'aventure » (J.-P. S.)

Ces esquisses pour une telle *position* ne sont que des esquisses et elles s'inscrivent pleinement dans la tradition dialectique restituée dans le présent travail. Autrement dit, si ce n'est la tentative de production du concept de « connaissance mathématique que *p* », elles consistent pour l'instant à essayer de synthétiser ce qui a été dit de façon récurrente dans cette tradition. C'est en cela qu'il y a ici l'affirmation que certains problèmes ne se posent plus pour l'aventure dialectique : par exemple, la désontologisation de la question de l'existence mathématique est en une constante. Mon idée est que cela devrait être un *acquis* : rendre systématiquement raison des processus menant à cette ontologisation, et simultanément exposer une conception de l'interconstitution par les praxis de la double objectivité mathématique. Le concept de *connaissance mathématique que p* dérivé est lui complété par l'affirmation selon laquelle l'exigence *constructive* est exigence réflexive de *rationalité*. Voilà l'angle essentiel sous lequel, en épistémologie des mathématiques, je souhaite poursuivre l'aventure.

Mais dans le champ de l'épistémologie de l'histoire des mathématiques, sa poursuite me semble également pouvoir être féconde. A partir du formalisme dialectique du procès scientifique, j'ai par ailleurs débuté une étude en deux parties sur le *statut historique* de la crise des fondements des mathématiques, à partir des concepts *épistémologiques* de Kuhn, Kitcher et Mouloud : essentiellement, « crise », « révolution », « paradigme », en les articulant au dispositif marxo-sartrien. Son premier volet⁴ étudie la *nature* de cette crise (et non sa factualité historique et technique), et l'on est conduit à voir que, comme crise née à partir des paradoxes de la théorie des ensembles, elle a en fait cristallisé la double *révolution intra-mathématique*, analytique et géométrique, du 19^{ème} siècle, et rendu possible l'avènement

¹ Ainsi la réécriture prédictiviste de l'analyse et de l'arithmétique par Feferman : Feferman 1998. Pour une information détaillée, techniquement et conceptuellement, voir Salanskis 1995, Feferman 1998, Beeson 1985, Bridges-Richman 1987, Chihara 1990. Cf. Barot 2004a pour un bilan général de la question constructiviste selon la perspective des problématiques défendues ici.

² Cité in Ageron 2000 p. 3.

³ Contrairement à ce que pensaient, conjointement, Hilbert et Brouwer, la mathématique constructiviste ne fait *rien* perdre à la mathématique « classique » : ce que l'on sait depuis les travaux d'E. Bishop : cf. Beeson 1985, III p. 47 et suiv., et « Historical Appendix » p. 437

⁴ Barot 2004a.

du *paradigme*¹ *axiomatico-ensembliste* (dont on a vu que J. Dieudonné voyait en la pensée de Lautman la traduction philosophique). Si cette crise fut *révolutionnaire*, c'est bien parce qu'elle a consacré un changement de paradigmes, sur une période d'un siècle : les révolutions intra-mathématiques du 19^{ème} siècle ont produit un déplacement des problématiques fondationnelles et une déconstruction du paradigme unitaire euclidien-newtonien-kantien, sans produire par elle-même une nouvelle unité fondationnelle, langagière et méthodologique. La crise des fondements a révélé cet éclatement, et c'est le choix bourbachique, emblématiquement, qui en a reconstitué cette triple unité. Ce premier volet illustre la dimension réflexive-descriptive, régulatrice des orientations de ce formalisme.

L'objectif épistémologique du deuxième volet² de cette étude est d'appréhender le paradigme général des études contemporaines dans le registre « fondements des mathématiques », selon le fil directeur de l'exigence de constructivité, et porte plus spécifiquement sur la théorie *descriptive* des ensembles contemporaine³, emblématique des questionnements actuels, et étudie notamment la querelle portant sur les axiomes des grands cardinaux (dans ses soubassements conceptuels et ses implications techniques)⁴. On y voit que le paradigme axiomatico-ensembliste est loin d'avoir l'unité qu'il a eue par le passé, mais simultanément, qu'il est encore bien présomptueux de discerner ce qui pourrait être un paradigme rival, légitime et convaincant. Cependant, ce deuxième volet, dans le principe, illustre la visée normative et radicalement interventionniste de la position théorique générale, orientée vers la *transformation* du paradigme en cours.

Un nouveau paradigme, selon cette visée, devrait philosophiquement prendre la mesure de l'exigence constructive (qui est, globalement, plutôt subversive dans l'actuel paradigme), et articulerait donc trois éléments doctrinaux :

- (1) Le formalisme dialectique du procès scientifique *en général* ;
- (2) La conception téléonomique-praxéologique de la constitution de la double objectivité mathématique ;
- (3) L'affinité entre l'approche constructiviste et l'approche dialectique, celle-ci aidant à *penser la fonction* de celle-là.

A partir de cette conjonction, il faudrait alors aller plus avant dans la production du concept de ce que signifie et implique « *p* est vrai » d'une part. Il faudrait avancer d'autre part dans l'affinement, à partir du traitement d'exemples (comme celui de la crise des fondements), des concepts épistémologiques adaptés à une épistémologie renouvelée de l'histoire des mathématiques. Enfin, chose sûrement la plus délicate aujourd'hui, il faudrait prendre la mesure du fait que la production scientifique des savoirs mathématiques même est concrètement peu concernée par ces interrogations. Elle doit être reconnue dans la diversité de ses pratiques habituelles (par exemple, non-constructives) : la philosophie ne pouvant avoir grand'chose à dire sur ce plan⁵. Mais cette production, dans la mesure du possible, devrait être néanmoins irriguée des enjeux que ces interrogations révèlent. L'enjeu *éducatif*, institutionnel, n'est de ce point de vue pas des moindres, dans la formation épistémologique des futurs enseignants⁶, et corrélativement, dans les cadres pédagogiques du primaire et du secondaire :

¹ On parle ici de « *paradigme* » *bourbachique* en un sens kuhnien revisité du terme. Notons que le travail de Kuhn, par ailleurs, outre qu'il a directement influencé Kitcher, illustre parfaitement – ne serait-ce que par le titre de son gros-œuvre *La structure des révolutions scientifiques* – le principe d'un *formalisme du procès*.

² Barot 2004b. Ces deux volets sont un première approche : il faut évidemment les approfondir.

³ Branche dynamique du paradigme qui, simultanément, par ses avancées, ouvre en lui certaines brèches, dévoile certaines « anomalies ».

⁴ Mais sur ces questions, il convient d'abord de voir : a) au niveau des implications philosophiques des options mathématiques principales, les textes de Largeault 1992, Benacerraf & Putnam 1983, Feferman 1998, Maddy 1990 et 1997 par exemple ; b) Panza & Salanskis 1995, qui est la meilleure introduction en langue française à ces questions ; c) sur le thème des axiomes des grands cardinaux, en priorité Feferman, Friedman, Maddy & Steel 2000 ; d) sur les approches constructivistes de ce thème, Feferman 1998, Bridges & Richman 1987, et le classique Beeson 1985. Kuratowski & Mostowski 1976 donne les outils mathématiques généraux pour aborder le sujet.

⁵ Et si elle en a l'ambition, c'est qu'elle se trompe de cible.

⁶ Cette question n'est évidemment pas étrangère, loin s'en faut, aux motivations politiques associées à la fonction *interventionniste* de la philosophie marxiste.

si le paradigme bourbachique mérite le terme de paradigme, c'est notamment parce qu'il s'est quelque peu imposé en ces lieux¹.

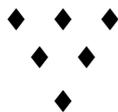
En résumé, l'épistémologie² des mathématiques est une pratique théorique conceptuelle *non scientifique*, qui doit se faire *historiographie* scientifiquement instruite pour prétendre à la légitimité. La mise en évidence des façons particulières, sociologiquement marquées (l'histoire sociale et la sociologie des sciences sont des composantes irréductibles de cette approche), dont s'actualisent les *a priori structuraux pragmatiques et épistémico-cognitifs*, ne peut se faire qu'à partir de la voie historiographique³. Mais cette dernière n'est pas exclusive : l'interrogation proprement conceptuelle, non historique, est directement légitimée par la *persistance* des thèmes et questions mathématiques dans l'histoire. Par ailleurs, puisque les concepts philosophiques font partie intégrante du processus de constitution de l'objectivité mathématique, *cette historiographie des mathématiques doit intégrer celle de la philosophie (des) mathématique(s) elle-même*⁴, puisqu'elle a toujours été intrinsèquement liée aux mathématiques *in progress*.



Ainsi *l'intervention épistémologique*, travail d'une praxis collective opérant avec ses outils propres, se constitue, de façon interne ou externe, comme réflexivité du scientifique, sur le fond social commun à toute pratique. Mais si elle prétend être une *praxis interventionniste*, c'est parce qu'elle est guidée par des thèses matérialistes constituant le socle d'une théorie générale, et non prudemment (faussement) régionale, de la connaissance. Cette intervention incarne donc en son lieu propre la « philosophie comme opération », c'est-à-dire comme « *participation au processus de la réalité qui passe par l'explicitation raisonnée de ce que la réalité dit d'elle-même en se faisant* »⁵ ainsi que le formule P. Macherey dans le retour qu'il opère sur son article de 1984 « La philosophie comme opération ».

A cet endroit du texte de P. Macherey, une note infrapaginale précise une remarque de J. Bouveresse à son intention. Cette remarque affirme que ce type d'approche, résumée dans la citation ci-dessus, n'éclaire que fort peu la question du fondement des mathématiques. Ce à quoi, par une ironie polie, P. Macherey répond que ce « type de problème théorique » ne constitue pas, pour une conception générale de la philosophie, une « épreuve cruciale ».

Toutes les présentes suggestions ont pour ambition de montrer qu'une telle *position générale*, au contraire de la critique de J. Bouveresse, et en surplus de la réponse de P. Macherey, peut au contraire *subir avec succès* ce « type de problème théorique ».



¹ Les « patatoïdes » du Cours Préparatoire furent – sont encore, parfois – la traduction la plus nette de la domination plurielle de l'ensembliste.

² Cf. Salankis 1991, IV, en particulier « Diversité actuelle de l'épistémologie » p. 211 et suiv., topographie des approches à laquelle l'option « pratique théorique » devrait être confrontée.

³ Voie affine à la voie *archéologique* de Foucault, même celui-ci fait porter son propos sur les ensembles d'*énoncés*, seule instance visible d'unité à même de fournir un point d'ancrage pour une recombinaison pratique-théorique des formations discursives historiquement étalées.

⁴ Comme le défend M. Panza.

⁵ Macherey 1999, p. 160.

INDEX DES NOMS

Remarques. Les pages de la bibliographie et de la table analytique des matières n'ont pas été prises en compte dans l'index.

- Ackermann W., 385
Agazzi E., 156
Ageron P., 445
Alcouffe A., 44, 48, 109, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 143, 144, 145, 146, 147
Alexandroff B., 366
Althusser L., 17, 29, 103, 104, 106, 107, 127, 128, 131, 136, 150, 151, 156, 161, 167, 172, 181, 183, 192, 193, 194, 195, 196, 197, 198, 199, 200, 202, 203, 204, 205, 206, 212, 214, 219, 281, 393, 394, 420, 422, 423, 424, 430
Aristote, 61, 63, 67, 106, 156, 171, 293, 306, 333, 343
Aron R., 29
Bachelard G., 13, 17, 21, 61, 71, 149, 153, 155, 156, 157, 163, 167, 171, 197, 199, 201, 203, 204, 207, 210, 214, 215, 231, 233, 235, 238, 240, 244, 245, 246, 247, 249, 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257, 258, 259, 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267, 268, 269, 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277, 278, 279, 280, 281, 282, 283, 284, 287, 288, 290, 292, 304, 311, 314, 316, 326, 327, 331, 357, 375, 376, 378, 391, 395, 409, 413, 419, 421, 433, 437
Badiou A., 30, 153, 192, 193, 199, 202, 203, 205, 206, 207, 208, 209, 210, 211, 212, 213, 215, 216, 323, 340, 369, 427, 444
Baire R., 366
Bakhtine M., 188, 374, 464
Balibar E., 97, 194
Banfi A., 393
Barot E., 388, 424, 436, 438, 439, 445, 446
Barreau H., 48
Barsotti B., 277
Barthélémy G., 76, 77, 88
Barzin M., 279
Becker O., 333, 371, 381, 382, 384, 385, 386, 387, 388, 389, 390
Beeson M. J., 445, 446
Bellon C., 156
Benacerraf P., 439, 440, 446
Bensussan G., 105, 113, 160, 180
Bergson H., 29, 233, 281, 375
Berkeley G., 50, 97
Bernays P., 309, 316, 341
Besse G., 157
Biard J., 30
Bidet J., 103, 127, 193, 195
Bishop E., 445
Bitsakis E., 124, 150, 171, 172, 173, 174, 175, 176, 177, 178, 179, 180, 181, 203, 207, 259, 394, 423, 424, 425
Bkouche R., 285
Blais M.-C., 234
Blanché R., 221
Blay M., 50, 77, 86, 463
Bogdanov A., 150
Bohr N., 157, 282
Bolzano B., 41, 49, 147, 235, 321, 322, 378
Bonitzer J., 409
Boole G., 213, 221, 225, 226
Borel E., 234, 245, 252, 255, 256, 263, 366, 382, 391
Boucharlat E., 137
Bouligand G., 266, 268, 269, 270, 271, 272
Bourbaki N., 29, 49, 50, 209, 321, 327, 328, 331, 338, 366, 367, 368, 413
Bourdieu P., 185
Bourgeois B., 73, 156, 233, 245
Boutot A., 407
Boutroux E., 29, 156, 234, 251
Bouveresse J., 447
Boyer C., 91
Bradley F., 17
Bréhier E., 391
Bridges D., 445, 446
Brisson L., 333
Brohm J.-M., 168
Brouwer L. J., 41, 311, 320, 326, 332, 336, 351, 366, 382, 383, 387, 445
Brunschvicg L., 19, 29, 37, 119, 153, 156, 157, 233, 235, 236, 241, 243, 244, 245, 246, 247, 258, 276, 277, 280, 318, 320, 322, 327, 329, 330, 353, 356, 373, 384, 391, 433
Burgess J., 440
Büttner S., 93
Canguilhem G., 99, 163, 194, 199, 214, 249, 275, 279, 280

Cantor G., 40, 42, 49, 137, 165, 201, 246,
 263, 339, 387, 410, 411
 Carnap R., 155, 322
 Carnot L., 50, 54
 Cartan H., 53, 333, 334, 335, 336, 346,
 366, 391
 Cassirer E., 15, 21, 231, 247, 252, 282,
 308, 320, 321, 338, 350, 371, 373, 374,
 375, 376, 377, 378, 379, 380, 381, 382,
 383, 384, 385, 386, 388, 389, 390, 393,
 394, 396, 398, 400
 Cassou-Noguès P., 6, 317, 318, 320, 410,
 414
 Cauchy L.-A., 42, 47, 49, 56, 67, 110, 137,
 147, 201, 291, 334, 335, 360, 406, 429
 Cavailles J., 13, 22, 32, 146, 149, 153, 155,
 157, 166, 211, 214, 216, 218, 219, 231,
 245, 247, 257, 267, 272, 288, 294, 303,
 317, 318, 319, 320, 321, 322, 323, 324,
 325, 326, 327, 328, 329, 330, 331, 332,
 333, 336, 345, 355, 366, 368, 376, 377,
 382, 383, 388, 389, 390, 394, 395, 396,
 397, 398, 400, 402, 407, 409, 412, 413,
 414, 415, 420, 425, 432, 433
 Caveing M., 409, 410, 411, 414, 415
 Cazelle P., 409
 Celan P., 444
 Changeux J.-P., 438, 439, 440
 Charbonnier V., 7, 130, 192
 Châtelet G., 68
 Chevalley C., 331, 366
 Chihara C. S., 432, 433, 436, 445
 Chorlay R., 6, 346, 350, 351, 360, 402, 431
 Churchland P., 440
 Cohen H., 15, 170, 176, 211, 235, 247,
 311, 312, 315, 373, 375
 Cohen-Tannoudji G., 170, 176, 311, 312,
 315
 Collin D., 106
 Comte A., 148, 234, 235, 243, 244, 251
 Connes A., 439
 Cotten J.-P., 178
 Cournot A., 134, 214, 234
 Couturat L., 17, 234, 240, 242, 246, 247,
 251, 261, 263, 373
 Cremona L., 391
 Crépel P., 44
 Croce B., 393
 Curie P., 358
 Dangicourt P., 48
 De Gandt F., 88
 De Rouilhan P., 17
 De Vries H. (von), 378
 Dedekind R., 40, 42, 49, 137, 165, 201,
 263, 325, 384, 410, 429
 Dehaene S., 438
 Deheuvels P., 406
 Delboeuf J., 240
 Delbraccio M., 114, 169
 Deleuze G., 45, 345
 Desanti J.-T., 13, 19, 23, 29, 30, 32, 37, 45,
 46, 49, 53, 56, 98, 140, 160, 161, 221,
 229, 231, 244, 261, 327, 328, 329, 371,
 409, 410, 411, 412, 413, 414, 415, 416,
 417, 421, 425, 427, 428, 432, 435
 Desargues G., 305, 402
 Descartes R., 27, 37, 60, 61, 64, 75, 77,
 116, 165, 204, 235, 271, 297, 306, 345,
 353, 378, 379, 402, 431
 Deschoux L., 244, 245
 Dietzgen, 109
 Dieudonné J., 44, 48, 49, 317, 331, 337,
 341, 366, 367, 446
 Dirac, 359
 Doz A., 22, 37, 38, 41, 73, 74, 86, 89, 96,
 129, 131, 175, 220, 221, 222, 224, 225,
 226, 227, 228, 229
 Dubarle D., 22, 37, 38, 41, 61, 73, 89, 175,
 220, 221, 222, 223, 224, 225, 226, 227,
 228, 229, 404
 Dubucs J., 221
 Dühring E., 110, 113, 114, 116, 117, 123
 Edwards C. H. Jr, 91
 Ehresmann C., 366
 Einstein A., 125, 275, 277, 296, 375, 377,
 378, 431
 Engel P., 398, 407
 Engels F., 13, 15, 16, 19, 26, 29, 53, 100,
 103, 104, 105, 107, 108, 109, 110, 113,
 114, 115, 116, 117, 118, 119, 120, 121,
 122, 123, 124, 125, 126, 130, 136, 139,
 140, 141, 143, 144, 146, 147, 148, 150,
 153, 154, 155, 156, 157, 158, 160, 161,
 163, 167, 169, 170, 171, 172, 174, 177,
 178, 180, 188, 195, 231, 275, 403, 420,
 421, 422
 Enriques F., 13, 285, 306, 391, 392, 393
 Euclide, 37, 60, 61, 62, 65, 67, 76, 77, 78,
 240, 242, 257, 268, 271, 273, 289, 290,
 292, 294, 305, 309, 315, 356, 431
 Euler L., 48, 49, 55, 56, 67, 138, 143, 192,
 285, 290, 291, 347
 Evellin F., 262
 Eynden R. V., 353
 Fano G., 228
 Faracovi O., 391, 393
 Fedi L., 234, 236, 244, 247, 260
 Feferman S., 71, 383, 389, 445, 446
 Fermat P. (de), 51, 119
 Feron O., 374, 380

Ferrari M., 375
 Feuerbach L., 103, 104, 105, 106, 120, 146, 150
 Février N., 73, 92, 94, 96
 Feynman R., 363
 Fichant M., 62, 199, 200, 201, 213, 214, 215, 218, 329
 Field H., 321, 441
 Fleischmann E., 130, 221, 229
 Flocon A., 305
 Foucault M., 213, 425, 435, 438, 447
 Fraenkel A., 385
 Fréchet M., 306, 333, 345, 359
 Frege G., 16, 17, 18, 40, 49, 165, 384
 Friedman H. M., 446
 Galilée G., 76, 77, 80, 84, 85, 86, 92, 93, 96, 104, 200, 214, 376
 Gardies J.-L., 269
 Garrison J. W., 92
 Gaubert J., 37
 Gauss K. F., 44, 59, 65, 71, 117, 240, 241, 273, 337, 377, 431
 Gentile G., 393
 Gentzen G., 325, 341
 Gerdes P., 136, 137, 147
 Geymonat L., 108, 177, 179, 180, 393, 394
 Girard J.-Y., 399
 Gödel K., 209, 211, 227, 309, 311, 317, 325, 332, 340, 341, 399, 406
 Goethe J. W. (von), 80
 Goldmann L., 106
 Gonseth F., 13, 67, 153, 155, 157, 163, 167, 170, 171, 176, 192, 231, 245, 247, 249, 251, 252, 273, 274, 276, 279, 282, 283, 284, 285, 286, 287, 288, 289, 290, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 298, 299, 300, 301, 302, 303, 304, 305, 306, 307, 308, 309, 310, 311, 313, 314, 315, 319, 321, 323, 327, 328, 342, 375, 391, 421
 Gramsci A., 5, 106, 194, 393
 Granger G.-G., 13, 16, 23, 37, 68, 157, 174, 175, 176, 229, 231, 251, 252, 253, 308, 314, 317, 318, 321, 322, 341, 349, 353, 371, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 420, 443
 Grassmann H. G., 59, 65, 68, 69, 99, 117, 377, 395
 Grothendieck A., 391
 Guenancia P., 414, 416
 Hamelin O., 19, 153, 157, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247, 249, 275, 280, 282, 415
 Hartong J., 48
 Hegel G. W. F., 6, 9, 13, 14, 15, 17, 18, 19, 20, 22, 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40, 41, 42, 43, 44, 45, 46, 47, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 59, 60, 61, 62, 63, 64, 65, 66, 67, 68, 70, 71, 72, 73, 74, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 81, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99, 100, 103, 104, 106, 107, 108, 109, 110, 113, 114, 117, 119, 120, 122, 124, 125, 127, 128, 130, 131, 133, 135, 136, 137, 139, 140, 143, 144, 146, 147, 148, 149, 150, 151, 153, 154, 155, 156, 157, 158, 162, 164, 165, 166, 167, 168, 170, 171, 173, 174, 178, 183, 185, 189, 190, 192, 196, 198, 210, 213, 214, 218, 221, 222, 223, 224, 231, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 243, 245, 251, 259, 262, 265, 266, 271, 274, 275, 276, 280, 288, 328, 329, 342, 344, 345, 355, 371, 374, 375, 376, 390, 397, 400, 403, 404, 414, 415, 419, 420, 421, 422, 425, 427, 432
 Heidegger M., 17, 331, 332, 334, 342, 343, 354, 355, 386, 389, 430
 Heinzmann G., 13, 285, 286, 318, 322, 326
 Helmholtz H. L. F. (von), 240, 378
 Henry M., 444
 Herbart J. F., 378, 392
 Herbrand J., 366
 Hermite C., 368
 Hess M., 106, 163
 Heyting A., 309
 Hilbert D., 33, 37, 208, 262, 267, 269, 292, 293, 294, 295, 296, 297, 302, 303, 304, 305, 310, 311, 317, 320, 321, 325, 332, 333, 336, 338, 339, 351, 355, 359, 360, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368, 381, 385, 405, 445
 Hintikka J., 33, 341, 397, 436
 Hladik J., 363
 Hopf H., 366
 Houdé O., 23, 438
 Hume D., 38
 Husserl E., 16, 155, 214, 215, 321, 322, 324, 328, 355, 371, 385, 386, 388, 390, 396, 415, 416, 434
 Hyppolite J., 29, 30, 333, 368
 Jacob P., 434
 Jaeglé P., 170, 176, 178
 Janicaud D., 29, 233
 Jordan C., 291, 401, 406
 Jorge M.-M.-A., 314
 Kahn P., 106, 160
 Kant E., 14, 16, 17, 20, 25, 27, 29, 33, 37, 39, 42, 43, 46, 60, 62, 74, 80, 81, 82, 83,

85, 88, 92, 99, 146, 155, 156, 165, 169,
 192, 201, 204, 214, 216, 218, 231, 233,
 234, 235, 236, 237, 238, 243, 267, 274,
 275, 277, 281, 293, 308, 310, 315, 319,
 320, 322, 332, 338, 355, 356, 357, 373,
 375, 378, 379, 381, 383, 384, 389, 390,
 392, 396, 397, 401, 420, 427, 442
 Kepler J., 56, 76, 77, 78, 79, 83, 84, 85, 86,
 92, 94, 95, 96
 Kerszberg P., 355
 Kitcher P., 18, 430, 431, 432, 433, 436,
 441, 442, 443, 445, 446
 Klein F., 117, 206, 264, 267, 272, 273,
 303, 337, 348, 350, 377, 384, 402
 Kluit P. M., 96
 Kojève A., 29, 30, 156
 Kolgomorov A., 147
 Kouvélakis E., 7, 103, 193, 195
 Koyré A., 214, 305
 Kripke S., 397
 Krivine J.-L., 211
 Kuhn T., 18, 202, 213, 219, 367, 432, 434,
 435, 442, 443, 445, 446, 462
 Kuratowski K., 446
 Labarrière P., 46
 Labérenne P., 115, 157, 161, 409
 Labica G., 105, 113, 114, 160, 169, 180
 Lachelier J., 156
 Lacroix A., 44, 45, 48, 56, 73, 88
 Lagrange J., 44, 48, 49, 50, 51, 52, 53, 56,
 85, 107, 110, 119, 136, 137, 138, 139,
 140, 141, 143, 145, 146, 147, 218, 431,
 432
 Lakatos I., 18, 67, 291, 394, 434, 435
 Lalande A., 234, 251, 280, 391
 Lange F. A., 109, 235, 378
 Langevin P., 125, 157, 169, 171, 173, 259,
 281
 Laplace P.-S., 363
 Largeault J., 294, 340, 341, 431, 446
 Lautman A., 13, 22, 33, 65, 140, 153, 157,
 163, 223, 231, 247, 260, 262, 265, 288,
 317, 318, 327, 328, 329, 331, 332, 333,
 334, 335, 336, 337, 338, 339, 340, 341,
 342, 343, 344, 345, 346, 348, 349, 351,
 353, 354, 355, 356, 357, 358, 359, 360,
 361, 362, 363, 364, 365, 366, 367, 368,
 369, 376, 378, 400, 413, 420, 430, 431,
 433, 446
 Lawvere W., 229
 Le Lionnais F., 324
 Lebesgue H., 245, 287, 313, 366, 382, 405,
 406, 407
 Lecourt D., 27, 151, 156, 179, 219
 Lefebvre H., 30, 106, 149, 150, 154, 162,
 163, 164, 165, 166, 167, 168, 175, 183,
 191, 192, 281, 425
 Leibniz G. W. F., 37, 45, 48, 49, 51, 65,
 75, 91, 117, 132, 137, 165, 247, 305,
 338, 379, 384
 Lénine V. I., 26, 27, 103, 104, 106, 109,
 125, 131, 150, 151, 152, 153, 160, 162,
 168, 171, 172, 174, 177, 178, 179, 180,
 194, 195, 205, 219, 420, 422
 Lentin A., 324
 Lévinas E., 444
 Levins R., 169, 170
 Lévy P., 19, 169, 333, 416
 Lévy-Bruhl H., 19
 Lewontin R., 169, 170
 Liebknicht K., 109
 Liebmann H., 235
 Loi M., 84, 86, 87, 97, 317, 331, 367
 Lorentz H. A., 277, 278
 Löwenheim-Skolem (théorème de), 311,
 341
 Lukacs G., 106, 108, 130, 160, 192, 193
 Mach E., 150, 202, 431
 Macherey P., 29, 113, 128, 131, 172, 180,
 205, 447
 Maddy P., 427, 440, 446
 Mancosu P., 385, 386, 387, 389
 Martin R., 250
 Marx K., 7, 15, 18, 19, 22, 29, 48, 100,
 103, 104, 106, 107, 108, 109, 110, 114,
 118, 119, 120, 121, 122, 123, 124, 126,
 127, 128, 129, 130, 131, 132, 133, 134,
 135, 136, 137, 138, 139, 140, 141, 142,
 143, 144, 145, 146, 147, 148, 150, 151,
 153, 154, 155, 156, 157, 159, 160, 162,
 163, 165, 168, 169, 170, 171, 173, 179,
 183, 185, 189, 190, 192, 195, 197, 204,
 210, 218, 231, 234, 265, 275, 288, 416,
 420, 421, 422, 432
 Merker J., 414
 Merleau-Ponty M., 11, 12, 23, 29, 106, 320
 Méry M., 234, 237
 Meyerson E., 234, 251, 267, 268, 280
 Michea J.-C., 178
 Michel A., 6, 397, 405
 Miéville D., 23, 438
 Milhau J., 157
 Mill J. S., 38
 Minazzi F., 393
 Moebius A. F., 337
 Moore G. E., 17
 Mostowski A., 446
 Moulinier M.-L., 331, 369

Mouloud N., 219, 425, 434, 435, 436, 437, 439, 441, 443, 445
Nagel E., 399
Natorp P., 243
Newman J. R., 399
Newton I., 13, 29, 33, 34, 39, 49, 50, 51, 52, 56, 57, 63, 64, 73, 75, 76, 77, 78, 79, 80, 82, 83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 90, 91, 92, 94, 95, 96, 97, 98, 104, 133, 134, 137, 139, 143, 144, 158, 175, 275, 305, 376
Noether E., 391
Panza M., 13, 23, 86, 234, 239, 240, 242, 246, 250, 251, 283, 300, 305, 311, 313, 390, 402, 426, 428, 433, 436, 437, 439, 446, 447
Pappus, 60, 430
Pascal B., 7, 294, 305, 400, 402
Paty M., 278
Peano G., 41, 294, 342, 367, 398, 406, 431
Pécheux M., 199, 200, 201, 213, 214, 215, 218
Petitot J., 23, 48, 174, 310, 332, 355, 358, 390, 391, 407, 408, 420, 426, 431, 433, 436, 439, 443
Petry M. J., 73, 76, 86, 92, 93, 94, 96, 169
Philonenko A., 27, 29, 73
Piaget J., 12, 13, 126, 165, 167, 178, 284, 323, 391, 396, 421
Planck M., 312, 363
Platon, 21, 31, 98, 213, 214, 215, 331, 332, 333, 343, 344, 345, 349, 355, 356, 358, 369, 427
Poincaré H., 13, 234, 240, 242, 269, 273, 276, 283, 302, 303, 307, 337, 346, 348, 349, 350, 351, 353, 377, 382
Pólya G., 126, 157, 204
Pont J.-C., 13
Popper K., 18, 19, 169, 213, 394, 434
Pozzo R., 92
Preti G., 393
Proust J., 395
Putnam H., 446
Pythagore, 32, 37, 44, 60, 61, 65, 201, 254, 266, 267, 269, 270, 271, 279, 280
Quine W. V. O., 207, 357, 427
Quiniou Y., 177, 178, 179
Ravis-Giordani G., 409, 410, 411, 413, 414, 415, 416
Raymond P., 48, 53, 72, 107, 114, 122, 139, 153, 154, 155, 156, 194, 196, 199, 200, 202, 203, 205, 206, 210, 212, 213, 214, 215, 216, 217, 218, 219, 221, 222, 229, 231, 323, 329, 410, 426
Reichenbach H., 385
Renault E., 73, 74, 80, 85, 88
Renouvier C., 19, 153, 157, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 243, 246, 247, 249, 260, 280, 373
Rey A., 391
Ricci F., 128, 130
Richard J., 169, 170, 309
Ricœur P., 12
Riemann B., 59, 65, 69, 70, 71, 117, 200, 240, 254, 264, 293, 334, 335, 337, 346, 347, 348, 349, 350, 351, 352, 353, 357, 391, 392, 402, 406, 441
Robin L., 333, 366, 391
Robinson A., 48
Röller N., 389
Roza S., 373
Russell B., 16, 17, 18, 29, 154, 177, 213, 247, 373, 384
Ryckman T., 385, 386, 389
Salanskis J.-M., 6, 23, 41, 43, 48, 60, 62, 67, 72, 209, 234, 283, 332, 344, 345, 379, 386, 389, 390, 401, 430, 436, 439, 445, 446
Sartre J.-P., 1, 11, 12, 16, 18, 24, 29, 35, 66, 71, 106, 107, 115, 123, 128, 130, 136, 149, 151, 158, 159, 160, 171, 175, 182, 183, 184, 185, 186, 187, 188, 189, 190, 191, 192, 193, 194, 196, 199, 205, 219, 304, 411, 416, 421, 423, 424, 425, 434, 438
Schaepelynck V., 6, 16, 374, 375
Schelling F. W. J., 68, 74, 80, 84, 85, 146
Schmidt A., 110
Scholz H., 201, 202
Schrecker P., 333
Schröder E., 221, 225
Schrödinger E., 359, 362, 364
Schuhl M. P., 391
Schwarz L., 110, 111, 145, 395
Sebestik J., 321, 322
Seidengart J., 14, 373, 374, 375, 376, 377, 378
Seifert H., 337, 351
Serre J.-P., 391
Sève L., 125, 150, 157, 169, 170, 172, 173, 174, 176, 178, 179, 180, 181, 195, 203, 233, 234, 281, 394, 425
Simont J., 416
Sinaceur H., 13, 23, 48, 259, 283, 286, 300, 309, 317, 318, 321, 322, 324, 327, 328, 329, 331, 395, 396, 407, 409, 411, 412, 414, 415
Skolem, 309, 311, 341
Spengler O., 201
Sperber D., 438

Spinoza B., 37, 47, 52, 75, 196, 206, 214,
 327, 329, 414, 415
 Stanguennec A., 12, 14, 22, 31, 32, 74, 80,
 81, 374, 375
 Steel J. R., 446
 Stegmüller W., 443
 Stenzel J., 333
 Stone-Weierstrass (théorème de), 334
 Szczeciniarz J.-J., 373, 376, 377, 378, 380,
 385, 390, 415
 Tannery J., 263
 Taton R., 67, 305
 Taylor, 53, 54, 55, 137, 138, 139, 140, 146,
 384
 Terray E., 193
 Thom R., 174, 358, 367, 407, 408
 Threlfall W., 337, 351
 Timmermans B., 35, 61, 94
 Tosel A., 106, 110, 123, 124, 153, 156,
 157, 176, 180, 245, 281, 393, 394
 Trân-Duc-Thao, 416
 Turing A., 38, 441
 Vadée M., 156, 157, 249, 251, 259, 274,
 276, 278, 280, 281, 409, 410, 412, 413,
 414
 Van der Waerden B. L., 366
 Varignon P., 48, 117
 Verret M., 179, 195
 Verstraeten P., 30
 Viénet R., 11
 Vuillemin J., 44, 60, 80, 81, 333, 348, 356,
 419
 Wagschal C., 360
 Wallace A. H., 336, 337
 Wallon H., 126, 157, 161, 169, 179
 Weierstrass K., 49, 55, 119, 137, 140, 260,
 263, 334, 335, 431
 Weil A., 366
 Welber L., 391
 Weyl H., 67, 326, 334, 336, 346, 349, 350,
 351, 358, 366, 371, 381, 382, 383, 385,
 386, 387, 388, 389, 390, 402
 Wolf C., 37
 Xénocrate, 67
 Zeller E., 235
 Zénon, 39, 77
 Zermelo E., 200, 385

BIBLIOGRAPHIE

Remarque. Le mode de référence est dans le suivant : Nom / Prénom (initiale) de l'auteur / date de publication de l'ouvrage ou du texte cité / titre de l'ouvrage ou du texte / traducteurs-introducteurs / nom et numéro de la revue pour les articles / Ville d'édition / maison d'édition / pagination pour les articles ou parties d'ouvrages / date de l'édition utilisée de l'ouvrage. Si la date de l'édition utilisée est celle de la première publication du texte, elle n'est pas mise à nouveau en fin de référence.

Sur certains travaux personnels annexes utilisés

(1) La section IV du chap. I (« L'anti-Newton ») est une reprise modifiée et augmentée du texte :

2003a, « Le rasoir hégélien : déconstruire les forces suspectes de la mécanique newtonienne », *Archives Internationales d'Histoire des Sciences*, N°150-151, Vol. 53, 198-211.

(2) Je me suis basé, pour le chapitre IV, sur :

1999, *L'idée contemporaine de dialectique mathématique*, Mémoire de DEA de Philosophie – Histoire des Sciences et des Techniques, Lille I – III, sous la direction de J.-M. Salanskis.

Et en particulier, la section consacrée à l'œuvre d'A. Lautman, est une reprise modifiée et augmentée du texte :

2003b, « L'objectivité mathématique selon Albert Lautman : entre Idées dialectiques et réalité physique », *Cahiers François Viète*, 2003, 6, p. 3-27.

(3) La section I-4 du chapitre III (« Le renouveau contemporain du chantier de la dialectique de la nature ») est une reprise partielle, recomposée, du texte :

2004c, « Dialectique de la nature : l'enjeu d'un chantier. Eléments pour un passage au concept (à partir de la recension comparative des ouvrages : E. Bitsakis, *La nature dans la pensée dialectique*, 2001, et L. Sève (éd.), *Sciences et dialectiques de la nature*, 1998 » :

(1) *Historical Materialism. Research in Critical Marxist Theory*, tr. angl. en cours (à p.).

(2) tr. grecque « Διαλεκτική της φύσης : Το διακύβευμα ενός εργοταξίου. (Στοιχεία για το πέρασμα στην έννοια) », *ΟΥΤΟΠΙΑ / Utopia* (57), Athènes, novembre – décembre 2003 p. 129-152.

NB : ces textes ne sont pas repris dans la partie III de la bibliographie.

I. Œuvres des auteurs étudiés (par chapitre, et par ordre alphabétique)

(1) HEGEL G.-W.-F.

1801, *Les orbites des planètes (Dissertation de 1801)*, tr. fr. intro, notes F. de Gandt, Paris : Vrin 1979.

1803-1806, *Notes et fragments d'Iéna*, tr. fr. et comm. C. Colliot-Thélène & Alii, Paris : Aubier 1991.

1807, *Phénoménologie de l'esprit*, tr. fr. J.-P. Lefebvre, Paris : Aubier 1991

1809-1811, *Propédeutique philosophique*, tr. fr. et présentation M. de Gandillac, Paris : Minuit 1963.

- 1812a**, *Science de la logique*. T. 1, Livre 1, *L'Être*, tr. fr. Labarrière P.-J. et Jarzcyck G., Paris : Aubier 1987.
- 1812b**, *Science de la logique*. T. 1, Livre 2, *L'Essence*, Labarrière P.-J. et Jarzcyck G. tr. fr., Paris : Aubier 1987.
- 1812c**, *Science de la logique*. T. 2, *La logique subjective ou Doctrine du Concept*, Paris : Aubier 1987.
- 1812-32**, *Encyclopédie des sciences philosophiques. I. La Science de la Logique*, tr. fr. B. Bourgeois, Paris : Vrin 1994.
- 1822**, *Manuscrit de Berlin sur l'espace et le temps*, tr. fr. Bouton, *Philosophie, Etudes hégéliennes*, n°52.
- 1825-1826a**, *Leçons sur l'histoire de la philosophie, VI, La philosophie moderne (de Fr. Bacon aux « Lumières »)*, tr. fr. et annotations P. Garniron, Paris : Vrin 1985.
- 1825-1826b**, *Leçons sur Platon*, tr. fr. J.-L. Vieillard-Baron (éd. bilingue), Paris : Aubier-Montaigne 1976.
- 1830**, *Encyclopédie des sciences philosophiques en abrégé*, tr. fr. M. de Gandillac, Paris : Gallimard 1990.
- 1832a**, *Wissenschaft der Logik. Die Lehre vom Sein*, Felix Meiner Verlag 1990.
- 1832b**, *La théorie de la mesure*, tr. fr. introd. et commentaires A. Doz, Paris : PUF 1994.
- 1994**, *Encyclopédie des sciences philosophiques, I, La science de la Logique, 1817, 1827, 1830*, tr. fr., intro. et commentaires B. Bourgeois, Paris : Vrin.
- 2004**, *Encyclopédie des sciences philosophiques, II, La philosophie de la nature, 1817, 1827, 1830*, tr. fr., intro. et commentaires B. Bourgeois, Paris : Vrin.

(2) MARX K. & ENGELS F.

- Engels F. 1875**, *Anti-Dühring (Monsieur Dühring bouleverse la science)*, tr. fr. E. Botigelli, Paris : Editions sociales 1977.
- **1883**, *Dialectique de la nature*, tr. fr. E. Botigelli, Paris : Editions Sociales 1977, éd. d'après les éd. MEGA 1935, soviétique 1948, Dietz Verlag 1952.
 - & **Marx K. 1974**, *Lettres sur les sciences de la nature (et les mathématiques)*, tr. fr. et intro. J.-P. Lefebvre, Paris : Editions Sociales.
 - **1872**, *Ludwig Feuerbach et la fin de la philosophie classique allemande*, tr. fr. Badia, Paris : Editions Sociales 1970.
- Lénine V., 1908** : *Matérialisme et empirio-criticisme*, tr. fr., Paris : Editions Sociales, 1973.
- **1914**, *Cahiers sur la dialectique de Hegel*, intro. H. Lefebvre, tr. fr. N. Guterman et H. Lefebvre, Paris : Gallimard (NRF Idées) 1967.
 - **1982**, *Textes philosophiques*, intro. B. Longuenesse, tr. fr. S. Pelta et F. Sève, Paris : Editions Sociales.
- Marx K. 1867**, *Le Capital*. Livre Premier, *Le développement de la production capitaliste*, Tome I, tr. fr. J. Roy, Paris : Editions Sociales 1978.
- **1857**, *Introduction générale à la critique de l'économie politique*, tr. fr. M. Rubel, in *Œuvres Complètes I*, Paris : Gallimard – La Pléiade 1965.
 - **1865**, *Matériaux pour l'économie (1861-1865), (Grundrisse)*, tr. fr. Malaquais-Rubel, in *Œuvres Complètes II*, Paris : Gallimard – La Pléiade 1968.
 - **1875**, *Le Capital*. Livre Second (1864-1875), tr. fr. M. Rubel, in *Œuvres Complètes II*, Paris : Gallimard – La Pléiade 1968.
- Marx K. & Alcouffe A., 1985**, *Les manuscrits mathématiques de Marx*, Paris : Economica 1985 [référéncé Alcouffe 1985 dans le corps de la thèse].

(3) LA TRADITION MARXIENNE

- Althusser L., avec Balibar E., Establet R., Macherey P. & Rancière J. 1965**, *Lire le Capital*, Paris : PUF.
- **1965a**, *Pour Marx*, Paris : La Découverte 1996, avant-propos d'E. Balibar.

- **1965b**, « *Sur la dialectique matérialiste (de l'inégalité des origines)* », in Althusser 1965a p. 161-224.
- **1967**, *Philosophie et philosophie spontanée des savants. Cours de philosophie pour scientifiques*, Paris : Maspero.
- **1968-1982**, *Lénine et la philosophie*, suivi, dans l'éd. de 1982, de « Marx et Lénine devant Hegel », Paris : Maspero.
- **1972**, *Eléments d'autocritique*, in Althusser 1998, 159-198.
- **1975**, *Soutenance d'Amiens*, in Althusser 1998, 199-236.
- **1978**, Avant-Propos à Duménil 1978, 7-26.
- **1998**, *Solitude de Machiavel* et autres textes, éd. préparée et commentée par Y. Sintomer, Paris : PUF.
- Badiou A. 1968**, « La subversion infinitésimale », in *Cahiers pour l'Analyse*, 9, « Généalogie des sciences », Travaux du Cercle d'épistémologie de l'ENS, Paris : Seuil, Ed. du Graphe, p. 118-137.
- **1969**, *Le concept de modèle. Cours de philosophie pour scientifiques IV*, Paris : Maspero.
- **1990**, « Saisissement, dessaisie, fidélité », Témoins de Sartre, Les Temps Modernes, double numéro spécial 531-533, octobre-décembre 1990, vol. I, 14-22.
- **1991**, *Manifeste pour la philosophie*, Paris : Seuil.
- Bitsakis E. 1974** : *Symétrie et contradiction*, in CERM 1974, p. 134-153.
- **1983** : *Physique et matérialisme*, Paris : Editions Sociales 1983.
- **1997**, *Le nouveau réalisme scientifique*, Paris : L'Harmattan.
- **2001**, *La nature dans la pensée dialectique*, Paris : L'Harmattan.
- Doz A. 1974**, « Analyse de la marchandise chez Marx et théorie de la mesure chez Hegel », in D'Hondt 1974, p. 91-103.
- & **Dubarle A.**, 1972, *Logique et dialectique*, Paris : Larousse 1972.
- Dubarle D. 1970**, « Logique formalisante et logique hégélienne », in **D'Hondt** (éd.) J. **1970**, *Hegel et la pensée moderne* (Séminaire de J. Hyppolyte, Collège de France 1967-68), Paris : PUF, p. 114-59.
- Fichant M. & Pécheux M. 1969**, *Sur l'histoire des sciences. Cours de philosophie pour scientifiques III*, Paris : Maspero.
- Geymonat L. 1972**, « Néo-positivisme et matérialisme dialectique », *Recherches Internationales*, n°73, 1972 (4), 1-17, tr. fr. B. Eisenhitz.
- **1976**, « Premiers éléments d'une théorie matérialiste dialectique de la connaissance », *Recherches Internationales, Travaux philosophiques marxiste en Europe capitaliste*, n°86, 1976 (1), 98-124, tr. fr. F. Persiaux du texte : Primi lineamenti di una teoria della conoscenza materialistico-dialettica, in **Bellone E., Geymonat L., Giorello G & Tagliamonte S., 1974** : *Attualità del materialismo dialettico*, Roma : Riuniti, 1974, 95-124.
- Lefebvre H. 1940**, *Le matérialisme dialectique*, Paris : Puf 1990, avec un Avant-Propos de 1965.
- **1945-46**, *Méthodologie des sciences*, Paris : Economica 2002, éd. établie par R. Hess.
- **1947**, *Logique formelle et logique dialectique*, Paris : Editions Sociales 1982, 3è éd. avec une nouvelle préface.
- **1986**, *Le retour de la dialectique. 12 mots clefs pour le monde moderne*, Paris : Editions Sociales.
- Macherey P. 1965**, « A propos du processus d'exposition du "Capital" (le travail des concepts) », in Macherey & Estabiet 1965 p. 5-46.
- & **Estabiet R. 1965**, *Lire le Capital IV*, Paris : Maspero 1973.
- **1999** : *Histoires de dinosaures. Faire de la philosophie, 1965-1997*, Paris : PUF.
- Raymond P. 1973**, *Le passage au matérialisme. Idéalisme et matérialisme. Mathématiques et matérialisme*, Paris : Maspero.
- **1977**, *Matérialisme dialectique et logique*, Paris : Maspero.
- **1978**, *L'histoire et les sciences*, suivi de *Cinq questions sur l'histoire des mathématiques*, Paris : Maspero.
- **Houzel C., Ovaert J.-L. & Sansuc J.-J., 1976**, *Philosophie et calcul de l'infini*, Paris : Maspero.
- Sartre J.-P. 1943**, *L'être et le néant*, Paris : Gallimard 1991.
- **1949**, « Matérialisme et révolution », repris in Sartre 1990, 81-140.
- **1957**, *Questions de méthode*, Paris : Tel-Gallimard 1986.
- **1960**, *Critique de la raison dialectique*, I, *Théorie des ensembles pratiques*, précédé de *Questions de méthode* (1957), Paris : Gallimard, 1985.

- 1985, *Critique de la raison dialectique*, II, *L'intelligibilité de l'histoire* (1958-60 : inachevé, posthume), Paris : Gallimard.
- 1990, *Situations philosophiques*, Paris : Gallimard 1990.

Sève L. 1962, *La philosophie française contemporaine et sa genèse de 1789 à nos jours*, Paris : Editions Sociales.

- 1974, « Pré-rapport sur la dialectique », in CERM 1974, 19-48.
- 1980, *Une introduction à la philosophie marxiste*, Paris : Editions Sociales.
- 1984, *Structuralisme et dialectique*, Paris : Editions Sociales.
- 1989, « "La pensée" et le mouvant... Sciences de la nature, matérialisme et dialectique en 1939 et 1989 », *La Pensée*, n° 270-271, 75-87.
- 1998 (éd.), *Sciences et dialectiques de la nature*, Paris : La Dispute.

(4) L'ÉPISTEMOLOGIE FRANÇAISE

Bachelard G. 1927, *Essai sur la connaissance approchée*, Paris : Vrin 1968.

- 1932, « Noumène et microphysique », *Recherches philosophiques*, 1931-1932, 55-65, repris in Bachelard 1970, 11-24.
- 1934, *Le nouvel esprit scientifique*, Paris : PUF 1991.
- 1936, « Le surrationalisme », *Inquisitions*, (1), Editions Sociales Internationales, 7-13, repris in Bachelard 1951b.
- 1938, « La psychologie de la raison », Entretiens d'été, Amersfoort, *Actualités scientifiques et industrielles*, 849, Paris : Hermann 1939, 27-34.
- 1940, *La philosophie du non*, Paris : PUF 1988.
- 1945, « La philosophie mathématique de Léon Brunschvicg », *Revue de Métaphysique et de Morale*, Paris, 169-177, repris in Bachelard 1951b, 169-177.
- 1949a, *Le rationalisme appliqué*, Paris : PUF 1994.
- 1949b, « La dialectique philosophique des notions de la relativité », in P.-A. Schlipp (éd.), *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, Evanston, Library of Living Philosophers, 563-580, 120-136.
- 1950, « L'œuvre de Jean Cavailles », in G. Ferrières (éd.), *Jean Cavailles, philosophe et combattant (1903-1944)*, Paris : PUF, 178-190.
- 1951a, *L'activité rationaliste de la physique contemporaine*, Paris : PUF 1965.
- 1951b, *L'engagement rationaliste*, Paris : PUF 1972.
- 1951c, « L'actualité de l'histoire des sciences », Conférence au palais de la Découverte du 20 octobre 1951, in Bachelard 1951b, 137-153.
- 1953, *Le matérialisme rationnel*, Paris : PUF.
- 1970, *Etudes*, Paris : Vrin.
- 1970, *Bachelard*, L'Arc, Numéro Spécial, 42.

Brunschvicg L. 1912 : *Les étapes de la philosophie mathématique*, Paris : Blanchard 1993.

- 1922, *L'expérience humaine et la causalité physique*, Paris : Alcan.
- 1929 : Revue critique de l'*Essai sur la connaissance approchée*, *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, 107, 1^{er} semestre, 1929, 95-101.
- 1953, *Les âges de l'intelligence*, Paris : PUF 4^{ème} éd.

Cavaillès J. :

[NB : Les références suivantes sont tirées de : *Œuvres complètes de philosophie des sciences*, Paris : Hermann 1994]

- 1937 « Réflexions sur les fondements des mathématiques », p. 577-80.
- 1938a, *Méthode axiomatique et formalisme*, p. 1-194.
- 1938b, *Remarques sur la formation de la théorie abstraite des ensembles*, p. 223-374.
- 1946, « La théorie de la science selon Bolzano », p. 653-57 (posthume).
- 1947a, *Transfinité et continu*, p. 451-72.
- 1949, « Mathématique et formalisme », p. 659-64.
- & Lautman A. 1939, « La pensée mathématique », séance de la Société Française de Philosophie du 4 février 1939, in Cavaillès 1994, p. 593-630.

- **1947b**, *Sur la logique et la théorie de la science*, Paris : Vrin 1997.

Gonseth F. 1926, *Les fondements des mathématiques. De la géométrie d'Euclide à la relativité générale et à l'intuitionnisme*, Paris : Blanchard 1974.

- **1936**, *Les mathématiques et la réalité, Essai sur la méthode axiomatique*, Paris : Blanchard 1974.

- **1935**, Qu'est-ce que la logique ?, in Gonseth 1998, 11-94.

- **1941a** (éd.), *Les entretiens de Zürich sur les Fondements et la Méthode des Sciences Mathématique* (Exposés et Discussions des 6-9 décembre 1938), Zürich : Leemann & Cie.

- **1941b**, « Sur la doctrine préalable des vérités élémentaires », in Gonseth 1941a, 13-23.

- **1941c**, « Sur le rôle unificateur de l'idée de dialectique », in Gonseth 1941a, 188-209.

- **1945-55**, *La géométrie et le problème de l'espace*, Neuchâtel : Editions du Griffon, 6 fascicules.

- **1946**, « Sur les buts et la méthode de la philosophie des sciences », *Synthèse*, V, mai-juin 1946 (2), 381-89.

- **1947a**, « L'idée de dialectique aux entretiens de Zürich », *Dialectica* 1 (1) 1947, « L'idée de dialectique », 21-37.

- **1947b**, « Peut-on parler de science dialectique ? », *Dialectica* 1 (2) 1947, 292-316.

- **1967**, « Connaissance de la nature et connaissance philosophique chez Albert Einstein », in *Science et synthèse* (coll. UNESCO), Paris : Gallimard 1967.

- **1950**, Philosophie mathématique, in Gonseth 1998, 95-189.

- **1975**, *Le référentiel univers obligé de médiatisation*, Lausanne : L'Âge d'Homme.

- **1998**, *Logique et philosophie mathématique*, Paris : Hermann.

Hamelin O. 1906-7, *Le système de Renouvier*, Paris : Vrin 1927.

- **1907**, *Essai sur les éléments principaux de la représentation*, Paris : PUF 1951.

Lautman A. :

[NB : Les références suivantes sont tirées de : *Essai sur l'unité des mathématiques & divers écrits*, Paris : UGE (10/18) **1977**]

- **1935**, « Mathématique et réalité », p. 281-5.

- **1936**, « Considérations sur la logique mathématique », p. 305-15.

- **1937a**, *Essai sur les notions de structure et d'existence en mathématiques*, p. 23-154.

- **1937b**, *Essai sur l'unité des sciences mathématiques dans leur développement actuel*, p. 155-202.

- **1937c**, « La réalité inhérente aux théories mathématiques », p. 287-90.

- **1937d**, « L'axiomatique et la méthode de division », p. 291-304.

- **1939**, *Nouvelles recherches sur la structure dialectique des mathématiques*, p. 203-28.

- **1946**, *Symétrie et dissymétrie en mathématiques et en physique* suivi de *Le problème du temps*, Paris : Hermann 1946, repris p. 231-79 (première partie également reprise in *Le Lionnais* 1948 p. 54-65), Introduction Suzanne Lautman, suivi de l'allocution du Recteur Moulinier à l'Oflag IV (Camp de Souges, Gironde).

(5) LES REFONTES DU TRANSCENDANTAL

Becker O. 1923, « Beiträge zur phänomenologischen Begründung der Geometrie und ihrer physikalischen Anwendungen », *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung*, n°6, p. 385-560, Halle : Max Niemeyer.

- **1927**, *Mathematische Existenz*, *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung*, n°8, p. p. 439-809, Halle : Max Niemeyer.

- **1933**, « Die diairetische Erzeugung der platonischen Idealzahlen », *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik*, Band I.

- **1964**, *Grundlagen der Mathematik in geschichtlicher Entwicklung*, Frankfurt am Main : Suhrkamp Taschenbuch Verlag 1975.

- & **Hofmann J. E. 1956**, *Histoire des mathématiques*, tr. fr. R. Jouan et préface de G. Bouligand, Paris : Lamarre.

Cassirer E. 1905-1942, *Le problème de la connaissance dans la philosophie et la science des temps modernes*, tomes I à IV, Paris : Cerf. En particulier : **1920**, III, *Les systèmes post-kantiens*, tr. fr.

- Collège International de Philosophie, Paris : Cerf 1999 ; **1940**, *Le problème de la connaissance dans la philosophie et la science des temps modernes*, IV, *De la mort de Hegel aux temps présents*, tr. fr. J. Carro, J. Gaubert, P. Osimo & I. Thomas-Fogiel, Paris : Cerf 1995.
- **1907**, « Kant und die moderne Mathematik (Mit Bezug auf Bertrand Russells und Louis Couturats Werke über die Prinzipien der Mathematik) », *Kant-Studien*, 1907, 1-49.
 - **1910**, *Substance et fonction. Eléments pour une théorie du concept*, tr. fr. P. Causat, Paris : Minuit 1997.
 - **1921**, *La théorie de la relativité d'Einstein. Eléments pour une théorie de la connaissance*, tr. fr. et présentation J. Seidengart, Paris : Cerf 2000.
 - **1922**, *La philosophie des formes symboliques*, I, *Le langage*, tr. fr. J. Lacoste, Paris : Minuit 1972.
 - **1929**, *La philosophie des formes symboliques*, III, *La phénoménologie de la connaissance*, tr. fr. C. Fronty, Paris : Minuit 1972.
 - **1942**, *Logique des sciences de la culture. Cinq études*, tr. fr. J. Carro & J. Gaubert, Paris : Cerf 1991, précédé d'une introduction générale par J. Gaubert « Fondation critique ou fondation herméneutique des sciences de la culture ? ».
 - **1944**, *Essai sur l'homme*, tr. fr. N. Massa, Paris : Minuit 1975.
 - , **Cohen H. & Natorp P. 1998**, *L'école de Marbourg*, tr. fr., Paris : Cerf 1998.
- Desanti J.-T 1963** : *Phénoménologie et praxis*, Paris : Editions Sociales, 2^{ème} éd. revue et augmentée sous le titre *Introduction à la phénoménologie*, Paris : Gallimard 1976, éd. 1994.
- **1967**, « Une crise de développement exemplaire : la "découverte" des nombres irrationnels », in Piaget 1967 p. 439-464.
 - **1968**, *Les idéalités mathématiques*, Paris : Seuil 1989.
 - **1974**, « Notes sur l'épistémologie hégélienne », *Dialectiques*, Février 1974, n° 1-2, p. 55-87.
 - **1975**, *La philosophie silencieuse ou critique des philosophies de la science*, Paris : Seuil 1975.
 - **1987**, Postface à *Frege/Husserl. Correspondance*, tr. fr., Paris : Ter p. 63-88.
 - **1991** (éd.), *Hommage à J.-T. Desanti*, Mauvezin : Ter.
 - **1993**, Préface à *Brunschvicg 1912*, p. II-IX.
 - **1996**, « Husserl et les mathématiques », in *Barbin-Caveing 1996*, p. 212-26.
 - & **Alii 1970**, *Correspondance Desanti-Labérenne-Vadée, La Pensée*, N°149, Février 1970, p. 107-116.
 - & **Caveing M. 1972**, « Les idéalités mathématiques : entretien avec J.-T. Desanti », in *Epistémologie et marxisme* (coll.), reprint de textes de *Raison Présente*, Paris : uge 10/18, p. 143-160.
 - & **Sinaceur M. A. 1991**, « Le langage des "idéalités". Entretien », in *Desanti 1991* p. 9-30.
- Enriques F. 1934**, *Signification de l'histoire de la pensée scientifique*, Paris : Hermann.
- Granger G.-G. 1979**, « Y a-t-il des dialectiques internes du développement scientifique ? », *Rationality today*, Ottawa, 1979, p. 26-40, repris in *Granger 1994*, p. 343-360.
- **1980**, « La notion de contenu formel », *Information et signification*, Brest, 11/1980, p. 137-163, repris in *Granger 1994*, p. 33-52.
 - **1984**, « Le synthétique *a priori* et la science moderne », *Recherches sur la philosophie et le langage*, Grenoble, p. 45-56, repris in *Granger 1994* p. 285-296.
 - **1985**, « Evénement et structure en histoire des sciences », *Histoire et structure, à la mémoire de Victor Goldschmidt*, Paris, p. 317-332, repris in *Granger 1994* p. 361-379.
 - **1987**, « Contenus formels et dualité », *Manuscripto*, Sao Paulo, 1987, p. 194-210, repris in *Granger 1994* p. 53-71.
 - **1988a**, « La contradiction », *La négation*, Neuchâtel, 1988, p. 39-54, repris in *Granger 1994*, p. 97-110.
 - **1988b**, « Sur l'idée de concept mathématique "naturel" », *Revue internationale de philosophie*, p. 477-499, repris in *Granger 1994* p. 157-182.
 - **1988c**, *Pour la connaissance philosophique*, Paris : Odile Jacob.
 - **1991**, « Le transcendantal et le formel en mathématiques », *Granger 1994* p. 149-156.
 - **1992**, « Formes, Opérations, Objets dans les sciences et en philosophie », *Granger 1994* p. 381-391.

- **1994**, « La logique est-elle une théorie des objets en général ? », Granger 1994 p. 73-85.
 - **1991**, « L'origine du sens (compte-rendu de l'ouvrage : Jean Petitot-Cocorda, *Morphogenèse du sens*) », in Bouveresse 1991 p. 249-256.
 - **1994**, *Formes, opérations, objets*, Paris : Vrin.
 - **1995**, *Le probable, le possible et le virtuel. Essai sur le rôle du non-actuel dans la pensée objective*, Paris : Odile Jacob.
 - **1999**, *La pensée de l'espace*, Paris : Odile Jacob.
 - **2001**, « Le lieu », in *Quelle philosophie pour le XXI^{me} siècle ? L'Organon du nouveau siècle*, (coll.) Paris : Gallimard p. 183-198.
 - **2002**, « Cavaillès et Lautman : deux pionniers », *Revue philosophique de la France et de l'étranger*, (3) 2002, *Philosopher en France (1940-1944)*, p. 293-301.
- Mancosu P. 2002** (with T. Ryckman), *Mathematics and Phenomenology* (The correspondence between Oskar Becker and Hermann Weyl), *Philosophia Mathematica*, vol. 10 (2), juin 2002, p. 130-202.
- Weyl H. 1913**, *Die Idee der Riemannschen Fläche*, Leipzig-Berlin : B.G. Teubner, 1923.
- **1921**, « Sur la crise contemporaine des fondements des mathématiques », in Largeault 1992 p. 55-105.
 - **1949**, *Philosophy of Mathematics and Natural Sciences*, Princeton : Princeton University Press.
 - **1952**, *Symétrie et mathématique moderne*, tr. fr. G. T. Guilbaud, Paris : Flammarion 1964.
 - **1953a**, « Comparaison entre procédures constructives et procédures axiomatiques en mathématiques », in Weyl 1994 p. 265-79.
 - **1953b**, « Sur le symbolisme des mathématiques et de la physique mathématique », in Weyl 1994 p. 248-264.
 - **1994**, *Le continu et autres écrits*, tr. fr. J. Largeault, Paris : Vrin.

(6) CONCLUSIONS

- Benacerraf P. 1983**, « Mathematical truth », in Benacerraf & Putnam 1983, p. 403-421.
- Benacerraf P. & Putnam H. 1983**, *Philosophy of Mathematics. Selected Readings*, Cambridge : Cambridge University Press 1998 (1^{ère} éd. 1963).
- Chihara C. S. 1990**, *Constructibility and Mathematical Existence*, Oxford : Oxford University Press - Clarendon Press, 2001.
- Changeux J.-P. & Connes A. 2000**, *Matière à pensée*, Paris : Odile Jacob.
- Feferman S. 1998**, *In the Light of Logic*, New York – Oxford : Oxford University press 1998.
- & **Friedman H. M., Maddy P. & Steel J. R. 2000**, « Does Mathematics need New Axioms ? », *Bulletin of Symbolic Logic*, 6 (4).401-46.
- Houdé O. & Miéville D. 1993**, *Pensée logico-mathématique. Nouveaux objets interdisciplinaires*, Paris : PUF.
- Jacob P. (éd.) 1980**, *De Vienne à Cambridge*, Paris : Gallimard.
- Kitcher P. 1984**, *The Nature of Mathematical Knowledge*, New York - Oxford : Oxford University Press.
- Kuhn T. 1962-70**, *La structure des révolutions scientifiques*, Paris : Champs-Flammarion 1983.
- **1959-77**, « La tension essentielle : tradition et innovation dans la recherche scientifique », in Jacob 1980, p. 303-21.
- Maddy P. 1990**, *Realism in Mathematics*, Oxford : Oxford University Press / Clarendon Paperbacks 1992.
- **1992**, « Indispensability and practice », *Journal of Philosophy* (59).
 - **1997**, *Naturalism in Mathematics*, Oxford : Oxford University Press / Clarendon Paperbacks 2000.
- Mouloud N. 1989**, *Les assises logiques et épistémologiques du progrès scientifique*, Lille : Presses du Septentrion.
- Quine W. V. O. 1990**, *La poursuite de la vérité*, tr. fr. M. Clavelin, Paris : Seuil 1993.
- Yablo S. 2001**, « Go figure : A Path through Fictionalism », *Midwest Studies in Philosophy* (<http://www.mit.edu/~yablo/home.html>).

II. Autres « classiques »

- Aristote**, *Métaphysique*, II (Livres η – ν), tr. fr. et notes J. Tricot, Paris : Vrin 1991.
- Berkeley G. 1734**, *L'analyste*, tr. fr. M. Blay, in *Oeuvres II*, Paris : PUF 1987.
- Cohen H. 1883-1928**, *Le principe de la méthode infinitésimale et son histoire*, tr. fr. M. de Launay, Paris : Vrin 1999.
- Galilei G. 1632**, *Dialogue sur les deux grands systèmes du monde*, tr. fr. R. Fréreau et F. de Gandt, Paris : Seuil 1992.
- Gramsci A. 1978-1996**, *Cahiers de prison*, Paris : Gallimard 1978-1996, 5 vol.
- 1983, Textes, (éd. A. Tosel), Paris : Ed. Sociales 1983.
- Heidegger M. (1938)** : *Von Wesen des Grundes*, tr. fr. H. Corbin *Ce qui fait l'être-essentiel d'un fondement ou « raison »*, in *Questions I & II*, Paris : Gallimard 1968, p. 85-158.
- Husserl E. 1936**, *L'origine de la géométrie*, tr. fr. et intro. J. Derrida, Paris : PUF 1995.
- 1913, *Idées directrices pour une phénoménologie*, tr. fr. P. Ricœur, Paris : Gallimard 1993.
- 1929, *Logique formelle et logique transcendantale*, tr. fr. S. Bachelard, Paris : PUF 1996.
- Kant E., 1755**, *Histoire générale de la nature et Théorie du Ciel*, tr. fr. partielle F. Marty, in *Œuvres I*, Paris : Gallimard, 1980.
- 1781-1787, *Critique de la raison pure*, tr. fr. J. Barni, in *Œuvres I*, Gallimard, 1980.
- 1786, *Premiers principes métaphysiques de la science de la nature*, tr. fr. F. de Gandt, in *Œuvres II*, Paris : Gallimard 1995.
- 1796-1800, *Opus Postumum*, tr. fr. F. Marty, Paris : Puf Epiméthée 1986.
- Lukacs G. 1923**, *Histoire et conscience de classe*, 1923, tr. fr. Paris : Minuit 1974.
- 1984-1986, *Zur Ontologie des gesellschaftlichen Seins*, (hrsg. F. Bense) Neuwied 1984-1986, 2 vol.
- 1985, *Textes*, Int. et choix des textes C. Prévost, Paris : Editions Sociales.
- Merleau-Ponty M. 1955**, *Les aventures de la dialectique*, Paris : Gallimard 2000 (Folio-Essais).
- Newton I., 1665-1670/1684**, *De la gravitation*, tr. fr. M.-F. Biarnais, suivi de 1684, *Du mouvement des corps*, tr. fr., introd. et commentaires F. de Gandt, Gallimard, 1995.
- 1687-1713a, *The Principia : Mathematical Principles of Natural Philosophy*, tr. angl. par I. B. Cohen et A. Whitman, introd. par I. B. Cohen, University of California Press, 1999.
- 1687-1713b, *Philosophiae naturalis principia mathematica - Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, tr. fr. partielle et postface M.-F. Biarnais, Bourgois 1985.
- Poincaré H. 1902**, *La science et l'hypothèse*, Paris : Champs-Flammarion 1999.
- 1913, *Dernières pensées*, Paris : Flammarion 1963.
- Popper K. 1963**, *Conjectures et réfutations. La croissance du savoir scientifique*, (rééd. Augmentées 1965, 1969 et 1972) tr. fr. M.-I. et M.-B. De Launay, Paris : Payot 1985.
- Russell B. 1897**, *An Essay on the Foundations of Geometry*, New York – London : Routledge 1996.
- 1921, *Introduction à la philosophie mathématique*, tr. fr., notice et intro. F. Rivence, Paris : Payot 1987.
- 1959, *Histoire de mes idées philosophiques*, tr. fr. G. Auclair, Paris : Gallimard 2001.
- 1989, *Ecrits de logique philosophique*, tr. fr. J.-M. Roy, Paris : puf.
- Schelling F. W. J. 1799**, *Introduction à l'esquisse d'un système de philosophie de la nature*, tr. fr., introd. et notes F. Fischbach et E. Renault, Librairie Générale Française, 2001.
- Soulez A. (éd.) 1985**, *Manifeste du Cercle de Vienne et autres écrits*, Paris : PUF.
- Trân-Duc-Thao 1951**, *Phénoménologie et matérialisme dialectique*, Paris-Londres-New York : Gordon & Breach 1992 (2nd éd. préfacée, reprenant l'éd. Minh-Tân, 1951), Gramma 1992.

III. Commentaires et études (ordre alphabétique)

- Agazzi E. 2001**, « La spécificité de la philosophie des sciences française au 20^{ème} siècle », in Mattéi 2001 p. 121-126.
- Alliez E. & Stengers I. 1998**, « Energie et valeur : le problème de la conservation de l'énergie chez Engels et Marx », *Contretemps. Les pouvoirs de l'argent*, 1998.

- Bakhtine M. 1929**, *Le marxisme et la philosophie du langage. Essai d'application de la méthode sociologique en linguistique*, préf. R. Jakobson, tr. fr. M. Yaguello, Paris : Minuit 1977.
- Barsotti B. 2003**, « Le "non-kantisme" de Bachelard : vers le sens transcendantal de la rupture épistémologique », in **Wunenberger 2003** p. 183-213.
- Barot E., 2002**, « Dialectique de la nature pensante : la construction de la cognition mathématique », *Philosophia Scientiae*, 2000, 6 (1), *Biologie et cognition*, p. 33-72.
- **2004a**, « En quoi la crise des fondements des mathématiques est-elle terminée ? », *Philosophia Scientiae*, Actes du PILM 2002, septembre 2002, Archives Poincaré, Nancy, (à. p.).
 - **2004b**, « La crise des fondements des mathématiques fut-elle révolutionnaire ? (Sur l'avènement du paradigme axiomatique-ensembliste) », Actes des Journées d'études « *L'Idée de révolution. Quelle place lui faire au 20ème siècle ?* », Cerphi - Paris I – Sorbonne, 3-4 et 5 octobre 2003 (s. d. O. Bloch) (à. p.).
- Bellon C. 1960**, « Le matérialisme dialectique de Frédéric Paulhan », *Revue de Métaphysique et de morale*, n°1, vol. 65, 1960, 58-87.
- Bensussan G. & Labica G. (éds.), 1985** : *Dictionnaire critique du marxisme* : Paris : Puf, 2^{ème} éd.
- Biard J., 1983**, « Dialectique et négation de la négation d'après Hegel », *La Pensée*, 1983 n°2.
- Bidet J. 1985**, *Que faire du Capital ? Matériaux pour une refondation*, Paris : Klincksieck.
- & **Kouvélakis E. (éd.) 2001**, *Dictionnaire Marx contemporain*, Paris : PUF.
- Blais M.-C. 2000**, *Au principe de la République. Le cas Renouvier*, Paris : Gallimard.
- Bourdieu P. 2001**, *Science de la science et réflexivité*, Raisons d'Agir.
- Bourel D. 1990**, « Ernst Cassirer et l'Ecole de Marbourg », in Seidengart 1990 p. 69-80.
- Brisson L. (éd.) 1998**, *Les études philosophiques*, (1) Janvier-Mars 1998, *L'interprétation ésotériste de Platon*.
- Braunstein J.-F 2002**, « Bachelard, Canguilhem, Foucault. Le "style français" en épistémologie », in Wagner 2000, 920-962.
- Bourgeois B. 2001**, « L'idée dialectique dans la pensée française au 20^{ème} siècle », in **Mattei 2001**, 45-57.
- Boutot A. 2001**, « L'épistémologie française à la rencontre de la phénoménologie. Autour de René Thom », in **Mattei 2001** p. 201-221.
- Bouveresse J. (éd.) 1991**, *Philosophie de la logique et philosophie du langage I*, Paris : Odile Jacob.
- Brohm J.-M. 2003**, *Les principes de la dialectique*, Paris : Ed. de la Passion.
- Canguilhem G. 1955**, *La formation du concept de réflexe aux 17^{ème} et 18^{ème} siècles*, Paris : Vrin 1977.
- **1963a**, « L'histoire des sciences dans l'œuvre épistémologique de Gaston Bachelard », in Canguilhem 1994, 173-86.
 - **1963b**, « Gaston Bachelard et les philosophes », in Canguilhem 1994, 187-95.
 - **1963c**, « Dialectique et philosophie du non chez Gaston Bachelard », in Canguilhem 1994, 196-209.
 - **1994**, *Etudes d'histoire et de philosophie des sciences concernant le vivant et la vie*, Paris : Vrin, 7^{ème} éd revue et augmentée.
- Cassou-Noguès P. 2001**, *De l'expérience mathématique. Essai sur la philosophie des sciences de Jean Cavaillès*, Paris : Vrin.
- **2001b**, « J.-T. Desanti critique et héritier des philosophies transcendantales », in Fedi & Salanskis 2001 p. 237-250.
 - **2001c**, *Hilbert*, Paris : Les Belles Lettres.
 - **2004**, « Problèmes ou coupures épistémologiques ? (Desanti et Althusser) », inédit (13 p.), à. p.
 - **2004b**, *Gödel*, Paris : Les Belles Lettres.
- Caveing M. 2000** : « Sur l'auto-mouvement de la mathématique », in Ravis-Giordani G. 2000 p. 157-174.
- Cazelle P. 1971**, *Mathématiques et matérialisme dialectique*, Editions de la Nouvelle Critique.
- CERM 1974** (coll.) : *Lénine et la pratique scientifique* (Centre d'Etudes et de Recherches Marxistes), Paris : Editions Sociales.
- Charbonnier V., 2004**, « Le rationalisme et ses fétiches (des réifications de la raison) » (10. p.), in Charbonnier V. & Kouvélakis E., 2004, *Marxistes en philosophie : études sur Althusser, Lukacs, Sartre*, Paris : PUF.

- Chevalley C. 1987**, « Albert Lautman et le souci logique », *Revue d'histoire des sciences*, XL (1), 1987, p. 49-77.
- Collin D. 1995**, *La théorie de la connaissance chez Marx*, Paris : L'Harmattan (Ouverture Philosophique).
- Cohen-Tannoudji G., 1990** : La pertinence du concept d'horizon de réalité en physique théorique contemporaine, *Dialectica* (1990), 323-332.
- **1997**, « La théorie quantique des champs comme herméneutique horizontale », in Salanskis, Rastier, & Scheps 1997, 255-273.
- Crépel P. 1989**, Recension critique de Alcouffe 1985, *Revue d'histoire des sciences*, (1987), 213-14.
- D'Hondt J. (éd.) 1974**, *La logique de Marx*, Paris : PUF.
- **1997**, « L'aventure française de la raison hégélienne », in Wilke & Alii 1997, 123-39.
- Dagognet F. 1965**, « Brunschvicg et Bachelard », *Revue de métaphysique et de morale*, 70 (1), 1965, 43-54.
- De Launay M. (coord.) 2000**, *Néokantismes et théorie de la connaissance (Cohen, Natorp, Cassirer, Windelband, Rickert, Lask, Cohn, tr. fr. sous la dir. De M. de Launay, Paris : Vrin.*
- De Rouilhan P. 1997**, « Russell, le sens de la contradiction », version revue et corrigée d'un exposé fait pour les étudiants de DEA, à l'invitation de J. Gayon, au Centre Gaston Bachelard de l'université de Bourgogne, Dijon, 29 janvier 1997, repris in « Russell en héritage. Le centenaire des *Principles* » (sous sa dir.), *Revue Internationale de Philosophie*, 2004.
- Delbraccio M. & Labica G., (éds.) 2000** : *Friedrich Engels, Savant et révolutionnaire* : Paris : PUF.
- Deleuze G. 1968**, *Différence et répétition*, Paris : PUF.
- Deschoux M. 1951**, « La philosophie de Léon Brunschvicg et la réflexion contemporaine », *L'Information Philosophique*, n°2, mars-avril 1951, 51-4.
- Dieudonné J., Loi M. & Thom R. 1982**, *Penser les mathématiques*, (Séminaire de philosophie et mathématique de l'ENS), Paris : Seuil.
- Duménil G. 1978**, *Le concept de loi économique dans « Le Capital »*, Paris : Maspero, avant-propos de L. Althusser.
- Dumoncel J.-C. 2002** : *Philosophie des mathématiques*, Paris : Ellipses.
- Engel P. 1995**, « Il n'y a pas d'objets logiques », in Proust & Schwartz 1995 p. 121-134.
- Evellin F. 1907**, *La raison pure et ses antinomies. Essai critique sur la philosophie kantienne*, Paris : Alcan.
- Faracovi O. P. 2001**, « Une pensée longtemps restée inactuelle : la philosophie scientifique de F. Enriques », in Petitot & Scarantino 2001, p. 57-83.
- Fausto R. 1986**, *Marx : logique et politique. Recherches pour une reconstitution du sens de la dialectique*, Paris : Publisud.
- Fedi L. 1998**, *Le problème de la connaissance dans la philosophie de Charles Renouvier*, Paris : L'Harmattan.
- **2001a**, « Criticisme, Science et philosophie des sciences chez Charles Renouvier », in Fedi & Salanskis 2001, 63-93.
 - **2001b**, « L'esprit en marche contre les codes : philosophie des sciences et dépassement du kantisme chez Léon Brunschvicg », in Fedi & Salanskis 2001, 119-141.
 - & **Salanskis J.-M. (éds.) 2001**, *Les philosophies françaises et la science : dialogue avec Kant, Cahiers d'Histoire et de Philosophie des Sciences (SFHST)*, 50, Paris : Ophrys (éd. ENS Ulm).
- Feron O. 1997**, *Finitude et sensibilité dans la philosophie d'Ernst Cassirer*, Paris : Kimé.
- Ferrari M. 1990**, « La genèse de *Das Erkenntnisproblem* : le lien entre systématique et histoire de la philosophie », in Seidengart 1990 p. 97-114.
- Février N. 2000**, *La mécanique hégélienne*, Peeters 2000.
- Fiala F. 1947**, « Essai sur les notions d'ouverture et de fermeture », *Dialectica* 1 (2) 1947, 147-57.
- Fleischmann E. 1974**, « Rapport formel et relation dialectique chez Marx », in D'Hondt 1974 p. 35-59.
- Foucault M. 1968**, « Réponse au Cercle d'Epistémologie », *Cahiers pour l'Analyse* (9), *Généalogie des sciences*, Paris : Seuil (ENS – Ed. du Graphe), p. 9-40.
- Gagnebin H.-S. (1947)**, Sur l'idée de dialectique dans la philosophie des sciences contemporaines, *Dialectica* 1 (1) 1947 *L'idée de dialectique*, 72-5.

- Gaubert J. 1969**, *Logique formelle et logique dialectique*, Mémoire de Maîtrise de Philosophie, Université de Nantes, 1973.
- **1991**, « Fondation critique ou fondation herméneutique des sciences de la culture ? », in Cassirer 1991 p. 7-72.
- Gerdes P. 1985**, *Marx Demystified Calculus*, tr. angl. B. Lumpkin de *Arrancar O Veu Misterioso 'A Matemática*, Frelimo 1983, *Studies in Marxism*, vol. 16, Minneapolis : MEP Publications, Marxist Educational Press.
- Gualandi A. 2001**, « La rupture et l'événement. Le problème de la vérité scientifique dans la philosophie française contemporaine », in Fedi & Salanskis 2001, 15-31.
- Guenancia P. 2000** : « Le spinozisme de J.-T. Desanti », in Ravis-Giordani G. 2000 p. 110-122.
- **2002**, « Pour J.-T. Desanti », *Philosophie*, Juin 2002, p. 94-96.
- Guindey G. 1976**, *Le drame de la pensée dialectique. Hegel, Marx, Sartre*, Paris : Vrin.
- Heinzmann G. 1987**, « La position de Cavaillès dans le problème des fondements des mathématiques, et sa différence avec celle de Lautman », *Revue d'histoire des sciences*, XL (1), 1987, p. 31-45.
- **1989**, « Une revalorisation d'une opposition : sur quelques aspects de la philosophie des mathématiques de Poincaré, Enriques, Gonthier, Cavaillès et Lautman », *Fundamenta Scientiae*, vol. 10, N°1, 1989, p. 27-33.
 - **1992**, « La géométrie comme paradigme de l'idonéisme », in Panza & Ponts 1992.
- Jaeglé P., 1977**, « Dialectique de la nature : sur quelques concepts (qualité, quantité...) », in *Sur la dialectique* (coll. CERM), Paris : Editions Sociales, 1977, 161-188.
- Janicaud D., 2002**, « La philosophie française et l'inspiration germanique, hier et aujourd'hui » (exposé), *Bulletin de la Société française de Philosophie*, séance du 16 mars 2002.
- Jorge M.-M.-A. 1990**, « Ce que Ferdinand Gonthier a d'important à dire à l'épistémologie contemporaine », *Dialectica*, 1990, p. 295-313.
- Kahn P. 1986**, « L'épistémologie stalinienne », in Labica G. & Delbracio M. (éd.) 1986, *De Marx au marxisme*, Paris : CNRS, 141-154.
- Kerszberg P. 1987**, « Albert Lautman ou le Monde des Idées dans la Physique Relativiste », *La Liberté de l'Esprit*, 16 (1987), p. 211-236.
- Kojève A. 1947**, *Introduction à la lecture de Hegel*, Paris : Gallimard 1980.
- Koyré A., (1957)**, *Du monde clos à l'univers infini*, tr. fr., Paris, Gallimard, éd. 1995.
- Labarrière P. & Alii, 1981**, *Introduction à la Science de la logique de Hegel, I, L'Être*, Paris : Aubier 1981.
- Labérenne P. 1948**, « Les mathématiques et le marxisme », in *Le Lionnais* 1948.
- Lachelier J. 1871** : *Du fondement de l'induction*, intro. et comm. T. Leterre, Paris : Presse-Pocket, 1993.
- Lacroix A., 1996**, « Hegel et les mathématiques », in Barbin E. & Caveing M. (éds), *Les philosophes et les mathématiques* (IREM), Paris : Ellipses.
- **1997**, *Hegel. La philosophie de la nature*, Paris : PUF 1997.
- Lalonde M. 1966**, *La théorie de la connaissance scientifique selon Gaston Bachelard*, Paris-Montréal, Fides.
- Lebesgue H. 1941**, « Les controverses sur la théorie des ensembles et la question des fondements », in Gonthier 1941a, p. 109-21.
- Lecourt D. 1969**, *L'épistémologie historique de Gaston Bachelard*, Paris : Vrin.
- **1970**, « De Bachelard au matérialisme historique », *L'Arc* n°42, 5-13.
 - **1973**, *Une crise et son enjeu (Essai sur la position de Lénine en philosophie)*, Paris : Maspéro.
 - **1974**, *Bachelard. Le jour et la nuit*, Grasset.
 - **2001**, « L'épistémologie française à la croisée des chemins », in Mattei 2001, 113-120.
- Levins R. & Lewontin R., 1985** : *The dialectical Biologist*, Cambridge Massachusetts/Londres : Harvard University Press.
- Martin R. 1974**, « Bachelard et les mathématiques », in *Bachelard, Colloque de Cerisy*, Paris : UGE (10/18), 1974, 42-67.
- Mattei J.-F. (éd.) 2001**, *Philosopher en français*, Paris : PUF.
- Mercier-Josa S. & Bensussan G.,** Notice « Praxis » in *Dictionnaire critique du marxisme*, Paris : PUF 1985, 908-912.

- Merleau-Ponty M. 1955**, *Les aventures de la dialectique*, Paris : Gallimard 2003.
- Méry M. 1972**, « Charles Renouvier et le criticisme », *Archives de philosophie*, 35 (4), octobre-décembre 1972.
- Milhou J. & Besse G. 1997**, « Le rationalisme moderne selon *La Pensée* », Wilke & Alii 1997, 243-64.
- Minazzi F. 2001**, « Rationalisme et culture scientifique de Banfi a Preti », in **Petitot & Scarantino 2001**, p. 131-153.
- Muller P. (éd.) 1996**, *Problèmes actuels de la dialectique*, Actes du Colloque du Centre d'Études Hégéliennes et Dialectiques, Université de Neuchâtel, 23-24 juin 1995, Lausanne : L'Age d'Homme.
- Nadeau R. 1990**, « Cassirer et le programme d'une épistémologie comparée : trois critiques », in Seidengart 1990 p. 201-218.
- Panza M. 1992**, « Gonseth et les prolégomènes d'une logique de la connaissance », in Panza & Ponts 1992.
- **1995a**, « Platonisme et intentionnalité », in Panza & Salanskis 1995 p. 85-132.
 - **1995b**, « L'intuition et l'évidence. La philosophie kantienne et les géométries non-euclidiennes : relecture d'une discussion », in Panza & Pont 1995, 39-87.
 - **1996**, « Gonseth et les mathématiques », in Barbin-Caveing 1996 p. 264-283.
 - **1997**, « Quelques distinctions à l'usage de l'historiographie des mathématiques », in Salanskis, Rastier & Scheps 1997, 357-383.
 - **2001**, « Y a-t-il une tradition épistémologique française ? », in Fedi & Salanskis 2001, 33-61.
 - **2003**, *Newton*, Paris : Les Belles Lettres.
 - **& Pont J.-C. (éds.) 1992**, *Espace et horizon de réalité. Philosophie de Ferdinand Gonseth*, Paris, Masson, 1992.
 - **& Pont J.C. (éds) 1995**, *Les savants et l'épistémologie vers la fin du XIX^{ème} siècle*, Paris : Blanchard.
 - **& Salanskis J.-M. (éds) 1995**, *L'objectivité mathématique. Platonismes et structures formelles*, Paris : Masson.
- Patocka J. 1973**, *Platon et l'Europe*, Paris : Verdier 1983.
- Petitot J. 1987**, « "Refaire le Timée". Introduction à la philosophie mathématique d'Albert Lautman », *Revue d'histoire des sciences*, XL (1) 1987, p. 79-115.
- **1989**, « Rappels sur l'analyse non-standard », in Barreau & Harthong 1989
 - **1991**, « Idéalités mathématiques et réalité objective : approche transcendantale », in Desanti 1991 p. 213-282.
 - **1992**, « Schématisme, sciences cognitives et physique mathématique : hommage à Ferdinand Gonseth » in Panza & Pont 1992 p. 149-173.
 - **1992-2000**, *Physique du sens. De la théorie des singularités aux structures sémio-narratives*, Paris : CNRS.
 - **1993**, « Phénoménologie naturalisée et morphodynamique : la fonction cognitive du synthétique a priori », *Intellectica*, 17 (2), 1993, *Philosophie et sciences cognitives*, p. 79-126.
 - **1995a**, « Pour un platonisme transcendantal », in Panza & Salanskis 1995, p. 147-78.
 - **1995b**, « Phénoménologie computationnelle et objectivité morphologique », in Proust & Schwartz 1995 p. 213-248.
 - **2001**, La dialectique de la vérité objective et de la valeur historique dans le rationalisme d'Albert Lautman, in Petitot J. & Scarantino L. M. (éds.), *Sciences et philosophie en France et en Italie entre les deux guerres*, Vivarium Napoli MMI 2001, Istituto Italiano per gli Studi Filosofici, Actes de la journée d'étude du 11 mai 1996 (Paris), p. 29-55.
 - **& Scarantino L. M. (éd.) 2001**, *Sciences et philosophie en France et en Italie entre les deux guerres*, Biblioteca Europea 23, Istituto Italiano Per Gli Studi Filosofici, Napoli : Vivarium Napoli MMI.
- Petry M. J. (éd.) 1993**, *Hegel and newtonianism*, Kluwer Academisch Publishers 1993.
- Philonenko A., 1989**, *L'école de Marbourg*, Paris : Vrin 1989.
- **1990**, *Le transcendantal et la pensée moderne. Etudes d'histoire de la philosophie*, Paris : Puf Epiméthée.

- Piaget J. 1964**, *Six études de psychologie*, Genève : Denoël-Gonthier.
- **1967a**, *Biologie et connaissance. Essai sur les relations entre les régulations organiques et les processus cognitifs*, Paris : Gallimard.
 - **1967b** (éd.), *Logique et connaissance scientifique*, Paris : Gallimard – La Pléiade 1967.
- Pont J.-C. 1995**, « Aux sources du conventionnalisme », in Panza & Pont 1995, 109-43.
- Proust J. & Schwartz E. 1995**, *La connaissance philosophique. Essais sur l'œuvre de Gilles-Gaston Granger*, Paris : Puf.
- Quiniou Y. 1987** : *Problèmes du matérialisme*, Paris : Méridiens-Klincksieck.
- Raison Présente 1972** (coll.), *Epistémologie et marxisme*, Paris : UGE.
- Ravis-Giordani G. (éd.) 2000** : *Jean-Toussaint Desanti. Une pensée et son site*, Paris : Ophrys, Ens Editions.
- Renault E., 2001**, *Hegel. La naturalisation de la dialectique*, Vrin, 2001.
- Ricci F. 1974**, « Structure logique du paragraphe 1 du *Capital* », in D'Hondt 1974 p. 105-33.
- Robin L. 1935**, *Platon*, Paris : PUF 2000.
- Röller N. 2002**, *Medientheorie im epistemischen Übergang. Hermann Weyls Philosophie der Mathematik und Naturwissenschaften und Ernst Cassirers Philosophie der symbolischen Formen im Wechselverhältnis*, Weimar : Bauhausuniv, Verlag und Datenbank für Geisteswissenschaften.
- Roza S. 2002**, *La conception des mathématiques dans la philosophie critique de Kant*, Mémoire de Maîtrise de Philosophie, s. d. J. Seidengart, Université Paris X – Nanterre.
- Salanskis J.-M. 1991**, *L'herméneutique formelle*, Paris : CNRS.
- **1992**, « L'étrangeté de l'espace : dialectique ou herméneutique », in Panza & Pont 1992 p. 83-109.
 - 1995a, « Platonisme et philosophie des mathématiques », in Panza & Salanskis 1995, p. 179-212.
 - **1995b**, Husserl, Weyl : le philosophe-savant peut-il être épistémologue ?, in Panza & Pont 1995, 23-37.
 - **1997**, « Sens et nouveauté de la démonstration », in Parmentier M., *La démonstration*, Lille : IREM Nord Pas-de-Calais 1997.
 - **1998**, « Pour une épistémologie de la lecture », *Alliage*, (35-36), 1998.
 - **1999**, *Le constructivisme non standard*, Lille : Presses du Septentrion 1999.
 - & **Rastier F. & Scheps R. 1997**, *Herméneutique : textes, sciences*, Paris : PUF.
- Sandkuhler H.-J. 1991**, « La signification épistémologique des sciences de la nature dans l'œuvre de Marx », *Actuel Marx*, (9) 1991, *Le monde est-il un marché*, Paris : PUF, 160-177.
- Schaepelynck V. 2001**, « Ernst Cassirer : articulation du sens et formes symboliques », Mémoire de Maîtrise de Philosophie, Universités Paris VIII – Vincennes/Saint Denis, 2001.
- Schwarz L. 1960**, *Marxisme et pensée scientifique*, *Cahiers du Centre d'Etudes Socialistes* n°1, supplément à *Analyses et Documents* n°7 du 25-12-1960, Paris : C.E.S.
- Schmidt A. 1962**, *Le concept de nature chez Marx*, Paris : PUF 2000.
- Sebestik J. 1992**, *Bernhard Bolzano. Logique et mathématiques*, Paris : Vrin 1992
- Seidengart J. (éd) 1990**, *Ernst Cassirer : de Marbourg à New-York, l'itinéraire philosophique*, Paris : Cerf.
- **1990b**, « Théorie de la connaissance et épistémologie de la physique selon Ernst Cassirer », in Seidengart 1990 p. 159-176.
 - **1996**, « Cassirer et les mathématiques », in Barbin-Caveing 1996, 227-242.
 - **2000**, Présentation de Cassirer 1921, p. 7-26.
- Sinaceur H. 1987**, « Structure et concept dans l'épistémologie de Jean Cavaillès », in *Revue d'histoire des sciences* (1987), p. 5-30.
- **1991-9**, *Corps et modèles. Essai sur l'histoire de l'algèbre réelle*, Paris : Vrin 1999.
 - **1992**, « La dialectique de l'espace », in Panza & Ponts 1992 p. 67-82.
 - **1994**, *Jean Cavaillès, Philosophie mathématique*, Paris : PUF.
 - **1994b**, « Logique : mathématique ordinaire ou épistémologie effective », in Desanti 1991 p. 331-343.
 - **1995**, « Formes et concepts », in Proust & Schwartz 1995 p. 93-119.
 - **1996**, « Cavaillès et les mathématiques », in Barbin-Caveing 1996 p. 302-317.
 - **2000**, « L'espace-temps de la philosophie », in Ravis-Giordani 2000 p. 101-110.

- Stanguennec A. 1977**, « Le, la, les dialectiques », *Revue de Métaphysique et de morale*, 1977, p. 312-326.
- 1985, *Hegel critique de Kant*, Paris : PUF.
 - 1990, « Néokantisme et hégélianisme chez Ernst Cassirer », in Seidengart 1990 p. 55-67.
 - 1994, « La critique hégélienne de la construction kantienne de la matière », in *Etudes post-kantiennes II*, Lausanne : L'Age d'homme 1994.
 - 1997, *Hegel. Une philosophie de la raison vivante*, Paris : Vrin.
- Szczeciniarz J.-J. 1990**, « Les difficultés d'une philosophie des mathématiques chez E. Cassirer », in Seidengart 1990 p. 141-158.
- 2000, « Desanti, philosophe des mathématiques », in Ravis-Giordani G. 2000 p. 143-156.
- Terray E. 1990**, « Marxisme années 60 », *Témoins de Sartre, Les Temps Modernes*, double numéro spécial 531-533, octobre-décembre 1990, vol. I, 86-98.
- Timmermans B. 2000**, *Hegel*, Paris : Les Belles Lettres.
- Trân-Duc-Thao 1951** : *Phénoménologie et matérialisme dialectique*, Minh-Tân, tr. angl. Gordon & Breach 1971, 1992, 2^{ème} éd. préfacée, Gramma 1992.
- Tosel A. 1983**, « Philosophie de la praxis et dialectique », *La Pensée*, 1983 (237), 100-120.
- 1984, *Praxis : vers une refondation en philosophie marxiste*, Paris : Editions Sociales.
 - 1995, « Formes de mouvement et dialectique dans la nature selon Engels », *Revue philosophique* (4), 1995, 433-62.
 - 2001, « Matérialisme, dialectique et "rationalisme moderne". La philosophie des sciences à la française et le marxisme (1931-1945) », in Mattei 2001, 387-407.
 - 2004, « Figures philosophiques du marxisme du 20^{ème} siècle, ou la rationalité dialectique prisonnière du postulat métaphysique », *Noésis* (5) 2004, Formes et crises de la rationalité au 20^{ème} siècle, Tome I « Philosophie », 119-152.
- Turlot F. 1976** : *Idéalisme dialectique et personnalisme. Essai sur la philosophie d'Hamelin*, Paris : Vrin.
- Vadée M. 1969**, « Grandeur ou servitude des idéalités mathématiques ? », *La pensée*, N°146, Août 1969 p. 47-65.
- 1975, *Gaston Bachelard ou le nouvel idéalisme épistémologique*, Paris : Editions Sociales.
 - 1990 (éd.), *Sciences de la nature chez Hegel et Marx*, Paris : CNRS.
 - 1997, « L'épistémologie française a-t-elle déserté le rationalisme au cours de ce siècle ? », in Wilke & Alii 1997.
- Védrine H. 1970**, « Le profil épistémologique », *L'Arc* n°42, 55-61.
- Verret M., 1967**, *Théorie et politique*, Paris : Editions Sociales.
- Verstraeten P. 1995**, « Sartre/Kant/Hegel. De la contrariété à la contradiction, quelques itinéraires du négatif », *Hegel aujourd'hui*, Paris : Vrin 1995.
- Vuillemin J. 1955**, *Physique et métaphysique kantiennes*, Paris : PUF .
- 1960, *Mathématiques et métaphysique chez Descartes*, Paris : PUF.
 - 1962, *La philosophie de l'algèbre. Recherches sur quelques concepts et méthodes de l'algèbre moderne*, I, Paris : PUF 1993.
 - 2000, « Formalisme et réflexion philosophique », *Bulletin de la Société Française de Philosophie*, 25 mars 2000.
 - 2001, *Mathématiques pythagoriciennes et platoniciennes*, Paris : Blanchard.
- Wagner P. (éd.) 2002**, *Les philosophes et la sciences*, Paris : Gallimard.
- Wilke J., Gabaude J.-M. & Vadée M. 1997**, *Les chemins de la raison. XX^{ème} siècle : la France à la recherche de sa pensée*, préf. de B. Bourgeois, Paris : L'Harmattan.
- Wunenberger J.-J. (éd.) 2003**, *Bachelard et l'épistémologie française*, Paris : PUF.

IV. Mathématiques, histoire des mathématiques, histoire des sciences

Dictionnaire des mathématiques. Algèbre, analyse, géométrie, Paris : Encyclopaedia Universalis/Albin Michel, 1997.

Ageron P. 2000, *Logique, ensembles, catégories. Le point de vue constructif*, Paris : Ellipses.

Balibar F. 1984, *Galilée, Newton, lus par Einstein. Espace et relativité*, Paris : PUF.

- Barbin E. & Caveing M. (éds.) 1996**, *Les philosophes et les mathématiques*, Paris : Ellipses.
- Barreau H. & Harthong J. 1989**, *La mathématique non-standard*, Paris : CNRS.
- Barthélémy G. 1992**, *Newton mécanicien du cosmos*, Paris : Vrin.
- Belna J.-P. 1996**, *Le concept de nombre chez Dedekind, Cantor, Frege*, Paris : Vrin.
- Bernays P. 1941**, « Sur les questions méthodologiques actuelles de la théorie hilbertienne de la démonstration », in Gonseth 1941a, p. 144-53.
- Beeson M. J. 1985**, *Foundations of Constructive Mathematics*, Berlin-Heidelberg : Springer-Verlag.
- Bkouche R. 1990**, « Quelques remarques sur la démonstration (autour de la philosophie de Gonseth), version remaniée du même texte in *La démonstration mathématique dans l'histoire*, Besançon-Lyon : IREM 1990.
- Blanché R. & Dubucs J. 1970**, *La logique et son histoire*, Paris : Armand Colin 1996.
- Blay M. 1995**, *Les « Principia » de Newton*, Puf 1995.
- Boi L. 1995**, *Le problème mathématique de l'espace. Une quête de l'intelligible*, Berlin : Springer-Verlag.
- Bourbaki N. 1948**, « L'architecture des mathématiques », in *Le Lionnais* 1948, p. 35-47.
- **1970**, *Eléments de mathématiques*, I, *Théorie des ensembles*, Paris : Hermann.
- **1984**, *Eléments d'histoire des mathématiques*, Paris : Masson.
- Boyer C. 1949**, *The History of the Calculus and its Conceptual Development (the Concepts of the Calculus)*, New York, 1949.
- Bridges D. & Richman F. 1987**, *Varieties of Constructive Mathematics*, *London Mathematical Society – Lecture Note Series 97*, Cambridge University Press.
- Cartan H., 1977**, *Cours de calcul différentiel*, Paris : Hermann 1997.
- **1961**, *Théorie élémentaire des fonctions analytiques*, Paris : Hermann 1995.
- Chouchan N., 1999** *Les mathématiques (textes choisis)*, Flammarion.
- Chorlay R. 2003**, « L'émergence du couple local/global en théorie géométrique des fonctions : autour de *Die Idee der Riemannschen Fläche* de Hermann Weyl (1913) », texte inédit de l'exposé du Séminaire du Centre François Viète, Facultés des Sciences et des Techniques, Université de Nantes, 10 Juin 2003.
- **2004**, « L'analysis situs chez Poincaré : les limites d'une synthèse classique », Congrès SFHST Poitiers 20-22 mai 2004, inédit, à p.
- Cori R. & Lascar D. 1994**, *Logique mathématique*, I et II, Paris : Masson.
- Dahan-Dalmenico A. & Peiffer J., 1982**, *Une histoire des mathématiques. Routes et dédales*, Seuil, 1986.
- Deheuvels P. 1980**, *L'intégrale*, Paris : PUF.
- Descartes R. 1637**, *La géométrie*, Paris : Gabay 1991.
- Dieudonné J. (éd.), 1978**, *Abrégé d'histoire des mathématiques. 1700-1900*, Hermann 1996.
- Diener F. & Reeb G., 1989**, *Analyse non-standard*, Paris : Hermann.
- Dixmier J., 1981**, *Topologie générale*, Paris : PUF.
- **1976**, *Cours de mathématiques du premier cycle*, Paris : Dunod 1997.
- Edwards C. H. Jr 1979**, *The Historical Development of the Calculus*, Springer-Verlag 1982.
- Einstein A. 1956**, *La relativité*, tr. fr. M. Solovine, Paris : Payot 1995.
- **1921**, *Quatre conférences sur la Théorie de la Relativité faites à l'Université de Princeton*, tr. fr. M. Solovine, Paris : Gauthier-Villars 1964.
- Euclide**, *Eléments* (Livres I à XIII), tomes I à IV, tr. fr. et commentaires B. Vibrac, PUF 1994.
- Eynden R. V. 1999**, « Development of the Concept of homotopy », in James I. M. (éd.) 1999, *History of Topology*, Amsterdam : Elsevier Science.
- Ewald W. 1996**, *From Kant to Hilbert : a Source Book in the Foundations of Mathematics*, I et II, Oxford : Clarendon Press.
- Feynman R. 1963**, *Mécanique I*, tr. fr. G. Delacote, Paris : InterEditions 1995.
- **1965**, *Mécanique quantique*, Paris : InterEditions 1992.
- Fréchet M. 1941**, « L'analyse générale et la question de fondements », in Gonseth 1941a, p. 53-72.
- **1948**, « De l'espace à trois dimensions aux espaces abstraits », in *Le Lionnais* 1948, 121-9.

- Gauss K. F. 1827**, *Disquisitiones generales circa superficies curva (Dissertation générale sur les surfaces courbes)*, in Revue Astérisque 62, *150 Years After Gauss*, 2^{ème} éd. Par Peter Dombrowski (latin/anglais), Société Mathématique de France 1979.
- Grassmann H. G. 1844**, *La science de la grandeur extensive*, tr. fr. de *Die lineale Ausdehnungslehre*, Paris : Blanchard 1994.
- Girard J.-Y., Nagel E., Newman J. R. & Gödel K. 1989**, *Le théorème de Gödel*, Paris : Seuil.
- & **Turing A. 1995**, *La machine de Turing*, Paris : Seuil 1999.
- Godement R. 1962**, *Cours d'algèbre*, Paris : Hermann, éd. revue et augmentée 1997.
- Guénard F. & Lelièvre G. (éds.), 1982**, *Penser les mathématiques*, Paris : Seuil.
- Hilbert D. 1899**, *Les fondements de la géométrie*, tr. fr., Paris : Gabay 1991.
- **1900**, *Sur les problèmes futurs des mathématiques (Les 23 problèmes)*, tr. fr., Paris : Gabay 1990.
- Hladik J. 1997**, *Mécanique quantique*, Paris : Masson.
- Klein F. 1872**, *Le Programme d'Erlangen. Considérations comparatives sur les recherches géométriques modernes*, tr. fr. F. Russo, Paris : Gabay 1990.
- **1894**, « Riemann et son influence sur les mathématiques modernes », Discours de Vienne du 27 septembre 1894 repris comme intro. à Riemann 1898, p. xiv-xxxv.
- Krivine J.-L. 1998**, *Théorie des ensembles*, Paris : Cassini.
- Kuratowski K. & Mostowski A. 1976**, *Set Theory (with an Introduction to Descriptive Set Theory). Studies in Logic and The Foundations of Mathematics 86*, Amsterdam-New York-Oxford : North-Holland Publishing Company (1^{ère} éd. 1968).
- Le Lionnais F. (éd.), 1948**, *Les grands courants de la pensée mathématique*, Paris : Hermann 1998.
- Lehman D. & Sacré C., 1982**, *Géométrie et topologie des surfaces*, Paris : PUF.
- & **Bkouche R. 1998**, *Introduction à la géométrie*, Paris : PUF.
- Largeault J. 1972**, *Logique mathématique. Textes*, Paris : Armand Colin.
- **1992**, *Intuitionnisme et théorie de la démonstration*, Paris : Vrin.
- Michel A. 1995**, « Analyse épistémologique et histoire des mathématiques : l'invariance et la dualité dans le développement de la théorie de l'intégration », in Proust & Schwartz 1995 p. 187-210.
- Paty M. 1988**, *La matière dérobée*, Paris : Editions des Archives Contemporaines
- Pelissier A. & Tête A. 1995**, *Sciences cognitives. Textes fondateurs 1943-1950*, Paris : PUF.
- Riemann B. 1851**, *Principes fondamentaux pour une théorie générale des fonctions d'un grandeur variable complexe*. Dissertation inaugurale, Göttingen, 1851, in Riemann 1898 p. 1-60.
- **1854**, *Sur les hypothèses qui servent de fondement à la géométrie*, 1854, Mémoires de la Société royale des Sciences de Göttingen, tome XIII, 1867, in Riemann 1898 p. 280-299.
- **1857**, *Théorie des fonctions abéliennes*. Journal de Crelle, tome 54, 1857, in Riemann 1898 p. 89-164.
- **1873**, *Sur la possibilité de représenter une fonction par une série trigonométrique*, Bulletin des sciences mathématique et astronomiques, tome V, juillet 1873 (posthume), in Riemann 1898 p. 226-279.
- **1898**, *Œuvres mathématiques*, Paris : Blanchard 1995.
- Rivenc F., Rouilhan (P. de), (1992)**, *Logique et fondements des mathématiques, Anthologie 1850-1914*, Paris, Payot, 1992.
- Ruyer B. 1990**, *Logique*, Paris : PUF 1994.
- Seifert H. & Threlfall W. 1934**, *Lehrbuch der Topologie*, Teubner Verlagsgesellschaft 1934.
- Sierpinski W. 1941**, « L'axiome du choix et l'hypothèse du continu », in Gonseth 1941a, p. 125-34.
- Skolem T. 1941**, « Sur la portée du théorème de Löwenheim-Skolem », in Gonseth 1941a, p. 25-46.
- Taton R. 1951**, *L'œuvre scientifique de Monge*, Paris : PUF.
- & **Flocon A. 1963**, *La perspective*, Paris : PUF 1994 (QSJ n°1050).
- Varela F. 1993**, *Autonomie et connaissance*, Paris : Seuil.
- Wagschal C. 1995**, *Topologie et analyse fonctionnelle*, Paris : Hermann.
- Wallace A. H. 1957**, *An Introduction to Algebraic Topology*, Pergamon Press 1967.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIERES

PREAMBULE AU PREAMBULE.....	1
SOMMAIRE GENERAL.....	13
INTRODUCTION. NAISSANCE D'UN KAMPFPLATZ.....	11
Préambule.....	15
<i>I. Récurrences.....</i>	16
<i>II. De quoi l'aventure est-elle aventure ?</i>	18
a. Préliminaires kantien.....	18
b. Le délicat statut du méta-discours dialectique.....	19
<i>III. Sur la spécificité « continentale » du problème de la dialectique.....</i>	20
<i>IV. Questions de méthode.....</i>	23
a. Objet et orientations principales de cette thèse.....	23
b. Repérages méthodologiques (esquisse d'une « auto »-analyse).....	24
c. Conséquences sur la facture de la thèse.....	25
I. HEGEL : LES MATHEMATIQUES A L'EPREUVE DE LA SCIENTIFICITE DIALECTIQUE.....	29
I. L'AUFHEBUNG DU TRANSCENDANTAL.....	31
Contradictions : rapports variés entre « la » dialectique et les mathématiques.....	34
L'être « hanté » par le néant.....	39
II. LES CONTRADICTIONS STRUCTURELLES DES SCIENCES MATHÉMATIQUES.....	41
Penser et calculer.....	41
<i>I. Le nombre : détermination de l'être-pour-soi sursumé.....</i>	43
Du statut du nombre à la déficiente analyticité de l'arithmétique.....	44
1. Conception finitiste et cardinale du nombre.....	44
2. Le continu.....	45
3. L'analyticité de l'arithmétique.....	46
<i>II. La teneur conceptuelle du calcul infinitesimal.....</i>	48
La Remarque sur le concept de l'infini mathématique (1812-1832) : lecture suivie.....	48

1. Légitimation de l'examen conceptuel du calcul différentiel	50
2. Analyse des matériaux techniques de complexité croissante : fractions, séries, grandeurs variables	50
3. Opérations et procédures de négligence des infinitésimaux	54
4. Thèses centrales de la seconde remarque de l'édition de 1832	58
a. La teneur conceptuelle de la relation-de-puissance	58
b. De nouveau le quotient différentiel	60
III. GEOMETRIE ET ESPACE.....	63
<i>I. Différenciation statutaire de l'arithmétique et de la géométrie.....</i>	63
L'Idée du Connaitre et le théorème	64
<i>II. De l'espace-matériau à l'espace moment logique : un double statut</i>	66
L'analogie avec la double figure générique de l'entendement	67
Le géométrique au-delà du spatial	69
<i>III. Hegel et les transformations fondatrices de la géométrie au 19^{ème} siècle.....</i>	71
1. De la surface à la superficie	71
2. Générativisme des objets géométriques.....	71
3. Elargissement du concept de dimension.....	72
4. Sur la géométrie différentielle : approche intrinsèque et localité topologique.....	74
5. Rappel sur le continu.....	75
Vers la mécanique	76
IV. QUEL ANTI-NEWTON ?	77
Vers une mathématique spéculative ?	79
Formes mathématiques et Formes naturelles	79
<i>I. La collusion newtonienne entre formalisme mathématique et réalisme de la force</i>	80
1. Sens purement mathématique et sens physique des « forces ».....	80
2. De la double abstraction du formalisme scientifique au fétichisme de la force	83
<i>II. Au-delà du concept kantien de matière</i>	84
1. La critique hégélienne du concept kantien	84
2. L' <i>Opus Posthumum</i>	85
3. Inertie et gravité : le rasoir hégélien.....	87
4. La « bévue » sur la force centrifuge	90
a. La détermination de la force centripète	90
b. Où est l'erreur ?.....	91
<i>III. La « preuve des lois » selon « le concept de la chose ».....</i>	93
1. « Grandeur variable » et relation-de-puissance	93
2. Les premières et dernières raisons	94
3. La Preuve	96
a. Mécanique finie : la chute libre	97
b. Mécanique absolue : les lois de Kepler	98
c. Regard rétrospectif et interprétation du « Kepler contre Newton »	100

4. Le sens final du spéculatif : justifier l'observé en conceptualisant l'inconcevable.....	101
BILAN	102
Ambitieuse Mathématique.....	102
Leçons générales.....	103
II. LE PARADIGME MARXO-ENGELSIEN : UNE CONTINUITE AMBIVALENTE AVEC LE MAITRE	107
<i>Remarques préliminaires.....</i>	<i>107</i>
1. Le marxisme comme science ? Mais alors, quelle science ?.....	107
2. Marx et Engels face aux problèmes des mathématiques du 19 ^{ème} siècle.....	111
3. Lignes essentielles de l'exposé	112
I. LA PLACE DES MATHÉMATIQUES DANS LA DIALECTIQUE DE LA NATURE.....	117
1. Un nouveau « schème de l'univers ».....	117
1. Une première transformation du statut de la dialectique.....	117
a. Engels face à Hegel : une divergence de fond.....	117
b. Les « lois fondamentales » de la dialectique.....	118
2. Origine et nature de l'abstraction mathématique	119
a. Le concept de grandeur et les axiomes.....	119
b. Du fétichisme des objets mathématiques	120
3. Dialectique des infinitésimaux.....	121
a. Prototypes matériels des infinitésimaux.....	121
b. Le droit et le courbe : l'identité des contraires	122
c. Différentiation et intégration : négation et négation de la négation.....	124
2. Problèmes épistémologiques de la dialectique de la nature	124
1. Le positivisme.....	124
2. Nuances : rendons à Engels ce qui lui appartient.....	127
a. La physique comme science des formes du mouvement	128
b. Rudiments de psychologie dialectique.....	129
II. DIVERSITE DU RAPPORT DE MARX AUX MATHÉMATIQUES.....	131
1. Statut du « moment » mathématique du Capital I - §1 ?.....	132
a. Quatre niveaux conceptuels	132
b. Fonction de l'exemple de géométrie élémentaire : exposer la substance de la valeur	134
2. La fonction conceptuelle du calcul différentiel.....	136
a. La mathématisation de la plus-value relative	136
b. Le sens des dérivées chez Marx et les marginalistes	138
c. Transition vers les manuscrits mathématiques : l'analogie plus-value / différentielle.....	139
3. Sur l'histoire du calcul différentiel.....	140

a. Dialectique historique de la rationalisation	141
b. Le théorème de Taylor	143
4. La différentielle et les méthodes de différentiation : la méthode de Marx	144
a. Le cas $y = f(x)$	145
b. Le cas $y = f(x) = uz$	149
Bilan.....	150

III. AVATARS ET RENOUVEAUX MARXIENS AU 20^{EME} SIECLE : VERS LES MATHEMATIQUES COMME « SCIENCE EXPERIMENTALE » 153

<i>Brève remarque sur un chaînon essentiel : l'intervention de Lénine</i>	154
---	------------

I. MATERIALISMES DIALECTIQUES ET RATIONALISME A LA FRANÇAISE..... 157

1. Dialogues et divergences

a. Le front contre le néo-positivisme.....	157
b. Le rejet du transcendantal et du métaphysique.....	159
c. La jonction épistémologique des sciences et de l'histoire : la particularité dialectique	159
d. Elargissement dialectique du rationalisme français	161

2. Le côté obscur de la force : « l'épistémologie stalinienne »..... 162

a. La critique sartrienne d'un marxisme fossilisé devenu <i>théodicée</i>	162
i. Modalités de la naturalisation	162
ii. Une métaphysique explicative et déterministe : un nouvel essentialisme	163
b. Science bourgeoise et science prolétarienne	164

3. H. Lefebvre : le projet avorté du *Traité du matérialisme dialectique (1946-1947)*..... 166

a. Orientation générale	166
b. La « dialectisation » du moment logico-mathématique	168
c. Le sens de la « réalité » des contradictions	171

4. La réouverture contemporaine du chantier de la dialectique de la nature

1. Deux ouvrages.....	173
a. <i>Sciences et dialectiques de la nature</i> (1998).....	173
b. <i>La nature dans la pensée dialectique</i> (2001).....	175
2. Thèses centrales communes aux deux ouvrages : une fondamentale injonction paradoxale.....	176
a. Catégories philosophiques, concepts quasi-philosophiques et concepts scientifiques	176
b. Quelle logique des catégories dialectiques ?	177
c. Logique et inférences dialectiques.....	178
d. Dialectiques générale et régionales	180
3. La place du matérialisme	180
a. Divergences.....	180
b. Aséité de la nature et objectivité de la connaissance	180
c. Refondation du matérialisme et « reflet ».....	182

Bilan et ouverture : deux classes d'enjeux pour le marxisme	183
--	------------

a. Les enjeux du chantier <i>internes</i> au marxisme	183
b. L'enjeu <i>du</i> marxisme révélé par ce chantier	184
II. VERS UNE PRATIQUE THEORIQUE DE L'ÉPISTEMOLOGIE ET DE L'HISTOIRE DES MATHÉMATIQUES	187
1. Retour sur la Critique de la raison dialectique sartrienne (1960)	187
1. De l'abstrait au concret : conditions d'une anthropologie structurale et historique	187
2. La dialectique face à l'épistémologie des sciences de la nature	192
a. Quelle incompatibilité de la science et de la dialectique ?	192
b. L'intelligibilité dialectique de la démonstration mathématique	194
c. Sur les mathématiques comme emblème de la réification de la rationalité dialectique	196
2. L'école althussérienne	197
1. Processus de la pratique théorique et coupure épistémologique	198
a. De nouveau de l'abstrait au concret : sur le mode de production scientifique	198
i. L'autonomie du théorique	201
ii. Les concepts de « tout structuré à dominante » et de « surdétermination »	202
iii. Coupures, ruptures et refontes	203
b. Dévoiler la philosophie spontanée des savants	206
c. L'auto-critique de la <i>déviatio n théorici ste</i>	208
2. Mathématiques et matérialisme	210
1. Du concept scientifique à la catégorie philosophique de modèle (A. Badiou)	210
2. Les mathématiques comme <i>science expérimentale</i> (P. Raymond)	217
a. Non-représentativité du concept mathématique et objectivité sans objet	219
b. Mathématique et mathématisé : vers l'expérimentation	220
c. Les mathématiques comme procès sans sujet ni objet	222
III. SCHEMATISATION ET FORMALISATION DE LA LOGIQUE DU CONCEPT (D. DUBARLE)	225
1. Sens et justification de l'entreprise	226
2. Schématisation des régularités discursives de la logique hégélienne	227
3. Remarques sur la formalisation	229
4. La <i>pensée</i> de l'infini sous l'angle d'une algèbre logique projective	231
IV. LA BANNIERE DIALECTIQUE DU RATIONALISME FRANÇAIS	235
I. ARCHEOLOGIE DE L'ÉPISTEMOLOGIE FRANÇAISE : LA DIGESTION NEO-KANTIENNE DE L'HEGELIANISME	237
<i>Eclectiques méthodologies de la « corrélation »</i>	237
1. De Renouvier (1815-1903) à Hamelin (1856-1907)	238
2. Quelle légitimité des géométries non-euclidiennes ?	242
3. Brunschvicg (1869-1944)	248
II. LE « NON » BACHELARDIEN	253
I. Psychologie « polémique » de la connaissance scientifique	253
II. Le rationalisme inductif des mathématiques	256

1. Le réalisme mathématique, ontologie spontanée des savants.....	256
2. La posture constructive de l'approximation mathématique	263
3. L'approximation face à l'infini et au continu.....	265
4. Deux tensions dans le concept d'objet mathématique.....	269
III. Du fictionnalisme au fonctionnalisme.....	270
1. Le primat géométrique de l'opération sur l'objet.....	270
2. Fonctionnalisme et désatialisation algébriques du géométrique	276
IV. Un néo-kantisme dialectique : la pensée mathématique du réel.....	279
1. La rectification dialectique du concept : l'exemple du concept de masse.....	279
2. Nature qualitative de la relation mathématique.....	280
3. L'élévation de l'algébrique au transcendantal.....	281
Bilan : un « kantisme de la fonction ».....	283
1. Dialectiques.....	283
2. De l'anti-matérialisme au mathématisme néo-kantien	285
III. IDONEISME ET GEOMETRIE : LE PROBLEME DE L'ESPACE SELON GONSETH.....	287
I. « Stratégie d'engagement » contre « stratégie de fondement ».....	288
II. Philosophie spontanée et doctrine préalable	291
III. Réponses dialectiques au « problème de l'espace ».....	292
Exemple. La formule d'Euler $S + F - A = 2$ (1758)	294
IV. Sens et portée de l'« édification axiomatique » hilbertienne ?.....	296
1. Méthode axiomatique et formalisme	297
2. La seconde synthèse dialectique	299
3. La « dialectique de la déduction ».....	301
V. Horizons, schémas et analogie	302
1. La notion de schéma.....	303
2. Modèle et analogie	304
3. Horizons, modèles et connaissance	305
VI. Les géométries non-euclidiennes : un révélateur de l'épistémologie gonsethienne	306
1. Les géométries non-euclidiennes	306
2. Temporalité logique de la reconstruction historique	308
VII. Idonéisme et constructivisme sous la bannière dialectique.....	310
1. Logique et dialectique	310
a. La triple nature de la logique.....	310
b. De la logique à la dialectique déductive	312
2. Fécondité contemporaine et limites de l'épistémologie gonsethienne	315
a. Horizon de réalité et théorie quantique.....	316
b. Quelques limites.....	317

IV. L'AMBIVALENTE IMMANENCE D'UNE EXPERIENCE MATHEMATIQUE SANS SUJET : CAVAILLES	321
<i>I. La stratification du concept : l'« expérience » mathématique et l'intuition</i>	322
1. Paradigme et thématization : vers une rationalité sans sujet du concept	325
2. Recouvrement des designata de la « dialectique »	330
<i>II. Bilan. Le retour de quelle Idée ?</i>	332
V. LA METAMATHEMATIQUE NEO-PLATONICIENNE DE LAUTMAN : LE MAUVAIS ELEVE	335
Objectivités mathématiques	336
<i>I. Quel platonisme ?</i>	336
1. Une réinterprétation de la doctrine orale de Platon	336
a. L'Idée « problématique » comme couple de notions	337
b. Local/global. Le traitement du théorème d'analyse de Weierstrass (1886)	338
c. Intrinsèque/extrinsèque. De la géométrie différentielle à la topologie algébrique : préliminaires à un dépassement du transcendantal standard	340
d. Structure/existence. Sur la logique mathématique	343
2. Subversion dialectique de la différence ontologique : de Heidegger à Hegel	346
3. Un geste profondément hégélien	348
4. La montée vers l'absolu. Du temps dialectique dominant l'historicité théorique	349
a. Surfaces de Riemann et revêtement universel : le problème de l'uniformisation	350
i. Un exemple simple d'uniformisation : le cercle	350
ii. L'idée d'une théorie géométrique des fonctions	351
iii. Sortir le revêtement universel de sa « prison terrestre »	352
iv. Rôle de la propriété topologique de simple connexité	353
v. Représentation conforme d'une surface de Riemann sur \mathbb{C}	355
vi. Homotopie et homologie	356
b. Au-delà de Brunschvicg et autrement	357
<i>II. Refaire le Timée : la physique dominée par l'élévation du mathématique au transcendantal (bis)</i>	358
1. La « symbolisation » et l'ambiguë référence à Kant	359
Nature platonicienne du mixte et instrumentalisation du schème kantien	360
2. L'espace de Hilbert, mixte kanto-platonicien, et l'équation de Schrödinger	363
Quelques remarques informelles	363
i. Espace de Hilbert	364
ii. Base hilbertienne	364
iii. Opérateur hermitien	364
iv. Diagonalisation de la matrice associée à l'opérateur	365
v. Application à la résolution de l'équation de Schrödinger	366
vi. Probabilité de présence de la particule dans un espace fini	368
<i>III. Bourbaki lautmanien ? Structuralisme et organicisme</i>	370
Le choix de Dieudonné et l'instrumentalisation de Lautman	370
<i>Bilan : remettre Lautman sur la scène</i>	371

V. LA FACE CACHEE DE LA DIALECTIQUE : LES REFONTES DU TRANSCENDANTAL	375
I. CASSIRER : LA DOUBLE REFORME DU SCHEMATISME TRANSCENDANTAL	377
1. Une refonte nécessaire	377
a. Vers une philosophie du symbole.....	377
b. La double méthode.....	379
2. La corrélation des deux réformes	380
a. L'élévation du mathématique au transcendantal (ter)	380
b. L'élargissement du schème en symbole	384
3. D'un intuitionnisme bien tempéré à la tentation phénoménologique : H. Weyl et O. Becker	385
a. L'exigence constructive : de Hilbert à Weyl	385
b. La fondation phénoménologique du transfini par O. Becker : <i>Mathematische Existenz</i> (1927)	388
c. Cassirer, Weyl et Becker : un triangle révélateur des difficultés du transcendantal	392
II. ENRIQUES ET LA PHILOSOPHIE SCIENTIFIQUE ITALIENNE AU 20^{EME} SIECLE	395
1. F. Enriques : l'historicisation et l'élargissement de la raison kantienne.....	395
2. A. Banfi et G. Preti : la poursuite d'un kantisme travaillé par le négatif	397
3. L. Geymonat : la réinscription praxéologique de la production des savoirs positifs.....	397
III. G.-G. GRANGER HERITIER DE L'ECOLE FRANÇAISE : LE NEO-KANTISME POST-HEGELIEN ENFIN ASSUME	399
1. Le programme d'une « ergologie transcendantale ».....	399
2. L'œuvre du couple formes/contenus : la production synthétique a priori de contenus formels .	401
a. De la reprise de Cavaillès aux contenus formels	402
b. Remarque sur la « naturalité » de certains concepts mathématiques : nombre et spatialité	405
3. Du transcendantal symbolique aux « maximes » dialectiques	406
a. Rejet de la dialectique de type hégéliano-marxiste	406
b. Une « dialectique interne » des concepts, réflexive et heuristique : l'exemple de l'intégrale.....	408
c. Remarque sur le « morphologique »	411
IV. DE L'HERITIER A L'HERETIQUE : DESANTI VERITE DE L'ECOLE FRANÇAISE ?.....	413
1. Contre l'intériorisation : sur le sens de l'usage de la méthode phénoménologique	413
a. La problématique épistémologique	414
b. La méthode phénoménologique	414
c. La tension entre l'époché et son recouvrement	416
2. De Cavaillès à une praxis absente : un non-dit polyphonique	417
a. Thèmes structuralistes et dialectiques.....	417
b. Géométriser la temporalité mathématique ou la réinscrire dans une praxis désobjectivée ?	419

CONCLUSIONS. LA DIALECTIQUE PEUT-ELLE ENCORE CASSER DES BRIQUES ?	423
<i>I. Bilan général.....</i>	<i>423</i>
<i>II. Sept thèses sur : pourquoi et comment poursuivre l'aventure ?.....</i>	<i>425</i>
<i>III. « Entamer l'inertie » (Desanti).....</i>	<i>431</i>
a. L'épreuve de la résistance	431
b. La praxis mathématique : activité constituante et corpus constitué	433
c. Formalisme dialectique du procès scientifique entendu comme pratique théorique	434
Les « patterns » du procès scientifique	434
d. Du pratico-inerte à la téléonomie des savoirs scientifiques	438
<i>IV. Réinscription du motif transcendantal dans la téléonomie des formations théoriques</i>	<i>441</i>
Sur le lieu de la question cognitive	441
<i>V. Au-delà du caractère fétiche de l'objet mathématique : « connaître mathématiquement que p »</i>	<i>443</i>
a. Du paradoxe de la connaissance mathématique	443
b. Définition computo-idéelle de connaître que p, c'est-à-dire de « p est vrai »	444
c. Remarque sur le constructif	448
<i>VI. « L'aventure, c'est l'aventure » (J.-P. S.).....</i>	<i>449</i>
INDEX DES NOMS	449
BIBLIOGRAPHIE.....	459
TABLE ANALYTIQUE DES MATIERES.....	475

