



**HAL**  
open science

# Instabilités dans un milieu granulaire : tôle ondulée sur un lit de sable, et ségrégation au sein des astéroïdes lâches

Charles-Edouard Lecomte

► **To cite this version:**

Charles-Edouard Lecomte. Instabilités dans un milieu granulaire : tôle ondulée sur un lit de sable, et ségrégation au sein des astéroïdes lâches. Physique [physics]. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSEN024 . tel-01902750

**HAL Id: tel-01902750**

**<https://theses.hal.science/tel-01902750v1>**

Submitted on 23 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Numéro National de Thèse : 2018LYSEN024

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON

opérée par

**l'École Normale Supérieure de Lyon**

**École Doctorale N°52**

**École Doctorale de Physique et Astrophysique de Lyon**

**Discipline : Physique**

Soutenue publiquement le 13/07/2018 par :

**Charles-Édouard LECOMTE**

---

**Instabilités dans un milieu granulaire : tôle ondulée  
sur un lit de sable, et ségrégation au sein des  
astéroïdes lâches.**

---

Devant le jury composé de :

AMON, Axelle	Maître de conférences	Université de Rennes	Rapporteuse
BARENTIN, Catherine	Professeure	Université Lyon 1	Examinatrice
CLAUDIN, Philippe	Directeur de recherche	CNRS – ESPCI	Rapporteur
DUMARESQ SOBRAL, Yuri	Professor	Universidade de Brasília	Examineur
TABERLET, Nicolas	Maître de conférences	Université Lyon 1 – ÉNS de Lyon	Directeur



# Résumé

## **Instabilités dans un milieu granulaire : tôle ondulée sur un lit de sable, et ségrégation au sein des astéroïdes lâches.**

Cette thèse, composée de deux parties, porte sur l'étude d'instabilités au sein d'un milieu granulaire.

La première partie de cette thèse est consacrée à l'instabilité de tôle ondulée, c'est-à-dire l'apparition d'un motif de rides sur une piste soumise au passage répété de véhicules. Nos travaux expérimentaux ainsi que des simulations numériques de dynamique moléculaire nous ont permis de progresser dans la compréhension de ce phénomène. Pour une roue rigide tirée à vitesse constante, nous avons étudié quantitativement l'impact de la cohésion du milieu granulaire sur les caractéristiques de l'instabilité : vitesse critique, longueur d'onde et taux de croissance. Nous avons enfin entrepris des études préliminaires sur un fluide à seuil simple : un microgel de carbopol.

Dans la seconde partie, nous étudions la ségrégation granulaire au sein des astéroïdes lâches. Plusieurs indices montrent qu'un grand nombre d'entre eux sont des empilements de grains, sans cohésion interne et liés par la gravité. Leur répartition n'est pas homogène, avec des zones lisses recouvertes de fines poussières et d'autres où s'accumulent les gros blocs. Nous avons simulé numériquement un empilement granulaire et nous l'avons soumis à des secousses répétées : nous avons réussi à reproduire la ségrégation. Nous avons étudié l'influence des paramètres physiques et numériques sur le niveau de ségrégation et la dynamique du phénomène. Nous nous sommes aussi intéressés aux phénomènes physiques pouvant causer la ségrégation : convection granulaire, tamisage cinétique, pression de déplétion, etc. Enfin, nous avons mis en évidence une instabilité azimutale qui peut expliquer les observations faites pendant les missions spatiales.

**Mots-clés :** Milieux granulaires, instabilités, tôle ondulée, milieux granulaires cohésifs, fluides à seuil, dynamique moléculaire, ségrégation, astéroïde lâche.



# Abstract

## **Instabilities in a granular material : washboard road on a sand bed, and segregation into rubble-pile asteroids.**

This thesis, consisting of two parts, is focusing on instabilities into a granular assembly.

The first part deals with washboard road instability, which is the growth of a ripple pattern on a track subjected to repeated passages of vehicles. Our experimental work as well as soft spheres numerical simulations provide us a better understanding of this phenomenon. In the case of a rigid wheel dragged at constant velocity, we quantitatively studied the impact of the cohesion into the granular media on the main features of the instability : critical velocity, wavelength and growth rates. Finally, we have begun preliminary studies on a yield stress fluid, namely a carbopol microgel.

The second part is devoted to the granular segregation in asteroids. Several keys show that a significant part of them are rubble-piles, without internal cohesion and held together by their weak self-gravity. The distribution of grains is heterogeneous : while some regions consist in fine sand or powder, large boulders seem to accumulate in other parts. We numerically simulated a granular pile and subjected it to repeated quakes : we managed to reproduce segregation. We studied the influence of physical and numerical parameters on the segregation level and the dynamics of the phenomenon. We also investigate various causes of the segregation : granular convection, kinetic sieving, depletion pressure, etc. Finally, we highlighted an azimuthal segregation which can explain observations during spatial missions.

**Keywords :** Granular material, instability, washboard road, cohesive granular material, yield stress fluid, molecular dynamics, segregation, rubble-pile asteroid.

# Remerciements

Je voudrais d'abord remercier mon directeur de thèse Nicolas Taberlet pour son encadrement durant ces trois années de thèse. Tes nombreux bricolages au petit atelier ont permis de vite lancer ma manip sur de bons rails. Merci également pour m'avoir proposé de très belles opportunités, comme l'étude des astéroïdes qui constituera finalement la moitié de ce manuscrit, et le voyage au Brésil. Merci enfin de m'avoir laissé passer une part significative de mon temps à l'enseignement.

Je souhaite ensuite remercier les membres du jury qui ont accepté d'examiner mon travail : Axelle Amon et Philippe Claudin pour avoir relu attentivement mon manuscrit, Catherine Barentin (aussi pour ses qualités d'enseignante!) et Yuri Dumaresq Sobral. La séance de discussions qui a suivi la soutenance fut intéressante et fructueuse.

Je souhaite remercier tout particulièrement Yuri pour son accueil au Brésil. J'ai beaucoup appris scientifiquement au cours de ce projet, mais tu as aussi su partager et me transmettre l'amour de ton pays. Je garderai un très bon souvenir de ce séjour.

Un grand merci à ceux avec qui j'ai partagé mes sept années à Lyon. Tout d'abord Vincent, binôme de TP, puis d'agrégé avant d'être compagnon d'exil au LR4 quelques années après, pour les discussions nombreuses et – très – variées, les soirées Perudo et ces p\*\*\*\* de TP. Merci aussi à Valentin, d'un enthousiasme communicatif (même si de courte durée parfois!). J'espère que la distance entre ces *villes idéales* que sont Montbéliard, Amiens et Bourq-en-Bresse ne nous empêchera pas de se voir de temps en temps. Merci aussi à Quentin (qui n'a pas encore fini de casser des photons), revenu à Lyon après deux ans passés à l'École-Normale-Supérieure-la-seule-la-vraie.

Je voudrais ensuite remercier l'ensemble des membres du laboratoire : permanents, doctorants, post-doctorants et stagiaires pour la bonne ambiance qui y règne. Merci en particulier à la team 11h40 : Vincent, Valentin, Jérôme, Raphaël (fameux membres du groupe-dont-on-ne-peut-pas-prononcer-le-nom), Yannick (pour les discussions variées, de la relativité au capitalisme, en passant par les quaternions et la géométrie du triangle), Grimaud, Samuel B. (*aka* monsieur le Président du Labo Junior), Alex (que j'ai fini par doubler sur Duolingo), Lucas, Laura, Samuel A., Hélène, Thibaut, Pauline, Géraldine, Baptiste, David, Richard. Je n'oublie pas aussi les plus anciens, partis sous d'autres ciels ou déjà revenus : Antoine, Arnaud, Brice, Daniele, Jean-Yo, Michel, Pierre, Robin, Maxime (merci pour les cours et les nombreux conseils pour l'année prochaine!).

Je tiens également à remercier l'équipe technique d'informatique, d'électronique et de mécanique et le secrétariat pour leur présence, leur efficacité et leur bonne humeur.

Merci aussi à Thierry, directeur du laboratoire, pour son souci permanent de l'ambiance au laboratoire, et en particulier du bien-être des doctorants.

Je voudrais également remercier les différents cobureaux de mon stage de M2 jusqu'à la fin de cette thèse : Céleste (qui pourra constater page 22 que je ne suis pas allé au Brésil pour rien!), Sébastien (et son enthousiasme à tout épreuve), Alexandre, Delphine, Marine (permettant de maintenir l'emprise de l'équipe B sur la mezzanine du washboard), Samuel A. et enfin Jérémy.

Merci aux nombreux membres du lobby cycliste du laboratoire : Philippe (maintenant que je vais partir de Lyon, tu pourras récupérer tous tes PR des monts du Lyonnais!), Thierry (pour les très (trop!) longs tours sur les exigeantes routes alpines et jurassiennes), Thibaut, Alexandre, Marine, Marius, Stéphane, Thomas, Yvan et Basile.

L'enseignement a également occupé une part importante de ma thèse. Merci à Sébastien, Sylvain, Francesca et Nicolas (encore) pour m'avoir proposé des enseignements variés et très intéressants. Je tiens donc à remercier les agrégatifs 2016 à 2018, pour leur intérêt, leurs questions, et tout simplement pour m'avoir fait progresser comme physicien et comme enseignant. Merci de nouveau à Vincent, Valentin et Grimaud pour ce long, parfois pénible, mais intéressant travail de réécriture des fascicules de TP. Merci enfin à l'équipe technique du département de physique : Adrien, Benoît, Christian et Jacques pour leur disponibilité et leur sympathie.

Merci aux deux stagiaires que j'ai eu le plaisir d'encadrer : Ariane (en particulier pour s'être pris des coups de jus à ma place chez nos voisins presque biologistes) et Hugo (qui lui aussi, fait de l'astrophysique après avoir étudié la tôle ondulée, décidément!).

Je remercie aussi l'équipe organisant la fête de la science, celle du laboratoire de physique : Caroline et Audrey et le laboratoire Junior de géophysique.

Merci enfin à mes parents et mes frères, qui sont venus assister à ma soutenance malgré la moisson et les embouteillages lyonnais, pour leur soutien permanent sur lequel je peux toujours compter.





# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>3</b>
<b>Abstract</b>	<b>5</b>
<b>Avant-propos</b>	<b>13</b>
<b>I Introduction générale</b>	<b>15</b>
<b>1 Milieux granulaires</b>	<b>17</b>
1.1 Définition . . . . .	18
1.2 Forces à l'échelle du grain . . . . .	18
1.2.1 Répulsion élastique et dissipation . . . . .	19
1.2.2 Frottement solide . . . . .	20
1.2.3 Cohésion capillaire . . . . .	22
1.2.4 Autres interactions . . . . .	26
1.3 Empilements solides et plasticité . . . . .	27
1.3.1 Empilements statiques . . . . .	27
1.3.2 Plasticité . . . . .	28
1.3.3 Milieux cohésifs . . . . .	31
1.4 Ségrégation dans les milieux granulaires . . . . .	32
1.4.1 Introduction . . . . .	32
1.4.2 Ségrégation sous vibrations verticales . . . . .	34
1.4.3 Ségrégation dans les écoulements . . . . .	36
1.4.4 Force de déplétion . . . . .	39
1.4.5 Conclusion . . . . .	42
<b>II Instabilité de tôle ondulée</b>	<b>45</b>
<b>2 État de l'art</b>	<b>47</b>
2.1 Présentation du phénomène . . . . .	48
2.2 Premières expériences . . . . .	49
2.3 Études préliminaires à la thèse . . . . .	51
2.3.1 Dispositifs expérimentaux et premiers résultats . . . . .	51
2.3.2 Mesures de forces et analyse de stabilité linéaire . . . . .	54
2.4 Instabilités analogues . . . . .	56
2.4.1 Usure ondulatoire des rails . . . . .	56

2.4.2	Rides et dunes . . . . .	58
2.4.3	Autres instabilités . . . . .	60
2.5	Conclusion et objectif du travail . . . . .	61
<b>3</b>	<b>Méthodes expérimentales et numériques</b>	<b>63</b>
3.1	Méthodes expérimentales . . . . .	64
3.2	Plasticité des milieux granulaires humides . . . . .	68
3.2.1	Principe général . . . . .	68
3.2.2	Mesures expérimentales . . . . .	69
3.2.3	Interprétation . . . . .	70
3.3	Méthodes numériques . . . . .	72
3.3.1	Introduction . . . . .	72
3.3.2	Description générale . . . . .	73
3.3.3	Forces de contact entre grains . . . . .	74
3.3.4	Intégration des équations . . . . .	78
3.3.5	Spécificité des simulations de tôle ondulée . . . . .	78
<b>4</b>	<b>Instabilité de tôle ondulée sur les milieux granulaires humides</b>	<b>81</b>
4.1	Étude expérimentale de l'instabilité . . . . .	82
4.1.1	Description du phénomène . . . . .	82
4.1.2	Taux de croissance et vitesse critique . . . . .	86
4.2	Étude numérique de l'instabilité . . . . .	90
4.3	Influence de la cohésion . . . . .	95
4.3.1	Sur la vitesse critique . . . . .	95
4.3.2	Sur la longueur d'onde . . . . .	98
4.3.3	Sur le temps de croissance du phénomène . . . . .	99
4.3.4	Conclusion . . . . .	100
4.4	Étude préliminaire : rôle de la ségrégation dans l'instabilité de tôle ondulée	101
4.4.1	Méthodes expérimentales . . . . .	101
4.4.2	Observations . . . . .	102
<b>5</b>	<b>Instabilité de tôle ondulée sur les fluides à seuil</b>	<b>105</b>
5.1	Introduction . . . . .	106
5.1.1	Motivations . . . . .	106
5.1.2	Fluides non newtoniens . . . . .	106
5.2	Rhéologie des fluides à seuil . . . . .	107
5.2.1	Protocole de fabrication du gel de carbopol . . . . .	107
5.2.2	Mesures rhéologiques . . . . .	108
5.3	Observations expérimentales . . . . .	112
5.4	Conclusion et perspectives . . . . .	116
<b>III</b>	<b>Ségrégation granulaire au sein des astéroïdes lâches</b>	<b>117</b>
<b>6</b>	<b>État de l'art</b>	<b>119</b>
6.1	Planètes et petits corps . . . . .	120
6.2	Population et emplacement des astéroïdes . . . . .	121

6.3	Formation des astéroïdes . . . . .	123
6.4	Composition et propriétés des petits corps . . . . .	123
6.4.1	Composition chimique . . . . .	123
6.4.2	Propriétés physiques . . . . .	124
6.5	Dynamique des astéroïdes . . . . .	126
6.6	Ségrégation granulaire au sein des astéroïdes . . . . .	129
6.6.1	Observations spatiales . . . . .	129
6.6.2	Premières tentatives de modélisation . . . . .	130
6.6.3	Objectifs . . . . .	132
<b>7</b>	<b>Simulation numérique de la ségrégation dans les astéroïdes</b>	<b>133</b>
7.1	Démarche adoptée . . . . .	134
7.2	Méthodes numériques . . . . .	134
7.3	Résultats numériques . . . . .	140
7.3.1	Observation de la ségrégation . . . . .	140
7.3.2	Quantification du phénomène : degré de ségrégation . . . . .	142
7.3.3	Robustesse du phénomène et dépendance en l'état initial . . . . .	144
7.3.4	Étude de l'influence des paramètres physiques et numériques . . . . .	146
7.3.5	Instabilité secondaire azimutale . . . . .	151
7.4	Mécanisme de ségrégation . . . . .	154
7.4.1	Trajectoires des grains . . . . .	155
7.4.2	Pression de déplétion . . . . .	164
7.5	Simulations d'astéroïdes à trois dimensions . . . . .	167
7.6	Conclusion . . . . .	169
7.7	Perspectives de ce travail . . . . .	170
	<b>Conclusion</b>	<b>173</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>177</b>



# Avant-propos

*Que sait du désert celui qui ne  
regarde qu'un grain de sable ?*

---

Erik ORSENNA.

Cette thèse est une thèse expérimentale et numérique étudiant plusieurs aspects liés à la dynamique d'empilements granulaires.

Ce manuscrit est composé de trois parties et sept chapitres.

- La partie **I** est consacrée à une revue sur les milieux granulaires et correspond au chapitre 1. Après avoir défini ceux-ci et listé les interactions à l'échelle du grain, nous présentons succinctement leur comportement mécanique, en particulier le problème de leur plasticité. Nous présentons enfin les caractéristiques générales de la ségrégation granulaire au sein d'empilements granulaires polydisperses.
- La partie **II** traite de l'instabilité de tôle ondulée. Après avoir passé en revue la littérature spécifique sur le sujet au chapitre 2, nous présentons les résultats originaux obtenus au cours de cette thèse. Les méthodes expérimentales et numériques utilisées sont présentées au chapitre 3. Nous détaillons au chapitre 4 l'influence de la cohésion sur les caractéristiques de l'instabilité de tôle ondulée. Enfin, au chapitre 5, nous décrivons comment caractériser les fluides complexes et présentons les résultats préliminaires obtenus sur un gel de carbopol.
- La partie **III** est consacrée à l'étude de la ségrégation granulaire au sein des astéroïdes lâches (ou agrégats gravitationnels). Nous rappelons l'origine et les caractéristiques des astéroïdes au chapitre 6. Au chapitre 7, nous présentons les résultats obtenus à l'aide des simulations numériques d'astéroïdes lâches, avant d'explorer les phénomènes physiques pouvant être à l'origine des observations.



**Première partie**  
**Introduction générale**





# Milieux granulaires

*La physique des milieux granulaires  
n'est pas une physique coûteuse mais  
c'est une physique soigneuse.*

---

Pierre-Gilles DE GENNES.

## Sommaire

---

1.1	Définition . . . . .	<b>18</b>
1.2	Forces à l'échelle du grain . . . . .	<b>18</b>
1.2.1	Répulsion élastique et dissipation . . . . .	19
1.2.2	Frottement solide . . . . .	20
1.2.3	Cohésion capillaire . . . . .	22
1.2.4	Autres interactions . . . . .	26
1.3	Empilements solides et plasticité . . . . .	<b>27</b>
1.3.1	Empilements statiques . . . . .	27
1.3.2	Plasticité . . . . .	28
1.3.3	Milieux cohésifs . . . . .	31
1.4	Ségrégation dans les milieux granulaires . . . . .	<b>32</b>
1.4.1	Introduction . . . . .	32
1.4.2	Ségrégation sous vibrations verticales . . . . .	34
1.4.3	Ségrégation dans les écoulements . . . . .	36
1.4.4	Force de déplétion . . . . .	39
1.4.5	Conclusion . . . . .	42

---

## 1.1 Définition

On appelle milieu granulaire un matériau constitué d'un assemblage de particules solides et rigides en interaction, de taille supérieure à la centaine de micromètres [Guyon et Troadec, 1994, Duran, 1997]. En dessous, on préférera parler de poudres dans lesquelles les interactions de Van der Waals deviennent importantes. Pour des tailles encore inférieures, l'agitation thermique devient prépondérante et on parle de colloïdes.

Les grains qui constituent un tel milieu peuvent être de nature et de taille très variées : quelques exemples sont présentés sur la figure 1.1. L'une des principales motivations de l'étude des milieux granulaires est leur omniprésence tant dans la nature (dunes, plages, éboulis, avalanches mais aussi les anneaux de Saturne, les astéroïdes) que dans l'industrie (céréales, sable de construction, médicaments, etc.). On estime que 50 % des produits vendus dans le monde mettent en jeu des matériaux granulaires [Bates, 2006].

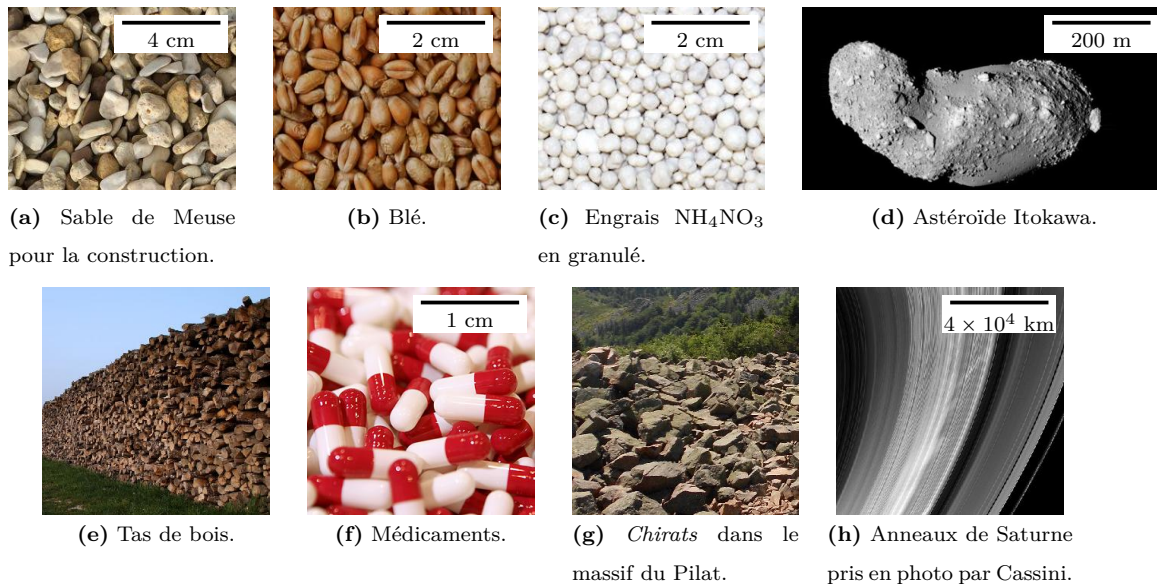


FIGURE 1.1 – Les milieux granulaires sont très divers.

La description des milieux granulaires fait l'objet depuis une trentaine d'année d'un regain d'intérêt. Leur description est complexe en particulier car le nombre de particules est très grand. Dans 1 kg de sucre en poudre, il y a environ 1 milliard de grains de sucre : ce nombre est très éloigné du nombre de particules que l'on peut simuler numériquement. De plus, la granularité a une influence cruciale sur leur comportement et il est parfois impossible d'adopter une approche en termes de milieu continu. Enfin, même si les interactions entre grains sont globalement bien décrites, elles demeurent complexes et fortement non linéaires.

## 1.2 Forces à l'échelle du grain

Entre deux grains secs en contact, de façon générale, la force de réaction d'un grain sur l'autre se décompose en deux parties : une composante normale et une composante

tangentielle. L'origine physique de ces forces est multiple et dépend de nombreux paramètres : géométrie à l'échelle microscopique, état physico-chimique des surfaces, propriétés mécaniques locales des surfaces, etc. Cependant, pour des grains secs de taille suffisante, ce sont la répulsion élastique et le frottement solide qui dominent. Nous verrons ensuite que dans le cas d'un milieu granulaire humide, les forces de cohésion d'origine capillaire peuvent être importantes.

### 1.2.1 Répulsion élastique et dissipation

On considère d'abord la répulsion élastique entre deux grains sphériques pressés l'un contre l'autre par une force  $F_N$  (voir figure 1.2a). Par un raisonnement qualitatif, on peut obtenir la loi reliant la force pressante  $F_N$  à l'écrasement  $\delta$ .

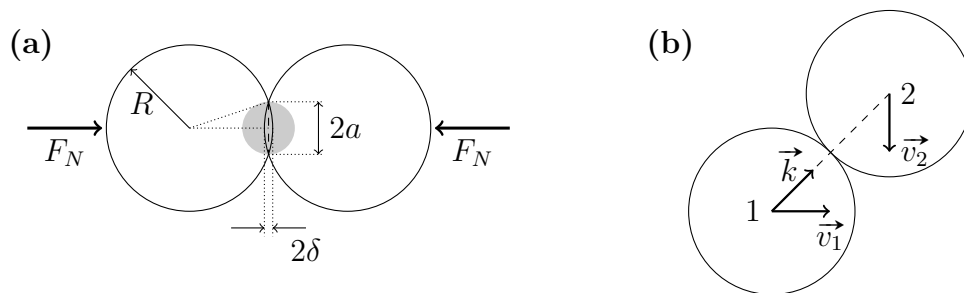


FIGURE 1.2 – (a) Schéma du contact élastique entre deux sphères. Les déformations sont localisées dans la zone grisée de taille  $a$ . (b) Collision quelconque entre deux sphères.

On part de la relation géométrique  $(R - \delta)^2 + a^2 = R^2$ . Pour des petites déformations, à l'ordre le plus bas en  $\delta$ , on obtient

$$a^2 = 2R\delta. \quad (1.1)$$

Par ailleurs, la relation entre la contrainte  $\sigma$  et la déformation  $\varepsilon$  est donnée par la loi de Hooke  $\sigma = E\varepsilon$ . La contrainte  $\sigma$  s'exprime comme  $F/a^2$  et la déformation comme  $\delta/a$  (la déformation est localisée sur une longueur typique  $a$ ) d'où :

$$F_N = a^2 E \frac{\delta}{a} \approx E\sqrt{R\delta} \delta. \quad (1.2)$$

La dépendance de la force en fonction de l'écrasement n'est pas linéaire : plus la force est importante, plus la raideur apparente du milieu augmente. Cela provient du fait que la surface de contact évolue avec l'écrasement.

Ce problème peut être résolu de façon exacte dans le cas de deux sphères, de rayon  $R$ , de module d'Young  $E$  et de coefficient de Poisson  $\nu$ , et on peut connaître complètement l'état des contraintes [Landau et Lifshitz, 1967]. Le calcul exact donne pour la force de répulsion

$$F_N = \frac{E\sqrt{2R}}{3(1-\nu^2)} \delta^{3/2}. \quad (1.3)$$

Pour des billes de verre, de module d'Young  $E \approx 7.10^{10}$  Pa, de coefficient de Poisson  $\nu \approx 0,25$ , et de rayon  $R = 0,5$  mm, soumis à un masse de  $1 \text{ g}$ <sup>1</sup>, la déformation est de

1. Cela correspond à une contrainte typique de l'ordre de  $10^5$  Pa, c'est-à-dire celle existant en dessous d'un tas de sable de quelques mètres de hauteur.

10 nm. Cet ordre de grandeur est bien inférieur à la taille des rugosités que l'on observe sur une sphère. Ceci pourrait remettre en cause l'utilisation de la loi de Hertz mais celle-ci reste expérimentalement valide. En particulier, la non-linéarité permet la propagation d'ondes acoustiques solitaires dans les milieux granulaires [Nesterenko, 1983] et ceci a été vérifié expérimentalement [Coste *et al.*, 1997] (pour des billes d'acier de 4 mm, la compression due au poids est de 25 nm, les rugosités étant de l'ordre de 2  $\mu\text{m}$ ).

Dans le cas d'un contact entre deux cylindres, la relation entre la force et la déformation est linéaire. Là encore, le calcul exact est réalisable, et on obtient pour un cylindre de longueur  $L$  et de rayon  $R$  :

$$F_N = \frac{\pi E}{4(1 - \nu^2)} L \delta. \quad (1.4)$$

On constate désormais que la force de répulsion est proportionnelle au recouvrement  $\delta$ , la raideur d'un grain cylindrique apparaît constante.

Dans le cas d'écoulements de grains, il peut exister des collisions entre particules. L'expérience montre qu'une collision entre grains s'accompagne de la dissipation d'une partie de l'énergie cinétique lors de la collision. Les phénomènes physiques à l'origine de cette perte d'énergie sont nombreux : atténuation des ondes de vibration, viscoélasticité, fracture, déformation plastique [Johnson, 1987]. On peut prendre en compte de façon phénoménologique la dissipation en définissant le coefficient de restitution, noté  $e$ , tel que :

$$(\vec{v}'_2 - \vec{v}'_1) \cdot \vec{k} = -e (\vec{v}_2 - \vec{v}_1) \cdot \vec{k}, \quad (1.5)$$

où  $\vec{v}_1, \vec{v}_2$  désignent les vitesses des deux grains avant impact,  $\vec{v}'_1, \vec{v}'_2$  les vitesses après l'impact, et  $\vec{k}$  le vecteur unitaire joignant les centres des deux billes (voir figure 1.2b). Le coefficient de restitution est tel que  $0 \leq e < 1$ .

Le coefficient de restitution, en plus de dépendre de la nature des grains impliqués dans la collision, peut dépendre de la vitesse d'impact, de l'angle, de la rotation propre des grains [Foerster *et al.*, 1994]. Des modélisations de la viscoélasticité [Kuwabara et Kono, 1987] ou de la plasticité du milieu [Thornton, 1997] peuvent permettre de comprendre la dépendance du coefficient de restitution en fonction de ces paramètres de la collision, en particulier des vitesses d'impact. Cependant, l'approximation d'un coefficient de restitution constant est souvent suffisante pour décrire la plupart des phénomènes.

### 1.2.2 Frottement solide

La composante dominante dans la force tangentielle est le frottement solide entre les grains. La compréhension du frottement solide est un problème complexe, faisant intervenir de nombreux paramètres : élasticité du substrat, plasticité, fractures [Israelachvili, 2011]. Cependant, on peut le décrire de façon macroscopique et approchée par les lois d'Amontons-Coulomb (voir figure 1.3a).

- Partant du repos, il faut que la norme de la réaction tangentielle  $|\vec{F}_T|$  atteigne  $\mu_s |\vec{F}_N|$ , pour mettre en mouvement un grain par rapport à l'autre ( $\vec{F}_N$  est la réaction normale). En l'absence de glissement, la réaction tangentielle est *a priori* indéterminée. Seule l'inégalité  $|\vec{F}_T| \leq \mu_s |\vec{F}_N|$  est vérifiée.

— Lorsqu'il y a glissement,  $|\vec{F}_T| = \mu_d |\vec{F}_N|$ .

Les coefficients  $\mu_s$  et  $\mu_d$ , nommés respectivement coefficients de frottement statique et dynamique, sont des constantes qui ne dépendent que de la nature des solides en contact. En particulier, ils ne dépendent ni de la vitesse, ni de l'aire des surfaces en contact. Typiquement  $0,1 < \mu_d < \mu_s < 1$ . L'inégalité  $\mu_d < \mu_s$  peut donner lieu à un phénomène de collé-glissé, ou *stick-slip*, qui est un exemple typique d'oscillations de relaxation [Andreotti *et al.*, 2012].

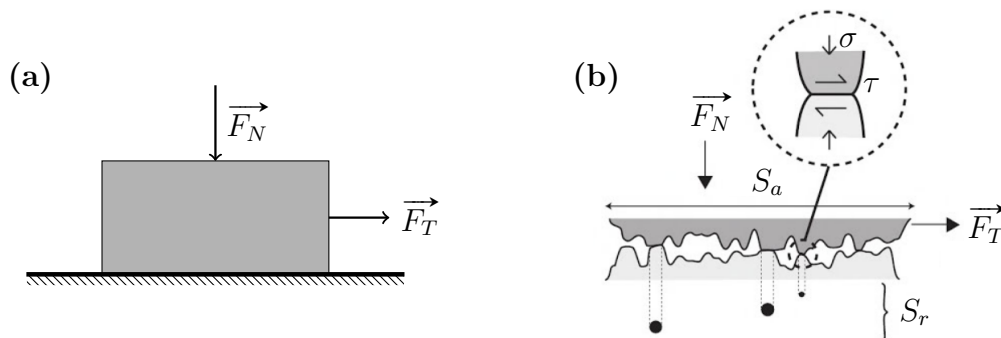


FIGURE 1.3 – (a) Notation pour la formulation des lois d'Amontons-Coulomb. (b) Schéma d'un contact entre deux surfaces rugueuses, tiré de [Andreotti *et al.*, 2012].

Il est possible d'interpréter ces faits en utilisant le modèle de Bowden et Tabor [Bowden et Tabor, 1950] : le contact entre deux solides ne se fait pas sur l'ensemble de la surface  $S_a$  mais uniquement sur les aspérités les plus proches (figure 1.3b). Plus la force normale est élevée, plus l'aire de contact réelle  $S_r$  est élevée. La relation linéaire entre l'aire de contact réelle entre les solides et la force normale est vérifiée expérimentalement [Dieterich et Kilgore, 1994]. Si la contrainte tangentielle  $\tau$  à exercer au niveau de ces contacts microscopiques ne dépend pas de la contrainte normale  $\sigma$ , on retrouve les lois d'Amontons-Coulomb. Au niveau microscopique, l'existence d'une friction peut s'expliquer par la présence d'une rugosité à franchir par déformation plastique ou une force d'adhésion à rompre.

Les lois d'Amontons-Coulomb offrent une première description satisfaisante du frottement solide, mais le phénomène est en réalité plus complexe. En particulier, si la force normale est très élevée, la friction sature (les aspérités sont dans ce cas complètement écrasées). On observe également une dépendance du coefficient de frottement statique avec le temps de contact (typiquement selon une loi logarithmique [Baumberger, 1997]) et celle du coefficient de frottement dynamique avec la vitesse de traction [Persson, 2000].

Lorsqu'il n'existe pas de mouvement relatif entre deux solides, la force de friction n'est pas connue, nous n'avons *a priori* qu'une borne supérieure. On peut considérer l'exemple simple schématisé en figure 1.4 : l'écriture de l'équilibre des forces (deux équations) et des moments (une équation) ne permet pas d'obtenir la valeur des forces de frottement solide, même dans cet exemple à la géométrie très simple. Même si dans certains cas, on peut calculer la force de friction par l'équilibre des forces, dans la plupart des empilements granulaires, le calcul complet de la force de friction ne peut être fait qu'en connaissant l'histoire du système.

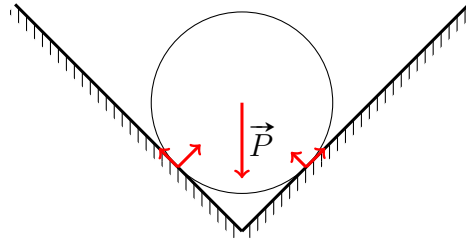


FIGURE 1.4 – L’écriture des conditions d’équilibre mécanique de la bille ne permet pas d’obtenir la valeur des forces de frottement solide.

### 1.2.3 Cohésion capillaire

Les forces de frottement et de répulsion élastique prédominent dans la plupart des milieux granulaires secs. Cependant, il peut exister des forces attractives entre les grains. Celles-ci peuvent être de nature électrostatique (par triboélectricité), c’est surtout le cas lorsque l’on considère des milieux granulaires sous atmosphère sèche, et ces effets deviennent prédominants lorsque les grains sont assez petits.

*A contrario*, lorsque l’atmosphère est humide, il peut y avoir condensation d’eau au niveau du contact entre deux grains (voir figure 1.5a) : il y a alors la formation d’une structure nommée **pont capillaire**, induisant une force de cohésion entre les grains. Ce phénomène est bien connu des plagistes pour la construction de châteaux de sables.

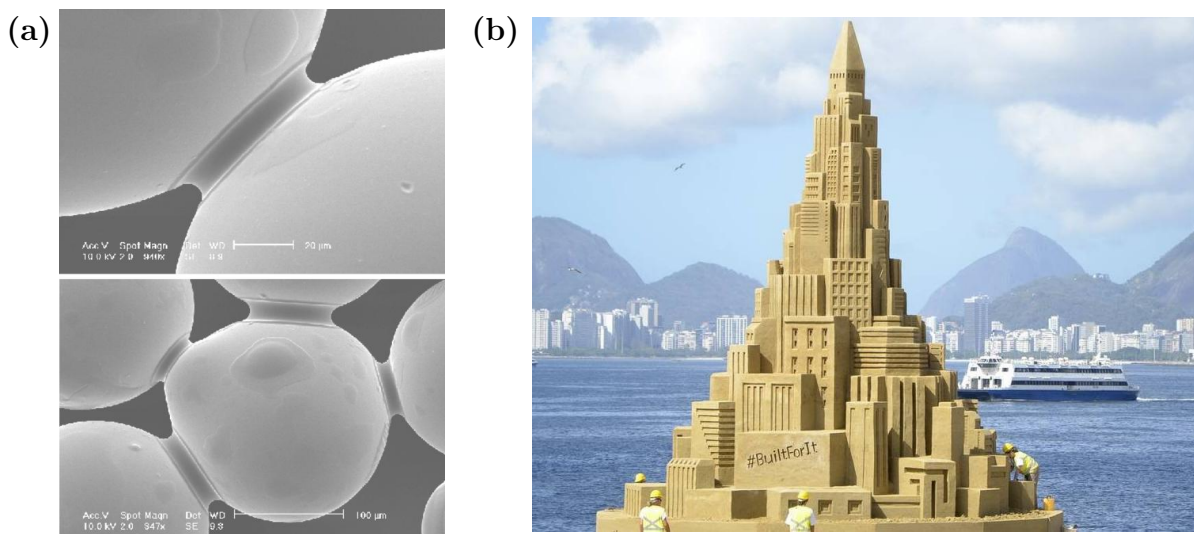


FIGURE 1.5 – (a) Photographie au MEBE de ponts capillaires entre des billes de verre au sein d’un milieu granulaire humidifié (concentration en eau : autour de 1% en volume). Source : [Condotta, 2005]. (b) Photographie du plus haut château de sable (12 m) construit à Niterói, dans la baie de Rio de Janeiro. Source : oglobo.com.

**Force de cohésion entre deux sphères.** La force de cohésion résulte de la force linéique de tension de surface exercée sur la ligne triple air/eau/solide, mais surtout de la dépression de Laplace régnant dans le pont capillaire et résultant de la courbure négative du pont capillaire. Pour estimer la force de cohésion agissant entre deux grains, considérons le pont capillaire entre deux grains parfaitement sphériques, schématisé en figure 1.6.

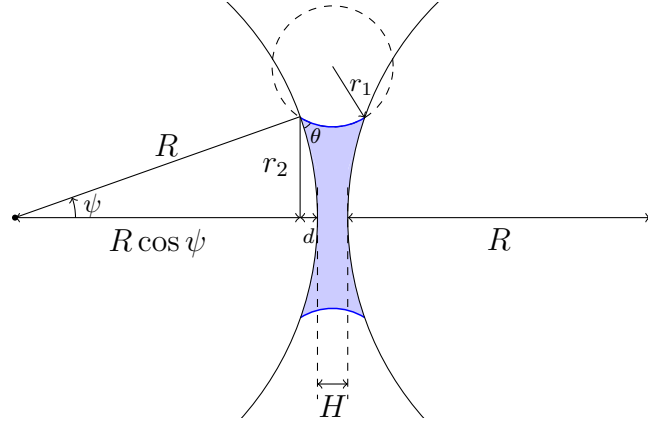


FIGURE 1.6 – Schéma du pont capillaire.

La force de cohésion est la somme de la tension de ligne et de la force résultant de la dépression de Laplace [De Gennes *et al.*, 2005]. On suppose que le ménisque présente une invariance par rotation autour de l'axe joignant les deux grains et que le pont capillaire est un arc de cercle de rayon  $r_1$  (ceci est vrai si les deux grains sont assez proches, sinon le pont capillaire a une forme de caténoïde). Ainsi la force de cohésion s'exprime comme

$$F = 2\pi\gamma r_2 \cos \theta + \pi r_2^2 \Delta p \quad \text{où} \quad \Delta p = \gamma \left[ \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right]. \quad (1.6)$$

Il n'est pas possible d'obtenir analytiquement la valeur de cette force : elle dépend bien sûr des propriétés physiques du substrat et de la ligne triple (via la tension de surface  $\gamma$  et l'angle de contact  $\theta$ ), des propriétés géométriques du système (rayon des grains  $R$  et distance entre grains  $H$ ), mais également du volume d'eau au sein du pont capillaire :  $r_2$  sera d'autant plus grand que le volume du pont capillaire le sera.

Pour calculer cette force, on peut recourir à des approches numériques. Cela est particulièrement utile pour considérer des géométries plus complexes (ponts capillaires asymétriques [Farmer et Bird, 2015], force de cohésion entre grains de tailles différentes [Soulie *et al.*, 2006]). On peut cependant obtenir une expression simplifiée de cette force pour des ponts capillaires assez petits : l'approche présentée ici est analogue à celle de [Israelachvili, 2011]. On considère ainsi  $\psi \ll \theta$  et  $H \ll R$ , assurant que  $r_1 \ll r_2$  : ces conditions sont réunies pour les ponts capillaires présentés en figure 1.5a. Dans ces cas, on peut négliger la tension de ligne et écrire simplement :

$$F \approx \pi\gamma \frac{r_2^2}{r_1}. \quad (1.7)$$

Géométriquement, on a :

$$d + \frac{H}{2} = r_1 \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta - \psi \right) = r_1 \cos (\theta + \psi), \quad (1.8)$$

donc :

$$d + \frac{H}{2} \approx r_1 \cos \theta. \quad (1.9)$$

Par ailleurs :

$$r_2^2 = R^2 \sin^2 \psi \approx R^2 \psi^2, \quad (1.10)$$



donc :

$$d = R(1 - \cos \psi) \approx R \frac{\psi^2}{2} = \frac{r_2^2}{2R}, \quad (1.11)$$

d'où :

$$F = 2\pi\gamma R \cos \theta \frac{1}{1 + \frac{HR}{r_2^2}}. \quad (1.12)$$

On peut ensuite exprimer cette force à l'aide du volume  $V \approx \pi r_2^2 H + \pi r_2^4 / (2R)$  du pont capillaire. On obtient ainsi l'expression de  $r_2^2$  de  $V$  :

$$r_2^2 = HR \left[ \sqrt{1 + \frac{2V}{\pi H^2 R}} - 1 \right], \quad (1.13)$$

d'où l'expression de la force de cohésion capillaire :

$$F = 2\pi\gamma R \cos \theta \left[ 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{2V}{\pi H^2 R}}} \right]. \quad (1.14)$$

Cette expression peut également être établie via une approche énergétique [Maugis, 2013]. Cette formule est assez simple et présente un bon accord avec l'expérience : cela peut être utile pour obtenir une force facilement calculable dans le cas de simulations numériques [Khamseh *et al.*, 2015]. Elle fait intervenir un volume caractéristique  $V^* = \pi H^2 R$  : le rapport  $V/V^*$  quantifie ainsi le « remplissage » du pont capillaire.

**Limites du modèle.** Par ailleurs, la formule établie montre une décroissance progressive vers 0 et ne prend donc pas en compte la possibilité de la rupture du pont capillaire. Cela est dû à l'hypothèse d'un pont capillaire circulaire ; en réalité si  $H$  devient trop élevé, celui-ci prend plutôt une forme de caténoïde visant à minimiser l'aire de l'interface liquide-gaz : le pont capillaire casse lorsque son aire devient supérieure à l'aire de deux gouttes sur chaque grain. Enfin, le phénomène de formation et rupture des ponts capillaires est hystérétique [Pepin *et al.*, 2000].

De plus, lorsque le pont capillaire devient trop grand, la géométrie présentée figure 1.6 peut devenir instable et le pont capillaire devenir asymétrique [Farmer et Bird, 2015]. Dans ce cas, une résolution numérique est nécessaire.

**Surfaces réelles et rôle de la rugosité.** Remarquons que la valeur maximale de la force est

$$F = 2\pi\gamma R \cos \theta. \quad (1.15)$$

Elle est atteinte lorsque  $V/(H^2 R) \rightarrow \infty$ , c'est-à-dire lorsque le volume est suffisant pour « remplir » le pont capillaire, où lorsque l'écart entre les deux sphères tend vers 0. Lorsque les sphères sont en contact, on observe que la force d'adhésion devient indépendante du volume du pont capillaire.

En réalité, lorsque le volume d'eau devient très faible, la rugosité des grains modifie la force de cohésion [Halsey et Levine, 1998]. Le volume d'eau n'est plus suffisant pour remplir l'ensemble des rugosités, il se forme alors des petits ponts capillaires uniquement entre les aspérités les plus proches (voir figure 1.7). La force devient alors dépendante du

nombre de ponts capillaires qu'il est possible de créer et de leur surface, donc du volume, et tend vers 0 lorsque le volume de liquide tend vers 0.

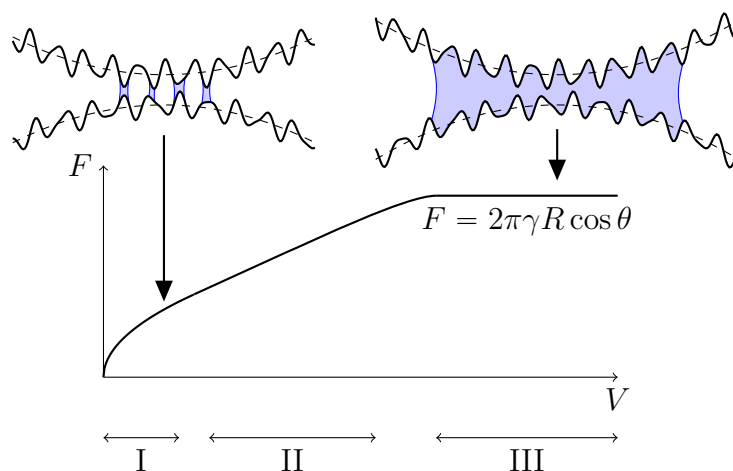


FIGURE 1.7 – Schéma du pont capillaire entre deux surfaces rugueuses et allure de la force capillaire correspondante. D'après [Halsey et Levine, 1998].

[Halsey et Levine, 1998] distinguent trois régimes (notées I, II et III sur la figure 1.7).

- Un premier régime, nommé « régime d'aspérité », où un petit nombre d'aspérités proches permettent d'établir des ponts capillaires de faible volume. L'augmentation de la force est assez rapide.
- Un seconde régime, nommé « régime de rugosité », où les ponts capillaires se remplissent et deviennent de plus en plus étendus, la force croît linéairement avec le volume. La courbure des grains ne se fait pas encore sentir.
- Le dernier régime, où la courbure des grains devient significative, et la force sature à sa valeur maximale.

**Ordre de grandeur.** Pour déterminer qualitativement l'importance des forces capillaires au sein d'un milieu granulaire, on emploie fréquemment le nombre de Bond, qui compare le poids à la force capillaire. Dans le régime III, il vaut :

$$\text{Bo} = \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g}{2\pi\gamma R \cos \theta} = \frac{2R^2 \rho g}{3\gamma \cos \theta}. \quad (1.16)$$

Les effets capillaires peuvent devenir significatifs pour des grains de taille inférieure à

$$R_c = \sqrt{\frac{3\gamma \cos \theta}{2\rho g}}. \quad (1.17)$$

Pour des billes de verre ( $\rho \approx 2 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$ ), mouillées par l'eau, cette longueur est de l'ordre de 2 mm. Pour des liquides de tension superficielle plus faible, comme l'huile, on sera plus proche de 1 mm.

**Influence de la concentration en liquide.** Nous avons vu que la prise en compte des rugosités ainsi que de l'écart entre les grains faisait que la force de cohésion entre deux grains croissait avec le volume de liquide. Cependant, lorsque le volume devient trop grand, le milieu granulaire devient immergé et la cohésion au sein de milieu granulaire diminue. Ainsi, à l'échelle du milieu granulaire entier, on distingue en général plusieurs états en fonction de la quantité de liquide [Iveson *et al.*, 2001].

**État sec.** Dans cet état (théorique), les particules sont complètement sèches et il n'y a pas de cohésion (figure 1.8a).

**État hygroscopique.** Une quantité très faible de liquide est adsorbée à la surface des particules, sans accumulation importante de liquide. Cette concentration peut être atteinte par exemple par condensation de vapeur d'eau sur les grains. C'est l'état dans lequel se trouve en pratique un milieu granulaire sec à l'air libre.

**État pendulaire.** La quantité de liquide à la surface des particules commence à devenir importante et des ponts liquides se développent aux points de contact entre particules (figure 1.8b).

**État funiculaire.** Les ménisques de liquide peuvent coalescer et les espaces interparticulaires sont partiellement saturés. La cohésion dans le milieu diminue (figure 1.8c).

**État capillaire.** Tous les ménisques coalescent et la totalité de l'espace interstitiel est rempli de liquide. Les grains sont maintenus ensemble par succion capillaire à l'interface liquide-air sur la surface du milieu (figure 1.8d).

**État de goutte.** Les particules sont totalement immergées, la cohésion disparaît (figure 1.8e).

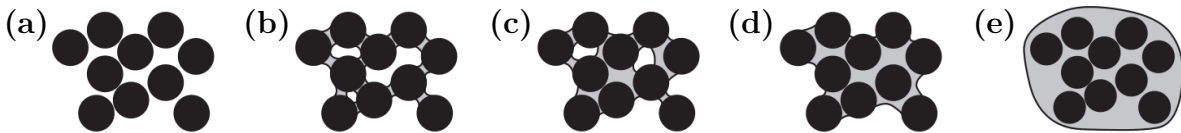


FIGURE 1.8 – Schéma des différents états d'un matériau granulaire humide.

## 1.2.4 Autres interactions

**Fluctuations thermiques.** Les milieux granulaires ne sont pas sensibles à l'agitation thermique, du fait de la taille suffisante des grains. Pour évaluer l'importance des fluctuations thermiques, estimons la hauteur typique  $h$  dont peut s'élever un grain sous l'effet de celles-ci. On compare ainsi l'énergie thermique  $k_B T$  à l'énergie potentielle de pesanteur  $mgh$ . On considère des billes de verre, de masse volumique  $\rho = 2,5 \text{ kg/L}$  et on compare le ratio  $h/R$  pour différents rayons de grains

$R \text{ (m)}$	$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$
$h/R$	$10^{-13}$	$10^{-9}$	$10^{-5}$	$10^{-1}$	$10^3$

Pour des grains de taille supérieure à  $10 \mu\text{m}$ , les fluctuations thermiques sont négligeables. Les milieux granulaires sont ainsi dits athermiques. Bien sûr, la température peut jouer un effet sur les milieux granulaires, mais indirectement, via la dilatation des grains [Percier *et al.*, 2013a] ou la dépendance des interactions en fonction de la température.

**Interaction avec un fluide.** Lorsqu'un fluide est en écoulement par rapport aux grains, ces derniers peuvent subir une force d'advection [Guyon *et al.*, 2012]. Ces effets sont importants pour comprendre le transport du sable par le vent ou par l'eau (par exemple, la formation des dunes [Andreotti *et al.*, 2002a, Andreotti *et al.*, 2002b], des rides sous-marines [Blondeaux, 1990, Langlois, 2005], certains phénomènes d'érosion [Loiseleux *et al.*, 2005]), ou lors de l'étude des lits fluidisés (suspension dense de particules soumises à un écoulement vertical qui s'oppose à la gravité) [Tsuji *et al.*, 1993, Duru *et al.*, 2002, Grenard, 2012]. Ces forces ne seront pas décisives dans notre travail expérimental et numérique.

## 1.3 Empilements solides et plasticité

### 1.3.1 Empilements statiques

Un milieu granulaire sans sollicitation semble se comporter comme un solide : un tas de sable, le ballast d'une voie ferrée, les empilements de *chirats* (figure 1.1g) supportent des efforts sans se déformer. Nous allons décrire brièvement cet état de la matière granulaire. La compréhension de cet état sera importante pour l'étude de la ségrégation au sein des astéroïdes, où les forces au sein d'un empilement jouent un rôle décisif.

Nous définissons d'abord la fraction volumique  $\phi$  définie comme le volume des grains sur le volume total de l'empilement. Si l'on considère un empilement monodisperse de sphères, les empilements les plus denses sont les empilements cubique à faces centrées et hexagonal compact où la compacité atteint  $\frac{\pi}{3\sqrt{2}} = 0,74$ . Cependant, pour un milieu granulaire, il est difficile d'atteindre cet état en pratique sans empiler les grains un à un.

On définit usuellement deux fractions volumiques. La fraction volumique d'empilement aléatoire le plus dense (*random close packing*) correspond à la compacité maximale que l'on peut atteindre en secouant verticalement un empilement granulaire. Pour un empilement légèrement polydisperse de sphères, elle est de l'ordre de 0,64 [Scott et Kilgour, 1969]. Les empilements monodisperses quant à eux peuvent facilement cristalliser [Pusey *et al.*, 2009, Asencio *et al.*, 2017]. On définit également la fraction volumique d'empilement aléatoire le plus lâche (*random loose packing*), qui correspond à la compacité minimale stable aléatoire. On l'obtient en général en laissant sédimenter des particules dans un fluide légèrement moins dense. Pour un empilement monodisperse de sphères, elle est de l'ordre de 0,55 [Onoda et Liniger, 1990].

Le degré de compacité influe beaucoup sur la réponse d'un milieu granulaire à une sollicitation extérieure (voir plus loin). Il faut garder à l'esprit que ces définitions, bien qu'utiles en pratique, sont peu précises et insuffisantes pour décrire complètement le comportement mécanique du milieu granulaire.

**Répartition des forces.** Un empilement de grains au repos résulte d'un équilibre complexe entre toutes les particules. Comme on l'a vu au 1.2.2, l'absence de glissement rend indéterminée la force de frottement solide. L'organisation des forces dépend donc de la nature de l'empilement granulaire (position et nombre de contacts entre particules) mais également de l'histoire et de la façon dont a été préparé le matériau granulaire.

Il est possible de visualiser par différentes méthodes expérimentales la façon dont sont réparties les forces au sein d'un milieu granulaire [Vanel, 1999, Majmudar et Behringer, 2005]. On peut par exemple utiliser des grains photoélastiques (du pyrex, du plexiglas ou

certain polymères spécifiques) qui deviennent biréfringents lorsqu'ils sont soumis à une contrainte. Placés entre un polariseur et un analyseur, ils permettent d'observer le réseau de contacts dans un empilement granulaire (à deux dimensions en général). On observe une forte hétérogénéité dans la répartition des forces, aussi bien en termes d'amplitude qu'en répartition angulaire. Quelques exemples sont présentés en figure 1.9.

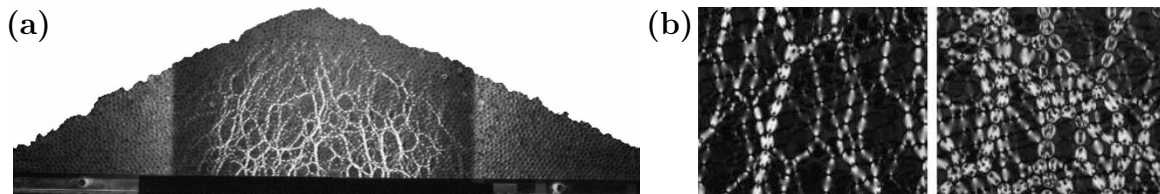


FIGURE 1.9 – Photographie des chaînes de forces dans un milieu granulaire. (a) Dans un tas de sable, tiré de [Vanel, 1999]. (b) Dans une cellule de compression, tiré de [Majmudar et Behringer, 2005].

**Description en termes de milieu continu.** Cette forte hétérogénéité pose la question de la description d'un matériau granulaire en termes de milieu continu. Est-il possible de définir un volume élémentaire où l'on puisse moyennner les forces entre les grains et définir un tenseur des contraintes? Une façon de procéder est de définir une fonction de moyennage  $\mathcal{G}(x)$ . On remarque que dans certains cas, si la largeur de la fonction  $\mathcal{G}(x)$  dépasse la taille de quelques grains, les différentes grandeurs ne dépendent plus de la fonction  $\mathcal{G}(x)$  [Goldenberg *et al.*, 2006].

Cette méthode permet donc de définir sans ambiguïté les notions de tenseur des contraintes et des déformations. L'application la plus courante de cette description est l'étude du problème du silo, réalisée par Janssen au XIX<sup>e</sup> siècle. La définition de relations intrinsèques au milieu granulaire, liant contrainte normale et de cisaillement, permettent de décrire simplement la saturation de la contrainte normale en fonction de la profondeur : une partie du poids de la colonne de grains est supportée par les murs. Ce fait peut causer l'effondrement du silo s'il n'est pas bien pris en compte.

Cependant, tous les problèmes, même simples, ne peuvent pas être décrits de façon satisfaisante par cette approche. En particulier, la répartition des contraintes sous un tas de sable dépend fortement de la façon dont a été formé le tas [Vanel *et al.*, 1999].

### 1.3.2 Plasticité

**Angle de talus.** Quelle que soit la façon dont est préparé un tas de sable, l'expérience montre qu'il prend une forme conique et forme un angle  $\theta$  avec l'horizontale (voir figure 1.10a), qui dépend peu de la taille du tas. Cela suggère que le critère de stabilité du tas est donné par un critère de frottement solide.

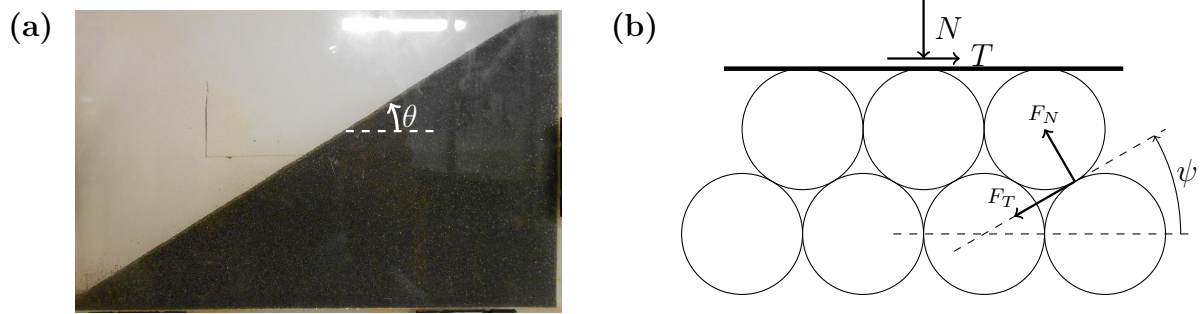


FIGURE 1.10 – (a) Photographie pour la mesure d'un angle de contact  $\theta$ . (b) Modèle illustrant l'origine géométrique du coefficient de friction.

Ce phénomène peut être vu comme l'addition d'une contrainte géométrique et du frottement solide entre grains. Pour le comprendre, considérons le schéma figure 1.10b. L'équilibre des forces s'écrit, à la limite où le grain est mis en mouvement vers la droite :

$$\begin{cases} -F_T - N \sin \psi + T \cos \psi = 0 \\ F_N - N \cos \psi - T \sin \psi = 0. \end{cases} \quad (1.18)$$

Si les billes bougent en bloc, elles ne peuvent pas rouler. À la limite du glissement entre la couche inférieure et la couche supérieure de grains, la loi de Coulomb donne :

$$\frac{F_T}{F_N} = \tan \delta, \quad (1.19)$$

donc :

$$\frac{F_T}{F_N} = \frac{-N \sin \psi + T \cos \psi}{N \cos \psi + T \sin \psi} = \frac{\sin \theta}{\cos \delta}. \quad (1.20)$$

Le rapport entre la force normale et tangentielle, qui donne l'angle de tas macroscopique, est donc :

$$\frac{T}{N} = \tan(\delta + \psi) \equiv \tan \theta. \quad (1.21)$$

La force nécessaire pour déplacer la couche de billes est donc proportionnelle à la force normale, on retrouve bien un critère de friction effectif. Ce modèle, bien que simple, permet de rendre compte de l'origine physique de la friction granulaire. Ainsi, même pour une friction nulle entre grains, l'angle de talus n'est pas nul. Ceci a été vérifié dans des simulations numériques par [Peyneau et Roux, 2008]. Ce modèle permet également de comprendre que si l'empilement est moins compact, la distance entre les grains au sein d'une couche est plus grande,  $\psi$  est plus petit et l'angle de talus est plus faible.

Différentes définitions peuvent être utilisées pour l'angle de talus [Condotta, 2005] ; quelques-unes sont présentées en figure 1.11. Cependant, toutes ces définitions ne donnent pas la même valeur d'angle, en plus d'effets d'instationnarité (en particulier dans les expériences d'écoulement sur plan incliné ou en tambour tournant).

Par exemple, lorsque l'on réalise un tas de grain par versement, l'angle de talus oscille entre l'angle d'avalanche  $\theta_a$ , c'est-à-dire l'angle maximal qu'il peut y avoir sans écoulement et l'angle de repos  $\theta_r$ , c'est-à-dire l'angle minimal pour avoir une avalanche [Duran, 1997].

Les mécanismes à l'origine des avalanches sont complexes et constituent un domaine de recherche très actif [Nerone *et al.*, 2003, Erpelding *et al.*, 2008].

La mesure d'angle de talus est donc trop imprécise, il faut donc utiliser des situations où les déformations sont mieux contrôlées.

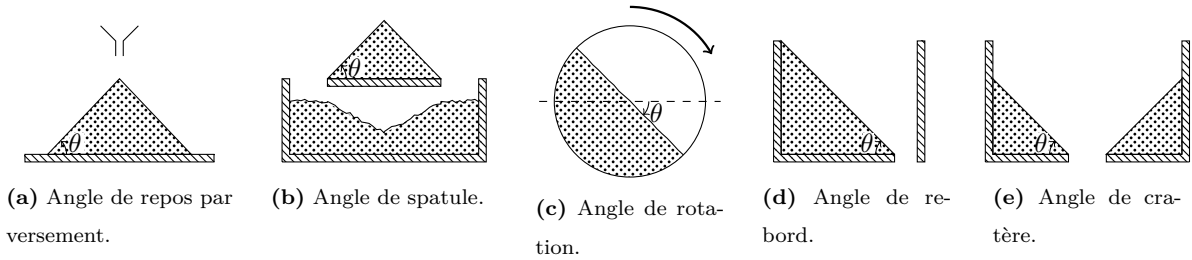


FIGURE 1.11 – Schéma des différentes méthodes pour la mesure d'angle de talus.

**Cisaillement plan.** Pour l'étude de la plasticité d'un milieu granulaire, il est préférable d'utiliser des configurations où la géométrie est mieux contrôlée. La plus simple de ces configurations est celle du cisaillement plan. La méthode de Cassagrande est une méthode courante [Condotta, 2005, Richefeu, 2005]. Elle consiste à confiner le milieu granulaire dans une cellule de cisaillement (voir figure 1.12a). Une contrainte normale est appliquée sur la partie supérieure de la boîte et on déplace lentement celle-ci : on mesure la force  $\vec{T}$  en fonction du déplacement  $\delta l$ . L'allure des courbes obtenues est présentée sur la figure 1.12b. On observe que le comportement du milieu granulaire dépend de la façon dont il a été préparé. Dans le cas d'un empilement dense, le milieu se dilate et la contrainte tangentielle possède un maximum avant d'atteindre un plateau. Celui-ci peut être atteint sans passer par un maximum pour un empilement moins dense.

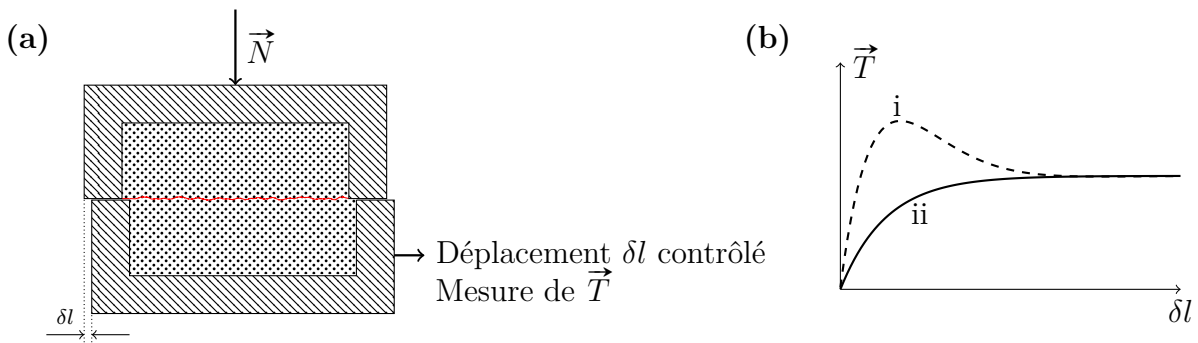


FIGURE 1.12 – (a) Schéma de la cellule de compression pour l'étude de la plasticité des milieux granulaires. (b) Allures des courbes de traction obtenues ; (i) pour un empilement dense, (ii) pour un empilement peu dense.

On peut comprendre le phénomène de dilatance en sophistiquant le modèle de milieu frottant présenté ci-dessus [Roux et Radjai, 1998].

Notons que la traction au sein d'un milieu granulaire n'est pas réversible : le milieu conserve la mémoire du cisaillement qui lui a été imposé [Toiya *et al.*, 2004].

**Mesures à faibles contraintes.** Le protocole détaillé ci-dessus pour l'étude du cisaillement horizontal avec la cellule de Cassagrande est peu adapté pour mesurer la résistance au cisaillement de matériaux granulaires à des pressions de confinement basses (inférieures à 1 kPa) [Richefeu, 2005]. Dans ces cas, augmenter graduellement la force par petits incréments jusqu'à rupture du milieu granulaire permet de mesurer des contraintes de rupture faibles. C'est cette méthode que nous avons mise en œuvre pour caractériser la plasticité des milieux granulaires (voir chapitre 3).

**Essais en compression.** Pour étudier des situations où le milieu granulaire est soumis à plusieurs contraintes normales (une des configurations souvent utilisée est la cellule de compression biaxiale schématisée figure 1.13a), on peut utiliser la construction de Mohr-Coulomb (pour les situations à deux dimensions). En effet, les contraintes normales et tangentielles agissant sur un plan orienté d'un angle  $\alpha$  (voir figure 1.13) s'écrivent :

$$\begin{cases} \sigma = P + R \cos(2\alpha) \\ \tau = R \sin(2\alpha), \end{cases} \quad (1.22)$$

où  $P = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$  et  $R = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2}$ ,  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  désignant les deux contraintes de compression du milieu. Un système peut se rompre si la contrainte de cisaillement est trop élevée : un plan de cisaillement orienté d'un angle  $\alpha$  apparaît si le cercle intersecte la droite d'équation  $\tau = \mu\sigma$ . Cette construction est utile pour interpréter la position des plans de glissement lors d'un test de compression biaxial. Il est aussi utile pour déterminer la réponse du milieu granulaire à des tests uniaxiaux (tests de Johanson, de Gerritsen [Condotta, 2005]).

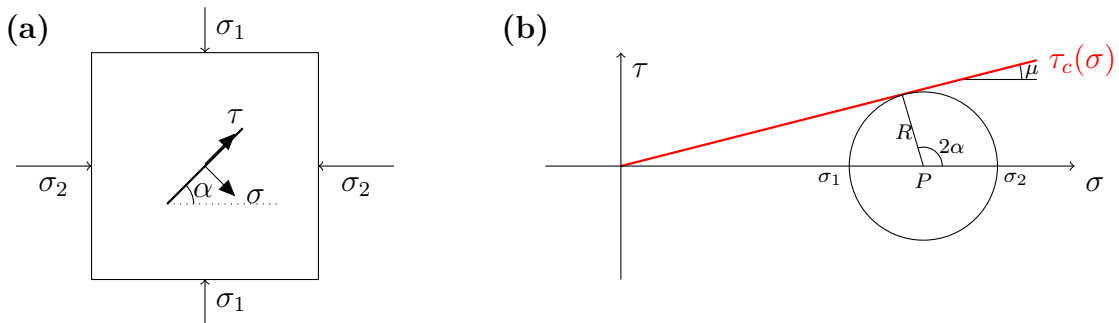


FIGURE 1.13 – (a) Représentation du volume soumis aux contraintes normales  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$ . (b) Construction de Mohr-Coulomb correspondante avec cohésion. Un plan de fracture d'inclinaison  $\alpha$  apparaît si le droite  $\tau = \mu\sigma$  intersecte le cercle.

### 1.3.3 Milieux cohésifs

**Critère de Coulomb pour les milieux cohésifs.** Il est possible de réaliser les mêmes tests de plasticité pour les milieux granulaires humides (cellule de Cassagrande, test de compression biaxial). L'ajout d'une force de cohésion entre grains implique qu'il faut exercer une force minimale pour briser le pont capillaire et séparer deux grains. Le critère de rupture s'écrit donc [Bocquet *et al.*, 2002, Mitarai et Nori, 2006] :

$$\tau_c = \mu(\sigma + \sigma_c) \equiv \mu\sigma + c. \quad (1.23)$$



La courbe  $\tau_c = f(\sigma)$  ne passe plus par l'origine. Il existe une contrainte intrinsèque au matériau  $\sigma_c$  qui lui confère une résistance en l'absence de toute contrainte.  $\mu$  est appelée friction interne,  $c$ , la cohésion et  $\sigma_c$ , la contrainte normale de cohésion. Par contre,  $\mu$  n'est plus reliée de façon triviale à l'angle de talus d'un milieu granulaire cohésif. L'angle de talus  $\theta_m$  vérifie dans ce cas l'équation implicite [Halsey et Levine, 1998, Bocquet *et al.*, 2002] :

$$\tan \theta_m = \mu \left( 1 + \frac{c}{\rho g h \cos \theta_m} \right), \quad (1.24)$$

où  $h$  désigne la hauteur de l'empilement : l'angle de talus n'est plus indépendant de la taille du tas. Par ailleurs, des angles de talus supérieurs à  $\pi/2$  peuvent être observés pour des milieux assez cohésifs.

Il est possible d'estimer par une approche théorique la contrainte de cohésion  $\sigma_c = c/\mu$  en fonction de la force de cohésion capillaire entre grains  $f_c$  [Mitarai et Nori, 2006] :

$$\sigma_c = \frac{\phi Z f_c}{\pi d^2}, \quad (1.25)$$

$\phi$  désigne la fraction volumique de grains,  $Z$  le nombre de ponts capillaires par grain et  $d$  le diamètre des grains.

**Quelques ordres de grandeur.** Pour des billes de verre de 0,5 mm de diamètre, on peut atteindre des valeurs de cohésion  $c$  de 600 Pa pour une fraction massique en eau égale à 3 % [Richefeu, 2005]. Pour mettre en contexte cette valeur, on peut estimer la hauteur maximale d'un empilement granulaire humide. Celle-ci vaut [Andreotti *et al.*, 2012] :

$$h_{\max} = \frac{2c \cos \theta}{\rho g (1 - \sin \theta)}, \quad (1.26)$$

$\tan \theta = \mu$  désigne la friction, on obtient alors pour  $c = 600$  Pa  $\rho = \rho_v \phi = 1400$  kg/m<sup>3</sup> et  $\tan \theta \approx 0.7$ ;  $h_{\max} = 20$  cm.

Remarquons que le château de sable figure 1.5b comporte des faces verticales de plus de 20 cm de hauteur. Pour réaliser ce type de construction, un grain très fin et rugueux est utilisé, de façon à multiplier le nombre de ponts capillaires par unité de volume et ainsi atteindre des contraintes de cohésion très élevées (jusqu'à plusieurs kPa).

## 1.4 Ségrégation dans les milieux granulaires

Nous présentons ici plusieurs caractéristiques de la ségrégation granulaire, qui nous seront utiles pour comprendre l'origine de la ségrégation au sein des astéroïdes composés de grains maintenus par autogravité (appelés agrégats gravitationnels).

### 1.4.1 Introduction

On s'est intéressé jusqu'ici au comportement mécanique d'un milieu granulaire monodisperse (composé de grains identiques). Lorsque l'on cherche à mélanger des grains de plusieurs types (masse, taille, coefficients de frottement, forme), une des principales caractéristiques est le phénomène de ségrégation. À la différence des liquides miscibles

qu'il est très facile de mélanger, un mélange homogène de grains différents est en général très difficile à obtenir.

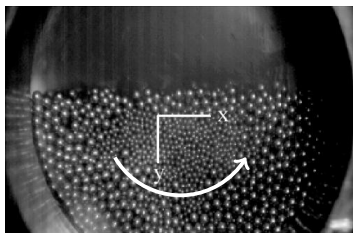
Parmi les différents exemples de ségrégation granulaire, le phénomène de ségrégation par taille est de loin le plus étudié.

- Lorsque l'on fait vibrer un mélange homogène de billes de même densité mais de tailles différentes, on observe que les grosses particules tendent à s'accumuler sur le haut de l'échantillon (voir figure 1.14a). Ce phénomène est appelé « effet noix du Brésil » (*Brazil nut effect*) : lorsque les récoltes de fruits secs sont transportées sur les longues routes brésiliennes, on observe que les noix du Brésil, qui sont les plus gros fruits transportés, se retrouvent toujours à la surface du chargement à la fin du trajet [Rosato *et al.*, 1987].
- Lorsque l'on fait couler ce mélange pour former un tas, on constate que les grosses billes ont tendance à s'accumuler en bas du tas. Ce phénomène est également observé dans un tambour tournant où les gros grains s'accumulent sur l'extérieur du tambour (voir figure 1.14b).
- Lors de la vibration d'une couche horizontale de grains, on observe que les gros grains ont tendance à se regrouper entre eux (voir figure 1.14c).
- On observe également la ségrégation granulaire dans les dépôts produits par les écoulements pyroclastiques denses. Les grosses particules s'accumulent sur les bords de la traînée. Les bordures des dépôts pyroclastiques sont surélevées et forment une structure particulière nommée « levée » (voir figure 1.14d).

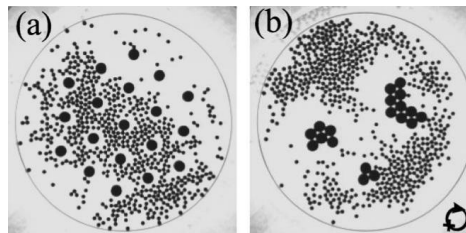


(a) Effet noix du Brésil : les grosses particules migrent vers la surface lorsque le récipient est vibré verticalement. Tiré de [Breu *et al.*, 2003].

Temps  $t$  →



(b) Ségrégation radiale dans un tambour tournant. D'après [Taberlet *et al.*, 2006].



(c) Démixtion d'un monocouche bidisperse sous vibration horizontale circulaire. Tiré de [Aumaitre *et al.*, 2001].



(d) Écoulements pyroclastiques du volcan *Lascar*. On distingue les levées sur les bords de la coulée. Tiré de [Félix et Thomas, 2004b].

FIGURE 1.14 – Exemples de situations où se produit la ségrégation granulaire.

Au-delà de l'enjeu fondamental de la compréhension du phénomène de ségrégation, l'apparition de la ségrégation peut être gênante dans de nombreux procédés industriels :

on peut citer l'exemple de l'industrie agroalimentaire [Barbosa-Canovas *et al.*, 1985], pharmaceutique [Sommier *et al.*, 2001] et des matériaux céramiques [Barresi *et al.*, 1997]. La ségrégation apparaît également dans de nombreux fours tournants et mélangeurs industriels. Dans ces cas, les industriels veulent éviter la ségrégation pour obtenir des produits finaux homogènes. Par exemple, certains médicaments ne contiennent que quelques microgrammes du principe actif, l'essentiel de la masse étant des excipients comme le lactose, l'amidon ou le saccharose. Le mélange homogène du principe actif avec les excipients est donc d'une importance fondamentale pour avoir le bon dosage.

Le phénomène de ségrégation impacte grandement la dynamique des écoulements géologiques et sa compréhension est donc également d'un intérêt pratique dans le cadre de la compréhension générale de la dynamique de ces écoulements.

### 1.4.2 Ségrégation sous vibrations verticales

On observe facilement que dans un récipient rectangulaire, un gros grain placé au sein de petits grains tend à remonter vers la surface, de la même façon que pour les noix du Brésil. Ce phénomène est contre-intuitif car il entraîne une augmentation de l'énergie potentielle du système : la masse volumique du gros grain est en effet plus élevée que celle de l'empilement de petits grains (la compacité de petits grains est toujours inférieure à 1).

Les premières expériences quantitatives du phénomène remontent aux années 1970. En l'absence de moyens plus sophistiqués, le protocole consistait simplement à mesurer le temps nécessaire à l'émergence en surface de l'intrus, disposé au fond du récipient rempli de grains puis vibré [Ahmad et Smalley, 1973]. Ceci permet tout de même de mettre en évidence quelques caractéristiques de la ségrégation granulaire :

- plus l'amplitude de vibration est grande, plus la ségrégation est rapide ;
- plus la taille de l'intrus est grande, plus la ségrégation est rapide.

Le phénomène a également été étudié numériquement par [Rosato *et al.*, 1987], mettant en évidence les mêmes caractéristiques.

Un premier mécanisme invoqué pour expliquer ce phénomène est la percolation des petites particules sous les grosses lors de la vibration, l'empêchant par un effet d'arche de redescendre, et la poussant ainsi progressivement vers la surface [Duran *et al.*, 1993]. Le principe est schématisé en figure 1.15.

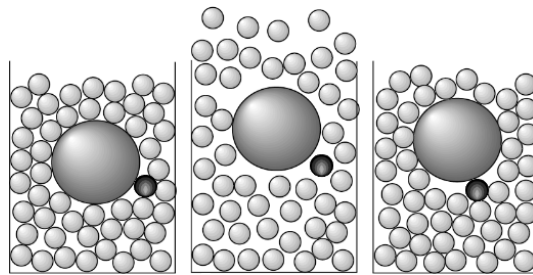
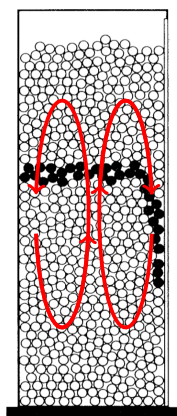
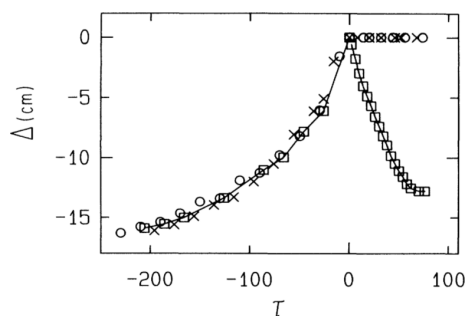


FIGURE 1.15 – Principe de la ségrégation par effet d'arche. Une seule petite particule percolant au-dessous de l'intrus à la suite d'une secousse peut suffire à la bloquer. D'après [Andreotti *et al.*, 2012].

Un autre mécanisme de ségrégation par vibration fait intervenir les mouvements collectifs de convection dans le récipient. La figure 1.16, tirée de [Knight *et al.*, 1993], montre que la vitesse d'ascension des intrus est, quelle que soit leur taille, la même que celle du flux convectif environnant. Ce phénomène de convection n'est pas lié à la présence de l'intrus mais existe également en son absence.



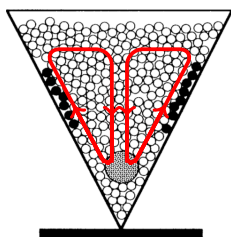
(a) Représentation des rouleaux de convection. Tiré de [Knight *et al.*, 1993].



(b) Position de l'intrus  $\Delta$  en fonction du nombre d'impulsions  $\tau$ . Les carrés indiquent la position des petites billes, les cercles celle d'un intrus de 19 mm de diamètre, les croix celle d'un intrus de 6 mm de diamètre. Une fois qu'elles ont atteint la surface, les grosses billes y restent alors que les petites billes redescendent sur les bords. Tiré de [Knight *et al.*, 1993]

FIGURE 1.16 – (a) Schéma des rouleaux de convection. (b) Vitesse de remontée de l'intrus et du milieu environnant.

Le phénomène de convection dépend fortement de la friction entre les billes et de la géométrie du récipient. En particulier, il est possible d'observer le phénomène de noix du Brésil inversé dans un récipient évasé (figure 1.17a) [Knight *et al.*, 1993] ou pour des billes de densité élevée (figure 1.17b) [Breu *et al.*, 2003].



(a) Effet noix du Brésil inversé pour un gros intrus dans un récipient évasé. Tiré de [Knight *et al.*, 1993].



(b) Effet noix du Brésil inversé. Les grosses billes sont en bronze (masse volumique 8,9 kg/L) et les petites billes en verre. Tiré de [Breu *et al.*, 2003].

FIGURE 1.17 – Effet noix du Brésil inversé.

En général, les deux phénomènes (blocage par effet d'arche et convection) coexistent et rendent l'interprétation des expériences de ségrégation difficile.

### 1.4.3 Ségrégation dans les écoulements

#### 1.4.3.1 Ségrégation sur fond rigide

Une configuration typique où l'on rencontre la ségrégation est celle des écoulements sur pente. Par exemple, lorsque l'on fabrique un tas à partir d'un mélange de petits et de gros grains, on observe que les grosses particules se retrouvent à la périphérie et à la base du tas. On observe également ce phénomène lors de l'écoulement d'un milieu granulaire polydisperse sur un plan incliné rigide et rugueux. Ce mécanisme est observé dans les écoulements géophysiques [Félix et Thomas, 2004b] et peut être reproduit en laboratoire [Goujon, 2004]. Le fait que les gros grains se regroupent sur le dessus de l'écoulement modifie la dynamique de propagation de l'avalanche. On observe par exemple la formation de digitations où les gros grains vont s'accumuler sur des lignes le long de l'écoulement [Savage et Hutter, 1989, Pouliquen *et al.*, 1997]

Il est aussi possible de reproduire la ségrégation dans des simulations numériques d'écoulement à deux dimensions sur un plan incliné [Staron et Phillips, 2014]. La position du barycentre des gros grains  $y(t)$  suit une évolution en saturation exponentielle :

$$y(t) = y_0 + (y_\infty - y_0) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right]. \quad (1.27)$$

Remarquons que l'état final (voir figure 1.18) n'est pas totalement ségrégré.

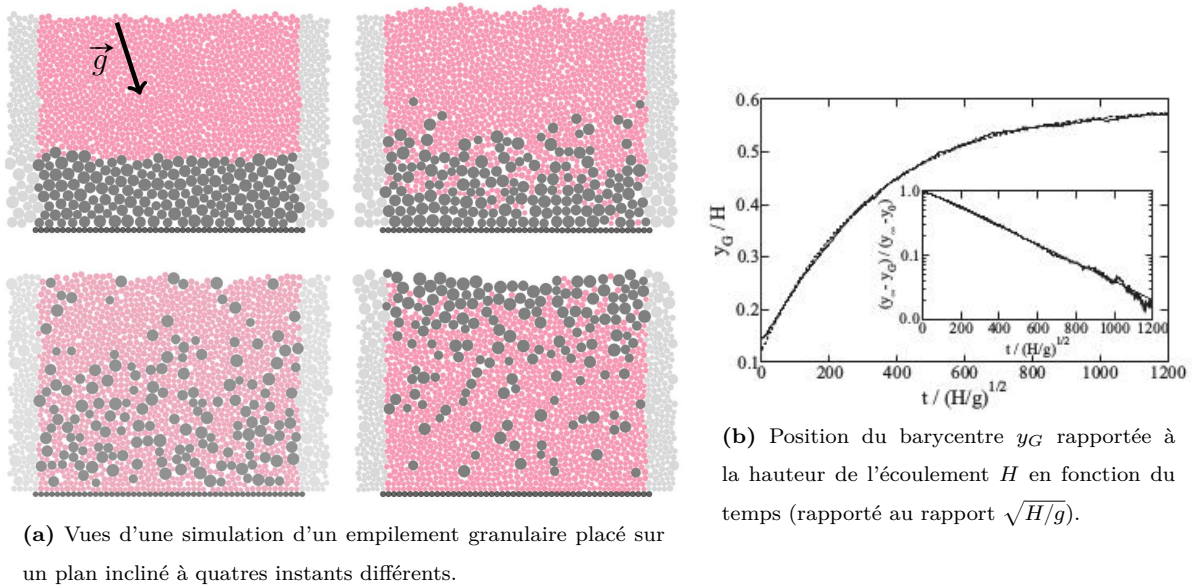


FIGURE 1.18 – Vues d'une simulation d'un empilement granulaire placé sur un plan incliné à quatre instants différents. La pente imposée est de  $18^\circ$ . Tiré de [Staron et Phillips, 2014].

Il est également possible d'observer la ségrégation lorsqu'un milieu granulaire polydisperse est placé dans une cellule de Couette circulaire, comme on peut le voir sur la figure 1.19 [Golick et Daniels, 2009]. La distance entre les deux plaques  $H(t)$  indique la compacité de l'écoulement et permet ainsi de quantifier simplement le degré de ségrégation de l'empilement. L'évolution de  $H(t)$  indique que le processus de ségrégation est d'ordre un (saturation exponentielle).

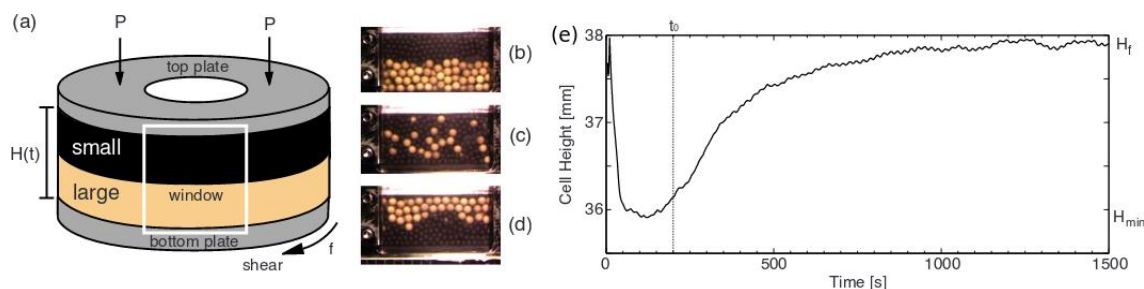


FIGURE 1.19 – (a) Schéma de la cellule annulaire utilisée par [Golick et Daniels, 2009]. Les gros grains placés initialement en bas de la cellule (b) remontent au fur et à mesure du cisaillement (c) et atteignent la partie supérieure (d). (e) Représentation de la hauteur entre les plaques  $H(t)$  (définie sur le schéma (a)).

Un mécanisme proposé pour expliquer la ségrégation dans les écoulements est celui du tamisage cinétique [Savage et Lun, 1988]. Dans l'écoulement, les grains bougent en permanence les uns par rapport aux autres. Des trous peuvent se former entre eux et les grains de la couche du dessus s'y introduire. Les gros grains ne peuvent tomber que dans les gros trous, contrairement aux petits. Cela induit une asymétrie dans l'échange des particules qui peut donner lieu à la ségrégation. Notons que cette image ne permet pas d'expliquer toutes les observations. En effet, lorsque les particules sont suffisamment denses par rapport aux petites, elles finissent par couler, ce que l'on ne peut pas comprendre en invoquant le tamisage cinétique [Félix et Thomas, 2004a].

Les modèles pour comprendre la ségrégation dans les écoulements sont nombreux [van der Vaart *et al.*, 2015] et permettent de rendre compte d'une partie des observations. Cependant, ce sont des modèles *ad hoc*, faisant intervenir des forces de portance pour les grains qui se retrouvent en haut de l'écoulement, qui n'ont pas de lien évident avec les propriétés mécaniques du milieu granulaire.

### 1.4.3.2 Géométrie du tambour tournant

La ségrégation en écoulement s'observe aussi lorsque le fond est érodable. Une géométrie fréquemment utilisée pour l'étude de la ségrégation par taille est celle du tambour tournant. Un mélange de grosses et de petites particules est placé dans un récipient cylindrique horizontal mis en rotation autour de son axe. L'intérêt est, comme on l'a vu au 1.4.1, industriel mais aussi fondamental car cette géométrie fait apparaître deux types de ségrégation :

- la ségrégation radiale qui se produit, en quelques tours de tambour [Cantelaube et Bideau, 1995], dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation (voir figure 1.14b) et les gros grains se retrouvent au centre du tambour ;
- la ségrégation axiale qui apparaît suivant l'axe de rotation du tambour au bout d'un nombre de tours beaucoup plus important (voir figure 1.21). Dans ce cas, on observe une alternance de bandes de grosses et de petites particules.

Le mécanisme de la ségrégation radiale est le même que pour le tas : les gros grains remontent à la surface (comme on l'a vu au 1.4.3.1). Lorsque le tambour est rempli un peu au-delà de la moitié et que la vitesse de rotation du tambour est bien choisie, on peut observer la formation d'un motif de pétales, qui provient de l'intermittence des

avalanches de gros et de petits grains (figure 1.20). La taille des pétales est liée au volume des avalanches de grains, chaque avalanche étant responsable de la formation d'un pétale.

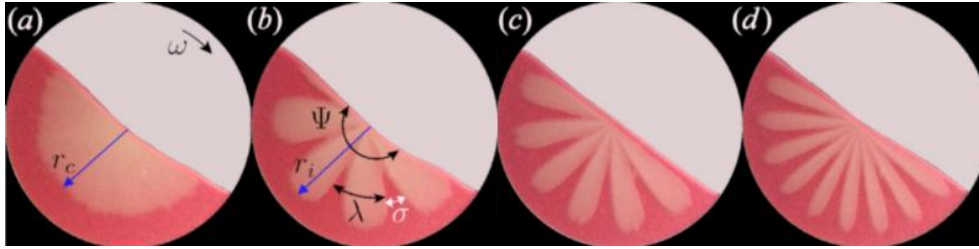
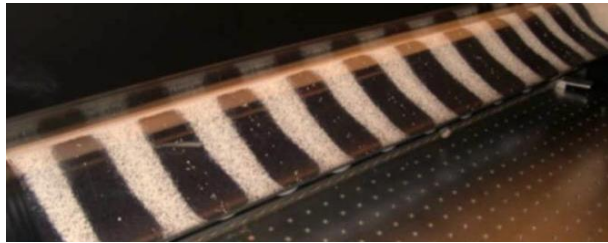
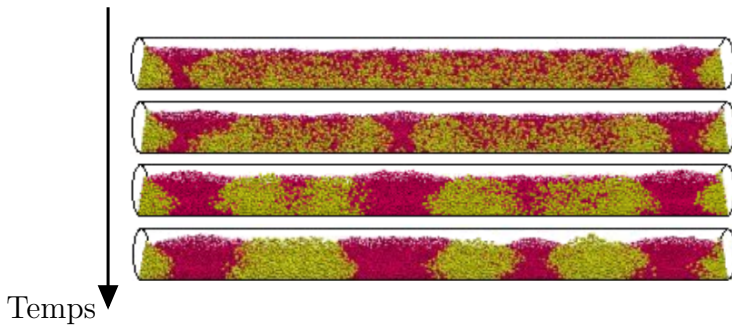


FIGURE 1.20 – Formation d'un motif de pétales dans un tambour tournant : l'état stationnaire atteint est représenté pour différentes vitesses de rotation du tambour tournant. Tiré de [Zuriguél *et al.*, 2006].

La ségrégation axiale a été observée pour la première fois par Oyama [Oyama, 1939] pour un mélange de billes de verres de deux tailles différentes. Le mécanisme de formation de cette instabilité n'est pas encore bien compris et celle-ci présente une dynamique très riche. Les bandes de matériaux ségrégués interagissent sur un temps long : elles grossissent lentement [Frette et Stavans, 1997]. Elles peuvent également, selon les conditions expérimentales (vitesse de rotation, composition du mélange de grains) osciller en opposition de phase [Taberlet *et al.*, 2006], on peut également avoir la formation d'un petit nombre de bandes stationnaires [Frette et Stavans, 1997], ou simplement de deux bandes complètement séparées [Chicharro *et al.*, 1997].



(a) Photographie de l'état final ségrégué en bandes dans l'axe du tambour tournant. Tiré de [Aranson et Tsimring, 2006].



(b) Simulation numérique d'un tambour tournant au cours du temps. Tiré de [Taberlet *et al.*, 2006].

FIGURE 1.21 – Ségrégation axiale : (a) expériences et (b) simulations numériques.

Il a été montré expérimentalement et numériquement que cette instabilité apparaît à la suite de la déformation du cœur de la ségrégation radiale (voir figure 1.22) [Taberlet *et al.*, 2006]. La dynamique complexe (oscillations des bandes, fusions de celles-ci, etc.) provient du transport des billes à travers le cœur du tambour tournant.

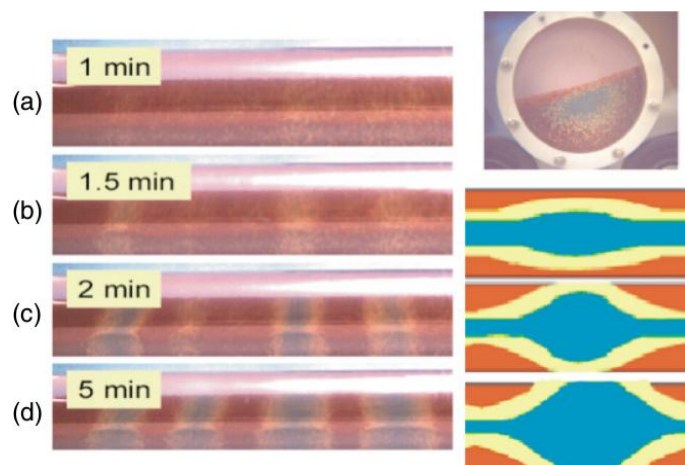


FIGURE 1.22 – Séquence d’images montrant l’apparition de la ségrégation axiale dans les expériences. Le mélange est constitué de billes de 0,6 mm (bleue), de 1 mm (jaune) et de 2 mm (rouge) de diamètre. Sur la droite, on représente une vue du cœur du tambour : le cœur constitué de petites billes s’étend et finit par atteindre la surface.

#### 1.4.4 Force de déplétion

On peut également observer la ségrégation par taille lors de la vibration verticale d’une monocouche de grains (étude expérimentale et numérique par [Melby *et al.*, 2007]) ou horizontale circulaire [Aumaitre *et al.*, 2001]. Les gros grains se regroupent entre eux, comme on peut le voir en figure 1.14c. Il est possible d’adopter les résultats de la mécanique statistique d’équilibre pour comprendre le mécanisme qui est ici à l’origine de la ségrégation. À cause de l’interaction de sphères dures (non-pénétration entre deux grains), il existe un volume exclu pour les petites particules autour d’une grosse (cercles en pointillés sur la figure 1.23). Lorsque deux gros grains sont proches, les volumes exclus se recouvrent ; en particulier les petits grains ne peuvent pas être entre les deux gros grains. Les gros grains ne subissent des chocs des petits grains que venant de l’extérieur, il résulte une force attractive entre les gros grains.

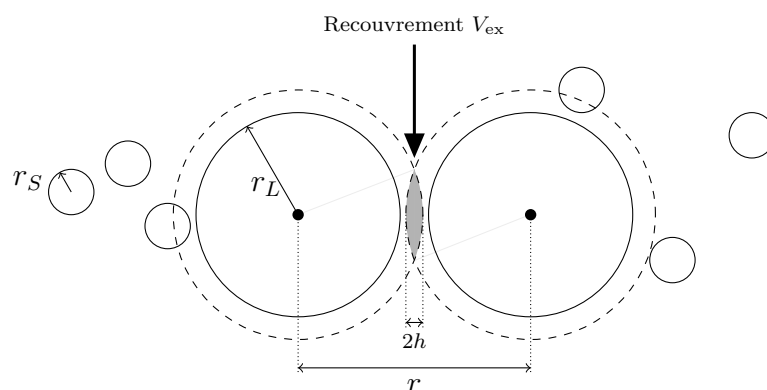


FIGURE 1.23 – Représentation schématique de l’interaction de déplétion. Les petites particules ne peuvent pas pénétrer dans le cercle de rayon  $r_S + r_L$ . Lorsque les deux volumes exclus se superposent, le volume exclu total diminue (zone grisée).



Cet effet est courant dans les colloïdes et peut être étudié thermodynamiquement. Cette force de déplétion dérive du potentiel suivant [Russel *et al.*, 1989] :

$$U(r) = \begin{cases} +\infty & \text{si } r < 2r_L, \\ -PV_{\text{ex}}(r) & \text{si } 2r_L < r < 2r_L + 2r_S, \\ 0 & \text{si } r > 2r_L + 2r_S. \end{cases} \quad (1.28)$$

$r_S$  et  $r_L$  désignent les rayons respectifs des petites et grosses particules,  $V_{\text{ex}}(r)$  le recouvrement des volumes exclus,  $r$  étant la distance entre les deux gros grains. Le recouvrement des volumes exclus le volume des deux calottes sphériques de rayon  $R = r_S + r_L$  et de hauteur  $h = R - r/2$  (zone grisée sur le schéma 1.23). Le volume d'une calotte sphérique de rayon  $R$  de hauteur  $h$  est  $V = \pi h^2(3R - h)/3$ . Ainsi :

$$\begin{aligned} V_{\text{ex}} &= \frac{2\pi}{3} \left[ (r_S + r_L) - \frac{r}{2} \right]^2 \left( 2(r_S + r_L) + \frac{r}{2} \right) \\ &= \frac{4\pi (r_S + r_L)^3}{3} \left[ 1 - \frac{3r}{4(r_L + r_S)} + \frac{r^3}{16(r_S + r_L)^3} \right]. \end{aligned} \quad (1.29)$$

Une façon de mesurer cette force de déplétion est de calculer la fonction de corrélation entre gros grains  $G(r)$ , qui peut simplement être obtenue par un facteur de Boltzmann à l'équilibre thermodynamique [Chaikin et Lubensky, 2000] : on l'interprète comme la probabilité qu'un grain soit à une distance  $r$  du grain considéré. Ainsi :

$$G(r) \propto \exp \left[ -\frac{U(r)}{kT} \right], \quad (1.30)$$

$kT$  s'interprétant comme une température granulaire. La figure 1.24 présente les fonctions de corrélation obtenues dans les expériences et dans les simulations. Les formes observées sont compatibles avec la formule théorique issue du calcul de la force de déplétion. En particulier, elle reproduit bien la largeur de la fonction de corrélation entre gros grains.

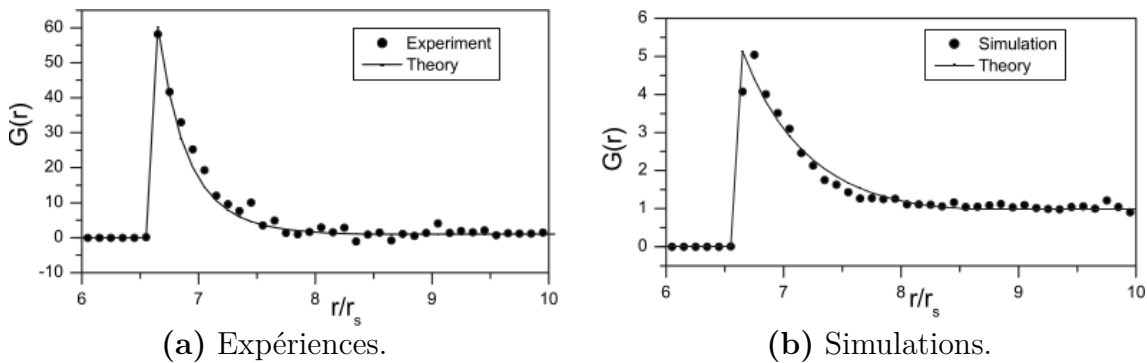


FIGURE 1.24 – Fonctions de corrélation entre gros grains dans (a) les expériences et (b) les simulations numériques. La formule théorique est issue du calcul de la force de déplétion. Tiré de [Melby *et al.*, 2007].

Le phénomène de ségrégation peut aussi se produire lorsque l'on observe une monocouche de grains de différents types (pas nécessairement différents par leur taille) posée

sur un support soumis à une vibration horizontale. [Reis et Mullin, 2002] ont montré l'apparition d'un motif (figure 1.25) perpendiculaire à la direction de vibration. L'origine de la ségrégation est la réponse différentielle des grains au mouvement de la base : les grains choisis avaient une densité et un coefficient de frottement différents.

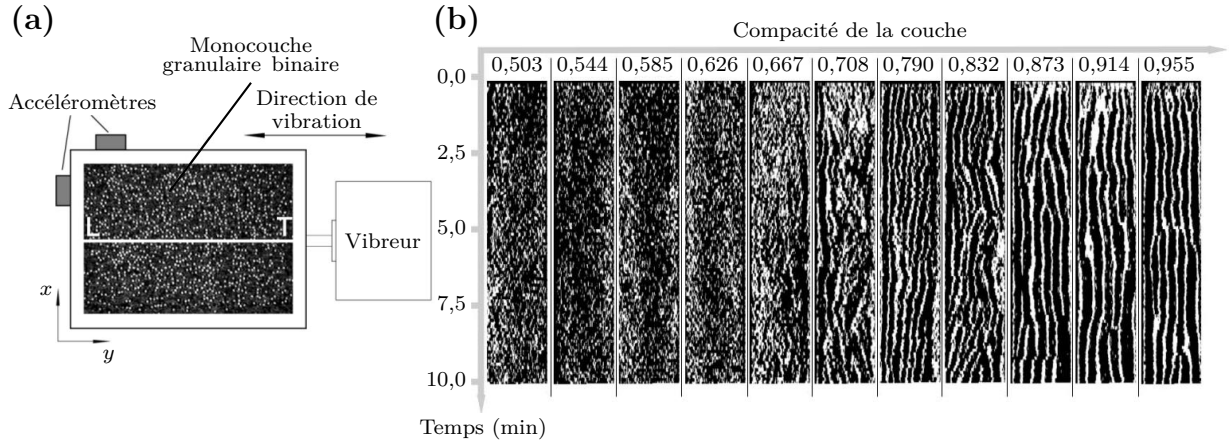


FIGURE 1.25 – (a) Vue de dessus de l'expérience (la monocouche granulaire est horizontale et mise en vibration selon une direction bien définie). (b) Série de diagrammes spatio-temporels de la ligne centrale (LT sur le schéma (a)) de la couche de grains pour différentes compacités. Pour les hautes valeurs de compacité, un motif apparaît très vite tandis que les phases peu compactes restent désordonnées. Tiré de [Reis et Mullin, 2002].

La largeur des domaines croît avec le temps puis sature à une valeur dépendant de la compacité de la couche de grains (voir figure 1.26). Cette évolution est compatible avec une saturation exponentielle du type :

$$\phi_C(t) = \Sigma(C) - b(C) \exp\left(-\frac{t}{t_S(C)}\right). \quad (1.31)$$

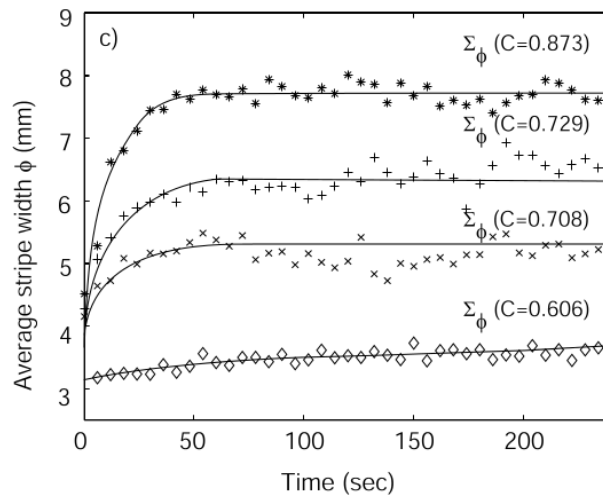


FIGURE 1.26 – Largeur moyenne des bandes en fonction du temps pour différentes valeurs de compacité de la couche de grains. Tiré de [Reis et Mullin, 2002].

Cette formule permet de définir un temps caractéristique et un niveau de ségrégation. La dépendance du niveau de ségrégation  $\Sigma(C)$  et du temps de ségrégation  $t_S(C)$  présentent les caractéristiques d'une transition de phases de champ moyen (figure 1.27) : on retrouve les exposants critiques  $\beta = 1/2$  pour le paramètre d'ordre  $\Sigma(C)$  et  $\gamma = 1$  pour le temps caractéristique de ségrégation  $t_S(C)$ .

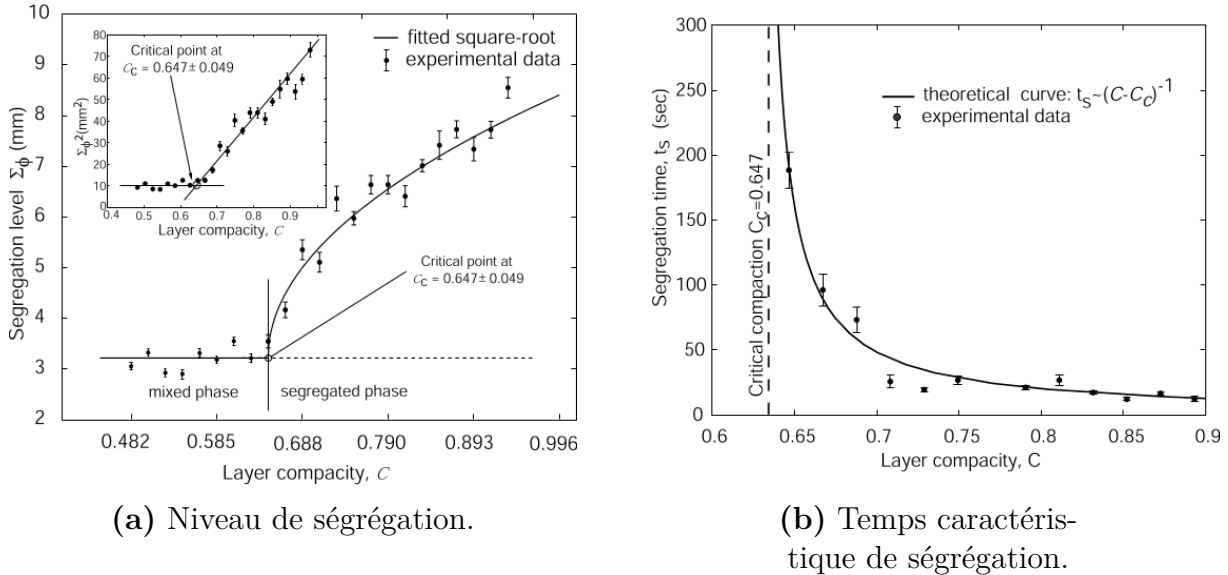


FIGURE 1.27 – Représentation (a) du niveau de ségrégation et (b) du temps caractéristique de ségrégation en fonction de la compacité de l'empilement. Les courbes théoriques sont celles attendues pour une transition de phase de champ moyen. Tiré de [Reis et Mullin, 2002].

Aux hautes valeurs de compacité, des oscillations du motif de ségrégation sont observées [Coniglio *et al.*, 2004], nous faisant penser à ce qui a été observé dans la géométrie du tambour tournant [Taberlet *et al.*, 2006].

L'analogie avec les systèmes colloïdaux est suggérée par les auteurs mais ici, le forçage n'est pas isotrope, tout comme le motif de ségrégation qui est perpendiculaire à la direction de vibration. De plus, les mêmes expériences montrent que ce motif apparaît aussi pour des grains de taille identique mais de masses volumiques et coefficients de frottement différents.

### 1.4.5 Conclusion

Pour conclure, retenons que le phénomène de ségrégation est très fréquent dans les milieux granulaires polydispersés et qu'il est souvent difficile de mélanger des grains ayant des propriétés physiques différentes, que ce soit leur taille, leur coefficient de frottement, leur inertie, etc.

Les mécanismes à l'origine de la ségrégation sont nombreux : effets de voûtes, convection granulaire, tamisage cinétique, pression de déplétion, etc.

Malgré la diversité de ces mécanismes, la transition entre l'état initial (mêlé) et un

état de ségrégation stationnaire fait souvent intervenir une cinétique d'ordre 1 du type

$$y(t) = y(0) + (y_\infty - y_0) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \right], \quad (1.32)$$

$y(t)$  étant une variable quantifiant le degré de ségrégation du milieu granulaire. Cette formule fait apparaître un niveau de ségrégation stationnaire et un temps caractéristique. Notons enfin que l'état stationnaire n'est pas toujours totalement ségrégué.



**Deuxième partie**  
**Instabilité de tôle ondulée**



# Chapitre 2

## État de l'art

*Les tôles ondulées mais les vaches  
aussi.*

---

Auguste DERRIÈRE.

### Sommaire

---

2.1	Présentation du phénomène . . . . .	48
2.2	Premières expériences . . . . .	49
2.3	Études préliminaires à la thèse . . . . .	51
2.3.1	Dispositifs expérimentaux et premiers résultats . . . . .	51
2.3.2	Mesures de forces et analyse de stabilité linéaire . . . . .	54
2.4	Instabilités analogues . . . . .	56
2.4.1	Usure ondulatoire des rails . . . . .	56
2.4.2	Rides et dunes . . . . .	58
2.4.3	Autres instabilités . . . . .	60
2.5	Conclusion et objectif du travail . . . . .	61

---



Cette partie de la thèse s'inscrit dans le prolongement du travail de Baptiste Percier. L'objectif de ce chapitre est de rappeler les résultats les plus importants obtenus sur l'instabilité de tôle ondulée, mais le lecteur plus curieux pourra se reporter à la revue bibliographique plus détaillée présentée dans [Percier, 2013].

## 2.1 Présentation du phénomène

Lorsqu'une piste en sable ou en gravier est soumise aux passages répétés des véhicules, un motif régulier de rides, perpendiculaire à la piste, apparaît, connu sous le nom de tôle ondulée ou *washboard road*. La figure 2.1 présente un cas typique de route sujette à ce phénomène. Les rides peuvent atteindre une hauteur d'environ 20 centimètres et leur longueur d'onde varie entre 30 centimètres et 1 mètre selon les situations. La tôle ondulée est un phénomène très robuste qui apparaît sur une grande variété de matériaux, mais la vitesse de croissance du motif et son amplitude sont variables [Tockol, 1993].



FIGURE 2.1 – Exemple de route en tôle ondulée. On observe un motif régulier de rides transverses et régulièrement espacées qui s'est développé sur toute la longueur de la piste. Photographie tirée de [Percier, 2013].

L'amplitude et la longueur d'onde du motif dépendent de nombreux paramètres, tels que les masses et vitesses des véhicules qui roulent sur la piste, la pression des pneuma-

tiques, les caractéristiques des amortisseurs, etc. [Skorseth, 2000]. Elles dépendent également des caractéristiques mécaniques de la piste. Les observations faites sur le terrain montrent que le motif est particulièrement marqué dans les virages, dans les fortes pentes, ainsi qu’au voisinage des croisements, c’est-à-dire aux endroits où les contraintes exercées par le véhicule sur la route sont les plus grandes. En particulier, les accélérations et freinages trop brutaux semblent accélérer la naissance du phénomène [Skorseth, 2000].

De plus, une migration des rides le long de la piste est très fréquemment observée, dans le sens de circulation ou dans le sens inverse ; la vitesse de migration dépendant également des propriétés de la piste, des véhicules et du comportement des conducteurs [Skorseth, 2000].

La conduite sur ce type de route est très gênante et les secousses peuvent endommager prématurément les véhicules. Les rides de tôle ondulée constituent également un danger pour les conducteurs. En effet, pour éviter de ressentir les secousses, ceux-ci roulent assez vite de sorte à « flotter » au-dessus des rides. Cependant, dans ces conditions, l’adhérence est considérablement réduite : le contrôle du véhicule et de sa trajectoire devient très délicat [Cap et Wambold, 1984].

Il est donc important de chercher des moyens pour éviter ou limiter l’apparition de l’instabilité de tôle ondulée. L’une des rares solutions apportée au phénomène (outre le goudronnage qui ne se justifie pas pour des routes très longues et peu empruntées), est de passer régulièrement un bulldozer pour aplanir la piste. Pour des routes régulièrement empruntées, il faut lisser la route environ tous les mois.

Par ailleurs, les études de terrain semblent rapporter que l’instabilité de tôle ondulée apparaît surtout sur les pistes sèches [Tockol, 1993, Skorseth, 2000]. Ainsi, une solution fréquemment proposée est d’épandre des hydrocarbures ou du chlorure de calcium (qui capte l’humidité ambiante) dans le but de rendre la piste plus cohésive. Selon les industriels commercialisant ce type de produit, ce traitement pourrait réduire d’un facteur deux le temps entre deux passages successifs de bulldozer. Cependant, l’épandage de ce type de produit peut poser des problèmes environnementaux et sa mise en œuvre est lourde et coûteuse.

Au-delà des implications pratiques, le phénomène de tôle ondulée constitue un problème intéressant pour le physicien qui s’inscrit dans la physique des instabilités. Nous cherchons ainsi à mieux comprendre les mécanismes fondamentaux à l’origine du phénomène, sans chercher immédiatement des solutions.

## 2.2 Premières expériences

Les premières observations du phénomène datent des débuts de l’industrie automobile. Cependant, les premières études expérimentales en laboratoire sont assez récentes [Mather, 1962, Mather, 1963]. Mather a étudié la formation du motif de tôle ondulée sur une piste circulaire de sable sur laquelle roule une roue motorisée dotée d’un pneumatique en gomme rigide (voir schéma de l’expérience en figure 2.2). La roue ainsi propulsée est guidée par un bras auquel elle est reliée *via* une suspension : elle n’est pas entraînée par celui-ci.

Bien que le lit de sable utilisé par Mather fût très fin, il est arrivé à reproduire un motif régulier de rides. Son résultat principal a été la mise en évidence d’une vitesse seuil pour l’apparition du phénomène, en dessous de laquelle toute irrégularité de la piste était effacée. Il a également étudié l’influence de la vitesse de la roue, de sa masse et de la

raideur de la suspension sur la longueur d'onde du motif. Il a observé que la naissance du motif se faisait à partir d'une petite irrégularité, et que les rides se déplaçaient le long de la piste, phénomène déjà mis en évidence par les relevés de terrain. Il a enfin remarqué que le phénomène de tôle ondulée est très robuste, que ce soit sur le mode de traction de la roue (tractée ou motrice), ses propriétés mécaniques (masse, raideur) ou le type de grain (en testant des graviers de tailles et de formes très variables).

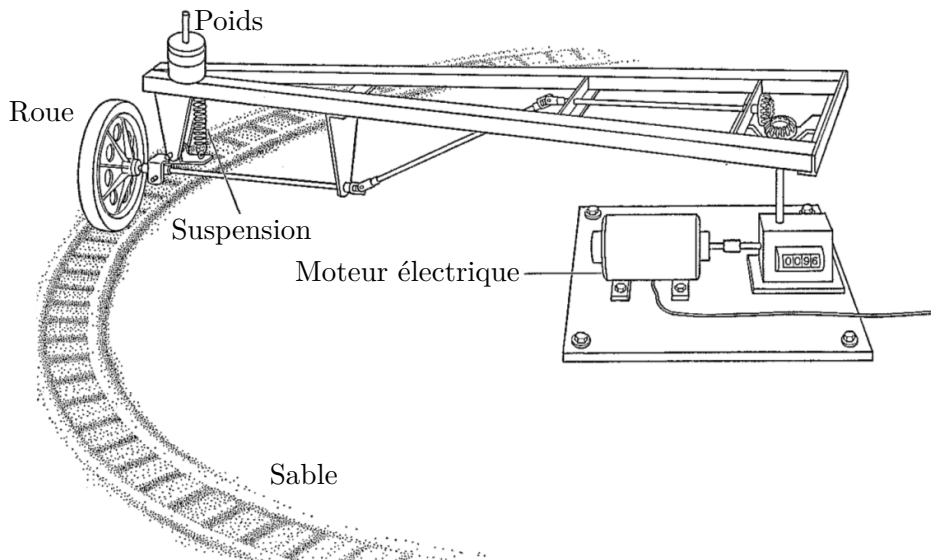


FIGURE 2.2 – Montage expérimental utilisé par Mather pour étudier l'instabilité de tôle ondulée. Schéma tiré de [Mather, 1963].

Des études plus détaillées ont ensuite été réalisées à l'université de Cornell [Riley et Furry, 1973]. Riley et ses collègues ont mis au point un montage analogue à celui conçu par Mather et étudié de façon très complète la dépendance des caractéristiques de l'expérience (vitesse et masse de la roue, taille de l'obstacle initial, pression du pneumatique, propriétés de la suspension) sur le phénomène. Ils retrouvent les résultats établis par Mather ; ils montrent également que l'irrégularité naturelle de la piste est suffisante pour faire apparaître le motif. Ils ont aussi montré que la longueur d'onde du motif n'est pas directement liée à la fréquence propre de la suspension<sup>1</sup>. Ils ont enfin montré le rôle important joué par l'aire de contact entre la roue et la piste (*via* la pression des pneus), la vitesse et la masse de la roue. Ils ont par ailleurs obtenu les lois de déformation du milieu granulaire, permettant d'obtenir une équation d'évolution du profil du lit de sable. Leur intégration numérique a permis de reproduire le profil observé expérimentalement.

Notons que des modélisations *ad hoc* du phénomène ont été entreprises plus récemment [Mays et Faybishenko, 2000, Both *et al.*, 2001, Hoffmann et Misol, 2007, Hoffmann *et al.*, 2009] : on pourra lire dans [Percier, 2013] un résumé de ces différentes approches théoriques.

1. Ce qui était attendu, les oscillations d'une suspension automobile étant suramorties.

## 2.3 Études préliminaires à la thèse

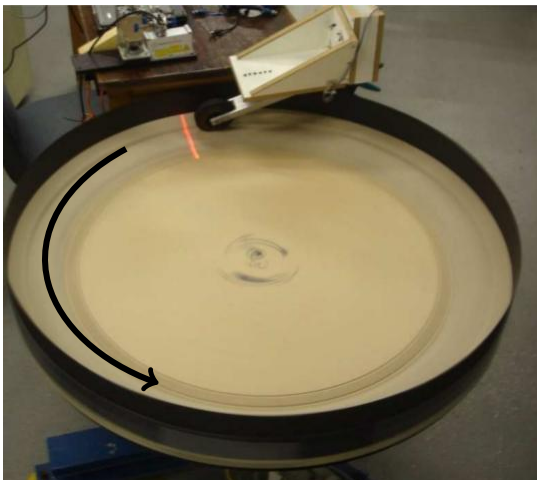
### 2.3.1 Dispositifs expérimentaux et premiers résultats

Pour compléter les études expérimentales menées dans les années 1960 et 1970, Nicolas Taberlet a commencé à étudier la formation du motif de tôle ondulée par une roue tirée à vitesse constante sur un lit granulaire. Pour cela, il a utilisé deux montages expérimentaux, un au DAMTP à Cambridge et l'autre au laboratoire de physique de l'ENS de Lyon.

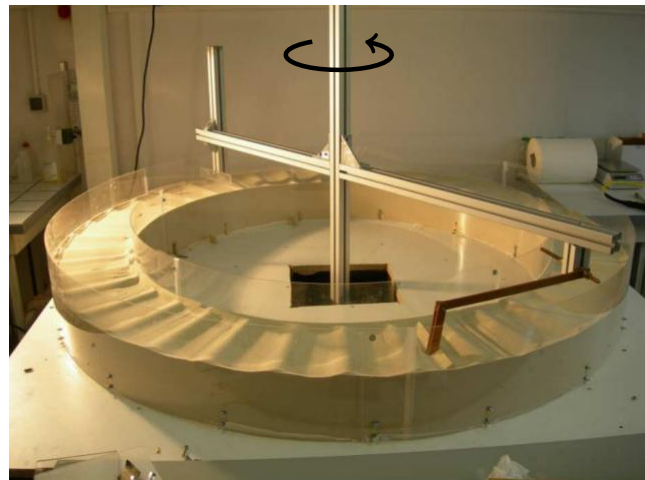
La première expérience, photographiée en figure 2.3a, est constituée d'une table tournante contenant le milieu granulaire. Une roue fixée à un bras articulé repose sur le lit de sable. Le montage de la table tournante présente un gros inconvénient : à haute vitesse, la force centrifuge devient élevée et impacte directement le profil du lit de sable. Les rides qui s'y forment s'inclinent rapidement par rapport à l'horizontale.

La seconde expérience, photographiée en figure 2.3b, est composée d'une piste circulaire au centre de laquelle un axe vertical tournant entraîne un bras horizontal sur lequel est fixée une roue ou un patin. L'inconvénient de ce montage est que l'instrumentation est plus difficile.

Ces expériences ont été complétées par des simulations numériques de dynamique moléculaire de sphères molles à deux dimensions.



(a) Montage utilisé à Cambridge. Une table tournante contenant le milieu granulaire est mise en rotation. La roue repose sur le milieu granulaire *via* un bras articulé. Le diamètre de la piste est de 1 m.



(b) Montage utilisé à Lyon. La piste est fixe et le patin se déplace à sa surface. Le diamètre de la piste est de 1,6 m.

FIGURE 2.3 – Photographie des expériences utilisées pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée. Photographie tirée de [Percier, 2013].

Les travaux ainsi effectués confirment que l'instabilité de tôle ondulée n'est pas due à la suspension des véhicules ou à une résonance interne de ceux-ci mais qu'on peut l'obtenir avec une simple roue, rigide (sans pneumatique) et soumise à son propre poids

(sans suspension). Elles confirment également l'existence d'une vitesse critique au-delà de laquelle les rides se forment. Les simulations numériques montrent que la compaction ou la ségrégation granulaire ne sont pas nécessaires au phénomène [Taberlet *et al.*, 2007] (quand bien même ces phénomènes peuvent exister sur le terrain). Elles montrent également que des simulations numériques à deux dimensions suffisent à reproduire le phénomène. Les expériences ainsi que les simulations numériques montrent que le motif se déplace dans le sens d'avancée de la roue. Elles montrent également une dynamique complexe de mûrissement des rides où le nombre de rides tend à diminuer.

Par ailleurs, le motif n'apparaît pas uniquement lorsqu'il est créé par une roue. Dans [Bitbol *et al.*, 2009], les auteurs montrent qu'une simple lame inclinée suffit à reproduire le phénomène. L'avantage de ce dispositif est qu'il est plus simple à caractériser (seule l'inclinaison de la lame, sa largeur et sa masse important), et que l'essentiel de la déformation du lit granulaire se fait par transport direct de grain par le patin. Le milieu granulaire n'est ni cisailé, ni déformé en profondeur. L'instabilité présente également une vitesse critique et une croissance exponentielle des rides au-dessus de celle-ci. La saturation de l'amplitude n'est pas tout le temps observée. On constate également que près de la vitesse critique, les rides ont une longueur d'onde bien définie et ne subissent pas de mûrissement.

Les travaux de [Bitbol *et al.*, 2009] ont permis de mettre en exergue les variables pertinentes pour étudier le phénomène. Ainsi, le diamètre des grains n'a aucune influence sur l'instabilité (vitesse critique, longueur d'onde, amplitude, etc.). De plus, si l'on note  $v$  la vitesse du patin,  $m$  sa masse,  $w$  sa largeur,  $\rho$  la masse volumique de la piste et  $g$  l'accélération de la pesanteur, il est possible de définir un nombre sans dimension, noté  $Fr$  et appelé nombre de Froude :

$$Fr = \frac{v^2}{g} \sqrt{\frac{\rho w}{m}}. \quad (2.1)$$

Il apparaît alors que l'instabilité ne se produit qu'à des valeurs de nombre de Froude supérieures à une valeur critique, qui permet ainsi d'obtenir une loi d'échelle pour l'évolution de la vitesse critique. Le nombre de Froude critique dépend cependant des paramètres sans dimension du système, comme la friction entre les grains ou encore l'angle d'attaque du patin.

Au cours de la thèse de Baptiste Percier [Percier, 2013], une plaque de plexiglas a été fixée à une platine de translation dont on peut commander l'altitude avec une grande précision *via* la carte d'acquisition. Il est alors possible de créer un motif sinusoïdal sur la piste dont la longueur d'onde et l'amplitude sont fixées par l'expérimentateur. Une fois ce profil créé, on laisse le patin libre d'évoluer à sa surface et l'enregistrement de la hauteur du profil du lit permet de remonter à l'amplitude  $A(n)$  des rides à chaque tour  $n$ . L'évolution est exponentielle dans un premier temps. On peut alors définir un taux de croissance tel que :

$$A(n) = A(0) \exp(\sigma n), \quad (2.2)$$

qui peut être positif ou négatif. Les résultats présentant les taux de croissances obtenus, pour différentes vitesses et longueurs d'onde, sont exposés sur la figure 2.4.

Nous constatons alors que, pour les expériences comme pour les simulations numériques, en dessous d'une certaine vitesse critique, toutes les longueurs d'onde sont stables (elles ont un taux de croissance négatif) et aucun motif ne se forme. Au-dessus de la vitesse critique, certaines longueurs d'onde deviennent instables, avec des taux de croissance

devenant d'autant plus grands que la vitesse l'est. Les expériences semblent indiquer une loi de puissance pour le taux de croissance du mode le plus instable avec :

$$\sigma \sim (v - v_c)^{1/2}. \quad (2.3)$$

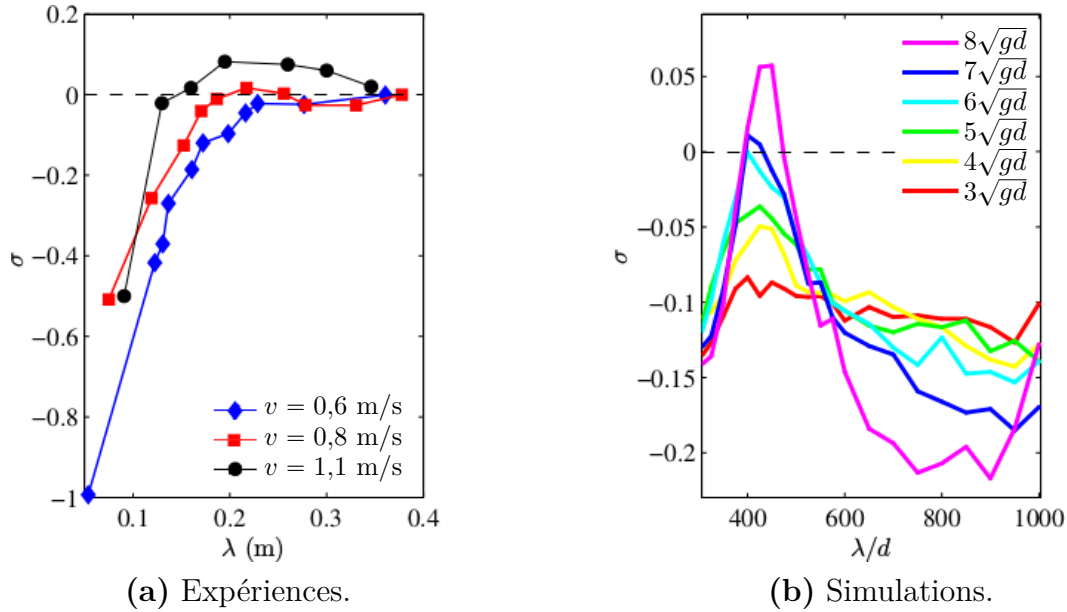


FIGURE 2.4 – Taux de croissance des rides (a) pour les expériences, (b) pour les simulations en fonction de la longueur d'onde, pour différentes vitesses.  $d$  désigne le diamètre des grains. Courbes tirées de [Percier, 2013].

Nous pouvons également observer l'amplitude des rides à saturation : les résultats obtenus pour les expériences et les simulations sont présentés figure 2.5. L'évolution en fonction de la longueur d'onde est celle d'une bifurcation fourche, avec une évolution en racine carrée de l'écart au seuil.

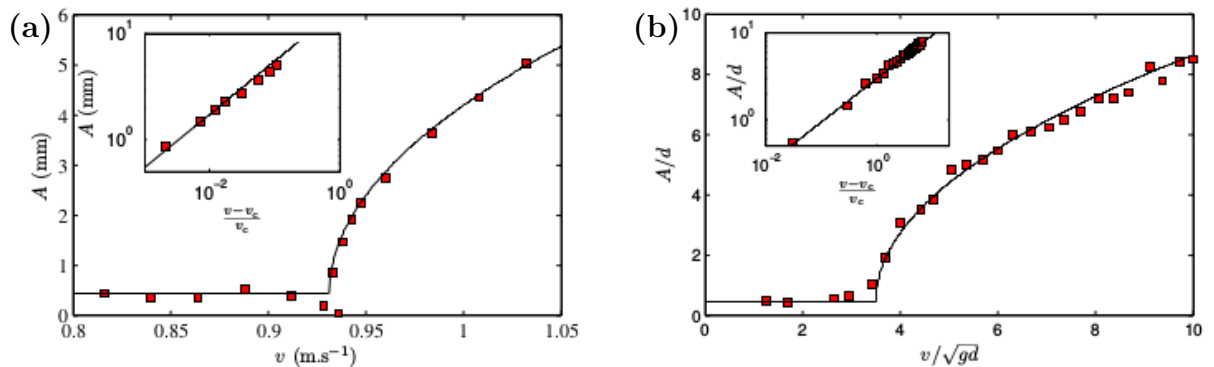


FIGURE 2.5 – Amplitude des rides à saturation en fonction de la vitesse (a) dans les expériences, (b) dans les simulations. Courbes tirées de [Percier, 2013].

### 2.3.2 Mesures de forces et analyse de stabilité linéaire

La profondeur à laquelle pénètre la lame au sein du milieu granulaire est déterminée par sa masse et par la force de portance créée par le sable. Cette force détermine *via* le principe fondamental de la dynamique la position de la lame et ainsi la masse de sable transportée. En effet, si on note  $y$  l'altitude du patin et  $F_L$  la force de portance :

$$m\ddot{y} = -mg + F_L. \quad (2.4)$$

La connaissance de l'expression de la force de portance est donc l'élément clé du modèle.

Expérimentalement et numériquement, on fixe l'altitude d'un patin (« chasse-neige »), qui charrie ainsi du sable. On mesure alors les forces de traînée et de portance exercées par le sable sur le chasse-neige. Cette mesure se fait très facilement dans la simulation car on a accès à toutes les forces entre les grains. Expérimentalement, on utilise le dispositif décrit en figure 2.6.

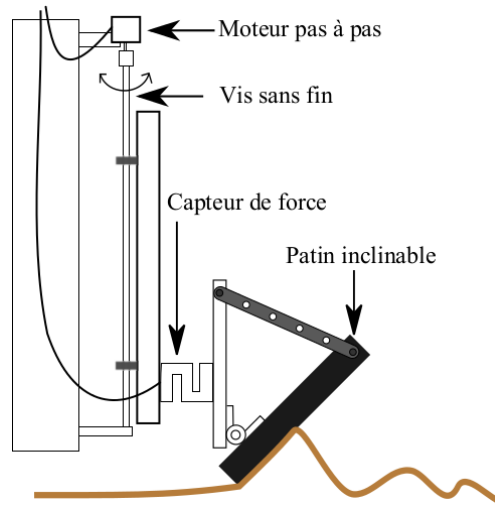


FIGURE 2.6 – Schéma du dispositif pour mesurer les forces de portance et de traînée exercées sur le milieu granulaire par un patin d'altitude et d'angle fixé. Schéma tiré de [Percier, 2013].

On peut ainsi démontrer, dans les expériences comme dans les simulations numériques, qu'il existe une relation de proportionnalité entre cette force  $F_L$  et la masse de sable transportée en régime stationnaire (la masse de sable transportée par le patin  $M$  est indépendante du temps) [Percier *et al.*, 2011] :

$$F_L = \mu_l M g. \quad (2.5)$$

Un bilan de matière conjugué à l'équation de la dynamique permet d'écrire une équation sur le profil du lit de sable :

$$\frac{d^3 y}{dt^3} + \kappa^3 y = 0, \quad \text{où} \quad \kappa^3 = \frac{\mu_l L \rho v g}{m}, \quad (2.6)$$

$L$  désignant la largeur transverse du patin,  $v$  sa vitesse et  $\rho$  la masse volumique du milieu granulaire. Le polynôme caractéristique correspondant possède deux racines générant

une divergence exponentielle. Ces solutions divergentes sont également oscillantes avec la période  $T = 4\pi/(\sqrt{3}\kappa)$  donc la longueur d'onde correspondante est :

$$\lambda = \frac{4\pi v}{\sqrt{3}\kappa} = \frac{4\pi}{\sqrt{3}} \left( \frac{1}{\mu_l \rho g} \right)^{1/3} \left( \frac{mv^2}{L} \right)^{1/3}. \quad (2.7)$$

L'évolution de la longueur d'onde en fonction du paramètre  $mv^2/L$  montre que le mécanisme fixant la longueur d'onde a bien été identifié. On retrouve l'évolution en loi de puissance 1/3 de la longueur d'onde en fonction du paramètre  $mv^2/L$  sur plusieurs décades.

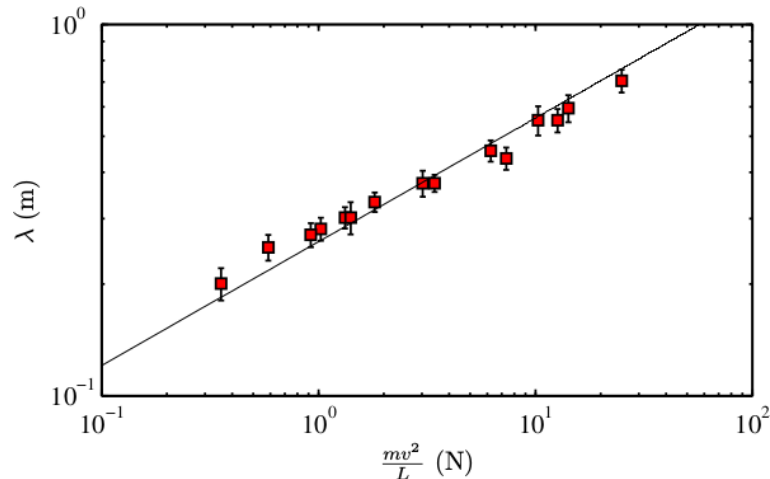


FIGURE 2.7 – Comparaison entre la longueur d'onde mesurée expérimentalement et la longueur d'onde prédite par le modèle. L'accord est très bon, malgré l'absence de paramètre ajustable. Tiré de [Percier, 2013].

Cependant, le système ainsi décrit est toujours instable, ce qui est en contradiction avec l'existence d'une vitesse critique. Ceci vient du fait que les mesures de forces ont été faites pour un lit plat, en régime stationnaire à altitude constante. Lorsque le lit est ondulé et que le patin se déplace verticalement, la relation  $F_L = \mu_l Mg$  n'est plus valable.

L'expression de la force est donc modifiée en ajoutant deux termes d'ordre intermédiaires [Percier *et al.*, 2013b] :

$$F_L = \mu_l Mg - by - cj. \quad (2.8)$$

Les coefficients ainsi introduits  $b$  et  $c$  peuvent être mesurés expérimentalement ou numériquement. Il est alors possible d'intégrer cette équation pour obtenir l'évolution des taux de croissance des rides en fonction de la vitesse et de la longueur d'onde. Les résultats ainsi obtenus sont présentés en figure 2.8 : pour des vitesses faibles, le taux de croissance est toujours négatif, impliquant que toute perturbation initiale sera effacée. En revanche, à des vitesses plus élevées, il existe une gamme de longueurs d'onde instables. La dépendance de la vitesse critique obtenue avec le modèle présente un bon accord avec les résultats de [Bitbol *et al.*, 2009].

Ainsi, les mesures de forces réalisées ont permis de construire une analyse de stabilité linéaire qui présente un très bon accord avec les données expérimentales et numériques et qui permet de prédire la longueur d'onde, les taux de croissance et la vitesse critique.



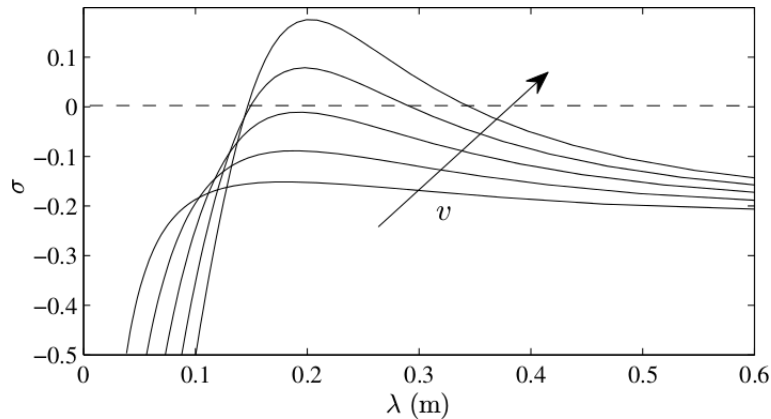


FIGURE 2.8 – Taux de croissance des rides en fonction de la longueur d’onde pour différentes vitesses du patin, calculés à partir de l’analyse de stabilité linéaire. À faible vitesse, le taux de croissance est toujours négatif, tandis qu’aux hautes vitesses, il admet des valeurs positives : le modèle prévoit donc l’existence d’une vitesse critique. Tiré de [Percier, 2013].

Il demeure plusieurs éléments encore mal compris sur l’instabilité de tôle ondulée : en particulier l’amplitude à saturation des rides n’est pas obtenue par ce modèle. De plus, ce modèle a été mis en place pour un patin évoluant sur un milieu granulaire sec. Il reste à explorer plus en détail le cas de la roue et les situations où les propriétés mécaniques du milieu granulaire varient.

## 2.4 Instabilités analogues

Nous listons ici brièvement plusieurs phénomènes qui présentent de fortes analogies avec l’instabilité de tôle ondulée. Cette thèse, qui vise à mieux comprendre l’impact des propriétés mécaniques du substrat sur lequel advient l’instabilité, pourra donner des clés pour mieux comprendre les mécanismes physiques à l’origine de ces instabilités. Un relevé plus détaillé de ces phénomènes est réalisé dans la thèse de Baptiste Percier [Percier, 2013], où l’on pourra également trouver de plus nombreuses références bibliographiques.

### 2.4.1 Usure ondulatoire des rails

L’usure ondulatoire des rails (ou *rail corrugation*) est un phénomène d’apparition de rides à la surface des rails de trains, de tramways, de métros ou de tout autre type de transport ferroviaire. La figure 2.9 présente un exemple typique d’usure ondulatoire. Notons que le motif ainsi créé sur le rail peut également déformer les roues. Cette instabilité peut endommager les véhicules en générant des vibrations excessives, elle est également une grande source de bruit. Enfin, elle pose des problèmes de sécurité car l’adhérence et la stabilité des trains sont réduites sur des voies trop usées. Par ailleurs, en Europe, une dépense additionnelle d’environ 60 millions d’euros est due à l’usure ondulatoire des rails [De Bock, 2017].

La dynamique d’un train sur une voie ferrée est complexe et fait appel à de nombreux degrés de liberté indépendants : les mouvements horizontaux et verticaux des roues, du

bogie ou du train dans son ensemble, les mouvements de torsion de l'essieu, mais également les déformations de la voie, des traverses ou encore du ballast. L'usure ondulatoire résulte d'un couplage complexe entre la dynamique du véhicule et la façon dont peut être déformé le rail (usure par abrasion de matière ou déformation plastique).

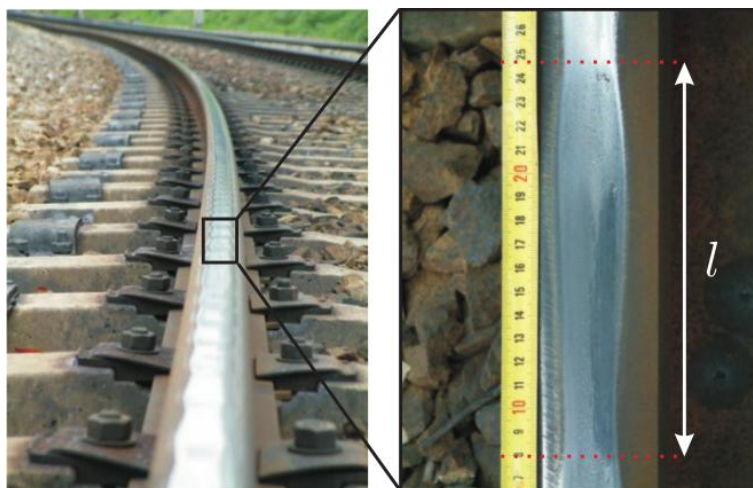


FIGURE 2.9 – Motif d'usure ondulatoire sur une voie ferrée du RER parisien. Photo tirée de [Collette, 2007].

Dans la littérature, la dynamique du véhicule et du rail est appelée « mécanisme de fixation de la longueur d'onde », bien que le système n'ait pas toujours de pulsation propre. Elle fait intervenir les nombreux degrés de liberté de l'interaction train – voie ferrée.

L'usure ondulatoire résulte alors d'une rétroaction entre le mécanisme de fixation de la longueur d'onde et le mécanisme d'endommagement : le rail initialement non usé, possède une légère rugosité. Celle-ci peut exciter des fréquences caractéristiques, modifiant par abrasion ou déformation plastique le profil du rail. Une fois amorcée, le développement de l'usure ondulatoire est en général exponentiel (on pourra consulter des relevés de terrain dans [Collette, 2007]). Les principaux mécanismes, listés par [Kalousek et Grassie, 2000] sont présentés en figure 2.10.

Le seul moyen pour atténuer l'usure ondulatoire reste de meuler ou remplacer les rails [Grassie et Kalousek, 1993]. Il existe d'autres méthodes répondant au problème mais elles sont en général spécifiques à un seul des mécanismes de fixation de la longueur d'onde. On pourra lire [Collette, 2007] pour une revue détaillée sur le sujet. Il est par exemple possible de meuler de façon asymétrique les rails dans les courbes ou de graisser les roues (mais cela diminue l'adhérence des trains). L'utilisation d'absorbeurs dynamiques de vibration a également pour effet de réduire les effets liés à la torsion de l'essieu et du rail.

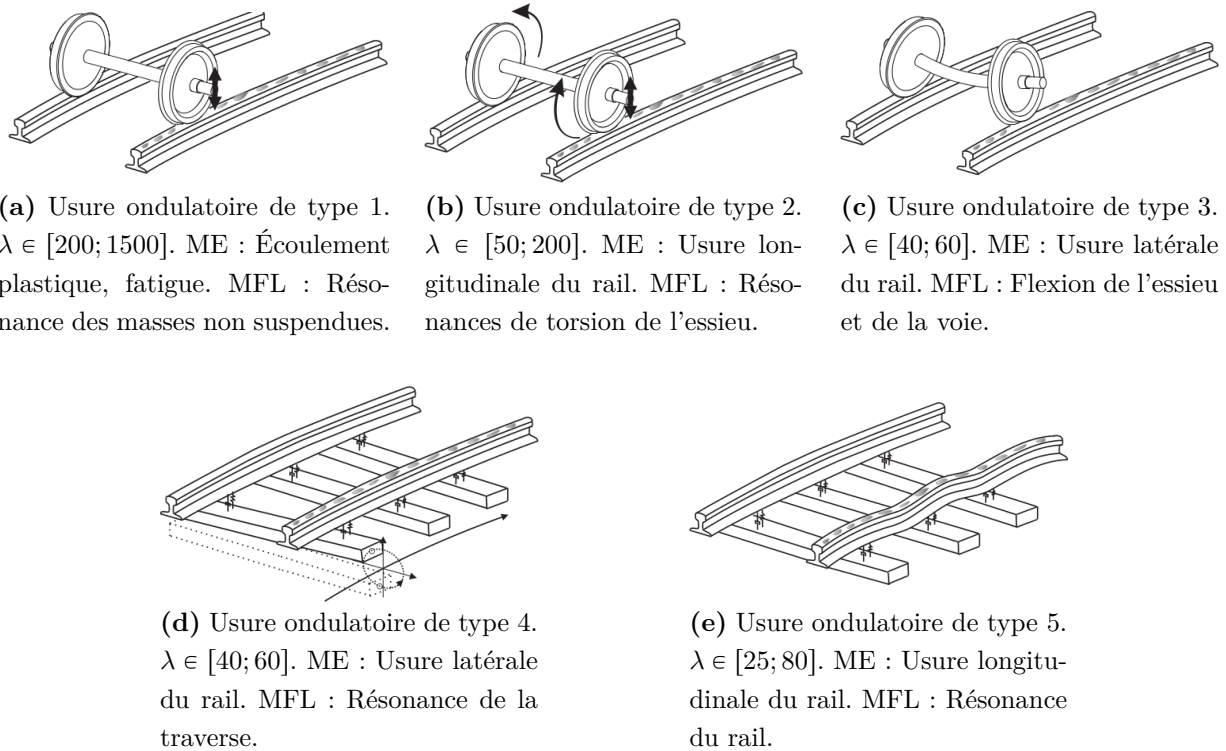


FIGURE 2.10 – Principaux mécanismes responsables de l'usure ondulatoire des rails. MFL : mécanisme de fixation de la longueur d'onde. ME : mécanisme d'endommagement. La longueur d'onde  $\lambda$  est exprimée en millimètres. D'après [Kalousek et Grassie, 2000].

De façon générale, l'usure ondulatoire des rails est un phénomène qui peut être rapproché de l'instabilité de tôle ondulée du fait des nombreuses similitudes entre les deux phénomènes. Du fait de l'abondance de la littérature sur le phénomène, elle peut fournir des pistes intéressantes pour comprendre l'origine de la tôle ondulée. La littérature d'ingénierie est abondante mais s'intéresse à tous les aspects du système dans leur complexité, dans le but de proposer des solutions pouvant rapidement être mises en œuvre. L'approche que nous avons ici est de chercher à simplifier d'abord le système pour comprendre les mécanismes fondamentaux à l'origine du phénomène, et ce problème reste ouvert. La prise en compte de sa complexité intervient dans un second temps.

## 2.4.2 Rides et dunes

L'interaction d'un milieu granulaire avec un fluide intervient dans des situations variées dans la nature. Elle fait l'objet depuis longtemps d'études de la part des géologues pour cette raison. On distingue usuellement :

- les rides sous-marines [Langlois, 2005] (voir figure 2.11a), dont la longueur d'onde est de l'ordre de la dizaine de centimètres et la hauteur de quelques centimètres. Elles sont formées par le mouvement des vagues ou le va-et-vient des marées ;
- les rides éoliennes [Andreotti *et al.*, 2006], de même taille que les précédentes, que l'on rencontre à la surface des grandes dunes du Sahara par exemple (voir figure

2.11b);

- les dunes proprement dites, qui existent aussi bien dans l'air que dans l'eau. Leur taille varie d'une dizaine à plusieurs centaines de mètres. On les retrouve bien sûr dans les déserts (voir figure 2.11c) mais également au fond de certaines fleuves. Les dunes détectées au fond du Rhin ont une longueur d'onde de 10 mètres et une hauteur d'environ 1 mètre. Les dunes éoliennes peuvent prendre des formes très diverses : on distingue usuellement les barkhanes [Andreotti *et al.*, 2002b], les dômes, les dunes paraboliques, linéaires et en étoile [Langlois, 2005].

Les dunes peuvent avoir de graves conséquences : les avancées des déserts au Sahara, en Australie ou dans le nord de la Chine impliquent des volumes considérables de sable qui peuvent recouvrir des infrastructures ou des terres agricoles, les rendant inutilisables.

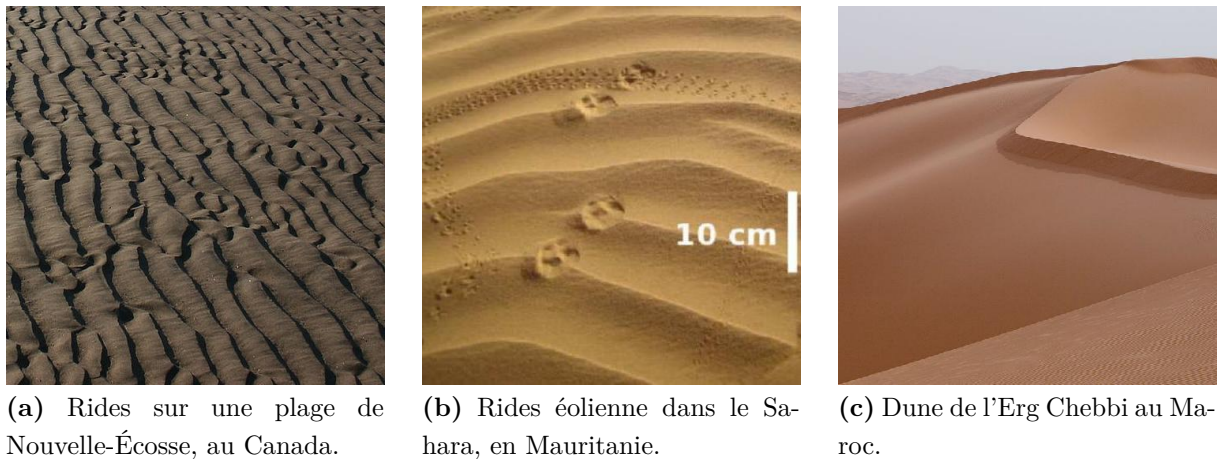


FIGURE 2.11 – Photographie de rides et dunes formées par l'interaction entre un milieu granulaire et un fluide.

De nombreuses études se sont intéressées à la formation des dunes, qu'elles soient expérimentales [Andreotti *et al.*, 2002a, Hersen, 2004, Rousseaux *et al.*, 2004, Langlois, 2005], numériques [Herrmann *et al.*, 2005] ou analytiques [Blondeaux, 1990, Valance et Rioual, 1999, Roos et Blondeaux, 2001, Andreotti *et al.*, 2002b, Andreotti *et al.*, 2002b, Langlois, 2005]. Ainsi, le mécanisme a été identifié par l'étude du transport à l'interface fluide/grain. Il a notamment été mis en évidence que ces rides ne se forment qu'au-dessus d'une certaine vitesse critique du fluide. Un autre comportement bien connu est que les rides avancent dans le sens de l'écoulement du fluide, pouvant causer l'avancée des déserts.

Les mécanismes de transport des grains et d'érosion sont très différents du cas de l'instabilité de tôle ondulée ; cependant les deux phénomènes présentent des analogies. On observe en effet que la croissance du motif est exponentielle au-delà d'une certaine vitesse seuil, et que la longueur d'onde la plus instable est bien déterminée. On observe également un mûrissement des rides éoliennes ou sous-marines, comme c'est le cas dans l'instabilité de tôle ondulée à haute vitesse [Taberlet *et al.*, 2007].

### 2.4.3 Autres instabilités

**Formation de bosses sur les pistes de ski.** Les bosses créées sur une piste de ski sont un exemple spectaculaire de formation d'un motif. Ces bosses ne sont pas toujours modelées volontairement pour les épreuves de ski sur bosses, mais peuvent également apparaître à la suite du passage répété des skieurs sur les pistes. Si l'analogie avec la tôle ondulée est évidente, il y a de nombreuses différences entre les deux phénomènes. En effet, le développement du motif se fait à deux dimensions; de plus la présence des bosses va modifier les trajectoires des skieurs suivants (qui vont chercher à les éviter). Cependant, on peut voir des analogies : par exemple, le motif migre et les bosses remontent la piste (d'environ quelques mètres par mois selon la fréquentation de la piste) [Bahr *et al.*, 2009]. Il est possible de mettre en place des modèles numériques simples qui reproduisent bien le phénomène [Egger, 2002].

**Broutement.** Un autre type d'instabilité similaire à la tôle ondulée est le phénomène de broutement. Lors de l'usinage d'une pièce, il peut s'y développer un motif qui génère un état de surface très médiocre [Chiou *et al.*, 1995, Yang *et al.*, 2003]. Ce phénomène peut également générer des vibrations et endommager les machines-outils ou les outils de coupe. Le phénomène dépend très fortement de la vitesse de coupe et est lié, comme l'usure ondulatoire des rails, aux différentes résonances et fréquences propres de la machine-outil et de la pièce [Chiou *et al.*, 1995].

**Formation de rides par une pointe de microscope à force atomique (AFM).** Lorsqu'un matériau est soumis à des passages répétés de pointes d'AFM, on observe le développement d'un motif régulier qui se propage rapidement à l'ensemble de l'échantillon [Socoliuc *et al.*, 2003]. C'est principalement l'abrasion à l'échelle moléculaire qui est le moteur de l'instabilité : l'amplitude typique observée est de l'ordre du nanomètre et la longueur d'onde du motif de quelques dizaines de nanomètres.

**Disques durs.** Un phénomène d'apparition de rides existe également sur les disques durs. Ceux-ci sont constitués d'un disque en rotation sur lequel est codée l'information sous forme de bits magnétiques. Cette information est lue par une tête de lecture, suspendue à un bras qui la déplace sur le disque. Afin de pouvoir lire rapidement les informations, il faut que la distance entre la tête de lecture et le disque soit assez faible (typiquement cinq nanomètres). Cependant, à de si faibles distances, les collisions entre le disque et la tête de lecture sont fréquentes, ce qui peut endommager le disque. Pour y remédier, on dépose sur le disque un fluide rhéoépaississant qui le protège alors. Toutefois, on observe que le passage répété de la tête de lecture sur le disque génère un motif régulier de rides sur le fluide qui croît exponentiellement, si bien que certains endroits du disque peuvent être à nu. Cette instabilité se forme sans qu'il y ait de contact entre la tête de lecture et le disque, ce sont probablement les interactions de Van der Waals qui sont le mécanisme de déformation à l'origine de cette instabilité [Sheng, 2011].

## 2.5 Conclusion et objectif du travail

Les mécanismes à l'origine de l'instabilité de tôle ondulée se retrouvent ainsi dans de nombreuses situations. Ces phénomènes font intervenir de nombreux supports et mécanismes de déformation différents. Cependant, on retrouve plusieurs analogies :

- le développement d'un motif de rides avec une croissance exponentielle à partir d'une perturbation infinitésimale, à une longueur d'onde bien définie ;
- l'existence d'une vitesse critique au-delà de laquelle il existe un intervalle de longueurs d'onde instables ;
- la migration du motif d'ondulations, même si elle n'est pas observée dans tous les phénomènes listés ci-dessus ;
- la saturation de l'amplitude des rides.

Afin d'étendre les travaux déjà réalisés sur un lit granulaire sec, nous avons choisi d'étudier l'instabilité de tôle ondulée sur un milieu granulaire cohésif. L'objectif, en plus de fournir des clés pour expliquer les observations de terrain (le développement du motif est plus lent sur des routes humidifiées), est d'explorer l'influence des propriétés mécaniques du substrat sur l'instabilité de tôle ondulée. Nous allons ainsi quantifier l'influence de la cohésion sur la vitesse critique d'apparition du motif, ainsi que sur sa longueur d'onde et les taux de croissance associés.

Après ces études sur les lits de grains cohésifs, nous présenterons les résultats préliminaires obtenus pour l'instabilité de tôle ondulée sur des fluides à seuil, dont les propriétés rhéologiques sont mieux connues et bien calibrées.



# Méthodes expérimentales et numériques

*Pour explorer le champ des possibles,  
le bricolage est la méthode la plus  
efficace.*

Hubert REEVES.

## Sommaire

---

3.1	Méthodes expérimentales . . . . .	<b>64</b>
3.2	Plasticité des milieux granulaires humides . . . . .	<b>68</b>
3.2.1	Principe général . . . . .	68
3.2.2	Mesures expérimentales . . . . .	69
3.2.3	Interprétation . . . . .	70
3.3	Méthodes numériques . . . . .	<b>72</b>
3.3.1	Introduction . . . . .	72
3.3.2	Description générale . . . . .	73
3.3.3	Forces de contact entre grains . . . . .	74
3.3.4	Intégration des équations . . . . .	78
3.3.5	Spécificité des simulations de tôle ondulée . . . . .	78

---



### 3.1 Méthodes expérimentales

#### Présentation du dispositif

Le dispositif expérimental utilisé pour reproduire et étudier l'instabilité de tôle ondulée sur un milieu granulaire humide est photographié et schématisé sur la figure 3.1. Il est composé d'un bac circulaire de 57 cm de diamètre moyen (soit environ 1,79 m de périmètre) et de largeur 7,5 cm. La profondeur du bac est de 7 cm. Au-dessus de ce bac, un bras est mis en rotation par un moteur à courant continu couplé à un réducteur (marque Crouzet modèle 80807019; tension nominale : 24 V; couple nominal 5 N.m; vitesse de rotation nominale : 104 tour/minute) via deux poulies de même diamètre et une courroie crantée.

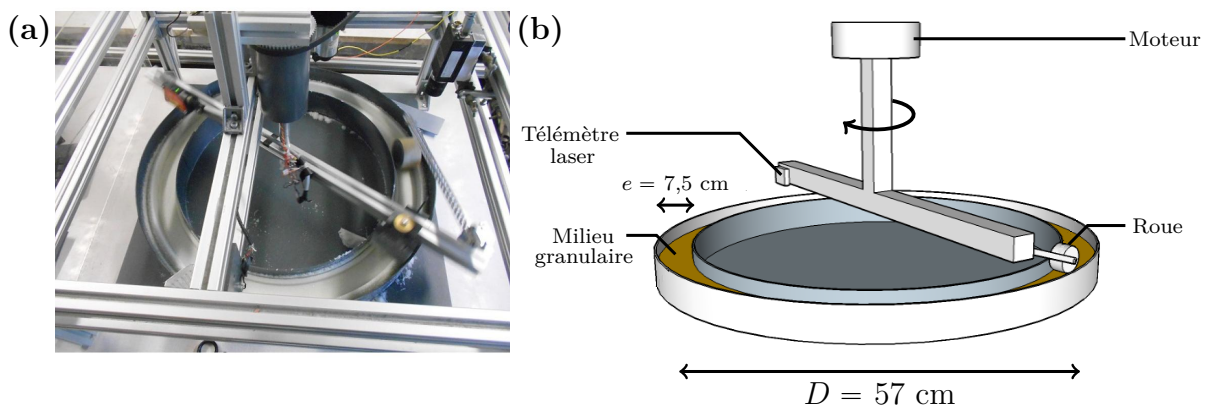


FIGURE 3.1 – Montage expérimental utilisé pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée. (a) Photographie du montage. Le télémètre laser est visible en haut à gauche, la roue et le « chasse-neige » en bas à droite. (b) Schéma du montage. Le « chasse-neige » servant à niveler le sable n'est pas représenté pour plus de clarté.

Nous avons utilisé une roue passive, c'est-à-dire simplement tirée, sans qu'aucun couple (autre que celui exercé par la piste) n'y soit appliqué. La roue est fixée au bras rotatif par le biais d'une tige libre de pivoter par rapport à un axe horizontal (voir figure 3.2a). L'angle entre le bras et la tige est ajusté de telle façon à ce qu'elle soit tirée parallèlement à la piste (de façon orthoradiale par rapport au milieu du bras). La position verticale du pivot reliant la tige au bras en rotation est ajustée de telle façon à ce que la tige soit en moyenne horizontale. Nous avons utilisé dans nos expériences le même ensemble « pivot-roue » : le pivot fait 26,6 cm de longueur et pèse 31,7 g, la roue (en PVC de notre construction) fait 6,38 cm de diamètre et pèse 62,7 g. Ainsi, chaque tour simule le passage d'un véhicule sur la piste.

En face de la roue, une lame de hauteur réglable (via un système de vis sans fin) est fixée sur le bras pour niveler le lit de sable. Elle est remontée progressivement en début d'acquisition afin de répartir également le sable sur toute la piste.

Afin de mesurer la durée d'un tour, une petite pièce en PVC est fixée sur le bras et vient couper une fourche optique une fois par tour. Le principe de cette fourche optique est présenté en figure 3.2b : le signal lumineux émis par une diode infrarouge traverse un

capteur en U et est détecté par un phototransistor ; dans ce cas, la tension est nulle en sortie. Au contraire, si le faisceau est coupé, le phototransistor se bloque et la tension délivrée par le capteur est de 5 V. La mesure de la tension aux bornes de la fourche optique permet alors de détecter les instants où passe l'objet en PVC et ainsi donne la durée d'un tour.

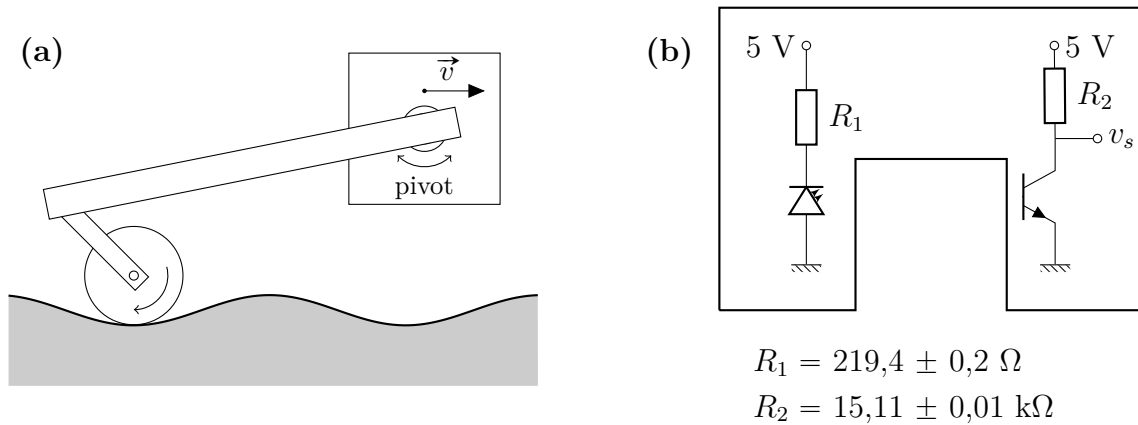


FIGURE 3.2 – (a) Détail de la tige supportant la roue. (b) Principe et câblage de la fourche optique.

Sur l'autre extrémité du bras est fixé un télémètre laser (modèle optoNCDT 1302 de la marque Micro-epsilon). Son but est de mesurer la hauteur du lit de sable à tout instant. Il est basé sur le principe de la triangulation optique, schématisé figure 3.3a : un rayon laser subit une réflexion diffuse sur la surface (ici le milieu granulaire) et est renvoyé dans toutes les directions de l'espace. La position de l'image sur la barrette CCD est fonction de la distance entre la surface diffuse et le télémètre. Un dispositif optoélectronique convertit enfin la position sur la barrette CCD en une tension analogique dont on fait l'acquisition.

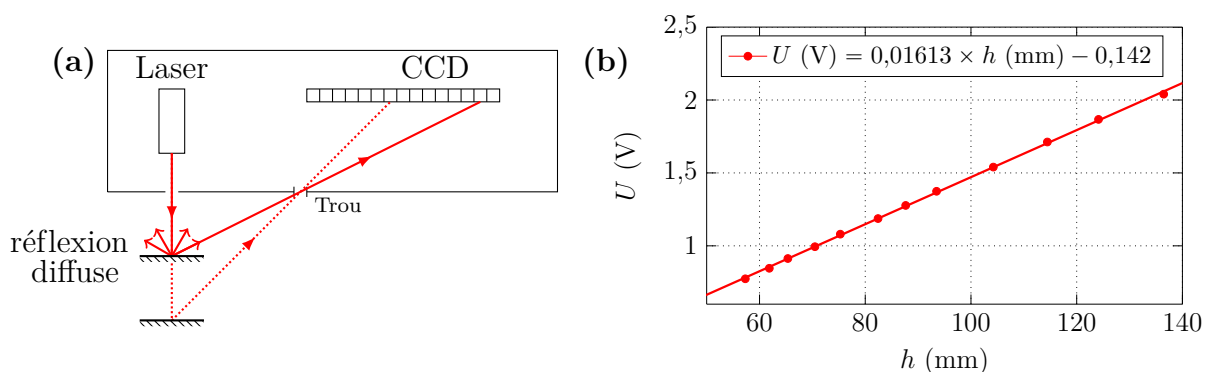


FIGURE 3.3 – (a) Schéma de principe du télémètre laser : un rayon laser est envoyé sur la cible qui le réfléchit de façon diffuse dans toutes les directions de l'espace : la position sur la barrette CCD est alors fonction de la position de la cible. (b) Courbe d'étalonnage du télémètre laser : la tension analogique de sortie est représentée en fonction de la distance à un obstacle fixe.

Le constructeur donne une étendue de mesure de 100 mm (les obstacles doivent être situés entre 50 mm et 150 mm du télémètre laser), un temps de réponse de 1 ms et une résolution de 20  $\mu\text{m}$ . La figure 3.3 à droite représente l'étalonnage statique du télémètre laser.

Les signaux délivrés par le télémètre et la fourche optique sont enregistrés (via un collecteur rotatif à balais pour le télémètre) à l'aide d'une carte d'acquisition National Instruments NI6259 et l'acquisition est pilotée par LabVIEW.

La vitesse de rotation du bras peut varier au cours d'une acquisition : en effet, la création de bosses va impliquer un couple plus élevée sur le moteur donc une vitesse de rotation plus faible à tension fixée. Il est donc nécessaire de réaliser un asservissement de vitesse. Le principe que nous avons utilisé est le suivant.

- On mesure le temps nécessaire pour réaliser un tour à l'aide des signaux issus de la fourche optique. On en déduit la vitesse angulaire moyenne sur le tour (figure 3.4a, courbe bleue).
- On corrige en fonction de la consigne la tension délivrée par la carte d'acquisition. Cette dernière commande le générateur de courant continu (Isotech IPS 303-DD) qui alimente le moteur à courant continu (figure 3.4a, courbe verte).

Pour vérifier les performances de cet asservissement, nous avons mesuré la vitesse angulaire en fonction du temps pendant quelques tours (par une méthode de type codeur optique). Celle-ci est représentée sur la figure 3.4b (courbe bleue) : elle varie de moins de 1 % sur un tour, ce qui est suffisant pour l'expérience. L'intensité traversant la machine à courant continu (figure 3.4b, courbe noire) nous montre que le couple varie peu sur un tour et que l'inertie de l'ensemble domine.

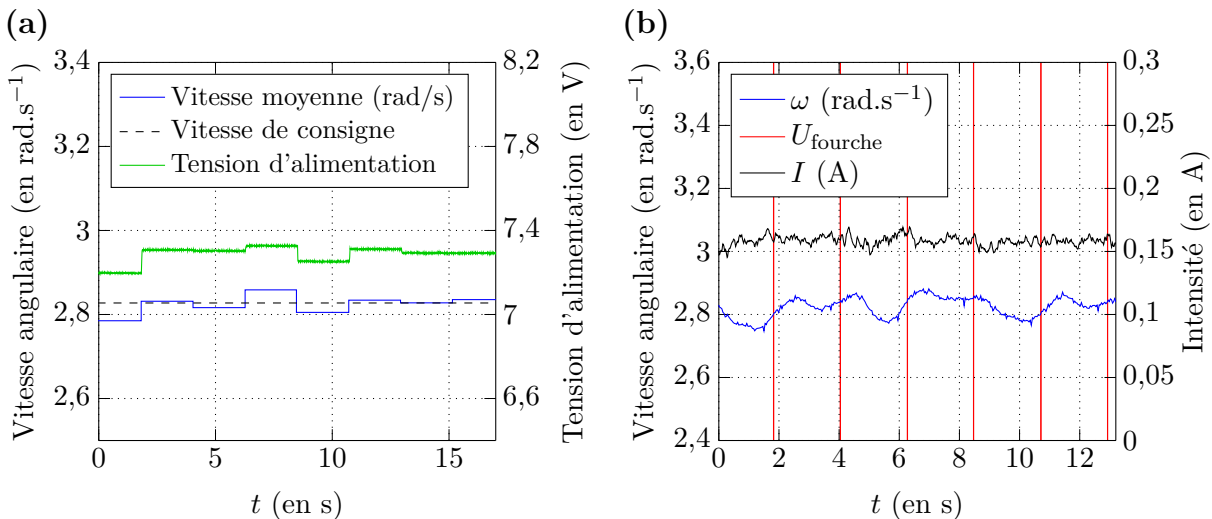


FIGURE 3.4 – (a) Représentation de la vitesse angulaire moyenne et tension d'alimentation du moteur à courant continu en fonction du temps. (b) Représentation de la vitesse angulaire instantanée et du courant traversant la machine à courant continu en fonction du temps. Le signal de la fourche optique est ajouté pour indication.

Dans les expériences, nous ferons varier la vitesse entre 0,3 tour/s et 0,7 tour/s, ce qui correspond à des vitesses de traction de la roue allant de 0,5 m/s à 1,3 m/s environ.

### Milieu granulaire utilisé

Dans la suite, nous étudierons l'instabilité de tôle ondulée sur un milieu granulaire composé de billes de verre de diamètre compris entre 250 et 500  $\mu\text{m}$ , dont la répartition en masse est présentée sur l'histogramme figure 3.5. Le bac contient environ 6 kg de billes de verre, ce qui correspond à une hauteur de sable d'environ 3,5 cm. Au-delà de 2 cm environ, l'effet de la hauteur de sable ne se fait plus sentir dans nos acquisitions.

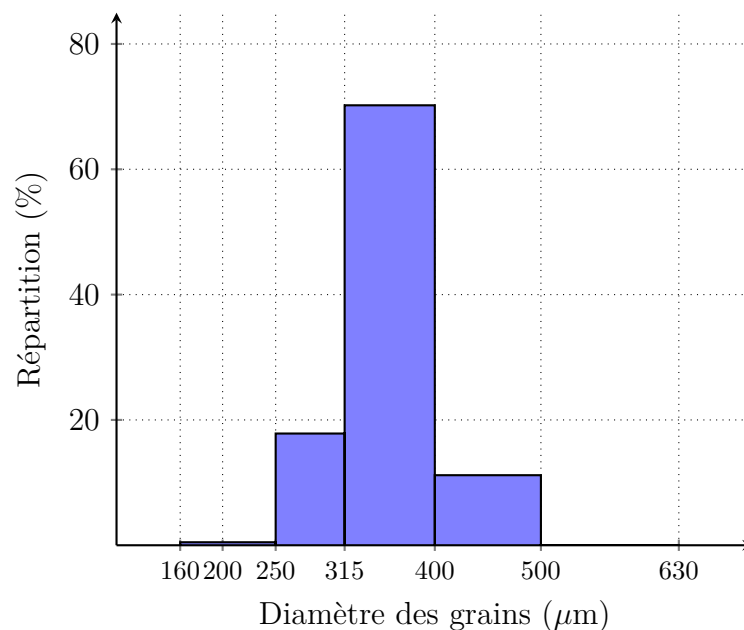


FIGURE 3.5 – Histogramme de répartition du milieu granulaire utilisé pour les expériences de tôle ondulée (exemple : 17,8% en masse des grains ont une taille comprise entre 250  $\mu\text{m}$  et 315  $\mu\text{m}$ ). Celui-ci est obtenu par tamisages successifs.

Le milieu granulaire est rendu cohésif en ajoutant une petite quantité connue (de 0,05% à 1,5%) d'huile silicone (Roth M50) ou d'huile minérale (Aldrich dimethylpolysiloxane 200).

Pour l'huile silicone, le fournisseur donne une tension de surface de  $20 \pm 1$  mN/m, une masse volumique de  $965 \pm 5$  g/L et une viscosité cinématique de  $(5,0 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s. Pour l'huile minérale, le constructeur donne une masse volumique de  $970 \pm 5$  g/L et une viscosité cinématique de  $(2,0 \pm 0,1) \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>/s. La tension superficielle n'est pas donnée.

Dans la suite, nous allons déterminer les contraintes de cohésion au sein d'un milieu granulaire. Comme nous l'avons vu au paragraphe 1.2.3, la cohésion au sein d'un milieu granulaire ne dépend pas uniquement de la tension superficielle mais également fortement de l'état de surface des grains (angle de contact, rugosités).

## 3.2 Plasticité des milieux granulaires humides

### 3.2.1 Principe général

Pour caractériser la cohésion au sein d'un milieu granulaire, nous avons étudié la plasticité d'un milieu granulaire en testant le critère de Coulomb. Le but est de mesurer la contrainte de cisaillement nécessaire pour casser le milieu granulaire en fonction de la contrainte normale.

L'expérience que nous avons réalisée est très simple et schématisée en figure 3.6a. Une plaque de PVC usinée en forme de peigne (ou de râteau) est enfoncée dans le milieu granulaire. On peut ainsi créer un plan de rupture localisé au sein du milieu granulaire. Après une légère compaction par *tapping* pour bien remplir le peigne, le sable situé de part et d'autre de la plaque est délicatement retiré afin de connaître avec précision la surface du plan de rupture. Pour faire varier la contrainte normale, on ajoute des masses variables sur le peigne.

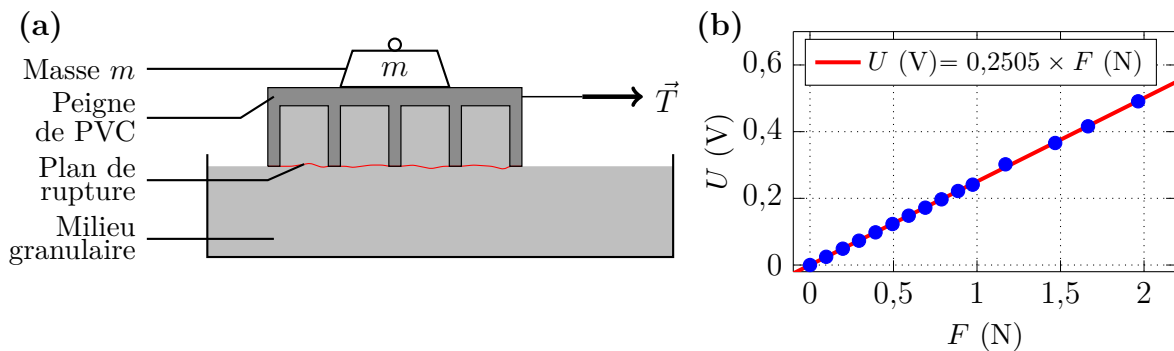


FIGURE 3.6 – (a) Principe de l'expérience : on tracte avec un capteur de force un peigne jusqu'à rupture du milieu granulaire. (b) Courbe d'étalonnage du capteur de force : le capteur est placé en position verticale et la tension analogique de sortie est représentée en fonction de la masse suspendue au capteur.

On tire à force croissante sur le peigne jusqu'à rupture du milieu granulaire. La force est mesurée au moyen d'un capteur de force TESTWELL KD40S, composé d'un pont de jauges de contrainte, pouvant mesurer des forces jusqu'à 10 N. L'étalonnage de ce capteur est présenté en figure 3.6b. Une courbe typique de traction est présentée figure 3.7. On constate un maximum qui correspond à la force nécessaire pour casser le milieu granulaire, suivi d'un intervalle de temps où la force est à peu près constante.

Pendant la traction du peigne à vitesse constante, un petit bourrelet se forme progressivement devant le peigne, ce qui augmente artificiellement la force nécessaire à la traction ; et rend peu reproductible la mesure. Nous avons donc choisi de relever la force de rupture du milieu granulaire, notée  $T_r$  sur la figure 3.7.

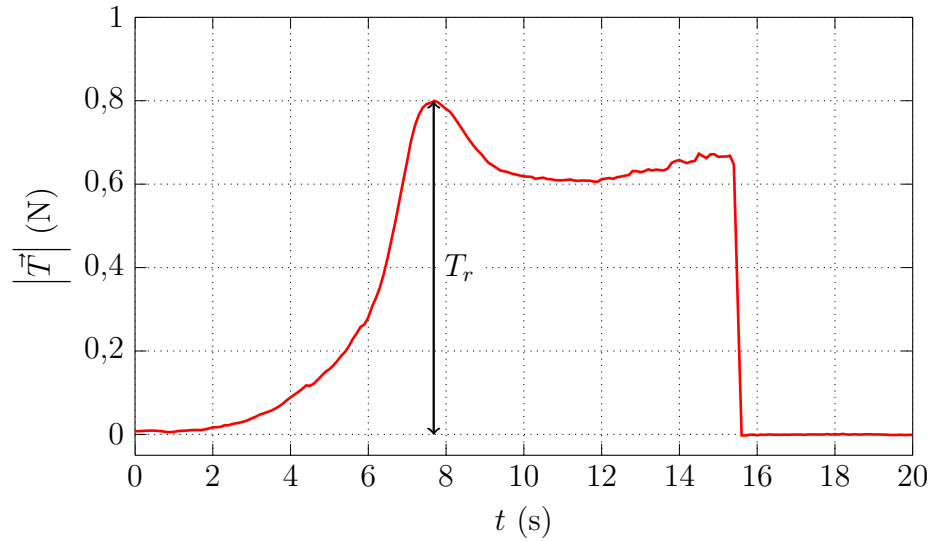


FIGURE 3.7 – Courbe représentant la force de traction en fonction du temps lorsque le peigne est tiré progressivement à faible vitesse. La force augmente jusqu'à  $|\vec{T}| \approx 0,8$  N ( $t \approx 7,5$  s) : il y a rupture du milieu granulaire. S'en suit alors un plateau qui correspond à une traction à vitesse constante. À  $t \approx 15,5$  s, on stoppe brutalement la traction. Le milieu granulaire utilisé contient de l'huile silicone à 0,4 % en masse d'huile minérale, et la masse ajoutée sur le peigne est de  $50,03 \pm 0,01$  g.

### 3.2.2 Mesures expérimentales

Nous voulons désormais obtenir les contraintes normale  $\sigma$  et de cisaillement  $\tau$  dans le but de tester le critère de plasticité de Coulomb  $\tau = \mu\sigma + c$ . On pourra ainsi caractériser la cohésion au sein d'un milieu granulaire avec la quantité  $c$ . Notons que dans le cas des simulations, c'est la contrainte normale de cohésion  $\sigma_c$  qui est imposée *via* une force normale ajoutée entre les grains en contact.

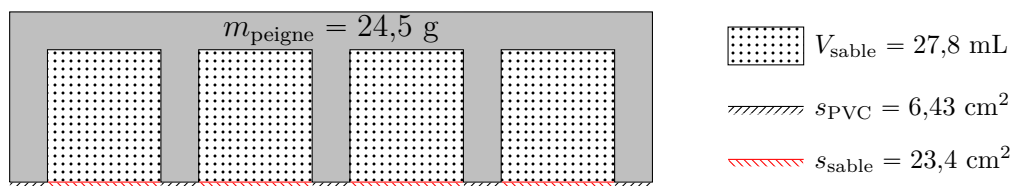


FIGURE 3.8 – Détail du peigne : la surface de sable considérée est hachurée en rouge, celle de PVC en noir. Les valeurs données indiquent la surface totale.

Pour obtenir la contrainte normale, nous prenons en compte la masse du peigne  $m_{\text{rateau}}$ , la masse du sable contenue dans le peigne  $\rho_{\text{sable}}V_{\text{sable}}$  et la masse ajoutée sur le peigne  $m$  (qui peut varier). Nous supposons que la contrainte normale est homogène sur la surface totale  $s_{\text{sable}} + s_{\text{PVC}}$ .

Pour obtenir la contrainte de cisaillement, il faut noter que la surface de PVC en contact avec le sable n'est pas négligeable devant celle du plan de rupture au sein du milieu granulaire (surface hachurée en noir sur la figure 3.8). On doit donc prendre en compte le frottement PVC/milieu granulaire. Nous avons donc établi les courbes  $\tau(\sigma)$  correspondantes en réalisant des expériences analogues avec un pavé de PVC plein.

Ainsi, les contraintes normale  $\sigma$  et de cisaillement  $\tau$  s'expriment ainsi en fonction des paramètres expérimentaux :

$$\sigma = \frac{(m_{\text{rateau}} + \rho_{\text{sable}} V_{\text{sable}} + m) g}{s_{\text{sable}} + s_{\text{PVC}}}, \quad (3.1)$$

$$\tau_r = \frac{T_r - \tau_{\text{PVC}}(\sigma) s_{\text{PVC}}}{s_{\text{sable}}}. \quad (3.2)$$

Nous avons mesuré pour le sable  $\rho = 1,52 \pm 0,02 \text{ kg.m}^{-3}$ . Nous avons simplement pesé le peigne et les différentes masses utilisées avec une balance de précision pour avoir  $m_{\text{rateau}}$  et  $m$ .

La figure 3.9 présente les résultats obtenus pour le milieu granulaire sec et un mélange d'huile silicone et de grains à 0,8 % en masse.

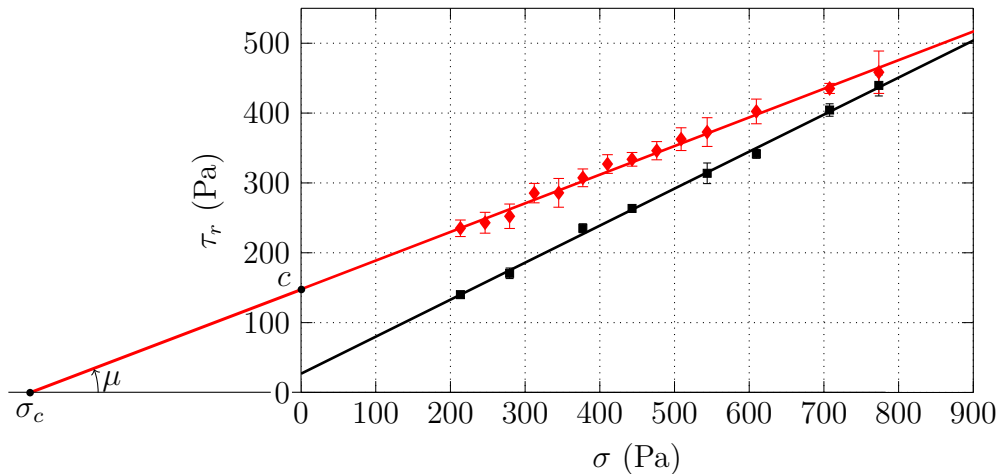


FIGURE 3.9 – Représentation de la contrainte de rupture du milieu granulaire  $\tau_r$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ . Les points noirs correspondent au sable sec, les points rouges à un sable contenant 0,8 % en masse d'huile silicone. Chaque mesure est réalisée cinq fois : l'écart-type  $\delta\tau$  est calculé à partir de la dispersion des mesures et de la loi de Student ; les barres d'erreurs indiquent un intervalle de confiance à 95 %. Les deux droites montrent les ajustements affines de ces données  $\tau_r = \mu\sigma + c$ .

### 3.2.3 Interprétation

On constate que la courbe  $\tau_r = f(\sigma)$  évolue linéairement comme prédit par le critère de Coulomb. On peut alors réaliser un ajustement linéaire  $\tau_r = \mu\sigma + c$  de cette courbe pour différents milieux granulaires. L'évolution du frottement interne en fonction de la concentration en huile silicone est représentée sur la figure 3.10 et celle de la cohésion sur la figure 3.11.

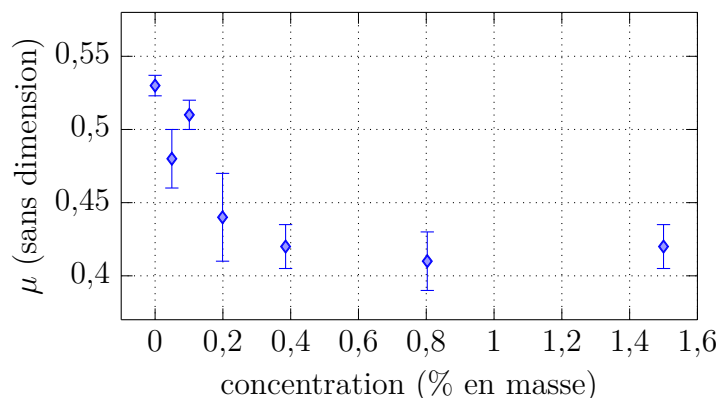


FIGURE 3.10 – Représentation de la friction interne  $\mu$  en fonction de la concentration massique d’huile silicone. Les barres d’erreurs sont calculées à partir de la dispersion obtenue sur les séries de mesures analysées séparément : les barres d’erreurs indiquent un intervalle de confiance à 95 %.

On constate que la friction interne diminue légèrement avant de saturer. Cela correspond à ce que l’on attend intuitivement : au début de l’ajout d’huile, les contacts entre grains tendent à être lubrifiés de plus en plus, ce qui a pour effet de diminuer la friction apparente entre grains. Cet effet sature au-delà d’une certaine quantité d’huile. Notons que la variation est assez faible (environ 30 % entre le milieu granulaire sec et humide).

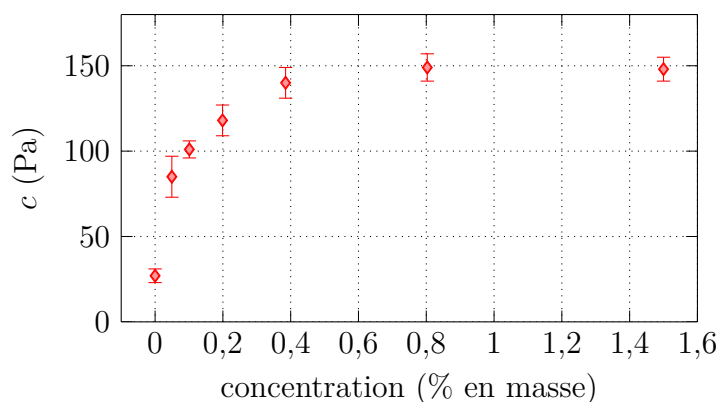


FIGURE 3.11 – Représentation de la cohésion  $c$  en fonction de la concentration massique d’huile silicone. Les barres d’erreurs sont calculées à partir de la dispersion obtenue sur les séries de mesures analysées séparément : les barres d’erreurs indiquent un intervalle de confiance à 95 %.

Comme attendu, la cohésion au sein du milieu granulaire augmente fortement au fur et à mesure de l’ajout d’huile. Les ponts capillaires sont de plus en plus nombreux et cela induit une augmentation des forces de cohésion entre grains. Une fois que le réseau de ponts capillaires est entièrement établi, la cohésion sature.

Remarquons que, contrairement à ce que l’on pourrait attendre, la cohésion au sein du milieu granulaire sec n’apparaît pas nulle. On pourrait penser à la cohésion résultant



de l'humidité résiduelle dans la pièce, mais la valeur obtenue est beaucoup trop importante. Par ailleurs, une valeur de cohésion élevée a déjà été observée pour des expériences analogues [Richefeu *et al.*, 2006]. Cette observation surprenante peut trouver son origine dans le fait que le glissement ne se produit pas le long d'une surface plane mais a lieu sur une zone assez large de mise en mouvement. La figure 3.12, tirée de [Richefeu, 2005], illustre ce point : on peut y voir les gradients de déplacement dans les cas sec et cohésif : le plan de rupture n'est pas bien localisé dans le cas sec.

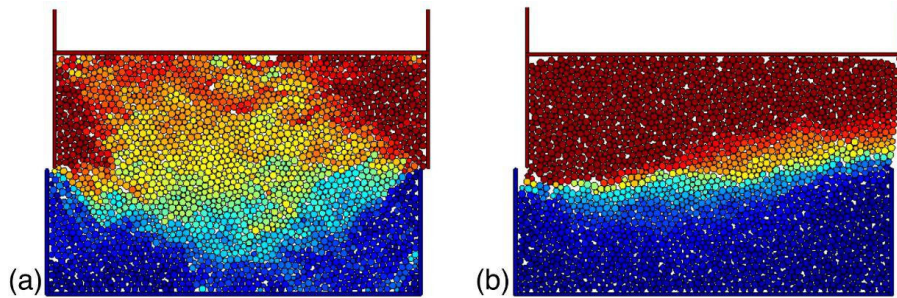


FIGURE 3.12 – Simulations numériques d'essais de cisaillement direct bidimensionnels. (a) cas sec ; (b) cas cohésif. La couleur bleue correspond aux plus faibles déplacements et la couleur rouge correspond aux plus grands déplacements. Figure tirée de [Richefeu, 2005].

La valeur de friction obtenue dans le cas sec ( $0,530 \pm 0,007$ ) peut être comparée à la mesure de l'angle de talus du milieu granulaire sec. On attend en effet que l'angle de talus  $\alpha$  soit relié à la friction interne du milieu granulaire sec  $\mu$  par  $\mu = \tan \alpha$ . Nous avons réalisé plusieurs mesures par versement à partir d'un entonnoir. Nous avons mesuré un angle de talus de  $30 \pm 1^\circ$  (l'incertitude étant obtenue à partir de la dispersion sur plusieurs essais), correspondant à une friction interne  $0,58 \pm 0,02$ . Le désaccord observé peut avoir la même explication.

Néanmoins, la méthode que nous avons utilisée permet une caractérisation satisfaisante et reproductible de la cohésion d'un milieu granulaire humide. On peut désormais étudier les différentes caractéristiques de l'instabilité de tôle ondulée en fonction de la cohésion au sein du milieu granulaire.

## 3.3 Méthodes numériques

### 3.3.1 Introduction

Grâce à la montée en puissance des capacités de calcul des ordinateurs, les simulations numériques apportent un nouveau moyen d'étude de nombreux phénomènes [Pöschel et Schwager, 2005]. En effet, il n'y a pas de théorie qui puisse rendre compte de la diversité des phénomènes pouvant se produire au sein d'un milieu granulaire [Herrmann et Luding, 1998]. Dans de nombreux cas, les simulations numériques des matériaux granulaires sont utiles, soit parce qu'elles apportent des informations inaccessibles par l'expérience, soit parce que les expériences sont difficiles ou impossibles à réaliser. Elles peuvent aussi revêtir un intérêt en autorisant, dans un but plus théorique, l'excursion de nombreux paramètres

du problème hors de portée de l'expérience. Dans ces cas, les simulations numériques peuvent compléter voire partiellement suppléer l'étude expérimentale.

Il existe de très nombreuses méthodes de simulation numérique de milieux granulaires [Wolf, 1996, Pöschel et Schwager, 2005] : automates cellulaires, méthodes d'éléments discrets (*discrete element method*, DEM), simulations « gérées par les évènements » (*event-driven*).

- Les simulations *event-driven* sont adaptées pour l'étude des gaz granulaires : elles consistent à calculer quand se produira la prochaine collision, et à incrémenter le temps et la position des particules jusqu'à cet instant. Des règles de collisions instantanées (et binaires) sont ensuite appliquées. Ces méthodes perdent tout leur intérêt lors de l'étude de milieux granulaires denses, qui sont l'objet de notre étude. Les collisions deviennent très nombreuses et peuvent faire intervenir plus de deux grains.
- La dynamique moléculaire de sphères déformables consiste à résoudre les équations fondamentales de la physique appliquées à chaque grain dans le but de calculer explicitement leurs trajectoires individuelles. Pour chaque grain, on calcule les différentes forces et couples qu'il subit de la part des autres grains, et on intègre ensuite les équations du mouvement.
- Il est enfin possible de mettre en place des simulations de dynamique des contacts de sphères dures [Jean et Moreau, 1992]. Sa mise en place est plus difficile et le temps de calcul peut être supérieur à celui de la dynamique moléculaire.

En plus du champ de pesanteur, les matériaux granulaires subissent essentiellement des forces de contact (en l'absence de force électrostatique). La dynamique moléculaire est bien adaptée à la simulation numérique d'un matériau granulaire. Celle-ci présente l'avantage d'une description physique et réaliste d'un tel matériau.

Nous présentons ici les caractéristiques générales de la simulation numérique d'un milieu granulaire par dynamique moléculaire de sphères déformables, avant de détailler les spécificités pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée. L'intérêt de ces simulations est de réaliser une description réaliste et physique d'un milieu granulaire en résolvant les équations de la dynamique pour chacun des grains. Ce réalisme se fait au détriment du temps de calcul, qui peut être important si on veut simuler un grand nombre de grains.

### 3.3.2 Description générale

On se donne  $N$  particules, numérotées par un indice  $i \in \llbracket 1; N \rrbracket$ . La simulation se fait à deux dimensions : les disques sont placés dans un plan de dimensions  $L \times H$ . On note  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$  leur position et  $R_i$  leur rayon. On note  $m_i = \rho\pi R_i^2$  leur masse. Notons que cette méthode peut aussi être implémentée pour des simulations numériques à trois dimensions.

1. Pour chaque particule  $i$ , on détermine les forces  $\vec{F}_i$  et les moments  $\vec{M}_i$  auxquels elle est soumise. Outre les forces extérieures (la pesanteur par exemple), les forces dépendent des positions et des vitesses des autres grains et de la roue, et de l'histoire des contacts au sein du milieu granulaire.
2. Le principe fondamental de la dynamique ainsi que le théorème du moment cinétique sont intégrés sur un temps  $dt$ , qui doit être petit devant le temps typique de variation des forces. Nous reviendrons sur ce point dans la suite.

3. Les nouvelles positions et vitesses remplacent les anciennes, et on incrémente le temps de  $dt$ .

On répète ces trois étapes autant de fois que nécessaire, pour que le système évolue jusqu'à l'état souhaité.

Le travail réside alors dans le choix des modèles régissant les forces d'interaction entre grains. Nous présentons les choix qui ont été fait pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée. Les mêmes méthodes seront reprises, sauf mention contraire, pour l'étude numérique de la ségrégation dans les astéroïdes (voir chapitre 7).

### 3.3.3 Forces de contact entre grains

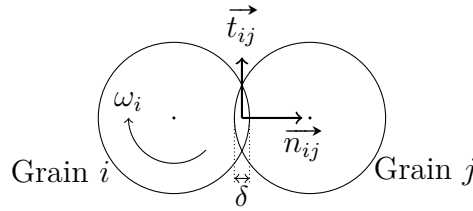


FIGURE 3.13 – Schéma présentant les notations utilisées.

**Force normale.** Pour modéliser la répulsion entre deux disques, on utilise la théorie de l'élasticité linéaire. Si deux grains (à deux dimensions) sont en contact, ils subissent une force de répulsion que l'on peut écrire sous la forme :

$$\vec{F}_{j \rightarrow i, el} = -k\delta \vec{n}_{ij}. \quad (3.3)$$

Il s'agit de la loi de Hertz dans le cas de deux disques.

On prend également en compte de façon empirique la dissipation lors de la collision par l'ajout d'un frottement visqueux de la forme  $\vec{F}_{j \rightarrow i, d} = -\gamma\dot{\delta} \vec{n}_{ij}$ . Lors d'un choc, l'équation du mouvement pour le recouvrement  $\delta$  est :

$$m_r \ddot{\delta} + \gamma \dot{\delta} + k\delta = 0, \quad (3.4)$$

où  $m_r = \frac{m_i m_j}{m_i + m_j}$  désigne la masse réduite du couple de grains  $(i, j)$ . Si  $\gamma < 2\sqrt{km_r}$ , l'évolution de  $\delta(t)$  est donnée par (la collision commençant à  $t = 0$ ) :

$$\delta(t) = \delta_{\max} \exp\left(-\frac{\gamma}{2m_r} t\right) \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m_r} - \frac{\gamma^2}{4m_r^2}} t\right). \quad (3.5)$$

Ainsi le temps de collision, égal à l'intervalle de temps séparant deux annulations de  $\delta(t)$  est :

$$\Delta t_{\text{coll}} = \pi \sqrt{\frac{m_r}{k}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{4km_r}}}, \quad (3.6)$$

et le coefficient de restitution des grains (rapport des vitesses avant et après le choc) vaut :

$$e = \exp\left(-\frac{\gamma}{2m_r}\Delta t_{\text{coll}}\right) = \exp\left(-\frac{\pi}{2}\frac{1}{\sqrt{\frac{km_r}{\gamma^2} - \frac{1}{4}}}\right). \quad (3.7)$$

Il est possible de prendre en compte la dissipation autrement, en prenant par exemple des valeurs de la constante d'élasticité  $k$  différentes dans le cas d'une compression ou d'une détente [Walton et Braun, 1986], ou encore sous la forme  $-\gamma\delta\dot{\delta}$  [Brilliantov *et al.*, 1996]. L'avantage de ce modèle est d'être facile à implémenter et peu coûteux en temps de calcul. On constate en effet que la durée d'une collision ne dépend pas de la vitesse des particules avant le choc. On obtient alors une limite pour l'incrément de temps valable pour toutes les collisions : il faut que  $dt \ll \Delta t_{\text{coll}}$ . Par ailleurs, on remarque que le coefficient de restitution est indépendant de la vitesse, ce qui sera valable tant que les chocs ne sont pas trop forts.

On peut enfin remarquer que la force peut devenir brièvement attractive lorsque la particule repart, si  $|\gamma\dot{\delta}| > |k\delta|$ . Cela est associé à une vitesse d'arrivée élevée et à un recouvrement faible. Si les chocs sont peu forts, cette force n'agira que pendant une petite fraction de temps de la collision, l'influence de cet effet sera alors négligeable. Ce point est discuté en détail dans [Schwager et Pöschel, 2007].

**Force tangentielle.** On utilise les lois de frottement d'Amontons-Coulomb (voir paragraphe 1.2.2). Partant du repos, il faut que la norme de la réaction tangentielle  $|\vec{F}_T|$  atteigne  $\mu_s |\vec{F}_N|$ , pour mettre en mouvement un grain par rapport à l'autre ( $\vec{F}_N$  est la réaction normale). En l'absence de glissement, la réaction tangentielle est *a priori* indéterminée. Seule l'inégalité  $|\vec{F}_T| \leq \mu_s |\vec{F}_N|$  est vérifiée. Lorsqu'il y a glissement,  $|\vec{F}_T| = \mu_d |\vec{F}_N|$ .

Il est alors facile de calculer la force de frottement lorsqu'il y a glissement. En revanche, si la vitesse de glissement est nulle, la force est indéterminée. Il faut alors utiliser un modèle pour régulariser la loi de Coulomb et déterminer la force agissant sur le grain lorsque la vitesse de glissement est nulle. Nous avons utilisé la régularisation schématisée figure 3.14 [Haff et Werner, 1986] :

$$|F_T| = \min(\|\gamma^t v_g\|, \|\mu F_N\|), \quad (3.8)$$

$v_g$  désigne la vitesse de glissement,  $\mu$  le coefficient de friction,  $F_T$  la force de frottement tangentielle et  $F_N$  la réaction normale.  $\gamma^t$  est un coefficient artificiel, il est choisi assez élevé pour que son choix influe peu sur la dynamique des grains.

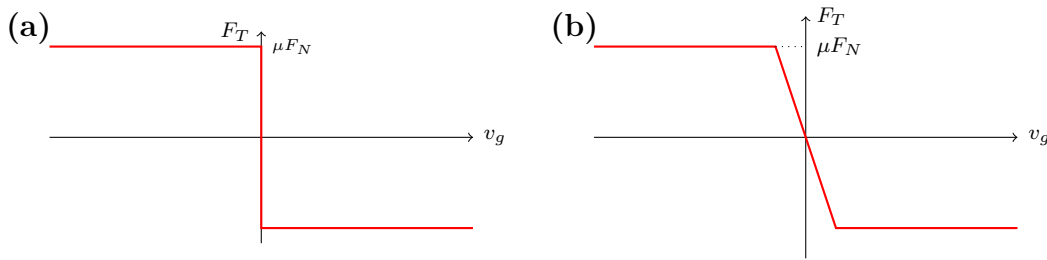


FIGURE 3.14 – Force tangentielle lors d’un contact en fonction de la vitesse de glissement  $v_g$  entre deux solides ; (a) loi d’Amontons-Coulomb ; (b) loi de Coulomb régularisée pour éviter l’indétermination lorsque la vitesse de glissement est nulle.

Ce modèle peut poser problème car la force est nulle en l’absence de glissement. Il est donc peu adapté à l’étude d’empilements statiques. Dans le cas de l’instabilité de tôle ondulée, le frottement n’est pas un paramètre décisif de la simulation. En revanche, nous reviendrons sur ce point lors de l’étude de la ségrégation au sein des astéroïdes.

**Cohésion entre grains.** Nous modélisons la cohésion en ajoutant simplement une force attractive  $f_c$  entre deux grains en contact, selon la direction normale.

Il est possible de prendre en compte de façon plus réaliste la cohésion ; en particulier il peut exister un pont capillaire entre deux grains proches mais qui ne sont pas en contact. La force dépend alors de la distance inter-grains et du volume d’eau et est obtenue à partir de la tension de surface et du rayon des particules [Khamseh *et al.*, 2015]. On peut aussi prendre en compte une hystérésis de cohésion [Soulié, 2005]. Ces raffinements ne nous ont pas paru nécessaires pour saisir les principales conséquences de l’apparition de la cohésion au sein du milieu granulaire.

### Recherche des collisions

Une des difficultés *a priori* des simulations de dynamique moléculaire est le repérage des contacts entre grains. En effet, pour chaque grain  $i$ , il faut comparer la distance à chaque autre grain  $j$ ,

$$d_{ij} = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2}, \quad (3.9)$$

à la somme de leurs rayons  $R_i + R_j$ . Si cette distance est inférieure à la somme des deux rayons, les grains sont en contact et on peut alors calculer les forces qui s’y appliquent. Cela implique donc  $N-1$  tests par grain donc de l’ordre de  $N^2$  calculs par pas de temps. La plupart de ces calculs sont inutiles : à deux dimensions (avec des grains de même taille), il y a au maximum 6 contacts par grains. Ainsi une proportion de l’ordre de  $(N-7)/(N-1)$  des calculs (c’est à dire 99,97 % pour 18000 grains) sont inutiles.

La méthode que nous avons utilisée pour éviter ce coût en temps de calcul est la méthode des cellules liées. Cette méthode consiste à superposer une grille de taille  $\ell_g$ , légèrement supérieure au diamètre des grains, à l’espace bidimensionnel de la simulation. On identifie ensuite quelles particules sont dans chaque cellule. Comme le pas de la grille est bien choisi, deux particules ne peuvent être en contact que si elles sont dans la même cellule ou dans deux cellules voisines (particules grisées sur la figure 3.15). On réduit

considérablement le temps de calcul car on n'aura à évaluer le critère  $d_{ij} < R_i + R_j$  que pour une quinzaine de particules. La contrepartie est de devoir attribuer une cellule à chaque grain, on doit donc faire un compromis entre utilisation de la mémoire et temps de calcul.

Pour permettre de retrouver les grains présents dans une cellule donnée, on procède en plusieurs étapes.

- On définit un tableau à deux dimensions  $\text{HoC}[N_x][N_y]$  (de *head of cell*),  $N_x$  et  $N_y$  désignant le nombre de cellules dans les directions  $x$  et  $y$ . On définit ensuite un tableau à une dimension  $L[N]$ . Ces deux tableaux sont initialisés à -1.
- On cherche pour chaque particule  $i$  la cellule la contenant, que l'on repère par deux entiers  $n_{x,i} = \text{int}(x_i/\ell_g)$  et  $n_{y,i} = \text{int}(y_i/\ell_g)$  ( $\text{int}$  représente la partie entière).
- Si  $\text{HoC}[n_{x,i}][n_{y,i}] = -1$ , on lui assigne  $i$ . Dans le cas contraire, une autre particule  $j$  avait déjà été trouvée dans cette cellule. Dans ce cas, on assigne  $j$  à  $L[i]$  et  $i$  à  $\text{HoC}[n_{x,i}][n_{y,i}]$ .

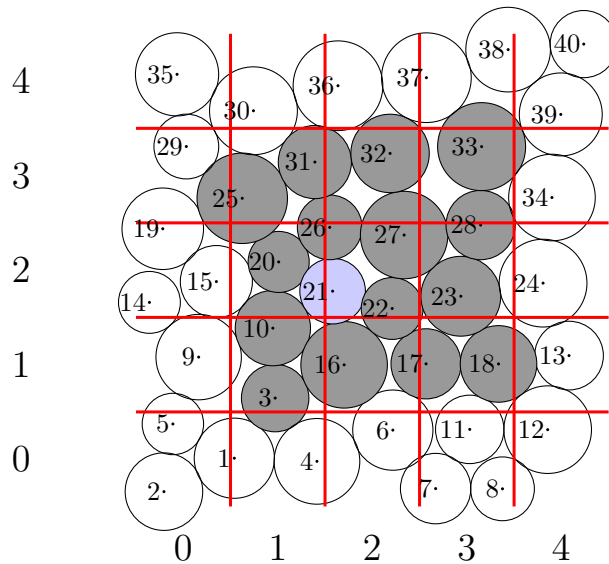


FIGURE 3.15 – Méthode des cellules liées : les seuls grains qui peuvent être en contact avec le grain n°21 sont les grains de la même cellule ou des cellules voisines (en gris).

Une fois ceci fait, il est possible de retrouver toutes les particules présentes dans une cellule. On regarde d'abord la valeur de  $i = \text{HoC}[N_x][N_y]$ . Si cette valeur est -1, c'est qu'il n'y a pas de particules dans la cellule. Sinon, la particule n° $i$  s'y trouve. Puis, on regarde  $j = L[i]$ ,  $k = L[j]$  et ainsi de suite jusqu'à trouver la valeur -1.  $L[k] = -1$  indique que la particule  $k$  était la première à avoir été trouvée dans la cellule.

Par exemple, dans le cas de la figure 3.15, les grains 21, 22, 26 et 27 sont dans la cellule (2,2). Ainsi,  $\text{HoC}[2][2] = 27$ , puis  $L[27] = 26$ ,  $L[26] = 22$ ,  $L[22] = 21$  et enfin  $L[21] = -1$ ; cela indique que le grain n°21 a été le premier à avoir été trouvé dans la cellule  $[2][2]$ . En appliquant cette méthode à la cellule qui contient le grain et aux huit cellules voisines, on peut obtenir tous les voisins potentiels de la particule considérée. La vérification  $d_{ij} < R_i + R_j$  n'est ensuite effectuée que pour ces voisins potentiels.

### 3.3.4 Intégration des équations

Connaissant maintenant toutes les forces agissant sur un grain donné, il faut intégrer les équations du mouvement pour chaque grain ainsi que pour la roue pour obtenir physiquement leurs trajectoires individuelles. Pour tout  $i$  allant de 1 à  $N$  :

$$m_i \frac{d^2 \vec{r}_i}{dt^2} = \vec{F}_i = \sum_{j \neq i} \vec{F}_{j \rightarrow i} + \vec{F}_{\text{roue}} + m_i \vec{g}. \quad (3.10)$$

On peut penser d'abord à la méthode d'Euler, mais elle est peu pertinente pour obtenir la position à partir des forces (donc de l'accélération) puisque l'erreur commise est en  $dt^2$ . Elle nécessite donc un incrément de temps très faible et peut produire des instabilités numériques. On utilise alors la méthode de Verlet, dont le principe est le suivant. On écrit les développements à l'ordre 3 de  $x(t - dt)$  et de  $x(t + dt)$  :

$$x(t - dt) = x(t) - dt \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{dt^2}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} - \frac{dt^3}{6} \frac{\partial^3 x}{\partial t^3} + \mathcal{O}(dt^4), \quad (3.11)$$

$$x(t + dt) = x(t) + dt \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{dt^2}{2} \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \frac{dt^3}{6} \frac{\partial^3 x}{\partial t^3} + \mathcal{O}(dt^4), \quad (3.12)$$

donc :

$$x(t + dt) + x(t - dt) - 2x(t) = dt^2 \frac{\partial^2 x}{\partial t^2} + \mathcal{O}(dt^4). \quad (3.13)$$

L'erreur commise est donc de l'ordre de  $dt^4$ . On doit en contrepartie stocker les valeurs de  $x$  en  $t$  et en  $t - dt$ . On procède donc ainsi pour le calcul des positions et de la vitesse :

$$\begin{cases} x_{\text{new}} = 2x_i - x_{\text{old},i} + \frac{F_{xi}}{m_i} dt^2 \\ v_{xi} = \frac{x_{\text{new}} - x_{\text{old},i}}{2\delta t} \\ x_{\text{old},i} = x_i \\ x_i = x_{\text{new}}. \end{cases} \quad (3.14)$$

On procède de même pour  $y_i$  et pour la coordonnée angulaire  $\theta_{zi}$  en utilisant le théorème du moment cinétique.

### 3.3.5 Spécificité des simulations de tôle ondulée

Afin de simuler le passage répété de la roue sur la piste, on impose des conditions aux limites périodiques : les grains sortant d'un côté de la piste sont réintroduits de l'autre. Les grains aux extrémités de la piste peuvent être en contact avec ceux de l'autre extrémité : cela est pris en compte dans le processus de détection des contacts.

Les grains sont contenus dans une boîte de dimensions  $L \times H$ .  $L$  est choisi assez grand pour que l'effet de la périodicité ne contraigne pas trop le choix de la longueur d'onde,  $H$  de façon à ce que le fond n'influe pas sur la dynamique. Ces choix sont des compromis avec le temps de calcul. On a retenu  $L = 750$ , ce qui correspond à une quinzaine d'ondulation en moyenne dans nos simulations.

L'état initial est créé en positionnant les grains sur un réseau carré avec un léger bruit dans leur position. On laisse ensuite relaxer l'ensemble sous son propre poids. Cette étape

n'est pas réalisée pour chaque simulation, une même réalisation servira d'état initial pour toutes nos simulations.

Afin d'éviter toute cristallisation, les grains sont légèrement polydisperses : leur rayon est distribué de façon aléatoire et uniforme autour de 0,8 et 1,2. Le fond de la piste est constitué d'une couche de grains maintenus à une altitude nulle (les forces sont calculées mais les équations du mouvement ne sont pas intégrées pour cette couche).

La roue utilisée est simplement un grain de taille plus grande et de masse plus importante que les autres grains. Son rayon est de 12,5 fois celui d'un grain et sa masse 125 fois celle d'un grain. Sa masse volumique est beaucoup plus faible que celle des grains pour éviter qu'elle ne s'enfonce dans le sable. La roue est traitée à part dans le processus de détection des collisions du fait de sa taille. On teste le critère

$$\sqrt{(x_i - x_{\text{roue}})^2 + (y_i - y_{\text{roue}})^2} \leq R_i + R_{\text{roue}} \quad (3.15)$$

pour tous les grains. Sa vitesse selon  $x$  est imposée et maintenue constante durant la simulation, elle est libre selon  $y$ .

Les paramètres de la simulation sont adimensionnés : l'accélération de la pesanteur, le diamètre et la masse des grains sont pris égaux à 1. L'ensemble des paramètres peut ainsi être relié par analyse dimensionnelle, par exemple une vitesse s'exprime en terme de  $\sqrt{2gR}$ .

Nous avons choisi une raideur de façon à ce que les grains ne soient pas trop mous, mais nous sommes obligés de choisir une raideur des grains plus faible que dans la réalité car un  $k$  trop élevé impose un petit pas de temps, et donc un temps de simulation trop long ( $k$  impose le temps de collision  $\Delta t_{\text{coll}} \approx \sqrt{m/k}$  donc la valeur du pas de temps).

On enregistre tous les 50 pas de temps la position de la roue, sa vitesse, les forces et le moment exercés sur elle, et le nombre de grains en contact avec cette dernière. Dès que la roue fait un tour, on enregistre également le profil du lit de grain.

Le but de ces simulations n'est pas de reproduire quantitativement les résultats expérimentaux, mais de fournir un autre outil d'analyse du phénomène. En effet, le résultat des simulations est dépendant des modèles utilisés, de plus le nombre de grains est beaucoup plus faible que dans la réalité, et certains phénomènes plus marginaux (usure, abrasion, fluage, fragmentation) ne sont pas pris en compte. L'intérêt des simulations est de tester certaines hypothèses et d'avoir accès à des grandeurs inaccessibles expérimentalement.

Dans les simulations que nous avons réalisées, un tour dure environ  $2 \times 10^5$  pas de temps, et il faut de 100 à 1000 tours pour atteindre un état stationnaire. La figure 3.16 présente deux images issus d'une simulation de tôle ondulée, proches de l'état initial.



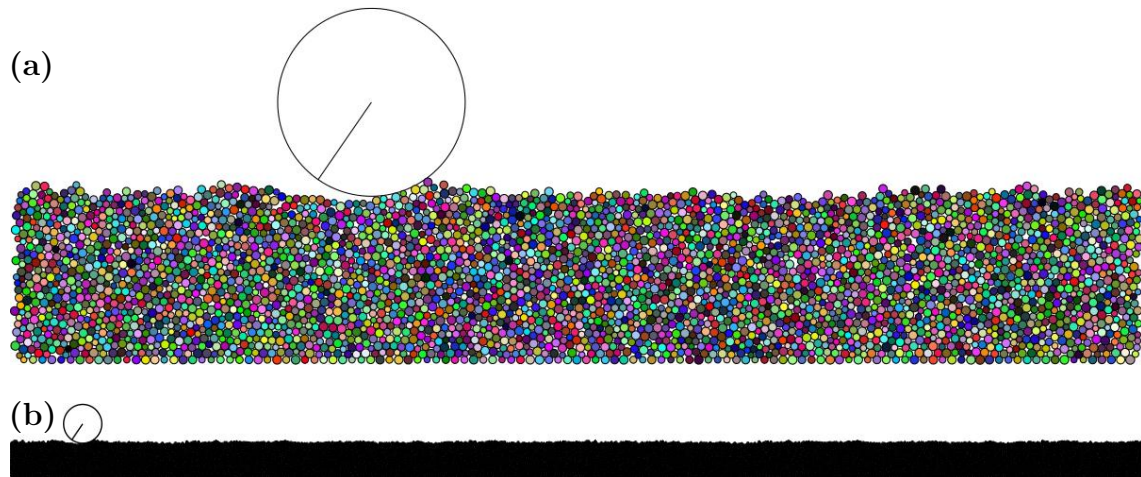


FIGURE 3.16 – (a) Détail d’une simulation de tôle ondulée. Les grains du bas sont immobiles et constituent le fond de la piste. La couleur des grains est aléatoire. (b) Vue générale de la simulation.

# Instabilité de tôle ondulée sur les milieux granulaires humides

*Je vous envoie comme des brebis au milieu des loups. Soyez donc prudents comme des serpents et innocents comme des colombes.*

---

Évangile, Matthieu, 10:16.

## Sommaire

---

4.1	Étude expérimentale de l'instabilité . . . . .	<b>82</b>
4.1.1	Description du phénomène . . . . .	82
4.1.2	Taux de croissance et vitesse critique . . . . .	86
4.2	Étude numérique de l'instabilité . . . . .	<b>90</b>
4.3	Influence de la cohésion . . . . .	<b>95</b>
4.3.1	Sur la vitesse critique . . . . .	95
4.3.2	Sur la longueur d'onde . . . . .	98
4.3.3	Sur le temps de croissance du phénomène . . . . .	99
4.3.4	Conclusion . . . . .	100
4.4	Étude préliminaire : rôle de la ségrégation dans l'instabilité de tôle ondulée . . . . .	<b>101</b>
4.4.1	Méthodes expérimentales . . . . .	101
4.4.2	Observations . . . . .	102

---

## 4.1 Étude expérimentale de l'instabilité

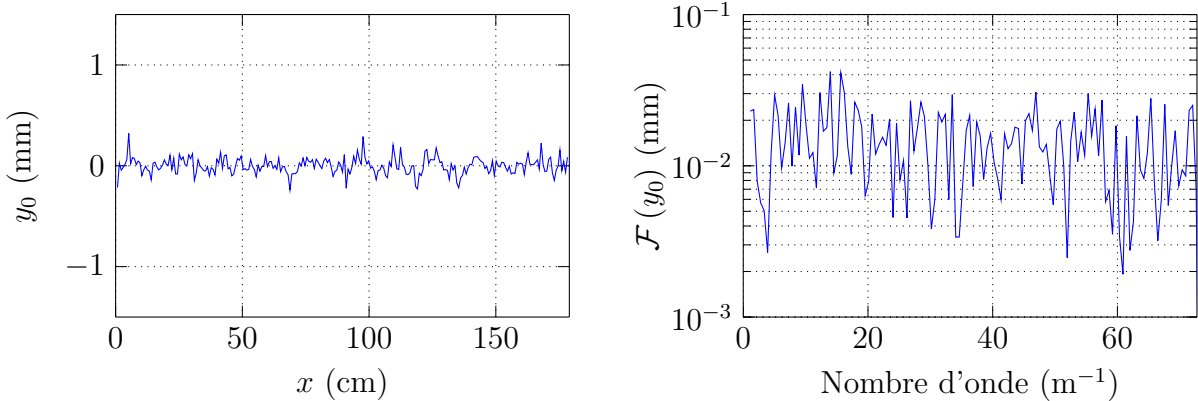
### 4.1.1 Description du phénomène

Pour commencer, nous cherchons à étudier une situation modèle pour mettre en évidence les caractéristiques générales du phénomène. Ainsi, nous étudions l'instabilité créée par une roue rigide, tractée à vitesse constante  $v$  sur le milieu granulaire pendant plusieurs tours. Aucun couple (autre que celui exercé par le lit de grains) n'est appliqué à la roue. Nous étudions dans toute la suite la naissance et le développement du motif de rides à partir d'une piste lisse.

Nous avons utilisé un protocole qui permet de réaliser un état initial plat (typiquement à l'échelle du grain) et reproductible :

- le contenu de la cuve est remué en profondeur afin d'effacer toute trace éventuelle d'une expérience antérieure ;
- un rabot placé sur le bras horizontal en rotation permet d'égaliser la surface. Il est remonté progressivement lors de la rotation afin de répartir uniformément le sable sur toute la longueur de la piste ;
- la vitesse de rotation est augmentée progressivement jusqu'à atteindre la vitesse souhaitée, typiquement en quelques dizaines de tours. On veut éviter des accélérations trop brusques qui pourraient déformer localement le milieu granulaire.

Grâce au télémètre laser, il est possible de connaître la hauteur de sable à tout instant. Ainsi, le profil initial du lit granulaire (c'est-à-dire à la fin de la phase d'accélération progressive de la roue), ainsi que sa transformée de Fourier sont présentés en figure 4.1. L'état initial ainsi obtenu est plat et sa transformée de Fourier ne met en évidence aucune longueur d'onde particulière.



(a) Hauteur du lit de sable dans l'état initial  $y_0$  en fonction de la position sur la piste  $x$ .

(b) Transformée de Fourier de la hauteur du lit de sable dans l'état initial en fonction du nombre d'onde.

FIGURE 4.1 – Profil initial du lit granulaire : le lit est plat à l'échelle du grain (les fluctuations sont de l'ordre de la centaine de micromètres), et aucun mode précis ne se dégage du bruit.

Dans toute la suite, on notera  $n$  le nombre de passages de la roue sur la piste. L'état initial correspond à  $n = 0$ .

Pour représenter l'évolution du profil de la piste au cours du temps, on utilise un diagramme spatio-temporel, dont un exemple est présenté figure 4.2. En abscisse est représentée la position  $x$  sur la piste, en ordonnée le nombre de tours effectués  $n$  : l'échelle de couleur indique la hauteur du lit de sable correspondante (par rapport à la moyenne). Pour réaliser un tel diagramme spatio-temporel, il suffit de découper le signal fourni par le télémètre tour par tour à l'aide de la tension aux bornes de la fourche optique.

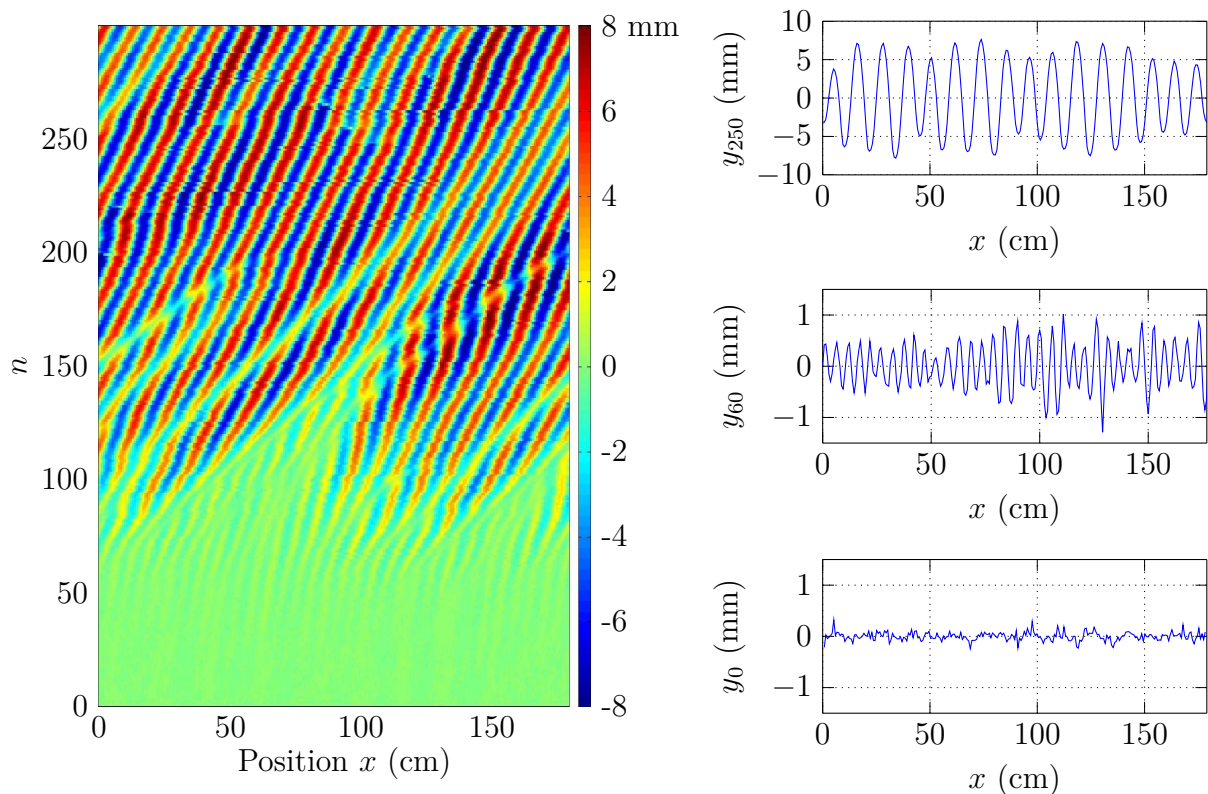


FIGURE 4.2 – Diagramme spatio-temporel typique montrant l'évolution de l'amplitude (en mm) en fonction du nombre de tours  $n$  et de la position  $x$  sur la piste (en cm). À droite, courbe représentant la hauteur du lit de sable en fonction de la position  $x$  sur la piste à l'instant initial ( $y_0$ ), aux tours n°60 ( $y_{60}$ ) et n°250 ( $y_{250}$ ). Milieu granulaire : billes de verre avec 0,8 % d'huile silicone ; vitesse de la roue  $v = 0,73 \text{ m.s}^{-1}$ .

Nous observons le développement d'un motif de rides étendu à toute la piste. Dans un premier temps (aux alentours de  $n = 60$ ), le motif a une longueur d'onde de l'ordre de 5 cm, et une amplitude de l'ordre de 0,5 mm. Les rides mûrissent ensuite : la longueur d'onde augmente au fur et à mesure de l'évolution vers l'état stationnaire. Au cours de cette évolution, l'amplitude augmente fortement et atteint environ 5 mm.

Une première façon de repérer rapidement la transition route lisse / route en tôle

ondulée est de représenter l'amplitude des rides formées, c'est-à-dire

$$A = \sqrt{2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}, \quad (4.1)$$

qui donne l'amplitude si le profil est sinusoidal et uniformément réparti sur la piste. La figure 4.3 présente les amplitudes pour trois vitesses de la roue différentes, et les diagrammes spatio-temporels correspondants.

En fonction de la vitesse de traction de la roue, nous pouvons faire plusieurs observations.

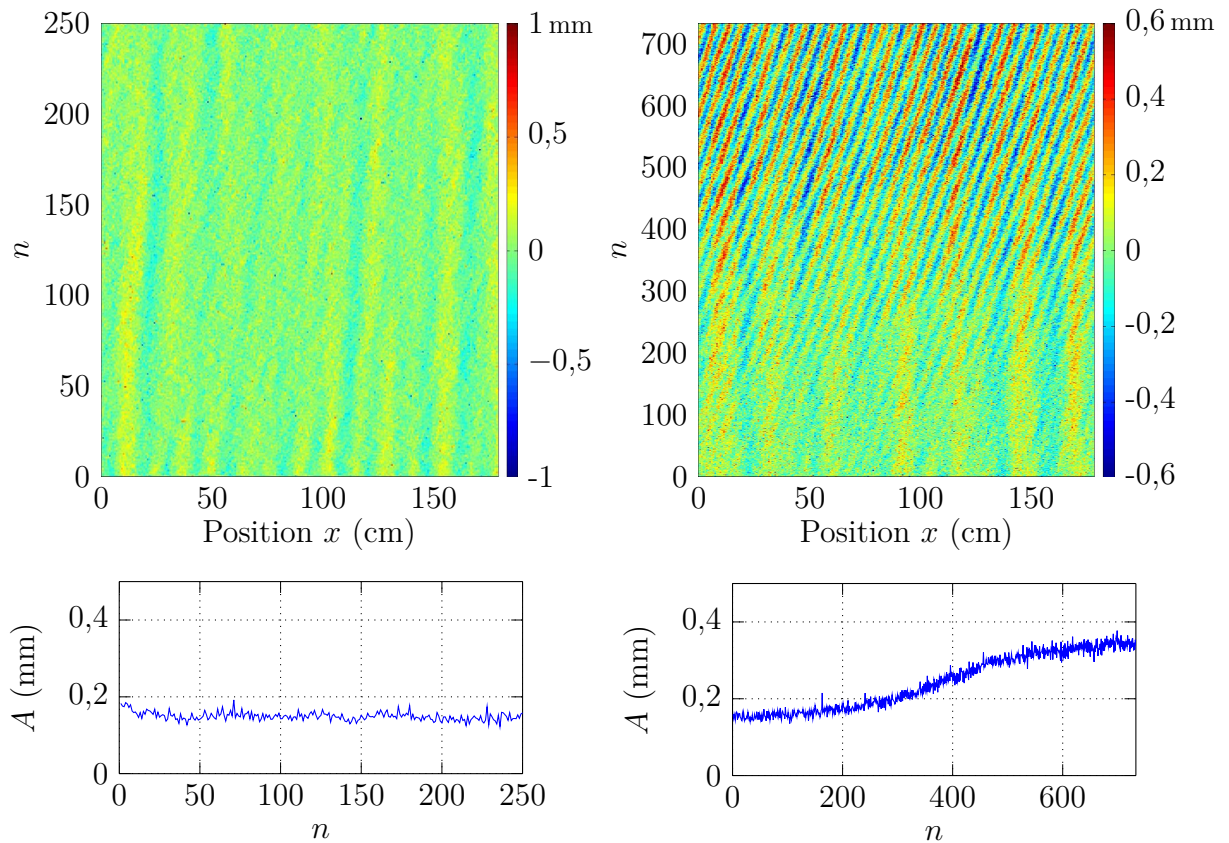
1. Pour des vitesses en dessous de la vitesse critique, la piste reste plane et aucun motif n'apparaît. Si une petite irrégularité existe sur la piste, elle est lissée de façon exponentielle. C'est le cas sur la figure 4.3a. On retrouve le résultat déjà mis en évidence par [Mather, 1962, Taberlet *et al.*, 2007, Bitbol *et al.*, 2009].
2. Lorsque la vitesse de la roue est très légèrement supérieure à la vitesse critique, un motif de rides apparaît sur la piste. C'est le cas sur la figure 4.3b. La roue reste toujours en contact avec la piste et l'amplitude atteint un régime stationnaire après une phase de croissance exponentielle du motif. Dans ce cas, la longueur d'onde des rides ne varie pas entre la phase de croissance et l'état stationnaire.
3. Lorsque la vitesse devient significativement supérieure à la vitesse critique, l'amplitude des rides devient importante, la roue décolle alors de la piste. En effet, si l'on considère un profil sinusoidal de la piste

$$y(x) = A \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right), \quad (4.2)$$

la roue décolle dès que l'accélération au sommet des bosses  $A\left(\frac{2\pi}{\lambda}v\right)^2$  dépasse l'accélération de la pesanteur. S'en suit alors une forte augmentation de l'amplitude et un mûrissement des rides amenant à une augmentation de la longueur d'onde. Le système atteint un régime stationnaire avec une amplitude des rides importante à la suite d'un processus complexe et hautement non linéaire. C'est le cas sur la figure 4.3c.

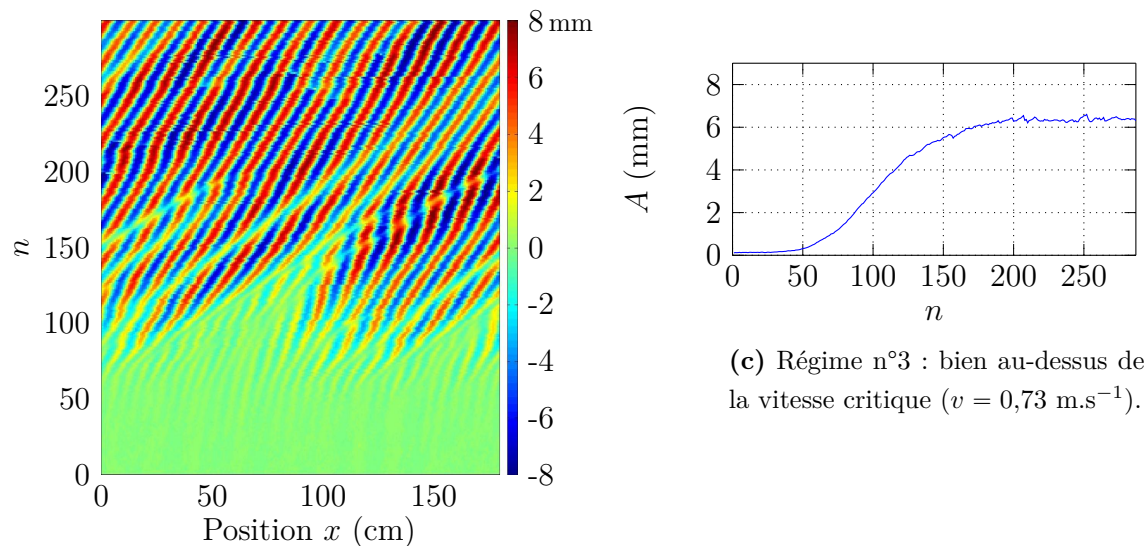
Par ailleurs, nous observons systématiquement la migration des rides dans le sens de la circulation, contrairement au cas du patin où, lorsque la vitesse était proche de la vitesse critique, les rides migraient à contre-sens [Percier, 2013].

Il n'est pas toujours possible d'observer le régime n°2. En effet, lorsque la vitesse critique est trop élevée, sa zone d'existence est très réduite et les petites oscillations de la vitesse suffisent à faire décoller la roue et à passer dans le régime n°3. Dans ce cas, l'amplitude des rides augmente brutalement et on quitte le régime n°2. En pratique, nous n'avons observé ce régime que pour les valeurs de cohésion correspondant aux trois valeurs de vitesses critiques les plus basses.



(a) Régime n°1 : en dessous de la vitesse critique (vitesse de la roue  $v = 0,676 \text{ m.s}^{-1}$ ).

(b) Régime n°2 : très légèrement au-dessus de la vitesse critique ( $v = 0,694 \text{ m.s}^{-1}$ ).



(c) Régime n°3 : bien au-dessus de la vitesse critique ( $v = 0,73 \text{ m.s}^{-1}$ ).

FIGURE 4.3 – Diagrammes spatio-temporels et amplitudes des rides (en mm), pour les trois régimes de vitesse de la roue : (a) en dessous de la vitesse critique, (b) légèrement au-dessus et (c) bien au-dessus. Milieu granulaire : billes de verre avec 0,8 % d'huile silicone.

### 4.1.2 Taux de croissance et vitesse critique

Notre objectif s'est concentré sur l'étude de l'apparition du motif de tôle ondulée, c'est-à-dire lorsque l'amplitude est suffisamment petite pour que la roue ne décolle pas (typiquement inférieure à 1 mm). Pour observer la naissance du motif et en particulier l'évolution de sa longueur d'onde, nous réalisons un diagramme « temps-fréquence » représentant l'amplitude des différents modes en fonction du nombre de tours  $n$  et du nombre d'onde. Pour obtenir ce diagramme, nous avons réalisé la transformée de Fourier de la hauteur du lit de sable à chaque tour. En raison de la forme circulaire de la cuve, les longueurs d'onde ne peuvent avoir comme valeur que des sous-multiples du périmètre de la cuve. Un tel diagramme est présenté figure 4.4.

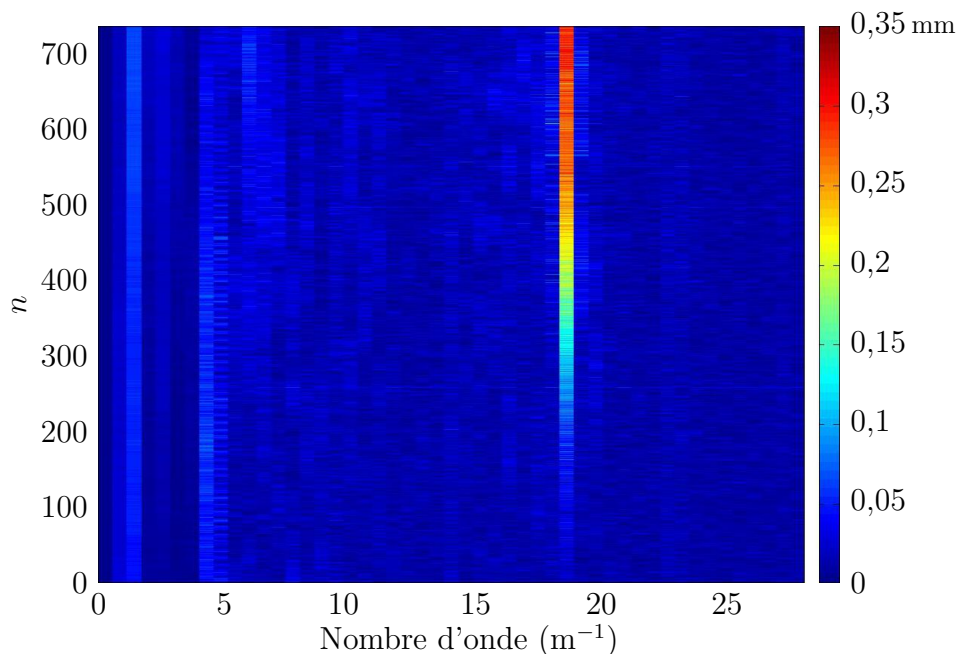
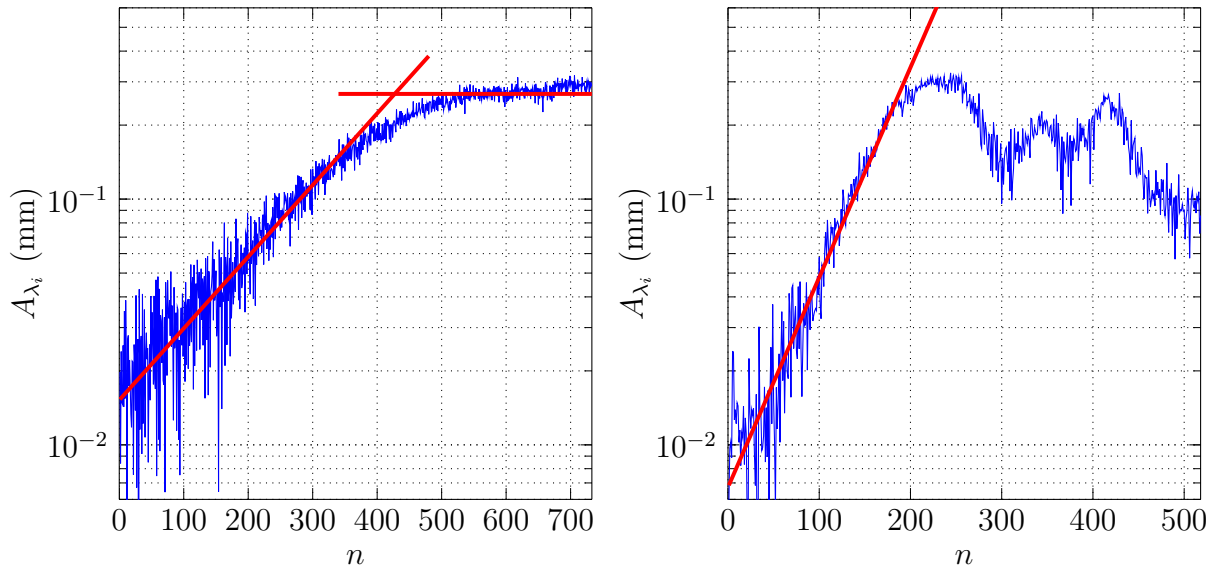


FIGURE 4.4 – Diagramme « temps-fréquence » typique lorsque la vitesse de la roue est très légèrement supérieure à la vitesse critique. Nous observons très nettement l'apparition d'un motif à la longueur d'onde bien définie  $\lambda = 5,42$  cm (c'est-à-dire 33 rides sur l'ensemble de la piste) qui croît au fur et à mesure des passages répétés de la roue sur la piste. Milieu granulaire : billes de verre avec 0,8 % d'huile silicone ; vitesse de la roue  $v = 0,694$  m.s<sup>-1</sup>.

Nous voyons alors nettement qu'un mode se développe à une longueur d'onde bien précise, dont l'amplitude croît à partir du bruit ambiant. Nous observons également d'autres modes, à des longueurs d'onde plus faibles, dont l'amplitude ne varie pas significativement au cours de l'acquisition. Ces modes sont essentiellement dus aux défauts de la préparation de l'état initial et leur amplitude est de l'ordre de 30 à 80  $\mu$ m. Nous ne nous y intéresserons donc pas dans la suite et nous nous focaliserons sur l'étude du motif de tôle ondulée.

La figure 4.4 présente un cas où la vitesse est très légèrement au-dessus de la vitesse critique ; ainsi, un seul mode est instable. L'évolution de l'amplitude de ce mode en fonc-

tion du nombre de passage de la roue  $n$  est représentée en figure 4.5a. Notons par ailleurs que les amplitudes des harmoniques de ce mode restent négligeables et proches du bruit : le motif qui apparaît est purement sinusoïdal dans la limite de notre échantillonnage.



(a) Amplitude du mode le plus instable  $\lambda_i = 5,42$  cm pour une vitesse dans le régime n°2. On ajuste la portion où la croissance est exponentielle pour obtenir le taux de croissance. Dans ce régime, la valeur de l'amplitude peut être obtenue en moyennant l'amplitude du mode en régime stationnaire. La vitesse de la roue est  $0,694 \text{ m.s}^{-1}$ .

(b) Taux de croissance du mode le plus instable  $\lambda_i = 5,42$  cm pour une vitesse dans le régime n°3. On ajuste la portion où la croissance est exponentielle pour obtenir le taux de croissance. Nous ne pouvons pas obtenir l'amplitude du mode en régime stationnaire. La vitesse de la roue est  $0,712 \text{ m.s}^{-1}$ .

FIGURE 4.5 – Évolution de l'amplitude du mode le plus instable  $A_{\lambda_i}$  de longueur d'onde  $\lambda_i$ , en fonction du nombre de passages de la roue  $n$ , pour deux vitesses différentes. Milieu granulaire : billes de verre avec 0,8 % d'huile silicone.

Nous voyons que la croissance de l'amplitude du mode est exponentielle et se fait à partir d'un bruit ambiant de très faible amplitude, de l'ordre de  $30 \mu\text{m}$ . Nous pouvons alors définir sur les premiers tours (zone  $n \lesssim 300$  sur la figure 4.5a) le taux de croissance exponentiel des rides  $\sigma$ , en fonction de l'amplitude du mode de longueur d'onde  $\lambda$  au tour  $n$  tel que :

$$A_{\lambda}(n) = A_{\lambda}(0) \exp(\sigma n). \quad (4.3)$$

Nous obtenons sa valeur numérique en ajustant  $\ln A_{\lambda}(n)$  en fonction de  $n$  par une droite affine. Un tel ajustement est ajouté sur la figure 4.5a. Dans ce cas, nous observons que le mode le plus instable reste unique en régime stationnaire, et son amplitude sature à une valeur bien définie. Ainsi, la valeur de l'amplitude stationnaire peut être obtenue en moyennant  $A_{\lambda}(n)$  en régime stationnaire.



L'évolution de l'amplitude du mode le plus instable en fonction du nombre de passages de la roue  $n$ , pour une vitesse de la roue plus élevée, est représentée en figure 4.5b. Nous constatons que la croissance du motif reste exponentielle mais qu'elle est plus rapide. Ensuite, lorsque l'amplitude des rides devient importante, la roue décolle de la piste. Dans ce cas, la longueur d'onde du motif change et l'amplitude du mode initial en régime stationnaire est difficilement interprétable.

Ainsi, à l'aide de ce protocole, nous pouvons déterminer le taux de croissance du mode le plus instable de la vitesse de la roue. Les résultats obtenus pour plusieurs vitesses de la roue sont présentés sur la figure 4.6.

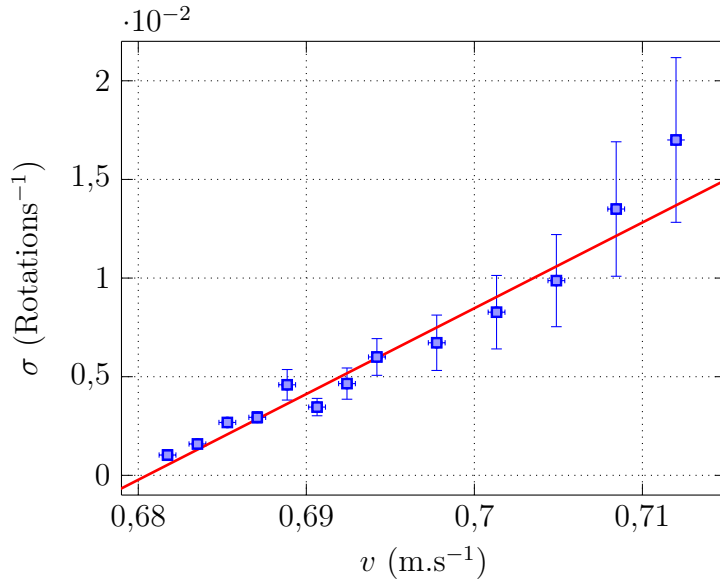


FIGURE 4.6 – Taux de croissance du mode le plus instable en fonction de la vitesse. Chaque point de la courbe correspond à la moyenne de plusieurs expériences où l'on part d'un lit plat, l'écart-type des mesures donne l'intervalle de confiance. L'incertitude sur la vitesse est obtenue à partir des fluctuations de la vitesse. Milieu granulaire : billes de verre avec 0,8 % d'huile silicone. La valeur de vitesse critique obtenue par l'ajustement est  $0,681 \pm 0,001$  m.s<sup>-1</sup>.

Nous voyons que le taux de croissance suit une évolution affine en fonction de la vitesse. Un ajustement de ces données expérimentales par  $\sigma = k(v - v_c)$  permet d'obtenir la valeur de la vitesse critique  $v_c$  avec une très bonne précision. Elle correspond à la position où le mode le plus instable est marginalement stable.

Nous n'avons pas réalisé de mesures pour des taux de croissance négatifs car cela implique de réaliser un motif dans les mêmes conditions que celles utilisées pour construire l'état initial, pour mesurer son atténuation au fur et à mesure du temps. Une solution possible est de construire un rabot dont on peut faire évoluer la hauteur de façon sinusoïdale, un tel dispositif avait été mis au point pour la thèse de Baptiste Percier [Percier, 2013]. Nous avons essayé également de mesurer l'atténuation des rides créées lors d'une précédente acquisition (par exemple celle de la figure 4.3b), mais la valeur de vitesse critique ainsi obtenue diffère significativement (de quelques %) de celle obtenue à partir d'un profil plat, ainsi l'ajustement linéaire ne peut pas être prolongé.

Nous pouvons également interpréter les résultats sur l'amplitude du mode à saturation, pour des vitesses très proches du seuil. Les résultats ainsi obtenus sont présentés en figure 4.7. Ces mesures nous permettent de mieux caractériser l'instabilité en déterminant le type de bifurcation que suit l'amplitude de l'instabilité.

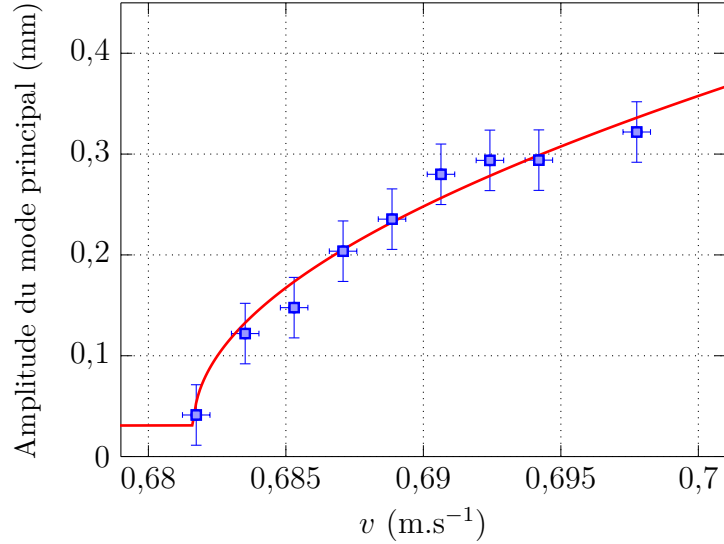


FIGURE 4.7 – Amplitude du mode le plus instable en fonction de la vitesse. Chaque point de la courbe correspond à la moyenne de plusieurs expériences où l'on part d'un lit plat, l'écart-type des mesures donne l'intervalle de confiance. Un ajustement en racine carrée de l'écart au seuil est ajouté. L'incertitude sur la vitesse est obtenue à partir des fluctuations de la vitesse. Milieu granulaire : billes de verre avec 0,8 % d'huile silicone. La valeur de vitesse critique obtenue est  $0,682 \pm 0,001$  m.s<sup>-1</sup>.

Nous voyons que l'amplitude des rides croît avec l'écart à la vitesse critique. L'évolution constatée est assez proche d'une évolution en racine carrée de l'écart au seuil. Nous avons donc ajusté les points expérimentaux obtenus par :

$$A_{\text{fin}} = A_0 + A_1 \sqrt{\frac{v - v_c}{v_c}}, \quad (4.4)$$

où deux paramètres sont ajustables :  $A_1$  et  $v_c$ .  $A_0$  est l'amplitude de base mesurée sur les expériences où la piste est stable. La valeur de la vitesse critique ainsi obtenue diffère très peu de la valeur obtenue avec les taux de croissance. Comme indiqué, nous n'avons pas pu faire des mesures d'amplitude lorsque la vitesse critique était trop élevée, la valeur de vitesse critique que nous retiendrons donc dans la suite est celle obtenue en étudiant les taux de croissance.

Il est intéressant de noter que le comportement obtenu pour l'évolution de l'amplitude et du taux de croissance est compatible avec le modèle de Landau. La quantité caractéristique de l'évolution temporelle du phénomène est ici le taux de croissance de l'instabilité, tandis que le paramètre de contrôle est la vitesse de la roue. L'équation donnant l'amplitude du mode le plus instable est, à l'ordre le plus bas :

$$\frac{dA}{dt} = \sigma A - bA^3. \quad (4.5)$$

Les termes de puissances paires sont nuls, car si  $A$  est solution,  $-A$  doit l'être aussi. Si l'évolution du taux de croissance en fonction de l'écart au seuil résulte simplement d'un développement limité autour du seuil de l'instabilité, on obtient :

$$\sigma \approx k(v - v_c), \quad (4.6)$$

dans ce cas, l'amplitude dans l'état stationnaire est simplement :

$$A_{\text{fin}} = \sqrt{\frac{\sigma}{b}} = \sqrt{\frac{k}{b}} \sqrt{v - v_c}. \quad (4.7)$$

**Conclusion.** Nous avons donc mis en place un protocole expérimental pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée :

- nous réalisons un état initial de la piste plat à l'échelle du grain ;
- nous faisons rouler la roue à une vitesse bien définie et fixée pendant toute l'expérience ;
- lorsque la vitesse de la roue est supérieure à la vitesse critique, nous observons la croissance d'un motif, à une longueur d'onde  $\lambda$  bien définie ;
- l'amplitude du mode de longueur d'onde  $\lambda$ , notée  $A_\lambda$ , croît de façon exponentielle au fur et à mesure des passages de la roue, nous déduisons de la courbe  $A_\lambda = f(n)$  le taux de croissance de l'instabilité ;
- à l'aide de plusieurs expériences ainsi réalisées, nous en déduisons l'évolution du taux de croissance en fonction de la vitesse de la roue. Celui-ci suit une évolution linéaire en fonction de l'écart au seuil, nous en déduisons la vitesse critique de l'instabilité, notée  $v_c$ .

## 4.2 Étude numérique de l'instabilité

Nous souhaitons comparer les résultats obtenus expérimentalement pour les différentes caractéristiques de l'instabilité de tôle ondulée (vitesse critique, longueur d'onde, taux de croissance) à ceux des simulations numériques de dynamique moléculaire de sphères molles. Nous n'attendons pas d'accord quantitatif entre les deux, au vu des nombreuses différences entre les deux approches, en particulier :

- les simulations numériques sont à deux dimensions,
- le nombre de grains  $y$  est très inférieur,
- les grains sont également plus mous que dans la réalité,
- enfin, la prise en compte de la cohésion est simplifiée.

Nous souhaitons cependant comparer les évolutions qualitatives de ces paramètres en fonction de la cohésion au sein du milieu granulaire.

Pour faire cette comparaison, nous utilisons un protocole analogue. Nous avons défini un état initial de la façon suivante. Les  $N = 18\,000$  grains sont placés sur une grille, puis on laisse relaxer l'ensemble sous l'effet de la pesanteur. Lorsque les grains sont au repos, on enregistre leurs positions, cela définit l'état initial (plat à l'échelle du grain) qui sera

utilisé pour toutes les simulations. La hauteur typique du lit granulaire ainsi obtenu est d'une vingtaine de grains.

Dans les simulations numériques, la vitesse horizontale de la roue est imposée. La roue est libre d'évoluer sous son propre poids et, au contraire des expériences, elle n'est pas tractée *via* un bras articulé. Aucun couple (autre que celui exercé par le lit granulaire) n'y est appliqué. Nous suivons sa position verticale, laissée libre, au cours du temps. Dans toute la suite, les résultats présentés en seront issus. Nous avons également enregistré la hauteur du lit de sable (numériquement calculée en enregistrant la hauteur du grain le plus haut en fonction de la position) qui donne les mêmes résultats.

La figure 4.8 présente un diagramme spatio-temporel typique obtenu dans une simulation numérique de tôle ondulée, ainsi que quelques vues de l'empilement granulaire correspondant.

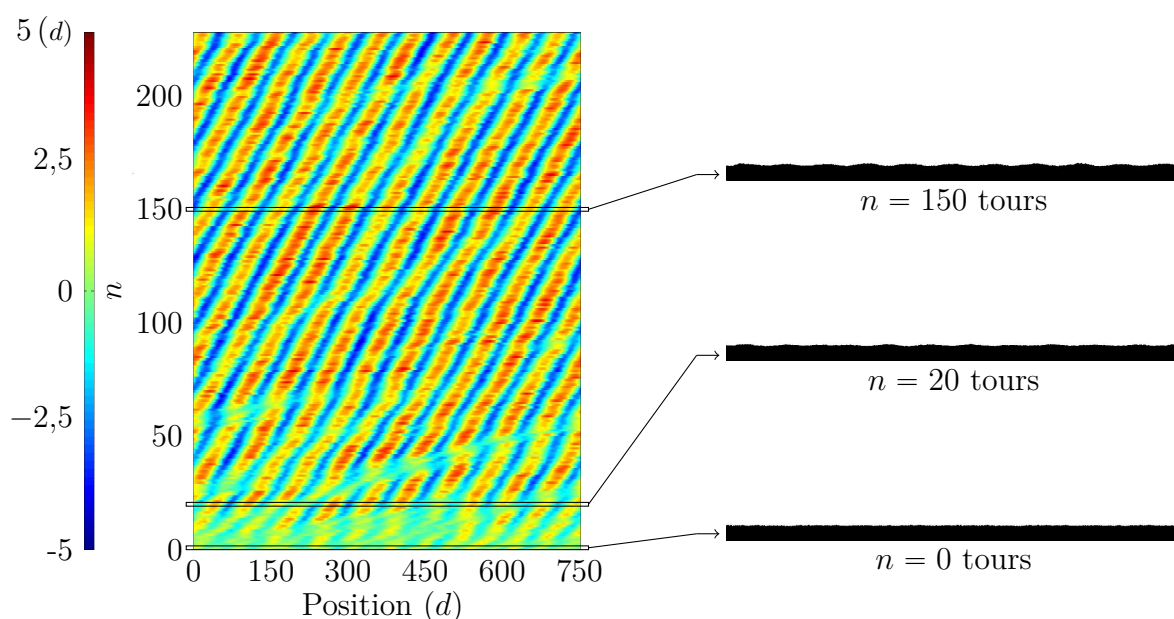


FIGURE 4.8 – À gauche, diagramme spatio-temporel obtenu avec une simulation numérique. Nous avons représenté la hauteur de la roue en fonction de sa position et du nombre de passages déjà effectués. Nous voyons très nettement le développement d'un motif à une longueur d'onde bien précise. L'unité de longueur est telle que le diamètre moyen d'un grain est de 1. La vitesse de la roue est  $7,4\sqrt{gd}$ , la cohésion entre grains est nulle. À droite, quelques vues de l'empilement de grains à différents instants.

Nous remarquons le développement de rides de tôle ondulée sur le lit de grains. Nous confirmons une nouvelle fois qu'il est bien possible de créer un motif de tôle ondulée dans une simulation à deux dimensions [Taberlet *et al.*, 2007, Bitbol *et al.*, 2009, Percier, 2013]. Par ailleurs, nous retrouvons l'existence d'une vitesse critique pour le développement de l'instabilité. Ce résultat est un premier accord entre expériences et simulations numériques.

Le développement des rides se fait sur un temps typique allant de quelques dizaines à quelques centaines de passages de la roue sur la piste. Nous voyons sur la figure 4.8 un mûrissement des rides : le nombre de rides évolue entre la naissance du motif et l'état

stationnaire. Dans l'état stationnaire, la longueur d'onde du motif et l'amplitude sont constantes. Enfin, nous remarquons que, comme nous l'avons mis en évidence dans les expériences, les rides migrent dans le sens de circulation de la roue. Ceci a été observé quelles que soient les conditions numériques utilisées.

Pour quantifier la naissance du motif, nous représentons l'amplitude du motif

$$A = \sqrt{2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}, \quad (4.8)$$

en fonction du nombre de passage de la roue  $n$ . Nous présentons en figure 4.9 deux diagrammes spatio-temporels : un pour une vitesse inférieure à la vitesse critique, l'autre au-dessus et les amplitudes correspondantes.

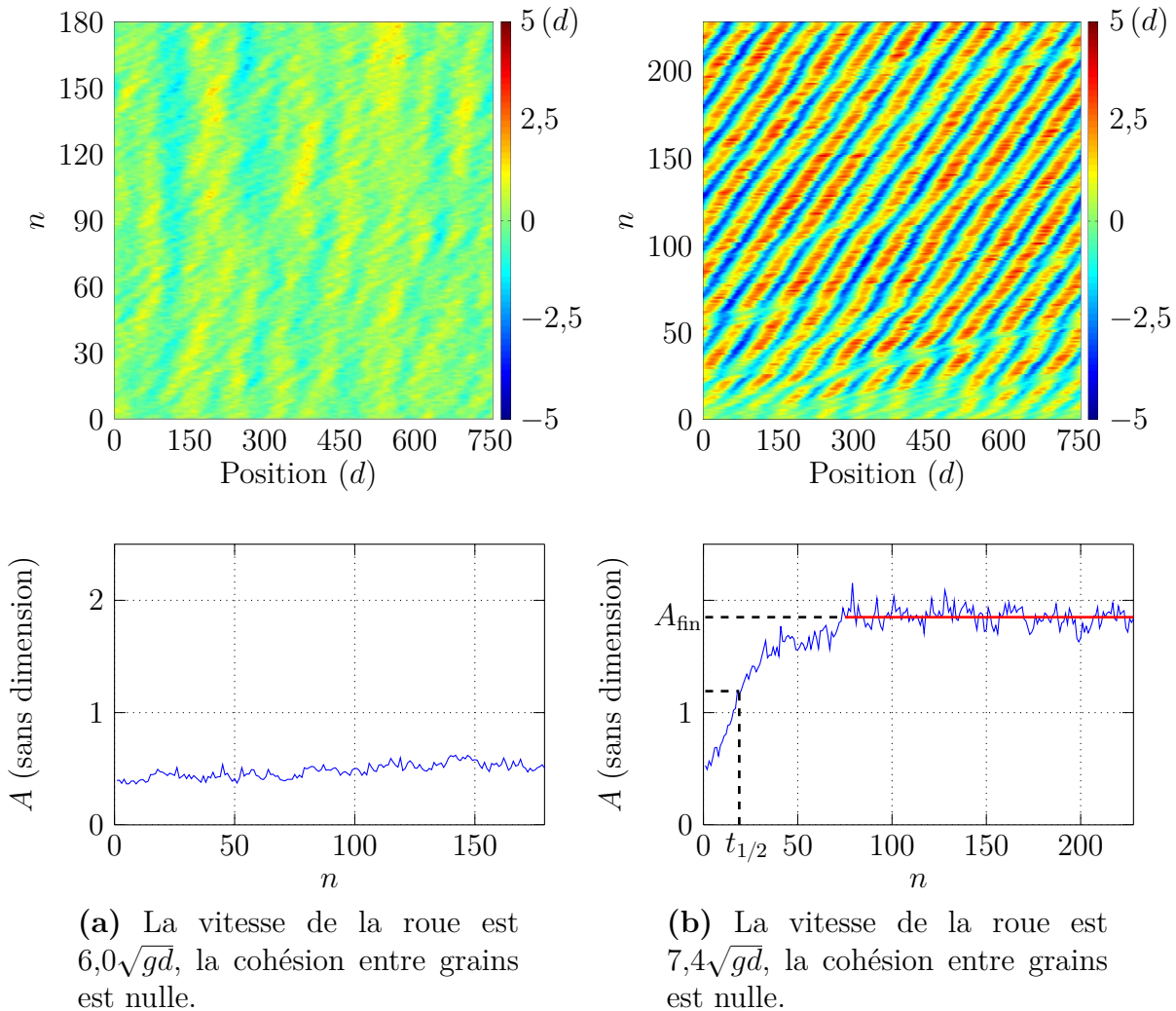


FIGURE 4.9 – Diagrammes spatio-temporels et amplitudes correspondantes pour deux vitesses différentes (une en dessous et l'autre au-dessus de la vitesse critique), à cohésion entre grains nulle. L'unité de longueur est telle que le diamètre moyen d'un grain est de 1. (b) Illustration des calculs du temps de réponse à 50% et de l'amplitude finale  $A_{\text{fin}}$ .

Nous pouvons observer que l'amplitude atteint une valeur constante dans le régime stationnaire. La valeur de l'amplitude finale  $A_{\text{fin}}$  peut être obtenue en moyennant l'amplitude du mode en régime stationnaire.

Pour quantifier la rapidité de développement de l'instabilité, nous ne pouvons pas calculer les taux de croissance des modes car le profil initial est trop irrégulier du fait du faible nombre de grains simulés. Nous choisissons donc de définir un temps de réponse à 50 %, noté  $t_{1/2}$ , qui est le nombre de tours nécessaire pour que les rides passent de l'amplitude  $A(0)$  à l'amplitude  $\frac{A(0)+A_{\text{fin}}}{2}$ . Cette quantité permet de comparer les simulations les unes aux autres, car l'état initial est toujours exactement le même. Les mesures du temps de réponse à 50% et de l'amplitude finale sont illustrées par la figure 4.9b.

L'amplitude en fonction de la vitesse est représentée en figure 4.10. Rappelons que chaque point correspond à une simulation numérique différente, obtenue en partant du même état initial plat et en laissant évoluer la roue à la vitesse horizontale imposée et constante  $v$ .

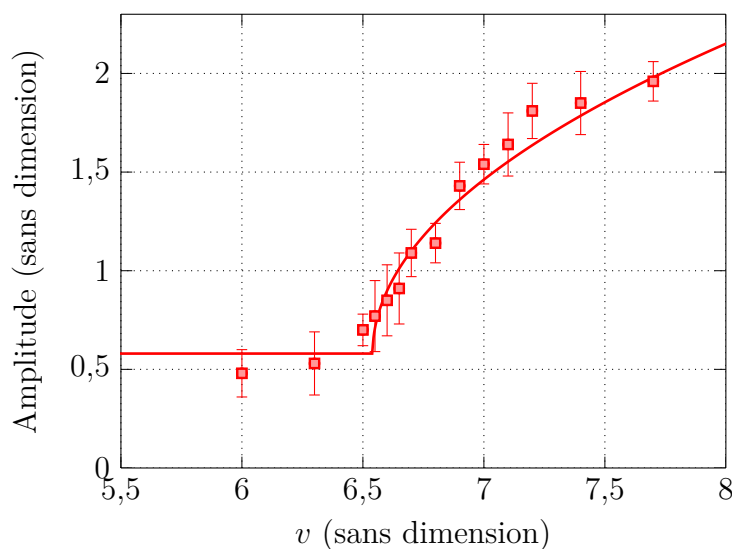


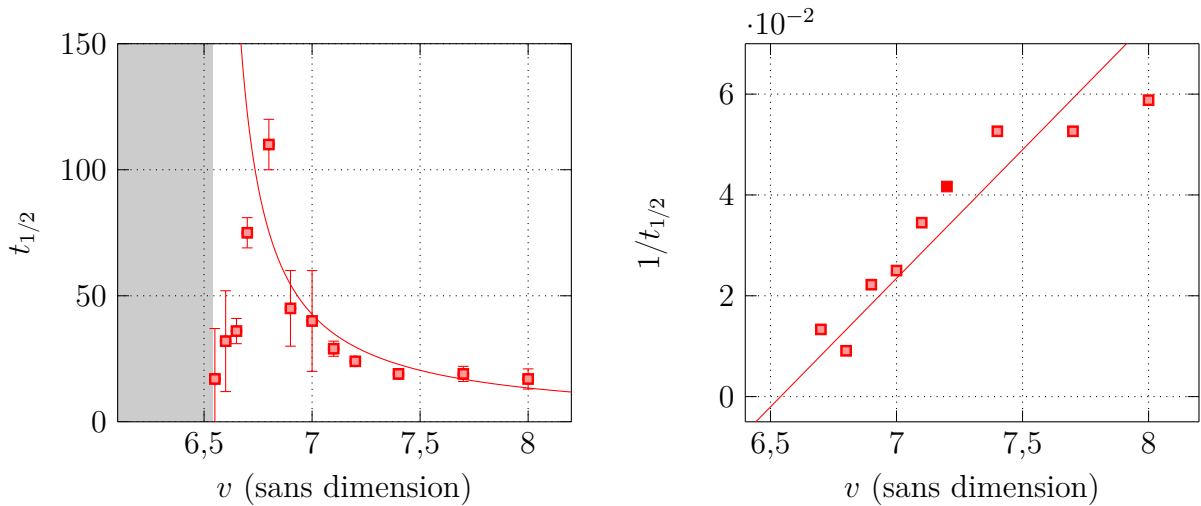
FIGURE 4.10 – Amplitude en fonction de la vitesse de la roue lorsque la cohésion entre les grains est nulle. Les barres d'erreurs sont calculées à partir des fluctuations d'amplitude autour de la valeur moyenne. Un ajustement en racine carrée de l'écart au seuil est ajouté.

Nous voyons que l'amplitude des rides croît avec l'écart à la vitesse critique. L'évolution constatée est assez proche d'une évolution en racine carrée de l'écart au seuil. Nous avons donc ajusté les points expérimentaux obtenus par :

$$A_{\text{fin}} = A_0 + A_1 \sqrt{\frac{v - v_c}{v_c}}, \quad (4.9)$$

où deux paramètres sont ajustables :  $A_1$  et  $v_c$ .  $A_0$  est l'amplitude de base mesurée sur les expériences où la piste est stable. Nous pouvons ainsi obtenir à l'aide de cet ajustement la valeur de la vitesse critique de l'instabilité.

L'évolution du temps de réponse à 50 % en fonction de la vitesse est présentée en figure 4.11.



(a) Temps de réponse à 50 % en fonction de la vitesse : un ajustement en  $a/(v - v_c)$  est ajouté, avec  $a$  comme seul paramètre ajustable. Les points proches de la vitesse critique s'éloignent de l'ajustement. La zone  $v \leq v_c$  est grisée.

(b) Inverse du temps de réponse à 50 % en fonction de la vitesse : un ajustement linéaire en fonction de  $v - v_c$  est ajouté. Les points proches de la vitesse critique ne figurent pas sur la courbe.

FIGURE 4.11 – Temps de réponse à 50 % en fonction de la vitesse lorsque la cohésion entre les grains est nulle. Les données indiquent une évolution du temps de croissance des rides en  $a/(v - v_c)$ .

Nous constatons une divergence du temps de croissance des rides proches du seuil. Les points proches du seuil ont un temps de réponse assez faible, cela est dû au mode de calcul de ce dernier. En effet, proche du seuil, l'amplitude est très proche de l'état de base et le régime transitoire n'est pas facilement repérable.

L'inverse du temps de croissance est analogue au taux de croissance utilisé dans les expériences. Assez loin du seuil, ce « taux de croissance » suit une évolution affine avec l'écart au seuil. L'ajustement des données ainsi effectué est présenté en figure 4.11b, la valeur de  $v_c$  utilisée étant celle obtenue à l'aide de l'amplitude en régime stationnaire.

**Conclusion.** Nous avons donc mis en place un protocole l'étude de l'instabilité de tôle ondulée dans les simulations numériques :

- nous partons d'un même état initial plat à l'échelle du grain ;
- nous faisons rouler la roue en imposant sa vitesse horizontale ;
- lorsque la vitesse de la roue est supérieure à la vitesse critique, nous observons la croissance d'un motif, dont l'amplitude sature après quelques dizaines ou centaines de tours : nous mesurons son amplitude dans l'état stationnaire  $A_{\text{fin}}$  et la longueur d'onde principale du motif  $\lambda$  ;
- à l'aide de plusieurs simulations ainsi réalisées, nous représentons l'amplitude dans l'état stationnaire  $A_{\text{fin}}$  en fonction de la vitesse de la roue. Celui-ci suit une évolution en racine carrée de l'écart au seuil, un ajustement nous donne la vitesse critique de l'instabilité, notée  $v_c$ .

### 4.3 Influence de la cohésion

Nous avons ainsi défini un protocole permettant d'obtenir les taux de croissance, la vitesse critique et la longueur d'onde du motif de tôle ondulée. Nous pouvons désormais faire varier les propriétés mécaniques du milieu granulaire pour en observer l'impact sur l'instabilité.

Pour rappel, dans les expériences, nous rendons le milieu granulaire cohésif en ajoutant une huile, nous caractérisons ensuite le milieu granulaire par sa friction interne  $\mu$  et sa cohésion  $c$  obtenue à la suite des essais de plasticité du milieu granulaire exposés dans le chapitre 3. Dans les simulations, nous ajoutons simplement une force d'attraction  $f_c$  entre les grains en contact.

#### 4.3.1 Sur la vitesse critique

Les taux de croissance du mode le plus instable de la vitesse de la roue, pour plusieurs concentrations en huile au sein du milieu granulaire, sont présentés en figure 4.12. Notons que la longueur d'onde du mode le plus instable dépend du milieu granulaire étudié (voir plus loin, figure 4.17).

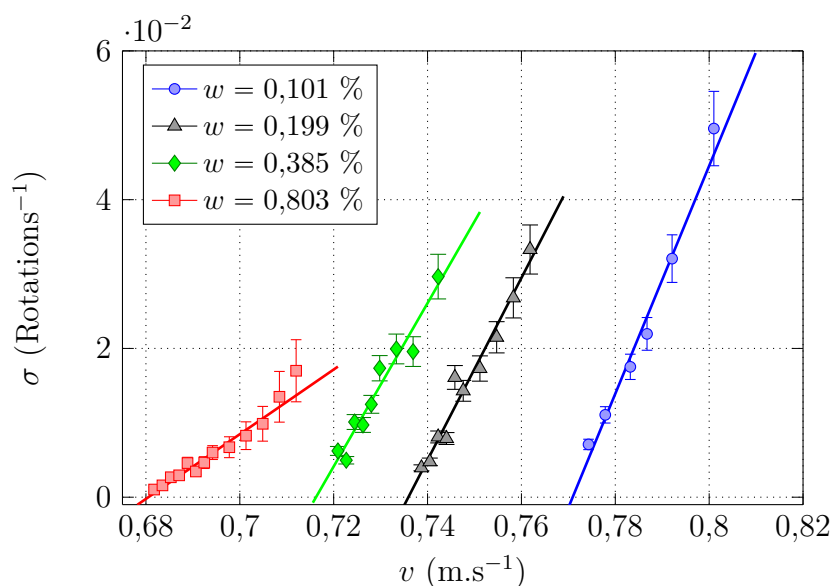


FIGURE 4.12 – Taux de croissance du mode le plus instable en fonction de la vitesse, pour plusieurs concentrations massiques  $w$  en huile silicone. Chaque point de la courbe correspond à la moyenne de plusieurs expériences où l'on part d'un lit plat, l'écart-type des mesures donne l'intervalle de confiance. L'incertitude sur la vitesse étant faible, elle n'apparaît pas sur le graphique.

Là encore, l'évolution affine du taux de croissance en fonction de la vitesse permet d'obtenir la vitesse critique de l'instabilité  $v_c$  avec une très bonne précision. Son évolution en fonction de la cohésion au sein du milieu granulaire est présentée en figure 4.13. Le point établi pour le sable sec n'y figure pas, car dans ce cas la roue créait un sillon et la vitesse critique obtenue alors est beaucoup plus élevée.



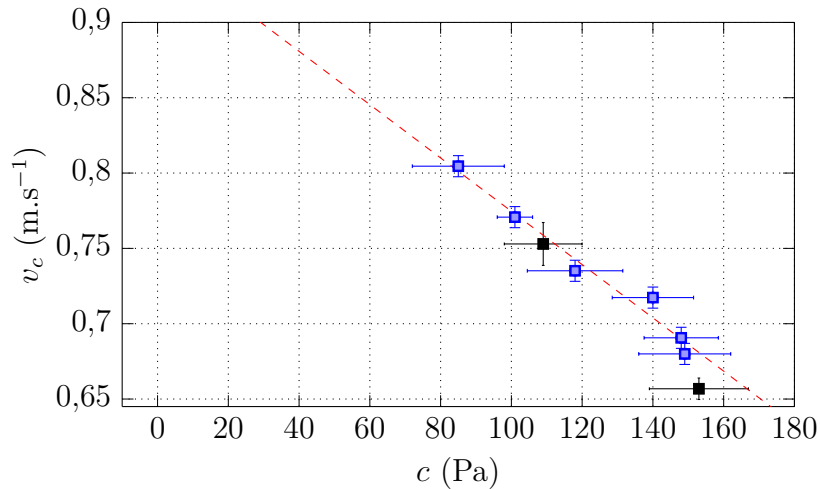


FIGURE 4.13 – Évolution de la vitesse critique  $v_c$  en fonction de la cohésion dans les expériences. Les points bleus indiquent les points où le milieu granulaire est rendu cohésif avec de l'huile silicone, les points noirs avec de l'huile minérale.

On observe que la vitesse critique de l'instabilité diminue lorsque l'on ajoute la cohésion entre les grains. Nous avons réalisé des mesures pour différentes huiles ajoutées au milieu granulaire. Notons que le milieu granulaire utilisé dans les deux situations était le même (billes de verre de diamètre compris entre  $250 \mu\text{m}$  et  $400 \mu\text{m}$ ). Il apparaît alors que la cohésion mesurée par les tests de plasticité est la grandeur la plus pertinente pour décrire l'évolution de la vitesse critique. Ainsi, l'évolution de la vitesse critique de l'instabilité en fonction de la friction interne au milieu granulaire est présentée en figure 4.14a et en fonction de la fraction massique en huile en figure 4.14b.

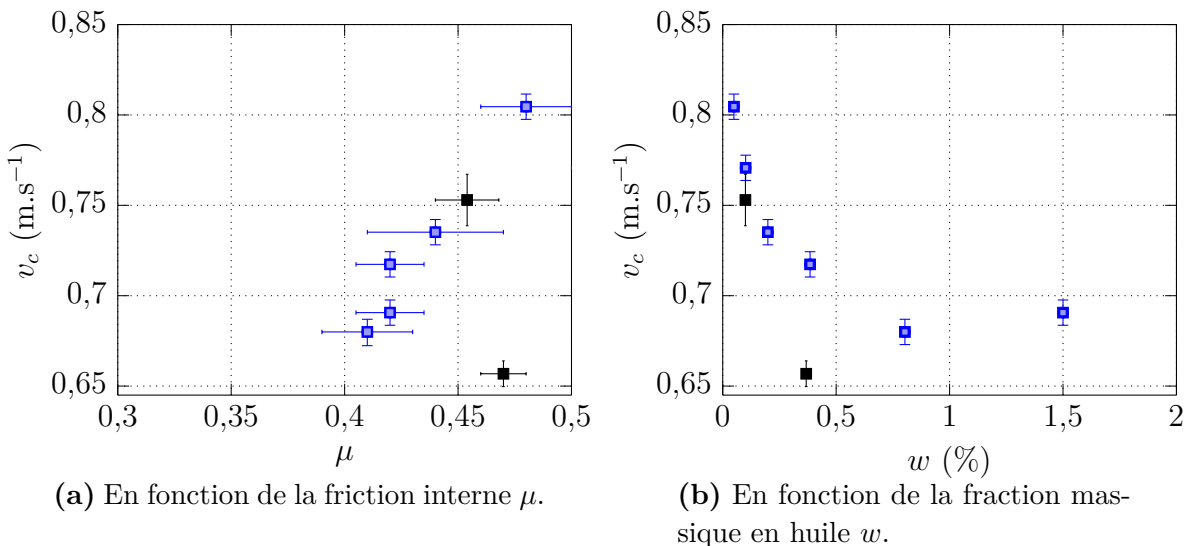


FIGURE 4.14 – Évolution de la vitesse critique  $v_c$  en fonction (a) de la friction interne entre les grains, (b) en fonction de la concentration massique d'huile. Les points bleus indiquent les points réalisés avec l'huile silicone, les points noirs avec l'huile minérale.

La corrélation entre la vitesse critique et la friction interne ou la fraction volumique est moins bonne. La cohésion permet de décrire les observations expérimentales, malgré les différences entre les deux huiles utilisées (viscosité et tension de surface).

Nous avons également réalisé des mesures sur un sable utilisé pour décaper les façades des bâtiments. Dans ce cas, l'ajout d'huile au sein du milieu granulaire s'est également accompagné d'une diminution de la vitesse critique. Il apparaît ainsi que la diminution de la vitesse critique lorsque la cohésion apparaît est une caractéristique robuste. Il est cependant difficile de comparer plus précisément les résultats obtenus pour ce sable avec ceux présentés en figure 4.13, car le protocole expérimental utilisé était différent. En effet, ce sable se compactait significativement lors des premiers passages de la roue (au contraire des billes de verre), ainsi les résultats obtenus dépendaient fortement de la préparation de l'état initial.

Nous pouvons également comparer ces résultats avec ceux des simulations numériques. L'évolution de l'amplitude en fonction de la vitesse de la roue, pour différentes valeurs de force de cohésion entre grains  $f_c$  (exprimée en termes de poids d'un grain) est présentée en figure 4.15.

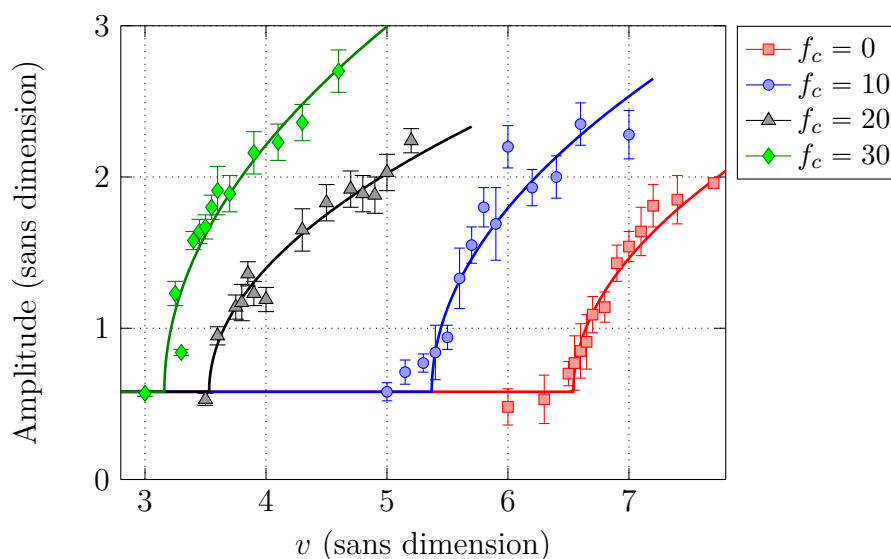


FIGURE 4.15 – Amplitude en fonction de la vitesse pour différentes cohésions. Un ajustement en racine carrée de l'écart au seuil est ajouté pour chacune des valeurs de cohésion.

Nous pouvons, à partir de ces données numériques, obtenir l'évolution de la vitesse critique de l'instabilité  $v_c$  en fonction de la force de cohésion entre les grains  $f_c$  : les résultats sont présentés en figure 4.16.

Notons par ailleurs que la cohésion ne produit pas d'effet significatif sur l'amplitude du motif.

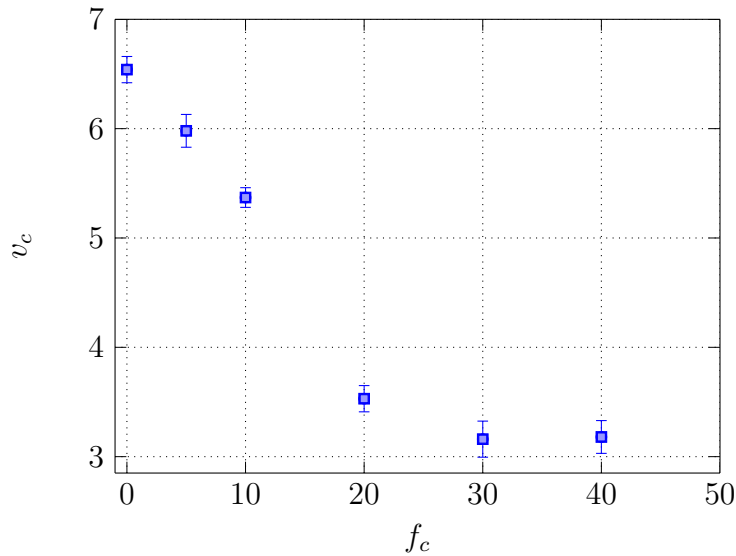


FIGURE 4.16 – Vitesse critique en fonction de la force de cohésion entre les grains.

L'ajout de la cohésion dans les simulations numériques produit le même effet que celui observé dans les expériences : la vitesse critique diminue lorsque  $f_c$  augmente.

Nous observons une saturation de cet effet en fonction de la force de cohésion entre grains, qui n'avait pas été observée dans les expériences. La comparaison quantitative avec l'expérience est délicate, au vu des nombreuses différences existant entre les simulations et les expériences (nombre de grains, simulations à deux dimensions, sphères molles, description de la cohésion). On peut cependant estimer la force de cohésion entre deux grains dans les expériences (voir partie 1.3.3) à environ 5 fois leur poids pour les cohésions les plus élevées.

Nous pourrions alors réaliser des études en ajoutant de l'eau au milieu granulaire, pour tester une plus grande gamme de cohésion (la tension de surface de l'eau est bien supérieure à celle des huiles utilisées). Cependant, ceci nécessite de s'assurer que la concentration en eau du milieu granulaire soit constante d'une expérience à l'autre, ce qui implique de contrôler précisément l'humidité ambiante.

Cette première conclusion sur l'évolution de la vitesse critique, dans les expériences comme dans les simulations, est surprenante. En effet, l'humidification des pistes est un moyen avancé pour lutter contre le phénomène de tôle ondulée. Nous allons préciser cette conclusion en évaluant l'évolution de la longueur d'onde et de la rapidité de croissance du motif en fonction de la cohésion.

### 4.3.2 Sur la longueur d'onde

L'évolution de la longueur d'onde de l'instabilité en fonction de la cohésion au sein du milieu granulaire est présentée en figure 4.17. Rappelons que la périodicité a un impact sur la longueur d'onde, qui ne peut prendre que des sous-multiples du périmètre de la cuve (dans les expériences) ou de la longueur de la piste (dans les simulations). Dans les expériences, il y a entre quinze et trente-cinq rides sur la piste, dans les simulations, entre onze et vingt.

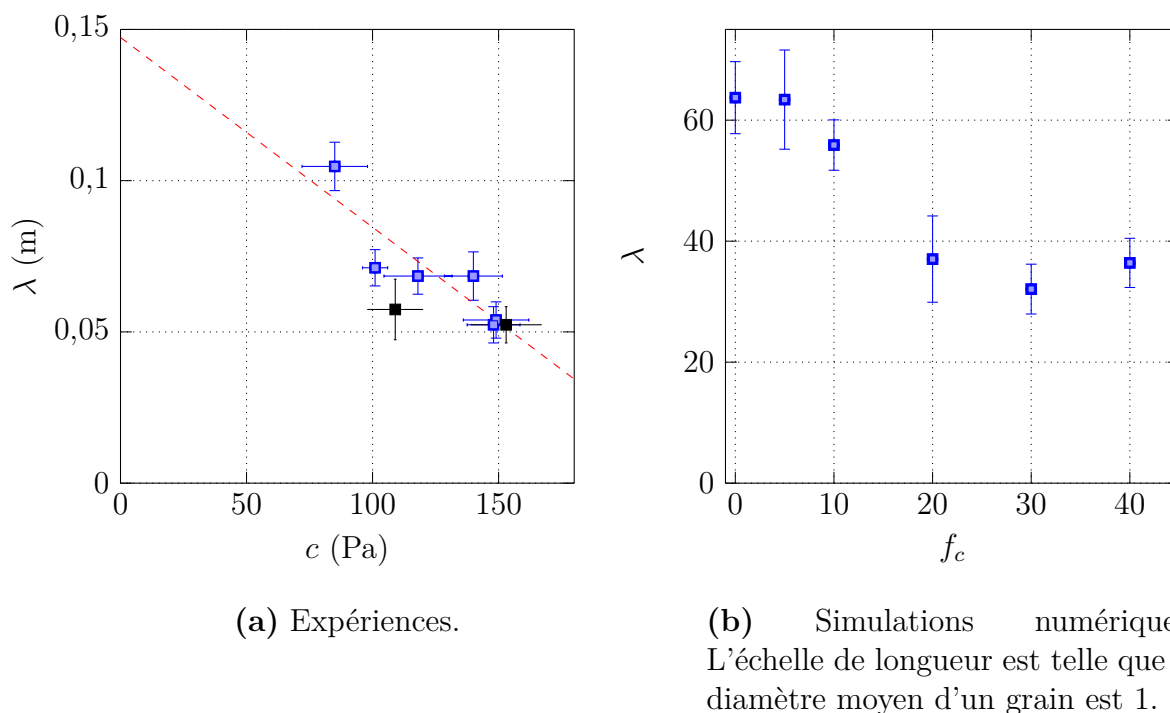


FIGURE 4.17 – Évolution de la longueur d’onde des rides de tôle ondulée en fonction de la cohésion au sein du milieu granulaire.

Nous voyons que dans les expériences comme dans les simulations numériques, l’ajout de cohésion au sein du milieu granulaire induit une diminution très nette de la longueur d’onde du motif. On voit que celle-ci diminue de moitié dans les expériences comme dans les simulations.

### 4.3.3 Sur le temps de croissance du phénomène

L’évolution des taux de croissance, en fonction de la vitesse, pour différentes valeurs de cohésion dans les expériences, a été présentée figure 4.12. L’évolution du temps de montée à 50 % en fonction de la vitesse dans les simulations est présentée figure 4.18.

Dans les expériences comme dans les simulations, l’effet de la cohésion sur le temps typique d’apparition de l’instabilité est fort. On voit que les taux de croissance mesurés sont beaucoup plus faibles en l’absence de cohésion qu’en sa présence. Ceci semble expliquer le fait que sur le terrain, l’épandage d’hydrocarbures ou de chlorure de calcium espaçait les passages de bulldozer et vient contrebalancer l’effet de la vitesse critique.

Il faut noter que sur le terrain, la vitesse critique est de l’ordre de quelques km/h. La vitesse des véhicules est donc dans tous les cas (routes cohésives ou non) bien supérieure à la vitesse critique et l’augmentation très importante du temps de croissance peut expliquer les observations ainsi faites.

Par ailleurs, une modélisation théorique décrivant les évolutions observées de la vitesse critique, de la longueur d’onde et du temps de croissance de l’instabilité manque encore.

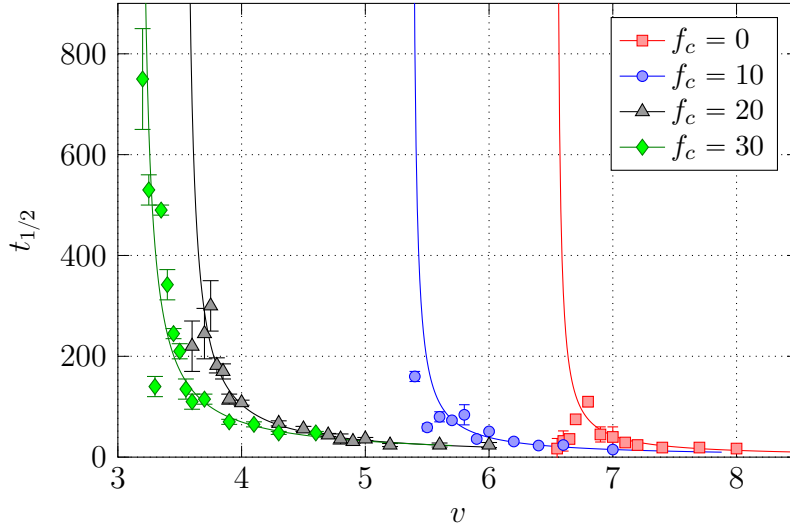


FIGURE 4.18 – Temps de réponse à 50 % en fonction de la vitesse lorsque la cohésion entre les grains est nulle. Les données indiquent une évolution du temps de croissance des rides en  $a/(v - v_c)$ .

#### 4.3.4 Conclusion

Nous avons entrepris une étude détaillée de l'instabilité de tôle ondulée sur un milieu granulaire humide.

Expérimentalement, nous avons construit un état reproductible sur lequel nous avons pu créer des rides de tôle ondulée à la suite du passage répété d'une roue rigide soumise uniquement à son propre poids. Il apparaît alors qu'un motif dont la longueur d'onde est fixée apparaît, et son amplitude croît exponentiellement en fonction du nombre de passages de la roue. Il a ainsi été possible d'obtenir la vitesse critique du phénomène.

Numériquement, nous avons utilisé un état initial identique pour toutes les simulations. En imposant la vitesse de la roue à la surface du lit de grain, nous avons reproduit les rides de tôle ondulée. À partir de l'amplitude du motif de tôle ondulée, nous avons pu déterminer sa vitesse critique ainsi que sa longueur d'onde.

Les conclusions apportées par l'étude expérimentale et numérique sur la vitesse critique, la longueur d'onde et les temps de croissance sont identiques. L'ajout de cohésion induit une nette diminution de la vitesse critique et de la longueur d'onde du motif. Par contre, l'ajout de cohésion induit une augmentation significative du temps de croissance du motif, ce qui est en accord avec les observations de terrain, suggérant que l'épandage d'hydrocarbures ou de chlorure de calcium espaçait les passages de bulldozer nécessaires pour remodeler la piste.

## 4.4 Étude préliminaire : rôle de la ségrégation dans l'instabilité de tôle ondulée

Nous avons entrepris des études préliminaires dans le but de quantifier l'impact de la polydispersité sur l'instabilité de tôle ondulée. Nos études ont montré qu'elle n'était pas nécessaire à l'obtention du phénomène, et les simulations numériques n'ont pas mis en évidence de ségrégation [Taberlet *et al.*, 2007].

Certaines études préliminaires soulignent la possibilité d'une ségrégation verticale [Silva, 2016], mais demeurent très superficielles.

### 4.4.1 Méthodes expérimentales

Dans un premier temps, nous étudierons l'instabilité de tôle ondulée sur deux milieux granulaires différents : le premier est composé de billes de verre de diamètre compris entre 400 et 630  $\mu\text{m}$ , le second de billes de verre de diamètre compris entre 160 et 315  $\mu\text{m}$ . La répartition indicative en masse est présentée sur l'histogramme figure 4.19. Nous avons fait des acquisitions uniquement sur les milieux granulaires secs. La masse volumique des gros grains (du milieu granulaire) est  $1,58 \pm 0,02$  kg/L, celle des petits est  $1,50 \pm 0,02$  kg/L.

Pour repérer gros et petits grains, nous peignons de deux couleurs différentes les grains. Ainsi, les gros grains seront peints en noir et les petits en blanc.

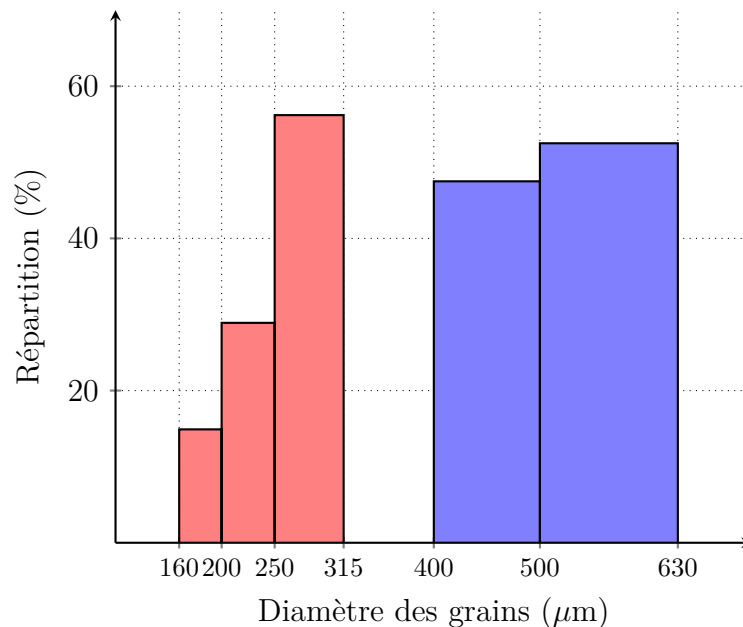


FIGURE 4.19 – Histogramme de répartition du milieu granulaire utilisé pour les expériences illustrant le rôle de la ségrégation sur la tôle ondulée, en bleu des gros grains, en rouge des petits. Celui-ci est obtenu par tamisages successifs.

Nous suivons le même protocole que celui présenté précédemment. Nous remodelons en

profondeur la piste avant chaque acquisition de façon à effacer toute trace d'une acquisition antérieure, avant de passer un rabot afin d'égaliser la surface. Il est ensuite remonté progressivement pour répartir uniformément le sable.

Nous étudions d'abord le développement de l'instabilité sur les deux milieux granulaires pris séparément, avant de considérer un mélange polydisperse des gros et petits grains avec une répartition égale en masse.

#### 4.4.2 Observations

Comme nous l'avons déjà vu dans le cas des milieux granulaires humides, nous observons la naissance du motif à une longueur d'onde précise, et l'amplitude correspondante suit une évolution exponentielle. On peut ainsi calculer les taux de croissance correspondants pour plusieurs vitesses. Les résultats ainsi obtenus sont présentés sur la figure 4.20.

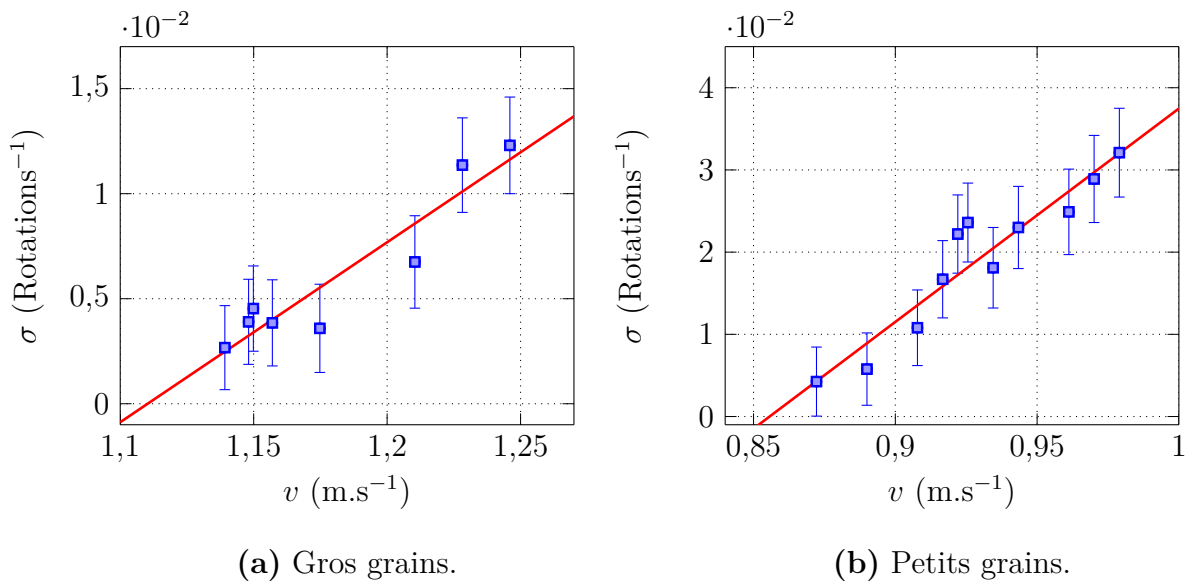


FIGURE 4.20 – Taux de croissance du mode le plus instable en fonction de la vitesse. Chaque point de la courbe correspond à la moyenne de plusieurs expériences où l'on part d'un lit plat, l'écart-type des mesures donne l'intervalle de confiance. L'incertitude sur la vitesse, obtenue à partir des fluctuations de la vitesse, est très faible. Milieu granulaire : (a) gros grains, (b) petits grains.

L'évolution suivie est alors compatible avec une évolution linéaire en fonction de l'écart au seuil. Nous obtenons alors la vitesse critique pour les deux types de grains séparés. Dans le cas des gros grains, la vitesse critique est beaucoup plus élevée. Il faut noter que dans ce cas, la roue ne roule pas sans glisser, il est donc difficile d'analyser plus en détail ces résultats.

Nous réalisons ensuite les mêmes mesures pour le mélange de gros et de petits grains à 50 % en masse. Les résultats obtenus pour les taux de croissance en fonction de la vitesse de la roue sont exposés en figure 4.21.

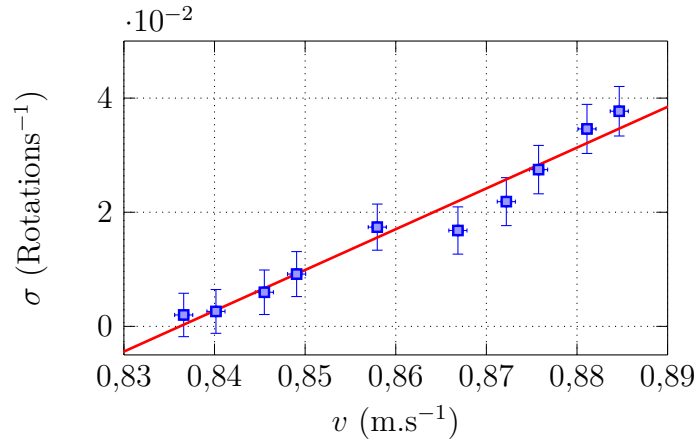


FIGURE 4.21 – Taux de croissance du mode le plus instable en fonction de la vitesse. Chaque point de la courbe correspond à la moyenne de plusieurs expériences où l'on part d'un lit plat, l'écart-type des mesures donne l'intervalle de confiance. L'incertitude sur la vitesse est obtenue à partir des fluctuations de la vitesse. Milieu granulaire : Mélange à 50 % en masse de gros et petits grains.

La masse volumique du mélange de gros et petits grains est  $1,62 \pm 0,02$  kg/L. La légère baisse de la vitesse critique est alors logique si l'on considère les résultats de [Bitbol *et al.*, 2009]. En effet, la vitesse critique s'exprime ainsi en fonction du nombre de Froude critique, intrinsèque à l'instabilité :

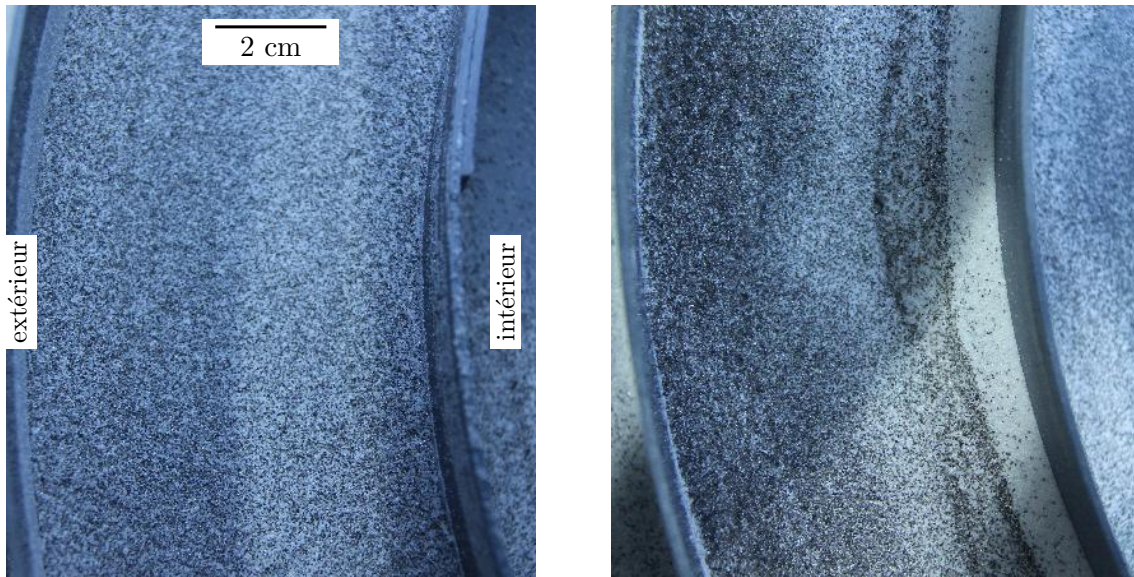
$$v_c = \sqrt{\text{Fr}_c \times g} \left( \frac{m}{\rho w} \right)^{1/4}, \quad (4.10)$$

elle décroît si la masse volumique du milieu granulaire croît. Il faut cependant modérer cette conclusion, les propriétés mécaniques du mélange étant également différentes.

Notons que, dans les travaux de [Bitbol *et al.*, 2009], la masse volumique intervient lors de l'adimensionnalisation du problème, mais son influence n'a pas été étudiée, car il est difficile de faire varier la masse volumique du milieu granulaire tout en s'assurant que ses propriétés mécaniques restent constantes.

Nous avons réalisé une très longue acquisition au-dessus de la vitesse critique, à la vitesse  $v = 0,89$  m.s<sup>-1</sup>. Deux photographies de la piste sont présentées sur la figure 4.22, une dans l'état initial et l'autre après 36 000 passages de la roue.





(a) État initial.

(b) État après  $N = 36\,000$  tours. Aucune ségrégation dans le sens de la circulation de la roue n'est visible.

FIGURE 4.22 – Photographie de la piste à deux instants différents.

Nous voyons une ségrégation entre l'intérieur et l'extérieur, où les gros grains sont plus facilement projetés vers l'extérieur de la piste par la force centrifuge. Cet effet est lié à la circularité de la cuve et dépend donc de notre protocole expérimental. Par contre, aucune ségrégation n'est visible dans le sens de la circulation de la roue, ni en profondeur.

Il ne semble donc pas qu'il y ait ségrégation pour le mélange utilisé, mais ces résultats sont préliminaires. Ils nécessitent d'être précisés de façon plus quantitative car ne reposent que sur une inspection visuelle. La méthode que nous avons utilisée se prête bien à une analyse d'image, qui pourrait permettre d'obtenir un degré de ségrégation en fonction de la position sur la piste. Nous pourrions alors utiliser plusieurs mélanges de grains différents pour constater l'impact des différents paramètres physiques. Ces résultats pourraient également être complétés par des simulations numériques.

# Instabilité de tôle ondulée sur les fluides à seuil

*Il y a trop de mou dans ce qui est dur  
et trop de dur dans ce qui est mou.*

Jean-Pierre CHEVÈNEMENT.

## Sommaire

---

5.1	Introduction . . . . .	106
5.1.1	Motivations . . . . .	106
5.1.2	Fluides non newtoniens . . . . .	106
5.2	Rhéologie des fluides à seuil . . . . .	107
5.2.1	Protocole de fabrication du gel de carbopol . . . . .	107
5.2.2	Mesures rhéologiques . . . . .	108
5.3	Observations expérimentales . . . . .	112
5.4	Conclusion et perspectives . . . . .	116

---

## 5.1 Introduction

### 5.1.1 Motivations

L'instabilité de tôle ondulée est un phénomène robuste qui apparaît à la suite du passage répété de véhicules, quelle que soit la nature du milieu granulaire utilisé. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, on retrouve des phénomènes analogues sur d'autres supports : usure ondulatoire des rails, formation de bosses sur une piste de ski, etc. Ces observations semblent indiquer que des mécanismes communs sont à l'origine de toutes ces instabilités.

Pour étendre les résultats obtenus sur les milieux granulaires humides, nous avons entrepris des études préliminaires sur des fluides complexes, dont on peut mieux caractériser les propriétés rhéologiques. Nous souhaitons voir si nous pouvons reproduire sur un tel fluide l'instabilité de tôle ondulée. Si c'est le cas, nous aimerions tester l'existence d'une vitesse critique, la migration ou non des rides, et la dépendance de ces caractéristiques en fonction des propriétés du fluide complexe.

L'étude de l'instabilité de tôle ondulée sur de tels fluides n'a jamais été entreprise jusqu'ici. On peut néanmoins citer les travaux de [Hewitt *et al.*, 2012]. Ils ont observé le profil laissé après le passage unique d'un patin sur un gel de carbopol, ainsi que sur des fluides très visqueux (des sirops dont la viscosité est autour de 10 Pa.s). Cependant, cette étude n'est pas directement l'instabilité de tôle ondulée : c'est celle du rebond d'un patin sur un fluide, le phénomène s'apparente donc à celui des ricochets d'un galet sur l'eau. En particulier, l'étude sur un fluide très visqueux est éloignée de la tôle ondulée : si le passage entre chaque véhicule est très espacé, le fluide redevient plat. Un tel fluide ne permet pas la prise en compte du nombre de passage des véhicules sur la piste.

Une grande partie des résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus au cours des stages d'Ariane Gayout et d'Hugo Remise-Charlot, étudiants de L3 en physique à l'ENS de Lyon.

### 5.1.2 Fluides non newtoniens

En général, on caractérise les propriétés rhéologiques par la variation de la contrainte de cisaillement  $\sigma$  en fonction du taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$ . Pour plus de détails sur l'état des déformations et des contraintes dans un fluide, le lecteur pourra consulter [Oswald, 2005].

La figure 5.1, tirée de [Lidon, 2016], présente des variations typiques observées pour différents types de fluides non newtoniens. On a supposé ici que la relation  $\sigma = f(\dot{\gamma})$  était indépendante du temps.

On distingue alors plusieurs types généraux de fluide [Guyon *et al.*, 2012] :

- les fluides newtoniens, où le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  est proportionnel à la contrainte de cisaillement  $\sigma$  : la viscosité  $\eta$  est alors définie telle que  $\sigma = \eta\dot{\gamma}$  ;
- les fluides rhéofluidifiants qui s'écoulent même sous une contrainte faible. Leur viscosité effective  $\sigma/\dot{\gamma}$  diminue lorsque la contrainte croît. De nombreuses solutions de polymères de masse molaire élevée suivent ce comportement, mais également des suspensions diluées de particules solides. Dans le premier cas, on peut attribuer ce comportement à l'alignement des macromolécules sous cisaillement, dans le second, il provient de la destruction des structures créées par l'attraction entre particules ;

- les fluides rhéoépaississants, dont la viscosité augmente avec la contrainte appliquée. C'est le cas des solutions concentrées de farine de maïs (« maïzena »). L'origine de ce comportement est encore mal comprise mais il semble que les particules composant la solution forment des chaînes à travers le matériau et le bloquent [Wyart et Cates, 2014];
- les fluides à seuil, qui ne s'écoulent que lorsque la contrainte dépasse une certaine valeur critique  $\sigma_s$ , nommée contrainte seuil.

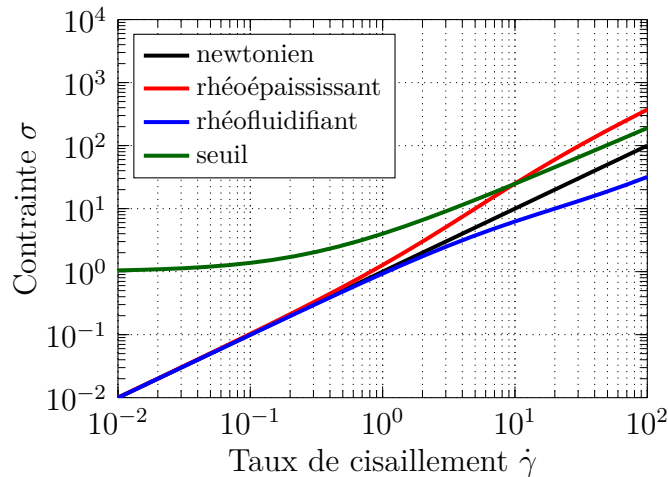


FIGURE 5.1 – Exemples de courbes d'écoulement pour différents types de fluides.

La réponse à une déformation peut dépendre également du temps. On parle à ce moment de propriétés viscoélastiques. Elles correspondent à un comportement intermédiaire entre le solide élastique (où la contrainte est reliée à la déformation par la loi de Hooke  $\sigma = G\gamma$ ) et le fluide newtonien (où la contrainte est reliée au taux de cisaillement par la loi de Newton  $\sigma = \eta\dot{\gamma}$ ). Des exemples typiques de ces fluides sont certaines pâtes silicones (par exemple la *silly putty*), qui rebondissent élastiquement au sol comme des solides mais s'étalent quand on les laisse posées sur le sol.

Les fluides à seuil se prêtent bien à l'étude de l'instabilité de tôle ondulée, c'est-à-dire celle de la croissance d'un motif au fur et à mesure du passage **répété** de véhicules. En effet, nous souhaitons réaliser l'étude sur un fluide complexe qui ne se déformera pas entre deux passages successifs. Dans le cas de la tôle ondulée ou de l'usure ondulatoire des rails, les propriétés du motif ne dépendent que du nombre de passages et le motif ne se déforme pas entre deux passages successifs.

## 5.2 Rhéologie des fluides à seuil

### 5.2.1 Protocole de fabrication du gel de carbopol

Les gels utilisés par la suite ont été obtenus à partir de poudre de carbopol 980 Lubrizol. Les carbopols sont une famille de carbomères d'acide acrylique plus ou moins réticulés. Selon l'agent réticulant employé et le degré de réticulation final, différents types

de carbopol peuvent être obtenus [Lidon, 2016]. Ils sont couramment utilisés comme agent épaississants dans les industries pharmaceutique, cosmétique ou agroalimentaire.

Le protocole utilisé pour fabriquer le gel provient de la thèse de Pierre Lidon [Lidon, 2016]. Nous avons dissous une masse donnée de poudre de carbopol dans de l'eau chauffée à 50°C pendant trente minutes, sous agitation magnétique, jusqu'à formation d'une solution homogène de  $\text{pH} \approx 2$ . Puis, par adjonction de soude à 2 mol/L, nous avons neutralisé la solution. L'ajout de soude change très nettement les propriétés de la solution, qui passe d'un état liquide visqueux à  $\text{pH}$  acide à un état de gel d'aspect plus solide à  $\text{pH}$  neutre. Une fois dilué, le carbopol est présent dans l'eau sous forme de chaînes de polymères. L'ajout d'une base permet de déployer ces chaînes jusqu'à atteindre un état où celles-ci sont bloquées, ce qui donne au carbopol sa structure de gel.

Il a par ailleurs été observé que l'agitation vigoureuse du gel pendant environ une journée permettait d'avoir des propriétés stables dans le temps. Cependant, ceci se fait au détriment de la contrainte seuil qui diminue significativement et empêche la tenue de la roue qui coule dans le carbopol sous l'effet de son poids. Nous devons donc trouver un compromis entre la stabilité des propriétés du carbopol, qui permet de faire des mesures reproductibles sur plusieurs jours, et la contrainte seuil, qui doit être suffisamment élevée. Ainsi, dans toute la suite, les mesures ont été faites sans cette agitation, ce qui nous astreint à vérifier les propriétés rhéologiques du carbopol régulièrement. Par ailleurs, le carbopol peut aussi sécher, ce qui contribue également à la variation de ses propriétés rhéologiques.

### 5.2.2 Mesures rhéologiques

La façon la plus simple de modéliser un fluide à seuil est la loi de Bingham :

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_s + \eta\dot{\gamma} & \text{si } \sigma > \sigma_s, \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.1)$$

Cependant, la plupart des fluides à seuil usuels sont rhéofluidifiants en plus de présenter un seuil, leur viscosité apparente diminuant avec le cisaillement. Dans ce cas, le modèle de Herschel-Bulkley [Herschel et Bulkley, 1926] est plus approprié :

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_s + k\dot{\gamma}^n & \text{si } \sigma > \sigma_s, \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (5.2)$$

$\sigma_s$  est nommée contrainte seuil,  $k$  consistance et  $n$  indice de structure. Comme le gel de carbopol est rhéofluidifiant, son indice de structure est inférieur à 1, typiquement autour de 0,5. Ce modèle décrit avec succès les courbes d'écoulement de microgels de carbopol, citons entre autres [Roberts et Barnes, 2001, Divoux *et al.*, 2010, Géraud *et al.*, 2013].

La mesure des propriétés rhéologiques du carbopol se fait au moyen d'un appareil appelé rhéomètre rotatif. Le matériau est cisailé entre un rotor mobile et un stator : sous l'action d'un couple  $\vec{\Gamma}$ , le rotor est mis en mouvement et tourne d'un angle  $\theta(t)$  correspondant à une vitesse de rotation  $\omega(t)$ . Il est possible moyennant une calibration préalable de relier la contrainte de cisaillement  $\sigma$  au couple appliqué, et le taux de cisaillement  $\dot{\gamma}$  à la vitesse de rotation. On distingue deux types de rhéomètres rotatifs, selon que le moteur soit commandé en vitesse (dans ce cas on parle de rhéomètre à taux de cisaillement imposé) ou en couple (rhéomètre à contrainte de cisaillement imposée).

Dans la suite, nous utiliserons la géométrie cône-plan, schématisée en figure 5.2. Dans ce cas, le fluide est placé entre un plan fixe et un cône mobile, de rayon  $R$  et d'angle  $\alpha$ . On peut facilement montrer que le taux de cisaillement est constant au sein du gel :

$$\dot{\gamma} = \frac{\dot{\theta}}{\tan \alpha}. \quad (5.3)$$

Ceci est un avantage pour caractériser un fluide non newtonien, car le couple peut s'obtenir facilement par la formule :

$$|\vec{\Gamma}| = \int_0^R \frac{2\pi\sigma[\dot{\gamma}(r)]}{\cos \alpha} r^2 dr = \frac{2\pi R^3}{3 \cos \alpha} \sigma(\dot{\gamma}). \quad (5.4)$$

Le calcul est détaillé par exemple dans [Lidon, 2016]. Ainsi, en connaissant les propriétés géométriques du cône, la mesure de la vitesse de rotation et du couple permet de remonter aux courbes d'écoulement.

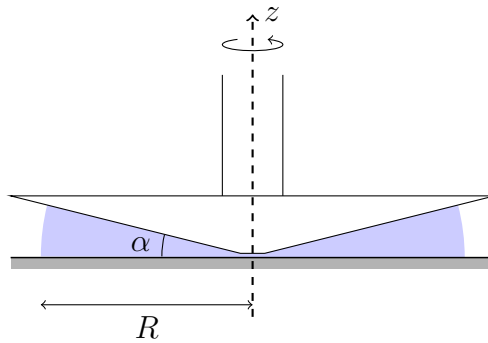


FIGURE 5.2 – Rhéomètre en géométrie cône-plan.

La géométrie cône-plan, que nous utiliserons exclusivement dans la suite, présente l'avantage d'avoir un cisaillement homogène et permet également de travailler avec des petits volumes. Du fait de ces petits volumes, elle est par contre très sensible à l'évaporation du matériau.

Les mesures rhéologiques sont également limitées par les caractéristiques techniques des rhéomètres (en particulier l'inertie du rotor et la précision des asservissements), on pourra lire pour plus de détails [Ewoldt *et al.*, 2015]. Il faut enfin prendre garde au chargement du rhéomètre, i.e. la façon dont on y dépose l'échantillon de fluide complexe, en particulier pour les fluides à seuil qui peuvent emmagasiner des contraintes résiduelles. Ainsi, dans toute la suite, nous ferons plusieurs chargements différents pour estimer la reproductibilité des mesures et leurs incertitudes.

Nous avons utilisé un rhéomètre, modèle TA Instruments Advanced Rheometer AR1000, avec lequel nous avons réalisé des courbes d'écoulement à taux de cisaillement imposé. Les propriétés du cône sont  $\alpha = 2^\circ$  et  $R = 20$  mm. Le rotor et le stator sont en acier lisse. L'extrémité est tronquée sur une hauteur de  $58 \mu\text{m}$  afin d'éviter le frottement du cône sur le stator. Une courbe ainsi réalisée est présentée en figure 5.3.

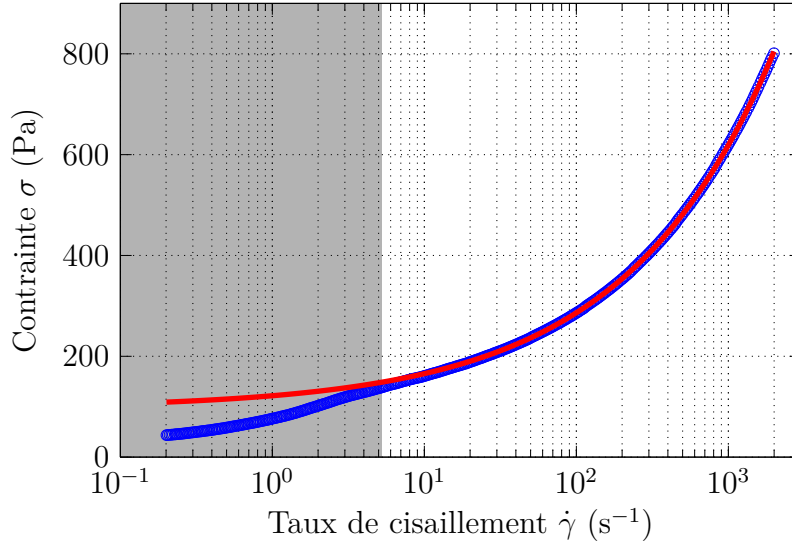


FIGURE 5.3 – Courbe d’écoulement réalisée pour un microgel de carbopol à 1 % en masse. On observe l’effet du glissement sur les courbes d’écoulement à des taux inférieurs à  $5 \text{ s}^{-1}$  (zone grisée). Les données expérimentales sont en bleus, la courbe rouge présente l’ajustement réalisé par la loi d’Herschell-Bulkley lorsque  $\dot{\gamma} < 30 \text{ s}^{-1}$ .

Nous observons ici un problème courant lors de la rhéométrie des gels de carbopol [Roberts et Barnes, 2001] : le glissement de l’échantillon sur les parois du rotor et du stator. Il peut trouver son origine dans la formation d’une fine couche de lubrification entre les pelotes de polymères et le substrat [Seth *et al.*, 2008]. Il est possible de le limiter en utilisant des parois dont la rugosité est de l’ordre de la microstructure du gel. Ici, nous réaliserons l’ajustement sur les taux de cisaillement élevés où le glissement ne se produit pas. En effet, on repère facilement le glissement par un changement de concavité dans la courbe d’écoulement du gel.

Nous ajustons les données ainsi obtenues sur la partie à haut cisaillement par la loi d’Herschell-Bulkley. Pour ce faire, nous réalisons une régression affine systématique de  $\log(\sigma - \sigma_s)$  en fonction de  $\log \dot{\gamma}$  pour différentes valeurs de  $\sigma_s$ , nous donnant  $\log k$  et  $n$ . La valeur de  $\sigma_s$  minimisant l’écart quadratique moyen

$$\chi^2 = \sum_i (\sigma_i - \sigma_s - k\dot{\gamma}_i^n)^2 \quad (5.5)$$

entre l’ajustement ainsi réalisé et les données expérimentales  $(\dot{\gamma}_i, \sigma_i)$  est prise comme valeur seuil  $\sigma_s$ .  $k$  et  $n$  sont obtenus à partir de l’ajustement correspondant. L’ajustement ainsi obtenu est satisfaisant sur la gamme de cisaillement où ne se produit pas le glissement. De tels ajustements, pour différentes concentrations massiques en carbopol, sont présentés en figure 5.4.

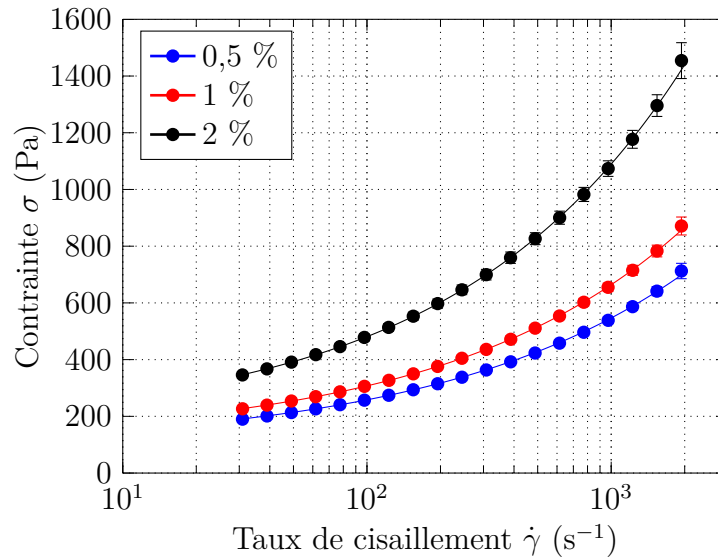


FIGURE 5.4 – Courbes d’écoulements pour différentes concentrations massiques en carbopol. On ne tient pas compte des valeurs à bas taux de cisaillement faussées par l’effet du glissement. Les barres d’erreurs représentent l’intervalle de confiance à 95 %. L’ajustement par la loi d’Herschell-Bulkley est ajouté pour chacune des courbes.

Nous pouvons alors obtenir la contrainte seuil et la consistance du gel de carbopol. Leur évolution en fonction de la fraction massique de carbopol est présentée en figure 5.5.

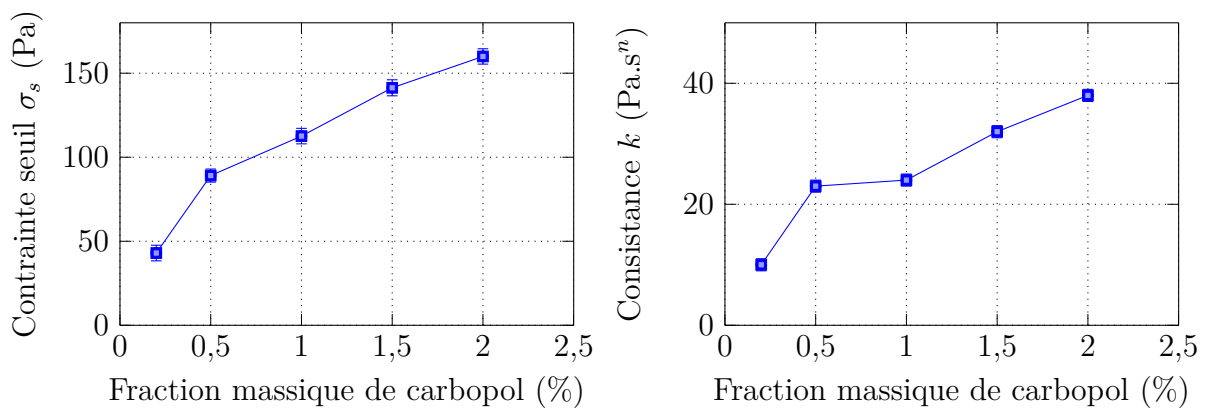


FIGURE 5.5 – Propriétés rhéologiques du gel de carbopol en fonction de la fraction massique en poudre de carbopol. Les barres d’erreurs sont obtenues en réalisant plusieurs chargements du rhéomètre, mais avec la même préparation.

Notons par ailleurs que l’indice de structure  $n$  dépend très faiblement de la fraction massique : sa valeur est de  $0,45 \pm 0,02$  pour toutes les courbes d’écoulement ajustées.

Nous disposons alors d’un gel dont nous pouvons faire varier les propriétés rhéologiques et caractériser celles-ci avec une bonne précision. Il conserve la mémoire d’une déformation passée et est donc un bon candidat pour l’étude de l’instabilité de tôle ondulée.



### 5.3 Observations expérimentales

Nous reprenons le dispositif utilisé pour l'instabilité de tôle ondulée. Nous utilisons le même télémètre laser pour connaître la hauteur de gel en fonction de la position. Nous avons ajouté un contrepoids à l'extrémité de la roue, dans le but de modifier la masse effective de la roue et d'éviter que celle-ci s'enfonce dans le carbopol. En effet, en l'absence de contrepoids, la contrainte typique exercée par la roue est de l'ordre de 200 à 500 Pa (selon la hauteur d'enfoncement dans le fluide), ce qui dépasse le seuil du carbopol. On ramène facilement cette contrainte autour de 50 Pa par l'ajout d'une masse bien choisie en face de la roue.

Un tel dispositif permettra aussi d'étudier l'influence de la masse de la roue sur les caractéristiques de l'instabilité. Il faut cependant garder à l'esprit que l'ajout du contrepoids modifie l'inertie du bras articulé, ce qui a un impact sur les caractéristiques de l'instabilité de tôle ondulée lorsqu'elle est créée par le sable [Bitbol *et al.*, 2009].

Un des premiers objectifs de cette étude préliminaire est la mise en évidence (ou non) du phénomène de tôle ondulée sur un fluide à seuil, à partir d'une surface plane. Nous utilisons pour ce faire un protocole analogue à celui utilisé pour l'instabilité de tôle ondulée sur les milieux granulaires humides : le rabot placé à l'extrémité du bras permet d'égaliser la piste. On le relève progressivement afin de répartir uniformément le gel de carbopol. La vitesse de rotation est ensuite augmentée graduellement. Comme pour les études sur les milieux granulaires humides, l'état initial est défini comme l'état après cette phase de préparation du gel. Un diagramme spatio-temporel typique que nous obtenons alors est présenté en figure 5.6.

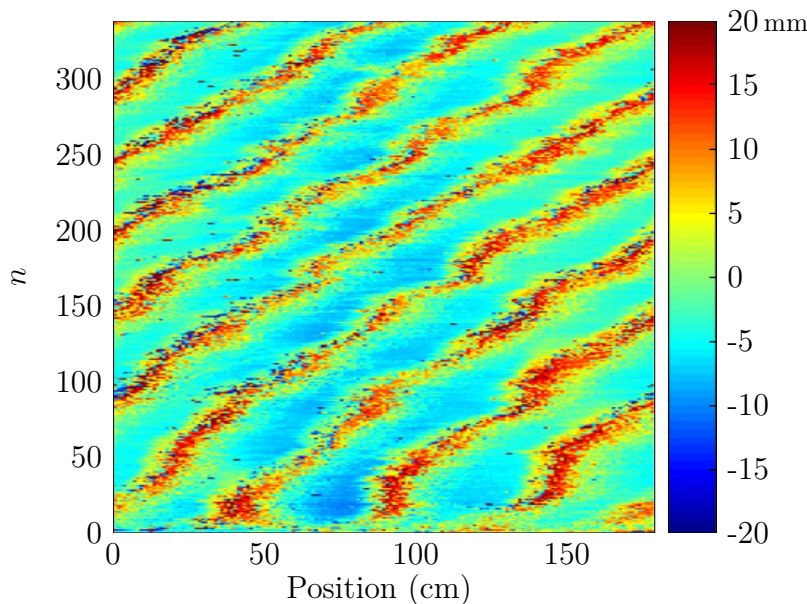


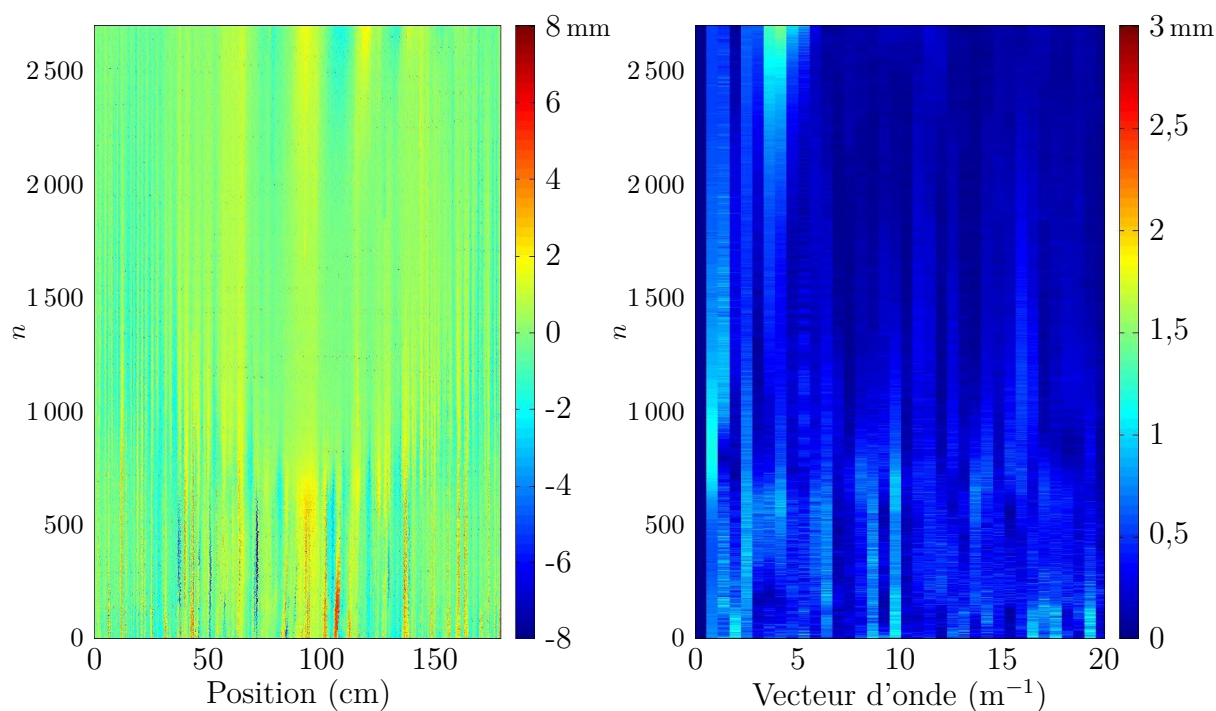
FIGURE 5.6 – Diagramme spatio-temporel pour une vitesse de la roue égale à 0,32 m/s. Gel utilisé : carbopol à 1 % en masse.

Nous voyons alors le développement très rapide, en quelques passages de roue seulement, d'un motif de rides de grande amplitude sur le gel. Cependant, dans ces conditions,

une grande quantité de gel adhère à la roue (jusqu'à 1 cm de gel, la roue faisant 6,38 cm de diamètre). Ceci alourdit considérablement la roue, impactant également son inertie. De plus, nous souhaitons mettre en évidence le rôle du cisaillement (caractérisé par les propriétés rhéologiques) dans l'instabilité, le transport de matière parasite ainsi les expériences.

Pour éviter ce problème, nous avons décidé d'appliquer à la roue un revêtement super-hydrophobe. La plupart des revêtements hydrophobes (téflon, spray imperméabilisant, etc.) ne permettent pas de diminuer la quantité de carbopol emportée par la roue. Du sable super-hydrophobe a déjà été utilisé avec succès pour l'étude d'impact de fluides à seuil sur un substrat solide [Luu, 2011], mais ce type de revêtement résiste très mal à l'abrasion. Nous avons décidé d'utiliser le revêtement super-hydrophobe commercial NeverWet. Ce revêtement permet d'obtenir des angles de contacts supérieurs à  $150^\circ$  en augmentant la rugosité à l'échelle microscopique [De Gennes *et al.*, 2005]. Celui-ci a permis de s'affranchir totalement du transport de matière par la roue.

Ainsi, nous pouvons de nouveau tester la présence ou non de l'instabilité. Un diagramme spatio-temporel typique est présenté en figure 5.7a.



(a) Diagramme spatio-temporel. Après un régime transitoire d'environ 1 200 tours, on observe l'émergence de plusieurs rides.

(b) Diagramme temps-fréquence. Après un régime transitoire d'environ 1 200 tours, on observe la croissance de deux modes à  $\lambda = 29,8$  cm et  $\lambda = 25,6$  cm.

FIGURE 5.7 – Diagrammes spatio-temporel et temps-fréquence typiques obtenus lorsque la roue est recouverte d'un revêtement hydrophobe, pour une vitesse égale à 1,60 m/s. Gel utilisé : carbopol à 1 % en masse.

Nous observons alors que le passage de la roue sur la piste induit la déformation du gel de carbopol. Cependant, sur le diagramme présenté, l'apparition des rides ne se fait pas dès les premiers tours mais après un état transitoire d'environ 800 tours où les petites irrégularités nées de la préparation de l'état initial sont lissées. L'origine de cet état transitoire reste à élucider.

Comme nous l'avons fait pour les milieux granulaires humides, il est également possible de calculer la transformée de Fourier de la hauteur de la surface en fonction du nombre d'onde. Ce diagramme temps-fréquence est présenté figure 5.7b. Nous y voyons la naissance de plusieurs modes, dont l'amplitude croît à partir du bruit ambiant. L'évolution de l'amplitude de ce mode en fonction du nombre de passage de la roue  $n$  est représentée en figure 5.8.

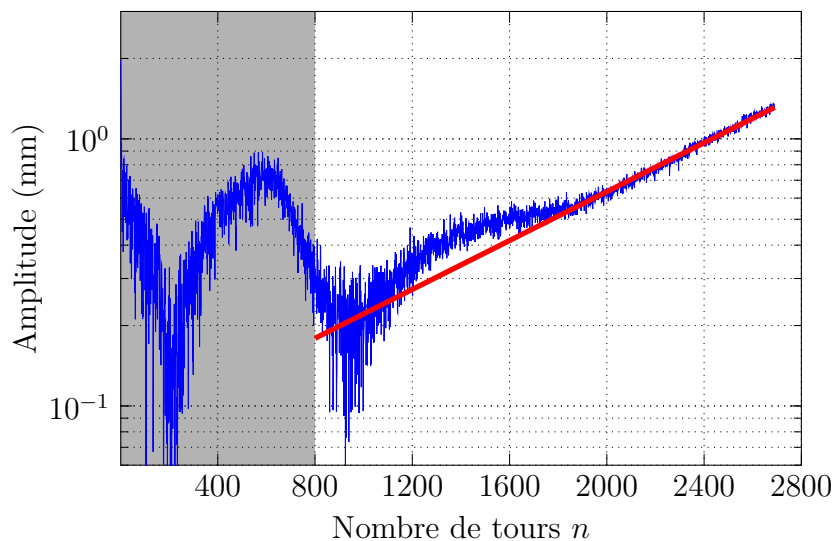


FIGURE 5.8 – Amplitude du mode à  $\lambda = 29,8$  cm en fonction du nombre de passages de la roue  $n$ , pour une vitesse égale à 1,60 m/s. La régression linéaire après le régime transitoire permet d'obtenir le taux de croissance. Gel utilisé : carbopol à 1 % en masse.

Nous voyons que la croissance de l'amplitude du mode est exponentielle et se fait à partir d'un bruit ambiant de très faible amplitude. Nous pouvons alors définir le taux de croissance exponentiel des rides  $\sigma$ , en fonction de l'amplitude du mode de longueur d'onde  $\lambda$  au tour  $n$ .

Il apparaît donc qu'il est possible de reproduire l'instabilité de tôle ondulée sur un fluide à seuil, même en l'absence de transport de gel par la roue. Celle-ci n'apparaît pas aux basses vitesses, il existe donc une vitesse seuil d'apparition du motif. Le phénomène présente ainsi de nombreuses similarités avec l'instabilité de tôle ondulée, où des modes à une longueur bien définie se développent exponentiellement.

Dans le cas de la figure 5.7, nous avons arrêté l'acquisition car les rides devenaient trop grandes et les rebonds de la roue risquaient d'abîmer le revêtement hydrophobe de la roue. Il reste à voir si, proche de la vitesse critique, l'amplitude des rides sature ou non.

Toutefois, si l'instabilité de tôle ondulée a pu être reproduite sur un fluide à seuil, son comportement n'est pas totalement identique à celui sur du sable. Tout d'abord, nous n'observons pas de déplacement du motif dans le sens circulation de la roue. Cette

observation est également faite sur les rails [Collette, 2007]. De plus, dans le cas du sable, en dessous de la vitesse critique, le passage de la roue lisse exponentiellement tout profil préalablement établi. Ici, l'instabilité, une fois établie, semble persister en dessous de la vitesse critique. Pour tester cela, nous avons créé un trou à la surface du gel préalablement lissé, et nous avons fait passer la roue à très basse vitesse. L'évolution de la profondeur du trou et de sa position sont présentées en figure 5.9.

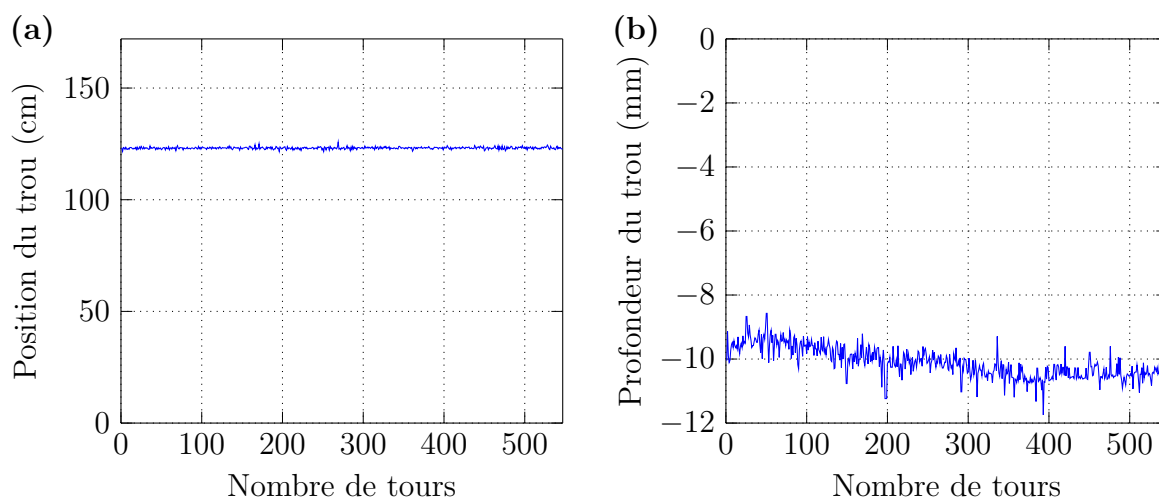


FIGURE 5.9 – (a) Position du trou au fil des passages de la roue et (b) profondeur du trou par rapport à la hauteur moyenne de gel. La vitesse de la roue est  $0,36 \text{ m.s}^{-1}$ . Gel utilisé : carbopol à 1 % en masse.

Nous n'observons ni déplacement (figure 5.9a) ni changement de profondeur du trou (figure 5.9b). Ceci semble être cohérent avec le comportement d'un fluide à seuil : il ne se déforme pas si la contrainte exercée est trop faible. Nous attendons également que le comportement obtenu dépende de la forme et de la largeur de la perturbation. En effet, si la bosse est très peu large, elle sera soumise à de grandes contraintes, supérieures au seuil, et aura tendance à être lissée.

Les mesures sont par ailleurs encore difficilement reproductibles, car nous avons remarqué que le revêtement s'usait au fur et à mesure des acquisitions et cette usure vient modifier de façon significative (environ 10 % de diminution) la vitesse critique. Ce revêtement est totalement détruit, et la roue recouverte d'une grande quantité de gel après environ vingt longues acquisitions. Un enjeu important pour préciser ces mesures est donc de s'assurer de la résistance à l'abrasion du revêtement hydrophobe. Pour ce faire, d'autres revêtements doivent être testés.

Une seconde cause de non-reproductibilité des mesures est la variation des propriétés rhéologiques du gel dans le temps. En effet, le dispositif reste à l'air libre la plupart du temps, le carbopol peut ainsi sécher et les propriétés évoluer au cours du temps. En mesurant les propriétés rhéologiques d'un échantillon de carbopol de la cuve chaque jour, on montre une augmentation d'environ 20 % de la contrainte seuil sur deux semaines. Cela peut s'interpréter comme une diminution de la quantité d'eau dans le gel et donc une augmentation de la fraction massique en carbopol au cours du temps. Pour éviter ce problème, nous pourrions utiliser une enceinte dont l'hygrométrie est contrôlée pour

éviter le séchage.

## 5.4 Conclusion et perspectives

Nous avons donc réussi à fabriquer un gel de carbopol dont nous pouvons caractériser les propriétés rhéologiques. Celui-ci conserve sa forme en l'absence de contrainte et est donc un bon candidat pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée et la mise en évidence de la croissance d'un motif au fur et à mesure des passages répétés des véhicules.

Nous avons réussi à observer la formation de rides sur ce gel. Elles se développent de façon exponentielle à une longueur d'onde bien définie à partir du bruit ambiant, comme sur les milieux granulaires. Nous avons également mis en évidence l'existence d'une vitesse critique au-delà de laquelle le motif se développe. Par contre, nous avons remarqué une différence importante avec l'instabilité sur les milieux granulaires : en dessous de la vitesse critique, une perturbation existante peut ne pas être lissée.

Ces résultats préliminaires sont prometteurs, bien qu'il reste à améliorer la reproductibilité des mesures, en particulier en trouvant un revêtement résistant à l'abrasion. Ainsi, une meilleure caractérisation de la vitesse critique par la mesure des taux de croissance est à faire. Il serait également intéressant d'observer l'évolution de l'amplitude du motif pour déterminer l'existence ou non d'un régime stationnaire. Ceci fait, nous pourrions déterminer l'influence des propriétés rhéologiques du gel sur les caractéristiques de l'instabilité.

## Troisième partie

# Ségrégation granulaire au sein des astéroïdes lâches



## État de l'art

*Que savons-nous si des créations de mondes ne sont point déterminées par des chutes de grains de sable ?*

Victor HUGO.

### Sommaire

---

6.1	Planètes et petits corps . . . . .	120
6.2	Population et emplacement des astéroïdes . . . . .	121
6.3	Formation des astéroïdes . . . . .	123
6.4	Composition et propriétés des petits corps . . . . .	123
	6.4.1 Composition chimique . . . . .	123
	6.4.2 Propriétés physiques . . . . .	124
6.5	Dynamique des astéroïdes . . . . .	126
6.6	Ségrégation granulaire au sein des astéroïdes . . . . .	129
	6.6.1 Observations spatiales . . . . .	129
	6.6.2 Premières tentatives de modélisation . . . . .	130
	6.6.3 Objectifs . . . . .	132

---



## 6.1 Planètes et petits corps

Le système solaire peut être défini comme l'ensemble des objets soumis principalement au champ de gravitation du Soleil. Celui-ci peut aussi interagir avec ces objets *via* le vent solaire ou la pression de radiation [Encrenaz *et al.*, 2012]. Cette définition s'étend jusqu'à une distance de deux années-lumière<sup>1</sup>, l'autre étoile la plus proche, Proxima du Centaure, étant située à plus de quatre années-lumière. Cependant, la plupart des corps que nous connaissons se trouvent à une distance inférieure à quelques centaines d'unités astronomiques.

On classe ces objets en différentes catégories [Encrenaz *et al.*, 2012] :

- le Soleil, qui contient environ 99,85 % de la masse du système solaire ;
- les planètes, qui sont des objets en orbite autour du Soleil. Une planète a une masse suffisante pour que sa gravité l'emporte sur les forces de cohésion du corps solide, la maintenant sous une forme presque sphérique, et qui a éliminé tout corps susceptible de se déplacer sur une orbite proche [IAU, 2006]. Si cette dernière condition n'est pas réunie, on parle de planète naine.
- Les satellites, qui sont soumis en priorité à l'action des planètes elles-mêmes.
- Les petits corps du système solaire, en orbite autour du soleil, qui ne sont ni des planètes, ni des planètes naines : ils n'ont pas la masse suffisante pour que la gravité leur donne une forme sphérique. Quelques exemples sont présentés en figure 6.1. On distingue usuellement les astéroïdes, dont le diamètre est supérieur à la dizaine de mètres, et dont l'orbite est faiblement elliptique ; les météoroïdes, plus petits et les comètes, dont l'orbite prend généralement une forme elliptique très allongée, et qui possèdent une activité interne lorsqu'elles passent à proximité du Soleil.

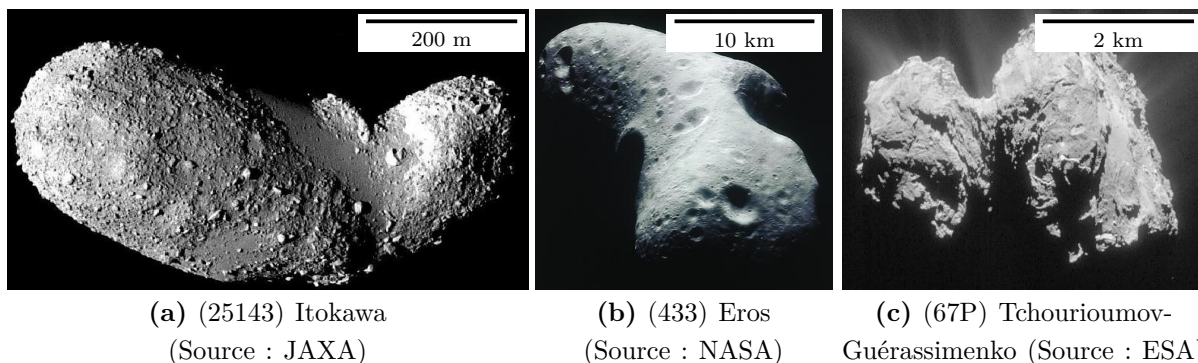


FIGURE 6.1 – Photographie de quelques petits corps du système solaire.

Remarquons que les distinctions entre planète naine et astéroïde, puis entre astéroïde et météoroïde sont assez floues puisque uniquement déterminées par des critères de taille. Celle entre astéroïde et comète l'est également, certains astéroïdes possédant une petite activité cométaire [Hsieh *et Jewitt*, 2006]. Par ailleurs, entre tous ces objets, le milieu

1. C'est-à-dire environ 120 000 unités astronomiques, une unité astronomique étant la distance moyenne Terre-Soleil, soit 149,6 millions de km.

interplanétaire n'est pas totalement vide : on y trouve des particules de poussière, mais également le vent solaire, un plasma peu dense d'électrons et d'ions originaires de la couronne solaire.

## 6.2 Population et emplacement des astéroïdes

Hormis les comètes, dont l'existence est connue depuis l'antiquité, le premier petit corps découvert fut (1) Cérès, par Giuseppe Piazzi en 1801, à une distance du Soleil d'environ 2,8 UA [Serio *et al.*, 2002]. Les observations pour établir les paramètres orbitaux de cette nouvelle « planète » amenèrent la découverte d'autres corps orbitant à une distance du Soleil similaire : (2) Pallas en 1802, (3) Junon en 1804, (4) Vesta en 1807.

À l'heure actuelle, environ 515 000 astéroïdes sont dénombrés, et environ 20 000 sont nommés [MPC, 2018]. La majeure partie des astéroïdes connus est dans la région entre Mars et Jupiter, appelée ceinture principale d'astéroïdes. La répartition au sein de cet ensemble n'est pas homogène, comme le montre la figure 6.2 : certaines zones marquent une brutale diminution de la densité en astéroïdes et sont nommées lacunes de Kirkwood. Elles correspondent à des régions dites de résonance avec Jupiter : si un astéroïde est à une position telle qu'il fasse trois révolutions autour du soleil tandis que Jupiter en fait une, il est dit en résonance 3:1. Les alignements entre le Soleil, un tel astéroïde et Jupiter se font toujours aux mêmes endroits de son orbite, celle-ci va alors être déstabilisée.

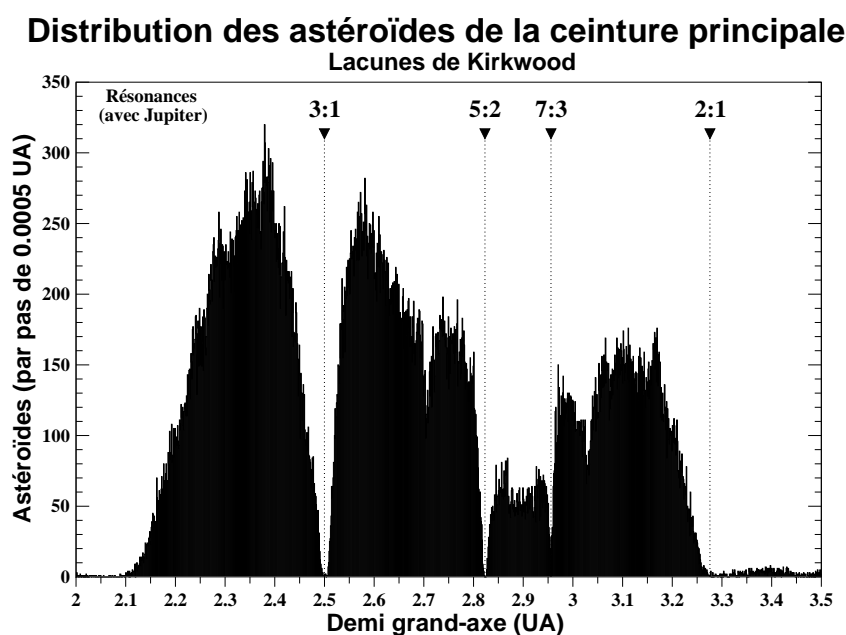


FIGURE 6.2 – Distribution des astéroïdes en fonction de leur demi grand-axe. Des interactions gravitationnelles répétées avec Jupiter ont entraîné l'éjection des astéroïdes ayant une période orbitale dans les proportions 3:1, 5:2, 7:3 et 2:1 avec Jupiter. Source : NASA.

On trouve également des astéroïdes au-delà de la ceinture principale, situés aux points de Lagrange L4 et L5 de Jupiter, c'est-à-dire à  $60^\circ$  en avance et  $60^\circ$  en retard par rapport à celle-ci. On les nomme astéroïdes « Grecs » (en avance sur Jupiter, au point L4) et

« Troyens » (en retard sur Jupiter, au point L5). Les emplacements où se trouvent la plupart des astéroïdes sont présentés sur le schéma 6.3.

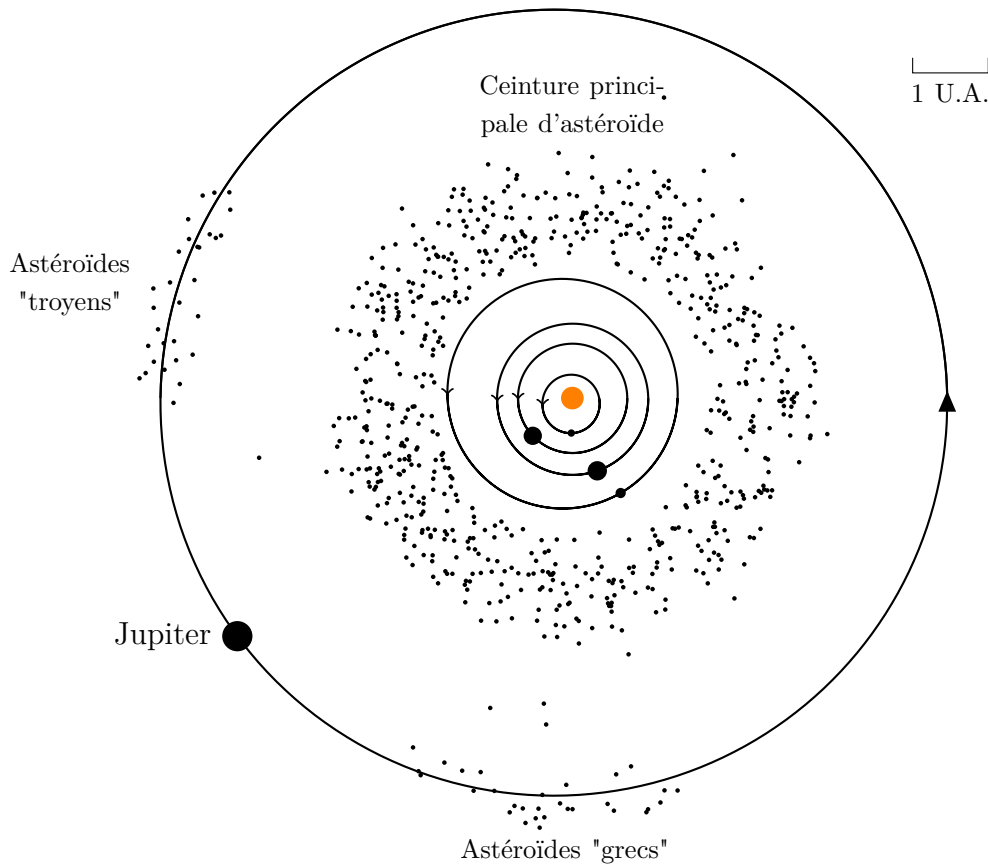


FIGURE 6.3 – Vue très schématique du système solaire interne avec les zones où les astéroïdes sont les plus nombreux : dans la ceinture principale (entre Mars et Jupiter) et sur les deux points de Lagrange de l'orbite de Jupiter. Les tailles des planètes, des astéroïdes et du Soleil ne sont pas à l'échelle.

On distingue également les Centaures, dont le périhélie est au-delà de l'orbite de Jupiter et l'aphélie en-deçà de l'orbite de Neptune, puis les objets trans-Neptuniens, qui regroupent les autres objets plus lointains. Cette zone est moins connue, il a fallu attendre 1992 pour découvrir le premier objet trans-Neptunien autre que Pluton.

La découverte de (433) Eros a montré l'existence d'une population d'astéroïdes proches des planètes telluriques, et croisant régulièrement leur orbite. Lorsqu'ils croisent l'orbite de la Terre, ces objets sont appelés géocroiseurs ou *near-earth objects* (NEOs). Ces objets viennent en très large majorité de la ceinture principale d'astéroïdes [Binzel *et al.*, 1992]. Leur orbite devient excentrée à la suite de résonances orbitales avec Jupiter ou Saturne, en particulier celles à l'origine des lacunes de Kirkwood [Bottke *et al.*, 2002a]. La durée de vie moyenne d'un astéroïde géocroiseur est de l'ordre de quelques millions d'années, et la probabilité d'une collision avec la Terre dans cet intervalle est d'environ 1/100 [Morbidegli *et Gladman*, 1998]. Sinon, ils entrent en collision avec le Soleil, d'autres planètes internes ou plus fréquemment sont éjectés du système solaire interne [Gladman *et al.*, 1997].

Ces astéroïdes font l'objet d'un grand intérêt, d'une part pour le risque qu'ils peuvent

représenter pour la Terre, mais également car ils peuvent facilement être accessibles par des missions spatiales. Les plus notables sont la sonde *NEAR*, qui s'est placée en orbite autour de (433) Eros en 2000 [Veverka *et al.*, 2000], avant de s'y poser et d'effectuer une analyse chimique de son sol [McCoy *et al.*, 2001] et la sonde Hayabusa qui s'est placée en orbite autour de l'astéroïde (25143) Itokawa [Saito *et al.*, 2006] et a réalisé un prélèvement qui a été renvoyé sur Terre [Nakamura *et al.*, 2011].

## 6.3 Formation des astéroïdes

Le milieu interstellaire comporte de nombreux nuages sombres, denses et froids, dont la masse est comprise entre  $10^2$  et  $10^6$  masses solaires [Shu *et al.*, 1987]. Un tel nuage est stable si sa température est suffisante [Dauxois *et al.*, 2009]. Cependant, lorsqu'il est perturbé, par exemple par l'onde de choc d'une supernova voisine, il peut se créer des zones de forte densité et celui-ci peut s'effondrer gravitationnellement : la pression et la température augmente en son cœur. Le centre accrète de la matière, ce qui, par conservation du moment cinétique, augmente sa vitesse angulaire. Cette augmentation induit une contraction des poussières en un disque perpendiculaire au moment cinétique moyen du nuage originel [Pericaud, 2016].

Sous l'action de la gravité, mais également grâce à des interactions hydrodynamiques, ces poussières vont s'accréter pour former des corps de plus en plus gros. Les petits corps du système solaire (astéroïdes, météoroïdes, comètes) sont une étape intermédiaire du processus de formation des planètes. La ceinture d'astéroïde aurait pu donner naissance à une planète, mais l'influence gravitationnelle de Jupiter bloqua ce processus [Encrenaz *et al.*, 2012]. La connaissance des propriétés de ces petits corps du système solaire est donc fondamentale pour comprendre les conditions régnant lors de la formation du système solaire.

## 6.4 Composition et propriétés des petits corps

### 6.4.1 Composition chimique

La plupart des informations que nous avons sur la composition chimique des astéroïdes vient de mesures spectroscopiques faites à partir de la Terre car de nombreux minéraux présentent des bandes d'absorption caractéristiques dans le visible et le proche infrarouge.

L'établissement d'une classification des astéroïdes selon les profils spectraux n'est pas simple et univoque. Cependant, une classification générale suivant une taxonomie a fini par émerger [Burbine et Binzel, 2002], basée sur la présence ou l'absence de caractéristiques spécifiques dans leurs spectres. Les principaux groupes sont le type C (carbonées, les plus nombreuses : environ 75 %), S (silicates, environ 15 %) et X (métalliques, environ 8%). Leur répartition dans la ceinture principale n'est pas homogène, ainsi une partie plus importante (environ 36 %) des astéroïdes géocroiseurs sont de type S [Stuart et Binzel, 2004].

L'analyse des météorites en laboratoires [DeMeo *et al.*, 2009] donne aussi des informations sur les compositions minéralogiques des astéroïdes. La collecte d'échantillons provenant directement des astéroïdes [Nakamura *et al.*, 2011] permet de relier la classification

minéralogique des météorites à la classification spectrale des astéroïdes.

Cette classification est utile pour classer les astéroïdes et connaître leur composition chimique, mais est basée sur les propriétés de leur spectre infrarouge : des points cruciaux comme la densité, l'albédo, etc. ne sont pas pris en compte. Ainsi, elle n'est pas directement utile pour déterminer les caractéristiques générales de la dynamique des astéroïdes (même si bien sûr la composition chimique des astéroïdes influe sur les propriétés physiques de ceux-ci).

### 6.4.2 Propriétés physiques

La connaissance des propriétés physiques des astéroïdes (masse, taille, forme, vitesse de rotation, température de surface, albédo) est importante pour comprendre leur évolution. La mesure de leur masse permet d'améliorer les éphémérides qui sont particulièrement importants pour les missions spatiales [Fienga *et al.*, 2008]. Certains gros astéroïdes peuvent également perturber l'orbite des planètes internes, en particulier Mars [Mouret *et al.*, 2009].

Une des caractéristiques physiques importantes des astéroïdes est leur structure interne. En effet, une grande fraction de ces petits corps sont des agrégats gravitationnels (ou agglomérats lâches, en anglais *rubble piles*) avec une cohésion interne inexistante<sup>2</sup> entre les grains, maintenus ensemble par leur propre gravité. Ceux-ci montrent des propriétés de surface variables (du terrain recouvert de fines poussières, à un empilement de blocs), et une topographie variable (cratères, dépressions, crêtes). Quelques images de la surface de ces petits corps sont présentées en figure 6.4.

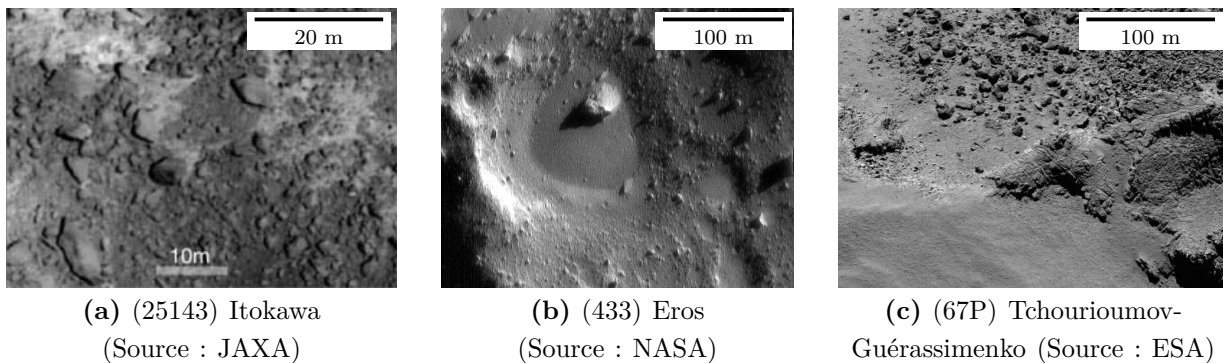


FIGURE 6.4 – Photographies de la surface de quelques petits corps du système solaire.

Cette structure a été déjà suggérée dès les années 1950 (par exemple [Opik, 1950]). Pour décrire ces différents corps, on peut les placer sur un diagramme porosité (proportion d'espaces vides) / cohésion relative (définie comme la cohésion des éléments entre eux – chimique ou gravitationnelle – divisée par la cohésion au sein de chaque élément), présenté en figure 6.5.

- Si l'astéroïde est monolithique, il est peu sensible aux forces de marées mais peut être fracturé à la suite d'évènements catastrophiques (collisions, etc.).

2. ou avec des forces de cohésion de Van der Waals très faibles [Sánchez et Scheeres, 2014]

- Le terme fracturé correspond à un état où l'astéroïde reste cohérent mais contient plusieurs fractures en son sein. Il reste résistant aux forces de marées mais fragilisé et donc plus sensible à des collisions.
- La limite « poreux et cohérent » correspond à des éléments maintenus ensemble par des forces de cohésion chimiques. C'est souvent le cas des noyaux cométaires.
- La limite agrégat gravitationnel correspond simplement à un empilement gravitationnel non cohérent de rochers de tailles variables.

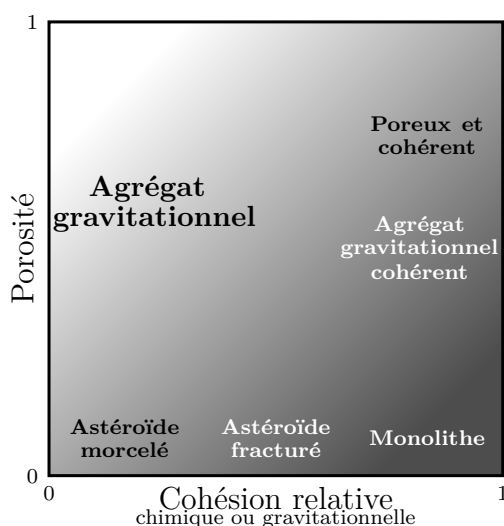


FIGURE 6.5 – Diagramme porosité/cohésion sur lequel on peut placer les petits corps du système solaire. D'après [Richardson *et al.*, 2002].

Les premiers indices de l'existence d'agrégats gravitationnels proviennent de la désintégration de petits corps, comme la comète Shoemaker-Levy 9 près de Jupiter à cause des forces de marées. L'estimation de la contrainte au moment de la fragmentation de la comète faite par [Scotti et Melosh, 1993] a montré que la cohésion interne des petits corps pouvait être très faible (de l'ordre de 10 Pa). L'observation sur Terre de chaînes de cratères, où plusieurs dizaines de cratères sont alignés (par exemple [Wichman et Wood, 1995] mais d'autres exemples sont listés dans [Richardson *et al.*, 2002]), semble indiquer la collision avec des astéroïdes qui se seraient fragmentés lors de leur chute sur Terre. Enfin, beaucoup d'astéroïdes sont peu denses, ce qui indique une porosité élevée et potentiellement une structure d'agrégat gravitationnel.

Les images de la surface d'Itokawa montrent en effet de nombreux blocs rocheux à sa surface, très peu de cratères et aucune structure étendue [Fujiwara *et al.*, 2006]. Le recensement de ces blocs montre qu'ils sont de tailles variées, entre 1 et 50 mètres environ [Saito *et al.*, 2006]. Les poussières ramenées sur Terre montrent que les matériaux n'ont pas fondu au cours de l'histoire de l'astéroïde [Nakamura *et al.*, 2011] et qu'ils ne sont donc sans doute pas les vestiges d'une planète passée qui se serait disloquée à la suite d'un évènement catastrophique ou de l'influence gravitationnelle de Jupiter. La masse volumique du matériau le composant est d'environ  $3,4 \text{ kg.L}^{-1}$  [Tsuchiyama *et al.*, 2011] tandis que celle d'Itokawa est de  $1,95 \pm 0,14 \text{ kg.L}^{-1}$  [Abe *et al.*, 2006]. Cela montre que cet astéroïde a une porosité très élevée, confirmant l'hypothèse d'agrégat gravitationnel.

La mission (*NEAR*) avec le survol de l'astéroïde (253) Mathilde a montré que la densité de celui-ci était faible, environ  $1,3 \text{ kg.L}^{-1}$ , soit une porosité estimée à environ 50 % [Veverka *et al.*, 1997].

Certains astéroïdes ont une structure plus complexe, à mi-chemin entre l'astéroïde cohérent et l'agrégat gravitationnel. L'étude d'Eros suggère qu'il s'agit d'un cœur cohérent mais plusieurs fois fracturé en profondeur [Wilkison *et al.*, 2002], recouvert de régolithe (fines poussières à la surface d'un astéroïde) et de rochers [Dombard *et al.*, 2010]. Sa porosité est estimée à environ 20 %.

Enfin, certaines comètes semblent aussi présenter cette structure d'agrégat gravitationnel. Par exemple, la comète (67P) Tchourioumov-Guérassimenko, présente une masse volumique très faible ( $532 \pm 7 \text{ kg.m}^{-3}$  [Jorda *et al.*, 2016]). Les données acquises à la suite de l'atterrissage du robot *Philae* ont montré que le site du premier impact présentait une résistance à la compression très faible (autour de 1 kPa) [Biele *et al.*, 2015]. Enfin, les images de la comète montrent des zones avec de nombreux rochers et poussières.

## 6.5 Dynamique des astéroïdes

La dynamique des astéroïdes est bien sûr déterminée en grande partie par l'attraction gravitationnelle du Soleil autour duquel ces derniers orbitent. Cependant, ils subissent également d'autres perturbations qui peuvent faire évoluer leur trajectoire ou leur forme.

Parmi les facteurs pouvant faire évoluer la forme des astéroïdes, les plus évidents sont les collisions et les forces de marées. Ceux-ci peuvent mener à la rupture de l'astéroïde et à son réarrangement [Richardson *et al.*, 2002], en cas d'une collision frontale entre deux astéroïdes, ou aux forces de marées dues au passage à proximité d'un astre massif (un gros astéroïde comme (1) Cérès ou Jupiter).

Cependant, il existe plusieurs observations qui ne peuvent pas être expliquées par les seules interactions gravitationnelles ou collisions. On en donne quelques exemples ici, qui sont analysés en détail dans [Bottke *et al.*, 2002b]. Il est possible de mesurer l'âge des astéroïdes en mesurant leur durée moyenne d'exposition aux rayonnements cosmiques très énergétiques [Caffee *et al.*, 1988]. Ceci montre que l'âge moyen des astéroïdes dans les résonances de Kirkwood est plus important qu'attendu (voir par exemple [Gladman *et al.*, 1997]), en particulier pour les astéroïdes métalliques. On attend également que les collisions entre astéroïdes donnent une distribution des vitesses de rotation propre de Maxwell-Boltzmann [Binzel *et al.*, 1989], or la distribution des vitesses de rotation montre un excès d'astéroïdes ayant une grande ou une petite vitesse angulaire [Pravec *et al.*, 2008]. Ces différentes observations indiquent la présence d'autres effets non gravitationnels qui influent fortement les caractéristiques orbitales mais également les vitesses de rotation des astéroïdes.

L'effet le plus immédiat est celui de la pression de radiation exercée par le Soleil sur les astéroïdes. Cet effet, dans les deux cas limites que sont un corps parfaitement réfléchissant ou un corps totalement absorbant et bon conducteur thermique, est une force radiale avec une dépendance en  $1/r^2$  ( $r$  étant la distance au centre au Soleil, la dépendance est la même que celle du flux lumineux du Soleil). L'existence de la seule pression de radiation n'induit donc pas de variation des caractéristiques orbitales des astéroïdes dans le temps.

Il existe cependant des effets plus subtils liés à la pression de radiation qui peuvent impacter dans le temps la dynamique des astéroïdes. Un de ces effets notables est l'effet

Yarkovsky [Bottke *et al.*, 2002b]. Cet effet est une combinaison de la pression de radiation solaire et de l'inertie thermique des astéroïdes. En raison de cette inertie, la température de surface est maximale pendant l'après-midi (de la même façon que sur Terre, le moment le plus chaud est dans l'après-midi, et non au midi solaire), par conséquent l'astéroïde rayonne plus depuis son côté dans l'après-midi (voir figure 6.6).

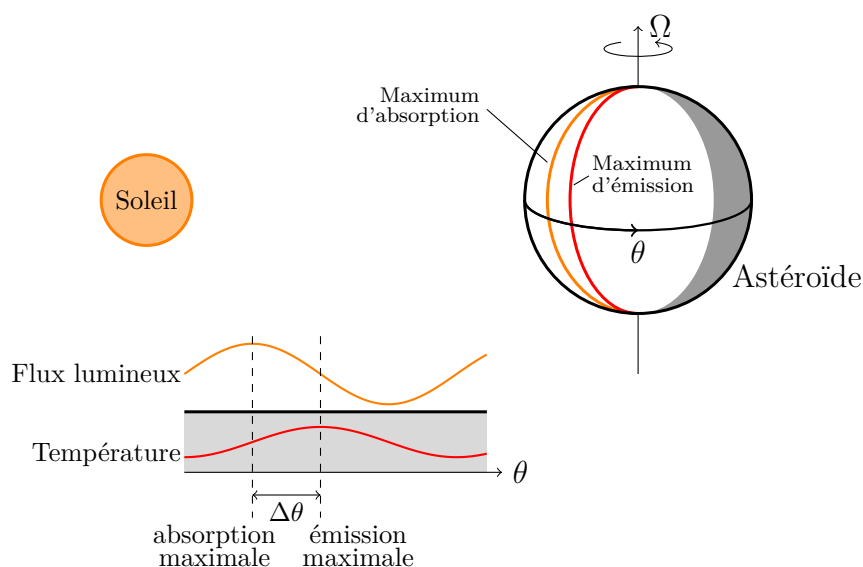


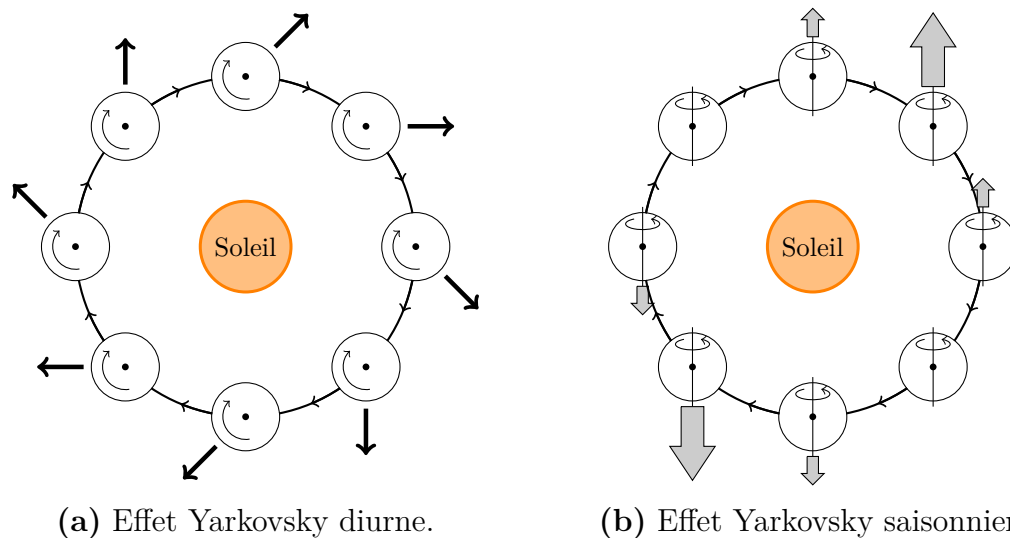
FIGURE 6.6 – Décalage angulaire entre le maximum de réception du rayonnement solaire et le maximum d'émission thermique. Le flux incident est maximal au point dans l'axe de rotation du Soleil, tandis que le maximum d'émission est plus loin dans la direction de rotation. Cela implique une force tangentielle à la trajectoire de l'astéroïde. D'après [Broz, 2006].

On peut décomposer cet effet en deux composantes principales :

- une composante diurne, sur une échelle de temps de l'ordre de la période de rotation propre (quelques heures, dix par exemple pour Itokawa). Elle a pour origine la composante perpendiculaire du vecteur rotation de l'astéroïde (voir figure 6.7a). La force due au rayonnement thermique de l'astéroïde peut se décomposer, selon l'axe porté par la droite passant par le Soleil et l'astéroïde, et sa perpendiculaire. C'est la composante le long de la trajectoire qui a pour effet une augmentation ou une diminution du demi-grand axe selon le sens de rotation propre de l'astéroïde.
- Une composante saisonnière (voir figure 6.7b), sur une échelle de temps de l'ordre de la période de révolution autour du Soleil. Cette composante n'implique pas la rotation propre de l'astéroïde : elle prédomine si le vecteur rotation de celui-ci est dans le plan de révolution de l'astéroïde. Lorsqu'un hémisphère est chauffé sur une saison, le maximum de rayonnement sera décalé par rapport au maximum de réception du flux lumineux, ce qui va aussi induire une composante parallèle à la trajectoire qui va ralentir l'astéroïde et causer la diminution de son grand-axe.

Notons que c'est toujours la composante tangentielle de la force qui va modifier la trajectoire de l'astéroïde. La composante radiale est une force centrale en  $1/r^2$ , ainsi les lois de Kepler restent valables et les trajectoires n'évoluent pas dans le temps.





(a) Effet Yarkovsky diurne.

(b) Effet Yarkovsky saisonnier.

FIGURE 6.7 – Schéma des effets Yarkovsky diurne et saisonnier. Les flèches indiquent les directions des forces. La composante tangentielle de l'effet Yarkovsky diurne est dans le sens de la révolution pour le sens de rotation propre choisi sur la figure : cela implique une augmentation de la vitesse et du grand axe de l'orbite de l'astéroïde. L'effet est inversé si la rotation propre l'est. En revanche, pour l'effet Yarkovsky saisonnier, la composante tangentielle est toujours dans le sens contraire de la révolution : le grand axe diminue. D'après [Bottke *et al.*, 2002b].

Outre le changement du demi-grand axe, qui est l'effet le plus important de l'effet Yarkovsky, cette force modifie aussi l'excentricité et l'inclinaison de l'orbite. Pour plus de détails, on pourra consulter [Broz, 2006] (où le calcul à une dimension, qui permet de mettre en évidence les principales données caractéristiques du phénomène est réalisé), ou [Vokrouhlický, 1999] pour le calcul complet pour une sphère.

Il existe également un effet avec la même origine physique que l'effet Yarkovsky, nommé effet YORP (Yarkovsky-O'Keefe-Radzievskii-Paddack). L'effet YORP n'agit que sur les corps ni sphériques, ni ellipsoïdaux [Rubincam, 2000] : il peut mener à un changement de l'obliquité (inclinaison de l'axe de rotation par rapport au plan de révolution autour du Soleil) et de la période de rotation propre. Remarquons que l'effet YORP, agissant la vitesse de rotation, influence lui-même l'effet Yarkovsky.

L'effet YORP peut mener à la formation d'astéroïdes binaires par cassure due à la force centrifuge [Walsh *et al.*, 2008], expliquer la forme aplatie de certains astéroïdes par mouvement des gravats à la surface de l'astéroïde [Ostro *et al.*, 2006] et ainsi être le moteur de réarrangements au sein de l'astéroïde.

Les effets YORP et Yarkovsky sont négligeables dans le cas de très grands astéroïdes (dans ce cas, la force qui évolue comme l'aire devient négligeable devant la gravité qui évolue avec le volume) et dans le cas de petits astéroïdes (dans ce cas, l'inertie thermique est négligeable et l'émission infrarouge est globalement isotrope). Ces effets sont de façon générale d'amplitude faible (entre  $10^{-11}$  et  $10^{-7}$  fois la force d'attraction du Soleil [Broz, 2006]) et leur importance ne se fait sentir que sur un grand nombre de révolutions autour du Soleil.

L'effet Yarkovsky a été clairement et directement mis en évidence pour l'astéroïde (6489) Golevka. À partir des observations et mesures du mouvement de cet astéroïde, deux

modèles pour son mouvement ont été simulés pour obtenir sa trajectoire : le premier en ne considérant que des perturbations gravitationnelles et le deuxième en y incluant l'effet Yarkovsky [Vokrouhlický *et al.*, 2000]. Les données radar ont montré que ces prédictions étaient en dehors de l'intervalle d'erreur pour le modèle purement gravitationnel mais étaient cohérentes avec celui incluant l'effet Yarkovsky [Chesley *et al.*, 2003].

Des vérifications expérimentales nombreuses ont permis de détecter l'effet YORP, pour l'astéroïde (54509) YORP [Lowry *et al.*, 2007], (1862) Apollo [Kaasalainen *et al.*, 2007], (1620) Geographos [Durech *et al.*, 2008] ou encore (3103) Eger [Durech *et al.*, 2009]. Cependant la modélisation de cet effet est difficile et sensible aux détails de la forme de l'objet.

## 6.6 Ségrégation granulaire au sein des astéroïdes

### 6.6.1 Observations spatiales

Une des caractéristiques flagrantes de beaucoup d'astéroïdes est leur forme irrégulière : environ 20 % de la surface d'Itokawa est recouverte de « mers » lisses constituées de fines poussières, alors que d'autres endroits sont recouverts de gros blocs rocheux. La répartition de ces grains et l'origine de cet état ségrégué est une question fondamentale pour comprendre l'évolution de ces petits corps du système solaire.

Les observations de la surface d'Itokawa montrent qu'il y a une corrélation entre la taille des grains et le potentiel gravitationnel : les gros grains sont concentrés dans les régions de plus haut potentiel (et de plus basse accélération de la pesanteur) [Tancredi *et al.*, 2015]. On pourrait penser à un mécanisme de tamisage cinétique : lorsque l'astéroïde subit des perturbations, les petits grains passent à travers les gros pour se diriger vers le bas des pentes, alors que les gros rochers restent bloqués, formant alors une région au terrain très accidenté [Miyamoto *et al.*, 2007].

Une des explications les plus souvent utilisées pour expliquer cet état ségrégué est la ségrégation sous vibration (effet noix du Brésil). Il existe en effet plusieurs indications du fait qu'Itokawa a subi de nombreux réarrangements et perturbations au cours de son histoire.

La datation des échantillons d'Itokawa revenus sur Terre par l'étude de leur exposition aux rayons cosmiques nous renseigne sur le temps que ceux-ci ont passé à la surface de l'astéroïde : en effet, la profondeur de pénétration des rayons cosmiques est de l'ordre du mètre [Connolly *et al.*, 2015]. Cela montre que la dernière grosse perturbation subie par Itokawa remonte à environ 8 millions d'années, mais des plus petits réarrangements ont pu avoir eu lieu jusqu'à 0,5 millions d'années.

Un second indice est la présence de grains arrondis [Tsuchiyama *et al.*, 2011]. Ceci implique que les grains sont soumis à des contraintes répétées analogues à l'érosion sur Terre. Ceci peut s'expliquer par des impacts répétés entre les grains.

L'effet YORP peut causer par exemple des réarrangements fréquents en accélérant la rotation propre de l'astéroïde<sup>3</sup>.

---

3. Pour avoir un ordre de grandeur, avec les paramètres orbitaux actuels d'Itokawa, l'accélération de la pesanteur sur les bords de l'astéroïde est de l'ordre de  $7 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  [Tancredi *et al.*, 2015], tandis que celle associée à la rotation propre est de l'ordre de  $10^{-6} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$  [JPL, 2018].

Les forces de marées (à cause des planètes internes principalement) [Tancredi *et al.*, 2015] peuvent également causer de fortes perturbations. L’orbite d’Itokawa étant peu inclinée par rapport à l’écliptique, elle passe fréquemment dans le voisinage des planètes internes.

Notons que l’on observe également une ségrégation en fonction de l’ellipticité des grains [Tancredi *et al.*, 2015] : les grains les plus sphériques sont trouvés dans les régions de haut potentiel, en accord avec les résultats expérimentaux et numériques (DEM) de [Ramaoli, 2008] mais en opposition à des simulations Monte-Carlo de [Abreu *et al.*, 2003] et [Roskilly *et al.*, 2010].

## 6.6.2 Premières tentatives de modélisation

### 6.6.2.1 Effet « noix du Brésil »

Des méthodes numériques ont été mises au point pour simuler numériquement un astéroïde et notamment prendre en compte la gravité au sein de celui-ci [Michel *et al.*, 2001, Sánchez et Scheeres, 2011]. Celles-ci ont notamment permis de montrer la possibilité de ségrégation lorsque l’astéroïde est fortement agité [Sánchez *et al.*, 2010]. Cependant, l’astéroïde ainsi simulé ne revient jamais au repos et les grains ne restent pas en contact sur de longues durées.

Des études expérimentales [Güttler *et al.*, 2013] et numériques [Tancredi *et al.*, 2012, Matsumura *et al.*, 2014] ont montré que l’effet noix du Brésil avait toujours lieu en microgravité, bien que moins rapide (la vitesse de remontée de l’intrus est proportionnelle à la gravité [Güttler *et al.*, 2013]). Cependant, ces études portaient sur un récipient avec des bords : la convection granulaire a lieu et il n’est pas très surprenant de retrouver le phénomène de ségrégation déjà maintes fois mis en évidence.

[Maurel *et al.*, 2016] ont étudié la migration d’un gros intrus vers la surface d’un matériau granulaire vibré verticalement, en utilisant des conditions aux bords périodiques au lieu de murs rigides (voir figure 6.8). Les auteurs montrent la possibilité de ségrégation et proposent le tamisage cinétique comme principal ingrédient et non la convection granulaire comme c’est le cas dans l’effet noix du Brésil. Là encore, les perturbations subies par l’empilement granulaire ne sont pas isotropes. On retrouve simplement des résultats très classiques, mais avec une gravité plus faible.

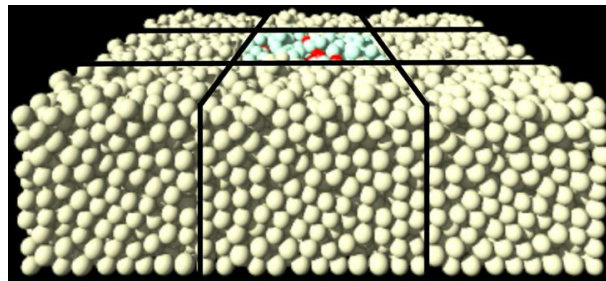


FIGURE 6.8 – Vue de la simulation utilisée par [Maurel *et al.*, 2016] : l’empilement central est entouré par huit répliques (les lignes servent à mieux distinguer les domaines).

[Perera *et al.*, 2016] ont étudié la ségrégation granulaire dans un astéroïde sphérique soumis à des vibrations aléatoires (voir figure 6.9). Ils montrent que l’on peut obtenir la

ségrégation granulaire. Les auteurs précisent qu'il n'y a pas de ségrégation au cœur de l'astéroïde. Cependant, vu le très faible nombre de grains (seulement quelques dizaines, comme on peut le voir sur les histogrammes figure 6.9), il paraît difficile d'être aussi catégorique. Ils ont aussi évalué l'influence de la friction sur la dynamique de ségrégation : la friction n'est pas nécessaire à la ségrégation mais l'accélère. Ils suggèrent enfin que le tamisage cinétique est dominant dans le processus de ségrégation.

Ces études montrent que le coefficient de restitution semble ne pas influencer sur la dynamique de ségrégation, contrairement à la friction entre les grains qui joue un rôle important.

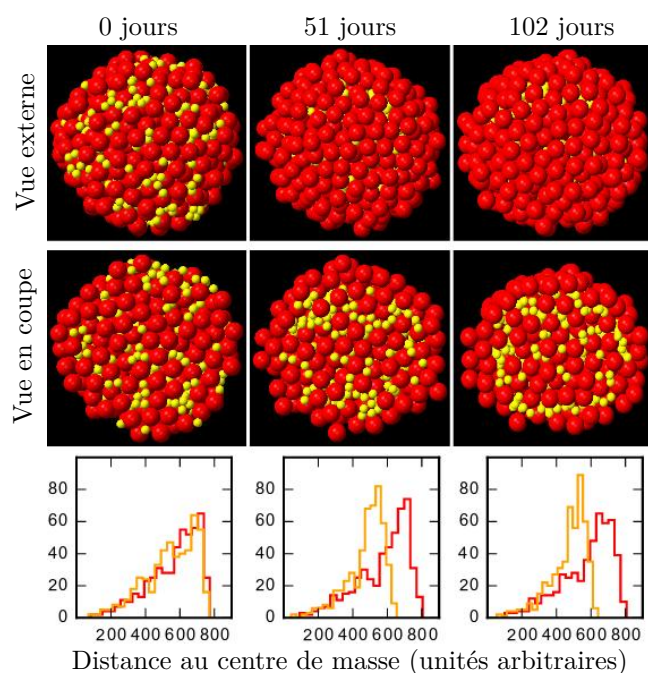


FIGURE 6.9 – Exemple d’une simulation faite par [Perera *et al.*, 2016]. Vue de l’empilement granulaire global, en coupe et histogrammes correspondants. Les deux histogrammes restent proches jusqu’à une distance au centre d’environ 300 unités arbitraires (soit environ 5% du volume de l’astéroïde ou 25 grains de chaque type) avant de s’éloigner, les gros grains s’accumulant en surface. Les auteurs concluent en l’absence de ségrégation radiale dans le cœur de l’astéroïde.

### 6.6.2.2 Autres hypothèses

On peut citer également [Sears *et al.*, 2015] qui proposent un mécanisme de fluidisation pour expliquer la formation des « mers » sur (433) Eros, vaste étendues lisses de poussières dont le profil épouse les équipotentielles locales. La fluidisation du milieu granulaire intervient lors des éjections de composés volatils (par exemple de la vapeur d’eau), fait disparaître les gros grains de la surface et ceux-ci sont recouverts de fine poudre. Cependant, beaucoup d’astéroïdes – comme Itokawa – n’ont pas d’activité interne.

Un des procédés proposés par [Michel et Richardson, 2013] est la rupture de l’astéroïde à la suite d’une collision avec un corps massif, suivi de la réaccumulation sous l’effet de la gravité. Ceci pourrait expliquer la répartition des blocs rocheux à la surface d’Itokawa à

la suite de l'effondrement inélastique des fragments sur eux-mêmes, mais [Maurel *et al.*, 2016] ont montré que la gravité d'Itokawa était trop faible pour que ce processus ait lieu.

Cette hypothèse d'effondrement inélastique de l'empilement de grain est aussi proposée par [Shinbrot *et al.*, 2017]. Lorsqu'un petit grain impacte un gros grain rigide, il peut rebondir, alors qu'il peut être intégré à un empilement granulaire (figure 6.10). Le mécanisme proposé est intéressant mais les preuves expérimentales apportées par les auteurs sont faibles et des études plus poussées doivent être entreprises pour quantifier l'importance de cet effet.

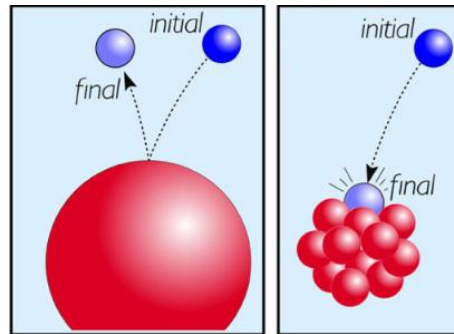


FIGURE 6.10 – Mécanisme proposé par [Shinbrot *et al.*, 2017] pour la ségrégation : dans la situation de gauche, un petit grain va rebondir sur un obstacle de grande taille. Dans la situation de droite, celui-ci va pouvoir être accrété à l'empilement.

### 6.6.3 Objectifs

Les études présentées jusqu'ici présentent des limites, soit par la géométrie (verticale avec des bords ou non), soit parce que l'astéroïde est agité en continu, situations qui sont très éloignées de la réalité. De plus, l'influence des différents paramètres physiques reste mal décrite et incomprise.

L'objectif de cette partie est d'étudier numériquement la ségrégation granulaire au sein d'un astéroïde cylindrique (bidimensionnel) ou sphérique, d'étudier l'influence des différents paramètres (intensité des vibrations, propriétés physiques des grains, etc.) sur la dynamique de ségrégation. L'objectif est également de quantifier le degré de ségrégation ainsi que sa dynamique.

Nous voulons également mieux comprendre les phénomènes à l'origine de la ségrégation au sein de l'astéroïde, nous discuterons donc l'importance des différents effets détaillés dans la partie 1.4 : convection granulaire, tamisage cinétique, pression de déplétion.

Enfin, si jusqu'ici les études ont montré que l'on pouvait obtenir de la ségrégation radiale, ce phénomène n'explique pas pourquoi certaines faces de l'astéroïde sont lisses et d'autres sont couvertes de gros rochers. La mise en évidence d'une ségrégation azimutale est donc également un objectif de ce travail.

# Simulation numérique de la ségrégation dans les astéroïdes

*I have a dream.*

---

Martin LUTHER KING.

## Sommaire

---

7.1	Démarche adoptée . . . . .	<b>134</b>
7.2	Méthodes numériques . . . . .	<b>134</b>
7.3	Résultats numériques . . . . .	<b>140</b>
7.3.1	Observation de la ségrégation . . . . .	140
7.3.2	Quantification du phénomène : degré de ségrégation . . . . .	142
7.3.3	Robustesse du phénomène et dépendance en l'état initial . . . . .	144
7.3.4	Étude de l'influence des paramètres physiques et numériques . . . . .	146
7.3.5	Instabilité secondaire azimutale . . . . .	151
7.4	Mécanisme de ségrégation . . . . .	<b>154</b>
7.4.1	Trajectoires des grains . . . . .	155
7.4.2	Pression de déplétion . . . . .	164
7.5	Simulations d'astéroïdes à trois dimensions . . . . .	<b>167</b>
7.6	Conclusion . . . . .	<b>169</b>
7.7	Perspectives de ce travail . . . . .	<b>170</b>

---

## 7.1 Démarche adoptée

Nous présentons dans cette partie les premiers résultats que nous avons obtenus à l'aide de simulations numériques d'astéroïdes lâches. Le but est de montrer qu'il est possible de reproduire la ségrégation granulaire dans une géométrie circulaire ou sphérique à l'aide d'arguments physiques très simples.

Ainsi, nous ferons subir à l'astéroïde des secousses isotropes qui miment les conditions classiques utilisées lors de l'étude de la ségrégation au sein des milieux granulaires (les secousses sont équivalentes à la vibration à une dimension que subit un récipient dans les expériences étudiant l'effet noix du Brésil, voir chapitre 1). Elles permettent de prendre en compte de façon simplifiée les forces de réarrangements, en particulier celles s'exerçant à distance (force d'inertie d'entraînement due à l'accélération de la rotation par effet YORP, forces de marées).

Même si cette situation reste éloignée de la réalité, elle permet de nous fournir des caractéristiques générales du phénomène, en particulier l'influence des différents paramètres physiques et numériques sur la dynamique et l'efficacité de la ségrégation. Nous souhaitons également mieux comprendre les mécanismes physiques à l'origine de la ségrégation.

Le but de ce chapitre n'est pas de décrire le plus fidèlement l'histoire des astéroïdes, mais de fournir des clés d'analyse du phénomène de ségrégation granulaire qui y survient. Il sera ensuite possible de tester les lois et comportement ainsi mis en évidence dans des géométries et avec des forces perturbatrices plus réalistes.

## 7.2 Méthodes numériques

Les simulations numériques de dynamique moléculaire sont particulièrement bien adaptées à l'étude des agrégats gravitationnels. Elles permettent de simuler les petits corps du système Solaire sur une large gamme de paramètres (taille de l'astéroïde, taille et propriétés mécaniques des grains, etc.), alors que les relevés de terrain sont très coûteux et complexes. Nous avons adapté le code de dynamique moléculaire utilisé pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée à celle de la ségrégation au sein des astéroïdes lâches.

Ainsi, nous reprenons les méthodes numériques présentées dans la partie 3.3. Nous définissons une assemblée de  $N_g$  gros grains et  $N_p$  petits grains. Nous notons  $N = N_g + N_p$  le nombre total de grains. Dans toute la suite, les gros grains seront pris en moyenne deux fois plus gros en diamètre que les petits (les gros grains et petits grains étant légèrement polydispersés). Le rayon des gros grains est donc réparti uniformément entre 0,4 et 0,6 – celui des petits entre 0,2 et 0,3. Le diamètre sera la seule différence entre gros et petits grains, leurs masses volumiques et caractéristiques mécaniques (frottement, constantes élastiques) seront égales. Nous notons  $\vec{r}_i = (x_i, y_i)$ , la position (à deux dimensions) du grain n° $i$  et  $R_i$  son rayon.

Les grains interagissent par contact (ces contacts sont identifiés par la méthode des cellules liées). On reprend pour la composante normale  $F = -k_n\delta - \gamma\dot{\delta}$ ,  $\delta$  désignant le recouvrement entre grains et  $k_n$ ,  $\gamma$  étant les constantes élastique et de dissipation. Notons que le paramètre  $\gamma$  est choisi de telle façon à ce que le coefficient de restitution impliquant une collision entre deux grains identiques ne dépende pas de la taille des grains. Ainsi, entre deux grains  $i$  et  $j$ , la constante de dissipation correspondante est  $\gamma_{ij} = \eta R_i R_j / (R_i + R_j)$ ,

de sorte que le coefficient de restitution ne dépende pas de la taille des grains. Il vaut en effet, lorsque les deux grains ont la même taille :

$$e = \exp \left( -\frac{\pi}{2} \frac{1}{\sqrt{\frac{k_n m_r}{2\eta^2} - \frac{1}{4}}} \right), \quad (7.1)$$

$k_n$ ,  $\eta$  et  $m_r$  (la masse réduite) sont des paramètres constants de la simulation.

Le frottement étant une grandeur cruciale pour comprendre la ségrégation, nous avons utilisé une modélisation du frottement solide plus physique que celle utilisée pour l'étude de l'instabilité de tôle ondulée, tenant compte de l'histoire du contact et n'étant pas nulle en l'absence de glissement. [Cundall et Strack, 1979] proposent de décrire la friction comme un ressort agissant dans la direction tangentielle au plan de contact, qui peut être cassé au-delà d'une certaine déformation :

$$F^t = -\text{sign}(v^t) \cdot \min(|k_t u|, \mu |F^n|), \quad (7.2)$$

où  $u$  est le déplacement tangentiel d'un grain par rapport à l'autre :

$$u = \int_{T_K(t)} v_t(t') dt', \quad (7.3)$$

$v_t$  étant la composante tangentielle de la vitesse relative entre grains. Elle est intégrée pendant toute la durée du contact  $T_k(t)$ , tant qu'il n'y a pas glissement. Deux cas sont alors possibles :

- $k_t |u| < \mu |F^n|$  : il y a adhérence tant que le déplacement tangentiel entre les deux grains (depuis l'établissement du contact) est assez faible : dans ce cas les grains subissent la force de rappel tangentielle d'amplitude  $k_t u$  ;
- $k_t |u| > \mu |F^n|$  : il y a glissement lorsque le déplacement devient trop grand : on utilise la loi d'Amontons-Coulomb pour le glissement.

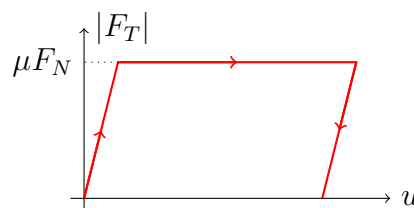


FIGURE 7.1 – Modèle de Cundall et Strack utilisé pour le frottement : un ressort tangentiel se tend jusqu'au seuil de glissement, au-delà on utilise la loi de friction classique. Pendant le glissement, le ressort tangentiel garde la mémoire de la déformation antérieure : si le glissement cesse, il faut le « détendre » pour atteindre de nouveau une force nulle.

L'avantage de ce modèle est qu'il permet de prendre en compte l'histoire des contacts ; de plus la force de frottement peut être non nulle même dans le cas de non-glissement. La valeur de  $k_t$  doit être choisie en fonction de celle de  $k_n$ . Pour des sphères, [Shäfer *et al.*, 1996] propose de prendre  $k_t/k_n = 2/7$ . C'est cette proportion que nous avons utilisée pour nos simulations.



**Force gravitationnelle.** Le calcul de la force gravitationnelle entre chacun des grains est coûteux en temps de calcul (il faut prendre en compte les interactions entre les  $N^2$  paires de grains). Bien qu'il existe des méthodes de dynamique moléculaire pour simuler ce type d'interaction à longue portée (en imposant une limite à leur portée par exemple), nous avons choisi pour une première modélisation d'utiliser un champ radial imposé. En effet, l'astéroïde étant assez dense; s'il est circulaire ou sphérique, on peut déterminer facilement le champ gravitationnel en son sein à l'aide du théorème de Gauss. Il s'exprime en fonction de la distance au centre ainsi :

$$\vec{\mathcal{A}}(r) = -2\pi\mathcal{G}\rho\vec{r}. \quad (7.4)$$

En pratique, nous avons adimensionné le champ gravitationnel de telle façon qu'il ait une norme  $g \equiv 1$  à la surface de l'astéroïde ( $R_{\text{ast}}$  désigne le rayon moyen de l'astéroïde) :

$$\vec{\mathcal{A}}(\vec{r}) = -\frac{g}{R_{\text{ast}}}\vec{r}. \quad (7.5)$$

Une vue de l'astéroïde au repos est présentée en figure 7.2a. Pour définir l'état initial, on place aléatoirement gros et petits grains sur une grille circulaire (leur rayon est tiré aléatoirement). L'astéroïde est alors très lâche et on laisse relaxer l'ensemble sous l'effet de la gravité, jusqu'au repos des grains.

Il faut enfin modéliser les différentes perturbations que peut subir l'astéroïde au cours de son existence. Celles-ci sont variées et font appel à de nombreux mécanismes différents. Nous avons choisi une approche très simple pour une première modélisation. Lorsque l'astéroïde a atteint le repos (l'énergie cinétique totale des grains se stabilise à une valeur limite due au bruit numérique, voir figure 7.4), on fait subir à l'astéroïde une « secousse », où le champ gravitationnel est inversé pendant un court laps de temps, noté  $T_s$ . Pendant cette phase, les grains accélèrent vers l'extérieur. Le champ gravitationnel est ensuite rétabli : l'astéroïde s'effondre sur lui-même jusqu'à atteindre le repos mécanique. Le processus est alors répété lorsque les grains sont immobiles. Une vue de l'astéroïde à extension maximale est présentée en figure 7.2b.

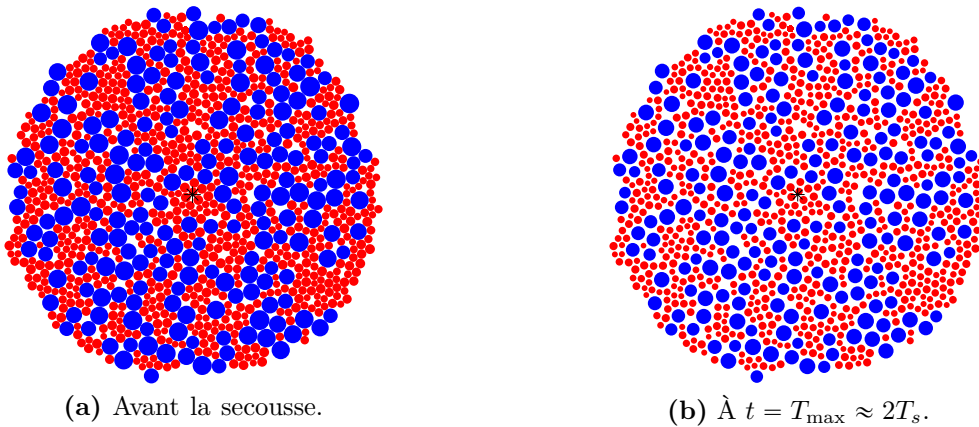


FIGURE 7.2 – (a) Vue de l'astéroïde au repos, avant de subir une secousse. (b) Vue de l'astéroïde lorsque son extension est maximale. La répartition en aire des grains est telle que l'aire totale des petits soit égale à celle des gros : l'astéroïde contient  $N = 1000$  grains, dont  $N_g = 200$  gros et  $N_p = 800$  petits. Son rayon vaut environ 11 (le diamètre moyen d'un gros grain vaut 1).

Nous noterons dans la suite  $n_s$  le nombre de secousses qu'a subi l'astéroïde depuis l'état initial.

L'évolution du rayon de l'astéroïde en fonction du temps au cours d'une secousse est présentée en figure 7.3. On repère celui-ci par la position du grain le plus excentré. Nous voyons que l'astéroïde s'étend, puis s'écrase sur lui-même avec quelques rebonds dus à son élasticité.

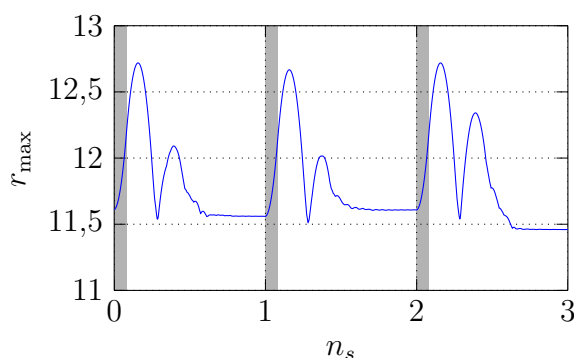


FIGURE 7.3 – Évolution du rayon de l'astéroïde en fonction du temps. Celui-ci est simplement repéré par la distance au centre du grain le plus éloigné, d'où les légères variations de  $r_{\max}$  au repos. Les périodes pendant lesquelles la gravité est inversée sont grisées. Nous rappelons que l'unité de longueur est le diamètre des gros grains.

L'évolution de l'énergie cinétique moyenne des grains dans l'astéroïde est présentée en figure 7.4. Nous voyons à nouveau qu'après la période d'extension, l'énergie cinétique de l'astéroïde oscille lors de son effondrement à cause des rebonds, avant de se stabiliser à une valeur correspondant au bruit numérique. Lorsque cette valeur est atteinte, on considère que l'astéroïde est au repos mécanique et il peut alors subir une nouvelle secousse. En pratique, l'intervalle de temps entre secousses a été fixé et maintenu à la même valeur dans toutes les simulations.

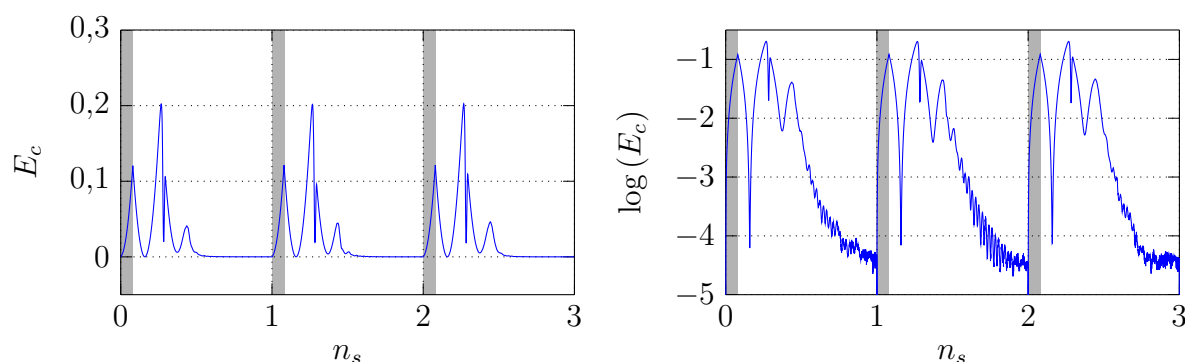


FIGURE 7.4 – Évolution de l'énergie cinétique moyenne des grains de l'astéroïde en fonction du temps. Les périodes pendant lesquelles la gravité est inversée sont grisées.

Notons que nous avons fait des tests préliminaires en ajoutant une composante aléatoire à la force lors de la secousse, et que ceci a un effet très réduit sur les résultats.

**Lien entre la durée de la secousse et l'extension correspondante de l'astéroïde.**

La durée de la secousse est une grandeur numérique artificielle qui est liée à la façon dont l'astéroïde est agité. Nous allons déterminer le facteur de dilatation de l'astéroïde, qui pourra permettre de comparer différents types de perturbations.

Pendant la secousse, en plus des forces exercées par les autres grains, chaque grain subit une force vers l'extérieur de norme  $mgr_i/R_{\text{ast}}$  ( $r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}$  désigne la distance du grain n° $i$  au centre de force). Pendant la phase d'extension, les grains sont rapidement séparés les uns des autres et l'équation de leur mouvement est alors :

$$\frac{d^2 r_i}{dt^2} = + \frac{g}{R_{\text{ast}}} r_i \equiv + \frac{r_i}{T^{*2}}. \quad (7.6)$$

On note  $T^* = \sqrt{R_{\text{ast}}/g}$ . À la fin de cette phase, les grains ayant une vitesse nulle avant la secousse, la distance au centre des grains est :

$$r_i(T_s) = r_i(0) \cosh\left(\frac{T_s}{T^*}\right). \quad (7.7)$$

Ensuite, la gravité est rétablie mais l'astéroïde continue de s'étendre à cause de l'inertie des grains (ceux-ci ne sont pas stoppés à la fin de la secousse). L'équation de leur mouvement étant :

$$\frac{d^2 r_i}{dt^2} = - \frac{g}{R_{\text{ast}}} r_i \equiv - \frac{r_i}{T^{*2}}, \quad (7.8)$$

la distance au centre des grains est donc :

$$r_i(t \geq T_s) = r_i(0) \cosh\left(\frac{T_s}{T^*}\right) \cos\left(\frac{t - T_s}{T^*}\right) + r_i(0) \sinh\left(\frac{T_s}{T^*}\right) \sin\left(\frac{t - T_s}{T^*}\right). \quad (7.9)$$

La vitesse des grains s'annule donc pour

$$T_{\text{max}} = T_s + T^* \arctan\left[\tanh\left(\frac{T_s}{T^*}\right)\right], \quad (7.10)$$

que l'on peut approximer à  $2T_s$  si  $T_s \ll T^*$ . La position des grains vaut à cet instant :

$$r_{\text{max}} = r_i(0) \sqrt{\cosh\left(2\frac{T_s}{T^*}\right)}. \quad (7.11)$$

La valeur  $r_{\text{max}}/r_i(0)$  nous donne le facteur de dilatation de l'astéroïde. Nous définissons l'intensité de la secousse et notons  $I$  la grandeur :

$$I = \frac{r_{\text{max}}}{r_i(0)} - 1. \quad (7.12)$$

Nous l'avons mesuré numériquement pour plusieurs durées de secousses. Les résultats sont présentés en figure 7.5.

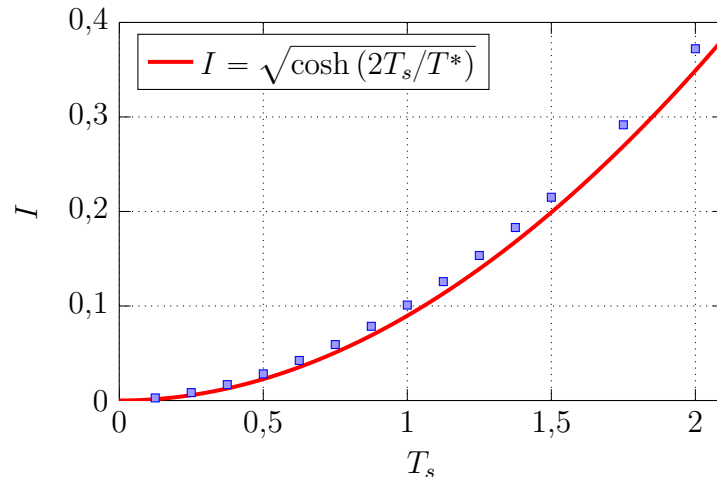


FIGURE 7.5 – Représentation de l’intensité des secousses  $I$  en fonction de leur durée  $T_s$ . La courbe prévue par le calcul est dessinée en rouge.

Nous voyons que les données numériques s’écartent de la courbe attendue. Cela est dû au fait qu’avant la secousse, l’astéroïde est sous contrainte gravitationnelle et les grains sont comprimés. Ainsi, lors de la secousse, l’énergie élastique stockée est relâchée et donne un supplément de vitesse radiale aux grains. L’écart entre la courbe et les données numériques est proportionnel à la durée  $T_s$  des secousses et donne une indication de l’énergie élastique stockée dans l’astéroïde au repos. En pratique, nous mesurerons numériquement l’intensité des secousses pour déterminer sa valeur.

**Correction de la position du centre de masse.** Nous définissons la position du centre de masse ( $\langle x \rangle, \langle y \rangle$ ) en fonction des positions des grains  $(x_i, y_i)$ , de rayons  $R_i$  :

$$\langle x \rangle = \frac{\sum_i R_i^2 x_i}{\sum_i R_i^2}; \quad \langle y \rangle = \frac{\sum_i R_i^2 y_i}{\sum_i R_i^2}. \quad (7.13)$$

La position du centre de force (vers laquelle pointe la force gravitationnelle) est  $(0, 0)$ , tandis que celle du centre de masse dépend *a priori* de la position des différents grains. Ces deux positions doivent être confondues. Cependant, on observe la présence d’une instabilité numérique où le centre de masse de l’astéroïde oscille autour du centre de force avec une amplitude croissante. Un exemple d’évolution de la distance du centre de masse de l’astéroïde au centre de force  $r_{\text{centre}}$  est présentée en figure 7.6.

L’astéroïde oscille autour du centre de force (le centre de masse subit une force de rappel en  $-kr$ ). Les secousses font qu’il se comporte comme un oscillateur paramétrique. Si elles surviennent à un moment où le centre de masse est le plus éloigné du centre de force, l’amplitude des oscillations peut être légèrement accrue. Selon l’écart temporel entre deux secousses successives, cela peut induire une divergence exponentielle de la distance du centre de masse de l’astéroïde au centre de force. Cette instabilité numérique est artificielle et empêche la poursuite de la simulation.

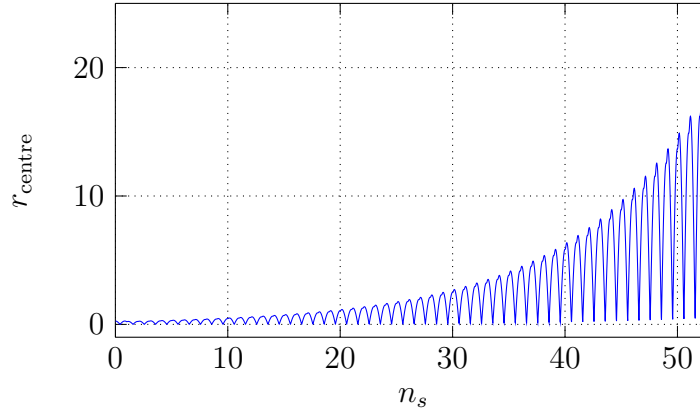


FIGURE 7.6 – Évolution de la distance du centre de masse de l'astéroïde au centre de force, notée  $r_{\text{centre}}$ , en fonction du nombre de secousses  $n_s$ .

Il est bien sûr possible d'annuler ce phénomène en choisissant judicieusement l'intervalle de temps entre deux secousses successives ; mais pour corriger de façon robuste ce phénomène, nous avons décidé de réajuster le centre de masse au centre de force à chaque pas de temps, de sorte qu'il n'y ait pas de contraintes sur le choix de l'intervalle de temps entre deux secousses.

Enfin, si l'astéroïde a un mouvement d'ensemble (dû au bruit numérique), celui-ci va être amplifié. Pour éviter cette instabilité numérique, les grains sont stoppés au pas de temps précédant chaque secousse.

## 7.3 Résultats numériques

Nous présentons tout d'abord les résultats obtenus sur la dynamique de la ségrégation, et sa dépendance en fonction des différents paramètres physiques et numériques de la simulation.

### 7.3.1 Observation de la ségrégation

Nous avons réalisé des simulations d'un astéroïde sur quelques milliers de secousses. Des vues de cet astéroïde à différents instants sont présentées sur la figure 7.7. Nous observons une très nette ségrégation : les gros grains s'accumulent sur la surface de l'astéroïde, et ils sont quasiment absents à des distances proches du centre de masse de l'astéroïde. Dans le cas de la simulation présentée en figure 7.7, l'astéroïde ne subit plus d'évolution significative après un nombre de secousses  $n_s \approx 5000$  : la figure 7.7c présente l'état stationnaire de la simulation. Il est alors très net que si la répartition n'est pas homogène, l'astéroïde n'est pas non plus totalement ségrégué : il demeure quelques gros grains non loin du centre de masse de l'astéroïde.

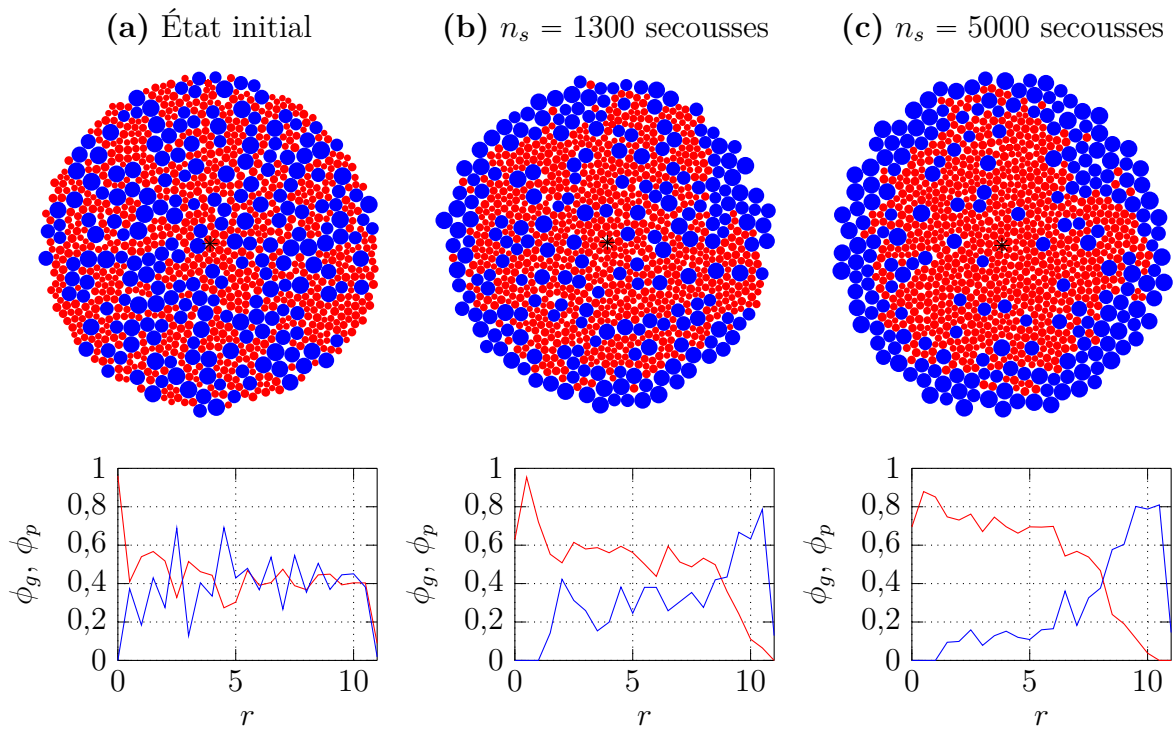


FIGURE 7.7 – Vue de l’astéroïde à différents moments de la simulation pour  $N_g = 200$  gros grains et  $N_p = 800$  petits grains. (a) État initial. (b) Après 1300 secousses. (c) Après 5000 secousses. En dessous, représentation des histogrammes de fraction surfacique de gros grains (en bleu) et de petits (en rouge) en fonction de la distance  $r$  au centre de masse. Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,75$  ;  $e = 0,5$  ;  $I = 0,101$ .

Pour mieux quantifier la ségrégation, nous pouvons observer les histogrammes de fraction en aire. Ceux-ci sont définis ainsi :

$$\begin{aligned}\phi_g(r) &= \sum_{\substack{i, \text{ gros} \\ r < r_i < r + \Delta r}} \frac{R_i^2}{2\pi r \Delta r}, \\ \phi_p(r) &= \sum_{\substack{i, \text{ petits} \\ r < r_i < r + \Delta r}} \frac{R_i^2}{2\pi r \Delta r}.\end{aligned}\tag{7.14}$$

Ils donnent la fraction surfacique de gros grains présents dans la couronne entre  $r$  et  $r + \Delta r$ . Ces histogrammes sont présentés en figure 7.7. On voit très nettement que la fraction surfacique de petits grains est élevée au centre, alors que celle des gros grains y est presque nulle. Contrairement à ce qu’affirment [Perera *et al.*, 2016], la ségrégation est très nette au centre de l’astéroïde : dans l’état stationnaire, la proportion de gros grains suit une évolution monotone avec la distance au centre  $r$ .

Ces résultats préliminaires indiquent que les gros grains se concentrent loin du centre de l’astéroïde, ce qui est en accord avec les observations expérimentales faites pendant la mission Hayabusa [Tancredi *et al.*, 2015]. Notons cependant qu’il n’y a pas de données expérimentales sur la répartition des grains dans le cœur d’Itokawa.

### 7.3.2 Quantification du phénomène : degré de ségrégation

Pour quantifier l'évolution de la ségrégation au cours du temps, nous définissons le degré de ségrégation et notons  $\psi$  la grandeur :

$$\psi \equiv \frac{\langle r_g \rangle}{\langle r_t \rangle} = \frac{\text{Distance moyenne au centre des gros grains}}{\text{Distance moyenne au centre de tous les grains}}. \quad (7.15)$$

Il sera d'autant plus élevé que la position moyenne des gros grains sera excentrée, donc que la ségrégation sera efficace.

Évaluons le degré de ségrégation maximal que peut atteindre l'astéroïde pour une répartition en aire égale entre gros et petits grains (correspondant à  $N_p = 4 \times N_g$ ). La distance moyenne au centre des gros grains, pondérée par leur aire totale est :

$$\langle r_g \rangle = \frac{\sum_{i, \text{ gros}} R_i^2 r_i}{\sum_{i, \text{ gros}} R_i^2}. \quad (7.16)$$

Dans l'état totalement ségrégué, les gros grains sont compris dans une couronne entre les distances au centre  $R_{\text{ast}}/\sqrt{2}$  et  $R_{\text{ast}}$  ; en faisant une approximation de milieu continu :

$$\langle r_g \rangle \approx \frac{\int_{R_{\text{ast}}/\sqrt{2} \leq r \leq R_{\text{ast}}} r dS}{\int_{R_{\text{ast}}/\sqrt{2} \leq r \leq R_{\text{ast}}} dS}, \quad (7.17)$$

ainsi :

$$\langle r_g \rangle = \frac{2}{3} \left( 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) R_{\text{ast}}. \quad (7.18)$$

Par ailleurs, la position moyenne de tous les grains est :

$$\langle r_t \rangle \approx \frac{\int_{0 \leq r \leq R_{\text{ast}}} r dS}{\int_{0 \leq r \leq R_{\text{ast}}} dS} = \frac{2}{3} R_{\text{ast}}, \quad (7.19)$$

donc le degré de ségrégation, est, pour un état totalement ségrégué à deux dimensions :

$$\psi_{\text{max}} \equiv \frac{\langle r_g \rangle}{\langle r_t \rangle} = 2 - \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 1,29289. \quad (7.20)$$

Dans le cas d'une répartition entre gros et petits grains quelconque, si on note  $\alpha$  la proportion en aire des gros grains, le degré de ségrégation maximal est :

$$\psi_{\text{max}} = \frac{1 - (1 - \alpha)^{3/2}}{\alpha}. \quad (7.21)$$

On définit enfin le degré de ségrégation normalisé, que l'on note  $\Psi$  et que l'on utilisera dans la suite pour étudier quantitativement la ségrégation :

$$\Psi = \frac{\psi - 1}{\psi_{\text{max}} - 1}. \quad (7.22)$$

Celui-ci évolue entre 0 pour un état mélangé et 1 pour un état totalement ségrégué. Il permet notamment de comparer des simulations où la proportion de gros grains et de petits grains est différente.

Le degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  correspondant à la simulation exposée en figure 7.7 est présenté en figure 7.8. On observe que celui-ci est quasiment nul à l'état initial (état mélangé), croît pour atteindre une valeur inférieure à 1 (état imparfaitement ségrégé). On note  $\Psi_0 = \Psi(n_s = 0)$  le taux de ségrégation à l'état initial. Pour un état initial mélangé,  $\Psi_0$  est très proche de 0.

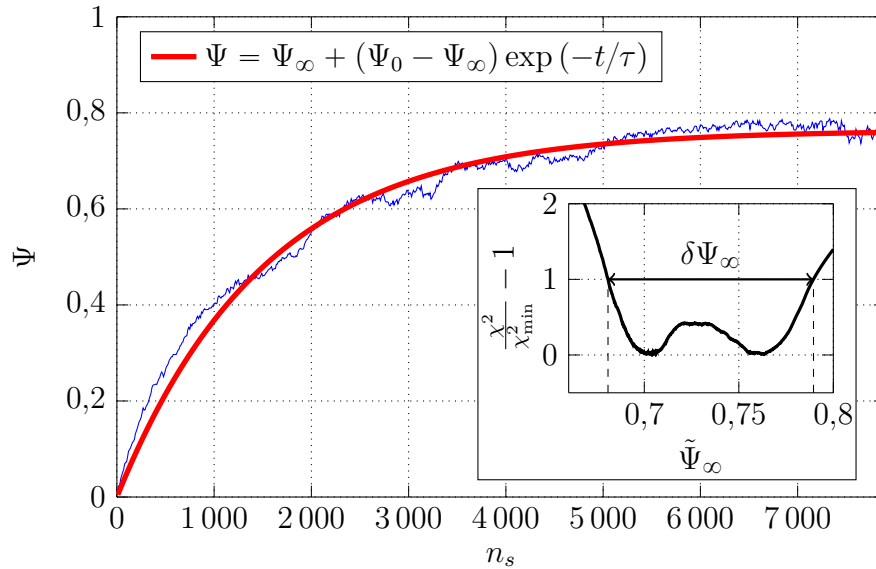


FIGURE 7.8 – Évolution du degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ . Un ajustement  $\Psi = \Psi_\infty + (\Psi_0 - \Psi_\infty) \exp(-t/\tau)$  est ajouté, avec les paramètres d'ajustement  $\tau = 1450 \pm 300$  secousses et  $\Psi_\infty = 0,74 \pm 0,06$ . Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,75$  ;  $e = 0,5$  ;  $I = 0,101$ . L'encadré présente l'écart quadratique moyen entre les données numériques et l'ajustement.

L'évolution est compatible avec une montée exponentielle vers un état saturé correspondant à un régime stationnaire. Nous réalisons un ajustement de ces données expérimentales  $\Psi = \Psi_\infty + (\Psi_0 - \Psi_\infty) \exp(-t/\tau)$ , avec deux paramètres d'ajustement  $\Psi_\infty$  et  $\tau$ . Afin de réaliser cet ajustement, nous commençons par réaliser une régression linéaire systématique de

$$\log \left( \frac{\Psi - \tilde{\Psi}_\infty}{\Psi_0 - \tilde{\Psi}_\infty} \right) \quad (7.23)$$

en fonction du temps  $t$  pour différentes valeurs de  $\tilde{\Psi}_\infty$ , nous donnant un temps caractéristique  $\tilde{\tau}$ . La valeur de  $\tilde{\Psi}_\infty$  minimisant l'écart quadratique moyen

$$\chi^2 = \sum_{n_s} \left\{ \Psi(n_s) - \left[ \tilde{\Psi}_\infty + (\Psi_0 - \tilde{\Psi}_\infty) \exp \left( -\frac{t}{\tilde{\tau}} \right) \right] \right\}^2 \quad (7.24)$$

entre les données et le modèle est prise comme degré de ségrégation stationnaire  $\Psi_\infty$  et le temps caractéristique de ségrégation  $\tau$  est le paramètre de l'ajustement correspondant. Cet ajustement permet également d'obtenir l'intervalle de confiance sur les paramètres de



l'ajustement  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  (voir encadré figure 7.8) : en pratique, la valeur retenue pour  $\Psi_\infty$  est celle au milieu de cet intervalle.

Nous avons déjà rencontré ce type d'évolution dans des situations très diverses où l'on observe la ségrégation : lors d'écoulement sur plan incliné [Staron et Phillips, 2014], lors du cisaillement d'un milieu granulaire dans une cellule de Couette [Golick et Daniels, 2009] ou encore lors de la formation de bandes dans une couche bidimensionnelle de grains vibrée horizontalement [Reis et Mullin, 2002]. Les mécanismes qui président au cours de ce processus sont variés et non triviaux, mais peuvent être interprétés par l'existence d'une force de portance [Staron et Phillips, 2014, Gray, 2017] :

$$F_p = A \frac{\Psi_\infty - \Psi}{\Psi_\infty - \Psi_0}. \quad (7.25)$$

Dans notre situation, l'origine d'une telle force est obscure et apparaît comme une explication *ad hoc* du phénomène. Nous utiliserons donc uniquement l'ajustement par une exponentielle croissante pour quantifier le temps nécessaire pour atteindre l'état stationnaire et le niveau de ségrégation correspondant.

### 7.3.3 Robustesse du phénomène et dépendance en l'état initial

Nous avons donc réussi à reproduire l'effet noix du Brésil dans une configuration cylindrique, ce qui n'était pas évident. En effet, comme on l'a vu aux chapitres 1 et 6, la plupart des simulations et expériences souhaitant modéliser la ségrégation au sein des astéroïdes [Tancredi *et al.*, 2012, Güttler *et al.*, 2013, Matsumura *et al.*, 2014, Maurel *et al.*, 2016] faisaient intervenir un récipient avec des bords et les recirculations des grains le long des bords de l'échantillon jouent dans ce cas un rôle crucial [Knight *et al.*, 1993]. Les mécanismes qui dominent la dynamique de la ségrégation sont donc différents dans ce cas. Par ailleurs, dans nos travaux, le champ de gravité n'est pas homogène dans l'empilement granulaire (il croît linéairement lorsque l'on s'éloigne du centre), au contraire des expériences et simulations réalisées jusqu'ici.

Un résultat important de nos travaux est que l'on observe toujours la ségrégation, quels que soient les paramètres choisis pour la simulation. Nous avons également entrepris des simulations pour des tailles d'astéroïdes différentes (le nombre de particules  $N$  était différent), nous observons aussi ce phénomène. Nous ne retrouvons pas le résultat de [Matsumura *et al.*, 2014] qui mettait en évidence des valeurs de friction pour lesquelles la ségrégation ne se produit pas. Notons que dans ces travaux, l'effet noix du Brésil était étudié dans un récipient rectangulaire soumis à des vibrations verticales.

Nous pouvons également comparer la dynamique de la ségrégation en fonction de l'état initial. Les courbes de la figure 7.9 présentent le degré de ségrégation  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$  pour différents états initiaux : un état mélangé, un état presque totalement ségrégué avec les grains sur l'extérieur de l'astéroïde et enfin un état inversement ségrégué (les petits grains vers l'extérieur).

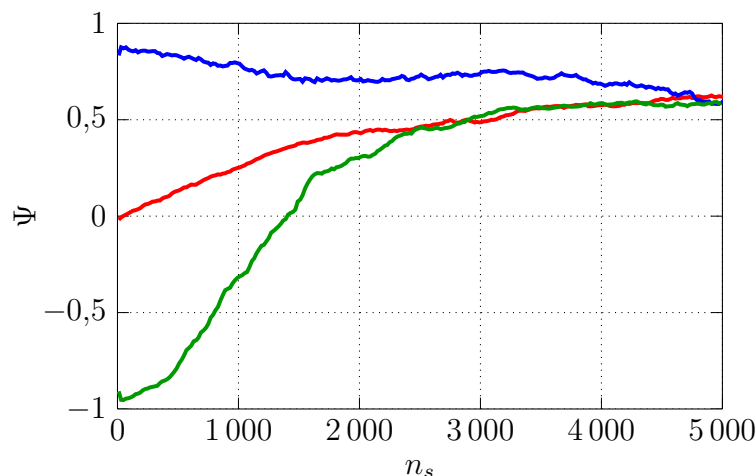


FIGURE 7.9 – Degré de ségrégation  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$  pour un état initial mélangé, un état initial presque totalement ségrégé et un état totalement ségrégé en inverse (les petits grains à l'extérieur). Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,5$  ;  $e = 0,5$  ;  $I = 0,101$ .

On voit que les temps caractéristiques à l'œuvre sont assez différents mais que l'état stationnaire atteint est similaire. Cet état stationnaire est donc indépendant de l'état initial. Par ailleurs, dans ces cas, la modélisation en exponentielle croissante vers un état saturé est peu satisfaisante.

Pour évaluer l'incertitude sur les paramètres issus de l'ajustement, nous avons également réalisé plusieurs simulations pour des états initiaux mélangés différents (nous avons simplement changé la graine aléatoire initiant la suite de nombres aléatoires définissant petits et gros grains). Nous observons que les temps caractéristiques et les états stationnaires sont égaux aux barres d'erreurs près.

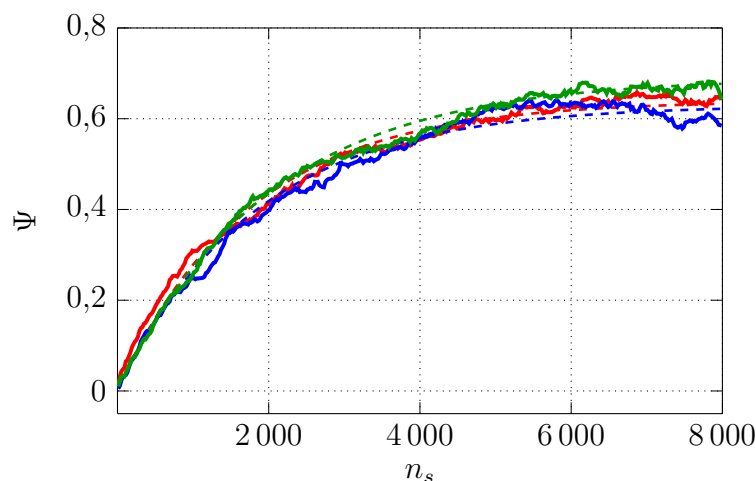


FIGURE 7.10 – Degré de ségrégation  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$  pour différents états initiaux mélangés. Les paramètres de la simulation sont  $\mu = 0,5$  ;  $e = 0,5$  ;  $I = 0,101$ .

### 7.3.4 Étude de l'influence des paramètres physiques et numériques

Nous commençons l'étude de la ségrégation en observant l'influence des différents paramètres physiques et numériques sur la dynamique de ségrégation. Nous définissons par convention un jeu de paramètres autour duquel nous ferons varier les différents paramètres de la simulation. Celui-ci correspond à  $e = 0,5$ ;  $k_n = 10^4$ ;  $\mu = 0,5$ ;  $I = 0,101$  et une répartition en aire égale entre petits et gros grains. Nous partons à chaque fois d'un état initial mélangé. Une perspective de cette thèse est de balayer plus finement l'espace des paramètres pour pouvoir vérifier que les résultats obtenus sont généralisables.

Nous allons nous concentrer dans un premier temps sur le degré de ségrégation  $\Psi$  : nous déterminerons le niveau de ségrégation dans l'état stationnaire  $\Psi_\infty$  et le temps caractéristique pour y parvenir  $\tau$ .

**Influence de l'intensité des secousses.** Pour rappel, nous faisons varier l'intensité des secousses  $I$  en variant leur durée  $T_s$ . Celle-ci est mesurée au début de chaque simulation sur quelques secousses. Quelques courbes représentant le degré de ségrégation  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour différentes intensités  $I$  sont présentées en figure 7.11.

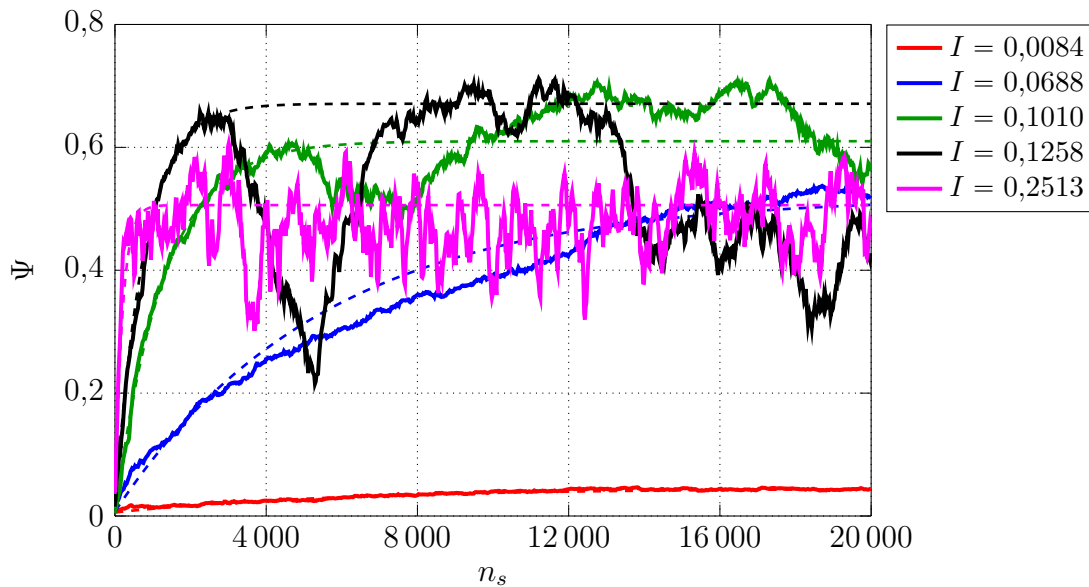


FIGURE 7.11 – Évolution du degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour plusieurs intensités de secousses  $I$ . Un ajustement par la fonction  $\Psi = \Psi_\infty + (\Psi_0 - \Psi_\infty) \exp(-t/\tau)$  est ajouté pour chacune de ces courbes. Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,5$  et  $e = 0,5$ .

Nous voyons un très net effet de l'intensité des secousses sur la dynamique de ségrégation. Lorsque celle-ci est faible, les courbes sont lisses et on observe une montée progressive et lente vers l'état stationnaire. Si elle est très élevée, la montée vers l'état stationnaire est très rapide mais on observe au cours de celui-ci de grandes fluctuations du degré de ségrégation  $\Psi$ . Notons que la valeur du degré de ségrégation atteinte dans ce cas est plus basse qu'à des intensités intermédiaires.

Par ailleurs, nous observons parfois une diminution brutale du taux de ségrégation en fonction du nombre de secousses  $n_s$  (c'est le cas par exemple de la courbe pour  $I = 0,1258$ ). Nous reviendrons sur ce phénomène plus tard. Lorsque c'est le cas, nous réalisons l'ajustement uniquement sur le début de la courbe. L'évolution des paramètres d'ajustement  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction de l'intensité des secousses  $I$  est présentée en figure 7.12.

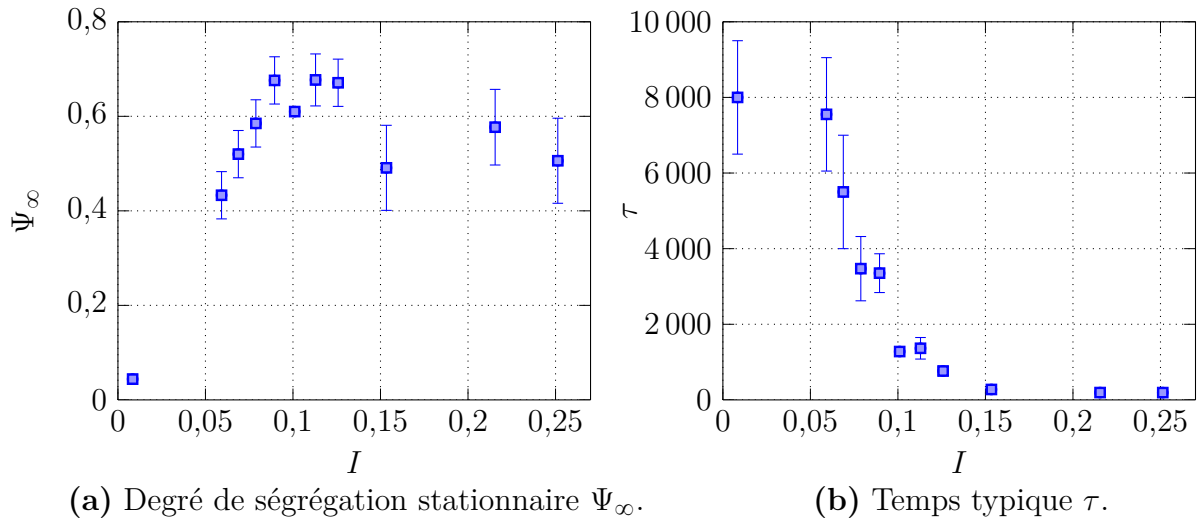


FIGURE 7.12 – Évolution des paramètres de l'ajustement exponentiel  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction de l'intensité des secousses  $I$ .

Nous retrouvons donc que la ségrégation est d'autant plus rapide que l'intensité des secousses est élevée : l'évolution du temps caractéristique  $\tau$  est monotone. Ce résultat est identique aux résultats classiques portant sur l'effet noix du Brésil dans un récipient rectangulaire.

Par ailleurs, l'efficacité de la ségrégation croît avec l'intensité des secousses  $I$  dans un premier temps. On constate cependant que, lorsque l'astéroïde est très agité, le niveau de ségrégation stationnaire est plus bruité et moins élevé que pour des intensités plus faibles. Il existe un optimum où la ségrégation est la plus efficace mais elle est dans ce cas moins rapide.

**Influence du coefficient de restitution.** Nous examinons désormais l'influence du coefficient de restitution sur la dynamique et le degré de ségrégation. Rappelons que celui-ci est fixé *via* la constante de dissipation  $\eta$  intervenant lors des collisions entre grains. Quelques courbes représentant le degré de ségrégation  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour différents coefficients de restitution  $e$  sont présentées en figure 7.13.

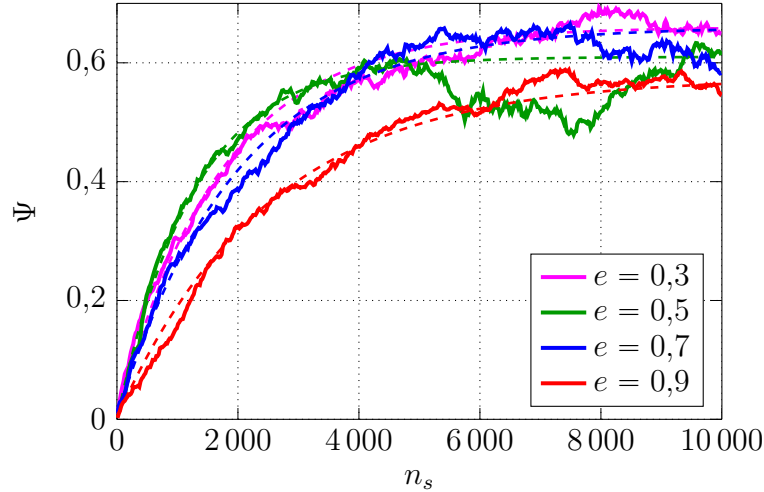


FIGURE 7.13 – Évolution du degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour plusieurs coefficients de restitution  $e$ . Un ajustement par la fonction  $\Psi = \Psi_\infty + (\Psi_0 - \Psi_\infty) \exp(-t/\tau)$  est ajouté pour chacune de ces courbes. Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,5$  et  $I = 0,101$ .

Nous constatons que ces courbes sont assez proches et que les états stationnaires atteints à la fin de la simulation sont identiques. L'évolution des paramètres d'ajustement  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction du coefficient de restitution  $e$  est ainsi présentée en figure 7.14.

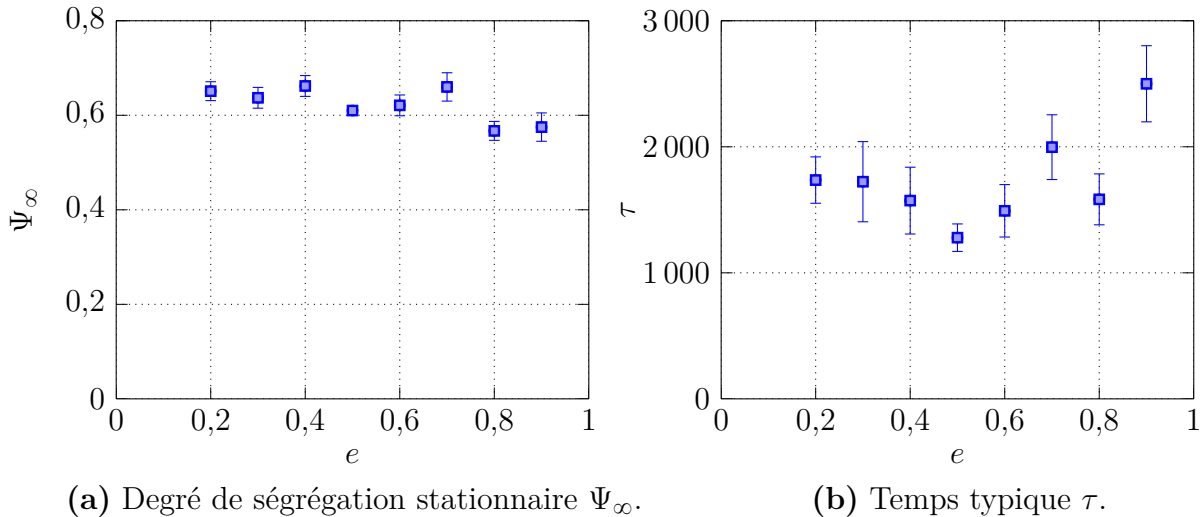


FIGURE 7.14 – Évolution des paramètres de l'ajustement exponentiel  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction du coefficient de restitution  $e$ .

De nouveau, il est clair que le coefficient de restitution  $e$  a un effet limité sur la dynamique de la ségrégation, tant sur le degré de ségrégation stationnaire  $\Psi_\infty$  que sur le temps caractéristique de ségrégation  $\tau$ . Les légères variations observées sont dans les barres d'erreurs et sont difficilement interprétables. Nos conclusions sont ici similaires à celles de [Perera *et al.*, 2016].

**Influence du coefficient de frottement.** Le coefficient de frottement  $\mu$  est un paramètre physique de la simulation. Quelques courbes représentant le degré de ségrégation  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour différents coefficients de frottement  $\mu$  sont présentées en figure 7.13.

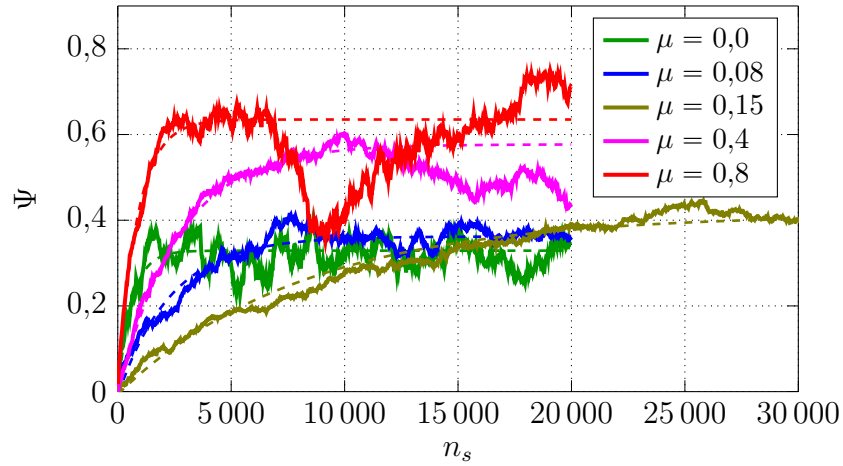


FIGURE 7.15 – Évolution du degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour plusieurs coefficients de frottement  $\mu$ . Un ajustement par la fonction  $\Psi = \Psi_\infty + (\Psi_0 - \Psi_\infty) \exp(-t/\tau)$  est ajouté pour chacune de ces courbes. Paramètres de la simulation :  $e = 0,5$  et  $I = 0,101$ .

L'effet du coefficient de frottement est fort, tant sur le degré de ségrégation dans l'état stationnaire que sur le temps nécessaire pour y parvenir. L'évolution des paramètres d'ajustement  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction du coefficient de frottement  $\mu$  est présentée en figure 7.16.

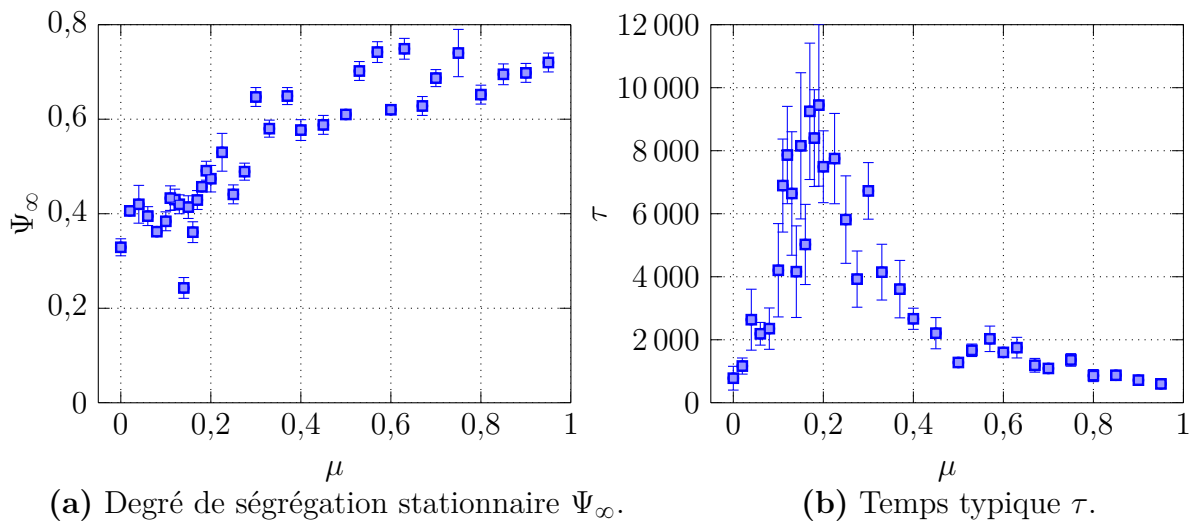


FIGURE 7.16 – Évolution des paramètres de l'ajustement exponentiel  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction du coefficient de frottement  $\mu$ .

L'évolution du degré de ségrégation stationnaire  $\Psi_\infty$  est monotone avec le coefficient de frottement : un fort frottement implique un état stationnaire mieux ségrégué.

En revanche, l'effet de la friction sur le temps caractéristique est plus riche. Nous voyons d'une part des variations d'un ordre de grandeur sur les temps caractéristiques de ségrégation. Par ailleurs, l'évolution du temps caractéristique de ségrégation en fonction du coefficient de frottement  $\mu$  n'est pas monotone, ce qui est un effet surprenant. Pour un coefficient de frottement nul ou très faible, la ségrégation est très rapide (bien que peu efficace) et le temps caractéristique de ségrégation augmente avec le coefficient de friction. Celui-ci atteint un maximum aux alentours de  $\mu = 0,2$  avant de diminuer. Pour des coefficients de frottements élevés, la ségrégation est très rapide et efficace.

Ces résultats obtenus sont préliminaires, et leurs causes demeurent à élucider. Il faut également questionner la robustesse de ce résultat en faisant varier d'autres paramètres, en particulier l'intensité des secousses.

**Effet du ratio entre petits et gros grains.** Nous étudions enfin l'effet de la répartition entre gros et petits grains. Nous définissons la proportion en aire de gros grains  $\alpha$  comme :

$$\alpha = \frac{\sum_{i,\text{gros}} R_i^2}{\sum_i R_i^2}. \quad (7.26)$$

Deux vues d'une telle simulation pour  $\alpha = 0,75$  à des instants différents sont proposées en figure 7.17. Le rapport des rayons moyens entre gros et petits grains est gardé égal à 2. Les différentes simulations sont réalisées à taille de l'astéroïde constante : le nombre de petits et de gros grains est ajusté en conséquence.

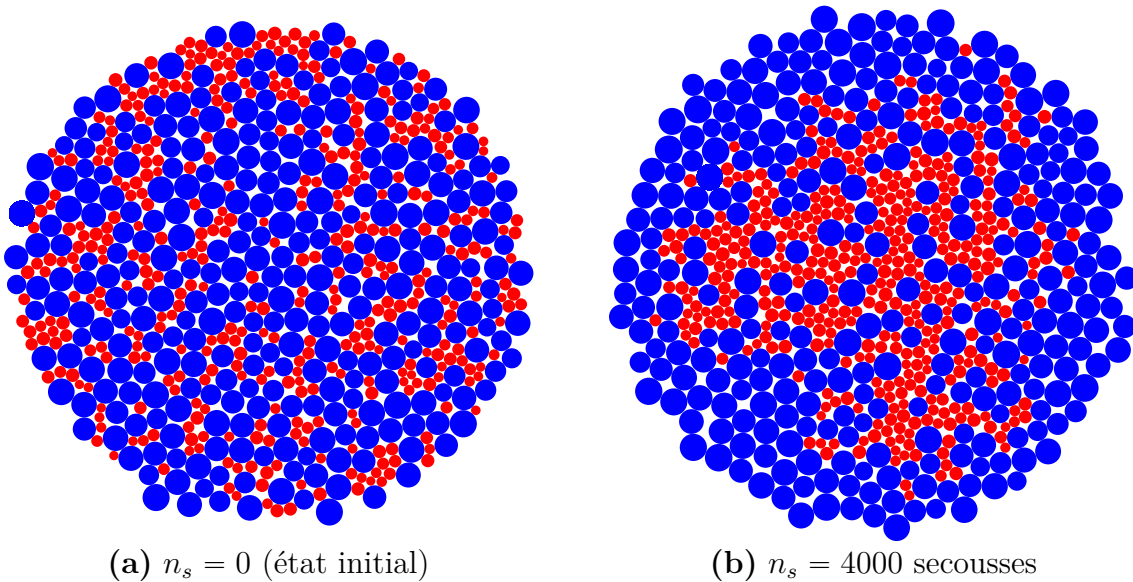


FIGURE 7.17 – Vue d'une simulation avec une proportion en aire de gros grains  $\alpha = 0,75$  (a) dans l'état initial et (b) après 4000 secousses. Il y a  $N_g = 300$  gros grains et  $N_p = 400$  petits grains, de sorte que le rayon de l'astéroïde ne dépend pas de  $\alpha$  (il est d'environ 11 fois le diamètre moyen d'un gros grain). Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,5$ ;  $e = 0,5$  et  $I = 0,101$ .

Nous montrons ainsi qu'il est possible d'obtenir la ségrégation quelle que soit la proportion de gros grains dans l'empilement granulaire. Comme on l'avait observé précédemment, la ségrégation est assez efficace au centre de l'astéroïde.

Nous gardons la même définition pour le degré de ségrégation normalisé :

$$\Psi = \frac{\psi - 1}{\psi_{\max} - 1}, \quad (7.27)$$

mais le degré de ségrégation maximal dépend de la répartition entre gros et petits grains comme indiqué plus haut. L'évolution du degré de ségrégation en fonction du nombre de secousses  $n_s$  suit une montée exponentielle : l'évolution des paramètres d'ajustement  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  est représentée figure 7.18.

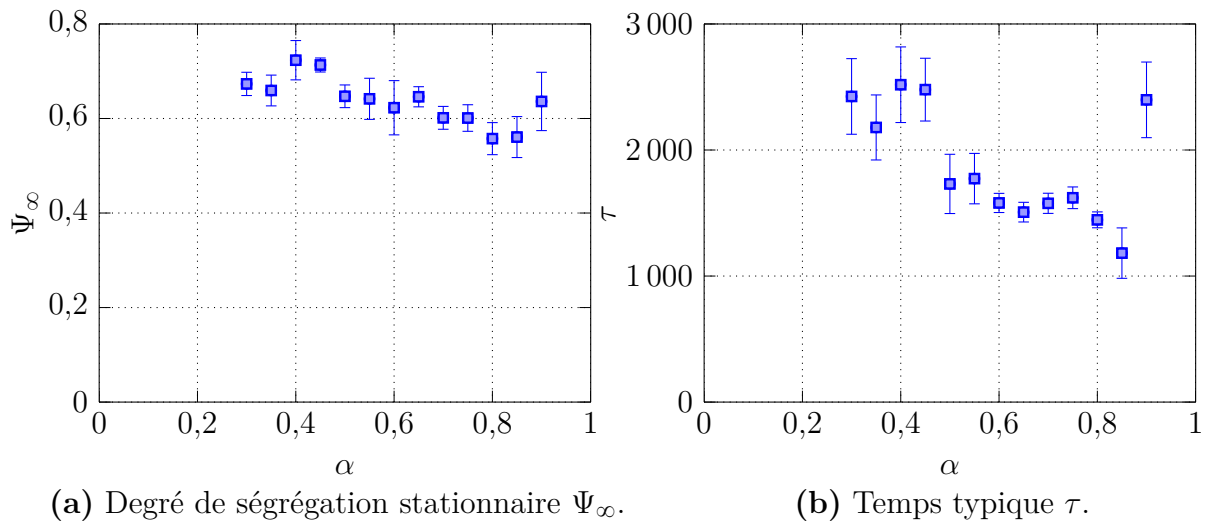


FIGURE 7.18 – Évolution des paramètres de l'ajustement exponentiel  $\Psi_\infty$  et  $\tau$  en fonction de la proportion en aire de gros grains  $\alpha$ .

Il est difficile de mettre en évidence une tendance sur le degré de ségrégation stationnaire  $\Psi_\infty$  comme sur le temps caractéristique de ségrégation  $\tau$ , les variations observées étant de plus assez faibles.

### 7.3.5 Instabilité secondaire azimutale

En plus de la ségrégation des gros grains vers l'extérieur de l'astéroïde, nous avons remarqué un effet surprenant, illustré par la figure 7.19. En effet, sous certaines conditions, après que l'astéroïde se soit retrouvé dans un état ségrégué (voir figure 7.20a), le motif de surface devient instable et on aboutit à la formation de lobes de gros grains regroupés (voir figure 7.19).



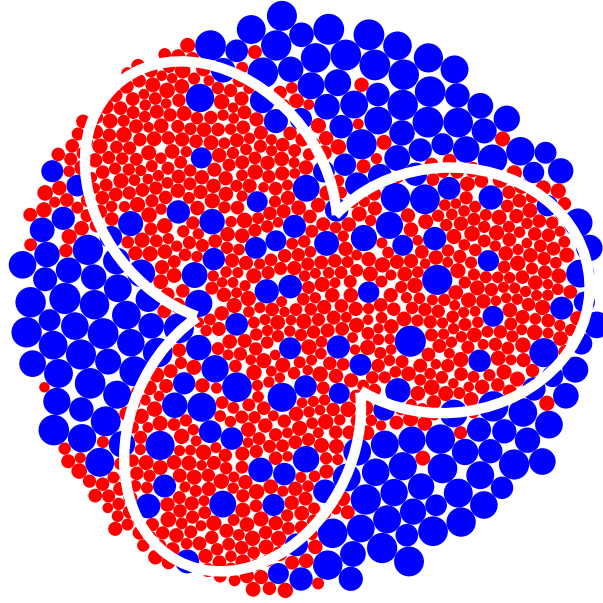


FIGURE 7.19 – Vue d’un astéroïde où s’est produite la ségrégation azimuthale. Les lobes de petits grains sont dessinés pour guider l’œil. Les paramètres de la simulation sont  $e = 0,5$ ;  $\mu = 0,95$ ;  $\alpha = 0,5$  et  $I = 0,101$ . Vue à  $n_s = 12000$  secousses.

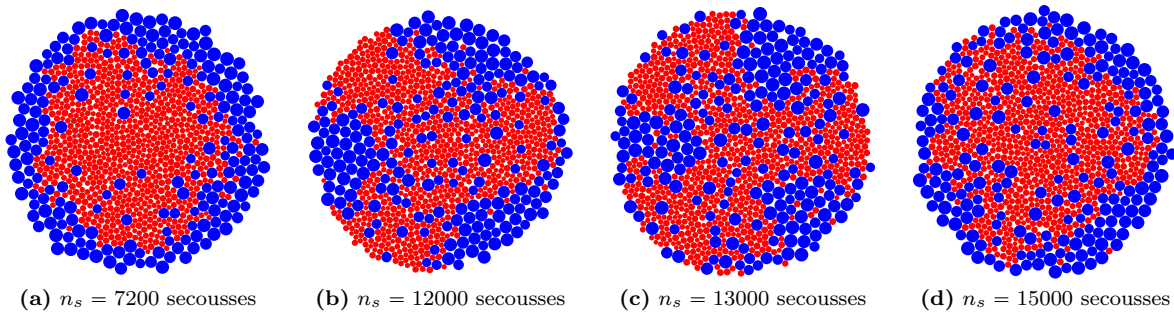


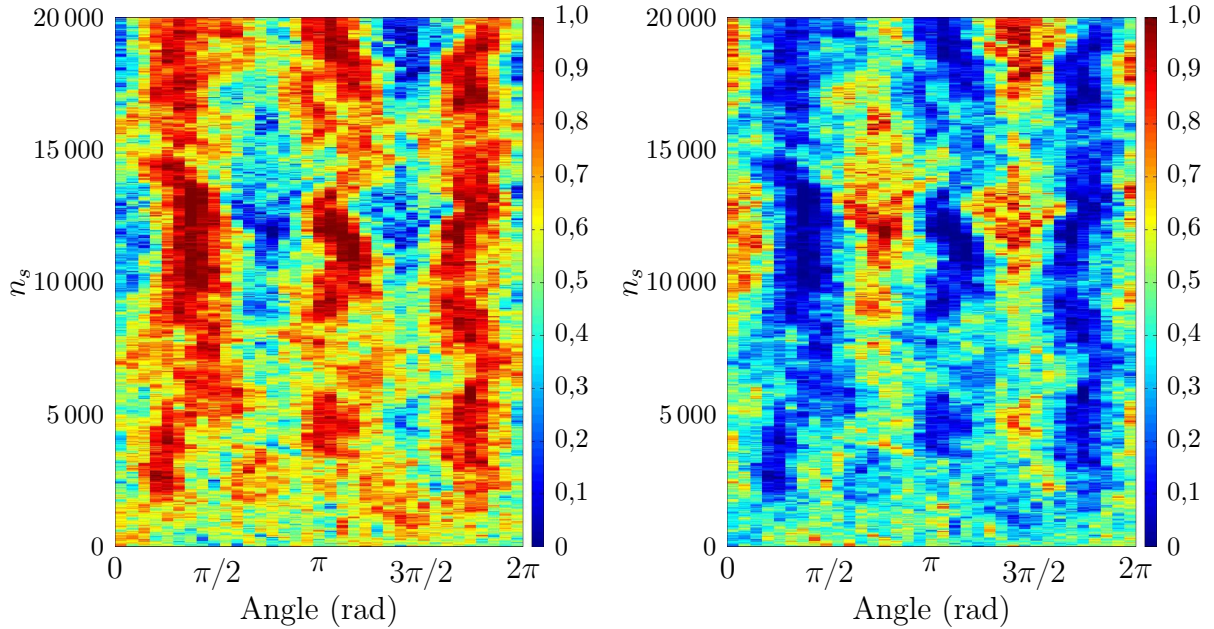
FIGURE 7.20 – Vue de la même simulation à différents instants.

Ce motif secondaire peut se déstabiliser (voir figure 7.20c) pour aboutir à la formation d’un état proche de l’état stationnaire de ségrégation (figure 7.20d).

Pour mieux représenter l’apparition et l’évolution dans le temps de ce motif, on repère chaque grain par ses coordonnées polaires  $(r_i, \theta_i)$  (l’origine des angles est arbitraire,  $\theta = 0$  correspond à la droite de l’astéroïde, c’est-à-dire la position  $x_i = 1$  et  $y_i = 0$ ). La figure 7.21 montre la fraction surfacique en aire de gros grains  $\phi_g$  et de petits grains  $\phi_p$ , dans un secteur de cercle d’angle compris entre  $\theta$  et  $\theta + \Delta\theta$ , pour des distances au centre de masse de l’astéroïde supérieures à la moitié de son rayon. Autrement dit :

$$\phi_g(\theta) = \sum_{\substack{i, \text{ gros} \\ \theta < \theta_i < \theta + \Delta\theta \\ r > R_{\text{ast}}/2}} \frac{\pi R_i^2}{\frac{\Delta\theta}{2} \frac{3R_{\text{ast}}^2}{4}}. \quad (7.28)$$

$$\phi_p(\theta) = \sum_{\substack{i, \text{ petit} \\ \theta < \theta_i < \theta + \Delta\theta \\ r > R_{\text{ast}}/2}} \frac{8\pi R_i^2}{\frac{\Delta\theta}{2} \frac{3R_{\text{ast}}^2}{4}}. \quad (7.29)$$



(a) Proportion en aire des gros grains.

(b) Proportion en aire des petits grains.

FIGURE 7.21 – Diagramme spatio-temporel de la concentration en gros et en petits grains en fonction de la position angulaire  $\theta$  et du nombre de secousses  $n_s$  pour la même simulation que celle présentée en figure 7.20. Une très nette hétérogénéité apparaît. Notons que la somme des deux diagrammes donne la compacité de l’astéroïde : les zones où la proportion en aire de gros grains est élevée sont naturellement celles où la proportion en petits est faible.

Sur la figure 7.21, l’apparition de l’instabilité azimuthale est très nette : nous voyons le développement de trois zones particulièrement riches en petits grains, régulièrement espacées par les zones où se concentrent les gros. Ces lobes se développent assez vite, peu de temps après avoir atteint l’état stationnaire de ségrégation : nous voyons leur apparition autour de  $n_s = 2\,000$  secousses.

Une première observation intéressante est que ces lobes ne se déplacent que très peu au cours du temps. Il semble que le motif n’est pas complètement stable, on observe en effet qu’il s’atténue beaucoup autour de  $n_s = 15\,000$  secousses. Il se reforme peu de temps après aux mêmes endroits.

Cet effet est également bien visible sur les courbes présentant le taux de ségrégation. La présence de petits grains à la surface de l’astéroïde et l’apparition de lobes de gros grains s’étendant jusqu’au centre de l’astéroïde induit en effet une brutale diminution du taux de ségrégation.

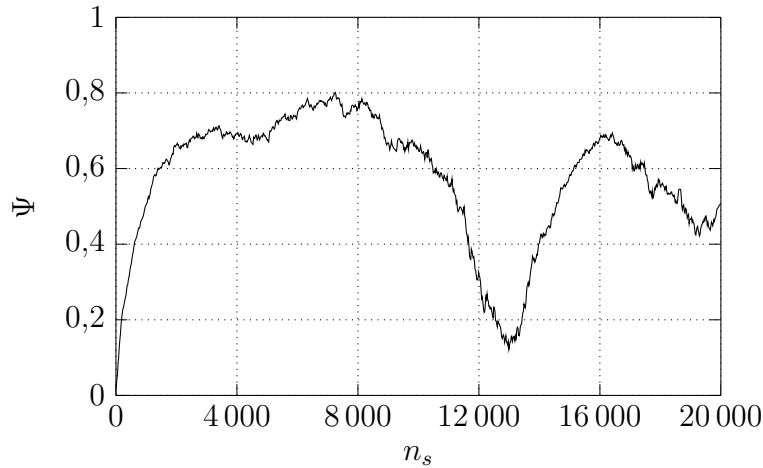


FIGURE 7.22 – Évolution du degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$  pour la même simulation que celle présentée en figure 7.20.

L'apparition de cette instabilité est très intéressante pour comprendre les observations faites lors des missions spatiales, en particulier Hayabusa. En effet, comme on l'a vu, sa surface est inhomogène, avec des zones où s'accroissent les gros blocs tandis que d'autres zones sont lisses et recouvertes de fines poussières.

Les conditions d'apparition de cette instabilité restent à élucider, mais celle-ci n'apparaît que pour des coefficients de frottement élevés (typiquement supérieurs à 0,5) ou des intensités des secousses élevées (typiquement supérieures à 0,1). L'apparition de cette instabilité azimutale secondaire semble être corrélée avec une ségrégation à la fois efficace et rapide, mais ceci nécessite d'être précisé en balayant mieux l'espace des paramètres (frottement entre grains  $\mu$  et intensité des secousses  $I$  en particulier). Faute de temps, nous n'avons pas pu éclaircir ces points.

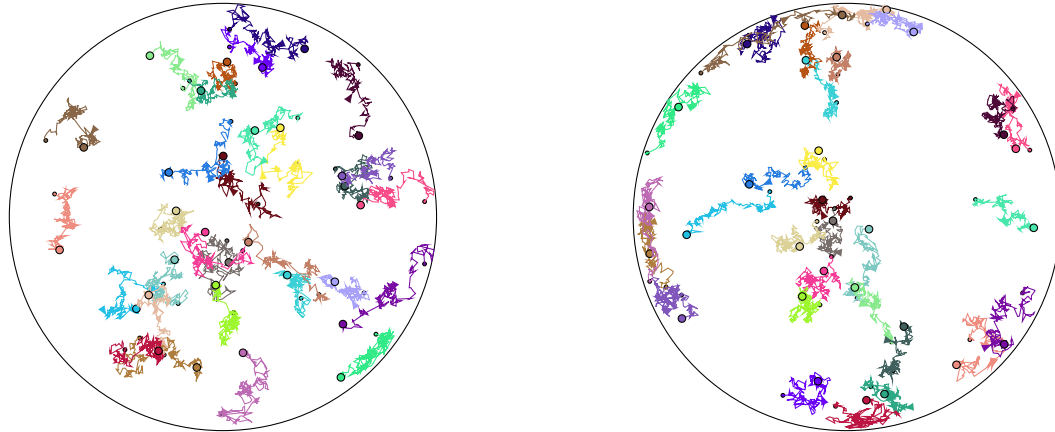
## 7.4 Mécanisme de ségrégation

Nous allons désormais discuter des différents mécanismes qui pourraient expliquer les observations ainsi faites. Dans un premier temps, nous allons suivre les trajectoires des grains pour déterminer s'il existe d'éventuels rouleaux de convection qui se développent au sein de l'astéroïde. Les rouleaux de convection sont très fréquents dans les expériences et simulations portant sur l'effet noix du Brésil, de plus leur existence a déjà été suggérée pour expliquer la ségrégation dans les astéroïdes par [Matsumura *et al.*, 2014]. Nous analyserons les corrélations spatiales et temporelles des déplacements des grains, secousse par secousse. Nous établirons dans une seconde partie les corrélations de paire des gros grains pour déterminer s'il existe un effet de pression de déplétion.

## 7.4.1 Trajectoires des grains

### 7.4.1.1 Visualisation

Nous suivons la trajectoire des grains sur plusieurs secousses. Pour ce faire, nous repérons la position des grains au sein de l'astéroïde dans l'état de repos atteint après chaque secousse. Quelques trajectoires ainsi obtenues sont présentées figure 7.23.



(a) Suivi des trajectoires de 30 petits grains.

(b) Suivi des trajectoires de 30 gros grains.

FIGURE 7.23 – Observation des trajectoires des (a) petits grains et (b) gros grains pendant le processus de ségrégation. Chaque trait correspond à la position atteinte par ce grain dans la position de repos après une secousse. Les petits cercles indiquent la position initiale des grains et les gros leur position finale. Paramètres :  $\mu = 0,5$  ;  $e = 0,5$  ;  $I = 0,101$ .

Il faut garder à l'esprit qu'il ne s'agit pas des trajectoires physiques (les grains ont des trajectoires réelles bien plus étendues notamment pendant les secousses), mais des trajectoires secousse par secousse au fur et à mesure du processus de ségrégation.

L'observation de ces trajectoires semble indiquer que les grains subissent un mouvement erratique, avec une lente migration vers l'extérieur pour les gros grains et vers l'intérieur pour les petits. Sur ces trajectoires, il n'apparaît pas de mouvement de convection global avec de la recirculation, comme on peut l'observer dans le cas de l'effet noix du Brésil dans un récipient rectangulaire vibré verticalement. Ce résultat n'est pas surprenant car le champ de gravité, comme les perturbations, présentent une symétrie cylindrique. L'existence de rouleaux de convection pour expliquer la ségrégation dans les astéroïdes avait été suggérée par [Matsumura *et al.*, 2014] à la suite de simulations numériques dans un champ de pesanteur uniforme et des secousses verticales. Il n'était pas surprenant d'en retrouver dans une telle géométrie.

### 7.4.1.2 Amplitude et statistique des déplacements

Pour mieux quantifier l'importance de la vitesse de dérive par rapport au déplacement moyen sur une secousse des grains, nous pouvons observer les statistiques des déplacements. Pour chaque grain  $i$ , à chaque secousse numérotée par  $n_s$ , on détermine le déplacement

$$\vec{\delta}_i(n_s) = \vec{r}_i(n_s + 1) - \vec{r}_i(n_s) \quad (7.30)$$

de ce grain. La figure 7.24 présente la distribution de probabilité des normes des déplacements  $\delta$  ainsi calculées dans l'état stationnaire. Cette distribution est obtenue à partir de leur histogramme sur  $\bar{n}_s$  secousses. Par exemple :

$$\mathcal{P}_g(\delta) = \frac{\text{Nombre de gros grains } i \text{ tels que } \delta < \delta_i < \delta + \Delta\delta}{N_g \bar{n}_s \times \Delta\delta}. \quad (7.31)$$

Nous avons ajouté pour indication la distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann

$$\mathcal{P}_{\text{M-B}}(\delta) \equiv \frac{4}{\sqrt{\pi}} \left( \frac{\delta}{\delta^*} \right)^2 \exp \left[ - \left( \frac{\delta}{\delta^*} \right)^2 \right], \quad (7.32)$$

où  $\delta^*$  désigne la vitesse la plus probable (la position du maximum de la fonction  $\mathcal{P}$ ).

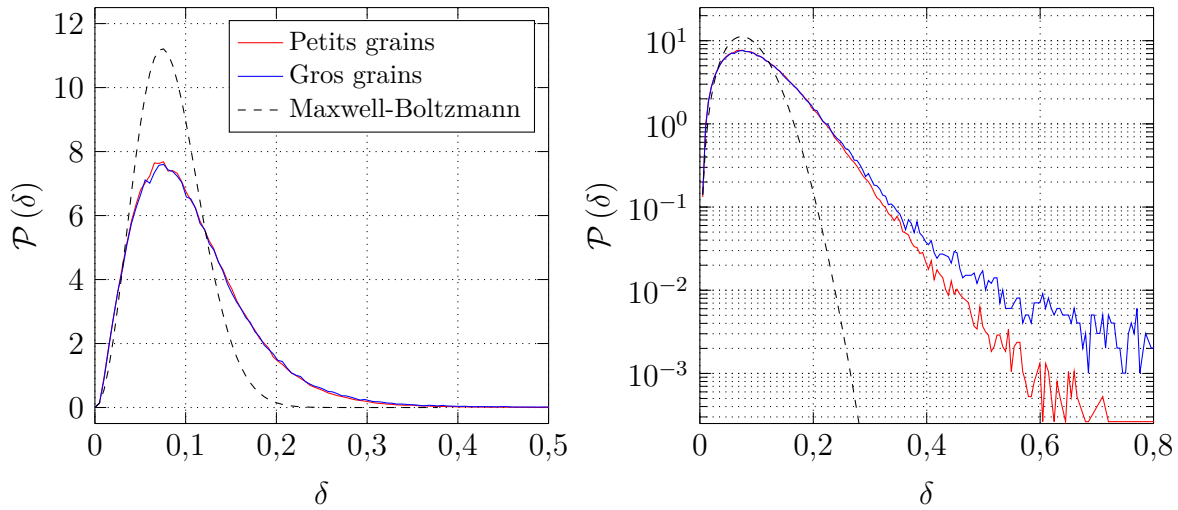


FIGURE 7.24 – Fonction de distribution de probabilité des déplacements  $\delta$  pour les petits grains (en rouge) et les gros (en bleu). Pour rappel, le diamètre d'un gros grain est de 1. La distribution de vitesses de Maxwell-Boltzmann est ajoutée en pointillés. Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,5$  ;  $e = 0,5$  ;  $I = 0,101$ .

Il apparaît que cette statistique est assez éloignée de la distribution de Maxwell-Boltzmann, attendue si la distribution des déplacements  $\delta_x$  ou  $\delta_y$  est gaussienne. En particulier, la distribution présente une statistique quasiment exponentielle pour les grands déplacements, attestant d'une probabilité relativement élevée de déplacements grands devant l'écart type. Une seconde observation est que la distribution obtenue dépend très peu de la nature des grains, les statistiques des gros et des petits grains étant presque confondues. On ne peut donc pas simplement modéliser les déplacements avec le formalisme du mouvement brownien (la masse des particules intervient dans l'équation de Langevin). Il faut enfin noter que la statistique des déplacements ne dépend pas non plus de l'instant considéré dans la simulation : elle est identique dans le régime transitoire et dans l'état ségrégué.

Le déplacement moyen d'un grain est de l'ordre de 0,1 – soit 1/10 du diamètre d'un gros grain. Il apparaît donc que celui-ci est bien supérieur à la migration des gros grains

vers l'extérieur, de l'ordre de  $R_{\text{ast}}/\tau \approx 10^{-3}$ . Le mouvement des gros grains au début de la simulation doit plutôt être vu comme un mouvement aléatoire avec une lente dérive vers l'extérieur, que comme un mouvement légèrement bruité vers l'extérieur.

On constate enfin que les grandes valeurs de déplacement sont plus probables pour les gros que pour les petits grains. Cela provient du fait que les grains situés à la surface de l'astéroïde sont beaucoup moins contraints dans leur déplacement et peuvent parcourir sur une seule secousse des distances supérieures à leur diamètre.

### 7.4.1.3 Corrélation temporelle des déplacements

On appellera ici improprement corrélation temporelle la corrélation d'une secousse à l'autre du déplacement des grains. Ainsi, à partir du déplacement  $\vec{\delta}_i(n_s)$  du grain  $i$  entre les secousses  $n_s$  et  $n_s + 1$ , on détermine la norme

$$\delta_i(n_s) = \left| \vec{\delta}_i(n_s) \right|, \quad (7.33)$$

et la déviation par rapport à un mouvement radial  $\theta_{\delta_i}(n_s)$  par rapport à la position du grain  $\vec{r}_i(n_s)$

$$\theta_{\delta_i}(n_s) = \arg(\vec{\delta}_i(n_s)) - \arg(\vec{r}_i(n_s)). \quad (7.34)$$

On calcule ensuite l'autocorrélation dans le temps (d'une secousse à l'autre) des déplacements

$$C_{i,\delta}(\mathbf{n}_s) = \sum_{n_s} \delta_i(n_s + \mathbf{n}_s) \delta_i(n_s), \quad (7.35)$$

que l'on moyenne ensuite sur l'ensemble des grains

$$C_{\delta}(\mathbf{n}_s) = \frac{1}{N} \sum_i C_{i,\delta}(\mathbf{n}_s). \quad (7.36)$$

Nous réalisons la même opération sur  $\theta_{\delta_i}(n_s)$  pour obtenir la corrélation dans le temps des directions  $C_{\theta_{\delta}}(\mathbf{n}_s)$ . L'évolution de ces fonctions d'autocorrélation en fonction du décalage temporel  $\mathbf{n}_s$  est présentée aux figures 7.25 et 7.26. La simulation a été faite pour  $\mu = 0,5$ ;  $e = 0,5$  et  $I = 0,101$ .

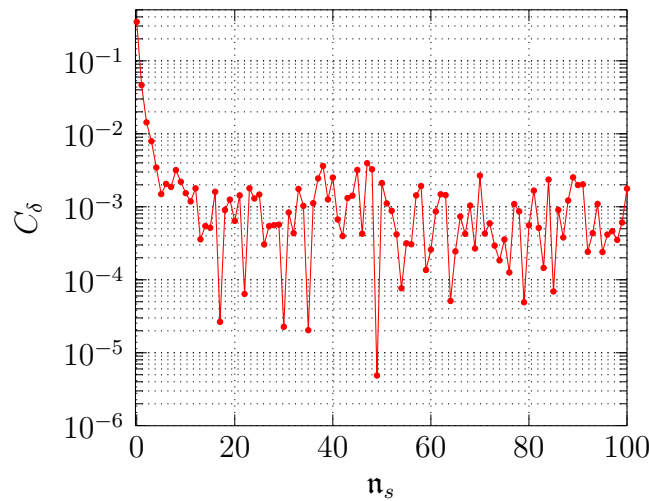


FIGURE 7.25 – Corrélation des normes des déplacements dans le temps.

On observe une légère corrélation des normes qui s'annule sur quelques secousses. Cela signifie que l'astéroïde garde au-delà d'une secousse la mémoire des déplacements antérieurs.

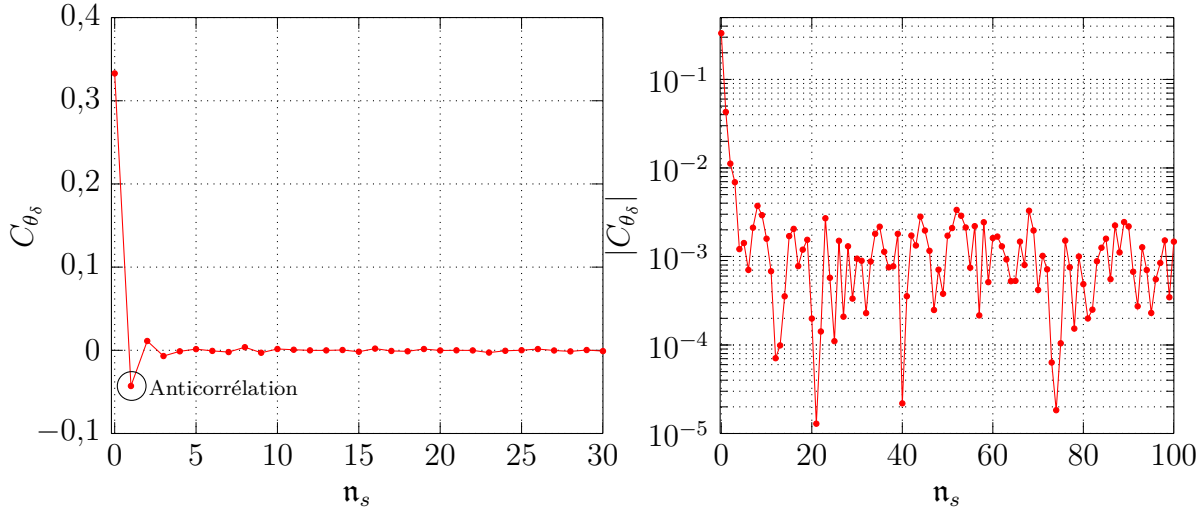


FIGURE 7.26 – Corrélation des orientations relatives des déplacements dans le temps pour un coefficient de frottement  $\mu = 0,5$ .

On observe une anticorrélation surprenante des orientations en fonction du temps. En effet, l'orientation de  $\theta_{\delta_i}(n_s)$  et  $\theta_{\delta_i}(n_s + 1)$  est en moyenne opposée, de façon significative.

L'origine de cette anticorrélation reste à élucider. Il semble qu'elle soit fortement corrélée à l'existence du frottement solide. En effet, l'évolution de la fonction d'autocorrélation angulaire en fonction du décalage temporel  $n_s$  pour un coefficient de frottement nul est présentée en figure 7.27.

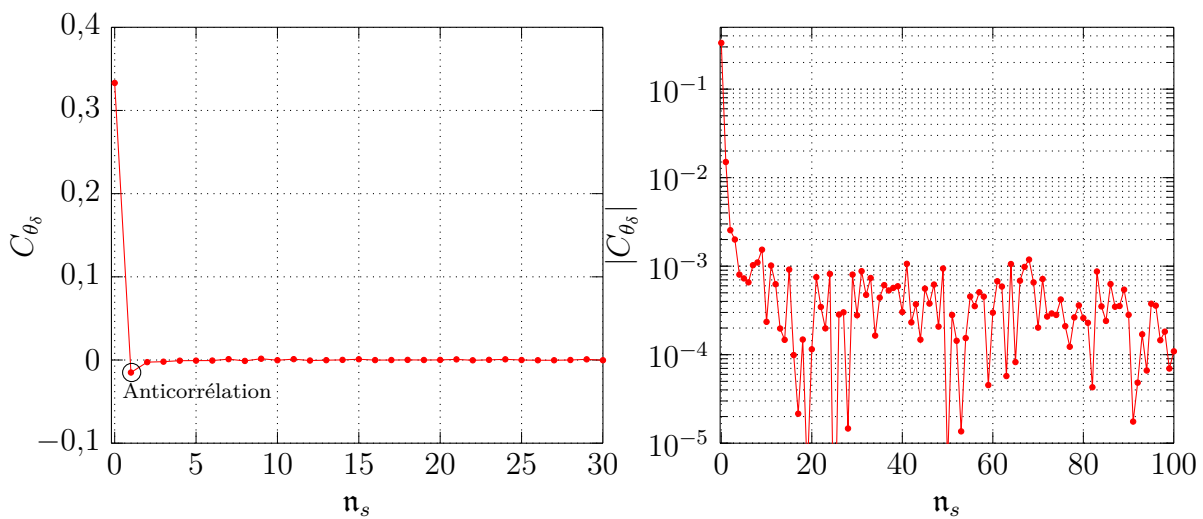


FIGURE 7.27 – Corrélation des orientations relatives des déplacements dans le temps pour un coefficient de frottement nul.

Nous voyons que l'anticorrélation est beaucoup plus faible, et s'atténue sur une distance identique : le système garde moins la mémoire des déplacements passés. Cependant, l'effet du frottement solide n'est pas trivial, car les contacts entre les grains sont rompus à chaque secousse.

De façon générale, cette corrélation dans le temps s'atténue et nous pouvons considérer qu'après dix secousses environ, ni l'amplitude ni l'orientation des déplacements ne sont corrélées. Pour quantifier l'« agitation » de l'astéroïde, nous utiliserons les déplacements sur dix secousses (notés  $\Delta_i$ ) qui ne seront pas corrélés dans le temps les uns aux autres :

$$\vec{\Delta}_i(n_s) = \vec{r}_i(n_s + 10) - \vec{r}_i(n_s). \quad (7.37)$$

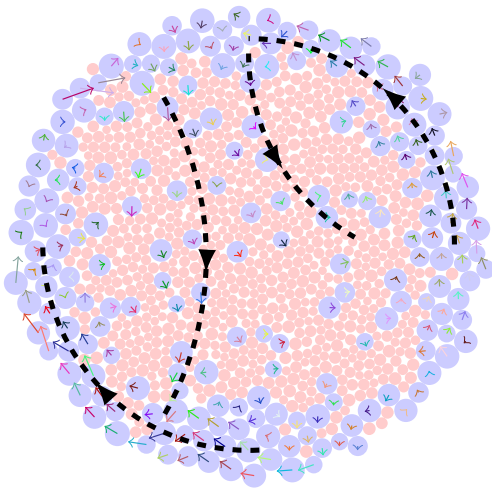
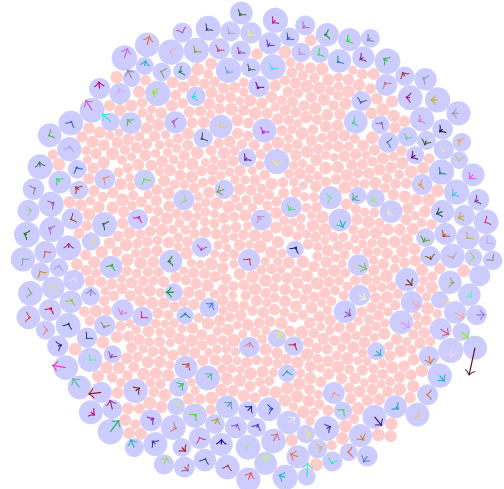
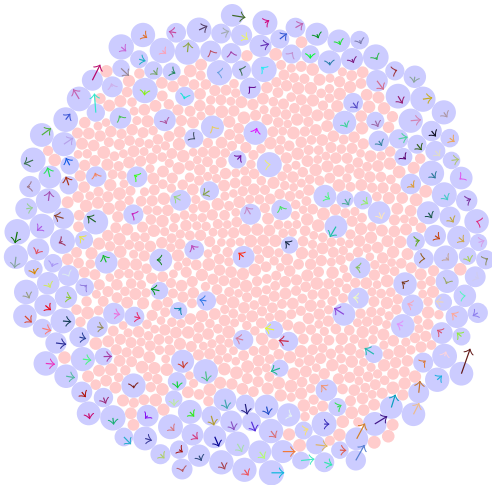
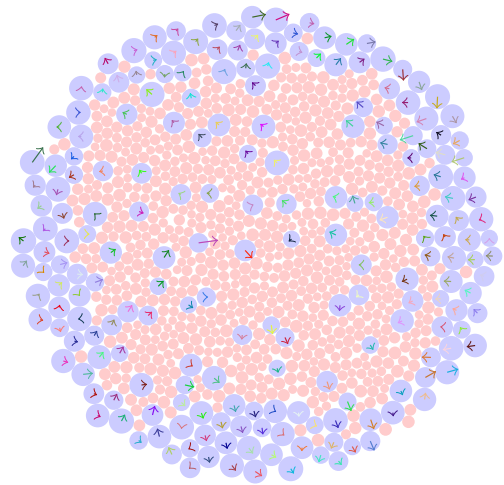
(a) Entre  $n_s = 1900$  et  $n_s = 1910$  secousses.(b) Entre  $n_s = 1910$  et  $n_s = 1920$  secousses.(c) Entre  $n_s = 1920$  et  $n_s = 1930$  secousses.(d) Entre  $n_s = 1930$  et  $n_s = 1940$  secousses.

FIGURE 7.28 – Vues successives des déplacements des gros grains sur 10 secousses. Quelques « lignes de courant » ainsi observées sont dessinées en (a) : elles indiquent la présence de déplacements d'ensemble des grains. Les flèches joignent les positions initiales et finales des grains.



#### 7.4.1.4 Agitation moyenne

Nous explorons maintenant plus en détail la façon dont l'astéroïde est agité. Comme nous l'avons vu, nous utilisons les déplacements sur 10 secousses. Quatre vues successives (toutes les dix secousses) d'un astéroïde sont proposées sur la figure 7.28.

Il apparaît que les déplacements des grains sont corrélés sur de grandes distances. En effet, des « lignes de courant » peuvent être établies sur des distances de l'ordre de la taille de l'astéroïde. Notons que, comme attendu, les positions de ces lignes de courant ne sont pas corrélées d'une image à une autre.

Dans un premier temps, nous avons souhaité quantifier l'« agitation » de l'astéroïde. Pour cela, nous avons moyenné la norme du déplacement sur dix secousses  $\Delta_i = |\vec{\Delta}_i|$  sur l'ensemble des grains de l'astéroïde. Les statistiques de déplacements sont identiques entre gros et petits grains et sont donc un bon estimateur de l'agitation de l'astéroïde.

L'évolution du déplacement moyen ainsi calculé  $\Delta_{\text{moy}}$  en fonction du coefficient de frottement  $\mu$  est présentée en figure 7.29. Nous retrouvons une évolution non monotone avec un minimum de déplacement pour des coefficients de frottement autour de 0,2. Cela évoque le comportement non-monotone que nous avons obtenu pour le temps caractéristique (voir figure 7.16b).

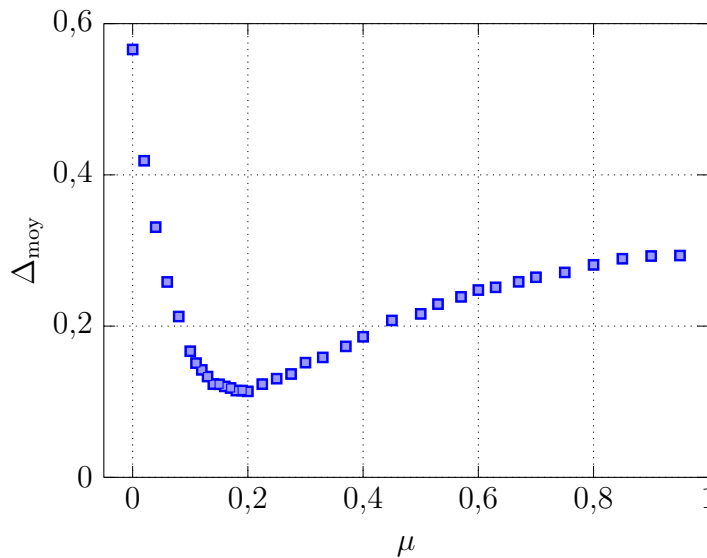


FIGURE 7.29 – Déplacement moyen sur dix secousses dans l'état stationnaire  $\Delta_{\text{moy}}$  en fonction du coefficient de frottement entre grains  $\mu$ . L'évolution non monotone peut être mise en rapport avec la dépendance du temps caractéristique de ségrégation en fonction de  $\mu$ .

Nous pouvons ainsi comparer le temps caractéristique de ségrégation à l'agitation moyenne de l'astéroïde. Les résultats obtenus sont présentés en figure 7.30. Nous avons mis sur ce graphique les résultats obtenus en faisant varier l'intensité des secousses et le coefficient de frottement. Nous n'avons pas ajouté les points obtenus lors de l'étude de l'influence du coefficient de restitution pour plus de clarté (ils sont concentrés à des valeurs de  $\tau$  et  $\Delta_{\text{moy}}$  proches).

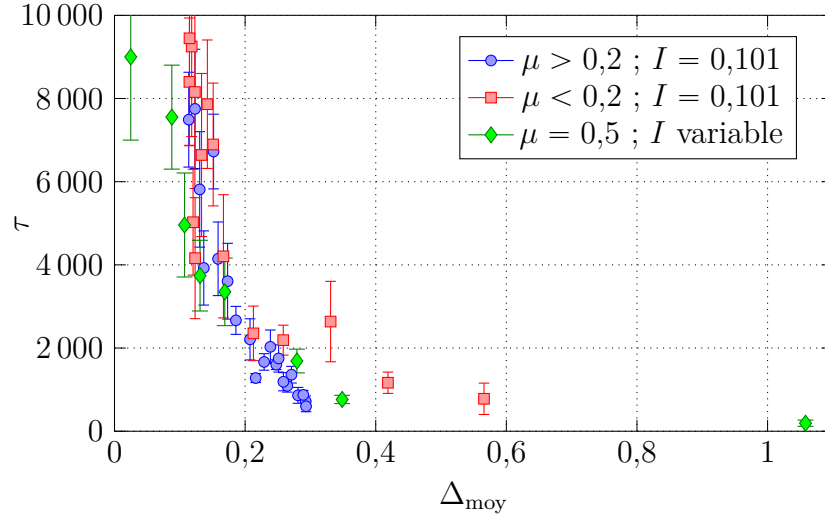


FIGURE 7.30 – Temps caractéristique de ségrégation en fonction du déplacement moyen sur dix secousses dans l'état stationnaire  $\Delta_{\text{moy}}$ . Pour plus de clarté, les simulations pour lesquelles le coefficient de restitution change ne sont pas ajoutées sur le graphique.

La corrélation entre l'« agitation » de l'astéroïde, c'est-à-dire le déplacement moyen des grains sur dix secousses, et le temps caractéristique de ségrégation est très nette. Ceci n'est pas évident, car  $\Delta_i$  est bien supérieur à la dérive moyenne vers l'extérieur des gros grains sur 10 secousses. Cependant, l'agitation des grains ne permet pas de prédire rigoureusement la rapidité de la ségrégation : des simulations où le déplacement moyen est du même ordre peuvent avoir des temps caractéristiques de ségrégation variant du simple au triple.

#### 7.4.1.5 Corrélations spatiales

Sur la figure 7.28, nous observons une corrélation spatiale des déplacements sur de grandes distances. Pour obtenir une longueur de corrélation caractéristique de ces déplacements, nous avons choisi de déterminer la corrélation des orientations  $\vec{\Delta}_i/\Delta_i$  dans les directions normales et tangentielles au déplacement d'un grain donné.

Pour un grain de déplacement  $\Delta_i$ , nous repérons la direction  $\mathcal{T}_i$  longitudinale à son déplacement et la direction  $\mathcal{N}_i$  transverse à son déplacement. Nous repérons ensuite les grains situés proches de ces deux axes. Ces fonctions de corrélations sont sommées sur l'ensemble des grains. Les coordonnées transverse  $\mathcal{N}_i$  et longitudinale  $\mathcal{T}_i$  associées à un grain  $i$  sont schématisées en figure 7.31. Autrement dit :

$$C_{\Delta_i\Delta_j}(\mathcal{T}) = \sum_i \sum_{\substack{j \neq i \\ |\mathcal{N}_i(j)| < \text{seuil} \times R_i \\ \mathcal{T} < \mathcal{T}_i(j) < \mathcal{T} + \Delta\mathcal{T}}} \frac{\vec{\Delta}_i \cdot \vec{\Delta}_j}{\Delta_i \Delta_j}, \quad (7.38)$$

$$C_{\Delta_i\Delta_j}(\mathcal{N}) = \sum_i \sum_{\substack{j \neq i \\ |\mathcal{T}_i(j)| < \text{seuil} \times R_i \\ \mathcal{N} < \mathcal{N}_i(j) < \mathcal{N} + \Delta\mathcal{N}}} \frac{\vec{\Delta}_i \cdot \vec{\Delta}_j}{\Delta_i \Delta_j}. \quad (7.39)$$

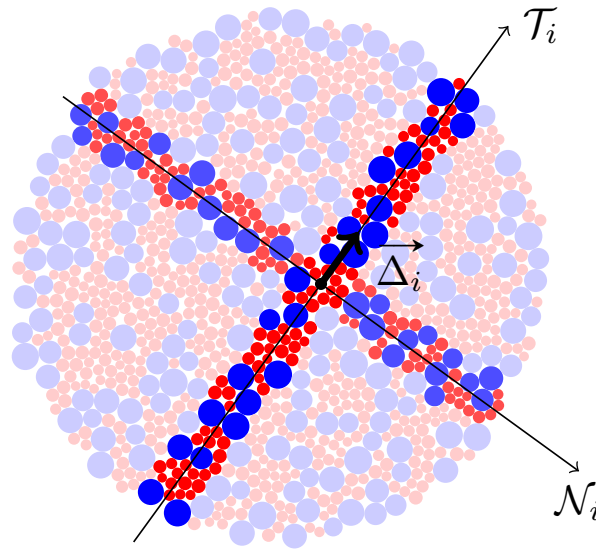


FIGURE 7.31 – Schéma des directions transverse et longitudinale : pour une particule  $i$  (en noir) de déplacement  $\Delta_i$ , nous repérons la direction  $\mathcal{T}_i$  longitudinale à son déplacement et la direction  $\mathcal{N}_i$  transverse à son déplacement. Nous repérons ensuite les grains situés proches de ces deux axes. Les particules ainsi considérées pour le calcul des corrélations sont foncées.

Les courbes donnant les corrélations de déplacements dans les directions transverse et longitudinale sont présentées en figure 7.32 et 7.33.

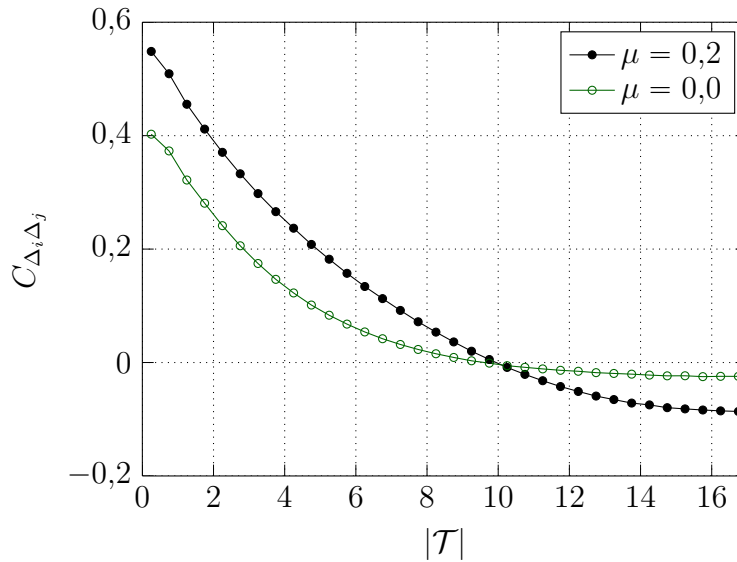


FIGURE 7.32 – Corrélation du déplacement dans la direction longitudinale. L'unité de longueur est telle que le diamètre d'un gros grain vaut 1, le rayon de l'astéroïde est environ 11.

Nous voyons une très nette corrélation positive le long du déplacement du grain. Elle

devient légèrement négative à des grandes distances, supérieures au rayon de l'astéroïde. Le comportement obtenu est logique : lorsqu'un grain se déplace, il va déplacer celui qui le précède, et ainsi de suite. La position du zéro de cette fonction dépend très faiblement des paramètres de la simulation, et est de l'ordre du rayon de l'astéroïde. Une information analogue peut également être apportée par la mesure de la pente de la courbe près de l'origine.

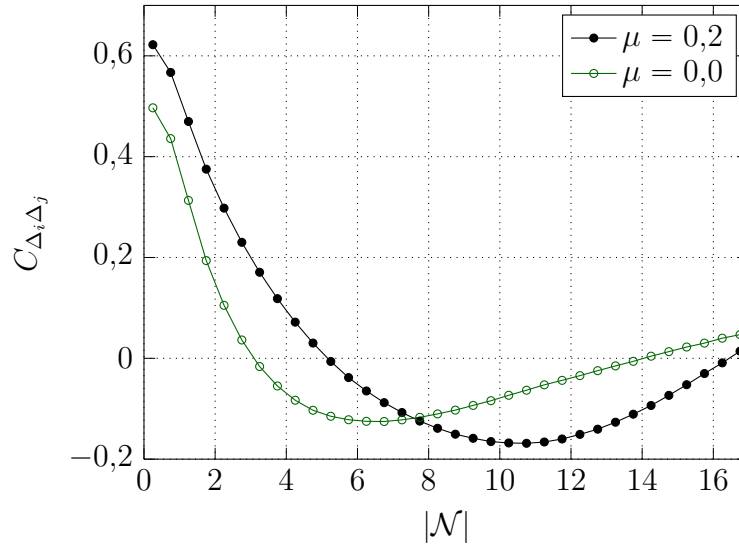


FIGURE 7.33 – Corrélation du déplacement dans la direction transverse. L'unité de longueur est telle que le diamètre d'un gros grain vaut 1, le rayon de l'astéroïde est environ 11.

La dépendance de la corrélation des déplacements dans la direction transverse est plus intéressante physiquement. Lorsque la distance transverse au grain est assez petite, nous voyons une forte corrélation positive de la vitesse des grains. La distance sur laquelle cette corrélation existe varie très fortement d'une simulation à une autre. L'existence de valeurs négatives de corrélation est nécessaire pour assurer la conservation de la masse dans les mouvements au sein de l'astéroïde. Le repérage du zéro ou du minimum de la fonction  $C_{\Delta_i \Delta_j}(\mathcal{N})$  permet de remonter à une « taille d'agrégat » caractéristique.

Nous calculons le minimum de la fonction de corrélation en réalisant une interpolation à trois points (le minimum et ses deux voisins). Nous obtenons le zéro en interpolant avec les deux points situés de part et d'autre de l'annulation.

L'évolution du minimum  $\ell_c$  et du zéro  $\ell_0$  de la fonction  $C_{\Delta_i \Delta_j}(\mathcal{N})$  en fonction du coefficient de frottement  $\mu$  est présentée sur la figure 7.34.

L'évolution du zéro et du minimum de la fonction  $C_{\Delta_i \Delta_j}(\mathcal{N})$  est identique. Nous retrouvons un comportement non monotone, avec un extremum situé à  $\mu = 0,2$ , soit la valeur de friction correspondant au minimum d'agitation  $\Delta_{\text{moy}}$  et au maximum de temps caractéristique de ségrégation  $\tau$ .

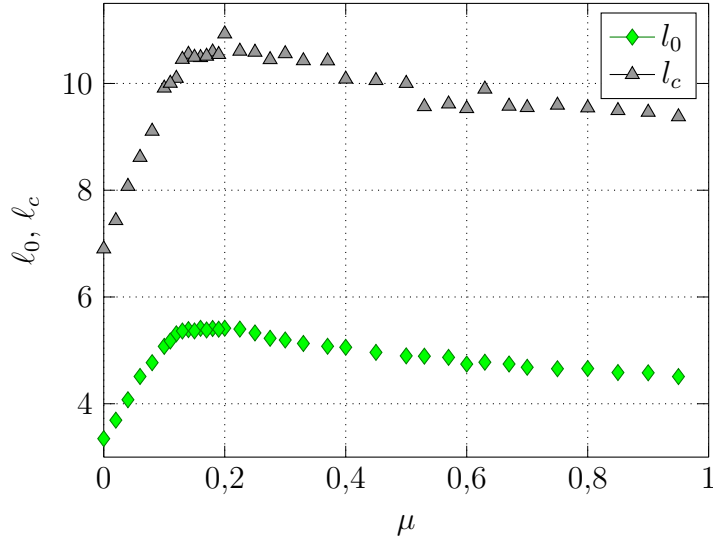


FIGURE 7.34 – Évolution du zéro  $\ell_0$  et du minimum  $\ell_c$  de la fonction  $C_{\Delta_i, \Delta_j}(\mathcal{N})$  en fonction du coefficient de frottement  $\mu$ .

Il paraît plus difficile d’interpréter ce résultat qui semble contradictoire avec la dynamique de ségrégation présentée en figure 7.16b. En effet, une grande longueur de corrélation indique des déplacements d’ensemble, donc on pourrait s’attendre à une ségrégation plus rapide. Il faut cependant remarquer que les variations de cette taille d’agrégat sont plus faibles que celle de l’agitation : nous pouvons émettre l’hypothèse que le temps caractéristique de ségrégation résulte d’une compétition entre agitation de l’astéroïde et corrélation de déplacement des gros grains.

Cependant, l’influence de cette longueur de corrélation des déplacements sur la dynamique et l’efficacité de la ségrégation nécessite d’être explorée plus en détail. En particulier, la manière d’analyser l’existence de ces mouvements collectifs est assez naïve, nous pourrions analyser les corrélations de vitesses le long des « lignes de courant ».

## 7.4.2 Pression de déplétion

Nous avons vu au chapitre 1 que l’apparition d’un effet de pression de déplétion était pertinente pour comprendre la ségrégation dans une couche bidimensionnelle vibrée [Melby *et al.*, 2007]. Nous souhaitons évaluer l’importance de ce mécanisme, en particulier pour expliquer l’apparition de l’instabilité secondaire azimuthale. En effet, si l’on envisage les déplacements des grains comme aléatoires, le mouvement des petits grains peut être vu comme une force homogène, isotrope et de moyenne nulle agissant sur les gros. Lorsque deux gros grains sont proches, les petits grains ne peuvent pas pénétrer dans l’intervalle entre les gros, il résulte de cette agitation une force attractive entre les grains.

Pour caractériser le rassemblement des gros grains, nous définissons la fonction de corrélation de paire des gros grains. Elle détermine la probabilité de trouver un gros grain à une distance  $r$  d’un autre, pondérée par le nombre de gros grains. Nous la calculons

numériquement ainsi

$$C_{gg}(r) = \frac{1}{N_g} \sum_{i \text{ gros}} \frac{\text{Nombre de gros grains } j \text{ tels que } r < R_{ij} < r + \Delta r}{\text{Nombre de grains } j \text{ tels que } r < R_{ij} < r + \Delta r}, \quad (7.40)$$

où  $R_{ij} = r_{ij} - R_i - R_j$  la distance entre les grains soustraite des rayons des deux grains. La fonction de corrélation de paire ne différencie pas ségrégation radiale et azimutale, mais ne fait que caractériser la capacité des gros grains à se regrouper. L'évolution de cette fonction en fonction de la distance entre les grains  $r$  est présentée sur la figure 7.35a à l'instant initial, et sur la figure 7.35b après 7800 secousses.

À l'état initial, les gros grains ne sont pas corrélés entre eux : la fonction de corrélation de paire des gros grains est égale à 0,2 qui est la fraction en nombre de gros grains (voir figure 7.35a). Au fur et à mesure du processus de ségrégation, il apparaît une corrélation : les gros grains sont préférentiellement entourés de gros grains.

Cette fonction peut être ajustée par une exponentielle décroissante, avec un très bon accord :

$$C_{gg}(r) = C_\infty + C_{\max} \exp\left(-\frac{r}{L}\right). \quad (7.41)$$

L'ajustement est ajouté sur la figure 7.35b.

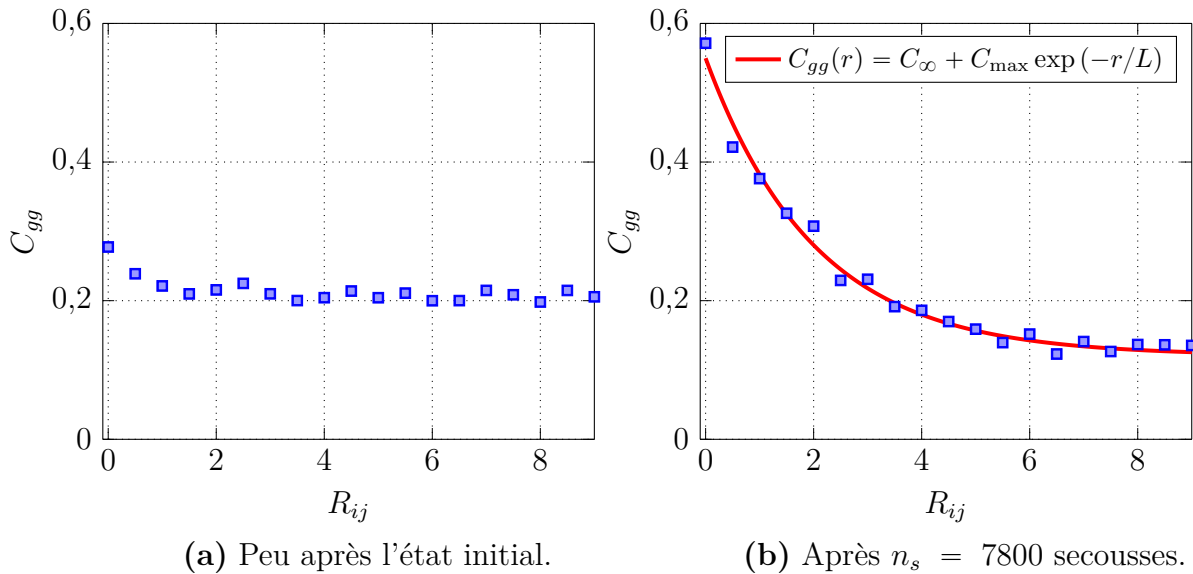


FIGURE 7.35 – Fonction de corrélation de paire de gros grains (a) après 10 secousses et (b) après 7800 secousses. Un ajustement exponentiel décroissant est ajouté en trait plein en (b). Paramètres de la simulation :  $e = 0,5$  ;  $\mu = 0,95$  ;  $\alpha = 0,5$  et  $I = 0,101$ .

Il est intéressant de suivre l'évolution des paramètres d'ajustement  $C_{\max}$  et  $L$  en fonction du nombre de secousses pour voir si ceux-ci sont corrélés ou non à l'apparition de l'instabilité secondaire azimutale.

L'évolution de ceux-ci pour la simulation présentée figure 7.20 est présentée aux figures 7.36 et 7.37.

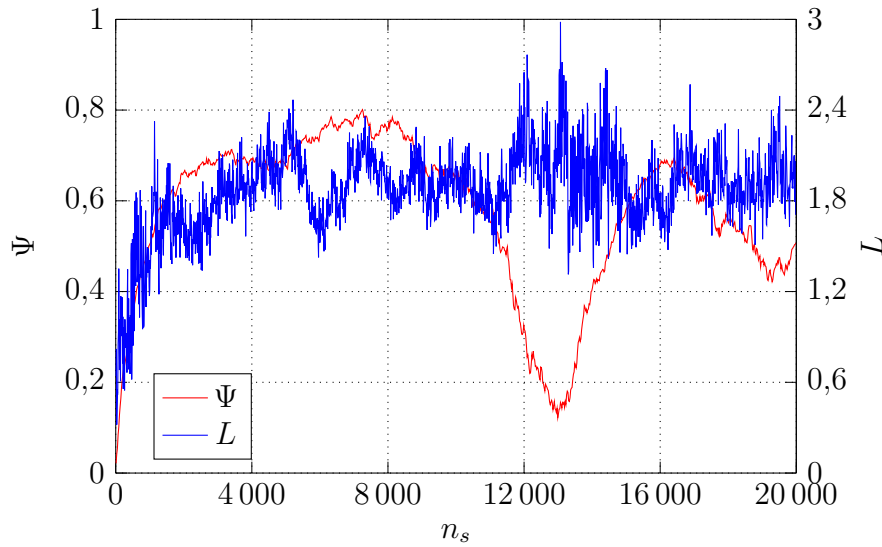


FIGURE 7.36 – Longueur de corrélation  $L$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ . Le taux de ségrégation est également représenté. Nous rappelons que le diamètre d'un gros grain est de 1.

L'augmentation de la longueur de corrélation entre les grains au début du processus de ségrégation est très nette. Cela est logique, car les grains s'accumulent à la surface de l'astéroïde, ils sont en contact entre eux. Lorsqu'intervient la ségrégation azimutale, aux alentours de  $N = 13\,000$  secousses, on n'observe pas de variation notable dans la longueur de corrélation. L'augmentation de la longueur de corrélation ne semble donc pas être un moteur de la ségrégation azimutale.

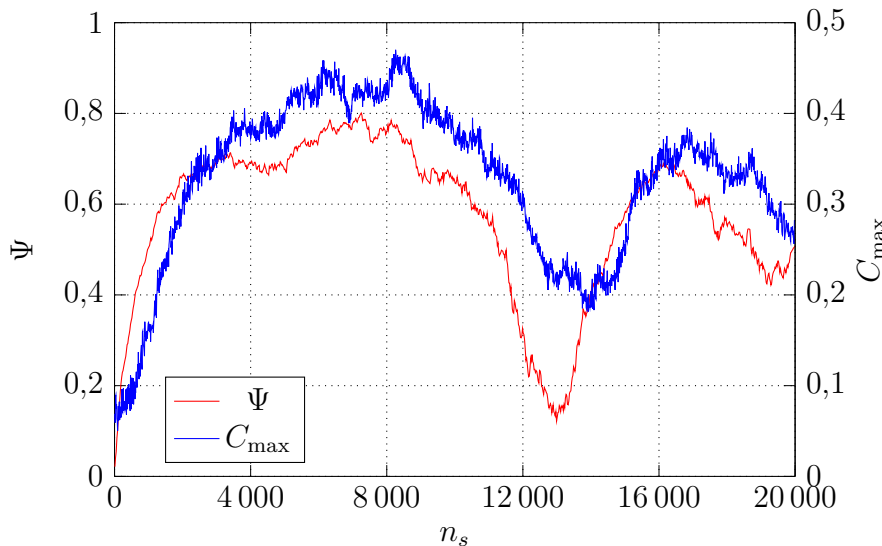


FIGURE 7.37 – Maximum de corrélation  $C_{\max}$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ . Le taux de ségrégation est également représenté.

Le maximum de la fonction de corrélation est très corrélé au degré de ségrégation,

mais semble posséder un retard sur ce dernier. Nous n'avons pas réussi à expliquer pour le moment ces observations.

Il est difficile d'avoir une interprétation plus quantitative des valeurs de l'amplitude et de la longueur de corrélation. En effet, pour les colloïdes, la fonction de corrélation attendue est :

$$G(r) \propto \exp \left[ -\frac{P}{k_B T} V_{\text{ex}} \right], \quad (7.42)$$

où  $V_{\text{ex}}$  désigne le volume exclu qu'il est possible de déterminer explicitement. Ici, la pression et la température ne sont pas correctement définies, en particulier il n'est pas évident que les déplacements  $\delta$ , dont nous avons étudié les statistiques au 7.4.1.2, puissent être modélisés par un formalisme directement issu de la thermodynamique (d'autant plus que l'amplitude des déplacements  $\delta$  ne dépend pas de leur masse, par exemple). De plus, le maximum de la fonction de corrélation est très fortement corrélé au degré de ségrégation, au contraire des statistiques des déplacements.

## 7.5 Simulations d'astéroïdes à trois dimensions

Nous avons également brièvement entrepris des simulations d'astéroïdes en 3 dimensions. Nous avons réalisé des simulations d'un astéroïde de 30 000 particules sur quelques centaines de secousses. Des vues de cet astéroïde à l'instant initial sont présentées sur la figure 7.38.

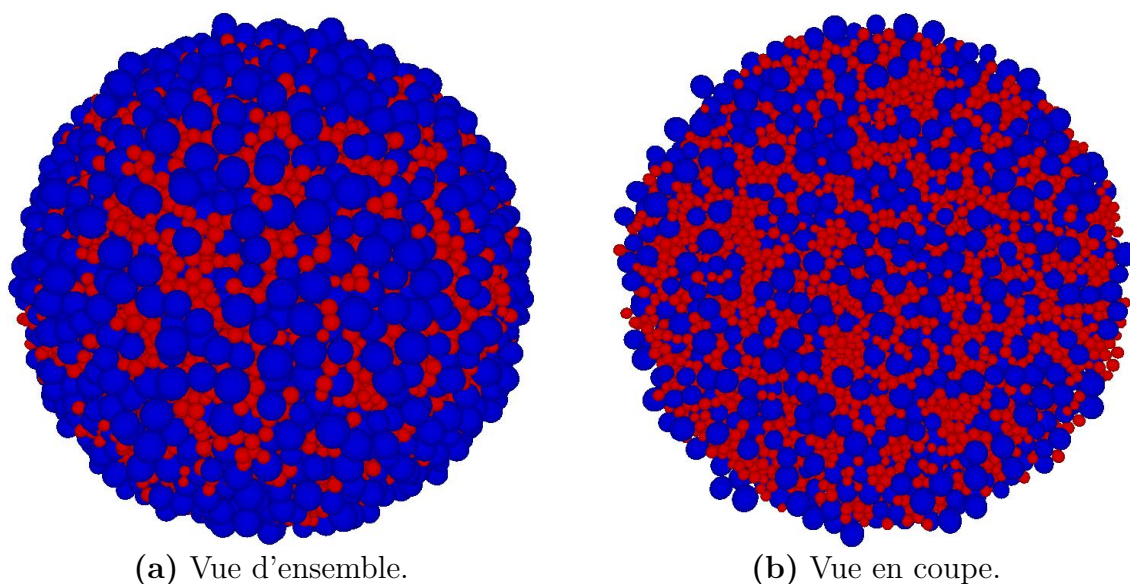


FIGURE 7.38 – (a) Vue d'ensemble et (b) vue en coupe d'un astéroïde sphérique ainsi simulé, dans l'état initial.

Une vue d'ensemble et une vue en coupe de cet astéroïde après  $n_s = 200$  secousses sont présentées sur la figure 7.39. Comme à deux dimensions, nous observons une très nette ségrégation : les gros grains s'accablent sur la surface de l'astéroïde.



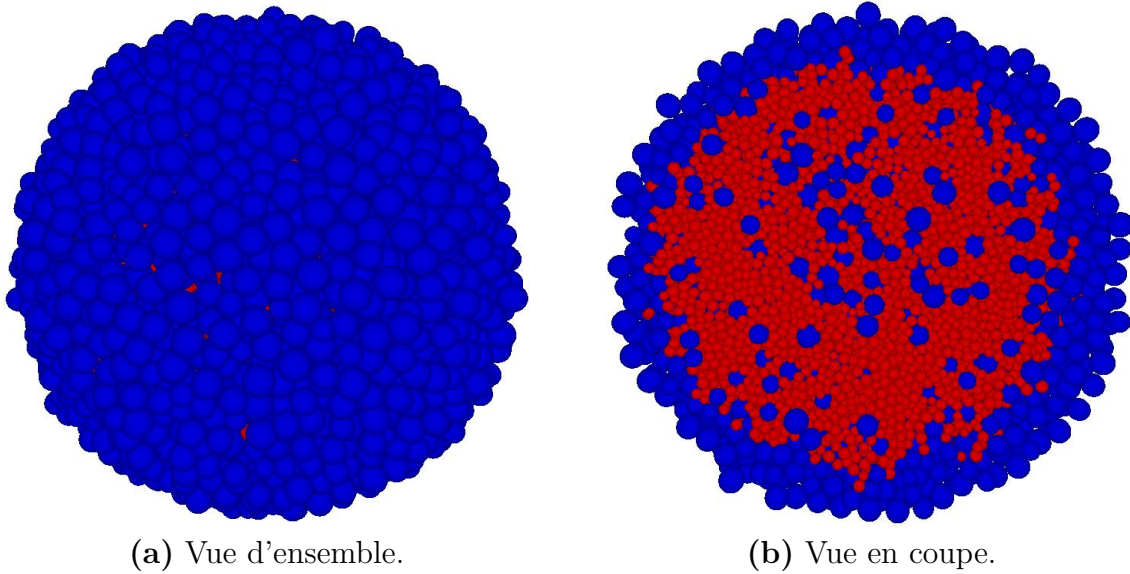


FIGURE 7.39 – (a) Vue d'ensemble et (b) vue en coupe d'un astéroïde sphérique ainsi simulé, après  $n_s = 200$  secousses. Paramètres de la simulation :  $\mu = 0,5$  ;  $e = 0,5$  et  $I = 0,43$ . Le nombre de particules est  $N = 30\,000$  particules.

Pour quantifier l'évolution de la ségrégation au cours du temps, nous définissons comme nous l'avons fait à deux dimensions un degré de ségrégation. Rappelons que celui-ci est le rapport entre la distance moyenne au centre des grains et la distance moyenne au centre de tous les grains, et que le degré de ségrégation normalisé – que l'on note  $\Psi$  – est défini par rapport au degré de ségrégation maximal  $\psi_{\max}$  qu'il est possible d'atteindre. L'évolution de  $\Psi$  pour des simulations à intensité de secousse variable est présenté en figure 7.40.

On constate la croissance de  $\Psi$  vers un état saturé mais son évolution n'est pas modélisable de façon satisfaisante par une exponentielle croissante. Nous constatons également que les courbes sont beaucoup plus lisses. Par ailleurs, les intensités des secousses nécessaires à l'observation d'une ségrégation efficace sont bien supérieures (de l'ordre de 0,4). Dans ce cas, la ségrégation est très rapide et se produit en une centaine de secousse. Cependant, la comparaison avec le cas bidimensionnel est limitée car le nombre de grains est différent (bien que l'astéroïde ait la même taille, environ 11 diamètres de gros grains).

Par manque de temps, nous n'avons pas pu explorer de façon plus exhaustive l'espace des paramètres. Il est à noter également que le temps de calcul nécessaire pour réaliser un grand nombre de secousses est très important du fait du grand nombre de grains : il a fallu environ 3 mois pour réaliser les courbes de la figure 7.40, contre une journée pour un nombre équivalent de secousses et 1000 particules à deux dimensions.

Nous voyons que la ségrégation est d'autant plus rapide que l'intensité des secousses est élevée. Les courbes apparaissent moins bruitées malgré la grande amplitude des secousses.

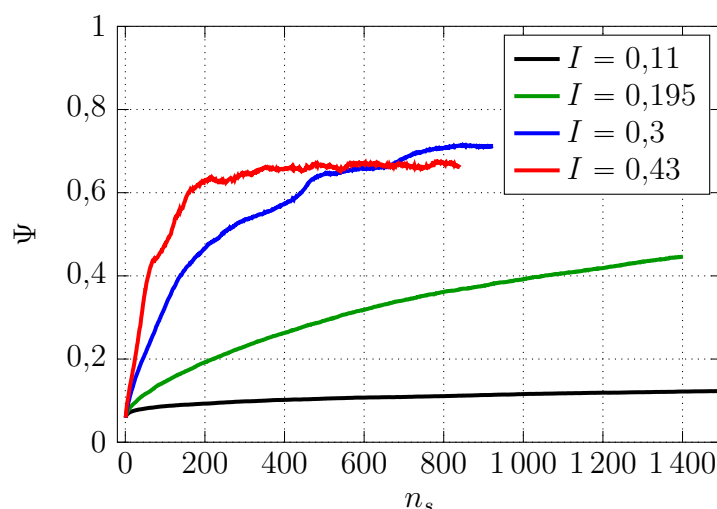


FIGURE 7.40 – Évolution du degré de ségrégation normalisé  $\Psi$  en fonction du nombre de secousses  $n_s$ , pour plusieurs intensités de secousses  $I$ .

## 7.6 Conclusion

Pour conclure, nous avons obtenu de nombreux résultats importants et intéressants sur la ségrégation granulaire au sein des agrégats gravitationnels.

Nous avons simulé un astéroïde composé de grains dont les interactions sont calculées par un code de dynamique moléculaire à sphères molles, et dont la cohésion est assurée par un champ gravitationnel radial. Nous avons modélisé les différentes perturbations que peut subir un astéroïde au cours de son histoire par des secousses radiales causant l'expansion de l'astéroïde.

Le phénomène de ségrégation granulaire a pu ainsi être reproduit dans cette géométrie. Il est particulièrement efficace près du centre de l'astéroïde, tandis que les gros grains s'accumulent sur l'extérieur de celui-ci. Pour quantifier la ségrégation granulaire, nous avons défini le taux de ségrégation comme le rapport entre la distance moyenne au centre des gros grains et la distance moyenne au centre de tous les grains. Celui-ci suit au cours du régime transitoire une évolution compatible avec une montée exponentielle vers un état saturé, forme fréquemment rencontrée dans la littérature pour d'autres situations où se produit la ségrégation.

Nous avons testé l'impact de la variation de plusieurs paramètres physiques et numériques sur la dynamique de la ségrégation :

- l'intensité des secousses a un fort impact : une augmentation de celle-ci accélère la ségrégation. Par contre, lorsque les secousses sont trop importantes, l'état stationnaire est très bruité et la ségrégation est moins efficace.
- Le coefficient de restitution a une faible influence, tant sur la rapidité que sur l'efficacité de la ségrégation.
- Le frottement solide a un effet très fort. Un coefficient de frottement plus élevé implique une ségrégation plus efficace. Sur la rapidité de ségrégation, nous avons mis en évidence un comportement intéressant, où le temps caractéristique croît

avec le frottement dans un premier temps, pour atteindre un maximum, avant de décroître de nouveau.

- L'influence de la répartition entre gros et petits grains est assez faible et il est difficile de mettre en évidence une tendance, tant sur l'efficacité de la ségrégation que sur sa rapidité.

Un résultat important de ces études préliminaires est que nous observons toujours la ségrégation, quels que soient les paramètres physiques d'interaction entre grains, l'intensité des secousses, la répartition entre gros et petits grains, ou la taille de l'astéroïde. Nous arrivons également à reproduire le phénomène à trois dimensions.

Il apparaît également une instabilité secondaire azimutale, où l'on observe la formation de lobes de gros grains regroupés. Les conditions d'apparition de cette instabilité ainsi que son évolution au cours du temps restent à élucider.

Nous avons exploré les mécanismes possibles de la ségrégation granulaire observée. Tout d'abord, il n'existe pas de pas de rouleaux de convection avec une recirculation de grains le long de trajectoires bien définies dans nos simulations. Nous avons ensuite caractérisé l'agitation au sein de l'astéroïde et montré que celle-ci était fortement corrélée au temps caractéristique de ségrégation. Par ailleurs, les déplacements des grains au fur et à mesure des secousses sont corrélés sur une taille d'agrégat caractéristique. La relation entre celle-ci et la dynamique de ségrégation reste à explorer.

Nous avons enfin cherché à mettre en évidence l'existence d'un effet de pression de déplétion, en calculant la fonction de corrélation de paires de gros grains. L'augmentation de la longueur de corrélation entre les gros grains ne semble pas être un moteur de la ségrégation azimutale.

Cette thèse a permis de mettre en évidence de nombreux comportements intéressants et soulève de nombreuses perspectives qui seront explorées dans une prochaine thèse.

## 7.7 Perspectives de ce travail

Nous souhaiterions balayer de façon plus exhaustive l'espace des paramètres. En particulier, les comportements intéressants et contre-intuitifs que nous avons observés pour la dynamique de ségrégation en fonction du coefficient de frottement méritent d'être explorés plus en détails. L'existence (et la valeur) du minimum de vitesse de ségrégation en fonction du coefficient de frottement, selon l'intensité des secousses, la proportion des gros grains ou la taille de l'astéroïde, est à explorer.

Nous avons vu que la ségrégation était un phénomène robuste qui se produisait pour tous les paramètres physiques et numériques que nous avons testés. Nous aimerions cependant mieux comprendre les mécanismes à l'œuvre lors du processus de ségrégation. En particulier, des simulations seront conduites pour élucider l'origine de l'instabilité secondaire azimutale, ainsi que les paramètres pour laquelle elle se produit. Ceci est d'un grand intérêt scientifique pour comprendre l'apparence des petits corps du système solaire.

Nous aimerions enfin modéliser des perturbations plus réalistes de l'astéroïde : en particulier l'impact des collisions ou des forces de perturbation non radiales (comme la force d'inertie d'entraînement liée à la rotation propre de l'astéroïde ou les forces de marées dues à la proximité d'un astre massif). Nous pourrions également modéliser des astéroïdes non sphériques : il existe des codes de dynamique moléculaire adaptés à la modélisation

d'interactions à longue portée comme la force gravitationnelle. La comparaison avec ce type de simulations pourra être très instructive.



# Conclusion

*Il faut toujours se réserver le droit de rire le lendemain de ses idées de la veille.*

---

Napoléon BONAPARTE.

Nous avons exploré au cours de cette thèse deux aspects de la dynamique d'un milieu granulaire.

La partie II était dédiée à l'étude de l'instabilité de tôle ondulée. Nous avons d'abord entrepris une étude détaillée de celle-ci sur un milieu granulaire humide au chapitre 4. Lorsqu'un lit granulaire est soumis aux passages répétés d'une roue rigide soumise uniquement à son propre poids, à vitesse constante, des rides de tôle ondulée peuvent apparaître. L'amplitude de ce motif croît exponentiellement, ce qui permet d'obtenir le taux de croissance de l'instabilité. Il a ainsi été possible d'obtenir la vitesse critique du phénomène.

Numériquement, nous avons utilisé un état initial identique pour toutes les simulations. En imposant la vitesse horizontale d'une roue soumise uniquement à son poids, à la surface du lit de grain, nous avons pu reproduire des rides de tôle ondulée. L'amplitude du motif de tôle ondulée en régime stationnaire suit une évolution en racine carrée de l'écart à la vitesse critique, permettant d'en obtenir la valeur numérique.

Les conclusions ainsi apportées par cette étude expérimentale et numérique sur la vitesse critique, la longueur d'onde et les temps de croissance sont identiques. L'ajout de cohésion induit une nette diminution de la vitesse critique et de la longueur d'onde du motif. Par contre, l'ajout de cohésion induit une augmentation significative du temps de croissance du motif, ce qui est en accord avec les observations de terrain, suggérant que l'épandage d'hydrocarbures ou de chlorure de calcium espaçait les passages de bulldozer nécessaires pour remodeler la piste.

Nous avons ensuite entrepris l'étude de l'instabilité de tôle ondulée sur un fluide à seuil : un gel de carbopol dont nous pouvons caractériser les propriétés rhéologiques. Celui-ci conserve sa forme en l'absence de contrainte et est donc un bon candidat pour

l'étude de l'instabilité de tôle ondulée et la mise en évidence de la croissance d'un motif au fur et à mesure des passages répétés des véhicules.

Des rides de tôle ondulée peuvent aussi se former sur un fluide à seuil. Elles se développent de façon exponentielle à une longueur d'onde bien définie à partir du bruit ambiant. Nous avons également mis en évidence l'existence d'une vitesse critique au-delà de laquelle le motif se développe. Par contre, il y a une différence importante avec l'instabilité sur les milieux granulaires : en dessous de la vitesse critique, une perturbation existante n'est pas lissée.

Les résultats ainsi obtenus sont intéressants et très prometteurs. Le dispositif sur les fluides à seuil permettra d'étudier la dépendance de la vitesse critique, de la longueur d'onde et des taux de croissance en fonction des propriétés du gel et de la roue. Nous souhaitons également mieux comprendre le régime à basse vitesse observé pour mieux caractériser la transition état lisse / état ondulé. Nous pourrions ensuite adopter des approches analytiques (par des mesures de forces sur la roue par exemple) pour mieux comprendre les évolutions ainsi observées.

La partie III était dédiée à l'étude numérique de la ségrégation granulaire au sein des agrégats gravitationnels.

Nous avons simulé un astéroïde composé de grains dont les interactions sont calculées par un code de dynamique moléculaire à sphères molles, et dont la cohésion est assurée par un champ gravitationnel radial. Nous avons modélisé les différentes perturbations que peut subir un astéroïde au cours de son histoire par des secousses radiales causant l'expansion de l'astéroïde.

La ségrégation granulaire a pu être ainsi reproduite, elle est particulièrement efficace près du centre de l'astéroïde, tandis que les gros grains s'accumulent sur l'extérieur de celui-ci. La dynamique de la ségrégation suit une évolution compatible avec une montée exponentielle vers un état saturé. Un résultat important de ces études préliminaires est que nous observons toujours la ségrégation, quels que soient les paramètres physiques et numériques de la simulation. Nous arrivons également à la reproduire à trois dimensions.

Ces travaux ont permis de tester l'impact de la variation de plusieurs paramètres physiques et numériques sur la dynamique de la ségrégation. Tout d'abord, l'intensité des secousses a un fort impact : une augmentation de celle-ci accélère la ségrégation. Par contre, lorsque les secousses sont trop importantes, l'état stationnaire est très bruité et la ségrégation est moins efficace. Ensuite, le coefficient de restitution a une faible influence. Par contre, l'effet du frottement solide est très fort. Un coefficient de frottement plus élevé implique une ségrégation plus efficace. Par ailleurs, le temps caractéristique de ségrégation possède une dynamique contre-intuitive et intéressante : il croît avec le frottement dans un premier temps, pour atteindre un maximum, avant de décroître de nouveau. Nous avons enfin testé l'influence de la répartition entre gros et petits grains. L'effet de celle-ci est assez faible et on observe la ségrégation dans toutes les configurations.

Il apparaît également une instabilité secondaire azimutale au fur et à mesure de l'évolution de l'astéroïde, où l'on observe la formation de lobes de gros grains regroupés. Les conditions d'apparition de cette instabilité ainsi que son évolution au cours du temps restent à élucider.

Nous avons enfin exploré les mécanismes possibles de la ségrégation granulaire ob-

servée. Tout d'abord, il n'existe pas de rouleaux de convection au sein de l'astéroïde ainsi simulé, contredisant certains articles de la littérature. Nous avons ensuite quantifié l'agitation au sein de l'astéroïde et montré que celle-ci était fortement corrélée au temps caractéristique de ségrégation. Par ailleurs, les déplacements des grains au fur et à mesure des secousses sont corrélés sur une taille d'agrégat caractéristique, laissant apparaître des mouvements d'ensemble au sein de l'astéroïde. Nous avons enfin cherché à mettre en évidence l'existence d'un effet de pression de déplétion, en calculant la fonction de corrélation de paires de gros grains. L'augmentation de la longueur de corrélation ne semble pas être un moteur de la ségrégation azimutale.

Cette thèse a permis de mettre en évidence de nombreux comportements intéressants et soulève de nombreuses perspectives qui seront explorées dans une prochaine thèse. En particulier, l'espace des paramètres sera balayé plus finement pour préciser les observations déjà faites. L'objectif sera également de mieux comprendre les mécanismes à l'œuvre lors du processus de ségrégation, en particulier l'origine de l'instabilité secondaire azimutale. Un dernier objectif sera de prendre en compte des perturbations plus réalistes (forces de marées, collisions) et de simuler des astéroïdes non sphériques. Les nombreux résultats obtenus au cours de cette thèse peuvent également servir de base pour établir et tester des modèles théoriques.





# Bibliographie

- [Abe *et al.*, 2006] S. ABE, T. MUKAI, N. HIRATA, O. S. BARNOUIN-JHA, A. F. CHENG, H. DEMURA, R. W. GASKELL, T. HASHIMOTO, K. HIRAOKA, T. HONDA *et al.* Mass and local topography measurements of Itokawa by Hayabusa. *Science*, 312(5778):1344–1347 (2006).
- [Abreu *et al.*, 2003] C. ABREU, F. W. TAVARES *et* M. CASTIER. Influence of particle shape on the packing and on the segregation of spherocylinders via Monte-Carlo simulations. *Powder Technology*, 134(1-2):167–180 (2003).
- [Ahmad *et* Smalley, 1973] K. AHMAD *et* I. SMALLEY. Observation of particle segregation in vibrated granular systems. *Powder Technology*, 8(1-2):69–75 (1973).
- [Andreotti *et al.*, 2002a] B. ANDREOTTI, P. CLAUDIN *et* S. DOUADY. Selection of dune shapes and velocities part 1 : dynamics of sand, wind and barchans. *The European Physical Journal B – condensed matter and complex systems*, 28(3):321–339 (2002).
- [Andreotti *et al.*, 2002b] B. ANDREOTTI, P. CLAUDIN *et* S. DOUADY. Selection of dune shapes and velocities part 2 : a two-dimensional modelling. *The European Physical Journal B – condensed matter and complex systems*, 28(3):341–352 (2002).
- [Andreotti *et al.*, 2006] B. ANDREOTTI, P. CLAUDIN *et* O. POULIQUEN. Aeolian sand ripples : experimental study of fully developed states. *Physical Review Letters*, 96(2):028001 (2006).
- [Andreotti *et al.*, 2012] B. ANDREOTTI, Y. FORTERRE *et* O. POULIQUEN. *Les milieux granulaires-entre fluide et solide : entre fluide et solide*. EDP sciences (2012).
- [Aranson *et* Tsimring, 2006] I. S. ARANSON *et* L. S. TSIMRING. Patterns and collective behavior in granular media : theoretical concepts. *Reviews of Modern Physics*, 78(2):641 (2006).
- [Asencio *et al.*, 2017] K. ASENSIO, M. ACEVEDO, I. ZURIGUEL *et* D. MAZA. Experimental Study of ordering of hard cubes by shearing. *Physical Review Letters*, 119(22):228002 (2017).
- [Aumaitre *et al.*, 2001] S. AUMAITRE, C. KRUELLE *et* I. REHBERG. Segregation in granular matter under horizontal swirling excitation. *Physical Review E*, 64(4):041305 (2001).
- [Bahr *et al.*, 2009] D. B. BAHR, W. T. PFEFFER *et* R. C. BROWNING. The surprising motion of ski moguls. *Physics Today*, 62(11):68 (2009).

- [Barbosa-Canovas *et al.*, 1985] G. BARBOSA-CANOVAS, J. MALAVE-LOPEZ et M. PELEG. Segregation in food powders. *Biotechnology Progress*, 1(2):140–146 (1985).
- [Barresi *et al.*, 1997] A. BARRESI, S. L. PAGLIOLICO et M. PIPINO. Wet mixing of fine ceramic powders in a motionless device. *Récents Progrès en Génie des Procédés*, 11(51):291–298 (1997).
- [Bates, 2006] L. BATES. Bulk solids characterisation – the need for industrial education in bulk technology. *Bulk Solids Handling*, 26(7):464–475 (2006).
- [Baumberger, 1997] T. BAUMBERGER. Contact dynamics and friction at a solid-solid interface : material versus statistical aspects. *Solid State Communications*, 102(2-3):175–185 (1997).
- [Biele *et al.*, 2015] J. BIELE, S. ULAMEC, M. MAIBAUM, R. ROLL, L. WITTE, E. JURADO, P. MUÑOZ, W. ARNOLD, H.-U. AUSTER, C. CASAS *et al.* The landing(s) of Philae and inferences about comet surface mechanical properties. *Science*, 349(6247):aaa9816 (2015).
- [Binzel *et al.*, 1989] R. P. BINZEL, P. FARINELLA, V. ZAPPALA et A. CELLINO. Asteroid rotation rates – distributions and statistics. *In Asteroids II*, p. 416–441 (1989).
- [Binzel *et al.*, 1992] R. P. BINZEL, S. XU, S. J. BUS et E. BOWELL. Origins for the near-Earth asteroids. *Science*, 257(5071):779–782 (1992).
- [Bitbol *et al.*, 2009] A.-F. BITBOL, N. TABERLET, S. W. MORRIS et J. N. MCELWAINE. Scaling and dynamics of washboard roads. *Physical Review E*, 79(6):061308 (2009).
- [Blondeaux, 1990] P. BLONDEAUX. Sand ripples under sea waves part 1 : ripple formation. *Journal of Fluid Mechanics*, 218:1–17 (1990).
- [Bocquet *et al.*, 2002] L. BOCQUET, E. CHARLAIX et F. RESTAGNO. Physics of humid granular media. *Comptes Rendus de Physique*, 3(2):207–215 (2002).
- [Both *et al.*, 2001] J. A. BOTH, D. C. HONG et D. A. KURTZE. Corrugation of roads. *Physica A : statistical mechanics and its applications*, 301(1):545–559 (2001).
- [Bottke *et al.*, 2002a] W. F. BOTTKE, A. MORBIDELLI, R. JEDICKE, J.-M. PETIT, H. F. LEVISON, P. MICHEL et T. S. METCALFE. Debaised orbital and absolute magnitude distribution of the near-Earth objects. *Icarus*, 156(2):399–433 (2002).
- [Bottke *et al.*, 2002b] W. F. BOTTKE, D. VOKROUHLICKY, D. P. RUBINCAM et M. BROZ. The effect Yarkovsky thermal forces on the dynamical evolution of asteroids and meteoroids. *Asteroids III*, 1:395–408 (2002).
- [Bowden et Tabor, 1950] F. P. BOWDEN et D. TABOR. *The friction and lubrication of solids*. Clarendon Press (1950).
- [Breu *et al.*, 2003] A. P. BREU, H.-M. ENSNER, C. A. KRUELLE et I. REHBERG. Reversing the Brazil-nut effect : competition between percolation and condensation. *Physical Review Letters*, 90(1):014302 (2003).
- [Brilliantov *et al.*, 1996] N. V. BRILLIANTOV, F. SPAHN, J.-M. HERTZSCH et T. PÖSCHEL. Model for collisions in granular gases. *Physical Review E*, 53(5):5382 (1996).
- [Broz, 2006] M. BROZ. *Yarkovsky effect and the dynamics of the Solar system*. Thèse de doctorat, Charles University, Faculty of Mathematics and Physics - Astronomical Institute (2006).

- [Burbine et Binzel, 2002] T. H. BURBINE et R. P. BINZEL. Small main-belt asteroid spectroscopic survey in the near-infrared. *Icarus*, 159(2):468–499 (2002).
- [Caffee *et al.*, 1988] M. CAFFEE, R. REEDY, J. GOSWAMI, C. HOHENBERG et K. MARTI. Irradiation records in meteorites. *Meteorites and the early solar system*, p. 205–245 (1988).
- [Cantelaube et Bideau, 1995] F. CANTELAUBE et D. BIDEAU. Radial segregation in a 2D-drum : an experimental analysis. *Europhysics Letters*, 30(3):133 (1995).
- [Cap et Wambold, 1984] J. S. CAP et J. C. WAMBOLD. Traction loss of a suspended tire on a sinusoidal road. *Transportation Research Record*, 1000(205):33–38 (1984).
- [Chaikin et Lubensky, 2000] P. M. CHAIKIN et T. C. LUBENSKY. *Principles of condensed matter physics*. Cambridge University Press (2000).
- [Chesley *et al.*, 2003] S. R. CHESLEY, S. J. OSTRO, D. VOKROUHLICKÝ, D. ČAPEK, J. D. GIORGINI, M. C. NOLAN, J.-L. MARGOT, A. A. HINE, L. A. BENNER et A. B. CHAMBERLIN. Direct detection of the Yarkovsky effect by radar ranging to asteroid (6489) Golevka. *Science*, 302(5651):1739–1742 (2003).
- [Chicharro *et al.*, 1997] R. CHICHARRO, R. PERALTA-FABI et R. M. VELASCO. Segregation in dry granular systems. In *Powder and Grains*, p. 477–482 (1997).
- [Chiou *et al.*, 1995] Y. CHIOU, E. CHUNG et S. LIANG. Analysis of tool wear effect on chatter stability in turning. *International Journal of Mechanical Sciences*, 37(4):391–404 (1995).
- [Collette, 2007] C. COLLETTE. *Usure ondulatoire en transport ferroviaire : mécanismes et réduction*. Thèse de doctorat, Université libre de Bruxelles (2007).
- [Condotta, 2005] R. CONDOTTA. *Coulabilité des poudres cohésives : mesures aux faibles contraintes, granulaires humides et application à une poudre industrielle*. Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Toulouse (2005).
- [Coniglio *et al.*, 2004] A. CONIGLIO, A. FIERRO, H. J. HERRMANN et M. NICODEMI. *Unifying concepts in granular media and glasses : from the statistical mechanics of granular media to the theory of jamming*. Elsevier (2004).
- [Connolly *et al.*, 2015] H. C. CONNOLLY, D. S. LAURETTA, K. J. WALSH, S. TACHIBANA et W. F. BOTTKKE. Towards understanding the dynamical evolution of asteroid (25143) Itokawa : constraints from sample analysis. *Earth, Planets and Space*, 67(1):12 (2015).
- [Coste *et al.*, 1997] C. COSTE, E. FALCON et S. FAUVE. Solitary waves in a chain of beads under Hertz contact. *Physical Review E*, 56(5):6104 (1997).
- [Cundall et Strack, 1979] P. A. CUNDALL et O. D. STRACK. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1):47–65 (1979).
- [Dauxois *et al.*, 2009] T. DAUXOIS, S. RUFFO et L. F. CUGLIANDOLO. *Long-range interacting systems*. Oxford University Press (2009).
- [De Bock, 2017] J. DE BOCK. *Corrugation : research and facts* (2017). <http://www.corrugation.eu/research/>. Page consultée le 3 août 2017.
- [De Gennes *et al.*, 2005] P.-G. DE GENNES, F. BROCHARD-WYART et D. QUÉRÉ. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin (2005).

- [DeMeo *et al.*, 2009] F. E. DEMEO, R. P. BINZEL, S. M. SLIVAN et S. J. BUS. An extension of the Bus asteroid taxonomy into the near-infrared. *Icarus*, 202(1):160–180 (2009).
- [Dieterich et Kilgore, 1994] J. H. DIETERICH et B. D. KILGORE. Direct observation of frictional contacts : new insights for state-dependent properties. *Pure and Applied Geophysics*, 143(1-3):283–302 (1994).
- [Divoux *et al.*, 2010] T. DIVOUX, D. TAMARII, C. BARENTIN et S. MANNEVILLE. Transient shear banding in a simple yield stress fluid. *Physical Review Letters*, 104(20):208301 (2010).
- [Dombard *et al.*, 2010] A. J. DOMBARD, O. S. BARNOUIN, L. M. PROCKTER et P. C. THOMAS. Boulders and ponds on the Asteroid (433) Eros. *Icarus*, 210(2):713–721 (2010).
- [Duran, 1997] J. DURAN. *Sables, poudres et grains*. Eyrolles (1997).
- [Duran *et al.*, 1993] J. DURAN, J. RAJCHENBACH et E. CLÉMENT. Arching effect model for particle size segregation. *Physical Review Letters*, 70(16):2431 (1993).
- [Ďurech *et al.*, 2008] J. ĎURECH, D. VOKROUHLICKÝ, M. KAASALAINEN, D. HIGGINS, Y. N. KRUGLY, N. GAFTONYUK, V. SHEVCHENKO, V. CHIORNY, H. HAMANOWA, V. REDDY *et al.* Detection of the YORP effect in asteroid (1620) Geographos. *Astronomy & Astrophysics*, 489(2):L25–L28 (2008).
- [Ďurech *et al.*, 2009] J. ĎURECH, D. VOKROUHLICKÝ, D. POLISHOOK, Y. KRUGLY, N. GAFTONYUK, R. STEPHENS, B. WARNER, M. KAASALAINEN, J. GROSS, W. COONEY *et al.* Detection of the YORP Effect in Asteroid (3103) Eger. *In Division for planetary sciences meeting abstracts*, vol. 41 (2009).
- [Duru *et al.*, 2002] P. DURU, M. NICOLAS, J. HINCH et E. GUAZZELLI. Constitutive laws in liquid-fluidized beds. *Journal of Fluid Mechanics*, 452:371–404 (2002).
- [Egger, 2002] J. EGGER. Hump pattern generation on ski slopes. *Physica D : nonlinear phenomena*, 165(3):127–136 (2002).
- [Encrenaz *et al.*, 2012] T. ENCRENAZ, M.-A. BARUCCI et J.-P. BIBRING. *Le système solaire*. EDP sciences (2012).
- [Erpelding *et al.*, 2008] M. ERPELDING, A. AMON et J. CRASSOUS. Diffusive wave spectroscopy applied to the spatially resolved deformation of a solid. *Physical Review E*, 78(4):046104 (2008).
- [Ewoldt *et al.*, 2015] R. H. EWOLDT, M. T. JOHNSTON et L. M. CARETTA. Experimental challenges of shear rheology : how to avoid bad data. *In Complex fluids in biological systems*, p. 207–241. Springer (2015).
- [Farmer et Bird, 2015] T. P. FARMER et J. C. BIRD. Asymmetric capillary bridges between contacting spheres. *Journal of Colloid and Interface Science*, 454:192–199 (2015).
- [Félix et Thomas, 2004a] G. FÉLIX et N. THOMAS. Evidence of two effects in the size segregation process in dry granular media. *Physical Review E*, 70(5):051307 (2004).
- [Félix et Thomas, 2004b] G. FÉLIX et N. THOMAS. Relation between dry granular flow regimes and morphology of deposits : formation of levées in pyroclastic deposits. *Earth and Planetary Science Letters*, 221(1-4):197–213 (2004).

- [Fienga *et al.*, 2008] A. FIENGA, H. MANCHE, J. LASKAR et M. GASTINEAU. INPOP06 : a new numerical planetary ephemeris. *Astronomy & Astrophysics*, 477(1):315–327 (2008).
- [Foerster *et al.*, 1994] S. F. FOERSTER, M. Y. LOUGE, H. CHANG et K. ALLIA. Measurements of the collision properties of small spheres. *Physics of Fluids*, 6(3):1108–1115 (1994).
- [Frette et Stavans, 1997] V. FRETTE et J. STAVANS. Avalanche-mediated transport in a rotated granular mixture. *Physical Review E*, 56(6):6981 (1997).
- [Fujiwara *et al.*, 2006] A. FUJIWARA, J. KAWAGUCHI, D. YEOMANS, M. ABE, T. MUKAI, T. OKADA, J. SAITO, H. YANO, M. YOSHIKAWA, D. SCHEERES *et al.* The rubble-pile asteroid Itokawa as observed by Hayabusa. *Science*, 312(5778):1330–1334 (2006).
- [Géraud *et al.*, 2013] B. GÉRAUD, L. BOCQUET et C. BARENTIN. Confined flows of a polymer microgel. *The European Physical Journal E*, 36(3):30 (2013).
- [Gladman *et al.*, 1997] B. J. GLADMAN, F. MIGLIORINI, A. MORBIDELLI, V. ZAPPALA, P. MICHEL, A. CELLINO, C. FROESCHLE, H. F. LEVISON, M. BAILEY et M. DUNCAN. Dynamical lifetimes of objects injected into asteroid belt resonances. *Science*, 277(5323):197–201 (1997).
- [Goldenberg *et al.*, 2006] C. GOLDENBERG, A. P. ATMAN, P. CLAUDIN, G. COMBE et I. GOLDBIRSH. Scale separation in granular packings : stress plateaus and fluctuations. *Physical Review Letters*, 96(16):168001 (2006).
- [Golick et Daniels, 2009] L. A. GOLICK et K. E. DANIELS. Mixing and segregation rates in sheared granular materials. *Physical Review E*, 80(4):042301 (2009).
- [Goujon, 2004] C. GOUJON. *Ecoulements granulaires bidisperses sur plans inclinés rugueux*. Thèse de doctorat, Université de Provence-Aix-Marseille I (2004).
- [Grassie et Kalousek, 1993] S. GRASSIE et J. KALOUSEK. Rail corrugation : characteristics, causes and treatments. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers. Part F : journal of rail and rapid transit*, 207(1):57–68 (1993).
- [Gray, 2017] J. M. N. T. GRAY. Particle segregation in dense granular flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 50(1) (2017).
- [Grenard, 2012] V. GRENARD. *Structuration et fluidification de gels de noir de carbone*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Lyon (2012).
- [Güttler *et al.*, 2013] C. GÜTTLER, I. VON BORSTEL, R. SCHRÄPLER et J. BLUM. Granular convection and the Brazil nut effect in reduced gravity. *Physical Review E*, 87(4):044201 (2013).
- [Guyon *et al.*, 2012] É. GUYON, J.-P. HULIN et L. PETIT. *Hydrodynamique physique (3e édition)*. EDP sciences (2012).
- [Guyon et Troadec, 1994] É. GUYON et J.-P. TROADEC. *Du sac de billes au tas de sable*. Odile Jacob (1994).
- [Haff et Werner, 1986] P. HAFF et B. WERNER. Computer simulation of the mechanical sorting of grains. *Powder Technology*, 48(3):239–245 (1986).
- [Halsey et Levine, 1998] T. C. HALSEY et A. J. LEVINE. How sandcastles fall. *Physical Review Letters*, 80(14):3141 (1998).

- [Herrmann *et al.*, 2005] H. HERRMANN, J. ANDRADE, V. SCHATZ, G. SAUERMANN et E. PARTELI. Calculation of the separation streamlines of barchans and transverse dunes. *Physica A : statistical mechanics and its applications*, 357(1):44–49 (2005).
- [Herrmann et Luding, 1998] H. HERRMANN et S. LUDING. Modeling granular media on the computer. *Continuum Mechanics and Thermodynamics*, 10(4):189–231 (1998).
- [Herschel et Bulkley, 1926] W. H. HERSCHEL et R. BULKLEY. Konsistenzmessungen von gummi-benzollösungen. *Kolloid Zeitschrift*, 39(4):291–300 (1926).
- [Hersen, 2004] P. HERSEN. On the crescentic shape of barchan dunes. *The European Physical Journal B – condensed matter and complex systems*, 37(4):507–514 (2004).
- [Hewitt *et al.*, 2012] I. HEWITT, N. BALMFORTH et J. MCELWAIN. Granular and fluid washboards. *Journal of Fluid Mechanics*, 692:446–463 (2012).
- [Hoffmann *et al.*, 2009] N. HOFFMANN, M. CIAVARELLA, U. STOLZ et C. WEISS. The effect of long-wavelength stiffness variation on wear pattern generation. *Journal of Sound and Vibration*, 322(4):785–797 (2009).
- [Hoffmann et Misol, 2007] N. HOFFMANN et M. MISOL. On the role of varying normal load and of randomly distributed relative velocities in the wavelength selection process of wear-pattern generation. *International Journal of Solids and Structures*, 44(25):8718–8734 (2007).
- [Hsieh et Jewitt, 2006] H. H. HSIEH et D. JEWITT. A population of comets in the main asteroid belt. *Science*, 312(5773):561–563 (2006).
- [IAU, 2006] IAU. *Résolution 5 : définition d’une planète dans le système Solaire et 6 : Pluton* (2006). [https://www.iau.org/static/resolutions/Resolution\\_GA26-5-6\\_French.pdf](https://www.iau.org/static/resolutions/Resolution_GA26-5-6_French.pdf). Page consultée le 17 mars 2018.
- [Israelachvili, 2011] J. N. ISRAELACHVILI. *Intermolecular and surface forces*. Academic press (2011).
- [Iveson *et al.*, 2001] S. M. IVESON, J. D. LITSTER, K. HAPGOOD et B. J. ENNIS. Nucleation, growth and breakage phenomena in agitated wet granulation processes : a review. *Powder Technology*, 117(1):3–39 (2001).
- [Jean et Moreau, 1992] M. JEAN et J. J. MOREAU. Unilaterality and dry friction in the dynamics of rigid body collections. In *Proceedings of Contact Mechanics International Symposium*, vol. 1, p. 31–48 (1992).
- [Johnson, 1987] K. L. JOHNSON. *Contact mechanics*. Cambridge University Press (1987).
- [Jorda *et al.*, 2016] L. JORDA, R. GASKELL, C. CAPANNA, S. HVIID, P. LAMY, J. ĀURECH, G. FAURY, O. GROUSSIN, P. GUTIÉRREZ, C. JACKMAN *et al.* The global shape, density and rotation of Comet (67P) Churyumov-Gerasimenko from preperihelion Rosetta and OSIRIS observations. *Icarus*, 277:257–278 (2016).
- [JPL, 2018] JPL. *JPL Small-Body Database Browser* (2018). <https://ssd.jpl.nasa.gov/sbdb.cgi?sstr=25143;orb=1>. Page consultée le 25 mars 2018.
- [Kaasalainen *et al.*, 2007] M. KAASALAINEN, J. ĀURECH, B. D. WARNER, Y. N. KRUGLY et N. M. GAFTONYUK. Acceleration of the rotation of asteroid (1862) Apollo by radiation torques. *Nature*, 446(7134):420 (2007).
- [Kalousek et Grassie, 2000] J. KALOUSEK et S. GRASSIE. Rail corrugation : causes. *International Railway Journal*, 40(7) (2000).

- [Khamseh *et al.*, 2015] S. KHAMSEH, J.-N. ROUX et F. CHEVOIR. Flow of wet granular materials : a numerical study. *Physical Review E*, 92(2):022201 (2015).
- [Knight *et al.*, 1993] J. B. KNIGHT, H. M. JAEGER et S. R. NAGEL. Vibration-induced size separation in granular media : the convection connection. *Physical Review Letters*, 70(24):3728 (1993).
- [Kuwabara et Kono, 1987] G. KUWABARA et K. KONO. Restitution coefficient in a collision between two spheres. *Japanese Journal of Applied Physics*, 26(8R):1230 (1987).
- [Landau et Lifshitz, 1967] L. D. LANDAU et E. M. LIFSHITZ. *Théorie de l'élasticité*. Mir (1967).
- [Langlois, 2005] V. LANGLOIS. *Instabilité d'un lit granulaire cisailé par un écoulement fluide*. Thèse de doctorat, Université Rennes 1 (2005).
- [Lidon, 2016] P. LIDON. *Effet d'ultrasons de puissance sur les matériaux mous : vers des matériaux « acousto-rhéologiques »*. Thèse de doctorat, Université de Lyon (2016).
- [Loiseleux *et al.*, 2005] T. LOISELEUX, P. GONDRET, M. RABAUD et D. DOPPLER. Onset of erosion and avalanche for an inclined granular bed sheared by a continuous laminar flow. *Physics of Fluids*, 17(10):103304 (2005).
- [Lowry *et al.*, 2007] S. C. LOWRY, A. FITZSIMMONS, P. PRAVEC, D. VOKROUHLICKÝ, H. BOEHNHARDT, P. A. TAYLOR, J.-L. MARGOT, A. GALÁD, M. IRWIN, J. IRWIN *et al.* Direct detection of the asteroidal YORP effect. *Science*, 316(5822):272–274 (2007).
- [Luu, 2011] L.-H. LUU. *Impact de gouttes de fluides à seuil : rhéologie, splash et cratères*. Thèse de doctorat, Université de Provence – Aix-Marseille I (2011).
- [Majmudar et Behringer, 2005] T. S. MAJMUDAR et R. P. BEHRINGER. Contact force measurements and stress-induced anisotropy in granular materials. *Nature*, 435(7045):1079 (2005).
- [Mather, 1962] K. B. MATHER. The cause of road corrugations and the instability of surfaces under wheel action. *Civil Engineering & Public Works Review* (1962).
- [Mather, 1963] K. B. MATHER. Why do roads corrugate? *Scientific American* (1963).
- [Matsumura *et al.*, 2014] S. MATSUMURA, D. C. RICHARDSON, P. MICHEL, S. R. SCHWARTZ et R.-L. BALLOUZ. The Brazil nut effect and its application to asteroids. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 443(4):3368–3380 (2014).
- [Maugis, 2013] D. MAUGIS. *Contact, adhesion and rupture of elastic solids*. Springer Science & Business Media (2013).
- [Maurel *et al.*, 2016] C. MAUREL, R.-L. BALLOUZ, D. C. RICHARDSON, P. MICHEL et S. R. SCHWARTZ. Numerical simulations of oscillation-driven regolith motion : Brazil-nut effect. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, p. 2641 (2016).
- [Mays et Faybishenko, 2000] D. C. MAYS et B. A. FAYBISHENKO. Washboards in unpaved highways as a complex dynamic system. *Complexity*, 5(6):51–60 (2000).
- [McCoy *et al.*, 2001] T. J. MCCOY, T. BURBINE, L. MCFADDEN, R. STARR, M. GAFFEY, L. NITTLER, L. EVANS, N. IZENBERG, P. LUCEY, J. TROMBKA *et al.* The composition of (433) Eros : a mineralogical-chemical synthesis. *Meteoritics & Planetary Science*, 36(12):1661–1672 (2001).



- [Melby *et al.*, 2007] P. MELBY, A. PREVOST, D. A. EGOLF et J. S. URBACH. Depletion force in a bidisperse granular layer. *Physical Review E*, 76(5):051307 (2007).
- [Michel *et al.*, 2001] P. MICHEL, W. BENZ, P. TANGA et D. C. RICHARDSON. Collisions and gravitational reaccumulation : forming asteroid families and satellites. *Science*, 294(5547):1696–1700 (2001).
- [Michel et Richardson, 2013] P. MICHEL et D. C. RICHARDSON. Collision and gravitational reaccumulation : possible formation mechanism of the asteroid Itokawa. *Astronomy & Astrophysics*, 554:L1 (2013).
- [Mitarai et Nori, 2006] N. MITARAI et F. NORI. Wet granular materials. *Advances in Physics*, 55(1-2):1–45 (2006).
- [Miyamoto *et al.*, 2007] H. MIYAMOTO, H. YANO, D. J. SCHEERES, S. ABE, O. BARNOUIN-JHA, A. F. CHENG, H. DEMURA, R. W. GASKELL, N. HIRATA, M. ISHIGURO *et al.* Regolith migration and sorting on asteroid Itokawa. *Science*, 316(5827):1011–1014 (2007).
- [Morbidelli et Gladman, 1998] A. MORBIDELLI et B. GLADMAN. Orbital and temporal distributions of meteorites originating in the asteroid belt. *Meteoritics & Planetary Science*, 33(5):999–1016 (1998).
- [Mouret *et al.*, 2009] S. MOURET, J. SIMON, F. MIGNARD et D. HESTROFFER. The list of asteroids perturbing the Mars orbit to be seen during future space missions. *Astronomy & Astrophysics*, 508(1):479–489 (2009).
- [MPC, 2018] MPC. *List of observations* (2018). <https://minorplanetcenter.net/iau/lists/ArchiveStatistics.html>. Page consultée le 18 mars 2018.
- [Nakamura *et al.*, 2011] T. NAKAMURA, T. NOGUCHI, M. TANAKA, M. E. ZOLENSKY, M. KIMURA, A. TSUCHIYAMA, A. NAKATO, T. OGAMI, H. ISHIDA, M. UESUGI *et al.* Itokawa dust particles : a direct link between S-type asteroids and ordinary chondrites. *Science*, 333(6046):1113–1116 (2011).
- [Nerone *et al.*, 2003] N. NERONE, M. AGUIRRE, A. CALVO, D. BIDEAU et I. IPPOLITO. Instabilities in slowly driven granular packing. *Physical Review E*, 67(1):011302 (2003).
- [Nesterenko, 1983] V. NESTERENKO. Propagation of nonlinear compression pulses in granular media. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 24(5):733–743 (1983).
- [Onoda et Liniger, 1990] G. Y. ONODA et E. G. LINIGER. Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset. *Physical Review Letters*, 64(22):2727 (1990).
- [Opik, 1950] E. OPIK. Roche’s limit : rings of Saturn. *Irish Astronomical Journal*, 1:25–26 (1950).
- [Ostro *et al.*, 2006] S. J. OSTRO, J.-L. MARGOT, L. A. BENNER, J. D. GIORGINI, D. J. SCHEERES, E. G. FAHNESTOCK, S. B. BROSCART, J. BELLEROSE, M. C. NOLAN, C. MAGRI *et al.* Radar imaging of binary near-Earth asteroid (66391) 1999 KW<sub>4</sub>. *Science*, 314(5803):1276–1280 (2006).
- [Oswald, 2005] P. OSWALD. *Rhéophysique. Ou comment coule la matière*. Belin (2005).
- [Oyama, 1939] Y. OYAMA. Horizontal rotating cylinder. *Bull. Inst. Phys. Chem. Rep.*, 5:600–610 (1939).

- [Pepin *et al.*, 2000] X. PEPIN, D. ROSSETTI, S. M. IVESON et S. J. SIMONS. Modeling the evolution and rupture of pendular liquid bridges in the presence of large wetting hysteresis. *Journal of Colloid and Interface Science*, 232(2):289–297 (2000).
- [Percier, 2013] B. PERCIER. *Dynamique d'un empilement granulaire : instabilité de tôle ondulée et fluage d'une colonne de grains*. Thèse de doctorat, École Normale Supérieure de Lyon (2013).
- [Percier *et al.*, 2013a] B. PERCIER, T. DIVOUX et N. TABERLET. Insights on the local dynamics induced by thermal cycling in granular matter. *Europhysics Letters*, 104(2):24001 (2013).
- [Percier *et al.*, 2011] B. PERCIER, S. MANNEVILLE, J. N. MCELWAIN, S. W. MORRIS et N. TABERLET. Lift and drag forces on an inclined plow moving over a granular surface. *Physical Review E*, 84(5):051302 (2011).
- [Percier *et al.*, 2013b] B. PERCIER, S. MANNEVILLE et N. TABERLET. Modeling a washboard road : from experimental measurements to linear stability analysis. *Physical Review E*, 87(1):012203 (2013).
- [Perera *et al.*, 2016] V. PERERA, A. P. JACKSON, E. ASPHAUG et R.-L. BALLOUZ. The spherical Brazil nut effect and its significance to asteroids. *Icarus*, 278:194–203 (2016).
- [Pericaud, 2016] J. PERICAUD. *Des disques proto-planétaires aux disques de débris : étude des disques hybrides : observations dans le domaine millimétrique*. Thèse de doctorat, Université de Bordeaux (2016).
- [Persson, 2000] B. N. J. PERSSON. *Sliding friction : physical properties and applications*. Springer, Berlin (2000).
- [Peyneau et Roux, 2008] P.-E. PEYNEAU et J.-N. ROUX. Frictionless bead packs have macroscopic friction, but no dilatancy. *Physical Review E*, 78(1):011307 (2008).
- [Pöschel et Schwager, 2005] T. PÖSCHEL et T. SCHWAGER. *Computational granular dynamics : models and algorithms*. Springer Science & Business Media (2005).
- [Pouliquen *et al.*, 1997] O. POULIQUEN, J. DELOUR et S. B. SAVAGE. Fingering in granular flows. *Nature*, 386(6627):816 (1997).
- [Pravec *et al.*, 2008] P. PRAVEC, A. HARRIS, D. VOKROUHLICKÝ, B. WARNER, P. KUŠNIRÁK, K. HORNOCH, D. PRAY, D. HIGGINS, J. OEY, A. GALÁD *et al.* Spin rate distribution of small asteroids. *Icarus*, 197(2):497–504 (2008).
- [Pusey *et al.*, 2009] P. PUSEY, E. ZACCARELLI, C. VALERIANI, E. SANZ, W. C. POON et M. E. CATES. Hard spheres : crystallization and glass formation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A : mathematical, physical and engineering sciences*, 367(1909):4993–5011 (2009).
- [Ramaioli, 2008] M. RAMAIOLI. *Granular flow simulations and experiments for the food industry*. Thèse de doctorat, EPFL (2008).
- [Reis et Mullin, 2002] P. M. REIS et T. MULLIN. Granular segregation as a critical phenomenon. *Physical Review Letters*, 89(24):244301 (2002).
- [Richardson *et al.*, 2002] D. RICHARDSON, Z. LEINHARDT, H. MELOSH, W. BOTTKE et E. ASPHAUG. Gravitational aggregates : evidence and evolution. *In Asteroids III*, p. 501–515. University of Arizona Press (2002).

- [Richefeu, 2005] V. RICHEFEU. *Approche par éléments discrets 3D du comportement de matériaux granulaires cohésifs faiblement contraints*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II (2005).
- [Richefeu *et al.*, 2006] V. RICHEFEU, M. S. EL YOUSOUFI et F. RADJAI. Shear strength properties of wet granular materials. *Physical Review E*, 73(5):051304 (2006).
- [Riley et Furry, 1973] J. RILEY et R. FURRY. Simulation of the road-corrugation phenomenon. *Highway Research Record*, 54(438) (1973).
- [Roberts et Barnes, 2001] G. P. ROBERTS et H. A. BARNES. New measurements of the flow-curves for carbopol dispersions without slip artefacts. *Rheologica Acta*, 40(5):499–503 (2001).
- [Roos et Blondeaux, 2001] P. C. ROOS et P. BLONDEAUX. Sand ripples under sea waves. Part 4 : tile ripple formation. *Journal of Fluid Mechanics*, 447:227–246 (2001).
- [Rosato *et al.*, 1987] A. ROSATO, K. J. STRANDBURG, F. PRINZ et R. H. SWENDSEN. Why the Brazil nuts are on top : size segregation of particulate matter by shaking. *Physical Review Letters*, 58(10):1038 (1987).
- [Roskilly *et al.*, 2010] S. J. ROSKILLY, E. A. COLBOURN, O. ALLI, D. WILLIAMS, K. A. PAUL, E. H. WELFARE et P. A. TRUSTY. Investigating the effect of shape on particle segregation using a Monte-Carlo simulation. *Powder Technology*, 203(2):211–222 (2010).
- [Rousseaux *et al.*, 2004] G. ROUSSEAUX, A. STEGNER et J. E. WESFREID. Wavelength selection of rolling-grain ripples in the laboratory. *Physical Review E*, 69(3):031307 (2004).
- [Roux et Radjai, 1998] S. ROUX et F. RADJAI. Texture-dependent rigid-plastic behavior. *In Physics of dry granular media*, p. 229–236. Springer (1998).
- [Rubincam, 2000] D. P. RUBINCAM. Radiative spin-up and spin-down of small asteroids. *Icarus*, 148(1):2–11 (2000).
- [Russel *et al.*, 1989] W. B. RUSSEL, D. A. SAVILLE et W. R. SCHOWALTER. *Colloidal dispersions*. Cambridge university press (1989).
- [Saito *et al.*, 2006] J. SAITO, H. MIYAMOTO, R. NAKAMURA, M. ISHIGURO, T. MICHIKAMI, A. NAKAMURA, H. DEMURA, S. SASAKI, N. HIRATA, C. HONDA *et al.* Detailed images of asteroid (25143) Itokawa from Hayabusa. *Science*, 312(5778):1341–1344 (2006).
- [Sánchez *et al.*, 2010] P. SÁNCHEZ, D. SCHEERES et M. SWIFT. Impact driven size sorting in self-gravitating granular aggregates. *In Lunar and Planetary Science Conference*, vol. 41, p. 2634 (2010).
- [Sánchez et Scheeres, 2011] P. SÁNCHEZ et D. J. SCHEERES. Simulating asteroid rubble piles with a self-gravitating soft-sphere distinct element method model. *The Astrophysical Journal*, 727(2):120 (2011).
- [Sánchez et Scheeres, 2014] P. SÁNCHEZ et D. J. SCHEERES. The strength of regolith and rubble pile asteroids. *Meteoritics & Planetary Science*, 49(5):788–811 (2014).
- [Savage et Hutter, 1989] S. B. SAVAGE et K. HUTTER. The motion of a finite mass of granular material down a rough incline. *Journal of Fluid Mechanics*, 199:177–215 (1989).

- [Savage et Lun, 1988] S. B. SAVAGE et C. K. K. LUN. Particle size segregation in inclined chute flow of dry cohesionless granular solids. *Journal of Fluid Mechanics*, 189:311–335 (1988).
- [Schwager et Pöschel, 2007] T. SCHWAGER et T. PÖSCHEL. Coefficient of restitution and linear-dashpot model revisited. *Granular Matter*, 9(6):465–469 (2007).
- [Scott et Kilgour, 1969] G. SCOTT et D. KILGOUR. The density of random close packing of spheres. *Journal of Physics D : applied physics*, 2(6):863 (1969).
- [Scotti et Melosh, 1993] J. SCOTTI et H. MELOSH. Estimate of the size of comet Shoemaker-Levy 9 from a tidal breakup model. *Nature*, 365(6448):733 (1993).
- [Sears et al., 2015] D. SEARS, L. TORNABENE, G. OSINSKI, S. HUGHES et J. HELDMANN. Formation of the « ponds » on asteroid (433) Eros by fluidization. *Planetary and Space Science*, 117:106–118 (2015).
- [Serio et al., 2002] G. F. SERIO, A. MANARA, P. SICOLI et W. F. BOTTKKE. Giuseppe Piazzoli and the discovery of Ceres. In *Asteroids III*, p. 17–24. University of Arizona Press (2002).
- [Seth et al., 2008] J. R. SETH, M. CLOITRE et R. T. BONNECAZE. Influence of short-range forces on wall-slip in microgel pastes. *Journal of Rheology*, 52(5):1241–1268 (2008).
- [Shäfer et al., 1996] J. SHÄFER, S. DIPPEL et D. WOLF. Force schemes in simulations of granular materials. *Journal de Physique I*, 6(1):5–20 (1996).
- [Sheng, 2011] G. SHENG. Sensing and identification of nonlinear dynamics of slider with clearance in sub-5 nanometer regime. *Advances in Tribology*, 2011 (2011).
- [Shinbrot et al., 2017] T. SHINBROT, T. SABUWALA, T. SIU, M. V. LAZO et P. CHAKRABORTY. Size Sorting on the Rubble-Pile Asteroid Itokawa. *Physical review letters*, 118(11):111101 (2017).
- [Shu et al., 1987] F. H. SHU, F. C. ADAMS et S. LIZANO. Star formation in molecular clouds : observation and theory. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 25(1): 23–81 (1987).
- [Silva, 2016] T. M. d. SILVA. Simulação de segregação e ondulações em estradas não pavimentadas. (2016).
- [Skorseth, 2000] K. SKORSETH. Preventing Washboarding. *Road Management & Engineering Journal*, 29 (2000).
- [Socoliuc et al., 2003] A. SOCOLIUC, E. GNECCO, R. BENNEWITZ et E. MEYER. Ripple formation induced in localized abrasion. *Physical Review B*, 68(11):115416 (2003).
- [Sommier et al., 2001] N. SOMMIER, P. PORION, P. EVESQUE, B. LECLERC, P. TCHORELOFF et G. COUARRAZE. Magnetic resonance imaging investigation of the mixing-segregation process in a pharmaceutical blender. *International Journal of Pharmaceutics*, 222(2):243–258 (2001).
- [Soulié, 2005] F. SOULIÉ. *Cohésion par capillarité et comportement mécanique de milieux granulaires*. Thèse de doctorat, Université Montpellier II-Sciences et Techniques du Languedoc (2005).

- [Soulie *et al.*, 2006] F. SOULIE, F. CHERBLANC, M. S. EL YOUSOUFI et C. SAIX. Influence of liquid bridges on the mechanical behaviour of polydisperse granular materials. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 30(3):213–228 (2006).
- [Staron et Phillips, 2014] L. STARON et J. PHILLIPS. Segregation time-scale in bi-disperse granular flows. *Physics of Fluids*, 26(3):033302 (2014).
- [Stuart et Binzel, 2004] J. S. STUART et R. P. BINZEL. Bias-corrected population, size distribution, and impact hazard for the near-Earth objects. *Icarus*, 170(2):295–311 (2004).
- [Taberlet *et al.*, 2007] N. TABERLET, S. W. MORRIS et J. N. MCELWAIN. Washboard road : the dynamics of granular ripples formed by rolling wheels. *Physical Review Letters*, 99(6):068003 (2007).
- [Taberlet *et al.*, 2006] N. TABERLET, M. NEWEY, P. RICHARD et W. LOSERT. On axial segregation in a tumbler : an experimental and numerical study. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(07):P07013 (2006).
- [Tancredi *et al.*, 2012] G. TANCREDI, A. MACIEL, L. HEREDIA, P. RICHERI et S. NESMACHNOW. Granular physics in low-gravity environments using discrete element method. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 420(4):3368–3380 (2012).
- [Tancredi *et al.*, 2015] G. TANCREDI, S. ROLAND et S. BRUZZONE. Distribution of boulders and the gravity potential on asteroid Itokawa. *Icarus*, 247:279–290 (2015).
- [Thornton, 1997] C. THORNTON. Coefficient of restitution for collinear collisions of elastic-perfectly plastic spheres. *Journal of Applied Mechanics*, 64(2):383–386 (1997).
- [Tockol, 1993] I. TOCKOL. *Contribution à l'étude des graveleux latéritiques dans les pays du Sahel : cas des routes non revêtues*. Thèse de doctorat, Ecole de génie, Université de Moncton, Canada (1993).
- [Toiya *et al.*, 2004] M. TOIYA, J. STAMBAUGH et W. LOSERT. Transient and oscillatory granular shear flow. *Physical Review Letters*, 93(8):088001 (2004).
- [Tsuchiyama *et al.*, 2011] A. TSUCHIYAMA, M. UESUGI, T. MATSUSHIMA, T. MICHIKAMI, T. KADONO, T. NAKAMURA, K. UESUGI, T. NAKANO, S. A. SANDFORD, R. NOGUCHI *et al.* Three-dimensional structure of Hayabusa samples : origin and evolution of Itokawa regolith. *Science*, 333(6046):1125–1128 (2011).
- [Tsuji *et al.*, 1993] Y. TSUJI, T. KAWAGUCHI et T. TANAKA. Discrete particle simulation of two-dimensional fluidized bed. *Powder Technology*, 77(1):79–87 (1993).
- [Valance et Rioual, 1999] A. VALANCE et F. RIOUAL. A nonlinear model for aeolian sand ripples. *The European Physical Journal B – condensed matter and complex systems*, 10(3):543–548 (1999).
- [van der Vaart *et al.*, 2015] K. VAN DER VAART, P. GAJJAR, G. EPELY-CHAUVIN, N. ANDREINI, J. GRAY et C. ANCEY. Underlying asymmetry within particle size segregation. *Physical Review Letters*, 114(23):238001 (2015).
- [Vanel, 1999] L. VANEL. *Etude expérimentale de l'équilibre mécanique d'un milieu granulaire : exemples du silo et du tas de sable*. Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (1999).

- [Vanel *et al.*, 1999] L. VANEL, D. HOWELL, D. CLARK, R. BEHRINGER et E. CLÉMENT. Memories in sand : experimental tests of construction history on stress distributions under sandpiles. *Physical Review E*, 60(5):R5040 (1999).
- [Veverka *et al.*, 2000] J. VEVERKA, M. ROBINSON, P. THOMAS, S. MURCHIE, J. BELL, N. IZENBERG, C. CHAPMAN, A. HARCH, M. BELL, B. CARCICH *et al.* NEAR at Eros : imaging and spectral results. *Science*, 289(5487):2088–2097 (2000).
- [Veverka *et al.*, 1997] J. VEVERKA, P. THOMAS, A. HARCH, B. CLARK, J. BELL, B. CARCICH, J. JOSEPH, C. CHAPMAN, W. MERLINE, M. ROBINSON *et al.* NEAR’s flyby of (253) Mathilde : images of a C asteroid. *Science*, 278(5346):2109–2114 (1997).
- [Vokrouhlický, 1999] D. VOKROUHLICKÝ. A complete linear model for the Yarkovsky thermal force on spherical asteroid fragments. *Astronomy and Astrophysics*, 344:362–366 (1999).
- [Vokrouhlický *et al.*, 2000] D. VOKROUHLICKÝ, A. MILANI et S. CHESLEY. Yarkovsky effect on small near-Earth asteroids : mathematical formulation and examples. *Icarus*, 148(1):118–138 (2000).
- [Walsh *et al.*, 2008] K. J. WALSH, D. C. RICHARDSON et P. MICHEL. Rotational breakup as the origin of small binary asteroids. *Nature*, 454(7201):188 (2008).
- [Walton et Braun, 1986] O. R. WALTON et R. L. BRAUN. Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*, 30(5):949–980 (1986).
- [Wichman et Wood, 1995] R. WICHMAN et C. A. WOOD. The Davy crater chain : implications for tidal disruption in the Earth-Moon system and elsewhere. *Geophysical Research Letters*, 22(5):583–586 (1995).
- [Wilkison *et al.*, 2002] S. L. WILKISON, M. S. ROBINSON, P. C. THOMAS, J. VEVERKA, T. J. MCCOY, S. L. MURCHIE, L. M. PROCKTER et D. K. YEOMANS. An estimate of Eros’s porosity and implications for internal structure. *Icarus*, 155(1):94–103 (2002).
- [Wolf, 1996] D. E. WOLF. Modelling and computer simulation of granular media. In *Computational Physics*, p. 64–95. Springer (1996).
- [Wyart et Cates, 2014] M. WYART et M. E. CATES. Discontinuous shear thickening without inertia in dense non-Brownian suspensions. *Physical Review Letters*, 112(9):098302 (2014).
- [Yang *et al.*, 2003] F. YANG, B. ZHANG et J. YU. Chatter suppression with multiple time-varying parameters in turning. *Journal of Materials Processing Technology*, 141(3):431–438 (2003).
- [Zuriguel *et al.*, 2006] I. ZURIGUEL, J. GRAY, J. PEIXINHO et T. MULLIN. Pattern selection by a granular wave in a rotating drum. *Physical Review E*, 73(6):061302 (2006).

