



# Traitement du signal et Physique des ondes pour la connaissance et la surveillance de l'environnement marin

Barbara Nicolas

## ► To cite this version:

Barbara Nicolas. Traitement du signal et Physique des ondes pour la connaissance et la surveillance de l'environnement marin. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Grenoble, 2015. tel-02010202

HAL Id: tel-02010202

<https://theses.hal.science/tel-02010202>

Submitted on 25 Feb 2019

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE  
ÉCOLE DOCTORALE EEATS  
SIGNAL, IMAGE, PAROLE ET TÉLÉCOMMUNICATIONS

# HABILITATION À DIRIGER LES RECHERCHES

Présentée et soutenue par  
Barbara NICOLAS

## Traitement du signal et Physique des ondes pour la connaissance et la surveillance de l'environnement marin

préparée au GIPSA-Lab, Grenoble  
soutenue le 29 Juin 2015

Jury :

<i>Rapporteurs :</i>	Thierry CHONAVEL Sergio JESUS Pascal LARZABAL	- Télécom Bretagne, Brest - SIPLab, Université d'Algarve, Portugal - SATIE, ENS Cachan
<i>Président :</i>	Mathias FINK	- Institut Langevin, Paris
<i>Examinateurs :</i>	Philippe DELACHARTRE Jean-Pierre HERMAND Jean-Louis LACOUME Jérôme MARS	- Créatis, Lyon - LISA, Univ. libre de Bruxelles - GIPSA-Lab, Grenoble - GIPSA-Lab, Grenoble



# Table des matières

<b>Table des sigles et des acronymes</b>	<b>1</b>
<b>I Curriculum Vitae</b>	<b>5</b>
<b>II Ondes Ultra Basse Fréquence</b>	<b>19</b>
<b>1 Warping et filtrage modal</b>	<b>23</b>
1.1 Propagation UBF en petit fond . . . . .	23
1.2 Warping . . . . .	28
1.2.1 Warping temporel . . . . .	29
1.2.2 Warping fréquentiel . . . . .	30
1.2.3 Représentations adaptées . . . . .	31
1.3 Filtrage modal . . . . .	32
1.4 Conclusion . . . . .	36
<b>2 Localisation et Caractérisation</b>	<b>39</b>
2.1 Localisation par MMP et Warping . . . . .	40
2.1.1 Matched Mode Processing Incohérent . . . . .	40
2.1.2 MMP Cohérent en fréquence . . . . .	42
2.2 Localisation par coef. d'excitation et phase des modes . . . . .	42
2.2.1 Estimation de la profondeur de source à partir des coefficients d'excitation des modes . . . . .	43
2.2.2 Estimation de la distance source-capteur par différence de phase des modes	43
2.3 Un outil : estimation des TAM et TAM relatifs . . . . .	45
2.3.1 Estimation des TAM à partir du spectrogramme réalloué . . . . .	45
2.3.2 Estimation des TAM relatifs . . . . .	46
2.4 Localisation x-y à 3 capteurs . . . . .	47
2.5 Estimation de paramètres géoacoustiques à partir des TAM relatifs . . . . .	48
2.6 Retournement des modes et inversion géoacoustique . . . . .	51
2.7 Estimation des fonctions modales sur antenne verticale partielle . . . . .	53
2.8 Conclusion . . . . .	55
<b>3 RTF basées sur la classe de puissance et l'invariant océanique</b>	<b>57</b>
3.1 Introduction . . . . .	57
3.2 Représentations temps-fréquence covariantes à un retard de groupe dispersif . . .	58
3.3 La classe de puissance . . . . .	58
3.4 Phase et invariant océanique . . . . .	59
3.5 $\beta$ -classe de puissance . . . . .	60
3.6 Conclusion . . . . .	61

<b>III Tomographie Acoustique Océanique</b>	<b>63</b>
<b>4 Extraction d'observables</b>	<b>69</b>
4.1 Introduction . . . . .	69
4.2 Double Formation de Voies . . . . .	72
4.3 Double MUSICAL . . . . .	75
4.4 Discussion DFV vs D-MUSICAL . . . . .	79
<b>5 Tomographie de vitesse</b>	<b>81</b>
5.1 Introduction . . . . .	81
5.2 Noyaux de sensibilité pour une variation de vitesse . . . . .	82
5.2.1 Concept de Noyau de Sensibilité . . . . .	82
5.2.2 Travaux réalisés sur les Noyaux de Sensibilité avec DFV . . . . .	83
5.2.3 Noyaux de Sensibilité Temps-Angles (NSTA) . . . . .	84
5.2.4 Illustration des NSTA . . . . .	89
5.3 Chaîne de tomographie de vitesse proposée . . . . .	91
5.4 Résultats de tomographie de vitesse en cuve ultrasonore . . . . .	92
5.5 Conclusion . . . . .	94
<b>6 Localisation de cible</b>	<b>97</b>
6.1 Introduction . . . . .	97
6.2 Noyaux de Sensibilité . . . . .	98
6.2.1 Approche par perturbation . . . . .	99
6.2.2 Approche par diffraction : modèle sphère solide . . . . .	100
6.3 Validation expérimentale du modèle de noyau "sphère solide" . . . . .	101
6.4 Localisation de cible en cuve ultrasonore . . . . .	104
6.4.1 Chaîne de tomographie de densité proposée . . . . .	104
6.4.2 Résultats de localisation . . . . .	104
6.5 Conclusion . . . . .	105
<b>7 Tomographie de surface</b>	<b>107</b>
7.1 Introduction . . . . .	107
7.2 Observables et Noyaux de Sensibilité . . . . .	108
7.3 Imagerie dynamique d'une onde de surface en cuve ultrasonore . . . . .	109
7.4 Conclusion . . . . .	111
<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>113</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>117</b>
<b>Annexes</b>	<b>127</b>

# Table des sigles et acronymes

## Acronymes

<b>DA</b>	Direction d'Arrivée
<b>DD</b>	Direction de Départ
<b>DFV</b>	Double Formation de Voies
<b>D-MUSICAL</b>	Double MUSIC Actif Large bande
<b>DORT</b>	Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel
<b>FV</b>	Formation de Voies
<b>GDS</b>	Group Delay Shfit
<b>NSA</b>	Noyau de Sensibilité de l'Amplitude
<b>NSDA</b>	Noyau de Sensibilité de la Direction d'Arrivée
<b>NSDD</b>	Noyau de Sensibilité de la Direction de Départ
<b>NSTA</b>	Noyau de Sensibilité Temps-Angles
<b>NSTP</b>	Noyau de Sensibilité du Temps de Propagation
<b>MAP</b>	Maximum <i>A Posteriori</i>
<b>MFP</b>	Matched Field Processing
<b>MMP</b>	Matched Mode Processing
<b>MUSIC</b>	MULTiple SIgnal Classification
<b>RTF</b>	Représentation Temps-Fréquence
<b>SVD</b>	Décomposition en Valeurs Singulières
<b>TAO</b>	Tomographie Acoustique Océanique
<b>TAM</b>	Temps d'Arrivée des Modes
<b>TF</b>	Transformée de Fourier
<b>TFCT</b>	Transformée de Fourier à Court Terme
<b>TP</b>	Temps de Propagation
<b>UBF</b>	Ultra Basse Fréquence



# Introduction

L'utilisation des ondes acoustiques comme vecteur d'information dans le milieu marin, également appelée "**Acoustique Sous-Marine**", a de nombreux objectifs dont deux m'ont particulièrement intéressée au cours des dix dernières années :

- la localisation de sources
- la caractérisation du milieu marin

Ces objectifs peuvent être atteints de manière **active**, via l'émission d'un signal source connu et l'analyse des signaux reçus sur un capteur ou une antenne de capteurs, ou de manière **passive** via l'écoute et l'analyse de sources inconnues.

La localisation concerne les sources, objets, obstacles ou cibles présents dans le milieu marin. Le cas actif correspond à l'émission d'un signal dont on étudie généralement l'écho sur une cible : mine, sous-marin, fond marin, etc. Le cas passif quant à lui correspond à l'écoute d'un bruit rayonné naturellement comme les sons émis par les mammifères marins, les bruits de navires ou de sous-marins, les ondes acoustiques émises suite à un tremblement de terre ou tout autre source d'opportunité.

La caractérisation du milieu marin consiste en l'estimation des grandeurs physiques qui caractérisent le milieu sous marin : la colonne d'eau mais également le sous-sol. Ces grandeurs physique sont très nombreuses et on peut citer parmi les plus étudiées : la vitesse de propagation des ondes acoustiques, la profondeur de la couche d'eau et le relief sous-marin, les densités et atténuations des couches du sous-sol...

Pour parvenir à ces objectifs de connaissance et de surveillance du milieu sous-marin, il est nécessaire de proposer des **méthodes de traitement du signal s'appuyant sur la physique des ondes**. La complexité du milieu marin rend nécessaire la spécialisation des méthodes proposées qui dépendent principalement de la **configuration d'émission-réception**, du **type d'environnement** et de la **gamme de fréquences considérées**.

Les travaux que j'ai menés dans ce domaine au laboratoire Gipsa-lab, depuis la fin de ma thèse en 2004, se décomposent en deux parties principales qui se différencient par des configurations de réception et des fréquences différentes, nécessitant ainsi le développement de méthodes dédiées.

Je me suis intéressée aux **ondes Ultra Basses Fréquences (1-150 Hz)**, émises par de nombreuses sources naturelles ou d'origine humaine, dans des milieux petit fond ( $< 200$  m). Dans ces environnements, l'étude de la propagation modale nous a permis de proposer des méthodes passives de localisation de sources et de caractérisation de l'environnement à partir d'un **unique capteur** en utilisant principalement des **approches temps-fréquence adaptées**.

Mon second sujet d'étude concerne la **Tomographie Acoustique Océanique haute résolution spatiale et temporelle** à partir d'une **double antenne d'émission-réception**. En considérant des fréquences de l'ordre du kiloHertz et des environnements petit fond, nous avons proposé une démarche globale, basée sur des méthodes avancées de **traitement d'antenne** et sur le concept de **noyau de sensibilité**, permettant trois tomographies actives : de vitesse, de densité (localisation de source par barrière acoustique) et de surface (imagerie du passage d'une vague, de l'état de mer).

Pour chacun de ces axes, j'ai eu la chance de travailler avec des doctorants remarquables, respectivement G. Le Touzé (2004-2007, thèse sous la direction de J. Mars et J.L. Lacoume) et J. Bonnel (2007-2010) pour les ondes UBF et I. Iturbe (2006-2010), C. Marandet (2008-2011) et F. Aulanier (2010-2013) pour la partie Tomographie. La partie scientifique du présent document d'habilitation à diriger des recherches (Parties II et III) est basée pour l'essentiel sur leurs travaux.

D'autres travaux ont été menés mais ne seront pas détaillés ici. Ils concernent principalement :

- l'identification du milieu à partir du bruit ambiant dans des milieux solides, en collaboration avec O. Michel (GIPSA-Lab) et le CEA-LETI, notamment dans le cadre de la thèse de M. Carmona (2008-2011).
- la localisation de sources de bruit de bateaux à partir d'une antenne ayant un nombre réduit de capteurs, en collaboration avec L. Lamotte (MicrodB), notamment dans le cadre de la thèse de B. Oudompheng (2012-2015), du post-doc de B. Ouedraogo (2012-2014) et du projet Rapid-DGA ARMADA (2012-2015).
- le lien entre l'imagerie médicale ultrasonore et l'acoustique sous marine au niveau du traitement d'antenne et de l'estimation de déplacement, en collaboration avec H. Liebgott (Créatis).

L'organisation du document est la suivante :

- La première partie, sous forme d'un CV, constitue un bilan d'activité. Il contient, entre autres, le détail des encadrements doctoraux auxquels j'ai participé, les différents projets que j'ai porté ou dont j'ai été collaboratrice, la liste de mes publications depuis la fin de ma thèse.
- La seconde partie s'intéresse aux Ondes Ultra Basses Fréquence. Cette thématique avait initialement été abordée dans ma thèse dans le cadre d'une antenne de capteurs. J'ai poursuivi les travaux sur ces ondes en développant une autre approche basée sur l'utilisation d'un unique capteur à partir d'une approche temps-fréquence adaptée. Ces travaux se sont déroulés principalement entre 2006 et 2011.
- La troisième partie concerne la Tomographie Acoustique Océanique haute résolution. Cette thématique, démarrée en collaboration avec P. Roux à ISTerre en 2006, a constitué le coeur de mon travail de recherche entre 2008 et 2014. Elle comporte différents volets allant de l'extraction d'observables par traitement d'antenne haute résolution, à la modélisation du problème direct par noyaux de sensibilité.

Première partie

Curriculum Vitae



**Barbara NICOLAS,**  
Chargée de Recherche CNRS, Section 7

Née le 16 Septembre 1978 à Clermont Ferrand (63),  
Nationalité française  
Pacsée, 3 enfants

mail : [barbara.nicolas@creatis.insa-lyon.fr](mailto:barbara.nicolas@creatis.insa-lyon.fr)  
web : <http://www.creatis.insa-lyon.fr/~nicolas/>

## 1 Situation actuelle

**Chargée de Recherche 1ère classe au CNRS**, section 7, au Laboratoire Créatis UMR 5220, Lyon au sein de l' Equipe 3 Imagerie Ultrasonore

## 2 Formation et titres universitaires français

**2004 :** • **Thèse de doctorat** de l'Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG) réalisée au Laboratoire des Images et des Signaux (LIS, UMR 5083), à compter du 1 oct. 2001, soutenue le 29 sept. 2004 (durée : 36 mois).

**Titre : Identification du milieu océanique et localisation de source en Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz) .**

*Directeurs de thèse* : Jean-Louis Lacoume et Jérôme Mars

Distinctions : lauréate du prix de thèse INPG 2005

lauréate du prix de thèse DGA 2004

**2001 :** • **Diplôme d'Etudes Approfondies** de l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Spécialité : Signal Image Parole Télécoms.

Mention : Bien.

**Titre du stage : Approche bayésienne en séparation de sources.**

Encadrant : M. Ali Mohammad-Djafari.

Stage réalisé au Laboratoire des Signaux et Systèmes (LSS), Gif sur Yvette

• **Diplôme d'Ingénieur** de l'Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs Electriques de Grenoble (ENSIEG-INPG). Spécialité : Signal, Image, Télécoms.

Mention : Bien.

### **3 Synthèse des activités de recherche**

- **Chargée de recherche CNRS au laboratoire Crétis, Equipe 3 Imagerie Ultrasonore**

Période : depuis juillet 2014

**Lieu : Crétis, Lyon**

**Thèmes :** Traitement du signal et imagerie médicale ultrasonore.

- Formation des images par traitement d'antenne,
- Nouvelles techniques d'émission, émissions codées
- Estimation de mouvement en imagerie US
- Tomographie océanique haute résolution,
- Ondes Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz).

**Collab. internes Crétis :** H. Liebgott, D. Vray

**Collab. nationales :** J. Mars (Gipsa-lab, Grenoble)

P. Roux (ISTerre, Grenoble)

J. Bonnel (Lab-STICC, ENSTA, Brest)

D. Fattaccioli (DGA-CTSN, Toulon)

L. Lamotte (MicrodB, Lyon)

**Collab. internationales :** S. Jesus (SipLab, Univ. d'Algarve, Portugal).

- **Chargée de recherche CNRS au laboratoire Gipsa-lab, équipe SigmaPhy**

Période : oct 2006 - juillet 2014

**Lieu : GIPSA-Lab, Grenoble**

**Thèmes :** Traitement du signal et physique des ondes pour la connaissance et la surveillance de l'environnement.

- Représentations temps-fréquence adaptées,
- Tomographie océanique haute résolution,
- Détection-localisation par barrières acoustiques,
- Imagerie de la surface océanique,
- Ondes Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz),
- Traitement d'antenne Haute Résolution,
- Ondes élastiques et Imagerie passive.

**Collab. internes Gipsa-lab :** J. Mars, O. Michel, C. Gervaise, M. Gay

**Collab. nationales :** P. Roux, R. Brossier, J. Virieux, A. Helmstetter (ISTerre, Grenoble)

D. Fattaccioli (DGA-CTSN, Toulon)

J. Bonnel (Lab-STICC, ENSTA, Brest)

H. Liebgott (Crétis, Lyon)

N. Sprinsky, M. Carmona (CEA-LETI, Grenoble)

L. Lamotte, C. Picard (MicrodB, Lyon)

**Collab. internationales :** S. Walker et W.A. Kuperman (MPL, Scripps San Diego, US).

S. Jesus (SipLab, Univ. d'Algarve, Portugal).

- **Mise à disposition de l'Université d'Algarve**

Période : sept. 2008 - sept. 2009

**Lieu : SipLab, Faro, Portugal**

**Thèmes :** Détection - Localisation de sources en Acoustique Sous Marine.

- Ondes Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz)
- Détection par barrières acoustiques

**Collab. internationales :** S. Jesus, C. Soares (SiPLAB, Faro)

• **Post-Doc CEA - Grenoble**

Période : sept 2005 - sept 2006

**Lieu : Commissariat à l'Energie Atomique, LETI, Grenoble**

**Thèmes :**

- Traitement d'images pour les Gamma-caméras à semi-conducteurs.
- Prise en compte du diffusé Compton (problèmes inverses, modélisation physique).

**Responsables :** J.M. Dinten, L. Verger (CEA Leti, Grenoble)

• **Post-Doc au Marine Physical Laboratory - San Diego**

Période : fev. 2005 - juillet 2005

**Lieu : Marine Physical Laboratory, SCRIPPS, San Diego**

**Thèmes :**

- Tomographie océanique haute résolution.
- Evolution temporelle de la carte de vitesse des ondes dans un guide d'ondes océanique.

**Responsables :** P. Roux, W. Kuperman (MPL, SCRIPPS San Diego, US)

• **ATER à l'ENSERG**

Période : sept. 2004 - aout 2005

**Lieu : Laboratoire des Images et des Signaux (LIS-INPG), Grenoble**

**Thèmes :**

- Amélioration de l'identification de l'océan : considération d'un guide complexe, automatisation des mesures dans le plan fréquence - nombre d'onde.
- Localisation en profondeur et en distance : utilisation de représentations temps-fréquence adaptées à la propagation océanique.

• **Thèse de doctorat au LIS**

Période : oct. 2001- sept. 2004

**Lieu : Laboratoire des Images et des Signaux (LIS-INPG), Grenoble**

Directeurs de thèse : Jean-Louis Lacoume et Jérôme Mars.

Titre : Identification du milieu océanique et localisation de source en Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz).

**Thèmes :**

- Identification du milieu océanique
- Localisation en profondeur de la source

**Collab. nationales :** D. Fattaccioli (DGA-CTSN, Toulon)

J. Virieux et S. Operto (Géosciences Azur, Nice)

**Collab. internationales :** P. Roux (Marine Physical Laboratory, San Diego)

**Composition du jury :** M. Fink, président, P. Larzabal et P. Roux, rapporteurs, P.Chevalier et D. Fattaccioli, examinateurs, J.L. Lacoume et J. Mars, directeurs de thèse.

## 4 Projets de recherche

J'ai eu la responsabilité de 2 projets principaux de recherche : une ANR Jeunes Chercheurs (projet B) de 2011 à 2014, et un projet Recherche Exploratoire Innovation DGA de 2008 à 2010 (projet D). Je suis également co-responsable d'un projet RAPID DGA depuis 2012 au sein duquel je me suis beaucoup investie (projet A). Les projets ci-dessous sont listés par ordre chronologique.

### A- Co-Responsable du projet RAPID DGA ARMADA : Antenne Réduite et Multi-Analyse pour la Discrémination Acoustique

Financement : DGA.

Période : oct. 2012 - oct. 2015.

Partenaires : MicrodB, Gipsa-Lab

Budget : 210 000 € pour Gipsa-Lab (budget total 700 000 € ).

Financement de 3 ans de chercheur expérimenté.

Role : Responsable Gipsa-Lab

Ce projet a pour objectif de proposer des méthodes de traitement d'antenne permettant une localisation des sources de bruit en acoustique aérienne et sous-marine (voiture, avion, navire) à partir d'un nombre réduit de capteurs, pour des sources en mouvement. L'idée est d'obtenir une carte de l'objet pour déterminer quelles zones sont les contributrices essentielles en terme de bruit.

### B- Responsable du projet ANR JCJC TOTS : Tomographie Océaniques en zone peu profonde, nouvelles perspectives en Traitement du Signal

Financement : ANR.

Période : janv. 2011 - aout 2014.

Partenaires : Gipsa-Lab, ISTerre

Budget : 180 000 € pour Gipsa-Lab (pas de financement pour ISTerre).

Financement de 3 ans de postdoc (G. Le Touzé et L. Bonneau).

Ce projet a pour objectif de proposer des méthodes avancées de traitement du signal pour réaliser la tomographie océanique en zone peu profonde : tomographie de vitesse, détection par barrière acoustique, tomographie de surface.

### C- Participation au projet Labex OSUG@2020 : Localisation des séracs et des écoulements sous-glaciaires par ondes sismiques

Financement : Labex OSUG@2020

Période : janv. 2013 - jan. 2014.

Partenaires : Gipsa-Lab, ISTerre

Budget : 8 500 €

Financement de matériel et d'un stage de Master 2. Role : Participant scientifique du projet

Ce projet avait pour objectif de proposer des méthodes de traitement du signal et de statistiques pour localiser les sources acoustiques d'un glacier (sources enfouies et en surface). Une première étape consiste à détecter et identifier les événements acoustiques.

### D- Responsable du projet Recherche Exploratoire Innovation : Localisation de sources UBF en Acoustique Sous-Marine

Financement : Recherche Exploratoire Innovation (REI) DGA.

Période : janv. 2008 - jan. 2010.

Partenaires : Gipsa-Lab, Thales Underwater System, DGA-CTSN

Budget : 200 000 € (150 000 € Gipsa-Lab et 50 000 € Thales Underwater System).

Financement d'un post-doc d'un an et demi (M. Lopatka).

Ce projet avait pour objectif de proposer des méthodes de localisation de sources Ultra Basse Fréquence (1-100 Hz) qui prennent en compte la physique de la propagation en guide d'ondes.

#### **E- Responsable d'un Projet Exploratoire Pluridisciplinaire CNRS (PEPS) : Barrière Acoustique pour le Détection et la Localisation**

Financement : CNRS.

Période : janv. 2009 - dec. 2009.

Partenaires : LGIT, Gipsa-Lab

Budget : 20 000 €

Ce projet avait pour objectif de réaliser une barrière de détection acoustique à petite échelle à partir d'un système de double antenne et de méthodes de tomographie.

## **5 Encadrements**

### **5.1 Encadrement doctoral**

J'ai co-encadré 5 thèses déjà soutenues et je co-encadre 3 thèses en cours actuellement, dont 1 en tant que directrice de thèse.

#### **Thèses en cours**

- Thèse de **P. Joos** (Encadrement à 30 %)

Période : oct. 2014 - sept. 2017. Allocation Ministérielle

**Imagerie ultrasonore ultra-rapide dédiée à la quantification 3D du mouvement cardiaque**

Directeur de thèse : H. Liebgott

Co-encadrant : B. Nicolas, D. Vray

- Thèse de **E. Conan** (Encadrement à 30 %)

Période : oct. 2014 - sept. 2017. Allocation ENSTA Bretagne

**Traitements adaptés aux antennes linéaires tractées pour la discrimination en immersion de sources Ultra Basse Fréquence (0-150 Hz)**

Directeur de thèse : T. Chonavel

Co-encadrant : J. Bonnel, B. Nicolas

- Thèse de **B. Oudompheng** (Encadrement à 50 %)

Période : oct. 2012 - sept. 2015. Bourse Cifre Défense

**Nouvelles méthodes de traitement d'antenne en acoustique, pour des antennes à très faible nombre de capteurs**

Directeur de thèse : B. Nicolas

Co-encadrant : L. Lamotte

#### **Thèses soutenues**

- Thèse de **F. Aulanier** (Encadrement à 40 %)

Période : oct. 2010 - sept. 2013. Allocation Ministérielle

**Tomographie Acoustique Océanique et Traitement du Signal**

Directeur de thèse : J.I. Mars

Co-encadrant : B. Nicolas et P. Roux

Devenir : Post Doctorant à l'Institut des Sciences de la Mer, Rimouski, Canada,

La publication [C7] de F. Aulanier a recu le **Best Student Paper Award à l'International**

**Congress on Acoustics (ICA/ACA 2013).**

- Thèse de **C. Marandet** (Encadrement à 40 %)

Période : oct. 2008 - sept. 2011. Allocation DGA

**Etude de la faisabilité d'une barrière acoustique en acoustique sous-marine**

Directeur de thèse : P. Roux

Co-encadrant : B. Nicolas

Devenir : Enseignant en Mathématiques, France

- Thèse de **M. Carmona** (Encadrement à 30 %)

Période : oct. 2008 - sept. 2011. Allocation CEA

**Micro système enfouis pour le contrôle de structure de génie civil ; traitement des signaux issus du réseau dense**

Directeur de thèse : O. Michel

Co-encadrant : B. Nicolas, N. Sprinsky

Devenir : CDI Ingénieur-Chercheur, CEA-LETI, Grenoble

- Thèse de **J. Bonnel** (Encadrement à 70 %)

Période : oct. 2007 - sept. 2010. Allocation DGA

**Localisation de sources Ultra Basse Fréquence en acoustique sous-marine**

Directeur de thèse : J. Mars

Co-encadrant : B. Nicolas

Devenir : Maître de Conférences, ENSTA Bretagne, Brest

- Thèse de **I. Iturbe** (Encadrement à 40 %)

Période : oct. 2006 - janv. 2010. Allocation ministérielle

**Tomographie acoustique haute résolution dans une guide d'ondes océanique**

Directeur de thèse : J. Mars

Co-encadrant : P. Roux, B. Nicolas

Devenir : Ingénieur-Chercheur à Tekniker, Anzola, Espagne.

## 5.2 Encadrement post-doctoral

- Post Doctorat de **B. Ouedraogo** (Encadrement à 60 %)

Période : sept. 2012 - aout 2014. Financement : projet Rapid DGA

**Séparation de sources de bruits de bateaux**

Encadrant : B. Nicolas, J. Mars et C. Jutten

Devenir : Post Doctorant Gipsa-lab, Grenoble, France

- Post Doctorat de **G. Le Touzé** (Encadrement à 70 %)

Période : janv. 2010 - sept. 2012. Financement ANR

**Traitemen t d'antenne Haute Résolution pour la Tomographie Acoustique Océanique**

Encadrant : B. Nicolas et J. Mars

Devenir : Professeur de Mathématiques (CAPES), Isère, France

- Post Doctorat de **L. Bonneau** (Encadrement à 30 %)

Période : janv. 2010 - sept. 2012. Financement ANR

**Tomographie de surface en guide d'onde océanique**

Encadrant : P. Roux et B. Nicolas

Devenir : Ingénieur Thalès Underwater System (TUS), Singapour

- Post-doctorat de **M. Lopatka** (Encadrement à 70 %)

Période : janv 2008 - juillet 2009

#### **Localisation de sources Ultra Basse Fréquence**

Encadrants : B. Nicolas, J. Mars

Financement : Projet REI DGA

Devenir : Ingénieur-Chercheur à Dune, Rome.

## 6 Encadrement, Animation et Management de la recherche

- **Direction de l'équipe SigmaPhy** (Signal-Image-Physique) du Département Image Signal de GIPSA-Lab,

Période : de mars 2010 à décembre 2014.

Effectif : 9 permanents, 7 Ater-Postdocs, 23 doctorants (dont 10 externes) au 1/7/2014. 53 thèses soutenues ou en cours sur 2010-2014.

- **Membre du Comité de direction du Labex OSUG@2020** dont l'équipe SigmaPhy fait partie. Ce comité a pour rôle d'assurer le fonctionnement du Labex (2010-2020)

Période : de 2010 à décembre 2014.

- **Co-Responsable des séminaires scientifiques du département DIS**

Période : de juin 2007 à mars 2012 (en collaboration avec S. Achard à partir de sept. 2008)

- **Membre de comités de recrutement à des postes de Maitres de Conférence** : ENSE3-GipsaLab en 2011 et 2012 (Contact Recherche), INSA-Créatis Lyon en 2011, Univ. Lille-CRISTAL Lille en 2015.

## 7 Organisation et expertises

- **Co-organisation des deux workshops Sérénade 2012 et Sérénade 2014** à Grenoble, 4-5 avril 2012 et 3-4-5 novembre 2014.

SERENADE : Surveillance, Etude et Reconnaissance de l'Environnement mariN par Acoustique DiscrÈTE

Site Web : <http://www.gipsa-lab.fr/workshop/SERENADE/> et [http://www.gipsa-lab.fr/workshop/Serenade\\_2014/](http://www.gipsa-lab.fr/workshop/Serenade_2014/)

Comité d'organisation : J. Mars, B. Nicolas, C. Gervaise, L. Bouffard-Tocat (GIPSA-Lab), J. Bonnel (ENSTA Bretagne), Y. Stéphan (SHOM).

60 participants, 30 présentations orales, 15 posters.

Taches : annonce, contact participants, inscriptions, développement site web, programme.

- **Selecteur pour différentes revues** : IEEE Transactions on Signal Processing, Signal Processing (Springer), Ultrasonics, Acoustical Society of America-Express Letters, Acta Acustica, Geophysical Journal International, Mechanical Systems and Signal Processing (Elsevier).

- **Expertise pour l'ANR** dans le cadre du programme Emergence (2012)

- **Expertise pour l'Université du Littoral Côte d'Opale** pour les financements Bonus Qualité Recherche (2014)

- **Examinateur de la thèse de Yang Liu Li** (Institut National des Sciences Appliquées de Lyon) soutenue le 11 décembre 2009. Modèle de formation d'image et estimation vectorielle de vitesses en imagerie ultrasonore haute fréquence avec un système à balayage mécanique.

## 8 Enseignements

Depuis la fin de ma thèse, j'ai toujours eu à cœur d'effectuer des enseignements. Outre l'intérêt d'être au contact de possibles futurs doctorants, j'aime partager mon goût pour la recherche avec des étudiants, aussi bien dans le cadre de cours magistraux que dans le cadre "plus convivial" de travaux pratiques. En effet, ces derniers permettent un échange important et sont un moment privilégié pour partager avec les étudiants mon intérêt pour le traitement du signal ou encore l'acoustique ainsi que pour leur transmettre une démarche scientifique de recherche.

Voici un résumé des principaux enseignements réalisés depuis mon recrutement en 2006. Le volume total des enseignements représente environ 300 h équivalent TD. Je n'ai pas enseigné tous les ans, notamment lors de ma mise à disposition de l'université d'Algarve (2008-2009) et l'année de mon 3ème congé maternité (2012-2013).

Les enseignements listés ici ont été donnés au minimum 3 ans :

- **Cours d'Acoustique** en 3ème année d'école d'ingénieur à l'ENSPG, puis à PHELMA (Grenoble-INP) : entre 16h et 20h/an, niveau M2.
- **Cours et TP de Traitement du Signal** au Master Pro Géosciences Exploration Risques (GER) de l'école doctorale Terre Univers Environnement (Université Joseph Fourier) : 25h/an, niveau M2.
- **TPs de Traitement du Signal** en 1ère année d'école d'ingénieur à l'ENSE3 (Grenoble-INP) : entre 12 et 24 h/an, niveau L3.
- **TPs de pré-orientation en Traitement du Signal** en 1ère année d'école d'ingénieur à PHELMA et à l'ENSE3 (Grenoble-INP) : entre 8 et 24h/an, niveau L3.
- **TP de Temps Fréquence** en 3ème année d'école d'ingénieur ENSE3, niveau M2 (Grenoble-INP) : 8h/an, niveau M2.
- **Tutorat de stages PFE** pour des étudiants de PHELMA et ENSE3 : environ 6h/an

## 9 Publications à partir de 2006.

Etant donné le caractère interdisciplinaire des travaux, les publications ci-dessous se situent à la fois dans des revues centrées autour du traitement du signal et de l'acoustique .

### *Revues internationales avec comité de lecture*

- [R1] M. Carmona, O. Michel, J.L. Lacoume, **Nicolas, B.**, and R. Vincent. On Green's correlation of Stokes' equation. *Wave Motion*, To appear, 2015.
- [R2] A Helmstetter, L. Moreau, **B. Nicolas**, P. Comon, and M. Gay. Intermediate-depth icequakes and harmonic tremor in an alpine glacier (glacier d'argentière, france) : evidence for hydraulic fracturing? *Journal of Geophysical Research*, To appear, 2015.
- [R3] A Helmstetter, **B. Nicolas**, P. Comon, and M. Gay. Basal icequakes recorded beneath an alpine glacier (glacier d'argentière, mont blanc, france) : evidence for stick-slip motion? *Journal of Geophysical Research*, To appear, 2015.
- [R4] P. Roux and **B. Nicolas**. Inverting for a deterministic surface gravity wave using the sensitivity-kernel approach. *Journal Acoustical Society of America*, 135(4) :1789–1799, 2014.
- [R5] J. Bonnel, G. Le Touzé, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Physics-based time-frequency representations for underwater acoustics. *Signal Processing Magazine, Special Issue on Time-Frequency*, pages 120–129, Nov. 2013.

- [R6] F. Aulanier, **B. Nicolas**, J.I. Mars, P. Roux, and R. Brossier. Shallow-water acoustic tomography from angle measurements instead of travel-time measurements. *Journal Acoustical Society of America, Express Letters (JASA-EL)*, 134(4) :373–379, 2013.
- [R7] F. Aulanier, **B. Nicolas**, P. Roux, and J. I. Mars. Time-angle sensitivity kernels for sound-speed perturbations in a shallow ocean. *Journal Acoustical Society of America*, 134(1) :88–96, 2013.
- [R8] P. Roux, C. Marandet, **B. Nicolas**, and W. A. Kuperman. Experimental measurement of the acoustic sensitivity kernel. *Journal Acoustical Society of America, Express Letters (JASA-EL)*, 134(1) :38–44, 2013.
- [R9] M. Carmona, O. Michel, J.L. Lacoume, N. Sprinsky, and **B. Nicolas**. An analytical solution for the complete sensor network attitude estimation problem. *Signal Processing*, 93(4) :652–660, 2013.
- [R10] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, J. I. Mars, P. Roux, and B. Oudompheng. Double-Capon and double-MUSICAL for arrival separation and observable estimation in an acoustic waveguide. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, ID 2012 :187, 2012.
- [R11] M. Carmona, O. Michel, J.L. Lacoume, N. Sprinsky, and **B. Nicolas**. Ward identities for visco-acoustic and visco-elastic propagation media. *Wave Motion*, 49(4) :484–489, 2012.
- [R12] J. Bonnel, C. Gervaise, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Single-receiver geoacoustic inversion using modal reversal. *Journal Acoustical Society of America*, 131(1) :119–128, 2012.
- [R13] J. Bonnel, C. Gervaise, P. Roux, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Modal depth function estimation using time-frequency analysis. *Journal Acoustical Society of America*, 130(1) :61–71, 2011.
- [R14] P. Roux, I. Iturbe, **B. Nicolas**, J. Virieux, and J.I. Mars. Travel-time tomography in shallow water : Experimental demonstration at an ultrasonic scale. *Journal Acoustical Society of America*, 130(3) :1232–1241, 2011.
- [R15] C. Marandet, P. Roux, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Target detection and localization in shallow water : an experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale. *Journal Acoustical Society of America*, 129(1) :85–97, 2011.
- [R16] J. Bonnel, **B. Nicolas**, S. Walker, and J.I. Mars. Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water. *Journal Acoustical Society of America*, 128(2) :719–727, Aout 2010.
- [R17] M. Lopatka, G. Le Touzé, **B. Nicolas**, X. Cristol, J.I. Mars, and D Fattaccioli. Underwater broadband source localization based on modal filtering and features extraction. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing*, ID 304103, 2010.
- [R18] I. Iturbe, P. Roux, J. Virieux, and **B. Nicolas**. Travel-time sensitivity kernels versus diffraction patterns obtained through double beamforming. *Journal Acoustical Society of America*, 126(2) :713–720, Aout 2009.
- [R19] I. Iturbe, P. Roux, **B. Nicolas**, J. Virieux, and J.I. Mars. Shallow-water acoustic tomography performed from a double-beamforming algorithm : Simulation results. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 34(2) :140–149, April 2009.
- [R20] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, J. Mars, and J.-L. Lacoume. Matched representations and filters for guided waves. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 57(5) :1783–1795, Mai 2009.

### *Revues françaises avec comité de lecture*

- [F1] **B. Nicolas**, I. Iturbe, P. Roux, and J.I. Mars. Double formation de voies pour la séparation et l'identification d'ondes : applications en contexte fortement bruité et à la campagnefaf03. *Traitementsignal (numéro spécial Gresti 07)*, pages 293–304, 2008.
- [F2] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, J. Mars, and D. Fattaccioli. Représentations temps - fréquence adaptées aux ondes guidées. *Traitementsignal*, 23 :379–390, 2006.

## *Conférences internationales avec comité de lecture*

- [C1] B. Ouedraogo, **B. Nicolas**, B. Oudompheng, J.I. Mars, and C. Jutten. A frequency method for blind separation of an anechoic mixture. In *22th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Lisbonne, Portugal, Aout 2014.
- [C2] F. Aulanier, H. Ayasso, **B. Nicolas**, P. Roux, and J.I. Mars. Sound-speed tomography using angle sensitivity-kernels in an ultrasonic waveguide. In *2nd international conference on Underwater Acoustics (UA2014)*, Rhodes, Grèce, Juin 2014.
- [C3] B. Oudompheng, A. Pereira, C. Picard, Q. Leclère, and **B. Nicolas**. A theoretical and experimental comparison of the iterative equivalent source method and the generalized inverse beamforming. In *5th Berlin Beamforming Conference (Bebec2014)*, Berlin, Allemagne, Février 2014.
- [C4] **B. Nicolas**, P. Roux, C. Marandet, and L. Bonneau. On the use of sensitivity kernels to image an gravity wave in an ultrasonic waveguide. In *1st international conference on Underwater Acoustics (UA2013)*, Corfu, Grèce, Juin 2013.
- [C5] J. Bonnel, **B. Nicolas**, G. Le Touzé, and J.I. Mars. Waveguide invariant-based spectrogram for modal dispersion analysis with perspective for low-frequency geoacoustic inversion at short-range. In *1st international conference on Underwater Acoustics (UA2013)*, Corfu, Grèce, Juin 2013.
- [C6] A. Cristea, F. Aulanier, H. Liebgott, and **B. Nicolas**. Estimation of time and angle variations for perturbations in an acoustic oceanic waveguide. In *1st international conference on Underwater Acoustics (UA2013)*, Corfu, Grèce, Juin 2013.
- [C7] F. Aulanier, **B. Nicolas**, P. Roux, and J. Mars. Time-angle ocean acoustic tomography using sensitivity kernels : Numerical and experimental inversion results. In *165th meeting Acoustical Society of America*, volume 133, page 3444, Montreal, Canada, Juin 2013.
- [C8] F. Aulanier, **B. Nicolas**, P. Roux, and J. Mars. Time-angle ocean acoustic tomography using sensitivity kernels : The forward problem. In *165th meeting Acoustical Society of America*, volume 133, page 3444, Montreal, Canada, Juin 2013.
- [C9] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, J. Mars, and P. Roux. Observable variation estimation with 3d high-resolution methods on tank experiment for acoustic tomography. In *11th European Conference on Underwater Acoustics*, Edimbourg, Grande Bretagne, Juillet 2012.
- [C10] **B. Nicolas**, L. Bonneau, C. Marandet, and P.Roux. Surface acoustic tomography : imaging a gravity wave at the surface of an ultrasonic fluid waveguide. In *11th European Conference on Underwater Acoustics*, Edimbourg, Grande Bretagne, Juillet 2012.
- [C11] L. Bonneau, C. Marandet, P. Roux, **B. Nicolas**, and J. Mars. Dynamic tomography of a gravity wave at the interface of an ultrasonic fluid waveguide. In *162th meeting Acoustical Society of America*, volume 130, page 2454, San Diego, Etats Unis, Nov. 2011.
- [C12] J. Bonnel, C. Gervaise, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Passive geoacoustic inversion in a dispersive waveguide. In *162th meeting Acoustical Society of America*, volume 130, page 2391, San Diego, Etats Unis, Nov. 2011.
- [C13] C. Marandet, P. Roux, P. La Rizza, and **B. Nicolas**. Understanding the feedback effect through the physics of the diffraction-based sensitivity kernel for a target in shallow water : A small-scale experimental demonstration. In *162th meeting Acoustical Society of America*, volume 130, page 2410, San Diego, Etats Unis, Nov. 2011.
- [C14] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, P. Roux, and J. Mars. Double multiple signal characterization active large band (d-musical) for extraction of observable in acoustic tomography. In *162th meeting Acoustical Society of America*, volume 130, page 2450, San Diego, Etats Unis, Nov. 2011.
- [C15] F. Aulanier, **B. Nicolas**, P. Roux, and J. Mars. Perspective of tomography inversion using direction-of-arrival and direction-of-departure. In *162th meeting Acoustical Society of America*, volume 130, page 2392, San Diego, Etats Unis, Nov. 2011.

- [C16] M. Carmona, O. Michel, J.-L. Lacoume, **B. Nicolas**, and N. Sprinsky. Passive identification of acoustic propagation media with viscous damping. In *19th European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, Barcelone, Espagne, Aout 2011.
- [C17] C. Marandet, P. Roux, and **B. Nicolas**. Amplitude and travel-time sensitivity kernels for a density change : experimental validation at the laboratory scale. In *4rd International Conference on Underwater Acoustics Measurements*, Kos, Grèce, Juin 2011.
- [C18] F. Aulanier, **B. Nicolas** , P. Roux, and J. Mars. Direction-of-arrival, direction-of-departure and travel-time sensitivity kernels obtained through double beamforming in shallow water. In *4rd International Conference on Underwater Acoustics Measurements*, Kos, Grèce, Juin 2011.
- [C19] J. Bonnel, **B. Nicolas** , and J. Mars. Modal depth function estimation over a partial spanning vla. In *4rd International Conference on Underwater Acoustics Measurements*, Kos, Grèce, Juin 2011.
- [C20] L. Jiang, F. Aulanier, G. Le Touzé, **B. Nicolas**, and J. Mars. Raypath separation with high resolution processing. In *IEEE Oceans*, Santander, Espagne, Juin 2010.
- [C21] C. Marandet, P. Roux, and **B. Nicolas**. Detection of a target in shallow water using the feedback phenomenon : a small-scale experimental demonstration. In *160th meeting Acoustical Society of America*, volume 128, page 2460, Cancun, Mexique, Nov. 2010.
- [C22] C. Marandet, P. Roux, and **B. Nicolas**. Tomography of the surface elevation in shallow water between two source-receiver ultrasonic arrays : a small-scale experimental demonstration. In *160th meeting Acoustical Society of America*, volume 128, page 2461, Cancun, Mexique, Nov. 2010.
- [C23] J. Bonnel, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and D. Fattaccioli. Signal processing tools for geoacoustic inversion in shallow water. In *Passive 2010*, Brest, France, Juin 2010.
- [C24] **B. Nicolas**, I. Iturbe, P. Roux, and J.I. Mars. Spatial and temporal hich resolution shallow water tomography in an ultrasonic tank : imaging a thermal plume. In *10th European Conference on Underwater Acoustics*, Istanbul, Turquie, Juillet 2010.
- [C25] J. Bonnel, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and D. Fattaccioli. Single receiver inversion in shallow water. In *10th European Conference on Underwater Acoustics*, Istanbul, Turquie, Juillet 2010.
- [C26] J. Bonnel, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and D. Fattaccioli. Source localisation in deep water using waveguide invariant distribution. In *10th European Conference on Underwater Acoustics*, Istanbul, Turquie, Juillet 2010.
- [C27] **B. Nicolas**, G. Le Touzé, C. Soares, S. Jesus, and J.I. Mars. Incoherent versus coherent matched mode processing for shallow water source localisation using a single hydrophone. In *Martech 2009*, Vilanova i la Geltru, Espagne, Nov. 2009.
- [C28] C. Marandet, P. Roux, and **B. Nicolas**. Detection and localization of a target in shallow water between two source-receive ultrasonic arrays : a small scale experiment demonstration. In *158th meeting Acoustical Society of America*, number 2187, San Antonio, United States, 2009.
- [C29] J. Bonnel, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and D. Fattaccioli. Rapid inversion in shallow water with a single receiver using modal time-frequency pattern extraction. In *IEEE Oceans*, Biloxi, United States, Oct. 2009.
- [C30] J. Bonnel, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and D. Fattaccioli. Frequency warping for waveguide characterisation with a single hydrophone. In *IEEE Oceans*, Biloxi, United States, Oct. 2009.
- [C31] M. Lopatka, **B. Nicolas**, G. Le Touzé, X. Cristol, B. Chalindar, J.I. Mars, and Fattaccioli D. Robust underwater localization for ultra low frequency sources in operational context. In *3rd International Conference on Underwater Acoustics Measurements*, Napflion, Grèce, Juin 2009.
- [C32] I. Iturbe, **B. Nicolas**, P. Roux, and J.I. Mars. New trends for shallow water acoustic tomography. In *2nd Workshop in Signal Processing for Marine and Seismic Data*, Espagne, Avril 2009.

- [C33] I. Iturbe, P. Roux, **B. Nicolas**, Virieux J., and J.I. Mars. Shallow water tomography : ray theory vs travel-time sensitivity kernels. In *157th meeting Acoustical Society of America*, Portland, United States, Mai 2009.
- [C34] J. Bonnel, **B. Nicolas**, J.I. Mars, Le Touzé G., and Fattaccioli D. Mode characterization in shallow water using warping tools. In *157th meeting Acoustical Society of America*, Portland, United States, Mai 2009.
- [C35] G Le Touzé, J. Torras, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Source localization on a single hydrophone. In *IEEE Oceans*, Quebec, Canada, Sept. 2008.
- [C36] J. Bonnel, G. Le Touzé, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and C. Gervaise. Automatic and passive whale localization in shallow water using gunshots. In *IEEE Oceans*, Quebec, Canada, Sept. 2008.
- [C37] **B. Nicolas**, P. Roux, I. Iturbe, and J.I. Mars. An acoustic barrier based on amplitude variations of the ray paths and double beamforming. In *Acoustics'08-155th meeting Acoustical Society of America*, Paris, France, Juin 2008.
- [C38] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Source localization on a single hydrophone. In *Acoustics'08-155th meeting Acoustical Society of America*, Paris, France, Juin 2008.
- [C39] I. Iturbe, P. Roux, **B. Nicolas**, and J.I. Mars. Ocean acoustic tomography using a double-beamforming algorithm. In *Acoustics'08-155th meeting Acoustical Society of America*, Paris, France, Juin 2008.
- [C40] **B. Nicolas**, G. Le Touzé, and J.I. Mars. Mode sign estimation to improve source depth estimation. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Las Vegas, Etats Unis, Avril 2008.
- [C41] **B. Nicolas**, L. Verger, P. Grangeat, O. Monnet, and J-M. Dinten. A compton scattering and a collimation model for gamma images enhancement. In *IEEE Medical Imaging Conference (MIC)*, San Diego, Oct. 2006.
- [C42] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, J.I. Mars, and J-L Lacoume. Time-frequency representation matched to guided waves. In *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP)*, Toulouse, France, 2006.

### *Conférences françaises avec comité de lecture*

- [T1] M. Carmona, O. Michel, J.L. Lacoume, and **B. Nicolas**. Identification passive en milieux acoustiques faiblement visqueux - expérimentations. In *24<sup>eme</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 13)*, Brest, France, Sept. 2013.
- [T2] F. Aulanier, **B. Nicolas**, P. Roux, J. Mars, and R. Brossier. Mesure d'angles par double formation de voie appliquée à la tomographie acoustique sous-marine. In *24<sup>eme</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 13)*, Brest, France, Sept. 2013.
- [T3] J. Bonnel, G. Le Touzé, **B. Nicolas**, and J. I. Mars. Représentations temps-fréquence de la classe de puissance basées sur l'invariant océanique. In *24<sup>eme</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 13)*, Brest, France, Sept. 2013.
- [T4] B. Oudompheng, C. Gervaise, L. Lamotte, B. Ouegraogo, **B. Nicolas**, and J. I. Mars. Modélisation temporelle des sources acoustiques d'un bâtiment marin ou sous-marin en mouvement dans le champ lointain. In *24<sup>eme</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 13)*, Brest, France, Sept. 2013.
- [T5] M. Carmona, O. Michel, J.L. Lacoume, **B. Nicolas**, and N. Sprinsky. Estimation d'attitudes dans les réseaux de capteurs. In *23<sup>eme</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 11)*, Bordeaux, France, Sept. 2011.
- [T6] G. Le Touzé, **B. Nicolas**, and J. I. Mars. Double music actif large bande pour la tomographie sous-marine. In *23<sup>eme</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 11)*, Bordeaux, France, Sept. 2011.

**Deuxième partie**

**Ondes Ultra Basse Fréquence**



# Contexte, Objectifs et Méthodes

## Contexte

Dans cette partie, nous nous focalisons sur la gamme fréquentielle Ultra Basse Fréquence (UBF) allant de 1 à 150 Hz. En effet, l'océan recèle de nombreuses sources UBF, qu'elles soient naturelles (mammifères marins, phénomènes géophysiques...) ou d'origine humaine (canon à air, bruit rayonné par un navire...). Ces sources créent des ondes UBF qui se propagent sur de grandes distances et pénètrent profondément dans les sous-sols. La propagation de ces ondes UBF dans les milieux petit fond est dispersive : différentes fréquences se propagent à différentes vitesses. Cette dispersion est ambivalente. D'une part, la dispersion déforme les signaux lors de la propagation et rend *a priori* leur étude plus compliquée. D'autre part, une fois caractérisée, la dispersion permet de remonter aux informations sur le milieu de propagation et sur la source. Les ondes UBF, étudiées avec des outils de traitement du signal adaptés, sont donc d'excellents vecteurs d'information. Elles peuvent être utilisées aussi bien pour des thématiques de localisation de sources que de caractérisation de l'environnement.

## Objectifs

L'objectif de mes travaux est de proposer des méthodes passives de localisation de sources et de caractérisation du milieu à partir d'un unique capteur, pour des sources UBF impulsionnelles ou courtes en temps<sup>1</sup>. Je m'intéresse particulièrement aux environnements petit fond ( $< 200$  m) et à des distances de propagation entre 5 km et quelques dizaines de km. Dans ces environnements très riches en sources UBF, la configuration mono-capteur, relativement peu étudiée, n'est pas une configuration favorable : elle n'autorise aucun traitement d'antenne et interdit l'accès à certains outils (transformée fréquence-nombre d'onde, calcul matriciel). Cependant, la description théorique de la propagation des ondes UBF en petit fond ouvre des possibilités grâce à la prise en compte du caractère dispersif de celle-ci dans les méthodes de traitement.

## Méthode

Pour cela, nous développons des outils de représentation et de filtrage adaptés aux signaux acoustiques de la configuration d'étude. Dans le cas d'ondes UBF en milieux petit fond la propagation peut être décrite par la théorie des modes. Le signal reçu est donc composé de plusieurs structures non linéaires appelés modes. La difficulté principale vient du fait que ces structures ne sont séparées dans aucun espace de représentation classique (temps, fréquence ou temps-fréquence). Les méthodes développées ici, basées sur les opérateurs de déformation ("warping"), prennent en compte le caractère non-linéaire de ces structures pour une meilleure représentation (temporelle ou fréquentielle) et un meilleur filtrage des modes.

A partir de ces représentations, des méthodes et outils complémentaires ont été développés pour résoudre différents problèmes réels de localisation et d'identification du milieu. Parmi les problèmes résolus, on peut noter l'identification de paramètres géoacoustiques sur des données

1. Le concept de source "courte en temps" est principalement lié aux fréquences d'études, à la distance de propagation et à la profondeur du milieu. Pour donner un ordre de grandeur, en notant  $d_S$  la durée du signal source, une source courte en temps doit vérifier  $d_S < \arg \min_{m,n,f} t_m(f) - t_n(f)$  avec  $t_m(f)$  le Temps d'Arrivée du Mode (TAM)  $m$  à la fréquence  $f$  défini dans la section 1.1. Il faut donc que la durée du signal source soit inférieure au plus petit écart temporel existant entre les modes.

provenant de la Mer du Nord ou encore la localisation de baleines franches dans la baie de Fundy (Canada).

Le plan de cette partie sera le suivant : après quelques rappels utiles concernant la propagation UBF en guide d'ondes, les warpings temporels et fréquentiels proposés seront présentés puis utilisés pour permettre le filtrage des modes.

Les méthodes de localisation de sources ainsi que de caractérisation de l'environnement seront ensuite présentées et appliquées sur des données réelles.

Enfin, une brève section sera consacrée à des travaux plus récents sur le développement de représentations temps-fréquence appartenant à la classe de puissance et basées sur l'invariant océanique.

## Encadrements, collaborations et projets

Je présente ici, en suivant l'ordre du manuscrit, les différents liens entre les travaux scientifiques autour des Ondes UBF et les thèses encadrées, collaborations et projets.

Les travaux concernant le warping temporel ont été réalisés dans le cadre de la thèse de G. Le Touzé (2004-2007), pour laquelle j'ai participé de manière informelle à l'encadrement. Le warping fréquentiel a été développé dans la thèse de J. Bonnel (2007-2010). Différents filtrages des modes ont été proposés dans ces deux thèses.

Le Matched Mode Processing a été proposé durant mon année au SipLab (Portugal) en 2008-2009 en collaboration avec C. Soares. La localisation par coefficient d'excitation et phase des modes est liée au projet Recherche Exploratoire Innovation (REI) de la DGA (2008-2010) en collaboration avec la DGA/TN et particulièrement avec D. Fattaccioli, ainsi qu'à la thèse de G. Le Touzé et au post-doc de M. Lopatka (2008-2009).

Tous les travaux concernant les Temps d'Arrivées des Modes, ainsi que la localisation de source et l'estimation des paramètres géoacoustiques ont été réalisés avec J. Bonnel, entre 2009 et 2012, soit dans le cadre de sa thèse soit en collaboration depuis son recrutement en temps que Maître de Conférence à l'ENSTA Bretagne (Labsticc, Brest).

Les RTF basées sur la classe de puissance ont été proposées en 2012 en collaboration avec J. Bonnel (ENSTA) et G. Le Touzé (enseignant).

La plupart de ces travaux ont été réalisés collaboration avec J. Mars (Gipsa-Lab).

# Warping et filtrage modal

## Contents

<b>1.1 Propagation UBF en petit fond . . . . .</b>	<b>23</b>
<b>1.2 Warping . . . . .</b>	<b>28</b>
1.2.1 Warping temporel . . . . .	29
1.2.2 Warping fréquentiel . . . . .	30
1.2.3 Représentations adaptées . . . . .	31
<b>1.3 Filtrage modal . . . . .</b>	<b>32</b>
<b>1.4 Conclusion . . . . .</b>	<b>36</b>

## 1.1 Propagation UBF en petit fond

Le milieu océanique peu profond peut être considéré comme un guide d'ondes dont les limites sont la surface et le fond. Dans le cas simple d'un guide ne variant pas horizontalement, il est possible de travailler en coordonnées cylindriques  $(r, z)$ , avec une invariance selon la troisième dimension. La solution à deux dimensions,  $r$  distance et  $z$  profondeur, sera alors le produit de deux ondes à une dimension. La solution est composée d'ondes stationnaires verticalement et d'ondes propagatives horizontalement. Ces ondes stationnaires en  $z$  sont appelées fonctions modales. Pour décrire le champ acoustique, plusieurs modes sont nécessaires. Chaque mode est constitué d'une onde propagative horizontalement modulée en amplitude par une fonction modale. Le champ total est alors la somme des modes. La figure 1.1 illustre un tel phénomène : la courbe bleue de gauche représente une fonction modale et la courbe bleue de droite traduit la propagation horizontale.

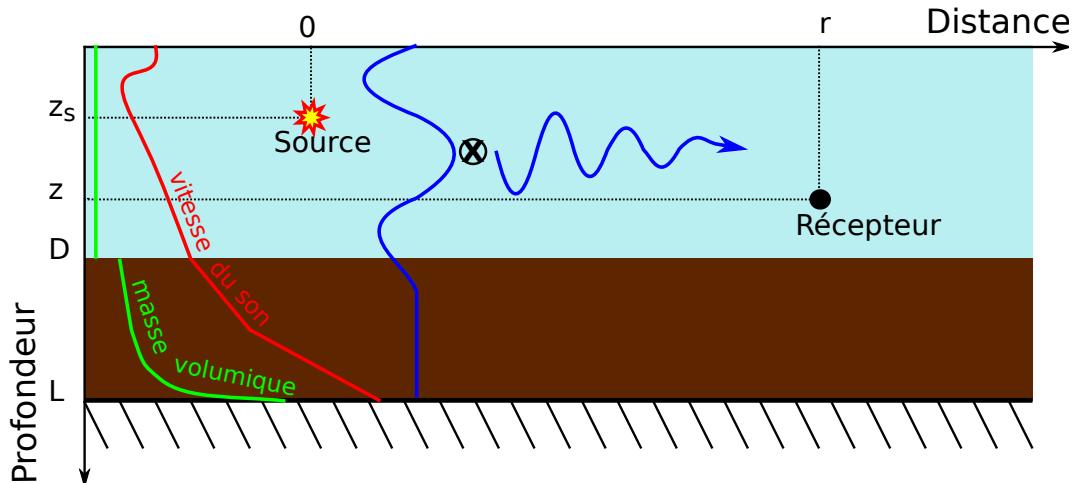


FIGURE 1.1 – Illustration de la propagation modale dans un guide d'onde quelconque entre une source impulsionnelle et un unique capteur [Bonnel 2010a].

Afin de caractériser ce milieu, nous allons rappeler brièvement les équations de la propagation dans un guide d'ondes. Considérons une source ponctuelle, monochromatique de pulsation  $\omega^1$  située en  $r = 0$  et  $z = z_s$ . La pression acoustique complexe reçue au point  $M(r, z)$  s'exprime sous la forme  $P(r, z) \exp(i\omega t)$ .

En supposant la distance source-capteur suffisamment grande ( $k_{rm}r > 4$ ) [Clay 1977], qui correspond à notre cas d'intérêt, le champ de pression, reçu à la distance  $r$  et à la profondeur  $z$ , s'exprime par une somme de modes :

$$P(r, z) = A \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(z_s) \psi_m(z) \frac{\exp(-ik_{rm}r)}{\sqrt{k_{rm}r}} \quad (1.1)$$

avec

- $m$  le numéro du mode
- $\vec{k}_m$  le vecteur d'onde, également appelé nombre d'onde, orienté suivant la direction de propagation, de norme  $\omega/c(z)$ . Il s'exprime par  $\vec{k}_m = k_{rm}\vec{u}_r + k_{zm}\vec{u}_z$  où  $\vec{u}_r$  et  $\vec{u}_z$  sont les vecteurs unitaires suivant les axes distance  $r$  et profondeur  $z$  respectivement.
- $k_{rm}$  la composante horizontale du nombre d'onde, ou nombre d'onde horizontal. Notons que  $k_{zm}$  est la composante verticale du nombre d'onde, ou nombre d'onde vertical.
- $\psi_m$  les fonctions d'excitation des modes, également appelées "fonctions modales",
- $A = \frac{\exp(i\pi/4)}{\rho(z_s)\sqrt{8\pi r}}$  une constante,
- $\rho$  la masse volumique.

Dans le cas d'un signal source large bande  $s(t)$ , il est possible d'étendre l'étude en considérant le milieu comme un système linéaire entre la source et le récepteur, stationnaire en temps et en espace [Pignot 1997]. En notant  $S(\omega)$  la transformée de Fourier de  $s(t)$ ,  $P(r, z, \omega)$  la fonction de transfert du milieu à la pulsation  $\omega$ , et  $Y(r, z, \omega)$  la transformée de Fourier du signal  $y(r, z, t)$  reçu en un point  $(r, z)$ , on obtient, à la pulsation  $\omega$  :

$$Y(r, z, \omega) = P(r, z, \omega)S(\omega) = \sum_{m=1}^{\infty} P_m(r, z, \omega) = AS(\omega) \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(\omega, z_s) \psi_m(\omega, z) \frac{e^{-irk_{rm}(\omega)}}{\sqrt{rk_{rm}(\omega)}}, \quad (1.2)$$

avec  $P_m(r, z, \omega)$  le mode  $m$ . Le signal reçu  $y(r, z, t)$  peut être obtenu simplement par transformée de Fourier inverse de  $Y(r, z, \omega)$ .

Deux guides d'ondes particuliers sont classiquement étudiés : le guide parfait et le guide de Pekeris. Le guide parfait est un guide dont les interfaces sont : une surface parfaitement réfléchissante et un fond parfaitement rigide (pas de transmission dans le fond). Le guide de Pekeris est formé de deux couches fluides homogènes : une couche d'eau et une couche représentant le fond marin.

Ces configurations ont été étudiées dans de nombreux ouvrages [Pekeris 1948, Clay 1977, Tolstoy 1987, Brekhovskikh 1991, Jensen 1994]. Le guide parfait est fréquemment étudié car il permet une modélisation analytique très simple de la propagation bien que celle-ci soit souvent assez éloignée de la propagation réelle. Le guide de Pekeris, quant à lui, permet une modélisation plus réaliste de l'environnement tout en conservant une modélisation analytique relativement simple mais nécessitant une résolution numérique. Nous allons mentionner quelques caractéristiques utiles de ces deux guides.

1. On utilisera, suivant le cas, la pulsation  $\omega$  ou la fréquence  $f$ . La pulsation est classiquement utilisée en physique des ondes tandis que la fréquence est l'outil des traiteurs de signaux. Les deux quantités se réfèrent au même type de grandeur et sont reliées par la relation  $\omega = 2\pi f$

### Guide parfait

Le guide parfait est composé d'une colonne d'eau de hauteur  $D$ , ayant une masse volumique  $\rho$  et une vitesse  $c$  constantes. La surface est parfaitement réfléchissante (coefficient de réflexion  $R = -1$ ) et le fond est parfaitement rigide ( $R = 1$ ). La relation de dispersion qui relie la pulsation  $\omega$  et le nombre d'onde horizontal  $k_{rm}$  vaut :

$$k_{rm} = \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - \left[ \frac{(2m-1)\pi}{2D} \right]^2} \quad (1.3)$$

et les fonctions modales sont des fonctions sinusoïdales qui s'expriment par :

$$\psi_m(z_s) = \sqrt{\frac{2\rho}{D}} \sin\left(\frac{(2m-1)\pi z_s}{2D}\right) \quad (1.4)$$

De l'équation (1.3), on déduit que le nombre d'onde du mode  $m$  n'est réel qu'à partir d'une certaine fréquence  $f_{cm}$ , qui est la fréquence de coupure du mode  $m$ , telle que :

$$f_{cm} = \frac{(2m-1)c}{4D}. \quad (1.5)$$

En effet, si  $f < f_{cm}$  alors  $k_{rm}(f)$  est imaginaire et le mode est évanescant. On remarque que la fréquence de coupure est une fonction croissante du numéro du mode  $m$ . Cela confirme que plus la fréquence est basse, moins le nombre de modes propagatifs est grand. Cela nous avantage, puisque dans notre contexte UBF, nous pourrons caractériser la propagation avec un nombre réduit de modes, inférieur à 10.

### Guide de Pekeris

Le guide de Pekeris est constitué d'une colonne d'eau de hauteur  $D$ , de vitesse  $V_1$  et densité  $\rho_1$  constantes, avec une surface parfaitement réfléchissante. Le fond est un milieu fluide semi-infini de vitesse  $V_2$  et densité  $\rho_2$  constantes.

Cette configuration a été étudiée en détail dans [Pekeris 1945, Brekhovskikh 1991, Jensen 1994]. L'expression du champ acoustique à grande distance reçu au point  $M(r, z)$ , situé dans la couche d'eau, est :

$$P(r, z, \omega) = \frac{\sqrt{8\pi i}}{D} \sum_{m=1}^{\infty} D_m(\omega) \psi_m(\omega, z_s) \psi_m(\omega, z) \frac{\exp(-ik_{rm}r)}{\sqrt{k_{rm}r}} \quad (1.6)$$

avec :

- $k_m = \sqrt{k_{rm}^2 + k_{zm}^2} = \omega/V_1$ , le vecteur d'onde,
- $D_m(\omega)$  une constante dépend de la fréquence (expression dans [Brekhovskikh 1991]),
- $\psi_m(\omega, z) = \sin(k_{zm}(\omega)z_s)$ , la fonction modale du mode  $m$ , évaluée à la profondeur  $z$ ,

L'expression du champ acoustique a une forme similaire à celui obtenu dans le cas du guide parfait. La différence principale est que les fonctions modales  $\psi_m(\omega, z)$  dépendent de la fréquence. La relation qui permet d'obtenir les valeurs des nombres d'onde provient des conditions aux limites à la surface et au fond :

$$\tan(k_{zm}D) = -i \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{k_{zm}}{\sqrt{k_{rm}^2 - \left(\frac{\omega}{V_2}\right)^2}} \quad (1.7)$$

Les modes sont sinusoïdaux dans la colonne d'eau et décroissent exponentiellement dans le fond.

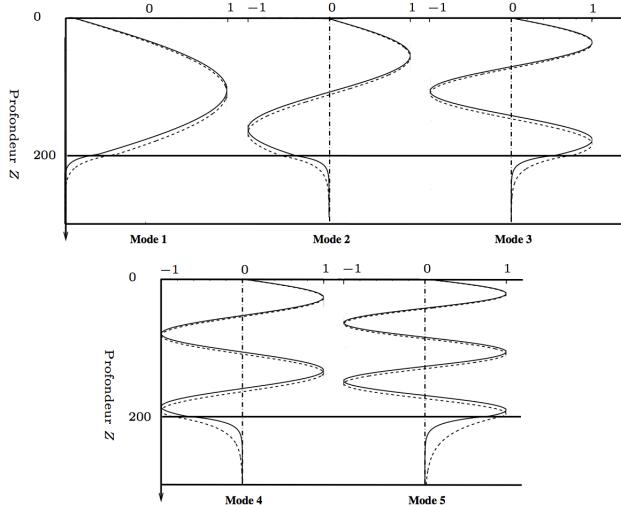


FIGURE 1.2 – Coefficients d'excitation de 5 modes dans un guide de Pekeris pour 2 sources de fréquences 30 Hz (traits pointillés) et 50 Hz (traits pleins) [Le Touzé 2007a].

## Dispersion

La dispersion est une notion permettant de traduire le fait que différentes fréquences ne se propagent pas à la même vitesse. C'est le phénomène que nous analysons et exploitons dans toutes les méthodes dédiées aux UBF que nous avons proposées.

Dans les limites de l'acoustique linéaire que nous avons considérées, la vitesse du son ne dépend pas de la fréquence. Dans un espace libre infini, la propagation acoustique n'est donc pas dispersive. Cependant les guides d'ondes, de par leur géométrie, provoquent de la dispersion. En effet, nous avons vu que même dans le cas simple du guide parfait, le nombre d'onde horizontal dépend de la fréquence. De manière générale, on appelle *relation de dispersion* la relation entre  $k_{rm}$  et  $\omega$ . Cela nous amène à introduire les concepts de vitesse de phase et de groupe.

La vitesse de phase  $v_{pm}$  d'un mode est la vitesse horizontale d'un front d'onde et est définie par :

$$v_{pm} = \frac{\omega}{k_{rm}}. \quad (1.8)$$

La vitesse de groupe d'un mode  $v_{gm}$  est quant à elle la vitesse horizontale à laquelle se propage l'énergie d'un mode  $m$ . A partir du principe de la phase stationnaire, on obtient son expression :

$$v_{gm} = \frac{d\omega}{dk_{rm}}. \quad (1.9)$$

Nous verrons plus tard qu'elle permet de localiser précisément les modes dans le plan temps-fréquence.

## Temps d'arrivée des modes (TAM)

On définit  $t_m(\omega)$  le temps d'arrivée de la pulsation  $\omega$  pour le mode  $m$ . A partir de l'approximation de la phase stationnaire, on trouve que les Temps d'Arrivée des Modes (TAM) sont liés aux vitesses de groupe  $v_{gm}$  par la relation suivante :

$$t_m(\omega) = \frac{r}{v_{gm}(\omega)}. \quad (1.10)$$

Notons que cette définition physique des TAM qui lie pulsation et temps d'arrivée a son équivalent en traitement du signal sous le terme de retard de groupe, noté  $\tau_m(\omega)$ . Pour une mode  $m$  donnée, les TAM sont les retards de groupe :  $t_m(\omega) = \tau_m(\omega)$ .

### Représentation Temps-Fréquence idéale

La distribution Temps-Fréquence Idéale du mode  $m$  est définie telle que la densité spectrale  $|M(\omega)|^2$  soit localisée uniquement au niveau des TAM [Stankovic 1994]. Si l'on s'intéresse uniquement à la localisation temps-fréquence des modes, et non à la valeur de l'énergie, on peut définir la Représentation Temps-Fréquence Idéale Modale (RTFIM) du signal complet par :

$$RTFIM(t, \omega) = \sum_m \delta[t - \frac{r}{v_{gm}(\omega)}] \quad (1.11)$$

La figure 1.3 présente la RTFIM pour les guides parfait et de Pekeris pour une distance source/récepteur de 5 km. Elle présente bien les lieux d'existence des modes dans le plan temps-fréquence.

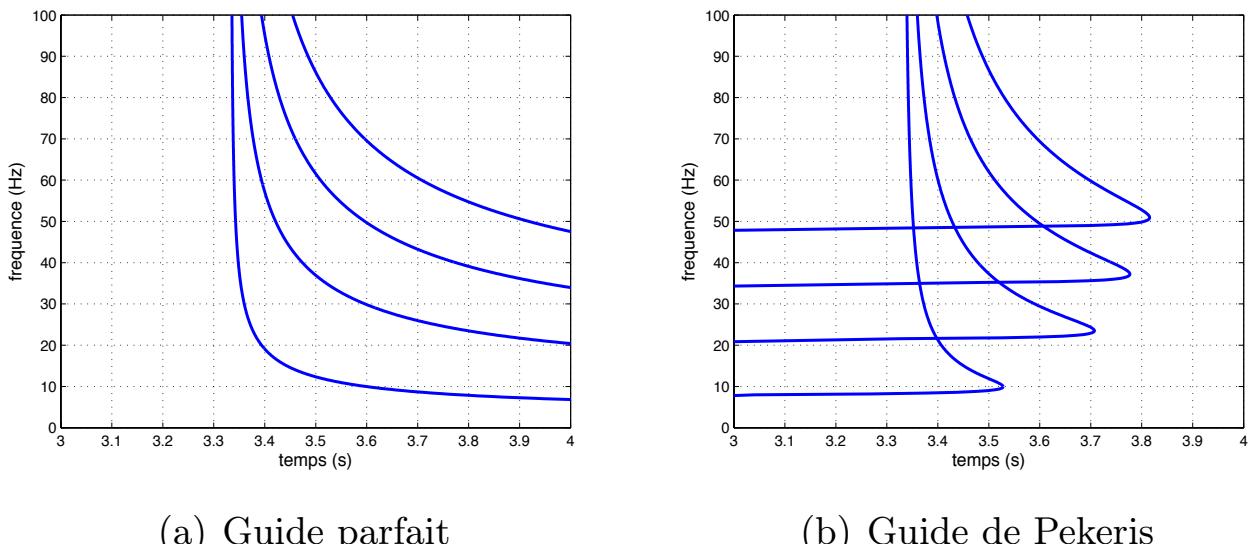


FIGURE 1.3 – Représentation Temps-Fréquence Idéale Modale. Paramètres des guides :  $D = 100$  m,  $c = V_1 = 1500$  m/s,  $V_2 = 1800$  m/s [Bonnel 2010a].

### Expressions compactes utiles

A partir de l'équation (1.2), l'expression du spectre du signal reçu, noté  $P(f)$  pour simplifier les notations, peut s'exprimer simplement sous la forme "amplitude-phase" :

$$P(f) = \sum_{m=1}^M P_m(f) = \sum_{m=1}^M B_m(f) e^{i\tilde{\Phi}_m(f)} \quad (1.12)$$

avec  $\tilde{\Phi}_m(f) = -k_{rm}(f)r$  la phase et  $B_m(f)$  une fonction lentement variable de la fréquence.

Dans le domaine temporel, en utilisant la phase stationnaire, on a de manière équivalente [Tolstoy 1987] :

$$p(t) = \sum_{m=1}^M p_m(t) = \sum_{m=1}^M A_m(t) e^{i\Phi_m(t)} \quad (1.13)$$

avec  $\Phi_m(t)$  la phase instantanée et  $A_m(t)$  une fonction lentement variable du temps.

Dans le cas du guide parfait, l'expression des phases  $\tilde{\Phi}_m(f)$  et  $\Phi_m(t)$  est possible de manière analytique. Elle s'obtient à partir des équations (1.2) et (1.3) pour  $\tilde{\Phi}_m(f)$ . En utilisant l'équation (1.10), son développement pour obtenir la loi de la fréquence instantanée en fonction du temps et le fait que la fréquence instantanée est la dérivée de la phase on obtient  $\Phi_m(t)$ . On a :

$$\tilde{\Phi}_m(f) = -2\pi \frac{r}{c} \sqrt{f^2 - f_{cm}^2} \quad (1.14)$$

Notons que l'expression (1.14) n'est valable que pour  $f > f_{cm}$ , où  $f_{cm}$  est la fréquence de coupure du mode  $m$ .

$$\Phi_m(t) = 2\pi f_{cm} \sqrt{t^2 - (r/c)^2} = 2\pi f_{cm} \xi(t) \quad (1.15)$$

avec  $\xi(t) = \sqrt{t^2 - (r/c)^2}$  la fonction dispersive générale.

Notons que l'expression (1.15) n'est valable que pour  $t > t_\infty = r/c$ , appelé *temps de trajet direct*.  $t_\infty$  est le temps d'arrivée du début du signal sur le récepteur.

## 1.2 Warping

Aux distances d'étude qui nous intéressent (de l'ordre de la dizaine de kilomètres), la structure non linéaire des modes associée à une dispersion inter-modale trop faible ne permet pas une bonne séparation des modes. Pour étudier correctement le signal reçu, il existe deux solutions principales :

- transformer le signal pour compenser la dispersion et rendre linéaire les structures qui ne l'étaient pas,
- adapter les outils de représentation aux structures non linéaires.

Ces deux techniques nécessitent l'utilisation d'opérateurs de transformation qui vont permettre de contourner le problème de la non-linéarité. Pour ne pas altérer les signaux transformés, on choisit d'utiliser et de développer des opérateurs unitaires qui conservent l'énergie et les produits scalaires. De plus, on choisit de n'utiliser que des transformations inversibles. Ces opérateurs sont souvent basés sur des opérateurs de déformation, dits de *warping*, qui déforment l'un des axes du signal : temporel ou fréquentiel.

Ces méthodes ont été introduites dans les années 90, notamment par [Altes 1990, Papandreu 1993, Hlawatsch 1997] puis ont été généralisées grâce au principe d'équivalence unitaire dans [Baraniuk 1995]. Il a alors été montré que transformer le signal ou adapter les outils de représentation sont deux techniques équivalentes.

Les travaux présentés ici ont consisté à développer des opérateurs de warping basés sur un modèle de propagation simple, mais suffisamment robustes pour fonctionner en contexte réel.

## Principe du warping

Le principe du warping est de transformer le signal en déformant l'axe temporel ou fréquentiel. Mathématiquement parlant, le warping est avant tout un changement de variable. En effet, considérons une fonction  $g$  de la variable  $x$ . La version déformée  $\mathbf{W}_h g$  de  $g$  est donnée par :

$$\mathbf{W}_h g(x) = \sqrt{\left| \frac{dh(x)}{dx} \right|} g[h(x)], \quad (1.16)$$

où  $h$  est la fonction de déformation. La variable  $x$  est remplacée par  $h(x)$  et le terme  $\sqrt{\left| \frac{dh(x)}{dx} \right|}$  permet simplement de conserver l'énergie. On appelle  $\mathbf{W}_h$  l'opérateur de warping. La fonction  $h$  doit être dérivable. Si de plus elle est bijective, sa réciproque  $h^{-1}$  existe et le warping est inversible. L'opérateur de warping inverse est alors  $\mathbf{W}_{h^{-1}}$  et on a :

$$\mathbf{W}_{h^{-1}} \mathbf{W}_h g(x) = \mathbf{W}_h \mathbf{W}_{h^{-1}} g(x) = g(x). \quad (1.17)$$

Dans notre cas, la fonction  $g$  sera un signal dans le domaine temporel ou fréquentiel ; la variable  $x$  sera alors respectivement le temps  $t$  ou la fréquence  $f$ .

### 1.2.1 Warping temporel

Dans le cadre de la thèse de G. Le Touzé, nous avons proposé des opérateurs unitaires permettant de rendre linéaire la phase instantanée des modes dans deux guides : le guide parfait et le guide de Pekeris. Ces opérateurs, appelés par la suite warping temporel, ont été développés dans le cadre des opérateurs unitaires. Les transformées de Fourier (TF) adaptées et les transformées de Fourier à court terme (TFCT) adaptées issues de ces opérateurs ont été établies et étudiées [Le Touzé 2009].

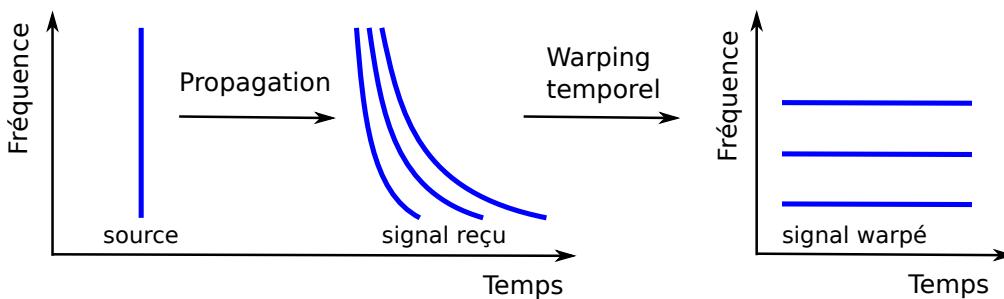


FIGURE 1.4 – Principe du warping temporel [Le Touzé 2007a].

Dans ce document, le formalisme des opérateurs unitaires ne sera pas repris et le warping temporel sera présenté simplement comme un changement de variable, ou encore une déformation de l'axe temporel. Pour le formalisme du warping temporel du guide parfait et de Pekeris à partir des opérateurs unitaires, le lecteur peut se référer à [Le Touzé 2007a] et [Le Touzé 2009].

Par ailleurs, dans un souci de simplicité, mais surtout parce que l'outil s'avère robuste aux erreurs de modélisation, nous présenterons ici uniquement le warping temporel adapté au guide parfait (qui sera par la suite appelé warping temporel par abus de langage). En effet, celui-ci donne des résultats satisfaisants pour de nombreuses configurations expérimentales, même lorsque celles-ci sont éloignées du modèle du guide parfait.

L'expression compacte obtenue à l'équation (1.13) et l'expression de la phase dans le guide parfait (1.15) permettent de définir la fonction de transformation  $h(t)$  telle que :

$$h(t) = \xi^{-1}(t) = \sqrt{t^2 + \frac{r^2}{c^2}} \quad (1.18)$$

Grâce à cette fonction de warping, indépendante du numéro du mode, tous les modes seront déformés en même temps et deviendront des structures linéaires dans le plan temps-fréquence. En effet, dans le cas du guide parfait, le résultat du warping temporel sur le signal reçu  $p^{parf}(t)$  est :

$$\mathbf{W}_h p^{parf}(t) = \sum_m c_m(t) e^{i2\pi f_{cm} t}, \quad (1.19)$$

où  $c_m(t) = \sqrt{h'(t)} b_m[h(t)]$  est l'évolution de l'enveloppe du mode  $m$  déformé.

La phase du mode  $m$  déformé est maintenant  $2\pi f_{cm} t$  et **le mode  $m$  déformé est donc une sinusoïde de fréquence  $f_{cm}$**  (nous parlerons par la suite de "fréquence pure"). Notons qu'en pratique cela reste le cas même si le signal warpé provient d'un environnement plus complexe que celui du guide parfait. La figure 1.4 illustre le principe du warping temporel. Les détails de son implémentation sont donnés dans [Le Touzé 2007a].

La fonction de warping ainsi définie est bijective. Son inverse,  $h^{-1}(t) = \xi(t)$  permet de revenir du signal déformé au signal original. Cette propriété va nous permettre d'effectuer le *filtrage modal* présenté dans la section 1.3.

Il est important de noter que les équations présentées ici ne sont valables que pour  $t > t_\infty$ , le temps de trajet direct. Cela constitue une condition de causalité importante. En d'autres termes, avant de déformer temporellement le signal, il faut s'assurer de ne considérer que les temps supérieurs au temps de trajet direct. C'est dans ce but que nous introduisons maintenant un nouveau type de warping développé dans le cadre de la thèse de J. Bonnel [Bonnel 2009b, Bonnel 2009a]. Son originalité est de ne pas être appliqué dans le domaine temporel, mais sur la TF du signal. Nous l'appelons donc *warping fréquentiel*.

### 1.2.2 Warping fréquentiel

Le but du warping fréquentiel est de rendre linéaire la phase de la TF d'un mode, et donc de transformer ce mode en "Dirac" dans le domaine temporel. Le warping fréquentiel adapté au guide parfait, proposé dans la thèse de J. Bonnel, est donc basé sur l'expression de la TF du signal reçu (1.12) et de sa phase (1.14) [Bonnel 2010b].

On définit alors la fonction de déformation  $h_m(f)$  :

$$h_m(f) = \sqrt{f^2 + f_{cm}^2} \quad (1.20)$$

Cette fonction de déformation dépend de l'indice  $m$  du mode : seul le mode  $m$  sera correctement déformé. De plus, elle n'est valable que pour les fréquences supérieures à la fréquence de coupure  $f_{cm}$ .

Dans un guide parfait, le résultat du warping fréquentiel, adapté au mode  $m$ , sur la TF du signal reçu est :

$$\mathbf{W}_{h_m} P^{parf}(f) = C_m(f) e^{-j2\pi \frac{r}{c} f} + \sum_{i \neq m} C_i(f) e^{-j2\pi \frac{r}{c} \sqrt{f^2 + f_{cm}^2 - f_{ci}^2}}, \quad (1.21)$$

où  $C_m(f) = \sqrt{h'_m(f)}C_m[h_m(f)]$ . La phase du mode  $m$  déformé est linéaire en fréquence et vaut  $2\pi \frac{r}{c}f$ . Le mode  $m$  déformé est donc un Dirac au temps  $t = r/c = t_\infty$  : toute son énergie est concentrée en un point du domaine temporel. Les autres modes sont également déformés, mais leur phase n'est pas linéaire en fréquence : ce ne sont pas des Diracs et leur énergie est répartie dans le temps. La figure 1.5 illustre le principe du warping fréquentiel.

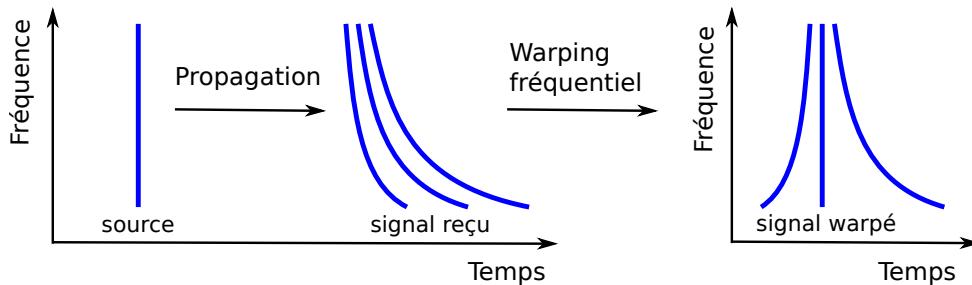


FIGURE 1.5 – Principe du warping fréquentiel adapté au deuxième mode [Bonnel 2010a].

Notons enfin que le warping fréquentiel ne nécessite pas une détection temporelle précise du signal. Une validation du warping fréquentiel a été réalisée dans [Bonnel 2010a].

### 1.2.3 Représentations adaptées

A partir des deux warpings temporel et fréquentiel, nous avons à disposition des signaux sur lesquels nous pouvons appliquer les transformations classiques de Transformée de Fourier (TF), Transformée de Fourier à Court Terme (TFCT). L'utilisation de la TF peut s'avérer suffisante dans le cas du warping temporel [Le Touzé 2009] mais dans la majorité des cas, nous nous utiliserons la TFCT. En effet, elle s'avère plus adaptée lorsque le warping n'est pas parfait, c'est à dire que le milieu réel ne correspond pas exactement au modèle théorique utilisé lors du warping ce qui est fréquemment le cas.

Par ailleurs, lorsqu'on applique une TF ou une TFCT sur un signal warpé, la représentation se situe dans le domaine déformé ce qui implique que les temps et les fréquences correspondantes ne sont pas interprétables. Il est possible, pour une visualisation plus classique de la représentation temps fréquence, de repasser dans un système de coordonnées temps-fréquence non déformé. On parle alors de TFCT "modale". Pour illustration dans le cas du warping temporel, la TFCT modale ( $TFCTM_x$ ) ( $t, f$ ) d'un signal de pression  $p$  s'obtient facilement à partir de la TFCT du signal warpé par :

$$(TFCTM_x p)(t, f) = (TFCT \mathbf{W}_h p) \left( h^{-1}(t), f \frac{h^{-1}(t)}{t} \right) \quad (1.22)$$

Les deux représentations : TFCT classique du signal warpé (c'est à dire "dans le domaine déformé") et TFCT modale sont équivalentes. La seconde présente un intérêt visuel car elle permet de se situer dans l'espace temps-fréquence. La première permet un filtrage plus facile des modes car les composantes temps fréquence sont soit des fréquences pures, soit des Diracs suivant le warping utilisé. Dans la suite, nous présenterons principalement des représentations dans le domaine déformé lorsque nous montrerons des TCFT ou des spectrogrammes de signaux warpés.

Note : dans le cas de la TFCT modale d'un signal warpé temporellement, il est également possible d'interpréter la TFCT modale comme une représentation temps fréquence sur un pavage non uniforme du plan t-f qui suit les lois de dispersion de la propagation en guide d'ondes parfait [Le Touzé 2006]. Ce pavage est représenté sur la figure 1.6.

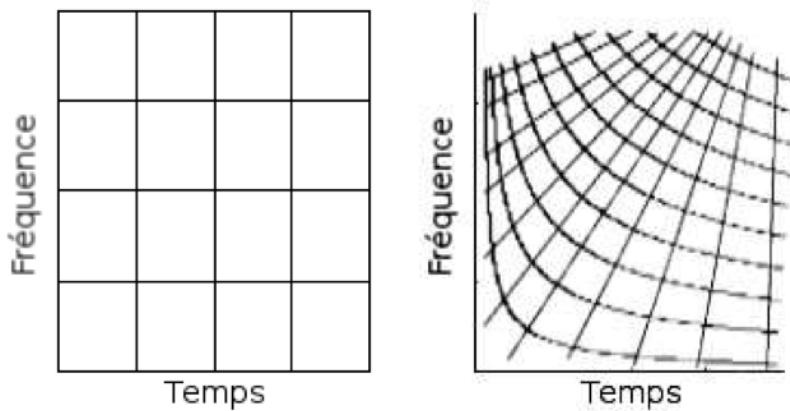


FIGURE 1.6 – Pavages schématiques du plan temps-fréquence par les atomes de projection pour la TFCT (gauche) et pour la TFCT modale (droite) [Le Touzé 2009]

### Exemple dans le guide parfait

La figure 1.7 illustre les warpings temporel et fréquentiel sur des données simulées. La figure 1.7(a) présente le spectrogramme du signal reçu après propagation dans un guide parfait de paramètres  $c = 1500$  m/s,  $D = 100$  m,  $r = 5$  km. La figure 1.7(b) présente le spectrogramme après warping temporel du signal et la figure 1.7(c) présente le spectrogramme après warping fréquentiel adapté au mode 2. Après warping temporel (figure 1.7(b)), les modes sont horizontaux dans le plan temps-fréquence : ce sont des fréquences pures. Après warping fréquentiel (figure 1.7(c)), le mode 2 est vertical dans le plan temps-fréquence : c'est un Dirac. Les spectrogrammes sont présentés dans le domaine déformé. Un exemple de spectrogramme "modal", i.e. après warping temporel et retour dans le domaine initial temps fréquence, est présenté sur la figure 1.8.

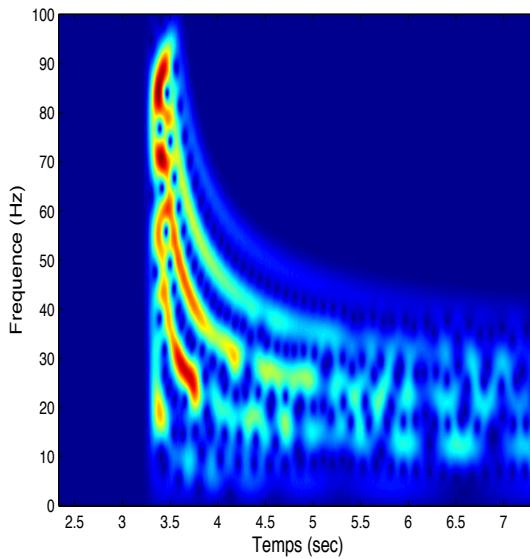
## 1.3 Filtrage modal

Afin d'obtenir des informations utilisables pour la localisation de sources et l'identification du milieu à partir d'un unique capteur, le filtrage des modes est une étape indispensable. En effet, les modes sont porteurs de nombreuses informations concernant la profondeur de la source ou encore les nombre d'ondes horizontaux caractérisant le milieu.

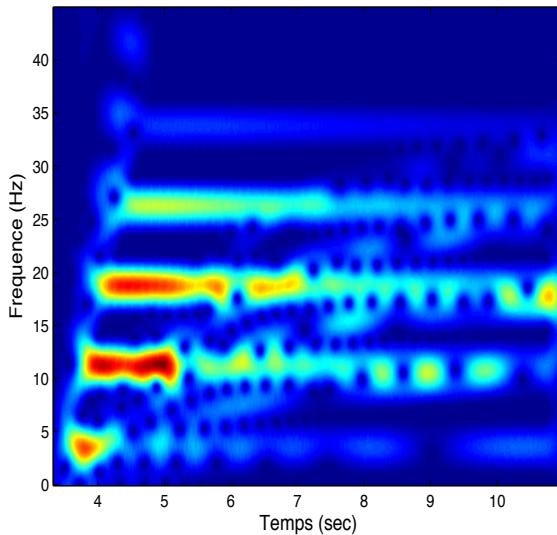
Malheureusement aux distances qui nous intéressent, de l'ordre d'une dizaine de kilomètres, ceux-ci interfèrent. Nous avons donc proposé les techniques de warping qui permettent de mieux les séparer puis une méthode permettant de les filtrer en utilisant ces outils [Le Touzé 2009, Bonnel 2010b].

### Principe général

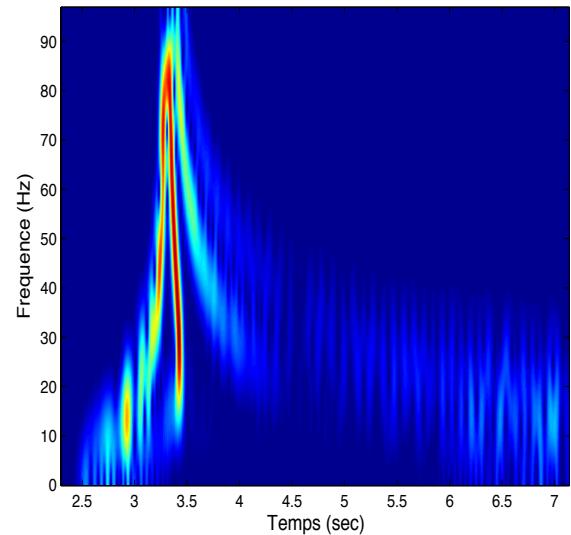
La méthode de filtrage modal proposée est principalement basée sur le warping temporel (qui permet de transformer les modes en fréquences pures). Cependant, le warping fréquentiel est également utilisé car nous avons montré [Bonnel 2010a] qu'il permettait l'estimation de l'instant correspondant au trajet direct sur le signal propagé en petit fond, noté  $t_\infty$ , nécessaire



(a) Spectrogramme du signal reçu après propagation dans un guide parfait



(b) Spectrogramme du signal après warping temporel



(c) Spectrogramme du signal après warping fréquentiel le long du mode 2

FIGURE 1.7 – Illustration des warpings temporel et fréquentiel sur des données simulées. La représentation temps fréquence choisie est le spectrogramme [Bonnel 2010b].

à l'application du warping temporel.

Le principe global est le suivant : estimer  $t_\infty$  à partir du warping fréquentiel, appliquer le warping temporel pour transformer chaque mode en une fréquence pure, réaliser le filtrage du mode sur la TFCT du signal warpé, revenir dans le domaine temporel initial pour accéder au mode filtré.

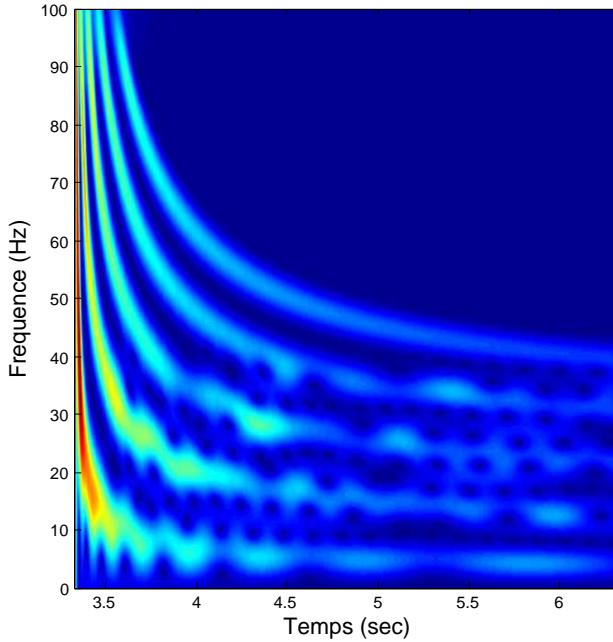


FIGURE 1.8 – Spectrogramme du signal après warping temporel, représenté dans le domaine t-f initial [Bonnel 2010b].

Nous allons détailler l'étape principale de la méthode à savoir le filtrage par masque dans le plan temps-fréquence.

### Filtrage temps-fréquence par masque

Parmi les approches possibles en filtrage temps-fréquence, nous avons choisi celle qui consiste à segmenter le plan temps-fréquence en plusieurs zones utiles pour séparer différentes composantes du signal [Hory 2002]. Un tel processus s'effectue en deux étapes principales :

1. Déterminer une zone  $Z$  à filtrer dans le plan temps-fréquence. Pour cela, on crée un *masque temps-fréquence*  $B(t, f)$  tel que

$$B(t, f) = \begin{cases} 1 & \text{si } (t, f) \in Z \\ 0 & \text{si } (t, f) \notin Z \end{cases} \quad (1.23)$$

2. Effectuer le filtrage de la zone  $Z$  en utilisant le masque  $B$  dans le domaine temps-fréquence.

La première étape est réalisée en nous aidant des outils de warping présentés dans le chapitre précédent. Pour la deuxième étape, nous utilisons le filtrage atomique qui consiste à appliquer le masque  $B(t, f)$  directement sur une Représentation Temps-Fréquence linéaire du signal  $RTF(t, f)$ . On a alors :

$$RTF_{filt}(t, f) = RTF(t, f) \times B(t, f). \quad (1.24)$$

Précisons la construction de  $Z$ . Pour chaque mode à filtrer,  $Z$  est la zone du plan temps fréquence que l'on souhaite garder et qui correspond au mode. Pour estimer  $Z$ , on se base sur une représentation temps-fréquence énergétique du signal warpé : le spectrogramme du signal warpé. Cela présente un double intérêt. Grâce au côté énergétique de cette représentation, on détecte aisément les modes : ils correspondent aux zones de haute intensité dans le spectrogramme. De

plus, une fois le masque construit par analyse du spectrogramme du signal warpé, on pourra l'appliquer directement sur la TFCT du signal warpé.

A partir du spectrogramme du signal warpé, il convient alors de réaliser une segmentation de cette image. De nombreuses approches sont possibles, certaines comme la Ligne de Partage des Eaux ont été testées avec succès [Le Touzé 2006] mais il s'avère que la TFCT du signal warpé est assez robuste pour qu'un simple seuillage permette d'extraire la zone temps-fréquence dans laquelle le mode, devenu une fréquence pure, est présent.

### Schéma global du filtrage modal

La figure 1.9 montre un schéma résumant le processus complet de filtrage modal : à partir d'un signal initial  $x(t)$  on obtient le mode filtré  $m(t)$ .

Les différentes étapes sont :

1. Calculer  $X(f)$ , la TF de  $x(t)$ .
2. Déformer récursivement  $X(f)$  grâce au warping fréquentiel.
3. Estimer le temps de trajet direct  $t_\infty$ .
4. Grâce à  $t_\infty$ , régler l'origine temporelle et calculer le warping temporel  $x_{warp}(t)$  du signal initial  $x(t)$ .
5. Passer dans le domaine temps-fréquence et obtenir la représentation temps-fréquence du signal déformé  $RTF[x_{warp}](t, f)$ .
6. Filtrer un mode grâce à un filtrage par masque dans le plan temps-fréquence et obtenir la représentation temps-fréquence du mode déformé  $RTF[m_{warp}](t, f)$ .
7. Revenir dans le domaine temporel pour obtenir le mode déformé  $m_{warp}(t)$ .
8. Appliquer le warping temporel inverse à  $m_{warp}(t)$ . On obtient ainsi le mode  $m(t)$  dans le domaine temporel initial.

Dans notre cas, la RTF utilisé est la TFCT et le filtrage par masque est réalisé à partir d'un seuillage sur le spectrogramme mais le principe peut s'appliquer avec d'autres représentations temps fréquence.

La méthode proposée dans cette section permet de réaliser le filtrage modal, sans a priori conséquent sur la distance source/récepteur ni l'environnement. Nous sommes donc capables de séparer les modes dans un signal reçu propagé. Dans la suite les modes filtrés seront généralement notés  $P_m(f)$  dans le domaine fréquentiel ou  $p_m(t)$  dans le domaine temporel

### Exemple dans un guide de Pekeris

La figure 1.10 illustre le processus complet du filtrage modal. L'environnement simulé est un guide de Pekeris ( $D = 130$  m,  $V_1 = 1500$  m/s,  $\rho_1 = 1$ ,  $V_2 = 2000$  m/s et  $\rho_2 = 2$  avec une source à la profondeur  $z_s = 20$  m et un récepteur posé sur le fond. La distance source-capteur est 4 km. Un bruit gaussien additif a été ajouté, le RSB est de 5 dB.

On utilise la détection du  $t_\infty$  du signal par warping fréquentiel. Les axes temporels sont alors gradués avec leur origine prise au temps de trajet direct estimé. La figure 1.10(a) présente le signal reçu dans le domaine temporel sur un unique capteur, et la figure 1.10(b) montre le spectrogramme correspondant. La figure 1.10(c) montre le spectrogramme du signal après warping temporel. Ce warping temporel a été réalisé avec un modèle de guide parfait et les paramètres canoniques  $r = 10$  km et  $c = 1500$  m/s. Il en résulte que les modes déformés ne sont pas de parfaites sinusoïdes : ils ne sont pas strictement horizontaux. Cependant, comme la détection du signal a été correctement effectuée, les modes déformés sont bien séparés dans le

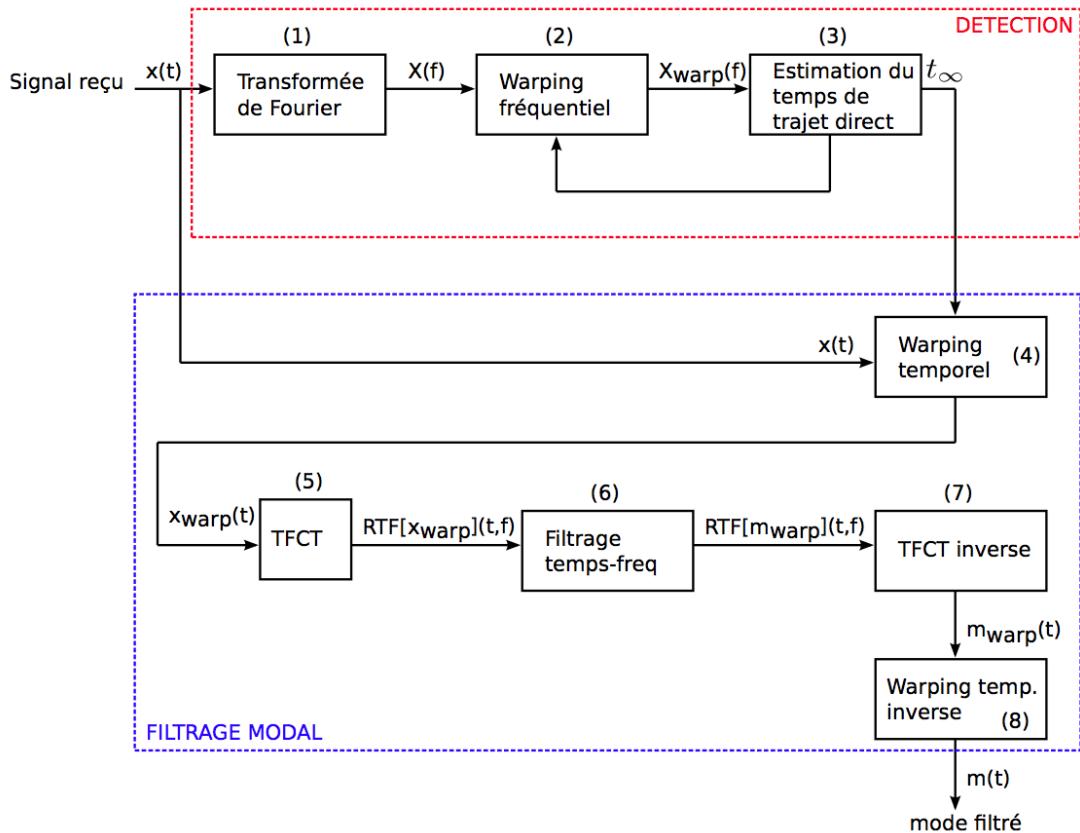


FIGURE 1.9 – Principe du filtrage modal [Bonnel 2010a]

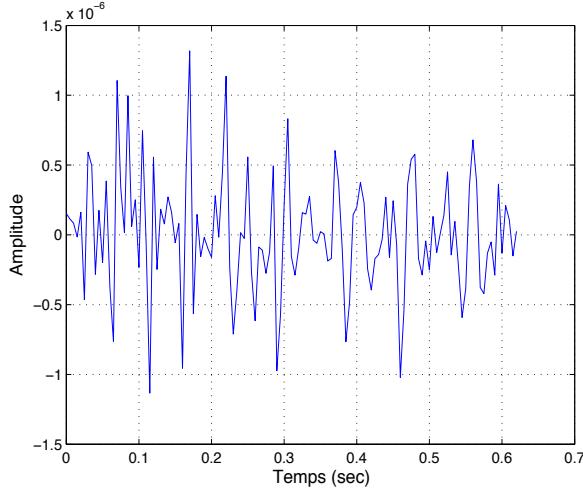
plan temps-fréquence. Il est donc maintenant simple de les filtrer en appliquant un simple seuil sur le spectrogramme de la figure 1.10(c). Le résultat du masquage pour le mode 2 est présenté sur la figure 1.10(d).

On voit ici la robustesse du warping qui permet le filtrage des modes même si les paramètres de l'environnement ne sont pas connus.

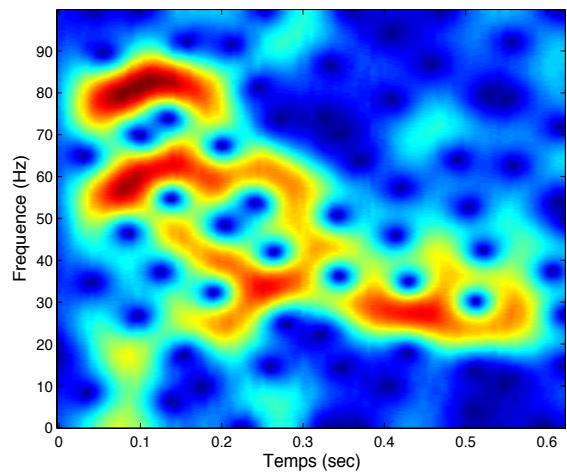
On retourne dans le domaine temporel déformé par TFCT inverse, puis on applique le warping temporel inverse pour revenir dans le domaine temporel initial. Les figures 1.10(e) et 1.10(f) montrent le résultat final du filtrage du mode 2 dans les domaines temporel et temps-fréquence. Ce mode est bien une modulation non linéaire de fréquence, dont les hautes fréquences arrivent avant les basses. Ce résultat est très satisfaisant car le mode 2 n'était pas aisément identifiable à partir des RTF du signal complet. Il est maintenant possible de l'utiliser pour de la localisation de source ou de la caractérisation du milieu.

## 1.4 Conclusion

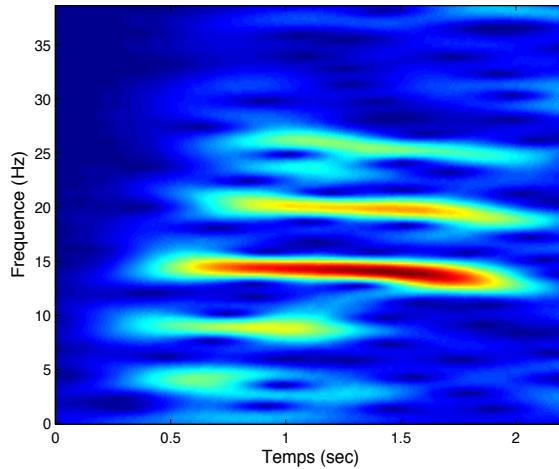
Nous avons proposé deux opérateurs de warping : le warping temporel et le warping fréquentiel adaptés à la propagation dans un guide d'onde parfait. Le warping temporel permet de transformer l'ensemble des modes en un ensemble de fréquence pures, tandis que le warping fréquentiel permet de transformer un mode donné en un Dirac temporel. Ces deux opérateurs se sont montrés robustes face à une erreur sur l'environnement, notamment dans le cas de guides réels éloignés du modèle simple du guide parfait.



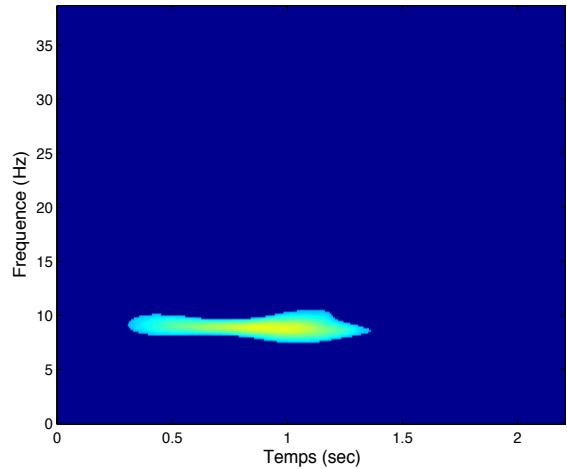
(a) Signal simulé dans le domaine temporel



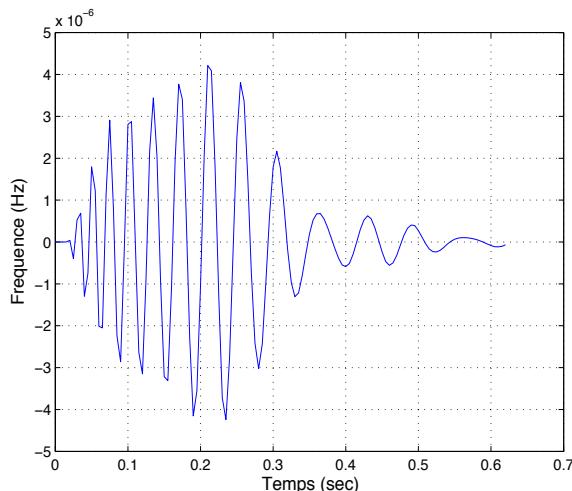
(b) Spectrogramme du signal simulé



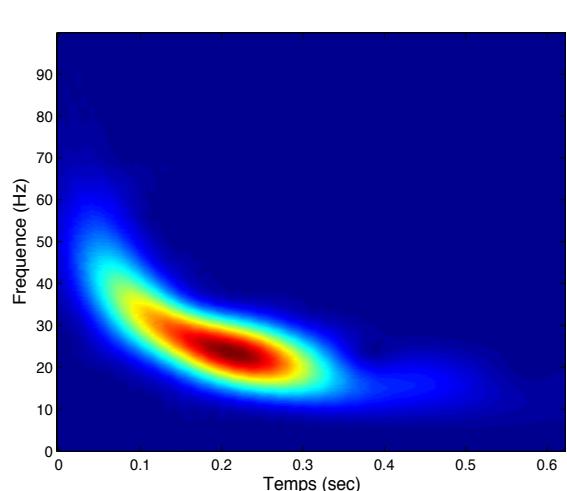
(c) Spectrogramme après warping temporel



(d) Spectrogramme après warping temporel et masquage



(e) Mode 2 filtré dans le domaine temporel



(f) Spectrogramme du deuxième mode

FIGURE 1.10 – Processus de filtrage modal sur des données simulées bruitées : guide de Pekeris, RSB=5 dB [Bonnel 2010a].

A partir de ces opérateurs nous avons établi une technique de filtrage modal permettant la séparation de chacun des modes. Cette méthode de filtrage, réalisée dans le plan temps-fréquence après application de l'opérateur de warping temporel, a été appliquée avec succès et nous avons à notre disposition un ensemble de modes filtrés prêts à être utilisés pour des fins de localisation de sources ou de caractérisation de l'environnement.

# Localisation de sources et Caractérisation de l'environnement

---

## Contents

<b>2.1 Localisation par MMP et Warping . . . . .</b>	<b>40</b>
2.1.1 Matched Mode Processing Incohérent . . . . .	40
2.1.2 MMP Cohérent en fréquence . . . . .	42
<b>2.2 Localisation par coef. d'excitation et phase des modes . . . . .</b>	<b>42</b>
2.2.1 Estimation de la profondeur de source à partir des coefficients d'excitation des modes . . . . .	43
2.2.2 Estimation de la distance source-capteur par différence de phase des modes	43
<b>2.3 Un outil : estimation des TAM et TAM relatifs . . . . .</b>	<b>45</b>
2.3.1 Estimation des TAM à partir du spectrogramme réalloué . . . . .	45
2.3.2 Estimation des TAM relatifs . . . . .	46
<b>2.4 Localisation x-y à 3 capteurs . . . . .</b>	<b>47</b>
<b>2.5 Estimation de paramètres géoacoustiques à partir des TAM relatifs . . . . .</b>	<b>48</b>
<b>2.6 Retournement des modes et inversion géoacoustique . . . . .</b>	<b>51</b>
<b>2.7 Estimation des fonctions modales sur antenne verticale partielle . . . . .</b>	<b>53</b>
<b>2.8 Conclusion . . . . .</b>	<b>55</b>

---

A partir de la technique de filtrage modal proposée dans le chapitre précédent, nous avons développé différentes méthodes de localisation de sources UBF et de caractérisation de l'environnement. Notons que ces méthodes sont adaptées dans le cas de sources impulsionnelles ou courtes en temps car elles se basent sur des représentations temps fréquences des signaux reçus.

Dans le vaste domaine de localisation-caractérisation, les méthodes classiques de la littérature sont basées sur des approches de type Matched Field Processing (MFP, Traitement par Champs d'Ondes Adapté). Le MFP peut être vu comme un filtre adapté spatial : pour chaque position possible de la source, le champ acoustique correspondant est calculé et comparé au champ enregistré. Cette comparaison est réalisée à l'aide d'une fonction d'intercorrélation entre les simulations et les données réelles (corrélateur de Bartlett).

Les premiers travaux concernant le MFP ont été réalisés en 1976 par Bucker [Bucker 1976] et ont ensuite été largement repris [Baggeroer 1993, Brienco 1993, Michalopoulou 1998, Fawcett 1996]. Il est important de noter que ces méthodes nécessitent l'utilisation d'antenne de capteurs pour fournir des résultats satisfaisants [Frazer 1990] et qu'elles sont très sensibles à la méconnaissance du modèle d'environnement.

Dans la lignée de ces travaux et pour prendre en compte la caractère modal des signaux reçus dans les environnements petit fond, des approches de type Matched Mode Processing (MMP) ont été proposées. Elles consistent alors comparer les modes, ou des coefficients modaux, extraits des données réelles à un ensemble de modes simulés. Ces approches sont intéressantes

car elles extraient de l'information physique des données, à partir de la prise en compte de la propagation. Elles restent cependant difficiles à appliquer car elles nécessitent l'utilisation d'une antenne de capteurs, verticale dans la majorité des cas [Shang 1985] ou horizontale [Nicolas 2006].

Pour ces raisons, nous avons portés nos efforts sur le développement de **méthodes mono-capteur permettant la localisation de sources et la caractérisation de l'environnement dans un contexte petit fond et UBF**, c'est à dire un contexte de propagation modale avec un nombre relativement restreint de modes (une dizaine maximum). Cette approche a été possible grâce au filtrage modal proposé précédemment qui permet, dans le cas de sources impulsionales ou courtes en temps, d'obtenir l'ensemble des modes séparés.

Concernant la **localisation de sources**, nous avons proposé deux approches principales :

- Une approche de type Matched Mode Processing, combinant des fonctions de coût inspirées du MMP et le filtrage modal réalisé par warping. Cette approche permet une estimation conjointe de la distance source-capteur et de la profondeur de la source.
- Une approche basée sur l'extraction des coefficients des modes pour l'estimation de la profondeur et sur la différence de phase entre les modes dans l'espace des fréquences pour l'estimateur de la distance source-capteur.

Une dernière méthode a également été proposée dans le cas d'une configuration comprenant au minimum trois capteurs. Elle est basée sur des rapports et différences sur les Temps d'Arrivées de modes et permet uniquement une localisation en  $x - y$  de la source, et non en profondeur.

Concernant la **caractérisation de l'environnement** (également appelée inversion géoacoustique), nous avons proposé deux méthodes d'estimation des paramètres géoacoustiques du milieu.

- une méthode basée sur les temps d'arrivée des modes
- une méthode basée sur le retournement modal

Une extension de l'application du filtrage modal a également permis d'estimer les fonctions modales sur une antenne verticale échantillonnant partiellement la colonne d'eau.

Dans la suite, nous présentons successivement les méthodes développées en localisation de sources puis en caractérisation du milieu.

## 2.1 Localisation de sources par Matched Mode Processing et Warping

### 2.1.1 Matched Mode Processing Incohérent

Le Matched Mode Processing a été introduit par Shang [Shang 1985]. Il consiste à comparer les coefficients modaux extraits, d'une part des données réelles, et d'autre part de répliques simulées. Cette comparaison est faite à l'aide d'un opérateur de corrélation pour différentes localisations de sources simulées. Les méthodes classiques de MMP sont basées sur une formulation matricielle du problème utilisant la propriété d'orthogonalité des fonctions modales. Ce filtrage nécessite alors une antenne verticale pour être appliquée.

Dans le cas mono-capteur, le filtrage modal est réalisé grâce au warping. Il est alors possible de construire un corrélateur opérant directement sur les mode filtrés, inspiré du corrélateur de Bartlett utilisée en MFP.

Nous présentons ici l'exemple simple d'une source large bande pour laquelle les fréquences sont utilisées de manière incohérente [Le Touzé 2008a]. A une fréquence  $f$  donnée, considérons le vecteur  $\mathbf{P}(R_s, Z_s, f)$  de taille  $M \times 1$  des  $M$  modes filtrés extraits des données réelles, qui correspondent à la position vraie de la source  $(R_s, Z_s)$ . Le vecteur des modes simulés à la position  $(r_s, z_s)$  et pour la fréquence  $f$  est noté  $\mathbf{X}(r_s, z_s, f)$  et est de taille  $M \times 1$ .

L'opérateur de corrélation proposé est alors :

$$B_{MMP}(r_s, z_s, f) = \frac{\mathbf{X}^H(r_s, z_s, f)\mathbf{P}(R_s, Z_s, f)\mathbf{P}^H(R_s, Z_s, f)\mathbf{X}(r_s, z_s, f)}{\|\mathbf{X}(r_s, z_s, f)\|^2 \|\mathbf{P}(R_s, Z_s, f)\|^2} \quad (2.1)$$

La localisation estimée de la source est alors celle qui maximise la somme incohérence des  $B^{MMP}(r_s, z_s, f)$  sur la bande des  $N_f$  fréquences considérées :

$$(\hat{R}_s, \hat{Z}_s) = \arg \max_{(r_s, z_s)} \sum_f /frac{1}{N_f} B^{MMP}(r_s, z_s, f) \quad (2.2)$$

Ces résultats ont été validés en simulation et sur données réelles [Le Touzé 2008a].

## Illustration

Nous appliquons la méthode proposée sur un jeu de données réelles appelées par la suite "Données Mer du Nord" acquises lors d'une campagne sismique par la Compagnie Générale de Géophysique. La source est un canon à air et possède un spectre plat entre 10 et 70 Hz. Il est situé à une profondeur comprise entre 10 et 20 m. Nous disposons d'une antenne horizontale d'hydrophones (capteurs de pression) posés sur le fond mais nous nous intéressons ici à un unique capteur situé à 2 400 m environ de la source. A cette distance, les modes interfèrent et le filtrage modal basé sur le warping est nécessaire. Les caractéristiques du milieu (estimées par d'autres méthodes utilisant l'antenne) sont :  $D = 130$  m,  $V_1 = 1520$  m/s,  $\rho_1 = 1$ ,  $V_2 = 1875$  m/s et  $\rho_2 = 2$ .

La localisation obtenue par MMP Incohérent est présentée sur la figure 2.1. On observe que position de la source est bien estimée ( $\hat{Z}_s = 11$  m et  $\hat{R}_s = 2350$  m). Cependant, on peut voir que le lobe principal de localisation est très large et que les lobes secondaires (profonds) ont une amplitude relativement élevée. Ces deux phénomènes peuvent être problématiques dans des contextes bruités. La méthode reste cependant performante dans la majorité des cas.

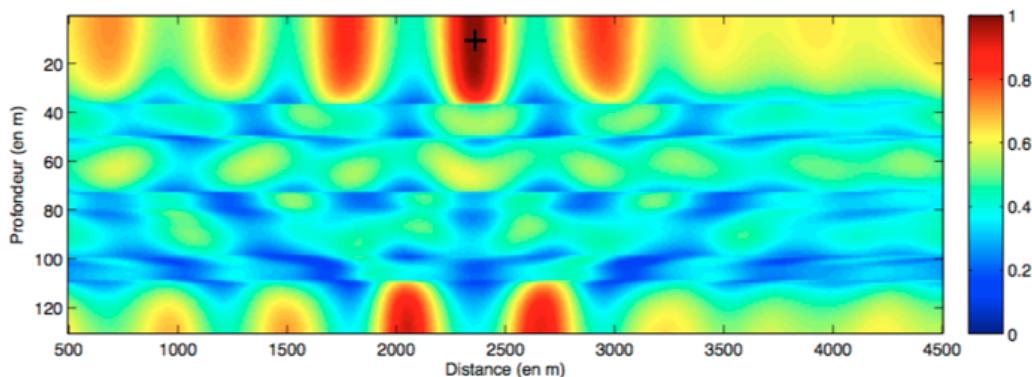


FIGURE 2.1 – Localisation de la source par MMP Incohérent et filtrage modal basé sur le warping, sur les données Mer du Nord. Bande de fréquence utilisée : 5-45 Hz, 5 modes utilisés. La croix noire représente la location de source estimée par MMP Incohérent [Nicolas 2009].

### 2.1.2 MMP Cohérent en fréquence

Afin d'améliorer cette approche, une méthode de MMP cohérent a été proposée [Le Touzé 2008b, Nicolas 2009]. Lors de la mise en place de cette méthode, de nombreux problèmes liés à la phase de la source sont apparus. En effet, cette phase est inconnue mais n'intervenait pas dans la formulation incohérente du MMP car elle est constante sur tous les modes à une fréquence donnée. Dans l'approche cohérente, les fréquences sont croisées et la phase de la source joue un rôle. Nous avons proposé une méthode permettant de s'affranchir de ce problème en effectuant une compensation de phase à partir de la phase du mode le plus énergétique.

Cette méthode a fourni des résultats intéressants. Son application sur les données Mer du Nord est présentée sur la figure 2.2. Cependant, contrairement à ce que nous attendions, elle n'a pas permis de réaliser une rupture par rapport aux résultats du MMP Incohérent et il nous semble que son apport reste limité car elle nécessite des calculs plus couteux pour un gain faible en localisation.

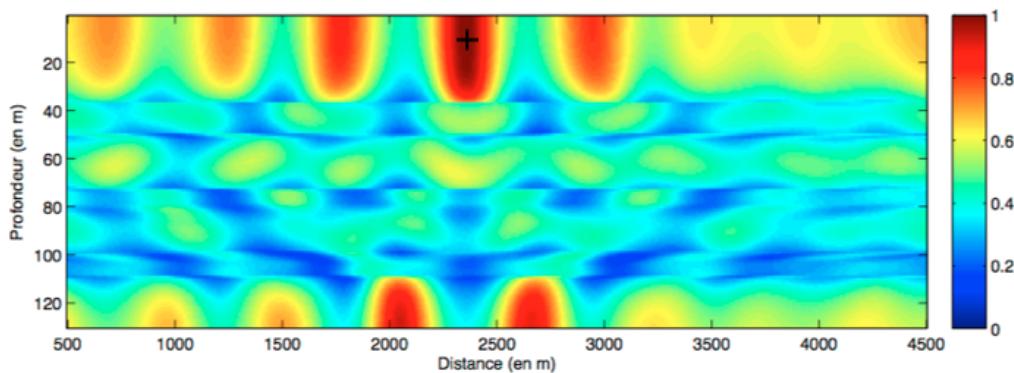


FIGURE 2.2 – Localisation de la source par MMP Cohérent et filtrage modal basé sur le warping, sur les données Mer du Nord. Bande de fréquence utilisée : 5-45 Hz, 5 modes utilisés. La croix noire représente la location de source estimée par MMP Cohérent [Nicolas 2009].

## Bilan

Nous avons proposé deux méthodes de MMP sur un seul capteur, à partir des modes filtrés par warping : MMP Incohérent et MMP Cohérent avec compensation de phase. Les deux méthodes ont été validées et s'avèrent robustes au bruit. L'estimation conjointe de la distance source-capteur et de la profondeur est donc possible mais a entraîné l'apparition des lobes secondaires liés à des couples  $(r_s, z_s)$  probables.

Il nous a donc semblé intéressant de séparer ces deux estimations et d'effectuer chacune d'entre elles sur les quantités les plus sensibles du signal, à savoir : l'amplitude des modes pour la profondeur et la phase des modes pour la distance source-capteur.

## 2.2 Localisation de source à partir des coefficients d'excitation et de la phase des modes

A partir de l'équation classique de la pression dans un guide d'onde océanique, équation (1.2), il apparaît clairement que l'influence de la profondeur de la source  $z_s$  et celle de la distance source-capteur  $r$  peuvent être séparées dans l'expression des modes. La profondeur de

la source intervient par l'intermédiaire des coefficients d'excitation des modes  $\psi_m(z_s)$  tandis que la distance source capteur affecte la phase des modes par l'intermédiaire du terme  $\exp(-ik_{rm}r)$ .

A partir de ce constat, nous avons donc proposé deux méthodes de localisation de sources :

- Une méthode d'estimation de la profondeur de source utilisant une fonction de contraste basée sur les coefficients d'excitation des modes,
- Une méthode d'estimation de la distance source capteur, basée sur les différences de phase entre deux modes dans l'espace des fréquence.

Comme pour la méthode localisation précédente, le filtrage des modes est indispensable et s'appuie sur la méthode présentée dans la section 1.3.

Remarque : Par souci de précision, on peut également noter, pour l'influence de la distance source-capteur un terme en  $\sqrt{r}$ . Celui-ci n'est pas exploitable pas car il est constant quelque soit le mode considéré. De plus, dans des cas expérimentaux, il est fréquent que la valeur physique du signal enregistré ne soit pas disponible et que les signaux aient été normalisés de manière arbitraire, faisant disparaître ce terme.

### 2.2.1 Estimation de la profondeur de source à partir des coefficients d'excitation des modes

A partir des modes filtrés sur les données réelles, les coefficients d'excitations des modes des données réelles sont calculés. Pour un mode  $m$  donné, le coefficient d'excitation, noté  $c_m^{reel}(Z_s)$  est obtenu comme la somme des modules des modes  $\|P_m(f)\|$  sur la bande de fréquence du mode. On peut noter ici que les coefficients d'excitation que nous utilisons sont en fait des modules de coefficients d'excitation dont nous ne possédons pas le signe.

De la même manière, les coefficients d'excitation des modes  $c_m^{simu}(z_s)$  sont extraits de toutes les données simulées à différentes profondeurs de source  $z_s$  (pour une distance  $r$  quelconque car elle n'influence pas la répartition des coefficient d'excitation de modes). Pour chaque jeu de données (réel ou simulés), les coefficients modaux sont normalisés. La fonction de contraste permettant de les comparer est alors :

$$B(z_s) = 10 \log_{10} \left( \frac{N_m}{\sum_m (c_m^{simu}(z_s) - c_m^{reel}(Z_s))^2} \right) \quad (2.3)$$

où  $N_m$  est le nombre de modes filtrés.

La profondeur de source estimée est celle qui maximise la fonction de contraste :

$$\hat{Z}_s = \arg \max_{z_s} B(z_s) \quad (2.4)$$

### 2.2.2 Estimation de la distance source-capteur par différence de phase des modes

Concernant l'estimation de la distance  $r$  source-capteur, nous utilisons la différence de phase entre deux mode  $m_1$  et  $m_2$ . De manière théorique, à la fréquence  $f$ , cette différence de phase s'exprime par :

$$\Delta\phi_{m_1, m_2}(f) = \Delta k_r(f)r + \Delta s(z_s)\pi + \pi \quad (2.5)$$

avec

- $\Delta k_r(f)$  la différence entre les nombres d'ondes horizontaux des modes  $m_1$  et  $m_2$ . En contexte de localisation de source, ces quantités, qui dépendent de l'environnement sont connues.
- $\Delta s(z_s)$  la différence de signe entre les fonctions modales des modes  $m_1$  et  $m_2$ . Cette quantité est inconnue, elle vaut 0 si les deux modes sont de même signe et 1 s'ils sont de signes opposés.

A partir de cette expression, nous avons proposé un estimateur au sens des moindres carrés, estimant conjointement la distance source-capteur  $\hat{R}$  et la différence de signe des modes  $\hat{\Delta}s$ . Il s'exprime par :

$$\{\hat{R}_s, \hat{\Delta}s\} = \arg \max_{r_s, \Delta s = \{0,1\}} \sum_f \|\Delta^{real} \phi_{m_1, m_2}(f) - r_s \Delta k_r(f) - \Delta s \pi - \pi\|^2 \quad (2.6)$$

Les performances de cet estimateur ont été calculées de manière théorique [Le Touzé 2007b].

## Illustration

Nous avons appliqué cette méthode de localisation disjointe sur les données "Mer du Nord", indépendamment sur plusieurs capteurs de l'antenne, situés entre 2 et 6 km de la source. Les modes sont filtrés en utilisant la méthode basée sur le warping présentée dans la section 1.3.

Un résultat de localisation en profondeur, obtenu pour un capteur situé à 5 km de la source, est présenté sur la figure 2.3. Sur l'ensemble des capteurs de l'antenne, la méthode de localisation en profondeur a fourni des résultats très satisfaisants dans la majorité des cas [Le Touzé 2005] mais pour quelques capteurs l'estimation n'a pas été correcte à cause de lobes secondaires devenus plus importants que le lobe principal. Nous avons montré que cette mauvaise estimation était due à la non prise en compte du signe des modes et nous avons proposé d'intégrer ce signe [Le Touzé 2008b], qui nous est fourni en sous-produit par l'estimateur développé pour la distance.

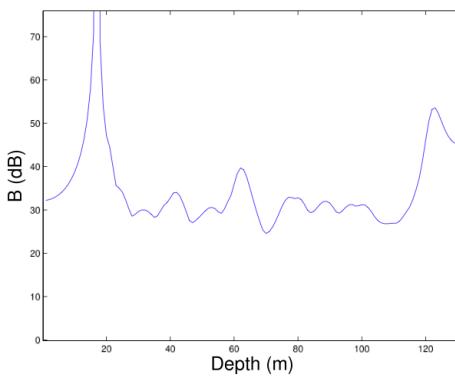


FIGURE 2.3 – Estimation de la profondeur de source sur les données Mer du Nord. Evolution de la fonction de contraste  $G$  en fonction de la profondeur de source simulée. La profondeur de source estimée est 20 m, cohérent avec la profondeur connue entre 10 et 20 m [Lopatka 2010].

Un résultat de localisation en distance est présenté sur la figure 2.4. L'application de l'estimateur distance-signe a permis une bonne estimation de la distance. On peut noter qu'il fonctionne dès que deux modes ont été filtrés. Dans le cas où plus de modes sont disponibles, il est également possible de combiner l'information pour obtenir une estimation encore plus fiable de la distance source-capteur [Nicolas 2008b].

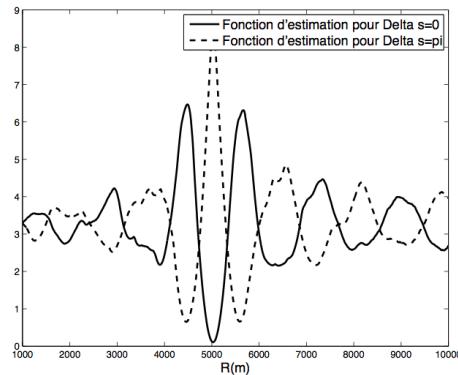


FIGURE 2.4 – Estimation de la distance source-capteur sur les données Mer du Nord. La distance estimée est 5030 m pour une distance réelle de 5000 m [Lopatka 2010].

## Bilan

Nous avons proposé deux estimateurs disjoints de la profondeur de source et de la distance source-capteur basés sur la physique de la propagation modale. Les performances de ces estimateurs sont très satisfaisantes. Un couplage de ces deux estimateurs, par l'intégration du signe des modes dans l'estimation de la profondeur de source, s'est avéré très performant. A l'aide de ces deux outils, nous disposons donc d'un moyen fiable et validé [Lopatka 2010] de localisation de sources à partir d'un unique capteur basé sur les modes filtrés par warping.

## 2.3 Un outil : estimation des TAM et TAM relatifs

Les Temps d'Arrivée des Modes (TAM) introduits dans la section 1.1 sont d'importantes caractéristiques du signal reçu. Pour un mode  $m$ , ils sont définis par :

$$t_m(f) = \frac{r}{v_{gm}(f)} \quad (2.7)$$

où  $v_{gm}$  est la vitesse de groupe du mode  $m$ . Ils contiennent donc une information sur la distance source/récepteur  $r$  et sur l'environnement via la vitesse de groupe. Ils sont donc d'excellents candidats pour construire des méthodes d'estimation de l'environnement et/ou de localisation de sources.

Ils commencent à être utilisés dans le domaine de l'acoustique sous-marine, que ce soit pour l'estimation de l'environnement [Potty 2000] ou pour la localisation de sources [Gervaise 2008]. Cependant, leur estimation reste très souvent manuelle : les TAM sont pointés par l'utilisateur sur les représentations temps-fréquence. A notre connaissance, une seule exception existe mais ne fournit pas de résultats satisfaisants dans nos environnements UBF petit fond [Hong 2005].

Pour combler ce manque, nous avons proposé un estimateur automatique et robuste des TAM [Bonnel 2010b]. Cette méthode s'appuie sur le filtrage modal.

### 2.3.1 Estimation des TAM à partir du spectrogramme réalloué

Comme nous l'avons mentionné précédemment (section 1.1), les TAM que nous cherchons à estimer correspondent au retard de groupe du mode  $m(t)$ . Grâce au filtrage modal, le mode  $m$  est filtré et le signal d'intérêt  $m(t)$  est donc monocomposante. Ce signal restant potentiellement

bruité, nous avons choisi d'estimer ces retards dans le plan temps-fréquence.

La représentation temps-fréquence choisie est le spectrogramme réalloué  $S_m^r(t, f)$  du mode filtré  $m(t)$ . En effet, cela permet une très bonne localisation dans le plan temps-fréquence du mode et ne fait apparaître aucune interférence. L'estimation finale des retards de groupe s'effectue par une simple recherche du temps le plus énergétique à une fréquence donnée. On limite cette recherche aux fréquences pour lesquelles le mode  $m(t)$  est suffisamment énergétique pour que son spectrogramme réalloué ait un sens. En pratique, on choisit de se intéresser qu'aux fréquences  $f$  pour lesquelles le quotient entre la densité spectrale du mode  $DSP_m(f)$  et la densité spectrale maximale  $DSP_{max}$  du mode est supérieur à un certain seuil  $S$ . Les TAM estimés  $\hat{t}_m(f)$  sont donc donnés par

$$\hat{t}_m(f) = \arg \max_t S_m^r(t, f) \quad , \quad f \text{ tel que } \frac{DSP_m(f)}{DSP_{max}} > S \quad (2.8)$$

La valeur du seuil  $S$  est ajustable en fonction du niveau de bruit dans le signal reçu. Dans le cas de la majorité des signaux étudiés, nous avons choisi  $S = 0.1$ . Ce choix, empirique, permet une estimation correcte des TAM le long du mode.

On peut noter qu'une fois les TAM estimés, et si la distance source-capteur  $r$  est connue, l'accès aux vitesses de groupe, classiquement utilisées en inversion géoacoustique, est immédiate grâce à l'équation 2.7. De manière symétrique, en utilisant les TAM dans un environnement parfaitement connu ( $v_{gm}(f)$  connue) ; il est possible d'estimer la distance source-capteur  $r$ . On peut noter que des travaux sur cette thématique sont poursuivis par J. Bonnel et A. Thode notamment pour permettre la localisation en distance  $r$  à partir de sources non impulsionales mais présentant une variation monotone de fréquence [Bonnel 2014].

### 2.3.2 Estimation des TAM relatifs

Par ailleurs, l'estimation des TAM nécessite la synchronisation temporelle entre la source et le récepteur ce qui peut être une contrainte très forte, notamment dans le cas de sources d'opportunité (mammifères marins, bruits impulsifs de bateaux). Afin de s'en affranchir, nous avons introduits les TAM relatifs  $t_m^{rel}(f)$  définis de telle sorte que le temps de trajet direct soit nul :

$$t_m^{rel}(f) = t_m(f) - t_m(\infty). \quad (2.9)$$

Ces TAM relatifs sont estimables aisément sans synchronisation entre la source et le récepteur. En effet, comme mentionné dans la section 1.3, le warping fréquentiel permet de pointer l'échantillon qui correspond au temps de trajet direct. En choisissant cet échantillon comme origine des temps, l'estimateur des TAM donné par l'équation 2.8 fournit directement les TAM relatifs, que nous utiliserons dans les sections suivantes pour réaliser la localisation de sources et l'inversion géoacoustique.

### Illustration

L'estimation des TAM est réalisée dans un guide de Pekeris bruité (identique à celui de la section 1.3). Les résultats de l'estimation des TAM après filtrage modal et leur correspondance avec les vitesses de groupe sont présentés sur la figure 2.5. Ces résultats sont très satisfaisants, sauf pour le mode 1 qui n'est pas assez excité pour être correctement estimé. Nous calculons les erreurs moyennes d'estimation pour tous les modes. On obtient une erreur moyenne de 3.7 ms pour les TAM, ce qui correspond à une erreur faible de 1.9 m/s pour les vitesses de groupe.

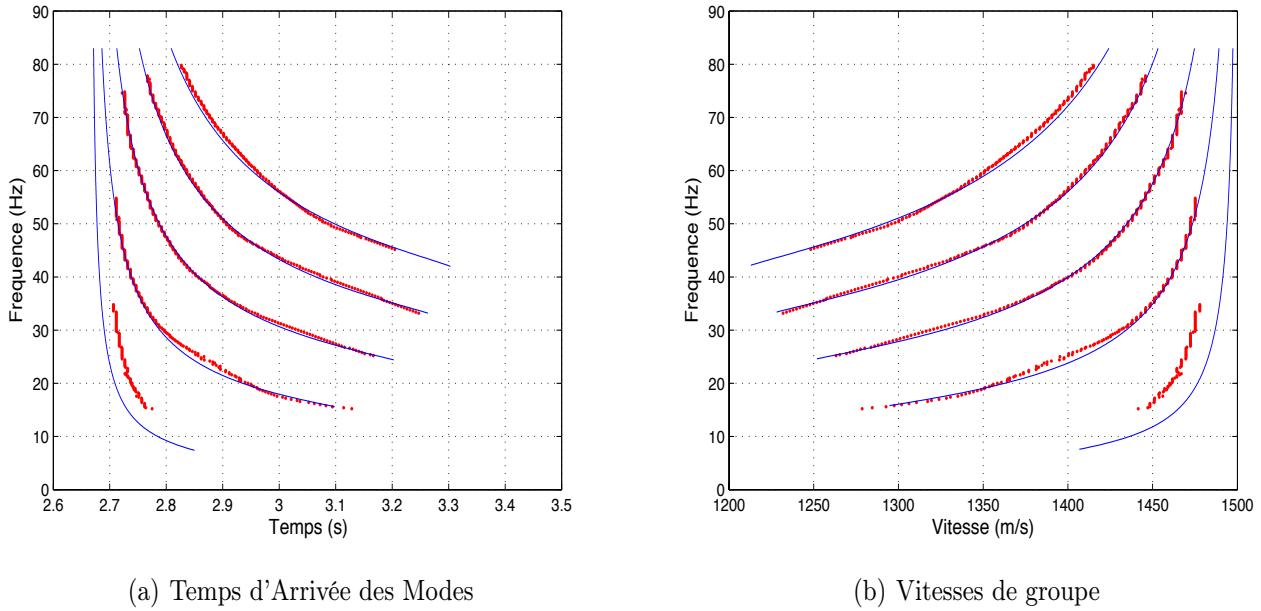


FIGURE 2.5 – Comparaison entre les TAM estimés (points rouges) et théoriques (lignes bleues) dans un guide de Pekeris bruité et lien avec les vitesses de groupe [Bonnel 2010b].

## Bilan

Nous avons proposé un estimateur des TAM basé sur le filtrage modal. Aucun a priori sur l'environnement n'est requis pour estimer les TAM. Lorsque la distance source/récepteur est connue et que la source et le récepteur sont synchronisés temporellement, l'estimateur des TAM fournit directement un estimateur des vitesses de groupe. Lorsque ce n'est pas le cas, on estime des TAM relatifs. Ces TAM relatifs vont être utilisés par la suite pour réaliser la localisation de la source et l'estimation de l'environnement.

## 2.4 Localisation x-y à 3 capteurs

En marge de mes activités basée sur l'utilisation d'un unique capteur, nous avons proposé, en collaboration avec C. Gervaise (Gipsa-lab) et J. Bonnel (ENSTA) une méthode de localisation de sources dans le plan  $x - y$  à partir de trois hydrophones. Ces hydrophones constituent un réseau parcimonieux et doivent être séparés les uns des autres de plusieurs kilomètres dans une configuration géométrique non alignée. Cette situation correspond par exemple à une installation permanente dans une zone sensible à surveiller.

Les bases de cette méthode ont été proposées par Gervaise *et al.* dans [Gervaise 2008]. Nous en avons par la suite proposé une automatisation dans [Bonnel 2008]. Nous décrivons ici l'environnement océanique dans un espace cartésien à trois dimensions  $x - y - z$ . La dimension  $z$  correspond à la profondeur, et le plan  $x - y$  est parallèle à la surface de l'eau. On cherche ici uniquement à localiser les sources dans le plan  $x - y$ , sans s'intéresser à leur profondeur. Cette dernière peut par exemple être estimée en utilisant la méthode de localisation présentée dans la section 2.2.1.

L'idée principale de la méthode proposée [Gervaise 2008] est de combiner astucieusement

les TAM relatifs pour faire disparaître l'influence de l'environnement, et ainsi de ne garder que l'information correspondant à la distance source-capteur. Comme elle utilise les TAM relatifs, cette méthode est donc applicable dans un contexte complètement passif : sans a priori sur l'environnement, ni synchronisation entre la source et le récepteur. Il est en revanche nécessaire que les récepteurs soient synchronisés.

Pour obtenir des quantités ne dépendant que de la distance source-capteur, le principe consiste, à une fréquence  $f$ , à faire le rapport, pour deux hydrophones distincts  $i$  et  $j$ , de la différence entre les TAM relatifs de deux modes  $m$  et  $n$  :

$$R(m, n, i, j, f) = \frac{t_m^{rel}(i, f) - t_n^{rel}(i, f)}{t_m^{rel}(j, f) - t_n^{rel}(j, f)} = \frac{r_i}{r_j} \quad (2.10)$$

avec :

- $t_m^{rel}(i, f)$  le TAM relatif du mode  $m$  à la fréquence  $f$  reçu sur l'hydrophone  $i$
- $r_i$  la distance entre l'hydrophone  $i$  et la source à localiser

Cette quantité ne dépend alors que du rapport des distances  $r_i$  et  $r_j$ . En combinant plusieurs estimations de ces rapports de distances réalisées automatiquement pour des modes et des hydrophones différents, il est alors possible de construire une fonction de coût dont le minimum est la localisation de la source dans le plan  $x - y$ . Des détails sur la méthode proposée sont disponibles dans [Bonnel 2010a].

## Illustration et bilan

La méthode a été appliquée avec succès sur un jeu de données réelles pour la localisation de baleines franches émettant des signaux impulsifs de type "gunshots" [Vanderlaan 2003] et a été comparée avec les méthodes existantes dans la littérature [Bonnel 2008]. L'absence de vérité terrain n'a pas permis de classer les méthodes développées mais a permis de voir qu'elles localisaient les sources toutes dans la même zone.

La figure 2.4 présente un des spectrogrammes enregistrés et les TAM relatifs estimés. La figure 2.7 présente le résultat de localisation obtenue (carré jaune) à partir des trois hydrophones E, H, L et des trois premiers modes sur chaque hydrophone.

Grâce à la méthode proposée, il est possible, à partir d'un réseau de trois hydrophones de localiser en distance  $x - y$ , de manière automatique, des sources UBF ayant émis des signaux impulsifs.

## 2.5 Estimation de paramètres géoacoustiques à partir des TAM relatifs

Je me suis également intéressée au problème de caractérisation de l'environnement et plus particulièrement à l'estimation des paramètres géoacoustiques du milieu.

Considérons à nouveau un unique capteur et une unique source UBF impulsionnelle immobile. Nous faisons les hypothèses réalistes suivantes :

- la distance source-capteur  $r$  est connue, ce qui est fréquemment le cas dans les expériences de caractérisation du milieu, où la source est contrôlée,
- la source et le récepteur ne sont pas synchronisés temporellement, ce qui est fréquent à cause de la dérive temporelle des instruments.

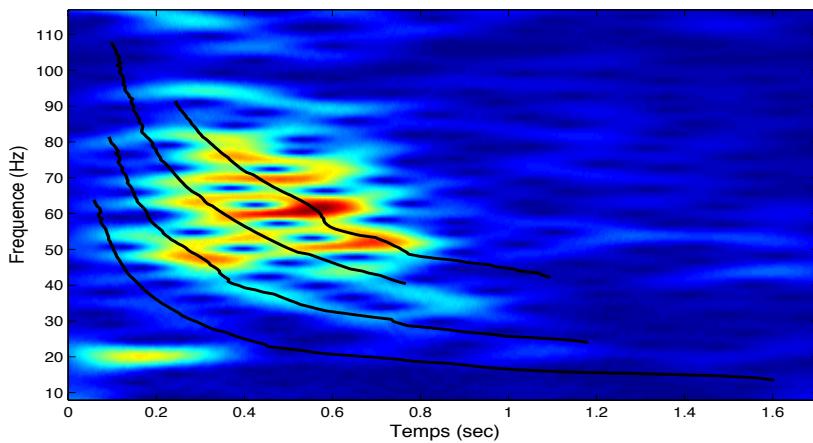


FIGURE 2.6 – Spectrogramme d'un signal enregistré dans la Baie de Fundy (hydrophone L) et TAM relatifs estimés [Bonnel 2008].

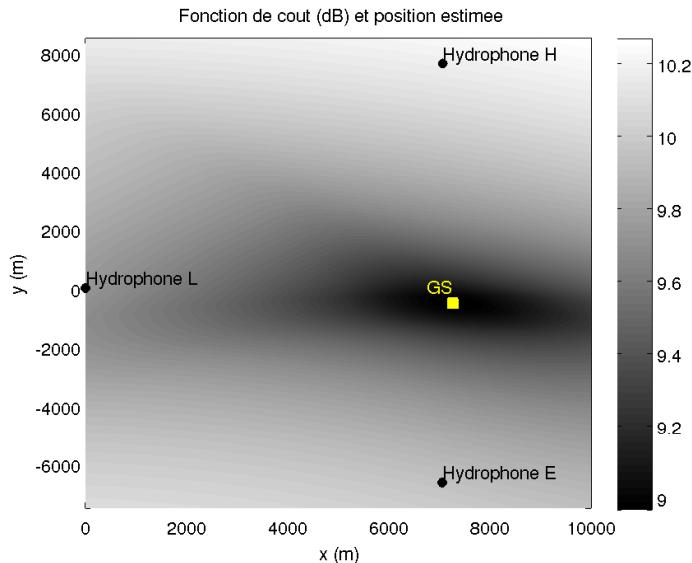


FIGURE 2.7 – Fonctions de coût et position estimée (carré jaune) de la courbe lorsque 3 modes sont utilisés [Bonnel 2008].

Le signal reçu est filtré à l'aide de la méthode de filtrage modal proposée. Sans a priori sur l'environnement ni sur la synchronisation entre la source et le récepteur, on applique la méthode d'estimation des TAM relatifs décrite dans la section 2.3. On possède donc le jeu de données  $\widehat{t_m^{rel}}(f)$ .

Pour réaliser l'estimation des paramètres géoacoustiques, on s'inspire du principe du MFP décrit en début de chapitre. Au lieu de comparer le champ enregistré à des répliques simulées, nous comparons les TAM relatifs estimés  $\widehat{t_m^{rel}}(f_n)$  à des répliques simulées  $t_m^{rel}(f_n, \theta)$  dans un environnement caractérisé par le jeu de paramètres  $\theta$ . Le calcul de ces répliques requiert la connaissance de la distance source/récepteur  $r$ . L'inversion géoacoustique proposée [Bonnel 2010b] est alors

décrise par l'équation :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \min_{\boldsymbol{\theta}} J_1(\boldsymbol{\theta}) = \min_{\boldsymbol{\theta}} \left\{ \sum_{m,n=1}^{M,N} [\widehat{t_m^{\text{rel}}}(f_n) - t_m^{\text{rel}}(f_n, \boldsymbol{\theta})]^2 \right\}. \quad (2.11)$$

Elle correspond à la minimisation d'une somme quadratique sur  $M$  modes différents et  $N$  composantes fréquentielles, et permet l'estimation du vecteur de paramètres  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ . La réplique  $t_m^{\text{rel}}(f_n, \boldsymbol{\theta})$  correspond au TAM relatif simulé à la fréquence  $f_n$  dans un environnement paramétré par  $\boldsymbol{\theta}$ .

## Illustration

Nous avons appliqué la méthode sur un signal extrait des données Mer du Nord (cf. section 2.1 pour la configuration expérimentale). Nous utilisons ici un capteur situé à 4.7 km de la source pour lequel les modes restent peu séparés dans le plan temps-fréquence. La figure 2.8 présente le spectrogramme du signal reçu et les TAM relatifs estimés. La superposition entre les TAM relatifs estimés et le spectrogramme du signal reçu est très bonne.

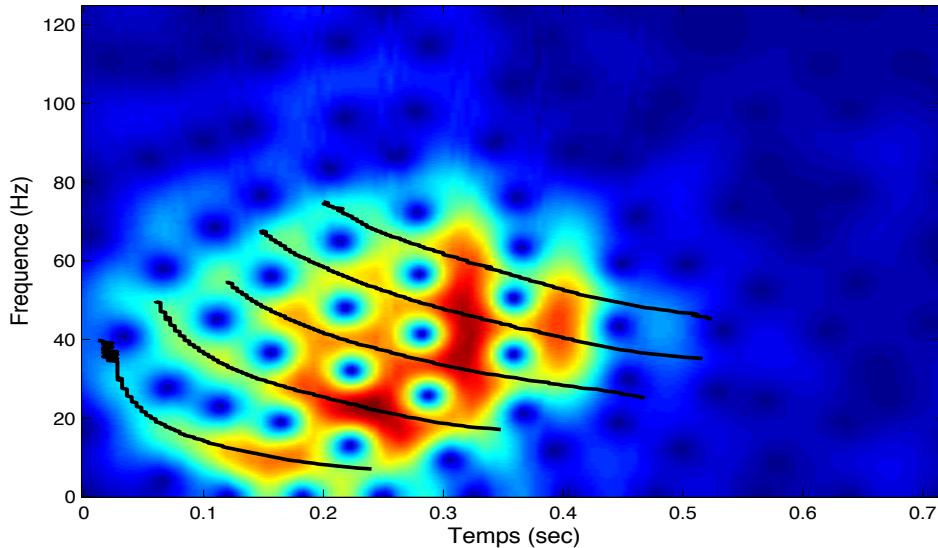


FIGURE 2.8 – Spectrogramme du signal reçu pour les données Mer du Nord, et TAM relatifs estimés correspondants [Bonnel 2010b].

L'algorithme d'inversion est ensuite appliqué sur les TAM relatifs estimés. Les résultats de l'inversion sont  $\hat{c}_1 = 1510$  m/s,  $\hat{c}_2 = 1835$  m/s et  $\hat{D} = 135$  m. Ce sont d'excellents résultats qui correspondent à l'estimation de l'environnement faite précédemment à partir d'une antenne horizontale de capteurs [Nicolas 2003].

Par ailleurs, nous avons montré, dans le cas de l'estimation des trois paramètres  $c_1$ ,  $c_2$  et  $D$ , que deux guides de Pekeris ont les mêmes TAM relatifs si et seulement si ils ont le même vecteur de paramètres environnementaux. Ainsi, la fonction de coût proposée possède une unique minimum global correspondant à l'environnement recherché.

## Bilan

Nous avons montré que les TAM relatifs estimés sont d'excellents candidats sur lesquels baser un algorithme d'inversion. En effet, nous avons proposé un algorithme d'inversion que l'on pourrait qualifier de Matched TAM Processing (en référence au Matched Field Processing ou au Matched Mode Processing). Cet algorithme a été validé sur des données réelles petites échelles acquises au Laboratoire Mécanique et Acoustique (LMA, Marseille) et en mer [Bonnel 2010b].

On peut noter qu'une extension de cette méthode, intégrant l'estimation de la distance source-capteur inconnue, a été proposée par J. Bonnel [Bonnel 2011a]. Cependant, une limitation persistante de cette méthode est la nécessité d'avoir une source complètement impulsionale ou un signal court en temps dont la loi de fréquence instantanée est parfaitement connue. En effet, si le filtrage des modes peut se faire pour une source courte en temps mais inconnue, il est obligatoire, pour construire les répliques simulées  $t_m^{rel}$  d'avoir une connaissance parfaite de la loi de fréquence instantanée de la source.

## 2.6 Retournement des modes et inversion géoacoustique

Afin de lever cette contrainte sur la connaissance précise de loi de fréquence instantanée de la source, nous avons développé une nouvelle méthode d'inversion géoacoustique basée sur le retournement modal [Bonnel 2012]. Cette méthode s'inspire des travaux de Park [Park 2005] mais dans notre cas chaque composante modale est considérée indépendamment ce qui implique un filtrage modal préalable. De plus la fonction proposée s'applique dans le domaine fréquentiel.

On note  $P_m(f)$  le mode  $m$  extrait, et représenté dans le domaine fréquentiel (cf. équation 1.12). Chaque  $P_m(f)$  est transformé par un opérateur  $R_m[., \boldsymbol{\theta}]$  appelé "retournement modal" et dépendant d'un jeu de paramètres d'environnement  $\boldsymbol{\theta}$ . Le mode retourné s'exprime par :

$$R_m[P_m(f), \boldsymbol{\theta}] = P_m(f) \exp(-i\tilde{\phi}_m(f, \boldsymbol{\theta})) \quad (2.12)$$

avec  $\tilde{\phi}_m(f, \boldsymbol{\theta}) = -k_{rm}(f, \boldsymbol{\theta})r_{\boldsymbol{\theta}}$  la réplique, paramétrée par  $\boldsymbol{\theta}$ , de la phase du mode  $m$ . La transformation  $R_m$  est alors une simple conjugaison de phase du mode  $m$  dans un environnement paramétré par le jeu de paramètres  $\boldsymbol{\theta}$ . Elle compense la dispersion et son effet est similaire au retournement temporel (rétro-propagation). Si le paramètre d'environnement  $\boldsymbol{\theta}$  correspond à l'environnement réel, la compensation de phase est parfaite et chaque mode devient un dirac temporel.

L'étape suivante consiste à définir un critère qui permettra l'estimation des paramètres d'environnement réels  $\boldsymbol{\theta}_{Reel}$ . Si l'environnement  $\boldsymbol{\theta}$  correspond à l'environnement réel, la dispersion a été parfaitement compensée pour chaque mode. Les modes retournés possèdent la même loi de fréquence qui correspond à la loi de fréquence de la source. Ils sont tous en phase et peuvent s'ajouter de manière constructive. A partir de ces modes retournés, nous proposons donc le critère suivant, permettant de sommer les modes retournés, défini par :

$$J_2(\boldsymbol{\theta}) = \sum_f \left| \sum_m R_m[P_m(f), \boldsymbol{\theta}]^2 \right| \quad (2.13)$$

L'estimateur de l'environnement est alors :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} J_2(\boldsymbol{\theta}) \quad (2.14)$$

La figure 2.9 présente le retournement modal et la construction du critère (dans un cas où le paramètre  $\theta$  ne vaut pas  $\theta_{Reel}$ ). La justification de la construction du critère est détaillée dans [Bonnel 2012]. Notons simplement qu'il est maximal uniquement pour  $\theta = \theta_{Reel}$  (unique cas pour lequel tous les modes retournés s'ajoutent de manière constructive).

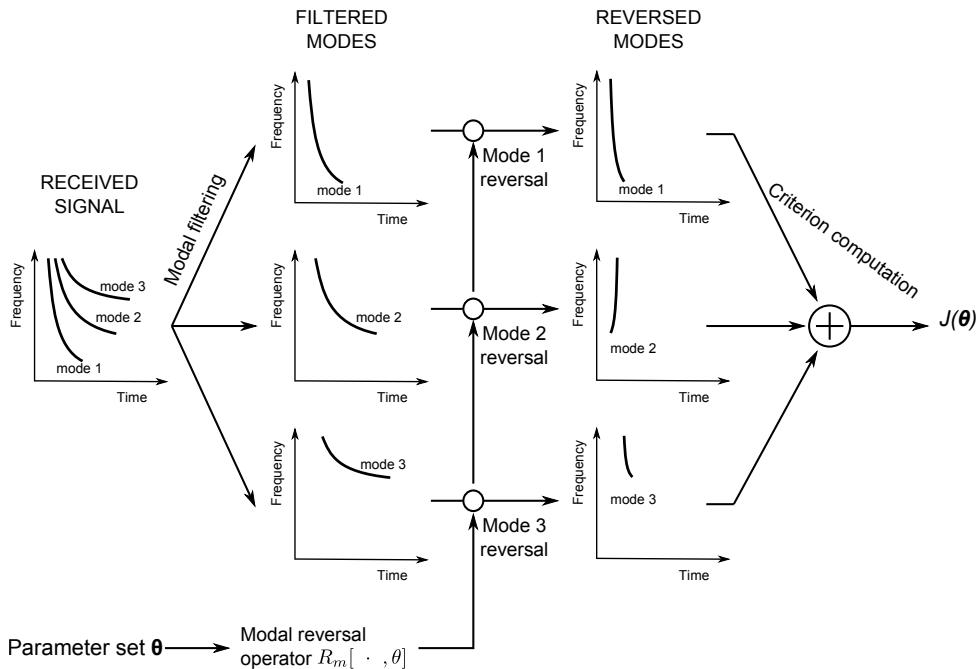


FIGURE 2.9 – Principe de construction du critère  $J$  pour un environnement  $\theta$  donné. Notons que le retournement modal dépend du numéro du mode et du paramètre  $\theta$  [Bonnel 2012]

## Illustration

La méthode proposée a été validée sur des données réelles provenant de l'expérience Shallow Water 2006. L'environnement considéré est un environnement petit fond ( $D = 80$  m) avec une source impulsive UBF ( $F=30\text{-}200$  Hz). La colonne d'eau est parfaitement connue et nous nous intéressons à l'estimation de la distance source-capteur ainsi qu'à celles des paramètres géoacoustiques du fond. Le fond est modélisé par un modèle à deux couches avec une couche sédimentaire sur un socle rigide. L'échantillonnage du critère a été fait à partir d'un algorithme hybride ASSA de recuit simulé et simplex descendant [Dosso 2001].

Dans ce cadre, il a été possible d'estimer très précisément à partir d'un unique capteur la distance source-capteur, la vitesse dans la couche sédimentaire ainsi que sa densité [Bonnel 2012]. Les paramètres du socle (fluide) ainsi que l'épaisseur de la couche sédimentaire n'ont pas été estimés de manière satisfaisante. Ceci s'explique par le fait que les modes utilisés dans l'inversion sont des modes propagatifs, qui concentrent la plus grande partie de leur "énergie dans le fond" au sein des 15 premiers mètres du sous-sol. Leur interaction avec le socle rigide est donc faible et permet difficilement l'estimation des paramètres. On peut cependant noter que, pour ces paramètres particuliers, l'estimation à partir des TAM relatifs s'est révélée plus robuste [Bonnel 2013a].

## Bilan et comparaison

La méthode de caractérisation de l'environnement proposée basée sur retournement modal et un critère adapté a montré de très bonnes capacités à estimer l'environnement à partir d'un unique capteur [Bonnel 2012]. Elle peut également être utilisée lorsque la source est une source non impulsionnelle inconnue. Cette adaptation a été réalisée par J. Bonnel et A. Thode pour permettre la localisation en distance  $r$  à partir de sources non impulsionnelles mais présentant une variation monotone de fréquence inconnue [Bonnel 2014].

Par ailleurs, la comparaison entre les deux méthodes d'inversion géoacoustique à partir d'un unique capteur a permis de dresser les conclusions suivantes :

- Le critère  $J_2(\theta)$  de la méthode basée sur le retournement modal présente des lobes secondaires d'ambiguïté, alors que la fonction de coût  $J_1(\theta)$  de l'estimation à partir des TAM relatifs n'en a pas. Il est donc possible que l'inversion par retournement modal soit piégée dans un de ces minima aboutissant à une estimation biaisée de l'environnement. Ceci peut se produire dans des environnements réels bruyants.
- Le critère  $J_2(\theta)$  est plus étroit et plus piqué que la fonction de coût  $J_1(\theta)$ . Pour des applications réelles, l'inversion par retournement modal donnera des résultats plus précis que l'inversion par TAM relatifs, si elle n'a pas été piégée dans un minimum secondaire.

On comprend donc, grâce à ces conclusions que ces deux méthodes possèdent chacune des avantages et que le choix de l'une ou de l'autre devra être pris au cas par cas en fonction de la configuration expérimentale.

## 2.7 Estimation des fonctions modales sur antenne verticale partielle

En marge des activités de caractérisation de l'environnement à partir d'un unique capteur, nous nous sommes intéressés à un problème ouvert en acoustique sous-marine qui est l'estimation des fonctions modales à partir d'une antenne verticale échantillonnant partiellement la colonne d'eau. En effet, les méthodes classiques supposent que l'échantillonnage en profondeur de l'antenne couvre l'ensemble de la colonne d'eau [Hursky 2001, Neilsen 2002]. A notre connaissance, une seule méthode a été proposée pour une antenne partielle ; celle-ci nécessite une source en mouvement et utilise le mouvement comme apport d'information supplémentaire [Walker 2005].

A partir de ce constat, nous avons proposé une méthode permettant d'estimer les fonctions modales à partir d'une unique source impulsionnelle immobile et d'une antenne verticale quelconque [Bonnel 2011b]. Comme la méthode est basée sur le filtrage modal précédemment présenté, seule une faible connaissance a priori de l'environnement et de la distance source/récepteur est requise.

Grâce au filtrage modal appliqué sur chaque capteur de l'antenne ; il est possible d'isoler les modes  $m(t, z)$  où  $z$  correspond à la profondeur du capteur considéré sur l'antenne. On utilise ensuite les modes  $M(f, z)$  obtenus par transformée de Fourier. Par ailleurs, l'équation (1.12) montre que seul le coefficient  $\psi_m(f, z)$  dépend de la profondeur de réception. A une fréquence  $f_0$  fixée, les autres quantités sont donc des constantes sur les différents capteurs de l'antenne. On peut donc estimer la fonction modale  $\Psi_m(f_0, z)$  aux profondeurs de l'antenne à une constante multiplicative près. Son amplitude est donnée par le module du spectre  $M(f, z)$  à la fréquence  $f_0$  et ses changements de signe sont donnés par les changements de signe de la partie réelle de  $M(f_0, z)$ .

Notons qu'on ne cherche pas à déterminer la constante multiplicative. En effet, cela n'a que peu d'intérêt puisque les fonctions modales sont normalisées en amplitude. Cette restriction est par ailleurs commune à la plupart des méthodes d'estimation des fonctions modales.

De plus, notre méthode ne permet pas de déterminer le signe absolu des fonctions modales. On peut simplement déterminer leurs changements de signe. On utilise alors une convention classique : chaque mode est positif dans son oscillation la plus proche de la surface de l'eau. Nos résultats sont alors valides à condition de ne pas rater l'oscillation la plus proche de la surface. C'est cependant un scénario peu probable en UBF où la période d'oscillation des fonctions modales est relativement grande.

### Illustration - Expériences "petite échelle"

La méthode proposée est appliquée sur des données "petite échelle" de laboratoire ISTerre (Institut des Sciences de la Terre, Grenoble) en collaboration avec P. Roux et J. Bonnel. Les expériences petites échelles utilisent le principe suivant : en multipliant la fréquence du signal source par un facteur  $\alpha$ , on divise les distances par ce même facteur. Les phénomènes physiques de propagation des ondes acoustiques et élastiques ne sont pas affectés par ce changement d'échelle, mis à part l'absorption dans l'eau qui sera plus importante car elle est proportionnelle au carré de la fréquence. Ceci ne pose pas de problème majeur dans le cas qui nous intéresse, et il est donc possible de réaliser une propagation océanique à grande distance dans une cuve de faibles dimensions en choisissant de manière pertinente les fréquences des émetteurs. Nous parlerons "d'échelle réduite" pour les grandeurs utilisées au cours de l'expérience et "d'échelle océanique" pour les valeurs correspondantes dans un guide océanique.

Nous avons réalisé une expérience dans une cuve d'environ 1 m de longueur avec une source de fréquence centrale 500 kHz. Le facteur d'échelle choisi est  $10^4$  afin de simuler une propagation océanique d'environ 10 km et une fréquence centrée autour de 50 Hz à l'échelle océanique. Le guide considéré, de profondeur de 230 m en échelle océanique et constitué d'une couche d'eau sur un fond en acier, peut être considéré comme un guide de Pekeris. L'antenne verticale échantillonne environ la moitié de la profondeur du guide (de  $z = 5$  à 30 m).

Les résultats d'estimation pour les 5 premiers modes et pour la fréquence  $f = 40$  Hz sont présentés sur la figure 2.7. Les croix rouges représentent les valeurs des fonctions modales estimées aux profondeurs de l'antenne et les courbes bleues représentent les fonctions modales théoriques calculées grâce à notre connaissance de l'environnement dans la cuve. On voit que les fonctions modales estimées correspondent très bien aux fonctions théoriques.

### Bilan

La méthode d'estimation des fonctions modales proposée ne requiert que peu d'a priori sur l'environnement et sur la distance source/récepteur. Elle permet l'estimation des fonctions modales à toute fréquence excitée par la source. Pour l'appliquer, une unique source immobile et impulsionale est requise. Elle permet une estimation des fonctions modales sur une antenne verticale qui n'échantillonne pas nécessairement toute la colonne d'eau, et est donc simple à appliquer en contexte opérationnel.

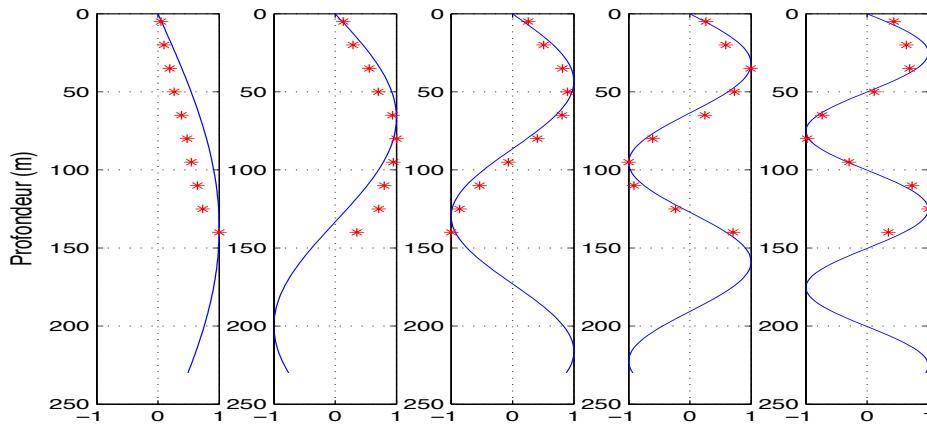


FIGURE 2.10 – Estimation des fonctions modales pour les 5 premiers modes à la fréquence 40 Hz sur les données petites échelles, fond acier (ISTerre) [Bonnel 2011b].

## 2.8 Conclusion

Deux méthodes de localisation de sources ont été développées et validées : une approche de localisation conjointe en distance et profondeur, basée sur des fonctions de coût inspirées du Matched Mode Processing et une approche disjointe basée sur les coefficients des modes pour l'estimation de la profondeur et sur la différence de phase entre les modes dans l'espace des fréquences pour l'estimateur de la distance source-capteur. De plus, dans une configuration comprenant au minimum trois capteurs, nous avons réalisée une localisation en  $x - y$  de la source, à partir de rapports et différences sur les Temps d'Arrivées des Modes.

La caractérisation de l'environnement a été réalisée de deux manières qui s'avèrent complémentaires : à partir d'une méthode basée sur les temps d'arrivée des modes et à partir d'une méthode basée sur le retournement modal.

Enfin, le filtrage modal a également permis d'estimer les fonctions modales sur une antenne verticale échantillonnant partiellement la colonne d'eau.



# RTF basées sur la classe de puissance et l'invariant océanique

---

## Contents

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>57</b>
<b>3.2</b>	<b>Représentations temps-fréquence covariantes à un retard de groupe dispersif</b>	<b>58</b>
<b>3.3</b>	<b>La classe de puissance</b>	<b>58</b>
<b>3.4</b>	<b>Phase et invariant océanique</b>	<b>59</b>
<b>3.5</b>	<b><math>\beta</math>-classe de puissance</b>	<b>60</b>
<b>3.6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>61</b>

---

En parallèle des travaux concernant directement la localisation de sources et la caractérisation de l'environnement, je me suis intéressée plus récemment, depuis 2012, aux représentations temps-fréquence (RTF) de la classe de puissance et à leur possible utilisation dans le cadre de signaux acoustiques enregistrés dans des environnements océaniques petit fond pour des sources impulsionales.

Pour comprendre la classe de représentation adaptée au guide d'onde proposée, ce chapitre présente tout d'abord les RTF de la classe de puissance puis l'approximation de l'invariant océanique qui permet de proposer la  $\beta$ -classe de puissance pour représenter les signaux issus de la propagation d'une source impulsionnelle UBF dans une guide d'ondes océanique.

La lecture est indépendante des autres chapitres et n'est pas nécessaire pour la compréhension globale du document.

## 3.1 Introduction

Rappelons que pour une source impulsionnelle dans un milieu petit fond (section 1.1), la propagation peut être décrite par la théorie des modes. Le signal reçu est composé de modes et chaque mode est une modulation non linéaire de fréquence.

L'analyse temps-fréquence de ce genre de signaux est un problème important en acoustique sous-marine. Celle-ci nécessite une prise en compte du caractère dispersif des signaux. Plusieurs approches ont été proposées [Chen 2003, Hong 2005, Le Touzé 2009], dont celle présentée dans la section 1.2.3 "adaptée" à la propagation dans un guide parfait. La majorité des méthodes se basent sur un *a priori* physique et injectent une connaissance *a priori* de l'environnement dans la représentation temps-fréquence (RTF). La clef du succès est alors d'utiliser au mieux l'*a priori* disponible tout en étant le moins sensible possible à une éventuelle erreur d'*a priori*.

Nous avons proposé une autre approche pour l'analyse de la dispersion, basée sur l'utilisation des propriétés de covariance aux retards de groupes dispersifs (GDS pour Group Delay Shift). Etant donné que les retards de groupe des modes varient suivant le mode, les RTF covariantes à un GDS ne sont pas naturellement adaptées au contexte de la propagation modale. Pour y remédier, il est possible d'utiliser l'invariant océanique  $\beta$ , un scalaire qui résume la dispersion globale dans le guide d'ondes. En effet, on peut montrer que  $\beta$  permet d'approximer le retard de groupe de chaque mode avec une fonction puissance. On construit alors une  $\beta$ -classe de puissance adaptée aux signaux reçus [Bonnel 2013c, Bonnel 2013b].

## 3.2 Représentations temps-fréquence covariantes à un retard de groupe dispersif

### Définition de la GDS-classe

On considère un signal  $X(f)$  quelconque. On peut simuler son passage à travers un milieu passe-tout dispersif en lui appliquant l'opérateur

$$\mathbf{D}_a^{(\gamma)} X(f) = X(f) e^{-ia\gamma(f/f_0)}, \quad (3.1)$$

avec  $\gamma(f)$  une phase dispersive,  $f_0$  une fréquence de référence fixe et  $a$  un nombre réel. Pour une phase  $\gamma$  donnée, le paramètre  $a$  quantifie la quantité de dispersion sur le signal  $\mathbf{D}_a^{(\gamma)} X(f)$ .

Une RTF  $T$  appartient à la GDS-classe (i.e. la RTF est GDS-covariante) [Papandreou-Suppappola 2001] si la RTF de  $\mathbf{D}_a^{(\gamma)} X(f)$  correspond à la RTF de  $X(f)$  décalée du retard de groupe  $a\tau(f) = a\frac{d}{df}\gamma(f/f_0)$  :

$$T_{\mathbf{D}_a^{(\gamma)} X}(t, f) = T_X(t - a\tau(f), f). \quad (3.2)$$

### Obtention d'une RTF appartenant à la GDS-classe

D'après le principe de l'équivalence unitaire, un RTF  $T^{(\gamma)}$  covariante au GDS  $\tau(f)$  peut s'obtenir à partir de la RTF affine  $T^{(A)}$  du signal warpé  $\mathbf{W}_{\gamma^{-1}} X$  suivie par un ré-échantillonnage du plan temps-fréquence

$$T_X^{(\gamma)}(t, f) = T_{\mathbf{W}_{\gamma^{-1}} X}^{(A)} \left( \frac{t}{f_0\tau(f)}, f_0\gamma(f/f_0) \right). \quad (3.3)$$

avec l'opérateur de warping (défini dans la section 1.2) :

$$\mathbf{W}_{\gamma^{-1}} X(f) = \sqrt{\frac{d}{df}\gamma^{-1}(f/f_0)} X(\gamma^{-1}(f/f_0)). \quad (3.4)$$

## 3.3 La classe de puissance

Une sous classe de la GDS-classe est la classe de puissance [Hlawatsch 1999]. Cette classe est adaptée à des signaux dont la phase  $\gamma$  et le retard de groupe  $\tau$  sont

$$\gamma(f) = \gamma_\kappa(f) = \operatorname{sgn}(f) |f|^\kappa, \quad (3.5)$$

$$\tau(f) = \tau_\kappa(f) = \frac{\kappa}{f_0} \left| \frac{f}{f_0} \right|^{\kappa-1}, \quad (3.6)$$

avec  $\kappa$  le paramètre de puissance, et  $sgn(f)$  la fonction qui donne le signe de  $f$ .

Les RTF de la classe de puissance s'obtiennent avec l'équation 3.3 dans lesquelles on intègre la loi  $\gamma$  de la phase en fonction puissance. A titre d'exemple, si on choisit que  $T^{(A)}$  est un scalogramme, alors la RTF de la classe de puissance obtenue avec l'équation (3.3) est appelée powergramme.

## 3.4 Phase et invariant océanique

Dans le cas d'une propagation modale en guide d'ondes océanique, le signal reçu contient plusieurs modes. L'utilisation de la classe de puissance requiert que (i) chaque mode ait un retard de groupe à loi de puissance, (ii) pour un signal donné, le paramètre de puissance  $\kappa$  soit le même pour tous les modes, (iii) idéalement, la valeur de  $\kappa$  soit déterminée grâce à un *a priori* physique. Nous montrons ici qu'il est possible de remplir ces trois conditions grâce à l'invariant océanique.

Dans le cas d'une source impulsionale, le signal reçu après propagation s'exprime à partir de l'équation (1.12) rappelée ici sous la forme d'une somme de modes,

$$P(f) = \sum_{m=1}^M B_m(f) e^{i\tilde{\Phi}_m(f)} \quad (3.7)$$

chaque mode ayant comme phase :

$$\tilde{\Phi}_m(f) = -k_{rm}(f)r \quad (3.8)$$

On a également, grâce aux calculs effectués pour obtenir l'équation 1.10 sous l'hypothèse de la phase stationnaire, l'expression du retard de groupe qui vaut :

$$\tau_m(f) = -\frac{d}{df} \tilde{\Phi}_m(f) \quad (3.9)$$

A ce stade, si les propriétés de l'environnement sont connues, on peut calculer  $\tilde{\Phi}_m(f)$  et il est possible de définir une RTF GDS-covariante parfaitement adaptée à un mode donné  $m$ . Cependant, excepté pour certains guides simplistes, la dispersion évolue non-linéairement entre les modes, et il est donc impossible de définir une RTF adaptée à l'ensemble du signal. Pour cela, nous introduisons l'invariant océanique.

En propagation modale guidée, des structures d'interférences apparaissent naturellement dans le domaine distance-fréquence. Ces interférences présentent un motif de striations qui peut être décrit par un simple scalaire : l'invariant océanique [Chuprov 1982]. L'invariant océanique a été largement utilisé en acoustique sous-marine dans de nombreuses applications comme la localisation passive de sources [Cockrell 2010, Rakotonarivo 2012], l'inversion géoacoustique [Heaney 2004, Ren 2011] ou le sonar [Goldhahn 2011, Rouseff 2011].

Par nature,  $\beta$  décrit les interférences entre les modes. Cependant en 1999, D'Spain et Kuperman [D'Spain 1999] ont donné une approximation de la dispersion d'un unique mode basée sur l'invariant océanique. Leur calcul peut être étendu pour approximer la phase d'un mode par

$$\tilde{\Phi}_m(f) \simeq -\frac{2\pi r}{c} [f - \alpha_m f^{-\frac{1}{\beta}}], \quad (3.10)$$

avec  $c$  la vitesse moyenne du son dans l'eau et  $\alpha_m$  une constante dépendant uniquement de  $m$ . En considérant une source impulsionale et un unique récepteur, Gao et al [Gao 2010] ont montré qu'il est possible d'utiliser  $\beta$  pour compenser la dispersion en projetant le signal reçu  $Y(f)$  sur les atomes  $u(s) = e^{\frac{2\pi r}{c}[f-sf^{-\frac{1}{\beta}}]}$ . Nous avons généralisé le travail de Gao et montré qu'on peut se baser sur l'équation (3.10) pour définir une  $\beta$ -classe de puissance.

Avant de la décrire, notons que l'équation (3.10) est basée sur plusieurs approximations inhérentes au concept de l'invariant océanique. En particulier, l'invariant océanique n'est invariant que sous certaines conditions physiques, dont le lecteur peut trouver un résumé dans [Jensen 1994]. Notons simplement ici qu'à relativement grande distance, dans un guide d'onde qui varie peu avec la distance, et à des fréquences suffisamment basses pour que la refraction dans la colonne d'eau soit faible, l'invariant  $\beta$  est approximativement constant. En particulier, en environnement petit fond classique,  $\beta \simeq 1$ .

### 3.5 $\beta$ -classe de puissance

#### Expression

A partir de l'équation (3.10), l'origine de l'axe temporel peut aisément être décalée telle que la phase des modes devienne :

$$\phi_m(f) = \alpha_m \frac{2\pi r}{c} f^{-\frac{1}{\beta}} \quad (3.11)$$

La classe de puissance avec le paramètre

$$\kappa = -1/\beta \quad (3.12)$$

est donc adaptée à tous les modes. On peut ainsi définir un  $\beta$ -opérateur de warping adapté à l'ensemble des modes, qui linéarisera donc la phase de tous les modes [Bonnel 2013c] .

A partir de l'expression de  $\kappa$  et des expressions 3.3 et 3.4 permettant de calculer les RTF de la GDS classe, les  $\beta$ -RTF, qui sont adaptées à l'ensemble du signal, s'obtiennent par :

$$T_X^{(-1/\beta)}(t, f) = T_{\mathbf{W}_{-1/\beta} X}^{(A)} \left( \frac{t}{-1/\beta |f/f_0|^{-(1+1/\beta)}}, f_0 \operatorname{sgn}(f) |f/f_0|^{-1/\beta} \right). \quad (3.13)$$

en utilisant le warping de puissance :

$$\mathbf{W}_{-1/\beta} X(f) = \frac{1}{\sqrt{|1/\beta| |f/f_0|^{1/2(1+\beta)}}} X \left( f_0 \operatorname{sgn}(f) |f/f_0|^{-\beta} \right), \quad (3.14)$$

Une approche plus physique permettant d'aboutir au même résultat a été présentée en détail dans [Bonnel 2013c].

#### Illustration

La méthodologie proposée est appliquée sur des données simulées réalistes qui reproduisent un environnement petit fond en été [Jensen 1994]. Le guide d'onde est constitué d'une couche d'eau avec un profil de célérité non-constant surplombant un plancher océanique stratifié (couche sédimentaire au dessus d'un socle). La distance source/récepteur est  $r = 10$  km. La source est supposée parfaitement impulsionale (spectre plat de 0 à 100 Hz).

Le scalogramme du signal simulé est présenté sur la figure 3.1(a). Les modes de rang élevé (5,6,7) sont plus proches les uns des autres que les modes de rang faibles (1,2,3) et souffrent donc d'interférences temps-fréquence. La figure 3.1(b) montre le  $\beta$ -powergramme : les sept modes possèdent une excellente résolution temps-fréquence. Le  $\beta$ -warping et le  $\beta$ -powergramme ont été calculés avec  $\beta = 1.2$  et  $f_0 = 1$  Hz. La valeur de  $\beta$  a été choisie empiriquement pour obtenir de bonnes RTF.

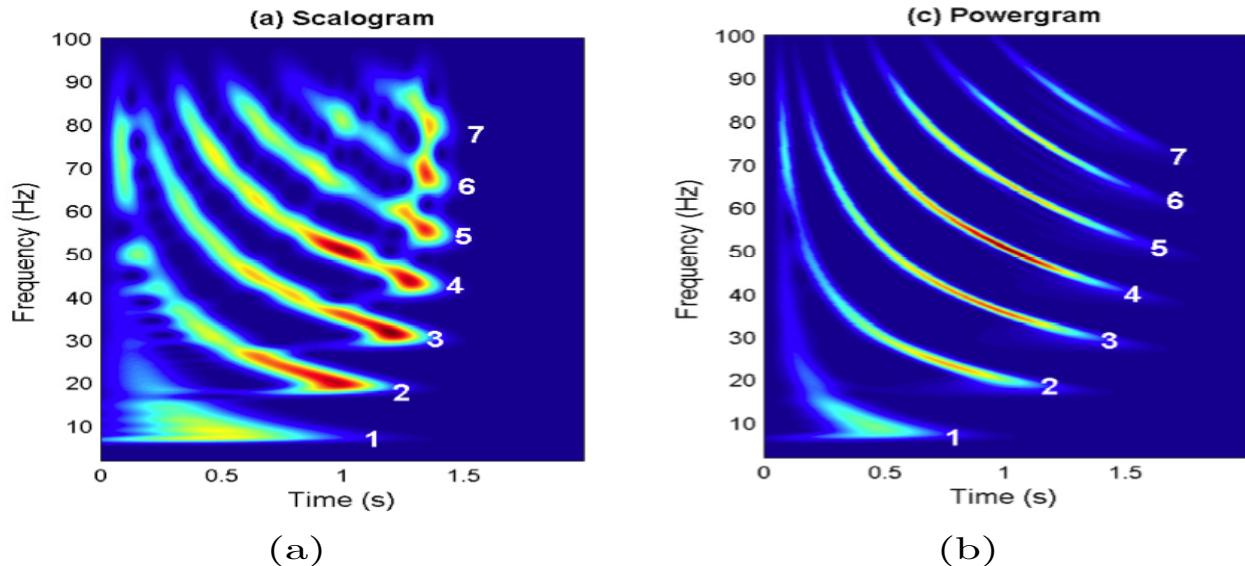


FIGURE 3.1 – (a) Scalogramme du signal reçu, les chiffres blancs donnent les numéros des modes ; (b)  $\beta$ -powergramme, calculés avec  $\beta = 1.2$  [Bonnel 2013c]

## 3.6 Conclusion

Nous avons présenté ici une utilisation des représentations temps-fréquence de la classe de puissance en acoustique sous-marine. Grâce à une approximation de l'invariant océanique, il a été possible d'exprimer la phase de chacun des modes à l'aide d'une fonction puissance indépendante du mode. L'expression de cette phase et du retard de groupe associé a permis de construire une RTF de la classe de puissance avec la puissance  $\kappa = -1/\beta$ .

Cette représentation, le  $\beta$ -powergramme, obtenue à partir d'un opérateur de warping, du scalogramme, d'un ré-échantillonnage du plan temps-fréquence a montré de très bonnes propriétés de représentation des signaux issus de la propagation de sources UBF impulsionales dans un guide océanique. Nous l'avons validée sur des données réelles [Bonnel 2013c].



Troisième partie

## Tomographie Acoustique Océanique



# Contexte, Objectifs et Méthodes

## Contexte

L'utilisation des ondes acoustiques pour imager la structure interne de l'océan est appelée **Tomographie Acoustique Océanique (TAO)**. Introduite par Munk et Wunsch [Munk 1979] dans les années 80, elle consiste "à prédire l'état de l'océan traversé par un champ acoustique, à partir d'une mesure précise du temps de trajet ou d'autres propriétés de la propagation acoustique" [Munk 1995]. Munk et al. insistent ici sur le fait que les temps de trajet (ou temps de propagation) mais également d'autres paramètres acoustiques mesurables (comme l'angle, l'amplitude ou la phase) sont fonctions de la température, de la vitesse des ondes dans l'eau ou d'autres paramètres océanographiques intéressants.

Dans ce cadre, je m'intéresse tout particulièrement au problème de la **tomographie acoustique océanique active en milieu petit fond**. En effet, les environnements peu profonds sont encore méconnus, contrairement aux environnements grands fonds largement étudiés [Munk 1995], et aucune instrumentation n'est capable, à l'heure actuelle, de fournir une représentation spatiale dynamique de la physique des phénomènes mis en jeux dans ces environnements côtiers. De plus, les environnements côtiers sont un sujet d'intérêt majeur dans la communauté scientifique car ils sont le lieu de nombreux phénomènes comme les marées, courants, mélanges de couches ou encore l'influence humaine et la pollution.

Pour étudier ce type d'environnements, les ondes acoustiques constituent un outil de choix. Concernant les ordres de grandeur, nous étudions le milieu océanique sur des distances allant de 500 m à 4 km environ, pour des profondeurs comprises entre 10 et 100 m, et avec des signaux sources entre 1 et 5 kHz. Dans ce cadre, la propagation peut être vue comme une somme d'arrivées acoustiques correspondant grossièrement à des rayons même si nous ne sommes pas dans une approximation fréquence infinie.

Afin de mener à bien ces tâches, nous nous intéressons à une configuration expérimentale active particulièrement riche, composée de **deux antennes verticales : une antenne d'émetteurs et une antenne de récepteurs placées face à face**. Notons que les premières expériences utilisant cette configuration ont été réalisées à la fin des années 90 dans le cadre du retournement temporel [Fink 2008, Roux 2004]. Cette configuration est particulièrement adaptée au contexte petit fond. En effet, en milieu petit fond, les ondes interagissent avec le fond donnant lieu à une propagation où les trajets interfèrent entre eux. Il est donc indispensable de traiter les signaux reçus afin d'isoler les différentes arrivées acoustiques, ce qui est possible grâce au système d'acquisition par double antenne combiné avec des méthodes de traitement d'antenne.

Par conséquent, malgré les difficultés dues à la complexité de la propagation, l'étude des environnements côtiers par ondes acoustiques est un sujet d'actualité. Notons que les résultats obtenus seront utiles, à long terme, aussi bien pour l'étude expérimentale de la dynamique des océans que pour la modélisation de ces milieux.

## Objectifs

Dans ce cadre, l'objectif global est de proposer de nouvelles méthodes de traitement du signal pour réaliser les trois tomographies suivantes :

- **Tomographie de vitesse classique**, estimant la carte spatio-temporelle des variations de vitesse des ondes dans une tranche d'océan,
- **Localisation de cible** en eaux peu profondes, également appelée **barrière acoustique**, qui peut être vue comme une tomographie de densité,
- **Tomographie de surface** qui consiste à imager la surface d'une tranche d'océan.

Notons que dans les environnements petit fond qui nous intéressent, étant donné le peu d'informations a priori et le grand nombre de paramètres à inverser (de l'ordre de plusieurs milliers), seule une **tomographie différentielle**, permettant d'utiliser des modèles linéaires reliant les variations des observables aux perturbations de célérité, peut être envisagée. Par "tomographie différentielle", nous signifions que les résultats obtenus ne sont pas des grandeurs globales mais des variations par rapport à un état de référence choisi (par exemple le début des mesures). Ainsi, seule la dynamique des phénomènes physiques ayant lieu dans le milieu est analysée, et non pas l'état d'origine. Cette approche différentielle, permet également de minimiser l'influence des erreurs de modélisation telles que les propriétés du fond, les positions des transducteurs, etc. [Spiesberger 1991].

Les résultats de la tomographie de vitesse seront donc des cartes spatiales (2D, en profondeur et distance) de perturbations de vitesse des ondes, au cours du temps, par rapport au premier enregistrement effectué dans un état au repos dit "de référence". Il sera donc possible d'imager la dynamique des phénomènes.

## Méthode

Il est donc nécessaire de travailler sur toutes les étapes de la chaîne de tomographie. Ainsi, pour chacune des tomographies, notre tâche est la suivante :

- **identifier et estimer les paramètres acoustiques sensibles au phénomène à imager, également appelées "observables acoustiques"**, classiquement les temps de propagation des ondes mais également les amplitudes des arrivées acoustiques ou leurs angles d'arrivées et de départ,
- **lier linéairement, par un modèle théorique, les variations de ces observables aux paramètres océanographiques** que nous souhaitons estimer (perturbation de vitesse, de densité ou de hauteur de la surface)
- et **résoudre le problème inverse** (à partir de méthodes classiques en problèmes inverses).

Afin de réaliser ces différentes tâches, nous avons proposé des approches nouvelles pour :

- l'extraction des observables, adaptée au contexte double antenne : **Double Formation de voies et Double MUSICAL**,
- la modélisation du problème direct à partir de "**Noyaux de Sensibilité**" pour chaque tomographie.

La figure 3.2 résume le principe de la chaîne de tomographie proposée, elle comprend l'ensemble des étapes qui seront développées dans la suite du document et constitue une figure de référence à laquelle le lecteur pourra se référer pour situer chaque chapitre au sein de la chaîne globale.

Les méthodes proposées ont été validées sur des **données petites échelles** acquises dans la **cuve ultrasonore de P. Roux au laboratoire ISTerre**, Grenoble. Cette cuve est équipée de barrettes ultrasonores, permettant de créer des antennes verticales d'émetteurs-récepteurs dans le guide d'onde représentant le milieu océanique à petite échelle. C'est une opportunité exceptionnelle pour la validation de méthodes dans un milieu réel mais contrôlé. Elle a constitué un point central des recherches que j'ai menées autour de la tomographie car elle a permis de proposer et réaliser de nombreuses expériences (convection, passage d'une cible, vague à la surface) contrôlées et reproductibles sur lesquelles nous avons pu tester et valider l'ensemble des méthodes et outils théoriques développés.

Le plan de cette partie sera le suivant : les méthodes de traitement d'antenne développées, communes aux trois tomographies, seront présentées, puis pour chaque tomographie, nous présenterons les noyaux de sensibilité développés puis les résultats d'inversion. La tomographie de vitesse, ayant été la tomographie principale dans mes activités, sera plus détaillée, notamment pour présenter les travaux sur les noyaux de sensibilité. Les parties sur la détection-localisation de cible et la tomographie de surface se concentreront sur la présentation des résultats obtenus sous forme d'illustrations.

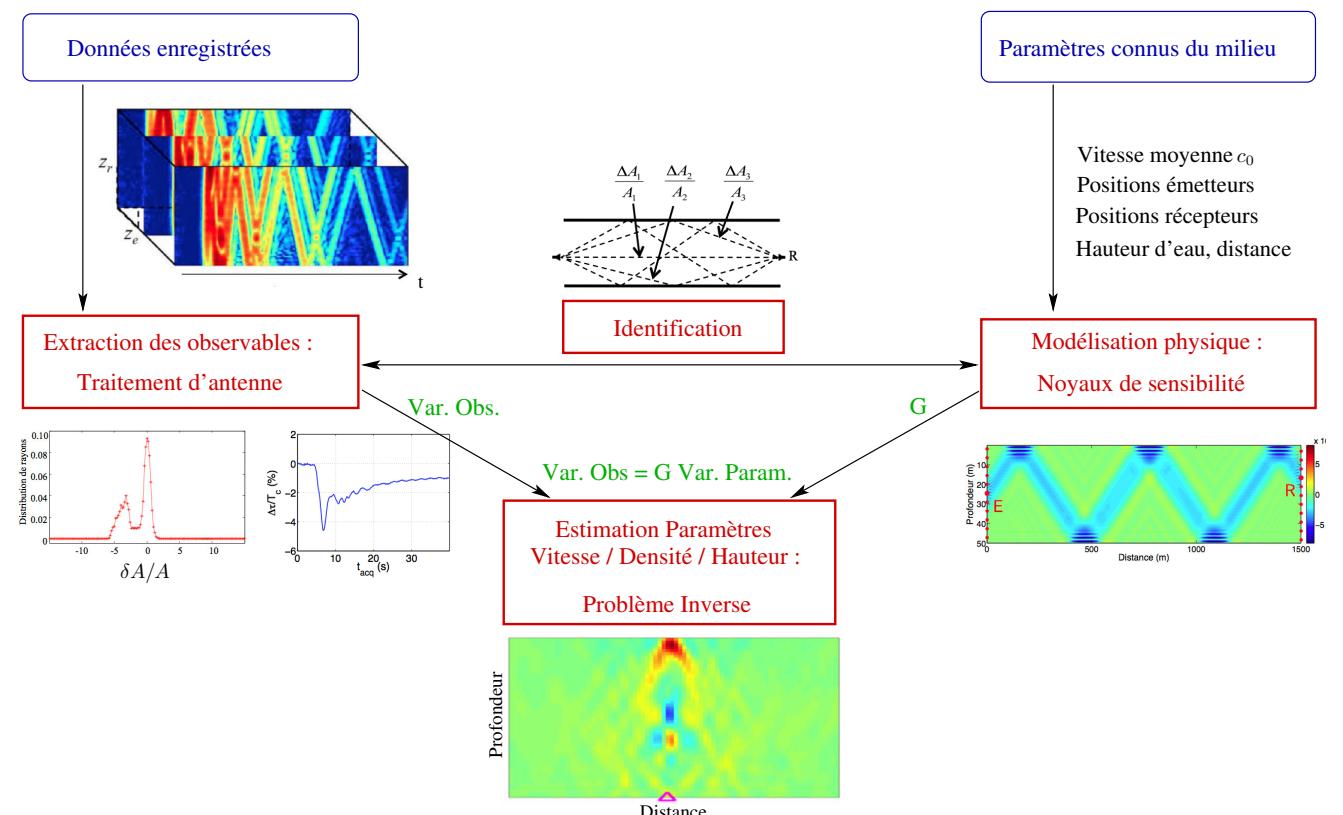


FIGURE 3.2 – Principe de la tomographie proposée [Iturbe 2010]

## Encadrements, collaborations et projets

Je présente ici, en suivant l'ordre du manuscrit, les différents liens entre les travaux scientifiques autour de la Tomographie Acoustique Océanique et les thèses encadrées, collaborations et projets.

Les travaux concernant la Double Formation de Voies ont été réalisés en collaboration avec P. Roux en 2007-2008. La méthode D-MUSICAL a été proposée dans le cadre du post-doc de G. Le Touzé (2010-2012).

Les travaux concernant la tomographie de vitesse ont été initiés dans la thèse de I. Iturbe (2006-2010) avec l'introduction des Noyaux de Sensibilité puis poursuivis dans la thèse de F. Aulanier (2010-2013) qui a introduit les Directions de Départ et d'Arrivée en TAO.

La localisation de cible a été proposée par C. Marandet durant sa thèse (2008-2011).

La tomographie de surface a démarré à la fin de la thèse de C. Marandet, et a été réalisée en collaboration avec P. Roux par la suite (2011-2014).

L'ensemble de ces travaux ont été réalisés en étroite collaboration avec P. Roux (ISTerre, Grenoble) et J.I. Mars (Gipsa-lab). Dans toutes les tomographies étudiées, les expériences "petites échelles" ont été réalisées dans la cuve ultrasonore développée par P. Roux au laboratoire ISTerre.

Une ANR Jeunes Chercheurs TOTS pour "Tomographie Océanique en zone peu profonde : nouvelles perspectives en Traitement du Signal " (2011-2014) a permis de soutenir ces travaux.

# Extraction d'observables

---

## Contents

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>69</b>
<b>4.2</b>	<b>Double Formation de Voies</b>	<b>72</b>
<b>4.3</b>	<b>Double MUSICAL</b>	<b>75</b>
<b>4.4</b>	<b>Discussion DFV vs D-MUSICAL</b>	<b>79</b>

---

## 4.1 Introduction

Les algorithmes d'inversion pour réaliser la tomographie nécessitent des observables (temps, amplitudes, angles ...) associées à un modèle théorique du milieu de propagation [Munk 1995]. Comme cela a été mentionné, cette extraction d'observables est rendue difficile en milieu petit fond par la propagation complexe. Une solution consiste alors à utiliser des antennes d'émission-réception et à réaliser un traitement d'antenne pour séparer les arrivées acoustiques et extraire les observables associées à chaque arrivée.

Dans ce chapitre, nous nous intéressons particulièrement à l'extraction de ces observables par deux nouvelles méthodes :

- la Double Formation de voies,
- la méthode Haute Résolution Double MUSICAL,

## Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est composé de **deux antennes verticales : une antenne d'émetteurs et une antenne de récepteurs placées face à face** schématisées sur la figure 4.1. Le principe est le suivant : au cours de la campagne, chacune des sources émet (l'une après l'autre) un signal qui se propage et est enregistré sur l'antenne de récepteurs. En supposant que le temps nécessaire pour réaliser l'ensemble de ces tirs est court par rapport à l'échelle temporelle de variation de l'océan, il est possible de regrouper ces signaux dans un cube de données constituant une "expérience", représentant l'état de l'océan à "un instant donné", et contenant l'ensemble des fonctions de transfert entre chaque source et chaque récepteur. Ce processus est ensuite répété, permettant d'avoir une nouvelle expérience, représentant l'état de l'océan à un instant ultérieur.

Pour une expérience donnée, nous avons à disposition un cube de données  $p(t, z_r, z_e)$  où  $t$  représente le temps,  $z_r$  la profondeur du récepteur et  $z_e$  la profondeur de la source. Chaque signal  $p(t, z_{r0}, z_{e0})$  correspond au signal temporel reçu par le récepteur à la profondeur  $z_{r0}$  pour une émission de l'émetteur à la profondeur  $z_{e0}$  et l'ensemble des signaux représente le "cube de transfert" entre l'ensemble des sources et des récepteurs. La figure 4.2 montre un exemple de cube de données extrait d'une expérience petite échelle.

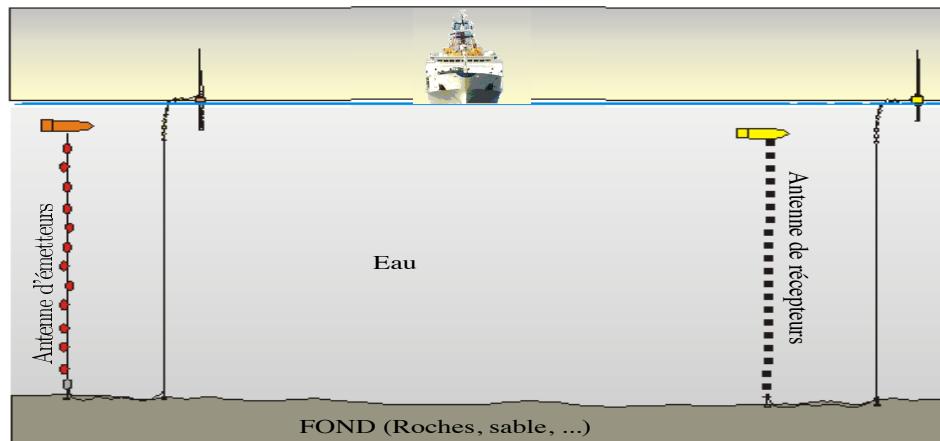


FIGURE 4.1 – Schéma d'une expérience double antenne [Iturbe 2010].

L'objectif de la tomographie sera donc d'estimer les perturbations des paramètres physiques (vitesse des ondes, densité, hauteur de la surface suivant la tomographie concernée) entre deux expériences, une expérience dite "de référence" et l'expérience "perturbée", c'est à dire entre deux cubes de données  $p_0(t, z_r, z_e)$  et  $p_p(t, z_r, z_e)$ , où l'indice  $p$  signifie "dans le milieu perturbé". En répétant cela, nous pourrons alors imager la dynamique d'un phénomène de convection dans une tranche d'océan ou encore le passage d'une vague à la surface à partir d'une successions d'"expériences" (ou acquisitions). Pour donner un exemple, l'imagerie dynamique d'un phénomène de convection sera réalisé avec 500 acquisitions successives, permettant d'imager le milieu toutes les 0.1 secondes.

La première tâche consiste donc à extraire les observables d'intérêt sur un cube de données.

### Difficultés rencontrées

Les guides d'ondes auxquels on s'intéresse ici produisent des propagations à trajets multiples, dues à la réfraction et aux réflexions du champ acoustique sur le fond et la surface de la mer. Ainsi, les différents trajets apportent des informations différentes, qui peuvent servir à améliorer la qualité de l'inversion. La propagation à trajets multiples est ainsi une source d'information importante, permettant d'améliorer la tomographie.

Malheureusement, cette propagation produit aussi un effet non désiré : les champs interférents. En effet, les trajets ayant des temps de propagation similaires produisent des échos non séparés sur le champ enregistré. Celui-ci correspond ainsi à l'interférence de plusieurs ondes. On peut observer les arrivées acoustiques mélangées sur la figure 4.2, chaque arrivée acoustique étant un plan dans le cube de données.

Ce champ très sensible aux variations du milieu est très difficilement interprétable, et donc très difficilement exploitable pour la tomographie. C'est dans ce contexte que le traitement de signal trouve sa place en tomographie : il doit proposer des méthodes pour extraire des données enregistrées, le plus grand nombre d'observables, et ceci avec la meilleure qualité possible. En effet, dans tout problème de tomographie, plus le nombre de rayons utilisés est important, meilleure est la résolution spatiale après l'inversion.

L'extraction de ces observables est divisée en deux tâches : (1) la tâche de détec-

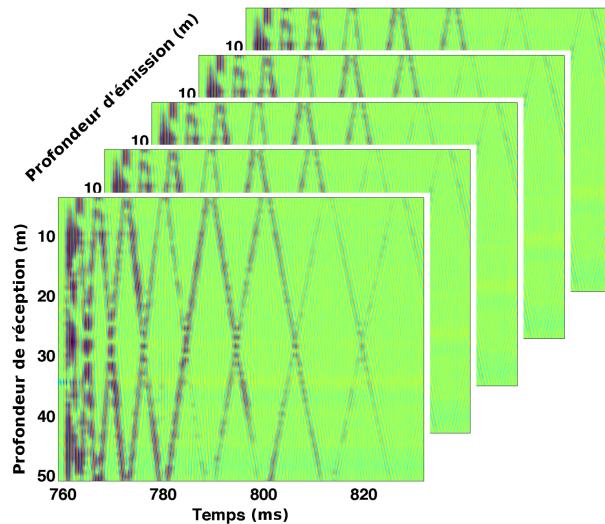


FIGURE 4.2 – Signal mesuré avec un système d’acquisition double-antenne (émission et réception) [Aulanier 2013a].

**tion/estimation** consiste à détecter les arrivées d’ondes, puis à estimer les observables associées ; (2) la tâche d’**identification**, consiste à associer ces observables au modèle théorique du milieu de propagation.

Lorsqu’on a une observable donnée pour laquelle les deux tâches ont été résolues, on parle d’**observable résolue**. Ces observables peuvent donc être utilisées dans l’algorithme d’inversion. Par contre si l’une des tâches n’a pas été réalisée correctement, on parle d’**observable non résolue**. Cette observable ne pourra pas être utilisée dans l’inversion. La qualité de la tomographie dépend fortement du nombre d’observables résolues.

### Traitement d’antenne

Pour réaliser ces tâches, plusieurs méthodes ont été proposées dans la littérature et peuvent se diviser en deux groupes [Krim 1996] : les méthodes dites de séparation et les méthodes Haute Résolution. Un état de l’art sur ces méthodes est présenté dans [Iturbe 2010]. Parmi les méthodes classiquement utilisées, la Formation de voies à la réception (FV), appliquée sur une antenne de récepteurs enregistrant le signal émis par un unique émetteur, permet de séparer les rayons entre la source et un récepteur de référence à partir de leur angle de réception et de leur temps de propagation. Une revue des différentes méthodes de formation de voies est disponible dans [Veen 1988].

Nous nous plaçons ici dans la configuration plus complexe mais plus riche d’une antenne de récepteurs et d’une antenne d’émetteurs. Dans ce cadre, et sous certaines hypothèses (réciprocité spatiale et stationnarité du milieu pendant l’acquisition), nous proposons deux méthodes de traitement d’antenne : la double formation de voies (DFV) : en réception et en émission [Roux 2008, Nicolas 2008a] et une méthode Haute Résolution : Double MUSICAL [Le Touzé 2012].

Ces doubles transformations introduisent une nouvelle dimension angulaire et permettent de séparer les différents rayons, non seulement par rapport à leur **temps de propagation et angle de réception**, mais également par rapport à leur **angle d’émission**. De plus, nous possédons alors trois informations : temps, angle de réception, angle d’émission permettant

d'associer plus facilement le rayon extrait à un trajet théorique.

## 4.2 Double Formation de Voies

### Principe

La double formation de voies (DFV), initialement proposée par P. Roux [Roux 2008] puis développée ensuite en collaboration entre Gipsa-lab (I. Iturbe et B. Nicolas) et ISerre (P. Roux) [Nicolas 2008a], est basée sur le principe de réciprocité spatiale entre un réseau émetteur et un réseau récepteur. L'idée est de réaliser une **Double Formation de Voies (DFV)**, sur le réseau de réception mais également sur le réseau d'émission afin d'isoler chaque rayon acoustique par son temps de propagation, son angle d'émission et son angle de réception.

Pour réaliser cette double formation de voies (DFV) et aboutir à une meilleure séparation des rayons se propageant entre un émetteur donné et un récepteur donné (appelés ensuite émetteur de référence et récepteur de référence), deux étapes sont nécessaires ; à partir du cube initial de données  $p(t, z_r, z_e)$  :

1. On réalise une formation de voies classique sur chaque plan  $p(t, z_r, z_{ek})$  correspondant aux données émises par l'émetteur  $k$  et reçues sur la sous-antenne de réception (choisie en fonction du récepteur de référence considéré en  $z_{r0}$ ). Réalisant cette opération pour tous les  $k$ , on obtient un cube de données  $p(t, \theta_r, z_e)$  (figure 4.3).

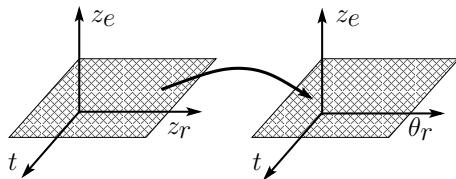


FIGURE 4.3 – Première formation de voies :  $p(t, z_r, z_e) \rightarrow p(t, \theta_r, z_e)$  [Nicolas 2008a].

2. L'hypothèse de réciprocité spatiale du milieu est alors utilisée [Morse 1953, Morse 1996]. La réciprocité spatiale consiste à dire que le champ de pression produit sur un point B par un signal  $s(t)$  émis d'un point A, est le même que le champ qui aurait été produit en A, si on avait émis  $s(t)$  de B. Sous cette hypothèse, on peut interpréter chaque plan  $p(t, \theta_{rk}, z_e)$  pour un angle de réception fixé  $\theta_{rk}$  comme étant l'enregistrement sur l'antenne d'émission, d'une onde partie du récepteur de référence avec l'angle  $\theta_{rk}$ . On peut donc voir ces données comme correspondant à un enregistrement sur une antenne, et appliquer à nouveau la formation de voies sur une sous-antenne de l'antenne d'émission (choisie en fonction de l'émetteur de référence considéré en  $z_{e0}$  ). Le principe est schématisé sur la figure 4.4.

Réalisant cette opération pour tous les angles de réception  $\theta_{rk}$ , on obtient le cube  $p(t, \theta_r, \theta_e)$  contenant l'ensemble des rayons se propageant entre le couple émetteur-récepteur de référence.

Dans ce domaine final  $(t, \theta_r, \theta_e)$  on pourra séparer les rayons par leur temps de propagation  $t$ , leur angle de réception  $\theta_r$ , et leur angle d'émission  $\theta_e$ . On a ainsi ajouté un nouveau critère de séparation, qui est l'angle d'émission, dont on montrera l'intérêt dans la section suivante.

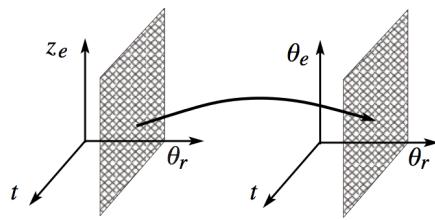


FIGURE 4.4 – Deuxième formation de voies :  $p(t, \theta_r, z_e) \rightarrow p(t, \theta_r, \theta_e)$  [Nicolas 2008a].

### Expression mathématique

L'expression mathématique de la DFV est donnée par l'équation 4.1 :

$$p(t, \theta_r, \theta_e) = \frac{1}{N_e N_r} \sum_{i=1}^{N_r} \sum_{j=1}^{N_e} a_i b_j p(t + \tau_i(\theta_r) + \tau_j(\theta_e), z_{ri}, z_{ej}) \quad (4.1)$$

où  $N_r$  et  $N_e$  sont respectivement le nombre de récepteurs/émetteurs choisis pour réaliser la formation de voies (i.e. les tailles des sous-antenne d'émission et de réception),  $z_{ri}$  et  $z_{ej}$ , les profondeurs du  $i$ -ème récepteur et du  $j$ -ème émetteur,  $a_i b_j$  le coefficient de pondération du signal émis par la source  $j$  et reçu sur le récepteur  $i$ .  $\tau_i$  (resp.  $\tau_j$ ) est le retard, entre le récepteur  $i$  (resp. l'émetteur  $j$ ) et le récepteur (resp. l'émetteur) de référence, d'une onde plane arrivant sur l'antenne avec un angle de réception  $\theta_r$  (resp. d'émission  $\theta_e$ ).

Concernant les sous-antennes choisies pour réaliser le DFV dans le cadre d'un processus de tomographie, nous avons réalisé des études [Iturbe 2010, Marandet 2011a] montrant qu'il est nécessaire de réaliser un compromis entre le pouvoir de séparation de la DFV (avec des grandes sous antennes) et les amplitudes des variations mesurées (sous-antennes plus petites plus sensibles). Un exemple représentant un choix possible de sous-antenne est présenté sur la figure 4.5.

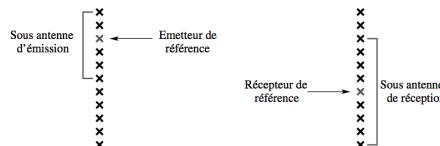


FIGURE 4.5 – Choix des sous-antennes [Iturbe 2010]

### Intérêt de la Double Formation de Voies

Par ailleurs, nous avons étudié les avantages liés à la DFV. Ceux-ci sont doubles : (1) la DFV permet tout d'abord **d'extraire sans ambiguïté des données un rayon acoustique et de suivre au cours du temps** les observables  $(t, \theta_r, \theta_e)$  associés à celui-ci [Iturbe 2007, Nicolas 2008a] (pouvoir de séparation et d'identification des rayons); (2) le **gain d'antenne dû à la DFV** permet d'observer chaque rayon acoustique même pour un rapport signal à bruit très défavorable [Nicolas 2008a]. Ainsi, grâce au gain d'antenne, la puissance émise par l'antenne émettrice peut rester faible tout en préservant une parfaite extraction des rayons acoustiques.

Une illustration du **pouvoir de séparation** des rayons par DFV par rapport à la Formation de Voies en réception (FV) est présentée sur la figure 4.6 à partir de données réelles provenant de la campagne d'acquisition FAF03 réalisé en 2003 au large de l'île d'Elbe [Roux 2004]. Différentes études de ces signaux ont été réalisées pour montrer l'intérêt de la formation de voies. Nous présentons ici un unique exemple, issu de [Nicolas 2008a], pour lequel la FV classique ne permet pas la séparation de certains rayons alors que la DFV fournit des résultats satisfaisants en séparation et identification.

La configuration expérimentale est composée de deux antennes verticales (une antenne d'émetteurs, et une de récepteurs) distantes de 8.6 km. La profondeur du milieu est d'environ 115 m. L'antenne d'émetteurs est composée de 29 émetteurs équi-distants ( $d = 2.78$  m) couvrant une profondeur de 78 m. L'antenne de récepteurs est composée de 32 récepteurs équi-distants ( $d = 2$  m) couvrant une profondeur de 62 m. La fréquence centrale des signaux enregistrés est de 3,4 kHz, avec une largeur de bande de 1kHz.

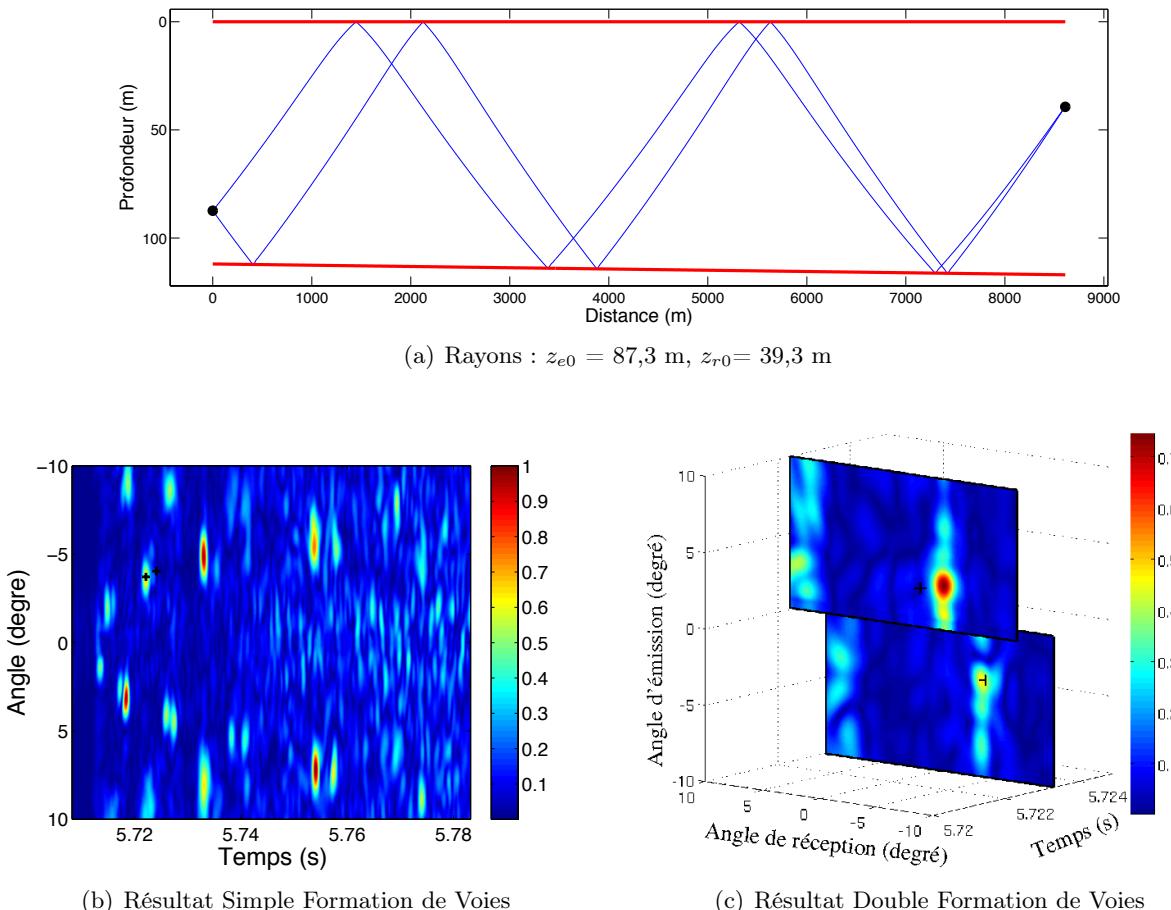


FIGURE 4.6 – Résultats obtenus sur les données réelles de la campagne FAF03 : (a) Tracé théoriques des rayons, (b) Résultat de la S-FV, (c) Résultat de la D-FV [Nicolas 2008a].

Étudions le cas de deux des rayons se propageant entre la source à  $z_{e0} = 87,3$  m et un récepteur de référence virtuel à  $z_{r0} = 39,3$  m (figure 4.6-a). La figure 4.6-b montre le résultat de la FV, deux croix indiquant les positions théoriques des deux rayons. On observe une unique "tache" due aux interférences des arrivées des deux rayons, il n'est donc pas possible de séparer ces rayons pour mesurer leur temps de trajet. Ce phénomène apparaît fréquemment pour des

rayons ayant des angles de réception et des temps de propagation proches.

Une possibilité consiste alors à appliquer la DFV (figure 4.6-c), nous obtenons un cube  $p(t, \theta_r, \theta_e)$  dont nous observons des coupes à  $t$  fixé (pour une visualisation plus aisée). Dans l'espace  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , les deux rayons sont parfaitement séparés, grâce à leurs angles d'émission très différents. Il est alors possible de mesurer leur temps de trajet ainsi que les observables angles et amplitude et de les associer (étape d'identification) avec les rayons théoriques obtenus par simulation (représentés par des croix sur la figure 4.6-c).

Pour préciser les ordres de grandeur du gain apporté par l'utilisation de la DFV en remplacement de la FV classique, le tableau 4.1 présente le pourcentage moyen d'arrivées acoustiques séparées et identifiées par les différentes approches : Point à Point (P-a-P, i.e. directement sur le signal temporel enregistré), FV classique en réception (FV) et DFV. Grâce à la DFV, 90 % des arrivées acoustiques sont séparées et identifiées permettant leur utilisation en tomographie acoustique océanique.

	P-à-P	FV	DFV
Paramètres	$t$	$\theta_r, t$	$\theta_e, \theta_r, t$
Gain RSB (dB)	0	$20 * \log N_r$	$20 * \log N_r + 20 * \log N_e$
Ray. sep./ident.	15%	75%	90%
Coût calcul		$O(N_r)$	$O(N_r N_e)$

TABLE 4.1 – Comparaison des méthodes d'extraction d'observables : Point à Point (P-àP), Formation de Voies (FV) et Double Formation de Voies (DFV) [Iturbe 2010].

Cependant, les premières arrivées acoustiques, correspondant aux trajets ayant eu le moins de réflexions sur la surface et sur le fond, restent généralement difficiles à séparer car elles ont des temps de propagation, angles d'émission et angles de réception proches. Ces ondes étant potentiellement riches en information pour la tomographie, nous avons proposé une méthode de traitement d'antenne Haute Résolution pour les séparer : Double MUSIC Actif Large bande (Double MUSICAL) [Le Touzé 2012].

### 4.3 Double MUSICAL

Double MUSIC Actif Large bande (Double MUSICAL) est une extension de l'algorithme MUSIC Active Large Bande [Gounon 1995] à trois dimensions. En parallèle de l'extension de dimension, la problématique du lissage de la matrice interspectrale a été abordée et nous avons proposé une nouvelle technique.

#### Principe des méthodes haute-résolution

Les méthodes de traitement d'antenne haute-résolution exploitent la décomposition du domaine d'observation en un sous-espace signal et un sous-espace bruit. Elles s'appuient sur la décomposition en éléments propres de la matrice interspectrale. La plus utilisée d'entre elles, MUSIC, part d'une modélisation en bande étroite sur une dimension, l'antenne de réception, et ne dépend que du paramètre à estimer angle de réception  $\theta_r$  [Bienvenu 1980]. Des extensions de MUSIC au cas deux dimensions ont été proposées [Schmidt 1986]. Plus récemment, une estimation conjointe du temps de propagation  $T$  et de l'angle de réception  $\theta_r$  a été proposée dans une configuration composée d'une antenne de réception et de signaux large bande (MUSIC

Active Large bande : MUSICAL) [Gounon 1995].

Nous avons proposé une extension de cette méthode dans le cas expérimental d'une double antenne d'émission-réception, permettant l'introduction d'une variable supplémentaire dans l'espace après traitement d'antenne : l'angle d'émission  $\theta_e$ .

## Contraintes expérimentale

Nous souhaitons réaliser la séparation des arrivées acoustiques et la mesure des observables pour un milieu évoluant dans le temps. Il est donc problématique d'enregistrer différentes réalisations à différents instants car le milieu change entre deux réalisations. Par conséquent, nous ne pouvons considérer qu'une unique réalisation pour réaliser le traitement d'antenne permettant l'extraction d'observables. Cette contrainte doit absolument être prise en compte dans l'estimation de la matrice interspectrale.

## Modèle de signal

Considérons la transformée de Fourier, par rapport au temps, du cube initial de données  $p(t, z_r, z_e)$  de taille  $N_t \times N_r \times N_e$  avec  $N_r$  le nombre récepteurs et  $N_e$  le nombre d'émetteurs, choisis pour réaliser le traitement d'antenne (i.e. autour des émetteurs et récepteurs de référence choisis). A la fréquence  $f$ , cette Transformée de Fourier  $X(m, n, f)$  du signal reçu au récepteur  $m$  (situé à la profondeur  $z_{r_m}$ ) provenant de l'émetteur  $n$  (situé à la profondeur  $z_{e_n}$ ) s'écrit :

$$X(f, z_{r_m}, z_{e_n}) = S(f) \sum_{p=1}^P a_p \exp(\arg_p) + B(f, z_{r_m}, z_{e_n}) \quad (4.2)$$

avec

$$(\arg_p) = -2\pi i f(T_p + (m - m_{ref})\tau(\theta_r^p) + (n - n_{ref})\tau(\theta_e^p)) \quad (4.3)$$

$S(f)$  est la transformée de Fourier du signal source à la fréquence  $f$ ,  $B(f, z_{r_m}, z_{e_n})$  la transformée de Fourier du bruit additif aux coordonnées  $(m, n)$  et à la fréquence  $f$  et  $P$  est le nombre d'arrivées acoustiques (typiquement entre 10 et 20). On note  $X$  la transformée de Fourier dans cette partie (et non pas  $P$ ) pour éviter la confusion avec les arrivées acoustiques indiquées par  $p$ .

Pour l'arrivée acoustique  $p$ ,

- $a_p$  est l'amplitude complexe de l'arrivée,
- $T_p$  le temps de propagation de l'onde entre l'émetteur de référence  $n_{ref}$  et le récepteur de référence  $m_{ref}$ ,
- $\theta_r^p$  son angle de réception,
- $\theta_e^p$  son angle d'émission,
- $\tau(\theta_r^p) = D \sin(\theta_r^p)/c$  et  $\tau(\theta_e^p) = D \sin(\theta_e^p)/c$  les retards associés à ces angles (avec  $D$  la distance inter-capteurs et  $c$  la vitesse de propagation de l'onde dans l'eau au niveau des antennes)

En disposant les  $X(f, z_{r_m}, z_{e_n})$  sous la forme d'un "long-vecteur"  $\mathbf{x}$  de dimension  $N_e.N_r.F$  où  $F$  est le nombre de voies fréquentielles considérées, on peut réécrire l'équation 4.2 sous la forme matricielle :

$$\mathbf{x} = \mathbf{D} \mathbf{a} + \mathbf{b} \quad (4.4)$$

où  $\mathbf{D}$  est de taille  $N_e.N_r.F \times P$  et contient les  $P$  vecteurs directionnels  $\mathbf{d}(T_p, \theta_r^p, \theta_e^p)$ , de taille  $N_e.N_r.F \times 1$ , dépendant des paramètres  $(T_p, \theta_r^p, \theta_e^p)$  que l'on souhaite estimer. Le vecteur directionnel  $\mathbf{d}(T_p, \theta_r^p, \theta_e^p)$  correspond à une onde parfaitement plane paramétrée avec  $(T_p, \theta_r^p, \theta_e^p)$ .

$\mathbf{a}$ , de taille  $P \times 1$ , est le vecteur contenant les  $P$  amplitudes complexes des ondes et  $\mathbf{b}$ , de taille  $N_e.N_r.F \times 1$  décrit le bruit.

### Estimateur D-MUSICAL

La méthode développée, appelée Double MUSIC Active Large Bande (D-MUSICAL), suit la même démarche que les méthodes de type MUSIC et a été proposée dans le cadre du post-doc de G. Le Touzé dans l'ANR JCJC TOTS.

Elle consiste à estimer la matrice interspectrale  $\mathbf{R} = E\{\mathbf{xx}^*\}$  puis à diviser l'espace d'observation en un sous-espace signal et un sous-espace bruit. Cette division est réalisée à l'aide d'une décomposition en valeurs propres en ne conservant, dans l'espace signal, que les  $L$  vecteurs directeurs associés au  $L$  plus grandes valeurs propres de  $\mathbf{R}$ . L'estimateur consiste alors, pour chaque paramétrage donné  $(T, \theta_r, \theta_e)$  en l'inverse de la projection du vecteur directionnel associé à ce paramétrage sur le sous-espace bruit :

$$\text{D-MUSICAL}(T, \theta_r, \theta_e) = \frac{1}{\mathbf{d}(T, \theta_r, \theta_e)^H \hat{\mathbf{\Pi}}^b \mathbf{d}(T, \theta_r, \theta_e)} \quad (4.5)$$

avec  $\hat{\mathbf{\Pi}}^b$  le projecteur sur le sous-espace bruit, construit à partir de la matrice interspectrale estimée  $\hat{\mathbf{R}}$ . Les  $P$  estimées  $(\hat{T}_p, \hat{\theta}_r^p, \hat{\theta}_e^p)$  sont les maxima de cet estimateur dans l'espace paramétré  $(T, \theta_r, \theta_e)$ . Notons que des méthodes de type MUSIC à trois dimensions ont été proposées dans le cas de signaux multicomposantes (en sismique notamment) [Paulus 2012]. Cependant, la dimension ajoutée ne répond pas aux mêmes problématiques et il n'est par conséquent pas proposé d'estimation du paramètre  $\theta_e$ .

### Estimation de la matrice interspectrale et lissage

Classiquement, les méthodes de type MUSIC nécessitent que les sources soient décorélées, autrement dit que la matrice des amplitudes  $E\{\mathbf{aa}^*\}$  soit de rang plein. En pratique, on parvient à construire une telle matrice grâce aux différentes réalisations du processus. Comme cela a été mentionné auparavant, dans notre configuration expérimentale, on ne possède qu'une seule réalisation et les sources se retrouvent de ce fait totalement corrélées. La matrice interspectrale estimée est alors de rang 1. La méthode proposée est alors équivalente à la réalisation d'une simple formation de voies. Afin de contourner ce problème, on emploie des techniques de lissage.

Si les techniques de lissage spatial sont classiques [Shan 1985], la problématique du lissage fréquentiel est plus délicate du fait de la présence de la source dans le modèle (cf. équation 4.2). Une technique de lissage fréquentiel a été proposée dans le cadre de MUSICAL [Goncalves 1998] proposant un blanchiment des signaux avant d'effectuer le lissage ce qui rend la problématique identique à celle du lissage spatial mais peut poser problème dans la pratique en présence de bruit. Nous étendons cette technique de lissage à la troisième dimension. Ainsi la matrice interspectrale finale est la somme des matrices interspectrales calculées sur les différentes sous-antennes formées dans les trois dimensions d'enregistrement (antenne d'émission/antenne de réception/fréquence). Si l'on note  $K_f$ ,  $K_e$  et  $K_r$  les coefficients de lissage respectivement dans les dimensions fréquence, antenne d'émission, antenne de réception, chaque sous-antenne à trois dimensions donne lieu à un long-vecteur de données  $\mathbf{x}^k$ . La matrice interspectrale estimée est alors la moyenne des matrices interspectrales  $\hat{\mathbf{R}}^k$  de chacune des sous-antennes et s'écrit :

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K_e \cdot K_r \cdot K_f} \sum_{k=1}^{K_e \cdot K_r \cdot K_f} \hat{\mathbf{R}}^k = \frac{1}{K_e \cdot K_r \cdot K_f} \sum_{k=1}^{K_e \cdot K_r \cdot K_f} \mathbf{x}^k \mathbf{x}^{kH} \quad (4.6)$$

Le rang de la matrice ainsi formée est inférieur ou égal au nombre de sous-antennes et strictement supérieur à 1. Dans la pratique, on prendra un nombre de sous-antennes largement supérieur à celui du nombre d'arrivées à détecter. Notons que le terme "sous-antenne" ne réfère pas ici à la même chose que pour la DFV. Il s'agissait alors simplement des émetteurs-récepteurs considérés sur lesquels on appliquait la DFV et qui définissaient donc un "cube à traiter". Il s'agit ici de sous-ensembles pris dans le cube à traiter pour réaliser l'estimation de la matrice interspectrale (toujours pour un couple de référence fixé).

### Illustration

La méthode proposée a été validée sur des simulations réalisistes et ses performances ont été étudiées. Ses performances en séparation d'ondes et en estimation de paramètres (temps de propagation, angle de réception, angle d'émission) sont meilleures que celles des méthodes haute résolution deux dimensions et que celles de la double formation de voies (DFV) [Le Touzé 2011a].

Nous présentons ici une illustration de ce pouvoir de séparation sur des données réelles petites échelles acquises dans la cuve ultrasonore du laboratoire ISTerre, Grenoble. Le principe des expériences petites échelles est expliqué dans la section 2.7. Par souci de simplicité, nous donnerons l'ensemble des grandeurs en "échelle océanique", les grandeurs en "échelle réduite" étant divisées par un facteur 1000 ici.

Deux antennes verticales de sources et de récepteurs de 11 éléments chacune sont placées face à face dans un guide de 1,1 km de long et 52 m de profondeur. La distance inter-éléments est de 0.75 m. Les deux antennes sont centrées en profondeur dans la colonne d'eau. La fréquence centrale des transducteurs est 1 kHz et la largeur de bande à mi-hauteur est 1 kHz. Le fond du guide est constitué d'une barre d'acier permettant une réflexion quasi parfaite des trajets acoustiques.

La figure 4.7 représente les sept premières arrivées acoustiques que nous cherchons à détecter et séparer. D-MUSICAL est appliqué avec les paramètres de lissage suivants :  $K_e = K_r = 5$  et  $K_f = 10$ . Par ailleurs, la dimension du sous-espace signal est choisie égale à 16. Des détails concernant l'estimation de la taille  $L$  du sous-espace signal sont donnés dans [Le Touzé 2012].

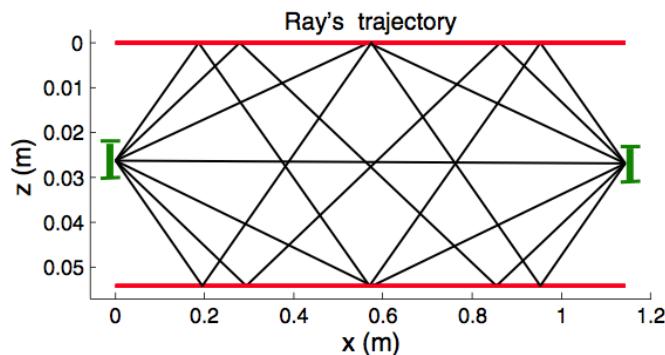


FIGURE 4.7 – Trajets des sept premières arrivées acoustiques. Les lignes rouges représentent la surface et le fond, les lignes vertes représentent les antennes d'émission / réception [Le Touzé 2012].

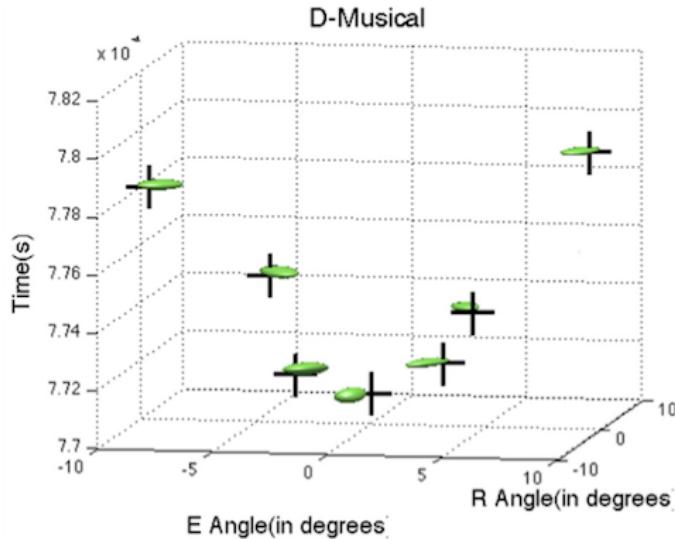


FIGURE 4.8 – Résultats de D-MUSICAL. Les croix noires représentent les arrivées théoriques [Le Touzé 2012].

La figure 4.8 présente les résultats obtenus avec D-MUSICAL. Les sept arrivées acoustiques ont pu être séparées montrant ainsi le potentiel en séparation d'arrivée de D-MUSICAL. D-MUSICAL a également été utilisé pour la mesure d'observables sur des données petites échelles dans [Le Touzé 2011b].

#### 4.4 Discussion DFV vs D-MUSICAL

Pour comparer les deux méthodes proposées, les figures 4.9 et 4.8 présentent les résultats obtenus par traitement d'antenne avec la DFV et D-MUSICAL sur les sept premières arrivées présentées précédemment (sachant que dans de telles configurations le nombre d'arrivées varient entre 10 et 15 environ). La DFV permet de séparer les arrivées à partir de la 4ème arrivée tandis que D-MUSICAL réussit à séparer chacune des arrivées. Le pouvoir de séparation de D-MUSICAL est donc très intéressant car il permet de séparer des arrivées acoustiques que la DFV ne parvenait pas à séparer.

En revanche, le coût de calcul de D-MUSICAL reste actuellement très supérieur à celui de la DFV ; empêchant en partie son utilisation en tomographie. Cette utilisation est également rendue difficile par le côté non-linéaire de D-MUSICAL. En effet, dans la suite du processus de tomographie, nous verrons qu'il est nécessaire de modéliser de manière réaliste le problème direct à l'aide de noyaux de sensibilité, qui dépendent de la méthode d'extraction des observables. Or nous n'avons pas encore pu établir les noyaux de sensibilité pour une extraction d'observables avec D-MUSICAL à cause du caractère non-linéaire de D-MUSICAL.

Enfin, par construction D-MUSICAL permet l'estimation des temps de propagation et angle de réception et d'émission mais pas de l'amplitude des arrivées acoustiques. En effet, pour une arrivée à un  $(T_p, \theta_r^p, \theta_e^p)$  la valeur du projecteur D-MUSICAL vaut en théorie l'infini. L'information concernant l'amplitude de l'arrivée acoustique, utile dans certaines tomographies, n'est donc pas accessible.

Pour toutes ces raisons, et même si D-MUSICAL est une méthode prometteuse en terme de séparation d'arrivées acoustiques et d'estimation d'observables pour la tomographie acoustique, nous allons dans la suite de ce document utiliser la DFV pour extraire les observables et construire notre processus de tomographie.

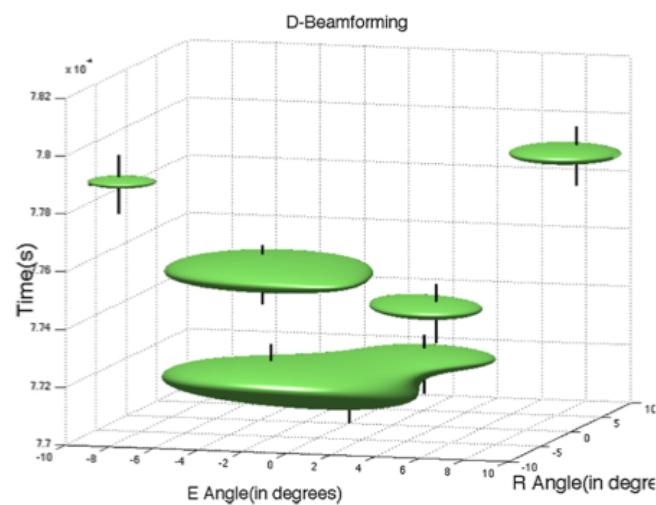


FIGURE 4.9 – Résultats de la DFV. Les croix noires représentent les arrivées théoriques [Le Touzé 2012].

# Tomographie de vitesse

---

## Contents

<b>5.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>81</b>
<b>5.2</b>	<b>Noyaux de sensibilité pour une variation de vitesse</b>	<b>82</b>
5.2.1	Concept de Noyau de Sensibilité	82
5.2.2	Travaux réalisés sur les Noyaux de Sensibilité avec DFV	83
5.2.3	Noyaux de Sensibilité Temps-Angles (NSTA)	84
5.2.4	Illustration des NSTA	89
<b>5.3</b>	<b>Chaine de tomographie de vitesse proposée</b>	<b>91</b>
<b>5.4</b>	<b>Résultats de tomographie de vitesse en cuve ultrasonore</b>	<b>92</b>
<b>5.5</b>	<b>Conclusion</b>	<b>94</b>

## 5.1 Introduction

La tomographie de vitesse, tomographie la plus classique en acoustique sous-marine, a débuté dans les années 80 dans le but de valider le concept et d'en tester les limitations [TomoGroup 1982]. Des premières analyses concernant le pouvoir de résolution en profondeur de la tomographie acoustique ont été réalisées [Munk 1982] (le profil de célérité était considéré alors comme indépendant de la distance horizontale, *range independent*). Parallèlement à l'avènement de nouveaux transducteurs permettant un meilleur contrôle et un grand choix du signal émis, les travaux de recherche se sont fortement focalisés sur des techniques de traitement de signal.

Avec ces développements, la tomographie a été validée comme outil efficace pour imager les océans profonds. Entre autres travaux, deux des premières validations de l'approche tomographique pour l'estimation des variations de célérité ont été présentées par Spiesberger et Metzger [Spiesberger 1991] et par Cornuelle *et al.* [Cornuelle 1993]. Un excellent résumé de ces enjeux, avancées et validations de la tomographie est donné dans l'annexe A de [Munk 1995].

Après ces expériences réussies en grand fond, les applications des méthodes de tomographie se sont tournées vers les environnements petit fond, d'un grand intérêt aussi bien au niveau civil pour la connaissance de l'océan qu'au niveau militaire pour l'amélioration des méthodes type SONAR. Dans ceux-ci, l'influence des limites du milieu (fond et surface) est considérable sur le champ acoustique. De nombreuses méthodes ont alors été proposées comme toutes les méthodes autour du Matched Field Processing dont on peut trouver un état de l'art dans [Baggeroer 1993] ou encore les approches de type Matched Impulse Response [Hermand 1996, Felisberto 2003]. Les recherches dans ce domaine continuent pour obtenir une carte de perturbations de vitesse avec une haute résolution spatiale et temporelle.

Ce chapitre présente les résultats obtenus en tomographie de vitesse à partir de la configuration expérimentale de double antenne en petit fond. Dans notre cas, l'objectif est d'estimer

une carte des perturbations de vitesse du son dans une tranche d'océan. Cette carte est bidimensionnelle (avec comme dimensions : la profondeur  $z$  et la distance  $x$ ) et se situe dans le plan vertical formé par les deux antennes d'émission réception. La méthode développée permet d'estimer les perturbations de vitesse du son  $\delta c$  entre deux instants (un état de référence et un état perturbé) mais il est possible d'effectuer une estimation au cours du temps en répétant le processus pour chaque nouvelle acquisition du cube de données. Cela sera réalisé dans les expériences "petite échelle" en cuve ultrasonore pour réaliser l'imagerie d'un phénomène de convection locale.

Afin de réaliser la tomographie de vitesse, plusieurs étapes sont nécessaires :

- Déterminer les observables "sensibles", c'est à dire celles qui seront perturbées par une variation locale de la vitesse de propagation.
- Etablir le modèle direct entre les perturbations de la distribution de vitesse du son et les variations des observables.
- Choisir ou développer une méthode d'inversion permettant de résoudre le problème direct établi.

Concernant le choix des observables sensibles, nous avons à notre disposition la Double Formation de Voies (DFV) qui permet d'extraire, pour chaque arrivée acoustique, son Temps de Propagation  $\tau$ , ses angles de réception et d'émission (appelés également ici Directions d'Arrivée  $\Theta_r$  et Directions de Départ  $\Theta_e$ ), ainsi que son Amplitude.

A partir de différents jeux de données simulés et réelles, nous avons pu voir que les Temps de Propagation (TP), mais également les Directions de Départ (DD) et les Directions d'Arrivée (DA), étaient sensibles à des perturbations de vitesse et relativement robustes au bruit.

Une fois ces observables identifiées, nous avons travaillé à la modélisation du problème direct. Partant de la constatation que la théorie classique des rayons n'était pas adaptée au contexte petit fond, nous nous sommes intéressés au concept récent de Noyaux de Sensibilité. Nous avons débuté nos activités dans ce domaine en utilisant comme observable, celle classiquement utilisée en tomographie de vitesse, à savoir le Temps de Propagation (TP). Puis dans un second temps nous nous sommes intéressés aux Directions de Départ et d'Arrivée (DD et DA) conjointement au TP. Pour l'ensemble de ces observables, nous avons développé les Noyaux de Sensibilité associés.

Enfin, concernant la méthode d'inversion, nous avons utilisé des méthodes classiques de la littérature basée sur une approche par Maximum a Posteriori.

Dans ce chapitre, nous allons tout d'abord présenter les Noyaux de Sensibilité puis l'ensemble de la chaîne de tomographie proposée. Enfin, nous nous intéresserons aux résultats de tomographie de vitesse proprement dits.

## 5.2 Noyaux de sensibilité pour une variation de vitesse

### 5.2.1 Concept de Noyau de Sensibilité

En acoustique sous-marine, le premier lien entre les variations de Temps de Propagation, TP et les perturbations de vitesse fut établi en utilisant la théorie des rayons [Munk 1979]. Cette théorie des rayons est une approximation haute fréquence, qui ne tient pas compte de la diffraction, et dans laquelle le temps de propagation est indépendant de la fréquence. Cette modélisation consiste à dire que la variation du Temps de Propagation totale est égale à la

somme des variations de temps produites par les perturbations de célérité sur la trajectoire du rayon. La trajectoire du rayon est par ailleurs, théoriquement, infiniment fine. Ainsi, les deux propriétés principales définissant la modélisation par rayons, sont : (1) que les variations des TP sont indépendantes de la fréquence ; et (2) que les variations des TP ne dépendent que des perturbations de vitesse ayant lieu sur la trajectoire du rayon, infiniment fine.

En dehors de la théorie des rayons, une approche théorique permettant de prendre en compte le contenu fréquentiel des signaux a été introduite en sismique par [Woodward 1992]. Il s'agit d'une approximation initialement utilisée en optique [Born 1980]. Elle permet de prendre en compte les phénomènes de diffraction d'ondes.

Cette approche aboutit à la notion de Noyaux de Sensibilité du Temps de Propagation (NSTP), qui relient linéairement les variations du temps de propagation aux perturbations de vitesse du milieu. Les NSTP montrent la façon dont une perturbation de vitesse, localisée à un endroit de l'espace, influence le TP des ondes propagées. Ils montrent par exemple que plus la largeur de bande du signal est grande, moins l'onde est sensible aux perturbations ayant lieu loin de la trajectoire du rayon. Il s'agit donc d'une modélisation plus générale que les rayons, mais plus coûteuse en temps de calcul. Elle permet de traiter la propagation d'onde "basse fréquence" ce qui correspond généralement aux cadres expérimentaux rencontrés en sismique mais également à notre cadre d'environnements petit fond avec des fréquences de l'ordre de quelques kHz.

En acoustique sous-marine, cette nouvelle modélisation a été introduite par Athanassoulis [Athanassoulis 1995], puis utilisée en tomographie par Skarsoulis [Skarsoulis 1996]. Plus tard, Skarsoulis [Skarsoulis 2004] a proposé une analyse fine de cette modélisation dans le cas d'une transmission acoustique point à point. Il a notamment observé que les NSTP en acoustique sous-marine ont les mêmes propriétés que les noyaux précédemment utilisés en sismique : une sensibilité nulle sur la trajectoire du rayon (appelé effet "Banana Doughnut"), et la présence de zones de sensibilité positive (i.e. pour lesquelles une augmentation de la vitesse entraîne une augmentation contre-intuitive des TP).

Pour réaliser la tomographie, nous nous sommes tout d'abord "contentés" de la modélisation par rayons associée à l'extraction d'observables par DFV. Les résultats obtenus se sont avérés intéressants [Iturbe 2009a] mais ne seront pas détaillés ici. En effet, il nous a semblé important de mieux prendre en compte les effets de diffraction.

Plus récemment, nous avons alors étendu l'approche des NSTP à un contexte de double antenne en établissant les Noyaux de Sensibilité des Temps de Propagation avec Double Formation de Voies [Iturbe 2009b]. En effet, il est important de noter, que les noyaux de sensibilité, établissant le lien entre les perturbations de vitesse et les variations d'observables dépendent par nature de la méthode d'extraction des observables. Celle-ci est donc prise en compte dans la construction des Noyaux de Sensibilité (NS).

### 5.2.2 Travaux réalisés sur les Noyaux de Sensibilité avec DFV

Au cours de nos travaux en TAO, nous avons établi deux types de Noyaux de Sensibilité. Dans un premier temps, dans le cadre de la thèse de I. Iturbe, nous nous sommes intéressés aux seuls TP comme observables. Nous avons alors fait l'hypothèse qu'entre l'état de référence et l'état perturbé, seul le TP avait changé (les DA et DD des arrivées acoustiques sont supposées être restées exactement les mêmes).

Cette hypothèse de stabilité des DD et DA, même si elle n'est pas totalement vérifiée

en pratique, a permis de développer et validé les Noyaux de Sensibilité du Temps de Propagation, avec Double Formation de voies pour une perturbation de vitesse, notés NSTP [Iturbe 2009b, Iturbe 2010].

Puis, en observant les données de tomographie, et en particulier celles acquises dans la cuve ultrasonore, nous nous sommes aperçus que les Directions de Départ et les Directions d'Arrivées étaient elles-aussi affectées par les perturbations de vitesse. La thèse de F. Aulanier a donc consisté à établir les Noyaux de Sensibilité conjoints Temps-Angles avec Double Formation de Voies pour une perturbation de vitesse, notés NSTA. [Aulanier 2013e].

L'établissement des NSTP ne sera pas développé ici car j'ai fait le choix de présenter plus en détail les NSTA joints qui généralisent les travaux précédents. L'établissement des NSTA (comme celui des NSTP) nécessite plusieurs étapes qui seront détaillées mais le lecteur peut s'affranchir de la lecture des sous-sections 5.2.3.1, 5.2.3.2 et 5.2.3.3 pour une lecture plus rapide et se contenter de l'introduction de la section 5.2.3 avant de passer aux illustrations dans la section 5.2.4.

### 5.2.3 Noyaux de Sensibilité Temps-Angles (NSTA)

Dans cette section, nous allons donner les grandes étapes de la construction d'un Noyaux de Sensibilité Temps-Angles avec Double Formation de Voies pour une perturbation de vitesse [Aulanier 2013e].

Pour cela, on considère deux états :

- **un état de référence**, ayant une distribution de la vitesse du son  $c_0$ . On note  $s_0(t, z_r, z_e)$  le signal acoustique de référence mesuré par le système de sous-antenne, et les grandeurs associées à cet état de référence seront indiquées par un indice 0 ;
- et **un état perturbé**, ayant une distribution de vitesse perturbée  $c_p = c_0 + \delta c$  avec  $\delta c$  la perturbation de la distribution de vitesse du son. Les grandeurs associées à cet état seront indiquées par l'indice  $p$ .

La différence entre ces deux états sera notée par un  $\delta$  placé devant chaque grandeur considérée. On note  $s$  le signal acoustique mesuré (et non pas  $p$ ) dans cette partie pour éviter les confusions avec l'indice  $p$  utilisé pour marquer l'état perturbé.

Etablir un NSTA consiste, **pour une arrivée acoustique**, à formuler le lien théorique entre la perturbation (spatiale) locale de la vitesse du son  $\delta c(\mathbf{r})$  et la variation des observables associées à l'arrivée acoustique considérée, i.e. les variations de TP, DA et DD (notées  $\delta\tau$ ,  $\delta\Theta_r$  et  $\delta\Theta_e$ ). Ce lien s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{bmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{bmatrix} = \iiint_V \begin{bmatrix} K_\tau(\mathbf{r}) \\ K_{\theta_r}(\mathbf{r}) \\ K_{\theta_e}(\mathbf{r}) \end{bmatrix} \delta c(\mathbf{r}) \, dV(\mathbf{r}) \quad (5.1)$$

La formulation des Noyaux de Sensibilité Temps-Angles se décompose en trois étapes méthodologiques :

1. la linéarisation de l'équation de Helmholtz autour de l'état de référence, i.e. lier linéairement la perturbation de vitesse du son,  $\delta c$ , aux fluctuations de la pression acoustique mesurée par la paire d'antennes,  $\delta s(t, z_r, z_e)$  ;
2. l'utilisation de la DFV qui permet de passer de l'espace signal : temps, profondeur de réception, profondeur d'émission,  $(t, z_r, z_e)$ , à l'espace signal : temps, direction d'arrivée, direction de départ,  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , i.e. lier linéairement  $\delta s(t, z_r, z_e)$  à  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$  ;

3. et enfin, la mise en équation de la mesure des variations d'observables, *i.e.* lier de manière linéaire les variations d'observables,  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$ , aux fluctuations de la pression acoustique mesurée après DFV,  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$ .

Par souci de simplicité, le lien entre les étapes 1 et 2 se fera par l'intermédiaire de  $\delta S(\omega, z_r, z_e)$ , la transformée de Fourier de  $\delta s(t, z_r, z_e)$ , mais cela ne change rien à la démarche. Egalement par souci de simplicité des notations, les signaux enregistrés par l'antenne  $s$  (et  $S$  dans le domaine de Fourier) seront exprimés comme des fonctions des variables  $\mathbf{r}_r = (x_r, y_r, z_r)$  et  $\mathbf{r}_e(x_e, y_e, z_e)$  même si seules les variables  $z_r$  et  $z_e$  varient sur le cube de données enregistré.

A partir de ces remarques, les trois étapes consistent donc à établir les liens suivants, pour une arrivée acoustique donnée :

1. lien entre  $\delta c(\mathbf{r})$  et  $\delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$ ,
2. lien entre  $\delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$  et  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$ ,
3. lien entre  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$  et  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$

### 5.2.3.1 Etape 1 : Linéarisation de l'équation de propagation, approximation de Born

La fonction de Green  $G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)$  représente par définition le champ acoustique créé en un point quelconque du guide  $\mathbf{r}$  par une source harmonique ponctuelle localisée en  $\mathbf{r}_e$  et de pulsation  $\omega$ . Elle satisfait l'équation inhomogène de Helmholtz :

$$\nabla^2 \{G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)\} + \frac{\omega^2}{c_0^2(\mathbf{r})} G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) = -\delta(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_e) \quad (5.2)$$

où  $\delta(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_e)$  est la distribution de Dirac, représentant une source monochromatique ponctuelle, à la pulsation  $\omega$  et à la position  $\mathbf{r}_e$ .  $\nabla^2 \{ \}$  est l'opérateur Laplacien

On note également que la fonction de Green peut être utilisée pour écrire le champ acoustique  $y(\omega, \mathbf{r}_r)$  en un point du milieu connaissant le champ émis par la source ponctuelle ou distribuée,  $x(\omega, \mathbf{r}')$  :

$$y(\omega, \mathbf{r}_r) = \iiint_V G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}') x(\omega, \mathbf{r}') \mathrm{d}V(\mathbf{r}') \quad (5.3)$$

où  $V$  est le volume du milieu de propagation et  $\mathrm{d}V$  un élément de ce volume.

La fonction de Green dans l'état de référence est noté  $G_0$ . L'introduction de la perturbation de la distribution de vitesse du son induit des fluctuations de la fonction de Green  $\delta G$ . La fonction de Green perturbée  $G_p$  s'exprime par :

$$G_p(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) + \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \quad (5.4)$$

où  $\mathbf{r}_r$  indique la position d'un récepteur.

La fonction de Green perturbée  $G_p$  vérifie l'équation de Helmholtz 5.2. Sous l'hypothèse de petites perturbations  $\delta c/c_0 \ll 1$ , on réalise un développement limité de cette équation, à l'ordre 1 par rapport à  $\delta c/c_0$ . En retranchant ensuite l'état de référence, qui vérifie également l'équation de Helmholtz, et en ne gardant que les termes de perturbation du premier ordre, on obtient l'équation de l'approximation de Born au premier ordre suivante [Born 1999] :

$$\nabla^2 \{\delta G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)\} + \frac{\omega^2}{c_0^2(\mathbf{r})} \delta G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) = \frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \delta c(\mathbf{r}) \quad (5.5)$$

La variation de la fonction de Green  $\delta G$  peut être vue comme la solution de l'équation Helmholtz, avec comme distribution source le terme de droite de l'équation 5.5. Elle s'exprime alors, grâce à l'équation 5.3, par :

$$\delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \iiint_V -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (5.6)$$

Une interprétation physique de cette équation est possible. La figure 5.1 représente le module de la fonction de Green, (a) dans l'état de référence, (b) dans l'état perturbé et (c) le module de la fluctuation  $\delta G$ . Sur la figure 5.1-c, on voit que chaque point de la perturbation agit comme un point diffractant, en ré-émettant l'énergie qu'il a reçue de la source dans toutes les directions avec une amplitude qui dépend du nombre d'onde au carré  $k^2(\mathbf{r}) = \omega^2/c_0^2(\mathbf{r})$  et de la valeur de la perturbation de vitesse  $\delta c$  relativement à la vitesse de référence  $c_0$ .

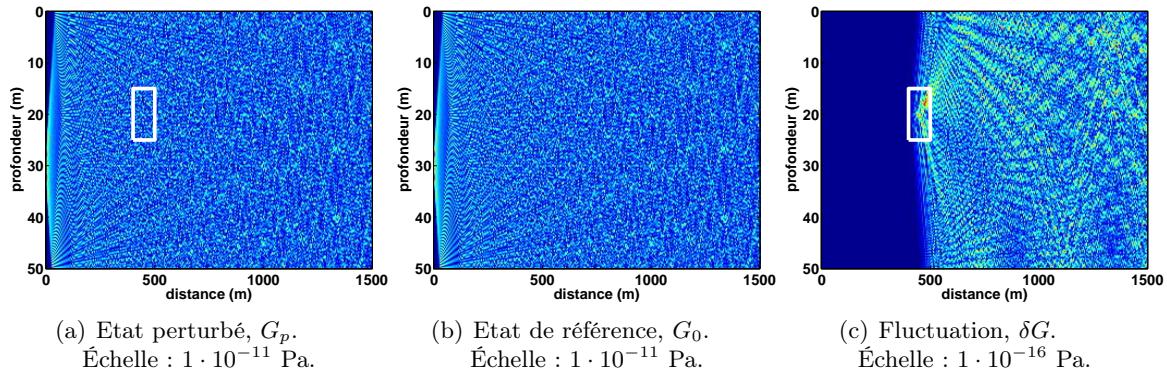


FIGURE 5.1 – Module de la fonction de Green représentée à la fréquence  $f_c = 2.5$  kHz, entre une source située à 30 m et tous les points d'un guide d'onde de Pekeris dans le cas de référence (a), et perturbé (b), par une hétérogénéité de vitesse 0.3 m/s, de 100 m de long et 10 m de profondeur, située à 450 m de distance de la source et 20 m de profondeur (dans le cadre blanc). (c) représente  $\delta G$  la variation de la fonction de Green [Aulanier 2013a].

A partir de cette équation, établie pour une source harmonique ponctuelle, on étend, dans le domaine de Fourier, le résultat à une source ponctuelle large bande. On a alors le lien entre la perturbation de vitesse du son  $\delta c$  et les fluctuations de la pression acoustique mesurée par les antennes  $\delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$  :

$$\delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \iiint_V K(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (5.7)$$

où  $\delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$  est la fluctuation de signal reçu en  $\mathbf{r}_r$  après émission en  $\mathbf{r}_e$  par une source de spectre  $S_s(\omega)$ , exprimée dans le domaine de Fourier.  $K$  s'exprime par

$$K(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) = -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) S_s(\omega) \quad (5.8)$$

### 5.2.3.2 Etape 2 : Changement d'espace de représentation du signal

Cette étape consiste à établir le lien entre, d'une part les fluctuations du signal  $s$  dans l'espace d'enregistrement  $(t, z_r, z_e)$ , ou de manière équivalente  $(\omega, z_r, z_e)$ , et d'autre part les fluctuations du signal après Double Formation de Voies donc dans l'espace  $(t, \theta_r, \theta_e)$ . Cette étape est donc

très simple et s'appuie sur l'expression de la DFV (équation 4.1). Elle s'exprime dans le domaine fréquentiel par :

$$\delta s(t, \theta_r, \theta_e) = \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \exp(j\omega(t + T_r(\mathbf{r}_r, \theta_r) + T_e(\mathbf{r}_e, \theta_e))) d\omega \quad (5.9)$$

où

$$T_r(\mathbf{r}_r, \theta_r) = \frac{(z_r - z_{r0}) \sin(\theta_r)}{c_0}, \quad \text{et} \quad T_e(\mathbf{r}_e, \theta_e) = \frac{(z_e - z_{e0}) \sin(\theta_e)}{c_0}, \quad (5.10)$$

$\mathbf{r}_r = (x_r, y_r, z_r)$  et  $\mathbf{r}_e = (x_e, y_e, z_e)$  les coordonnées respectives du récepteur  $r$  et de la source  $e$ , et  $z_{r0}$  (resp.  $z_{e0}$ ) la profondeur du récepteur de référence (resp. de l'émetteur de référence).

On a donc établi le lien entre les fluctuations de la pression acoustique mesurée par les antennes  $\delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$  et les fluctuations du signal après DFV  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$ . Une illustration de ces fluctuations de signal après DFV dans le domaine  $(t, \theta_r, \theta_e)$  est présentée sur la figure 5.2

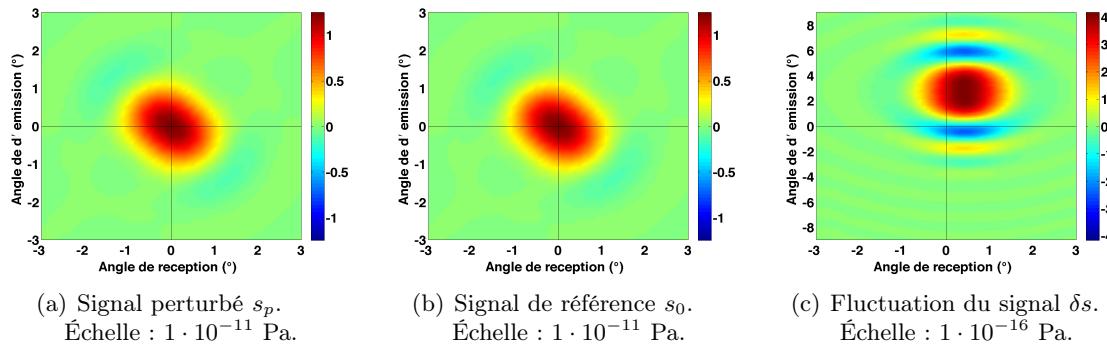


FIGURE 5.2 – Influence d'une perturbation de vitesse de 1 m/s et 1 m<sup>3</sup>, placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur une coupe à temps constant du signal  $s(t, \theta_r, \theta_e)$  au temps de l'arrivée acoustique du trajet direct, en eau libre [Aulanier 2013a].

### 5.2.3.3 Extraction d'observables

Pour une arrivée acoustique donnée, les observables qui nous intéressent ici sont les coordonnées du maximum de cette arrivée dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ . Ces observables : Temps de Propagation (TP), Direction d'Arrivée (DA) et Direction de Départ (DD) seront notées respectivement  $\tau$ ,  $\Theta_r$  et  $\Theta_e$ . Nous établirons un lien entre leur variations  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$  et les fluctuations du signal après DFV  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$ .

La conséquence d'une perturbation de la distribution de vitesse du son est que, pour chaque arrivée acoustique indépendamment, la position du maximum se déplace dans l'espace de représentation du signal. On aura donc :

$$\begin{cases} \tau_p &= \tau_0 + \delta\tau \\ \Theta_{rp} &= \Theta_{r0} + \delta\Theta_r \\ \Theta_{ep} &= \Theta_{e0} + \delta\Theta_e \end{cases} \quad (5.11)$$

avec  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , les observables (*i.e.* coordonnées du maximum) dans l'état de référence,  $(\tau_p, \Theta_{rp}, \Theta_{ep})$  les observables dans l'état perturbé et  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$  les variations d'observables.

Pour poursuivre les calculs, nous faisons deux hypothèses, réalistes pour des faibles perturbations de vitesse :

- Hypothèse 1 : La transformation du signal entre l'état de référence et l'état perturbé dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , peut être modélisée localement par une translation du signal en trois dimensions, sans déformation du signal,
- Hypothèse 2 : Les variations d'observables  $\delta\tau$ ,  $\delta\Theta_r$  et  $\delta\Theta_e$  sont très petites respectivement devant la période du signal à la fréquence centrale  $T_c$ , la largeur du lobe principal dans la dimension des angles d'arrivée  $L_{\theta_r}$ , et des angles de départ  $L_{\theta_e}$ .

On note  $\mathbf{d}\{\cdot\}$  l'opérateur gradient d'une arrivée acoustique dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$  :

$$\mathbf{d}\{\cdot\}(t, \theta_r, \theta_e) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(\cdot)}{\partial t} \\ \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta_r} \\ \frac{\partial(\cdot)}{\partial \theta_e} \end{bmatrix}(t, \theta_r, \theta_e) \quad (5.12)$$

La méthode d'extraction consiste à approximer le gradient du signal par une fonction linéaire au voisinage du maximum grâce à un développement de Taylor.

On part du fait qu'au maximum de l'arrivée acoustique, le gradient du signal à la particularité d'être nul dans l'état perturbé (ce qui est également vrai dans l'état de référence). On a donc :

$$\mathbf{d}\{s_p\}(\tau_p, \Theta_{rp}, \Theta_{ep}) = \mathbf{0} \quad (5.13)$$

A partir de cette équation, en utilisant l'expression des variations d'observables (équation 5.11) et l'hypothèse 2, on peut faire un développement de Taylor limité au premier ordre en  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$  au voisinage de  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ . Cette équation se simplifie ensuite en utilisant l'expression du signal perturbé  $s_p = s_0 + \delta s$ , le fait que le gradient de  $s_0$ , i.e. dans l'état de référence, est nul au maximum de l'arrivée  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , et en ne gardant que les termes du premier ordre (détails dans [Aulanier 2013e]). On obtient :

$$\begin{bmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{bmatrix} = -\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \cdot \mathbf{d}\{\delta s\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (5.14)$$

avec :

$$\mathbf{H}\{s_0\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 s_0}{\partial t^2} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial t \partial \theta_r} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial t \partial \theta_e} \\ \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_r \partial t} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_r^2} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_r \partial \theta_e} \\ \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_e \partial t} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_e \partial \theta_r} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_e^2} \end{bmatrix}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (5.15)$$

la matrice Hessienne du signal de référence au point  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ .

La relation 5.14, fait ainsi le lien entre la variation des observables et les fluctuations du signal reçu après DFV.

#### 5.2.3.4 Expression des noyaux

A partir des équations 5.7, 5.9 et 5.14, nous avons établi le Noyau de Sensibilité Temps-Angle NSTA d'une arrivée acoustique,  $(K_\tau, K_{\theta_r}, K_{\theta_e})$ , défini par l'équation 5.1. Il s'exprime par :

$$\begin{bmatrix} K_\tau \\ K_{\theta_r} \\ K_{\theta_e} \end{bmatrix}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, \mathbf{r}) = -\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \cdot \mathbf{d}\{K\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, \mathbf{r}) \quad (5.16)$$

On constate que chaque NSTA est en fait constitué de trois noyaux : le Noyau de Sensibilité des Temps de Propagation (ou NSTP, noté  $K_\tau$ ), le Noyau de Sensibilité des Directions d'Arrivée (ou NSDA, noté  $K_{\theta_r}$ ), et le Noyau de Sensibilité des Directions de Départ (ou NSDD, noté  $K_{\theta_e}$ )

[Aulanier 2011, Aulanier 2013e]. Ces noyaux reflètent respectivement la sensibilité des TP, DA et DD, estimée dans l'espace de représentation du signal  $(t, \theta_r, \theta_e)$ . Il est important de préciser que d'autres méthodes de mesure d'observables donneraient des noyaux différents.

Les trois noyaux sont liés entre eux par la Hessienne (équivalent de la dérivée seconde en 3D), dont les coefficients dépendent de la « courbure » de l'arrivée acoustique dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ .

#### 5.2.4 Illustration des NSTA

Une illustration de ces noyaux est présentée sur la figure 5.3 dans le plan distance-profondeur. Pour établir ce noyau, le signal source est une impulsion sinusoïdale de fréquence centrale 2.5 kHz et de largeur de bande 1.25 kHz. Les antennes d'émission et réception ont une hauteur de 48 m dans un guide de 50 m de profondeur et sont distantes de 1500 m. Chaque antenne possède 32 éléments, espacés de 1.5 m. Le noyau représenté correspond à l'arrivée acoustique numéro 4, ayant subit 2 réflexions au fond et 2 réflexions à la surface. Le trajet acoustique correspondant à cette arrivée est schématisée en trait noir plein sur la figure 5.3.

Un noyau représente, pour un trajet acoustique donné, la manière dont l'observable extraite du signal reçu sera modifiée par une perturbation de vitesse dans le milieu. Pour être plus précis, en prenant par exemple le noyau des Temps de Propagation (NSTP), la valeur de ce noyau en point  $(x_0, y_0, z_0)$  de l'espace correspond à la variation, sur le signal reçu, du temps de propagation (en secondes), pour une variation de vitesse de 1 m/s, de taille 1  $m^3$ , située au point  $(x_0, y_0, z_0)$ . L'unité des NSTP est donc du  $s/((m/s)/m^3)$ . Celle des NSDA et NSDD est du  $^\circ/((m/s)/m^3)$

Nous avons ainsi pu observer des nombreuses propriétés intéressantes de ces noyaux. La première propriété intéressante consiste à remarquer que l'observable TP n'est pas uniquement sensible à un changement de vitesse localisé exactement sur le trajet acoustique, comme cela avait été supposé lors de l'utilisation de la théorie des rayons dans les méthodes classiques de tomographie. Cette sensibilité s'étend sur toute une zone autour de trajet acoustique. Nous montrons donc ici l'importance d'utiliser les NS pour modéliser le problème direct en tomographie acoustique océanique.

Les noyaux des temps (NSTP) sont formés d'une zone de sensibilité symétrique et négative autour du trajet acoustique, appelée première zone de Fresnel. En revanche, les noyaux des angles (NSDA et NSDD) ont des zones de sensibilité antisymétriques par rapport au trajet acoustique et leur sensibilité est nulle sur le trajet.

Considérons par exemple deux perturbations de vitesse positives différentes : la perturbation 1, située au-dessus du trajet acoustique et la perturbation 2 située sous le trajet acoustique (les positions de ces perturbations sont représentées par des ronds sur la figure 5.3). Pour ces deux perturbations, le TP va être réduit de la même manière, la sensibilité étant égale à  $-1.10^{-8} s/((m/s)/m^3)$  aux deux positions des perturbations. En revanche, les NSDA et NSDD étant de signes opposés des deux cotés du trajet acoustique, les variations de DA seront négatives pour la première perturbation ( $-2.10^{-6} ^\circ/((m/s)/m^3)$ ) et positive pour la seconde ( $2.10^{-6} ^\circ/((m/s)/m^3)$ ). Le même phénomène est présent pour les variations de DD.

De plus, les NSTP ont un comportement symétrique par rapport aux antennes d'émission-réception ce qui n'est pas le cas pour les NSDD et NSDA. En d'autres termes, les NSTP ont une sensibilité identique que la perturbation de vitesse soit située au début ou à la fin du guide, alors que les NSDD (resp. les NSDA) sont plus sensibles à des perturbations proches de l'antenne

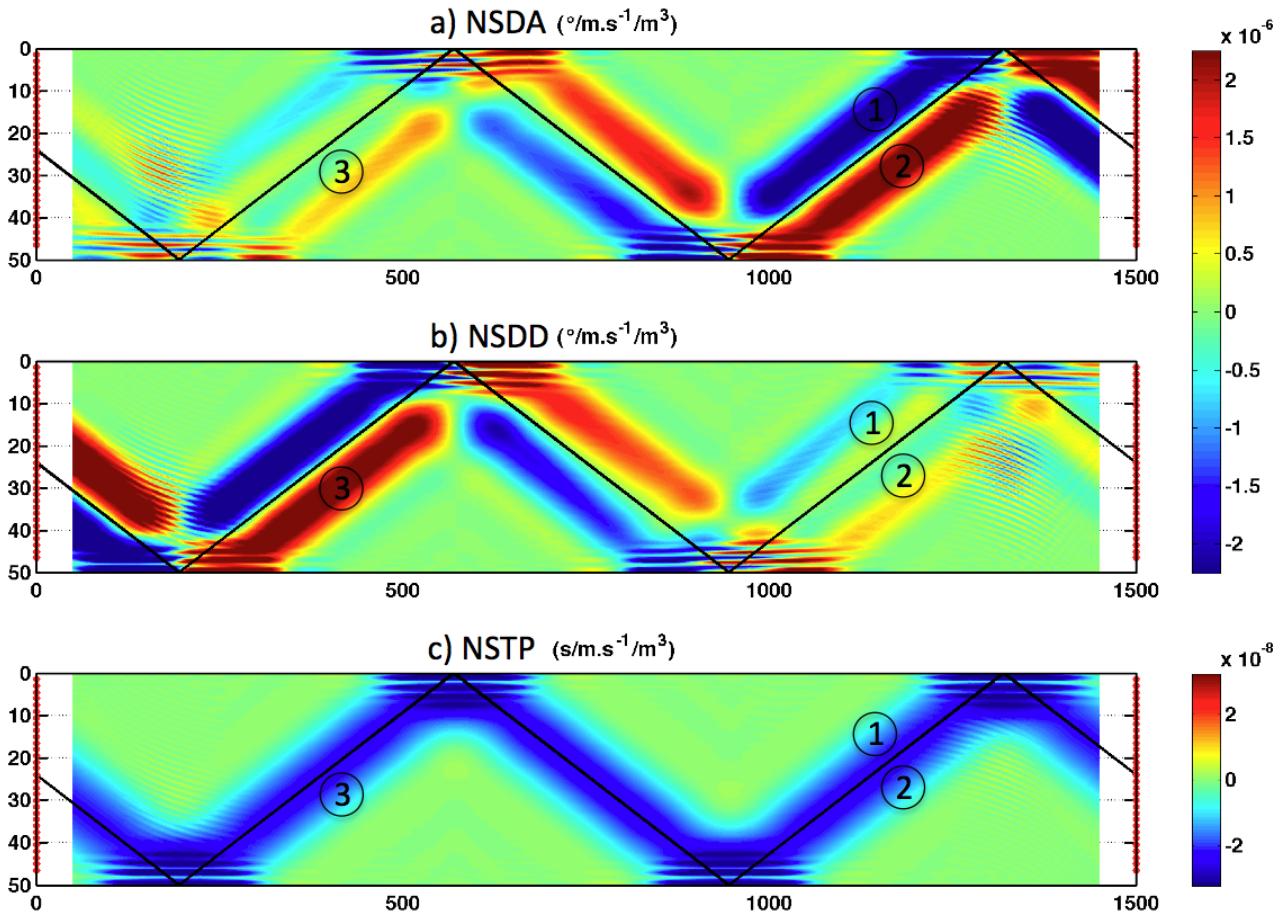


FIGURE 5.3 – Noyaux de sensibilité des DA (haut), des DD (centre) et des TP (bas) avec D-FV. Le rayon correspondant au trajet acoustique est représenté en trait plein. Les antennes sont représentées en rouge de part et d'autre du guide [Aulanier 2013e].

d'émission (resp. de l'antenne de réception) et que leur sensibilité décroît lorsqu'on s'éloigne de l'antenne d'émission (resp. de l'antenne de réception). Pour illustrer cela, on considère les perturbations 2 et 3 sur la figure 5.3. Ces deux perturbations induisent une variation de TP de  $-1.10^{-8} s/((m/s)/m^3)$  alors que les variations de DD seront de  $2.10^{-6} ^{\circ}/((m/s)/m^3)$  pour la perturbation 2 et de  $0,5.10^{-6} ^{\circ}/((m/s)/m^3)$  pour la perturbation 2. Le même phénomène est présent pour les variations de DA.

Par conséquent, ces propriétés rendent les noyaux de sensibilité des angles (NSDD et NSDA) complémentaires de ceux des temps (NSTP) car ils "ont des réactions différentes" suivant la position de la perturbation de vitesse par rapport au trajet acoustique et suivant la position de la perturbation par rapport aux antennes d'émission et de réception.

Il a également été possible de voir l'influence de la taille de l'antenne utilisée par la DFV sur ces noyaux [Aulanier 2013e]. Plus les antennes utilisées pour la DFV sont grandes, plus les NSTA sont "lisses", i.e. constitués d'une zone de sensibilité principale autour du trajet acoustique, alors que pour des antennes de taille réduite on retrouve des NSTA plus oscillants, avec une zone de sensibilité plus étendue et l'apparition de zones de sensibilité positive appelées zones de Fresnel d'ordre supérieur, se rapprochant des noyaux point-à-point (c'est à dire sans DFV) [Iturbe 2010]. Ce phénomène est illustré sur la figure 5.4 réalisée dans la même configuration que précédemment

mais avec des antennes de 15 m au lieu de 48 m. On peut noter que la structure plus lisse, obtenue avec de grandes antennes, suggère une meilleure robustesse face aux erreurs aléatoires de modélisation du milieu. Il sera donc intéressant d'utiliser des antennes assez grandes lors de la tomographie océanique.

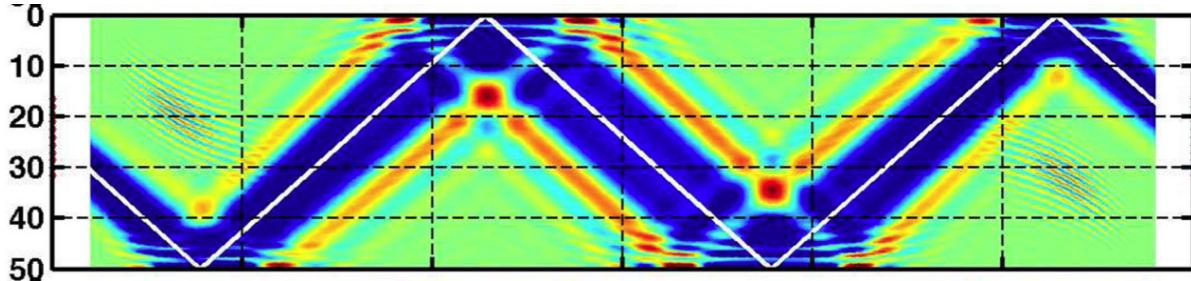


FIGURE 5.4 – Noyau de sensibilité des TP avec D-FV sur des antennes de 15 m. Le rayon correspondant au trajet acoustique est représenté en trait blanc plein [Aulanier 2013e].

A partir de ces noyaux, nous avons ensuite rigoureusement validé la modélisation du problème direct [Aulanier 2013d, Aulanier 2013a], pour différentes positions de la perturbation, pour des tailles d'antenne différentes, pour des valeurs maximales de perturbations différentes et pour des tailles de perturbations différentes. Nous ne donnerons pas ici de détails sur cette partie par souci de concision mais il est important de noter que les résultats obtenus ont été très satisfaisants avec un écart inférieur à 10 % entre les observables prédites par les NSTA et les mesures faites sur les simulations numériques, réalisées avec un code par équations paraboliques, pour des petites perturbations de vitesse (hypothèse nécessaire à l'établissement des noyaux). Ces écarts sont très faibles compte tenu de la finesse des mesures que nous réalisons (les variations de TP par exemple sont de l'ordre d'un centième de la période du signal source).

### 5.3 Chaine de tomographie de vitesse proposée

L'objectif de la tomographie de vitesse est d'estimer la carte des perturbations de vitesse entre deux expériences, à partir des deux cubes de données enregistrées par les antennes. Pour cela, nous réalisons les étapes suivantes [Aulanier 2013c] :

**1 - Extractions des observables :** A partir de sous-antennes d'émission et de réception choisies, nous réalisons la DFV sur chacun des sous-cubes, pour chacune des deux expériences, afin d'extraire les variations des observables TP, DA et DD. L'objectif est d'obtenir un maximum d'arrivées acoustiques identifiables et de mesurer les observables associées. Dans les cas qui nous intéressent nous prenons typiquement une centaine de couples "source-récepteur de référence" permettant chacun d'extraire une vingtaine d'arrivées acoustiques. Nous avons donc à notre disposition environ  $N = 2000$  arrivées acoustiques et les variations de TP, DD et DA associées.

**2 - Problème direct :** Pour toutes les arrivées acoustiques pour lesquelles les variations d'observables ont été estimées, nous calculons des NSTA associés. Notons que pour des raisons de cout de calcul et parce que cela est réaliste dans les expériences réelles que nous avons menées, les noyaux sont calculés en 2D et par conséquent l'estimation des perturbations de vitesse est une carte 2D distance-profondeur  $\delta c(x, z)$  de taille  $P \times D$ . On note  $M = PD$  le nombre de paramètres  $\delta c$  à estimer.

**3 - Inversion :** A partir des deux premières étapes, nous pouvons modéliser le problème de manière linéaire par :

$$\delta\mathbf{O} = \mathbf{G}\delta\mathbf{c} + \mathbf{b} \quad (5.17)$$

$\delta\mathbf{O}$  est l'ensemble des  $3N$  variations d'observables mesurées pour toutes les arrivées acoustiques.  $\mathbf{G}$  est la matrice, connue, contenant l'ensemble des noyaux de sensibilité  $K_\tau, K_{\theta_r}, K_{\theta_e}$  pour toute les arrivées acoustiques. Chaque noyau (initialement de taille  $P \times D$ ) étant mis sous forme de vecteur ligne, la matrice a comme taille  $3N \times M$ .  $\delta\mathbf{c}$  est la carte des variations de vitesse à estimer mise sous forme de vecteur, de taille  $M$ .  $\mathbf{b}$  est le bruit, ici l'erreur de mesure.

L'inversion consiste alors à estimer la valeur de  $\delta\mathbf{c}$  en utilisant les mesures  $\delta\mathbf{O}$ . Le problème est de manière générale mal posé avec une matrice  $\mathbf{G}$  non inversible et des mesures bruitées.

Pour résoudre le problème inverse, nous avons utilisé l'estimateur de Maximum *a Posteriori* (MAP) [Tarantola 2005]. Cet estimateur fait intervenir des connaissances *a priori* sur les distributions statistiques des erreurs de mesures ainsi que sur les distributions statistiques des perturbations de vitesse.

La distribution des erreurs de mesure est classiquement prise gaussienne centrée, et ces erreurs sont supposées indépendantes. La matrice de covariance des erreurs de mesures  $\mathbf{C}_d$ , également appelée matrice de covariance des données, est donc diagonale.

Par ailleurs, la distribution spatiale de perturbation de vitesse est considérée gaussienne. Elle est caractérisée par sa moyenne *a priori*  $\delta\mathbf{c}_0$ , généralement égale à 0 en l'absence d'information concernant le phénomène à imager et par sa matrice de covariance  $\mathbf{C}_m$ . La matrice  $\mathbf{C}_m$  est construite de manière à introduire une corrélation spatiale entre les perturbations de vitesse dans le milieu entraînant un lissage spatial des perturbations de vitesse estimées, conformes à la réalité physique. Plus de détails sur la construction de cette matrice peuvent être trouvés dans [Aulanier 2013a].

Sous ces hypothèses, l'estimateur des perturbations de vitesse, au sens du Maximum *a Posteriori* s'exprime par :

$$\widehat{\delta\mathbf{c}} = \delta\mathbf{c}_0 + (\mathbf{G}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{G} + \lambda \mathbf{C}_m^{-1})^{-1} \mathbf{G}^T \mathbf{C}_d^{-1} (\delta\mathbf{O} - \mathbf{G}\delta\mathbf{c}_0) \quad (5.18)$$

Le paramètre  $\lambda$  est un scalaire permettant de choisir le poids relatif des données par rapport au poids du modèle dans le processus d'inversion. Ce paramètre est ici classiquement réglé avec des approches de type "courbe en L" [Hansen 1992].

Nous avons ainsi une chaîne de tomographie complète, permettant l'estimation d'une carte 2D des perturbations de vitesse, à partir d'une modélisation par Noyaux de Sensibilité et en utilisant les TP mais également les angles (DD et DA) extraits par DFV. Notons qu'il est également possible de réaliser l'inversion uniquement à partir de TP ou des angles DD-DA, en reprenant la modélisation précédente avec les seules observables que l'on souhaite conserver et les noyaux associés.

## 5.4 Résultats de tomographie de vitesse en cuve ultrasonore

La chaîne de tomographie a été appliquée avec succès sur des données simulées, tout d'abord avec les seuls NSTP [Iturbe 2009a] puis avec les noyaux conjoints NSTA [Aulanier 2013b]. Nous montrons ici leur application sur des données réelles dans un guide d'onde ultrasonore. Le but de cette expérience est de tester, à petites échelles, les possibilités de la méthode de

tomographie temps-angles pour l'étude de la température d'un panache d'eau chaude qui pourrait être par exemple le panache issu d'une source hydrothermale localisée dans une zone côtière environnement petit fond (cf. [Medwin 2005] pages 551 à 563).

Le dispositif expérimental est représenté sur la figure 5.5. Les antennes sont constituées chacune de 64 éléments et couvrent toute la colonne d'eau. Les signaux émis par l'antenne d'émetteur sont un pulse gaussien centré autour de 1.7 MHz. Dans l'expérience réalisée, nous avons effectué un chauffage local au fond du guide (à partir d'une résistance électrique située sur le fond, qui est ici matérialisé par une barre d'acier). Ce chauffage crée un phénomène de convection.

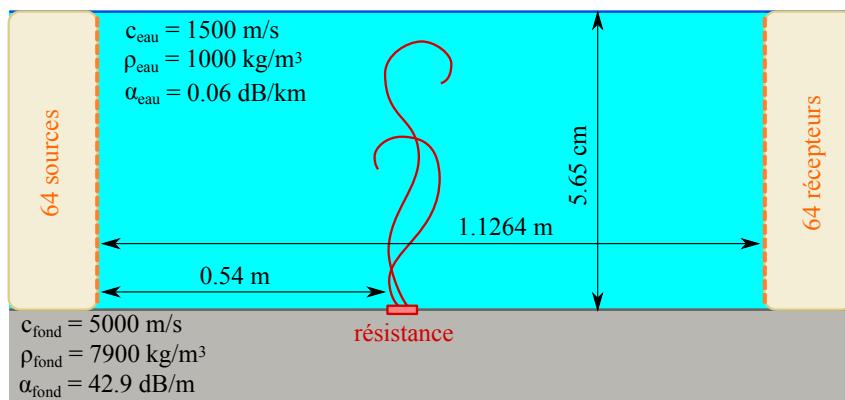


FIGURE 5.5 – Dispositif expérimental [Aulanier 2013a].

Cette expérience dure 50 secondes et la résistance électrique est allumée entre 5 et 35 s. Pendant cette expérience de chauffage, 500 acquisitions acoustiques du cube de données  $s(t, z_r, z_e)$  sont effectuées à raison d'une toutes les 0.1 s.

On a donc deux échelles de temps distinctes :

- l'échelle de temps de l'expérience paramétrée par  $t_{exp}$  qui correspondra aussi à l'échelle de temps des phénomènes de convection résultant de la chauffe (entre 0 et 50 s),
- et l'échelle de temps d'une acquisition paramétrée par  $t$  qui correspond à l'échelle de temps de la propagation acoustique dans le guide d'onde (entre 700 et 900  $\mu$ s) .

La figure 5.6 présente un extrait de données enregistrées dans cette expérience : (a) l'enveloppe d'une matrice d'enregistrement, issue d'un cube de données, pour une source donnée et pour l'antenne de réception, pour une acquisition acoustique donnée, ainsi que (b) un suivi au cours des 500 acquisitions acoustiques d'une arrivée acoustique particulière. La figure 5.6-b permet de voir le changement du Temps de Propagation de cette arrivée acoustique au cours de l'expérience de chauffage.

L'estimation des perturbations de vitesse est donc réalisée 500 fois, entre chaque "acquisition courante" et la première acquisition considérée comme l'état de référence. Cette imagerie dynamique permet ainsi de voir l'évolution du milieu au cours du temps lors du processus de chauffage.

Le rapport d'échelle avec une expérience en milieu océanique est 1000, ce qui veut dire que nous considérons un milieu de 50 m de profond, une distance source-récepteur d'un kilomètre environ et des signaux émis autour de 1,7 kHz.

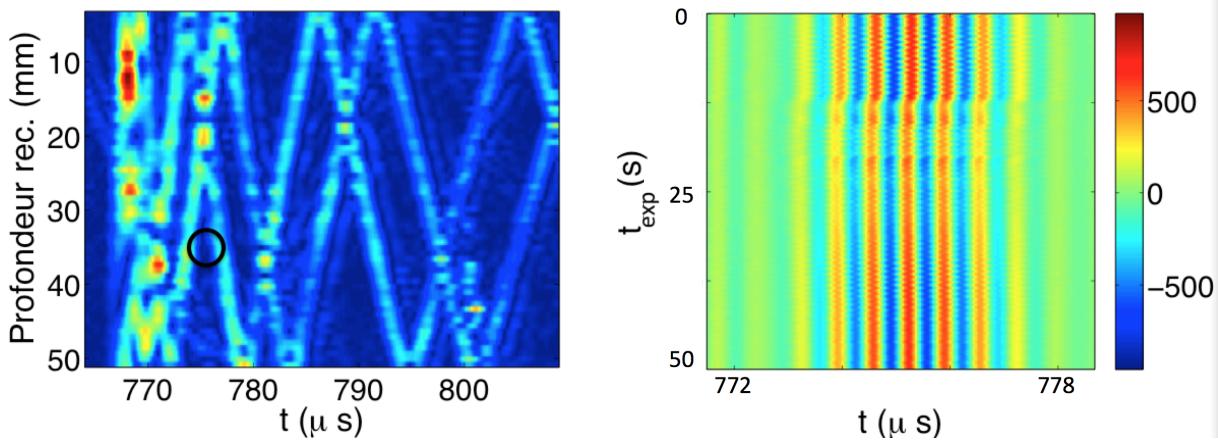


FIGURE 5.6 – Données enregistrées : (a) Enveloppe des données enregistrées pour une source, par l'antenne de réception, pour une acquisition acoustique, le temps correspond au temps d'enregistrement  $t$  d'une acquisition acoustique, (b) Suivi au cours des 500 acquisitions acoustiques d'une partie du signal point à point, localisée au milieu du cercle noir. Le temps représente en ordonnées le temps de l'expérience  $t_{exp}$ , i.e. celui correspondant au phénomène de chauffage et en abscisses le temps  $t$  d'une acquisition [Aulanier 2013a].

Cette expérience a été réalisée une première fois en 2010 après le développement des NSTP et nous avons pour la première fois obtenu une imagerie haute résolution spatiale et temporelle d'une variation de vitesse locale dans un guide d'onde [Roux 2011] (figure 5.7-colonne centrale).

Puis nous avons refait cette expérience en 2013 après le développement des NSTA et nous avons pu réaliser une imagerie dynamique à haute résolution spatiale et temporelle du phénomène de convection à partir des seules Directions de Départ et des Directions d'Arrivée (figure 5.7-colonne de gauche) ou en les combinant avec les Temps de Propagation (figure 5.7-colonne de droite).

Les résultats obtenus sont très satisfaisants même lorsqu'on ne dispose que des angles DD-DA et non des temps de propagation TP. Une étude plus poussée des résultats obtenus a été réalisée dans [Aulanier 2013a]. Plus récemment, nous avons également travaillé à l'amélioration de la méthode d'inversion en collaboration avec H. Ayasso (Gipsa-lab) [Aulanier 2014] pour obtenir une image des variations de vitesse encore plus précise.

## 5.5 Conclusion

Pour conclure concernant la tomographie de vitesse, nous avons donc proposé et validé expérimentalement une **méthode complète de tomographie en petit fond**. Cette méthode peut être déclinée de différentes manières et s'appuie soit sur les uniques TP, soit sur les uniques angles DD-DA ou sur une combinaison des TP-DD-DA. Dans tous les cas, la Double Formation de Voies est utilisée pour extraire les observables.

Pour développer cette méthode nous avons établi les Noyaux de Sensibilité associés après DFV. L'ensemble de ces résultats constitue une avancée importante dans le cadre de la tomographie petit fond, notamment parce que la méthode utilisant uniquement les angles permet de s'affranchir d'une synchronisation parfaite entre les antennes d'émission et de réception qui peut

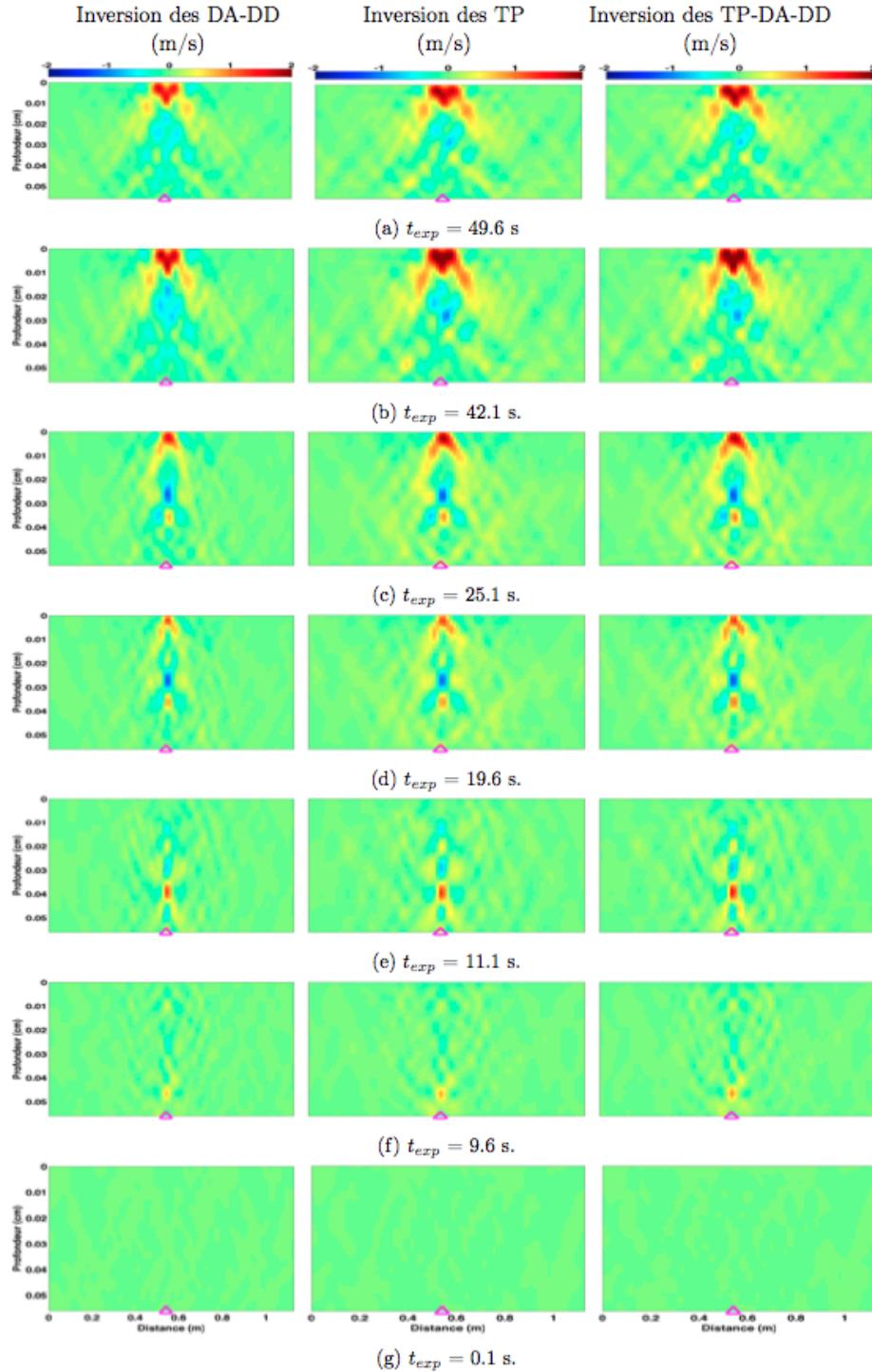


FIGURE 5.7 – Résultats de l'inversion des DA-DD (colonne de gauche), TP (colonne centrale) et TP-DA-DD (colonne de droite) des trajets acoustiques avec 2 à 8 réflexions aux interfaces, pour différents instants d'un expérience de chauffage permettant de créer un phénomène de convection locale [Aulanier 2013a].

être très difficile à maintenir au cours d'une expérience réelle.



# Localisation de cible par barrière acoustique

---

## Contents

<b>6.1</b>	<b>Introduction</b>	97
<b>6.2</b>	<b>Noyaux de Sensibilité</b>	98
6.2.1	Approche par perturbation	99
6.2.2	Approche par diffraction : modèle sphère solide	100
<b>6.3</b>	<b>Validation expérimentale du modèle de noyau "sphère solide"</b>	101
<b>6.4</b>	<b>Localisation de cible en cuve ultrasonore</b>	104
6.4.1	Chaine de tomographie de densité proposée	104
6.4.2	Résultats de localisation	104
<b>6.5</b>	<b>Conclusion</b>	105

## 6.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de développer le concept de barrière acoustique en milieu peu profond. En effet, une problématique importante en surveillance maritime est de pouvoir détecter et localiser un plongeur, sous-marin ou autre objet de taille métrique pénétrant dans l'embouchure d'un port ou dans un estuaire. En traversant le champ acoustique, l'objet intrus va modifier certaines propriétés du champ acoustique, ce qui permettra de le détecter et de le localiser.

Plusieurs méthodes existent déjà pour détecter et localiser des cibles en milieu océanique. Elles peuvent se scinder en deux catégories, celles qui utilisent le champ rétro-diffracté et celles qui utilisent le champ diffracté par la cible dans la direction du champ incident (détection en transmission).

Parmi les techniques utilisant le rétro-diffracté, les techniques de SONAR (SOund NAVigation and Ranging) ont été les premières permettant la détection de cible en milieu sous-marin. Un SONAR actif émet une impulsion sonore et écoute l'écho réverbéré sur les obstacles qu'elle rencontre. En milieu petit fond, les interfaces du guide d'onde joue le rôle d'obstacles qui masquent l'écho de la cible et ces méthodes ne sont pas adaptées dans ce cas. Une autre technique a été proposée, basée sur le retournement temporel, il s'agit de la méthode DORT (Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel) [Folegot 2005, Prada 2007].

En utilisant le champ diffracté dans la direction de l'onde incidente par la cible, deux principales techniques existent. La première réalise la détection de cible en transmission en utilisant le retournement temporel [Kuperman 2000]. La difficulté consiste à extraire le champ diffracté par la cible parmi le champ beaucoup plus intense émis depuis la source. Ce problème revient

à "regarder dans la lumière du Soleil" : l'éblouissement empêche l'observation de phénomènes moins puissants entre la source et l'observateur. Cette méthode de détection est plus robuste aux fluctuations du milieu (vagues en surface par exemple) que la technique de DORT mais ne permet pas la localisation de la cible.

La seconde technique est basée sur du traitement d'antenne pour extraire des informations liées à la présence de la cible et permettre sa localisation. Deux approches ont été proposées indépendamment : une approche par Simple Formation de voies en 2008 par Folégot [Folegot 2008], sans prise en compte du modèle physique de propagation dans le modèle direct et une approche que nous avons développée dans le cadre de la thèse de C. Marandet (2008-2011) basée sur la DFV et les Noyaux de Sensibilité.

Afin de proposer une méthode de localisation de cible en milieu peu profond, nous avons tout d'abord étudié la sensibilité du champ acoustique à une perturbation de densité et de vitesse localisée dans un milieu libre. Cette étude a permis d'établir les noyaux de Sensibilité associés, tout d'abord dans un contexte de mesure point-à-point puis avec l'utilisation de la DFV. Ces noyaux théoriques ont été comparés à des noyaux expérimentaux mesurés dans la cuve ultrasonore, montrant une parfaite adéquation en théorie et pratique.

Ensuite, ces noyaux ont été utilisés, conjointement avec l'extraction d'observables par DFV, pour réaliser la localisation d'une cible dans un guide d'onde peu profond, notamment en présence de vagues à la surface. Dans le cadre plus global de la tomographie, cette localisation peut également être vu comme une tomographie de densité.

Le plan de ce chapitre reprend les différentes étapes mentionnées et présentera donc successivement : les Noyaux de sensibilité, leur validation à partir d'une mesure expérimentale, la localisation de cible.

Afin de donner quelques ordres de grandeur, les échelles intéressantes concernant la protection portuaire sont des distances de 200 à 2000 m de propagation pour une hauteur d'eau de 10 à 50 m. Les fréquences classiquement utilisées vont de 1 à 10 kHz. Pour réaliser les expériences dans la cuve ultrasonore, un rapport d'échelle de 1000 sera choisi. Nous réaliserons des expériences sur une distance d'1 m environ dans un guide de 5 cm de profond. Les fréquences utilisées iront de 0.5 à 5 MHz. Pour les expériences, nous avons choisi une cible avec un fort contraste de densité permettant de s'approcher de cas réalistes (objet sous marin métallique, bouteille de plongée). La cible est donc une sphère en plomb de diamètre 1.75 mm (soit 1.75 m en milieu océanique).

## 6.2 Noyaux de Sensibilité

Avant d'établir les noyaux de sensibilité, nous avons commencé par étudier les observables sensibles à la présence d'une variation de densité du milieu. Nous avons mis en évidence que l'amplitude (A) des rayons acoustiques, ainsi que, dans une moindre mesure, le temps de propagation (TP) étaient des observables intéressantes pour caractériser la présence d'une cible de densité.

A partir de cette constatation, nous avons mené des études théoriques pour aboutir à la formulation théorique du Noyau de Sensibilité de l'Amplitude (NSA) et du Temps de Propagation (NSTP) pour une cible solide sphérique de densité quelconque et de diamètre quelconque [Marandet 2011b, Marandet 2011a].

Dans cette section, nous nous intéresserons uniquement à l'observable Amplitude et par conséquent aux NSA mais les résultats obtenus pour les TP et NSTP sont similaires et chacune

des étapes présentées ici a été réalisée pour les deux observables. De plus, nous présentons l'établissement des noyaux dans le cas d'une mesure en point-à-point, i.e. sans DFV. L'effet de la DFV sera illustrée par la suite lors de la comparaison entre noyaux théoriques et expérimentaux.

Plusieurs modèles de NSA ont été développés dans la thèse de C. Marandet, nous nous intéressons ici à deux principaux. Une première approche reprend la méthodologie décrite dans l'article de Skarsoulis [Skarsoulis 2004] et utilisée dans mes travaux en tomographie de vitesse. Elle consiste à introduire dans l'équation de Helmholtz une perturbation locale de densité et de vitesse dans le milieu initialement non perturbé. Ce premier modèle ne nécessite pas de connaître les valeurs des perturbations de vitesse  $\delta c$ , et de densité  $\delta \rho$ , ni le rayon  $a$  de la cible et s'utilise dans le cas de petites perturbations. Dans ce cadre, on obtient un noyau de sensibilité général qui ne dépend pas des caractéristiques du diffractant.

Le second modèle de NSA, dit modèle sphère solide, ne fait pas cette hypothèse et est conçu pour une valeur de  $ka$  quelconque (où  $ka$  est le produit de vecteur d'onde avec le rayon de la cible). En revanche, à la différence du premier modèle, il postule que les caractéristiques de la cible sont connues et qu'elle est solide. Même s'il nécessite des hypothèses sur la cible, c'est ce modèle que nous utiliserons par la suite et pour lequel nous avons obtenu une excellente adéquation entre noyau mesuré et théorique. En effet dans le cas de la cible métallique, l'hypothèse de petites perturbations ne peut être faite, interdisant l'utilisation du premier modèle, et le modèle sphère solide s'avère performant même lorsque le diamètre de la cible n'est pas parfaitement connu.

On peut cependant noter que les deux modèles sont intéressants car ils permettent chacun une modélisation différente du noyau de sensibilité en fonction du cadre étudié et des informations disponibles sur le diffractant.

### 6.2.1 Approche par perturbation

Nous avons dans un premier temps repris l'approche développée dans le cas d'une perturbation locale de vitesse et nous l'avons étendu au cas d'une perturbation conjointe de densité  $\delta \rho$  et de vitesse  $\delta c$ , qui permettrait de modéliser la perturbation du milieu lors de la présence d'une cible.

On considère deux états : un état de référence, caractérisé par sa distribution de vitesse  $c_0$  et de densité  $\rho_0$  et un état perturbé de distribution de vitesse  $c_0 + \delta c$  et de densité  $\rho_0 + \delta \rho$ .

A partir de l'approximation de Born au premier ordre et dans le cas de petites perturbations :  $\delta c/c_0 \ll 1$  et  $\delta \rho/\rho_0 \ll 1$ , nous avons pu établir la fluctuation de la fonction de Green en fonction des perturbations de densité et de vitesse. Cette équation, qui est l'équivalent de l'équation 5.6 en tomographie de vitesse, s'exprime par :

$$\delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \iiint_V -G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r})G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \frac{\omega^2}{c_0^2(\mathbf{r})} \left( \frac{2\delta c(\mathbf{r})}{c_0(\mathbf{r})} + \frac{\delta \rho(\mathbf{r})}{\rho_0(\mathbf{r})} (1 + \cos(\phi_s + \phi_r)) \right) dV(\mathbf{r}) \quad (6.1)$$

avec les angles  $\phi_s$  et  $\phi_r$ , pour un point diffractant en  $\mathbf{r}$ , définis par :

- $\phi_s$  l'angle entre la droite source -  $\mathbf{r}$  et la droite source - récepteur
- $\phi_r$  l'angle entre la droite récepteur -  $\mathbf{r}$  et la droite récepteur - source.

On peut noter que  $\phi_s + \phi_r$  correspond à l'angle de diffraction.

A partir de cette expression de  $\delta G$ , et en utilisant le fait que la variation du signal reçu  $\delta s$  s'écrit :

$$\delta s(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) S_s(\omega) \exp(-j\omega t) d\omega \quad (6.2)$$

on peut établir l'expression du Noyau de Sensibilité de l'Amplitude (NSA). Plus précisément, l'observable considérée sera l'Amplitude relative. Nous mesurons alors la variation d'amplitude relative  $\delta A/A$  c'est à dire la variation d'amplitude d'un rayon acoustique entre les deux états (avec et sans cible) divisée par l'amplitude de ce rayon acoustique mesurée dans l'état de référence (sans cible) :

$$\frac{\delta A}{A} = \frac{\delta s(t_i, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)}{s_0(t_i, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)} \quad (6.3)$$

où  $t_i$  est le Temps de Propagation de l'arrivée acoustique  $i$  dans l'état non perturbé. Le NSA s'obtient facilement à partir des équations 6.1, 6.2 et 6.3. Son expression complète n'étant pas facilement interprétable, elle ne sera pas donnée ici.

On note que la normalisation par l'amplitude de référence de l'arrivée acoustique permet que les trajets acoustiques ayant une plus grande amplitude n'aient pas une plus grande importance que les autres avec des variations d'observables artificiellement beaucoup plus grandes.

Dans le cas d'une sphère métallique, utilisée dans nos expériences, l'hypothèse  $\delta c/c_0 \ll 1$  et  $\delta\rho/\rho_0 \ll 1$  n'est pas vérifiée car  $\delta c/c_0 = 0.7$  et  $\delta\rho/\rho_0 = 10$ . Il est donc nécessaire d'adopter une autre approche pour obtenir l'équation de la variation de la fonction de Green  $\delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$ .

### 6.2.2 Approche par diffraction : modèle sphère solide

En champ lointain, le champ de pression diffracté par une cible est classiquement défini à travers l'amplitude de diffraction, également appelé la fonction de forme  $f_\infty$  [Thorne 1993], comme étant :

$$p_s(\mathbf{r}') = p_0 f_\infty \frac{\exp(jk|\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}'|} \quad (6.4)$$

avec  $p_0$  le champ de pression incident,  $p_s(\mathbf{r}')$  le champ diffracté par la cible et  $f_\infty$  la fonction de forme. La fonction de forme exprime la répartition spatiale de la diffraction. Pour une cible sphérique elle s'exprime avec une série de polynômes de Legendre [Demer 2003]. Une illustration de la fonction forme pour différentes cibles (i.e. valeurs de  $ka$ ) est présentée dans [Marandet 2011a]

A partir de cette expression, on peut exprimer la variation de la fonction de Green,  $\delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$  pour un diffractant situé en  $\mathbf{r}$  (en l'occurrence une sphère solide) :

$$\delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = -4\pi G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) f_\infty(\phi_s + \phi_r) \quad (6.5)$$

Une fois l'expression de la variation de la fonction de Green établie, les étapes sont les mêmes que pour l'approche précédente et nous obtenons l'expression du NSA pour une cible sphérique solide de rayon  $a$  connu.

Remarque "technique" : On note que dans le cas de l'approche par diffraction permettant d'établir le modèle sphère solide, il n'est pas possible d'écrire la variation de la fonction de Green sous la forme d'une intégrale volumique comme pour la tomographie de vitesse (équation 5.6) ou pour l'approche par perturbation présentée ci-dessous (équation 6.1). Le modèle sphère solide prend en compte les différentes caractéristiques de la cible et *in fine* on obtient une équation donnant l'expression de la variation d'observable "pour la sphère considérée", et non pas sous la forme d'une intégrale volumique liant variations d'observables et paramètres physiques. Le modèle obtenu ne répond donc pas à la définition stricte du NSA en terme de lien entre variation d'observables et perturbation des paramètres physiques. Cependant, pour simplifier l'écriture et parce que le concept reste le même, les noyaux obtenus seront tout de même appelés NSA.

### Illustration des NSA

La figure 6.1 montre deux coupes du NSA, dans un milieu libre et en point-à-point, pour une sphère en plomb de rayon 1.75 mm. La fréquence centrale du signal émis est 1 MHz et sa largeur de bande à -3dB est 0.4 MHz. La coupe (a) est faite dans le plan vertical contenant le couple émetteur-récepteur et la coupe (b) est faite dans le plan perpendiculaire à l'axe source-récepteur et situé à égale distance de la source et du récepteur. Les caractéristiques de la sphère (densité, vitesse longitudinale, vitesse transverse et rayon) sont utilisées dans le calcul de la fonction de forme.

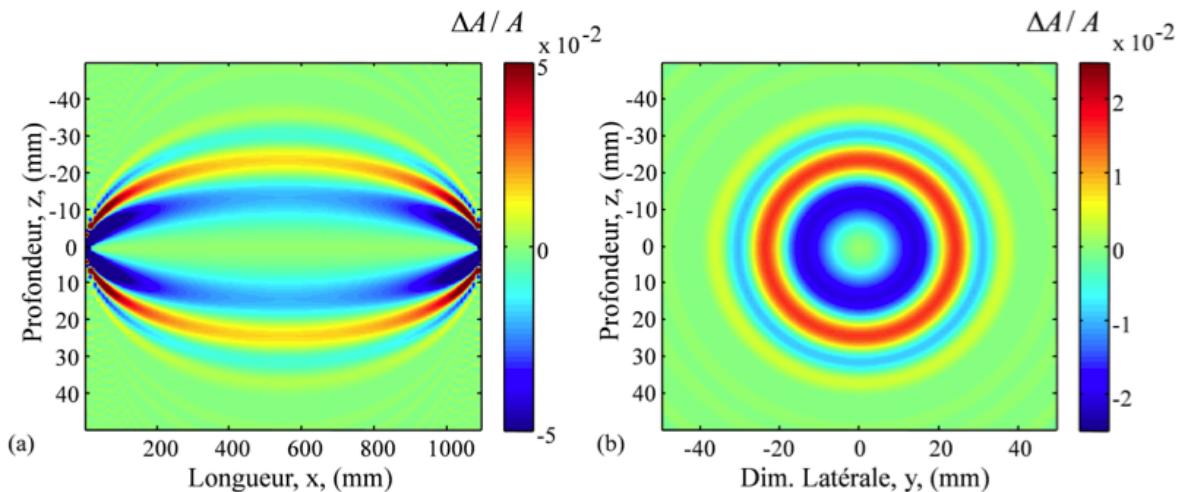


FIGURE 6.1 – Noyau de Sensibilité de l'Amplitude (NSA), modèle sphère solide, milieu libre, mesure en point-à-point [Roux 2013].

Le NSA obtenu avec le modèle sphère solide, en point-à-point et dans un milieu libre, présente les oscillations classiques des noyaux points-à-point, appelées zone de Fresnel. Il présente aussi l'aspect "banana doughnut", i.e. une sensibilité nulle sur le trajet du rayon entre la source et le récepteur, que l'on observe dans les NSTP point-à-point en tomographie de vitesse [Skarsoulis 2004]. Ici, ce phénomène signifie qu'une cible située exactement sur l'axe source-récepteur n'aura aucune influence sur l'amplitude de l'arrivée acoustique (la variation d'observable sera nulle car le noyau est nul à cet endroit). Concernant les zones de Fresnel, on note que lorsque la cible est dans la première zone de Fresnel, i.e. le premier lobe négatif, l'arrivée acoustique subit une perte d'amplitude relative de 2 % environ.

## 6.3 Validation expérimentale du modèle de noyau "sphère solide"

Pour vérifier la validité du modèle de NSA sphère solide nous avons réalisé une expérience dans la cuve ultrasonore. Le principe de l'expérience est présenté sur la figure 6.2 : entre deux réseaux verticaux (émetteur et récepteur), une bille de plomb est déplacée dans le plan 1) perpendiculaire à l'axe de propagation entre les deux centres de ces réseaux et 2) situé à mi-distance entre les deux réseaux (plan représenté sur la figure 6.2). La fréquence centrale du signal est 1 MHz et sa largeur de bande 0.4 MHz.

Pour chaque position de la bille, la matrice de transfert,  $s(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$ , qui correspond au champ entre chaque couple émetteur  $\mathbf{r}_e$  - récepteur  $\mathbf{r}_r$  est enregistré. La mesure des noyaux de sensibilité est une mesure différentielle entre une expérience réalisée sans perturbation et une seconde en

présence de la cible. Les variations d'observables sont ici les variations d'amplitude relatives de l'arrivée acoustique. On réalise dans un premier temps cette mesure dans la configuration point-à-point (i.e. sans DFV). On a alors pour chaque position de la cible la valeur expérimentale du NSA en point-à-point.

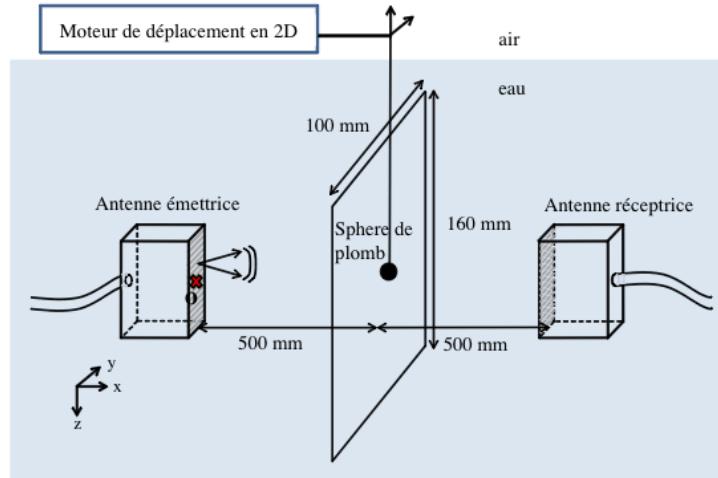


FIGURE 6.2 – Schéma expérimental de mesure du NSA. La cible se déplace dans le milieu de propagation, dans le plan dessiné entre les réseaux. La matrice de transfert est enregistrée pour chacune des  $67 \times 107 = 7169$  positions de la cible, soit une acquisition tous les 1.5 mm. L'origine du repère est représentée par la croix rouge [Roux 2013].

Les figures 6.3 et 6.4 présentent le noyau théorique obtenu avec le modèle sphère solide (figure 6.3) et le noyau expérimental (figure 6.4). On peut voir une parfaite adéquation entre les deux, aussi bien au niveau de la forme du noyau (effet banana doughnut, zones de Fresnel) que des amplitudes du noyau, ce qui valide la modélisation des NSA par le modèle sphère solide. De plus, cette expérience montre que l'amplitude relative est une excellente observable de détection, en transmission, pour une cible de plomb de taille la longueur d'onde. La variation d'amplitude relative est de plusieurs pourcents lorsque la cible est présente.

Les résultats obtenus pour les noyaux de sensibilité des temps de propagation (NSTP) par le modèle sphère solide ne sont pas montrés ici mais sont également en parfaite adéquation entre théorie et expérience. Cependant, une différence importante entre les NSA et les NSTP peut être notée ici : dans le cas d'une perturbation de densité (i.e. en présence de la cible), le NSA présente une sensibilité nulle sur la trajectoire du rayon (effet banana doughnut) alors que la sensibilité est maximale à cet endroit pour le NSTP. Par ailleurs, les NSTP ont montré une sensibilité relativement faible, de l'ordre de quelques dixièmes de pourcents de la période du signal. Par conséquent, le TP est une moins bonne observable que l'Amplitude dans le cas de la localisation de cible.

Nous avons également étudié l'effet de la DFV sur ces noyaux. En effet, les noyaux de sensibilité étant dépendant de la méthode utilisée pour extraire les observables, il est intéressant de connaître et comprendre l'effet de la DFV sur ces derniers en vue de leur utilisation en tomographie de densité.

Nous avons mis en évidence deux phénomènes :

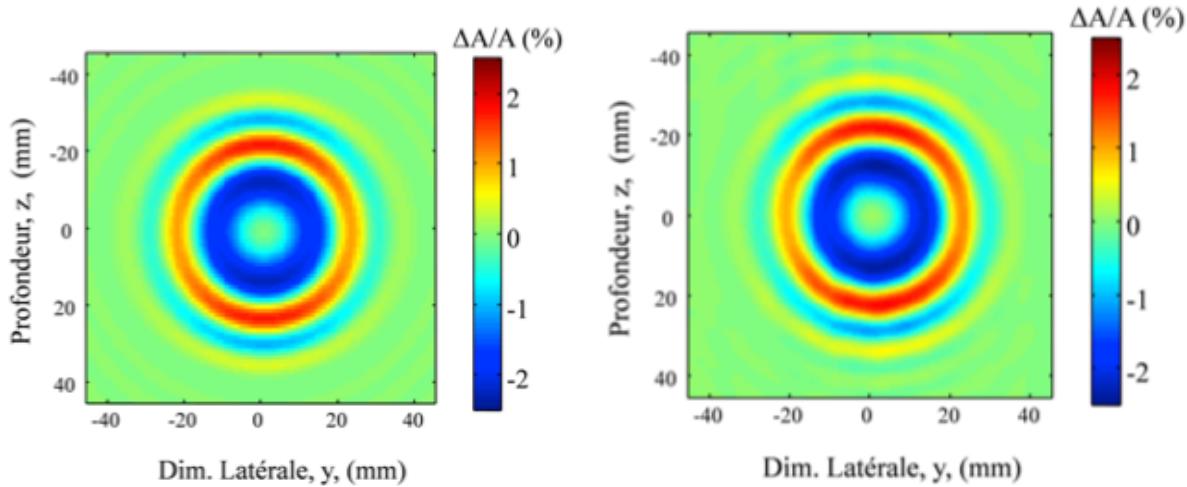


FIGURE 6.3 – NSA Théorique, mesure en point-à-point [Roux 2013].

FIGURE 6.4 – NSA Expérimental, mesure en point-à-point [Roux 2013].

- lorsque la taille des antennes utilisées par la DFV augmente, les NSA et NSTP sont lissés dans la dimension de l'antenne : on observe une disparition des zones de Fresnel d'ordre supérieur (cf figure 6.5 pour les NSA). Ce phénomène est semblable à celui qui avait été observés sur les NSTP avec DFV dans le cas de la tomographie de vitesse. Il implique que la zone de sensibilité se limite autour du trajet acoustique du rayon considéré lorsqu'on utilise la DFV pour l'extraction d'observables.
- lorsque la taille des antennes utilisées par la DFV augmente, la sensibilité des NSA diminue. Le choix de la plus grande antenne possible pour réaliser la tomographie, qui peut être tentante car elle permet de mieux séparer les arrivées, n'est donc pas la solution idéale en localisation de cible car elle a un effet négatif sur la sensibilité et donc sur la qualité des observables mesurées. Il faudra donc choisir une taille de réseaux intermédiaire lors de la tomographie si on utilise l'amplitude comme observables.

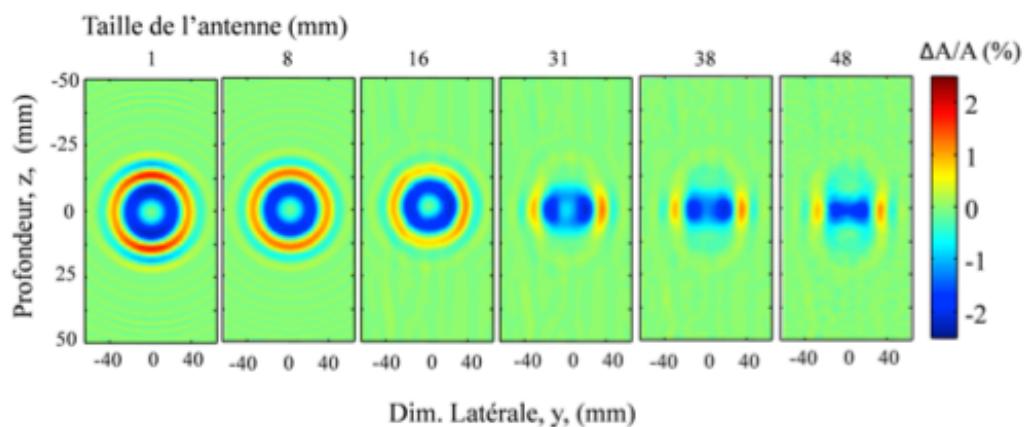


FIGURE 6.5 – NSA expérimentaux, coupe perpendiculaire. De gauche à droite : point à point puis taille d'antenne croissante. Les zones de Fresnel d'ordre supérieur disparaissent. La sensibilité diminue également légèrement pour les grandes tailles de sous-antennes [Marandet 2011a].

## 6.4 Localisation de cible en cuve ultrasonore

### 6.4.1 Chaine de tomographie de densité proposée

Avec la mesure de la variation relative d'amplitude et les NSA développés, il est possible de réaliser la localisation de cible en environnement peu profond. Les différentes étapes de la chaîne de tomographie sont :

**1 - Extractions des observables :** Cette étape est similaire à celle réalisée en tomographie de vitesse. La seule différence est qu'on extrait les variations d'amplitude relative  $\delta A/A$  (au lieu des variations de TP, DD et DA).

**2 - Problème direct :** Pour modéliser le problème direct, il est nécessaire de construire les NSA en guide d'onde. Dans la section précédente, nous avons établi ces noyaux en milieu libre. Pour prendre en compte précisément les effets des interfaces du guide, il est nécessaire d'utiliser les fonctions de Green en guide d'onde (comme cela a été fait en tomographie de vitesse). Cependant, pour des raisons de coût de calcul et parce que cela s'est révélé suffisant en pratique pour la localisation de cible, nous avons calculé des NSA en guide d'ondes approchés, à l'aide des NSA en milieu libre. Le principe est le suivant : le NSA en milieu libre est calculé en fonction de l'angle d'émission et de la longueur du guide. Puis le noyau est ensuite replié dans le guide d'onde via l'utilisation du théorème des images [Jensen 1994]. La conséquence est que le noyau ainsi obtenu présente de légères déformations au niveau des interfaces mais qui ne seront pas pénalisantes pour notre tâche de localisation.

**3 - Inversion :** A partir des deux premières étapes, le problème peut se modéliser linéairement par :

$$\delta \mathbf{O} = \mathbf{G} \delta \mathbf{e} + \mathbf{b} \quad (6.6)$$

$\delta \mathbf{O}$  est l'ensemble des variations d'amplitude relative mesurées pour toutes les arrivées acoustiques,  $\mathbf{G}$  est la matrice, connue, contenant l'ensemble des NSA associés aux arrivées acoustiques et  $\delta \mathbf{e}$  représente la carte de localisation à estimer. Du fait de la construction des noyaux avec le modèle sphère solide, la carte  $\delta \mathbf{e}$  ne fournit pas d'information physique sur la cible mais peut se voir comme une carte de présence de la cible.

Pour résoudre le problème inverse, nous avons utilisé une simple Décomposition en Valeurs Singulières (SVD) qui a fourni des résultats très satisfaisants. L'inverse de la matrice  $\mathbf{G}$  est calculée en utilisant la troncature de la décomposition en valeur singulière de  $\mathbf{G} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{V}^T$ . On a  $\widehat{\mathbf{G}^{-1}} = \mathbf{V} \mathbf{S}_t^{-1} \mathbf{U}^T$  avec  $\mathbf{S}_t$  la matrice  $\mathbf{S}$  tronquée des plus petites valeurs singulières. L'estimation de  $\delta \mathbf{e}$  est alors immédiate :  $\widehat{\delta \mathbf{e}} = \widehat{\mathbf{G}^{-1}} \delta \mathbf{O}$ .

### 6.4.2 Résultats de localisation

Nous avons réalisé l'expérience suivante dans la cuve ultrasonore : une bille de plomb, suspendu par un fil invisible pour la longueur d'onde utilisée, a traversé le plan émetteur-récepteur, perpendiculairement, à environ mi-distance des antennes d'émission et de réception, et à mi hauteur du guide. Notons que ce cas est l'un des plus défavorables car l'endroit où passe la cible est une zone de faible sensibilité due à l'éloignement vis à vis des réseaux.

Nous avons réalisé la tomographie de densité lorsque la bille a croisé ce plan, à partir du cube de données émis et enregistrées par le dispositif de double antenne. La fréquence centrale du signal émis est 3 MHz, les dimensions du guide sont 1 m de long et 50 mm de profondeur. Environ 2000 arrivées acoustiques étaient disponibles (i.e. séparées et identifiées). La carte de

localisation obtenue est une carte 2D dans le plan distance-profondeur contenant les antennes d'émission-réception. L'expérience a été réalisée sans et en présence de vagues à la surface et nous avons étudié l'influence des différents trajets acoustiques utilisés pour la tomographie.

La tomographie a été réalisée avec succès même en présence de vagues à la surface [Marandet 2011c]. La figure 6.6 présente les résultats de localisation obtenus. La colonne de gauche (resp. de droite) présente les résultats obtenus sans vague (resp. avec vagues) à la surface. La première ligne (resp. deuxième et troisième) est obtenue en utilisant uniquement les arrivées ayant un angle d'émission inférieur à  $3^\circ$  (resp. inférieur à  $7^\circ$  et inférieur à  $11^\circ$ ).

On observe que l'état de surface constraint à limiter l'inversion aux rayons acoustiques en dessous d'un angle limite. La meilleure image de localisation en présence de vagues à l'interface eau/air (figure 6.6-e) limite l'angle d'incidence des rayons à  $6^\circ$ .

Pour conclure, plus l'angle d'incidence est élevé, plus l'effet de la surface sur la variation d'amplitude est important. Un rayon acoustique paraît alors affecté par la cible alors qu'il l'est par la surface. Afin de limiter les effets dus aux vagues à l'interface eau/air, il est nécessaire de restreindre les rayons à utiliser lors du processus de localisation à un angle d'incidence limite. Cela a pour conséquence d'augmenter la dimension de la tache de localisation dans la direction longitudinale (distance).

## 6.5 Conclusion

Pour conclure ce chapitre concernant les barrières acoustiques, nous avons développé l'ensemble des modèles (NSA et NSTP) et des méthodes nécessaires à la localisation d'une cible de densité traversant un guide d'onde. Les NSA et NSTP développés avec le modèle sphère solide ont été validés expérimentalement en cuve ultrasonore.

La localisation de cible en milieu peu profond a été validée en cuve ultrasonore en présence de vagues à la surface. Une dernière étape de validation consisterait à réaliser une expérience similaire en environnement portuaire pour valider définitivement et en échelle réelle la méthode proposée. Cela n'a pas été réalisé pour l'instant à cause du coût relativement important d'une telle expérience à des fins de recherche.

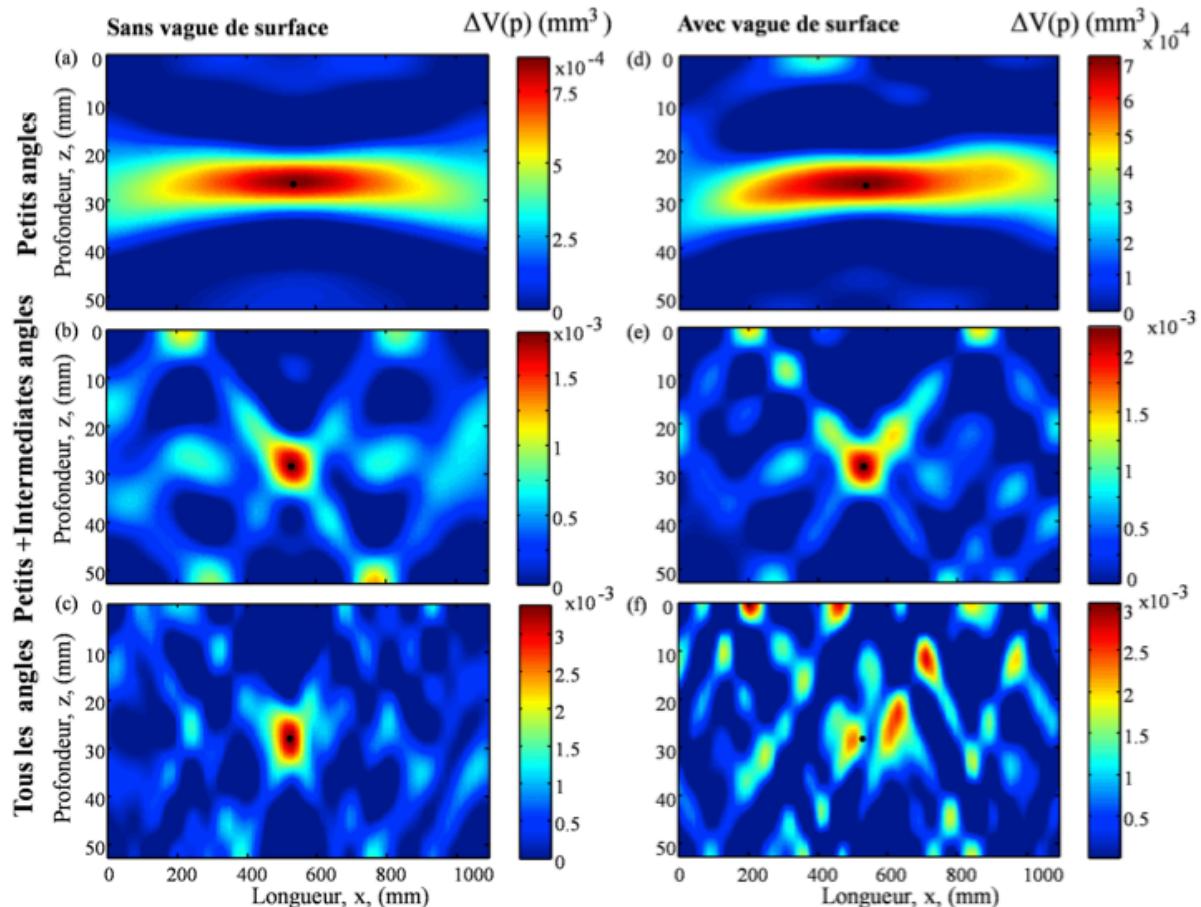


FIGURE 6.6 – Résultats d'inversion pour la localisation de la cible. Colonne de gauche : (a), (b) et (c), pas de vagues à l'interface eau/air et utilisation des angles limités à  $|\theta_s| < 3^\circ$ ,  $|\theta_s| < 7^\circ$  et  $|\theta_s| < 12^\circ$ . Colonne de droite : (d), (e) et (f), vagues à l'interface eau/air et utilisation des angles limités à  $|\theta_s| < 3^\circ$ ,  $|\theta_s| < 6^\circ$  et  $|\theta_s| < 11^\circ$ . En présence de vagues en surface, il est nécessaire de tronquer les rayons avec les angles les plus élevés lors de l'inversion, l'effet des vagues est trop important par rapport à celui de la cible. La cible est représentée par un point noir [Marandet 2011c].

# Tomographie de surface

---

## Contents

<b>7.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>107</b>
<b>7.2</b>	<b>Observables et Noyaux de Sensibilité</b>	<b>108</b>
<b>7.3</b>	<b>Imagerie dynamique d'une onde de surface en cuve ultrasonore</b>	<b>109</b>
<b>7.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>111</b>

---

## 7.1 Introduction

Cette partie traite de l'étude des perturbations de la surface dans un guide d'ondes océanique. L'influence de la diffraction à la surface dans les applications en acoustique sous-marine, comme pour les systèmes de communication ou encore les systèmes sonar, est un problème récurrent. De nombreuses méthodes présentent une baisse des performances dues aux perturbations de la surface et des études se sont intéressées à ce sujet [Preisig 2004]. Dans le passé, une attention considérable a été portée à la diffraction de surface, de manière théorique, numérique et expérimentale, pour établir les pertes par rugosité ou les coefficients de réflexion cohérente à travers une analyse statistique de surfaces aléatoires [Thorsos 1988, Dahl 2004].

Plus récemment, des études se sont penchées sur l'aspect déterministe de la diffraction d'une onde acoustique sur une surface traversée par une onde de gravité [Deane 2012, Walstead 2013]. Ces études utilisent la sensibilité de l'amplitude et de la phase de l'onde acoustique incidente à l'élévation de surface et à la courbure de la surface à proximité du point de réflexion. Un premier résultat prometteur a été obtenu par Walstead et Deane [Walstead 2013] permettant d'obtenir une image de la déformation de la surface à partir de mesures répétées. La méthode s'appuie sur (1) un dispositif expérimental en cuve avec une système d'émission-réception point à point, (2) une modélisation du champ diffracté basée sur la théorie Kirchhoff et (3) une inversion par Maximum de Vraisemblance. La taille de la zone inversée avec une bonne résolution spatiale est limitée et dépend de l'étendue de la zone de Fresnel de l'onde acoustique à la surface et de longueur d'onde de l'onde acoustique.

A partir de nos compétences en tomographie, nous avons abordé ce problème et proposé une méthode permettant d'imager de manière dynamique le passage d'une perturbation localisée à la surface du guide d'ondes (à partir d'une unique réalisation du phénomène). Cette méthode est basée : (1) sur un système d'émission-réception à partir de deux antennes verticales face à face, (2) sur une approche par noyaux de sensibilité pour modéliser le problème direct de manière linéaire et (3) par une inversion par Maximum a Posteriori du problème établi. Le schéma est donc très similaire à celui utilisé pour les deux autres tomographies de vitesse et de densité que nous avons abordées.

Nous avons validé la méthode proposée dans la cuve ultrasonore et avons pu imager de manière dynamique le passage d'une onde de gravité à la surface du guide (également appelé vague par souci de simplicité dans la suite), uniquement à partir de mesures acoustiques enregistrées sur les deux antennes d'émission-réception.

Ce chapitre présentera brièvement les noyaux de sensibilité pour une perturbation locale de surface puis les résultats obtenus pour l'imagerie dynamique d'une onde de gravité en surface du guide.

Pour étudier la tomographie de surface, nous avons réalisé une expérience dans la cuve ultrasonore. Une vague a été créée à la surface du guide à l'aide d'un actionneur électro-dynamique et s'est propagée le long du guide. Un schéma de l'expérience est présenté sur la figure 7.1. Les barrettes d'émission et de réception utilisées sont les mêmes que lors des expériences précédentes. La fréquence centrale du signal émis est de 1 MHz avec une largeur de bande de 0.75 MHz. 450 acquisitions acoustiques du cube de données sont effectuées à raison d'une toutes les 10 ms. L'estimation des perturbations de surface est donc réalisée 450 fois, entre chaque "expérience courante" et la première expérience considérée comme l'état de référence. L'imagerie dynamique réalisée permet ainsi de voir l'évolution du milieu au cours du temps lors du passage de la vague.

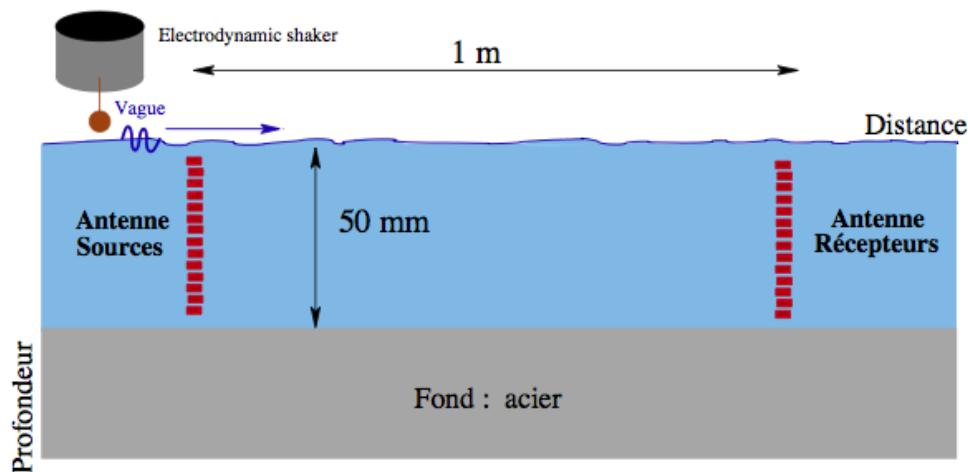


FIGURE 7.1 – Schéma du dispositif expérimental : création d'une onde de gravité à la surface du guide d'ondes [Roux 2014]

## 7.2 Observables et Noyaux de Sensibilité

L'étude a débuté par l'extraction d'observables après DFV. Nous avons montré que les observables sensibles à une élévation de la surface sont les temps de propagation et l'amplitude de l'arrivée acoustique. Considérons par exemple un trajet acoustique possédant 3 réflexions à la surface, représenté sur la figure 7.2. Les variations de l'amplitude et du temps de propagation lors du passage de la vague à la surface sont présentées sur la figure 7.3.

Suite à ces constatations, les noyaux de sensibilité de surface ont été développés par J. Sarkar et C. Marandet pendant leurs thèses dans le cadre d'une collaboration entre ISTerre (P. Roux) et le Marine Physical Laboratory (B. Cornuelle) [Sarkar 2012]. Je n'ai pas participé au développement théorique de ces noyaux mais à leur utilisation dans le processus complet de tomographie de surface. L'établissement de ces noyaux, qui suit une démarche analogue à celle

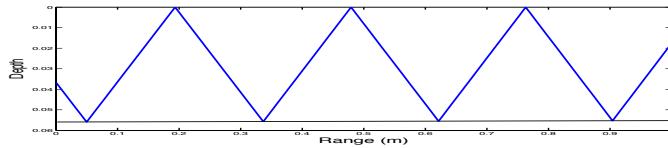


FIGURE 7.2 – Schéma de l'arrivée acoustique considérée, avec 3 réflexions à la surface [Roux 2014].

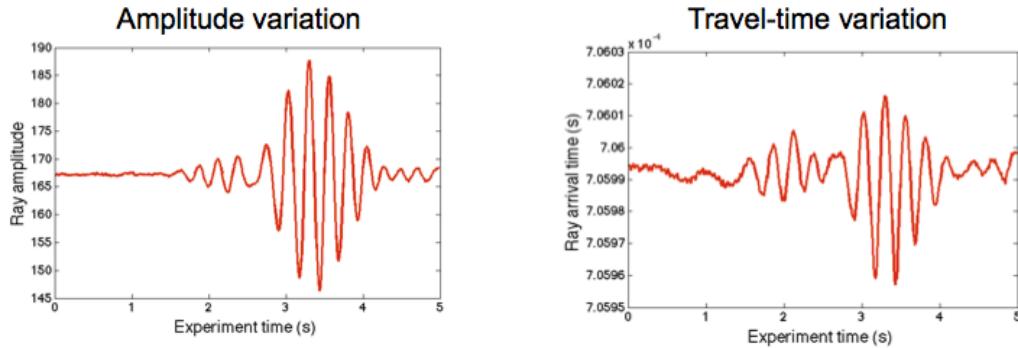


FIGURE 7.3 – Variation d'observables, Amplitude (gauche) et Temps de Propagation (droite) au cours du passage de l'onde de surface [Roux 2014].

des noyaux de vitesse, est présenté en détail dans [Sarkar 2012].

Les noyaux de sensibilité de l'Amplitude (NSA) et des Temps de Propagation (NSTP), pour une perturbation de surface, ont été établis. Ils lient une perturbation locale de la surface (par l'intermédiaire du volume de cette perturbation) à la variation d'amplitude relative pour les NSA et à la variation de temps de propagation (normalisée par la période du signal émis) pour les NTSP.

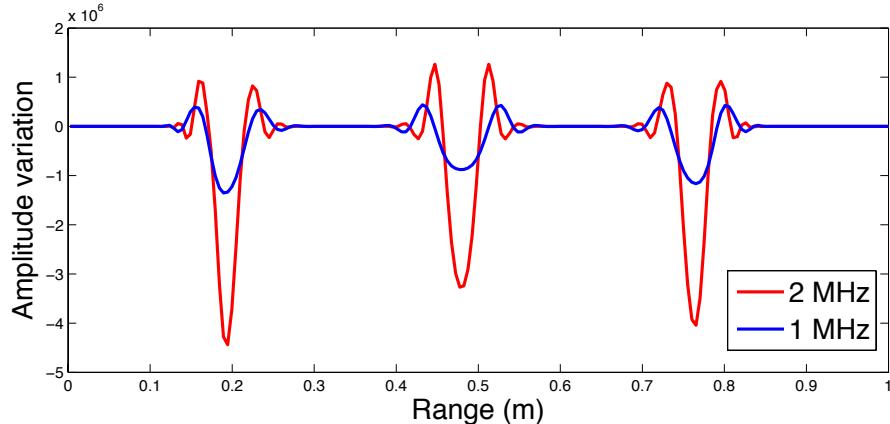
Pour deux fréquences de signal émis (1 MHz et 2 MHz), et pour le trajet acoustique considéré précédemment, les figures 7.4(a) et 7.4(b) représentent respectivement les NSA et NSTP associés.

On voit que l'amplitude et le temps de propagation sont sensibles à une perturbation de surface située à proximité des réflexions à la surface du trajet acoustique considéré (i.e. aux abscisses 0.19 m, 0.49 m et 0.77 m, cf. figure 7.2). Une perturbation de surface située à l'abscisse 0.35 m, loin des réflexions du trajet acoustique à la surface, n'entrainera aucune variation de l'amplitude ou du temps de propagation de l'arrivée acoustique considérée.

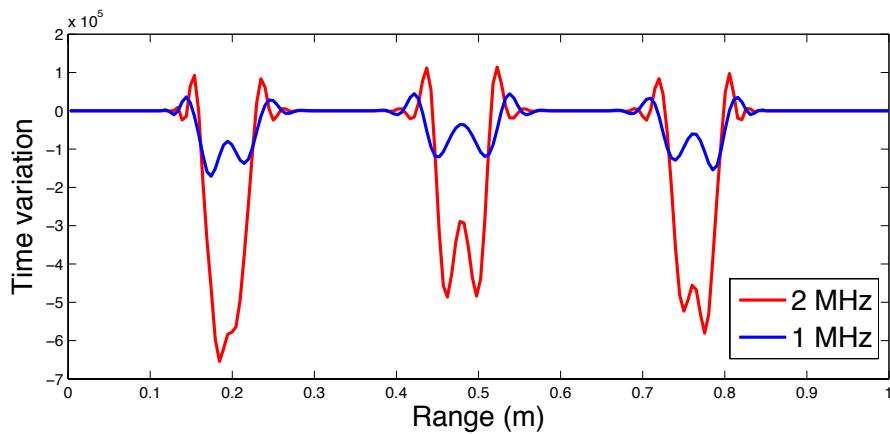
Comme pour la tomographie de densité dans le chapitre précédent, nous avons réalisé une mesure expérimentale pour comparer la formulation théorique aux noyaux mesurés expérimentalement. Cette expérience a montré un très bon accord entre noyaux théoriques et expérimentaux [Marandet 2010].

### 7.3 Imagerie dynamique d'une onde de surface en cuve ultrasonore

Ceci nous a conduit à orienter nos recherches vers la mise en oeuvre complète de la tomographie de surface, i.e. l'utilisation des observables temps et amplitude, combinées avec les NSA et les NSTP associés pour réaliser l'imagerie de la surface [Nicolas 2012, Nicolas 2013, Roux 2014].



(a) Noyau de Sensibilité de l'Amplitude



(b) Noyau de Sensibilité du Temps de Propagation

FIGURE 7.4 – Noyau de Sensibilité de l'Amplitude et du Temps de Propagation, pour une perturbation de surface, pour l'arrivée acoustique présentée sur la figure 7.2 et pour deux fréquences du signal émis 1 MHz et 2 MHz [Roux 2014].

La démarche, très similaire à celle mise en place pour les tomographies de vitesse et de densité a été la suivante :

1. Pour chacune des 450 expériences : extraction des variations d'observables après DFV : Temps de Propagation et Amplitude,
2. Modélisation linéaire du problème direct à partir des NSTP et NSA,
3. Pour chacune des 450 expériences : Inversion, par Maximum a Posteriori, du problème direct à partir des variations d'observables mesurées après DFV.

On obtient donc 450 estimations de l'état de la surface au cours du temps (i.e au cours du passage de la vague).

Les résultats obtenus par inversion jointe, utilisant Temps de Propagation et Amplitude, sont présentés sur la figure 7.5.

Plusieurs conclusions ont pu être dressées [Roux 2014] :

- La chaîne complète de tomographie de surface permet une imagerie dynamique à haute résolution spatiale et temporelle et permet d'imager précisément un phénomène déterministe à la surface du guide d'onde,

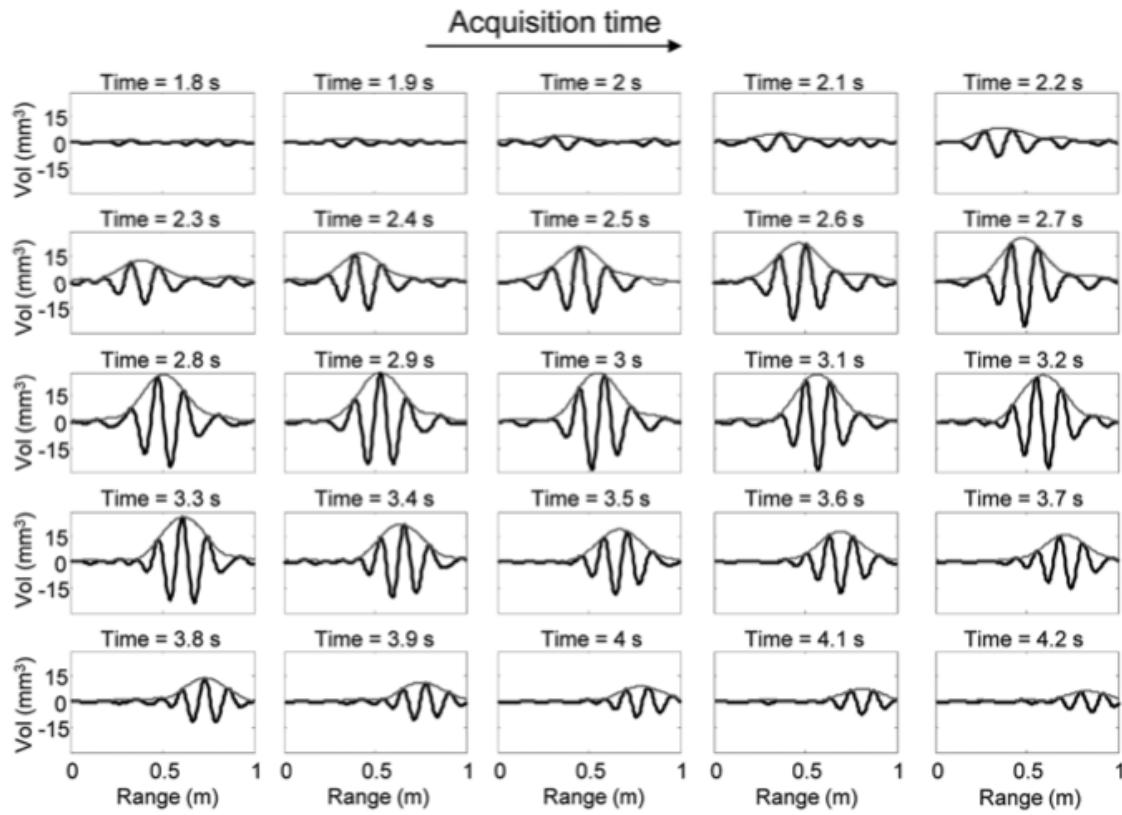


FIGURE 7.5 – Résultat (de gauche à droite et de haut en bas) de l'inversion du passage d'une onde de gravité à la surface du guide à partir des observables acoustiques temps et amplitude et des noyaux de sensibilité associés. L'enveloppe de l'onde inversée a été tracée pour mettre en évidence la caractére dispersif de cette onde durant son passage à la surface du guide [Roux 2014].

- Les résultats obtenus pour deux expériences différentes à des fréquences différences (1 MHz et 2 MHz) ont donné des résultats cohérents au niveau spatial et temporel,
- L'estimation quantitative de la perturbation de surface, en terme de volume déplacé, reste actuellement difficile car nous utilisons des noyaux 1D dans la tomographie de surface et n'avons pas de moyens expérimentaux de mesure de la vérité terrain,
- Nous avons pu montré par transformée f-k de l'onde de surface inversée et comparaison avec des courbes de dispersion théoriques que celle-ci était une onde de gravité et non une onde capillaire. [Nicolas 2013]

## 7.4 Conclusion

L'étude de la surface avec une approche déterministe a été possible grâce au formalisme des noyaux de sensibilité. L'expérience réalisée a permis une imagerie dynamique du passage d'une onde de gravité à la surface du guide d'ondes à partir de mesures acoustiques effectuées dans le guide.

Comme nous l'avons mentionné, une analyse quantitative de résultats obtenus est à l'heure actuelle difficile. Une des perspectives de ces travaux consiste à réaliser, en collaboration avec P. Roux (ISTerre) et J. Bonnel (ENSTA) une expérience contrôlée avec un laser permettant de générer des vagues à la surface.



# Conclusion et perspectives

## Conclusion

Depuis 2004, mes travaux autour des ondes UBF et de la tomographie acoustique océanique ont permis de résoudre un certains nombre de problèmes.

Concernant les **ondes UBF**, nous avons proposé, à partir de la théorie des opérateurs unitaires, deux opérateurs de warping, adaptés au guide d'ondes en milieu petit fond, permettant de transformer les modes soit en fréquence pure soit en dirac temporel. Ces outils ont permis le développement d'une technique de filtrage modal sur un unique capteur, utilisable facilement en contexte opérationnel. Celle-ci a ensuite été utilisée pour différentes tâches de localisation de sources et de caractérisation de l'environnement. Concernant la localisation, deux approches principales ont été proposées : une approche de type Matched Mode Processing permettant une localisation conjointe en distance et profondeur et une approche disjointe basée sur l'amplitude des modes pour l'estimation de la profondeur et sur leur phase pour l'estimation de la distance. Concernant la caractérisation du milieu, deux méthodes d'estimation ont été développées : une méthode basée sur les Temps d'Arrivée des Modes et une méthode basée sur le retournement modal. Toutes ces méthodes ont été validées sur des données réelles.

Ces méthodes forment un ensemble cohérent et assez complet pour l'étude des ondes UBF en petit fond. Il reste cependant certains problèmes à résoudre, notamment dans le cas d'environnement grand fond. En effet, dans ces milieux, et dans la gamme de fréquence UBF, le nombre de modes augmente et les méthodes proposées ne peuvent pas être appliquées. Une question très importante, notamment pour des problématiques de défense, mais également pour de la surveillance de mammifères marins, est celle de la discrimination en profondeur avec pour objectif de différencier les sources en surface et celles en profondeur. Ce sujet fait partie des perspectives auxquelles je m'intéresse actuellement en collaboration avec J. Bonnel (ENSTA Bretagne) et T. Chonavel (Télécom Bretagne).

Dans le contexte de la **tomographie acoustique océanique**, nous avons développé et validé deux méthodes d'extraction d'observables : Double Formation de Voies et Double MUSICAL. A partir du constat qu'une approche fréquence infinie n'était pas réaliste dans les milieux petit fond qui nous intéressaient et aux fréquences de quelques kiloHertz, nous avons établi les Noyaux de Sensibilité adaptés pour des perturbations de vitesse, de densité et de hauteur de la surface. Nous avons proposé et validé une chaîne complète de tomographie pour trois problèmes : la tomographie de vitesse, la localisation de source par barrière acoustique et l'imagerie du passage d'une vague à la surface. Les méthodes proposées ont été validées en cuve ultrasonore.

Sur ce sujet, nous avons réalisé une avancée importante, avec l'utilisation pour la première fois en tomographie acoustique océanique des noyaux de sensibilité. Les résultats obtenus ont été très satisfaisants mais de nombreuses pistes existent pour les améliorer. Les pistes principales à explorer sont :

- Etablir les Noyaux de Sensibilité adaptés à la méthode d'extraction d'observable Double-MUSICAL, tout d'abord pour une perturbation de vitesse, afin d'utiliser Double-MUSICAL en tomographie de vitesse, puis pour les autres tomographies.
- Proposer des méthodes d'évolution dynamique des noyaux qui permettraient de réaliser une tomographie différentielle entre deux instants successifs ayant tous les deux des

hétérogénéités locales de vitesse (et non par rapport à un instant de référence). Cela permettrait de satisfaire plus facilement l'approximation de Born entre deux expériences.

- Etudier l'effet d'une approximation de Born à l'ordre 2 pour les noyaux de sensibilité.
- Utiliser la continuité temporelle des phénomènes, soit dans la modélisation du problème direct, soit dans la méthode d'inversion.
- Continuer les premiers travaux entrepris avec H. Ayasso (Gipsa-lab) pour améliorer la méthode d'inversion.
- Réaliser une expérience en port pour la localisation par barrière acoustique.
- Réaliser une expérience contrôlée avec une source laser pour la tomographie de surface, avec P. Roux (ISTerre) et J. Bonnel (ENSTA),

Parmi ces pistes, certaines font partie de mon projet de recherche, comme la discrimination en immersion pour les sources UBF en grand fond ou les noyaux de sensibilité adaptés à Double MUSICAL mais je laisse également à mes collègues le soin de les explorer. En effet, comme je vais le détailler dans la suite, j'ai choisi d'effectuer une mobilité thématique et géographique qui entraîne un changement de mes activités de recherche, notamment en terme de domaine applicatif.

## Mobilité et Perspectives

Après plus de 10 ans passés au laboratoire Gipsa-lab (Grenoble) dans l'équipe Signal Image Physique (SigmaPhy), sur des thématiques à l'intersection entre le traitement du signal et l'acoustique sous-marine, j'ai choisi de réaliser une mobilité thématique et géographique et j'ai intégré au 1er juillet 2014 le laboratoire Créatis (Lyon), spécialisé en imagerie médicale, dans l'équipe Imagerie Ultrasonore. Cette mobilité, permettant un excellent accord entre mon travail de recherche et ma vie familiale, a été murement réfléchie et préparée par des collaborations, notamment avec H. Liebgott à partir de 2011.

Aux vues de mes activités passées à Gipsa-Lab et des collaborations à Créatis, l'articulation entre mes travaux passés et futurs se fait autour des thématiques méthodologiques communes : traitement d'antenne et estimation du déplacement. La réelle évolution à venir au cours des prochaines années concerne le domaine applicatif. En effet, je réduis actuellement mon implication sur le thème de l'acoustique sous-marine et aborde des problèmes d'imagerie médicale acoustique. Je m'intéresse particulièrement à l'imagerie médicale ultrasonore (échographie) qui a des nombreux points communs méthodologiques avec les recherches que j'ai menées à Gipsa-Lab et fait également intervenir les ondes acoustiques.

Je donne ici quelques détails sur mon projet de recherche en imagerie médicale.

## Projet de recherche en imagerie médicale

En imagerie médicale l'estimation du mouvement et/ou de la déformation des organes est une information pertinente pour diagnostiquer un grand nombre de pathologies. Cette information de mouvement et/ou de déformation existe au niveau global et local, chacun ayant une origine distincte. On peut citer par exemple le mouvement global d'un vaisseau et le flux sanguin à l'intérieur. Il existe un lien étroit entre le mouvement, au sens large, et l'état pathologique de l'organe. C'est le cas pour les pathologies cardiovasculaires [Cheung 2012], première cause de mortalité dans les pays occidentaux, ou encore le flux sanguin [Jensen 1996].

Par ailleurs, l'imagerie ultrasonore grâce à son faible coût, son innocuité et surtout sa rapidité

d'acquisition est très adaptée au diagnostic à grande échelle des pathologies dans lesquelles le mouvement est impliqué. Cependant, les images actuellement obtenues avec les échographes cliniques ne permettent pas d'observer le caractère multidimensionnel du mouvement et par conséquent son estimation correcte.

Mon projet à Crétis s'articule autour, d'une part de la **formation des images échographiques par des traitements d'antenne**, et d'autre part de **l'estimation du mouvement** sur ces images obtenues. Un intérêt particulier sera porté sur l'aspect 3D de l'imagerie et de l'estimation de mouvement car les technologies de sondes évoluent et permettront bientôt une **imagerie 3D+t à partir de sondes ultrasonores matricielles**.

### Formation d'image

Les méthodes à oscillations transverses, initialement développées en imagerie ultrasonore pour l'estimation du flux sanguin, ont été largement étudiées par l'équipe Imagerie Ultrasonore [Liebgott 2010, Liebgott 2005] et le sont encore actuellement [Alessandrini 2014]. Elles présentent l'intérêt de pouvoir estimer à la fois la composante axiale et la composante transversale du flux. Ceci est possible grâce à l'introduction, dans le signal après formation de voies, d'oscillations dans les deux dimensions spatiales, alors que dans le cas classique l'oscillation n'est présente que dans la dimension axiale.

Par ailleurs, des méthodes de formations de voies adaptatives ont également été proposées [Viola 2005, Holfort 2009] permettant d'obtenir une image à plus haute résolution spatiale. En effet, l'utilisation de méthodes adaptatives ou à haute résolution présente l'avantage d'une meilleure résolution spatiale mais elles s'avèrent généralement sensibles au bruit et à la méconnaissance du milieu de propagation. Au cours de mes recherches à Gipsa-lab, j'ai étudié et proposé des méthodes de traitement d'antenne adaptatives et haute résolution pour la tomographie acoustique océanique (Double MUSICAL et Double Capon) et je souhaite tirer profit de mon expérience pour proposer des méthodes dédiées à l'imagerie médicale ultrasonore.

Dans mon projet de recherche, je souhaite donc m'intéresser à ces deux techniques afin de mieux connaître leurs avantages et inconvénients. Cela pourrait permettre la proposition d'une nouvelle méthode de formation d'image, tirant profit des avantages de chacune des méthodes précédentes, qui aurait donc une bonne résolution axiale et latérale et permettrait une estimation précise du déplacement.

Par ailleurs, une autre limitation actuelle en imagerie ultrasonore concerne la cadence d'acquisition. Certaines applications nécessitent en effet un très grand nombre d'images par seconde qui ne peut être obtenu par des techniques classiques. Pour accélérer ces cadences, une possibilité, maintenant largement répandue, consiste à émettre des ondes planes insonifiant en une seule fois l'ensemble du milieu, plutôt que des ondes focalisées, nécessitant le déplacement, le long de l'axe de la sonde, du point d'intérêt. Cependant ces techniques, dites ultra-rapides, conduisent à des images de moins bonne qualité et il est donc primordial de proposer des techniques de construction de l'image avancées dans ce cadre là. Ainsi, je souhaite m'intéresser au cas d'émission par ondes planes pour développer les méthodes de formation d'image. On peut noter que dans le cas 3D, cas avec des sondes matricielles, cette approche peut être adaptée en utilisant des ondes sphériques. Les travaux se sur sujet ont d'ores et déjà commencés, et font notamment l'objet de la thèse de P. Joos, co-encadrée avec D. Vray et H. Liebgott, qui s'intéresse à l'imagerie ultra-rapide du cœur par ondes sphériques.

## Estimation du déplacement

A partir des images échographiques formées, je souhaite m'intéresser à l'estimation du déplacement. L'imagerie 3D de la déformation du cœur représente un enjeu majeur de santé publique et je souhaite mener mes travaux dans ce cadre.

Forts de l'expérience de l'équipe en imagerie du mouvement 2D mettant en oeuvre la phase multidimensionnelle des images grâce à différents formalismes (signaux analytiques, signal monogène) [Basarab 2009, Marion 2010, Zahnd 2011], je souhaite proposer, en collaboration avec H. Liebgott, un estimateur de mouvement 3D basé sur la phase des images. Parmi les nombreux avantages de la phase on peut citer 1) le fait qu'elle est mieux conservée dans les séquences d'images que les niveaux de gris, 2) qu'elle peut conduire à des formes analytiques des estimateurs ce qui rend ces techniques très rapides et compatibles avec une imagerie en temps réel 3) que l'estimation de mouvement obtenue à partir de la phase des images est en général plus robuste.

Par ailleurs, des estimateurs simples, basés sur la phase de la transformée de Fourier de l'intercorrélation après formation de voies, ont montré leur efficacité en acoustique sous-marine. Il sera intéressant de les faire évoluer dans le cadre de l'imagerie échographique 3D et de les confronter aux estimateurs précédents. Il s'agira ensuite de les faire évoluer en fonction de leurs performances (précision versus rapidité versus robustesse face au bruit).

## Expériences et validation

Je tiens à terminer la présentation de ce projet de recherche par mon intérêt pour la validation des méthodes développées. L'équipe Imagerie Ultrasonore dont je fais partie dispose d'une plateforme d'imagerie ultrasonore pour ses expérimentations. Cette plateforme est un outil primordial pour assurer le transfert des méthodes développées vers des dispositifs utilisés dans le domaine clinique.

Je souhaite profiter de cette opportunité pour réaliser la validation des méthodes développées, notamment grâce aux échographes de recherche Ola-Up développé par le MSDLAB (université de Florence) et Vérasonics qui sont disponibles à Crétis, permettant une implémentation facile des méthodes développées. Ces validations seront d'autant plus faciles que le matériel utilisé est très proche de celui que j'utilisais à Grenoble, dans le cadre d'expériences petites échelle dans la cuve ultrasonore du laboratoire ISTerre (barettes échographiques Vermon, système d'acquisition multivoies LeCoeur, commande du système par Matlab).

## Le mot de la fin...

Pour conclure, ce document a été l'occasion de faire le bilan sur un projet de recherche en Acoustique Sous Marine commencé il y a maintenant presque 15 ans. Ces années ont été très riches et j'ai eu la chance de travailler avec des chercheurs exceptionnels, tant sur le point scientifique qu'humain. Une nouvelle "vie de recherche" s'ouvre maintenant devant moi et je souhaite m'y plonger afin qu'elle soit tout aussi passionnante que la précédente.

Un grand merci à toutes les personnes qui m'ont accompagnée dans cette merveilleuse expérience. Sans vous, il n'y aurait rien eu !

Un merci particulier à Jérôme, pour avoir participé à cette aventure depuis le début.

# Bibliographie

- [Alessandrini 2014] M. Alessandrini, A. Basarab, L. Boussel, X. Guo, A. Serusclat, D. Friboulet, D. Kouame, O. Bernard et H. Liebgott. *A New Technique for the Estimation of Cardiac Motion in Echocardiography Based on Transverse Oscillations : a preliminary evaluation in silico and a feasibility demonstration in vivo*. IEEE Transactions on Medical Imaging, 2014. 115
- [Altes 1990] R.A. Altes. *Wide-band, proportional-bandwidth Wigner-Ville analysis*. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 38, no. 6, pages 1005–1012, 1990. 28
- [Athanassoulis 1995] G. A. Athanassoulis et E. K. Skarsoulis. *Arrival-time perturbations of broadband tomographic signals due to sound-speed disturbances. A wave-theoretic approach*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 97, no. 6, pages 3575–3588, 1995. 83
- [Aulanier 2011] F. Aulanier, B. Nicolas, P. Roux et J. Mars. *Direction-of-Arrival, Direction-of-Departure and Travel-Time sensitivity kernels obtained through double beamforming in shallow water*. In 4rd International Conference on Underwater Acoustics Measurements, Kos, Grèce, Juin 2011. 89
- [Aulanier 2013a] F. Aulanier. *Tomographie Acoustique Océanique en guide d'onde : de l'utilisation des temps à celle des angles*. PhD thesis, Université de Grenoble, Grenoble, 2013. 71, 86, 87, 91, 92, 93, 94, 95
- [Aulanier 2013b] F. Aulanier, B. Nicolas, J.I. Mars, P. Roux et R. Brossier. *Shallow-water acoustic tomography from angle measurements instead of travel-time measurements*. Journal Acoustical Society of America, Express Letters (JASA-EL), vol. 134, no. 4, pages 373–379, 2013. 92
- [Aulanier 2013c] F. Aulanier, B. Nicolas, P. Roux et J. Mars. *Time-angle ocean acoustic tomography using sensitivity kernels : Numerical and experimental inversion results*. In 165th meeting Acoustical Society of America, volume 133, page 3444, Montreal, Canada, Juin 2013. 91
- [Aulanier 2013d] F. Aulanier, B. Nicolas, P. Roux et J. Mars. *Time-angle ocean acoustic tomography using sensitivity kernels : The forward problem*. In 165th meeting Acoustical Society of America, volume 133, page 3444, Montreal, Canada, Juin 2013. 91
- [Aulanier 2013e] F. Aulanier, B. Nicolas, P. Roux et J. I. Mars. *Time-angle sensitivity kernels for sound-speed perturbations in a shallow ocean*. Journal Acoustical Society of America, vol. 134, no. 1, pages 88–96, 2013. 84, 88, 89, 90, 91
- [Aulanier 2014] F. Aulanier, H. Ayasso, B. Nicolas, P. Roux et J.I. Mars. *Sound-speed tomography using angle sensitivity-kernels in an ultrasonic waveguide*. In 2nd international conference on Underwater Acoustics (UA2014), Rhodes, Grèce, Juin 2014. 94
- [Baggeroer 1993] A.B. Baggeroer, W.A. Kuperman et P.N. Mikhalevsky. *An overview of Matched-Field methods in ocean acoustics*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 18, no. 4, pages 410–424, 1993. 39, 81
- [Baraniuk 1995] R.G. Baraniuk et D.L. Jones. *Unitary equivalence : A new twist on signal processing*. IEEE transactions on signal processing, vol. 43, no. 10, pages 2269–2282, 1995. 28

- [Basarab 2009] A. Basarab, H. Liebgott et P. Delachartre. *Analytic estimation of subsample spatial shift using the phases of multidimensional analytic signals.* Image Processing, IEEE Transactions on, vol. 18, no. 2, pages 440–447, 2009. [116](#)
- [Bienvenu 1980] G. Bienvenu et L. Kopp. *Adaptivity to background noise spatial coherence for high resolution passive methods.* In IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 1980. [75](#)
- [Bonnel 2008] J. Bonnel, G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars et C. Gervaise. *Automatic and passive whale localization in shallow water using gunshots.* In IEEE Oceans, Quebec, Canada, Sept. 2008. [47](#), [48](#), [49](#)
- [Bonnel 2009a] J. Bonnel, B. Nicolas, D. Fattaccioli et J. I. Mars. *Warping fréquentiel pour l'estimation du temps d'arrivée des modes en acoustique sous-marine.* In 22<sup>ème</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 09), Dijon, France, Sept. 2009. [30](#)
- [Bonnel 2009b] J. Bonnel, B. Nicolas, J.I. Mars et D. Fattaccioli. *Frequency warping for waveguide characterisation with a single hydrophone.* In IEEE Oceans, Biloxi, United States, Oct. 2009. [30](#)
- [Bonnel 2010a] J. Bonnel. *Analyse de la dispersion acoustique UBF (1-150 Hz) pour la surveillance et la caractérisation du milieu marin.* PhD thesis, Université de Grenoble, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2010. [23](#), [27](#), [31](#), [32](#), [36](#), [37](#), [48](#)
- [Bonnel 2010b] J. Bonnel, B. Nicolas, S. Walker et J.I. Mars. *Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water.* Journal Acoustical Society of America, vol. 128, no. 2, pages 719–727, Aout 2010. [30](#), [32](#), [33](#), [34](#), [45](#), [47](#), [49](#), [50](#), [51](#)
- [Bonnel 2011a] J. Bonnel et N.R. Chapman. *Geoacoustic inversion in a dispersive waveguide using warping operators.* Journal of the Acoustical Society of America Express Letters, vol. 130, no. 2, 2011. [51](#)
- [Bonnel 2011b] J. Bonnel, C. Gervaise, P. Roux, B. Nicolas et J.I. Mars. *Modal depth function estimation using time-frequency analysis.* Journal Acoustical Society of America, vol. 130, no. 1, pages 61–71, 2011. [53](#), [55](#)
- [Bonnel 2012] J. Bonnel, C. Gervaise, B. Nicolas et J.I. Mars. *Single-receiver geoacoustic inversion using modal reversal.* Journal Acoustical Society of America, vol. 131, no. 1, pages 119–128, 2012. [51](#), [52](#), [53](#)
- [Bonnel 2013a] J. Bonnel, S.E Dosso et N.R. Chapman. *Bayesian geoacoustic inversion of single hydrophone light bulb data using warping dispersion analysis.* Journal of the Acoustical Society of America, vol. 134, no. 1, pages 120–130, 2013. [52](#)
- [Bonnel 2013b] J. Bonnel, G. Le Touzé, B. Nicolas et J. I. Mars. *Représentations Temps-Fréquence de la classe de puissance basées sur l'invariant océanique.* In 24<sup>ème</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 13), Brest, France, Sept. 2013. [58](#)
- [Bonnel 2013c] J. Bonnel, G. Le Touzé, B. Nicolas et J.I. Mars. *Physics-Based Time-Frequency Representations for Underwater Acoustics.* Signal Processing Magazine, Special Issue on Time-Frequency, pages 120–129, Nov. 2013. [58](#), [60](#), [61](#)
- [Bonnel 2014] J. Bonnel, A.M. Thode, S. Blackwell, K. Kim et A. Macrander. *Range estimation of bowhead whale (*Balaena mysticetus*) calls in the Arctic using a single hydrophonea).* In Meeting Acoustical Society of America, volume 136, page 145, 2014. [46](#), [53](#)
- [Born 1980] M. Born et E. Wolf. Principles of optics. Pergamon Press, New York, 6<sup>th</sup> édition, 1980. [83](#)

- [Born 1999] Max Born et Emil Wolf. *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light.* CUP Archive, 1999. 85
- [Brekhovskikh 1991] L. M. Brekhovskikh et Y. P. Lysanov. *Fundamentals of ocean acoustics.* Springer, Berlin, 1991. 24, 25
- [Brienzo 1993] R. K. Brienzo et W. S. Hodgkiss. *Broadband matched-field processing.* J. Acoust. Society America, vol. 94, no. 5, pages 2821–2831, 1993. 39
- [Bucker 1976] H.P. Bucker. *Use of calculated sound fields and matched field detection to locate sound sources in shallow water.* J. Acoust. Society America, vol. 59, no. 5, pages 368–373, 1976. 39
- [Chen 2003] C.S. Chen, J.H. Miller, G.F. Bourdreaux-Bartels, G.R. Potty et C.J. Lazauski. *Time-frequency representations for wideband acoustic signals in shallow water.* In IEEE/MTS Oceans, volume 5, pages SP2903–SP2907. IEEE, 2003. 57
- [Cheung 2012] Y. Cheung. *The role of 3D wall motion tracking in heart failure.* Nat Rev Cardiol, vol. 9, no. 11, pages 644–657, 11 2012. 114
- [Chuprov 1982] SD Chuprov. *Interference structure of a sound field in a layered ocean.* Ocean Acoustics, Current State, pages 71–91, 1982. 59
- [Clay 1977] C. S. Clay et H. Medwin. *Acoustical oceanography : principles and applications.* Wiley Interscience, New York, 1977. 24
- [Cockrell 2010] Kevin L Cockrell et Henrik Schmidt. *Robust passive range estimation using the waveguide invariant.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 127, no. 5, pages 2780–2789, 2010. 59
- [Cornuelle 1993] B. D. Cornuelle, P.F Worcester, J.A. Hildebrand, W.S. Hodgkiss, T.F. Duda, J. Boyd, B.M. Howe, J.A. Mercer et R.C. Spindel. *Ocean acoustic tomography at 1000-km range using wavefronts measured with a large-aperture vertical array.* Journal of Geophysical Research Oceans, vol. 98, no. C9, pages 16365–16377, 1993. 81
- [Dahl 2004] P.H. Dahl. *Forward scattering from the sea surface and the van Cittert–Zernike theorem.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 115, no. 2, pages 589–599, 2004. 107
- [Deane 2012] G.B. Deane, J.C. Preisig, C.T. Tindle, A. Lavery et M.D. Stokes. *Deterministic forward scatter from surface gravity waves.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 132, no. 6, pages 3673–3686, 2012. 107
- [Demer 2003] D.A. Demer, S.G. Conti, J. De Rosny et P. Roux. *Absolute measurements of total target strength from reverberation in a cavity.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 113, no. 3, pages 1387–1394, 2003. 100
- [Dosso 2001] S.E. Dosso, M.J. Wilmut et A.L.S. Lapinski. *An adaptive-hybrid algorithm for geoacoustic inversion.* IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 26, no. 3, pages 324–336, 2001. 52
- [D'Spain 1999] G.L. D'Spain et W.A. Kuperman. *Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 106, no. 5, pages 2454–2468, 1999. 59
- [Fawcett 1996] J. A. Fawcett, M. L. Yeremy et N. R. Chapman. *Matched-field source localization in a range-dependent environment.* J. Acoust. Society America, vol. 99, no. 1, pages 272–282, 1996. 39
- [Felisberto 2003] P. Felisberto, S. Jesus, Y. Stephan et X. Demoulin. *Shallow water tomography with a sparse array during the INTIMATE'98 sea trial.* In OCEANS 2003. Proceedings, volume 1, pages 571–575 Vol.1, 2003. 81

- [Fink 2008] M. Fink. *Time reversed acoustics*. Physics today, vol. 50, no. 3, pages 34–40, 2008. 65
- [Folegot 2005] T. Folegot, D. Clorennec, J.G. Minonzio, J. de Rosny, C. Prada, M. Fink, S. Hibral et L. Berniere. *A high frequency time reversal array deployment in a very shallow water environment*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 117, no. 4, pages 2462–2462, 2005. 97
- [Folegot 2008] T. Folegot, G. Martinelli, P. Guerrini et J.M. Stevenson. *An active acoustic tripwire for simultaneous detection and localization of multiple underwater intruders*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 124, no. 5, pages 2852–2860, 2008. 98
- [Frazer 1990] L.N. Frazer et P.I. Pecholcs. *Single-hydrophone localization*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 88, page 995, 1990. 39
- [Gao 2010] D.Z. Gao, N. Wang et H.Z. Wang. *A dedispersion transform for sound propagation in shallow water waveguide*. Journal of Computational Acoustics, vol. 18, no. 03, pages 245–257, 2010. 60
- [Gervaise 2008] C. Gervaise, S. Vallez, Y. Stephan et Y. Simard. *Robust 2D Localization of low-frequency calls in shallow waters using modal propagation modelling*. Canadian Acoustics, vol. 36, no. 1, pages 153–159, 2008. 45, 47
- [Goldhahn 2011] R. Goldhahn, G. Hickman et J. Krolik. *A waveguide invariant adaptive matched filter for active sonar target depth classification*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 129, no. 4, pages 1813–1824, 2011. 59
- [Goncalves 1998] D. Goncalves et P. Gounon. *On source covariance matrix singularities and high-resolution active wideband source localization*. In IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 1998. 77
- [Gounon 1995] P. Gounon et S. Bozinoski. *High resolution spatio-temporal analysis by an active array*. In IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), volume 5, pages 3575–3578, 1995. 75, 76
- [Hansen 1992] Per Christian Hansen. *Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve*. SIAM review, vol. 34, no. 4, pages 561–580, 1992. 92
- [Heaney 2004] K.D. Heaney. *Rapid geoacoustic characterization using a surface ship of opportunity*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 29, no. 1, pages 88–99, 2004. 59
- [Hermand 1996] J.-P. Hermand et P. Gerstoft. *Inversion of broad-band multitone acoustic data from the YELLOW SHARK summer experiments*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 21, no. 4, pages 324–346, Oct 1996. 81
- [Hlawatsch 1997] F. Hlawatsch, A. Papandreou-Suppappola et G.F. Boudreux-Bartels. *The hyperbolic class of quadratic time-frequency representations. II. Subclasses, intersection with the affine and power classes, regularity, and unitarity*. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 45, no. 2, pages 303–315, 1997. 28
- [Hlawatsch 1999] F. Hlawatsch, A. Papandreou-Suppappola et G.F. Boudreux-Bartels. *The power classes-quadratic time-frequency representations with scale covariance and dispersive time-shift covariance*. Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 47, no. 11, pages 3067–3083, 1999. 58
- [Holfort 2009] I.K Holfort, F. Gran et J.A. Jensen. *Broadband minimum variance beamforming for ultrasound imaging*. Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on, vol. 56, no. 2, pages 314–325, 2009. 115
- [Hong 2005] J.C Hong, K.H Sun et Y.Y. Kim. *Dispersion-based short-time Fourier transform applied to dispersive wave analysis*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 117, no. 5, pages 2949–2960, 2005. 45, 57

- [Hory 2002] C. Hory, N. Martin et A. Chehikian. *Spectrogram segmentation by means of statistical features for non-stationary signal interpretation.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50, no. 12, pages 2915–2925, 2002. 34
- [Hursky 2001] P. Hursky, W.S. Hodgkiss et W.A. Kuperman. *Matched field processing with data-derived modes.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 109, page 1355, 2001. 53
- [Iturbe 2007] I. Iturbe, P. Roux, B. Nicolas et J.I. Mars. *Séparation d'ondes par double formation de voies : Application à la campagne FAF03 de tomographie acoustique océanique.* In 21<sup>ème</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 07), Troyes, Sept. 2007. 73
- [Iturbe 2009a] I. Iturbe, P. Roux, B. Nicolas, J. Virieux et J.I. Mars. *Shallow-Water Acoustic Tomography Performed From a Double-Beamforming Algorithm : Simulation Results.* IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 34, no. 2, pages 140–149, April 2009. 83, 92
- [Iturbe 2009b] I. Iturbe, P. Roux, J. Virieux et B. Nicolas. *Travel-time sensitivity kernels versus diffraction patterns obtained through double beamforming.* Journal Acoustical Society of America, vol. 126, no. 2, pages 713–720, Aout 2009. 83, 84
- [Iturbe 2010] I. Iturbe. *Tomographie Acoustique Océanique Haute Résolution dans un guide d'onde océanique.* PhD thesis, Université de Grenoble, Grenoble, 2010. 67, 70, 71, 73, 75, 84, 90
- [Jensen 1994] F. B. Jensen, W. A. Kupperman, M. B. Porter et H. Schmidt. Computational ocean acoustics. AIP press, New York, 1994. 24, 25, 60, 104
- [Jensen 1996] J.A. Jensen. Estimation of blood velocities using ultrasound : a signal processing approach. Cambridge University Press, 1996. 114
- [Krim 1996] H. Krim et M. Viberg. *Two decades of array signal processing research.* IEEE Signal Processing Magazine, pages 67–94, 1996. 71
- [Kuperman 2000] W.A. Kuperman, T. Akal, W.S. Hodgkiss, S. Kim, G. Edelmann et H.C. Song. *Forward-scatter barrier with a time-reversal mirror.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 108, no. 5, pages 2607–2607, 2000. 97
- [Le Touzé 2005] G. Le Touzé, B. Nicolas, J-L. Lacoume, J. Mars et D. Fattaccioli. *Source depth estimation using modal decomposition and time - frequency representation.* In IEEE/MTS Oceans05, Brest, France, 2005. 44
- [Le Touzé 2006] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars et D. Fattaccioli. *Représentations temps - fréquence adaptées aux ondes guidées.* Traitement du Signal, vol. 23, pages 379–390, 2006. 31, 35
- [Le Touzé 2007a] G. Le Touzé. *Localisation de source par petits fonds en UBF (1-100 Hz) à l'aide d'outils temps-fréquence.* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2007. 26, 29, 30
- [Le Touzé 2007b] G. Le Touzé, B. Nicolas, J.I. Mars et J-L. Lacoume. *Estimation de la distance source-capteur en Acoustique Sous-Marine.* In 21<sup>ème</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 07), Troyes, Sept. 2007. 44
- [Le Touzé 2008a] G. Le Touzé, B. Nicolas et J.I. Mars. *Source localization on a single hydrophone.* In Acoustics'08-155th meeting Acoustical Society of America, Paris, France, Juin 2008. 41
- [Le Touzé 2008b] G Le Touzé, J. Torras, B. Nicolas et J.I. Mars. *Source localization on a single hydrophone.* In IEEE Oceans, Quebec, Canada, Sept. 2008. 42, 44
- [Le Touzé 2009] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars et J.-L. Lacoume. *Matched representations and filters for guided waves.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 57, no. 5, pages 1783–1795, Mai 2009. 29, 31, 32, 57

- [Le Touzé 2011a] G. Le Touzé, B. Nicolas et J. I. Mars. *Double MUSIC Actif Large bande pour la tomographie sous-marine*. In 23<sup>ème</sup> Colloque sur le Traitement du Signal et des Images (GRETSI 11), Bordeaux, France, Sept. 2011. 78
- [Le Touzé 2011b] G. Le Touzé, B. Nicolas, P. Roux et J. Mars. *Double multiple signal characterization active large band (D-MUSICAL) for extraction of observable in acoustic tomography*. In 162th meeting Acoustical Society of America, volume 130, page 2450, San Diego, Etats Unis, Nov. 2011. 79
- [Le Touzé 2012] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. I. Mars, P. Roux et B. Oudompheng. *Double-Capon and double-MUSICAL for arrival separation and observable estimation in an acoustic waveguide*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. ID 2012 :187, 2012. 71, 75, 78, 79, 80
- [Liebgott 2005] H. Liebgott, J. Fromageau, J.E. Wilhjelm, D. Vray et P. Delachartre. *Beamforming scheme for 2D displacement estimation in ultrasound imaging*. EURASIP journal on applied signal processing, vol. 2005, pages 1212–1220, 2005. 115
- [Liebgott 2010] H Liebgott, A Basarab, P Gueth, D Friboulet et P Delachartre. *Transverse oscillations for tissue motion estimation*. Ultrasonics, vol. 50, no. 6, pages 548–555 115
- [Lopatka 2010] M. Lopatka, G. Le Touzé, B. Nicolas, X. Cristol, J.I. Mars et D Fattaccioli. *Underwater Broadband Source Localization Based on Modal Filtering and Features Extraction*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. ID 304103, 2010. 44, 45
- [Marandet 2010] C. Marandet, P. Roux et B. Nicolas. *Tomography of the surface elevation in shallow water between two source-receiver ultrasonic arrays : a small-scale experimental demonstration*. In 160th meeting Acoustical Society of America, volume 128, page 2461, Cancun, Mexique, Nov. 2010. 109
- [Marandet 2011a] C. Marandet. *Détection et localisation de cible en guide d'onde : application au concept de barrière acoustique à l'échelle du laboratoire*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2011. 73, 98, 100, 103
- [Marandet 2011b] C. Marandet, P. Roux et B. Nicolas. *Amplitude and travel-time sensitivity kernels for a density change : experimental validation at the laboratory scale*. In 4rd International Conference on Underwater Acoustics Measurements, Kos, Grèce, Juin 2011. 98
- [Marandet 2011c] C. Marandet, P. Roux, B. Nicolas et J.I. Mars. *Target detection and localization in shallow water : an experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale*. Journal Acoustical Society of America, vol. 129, no. 1, pages 85–97, 2011. 105, 106
- [Marion 2010] A. Marion, P. Girard et D. Vray. *Quaternionic spatiotemporal filtering for dense motion field estimation in ultrasound imaging*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2010, 2010. 116
- [Medwin 2005] Herman Medwin et Joseph E Blue. *Sounds in the sea : From ocean acoustics to acoustical oceanography*. Cambridge University Press, 2005. 93
- [Michalopoulou 1998] Z.-H. Michalopoulou. *Robust multi-tonal matched-field inversion : A coherent approach*. J. Acoust. Society America, vol. 104, no. 1, pages 163–170, 1998. 39
- [Morse 1953] P.M. Morse et H. Feshbach. *Methods of Theoretical Physics*. MacGraw Hill, New York, 1953. 72
- [Morse 1996] P.M. Morse et K. Uno Ingard. *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, 1996. 72

- [Munk 1979] W. Munk et C. Wunsch. *Ocean acoustic tomography : a scheme for large scale monitoring.* Deep Sea Res., vol. 26, pages 123–161, 1979. 65, 82
- [Munk 1982] W. Munk et C. Wunsch. *Up-down resolution in ocean acoustic tomography.* Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers, vol. 29, no. 12, pages 1415 – 1436, 1982. 81
- [Munk 1995] W. Munk, P. Worcester et C. Wunsch. *Ocean Acoustic Tomography.* Cambridge monographs on mechanics, Cambridge, 1995. 65, 69, 81
- [Neilsen 2002] T.B. Neilsen et E.K. Westwood. *Extraction of acoustic normal mode depth functions using vertical line array data.* The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 111, page 748, 2002. 53
- [Nicolas 2003] B. Nicolas, J. Mars et J-L. Lacoume. *Geoacoustical parameters estimation with impulsive and boat noise sources.* IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 28, no. 3, pages 494–501, 2003. 50
- [Nicolas 2006] B. Nicolas, J. Mars et J-L. Lacoume. *Source depth estimation using a horizontal array by matched-mode processing in the frequency - wavenumber domain.* EURASIP Journal of Applied Signal Processing, vol. ID 65901, 2006. 40
- [Nicolas 2008a] B. Nicolas, I. Iturbe, P. Roux et J.I. Mars. *Double formation de voies pour la séparation et l'identification d'ondes : applications en contexte fortement bruité et à la campagne FAF03.* Traitement de Signal (numéro spécial Gresti 07), pages 293–304, 2008. 71, 72, 73, 74
- [Nicolas 2008b] B. Nicolas, G. Le Touzé et J.I. Mars. *Mode sign estimation to improve source depth estimation.* In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP), Las Vegas, Etats Unis, Avril 2008. 44
- [Nicolas 2009] B. Nicolas, G. Le Touzé, C. Soares, S. Jesus et J.I. Mars. *Incoherent versus coherent Matched Mode Processing for shallow water source localisation using a single hydrophone.* In Martech 2009, Vilanova i la Geltru, Espagne, Nov. 2009. 41, 42
- [Nicolas 2012] B. Nicolas, L. Bonneau, C. Marandet et P.Roux. *Surface acoustic tomography : imaging a gravity wave at the surface of an ultrasonic fluid waveguide.* In 11th European Conference on Underwater Acoustics, Edimbourg, Grande Bretagne, Juillet 2012. 109
- [Nicolas 2013] B. Nicolas, P. Roux, C. Marandet et L. Bonneau. *On the use of sensitivity kernels to image an gravity wave in an ultrasonic waveguide.* In 1st international conference on Underwater Acoustics (UA2013), Corfu, Grèce, Juin 2013. 109, 111
- [Papandreou-Suppappola 2001] A. Papandreou-Suppappola, R.L. Murray, B.G. Iem et G.F. Boudreux-Bartels. *Group delay shift covariant quadratic time-frequency representations.* Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 49, no. 11, pages 2549–2564, 2001. 58
- [Papandreou 1993] A. Papandreou, F. Hlawatsch et G.F. Boudreux-Bartels. *The hyperbolic class of quadratic time-frequency representations. I. Constant-Q warping, the hyperbolic paradigm, properties, and members.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, no. 12, pages 3425–3444, 1993. 28
- [Park 2005] C. Park, W. Seong et P. Gerstoft. *Geoacoustic inversion in time domain using ship of opportunity noise recorded on a horizontal towed array.* J. Acoust. Society America, vol. 117, pages 1933–1941, 2005. 51
- [Paulus 2012] C. Paulus et J.I. Mars. *Vector-sensor array processing for polarization parameters and DOA estimation.* Eurasip J. Advances Sig. Proc., page ID 850265, 2012. 77
- [Pekeris 1945] C.L. Pekeris. Theory of propagation of explosive sound in shallow water. sn, 1945.

- [Pekeris 1948] C. L. Pekeris. *Theory of propagation of explosive sound in shallow water*. Geol. Soc. Am. Mem., vol. 27, 1948. 24
- [Pignot 1997] P. Pignot. *Analyse globale du milieu de propagation pour la tomographie acoustique océanique*. PhD thesis, INPG, Grenoble, 1997. 24
- [Potty 2000] G.R. Potty, J.H. Miller, J.F. Lynch et K.B. Smith. *Tomographic inversion for sediment parameters in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 108, page 973, 2000. 45
- [Prada 2007] C. Prada, J. de Rosny, D. Clorennec, J.-G. Minonzio, A. Aubry, M. Fink, L. Berniere, P. Billand, S. Hibral et T. Folegot. *Experimental detection and focusing in shallow water by decomposition of the time reversal operator*. Journal of the Acoustical Society of America, vol. 122, no. 2, pages 761–768, 2007. 97
- [Preisig 2004] J.C. Preisig et G.B. Deane. *Surface wave focusing and acoustic communications in the surf zone*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 116, no. 4, pages 2067–2080, 2004. 107
- [Rakotonarivo 2012] ST Rakotonarivo et WA Kuperman. *Model-independent range localization of a moving source in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 132, no. 4, pages 2218–2223, 2012. 59
- [Ren 2011] Q. Ren et J.-P. Hermand. *Acoustic striation processing for ocean bottom characterization*. In IEEE/MTS Oceans, pages 1–6. IEEE, 2011. 59
- [Rouseff 2011] D. Rouseff et L.M. Zurk. *Striation-based beamforming for estimating the waveguide invariant with passive sonar*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 130, no. 2, pages EL76–EL81, 2011. 59
- [Roux 2004] P. Roux, W.A. Kuperman, W.S. Hodgkiss, H.C. Song, T. Akal et M. Stevenson. *A nonreciprocal implementation of time reversal in the ocean*. J. Acoust. Society America, vol. 116, no. 2, pages 1009–1015, 2004. 65, 74
- [Roux 2008] P. Roux, B.D. Cornuelle, W. A. Kuperman et W. S. Hodgkiss. *The structure of raylike arrivals in a shallow-water waveguide*. J. Acoust. Society America, vol. 124, no. 6, pages 3430–3439, 2008. 71, 72
- [Roux 2011] P. Roux, I. Iturbe, B. Nicolas, J. Virieux et J.I. Mars. *Travel-time tomography in shallow water : Experimental demonstration at an ultrasonic scale*. Journal Acoustical Society of America, vol. 130, no. 3, pages 1232–1241, 2011. 94
- [Roux 2013] P. Roux, C. Marandet, **B. Nicolas** et W. A. Kuperman. *Experimental measurement of the acoustic sensitivity kernel*. Journal Acoustical Society of America, Express Letters (JASA-EL), vol. 134, no. 1, pages 38–44, 2013. 101, 102, 103
- [Roux 2014] P. Roux et B. Nicolas. *Inverting for a deterministic surface gravity wave using the sensitivity-kernel approach*. Journal Acoustical Society of America, vol. 135, no. 4, pages 1789–1799, 2014. 108, 109, 110, 111
- [Sarkar 2012] J. Sarkar, C. Marandet, P. Roux, S. Walker, B.D. Cornuelle et W.A. Kuperman. *Sensitivity kernel for surface scattering in a waveguide*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 131, no. 1, pages 111–118, 2012. 108, 109
- [Schmidt 1986] Ralph O Schmidt. *Multiple emitter location and signal parameter estimation*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 34, no. 3, pages 276–280, 1986. 75
- [Shan 1985] T.J. Shan, M. Wax et T. Kailath. *On spatial smoothing for direction of arrival estimation of coherent signals*. IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. 33, no. 4, 1985. 77

- [Shang 1985] E. C. Shang. *Source depth estimation in waveguides*. J. Acoust. Society America, vol. 77, no. 4, pages 1423–1418, 1985. 40
- [Skarsoulis 1996] E. K. Skarsoulis, G. A. Athanassoulis et U. Send. *Ocean acoustic tomography based on peak arrivals*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 100, no. 2, pages 797–813, 1996. 83
- [Skarsoulis 2004] E. K. Skarsoulis et B. D. Cornuelle. *Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography*. J. Acoust. Society America, vol. 116, pages 227–238, 2004. 83, 99, 101
- [Spiesberger 1991] J.L. Spiesberger et K. Metzger. *Basin-scale tomography : A new tool for studying weather and climate*. J. of Geophysical Research, vol. 96, page 4896, 1991. 66, 81
- [Stankovic 1994] L. Stankovic. *An analysis of some time-frequency and time-scale distributions*. Annals of Telecommunications, vol. 49, no. 9, pages 505–517, 1994. 27
- [Tarantola 2005] Albert Tarantola. Inverse problem theory and methods for model parameter estimation. Society for Industrial & Applied, 2005. 92
- [Thorne 1993] P.D. Thorne, C. Manley et J. Brimelow. *Measurements of the form function and total scattering cross section for a suspension of spheres*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 93, no. 1, pages 243–248, 1993. 100
- [Thorsos 1988] E.I. Thorsos. *The validity of the Kirchhoff approximation for rough surface scattering using a Gaussian roughness spectrum*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 83, no. 1, pages 78–92, 1988. 107
- [Tolstoy 1987] I. Tolstoy et C. S. Clay. Ocean Acoustics. AIP Press, New York, 1987. 24, 28
- [TomoGroup 1982] A. TomoGroup, D. Behringer, T. Birdsall, M. Brown, B. Cornuelle, R. Heinmiller, R. Knox, K. Metzger, W. Munk, J. Spiesberger, R. Spindel, D. Webb, P. Worcester et C. Wunsch. *A demonstration of ocean acoustic tomography*. Nature, vol. 299, pages 121–125, 1982. 81
- [Vanderlaan 2003] A.S.M. Vanderlaan, A.E. Hay et C.T. Taggart. *Characterization of North Atlantic right-whale (*Eubalaena glacialis*) sounds in the Bay of Fundy*. IEEE Journal of Oceanic Engineering, vol. 28, no. 2, pages 164–173, 2003. 48
- [Veen 1988] B. D. Van Veen et K. M. Buckley. *Beamforming : A versatile approach to spatial filtering*. IEEE ASSP Magazine, vol. 5, no. 2, pages 4–24, 1988. 71
- [Viola 2005] Francesco Viola et William F Walker. *Adaptive signal processing in medical ultrasound beamforming*. In Proc. IEEE Ultrasonics Symposium, volume 4, pages 1980–1983. IEEE, 2005. 115
- [Walker 2005] S.C. Walker, P. Roux et W.A. Kuperman. *Data-based mode extraction with a partial water column spanning array*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 118, page 1518, 2005. 53
- [Walstead 2013] S.P. Walstead et G.B. Deane. *Reconstructing surface wave profiles from reflected acoustic pulses*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, no. 5, pages 2597–2611, 2013. 107
- [Woodward 1992] M.J. Woodward. *Wave-equation tomography*. Geophysics, vol. 57, pages 15–26, 1992. 83
- [Zahnd 2011] G. Zahnd, L. Boussel, A. Marion, M. Durand, P. Moulin, A. Sérusclat et D. Vray. *Measurement of two-dimensional movement parameters of the carotid artery wall for early detection of arteriosclerosis : a preliminary clinical study*. Ultrasound in medicine & biology, vol. 37, no. 9, pages 1421–1429, 2011. 116



# Annexes

Cette annexe contient une sélection d'articles de revues internationales liés aux deux parties présentées dans le document.

Concernant les Ondes Ultra Basse Fréquence (Partie II), les publications choisies sont :

- [LeTouze09] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and J.-L. Lacoume.  
*Matched representations and filters for guided waves.*  
**IEEE Trans. on Signal Processing**, 57(5) :1783–1795, Mai 2009.  
Cet article présente les bases et le cadre théorique des méthodes de **warping temporel** adaptées au guide parfait et au guide de Pekeris. Il présente également les filtres proposés à partir de ces transformations. Il est en lien avec la section 1.2 et plus particulièrement avec la sous-section 1.2.1
- [Lopatka10] M. Lopatka, G. Le Touzé, B. Nicolas, X. Cristol, J.I. Mars, and D Fattaccioli.  
*Underwater broadband source localization based on modal filtering and features extraction.*  
**EURASIP Journal on Advances in Signal Processing**, ID 304103, 2010.  
Cet article aborde la thématique de la **localisation de sources en profondeur et en distance** à partir du warping temporel, des coefficients d'excitation des modes et des différence de phase des modes. Il est en lien avec la section 2.2.
- [Bonnel10] J. Bonnel, B. Nicolas, S. Walker, and J.I. Mars.  
*Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water.*  
**Journal Acoustical Society of America (JASA)**, 128(2) :719–727, Aout 2010.  
Cet article présente les travaux d'**estimation des paramètres géoacoustiques** du milieu à partir des Temps d'Arrivées des Modes (TAM) relatifs. Il est en lien avec les sections 2.3 et 2.5.
- [Bonnel13] J. Bonnel, G. Le Touzé, B. Nicolas, and J.I. Mars.  
*Physics-based time-frequency representations for underwater acoustics.*  
**Signal Processing Magazine**, Special Issue on Time-Frequency, pages 120–129, Nov. 2013.  
Cet article propose une application concrète des **Représentations Temps-Fréquence (RTF) de la classe de puissance** au contexte de la propagation guidée petit fond à partir de l'invariant océanique. Il est en lien avec le chapitre 3.

Concernant la Tomographie Acoustique Océanique (Partie III), les publications choisies sont :

- [Marandet11] C. Marandet, P. Roux, B. Nicolas, and J.I. Mars.  
*Target detection and localization in shallow water : an experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale.*  
**Journal Acoustical Society of America (JASA)**, 129(1) :85–97, 2011.  
Cet article présente les premiers travaux concernant la **détection de cible**, sous la forme d'un problème de tomographie de densité. Il montre la détection d'une cible dans un guide d'onde ultrasonore. Il est en lien avec le chapitre 6.

- [LeTouze12] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. I. Mars, P. Roux, and B. Oudompheng.  
*Double-Capon and double-MUSICAL for arrival separation and observable estimation in an acoustic waveguide.*  
**EURASIP Journal on Advances in Signal Processing**, ID 2012 :187, 2012.  
Cet article présente la méthode d'extraction d'observables **Double MUSICAL**, basée sur le principe de MUSIC dans le cas d'une double antenne et avec une unique réalisation. Il est en lien avec la section [4.3](#).
- [Aulanier13] F. Aulanier, B. Nicolas, J.I. Mars, P. Roux, and R. Brossier.  
*Shallow-water acoustic tomography from angle measurements instead of travel-time measurements.*  
**Journal Acoustical Society of America, Express Letters (JASA-EL)**, 134(4) :373–379, 2013.  
Cet article présente la chaîne complète de **tomographie de vitesse** à partir des angles d'émission et de réception. Il utilise la double formation de voies, les noyaux de sensibilité des angles et l'inversion du problème direct par maximum à posteriori. Il est en lien avec le chapitre [5](#).
- [Roux14] P. Roux and B. Nicolas.  
*Inverting for a deterministic surface gravity wave using the sensitivity-kernel approach.*  
**Journal Acoustical Society of America (JASA)**, 135(4) :1789– 1799, 2014.  
Cet article montre l'imagerie dynamique d'une onde de gravité se propageant à la surface d'un guide d'onde ultrasonore. Il résulte de la mise en place de la chaîne complète de **tomographie de surface** : double formation de voies, noyaux de sensibilité, inversion du problème direct. Il concerne le chapitre [7](#).

# Matched Representations and Filters for Guided Waves

Grégoire Le Touzé, Barbara Nicolas, *Member, IEEE*, Jérôme I. Mars, *Member, IEEE*, and Jean-Louis Lacoume, *Senior Member, IEEE*

**Abstract**—We propose time-frequency methods to filter dispersive guided wave signals. Guided waves occur in acoustical propagation (oceanic waveguides), geophysics (layered medium), or optics (dielectric optical waveguides). In waveguides, signals can be decomposed into normal modes which contain information on environmental parameters and source localization. As modes present nonlinear time-frequency evolution, modal filtering is not possible with conventional tools. To overcome the difficulty presented by these nonlinearities, we have developed matched tools: matched frequency and time-frequency representations and the modal filterings associated with these representations. The tools developed are based on unitary equivalence principle. Performance and robustness of different proposed modal filters are evaluated and compared. All of these tools can be used for both source localization and environmental inversion.

**Index Terms**—Guided waves, time-frequency filtering, unitary equivalence.

## I. INTRODUCTION

In many propagation cases (oceanic shallow water environments, geophysics layered media, dielectric optical fibers, etc.), the medium is modeled by a waveguide. In this waveguide, the Helmholtz general equation (for the acoustic field) or Maxwell equations (for the electromagnetic field) establish a relationship between field values and frequencies. Signals can be decomposed into modes [1]–[3] which have dispersive propagation properties. Modal energy repartition is characterized by particular patterns in the time-frequency plane according to dispersive nonlinear laws (layout does not follow a straight line in the time-frequency plane). The modal characteristics contain informations for source localization and geoacoustic inversion (modal energy is linked to the source depth, modal phase and time-frequency patterns are linked to the source range and to the environmental parameters). Many methods have already been developed to estimate source depth and range using the modal properties [4]–[6]. Dealing with modal properties implies to carry out a modal filtering beforehand. To filter modes, some classical methods use the modal orthogonality properties in the vertical direction [6] if signals are recorded on a vertical array

Manuscript received February 27, 2008; accepted November 20, 2008. First published January 23, 2009; current version published April 15, 2009. The associate editor coordinating the review of this manuscript and approving it for publication was Prof. Thierry Blu.

The authors are with the GIPSA-Lab/DIS, CNRS, UMR 5216, BP-46 38402 Saint Martin d'Hères Cedex (e-mail: gregoire.letouze@lis.inpg.fr; letouze@lma.cnrs-mrs.fr; barbara.nicolas@lis.inpg.fr; jerome.mars@lis.inpg.fr; jean-louis.lacoume@lis.inpg.fr).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TSP.2009.2013907

of sensors. Recently, a new modal filtering technique has been proposed using an horizontal array with a large number of sensors and a frequency-wavenumber transform [4].

We focus here on a single-sensor configuration for which the conventional modal filtering can not be applied. The only way to realize modal filtering is thus to integrate modal time-frequency characteristics. Recent studies in underwater acoustics or optical science have proposed methods to extract some modal characteristics by using conventional time-frequency methods [5], [7]. Differently, in our approach, we obtain all the modal characteristics. Actually basing the source localization and geoacoustic inversion techniques on several characteristics (modal energy, phase, dispersive time-frequency patterns), we have thus developed modal filtering techniques. Depending on the geoacoustic configuration, modes are not always distinguishable when using many of the conventional time-frequency representations (TFRs). Filtering techniques are thus not applicable for many source–sensor distances due to the closeness of modes in the time-frequency plane. In the present paper, we elaborate different types of representations (frequency, linear time-frequency, adaptive time-frequency) and their associated modal filtering matched to guided signals. In practical situations, these tools can be used on a single signal when the source is a pulse or of short duration. All the tools are based on the unitary equivalence principle [8].

We first present some basic aspects of the propagation theory (Section II): medium models, modal decomposition, and dispersive laws. We then show and justify the unsatisfactory results proposed by conventional filtering (matched filtering, conventional time-frequency filtering) due to the nonlinear time-frequency modal structures (Section III). We then present the following developed tools:

- the unitary operator, following the methods exposed in [8] and [9]; it is matched to the two-layer Pekeris waveguide model and avoids nonlinear structure problems by transforming the representation domain (Section IV);
- the developed representations: one-dimensional Pekeris Fourier transform, two-dimensional Pekeris short-time Fourier transform (STFT), modal Pekeris STFT, and modal adaptive TFR (Section V);
- the developed filtering techniques based on those representations: linear Pekeris FT filtering, linear Pekeris STFT filtering, and nonlinear modal adaptive filtering (Section VI).

We finally assess the filtering performances of the developed techniques, and we show their complementarity with respect to the noise level and the environment parameters uncertainty (Section VII). The specific filtering methods developed based on representations with the unitary equivalence formalism are

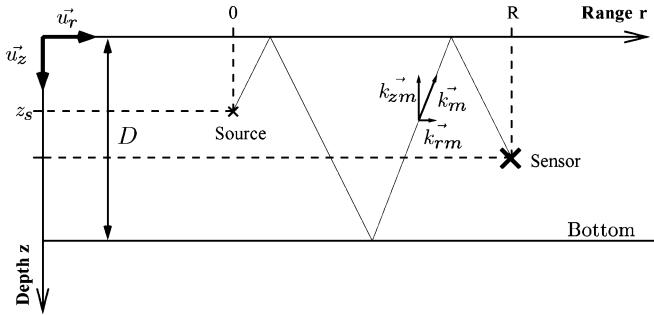


Fig. 1. Two-layer waveguide.

efficient. These filtering methods allow access to modes even when several environmental or localization parameters are unknown. Filtered modes can then be used to perform geoacoustic inversion (environmental parameters estimation) [5] or source localization [10].

All the representations shown have been applied to a real pressure signal registered in the North Sea. The source of this signal is an air-gun shot with a 3-dB bandwidth between 15 and 90 Hz.

## II. GUIDED PROPAGATION

We describe the guided propagation in an underwater acoustical configuration. It can be extended for any guided wave propagation. Let us consider an underwater environment with axial symmetry around the depth  $Oz$  axis. In this configuration, propagation study is made in the plane  $(\vec{u}_r, \vec{u}_z)$  (Fig. 1). We note  $V(z)$  the sound (in water) or compressional (in bottom) velocity and  $\rho(z)$  the density in the medium. The acoustic pressure  $P(r, z, t)$  recorded at  $(r, z)$  is expressed by  $P(r, z, t) = p(r, z) \exp(-j\omega t)$  with  $\omega$  the circular frequency and  $p(r, z)$  satisfying the general Helmholtz equation

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial p}{\partial r} \right) + \rho \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + \frac{\omega^2}{c^2} p = -\frac{\delta(r)\delta(z-z_s)}{2\pi r}. \quad (1)$$

In shallow-water waveguides (Fig. 1), boundary conditions must be taken into account the total reflection at the sea surface ( $z = 0$ ) and reflection properties depending on environmental parameters at the water-bottom interface ( $z = D$ ). We focus on the Pekeris waveguide [11] which is a classical fluid two-layer model: a water layer of depth  $D$  over a half-space representing the bottom (sediment, rock, etc.). Layers are homogeneous, constant sound velocities, and densities are considered:  $V(z) = V_1$ ,  $\rho(z) = \rho_1$  for the water layer  $z < D$  and  $V(z) = V_2$ , and  $\rho(z) = \rho_2$  for the bottom  $z > D$ . In the Pekeris waveguide, bottom influence is taken into account and expressed by a phase coefficient  $\Phi(t)$  depending on the grazing angle; it is thus more realistic than the “perfect” (or ideal) model which does not take into account the bottom properties (total reflection on the bottom). By separating the  $r$  and  $z$  variable in the pressure and introducing it in the Helmholtz equation [cf. eq. (1)], we obtain the “modal equation.” Depending on the boundary conditions, this equation is a Sturm–Liouville eigenvalue problem [12]. Solutions of this problem are a set of modes indexed by  $m$ , associated with their eigenfunctions  $\psi_m(z)$  which correspond to the  $z$  dependent part of the pressure and their eigenvalue  $k_{rm}$

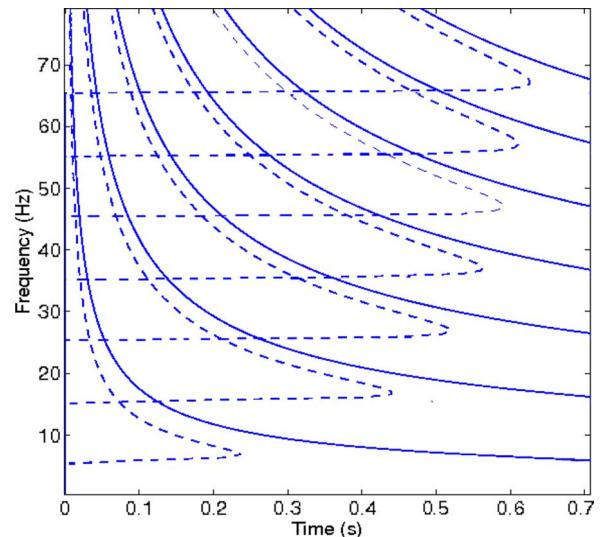


Fig. 2. Theoretical plot of the first seven modes of a Pekeris (dashed lines) and approximated Pekeris (continuous lines) pressure signal for a source-sensor distance  $R = 10$  km.

which correspond to the horizontal component of wavenumber. This horizontal component is linked to the wavenumber  $k_m$  by  $k_m = (k_{rm}^2 + k_{zm}^2)^{1/2} = \omega/V_1$ . Those modes are like the modes of a vibrating string. We can note that for a “perfect” waveguide (perfect reflection on the bottom), the set of modes is complete and the number of modes is infinite. For the Pekeris waveguide, the problem is more complex: we obtain a mixed wavenumber spectrum. The horizontal wavenumber spectrum can then be divided in two parts:

- 1)  $0 < k_r < \omega/V_2$  corresponding to the “continuous spectrum”;
- 2)  $\omega/V_2 < k_r < \omega/V_1$  corresponding to the “discrete spectrum.”

The “continuous spectrum” corresponds to waves partially transmitted in the bottom. It leads to leaky modes which decay exponentially with range. We will thus neglect them as we work with a long range configuration. The “discrete spectrum” corresponds to waves totally reflected in the water layer. It contains the eigenvalues  $\{k_{rm}\}$  of the Sturm–Liouville problem associated with eigenfunction  $\psi_m(z) = \sin(k_{zm}z)$ . This incomplete set of modes is a good approximation at long range and the pressure signal can thus be written [13]

$$p(r, z) = \sum_{m=1}^M A_m \psi_m(z_s) \psi_m(z) \frac{\exp(jk_{rm}r)}{\sqrt{k_{rm}r}}. \quad (2)$$

Due to the numerous reflections, guides are dispersive environments. Modes are characterized by the dispersive relationship  $v_g(\nu)$  between their group velocity and frequency. With knowledge of  $v_g(\nu)$  and the source–sensor distance  $R$ , the energy distribution of modes in the time-frequency  $\nu(t)$  plane coming from a pulse source can be characterized [1]. This energy follows a nonlinear dispersive curve  $\nu_m(t)$  in the time-frequency plane (Fig. 2). In the Pekeris case, it is not possible to obtain a direct formulation of the dispersion relation  $\nu(t)$ . To approach one, we make the approximation:  $v_g v_\phi = V_1^2$  with  $v_g$  the group velocity of acoustic waves and  $v_\phi$  the phase velocity. This approximation, valid for the “perfect” model, has no theoretical

base for the Pekeris waveguide. Nevertheless, in practical cases, as we will see, it is efficient. We note the modified waveguide Pekeris in italic. With this approximation, the dispersion relation becomes

$$\nu_m^{\text{Pek}}(t) = \frac{\left(2m - 1 + \frac{2\Phi(t)}{\pi}\right)V_1 t}{4D[t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2}} \quad (3)$$

where the phase shift  $\Phi(t)$  introduced by the bottom layer is

$$\Phi(t) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{\rho_1 V_1 \left[\left(\frac{V_2 R}{V_1^2 t}\right)^2 - 1\right]^{1/2}}{\rho_2 V_2 \left[1 - \left(\frac{R}{V_1 t}\right)^2\right]^{1/2}}\right), & \text{for } \frac{R}{V_1} \leq t \leq \frac{R V_2}{V_1^2} \\ 0, & \text{for } t \geq \frac{R V_2}{V_1^2} \end{cases}. \quad (4)$$

These relations are defined on the time domain  $D_f = [R/V_1, +\infty]$ . Modes are limited in frequency by the cutoff frequency  $\nu_c(m) = (2m - 1)V_1/4D$ . The instantaneous frequency is the derivative of the instantaneous phase. For the Pekeris waveguide

$$\begin{aligned} \phi_m^{\text{Pek}}(t) &= 2\pi \int \nu_m^{\text{perf}}(u) du \\ &= \frac{2\pi}{4D} ((2m - 1)V_1 \xi(t) \\ &\quad + \frac{2}{\pi} \left[ V_1 \xi(t) \Phi(t) + \frac{\gamma R \sqrt{\alpha - 1}}{\sqrt{1 - \gamma^2}} \ln \left| \frac{v(t) - \frac{R \sqrt{\alpha - 1}}{\sqrt{1 - \gamma^2}}}{v(t) + \frac{R \sqrt{\alpha - 1}}{\sqrt{1 - \gamma^2}}} \right| \right]) \end{aligned} \quad (5)$$

with

$$\xi(t) = [t^2 - (R/V_1)^2]^{1/2} \quad (6)$$

$$v(t) = (\alpha R^2 - V_1^2 t^2)^{1/2} \quad (7)$$

and

$$\alpha = \frac{V_2^2}{V_1^2} \quad \gamma = \frac{V_1 \rho_1}{V_2 \rho_2}. \quad (8)$$

As the pressure signal is a sum of modes, when the source is a pulse, it can be described as

$$p(t) = \sum_m f_m(t) e^{j\phi_m(t)} \quad (9)$$

where  $f_m(t)$  is a smoothing function characterizing the modal energy evolution during time. The number of modes under the sum is determined by the frequency range. For the studied North Sea signal, the sensor is laid on the bottom. The environmental parameters are sound velocity in water  $V_1 = 1520 \text{ m.s}^{-1}$ , compression velocity in the bottom  $V_2 = 1875 \text{ m.s}^{-1}$ , densities in water and bottom  $\rho_1 = 1000 \text{ kg/m}^3$  and  $\rho_2 = 2000 \text{ kg/m}^3$ , water depth  $D = 130 \text{ m}$ , source depth  $z_s = 18 \text{ m}$ , and source-distance sensor  $R = 5000 \text{ m}$ . In this condition, 8 modes ( $m = 1, \dots, 8$ ) are present. Those parameters are typical for a shallow water configuration.

Modal decomposition and dispersion laws describe in this section remain valid in optics [2], [3]. Acoustic propagation must then be replaced by electromagnetic one, sound speed by

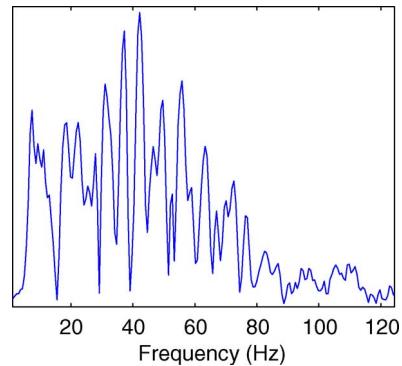


Fig. 3. FT modulus of the North Sea signal.

light celerity and density by index of refraction. All the tools presented in following sections can thus find application in optics. Modal decomposition (called Floquet's modes) with same laws of dispersion remains also valid for scattering on strip arrays configuration [7], [14].

### III. CONVENTIONAL TIME-VARYING FILTERING METHODS

The aim of this paper is to provide an efficient method to filter modes. As modes are nonstationary structures, a time-varying filter must be used (Fig. 3 represents the Fourier spectrum of the North Sea signal: in frequency representation, modes are not separated and do not allow the use of a stationary filtering). Filtered modes could then be used to estimate environmental parameters or source localization in oceanic engineering or optics. As a result, we could not use methods which need the full knowledge of the environment and source, matched filtering is not suitable to our issue. The Wigner–Hough method [15] must also be adapted to the accurate dispersive law and is thus no more suitable. A second solution is to use a time-frequency based filtering. To calibrate such a filter, a representation is preliminary used, on which modes must be separated. The time-frequency domain is *a priori* appropriate because modes are theoretically separated (Section II and Fig. 2). However, this section shows that no conventional time-frequency representation (TFR) provides this separation.

In the literature, numerous TFR methods (linear and bilinear) are presented to overcome TFR inherent limitations, namely time-frequency uncertainty and interferences between structures. As for the acoustic waveguide, the signal contains several modes, and each mode is a nonlinear structure in the time-frequency plane (layout does not follow a line in this plane). Consequently, conventional TFR gives unsatisfactory results: mode identification is impossible in the TFR and prevents mode filtering.

To illustrate it, various conventional time-frequency representations have been applied to the North Sea signal:

- methods from the Cohen's class: from the Wigner–Ville distribution (WVD) [16] to the adaptive optimal-kernel TFR [17];
- constant bandwidth atomic decompositions: the STFT and the chirplet transform [18];
- frequency-dependent atomic decompositions: the continuous wavelet transform and the S-transform [19];

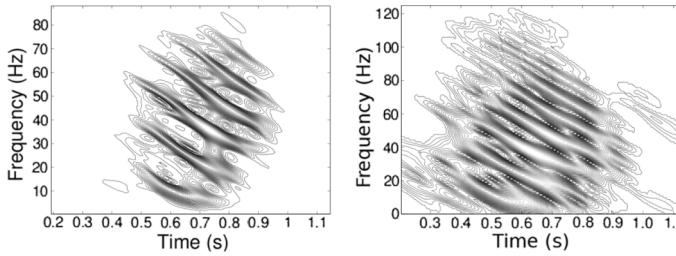


Fig. 4. Optimal kernel TFR (left) and chirplet transform modulus (right) of the North Sea signal.

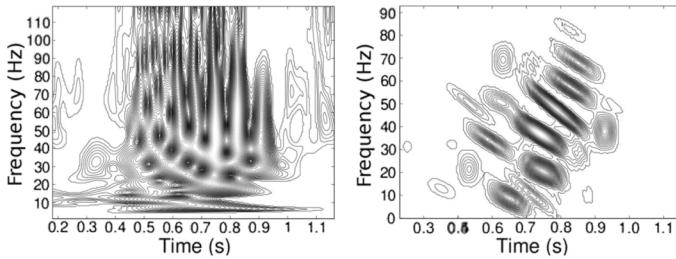


Fig. 5. S-transform (left) and adaptive TFR (right) of the North Sea signal.

- adaptive atomic decompositions derived from the matching pursuit algorithm [20]. The chirplet dictionary used has four degrees of freedom (time, frequency and scale shift, constant frequency modulation rate [21]).

For each class of representations, some TFRs provide better separability than other ; it is the case for optimal-kernel TFR (Fig. 4 left), the chirplet transform (Fig. 4 right), the S-transform (Fig. 5 left), and the adaptive TFR based on a chirplet dictionary (Fig. 5 right). However, the separability shown by the latter TFR remains unsatisfactory. Consequently, no conventional time-varying filtering can be used.

As shown, conventional filtering (matched filtering or conventional time-frequency filtering) is inefficient in case of modal signal. We have thus developed matched tools based on unitary equivalence principle to obtain the modes. Those tools are based on the hypothesis that sources are pulses and require the knowledge of several parameters. Because real sources are never pulses, the Pekeris model never perfectly fits the real medium and parameters are partially unknown; we have developed several tools with increasing the number of degrees of freedom.

#### IV. UNITARY OPERATORS AND UNITARY EQUIVALENCE

To overcome problems linked to nonlinear structures, unitary operators and unitary equivalence principles can be used. TFRs matched to specific nonlinear time-frequency laws have been developed with this technique: a warped Cohen's class for hyperbolic laws has been developed [22], [23] and a specific unitary equivalent basis decomposition (called fan basis) of STFT and wavelet transform has been proposed [24]. Later, this problematic has been generalized [8], and all the unitary equivalent possibilities have been described (unitary equivalent atomic decompositions, unitary equivalent affine and Cohen's class). The case of matched TFR (Cohen's and affine classes) to dispersive signals using warping operators has been studied in [9]. More recently, warping techniques have also been developed to adapt matching pursuit to nonlinear multiple structures [25]. In the

present paper, we first explain the development of a unitary operator matched to Pekeris guided waves. Based on this operator, we have then developed unitarily equivalent representations and an adaptive TFR based on the matching pursuit algorithm with unitarily equivalent atoms.

##### A. Principles

A unitary operator  $\mathbf{U}$  is a linear transformation from a Hilbert space into another preserving the energy and the inner product by isometry

$$\begin{cases} \|\mathbf{U}s\|^2 = \|s\|^2 \\ \langle \mathbf{U}g, \mathbf{U}h \rangle = \langle g, h \rangle \end{cases} \quad (10)$$

where the inner product  $\langle g, h \rangle = \int g(u)h^*(u)du$ .

In the present paper, conventional unitary operators are used:

- time shift:*  $(\mathbf{T}_ux)(t) = x(t - u)$  with eigenfunction  $\mathbf{u}_c^T(t) = e^{j2\pi ct}$ . Note that the Fourier transform  $\mathcal{F}$  can be expressed as  $(\mathcal{F}x)(\nu) = \langle x, \mathbf{u}_\nu^T \rangle$ ;
- frequency shift:*  $(\mathbf{F}fx)(t) = x(t)e^{j2\pi ft}$ ;
- dilation:*  $(\mathbf{D}_ax)(t) = |a|^{1/2}x(at)$ ;
- axe warping operator:*  $\mathbf{W}_w$  warps the time axis of a given signal  $x$ ,  $(\mathbf{W}_wx)(t) = |w'(t)|^{1/2}x[w(t)]$  where  $w'(t)$  is the derivative of  $w(t)$ ;
- modulation operator:*  $(\mathbf{M}_mx)(t) = x(t)e^{j2\pi m(t)}$  where  $m(t)$  represents an invertible modulation function.

The representation of a signal  $x$  can be achieved in the natural time dimension associated with the time unitary operator  $\mathbf{T}$  and the coordinate  $t$  or in the natural frequency dimension associated with the frequency unitary operator  $\mathbf{F}$  and the coordinate  $\nu$ . Unitary transformation can be seen as a change of basis which can turn a difficult problem into an easy one. To change the basis of a signal  $x$ , we apply the unitary transformation  $x \mapsto \mathbf{U}x$ . This procedure can be extended to processing or analysis systems (representations, filters, etc.),  $\bar{\mathcal{P}} = \mathcal{P}\mathbf{U}$  is said unitarily equivalent to  $\mathcal{P}$ . The unitary transformation  $\mathbf{U}$  maps the physical quantities in  $\mathcal{P}x$  represented by the natural unitary operator  $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{F}$ , or  $\mathbf{T} - \mathbf{F}$  into new quantities in  $\mathcal{P}\mathbf{U}x$  represented by the unitarily equivalent operators  $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{U}$ ,  $\bar{\mathbf{F}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{F}\mathbf{U}$ , and  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  (corresponding to the unitary equivalent time, frequency or time-frequency dimensions). This leads to the following definition [8]: two operators  $\mathbf{A}$  and  $\bar{\mathbf{A}}$  are unitarily equivalent if  $\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{U}$  (with  $\mathbf{U}$  the unitary transformation). It is also possible to apply the unitary operator  $\mathbf{U}^{-1}$  on  $\mathcal{P}\mathbf{U}$  as a postprocessing to come back in the natural represented domain ( $\mathbf{T}$ ,  $\mathbf{F}$ , or  $\mathbf{T} - \mathbf{F}$ ) creating a  $\mathbf{U}^{-1}\mathcal{P}\mathbf{U}$  processing which is also unitarily equivalent to  $\mathcal{P}$ . In the following sections, we will use the unitary equivalence of conventional unitary operators, of decomposition basis, of time-frequency representations and of time-invariant filters.

##### B. Unitary Operator for Pekeris Guided Waves

Our goal is to develop a unitary operator to map Pekeris modes into pure frequencies in the unitary equivalent domain and thus to obtain linear modal structures. Using (5), the modal phase in the Pekeris waveguide can be written as

$$\phi_m^{\text{Pek}}(t) = 2\pi(\nu_c(m)\xi(t) + \chi(t)) \quad (11)$$

with [see (12) shown at the bottom of the page]. The developed operator has to compensate the two phase terms  $\xi(t)$  and  $\chi(t)$ .  $\chi(t)$  does not depend on the mode number  $m$ . To compensate it, we introduce the modulation operator  $\mathbf{M}_q$  described by the modulation function  $q(t)$  as

$$q(t) = -\chi(t). \quad (13)$$

The Pekeris modulation operator is then

$$(\mathbf{M}_q x)(t) = x(t) e^{j2\pi q(t)}. \quad (14)$$

Note that  $\mathbf{u}_a^{\mathbf{M}_q}(t) = \delta(t-a)$  and  $\lambda_a^{\mathbf{M}_q} = e^{j2\pi q(a)}$  are respectively eigenfunction and eigenvalue of  $\mathbf{M}_q$ .

To compensate the first phase term  $\nu_c(m)\xi(t)$ , we introduce a time-warping operator  $\mathbf{W}_w$  described by the warping function  $w(t)$ :

$$w(t) = \xi^{-1}(t) = \left( t^2 + \frac{R^2}{V_1^2} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

The Pekeris warping operator is then

$$\begin{aligned} (\mathbf{W}_w x)(t) &= |w'(t)|^{1/2} x[w(t)] = \left| \frac{t}{w(t)} \right|^{1/2} x[w(t)] \\ &= \left| \frac{t}{\left( t^2 + \frac{R^2}{V_1^2} \right)^{1/2}} \right|^{1/2} x \left[ \left( t^2 + \frac{R^2}{V_1^2} \right)^{1/2} \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Note that  $\mathbf{u}_a^{\mathbf{W}_w}(t) = t^{1/2} e^{at^2}$  and  $\lambda_a^{\mathbf{W}_w} = e^{(aR/V_1)^2}$  are, respectively, the eigenfunction and eigenvalue of  $\mathbf{W}_w$ .

The unitary operator  $\mathbf{O}_{w,q}$  used to obtain Pekeris modes which are linear is called Pekeris operator. It is the combination of  $\mathbf{W}_w$  and  $\mathbf{M}_q$  operators

$$(\mathbf{O}_{w,q} x)(t) = (\mathbf{W}_w \mathbf{M}_q x)(t) = \left| \frac{t}{w(t)} \right|^{1/2} x[w(t)] e^{j2\pi q[w(t)]}. \quad (17)$$

Using this operator, we can introduce several tools by unitary equivalence. The Pekeris time shift operator  $\bar{\mathbf{T}}_\tau$  is defined by

$$\begin{aligned} (\bar{\mathbf{T}}_u x)(t) &= (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{T}_u \mathbf{O}_{w,q} x)(t) \\ &= \left| \frac{t(w^{-1}(t) - u)}{w^{-1}(t)w(w^{-1}(t) - \tau)} \right|^{1/2} x(w[w^{-1}(t) - u]) \\ &\times e^{j2\pi(q[w(w^{-1}(t) - u)] - q(t))}. \end{aligned} \quad (18)$$

The Pekeris frequency shift operator  $\bar{\mathbf{F}}_f$  is described by

$$(\bar{\mathbf{F}}_f x)(t) = (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{F}_f \mathbf{O}_{w,q} x)(t) = x(t) e^{j2\pi f w^{-1}(t)}. \quad (19)$$

Their respective eigenfunctions are  $\mathbf{u}_c^{\bar{\mathbf{T}}}(t) = \mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{u}_c^{\mathbf{T}}(t) = |t/w^{-1}(t)|^{1/2} e^{j2\pi(cw^{-1}(t) - q(t))}$  and  $\mathbf{u}_b^{\bar{\mathbf{F}}}(t) = \mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{u}_b^{\mathbf{F}}(t) = |t/w^{-1}(t)|^{1/2} \delta(w^{-1}(t) - b) e^{-j2\pi q(t)}$ .  $\mathbf{u}_c^{\bar{\mathbf{T}}}(t)$  is the “generalized Pekeris impulse” [9] and corresponds to the expression of the Pekeris mode  $m$  if  $c = \nu_c(m)$ . The Pekeris pressure signal can be written as a sum of these smoothed impulses  $p^{\text{Pek}}(t) = \sum_m h^{\text{Pek}}(t) \mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\bar{\mathbf{T}}}(t)$ .

$\bar{\mathbf{F}}_f$  induces a Pekeris modal shift on pressure signal (with the corresponding shift  $m_s = (2fD/V_1) + (1/2)$ ). As a result, the Pekeris frequency shift is also a Pekeris modal shift. The Pekeris frequency  $\bar{\mathbf{F}}_f$  and the Pekeris modal dimension are thus equivalent. Modal dispersive structures are linked by the Pekeris frequency shift operator  $\bar{\mathbf{F}}_f$  (or Pekeris modal shift operator)  $\mathbf{u}_{\nu_c(m_2)}^{\bar{\mathbf{T}}}(t) = \bar{\mathbf{F}}_{\nu_c(m_1) - \nu_c(m_2)} \mathbf{u}_{\nu_c(m_1)}^{\bar{\mathbf{T}}}(t)$ .

## V. PEKERIS REPRESENTATIONS

If the signal perfectly fits Pekeris guided waves, each mode is mapped into a pure frequency in the Pekeris frequency dimension  $\bar{\mathbf{F}}$ . This frequency is the cutoff frequency  $\nu_c(m) = (2m-1)V_1/4D$  of the mode  $m$ . As a result, each mode becomes a linear structure. However, the source is never a pulse, the Pekeris model never perfectly corresponds to the real medium, and parameters are partially unknown. As a consequence, modes are not perfectly located on their pure theoretical frequencies in  $\bar{\mathbf{F}}$ . We have thus developed representations taking into account the linearization of modal structures but also allowing degrees of freedom. We first developed a one dimensional representation based on the FT, and then a two-dimensional TFR based on the STFT. We finally developed an adaptive TFR fitted to the Pekeris model.

### A. Pekeris Fourier Transform

The first representation developed is called Pekeris Fourier transform: it is the application of the conventional FT on the transformed signal. This Pekeris FT measures the Pekeris frequency  $\bar{\mathbf{F}}$  content and not  $\mathbf{F}$  content. We use the  $\mu$  coordinate in the  $\bar{\mathbf{F}}$  dimension (which is equivalent to the modal dimension). Using (10), we obtain the Pekeris FT

$$\begin{aligned} (\mathcal{F}^{\text{Pek}} x)(\mu) &= \langle \mathbf{O}_{w,q} x, \mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}} \rangle = \langle x, \mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}} \rangle \\ &= \langle x, \mathbf{u}_\mu^{\bar{\mathbf{T}}} \rangle \\ &= \int_{D_f} \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} x e^{-j2\pi[\mu w^{-1}(t) - q(t)]} dt. \end{aligned} \quad (20)$$

If the signal perfectly fits Pekeris guided waves, modes are strictly separated in  $\mathcal{F}^{\text{Pek}}$ . The Pekeris FT is unitarily equivalent to conventional FT and satisfies the following properties:

- invertibility:  $x = \langle \mathcal{F}^{\text{Pek}} x, \mathbf{u}_\mu^{\bar{\mathbf{T}}^*} \rangle$ ;
- energy conservation  $\int_\mu |\mathcal{F}^{\text{Pek}} x(\mu)|^2 d\mu = \int_t |x(t)|^2 dt$ ;

---


$$\chi(t) = \begin{cases} \frac{1}{2D\pi} \left[ V_1 \xi(t) \Phi(t) + \frac{\gamma R \sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}} \ln \left| \frac{v(t) - \frac{R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}}}{v(t) + \frac{R\sqrt{\alpha-1}}{\sqrt{1-\gamma^2}}} \right| \right], & \text{for } \frac{R}{V_1} \leq t \leq \frac{RV_2}{V_1^2} \\ 0, & \text{for } t \geq \frac{RV_2}{V_1^2}. \end{cases} \quad (12)$$

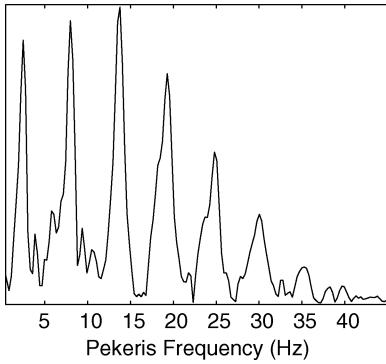


Fig. 6. Pekeris FT modulus of the North Sea signal.

- covariance by Pekeris frequency shift  $\bar{\mathbf{F}}_f$

$$(\mathcal{F}^{\text{Pek}} \bar{\mathbf{F}}_f x)(\mu) = (\mathcal{F}^{\text{Pek}} x)(\mu - f). \quad (21)$$

$\mathcal{F}^{\text{Pek}}$  results from the projection of the signal on theoretical modal structures  $\mathbf{u}_{\nu_c(m)}^{\bar{\mathbf{T}}}(t)$ . It can thus be seen as a matched filter bank. The basis projection  $\{\mathbf{u}_\mu^{\bar{\mathbf{T}}}\}$  is unitarily equivalent to the basis  $\{\mathbf{u}_\mu^{\mathbf{T}}\}$  and verifies the completeness property  $\int \mathbf{u}_\mu^{\bar{\mathbf{T}}}(t_1) \mathbf{u}_\mu^{\bar{\mathbf{T}}}{}^*(t_2) d\mu = \delta(t_2 - t_1)$  and the orthogonality property  $\int \mathbf{u}_{c_1}^{\bar{\mathbf{T}}}(t) \mathbf{u}_{c_2}^{\bar{\mathbf{T}}}{}^*(t) dt = \delta(c_1 - c_2)$ . Fig. 6 presents the Pekeris FT modulus applied to the North Sea data. Modal structures are separated, which is not the case for conventional FT.

### B. Pekeris Time-Frequency Representations Using STFT

In the Pekeris domain, FT is a perfectly matched representation if  $\mathbf{O}_{w,q}$  is accurately chosen. In practical configurations, all parameters are not known (for instance,  $R$  is unknown in the case of a source localization), and a Pekeris waveguide never perfectly fits the environment.  $\mathbf{O}_{w,q}$  is thus not well chosen, and transformed modes can contain slight nonstationarities. In this condition, a time-varying filtering must be introduced in the Pekeris domain. The matched filter and Wigner–Hough method cannot be used (see Section III); we thus choose time-frequency based filtering. A TFR must first be applied to localize modes for the filtering calibration. WVD is not matched because structures are multiple. Frequency-dependent atomic decompositions (S-transform, CW) are not matched because modes need the same time-frequency resolution, whatever their frequency. Since modes are narrowband structures around a pure frequency, STFTs or Gabor expansions are matched to this configuration. Mathematically, these two tools are identical. The Gabor expansion is used with a sparsity approach. The sparsity is a drawback for our application (bad resolution of the representation and inversion limitations). Since signals are of short duration in our practical configuration, sparsity is not an objective, and we prefer the STFT formalism with a great oversampling degree which yields to negligible reconstruction errors (“formal identity” is respected). This is why we adopt the continuous formalism along this paper. We thus apply STFT (noted  $\mathcal{S}$ ) in the transformed domain  $\bar{\mathbf{T}}$  to obtain the Pekeris STFT. Decomposition atoms are chosen to separate modes (favouring the frequency resolution). It does not measure joint

time-frequency  $\mathbf{T} - \mathbf{F}$  content but joint  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  content. We use coordinates  $(\tau, \mu)$  in the  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  dimension. Pekeris STFT is

$$(\mathcal{S}^{\text{Pek}} x)(\tau, \mu) = (\mathcal{S} \mathbf{O}_{w,q} x)(\tau, \mu) = \langle x, \mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{b}_{t,\nu} \rangle \quad (22)$$

where  $\mathbf{b}_{t,\nu}$  are the time-frequency atoms (similar to the Gabor logon) of the STFT defined by

$$\mathbf{b}_{t,\nu}(u) = (\mathbf{F}_\nu \mathbf{T}_t g)(u) = g(u - t) e^{j2\pi\nu u}. \quad (23)$$

The Pekeris STFT and conventional STFT are unitary equivalent. The Pekeris STFT satisfies the following properties:

- invertibility:  $x = \langle \mathcal{S}^{\text{Pek}} x, (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{b}_{t,\nu})^* \rangle$ ;
- energy conservation  $\int_{\tau} \int_{\mu} |\mathcal{S}^{\text{Pek}} x(\mu)|^2 d\tau d\mu = \int_t |x(t)|^2 dt$ ;
- covariance by Pekeris time and frequency shift  $\bar{\mathbf{T}}_u$  and  $\bar{\mathbf{F}}_f$

$$(\mathcal{S}^{\text{Pek}} \bar{\mathbf{T}}_u \bar{\mathbf{F}}_f x)(\tau, \mu) = (\mathcal{S}^{\text{Pek}} x)(\tau - u, \mu - f). \quad (24)$$

The conventional STFT results from the decomposition of the signal on the basis  $\{\mathbf{b}_{t,\nu}\}$ . This decomposition is done on a regular tiling of the time-frequency plane (left panel of Fig. 8). Pekeris STFT is the decomposition of the signal on the transformed basis  $\{\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{b}_{t,\nu}\}$  which leads to a nonregular tiling of projection (right panel of Fig. 8). Basis decomposition  $\{\mathbf{b}_{t,\nu}\}$  and  $\{\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathbf{b}_{t,\nu}\}$  are unitarily equivalent.

$\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  remains in the  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  domain ( $\tau - \mu$  plane). To come back in the  $t - \nu$  plane and build the modal Pekeris STFT  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$ , the inverse operator  $\mathbf{O}_{w,q}^{-1}$  must be applied on the Pekeris STFT. To find the appropriate relation between the two coordinate systems  $(\tau, \mu)$  and  $(t, \nu)$ , the following system of equations must be solved [8]:

$$\begin{cases} \tau = \sigma(\mu, t) \\ \mu = \zeta(\tau, \nu) \end{cases} \quad (25)$$

with

$$\sigma(\mu, t) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \mu} \arg (\mathcal{F} \mathbf{O}_{w,q} \mathbf{u}_t^{\mathbf{F}})(\mu) \quad (26)$$

and

$$\zeta(\tau, \nu) = \frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial \tau} \arg (\mathbf{O}_{w,q} \mathbf{u}_\nu^{\mathbf{T}})(\tau). \quad (27)$$

The modal Pekeris STFT is then

$$\begin{aligned} \mathcal{SM}^{\text{Pek}}(t, \nu) &= (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathcal{S}^{\text{Pek}} x)(t, \nu) \\ &= (\mathcal{S}^{\text{Pek}} x)(w^{-1}(t), w' [w^{-1}(t)] [\nu + q'(t)]). \end{aligned} \quad (28)$$

It can be written as the projection in the natural time domain  $\mathbf{T}$

$$(\mathcal{SM}^{\text{Pek}} x)(t, \nu) = \int x(u) \mathbf{b}_{t,\nu}^{\text{Pek}}(u) du \quad (29)$$

with

$$\begin{aligned} \mathbf{b}_{t,\nu}^{\text{Pek}}(u) &= g_t^{\text{Pek}}(u) \exp \left( j2\pi \left[ \frac{\nu w^{-1}(u) w^{-1}(t)}{t} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{V_1 \Phi(t) w^{-1}(u)}{2D\pi} - q(u) \right] \right) \end{aligned} \quad (30)$$

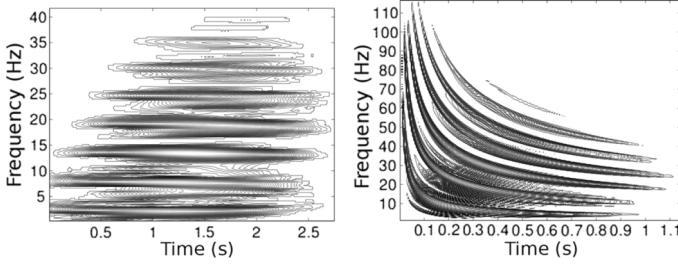


Fig. 7. Pekeris STFT modulus (left) and modal Pekeris STFT modulus (right) of the North Sea signal.

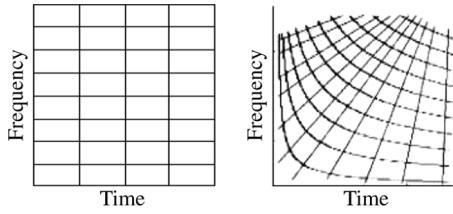


Fig. 8. Tiling of the time-frequency plane by projection atoms for STFT (left) and for Pekeris STFT (right).

and

$$g_t^{\text{Pek}}(u) = \left| \frac{u}{w^{-1}(u)} \right|^{1/2} g(w^{-1}(u) - w^{-1}(t)). \quad (31)$$

The modal Pekeris STFT satisfies the following properties:

- invertibility:  $x = \langle \mathcal{SM}^{\text{Pek}} x, \mathbf{b}_{t,\nu}^{\text{Pek}*} \rangle$ ;
- energy conservation

$$\int_{\tau} \int_{\mu} |\mathcal{SM}^{\text{Pek}} x(\mu)|^2 d\tau d\mu = \int_t |x(t)|^2 dt;$$

- covariance by Pekeris time and frequency shift  $\bar{\mathbf{T}}_u$  and  $\bar{\mathbf{F}}_f$

$$(\mathcal{SM}^{\text{Pek}} \bar{\mathbf{T}}_u \bar{\mathbf{F}}_f x)(\tau, \mu) = (\mathcal{SM}^{\text{Pek}} x)(\tau - u, \mu - f). \quad (32)$$

Both  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  and  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$  can be interpreted as the decomposition of the signal on a basis fitted to theoretical modes, which leads to the tiling represented in Fig. 8, where  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  is represented in the transformed  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  domain whereas  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$  is represented in the natural  $\mathbf{T} - \mathbf{F}$  domain. As the bases are matched to Pekeris dispersion laws, the time-frequency uncertainty can be mapped along the Pekeris time dimension  $\bar{\mathbf{T}}$  if the window function  $g(u)$  is long. In this case, the representation is precise in the Pekeris frequency (equivalently modal) dimension  $\bar{\mathbf{F}}$ . Modes are thus well separated, as one can see in Fig. 7.

It is possible to extend this procedure to the WVD and all the TFRs of the Cohen's class. We do not present the results here because TFRs from Cohen's class are not all invertible, and because the WVD does not provide satisfactory results due to the multistructure configuration.

### C. Modal Adaptive TFR With Matching Pursuit Matched to Guided Waves Configuration

**1) Matching Pursuit Principle:** The matching pursuit algorithm has been introduced by Mallat *et al.* [20]. The objective is to find the smallest and best matched basis for a given signal. In this way, the best atomic projection of the signal in a given dictionary of functions  $\mathcal{D} = \{\psi_m\}$  is searched. The matching

pursuit is an iterative algorithm. For each iteration  $i$ , the function  $\psi_i(t)$  which best matches  $x_i(t)$  is found. The coefficient  $c_i$  is then

$$\begin{cases} k = \operatorname{argmax}_m |\langle x_i, \psi_m \rangle| \\ c_i = \langle x_i, \psi_k \rangle \end{cases} \quad (33)$$

where  $x_0(t) = 0$  and the residual signal at the  $i^{\text{th}}$  iteration (for  $i \geq 1$ ) is expressed by

$$x_i(t) = x_{i-1}(t) - c_{i-1} \psi_{i-1}(t). \quad (34)$$

After a number  $N$  of iterations, the signal can be written as

$$x(t) = \sum_{i=0}^{N-1} c_i \psi_i(t) + (R_N x)(t) \quad (35)$$

with residue  $(R_N x)(t) = x_N(t)$ . This matched procedure provides a collection of atoms  $\Psi_N = \{\psi_i, i = 0 : N\}$  which are best matched to the signal  $x(t)$ . If the dictionary is complete,  $x(t)$  will exactly be decomposed so that  $(R_N x)(t) = 0$ .

**2) Choice of Dictionary:** Conventional chirplet dictionaries do not match nonlinear structures (Fig. 5). To solve this problem, Papandreou-Suppappa *et al.* [25] proposed a method integrating a warping operator  $\mathbf{U}$  matched to a dispersive law  $\xi(t)$ . Depending on  $\xi(t)$ , the dictionary can contain sinusoidal functions, linear chirps, hyperbolic chirps etc. The dictionary is formed by warped, warped frequency shifted, dilated, and translated versions of a window  $\psi(t) = g(t)e^{2\pi t} : \{\psi(t)_{\xi,f,d,u} = \mathbf{T}_u \mathbf{D}_d \bar{\mathbf{F}}_f \mathbf{U}_\xi \psi(t)\}$ .

We use the same principle, namely, a dictionary of functions matched to nonlinear structures. As for the continuous atomic Pekeris TFR, atom construction is based on the dispersive laws of the environment. To formulate it, we use the unitary operator  $\mathbf{O}_{w,q}$ . Moreover, in natural environments, three elements must be taken into account:

- 1) the source is never a pulse which implies a spreading of modes;
- 2) the model never fits perfectly the real environment;
- 3) environmental parameters are partially unknown.

Consequently, parameters variations are introduced in the dictionary of atoms:

- 1) atoms are defined locally thanks to a dilation  $\mathbf{D}_a$ ;
- 2) geoacoustic parameters variations (range, velocities, densities) around their *a priori* supposed values is allowed, a parameters vector  $\underline{p}[r, v_1, v_2, \rho_1, \rho_2]$  is integrated in functions  $w(t)$  and  $q(t)$ ;
- 3) to cover the entire time-frequency plane, atoms can be shifted on Pekeris time and frequency dimensions by the action of  $\bar{\mathbf{F}}_f$  and  $\bar{\mathbf{T}}_u$ .

Finally, the dictionary is formulated by

$$\begin{aligned} \psi(t)_{\underline{p},a,\underline{\kappa}}^{\text{Pek}} &= \left( \bar{\mathbf{T}}_u, \bar{\mathbf{F}}_f, \mathbf{O}_{(w,q)(\underline{p})}^{-1} \mathbf{D}_a g(t) e^{j2\pi t} \right)(t) \\ &= |a|^{1/2} \left| \frac{t}{w_{\underline{p}}^{-1}(t)} \right|^{1/2} g(a [w_{\underline{p}}^{-1}(t) - \tau]) \\ &\quad \times \exp j2\pi(a + f) [w_{\underline{p}}^{-1}(t) - \tau] - q_{\underline{p}}(t) \end{aligned} \quad (36)$$

with  $\underline{\kappa} = [f, \tau]$  the Pekeris time-frequency shift vector. Note that in optical science, a matching pursuit algorithm for “perfect” guided waves has been proposed in [7]. However, it nei-

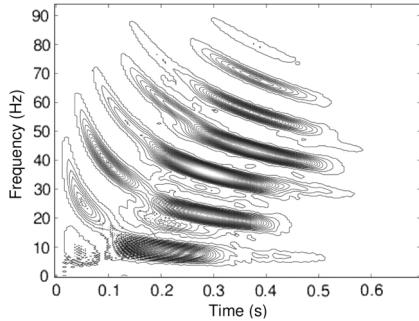


Fig. 9. Modal adaptive TFR of the North Sea data.

ther uses unitary operator formulation nor proposes any TFR of the signal. Our global matching pursuit method is generalizing previous methods [7] and [25] to allow more adaptability.

3) *Time-Frequency Representation of the Decomposition:* The modal adaptive TFR is the sum of unitary equivalent Wigner–Ville Distributions  $\mathcal{W}$  of selected atoms [20]

$$\mathcal{P}^{\text{Pek}}(t, \nu) = \sum_i |c_i|^2 \left( \mathbf{O}_{(w, q)(\underline{p}_i)} \mathcal{W} \psi(t)_{\underline{p}_i, a_i, \underline{\kappa}_i}^{\text{Pek}} \right) (t, \nu). \quad (37)$$

It cannot be represented in the transformed  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  domain because this domain depends on geoacoustic parameters which can change due to their integration on atoms. Fig. 9 presents the TFR of the modal adaptive Pekeris decomposition; modes are actually separated.

## VI. MODAL FILTERING

For single-sensor configuration, we mentioned in introduction two existing methods of modal characteristic filtering.

Potty *et al.* [5] estimate group velocity with scalograms in a geoacoustical inversion context. The first limitation regards the filtered modal characteristic: it is only the modal group speed. The second limitation regards the use of scalograms: distance needs to be large to distinguish modes in the time-frequency plane with scalograms (it is impossible in our North Sea configuration; see CWT modulus 5, which is the squared root version of the scalogram). The third limitation is the spreading of auto-terms in scalograms which implies error on the time arrival estimation. A way to improve this geoacoustical inversion would precisely be to use our modal filtering methods: group velocity would be better estimated in a single structure configuration and source-sensor ranges can be shorter.

McClure *et al.* [7] use the matching pursuit algorithm to decompose a signal scattered by a target in optics. It does not realize modal filtering as the dictionary elements are directly the sum of modes. It is thus similar to matched filtering with parameters variation. The approach is similar to our matching pursuit approach but with more limitations:

- waveguide considered are perfectly reflecting and less realistic than a Pekeris waveguide;
- parameters evolution allowed are: source-sensor range, time shift ( $\mathbf{T}$  operator) and waveguide parameters;
- time-varying evolution of those parameters is not allowed (the projection is not local). This aspect seems less important in optics than for underwater acoustics.

We developed invertible representations and allow modal structures separation in the representation domain. We have then developed filters based on these representations:

- frequency filters in the transform domain based on Pekeris FT  $\mathcal{F}^{\text{Pek}}$  (Section V-A);
- continuous atomic time-frequency filters in the natural or time-frequency domain based on Pekeris STFT and modal Pekeris STFT  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  (Section V-B);
- atom selections in the set of atoms found by the Matching Pursuit approach on  $\mathcal{P}^{\text{Pek}}$  [Section V-C-1].

The two first filters are linear time-varying and unitarily equivalent to conventional filter. They follow the generic equation

$$(\mathcal{H}x)(t) = \int_u h(t, u) x(u) du \quad (38)$$

where  $h(t, u)$  is the transfer function of the filter expressed in the time domain  $\mathbf{T}$ . The third one is a nonlinear filter. In this section, we present these filtering operators.

### A. Mode Identification

The first step to filter modes is to identify their number. To this purpose, representation is used as an interpretation tool. Developed representations are such that we can distinguish modes. If all the parameters are known, modes location can be accurately determined (for instance, near their cutoff frequency in the Pekeris frequency domain) and identification is thus easy. In practical configurations, however, at least one parameter is unknown. These errors do not prevent the modal separation in the representation if it is well chosen (as we will see in Section VII-B), but it causes significant errors on the modal location depending on the erroneous parameters. It is thus impossible to identify modes based on their absolute location. However, modes localization follows always an ascending order with an approximated linear dependence on  $m$ : the frequency distance between two consecutive modes in Pekeris FT or the time-frequency distance in TFR is approximately constant. The mode's number  $m$  increases with frequency in the Pekeris FT, and with time and frequency in the TFR. Two limitations must be taken into account:

- 1) the modal energy is not constant and can be near zero;
- 2) a signal can be added to the modal decomposition: noise or other structures.

The first limitation can be avoided following this process:

- 1) identification of the first mode: it is always energetic and is the smallest frequency mode, it can thus be identified;
- 2) evaluation of the modal distance  $S$  between two consecutive modes: two energetic consecutive modes are present in practical configurations;
- 3) evaluation of the modal distance between two distinguishable modes: we can then avoid problems linked to non energetic modes.

Following this process, the seventh first modes can be easily identified in the North Sea signal using developed representations (Figs. 6 and 7). If a signal is added onto the modes (noise or deterministic structures), it could be impossible to identify modes (depending on the noise level or structure locations). To conclude, mode recognition cannot be automated because

the modal absolute location is not accurate. However a simple “handmade” recognition is possible thanks to relative modal location. The only real limitation comes from the unwanted signal: noise or added structures.

### B. Linear Pekeris FT Filtering

As we have observed, modes are separated and identifiable in the Pekeris FT. Consequently, we can apply conventional bandpass frequency filters in the transformed domain  $\mathbf{F}$  such as Butterworth or Chebyshev filters. These filters  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}}$  are characterized by their transfer functions in the frequency domain  $H^{\mathcal{F}}(\mu)$ , and in the time domain  $h^{\mathcal{F}}(\tau, u)$ , they are time-invariant  $h^{\mathcal{F}}(\tau, u) = h^{\mathcal{F}}(\tau - u)$ . Applied in the Pekeris time domain  $\bar{\mathbf{T}}$ , the filtering is  $(\mathcal{H}^{\mathcal{F}}y)(\tau) = \int_u h^{\mathcal{F}}(\tau - u)x(u)du$ .

*Calibration:* Filters  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}}$  are characterized by their central frequency and their band. To determine the central frequency, Pekeris FT  $\mathcal{F}^{\text{Pek}}$  representation is used as an interpretation tool. The peak that corresponds to the mode we want to filter is first determined; the maximum of this peak is then taken for the central frequency filter. Band determination is based on the peak decreasing.

*Filter Formulation:* We want to characterize the Pekeris FT filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{F}}$  which is a combination of the Pekeris FT and the filter  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}}$ . The filter applied in the natural time domain is

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{F}}x)(t) &= (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathcal{H}^{\mathcal{F}} \mathbf{O}_{w,q} x)(t) \\ &= \int \left| \frac{v}{w^{-1}(v)} \right|^{1/2} \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} \\ &\quad \times h(w^{-1}(t) - w^{-1}(v)) \\ &\quad \times \exp(j2\pi[q(v) - q(t)])x(v)dv. \end{aligned} \quad (39)$$

Filters  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{F}}$  and  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}}$  are unitarily equivalent. The transfer function  $h^{\text{Pek}\mathcal{F}}(t, u)$  of the Pekeris FT filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{F}}$  is expressed by

$$h^{\text{Pek}\mathcal{F}}(t, u) = \left| \frac{u}{w^{-1}(u)} \right|^{1/2} \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} h(w^{-1}(t) - w^{-1}(u)) \times \exp(j2\pi[q(u) - q(t)]). \quad (40)$$

### C. Linear Pekeris Continuous Atomic Time-Frequency Filtering

Since modes are separated in  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  and  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$ , a conventional time-frequency filtering can be developed based on these TFR. The first step is the determination of the time-frequency filtered region  $Z$  associated with the time-frequency mask  $M(t, \nu)$  by

$$M(t, \nu) = \begin{cases} 1, & (t, \nu) \in Z \\ 0, & (t, \nu) \notin Z. \end{cases} \quad (41)$$

The three most conventional time-frequency filterings are a nonlinear filtering linked to WVD [26], the Weyl filtering [27] and the atomic filtering linked to the method of linear atomic decomposition (STFT, Gabor, CWT, etc.). WVD is not efficient, we cannot apply the nonlinear method. Weyl filtering requires the

accurate localization of auto-terms. As Pekeris STFT spreads auto-terms due to atomic decomposition, the Weyl filtering is not adapted to our configuration [28]. As we develop atomic TFR which are STFT based, we present the STFT filtering [29] which can be extended for any continuous invertible atomic TFR defined by

$$(\mathcal{TFR}x)(t, \nu) = \langle x, \mathbf{b}_{t, \nu}^{\mathcal{TFR}} \rangle. \quad (42)$$

Continuous atomic time-frequency filtering consists in masking the TFR before coming back in the time domain by inverse  $\mathcal{TFR}^{-1}$  application.  $\mathcal{H}^{\mathcal{TFR}}$  is

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}^{\mathcal{TFR}}x)(t) &= (\mathcal{TFR}^{-1} \mathcal{H}_{t, \nu} \mathcal{TFR}x)(t) \\ &= \int \int M(t', \nu') (\mathcal{TFR}x)(t', \nu') \\ &\quad \times \mathbf{b}_{t', \nu'}^{\mathcal{TFR}}(t) dt' d\nu' \end{aligned} \quad (43)$$

which implies the transfer function formulation of this time-variant filter

$$h^{\mathcal{RTF}}(t, u) = \int \int M(t', \nu') \mathbf{b}_{t', \nu'}^{\mathcal{TFR}}(u) \mathbf{b}_{t', \nu'}^{\mathcal{TFR}*}(t) dt' d\nu' \quad (44)$$

for the STFT decomposition,  $\mathbf{b}_{t, \nu}(u) = g(u-t) \exp(-j2\pi\nu u)$ . In our case,  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  and  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$  present separated modal structures used to determine the filtering zone  $Z$  with a conventional image segmentation technique, the watershed algorithm [30], combined to a preprocessing geodesic reconstruction [31] to smooth local extrema.

*Pekeris STFT Filter Formulation:* The Pekeris STFT filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{S}}$  is a combination between the  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  decomposition and the masking function  $M^{\text{Pek}\mathcal{S}}(t, \nu)$  determined on  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$ . The filter applied in the transformed domain  $\bar{\mathbf{T}} - \bar{\mathbf{F}}$  is a conventional STFT filter  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}}$  with transfer function  $h^{\mathcal{S}}(t, u)$  which satisfy, respectively, (43) and (44) (with  $\mathbf{b}_{t, \nu}^{\mathcal{TFR}} = \mathbf{b}_{\tau, \mu}$ ). In the natural domain  $\mathbf{T} - \mathbf{F}$ , the Pekeris STFT filter is expressed by

$$\begin{aligned} (\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{S}}x)(t) &= (\mathbf{O}_{w,q}^{-1} \mathcal{H}^{\mathcal{S}} \mathbf{O}_{w,q} x)(t) \\ &= \int \left| \frac{v}{w^{-1}(v)} \right|^{1/2} \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} h^{\mathcal{S}} \\ &\quad \times (w^{-1}(t), w^{-1}(v)) \\ &\quad \times \exp(j2\pi[q(v) - q(t)])x(v)dv. \end{aligned} \quad (45)$$

Filter  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}}$  and  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{S}}$  are **unitarily equivalent**. We can thus formulate the transfer function  $h^{\text{Pek}\mathcal{S}}(t, u)$  of the Pekeris STFT filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{S}}$

$$h^{\text{Pek}\mathcal{S}}(t, u) = \left| \frac{u}{w^{-1}(u)} \right|^{1/2} \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} h^{\mathcal{S}}(w^{-1}(t), w^{-1}(u)) \times \exp(j2\pi[q(u) - q(t)]). \quad (46)$$

*Modal Pekeris STFT Filter Formulation:* The Pekeris STFT filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{SM}}$  is a combination between the modal decomposition  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$  and the masking function  $M^{\text{Pek}\mathcal{SM}}(t, \nu)$  determined on  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$ .  $\mathcal{SM}^{\text{Pek}}$  is invertible and is a continuous atomic decomposition [cf. (42)] expressed in the natural time-frequency domain  $\mathbf{T} - \mathbf{F}$ , it satisfies (42). The Pekeris STFT filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{SM}}$  and its transfer function  $h^{\text{Pek}\mathcal{SM}}(t, u)$

satisfy, respectively, (43) and (44) [with  $\mathbf{b}_{t,\nu}^{\mathcal{T}\mathcal{F}\mathcal{R}} = \mathbf{b}_{t,\nu}^{\text{Pek}}$  satisfying (30) and (31)]. Finally, filter  $\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{S}\mathcal{M}}$  and the transfer function  $h^{\text{Pek}\mathcal{S}\mathcal{M}}(t, u)$  are expressed by

$$\begin{aligned} & (\mathcal{H}^{\text{Pek}\mathcal{S}\mathcal{M}}x)(t) \\ &= \iint M^{\text{Pek}\mathcal{S}\mathcal{M}}(t, \nu)(\mathcal{S}\mathcal{M}^{\text{Pek}}x)(t', \nu') \\ &\quad \times \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} g(w^{-1}(t) - w^{-1}(t')) \\ &\quad \times \exp \left( j2\pi \left[ \frac{\nu w^{-1}(t') w^{-1}(t)}{t'} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{V_1 \Phi(t') w^{-1}(t)}{2D\pi} - q(t) \right] \right) dt' d\nu' \end{aligned} \quad (47)$$

$$\begin{aligned} & h^{\text{Pek}\mathcal{S}\mathcal{M}}(t, u) \\ &= \iint \left| \frac{t}{w^{-1}(t)} \right|^{1/2} \left| \frac{u}{w^{-1}(u)} \right|^{1/2} M^{\text{Pek}\mathcal{S}\mathcal{M}}(t', \nu') g \\ &\quad \times (w^{-1}(t) - w^{-1}(t')) g^*(w^{-1}(u) - w^{-1}(t')) \\ &\quad \times \exp \left( j2\pi \left[ \nu \frac{w^{-1}(t')}{t'} (w^{-1}(t) - w^{-1}(u)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{V_1 \Phi(t')}{2D\pi} (w^{-1}(t) - w^{-1}(u)) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + [q(t) - q(u)] \right] \right) dt' d\nu'. \end{aligned} \quad (48)$$

#### D. Nonlinear Modal Adaptive Atomic Filtering

We have developed a nonlinear adaptive atomic filtering based on the modal adaptive TFR  $\mathcal{P}^{\text{Pek}}$ . This TFR provides a set of atoms  $\Psi_N = \{\psi_i, i = 0 : N\}$  which best match the signal [Section V-C-1)].  $\mathcal{P}^{\text{Pek}}$  is used as a decision tool to determine atoms  $\{\psi_j\}$  in the collection  $\Psi_N$  which correspond to the filtered modes. The mode  $x_m$  is the sum of these chosen atoms

$$x_m(t) = \sum_j c_j \psi_j(t). \quad (49)$$

This operation is a nonlinear filtering. The choice of atoms is done manually; the user decides the belonging of each atom to the mode using the TFR. They can be divided into three categories:

- 1) the atom is associated with mode  $m$  if there is no doubt on its belonging;
- 2) the atom does not belong to the filtered mode (other mode or noise); it is rejected;
- 3) the atom is “ambiguous” if there is a doubt on its belonging; two possibilities of belonging are associated with the atom,  $m_1$  and  $m_2$  if the doubt is between two modes or  $m_1$  and noise if the doubt is on the belonging of the atom to signal or noise.

## VII. FILTERING PERFORMANCES IN AN ACOUSTICAL UNDERWATER CONFIGURATION

In this last section, we evaluate filtering performances of the developed techniques in four configurations. The difference between the configurations will consist in the presence of noise

in the data and the degree of knowledge of the environmental parameters: known parameters imply accurate parametrization of the Pekeris operator, unknown or partially known parameters imply bad parametrization. Filtering performances are measured by the mean-square error (MSE) in % between theoretical mode  $x_m$  and filtered mode  $\bar{x}_m$

$$\text{MSE} = \frac{100 \sum_{i=1}^n |x_m(i) - \bar{x}_m(i)|^2}{\sum_{i=1}^n |x_m(i)|^2}. \quad (50)$$

This evaluation is realized on synthetic data with the underwater configuration of the North Sea data for different ranges  $R$ . Data is simulated in a real Pekeris (not modified) waveguide with a pulse source. Environmental parameters are those of the North Sea configuration (see Section II). The source duration is 3.45 ms, and its 3-dB bandwidth 24–84.5-Hz filtered mode is  $m = 3$ . Concerning the Pekeris continuous atomic time-frequency filtering, it can be performed equivalently with Pekeris STFT filtering  $\mathcal{H}^{\text{SPek}}$  or modal Pekeris STFT filtering  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}\mathcal{M}\text{Pek}}$  since  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  and  $\mathcal{MS}^{\text{Pek}}$  are equivalent. We choose  $\mathcal{H}^{\text{SPek}}$ , which is easier to implement.

All of the developed tools are based on the modified Pekeris waveguide (Section III) whose properties are integrated in the Pekeris operator  $\mathbf{O}_{w,q}$ . We have also developed the “perfect” operator (matched to perfectly reflecting waveguides, see Section II) and all the representations and filterings based on this model [28], [32], [33]. The “perfect” operator has also been separately developed by Jiang *et al.* [34]. Measured performances using “perfect” filters are always worse than Pekeris filters performances due to the more realistic modelization of the Pekeris waveguide. The “perfect” model performances are hence only shown in the first case, without noise and with accurate knowledge of the environment.

#### A. Performance Without Noise and With Accurate Parametrization

In this first configuration, geoacoustic parameters ( $V_1, V_2, \rho_1, \rho_2, D$ , and  $R$ ) integrated in the Pekeris operator  $\mathbf{O}_{w,q}$  are accurately known, and no noise is added to the signal. Figs. 10 and 11 present the performances in this configuration. Several observations can be made.

- 1) Pekeris filtering is more efficient than “perfect” filtering due to the fact that it is more realistic (Fig. 10).
- 2) Modal reconstruction is never perfect. The modified Pekeris model does not perfectly fit the Pekeris model, modes are not strictly separated in the Pekeris frequency dimension, and filtering is thus not perfect.
- 3) Performances increase with  $R$ . Modal structures are more spaced in the time-frequency plane and consequently filtering is easier. For short ranges,  $R$  modes have their own frequency “thickness,” and they overlap each other.
- 4) The Pekeris FT filtering  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}\text{Pek}}$  is more efficient than the Pekeris STFT filtering  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}V}$ . Even reduced, time-frequency uncertainty is present in the  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  and involves an overlapping between modes. This limitation is not present for  $\mathcal{F}^{\text{Pek}}$  (Fig. 10).
- 5) Modal adaptive filtering performances present uncertainties symbolized by error bars and coming from ambiguity on atoms belonging. Mean performance level is between

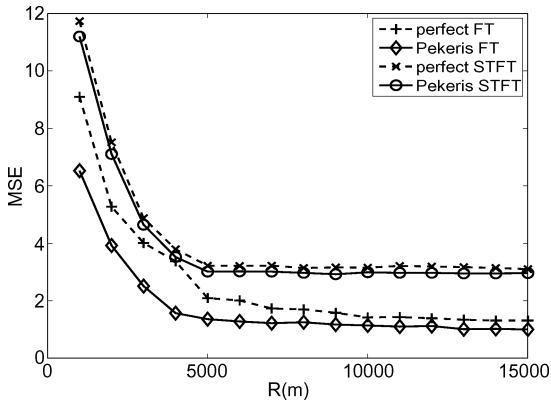


Fig. 10. Performances without noise and with accurate parametrization (“perfect,” Pekeris FT, and STFT filterings).

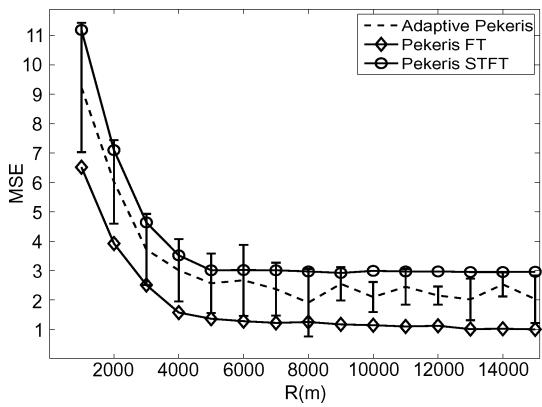


Fig. 11. Performances without noise and with accurate parametrization (Pekeris FT and STFT filterings and modal adaptive filtering).

$\mathcal{H}^{\mathcal{F}\text{Pek}}$  and  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}\text{Pek}}$  performances: the local projection introduces a time-frequency uncertainty but the adaptability of this technique makes it more efficient than the  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}\text{Pek}}$  filtering (Fig. 11).

#### B. Performance Without Noise and With Bad Parametrization

In this second configuration, geoacoustic parameters integrated to the Pekeris operator  $\mathbf{O}_{w,q}$  contain large errors:  $R_p = 0.3R$ ,  $V_{1p} = 1.1V_1$ ,  $V_{2p} = 0.9V_2$ ,  $\rho_{1p} = 1.1\rho_1$ , and  $\rho_{2p} = 0.9\rho_2$ . These errors are considerable regarding to the usual knowledge of geoacoustic parameters. They are also chosen to avoid compensation phenomena between parameters. Fig. 12 presents the performances in this configuration. Several observations can be made.

- 1) Concerning linear  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}\text{Pek}}$  and  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}\text{Pek}}$  filters, errors on some parameters only imply a compression or a dilation of the modal dimension (similarly on  $\bar{\mathbf{F}}$  dimension) on  $\mathcal{F}^{\text{Pek}}$  and  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  representations which does not affect the performances. This is the case for an error on depth  $D$ .
- 2) Errors on some other parameters imply a distortion of modal structures. With a modal approach, representations are seen as decomposition on modal structures (in the whole signal for  $\mathcal{F}^{\text{Pek}}$ , locally for  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$ ). Decomposition of the signal on this type of erroneous structures maps the modes on a narrow band in the  $\bar{\mathbf{F}}$  dimension rather than on pure frequency. As a consequence, modes overlap each other in the  $\bar{\mathbf{F}}$  dimension and filtering performances of

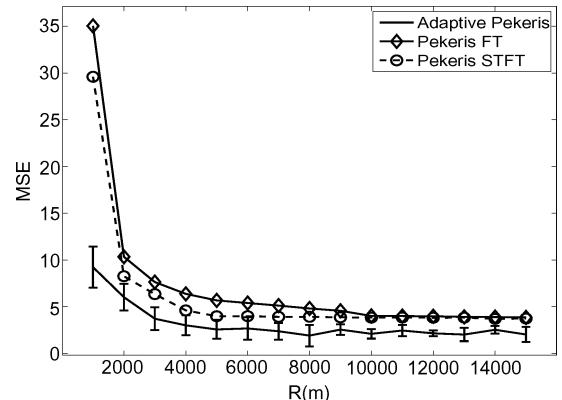


Fig. 12. Performances without noise and with bad parametrization.

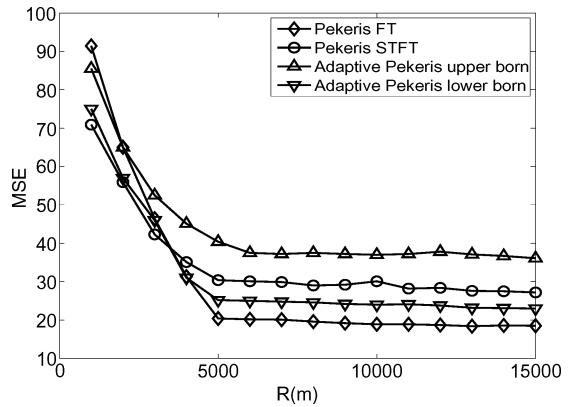


Fig. 13. Performances with noise and accurate parametrization.

$\mathcal{H}^{\mathcal{S}\text{Pek}}$  are degraded.  $\mathcal{S}^{\text{Pek}}$  introduces a degree of freedom thanks to the two dimensional decomposition which partially compensate the bad parametrization, filtering performances are thus weakly degraded and  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}\text{Pek}}$  is more efficient than  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}\text{Pek}}$ .

- 3) Finally, performances of linear filterings are degraded but remain acceptable considering the large parameters errors. This is particularly true for the  $\mathcal{H}^{\mathcal{S}\text{Pek}}$  filter and it is a strength of this method: even distorted, projection functions remain matched to the signal and filtering is possible (except for a small range  $R = 1500$  m).
- 4) Modal adaptive filtering performances remain unchanged because parameters evolution is allowed for this filtering. This method is particularly adapted if the environment knowledge is bad.

#### C. Performance With Noise and Accurate Parametrization

In this configuration, parameters are accurately known and signal noise ratio is SNR = 0 dB. Performances are presented in Fig. 13. Several observations can be made.

- 1) In comparison with the first configuration (without noise), performances are degraded but remain satisfactory at long range. Modal adaptive filtering is however less performant due to the numerous ambiguities on modes belonging implied by the noise.
- 2) For short ranges, performances of  $\mathcal{H}^{\mathcal{F}\text{Pek}}$  are degraded. Modes overlap each other as mentioned in the first configuration and one-dimensional representation does not offer the degree of freedom of TFR.

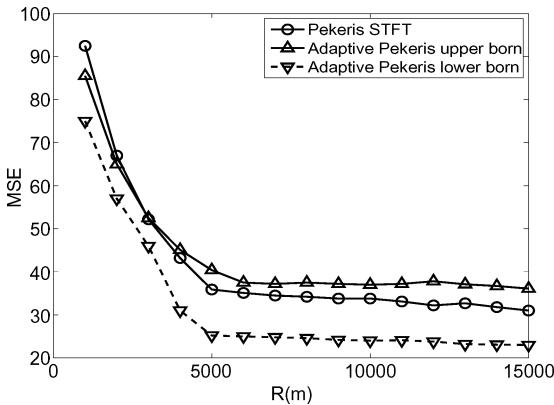


Fig. 14. Performances with noise and bad parametrization.

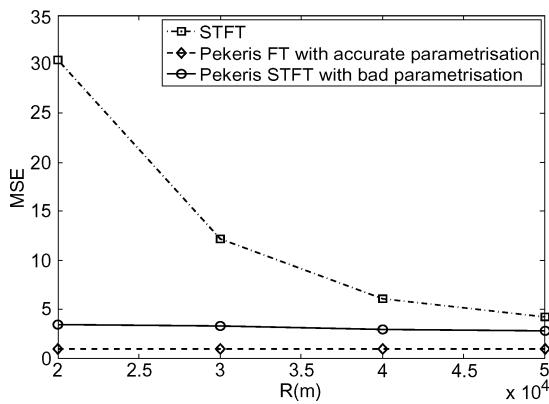


Fig. 15. Performances of filterings (conventional STFT, Pekeris FT with accurate parametrization, and Pekeris STFT with bad parametrization).

#### D. Performance With Noise and Bad Parametrization

In this configuration, parameters errors are the same than in Section VII-B and SNR = 0 dB. Performances are presented in Fig. 14. Performances of the Pekeris FT filtering are degraded by both bad parametrization and noise (Sections VII-B and VII-C). Modes are no more distinguishable in  $\mathcal{H}^{F\text{Pek}}$ , and modal filtering is impossible.

Modal adaptive filtering performances are unchanged because parameters evolution is allowed for this filtering. Performances of  $\mathcal{H}^{S\text{Pek}}$  are degraded but, as for the accurate parametrization, located between low and high bound of modal adaptive filtering performances. Choice between these two techniques depends on the level of error on the parametrization.

#### E. Performance of Conventional STFT Filtering

Starting from a sufficiently large source-sensor distance  $R$ , the time duration of the signal becomes longer and the time-frequency distance between modes increases. As a consequence, modes appear separated when using a conventional TFR and conventional time-varying filterings based on TFR can be applied. In the North Sea configuration, mode 3 appears separated from  $R = 20\,000$  m in STFT. We thus compare our developed filterings with the STFT conventional filtering starting from  $R = 20\,000$  m without noise. Results are presented in Fig. 15: conventional filtering is less efficient, even when the parametrization of Pekeris STFT filtering is bad. However, it tends to converge for very large distances ( $>50\,000$  m).

#### F. Conclusion on Performances

In this section, we have established performances of filters and studied their robustness against noise and bad parametrization. We have shown their complementarity thanks to different degree of freedom. This complementarity allows for the adaptability necessary to face knowledge missing or hypothesis limitations (source is never a pulse, parameters are partially unknown and the Pekeris model does not perfectly fit the medium). The choice between the different proposed filters should thus be as follows:

- the Pekeris FT filtering in case of low noise level and good parametrization;
- the Pekeris FT or the Pekeris STFT filtering in case of high noise level and good parametrization;
- the modal adaptive filtering or the Pekeris STFT filtering in case of bad parametrization.

## VIII. CONCLUSION

In this study, we have developed matched methods to filter modes in waveguides. These modes are dispersive nonlinear structures and do not allow the use of conventional time-frequency tools to perform filtering. We have first introduced a modified Pekeris waveguide model with dispersive properties to build a Pekeris unitary operator. Based on this operator and using unitary equivalence, frequency and time-frequency representations have been developed. Using these representations, modes are separated and can be identified. We have thus developed modal filtering techniques based on these representations: linear Pekeris FT and Pekeris STFT filterings and a nonlinear modal adaptive filtering. We have studied the robustness against noise and bad knowledge of the geoacoustic parameters for an acoustical underwater configuration. Developed filters can be seen between conventional matched filters and conventional time-frequency filters (without *a priori*) with increasing degrees of freedom: the Pekeris FT filtering is very efficient but sensitive to parameter knowledge, the Pekeris STFT filtering is more robust to parameters uncertainty thanks to a local projection but introduces time-frequency limitations, and the modal adaptive filtering is insensitive to parameters knowledge but presents ambiguity phenomena. Finally, we have developed efficient and complementary modal filtering techniques which enable new source localization methods [10] or could improve geoacoustic inversion [5] with a single sensor or a sparse array of sensors.

## REFERENCES

- [1] L. Tolstoy and C. Clay, *Ocean Acoustics: Theory and Experiment in Underwater Sound*. New York: AIP, 1987.
- [2] D. Marcuse, *Theory of Dielectric Optical Waveguides*. New York: Academic, 1974.
- [3] A. Yariv, "Coupled-mode theory for guided-wave optics," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol. 9, no. 9, pp. 919–933, 1973.
- [4] B. Nicolas, J. Mars, and J.-L. Lacoume, "Geoacoustical parameters estimation with impulsive and boat noise sources," *IEEE J. Ocean. Eng.*, vol. 28, no. 3, pp. 494–501, Jul. 2003.
- [5] J. Potty, J. Miller, and J. Lynch, "Inversion for sediment geoacoustical properties at New England bight," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 114, pp. 1874–1887, 2003.
- [6] E. Shang, "Source depth estimation in waveguide," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 77, pp. 1413–1418, 1985.
- [7] M. McClure and L. Carin, "Matching pursuits with a wave-based dictionary," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 45, no. 12, pp. 2912–2927, Dec. 1997.

- [8] R. Baraniuk and D. Jones, "Unitary equivalence: A new twist on signal processing," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 43, no. 10, pp. 2269–2282, Oct. 1995.
- [9] A. Papandreou-Suppappola, R. Murray, B.-G. Iem, and G. Bourdeaux-Bartels, "Group delay shift covariant quadratic time-frequency representations," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 49, no. 11, pp. 2549–2564, Nov. 2001.
- [10] G. Le Touzé, J. Torras, B. Nicolas, and J. Mars, "Source localization on a single hydrophone," presented at the IEEE Oceans, Quebec, Canada, Sep. 2008.
- [11] C. Pekeris, "Theory of propagation of explosive sound in shallow water," *Geol. Soc. Amer. Memoir*, vol. 27, 1947.
- [12] I. Stakgold, *Green's Functions and Boundary Value Problems*. New York: Wiley, 1979.
- [13] F. Jensen, W. Kuperman, M. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*. New York: AIP, 1994.
- [14] D. Kralj, M. McClure, L. Carin, and L. Felsen, "Time-domain wave-oriented data processing of scattering by nonuniform truncated gratings," *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 11, no. 10, pp. 2685–2694, 1994.
- [15] S. Barbarossa, "Analysis of multicomponent LFM signals by a combined Wigner-Hough transform," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 43, no. 6, pp. 1511–1515, Jun. 1995.
- [16] J. Ville, "Théorie et applications de la notion de signal analytique," *Câbles et Transmission*, vol. 2, pp. 61–74, 1948.
- [17] D. Jones and R. Baraniuk, "An adaptive optimal-kernel time-frequency representation," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 43, no. 10, pp. 2361–2371, Oct. 1995.
- [18] S. Mann and S. Haykin, "The chirplet transform: Physical considerations," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 43, no. 11, pp. 2745–2761, Nov. 1995.
- [19] L. Stockwell, R. G. Mansinha, and R. Lowe, "Localization of the complex spectrum: The s transform," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 44, no. 4, pp. 998–1001, Apr. 1996.
- [20] S. Mallat and Z. Zhang, "Matching pursuit with time-frequency dictionaries," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, Dec. 1993.
- [21] A. Bultan, "A four-parameter atomic decomposition of chirplets," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 47, no. 3, pp. 731–745, Mar. 1999.
- [22] A. Papandreou, F. Hlawatsch, and G. Bourdeaux-Bartels, "The hyperbolic class of quadratic time-frequency representation. I. Constant-Q warping, the hyperbolic paradigm, properties and members," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 12, pp. 3425–3444, Dec. 1993.
- [23] F. Hlawatsch, A. Papandreou, and G. Bourdeaux-Bartels, "The hyperbolic class of quadratic time-frequency representations. II. Subclasses, intersection with the affine and power classes, regularity and unitarity," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 45, no. 2, pp. 303–315, Feb. 1997.
- [24] R. Baraniuk and D. Jones, "Shear madness: new orthonormal bases and frames using chirp functions," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 41, no. 12, pp. 3543–3549, Dec. 1993.
- [25] A. Papandreou-Suppappola and S. Suppappola, "Analysis and classification of time-varying signals with multiple time-frequency structures," *IEEE Signal Process. Lett.*, vol. 3, pp. 92–95, 2002.
- [26] F. Hlawatsch and W. Krattenthaler, "Bilinear signal synthesis," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 40, no. 2, pp. 352–363, Feb. 1992.
- [27] W. Kozek, "Time-frequency signal processing based on the wigner-weyl framework," *Signal Process.*, vol. 29, no. 1, pp. 77–92, 1992.
- [28] G. Le Touzé, "Localisation de source par petits fonds en u.b.f. (1–100 hz) à l'aide d'outils temps-fréquence," Ph.D. dissertation, Institut National Polytechnique de Grenoble, Grenoble, France, 2007.
- [29] W. Kozek and F. Hlawatsch, "A comparative study of linear and nonlinear time-frequency filters," in *Proc. IEEE Int. Symp. Time-Frequency Time-Scale Analysis*, Victoria, Canada, Oct. 1992, pp. 163–166.
- [30] L. Vincent and P. Soille, "Watersheds in digital spaces: An efficient algorithm based on immersion simulations," *IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell.*, vol. 13, no. 6, pp. 583–598, 1991.
- [31] L. Vincent, "Morphological grayscale reconstruction in image analysis: Applications and efficient algorithms," *IEEE Trans. Image Process.*, vol. 2, no. 2, pp. 176–201, 1993.
- [32] G. Le Touzé, J. Mars, and J.-L. Lacoume, "Time-frequency representation matched to guided waves," presented at the IEEE Int. Conf. Acoustics, Speech, Signal Processing (ICASSP), Toulouse, France, May 2006.
- [33] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and J.-L. Lacoume, "Matched time-frequency representation and warping operator for modal filtering," presented at the 14th EUSIPCO, Florence, Italy, Sep. 2006.
- [34] Y. Jiang and A. Papandreou-Suppappola, "Discrete time-frequency characterizations of dispersive linear time-varying systems," *IEEE Trans. Signal Process.*, vol. 55, no. 5, pp. 2066–2076, May 2007.



**Grégoire Le Touzé** graduated from the Institut Nationale des Sciences Appliquées de Lyon, France, and received the M.S. and Ph.D. degrees in signal processing from the Grenoble National Polytechnic Institute (Grenoble-INP), France, respectively, in 2004 and 2007.

In 2008, he began a postdoctoral appointment at the Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique de Marseille (CNRS), Marseille, France, in seismic signal processing for monitoring of CO<sub>2</sub> tanks.



**Barbara Nicolas** (M'04) graduated from the Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs Électriciens de Grenoble, France, and received the M.S. and Ph.D. degrees in signal processing from the Grenoble National Polytechnic Institute (Grenoble-INP), France, respectively, in 2001 and 2004.

In 2005, she began a postdoctoral appointment at the French Atomic Energy Commission (C.E.A.) in medical imaging. Her research interests include geoacoustic inversion and localization in underwater acoustics and medical imaging. She is currently

CNRS Researcher at the GIPSA-Lab Grenoble, France. Her research interests include geoacoustic inversion, underwater source detection, and localization.



**Jérôme I. Mars** (M'08) received the Master's degree in geophysics from the Joseph Fourier University of Grenoble, France, in 1986 and the Ph.D. degree in signal processing from the Grenoble National Polytechnic Institute (Grenoble-INP), France, in 1988.

From 1989 to 1992, he was a Postdoctoral Researcher at the Centre des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques, Grenoble, France. From 1992 to 1995, he was a Visiting Lecturer and Scientist at the Materials Sciences and Mineral Engineering Department of the University of California, Berkeley. He

is currently Professor in signal processing for the Laboratoire des Images et des Signaux at the Institut National Polytechnique de Grenoble, France. He is leader of the geophysical signal processing team. His research interests include seismic and acoustic signal processing, wavefield separation methods, time frequency time-scale characterization, and applied geophysics.

Dr. Mars is member of the Society of Exploration and Geophysicists (SEG) and the European Association of Geoscientists and Engineers (EAGE).



**Jean-Louis Lacoume** (SM'92) graduated from the Ecole Normale Supérieure, Paris, France, as a certified teacher in 1964 and as a Docteur d'Etat in 1969.

He was a Lecturer in physics at Orsay University, Orsay, France, from 1964 to 1967 and in geophysics at the Paris VI University from 1969 to 1972. He has been a Professor at the Grenoble National Polytechnic Institute (Grenoble-INP), France, since 1972. He has published seven books, 50 papers on reviews, 110 communications on conferences. His research and teaching activities are in wave physics

and signal processing: electromagnetic waves in the earth environment; acoustic and elastic waves in the earth and the oceans; vibrations of mechanical systems; spectral and cross-spectral analysis; and higher order statistics. He was the Director of the Research Center on Random Phenomena and Geophysics, Grenoble, France, from 1972 to 1989, Dean of the Post-Graduate School at Grenoble-INP from 1989 to 1995, and Director of the Laboratoire des Images et des Signaux, Grenoble, France, from 1998 to 2000.



## Research Article

# Underwater Broadband Source Localization Based on Modal Filtering and Features Extraction

Maciej Lopatka,<sup>1</sup> Grégoire Le Touzé,<sup>1</sup> Barbara Nicolas,<sup>1</sup> Xavier Cristol,<sup>2</sup> Jérôme I. Mars,<sup>1</sup> and Dominique Fattaccioli<sup>3</sup>

<sup>1</sup> GIPSA-Lab, Department of Image Signal, 961 rue de la Houille Blanche, 38402 St Martin d'Heres, France

<sup>2</sup> THALES Underwater Systems S.A.S., 525 Route des Dolines BP 157, 06903 Sophia-Antipolis Cedex, France

<sup>3</sup> CTSN-DGA Centre Technique des Systèmes Navals, avenue de la Tour Royale BP 40915, 83050 Toulon Cedex, France

Correspondence should be addressed to Maciej Lopatka, maciej.lopatka@me.com

Received 7 July 2009; Accepted 11 January 2010

Academic Editor: Gary Wood

Copyright © 2010 Maciej Lopatka et al. This is an open access article distributed under the Creative Commons Attribution License, which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

Passive source localization is a crucial issue in underwater acoustics. In this paper, we focus on shallow water environment (0 to 400 m) and broadband Ultra-Low Frequency acoustic sources (1 to 100 Hz). In this configuration and at a long range, the acoustic propagation can be described by normal mode theory. The propagating signal breaks up into a series of depth-dependent modes. These modes carry information about the source position. Mode excitation factors and mode phases analysis allow, respectively, localization in depth and distance. We propose two different approaches to achieve the localization: multidimensional approach (using a horizontal array of hydrophones) based on frequency-wavenumber transform (*F-K* method) and monodimensional approach (using a single hydrophone) based on adapted spectral representation ( $FT_a$  method). For both approaches, we propose first complete tools for modal filtering, and then depth and distance estimators. We show that adding mode sign and source spectrum informations improves considerably the localization performance in depth. The reference acoustic field needed for depth localization is simulated with the new realistic propagation model Moctesuma. The feasibility of both approaches, *F-K* and  $FT_a$ , are validated on data simulated in shallow water for different configurations. The performance of localization, in depth and distance, is very satisfactory.

## 1. Introduction

Passive source localization in shallow water has attracted much attention for many years in underwater acoustics. In this environment and for Ultra-Low Frequency waves (1 to 100 Hz, denoted further ULF) classical beamforming techniques are inappropriate because they do not consider multipath propagation phenomena and ocean acoustic channel complexity. Indeed, ULF acoustic propagation in shallow water waveguides is classically based on normal mode theory [1]. ULF band is very attractive for detection, localization, and geoacoustical parameter estimation purposes, because propagating acoustic waves are almost not affected by absorption and thus can propagate at very long ranges. In this context, mainly two approaches are used: Matched-Field Processing (denoted MFP) [2, 3] and Matched-Mode Processing (denoted MMP) [4–6]. The com-

parative study of both approaches is given in [7]. Matched-Mode approach can be considered as MFP combined with modal decomposition. The main difference is that MFP operates in receiver space and MMP in mode space. Both methods require a reference acoustic field (replica field) to be compared, generally by correlation techniques (building and maximizing an objective function), with the real acoustic field recorded on receiver(s). Another alternative to perform source localization is to use time reversal [8] which can be seen as a broadband coherent MFP. Some experiments have been performed showing the feasibility of the method [9]. The main drawback of the method is that a numerical backpropagation has to be computed which needs a good knowledge of the environment. As MMP is less sensitive to environmental mismatches than MFP and Time Reversal methods, this technique is more interesting for practical applications, and thus is used in our approach to estimate

the source depth. The access to modes not only allows estimation of mode excitation factors for depth localization, but also gives the possibility to analyze mode phase to extract information about the source distance. As a result, in this paper depth estimation is performed using MMP on the mode excitation factors and distance estimation is achieved by mode phase analysis.

Consequently, the main issue to perform underwater localization for ULF sources in shallow water is to develop signal processing methods to accomplish modal filtering. These methods should be based on physics of wave propagation in waveguides, to be adapted to signals propagating in shallow water environment. In this context, we propose two complementary techniques to localize broadband impulsive source in depth and distance. The first method based on frequency-wavenumber transform and denoted *F-K* is a multidimensional approach based on array processing. The second method based on adapted Fourier transform and denoted *FT<sub>a</sub>* is a monodimensional technique used on a single hydrophone.

Traditionally, matched-mode localization was applied on vertical line arrays (VLAs), and mode excitation factors were extracted by a spatial integration of pressure field. As proposed in [10, 11], we record the signal (represented in the space: radial distance  $r$  and time  $t$ ) on a horizontal line array (HLA), as it is generally more practical in real applications (towing possibility, faster deployment, and stability). In this configuration, modes can be filtered in the frequency-wavenumber plane ( $f$ - $k$ ), which is a two-dimensional Fourier transform of radial distance-time section (signal  $r$ - $t$ ).

For the mono-dimensional approach, modes cannot be filtered by conventional modal filtering techniques. As modes have nonstationary properties, the only way to filter modes is to integrate modal time-frequency characteristics [12] into modal filtering. The main idea is to deform a signal in such way that nonlinearities in the time-frequency plane become linear (according to the frequency domain). Consequently, the signal becomes stationary and classical filtering tools can be used to filter modes. Hereby, modal filtering in mono-dimensional configuration is done in an adapted frequency domain (Pekeris Fourier transform). The classical and adapted frequency domains are related by the unitary equivalence formalism [13].

After a brief presentation of modal propagation theory, we give a short description of the simulator *Moctesuma-2006*, which is used for simulation of acoustic replica fields and acoustic parameter computation. Then, we present details about the experimental configuration. Next, we describe mode filtering methods in the mono- and multidimensional cases to finally present estimators used for depth and distance localization. Finally, results of distance and depth localization for mono and multidimensional method are presented on simulated data.

## 2. Modal Propagation and Modes

Acoustic propagation of Ultra-Low Frequency waves in shallow water waveguide can be modeled by normal mode theory. Propagating signal at long range is composed of

dispersive modes. These modes are analyzed for depth (matched-mode processing) and distance (mode phase processing) localization.

To demonstrate very succinctly the idea of localization using modes, we introduce the simplest model of oceanic waveguide—the perfect waveguide. Even if this model is a simplification of real complex waveguides, it reflects the most important waveguide phenomena: modal decomposition of the propagated signal.

The perfect waveguide model is made of a homogeneous layer of water between perfectly reflecting boundaries (a pressure release surface and a rigid sea bottom). The water layer is characterized by depth  $D$ , velocity  $V_1$ , and density  $\rho_1$ . We consider an omnidirectional point source located at depth  $z_s$  and at distance 0 radiating a signal  $s(t)$ . The acoustic pressure field  $P(r, z, t)$  received at a reception point of coordinates  $(r, z)$ , where  $r$  and  $z$  are, respectively, horizontal distance and depth, can be expressed by

$$P(r, z, t) = \int_f p(r, z, f) \cdot e^{-2i\pi ft} df, \quad (1)$$

where  $t$  is the time,  $f$  is the frequency, and  $p(r, z, f)$  satisfies the general Helmholtz equation.

Using variable separation (in depth and in range) and boundaries conditions [1], the pressure  $p$  at long range becomes a sum of modes

$$p(r, z, f) = A \cdot S(f) \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(z_s) \psi_m(z_r) \frac{e^{-2i\pi k_{rm} r}}{\sqrt{k_{rm} r}} \quad (2)$$

with  $A$  a constant,  $S(f)$  the source spectrum,  $\psi_m$  the modal function of mode  $m$ , and  $k_{rm}$  the horizontal spatial frequency of mode  $m$ . The spatial frequency  $k$  is defined by  $k = f/V_1$  and it corresponds to the classical wavenumber divided by  $2\pi$ . In the following, for the sake of simplicity, we will call  $k$  the wavenumber with its horizontal and vertical components  $k_r$  and  $k_z$  (instead of spatial frequency). The mode wavenumber spectrum is discrete and each mode is associated with an unique wavenumber. The amplitude  $\psi_m(z_s)$  is a function of the source depth  $z_s$ :

$$\psi_m(z_s) = \sqrt{\frac{2}{D}} \sin(k_{zm} z_s) \quad (3)$$

with  $k_{zm} = (2m - 1)/4D$ .

This short theoretical introduction of normal mode theory made on the example of perfect waveguide exposes the principle used for source depth estimation; mode amplitudes depend on source depth  $z_s$  by the factor  $\psi_m(z_s)$ .

Then, let us demonstrate very shortly the principle of mode phase processing for distance estimation. Modes contain, besides depth information, also distance information about the source. This information is contained in mode phase. The phase of mode  $m$  at frequency  $f$  is defined by

$$\Phi_m(f) = \frac{\pi}{4} + \phi_s(f) + 2\pi f t_0 + \phi(\psi_m(z_s)) + \phi(\psi_m(z_r)) + k_{rm}(f)r, \quad (4)$$

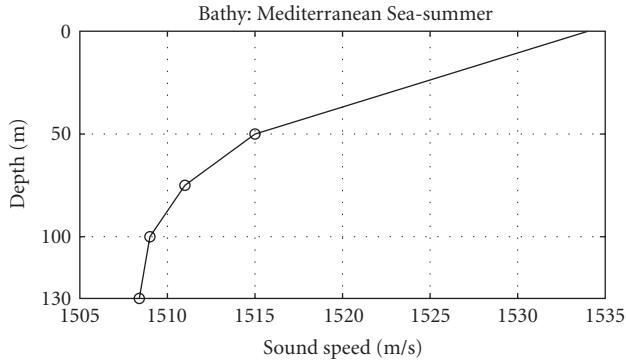


FIGURE 1: Sound speed profile of the water column for Mediterranean Sea in summer.

where

- (i)  $\phi_s(f)$  is the phase of the source at frequency  $f$ ;
- (ii)  $2\pi f t_0$  is a phase factor due to time delay  $t_0$  of the recorded signal;
- (iii)  $\phi(\psi_m(z_s))$  depends on the modal function sign at the source depth  $z_s$ ; it is  $\pi$  if  $\psi_m(z_s) < 0$  and 0 if  $\psi_m(z_s) \geq 0$ ;
- (iv)  $\phi(\psi_m(z_r))$  depends on the modal function sign at the receiver depth  $z_r$ ;
- (v)  $k_{rm}(f)r$  is a phase factor at frequency  $f$  linked to the propagation distance  $r$  between source and receiver.

As one can notice, modal decomposition is a very useful theory for acoustic propagation in oceanic waveguide. Indeed, MMP uses this decomposition to perform localization [14].

In this section we demonstrated that by having access to modes, and more precisely to their excitation factors and phases, it is possible to localize source in depth and in distance.

*Moctesuma-2006*. To perform the depth estimation using MMP, we need an acoustic model to generate replica fields. Several classical underwater acoustic propagation models exist in the literature and are used according to the seabed depth, the source range, and the frequency band. Models are based on different theories: ray theory, parabolic equation modeling, normal mode models, and spectral integral models [1]. Among the different models we choose the numerical model *Moctesuma-2006*—a realistic underwater acoustic propagation simulator developed by Thales Underwater Systems [15]. For the sake of simplicity *Moctesuma-2006* will be called further *Moctesuma*. This model, based on normal mode theory, simulates an underwater acoustic propagation for range-dependent environments. It is well adapted to transient broadband ULF signals for shallow and deep water environments. Moreover, we choose *Moctesuma* as it provides the acoustic parameters of the environment (wavenumbers) and the full acoustic field (time-series) [16].

The transmitted transient signal is first split into narrow subbands signals through a set of bandpass filters. Each

subband is associated with a central frequency for which acoustic modes are fully computed. For each mode in each subband, propagation consists in delaying the original signal. The summation is performed in the time domain, so the signal causality is necessarily satisfied. *Moctesuma* considers different acoustic signal phenomena such as penetration, elasticity, multiple interactions inside multilayered sea bottoms and water. The time and space structure of waves is analyzed beyond simple wavefronts and Doppler effect (moving source and/or receiver).

A set of parameters is necessary to make a simulation with *Moctesuma*. The first parameter group concerns a description of the environment. As it is a range-dependent model, parameters are given for each environment sector. User has to provide following environmental parameters: sea state, temperature, sound speed profile, seabed type (or precise seabed structure). The second parameter group concerns the input signal and the experiment configuration (coordinates, depths, speeds and caps of the source and the antenna, antenna's length, and sensors' number).

In our analysis, we use *Moctesuma* to simulate the reference acoustic field (in the MMP) and to access the acoustic parameters of the environment such as horizontal wavenumbers, group velocities, and mode excitation factors signs.

### 3. Experimental Configuration

**3.1. Environment.** The analysis presented in this paper is done in a simulated shallow water environment located in the Mediterranean Sea during a summer period. The environment is range independent with a water depth of 130 m. The sound speed profile of the water column (Figure 1) is characterized by a strong negative gradient of approximately 25 m/s. The highest gradient is located in the first half of the water column. The seabed parameters are presented in Figure 2. Modal functions no. 1 to 9 of the studied environment are presented in Figure 3.

**3.2. Signal Sources and Reception Configurations.** In this paper we consider two impulsive broadband sources in the ULF band: the first one ULF-1 lasts several tens of milliseconds and has a flat spectrum; the second source ULF-2 lasts several hundreds of milliseconds and is made

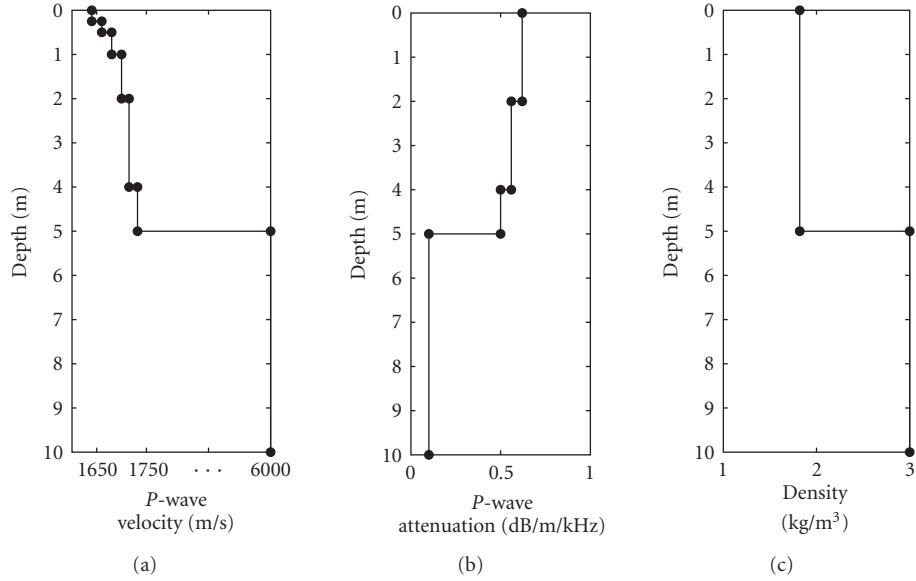


FIGURE 2: Vertical structure of the seabed:  $P$ -wave velocity (a),  $P$ -wave attenuation (b) and density (c).

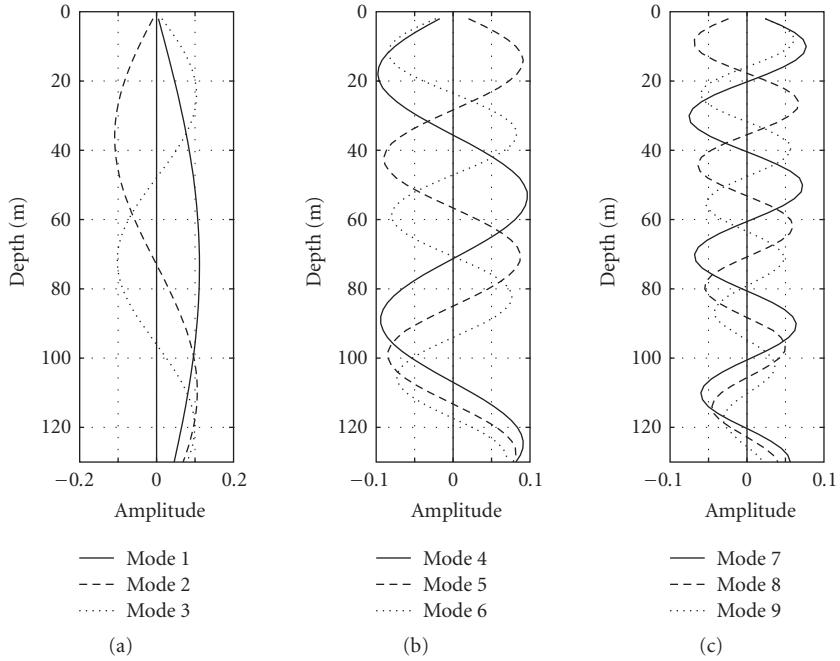


FIGURE 3: Theoretical modal functions no. 1 to 9 based on *Moctesuma*'s modelization. The frequency-dependent functions are calculated as a mean over frequency band 1 to 100 Hz.

of four band signals (“4 hills” spectrum). Both signals are presented in temporal and spectral domains in Figure 4.

The source ULF-1 is used to validate the methods in a simple case. For a more complex situation source ULF-2 is then used in Section 6.3.

Signals radiated by source are recorded on a horizontal line array (HLA) after acoustic propagation. The HLA is 800 m long and is composed of 240 omnidirectional equi-spaced hydrophones (separated by 3.347 m). The sampling frequency is 250 Hz.

The experimental configuration is given on Figure 5. Three different source depths  $z_s$  are studied: 40 m, 70 m, and

105 m. The horizontal distance between the source and the first sensor of HLA is equal to 10 km. The HLA is located on the sea bottom ( $z_{\text{HLA}} = D$ ). The HLA can be located at any depth, but this information has to be known. In our simulations the source and the HLA are motionless.

**3.3. Data.** *Moctesuma* simulator provides a section of the pressure recorded on the HLA  $P(r, z_{\text{HLA}}, t)$  denoted signal  $r-t$  for the sake of simplicity in the following. It is a sampling of the pressure field in radial distance  $r$  and in time  $t$ . The size of the data is defined by

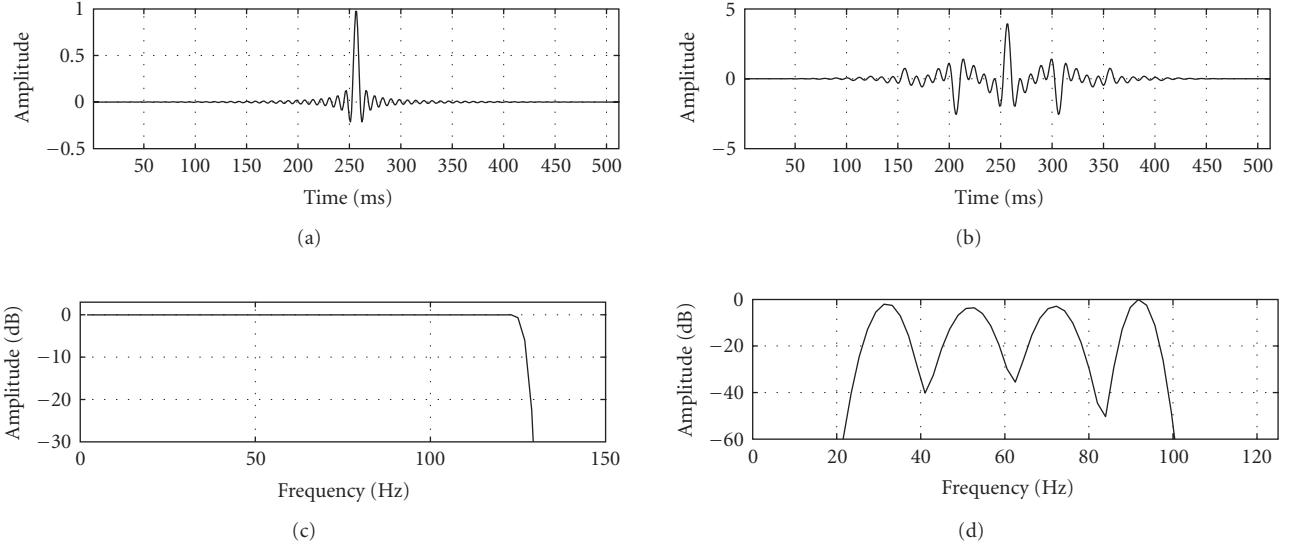


FIGURE 4: ULF sources: waveforms and spectrums. The first signal (a) and (c), denoted as ULF-1, is a flat spectrum transient. The second signal (b) and (d), denoted as ULF-2, is a broadband comb-type (“4 hills” spectrum) transient.

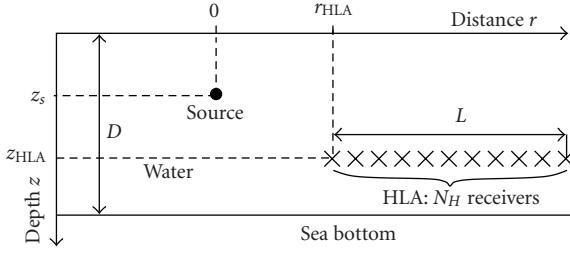


FIGURE 5: Experimental configuration.

- (i) number of hydrophones (traces)  $N_r$ ;
- (ii) duration and frequency sampling of the recording (number of samples  $n_t$ ).

The “real data” is obtained by adding a white bi-dimensional (in time and in space) Gaussian noise to the simulated data. Several signal-to-noise ratios (SNRs) are considered.

#### 4. Filtering Methods

In this paper, source localization in depth and distance is performed either by multi-dimensional or by mono-dimensional approach. The first one will be called  $F\text{-}K$  approach (as the method operates in the frequency-wavenumber domain  $f\text{-}k$ ) and the second one  $FT_a$  approach (as the method is based on adapted Fourier transform). They both achieve modal filtering which is described in this section.

For the first approach, in the frequency-wavenumber plane ( $f\text{-}k$ ) modes are separated and thus can be filtered. In the second approach, which is theoretically more difficult as we have a single hydrophone, modes are not easily separable and thus, cannot be filtered using classical signal

representations such as Fourier transform or time-frequency representation. As proposed in [12, 17], we use an adapted frequency representation in which modes are separable and consequently can be filtered.

**4.1. Multi-Dimensional Approach.** In the multi-dimensional case, the radial distance-time section  $P(r, t)$  is represented in the frequency-wavenumber plane  $f\text{-}k$ . The transformation, called  $F\text{-}K$  transform and denoted by  $P(k_r, f)$ , is linked to  $P(r, t)$  via a two-dimensional Fourier transform (in radial distance  $r$  and in time  $t$ ). The  $F\text{-}K$  transform of the signal  $P(r, t)$  is defined by

$$P_{fk}(k_r, f) = \left| \int_t \int_r P(r, t) e^{-2\pi i(f t - k_r r)} dt dr \right|. \quad (5)$$

To improve dynamics of modal representation and avoid spatial aliasing in the  $f\text{-}k$  plane, a  $V_{\text{ref}}$  velocity correction on the section  $P(r, t)$  is applied before calculating  $F\text{-}K$  transform [11] (classical preprocessing technique used in array processing). This operation consists in applying to every trace of the section a time shift, so that the direct wave (traveling with speed  $V_{\text{ref}}$ , equal to  $V_1$  in the perfect waveguide) arrives at every sensor at the same time (giving an apparent infinite velocity). Let us denote  $X(k_r, f)$  the  $F\text{-}K$  representation of the section  $x(r, t)$ . Then,  $F\text{-}K$  representation of the section after velocity correction  $y(r, t) = x(r, (t + r)/V_{\text{ref}})$  is

$$Y(k_r, f) = X\left(\frac{k_r + f}{V_{\text{ref}}}, f\right). \quad (6)$$

The consequence of this processing is a shifting of every point in the  $f\text{-}k$  plane in such way that the spatial aliasing is canceled and the representation space of modes is much larger (greater dynamics, simpler filtering).

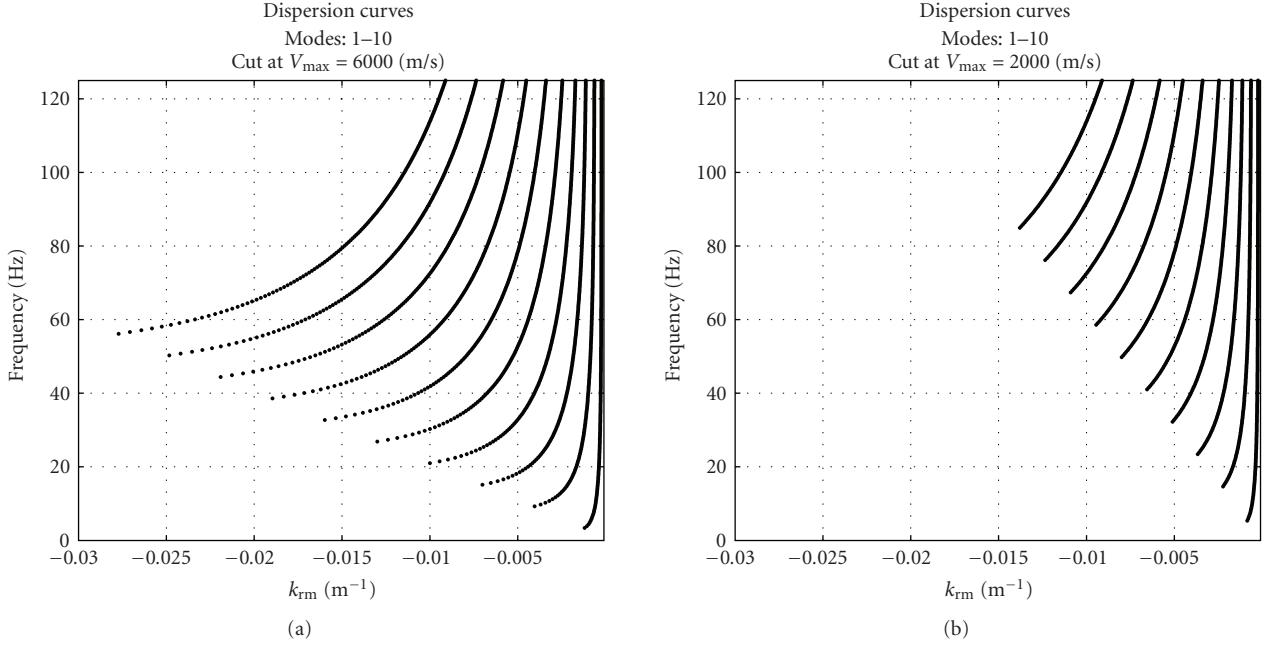


FIGURE 6: *Moctesuma*'s dispersion curves no. 1 to 10 in frequency-wavenumber domain after  $V_{\text{ref}}$  velocity correction (in plot, the mode number increases from (b) to (a)). Wavenumbers in (a) correspond to all propagating modes (water and seabed), and these in (b) plot correspond only to modes propagating in the water column.

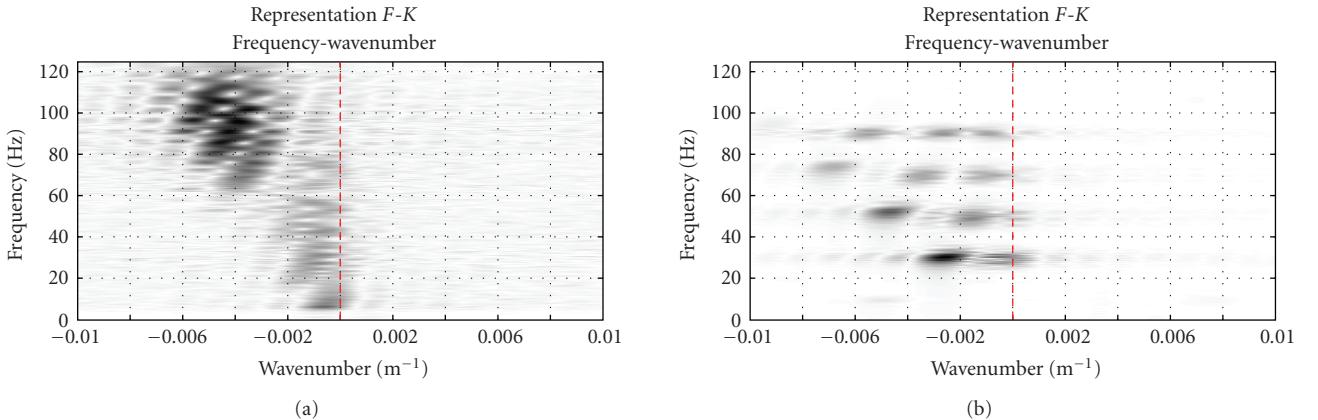


FIGURE 7: *F-K* transforms of sections  $r-t$  simulated with source ULF-1 at 105 m (a) and source ULF-2 at 70 m (b).

If we consider a white broadband source radiating a transient signal in a perfect waveguide, the *F-K* transform of the pressure signal (see (2)) received on the HLA, at long range, can be approximated by

$$P_{fk}(k_r, f) \approx \left| B(f) \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \psi_m(z_s) \psi_m(z) \delta(k_r - k_{rm}) \right| \quad (7)$$

with  $B(f)$  a frequency dependent constant related to the source spectrum.

The theoretical modal signal energy is located on the mode dispersion curves  $k_r(m, f) = k_{rm}(f)$  (the form of the mode dispersion curves is given in Figure 6). As one can notice, for each frequency the wavenumber spectrum is discrete. The *F-K* representations of two data sets are given in

Figure 7. The first plot shows a simulation done with signal ULF-1 (flat spectrum) at depth 105 m. The energy is spread across all the frequency band. The second plot presents a simulation with signal ULF-2 ("4 hills" spectrum) at depth 70 m. The *F-K* representation reflects exactly the spectrum of the source signal (see Figure 4).

As the HLA is located at a known depth, values of the factors  $\psi_m(z)$  are known. For HLA located on the sea bottom  $|\psi_m(z)| \approx 1$  and expression (7) can be rewritten as

$$P_{fk}(k_r, f) \approx |B(f)| \cdot \sum_{m=1}^{\infty} |\psi_m(z_s)| \cdot \delta(k_r - k_{rm}). \quad (8)$$

The amplitude of the *F-K* transform for each curve (dispersive mode) depends only on the mode excitation factor

modulus. We use these curves to estimate the excitation factor modulus of each mode. For a perfect waveguide model there is no frequency dependence for modal functions, which is the case in reality. Therefore, excitation factor of mode  $m$  is estimated as the mean value across the frequency domain. Moreover, mode excitation factors at the bottom interface are not exactly equal to 1 and will slightly modify the estimation of the mode amplitude at the source depth. This phenomenon does not affect the result as the same methodology is applied for the replica data.

*Mask Construction.* Once  $F$ - $K$  representation of the signal is calculated, a mask filtering has to be applied to filter modes. The mask is a binary image (with the same size as the  $F$ - $K$  transform) and is used to extract a mode by a simple multiplication in the  $f$ - $k$  domain. The mask built for each mode should “cover” the region occupied by this mode in the  $f$ - $k$  plane.

An initial mask of mode  $m$  is created using its wavenumbers. These can be computed theoretically by a propagation model if the environmental parameters are known. In our case they are given by Moctesuma (see Figure 6). Then, the mask of mode  $m$  is dilated independently in both domains (frequency and wavenumber) with the dilation parameter  $d_{k,f}^m = [d_k^m, d_f]$  according to the following formula:

$$M_m(k_r, f) = \sum_{d_k^m} \sum_{d_f} \delta\left(k_r - k_{rm}\left(f \pm d_f \cdot \Delta f\right) \pm d_k^m \cdot \Delta k\right), \quad (9)$$

where  $d_k^m$  and  $d_f$  denote, respectively, dilation sizes in wavenumber ( $d_k^m \in \{1, \dots, d_{k_{\max}}^m\}$ ) and frequency ( $d_f \in \{1, \dots, d_{f_{\max}}\}$ ) domains, and  $\Delta k$  and  $\Delta f$  denote, respectively, the sampling period in wavenumber and frequency domains. The first parameter  $d_k^m$  determines the distances between successive masks (depends on mode number  $m$ ) and the second parameter  $d_f$  defines the distance of the mask for mode 1 to the frequency 0 Hz. This definition of dilation parameters makes the mask width in the frequency dimension adapted to the frequency (narrower masks at high frequencies for lower number modes and larger masks at lower frequencies for higher number modes). The dilation process is restricted by limitation that the masks for different modes must not overlap. These masks allow an efficient filtering even for higher modes which are usually more difficult to filter.

The simulated environment has to be as close as possible to the real environment to achieve a good filtering of modes. Moreover, it is necessary to dilate the previous theoretical mask for two reasons:

- (i) the limited HLA length-mode energy spreads around dispersion curves in the  $f$ - $k$  plane;
- (ii) the mismatch between real and simulated environments [11].

A total set of masks for the studied environment is given in Figure 8. This set contains 14 masks which corresponds to the total number of propagating modes in this environment. An example of the mask adapted to mode no. 4 is given in

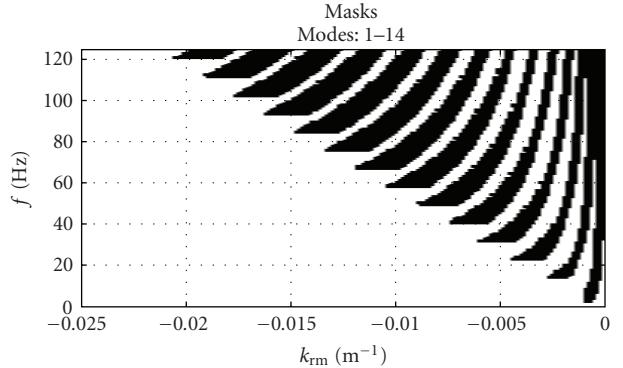


FIGURE 8: Set of binary masks in the  $f$ - $k$  domain built from dispersion curves given in Figure 6 by bi-dimensional dilatation process. The set is complete for the studied environment.

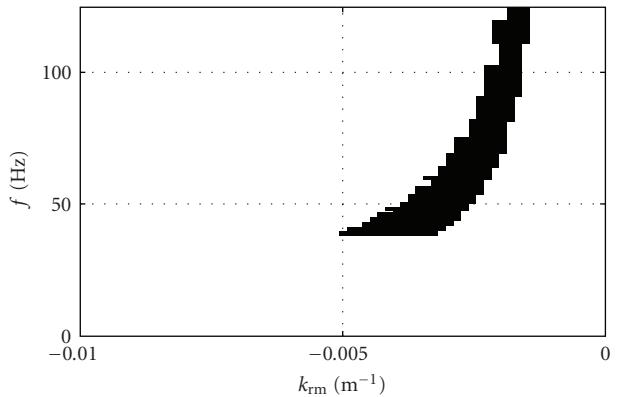


FIGURE 9: Binary mask used to filter mode no. 4.

Figure 9. The mask of mode no. 4 is built starting from its dispersion curve (see Figure 6, 4th trace counting from right to left) and then dilated according to (9).

The energy spectrum of data in Figure 7 (a) is shown in Figure 10. For each mode the energy is calculated as a mean of the  $f$ - $k$  region where this mode is present (after mask filtering).

In Figure 11 we present the result of the mode filtering for modes nos. 1, 4 (mode with very low energy), and 6 (the mode with the highest energy).

**4.2. Monodimensional Approach.** In the mono-dimensional configuration, classical signal representations such as Fourier transform or short-time Fourier transform are not suited for description of a signal that can be decomposed in a sum of dispersive modes (nonstationary and nonlinear time-frequency patterns). Therefore, these techniques cannot correctly represent the signal having modal structures (see Figures 12(a) and 13(a)). This signal processing problem has attracted much interest for the last decades [13, 18, 19]. In this paper we based our monosensor approach on works [12, 17, 20]. The idea is to find a representation well adapted for modal signal structure to achieve modal filtering. The best way is to take into account the physics of oceanic

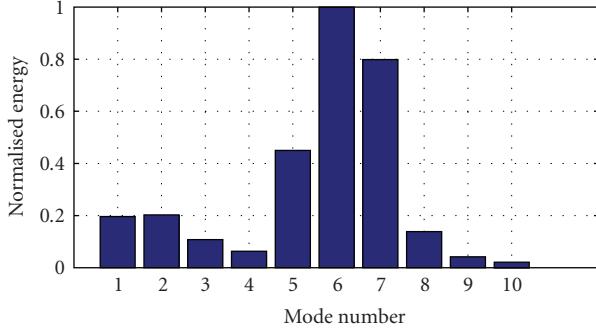


FIGURE 10: Energy spectrum in modal space (for modes no. 1 to 10).

waveguide propagation and build a representation adapted to the signal structure in the same way as Fourier transform is adapted to a monochromatic signal. Here, we discuss only an adapted frequency representation  $FT_a$ . However, on the same rule an adapted time-frequency representation can be constructed and used [12, 17].

The adapted processing tools are based on the combination between acoustic wave propagation (waveguide propagation law) and signal processing theory (unitary equivalence). Building of the adapted frequency representation is based primary on definition of the unitary operator of transformation adapted to guided waves. This unitary operator is linked to the dispersion law  $\nu_m = f(t)$ , where  $\nu$  is the instantaneous frequency and  $t$  is the time. For a perfect waveguide model and for each mode  $m$  the dispersion law is defined by

$$\nu_m^{\text{parf}}(t) = \frac{(2m-1)V_1 t}{\sqrt{4D[t^2 - (r/V_1)^2]}}, \quad (10)$$

where  $V_1$  is the sound speed in water,  $D$  is the waveguide depth,  $t$  is the time, and  $r$  is the distance. This relation defines temporal domain of group delay  $\mathcal{D}_f = (R^+/V_1, +\infty]$ , where  $R^+/V_1$  is arrival time of the wavefront.

Starting from the dispersive relation given in 10, the instantaneous frequency  $\nu_m$  is the derivative of the instantaneous phase  $\phi_m^{\text{parf}}(t)$ :

$$\begin{aligned} \phi_m^{\text{parf}}(t) &= 2\pi \int_t \nu_m^{\text{parf}}(t) dt \\ &= 2\pi \frac{(2m-1)V_1}{4D} \sqrt{t^2 - \left(\frac{r}{V_1}\right)^2} \\ &= 2\pi\nu_c(m)\xi(t) \end{aligned} \quad (11)$$

with  $\nu_c(m)$  the cut-off frequency of mode  $m$  defined by

$$\nu_c(m) = \frac{(2m-1)V_{\text{ref}}}{4D}. \quad (12)$$

$\xi(t)$  is called the general dispersive function and is defined as follows:

$$\xi(t) = \sqrt{t^2 - \left(\frac{r}{V_1}\right)^2}. \quad (13)$$

As a result, the pressure signal of the perfect waveguide model is defined by

$$p^{\text{parf}}(t) = \sum_m g_m(t) e^{2\pi i \nu_c(m) \xi(t)} \quad (14)$$

with  $g_m(t)$  the envelope evolution of mode  $m$ . The unitary operator of transformation should transform nonlinear mode structures in linear ones (in time-frequency domain), and thus allow the use of classical Fourier filtering techniques. In construction of such representation, the unitary equivalence formalism is used [13]. One of the unitary operators is a warping operator  $\mathbf{W}_w$  (applied to a signal  $x(t)$ ) defined as follows:

$$(\mathbf{W}_w x)(t) = \left| \frac{\partial w(t)}{\partial t} \right|^{1/2} \cdot x[w(t)]. \quad (15)$$

The function  $w(t)$  has to be derivable and bi-univocal, and function  $w^{-1}(t)$  has to exist. The operator  $\mathbf{W}_w$  is applied to the signal in order that  $(\mathbf{W}_w p^{\text{parf}})(t)$  becomes a sum of linear structures

$$(\mathbf{W}_w p^{\text{parf}})(t) = \sum_m \left| \frac{\partial w(t)}{\partial t} \right|^{1/2} C_m e^{2\pi i \nu_c(m) \xi[w(t)]}. \quad (16)$$

To do so, we deduce from (16), the deformation function  $w(t)$  defined on  $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathcal{D}_f$

$$w(t) = \xi^{-1}(t) = \sqrt{\left(t^2 + \frac{r^2}{V_1^2}\right)}. \quad (17)$$

Finally, the unitary operator of transformation adapted to a perfect waveguide is

$$(\mathbf{W}_w p^{\text{parf}})(t) = \sum_m \left| \frac{\partial w(t)}{\partial t} \right|^{1/2} C_m e^{2\pi i \nu_c(m) t}. \quad (18)$$

Note that this tool is reversible, so one can go back to the initial representation space (time or frequency).

In this short presentation of adapted transformation for the perfect waveguide we demonstrated the principal idea of this technique which consists in transformation of modes into linear structures. In our work we use a method adapted to Pekeris waveguide model, as it is a more complex model (closer to reality) taking into account the interaction with the sea bottom (described in details in [12]).

As the non-linear time-frequency signal structures become linear after this transformation, the signal becomes stationary (see Figures 12(b) and 13(b)). In this case, one can use classical frequency filtering tools to filter modes. The modal filtering is then done in the adapted frequency domain (Pekeris frequency) by a simple bandpass filtering defined by the user.

## 5. Estimators

In Section 4 we demonstrated how extracting modes from the recorded signal by multi and mono-dimensional approaches. In this section we discuss depth and distance

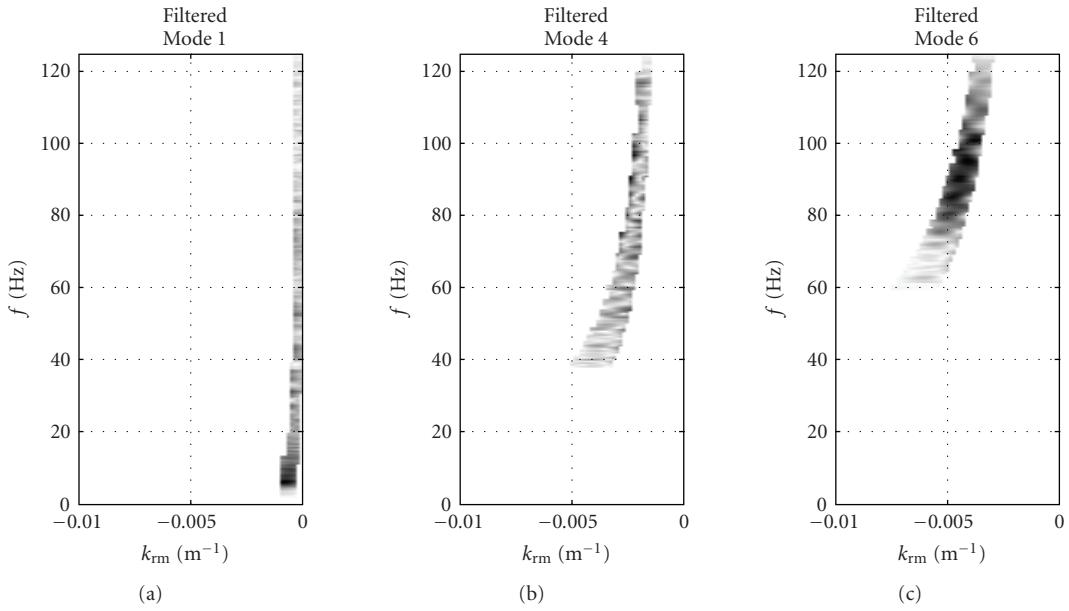


FIGURE 11: Modes nos. 1, 4, and 6 extracted from  $F$ - $K$  representation given in Figure 7(a) by mask filtering.

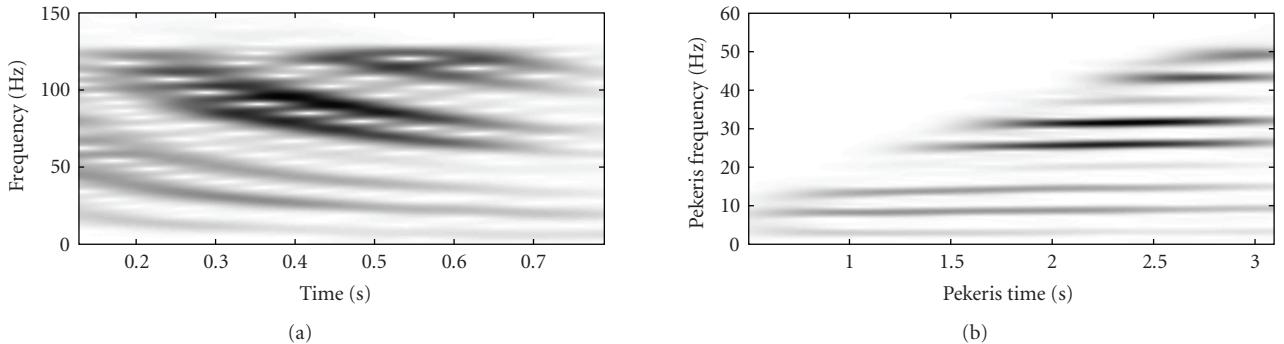


FIGURE 12: Classical STFT and adapted STFT (matched to Pekeris model) of a signal recorded on a single hydrophone. The simulation is given for the source ULF-1 at 40-m depth and 10 km distant from hydrophone.

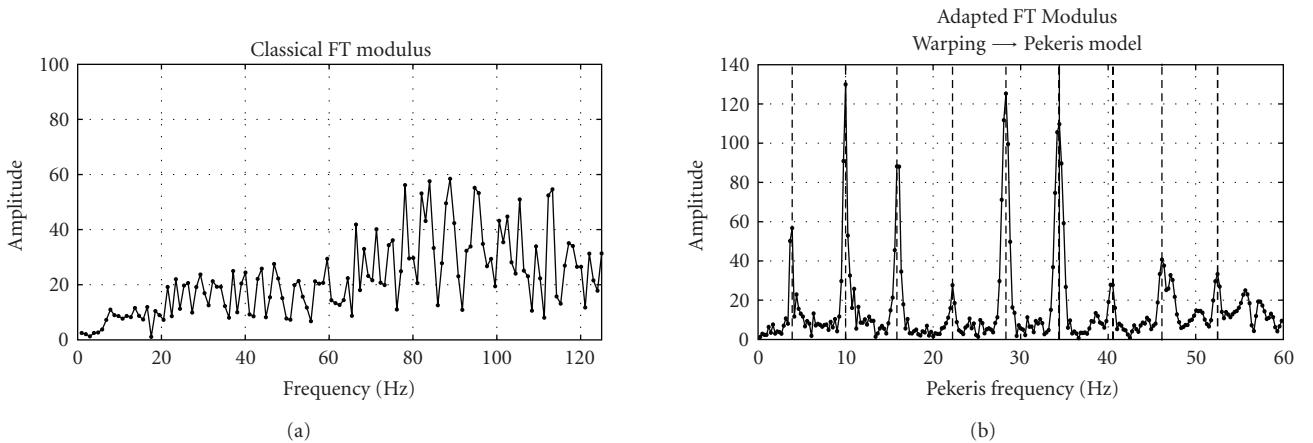


FIGURE 13: Classical Fourier spectrum and adapted Fourier spectrum of a signal recorded on a single hydrophone (the same as in Figure 12).

TABLE 1: Values of  $\Delta\phi(m, n, z)$ .

		Sign of $\psi_n(z)$	
		+	-
Sign of $\psi_m(z)$	+	0	$\pi$
	-	$\pi$	0

estimators based on modal processing. For depth estimation, we use a matched-mode technique, and for distance estimation our approach is based on mode phase analysis. For both approaches,  $F\text{-}K$  and  $FT_a$ , we use the same estimators for localization in depth and distance. The only difference is the representation space of modal filtering: frequency-wavenumber for  $F\text{-}K$  method and adapted Fourier spectrum for  $FT_a$  method.

**5.1. Range Estimation.** The range estimation is combined with the mode sign estimation; therefore we call the estimator sign-distance estimator. The estimator applied only on the real data is based on mode phase analysis and calculates a cost function  $C$  based on two mode phases ( $m$  and  $n$ , where  $n > m$ ) extracted from the data. Modes are not necessarily consecutive; however their numbers and associated wavenumbers (calculated by *Moctesuma*) have to be known.

The sign-distance estimator is originally based on a work published in [20]. We present this estimator very succinctly, more details can be found in [21]. The principle is based on the definition of mode phase given in (4). To suppress the unknown parameters in this equation, the initial estimator  $\Delta\Phi$  uses the difference between two mode phases:

$$\begin{aligned}\Delta\Phi(m, n, f) &= \Phi_m(f) - \Phi_n(f) \\ &= \Delta\phi(m, n, z_s) + \Delta\phi(m, n, z_{\text{HLA}}) + r\Delta k_r(m, n, f)\end{aligned}\quad (19)$$

with

- (i)  $\Delta\phi(m, n, z)$  being difference between two mode phases at depth  $z$ ; the values of this parameter are defined by (for details see Table 1):

$$\begin{aligned}\Delta\phi(m, n, z) &= \phi(\psi_m(z)) - \phi(\psi_n(z)) \\ &= \pi\delta_{\text{sign}(\psi_m(z)), -\text{sign}(\psi_n(z))}(\text{mod}(2\pi)),\end{aligned}\quad (20)$$

(ii)  $\Delta k_r(m, n, f) = k_{rm}(f) - k_{rn}(f)$ .

The estimation is done in sequential way; that is, superior mode signs (of order  $n$ ) are estimated using inferior mode signs (of order  $m$ ). The starting point is the absolute mode sign of mode no. 1 which is always positive:  $\hat{S}_{\text{abs}}(1, z_s) \rightarrow +$ . For example to estimate the sign of mode  $n = 5$ , one can use in theory modes  $m = \{1, 2, 3, 4\}$ . As the frequency band shared by two modes ( $m$  and  $n$ ) has to be maximized for the estimation performance, we propose the following rule to

TABLE 2: Absolute mode sign choice rule: the absolute sign of mode  $n$   $\hat{S}_{\text{abs}}(n, z_s)$  depends on the absolute sign of mode  $m$   $\hat{S}_{\text{abs}}(m, z_s)$  and the pass function  $\widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s)$  (where  $n > m$ ).

$\hat{S}_{\text{abs}}(m, z_s)$	$\widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s)$	$\hat{S}_{\text{abs}}(n, z_s)$
+	0	+
+	$\pi$	-
-	0	-
-	$\pi$	+

choose inferior mode number ( $m$ ) for estimation of superior sign mode number ( $n$ ):

$$m = \{n - 3, n - 2, n - 1\}. \quad (21)$$

The sign of  $\Delta\phi(m, n, z_{\text{HLA}})$  is known as the depth  $z$  of HLA is known (in our case it is  $D$ ). To estimate mode signs for real data, for each frequency  $f$  the quantity  $\Delta\Phi_{\text{exp}}$  is measured, and then we calculate the cost function  $C$  defined as

$$C(r, \Delta\phi(m, n, z_s)) = \sum_f \left| d(\Delta\Phi_{\text{exp}}(m, n, f), \Delta\Phi(m, n, f)) \right|^2, \quad (22)$$

where  $d$  is the distance function defined as

$$d(\phi_1, \phi_2) = \arg(\exp(i(\phi_1 - \phi_2))) \quad (23)$$

with  $\arg$  defined on a basic interval  $(-\pi, \pi]$ . The sign-distance estimator is found by the minimization of the cost function  $C$ :

$$\left\{ \hat{r}, \widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s) \right\} = \arg \min_{r, \Delta\phi(m, n, z_s) = \{0, \pi\}} C(r, \Delta\phi(m, n, z_s)), \quad (24)$$

where  $r \in \langle r_{\min}, r_{\max} \rangle$  and

$$\widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s) = \begin{cases} 0 & \text{if modes } m \text{ and } n \text{ have the same signs,} \\ \pi & \text{if modes } m \text{ and } n \text{ have opposite signs.} \end{cases} \quad (25)$$

The sign-distance estimator is calculated for 2 possible values of  $\widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s)$ : 0 and  $\pi$ . By minimizing  $C$ , we find the searched value of  $\widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s)$  (using (25), the relative sign between modes  $m$  and  $n$  is estimated) and also the distance. As we know the absolute sign  $\hat{S}_{\text{abs}}(m, z_s)$  of inferior mode  $m$  (known or estimated in previous step of estimation) and the estimated value of the pass function  $\widehat{\Delta\phi}(m, n, z_s)$  between modes  $m$  and  $n$ , we can find the absolute sign of mode  $n \rightarrow \hat{S}_{\text{abs}}(n, z_s)$ . The rule of mode sign estimation is given in Table 2.

The mode sign estimation for  $N_{\text{mod}} = K$  takes at least  $K - 1$  steps as the first mode sign is always positive and as the estimator works sequentially on mode couples.

**5.2. Depth Estimation.** Source depth estimation is based on Matched-Mode Processing. The principle of MMP is

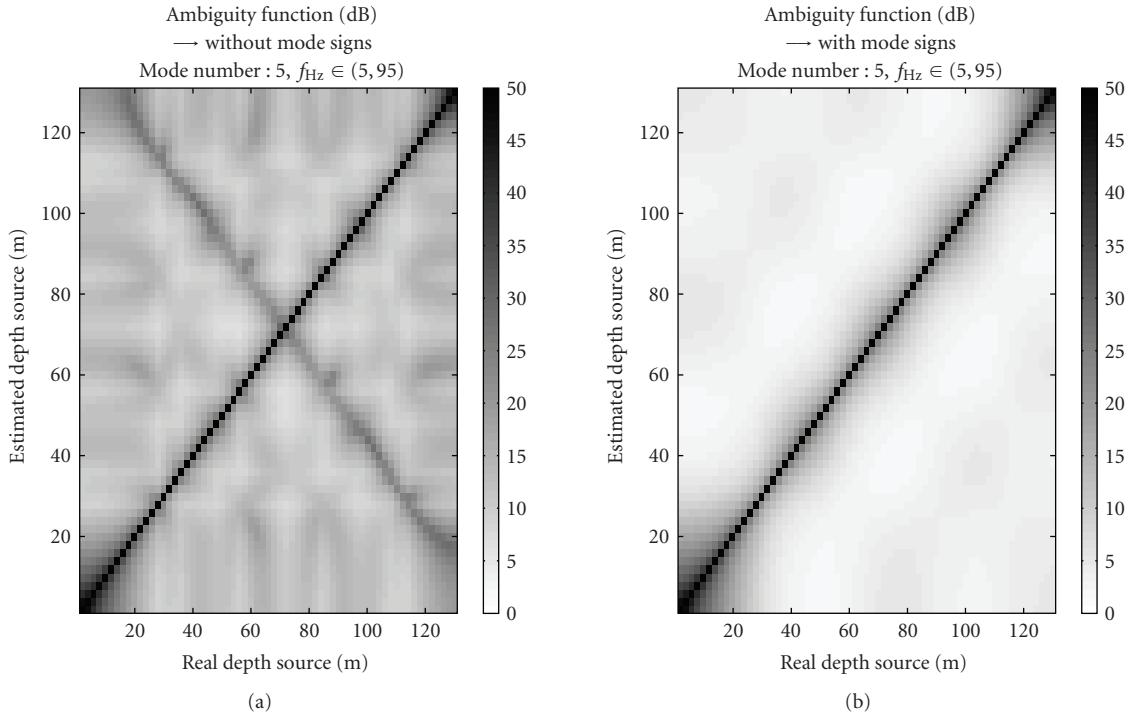


FIGURE 14: Theoretical ambiguity functions for matched-mode localization. Results obtained for the set of modes 1 to 5 and frequency band (5, 95) Hz. In (a) the contrast function  $G$  is calculated at the basis of mode excitation factor modulus, and in (b) the mode sign information is integrated.

to compare modes in terms of excitation factors extracted from the real data with those extracted from the replica fields. The modeled acoustic field (replica) is simulated with *Moctesuma*. The depth estimator is based on a correlation which measures a distance between mode excitation factors estimated from real and from simulated data (for a set of investigated depths). The depth for which this correlation reaches maximum (the best matching) is chosen as the estimated source depth.

The mode excitation factors are extracted by  $F\text{-}K$  or  $TF_a$  approach on real and replica data in the same manner. They are positive as they are extracted from positive value spaces ( $F\text{-}K$  transform or modulus of the adapted Fourier transform). Their signs are then obtained using the sign-distance estimator presented in the previous section. The mode signs are estimated only for real data. For the reference data, as the simulations are done for a set of determined source depths, mode signs are known. The combination of mode excitation factors with mode signs allows canceling secondary peaks in the correlation function. These peaks are due to “mirror solutions” of modal functions for some depths when considering only mode excitation factor modulus (see Figure 14). Therefore, adding mode sign information to mode excitation factor modulus improves significantly the performance of depth localization (shown on examples in Section 6).

The localization performance is strongly dependent of the matching accuracy between real and simulated acoustic fields. Study of the influence of environmental and system

effects on the localization performance is presented in [11, 22]. The dilation used to build masks in the  $f$ - $k$  plane makes the method more robust against these errors.

To compare mode excitation factors extracted from real and simulated data, a normalization based on the closure relationship is applied:

$$\sum_m c_m^2(z_s) = 1, \quad (26)$$

where  $c_m$  is an excitation factor of mode  $m$ . Then, the comparison between mode excitation factors extracted from the real data  $c_m^{\text{real}}$  and replica data  $c_m^{\text{simul}}$  is made using the contrast function  $G$ :

$$G_{N_{\text{mod}}}(z_s) = -10 \log \left( \frac{\sum_{m=1}^{N_{\text{mod}}} (c_m^{\text{real}} - c_m^{\text{simul}}(z_s))^2}{N_{\text{mod}}} \right), \quad (27)$$

where  $N_{\text{mod}}$  is the number of analyzed modes

$$\hat{z}_s = \arg \max_{z_s} G_{N_{\text{mod}}}(z_s). \quad (28)$$

The maximum of  $G$  indicates the estimated depth of the source.

In matched-mode localization, modes for which the function  $G$  defined by (27) is calculated are theoretically unrestricted. However, in case of ULF localization, only the first modes are used. The upper mode number limit is given by the environment and existence of cut-off frequencies as

the methods presented in this paper are based on broadband signal processing. In our analysis the number of used modes is between 5 and 7.

Theoretical performances of depth localization for the studied environment and for all source depths are presented in Figure 14 (each vertical line corresponds to a contrast function  $G$ ). The figure presents two plots: for the method without mode signs (a) and for the method with mode signs (b). The result is obtained by the application of (27) to mode excitation factors directly taken from *Moctesuma* simulations. For the method without mode signs, one can notice the existence of “mirror solutions” which is a line of secondary peaks intersecting with the primary peaks line indicating the true source positions. That line does not exist for the method with mode signs, as the “mirror solutions” are cancelled by adding mode signs to mode excitation factor modulus. In such way, one can remove the localization ambiguity, which is problematic especially in low signal-to-noise conditions.

**5.3. Source Spectrum Estimation.** To perform matched-mode localization, knowledge (at least partial) of quantities such as geoacoustical parameters of the environment and spectral characteristics of the source is crucial. This results from the fact that the simulated acoustic field should be simulated in geoacoustical conditions similar (as much as possible) to the real conditions existing in the location of interest. In general, environmental parameters can be estimated using inversion methods [23, 24]. Unluckily, in passive approach the knowledge of the source spectrum remains notwithstanding problematic. As the influence of the source spectrum is relevant (see (2) and (7)), we propose an estimator of source spectrum based on the analysis of the first mode (most horizontal), as this mode is always excited. The property of distinct attenuation of signal frequencies (growing non linearly with the frequency) is taken into account by the estimator in order to improve estimation quality. The proposed estimator can be formulated as follows:

$$\hat{X}_s(f) = A(f) \cdot \frac{1}{N_r} \sum_{n=1}^{N_r} X_n^{\text{mod } \{1\}}(f), \quad (29)$$

where  $\hat{X}_s(f)$  is the estimated source spectrum,  $A(f)$  is a spectral factor correcting the signal attenuation over frequency,  $N_r$  is a number of hydrophones, and  $X_n^{\text{mod } \{1\}}(f)$  is the spectrum of the first mode on hydrophone  $n$  estimated from the  $f$ - $k$  plane. For better performance the correction factor  $A(f)$  can be measured in the field (by recording a known broadband signal at some distance). As we do not operate on real field data, to calculate  $A(f)$  we use theoretical values of spectral attenuation (for frequency range of interest).

## 6. Localization

We present some examples of source localization using methods described in Sections 4 and 5. First, examples of localization in distance and in depth are presented using a

single hydrophone, and then using a horizontal hydrophone array (HLA). Moreover, we show the interest of mode signs and source spectrum estimations in case of depth localization by  $F$ - $K$  and  $FT_a$  approaches. Due to limited paper’s length, we do not expose here the study of the robustness of the methods against noise. These considerations have been studied in [11, 25]. We give only some most important conclusions. The simulations on source depth estimation demonstrate that to obtain the primary peak-to-secondary peak ratio of 10 dB the signal-to-noise ratio has to be superior to  $-5$  dB for  $F$ - $K$  method and 5 dB for  $FT_a$  method. The impact of noise on source range estimation seems to be more relevant. These considerations concern white (in time and in space) gaussian model of local (non propagating) noise.

**6.1. One Hydrophone.** The objective of this section is to show performance of  $FT_a$  localization method using a single hydrophone. The methods are validated for the environment and configuration described in Section 3 for a signal-to-noise ratio of 15 dB. The distance between source and hydrophone is equal to 10 km. Source is deployed at 40 m of depth and the hydrophone is on the seabed.

We first apply the deformation of the signal described in Section 4.2 for the Pekeris model. The parameters used to warp the modal signal are

- (i) water column depth: 130 m;
- (ii) sound speed velocity in water: 1500 m/s;
- (iii) sound speed velocity in sediments: 2000 m/s;
- (iv) water density: 1 kg/m<sup>3</sup>;
- (v) sediment density: 2 kg/m<sup>3</sup>.

Within the parameters, the water column depth is a correct value, and other parameters are approximations of the real values to demonstrate robustness of the method.

Then, the  $FT_a$  method allows a filtering of modes (classic bandpass filter applied on spectral representation given in Figure 13(b)), and these modes are analyzed for distance and depth estimation.

**6.1.1. Distance.** For the distance localization an access to mode phases is essential. First, a modal filtering by  $FT_a$  is performed and then for each analyzed mode, its phase is calculated through a Fourier transform. Wavenumbers needed by the estimator defined in (19) are provided by *Moctesuma*.

In Figure 15 we show the cost function  $C$  corresponding to several distance estimations. As the distance estimator works on mode couples, we present five distance estimations for mode couples: (2, 1), (3, 1), (4, 2), (5, 3), and (6, 4) and research area  $r \in (8, 13)$  km with a step  $\Delta r = 25$  m. The estimated distances are given in Table 3 (the real distance is 10 km). The first 4 estimations are correct, and the last one is false, which is due to limited frequency band of mode 6. Moreover, the sign-distance estimator provides mode signs. For this example, the mode signs were estimated on the same mode couples as distance. The estimation of mode signs no.

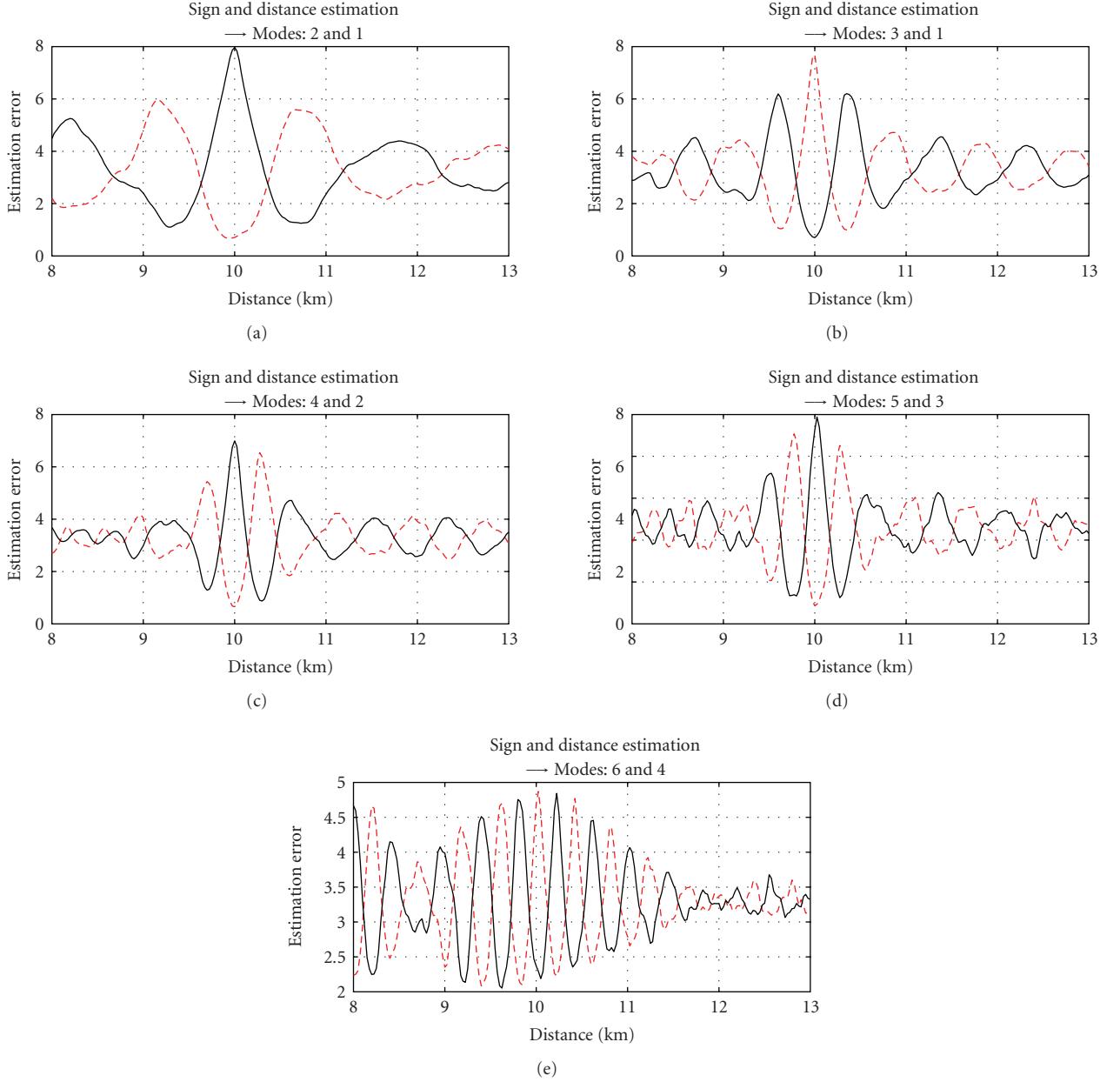


FIGURE 15: Cost functions  $C$  of sign-distance estimator in a single hydrophone scenario. The results are given for mode couples: (2, 1), (3, 1), (4, 2), (5, 3), and (6, 4) and radial distance search zone  $r \in (8, 13)$  km. The source is 10 km distant from the hydrophone. Solid and dashed lines are given for two possible values of  $\Delta\phi(m, n, z_s)$ : 0 and  $\pi$ .

1 to 6 is correct and the absolute signs are 1 → +, 2 → −, 3 → +, 4 → +, 5 → −, and 6 → +.

**6.1.2. Depth.** For depth localization an estimation of mode excitation factors is needed. First, a modal filtering is performed on real and simulated data by  $FT_a$  approach, and then for each analyzed mode, its mode excitation factor modulus is calculated as a mean over frequency. Moreover, mode signs estimated above can be used in the contrast function  $G$ .

In Figure 16 we show the result of depth localization. The performance is given for the methods “without mode

signs” and “with mode signs.” The difference in performance between two methods is relevant which results from the importance of taking into account mode signs when calculating the contrast function  $G$ . The method “with mode signs” eliminates the “mirror solutions” (decrease of the contrast function  $G$  from 22.5 dB to 4.5 dB for a secondary peak at 105 m by adding mode signs). Figure 17 highlights also a problem that can appear when adding mode signs: if the mode sign estimation is false (here, sign of mode 3 is false), then the localization performance decreases significantly. However, as one can choose between 3 options when estimating mode signs (the current mode sign  $n$  is

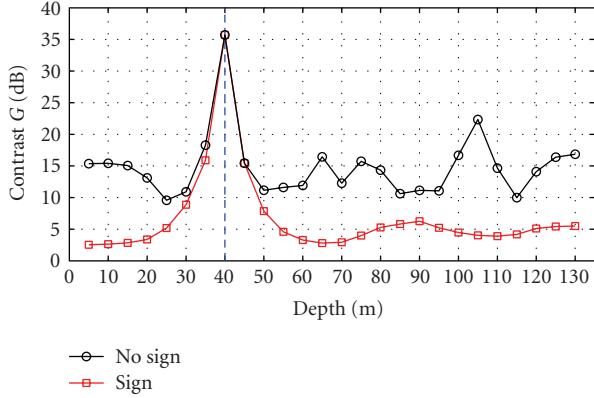


FIGURE 16: Contrast functions  $G$  for depth source localization by  $FT_a$  approach. The results are given for methods: without mode signs (circles) and with mode signs (squares). The source is located at 40 m of depth. The vertical resolution is 5 m.

estimated using three inferior modes  $m = \{n - 3, n - 2, n - 1\}$ , the probability of this error should decrease (if the signal-to-noise ratio is sufficiently high).

Due to the oscillating character of modal functions and because we consider only modal function modulus, there exist “mirror” depths which give secondary peaks in the contrast function  $G$  (Figure 14(a)). To explain this fact and the reason why they disappear when integrating mode signs in the depth estimation, let us present an example. Figure 18 shows 6 mode excitation factors extracted from simulated data at two different source depths: 40 m and 105 m. For these two depths the mode excitation factor moduli are almost the same (Figure 18(a)), and so the difference in the contrast function for these depths is not relevant. When the complete information about mode excitation factors (i.e., modulus and sign) is considered (Figure 18(b)), these depths become discriminated. This is due to especially modes no. 2, 6, but also 4.

In the mono-dimensional configuration in lower signal-to-noise ratio conditions the mode sign and distance estimations can be inaccurate. Also, the depth localization performance cannot be satisfied. Therefore, we propose the multi-dimensional configuration that is more robust and efficient due to a richer information about the source and the environment recorded on the HLA.

**6.2. Horizontal Line Array.** This section presents results of localization in distance and in depth using  $F$ - $K$  approach. The objective is to show the performance of  $F$ - $K$  localization method. The methods are validated in the environment and configuration described in Section 3 for a signal-to-noise ratio of 5 dB. The distance between the source and the first hydrophone of HLA is 10 km. The source depth is 105 m and the HLA is on the seabed.

According to the Shannon theorem and for the ULF band ( $f_{\max} = 100$  Hz) the maximal spatial sampling should be done every 7.5 m. Thus, in theory we could consider every second HLA hydrophone without any information lost (as the whole HLA samples linearly the space every

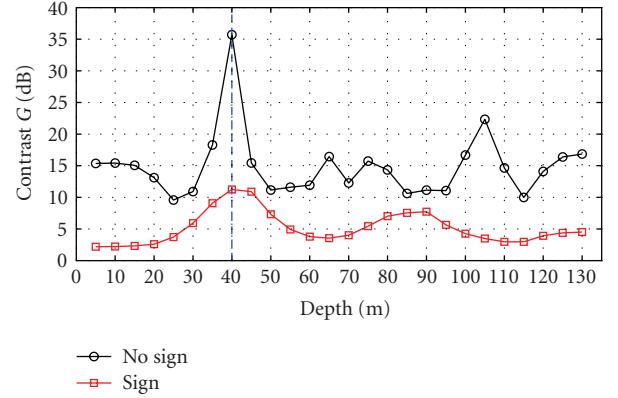


FIGURE 17: Contrast functions  $G$  for depth source localization by  $FT_a$  approach with false mode sign estimation. The mode sign no. 3 is estimated with an error (estimated as negative, but should be positive). The configuration localization is the same as in Figure 16.

TABLE 3: Results of the source distance estimation for  $FT_a$  approach.

Mode couple	Estimated distance (km)
2 and 1	9.925
3 and 1	10
4 and 2	10
5 and 3	10
6 and 4	9.625

3.347 m). However, with a higher space sampling, better noise canceling algorithms can be implemented. What is more important, is a length of the HLA. When the length of HLA reduces, the localization performance decreases. This is provoked by a spreading of the signal in the  $f$ - $k$  plane which results from a not sufficiently long radial distance sampling of the modal signal [16]. Different issues of the use of HLA are discussed in [10].

The first step of the method is a  $V_{\text{ref}}$  velocity correction which is done with the minimum value of the sound speed profile in water  $V_{\min} = 1508.4$  m/s. Then, the  $F$ - $K$  transform is calculated and this representation is used for mode filtering. These modes are then analyzed for distance and depth estimations.

**6.2.1. Distance.** After  $F$ - $K$  filtering, the phase of each mode is calculated through a Fourier transform. The wavenumbers needed by the estimator defined in (19) are provided by Moctesuma simulator. This estimation is applied to each hydrophone of the HLA (240 estimations) [16].

We apply the estimator on five different mode couples: (2, 1), (4, 1), (4, 2), (5, 2), (6, 4), and (7, 4), and research area  $r \in (8, 13)$  km with step  $\Delta r = 25$  m. The estimated distance values are given in Figure 19 and its mean values are given in Table 4. Moreover, the sign-distance estimator gives as a result mode sign. In multi-dimensional case, we dispose of  $N_r$  estimations of mode signs for each mode couple option. For a mode number equal to 7, the sign-distance estimator is applied on following mode couples: (2, 1) (for mode 2),

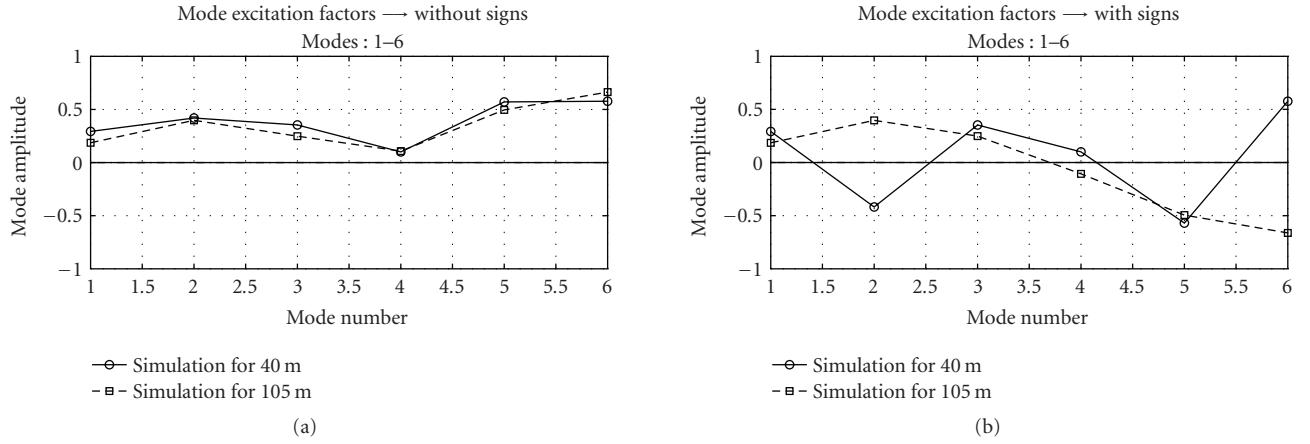


FIGURE 18: Mode excitation factors extracted from 2 simulations: source at 40 m and 105 m of depth. (a) represents the mode excitation factor modulus (no sign information) and (b) shows the mode excitation factor modulus combined with sign information.

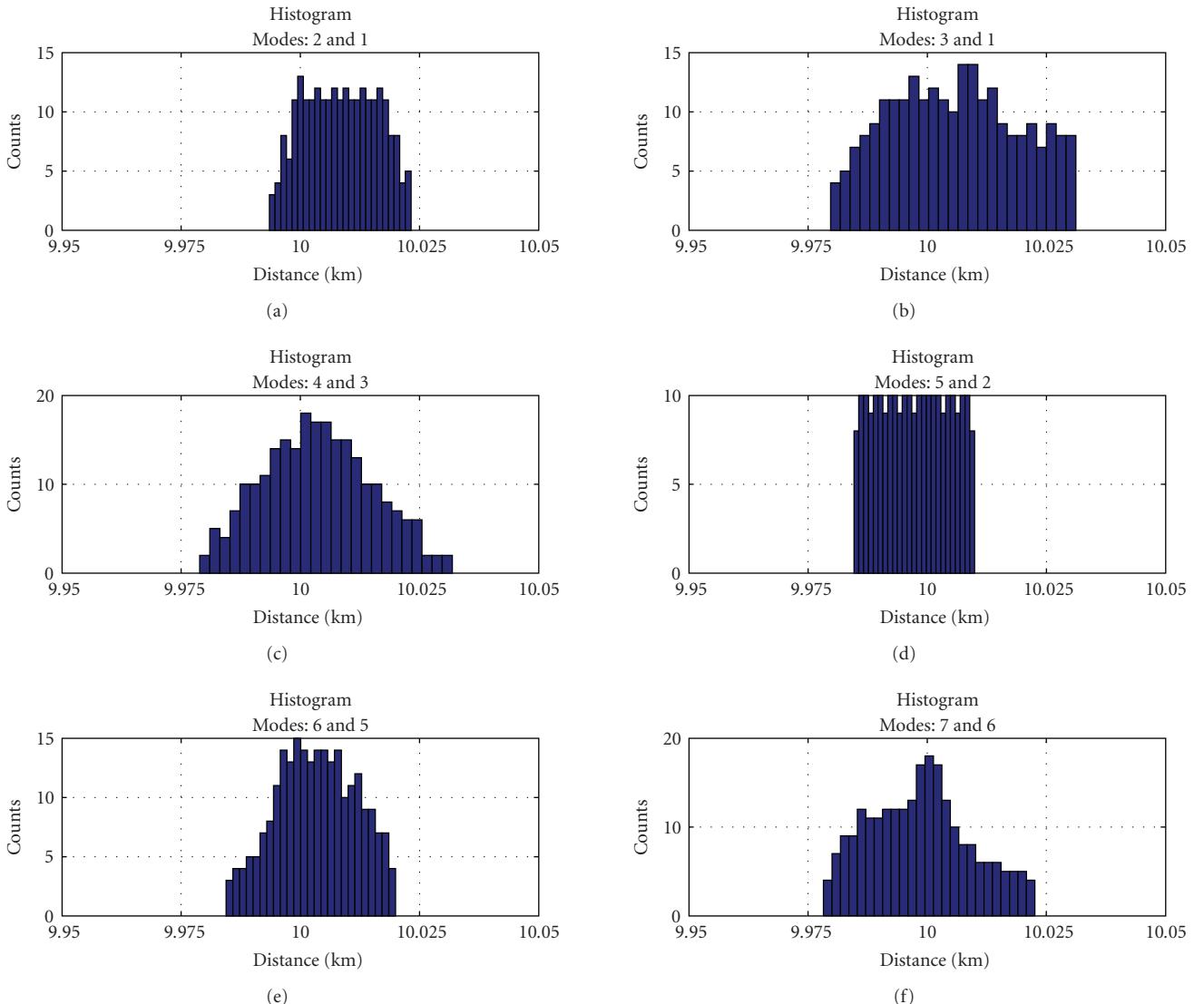


FIGURE 19: Results of distance estimation by *F-K* method for 6 mode couples. For each mode couple the estimation is done for all HLA hydrophones (240 distance estimations). The true value of distance is 10 km.

TABLE 4: Mean values of source distance estimation for multi-dimensional approach. The bin width is 5 m.

Mode couple	Mean distance value (km)
2 and 1	10.01
3 and 1	10.01
4 and 3	10.005
5 and 2	10
6 and 5	10.005
7 and 6	10.005

(3,1), (3,2) (for mode 3), (4,1), (4,2), (4,3) (for mode 4), (5,2), (5,3), (5,4) (for mode 5), (6,3), (6,4), (6,5) (for mode 6), (7,4), (7,5), and (7,6) (for mode 7) and the user has to select the couple he wants to use. This information is used here to maximize the probability of correct choice within available options for each estimation step. As the mode sign estimation is sequential it is primordial to not commit an error at the beginning to avoid its propagation. At each step (for each mode sign estimation) a series of 3 parameters is calculated to help the user in taking the decision. For the first step these parameters are calculated once (for the couple (2,1)), for the second step we dispose of two set of parameters (for the couples (3,1) and (3,2)), and for the following steps we have always three sets of parameters. These parameters are defined as follows.

(i) Choice reliability:

$$\frac{|N - \text{floor}(N_r/2 + 1)|}{\text{floor}(N_r/2 + 1)} * 100, \quad (30)$$

where  $N$  is a number of sign changes ( $N \in [0, N_r]$ ). This criteria should be maximal.

(ii) Estimation variability:

$$\left| \sum_{N_r} (\mathbf{r}_e)'' \right|^2, \quad (31)$$

where  $\mathbf{r}_e$  denotes a set of  $N_r$  distance estimations and  $''$  denotes a second derivative with respect to the hydrophone number. For the no-error estimation of distance the first derivative is equal to interhydrophone distance. Then, the second derivative is equal to zero as the first derivative is a constant function. This criterion allows to measure the variability of distance estimations across all hydrophones and should be minimal.

(iii) Error distance estimation:

$$\frac{\left| 1/N_r \sum_{n=1}^{N_r} (r_e^{n,i+1}) - r_e^i \right|}{r_e^i}, \quad (32)$$

where  $r_e^{n,i+1}$  denotes a distance estimation for  $n$ th hydrophone at actual step analysis ( $i + 1$ ) and  $r_e^i$  denotes the final estimation of distance from previous step ( $i$ ). This criterion allows cancel secondary peak solutions for which the first two criteria gave good results and should be obviously minimal.

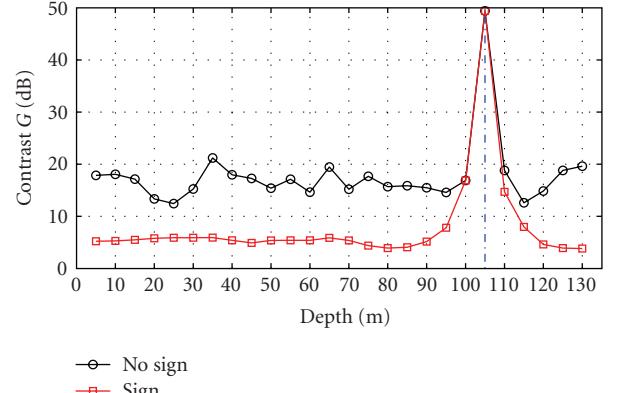


FIGURE 20: Contrast functions  $G$  for depth source localization by F-K approach. The results are given for methods: without mode signs (circles) and with mode signs (squares). The source is located at 105 m of depth. The vertical resolution is 5 m.

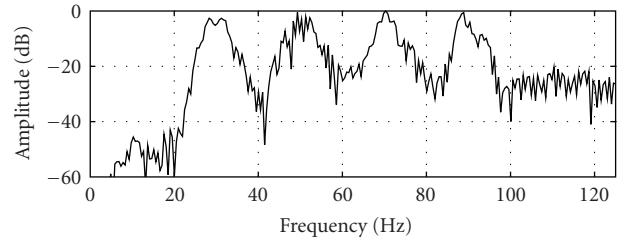


FIGURE 21: Result of the source spectrum estimation for source ULF-2 (to be compared with Figure 4(d)).

For the example presented here, the mode signs were estimated on the same mode couples as distance. The estimation of signs of modes no. 1 to 7 is correct and the absolute signs are 1 → +, 2 → +, 3 → +, 4 → −, 5 → −, 6 → −, and 7 → −.

6.2.2. *Depth.* After modal filtering, the mode excitation factor modulus of each mode is calculated as a mean over the  $f$ - $k$  region. Moreover, the sign-distance estimator can be used for mode signs estimation.

In Figure 20 we show the result of depth localization. The performance is given for method “without mode signs” and “with mode signs.” The difference between both methods is relevant which confirms the importance of taking into account mode signs when calculating the contrast function  $G$ . The method “with mode signs” eliminates the “mirror solutions” (decrease of the contrast function from 21 dB to 6 dB for a secondary peak at 35 m by adding mode signs).

6.3. *Source Spectrum Issue.* In Section 5.3 we described a simple method of estimation of the source spectrum. Now, we quantify the impact of this estimation on depth localization.

Let us consider an example of depth localization in the environment described in Section 3. The source ULF-2 is

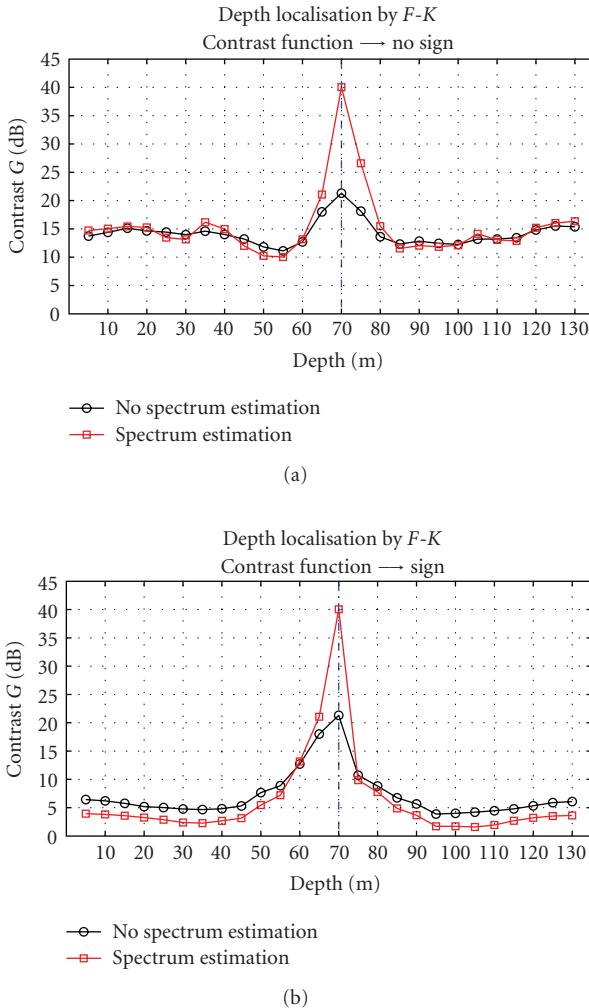


FIGURE 22: Contrast functions  $G$  for depth source localization by *F-K* approach combined with source spectrum estimation. The simulation is given for source ULF-2 located at 70 m of depth and 10 km distant from the HLA. (a) shows the gain given by taking into account the estimated spectrum of an unknown source for localization method without mode signs. (b) shows this gain in case of localization algorithm with integrated mode signs into the contrast function.

located at 70 m of depth. As we do not know the spectral properties of the localized source we consider two cases.

- (i) We use a source with flat spectrum for simulation of the replica field (source ULF-1)-common approach when unknown source.
- (ii) We estimate a source spectrum by the method defined in (29) and use it to simulate the replica field.

In Figure 21, we present spectrum of the source ULF-2 estimated by the proposed method (compare with Figure 4(d)). The results of localization without and with source spectrum estimation are shown in Figure 22. We can note that estimating the source spectrum improves considerably the localization performance (of about 20 dB in the example).

Nevertheless, our method is designed for broadband sources. Therefore, even if spectral characteristics of the source are perfectly known, but present narrowband or comb-type structures, the localization performance decreases. The performance decrease due to nonbroadband source is higher than the gain due to acquaintance of source spectral characteristics.

## 7. Conclusion

In this paper we propose passive source localization in shallow water based on modal filtering and features extraction. The depth and distance of an Ultra Low Frequency source are estimated in the mono-dimensional configuration (a single hydrophone) and in the multi-dimensional configuration (a horizontal line array). The localization techniques are, respectively, based on adapted Fourier transform and frequency-wavenumber transform. In both representations modes are separable and thus can be filtered. We discuss modal filtering tools, then the localization itself is performed.

For distance estimation, we base our localization method on the analysis of mode phases. The proposed distance estimator is naturally combined with mode sign estimator. For depth localization, we use matched-mode processing, a technique that widely demonstrated its performance in a shallow water environment. The principle is based on comparison (by a contrast function) of mode excitation factors extracted from real data with a set of mode excitation factors (for simulated source depths) extracted from replica data (modeled with *Moctesuma*). We demonstrate that adding the mode signs to the mode excitation factor modulus improves significantly the localization performance in depth. We also propose a method of estimation of the source spectrum, which is very important for depth localization using Matched-Mode Processing.

The localization results, in depth and distance, obtained on signals simulated with *Moctesuma* in realistic geophysical conditions are very satisfactory and demonstrate the performance of the proposed methods.

## Acknowledgment

This work was supported by Project REI 07.34.026 from the Mission pour la Recherche et l’Innovation Scientifique (MRIS) of the Delegation Generale pour l’Armement (DGA-French Department of Defense).

## References

- [1] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, AIP Press, New York, NY, USA, 1994.
- [2] A. B. Baggeroer, W. A. Kuperman, and P. N. Mikhalevsky, “An overview of matched field methods in ocean acoustics,” *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 18, no. 4, pp. 401–424, 1993.
- [3] J. A. Fawcett, M. L. Yeremy, and N. R. Chapman, “Matched-field source localization in a range-dependent environment,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 99, no. 1, pp. 272–282, 1996.

- [4] G. R. Wilson, R. A. Koch, and P. J. Vidmar, "Matched-mode localization," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 104, no. 1, pp. 156–162, 1998.
- [5] E. C. Shang, C. S. Clay, and Y. Y. Wang, "Passive harmonic source ranging in waveguides by using mode filter," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 78, no. 1, pp. 172–175, 1985.
- [6] N. E. Collison and S. E. Dosso, "Regularized matched-mode processing for source localization," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 107, no. 6, pp. 3089–3100, 2000.
- [7] C. W. Bogart and T. C. Yang, "Comparative performance of matched-mode and matched-field localization in a range-dependent environment," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 92, no. 4, pp. 2051–2068, 1992.
- [8] W. A. Kuperman, W. S. Hodgkiss, and H. C. Song, "Phase conjugation in the ocean: experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, no. 1, pp. 25–40, 1998.
- [9] C. Prada, J. de Rosny, D. Clorennec, et al., "Experimental detection and focusing in shallow water by decomposition of the time reversal operator," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, no. 2, pp. 761–768, 2007.
- [10] C. W. Bogart and T. C. Yang, "Source localization with horizontal arrays in shallow water: spatial sampling and effective aperture," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 96, no. 3, pp. 1677–1686, 1994.
- [11] B. Nicolas, J. I. Mars, and J.-L. Lacoume, "Source depth estimation using a horizontal array by matched-mode processing in the frequency-wavenumber domain," *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, vol. 2006, Article ID 65901, 16 pages, 2006.
- [12] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and J.-L. Lacoume, "Matched representations and filters for guided waves," *IEEE Signal Processing Letters*. In press.
- [13] R. G. Baraniuk and D. L. Jones, "Unitary equivalence: new twist on signal processing," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 43, no. 10, pp. 2269–2282, 1995.
- [14] T. C. Yang, "A method of range and depth estimation by modal decomposition," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 82, no. 5, pp. 1736–1745, 1987.
- [15] X. Cristol, J.-M. Passerieux, and D. Fattaccioli, "Modal representations of transient sound pulses in deep and shallow environments, with investigations about detailed space and time correlation of propagated waves," MAST, 2006.
- [16] M. Lopatka, B. Nicolas, G. Le Touzé, et al., "Robust underwater localization of ultra low frequency sources in operational context," in *Proceedings of the Uncertainty Analysis in Modelling (UAM '09)*, Nafplion, Greece, 2009.
- [17] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. I. Mars, and J.-L. Lacoume, "Time-frequency representations matched to guided waves," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP '06)*, vol. 3, pp. 440–443, 2006.
- [18] A. Papandreou-Suppappola, R. Murray, B.-G. Iem, and G. F. Boudreux-Bartels, "Group delay shift covariant quadratic time-frequency representations," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 49, no. 11, pp. 2549–2564, 2001.
- [19] M. McClure and L. Carin, "Matching pursuits with a wave-based dictionary," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, no. 12, pp. 2912–2927, 1997.
- [20] G. Le Touzé, *localisation de source par petits fonds en UBF (1–100Hz) à l'aide d'outils temps-fréquence*, Ph.D. dissertation, INP, Grenoble, France, 2007.
- [21] B. Nicolas, G. Le Touzé, and J. I. Mars, "Mode sign estimation to improve source depth estimation," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP '08)*, pp. 2437–2440, Las Vegas, Nev, USA, 2008.
- [22] S. M. Jesus, "Normal-mode matching localization in shallow water: environmental and system effects," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 90, no. 4, pp. 2034–2041, 1991.
- [23] J. H. Wilson, S. D. Rajan, and J. M. Null, "Inversion techniques and the variability of sound propagation in shallow water," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 21, no. 4, p. 321, 1996.
- [24] B. Nicolas, J. Mars, and J. L. Lacoume, "Geoacoustical parameters estimation with impulsive and boat-noise sources," *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, vol. 28, no. 3, pp. 494–501, 2003.
- [25] G. Le Touzé, J. I. Mars, and J.-L. Lacoume, "Matched time-frequency representations and warping operator for modal filtering," in *Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO '06)*, Florence, Italy, September 2006.

# Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water

Julien Bonnel,<sup>a)</sup> Barbara Nicolas, and Jérôme I. Mars

GIPSA-Laboratory/DIS, Grenoble Institute of Technology, 961 rue de la Houille Blanche, 38402 Grenoble, France

Shane C. Walker

Marine Physical Laboratory, Scripps Institution of Oceanography, La Jolla, California 92038

(Received 8 March 2010; revised 10 June 2010; accepted 12 June 2010)

Due to the expense associated with at-sea sensor deployments, a challenge in underwater acoustics has been to develop methods requiring a minimal number of sensors. This paper introduces an adaptive time-frequency signal processing method designed for application to a single source-receiver sensor pair. The method involves the application of conjugate time-frequency warping transforms to improve the SNR and resolution of the time-frequency distribution (TFD) of the measured field. Such refined knowledge of the TFD facilitates efforts to extract tomographic information about the propagation medium. Here the method is applied to the case of modal propagation in a shallow ocean range independent environment to extract a refined TFD. Given knowledge of the source-receiver separation, the refined TFD is used to extract the frequency dependent group velocities of the individual modal components. The extracted group velocities are then incorporated into a computationally light tomographic inversion method. Simulated and experimental results are discussed.

© 2010 Acoustical Society of America. [DOI: 10.1121/1.3459855]

PACS number(s): 43.60.Hj, 43.60.Pt, 43.30.Pc, 43.30.Bp [AIT]

Pages: 719–727

## I. INTRODUCTION

Underwater acoustics is often used for environmental estimation and source localization. Classical sea experiments typically involve the use of an array of receivers, arranged in a linear horizontal or vertical geometry. Hydrophone arrays are useful because they improve both the Signal-to-Noise Ratio (SNR) and increase the spatial diversity of the sampled field. However, deploying an array in an operational context is expensive and time consuming. One strategy for exploiting the benefits associated with the spatial diversity provided by arrays of receivers while minimizing the associated operational costs has been to use a spatially sparse deployment of a small number of hydrophones.<sup>1–3</sup> As the receivers are quite far away from each other in such a configuration, it might be problematic to record the same signal on each hydrophone.<sup>3,4</sup> Another valuable strategy is to use a single hydrophone.<sup>5,6</sup> While single receiver deployments sacrifice the benefits associated with spatially diverse sampling, when deployed in conjunction with broadband sources, it has been shown that the resulting frequency diversity can be exploited to improve the SNR in much the same manner.<sup>7–9</sup>

This paper focuses on analyzing broadband propagation in shallow water using a single receiver. According to normal mode theory,<sup>10,11</sup> the modal components comprising the pressure field propagate dispersively. Dispersion, because it tends to complicate matters (particularly in complex propagation environments dominated by multiple modal components) of-

ten limits the ability of signal processing techniques to extract detailed information about the propagation medium. At the same time, however, because it conveys information about the propagation medium, the measured dispersion can be used as tomographic tool.

Broadband dispersion in a waveguide is often divided into two classifications: intermodal and intramodal dispersion. Intermodal dispersion describes the dispersion of one mode with respect to another while intramodal dispersion describes the dispersion of the frequency components comprising a single mode. In the context of time-frequency analyses (such as a spectrogram) the effects of intermodal and intramodal dispersion, because they act to limit the resolvability of individual modal features in the measured time-frequency distribution (TFD), often hinder extraction of information. While intermodal dispersion acts to temporally separate the modes from each other, over short distances this effect is insufficient to overcome the spreading related to intramodal dispersion making it impossible to resolve the modal features.

In the literature there are a limited number of time-frequency methods for extracting information on the modal components from the TFD. One class of methods relies on manual estimation,<sup>9,12</sup> which forbid any automated application. An automated method is also described.<sup>13</sup> However, this method requires iterative processing and is quite computationally expensive.

We introduce an adaptive signal processing method that uses dual time-frequency warping transforms<sup>14,15</sup> to improve the SNR and resolution of TFD of the measured field. In the current context of modal propagation in a range indepen-

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: julien.bonnel@gipsa-lab.inpg.fr

dent environment, the transforms are designed to compensate for the effects of geometric dispersion in the TFD. As a consequence, the modal components can be isolated and individually extracted to high precision. As well, the transformation process facilitates the filtering of unwanted noise components. Conceptually, the notion is similar to the strategy introduced by Walker *et al.*<sup>16</sup> for overcoming the effects of Doppler spreading. Given knowledge of the source-receiver separation, the extracted time-frequency distribution of the individual modal components can be related straightforwardly to the modal group velocities. The extracted group velocities, in turn, provide the basis for a computationally light matched-field inversion to determine desired set of parameters that characterize the propagation environment.

The theory of modal propagation is briefly reviewed Sec. II, followed by a discussion of the warping transformation and modal component extraction procedure. Results on simulated data are presented. Section III discusses application of the method to tomographic inversion and presents results on at-sea experimental data. Section IV provides concluding remarks.

## II. MODAL GROUP VELOCITY EXTRACTION

The goal is to use a single sensor to extract information about the shallow ocean propagation medium. The first step in this process is to extract the group velocity of individual mode from the spectrogram of the received signal. Note that this information is subsequently related to the environment and will be applied in a tomographic inversion scheme. The discussion of this section focuses on the extraction of the modal group velocities.

Information on the modal group velocity is embedded in the characteristic geometric dispersion of the waveguide. In order to get at the group velocities, we apply spectrogram-based signal processing techniques to measure the modal dispersion. While dispersion carries information about the environment, it also complicates matters as it causes difficulties in resolving the modal arrivals from the time-frequency distribution [for example, see Fig. 3(a)]. To overcome these difficulties we transform the field to enhance the resolution of the modal components. Resolving the modal components is important as it facilitates isolation of individual component. Once isolated the individual component can be characterized to high precision through spectrogram reassignment resulting in detailed and accurate estimate of the modal dispersion.

### A. Modal propagation theory

Because we are concerned with application to low frequency (0–200 Hz) in the shallow ocean (0–400 m), the physics of modal propagation in a waveguide is briefly reviewed.

In a range independent environment, if a source emits a broadband pulse at depth  $z_s$  and time  $t=0$ , the received spectrum  $Y$  on a receiver at radial distance  $r$  and at a depth  $z_r$  is expressed as<sup>10</sup>

$$Y(f) \approx Q \sum_{m=1}^N \Psi_m(f, z_s) \Psi_m(f, z_r) \frac{e^{jk_{rm}(f)r}}{\sqrt{k_{rm}(f)r}}. \quad (1)$$

Here  $N$  is the number of propagating modes,  $\Psi_m$  is the mode  $m$  depth function, and  $k_{rm}(f)$  the mode  $m$  propagating wavenumber. The quantity  $Q = e^{j\pi/4}/\sqrt{8\pi\rho(z_s)}$  represents a constant factor with  $\rho(z_s)$  the water density at the source depth.

Applying stationary phase analysis, the time domain solution,  $y(t)$ , is written<sup>11</sup>

$$y(t) = \sum_{m=1}^N A_m(t) e^{j\Phi_m(t)}, \quad (2)$$

with  $\Phi_m(t)$  representing the time evolving phase and  $A_m(t)$  representing the instantaneous mode  $m$  amplitude. The amplitude is considered to be a slowly varying function of time (as compared to the phase dependence). To emphasize the duality between time and frequency domain representations, it is convenient to recast Eq. (1) in the following abbreviated form,

$$Y(f) = \sum_{m=1}^N B_m(f) e^{j\tilde{\Phi}_m(f)}, \quad (3)$$

where  $\tilde{\Phi}_m(f) = k_{rm}(f)r$  denotes the phase and  $B_m(f) = Q\Psi_m(f, z_s)\Psi_m(f, z_r)/\sqrt{k_{rm}(f)r}$  is a slowly varying function of frequency. While  $Y(f)$  and  $y(t)$  are dual representations of the same field (and thus carry identical information), each has its strengths and weaknesses when it comes to information extraction. Equations (2) and (3) are used as the basis for the construction of dual transformations that facilitate the extraction of the modal dispersion properties of the field from the time-frequency distribution. By relating knowledge of the modal dispersion to the modal group velocities,  $u_m$ , it is possible to conduct a tomographic inversion for the properties of a range-independent waveguide,<sup>10</sup>

$$\frac{1}{u_m} \approx 4\pi^2 \frac{f}{k_{rm}} \int_0^D \frac{\Psi_{0m}(z)^2}{\rho(z)c(z)^2} dz, \quad (4)$$

where the approximation notation has been used to emphasize that Eq. (4) is a perturbation solution. Here the mode  $m$  propagating wavenumber,  $k_{rm}$ , depends on frequency, and the medium density,  $\rho$ , and sound speed,  $c$ , depend on the depth,  $z$ , in the water column. The first order term for the modal depth function,  $\Psi_{0m}$ , is a function of both frequency and depth. Section III A presents an inversion scheme based on Eq. (4) and Sec. III B presents results of the inversion applied on experimental data.

### B. Time-frequency field representations and their transformations

#### 1. The effect of dispersion on the time-frequency spectrogram

There are numerous ways to represent the measured field.<sup>17,18</sup> Of the basic time-frequency field representations, the spectrogram, based on Short Time Fourier Transform (STFT), is particularly well suited for visualizing dispersion related time-frequency dynamics because it does not present

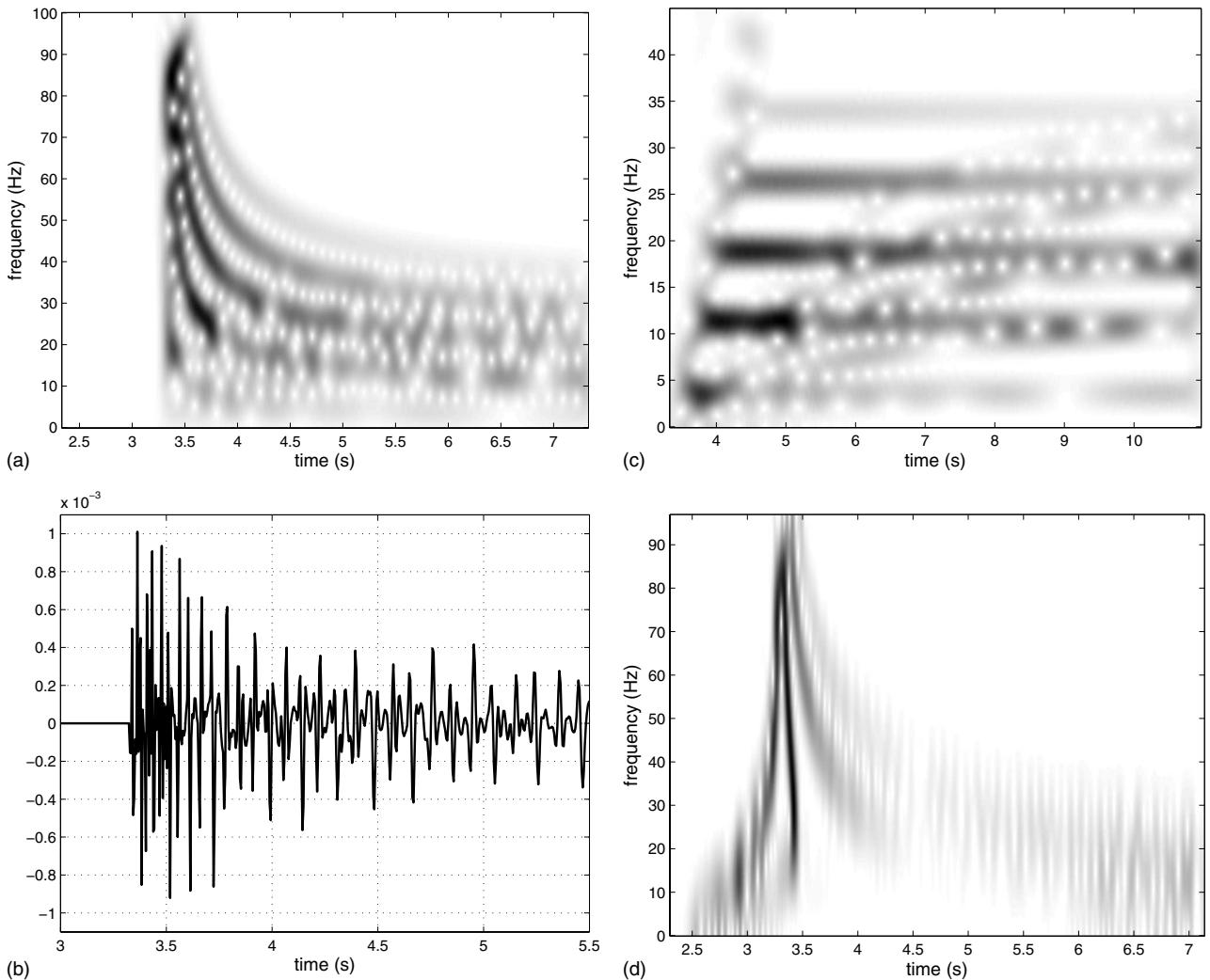


FIG. 1. Simulated signal in an ideal waveguide (sound speed:  $1500 \text{ m s}^{-1}$ , water depth: 100 m, source depth: 20 m, receiver depth: 100 m, range: 5 km): (a) Spectrogram of the simulated signal, (b) Simulated data time series, (c) Spectrogram of the signal after time-warping, (d) Spectrogram of the signal after frequency-warping.

interference cross terms. Figure 1(a) shows a time-frequency spectrogram of a simulated ideal waveguide. An ideal waveguide has a pressure release upper boundary and a rigid bottom. The simulation parameters are: sound speed  $1500 \text{ m s}^{-1}$ , water depth 100 m, source depth 20 m, receiver depth 100 m and source/receiver range 5 km. For comparison, Fig. 1(b) shows the simulated data measured time series where modes cannot be distinguished. Due to geometric dispersion, the modal components appear as curved features on the spectrogram. Ideally, each modal feature follows a curve,

$$f_m = f_m(t), \quad (5)$$

that traces the dominant frequency of the mode  $m$  component returned by the spectrogram at time  $t$ . Under the condition that the modal features are well resolved from one another, curves  $f_m(t)$  provide accurate approximations of the instantaneous frequencies of the individual modal components (as defined through the method of stationary phase). As discussed in Sec II C, the dispersion structure represented by the set of curves,  $f_m(t)$ , can be related to the modal group

velocities to extract information about the properties of the waveguide.

Classical time/frequency representations (like spectrogram) involve an interplay between frequency resolution and time resolution. The relation between time and frequency resolution is constrained by the chosen analysis window of width  $\Delta t$ . As discussed in Appendix A, the inherent resolution of a spectrogram sets a limit on the precision with which the modal dispersion structure can be extracted. In certain regions of the spectrogram visualization of Fig. 1(a) the modal features are well resolved from one another, while in other regions they are not resolvable. It is important to emphasize that simulation from which Fig. 1 is derived is a best case scenario chosen to demonstrate the modal dispersion structure. Not only is this simulation free of the effects of ambient noise, but also in this case the bandwidth and source-receiver separation range are such that, at least for part of the spectrum, the modal arrivals are nicely resolved. In typical ocean applications involving spectrograms, the modal dispersion structure tends to appear much more obscured. For example, Fig. 4(a) presents the spectrogram of an

air-gun signal recorded in North Sea. Thus, while this representation shows promise for providing useful information about the dispersion structure (and hence the group velocities) of the modal components, resolution concerns nevertheless limit effectiveness of their extraction.

## 2. Transformations of the time-frequency spectrogram

To maximally exploit the time-frequency information embedded in the spectrogram we apply modal theory to construct time and frequency warping transforms<sup>14,19</sup> that, when applied to the measured field, compensate for the effects of dispersion. In practice our warping transforms can be seen as re-sampling the measured signal in a nonuniform manner that accounts for dispersion. Technical details about warping are discussed in Appendix B.

Due to its simplicity (it involves estimation of only two parameters: depth and celerity), and the fact that it is one of the few examples in underwater acoustics for which an explicit analytic time domain solution can be calculated, the ideal waveguide is chosen to serve as the basis upon which the warping transform is constructed. As the purpose of time warping/re-sampling is merely to facilitate isolation of the modal components, the process is relatively robust to the choice of model upon which the warping transformation is based. Consequently we find that the ideal waveguide assumption is adequate for a wide array of experimental cases.

Referring to Eq. (2), in an ideal waveguide of depth  $D$  in which sound speed is  $c$ , the time dependent phase evolves as<sup>11</sup>

$$\Phi_m^{id}(t) = 2\pi f_{cm} \sqrt{t^2 - (r/c)^2}, \quad (6)$$

where  $f_{cm} = mc/2D$  is the cutoff frequency of mode  $m$ . Thus, in the case of an ideal waveguide, warping the time coordinate and re sampling such that

$$t' = \sqrt{t^2 - (r/c)^2} \quad (7)$$

transforms the modal components to monotones at the modal cut-off frequencies,

$$\Phi_m^{id}(t) \rightarrow \Phi_m^{id}(t') = 2\pi f_{cm} t'. \quad (8)$$

As shown in Fig. 1(c), applying warping transform (7) to the same ideal waveguide field that produced the spectrogram shown in Fig. 1(a), indeed, transforms the modal components to monotones. The important feature to notice is that the warping transformation has succeeded in resolving the modal components so that they can be isolated. As presented in Secs. II D and III B, this result is still true when warping is applied on a more complicated signal.

As a result of the transformation, the modal frequency arrivals now depend on the warped time [refer to Eq. (5)],

$$f_m(t) \rightarrow f_m(t'). \quad (9)$$

The transform defined in (7) is properly the time with respect to a source that emits at time  $t=0$ . In our paradigm, however, the receiver continuously records without any knowledge of when, or even if, the source transmits. To properly apply transform (7), the time coordinate measured at the receiver,  $t_r$ , must be aligned with the source time co-

ordinate,  $t$ . The respective time coordinates are aligned by redefining the receiver time such that time of first arrival of the signal on the receiver,  $t_{r0}$ , is equal to the theoretical travel time from source to receiver,<sup>20</sup>  $t_{r0}=r/c \rightarrow t_r=t$ .

To determine the time of first arrival, an energy detecting algorithm is applied to the measured signal. A significant gain in peak signal power of the first arrival is achieved by first compensating for the effects dispersion before applying a standard energy detection. In analogy with the time warping transformation, we rely on the ideal waveguide as the basis for designing a frequency warping transformation that compensates for the spreading effects of dispersion. Whereas the time warping transformation operates in time domain, the frequency warping transform operates in the frequency domain.

Returning to the frequency domain expression for the measured field, Eq. (3), the frequency dependent phase for an ideal waveguide evolves as

$$\tilde{\Phi}_m^{id}(f) = 2\pi t_r \sqrt{f^2 - f_{cm}^2}. \quad (10)$$

Warping the frequency coordinate and re-sampling (in frequency) such that

$$f' = \sqrt{f^2 - f_{cm}^2} \quad (11)$$

transforms the mode  $m$  component to a time-compressed broadband pulse (the frequency domain analog to the concept of a time domain monotone) at the time of first arrival,  $t_r$ ,

$$\tilde{\Phi}_m^{id}(f) \rightarrow \tilde{\Phi}_m^{id}(f') = 2\pi t_r f'. \quad (12)$$

While in the case of time warping a single transformation simultaneously transforms all modes to monotones, the frequency warping transformation, at best, transforms only a single mode to a broadband pulse. In practice, the frequency warping transformation is applied using a single parameter recursive algorithm that maximizes the mode averaged peak of time-compressed pulse. As seen in Eq. (11), the parameter value that is expected to maximize the pulse peak is expected to be a weighted average of the modal cut-off frequencies. This information is used to seed the initial value for the recursion. In the end, as the goal is to merely approximate the time of signal arrival on the sensor, the actual value of frequency warping parameter that optimizes signal pulse compression is unimportant. Nevertheless, the partial time compression achieved over all the modes is quite effective at increasing the peak power of the received signal (with the peak falling at the time of first arrival) thereby enhancing the ability of an energy detector to extract the time of first arrival.

The notion of the frequency warping transform is a passive, post-processing method that is conceptually similar to active dispersion compensation methods.<sup>21,22</sup> In such methods an fm-sweep signal is designed to transmit the slower traveling components prior to the faster moving components resulting in an active time compressed pulse at receiver location.

Returning to the ideal waveguide simulation, frequency warping results in the pulse compression visualized in Fig. 1(d) [spectrogram of the result is presented to allow comparison with Fig. 1(a)]. As in the case of the time warping transformation, though the frequency warping transform was designed for an ideal waveguide, the results when applied to more complicated waveguide are adequate for extracting the time of first arrival (see Secs. II D and III B).

To summarize, the transformation process proceeds in two steps: (1) Apply long time Fourier transform to measured data time series, apply frequency warp transformation, and apply inverse Fourier transform to determine time of first arrival of the signal. (2) Align receiver and source time coordinates (using arrival time estimate), apply time warp transformation to original measured data time-series, and take the spectrogram of this warped signal.

### C. High resolution extraction of modal group velocities

#### 1. Time-frequency filtering of warped modes

Applying the frequency and time warping transforms results in a spectrogram representation of the field in which the modal features are well resolved and easily isolated. While there are a number of signal and image processing techniques<sup>23,24</sup> that can be applied to identify and isolate the modal features, a threshold filter is applied.<sup>25</sup> Its threshold parameter is visually determined so that warped mode are resolved on the time-frequency plane. The idea is that everything below a certain threshold is ignored (in this case, everything below the threshold is set to zero). The remaining features represent the modal components. At this point, each modal feature is manually isolated.<sup>26</sup>

#### 2. Going back to original domain

Let consider that the dispersion feature of mode  $m$  is warped and isolated in time-frequency domain. As STFT is invertible, this feature is taken back from the time-frequency domain to the time domain. It is unwarped using inverse time-warping defined by a new resampling (see Appendix B for more details about inverse warping) based on the transformation

$$t = \sqrt{t'^2 + (r/c)^2}. \quad (13)$$

Thus, the modal frequency arrivals of mode  $m$  depend of the actual “unwarped” source time

$$f_m(t') \rightarrow f_m(t). \quad (14)$$

#### 3. Extraction of the dispersion curves

There are some excellent methods for extracting the time-frequency features to high accuracy. Such methods work best on simple structures. In our case, the measured field is too complicated for such high accuracy methods. The point of warping has been to simplify the structure by deconstructing it into individual modal features. At this point we can effectively apply reassignment method<sup>27</sup> on the spectrogram of a single modal feature. Reassignment processing transform the time-frequency representation of a mode into a

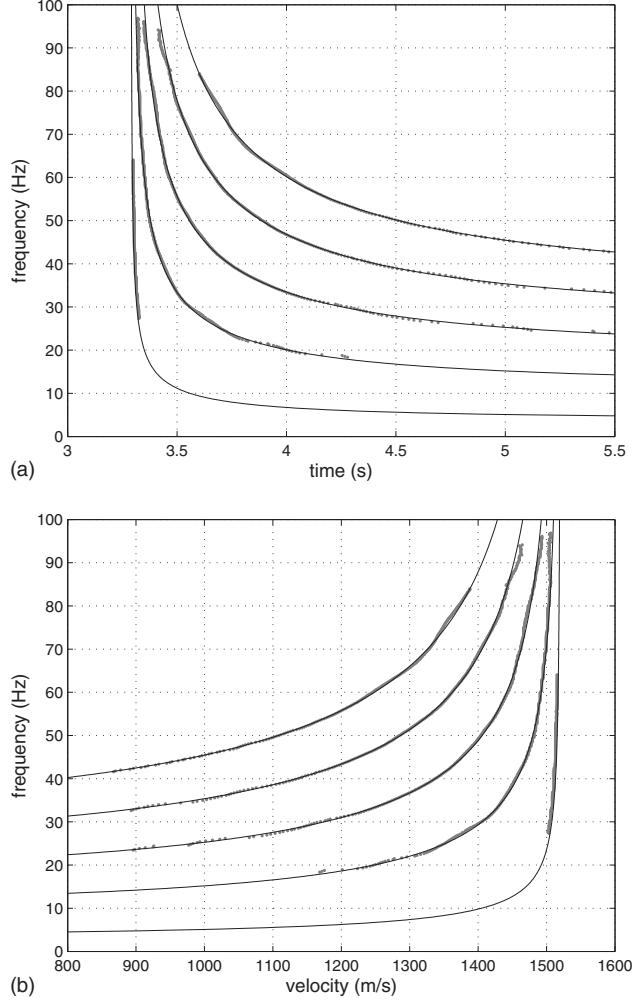


FIG. 2. Extracted modal dispersion structures and corresponding group velocities in an ideal waveguide (sound speed:  $1500 \text{ m s}^{-1}$ , water depth: 100 m, range: 5 km): (a) Extracted modal dispersion structures (gray dots) and theoretical ones (black lines), (b) Extracted group velocities (gray dots) and theoretical ones (black lines).

relatively thin curve. It reduces the time-frequency uncertainty by cleverly reallocating the energy in the time-frequency plane. The dispersion curve  $f_m(t)$  is estimated by following the maximum line on the reassigned spectrogram of mode  $m$  dispersion feature. The result of this whole scheme is shown in Fig. 2(a). For purposes of illustration, it has been superimposed over the theoretical structure.

#### 4. Link between dispersion curves and group velocities

As previously mentioned, the set of extracted modal dispersion curves,  $f_m(t)$ , follow the time evolution of the dominant modal frequency components. According to the stationary phase approximation as it relates to our discussion, the modal group velocities are related to the source-receiver separation and the time through  $f_m(t)$ ,

$$u_m|_{f_m(t)} = r/t. \quad (15)$$

Figure 2(b) shows the set of extracted group velocities,  $\hat{u}_m$ . For comparison, the theoretical group velocities,  $u_m$ , of the simulated ideal waveguide, calculated using Eq. (4), are plotted as well. The key point is that the process of combining the spectrogram with warping transformation processing, modal component isolation, and high resolution reassignment has resulted in an excellent estimate of the modal group velocities from the acoustic data measured on a single receiver.

#### D. Group velocity extraction applied to synthetic data with noise

In the preceding discussion, the extraction process was applied to synthetic data in the absence of noise. This idealization was made for purposes of illustration to demonstrate the principles of the extraction procedure. To demonstrate that the extraction procedure can be effective in an experimental context, the technique is applied to synthetic data in the presence of realistic ambient noise.

In this case, propagation in a Pekeris waveguide is simulated. Experimental parameters are:

- Water column: sound speed  $c_w=1500 \text{ m s}^{-1}$ , density  $\rho_w = 1000 \text{ kg m}^{-3}$ , depth  $D=130 \text{ m}$
- Bottom: sound speed  $c_b=2000 \text{ m s}^{-1}$ , density  $\rho_b = 2000 \text{ kg m}^{-3}$
- Depth of the source  $z_s=20 \text{ m}$
- Receiver on the bottom  $z_r=130 \text{ m}$
- Distance between source and receiver  $r=4000 \text{ m}$

To this simulated signal has been added white Gaussian noise ( $\text{SNR}=5 \text{ dB}$ ). The spectrogram of the simulated field measured at the receiver can be seen in Fig. 3(a). Applying the frequency warping transformation to identify the arrival followed by the time warping transformation results in the transformed time-frequency distribution visualized in Fig. 3(b). Applying reallocation to the isolated modal features results in the modal dispersion arrival structure,  $f_m(t)$  visualized in Fig. 3(c). For comparison, also plotted is the spectrogram of the received signal, and the stars represent some point of the theoretical dispersion curves. The fit between estimated and theoretical dispersion curves is nearly perfect, except for mode 1. Indeed, mode 1 is too short in time to be properly estimated.

The warping transforms have been applied assuming an ideal waveguide propagation environment of depth  $D=100 \text{ m}$  and water sound speed  $c_w=1520 \text{ m/s}$  in conjunction with the approximated arrival time derived from the frequency warping transform. Because the assumed model is not precisely matched to the simulated environment, it is not surprising that the transformed modal features vary somewhat from the expectation of monotones, as shown of Fig. 3(b). However, as the importance of the method is to resolve the modes, the mismatch is unimportant. Even in the presence of noise, the extraction procedure has succeeded in producing an accurate estimate of the dispersion characteristics of the individual modal components. The remainder of the discussion focuses on applying the extracted modal dispersion estimate as the basis of a scheme to invert for the prop-

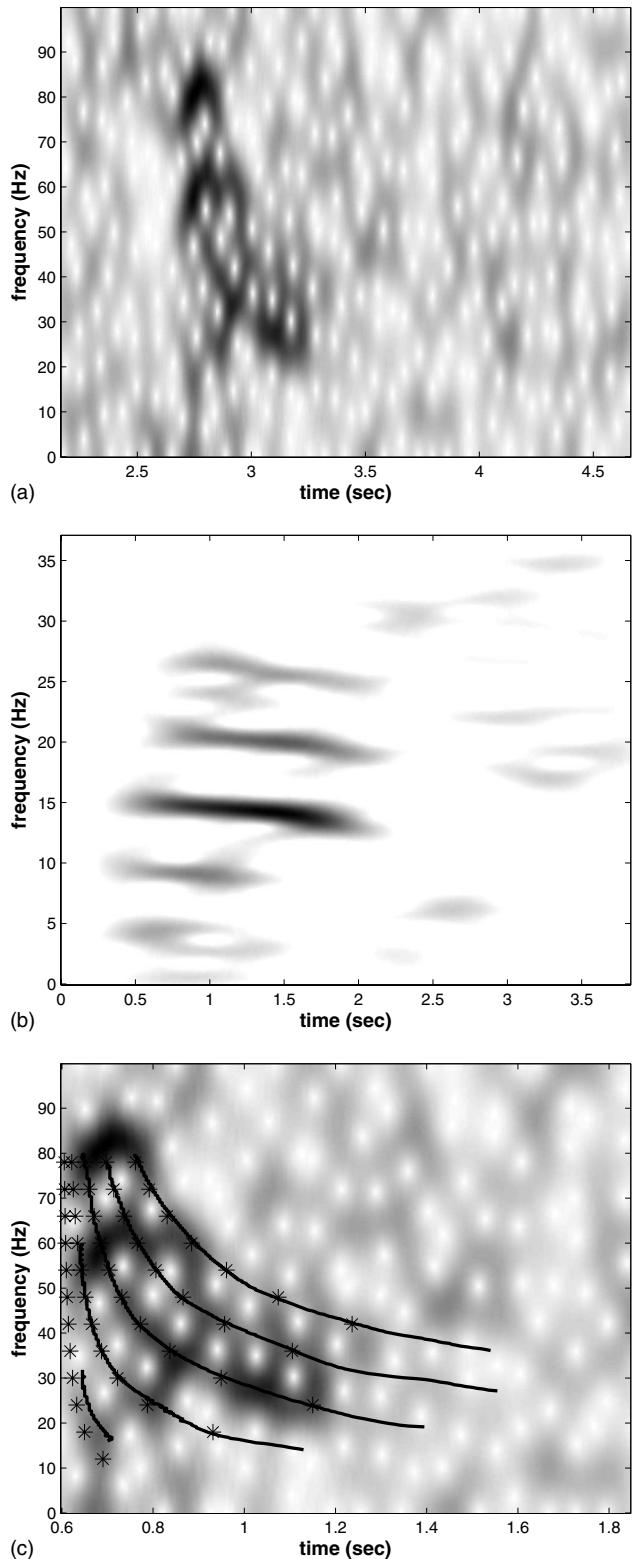


FIG. 3. Dispersion curves extraction in a noisy Pekeris waveguide: (a) Spectrogram of the simulated signal, (b) Spectrogram (with a threshold of 20%) of the signal after time-warping, (c) Extracted modal dispersion curves.

erties of the shallow ocean propagation medium.

### III. APPLICATION TO EXPERIMENTAL ACOUSTIC TOMOGRAPHIC INVERSION

To demonstrate the practical experimental utility of the warping transform procedure, it is applied, in conjunction

with a least mean squares inversion process, to the case of experimental geo-acoustic inversion. This section presents the details and the results of this inversion.

### A. Inversion procedure using a range and density constrained Pekeris propagation model

The inversion,

$$\hat{\mathbf{A}} = \min_{\mathbf{A}} \left\{ \sum_{m,n=1}^{M,N} [\hat{u}_m(f_n) - u_m(f_n, \mathbf{A})]^2 \right\}, \quad (16)$$

is carried out over a set of  $M$  modal components and  $N$  frequency components for a set of parameters represented by vector  $\mathbf{A}$ . The quantity  $\hat{u}_m(f_n)$  represents the data extracted mode  $m$  group velocity at frequency component  $n$ . As shown in Eq. (15), the data extracted modal group velocities depend on the source-receiver separation,  $r$ , which is assumed to be known *a-priori*. The parameter dependent mode  $m$  matched field replica at frequency component  $n$  is denoted by  $u_m(f_n, \mathbf{A})$ . The value of the parameter vector that minimizes the mean square difference for a chosen source-receiver range separation,  $r$ , is denoted by  $\hat{\mathbf{A}}$ .

In the preceding section, we demonstrated how the data extracted group velocities are generated. However, modal identification has not been done, i.e., we do not know the value of  $m$  for  $\hat{u}_m(f_n)$ . For this inversion algorithm, for a given set of parameters  $\mathbf{A}$ , determination of  $m$  is done by looking for the closest neighbor  $u_m(f_n, \mathbf{A})$  over the whole frequency band. The next step involves choosing a propagation model. While the choice of a propagation model can be constructed to incorporate as much complexity and nuance as one chooses, here we choose to model the matched field replica according to propagation in a Pekeris waveguide. In this case the replica group velocities, calculated using Eq. (4), depend on five parameters: the depth of the water column,  $D$ , the sound speeds in the water column,  $c_w$ , and sediment,  $c_b$ , and the densities of the water and the sediment,  $\rho_w$  and  $\rho_b$ , respectively. Because the dependence of group velocity on density is weak (compared to that of the water depth and sound speeds) these parameters are constrained to the values,  $\rho_w=1000 \text{ kg/m}^3$  and  $\rho_b=1800 \text{ kg/m}^3$ . Thus the minimization vector is comprised of three parameters,  $\mathbf{A}=[D, c_w, c_b]$ .

### B. Experimental results

Section II D proved that warping procedure allows to recover dispersion structures in a simulated noisy waveguide. The dispersion curve extraction is excellent and clearly it would lead to good inversion results. The interesting question is to know how well the same procedure would work on experimental data. Consequently, the algorithm presented above is now used on real data recorded in the North Sea during a seismic campaign by the Compagnie Générale de Géophysique. The source is an air gun, which is impulsive with a nearly flat spectrum between 0 and 80 Hz. The receiver is a four-component ocean-bottom seismometer which provides the three components of the displacement and the pressure field sampled at 250 Hz. Here, only the pressure

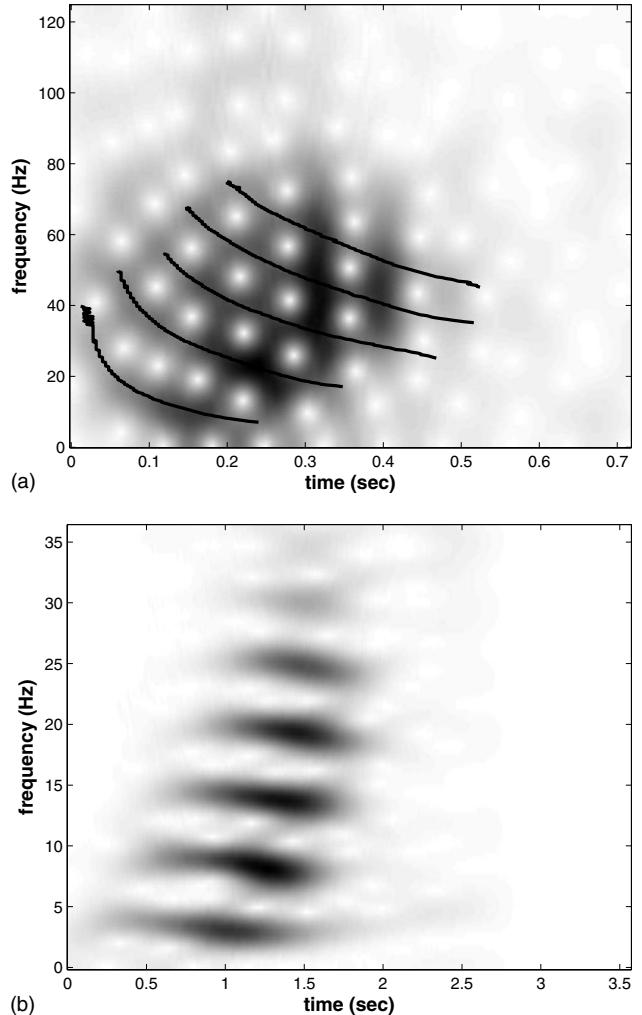


FIG. 4. Experimental North Sea data: (a) Spectrogram of the recorded signal and corresponding estimated dispersion curves, (b) Spectrogram of recorded signal after time warping.

field will be used. The environment is close from a Pekeris waveguide. There is a small temperature gradient in the water column which can be considered as ideal. Thus, the experimental parameters (estimated by Nicolas *et al.*<sup>28</sup>) are:  $c_w=1520 \text{ m s}^{-1}$ ,  $c_b=1875 \text{ m s}^{-1}$ ,  $D=130 \text{ m}$  and the source/receiver distance is  $r=4775 \text{ m}$ .

The spectrogram of the recorded signal is presented in Fig. 4(a). The modal group velocities are estimated using the method presented in Sec. II Figure 4(b) shows the result of time warping (after estimation of the origin time thanks to frequency warping). It shows that time warping allows modal separation even for an unknown real environment. The final result of the modal arrival estimation is superimposed with the spectrogram of the received signal in Fig. 4(a).

This allows to start the inversion scheme presented in Sec. III A. The parameter search space is:

- $c_w \in [1470, 1570] \text{ m s}^{-1}$  with  $5 \text{ m s}^{-1}$  steps
- $c_b \in [1805, 1955] \text{ m s}^{-1}$  with  $10 \text{ m s}^{-1}$  steps
- $D \in [100, 160] \text{ m}$  with  $5 \text{ m}$  steps

The inversion results are  $\hat{c}_v = 1510 \text{ m s}^{-1}$ ,  $\hat{c}_b = 1835 \text{ m s}^{-1}$  and  $\hat{D} = 135 \text{ m}$ . They are consistent with what is known about the propagation environment and compare favorably with previous experimental work. Indeed, our results are particularly notable in that using a single source/hydrophone pair, we achieved similar results to those reported by Nicolas *et al.*<sup>28</sup> for inversion involving the use of a 240 element array.

#### IV. CONCLUSION

Natural and man-made underwater sources produce impulsive low-frequency signal (<200 Hz). For shallow water, in this frequency range, the propagation is described by modal theory. The modes carry information both on source localization and environment. In this article, it is shown that modal group velocities can be extracted without knowledge of the environment from a single receiver even when modes are overlapped in time and in frequency. This is done by using adaptive signal processing tools: a new frequency warping has been developed and is jointly used with time warping. These estimated modal group velocities are a strong feature of the environment. Consequently, they can be used as the input of inversion algorithm. A new inversion method using these group velocities is presented. It gives good results both on simulation and real data. The next step would be to build a more complicated inversion scheme to estimate more parameters of the environment.

#### ACKNOWLEDGMENTS

This work results from time J. Bonnel spent working in Marine Physical Laboratory (Scripps Institution of Oceanography) with S. Walker. The authors would like to thank S. Walker for his time and efforts, W. A. Kuperman and B. Cornuelle for helpful discussions, DGA for founding this project, and Explora'Doc for funding displacements between GIPSA-Laboratory and Marine Physical Laboratory.

#### APPENDIX A: TIME-FREQUENCY REPRESENTATION OF THE MODES

Let's consider the propagation of a single mode. It is described by Eq. (3) and can be rewritten as

$$M(\omega) = B(\omega)e^{j\tilde{\Phi}(\omega)}, \quad (\text{A1})$$

where  $B(\omega)$  is slowly varying as compared to  $\tilde{\Phi}(\omega)$  (the modal phase). The Short Time Fourier Transform (STFT) of signal  $M(\omega)$  is defined as

$$\text{STFT}(\omega, t) = \frac{e^{j\omega t}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} M(\theta + \omega) H^*(\theta) e^{j\theta t} d\theta, \quad (\text{A2})$$

where  $H^*$  is the complex conjugate of the Fourier transform of  $h$ , an analysis window function. Recalling that  $M(\omega)$  is defined by Eq. (A1), assuming once again that  $B(\omega)$  is slowly varying so that we can write that  $B(\theta + \omega)H^*(\theta) \approx B(\omega)H^*(\theta)$  (i.e., the variations of modal amplitude are not significant inside the window), and expanding  $\tilde{\Phi}(\omega + \theta)$  into a Taylor series (order 1) around  $t$ , we have<sup>29</sup>

$$\text{STFT}(\omega, t) = \frac{e^{j\omega t}}{2\pi} B(\omega) e^{j\tilde{\Phi}(\omega)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\theta \tilde{\Phi}'(\omega)} H^*(\theta) e^{j\theta t} d\theta. \quad (\text{A3})$$

Noticing that the integral is an inverse Fourier transform, last equation can be expanded as

$$\text{STFT}(\omega, t) = e^{j\omega t} M(\omega) \delta[t + \tilde{\Phi}'(\omega)] * h(t), \quad (\text{A4})$$

where  $*$  denotes a convolution in time. The spectrogram is the square modulus of the STFT and is given by

$$|\text{STFT}(\omega, t)|^2 = |M(\omega)|^2 |\delta[t + \tilde{\Phi}'(\omega)] * h(t)|^2. \quad (\text{A5})$$

Equation (A5) shows that the spectrogram of a mode is a line spread by the analysis window. The line is actually the dispersion curve formulated in term of the group delay<sup>29</sup>  $\tau_g = -\tilde{\Phi}'(\omega)$ . This is the reason why it is impossible to get a spectrogram to look like Fig. 2(a). For two consecutive modes  $m$  and  $m+1$  to be resolvable at time  $t$ , the difference  $\tilde{\Phi}'_{m+1}(\omega) - \tilde{\Phi}'_m(\omega)$  must be bigger than the width of the analysis window  $h$ . Clearly the resolvability decreases as  $r$  decreases. Moreover, recalling from Eq. (3) that  $\tilde{\Phi}(\omega) = rk_{rm}(\omega)$ , we see that the group delay is linked to the group velocity

$$\tau_g = -r \frac{dk_{rm}}{d\omega} = -\frac{r}{u_m(\omega)}. \quad (\text{A6})$$

#### APPENDIX B: WARPING PROCESSINGS

##### 1. General information about warping

Mathematically, warping transformation is mainly a substitution. Let consider a function  $g$  of the variable  $x$ . The warped version  $\mathbf{W}_h g$  of  $g$  is given by

$$\mathbf{W}_h g(x) = \sqrt{\left| \frac{dh(x)}{dx} \right|} g[h(x)] \quad (\text{B1})$$

with  $h$  the warping function. Note that  $\mathbf{W}_h g$  and  $g$  have the same energy. This allows a warping interpretation in term of unitary equivalence.<sup>14</sup> In our case,  $g$  is the received signal (in time or in frequency domain), and  $x$  can be time  $t$  or frequency  $f$ .

If the warping function  $h$  is a bijective function, then warping is invertible. The inverse function  $h^{-1}$  allows to define the inverse warping transform

$$\mathbf{W}_{h^{-1}} \mathbf{W}_h g(x) = \mathbf{W}_h \mathbf{W}_{h^{-1}} g(x) = g(x). \quad (\text{B2})$$

This is an interesting property. It allows to do classical processing (like filtering) in the warped domain, and then go back to the initial domain. This property is used in Sec. II C 2.

##### 2. Time warping

Let recall Eq. (2) and Eq. (6). In an ideal waveguide, the pressure field in the time domain is given by

$$y(t) = \sum_{m=1}^N A_m(t) e^{j2\pi f_{cm} \sqrt{t^2 - (r/c)^2}}. \quad (\text{B3})$$

Warping function is  $h(t) = \sqrt{t^2 + (r/c)^2}$ , and in an ideal waveguide, the result of time warping is

$$\mathbf{W}_h y(t) = \sum_{m=1}^N C_m(t) e^{j2\pi f_{cm} t}, \quad (\text{B4})$$

where  $C_m(t) = \sqrt{h'(t)} A_m[h(t)]$  is the instantaneous amplitude of the warped mode  $m$ . For each warped mode, the instantaneous phase  $2\pi f_{cm} t$  is now linear in time: each warped mode is a sinusoid corresponding to its cutoff frequency. Inverse time warping is defined by its warping function  $h^{-1}(t) = \sqrt{t^2 - (r/c)^2}$ .

### 3. Frequency warping

Let recall Eq. (3) and Eq. (10). In an ideal waveguide, the pressure field in the frequency domain is given by

$$Y(f) = \sum_{m=1}^N B_m(f) e^{j2\pi f r \sqrt{f^2 - f_{cm}^2}}. \quad (\text{B5})$$

Warping function is  $h_m(f) = \sqrt{f^2 + f_{cm}^2}$ . This warping function depends on the mode number  $m$ , which means that only one mode can be warped. In an ideal waveguide, the warped spectrum (for a chosen mode  $m$ ) is

$$\mathbf{W}_{h_m} Y(f) = D_m(f) e^{j2\pi f(r/c)f} + \sum_{i \neq m} D_i(f) e^{j2\pi f(r/c)\sqrt{f^2 + f_{cm}^2 - f_{ci}^2}}, \quad (\text{B6})$$

where  $D_m(f) = \sqrt{h'_m(f)} B_m[h_m(f)]$  is a real functions giving the spectrum amplitude of the warped mode  $m$ . The phase of mode  $m$  spectrum  $2\pi f c/r$  is linear in frequency: mode  $m$  is a pulse in time. All its energy is concentrated on the time  $r/c$ .

<sup>1</sup>C. Tiemann, M. Porter, and L. Frazer, "Localization of marine mammals near Hawaii using an acoustic propagation model," *J. Acoust. Soc. Am.* **115**, 2834–2843 (2004).

<sup>2</sup>E. Skarsoulis and M. Kalogerakis, "Ray-theoretic localization of an impulsive source in a stratified ocean using two hydrophones," *J. Acoust. Soc. Am.* **118**, 2934–2943 (2005).

<sup>3</sup>S. Wiggins, M. McDonald, L. Munger, S. Moore, and J. Hildebrand, "Waveguide propagation allows range estimates for North Pacific right whales in the Bering Sea," *Can. Acoust.* **32**, 146–154 (2004).

<sup>4</sup>E. Nosal, "Tracking multiple sperm whales with widely spaced bottom-mounted hydrophones," *J. Acoust. Soc. Am.* **125**, 2588 (2009).

<sup>5</sup>W. Kuperman, G. D'Spain, and K. Heaney, "Long range source localization from single hydrophone spectrograms," *J. Acoust. Soc. Am.* **109**, 1935–1943 (2001).

<sup>6</sup>G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and I. Me, "Source localisation on a

single hydrophone," *J. Acoust. Soc. Am.* **123**, 3744 (2008).

<sup>7</sup>J. Hermand, "Broad-band geoacoustic inversion in shallow water from waveguide impulse response measurements on a single hydrophone: Theory and experimental results," *IEEE J. Ocean. Eng.* **24**, 41–66 (1999).

<sup>8</sup>S. Jesus, M. Porter, Y. Stéphan, X. Déroulin, O. Rodríguez, and E. Coelho, "Single hydrophone source localization," *IEEE J. Ocean. Eng.* **25**, 337–346 (2000).

<sup>9</sup>G. Potty, J. Miller, J. Lynch, and K. Smith, "Tomographic inversion for sediment parameters in shallow water," *J. Acoust. Soc. Am.* **108**, 973–986 (2000).

<sup>10</sup>F. Jensen, W. Kuperman, and B. Michael, *Computational Ocean Acoustics* (American Institute of Physics, New York, 1994).

<sup>11</sup>I. Tolstoy and C. Clay, *Ocean Acoustics: Theory and Experiment in Underwater Sound* (Acoustical Society of America, New York, 1987).

<sup>12</sup>C. Gervaise, S. Vallez, Y. Stephan, and Y. Simard, "Robust 2D Localization of low-frequency calls in shallow waters using modal propagation modelling," *Can. Acoust.* **36**, 153–159 (2008).

<sup>13</sup>J. Hong, K. Sun, and Y. Kim, "Dispersion-based short-time Fourier transform applied to dispersive wave analysis," *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, 2949–2960 (2005).

<sup>14</sup>R. Baraniuk and D. Jones, "Unitary equivalence: A new twist on signal processing," *IEEE Trans. Signal Process.* **43**, 2269–2282 (1995).

<sup>15</sup>A. Papandreou-Suppappola, R. Murray, B. Iem, and G. Boudreault-Bartels, "Group delay shift covariant quadratic time-frequency representations," *IEEE Trans. Signal Process.* **49**, 2549–2564 (2001).

<sup>16</sup>S. Walker, P. Roux, and W. Kuperman, "Modal Doppler theory of an arbitrarily accelerating continuous-wave source applied to mode extraction in the oceanic waveguide," *J. Acoust. Soc. Am.* **122**, 1426–1439 (2007).

<sup>17</sup>P. Flandrin, *Temps-Fréquence (Time-Frequency)* (Hermes Science, France, 1993).

<sup>18</sup>L. Cohen, "Time-frequency distributions—A review," *Proc. IEEE* **77**, 941–981 (1989).

<sup>19</sup>G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and J. Lacoume, "Matched representations and filters for guided waves," *IEEE Trans. Signal Process.* **57**, 1783–1795 (2009).

<sup>20</sup>This requires that the source-receiver separation  $r$  be known *a priori*. In fact, in practice the true requirement is less stringent. As the goal of the transformation is to isolate modal features, a range of estimated values for the quantity  $r/c$  suffices.

<sup>21</sup>R. Rapp and W. Melville, "Laboratory measurements of deep-water breaking waves," *Philos. Trans. R. Soc. London, Ser. A* **331**, 735–800 (1990).

<sup>22</sup>T. Koch and R. Alferness, "Dispersion compensation by active predisposed signal synthesis," *J. Lightwave Technol.* **3**, 800–805 (1985).

<sup>23</sup>C. Hory, N. Martin, and A. Chehikian, "Spectrogram segmentation by means of statistical features for non-stationary signal interpretation," *IEEE Trans. Signal Process.* **50**, 2915–2925 (2002).

<sup>24</sup>K. Fu and J. Mui, "A survey on image segmentation," *Pattern Recogn.* **13**, 3–16 (1981).

<sup>25</sup>J. Weszka, "A survey of threshold selection techniques\* 1," *Comput. Graph. Image Process.* **7**, 259–265 (1978).

<sup>26</sup>This is the only step that is not automated. It could be done but it would require pattern recognition techniques that do not present a major interest for our study.

<sup>27</sup>F. Auger and P. Flandrin, "Improving the readability of time-frequency and time-scale representations by the reassignment method," *IEEE Trans. Signal Process.* **43**, 1068–1089 (1995).

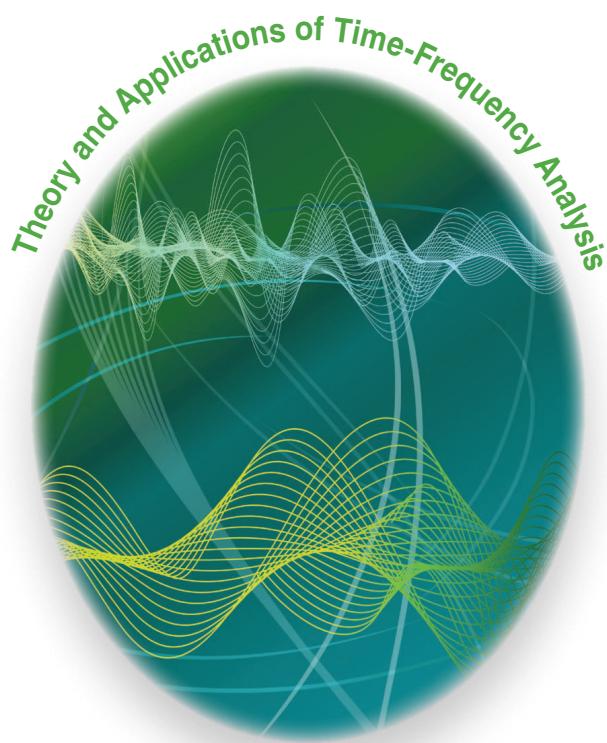
<sup>28</sup>B. Nicolas, J. Mars, and J. Lacoume, "Geoacoustical parameters estimation with impulsive and boat-noise sources," *IEEE J. Ocean. Eng.* **28**, 494–501 (2003).

<sup>29</sup>L. Stankovic, "An analysis of some time-frequency and time-scale distributions," *Ann. Telecommun.* **49**, 505–517 (1994).



[ Julien Bonnel, Grégoire Le Touzé, Barbara Nicolas, and Jérôme I. Mars ]

# Physics-Based Time-Frequency Representations for Underwater Acoustics



© ISTOCKPHOTO.COM/-M-I-S-H-A-

[ Power class utilization with waveguide-invariant approximation ]

**T**ime-frequency (T-F) analysis of signals propagated in dispersive environments or systems is a challenging problem. When considering dispersive waveguides, propagation can be described by modal theory. Propagated signals are usually multicomponent, and the group delay of each mode (i.e., each component)

is nonlinear and varies with the mode number. Consequently, existing T-F representations (TFRs) covariant to group delay shifts (GDSs) are not naturally adapted to this context. To overcome this issue, one solution is to approximate the propagation using simple models for which the dispersion properties do not vary with the mode number. If the chosen model is both simple and robust to uncertainties about the waveguide, it can be used to define adapted TFRs, such as the power-class with a suitable power coefficient. This article focuses on a context where this

Digital Object Identifier 10.1109/MSP.2013.2267651  
Date of publication: 15 October 2013

methodology can be applied: low-frequency acoustic propagation in shallow water. In this case, the global oceanic dispersion can be summarized using a single scalar  $\beta$  called the *waveguide invariant*. This parameter can be used to approximate the group delay of each mode with a power law. Consequently, it is possible to use power-class TFRs with a  $\beta$ -based power coefficient. Their practical use is demonstrated on two experimental data sets: a man-made implosion used for underwater geoacoustic inversion, and a right-whale impulsive vocalization that can be used to localize the animal.

## INTRODUCTION

Many physical or technical situations involve the propagation of a wave through a dispersive medium, e.g., ultrasonic waves in bones [1], electromagnetic whistlers in the magnetosphere [2], and ground-penetrating radar [3]. When considering broadband propagation, each frequency travels with its own speed, and a propagating nonstationary signal is distorted during its propagation. Dispersion usually tends to complicate the received signal, particularly in complex propagation environments that are dominated by multiple modal components, and this often limits the ability to directly recover information from the signal. On the other hand, the dispersion effects convey information about the propagation medium and the source/receiver configuration. If properly characterized using suitable signal processing methods, dispersion can be used as the basis of inversion algorithms (source localization and/or environmental estimation) [4]–[6]. When considering a transient source signal in a single receiver configuration, the received signal is nonstationary, and T-F analysis is the most common tool for dispersion analysis.

The application field considered in this article is underwater acoustics, although the proposed methodology can be extended to other dispersive situations. In particular, the article examines the practical application of power class TFRs for underwater acoustics, especially the low-frequency impulsive sources in shallow water. In this context, the propagation is described by modal theory. The oceanic environment acts as a dispersive waveguide, and the received signal contains several nonlinear frequency-modulated components called propagating modes. T-F analysis of the received signal and modal filtering are important issues for the underwater acoustic community. Using a single receiver, this allows for source localization and environmental estimation [4]–[6]. Dispersion analysis in the T-F domain has been studied by the signal processing community. Several approaches have been proposed, mainly for underwater acoustics [6]–[11], but also for other fields of application [1], [12]. The majority of these methods are physics-based and inject a priori environmental knowledge into the T-F processing. For such methods, the key is to make the best use of the available a priori information, while at the same time being insensitive to misknowledge in this a priori information.

Many TFRs have been proposed by the signal processing community [13], but none of them can be used successfully in every situation. All the TFRs have advantages and drawbacks, and are adapted to analyze signals with particular properties and

particular T-F content. The TFRs are thus often classified based on the properties they satisfy. Critical properties for T-F analysis are the covariance properties. A TFR is said to satisfy a covariance property if this TFR preserves certain T-F changes in the signal. It is also said that the TFR is covariant to that property. As an example, the Cohen's class is covariant to constant time-shifts and frequency-shifts, while the affine class is covariant to constant time shifts and to T-F scaling [13]. However, because of dispersion, none of these covariance properties are adapted to our underwater acoustics context. There is the requirement for covariance properties that take into account the nonlinear group delay of the signal considered. Such a covariance property is called the *GDS covariance*, and the corresponding TFR class was introduced by Papandreou-Suppappola et al. [14], [15].

This article is centered on a subclass of the GDS covariant class: the power class with an associated power time-shift covariance property [16]–[18]. The power class is thus adapted to dispersive signals with power-law group delays. For physical and underwater acoustic applications, the power class covariance should allow the inclusion of any available a priori information about the environment. To do that, the article establishes a link between the power class TFRs and the waveguide invariant  $\beta$  [19], [20]. The waveguide invariant is a scalar that summarizes the dispersion in the waveguide and allows the approximation of the phase of each mode as a frequency power function. This connection allows power class TFRs to be used to analyze the propagation of impulsive sounds in dispersive multimodal shallow water waveguides. This is demonstrated on both simulated and experimental marine data sets that correspond to both active and passive underwater acoustics (geoacoustic inversion and bioacoustics).

## TIME-FREQUENCY REPRESENTATIONS COVARIANT TO GROUP DELAY SHIFTS

### THE GROUP DELAY SHIFT COVARIANCE

As stated in the introduction, the constant time shift covariance property of many TFRs is not adapted to the context of dispersive propagation. One requires a TFR covariant to dispersive time shifts corresponding to the nonlinear group delay function of the medium.

Considering a signal  $X(f)$  in the frequency domain, the output  $Y(f)$  of an allpass dispersive system is given by  $Y(f) = X(f)e^{-2\pi j\xi(f/f_0)}$ . The group delay information is given by

$$\tau(f) = \frac{d}{df}\xi(f/f_0). \quad (1)$$

It is proportional to the derivative of the one-to-one phase function  $\xi(f/f_0)$ , where  $f_0 > 0$  is a normalization frequency. To satisfy the GDS covariance, a TFR  $T$  should preserve the frequency-dependent time shift  $\tau(f)$ . In a more general framework, the GDS operator of a signal  $X(f)$  is  $D_\alpha^{(\xi)}X(f) = X(f)e^{-2\pi j\alpha\xi(f/f_0)}$ , with  $\alpha$  a real number. For a given phase function  $\xi$ , the parameter  $\alpha$  quantifies the amount of dispersion on the signal  $D_\alpha^{(\xi)}X(f)$ . A TFR  $T$  is GDS covariant if the TFR of the output  $D_\alpha^{(\xi)}X(f)$  corresponds to the TFR of the input  $X(f)$ .

shifted in time by the change in group delay  $\alpha\tau(f)$  introduced by the GDS operator

$$T_{D_\alpha^X}(t, f) = T_X(t - \alpha\tau(f), f). \quad (2)$$

Successful use of the GDS covariant TFRs requires that the group delay of the TFR in (2) matches the group delay of the signal studied. Indeed, significant distortion can occur if this is not the case [21]. Moreover, the GDS covariance follows directly from the constant time-shift covariance according to the unitary equivalence principle [22], and thus requires knowledge about the time origin. These are two strong constraints for practical/experimental T-F analysis. Both of these will be taken into account in the context of underwater acoustics for unknown low-frequency impulsive sources in shallow water.

### THE POWER CLASS

A particular part of the GDS covariant class is the power class [16]–[18]. It is adapted to the case of the power-law covariance property, for which the phase and group delay functions are power functions defined as

$$\xi(f) = \xi_\kappa(f) = \text{sgn}(f)|f|^\kappa, \quad (3)$$

$$\tau(f) = \tau_\kappa(f) = \frac{\kappa}{f_0} \left| \frac{f}{f_0} \right|^{\kappa-1}, \quad (4)$$

where  $\kappa$  is the power parameter,  $f_0$  is a fixed reference frequency, and  $\text{sgn}(f)$  provides the sign of the frequency  $f$ . The GDS covariance in (2) thus becomes the power time-shift covariance. The  $\kappa$ th power class TFRs satisfy two specific covariance properties. As an extension of the affine class, the first covariance property is covariance to scale change

$$T_{C_a X}^{(\kappa)}(t, f) = T_X^{(\kappa)}(at, \frac{f}{a}), \quad (5)$$

where  $C_a$  is the scaling operator that is defined as  $C_a X(f) = X(f/a)/\sqrt{|a|}$ . The second covariance property is covariance to power time shifts that matches the signal group delay

$$\begin{aligned} T_{D_\alpha^X}^{(\kappa)}(t, f) &= T_X^{(\kappa)}(t - \alpha\tau_\kappa(f), f) \\ &= T_X^{(\kappa)}\left(t - \alpha \frac{\kappa}{f_0} \left| \frac{f}{f_0} \right|^{\kappa-1}, f\right), \end{aligned} \quad (6)$$

where  $D_\alpha^\kappa$  is the power time shift operator given by  $D_\alpha^\kappa X(f) = X(f)e^{-2\pi j\alpha\xi_\kappa(f/f_0)}$ . Once again, the parameter  $\alpha$  is a real number that expresses the amount of dispersion in the signal under study. It will be of particular interest in the section “Waveguide Invariant-Based Time-Frequency Representations.”

Hlawatsch et al. have shown [18] that any member of the  $\kappa$ th power class can be expressed as

$$\begin{aligned} T_X^{(\kappa)}(t, f) &= \frac{1}{f} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Gamma(f_1/f, f_2/f) e^{2\pi j \frac{tf}{\kappa} \left[ \xi_\kappa\left(\frac{f_1}{f}\right) - \xi_\kappa\left(\frac{f_2}{f}\right) \right]} \\ &\quad \times X(f_1) X^*(f_2) df_1 df_2, \end{aligned} \quad (7)$$

where  $\Gamma$  is a two-dimensional kernel that uniquely characterizes the TFR. Note that the affine class [13] is a particular case of the power class for  $\kappa = 1$ .

The power class can also be obtained using unitary warping [18], [22]. The power-warping operator is

$$\begin{aligned} W_\kappa X(f) &= \sqrt{\frac{d}{df} \xi_\kappa^{-1}(f/f_0)} X(\xi_\kappa^{-1}(f/f_0)) \\ &= \frac{1}{\sqrt{|\kappa|} |f/f_0|^{\frac{\kappa-1}{2\kappa}}} X(f_0 \text{sgn}(f) |f/f_0|^\frac{1}{\kappa}), \end{aligned} \quad (8)$$

where  $\xi_\kappa^{-1}(f)$  is the inverse function of  $\xi_\kappa(f)$ . Any member of the power class  $T^{(\kappa)}$  can be computed as an affine TFR  $T^{(A)}$  (i.e., a TFR of the affine class) of the warped signal  $W_\kappa X(f)$ , followed by a nonlinear T-F coordinate transform

$$\begin{aligned} T_X^{(\kappa)}(t, f) &= T_{W_\kappa X}^{(A)}\left(\frac{t}{f_0 \tau_\kappa(f)}, f_0 \xi_\kappa(f/f_0)\right), \\ &= T_{W_\kappa X}^{(A)}\left(\frac{t}{\kappa |f/f_0|^{\kappa-1}}, f_0 \text{sgn}(f) |f/f_0|^\frac{1}{\kappa}\right). \end{aligned} \quad (9)$$

As an example, the power Wigner distribution corresponds to the case where  $T^{(A)}$  is the Wigner distribution [13] and the powergram corresponds to the case where  $T^{(A)}$  is the scalogram [13]. Note that as  $T^{(A)}$  is a member of the affine class, it is a quadratic TFR. Both  $T^{(A)}$  and  $T^{(\kappa)}$  are thus influenced by cross-terms in the case of multicomponent signals. The cross-term geometry is detailed in [17].

Power class definition is based on a single power group delay  $\tau_\kappa(f)$ . Consequently, the power class cannot handle multicomponent signals with different dispersion power laws. However, power class definition is independent of the parameter  $\alpha$ . Consequently, power class is a suitable method to analyze multicomponent signals with different amounts of dispersion  $\alpha$  (as long as the phase function  $\xi_\kappa$  is the same for every component). In the modal propagation context, the received signal contains several components called *modes*. Successful use of the power class requires that 1) each mode has a power group delay; 2) for a given signal, the power parameter  $\kappa$  is the same for every mode; and 3) ideally, the value of  $\kappa$  can be determined using physical considerations. In the following, we will demonstrate that it is possible to fulfill these three expectations.

### ACOUSTIC PROPAGATION IN SHALLOW WATER

#### MODAL PROPAGATION

When considering low-frequency acoustic waves in shallow water, propagation can be described by normal mode theory [20]. Considering an impulsive source, the received signal  $Y(f)$  after propagation in the acoustic waveguide over a range  $r$  consists in  $N$  dispersive waves called *modes*

$$Y(f) = \sum_{m=1}^N A_m(f) e^{-2\pi j \phi_m(f)}. \quad (10)$$

The phase function of each mode  $\phi_m(f) = rk_m(f)$  depends on the source/receiver range  $r$  and on the waveguide properties through the horizontal wavenumber  $k_m(f)$ . The modal amplitude  $A_m(f)$  depends both on the waveguide properties and on the source/receiver configuration (range and depth). Because of dispersion, each mode can be associated to a nonlinear group

delay  $\tau_m(f) = (d/df)\phi_m(f)$ . If the range and the waveguide properties are known, the modal phase  $\phi_m(f)$  can be computed, and it is possible to define GDS covariant TFRs that are perfectly adapted to a given mode  $m$ .

When considering an ideal waveguide that consists of an iso-velocity water column between a pressure-release upper boundary and a rigid bottom, the modal phase can be expressed as [20]

$$\phi_m^{id}(f) = \frac{r}{c_w} \sqrt{f^2 - f_m^2}, \quad f > f_m, \quad (11)$$

where  $c_w$  is the water sound speed, and  $f_m$  is the cutoff frequency of mode  $m$  that depends linearly on the mode number  $m$ . Equivalently, a time-domain received signal  $y(t) = \sum_{m=1}^N B_m(t) e^{-2\pi j \phi_m(t)}$  obtained as the inverse Fourier transform of (10) can be considered. In an ideal waveguide, the time-domain modal phase is [11], [20]

$$\phi_m^{id}(t) = f_m \sqrt{t^2 - (r/c_w)^2}, \quad t > r/c_w. \quad (12)$$

Note that from (12), the modal phase depends linearly on  $f_m$ . It is thus possible to decompose  $\phi_m^{id}(t)$  into a mode-dependent amount of dispersion  $f_m$  and a mode-independent dispersive phase  $\sqrt{t^2 - (r/c_w)^2}$ . If the waveguide properties and range are known, it is thus possible to define covariant TFRs that are adapted to the whole signal (i.e., to every mode at once) in an ideal waveguide. Various studies have used the ideal waveguide (11) and (12) to perform dispersion-based warping [9], [11]. Le Touzé et al. also proposed modal-based TFRs using a similar model [10].

Except for this ideal simplistic waveguide, however, the dispersion characteristics evolve nonlinearly with mode number, and it is impossible to define TFRs adapted to the whole received signal. Although it would be possible to define GDS covariant TFRs adapted to each mode, this solution does not appear practical for experimental data, especially if the environment is not known. The next section presents the waveguide invariant approximation that allows this issue to be overcome.

### THE WAVEGUIDE INVARIANT

In the guided modal propagation context, interference structures naturally appear in the  $r-f$  domain (where  $r$  is the source/receiver range and  $f$  is the frequency). These interferences follow a striation pattern that can be summarized by a single scalar  $\beta$  called the *waveguide invariant* [19]. The waveguide invariant has been widely used in underwater acoustics for various applications, including passive source localization [23], [24], geoacoustic inversion [25], [26], and active sonar [27], [28].

Classical uses of the waveguide invariant require range diversity (i.e., several source/receiver ranges), which can be obtained using a horizontal line array or the combination of a single receiver and a moving source. By its nature, the waveguide invariant  $\beta$  describes physical interferences between modes and summarizes the dispersive behavior of the whole waveguide. However, in 1999, D'Spain and Kuperman [29] provided an approximation for single-mode dispersion using the waveguide invariant (see [29, Appendix A]). In particular, they derived the frequency dependence of the phase slowness  $S_p^m(f) = k_m/2\pi f$ , which was extended to

wavenumbers by Gao et al. [30]. Recalling that  $\phi_m(f) = rk_m(f)$ , one obtains the modal phase

$$\phi_m^\beta(f) \simeq \frac{r}{c} [f - \gamma_m f^{-\frac{1}{\beta}}], \quad (13)$$

where  $c$  is the average sound speed in the water column, and  $\gamma_m$  is a scalar that depends only on the mode number  $m$ . When considering a single receiver and an impulsive source, Gao et al. [30] showed that it is possible to use (13) as the basis of a “dedispersion transform.” This transform computes  $Y_{\text{dedisp}}(s) = \langle Y, A_s \rangle$  by projecting the received signal  $Y(f)$  on the atoms

$$A_s(f) = \exp\left(-2\pi j \frac{r}{c} [f - sf^{-\frac{1}{\beta}}]\right). \quad (14)$$

In the following, we will generalize the work of Gao and show that (13) can be used as the basis of  $\beta$ -based power class TFRs and warpings. Before this, note that (13) is based on several approximations that are inherent to the waveguide-invariant approximation. In particular, the waveguide invariant is actually invariant only within a group of closely spaced modes and within a frequency interval in which it is possible to define a functional relationship between group and phase speeds, which does not depend on mode number [19], [20]. This relationship usually holds true for low-frequency and long-range propagation in range-independent shallow water, where the acoustic field consists of a few modes that are weakly affected by refraction in the water column [20]. If a range-dependent environment is considered, it is also required that the spatial variations of the waveguide are sufficiently weak, so that an adiabatic modal approximation is valid [20], [29]. Note that in classical shallow-water environments, it can be demonstrated that  $\beta \simeq 1$ . In particular,  $\beta = 1$  in the ideal waveguide presented in the section “Modal Propagation” [31]. The link between the waveguide invariant and the ideal waveguide, i.e., the link between (11) and (13), will be presented in the section “Comparison with Physics-Based Time-Frequency Representations Based on the Ideal Waveguide Model.”

### WAVEGUIDE INVARIANT-BASED TIME-FREQUENCY REPRESENTATIONS

#### POWER CLASS AND WAVEGUIDE INVARIANT

According to (13), the modal phase can be decomposed into

- a nondispersive component  $(r/c)f$  that corresponds to a plane wave with constant group delay  $t_0 = r/c$
- a dispersive component  $-(r/c)\gamma_m f^{-(1/\beta)}$  with group delay  $(1/\beta)(r/c)\gamma_m f^{-(1/\beta)-1}$ .

As  $\beta \simeq 1$ , the dispersive component corresponds to a dispersive wave with high frequencies arriving before low frequencies, with the limit that infinite frequency arrives first at time  $t = t_0$ . One can consider only the dispersive component by making  $t_0$  the new time axis origin. This operation is not a practical problem, as  $t_0$  corresponds to the time when energy first arrives at the receiver. The modal phase thus becomes

$$\tilde{\phi}_m^\beta(f) = -\gamma_m \frac{r}{c} f^{-\frac{1}{\beta}}. \quad (15)$$

Equation (15) shows that the power class with power parameter  $\kappa = -1/\beta$  is adapted to every mode. One can thus define the  $\beta$ -power phase and group delay

$$\xi_\beta(f) = \operatorname{sgn}(f) |f|^{-1/\beta}, \quad (16)$$

$$\tau_\beta(f) = -\frac{1}{\beta f_0} \left| \frac{f}{f_0} \right|^{-\frac{\beta+1}{\beta}}. \quad (17)$$

(In the following, the chosen notations are not consistent with classical power class notations; however, no ambiguity arises and these concise notations will be used throughout.) The corresponding  $\beta$ -warping operates as

$$W_\beta X(f) = \frac{\sqrt{|\beta|}}{|f/f_0|^{\frac{\beta+1}{2}}} X\left(f_0 \operatorname{sgn}(f) \left| \frac{f}{f_0} \right|^{-\beta}\right). \quad (18)$$

The  $\beta$ -power warping linearizes the modal phase of each mode, while the  $\beta$ -power TFRs are adapted to the whole received signal. Note that inverse  $\beta$ -warping is given by  $W_\beta^{-1} = W_{1/\beta}$ .

To normalize dispersion to mode 1, i.e., to have  $\alpha_1 = 1$ , one must define

$$f_0 = \left( -\frac{c}{r\gamma_1} \right)^{-\beta} \quad (19)$$

$$\alpha_m = \frac{\gamma_m}{\gamma_1}, \quad (20)$$

where  $f_0$  is the reference frequency, and  $\alpha_m$  is the amount of dispersion of mode  $m$ . As a reminder, the concept of the amount of dispersion was introduced in (2). Physically, it is a good thing that the amount of dispersion depends on the mode number  $m$ . In terms of signal processing, the modal expansion of the acoustic field corresponds to the power signal expansion over a finite number of power impulses [16], [18] (each power impulse being a physical mode). As a result, the inverse Fourier transform of the frequency-warped signal  $W_\beta X(f)$  shows the modes as a discrete set of impulsions [18] [see the section “Waveguide Invariant-Based Time-Frequency Representations” and Figure 1(b)]. As a consequence, we will call the inverse Fourier transform of the warped frequency domain the modal domain. In the modal domain, mode  $m$  lies at the position  $\alpha_m/f_0$ .

## COMPUTATION AND INTERPRETATION

According to (9), any member of the  $\beta$ -power class can be computed as an affine TFR of the  $\beta$ -power warping signal followed by a nonlinear T-F coordinate transform. Until the end of the article, we focus on the case of the  $\beta$ -powergram, for which the original affine TFR is the scalogram. This choice minimizes the cross-terms between the different components of the signals, i.e., between the modes. This is an important feature for practical underwater acoustics applications with more than two propagating modes, as it prevents overlap between modes and cross terms. In the following, we present the equations for the  $\beta$ -powergram with power class formalism and show that an equivalent formulation can be obtained using a physics-based approach.

## POWER CLASS FORMALISM

The powergram is obtained when the considered affine TFR  $T^{(A)}$  is the scalogram. The scalogram  $S_X(t, f)$  of the signal  $X(f)$  can be computed as the squared magnitude of the wavelet transform

$$S_X(t, f) = |\langle X, H_{t,f} \rangle|^2, \quad (21)$$

where  $H_{t,f}$  is the time-shifted and scaled version of the wavelet  $H$ :  $H_{t,f}(f') = |(f_0/f)|^{1/2} H((f_0/f)f') e^{2\pi j t f'}$ . Note that  $f_0/f$  is the scale coefficient. Next, the scalogram of the  $\beta$ -warped signal  $S_{W_\beta X}(t, f)$  can be obtained using unitary equivalence [22]:

$$S_{W_\beta X}(t, f) = |\langle W_\beta X, H_{t,f} \rangle|^2 = |\langle X, W_{1/\beta} H_{t,f} \rangle|^2. \quad (22)$$

Finally, the  $\beta$ -powergram  $S_X^{(\beta)}(t, f)$  is obtained from (9) by the nonlinear T-F coordinate transform:

$$\begin{aligned} S_X^{(\beta)}(t, f) &= S_{W_\beta X}\left(\frac{t}{f_0 \tau_\beta(f)}, f_0 \xi_\beta(f/f_0)\right) \\ &= \left| \frac{f_0}{f} \left\| \int_{-\infty}^{\infty} X(f') |\beta|^{-1/2} \left| \frac{f'}{f_0} \right|^{-\frac{\beta+1}{\beta}} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. H^*\left(f_0 \frac{\xi_\beta(f'/f_0)}{\xi_\beta(f/f_0)}\right) e^{-2\pi j \frac{t}{\tau_\beta(f')} \xi_\beta(f'/f_0)} df' \right\|^2 \right|. \end{aligned} \quad (23)$$

## PHYSICAL APPROACH

It is also possible to obtain a  $\beta$ -based scalogram  $S_X^{(\text{phy})}(t, f)$  with a physical approach that does not use power class formalism or unitary equivalence. The change in formalism does not provide a better TFR, but it helps to understand the equations and to physically interpret the results. To compute  $S_X^{(\text{phy})}(t, f)$ , the wavelet must be adapted to the studied signal. This can be done using a wavelet family for which the wavelet phase corresponds to the modal phase. As the modes have the phase  $\phi_m(f) = \alpha_m \xi_\beta(f/f_0)$ , one can choose the wavelet family  $\{G_{m,f}\}$  with

$$G_{m,f}(f') = G_f(f') e^{-2\pi j \alpha_m \xi_\beta(f'/f_0)}, \quad (24)$$

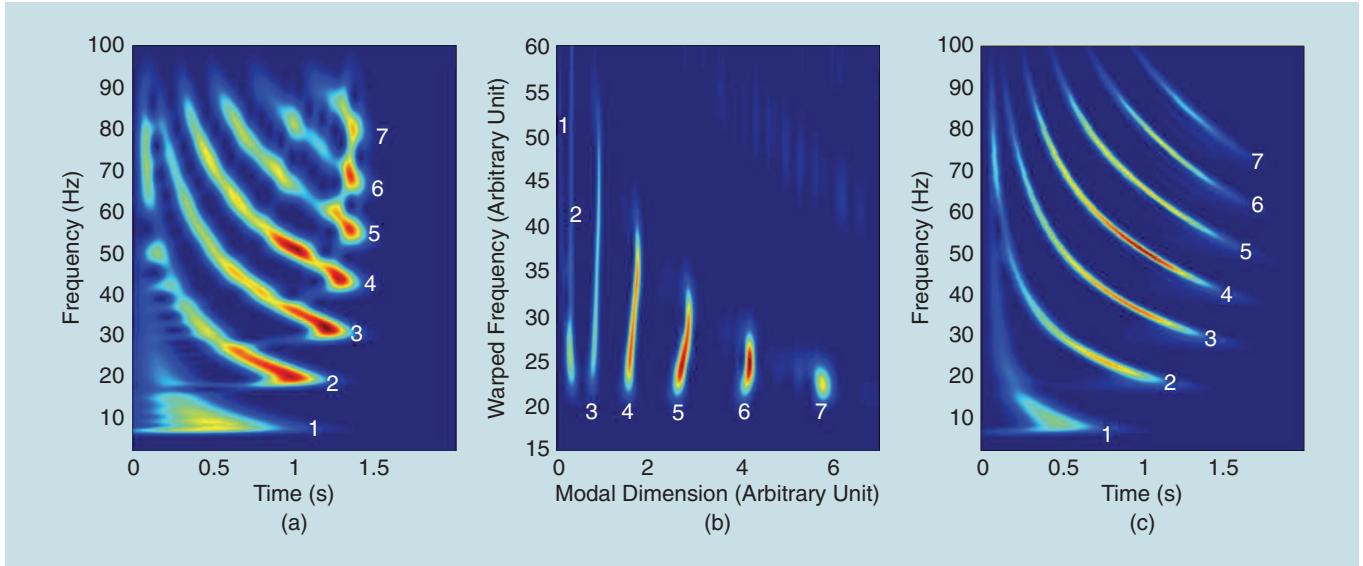
where  $G_f(f')$  is a window function that is concentrated around frequency  $f$ . As an example,  $G_f(f')$  can be a scaled version of the wavelet  $G$ :  $G_f(f') = |(f_0/f)|^{1/2} G((f_0/f)f')$ . This choice allows the easy computing of  $S_X^{(\text{phy})}(t, f)$  by modifying an existing scalogram code. Whatever the choice of  $G_f(f')$ , the family  $\{G_{m,f}\}$  leads to a mode-frequency wavelet transform

$$S_X^{(\text{mod})}(\alpha_m, f) = \langle X, G_{m,f} \rangle, \quad (25)$$

where the square magnitude is similar to  $S_{W_\beta X}$ , apart from a compressional factor  $1/f_0$  in the modal dimension. Consequently, mode  $m$  lies at position  $\alpha_m$  in the modal dimension associated to  $S_X^{(\text{mod})}$ , while it lies at position  $\alpha_m/f_0$  in the modal dimension associated to  $S_{W_\beta X}$ .

The final step to obtain a  $\beta$ -based scalogram  $S_X^{(\text{phy})}(t, f)$  using the physical approach is to go from the mode-frequency domain to the T-F domain. This is achieved by substituting  $\alpha_m$  with the time  $t$  that corresponds to the mode  $m$  group delay

$$t = \alpha_m \tau_\beta(f) \Leftrightarrow \alpha_m = t/\tau_\beta(f). \quad (26)$$



**[FIG1]** The simulated results. (a) A scalogram of the simulated signal. (b) A scalogram of the inverse Fourier transform of the  $\beta$ -warped signal. (c)  $\beta$ -powergram. The power warping and powergram were computed using  $\beta = 1.2$ . The scalograms and powergram were computed using Morlet wavelets.

The following  $\beta$ -based T-F scalogram is thus obtained:

$$S_X^{(\text{phy})}(t, f) = |S_X^{(\text{mod})}(t/\tau_\beta(f), f)|^2 \\ = \left| \int_{-\infty}^{\infty} X(f') G_f^*(f') e^{-2\pi j \frac{t}{\tau_\beta(f)} \xi_\beta(f'/f_0)} df' \right|^2. \quad (27)$$

Note that in (27), the phase in the integral is equal to the phase in the integral for powergram computation [see (23)]. Moreover,  $G_f$  can be chosen so that the wavelet transform  $S^{(\text{mod})}$  is invertible (it must thus respect the closure condition). Note also that  $G_f$  can be chosen so that  $S^{(\beta)} = S^{(\text{phy})}$ . The corresponding  $G_f$  is obtained by comparing (27) and (23).

### SIMULATION EXAMPLE

The proposed methodology is applied to realistic simulated data that mimics shallow water conditions during the summer. The configuration considered consists of a 100-m-deep water column over a layered bottom. The sound speed profile in the water column is as follows:

- constant sound speed 1,525 m/s from the surface  $z = 0$  m to the depth  $z = 45$  m
- linear variation 1,525 m/s  $\rightarrow$  1,495 m/s from  $z = 45$  m to  $z = 55$  m
- constant sound speed 1,495 m/s from  $z = 55$  m to the bottom  $z = 100$  m.

The seabed is modeled as a fluid (a classical assumption in underwater acoustics). It consists of a homogeneous sediment layer on top of a homogeneous semi-infinite basement. The seabed parameters are

- sediment: width 10 m, sound speed 1,800 m/s, density 1.8
- basement: sound speed 2,000 m/s, density 2.

The source/receiver range is  $r = 10$  km. Both the source and the receiver lie on the bottom, so that the modes are (nearly)

equally excited. The frequency-domain impulse response of the waveguide was computed using the ORCA modal code [32]. The source is assumed to be perfectly impulsive. The received signal is thus the simulated impulse response of the waveguide. No noise has been added to the simulation, so that the results are more easily understood. The robustness of the method against noise will be demonstrated on real data in the next section.

The scalogram of the simulated signals is presented in Figure 1(a) with mode numbers labeled in white. Figure 1(a) shows seven modes with relatively good T-F resolution. High-order modes are closer to each other than low-order modes, and they suffer from T-F interference. Mode 1, which has the lowest frequency content, suffers from poor time resolution. Figure 1(b) shows the scalogram of the  $\beta$ -warped signal. As explained in the section “Waveguide Invariant-Based Time-Frequency Representations,” warped modes are impulsive signals. Note that warped modes are not perfect impulses, which shows that the waveguide invariant, and particularly (13), is an approximation. However, waveguide invariant approximation is accurate enough such that the T-F representation of the warped modes shows them well separated. The  $\beta$ -warping is thus a useful tool for modal filtering, which is an important issue for the underwater-acoustics community. Indeed, filtered modes serve as input for matched mode processing [33] and other inversion schemes [5], [34]. Figure 1(c) shows the  $\beta$ -powergram. The seven modes are resolved with good resolution. Note that both power warping and the powergram were computed using  $\beta = 1.2$ . This value was chosen empirically to match the T-F curvature of the modes.

As stated in the section “The Waveguide Invariant,” the waveguide-invariant value is usually  $\beta \simeq 1$  in shallow water. However,  $\beta$  is known to change according to the environmental conditions [35]. For example,  $\beta$  can be linked to seabed properties in a

Pekeris waveguide [36]. Depending on the available a priori knowledge of the environmental context, the  $\beta$  value can be chosen empirically or defined accurately using the knowledge of the environment. In either case, it is important that the corresponding TFR is robust to a relative mismatch in the  $\beta$  value. The robustness of the  $\beta$ -powergram is considered in Figure 2. It presents powergrams that were computed for  $\beta = 0.5, 1, 1.5$ , and  $3$ . All of these powergrams show a good T-F resolution for each mode, which demonstrates that the method is robust to mismatch in the  $\beta$  value. However, Figure 2(a) and (d), which corresponds to  $\beta = 0.5$  and  $3$ , respectively, shows relatively poor T-F resolution for high-order modes. Indeed, these modes are the modes that interact most with the seabed, which explains why they are more sensitive to an incorrect  $\beta$  value (and thus to an incorrect environmental model).

### COMPARISON WITH PHYSICS-BASED TIME-FREQUENCY REPRESENTATIONS BASED ON THE IDEAL WAVEGUIDE MODEL

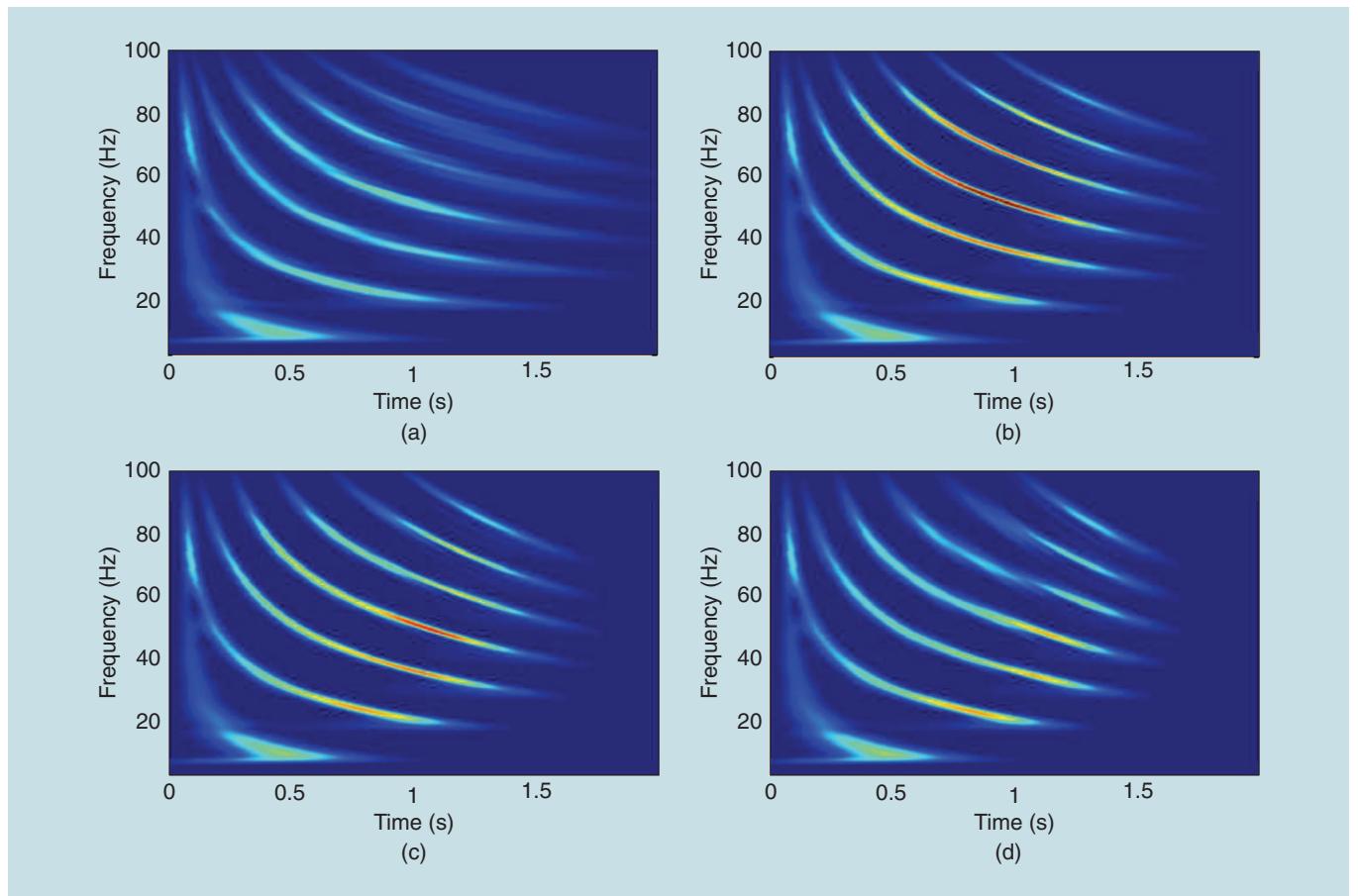
The  $\beta$ -power class provides a general and theoretical framework to analyze the signals received in a dispersive waveguide. In this section, this is compared with other physics-based solutions that allow for dispersion T-F analysis [7], [8], [10]. Physics-based TFRs inject a priori knowledge about the waveguide properties to modify the T-F tiling. This knowledge is usually based on a simple

waveguide model [7], [10], although it can be adaptively refined using optimization [8]. The most common model for dispersion-based signal processing is the ideal waveguide presented in the section “Modal Propagation” [7], [9], [11]. It is thus interesting to compare it with our  $\beta$ -based model.

The modal phase in the ideal waveguide is given by (11), while it is given by (13) under the waveguide-invariant model. If the frequency  $f$  is well above the cutoff frequency  $f_m$ , the ideal model and the waveguide-invariant model with  $\beta = 1$  are both equivalent to a nondispersive wave that would travel at the water sound speed

$$\phi_m^{id}(f) \underset{f \rightarrow \infty}{\sim} \phi_m^{\beta=1}(f) \underset{f \rightarrow \infty}{\sim} \frac{r}{C_w} f. \quad (28)$$

This is consistent with modal propagation. In shallow water, high frequencies correspond to low grazing angles (the energy propagates nearly horizontally), while low frequencies correspond to high grazing angles (the energy propagates nearly vertically). Consequently, high frequencies are not strongly influenced by the waveguide properties. In the limit of infinite frequency, the waves travel horizontally and the waveguide does not influence propagation anymore (there is no dispersion). On the other hand, low frequencies interact strongly with the bottom. It is thus necessary to model the seabed correctly to study low-frequency dispersion, which is the superiority of the waveguide-invariant model. Indeed, the ideal waveguide model has a perfectly rigid bottom



**[FIG2]** The simulated  $\beta$ -powergram dependence on the value of  $\beta$ . (a)  $\beta = 0.5$ . (b)  $\beta = 1$ . (c)  $\beta = 1.5$ . (d)  $\beta = 3$ . The powergrams were computed using Morlet wavelets.

that does not model seabed propagation (i.e., no energy penetrates the seabed) while the waveguide invariant conveys information about a more realistic seabed [25], [36]. Consequently, the  $\beta$ -based TFRs can be used to perform accurate dispersion analysis in complex waveguides. This is particularly suitable when seabed interactions are important and can be modeled using a suitable  $\beta$  value.

Waveguide invariant approximation, however, does not correctly model frequency dispersion between the cutoff frequency and the Airy phase. For a given mode, the Airy phase is the frequency at which the group speed is minimum, and thus it corresponds to the last energy arrival in the T-F domain. The energy that corresponds to frequencies between the cutoff frequency and the Airy phase was called *ground wave* by Pekeris [37]. It propagates in the seabed with high group speed and high attenuation. Its T-F content is a slow upsweep going from cutoff frequency to Airy phase, creating a T-F turnaround at the Airy phase. As an example, mode 3 cutoff frequency and Airy phase can be seen in Figure 1(a) at 28 Hz and 31 Hz, respectively. As ground waves are highly attenuated, they are usually masked by noise in experimental marine data (see Figures 3 and 4). However, ground waves can be encountered when considering powerful explosions [4]. Analysis of the T-F turnaround associated with ground waves cannot be achieved for all modes at once. This would require the GDS covariant TFR based on accurate single mode dispersion.

## EXPERIMENTAL DATA APPLICATION

This section demonstrates the practical use of the  $\beta$  power class on experimental data. Two different underwater acoustic contexts are considered: active geoacoustic inversion and passive study of marine mammal vocalization. In both cases, the considered source is impulsive and the environment is a complex waveguide (nonisovelocity sound speed profile in the water column, layered seabed, and weak range dependence).

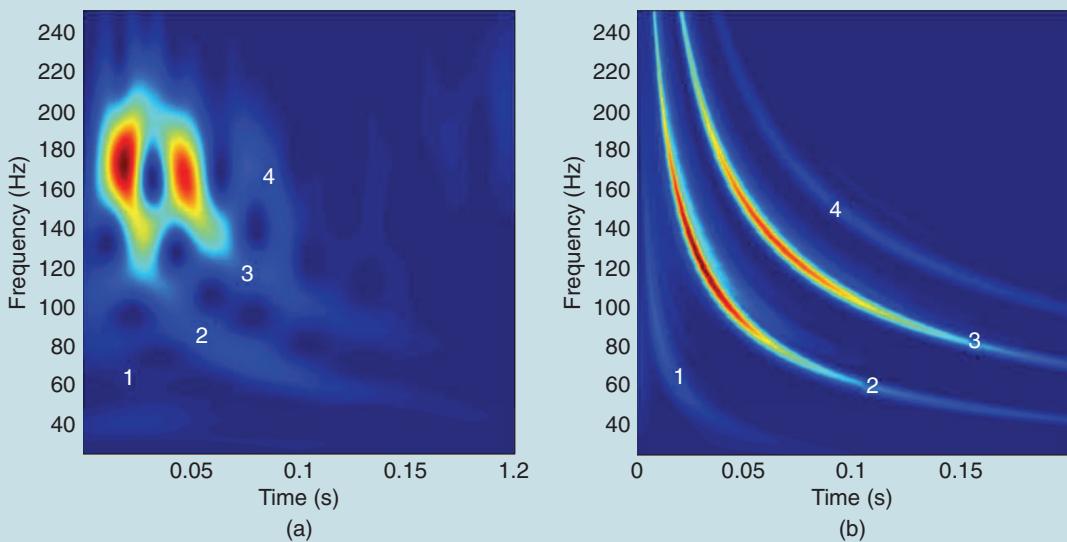
## LIGHTBULB DATA: SHALLOW WATER 2006 EXPERIMENT

First, we consider an experimental signal that was recorded on the continental shelf of New Jersey (United States) during the Shallow Water 2006 Experiment [38]. The considered source is a lightbulb implosion, and the corresponding acoustic field was recorded by the Marine Physical Laboratory vertical line array (a single hydrophone is used for this study). In this active context, the T-F dispersion of the signal can be used to infer information about the seabed properties (geoacoustic inversion). More details about the environment and this specific signal can be found in [5].

The source/receiver range,  $r \approx 7$  km, is relatively short for such a low-frequency inversion configuration. The scalogram of the received signal is presented in Figure 3(a). The modes are labeled in white for easier understanding. It can be seen that they are close to each other and interfere together. Classical scalograms cannot be used to infer information about the modal dispersion. The  $\beta$ -powergram ( $\beta = 1.25$ ) is presented in Figure 3(b). It shows better resolution than the classical scalogram, and it can be used to infer dispersion information. The value  $\beta = 1.25$  has been chosen empirically to match the T-F curvature of the modes.

## RIGHT-WHALE VOCALIZATION: FUNDY BAY DATA

Next, we consider an experimental signal that was recorded in Fundy Bay (Canada) as part of the 2003 Workshop on Detection, Localization, and Classification of Marine Mammals Using Passive Acoustics [39]. The source considered is a right-whale impulsive vocalization that was recorded on a single bottom-moored hydrophone (labeled  $H$  during the experiment). In this passive context, the T-F dispersion of the signal can be used to estimate the range between the whale and the receiver. More information about the environment can be found in [39], and about this specific signal in [40].



**[FIG3]** SW06 experimental results. (a) Scalogram of the received signal. (b)  $\beta$ -powergram of the received signal, computed using  $\beta = 1.25$ . The scalogram and the powergram were computed using Morlet wavelets.

In this passive context, the source/receiver range is not known. It has been estimated in various studies, and it should be  $r \simeq 8$  km. The scalogram of the received signal is shown in Figure 4(a). It is nearly impossible to distinguish the modal content of the signal, and the modes are labeled in white to facilitate understanding. Note that because of a low-speed sediment layer, mode 1 is probably trapped in the seabed and so does not appear in the T-F domain. The  $\beta$ -powergram ( $\beta = 0.8$ ) is shown in Figure 3(b), and it has relatively good modal resolution. The  $\beta$ -scalogram is thus a valuable tool to analyze experimental low-frequency data, even when they are recorded in a passive context and in a complicated environment. Note that the value  $\beta = 0.8$  was chosen empirically to match the T-F curvature of the modes.

## CONCLUSIONS

The power-class TFRs, or, more generally, the GDS covariant TFRs, are suitable TFRs to analyze signals with dispersive group delay. However, their use is limited to monocomponent signals, or to multicomponent signals for which the dispersive properties do not vary from one component to the other. Successful use of the power-class TFRs to analyze signals propagated in a dispersive medium requires that the dispersion can be modeled using a power law. Another desirable property is that the power coefficient  $\kappa$  can be defined using robust physical a priori information about the medium.

This article focuses on dispersive propagation in an oceanic waveguide; especially the low-frequency impulsive sounds propagated in shallow water. This context is particularly challenging as propagation is described by modal theory. Indeed, the signals considered are multicomponent, and each component (called a mode) has a nonlinear group delay that varies from mode to mode. However, it is possible to approximate the waveguide dispersion with a power law  $t^{-1/\beta}$ , where  $\beta$  is the waveguide

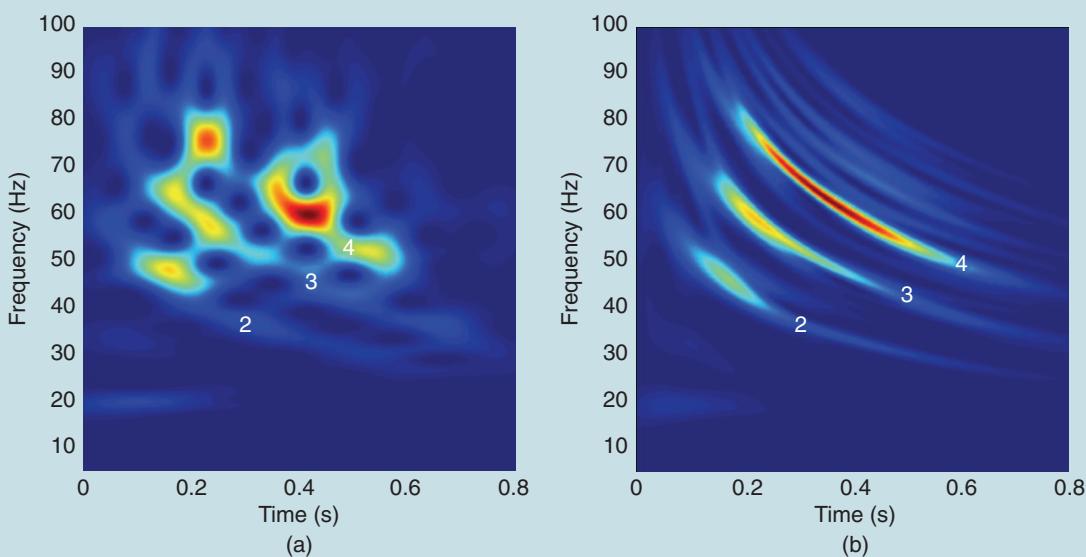
invariant. The waveguide invariant is a scalar widely used in underwater acoustics that characterizes propagation in shallow water. It is possible to define a class of TFRs that are adapted to the modal propagation context. This class benefits from the formalism of the power class (with power coefficient  $\kappa = -1/\beta$ ), while at the same time allowing the inclusion of robust physical a priori information through the waveguide invariant  $\beta$ . Note that single-receiver modal filtering using  $\beta$ -warping can be obtained as a by-product of the power class methodology.

This method is illustrated both on realistic simulation data and experimental data. Two marine data sets that correspond to different underwater acoustic contexts are considered: active geoacoustic inversion and passive bioacoustics. In these difficult practical situations, the proposed method allows us to resolve several modes in the T-F domain, which was impossible with classical TFRs. The  $\beta$ -power class is thus a promising method for analysis of underwater acoustic single-receiver data.

## AUTHORS

*Julien Bonnel* (julien.bonnel@ensta-bretagne.fr) received the Ph.D. degree in signal processing from Grenoble-Institut National Polytechnique (INP), France, in 2010. Since 2010, he has been an assistant professor at Lab-STICC (UMR 6285), Ecole Nationale Supérieure de Techniques Avancées Bretagne in Brest, France. His research in signal processing and underwater acoustics include time-frequency analysis, source detection/localization, geoacoustic inversion, acoustical tomography, passive acoustic monitoring, and bioacoustics. He is a Member of the IEEE and the Acoustical Society of America.

*Grégoire Le Touzé* (gregoire.le-touze@gipsa-lab.grenoble-inp.fr) received the master's degree in signal processing from Grenoble-INP, France, in 2004 and the Ph.D. degree in 2007. From 2008 to 2010, he was a postdoctoral researcher at the



**[FIG4]** The Fundy Bay experimental results. (a) Scalogram of the received signal. (b)  $\beta$ -powergram of the received signal, computed using  $\beta = 0.8$ . The scalograms were computed using Morlet wavelets.

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique, Marseille, France, and from 2010 to 2012 at the GIPSA-Lab, Grenoble, France. His research interests include seismic and acoustic signal processing, wavefield separation methods, time-frequency and chirplet analysis, and array processing.

**Barbara Nicolas** (barbara.nicolas@gipsa-lab.grenoble-inp.fr) received the M.S. and Ph.D. degrees in signal processing from Grenoble-INP, France, respectively, in 2001 and 2004. In 2005, she held a postdoctoral position at the French Atomic Energy Commission (C.E.A.) in medical imaging. Since 2006, she has been a CNRS researcher at the GIPSA-Lab in the Image Signal Department, Grenoble, France. In 2008, she was a visiting scientist at SipLab in Faro, Portugal. Her research in signal processing and underwater acoustics include TFRs, array processing, acoustic tomography, underwater source detection and localization, and geoacoustic inversion.

**Jérôme I. Mars** (jerome.mars@gipsa-lab.grenoble-inp.fr) received the Ph.D. degree in signal processing (1988) from the Institut National Polytechnique of Grenoble. From 1989 to 1992, he was a postdoctoral researcher at the Centre des Phénomènes Aléatoires et Geophysiques, Grenoble. From 1992 to 1995, he was a visiting lecturer and scientist at the Materials Sciences and Mineral Engineering Department at the University of California, Berkeley. He is currently a professor of signal processing in the Image-Signal Department at GIPSA-Lab (UMR 5216), Grenoble Institute of Technology. He is the head of the Image-Signal Department. His research interests include seismic and acoustic signal processing, source separation methods, time-frequency, and time-scale characterization. He is a Member of the IEEE and the European Association of Geoscientists and Engineers.

## REFERENCES

- [1] K. Xu, D. Ta, and W. Wang, "Multiridge-based analysis for separating individual modes from multimodal guided wave signals in long bones," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 57, no. 11, pp. 2480–2490, 2010.
- [2] D. Mihovilović and R. Bracewell, "Whistler analysis in the time-frequency plane using chirplets," *J. Geophys. Res.*, vol. 97, no. A11, pp. 17199–17204, 1992.
- [3] J. der Kruk, N. Diamanti, A. Giannopoulos, and H. Vereecken, "Inversion of dispersive GPR pulse propagation in waveguides with heterogeneities and rough and dipping interfaces," *J. Appl. Geophys.*, vol. 81, pp. 88–96, June 2011.
- [4] G. Potty, J. Miller, J. Lynch, and K. Smith, "Tomographic inversion for sediment parameters in shallow water," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 108, no. 3, pp. 973–986, 2000.
- [5] J. Bonnel, C. Gervaise, B. Nicolas, and J. Mars, "Single receiver geoacoustic inversion using modal reversal," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 131, no. 1, pp. 119–128, 2012.
- [6] C. Ioana, A. Jarrot, C. Gervaise, Y. Stéphan, and A. Quinquis, "Localization in underwater dispersive channels using the time-frequency-phase continuity of signals," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 58, no. 8, pp. 4093–4107, 2010.
- [7] C. Chen, J. Miller, G. Boudreux-Bartels, G. Potty, and C. Lazauski, "Time-frequency representations for wideband acoustic signals in shallow water," in *Proc. OCEANS 2003*, vol. 5, pp. SP2903–SP2907.
- [8] J. Hong, K. Sun, and Y. Kim, "Dispersion-based short-time Fourier transform applied to dispersive wave analysis," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 117, no. 5, pp. 2949–2960, 2005.
- [9] Y. Jiang and A. Papandreou-Suppappola, "Discrete time-frequency characterizations of dispersive linear time-varying systems," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 55, no. 5, pp. 2066–2076, 2007.
- [10] G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and J. Lacoume, "Matched representations and filters for guided waves," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 57, no. 5, pp. 1783–1795, 2009.
- [11] J. Bonnel, B. Nicolas, J. Mars, and S. Walker, "Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 128, no. 2, pp. 719–727, 2010.
- [12] L. De Marchi, M. Ruzzene, B. Xu, E. Baravelli, and N. Speciale, "Warped basis pursuit for damage detection using lamb waves," *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelectr., Freq. Control*, vol. 57, no. 12, pp. 2734–2741, 2010.
- [13] F. Hlawatsch and G. Boudreux-Bartels, "Linear and quadratic time-frequency signal representations," *IEEE Signal Process. Mag.*, vol. 9, no. 2, pp. 21–67, 1992.
- [14] A. Papandreou-Suppappola, "Generalized time-shift covariant quadratic time-frequency representations with arbitrary group delays," in *Proc. 29th Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers*, 1995, pp. 553–557.
- [15] A. Papandreou-Suppappola, R. Murray, B. Iem, and G. Boudreux-Bartels, "Group delay shift covariant quadratic time-frequency representations," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 49, no. 11, pp. 2549–2564, 2001.
- [16] F. Hlawatsch, A. Papandreou, and G. Boudreux-Bartels, "The power classes of quadratic time-frequency representations: A generalization of the affine and hyperbolic classes," in *Proc. 27th Asilomar Conf. Signals, Systems and Computers*, 1993, pp. 1265–1270.
- [17] A. Papandreou-Suppappola, F. Hlawatsch, and G. Boudreux-Bartels, "Power class time-frequency representations: Interference geometry, smoothing, and implementation," in *Proc. IEEE-SP Int. Symp. Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, 1996, pp. 193–196.
- [18] F. Hlawatsch, A. Papandreou-Suppappola, and G. Boudreux-Bartels, "The power classes-quadratic time-frequency representations with scale covariance and dispersive time-shift covariance," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 47, no. 11, pp. 3067–3083, 1999.
- [19] S. Chuprov, "Interference structure of a sound field in a layered ocean," in *Ocean Acoustics, Modern State*, 1982, pp. 71–91.
- [20] F. Jensen, W. Kuperman, M. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, 2nd ed. New York: American Institute of Physics, 2011.
- [21] A. Papandreou-Suppappola and G. Boudreux-Bartels, "The effect of mismatching analysis signals and time-frequency representations," in *Proc. IEEE-SP Int. Symp. Time-Frequency and Time-Scale Analysis*, 1996, pp. 149–152.
- [22] R. Baraniuk and D. Jones, "Unitary equivalence: A new twist on signal processing," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 43, no. 10, pp. 2269–2282, 1995.
- [23] K. Cockrell and H. Schmidt, "Robust passive range estimation using the waveguide invariant," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 127, no. 5, pp. 2780–2789, 2010.
- [24] S. Rakotonarivo and W. Kuperman, "Model-independent range localization of a moving source in shallow water," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 132, no. 4, pp. 2218–2223, 2012.
- [25] K. Heaney, "Rapid geoacoustic characterization using a surface ship of opportunity," *IEEE J. Oceanic Eng.*, vol. 29, no. 1, pp. 88–99, 2004.
- [26] Q. Ren and J. Hermand, "Acoustic striation processing for ocean bottom characterization," in *Proc. OCEANS, 2011 IEEE-Spain*, 2011, pp. 1–6.
- [27] R. Goldhahn, G. Hickman, and J. Krolik, "A waveguide invariant adaptive matched filter for active sonar target depth classification," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 129, no. 4, pp. 1813–1824, 2011.
- [28] D. Rouseff and L. Zurk, "Striation-based beamforming for estimating the waveguide invariant with passive sonar," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 130, no. 2, pp. EL76–EL81, 2011.
- [29] G. D'Spain and W. Kuperman, "Application of waveguide invariants to analysis of spectrograms from shallow water environments that vary in range and azimuth," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 106, no. 5, pp. 2454–2468, 1999.
- [30] D. Gao, N. Wang, and H. Wang, "A dedispersion transform for sound propagation in shallow water waveguide," *J. Comput. Acoust.*, vol. 18, no. 3, pp. 245–257, 2010.
- [31] L. Brekhovskikh, Y. Lysanov, I. Lysanov, and I. Lysanov, *Fundamentals of Ocean Acoustics*. New York: Springer Verlag, 2003.
- [32] E. Westwood, C. Tindle, and N. Chapman, "A normal mode model for acousto-elastic ocean environments," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 100, no. 6, p. 3631, 1996.
- [33] T. Yang, "Effectiveness of mode filtering: A comparison of matched-field and matched-mode processing," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 87, no. 5, p. 2072, 1990.
- [34] A. Newhall, Y. Lin, J. Lynch, M. Baumgartner, and G. Gawarkiewicz, "Long distance passive localization of vocalizing Sei whales using an acoustic normal mode approach," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 131, no. 2, p. 1814, 2012.
- [35] D. Rouseff and R. Spindel, "Modeling the waveguide invariant as a distribution," *AIP Conf. Proc.*, vol. 621, pp. 137–150, May 2001.
- [36] E. Shang, J. Wu, and Z. Zhao, "Relating waveguide invariant and bottom reflection phase-shift parameter P in a Pekeris waveguide," *J. Acoust. Soc. Amer.*, vol. 131, no. 5, pp. 3691–3697, 2012.
- [37] C. Pekeris, "Theory of propagation of explosive sound in shallow water," *Memor. Geol. Soc. Amer.*, vol. 27, 1948.
- [38] D. Tang, J. Moum, J. Lynch, P. Abbot, R. Chapman, P. Dahl, T. Duda, G. Gawarkiewicz, S. Glenn, J. Goff, H. Gruber, J. Kemp, A. Maffei, J. Nash, and A. Newhall, "Shallow water 06: A joint acoustic propagation/nonlinear internal wave physics experiment," *Oceanography*, vol. 20, no. 4, pp. 156–167, 2007.
- [39] F. Desharnais, M. Laurinolli, D. Schillinger, and A. Hay, "A description of the workshop data sets," *Can. Acoust.*, vol. 32, no. 2, pp. 33–38, 2004.
- [40] J. Bonnel, G. Le Touzé, B. Nicolas, J. Mars, and C. Gervaise, "Automatic and passive whale localization in shallow water using gunshots," in *Conf. IEEE OCEANS 2008, 2009*, pp. 1–6.



# Target detection and localization in shallow water: An experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale

Christian Marandet and Philippe Roux<sup>a)</sup>

*Laboratoire de Géophysique Interne et Tectonophysique, Université Joseph Fourier, Centre National de la Recherche Scientifique, Unité Mixte de Recherche 5559, 1381 Rue de la Piscine, Saint-Martin d'Hères, France*

Barbara Nicolas and Jérôme Mars

*Laboratoire Grenoble Images Parole Signal Automatique, Institut National Polytechnique Grenoble, Centre National de la Recherche Scientifique, Unité Mixte de Recherche 5216, 961 rue de la Houille Blanche, Saint-Martin d'Hères, France*

(Received 16 November 2009; revised 16 September 2010; accepted 12 October 2010)

This study demonstrates experimentally at the laboratory scale the detection and localization of a wavelength-sized target in a shallow ultrasonic waveguide between two source–receiver arrays at 3 MHz. In the framework of the acoustic barrier problem, at the 1/1000 scale, the waveguide represents a 1.1-km-long, 52-m-deep ocean acoustic channel in the kilohertz frequency range. The two coplanar arrays record in the time-domain the transfer matrix of the waveguide between each pair of source–receiver transducers. Invoking the reciprocity principle, a time-domain double-beamforming algorithm is simultaneously performed on the source and receiver arrays. This array processing projects the multireverberated acoustic echoes into an equivalent set of eigenrays, which are defined by their launch and arrival angles. Comparison is made between the intensity of each eigenray without and with a target for detection in the waveguide. Localization is performed through tomography inversion of the acoustic impedance of the target, using all of the eigenrays extracted from double beamforming. The use of the diffraction-based sensitivity kernel for each eigenray provides both the localization and the signature of the target. Experimental results are shown in the presence of surface waves, and methodological issues are discussed for detection and localization.

© 2011 Acoustical Society of America. [DOI: 10.1121/1.3514503]

PACS number(s): 43.30.Pc, 43.60.Fg, 43.60.Pt, 43.30.Gv [DRD]

Pages: 85–97

## I. INTRODUCTION

The concept of the acoustic barrier has been explored recently between two vertical source–receiver acoustic arrays, with the goal of detecting any target that crosses the plane defined by the two arrays. These studies have sought to investigate some of the scientific issues underlying the practicality of an underwater surveillance system placed at a harbor entrance, the goal of which would be to detect any quiet submerged objects that enter the field of view of the system. The length scales of interest correspond to harbor configurations with propagation distances from 200 m to 2 km, depths from 10 to 50 m, and acoustic frequencies of investigation ranging from 1 to 10 kHz. These shallow-water configurations often induce strong reverberation and scattering from the waveguide boundaries, which explains sonar system limitations in such environments.

Time-reversal would be a classical approach to turn around the complexity of wave propagation when dealing with reverberation and scattering. Both in shallow-water acoustics and ultrasonic waveguides, it has been experimentally demonstrated that a time-reversal field focuses back on the active source from which it originates, whatever the complexity of the propagation medium (Kuperman *et al.*, 1998; Roux and Fink, 2000). Target detection is slightly

different, since the target is a passive object that needs to be illuminated prior to any time-reversal focusing. Time-reversal mirrors have been used for target localization both in forward propagation and in backscattering regimes. In the latter, the decomposition of the time-reversal operator (DORT) technique developed in the 1990s recently found its first demonstration at sea (Folegot *et al.*, 2005; Prada *et al.*, 2007). Detecting a target in forward propagation with time-reversal has also been investigated, since sound scattered in the forward direction is generally higher than in the backward direction (Kuperman *et al.*, 2000). The classic difficulty is then that the scattered field must be extracted from the usually much more intense and sometimes fluctuating, direct-arriving field, i.e., the so-called “looking into the sunlight” problem (Song *et al.*, 2003; Stevenson *et al.*, 2007). A time-reversal procedure has been suggested to spatially retrofocus the time-reversed field at the source array and to detect the target through aberrations on the side-lobe levels around the focal zone. This time-reversal detection in forward propagation might be more robust to environmental fluctuations (such as surface waves) than the DORT technique, but it does not indicate the target location.

Recently, some studies on target detection and localization have been published using a beamforming technique on a receiver array placed in front of some acoustic sources (Folegot *et al.*, 2008). The presence of the target was detected through the shadowing effects observed on a set of

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: Philippe.Roux@obs.ujf-grenoble.fr

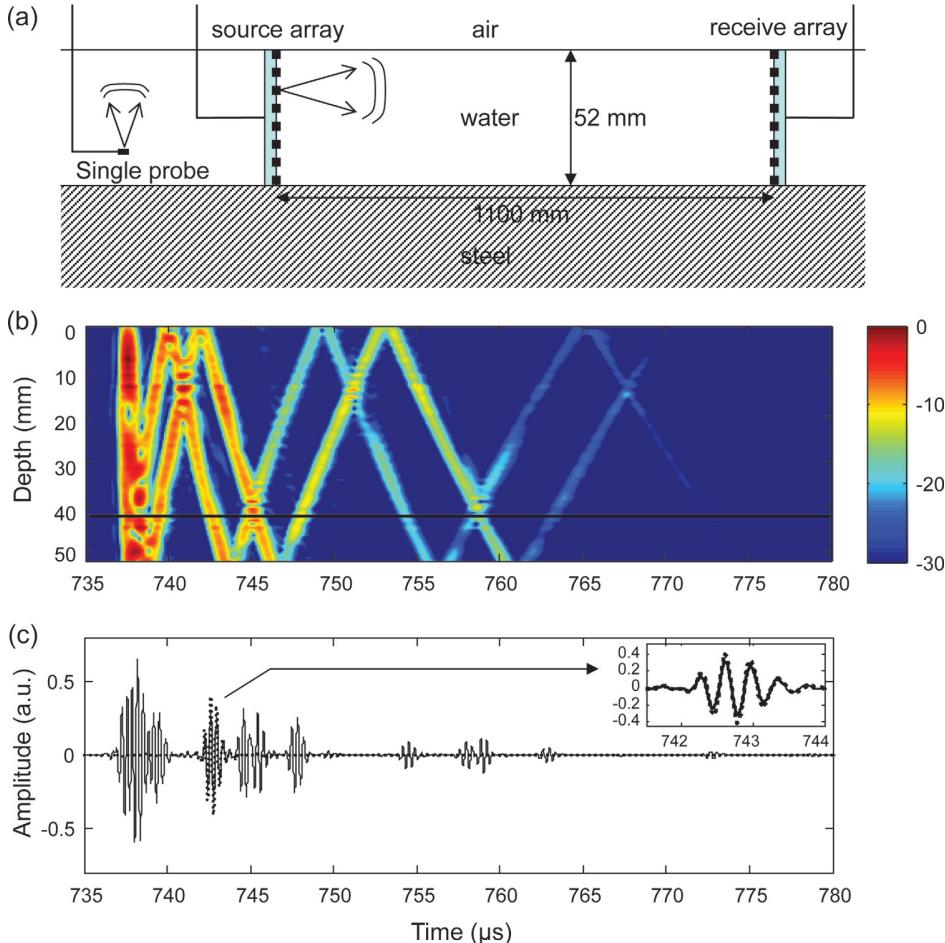


FIG. 1. (Color online) (a) Schematic of the experimental setup. Two coplanar, 64-element source–receiver arrays at 3 MHz face each other in an acoustic waveguide that is delimited by two air–water and water–steel interfaces. The sound speed is uniform in the waveguide. A 1-MHz single transducer (left) measures the rms height of surface waves when present. (b) Depth-versus-time representation of the normalized pressure-field envelope received in the acoustic waveguide when a short pulse is sent from a source at depth  $z_s = 13$  mm. The color scale is in decibels. (c) Full line: Time-domain pressure field received at depth  $z_r = 40$  mm [horizontal black line in (b)] on the receiver array for a short pulse sent at depth  $z_s = 13$  mm on the source array. Dotted line: The DBF pressure field performed on two 21-element source and receiver subarrays centered on  $z_s$  and  $z_r$ . The launch and arrival angles are  $\theta_s = -7.1^\circ$  and  $\theta_r = 6.65^\circ$ , respectively. Inset: As indicated by the arrow, an expanded view of the point-to-point pressure field (full line) and the DBF pressure field (dotted line) in the time interval [741.5–744.0  $\mu$ s]. The DBF process extracts each eigenray of the multi-path propagation in the acoustic waveguide.

beamformed beams. The localization was obtained through the intersection of the acoustic paths associated with these beams. The goal of the present study is to go one step further to use a double-beamforming (DBF) algorithm between two vertical coplanar source–receiver arrays in a shallow-water configuration. DBF has been introduced recently as a way to separate every eigenray in a reverberating waveguide between a source and a receiver array (Roux *et al.*, 2008). Through the large number of eigenrays obtained from DBF, it has been experimentally demonstrated that phase and amplitude information extracted for each eigenray lead to convincing results in travel-time tomography and geoacoustic inversion in acoustic waveguides (Iturbe *et al.*, 2009b; Sukhovich *et al.*, 2009). The present study investigates the case of target detection and localization through DBF, combining experimental results at the ultrasonic scale with a theoretical approach based on the sensitivity kernel for density and sound-speed changes.

This article is divided into five sections. Following this introduction, Sec. II deals with: (1) The experimental setup in the ultrasonic waveguide; (2) the acquisition procedure of the full transfer matrix in the forward propagation regime between the source–receiver arrays; and (3) the DBF algorithm that provides the relevant observables for each eigenray from the data. Detection results are then presented in a fluctuating environment. Section III introduces the sensitivity kernel in the Born approximation for the pressure field after DBF versus a change in density and sound speed. Section IV shows that the localization problem is equivalent

to a tomography inversion for the acoustical impedance in the acoustic waveguide using pressure amplitude fluctuations. Localization results are presented in the presence of surface waves at the air–water interface. The results and methodological issues are discussed in Sec. V.

## II. TARGET DETECTION WITH THE DBF ALGORITHM

Figure 1(a) illustrates the experimental setup. Two coplanar arrays of 64 transducers face each other in a 1.1-m-long, 5.2-cm-deep ultrasonic waveguide. The central frequency of the transducers is 3 MHz (wavelength,  $\lambda = 0.5$  mm), with a 1.5-MHz frequency bandwidth. The target sizes range from one to few millimeters. A 1000-scale ratio transforms this ultrasonic waveguide into the shallow-water waveguides classically encountered in harbor entrances for which the detection of a meter-sized target is an issue in the framework of the acoustic barrier problem. Each transducer size is  $0.75 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ , which makes the transducer array relatively omni-directional in the plane defined by the source–receiver arrays, and also very collimated outside this plane, in order to prevent acoustic echoes from the tank sidewalls. The waveguide bottom is made of steel, for which the boundary conditions are nearly perfect at the water–bottom interface. Surface waves can be added at the air–water interface during the experiment. In a water tank, surface waves are capillary-gravity waves with typical spatial wavelengths on the order of a few centimeters that scale with the

ultrasonic wavelength in the same way gravity-wave wavelength scales at sea with acoustic wavelengths in the kilohertz range. An acoustic transducer at 1 MHz then probes the air–water interface to independently measure the surface-wave characteristics [Fig. 1(a)].

The acquisition sequence consists of recording the whole transfer matrix between each source and each receiver in the time-domain. As will be discussed later, the amount of time required to perform the transfer matrix acquisition may become a key issue for at-sea applications to harbor defense. A fast way to perform this acquisition is to proceed through a round-robin sequence, during which each source successively emits a broadband pulse at the central frequency of the transducers (Roux *et al.*, 2004). The duration between the emitted pulse from each source is chosen to be no longer than the maximum dispersion time in the waveguide ( $\sim 100 \mu\text{s}$ ), which provides the full waveguide transfer matrix in less than 10 ms. At the ultrasonic scale, this time would be short enough to follow the dynamic behavior of the waveguide caused by, for example, surface waves.

Figure 1(b) shows a depth-versus-time representation of the dispersed pressure field in the waveguide for an acoustic source at depth  $z_s = 13 \text{ mm}$  in the water column. Several acoustic wavefronts that reflect from the waveguide boundaries are clearly observed.

Beamforming on a receiver array is a well-known process that transforms a wavefront issued from a distant source into an angle of arrival. When using a source array, this processing can be performed on a distant receiver as well (invoking the reciprocity principle) if the signal issued from each source is independently recorded on the receiver. Beamforming on both the source and the receiver arrays is then appropriate when such equipment is available in a waveguide. DBF consists of a time-delay beamforming algorithm that is performed in two steps, on both the receiver and the source arrays. In the first step, beamforming is performed on the receiver array for each source  $z_s$ . The pressure field  $P(t, z_r, z_s)$  becomes  $P_{\text{BF}}(t, \theta_r, z_s)$ , where  $\theta_r$  is the arrival angle. By the reciprocity principle,  $P_{\text{BF}}(t, \theta_r, z_s)$  can be seen as the pressure field recorded at the source array when a directional emission at  $\theta_r$  is produced by the receiver array. As a result, the second step consists of applying beamforming on the source array for each  $\theta_r$  leading to  $P_{\text{DBF}}(t, \theta_r, \theta_s)$ , where  $\theta_s$  is the launch angle.

Equation (1) gives the mathematical formulation in the time-domain of this DBF processing, which is illustrated in Fig. 2:

$$P_{\text{DBF}}(t, \theta_r, \theta_s) = \frac{1}{N_r N_s} \sum_{l=1}^{N_r} \sum_{m=1}^{N_s} a_{lj} P(t + \tau(\theta_r, z_{r_l}) + \tau(\theta_s, z_{s_m}), z_{r_l}, z_{s_m}), \quad (1)$$

where  $z_{r_l}$  and  $z_{s_m}$  are, respectively, the receiver and source depths for the  $N_r$  receivers ( $l \in [1, N_r]$ ) and  $N_s$  sources ( $m \in [1, N_s]$ ). Here,  $\tau(\theta, z)$  corresponds to the time-delay to be applied to one array element at depth  $z$  to beamform in a direction  $\theta$ . Coefficients  $a_{lj}$  are amplitude weights of the array elements, classically chosen to reduce secondary sidelobes of the beamforming process. If the sound speed is

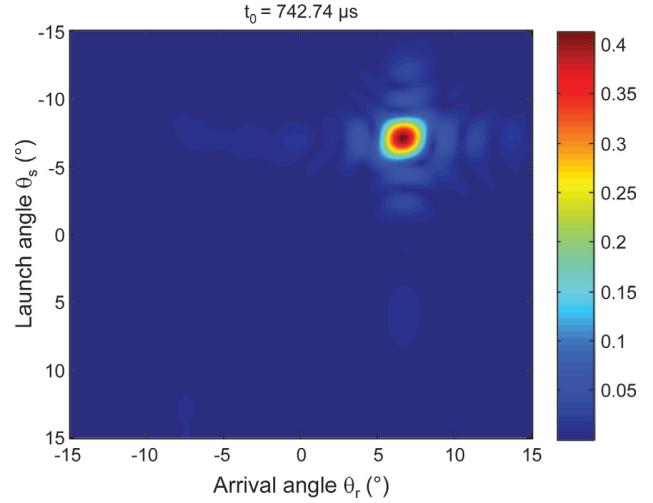


FIG. 2. (Color online) Envelope of the normalized DBF pressure field  $P_{\text{DBF}}(t, \theta_r, \theta_s)$  plotted in the  $[\theta_r, \theta_s]$  plane at time  $t_0 = 742.74 \mu\text{s}$ . As in Fig. 1(c), the DBF process was performed on two 21-element subarrays centered at  $z_s = 13 \text{ mm}$  and  $z_r = 40 \text{ mm}$  on the source and receiver arrays, respectively. The intensity spot corresponds to the eigenray with surface-bottom-surface reflections. The launch and arrival angles are  $\theta_s = -7.1^\circ$  and  $\theta_r = 6.65^\circ$ , respectively. The slight differences between the absolute values of the launch and arrival angles are due to the array tilt. The color scale is linear.

uniform [ $c(z) = c$ ] along the array, plane-wave beamforming is obtained by

$$\tau(\theta, z) = \frac{(z - z_0) \sin \theta}{c}, \quad (2)$$

where  $z_0$  is the center of the array on which the time-delay beamforming is performed. With a depth-dependent sound-speed profile, the optimal time-delay beamforming is obtained by the turning-point filter approach (Dzieciuch *et al.*, 2001).

Consequently, DBF provides the eigenrays that propagate between the reference source at  $z_{s0}$  and the reference receiver at  $z_{r0}$ , by their propagation time and launch and arrival angles in the  $[t, \theta_r, \theta_s]$  domain (Fig. 2) (Roux *et al.*, 2008). When the data is satisfactorily described by ray approximation, the DBF process extracts from the recorded data matrix the acoustic contribution of a given eigenray propagating between the reference source and the reference receiver  $[z_{s0}, z_{r0}]$  and defined by its launch/arrival angles  $[\theta_r, \theta_s]$  [Fig. 1(c)].

In Sec. III, we will start from a frequency approach to introduce the sensitivity kernel for each eigenray in the Born approximation. In this framework, Eq. (1) can be rewritten as

$$P_{\text{DBF}}(t, \theta_r, \theta_s) = \frac{1}{2\pi} \int G_{\text{DBF}}(\omega; \theta_r, \theta_s) P_s(\omega) e^{j\omega t} d\omega, \quad (3)$$

with the Green's function after DBF defined as

$$G_{\text{DBF}}(\omega; \theta_r, \theta_s) = \frac{1}{N_r N_s} \sum_{l=1}^{N_r} \sum_{m=1}^{N_s} a_{lj} G(\omega; \vec{r}_l, \vec{r}_m) \times \exp[-j\omega(\tau(\theta_r, z_{r_l}) + \tau(\theta_s, z_{s_m}))], \quad (4)$$

where  $G(\omega; \vec{r}_l, \vec{r}_m)$  is the Green's function in the waveguide at frequency  $\omega$  between the source  $\vec{r}_m$  (at depth  $z_{s_m}$ ) and the receiver  $\vec{r}_l$  (at depth  $z_{r_l}$ ).

In practice, the source and receive arrays are divided into subarrays on which DBF is performed (Cox *et al.*, 1990). According to diffraction laws, the size of the subarrays is adjusted with the Rayleigh criterion, which allows the separation of two intensity spots in the angle space. In general, DBF extracts several thousand eigenrays that are individually identified and matched to a specific ray path in the waveguide. Only eigenrays with a signal-to-noise ratio larger than 10 dB (after DBF processing) are kept in our analysis. In the ultrasonic experiment with a highly reflective steel bottom, more than 90% of eigenrays propagating between every transducer pair of the source–receiver arrays are then extracted and identified through DBF (Iturbe *et al.*, 2009b).

While DBF was originally developed for eigenray identification and shallow-water travel-time tomography, the *amplitudes* of the identified eigenrays can also be used to infer valuable information relating to the propagation medium (Sukhovich *et al.*, 2010). Indeed, if a target is present in the waveguide, part of the acoustic beam is scattered when its acoustic path intersects the target location. Figure 3 shows the distribution of relative amplitude change  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  obtained for a few thousand eigenrays and acquisitions of the waveguide transfer matrix performed with and without targets of different diameters:

$$\frac{\delta P_{\text{DBF}}(t_i, \theta_{ri}, \theta_{si})}{P_{\text{DBF}}(t_i, \theta_{ri}, \theta_{si})} = \frac{P_{\text{DBF}}^{\text{shot1}}(t_i, \theta_{ri}, \theta_{si}) - P_{\text{DBF}}^{\text{shot2}}(t_i, \theta_{ri}, \theta_{si})}{P_{\text{DBF}}^{\text{shot1}}(t_i, \theta_{ri}, \theta_{si})}, \quad (5)$$

where  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  is calculated separately for each eigenray {at time  $t_i$  and arrival/launch angles  $[\theta_{ri}, \theta_{si}]$ } and for two different acquisitions of the waveguide transfer matrix

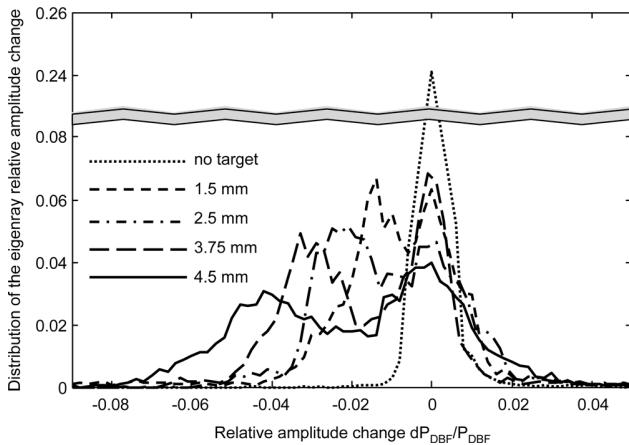


FIG. 3. Distribution of the relative pressure-field changes  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  for 7000 eigenrays extracted between the source–receiver arrays, for acoustic acquisitions performed with and without targets of different sizes. The targets were lead spheres of different radii: *a*, No target (.....);  $2a = 1.5$  mm (----);  $2a = 2.5$  mm (- · - · -);  $2a = 3.75$  mm (— · —); and  $2a = 4.5$  mm (—). Note: The gray-filled double-line pattern corresponds to a break in the y-axis. This shows that the distribution of the zero peak of  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  is very pronounced (above 0.2) for two acquisitions without a target. The bi-modal shape of the  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  distribution is the signature of the target.

[referred to in Eq. (5) as shot 1 and shot 2]. Note that for every acquisition, the DBF amplitude for a given eigenray is always calculated as the maximum intensity according to this eigenray in the time-angle space (Fig. 2), which means that time  $t_i$  and arrival/launch angles  $[\theta_{ri}, \theta_{si}]$  might change slightly from one acquisition to another. In practice though, the travel time and the arrival/launch angle changes are negligible when a target is introduced in the waveguide, compared to the eigenray amplitude change, which shows that the eigenray path is not modified by the presence of the target. Finally,  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  results in a collection of relative amplitude changes for a few thousand eigenrays between two acquisitions of the waveguide transfer matrix.

The use of the relative amplitude change  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  instead of just  $\delta P_{\text{DBF}}$  is motivated by the fact that the propagation losses associated with each eigenray are cancelled when using the relative amplitude change measurement. Note that DBF processing in the waveguide projects the reverberated pressure field into its plane-wave components, for which no geometrical spreading (attenuation with distance) should be observed. In the ultrasonic waveguide with a highly reflective steel bottom, propagation losses are then dominated by the transducer directivity (in emission and reception), which diminishes the high-angle eigenray amplitude. At sea, propagation losses are due to bottom penetration above the critical angle. In both cases, assuming that only eigenrays with high signal-to-noise ratio are considered, the use of  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  instead of  $\delta P_{\text{DBF}}$  enhances the contribution of high-angle eigenrays in the target-detection process.

As expected, the distribution of  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  shows a peak around zero for two acquisitions without a target, which means that no amplitude change is observed for a large set of eigenrays (Fig. 3). On the other hand, the target presence at the middle of the source–receiver plane is revealed by a negative side peak in the  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  distribution (Fig. 3). This confirms that the target induces a shadowing effect, i.e., it mainly scatters some acoustic intensity out of a subset of the eigenray beams. The positive amplitude change observed for a few eigenrays will be explained later according to the shape of the diffraction-based sensitivity kernel for a density change in the waveguide.

Figure 4(a) shows the evolution of the distribution of  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  when one target crosses the acoustic barrier delimited by the source–receiver arrays. The target was a 3.5-mm-diameter lead sphere attached to a 0.1-mm nylon wire that was moved millimeter by millimeter across the acoustic barrier from  $-20$  to  $20$  mm, where  $0$  mm corresponded to the plane defined by the two vertical source–receiver arrays. The target crossing was performed at equal distance between the source and the receiver arrays.  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  is calculated for a large set of eigenrays with respect to a reference state where no target was present. The target detection is obvious when the target is exactly crossing the acoustic barrier (target position =  $0$  mm in Fig. 4). It is interesting to see that the distribution of  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  returns to its original unperturbed state when the target moves away from the source–receiver array plane. It can also be seen that target detection is feasible for a  $\sim 2$ -cm-distance across this plane (from  $-10$  to  $+10$  mm), which reveals the non-zero physical width of the Fresnel zone

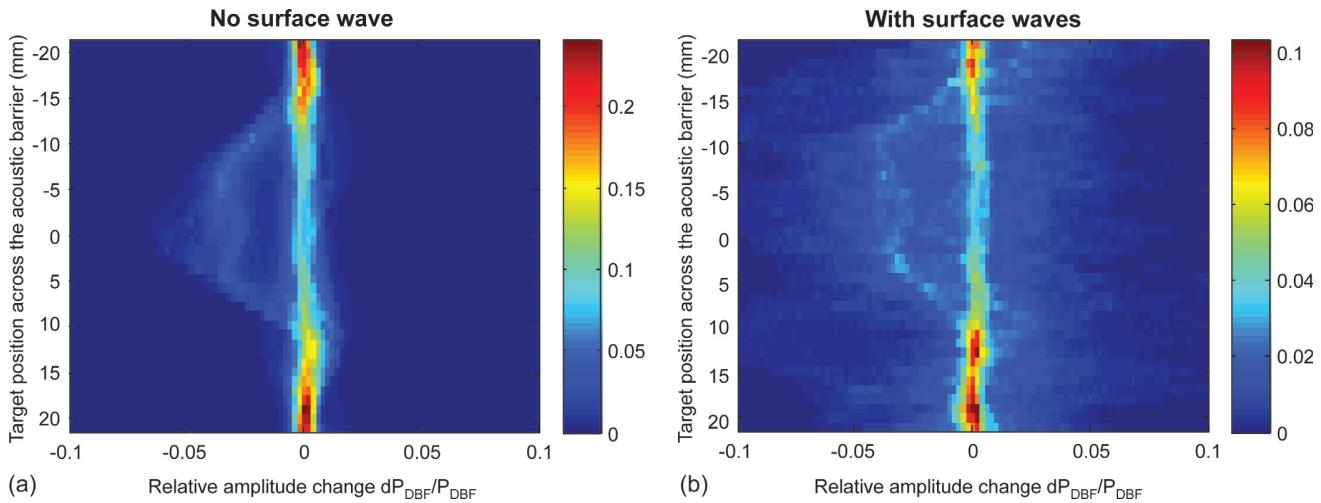


FIG. 4. (Color online) Evolution of the distribution of the relative pressure-field changes  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  for 7000 eigenrays when a 3.5-mm-diameter lead sphere crosses the acoustic barrier plane defined by the source–receiver arrays. The target moved from  $y = -20$  mm to  $y = 20$  mm across the acoustic barrier (defined as the source–receiver plane at  $y = 0$ ) in the case of (a) no surface wave at the air–water interface and (b) 0.15-mm ( $\lambda/3$ ) rms-height surface waves at the air–water interface. Detection of the target is effective even in the presence of surface fluctuations. The color scale is linear.

associated with each eigenray between the source and receiver arrays. This result will be explained and quantified in more detail in Sec. III, with analysis of the sensitivity kernel for a local density change in the waveguide.

Figure 4(b) is equivalent to Fig. 4(a) in the presence of surface waves at the air–water interface. The root-mean-square (rms) height of the random surface motion is 0.15 mm, which corresponds to  $\lambda/3$  in our experimental configuration. Surface scattering induces a phase shift of the reverberated echoes, which leads to both a decrease and some randomness of the intensity spot of the eigenrays after DBF. However, target detection is still performed without ambiguity from the  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  distribution even if the main zero-change peak is less pronounced around zero.

For comparison, Figs. 5(a) and 5(b) show the amplitude changes of the total pressure field without and with surface waves for each position of the target while it crosses the source–array plane. The same acquisitions of the waveguide

transfer matrix were used to produce the results in Figs. 4 and 5. In Fig. 5, the acoustic amplitude was calculated as the square root of the total intensity averaged over the source–receiver arrays. The reference intensity is taken as the average over all of the target positions. Detection is performed successfully in the absence of surface waves, although the detection level is better for the DBF processing [Fig. 4(a)]. In the presence of surface waves, no detection is possible with the total intensity analysis [Fig. 5(b)] when DBF processing was still detecting the target [Fig. 4(b)]. Furthermore, we show in Sec. IV that the DBF algorithm simultaneously provides the detection and localization of the target when no target localization can be obtained from the acoustic intensity measurement.

### III. THE SENSITIVITY KERNEL AFTER DBF FOR A LOCAL CHANGE IN DENSITY AND SOUND SPEED

The sensitivity kernel is a measure of the change in the acoustic field versus a local perturbation of density and/or

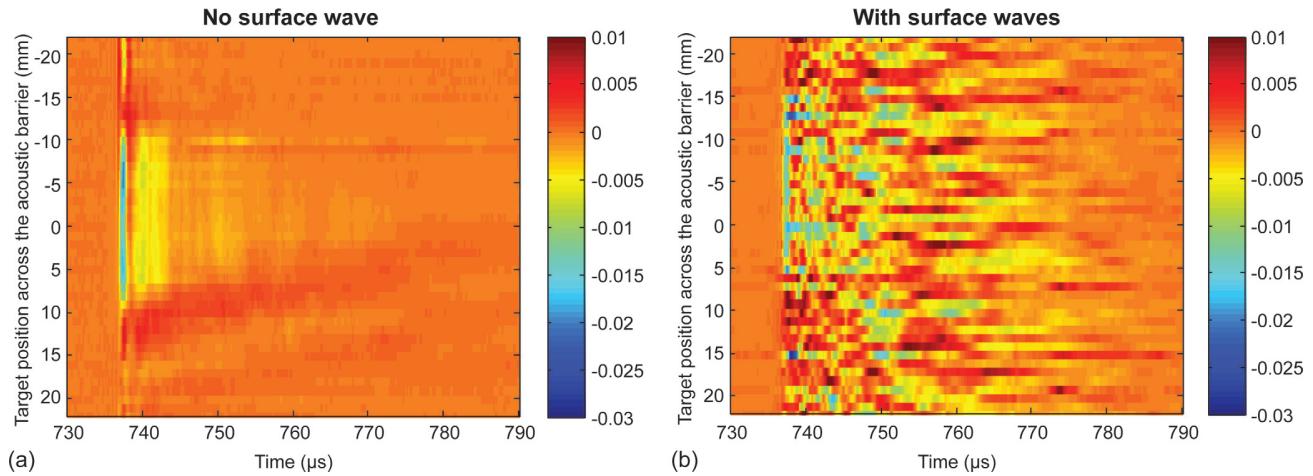


FIG. 5. (Color online) Evolution of the acoustic intensity change (normalized) received in the waveguide when a 3.5-mm-diameter lead sphere crosses the acoustic barrier plane defined by the source–receiver arrays, in the case of (a) no surface wave at the air–water interface and (b) 0.15-mm ( $\lambda/3$ ) rms-height surface waves at the air–water interface. No detection of the target is possible in the presence of surface fluctuations. The color scale is linear.

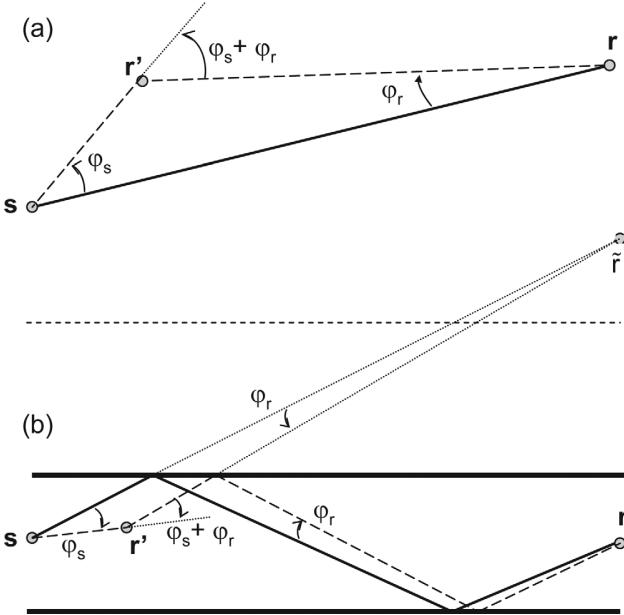


FIG. 6. (a) Free-space schematic diagram of the angles  $\varphi_s$  and  $\varphi_r$  between the source in  $s$ , the receiver in  $r$ , and the local change in  $r'$ . The acoustic eigenray connects the source and the receiver (full line);  $\varphi_s + \varphi_r$  corresponds to the scattering angle. (b) The same notations defined in the acoustic waveguide along the acoustic eigenray joining the source in  $s$  and the receiver in  $r$  (black line with one surface and one bottom reflection). As in (a), the two angles  $\varphi_s$  and  $\varphi_r$  are defined using the unfolded eigenray in the free-space analog of the acoustic waveguide, for which  $\tilde{r}$  is the image of the actual receiver (in  $r$ ) through the waveguide interfaces (thick bold lines).

sound speed (Woodward, 1992; Dahlen, 2004; Dahlen and Baig, 2002). The pressure field  $P(\vec{r})$  is expressed as the convolution of the source distribution  $S(\vec{r}')$  over the source volume and the Green's function  $G(\omega; \vec{r}, \vec{r}')$  at frequency  $\omega$ . Under the first Born approximation, the Green's function perturbation  $\delta G$  is linearly related to the perturbation of density  $\delta\rho$  and sound speed  $\delta c$  by (also see the Appendix):

$$\delta G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}_s) = - \int \int_V G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) \frac{\omega^2}{c^2(\vec{r}')} \times \left( 2 \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} + \frac{\delta \rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} [1 + \cos(\varphi_s + \varphi_r)] \right) d^3 \vec{r}', \quad (6)$$

where  $\vec{r}_s$  and  $\vec{r}_r$  correspond to the source and receiver positions, respectively; as plotted in Fig. 6(a),  $\varphi_s$  is defined as the angle between the source-receiver direction  $\vec{r} - \vec{s}$  and the source-local-change direction  $\vec{r}' - \vec{s}$ . Similarly,  $\varphi_r$  corresponds to the angle between the receiver-source direction  $\vec{s} - \vec{r}$  and the receiver-local-change direction  $\vec{r}' - \vec{r}$ . To be valid, Eq. (6) locally assumes plane-wave propagation between the source and  $\vec{r}'$ , as well as between  $\vec{r}'$  and the receiver [for further details, see discussion following Eq. (A6) in the Appendix]. We define the sensitivity kernel for the acoustic pressure field between  $\vec{r}_s$  and  $\vec{r}_r$  as (Skarsoulis and Cornuelle, 2004):

$$Q(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s) = -2G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s)G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \frac{\omega^2}{c^2(\vec{r}')} , \quad (7)$$

for a local change in  $\vec{r}'$  of unitary volume  $\delta V = 1 \text{ m}^3$ .

Performing an inverse Fourier transform to switch back to the time-domain, we have

$$\delta P(t, \vec{r}_r, \vec{r}_s) = \frac{1}{2\pi} \int \delta G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}_s) P_s(\omega) e^{j\omega t} d\omega , \quad (8)$$

where  $P_s(\omega)$  is the source spectrum.

It follows that

$$\begin{aligned} \delta P(t, \vec{r}_r, \vec{r}_s) &= \frac{1}{2\pi} \int d\omega \int \int_V d^3 \vec{r}' Q(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s) \\ &\times \left( \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} + \frac{\delta \rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} \frac{[1 + \cos(\varphi_s + \varphi_r)]}{2} \right) \\ &\times P_s(\omega) e^{j\omega t} . \end{aligned} \quad (9)$$

At a given time  $t$ ,  $\delta P(t, \vec{r}_r, \vec{r}_s)$  corresponds to the pressure-field change observed on the pressure field  $P(t, \vec{r}_r, \vec{r}_s)$  induced by a distribution of sound speed and density fluctuations  $\delta c(\vec{r}')$  and  $\delta \rho(\vec{r}')$ . In this study, we are interested in the spatial shape of the sensitivity kernel in an acoustic waveguide after the DBF algorithm has been performed on the source-receiver arrays. The plane-wave approximation required in Eqs. (6) and (9) is valid away from the waveguide boundaries, since the DBF algorithm projects the reverberated pressure field into its plane-wave components that are identified through a set of eigenrays.

As the DBF process is a linear combination of time-delayed pressure fields, according to Eq. (1) we have

$$\begin{aligned} \delta P_{\text{DBF}}(t, \theta_r, \theta_s) &= \frac{1}{N_r N_s} \sum_{l=1}^{N_r} \sum_{m=1}^{N_s} a_{lm} \delta P \\ &\times (t + \tau(\theta_r, z_{r_l}) + \tau(\theta_s, z_{s_m}), z_{r_l}, z_{s_m}) . \end{aligned} \quad (10)$$

From Eq. (10), we can compute a sensitivity kernel associated with the DBF algorithm as

$$\begin{aligned} \delta P_{\text{DBF}}(t, \theta_r, \theta_s) &= \frac{1}{2\pi} \int d\omega \int \int_V d^3 \vec{r}' Q_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_r, \theta_s) \\ &\times \left( \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} + \frac{\delta \rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} \frac{[1 + \cos(\varphi_s + \varphi_r)]}{2} \right) P_s(\omega) e^{j\omega t} , \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} Q_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_r, \theta_s) &= \frac{1}{N_r N_s} \sum_{l=1}^{N_r} \sum_{m=1}^{N_s} a_{lj} Q(\omega; \vec{r}', \vec{r}_{r_l}, \vec{r}_{s_m}) \\ &\times \exp[-j\omega(\tau(\theta_r, z_{r_l}) + \tau(\theta_s, z_{s_m}))] . \end{aligned} \quad (12)$$

For simplicity in the expression of Eq. (11), we chose to take out the  $[1 + \cos(\varphi_s + \varphi_r)]$  term from the mathematical formulation of  $Q_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_r, \theta_s)$ . However, we should keep in mind that  $\cos(\varphi_s + \varphi_r) = \cos(\varphi_{s_m} + \varphi_{r_l})$  is defined as an amplitude weight that depends on the positions of each source  $\vec{r}_{s_m}$  and each receiver  $\vec{r}_{r_l}$  [at depths  $z_{s_m}$  and  $z_{r_l}$ ] on which DBF is performed [Fig. 6(b)].

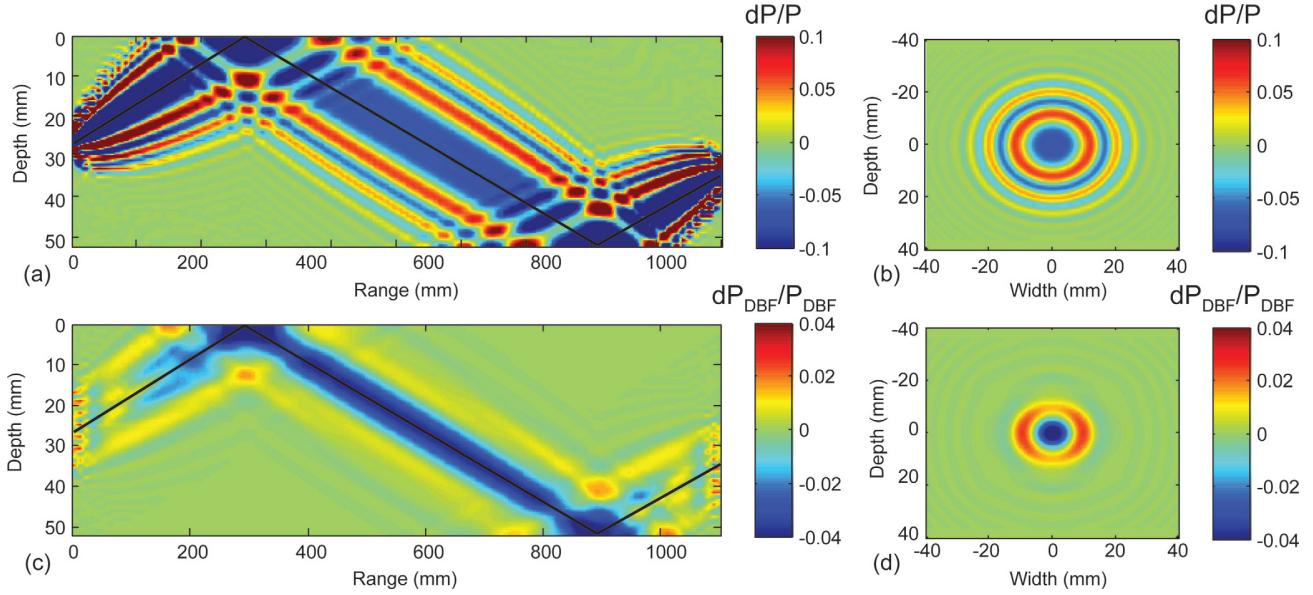


FIG. 7. (Color online) The relative pressure-field sensitivity kernels calculated for one selected eigenray and a 1-mm<sup>3</sup>-volume lead sphere in the acoustic waveguide. The eigenray path [black line in 7(a) and 7(c)] corresponds to the surface-bottom reflection joining the centers of the two source-receiver arrays (see Figs. 2 and 3). (a) and (b): Depth-versus-range (along the waveguide) and depth-versus-width (across the waveguide) representations of the point-to-point sensitivity kernel  $\delta P/P$ . (c) and (d): Depth-versus-range and depth-versus-width representations of the DBF sensitivity kernel  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$ . DBF is performed on two 21-element subarrays. The cross-sections (b) and (d) are taken perpendicular to the eigenray direction at the middle of the waveguide. DBF processing smoothes out the amplitude oscillations of the diffraction-based sensitivity kernel. The color scale is linear.

In Fig. 1(c), we can see that the DBF processing between two source-receiver (sub)arrays removes the multipath propagation in the waveguide, to leave only one time-domain pulse associated with the selected eigenray defined by both the angles  $[\theta_{r0}, \theta_{s0}]$  and the travel time  $t_0$  (Fig. 2). As explained above, it appears more appropriate to define  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  as the acoustic observable associated with each eigenray for a relative change in density  $\delta\rho/\rho$  and sound speed  $\delta c/c$  in the waveguide. From Eq. (11), we deduce that a local change of volume  $\delta V$  in  $\vec{r}'$  will produce a pressure-field change  $\delta P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0})$  of an eigenray, such that

$$\begin{aligned} \delta P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0}) & \approx \int d\omega Q_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0}) P_s(\omega) e^{i\omega t_0} \\ & \times \left( \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} + \frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} \frac{[1 + \cos(\varphi_{s0} + \varphi_{r0})]}{2} \right) \delta V. \end{aligned} \quad (13)$$

Going from Eq. (11) to Eq. (13), the volume integral disappears since we only consider a local volume change  $\delta V$ . The calculation of  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  is made possible by the computation of the pressure field after DBF for the same eigenray:

$$P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0}) = \int d\omega G_{\text{DBF}}(\omega; \theta_{r0}, \theta_{s0}) P_s(\omega) e^{i\omega t_0}. \quad (14)$$

Equation (14) is then just a normalization factor that arises from our focus on the relative amplitude change  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  for each eigenray. Note also that the left and right terms in Eq. (13) are not formally equal, since we took the  $[1 + \cos(\varphi_{s0} + \varphi_{r0})]$  term out of  $Q_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0})$ .  $\varphi_{s0}$  and  $\varphi_{r0}$  are defined with respect to the local change previously

in  $\vec{r}'$  as  $\varphi_s$  and  $\varphi_r$  [Fig. 6(b)], but for the centers of the source and receiver (sub)arrays in  $\vec{s}_0$  and  $\vec{r}_0$ , respectively. When  $\vec{r}'$  is located on the eigenray (Figs. 6 and 7, black lines), then  $\varphi_{s0} = \varphi_{r0} = 0$ , which leads to  $[1 + \cos(\varphi_{s0} + \varphi_{r0})]/2 = 1$  and the sensitivity of the pressure field to density changes, becomes equivalent to the sensitivity to sound-speed fluctuations.

By moving the point  $\vec{r}'$  in the waveguide, we computed the relative pressure-field changes for one selected eigenray, respectively, for a point-to-point [ $\delta P/P$ , Figs. 7(a) and 7(b)] and a DBF approach [ $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$ , Figs. 7(c) and 7(d)]. More precisely, Figs. 7(a) and 7(c) correspond to points  $\vec{r}'$  varying in the source-receiver plane, while Figs. 7(b) and 7(d) correspond to points  $\vec{r}'$  varying perpendicular to the eigenray path (in black) at the middle of the waveguide. The amplitude of the relative pressure-field change  $\delta P/P$  (resp.,  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$ ) was initially calculated for a 3.5-mm-diameter lead sphere ( $\rho = 11\,400 \text{ kg/m}^3$  and  $c = 2250 \text{ m/s}$  for longitudinal speed) for which the density change  $\delta\rho/\rho = 10.4$  is much larger than the sound-speed change  $\delta c/c \sim 0.5$ .

Using Eqs. (3) and (12), the acoustic properties of lead, and the sphere volume  $\delta V$ , we then obtained from Eqs. (13) and (14) a maximum  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}} \sim 24.6$ , which was in complete disagreement with the experimental measurements shown in Figs. 3 and 4. This error came from the value of  $ka \sim 22$  for a 3.5-mm-diameter sphere, which is far outside the Rayleigh regime ( $ka \ll 1$ ) required for the calculation of the sensitivity kernel in the first Born approximation. A correction has to be made by taking into account the scattering cross-section of the target for any value of  $ka$ .

In the far field, the pressure field scattered by a target is classically defined through the scattering amplitude [also called the form function  $f_\infty$  (Gaunard and Uberall, 1983; Thorne *et al.*, 1993, and references therein)] as:

$$p_s(r) = p_0 f_\infty \frac{\exp(ikr)}{r}, \quad (15)$$

where  $p_0$  is the incident pressure field and  $r$  is the distance from the scatterer. Equation (15) is valid for any elastic or fluid target of any size. For large values of  $ka$ , the form function  $f_\infty$  depends on the scattering angle  $\varphi_s + \varphi_r$ , as defined in Fig. 6(a). In practice,  $f_\infty(\varphi_s + \varphi_r)$  is usually calculated for spheres as an infinite series of Legendre polynomials (Faran, 1951), which makes it complicated and sometimes difficult to compute. In the case of a small spherical target with  $ka \ll 1$  (known as the Rayleigh scattering regime), the form function is  $f_\infty(\varphi_s + \varphi_r) = \frac{2}{3}k^2 a^3 ((\delta c/c) + (\delta \rho/\rho)[(1 + \cos(\varphi_s + \varphi_r))/2])$  (Morse and Ingard, 1986), which is formally equivalent to the scattering amplitude in the sensitivity kernel  $Q(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s)$  calculated in the Born approximation when  $Q(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s)$  in Eq. (7) is multiplied by the sphere volume  $\delta V = \frac{4}{3}\pi a^3$  and the local change in density and sound speed  $(\delta c/c) + (\delta \rho/\rho)[(1 + \cos(\varphi_s + \varphi_r))/2]$ .

Thus, generalizing the sensitivity kernel  $\tilde{Q}(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s)$  to elastic or fluid spheres with any values of  $ka$  just requires inclusion of  $f_\infty(\varphi_s + \varphi_r)$  in Eq. (7), as

$$\tilde{Q}(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s) \delta V = -4\pi f_\infty(\varphi_s + \varphi_r) G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) G(\omega; \vec{r}, \vec{r}'). \quad (16)$$

In the case of the first Born approximation and assuming a fluid spherical target, the sensitivity kernel  $\tilde{Q}(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s)$  applied to the sphere volume  $\delta V$  simplifies to (Chu and Ye, 1999)

$$\begin{aligned} \tilde{Q}(\omega; \vec{r}', \vec{r}_r, \vec{r}_s) \delta V &= -8\pi k^2 a^3 \frac{j_1(2ka \sin(\frac{\varphi_s + \varphi_r}{2}))}{2ka \sin(\frac{\varphi_s + \varphi_r}{2})} \\ &\times G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}'), \end{aligned} \quad (17)$$

where  $j_1(x)$  is the spherical Bessel function of order 1. Despite the fluid target assumption, Eq. (17) has the advantage of simplicity and is valid for any values of  $ka$ . In the case of a lead sphere anyway, we have  $\delta \rho/\rho \gg \delta c/c$  (where  $c$  is either the longitudinal or shear velocity), which means that the sensitivity kernel will be dominated by the change in density rather than the change in velocity.

Using Eq. (17) instead of Eq. (7) in Eqs. (12) and (13), the forward model then gives  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}} \sim 0.045$  for the 3.5-mm-diameter lead sphere, which is now in complete agreement with the experimental measurements (Fig. 3). In contrast to the travel-time sensitivity kernel (Skarsoulis and Cornuelle, 2004; Tromp *et al.*, 2005), the sensitivity kernel associated with the pressure-field amplitude change does not show the banana-doughnut shape with a null sensitivity on the ray path (Fig. 7). We note that outside the main lobe of the Fresnel zone, where a strong negative pressure change is observed, there are still positive side-lobes, which explains why some eigenrays end up with enhanced amplitudes after crossing the target (Fig. 3).

As expected from previous results (Iturbe *et al.*, 2009a), the Fresnel zone around the eigenray is larger in the case of a point-to-point sensitivity kernel [Fig. 7(a)]. The use of two vertical source-receiver arrays smoothes out the oscillations

of the sensitivity kernel after DBF and makes the acoustic beam sensitivity focused around the eigenray path [Fig. 7(c)]. As noted in Sec. I, the lateral extension of the ultrasonic array also has the same role, i.e., the acoustic beam associated with the sensitivity kernel is collimated in the source-receiver plane [Figs. 7(b)-7(d)]. The lateral width of the sensitivity kernel in Fig. 7(d) is further confirmed by the results shown in Fig. 4, where we observed that the relative amplitude change was sensitive to target positions for  $\sim 2$  cm across the source-receiver plane.

#### IV. LOCALIZATION OF A TARGET WITH THE SENSITIVITY KERNEL AFTER DBF

From Eqs. (13) and (14), we can define a linear inversion problem that relates the data  $\delta P_{\text{DBF}}/P_{\text{DBF}}$  calculated for each eigenray and the unknowns  $\delta \rho/\rho$  and  $\delta c/c$ . The Born-Fréchet kernel is defined as

$$F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0}) = \frac{\int d\omega \tilde{Q}_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0}) P_s(\omega) e^{j\omega t_0}}{\int d\omega G_{\text{DBF}}(\omega; \theta_{r0}, \theta_{s0}) P_s(\omega) e^{j\omega t_0}}, \quad (18)$$

where each eigenray is characterized by the angles  $[\theta_{r0}, \theta_{s0}]$  and the travel time  $t_0$ . In Eq. (18),  $\tilde{Q}_{\text{DBF}}(\omega; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0})$  is the DBF version of the generalized sensitivity kernel obtained by combining Eqs. (17) and (12).

According to Figs. 7(c) and 7(d) we assume that the sensitivity to density change is small outside the first Fresnel zone, which leads to the approximation  $[1 + \cos(\varphi_{s0} + \varphi_{r0})]/2 = 1$  for each eigenray.

Then, as used classically in tomography, the constitutive linear equation for each eigenray can be discretized with respect to position  $\vec{r}'$  on a grid that covers the whole waveguide:

$$\frac{\delta P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0})}{P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0})} \approx F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0}) \left( \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} + \frac{\delta \rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} \right) \delta V, \quad (19)$$

where  $\delta V$  is the volume associated with the local change in the sensitivity kernel [Eq. (11)]. From Eq. (19), we note that it is not possible to invert separately for density and sound speed. This was expected, since the pressure-field amplitude is sensitive to the acoustic impedance fluctuation  $Z = \rho c$  only. Indeed, Eq. (19) can be simplified into

$$\frac{\delta P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0})}{P_{\text{DBF}}(t_0, \theta_{r0}, \theta_{s0})} \approx F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0}) \frac{\delta Z}{Z} \delta V. \quad (20)$$

$F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0})$  is the Born-Fréchet kernel connecting relative pressure changes and acoustic impedance. In the present study, our goal is to localize a target crossing the plane controlled by the source and receiver arrays. The Born-Fréchet kernel  $F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0})$  should be computed with the waveguide Green's functions according to Eqs. (18), (12), and (4). Normal modes or parabolic equation codes can be used equivalently for these numerical calculations at the price of a long computation time, since the

Green's functions need to be computed from every source and every receiver at every point  $r'$  in the waveguide. Alternatively, we chose to calculate  $F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0})$  through analytical Green's functions in a free-space configuration, where the sources and receivers were the image of the actual sources and receivers in the waveguide, with respect to the waveguide boundary conditions (pressure release at the air–water interface and rigid conditions at the bottom) (Brekhsikh and Lysanov, 2003). We then obtain  $F(t_0; \vec{r}', \theta_{r0}, \theta_{s0})$  by folding the free-space version of the sensitivity kernel back into the waveguide, according to its depth [Fig. 6(b)]. For simplicity, we will only consider here a uniform sound speed and straight rays in the waveguide, although these calculations can also be extended to refracted rays. Interestingly, a recent study (Iturbe *et al.*, 2009a) showed that even if the pressure-field computations indeed give different results in the two configurations (waveguide or free-space representation + folding), the two methods give similar sensitivity-kernel patterns away from the waveguide boundaries. Obviously, the computational costs in a free-space medium where a simple analytic expression for the pressure field is available are much lower than in a waveguide, where geometric dispersion has to be taken into account through, for example, modes or rays.

To invert for  $\delta Z/Z$  from Eq. (20), we need an estimate of  $F^{-1}$ . In practice, around 7000 eigenrays are extracted from DBF, and  $\vec{r}'$  is discretized over 2860 pixels distributed on a  $4\lambda \times 20\lambda$  depth-versus-range grid.  $F$  is then a  $2860 \times 7000$  non-invertible matrix, which requires an appropriate regularization procedure for inversion [see the reference work on the general inverse problem of Tarantola (1987)].

Among the classical inversion algorithms, we chose to perform singular value decomposition (SVD) of  $F$ , from which only a subset of non-zero singular values are used to estimate  $F^{-1}$ . Indeed, we have  $F = \mathcal{U}\mathcal{S}\mathcal{V}^t$ , and we produce the estimate  $\tilde{F}^{-1} = \mathcal{V}\tilde{\mathcal{S}}^{-1}\mathcal{U}^t$ .  $\mathcal{U}$  and  $\mathcal{V}$  are unitary matrices obtained from the SVD, and  $\mathcal{S}$  is a diagonal matrix with singular values  $S_i$ . We limit our inversion to the minimum number  $N$  of singular values that allows 97% reconstructed variance for  $\delta P_{DBF}/P_{DBF}$ . Then,  $\tilde{\mathcal{S}}^{-1}$  is a diagonal matrix with  $N$  non-zero elements  $\tilde{S}_i^{-1} = 1/S_i$  for  $i \in [1, N]$ . Physically speaking,  $N$  corresponds to an estimate of the amount of independent information contained in the Born-Fréchet kernel matrix  $F$ . This number is also a way to measure the number of independent eigenrays in the acoustic waveguide (Rodriguez and Jesus, 2000).

In practice, the inversion algorithm provides a value of  $(\delta Z/Z)(\delta V/S_0)$ , where  $S_0 = 4\lambda \times 20\lambda$  is the area of one pixel in the waveguide. To invert for  $\delta Z/Z$  only, the inversion result should be divided by the lateral dimension of the target perpendicular to the source–receiver array plane. In the following, we are interested in the performance of the localization algorithm with different sets of eigenray angles and without or with surface waves at the air–water interface. The results are shown in Fig. 8. In the absence of surface waves, the target location is clearly identified, and the localization results are improved when higher-angle eigenrays are progressively added in the inversion [Figs. 8(a)–8(c)]. Indeed, steep rays resulted in an axial resolution that was

limited with shallow angle eigenrays, given the size of the arrays and the dimension of the waveguide. When surface waves pollute the relative amplitude change measurements, we observe that the inversion algorithm still performs well, until steep rays (above  $7^\circ$ ) are considered [Figs. 8(d)–8(f)]. This result was expected, since eigenrays with angles above  $7^\circ$  hit the waveguide surface at least twice, where random scattering occurs that breaks the plane-wave propagation that is required with the DBF algorithm. Going back to the values obtained for  $\delta Z/Z$ , we observe that the relative acoustic impedance change increases, while the size of the localization spot decreases. Indeed, when divided by the surface ratio between the area of the main spot in Figs. 8(a)–8(c) and the actual target cross-section  $\pi r_0^2$ , the value  $\delta Z/Z$  remains unchanged in Figs. 8(a)–8(c) and is equal to  $\delta Z/Z \sim 10.5$ , which is in excellent agreement with the theoretical prediction for a lead sphere.

Finally, the target location can also be obtained without inversion, simply by projecting the correct set of eigenrays inside the waveguide. Indeed, the relative pressure changes in Fig. 3 show that eigenrays can be sorted into two groups: (1) those where their paths hit the target and their amplitude is modified and (2) those that avoid the target and therefore have unchanged amplitudes. The inversion result in Fig. 8(c) is dominated by eigenrays with large relative pressure changes  $\delta P_{DBF}/P_{DBF}$ , as expected from Eq. (20).

As shown in Fig. 9, a similar result can be obtained if eigenrays with either high or low relative pressure changes are simply projected and summed onto the physical waveguide. More precisely, the two patterns in Fig. 9 have been obtained in the following way. First, background eigenray coverage of the acoustic waveguide is obtained by summing all of the eigenray contributions [along with their spatial DBF sensitivity kernel, as shown in Fig. 7(c)]. Second, the same eigenray coverage is calculated when only eigenrays with low or high relative pressure changes are projected and summed in the waveguide. Figure 9(a) [resp., Fig. 9(b)] is then the ratio of the eigenray coverage with high relative pressure changes (resp., low relative pressure changes) on the background eigenray coverage with contribution from all eigenrays. Practically speaking, the threshold between the two set of eigenrays with, respectively, high and low relative pressure changes is chosen at  $-0.02\%$  in the case of the 3.5-mm lead sphere, in agreement with the results in Fig. 3. A maximum is observed at the target location in Fig. 9(a) that corresponds to the averaged spatial contribution of high relative pressure change eigenrays. By construction, Fig. 9(b) is the contrast image of Fig. 9(a), and a minimum is measured at the target location when only low relative pressure change eigenrays are considered.

The target localization in Fig. 9 is nearly as accurate as in Fig. 8(c), which means that the target location can be obtained without the burden of an inversion process but more simply from the distribution of the relative pressure-field changes  $\delta P_{DBF}/P_{DBF}$  for all of the identified eigenrays, as shown in Fig. 3. In particular, the result in Fig. 9(b) shows that the target location is also carried out by the set of eigenrays with no or low amplitude change. However, note that in comparison with Fig. 9, the spatial resolution is optimal in

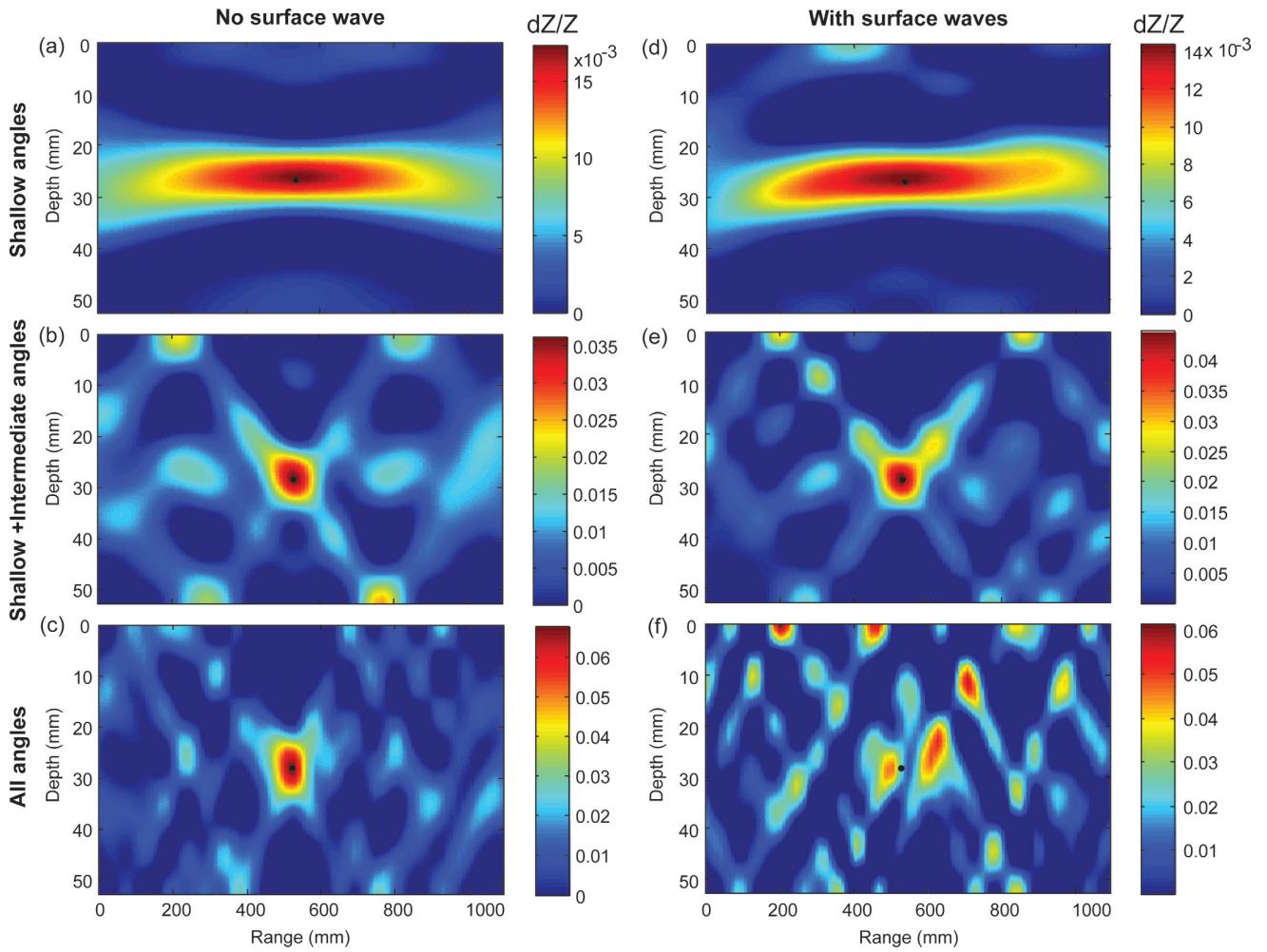


FIG. 8. (Color online) Inversion results for target location and  $\delta Z/Z$  in the acoustic waveguide. (a), (b), (c) No surface wave at the air–water interface and eigenrays with angle intervals limited to  $\pm 3^\circ$ ,  $\pm 7^\circ$ , and  $\pm 12^\circ$ , respectively. (d), (e), (f) With surface waves at the air–water interface and eigenrays with angle intervals limited to  $\pm 3^\circ$ ,  $\pm 6^\circ$ , and  $\pm 11^\circ$ , respectively. The black dot corresponds to the true location of the 3.5-mm lead sphere target. Target localization is achieved successfully in the absence of surface waves or with small-angle eigenrays in the presence of surface waves.

Fig. 8(c) and that only the inversion process provides a signature of the target in terms of its acoustical impedance  $\delta Z/Z$ .

## V. DISCUSSION

The present study shows experimental results at the ultrasonic scale in the framework of the acoustic barrier problem, where the aim is to detect and localize in shallow water a small target crossing a virtual acoustic plane that is defined between a source and a receiver array. Although our study is based on laboratory experiments, we intended to reproduce the length scales that are observed for acoustic barrier problems at sea. In the following seven points, we summarize our results, while stressing the relevant methodological aspects implied in our array signal processing:

- (1) Time-delay beamforming is based on the extraction of the travel time and launch/arrival-angle information of wavefronts that results from multipath propagation in acoustic waveguides. To observe acoustic wavefronts, the acoustic signals need to be broadband and the acoustic wavelength must be short compared to the characteristic lengths of

the problem. This means that DBF will perform better at high frequencies in shallow water environments or at least in a frequency range and propagation medium that support a large number of acoustic modes. On the other hand, no restrictions are imposed on the sound-speed profile as long as it can be roughly measured at the source and receiver array locations.

- (2) DBF performed on both the source and receiver arrays is a linear array processing that performs extremely well with low signal-to-noise ratio data, since beamforming provides significant array gain. As with every linear process, it is also robust against environmental fluctuations. The DBF algorithm identifies and extracts each eigenray out of the multipath propagation. Among different classical observables, such as travel time, it also provides the source and receiver angles and the amplitude of every eigenray. This amplitude measurement is extremely stable compared to the travel-time measurement, which will be affected by any environmental fluctuations. Indeed, the amplitude of an eigenray is not modified by a slight source–receiver displacement or by a surface motion, as long as the incident wavefront is not significantly scattered by the interface

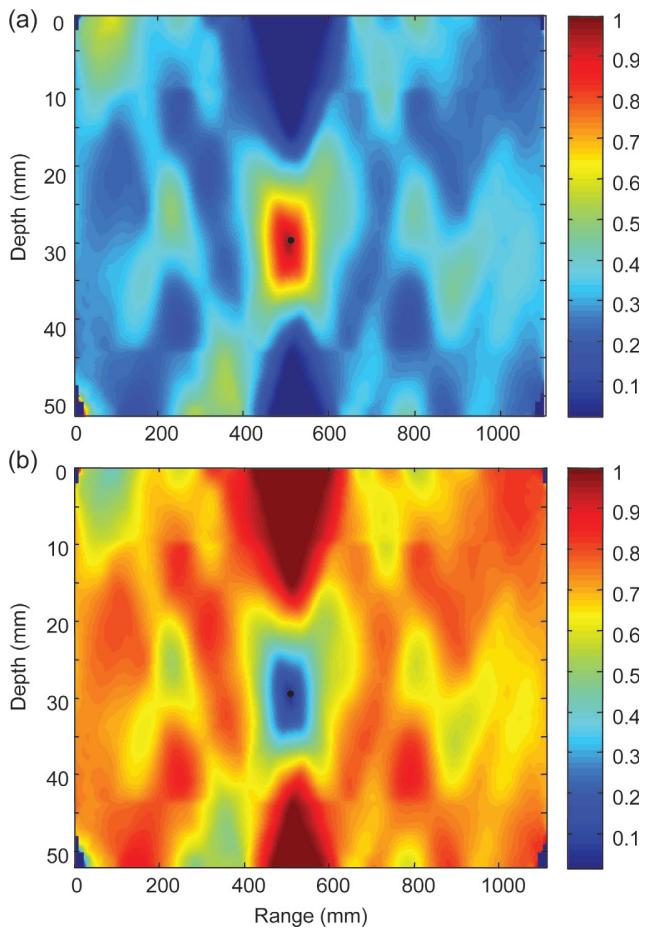


FIG. 9. (Color online) Projection and summation of all of the eigenrays with (a) more than  $-0.02$  relative pressure change and (b) less than  $-0.02$  relative pressure change. The two figures are normalized by the overall spatial contribution from all of the eigenrays. This shows that even eigenrays with no or low amplitude change carry the signature of the 3.5-mm lead sphere target location, the true location of which is indicated by the black dot. No surface waves were present at the air–water interface.

change. In conclusion, the measurement of amplitude through DBF resembles an intensity measurement that we classically contrast to a phase measurement when discussing robust signal processing in fluctuating environments.

- (3) With regard to ocean fluctuations, working with transmission between a pair of source–receiver arrays is an advantage compared to a backscattering configuration, where sources and receivers are collocated. Indeed, using a round-robin sequence, the time necessary to acquire the transfer matrix in transmission is only dependent on the number of sources and the dispersion time in the waveguide. Using a typical distance of 1 km between the source–receiver arrays and a critical angle of around  $12^\circ$ , a maximum dispersion time of 25 ms can be expected in a harbor entrance at a few kilohertz, which means that the full transfer matrix can be acquired in 0.75 s for 30-element source–receiver arrays. Such a repetition rate would be fast enough to perform target detection/localization at a rate of one image per second while also resolving the dynamics of the main sources of environmental fluctuations in the waveguide, such as internal waves, array-element motion, unsteady currents, inhomogeneities in

the water column, and even, under certain conditions, surface waves. In doing so, the environmental contributions to the amplitude fluctuations observed on the DBF eigenrays can be filtered out, which would further improve the robustness of this acoustic barrier algorithm. In contrast, in a backscattering configuration, the acquisition of the transfer matrix as performed with the DORT technique (Prada *et al.*, 2007), for example, is limited by the time-delay associated to the round-trip between each source and the target. Again, using a typical 1-km round trip and 30 sources, the acquisition time is now  $\sim 20$  s which is more than one order of magnitude longer than in the transmission regime.

- (4) In the past, several studies (Munk and Wunsch, 1983; Rodriguez and Jesus, 2000) have discussed the limitations of acoustic tomography that are caused by the large number of unresolved arrivals, both in shallow and deep water. At least in shallow water, the use of source–receiver arrays definitely breaks out of this limitation, since more than 90% of all of the possible eigenrays are extracted after DBF. This basically means that no acoustic information is lost in the waveguide transfer matrix. In conclusion, acoustic resolution scales for tomography inversion in acoustic waveguides should be limited by diffraction laws only. In our experimental configuration, this means that the resolution scales are expected to be on the order of the axial–lateral dimensions of the focal spot of the vertical acoustic arrays.
- (5) The detection of a target is straightforward from the distribution of the relative pressure-field change performed on all of the eigenrays extracted from DBF. The amplitude change for many eigenrays can easily reach 4%–8%, which makes it a very clear observable compared to travel time, for which the relative change (with respect to the acoustic period) is one order less in the presence of a target. The eigenrays can be roughly sorted into two groups, which comprise the eigenray paths that cross the target and the ones that avoid it. The first of these have their amplitudes diminished by the target as a shadowing effect, while the second ones maintain unchanged amplitudes.
- (6) Tomography inversion for the local acoustic impedance change  $\delta Z/Z$  can be performed with the help of the diffraction-based Born–Fréchet sensitivity kernel. As well as for detection and localization, our inversion shows that the signature of a spherical target can eventually be retrieved if the sensitivity kernel is generalized to any target diameter in the Born approximation. For tomography inversion, DBF is of great interest, as it smoothes out the sensitivity-kernel pattern for an acoustic eigenray and limits the pressure-change sensitivity area to the first Fresnel zone (Fig. 7) The stability and robustness of DBF discussed in point 2 above is then confirmed by the sensitivity-kernel physics. From Fig. 7(c), we also see that the DBF sensitivity kernel looks very uniform along the acoustic eigenray, compared to the point-to-point case [Fig. 7(a)]. As a consequence, the target detection and localization does not depend on the target position in the waveguide outside the near-field distance of the two

source-receiver arrays. The size of the first Fresnel zone transverse to the eigenray is obviously linked to the acoustic resolution scale in the waveguide. As expected, a higher frequency means better resolution. Figure 3 shows that target detection is feasible with a  $3\lambda$ -diameter spherical target. However, a balance needs to be made between resolution and robustness, since even with DBF processing, higher frequency signals will always suffer from stronger attenuation, surface-wave scattering, and/or small-scale environmental fluctuations.

- (7) The target localization can be performed using eigenrays with either modified or unchanged amplitudes that are selected from the distribution of relative pressure-field changes for all of the eigenrays. Indeed, tomography inversion with all of the eigenrays provides a measure of  $\delta Z/Z$  that arises from all of the eigenrays where the amplitudes are modified by the target presence. On the other hand, the eigenrays with unchanged amplitudes also carry information about the target position, since the waveguide coverage induced by all of their ray paths should avoid this location [Fig. 9(b)]. In practical applications at sea, we can ask whether the easiest and fastest way to obtain the target location would be to project and sum the contributions from the set of eigenrays that are not affected by the target.

## ACKNOWLEDGMENTS

The authors would like to thank Ion Iturbe, Stéphane Guyonic, and W.A. Kuperman for helpful comments. This work was sponsored by the Groupe d'Etudes Sous-Marines de l'Atlantique (GESMA), Direction Générale de l'Armement (DGA).

## APPENDIX

We start from the Helmholtz equation for the Green's function  $G(\omega; \vec{r}, \vec{r}_s)$  in a heterogeneous fluid medium and a point source in  $\vec{r}_s$ :

$$\rho(\vec{r}) \vec{\nabla} \left( \frac{1}{\rho(\vec{r})} \nabla G(\omega; \vec{r}, \vec{r}_s) \right) + \frac{\omega^2}{c^2(\vec{r})} G(\omega; \vec{r}, \vec{r}_s) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_s). \quad (\text{A1})$$

A local change in both density  $\rho$  and sound speed  $c$  leads to a pressure-field change  $\delta G$ :

$$(\rho + \delta\rho) \vec{\nabla} \left( \frac{1}{\rho + \delta\rho} \nabla (G + \delta G) \right) + \frac{\omega^2}{(c + \delta c)^2} (G + \delta G) = -\delta(\vec{r} - \vec{r}_s). \quad (\text{A2})$$

Subtracting Eq. (A1) from Eq. (A2) and keeping the first-order terms only (small perturbation approximation), we obtain

$$\rho \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla \delta G \right) + \frac{\omega^2}{c^2} \delta G = \rho \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\delta\rho}{\rho^2} \nabla G \right) - \delta\rho \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho} \nabla G \right) + \frac{2\omega^2}{c^3} \delta c G. \quad (\text{A3})$$

Compared to Eq. (A1), Eq. (A3) corresponds to the wave equation applied to  $\delta G$  for a source term defined in the right side of Eq. (A3). Using the Born approximation that assumes that  $\delta G/G \ll 1$ , it follows that

$$\begin{aligned} \delta G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}_s) &= - \int \int \int_V G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \\ &\times \left[ \rho(\vec{r}') \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho^2(\vec{r}')} \nabla G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) \right) \right. \\ &\times \left. \left[ -\delta\rho(\vec{r}') \vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho(\vec{r}')} \nabla G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) \right) \right. \right. \\ &\left. \left. + \frac{2\omega^2}{c^3(\vec{r}')} \delta c(\vec{r}') G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) \right] \right] d^3 \vec{r}'. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

Starting from Eq. (A4), we now focus on the Green's function change  $\delta G$  between a source in  $\vec{r}_s$  and a receiver in  $\vec{r}_r$  caused by a small perturbation in  $\vec{r}'$ . After development of Eq. (A4), we get

$$\begin{aligned} \delta G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}_s) &= - \int \int \int_V G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \nabla \left( \frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} \right) \\ &\times \nabla G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) d^3 \vec{r}' \\ &- \int \int \int_V G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \frac{2\omega^2}{c^2(\vec{r}')} \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} \\ &\times G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) d^3 \vec{r}'. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

Assuming that the density change is finite in size, we integrate the first term by parts in the right-hand side of Eq. (A5):

$$\begin{aligned} \delta G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}_s) &= - \int \int \int_V \frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} [G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \Delta G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) \\ &+ \nabla G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \nabla G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s)] d^3 \vec{r}' \\ &- \int \int \int_V G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') \frac{2\omega^2}{c^2(\vec{r}')} \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) d^3 \vec{r}'. \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

In the far-field approximation and assuming free-space propagation, we have  $\Delta G(\omega; \vec{r}_1, \vec{r}_2) = -k^2 G(\omega; \vec{r}_1, \vec{r}_2)$  and  $\nabla G(\omega; \vec{r}_1, \vec{r}_2) = -ik\vec{u}_{12} G(\omega; \vec{r}_1, \vec{r}_2)$  for any vector position  $\vec{r}_1, \vec{r}_2$  and  $\vec{u}_{12}$  defined as the unitary vector joining the two positions. This means that locally the Green's function behaves as a plane wave. This approximation is no longer valid in an acoustic waveguide for which the Green's function is dominated by reverberation on the waveguide interfaces. However, the DBF algorithm allows the separation of each eigenray contribution in the Green's function. After DBF, the Green's function can be decomposed into a set of eigenrays for which plane-wave propagation can be assumed away from the waveguide boundaries. For each eigenray contribution, it finally follows that

$$\begin{aligned} \delta G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}_s) &= - \int \int \int_V G(\omega; \vec{r}_r, \vec{r}') G(\omega; \vec{r}', \vec{r}_s) \frac{\omega^2}{c^2(\vec{r}')} \\ &\times \left( 2 \frac{\delta c(\vec{r}')}{c(\vec{r}')} + \frac{\delta\rho(\vec{r}')}{\rho(\vec{r}')} [1 + \cos(\varphi + \varphi')] \right) d^3 \vec{r}', \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

where  $\varphi$  and  $\varphi'$  are the angles between the source-receiver vector position and  $\vec{r}'$ , as defined in Fig. 6.

- Brekhovskikh, L., and Lysanov, Y. (2003). *Fundamentals of Ocean Acoustics* (Springer-Verlag, New York), Chap. 3.
- Chu, D., and Ye, Z. (1999). “A phase-compensated distorted wave Born approximation representation of the bistatic scattering by weakly scattering objects: Application to zooplankton,” *J. Acoust. Soc. Am.* **106**, 1732–1743.
- Cox, H., Zeskind, R. M., and Myers, M. (1990). “A subarray approach to matched-field processing,” *J. Acoust. Soc. Am.* **87**, 168–178.
- Dahlen, F. A. (2004). “Resolution limit of travel-time tomography,” *Geophys. J. Int.* **157**, 315–331.
- Dahlen, F. A., and Baig, A. (2002). “Fréchet kernels for body-wave amplitudes,” *Geophys. J. Int.* **150**, 440–466.
- Dzieciuch, M. A., Worcester, P. F., and Munk, W. H. (2001). “Turning point filters: Analysis of sound propagation on a gyre scale,” *J. Acoust. Soc. Am.* **110**, 135–149.
- Faran, J. J. (1951). “Sound scattering by solid cylinders and spheres,” *J. Acoust. Soc. Am.* **23**, 405–418.
- Folegot, T., Clorennec, D., Minonzo, J. G., de Rosny, J., Prada, C., Fink, M., Hibral, S., and Berniere, L. (2005). “A high-frequency time-reversal array deployment in a very shallow-water environment,” *J. Acoust. Soc. Am.* **117**, 2462.
- Folegot, T., Martinelli, G., Guerrini, P., and Stevenson, M. (2008). “An active acoustic tripwire for simultaneous detection and localization of multiple underwater intruders,” *J. Acoust. Soc. Am.* **124**, 2852–2860.
- Gaunard, G. C., and Uberall, H. (1983). “RST analysis of monostatic and bistatic acoustic echoes from an elastic sphere,” *J. Acoust. Soc. Am.* **73**(1), 1–12.
- Iturbe, I., Roux, P., Nicolas, B., Virieux, J., and Mars, J. (2009a). “Shallow-water acoustic tomography performed from a double-beamforming algorithm,” *IEEE J. Oceanic Eng.* **34**, 140–149.
- Iturbe, I., Roux, P., Virieux, J., and Nicolas, B. (2009b). “Travel-time sensitivity kernels vs diffraction patterns obtained through double beamforming in shallow water,” *J. Acoust. Soc. Am.* **126**(2), 713–720.
- Kuperman, W. A., Akal, T., Hodgkiss, W. S., Kim, S., Edelmann, G., and Song, H. C. (2000). “Forward scatter barrier with a time-reversal mirror,” *J. Acoust. Soc. Am.* **108**, 2607.
- Kuperman, W. A., Hodgkiss, W. S., Song, H. C., Akal, T., Ferla, C., and Jackson, D. R. (1998). “Phase conjugation in the ocean: Experimental demonstration of an acoustic time-reversal mirror,” *J. Acoust. Soc. Am.* **103**, 25–40.
- Morse, P. M., and Ingard, K. U. (1986). *Theoretical Acoustics* (Princeton University Press, Princeton, NJ), pp. 419–420.
- Munk, W., and Wunsch, C. (1983). “Ocean acoustic tomography: Rays and modes,” *Rev. Geophys.* **21**, 777–793.
- Prada, C., de Rosny, J., Clorennec, D., Minonzo, J.-G., Aubry, A., Fink, M., Berniere, L., Billand, P., Hibral, S., and Folegot, T. (2007). “Experimental detection and focusing in shallow water by decomposition of the time-reversal operator,” *J. Acoust. Soc. Am.* **122**, 761–768.
- Rodriguez, O., and Jesus, S. (2000). “Physical limitations of travel-time-based shallow-water tomography,” *J. Acoust. Soc. Am.* **108**, 2816–2822.
- Roux, P., Cornuelle, B. D., Kuperman, W. A., and Hodgkiss, W. S. (2008). “The structure of ray-like arrivals in a shallow-water waveguide,” *J. Acoust. Soc. Am.* **124**, 3430–3439.
- Roux, P., and Fink, M. (2000). “Time-reversal in a waveguide: Study of the spatial and temporal focusing,” *J. Acoust. Soc. Am.* **107**, 2418–2429.
- Roux, P., Kuperman, W. A., Hodgkiss, W. S., Song, H. C., and Akal, T. (2004). “A nonreciprocal implementation of time-reversal in the ocean,” *J. Acoust. Soc. Am.* **116**, 1009–1015.
- Skarsoulis, E., and Cornuelle, B. (2004). “Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography,” *J. Acoust. Soc. Am.* **116**, 227–238.
- Song, H., Kuperman, W., Hodgkiss, W., Akal, T., and Guerrini, P. (2003). “Demonstration of a high frequency acoustic barrier with a time-reversal mirror,” *IEEE J. Oceanic Eng.* **28**, 246–249.
- Stevenson, M., Tesei, A., Guerrini, P., Folegot, T., Sabra, K., Roux, P., Song, H., Kuperman, W., Hodgkiss, W., and Akal, T. (2007). “An acoustic tripwire based on forward scattering in a time-reversal mirror,” *US Navy J. Underwater Acoust.* **61**, 52–60.
- Sukhovich, A., Roux, P., and Wathelet, M. (2010). “Geoacoustic inversion performed from two source-receive arrays in shallow water,” *J. Acoust. Soc. Am.* **128**(2), 702–710.
- Tarantola, A. (1987). *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation* (Elsevier, New York), pp. 68–71.
- Thorne, P. D., Manley, C., and Brimelow, J. (1993). “Measurements of the form function and total scattering cross section for a suspension of spheres,” *J. Acoust. Soc. Am.* **93**(1), 243–248.
- Tromp, J., Tape, C., and Liu, Q. (2005). “Seismic tomography, adjoint methods, time-reversal, and banana-donut kernels,” *Geophys. J. Int.* **160**, 195–216.
- Woodward, M. (1992). “Wave-equation tomography,” *Geophysics* **57**, 15–26.



RESEARCH

Open Access

# Double-Capon and double-MUSICAL for arrival separation and observable estimation in an acoustic waveguide

Grégoire Le Touzé<sup>1\*</sup>, Barbara Nicolas<sup>1</sup>, Jérôme I Mars<sup>1</sup>, Philippe Roux<sup>2</sup> and Benoit Oudompheng<sup>1</sup>

## Abstract

Recent developments in shallow water ocean acoustic tomography propose the use of an original configuration composed of two source-receiver vertical arrays and wideband sources. The recording space thus has three dimensions, with two spatial dimensions and the frequency dimension. Using this recording space, it is possible to build a three-dimensional (3D) estimation space that gives access to the three observables associated with the acoustic arrivals: the direction of departure, the direction of arrivals, and the time of arrival. The main interest of this 3D estimation space is its capability for the separation of acoustic arrivals that usually interfere in the recording space, due to multipath propagation. A 3D estimator called double beamforming has already been developed, although it has limited resolution. In this study, the new 3D high-resolution estimators of double Capon and double MUSIC are proposed to achieve this task. The ocean acoustic tomography configuration allows a single recording realization to estimate the cross-spectral data matrix, which is necessary to build high-resolution estimators. 3D smoothing techniques are thus proposed to increase the rank of the matrix. The estimators developed are validated on real data recorded in an ultrasonic tank, and their detection performances are compared to existing 2D and 3D methods.

## Introduction

Estimation of sound speed variations in the ocean that is based on a linearized model and using acoustic waves is known as oceanic acoustic tomography (OAT) [1]. This tomography process is classically divided into three steps: first, estimation of observables extracted from the signal, then the building of a forward model that links these observables and the sound speed variations, and finally the inversion of this problem using the extracted observables. In this study, we are interested in the first step, i.e. the observable extraction and estimation.

We focus here on shallow water environments, as typically a coastal environment, that can be modeled as a waveguide. These environments are a subject of major interest in the ocean science community since they are the place where many physical phenomena occur, such as mixing layers, streams, tides, human influence and pollution. However, unfortunately, they are also complex

environments where the acoustic propagation is multi-path, due to reflections from the waveguide boundaries. These different paths lead to arrivals that interfere in the traditional recording space, and also in the traditional estimation spaces (e.g. the direction of arrival [DOA] space). The arrival separation, and consequently the observable estimation step, is thus difficult to achieve.

Several methods have been developed to improve this difficult task, traditionally using vertical line arrays (VLAs). These can be divided into two groups [2]: separation methods and high-resolution methods. This first group, the separation methods (which include beamforming [BF] techniques), were first proposed by [3], who developed a matched filter to estimate the arrival times and amplitudes in a noisy signal. Then improvements were proposed based on the use of more adapted signals [4,5]. An excellent review of BF methods is presented in [6]. In this separation group of methods, adaptive BF (including Capon) has been extensively studied in signal processing [6]. The other group of methods, the high-resolution methods (or subspace-based methods), include the classical MUSIC [7] or ESPRIT [8]. The asymptotical

\*Correspondence: gregoire.le-touze@gipsa-lab.grenoble-inp.fr

<sup>1</sup>Gipsa-Lab, BP 46, 11 Rue des Mathmatiques, 38402 Saint Martin d'Heres Cedex, France

Full list of author information is available at the end of the article

separation power of these methods is not limited by the experimental conditions, such as by signal frequency, array length or signal-to-noise ratio. These methods use eigenvector decomposition of the cross-spectral density matrix. They were first proposed to estimate the DOA (see [9]) and arrival times [10], both separately and then jointly [11]. However, these methods have limitations, due to the proximity of arrivals in the estimation space, which are one-dimensional (1D) or 2D, depending on the experimental configuration.

To overcome this difficulty, we are interested in an original experimental configuration that is composed of two VLAs in the water column: a source array and a receiver array [12]. The arrivals are thus characterized by three observables: their direction of departure (DOD), their DOA, and their time of arrival (TOA). A three-dimensional (3D) estimator is required to transform the 3D recording space (receiver-frequency) into the 3D estimation space (DOA-DOD-TOA). To date, this estimation has been achieved with double BF (D-BF) [12,13] on the source and receiver arrays. This method has resolution limitations due to the limited size of the arrays and to the source signal. This drawback is particularly problematic in the separation of the first arrivals that correspond to the shortest TOAs, which are close in the three dimensions of the estimation space.

To be able to provide a better separation of the arrivals, we propose here two methods for the improvement of the resolution in the DOA-DOD-TOA space. These methods are generalizations of the traditional Capon and MUSIC methods to the 3D configuration.

This report is organized as follows: the context and signal model that correspond to the experimental configuration are first presented. Then, the conventional estimations methods of BF, Capon and MUSIC are briefly recalled. The double Capon (D-Capon) and double MUSICAL (D-MUSICAL) methods are then considered. The implementation issues of these methods are discussed, and 3D smoothing of the cross-spectral data matrix is introduced. We show then that similar results can be obtained using these two methods. Finally, we illustrate the performance of these methods, compared to the existing methods, on real data recorded in an ultrasonic tank. This experimental environment reproduces oceanic acoustic propagation at a small scale.

## Context

### Configuration

Consider a shallow water environment. The experimental configuration is composed of two arrays: a VLA of  $N_e$  regularly spaced sources, and a VLA of  $M_r$  regularly spaced receivers. For the sake of simplicity, the inter-sensor distance is  $\Delta$  on both arrays. We consider that  $N_e$  and  $M_r$  are odd, and that the reference source (respectively the

reference receiver) is located at the middle of the source array: index  $m_{\text{ref}} = (N_e + 1)/2$  (respectively at the middle of the receiver array: index  $m_{\text{ref}} = (M_r + 1)/2$ ). The source signal is broadband, and the propagated signals are recorded on  $F$  frequency bins that cover the frequency band. In the experiment, the recording space thus has three dimensions: source-receiver-frequency. The recorded data contain the whole transfer matrices between each source and each receiver in the frequency-domain, and finally form the data cube  $\mathbf{X}$  ( $N_e \times M_r \times F$ ). For a given signal emitted by the source array, the propagation is multipath in the waveguide, and it will lead to several plane wave arrivals on the receiver array. Note that in our configuration, the horizontal distance between the arrays is much larger than their lengths by at least a factor of 10. The plane wave approximation is thus realistic. Each arrival  $p$ , corresponding to a given raypath, is characterized by its three observables:

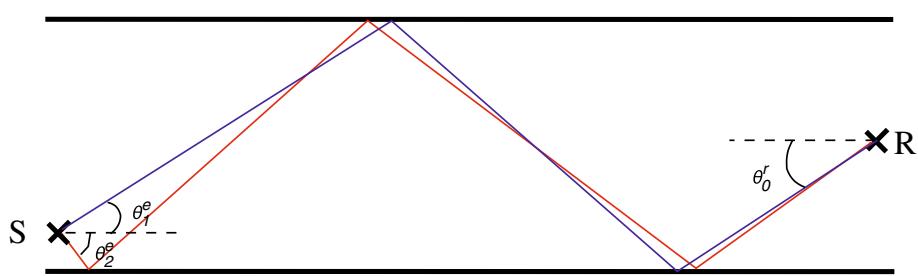
- the DOA  $\theta_p^r$ , which is also known as the reception angle: the angle between the raypath direction at the receiver array and the normal to the receiver array;
- the DOD  $\theta_p^e$ , which is also known as the emission angle: the angle between the raypath direction at the source array and the normal to the source array;
- the TOA  $T_p$ , which is the travel time between the reference source and the reference receiver.

Note that in this article “source” designates the emitting sensor. To avoid ambiguity, the elementary contribution that we want to detect and estimate the parameters for, and which corresponds to a raypath in the waveguide, is designated by “arrival” (and not by “source” as it can be classically designated in array processing).

### Motivation of 3D detection

Detection and estimation of arrivals are classically achieved in 1D and 2D configurations. In the 1D case, narrowband signals recorded on a receiver array lead to a DOA estimation space [7,14,15]. In the 2D case, two configurations are studied: broadband signals recorded on a receiver array and a DOA-TOA estimation space [11], or narrowband signals emitted by a source array and recorded on a receiver array and a DOA-DOD estimation space [16]. The resolution is limited by the size of the arrays and by the signal central frequency in DOA and DOD, and by the signal bandwidth in TOA (cf. Section “Conventional estimation methods”).

When combined with a receive array and broadband signals, the source array adds a third dimension in the recording space, and consequently a new dimension in the estimation space: the DOD. For arrivals with different DODs, the use of an estimator that includes the DOD dimension can better detect and estimate these arrivals.



**Figure 1** Schematic representation of two raypaths propagating in the waveguide. The two raypaths have close DOAs (near  $\theta_0^r$ ) and TOAs (proportional to the raypath length for a homogeneous medium), but have DODs  $\theta_1^e$  and  $\theta_2^e$  that are significantly different.

This improvement will be particularly efficient for arrivals close in the DOA and TOA dimensions, but far in the DOD dimension.

We assume a configuration where two raypaths that start from the source propagate with close DOAs and close TOAs, but with two DODs that are significantly different (see Figure 1). The two arrivals might not be separated on the 2D DOA–TOA estimation space (see Figure 2-left). On the contrary, when adding the DOD dimension, the arrivals will be well separated (see Figure 2-right). It appears clear that the use of a 3D estimation space that includes the DOD dimension must improve the arrival separation and observable estimation, taking into account the propagating properties of the arrivals. This principle has been used to develop the D-BF in this experimental configuration [13]. Nevertheless, this method suffers from the inner limitation of BF-like methods; i.e. the limited resolution due to the limited size of the arrays, and to the signal central frequency and bandwidth.

### Signal model

At the frequency  $\nu$ , the Fourier transform of the signal that is recorded on the receiver  $m$  coming from the source  $n$  is the sum of the  $P$  arrivals:

$$x_{m,n,\nu} = s_\nu \sum_{p=1}^P a_p \exp[\phi_p] + b_{m,n,\nu} \quad (1)$$

with:

$$\phi_p = -j2\pi\nu(T_p + (m-m_{\text{ref}})\tau(\theta_p^r) + (n-n_{\text{ref}})\tau(\theta_p^e)) \quad (2)$$

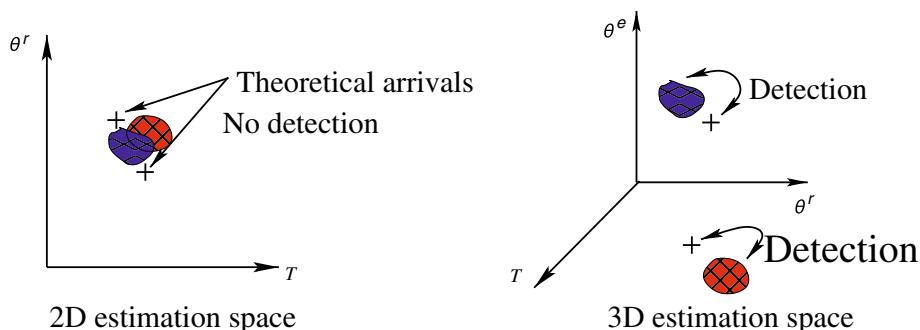
where  $\tau(\theta_p^e) = \Delta \sin(\theta_p^e)/v$  (respectively  $\tau(\theta_p^r) = \Delta \sin(\theta_p^r)/v$ ) are the delays associated with the DOD (respectively the DOA), assuming a constant sound speed  $v$  at the arrays,  $a_p$  is the amplitude of the  $p^{\text{th}}$  arrival,  $b_{m,n,\nu}$  is the noise contribution that is generally considered uncorrelated in space and frequency, and  $s_\nu$  is the source spectrum, which will be assumed to be known. Note that the number of arrivals,  $P$ , is typically around 10.

### Experimental constraints

We want to achieve arrival separation and observable estimation for a time evolving medium. It is thus a problem to record the different realizations at different times, because the medium and its sound speed might change between the two realizations. Consequently, we can only consider a single realization to perform the observable estimation. This constraint must be taken into account for the estimation of the cross-spectral matrix (cf. Section “Implementation”).

### Conventional estimation methods

We briefly recall the 1D conventional estimation methods: BF, Capon and MUSIC, in the general context of array processing. The specific experimental constraints, and



**Figure 2** The two arrivals that correspond to the raypaths of Figure 1 might not be detected in the 2D DOA–TOA space (left), but are detected in the 3D DOA–DOD–TOA space (right).

particularly the smoothing issues, are discussed in Section “Implementation”.

We consider a single source  $n_0$  that emits a narrow-band signal (at frequency  $\nu_0$ ) recorded on a VLA of  $M_r$  receivers. The recorded signal forms the vector  $\mathbf{x}_{1D}$  (size  $M_r \times 1$ ), and we introduce the covariance data matrix  $\mathbf{R}_{1D} = E\{\mathbf{x}_{1D}\mathbf{x}_{1D}^H\}$ . We also introduce the steering vector  $\mathbf{d}(\theta^r)_{v_0}$ , which represents the normalized contribution of a perfect plane wave of direction  $\theta^r$  on the receiver array:

$$\mathbf{d}(\theta^r)_{v_0} = \begin{bmatrix} e^{-j2\pi\nu_0(1-m_{\text{ref}})\tau(\theta^r)} \\ e^{-j2\pi\nu_0(2-m_{\text{ref}})\tau(\theta^r)} \\ \vdots \\ e^{-j2\pi\nu_0(M_r-m_{\text{ref}})\tau(\theta^r)} \end{bmatrix} \quad (3)$$

The conventional BF can be expressed by the squared projection of the signal on the steering vectors:

$$P_{BF}(\theta^r) = \mathbf{d}(\theta^r)_{v_0}^H \hat{\mathbf{R}}_{1D} \mathbf{d}(\theta^r)_{v_0} \quad (4)$$

where  $\hat{\mathbf{R}}_{1D}$  is the estimated covariance data matrix. The resolution of the BF is directly linked to the size  $l = (M_r - 1)\Delta$  of the array: two sources with DOAs closer than  $\theta_{\min}^r \approx \lambda/l$  with the wavelength  $\lambda$  at the central frequency, will not be separated by BF.

Two types of techniques have been developed to overcome those limitations:

- Adaptive estimators, like the Capon beamformer [15],
- High-resolution estimators, like MUSIC [7,14].

As for BF, the Capon estimator principle is to project the signal on steering vectors [15]. Capon steering vectors are calculated adaptively, so that they minimize the power contributed by the noise and by any signals coming from other directions than  $\theta^r$ , while maintaining a unitary gain in the direction of interest  $\theta^r$ . The Capon algorithm (which is also known as the minimum variance distortionless response) has already been successfully applied in underwater acoustics [17].

MUSIC is a subspace-based method [7,14]: the recording space is divided into a signal subspace and a noise subspace. This subspace division is achieved using eigenvalue decomposition (EVD) of  $\hat{\mathbf{R}}_{1D}$ . The signal subspace is spanned by the  $L$  eigenvectors corresponding to the  $L$  maximum eigenvalues. The noise subspace is spanned by the other  $M_r - L$  eigenvectors. Finally, the estimator is the inverse of the projection of the signal on the noise subspace. For uncorrelated arrival amplitudes with spatially white noise, the MUSIC estimator is unbiased and its resolution is not limited.

## D-Capon and D-MUSIC

The 3D model and estimators are considered in this section, in the general context of array processing. The specific experimental constraints and particularly the smoothing issues, are discussed in Section “Implementation”.

### Data model

As shown in Section “Context”, the 3D recording signal is the data cube  $\mathbf{X}$ . We concatenate  $\mathbf{X}$  into a long vector of size  $N_e M_r F$ . The contribution of the source  $n$  at the frequency  $\nu$  on the  $M_r$  elements of the receiver array is expressed by the vector:

$$\mathbf{x}_{n,\nu} = \begin{bmatrix} x_{1,n,\nu} \\ \vdots \\ x_{M_r,n,\nu} \end{bmatrix} \quad (5)$$

The whole contribution at the frequency  $\nu$  on the source and receiver arrays is expressed as the concatenation of all of the source contributions  $\mathbf{x}_{n,\nu}$  from  $n = 1$  to  $n = N_e$ :

$$\mathbf{x}_\nu = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{1,\nu} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{N_e,\nu} \end{bmatrix} \quad (6)$$

The signal expressed on the long vector is finally the concatenation of all of the frequency contributions  $\mathbf{x}_\nu$  from  $\nu = \nu_1$  to  $\nu = \nu_F$ :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\nu_1} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{\nu_F} \end{bmatrix} \quad (7)$$

The noise long vector  $\mathbf{b}$  is built in the same way, starting from the noise contributions  $b_{n,m,\nu}$ .

Using Equation 1,  $\mathbf{x}$  is composed of  $P$  arrivals and can be written as a matrix product:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \sum_{p=1}^P a_p \mathbf{d}(\theta_p^r, \theta_p^e, T_p) + \mathbf{b} \\ &= \mathbf{D}(\theta^r, \theta^e, \mathbf{T}) \mathbf{a} + \mathbf{b} \end{aligned} \quad (8)$$

where  $\mathbf{T} = [T_1, \dots, T_p]$  is the vector of the TOA,  $\theta^e = [\theta_1^e, \dots, \theta_p^e]$  and  $\theta^r = [\theta_1^r, \dots, \theta_p^r]$  are, respectively, the vector of the emission angles and the vector of the reception angles.  $\mathbf{a} = [a_1, \dots, a_p]^H$  is the vector of the arrival amplitudes.  $\mathbf{d}(T_p, \theta_p^r, \theta_p^e)$  is the steering vector that corresponds to the arrival  $p$ . It forms a long vector ( $N_e M_r F \times 1$ ) and corresponds to the contributions of a plane wave of parameters  $\theta_p^r, \theta_p^e, T_p$  emitted by the source array with spectrum  $\{s_\nu, \nu = \nu_1, \dots, \nu_F\}$ , and recorded on the receive

array. To build this, we first define the long steering vector ( $N_e M_r \times 1$ ) corresponding to the single frequency  $\nu_i$  for the  $N_e$  sources and the  $M_r$  receivers:

$$\mathbf{d}_{\nu_i}(\theta_p^r, \theta_p^e, T_p) = \begin{bmatrix} s_{\nu_i} e^{-j2\pi\nu_i(T_p+(1-n_{\text{ref}})\tau(\theta_p^e))} \mathbf{d}(\theta_p^r)_{\nu_i} \\ s_{\nu_i} e^{-j2\pi\nu_i(T_p+(2-n_{\text{ref}})\tau(\theta_p^e))} \mathbf{d}(\theta_p^r)_{\nu_i} \\ \vdots \\ s_{\nu_i} e^{-j2\pi\nu_i(T_p+(N_e-n_{\text{ref}})\tau(\theta_p^e))} \mathbf{d}(\theta_p^r)_{\nu_i} \end{bmatrix} \quad (9)$$

and finally, we concatenate these vectors for all of the frequencies  $\nu_1$  to  $\nu_F$ :

$$\mathbf{d}(\theta_p^r, \theta_p^e, T_p) = \begin{bmatrix} \mathbf{d}_{\nu_1}(T_p, \theta_p^r, \theta_p^e) \\ \vdots \\ \mathbf{d}_{\nu_F}(T_p, \theta_p^r, \theta_p^e) \end{bmatrix} \quad (10)$$

The  $\mathbf{D}(\theta^r, \theta^e, \mathbf{T})$  matrix ( $N_e M_r F \times P$ ) contains the  $P$  steering vectors previously built:

$$\begin{aligned} \mathbf{D}(\theta^r, \theta^e, \mathbf{T}) &= [ \mathbf{d}(\theta_1^r, \theta_1^e, T_1), \dots, \mathbf{d}(\theta_P^r, \theta_P^e, T_P) ] \end{aligned} \quad (11)$$

We finally obtain the model of the 3D ( $N_e M_r F \times N_e M_r F$ ) cross-spectral data matrix  $\mathbf{R}$ . This is equivalent to the spatial covariance matrix of the 1D case, and can be expressed by:

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^H\} \\ &= \mathbf{D}(\theta^r, \theta^e, \mathbf{T}) \mathbf{A} \mathbf{D}(\theta^r, \theta^e, \mathbf{T})^H + \mathbf{B} \end{aligned} \quad (12)$$

where  $\mathbf{A} = E\{\mathbf{a}\mathbf{a}^H\}$  is the arrival amplitude covariance matrix ( $P \times P$ ) and  $\mathbf{B} = E\{\mathbf{b}\mathbf{b}^H\}$  is the 3D cross-spectral noise matrix ( $N_e M_r F \times N_e M_r F$ ).

#### Note on 3D steering vectors $\mathbf{d}(\theta_p^r, \theta_p^e, T_p)$ :

- two distinct steering vectors are independent (non-collinear), and the correspondence between a set of parameters and a 3D steering vector is thus unique;
- two distinct steering vectors are never orthogonal;
- given  $N = N_e M_r F$  as the dimension of the recording space,  $n \leq N$  distinct steering vectors form a free family.  $N$  steering vectors thus forming a base;
- assuming  $P \leq N$ , the steering vectors linked to the signal thus form a free family and spanning a space of dimension  $P$ . The dimension of the signal subspace in  $\mathbf{R}$  is thus equal to the rank of  $\mathbf{A}$ . Consequently, the rank of  $\mathbf{R}$  depends on the correlation degree between the  $P$  arrival amplitudes.

#### D-Capon

Capon has already been extended to the 2D context [18]. The proposed D-Capon method consists of extending the conventional Capon method to the 3D OAT context. We create 3D Capon steering vectors  $\mathbf{g}(\theta^r, \theta^e, T)$  which minimize the power contributed by noise and any signal coming from other ‘directions’ than  $(\theta^r, \theta^e, T)$ , while maintaining a unitary gain in the direction of interest  $(\theta^r, \theta^e, T)$ .

Assuming  $\hat{\mathbf{R}}$  is invertible, we obtain:

$$\mathbf{g}(\theta^r, \theta^e, T)^{\text{Cap}} = \frac{\hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)}{\mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)} \quad (13)$$

where  $\hat{\mathbf{R}}$  is the estimated cross-spectral data matrix and  $\mathbf{d}$  the theoretical steering vectors built using Equations 9 and 10. The estimation of the cross-spectral matrix will be discussed in Section “Implementation”.

The D-Capon estimator in the 3D DOA-DOD-TOA estimation space is then:

$$\begin{aligned} P_{\text{D-Capon}}(\theta^r, \theta^e, T) &= \mathbf{g}(\theta^r, \theta^e, T)^{\text{Cap}^H} \hat{\mathbf{R}} \mathbf{g}(\theta^r, \theta^e, T)^{\text{Cap}} \\ &= \frac{1}{\mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)^H \hat{\mathbf{R}}^{-1} \mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)} \end{aligned} \quad (14)$$

Finally, the following information is necessary to calculate the D-Capon:

- (1) the recorded data to build  $\hat{\mathbf{R}}$ ;
- (2) the source spectrum  $s_\nu$ ;
- (3) the environment information  $\Delta$  and  $v$ , to calculate  $\tau(\theta^e)$  and  $\tau(\theta^r)$ , and thus the steering vectors  $\mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)$ .

#### D-MUSICAL

The MUSIC algorithm has already been extended to the 2D configuration by Gounon et al. in a large band context: MUSICAL (MUSIC Active Large Band) estimates the 2D (TOA-DOD) observables, starting from the 2D recording space: receiver-frequency. Recently, a 2D MUSIC was developed to estimate conjointly the DOD and DOA [16]. In the same way, we develop a 3D MUSIC estimator, which we call D-MUSICAL, to extend the conventional MUSIC method.

The EVD decomposition of  $\hat{\mathbf{R}}$  is expressed by:

$$\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{V} \Lambda \mathbf{V}^H \quad (15)$$

where  $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_{N_e M_r F}]$  is a  $N_e M_r F \times N_e M_r F$  matrix that contains the eigenvectors  $\mathbf{v}_i$ , and  $\Lambda$  is a  $N_e M_r F \times N_e M_r F$  diagonal matrix that contains the  $N_e M_r F$  eigenvalues  $\lambda_i$ .

As  $\hat{\mathbf{R}}$  is a normal matrix ( $\hat{\mathbf{R}} \hat{\mathbf{R}}^H = \hat{\mathbf{R}}^H \hat{\mathbf{R}}$ ), eigenvectors are orthogonal ( $\langle \mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j \rangle = 0 \forall \{i, j\} i \neq j$ ). Selecting the  $L$  largest eigenvalues and their associated eigenvectors,

we span a ‘signal’ subspace, the  $N_e M_r F - L$  others are spanning the ‘noise’ subspace. These two subspaces are orthogonal. The signal projector (respectively the noise projector) is deduced from the  $L$  first (respectively the  $N_e M_r F - L$  last) eigenvectors:  $\Pi^s = \sum_{i=1}^L \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H$  (resp.  $\Pi^n = \sum_{i=L+1}^{N_e M_r F} \mathbf{v}_i \mathbf{v}_i^H$ ).

The D-MUSICAL estimator, in the 3D DOA-DOD-TOA estimation space, is then:

$$P_{\text{D-MUSICAL}}(\theta^r, \theta^e, T) = \frac{1}{\mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)^H \hat{\Pi}^n \mathbf{d}(\theta^r, \theta^e, T)} \quad (16)$$

Note that a 3D MUSIC method has already been developed for multicomponent seismic signals [19]. The third multicomponent dimension does not correspond to the same issue, and the DOD estimation cannot be achieved.

The D-MUSICAL implementation needs the same information as the D-Capon (cf. Section “D-Capon”). Assuming that  $\mathbf{A}$  is the full rank, and that the noise is white in the three dimensions and for variance  $\sigma_n^2$ , we choose  $L = P$  and the signal is completely represented by the signal subspace composed of the  $P$  first eigenvalues. The noise subspace contains only noise contributions. In this case, the D-MUSICAL estimation is unbiased.

In our practical case, arrival amplitudes are correlated, which means that  $\mathbf{A}$  is not full rank. The implementation of D-Capon and D-MUSICAL thus needs preprocessing, which is detailed in the following Sections “Smoothing issue” and “Diagonal loading and estimation of  $L$ ”.

## Implementation

In this section, the implementation of the proposed D-Capon and D-MUSICAL algorithms to our OAT context is discussed.

### Smoothing issue

The Capon and MUSIC detection methods need the signal subspace to be correctly represented to be efficient. This means the arrivals must be uncorrelated, or at least not fully correlated, to generate a signal subspace of dimension  $P$ . Equivalently, the amplitude covariance matrix  $\mathbf{A}$  must be full rank. To achieve this, classical methods assume that the arrivals are statistically uncorrelated, and estimate the  $\hat{\mathbf{R}}$  cross-spectral data matrix by averaging a great number of realizations.

In our context, this type of estimation is not possible, for the two following reasons:

- As explained in Section “Experimental constraints”, only one realization can be considered to perform the observable estimation.  $\hat{\mathbf{R}}$  must be determined using a single data realization  $\mathbf{x}$ .

- Moreover, even assuming a non-evolving medium, the arrival amplitudes remain correlated. Indeed, the arrivals are induced by different raypaths that result from the acoustic propagation. The correlation degree between the arrival amplitudes  $a_p$  is thus determined by the propagation and not by the emitted source signals. The amplitude vector  $\mathbf{a}$  is constant between realizations up to a multiplying factor. The  $P$  arrival amplitudes are thus fully correlated.

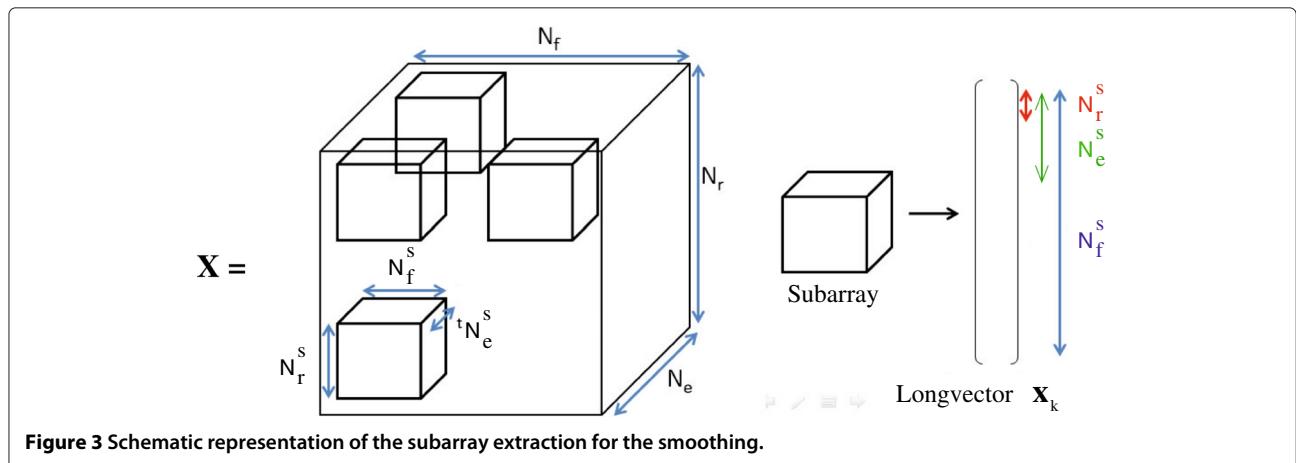
Considering those two issues, the rank of  $\hat{\mathbf{R}}$  will be 1 if it is estimated classically. Capon-like or MUSIC-like methods are thus equivalent to the BF method.

To avoid this problem, a 3D smoothing method of the matrix is developed. Smoothing methods are used to increase the rank of  $\hat{\mathbf{R}}$ . They were developed in 1D configurations [20,21] and then extended to 2D [22]. The principle is to divide the array into  $K$  different subarrays with the same characteristics (size, sampling). Each subarray induces a signal  $\mathbf{x}_k$ . The diversity in realization is replaced by a diversity in subarray. The estimated matrix  $\hat{\mathbf{R}}$  is the mean of the matrices  $\hat{\mathbf{R}}_k$ .

We extend this principle to the 3D context, forming subarrays in the three dimensions of the recording space. The source and receiver VLAs are divided into  $K_e$ , respectively  $K_r$ , vertical line subarrays of  $N_e^s = N_e - K_e + 1$ , respectively  $M_r^s = M_r - K_r + 1$ , sensors. The inter-sensor distance is not changed. In the same way, the frequency band is divided into  $K_f$  subbands of  $F^s = F - K_f + 1$  frequency bins. The combinations of the subarrays in the three dimensions lead us to consider  $K = K_e K_r K_f$  different 3D subarrays, and thus  $K$  different signals  $\mathbf{x}_k$ . Figure 3 illustrates the subarray and  $\mathbf{x}_k$  buildings starting from the data cube  $\mathbf{X}$ . The estimated cross-spectral data matrix  $\hat{\mathbf{R}}$  is finally expressed by:

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{K_e K_r K_f} \sum_{k=1}^K \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^H = \frac{1}{K_e K_r K_f} \sum_{k=1}^K \hat{\mathbf{R}}_k \quad (17)$$

Note that the size of  $\hat{\mathbf{R}}$  is now  $N_e^s M_r^s F^s \times N_e^s M_r^s F^s$ . The numbers of subarrays  $K_e$ ,  $K_r$  and  $K_f$  depend on the configuration and on the arrival number  $P$ . In each direction, the choice of the subarray size depends on the size of the original array and on the resolution we want to obtain in the corresponding estimation dimension (DOD for the source array, DOA for the receive array, and TOA for the frequency). The aim of the smoothing is to increase the number of significant eigenvalues of  $\hat{\mathbf{R}}$ , so that they represent accurately the signal subspace. This objective is achieved when the eigen structure of the smoothed matrix (i.e. the repartition of its eigenvalues) is stable with  $K$ . We empirically observe that  $K$  must be chosen so as to be a lot larger than  $P$ . This number is *a priori* not precisely known, but depending on the environment knowledge, we can



approximately estimate it. We thus increase the number  $K$  to achieve this objective.

The 3D smoothing is a pre-processing that is necessary to achieve D-Capon or D-MUSICAL in our context. However, it has two limitations:

- Assuming a perfectly plane wave in the 1D configuration, two different signals corresponding to two different subarrays are equal up to a multiplying factor. The amplitude of this factor is 1, and its phase depends on the delay between the subarrays and on the considered plane wave. These can thus be seen as two realizations of the same signal with different amplitudes.

Considering now  $P$  plane waves, the 1D smoothing leads to vectors of arrival amplitudes  $\mathbf{a}_k$  that are different for each subarray  $k$ . Finally, the estimated amplitude covariance matrix  $\hat{\mathbf{A}} = 1/K \sum \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^H$  is non singular [21] if  $K \geq P$ . The estimated  $\hat{\mathbf{R}}$  matrix has thus a rank equal to  $P$ . In the 3D case, two contributions of the same plane wave on two different 3D subarrays are not equal up to a multiplying factor. This produces a bias in the estimation of  $\hat{\mathbf{R}}$ , which prevents the 3D methods from having an unlimited resolution. However, this bias is not important in practical cases compared to the resolution needed.

- As we smooth only one realization instead of averaging several realizations, we cannot recover the statistical characteristics of the additional noise. Consequently, noise must be considered as a deterministic element. The rank of  $\hat{\mathbf{R}}$  cannot exceed  $K$  and the  $K$  eigenvectors that correspond to the  $K$  first eigenvalues span a subspace in which the whole data are present, including the signal, and also the noise part and the bias induced by the smoothing.

#### Diagonal loading and estimation of $L$

D-Capon needs the inversion of the cross-spectral data matrix  $\hat{\mathbf{R}}$  to be achieved (Equation 14). Consequently,  $\hat{\mathbf{R}}$  must be a full rank matrix. Usually, additional spatial and spectral white noise is assumed and  $\hat{\mathbf{R}}$  is estimated with a great number of realizations, so that the statistical properties of the noise are satisfied. Consequently, the noise contribution into  $\hat{\mathbf{R}}$  is a diagonal matrix  $\sigma_n^2 \mathbf{I}$  where  $\sigma_n^2$  is the noise variance and the matrix is thus invertible. Here, due to the smoothing, the noise must be considered as a deterministic element, and  $\hat{\mathbf{R}}$  is no longer invertible. To overcome this issue, a diagonal loading is realized; this consists of adding a diagonal matrix to  $\hat{\mathbf{R}}$ , leading to a new estimated cross-spectral data matrix  $\hat{\mathbf{R}}^C = \hat{\mathbf{R}} + \sigma^2 \mathbf{I}$ . As  $\hat{\mathbf{R}}$  and  $\sigma^2 \mathbf{I}$  are independent,  $\hat{\mathbf{R}}^C$  is full rank and invertible. The diagonal loading introduces the parameter  $\sigma$ . As the diagonal loading can be seen as artificially adding white noise, the action of  $\sigma$  on the D-Capon estimation can be more reliably linked to an induced signal noise ratio:

$$\text{SNR}^C = 10 \log \frac{\sum_i \hat{\mathbf{R}}(i,i)}{N_e^s M_r^s F^s \sigma^2} \quad (18)$$

where  $\hat{\mathbf{R}}(i,i)$  is the  $i^{\text{th}}$  element of the diagonal of  $\hat{\mathbf{R}}$ . A natural choice is to take  $\sigma$  as small as possible, so that the condition ' $\hat{\mathbf{R}}^C$  invertible' is verified on the computational platform. As we will see, this choice does not generally give the best result. Recent methods have estimated the optimum diagonal loading [23,24], but they are not adapted to our context.

D-MUSICAL requires the estimation of the signal subspace dimension  $L$  to be achieved. For an unbiased estimation of  $\hat{\mathbf{R}}$ ,  $L$  would be equal to  $P$ , the number of expected arrivals. However the smoothing processing biases the estimation of  $\hat{\mathbf{R}}$ . A classical  $L$  estimator based on the statistical properties of the noise [14,25] can thus not be applied. Moreover, empirically, we observe that the bias

introduced by the 3D smoothing leads to a difference between  $P$  and the number  $L$  of significant eigenvectors that actually spanned the signal subspace. This number  $L$  is larger than  $P$ . The determination of  $L$  is thus made, starting from the decreasing curve of eigenvalues calculated with the EVD. The eigenvectors that correspond to all of the significant eigenvalues (chosen with a threshold corresponding to 0.5% of the first eigenvalue) are selected and span the signal subspace, whereas all the other ones span the noise subspace. Note that  $L$  is thus lower than  $K$  (in practice, a lot smaller) and larger than  $P$ .

### Computational cost

One drawback of these developed methods compared to D-BF is the processing cost. D-Capon is divided into three computational steps:

1.  $\hat{\mathbf{R}}$  estimation by smoothing;
2.  $\hat{\mathbf{R}}$  inversion;
3. projection of steering vectors on  $\hat{\mathbf{R}}^{-1}$   
*(cf. Equation 14).*

D-MUSICAL is divided in three computational steps:

1.  $\hat{\mathbf{R}}$  estimation by smoothing;
2. EVD;
3. projection of steering vectors on  $\Pi^n$   
*(cf. Equation 16).*

The smoothing (point 1) is common for the two methods. A natural way to compute  $\hat{\mathbf{R}}$  is to follow the equation formulation: extract the  $k$  subarrays  $\mathbf{x}_k$  from the data, compute the corresponding cross-spectral data matrix  $\hat{\mathbf{R}}_k$ , loop this step on all of the subarrays  $k = 1, \dots, K$ , and finally mean the  $\hat{\mathbf{R}}_k$ . An alternative way consists of building the matrix  $\mathbf{X}^s = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_K]$  and noting that  $\hat{\mathbf{R}} = \mathbf{X}^s \mathbf{X}^{sH} / K$ . This matrix product is less computationally expensive than the loop of the natural computation.

Knowing that  $\Pi^n = \mathbf{I} - \Pi^s$ , the projection step for D-MUSICAL (point 3) can be considerably sped up, noting that the size of the signal subspace  $L$  (which is of the same order of magnitude as the number of arrivals  $P$ ; typically around 10) is much smaller than the size of the noise subspace  $N_e^s N_r^s F^s - L$  (which depends on the size of the arrays and the smoothing parameters, typically  $> 100$ ).

As only the signal projector  $\Pi^s$  is needed, the EVD can be realized by calculating only the first  $M$  eigenvalues and eigenvectors.  $M$  must be sufficiently great to allow the estimation of the subspace size  $L$  following the procedure given in section "Diagonal loading and estimation of  $L$ ". The programming platform integrates a function that only calculates the first  $M$  given elements of the EVD. Moreover, introducing the normal matrix  $\mathbf{T} = \mathbf{X}^{sH} \mathbf{X}^s (K \times K)$  and realizing an EVD on  $\mathbf{T} = \mathbf{V}' \Lambda' \mathbf{V}'^H$ , it can be shown [19] that the  $K$  eigenvalues of  $\Lambda'$  are the same as the  $K$  first

**Table 1 Optimization gain of the D-MUSICAL algorithm for the experimental data (see values of parameters in Table 2)**

	Gain
Optimized smoothing vs. conventional smoothing	$\times 12.5$
$M$ first eigenvalues vs. conventional EVD	$\times 2.3$
$M$ first eigenvalues on $\mathbf{T}$ vs. Conventional EVD	$\times 2.8$
Optimized projection vs. conventional projection	$\times 11.3$
Optimized D-MUSICAL vs. D-MUSICAL	$\times 11.2$

eigenvalues of  $\Lambda$ , and that  $\mathbf{v}_i = \mathbf{X}^s \mathbf{v}'_i / \lambda_i$ . As the EVD on a  $N \times N$  matrix is  $O(N)$ , the use of EVD on  $\mathbf{T}$  will be preferred (with the condition:  $K < N_e^s N_r^s F^s$ ). Finally, step 2 of D-MUSICAL is computed as follows:

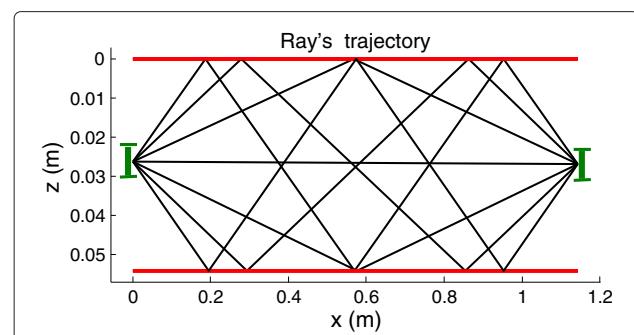
1. Calculation of  $\mathbf{X}^s$  (already calculated for smoothing processing) and  $\mathbf{T}$ .
2. Calculation of the  $M$  first  $\lambda'_i = \lambda_i$  and  $\mathbf{v}'_i \mathbf{T}$ .
3. Estimate  $L$  from the behavior of the decreasing eigenvalues and then deducing the  $L$  first eigenvectors  $\mathbf{v}_i$  of  $\mathbf{R}$ .

On the contrary, steps (2) and (3) of D-Capon cannot be optimized by algorithm optimization. The computational gain obtained applying the optimized algorithm, as compared to the conventional algorithms, depends on the size of the array, on the smoothing parameters, and on the choice of  $M$  and  $L$  (itself depending on  $P$ ). Table 1 gives an example of the computational gain on the experimental data, which are presented and analyzed in the next section.

### Result

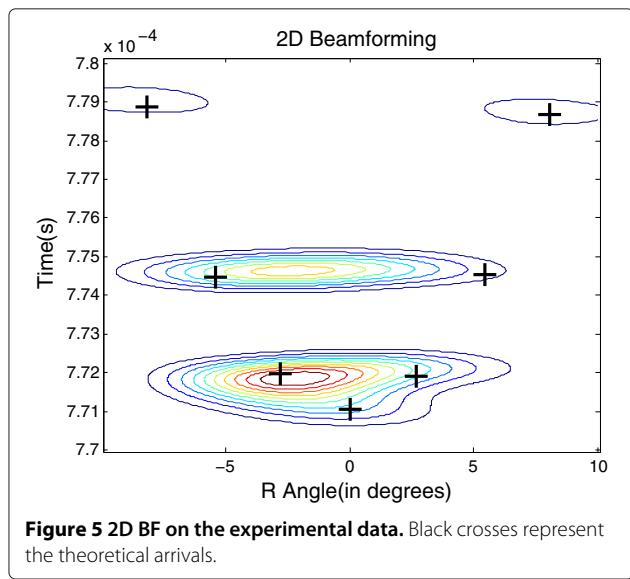
#### Detection performances on real tank data

D-MUSICAL has previously been validated on simulated data [26]. We apply D-MUSICAL and D-Capon to real data recorded in an ultrasonic tank that reproduces the oceanic acoustical propagation at a small scale.



**Figure 4** Raypaths of the seven first arrivals in the waveguide.

Red horizontal lines represent the air-water interface and the waveguide bottom. Green vertical lines represent the source and receiver arrays. The raypaths are plotted between the centers of the source and receiver arrays.

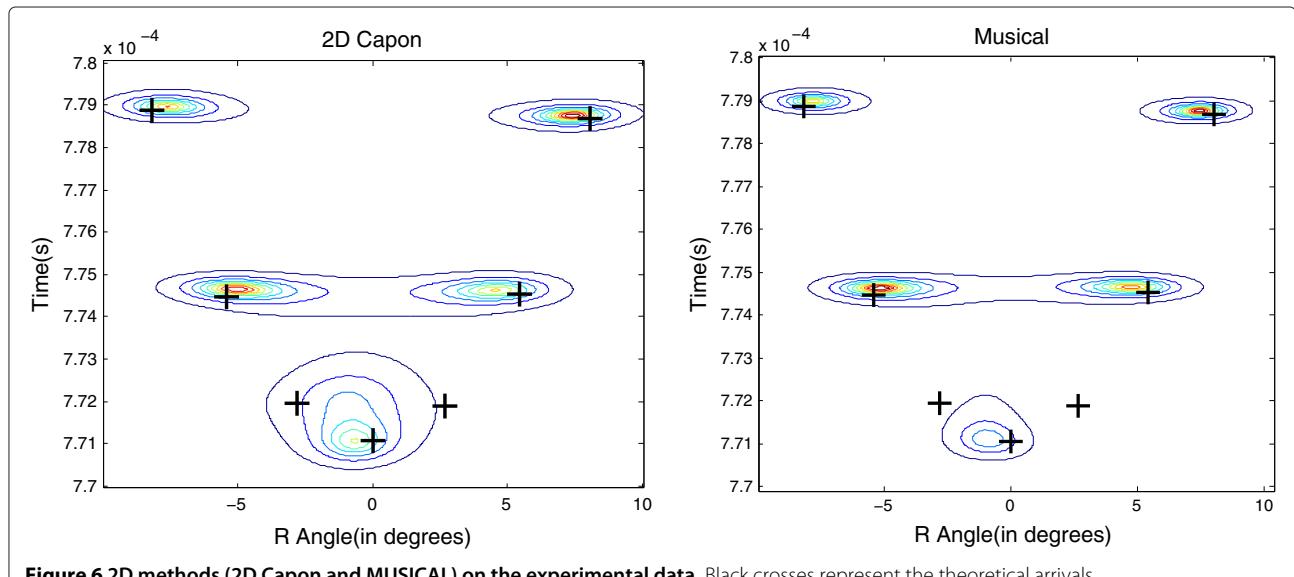


**Figure 5** 2D BF on the experimental data. Black crosses represent the theoretical arrivals.

Two coplanar source and receiver arrays of 11 transducers face each other in a 1.1-m-long, 5.2-cm-deep ultrasonic waveguide (Figure 4). The 11 transducers are regularly spaced, with  $\Delta = 0.75$  mm. The arrays are centered in the water column. The central frequency of the transducers is 1 MHz (wavelength  $\lambda = 1.5$  mm), with a 1 MHz frequency bandwidth. A 1000 scale ratio transforms this ultrasonic waveguide into a shallow-water realistic waveguide classically encountered in ocean. Each transducer size is 0.75 mm  $\times$  12 mm, which makes the transducer arrays relatively omni-directional in the plane defined by the source-receiver arrays, and very collimated outside this plane, to prevent acoustic echoes from the

tank sidewalls. The waveguide bottom is made of steel, for which the boundary conditions are nearly perfect at the water-bottom interface (full reflection of the raypaths). The acquisition sequence consists of recording the whole transfer matrix between each source and each receiver in the frequency domain. A fast way to perform this acquisition is to proceed through a round-robin sequence, during which each source successively emits a broadband pulse at the central frequency of the source transducers [27]. The duration between the emitted pulse from each source is such that the full waveguide transfer matrix is recorded in less than 10 ms. Consequently, at the ultrasonic scale, the medium can be considered constant during the acquisition and the data matrix  $X$  is formed by the acquisition sequence. Note that OAT has already been performed on these ultrasonic data using D-BF [28].

Figure 4 shows the first seven raypaths that correspond to the first seven arrivals we want to detect. To illustrate the results, 2D methods are first applied on data recorded in the receiver-frequency domain (for a single source), leading to a 2D DOA-TOA estimation space. The source considered is the one located at the center of the source array. The source is unique but the number of arrivals to detect remains equal to  $P$ . Figures 5 and 6 show the 2D BF, 2D Capon and MUSICAL results. Black crosses represent the theoretical arrivals calculated with a raypath model. The smoothing parameters are  $K_r = 5$  and  $K_f = 9$ .  $L = 10$  and  $\text{SNR}^C = 25$  dB. 2D BF (Figure 5) does not manage to separate the three first arrivals (around 7.71 s), and neither the 4th and 5th ones (around 7.75 s). 2D Capon (Figure 6-left) and MUSICAL (Figure 6-right) are similar, and although they do not manage to separate the three first arrivals, they do manage to separate the 4th and 5th.



**Figure 6** 2D methods (2D Capon and MUSICAL) on the experimental data. Black crosses represent the theoretical arrivals.

Let us consider the 3D estimators D-BF, D-Capon and D-MUSICAL. Figures 7, 8 and 9 represent, respectively the D-BF, D-Capon and D-MUSICAL results. Table 2 presents all of the values of parameters used by the D-Capon and D-MUSICAL estimators. The smoothing parameters are  $K_e = K_r = 5$  and  $K_f = 9$ . The estimation of  $L$  is realized as described in section “Diagonal loading and estimation of  $L$ ” (selection of the most significant eigenvalues with a threshold corresponding to 0.5% of the first eigenvalue) leading to  $L = 16$ . The smoothed cross-spectral spectral matrix is singular ( $K < N_s^e M_s^r F_s$ ), so a diagonal loading is necessary, and is performed with  $\text{SNR}_C = 30 \text{ dB}$ . Figure 10 shows the decreasing eigenvalue curve. D-BF (Figure 7) manages to separate the 4th and 5th arrivals, but not the first three. D-Capon (Figure 8) and D-MUSICAL (Figure 9) are similar, and they manage to separate all the arrivals. Note that the 2D BF and D-BF performances in term of arrival separation conform to the resolution performances shown in Iturbe et al. [13], which were calculated with theoretical values of observables.

Two conclusions can be drawn from these results:

1. As expected, the 3D estimation methods (D-BF, D-Capon and D-MUSICAL) have better performances than the 2D ones (2D BF, 2D Capon and MUSICAL), comparing for instance Figure 5 with Figure 7, or Figure 6 with Figures 8 and 9.

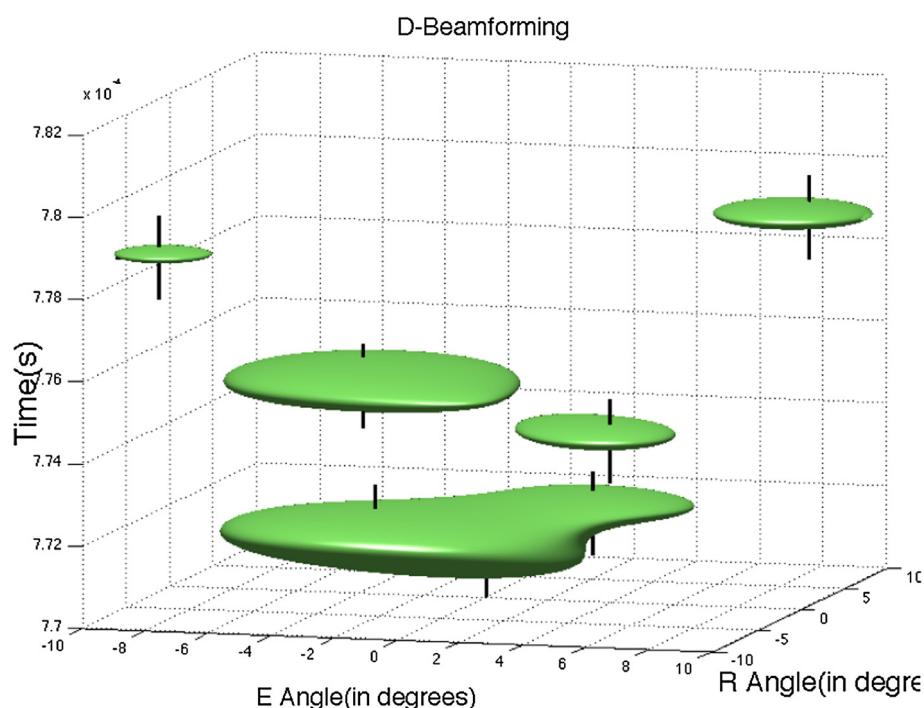
2. The adapted and high-resolution methods (i.e. Capon-like and MUSIC-like methods) have better performances than the conventional BF ones, comparing for instance Figure 5 with Figure 6, or Figure 7 with Figures 8 and 9.

A general conclusion is that D-MUSICAL and D-Capon have better detection performances than all of the existing 2D and 3D methods.

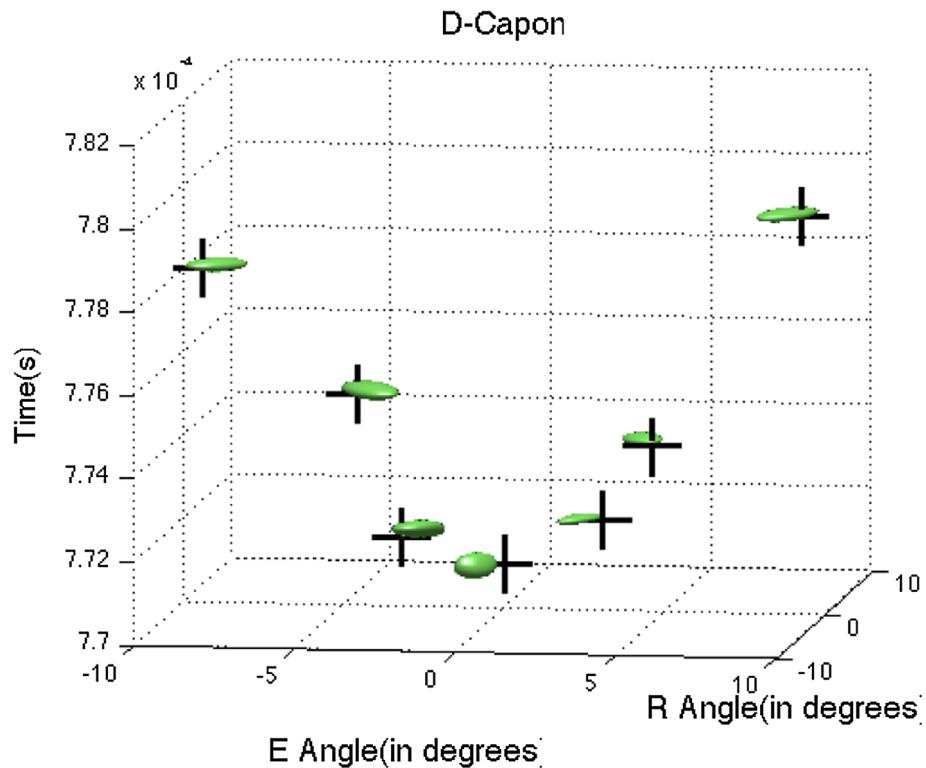
#### D-Capon and D-MUSICAL comparison

For a given signal, the D-Capon and D-MUSICAL results are determined by their two pre-processings: smoothing and diagonal loading for D-Capon, smoothing and choice of the signal and noise subspace sizes for D-MUSICAL. As we want to compare the performances, it is natural to take the same smoothing parameters  $K_e$ ,  $K_r$  and  $K_f$  for both of the methods. We first compare the results for  $L = K$  (the maximum possible rank of  $\hat{\mathbf{R}}$ ) and the largest possible value of  $\text{SNR}_C$ : 150 dB (up to this value, the platform does not manage to invert  $\hat{\mathbf{R}}$ ). Under these conditions, D-MUSICAL and D-Capon give very close results: considering  $D_M^{\text{norm}}$  and  $D_C^{\text{norm}}$  the normalized versions of D-MUSICAL and D-Capon, we have:

$$\frac{|D_M^{\text{norm}} - D_C^{\text{norm}}|}{D_M^{\text{norm}}} \simeq \frac{|D_M^{\text{norm}} - D_C^{\text{norm}}|}{D_C^{\text{norm}}} \simeq 0.3\% \quad (19)$$



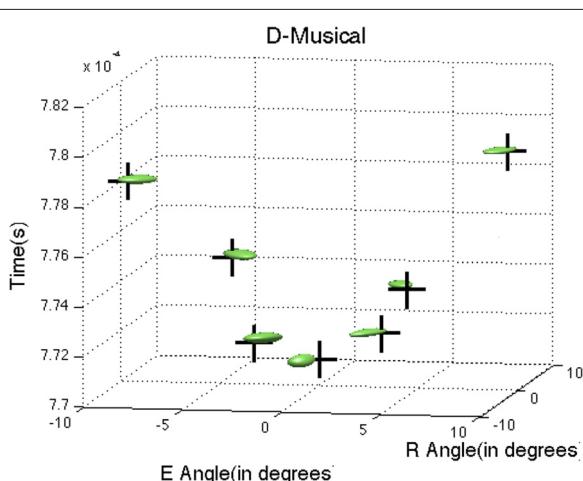
**Figure 7 Isosurface of D-BF.** Green surfaces are located at  $\max(\text{D-Capon})/2.8$ . Black crosses represent the theoretical arrivals.



**Figure 8 Isosurface of D-Capon.** Green surfaces are located at  $\max(\text{D-Capon})/3$ . Black crosses represent the theoretical arrivals.

This observation can be explained as follows. Under these conditions, the noise projector  $\Pi''$  is spanned by the  $B = N_e^s M_r^s F^s - K$  last null eigenvalues, and it can be shown that  $\hat{\mathbf{R}}^{C-1}$  is dominated by the  $\Pi''/\sigma^2$  term [9]. D-Capon thus converges on D-MUSICAL up to a multiplying factor  $(1/\sigma)$ .

To compare the performances for other values of  $L$  and  $\sigma$ , we focus on the first arrivals, and particularly on the two first arrivals, which are the hardest to detect (Figure 7). We introduce the contrast  $C$  to compare the performances. This is defined by the ratio between the amplitude of the weakest peak and the amplitude of the saddle point between the two arrivals. In the previous configuration ( $L = K$  and  $\text{SNR}^C = 150 \text{ dB}$ ), all of the arrivals are detected, but the two first arrivals have weak contrast ( $C = 1.16$  for both D-MUSICAL and D-Capon). The contrast between the two first arrivals increases for D-MUSICAL, from  $L = K$  to  $L = 16$  ( $C = 2.5$ ), and then decreases from  $L = 16$  to  $L = 7$ , and the two first arrivals are not detected any more for  $L < 7$ . The D-Capon results are similar: the contrast between the two first arrivals on D-Capon increases from  $\text{SNR}^C = 150$  to  $\text{SNR}^C = 29 \text{ dB}$  ( $C = 2$ ), then decreases from  $\text{SNR}^C = 29$  to  $\text{SNR}^C = 23 \text{ dB}$ , and the two first arrivals are not detected any more for  $\text{SNR}^C < 23 \text{ dB}$ . However, D-MUSICAL and D-Capon

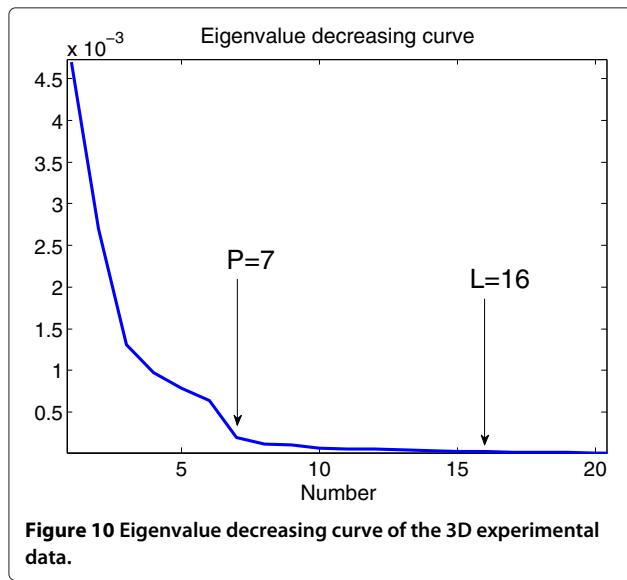


**Figure 9 Isosurface of D-MUSICAL.** Green surfaces are located at  $\max(\text{D-MUSICAL})/3$ . Black crosses represent the theoretical arrivals.

**Table 2 Values of the parameters for D-MUSICAL in the experimental data**

P	$N_e M_r F$	K	$N_e^s M_r^s F^s$	M	L	ProjS
7	1815	225	343	30	16	7956780

ProjS is the numerical size of the projection space DOD-DOA-TOA after sampling.



**Figure 10** Eigenvalue decreasing curve of the 3D experimental data.

are no longer quasi-equal for  $L < K$  and  $\text{SNR}^C < 150 \text{ dB}$ . This empirical experiment leads thus to the following conclusion: the detection performances for D-MUSICAL when  $L$  decreases are similar to those for D-Capon when  $\sigma$  increases.

To decide on the choice of the method, three remarks must be made:

1. the choice of  $L$  for D-MUSICAL is achieved by taking into account the eigenvalue decrease. On the contrary, we have no indication for the choice of  $\sigma$  in D-Capon;
2. the processing cost is lower for the inversion of  $\hat{\mathbf{R}}^C$  than for the EVD;
3. the projection step is faster for D-MUSICAL than for D-Capon, and the cost difference is generally large because  $L \ll N_e^s M_r^s F^s$ .

Points 1 and 3 give priority to D-MUSICAL, while point 2 gives priority to D-Capon. As the projection step (point 3) represents the most important part of the processing cost (depending on the projection domain), we generally choose D-MUSICAL to achieve the detection in real applications.

## Conclusion

In this study, the D-MUSICAL and D-Capon 3D detection and estimation methods have been proposed for arrival separation in an OAT context. Starting from the 3D recording space receiver-source-frequency, they estimate observables in the 3D estimation space DOA-DOD-TOA. D-MUSICAL and D-Capon extend the high-resolution MUSIC method and adaptive Capon method to the 3D configuration, respectively.

Smoothing issues linked to the OAT context and implementation issues have been discussed here. The methods have been validated on real data recorded in an ultrasonic tank. These methods have better detection performances than the 2D methods (2D BF, 2D Capon and MUSICAL) and than D-BF. We have also shown that D-Capon and D-MUSICAL finally give similar performances.

Future work will concern the estimation performances of these new methods and their use in OAT experiments. As OAT has already been achieved using D-BF to estimate the TOA [28], it will be particularly interesting to apply the tomography process with D-Capon and D-MUSICAL to estimate the TOA.

## Competing interests

The authors declare that they have no competing interests.

## Acknowledgements

This work was supported by the French ANR Agency (Grant ANR 2010 JCJC 030601).

## Author details

<sup>1</sup>Gipsa-Lab, BP 46, 11 Rue des Mathmatiques, 38402 Saint Martin d'Heres Cedex, France. <sup>2</sup>ISTerre, BP 53, 38041 Grenoble CEDEX 9, France.

Received: 17 February 2012 Accepted: 9 August 2012

Published: 30 August 2012

## References

1. W Munk, P Worcester, C Wunsch, *Ocean Acoustic Tomography*. (Cambridge, Cambridge university press, 1995)
2. H Krim, M Viber, Two decades of array signal processing research. *IEEE Signal Proc. Mag.* **67**-94 (1996)
3. G Turin, An introduction to matched filters. *IEEE Trans. Inf. Theory*. **6**(3), 311–329 (1960)
4. RC Spindel, An underwater acoustic pluse compression system. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Process.* **27**(6), 723–728 (1979)
5. TG Birdsall, K Metzger, MA Dzieciuch, Signals, signal processing, and general results. *J. Acoust. Soc. Am.* **96**(4), 2343–2352 (1994)
6. BD Van Veen, Beamforming: A versatile approach to spatial filtering. *IEEE ASSP Mag*, 4–24 (1988)
7. G Bienvenu, L Kopp, Adaptivity to background noise spatial coherence for high resolution passive methods. in *ICASSP*. (Denver, Co., USA, **5**, 1980) pp. 307–310
8. R Roy, T Kailath, ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Proc.* **37**(7), 984–995 (1989)
9. S Marcos, *Les mthodes à haute résolution*. (Paris, France, HERMES, 1998)
10. M-A Pallas, Identification active d'un canal de propagation à trajets multiples. Thèse de doctorat Institut National Polytechnique de Grenoble, 1988
11. P Gounon, S Bozinovski, High resolution spatio-temporal analysis by an active array. in *ICASSP*. (Detroit, MI , USA, **5**, 1995) pp. 3575–3578
12. P Roux, BD Cornuelle, WA Kuperman, WS Hodgkiss, The structure of ray-like arrivals in a shallow-water waveguide. *J. Acoust. Soc. Am.* **124**(6), 3430–3439 (2008)
13. I Iturbe, P Roux, B Nicolas, J Virieux, J Mars, Shallow-water acoustic tomography performed from a double-beamforming algorithm: simulation results. *IEEE J. Ocean. Eng.* **34**(2), 140–149 (2009)
14. RO Schmidt, Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE Trans. A Proc.* **34**(3), 276–280 (1986)
15. J Capon, High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis. *Proc. IEEE*. **57**(8), 1408–1418 (1969)
16. J He, MNS Swamy, M Omair Ahmad, Joint DOD and DOA estimation for MIMO array with velocity receive sensors. *IEEE Signal Proc. Lett.* **18**(7), 399–402 (2011)

17. M Siderius, H Song, P Gertoft, WS Hodkiss, P Hursky, C Harrison, Adaptive passive fathometer processing. *J. Acoust. Soc. Am.* **127**(4), 2193–2200 (2010)
18. ZS Liu, H Li, J Li, Efficient implementation of Capon and APES for spectral estimation. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* **34**, 1314–1319 (1998)
19. C Paulus, J Mars, Vector-Sensor array Processing for polarization parameters and DOA estimation. *EURASIP J. Adv. Sig. Proc.*, 1–13 (2010). Article ID 850265
20. JE Evans, JR Johnson, DF Sun, Application of advanced signal processing techniques to angle of arrival estimation in ATC navigation and surveillance systems. Technical report, MIT Lincoln Laboratory, 1982
21. T-J Shan, M Wax, T Kailath, On spatial smoothing for direction-of-arrival estimation of coherent signals. *IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Proc.* **33**(4), 806–811 (1985)
22. D Goncalves, P Gouyon, On sources covariance matrix singularities and high-resolution active wideband source localization. in *ICASSP*. (Seattle, WA, USA, 1998)
23. J Li, P Stoica, Z Wang, On robust Capon beamforming and diagonal loading. *IEEE Trans. Signal Proc.* **51**(7), 1702–1715 (2003)
24. S Holm, JF Synnevag, A Austeng, Capon Beamforming for active ultrasound imaging systems. in *Proc. IEEE, 13th DSP Workshop*, (2009)
25. I Ziskind, M Wax, Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection. *IEEE Trans. ASSP* **36**, 1553–1560 (1988)
26. G Le Touzé, B Nicolas, JI Mars, Double MUSIC Actif Large bande pour la tomographie sous-marine. in *GRETSL*. (Bordeaux, France, 2011)
27. P Roux, WA Kuperman, WS Hodgeskiss, HC Song, T Akal, A nonreciprocal implementation of time-reversal in the ocean. *J. Acoust. Soc. Am.* **116**, 1009–1015 (2004)
28. P Roux, I Iturbe, B Nicolas, J Virieux, JI Mars, Travel-time tomography in shallow water: Experimental demonstration at an ultrasonic scale. *J. Acoust. Soc. Am.* **130**(3), 1232–1241 (2011)

doi:10.1186/1687-6180-2012-187

**Cite this article as:** Le Touzé et al.: Double-Capon and double-MUSICL for arrival separation and observable estimation in an acoustic waveguide. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* 2012 **2012**:187.

**Submit your manuscript to a SpringerOpen® journal and benefit from:**

- Convenient online submission
- Rigorous peer review
- Immediate publication on acceptance
- Open access: articles freely available online
- High visibility within the field
- Retaining the copyright to your article

Submit your next manuscript at ► [springeropen.com](http://springeropen.com)



# Shallow-water acoustic tomography from angle measurements instead of travel-time measurements

Florian Aulanier, Barbara Nicolas, and Jérôme I. Mars

Unité Mixte de Recherche 5216 CNRS, Grenoble Institut National Polytechnique,  
Université Joseph Fourier, Université Stendhal, 11 Rue des Mathématiques,  
Grenoble Campus, BP46, F-38402 Saint Martin d'Hères Cedex, France  
*Florian.Aulanier@gipsa-lab.grenoble-inp.fr, Barbara.Nicolas@gipsa-lab.grenoble-inp.fr,*  
*Jerome.Mars@gipsa-lab.grenoble-inp.fr*

Philippe Roux and Romain Brossier

Institut des Sciences de la Terre, Université Joseph Fourier, CNRS Unité Mixte de  
Recherche 5275, 1381 Rue de la Piscine, Grenoble 38041, France  
*Philippe.Roux@obs.ujf-grenoble.fr, Romain.Brossier@ujf-grenoble.fr*

**Abstract:** For shallow-water waveguides and mid-frequency broadband acoustic signals, ocean acoustic tomography (OAT) is based on the multi-path aspect of wave propagation. Using arrays in emission and reception and advanced array processing, every acoustic arrival can be isolated and matched to an eigenray that is defined not only by its travel time but also by its launch and reception angles. Classically, OAT uses travel-time variations to retrieve sound-speed perturbations; this assumes very accurate source-to-receiver clock synchronization. This letter uses numerical simulations to demonstrate that launch-and-reception-angle tomography gives similar results to travel-time tomography without the same requirement for high-precision synchronization.

© 2013 Acoustical Society of America

PACS numbers: 43.30.Pc, 43.60.Fg, 43.60.Pt [DD]

Date Received: May 17, 2013 Date Accepted: August 19, 2013

## 1. Introduction

Munk and Wunsch introduced the concept of ocean acoustic tomography (OAT) in 1979, to perform large-scale ocean monitoring ([Munk and Wunsch, 1979](#)). Originally travel times were combined with the infinite-frequency ray approximation to invert sound-speed fluctuations from a set of point-to-point acoustic records ([Munk and Wunsch, 1979](#); [Howe \*et al.\*, 1987](#); [Jesus \*et al.\*, 2006](#)). Combining the information of all of the ray paths, it was then possible to retrieve maps of spatial sound-speed perturbations ([Cornuelle, 1985](#)).

However, OAT appeared limited by the interference between multiple arrivals that prevents the identification of each recorded echo with its ray path ([Rodriguez and Jesus, 2000](#)). Moreover, for finite frequency signals, ray theory was another physical limitation ([Williamson, 1991](#)) that led to the development of diffraction-based approaches ([Devaney, 1984](#); [Bowlin, 1991](#)). In particular, the concept of sensitivity kernels ([Marquering \*et al.\*, 1998](#); [Dahlen, 2004](#)) was applied to the context of ocean acoustics by [Skarsoulis and Cornuelle \(2004\)](#). Finally, an unavoidable concern of OAT has always been the practical difficulty associated with the requirement for perfect synchronization between the sets of sources and receivers at long ranges ([Spiesberger \*et al.\*, 1980](#)).

Recent studies have been designed to overcome some of these limitations. In particular, source and receiver arrays on each side of an oceanic waveguide have been used to identify the acoustic arrivals through (double) beamforming ([Roux \*et al.\*, 2008](#)). Indeed array processing allows the separation of wavefronts of different arrivals that would otherwise superimpose (and would thus be useless for tomographic purpose) in the point-to-point approach. As has been demonstrated in different studies ([Rodriguez](#)

and Jesus, 2000; Roux *et al.*, 2011), vertical arrays are no longer optional but are an actual requirement in shallow-water tomography. A recent study that dealt with source–receiver arrays at sea showed how to measure and correct for array tilt (Roux *et al.*, 2013). On the other hand, the price paid for perfect synchronization between the source–receiver arrays is clearly higher than with point-to-point recordings. Finally, it was demonstrated recently with tank data that shallow-water tomography performed with this methodology provides good results for local sound-speed, density, and even surface perturbations (Roux *et al.*, 2011; Marandet *et al.*, 2011; Sarkar *et al.*, 2012).

A consequence of the use of source–receiver arrays and double beamforming for tomographic inversion is the extraction of the new observables: The launch and reception angles of every acoustic beam between the arrays. One way to perform OAT would then be to use the variations of these angles instead of those of the travel times.

In a recent paper study, we developed the sensitivity kernel formalism to be used as a forward model with the launch and reception angles as the observables (Aulanier *et al.*, 2013). The present study goes one step further, with the combination of the angle data from a numerical experiment and their corresponding sensitivity kernels, to produce the range and depth inversion of a local sound-speed perturbation. The comparison made with classical travel-time tomography using the same data leads to similar results. In this perspective, angles just appear as an alternative that has the same spatial sampling requirements as travel times for tomography inversion. However, we demonstrate that the main advantage of tomography based on launch and reception angles is that it can be performed without accurate clock synchronization between the two arrays (although synchronization between each of the transducers within each array is still required).

This letter is organized as follows. Section 2 describes the sensitivity kernel approach and the inversion method that is used to infer sound-speed perturbations from the angles and the travel-time measurements. Section 3 shows the inversion results obtained with the angles and the travel-times as the observables of the acoustic tomography. The letter concludes with new opportunities for OAT.

## 2. Forward problem and inversion method

This study deals with shallow-water waveguides of 1 km to a few kilometers in range, and 10–100 m in depth, and with broadband acoustic signals that have a central frequency in the kilohertz range. In this configuration, the received wavefield has multiply reflected wavefronts after propagation through the waveguide (Roux *et al.*, 2008; Roux *et al.*, 2011). In this context, the use of a waveguide with a source array at one end and a receiver array at the other combined with signal processing makes it possible to: (1) Measure the signal maximum for each acoustic arrival in terms of its travel time ( $\tau$ ) and reception ( $\Theta_r$ ) and launch ( $\Theta_e$ ) angles; and (2) associate these observables with the corresponding multi-reflected acoustic beam in the waveguide (Roux *et al.*, 2008; Nicolas *et al.*, 2008).

When the source–receiver arrays are spread over the whole water column, as in Fig. 1(a), the use of aperture-limited subarrays allows the identification of up to 2200 acoustic beams that cover the whole waveguide in range and depth (see Sec. 3 for details). From the time-angle fluctuations measured between a reference (unperturbed) waveguide and a waveguide with a local perturbation  $\delta c$ , the suggested tomography method requires two main steps:

- (1) The formulation of the forward problem, which consists of a linear relationship between the sound-speed perturbation ( $\delta c$ ) and the time-angle fluctuations ( $\delta\tau$ ,  $\delta\Theta_r$ ,  $\delta\Theta_e$ ) through the time-angle sensitivity kernels (Aulanier *et al.*, 2013).
- (2) The solution of the inverse problem, which is based on a Bayesian approach that uses the measurements of the time and/or angle fluctuations and the time sensitivity kernels and/or the angle sensitivity kernels to retrieve the sound-speed perturbation in the waveguide.

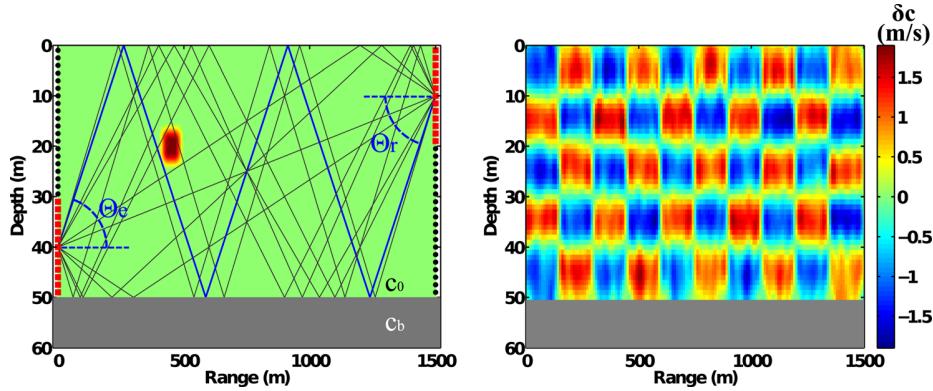


Fig. 1. (Color online) (a) Schematic of the Pekeris waveguide with a set of eigenray paths associated to one pair of source–receiver subarrays (squares) selected among the full vertical arrays (dots). The reception ( $\Theta_r$ ) and launch ( $\Theta_e$ ) angles are represented for one multi-reflected path (bold line). The 0.3 m/s sound-speed perturbation is spread over 100 m in range and 10 m in depth. (b) The checkerboard test was performed with the DOA-SK and the DOD-SK. The original checkerboard amplitude was  $\pm 1$  m/s. The model *a priori* was Gaussian with correlation lengths of 20 m in range and 5 m in depth. The sound speed of the unperturbed waveguide was  $c_0 = 1500$  m/s in the water column and  $c_b = 1800$  m/s in the bottom.

Focusing on one single beam, the travel-time and angle variations can be measured when a sound-speed perturbation occurs in the waveguide. Considering two states with uniform sound-speed  $c_0$  (unperturbed waveguide) and  $c_0 + \delta c$  (waveguide with a small local perturbation), a succession of first-order approximations yields the linear dependence between the sound-speed perturbation ( $\delta c$ ) and the observable variations ( $\delta\tau$ ,  $\delta\Theta_r$ ,  $\delta\Theta_e$ ) through the time-angle sensitivity kernels (Aulanier et al., 2011, Aulanier et al., 2013)

$$\begin{pmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{pmatrix} \simeq \iiint_V \begin{pmatrix} K_{TT}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, r') \\ K_{DOA}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, r') \\ K_{DOD}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, r') \end{pmatrix} \delta c(r') dV(r'). \quad (1)$$

In Eq. (1),  $K_{TT}$ ,  $K_{DOA}$  and  $K_{DOD}$  are, respectively, the sensitivity kernels of the travel-time (TT-SK), the direction of arrival (DOA-SK), and the direction of departure (DOD-SK) of the acoustic beam that is defined by  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , and  $dV$  is an elementary volume in the waveguide. A representation of the TT-SK, DOA-SK, and DOD-SK is shown in Fig. 2 for one acoustic beam. Note that these sensitivity kernels

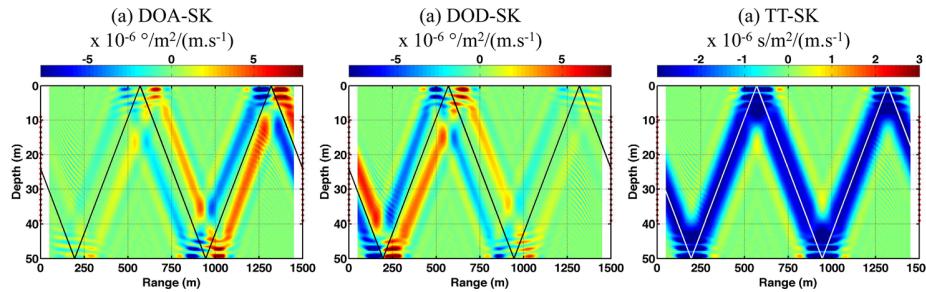


Fig. 2. (Color online) (a) DOA-SK, (b) DOD-SK, and (c) TT-SK associated with one eigenray path with two reflections at the bottom and two reflections at the surface. These sensitivity kernels were computed with a 2-D parabolic equation simulation. The sensitivity kernel amplitudes are relative to a sound-speed change of 1 m/s for a 1-m<sup>2</sup> elementary surface in the waveguide.

were computed from a two-dimensional (2-D) parabolic-equation code (see Sec. 3 for details) for which the elementary volume  $dV$  simplifies into an elementary area  $dS$  in the waveguide. The sensitivity kernel patterns can be seen as the waveguide sensitivity maps with respect to the travel time and the angle observables associated with one multi-reflected arrival. They clearly differ from one another with each pattern representing the particular observable variations for a local sound-speed perturbation in the waveguide.

In the following, this linearized version of the forward problem is used for acoustic inversion. TT-SK, DOA-SK, and DOD-SK can be used together or independently in the inversion process. The maximum-*a posteriori* (MAP) estimation scheme (Tarantola, 2005; Iturbe *et al.*, 2009; Roux *et al.*, 2011) was implemented to retrieve sound-speed perturbation maps from measurements of travel-time and angle variations. The MAP estimation scheme allows the introduction of *a priori* knowledge of the data misfit and medium parameters. The data misfit *a priori* is taken as being statistically Gaussian and centered. For the sake of simplicity, the data misfit of every beam observables is considered as independent from one another; i.e., the data covariance matrix ( $C_d$ ) is diagonal. Such an approximation is actually incorrect, although it serves a regularization purpose in the inversion process. The model covariance matrix ( $C_m$ ) is set in such a way that the sound-speed perturbations are spatially correlated in the medium. According to the diffraction-limited spatial resolution of the source–receiver arrays in the waveguide, the correlation lengths in the range (lr) and depth (lz) can be adjusted with the checkerboard test, which gives the optimal result in the least-mean-square sense [Fig. 1(b)].

Under all these assumptions, the MAP can be expressed as

$$\widehat{m_{MAP}} = m_0 + (G^{-1} C_d^{-1} G + \lambda C_m^{-1})^{-1} G^{-1} C_d^{-1} (d - Gm_0), \quad (2)$$

where  $\widehat{m_{MAP}}$  are the voxels of the estimated sound-speed perturbation,  $G$  is the sensitivity kernel matrix multiplied by the size of the voxels,  $d$  is the vector of the observable variations, and  $\lambda$  is the scalar coefficient introduced to set the weight of the model-versus-data *a priori* during the inversion process, as classically done with the L-curve method (Hansen, 1992; Hansen and O’Leary, 1993). The *a priori* model is  $m_0 = 0$ , which means that no spatial *a priori* variations are assumed. The last part of this paper deals with the inversion results that compare the angle tomography to travel-time tomography on a numerical dataset.

### 3. Angle-based acoustic tomography: Numerical validation

A 2-D Padé high-angle parabolic equation code (Collins, 1993) was used to compute the wave propagation in a 1500-m long, 50-m deep Pekeris waveguide without and with a sound-speed perturbation of 0.3 m/s, centered at 450 m in range and 20 m in depth [Fig. 1(a)]. The shape of the perturbation was a 2-D Tukey window of size 100 m (range)  $\times$  10 m (depth). The acoustic recordings were performed between two 97-element vertical arrays that covered the whole water column, with an element spacing of 0.5 m. The signal sent by every source to every receiver was a short pulse centered at 2.5 kHz, with a 1.25-kHz bandwidth. From these point-to-point recordings, double beamforming (Roux *et al.*, 2008) was applied on 20-m-aperture source–receiver subarrays (with amplitude shading), to extract a total of 2200 acoustic arrivals that correspond to a large set of multi-reflected acoustic beams with 2–12 reflections on the waveguide interfaces, recorded with 100 pairs of the source–receiver subarray. Eigenrays corresponding to one pair of source–receiver subarrays are shown in Fig. 1(a). For every acoustic arrival, the travel-time and angle variations were measured between the unperturbed and the perturbed waveguide from the parabolic equation computations at a precision of  $10^{-6}$  s in time and  $10^{-3}$  degrees in angle in the absence of noise or surface fluctuations. This corresponds to  $<1\%$  of the central period of the signal, and to  $<1\%$  of the size of the beam diffraction pattern in this optimal case. The

2200 corresponding TT-SKs, DOA-SKs, and DOD-SKs were also computed on a grid of  $76 \times 26 = 1976$  pixels, with a resolution of 20 m in range and 2 m in depth.

The correlation lengths associated with the model *a priori* were set to  $l_r = 20$  m in range, and  $l_z = 5$  m in depth. Using *a priori* information obtained from the parabolic equation computations, the data-misfit standard deviation was set to 4.5% of the signal period (0.4 ms) for the travel-time and 2.5% of the main beamforming lobe ( $3^\circ$ ) for the launch and reception angles. To analyze the spatial resolution of the DOA-SK and DOD-SK models, a checkerboard of  $\pm 1$  m/s sound-speed perturbations was generated to induce DOA and DOD variations, which were then inverted using the MAP technique described in the preceding text [Fig. 1(b)]. As expected from the vertical array geometry, the resolution in depth is better than that in range. The resolution is uniform within the waveguide except close to the interfaces.

Figure 3 shows a comparison of the tomography results performed with the angles and with the travel-time data. In both cases, the shape and location of the sound-speed perturbation is correctly imaged. More quantitatively, the sound-speed perturbation is estimated at 0.28 m/s in the case of travel time and 0.29 m/s in the case of angles, for a ground truth of 0.3 m/s. The average background noise level is also very similar, with 7.6e-3 m/s for the travel-time tomography and 5.75e-3 m/s for the angle tomography. Note also the presence of similar artifacts with positive and negative patches around the perturbation.

#### 4. Discussion

In the context of a shallow-water oceanic waveguide, the angle variations of the acoustic beams have been used as observables to invert for the sound-speed perturbations in the same way as the travel time. The angle tomography results are similar to those of the travel-time tomography in terms of the spatial resolution and background noise. At the same time, the use of angles instead of time offers the possibility to avoid the challenge of source-receiver synchronization. Indeed, classical shallow-water tomography requires highly accurate source-to-receiver synchronization that always represents a technical challenge in practice. For example, the optimal synchronization would imply the sharing of the same clock by the sources and receivers, which means that these all need to be wired together. This is impossible, of course, as soon as source-receiver distances exceed a few kilometers. In this case, we are forced to use two independent acquisition systems for the sources and receivers, which are most of the time combined with a multiplexer to switch between the set of sources or receivers on each side. As two clocks can never be exactly the same, this tiny difference results in a small drift between the

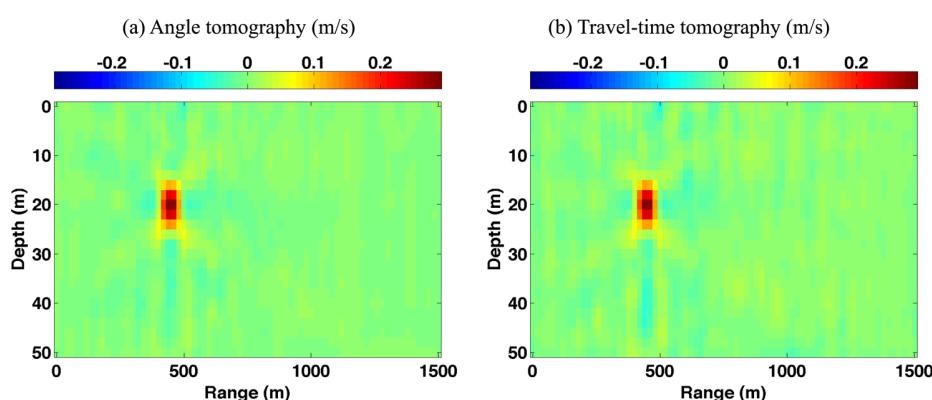


Fig. 3. (Color online) Tomography results obtained with (a) angle variations and (b) travel-time variations. The data consist of 2200 acoustic arrivals [rays with 2–12 reflections at the interfaces (22 rays) recorded by 100 pairs of 20-m-apart source–receiver subarrays]. The model is made up of 1976 pixels.

timing of the two systems. We classically get around this problem by triggering the acquisitions to a GPS clock, for example, on a minute basis. However, even a  $10^{-6}$  relative match of the clocks implies a 15% phase shift that is not negligible at 2.5 kHz after 1 min. Triggering to GPS over less than 1 min is also feasible, but this might then interact with the acoustic acquisition procedure between the set of sources and receivers. Finally, another solution is to record the GPS counts on the two systems and match them in post-processing, but this means the loss of two channels, one for the source and one for the receiver. Instead angle tomography only assumes separate synchronization on each of the source and receiver arrays to beamform the acoustic data with the angles measurement independent of the source-to-receiver synchronicity (Roux, 2013).

Actually, the main inconvenience of the angle-based tomography is the use of highly populated arrays to sample the incident field. However, even travel-time tomography in shallow water requires the separation of the arrival times of the multipath echoes; this requires array processing. In practice, the coverage of the full water column is obviously problematic, although partial coverage is perfectly viable with acoustic tomography goals on a limited set of eigenbeams, which eventually results in a degraded spatial resolution in range/depth. In the present letter, the choice of the full water column coverage was dictated by the objective of the optimal spatial resolution for the tomography inversion (Fig. 3).

Finally, some classical limitations in ocean tomography (bottom roughness and surface dynamic perturbations) might also degrade the quality of the inversion. Further experimental tests on small-scale tank data and under at-sea configurations are needed to confirm the advantages of angle OAT in an operational context to move toward new perspectives in ocean imaging.

### Acknowledgments

The authors would like to thank Jit Sarkar for sharing his implementation of the parabolic equation code and Emmanuel Skarsoulis and Bruce D. Cornuelle for helpful comments.

### References and links

- Aulanier, F., Nicolas, B., Roux, P., and Mars, J. I. (2011). "Direction-of-arrival, direction-of-departure and travel-time sensitivity kernels obtained through double beamforming in shallow water," in *UAM Proceedings 2011*, pp. 453–460.
- Aulanier, F., Nicolas, B., Roux, P., and Mars, J. I. (2013). "Time-angle sensitivity kernels for sound-speed perturbations in a shallow ocean," *J. Acoust. Soc. Am.* **134**(1), 88–96.
- Bowlin, J. (1991). "Generating eigenray tubes from two solutions of the wave equation," *J. Acoust. Soc. Am.* **89**(6), 2663–2669.
- Collins, M. D. (1993). "A split-step Padé solution for the parabolic equation method," *J. Acoust. Soc. Am.* **93**, 1736–1742.
- Cornuelle, B. D. (1985). "Simulations of acoustic tomography array performance with untracked or drifting sources and receivers," *J. Geophys. Res.* **90**(3), 9079–9088, doi:10.1029/JC090iC05p09079.
- Dahlen, F. A. (2004). "Resolution limit of travelttime tomography," *Geophys. J. Int.* **157**(1), 315–331.
- Devaney, A. J. (1984). "Geophysical diffraction tomography," *IEEE Trans. Geosci. Remote Sens.* **22**(1), 3–13.
- Hansen, P. (1992). "Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve," *SIAM Rev.* **34**(4), 561–580.
- Hansen, P., and O'Leary, D. (1993). "The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems," *SIAM J. Sci. Comput.* **14**(6), 1487–1503.
- Howe, B. M., Worcester, P., and Spindel, R. (1987). "Ocean acoustic tomography: Mesoscale velocity," *J. Geophys. Res.* **92**, 3785–3805, doi:10.1029/JC092iC04p03785.
- Iturbe, I., Roux, P., Nicolas, B., Virieux, J., and Mars, J. I. (2009). "Shallow-water acoustic tomography performed from a double-beamforming algorithm: Simulation results," *IEEE J. Ocean. Eng.* **34**(2), 140–149.
- Jesus, S. M., Soares, C., Coelho, E., and Picco, P. (2006). "An experimental demonstration of blind ocean acoustic tomography," *J. Acoust. Soc. Am.* **119**(3), 1420–1431.
- Marandet, C., Roux, P., Nicolas, B., and Mars, J. I. (2011). "Target detection and localization in shallow water: An experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale," *J. Acoust. Soc. Am.* **129**(1), 85–97.

- Marquering, H., Nolet, G., and Dahlen, F. A. (1998). "Three-dimensional waveform sensitivity kernels," *Geophys. J. Int.* **132**(3), 521–534.
- Munk, W., and Wunsch, C. (1979). "Ocean acoustic tomography: A scheme for large scale monitoring," *Deep-Sea Res., Part A* **26**(2), 123–161.
- Nicolas, B., Iturbe, I., Roux, P., and Mars, J. I. (2008). "Double formation de voies pour la séparation et l'identification d'ondes: Applications en contexte fortement bruité et à la campagne FAF03" ("Double-beamforming for wave separation and identification: Applications in high-noise level context and on FAF03 at-sea experiment data"), *TS. Trait. Signal* **25**(4), 293–304.
- Rodriguez, O., and Jesus, S. (2000). "Physical limitations of travel-time-based shallow water tomography," *J. Acoust. Soc. Am.* **108**, 6, 2816–2822.
- Roux, P. (2013). "Acoustical tomography in the shallow water ocean: Dream or reality?" *J. Acoust. Soc. Am.* **133**, 30407–30416.
- Roux, P., Cornuelle, B. D., Kuperman, W. A., and Hodgkiss, W. S. (2008). "The structure of raylike arrivals in a shallow-water waveguide," *J. Acoust. Soc. Am.* **124**(6), 3430–3439.
- Roux, P., Iturbe, I., Nicolas, B., Virieux, J., and Mars, J. I. (2011). "Travel-time tomography in shallow water: Experimental demonstration at an ultrasonic scale," *J. Acoust. Soc. Am.* **130**(3), 1232–1241.
- Roux, P., Kuperman, W. A., Cornuelle, B. D., Aulanier, F., Hodgkiss, W. S., and Song, H. C. (2013). "Analyzing sound speed fluctuations in shallow water from group-velocity versus phase-velocity data representation," *J. Acoust. Soc. Am.* **133**, 1945–1952.
- Sarkar, J., Marandet, C., Roux, P., Walker, S., Cornuelle, B. D., and Kuperman, W. A. (2012). "Sensitivity kernel for surface scattering in a waveguide," *J. Acoust. Soc. Am.* **131**(1), 111–119.
- Skarsoulis, E. K., and Cornuelle, B. D. (2004). "Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography," *J. Acous. Soc. Am.* **116**(1), 228–238.
- Spiesberger, J., Spindel, R., and Metzger, K. (1980). "Stability and identification of ocean acoustic multipaths," *J. Acoust. Soc. Am.* **67**, 2011–2017.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation* (Elsevier Science, New York), p. 342.
- Williamson, P. R. (1991). "A guide to the limits of resolution imposed by scattering in ray tomography," *Geophysics* **56**(2), 202–207.



# Inverting for a deterministic surface gravity wave using the sensitivity-kernel approach

Philippe Roux<sup>a)</sup>

*Institut des Sciences de la Terre, Université Joseph Fourier and Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Grenoble, France*

Barbara Nicolas

*Laboratoire Grenoble Images Parole Signal Automatique, Institut Polytechnique de Grenoble and Centre National de la Recherche Scientifique (CNRS), Grenoble, France*

(Received 13 November 2013; revised 10 February 2014; accepted 13 February 2014)

The dynamic imaging of a deterministic gravity wave propagating at an air–water interface requires continuous sampling of every point at this interface. This sampling can be done acoustically using waves that propagate in the water column but have specular reflection points that fully scan the air–water interface. This study aims to perform this complex task experimentally, with identical ultrasonic source and receiver arrays that face each other in a 1-m-long, 5-cm-deep fluid waveguide, and with frequencies in the MHz range. The waveguide transfer matrix is recorded 100 times per second between the source–receiver arrays, while a gravity wave is generated at the air–water interface. Through the beamforming process, a large set of acoustic multi-reverberated beams are isolated and identified that interact with the air–water interface. The travel-time and amplitude modulations of each eigenbeam are measured when the surface gravity wave travels through the source–receiver plane. Linear inversion of the travel-time and amplitude perturbations is performed from a few thousand eigenbeams using diffraction-based sensitivity kernels. Inversion results using travel-times, amplitudes, or these two observables together, lead to accurate spatial–temporal patterns of the surface deformation. The advantages and limitations of the method are discussed. © 2014 Acoustical Society of America.

[<http://dx.doi.org/10.1121/1.4867374>]

PACS number(s): 43.30.Pc, 43.30.Hw, 43.60.Fg, 43.60.Pt [KGS]

Pages: 1789–1799

## I. INTRODUCTION

A series of recent studies have dealt with the deterministic forward scatter of an acoustic wave on a traveling surface gravity wave (Deane *et al.*, 2012; Walstead and Deane, 2013). These studies were motivated by the impact of surface scattering on underwater acoustics applications, such as communication systems or sonar in shallow waters (Preisig and Deane, 2004). In the past, considerable attention has been paid to surface scattering using a statistical treatment of the surface. A large set of theoretical, numerical, and experimental studies have led to the calculation or measurement of coherent reflection coefficients or roughness-induced loss through probabilistic analysis of random surfaces (Ogilvy, 1987; Thorsos, 1988; Thorsos and Jackson, 1989; Dahl, 2004). The new trend in surface scattering is to predict and invert for a deterministic gravity wave, taking advantage of the sensitivity of the amplitude and phase modulation of the incident acoustic wave to the local elevation and curvature of the surface near to the specular reflection points (Tindle and Deane, 2005; Deane *et al.*, 2012). In particular, inverting for the surface deformation from repetitive measurements has been demonstrated using: (1) point-to-point experimental data collected in a water tank; (2) a model of the scattered

field based on time-domain Kirchhoff theory; and (3) an inversion approach built on standard maximum likelihood estimations (Walstead and Deane, 2013). The spatial resolution of the inversion was bounded by the outer length scale that was defined by the extent of the Fresnel zone of the acoustic wave at the surface and by the inner length scale associated with the acoustic wavelength.

Following the same methodology, the acoustic inversion of a deterministic gravity wave traveling at an air–water interface is revisited in the present study, with a few more ingredients used. From the experimental point of view, a vertical source and a vertical receiver array are used instead of one single source and receiver, and these are positioned in a multi-reverberated acoustic waveguide (Roux *et al.*, 2011; Marandet *et al.*, 2011). The use of many source–receiver pairs multiplies the number of specular reflection points, which allows for better sampling of the air–water interface. Moreover, the multi-path propagation in the waveguide also contributes to improved surface sampling, as each eigenray that bounces several times at the surface naturally increases its sensitivity to any surface deformation (Sarkar *et al.*, 2012).

Regarding forward modeling, the present study proposes to use a sensitivity-kernel (SK) approach instead of computation of the total scattered field. Over the last 20 years, SK physics was developed first in geophysics (Woodward, 1988; Marquering *et al.*, 1988; Dahlen and Baig, 2002;

<sup>a)</sup>Author to whom correspondence should be addressed. Electronic mail: philippe.roux@ujf-grenoble.fr

Dahlen, 2004) and then more recently in acoustics (Skaroulis and Cornuelle, 2004), as a perturbation approach that linearly relates a change in the wavefield between a source and a receiver to a local perturbation in the medium properties. On the assumption that the wavefield perturbation satisfies the first-order Born approximation, the SK was experimentally demonstrated to be a solution of the forward scattering problem for changes at the surface or in the volume (Sarkar *et al.*, 2012; Roux *et al.*, 2013b). The SK has also been used to perform inversions, such as for travel-time tomography (Roux *et al.*, 2011) and target localization (Marandet *et al.*, 2011) in a multipath waveguide configuration, with the experimental data recorded at the ultrasonic scale. Compared to the computation of the complete scattered field, SK physics looks only at the change in the pressure field at the time of the unperturbed field; i.e., the deterministic perturbation of the coherent field. In the case of multipath propagation, this requires every acoustic arrival to be isolated one from another to avoid multi-arrival interference effects mixing in with local perturbations. The separation and identification of the echo arrivals are made possible through the use of the beamforming process, applied simultaneously to the source-receiver arrays. The double beamforming (DBF) process projects the collection of the point-to-point recordings among the arrays onto a set of isolated eigenbeams that are each defined by their launch and arrival angles, and travel-times (Roux *et al.*, 2008, 2013a; Iturbe *et al.*, 2009). Each eigenbeam is also matched to a geometrical ray path in the waveguide that provides the number and location of the specular reflection points at the interface (Bowlin, 1991).

Finally, through the use of SK physics, the inverse problem deals with a differential approach, where only the perturbations of the observables (the travel-time and amplitude of each eigenbeam) with respect to the unperturbed field are inverted. The problem then becomes linear, which makes it easier to solve using classical techniques like the maximum *a posteriori* (MAP) estimation scheme (Tarantola, 2005). The linear formulation helps in the combining of the observables for all of the eigenbeams, with the possibility to propose a joint inversion problem where both the travel-times and amplitudes are simultaneously inverted. The differential approach also releases the constraint on the forward model geometry, which makes it robust to uncertainties in the waveguide physical parameters (Tromp *et al.*, 2005).

This report is organized as follows. Section II deals with the experimental configuration at the laboratory scale. The acoustic data are collected between the source-receiver arrays with high repetition rates as a surface gravity wave travels at the air-water interface, and these data are then back-projected in the beam space through DBF. The travel-time and amplitude modulations of an eigenbeam are then analyzed for two different amplitudes of the gravity wave. In Sec. III, the forward problem is presented using the SK approach, based on recent publications on the subject. From the computation of the surface SK for both the travel-times and amplitudes, a linear inversion problem is formulated. The inversion results are obtained individually for the travel-time and amplitude modulations, and also for joint inversion

that combines these two observables. Finally, Sec. IV concludes by discussing the advantages and limitations of the present methodology. Future investigations with experimental data are suggested.

## II. EXPERIMENTAL CONFIGURATION AND DATA ANALYSIS

Identical source and receiver arrays face each other in a waveguide at a distance apart ( $L$ ) of 1 m (Fig. 1). The waveguide depth ( $D$ ) is 55 mm. The bottom of the waveguide is a steel bar that provides a strong reflection coefficient at this interface. Each element of each array is centered at a frequency ( $F$ ) of 1 MHz, with a 75% bandwidth. The element size is 0.75 mm along the z-dimension, and 12 mm along the y-dimension. The purpose of this shape is to optimize the power transmitted by each element, through the collimating of the acoustic beam in the x-z plane (Fig. 1), while avoiding side echoes from the tank walls.

A computer-controlled dynamic shaker is connected to a 20-cm-long, 2-cm-diameter Plexiglas cylinder that is half immersed on the side of the acoustic waveguide, as shown in Fig. 1. The signal that is sent to the shaker is a Gaussian pulse that is centered at 3.5 Hz, with a 75% bandwidth, and which generates impulsive gravity waves at the air–water interface. The cylinder axis is horizontal and tilted with respect to the source-to-receiver array axis, in such a way that the gravity wave crosses the acoustic waveguide in a few seconds. The maximum wave height is on the order of 1 mm, and it is controlled by the amplitude of the signal sent to the shaker. Unfortunately, no independent measurements of the surface displacement were possible at the time of the experiment. However, as the gravity wave wavelength  $\Lambda$  (of a few centimeters) was much greater than the acoustic wavelength  $\lambda$  ( $\sim 1.5$  mm), the surface-reflected acoustic waves should be sensitive to details in the gravity wave at spatial scales much smaller than  $\Lambda$ . Finally, note that the surface waves in the water tank are capillary-gravity waves on a scale with the ultrasonic wavelength in the same way that the gravity-wave wavelength scales in the sea with acoustic wavelengths in the kHz range.

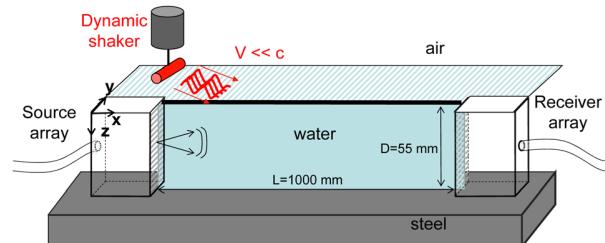


FIG. 1. (Color online) Schematic of the experimental set-up. Vertical 64-element source and receiver arrays face each other in a 1-m-long, 55-mm-deep water waveguide. The waveguide dimensions are large compared to the 1.5 mm wavelength of the ultrasonic wave. The bottom is made of steel, which allows for perfect reflection at this interface. A computer-controlled dynamic shaker is attached to a Plexiglas cylinder placed at the air–water interface on the side of the waveguide. This device generates impulsive gravity waves that travel from the air–water interface and cross the source–receiver axis in a few seconds.

The ultrasonic signal transmitted by the piezo-transducers is a broadband pulse ( $T_0$ ) of  $1\ \mu\text{s}$  at the central frequency of the transducer. For an acoustic-source depth close to the middle of the waveguide, Fig. 2(b) shows the spatial-temporal dispersion of the incident wave due to multiple reverberations on the water-air and water-bottom interfaces. As expected, several acoustic wavefronts that reflect from the waveguide boundaries are clearly observed [Fig. 2(a)]. The acquisition sequence consists of recording the whole transfer matrix between each source and each receiver in the time domain. A rapid way to perform this acquisition is to proceed through a round-robin sequence, during which each source successively emits a broadband pulse. The duration between the emitted pulse from each source is chosen to be no longer than the maximum dispersion time in the waveguide ( $\sim 100\ \mu\text{s}$ ), which provides the full waveguide transfer matrix every  $10\ \text{ms}$ . This repetition rate of  $100\ \text{Hz}$  is much greater than the central frequency of the gravity wave ( $3.5\ \text{Hz}$ ), which ensures that no aliasing will perturb the temporal analysis of the repeated acoustic acquisitions.

Figure 3 shows the time evolution of the point-to-point signal between one source and one receiver during the 500 successive snapshots recorded in  $5\ \text{s}$  as the gravity wave crosses the waveguide. As expected, the direct and bottom reflected echoes do not suffer from the surface change. However, both time and amplitude fluctuations are clearly visible on the multi-reverberated echoes, with stronger effects for later arrivals that correspond to larger grazing angles [Figs. 3(b) and 3(c)]. While the time fluctuations are easy to understand through the local elevation of the surface, the amplitude intensifications are more complex and are

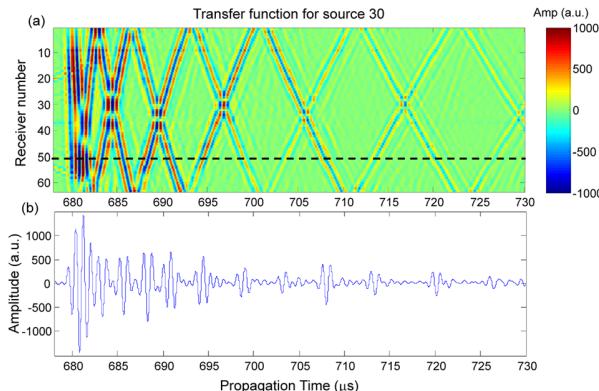


FIG. 2. (Color online) (a) Spatial-temporal representation of the dispersed wavefield recorded at the receiver array in response to a  $1\text{-}\mu\text{s}$  pulse emitted by transducer 30, close to the middle of the waveguide. The x axis is the propagation time, at  $c = 1473\ \text{m/s}$  for a  $1\text{-m}$  propagation distance. The y axis refers to the element number between 1 and 64 (ranging from 0 to  $55\ \text{mm}$ ). The color-bar amplitude refers to the indicated 12-bit digitization (between  $-2047$  and  $2048$ ). A weak signal is visible around elements 20 and 55 before the direct path that is a left-over of the transmission from element 29 in the round-robin sequence. Note finally that the direct wavefront at  $t = 680\ \mu\text{s}$  is not perfectly vertical, which is a characteristic of the slight array tilt of the receiver array. (b) Time-domain signal received on receiver 51, close to the bottom of the waveguide [dashed black line in (a)]. The geometrical dispersion in the waveguide generates an average of 15 multi-reverberated echoes.

related to the geometrical properties of the surface deformation (such as the local curvature near specular reflection points) that locally behaves as an acoustic lens, to create cusps and caustics in the reflected field (Tindle and Deane, 2005).

As seen in Fig. 3(a), the sensitivity of every surface-bounced echo to the crossing of the gravity wave is the main ingredient of the inversion problem that is solved in the present study. However, as some arrivals can overlap at the receiver, which depends on the source-receiver geometry, measurement of the time and amplitude fluctuations should be carried out after each arrival contribution has been identified and separated from the complete wavefield.

This signal processing can be achieved with beamforming, using both the source and receiver arrays. When the data is satisfactorily described by ray approximation (high-frequency, large bandwidth), the DBF process isolates the individual eigenbeams in the multipath waveguide propagation (Roux *et al.*, 2008). The added value of DBF is the separation of the effects of the local surface changes on each eigenbeam amplitude and phase, thus providing identification and signal-to-noise ratio advantages. DBF consists of projecting the wavefield  $P(\vec{r}_r, \vec{r}_s; t)$  over the eigenbeams of the waveguide through their launch and arrival angles  $(\theta_s, \theta_r)$ ,

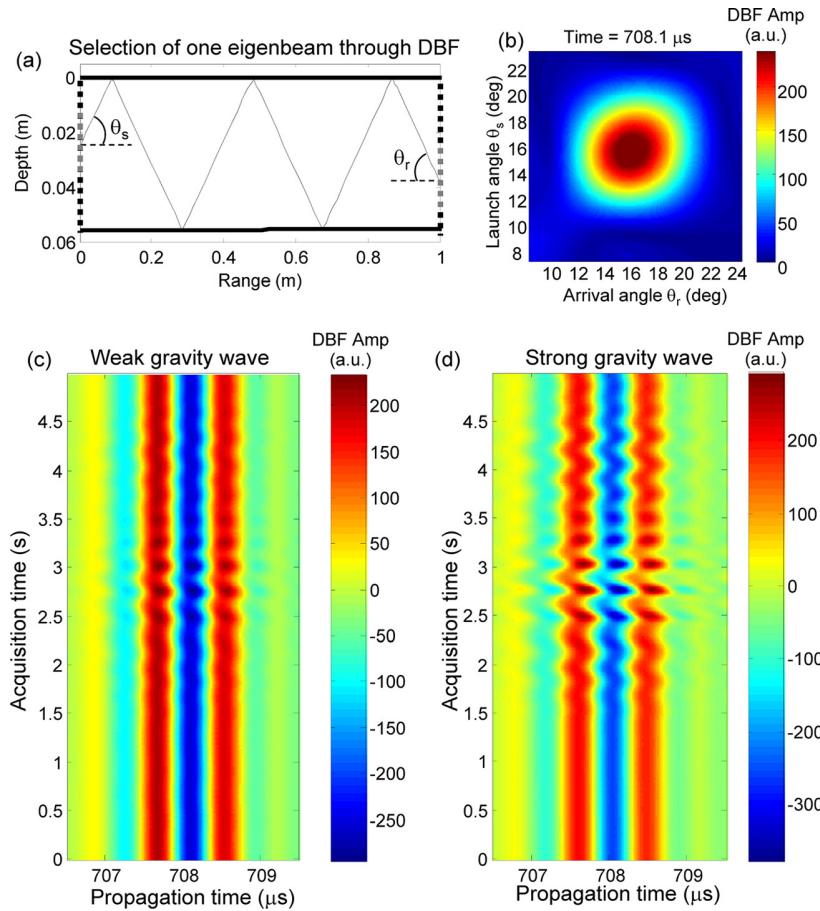
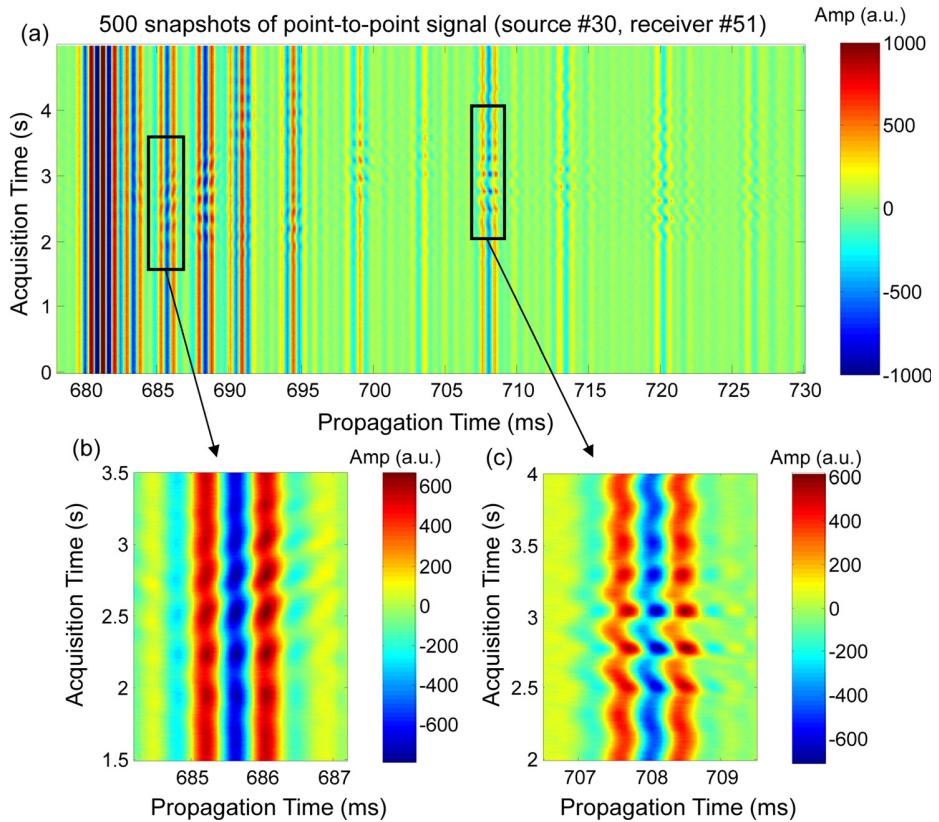
$$P^{DBF}(\theta_r, \theta_s; t) = \frac{1}{2\pi N_s N_r} \sum_S \sum_R \int a_{sr} P(\vec{r}_r, \vec{r}_s; \omega) \times \exp[-i\omega(\tau(\theta_s, z_s) + \tau(\theta_r, z_r))] e^{-i\omega t} d\omega, \quad (1)$$

where  $P(\vec{r}_r, \vec{r}_s; \omega)$  is the point-to-point frequency response between a source in  $\vec{r}_s$  (at depths  $z_s$ ) and a receiver in  $\vec{r}_r$  (at depths  $z_r$ ). Coefficients  $a_{sr}$  are amplitude weights applied to the array elements, which are classically chosen to reduce the secondary sidelobes of the beamforming process. In Eq. (1), the DBF is written as a double sum over  $N_s$  elements of the source array and  $N_r$  elements of the receiver array, according to a set of time delays  $\tau(\theta, z)$  defined as

$$\tau(\theta, z) = \frac{(z - z_0) \sin \theta}{c}, \quad (2)$$

where  $z_0$  is the center of the  $N_s$ -element source array (and, respectively, the  $N_r$ -element receiver array). Note that Eq. (2) corresponds to plane-wave beamforming in the case of a uniform sound speed along the array.

In practice, the source and receiver arrays are divided into subarrays on which the DBF is performed. According to diffraction laws, the size of the subarrays (made of 23 consecutive elements, in the present case) is adjusted with the Rayleigh criterion, which allows the separation of two intensity spots in the angle space. By changing the center positions of the  $14 \times 14 = 196$  source-receiver subarrays in the waveguide, DBF extracts more than 2500 eigenbeams that are individually identified and matched to a specific ray path in the waveguide. Only eigenbeams with at least one surface bounce are kept in the following analysis.



As an example, Fig. 4(a) considers one eigenbeam with three surface bounces that has been selected through DBF for  $\theta_s = 15.5^\circ$  and  $\theta_r = 16.2^\circ$ . The difference between  $\theta_s$  and  $\theta_r$  might be due to (1) a slight horizontal slope ( $\sim 0.5^\circ$ ) of the bottom steel bar; and/or (2) a slight array tilt ( $\sim 0.5^\circ$ ) on either the source or receiver arrays [Fig. 2(a)]. As the angles  $\theta_s$  and  $\theta_r$  are independent of each other, the bottom slope or the array tilt has no importance on the extraction of the wavelet  $P^{\text{DBF}}$ . However, as will be seen later, the knowledge of the bottom slope might be of importance for the Green's function calculation of the forward model. Note that Roux *et al.* (2013a) described one way to separately measure the array tilts on source and receiver arrays from the collection of DBF eigenbeams. The diffraction pattern of the selected eigenbeam is shown in Fig. 4(b) in the launch angle-arrival angle domain at the travel time of the peak maximum ( $t = 708.1 \mu\text{s}$ ). The half-beam size is  $\sim 5^\circ$ , in agreement with the subarray apertures and the central frequency of the ultrasonic pulse (Roux *et al.*, 2008).

The DBF processing is applied to each of the 500 snapshots during the propagation of two gravity waves of different amplitudes. The shaker amplitude was changed by a factor of 3 between the strong-amplitude and the weak-amplitude gravity waves. As a gravity wave crosses the source-receiver plane, it interacts mainly with the

second surface bounce at the middle of the waveguide for this particular beam [Fig. 4(a)]. The eigenbeam angles ( $\theta_s$ ,  $\theta_r$ ) at both source and receiver slightly change as the wave progresses [Figs. 5(e) and 5(f)]. However, these oscillations are weak compared to the beam size [Fig. 4(b)] and the shape of the beam pattern remains unchanged. The travel-time and amplitude of the DBF eigenbeam are then always measured at the position of the maximum intensity spot, which may slightly vary in angle from one snapshot to the next one.

As expected, the time and amplitude perturbations depend on the wave-height amplitude. As every eigenbeam is now associated with one wavelet that is free of any multi-path interference, the travel-time and amplitude modulations are easily measured as  $\Delta t^{\text{DBF}}/T_0$  and  $\Delta P^{\text{DBF}}/P^{\text{DBF}}$ , respectively, at the wavelet peak maximum. The travel-time modulations  $\Delta t^{\text{DBF}}/T_0$  [Figs. 5(a) and 5(b)] look similar for the weak and strong gravity waves, with an amplitude factor of 3, in agreement with the relative amplitudes of the wave heights. Note that the travel-time change does not exceed  $\frac{1}{10}$  of the ultrasonic period  $T_0$ . On the other hand, the amplitude modulation  $\Delta P^{\text{DBF}}/P^{\text{DBF}}$  strongly changes with the wave-height amplitude [Figs. 5(c) and 5(d)], with an asymmetric shape for the strong-amplitude gravity wave that is typical of non-linear phenomena. Note that the maximum

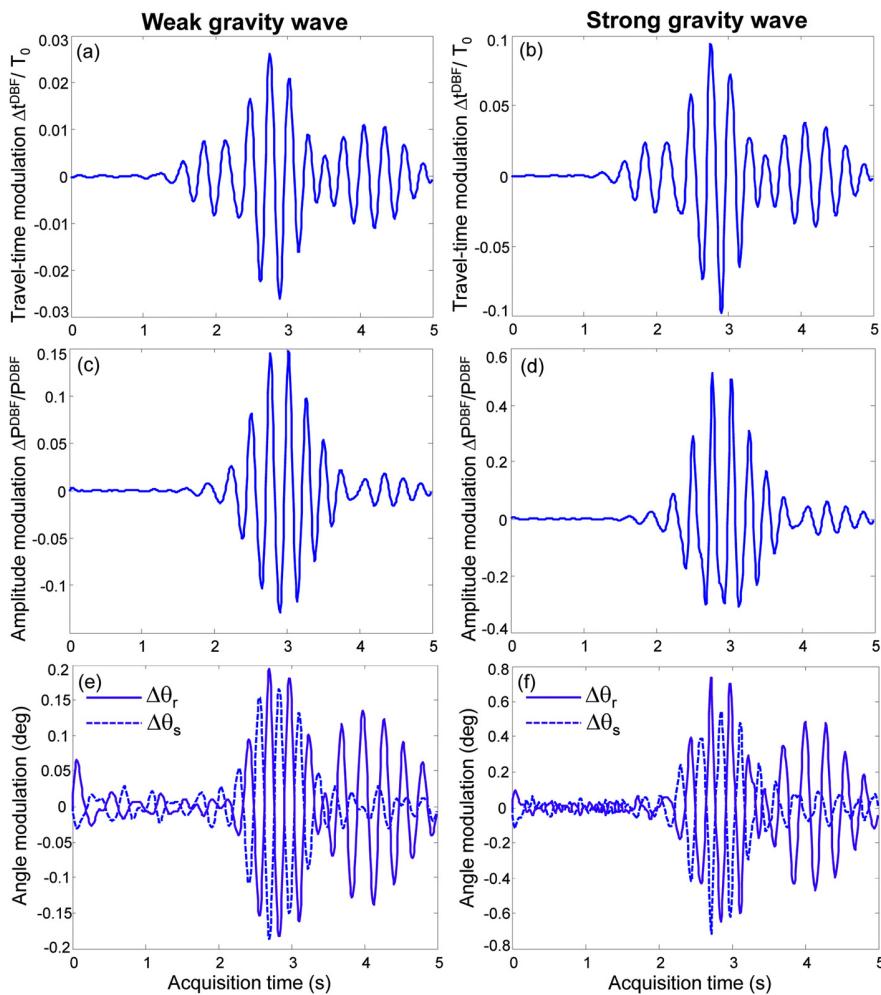


FIG. 5. (Color online) (a) and (b) Travel-time modulations  $\Delta t^{\text{DBF}}/T_0$ , (c) and (d) amplitude modulations  $\Delta P^{\text{DBF}}/P^{\text{DBF}}$ , and (e) and (f) launch angle-arrival angle modulations ( $\Delta\theta_r$ ,  $\Delta\theta_s$ ) extracted from the successive 500 snapshots and for the eigenbeam, with three surface bounces plotted in Fig. 4(a). The left panels correspond to the weak-amplitude gravity wave. The right panels are obtained with a strong-amplitude gravity wave, for which the signal sent to the dynamic shaker is three times larger. Note the linearity between the travel-time modulations (a) and (b) and the distortion of the amplitude modulation in the case of the strong gravity wave (d).

amplitude modulation exceeds 50% of the unperturbed beam amplitude.

The Fourier transform of the amplitude modulations [averaged over the complete set of eigenbeams in Fig. 6(b)] confirms the presence of strong harmonics when the wave height of the gravity wave increases. Tindle *et al.* (2009) set up a tank experiment to study the intensity modulation of a surface bounce at 200 kHz as a function of the wave-height amplitude of a traveling gravity wave centered at 1.5 Hz. Strong intensity effects were experimentally observed and theoretically modeled, with the presence of caustics and focal regions associated to the lens shape of the surface deformation. However, to our knowledge, the non-linear behavior of the amplitude modulation of an ultrasonic wave in an interaction with a finite-frequency gravity wave has not been observed to date. Note that the averaged spectrum in Fig. 6(a) also reveals the presence of weak harmonics in the travel-time modulation of the ultrasonic wave. More surprisingly, the central frequency of the travel-time and amplitude modulations do not match. Indeed, the time modulation is centered at 3.5 Hz, as expected from the signal that was sent to the dynamic shaker, while the amplitude modulation is slightly shifted toward higher frequencies.

### III. TRAVEL-TIME-AMPLITUDE JOINT INVERSION THROUGH THE SENSITIVITY KERNEL APPROACH

As the specular reflection points of the complete set of eigenbeams sample the whole air–water interface between the source–receiver arrays, it might be expected to invert for the spatial–temporal dynamics of the gravity wave when it crosses the waveguide. However, the spatial sensitivity of every eigenbeam around each specular reflection point (classically defined as the first Fresnel zone) depends on the eigenbeam grazing angles ( $\theta_s$ ,  $\theta_r$ ), central frequency, and bandwidth. In the first-order Born approximation (Beydoun and Tarantola, 1988), this Fresnel zone is modeled as the surface SK for a local change at the air–water interface, which was theoretically predicted for any eigenbeam and experimentally confirmed in an ultrasonic waveguide (Kuperman and Ingiento, 1977; Sarkar *et al.*, 2012).

Following the same approach, the goal of the present study is to use the surface SK to invert for a dynamic change at the air–water interface. The advantage of the SK approach is to set up a linear inversion problem that (1) benefits from

the travel-time and amplitude modulations of the complete set of eigenbeams; (2) is defined as a differential problem, which makes it robust to uncertainties in the waveguide geometry; and (3) allows for the joint inversion of both the travel-time and amplitude variables simultaneously.

The principal limitation of the SK approach is to consider the forward problem in the framework of the first Born approximation (Aulanier *et al.*, 2013b). As this requirement might not be fulfilled for the strong-amplitude gravity wave, it might still hold in the case of the weak-amplitude one. To further force the forward problem to behave as a linear problem, we choose to filter the travel-time–amplitude modulations around the fundamental mode of the gravity wave at 3.5 Hz, with the limiting of the spectral components of the travel-time–amplitude perturbations to between 2 and 6 Hz.

The forward problem for a local surface perturbation of volume  $dV$  in  $\vec{r}'$  was formulated in a recent study through the SK approach for both the travel-time and amplitude perturbations (defined as  $\Delta P^{\text{DBF}}/P^{\text{DBF}}$  and  $\Delta t^{\text{DBF}}$ , respectively) and for a given eigenbeam defined by its launch-arrival angles ( $\theta_s$ ,  $\theta_r$ ) and travel-time  $t$  (Sarkar *et al.*, 2012),

$$\frac{\Delta t^{\text{DBF}}}{T_0} = \int_{\vec{r}'} K_T(\theta_r, \theta_s, \vec{r}'; t) dV(\vec{r}') \quad (3)$$

and

$$\frac{\Delta P^{\text{DBF}}}{P^{\text{DBF}}} = \int_{\vec{r}'} K_A(\theta_r, \theta_s, \vec{r}'; t) dV(\vec{r}'), \quad (4)$$

where the left-hand side consists of the travel-time and amplitude modulations measured for every eigenbeam;  $K_T$  and  $K_A$  are the theoretical Fréchet derivatives for the travel-time and amplitude, respectively, computed for every eigenbeam and for a local and unitary surface perturbation in  $\vec{r}'$ ;  $dV(\vec{r}')$  is the volume deformation of every sampling element  $\vec{r}'$  at the air–water interface between the source and receiver arrays. In the framework of the first-order Born approximation, the integral over  $\vec{r}'$  in Eqs. (3) and (4) assumes that for every eigenbeam, the travel-time and amplitude modulations  $\Delta t^{\text{DBF}}/T_0$  and  $\Delta P^{\text{DBF}}/P^{\text{DBF}}$ , respectively, are the linear summation of elementary perturbations in  $\vec{r}'$  according to the weight of their relative surface SK  $K_T$  and  $K_A$ .

According to Sarkar *et al.* (2012), the mathematical formulation for  $K_T$  and  $K_A$  are the following:

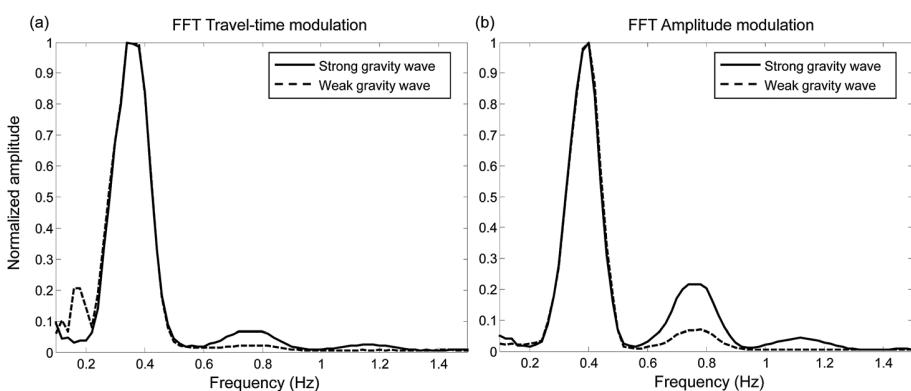


FIG. 6. Absolute Fourier transform of (a) travel-time and (b) amplitude modulations averaged over the complete set of 2500 eigenbeams. Each averaged spectrum has been normalized according to its maximum. The amplitude modulation shows harmonics in the case of the strong gravity wave. Note also that the fundamental modes for travel-time and amplitude modulation are slightly shifted in frequency.

$$K_T(\theta_r, \theta_s, \vec{r}') = -i \frac{\int G_0^{BF}(\vec{r}', \theta_s; \omega) G_0^{BF}(\vec{r}', \theta_r; \omega) (\omega^3/c^2) \sin \tilde{\theta}_s \sin \tilde{\theta}_r P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega}{T_0 \int \omega^2 G_0^{DBF}(\theta_r, \theta_s; \omega) P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega}, \quad (5)$$

and

$$K_A(\theta_r, \theta_s, \vec{r}'; t) = \frac{\int G_0^{BF}(\vec{r}', \theta_s; \omega) G_0^{BF}(\vec{r}', \theta_r; \omega) (\omega^2/c^2) \sin \tilde{\theta}_s \sin \tilde{\theta}_r P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega}{\int G_0^{DBF}(\theta_r, \theta_s; \omega) P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega}. \quad (6)$$

For each eigenbeam, the beamformed Green's functions  $G_0^{BF}$  are defined from the point-to-point Green's functions  $G_0(\vec{r}_r, \vec{r}_s; \omega)$  in the unperturbed waveguide as

$$G_0^{BF}(\vec{r}', \theta_s; \omega) = \frac{1}{N_s} \sum_S a_s G_0(\vec{r}', \vec{r}_s; \omega) \exp[-i\omega\tau(\theta_s, z_s)] \quad (7)$$

and

$$G_0^{BF}(\vec{r}', \theta_r; \omega) = \frac{1}{N_r} \sum_R a_r G_0(\vec{r}_r, \vec{r}'; \omega) \exp[-i\omega\tau(\theta_r, z_r)]. \quad (8)$$

In Eqs. (5) and (6), the angle  $\tilde{\theta}_s$  (and, respectively,  $\tilde{\theta}_r$ ) corresponds to the angle between the source subarray center and  $\vec{r}'$  (and respectively, between the receiver subarray center and  $\vec{r}'$ ). Note that  $\theta_s = \tilde{\theta}_s$  and  $\theta_r = \tilde{\theta}_r$  when  $\vec{r}'$  is located at the specular reflection point at the air–water interface. The amplitude coefficients  $a_s$  and  $a_r$  are defined as in Eq. (1), to minimize secondary sidelobes in the beamforming process. Finally,  $P_s(\omega)$  is the source spectrum and  $G_0^{DBF}(\theta_r, \theta_s; \omega)$  is obtained in analogy with Eq. (1) as

$$G_0^{DBF}(\theta_r, \theta_s; \omega) = \frac{1}{N_s N_r} \sum_S \sum_R a_{sr} G_0(\vec{r}_r, \vec{r}_s; \omega) \times \exp[-i\omega(\tau(\theta_s, z_s) + \tau(\theta_r, z_r))]. \quad (9)$$

From the formulation of the forward problem, a linear inverse problem can be proposed that connects the travel-time and/or amplitude modulations of the DBF measurements  $\Delta t^{DBF}/T_0$  and  $\Delta P^{DBF}/P^{DBF}$ , respectively, to their theoretical predictions. The goal is to obtain the volume perturbation  $dV(\vec{r}')$  that is associated with the surface deformation at any point  $\vec{r}'$  between the source–receiver arrays during the crossing of the gravity wave. In a first step, the travel-time and amplitude surface SK is computed using Eqs. (5) and (6), respectively, for every eigenbeam extracted from the DBF measurements. An example of the surface SK for travel-time and amplitude is shown in Fig. 7 for the eigenbeam selected in Fig. 4 and the frequency bandwidth defined in the ultrasonic experiment. As expected, the beam sensitivity is localized around the specular reflection points at the air–water interface. The first Fresnel zone spreads over

5 to 10 cm (from 30 to  $60\lambda$ ), and it has a sensitivity that depends on the position of the surface bounce with respect to the source–receiver subarrays. The angle dependence of the first Fresnel zone of the surface SK was experimentally demonstrated in Sarkar *et al.* (2012) for different eigenbeams. Note that the spatial patterns of the surface SK for the travel-time and amplitude are different, which means that these observables can be efficiently combined in a joint inversion process.

In practice, the  $\sim 2500$  surface SKs  $K_T$  and  $K_A$  are computed at the air–water interface on a 5-mm equi-sampled one-dimensional (1-D) grid between the source and receiver arrays. The computation of the SK requires the calculation of  $G_0(\vec{r}_r, \vec{r}_s; \omega)$  between every source and every receiver among the arrays. This can alternatively be done (1) from a parabolic equation code in the waveguide configuration (Collins, 1993) or (2) from the image theorem that classically accounts for multi-reverberated paths in a free-space representation of the waveguide (Brekhovskikh and Lysanov, 2003). The first of these two approaches is more rigorous, as it easily takes into account any eventual depth-dependent sound-speed profile or the impedance characteristics of the (possibly multi-layered) bottom. In the case of a perfectly reflecting steel bottom and a uniform sound-speed

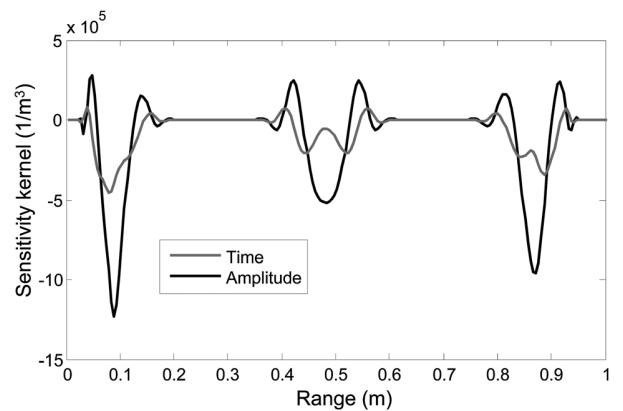


FIG. 7. Surface SK for the travel-time and amplitude observables and for the eigenbeam with three surface bounces [see Fig. 4(a)]. Despite differences in their spatial patterns, the maximum sensitivity zones for both observables are located around the specular reflection points at the air–water interface.

profile, the use of the image theorem is valid and much less expensive computationally.

In any case, initial estimates of the waveguide geometry (water depth and source-receiver distance) are made with a ruler. Then, optimization of the advanced waveguide parameters (e.g., the slight bottom slope, or the accurate depth of the center of the source–receiver arrays) is performed using ray tracing and the DBF observables [launch–arrival angles ( $\theta_s, \theta_r$ ), and travel-time  $t$ ] for the collection of eigenbeams. Among these parameters, the bottom slope is retrieved after correction for the array tilt on the source–receiver arrays (Roux *et al.*, 2013a). Finally, note that optimization of the waveguide parameters is not critical, as differential tomography is known to be robust to uncertainties in the propagation model (Tromp *et al.*, 2005).

From the computation of the surface SKs, the linearized version of the forward problem [Eqs. (3) and (4)] is used for the inversion of the surface deformation. The MAP estimation scheme (Tarantola, 2005; Iturbe *et al.*, 2009; Roux *et al.*, 2011; Aulanier *et al.*, 2013a) is implemented to retrieve the dynamic surface-deformation patterns from the successive measurements of the travel-time and amplitude perturbations. The MAP estimation scheme allows the introduction of *a priori* knowledge of the data misfit and medium parameters. The data-misfit *a priori* is taken as being statistically Gaussian and centered. For the sake of simplicity, the data misfit of the beam observables are considered as independent from one another; i.e., the data covariance matrix ( $C_d$ ) is diagonal. Such an approximation is actually incorrect, although it serves a regularization purpose in the inversion process. The model covariance matrix ( $C_m$ ) is set in such a way that the reconstructed surface deformations are spatially correlated. According to the average size of the first Fresnel zone of the surface SK, the correlation length was set to 2 cm, which gives the optimal result in the least-mean-squares sense.

Under all these assumptions, the MAP can be written as

$$\Delta V = \Delta V_0 + (KC_d^{-1}K^t + \lambda C_m^{-1})^{-1}KC_d^{-1}(d - K^t\Delta V_0), \quad (10)$$

where  $\Delta V$  are the pixels of the estimated volume reconstruction on the sampling grid;  $K$  is the SK matrix for each eigenbeam (built from  $K_T$  and/or  $K_A$ );  $d$  is the vector made of the observable variations for each eigenbeam (built from the collection of  $\Delta t^{DBF}/T_0$  and/or  $\Delta P^{DBF}/P^{DBF}$ , respectively); and  $\lambda$  is the scalar coefficient that is introduced to set the weight of the model-versus-data *a priori* during the inversion process, as classically done with the L-curve method (Hansen, 1992; Hansen and O’Leary, 1993). The *a priori* model is  $\Delta V_0 = 0$ , which means that no *a priori* spatial deformation is assumed.

From the estimation  $\Delta V$  obtained independently for each of the 500 ultrasonic snapshots, the aim is the reconstruction of the spatial–temporal propagation of the (weak-amplitude) gravity wave when it crosses the acoustic waveguide. Figure 8 shows the spatial–temporal patterns obtained for three different inversions, as performed: (1) with the travel-time modulations only [Fig. 8(a)]; (2) with the amplitude modulations only [Fig. 8(b)]; and (3) with the simultaneous combination of the travel-time and amplitude modulations [Fig. 8(c)]. The inversions are successful, in the sense that they consistently display the crossing of the source–receiver plane by the gravity wave between 2 and 4 s. On the other hand, there are discrepancies between the travel-time and amplitude inversions, with the latter showing better spatial resolution, in agreement with the smaller size of the first Fresnel zone in Fig. 7. The joint inversion, for which (1) the SK matrix  $K$  is built from a combination of  $K_T$  and  $K_A$  ( $K = [K_T; K_A]$ ), and (2) the data vector  $d$  is such that  $d = [\Delta t^{DBF}/T_0; \Delta P^{DBF}/P^{DBF}]$ , provides a compromise between the spatial resolution associated with each observable [Fig. 8(c)]. The reconstructed variance reaches a maximum of 75% for the travel-time inversion, 80% for the amplitude inversion, and up to 90% for the joint inversion. Note, finally, that the maximum volume reconstruction  $\Delta V \sim 22 \text{ mm}^3$  is consistent from one inversion to the other. However, the interpretation of this volume in terms of the surface elevation is difficult to perform, as (1) we performed a 1-D inversion by limiting the SK computation to a 1-D grid between the source–receiver arrays, and (2) the lateral

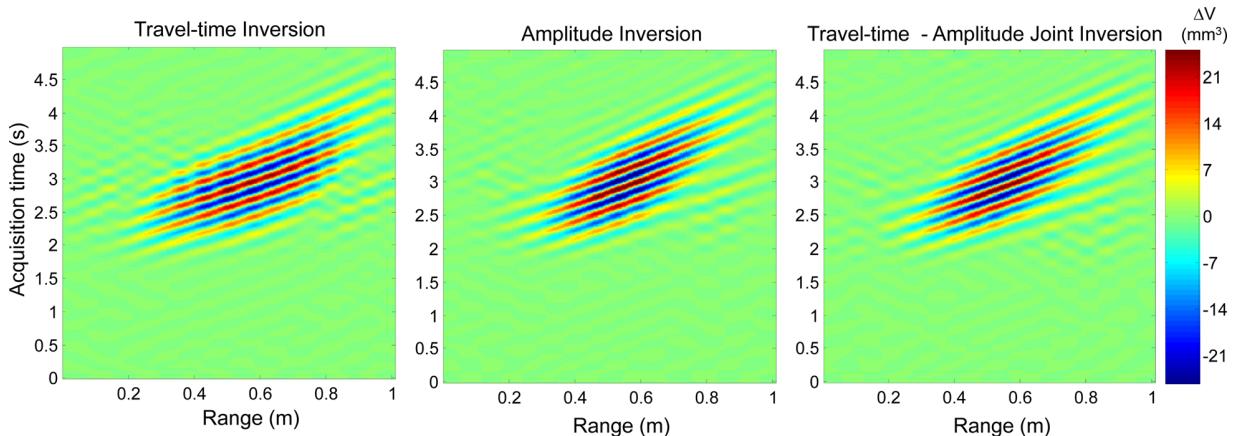


FIG. 8. (Color online) Spatial–temporal representation of the inversion results. The  $x$  axis is the source–receiver range. The  $y$  axis corresponds to the 500 ultrasonic snapshots acquired during the gravity–wave crossing of the waveguide axis. (a) Inversion of travel-time modulations; (b) inversion of amplitude modulations; (c) joint inversion of travel-time and amplitude modulations. The joint inversion outperforms the travel-time and amplitude inversions, with a  $\sim 90\%$  reconstructed variance.

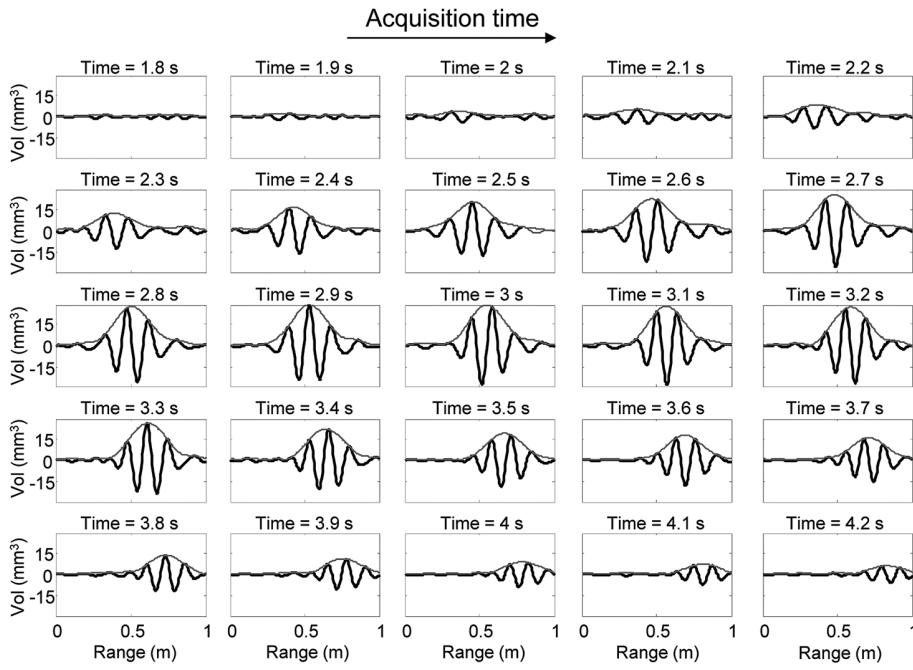


FIG. 9. Series of 25 screenshots of the joint inversion result (black) between acquisition time  $t = 1.8$  s and  $t = 4.2$  s (from left to right, and top to bottom). For each panel, the  $x$  axis is the source-receiver range; the  $y$  axis is the surface deformation. The envelope of each wave packet has been superimposed (gray) to highlight the dispersive nature of the gravity wave during its crossing of the waveguide.

extent of the ultrasonic transducers (along the  $y$  axis; see Fig. 1) was not taken into account in the computation of the surface SK.

Focusing solely on the joint inversion, another representation is given in Fig. 9, which shows 25 successive panels (from left to right, and top to bottom) of the surface deformation at different times (between 1.8 and 4.2 s, in steps of 0.1 s). The dispersive nature of the gravity-wave propagation is clearly visible when comparing, from one panel to the next one, the speed of the wave packet envelope to the speed of a peak maximum inside the wave packet. The dispersion can also be measured from the frequency-wave number ( $f-k$ ) transform that is performed from the joint inversion result (Fig. 10). Gravity wave wavelengths that range from

10 to 20 cm are observed for frequencies varying from 3.1 to 4.4 Hz. Assuming a realistic  $42^\circ$  angle between the incident gravity wave and the source-receiver axis (Fig. 1,  $x$  axis), the theoretical dispersion curve of the capillary-gravity wave perfectly matches the observed data (Lamb, 1993). Comparing the local slopes of the black and (dashed) white lines in Fig. 10 provides an estimation of the phase speed  $V_p = 0.41$  m/s and the group speed  $V_g = 0.26$  m/s for the surface wave.

#### IV. DISCUSSION

The present study deals with the spatial-temporal reconstruction of the surface deformation associated with the propagation of a gravity wave between a vertical source array and a vertical receiver array in an ultrasonic waveguide. Three main ingredients participated in the solution of the inversion problem. First, the ultrasonic data were recorded between all of the source-receiver pairs in the water column with a repetition rate (100 Hz) that is a lot greater than the frequency of the traveling gravity wave (3.5 Hz). The set of acoustic echoes associated with the collection of source-receiver pairs in the multi-reverberated waveguide lead to a large set of specular reflection points that extensively sample the air-water interface between the source-receiver arrays. The projection of the point-to-point recordings onto the beam-to-beam space using DBF allows the isolation of individual wavelets associated with  $\sim 2500$  eigenbeams between 196 overlapping source-receiver subarrays. The travel-time and amplitude modulations of the extracted wavelets are filtered around the central frequency of the gravity wave and are the observables used to solve the inversion problem. Second, the forward problem is modeled as a linear perturbation in the first Born approximation. When valid, this approximation justifies the use of the SK, which establishes a linear connection between the pressure

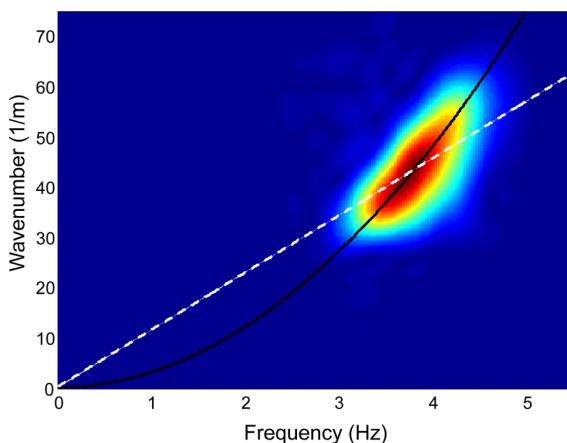


FIG. 10. (Color online) Frequency-wave number ( $f-k$ ) transform of the joint inversion result. The black line corresponds to the capillary-gravity wave dispersion curve, assuming a  $42^\circ$  incident angle of the gravity wave along the waveguide axis, as expected from the horizontal tilt of the cylinder attached to the dynamic shaker in Fig. 1. The dashed white line corresponds to a linear dispersion curve for a wave traveling at  $V_p = 0.41$  m/s with a  $42^\circ$  incident angle.