



**HAL**  
open science

# Inversion des perturbations de surface par traitement d'antenne en guide d'onde ultrasonore

Tobias van Baarsel

► **To cite this version:**

Tobias van Baarsel. Inversion des perturbations de surface par traitement d'antenne en guide d'onde ultrasonore. Acoustique [physics.class-ph]. Université Grenoble Alpes, 2019. Français. NNT : 2019GREAU035 . tel-02493196

**HAL Id: tel-02493196**

**<https://theses.hal.science/tel-02493196>**

Submitted on 27 Feb 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE LA COMMUNAUTE UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **Sciences de la Terre et de l'Univers et de  
l'Environnement**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

« **Tobias VAN BAARSEL** »

Thèse dirigée par **Philippe ROUX, DR, ISTERre (Grenoble)**, et  
codirigée par **Barbara NICOLAS, CR1, Créatis (Lyon)**

préparée au sein du **Laboratoire ISTERre**  
dans **l'École Doctorale Terre Univers Environnement**

### **Inversion des perturbations de surface par traitement d'antenne en guide d'onde ultrasonore**

### **Inversion of surface perturbations using antenna processing in an ultrasonic waveguide**

Thèse soutenue publiquement le **16 décembre 2019**,  
devant le jury composé de :

**Monsieur Julien DE ROSNY**

Inst. Langevin, Paris ; Rapporteur.

**Monsieur François GAUTIER**

LAUM, Le Mans ; Rapporteur.

**Madame Sandrine RAKOTONARIVO**

LMA, Marseille ; Examinatrice.

**Monsieur Jean VIRIEUX**

ISTerre, Grenoble ; Examineur.

**Monsieur Dominique FATTACCIOLI**

Expert scientifique à la DGA, Toulon ; Examineur.

**Monsieur Jérôme MARS**

Gipsa, Grenoble ; Directeur du Jury.

**Monsieur Philippe ROUX**

ISTerre, Grenoble ; Directeur de thèse.

**Madame Barbara NICOLAS**

Créatis, Lyon ; Co-directrice de thèse.





# Remerciements

Trois ans de thèse, c'est à la fois très long et très court, mais dans les moments longs je m'imaginai écrire ces lignes de remerciements, rajouter ce point final à ce travail. J'ai toujours aimé les cerises sur les gâteaux. C'est donc avec grande satisfaction que je puis aujourd'hui, quelques semaines après ma soutenance, adresser un mot directement à ceux qui ont rendu ces remerciements possibles.

En premier lieu, un grand merci à Julien de Rosny, François Gautier, Sandrine Rakotonarivo, Jean Virieux, Jérôme Mars et Dominique Fattaccioli d'avoir accepté de lire et évaluer mon travail, et de l'avoir apprécié. Merci également d'avoir participé, à distance pour la plupart, à ma soutenance, et de m'avoir posé des questions auxquelles j'ai pu répondre. Votre patience et votre gentil soutien pendant les aventures tortueuses de la visioconférence m'ont beaucoup aidé !

Ensuite, évidemment, merci à mes directeurs de thèse. Philippe, merci pour tout, de m'avoir pris comme thésard, de m'avoir laissé galérer en gardant un œil sur moi à distance, de m'avoir guidé quand vraiment ça n'allait plus, et au delà de ça, merci de m'avoir enseigné une vraie réflexion scientifique. Barbara, merci d'avoir suivi mon évolution, malgré la distance ; merci de nous avoir recadré quelques fois, Philippe et moi, quand on partait trop loin, et d'avoir apporté ton aide précieuse lors des échéances et de la rédaction. Ton exigence et méthodologie m'ont apporté beaucoup de clarté dans mes réflexions. Merci à vous deux !

Merci à Jérôme Mars pour ses conseils avisés, ses encouragements et de m'avoir rassuré plusieurs fois avec sa bienveillance. Merci également à Philippe Guéguen, qui, à la fin de ma première année, a su me remettre sur les rails avec son soutien et sa gentillesse.

Un grand merci à mes fabuleux co-bureau, avec qui j'ai passé plus de temps ces dernières années qu'avec n'importe qui. Jacques, sans qui je n'aurai tout simplement jamais fini cette thèse ; c'est ta joie de vivre et ta bonne humeur qui m'ont fait traverser ces années ; merci pour toutes les parties de catan et d'échecs et de fléchettes, sans lesquelles j'aurai fini tout mon travail en quelques mois, et je me serai bien ennuyé après... Merci à Amber, thanks for not getting mad with all the bad puns and jokes, thanks for the conversations breaks, for everything. Love you guys, you are the bestest.

Merci à mes compagnons de fortune, les autres doctorants d'ISTerre, de ma génération ou celle d'avant : Ellie, pour avoir été là dès le début ; Maor, pour avoir été bizarre dès le début ; Cyril, pour avoir été un peu moins bizarre ; Irène, en fait vous êtes tous chelou ; Benoît, pour tes chaussures à orteils ; Axel, pour ton gros didgeridoo ; Sylvie, mon alter-ego scientifique ; Jo-

hannes, pour les nuits torrides au Canada ; Josefine, pour son incroyable gentillesse ; Jean-Jean et Rachel, pour tous ceux que j'oublie, parce que évidemment j'en oublie, mais je sais qui vous êtes, et vous avez été au top.

Finalement, *but not least*, tous ceux qui m'ont aidé à garder ma santé mentale : toute l'équipe du Café Bayard, en commençant par Bernie, merci. La liste des musiciens que j'ai eu la joie de rencontrer est trop longue, mais je n'aurais pas fait grand-chose sans vous tous... Merci.

Merci à celui qui lira ces lignes, leur donnant ainsi tout leur sens. Si vous en ramenez un exemplaire au Café Bayard, la première pinte sera mise sur mon ardoise ! Santé, et bonne lecture.

# Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>5</b>
Introduction . . . . .	5
Quelques notions . . . . .	7
Contexte du travail de thèse - historique des travaux précédents . . . . .	23
Objectifs de la thèse . . . . .	25
Organisation du manuscrit . . . . .	28
<b>1 Expérience, Données Brutes et Traitement de Signal</b>	<b>31</b>
1.1 Introduction de chapitre . . . . .	31
1.2 Système Acoustique . . . . .	32
1.3 Perturbation Laser . . . . .	35
1.4 Système Optique . . . . .	36
1.4.1 Caméra SA-X2 . . . . .	36
1.4.2 Caméra Ultima APX . . . . .	42
1.5 Analyse des données brutes . . . . .	44
1.6 Traitement des images . . . . .	48
1.6.1 Représentation Espace-Temps . . . . .	48
1.7 Conclusion de Chapitre . . . . .	53
<b>2 Modèle Direct</b>	<b>55</b>
2.1 Introduction de chapitre . . . . .	55
2.2 Optimisation des paramètres du guide d'onde . . . . .	55
2.3 Noyaux de Sensibilité - Dérivation Théorique . . . . .	58
2.4 Mesure expérimentale des Noyaux de Sensibilité . . . . .	67
2.5 Conclusion de chapitre . . . . .	79
<b>3 Inversion</b>	<b>81</b>
3.1 Introduction de chapitre . . . . .	81
3.2 Inversion des Noyaux de Sensibilité . . . . .	81
3.3 Résultats de l'inversion de la perturbation de surface . . . . .	82
3.3.1 Inversion et puissance d'excitation . . . . .	84
3.3.2 Inversion et spectre Fréquence-Nombre d'onde (f-k) . . . . .	89
3.3.3 Inversion et mesure optique de la hauteur d'eau . . . . .	92
3.4 Inversion et familles de rayons propres . . . . .	94
3.5 Conclusion de chapitre . . . . .	98

<b>Conclusion</b>	<b>101</b>
<b>Perspectives</b>	<b>105</b>

# Introduction

*"Seule l'abondance mène à la clarté, et c'est dans l'abîme que demeure la vérité."*

---

Confucius, cité par  
[Heisenberg, 1969]

## De l'acoustique.

L'acoustique est la branche de la physique qui étudie les ondes mécaniques et leur propagation dans les gaz, les liquides ou les solides. Ce domaine de recherche est extrêmement large puisque il se charge aussi bien de l'acoustique des bâtiments (isolation phonique, etc.) ou des salles (salles de cours, de concert, de travail, etc.), de la vibration de pièces industrielles, d'instruments de musique, de microphones et de hauts-parleurs, de la perception des sons par l'humain et de la parole, de la communication dans le règne animal, des séismes, ou encore de thèmes plus "modernes" comme la propagation des ondes dans les méta-matériaux ou l'imagerie acoustique. Cette dernière a particulièrement le vent en poupe ces dernières années puisqu'elle est une technique d'imagerie non-destructive (qui ne modifie pas le milieu dont elle veut faire l'image), et relativement peu compliquée et contraignante par rapport à d'autres techniques comme l'Imagerie par Résonance Magnétique (IRM), l'infrarouge ou les rayons X. Ceci en fait une technique d'imagerie couramment utilisée dans le domaine médical (échographie), mais également en industrie (contrôle qualité de l'intérieur des pièces industrielles) ou dans la nature (chauves-souris et dauphins s'en servent pour chasser leurs proies). C'est dans ce dernier thème que se trouve l'imagerie acoustique sous-marine, historiquement dédiée à la détection de sous-marins, d'obstacles et de cibles, ou de bancs de poissons et autres habitants marins.

## De la tomographie sous-marine.

Les premiers travaux en acoustique sous-marine datent de 1822 lorsque Jean Daniel Colladon calcula la célérité du son dans l'eau en utilisant une cloche dans le lac Léman en Suisse.

Ce n'est qu'au début du XXème siècle, avec les travaux de Lewis Nixon, que l'idée émerge d'utiliser les ondes sonores pour détecter des obstacles (la première application était la détection des icebergs, dans le contexte du naufrage du Titanic en 1912). Ses idées sont reprises en 1915 par Paul Langevin qui invente le premier système d'echolocalisation et qui l'applique en octobre 1918 pour détecter un sous-marin à plus d'un km de distance [Bellis, 2019], [Saibène, 1999].

Le SONAR, acronyme américain de SOund RAnge And Ranging, est la première technique utilisée pour détecter des cibles submergées.

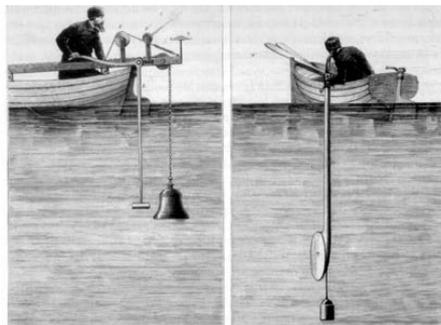


FIGURE 1 – Dispositif expérimental mis en place par J.D. Colladon pour la mesure de la vitesse du son dans l'eau. (*Colladon, Souvenirs et mémoires, Genève, 1893. Bibliothèque du Musée d'histoire des sciences.*)

Les systèmes SONARs dits "passifs" ne font qu'écouter l'environnement, et ont pour vocation d'analyser la source des bruits, voir *e.g.* [Nystuen et al., 2015]. D'autres systèmes passifs peuvent dresser une carte des vitesses du son en utilisant le bruit ambiant présent dans le milieu, *e.g.* [Woolfe et al., 2015]. L'avantage de ces systèmes est leur discrétion, ce qui en fait une technique appréciée dans le domaine militaire.

Les systèmes "actifs" émettent un signal, typiquement une série de "pulses" ou une modulation de fréquence, qui est alors réfléchi par la cible et dont le signal au retour est enregistré. Le délai entre l'émission et la réception des signaux renseigne sur la distance à la cible simplement en connaissant la vitesse du son. C'est la technique très largement utilisée pour la navigation des navires ou des sous-marins. La tomographie acoustique océanique consiste en un signal acoustique dirigé dans une direction précise pour faire l'image d'une "tranche" du milieu. La variation de la direction de l'émission acoustique reconstruit une image 3D du milieu à partir de toutes les "tranches" sondées. L'avantage de cette méthode est sa simplicité et portabilité, mais elle présente plusieurs inconvénients. Le premier concerne le paysage sonore du milieu marin. Les SONARs actifs sont connus pour avoir une conséquence négative directe sur le comportement de la faune marine, de par leur niveau sonore, le contenu fréquentiel et leur utilisation intensive, *e.g.*, [Wensveen et al., 2019], [Kastelein et al., 2017]. Le deuxième inconvénient des systèmes actifs est leur sensibilité à la diffraction des ondes sonores par la surface et le fond de l'eau, *e.g.* [Trevorrow, 1998], ce qui limite grandement leur utilisation dans les eaux peu profondes. Cette deuxième problématique a donné naissance à une série d'études sur la propagation des ondes sonores dans un guide d'onde sous-marin.

Cette thèse est un élément de cette longue série.

L'objectif de ce travail est d'établir la sensibilité d'un système de tomographie acoustique à une perturbation de la surface de l'eau dans un milieu sous-marin peu profond. Les applications potentielles de cette connaissance en situation réelle sont 1) suivre à distance l'état de la surface de l'eau et détecter une perturbation, causée par exemple par le passage d'une embarcation, et 2) tenir compte de l'effet de la perturbation de surface sur la propagation des ondes acoustique dans l'eau, afin d'améliorer la tomographie du volume d'eau et la détection de cibles traversant ce volume.

## Quelques notions

Il est nécessaire pour la compréhension du contexte dans lequel cette thèse s'est déroulée d'introduire ici quelques notions fondamentales. Ces notions ont été explorées par les travaux précédents, et sont réutilisées dans le présent manuscrit.

- Le concept de guide d'onde acoustique,
- Les rayons propres en milieu réverbérant, entre une source et un récepteur,
- La Double Formation de Voies entre deux antennes,
- La définition des Noyaux de Sensibilité et leur rôle dans l'estimation des paramètres physiques,
- L'inversion d'un modèle physique.

## Guides d'ondes acoustiques

Un guide d'onde acoustique est un système physique qui, par sa géométrie et/ou les propriétés du milieu de propagation, confine les ondes acoustiques dans l'espace et les "guide" sur une certaine distance, contrairement à un milieu ouvert où les ondes peuvent se propager dans toutes les directions et perdent rapidement leur amplitude. Dans le contexte de la propagation acoustique sous-marine, deux phénomènes entrent en jeu à des échelles différentes. À grande échelle (océan profond,  $d > 2500$  m et  $R > 100$  km), les propriétés (température et salinité) du milieu de propagation forment le canal SOFAR (SOund Fixing and Ranging). Ce canal est une couche d'eau horizontale à la profondeur où la vitesse du son dans l'eau est minimale (environ 1300 m de profondeur, suivant les conditions de densité et de température). Cette couche d'eau "piège" les ondes acoustiques sans limites physiques, et les guide sur de très grandes distances avec peu de pertes (voir fig. 2, et, *e.g.*, [Northrop and Colborn, 1974]). Pour plus de détails sur la représentation des ondes acoustiques par des rayons, voir le paragraphe "Rayons propres" ci-après.

À plus petite échelle ( $d \approx 100$  m et  $R \approx 1$  km), le rôle de la variation de la célérité des ondes acoustiques est moindre, mais ce milieu forme un guide d'onde contraignant les ondes par les réflexions sur ces limites physiques (fig. 3). Ce phénomène de réverbération guide les ondes acoustiques sur une distance plus faible qu'un canal de type SOFAR à cause des pertes importantes à chaque réflexion.

## Rayons Propres

La propagation acoustique peut être représentée par des rayons (acoustique géométrique), à condition que les distances parcourues sont suffisamment grandes par rapport à la longueur d'onde acoustique  $\lambda$ . Puisque les distances de la propagation acoustique en guide d'onde sous-marine sont typiquement de l'ordre du kilomètre, et que la longueur d'onde du signal utilisé est de l'ordre du mètre, la théorie des rayons acoustiques est parfaitement applicable dans notre cas. Les rayons acoustiques représentent la direction de propagation locale de l'onde et permettent une compréhension intuitive de la propagation acoustique à partir de règles géométriques simples, notamment en cas de réflexion de l'onde par une surface.

Dans un guide d'onde, chaque trajet acoustique au départ d'une source et arrivant sur un récepteur est appelé rayon propre. Le terme "propre" vient du fait que ce rayon est propre à ce couple d'émetteur/récepteur. Dans un guide d'onde formé par deux surfaces parallèles réfléchissantes, l'ensemble des rayons propres est discret et infini. En effet, en plus du trajet

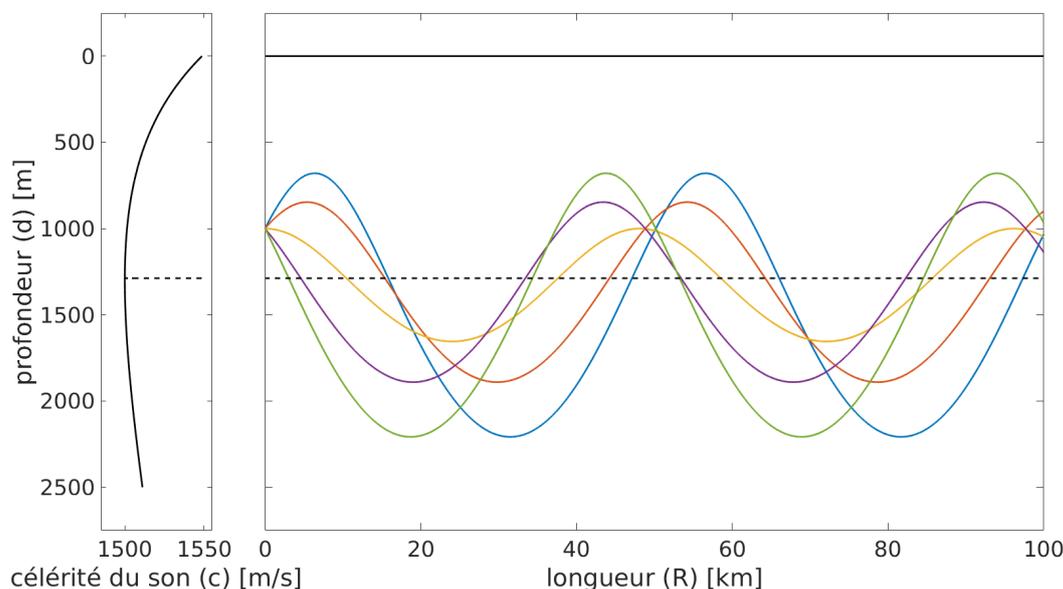


FIGURE 2 – Modélisation de cinq rayons acoustiques se propageant dans un océan profond ( $d > 2500$  m et  $R = 100$  km), avec une vitesse du son suivant le modèle de Munk (voir, *e.g.*, [Dashen and Munk, 1984]). Les rayons sont confinés et guidés par le canal SOFAR, où la célérité du son est minimale (tirets noirs).

direct entre la source et le récepteur, il existe dans un guide d'onde un grand nombre de chemins différents reliant deux points distincts se servant des réflexions aux bords du guide. On peut comprendre ces trajets réfléchis comme des trajets provenant de sources "images", par analogie en optique avec l'image créée par une réflexion dans un miroir (Fig. 4 et 5).

En écoutant à un endroit d'un guide d'onde un son émis par une source située à un autre endroit, on entendrait donc pas seulement le son ayant parcouru le trajet direct, mais également la série de tous les échos, parcourant une distance plus longue et arrivant par conséquent plus tard. C'est un phénomène acoustique bien connu sous le nom de réverbération. La structure des arrivées acoustiques dans un guide d'onde ( $R=74$  cm,  $d=4$  cm,  $\lambda=0.5$  mm) a été étudiée par *e.g.* [Roux and Fink, 2000], en utilisant un guide d'onde limité par la surface de l'eau et une barre d'acier immergée à 4 cm de profondeur. La vitesse du son peut-être considérée constante sur la faible profondeur de l'eau, et dans ce cas les rayons acoustiques se propagent en ligne droite. Les deux interfaces eau/air et eau/acier présentent des sauts d'impédance acoustique assez grands pour permettre une bonne réflexion des ondes acoustiques (*e.g.* [Godin, 2008] et [Mayer, 1963]). De part et d'autre du guide d'onde se font face deux antennes de transducteurs, une utilisée en émission et l'autre en réception. Ce type de dispositif est appelé "Barrière Acoustique" (*e.g.* [Marandet et al., 2011]), dans le sens où il y a émission continue de signaux acoustiques entre les émetteurs et les récepteurs, afin de pouvoir imager le guide d'onde et suivre son évolution dans le temps.

La structure des arrivées acoustiques, comme montrée par exemple en figure 6, est directement liée aux caractéristiques du guide d'onde, et toute perturbation du guide modifie cette structure, qu'elle soit liée à la géométrie du guide - modifiant le trajet acoustique (*e.g.*

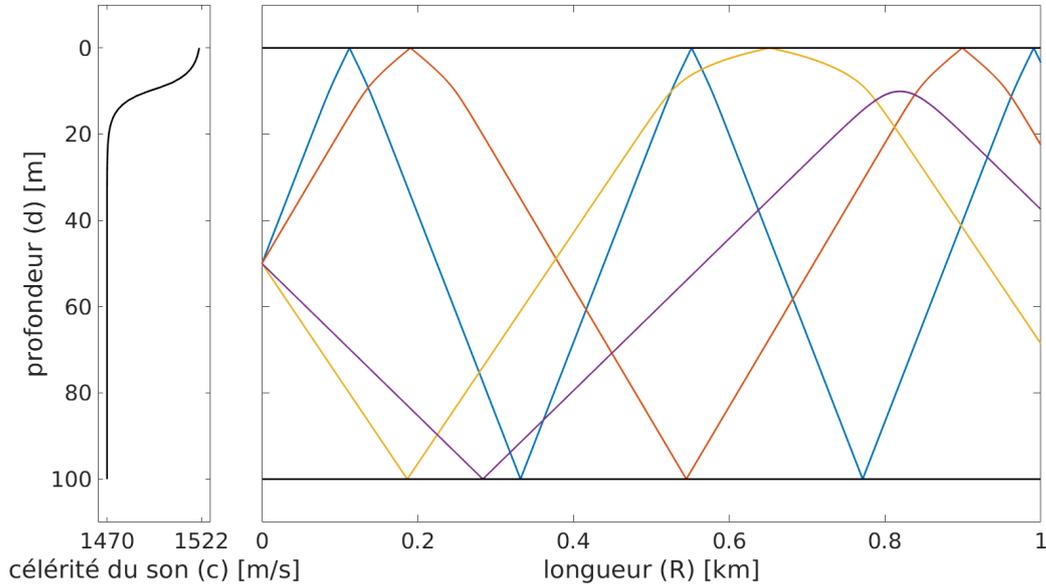


FIGURE 3 – Modélisation de quatre rayons acoustiques se propageant dans un modèle simplifié d'océan peu profond ( $d = 100$  m et  $R = 1$  km). Le modèle prend en compte deux couches de températures différentes, une couche à  $20^{\circ}\text{C}$  en surface où la célérité du son est de  $1522$  m/s, et une couche plus profonde, à  $5^{\circ}\text{C}$  et où  $c = 1470$  m/s. Les deux couches sont séparées par une zone de transition appelée thermocline à une profondeur  $d = 10$ m. Les rayons sont guidés par le guide d'onde en se réverbérant dans le milieu. Notons que dans la réfraction causée par la thermocline joue un rôle dans le guidage des rayons, allant jusqu'à créer des zones d'ombre pour certains rayons (rayon violet).

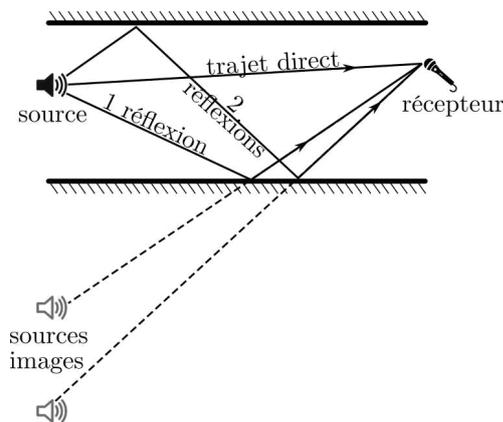


FIGURE 4 – Schéma montrant un guide d'onde, trois rayons propres entre une source et un récepteur, ainsi que les deux sources images créées par les réflexions des rayons propres.

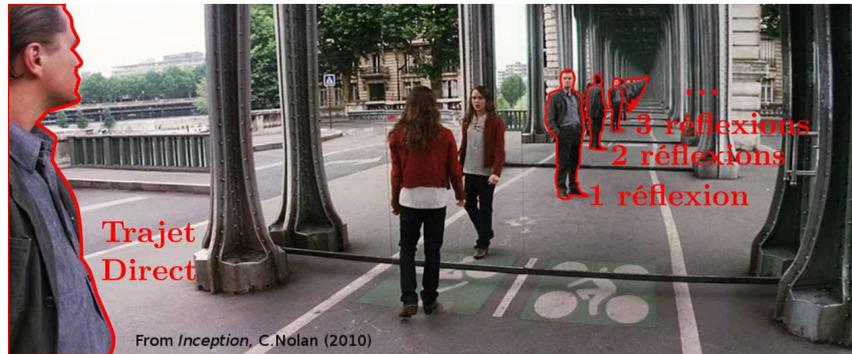


FIGURE 5 – Les rayons propres en optique : une analogie formée par deux miroirs parallèles se faisant face.

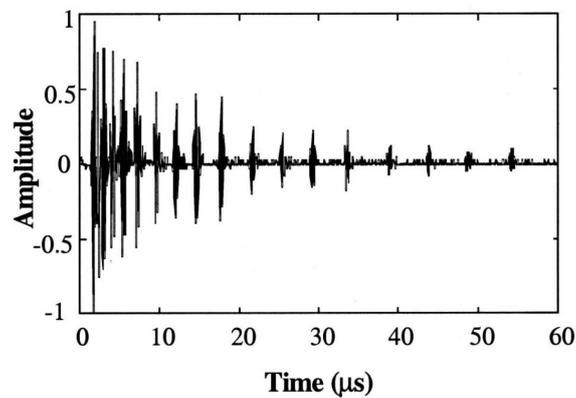


FIGURE 6 – Figure issue de [Roux and Fink, 2000] : Signal temporel enregistré par un transducteur dans un guide d'onde ( $R=74$  cm,  $d=4$  cm,  $\lambda=0.5$  mm). On voit clairement la série discrète des arrivées acoustiques correspondant aux rayons propres. Les premiers rayons sont très rapprochés en temps et ne peuvent pas être distingués les uns des autres. Les arrivées plus tardives (12 arrivées à partir de  $10\mu s$ ) sont plus espacées et constituent des echos distincts.

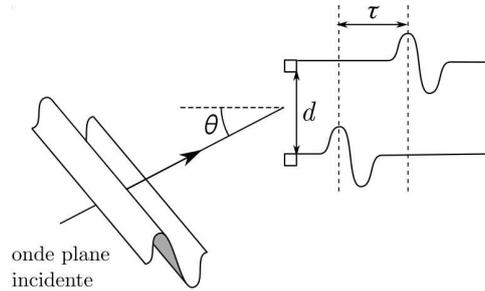


FIGURE 7 – Délai entre deux transducteurs enregistrant la même onde plane incidente.

[Tindle et al., 2009]) - ou au milieu de propagation (température, densité) - modifiant la célérité des ondes et donc du temps de propagation. Chaque rayon acoustique ayant un trajet propre, il est intéressant de considérer chaque arrivée individuellement car elle transporte une information différente sur le milieu de propagation. En effet, un rayon propre ne sera modifié par une perturbation du guide d'onde uniquement si celle-ci se trouve sur sa trajectoire. Il sera ainsi plus simple de localiser la perturbation. Un capteur acoustique enregistre le champ de pression acoustique dans sa totalité et ne discrimine pas les différents signaux en fonction de leur trajet. La séparation des signaux acoustiques en faisceaux propres dans un guide d'onde océanique est rendue possible par l'utilisation, en émission comme en réception, d'un algorithme dit de Double Formation de Voies sur des antennes de transducteurs acoustiques.

### Double Formation de Voies et faisceaux propres

Une antenne est un assemblage de plusieurs transducteurs dans une géométrie particulière et dont le fonctionnement coordonné lui donne des propriétés supplémentaires ou meilleures au fonctionnement des transducteurs individuels. Les antennes sont souvent associées à la Formation de Voies, qui est une technique de traitement d'antenne communément utilisée pour détecter la direction d'incidence des ondes. Cette détection est rendue possible par la différence de phase entre les différents capteurs lorsque l'antenne enregistre une onde plane incidente. En effet, le délai entre deux capteurs enregistrant la même onde est donnée par

$$\tau(\theta) = \frac{\delta \sin(\theta)}{c}, \quad (1)$$

où  $\delta$  est la distance entre les deux capteurs,  $\theta$  est l'angle d'incidence de l'onde plane sur l'antenne de capteurs,  $c$  est la vitesse de groupe de l'onde (voir Fig 7).

En utilisant cette relation, et à partir de  $N$  enregistrements du même signal incident sur  $N$  capteurs, on peut garder une seule version du signal - avec un meilleur rapport signal sur bruit - mais avec l'information de l'angle d'incidence. Mathématiquement on dit que l'on passe de l'espace capteurs-temps à l'espace angle-temps. Cette transformation est faite grâce un algorithme simple de formation de voies de type "delay-and-sum". Les signaux sont décalés les uns par rapport aux autres puis sommés. Le résultat est maximal lorsque les signaux s'ajoutent de manière constructive, c'est-à-dire lorsque le décalage des signaux correspond au délai  $\tau$  effectivement enregistré. Finalement, le délai ainsi estimé correspond à un angle d'incidence, selon l'équation 1.

Grâce à la Formation de Voies, l'antenne a donc une réponse directive, permettant de détecter

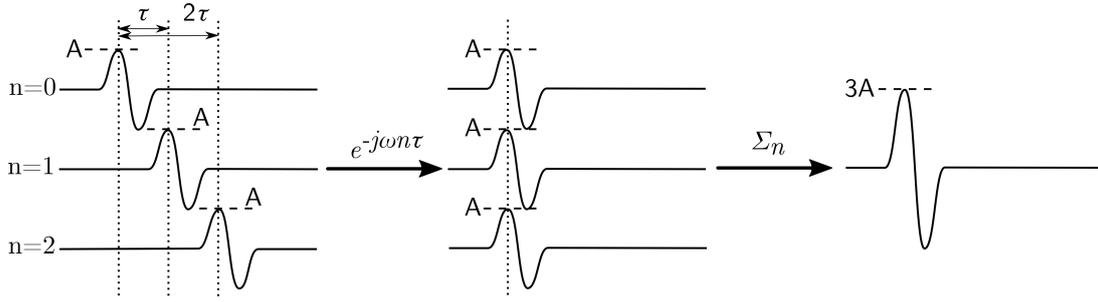


FIGURE 8 – Illustration de l'algorithme "delay-and-sum" pour le cas  $N = 3$ . Le terme  $e^{-j\omega n\tau}$  représente le décalage  $\tau$  appliqué au signal issu du capteur  $n$ . Les trois signaux d'amplitude  $A$  sont sommés de manière constructive, et la sortie de l'algorithme est un signal d'amplitude  $3 \times A$ .

l'angle d'incidence des signaux par la création de "Voies" privilégiées de réception. À l'émission, une telle voie peut être dirigée vers n'importe quel angle.

On introduit ici le terme de "faisceau acoustique" pour désigner une voie formée par la FV.

La Double Formation de Voies (DFV) est l'extension de la FV au cas où le signal est émis dans une voie formée par une antenne d'émetteurs, et reçu d'une seconde voie formée par une antenne de récepteurs. Dans ce cas on part d'un espace  $N_e \times N_r \times t$  pour aller vers l'espace  $\theta_e \times \theta_r \times t$ , où  $N_e$  est le nombre d'émetteurs de l'antenne,  $N_r$  est le nombre de récepteurs,  $t$  est le temps d'acquisition du signal,  $\theta_e$  est l'angle d'émission du signal et  $\theta_r$  est l'angle de réception. Ce changement d'espace est simplement l'extension du principe illustré par Fig. 8 à trois dimensions (Fig. 9). Mathématiquement, la réponse de l'algorithme de DFV  $P_{DFV}$  pour un champ de pression  $P(n_e, n_r, t)$  s'écrit

$$P_{DFV}(\theta_e, \theta_r, t) = \sum_{n_e=1}^{N_e} \sum_{n_r=1}^{N_r} P(n_e, n_r, t) e^{-j\omega[\tau(\theta_e, z_e) + \tau(\theta_r, z_r)]}, \quad (2)$$

où  $\omega = 2\pi f$  est la pulsation du signal,  $\tau(\theta_{[e,r]}, z_{[e,r]})$  est le retard attendu sur le capteur  $z_{[e,r]}$  de l'antenne émettrice et réceptrice, respectivement, pour une onde d'angle d'incidence  $\theta_{[e,r]}$ . L'utilisation des antennes acoustiques et de la méthode de Double Formation de Voies (DFV) est illustrée par exemple dans [Roux et al., 2008] ou [Nicolas et al., 2008].

Un faisceau acoustique émis par une antenne émettrice et reçu par une antenne réceptrice est appelé faisceau propre, par extension des rayons propres reliant une source unique à un récepteur unique. Contrairement au rayon propre, un faisceau propre possède une largeur qui est liée à la résolution du système d'antenne.

La résolution de la Formation de Voies (et par extension la DFV) est régie par la taille de l'antenne, selon la relation

$$\Delta\theta = \lambda/D_{antenne}, \quad (3)$$

où  $\Delta\theta$  est la résolution angulaire,  $\lambda$  la longueur d'onde utilisée par l'antenne et  $D_{antenne}$  la taille de l'antenne (voir, *e.g.*, [Born and Wolf, 1999]) : plus l'antenne est grande, plus la résolution est bonne (Fig. 10). D'un autre côté, si la distance entre deux éléments de l'antenne  $\delta$  est trop grande, le résultat de la FV est ambigu et ne permet pas d'estimer correctement l'angle de l'onde (Fig. 11). Le principe de bon échantillonnage spatial (équivalent spatial du théorème de

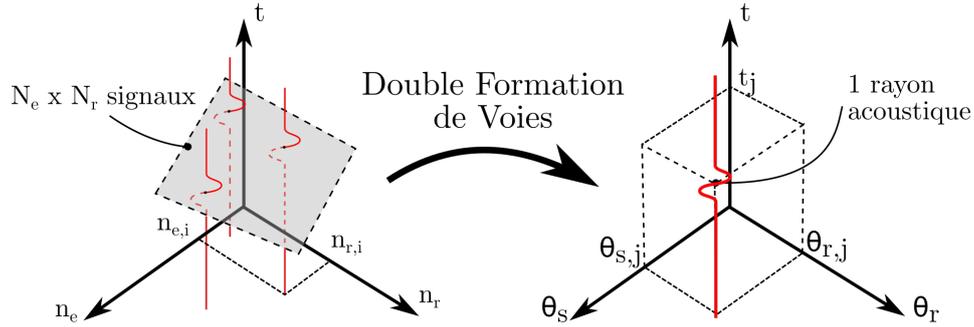


FIGURE 9 – Illustration de l'algorithme de Double Formation de Voies. À gauche les  $N_e \times N_r$  signaux enregistrés à des temps différents (symbolisés par le plan gris) correspondent à droite à un seul trajet ou rayon acoustique, caractérisé par ses angles d'émission et de réception.

Nyquist-Shannon) nous donne le critère pour l'écart  $\delta$  entre deux éléments

$$\delta \leq \lambda/2. \quad (4)$$

Au delà de cette valeur pour  $\delta$ , la réponse de la FV souffre de repliement spatial (en anglais : *aliasing*) avec l'apparition de lobes de réseau (lobes secondaires parasites).

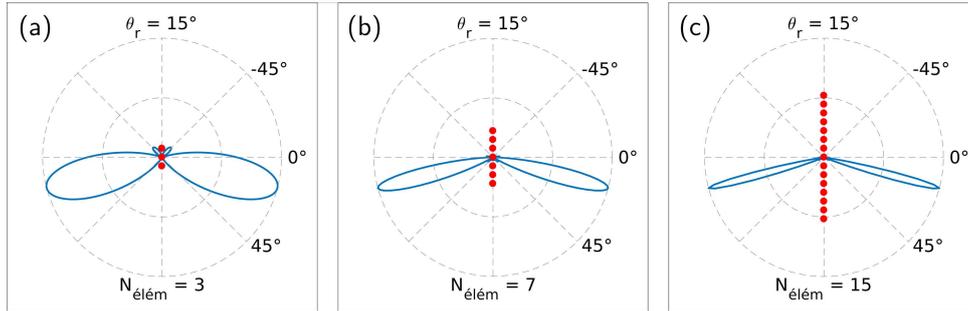


FIGURE 10 – Diagrammes de directivité théoriques de la Formation de Voies pour une antenne à  $N_{\text{éléments}} = [3; 7; 15]$  éléments (points rouges), une distance entre les éléments de  $\delta = 7.5 \cdot 10^{-4} \text{m}$  et une onde plane incidente à un angle de  $\theta_r = 15^\circ$ .

À partir de ces résultats, pour avoir la meilleure résolution angulaire possible, il faut utiliser la totalité des éléments des antennes acoustiques.

Seulement, l'utilisation de plusieurs sous-antennes constituées chacune d'un nombre plus petit d'éléments permet d'utiliser plus de faisceaux propres, puisqu'on multiplie alors le nombre de couples émetteur/récepteur, comme illustré par la figure 12. Or, plus de faisceaux propres implique plus d'informations sur le milieu recueillies par les différents trajets acoustiques. Le choix du nombre de sous-antennes et du nombre d'éléments par sous-antenne est finalement un compromis entre nombre de faisceaux propres et capacité à les séparer.

Le terme de faisceau propre est une référence aux vecteurs propres et valeurs propres d'une matrice en algèbre linéaire. Cette analogie est d'ailleurs renforcée par la terminologie anglo-saxonne qui utilise les mots *eigenray* (rayon propre) et *eigenbeam* (faisceau propre), construits à la manière de *eigenvector* et *eigenvalue* (vecteur propre et valeur propre, respectivement), et qui veulent dire vecteur et valeur propres à (au sens appartenant à) une matrice. Cette

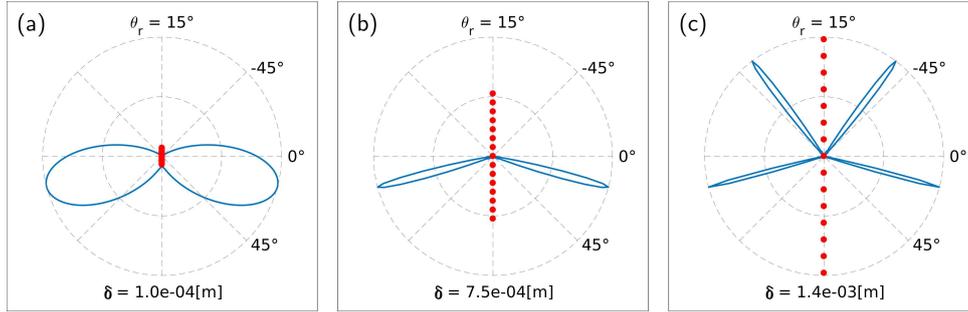


FIGURE 11 – Diagrammes de directivité théoriques de la Formation de Voies pour une antenne à 15 éléments (points rouges) et une distance entre les éléments  $\delta = [1.10^{-4}; 7.5.10^{-4}; 1.4.10^{-3}]$  m et une onde plane de longueur d’onde  $\lambda = 1.4e - 3$  m, incidente à un angle de  $\theta_r = 15^\circ$ . Notons que la réponse de l’antenne est symétrique par rapport à l’axe vertical (lobes en  $\theta = 15^\circ$  et  $\theta = (180 - 15) = 165^\circ$ ) : en effet, la FV ne prend en compte que les délais entre les éléments de l’antenne, *i.e.* la projection de l’onde sur l’axe de l’antenne. La réponse d’une antenne linéaire est donc toujours symétrique par rapport à son axe. Pour une distance  $\delta = \lambda$  (c), l’échantillonnage spatial de l’onde ne respecte plus le théorème de Nyquist-Shannon et la réponse de l’antenne est ambigu du fait de du repliement spatial.

analogie souligne le fait que le champ de pression acoustique entre un couple d’antennes peut être décomposé sur la base formée par ses faisceaux propres, de la même manière qu’une matrice peut être définie à partir de ses vecteurs propres. Cette décomposition vient alors simplifier l’expression du champ de pression en séparant ses différentes composantes.

L’application de l’algorithme de FV est montré en figure 13. La FV est plus facile à représenter que la DFV et permet d’illustrer le traitement acoustique avec des données réelles. Dans cet espace à deux dimensions  $[N_r, t]$ , on voit que le champ acoustique est constitué des différents fronts d’onde incidents sur l’antenne, correspondants aux différentes arrivées acoustiques. Dans cette espace les composantes sont mélangées et impossibles à séparer, et il n’est pas aisé de trouver des observables utiles à l’inversion. Après FV, chaque front d’onde est représenté comme une tache elliptique d’énergie à l’angle de réception  $\theta_r$  et au temps de propagation  $t$  de l’onde. Chaque arrivée acoustique est maintenant facilement séparable, à condition qu’elle soit suffisamment éloignée des autres.

Par extension, dans l’espace à trois dimensions  $[N_e, N_r, t]$ , chaque trajet acoustique est un plan et est transformé en ellipsoïde dans l’espace  $[\theta_e, \theta_r, t]$  par l’application de la DFV. Les coordonnées des faisceaux propres du guide d’onde sont données par le centre de l’ellipsoïde. la position de ce dernier peut être estimé simplement en prenant la valeur maximale à la sortie de la DFV, mais dans ce cas il est contraint par la grille de discrétisation angulaire et temporelle. En pratique le centre de l’ellipsoïde est calculé comme un centre de masse.

Sur la figure 13, on voit les problèmes de séparation des premières arrivées acoustiques (temps de propagation  $\approx 680\mu s$ ), la résolution angulaire de la FV étant trop faible pour les différencier. La symétrie selon de l’axe  $\theta_R = 0^\circ$  est due au fait que le transducteur émetteur et l’antenne réceptrice sont toutes deux centrées au milieu du guide d’onde, et créent donc une symétrie verticale dans le guide d’onde (qui implique une symétrie angulaire).

La représentation de la DFV est plus délicate, comme toute représentation de transformation d’espace 3-D. La figure 14 montre les centres estimés des taches d’énergie issues de la DFV dans

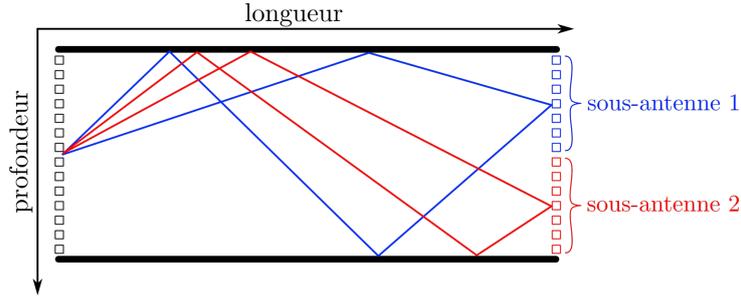


FIGURE 12 – Schéma montrant le rôle des sous-antennes dans la caractérisation du guide d’onde par le système acoustique, pour la même antenne émettrice et deux sous-antennes réceptrices : différentes sous-antennes ont différents faisceaux propres *i.e.* différents trajets à travers le guide d’onde. Chaque faisceau propre transportant une information différente sur le milieu qu’il traverse, multiplier les sous-antennes signifie mieux caractériser le guide d’onde.

leur espace d’arrivée  $[\theta_e, \theta_r, t]$  (a), ainsi que les projections du résultat de la DFV dans les trois sous-espaces plans  $[\theta_e, \theta_r]$  (b),  $[\theta_e, t]$  (c) et  $[\theta_r, t]$  (d).

Notons les formes caractéristiques que prend le résultat de la DFV dans les sous-espaces plans. Dans le plan  $[\theta_e, \theta_r]$ , l’énergie est distribuée sur les deux droites  $\theta_e = \theta_r$  et  $\theta_r = -\theta_e$ . Cela s’explique par la géométrie du guide d’onde, dont le fond et la surface sont (presque) parallèles, et qui force la relation  $|\theta_e| = |\theta_r|$  pour tous les faisceaux propres. Projetée sur les plans  $[\theta_e, t]$  et  $[\theta_r, t]$ , l’énergie est distribuée sur les courbes d’équation

$$t = \frac{R}{c \cdot \cos(\theta)}, \quad (5)$$

où  $R$  est la longueur du guide d’onde,  $c$  est la célérité de l’onde acoustique. Encore une fois, ces distributions sont forcées par la géométrie du guide d’onde, et peuvent être retrouvées par les relations trigonométriques et en considérant les images de l’émetteur/ du récepteur après les réflexions des faisceaux propres.

Si la relation entre une perturbation du guide d’onde et la modification de la propagation des rayons acoustiques est définie, alors à partir d’une mesure de la propagation acoustique il est possible d’estimer les paramètres physique de la perturbation. Une telle relation est donnée par les Noyaux de Sensibilité.

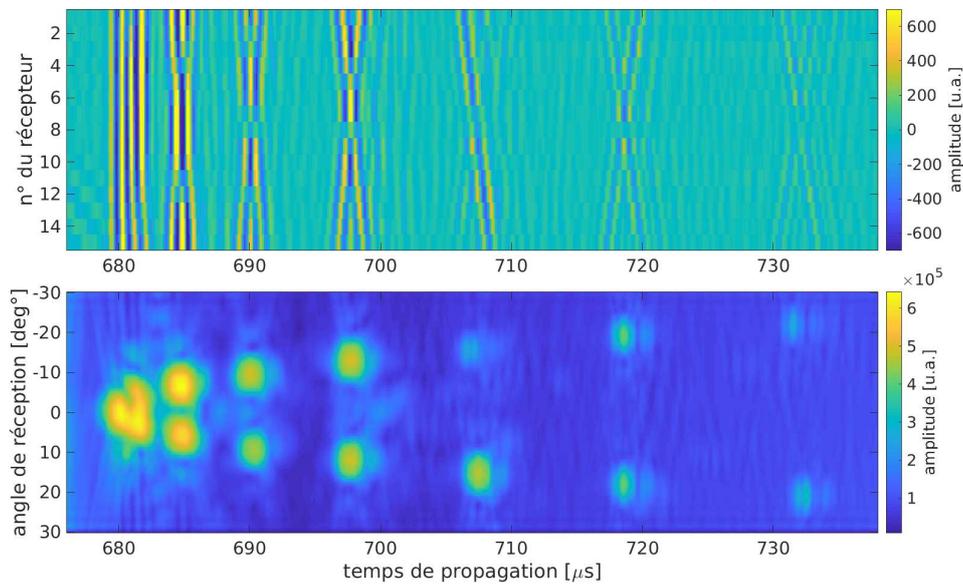


FIGURE 13 – **(haut)** Données acoustiques brutes reçues par une sous-antenne de 15 récepteurs centrées sur le récepteur numéro 33 et émises par le transducteur numéro 33 sur la barrette émettrice. On voit les arrivées acoustiques enregistrées avec un délai temporel sur les différents récepteurs de l'antenne. **(bas)** Enveloppe du résultat de l'algorithme de Formation de Voies sur les données présentées en haut. Les faisceaux acoustiques avec des angles de réception inférieurs à  $5^\circ$  ne sont pas séparables (temps de propagation  $\approx 680\mu s$ ). Les arrivées après  $730\mu s$  sont de faible rapport signal sur bruit et ne sont pas toujours extractibles.

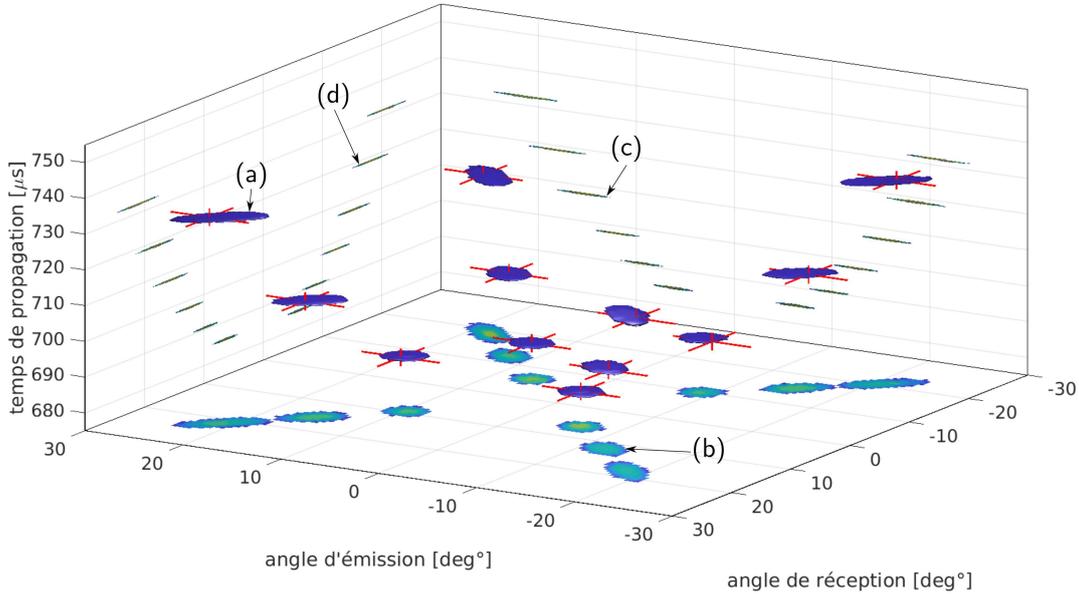


FIGURE 14 – Estimation du centre des ellipsoïdes d’énergies (a) représentant les arrivées acoustique à la sortie de l’algorithme de DFV. L’estimation est matérialisée par les croix rouges. Sont montrées également (taches de couleur) les projections du résultat de la DFV sur les sous-plans : (b)  $[\theta_e, \theta_r]$ , (c)  $[\theta_e, t]$ , et (d)  $[\theta_r, t]$ .

### Noyaux de Sensibilité et Estimation des paramètres physiques

La physique, et la science en général a pour vocation d’explorer et d’établir les relations existantes entre des événements a priori distincts. Les modèles mathématiques établis par la physique donnent des lois qui relient des causes (application d’une force, augmentation de la température, etc.) à des effets (déplacement d’une masse, dilatation d’un gaz, etc.). Dans le cas le plus simple, l’effet est relié à la cause par un simple coefficient. Ainsi, il est aisé, à partir de la mesure des effets, d’obtenir des informations sur la cause. On dit que l’on *inverse* le modèle physique (voir Fig. 15). Cette inversion est à la base des estimations des paramètres physiques qui sont autrement inaccessibles (on ne peut pas effectuer de mesure directe).

Dans les cas plus complexes où le lien entre cause et effet est moins évident, ou si plusieurs causes sont indissociables, il est toujours possible d’inverser le modèle, mais cela demande plus d’efforts. C’est le cas, dans notre contexte de tomographie sous-marine, de la propagation acoustique en trois dimensions régie par l’équation de Helmholtz

$$\nabla^2 p(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (6)$$

où  $p(\mathbf{r}, t)$  est la pression acoustique au point de l’espace  $\mathbf{r}$ , et au temps  $t$ , et  $c$  la célérité de l’onde. À cette équation s’ajoutent les conditions aux limites du milieu de propagation pour définir entièrement le problème physique.

Nous souhaitons obtenir des informations sur le milieu de propagation : variations de densité, de vitesse du son, et de l’état de la surface. Ces trois paramètres sont inaccessibles directement (on ne peut pas mettre des capteurs en tout point du guide d’onde). Néanmoins, un changement

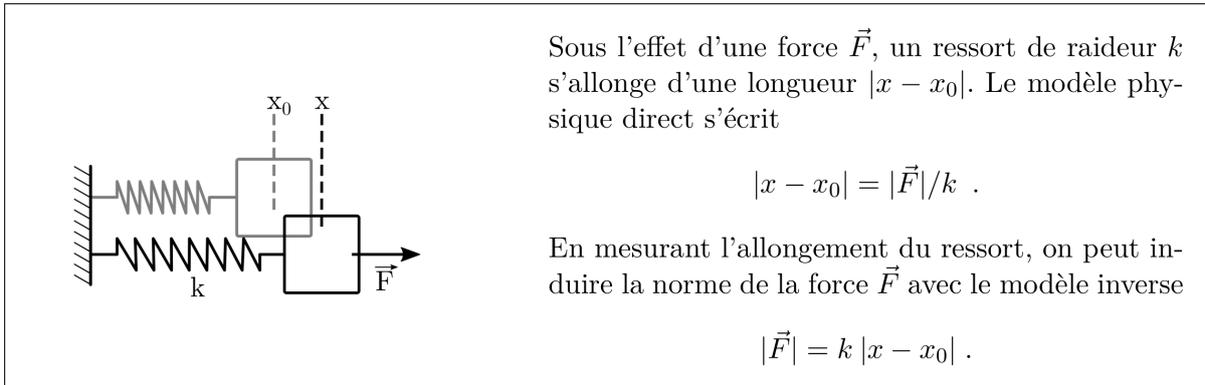


FIGURE 15 – Un problème inverse trivial : la mesure d'une force à partir de l'élongation d'un ressort.

dans les paramètres du guide d'onde perturbe la propagation acoustique à l'intérieur de celui-ci. Le champ de pression acoustique, simplifié grâce à la DFV, peut être projeté sur la base de ses faisceaux propres, pour lesquels on peut mesurer quatre observables : le temps de propagation de l'émetteur au récepteur  $t_p$ , les angles d'émission et de réception  $\theta_e$  et  $\theta_r$ , et l'amplitude  $A$  du signal transmis.

On peut d'ores et déjà relier, de manière intuitive, chaque paramètre du guide d'onde à une observable : la célérité de l'onde acoustique va logiquement influencer sur son temps de parcours, les variations de densité se comportent comme un écran (changement d'impédance acoustique) qui modifie l'amplitude du signal transmis, et les conditions aux limites, c'est-à-dire l'état de la surface du guide d'onde, jouent directement sur les angles des faisceaux propres. Cette correspondance "logique" s'est faite historiquement (la thèse de Ion Iturbe [Iturbe, 2010] portait sur les variations du temps de parcours causées par des variations de célérité locale, celle de Christian Marandet rajoute l'observable amplitude pour une variation de densité, et Florian Aulancier traite des variations de célérité pour les observables temps et angles), mais il est bon de noter que toutes les observables sont sensibles aux perturbations de tous les paramètres, et qu'il n'y a *a priori* pas de raison de privilégier telle ou telle observable.

Les variations locales des paramètres du guide d'onde modifient chaque faisceau propre de manière indépendante (les changements globaux des paramètres, affectant le guide tout entier, comme par exemple une hausse générale de la température de l'eau, perturbent de manière non indépendante tous les rayons propres). Le but de la tomographie est de localiser et quantifier ces changements locaux. Pour cela, il faut établir, pour chaque faisceau propre, le lien entre la modification de ses caractéristiques et une perturbation physique du milieu de propagation. En d'autres termes, il faut définir la sensibilité spatiale de chaque rayon propre aux perturbations locales du guide d'onde, *i.e.*, un "Noyau de Sensibilité". Cette technique est appliquée depuis les années 80 en sismologie (*e.g.* [Snieder and Nolet, 1987]), où les Noyaux de Sensibilité (NS) relient traditionnellement une perturbation locale de célérité des ondes  $\delta c(\mathbf{r})$  à un retard dans le temps de parcours  $\delta t$  des ondes, en prenant en compte la sensibilité spatiale des rayons à une telle perturbation locale de célérité.

Un exemple de NS est montré en figure 16. Il s'agit d'un NS en temps de parcours pour une variation de célérité locale en champ libre, c'est-à-dire sans réverbération, et en point-à-point,

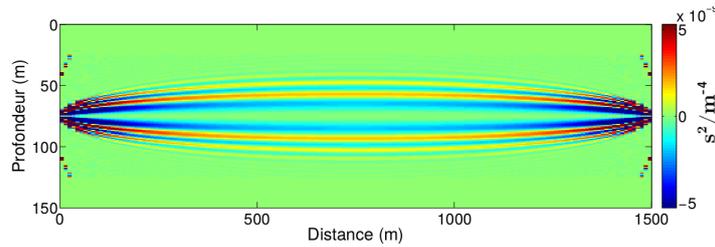


FIGURE 16 – Figure issue de [Iturbe, 2010], montrant un Noyau de Sensibilité en temps de parcours pour un  $\delta c$ , en point-à-point et en champ libre.

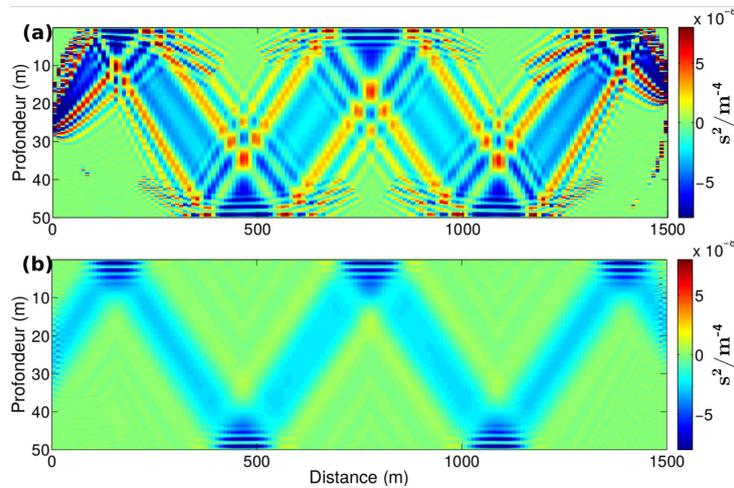


FIGURE 17 – Figure issue de [Iturbe, 2010], montrant un Noyau de Sensibilité en temps de parcours pour un  $\delta c$ , pour un rayon tapant trois fois la surface du guide et deux fois le fond, (a) en point-à-point, et (b) après DFV sur des antennes de 32 transducteurs.

c'est-à-dire que seul un émetteur et un récepteur sont pris en compte. De manière assez intuitive, on comprend que le rayon propre va être sensible, c'est-à-dire influencé par une variation du milieu si celle-ci se trouve proche de son chemin. À l'opposé, une variation du milieu ne va pas modifier le temps de parcours du rayon propre si elle a lieu loin de celui-ci. On voit donc que les valeurs de NS sont nulles loin du trajet du rayon.

On retrouve la même chose sur la figure 17-(a). Il s'agit d'un NS en temps de parcours et calculé en point-à-point, dans un guide d'onde et pour un rayon propre réfléchi trois fois par la surface et deux fois par le fond du guide. On voit à nouveau que les valeurs non-nulles du NS suivent le trajet du rayon propre, et le caractère oscillatoire crée des motifs d'interférences aux points de réflexion. La figure 17-(b) montre le même noyau, calculé cette fois après DFV sur des antennes de 32 éléments à l'émission et à la réception. On voit que la DFV réduit drastiquement les oscillations du noyau et resserre la zone sensible autour du rayon propre, améliorant ainsi la précision du NS. Ainsi l'utilité de la DFV est à la fois de séparer les faisceaux propres du guide d'onde, et de pouvoir calculer des noyaux de sensibilité plus précis. Notons également que la figure 17 confirme qu'une variation positive de la célérité de l'onde située autour du trajet du rayon propre diminue son temps de trajet (NS négatif). Si la variation se situe loin du rayon propre, le temps de trajet est inchangé (NS nul).

UN Noyau de Sensibilité est un modèle physique qui nous donne le lien entre perturbation de la surface du guide d'onde d'une part et l'amplitude, le temps de trajet, ou encore les angles d'émission et de réception d'un rayon propre de ce même guide d'autre part. Il s'agit du modèle direct du fait qu'il respecte la causalité de la relation. La perturbation de la surface *cause* les perturbations des rayons. Grâce au modèle direct, si on connaît l'état de la surface du guide, on peut calculer l'état des rayons propres.

### Inversion d'un modèle : une intuition

La plupart des problèmes physiques demandent d'inverser la relation de causalité et de remonter aux causes à partir des effets. C'est le cas en particulier pour la majorité des mesures de grandeurs physique qui ne sont accessibles qu'indirectement. Par exemple, mesurer une température n'est possible qu'à travers la mesure de la dilatation d'un fluide (thermomètres au mercure), la modification d'un potentiel électrique (sondes utilisant l'effet Seebeck), l'émission de rayonnement électromagnétique (thermomètres infrarouge), etc. Puisque le lien entre la température d'un corps et tous ces phénomènes est connu, on peut se servir de ceux-ci pour remonter à la température. Un autre exemple est la mesure d'une force mécanique (voir l'exemple en Fig. 15).

Dans ces exemples, la relation de causalité semble triviale car l'inversion se fait sans difficulté. En effet, elle relève alors plus de la philosophie...

Dans d'autres cas plus complexes, la différence entre modèle direct et modèle inverse devient incontournable et pose un réel problème mathématique. C'est le cas des problèmes de tomographie où un grand nombre de paramètres entrent en compte. La tomographie vise traditionnellement à estimer la variation de célérité  $\delta c$ . En effet, un sous-marin ou un banc de poissons dans l'océan peuvent être compris comme une zone de densité plus élevée. Cette densité ne peut pas être mesurée directement en tout point du guide d'onde. Toutefois, le lien entre densité et célérité d'une onde acoustique est connu. En estimant la célérité locale d'une onde, on peut estimer, localement, la densité du milieu qu'elle a traversé. Encore une fois, cette célérité locale n'est pas non plus mesurable. N'est mesurable que le temps de trajet total de l'onde entre une source et un récepteur. Par définition,  $c = d/t$ , où  $c$  est la célérité moyenne,  $d$  la distance parcourue et  $t$  le temps total du parcours. Dans le cas où la célérité est variable le long du parcours, et en inversant la relation, le temps de trajet d'une onde entre une source  $S$  et un récepteur  $R$  s'écrit

$$t = \int_R^S \frac{ds}{c(\vec{r})}, \quad (7)$$

où  $ds$  est une longueur élémentaire du trajet de l'onde au point de l'espace  $\vec{r}$  et  $c(\vec{r})$  est la célérité locale de l'onde en ce point.

En pratique, l'espace est divisé en éléments discrets (Fig. 18) permettant de remplacer l'intégrale par une somme discrète

$$t = \sum_{i,j} s_{i,j} d_{i,j}, \quad (8)$$

où  $s_{i,j} = 1/c_{i,j}$  est la lenteur (l'inverse de la célérité) dans l'élément  $(i,j)$ , et  $d_{i,j}$  la distance parcourue dans cet élément. Une première approche naïve est d'effectuer la somme sur les éléments que l'onde traverse (éléments verts). Cette approche écarte complètement le caractère ondulatoire de l'onde et la modélise entièrement par un rayon. En vérité, cette approche est parfaitement exacte si le rapport entre la longueur caractéristique de propagation sur la longueur d'onde,  $\ell/\lambda$ , tend vers l'infini. En pratique la théorie des rayons peut s'appliquer si  $\ell/\lambda \gg 1$ , mais

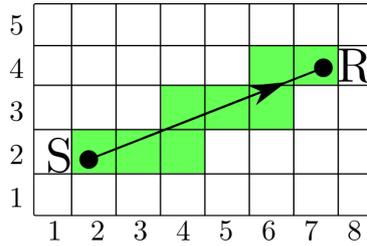


FIGURE 18 – Un problème inverse moins trivial : la célérité locale d'une onde acoustique. L'espace est divisé en éléments discrets, et les éléments traversés par le rayon [S-R] sont représentés en vert.

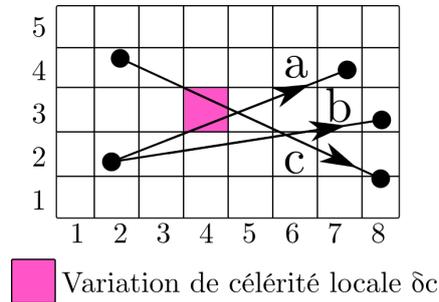


FIGURE 19 – La contribution de plusieurs trajets acoustiques en tomographie.

doit prendre en compte la "largeur" du rayon pour être rigoureuse. On parle alors de faisceau au lieu de rayon.

La figure 18 présente un espace discretisé où une onde parcourt le chemin entre les points S et R. L'onde peut avoir une célérité différente dans chaque élément de cet espace. Considérons, pour simplifier notre exemple, que la largeur de notre faisceau est négligeable. Remplaçons également la distance  $d_{i,j}$  parcourue dans un élément par la taille de l'élément, ce qui est une approximation acceptable. Dans ce cas, sommons de manière naïve et le temps de parcours du rayon de la figure 18 peut s'écrire, sous forme vectorielle,

$$t = [s_{2,2} + s_{3,2} + s_{4,2} + s_{4,3} + (\dots) + s_{7,4}] d_{el} , \quad (9)$$

où  $d_{el}$  est la taille d'un élément. Il est ici impossible d'estimer le vecteur des lenteurs  $s_{i,j}$  à partir d'une seule mesure du temps de parcours  $t$ . La mesure ne nous donne qu'une seule équation alors que le système présente huit inconnues.

L'utilisation de plusieurs rayons acoustiques et donc de plusieurs mesures de différents temps de parcours permet de remédier à ce problème.

Dans la figure 19, on voit comment différents rayons acoustiques renseignent sur différents éléments de l'espace. La variation de célérité de l'élément (4,3) influence les rayons a et c. Leurs temps de parcours seront donc modifiés. De plus, le temps de parcours du rayon b n'est pas modifié, la variation de célérité ne se trouve donc pas sur son chemin. En multipliant ainsi les rayons, on augmente l'information recueillie par la propagation acoustique.

L'équation du temps de trajet pour nos trois rayons dans cet espace s'écrit

$$[t_a, t_b, t_c]^T = K_t \cdot [s_{1,1}, s_{1,2}, (\dots), s_{8,5}]^T \cdot d_{el} , \quad (10)$$

où  $K_t$  est une matrice de taille  $[3 \times 40]$  et qui représente la sensibilité spatiale du temps de trajet de chaque rayon à une variation de célérité (ou de lenteur) locale, c'est-à-dire que c'est le Noyau de Sensibilité. Dans notre cas simpliste, d'après l'équation 9, le noyau de sensibilité s'écrit pour chaque élément de l'espace discret et est égal à 1 sur le rayon, et 0 ailleurs. Dans notre espace discrétisé, le NS est égale à 1 dans un élément traversé par le rayon, et 0 dans les autres éléments. Notons bien que ceci est un exemple simpliste destiné à expliquer avec les mains le lien que crée le Noyau de Sensibilité entre une perturbation de milieu et les variations d'une observable.

D'une manière générale, la variation d'une observable  $\mathbf{x}$  pour  $N$  rayons dans un espace discrétisé en  $M$  éléments en fonction d'une perturbation d'un paramètre  $\mathbf{y}$  du milieu de propagation s'écrit

$$\mathbf{x} = K_x \mathbf{y} , \quad (11)$$

où  $K_x$  de taille  $(N \times M)$  est le Noyau de Sensibilité pour l'observable  $x$ , comme celui présenté en figure 17-(b). Ce noyau est construit grâce à la théorie de la propagation des ondes acoustiques comme expliqué dans le chapitre II : Modèle Direct.

La perturbation  $y$  est alors calculée par inversion de l'équation 11

$$\mathbf{y} = K_x^{-1} \mathbf{x} . \quad (12)$$

Toutefois, la matrice  $K_x$  est en général non inversible. La résolution de ce problème nécessite l'utilisation de techniques spécifiques. Nous choisissons ici l'inversion Bayésienne ou par estimation de Maximum A Posteriori (MAP - voir, *e.g.*, [Tarantola, 2005]).

L'inversion Bayésienne est fondée sur un raisonnement probabiliste sur les paramètres du modèle à partir de la connaissance des données. Elle nous donne la probabilité qu'une perturbation de notre guide d'onde existe à un certain endroit et une certaine magnitude en sachant qu'on a connaissance des variations des données des rayons propres. Le but de l'opération est alors de trouver les paramètres de la perturbation qui maximisent cette probabilité. Ces paramètres sont alors la solution de l'équation

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{K}_x^{-1} \mathbf{x} , \quad (13)$$

où  $\tilde{K}_x^{-1}$  est la matrice pseudo-inverse de  $K_x$ .

Sans réexpliquer les calculs qui ont déjà largement été développés dans, *e.g.*, [Tarantola, 2005], [Iturbe, 2010], [Aulanier et al., 2013]), on utilise l'estimation de la matrice pseudo-inverse

$$\tilde{K}_x^{-1} = P K_x^T [K_x P K_x^T + R]^{-1} \quad (14)$$

$$= [K_x^T R^{-1} K_x + P^{-1}]^{-1} K_x^T R^{-1} , \quad (15)$$

où  $P$  est la matrice Prior ou matrice de covariance du modèle et  $R$  est la matrice Résidu ou matrice de covariance des données. Ces deux matrices représentent l'incertitude sur l'estimation des paramètres et l'incertitude sur la mesure de la variation des observables, respectivement.

Les deux equations 14 et 15 sont équivalentes, à ceci près que la première requiert l'inversion d'une matrice de taille  $N \times N$  et que la deuxième demande l'inversion d'une matrice  $M \times M$ . Pour des raisons de coût de calcul, la première sera donc préférée lorsque le nombre d'observables est inférieur au nombre de paramètres à estimer ( $N < M$ ) alors que la deuxième sera utilisée préférentiellement dans le cas inverse ( $N > M$ ).

La justesse de la procédure peut être vérifiée par l'analyse des matrices  $\tilde{K}_x^{-1} \times K_x$  et  $K_x \times \tilde{K}_x^{-1}$ , qui doivent s'apparenter à des matrices Identité. Cette analyse est faite de manière simple et visuelle par un test dit du damier, et sera détaillée dans le chapitre III : Inversion.

## Contexte du travail de thèse - historique des travaux précédents

Comme dit précédemment, la propagation des ondes sonores dans un guide d'onde sous-marin a été l'objet de nombreuses études et travaux, en particulier au sein du groupe GIPSA / ISTerre, avec des travaux menés par Jérôme Igor Mars, Barbara Nicolas et Philippe Roux (encadrants des thèses présentées ci-après). Ces travaux se sont notamment inscrits dans le projet TOTS (Tomographie Océanique en zone peu profonde : nouvelles perspectives en Traitement du Signal) de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR). Ce projet a permis trois thèses par le passé, celles de Ion Iturbe, Christian Marandet et Florian Aulanier. La thèse de Christian et la présente ont été possibles grâce à l'aide financière de la Direction Générale de l'Armement (DGA).

Lors de sa thèse, Ion Iturbe (soutenance en 2010) a appliqué les NS dans le contexte de la tomographie en eaux peu profondes (voir [Iturbe et al., 2009] et sa thèse [Iturbe, 2010]). Son travail a permis d'étudier les NS en point-à-point (une source et un récepteur - sans isoler de rayon propre), ainsi que l'apport de la Double Formation de Voies (DFV), c'est-à-dire la projection du champ - et donc des NS - sur la base des rayons propres (Fig. 16). Cette dernière technique a été appliquée à des données enregistrées en cuve expérimentale, dans un guide d'onde similaire à celui utilisé par [Roux and Fink, 2000]. Une variation locale de célérité des ondes acoustique a été introduite grâce à une résistance chauffante sur le fond du guide d'onde - une augmentation de la température entraînant une augmentation de la célérité. La DFV couplée avec les NS en temps de parcours a été démontrée comme efficace pour imager les variations de célérité/température dans un guide d'onde sous-marin (Fig. 20)

Un second travail de thèse par Christian Marandet (soutenance en 2011) explore les Noyaux de Sensibilité reliant cette fois-ci une variation de la densité  $\delta\rho$  à une variation d'amplitude  $\Delta A$  du faisceau propre (Fig. 21, voir [Marandet et al., 2011] et [Marandet, 2011]). La préférence de cette observable par rapport au temps de parcours est motivée par ce qui est appelé le paradoxe "Banana-Doughnut", qui met en avant l'insensibilité des temps de parcours d'un rayon propre à une variation de densité située sur son chemin (Fig. 21). Bien que paradoxal à première vue, ce phénomène se comprend néanmoins grâce à la connaissance de la propagation des ondes. Celles-ci contournent simplement l'obstacle par diffraction et le temps de trajet n'est que très peu perturbé (contrairement à l'amplitude de l'onde qui subit en plus les effets de l'absorption et de la réflexion par l'obstacle). De plus, la cible étant au centre du faisceau acoustique, la symétrie qu'il n'y a pas de phénomène de déphasage ou d'interférence pouvant modifier le temps de parcours de l'onde.

C. Marandet a en outre proposé une expérience permettant la mesure des NS, en mesurant la variation du champ acoustique lorsqu'une perturbation de  $\delta c$  (sous la forme d'une bille de plomb) était introduite dans le guide d'onde (Fig. 22).

Finalement, C. Marandet ([Marandet et al., 2011]) a également abordé l'effet des vagues à la surface de l'eau. La théorie des Noyaux de Sensibilité, au lieu d'être appliquée à tout le volume du guide d'onde pour relier les variations des rayons propres à un  $\delta c$  ou  $\delta\rho$  local, peut être utilisée à la surface du guide d'onde pour modéliser l'effet d'un déplacement local de la surface. Les NS pour ce phénomène ont été établis par [Sarkar et al., 2012] dans le cadre de la thèse de C. Marandet, et ont pu être vérifiés grâce à la même expérience que celle présentée en figure 22.

Au cours d'une troisième thèse sur le sujet, Florian Aulanier (soutenance 2013) s'est intéressé cette fois-ci à l'effet d'une variation de célérité dans un guide d'onde sur les angles d'émission et de réception des rayons propres. Ce faisant il explore la sensibilité de deux observables supplémentaires (fig. 23) qui viennent compléter le tableau dressé par ses prédécesseurs avec les

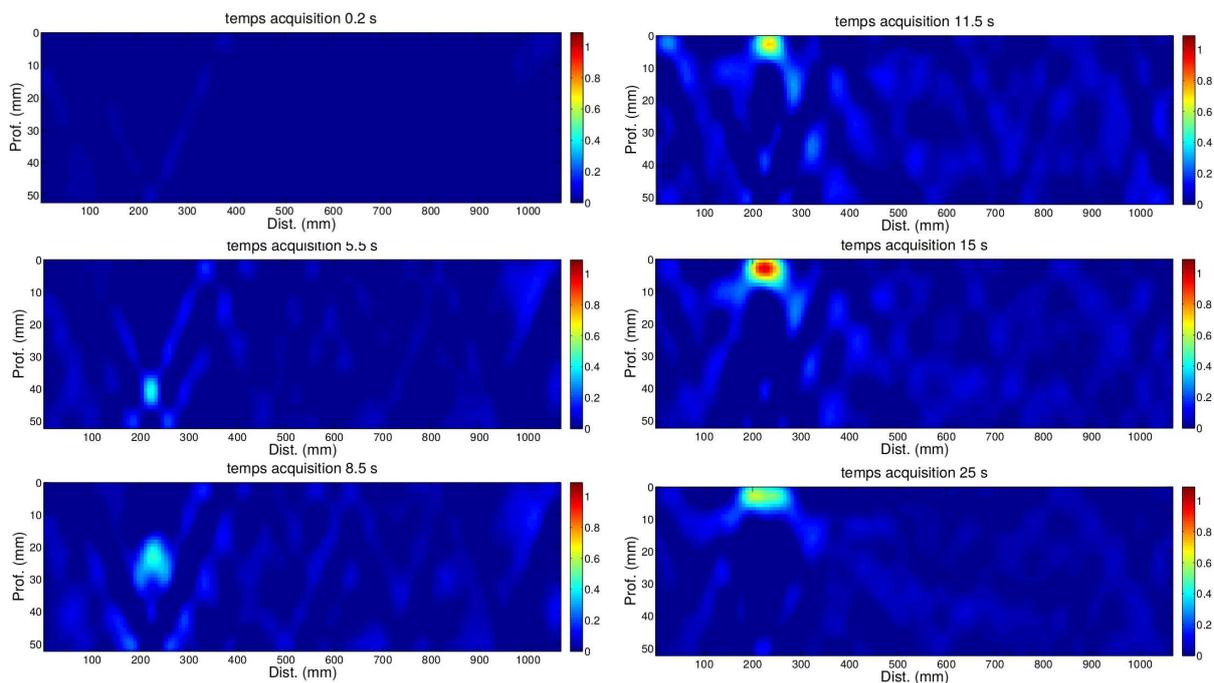


FIGURE 20 – Figure issue de [Iturbe, 2010], montrant plusieurs résultats différents de l'inversion des variations de temps de parcours  $\delta t$  lorsqu'une variation locale de la célérité (température) est introduite dans le guide d'onde. La source de chaleur a été allumée au temps d'acquisition 5 s. L'inversion montre la localisation et la valeur du  $\delta c$ . On reconnaît la forme d'un panache de fluide chaud qui remonte à la surface à la  $\text{Dist.} \approx 200$  mm.

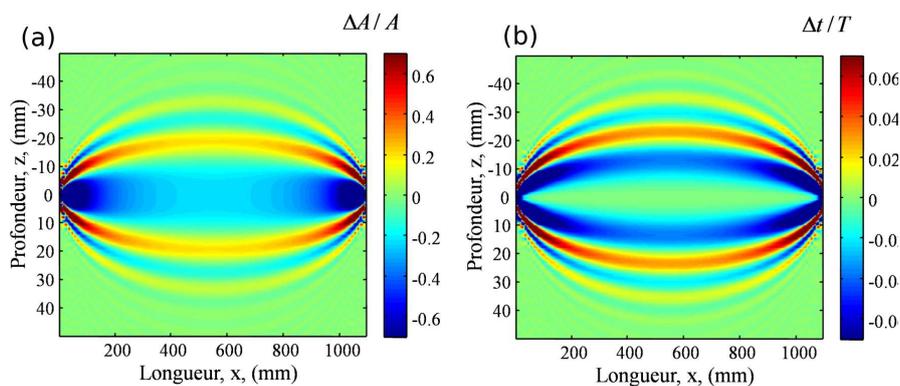


FIGURE 21 – Figures issues de [Marandet, 2011]. (a) Noyau de Sensibilité en amplitude établi pour un émetteur et un récepteur et pour une variation de densité locale. Le lobe central (première zone de Fresnel) est négatif. Ceci se comprend intuitivement par le fait qu'une variation de densité (typiquement une cible solide) sur le trajet de l'onde "cache" la source au récepteur, et ainsi le signal reçu est de plus faible amplitude. (b) Noyau de Sensibilité en temps de parcours établi pour un émetteur et un récepteur et pour une variation de densité locale. La première zone de Fresnel du noyau est nulle, illustrant le paradoxe "Banana-Doughnut" : une variation de densité sur le trajet de l'onde ne modifie pas son temps de parcours.

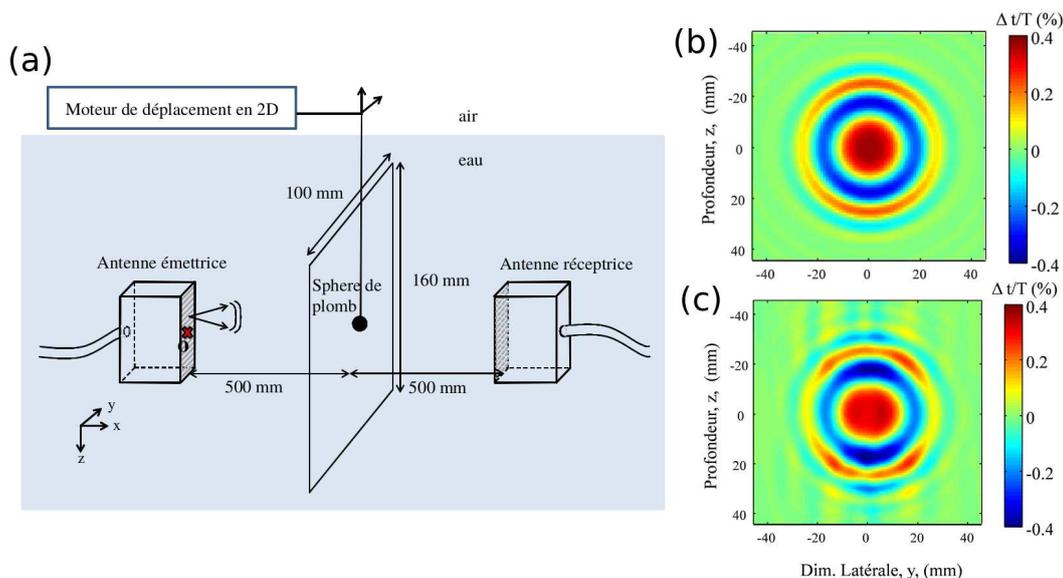


FIGURE 22 – Figures issues de [Marandet, 2011]. (a) Dispositif expérimental permettant la mesure des Noyaux de Sensibilité. (b) Noyau de Sensibilité théorique en temps de parcours, vu en coupe  $(y,z)$ . (c) Le même NS, mesuré expérimentalement.

variations de l’amplitude et du temps de parcours. Il se sert notamment des NS en angles et des temps de parcours pour inverser une perturbation de la célérité locale des ondes acoustiques (Fig. 24).

Les noyaux de surface établis par C. Marandet ont pour la première fois été utilisés pour imager une vague de surface par [Roux and Nicolas, 2014]. Au lieu d’une bille en plomb servant de perturbation ponctuelle, une vague se propageant à la surface du guide d’onde est générée et a pu être suivie par tomographie grâce au dispositif de barrière acoustique, en utilisant à la fois la variations en amplitude et en temps de parcours (Fig. 26).

L’analyse en fréquence-nombre d’onde a montré que cette inversion est correcte en espace et en temps, c’est-à-dire que la variation de surface inversée correspond bien à une vague gravito-capillaire, comme prédit par la théorie des vagues de surface pour cette échelle de distances.

## Objectifs de la thèse

La détection de cibles sous l’eau repose entièrement sur l’étude de la propagation des ondes acoustiques. En effet, les ondes électromagnétiques sont fortement absorbées par l’eau, ce qui rend leur utilisation sur de grandes distances impossible (voir, *e.g.*, [Jimenez et al., 2016]). Les ondes acoustiques, en revanche, sont largement utilisées par exemple avec les systèmes SONAR. Ceux ci opèrent efficacement en eaux profondes ( $R \gg d$ ), où les ondes ne souffrent pas de la réverbération et rétro-diffraction par la surface et le fond. En eaux peu profondes ( $R \sim 1\text{km}$ ,  $d \sim 100\text{m}$ ), la détection d’une cible souffre de grandes limitations. La propagation du son se faisant par réverbération, elle dépend grandement de l’état des limites du milieu. La bathymétrie peut être connue et prise en compte dans la modélisation des rayons propres du guide d’onde sous-marin, mais l’état de la surface pose encore problème (Fig. 27).

Ces limitations posent de sérieuses questions sur la capacité d’une barrière acoustique à

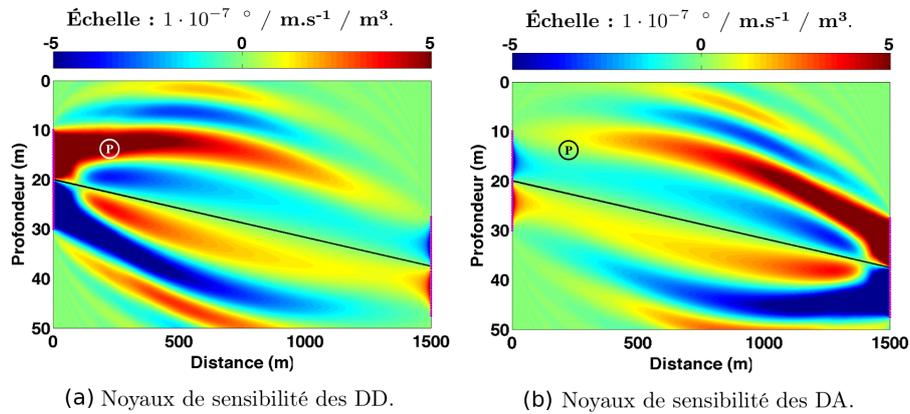


FIGURE 23 – Figures issues de [Aulanier, 2013]. (a) NS des angles d’émission (sur la figure, DD - Direction de Départ). (b) NS des angles de réception (sur la figure, DA - Direction d’Arrivée)

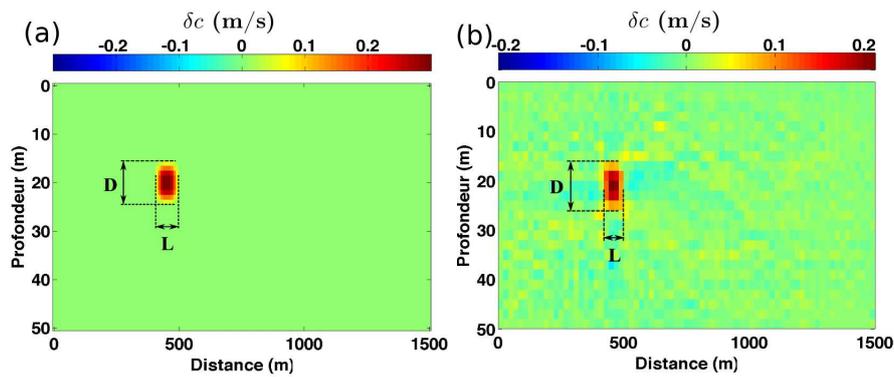


FIGURE 24 – Figures issues de [Aulanier, 2013]. (a) Modélisation numérique d’une perturbation locale de la célérité des ondes acoustiques. (b) Résultat d’une inversion jointe à partir des NS en angles et temps de propagation.

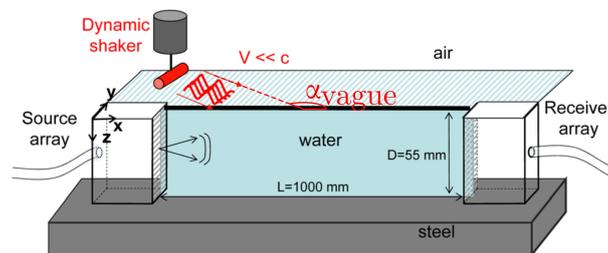


FIGURE 25 – Figure modifiée à partir de [Roux and Nicolas, 2014], présentant le dispositif expérimental permettant d’imager la propagation d’une vague à la surface d’un guide d’onde. Le shaker perturbant la surface de l’eau n’étant pas sur l’axe du guide d’onde, les vagues de surface traversent la barrière acoustique avec un angle  $\alpha_{\text{vague}}$ .

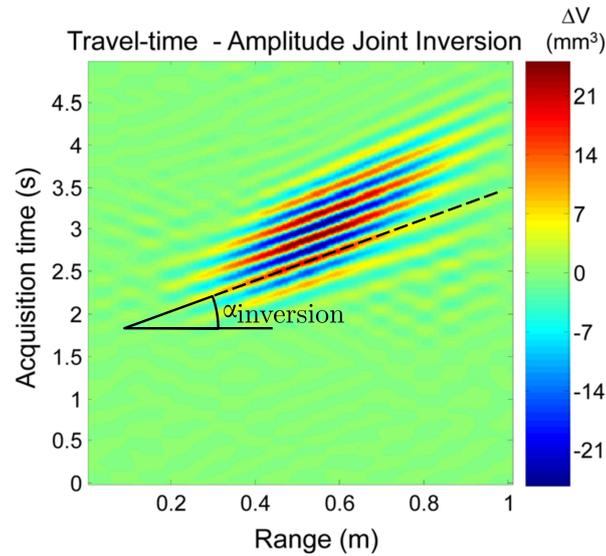


FIGURE 26 – Figure modifiée à partir de [Roux and Nicolas, 2014], présentant le résultat de l'inversion jointe des variations d'amplitude et de temps de parcours des rayons propres pour une vague se propageant à la surface du guide d'onde. Dans ce diagramme temps-espace, l'angle virtuel  $\alpha_{inversion}$  est directement lié à l'angle physique de propagation des vagues à la surface du guide d'onde,  $\alpha_{vague}$  en Fig. 25

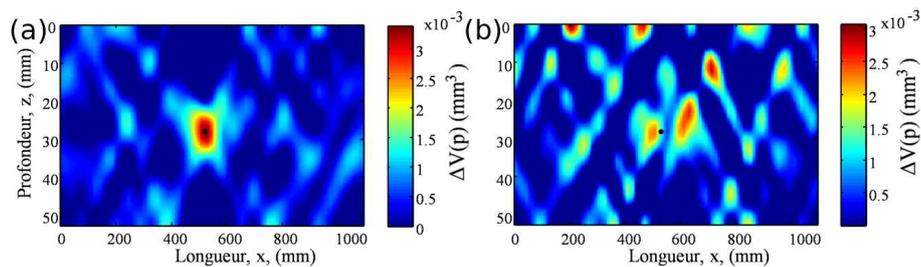


FIGURE 27 – Figures issues de [Marandet, 2011].(a) Résultat d'inversion de NS en amplitude, pour une cible (variation locale de densité) introduite dans le guide d'onde, sans vagues à la surface. (b) La même estimation, cette fois avec des vagues à la surface du guide d'onde. La hauteur des vagues est en moyenne  $\lambda/16$  [Marandet, 2011]. L'estimation de la position et de la taille de la cible est fortement affectée par les perturbations de la surface.

détecter le passage d'une cible en cas de forte mer. Dans le contexte de protection des zones littorales, des rades ou des ports contre des risques d'intrusions par embarcation ou plongeurs, on s'intéresse à l'effet d'une perturbation de la surface de l'eau sur les rayons propres du guide d'onde. En effet, un guide d'onde sous-marin à la surface parfaitement plane n'existe qu'en laboratoire et ne peut pas représenter un système réel. Aussi, si on veut pouvoir efficacement appliquer cette technique en mer, il faut pouvoir estimer l'effet qu'ont des fluctuations aussi naturelles et permanentes que des vagues de surface sur la précision de la détection d'une cible sous marine.

Les travaux portant sur l'utilisation de Noyaux de Sensibilité dans le contexte de la tomographie en eaux peu profonde montrent une bonne capacité à détecter et localiser une perturbation dans le milieu, que ce soit une variation de célérité dans le guide d'onde ou une déformation de la surface de l'eau. Ces travaux ne présentent soit pas d'estimation quantitative de la perturbation du guide d'onde (détection et localisation seulement), soit ne sont pas en mesure de vérifier leur estimation.

En s'inspirant des travaux précédents, la présente thèse a pour but d'apporter de nouveaux éléments sur la tomographie en eau peu profonde, en proposant notamment l'estimation quantitative d'une perturbation de la surface d'un guide d'onde, grâce à l'inversion des quatres observables disponibles (temps de propagation, angles d'émission et de réception, et amplitude)

Elle se sert d'une expérience conçue pour permettre 1) la perturbation précise et contrôlée de la surface d'un guide d'onde, et 2) des mesures indépendantes de la surface de l'eau grâce à des caméras optiques. Ainsi, le lien quantitatif entre une perturbation de la surface du guide d'onde et les variations des rayons propres extraits par Double Formation de Voies sur des antennes est exploré et peut être vérifié expérimentalement.

Plus spécifiquement, les variations en amplitude, temps de trajet et angles d'émission et de réception seront utilisées pour inverser quantitativement le déplacement local de la surface du guide d'onde, grâce à une formulation des Noyaux de Sensibilité couvrant toute la surface du guide d'onde. Ces noyaux en "deux dimensions", ainsi que l'établissement des noyaux en angles pour une perturbation de surface sont développés ici pour la première fois.

Il est apparu lors de ces travaux que les rayons propres d'un guide d'onde peuvent être regroupés en "familles" partageant des caractéristiques communes. Se pose alors la question de "dépopulation", c'est-à-dire l'utilisation de seulement un sous-ensemble de rayons propres pour l'inversion, dans le but de diminuer le temps et la puissance de calcul nécessaire.

Finalement, un nouveau traitement de l'expérience utilisée par C. Marandet (dans, par exemple, [Sarkar et al., 2012]) permet de vérifier l'établissement théorique des NS et montre la possibilité de corriger les incertitudes sur le modèle physique.

## Organisation du manuscrit

J'ai fait le choix de présenter mon travail de thèse de la manière la plus didactique possible. J'espère qu'ainsi, le lecteur pourra simplement suivre l'évolution du travail, de la donnée brute aux résultats de l'inversion des variations des rayons propres.

Ce manuscrit s'organise en trois chapitres :

1. Une présentation de l'expérience ayant permis l'acquisition des données, ainsi qu'une première étude des données brutes acquises.
2. L'établissement du modèle direct de l'expérience, permettant de relier la perturbation de la surface à la variation des observables. Ce chapitre présente les nouveautés apportées à l'approche par noyaux de sensibilité.
3. L'inversion des données acoustiques et présentation des résultats. Ces résultats seront mis en relation avec les données optiques, et avec les données brutes.

L'expérience qui a permis l'extraction des données de ce travail de thèse a eu lieu en janvier 2016 à Brest. Elle est expliquée et détaillée dans le **premier chapitre**. Elle a été conçue pour permettre la perturbation locale et contrôlée de la surface d'un guide d'onde immergé, et l'imagerie acoustique de cette perturbation grâce au dispositif de la barrière acoustique. La perturbation de la surface de l'eau est créée par une onde de choc générée par un tir de laser à forte énergie. Le but étant également de vérifier l'inversion quantitative de la hauteur de la perturbation, deux caméras très haute vitesse ont été installées et filment la surface du guide d'onde. La perturbation de la surface de l'eau est visible dans les données brutes recueillies par le dispositif acoustique. L'algorithme de DFV permet d'extraire chaque rayon propre des données brutes et de suivre leur évolution au cours du temps de l'expérience. Les images capturées par les caméras ont également nécessité un traitement qui est présenté dans ce chapitre.

Dans le **chapitre deux** est présenté le modèle physique permettant d'établir les équations de propagation dans le guide d'onde. Ce modèle prédit la variation de l'amplitude, du temps de propagation et des angles d'émission et de réception des rayons propres lorsque la surface subit une déformation. Le lien entre le déplacement local de la surface et la variation des rayons s'appelle le Noyau de Sensibilité (NS). Les NS théoriques sont également comparés avec des NS mesurés expérimentalement grâce à une expérience étudiée par [Marandet et al., 2011], et qui est réintroduite brièvement dans cette thèse. Les différences avec les travaux précédents sont soulignées : les angles d'émission et de réception sont deux nouvelles observables disponibles pour l'inversion d'une perturbation de surface ; une estimation quantitative de la perturbation est rendue possible par l'utilisation de NS calculés sur toute la surface du guide d'onde ; les petites erreurs de modélisation sont compensées par un temps de propagation choisi *a posteriori*.

Le **troisième chapitre** traite de l'inversion des données acoustiques qui permet d'estimer quantitativement le déplacement de la surface du guide d'onde. Les résultats sont discutés et comparés avec l'estimation optique du déplacement de la surface effectuée par les caméras. Les résultats sont également mis en relation avec les variations des observables extraites par DFV, pour montrer la validité de l'approche par NS. La question de "dépopulation", ou le nombre de rayons propres nécessaires pour l'inversion, est également discutée.



# Chapitre 1

## Expérience, Données Brutes et Traitement de Signal

*"Rappelle-toi Barbara / Il pleuvait sans cesse sur Brest ce jour-là"*

---

Jacques Prévert, [Prévert, 1976]

### 1.1 Introduction de chapitre

L'expérience principale de cette thèse a eu lieu à l'École Nationale Supérieure de Techniques Avancées (ENSTA) de Brest, en Bretagne, du 10 au 12 janvier 2017. Elle a principalement été conduite par Tobias van Baarsel<sup>1</sup>, Philippe Roux<sup>1</sup>, Michel Arrigoni<sup>2</sup> et Steven Kerampran<sup>2</sup>, rejoints par Julien Bonnel<sup>3</sup> et Barbara Nicolas<sup>4</sup>.

Le protocole est largement inspiré des études précédentes sur le même sujet (e.g. les thèses de MM. Christian Marandet ou Ion Iturbe). L'installation est une expérience à taille réduite modélisant une situation réelle à une échelle de 1 :1000. Des tailles typiques pour un dispositif en mer peu profonde sont  $R = 1$  km,  $d = 50$  m, et un signal acoustique de fréquence  $f = 1$  kHz. Le principe de l'expérience est de perturber une surface d'eau avec un choc ponctuel et contrôlable, réalisé grâce à un claquement de l'air provoqué par laser. La perturbation ainsi créée se propage sous la forme d'une vague gravito-capillaire. Un système acoustique actif de type "barrière acoustique" est installé sous l'eau pour suivre l'évolution de la perturbation de surface. Deux caméras optiques enregistrent également l'état de la surface et apportent ainsi une mesure indépendante de la perturbation.

---

1. ISTerre, Grenoble  
2. ENSTA, Brest  
3. WHOI, Woods Hole  
4. Créatis, Lyon

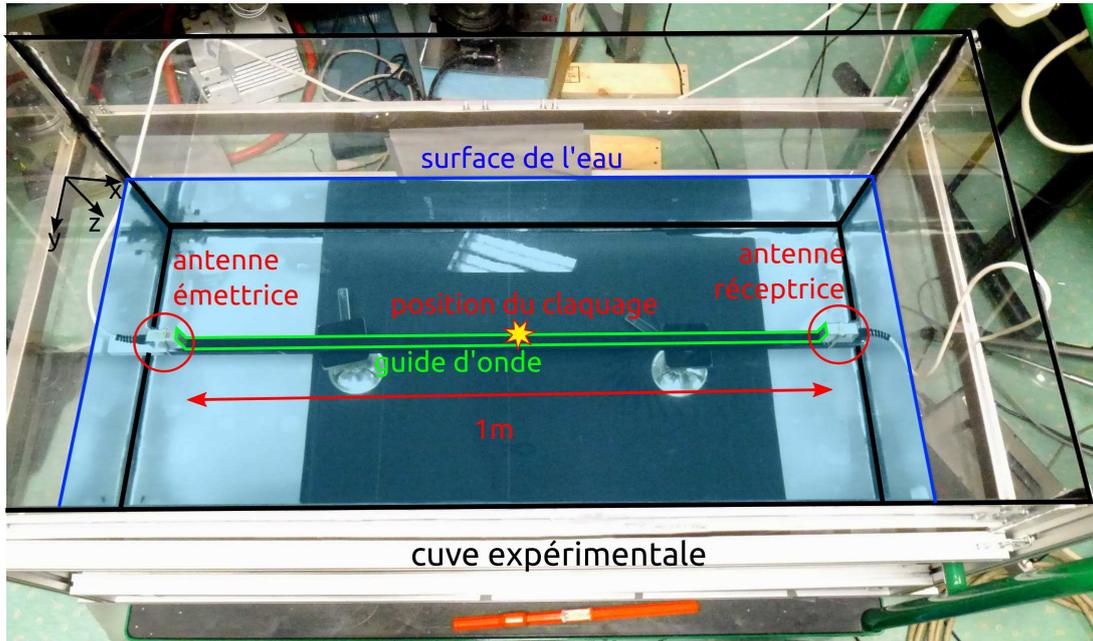


FIGURE 1.1 – Photo de la cuve expérimentale utilisée à l'ENSTA de Brest. Le guide d'onde est surligné en vert, les antennes acoustiques sont entourées en rouge, la surface de l'eau est coloriée en bleu.

## 1.2 Système Acoustique

Un guide d'onde de 1 mètre de long et 5 cm de profondeur est installé dans une cuve en plexiglas remplie d'eau (Fig. 1.1). Le guide est délimité par la surface de l'eau, et une barre d'acier placée 5 cm sous la surface. Deux barrettes de transducteurs acoustiques se font face à 1 mètre l'une de l'autre, entre la barre et la surface (Fig. 1.2). La barre d'acier, d'impédance acoustique beaucoup plus élevée que celle de l'eau, permet une bonne réflexion des ondes acoustiques sur le fond du guide d'onde. La largeur de la barre d'acier et des barrettes acoustiques est de 12 mm.

Les barrettes acoustiques sont des antennes verticales linéaires de 64 éléments, l'une jouant le rôle d'antenne émettrice, et l'autre d'antenne réceptrice. Les 64 éléments sont séparés de 0.75 mm et font 12 mm de large et opèrent à une fréquence centrale de 1 MHz ( $\lambda = 1.5\text{mm}$ ). Les deux barrettes sont reliées à une machine d'acquisition Lecœur. Nous avons choisi d'utiliser des sous-antennes constituées de 15 éléments consécutifs pour les antennes d'émission et de réception ; cela correspond à des antennes de 1.12 cm de haut, et une résolution angulaire après DFV d'environ  $\Delta\theta = 5.1^\circ$  pour l'émission et la réception. Les centres des sous-antennes sont pris tous les trois éléments entre les éléments 12 et 51, ce qui nous permet d'utiliser 14 sous-antennes différentes à la fois à l'émission et à la réception. Par DFV, on est alors capable de distinguer les faisceaux propres avec des angles d'émission et de réception supérieurs à  $5^\circ$ , obtenant ainsi au moins 10 faisceaux propres par couple de sous-antennes. Le nombre moyen de faisceaux propres extraits est donc d'au moins  $14 \times 14 \times 10 = 1960$ . Les faisceaux propres dont la valeur absolue des angles d'émission ou de réception sont inférieurs à  $5^\circ$  correspondent dans notre cas au rayon direct et aux premières réflexions (une seule réflexion à la surface ou au fond du guide). Ces trois rayons peuvent être séparés avec une taille de sous-antenne plus grande, mais le rayon direct

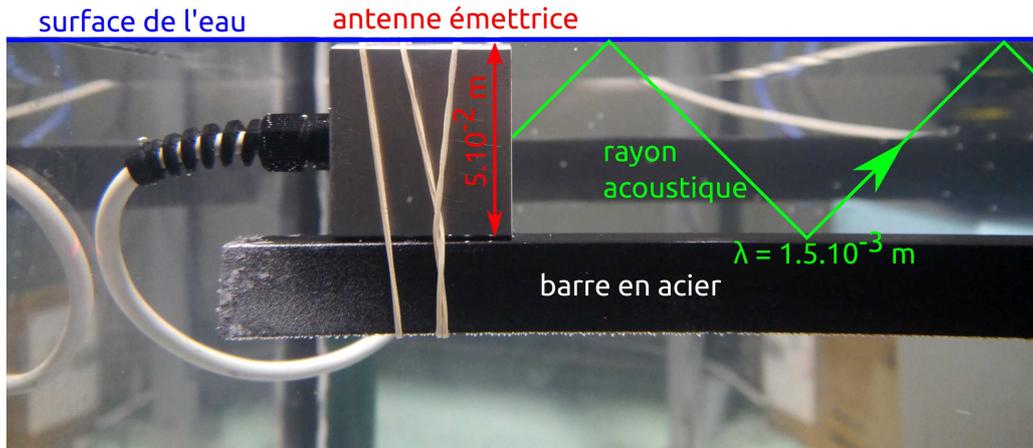


FIGURE 1.2 – Photo du guide d’onde acoustique, zoom sur la barrette émettrice.

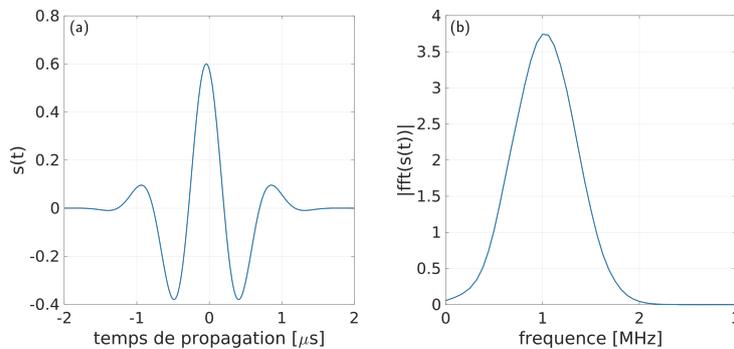


FIGURE 1.3 – (a) Pulse gaussien émis par le système acoustique. (b) Spectre du signal montré en (a).

et la première réflexion sur le fond du guide n’apportent aucune information sur l’état de la surface. Ces rayons ne sont donc pas intéressants pour une tomographie de la surface, et une résolution angulaire de  $5^\circ$  est un bon compromis entre nombre de faisceaux extraits et résolution angulaire.

Le système acoustique est réglé pour acquérir une matrice de transfert complète du guide d’onde à une cadence de 0.01 Hz, pendant 5 secondes, ce qui permet à la fois une bonne précision temporelle et un suivi assez long des variations du champ réverbéré dues aux perturbations de la surface. Pour ce faire, la procédure est celle du “Round-Robin”, où un élément de la barrette émettrice émet un pulse gaussien centré sur la fréquence centrale (Fig. 1.3) qui est enregistré par la totalité de la barrette réceptrice, puis l’élément suivant émet le signal, etc. La figure 1.4 montre le signal enregistré par les 64 récepteurs. Un court intervalle de temps est nécessaire entre les émissions de chaque élément, afin de laisser les signaux réverbérés par le guide d’onde s’atténuer et ne pas polluer l’émission de l’élément suivant.

Il est nécessaire de mentionner le fait que la machine d’acquisition Lecœur a connu des défaillances dans la synchronisation des barrettes acoustiques pour certaines itérations de l’expérience. Les données récoltées en ont bien entendu été affectées, et malgré des traitements pour

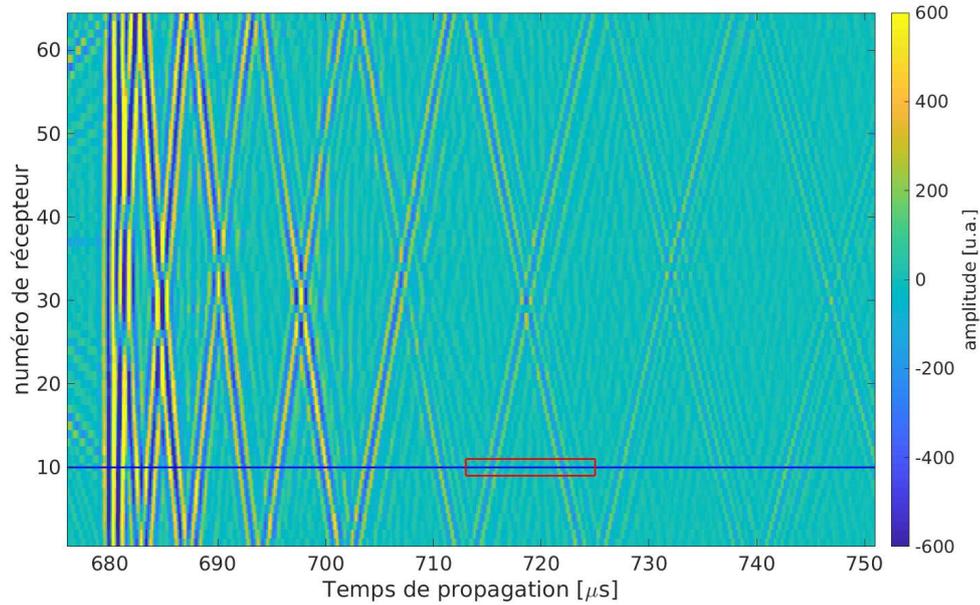


FIGURE 1.4 – Image issue de la séquence Round-Robin, lorsque le système est au repos ( $t_{acq} < 0s$ ). Toute la barrette réceptrice enregistre le signal acoustique émis par l'émetteur numéro 30. On observe la première arrivée à  $T_p = 680\mu s$ , correspondant au trajet direct, et tous les échos subséquents, caractéristiques d'un guide d'onde parallèle. La ligne bleue et le rectangle rouge correspondent aux données mises en valeurs dans la figure 1.16. Les signaux enregistrés avant la première arrivée sont des parasites dus à une mauvaise isolation entre les canaux d'émission et de réception.

compenser ces effets, leur qualité est très variable selon les expériences.

Le début de l'enregistrement acoustique par la machine Lecœur déclenche une chaîne de déclencheurs démarrant les deux caméras optiques SA-X2 et APX, ainsi que le tir laser. De cette manière, on assure une synchronisation entre les différents systèmes.

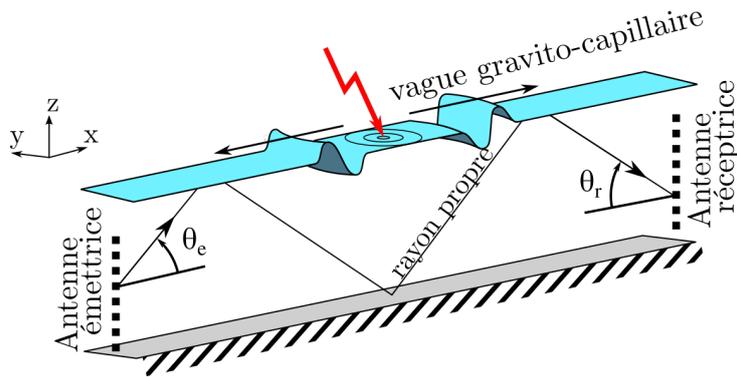


FIGURE 1.5 – Schéma du guide d’onde acoustique, délimité par la surface de l’eau, les deux antennes émettrice et réceptrice, et la barre d’acier. Le claquage de l’air causé par le laser crée une vague gravito-capillaire à la surface de l’eau qui perturbe le guide d’onde et la propagation acoustique dans celui-ci.

### 1.3 Perturbation Laser

Le principe de cette expérience fait appel à un claquage de l’air induit par laser pour venir perturber la surface du guide d’onde.

Le claquage de l’air généré par un laser haute puissance a été observé pour la première fois en 1962 ([Terhune et al., 1962], [Veyrié, 1968]). La concentration du faisceau laser de puissance au moyen d’une lentille convergente provoque l’ionisation de l’air, qui est provoquée lorsque l’intensité locale du faisceau atteint des valeurs de l’ordre  $10^9 \text{ Wm}^{-2}$  (pour une rigidité diélectrique de l’air de  $1 \text{ kVmm}^{-1}$  - [Oksanen and Hietanen, 1994]). L’ionisation se manifeste par l’apparition d’un flash lumineux fugace et la génération de pressions acoustiques très élevées formant une onde de choc.

L’utilisation d’un claquage de l’air comme source d’excitation de la surface de l’eau permet de générer une source ponctuelle et de contrôler à la fois sa puissance en tirant à différentes énergies avec le laser, mais également sa hauteur au dessus de l’eau en modifiant le chemin optique emprunté par le rayon laser.

Le laser utilisé est un Quanta Ray Pro de Spectra Physics, générant un pulse de longueur d’onde  $\lambda = 1064 \text{ nm}$  et de longueur  $\tau \approx 9 \text{ ns}$ . L’énergie maximale du tir laser est  $1.05 \text{ J} \pm 5\%$ . Le rayon est guidé à travers un banc optique et finalement concentré en une zone précise grâce à une lentille convergente de focale  $175 \text{ mm}$  de type “Best Form Lens”.

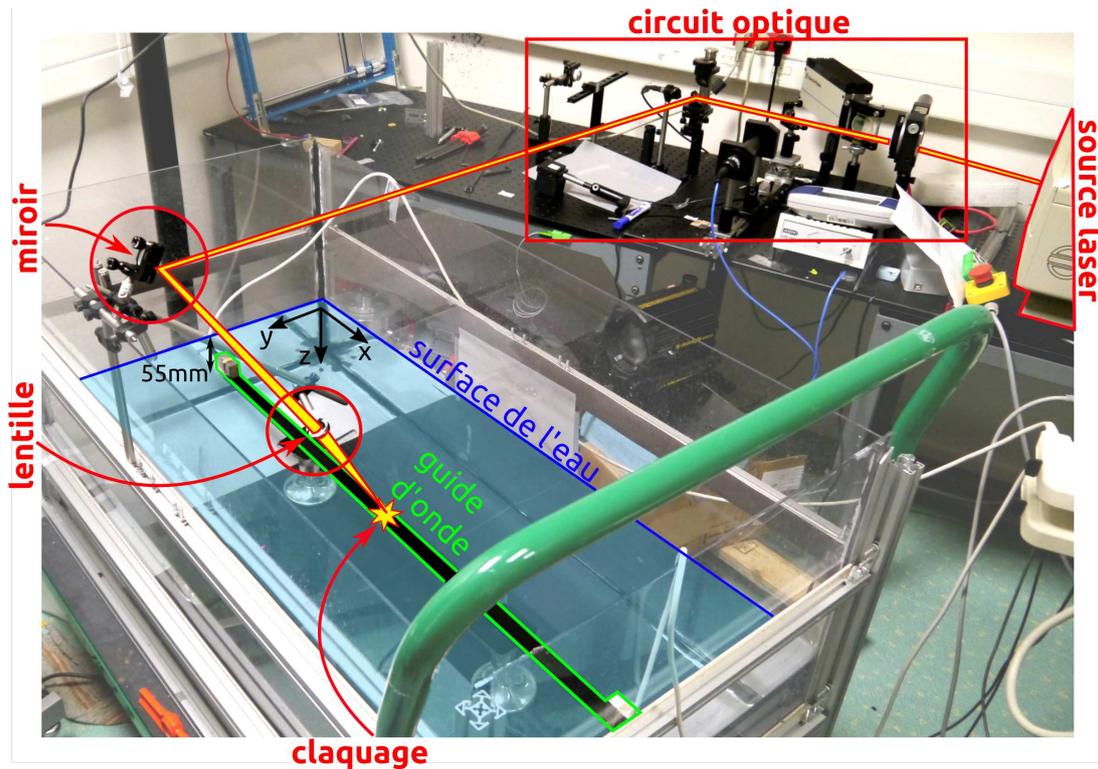


FIGURE 1.6 – Photo de la cuve expérimentale avec surlignement de la partie laser.

## 1.4 Système Optique

L'installation de deux caméras optiques filmant la propagation de la perturbation a permis d'obtenir une mesure de la déformation de la surface du guide d'onde indépendante de la mesure acoustique.

### 1.4.1 Caméra SA-X2

La première caméra est une caméra haute vitesse de type SA-X2 de la marque Photron. Elle a été utilisée pour filmer le côté du guide d'onde à une cadence de 100 000 images par secondes, afin d'estimer la déformation verticale de la surface (Fig. 1.7). Afin d'augmenter le contraste de l'image, une feuille blanche rétro-éclairée est placée derrière la perturbation, sur la paroi opposée de la cuve. Finalement, une bande de Téflon adhésive a permis de réduire le ménisque formé par l'eau contre la paroi de la cuve (Fig. 1.8-b)

La figure 1.8-a montre une image brute enregistrée par la caméra latérale. On y voit le niveau de l'eau en  $y = 0m$ , et la bande de Téflon (partie plus sombre sur toute la longueur, entre  $y = -0.008m$  et  $y = 0.15m$ ). La partie plus claire en  $[-0.01, 0.02]$  est l'emplacement de la lampe éclairant l'écran de l'autre côté de la cuve.

Cette caméra permet également l'estimation de la hauteur du claquage laser au dessus de la surface de l'eau (Fig. 1.9 et Fig. 1.10). En effet, ce paramètre est réglable grâce à la lentille optique, mais seulement de manière grossière. De plus, la hauteur du claquage dépend de l'intensité du laser. Une mesure indépendante de ce paramètre permet donc de le vérifier.

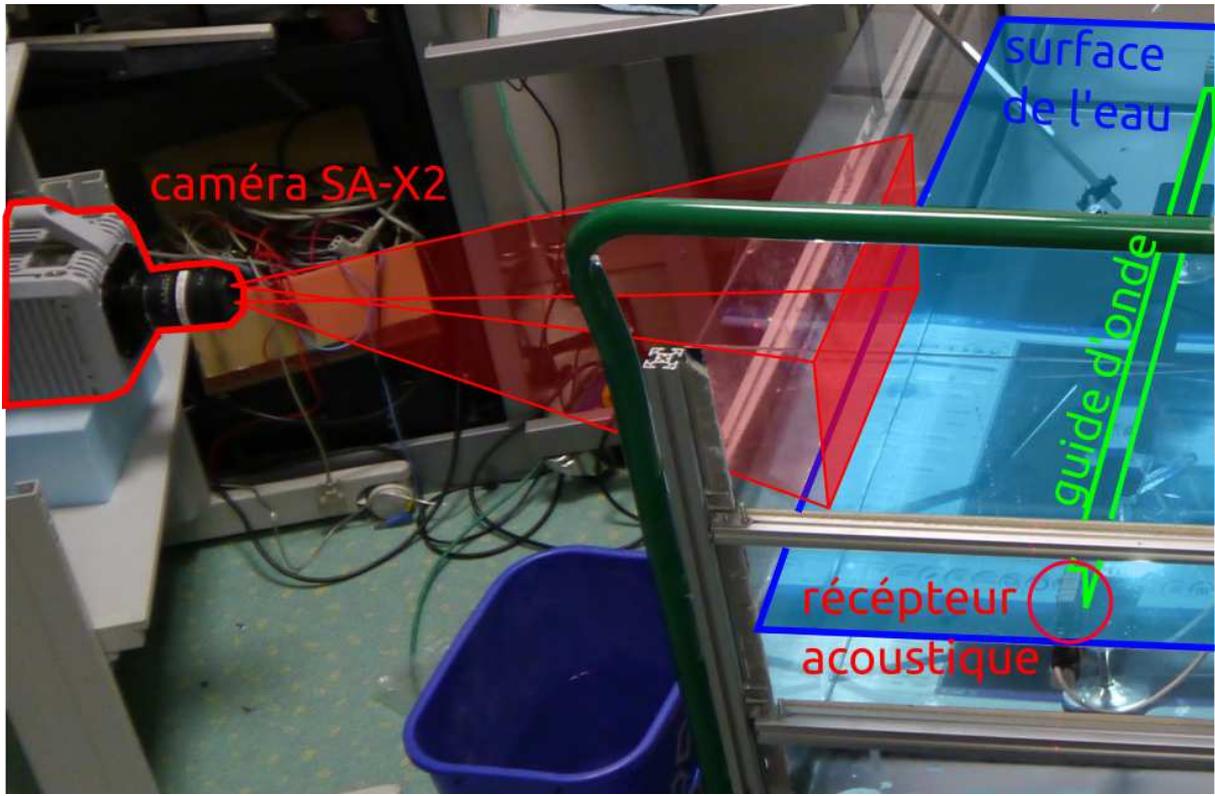


FIGURE 1.7 – Photo de la caméra SA-X2. Le guide d'onde est surligné en vert, les barrettes acoustiques sont entourées en rouge, la surface de l'eau est colorisée en bleu. La caméra est surlignée en rouge, et son angle de vue est dessiné en rouge.

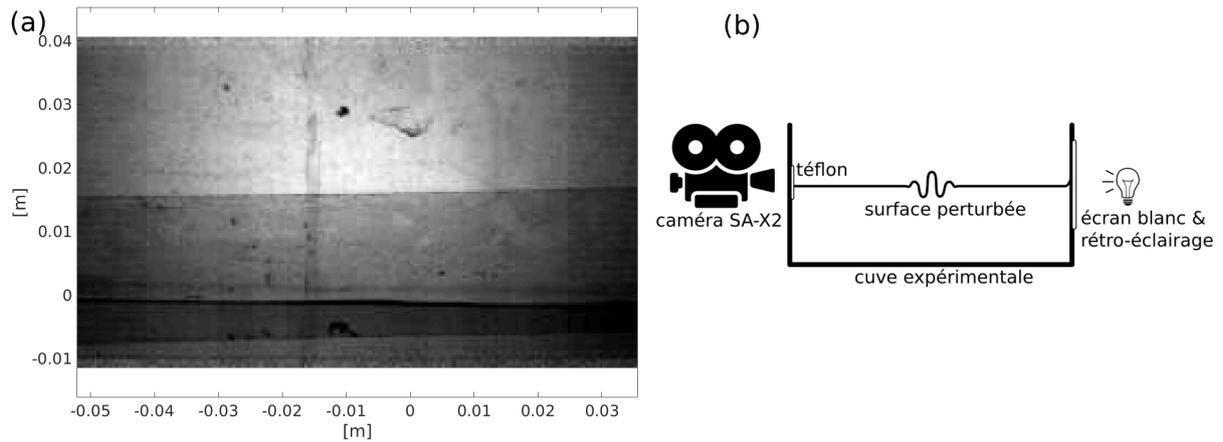


FIGURE 1.8 – (a) Image brute de la caméra SA-X2 lorsque le guide d'onde est au repos. On observe la bande adhésive en téflon en gris foncé (entre  $y = -0.008\text{m}$  et  $y = 0.15\text{m}$ ), et la surface de l'eau en  $y = 0\text{m}$ . (b) Schéma de l'installation de la caméra SA-X2.

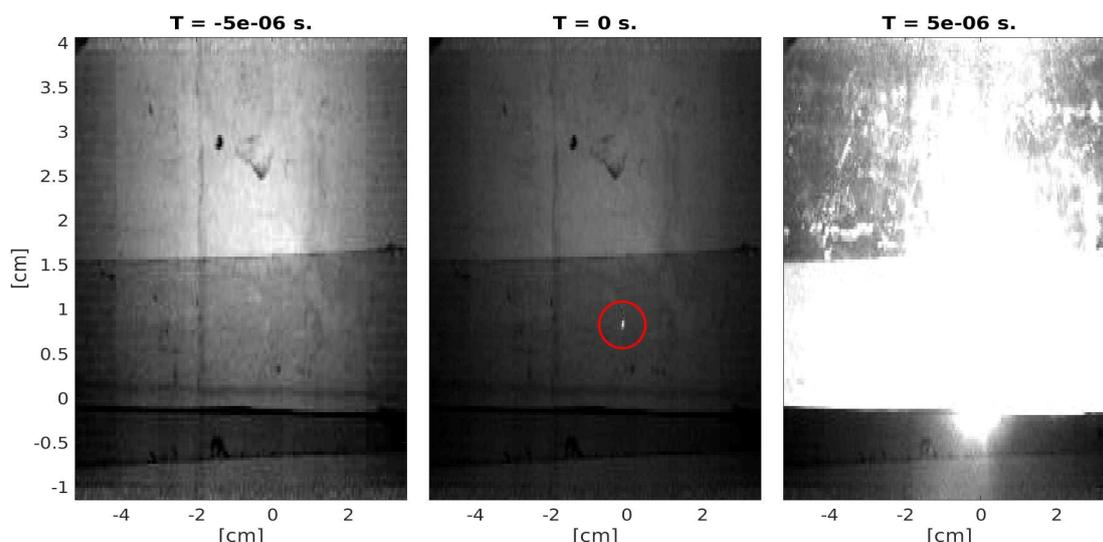


FIGURE 1.9 – Images brutes tirées du film de la caméra SA-X2 pour l'expérience no 6, montrant les trois images juste avant (gauche), pendant (centre) et juste après (droite) le claquage de l'air induit par le tir laser. Pour cette expérience, la synchronisation entre la caméra SA-X2 et le tir laser est excellente : à  $t = 0$  s, on voit nettement le foyer du claquage laser (entouré en rouge). La précision de l'estimation de la hauteur du claquage de l'air pour cette expérience est donc très bonne ( $< 1\text{mm}$ ).

La caméra SA-X2 capture des images à des intervalles de temps de  $5\mu\text{s}$ , et le début de l'enregistrement optique déclenche le tir laser, avec un délai de 0.05 s permettant d'enregistrer quelques images avant le claquage de l'air.

Le phénomène de claquage étant extrêmement bref, et le délai exact entre la capture des images vidéo et le déclenchement du laser étant aléatoire, les images de la caméra SA-X2 ne capturent pas à chaque fois le début du claquage. Or c'est à ce moment que la position exacte du foyer du claquage laser au dessus de l'eau est mesurable. Par exemple, pour l'expérience no 6, la synchronisation entre la vidéo et le tir laser permet une très bonne estimation de la position du claquage (fig. 1.9), alors que pour l'expérience no 7, les premiers instants du claquage de l'air ne sont pas enregistrés (fig. 1.10). Dans le cas où le tout début du claquage de l'air n'a pas été capturé par la caméra, il est toujours possible d'estimer la hauteur du claquage à partir d'images plus tardives. Une fois que le flash lumineux du claquage s'est atténué, un "nuage" résiduel du claquage de l'air reste visible quelques dizaines de microsecondes. Il est raisonnable de supposer que ce nuage se forme de manière égale autour du foyer du claquage, si on admet l'isotropie de l'air et que l'on néglige les effets de convection thermique liée au laser. Sous ces conditions, le foyer du claquage laser peut être assimilé au centre géométrique du nuage résiduel. La barre d'erreur sur la position exacte du foyer est néanmoins plus grande.

Pour chaque expérience, il est donc possible d'estimer la hauteur du claquage de l'air au dessus de l'eau grâce aux images capturées par la caméra SA-X2 (fig. 1.11). Sur cette figure on voit l'image de la caméra utilisée et l'estimation de la hauteur avec ses barres d'erreurs. Les expériences 1 et 2 n'ont pas d'images caméra disponibles car tout le dispositif expérimental n'était pas encore en place. L'expérience 11 n'a pas d'image du tir laser, à cause d'un dysfonctionne-

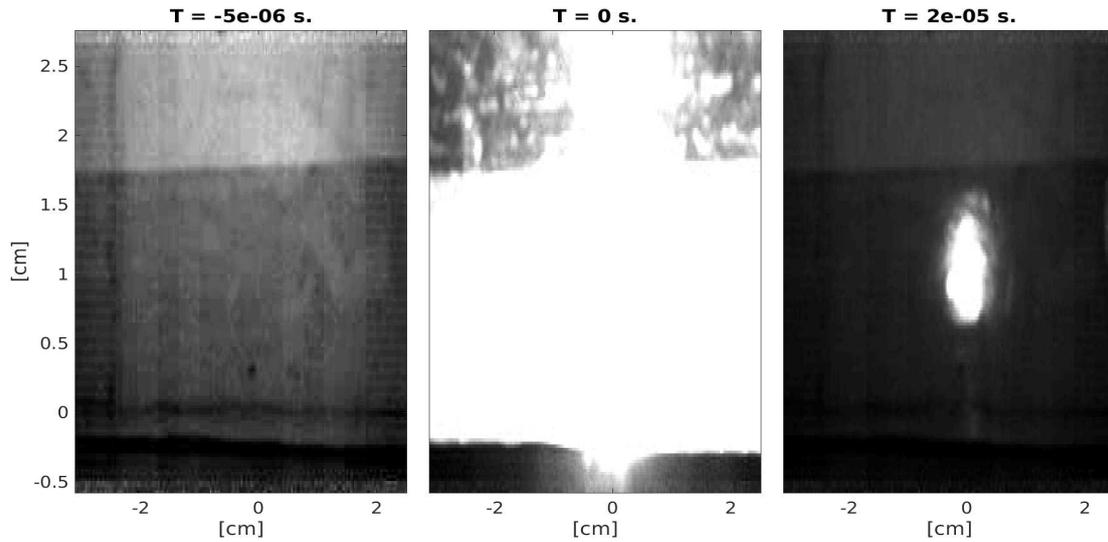


FIGURE 1.10 – Images brutes tirées du film de la caméra SA-X2 pour l'expérience no 7, montrant trois images juste avant (gauche) pendant (centre) et  $20\mu\text{s}$  après (droite) le claquage de l'air induit par le tir laser. Pour cette expérience, la synchronisation entre la caméra SA-X2 et le tir laser est moins heureuse qu'en figure 1.9 : le flash du claquage aveugle complètement la caméra. Pour estimer la hauteur du tir laser, il faut alors regarder quelques images ( $20\mu\text{s}$ ) plus tard, lorsque l'intensité lumineuse a baissé mais que subsiste encore le "nuage" résiduel du claquage de l'air. Dans ce cas la précision de l'estimation est moins bonne.

ment matériel. Le tableau 1.1) résume les caractéristiques (puissance, hauteur de tir) de toutes les expériences. La puissance est un paramètre d'entrée du laser et sa barre d'erreur n'est pas connue. La puissance effective du claquage n'a pas été mesurée. La hauteur notée dans le carnet d'expérience est basée sur la position et la focale de la lentille convergente, mais n'a pas été mesurée précisément. Il en résulte que la hauteur du carnet d'expérience diffère des fois de la hauteur estimée par la caméra.

Ces paramètres permettront dans le chapitre III : Inversion, de relier les résultats de l'inversion des données acoustiques à la densité d'énergie surfacique de l'onde de choc créée par le claquement laser.

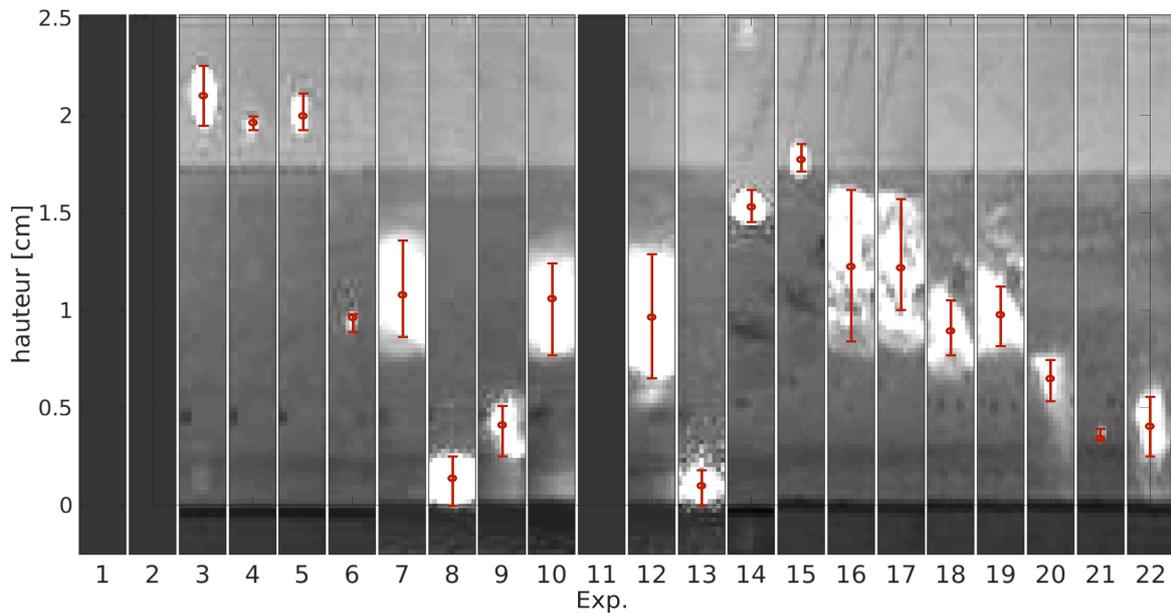


FIGURE 1.11 – Images de l'estimation de la hauteur du claquage laser des expériences 1-22 mises côte à côte. Quand c'est possible l'image du film à  $t = 0$  s est utilisée (expériences 3, 4, 5, 6, 14, 15, 21), pour les autres expériences c'est l'image du nuage résiduel qui est prise. Les barres d'erreurs en rouge correspondent à l'estimation de la hauteur du claquage laser basée sur l'image de la caméra. Les expériences 1 et 2 étaient des essais et n'ont pas été filmées correctement. Pour l'expérience 11 la caméra a commencé à enregistrer après le tir laser.

No Expérience	Puissance [% du maximum]	Hauteur (carnet) [cm]	Hauteur (estimation) [cm]
1	95	3.4	-
2	95	3.4	-
3	95	3.4	2 ( $\pm 0.15$ )
4	32	3.4	1.85 ( $\pm 0.004$ )
5	32	3.4	1.92 ( $\pm 0.12$ )
6	95	1	0.85 ( $\pm 0.08$ )
7	95	1	0.95 ( $\pm 0.03$ )
8	33	1	0.06 ( $\pm 0.02$ )
9	50	1	0.27 ( $\pm 0.16$ )
10	70	1	0.87 ( $\pm 0.29$ )
11	40	1	-
12	60	1	0.6 ( $\pm 0.3$ )
13	20	1	0.19 ( $\pm 0.13$ )
14	95	2.4	0.39 ( $\pm 0.1$ )
15	95	2.4	1.70 ( $\pm 0.09$ )
16	95	1.4	1.06 ( $\pm 0.4$ )
17	50	1.4	1.05 ( $\pm 0.4$ )
18	50	1.2	0.74 ( $\pm 0.17$ )
19	95	1.2	0.89 ( $\pm 0.18$ )
20	95	0.4	0.27 ( $\pm 0.11$ )
21	50	0.4	0.21 ( $\pm 0.05$ )
22	20	0.4	0.29 ( $\pm 0.15$ )
23	30	0.4	-
24	70	0.4	-
25	70	0.4	-

TABLE 1.1 – Tableau résumant les caractéristiques des 25 itérations de l'expérience réalisée à Brest. La puissance du laser était un paramètre d'entrée du laser et n'a pas été mesurée.

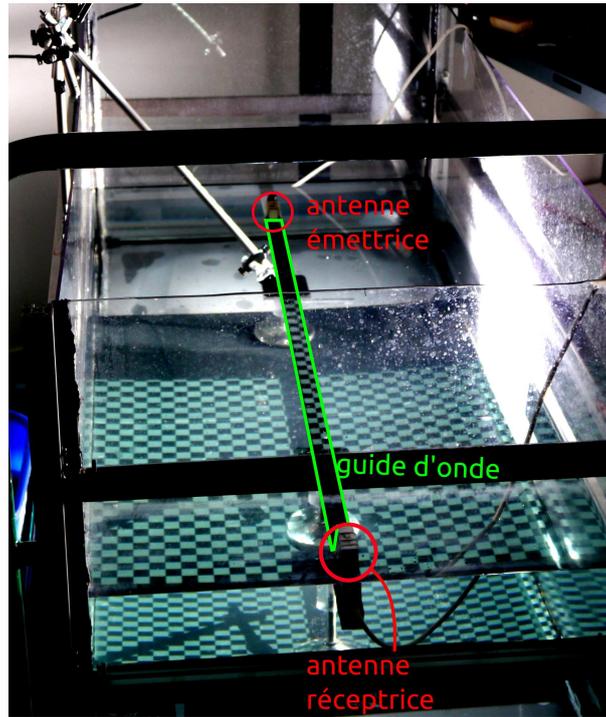


FIGURE 1.12 – Le damier projeté sur la surface de l'eau. Le guide d'onde est surligné en vert, les antennes acoustiques entourées en rouge.

#### 1.4.2 Caméra Ultima APX

Nous avons installé une deuxième caméra, de type Ultima APX de la marque Photron. Un damier noir et blanc est projeté sur la surface de l'eau (Fig. 1.12), et sa réflexion est visible au plafond au dessus de la cuve, et filmée par la caméra à une cadence de 125 images par seconde. Toute variation de la surface de l'eau est visible par déformation du damier, voire par les caustiques formées pour les fortes perturbations. Afin de réduire les réflexions lumineuses provenant du fond de la cuve, des carrés noirs ont été placés sous la barre en acier. L'observation à l'œil nu permet déjà de voir la propagation d'une vague à la surface, et de distinguer les vitesses de groupe et de phase (Fig. 1.13). La déformation du damier est causée par le paquet d'onde, qui se déplace à la vitesse de groupe, et les caustiques lumineuses (arcs clairs) sont formées par les fronts se déplaçant à la vitesse de phase à l'intérieur du paquet d'onde. Cette vue permet également un contrôle de l'état général de la surface du guide et de vérifier que la cuve expérimentale soit bien au repos lors du tir laser.

À noter qu'il y a un facteur d'échelle entre les perturbations à la surface de l'eau et celles visibles au plafond. Ce facteur concerne les distances, et par extension les vitesses de groupe et de phase. On pourra revenir aux vraies vitesses de la vague à la surface grâce au théorème de Thalès (Fig. 1.14).

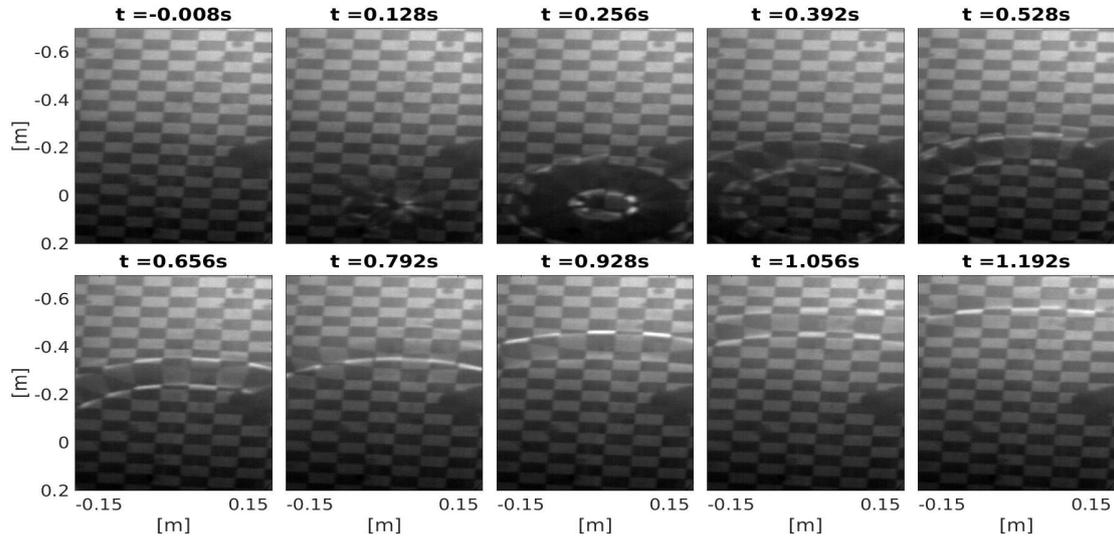


FIGURE 1.13 – Dix images brutes tirées du film de la caméra APX, filmant la réflexion d'un damier projeté sur la surface de l'eau. Le laser est tiré à  $t = 0s$ . La perturbation de la surface déforme le damier et crée des caustiques optiques permettant la visualisation de la propagation de la vague. Les caustiques claires correspondent aux fronts se déplaçant à la vitesse de phase. La déformation du damier correspond au paquet d'onde se déplaçant à la vitesse de groupe.

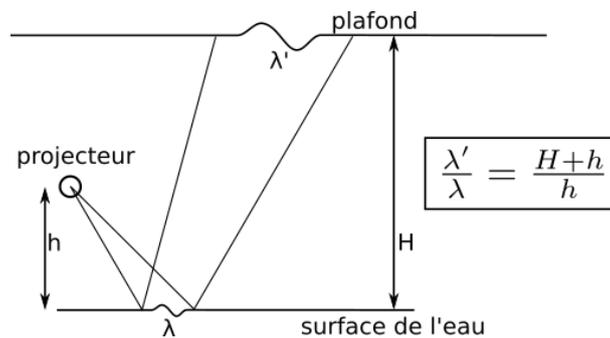


FIGURE 1.14 – Rapport d'échelle entre la perturbation observée au plafond et la vraie déformation de la surface de l'eau.

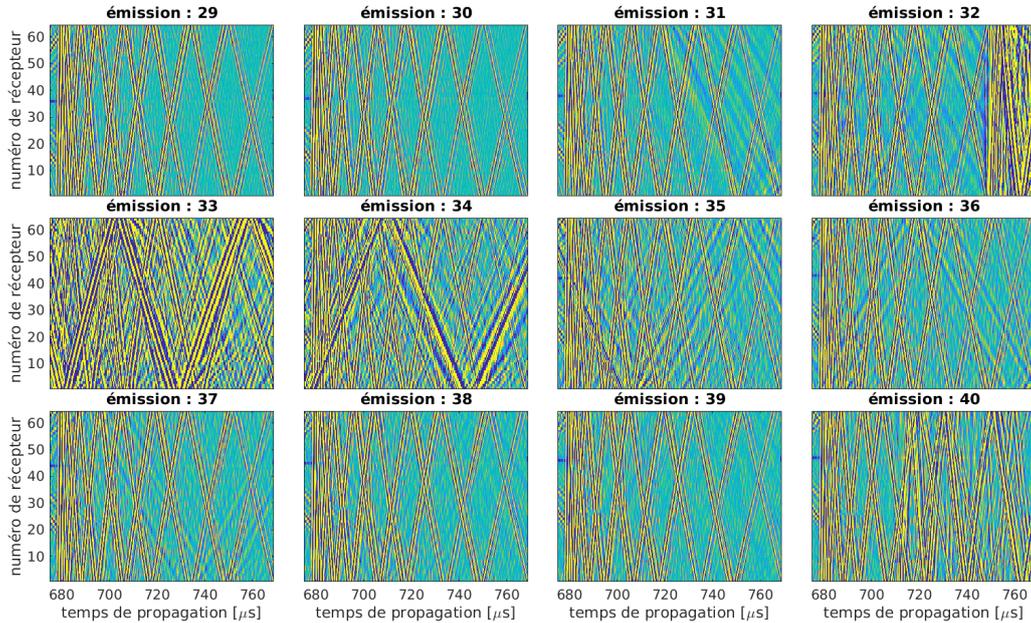


FIGURE 1.15 – Images issues de la séquence "round-robin", pour les émissions 29 à 40, mettant en évidence la pollution causée par le pulse électromagnétique du tir laser. Les émissions 29 et 30 sont épargnées. La pollution commence à l'émission 31, avec l'apparition d'un signal plus faible que les signaux acoustiques. À partir de l'émission 32, des signaux très forts viennent occulter les données acoustiques. On remarque que ces signaux présentent la même structure "en accordéon" que les données acoustiques, laissant penser qu'il s'agit d'une onde réverbérée plusieurs fois par le guide d'onde. La pollution continue plus faiblement, avec une résurgence à l'émission 40.

## 1.5 Analyse des données brutes

Un effet non prévu de l'utilisation d'un tir laser est l'enregistrement du pulse électromagnétique par le système acoustique (Fig. 1.15). Cette pollution provenant des très fortes énergies du tir laser se manifeste dans les données acoustiques comme un signal occultant complètement l'acquisition acoustique. La structure "en accordéon" de l'enregistrement montre qu'il s'agit d'une onde réverbérée par le guide d'onde, exactement comme l'onde acoustique. La durée de cette pollution est inférieure à la fréquence d'échantillonnage du système acoustique, elle ne dure que quelques émissions de la séquence "round-robin". Par conséquent son effet sur les données acoustiques est très limité et facilement corrigeable.

Lorsque l'onde de choc générée par le claquage laser rencontre la surface de l'eau, la surpression de l'onde exerce une force sur la surface et la déplace localement. La perturbation se propage sous la forme d'une onde de surface (communément appelée "vague"). Cette variation de hauteur du guide d'onde modifie le champ de pression acoustique entre les barrettes émettrice et réceptrice, ce qui est déjà visible sur les données enregistrées brutes (Fig. 1.16).

Un exemple de suivi de rayon au cours du temps d'acquisition est montré en 3 dimensions dans la figure 1.17. On voit que l'ellipsoïde issue de la DFV bouge dans les trois dimensions  $\theta_e$ ,  $\theta_r$ ,  $t_{propagation}$  lorsque la surface est perturbée. L'amplitude du signal, représentée de manière relative par la taille des points, varie au même moment que les coordonnées de l'ellipsoïde.

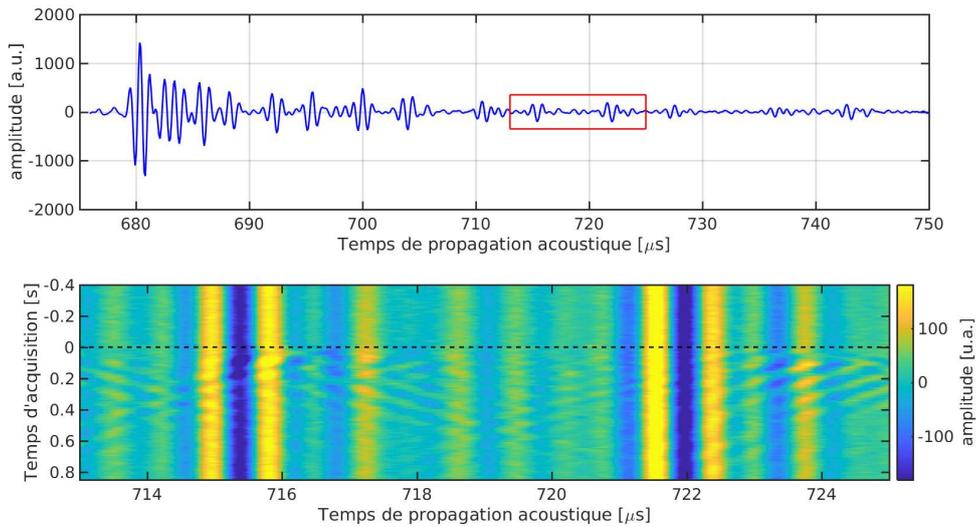


FIGURE 1.16 – (a) Enregistrement acoustique pour l'élément émetteur numéro 30 et l'élément récepteur numéro 10, pour le système au repos ( $t_{acq} < 0s$ ). On rencontre un signal typique des environnements réverbérants, avec la première arrivée acoustique en  $t_{prop} = 680\mu s$ , suivie des échos du guide d'onde, où chaque écho est associé à un trajet différent *i.e.* un rayon propre du guide d'onde. (b) Le signal acoustique est enregistré 100 fois par seconde, pendant un temps d'acquisition de 5 secondes. Ce processus permet de mesurer les variations du champ acoustique lorsque le guide d'onde est perturbé. La figure montre le suivi des arrivées encadrées en rouge ( $[713-725 \mu s]$ ) dans la figure (a). La perturbation du guide d'onde causée par le tir laser est visible à partir du temps d'acquisition  $T_{acq} = 0s$  (tirets noirs). On voit clairement les oscillations du champ de pression causées par les oscillations de la surface. Notons que les deux arrivées présentées ne sont pas affectées *de la même manière*, celle de droite ( $t_{prop} \approx 722\mu s$ ) montrant par exemple des oscillations plus longues (jusqu'à  $t_{acq} = 0.8s$ ).

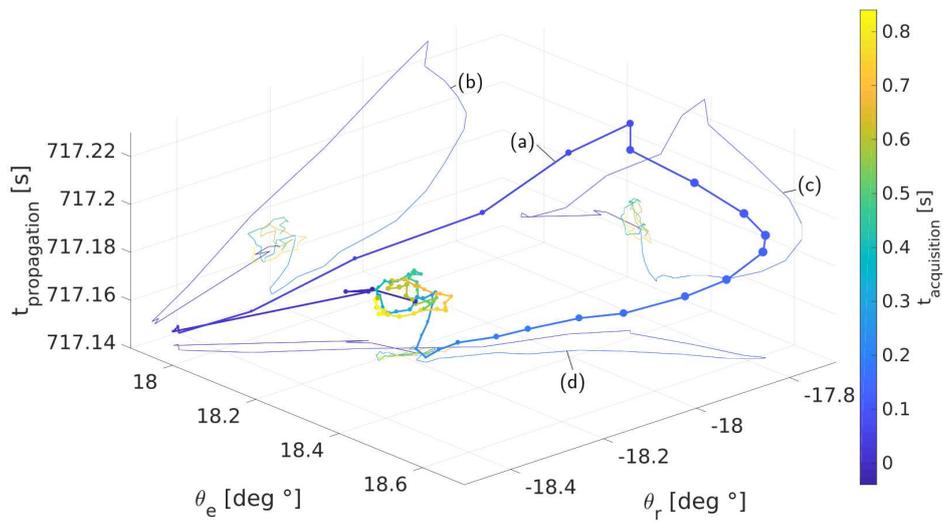


FIGURE 1.17 – Suivi d’une ellipsoïde, associée à un faisceau acoustique issu de la DFV, au cours du temps d’acquisition dans l’espace 3D  $[\theta_e, \theta_r, t]$  (a) pendant l’itération 6 de l’expérience. La couleur des points indique le temps d’acquisition de ces points. Le laser est tiré au temps  $t_{acq} = 0s$ . La taille des points est liée (à un facteur près) à l’amplitude acoustique au centre de la tache. (b) Projection du suivi de l’ellipsoïde sur le sous-espace  $[\theta_r, t]$ . (c) Projection du suivi de l’ellipsoïde sur le sous-espace  $[\theta_e, t]$ . (d) Projection du suivi de l’ellipsoïde sur le sous-espace  $[\theta_e, \theta_r]$ .

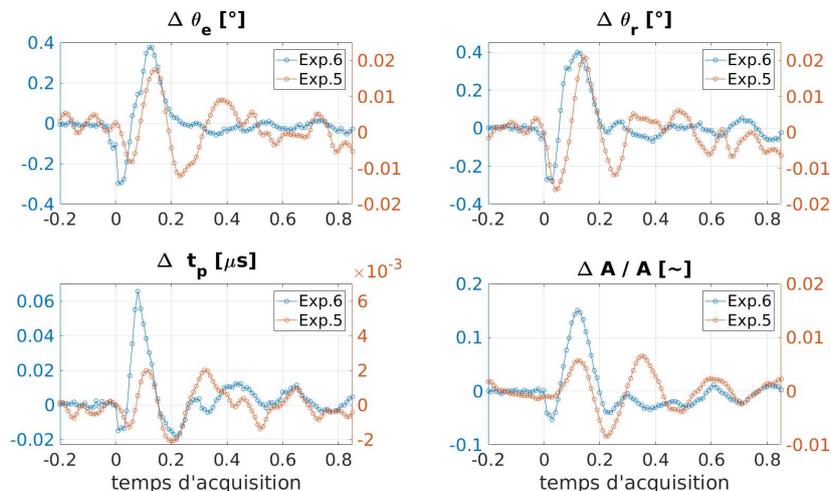


FIGURE 1.18 – Quatre graphiques montrant les variations au cours du temps d’acquisition des quatre observables pour le même rayon que la figure 1.17 :  $\theta_e$ ,  $\theta_r$ ,  $t_{propagation}$  et l’amplitude. Le laser est tiré à  $t_{acq} = 0s$ . Les variations issues des expériences 5 (bleue) et 6 (rouge) sont comparées. Les variations pour l’expérience 6 sont environ 10 fois plus fortes que pour l’expérience 5.

Les variations de ces quatre observables sont représentées en fonction du temps d’acquisition dans la figure 1.18. Le même rayon est représenté pour deux expériences différentes, les expériences no 5 et no 6, qui ont des paramètres d’excitation de la surface différentes. On voit sur la figure 1.18 une variation similaire entre les deux expériences 5 et 6, mais avec une magnitude différente. L’expérience 6 montre des perturbations de l’ordre de 10 fois plus fortes que l’expérience 5, pour les quatre observables.

De la même manière, on compare sur la figure 1.19 les maxima des variations des quatre observables au cours du tir laser, pour chaque expérience. Seules les variations du rayon considéré sur la figure 1.18 sont prises en compte. Pour cette comparaison on utilise les variations normalisées pour pouvoir les exprimer en pourcentage [%]. Le variation de temps de propagation est normalisée par la période du signal ( $1\mu s$ ), les variations des angles sont normalisées par la largeur du lobe centrale de la DBF à mi-hauteur (6 deg), les variations d’amplitude sont normalisées par l’amplitude du signal reçu lorsque le guide d’onde est au repos. Cette représentation permet de voir l’étendue des données acquises, avec des variations allant de l’ordre de 0.2% à plus de 10%. Les expériences présentant les plus fortes variations sont celles qui, dans le tableau 1.1, ont les plus fortes puissances de tir du laser, ou la hauteur de claquage au dessus de l’eau la plus faible. Cette relation est discutée plus en détails dans le chapitre III : Inversion, où elle servira à contrôler les résultats de l’inversion en vérifiant leur cohérence avec les variations des observables.

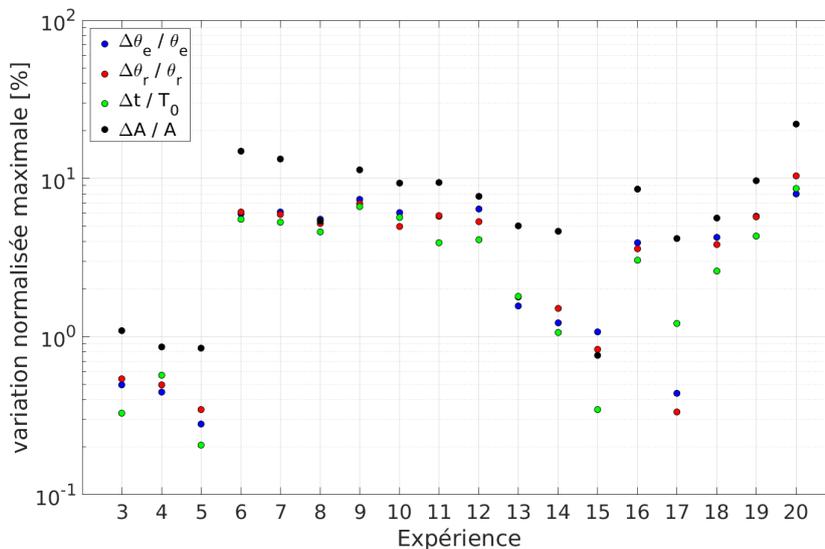


FIGURE 1.19 – Comparaison des maxima des variations des quatre observables au cours de la perturbation de la surface du guide d'onde, pour les 17 expériences exploitables. On voit que la magnitude de variation des observables est différente en fonction de l'expérience. Cette magnitude de variation est à mettre en relation avec les paramètres d'excitation présentés en tableau 1.1.

## 1.6 Traitement des images

Cette section décrit l'amélioration des images issues des films enregistrés par les deux caméras SA-X2 et APX, et l'estimation des grandeurs utiles à l'expérience. La plupart des explications données ici sont fournies par intérêt didactique et méthodologique, mais ne sont pas fondamentalement nécessaires à la compréhension de la suite du manuscrit.

Le premier intérêt de traiter les images caméra est d'en augmenter le contraste. En effet, les images ont été prises d'un peu trop loin, et n'ont pas été très bien illuminées. La procédure simple employée est de considérer la différence entre l'image caméra et une référence, en l'occurrence l'image caméra du système au repos (Fig. 1.20). Cette méthode permet de drastiquement augmenter le contraste du phénomène qui nous intéresse et filtrer tout ce qui est statique.

La figure 1.21 montre les mêmes cinq images, avant et après traitement, tirées du film enregistré par la caméra SA-X2 lors du tir numéro 6.

La même technique est appliquée aux images de la caméra APX filmant le damier. Le résultat est montré dans la figure 1.22. L'amélioration de contraste fait ressortir la perturbation et notamment les vitesses de groupe et de phase. En outre, cette vue permet un contrôle de l'état général de la surface et vérifie qu'il n'y a pas de perturbations parasites dans la cuve, et que celle-ci est bien au repos au moment du tir laser.

### 1.6.1 Représentation Espace-Temps

La représentation espace-temps des images caméras rendent ces résultats lisibles sur le temps d'acquisition. L'idée est de pouvoir voir l'évolution de la perturbation aussi bien dans l'espace

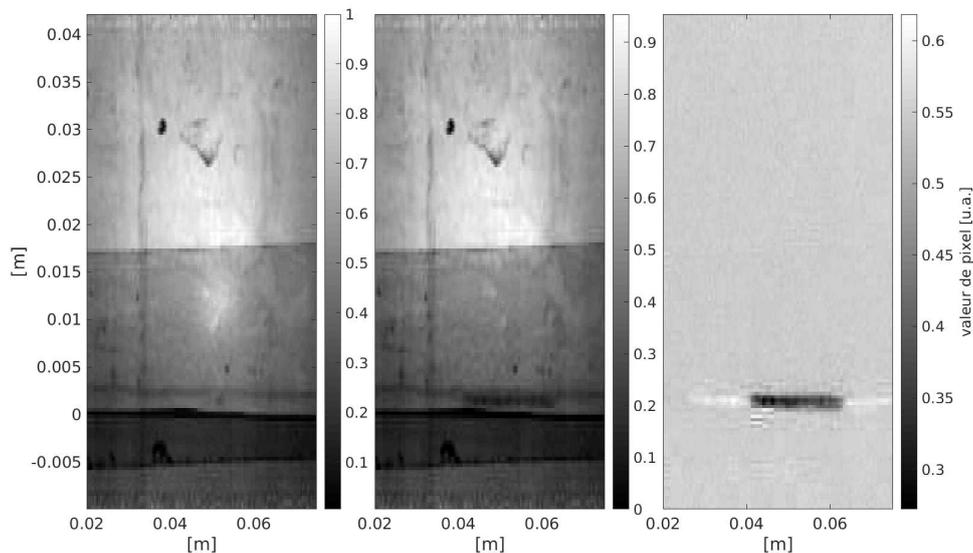


FIGURE 1.20 – Procédure de traitement d'image appliqué à la caméra SA-X2. (**Gauche**) Image capturée par la caméra SA-X2, montrant le système au repos (surface de l'eau non perturbée). (**Centre**) Image capturée par la caméra montrant le système perturbé : l'onde de choc générée par le laser a interagi avec la surface de l'eau, créant une vaguelette. La perturbation est visible, mais le contraste est très mauvais. (**Droite**) Après traitement : différence des deux images du système perturbé et du système au repos. On note une très grande amélioration du contraste et le phénomène de surface est bien visible.

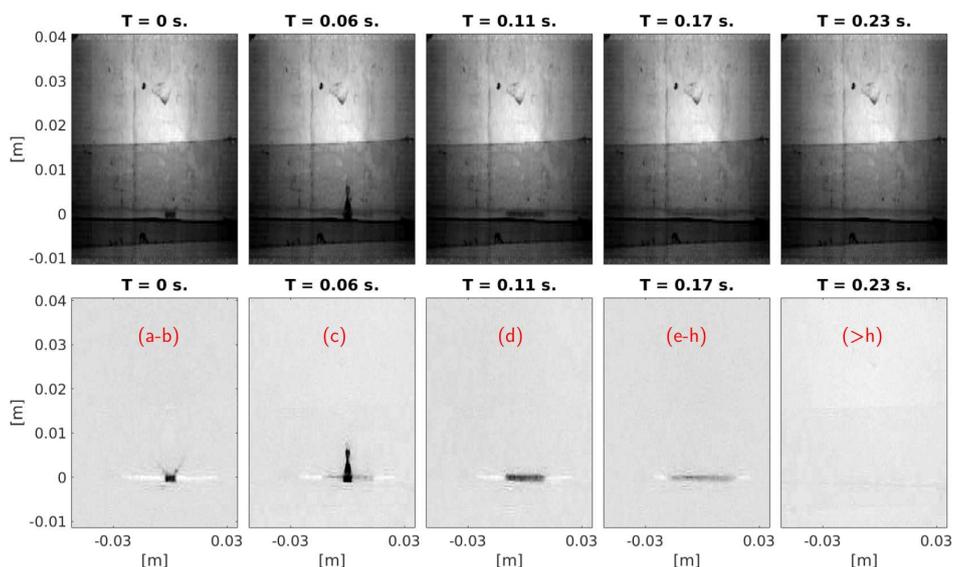


FIGURE 1.21 – Cinq images, avant (**haut**) et après traitement (**bas**), tirées du film de la caméra SA-X2 lors du tir laser numéro 6. Le laser est tiré à  $t = 0s$ . Les lettres rouges correspondent aux instants représentés en figure 1.23. En (c) on voit le jet de Rayleigh, et à partir de (d) la perturbation de surface se propage. À  $t = 0.23s$ , on ne distingue plus la perturbation de surface.

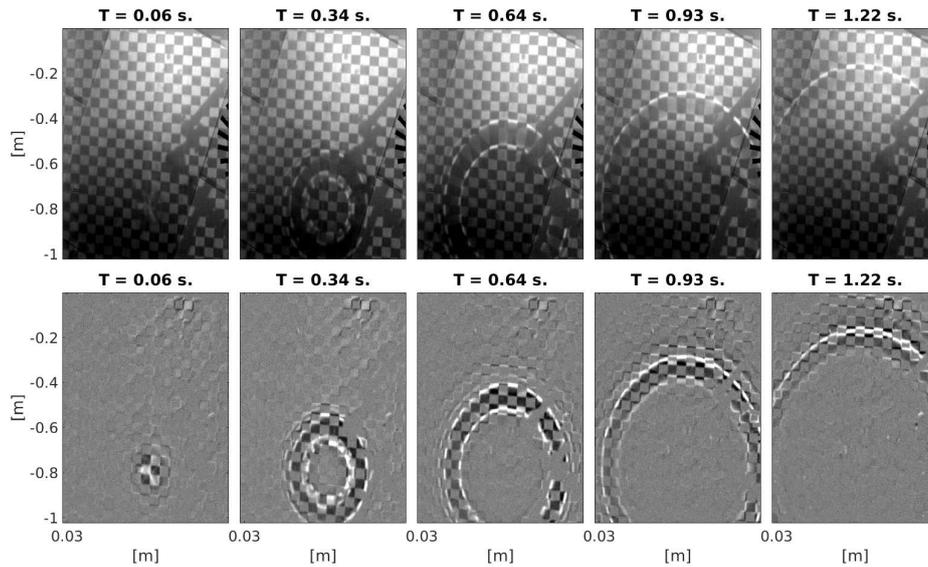


FIGURE 1.22 – Cinq images, avant (**haut**) et après traitement (**bas**), tirées du film de la caméra APX lors du tir laser numéro 6.

que dans le temps sur une même image.

La méthode employée est, pour chaque temps d'acquisition, de prendre les valeurs de l'image caméra sur toute sa largeur à la surface de l'eau (en pratique on prend plutôt une moyenne sur 8 pixels - environ la taille de la perturbation - autour de la surface  $y = 0$  m). Les valeurs pour tous les temps d'acquisition sont alors empilées verticalement. On obtient alors une représentation espace-temps, où l'espace est la dimension horizontale des images caméras de départ (Fig. 1.23). Cette nouvelle représentation permet de distinguer aisément les différents évènements : entre les lignes "a" et "b", on illustre la perturbation initiale de la surface de l'eau lorsque l'onde de choc la rencontre, de "c" à "d", on voit le jet de Rayleigh (avec fragmentation du jet et détachement d'une goutte), et de "d" à "h" la propagation de la vague et sa vitesse de groupe. On voit également qu'après  $t_{acq} = 0.2$  s, le rapport signal à bruit des images caméras ne permet plus de discerner distinctement la perturbation de surface.

Cette procédure peut être également utilisée pour montrer l'évolution de la hauteur de la perturbation en fonction du temps. Dans ce cas la figure 1.24 est construite non pas à partir des valeurs prises horizontalement en  $y = 0$ m, mais à partir des valeurs verticales ( $x = 0$ m).

Cette représentation est particulièrement utile puisqu'elle permet d'estimer la hauteur de la perturbation de la surface de l'eau (Fig. 1.25).

Le procédé utilisé est une simple binarisation de l'image associée à une détection de contour. Notons que 1) à cause de la résolution et le contraste des images initiales, cette méthode ne permet d'estimer que l'ordre de grandeur de la hauteur de la surface de l'eau, 2) pour les mêmes raisons que le point précédent, la perturbation après  $t_{acq} \approx 0.19$ s sont trop petites et ne sont pas perçues (noyées dans le bruit de fond), et 3) l'estimation de la hauteur du jet de Rayleigh à la redescende est brouillée par celle de la hauteur de la goutte détachée ; en  $t \approx 0.075$  s, on observe une séparation de la zone sombre en deux : la partie inférieure est la parabole représentant la trajectoire du point culminant du jet ; la partie supérieure est la parabole représentant la

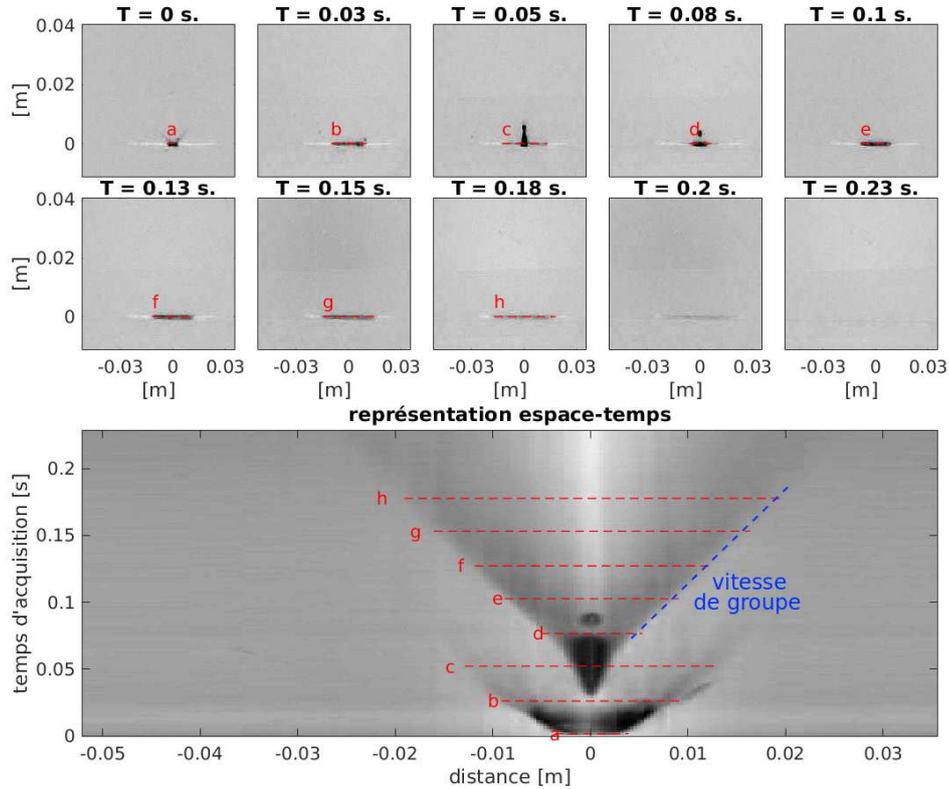


FIGURE 1.23 – Représentation espace-temps des images de la caméra SA-X2. Les lignes rouges associées aux lettres de "a" à "h" montrent la correspondance entre les images caméras de départ en haut et la nouvelle représentation en bas. Sur la figure du bas, le cercle sombre entre les lignes "d" et "e" est la goutte issue du jet de Rayleigh qui retombe sur la surface de l'eau. La vitesse de groupe est surlignée par le segment en tirets bleu ( $v_G \approx \text{m.s}^{-1}$ )

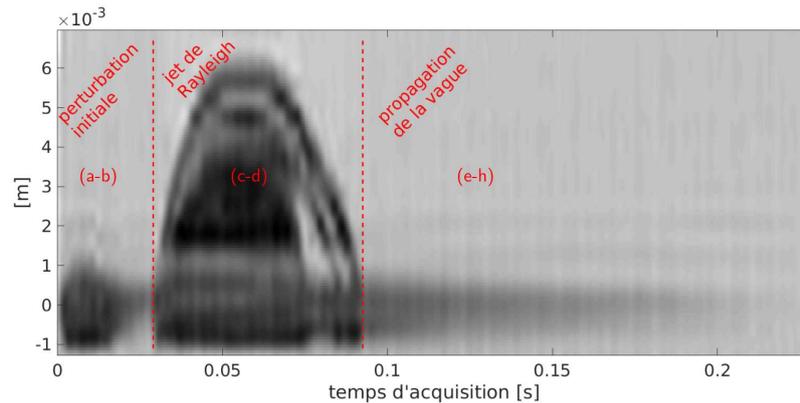


FIGURE 1.24 – Représentation espace-temps de la même séquence d'images présentée en Fig 1.23. Cette fois-ci l'espace est la dimension verticale des images caméras de départ. On distingue les trois évènements distincts : perturbation initiale, montée et retombée du jet de Rayleigh (avec détachement de la goutte), et finalement propagation de la vague. Les lettres rouges correspondent aux instants représentés en figure 1.23.

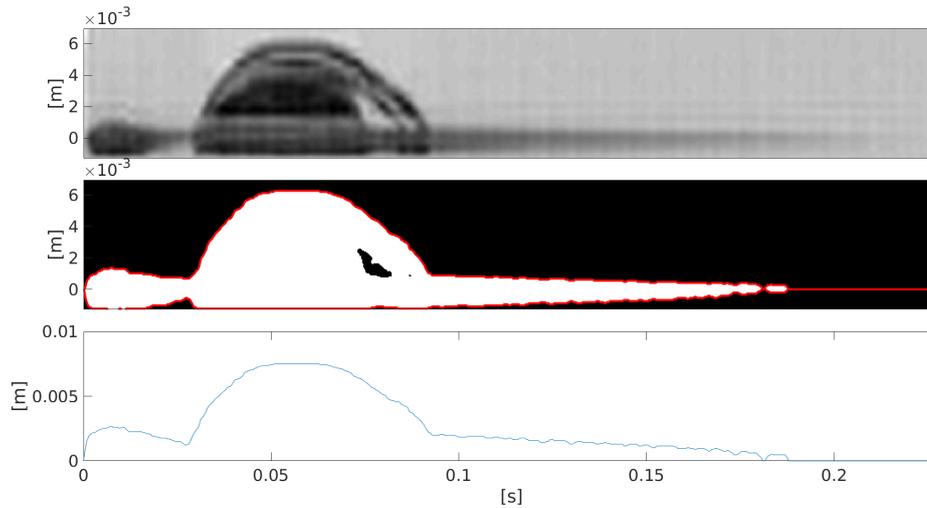


FIGURE 1.25 – Estimation de la hauteur à partir de la représentation espace-temps des images de la caméra SA-X2. À partir de  $t_{acq} = 0.19s$ , les images SA-X2 ne permettent plus de détecter la perturbation de la surface.

trajectoire de la goutte détachée. On ne peut s’empêcher de remarquer que la goutte détachée retombe plus lentement que le jet relié à la surface, ce qui s’explique par les frottements de l’air sur la goutte et la tension de surface dont bénéficie le jet.

Notons également que l’estimation de la hauteur est ambiguë. L’origine de l’axe vertical représente la surface de l’eau au repos, et lorsque la perturbation décroît, les valeurs rendues par la binarisation de la représentation espace-temps tendent vers  $y = 0m$ , en venant à la fois des valeurs positives et négatives. Cela ne veut toutefois pas dire que l’on mesure une perturbation *sous* la surface de l’eau. La caméra SA-X2 était placée légèrement au-dessus de la surface de l’eau, et la voit par conséquent en légère plongée (voir Fig 1.20). L’estimation de la hauteur de vague doit donc prendre en compte à la fois les parties positives et négatives des images caméra. Finalement, comment les valeurs des images caméra prises verticalement en  $x = 0m$  peuvent-elles donner l’évolution de la hauteur de la vague se propageant ? Il faut se rappeler que la perturbation de la surface de l’eau par l’onde de choc créer une vague circulaire, se propageant dans les deux dimensions de la surface. En considérant les images prises en  $x = 0m$ , on mesure donc la hauteur de la vague lors de sa propagation vers la caméra. Les effets de perspective (augmentation de la taille apparente lors du rapprochement) sont négligeables au regard des distances en jeu (propagation de la vague sur maximum 2cm, alors que la caméra était installée à environ 1m).

Le même procédé de représentation espace-temps est utilisé sur la caméra APX. Cela transforme radicalement la manière de regarder la séquence d’images caméra, et dévoile immédiatement les vitesses de groupe et de phase (Fig 1.26). Les caustiques claires sont formées par les oscillations avançant à la vitesse de phase (tirets bleus) à l’intérieur du paquet d’onde. Le paquet d’onde en entier avance à la vitesse de groupe (tirets verts).

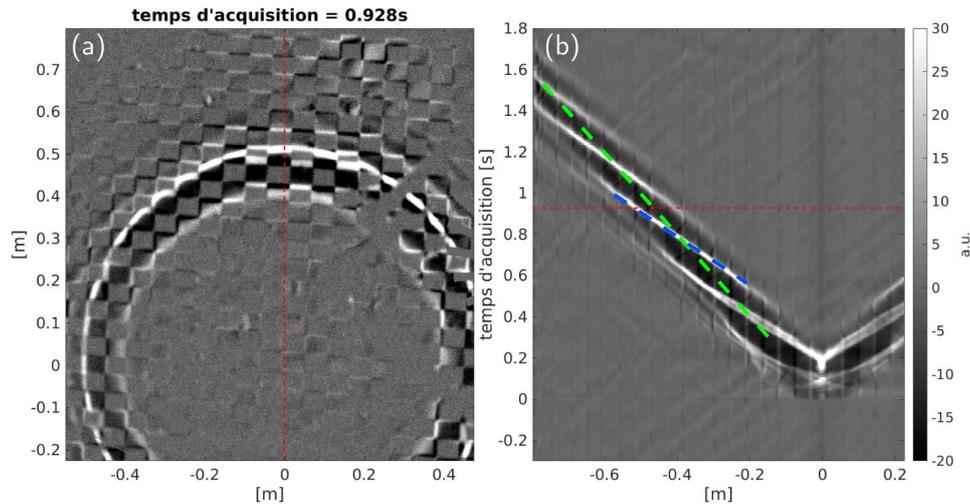


FIGURE 1.26 – (a) Image issue de la séquence enregistrée par la caméra APX. (b) Représentation espace-temps de la séquence d’images enregistrées. La ligne rouge donne la correspondance entre les deux images (a) et (b). En pratique une moyenne autour de cette ligne est effectuée, améliorant le rapport signal sur bruit (car le signal - l’onde circulaire - peut-être considérée comme une onde plane sur une petite distance) et effaçant le damier. Les tirets bleus représentent la vitesse de phase, les tirets verts la vitesse de groupe de l’onde de surface.

## 1.7 Conclusion de Chapitre

L’expérience réalisée à l’ENSTA Brest en janvier 2016 est une barrière acoustique à petite échelle (1 : 1000) dont la surface peut être perturbée de manière locale et contrôlée. La source de la perturbation est un laser dont l’énergie concentrée en un point au dessus du guide d’onde cause un claquage de l’air, générant une onde de choc. Cette onde de choc interagit avec la surface de l’eau et crée une vague gravito-capillaire. L’énergie et la hauteur du claquage au dessus de l’eau peuvent être choisies pour créer des perturbations plus ou moins fortes. Le déplacement de la surface modifie le champ de pression acoustique entre les antennes émettrice et réceptrice de la barrière acoustique. Ce champ est mesuré 100 fois par seconde pendant 5 secondes, permettant de suivre l’évolution de l’état de la surface. Le champ de pression est projeté sur la base des faisceaux propres, révélant ainsi la variation, en fonction du temps d’acquisition, des quatre observables : l’angle d’émission  $\theta_e$ , l’angle de réception  $\theta_r$ , le temps de propagation  $t_{propagation}$  et l’amplitude  $A$ . Ces variations sont plus ou moins fortes suivant les paramètres du tir laser. Un système optique composé de deux caméras permet de mesurer de manière indépendante l’état de la surface de l’eau. Une caméra latérale permet d’estimer directement le déplacement  $\Delta h$  de l’eau. Cette estimation est limitée aux expériences les plus fortes, car elle souffre d’une faible résolution et ne permet pas de distinguer les perturbation inférieures au mm. Une deuxième caméra offre de bonnes mesures des vitesses de groupe et de phase, ainsi qu’un contrôle d’ensemble de l’état de la surface. Des traitements d’images améliorent grandement le contraste des deux caméras.

Les données récoltées, il s’agit maintenant de dériver une formulation théorique permettant de modéliser la propagation acoustique dans un guide d’onde perturbé.



## Chapitre 2

# Modèle Direct

*Où, je puis vous le dire à présent : si mes prévisions ne s'étaient pas réalisées, j'aurais dû recommencer tous mes calculs !*

---

Tryphon Tournesol,  
[Hergé, 1993]

### 2.1 Introduction de chapitre

Ce chapitre présente la construction théorique des Noyaux de Sensibilité reliant une perturbation locale de la surface  $\Delta h$  aux variations des observables : variations de l'angle d'émission  $\Delta\theta_e$ , de l'angle de réception  $\Delta\theta_r$ , du temps de propagation  $\Delta t_p$  et de l'Amplitude  $\Delta A$  des faisceaux propres du guide d'onde. À partir de la théorie de la propagation acoustique, il est possible de prédire l'effet qu'aura un petit déplacement de la surface sur le champ de pression acoustique : c'est le modèle direct. Le point de départ est le même que pour les travaux précédents se servant de NS (*e.g.*, [Roux and Nicolas, 2014], [Aulanier et al., 2013]), mais on introduit dans ce chapitre et pour la première fois les NS en angles d'émission et de réception pour un déplacement local de la surface. De plus, les NS sont calculés pour toute la surface du guide d'onde, ce qui permet l'estimation quantitative de la perturbation, contrairement aux études jusqu'à présent qui ne considéraient qu'une ligne de la surface entre l'émetteur et le récepteur et qui ne permettaient qu'une inversion qualitative (sur la position de la perturbation). Finalement, la réutilisation d'une ancienne expérience réalisée par Jit Sarkar (Scripps - San Diego (E-U)) et Christian Marandet ([Sarkar et al., 2012]) permet de vérifier les NS établis théoriquement, et met en avant les corrections à apporter à la théorie afin de compenser les erreurs et incertitudes sur le modèle de guide d'onde.

### 2.2 Optimisation des paramètres du guide d'onde

L'établissement d'un modèle direct de propagation d'ondes acoustiques dans un guide d'onde nécessite la connaissance précise des paramètres du milieu de propagation. La figure 2.1 montre

un schéma de la modélisation du guide d'onde, avec 6 paramètres nécessaires pour le calcul de la propagation acoustique : la hauteur d'eau totale à l'émission  $h_e$  et à la réception  $h_r$ , la hauteur d'eau au dessus des antennes acoustiques à l'émission  $z_e$  et à la réception  $z_r$ , la distance  $R$  entre les deux antennes, et la célérité  $c$  des ondes acoustiques dans le milieu.

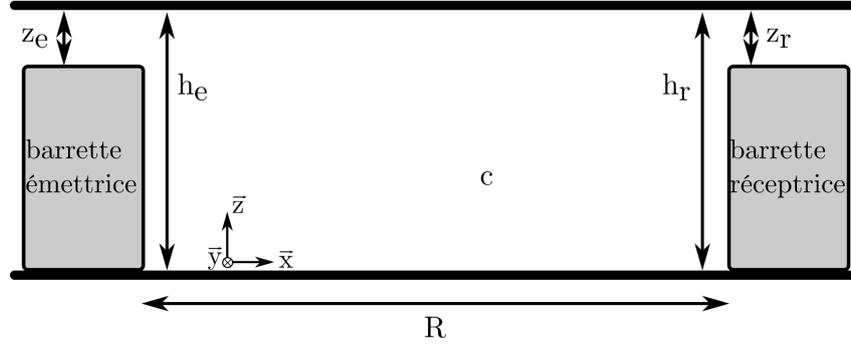


FIGURE 2.1 – Schéma du guide d'onde modélisé et des 6 paramètres critiques : la profondeur de l'eau à l'émission et à la réception,  $h_e$  et  $h_r$  respectivement, la hauteur de l'eau au dessus des barrettes  $z_e$  et  $z_r$ , la longueur du guide d'onde  $R$  et la célérité  $c$  des ondes acoustiques dans le milieu.

Bien que ces six paramètres aient été fixés et/ou mesurés avant les expériences, il est important d'avoir une mesure précise et systématique à partir des données acoustiques, étant donné que les paramètres sont amenés à changer au cours de la journée, avec notamment une évaporation d'une partie de l'eau liée à une hausse de la température.

Tout d'abord, les deux paramètres  $h$  et  $z$  sont redondants puisque la hauteur de nos barrettes est fixe. On pourra donc se contenter de chercher les bonnes valeurs pour les paramètres  $h_e$  et  $h_r$ .

De plus, l'étude préliminaire des arrivées acoustiques extraites par DFV nous permet de fixer le rapport  $R/c$ . En effet, en première et assez bonne approximation (car  $R \gg h_{e,r}$ ), le guide d'onde est parfaitement parallèle. Le temps de propagation des rayons acoustiques est alors donné par l'équation

$$t_{propagation} = \frac{R}{c} \frac{1}{\cos(\theta)}, \quad (2.1)$$

où  $\theta$  est l'angle d'émission ou de réception (car dans un guide d'onde parallèle  $\theta_e = \theta_r$ ). Le rapport  $R/c$  est alors simplement le temps d'arrivée des signaux empruntant le trajet direct. Cette équation a déjà été présentée avec les résultats de la DFV en Introduction : eq. 5. En représentant tous les rayons propres de toutes les sous-antennes extraits par DFV, on peut ajuster l'équation 2.1 aux données pour estimer le rapport  $R/c$ . Dans la figure 2.2, le minimum du modèle est à  $R/c = 679.8 \mu\text{s}^{-1}$ . La mesure du paramètre  $R$  lors de l'expérience donne  $R \approx 1\text{m}$ , avec une erreur de 1% sur la mesure. Si on fixe  $R = 1\text{m}$ , alors on fixe également  $c = 1/679.8 = 1471 \text{ m/s}$ .

À noter que l'on peut ainsi fixer  $R = 1\text{m}$  sans se soucier des (petites) différences par rapport à la réalité de l'expérience, car une éventuelle erreur sur  $R$  est compensée naturellement par le rapport  $R/c$  donné expérimentalement, et ensuite par les autres paramètres optimisés par la procédure décrite ci-dessous. Le but ici est moins d'avoir un modèle de guide d'onde exactement identique à celui de l'expérience qu'un modèle permettant de propager chaque faisceau propre

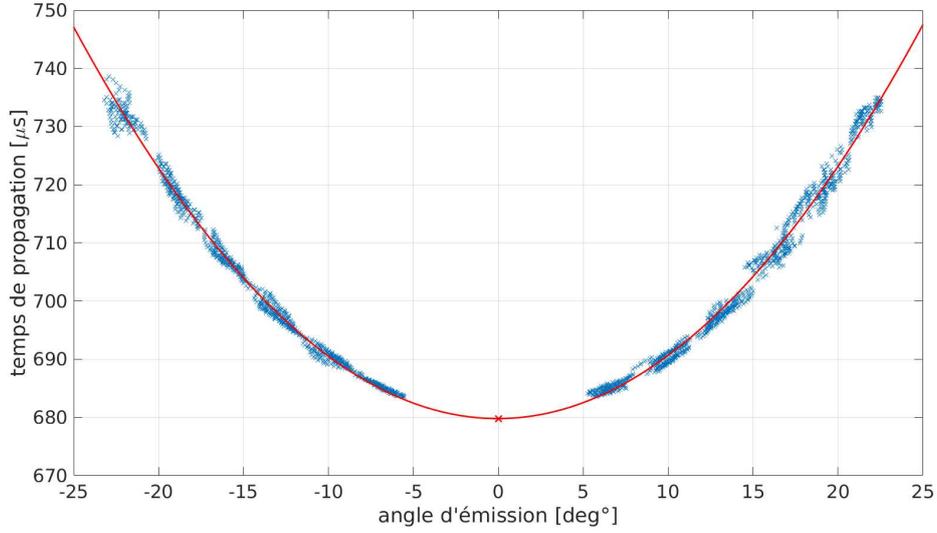


FIGURE 2.2 – Régression non linéaire de tous les rayons extraits pour l'expérience numéro 6, dans la représentation angle d'émission  $\theta_e$  - temps de propagation  $t$ , par le modèle théorique donné par l'équation 2.1. Le minimum du modèle est représenté par la croix rouge et nous donne le rapport  $R/c$ .

avec suffisamment de précision pour ensuite leur associer un noyau de sensibilité.

Sur les 6 paramètres initiaux du guide d'onde, il ne reste donc plus que deux paramètres complètement libres, les deux hauteurs d'eau au dessus des barrettes  $z_e$  et  $z_r$ .

La méthodologie proposée pour estimer les paramètres restants du guide d'onde est la suivante. À partir d'un modèle théorique approximatif, calculer les coordonnées (on appellera coordonnées le triplet  $[\theta_e, \theta_r, t_p]$ ) d'une sélection de rayons propres du guide d'onde, les comparer avec les rayons propres effectivement mesurés  $[\theta_{e,0}, \theta_{r,0}, t_{p,0}]$ , puis faire varier les paramètres du guide pour tenter d'améliorer la correspondance. Lorsque l'erreur entre le modèle théorique et la mesure expérimentale est suffisamment faible (défini par un seuil arbitraire), les paramètres correspondants sont retenus et utilisés pour la modélisation de la propagation des ondes.

Cette méthode a l'avantage de ne chercher les paramètres optimaux qu'autour d'une première estimation (soit la mesure directe faite avant les expériences, soit par exemple les paramètres optimaux trouvés pour une expérience précédente). De plus, elle est très simple à mettre en place et ne nécessite pas de connaissances ou de théories supplémentaires. Elle a le désavantage de nécessiter le calcul de rayons propres pour *chaque* combinaison de paramètres autour de la première estimation, ce qui en fait une méthode relativement longue et coûteuse.

Les erreurs quadratiques moyennes normalisées  $\epsilon$  sur les angles d'émission et de réception d'une sélection de rayons propres sont calculées par

$$\epsilon = \sqrt{\left(\frac{\theta_e - \theta_{e,0}}{\Delta\theta_e}\right)^2 + \left(\frac{\theta_r - \theta_{r,0}}{\Delta\theta_r}\right)^2}, \quad (2.2)$$

où  $\Delta\theta$  est la taille de la tache d'énergie issue de la DFV. En calculant  $\epsilon$  en faisant varier les deux paramètres restants  $z_e$  et  $z_r$ , il est possible d'estimer les paramètres optimaux minimisant

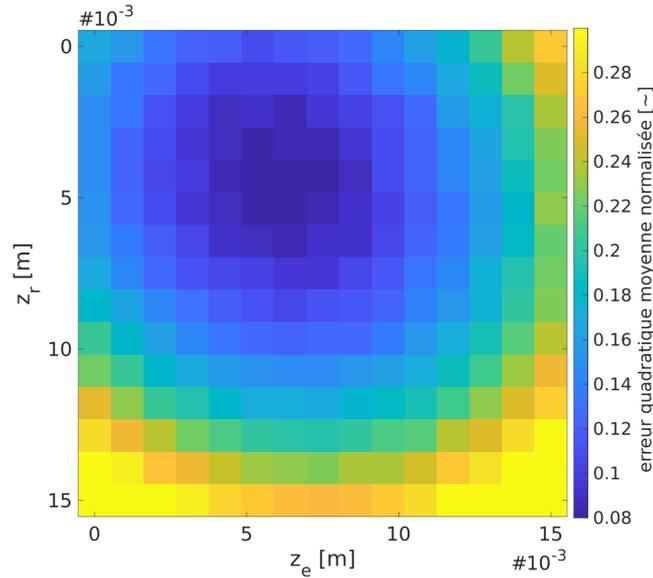


FIGURE 2.3 – Erreur faite sur les angles d’une sélection de rayons propres du guide d’onde lorsqu’on fait varier les paramètres  $z_e$  et  $z_r$ . Le minimum de cette fonction se situe en  $z_e = 4.5e-3\text{m}$  et  $z_r = 5.5e-3\text{m}$ .

cette erreur, comme le montre la figure 2.3.

On utilise les paramètres minimisant cette erreur, c’est à dire  $z_e = 4.5e-3\text{m}$  et  $z_r = 5.5e-3\text{m}$ . Une fois que nous avons en notre possession un modèle de guide d’onde représentant notre guide d’onde expérimental, on peut l’utiliser pour les calculs de propagation des rayons propres et l’établissement des noyaux de sensibilité.

## 2.3 Noyaux de Sensibilité - Dérivation Théorique

Cette section décrit le calcul théorique permettant d’établir la formulation des noyaux de sensibilité pour une onde acoustique réfléchiée par une surface subissant un petit déplacement localisé. En particulier, les NS en angles d’émission et de réception pour une perturbation de surface sont dérivés pour la première fois. Pour cela il est nécessaire de calculer l’effet d’un ce petit déplacement  $\Delta h$  sur la propagation acoustique entre une source et un récepteur (Fig. 2.4).

L’équation de propagation acoustique peut être dérivée des trois équations fondamentales, à savoir l’équation d’Euler, l’équation de la conservation de la masse et l’équation d’état thermodynamique. En supposant que l’on travaille en régime linéaire (pression acoustique très faible par rapport à la pression atmosphérique, vitesse particulière très petite par rapport à la célérité de l’onde, etc.), que la densité du milieu ainsi que sa température sont constante, et que finalement on se place dans le régime harmonique, on obtient l’équation de Helmholtz inhomogène

$$\Delta p(\mathbf{r}, \omega) + \frac{\omega^2}{c^2} p(\mathbf{r}, \omega) = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{s}), \quad (2.3)$$

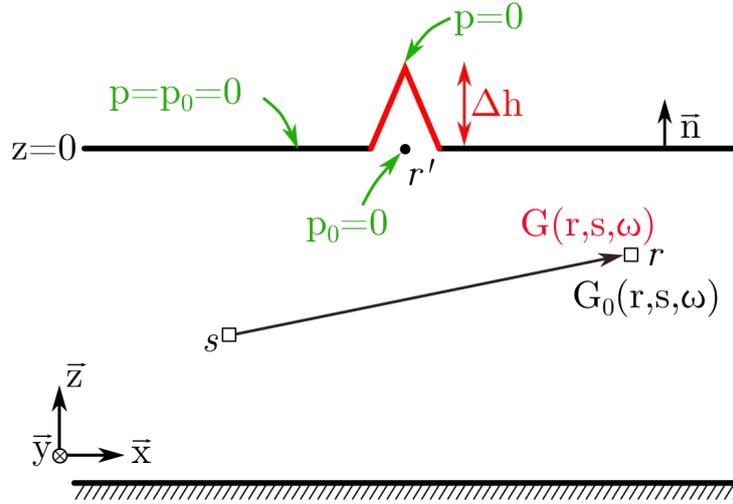


FIGURE 2.4 – Illustration de la modélisation de la variation du champ de pression acoustique généré par une source  $s$  et enregistré par un récepteur  $r$  dans un guide d’onde pour un déplacement de surface  $\Delta h$  localisé en  $\mathbf{r}'$ . Les conditions aux limites pour la pression acoustique sont notées en vert.  $G$  et  $G_0$  sont les fonctions de Green quand le système est perturbé et quand il est au repos, respectivement.

où  $p$  est la pression acoustique,  $\omega$  la pulsation de l’onde acoustique,  $c$  sa célérité et  $\Delta$  l’opérateur laplacien. Le terme de droite  $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{s})$  représente une source acoustique monochromatique ponctuelle placée en  $\mathbf{s}$  (voir, *e.g.*, [Bruneau, 2006]).

Les solutions de cette équation sont les fonctions de Green en champ libre pour l’équation de Helmholtz inhomogène en espace à 3 dimensions

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) = \frac{1}{4\pi|\mathbf{r} - \mathbf{s}|} e^{jk|\mathbf{r} - \mathbf{s}|}, \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{r}$  est la position du point à laquelle la fonction est évaluée (ou position du récepteur), et  $\mathbf{s}$  est la position de la source ([Bruneau, 2006]).

Soient  $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega)$  et  $G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega)$  deux solutions de l’équation 2.3, quand le système est au repos et lorsqu’il est perturbé, respectivement. La relation entre ces fonctions et la pression acoustique effective créée par une source  $S$  de spectre fréquentiel  $P_s(\omega)$  est alors donnée par la transformée de Fourier inverse

$$p(\mathbf{r}, \mathbf{s}, t) = \frac{1}{2\pi} \int G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega. \quad (2.5)$$

La fonction de Green  $G$  entre  $\mathbf{s}$  et  $\mathbf{r}$  est a priori inconnue dans un environnement multi-réverbérant comme un guide d’onde, surtout si celui-ci est perturbé.

Quelques calculs et opérations mathématiques sont utilisées pour contourner ce problème.

Par définition, le noyau de sensibilité  $K(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{r}', \omega)$  s’exprime par la relation

$$K(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{r}', \omega) = \frac{G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) - G_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega)}{\Delta h(\mathbf{r}')}, \quad (2.6)$$

c’est à dire le rapport direct entre la variation du champ de pression acoustique entre les points  $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{s}$  lorsque la surface du guide d’onde est déplacée de  $\Delta h$  au point  $\mathbf{r}'$ . Par convention le

point  $\mathbf{r}'$  sera toujours considéré comme le point à la surface non perturbée, c'est-à-dire que la composante verticale de  $\mathbf{r}'$ ,  $r'_z = 0$ .

Dans le prochain paragraphe, on démontre la relation non triviale

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) - G_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) = \int_{\sigma} \Delta h \partial_n G_0(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) \partial_n G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) d\sigma . \quad (2.7)$$

Pour une fonction  $U$  deux fois dérivable dans un volume  $v$  délimité par  $\sigma$  et une fonction test  $V$  (infiniment dérivable, définie sur  $U$  et à support dans une partie compacte de  $U$ ), la formule de Green nous donne

$$\int_v (U\Delta V - V\Delta U) dv = \oint_{\sigma} (U\partial_n V - V\partial_n U) d\sigma , \quad (2.8)$$

où  $\Delta$  est l'opérateur laplacien et  $\partial_n$  l'opérateur dérivation selon la normale  $\vec{n}$  (voir, *e.g.*, [Appel, 2017]).

Les fonctions de Green remplissant les conditions nécessaires, remplaçons  $U$  par  $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega)$ , noté  $G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  pour la lisibilité, et  $V$  par  $G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega)$ , noté  $G(\mathbf{r}', \mathbf{s})$ , et réécrivons l'équation 2.8 :

$$\begin{aligned} & \int_v (G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Delta G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) - G(\mathbf{r}', \mathbf{s})\Delta G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) dv \\ &= \oint_{\sigma} (G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\partial_n G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) - G(\mathbf{r}', \mathbf{s})\partial_n G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) d\sigma , \end{aligned} \quad (2.9)$$

et développons le terme de gauche en utilisant l'équation de Helmholtz (eq. 2.3)

$$\begin{aligned} & \int_v (G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Delta G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) - G(\mathbf{r}', \mathbf{s})\Delta G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) dv \\ &= \int_v \left( G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \left( -\frac{\omega^2}{c^2} G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) + \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{s}) \right) - G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) \left( -\frac{\omega^2}{c^2} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \right) \right) dv \\ &= \int_v (G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{s}) - G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')) dv \\ &= G_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}) - G(\mathbf{r}, \mathbf{s}) , \end{aligned} \quad (2.10)$$

en vertu de ce que

$$\int f(x)\delta(x - x_0) dx = f(x_0) , \quad (2.11)$$

par définition de la distribution de Dirac.

On s'occupe désormais du terme de droite de l'équation 2.9. L'analyse de notre système physique nous donne une condition de Dirichlet pour le champ de pression à la surface du guide d'onde

$$p_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega; r_z = 0) = 0 , \quad (2.12)$$

dans le cas du guide d'onde non perturbé, et

$$p(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega; r_z = \Delta h) = 0 , \quad (2.13)$$

dans le cas perturbé. On a donc

$$\begin{aligned} G_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega; r_z = 0) &= 0 , \\ G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega; r_z = \Delta h) &= 0 , \end{aligned} \quad (2.14)$$

et de là découle

$$G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) = 0 . \quad (2.15)$$

Après développement de Taylor au premier ordre du champ de pression

$$G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega; r_z = \Delta h) = G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) + \Delta h \partial_z G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) + o(\Delta h) , \quad (2.16)$$

la condition pour le cas perturbé impose

$$0 = G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) + \Delta h \partial_z G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) + o(\Delta h) ,$$

soit

$$G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) \approx -\Delta h \partial_z G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) . \quad (2.17)$$

Avec les relations 2.15 et 2.17, le terme de droite de l'équation 2.9 se réécrit alors

$$\oint_{\sigma} (G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \partial_n G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) - G(\mathbf{r}', \mathbf{s}) \partial_n G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')) d\sigma = \oint_{\sigma} \Delta h \partial_z G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) \partial_z G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) . \quad (2.18)$$

Une dernière simplification vient du fait que si la variation du champ de pression est très petite, sa dérivée devient négligeable (*i.e.* on néglige les termes du second ordre)

$$\partial_n G(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) \approx \partial_n G_0(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) . \quad (2.19)$$

Finalement, en reconciliant les termes de gauche et de droite, il reste bien

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) - G_0(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) = \int_{\sigma} \Delta h \partial_n G_0(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) \partial_n G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) d\sigma . \quad (2.20)$$

Si on considère que qu'une perturbation de taille  $\Delta\sigma$  est localisée en  $\mathbf{r}'$ , alors  $\Delta h$  est nul partout ailleurs, ce qui permet de se débarrasser de l'intégrale et l'équation 2.6 s'écrit

$$K(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{r}', \omega) = \partial_n G_0(\mathbf{r}', \mathbf{s}, \omega) \partial_n G_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}', \omega) \Delta\sigma . \quad (2.21)$$

Cela peut sembler un peu cavalier d'écarter l'intégrale de la sorte, mais en réalité la sommation reste de manière implicite, car le noyau de sensibilité  $K(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \mathbf{r}', \omega)$  ne considère qu'une perturbation ponctuelle située en  $\mathbf{r}'$ ; en réalité, il faudra bien dans le calcul du modèle direct donner une taille à cette perturbation, et alors le noyau de sensibilité global sera la somme discrète (et non l'intégrale, par nécessité numérique) des noyaux "ponctuels". Ceci ne pose aucun difficulté puisque l'on opère de toute façon dans le cadre linéaire et les noyaux peuvent s'additionner sans problème. Ceci implique aussi que la normale de la surface est toujours colinéaire à l'axe  $z$ , et que nous n'avons pas à nous soucier de la *forme* de la perturbation. Dans le calcul cela nous simplifie  $\partial_n = \partial_z$ .

Jusqu'ici nous avons utilisé des fonctions de Green  $G$  et  $G_0$  reliant une source et un récepteur. De la même manière que les données acoustiques sont projetées sur un espace  $[\theta_e, \theta_r, t]$  par le truchement d'une Double Formation de Voies (DFV), le modèle direct théorique doit être établi pour un faisceau acoustique spécifique et non pour le champ de pression total dans le guide d'onde. Nous remplaçons donc simplement nos fonctions de Green "classiques" par des fonctions de Green "dirigées"

$$G^{FV}(\mathbf{r}, \theta_{e,i}, \omega) = \sum_s G(\mathbf{r}, \mathbf{s}, \omega) e^{-j\omega\tau(\theta_{e,i}, \mathbf{s})} , \quad (2.22)$$

où  $\theta_{e,i}$  est l'angle du faisceau propre numéro  $i$  à la source et  $\tau$  est la fonction de retard telle qu'exprimée par l'équation 1.

Par extension, les fonctions de Green dirigées à l'émission et à la réception s'écrivent

$$G^{DFV}(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \omega) = \sum_s \sum_r G(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega) e^{-j\omega\tau(\theta_{e,i}, \mathbf{s})} e^{-j\omega\tau(\theta_{r,i}, \mathbf{r})} . \quad (2.23)$$

L'utilisation des fonctions de Green "dirigées" apporte une simplification supplémentaire. En effet, là où la fonction  $G$  représente une onde sphérique se propageant dans toutes les directions, la fonction  $G^{FV}$ , puisque forcée sur un angle donné, s'apparente à une onde plane. Dans ce cas, on a

$$G_0^{FV}(\mathbf{r}', \theta_{e,i}, \omega) \approx \exp [ik (\cos(\theta_{e,i} r'_x) + \sin(\theta_{e,i} r'_z))] - \exp [ik (\cos(\theta_{e,i} r'_x) - \sin(\theta_{e,i} r'_z))] , \quad (2.24)$$

où  $k$  est le nombre d'onde, et où le terme de gauche représente l'onde plane incidente sur la surface et le terme de droite représente l'onde réfléchiée par la surface. Par convention,  $r'_z = 0$ , et la dérivée s'écrit donc

$$\partial_z G_0^{FV}(\mathbf{r}', \theta_{e,i}, \omega) \approx 2 ik \sin \theta_{e,i} \overline{G_0^{FV}}(\mathbf{r}', \theta_{e,i}, \omega) , \quad (2.25)$$

où nous avons introduit

$$\overline{G_0^{FV}}(\mathbf{r}', \theta_{e,i}, \omega) = \exp [ik \cos(\theta_{e,i} r'_x)] , \quad (2.26)$$

qui est la fonction de Green d'une onde plane en milieu non borné.

On établit alors l'équation du noyau de sensibilité pour un faisceau propre, pour un déplacement  $\Delta h$  de la surface au point  $\mathbf{r}'$ ,

$$K^{DFV}(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', \omega) = -4 k^2 \sin \theta_{e,i} \sin \theta_{r,i} \overline{G_0^{FV}}(\mathbf{r}', \theta_{e,i}, \omega) \overline{G_0^{FV}}(\mathbf{r}', \theta_{r,i}, \omega) . \quad (2.27)$$

Ce noyau de sensibilité "intermédiaire" fait le lien entre la perturbation locale de la surface  $\Delta h$  et la variation du champ acoustique  $\Delta p$ . Les observables qui nous intéressent devront être extraites de cette variation de champ, comme nous le verrons plus loin.

La variation du champ de pression acoustique pour un faisceau propre lors de la perturbation du guide d'onde est par définition

$$\begin{aligned} \Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t) &= p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t) - p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t) \\ &= \frac{1}{2\pi} \int (G^{DFV} - G_0^{DFV}) P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \\ &= \frac{1}{2\pi} \int \Delta h(\mathbf{r}') K^{DFV}(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', \omega) P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega , \end{aligned} \quad (2.28)$$

et alors finalement on a

$$\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t) = -\frac{1}{2\pi} \int \Delta h(\mathbf{r}') 4k^2 \sin \theta_{e,i} \sin \theta_{r,i} \overline{G_0^{FV}}(\mathbf{r}', \theta_{e,i}, \omega) \overline{G_0^{FV}}(\mathbf{r}', \theta_{r,i}, \omega) P_s(\omega) e^{-i\omega t} d\omega . \quad (2.29)$$

Notez comme le résultat représente la variation du champ entre la source  $\mathbf{s}$  et le récepteur  $\mathbf{r}$  sans faire intervenir de fonction de Green entre ces deux points directement (celle-ci étant inconnue comme expliqué précédemment).

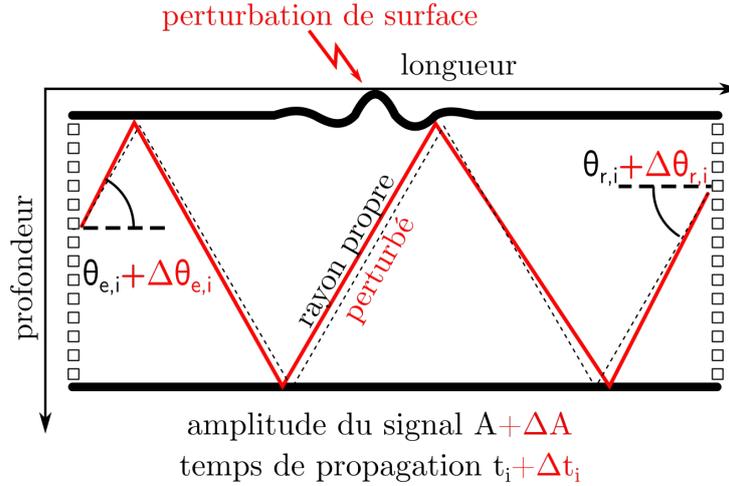


FIGURE 2.5 – Schéma montrant les quatre observables utilisables : les variations en angle d'émission  $\theta_{e,i}$ , en angle de réception  $\theta_{r,i}$ , et en temps de propagation  $t_i$ , ainsi que l'amplitude du signal transmis  $A$ .

Il s'agit maintenant d'extraire la variation des observables la variation de l'angle d'émission  $\Delta\theta_{e,i}$ , de l'angle de réception  $\Delta\theta_{r,i}$ , du temps de propagation  $\Delta t_i$  et de l'amplitude  $\Delta A(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i)$  (voir Fig. 2.5).

Le plus simple est la variation de l'amplitude du signal du rayon propre. Notez que la valeur de  $\Delta p$  fait encore appel à l'amplitude complexe de la source à travers le spectre de la source  $P_s(\omega)$ . De plus, notre modèle de propagation des ondes ne prend pas en compte le coefficient de réflexion aux interface, ni la dissipation dans le milieu. Pour nous affranchir de cela, nous considérons l'observable  $\Delta A/A_0$ , où  $A_0$  est l'amplitude du signal non perturbé. Cette observable est directement liée au champ de pression acoustique puisque simplement

$$\frac{\Delta A(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)}{A_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i)} = \frac{\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)}{p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i)}. \quad (2.30)$$

L'extraction de la variation du temps de propagation et des angles d'émission et de réception est plus délicate, car elle fait référence à un *endroit* dans le champ acoustique, et non à la valeur du champ en un point précis comme nous donne l'équation 2.29. La solution est proposée par Florian Aulancier, inspiré par Skarsoulis. L'arrivée acoustique associée à un rayon propre est un maximum local dans le champ acoustique global, et donc pour un champ non perturbé

$$\nabla p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t) = 0, \quad (2.31)$$

où  $\nabla$  est l'opérateur gradient.

Un rayon propre perturbé  $p$  voit ses coordonnées légèrement déplacées, et alors

$$\nabla p(\theta_{e,i} + \Delta\theta_e, \theta_{r,i} + \Delta\theta_r, \mathbf{r}', t_i + \Delta t) = 0, \quad (2.32)$$

Un développement de Taylor à l'ordre 1 autour des coordonnées  $[\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t]$  permet d'ap-

proximer cette relation par

$$\begin{aligned} \nabla p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) + \Delta\theta_{e,i} \frac{\partial}{\partial\theta_e} \nabla p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) + \\ \Delta\theta_{r,i} \frac{\partial}{\partial\theta_r} \nabla p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) + \\ \Delta t_i \frac{\partial}{\partial t} \nabla p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) = 0, \end{aligned} \quad (2.33)$$

Puisque

$$\nabla p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) = \nabla p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i) + \nabla (\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) , \quad (2.34)$$

l'équation 2.33 peut être réécrite en utilisant la formulation matricielle

$$\nabla (\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) + \mathbf{H}(p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) [\Delta\theta_{e,i}, \Delta\theta_{r,i}, \Delta t_i]^T = 0 , \quad (2.35)$$

avec  $()^T$  l'opérateur transposée et  $\mathbf{H}(p)$  la matrice Hessienne

$$\mathbf{H}(p) = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial\theta_e^2} & \frac{\partial^2}{\partial\theta_e\partial\theta_r} & \frac{\partial^2}{\partial\theta_e\partial t} \\ \frac{\partial^2}{\partial\theta_r\partial\theta_e} & \frac{\partial^2}{\partial\theta_r^2} & \frac{\partial^2}{\partial\theta_r\partial t} \\ \frac{\partial^2}{\partial t\partial\theta_e} & \frac{\partial^2}{\partial t\partial\theta_r} & \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{pmatrix} p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) \quad (2.36)$$

De la même manière que l'équation 2.34,

$$\mathbf{H}(p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) = \mathbf{H}(p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) + \mathbf{H}(\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) , \quad (2.37)$$

et si on ne garde les termes d'ordre 1, on obtient finalement

$$\nabla (\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) + \mathbf{H}(p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) [\Delta\theta_{e,i}, \Delta\theta_{r,i}, \Delta t_i]^T = 0 . \quad (2.38)$$

Cette équation est inversible grâce au fait que  $p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)$  est un maximum local et que les valeurs propres de sa Hessienne sont strictement négatives. On extrait donc les variations des observables

$$[\Delta\theta_{e,i}, \Delta\theta_{r,i}, \Delta t_i]^T = -\mathbf{H}^{-1}(p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) \nabla (\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) , \quad (2.39)$$

en ne faisant appel qu'au champ acoustique non perturbé  $p_0$  et la différence des champs  $\Delta p$ , prise aux coordonnées du rayon propre non perturbé, c'est-à-dire en  $(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i)$ .

L'équation 2.39, avec l'équation 2.30, sont l'expression finale du modèle direct pour les variations en angle d'émission, angle de réception, temps de propagation, et amplitude d'un faisceau propre lorsque la surface subit un déplacement local  $\Delta h$ .

En reprenant la définition du noyau de sensibilité donnée en équation 2.6, et à partir des équations du modèle direct 2.39 et 2.30, les noyaux de sensibilité pour les quatre observables s'écrivent donc

$$\begin{aligned} [K_{\theta_s}, K_{\theta_r}, K_t]^T &= -\mathbf{H}^{-1}(p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i)) \nabla \left( K^{DFV}(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) \right) , \\ K_A &= K^{DFV} / p_0(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, t_i) , \end{aligned} \quad (2.40)$$

où  $K^{DFV}$  est le noyau de sensibilité "intermédiaire" établi en eq. 2.27 et faisant le lien entre la perturbation de surface  $\Delta h$  et la variation du champ de pression acoustique.

Des exemples de NS calculés pour deux rayons propres différents sont montrés sur les figures 2.6 et 2.7.

**N.B.** Nous avons expliqué au chapitre précédent comment les observables sont extraites à partir des données expérimentales. Pour rappel, à la sortie de l'algorithme de DFV, chaque arrivée acoustique (*i.e.* rayon propre) est représentée par une ellipsoïde dans l'espace  $[\theta_e, \theta_r, t]$ . Les observables extraites pour ce rayon propre sont alors les coordonnées du centre de l'ellipsoïde, ainsi que l'amplitude du signal au centre de celle-ci. La mesure expérimentale du champ acoustique, qui suit le centre de l'ellipsoïde au cours de la perturbation du guide d'onde, est donc  $\Delta p(\theta_{e,i} + \Delta\theta_{e,i}, \theta_{r,i} + \Delta\theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i + \Delta t_i)$ . Or, le modèle direct (eq. 2.39) nous permet de calculer la variation du champ  $\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)$  aux coordonnées du rayon non perturbé. Il y a donc une incohérence dans la manière d'extraire les observables, au vu de la formulation du modèle direct.

En vérité, la différence entre  $\Delta p(\theta_{e,i} + \Delta\theta_{e,i}, \theta_{r,i} + \Delta\theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i + \Delta t_i)$  et  $\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)$  est d'ordre 2. En effet,

$$\begin{aligned} \Delta p(\theta_{e,i} + \Delta\theta_{e,i}, \theta_{r,i} + \Delta\theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i + \Delta t_i) \approx \\ \Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i) + [\Delta\theta_e, \Delta\theta_r, \Delta t]^T \nabla (\Delta p(\theta_{e,i}, \theta_{r,i}, \mathbf{r}', t_i)) . \end{aligned} \quad (2.41)$$

Or, l'établissement du modèle direct fait déjà fi des termes supérieurs à 1 à l'équation 2.38. La mesure du champ acoustique peut donc se faire au centre des ellipsoïdes en sortie de DFV en première approximation. Cette manière de mesurer présente l'avantage d'être consistante, puisque le centre de l'ellipsoïde doit dans tous les cas être suivi pour extraire ses coordonnées  $[\theta_e + \Delta\theta_e, \theta_r + \Delta\theta_r, t + \Delta t]$ . Bien que la théorie nous le demande, il paraît alors étrange de mesurer la *valeur* du champ acoustique en un point différent de l'espace.

La figure 2.6 présente un exemple de NS calculé après DFV sur une antenne de 15 éléments, pour un faisceau propre tapant une seule fois la surface du guide d'onde. Un autre exemple de NS, cette fois-ci pour un faisceau tapant trois fois la surface du guide d'onde, est montré sur la figure 2.7. La sensibilité du faisceau est nulle lorsque la perturbation de surface est éloignée du point de réflexion du faisceau sur la surface, et inversement les observables du faisceau sont perturbées lorsque la surface est déplacée aux alentours du point de réflexion. Il y a donc autant de zones sensibles que de réflexions du faisceau à la surface. La sensibilité autour d'un point de réflexion oscille et présente des zones positives et négatives. Ces oscillations sont le résultat de l'interaction entre la phase du signal acoustique, les interférences dues à la réflexion et le lobe principal de la DFV. Les noyaux des temps de propagation sont nuls au point exact de la réflexion, transposant le paradoxe 'banana-doughnut' présenté en introduction à un déplacement local de la surface. À l'opposé, les noyaux en amplitude sont le plus sensibles au point exact de la réflexion.

Les NS portant sur les angles sont qualitativement très différents de ceux portant sur le temps de propagation ou l'amplitude.

Les NS des angles d'émission et de réception présentent une sensibilité dépendant de la distance à l'antenne émettrice et réceptrice, respectivement. Autrement dit, la sensibilité des angles d'émission à une perturbation de la surface est plus forte proche de l'antenne émettrice, et devient plus faible au fur et à mesure qu'on s'en éloigne, et inversement pour les angles de réception. Ce comportement peut être compris intuitivement. Le NS représente comment une observable est affectée par un déplacement local de la surface. Pour les variations des angles d'un rayon propre, la perspective joue un rôle majeur : un déplacement local de la surface

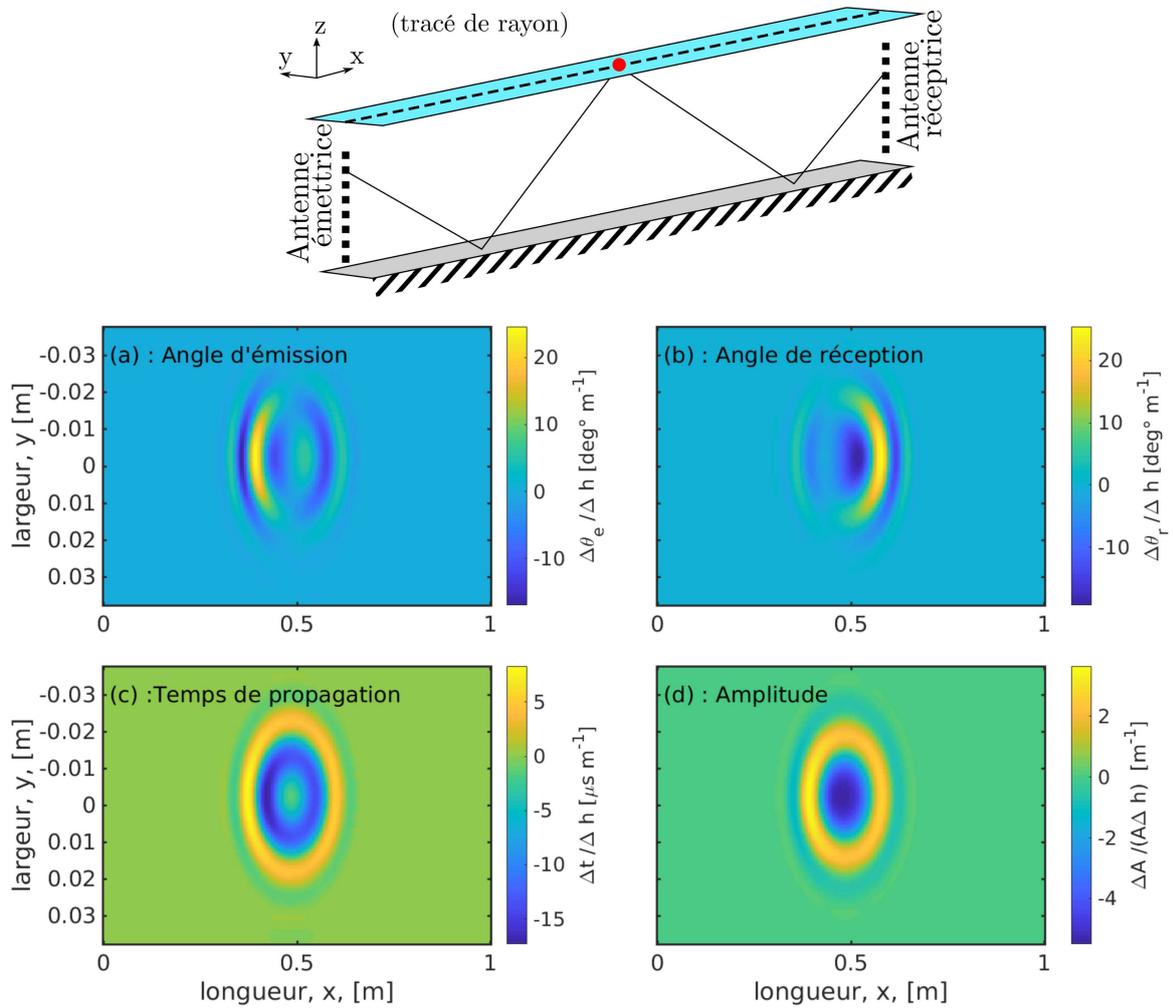


FIGURE 2.6 – (tracé de rayon) : Schéma montrant la trajectoire du faisceau propre considéré pour le calcul des noyaux de sensibilité montré dans les vignettes suivantes. Le point rouge représente le point de réflexion du faisceau sur la surface du guide d'onde. (a-d) : Noyaux de Sensibilité théoriques pour un faisceau réfléchi une seule fois par la surface du guide d'onde, pour une variation locale de la surface, et pour les quatres observables angle d'émission  $\theta_e$ , angle de réception  $\theta_r$ , temps de propagation  $t_p$  et amplitude  $A$ . Un faisceau crée par DFV sur deux antennes de 15 éléments est utilisé pour le calcul.

près d'une antenne acoustique sera vu sous un angle plus grand par cette antenne que le même déplacement situé plus loin. Par conséquent, la même variation de la surface cause des variations d'angle d'émission plus grandes si elle est plus proche de l'antenne émettrice. De même, elle cause des variations d'angle de réception plus grandes si elle est plus proche de l'antenne réceptrice.

Ce phénomène n'intervient pas dans les variations de temps de propagation ou d'amplitude, aussi les NS correspondants sont ils invariants par rapport à  $R$ .

Les NS en angles présentent également une antisymétrie selon  $x$  par rapport au point de réflexion du rayon propre, là où les NS de temps et d'amplitude sont symétriques. Ainsi, par exemple, pour les NS en angles présentés en fig 2.7-(a) et (b), les valeurs en  $x < 0.5$  m sont l'opposé des valeurs en  $x > 0.5$  m. Cette antisymétrie est moins évidente à comprendre. Néanmoins, en considérant le principe de Huygens-Fresnel, on comprend qu'un déplacement local de la surface situé d'un côté du point de réflexion modifierait l'angle de l'onde réfléchie, et que de l'autre côté du point de réflexion, ce même déplacement modifierait l'angle de l'onde réfléchie de manière opposée. Encore une fois, ce phénomène n'a aucune raison d'intervenir pour les variations de temps de propagation ou d'amplitude.

## 2.4 Mesure expérimentale des Noyaux de Sensibilité

Les noyaux de sensibilité sont, dans notre cas, le rapport entre les variations des observables (coordonnées  $[\theta_e, \theta_r, t_p]$  et amplitude  $A$  des rayons propres) et le déplacement local de la hauteur d'eau. Ils sont donc une grandeur physique mesurable en laboratoire.

Christian Marandet a, dans sa thèse, utilisé un dispositif permettant de mesurer les noyaux de sensibilité liés à une variation de densité locale dans le milieu en mesurant les variations du champ de pression acoustique tout en introduisant une variation de densité locale - une petite bille en plomb. Il mentionne les NS des angles, en marge de ses travaux (section 2.8.5.2 de son manuscrit), et remarque déjà le comportement asymétrique de ces noyaux.

Les noyaux de sensibilité de surface ont été mesurés de la même manière par (Sarkar et Marandet, Shane Walker) dans un guide d'onde de longueur 0.6 m et de profondeur 5 cm, la bille de plomb servant cette fois de déplacement local de la surface (voir Fig. 2.8). La bille de plomb est immergée de 1mm environ dans le guide d'onde.

Nous proposons de réutiliser cette expérience pour confirmer le comportement des noyaux de sensibilité en angles, qui n'ont encore jamais été utilisés pour inverser une perturbation de la surface.

La méthode employée à l'époque était sensiblement la même que celle décrite dans l'introduction et le chapitre 1 : . Pour chaque position de la bille en surface, le champ de pression généré par 64 émetteurs est enregistré par 64 récepteurs ; afin d'extraire la variation du champ pour un rayon propre donné, l'algorithme de Double Formation de Voies (DFV) est appliqué aux données. Les variations des coordonnées du rayon  $(\theta_e, \theta_r, t)$  ainsi que l'amplitude de son signal  $A$  en fonction de la position de la perturbation de surface sont visibles immédiatement et sont directement liées, à un facteur près, aux noyaux de sensibilité. Contrairement au modèle direct qui nécessite le calcul des Noyaux de Sensibilité pour toute la surface du guide d'onde, les données expérimentales récoltées à l'époque ne donnent que les variations des rayons propres pour une perturbation située sur la ligne centrale de la surface du guide (ligne en pointillés sur la fig. 2.8). Les variations de coordonnées seront comparées avec un modèle direct calculé pour une perturbation de surface  $\Delta h = 1\text{mm}$ .

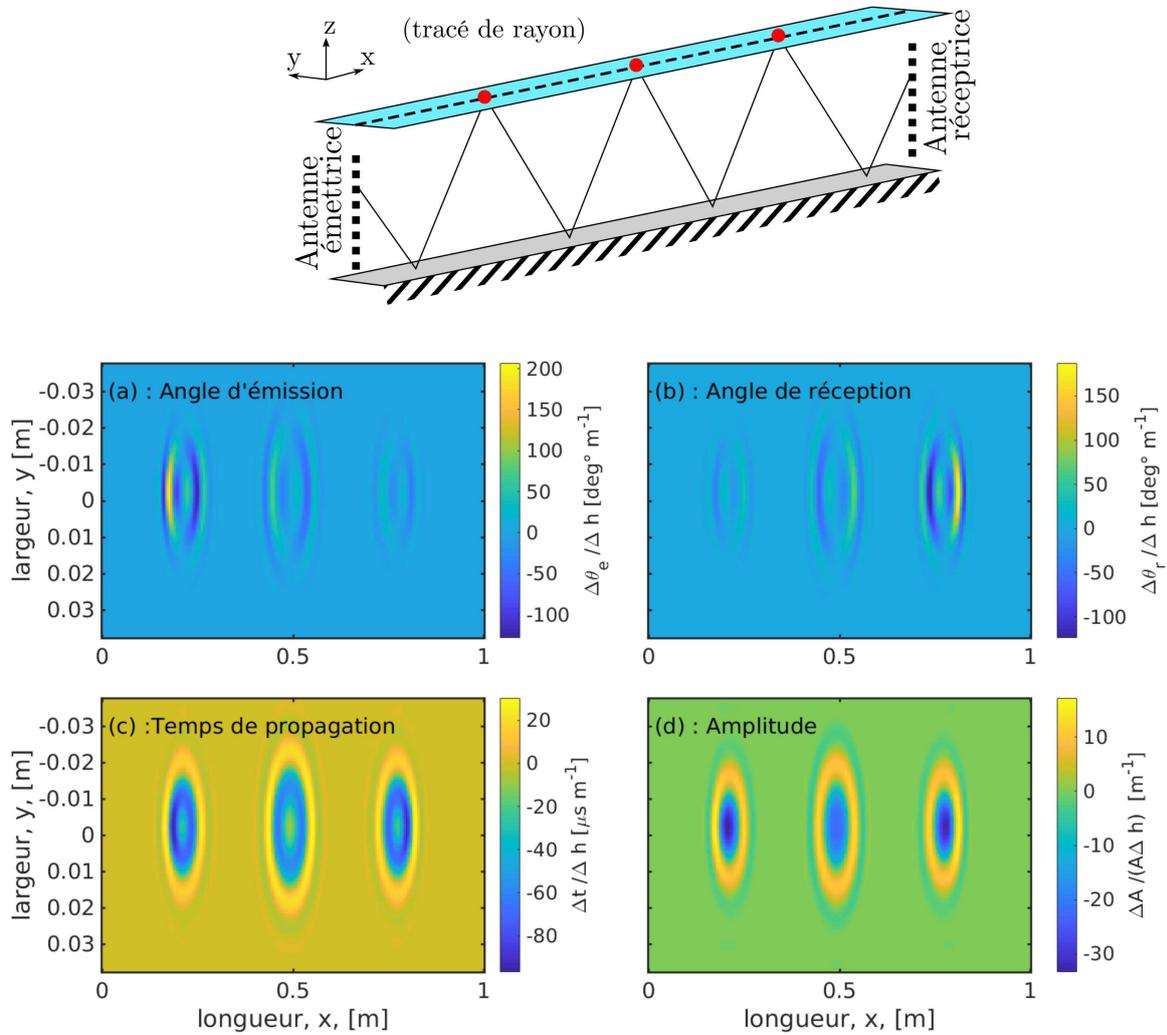


FIGURE 2.7 – (tracé de rayon) : Schéma montrant la trajectoire du faisceau propre considéré pour le calcul des noyaux de sensibilité montré dans les vignettes suivantes. Le point rouge représente le point de réflexion du faisceau sur la surface du guide d'onde. (a-d) : Noyaux de Sensibilité théoriques pour un faisceau réfléchi trois fois par la surface du guide d'onde, pour une variation locale de la surface, et pour les quatre observables angle d'émission  $\theta_e$ , angle de réception  $\theta_r$ , temps de propagation  $t_p$  et amplitude  $A$ . Un faisceau créé par DFV sur deux antennes de 15 éléments est utilisé pour le calcul.

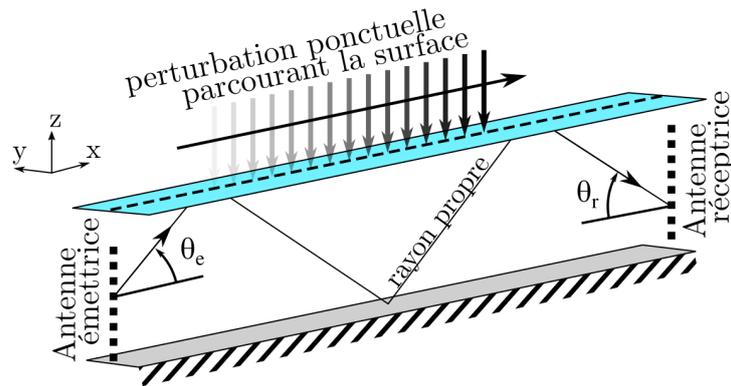


FIGURE 2.8 – Schéma de l'expérience permettant de mesurer les noyaux de sensibilité par la perturbation forcée de la surface du guide d'onde.

Cette comparaison se fait directement avec le modèle direct, ou bien en inversant les variations de coordonnées pour chaque position de la bille. L'inversion doit rendre la position de la perturbation pour chaque position de la bille, c'est-à-dire dans le cas idéal une matrice Identité.

**N.B.(bis)** Les termes "modèle direct" ou "noyau de sensibilité" ont été utilisés abondamment jusqu'à présent, et il apparaît nécessaire de souligner la différence entre ces termes. Le modèle direct est, dans notre cas, un calcul de la variation des observables pour un déplacement local  $\Delta h$  de la surface. Son unité est donc le degré  $[\circ]$ , la  $[\mu s]$  ou un rapport d'amplitude sans unités, suivant l'observable considérée. Le noyau de sensibilité est le rapport entre cette variation des observables et le déplacement local  $\Delta h$ , son unité est donc le  $[\circ/m]$  pour les NS des angles,  $[\mu s/m]$  pour le NS en temps et  $[m^{-1}]$  pour le NS en amplitude. Il est facile de confondre les deux et d'intervertir les termes. Le NS est bel est bien une matrice qui fait correspondre un déplacement en chaque point de la surface à une variation de l'observable en question ; le modèle direct est la variation de l'observable et donc un scalaire.

Le dispositif décrit sur la figure 2.8 permet de calculer la variation des observables  $[\theta_e, \theta_r, t_p, A]$  lorsque la surface est perturbée par une bille de plomb. Aucune mesure précise n'a pu être faite sur la pénétration de la bille dans l'eau, aussi ne savons-nous pas quel valeur a le  $\Delta h$ . Nous mesurons donc en réalité le modèle direct, et n'avons pas les moyens précis pour en déduire le NS. Néanmoins, cette mesure du modèle direct nous suffit à valider nos NS théoriques, comme nous le verrons en figure 2.13. De plus, les NS et le modèle direct n'étant liés que par un facteur multiplicatif, on peut considérer que l'on mesure les NS à un facteur près. Il est malgré tout prudent de garder en tête les différences entre les deux notions.

La figure 2.9 présente les variations des observables d'un rayon propre tapant deux fois la surface du guide d'onde, telles que mesurées expérimentalement. On remarquera le caractère antisymétrique des variations en angle d'émission et de réception par rapport au point de réflexion, et la sensibilité dépendant de la distance à l'antenne, confirmant notre intuition sur la forme des NS des angles.

La comparaison des variations des observables des rayons propres mesurées expérimentalement avec les modèles directs théoriques ont soulevé un problème inattendu, celui de l'impact

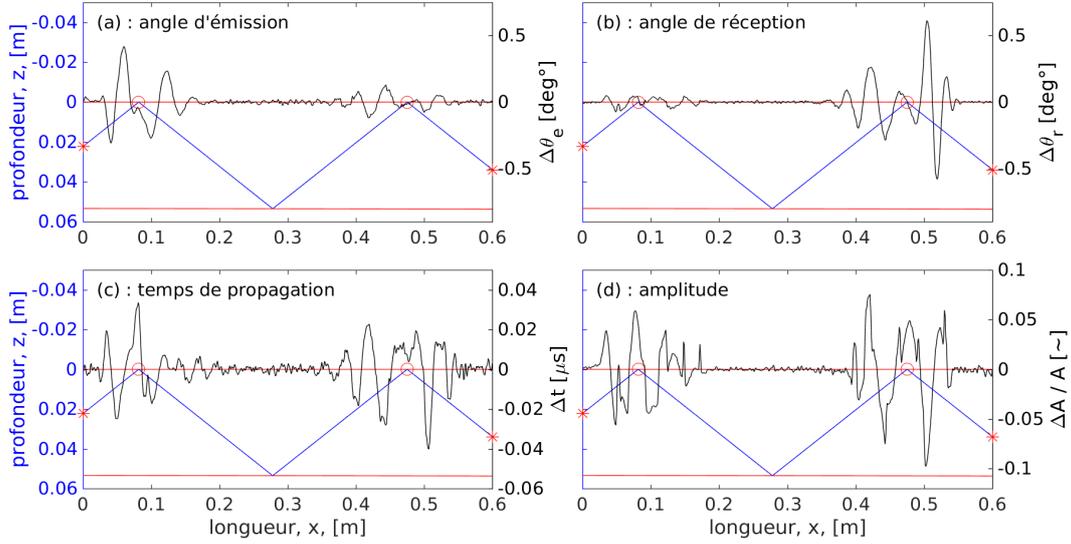


FIGURE 2.9 – Variations mesurées expérimentalement des coordonnées d'un rayon propre (angle d'émission  $\theta_e$ , angle de réception  $\theta_r$ , temps de propagation  $t$ ) et l'amplitude du signal  $A$  (en noir), pour une perturbation ponctuelle de la surface du guide d'onde. Le guide d'onde est montré en rouge et la trajectoire du rayon en bleu.

de la précision du modèle direct sur l'établissement des NS. En effet, pour faire correspondre les mesures expérimentales avec la théorie, il a souvent fallu calculer les NS pour un temps de propagation du rayon propre légèrement différent (un délai  $\tau_p$  sur le temps de propagation de l'ordre du dixième de microseconde) de celui prédit par le modèle du guide d'onde. La figure 2.10 montre la très grande variabilité du modèle direct en fonction du temps de propagation considéré pour le calcul des NS. Un délai de  $\tau_p = 0.3\mu s$  sur le temps de propagation du rayon propre entraîne un facteur  $(-1)$  sur le résultat final. Pour rappel, la période du signal acoustique est de  $1\mu s$ ;  $0.3\mu s$  correspondent à une erreur de  $1m/s$  sur la célérité des ondes acoustiques, ou encore une erreur de  $0.4mm$  sur la distance de propagation de ces ondes (pour  $c = 1474m/s$ ). On peut également comparer ce temps avec la taille à mi-hauteur de l'ellipsoïde issue de la DFV qui est de l'ordre de  $1\mu s$ .

Sans cette correction sur le temps de propagation, les noyaux de sensibilité calculés sont incorrects et l'inversion ne peut pas donner de bon résultat. Dans le cas présent, l'expérience offre la possibilité d'inverser la position de la perturbation le long du guide d'onde. Pour ce cas d'étude, l'inversion est dans le cas idéal une matrice Identité : pour chaque position effective de la perturbation ponctuelle, on souhaite inverser sa position dans la longueur du guide d'onde. L'intérêt de cette inversion n'est pas de retrouver la position de la perturbation, puisqu'elle est fixée par l'expérience, mais d'évaluer la qualité des noyaux de sensibilité, ainsi que la capacité du processus d'inversion à retrouver le résultat attendu. En ce sens elle se distingue d'une inversion "classique" dont l'objectif est de retrouver la perturbation inconnue, comme dans le chapitre suivant avec le cas de la propagation d'une vague gravito-capillaire.

Le résultat de l'inversion faite avec le temps de propagation "naïf" (délai  $\tau_p = 0\mu s$ ) est présenté sur la figure 2.11, pour les quatre observables. On observe que l'inversion est mauvaise et est loin de la matrice Identité attendue. On comprend alors l'importance de corriger le modèle

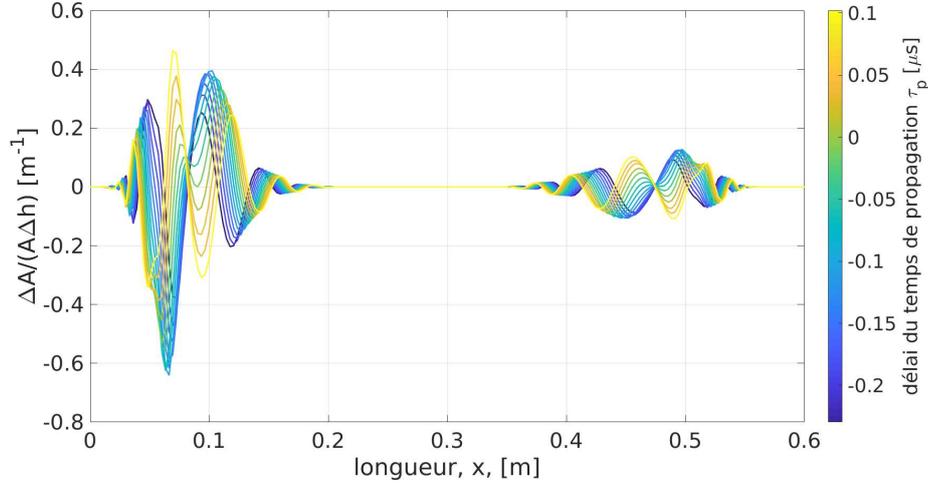


FIGURE 2.10 – NS théoriques en amplitude calculés pour différents temps de propagation autour de celui prédit par le modèle du guide d'onde. On observe une très grande sensibilité du noyau, celui-ci subissant un facteur  $(-1)$  en  $0.3\mu\text{s}$  de délai sur le temps de propagation utilisé pour le calcul.

direct.

Puisque nous avons accès, dans cette expérience, à la mesure expérimentale des NS, nous pouvons calculer la qualité de ressemblance entre la "réalité" mesurée et toute une gamme de modèles théoriques établis pour différents  $\tau_p$  (fig. 2.12). Cette qualité est décrite par la corrélation entre les deux fonctions et nous donne l'information pour quel  $\tau_p$  le modèle correspond bien à la mesure. Nous appelons cette méthode *a priori* car la corrélation peut se calculer à partir des noyaux seuls et donc avant inversion.

La figure 2.12 montre la fonction qualité entre la mesure expérimentale et le modèle théorique. La corrélation présente une oscillation d'environ la période du signal acoustique ( $T \approx 0.66\mu\text{s}$ ). Les fonctions pour les quatre observables sont comparées. La fonction de corrélation du temps de propagation est légèrement décalée (environ  $0.1\mu\text{s}$ ) par rapport aux autres observables.

Le délai sur le temps de propagation  $\tau_p$  pour lequel cette fonction est maximale donne le vrai temps de propagation à considérer lors de l'établissement du modèle théorique, et les NS théoriques sont alors les plus proches des NS mesurés (voir figure 2.13).

La cause de ce délai sur le temps de propagation n'est pas bien expliqué. Une piste envisagée est le déphasage causé par les réflexions à l'interface eau-acier du fond du guide d'onde.

Pour une onde plane incidente avec un angle  $\Theta_1$  sur l'interface eau-acier (voir fig 2.14), le coefficient de réflexion complexe  $\mathcal{R}$  est donné par l'équation (*e.g.*, [Hovert et al., 1981])

$$\mathcal{R}(\Theta_1) = \frac{Z_2 \sin^2(2\Theta_s) + Z_S \cos^2(2\Theta_s) - Z_1}{Z_2 \sin^2(2\Theta_s) + Z_S \cos^2(2\Theta_s) + Z_1}, \quad (2.42)$$

où  $Z$  sont les impédances

$$Z_1 = \frac{\rho_1 c_1}{\cos\Theta_1}, \quad Z_2 = \frac{\rho_2 c_2}{\cos\Theta_2}, \quad Z_s = \frac{\rho_1 c_s}{\cos\Theta_s}. \quad (2.43)$$

La phase de  $\mathcal{R}$  nous donne le déphasage subi par une onde réfléchi par cette interface (fig. 2.15).

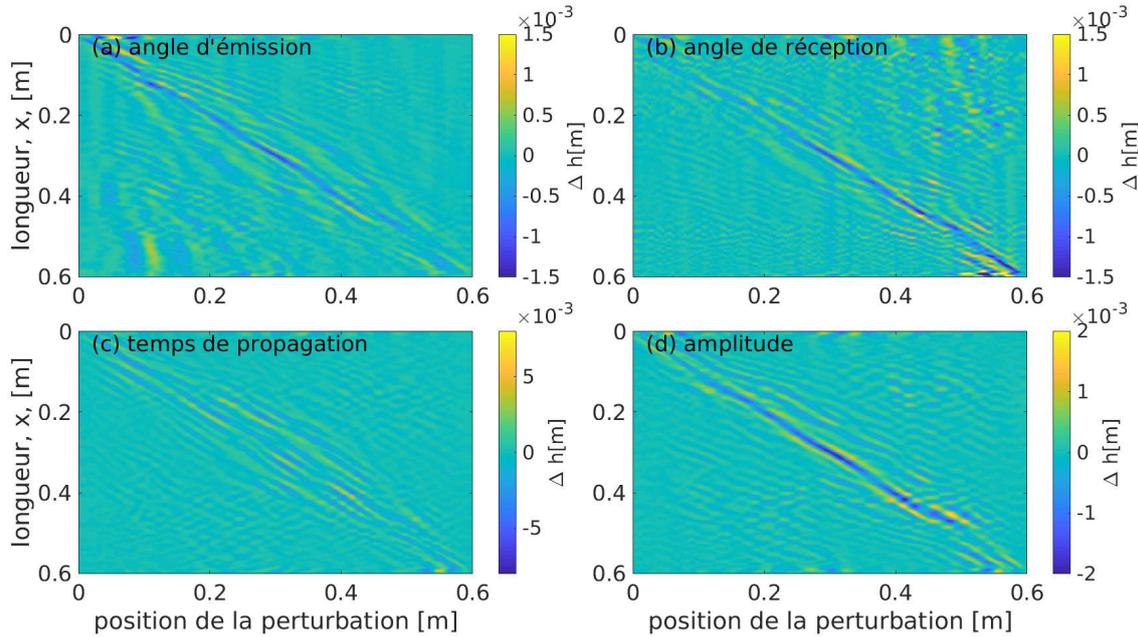


FIGURE 2.11 – Inversions de la hauteur d'eau pour une perturbation ponctuelle parcourant la surface, à partir des variations des angles d'émission (a), des angles de réception (b), des temps de propagation (c) et des amplitudes (d). L'inversion est faite de manière "naïve", c'est à dire au temps de propagation donné par le modèle de guide d'onde ( $\tau_p = 0\mu s$ ). Les résultats sont mauvais et démontrent un mauvais établissement du modèle direct.

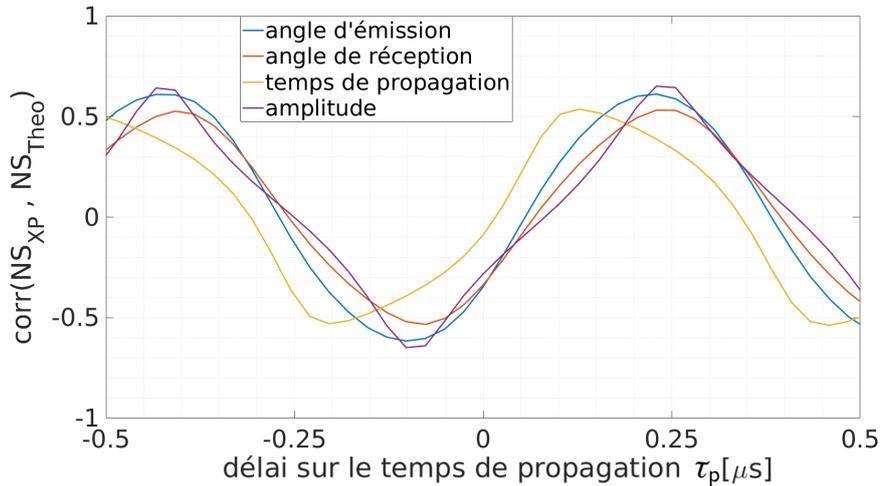


FIGURE 2.12 – Fonction qualité calculée *a priori*, soit la corrélation entre les NS calculés théoriquement et les NS mesurés expérimentalement, pour différents délais  $\tau_p$  sur le temps de propagation pris en compte dans le calcul des NS théoriques. La fonction est calculée pour l'ensemble des 1292 NS disponibles. Notons que la corrélation du temps de propagation est légèrement décalée par rapport aux autres.

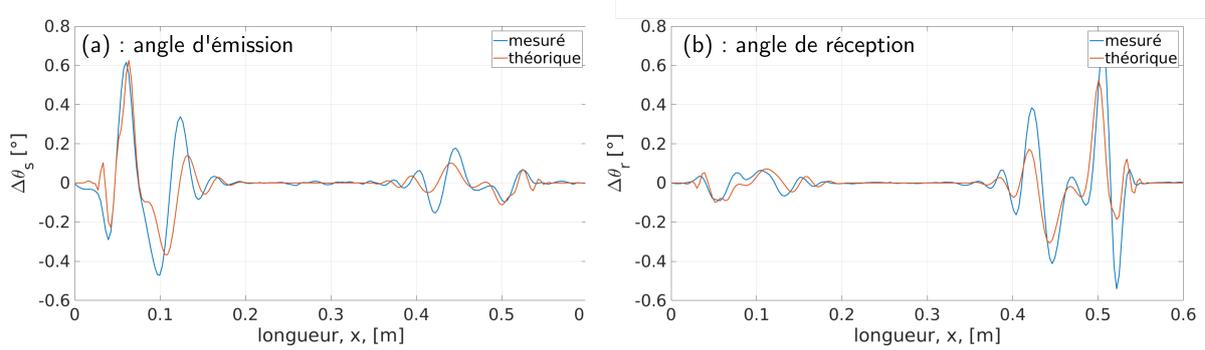


FIGURE 2.13 – Comparaison entre les variations de l'angle ((a) d'émission, (b) de réception), mesuré expérimentalement pour le rayon propre montré sur la figure 2.9, et le modèle direct théorique calculé pour un délai sur le temps de propagation  $\tau_p = 0.25 \mu s$ , soit le délai pour lequel la fonction de corrélation montré sur la figure 2.12 est maximale.

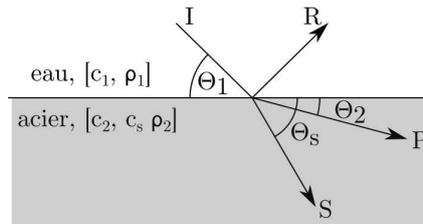


FIGURE 2.14 – Schéma de la réflexion par le fond solide du guide d'onde. L'onde I est l'onde incidente de célérité  $c_1$ , R est l'onde réfléchie. L'onde P est l'onde longitudinale de célérité  $c_2$  transmise dans l'acier, et S est l'onde transmise transversale de célérité  $c_s$ .  $\rho_1$  et  $\rho_2$  sont les densités de l'eau et de l'acier, respectivement.

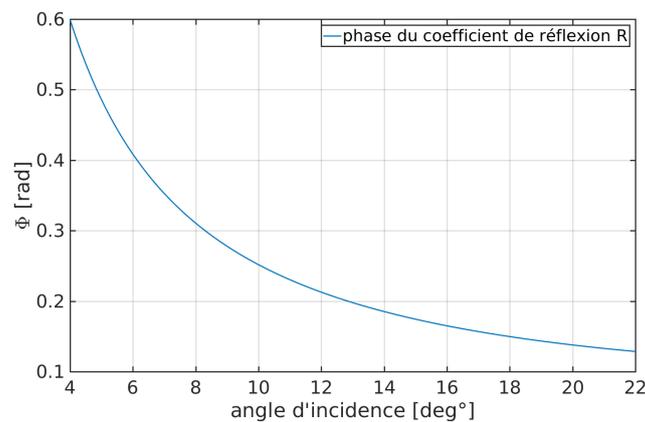


FIGURE 2.15 – Phase de  $\mathcal{R}$  en fonction de l'angle d'incidence  $\Theta_1$  de l'onde sur l'interface eau-acier.

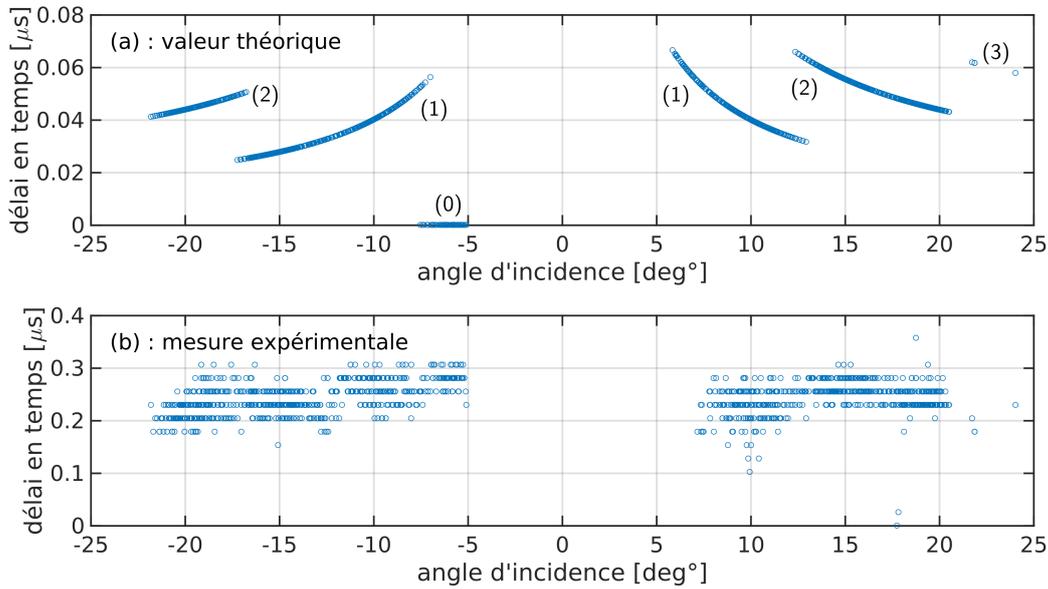


FIGURE 2.16 – (a) Valeur théorique du délai en temps de propagation causé par la réflexion imparfaite sur l'interface eau-acier du fond du guide d'onde pour chaque faisceau propre, en fonction de l'angle d'incidence du faisceau propre. Les numéros correspondent aux nombres de réflexions des différents groupes de faisceaux propres. (b) Mesure expérimentale des délais en temps de propagation  $\tau_p$  nécessaire pour faire correspondre les variations des observables mesurées aux modèles directs (comme sur la figure 2.13).

Un faisceau propre tapant plusieurs fois le fond du guide d'onde subit plusieurs fois le déphasage associé à cette interface. Il est donc nécessaire de multiplier la valeur de déphasage donnée par la relation 2.42 par le nombre de réflexions au fond du guide. Pour chaque faisceau propre il est alors possible de calculer le délai en temps de propagation prévu par la réflexion imparfaite sur la barre d'acier (fig. 2.16-a). À noter que dans notre cas de figure, l'angle d'incidence peut être assimilé à l'angle d'émission, puisque le fond et la surface du guide d'onde sont presque parallèles. On compare cette valeur à la mesure expérimentale du délai en temps de propagation nécessaire pour correspondre les variations des observables mesurées aux modèles directs (2.16-b).

D'après la figure 2.16-a, certains faisceaux propres ne subissent pas de délai en temps de propagation (0). Il s'agit là des faisceaux propres dont l'angle d'émission est situé entre  $-5^\circ$  et  $-7.5^\circ$  et dont l'angle de réception est également situé entre  $-5^\circ$  et  $-7.5^\circ$  (pas montré sur cette figure). Ainsi, ces faisceaux n'ont aucune réflexion au fond, et qu'une seule réflexion à la surface du guide d'onde.

Au sein du groupe de faisceaux propres ayant par exemple une seule réflexion au fond du guide d'onde (1), le délai dépend de l'angle d'incidence. Néanmoins, la variation de la phase du coefficient de réflexion  $\mathcal{R}$  en fonction de l'angle d'incidence est partiellement compensé par les multiples réflexions des faisceaux propres (groupes (2) et (3)). Ainsi, tous les faisceaux propres ayant au moins une réflexion au fond du guide d'onde subissent environ le même délai sur le temps de propagation autour d'une valeur moyenne  $\tau_p \approx 0.04\mu s$ .

La comparaison de ces valeurs avec la mesure expérimentale révèle néanmoins que le délai causé par la réflexion imparfaite sur le fond du guide d'onde n'explique pas totalement le délai sur le temps de propagation sur les noyaux de sensibilité. La mesure montre en effet un délai de l'ordre de  $\tau_p \approx 0.25\mu\text{s}$ . Ce délai ne dépend pas de l'angle d'émission des faisceaux propres et affecte même les faisceaux n'ayant aucune réflexion au fond du guide d'onde.

Le délai causé par la phase du coefficient de réflexion sur l'interface eau-acier n'est donc qu'une partie du délai complet.

Le fait que tous les rayons soient affectés de la même manière indique plutôt une erreur sur les paramètres physiques du guide d'onde, tels que par exemple la célérité des ondes acoustiques ou la profondeur du guide d'onde. Bien qu'étant passé par une étape d'optimisation de ces paramètres, une petite erreur résiduelle fait que le modèle de guide d'onde théorique et le guide d'onde réel expérimental ne correspondent plus. L'erreur quadratique moyenne faite sur le modèle et estimée sur les angles (fig. 2.3) est d'environ  $\epsilon \approx 0.1$ . Cela correspond à une erreur quadratique sur le temps de propagation de  $0.1\mu\text{s}$ . Néanmoins, ceci est une erreur quadratique et ne peut pas expliquer le biais systématique mesuré (l'erreur sur le temps de propagation peut être positive ou négative).

Une autre cause possible de déphasage pourrait être l'utilisation non prise en compte d'une lame quart d'onde comme adaptateur d'impédance dans les barrettes acoustiques. Ceci causerait un déphasage d'une demie longueur-d'onde, une fois à l'émission et une fois à la réception. De plus, la vitesse des ondes acoustiques étant plus élevée dans le matériau constituant la lame quart d'onde que dans l'eau, ceci entraînerait un décalage dans le temps de propagation. Encore une fois, cette idée seule n'explique pas les délais mesurés.

Quoi qu'il en soit, l'erreur faite dans la modélisation du guide d'onde peut rendre les noyaux de sensibilité établis théoriquement inutiles. Ceci n'est en soi pas nouveau, et ne fait que démontrer l'importance de la précision des paramètres lors de l'établissement d'un modèle direct de propagation.

Dans la plupart des situations, les Noyaux de Sensibilité ne peuvent pas être mesurés et donc aucune fonction de corrélation ne peut être établie pour vérifier le calcul théorique. Les erreurs faites lors de l'établissement du modèle direct ne peuvent donc pas être corrigées *a priori*, c'est à dire avant inversion du modèle, et le résultat de l'inversion, très sensible aux incertitudes, peut alors être complètement faux.

Dans ce cas, nous proposons de corriger les incertitudes *a posteriori*, c'est à dire après inversion du modèle. Cette procédure consiste en l'inversion du modèle théorique établi pour toute une gamme de délais  $\tau_p$ , suivie par le choix du résultat le plus satisfaisant. Ce choix serait fait la plupart du temps de manière empirique, en observant les résultats, mais suivant les scénarios d'inversion peut faire appel à une fonction de corrélation ou d'erreur afin de faire un choix objectif.

Pour notre scénario simple, où le résultat attendu est une matrice Identité (pour chaque position de la bille, on veut inverser la position de la perturbation). On peut donc simplement construire une fonction prenant en compte par exemple la moyenne de la valeur de l'inversion de la hauteur de la surface, uniquement sur sa diagonale. Cette fonction vérifie en quelque sorte si une variation de hauteur a bien été attribuée au bon endroit dans le guide d'onde. Cette fonction est montrée sur la figure 2.17 ; c'est un exemple simple, d'autres fonctions d'erreur plus sophistiquées peuvent être imaginées. Dans d'autres scénarios d'inversion de modèles théoriques, il n'est pas forcément aussi évident de trouver une fonction erreur. Par exemple, dans le problème inverse qui va bientôt nous intéresser au chapitre suivant, la propagation d'une vague gravito-

capillaire à la surface du guide d'onde, la fonction erreur est plus compliquée à trouver, et bien souvent le nez (et l'œil) de l'expérimentateur reste un des critères les plus fiables.

Dans notre cas simple, la fonction de la figure 2.17 est en accord avec la fonction de corrélation *a priori* établie pour les variations des rayons propres et montrée sur la figure 2.12. En effet, on observe les mêmes valeurs pour le maximum des fonctions pour les observables angles et amplitude  $\tau_p \approx 0.25\mu s$ , et l'observable temps de propagation est décalée par rapport aux autres observables d'environ  $0.1\mu s$ . On note que le temps de propagation "naïf",  $\tau_p = 0\mu s$ , donné par le modèle du guide d'onde ne correspond pas à l'inversion optimale de la surface de l'eau, ce qui est visible sur les deux fonctions de qualité, ou plus simplement sur la figure 2.11. Les quatre inversions différentes n'attribuent pas un déplacement localisé de la surface pour chaque position de la perturbation.

On s'intéresse dans les deux figures 2.12 et 2.17 au décalage entre la fonction liée à l'observable temps de propagation et les autres fonctions liées aux angles d'émission et de réception et à l'amplitude. Ce décalage n'est pas facilement interprétable. En effet, il indique très probablement un modèle direct incomplet, ne prenant pas tous les phénomènes physiques en compte. La variation de l'erreur sur les NS théoriques en fonction du délai sur le temps de propagation est naturelle, mais un modèle cohérent attribuerait le même délai pour toutes les observables ; il n'y a aucune raison évidente pourquoi les NS des temps de propagation soient optimaux à un autre délai  $\tau_p$  que les NS sur l'amplitude ou les angles. Il semble donc qu'il y ait une incohérence entre la mesure acoustique du temps de propagation des rayons propres et le modèle direct. Plusieurs pistes sont proposées. Les NS en temps de propagation font appel à une dérivée en fonction du temps, qui est beaucoup plus grande que celle en fonction des angles à cause de la fréquence d'échantillonnage très élevée. Ainsi, un déphasage affecterait plus fortement les NS en temps de propagation. Les causes de déphasage possibles mentionnées plus haut pourraient être étudiées sous cette lumière pour tenter d'expliquer le comportement des NS en temps de propagation. D'autres travaux sur la question sont nécessaires pour corriger ce décalage.

Les inversions de la surface de l'eau prenant en compte les délais sur le temps de propagation attribuent correctement et précisément un déplacement de la surface pour chaque position de la perturbation ponctuelle, comme le montrent les figures 2.18 pour l'inversion utilisant les temps ( $\tau_p = 0.13\mu s$ ) et 2.19 pour les inversions des angles et de l'amplitude ( $\tau_p = 0.25\mu s$ ). Ces inversions attribuent un déplacement de la surface du guide d'onde  $\Delta h$  de l'ordre du mm, soit environ la profondeur à laquelle la bille a été immergée lors de l'expérience. L'utilisation des NS établis pour toute la surface et au temps de propagation corrigé permet donc d'inverser quantitativement la perturbation locale de la surface.

En plus des inversions de la surface pour chaque observable, il est possible d'effectuer des inversions *jointes* prenant en compte plusieurs observables à la fois. Cette technique est détaillée dans le chapitre III avec l'équation 3.4. Le fait d'ajouter plus d'information dans le processus d'inversion améliore théoriquement le rapport signal à bruit du résultat. De plus, les différentes observables sont sensibles différemment à la perturbation de surface, et la combinaison de ces différentes sensibilités permet d'affiner l'inversion de la surface. Par exemple, sur la figure 2.19, on voit que le résultat de l'inversion basée sur les angles d'émission (a) est meilleur près de l'antenne acoustique émettrice (position dans le guide d'onde proche de 0) que de l'antenne réceptrice (position proche de 0.6). À l'inverse, le résultat avec les angles de réception (b) est meilleur près de l'antenne réceptrice. Ceci est expliqué par la sensibilité des NS des angles en fonction de  $x$  par l'effet de perspective. En réalisant une inversion jointe des angles d'émission et de réception, on combine les "points forts" de chaque observable, tout en améliorant le rapport

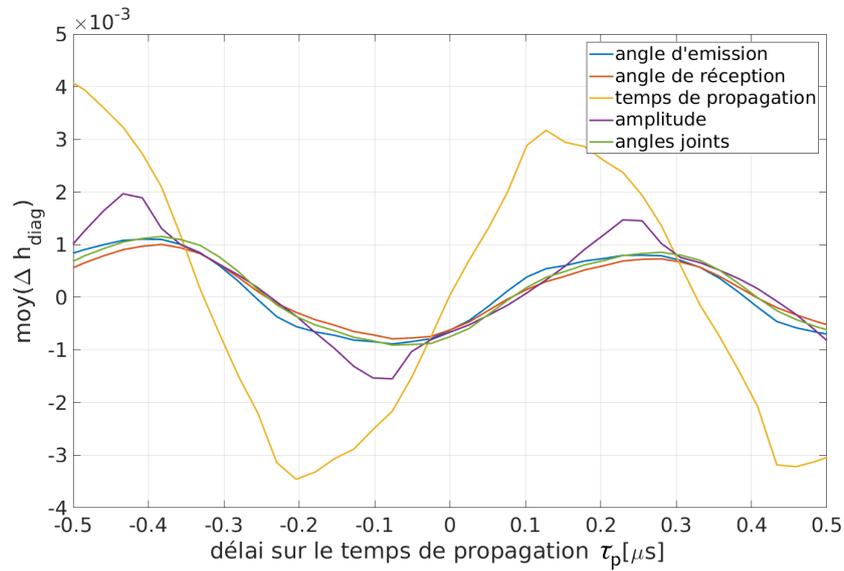


FIGURE 2.17 – Fonction qualité calculée *a posteriori* sur le résultat de l'inversion de la position de la bille, en calculant la moyenne de la diagonale du résultat de l'inversion. On note à nouveau le décalage entre la fonction concernant le temps de propagation, et les autres.

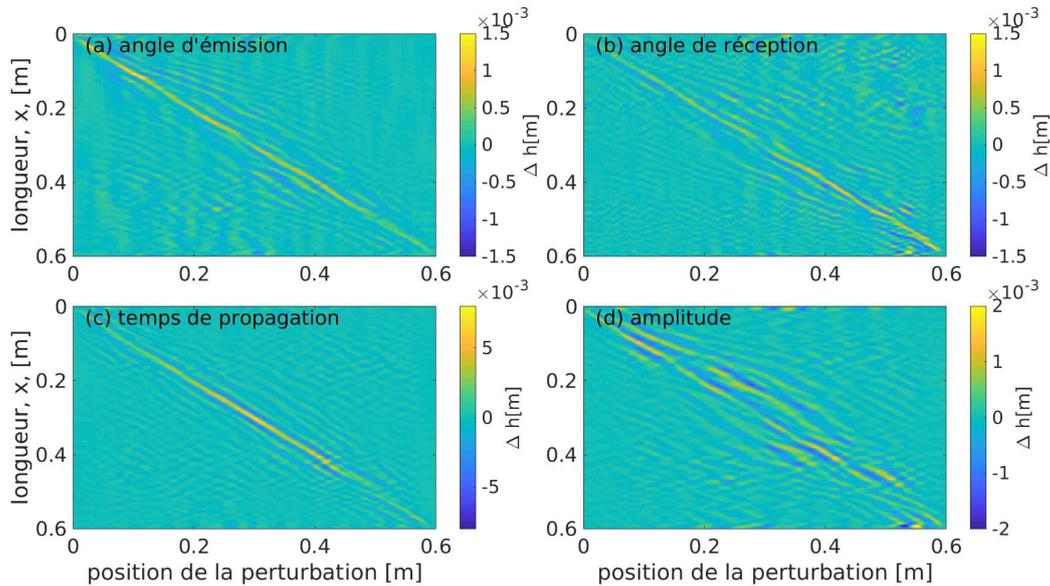


FIGURE 2.18 – Inversions de la hauteur d'eau pour une perturbation ponctuelle parcourant la surface, à partir des variations des angles d'émission (a), des angles de réception (b), des temps de propagation (c) et des amplitudes (d). L'inversion est faite en utilisant un délai sur le temps de propagation des rayons propres optimal pour l'inversion des variations des temps de propagation ( $\tau_p = 0.13\mu s$ ), suivant la fonction de la figure 2.17. L'inversion (c) est nettement améliorée par rapport à l'inversion naïve (fig. 2.11).

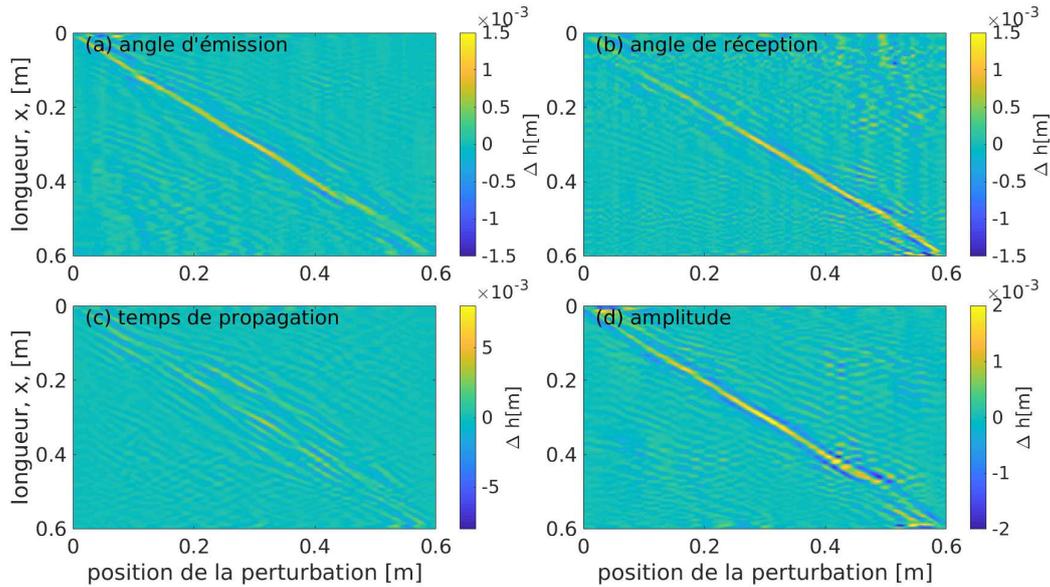


FIGURE 2.19 – Inversion de la hauteur d’eau pour une perturbation ponctuelle parcourant la surface, à partir des variations des angles d’émission (a), des angles de réception (b), des temps de propagation (c) et des amplitudes (d). L’inversion est faite en utilisant un délai sur le temps de propagation des rayons propres optimal pour l’inversion des variations des angles ou de l’amplitude ( $\tau_p = 0.25\mu s$ ), suivant la fonction de la figure 2.17. Les inversions (a) (b) et (d) sont nettement améliorées par rapport aux inversions naïves (fig. 2.11).

signal à bruit, comme le montre la figure 2.20. Cette inversion jointe donne de très bons résultats sur toute la longueur  $R$  du guide d’onde.

**Remarque pratique sur le calcul des Noyaux de Sensibilité** La méthode qui consiste à laisser le temps de parcours variable et à inverser le modèle théorique établi pour toute une gamme de délais  $\tau_p$  est efficace pour compenser les erreurs de modélisation et assure d’utiliser les meilleurs NS possibles. Néanmoins, elle nécessite l’utilisation d’une variable supplémentaire (le délai sur le temps de propagation  $\tau_p$ ), ce qui alourdit considérablement le calcul. Ceci, en plus du fait de devoir calculer les NS sur la surface du guide d’onde et non seulement sur une ligne si on souhaite estimer quantitativement la perturbation de la surface.

Pour illustration, les noyaux tels que calculés dans les travaux précédents étaient des matrices de taille  $[2285 \times 200 \times 4]$  (le nombre de rayons, la discrétisation de la longueur  $R$  et les 4 observables). Avec les améliorations apportées par cette thèse, les NS finaux sont une matrice de taille  $[2285 \times 200 \times 15 \times 41 \times 4]$  (le nombre de rayons, la discrétisation de la longueur  $R$ , de la largeur  $W$ , le délai sur le temps de propagation  $\tau_p$  et les 4 observables), qui est donc 615 fois plus grande que la version précédente. Le poids d’une telle matrice est d’environ 6GB. Les améliorations apportées dans cette thèse sont donc relativement coûteuses, mais restent accessibles avec les puissances de calcul actuelles. Néanmoins, la question doit se poser si on veut développer, non pas des NS de surface, mais des NS de volume. Dans ce cas, la profondeur rajouterait une dimension supplémentaire qui multiplierait la taille des NS (et le temps de calcul) par au moins un facteur 10.

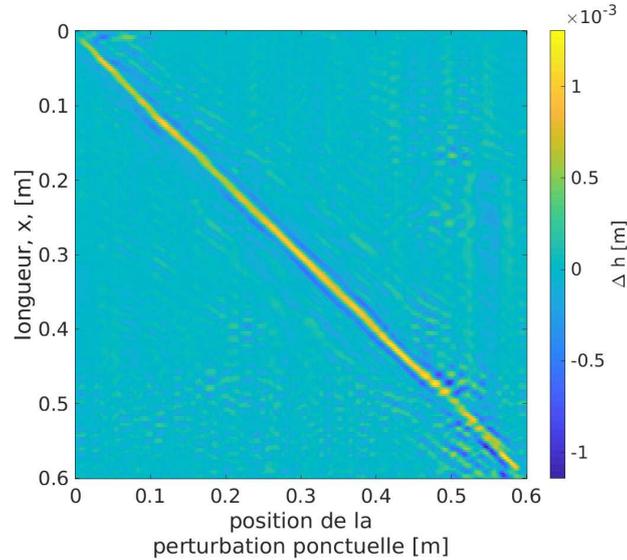


FIGURE 2.20 – Inversion jointe des angles d’émission et de réception. Un délai optimal pour les angles est pris en compte ( $\tau_p = 0.25\mu s$ ).

## 2.5 Conclusion de chapitre

Ce chapitre présente les contributions de cette thèse en matière de noyaux de sensibilité pour une perturbation locale de la surface d’un guide d’onde. Les travaux menés ont permis de rendre disponibles deux observables supplémentaires (angles d’émission  $\theta_e$  et de réception  $\theta_r$ ), d’obtenir après inversion une grandeur supplémentaire (estimation quantitative de  $\Delta h$ ), et de travailler avec les meilleurs noyaux possible sans se soucier des erreurs de modélisation.

- Les NS en angles d’émission et de réception donnent de très bons résultats lorsqu’ils sont utilisés pour inverser la position d’une perturbation locale de la surface du guide d’onde. Les deux noyaux peuvent être combinés en une inversion jointe qui rend un résultat meilleur que les inversions basées sur les temps de propagation ou l’amplitude.
- Les NS sont calculés pour une surface du guide d’onde, contrairement aux travaux précédents établissant des NS à 1-dimension, incapables d’estimer quantitativement la perturbation. Dorénavant, la hauteur du déplacement de surface  $\Delta h$  local peut être estimée. Cette estimation sera validée expérimentalement dans le chapitre suivant.
- Les NS sont extrêmement sensibles aux erreurs de modélisation entraînant des variations sur le temps de propagation du faisceau propre. Par exemple, une erreur de 0.1% sur la célérité de l’onde par exemple suffit à les rendre inefficaces. Pour outrepasser cette limitation, nous proposons d’utiliser les noyaux de sensibilité de manière plus dynamique, en introduisant une nouvelle variable  $\tau_p$ , le délai sur le temps de propagation, et en ne choisissant sa valeur optimale qu’après inversion. De cette manière, nous sommes assurés d’obtenir le meilleur résultat d’inversion possible.



## Chapitre 3

# Inversion

*"La grande ruse, c'est que les choses soient comme elles sont."*

---

Georg Hegel, cité par  
[Rosset, 1976]

### 3.1 Introduction de chapitre

Cette section présente les résultats du processus d'inversion de la surface du guide d'onde pour l'expérience réalisée à Brest et décrite dans le chapitre I. L'expérience a été répétée 25 fois, avec différents paramètres d'excitation du guide d'onde.

La capacité des noyaux de sensibilité à inverser une perturbation de la surface est d'abord discutée et étudiée grâce à un test du damier.

Les résultats de l'inversion sont ensuite mis en relation avec la puissance d'excitation de la surface par le laser, ainsi qu'avec la variation des données brutes après DFV.

Les données enregistrées par les deux caméras optiques viennent compléter l'analyse : L'estimation de la hauteur du déplacement de la surface est d'abord comparé à l'estimation de la caméra SA-X2. Ensuite, un spectre fréquence-nom d'onde (F-K) est calculé à partir de l'inversion acoustique et des images enregistrées par la caméra APX.

Finalement, la question du nombre de rayons propres utiles à l'inversion est discutée à travers la notion de familles de rayons propres, et à partir des résultats des inversions de sous-ensembles de rayons.

### 3.2 Inversion des Noyaux de Sensibilité

L'inversion de la hauteur d'eau est réalisée pour les 25 expériences, et pour les quatre observables disponibles : angle d'émission, angle de réception, temps de propagation et amplitude du signal. Le nombre de rayons propres extraits varie selon les itérations de l'expérience, entre 2073 pour l'expérience 23 et 2455 pour l'expérience 21, la majorité des expériences se situant entre 2200 et 2300 rayons propres extraits. Cette variation s'explique par l'automatisation de l'extraction des rayons et de leur sélection selon des critères fixes, ne prenant pas en compte les changements des paramètres du guide d'onde au cours de la journée d'expérience (évaporation,

hausse de la température...), ce processus ayant eu lieu avant l'optimisation des paramètres du guide d'onde.

Les noyaux de sensibilité  $K$  sont établis pour tous les rayons extraits et pour les variations d'angle d'émission, d'angle de réception, de temps de propagation et d'amplitude. Ils relient les observables au déplacement local de la surface en tout point de la surface  $\Delta h$

$$\mathbf{x} = K_x \Delta h , \quad (3.1)$$

où  $\mathbf{x}$  est l'observable  $\Delta\theta_e, \Delta\theta_r, \Delta t_p$  ou  $\Delta A/A$  pour chaque rayon propre utilisé. La taille d'un noyau  $K$  est  $[N_{rayons} \times N_{cellules}]$ , soit le nombre de rayons utilisé pour l'inversion fois le nombre de cellules spatiales à inverser.

La pseudo-inversion des noyaux se fait par la méthode Bayésienne présentée dans l'introduction, et permet de calculer une estimation du déplacement de la surface  $\tilde{\Delta h}$

$$\tilde{\Delta h} = \tilde{K}^{-1} \mathbf{x} , \quad (3.2)$$

où  $\tilde{K}^{-1}$  le pseudo inverse de  $K$  selon la méthode Bayésienne.

Un test dit du damier permet de s'assurer du bon fonctionnement du processus d'inversion, autrement dit que

$$\tilde{\Delta h} \approx \tilde{K}^{-1} K \Delta h . \quad (3.3)$$

Ce test permet de vérifier que  $\tilde{K}^{-1} K$  est proche de la matrice Identité, et donne un aperçu du comportement et de la résolution spatiale de l'inversion. Dans ce test, un  $\Delta h$  artificiel en damier (fig. 3.1-(a)) est injecté dans l'équation 3.3, et est comparé à l'estimation  $\tilde{\Delta h}$ . Les résultats du test sont montrés sur les figures 3.1-(b-e). Les NS ne permettent d'attribuer un déplacement de la surface du guide d'onde que sur la bande centrale de celui-ci, dans le sens de la longueur. Cela était complètement prévisible d'après la forme des NS montrés dans le chapitre précédent, puisque ceux-ci n'ont des valeurs différentes de zéro qu'autour du point de réflexion du rayon propre, et celui-ci tape la surface uniquement le long de la ligne centrale. Les NS étant nuls sur les bords du guide d'onde, ils sont incapables d'attribuer un déplacement  $\Delta h$  à cet endroit. La largeur de la bande centrale est d'environ 2 cm. Cette taille est à comparer avec la largeur des noyaux de sensibilité (voir fig. 2.6) qui est d'environ 5 cm (bien que le lobe central des noyaux - le disque intérieur - n'ait une largeur que d'environ 2 cm), ou encore avec la largeur de la barrette acoustique (1.2 cm). D'après ces chiffres, il n'est pas utile d'inverser une surface de largeur supérieure à la largeur de la partie centrale des NS. L'information sur la surface du guide d'onde est principalement répartie sur la dimension  $x$ . Pour cette raison, les inversions de la surface ne seront présentées par la suite que pour la ligne centrale du guide d'onde, celle qui peut être traitée par nos noyaux de sensibilité.

De plus, les noyaux des quatres observables différentes rendent le même résultat. Cela montre qu'aucune observable n'est en théorie meilleure qu'une autre et que les quatre types de NS sont *a priori* tous capables d'inverser un déplacement de surface avec la même résolution.

### 3.3 Résultats de l'inversion de la perturbation de surface

Pour rappel, la surface du guide d'onde est perturbée par une onde de choc provoquée par tir laser. Cette onde de choc interagit avec la surface de l'eau et crée une vague gravito-capillaire qui se propage dans toutes les directions. De par la géométrie du guide d'onde (longueur de 1 m,

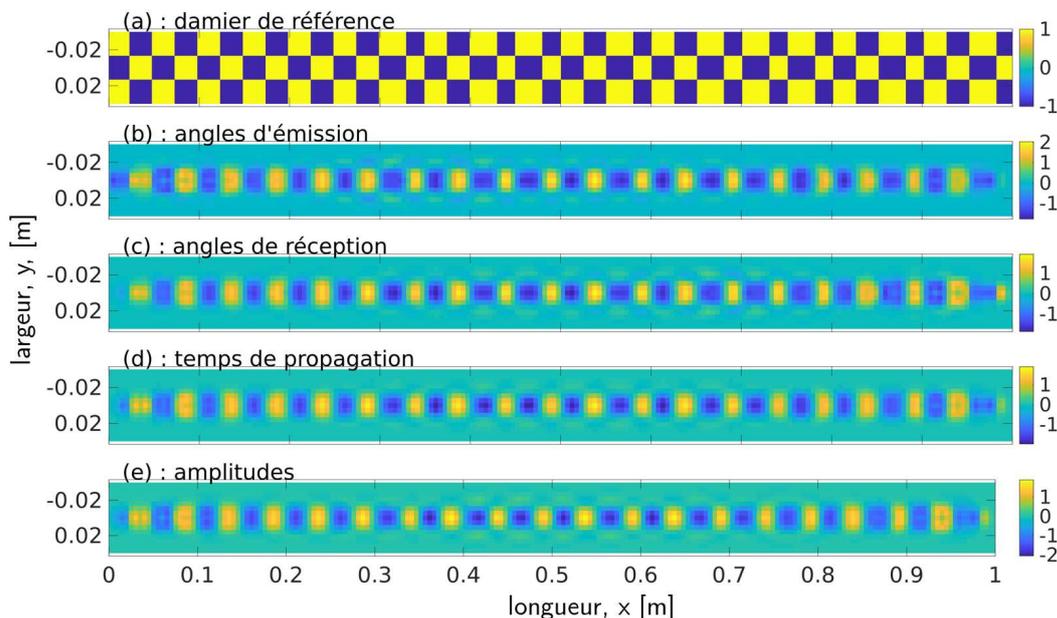


FIGURE 3.1 – Résultats du test du damier pour les variations d’angle d’émission (b), de réception (c), de temps de propagation (d) et d’amplitude (e). Le damier est présenté en (a). La taille moyenne des cases du damier est 2.5 cm. Les quatre noyaux transforment le damier de la même manière, ce qui indique qu’aucune observable n’est *a priori* meilleure qu’une autre.

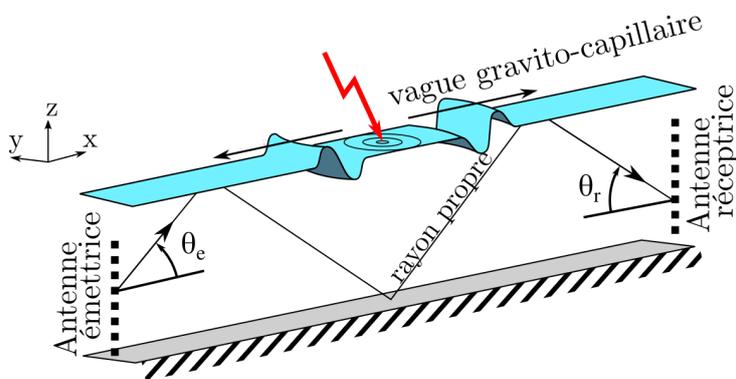


FIGURE 3.2 – Schéma du guide d’onde acoustique, délimité par la surface de l’eau, les deux antennes émettrice et réceptrice, et la barre d’acier. Le claquage de l’air causé par le laser crée une vague gravito-capillaire à la surface de l’eau qui perturbe le guide d’onde et la propagation acoustique dans celui-ci.

largeur de 12 mm), les ondes de surface circulaires sont vues par le système acoustique comme deux paquets d’onde contra-propagatifs (Fig. 3.2).

### 3.3.1 Inversion et puissance d'excitation

Cette partie présente les résultats de l'inversion du déplacement de la surface sont présentés sous la forme d'images dont l'axe horizontal est la longueur du guide d'onde, et l'axe vertical est le temps d'acquisition (pour rappel, l'acquisition de la matrice de transfert du guide d'onde se fait pendant 5 secondes à une cadence de 100 Hz).

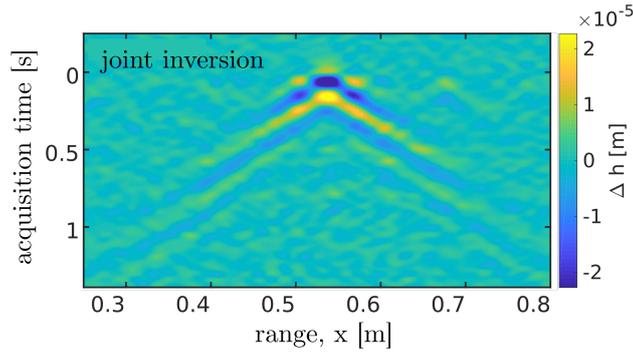


FIGURE 3.3 – Inversion de la hauteur d'eau  $\Delta h$  pour l'expérience 5 et à partir des quatres observables extraites : angle d'émission, angle de réception, temps de propagation et amplitude. Le temps d'acquisition  $t=0$  s est le temps du tir laser. Le déplacement ponctuel de la surface de l'eau est localisé en  $x=0.53$  m. La perturbation est à  $t = 0$  est négative car l'onde de choc repousse l'eau vers le bas dans un premier temps, puis le système commence à osciller et crée les vagues se propageant à partir du foyer de l'excitation. L'échelle de couleur est forcée (divisée par 2) pour améliorer le contraste. Les vraies valeurs de l'inversion sont présentées en fig. 3.7.

La figure 3.3 montre les résultat de l'inversion de la hauteur d'eau à partir des quatres observables, pour l'expérience 5. Les temps de propagation ont été corrigés avec un délai  $\tau_p \approx 0.05\mu\text{s}$  pour les NS en angles et en amplitude, et un délai  $\tau_p \approx 0.1\mu\text{s}$  pour les NS en temps de propagation. Ces délais ont été choisis empiriquement de manière à obtenir le meilleur résultat.

Le foyer de la perturbation de la surface du guide d'onde est bien visible au temps d'acquisition  $t=0$  s. Les vagues créées se propagent comme une onde circulaire à partir de ce foyer, mais sont vues par le système acoustique comme deux ondes planes s'écartant du centre. Ces deux ondes planes sont alors inversées comme deux groupes de déplacements  $\Delta h$ , correspondant aux paquets d'onde, se propageant sur la longueur  $x$  du guide d'onde et dont l'amplitude décroît avec la distance. Les inversions des quatres observables différentes rendent un déplacement de la surface  $\Delta h$  maximal du même ordre de grandeur  $\Delta h \approx 5.10^{-5}$  m, environ deux ordres de

grandeurs en dessous de la longueur d'onde ( $\lambda = 1.5\text{mm}$ ).

La figure 3.4 montre les résultats de l'inversion de la hauteur d'eau à partir des quatre observables, pour l'expérience 6. On a montré dans le chapitre I, figure 1.18, que les variations des observables étaient environ vingt fois plus élevées pour l'expérience 6 que pour l'expérience 5. Ce facteur 20 est retrouvé ici, avec des estimations de la variation de la surface  $\Delta h$  environ vingt fois plus grandes que pour l'expérience 5.

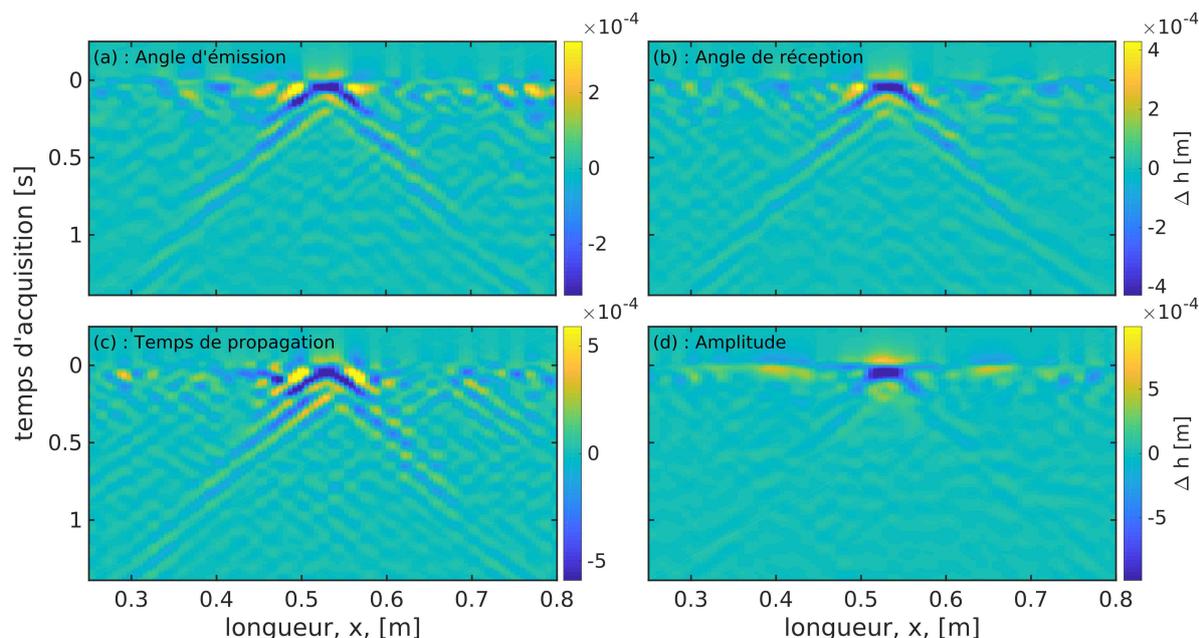


FIGURE 3.4 – Inversion de la hauteur d'eau  $\Delta h$  pour l'expérience 6 et à partir des quatre observables extraites : angle d'émission, angle de réception, temps de propagation et amplitude. Le temps d'acquisition  $t=0$  s est le temps du tir laser. L'échelle de couleur est forcée (divisée par 2) pour améliorer le contraste. Les vraies valeurs de l'inversion sont présentées en fig. 3.7.

De plus, cette expérience présente un phénomène parasite en  $t = 0$ , avec une attribution d'un  $\Delta h$  à toute la longueur du guide d'onde. Ces parasites se retrouvent à chaque expérience un peu "forte", c'est-à-dire dont l'amplitude des variations des observables dépasse environ 5%. Les images de la caméra APX ont montré qu'une partie de l'onde de choc causée par le claquement de l'air traverse le guide d'onde jusqu'à la barre en acier qui en constitue le fond. Cette barre d'acier entre alors en vibration et transmet la perturbation à toute la longueur du guide d'onde presque instantanément (la célérité acoustique dans l'acier étant quatre fois plus grande que dans l'eau). Il est également possible qu'une perturbation trop forte cause en quelque sorte une "fuite" dans l'inversion, due aux rayons tapant la surface plusieurs fois et qui, dans le processus d'inversion, attribuent un déplacement de la surface en plusieurs endroits du guide d'onde alors qu'une seule des réflexions du rayon est réellement affectée. Ce phénomène existerait aussi pour les expériences plus faibles mais serait masqué par le bruit ambiant. D'autres études sont nécessaires pour déterminer l'origine de ces fausses détections.

Afin de tirer profit de la qualité des inversions en angle, une inversion jointe sur les deux angles en même temps peut être faite. Dans ce cas, l'équation 3.1 est posée pour les deux

observables d'angle à la fois, soit

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= [\Delta\theta_e, \Delta\theta_r]' , \\ K_{[\theta_e, \theta_r]} &= [K_{\theta_e}, K_{\theta_r}]' , \end{aligned} \quad (3.4)$$

c'est à dire que  $\mathbf{x}$  est un vecteur de taille  $[2 \times N_{rayons}, 1]$  et  $K_{[\theta_e, \theta_r]}$  est une matrice de taille  $[2 \times N_{rayons}, N_{cellules}]$ . La taille de la matrice à inverser est alors deux fois plus grande que dans le cas d'une inversion simple, mais les résultats du chapitre précédents montrent que l'inversion jointe des deux angles d'émission et réception améliore le rapport signal sur bruit et donne de très bons résultats sur toute la longueur du guide d'onde. La figure 3.5 montre les résultats de l'inversion jointe pour les expériences 5 et 6.

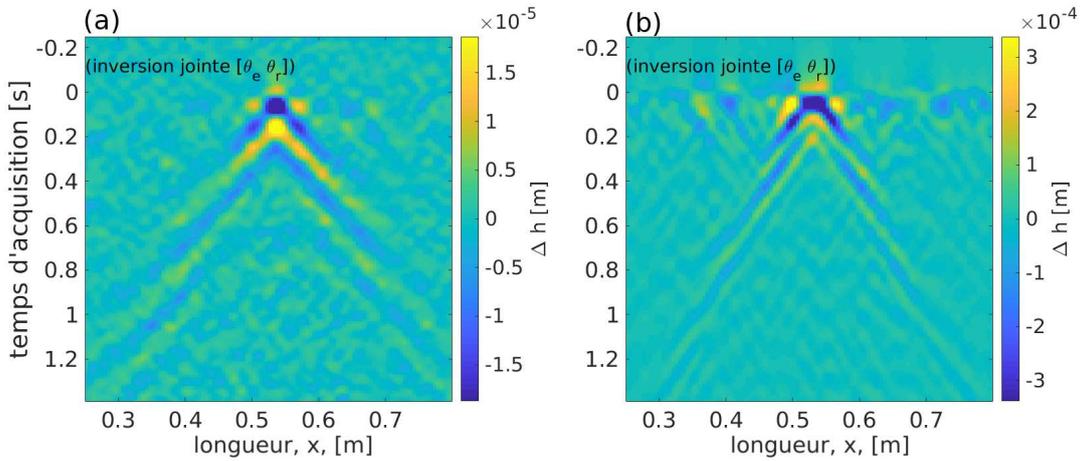


FIGURE 3.5 – Inversion jointe des angles d'émission et de réception pour l'expérience 5 (a) et pour l'expérience 6 (b). L'échelle de couleur est forcée (divisée par 2) pour améliorer le contraste. Les vraies valeurs de l'inversion sont présentées en fig. 3.7.

L'analyse du bruit des inversions permet de quantifier leur qualité en fonction des différentes observables. La figure 3.6 présente l'histogramme du bruit pour une expérience, pour les quatre observables ainsi que l'inversion jointe en angles. Ainsi, l'inversion à partir des temps de propagation est la plus bruitée (par exemple, la variance du bruit pour cette inversion et pour l'expérience 5 est  $V_{t,5} = 1.37e - 11 \text{ mm}^2$ ), ce qui s'explique à nouveau par les très faibles variations du temps de propagation. L'inversion à partir des variations d'amplitude présente moins de bruit ( $V_{A,5} = 1.16e - 11 \text{ mm}^2$ ), mais semble être moins précise spatialement dans l'attribution du déplacement de la surface  $\Delta h$ . La propagation de la vague n'est notamment pas bien dessinée. Ce sont les inversions à partir des variations des angles d'émission et de réception qui sont le plus satisfaisantes, tant au niveau du rapport signal à bruit ( $V_{\theta_e,5} = 2.28e - 12 \text{ mm}^2$ ,  $V_{\theta_r,5} = 2.05e - 12 \text{ mm}^2$ ) que de la précision spatiale. La combinaison des deux observables en une inversion jointe rend une variance du bruit de  $V_{\theta_{e,r},5} = 1.56e - 12 \text{ mm}^2$ .

Comme montré précédemment par le test du damier sur la figure 3.1, il n'y a aucune différence entre les quatre NS dans leur capacité à inverser une perturbation de la surface. Il faut en conclure que la meilleure qualité des inversions basées sur les angles d'émission et de réception n'est pas due à une propriété inhérente aux NS mais vient de la donnée mesurée.

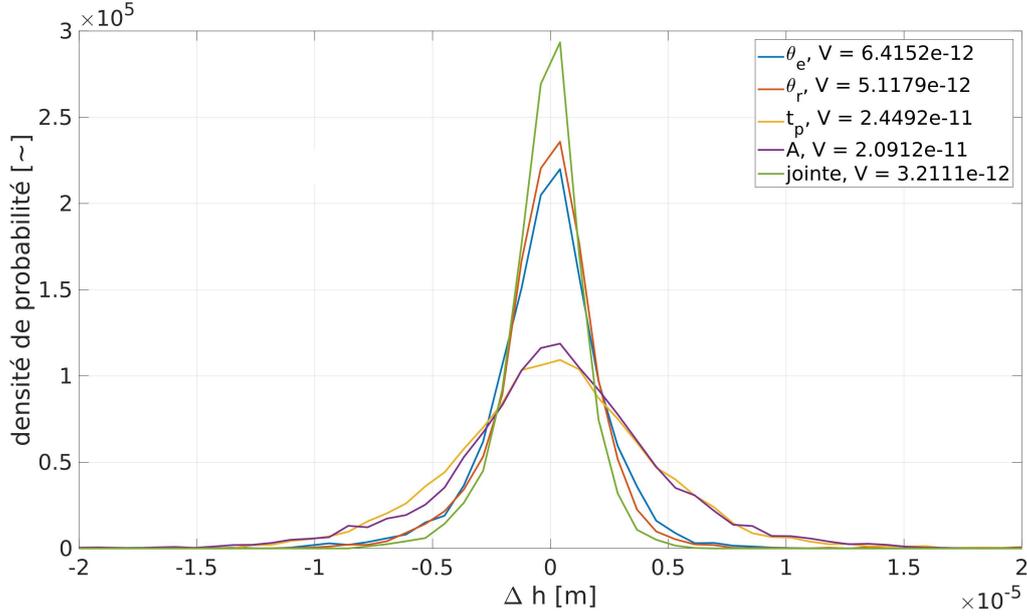


FIGURE 3.6 – (a) Histogramme du bruit sur l'expérience 5, pour les quatre observables ainsi que l'inversion jointe. Pour réaliser cet histogramme seuls les valeurs correspondant aux temps inférieurs à  $t_{acq} = 0$  s (avant le tir laser) sont utilisés. Cela correspond à 10000 cellules. Une régression gaussienne (b) avec un intervalle de confiance de 95% est faite sur chaque histogramme, et sa variance  $V$  est comparée.

Les différences quantitatives entre les différentes inversions sont inattendues. Un facteur 2 environ sépare les valeurs de l'inversion basée sur l'amplitude et les valeurs de l'inversion à partir des angles. De plus, cette différence varie entre les expériences (voir Fig. 3.7).

Les raisons de cette forte variabilité ne sont pas claires. Les noyaux de sensibilité étant les mêmes pour toutes les expériences, la variation est causée soit par les observables extraites, soit par le processus d'inversion. La qualité de l'extraction des observables à partir des données brutes est sujette à des erreurs, notamment en temps de propagation, avec des variations très faibles pouvant être de l'ordre de  $0.1\mu s$ , c'est-à-dire de l'ordre d'un dixième de la période du signal acoustique. Néanmoins, ces erreurs sont aléatoires et ne peuvent pas causer un biais général sur une observable. La qualité même des données diffère selon les expériences, avec en particulier les défaillances techniques de la machine d'acquisition. Encore une fois, il n'est pas évident qu'un problème technique favorise une observable plutôt qu'une autre. Finalement, le processus d'inversion étant le même pour les quatre observables, un biais en faveur d'une observable en particulier est improbable. Une étude plus profonde est nécessaire pour éclaircir ce point.

Les différences quantitatives des résultats entre différentes expériences se retrouvent quant à elles dans les observables extraites. En effet, on a montré plus haut que le rapport quantitatif entre les expériences 5 et 6 se trouve aussi bien dans les résultats de l'inversion que dans les données. La figure 3.8 généralise cette comparaison et présente les maxima des déplacements de la surface attribués par l'inversion en fonction de la variation des observables pour toutes les expériences.

Ces figures montrent qu'on a bien un rapport linéaire entre la variation des observables et

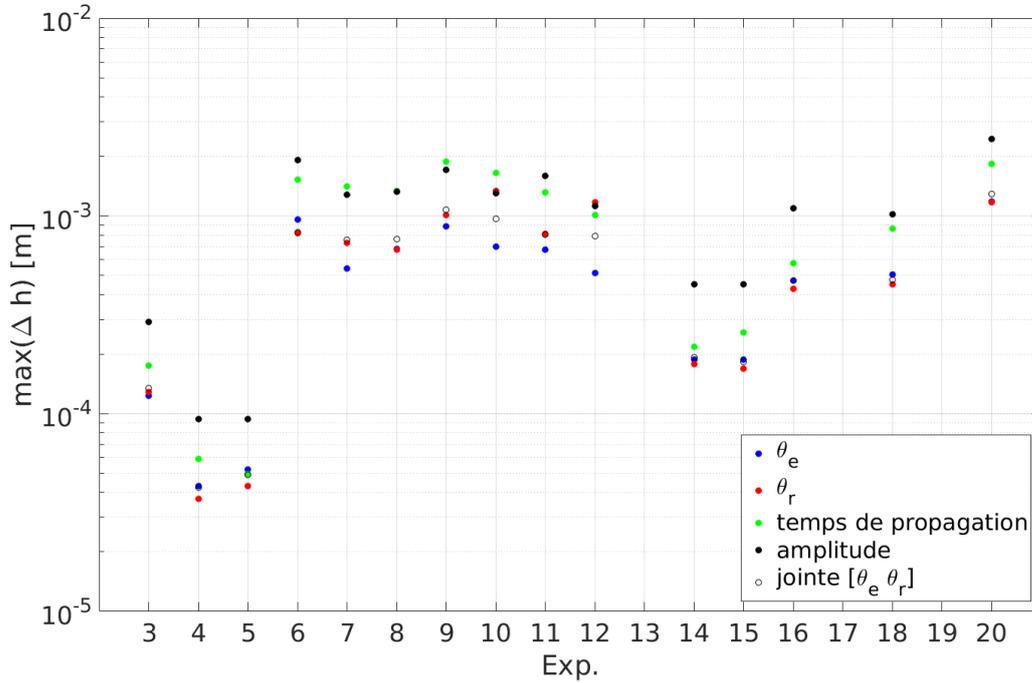


FIGURE 3.7 – Maxima des inversions pour chaque observable, ainsi que l’inversion jointe des deux angles, pour toutes les expériences. Les expériences manquantes présentent des données de trop mauvaise qualité (défaillance de la machine d’acquisition) pour avoir un sens physique. Les différentes observables rendent un résultat d’inversion différent d’un facteur 2 maximum pour la même expérience. De plus, le rapport entre les valeurs de l’inversion d’une observable et une autre observable varie avec les expériences.

l’estimation du déplacement de la surface du guide d’onde. Cette linéarité est présupposée par l’utilisation des noyaux de sensibilité qui sont un modèle linéaire entre la perturbation d’une grandeur physique et la variation d’une observable. Ce qui est plus étonnant est la validité de cette linéarité pour des déplacements de la surface de l’eau sur tout l’intervalle d’excitation disponible, c’est à dire du centième de millimètre pour l’expérience 5, et allant jusqu’au millimètre pour l’expérience 20, soit l’ordre de grandeur de la longueur d’onde du signal utilisé ( $\lambda = 1.5$  mm).

Finalement, l’estimation quantitative du déplacement local de la surface  $\Delta h$  est comparé à la puissance de l’excitation de la surface à travers le tir laser. Les paramètres connus de l’expérience, l’énergie du tir laser  $E$  et la hauteur de claquage au dessus de la surface  $z_l$ , sont mis en une seule variable  $\xi$  représentant l’énergie transmise à la surface de l’eau par la relation

$$\xi = \frac{E}{z_l^2}. \quad (3.5)$$

Le claquage de l’air provoqué par le laser crée une onde de choc qui se propage à travers l’air et vient heurter la surface de l’eau. Comme toute propagation en 3 dimensions, l’énergie du claquage est répartie sur une sphère dont le rayon augmente à la vitesse de l’onde. La densité surfacique d’énergie est une fonction du rayon de la sphère, *i.e.*, la distance de propagation,

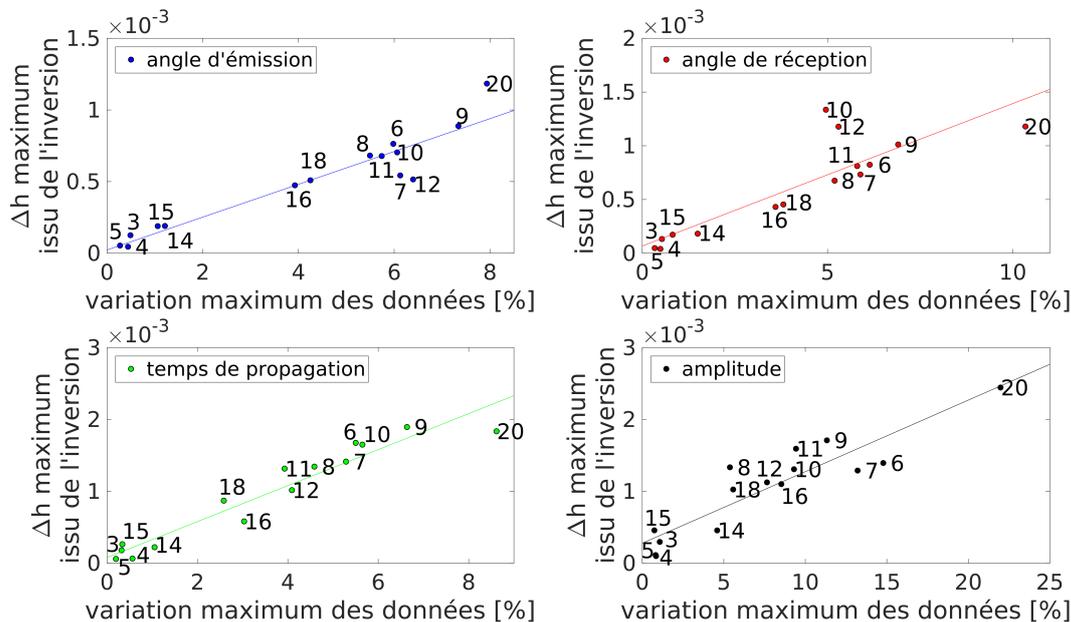


FIGURE 3.8 – Maxima des inversions pour chaque observable en fonction des maxima des variations des observables telles que présentées dans le chapitre I, pour chaque expérience.

élevé au carré; Ce modèle simpliste néglige, entre autres, les effets de dissipation, mais permet de comparer les expériences entre elles. On trace donc le maximum du résultat de l'inversion en fonction de l'énergie du tir laser divisée par la hauteur du claquage au dessus de l'eau au carré (fig. 3.9). Pour ce calcul, la hauteur estimée grâce à la caméra latérale SA-X2 est utilisée, avec les barres d'erreurs correspondantes.

La figure 3.9 montre une relation linéaire entre le  $\Delta h$  inversé et l'énergie surfacique libérée par le claquage de l'air causé par le tir laser. L'estimation de la hauteur de claquage laisse à désirer (surtout pour les claquages juste au dessus de la surface qui causent des barres d'erreurs démesurées - cf. expériences 8, 9, 20).

Les calculs à partir de l'énergie du tir et de la hauteur du claquage permettent de comparer les expériences entre elles, mais n'apportent pas d'information quantitative exploitable pour vérifier la hauteur d'eau inversée.

Il serait intéressant d'avoir une mesure indépendante de l'énergie libérée lors du claquage de l'air, voire directement une mesure de l'énergie transmise à la surface de l'eau. On peut imaginer un dispositif mesurant la pression acoustique à la surface du guide d'onde, permettant de quantifier précisément l'énergie de l'onde de choc lorsqu'elle interagit avec le dioptre.

### 3.3.2 Inversion et spectre Fréquence-Nombre d'onde (f-k)

La vitesse de groupe et de phase de l'onde de surface peut-être extraite à partir d'un spectre fréquence-nombre d'onde calculé à partir du résultat de l'inversion.

La figure 3.10 présente le résultat de l'inversion jointe des angles d'émission et de réception, pour l'expérience 5. Sur ce diagramme temps-espace, les vitesses de phase de de groupe de la vague sont bien visibles. La vitesse de phase (vitesse de crêtes à l'intérieur du paquet d'onde)

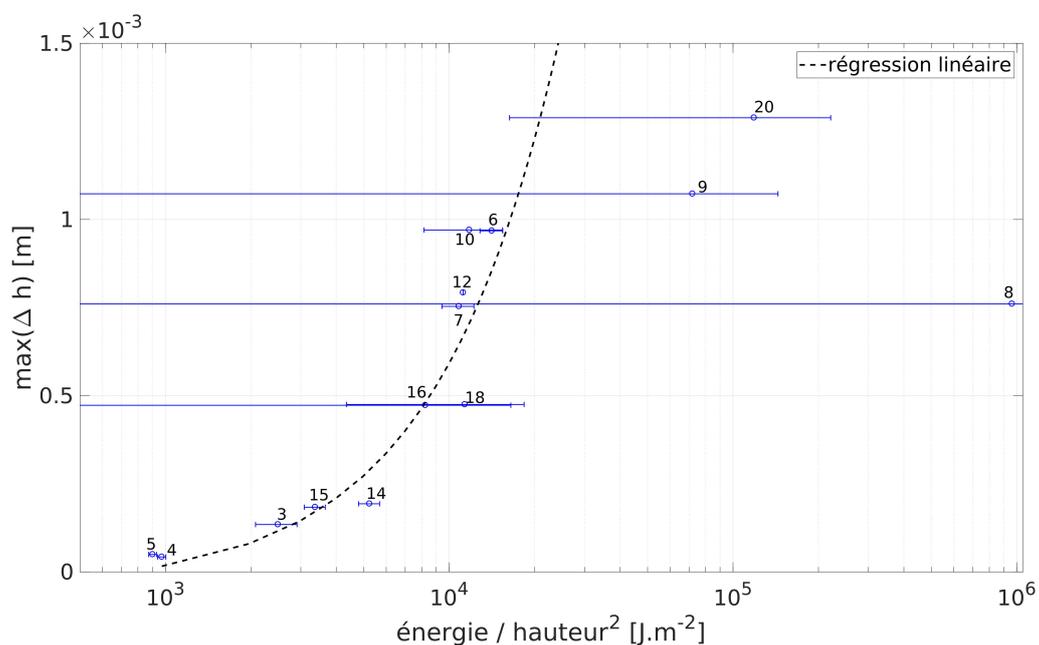


FIGURE 3.9 – Le maximum du déplacement  $\Delta h$  pour l'inversion jointe, en fonction de la densité surfacique d'énergie de l'excitation. L'axe horizontal est logarithmique des angles pour pouvoir représenter toutes les données. Les barres d'erreurs sont calculées à partir de l'incertitude sur la hauteur du claquage de l'air. La loi linéaire approchant au mieux les données est tracée en pointillés. La mauvaise correspondance avec les expériences 8, 9, et 20 et leurs barres d'erreurs très grandes sont dues au fait que, pour ces expériences, la hauteur du tir laser au dessus de l'eau est très petite ( $h = 0.06 \pm 0.02$  cm pour l'expérience 8).

et la vitesse de groupe (vitesse du paquet d'onde entier) diffèrent, indiquant un phénomène de dispersion pour la propagation de la vague de surface.

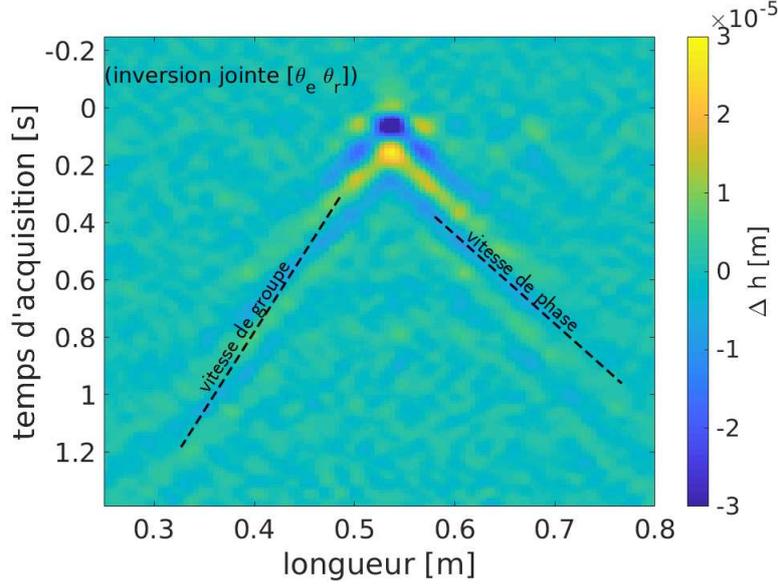


FIGURE 3.10 – Inversion jointe des angles d'émission et de réception, pour l'expérience 5. Les vitesses de phase et de groupe sont surlignées par les tirets.

À partir du diagramme temps-espace, une double transformée de Fourier permet de créer un spectre fréquence-nombre d'onde (f-k). Le spectre ainsi obtenu (fig. 3.11) révèle la courbe de dispersion de la vague de surface. Elle est comparée à la courbe de dispersion théorique pour une vague gravito-capillaire (courbe rouge), ainsi qu'au spectre f-k des données optiques. Ces données optiques sont issues de la caméra AX filmant la déformation d'un damier projeté sur la surface de l'eau (voir chapitre I). La courbe de dispersion théorique pour une onde gravito-capillaire est donnée par

$$\omega = |k| \left( g + \frac{\sigma}{\rho} k^2 \right), \quad (3.6)$$

où  $g$  est la gravité ( $g = 9.81 \text{ m.s}^{-2}$ ),  $\sigma$  est la tension de surface ( $\sigma = 72e - 3 \text{ N.m}^{-1} @ 25^\circ\text{C}$ ), et  $\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$  est la densité de l'eau (*e.g.*, [Lamb, 1975]).

La vitesse de phase peut être calculée à partir de la courbe de dispersion par

$$v_\phi = \frac{\omega}{k}. \quad (3.7)$$

La vitesse de groupe est quant à elle donnée par la relation

$$v_G = \frac{d\omega}{dk}. \quad (3.8)$$

D'après le spectre f-k des données acoustiques, on calcule une vitesse de groupe  $v_G(f = 4.5\text{Hz}) = 0.2 \text{ m.s}^{-1}$  et une vitesse de phase  $v_\phi(f = 4.5\text{Hz}) = 0.38 \text{ m.s}^{-1}$ .

La caméra SA-X2 permet d'estimer une vitesse de groupe  $v_G \approx 0.16 \text{ m.s}^{-1}$  (chapitre 1), ce qui est plus légèrement plus bas que la vitesse estimée par le spectre f-k. Cet écart peut être mis sur le compte de la faible résolution de la caméra SA-X2.

On observe toutefois une très bonne correspondance entre les données acoustiques, les données optiques de la caméra APX et la théorie gravito-capillaire.

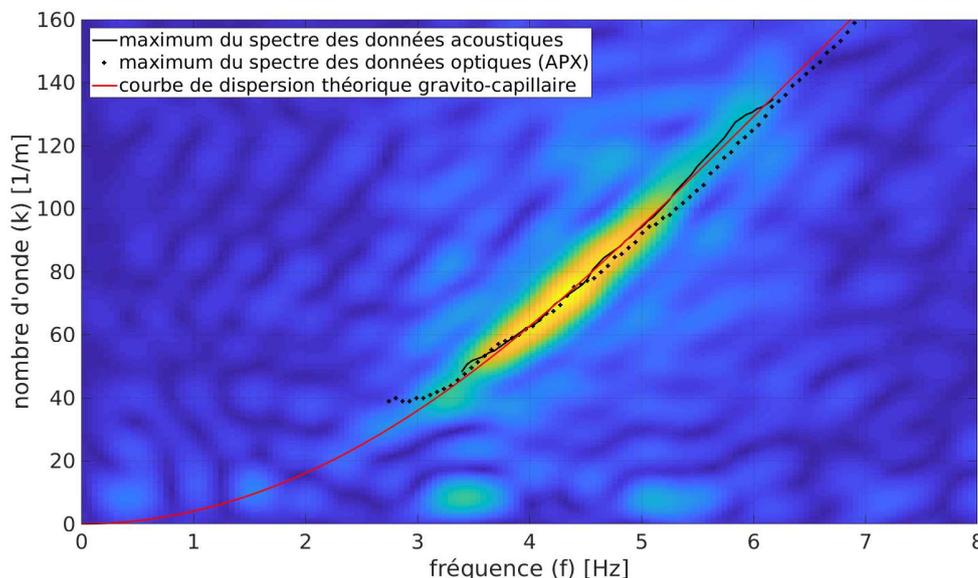


FIGURE 3.11 – Spectre Fréquence-Nombre d'onde (F-K) de l'inversion jointe de hauteur d'eau pour l'expérience 5. Le maximum du spectre sur un intervalle significatif est surligné en noir. Le maximum du spectre des données issues de la caméra APX est montré en pointillés noirs. Finalement, la courbe de dispersion théorique pour une vague gravito-capillaire est tracée en rouge.

### 3.3.3 Inversion et mesure optique de la hauteur d'eau

À partir du résultat de l'inversion acoustique, nous calculons la décroissance de l'amplitude de la vague en fonction du temps d'acquisition en prenant la valeur de son enveloppe. Ce procédé est illustré par la figure 3.12.

Il a été montré en chapitre I que la caméra latérale SA-X2 fournissait une estimation indépendante du déplacement de la surface  $\Delta h$  en fonction du temps d'acquisition. Nous nous servons de cette mesure pour confirmer notre estimation quantitative du déplacement de la surface du guide d'onde. Malheureusement, la résolution de la caméra ne permet pas de capturer des hauteurs de vague inférieures au millimètre. Seules quelques expériences présentent des variations assez fortes (expériences 6-12 et 20). Pour la comparaison avec les données acoustiques nous utiliserons l'estimation optique pour l'expérience 6, sachant que les sept autres expériences donnent des résultats du même ordre de grandeur.

La comparaison entre l'estimation de la caméra SA-X2 et les inversions acoustiques est montrée sur la figure 3.13. Les valeurs de  $\Delta h$  en fonction du temps d'acquisition sont montrées pour des expériences de force d'excitation différentes. L'estimation caméra pour l'expérience 6, avec ses barres d'erreurs, est représentée par la zone grisée. Les barres d'erreurs pour l'estimation caméra sont basés sur l'ambiguïté décrite dans le chapitre I, due notamment au fait que la caméra était située légèrement au dessus du niveau de l'eau au repos et voyait la perturbation en légère

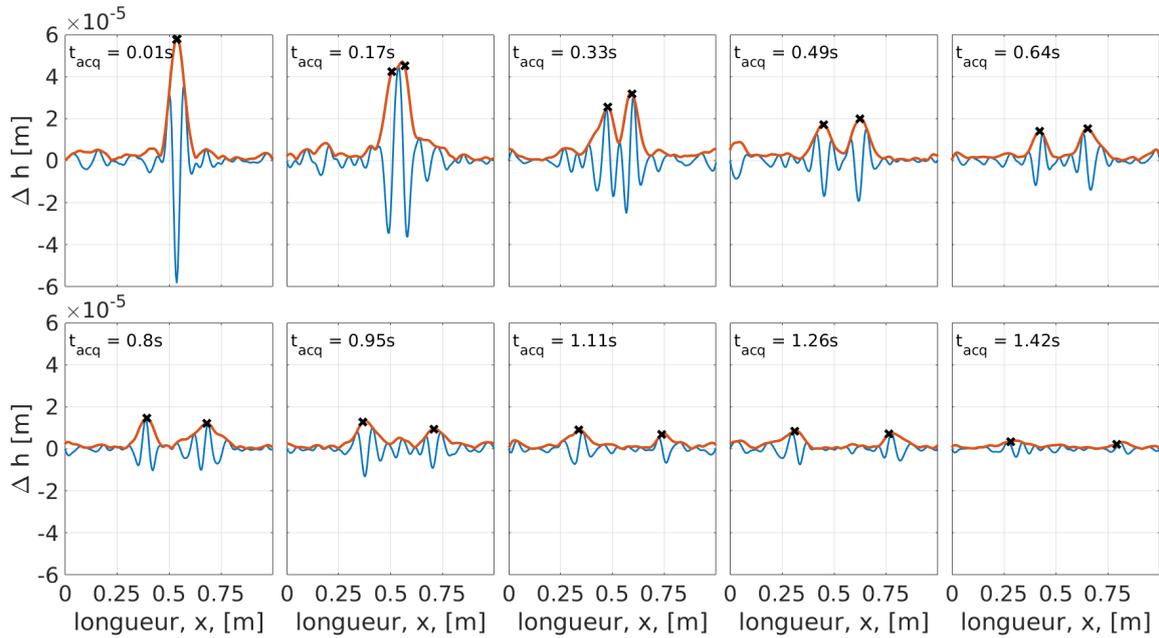


FIGURE 3.12 – Images issues de l’inversion de la hauteur d’eau pour l’expérience 3, pour 10 temps d’acquisition entre  $t_{acq} = 0$  s et  $t_{acq} = 1.42$  s. La courbe bleue est le résultat de l’inversion pour un temps donné. La courbe rouge est l’enveloppe obtenue par transformée de Hilbert. Les croix noires marquent la valeur de l’enveloppe prise pour calculer l’amplitude de la vague. La position de ces croix est obtenue à partir de la vitesse de groupe extraite *via* le spectre f-k montré en figure 3.11.

plongée. Aussi, la faible résolution du film ( $152 \times 256$  pixels pour une zone de  $5 \times 8$  cm - soit 3 pixels par millimètre) et le mauvais contraste de l’image fourni par le montage expérimental ne permettent pas d’estimer plus précisément la hauteur de la vague.

L’estimation optique de la hauteur de vague pour l’expérience 6 est de l’ordre du millimètre, ce qui est en accord avec l’ordre de grandeur de l’inversion acoustique. Malgré le manque de précision, l’estimation de la caméra fournit un étalon indiquant que l’inversion des données acoustiques donne un résultat quantitativement cohérent.

De plus, on a montré auparavant que le rapport entre les résultats des inversions des différentes expériences est cohérent avec la donnée brute (fig. 3.8). Ainsi, à défaut d’estimer la hauteur d’eau déplacée pour chaque expérience, le film de la caméra latérale SA-X2 sert d’étalon vérifiant l’ordre de grandeur des expériences les plus fortes, et permettant de déduire indirectement l’ordre de grandeur de toutes les expériences.

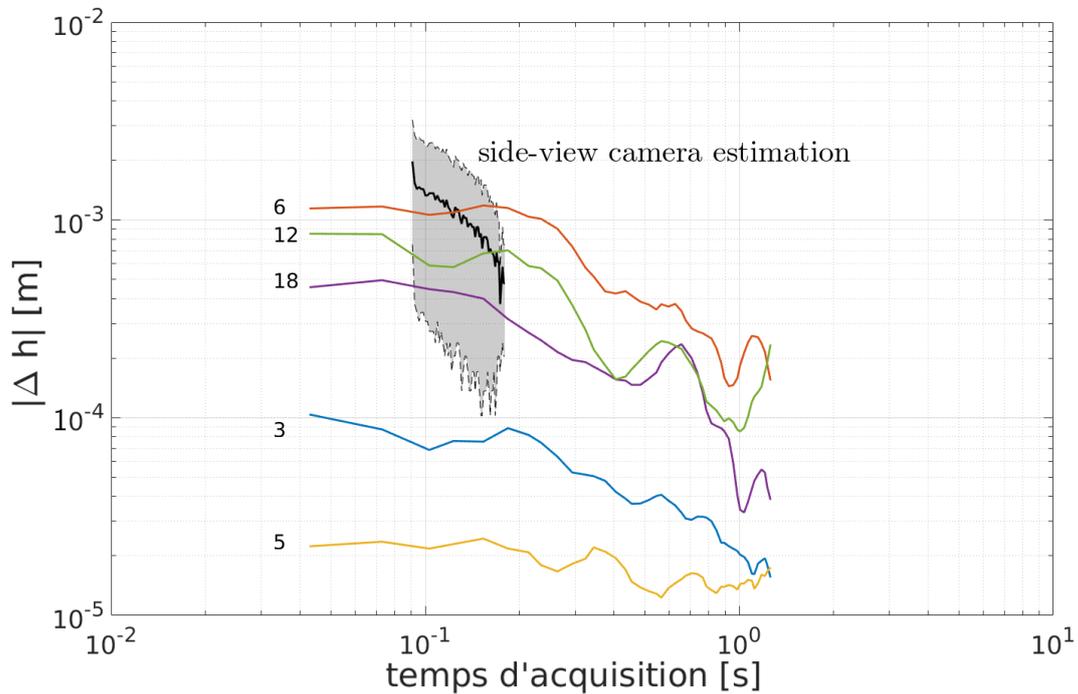


FIGURE 3.13 – Amplitude de la vague de surface estimée par l’inversion des données acoustiques, en fonction du temps d’acquisition, pour 5 expériences différentes. Le numéro des expériences est noté à gauche des courbes correspondantes. L’estimation de la hauteur d’eau pour l’expérience 6 acquise par la caméra latérale est tracée en noir, avec l’erreur représentée par la zone grisée. L’erreur est due à la faible capacité du système optique à discerner les faibles variations. À cause de la faible résolution de la caméra latérale SA-X2, seul un ordre de grandeur a pu être extrait des images caméra. Celui correspond bien à la valeur de l’inversion acoustique.

### 3.4 Inversion et familles de rayons propres

Cette section discute de la qualité de l’inversion en fonction du nombre de rayons propres utilisés. Par souci de clarté du texte, nous utiliserons ici le terme "rayons propres" pour "faisceaux propres". La différence entre rayon et faisceau a été discutée dans l’introduction, paragraphe "Double Formation de Voies et faisceaux propres". Toutefois, les deux notions sont indissociables en pratique. Le rayon propre représente la trajectoire du faisceau propre qui est extrait par DFV sur les antennes acoustiques. L’utilisation de la notion de rayon à la place de faisceau facilite la classification en famille et la visualisation. Il est néanmoins bon de se rappeler qu’un faisceau propre est associé à chaque rayon propre.

L’utilisation de la DFV sur des sous-antennes de 15 éléments à l’émission et à la réception permet d’extraire environ 2000 rayons propres. S’il est possible d’en utiliser qu’une partie, cela diminuerait le temps de calcul et la taille des matrices à inverser. Sans parler de la procédure d’extraction des données par DFV et du calcul des noyaux de sensibilité.

La figure 3.14 montre la totalité des 2285 rayons propres utilisés pour l’expérience 5, représentés par leur angle d’émission en fonction de la position de leur réflexions à la surface du guide d’onde. Cette représentation montre la répartition des réflexions des rayons propres le long de la

surface, et par conséquent les endroits où le processus d'inversion peut attribuer un déplacement de surface. En effet, l'information des variations des observables est répartie sur le guide d'onde par les NS, qui comme nous l'avons vu sont non-nuls aux alentours des points de réflexion des rayons propres associés.

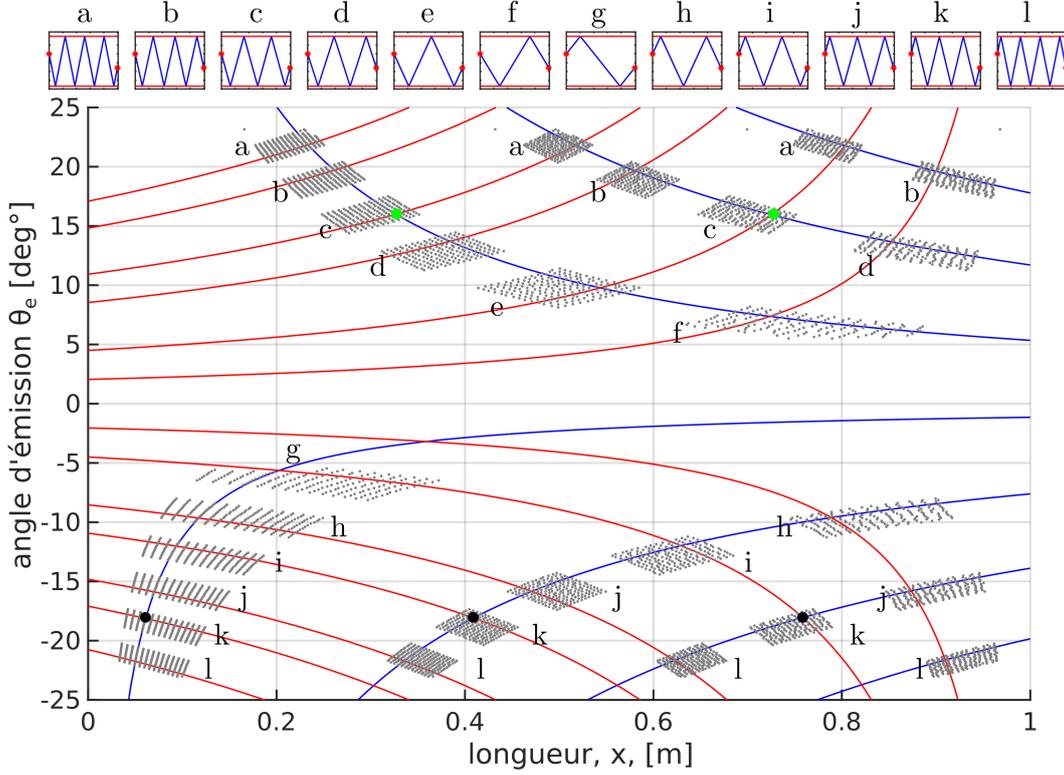


FIGURE 3.14 – Représentation angle d'émission - position des réflexions à la surface du guide d'onde des 2285 rayons propres extraits pour l'expérience 5 (points gris). La position des réflexions à la surface est obtenue par tracé de rayon géométrique. Les lettres offrent une représentation schématique des familles de rayons définies par le nombre de réflexions à la surface et au fond du guide. Deux rayons propres sont mis en avant : en vert, un rayon propre à l'angle d'émission  $\theta_e = 16.5^\circ$  et avec deux réflexions à la surface (famille 'c'), et en noir, un rayon propre avec  $\theta_e = -15^\circ$  et 3 réflexions à la surface (famille 'k'). Les courbes bleues représentent l'angle d'émission en fonction de la position en  $x$  des réflexions à la surface pour l'émetteur 21. Les courbes rouges représentent l'angle de réception en fonction de la position en  $x$  des réflexions à la surface pour le récepteur 42. Leurs intersections prédisent les rayons propres du guide d'onde pour ce couple émetteur-récepteur (par exemple les rayons propres désignés par les points verts et noirs).

On observe, sur cette représentation, la répartition en groupes disjoints les rayons propres du guide d'onde. On prend comme exemple le couple émetteur-récepteur situé aux profondeurs  $[0.02 ; 0.0357]$  m. Si le fond et la surface du guide d'onde sont parallèles, les courbes bleues sont données par l'équation

$$\theta_e = -atan\left(\frac{s_z + N \times h}{x}\right), \quad (3.9)$$

où  $s_z$  est la position en  $z$  de l'émetteur,  $h$  est la profondeur du guide d'onde et  $N$  est un nombre entier pair (positif ou négatif) qui sert à représenter les réflexions d'ordre supérieur (provenant des émetteurs ou récepteurs images). Les courbes rouges sont obtenues par la même opération pour le récepteur. Ces courbes représentent l'angle entre à l'émission (ou à la réception) d'un rayon en fonction de la position de la réflexion à la surface. L'intersection entre les courbes bleues et rouges sont les points pour lesquelles les rayons à l'émission et à la réception sont confondus, et forment donc un rayon propre du couple émetteur-récepteur. Deux rayons propres de ce couple sont représentés en couleur ; en vert un rayon propre ayant deux réflexions à la surface (famille 'c') du guide d'onde, et en noir un rayon propre en ayant trois (famille 'k'). On appelle famille de rayons propres un ensemble de rayons propres ayant le même nombre de réflexions à la surface et au fond du guide. Sur la figure 3.14, la famille avec une seule réflexion à la surface et pas de réflexions au fond n'est pas représentée (intersection entre les courbes bleu et rouge en  $x = 0.36$  m et  $\theta_e = -3.2^\circ$ ). Ses angles d'émission et de réception sont en effet inférieurs à  $5^\circ$ , la limite inférieure des rayons propres extraits par DFV.

La figure 3.15 présente un zoom sur la première réflexion de la famille 'h'. On trace également les courbes de la position en  $x$  des réflexions en fonction de l'angle pour chaque centre de sous-antenne utilisée pour la DFV. Pour rappel, 14 sous-antennes ont été utilisées à l'émission et à la réception. La sous-antenne '14' est la plus profonde (le centre est à  $s_z = 43.25$  mm), la '1' est la plus proche de la surface du guide ( $s_z = 14$  mm). À chaque intersection de courbes bleue et rouge correspond un rayon propre (points noirs).

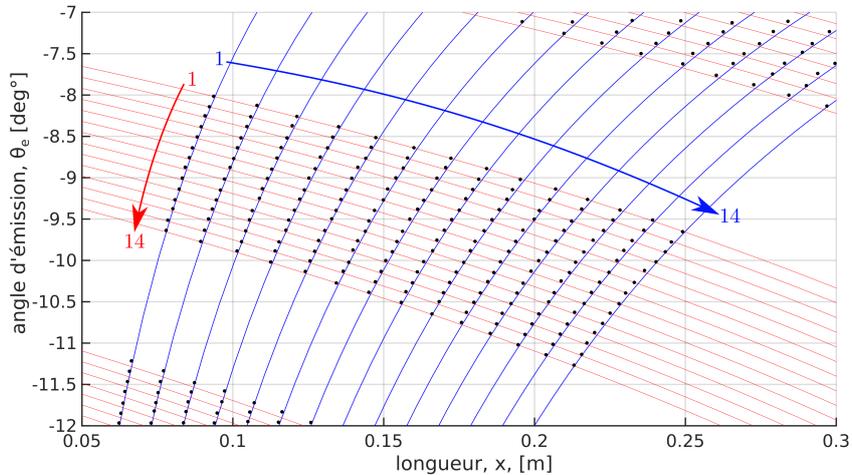


FIGURE 3.15 – Zoom sur la première réflexion de la famille 'h'. Les courbes pour les 14 centres des sous-antennes utilisées à l'émission (courbes bleues) et à la réception (courbes rouges) sont tracées. La sous-antenne '1' correspond à la sous-antenne la moins profonde (centrée sur l'élément 12 de la barrette), et la '14' est la plus profonde (centrée sur l'élément 51).

Il est montré une nouvelle fois, d'une manière différente, qu'utiliser plus de sous-antennes permet d'extraire plus de rayons propres, puisque le nombre de couples émetteur/récepteur est augmenté. De plus, dans cette thèse on utilise 14 sous-antennes, dont les centres sont pris tous les trois éléments entre les éléments 12 et 51. Si les sous-antennes sont consécutives, c'est-à-dire espacées à chaque fois d'un seul élément de la barrette, le nombre de rayons propres est

multiplié par 3 en 'remplissant' la zone montrée sur la figure 3.15. Ces nouveaux rayons propres n'apportent néanmoins que peu d'information supplémentaire, puisqu'ils sont fortement corrélés aux rayons voisins ayant une trajectoire très similaire, et tapant la surface presque au même endroit. De plus, en réduisant leur taille, on peut également utiliser plus de sous-antennes, notamment sur les bords de la barrette. En se rapprochant ainsi des limites du guide d'onde, on ajoute des rayons propres en 'agrandissant' la zone montrée sur la figure 3.15. Ces rayons propres apportent une vraie information en venant combler les 'trous', c'est-à-dire les endroit du guide d'onde où une famille de rayons en particulier ne frappe jamais la surface. Toutefois, en considérant la totalité des familles de rayons, toute la surface du guide d'onde est parcourue par au moins une famille, qui porte alors l'information sur l'état de la surface à cet endroit en particulier. L'important est d'avoir un sous-ensemble de rayons propres dont les réflexions "échantillonnent" bien la surface.

La figure 3.16-c montre une inversion de la surface du guide d'onde avec seulement les rayons propres de la famille 'b'. La figure 3.16-b montre la répartition des réflexions des rayons de cette famille. La répartition des réflexions en  $x$  est très mauvaise, étant concentrée autour de trois endroits du guide d'onde. Le processus d'inversion ne peut donc attribuer un déplacement de la surface qu'en ces endroits, rendant un résultat incomplet.

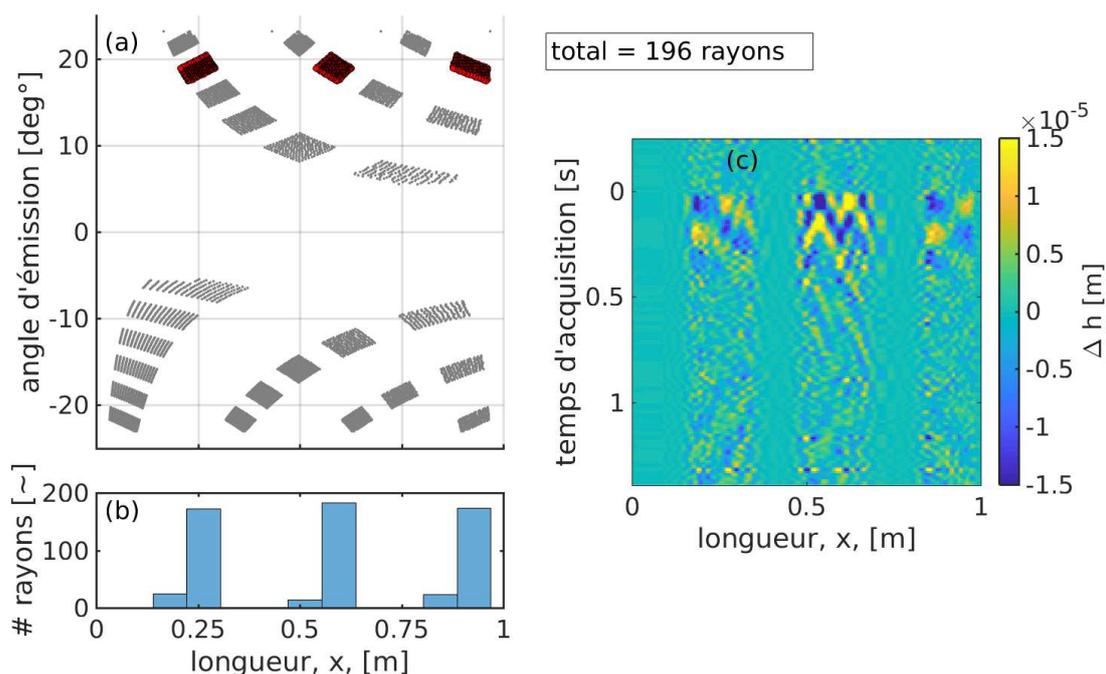


FIGURE 3.16 – (a) Représentation angle d'émission - position des réflexions des 2285 rayons (points gris), et du sous-ensemble de 196 rayons de la famille 'b' utilisés pour l'inversion (points rouges). (b) Histogramme des réflexions à la surface en fonction de la longueur  $x$ . (c) Résultat de l'inversion jointe des angles d'émission et de réception pour le sous-ensemble de rayons sélectionnés. Le contraste est augmenté pour améliorer la lecture.

À partir de ces considérations, on peut étudier le résultat de l'inversion de surface à partir de

petit sous-ensemble de rayons, pris de manière à ce que leur réflexions se répartissent sur toute la surface. Une manière d'obtenir cette répartition est de sélectionner des rayons propres de manière aléatoire, tout en veillant que chaque famille de rayons soit représentée. Nous proposons une série de résultats d'inversion jointe des angles d'émission et de réception, pour 2 rayons propres par famille (fig. 3.17), pour 8 rayons propres par famille (fig. 3.18) et 13 rayons propres par famille (fig. 3.19).

On observe qu'une inversion basée sur seulement 24 rayons propres parvient déjà à localiser la perturbation initiale de la surface en  $t = 0$ s. La propagation de la vague gravito-capillaire n'est en revanche pas bien imagée, et l'inversion attribue beaucoup de bruit à toute la surface du guide d'onde. De manière empirique, on obtient un "bon" résultat d'inversion, c'est-à-dire que le rapport signal sur bruit permet le suivi de la perturbation tout au long de la propagation de la vague, à partir d'environ 96 rayons (fig. 3.18), avec une densité moyenne de réflexions à la surface d'environ 20 rayons / 10 cm. La diminution du nombre de rayons propres n'affecte pas la sensibilité de l'inversion, puisque les ordres de grandeur du  $\Delta h$  inversé sont les mêmes quelque soit la taille du sous-ensemble de rayons utilisé.

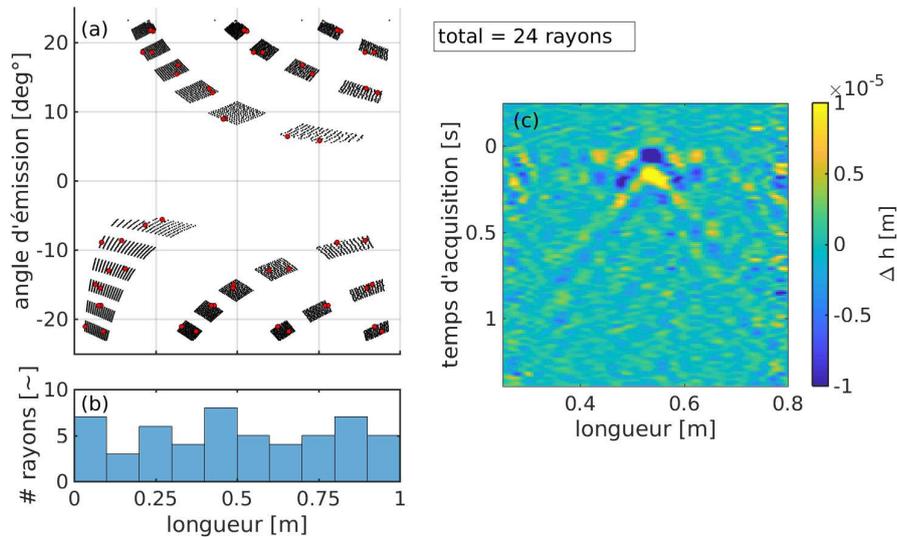


FIGURE 3.17 – (a) Représentation angle d'émission - position des réflexions des 2285 rayons (points gris), et du sous-ensemble de 24 rayons utilisés pour l'inversion (points rouges). Deux rayons par famille sont sélectionnés. (b) Histogramme des réflexions à la surface en fonction de la longueur  $x$ . (c) Résultat de l'inversion jointe des angles d'émission et de réception pour le sous-ensemble de 24 rayons sélectionnés. Le contraste est augmenté pour améliorer la lecture.

### 3.5 Conclusion de chapitre

Les résultats de l'inversion des données acoustiques extraites des expériences menées à Brest montrent la capacité d'une barrière acoustique à détecter, localiser et estimer précisément une perturbation locale la surface, en utilisant une des quatre observables disponibles (angle d'émission  $\theta_e$ , angle de réception  $\theta_r$ , temps de propagation  $t_p$  et amplitude  $A$ ). On observe empirique-

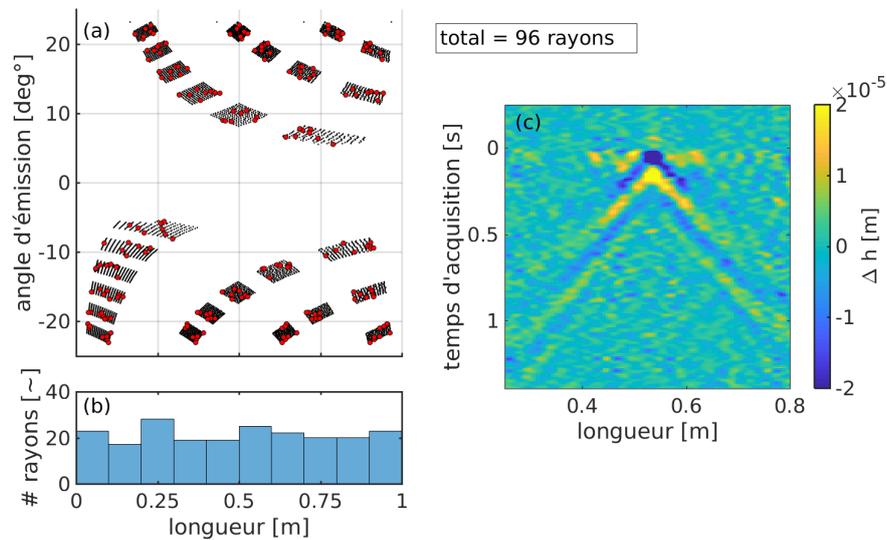


FIGURE 3.18 – (a) Représentation angle d’émission - position des réflexions des 2285 rayons (points gris), et du sous-ensemble de 96 rayons utilisés pour l’inversion (points rouges). Huit rayons par famille sont sélectionnés. (b) Histogramme des réflexions à la surface en fonction de la longueur  $x$ . (c) Résultat de l’inversion jointe des angles d’émission et de réception pour le sous-ensemble de 96 rayons sélectionnés. Le contraste est augmenté pour améliorer la lecture.

ment que les inversions basées sur les angles sont plus précises et ont un meilleur rapport signal sur bruit. Au total 17 itérations de l’expérience sont utilisées, chacune avec des paramètres d’excitation de la surface différents. Les déplacements de surface estimés par le système acoustique s’étendent de  $\Delta h_5 \approx 2e - 5$  m (1% de la longueur d’onde  $\lambda = 1.5e - 3$  m) pour l’expérience 5 jusqu’à  $\Delta h_{20} \approx 1e - 3$  m pour l’expérience 20, soit l’ordre de grandeur de  $\lambda$ .

Les images enregistrées par la caméra SA-X2 vérifient l’estimation quantitative du déplacement local de la surface. À cause de la faible résolution de ces images, seules les perturbations les plus fortes (de l’ordre du mm) peuvent être détectées. Néanmoins, l’estimation de la hauteur de la vague pour l’expérience 6 confirme le résultat de l’inversion des données acoustiques. La comparaison entre les déplacements estimés par l’inversion et la variation des observables extraites par DFV montre bien un rapport linéaire entre les deux. De plus, à partir des paramètres du tir laser (puissance et hauteur du claquage), il est possible d’exprimer la densité surfacique d’énergie de l’excitation. On montre que cette variable est liée linéairement au déplacement de la surface tel qu’estimé par l’inversion. Ainsi, en ayant vérifié l’estimation de la hauteur de la vague pour l’expérience 6, et en s’assurant de la relation linéaire entre les expériences, on peut affirmer la justesse quantitative de l’estimation de la hauteur pour toutes les expériences.

Le spectre fréquence-nombre (f-k) d’onde de l’inversion acoustique est comparée avec le spectre f-k des images enregistrées par la caméra APX. Les deux correspondent à la courbe de dispersion théorique d’une vague gravito-capillaire. La vitesse de groupe ainsi calculée correspond à la vitesse estimée par la caméra latérale SA-X2.

Finalement, il est montré qu’un sous-ensemble très restreint de faisceaux propres peut suffire à inverser le déplacement local de la surface, sous condition que les réflexions de ces rayons se

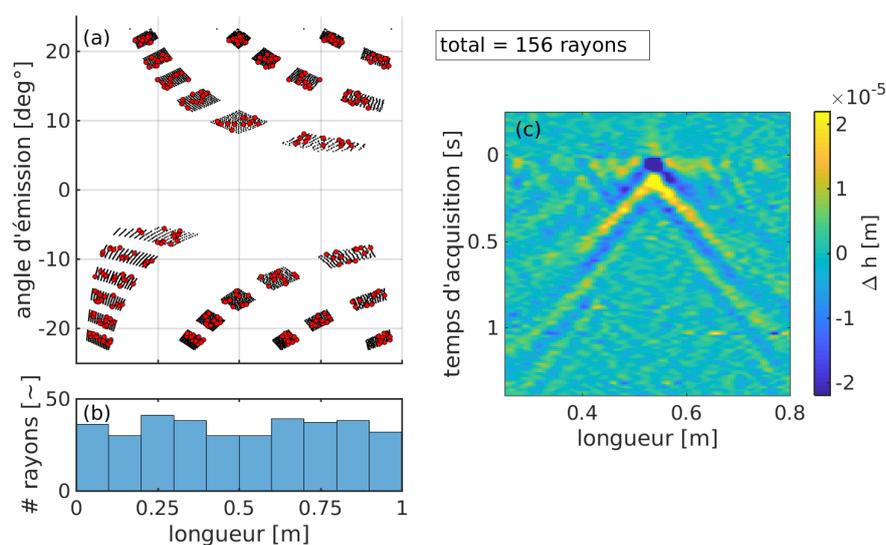


FIGURE 3.19 – (a) Représentation angle d’émission - position des réflexions des 2285 rayons (points gris), et du sous-ensemble de 156 rayons utilisés pour l’inversion (points rouges). Treize rayons par famille sont sélectionnés. (b) Histogramme des réflexions à la surface en fonction de la longueur  $x$ . (c) Résultat de l’inversion jointe des angles d’émission et de réception pour le sous-ensemble de 156 rayons sélectionnés. Le contraste est augmenté pour améliorer la lecture.

répartissent convenablement le long du guide d’onde. Le résultat ainsi obtenu a un moins bon rapport signal sur bruit qu’avec la totalité des rayons disponibles, mais permet le suivi de la propagation de la vague. Suivant les critères de qualité attendue pour l’inversion, il est donc possible de drastiquement diminuer le nombre de rayons propres utilisés. Dans notre exemple un sous-ensemble de 100 rayons propres suffit à suivre une perturbation de surface d’une hauteur de l’ordre de  $\Delta h \approx 1e-5$  m. On utilise dans ce cas moins de 5% de la totalité des rayons propres disponibles. Par rapport aux inversions utilisant les 2285 rayons propres, le temps de calcul et la taille des matrices à manipuler est donc divisée par 20.

# Conclusion

*"Conclusion will be my epitaph"*

*d'après King Crimson,  
[King Crimson, 1969]*

Cette thèse s'inscrit dans une lignée de travaux portant sur la tomographie acoustique océanique en eau peu profonde. Dans ce milieu réverbérant, le champ de pression acoustique est très sensible aux perturbations de la surface de l'eau. À travers l'étude de l'influence d'une vague se propageant à la surface d'un guide d'onde sur le champ acoustique dans celui-ci, les travaux de cette thèse apportent plusieurs nouveaux éléments à la tomographie acoustique océanique.

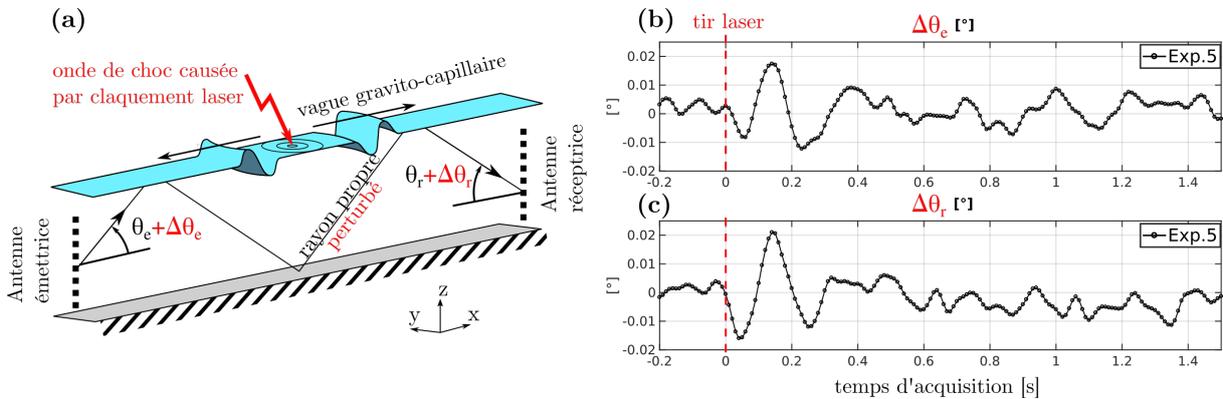


FIGURE 3.20 – (a) Schéma de l'expérience réalisée à Brest. L'onde de choc incidente sur la surface du guide d'onde ultrasonore génère une vague gravito-capillaire qui perturbe les rayons propres du guide d'onde. Seules les perturbations en angles  $\Delta\theta$  sont montrées ici. Les variations des angles d'un rayon propre du guide d'onde sont montrées en (b) pour l'angle d'émission  $\Delta\theta_e$  et en (c) pour l'angle de réception  $\Delta\theta_r$ .

Le premier chapitre décrit une expérience inédite permettant la perturbation ponctuelle et contrôlée de la surface d'un guide d'onde ultrasonore (fig. 3.20). Un champ de pression acoustique est créé entre une antenne émettrice et une antenne réceptrice se faisant face de part et d'autre du guide d'onde. Un algorithme de double formation de voies (DFV) permet la projection de ce champ sur la base d'environ 2000 faisceaux propres du guide et l'extraction des observables acoustiques : temps de propagation des ondes dans le guide, amplitude du signal transmis, angles d'émission et de réception des faisceaux propres. L'onde de choc causée par un tir laser haute

puissance au dessus de la surface du guide d'onde fait office de perturbation ponctuelle de la surface. La variation de la hauteur et la puissance du tir permet de couvrir une large gamme d'excitations, générant des vagues gravito-capillaires de hauteur de l'ordre de 0.01 mm jusqu'à 1 mm. Les vagues se propageant à la surface du guide d'onde modifient le champ de pression acoustique et causent les variations des observables acoustiques. Ces variations sont enregistrées par le système acoustique à une fréquence de 100 Hz et pendant 5 secondes, permettant le suivi temporel de l'évolution de la perturbation. La propagation de la perturbation de la surface est enregistrée de manière indépendante par deux caméras optiques. Le traitement des images issues de ces caméras permet l'estimation de la hauteur de la perturbation, ainsi que de la vitesse de groupe et de phase de la vague de surface.

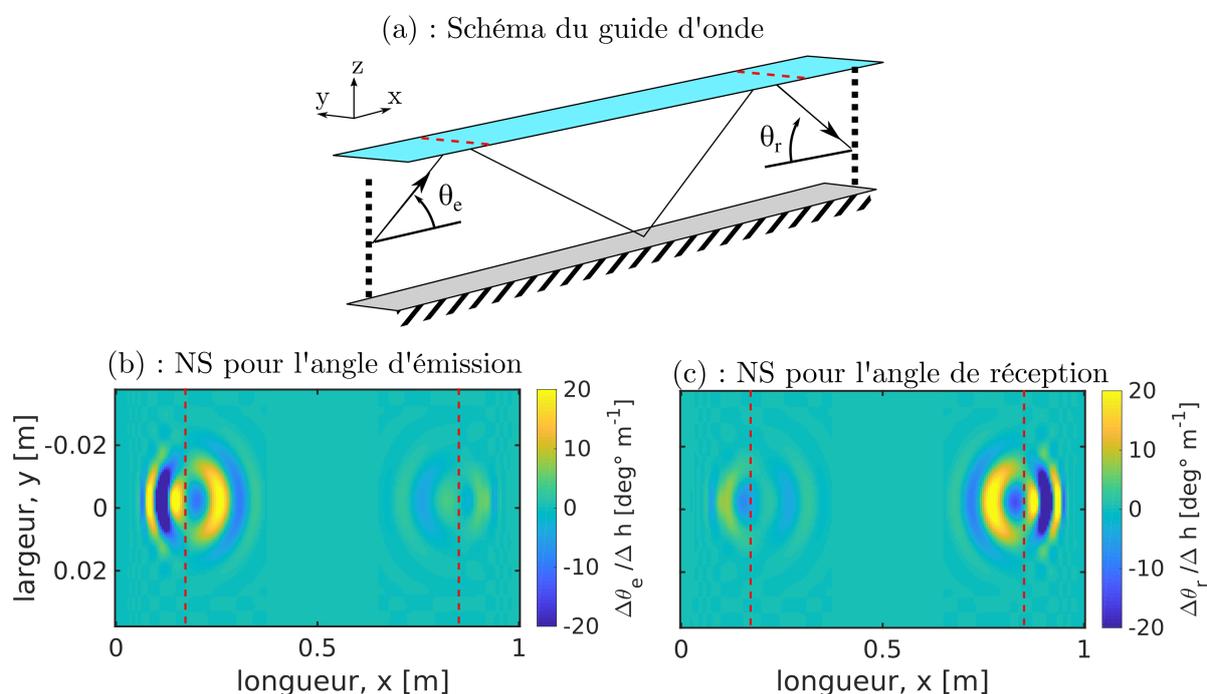


FIGURE 3.21 – (a) Schéma du guide d'onde ultrasonore. (b) Le noyau de sensibilité calculé pour le faisceau propre représenté en (a) et pour l'angle d'émission. (c) Le NS pour l'angle de réception. Les représentations (b) et (c) montrent la surface du guide d'onde pour laquelle les NS sont calculés. Les tirets rouges représentent les coordonnées des réflexions du faisceau propre à la surface en  $x$  pour les trois vignettes.

Le second chapitre présente l'établissement de NS pour un déplacement local de la surface. Les NS font le lien mathématique entre ce déplacement local et les variations des quatre observables acoustiques. En particulier, les NS en angles d'émission et de réception pour une perturbation de la surface sont présentés pour la première fois (fig. 3.21-(b-c)). Ces noyaux sont contrôlés par une expérience réalisée en 2009 avec une petite sphère métallique qui perturbe successivement en tout point la surface d'un guide d'onde ultrasonore de manière ponctuelle, précise et statique. Les NS en angles ont ainsi été validés et donnent des résultats meilleurs que les observables utilisées auparavant, temps de propagation et amplitude. L'inversion jointe

des deux angles améliore considérablement le rapport signal sur bruit et donne les meilleurs résultats. De plus, la prise en compte de la largeur des NS permet d'inverser une hauteur d'eau, contrairement aux travaux précédents qui ne considéraient que la ligne centrale à la surface entre les antennes émettrice et réceptrice. Finalement, une méthode est proposée pour pallier aux erreurs et incertitudes de modélisation en introduisant un délai variable sur le temps de propagation considéré pour l'établissement des NS. En effet, les NS sont extrêmement sensibles aux incertitudes sur le temps de propagation des faisceaux propres, et peuvent devenir inutiles en cas de légère erreur dans le modèle. Le délai variable permet d'établir une palette de NS pour des temps de propagation différents et de ne choisir qu'après inversion le temps donnant le meilleur résultat.

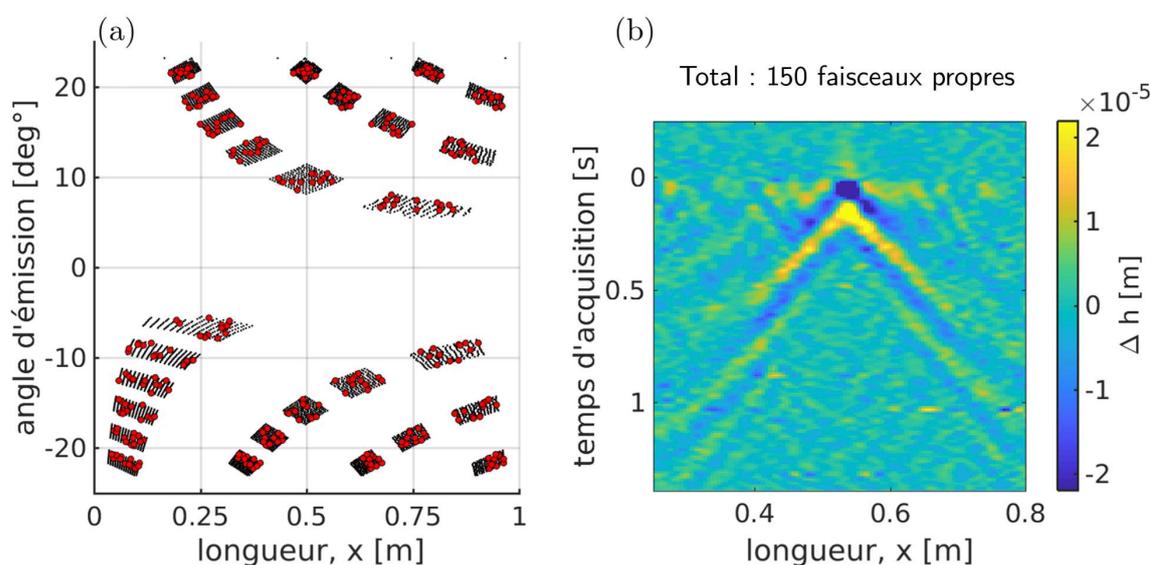


FIGURE 3.22 – (a) Représentation angle d'émission - longueur  $x$  du guide d'onde, pour tous les faisceaux propres du guide d'onde (croix grises). Les faisceaux propres s'organisent en "familles" distinctes, caractérisées par leur angles d'émission et la position des réflexions des faisceaux à la surface du guide d'onde. Les points rouges surlignent les faisceaux propres sélectionnés pour l'inversion de la perturbation de la surface. (b) Résultat de l'inversion jointe des angles, de la perturbation de la surface causée par la propagation d'une onde gravito-capillaire, pour un sous-ensemble de 150 faisceaux propres. À cause de la géométrie du guide d'onde, le système acoustique voit la vague gravito-capillaire comme deux paquets d'onde se propageant en sens opposé à partir de la perturbation ponctuelle initiale.

Le troisième chapitre présente l'ensemble des résultats des inversions de la vague gravito-capillaire de l'expérience présentée en chapitre 1. Les quatre observables acoustiques sont utilisées pour inverser le déplacement local de la surface. Le processus d'inversion permet de détecter et d'estimer correctement des déplacements locaux sur toute la surface du guide d'onde, pour toute la gamme d'excitation de la surface par le tir laser. Des déplacements locaux de la surface allant de 0.01 mm à 1 mm ont été inversés. Les NS en angles nouvellement établis permettent d'obtenir le meilleur résultat d'inversion pour la vague gravito-capillaire en terme de rapport signal sur bruit. Ce résultat est spectaculaire : l'inversion des angles des rayons propres entre

deux antennes ultrasonores semble plus efficace que l'inversion classique des temps d'arrivée de ces mêmes rayons dans un problème de tomographie acoustique. Tous les résultats des inversions acoustiques sont cohérents avec les variations des observables extraites par DFV, ainsi qu'avec les estimations des caméras optiques. De plus, la comparaison entre la valeur du déplacement retrouvé par inversion et les paramètres d'excitation du laser montre un rapport linéaire entre puissance d'excitation de la surface et hauteur des vagues. Finalement, plusieurs inversions sont faites avec un sous-ensemble des 2000 faisceaux propres disponibles. Les résultats montrent empiriquement que la totalité des faisceaux propres n'est pas nécessaire et que 150 faisceaux suffisent pour inverser de manière satisfaisante la surface du guide d'onde, ce qui allège considérablement le calcul numérique complet des NS pour l'inversion d'une perturbation de surface (fig. 3.22). .

# Perspectives

*"Il faut bien que l'ordre croisse avec la complication. Plus on aperçoit de parties, plus augmente nécessairement le nombre de rapports entre les parties."*

---

Henri Bergson, [Bergson, 1907]

La tomographie acoustique océanique a été explorée intensivement ces dernières années. Les tomographies avec les temps de propagation des rayons propres, les amplitudes et maintenant les angles servent à inverser des variations locales de célérité, de densité ou de déplacement de la surface. Les travaux de maintenant quatre thèses valident l'approche de la barrière acoustique pour imager avec succès des eaux peu profondes, sur des distances de l'ordre du km, avec une résolution supérieure ou au moins égale à la longueur d'onde du signal ( $\approx 1$  m en situation réelle). Cette tomographie longue distance permet de détecter des intrusions sous-marines (plongeurs, sous-marins...) dans des sites sensibles comme par exemple la rade de Brest. Les intrusions de surface sont également détectables, même en cas de petites embarcations de type Zodiac, dont le tirant d'eau est typiquement de l'ordre de 25 – 50 cm.

Les perspectives présentées ici donnent une liste non exhaustive d'idées qui me viennent à la fin de cette thèse. La question d'une inversion 3D de volume d'un guide d'onde océanique doit être étudiée au prisme de l'optimisation de l'inversion et du coût de calcul. Le modèle direct établissant le lien entre perturbation de la surface et variation des observables pourrait être amélioré afin de prendre en compte la déviation des rayons propres par la surface et la création de caustiques et de zones d'ombre. Finalement, les performances des noyaux de sensibilité en angles laissent rêver sur une possible application en tomographie sismique, traditionnellement faite uniquement sur les temps de propagation.

## Tomographie sur grille adaptative.

La tomographie présentée dans cette thèse est effectuée sur la surface d'un guide d'onde ultrasonore. L'inversion du déplacement local de la surface nécessite une discrétisation de l'espace considéré en éléments auxquels attribuer ce déplacement local. Dans notre cas, la surface du guide d'onde était discrétisée en  $200 \times 15 = 3000$  éléments. Une tomographie du volume entier du guide d'onde multiplierait ce nombre par au moins 10. L'inversion pour une perturbation dans tout le volume deviendrait alors très coûteuse en puissance et temps de calcul. La matrice des noyaux de sensibilité (NS) seule représenterait en effet environ 60GB (voir chapitre II - Modèle Direct).

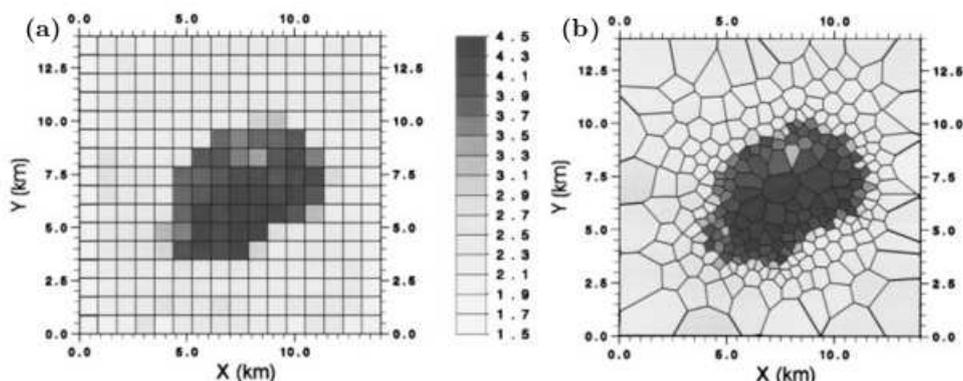


FIGURE 3.23 – Figures issues de [Böhm et al., 2000]. Inversion du modèle synthétique SEG/EAGE sur grille adaptative. (a) Inversion sur grille régulière. La taille des cellules est uniforme. (b) Inversion sur grille adaptative optimisée par le gradient de la célérité et l'énergie de l'espace nul des valeurs propres (*i.e.*, la quantité d'information). La taille des cellules est plus grande dans les zones homogènes, et se rétrécit aux frontières et hétérogénéités fortes.

Plusieurs éléments sont toutefois à prendre en compte. Les NS dans cette thèse sont calculés sur toute la surface du guide d'onde. Or, le chapitre III - Inversion, montre que l'inversion sur les bords de la surface n'apporte aucune information, les NS étant nuls à ces endroits. De plus, de par la géométrie du guide d'onde, l'information est répartie sur la longueur  $x$ , la largeur  $y$  étant très corrélée. La prise en compte de la largeur du guide d'onde n'apporte donc pas beaucoup d'information - contrairement à la largeur d'un élément discret qui est nécessaire à une inversion quantitative du déplacement local. Néanmoins, les ajouts de la variable "délai du temps de propagation"  $\tau_p$ , ainsi que des deux observables angles au processus d'inversion alourdissent déjà la procédure. L'utilisation de sous-ensembles de faisceaux propres est un premier moyen facile d'accélérer le processus en écartant l'information trop redondante.

Ce qui est frappant sur les résultats de l'inversion de la propagation de la vague gravito-capillaire à la surface du guide d'onde sont les grands segments du guide d'onde sans aucune information. En effet, le paquet d'onde de surface étant par définition localisé, la surface ne subit un  $\Delta h$  que très localement, et est au repos la plupart du temps.

Le processus d'inversion ne faisant pas la distinction, il attribue autant d'importance à une cellule de la surface non perturbée qu'à une cellule contenant véritablement l'information de la vague. Nous proposons de reprendre les travaux d'inversion en guide d'onde ultrasonore en appliquant cette fois une grille adaptative d'inversion, qui prenne en compte la concentration en information.

De nombreux travaux utilisent des grilles adaptatives pour des inversions géophysiques (*e.g.*, [Böhm et al., 2000], [Davis and Li, 2011]). Les études de [Böhm et al., 2000] se servent par exemple d'une discrétisation paramétrée par des polygones de Voronoi et les triangles de Delaunay correspondants. La figure 3.23 montre les résultats d'une inversion de données synthétiques, avec discrétisation en grille "classique" (a) et en cellules de Voronoi (b). Les cellules de Voronoi délaissent les zones avec peu d'information (homogènes) pour se concentrer autour des zones hétérogènes et de transitions fortes. Ainsi, l'inversion gagne en résolution sans pour autant multiplier le nombre de cellules discrètes.

Cette approche est très séduisante car elle permet d'atteindre des résolutions très fines avec

une discrétisation raisonnable. Néanmoins, il faut noter que pour construire la grille des cellules de Voronoi, un modèle de départ est nécessaire et le modèle adapte ensuite la grille à cette première estimation. Par conséquent, les résolutions atteintes grâce à cette nouvelle discrétisation nécessitent plusieurs inversions.

Toutefois, si l'on considère un milieu fluctuant lentement par rapport à la cadence d'acquisition du système acoustique, on peut construire cette première grille sur une première image tomographique et s'en servir pour l'image suivante, et ainsi de suite. Ainsi, l'adaptation de la grille de discrétisation se fait au fur et à mesure de l'évolution de la perturbation. Le gain en résolution se fait alors au prix d'un effort plus important sur les premières images de la perturbation, lors de l'évolution rapide du milieu.

## Modèle direct à surface lisse.

Cette partie propose une nouvelle piste de réflexion pour établir des noyaux de sensibilité (NS) pour une perturbation de la surface d'un guide d'onde. L'approche de cette thèse est de considérer la variation du champ de pression acoustique  $\Delta p(\mathbf{s}, \mathbf{r}, \omega)$  entre une source  $s$  et un récepteur  $r$  et pour une pulsation  $\omega$  lorsque la surface subit un déplacement local  $\Delta h$  (voir chapitre II - Modèle direct).

En pratique, la surface est divisée en éléments discrets, et la variation du champ  $\Delta p$  est calculée pour le déplacement  $\Delta h$  de chaque élément de la surface. La projection de ce  $\Delta p$  sur la base des faisceaux propres se fait par double formation de voies (DFV). La contribution du  $\Delta h$  local à la variation du champ  $\Delta p$  est purement basée sur le déphasage occasionné par l'élévation en  $z$  de la surface (voir figure 3.24-a).

En effet, la trajectoire du rayon propre perturbé par la variation de surface est considérée identique à la trajectoire du rayon non perturbée. En fait, tout se passe comme si le déplacement était un créneau, dont le sommet était horizontal et qui ne modifie pas la trajectoire des rayons. Après DFV, les variations des observables du faisceau propre sont donc purement dues aux phénomènes d'interférence entre rayons perturbés et non perturbés.

Pourtant, la courbure d'une perturbation de surface joue un rôle important dans la focalisation des rayons acoustiques (*e.g.*, [Tindle, 2002], [Preisig and Deane, 2004]). La déviation des rayons n'est pas due ici au déphasage causé par le déplacement  $\Delta h$ , mais par l'angle d'incidence du rayon sur la surface<sup>1</sup>. Par conséquent le modèle simpliste d'un déplacement en créneau de la surface ne permet pas de modéliser ce phénomène.

Il est tentant d'essayer une approche purement basée sur le tracé de rayons. Cette méthode permettrait d'utiliser un modèle direct avec n'importe quelle forme pour la perturbation de surface, de lancer un nombre important de rayons dans toutes les directions, et selon les lois de propagation géométrique, enregistrer le champ acoustique aux positions des récepteurs. Ce modèle direct du champ acoustique pourrait être alors "inversé" pour retrouver, à partir de données mesurées, la forme de la surface. C'est une approche "en force", basée sur le calcul du champ de pression acoustique complet. Cette approche s'appelle en anglais la Full Waveform

---

1. Évidemment, ce qui en théorie des rayons est expliqué géométriquement par l'angle d'incidence sur la surface est expliqué en théorie ondulatoire par des déphasages et le principe de Fresnel. La différence entre les deux est l'échelle d'application. Nous nous plaçons ici dans le cadre de la théorie des rayons, et ne considérons que l'aspect géométrique du problème. En revanche, la variation des observables d'un faisceau propre est liée au déphasage des rayons propres causée par le déplacement de la surface, ce qui peut se comprendre conceptuellement par le principe de Fresnel.

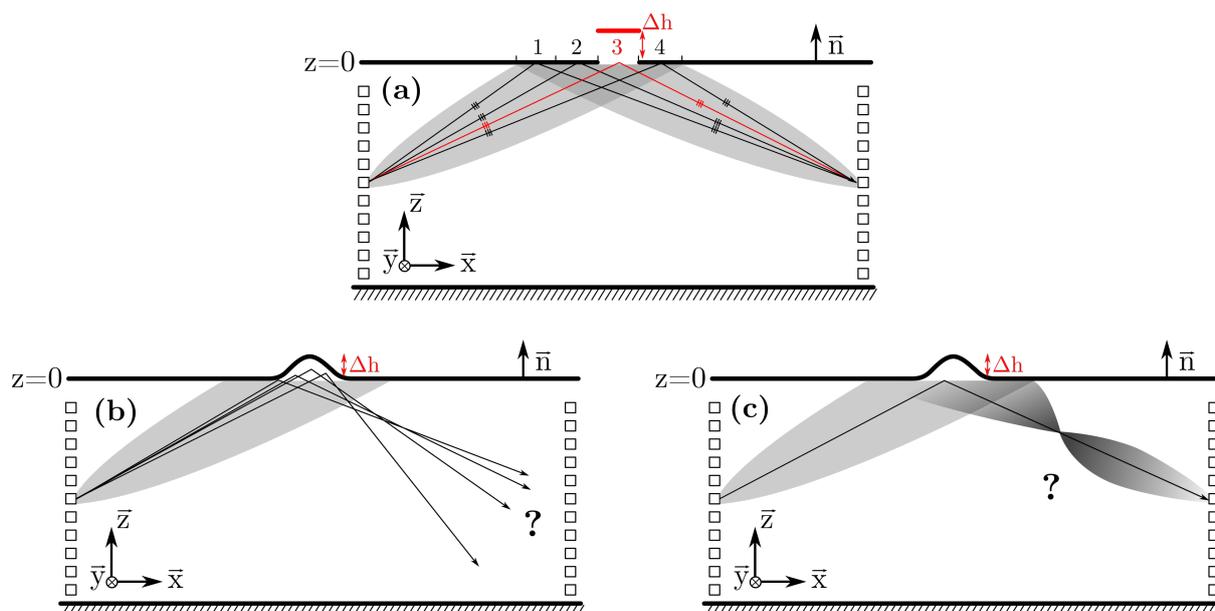


FIGURE 3.24 – (a) Schéma de la construction actuelle des NS. La propagation acoustique entre un émetteur et un récepteur avec une réflexion à la surface. Les éléments discrets de la surface numérotés 1,2 et 4 ne sont pas déplacés. L'élément 3 est déplacé d'une distance  $\Delta h$  et perturbe le rayon propre rouge qui est réfléchi à cet endroit. Le déplacement de la surface ne modifie pas la trajectoire du rayon propre rouge, seulement sa phase. (b) Approche du tracé de rayons, comparable à l'approche "Full Waveform Inversion", consistant à "lancer" un grand nombre de rayons acoustiques à partir d'un émetteur et d'enregistrer le champ de pression résultant à la position des récepteurs. Cette approche permet de prendre en compte des fonctions de surface plus complexes, mais nécessite de grandes ressources en calcul et s'éloigne un peu de la physique. (c) Un modèle mixte : rayons propres dans un champ acoustique prenant en compte les caustiques et zones d'ombre causées par les surfaces concaves ou convexes.

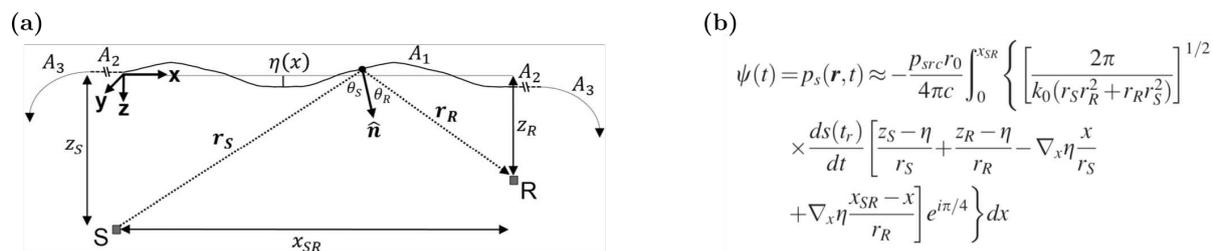


FIGURE 3.25 – Figure et equation issues de [Walstead and Deane, 2013]. (a) Modèle considéré pour l'expression du champ de pression acoustique. Une onde acoustique émise par S et reçue par R est diffractée par une surface de fonction  $\eta(x)$ . La prise en compte de la normale de la surface, et donc de l'angle d'incidence de l'onde acoustique sur la surface, permet de modéliser les caustiques et zones d'ombres causées par la courbure de la surface. (b) Expression du signal acoustique  $\Psi(t)$  enregistré par un récepteur R. L'onde acoustique correspondante est issue de S et diffractée par la surface lisse. L'établissement de cette équation est détaillée dans par [Walstead and Deane, 2013].

Inversion, car elle se sert d'une modélisation du champ de pression en entier. Cette approche ne nous intéresse pas dans notre cas de figure, car elle s'éloigne un peu trop à notre goût de la physique des ondes pour se concentrer sur des calculs numériques.

Une troisième approche est de continuer à considérer la physique des ondes, et d'intégrer en quelque sorte les effets convergents ou divergents d'une surface concave ou convexe (voir Fig. 3.24-c). Cette approche est proposée dans [Walstead and Deane, 2013]. À partir de la théorie de diffraction de Kirchoff, ils proposent une expression pour la pression acoustique diffractée par une surface lisse à une dimension définie par une fonction continue et à dérivée continue  $\eta(x)$  (voir Figure 3.25).

À noter que l'équation 3.25-b donne la valeur de la pression acoustique  $p_s(\mathbf{r}, t)$  dans le milieu perturbé, contrairement aux travaux de cette thèse qui considèrent directement la variation de pression  $\Delta p$  (eq. 2.29). À partir de cette expression de la pression  $p_s$ , il est possible de continuer de la même manière qu'expliqué en chapitre II. La variation du champ de pression est donnée par

$$\Delta p_s(\mathbf{r}, t) = p_s(\mathbf{r}, t) - p_{0,s}(\mathbf{r}, t) , \quad (3.10)$$

où  $p_0$  est le champ de pression émis par S et reçu par R dans le milieu au repos.

Les faisceaux propres et la variation de leurs observables peuvent être extraites, comme dans l'approche habituelle, grâce à une DFV à l'émission et à la réception.

Connaissant le modèle direct, comment estimer la surface perturbée  $\eta(x)$  à partir de données acoustiques mesurées ?

Dans ce nouveau cas, si l'on transpose directement la définition donnée dans le chapitre II, le NS  $K$  serait défini par

$$K(\theta_e, \theta_r, t, x) \eta(x) = \Delta p(\theta_e, \theta_r, t) , \quad (3.11)$$

où  $\Delta p(\theta_e, \theta_r, t)$  est le résultat de la DFV appliquée au champ de pression entre deux antennes émettrice-réceptrice.

**Note :** Cette expression est à prendre avec précaution, car la transposition simple du cas "créneau" au nouveau cas avec fonction continue n'est pas du tout évident. Les implications

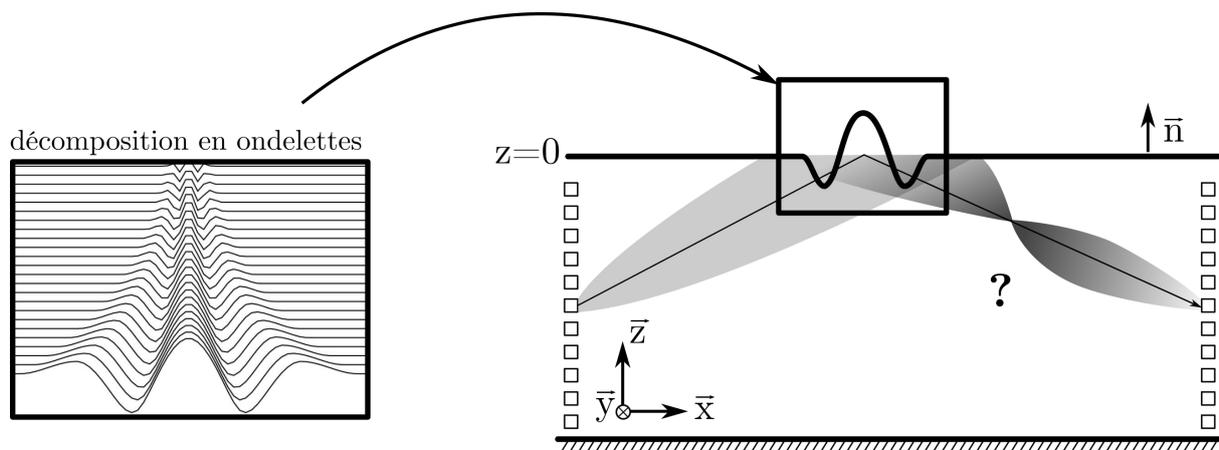


FIGURE 3.26 – Utilisation d'une famille d'ondelettes pour calculer le modèle direct. Cette approche permet d'avoir un modèle direct dépendant non seulement de la position de la perturbation, mais également de sa taille et donc du rayon de courbure de la fonction de la surface  $\eta(x)$ .

d'une dépendance de  $\Delta p$  à  $\eta(x)$  mais également à la dérivée  $\partial_x \eta(x)$  sont à considérer sérieusement avant de se lancer dans une quelconque inversion.

De la même manière que dans notre approche, le  $\Delta h(\mathbf{r}')$  était une fonction porte (un "créneau") qui permette de retrouver la position de la perturbation de surface, nous devons trouver une fonction  $\eta(x)$  qui permette de modéliser le champ acoustique diffracté de manière à prendre en compte à la fois la position de la perturbation ainsi que sa courbure.

Nous proposons d'utiliser une famille de fonctions "ondelettes" pour calculer le modèle direct en fonction de la position de la perturbation et sa taille. Le modèle direct  $\Delta p$  est alors calculé pour toutes les positions (discrètes) et toutes les tailles de l'ondelette de base (voir Fig. 3.26).

En effet, nous pensons que ces fonctions constituent une base plus physique qu'une fonction porte pour inverser une surface lisse. De plus, les différentes tailles d'ondelettes ont différentes courbures, et donc dévient les rayons acoustiques de manières différentes. En supposant que l'eq. 3.11 soit correcte, les noyaux de sensibilité sont alors des fonctions dépendant deux variables

$$K(\theta_e, \theta_r, t, x, \sigma) \eta(x, \sigma) = \Delta p(\theta_e, \theta_r, t), \quad (3.12)$$

où  $x$  est la position de l'ondelette, et  $\sigma$  sa taille. La matrice entière des NS devient une matrice de taille  $N_{rayons} \times M_{positions} \times O_{tailles}$ , que l'on peut pseudo-inverser de la même manière que dans ce manuscrit.

Si l'établissement de NS est plus compliqué qu'espéré, il est toujours possible de n'inverser non pas les NS, mais le modèle direct  $\Delta p(\theta_e, \theta_r, t)$ . La projection des données acoustiques mesurées sur le modèle inverse ne donne alors pas la hauteur d'eau en tous points, mais un spectre d'ondelettes.

**Note sur la linéarité (ou la non linéarité?) de l'approche :** Il est important de discuter de la linéarité de ce nouveau modèle de propagation. En effet, dans le cas du modèle "créneau", le lien entre perturbation de la surface et variation du champ de pression est linéaire, c'est à

dire que deux perturbations distinctes de la surface auront l'effet de la somme des effets des perturbations prises séparément. En d'autres termes,

$$\Delta p | (\Delta h(\mathbf{r}'_1), \Delta h(\mathbf{r}'_2)) = \Delta p | (\Delta h(\mathbf{r}'_1)) + \Delta p | (\Delta h(\mathbf{r}'_2)) . \quad (3.13)$$

Dans le cas où le modèle de propagation considère l'élévation de la surface  $\eta(x)$  mais également sa dérivée spatiale  $\partial_x \eta_x$ , est-ce qu'on a toujours cette linéarité ? Si ce n'est pas le cas, il est inutile d'essayer d'inverser la surface par cette méthode, puisque les noyaux de sensibilité ne peuvent plus fonctionner. L'étude des implications de cette nouvelle méthode dépasse le cadre de ce chapitre de perspectives, mais à première vue, la dérivée étant elle-même une opération linéaire, nous avons bon espoir que cette nouvelle approche puisse fonctionner. En effet, puisque

$$\partial_x (f \times \eta_a(x) + \eta_b(x)) = f \times \partial_x (\eta_a(x)) + \partial_x (\eta_b(x)) , \quad (3.14)$$

où  $f$  est un facteur multiplicatif constant, la déviation des rayons propres par la combinaison linéaire de deux perturbations sera la même que la somme des déviations pour chaque perturbation prise séparément. Cette question cruciale est à étudier sérieusement afin de s'assurer de la validité de cette nouvelle méthode d'inversion.

## Tomographie des angles en imagerie sismique.

La tomographie sismique utilise traditionnellement le temps de propagation des ondes sismiques pour inverser des cartes de variation de célérité locale à partir de tracés de rayons entre sources et capteurs (tomographie active), ou entre capteurs seulement (tomographie passive par corrélation de bruit sismique ambiant). Il est connu que les variations locales de célérité modifient non seulement les temps de propagation, mais également les trajectoires des rayons acoustiques.

Les travaux de cette thèse montrent que les observables angles sur les rayons tracés apportent des informations indépendantes supplémentaires, et même que les inversions basées sur celles-ci sont de meilleure qualité que les inversions basées sur les variations de temps de propagation ou variations d'amplitude.

L'extraction des angles nécessite néanmoins certains aménagements par rapport à la tomographie des temps de propagation. Les temps de propagation peuvent se mesurer entre une source ponctuelle et un capteur unique, ou entre deux capteurs, etc. Le calcul d'un angle quant à lui nécessite une formation de voies (FV) ou tout autre estimation de type Capon, Music, etc. Ces méthodes opèrent sur une antenne ou un réseau de capteurs, et leur précision est proportionnelle au nombre d'éléments utilisés.

Heureusement, les réseaux de capteurs sismiques sont de plus en plus utilisés et couvrent une très large partie du globe (pour exemple, à différentes échelles : les réseaux AlpArray dans les alpes, USArray aux États-Unis, Pyrope dans les Pyrénées, Long Beach Array en Californie, l'expérience Métaforêt dans les landes). Les réseaux de capteurs sont donc déjà en place et prêts à être utilisés pour une extraction des angles.

Un autre obstacle à l'utilisation des angles en tomographie est le tracé de rayons. En effet, la tomographie sismique est par exemple utilisée pour localiser le foyer de séismes à partir justement de FV ou autre Field-Matching. Néanmoins, la position réelle de la source est rarement connue avec précision, la tomographie ne retrouvant que la source image, localisée au prix de suppositions plus ou moins simplistes (homogénéité, isotropie) sur le milieu de propagation des

ondes. La tomographie active utilise une source artificielle de signaux acoustiques. Dans ce cas, la position de la source est connue et permet le tracé de rayons formant le modèle de départ du milieu. La déviation entre l'angle du tracé de rayons et l'angle effectivement mesuré par le réseau de capteurs constitue alors le  $\Delta\theta$  utile à l'inversion.

Nous proposons ici un exemple d'application de cette technique à un cas pratique. La faille active de San Jacinto fait partie du système de failles de San Andreas en Californie (E.U.). Elle est suivie de près par de nombreuses équipes de sismologie, notamment à travers des techniques de tomographie sismique. Une étude menée par [Brenguier et al., 2019] utilise une voie de chemin de fer située à proximité de la zone étudiée comme source acoustique (voir Fig. 3.27-a). Les ondes créées par le passage d'un train de fret (énergie équivalente à un séisme de magnitude  $M \approx 2$ ) sont enregistrées par deux réseaux de part et d'autre de la faille (Fig. 3.27-b).

Il y a là une possibilité d'exploiter une source d'opportunité, puissante et se déplaçant sur de grandes distances. La position de la source est connue en tout temps (moyennant l'accès aux données GPS ferroviaires). Le tracé de rayon est alors, dans le cas simple d'un modèle homogène, le segment reliant géométriquement le train au réseau de capteurs. Le réseau de capteurs, en enregistrant les signaux émis par le passage du train, peut estimer l'angle d'incidence de ces ondes (Fig. 3.27-c). L'écart entre l'angle d'incidence mesuré par le réseau et l'angle d'incidence du modèle de tracé de rayons, c'est à dire l'angle géométrique dans le cas d'un modèle simple, constitue la variation d'angle de réception  $\Delta\theta_r$  (Fig. 3.27-d).

Cette variation d'angle de réception peut alors être reliée à une variation locale de célérité pour chaque position du train, c'est-à-dire pour chaque rayon émetteur-récepteur. L'utilisation de cette source d'opportunité mobile permet une tomographie rapide d'une large zone, puisque chaque rayon, associé à une position du train, traverse une différente partie de la zone géographique.

## Tomographie des angles seuls : application à des données en mer

Les travaux de cette thèse comparent les inversions de surface pour les quatre observables extraites des faisceaux propres : temps de propagation, amplitude du signal, et angles d'émission et de réception. De manière qualitative et quantitative, les tomographies basées sur les variations des angles donnent de meilleurs résultats que les inversions sur les temps de propagation ou les amplitudes. Les données en mer récoltées lors des campagnes en mer "Focused Acoustic Field", FAF-03 et FAF-05 en 2003 et 2005, respectivement, offrent l'opportunité d'essayer une tomographie acoustique océanique basée uniquement sur les angles d'émission et de réception des faisceaux propres. Les travaux menés par B.Nicolas, J.Mars et P.Roux ont montré la possibilité d'extraire chaque faisceau propre par double formation de voies (DFV) (*e.g.*, [Nicolas et al., 2008], [Roux et al., 2008]).

De plus, une tomographie ne prenant pas en compte les variations en temps de propagation s'affranchit des contraintes de synchronisation entre antennes émettrice et réceptrice, qui sont une grande source d'erreur sur des expériences de l'échelle de plusieurs km (voir Fig. 3.28-a).

Les travaux préliminaires montrent que la DFV sur les antennes émettrice et réceptrice permet d'extraire la variation des angles d'émission et de réception au cours du temps (Fig. 3.29). Cette variation indique une fluctuation naturelle du milieu au cours du temps, et une sensibilité des observables angle d'émission et angle de réception cette fluctuation.

Nous proposons une tomographie 3D de ces fluctuations basée sur les variations en angles

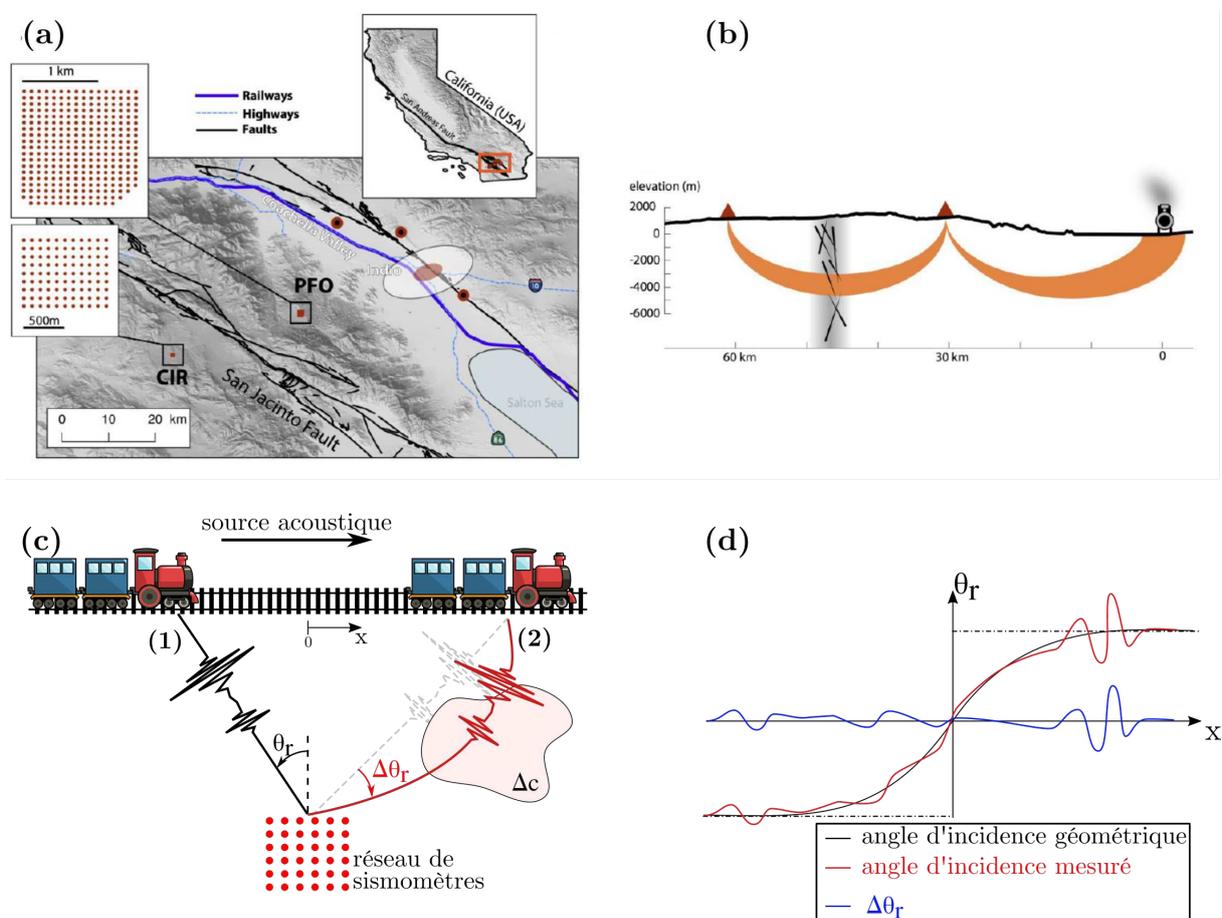


FIGURE 3.27 – Exemple d'utilisation des variations des angles d'incidence des ondes en tomographie terrestre : tomographie, à partir des angles, de la zone de San Jacinto, Californie à partir de sources de bruit connues. (a) Carte tirée de [Brenguier et al., 2019], montrant le déploiement de réseaux de capteurs sismiques près de la faille de San Jacinto, Californie (E.U). La ligne de chemin de fer à proximité (Railways, en violet) est une source de bruit utilisée pour la tomographie par interférométrie sismique. (b) Schéma tiré de [Brenguier et al., 2019], montrant la propagation des ondes de surface créées par le passage d'un train (à droite), et leur trajectoire jusqu'à enregistrement par les deux réseaux de capteurs (triangles rouges) situés de part et d'autre de la faille (zone grisée). (c) Schéma montrant le fonctionnement d'une tomographie à partir des angles. Un réseau de sismomètres permet d'estimer par Formation de Voies l'angle d'incidence d'une onde causée par une source acoustique dont la position est connue. Dans un milieu où la célérité des ondes acoustiques est homogène, les ondes se propageant en ligne droite (1) et l'angle estimé d'incidence  $\theta_r$  correspond à l'angle géométrique entre le réseau et la source. Dans un milieu hétérogène avec des variations locales de célérité  $\Delta c$ , le trajet des ondes acoustiques est dévié (2) et l'angle d'incidence estimé par la FV ne correspond pas à l'angle géométrique : un écart  $\Delta\theta_r$  est mesuré. (d) Schéma qualitatif de la relation entre les angles d'incidence  $\theta_r$  et la position  $x$  de la source. La position de la source étant connue, l'angle géométrique est facilement calculable. La variation de l'angle d'incidence  $\Delta\theta_r$  est la quantité reliée au  $\Delta c$  local du milieu.

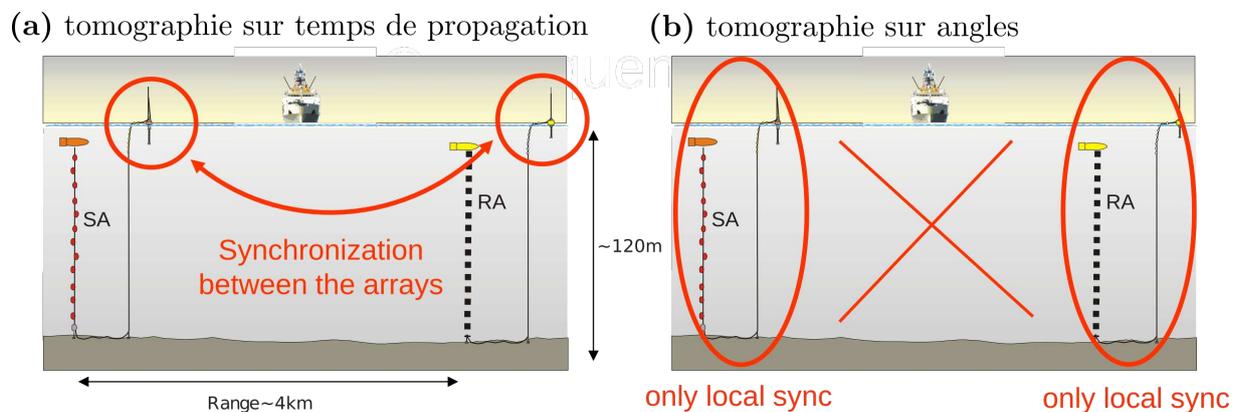


FIGURE 3.28 – Figures de P.Roux. Schémas de l'expérience FAF-05 au large de l'île d'Elbe, Italie. (a) Dans le cas d'une tomographie sur les variations des temps de propagation, la synchronisation entre les antennes est cruciale. Cette synchronisation est en soi un défi technologique : les antennes sont séparées de plusieurs km, dans des conditions météorologiques très diverses. (b) Une tomographie sur les angles d'émission et de réception s'affranchit de cette synchronisation.

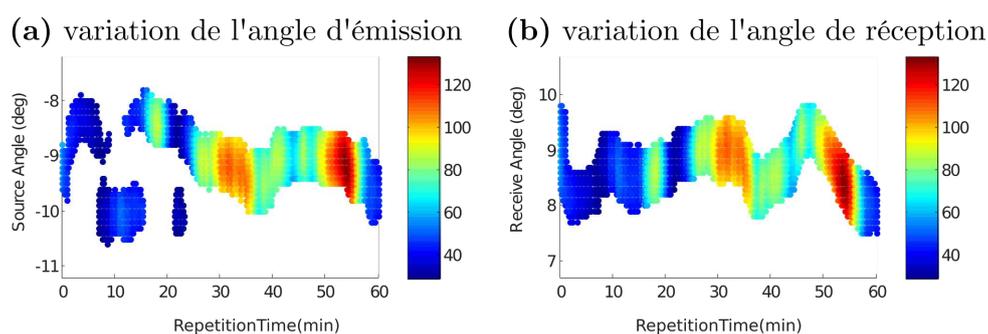


FIGURE 3.29 – Figures issues de [Roux et al., 2008], montrant les variations de l'angle d'émission (a) et de réception (b) d'un faisceau propre dans le cadre de la campagne en mer FAF-05.

seuls. Grâce à l'établissement des noyaux de sensibilité des angles pour des variations en célérité et densité, cette tomographie permettrait une détection, localisation et une estimation quantitative des fluctuations locales du milieu.

## Idées supplémentaires à explorer

La question logique après cette thèse est : comment se comporte ce type de système de tomographie en présence de multiples perturbations de natures différentes ? Peut-on améliorer une tomographie de la densité dans le guide d'onde en prenant en compte l'estimation de la fluctuation de la surface ? Si l'on considère un système linéaire, chacune des perturbations contribue à la variation finale des observables, et il devrait être possible d'inverser simultanément variation locale de la surface  $\Delta h$ , variation de la célérité locale  $\Delta c$  et variation de la densité locale  $\Delta \rho$ . Les trois types de noyaux de sensibilité pour les trois types de perturbation étant établis, tous les ingrédients pour cette inversion totale sont prêts.

En parallèle, et pour compléter le tableau, la prise en compte des courants océaniques semble nécessaire. Quel est l'effet d'un courant d'eau sur le système acoustique ? Un courant englobant tout le guide d'onde océanique ne devrait pas affecter les performances pour peu que sa vitesse soit très faible. Un courant rapide modifie toutefois la trajectoire de tous les faisceaux propres et il est nécessaire de prendre la vitesse de l'eau en compte. Une variation de courant locale affecte en revanche au moins trois observables : le temps de propagation à travers un  $\Delta c$  local, et les angles d'émission et de réception en déviant la trajectoire des faisceaux. On peut alors imaginer une tomographie des vitesses des courants sous-marins.

L'utilisation d'un nombre réduit de faisceaux propres pour la tomographie de surface laisse espérer que l'imagerie en temps réel n'est plus très loin. Les résultats de cette thèse montrent en effet qu'il est possible de diviser le temps de calcul et la taille des matrices à manipuler par un facteur 20.

En situation réelle, le seul processus à optimiser est l'extraction des observables par DFV. En effet, la modélisation du guide d'onde, le calcul des noyaux de sensibilité et même l'inversion peut se faire avant même le début des mesures. Dans un scénario "temps réel", l'extraction des variables doit se faire le plus rapidement possible, et la possibilité de n'utiliser qu'une centaine de faisceaux propres au lieu des milliers disponibles rend ce scénario d'autant plus réaliste.

Le délai sur le temps de propagation a été introduit pour corriger les erreurs sur le modèle et garantir la meilleure inversion possible. Théoriquement, ce délai pourrait néanmoins constituer une nouvelle observable indépendante. En effet, le déphasage causé par la réflexion imparfaite à l'interface eau-acier dépend de l'impédance acoustique des deux milieux. Peut-on se servir de cette propriété pour faire une tomographie de la nature du fond marin en ne regardant que les déphasages des faisceaux propres individuellement ? De la même manière, l'impédance de l'interface eau-air peut être modifiée, par exemple en cas de pollution par du pétrole qui s'étale à la surface. Une tomographie de la surface du guide d'onde basée uniquement sur les déphasages causés par les perturbations d'impédance est-elle réalisable ?



# Bibliographie

- [Appel, 2017] Appel, W. (2017). *Mathématiques pour la physique et les physiciens!* H&K.
- [Aulanier, 2013] Aulanier, F. (2013). *Tomographie acoustique océanique en guide d'onde, de l'utilisation des temps à celle des angles*. PhD thesis, Université de Grenoble.
- [Aulanier et al., 2013] Aulanier, F., Nicolas, B., Roux, P., and Mars, J. (2013). Time-angle sensitivity kernels for sound-speed perturbations in a shallow ocean. *Journal of the Acoustical Society of America*, 134(1).
- [Bellis, 2019] Bellis, M. (2019). The history of sonar. ThoughtCo. [thoughtco.com/the-history-of-sonar-1992436](https://www.thoughtco.com/the-history-of-sonar-1992436).
- [Bergson, 1907] Bergson, H. (1907). *L'Évolution créatrice*. Félix Alcan.
- [Born and Wolf, 1999] Born, M. and Wolf, E. (1999). *Principles of Optics*. Cambridge University Press.
- [Brenquier et al., 2019] Brenquier, F., Boué, P., Ben-Zion, Y., Vernon, F., Johnson, C., Mordret, A., Coutant, O., Share, P., Hollis, D., and Lecocq, T. (2019). Train traffic as a powerful noise source for monitoring active faults with seismic interferometry. *Geophysical Research Letters*.
- [Bruneau, 2006] Bruneau, M. (2006). *Fundamentals of Acoustics*. ISTE.
- [Böhm et al., 2000] Böhm, G., Galuppo, P., and Vesnaver, A. (2000). 3d adaptive tomography using delaunay triangles and voronoi polygons. *Geophysical Prospects*.
- [Dashen and Munk, 1984] Dashen, R. and Munk, W. (1984). Three models of global ocean noise. *Journal of the Acoustical Society of America*, 76(2).
- [Davis and Li, 2011] Davis, K. and Li, Y. (2011). Fast solution of geophysical inversion using adaptive mesh, space-filling curves and wavelet compression. *Geophysical Journal*.
- [Godin, 2008] Godin, O. (2008). Sound transmission through water–air interfaces : new insights into an old problem. *Contemporary Physics*, 49(2).
- [Heisenberg, 1969] Heisenberg, H. (1969). *La partie et le tout : Le monde de la physique atomique*. Heisenberg, H.
- [Hergé, 1993] Hergé (1993). *Tintin : Objectif Lune*. casterman.
- [Hovorn et al., 1981] Hovorn, J. M., Kuperman, W., and B., J. F. (1981). *Bottom-Interacting Ocean Acoustics*. Springer US.
- [Iturbe, 2010] Iturbe, I. (2010). *Tomographie acoustique haute résolution dans un guide d'onde océanique*. PhD thesis, Institut Polytechnique de Grenoble.
- [Iturbe et al., 2009] Iturbe, I., Roux, P., Virieux, J., and Nicolas, B. (2009). Travel-time sensitivity kernels versus diffraction patterns obtained through double beam-forming in shallow water. *Journal of the acoustical society of america*, 126.

- [Jimenez et al., 2016] Jimenez, E., Quintana, G., Mena, P., Dorta, P., Perez-Alvarez, I., Zazo, S., Perez, M., and Quevedo, E. (2016). Investigation on radio wave propagation in shallow seawater : Simulations and measurements.
- [Kastelein et al., 2017] Kastelein, R., Helder-Hoek, L., and Van de Voorde, S. (2017). Effects of exposure to sonar playback sounds (3.5 – 4.1 khz) on harbor porpoise (*phocoena phocoena*) hearing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 142.
- [King Crimson, 1969] King Crimson (1969). Confusion. In the court of the Crimson King.
- [Lamb, 1975] Lamb, H. (1975). *Hydrodynamics*. Cambridge University Press.
- [Marandet, 2011] Marandet, C. (2011). *Détection et localisation de cible en guide d'onde : application au concept de barrière acoustique à l'échelle du laboratoire*. PhD thesis, Université de Grenoble.
- [Marandet et al., 2011] Marandet, C., Roux, P., Nicolas, B., and Mars, J. (2011). Target detection and localization in shallow water : An experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale. *Journal of the Acoustical Society of America*, 129.
- [Mayer, 1963] Mayer, W. (1963). Reflection and refraction of mechanical waves at solid/liquid boundaries. *Journal of applied physics*, 34.
- [Nicolas et al., 2008] Nicolas, B., Iturbe, I., Roux, P., and Mars, J. (2008). Double formation de voies pour la séparation et l'identification d'ondes : applications en contexte fortement bruité et à la campagne faf03. *traitement du signal*.
- [Northrop and Colborn, 1974] Northrop, J. and Colborn, J. (1974). Sofar channel axial sound speed and depth in the atlantic ocean. *Journal of Geophysical Research*, 79(36).
- [Nystuen et al., 2015] Nystuen, J., Anagnostou, M., Anagnostou, E., and Papadopoulos, A. (2015). Monitoring greek seas using passive underwater acoustics. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 32.
- [Oksanen and Hietanen, 1994] Oksanen, M. and Hietanen, J. (1994). Photoacoustic breakdown sound source in air. *Ultrasonics*.
- [Preisig and Deane, 2004] Preisig, J. and Deane, G. (2004). Surface wave focusing and acoustic communications in the surf zone. *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [Prévert, 1976] Prévert, J. (1976). *Paroles*. folio.
- [Rosset, 1976] Rosset, C. (1976). *Le réel et son double*. folio.
- [Roux et al., 2008] Roux, P., Cornuelle, B. D., Kuperman, W. A., and Hodgkiss, W. S. (2008). The structure of raylike arrivals in a shallow-water waveguide. *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [Roux and Fink, 2000] Roux, P. and Fink, M. (2000). Time reversal in a waveguide : Study of the temporal and spatial focusing. *Journal of the Acoustical Society of America*, 107.
- [Roux and Nicolas, 2014] Roux, P. and Nicolas, B. (2014). Inverting for a deterministic surface gravity wave using the sensitivity-kernel approach. *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [Saibène, 1999] Saibène, M. (1999). La lutte anti-sous-marine, 1939-1940. *Marines, Guerre & Commerce*, no 62.

- [Sarkar et al., 2012] Sarkar, J., Marandet, C., Roux, P., Walker, S., Cornuelle, B. D., and Kuperman, W. A. (2012). Sensitivity kernel for surface scattering in a waveguide. *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [Snieder and Nolet, 1987] Snieder, R. and Nolet, G. (1987). Linearized scattering of surface waves on a spherical earth. *Journal of Geophysics*.
- [Tarantola, 2005] Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [Terhune et al., 1962] Terhune, R., Maker, P., and Savage, C. (1962). Optical harmonic generation in calcite. *Physical Review Letters*.
- [Tindle, 2002] Tindle, C. (2002). Wavefronts and waveforms in deep-water sound propagation. *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [Tindle et al., 2009] Tindle, C., Deane, G., and Preisig, J. (2009). Reflection of underwater sound from surface waves. *Journal of the Acoustical Society of America*.
- [Trevorrow, 1998] Trevorrow, M. (1998). Boundary scattering limitations to fish detection in shallow waters. *Fisheries Research*, 35.
- [Veyrié, 1968] Veyrié, P. (1968). Contribution à l'étude de l'ionisation et du chauffage des gaz par le rayonnement d'un laser déclenché. résultats expérimentaux. *Journal de Physique*.
- [Walstead and Deane, 2013] Walstead, S. and Deane, G. (2013). Reconstructing surface wave profiles from reflected acoustic pulses. *Journal of the Acoustical Society of America*, 133.
- [Wensveen et al., 2019] Wensveen, P., Isojunno, S., Hansen, R., von Benda-Beckmann, A., Kleivane, L., van Ijsselmuide, S., Lam, F.-P. A., Kvadsheim, P., DeRuiter, S., Curé, C., Narazaki, T., Tyack, P., and Miller, P. (2019). Northern bottlenose whales in a pristine environment respond strongly to close and distant navy sonar signals. *Proceedings of the Royal Society*.
- [Woolfe et al., 2015] Woolfe, K., Lani, S., Sabra, K., and Kuperman, W. (2015). Monitoring deep-ocean temperatures using acoustic ambient noise. *Geophysical letters*.





## **Inversion des perturbations de surface par traitement d'antenne en guide d'onde ultrasonore**

**Résumé de la thèse** En eaux peu profondes, les fluctuations de la surface de l'eau dégradent fortement les performances des antennes acoustiques sous marines. L'objectif de cette thèse est la détection, localisation et estimation, par tomographie acoustique océanique, d'une vague se propageant à la surface d'un guide d'onde fluide ultrasonore.

Ces travaux se placent dans un cadre expérimental à petite échelle. Un couple d'antennes émettrice et réceptrice disposées de part et d'autre du guide d'onde crée un champ de pression acoustique de fréquence centrale  $f = 1$  MHz qui est projeté sur la base des faisceaux propres par une double formation de voies effectuée simultanément à l'émission et à la réception. Chacun de ces faisceaux propres est caractérisé par quatre observables : le temps de propagation, l'amplitude du signal transmis et les angles d'émission et de réception. La méthode des Noyaux de Sensibilité (NS) permet de relier ces observables acoustiques au déplacement local de la surface.

L'inversion Bayésienne des NS permet un suivi précis de la propagation et la décroissance d'une vague causée par une excitation ponctuelle de la surface du guide d'onde. Différentes énergies d'excitation sont utilisées, causant des vagues gravito-capillaires de hauteur allant de 0.01 mm à 1 mm. Des mesures optiques valident l'estimation de la hauteur du déplacement d'eau.

**Mots clés : guide d'onde, antenne acoustique, tomographie, eau peu profonde, noyau de sensibilité, perturbation de surface**

---

## **Inversion of surface perturbations by antenna processing in a ultrasonic waveguide**

**Abstract** In shallow waters, the fluctuations of the water surface greatly affects the performances of underwater acoustic arrays. The goal of this thesis is to use tomography to detect, localise and estimate a travelling surface wave on the surface of an ultrasonic waveguide.

The frame of this work is a small scale experiment. Two emitting and receiving arrays facing each other at each end of the waveguide create an acoustic pressure field of central frequency  $f = 1$  MHz which is projected on the basis of the eigenbeams using double beamforming performed simultaneously on the emission and on the reception. Each one of these eigenbeams is defined by four observables : the acoustic travel-time, the amplitude of the signal and the emitting and receiving angles. The Sensitivity Kernel (SK) approach allows to link the acoustic observables with the local displacement of the surface.

The Bayesian inversion of the SK allows to accurately monitor and estimate the propagation and decay of a wave caused by a point excitation of the surface of the waveguide. Different energies of excitations are used, generating gravity-capillary waves of heights ranging from 0.01 mm to 1 mm. Optical measurements validate the estimation of the water displacement height.

**Key words : waveguide, acoustic array, tomography, shallow water sensitivity kernel, surface perturbation**