



**HAL**  
open science

# Chute libre : étude de mouvement et des méthodes de résolution, proposition didactique

Alice Di Fabio

► **To cite this version:**

Alice Di Fabio. Chute libre : étude de mouvement et des méthodes de résolution, proposition didactique. Education. Université Sorbonne Paris Cité, 2018. Français. NNT : 2018USPCC313 . tel-02944519

**HAL Id: tel-02944519**

**<https://theses.hal.science/tel-02944519>**

Submitted on 21 Sep 2020

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de doctorat**  
de l'Université Paris Diderot  
Préparée à l'Université Sorbonne Paris Cité

École doctorale « Savoirs scientifiques : épistémologie, histoire des sciences et  
didactique des disciplines » ED 400

Laboratoire de didactique André Revuz

---

Chute libre : étude du mouvement et des méthodes de résolution,  
proposition didactique

---

Alice Di Fabio

Thèse de doctorat, spécialité : didactique des disciplines (physique)  
dirigée par Cécile de Hosson (directrice) et Nicolas Décamp (co-directeur)

Présentée et soutenue publiquement le 29 novembre 2018

**Membres du jury :**

Ludovic Morge, Professeur, Université Clermont-Auvergne, rapporteur  
Valérie Munier, Professeure, Université de Montpellier 2, rapporteure  
Jim Plumet, Professeur, Université Catholique de Louvain (Belgique), président du jury  
Nicolas Décamp, Maître de conférences, Université Paris Diderot, co-directeur de thèse  
Cécile de Hosson, Professeure, Université Paris Diderot, directrice de thèse

## Remerciements

Je souhaite avant tout remercier Cécile de Hosson et Nicolas Décamp qui ont accepté d'encadrer cette thèse. Je les remercie pour leur bienveillance, leur écoute, leur soutien. Nos sessions de travail ont toujours été fructueuses et sources de grande satisfaction intellectuelle pour moi.

C'est à l'occasion d'un stage à destination d'enseignants de physique qu'elle co-animait, que j'ai croisé Cécile et que nous avons parlé de didactique. C'est cette discussion qui a planté une petite graine : il était possible que la didactique de la physique prenne davantage de place dans mon activité professionnelle. Quelques temps plus tard, je commençais cette thèse !

Je remercie donc Cécile pour la confiance qu'elle m'a témoignée, pour ses encouragements et son accompagnement intellectuel d'une grande finesse.

Au cours de nos nombreux échanges avec Nicolas, j'ai beaucoup apprécié sa rigueur, sa richesse de réflexion et son engagement. Merci.

Je remercie Ludovic Morge et Valérie Munier qui ont accepté de juger ce travail et d'en être les rapporteurs ; je remercie Jim Plumet d'avoir accepté de faire partie du jury de cette thèse.

Je voudrais dire mille mercis à mes collègues Anne, Matthieu, Claire, Emmanuelle et Lionel pour leur accueil dans leur établissement et pour leur disponibilité. Je remercie bien sûr aussi leurs élèves dont la collaboration fut si riche.

Merci à ma famille et tout particulièrement à Charlotte et à Isée.

Merci à Brigitte et Noé pour leur soutien indéfectible. Merci à Arthur et Clara pour leur aide précieuse. Et merci à Amélie sans qui mon engagement dans ce travail ne serait pas le même : nos discussions m'ont nourrie et donné de l'élan. Je n'oublie pas Jeannette, James, Zoë, Charles, Alice, Jean et Adrien : leur présence, surtout ces derniers temps, m'a portée !

Et plus largement, je remercie chaleureusement tous mes proches, amis et famille, qui m'ont accompagnée et encouragée en demandant régulièrement des nouvelles de l'état d'avancement de ce travail.

Au cours de ces quatre années de thèse, j'ai participé à la vie du LDAR. Il y règne une dynamique de recherche que j'ai découverte et immédiatement appréciée. Je tiens à remercier les membres de ce laboratoire.

En particulier, je remercie les doctorants du groupe des Jeunes Chercheurs avec lesquels j'ai partagé des moments studieux, de discussion, de formation, d'enthousiasme mais aussi de doute. J'espère avoir été un soutien comme ils l'ont été pour moi. Merci à Sophie, Stéphane, Léonard, Noémie, Inés, Anne, Zakaria, Olivier, Jorge, Corentin et nos prédécesseurs Robin, Charlotte, Assia, Valentin.

Je remercie également mes collègues de l'ESPE de l'académie de Créteil qui m'ont souvent encouragée et permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>10</b>
<b>Chapitre 1 Étude exploratoire de quinze manuels anciens</b>	<b>16</b>
<b>I. Démarches curriculaires</b>	<b>18</b>
1. Du concept de curriculum aux didactiques du curriculum	18
2. Un outil d'investigation de l'évolution des disciplines	18
3. Les fondements d'un enseignement	20
<b>II. Le statut des manuels scolaires</b>	<b>21</b>
1. Diversité des fonctions des manuels scolaires	21
2. Le rôle de médiation des manuels scolaires	22
3. Les manuels scolaires dans la matrice disciplinaire	23
<b>III. Présentation des manuels et des contenus ciblés</b>	<b>25</b>
1. Délimitation de la période des manuels	25
2. Les manuels étudiés	26
3. Les auteurs des manuels	26
4. Les contenus ciblés	28
5. Les programmes de physique de Terminale entre 1902 et 1957	29
6. Etat des lieux des contenus abordés dans les manuels	32
<b>IV. Le mouvement d'accélération constante comme notion centrale</b>	<b>35</b>
1. Les contenus de cinématique	35
2. Les contenus de dynamique	37
3. Articulation entre chute des corps et lois de la dynamique	37
4. Importance de la notion de mouvement uniformément varié	38
<b>V. De la chute des corps au mouvement d'un projectile : formalisme utilisé et méthodes de résolution</b>	<b>40</b>
1. La chute libre : formalisme et obtention des équations horaires	40
a. Une méthode usuelle de résolution de la chute libre	40
b. Cas particulier de la chute des corps	41
c. Cas particulier de la chute verticale	41
d. Méthodologie : propositions de critères caractérisant le formalisme utilisé dans les manuels	42

2.	La chute des corps dans les manuels : des lois en langue naturelle et des grandeurs positives	43
3.	La chute des corps avec vitesse initiale verticale dans les manuels : l'algébrisation pour généraliser	46
4.	Mouvement d'un projectile dans les manuels : des méthodes diverses	50
<b>VI.</b>	<b>Conclusion du chapitre 1</b>	<b>55</b>

## **Chapitre 2 Étude exploratoire de réponses d'étudiants de première année universitaire** **57**

<b>I.</b>	<b>Étude préliminaire : programmes du lycée en mécanique</b>	<b>59</b>
<b>II.</b>	<b>Présentation de l'objet de recherche</b>	<b>61</b>
1.	La cinématique comme institution	61
2.	L'importance des vecteurs en cinématique	61
3.	Questions de recherche	63
4.	Méthodologie de recueil de données	63
	a. La question posée aux étudiants	63
	b. Le public concerné	64
<b>III.</b>	<b>Méthodologie d'analyse des données</b>	<b>66</b>
1.	Analyse des tâches	66
2.	Organisations praxéologiques pour modéliser et analyser l'activité des étudiants	68
<b>IV.</b>	<b>Premières données quantitatives</b>	<b>70</b>
1.	Nombre total de copies	70
2.	Les réponses correctes	70
3.	Aperçu des erreurs sur la trajectoire, le repère, la position du point M	70
4.	Nombre et types de vecteurs tracés	71
<b>V.</b>	<b>Analyse des réponses par types de vecteurs</b>	<b>73</b>
1.	Pour chaque type de vecteur : nombre de vecteurs tracés et/ou corrects	73
2.	Caractérisation des erreurs	74
	a. Les erreurs sur le vecteur position	74
	b. Les erreurs sur le vecteur vitesse	76
	c. Les erreurs sur le vecteur accélération	77
3.	Conclusion sur l'analyse des réponses par types de vecteurs ; tâches effectives	82
<b>VI.</b>	<b>Analyse des réponses par profils</b>	<b>84</b>
1.	Méthodologie	84

a.	Codage des réponses d'étudiants	84
b.	Traitement statistique	85
c.	Lecture du dendrogramme	85
d.	Détermination de profils de réponse	87
2.	Premier classement	87
a.	Critère de classement	87
b.	Profils de réponses des groupes homogènes d'effectif supérieur ou égal à 21	88
c.	Profils de réponses des groupes homogènes d'effectif inférieur à 21	89
d.	Commentaires sur le premier classement	90
3.	Deuxième classement	91
a.	Regroupement de profils de réponses du premier classement	91
b.	Etude des groupes N et O	92
c.	Commentaires sur le deuxième classement	93
4.	Troisième classement	94
5.	Conclusion sur l'analyse des réponses par profils	95
<b>VII.</b>	<b>Conclusion du chapitre 2</b>	<b>96</b>

## **Chapitre 3 La notion d'accélération : analyse de contenu dans le cas de la chute libre** **98**

<b>I.</b>	<b>L'accélération : grandeur vectorielle</b>	<b>101</b>
1.	À propos des grandeurs vectorielles	101
a.	Origine et développement du concept de vecteur	101
b.	Les vecteurs dans l'enseignement de la physique et lien avec le formalisme mathématique	102
c.	Les difficultés relatives aux grandeurs vectorielles	104
2.	Le vecteur accélération	105
3.	La relation d'égalité avec le vecteur champ de pesanteur	106
<b>II.</b>	<b>L'accélération : grandeur algébrique</b>	<b>108</b>
1.	À propos des grandeurs algébriques	108
2.	La composante verticale de l'accélération et son signe	109
a.	Deux choix d'orientation possibles de l'axe vertical	109
b.	La nature des grandeurs $ay$ et $g$	112
c.	L'interprétation d'une accélération négative	112
<b>III.</b>	<b>Un vecteur accélération unique mais une variété de mouvements de chute libre</b>	<b>114</b>
1.	Point de vue empirique : trois types de mouvements de chute libre	114
2.	Point de vue formel : une infinité de mouvements de chute libre	117

a.	Formalisme algébrique	117
b.	Formalisme vectoriel	117
c.	Comparaison formalisme algébrique – formalisme vectoriel	118
<b>IV.</b>	<b>Registres de représentation sémiotique</b>	<b>120</b>
1.	Cadre théorique	120
2.	Registres de représentation sémiotique de l'accélération	122
a.	Présentation de quatre registres de représentation	122
b.	L'accélération en lien avec la vitesse et notion de variation de vitesse	123
3.	Obtention de la trajectoire du mouvement : raisonnement dans les différents registres de représentation sémiotique	124
a.	Construction du tableau	124
b.	Lecture du tableau dans chacun des registres de représentation	126
4.	Le passage d'un registre à l'autre	127
5.	Le choix du registre intrinsèque	128
<b>V.</b>	<b>Conclusion du chapitre 3</b>	<b>130</b>

## **Chapitre 4 Proposition didactique et expérimentations 132**

<b>I.</b>	<b>Présentation de la proposition didactique</b>	<b>134</b>
1.	Les fondements	134
a.	Registre de la représentation visuelle des vecteurs	134
b.	Notion de vecteur variation de vitesse	134
c.	Unification de tous les mouvements de chute libre	135
2.	Utilisation de GeoGebra	135
3.	Situation adidactique	136
4.	Méthodologie du recueil de données	137
a.	Évolution de la séquence par itérations successives	137
b.	Mise en œuvre de la séquence	137
5.	Questions de recherche	138
<b>II.</b>	<b>Version initiale de la proposition didactique</b>	<b>139</b>
1.	Des éléments d'une ingénierie didactique	139
2.	Analyse a priori	139
a.	Protocole de la séquence	140
b.	Quelques remarques sur le protocole	142
c.	Tâches attendues	142
<b>III.</b>	<b>Première expérimentation</b>	<b>144</b>

1.	Conditions de mise en œuvre	144
2.	Commentaires sur le déroulement	144
3.	Données recueillies	145
	a. Fiche réponse « Prévisions »	145
	b. Fiche réponses « Profils »	148
4.	Analyse a posteriori	153
5.	Propositions de modification du protocole de la séquence	154
<b>IV.</b>	<b>Deuxième expérimentation</b>	<b>156</b>
1.	Conditions de mise en œuvre	156
2.	Analyse a priori	156
	a. Protocole de la séquence	156
	b. Tâches attendues	157
3.	Commentaires sur le déroulement	157
4.	Données recueillies	158
	a. Fiche réponses « Prévisions »	158
	b. Document papier correspondant à la figure 4-2	159
	c. Fiche réponses « Profils »	163
5.	Analyse a posteriori	168
<b>V.</b>	<b>Seconde version de la proposition didactique</b>	<b>171</b>
1.	Évolution de la proposition didactique initiale	171
2.	Généralisation à d'autres mouvements	171
3.	Analyse a priori	173
	a. Protocole de la première séance	173
	b. Protocole de la deuxième séance	176
	c. Tâches attendues	178
<b>VI.</b>	<b>Troisième expérimentation</b>	<b>180</b>
1.	Conditions de mise en œuvre	180
2.	Données recueillies : fiches réponses	180
	a. Fiche réponses « Prévisions »	180
	b. Fiche réponses « Règle »	183
	c. Fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 »	184
	d. Fiche réponses « Un vecteur »	187
	e. Fiche réponses « Mouvement parabolique »	188
	f. Fiche réponses « Plan incliné »	189
	g. Fiche réponses « Mouvement rectiligne uniforme »	192
3.	Analyse a posteriori	193
4.	Données recueillies : enregistrements audio	195
	a. Sélection des enregistrements	195

b. Phase de recherche, dans la première séance	196
c. Phase d'application de la règle, dans la première séance	198
d. Phase de tracé d'un vecteur vitesse quelconque, dans la deuxième séance	201
e. Phase d'interprétation de mouvements, dans la deuxième séance	202
5. Bilan de l'analyse des enregistrements	205
<b>VII. Conclusion du chapitre 4</b>	<b>207</b>
<b>Conclusion</b>	<b>210</b>
<b>Table des figures</b>	<b>214</b>
<b>Table des tableaux</b>	<b>217</b>
<b>Références</b>	<b>219</b>
<b>Annexes</b>	<b>223</b>

# INTRODUCTION

Notre travail de thèse a pour objet la chute libre et vise l'élaboration d'une proposition didactique ciblant son étude.

Le choix de la chute libre a plusieurs origines. Il s'agit avant tout d'un contenu accessible tant du point de vue de l'expérience quotidienne que du point de vue de la culture commune. Dans le langage courant, par exemple, le mouvement parabolique est désigné par un « tir en cloche », expression utilisée par les archers et dans les jeux de ballons. Un autre exemple est celui de la chute, sur la Lune, d'une plume et d'un marteau lâchés simultanément d'une même hauteur : les deux objets arrivent en même temps au sol ; ce résultat constitue un élément de savoir de la culture commune.

## *La chute libre : un incontournable de la physique*

Sur le plan du contenu, la chute libre a plusieurs atouts. En premier lieu, son étude a joué un rôle historique fondamental dans la compréhension des lois du mouvement. De plus, elle illustre le mouvement dans un champ uniforme. Dans le cas de la chute sans vitesse initiale, le mouvement, unidimensionnel, est accéléré. Dans le cas général, le mouvement est parabolique et est l'occasion de l'étude d'un mouvement à deux dimensions. Notons également que le mouvement de chute libre acquiert le statut de mouvement de référence correspondant au cas particulier d'une force constante, l'un des cas les plus simples en mécanique. On met ainsi en évidence le caractère incontournable de ce contenu en physique.

Son enseignement est extrêmement répandu, figurant de manière constante dans les programmes de physique de lycée. Actuellement, la chute libre fournit un exemple simple de l'utilisation de la deuxième loi de Newton, comme on le constate dans le programme de la classe de Terminale scientifique ("Programme de l'enseignement spécifique de physique-chimie", 2011) : « Connaître et exploiter les trois lois de Newton ; les mettre en œuvre pour étudier des mouvements dans les champs de pesanteur et électrostatique uniformes ».

## *Des savoir-faire spécifiques : les outils mathématiques*

Alors que l'étude de l'aspect phénoménologique de la chute libre, que ce soit la chute des corps ou le mouvement d'un projectile, ne requiert pas de connaissances ou de savoir-faire spécifiques, au niveau lycée, l'étude de la chute libre suppose la mobilisation de différentes notions telles que celles de champ de pesanteur ou d'équations horaires ainsi que la mise en œuvre de méthodes

telles que la projection de vecteurs et la résolution d'équations différentielles, correspondant à des savoir-faire mathématiques. Par conséquent, l'étude du mouvement de chute libre est un exemple qui met en lumière la question que se pose tôt ou tard tout élève, étudiant en physique, enseignant, physicien : quelles sont les connaissances mathématiques nécessaires à l'étude de tel ou tel domaine de la physique ?

Signalons tout d'abord l'importance historique du lien entre les mathématiques et la physique : « l'histoire de la physique témoigne de cette présence systématique des mathématiques, qu'il s'agisse d'algèbre [...] ou de géométrie » (de Hosson, Décamp, & Browaeys, 2015). Siu (2011) propose un certain nombre d'exemples à travers l'histoire, de l'interaction forte entre les mathématiques et la physique dans le développement de théories dans les deux domaines.

Dans l'enseignement de la physique, le recours aux mathématiques est très fréquent. Dès le collège, la loi d'Ohm est une des premières lois physiques écrites sous forme mathématique que rencontrent les élèves français. L'apprentissage lié à cette loi et son utilisation requièrent des notions mathématiques ce qui illustre l'importance d'une « coordination entre l'enseignement des sciences physiques et celui des mathématiques » d'après Malafosse, Lerouge et Dusseau (2001). Ces auteurs indiquent que cette coordination est « prônée depuis près d'un siècle par les programmes officiels et les recommandations qui les accompagnent, mais elle semble reposer uniquement sur l'idée de complémentarité des deux disciplines dont les enseignements simultanés seraient source de synergie au cours des apprentissages ». Pour autant, des difficultés existent pour les élèves, dans la gestion de relations fonctionnelles mathématiques. D'après ces mêmes auteurs : « ces difficultés reposent en partie sur la différence de nature des objets conceptuels manipulés dans les deux disciplines ».

C'est à propos de la mise en équation différentielle que Rogalski (2006), avec son point de vue du côté des mathématiques, soulève également la question de la collaboration entre mathématiques et physique. Il n'évoque pas la complémentarité des disciplines mais « un apport *spécifique* des mathématiques à ces activités interdisciplinaires dans l'enseignement ». Il décrit la possibilité d'une réciprocité au bénéfice de l'enseignement des mathématiques : « l'infléchissement de pratiques mathématiques qui rendrait viable et utile le fait de "faire de la physique dans la classe de mathématiques" ».

On cite également une étude menée par Meltzer (2002) qui s'intéresse à l'influence des savoir-faire mathématiques en physique. Les résultats montrent qu'au-delà de l'importance du degré de connaissances initial de l'étudiant, ses aptitudes en mathématiques favorisent son acquisition de connaissances en physique. Des travaux similaires (Buick, 2007 ; Hudson & Rottmann, 1981) mettent en évidence la corrélation entre les performances en physique d'étudiants et leur bagage mathématique.

Ces exemples témoignent de l'étroitesse du lien entre la physique et les mathématiques dans les processus d'enseignement et d'apprentissage. C'est donc sans surprise qu'on trouve, dans le texte de présentation du programme de la classe de Terminale Scientifique ("Programme de l'enseignement spécifique de physique-chimie", 2011), une référence aux « outils mathématiques ». Or, c'est pour en limiter l'usage : « Le professeur aura cependant à l'esprit que le recours à des outils mathématiques n'est pas le but premier de la formation de l'élève en physique-chimie, même si cela peut être parfois nécessaire pour conduire une étude à son terme. ». On note dans cette phrase l'ambivalence du rôle des outils mathématiques : leur utilisation n'est pas prioritaire bien qu'elle soit indispensable. On peut alors se demander quel statut donner à ces outils dans l'enseignement et quelle importance donner à leur maîtrise. Dans les travaux que nous présentons ici, la démarche initiale consiste justement à interroger le formalisme mathématique mobilisé dans l'étude de la chute libre : quelle est sa nature ? quelles difficultés entraîne-t-il pour les élèves ? est-il l'objet d'un enseignement spécifique ? etc.

### *Le concept d'accélération*

Le mouvement de chute libre est caractérisé par le fait que son accélération est constante. Nous proposons de placer au centre de notre travail le concept d'accélération par le biais d'une analyse de contenu.

En physique, et plus précisément dans le domaine de la cinématique, l'accélération est une grandeur vectorielle dont la définition est la suivante :

*Dans un référentiel donné, le vecteur accélération du centre d'inertie d'un système à un instant donné, est la dérivée par rapport au temps, dans ce référentiel, du vecteur vitesse du centre d'inertie du système à cet instant :*

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

*$\vec{v}(t)$  est le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie du système à l'instant  $t$ .*

*La norme de  $\vec{a}(t)$  s'exprime en  $m/s^2$ .*

Une des propriétés de l'accélération dans le cas d'un mouvement de chute libre est qu'elle est égale au champ de pesanteur, cette égalité s'entend vectoriellement :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

*$\vec{g}$  est le vecteur champ de pesanteur.*

Pour effectuer l'étude du mouvement en vue d'aboutir aux équations horaires, il est d'usage de projeter la relation  $\vec{a} = \vec{g}$  sur les axes d'un repère. On obtient alors deux relations scalaires :

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

*si l'axe vertical du repère est orienté vers le haut.*

$$a_x = 0$$

$$a_y = g$$

*si l'axe vertical du repère est orienté vers le bas.*

Cette présentation de l'accélération – sa définition générale et son expression dans le cas de la chute libre – inclut une grandeur vectorielle et des grandeurs scalaires. Ces grandeurs scalaires sont : les composantes du vecteur sur les axes du repère choisi, mais aussi sa norme. Du point de vue des mathématiques, ce sont différents objets : un vecteur, des nombres relatifs, un nombre défini positif.

### *Problématique générale et questions de recherche*

Le développement de notre travail de recherche s'appuie sur le fait que les outils mathématiques mobilisés pour manipuler la grandeur accélération, et donc aussi pour étudier le mouvement de chute libre, relèvent du formalisme vectoriel et du formalisme algébrique. C'est le cas lorsqu'on traite le problème de la chute libre en partant de l'application de deuxième loi de Newton, d'où découle la relation d'égalité vectorielle entre le vecteur accélération et le vecteur champ de pesanteur. Cette méthode est conforme aux pratiques usuelles actuelles. Or, on peut se demander quelles autres méthodes existent et quels outils mathématiques elles utilisent.

Par ailleurs, le mouvement de chute libre peut être appréhendé de différentes manières : par sa description comme mouvement parabolique ou rectiligne accéléré dans le cas de la chute des corps ; il peut être caractérisé par une accélération constante ou par une vitesse verticale décroissante (dans un repère dont l'axe vertical est orienté vers le haut). Enfin, on peut en expliciter les équations horaires.

On en vient à définir notre problématique de départ : quels sont les liens entre la façon d'aborder la chute libre, la méthode employée pour décrire le mouvement correspondant et le formalisme mathématique mobilisé ?

Comme nous l'indiquons plus haut, les pratiques d'enseignement usuelles actuelles semblent caractérisées par l'utilisation de vecteurs. On est alors amené à se demander quelle est la valeur ajoutée, d'un point de vue didactique, du recours à la représentation vectorielle. On se demande également quelles difficultés la manipulation de vecteurs peut poser aux élèves et aux étudiants.

Dans ce travail de recherche, nous ciblons la chute libre et nous élaborons une séquence visant à approfondir les connaissances des élèves sur ce contenu. Cette proposition didactique met en lumière une propriété de la vitesse d'un mobile en chute libre en même temps qu'elle privilégie la représentation vectorielle.

On se donne les questions de recherche suivantes :

- Dans quelle mesure le formalisme mathématique utilisé dépend-il de la méthode de description du mouvement de chute libre employée ?
- Quel degré de maîtrise des outils essentiels que sont les vecteurs les étudiants ont-ils ?
- Les différentes façons de représenter l'accélération sont-elles toutes équivalentes d'un point de vue de ce qui est enseigné ?

- La représentation de plusieurs vecteurs vitesse d'un objet en chute libre pris à intervalles de temps réguliers peut-elle constituer un levier d'apprentissage ?

### *Cadre de l'ingénierie didactique*

Notre démarche s'inscrit dans le cadre d'une ingénierie didactique. On fait référence à certains éléments d'une ingénierie didactique au sens strict, définie par Artigue (1988) et dont elle explicite les caractéristiques générales :

« L'ingénierie didactique, vue comme méthodologie de recherche, se caractérise en premier lieu par un schéma expérimental basé sur des « réalisations didactiques » en classe, c'est-à-dire sur la conception, la réalisation, l'observation et l'analyse de séquences d'enseignement ».

Artigue souligne l'importance de la mise en œuvre en classe de dispositifs didactiques pour « répondre à des besoins permanents [...] de mise à l'épreuve des constructions théoriques élaborées ». Perrin-Glorian et Bellemain (2016), qui s'intéressent à l'ingénierie didactique comme ressource pour la formation des enseignants, se fondent sur le cadre d'Artigue (1988) tout en définissant une ingénierie didactique de « deuxième génération ». Il s'agit de prendre en considération la diffusion des recherches d'ingénierie didactique dans l'enseignement ordinaire. Notre démarche est conforme à cette ingénierie didactique de « deuxième génération » dont nous retenons en particulier ce qui correspond à la « validité de la situation pour produire les connaissances visées chez les élèves » (Perrin-Glorian & Bellemain, 2016) : cela passe par une indispensable mise en œuvre en classe et une nécessaire adaptation de la ressource. Perrin-Glorian & Bellemain parlent de « la nécessité de boucles itératives », procédé d'itérations successives qui est à rapprocher de la « Design Based Research » (Swan, 2014) qu'elles citent : « Design-based research is a formative approach to research, in which a product or process (or « tool ») is envisaged, designed, developed, and refined through cycles of enactment, observation, analysis, and redesign, with systematic feed-back from end users ».

Dans notre travail de thèse, les expérimentations sont conçues comme des itérations successives de la mise en œuvre d'une proposition didactique. Ce sont ces itérations qui permettent que s'élabore progressivement la séquence dans sa version finale.

### *Plan de l'étude*

Artigue (1988) définit « les différentes phases de la méthodologie d'ingénierie » : les « analyses préalables » ; « la conception » et « l'analyse a priori des situations didactiques de l'ingénierie » ; « l'expérimentation » ; « l'analyse a posteriori » et « l'évaluation ». Dans notre recherche, on s'attache en particulier à la quatrième phase et à la validation qu'Artigue évoque comme étant la singularité de l'ingénierie didactique : sa validation est « essentiellement interne, fondée sur la confrontation entre analyse a priori et analyse a posteriori ».

C'est également par la réalisation d'études exploratoires que notre recherche emprunte à l'ingénierie didactique. Ces études correspondent aux analyses préalables :

« Les analyses préalables se réfèrent aux études épistémologiques, cognitives et institutionnelles nécessaires à l'élaboration d'une suite de situations à expérimenter en classe. » (Perrin-Glorian & Bellemain, 2016)

La première étude préliminaire, qui fait l'objet du premier chapitre de notre thèse, explore les pratiques usuelles du début du 20<sup>e</sup> siècle pour l'enseignement de la chute libre, à travers l'analyse de manuels scolaires. L'objectif est d'examiner des méthodes qui n'utilisent pas de vecteurs et qui ne sont pas forcément ancrées dans le schéma actuel de l'application de la deuxième loi de Newton. En effet, les pratiques usuelles actuelles sont caractérisées par l'utilisation de vecteurs pour les grandeurs vitesse, accélération et force et la mobilisation des lois de Newton. Ainsi, cette exploration permet un regard distancié sur ces pratiques et interroge la valeur ajoutée de l'utilisation de vecteurs sur les plans épistémologique, méthodologique et didactique.

Dans le deuxième chapitre, une autre étude préliminaire s'intéresse à la façon dont des étudiants ayant suivi un enseignement de mécanique incluant la chute libre et conforme aux pratiques usuelles actuelles, tracent des vecteurs en cinématique. L'objectif est d'explorer la maîtrise que ces étudiants ont de ces outils essentiels de la mécanique que sont les vecteurs position, vitesse et accélération. On fait l'hypothèse que les erreurs que l'on peut éventuellement repérer sont des indicateurs de difficultés des étudiants vis à vis des concepts de base de cinématique.

Le troisième chapitre de notre thèse constitue une analyse de contenu visant la notion d'accélération, et ses caractéristiques dans le cas de la chute libre. Il s'agit bien d'une analyse préalable dans le cadre de l'ingénierie didactique, correspondant à une « étude épistémologique » qui « concerne le contenu lui-même, ses possibilités d'organisation » (Perrin-Glorian & Bellemain, 2016). Cette étude propose une caractérisation de l'accélération comme invariant des mouvements de chute libre.

Enfin, le quatrième et dernier chapitre de cette thèse présente une proposition didactique : sa conception et sa mise en œuvre et la validation de l'ingénierie. L'expérimentation est menée dans quatre classes de Terminale scientifique. L'objectif de la séquence est la reconstruction de la notion d'accélération à partir de la notion de variation de vitesse. On se place toujours dans le cas de la chute libre. On fait l'hypothèse que la représentation de plusieurs vecteurs vitesse successifs pris à intervalles de temps réguliers est un levier d'apprentissage.

# **Chapitre 1**

## **Étude exploratoire de quinze manuels anciens**

Une façon d'interroger la manière d'aborder un contenu, l'utilisation d'un certain formalisme et les choix qui sous-tendent le traitement de ce contenu dans les pratiques usuelles actuelles, est de repérer et d'analyser la présentation de ce contenu dans des manuels d'une époque plus ancienne. C'est ce que nous nous proposons d'effectuer pour l'étude de la chute libre.

Cette étude est fondée sur la lecture et l'analyse comparative de manuels de l'époque 1901-1958 et a pour but de repérer et d'étudier le traitement de la chute libre qu'en font leurs auteurs. Le travail mené prend appui sur les démarches curriculaires.

Nous tenterons dans un premier temps de décrire le cadre dans lequel s'inscrivent les démarches curriculaires avant d'aborder la question du statut des manuels. Nous détaillerons ensuite la présentation et l'analyse proprement dite des manuels.

# I. Démarches curriculaires

---

## 1. Du concept de curriculum aux didactiques du curriculum

Dans son *Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation*, de Landsheere (1979) définit le curriculum :

« Un curriculum est un ensemble d'actions planifiées pour susciter l'instruction : il comprend la définition des objectifs de l'enseignement, les contenus, les méthodes (y compris l'évaluation), les matériels (y compris les manuels scolaires) et les dispositions relatives à la formation adéquate des enseignants. »

Cette définition donne une vision large du curriculum, qui englobe différents éléments et ne se limite pas aux contenus. En particulier, les « objectifs de l'enseignement » en font partie ainsi que les « méthodes ».

Pour Lange et Victor (2006) : « le concept de *curriculum* [...] situe un programme d'enseignement dans le contexte de sa mise en œuvre ». Ici, le curriculum constitue le lien entre les contenus (implicitement inclus dans le « programme d'enseignement ») et leur présentation dans l'enseignement (« le contexte de sa mise en œuvre »). S'intéresser à un curriculum revient à interroger ce lien.

À ce propos, Martinand (2003) parle de problèmes de didactique curriculaire en prenant l'exemple de l'éducation technologique au collège. En effet, sa reconfiguration dans le cadre de la réforme générale des programmes du collège (1995-1999) a posé la question « de la conception et de la reconception du curriculum [...] qu'on ne saurait réduire à des apprentissages de savoirs ». On perçoit que Martinand fait une distinction entre le curriculum et l'apprentissage de savoirs, ce qui le mène à définir une didactique curriculaire à côté de la didactique de la discipline. Il l'explique à propos des recherches sur les curriculums : si celles-ci existent et sont menées dans un contexte didactique et historique, indique Martinand (2014), ces recherches s'effectuent du point de vue des disciplines ou des matières d'enseignement des chercheurs. C'est la raison pour laquelle il affirme :

« Il y a un besoin urgent d'élargir le champ des didactiques au-delà des études d'« enseignement-apprentissage » dans le cadre de « didactiques de discipline », et j'ai esquissé le mouvement vers des didactiques du curriculum, objectivantes et critiques, ou prospectives et pro-actives. »

## 2. Un outil d'investigation de l'évolution des disciplines

Les travaux dans le cadre des didactiques du curriculum reposent sur l'utilisation d'outils théoriques tels que la matrice curriculaire (Lebeaume, 1999). Martinand (2003) explique que c'est « la nécessité de définir ou redéfinir les contenus ou les démarches » d'une discipline qui impose de recourir à la matrice curriculaire.

D'après Lebeaume (2011), qui prend également comme point de départ l'éducation technologique au collège, il s'agit d'analyser « les conditions de modification des disciplines » tant sur le plan de la discipline que sur celui du curriculum. Il construit un outil d'investigation (dont il donne un schéma, figure 1-1), une « méthode », qui permet de repérer les variations des enseignements. À la base du questionnement qu'il propose, se situe « la cohérence interne entre les tâches proposées aux élèves, leurs visées éducatives et leurs références » mais aussi l'identification de « la fonction ou les fonctions qu'assure cet enseignement, cette matière ou cette discipline dans le curriculum ».

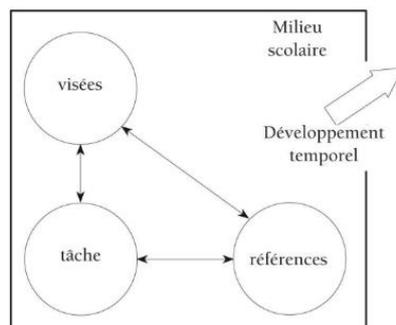


Figure 1-1 – « Méthode » : matrice

Lange et Victor (2006) considèrent la matrice curriculaire comme prolongement de la notion de curriculum : « l'idée de matrice curriculaire envisage le curriculum dans son intégralité et l'inscrit dans une perspective dynamique ». Ils en proposent la structure suivante (figure 1-2) :

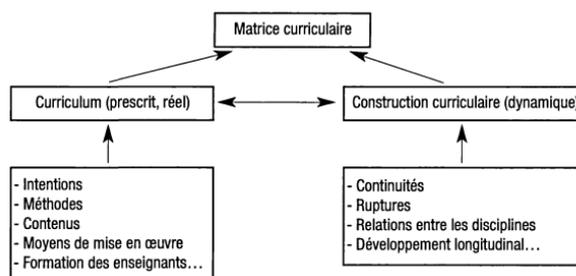


Figure 1-2 – Structure de la matrice curriculaire

On retrouve dans la partie gauche de cette structure les éléments caractéristiques du curriculum donnés par De Landsheere (1979).

Notre étude des manuels consiste à repérer quelques caractéristiques du curriculum prescrit et du curriculum réel, en particulier les contenus et les méthodes présentés dans les manuels. Par ailleurs, la comparaison entre le contenu des manuels et les pratiques usuelles actuelles donne accès à des éléments d'une construction curriculaire en termes de ruptures et de continuités. Ainsi, notre étude est fondée sur les éléments de cette structure de la matrice curriculaire.

### 3. Les fondements d'un enseignement

Avec le concept de matrice curriculaire, Lebeaume (1999) développe une « méthode » qui suppose de pouvoir définir ce qui est à la base d'un enseignement :

« À la notion de « méthode » sont liées des questions majeures qui permettent de distinguer d'une part les fondements d'un enseignement ou les matrices disciplinaires ou épistémologiques au sens de Develay (1992) et leurs variations réelles ou potentielles, d'autre part des aspects de leur construction et de leur structure tels que leur élémentarisation, leur progressivité, leur flexibilité ou leur connexité avec d'autres enseignements ».

Dans son article intitulé *Pour une épistémologie des savoirs scolaires*, Develay (1993) propose des pistes d'analyse des savoirs scolaires. Il définit l'épistémologie scolaire comme « regard distancié sur les contenus enseignés ». L'une des pistes qu'il développe est la définition de ce qui constitue une discipline. Il présente « cinq éléments comme caractéristiques d'une discipline : des objets, des tâches, des connaissances déclaratives, des connaissances procédurales et une matrice disciplinaire ». Dans les connaissances déclaratives, Develay différencie notions et faits ; les connaissances procédurales relèvent « des méthodes, des techniques, des stratégies » ; les objets peuvent être « divers objets scientifiques comme, en physique, la table à coussin d'air, la machine d'Atwood ».

Notre questionnement sur la chute libre, qui renvoie à la manière d'aborder ce contenu, l'utilisation d'un certain formalisme, les méthodes de résolution employées, fait donc écho, en particulier, aux objets, aux connaissances déclaratives et aux connaissances procédurales définies par Develay. En effet, outre les notions abordées et leurs liens avec les faits, qui renvoient aux connaissances déclaratives, la lecture des manuels renseigne sur les méthodes de résolution présentées dans le cadre du traitement de la chute libre, ce qui correspond aux connaissances procédurales. Quant aux objets, on repère ceux auxquels les auteurs des manuels font référence, notamment les objets en relation avec l'aspect expérimental du traitement de la chute libre.

Notre étude vise donc à repérer et analyser des éléments de la matrice disciplinaire, comme fondements d'un enseignement. Par conséquent, elle relève d'une épistémologie scolaire.

## II. Le statut des manuels scolaires

---

Martinand (2014) distingue : « deux orientations de recherche fondamentalement différentes pour les didactiques, l'orientation vers la production de connaissances fiables sur les processus d'enseignement-apprentissage et l'orientation vers l'élucidation des conditions et conséquences de décisions d'intervention éducative. ». C'est dans le sens de cette élucidation que nous dirigeons notre étude des manuels dans la mesure où ceux-ci constituent une porte d'entrée pour déceler l'interprétation que font les enseignants de la demande institutionnelle émanant des programmes scolaires officiels.

### 1. Diversité des fonctions des manuels scolaires

Il serait réducteur de limiter l'utilisation des manuels scolaires à celle qu'en font les élèves, bien que les manuels leur soient prioritairement dédiés – on parle du « manuel de l'élève ». En réalité, les manuels ont une place centrale dans le système éducatif, en lien avec différents acteurs parmi lesquels on peut citer : les élèves mais aussi les enseignants qui en sont également des utilisateurs, les éditeurs qui les produisent en se soumettant à des logiques économiques...

Lebrun et Niclot (2009) identifient plusieurs « points principaux de jonction entre les manuels scolaires et différents éléments du système éducatif ». Du côté des enseignants, ceux-ci ont tendance à utiliser les manuels comme outil de mise en œuvre des prescriptions officielles : « souvent, les manuels se substituent aux programmes d'études ». On est alors « à la jonction entre le curriculum formel et le curriculum réel ».

Lebrun et Niclot (2009) situent également les manuels dans « une position centrale entre l'enseignement et l'apprentissage ». Ils évoquent notamment l'influence qu'ont les manuels scolaires sur les pratiques enseignantes :

« les dimensions curriculaire, pédagogique, didactique et évaluative des manuels contribuent en grande partie à définir les savoirs à enseigner, les stratégies pédagogiques et didactiques employées, la progression attendue des élèves, le cheminement qu'ils doivent parcourir pour acquérir les savoirs, leur degré de participation dans les activités et le mode de reconnaissance de leurs acquis ».

Les manuels remplissent aussi « la fonction de médiation entre les savoirs, les méthodes et les élèves » : grâce au manuel, l'élève a accès « aux savoirs et aux savoir-faire disciplinaires prescrits par les curricula ». Les manuels jouent donc un rôle dans les apprentissages des élèves.

Enfin, les manuels ont une influence sur la construction du savoir scolaire car ils permettent « la jonction entre le savoir savant et le savoir scolaire » (Lebrun & Niclot, 2009).

Malgré le fait que les travaux des auteurs cités sont ancrés dans une époque récente ou contemporaine (les études datent des trente dernières années), et en considérant, dans une certaine mesure, que le rôle joué par les manuels scolaires n'a que peu varié depuis l'époque des manuels de notre étude, nous faisons l'hypothèse que les quelques résultats que nous mettons en avant ici sont transposables d'une époque à l'autre. Par conséquent, nous retenons les éléments suivants :

- Les manuels scolaires donnent un aperçu du curriculum formel et du curriculum réel. En effet, ils sont les témoins, à un moment donné, de la nature des savoirs enseignés en lien avec les prescriptions institutionnelles.
- Ils donnent également une vision cohérente de la nature des apprentissages des élèves.
- Ils sont une traduction de la transposition didactique que les auteurs ont mise en œuvre.

## **2. Le rôle de médiation des manuels scolaires**

Le rôle de médiation des connaissances disciplinaires est joué par l'enseignant et par le manuel « sur lequel [l'enseignant] appuie une partie significative de son enseignement » (Chartrand, 2009).

Pour préciser ce rôle de médiation, on s'intéresse à la notion d'intervention éducative qui mobilise le concept de médiation (Lenoir, Larose, Deaudelin, Kalubi, & Roy, 2002). L'intervention éducative correspond à :

« l'ensemble des actions finalisées posées par des personnes mandatées, motivées et légitimées en vue de poursuivre dans un contexte institutionnellement spécifique les objectifs éducatifs socialement déterminés, en mettant en place les conditions les plus adéquates possibles pour favoriser la mise en œuvre par les élèves de processus d'apprentissage appropriés ».

L'intervention éducative s'entend sur les plans didactique, psychopédagogique, organisationnel. Elle suppose une « médiation [...] entre des sujets apprenants, des objets de savoirs prescrits et normatifs (par le curriculum) et un intervenant socialement mandaté (l'enseignant) ».

Lenoir, Larose, Deaudelin, Kalubi, et Roy distinguent deux processus de médiation : la médiation cognitive et la médiation pédagogicodidactique, toutes deux en interaction. La première établit le lien entre le sujet apprenant et l'objet de savoir tandis que la seconde consiste à « mettre en œuvre les conditions jugées les plus propices à l'activation par l'élève du processus de médiation cognitive » donc elle fait le lien entre l'enseignant et la médiation cognitive.

Dans une situation pédagogicodidactique, le processus de médiation impose de recourir à des dispositifs divers, dont le manuel scolaire (Lebrun, Lenoir, & Desjardins, 2004). Le concept de dispositif (Lenoir et al., 2002), comme « moyen mis en œuvre en vue d'atteindre une finalité » a pour but de faciliter la réalisation de la médiation cognitive.

Par ailleurs, la conception de l'intervention éducative telle qu'elle est définie plus haut (Lenoir et al., 2002) implique que l'élève soit amené à donner du sens aux objets de savoir. Ceci impose que « les savoirs à enseigner soient insérés dans une situation d'apprentissage significative » (Lebrun et al., 2004). Cette conception de l'intervention éducative correspond à un dispositif didactique de type « problème-compréhension-application », que Rey (2001) distingue des dispositifs de types « observation-compréhension-application » et « explication-application ». Selon cet auteur, les manuels scolaires sont porteurs de l'un ou de l'autre de ces dispositifs didactiques.

Au-delà de la fonction de médiation des savoirs, le manuel scolaire a donc le statut de dispositif au sein de l'intervention éducative, permettant l'interaction entre la médiation pédagogodidactique de l'enseignant et la médiation cognitive exercée par l'élève. Le manuel scolaire en tant que dispositif, d'ordre instrumental (Lenoir, 2009), est lui-même porteur d'un dispositif didactique caractéristique d'un processus d'apprentissage.

On retient donc que la lecture des manuels scolaires renseigne sur la nature du dispositif didactique proposé par leurs auteurs. Nous validons ainsi notre prise de position initiale selon laquelle l'étude de manuels permet d'accéder à des indices sur les pratiques de l'enseignement de la chute libre, en particulier du point de vue du dispositif didactique à l'œuvre.

### **3. Les manuels scolaires dans la matrice disciplinaire**

Dans le cadre d'une épistémologie des savoirs scolaires, Develay (1993) développe la notion de matrice disciplinaire qui englobe plusieurs éléments dont les objets relatifs à l'enseignement d'une discipline. Il précise : « parfois [...] ces objets n'ont qu'une existence scolaire : les manuels scolaires en sont des exemples ».

Notre étude, qui repose sur la lecture de manuels anciens, permet donc d'interroger les objets utilisés dans l'enseignement d'une discipline. Develay (1993) signale également « une évolution de ces objets scolaires caractéristiques des disciplines enseignées, en fonction du temps ». Par conséquent, la comparaison entre les manuels anciens et les pratiques usuelles actuelles permet de mesurer l'évolution des objets caractéristiques de l'enseignement de la chute libre.

Par ailleurs, nous retenons l'idée, développée par Develay, de matrice disciplinaire comme « principe d'intelligibilité de la discipline ». Selon cet auteur, la matrice disciplinaire est lisible dans les programmes d'enseignement :

« en France, les programmes de diverses disciplines ont évolué, pas tant parce que les contenus enseignés se sont transformés, mais parce que le point de vue adopté sur la discipline, qui met en cohérence les contenus enseignés, a évolué ».

Notre étude des manuels sur une période étendue, associée à la lecture des programmes d'enseignement correspondants, permet ainsi de relever quelques éléments caractéristiques d'une évolution des contenus enseignés.

Notre travail d'étude d'un échantillon de manuels appartenant à une époque temporellement éloignée consiste donc à interroger les objets utilisés dans l'enseignement de la chute libre, à interroger l'intelligibilité de la discipline – ici, par discipline, nous entendons la physique et plus spécifiquement la mécanique – afin de tenter de dessiner les contours de la matrice disciplinaire et son évolution. Ce travail s'inscrit dans une épistémologie scolaire au sens de Develay.

### III. Présentation des manuels et des contenus ciblés

---

La démarche didactique employée dans cette étude exploratoire ne vise pas l'exhaustivité et ne cherche pas non plus à décrire une évolution chronologique qui en expliquerait les caractéristiques. Il s'agit d'une démarche heuristique dont le but est de disposer d'une variété suffisante d'approches du thème de la chute libre. L'objectif est d'aboutir à une catégorisation du symbolisme utilisé et des méthodes de résolution. Il s'agit de détecter les choix souvent implicites des auteurs des manuels afin de les rendre explicites.

Dans cette partie, nous présentons : les choix qui ont déterminé la période à laquelle les manuels appartiennent, les manuels eux-mêmes, leurs auteurs, les contenus en lien avec la chute libre que nous avons ciblés et enfin les programmes de physique correspondants à la période étudiée.

#### 1. Délimitation de la période des manuels

Dans son ouvrage *L'enseignement de la physique*, Leboutet (1973) décrit les principales étapes de l'enseignement scientifique français. Elle indique tout d'abord que : « les sciences physiques ont été introduites assez tardivement dans l'enseignement français » ce qui explique que ce n'est qu'aux 17<sup>e</sup> et 18<sup>e</sup> siècles que des rudiments d'enseignement scientifique sont dispensés dans quelques collèges ou écoles. A la fin du 18<sup>e</sup> siècle sont créées, en 1795, par un décret proposé par Lakanal, les écoles centrales où l'enseignement est orienté vers les sciences. Au cours du 19<sup>e</sup> siècle, les sciences apparaissent dans l'enseignement au sein des écoles primaires supérieures (1833) et des collèges « spéciaux » de Victor Duruy (1847). Puis « l'enseignement spécial [devient ensuite] l'enseignement secondaire moderne (4 juin 1891, et réforme de 1902) ». Dans cet enseignement moderne, des orientations différentes sont possibles à partir d'une bifurcation, qui a lieu en classe de seconde tel que le prévoit la réforme de 1902.

1902 est donc la date de la naissance des sections modernes des lycées et c'est à partir de là que la structure globale de l'enseignement secondaire se maintient jusqu'à l'époque contemporaine. C'est donc cette date qui nous a servi de repère pour délimiter le début de la période des manuels choisis. La comparaison de quelques manuels datant du tout début du 20<sup>e</sup> siècle indique que l'on y retrouve des éléments identiques tels que les explications en langue naturelle et le traitement spécifique de la pesanteur. On n'a donc pas exclu de notre échantillon un manuel datant de 1901. On choisit de situer la fin de la période à la fin des années cinquante. En effet, on retrouve dans les manuels de cette époque des similarités d'approches avec les pratiques usuelles actuelles : choix d'un repère, application de la relation fondamentale de la dynamique pour le traitement du mouvement d'un projectile. Dans notre échantillon, le manuel le plus récent de cette époque date de 1958. Ainsi, nous délimitons la période des manuels de notre échantillon de 1901 à 1958.

## **2. Les manuels étudiés**

L'étude porte sur un échantillon de quinze manuels : quatorze manuels pour la classe de Terminale et un manuel pour la classe de Mathématiques spéciales. La liste des manuels est présentée dans le tableau 1-1.

Depuis la réforme de l'enseignement secondaire en 1902, la classe de Terminale regroupe deux sections : mathématiques et philosophie (Hulin, 2010)<sup>1</sup>. Les manuels de notre étude correspondent aux classes de mathématiques et/ou de philosophie.

Nous avons sélectionné les manuels en fonction de leur accessibilité dans un premier temps. Dans un deuxième temps, nous avons privilégié les manuels des mêmes auteurs de dates différentes et correspondants aux deux sections. Nous avons donc partiellement reconstitué des collections des auteurs suivants :

- Faivre-Dupaigre J., Carimey E. et Lamirand J. (manuels datant de 1910, 1914, 1930 et 1934) ;
- Lemoine J. et Vincent G. (manuels datant de 1929 et 1930) ;
- Eurin M. et Guimiot H. (manuels datant de 1953, 1956 et 1958).

Tous les titres des manuels contiennent les mots « physique » ou « mécanique » mais leurs contenus peuvent être différents. Si la plupart de ces manuels abordent la dynamique newtonienne, on note qu'un des manuels ne traite que de cinématique (manuel n°13) et que deux manuels ne traitent pas du tout de cinématique (manuels n°4 et 5).

## **3. Les auteurs des manuels**

Au début d'un manuel, dans la plupart des cas, une présentation succincte des auteurs apparaît, parmi d'autres informations telles que le titre de l'ouvrage et la section à laquelle il s'adresse par exemple. Nous avons donc quelques indications permettant de savoir qui sont les auteurs des manuels de notre échantillon.

La plupart d'entre eux sont enseignants dans un lycée. Trois d'entre eux sont anciens professeurs devenus inspecteur général de l'Instruction publique (Faivre-Dupaigre et Maillard) ou inspecteur de l'académie de Paris (Lamirand).

---

<sup>1</sup> Le second cycle de l'enseignement secondaire comprend quatre sections pour les classes de Seconde et de Première (A latin-grec, B latin-langues, C latin-sciences, D sciences-langues vivantes) qui fusionnent en deux sections, en classe de Terminale (Hulin, 2010).

Manuel n°	Date	Programme correspondant	Niveau	Auteurs	Titre
1	1901	Non précisé	Terminale mathématiques (mathématiques élémentaires)	Gabriel-Marie (frère des écoles chrétiennes) F. G.-M.	Cours de physique pour la classe de mathématiques élémentaires
2	1904	1902	Terminale mathématiques et philosophie	Chassagny M.	Cours élémentaire de physique
3	1910	1902	Terminale philosophie	Faivre-Dupaigre J. et Carimey E.	Cours élémentaire de physique
4	1914	Non précisé	Mathématiques spéciales	Faivre-Dupaigre J. et Lamirand J.	Cours de physique pour les classes de Mathématiques spéciales
5	1929	1925	Terminale mathématiques	Lemoine J. et Vincent G.	Cours élémentaire de physique
6	1930	1925	Terminale philosophie	Lemoine J. et Vincent G.	Cours élémentaire de physique
7	1930	1925	Terminale philosophie	Faivre-Dupaigre J., Carimey E. et Lamirand J.	Nouveau cours de physique élémentaire Classe de philosophie
8	1930	1925	Terminale mathématiques	Commissaire H.	Leçons de mécanique
9	1934	1931	Terminale mathématiques	Faivre-Dupaigre J. et Lamirand J.	Nouveau cours de physique élémentaire
10	1943	Non précisé	Terminale mathématiques	Une réunion de professeurs	Cours de mécanique
11	1947	Non précisé	Terminale mathématiques	Desbats J.	Mécanique Classe de mathématiques élémentaires
12	1953	1947	Terminale mathématiques	Eurin M. et Guimiot H.	Physique Classe de mathématiques
13	1955	1947	Terminale mathématiques	Maillard R. et Millet A.	Mécanique
14	1956	1947	Terminale philosophie	Eurin M. et Guimiot H.	Sciences physiques Classe de philosophie
15	1958	1957	Terminale mathématiques	Eurin M. et Guimiot H.	Physique Classe de mathématiques

*Tableau 1-1 – Liste des manuels*

#### 4. Les contenus ciblés

Notre objet d'étude est la chute libre. Il s'agit d'un contenu de mécanique classique qui est relié à des notions de cinématique et à des notions de dynamique.

En premier lieu, notons que la chute libre englobe différents types de mouvements de chute qui ont en commun que la seule force qui s'exerce sur l'objet en chute est son poids. Ces mouvements peuvent être :

- la chute verticale vers le bas sans vitesse initiale quand l'objet est simplement lâché ;
- la chute verticale vers le bas avec une vitesse initiale quand l'objet est lancé verticalement vers le bas ;
- la chute verticale vers le haut puis vers le bas quand l'objet est lancé verticalement vers le haut ;
- la chute parabolique quand l'objet est lancé dans une direction quelconque non verticale.

Ces mouvements relèvent tous de la chute libre bien qu'ils soient souvent traités de manière distincte. Ainsi, la « chute des corps » fait référence à la chute verticale sans vitesse initiale ; la « chute verticale » renvoie aux mouvements verticaux avec une vitesse initiale non nulle ; le « mouvement d'un projectile » correspond au mouvement parabolique<sup>2</sup>. De cette catégorisation des différents mouvements de chute, il résulte qu'aborder la chute des corps ou la chute verticale n'implique pas forcément de traiter le mouvement d'un projectile par exemple.

En second lieu, précisons les contenus de cinématique liés à la chute libre. L'une des caractéristiques de ce mouvement est que sa projection verticale est un mouvement uniformément varié. La notion de mouvement uniformément accéléré ou ralenti est donc une notion de cinématique centrale lors de l'étude de la chute libre. Deux options sont alors possibles pour présenter la chute libre en lien avec la cinématique : soit la chute libre est étudiée d'un point de vue phénoménologique et est l'occasion d'introduire le mouvement uniformément varié, soit ce mouvement est déjà connu et permet de caractériser le mouvement de chute libre lorsque celui-ci est introduit.

Du côté de la dynamique, il s'agit de trouver des relations entre les grandeurs force et accélération. Dans le cas de la chute libre, les questions suivantes se posent : quelle est la conséquence sur la ou les force(s) qui s'exerce(nt) sur un objet lorsque son accélération est constante ? Inversement, quelle est la conséquence sur l'accélération d'un objet si la ou les force(s) qui s'exerce(nt) sur lui est (sont) constante(s) ? Les lois de la dynamique, et en particulier la deuxième loi de Newton, permettent d'y répondre. Là encore, deux façons de procéder existent : les lois de la dynamique sont découvertes grâce à l'étude de la chute libre ou bien la chute libre constitue un cas d'utilisation de ces lois qui sont déjà connues.

---

<sup>2</sup> On reprendra dans la suite cette dénomination.

Cet aperçu des notions en relation avec la chute libre permet de cibler les contenus qui entrent dans le cadre de notre étude des manuels.

## 5. Les programmes de physique de Terminale entre 1902 et 1957

Au cours de la période considérée, six programmes se sont succédé aux dates suivantes : 1902, 1912, 1925, 1931, 1947 et 1957, avec un programme distinct pour chacune des sections mathématiques et philosophie<sup>3</sup>.

Les programmes ont été consultés dans les manuels. En effet, certains auteurs fournissent des extraits des programmes correspondant au thème traité. Le tableau 1-2 rassemble, par date et par section, les contenus formulés exactement comme dans les programmes.

En référence à notre objet d'étude, la chute libre, nous ciblons dans les programmes les contenus qui y sont liés : la chute des corps et le mouvement des projectiles. Nous relevons également les contenus de dynamique susceptibles d'être traités en lien avec la chute libre : lois de la dynamique, relation fondamentale de la dynamique etc.

On note tout d'abord des différences entre les programmes des classes de mathématiques et de philosophie allant dans le sens d'un allègement des contenus dans le programme de la classe de philosophie.

La chute des corps dans le vide et dans l'air est présente dans tous les programmes de la classe de mathématiques et uniquement jusqu'en 1931 pour la classe de philosophie. Elle est placée au début du programme dans tous les cas. On constate que les notions de résistance de l'air et de vitesse limite n'interviennent que dans les programmes de la classe de mathématiques de 1902, 1912 et 1947.

On note l'importance donnée à l'étude expérimentale<sup>4</sup>, celle-ci étant toujours mentionnée. En 1902, on lit : « expériences avec le plan incliné, la machine d'Atwood et la machine de Morin ». Le plan incliné fait référence aux travaux de Galilée sur la chute des corps et date donc du début du 17<sup>e</sup> siècle. Quant aux deux autres dispositifs expérimentaux, machine d'Atwood et machine de Morin, ils ont été créés, pour l'étude de la chute libre, à la fin du 18<sup>e</sup> siècle et au début du 19<sup>e</sup> siècle. En 1947, apparaît : « étude expérimentale directe de la chute libre » et en 1925, sont au programme les procédés d'enregistrement graphique et la chronophotographie.

À propos des lois de la dynamique, elles sont au programme de la classe de mathématiques mais pas au programme de la classe de philosophie sauf en 1912. Les formulations diffèrent : « Relation

---

<sup>3</sup> Dans le second cycle de l'enseignement secondaire, la classe de Terminale contient deux sections : la section « mathématiques » et la section « philosophie » (Hulin, 2010).

<sup>4</sup> Cette dimension expérimentale de l'enseignement des sciences a déjà une place importante dans les écoles centrales (créées en 1795) : « des cabinets de physique et de chimie expérimentales, d'histoire naturelle et un jardin botanique devaient être adjoints à l'établissement » (Leboutet, 1973).

entre la force, la masse et l'accélération » (1902), « Lois fondamentales de la dynamique » (1912), « Lois de la dynamique » (1925 et 1931), « Relation générale entre la force, la masse et l'accélération » (1925), « Relation fondamentale de la dynamique » (1947 et 1957), « Effets dynamiques des forces » (1957), « Proportionnalité des forces aux accélérations » (1957). L'expression « lois de Newton » est absente.

	1902		1912		1925		1931		1947		1957	
	Philosophie	Mathématiques	Philosophie	Mathématiques	Philosophie	Mathématiques	Philosophie	Mathématiques	Philosophie	Mathématiques	Philosophie	Mathématiques
<b>Chute des corps</b>	Chute des corps dans le vide et dans l'air.  Expériences avec le plan incliné, la machine d'Atwood et la machine de Morin.	Chute des corps dans le vide et dans l'air ; résistance de l'air, existence d'une vitesse limite.  Expériences avec le plan incliné, la machine d'Atwood et la machine de Morin.	Chute des corps dans le vide et dans l'air ; tube de Newton ; machine de Morin ou tout autre permettant l'étude expérimentale directe de la chute libre.  Résistance de l'air, existence d'une vitesse limite.	Pesanteur. Chute des corps dans le vide et dans l'air : appareil de Morin ou tout autre permettant l'étude expérimentale directe de la chute libre.  Résistance de l'air, existence d'une vitesse limite.	Enregistrement graphique, chronophotographie.  Chute des corps dans le vide et dans l'air, étude expérimentale.	Procédés d'enregistrement graphique. Chronophotographie.  Chute des corps dans le vide et dans l'air. Etude expérimentale directe de la chute libre.	Etude expérimentale de la chute des corps dans le vide.	Chute des corps dans le vide et dans l'air, étude expérimentale directe de la chute libre.	L'ENERGIE - <i>L'énergie mécanique.</i> - Rappel de la notion de force. Etude dynamique de la pesanteur ; généralisation ; notion de masse ; unités.	Chute des corps dans le vide et dans l'air. Etude expérimentale directe de la chute libre.  Résistance de l'air, vitesse limite ; applications.	Chute des corps dans le vide et dans l'air. Etude expérimentale directe de la chute libre.	Chute des corps dans le vide et dans l'air. Etude expérimentale directe de la chute libre.
<b>Lois de la dynamique</b>	Relation générale entre la force, la masse et l'accélération.	Relation générale entre la force, la masse et l'accélération.	Etablissement des lois fondamentales de la dynamique au moyen de la machine d'Atwood ou du plan incliné ; application à la chute libre des corps. Définition de la masse.	Etablissement des lois fondamentales de la dynamique au moyen de la machine d'Atwood ou du plan incliné ; application à la chute libre. Définition de la masse. Enoncé de la relation générale entre la force, la masse et l'accélération.	Lois de la dynamique : vérification expérimentale. Définition de la masse. Enoncé de la relation générale entre la force, la masse et l'accélération.	Lois de la dynamique, vérification expérimentale $F = m \gamma$ , application au mouvement circulaire uniforme et au mouvement sinusoïdal.	Lois de la dynamique, vérification expérimentale $F = m \gamma$ , application au mouvement circulaire uniforme et au mouvement sinusoïdal.	Lois de la dynamique, vérification expérimentale $F = m \gamma$ , application au mouvement circulaire uniforme et au mouvement sinusoïdal.	Relation fondamentale de la dynamique ; vérifications expérimentales.  Notion de masse.	Relation fondamentale de la dynamique ; cas de la pesanteur.	Effets dynamiques des forces agissant sur un point matériel. Proportionnalité des forces aux accélérations. Notion de masse.  Relation fondamentale de la dynamique ; cas de la pesanteur.	Principe d'inertie.
<b>Projectiles</b>	Notions élémentaires sur le mouvement des projectiles.	Mouvement des projectiles.										

Tableau 1-2 – Comparaison du contenu des programmes de physique de Terminale par date et par section

Les lois de la dynamique s'accompagnent de la relation fondamentale de la dynamique. En 1912, ces lois sont établies à l'aide de la machine d'Atwood ou du plan incliné. Elles sont ensuite appliquées à la chute libre. Dans les programmes suivants (1925, 1931 et 1947), il est question de « vérification expérimentale » de ces lois. Dans le programme de 1957, cette expression disparaît. Concernant le mouvement des projectiles, il n'apparaît explicitement que dans les programmes des deux sections de 1902.

À la lecture de ces programmes, nous retenons quelques éléments caractérisant les contenus ciblés :

- l'étude de la chute des corps ne nécessite pas de connaissances de dynamique comme le suggère l'ordre de présentation des contenus dans les programmes : la chute des corps peut ouvrir le cours de mécanique ;
- en revanche, pour décrire le mouvement de chute d'un corps, il paraît nécessaire de mobiliser des notions de cinématique, en particulier le mouvement uniformément accéléré ou varié ;
- enfin, le mouvement des projectiles n'apparaît pas explicitement dans les programmes (sauf en 1902), on peut se demander si son étude est implicitement incluse dans celle de la chute des corps.

Nous pouvons donc interroger les choix des auteurs des manuels relativement aux contenus ciblés : des notions de cinématique sont-elles abordées et si oui lesquelles ? Les lois de la dynamique sont-elles traitées avant ou après l'étude de la chute des corps ? L'étude du mouvement des projectiles est-elle présente ?

## **6. Etat des lieux des contenus abordés dans les manuels**

Dans le tableau 1-3, sont recensés les contenus abordés dans les manuels dans les catégories suivantes : cinématique (mouvement uniformément accéléré ou varié), dynamique (lois de la dynamique) et chute libre, catégorie incluant la chute des corps et le mouvement d'un projectile. On constate qu'un chapitre de cinématique est présent dans tous les manuels à l'exception des manuels n°4 et 5. Un chapitre ou une partie de dynamique existe dans tous les manuels sauf dans le manuel n°13 qui traite exclusivement de cinématique. Selon les auteurs, les lois de la dynamique peuvent inclure des principes parmi lesquels : le principe d'inertie, le principe de l'indépendance des forces et du mouvement antérieur des corps sur lesquelles elles agissent, le principe de l'égalité de l'action et de la réaction, le principe des mouvements relatifs, le principe de la proportionnalité des forces aux accélérations, le principe fondamental de la dynamique. Peuvent également être présentées la propriété « Mouvement produit par une force constante » et la relation fondamentale de la dynamique.

Manuel n°	Cinématique	Dynamique	Chute libre	
			Chute des corps	Mouvement d'un projectile
1	Notions de cinématique	Notions de dynamique	Partie « Pesanteur » Pesanteur Lois de la chute des corps	
2	Notions de cinématique	Notions de dynamique	Partie « Mécanique et pesanteur » Etude particulière de la pesanteur Lois de la chute des corps	
3	Notions sur le mouvement uniforme et uniformément accéléré	Etude expérimentale de la machine d'Atwood	Partie « Chute des corps » Lois de la chute libre des corps dans le vide	Notions sur le mouvement des projectiles
4		Partie « Pesanteur » - Chapitre « Lois de la chute des corps » Les bases expérimentales de la mécanique	Mouvement d'un corps abandonné à lui-même	Les bases expérimentales de la mécanique
5		Partie « Chute des corps » Relation fondamentale de la dynamique	Lois de la chute des corps	Mouvement d'un projectile
6	Les mouvements uniforme et rectiligne uniformément accéléré	Partie « Chute des corps » Equation de la dynamique	Lois de la chute des corps	
7	Notions élémentaires sur le mouvement uniformément accéléré	Partie « Chute des corps » Effet d'une force constante	Lois de la chute libre des corps dans le vide	
8	Partie « Cinématique » Cinématique du point, exemples de mouvement	Partie « Statique » Les principes de la mécanique		Partie « Statique » Les principes de la mécanique Force - Mouvement des projectiles
9	Partie « Cinématique » Notions de cinématique	Partie « Chute des corps - Principe fondamental de la dynamique » Principe fondamental de la dynamique		
10	Partie « Cinématique » Cinématique du point	Partie « Statique et dynamique » Principes fondamentaux Dynamique du point		Partie « Statique et dynamique » Mouvement du point matériel libre
11	Partie « Cinématique » Cinématique	Partie « Statique » Généralités et notions sur les principes de la dynamique		
12	Partie « Mécanique » Cinématique			
13	Chapitre « Vecteur-accélération » Mouvement rectiligne ; mouvement rectiligne uniformément varié			
14	Partie « Chute des corps » Notions de cinématique	Partie « Effet dynamique des forces »	Partie « Chute des corps » Etude expérimentale de la chute libre Formules de la chute libre	
15	Partie « Mécanique » Cinématique			
		Relation fondamentale de la dynamique	Chute des corps	Relation fondamentale de la dynamique

Tableau 1-3 – Contenus abordés dans les manuels scolaires à l'étude

En ce qui concerne la chute des corps, elle fait l'objet d'une partie ou d'un chapitre dans onze manuels (n°1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 12, 14, 15). Parmi les quatre autres manuels qui ne l'abordent pas explicitement, deux traitent de la chute libre en évoquant le « Mouvement des projectiles » (manuel n°8) ou le « Mouvement d'un point matériel libre » (manuel n°10). En plus de ces deux manuels, six autres (manuels n°3, 4, 5, 9, 12 et 15), soit huit manuels en tout, traitent du mouvement d'un projectile.

Sont aussi indiqués, dans le tableau 1-3, des extraits du plan des ouvrages montrant la façon dont les auteurs présentent et articulent les différents contenus ciblés. Les manuels n°1 et 2 font apparaître une partie spécifique consacrée à la pesanteur, les lois de la chute des corps faisant l'objet d'un chapitre de cette partie. Dans sept manuels (manuels n°3, 4, 5, 6, 7, 9 et 14), une partie est intitulée « Chute des corps » (ou un chapitre « Lois de la chute des corps ») et englobe des contenus de cinématique et/ou de dynamique. Enfin, deux manuels (manuels n°12 et 15) contiennent un chapitre indépendant sur la chute des corps inclus dans une partie « Mécanique ».

Ce qui ressort de cette étude comparative est la place particulière qu'occupe la chute des corps dans les manuels : elle ne correspond ni à un contenu spécifiquement cinématique, ni à un contenu spécifiquement dynamique, elle apparaît comme une sous-partie juxtaposée à des sous-parties relevant de chacun de ces domaines. On s'intéresse alors aux liens que font les auteurs :

- entre chute des corps et cinématique : les auteurs présentent-ils des notions telles que le mouvement uniformément accéléré ou varié ? Ces notions sont-elles introduites à l'occasion de l'étude de la chute libre ou sont-elles réinvesties dans ce contexte ?
- entre chute des corps et dynamique : l'étude de la chute des corps, abordée en premier, permet-elle ensuite de découvrir les lois de la dynamique ou, présentée après les lois de la dynamique, fournit-elle un exemple d'utilisation de ces lois ?

## **IV. Le mouvement d'accélération constante comme notion centrale**

---

Après avoir recensé les contenus liés à la chute libre, on s'intéresse à leur articulation dans les manuels et aux choix que font les auteurs : quel traitement de la chute libre, quelles observations et mesures empiriques, quelles connaissances préalables en cinématique et en dynamique. On se demande également s'il ressort un élément qui traverse ces différents contenus et constitue un lien de cohérence entre eux.

Le tableau 1-4 fait apparaître, pour chaque manuel, l'ordre de présentation des contenus ciblés et les liens qu'établissent les auteurs entre la chute des corps les lois de la dynamique. La colonne « Ordre de présentation » reprend les contenus du tableau 1-3 en les ordonnant comme dans le manuel.

### **1. Les contenus de cinématique**

En ce qui concerne les contenus de cinématique, on relève que, parmi les onze manuels qui abordent explicitement la chute des corps :

- deux manuels ne traitent pas de cinématique (n°4 et 5) ;
- sept manuels (n°1, 2, 9, 14, 6, 12 et 15) présentent des notions de cinématique préalablement à l'étude de la chute des corps ;
- deux manuels (n°3 et 7), au contraire, présentent des « notions élémentaires sur le mouvement uniformément accéléré » après les « lois de la chute libre des corps dans le vide ».

On conclut que les auteurs de ces deux derniers manuels introduisent le mouvement uniformément accéléré à l'occasion de l'étude de la chute libre, tandis que les autres auteurs réinvestissent cette notion dans ce contexte.

Manuel n°	Ordre de présentation	Articulation entre chute des corps et lois de la dynamique	
1	- Notions de cinématique - Notions de dynamique - Pesanteur, lois de la chute des corps	Réciproque du mouvement produit par une force constante : « <i>Les lois de la chute des corps prouvent que le mouvement des corps qui tombent sur la surface de la terre est un MUA* ; donc la pesanteur est une force constante.</i> »	Les lois de la chute des corps sont interprétées grâce au mouvement produit par une force constante.
2	- Notions de cinématique - Notions de dynamique - Etude particulière de la pesanteur, lois de la chute des corps	« <i>La première de ces lois résulte de ce qu'un corps, abandonné à lui-même, se trouve uniquement soumis à son poids, qui est une force constante et prend, par conséquent un MUV*.</i> »	
3	- Lois de la chute libre des corps dans le vide - Notions sur le mouvement uniforme et UA* - Etude expérimentale de la machine d'Atwood - Notions sur le mouvement des projectiles	Etude expérimentale : variation de l'accélération avec la force motrice dans la machine d'Atwood ; « <i>une force constante imprime au corps sur lequel elle agit une accélération constante.</i> »	L'effet d'une force constante est induit par l'étude expérimentale de la chute des corps.
7	- Lois de la chute libre des corps dans le vide - Notions élémentaires sur le MUA* - Effet d'une force constante	Etude expérimentale : variation de l'accélération avec la force motrice dans la machine d'Atwood ; « <i>une force constante imprime au corps sur lequel elle agit une accélération constante.</i> »	
9	- Notions de cinématique - Lois de la chute des corps - Mouvement d'un projectile - Principe fondamental de la dynamique	L'objet de la chute des corps est de montrer avec des généralisations successives (mouvement vertical sans vitesse initiale puis avec vitesse initiale verticale puis avec vitesse initiale de direction quelconque) suggérées par l'expérience que « <i>l'effet dynamique d'une force s'exerçant sur un point matériel se réduit à la production d'une accélération de même direction, de même sens que la force agissante, proportionnelle à sa mesure statique.</i> »	
14	- Notions de cinématique - Etude expérimentale de la chute libre - Formules de la chute libre - Effet dynamique des forces	« <i>L'étude cinématique de la chute des corps nous a montré que le mouvement de chute libre est UA*. Or le corps est soumis à une seule force, constante. Donc une force constante en grandeur et en direction imprime à un corps un MUA*.</i> »	
5	- Lois de la chute des corps - Relation fondamentale de la dynamique - Mouvement d'un projectile	C'est par l'étude expérimentale (plan incliné et machine d'Atwood) que la proportionnalité des forces aux masses et la proportionnalité de l'accélération à la force est constatée.	La relation fondamentale de la dynamique est déduite de l'étude expérimentale de la chute des corps.
6	- Les mouvements uniforme et rectiligne UA* - Lois de la chute des corps - Equation de la dynamique	« <i>L'étude de la chute des corps dans des conditions variées nous a familiarisés avec les notions de force, de masse et d'accélération, et nous avons pu constater, dans les quelques mouvements étudiés, comment ces trois grandeurs sont liées entre elles.</i> »	
4	- Mouvement d'un corps abandonné à lui-même - Les bases expérimentales de la mécanique	Corollaire du principe des mouvements relatifs ; vérification expérimentale : « <i>les mouvements étudiés avec l'appareil de Morin, la machine d'Atwood, le plan incliné sont produits par des poids constants et nous avons constaté qu'ils étaient UA*.</i> »	Les connaissances sur la chute des corps sont réinvesties pour illustrer un principe de la dynamique.
12	- Cinématique - Chute des corps - Relation fondamentale de la dynamique	A propos du principe de la proportionnalité des forces aux accélérations : « <i>Les observations de Galilée sur la chute des corps sont à l'origine de ce principe. En effet, un corps qui tombe est soumis à une force constante qui est son poids. L'accélération qui en résulte est bien constante puisque le mouvement de chute est uniformément varié.</i> »	
15	- Cinématique - Chute des corps - Relation fondamentale de la dynamique	Cf. manuels n°12 : même classe et mêmes auteurs.	
8	- Cinématique du point, exemples de mouvement - Principes de la mécanique - Force – mouvement des projectiles	La chute des corps n'est pas mentionnée.	
10	- Cinématique du point - Principes fondamentaux - Dynamique du point - Mouvement du point matériel libre		
11	- Cinématique - Généralités et notions sur les principes de la dynamique		
13	- Vecteur-accélération - Mouvement rectiligne - Mouvement rectiligne uniformément varié		

\* MUA : mouvement uniformément accéléré ; MUV : mouvement uniformément varié ; UA : uniformément accéléré

Tableau 1-4– Ordre de présentation des contenus et articulation entre chute des corps et lois de la dynamique

## 2. Les contenus de dynamique

Dans une majorité d'ouvrages (neuf sur onze), les auteurs présentent la chute des corps avant d'aborder des notions de dynamique. Seuls les auteurs des manuels n°1 et 2 font le choix inverse. Ce choix d'aborder la chute des corps en premier, conforme à l'ordre des programmes, peut être comparé à ce que Galilée, en 1638, présente dans son ouvrage *Discours concernant deux sciences nouvelles* :

« Certaines propriétés [du mouvement] ont été remarquées, tel le fait que le mouvement naturel des graves, en chute libre est continuellement accéléré ; selon quelle proportion, toutefois, se produit cette accélération, on ne l'a pas établi jusqu'ici. [...] On a observé que les corps lancés, ou projectiles, décrivent une courbe d'un certain type ; mais que cette courbe soit une parabole, personne ne l'a mis en évidence. » (Galilée, d'après une traduction de M.Clavelin, 1970)

Galilée y expose le mouvement uniforme puis le mouvement uniformément accéléré, avant de les combiner tous deux pour aboutir au mouvement des projectiles. Son propos n'est pas de rechercher les causes des mouvements.

## 3. Articulation entre chute des corps et lois de la dynamique

Dans la colonne suivante du tableau 1-4, intitulée « Articulation entre chute des corps et lois de la dynamique », sont reportés des extraits des manuels qui mentionnent la chute des corps dans la partie consacrée à la dynamique. On note que dans les extraits des manuels n°3, 7, 5 et 4, la chute des corps ou les lois de la chute des corps ne sont pas explicitement citées mais est évoquée, entre autres, la machine d'Atwood. On lit, par exemple : « variation de l'accélération avec la force motrice dans la machine d'Atwood » (manuels n°3 et 7), « les mouvements étudiés avec l'appareil de Morin, la machine d'Atwood » (manuel n°4). Et c'est bien la machine d'Atwood, dispositif spécifique de la chute libre, qui est au cœur de l'étude expérimentale dans le manuel n°5.

Enfin, dans la dernière colonne du tableau 1-4, une interprétation des extraits au regard de l'articulation entre chute des corps et lois de la dynamique est proposée. Un regroupement des manuels par type d'interprétation est effectué. On relève quatre différents types d'interprétation.

1. Dans les manuels n°1 et 2, la chute des corps est traitée après les lois de la dynamique. C'est la connaissance de la propriété du mouvement produit par une force constante qui est réinvestie dans l'étude de la chute des corps. Il s'agit de justifier que « la pesanteur est une force constante » (manuel n°1) ou qu'un corps en chute libre a un mouvement uniformément varié (manuel n°2).
2. Dans les manuels n°3, 7, 9 et 14, la chute des corps est traitée avant les lois de la dynamique. C'est par l'étude expérimentale de la chute des corps que les auteurs introduisent l'effet d'une force constante. Ainsi, les résultats de l'étude expérimentale permettent d'induire le résultat général de l'effet dynamique d'une force constante.

3. Dans les manuels n°5 et 6, la chute des corps est traitée avant les lois de la dynamique. Les auteurs aboutissent à la relation fondamentale de la dynamique par l'étude expérimentale de la chute des corps.
4. Dans les manuels n°4, 12 et 15, la chute des corps est traitée avant les lois de la dynamique. Les auteurs font référence aux connaissances relatives au mouvement de chute libre, qui a été vue précédemment, pour illustrer le principe des mouvements relatifs (manuel n°4) ou le principe de proportionnalité des forces aux accélérations (manuels n°12 et 15).

Dans les manuels des deux premiers groupes (manuels n°1, 2, 3, 7, 9 et 14), le lien entre la chute des corps et la dynamique se fait par la propriété du mouvement produit par une force constante. Les auteurs mettent donc en valeur comme caractéristique du mouvement d'un objet en chute libre le fait que cet objet est soumis à une force constante. Et la connaissance de la propriété du mouvement produit par une force constante est un préalable aux connaissances des lois de la dynamique telles que le principe fondamental de la dynamique.

Dans les autres manuels (n°5, 6, 4, 12, 15), les auteurs font référence à un principe plus général de la dynamique, que ce soit la relation fondamentale de la dynamique ou le principe de la proportionnalité des forces aux accélérations, qu'ils relient à la chute des corps. Le mouvement de chute des corps est alors considéré comme un exemple de mouvement particulier pour lequel la force qui s'exerce est constante.

#### **4. Importance de la notion de mouvement uniformément varié**

Nous avons donc vu que tous les manuels étudiés, à l'exception des quatre manuels qui ne mentionnent pas la chute des corps, établissent un lien entre chute des corps et lois de la dynamique. Ils associent au mouvement d'un corps en chute libre le fait que l'objet est soumis à une force constante.

On peut alors se demander comment les auteurs relient la notion de force constante et celle de mouvement.

Dans certains ouvrages, c'est la notion de mouvement uniformément accéléré ou varié qui est présente :

« le mouvement des corps qui tombent sur la [...] terre est un mouvement uniformément accéléré » (manuel n°1)

« un corps, abandonné à lui-même, [...] prend [...] un mouvement uniformément varié » (manuel n°2)

« une force constante [...] imprime à un corps un mouvement uniformément accéléré » (manuel n°14)

« Quand on supprime la force, le mouvement cesse d'être accéléré. » (manuel n°5)

« Les forces constantes produisent des mouvements uniformément accélérés. » (manuel n°6)

« Les mouvements étudiés [...] sont produits par des poids constants et nous avons constaté qu'ils étaient uniformément accélérés. » (manuel n°4)

Dans d'autres ouvrages, les auteurs ne parlent pas de mouvement uniformément accéléré ou varié mais d'accélération constante ou de la production d'une accélération :

« Une force constante imprime au corps sur lequel elle agit une accélération constante. » (manuels n°3 et n°7)

« l'effet dynamique d'une force [...] se réduit à la production d'une accélération de même direction, de même sens que la force agissante et proportionnelle à sa mesure statique » (manuel n°9)

Enfin, les auteurs des manuels n°12 et 15 citent les deux, mouvement uniformément varié et accélération constante :

« un corps qui tombe est soumis à une force constante [...] l'accélération qui en résulte est bien constante puisque le mouvement de chute est uniformément varié »

Cette relation entre force constante et mouvement s'effectue donc le plus souvent par la notion de mouvement uniformément varié. La notion d'accélération constante, implicitement présente dans celle de mouvement uniformément varié, n'est ainsi pas mise en valeur. C'est donc la propriété du mouvement qui est privilégiée plutôt que la propriété de la grandeur accélération. Les auteurs donnent davantage d'importance à la nature du mouvement, c'est-à-dire à la signification cinématique du résultat, qui est liée à l'observation expérimentale.

En conclusion, on note que le mouvement uniformément accéléré ou varié est une notion clé dans les ouvrages étudiés et constitue l'élément de cohérence entre les contenus ciblés. En effet, cette notion de mouvement particulier d'accélération constante est étudiée comme exemple de mouvement en cinématique, mobilisée dans l'observation expérimentale du phénomène de la chute des corps, puis réinvestie dans le contexte des lois de la dynamique comme mouvement de référence correspondant au cas particulier d'une force constante. Cette notion est le fil rouge entre les différents contenus ciblés et justifie *a posteriori* leur prise en compte dans cette étude en tant que contenus associés à la chute libre.

À travers cette étude des contenus ciblés, il ressort que la chute des corps est un contenu à l'intersection de la cinématique et de la dynamique. En effet, le lien avec les lois de la dynamique est toujours effectué. De plus, les auteurs proposent une vision cinématique en donnant au mouvement d'accélération constante une place centrale, évoquant en creux la grandeur accélération sans que celle-ci soit explicitement citée.

Après l'étude des contenus de manière globale, on se propose de focaliser à présent l'étude sur le formalisme utilisé dans la présentation de ces contenus dans les ouvrages. On s'intéresse également aux méthodes de résolution qui permettent d'aboutir aux équations horaires des différents mouvements de chute libre afin d'en caractériser le formalisme et repérer les éléments communs entre ces méthodes.

## V. De la chute des corps au mouvement d'un projectile : formalisme utilisé et méthodes de résolution

---

### 1. La chute libre : formalisme et obtention des équations horaires

Rappelons que dans un problème de dynamique, on cherche à déterminer le mouvement d'un point matériel connaissant les forces exercées sur ce point. Pour déterminer un mouvement, il suffit de donner ses équations horaires. Et « résoudre un mouvement » signifie effectuer les calculs permettant d'obtenir les équations horaires de ce mouvement.

#### a. Une méthode usuelle de résolution de la chute libre

Dans le cas de la chute libre, la seule force qui s'exerce sur un point matériel est son poids. Présentons une méthode usuelle actuelle de résolution de ce mouvement.

Pour commencer, on fait le choix d'un référentiel (souvent considéré galiléen) puis d'un repère d'espace et de conditions initiales c'est-à-dire la vitesse et la position du point matériel à l'origine des temps, notées  $\vec{v}_0$  et  $h^5$  (figure 1-3). Le mouvement de chute libre étant un mouvement plan on peut se contenter d'un repère à deux dimensions.

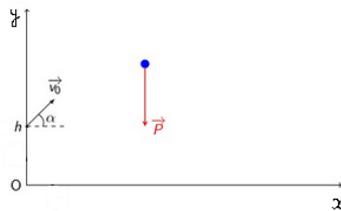


Figure 1-3 – Chute libre : choix d'un repère et des conditions initiales

La résolution du mouvement est résumée dans l'enchaînement des égalités suivantes :

$$\begin{aligned} \Sigma \vec{F} &= \vec{P} \quad \text{et} \quad \vec{P} = m\vec{g} & v_x &= v_0 \cdot \cos\alpha \\ m\vec{a} &= \Sigma \vec{F} & v_y &= -gt + v_0 \cdot \sin\alpha \\ \vec{a} &= \vec{g} & x &= v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t \\ a_x &= 0 & y &= -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + h \\ a_y &= -g \end{aligned}$$

L'égalité vectorielle de la deuxième ligne résulte de l'application de la deuxième loi de Newton. Le terme  $\Sigma \vec{F}$  représente la somme des forces extérieures exercées sur le point matériel. Dans le cas

---

<sup>5</sup> Pour la position initiale, il est d'usage de choisir une abscisse nulle. L'ordonnée correspond parfois à l'altitude c'est pourquoi on choisit souvent l'ordonnée nulle pour le niveau du sol.

de la chute libre, ce terme est égal au vecteur poids  $\vec{P}$ . La lettre  $m$  est la masse du point matériel et  $\vec{a}$  son vecteur accélération.

Par la suite, toutes les égalités sont algébriques, la première égalité vectorielle ayant été projetée sur les axes du repère :  $a_x$  et  $a_y$  sont respectivement les composantes sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées du vecteur accélération ;  $0$  et  $-g$  sont celles du vecteur champ de pesanteur  $\vec{g}$ , où  $g$  est la norme de l'accélération de la pesanteur.

En effectuant deux intégrations successives et en tenant compte des conditions initiales, on obtient les composantes  $v_x$  et  $v_y$  du vecteur vitesse puis les composantes  $x$  et  $y$  du vecteur position. On précise que les composantes du vecteur vitesse initiale sont :  $v_0 \cos\alpha$  sur l'axe des abscisses et  $v_0 \sin\alpha$  sur l'axe des ordonnées, avec  $v_0$  la norme du vecteur vitesse initiale.

Les équations horaires du mouvement sont les composantes du vecteur position.

Dans le cas où l'angle  $\alpha$  est positif, on peut déterminer des valeurs particulières telles que :

- la hauteur maximale atteinte par le point matériel :  $y_m = \frac{1}{2} \frac{(v_0 \sin\alpha)^2}{g} + h$
- la durée de la phase d'ascension du point matériel :  $t_m = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$

Ces deux valeurs sont positives.

### **b. Cas particulier de la chute des corps**

Dans le cas de la chute des corps, la vitesse initiale est nulle ce qui implique que la composante de la vitesse sur l'axe des abscisses l'est aussi. Si on choisit la position initiale du point comme origine du repère et si l'axe des ordonnées est orienté vers le bas, on a alors les équations horaires suivantes :

$$x = 0 \quad \text{et} \quad y = \frac{1}{2} g t^2$$

Étant donné l'orientation de l'axe vertical, la composante  $y$  est positive. On la nomme parfois « hauteur de chute en fonction du temps ». On peut préciser les expressions de la vitesse en fonction du temps et de la vitesse en fonction de la hauteur de chute :

$$v_y = gt \quad \text{et} \quad v_y = \sqrt{2gy}$$

$v_y$  est également une grandeur positive.

Ces résultats indiquent que les grandeurs accélération, vitesse et hauteur de chute ne dépendent pas de la masse de l'objet en mouvement de chute, ce qui amène à énoncer la loi suivante, dite *première loi de la chute des corps* : « En un même lieu et en absence de résistance de l'air, tous les corps ont le même mouvement de chute libre, s'effectuant avec la même accélération  $g$  ». La *deuxième loi de la chute des corps* indique comment évolue la hauteur de chute en fonction du temps et éventuellement comment évolue la vitesse du corps en fonction du temps.

### **c. Cas particulier de la chute verticale**

Le mouvement étant vertical, la composante de la vitesse sur l'axe des abscisses est nulle.

Dans le cas où le point a un mouvement initialement descendant, l'angle  $\alpha$  est égal à  $-\frac{\pi}{2}$ .

Si on choisit la position initiale du point comme origine du repère et si l'axe des ordonnées est orienté vers le bas, on a alors les équations horaires suivantes :

$$x = 0 \quad \text{et} \quad y = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t$$

Étant donné l'orientation de l'axe vertical, la composante  $y$  est positive.

Les expressions de la vitesse en fonction du temps et de la vitesse en fonction de la hauteur de chute sont :

$$v_y = gt + v_0 \quad \text{et} \quad v_y = \sqrt{2gy + v_0^2}$$

$v_y$  est également une grandeur positive.

Dans le cas où le point a un mouvement initialement ascendant puis un mouvement descendant, l'angle  $\alpha$  est égal à  $\frac{\pi}{2}$ .

Si on choisit la position initiale du point comme origine du repère, on a alors les équations horaires suivantes :

$$x = 0 \quad \text{et} \quad y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t$$

La composante  $y$  change de signe au cours du mouvement : elle est d'abord positive puis négative.

Les expressions de la vitesse en fonction du temps et de la vitesse en fonction de la hauteur de chute sont :

$$v_y = -gt + v_0 \quad \text{et} \quad v_y^2 = -2gy + v_0^2$$

$v_y$  change également de signe au cours du mouvement : elle est d'abord positive puis négative.

Les expressions de la hauteur maximale atteinte et de la durée de l'ascension sont :

$$y_m = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g} \quad \text{et} \quad t_m = \frac{v_0}{g}$$

Dans le formalisme utilisé ici, on recourt à l'utilisation de vecteurs et d'un repère muni de deux axes. Les grandeurs vectorielles accélération et champ de pesanteur sont projetées sur ces axes et les relations entre les grandeurs sont scalaires. Ces grandeurs sont les composantes du vecteur vitesse et du vecteur position. Toutes les grandeurs manipulées sont des grandeurs algébriques dont le signe dépend de l'orientation des axes. La méthode proposée part de la situation physique la plus générale c'est-à-dire avec une vitesse initiale (grandeur vectorielle) de direction quelconque et permet d'aboutir aux cas particuliers de la chute des corps et de la chute verticale en précisant la norme et/ou la direction de la vitesse initiale.

#### **d. Méthodologie : propositions de critères caractérisant le formalisme utilisé dans les manuels**

Afin de repérer et de comparer le formalisme utilisé pour le traitement de la chute libre dans les manuels, on se propose de rechercher des éléments caractéristiques au regard du formalisme présenté plus haut. En premier lieu, on s'intéresse à l'utilisation ou non d'axes orientés, d'un repère d'espace, de vecteurs. On cible ensuite des critères que l'on présente dans ce qui suit, et qui varient suivant le contexte – chute des corps, chute verticale, mouvement d'un projectile.

#### *La chute des corps*

Pour ce qui concerne la chute des corps, on distingue les explications qui relèvent de la langue naturelle et les formules algébriques. En effet, puisqu'il s'agit de lois, elles ont un énoncé accompagné éventuellement de formules algébriques. On recense également les grandeurs citées dans les passages en langue naturelle. Il peut être question de la hauteur de chute, de la vitesse de l'objet, de son accélération etc.

Selon un des résultats précédents (cf. IV.4), c'est la propriété du mouvement qui est privilégiée par les auteurs plutôt que la propriété de la grandeur accélération. Pour tester ce résultat dans le contexte de la chute des corps, on repère les explications en langue naturelle qui font référence au mouvement rectiligne uniformément accéléré.

Les formules algébriques ciblées sont : la hauteur de chute, la vitesse en fonction du temps et la vitesse en fonction de la hauteur de chute. Dans ces formules, on repère les grandeurs utilisées et leur nature : correspondent-elles à des nombres positifs ou relatifs ? Est-ce implicite ou explicite ?

#### *La chute des corps avec vitesse initiale verticale*

Pour la chute des corps avec vitesse initiale verticale, on distingue également les explications en langue naturelle et les formules algébriques. En langue naturelle peuvent être données des indications concernant les conditions initiales (l'objet est lancé vers le haut, vers le bas etc.) et des éléments de description du mouvement.

Comme pour la chute des corps sans vitesse initiale, dans les formules algébriques, on repère les grandeurs utilisées et leur nature, grandeurs algébriques ou grandeurs positives. Les formules algébriques ciblées sont : la hauteur de chute, la vitesse en fonction du temps, la vitesse en fonction de la hauteur de chute, la hauteur maximale atteinte et la durée de l'ascension.

#### *Mouvement d'un projectile*

Pour caractériser la façon dont est traité le mouvement d'un projectile, on repère : la méthode de résolution employée (la loi ou la propriété appliquée), les différents cas distingués, des éléments de la démonstration et du résultat. On repère également les formules algébriques comme pour la chute avec vitesse initiale verticale.

## **2. La chute des corps dans les manuels : des lois en langue naturelle et des grandeurs positives**

La chute des corps, dans onze des quinze manuels étudiés, constitue un chapitre ou une sous-partie incluant l'énoncé des lois qui lui sont associées, une étude expérimentale visant la vérification de ces lois et des formules à retenir.

Dans le tableau 1-5, sont regroupées les informations relatives au traitement des lois de la chute des corps dans les manuels, relevant de la « langue naturelle » (dans les trois premières colonnes) et relevant des formules algébriques présentées (dans les trois colonnes suivantes).

Les lois sont énoncées en langue naturelle. Il est toujours précisé que l'on s'intéresse à un corps dans le vide, lâché sans vitesse initiale. Cependant, les expressions utilisées varient : « tous les corps tombent » (n°1, 5 et 6), « un corps pesant qui tombe librement » (n°2), « en chute libre, tous les corps » (n°3), « en un même lieu, tous les corps abandonnés sans vitesse initiale » (n°4), « tous les corps abandonnés à eux-mêmes » (n°9), « un corps qui tombe en chute libre » (n°12 et 15).

Dans sept manuels (n°2, 3, 4, 5, 6, 7 et 9), deux « lois de la chute des corps » sont énoncées tandis que dans l'un des ouvrages (n°1), l'auteur en énonce trois, considérant comme deux lois distinctes celle correspondant à l'évolution au cours du temps de la vitesse du mobile et celle correspondant à l'évolution de sa hauteur de chute, toutes les deux incluses dans la deuxième loi énoncée précédemment (cf. **V.1.b**). Enfin, c'est cette deuxième loi qui est désignée comme « Loi de chute » par les auteurs dans trois autres ouvrages (n°12, 14 et 15), qui ne présentent ainsi qu'une seule loi.

Les grandeurs citées dans ces lois sont le plus souvent : l'espace, ou l'espace parcouru, et le temps ou « temps employé à parcourir l'espace » et parfois la vitesse. Dans deux manuels (n°2 et 9), seule l'accélération est mentionnée, avec la formulation suivante : « En un même lieu, l'accélération de ce mouvement est la même pour tous les corps. » (n°2), « Un corps tombant en chute libre, sans vitesse initiale, prend un mouvement vertical, d'accélération  $g$  » (n°9).

Enfin, dans le manuel n°6, les lois sont énoncées mais aucune grandeur n'est citée :

« 1re loi – Tous les corps tombent également vite dans le vide.

2e loi – Le mouvement est uniformément accéléré. »

Les auteurs de huit manuels précisent les caractéristiques du mouvement : il est vertical uniformément accéléré.

À propos des formules algébriques, on note que tous les auteurs accompagnent l'énoncé des lois de la chute des corps d'au moins une expression algébrique. Dans tous les ouvrages, on trouve la formule de la hauteur de chute en fonction du temps. On trouve en général aussi la formule de la vitesse en fonction du temps. Dans certains cas, on a également la formule donnant la vitesse en fonction de la hauteur de chute.

Pour la hauteur de chute, les notations utilisées –  $e$ ,  $h$  et  $s$  – ne correspondent pas à une coordonnée, elles renvoient à la mesure d'une longueur, intrinsèquement positive. D'autres notations sont des coordonnées d'espace :  $y$ ,  $z$ . Elles sont prises positives sans que ce soit explicité : le fait que l'axe correspondant est choisi orienté vers le bas reste sous-entendu. Les auteurs s'appuient donc sur l'expérience qu'a le lecteur de la chute d'un objet et considèrent qu'il n'est pas nécessaire de préciser le sens du mouvement. Ainsi, la nature des grandeurs impliquées dans ces formules n'est pas précisée : toutes les grandeurs sont implicitement positives. Par conséquent, les formules données pour la chute des corps ne sont pas algébrisées.

Manuel n°	Langue naturelle			Formules algébriques		
	Lois de la chute des corps	Grandeurs citées dans les lois	Référence au mouvement uniformément accéléré	Hauteur de chute en fonction du temps	Vitesse en fonction du temps	Vitesse en fonction de la hauteur de chute
1	Trois lois énoncées	vitesse, temps, espace parcouru	aucune	$h = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt$	$v = \sqrt{2gh}$
2	Deux lois énoncées	accélération	Le mouvement est uniformément accéléré.	$e = \frac{1}{2}gt^2$	Pas de formule	
3	Deux lois énoncées	espace parcouru, temps	Définition du mouvement uniformément accéléré	$s = Kt^2$	Pas de formule	
4	Deux lois énoncées	vitesse, temps, espace parcouru	Le mouvement est uniformément accéléré.	$y = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt$	Pas de formule
5	Deux lois énoncées	espace, temps	Le mouvement est uniformément accéléré.	$e = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt$	$v^2 = 2ge$
6	Deux lois énoncées	aucune	Le mouvement est uniformément accéléré.	$e = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt$	Pas de formule
7	Deux lois énoncées	espace parcouru, temps	Définition du mouvement uniformément accéléré	$s = Kt^2$	Pas de formule	
8	Rien sur les lois de la chute des corps			Cf. l'étude du mouvement rectiligne uniformément varié		
9	Deux lois énoncées	accélération	Le mouvement est uniformément accéléré.	$e = \frac{1}{2}gt^2$	Pas de formule	
10	Rien sur les lois de la chute des corps			Cf. l'étude du mouvement d'un point matériel libre		
11	Rien sur la chute des corps					
12	Mouvement de chute et loi de chute	temps, espace parcouru	aucune	$z = \frac{1}{2}\gamma t^2$	$v = \gamma t$	$v = \sqrt{2\gamma z}$
13	Rien sur la chute des corps					
14	Mouvement de chute et loi de chute	temps, espace parcouru	Le mouvement est uniformément accéléré.	$z = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt$	$v = \sqrt{2gz}$
15	Mouvement de chute et loi de chute	temps, espace parcouru	aucune	$z = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt$	$v = \sqrt{2gz}$

Tableau 1-5 – Lois de la chute des corps

### 3. La chute des corps avec vitesse initiale verticale dans les manuels : l'algébrisation pour généraliser

En prolongement des lois de la chute des corps, une majorité des auteurs abordent la chute verticale : alors que dans le cadre de l'étude de la chute des corps, le système considéré n'a pas de vitesse initiale, dans le cadre plus général de la chute verticale, le système a une vitesse initiale verticale, qu'elle soit dirigée vers le haut ou vers le bas. La force qui s'exerce sur le système, son poids, vertical, et sa vitesse initiale ont alors la même direction et on compare leur sens. D'un point de vue algébrique, cela revient comparer leur signe.

On distingue, parmi les manuels qui traitent la chute verticale, deux groupes :

- les manuels n°1, 2, 3, 9, 12, 14 et 15 qui abordent le mouvement vertical dans un paragraphe spécifique ;
- les manuels n°4, 5, 8 et 10 qui abordent le mouvement de chute de manière plus générale en examinant différents cas dont celui de la chute verticale.

Le tableau 1-6, dans lequel tous les manuels apparaissent, donne les informations relatives aux manuels du premier groupe : conditions initiales et formules algébriques. Deux manuels (n°3 et 14) ne donnent pas de formule algébrique pour le cas de la chute verticale alors qu'ils donnaient l'expression de la hauteur de chute (n°3 et 14) et de la vitesse (n°14) pour la chute des corps ; dans les cinq autres manuels (n°1, 2, 9, 12 et 15), les formules sont analogues à celles correspondant à la chute sans vitesse initiale : hauteur de chute en fonction du temps, vitesse en fonction du temps et éventuellement en fonction de la hauteur de chute, et pour une vitesse initiale dirigée vers le haut, on a aussi les formules de la durée du mouvement ascendant et de la hauteur maximale.

Les auteurs des deux manuels qui ne donnent pas de formule ne font pas le même choix. Dans l'un (manuel n°14), le mouvement du mobile lancé vers le haut est décrit sans justification, la propriété de symétrie entre le mouvement ascendant et le mouvement descendant étant simplement indiquée. L'autre manuel (n°3) propose une méthode d'étude du mouvement par comparaison des sens de la vitesse initiale et de l'accélération de la pesanteur. Il s'agit de déduire du fait que les sens sont opposés que la vitesse diminue puis s'annule. Ici, le raisonnement est qualitatif et est fondé sur la définition de l'accélération comme étant la cause de l'augmentation ou de la diminution de la vitesse.

Dans le manuel n°1, les formules pour le mouvement de bas en haut et pour le mouvement de haut en bas sont distinguées. Les formules pour les deux cas diffèrent : le signe devant le facteur  $\frac{1}{2}gt^2$  change, ce qui signifie que l'orientation verticale est modifiée suivant la situation. Cette modification de l'orientation de l'espace reste implicite.

Manuel n°	Langue naturelle : conditions initiales et/ou description du mouvement	Formules algébriques				
		Hauteur de chute en fonction du temps	Vitesse en fonction du temps	Vitesse en fonction de la hauteur de chute	Durée de l'ascension	Hauteur maximale
1	Un corps est lancé de haut en bas avec une vitesse initiale $v_0$ . Un mobile est lancé de bas en haut avec une vitesse initiale $v_0$ . Le mouvement est uniformément retardé.	$h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ $h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$	$v = v_0 + g t$ $v = v_0 - g t$	$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$ $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$	$t = \frac{v_0}{g}$	$h = \frac{v_0^2}{2g}$
2	En un lieu où l'accélération de la pesanteur est $g$ , on lance verticalement, de bas en haut, un corps avec une vitesse $u$ .	$e = u t - \frac{1}{2} g t^2$	$v = u - g t$		$\theta = \frac{u}{g}$	$h = \frac{1}{2} \frac{u^2}{g}$
3	Comparaison du sens de la vitesse initiale et de celui de l'accélération de la pesanteur : « l'accélération se retranchera de la vitesse » ; « à force de diminuer la vitesse finira par s'annuler ».	Pas de formule.				
4	Cf. mouvement dans la direction de la force ou chute verticale.					
5	Cf. mouvement dans la direction de la force ou chute verticale.					
6	Cas avec vitesse initiale non traité.					
7	Cas avec vitesse initiale non traité.					
8	Rien sur la chute des corps. Cf. mouvement dans la direction de la force ou chute verticale					
9	Mouvement vertical avec vitesse initiale $v_0$ nulle, positive ou négative. Cas où $v_0 < 0$ : mouvement ascendant puis descendant.	$e = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$	$v = v_0 + g t$			
10	Rien sur la chute des corps. Cf. mouvement dans la direction de la force ou chute verticale					
11	Rien sur la chute des corps.					
12	Attention aux signes : l'axe des espaces peut être orienté vers le haut ou vers le bas, la vitesse initiale peut être dirigée en haut ou en bas. L'accélération de la pesanteur est toujours dirigée vers le bas.	$z = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + z_0$	$v = g t + v_0$	$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(z - z_0)}$		
13	Rien sur la chute des corps.					
14	Le calcul montre que le mouvement ascendant d'un corps lancé vers le haut est le symétrique du mouvement descendant.	Pas de formule.				
15	Attention aux signes : l'axe des espaces peut être orienté vers le haut ou vers le bas, la vitesse initiale peut être dirigée en haut ou en bas. L'accélération de la pesanteur est toujours dirigée vers le bas.	$z = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + z_0$	$v = g t + v_0$	$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(z - z_0)}$		

Tableau 1-6 – Chute des corps avec vitesse initiale verticale

Dans le manuel n°2, seul le cas du mouvement d'un corps lancé de bas en haut est traité et les formules sont identiques à celles du manuel n°1. Dans ces ouvrages, le constat est identique à celui de l'étude des lois de la chute des corps : les formules données ne sont pas algébrisées dans la mesure où les grandeurs vitesse initiale et accélération de la pesanteur sont implicitement positives.

Dans le manuel n°9, le signe de la vitesse initiale est explicité : « vitesse initiale  $v_0$  nulle, positive ou négative ». Les formules données sont donc algébriques. Dans les manuels n°12 et 15, des mêmes auteurs, on lit la mise en garde suivante :

« Attention aux signes : l'axe des espaces peut être orienté vers le haut ou vers le bas, la vitesse initiale peut être dirigée en haut ou en bas. L'accélération de la pesanteur est toujours dirigée vers le bas. ».

Les grandeurs impliquées dans les formules sont donc algébriques, leur signe dépendant de l'orientation de l'axe des espaces. Dans ces manuels, l'algébrisation permet la généralisation de la formule qui est la même dans les deux cas de lancer vers le haut et de lancer vers le bas.

Le tableau 1-7 regroupe les informations relatives aux manuels du deuxième groupe (manuels n°4, 5, 8 et 10).

Dans ces manuels, les auteurs traitent la chute d'un objet en distinguant plusieurs cas suivant la direction et le sens de la vitesse initiale. Ces manuels diffèrent par la méthode de résolution employée pour obtenir les formules algébriques du mouvement. Les manuels n°5 et 10 proposent une méthode issue de la dynamique, avec application de la relation fondamentale. Le manuel n°4 propose également une méthode dynamique avec application du principe des mouvements relatifs. Seul le manuel n°8 adopte un point de vue cinématique puisqu'il s'agit de l'étude d'un mouvement rectiligne uniformément varié.

Dans le manuel n°4, aucune orientation n'est indiquée dans les conditions initiales. Il s'agit, dans chaque cas, de comparer le sens de la force et celui de la vitesse initiale. Dans le 2e cas, les auteurs indiquent que  $v_0$  et  $\gamma$  sont de même signe et la formule contient un signe +. Dans la suite du 2e cas, avec vitesse initiale et force de sens opposé, les auteurs ne parlent pas du signe des grandeurs mais interprètent le mouvement comme étant retardé. La formule contient un signe - devant le terme  $\frac{1}{2}\gamma t^2$ . Ici, l'orientation reste implicite : elle est choisie dans le sens de la vitesse initiale ce qui permet de mettre en évidence l'effet de la force, « la force retarde le mouvement », et ce qui se traduit par la présence d'un signe - devant le terme  $\frac{1}{2}\gamma t^2$ .

Manuel n°	Méthode de résolution	Conditions initiales	Cas distingués	Démonstration et résultat	Formules algébriques		
					Hauteur de chute en fonction du temps	Vitesse en fonction du temps et/ou de la hauteur de chute	Hauteur maximale et/ou temps pour l'atteindre
4	Principe des mouvements relatifs.	« Une force constante en direction, sens et grandeur venant à agir sur un point matériel libre. »	<b>1er cas</b> : point en repos relatif dans un système en translation	La force imprime au point un mouvement relatif rectiligne uniformément varié, dans le sens de la force. Principe des mouvements relatifs et composition des vitesses.	$e = \frac{1}{2}\gamma t^2$	$v = \gamma t$	
			<b>2e cas</b> : le point est animé d'une vitesse initiale $v_0$ dans la direction et le sens de la force	Même raisonnement. « formules dans lesquelles $v_0$ et $\gamma$ sont de même signe. »	$e = v_0 t + \frac{1}{2}\gamma t^2$	$v = v_0 + \gamma t$	
			<b>2e cas mais</b> la force agit en sens inverse de la vitesse initiale $v_0$	La force retarde le mouvement au lieu de l'accélérer. Mouvement rectiligne et uniformément retardé jusqu'à l'instant $T$ où il a lieu dans le sens de la force et devient uniformément accéléré.	$e = v_0 t - \frac{1}{2}\gamma t^2$	$v = v_0 - \gamma t$	$T = \frac{v_0}{\gamma}$
			<b>3e cas</b> : le point est animé d'une vitesse initiale $v_0$ ayant une direction différente de celle de la force	Cf. mouvement d'un projectile			
5	Application de la relation fondamentale de la dynamique.	Mobile auquel on applique une vitesse initiale et qui subit l'action de la pesanteur.	<b>1er cas</b> : projectile lancé horizontalement	Cf. mouvement d'un projectile			
			<b>2e cas</b> : projectile lancé verticalement vers le bas. Pas d'orientation indiquée.	L'accélération est égale à $g$ .	$e = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$	$v = v_0 + gt$ $v = \sqrt{v_0^2 + 2ge}$	
			<b>3e cas</b> : projectile lancé verticalement de bas en haut, vitesse et espace comptés positivement vers le haut.	L'accélération est égale à $-g$ . Interprétation des deux termes de la formule.	$e = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$	$v = v_0 - gt$ $v = \sqrt{v_0^2 - 2ge}$	$h = \frac{1}{2} \frac{v_0^2}{g}$ $t_1 = \frac{v_0}{g}$
			<b>4e cas</b> : projectile lancé dans une direction quelconque	Cf. mouvement d'un projectile			
8	Cinématique : étude d'un mouvement rectiligne uniformément varié.	Trajectoire $x'x$ verticale, sens positif vers le bas. Accélération : valeur algébrique positive $g$ . Vitesse initiale : valeur algébrique $v_0$	<b>1er cas</b> : le mobile est lancé vers le bas. $v_0$ est positif.	Le mobile tombe d'un mouvement uniformément accéléré.	$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$	$v = gt + v_0$	
			<b>2e cas</b> : le mobile est abandonné sans vitesse initiale. $v_0$ est nul.	Le mobile tombe d'un mouvement uniformément accéléré.	$x = \frac{1}{2}gt^2$	$v = gt ; v^2 = 2gx$	
			<b>3e cas</b> : le mobile est lancé vers le haut. $v_0$ est négatif.	Première phase du mouvement : le mobile se déplace en sens contraire du sens positif choisi. Le mouvement est retardé.	$x = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$	$v = gt + v_0$ $v^2 = v_0^2 + 2gx$	$\overline{OA} = -\frac{v_0^2}{2g}$ $t_1 = -\frac{v_0}{g}$
10	Application de la relation fondamentale de la dynamique.	« Mouvement suivant la verticale ». Un mobile est lancé dans le vide d'un point $O$ avec une vitesse $v_0$ verticale. Sens positif : celui de la verticale ascendante.	La vitesse initiale étant dirigée suivant la verticale $z'z$ et l'accélération $-g$ restant toujours suivant cette verticale, le mouvement s'effectue constamment sur $z'z$ . L'équation $m(\Gamma) = (F)$ projetée sur l'axe $z'z$ : $\frac{d^2z}{dt^2} = -g$ « en remontant deux fois aux primitives et en calculant les constantes d'intégration en tenant compte des conditions initiales... » Discussion du mouvement : mouvement uniformément varié. <b>1er cas</b> : le mobile est abandonné sans vitesse ou lancé de haut en bas $v_0 \leq 0$ , mouvement uniformément accéléré <b>2e cas</b> : le mobile est lancé vers le haut $v_0 > 0$ ; le mouvement ascendant est uniformément retardé, le mouvement descendant est uniformément accéléré.		$z = v_0 t - \frac{1}{2}gt^2$	$v = v_0 - gt$ $v = \pm \sqrt{v_0^2 - 2gz}$	$z_1 = -\frac{v_0^2}{2g}$ $t_1 = \frac{v_0}{g}$

Tableau 1-7 – Mouvement dans la direction de la force ou de chute verticale

Dans le manuel n°5, on retrouve le fait que l'orientation n'est pas indiquée dès les conditions initiales mais précisée, éventuellement, pour étudier l'un des cas. Le 2e cas est traité sans précision de l'orientation. Les auteurs donnent la valeur de l'accélération, égale à  $g$ , mais comme dans le manuel n°4, on retrouve l'implicite de l'orientation positive dans le sens de la vitesse initiale. Dans le 3e cas, il est écrit « vitesse et espace sont comptés positivement vers le haut », « l'accélération est égale à  $-g$  » et la formule contient un signe  $-$ . Comme dans le manuel n°4, dans les deux cas, les formules sont différentes. On constate donc qu'il y a une discussion sur l'orientation uniquement si la vitesse initiale est dirigée vers le haut. Les grandeurs  $v_0$  et  $g$  sont positives et les formules dépendent du cas traité : il n'y a pas de formule générale.

Dans les manuels n°8 et 10, en revanche, la grandeur  $v_0$  est algébrique et une seule formule est donnée, valable pour tous les cas. L'orientation est précisée dès le départ avant la distinction des cas. Pour chaque cas, le signe de la vitesse initiale est discuté et la nature du mouvement est décrite.

Dans le manuel n°8 qui traite, dans le cadre de la cinématique, l'étude d'un mouvement rectiligne uniformément varié, la valeur de l'accélération est une donnée initiale. Dans le manuel n°10, l'étude est dynamique puisqu'il s'agit d'appliquer la relation fondamentale. On note qu'avant même d'exploiter la relation  $m\vec{l} = \vec{F}$  issue de la relation fondamentale de la dynamique, l'accélération est donnée, de valeur  $-g$ , compte tenu de l'orientation choisie.

En conclusion, on constate que lorsque les formules ne sont pas générales : soit l'orientation est implicite et la grandeur  $v_0$  est positive, soit l'orientation est explicite et  $v_0$  est toujours positive, on voit alors un signe  $-$  dans la formule  $v = v_0 - gt$ . Lorsque la formule est générale, l'orientation est indiquée au départ et l'accélération, grandeur  $g$  positive, est de valeur et de sens connus. Le signe de  $v_0$  est discuté et c'est cette algébrisation qui permet de généraliser l'écriture de la formule algébrique.

Enfin, dans ces ouvrages, les auteurs adoptent un point de vue cinématique ou dynamique selon la nature de la démonstration qui est effectuée pour aboutir aux formules. Quelle que soit la méthode choisie pour la démonstration, tous les auteurs aboutissent, à la fin de chaque cas, à la description du mouvement, uniformément accéléré ou retardé, revenant ainsi à une interprétation cinématique du résultat.

Retrouve-t-on des similitudes dans le traitement du mouvement d'un projectile ?

#### **4. Mouvement d'un projectile dans les manuels : des méthodes diverses**

Comme indiqué dans le tableau 1-3, les manuels qui traitent du mouvement d'un projectile sont les manuels n°3, 4, 5, 8, 9, 10, 12 et 15.

Le tableau 1-8 récapitule les différentes méthodes de résolution employées dans ces manuels pour obtenir les équations horaires du mouvement d'un projectile.

Manuel n°	Méthode de résolution	Conditions initiales		Démonstration et résultat	Calculs effectués	Repère	Equations horaires et équation de la trajectoire
3	Recours à l'expérience	1er cas : vitesse initiale horizontale		Comparaison avec le MRU* que la bille aurait sans la pesanteur : hauteur de chute due à la pesanteur repérée à la verticale des positions du MRU*.	Portée La portée est proportionnelle au carré de la vitesse initiale. Portée maximale pour angle de tir de 45°.		
		2e cas : vitesse initiale de direction quelconque					
4	Principe des mouvements relatifs.	« Une force constante en direction, sens et grandeur venant à agir sur un point matériel » ; 3e cas : le point est animé d'une vitesse initiale $v_0$ de direction différente de celle de la force		Principe des mouvements relatifs et composition cinématique d'un MRU* dans la direction de $v_0$ et d'un MRUV* dans la direction de la force.		Repère non orthogonal Axe $Ox$ : dirigé dans le sens de $v_0$ Axe $Oy$ : dirigé dans le sens de la force	$x = v_0 t$ $y = \frac{1}{2} \gamma t^2$ $x^2 = \frac{2v_0^2}{\gamma} y$
5	Application de la relation fondamentale de la dynamique.	Mobile, avec vitesse initiale, qui subit l'action de la pesanteur.	1er cas : projectile lancé horizontalement	L'accélération : vecteur vertical de projection horizontale nulle et de projection verticale égale à $g$ . D'où nature des mouvements horizontal et vertical.		Axe $Ox$ horizontal vers la droite Axe $Oy$ vertical vers le bas	$x = v_0 t$ $y = \frac{1}{2} g t^2$
			4e cas : projectile lancé dans une direction quelconque	Projections horizontale et verticale de la vitesse et de l'accélération. Dédution de la nature du mouvement horizontal et du mouvement vertical.	Coordonnées du point culminant de la trajectoire, portée, leurs variations avec la valeur de l'angle de tir.	Axe $Ox$ horizontal vers la droite Axe $Oy$ vertical vers le haut	$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ $y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t$
8	Mouvement des projectiles par rapport à la Terre	Quelle que soit la vitesse du projectile au départ. Quelle que soit la nature du projectile.		L'accélération du mouvement de chute est la même. Elle a une direction constante qu'on appelle la verticale du lieu, elle est dirigée vers le bas.			
9	Effet dynamique de la pesanteur	Vecteur vitesse initiale dans le plan $xOy$ vertical ; faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale.		Résultante d'un MU* dans le sens de $v_0$ et d'un MUA* vertical de haut en bas. L'effet dynamique de la pesanteur se réduit à la production d'une accélération constante, de même direction et de même sens, indépendante de la vitesse initiale du corps sur lequel elle agit.		Axe $Ox$ horizontal vers la droite Axe $Oy$ vertical vers le bas	$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ $y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t$
10	Application de la relation fondamentale de la dynamique.	« Mouvement parabolique » Un mobile est lancé dans le vide d'un point $O$ avec une vitesse $v_0$ faisant un angle $\alpha$ avec l'horizontale.		Seule force appliquée $-mg$ Equation $m(\Gamma) = (F)$ projetée sur les trois axes. On en déduit qu'on étudie le mouvement dans $xOz$ . « en remontant deux fois aux primitives et en calculant les constantes d'intégration en tenant compte des conditions initiales... » Le mouvement parabolique est le résultant d'un MRU* suivant $Ox$ et d'un MRUV* suivant $Oz$ .	Equation de la trajectoire, coordonnées du sommet, amplitude du tir, expression de la vitesse en fonction de la hauteur.	Trois axes rectangulaires d'origine $O$ , $Oz$ dirigé suivant la verticale ascendante, le plan $xOz$ contient $v_0$	$x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ $z = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t$
12 15 (mêmes auteurs)	Application de la relation fondamentale de la dynamique.	Un mobile est lancé dans le vide avec une vitesse initiale $v_0$ qui fait un angle $\alpha$ avec le plan horizontal.		La seule force appliquée est le poids $Mg$ vertical. Principe d'inertie : dans le sens horizontal, le projectile conserve sa vitesse $v_0 \cdot \cos \alpha$ . D'où l'équation horaire de $x$ . Sur l'axe vertical, le projectile a une vitesse initiale ( $v_0 \cdot \sin \alpha$ ) et une accélération $\gamma = -g$ . D'où l'équation horaire de $z$ .			$x = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t$ $z = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t$ $z = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} + x \operatorname{tg} \alpha$

\* MRU : mouvement rectiligne uniforme ; MRUV : mouvement rectiligne uniformément varié ; MU : mouvement uniforme ; MUA : mouvement uniformément accéléré

Tableau 1-8 – Mouvement d'un projectile

Dans un premier temps, on constate que tous les manuels n'aboutissent pas à des équations horaires, comme par exemple les manuels n°3 et 8. Le manuel n°8, en préambule à la définition du concept de force, donne, en quelques lignes, les résultats de l'étude du mouvement d'un projectile :

« Quelle que soit la nature du projectile, l'accélération du mouvement de chute qu'il prend est la même [...] Cette accélération a une direction constante qu'on appelle la verticale du lieu, elle est dirigée vers le bas. »

Dans le manuel n°3, l'auteur décrit le mouvement en indiquant qu'il convient de repérer les hauteurs de chute à la verticale des positions du mouvement rectiligne uniforme qu'aurait le mobile s'il n'était soumis à aucune force. Ici, le raisonnement est qualitatif et correspond à un prolongement du mouvement de la chute des corps. De plus, il préfigure le raisonnement de composition de deux mouvements sur deux directions distinctes que l'on retrouve dans les manuels n°4 et 9.

Dans le manuel n°4, la méthode consiste à effectuer la composition d'un mouvement dans la direction de la vitesse initiale et d'un mouvement dans la direction de la force (figure 1-4).

3<sup>e</sup> cas. Enfin, lorsque le point considéré est animé d'une vitesse initiale  $v_0$  ayant une direction différente de celle de la force, le principe des mouvements relatifs indique encore que le mouvement de ce point, rapporté au système dans lequel il est animé de la vitesse  $v_0$ , est le mouvement résultant de la composition cinématique de ce mouvement rectiligne uniforme et du mouvement uniformément varié que la force lui communiquerait dans sa direction. — Soient, par exemple, OX le sens de la vitesse  $v_0$  (fig. 487), et OY celui de la force, O le point où se trouve le mobile à l'instant pris comme origine des temps, et supposons, pour plus de simplicité, que cet instant soit aussi celui où la force commence son action. Au temps  $t$ , si la force n'agissait pas, le mobile serait sur OX en un point M, tel qu'on eût  $OM = x = v_0 t$ . Mais pendant ce temps  $t$ , pour un observateur qui ferait partie d'un système animé de la même vitesse  $v_0$  dans le même sens OX, le mobile s'est déplacé dans le sens OY de la force, de la quantité  $MM' = OO'$  dont il se serait déplacé en partant du point O sans vitesse initiale; c'est-à-dire qu'on a :

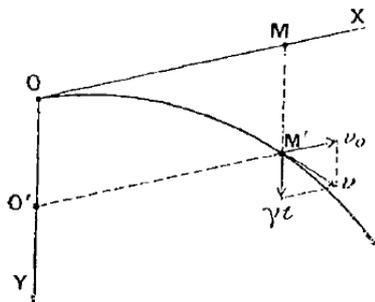


Fig. 487.

$$MM' = OO' = y = \frac{1}{2} \gamma t^2.$$

Les coordonnées du point mobile au temps  $t$ , par rapport aux axes OX et OY du système dans lequel il se meut, sont donc :

$$x = v_0 t, \quad y = \frac{1}{2} \gamma t^2.$$

Figure 1-4 – Extrait du manuel n°4 : composition cinématique de deux mouvements

Les directions des deux mouvements ne sont pas orthogonales. Les formules sont donc données dans un repère non orthogonal.

Dans le manuel n°9, le résultat est également donné comme étant la « résultante d'un mouvement uniforme dans la direction de la vitesse initiale et d'un mouvement uniformément accéléré vertical de haut en bas ». Dans un deuxième temps, la vitesse initiale est projetée sur les directions horizontale et verticale et les formules s'en déduisent dans un repère orthogonal.

Dans les manuels n°5, 10, 12 et 15, l'application de la relation fondamentale de la dynamique s'effectue grâce à une projection sur les directions horizontale et verticale. Dans les manuels n°5, 12 et 15, la force appliquée ou l'accélération, ainsi que la vitesse initiale, sont projetées d'emblée sur ces deux directions. On en déduit ensuite la nature des mouvements horizontal et vertical. On note que les auteurs des manuels n°12 et 15 convoquent le principe d'inertie – il est fait référence au « principe de l'inertie » – à propos du mouvement horizontal pour conclure sur sa nature uniforme. En revanche, ils ne citent pas la loi qu'ils appliquent pour le mouvement vertical mais on note que le paragraphe « Mouvement d'un point matériel pesant dans le vide » appartient au chapitre intitulé « Relation fondamentale de la dynamique ». Les auteurs du manuel n°5 appliquent la relation  $\vec{F} = m\vec{l}$  sans la nommer.

Dans le manuel n°10, c'est la relation  $m\vec{l} = \vec{F}$ , que les auteurs qualifient d'« équipollence », dans laquelle  $\vec{l}$  est le vecteur accélération du système et  $\vec{F}$  le vecteur force appliquée sur le système, qui est projetée sur les trois axes du repère d'espace. Les auteurs ne mentionnent pas de nom pour cette relation. Le résultat obtenu est ensuite interprété comme le mouvement résultant d'un mouvement rectiligne uniforme suivant  $Ox$  et d'un mouvement rectiligne uniformément varié suivant  $Oy$ .

On remarque que les auteurs font un bilan des forces dans les manuels n°10, 12 et 15. Ce qui distingue les méthodes utilisées dans ces manuels est l'étape à laquelle intervient la projection sur les directions horizontale et verticale. Dans les manuels n°12 et 15, c'est la première étape qui permet ensuite de dérouler un raisonnement dynamique à une dimension. En revanche, dans le manuel n°10, la relation fondamentale de la dynamique est appliquée avant l'étape de projection sur les axes du repère.

Les méthodes de résolution employées dans les manuels pour traiter le mouvement d'un projectile sont diverses. Elles sont, selon les auteurs :

- qualitatives c'est-à-dire sans aboutir à des formules ;
- fondées sur la composition de deux mouvements sur la direction de la vitesse initiale et celle de la force ;

- fondées sur un raisonnement à une dimension après projection de la vitesse initiale sur les axes horizontal et vertical ;
- fondées sur la projection de la relation vectorielle  $m\vec{l} = \vec{F}$ .

Pour conclure sur le formalisme utilisé, on note que dans les ouvrages étudiés, il se caractérise essentiellement par la présence de formules relatives aux lois de la chute des corps et à ses prolongements tels que la chute verticale et le mouvement d'un projectile. On relève que la nature, nombres positifs ou algébriques, des grandeurs est peu explicite. L'algébrisation des grandeurs intervient dans le cas de la chute verticale avec une vitesse initiale dirigée vers le haut et permet de généraliser les formules à tous les cas de lancer. Une discussion sur le signe de la vitesse initiale et/ou le sens de l'orientation choisie accompagne cette algébrisation. Dans toutes les études de mouvements de chute libre, les auteurs aboutissent à la description du mouvement, éventuellement interprété sur les directions horizontale et verticale mettant en évidence la signification cinématique du résultat. Enfin, quant aux méthodes de résolution pour le mouvement d'un projectile, elles sont diverses et toujours mises en relation avec les lois de la dynamique. C'est donc un point de vue dynamique qui est adopté. On constate que dans ces méthodes, le recours à la relation vectorielle  $m\vec{l} = \vec{F}$  est une exception, n'apparaissant que dans un seul manuel.

## VI. Conclusion du chapitre 1

---

L'approche choisie par les auteurs des programmes et les auteurs des manuels semble inspirée de l'approche historique : la chute des corps est traitée sans recours aux lois de la dynamique. L'aspect empirique est mis en valeur et permet de faire émerger par l'expérimentation la notion de mouvement rectiligne uniformément varié. Cette notion, centrale dans l'étude du mouvement de chute des corps, acquiert également une place essentielle dans le chapitre sur les lois de la dynamique comme mouvement de référence correspondant au cas particulier d'une force constante.

L'étude du formalisme utilisé dans les manuels met en lumière la prédominance de grandeurs positives dans le traitement de la chute des corps. Pour les mouvements de chute verticale, chez certains auteurs, le formalisme utilisé évolue vers l'algébrisation des grandeurs quand se pose la question du sens de la vitesse initiale du corps en chute libre : vers le haut ou vers le bas. Les auteurs discutent du signe des grandeurs algébriques et proposent des formules générales qui couvrent tous les cas de chute verticale. La question de la nécessité de se donner un axe vertical orienté est ainsi soulevée.

Le lien entre la chute libre et les lois de la dynamique est fort chez tous les auteurs. Il apparaît que la chute libre a un statut particulier. En effet, elle constitue à la fois le point de départ de l'étude, avec la chute des corps, est traitée comme un cas particulier permettant d'aborder la notion de force constante et représente aussi une application aisée de l'utilisation de la relation fondamentale de la dynamique. Ce constat fait apparaître la circularité de la notion de chute libre qui est présente dans tous les contenus ciblés en cinématique et en dynamique.

Les méthodes de résolution aboutissant aux équations horaires du mouvement sont diverses. Elles s'appuient le plus souvent sur un principe de la dynamique et passent par la projection de la vitesse initiale sur deux directions horizontale et verticale. On relève que le résultat, pour la chute parabolique ou verticale, est systématiquement décrit en termes de mouvement uniforme horizontal et uniformément varié vertical ce qui donne une importance à l'interprétation cinématique de ce résultat. Dans ces méthodes de résolution, on note que le recours aux grandeurs vectorielles et à la relation vectorielle traduisant le principe fondamental de la dynamique est exceptionnel, n'apparaissant que dans un seul manuel.

Notre analyse, dans le cadre d'une épistémologie scolaire (Develay, 1993), met en évidence deux objets caractéristiques de l'enseignement de la chute libre dans les manuels anciens : le mouvement rectiligne uniformément varié et le mouvement d'un mobile soumis à une force constante. Par conséquent, la notion d'accélération constante est implicitement présente sans que

la grandeur accélération soit explicitée. Or l'accélération représente un concept unificateur entre la description cinématique – un mouvement rectiligne uniformément varié – et la description dynamique – un mouvement à force constante – de la chute libre.

Par ailleurs, cette étude des manuels anciens donne accès à quelques aspects du curriculum formel et du curriculum réel, correspondant à l'époque de ces manuels, en termes de contenus et de méthodes. En particulier, on note que les grandeurs algébriques sont présentes alors que les grandeurs vectorielles sont quasiment absentes dans les ouvrages étudiés. On infère des indices d'une construction curriculaire par comparaison entre ce que présentent ces manuels et les pratiques usuelles actuelles. On note des continuités : l'étude la chute libre en lien avec les lois de la dynamique ; et des ruptures : le formalisme avec l'introduction des grandeurs vectorielles dans les pratiques usuelles actuelles.

Dans le chapitre suivant (cf. chapitre 2), on interroge les difficultés que peut poser la représentation vectorielle dans l'enseignement de la mécanique. On cible plus particulièrement le domaine de la cinématique ; on se demande quelle est l'aptitude d'étudiants en début de cursus universitaire à manipuler les vecteurs position, vitesse, accélération.

Puis, dans la suite de ce travail (cf. chapitre 3), on s'intéresse à la notion d'accélération, sa double signification cinématique et dynamique et ses propriétés dans le cas de la chute libre. On étudie ses caractéristiques comme grandeur algébrique et comme grandeur vectorielle.

## **Chapitre 2**

### **Étude exploratoire de réponses d'étudiants de première année universitaire**

Dans les manuels anciens étudiés précédemment (cf. chapitre 1), il n'est quasiment jamais question de vecteurs : les grandeurs vectorielles ne font pas partie du formalisme utilisé par les auteurs. En revanche, dans les pratiques usuelles actuelles, les vecteurs en mécanique sont incontournables : ils sont l'outil principal pour l'étude de mouvements et apparaissent dans les lois de Newton. Ainsi dans les programmes de physique du lycée, la formulation de ces lois mobilise les vecteurs. Pour des étudiants de Licence 1 de physique, après enseignement de mécanique, on peut donc supposer que la manipulation des vecteurs en mécanique est acquise, et ce d'autant plus qu'elle fait partie de l'enseignement reçu dans leur cursus universitaire par ces étudiants.

Notre étude vise à repérer les difficultés que pourraient avoir, malgré tout, des étudiants de physique de première année universitaire à propos des vecteurs en cinématique : vecteur position, vecteur vitesse, vecteur accélération.

La théorie anthropologique du didactique fournit le cadre de notre analyse en permettant de modéliser les savoirs et savoir-faire des étudiants. Ce sont les blocs pratico-technique et technologico-théorique qui sont ici mobilisés.

# I. Étude préliminaire : programmes du lycée en mécanique

En préambule, on se demande quelles sont les connaissances des étudiants sur les vecteurs au regard des programmes de physique du lycée. On relève donc les contenus de mécanique abordant les vecteurs dans les programmes des classes de Seconde, Première scientifique et Terminale scientifique. Le tableau 2-1 présente, pour ces trois niveaux de classe, les programmes en vigueur actuellement et les programmes précédents.

Niveau de classe	Programmes en vigueur actuellement		Anciens programmes	
	Date	Contenus	Date	Contenus
Classe de Seconde	2017	Référentiel. Trajectoire. Comprendre que la nature du mouvement observé dépend du référentiel choisi. Actions mécaniques. Modélisation par une force. Effets d'une force sur le mouvement d'un corps : modification de la vitesse, modification de la trajectoire. Rôle de la masse du corps. Principe d'inertie. Utiliser le principe d'inertie pour interpréter des mouvements simples en termes de forces.  <i>Lien spécifique vers le programme de mathématiques : vecteurs</i>	2001	<b>Relativité du mouvement</b> Décrire le mouvement d'un point dans deux référentiels galiléens  <b>Principe d'inertie</b> Effets d'une force sur le mouvement d'un corps. Énoncé du principe d'inertie pour un observateur terrestre.
Classe de Première de la série scientifique	2010	<b>Champs et forces</b> Exemples de champs scalaires et vectoriels : pression, température, vitesse dans un fluide.  Champ de pesanteur local : $\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m}$  Lien entre le champ de gravitation et le champ de pesanteur.	2000	<b>Mouvement d'un solide indéformable</b> Vecteur vitesse d'un point du solide Centre d'inertie d'un solide  <b>Une approche des lois de Newton appliquées au centre d'inertie</b> 1re loi : Principe d'inertie 2e loi : Aspect semi-quantitatif : comparaison de la somme des forces et de la variation du vecteur vitesse du centre d'inertie dans un référentiel galiléen. 3e loi : Principe des actions réciproques
Classe terminale de la série scientifique	2011	<b>Temps, cinématique et dynamique newtoniennes.</b> Description du mouvement d'un point au cours du temps : vecteurs position, vitesse et accélération. Référentiel galiléen. Lois de Newton ; les mettre en œuvre pour étudier des mouvements dans les champs de pesanteur et électrostatique uniformes.	2001	<b>Chute verticale d'un solide.</b> Force de pesanteur, notion de champ de pesanteur uniforme. - Chute verticale avec frottement - Chute verticale libre Mouvement rectiligne uniformément accéléré ; accélération indépendante de la masse de l'objet. Résolution analytique de l'équation différentielle du mouvement ; importance des conditions initiales.

Tableau 2-1 – Comparaison des programmes de physique du lycée (série scientifique) en mécanique

On précise que le programme actuel de la classe de Seconde (2017) est le résultat de l'aménagement du programme de la classe de Seconde datant de 2010 dans lequel les « liens spécifiques vers le programme de mathématiques » n'apparaissent pas.

Dans les anciens programmes, la notion de grandeur vectorielle n'apparaît pas en classe de Seconde. En revanche, dans le programme actuel de la classe de Seconde (2017), les vecteurs sont explicitement cités : il est indiqué que les vecteurs sont un « lien spécifique vers le programme de mathématiques ». Mais il n'est pas fait mention de vecteur vitesse ou de vecteur force par exemple. On constate que les vecteurs en cinématique sont explicitement introduits en classe de Terminale scientifique et que la notion de grandeur vectorielle apparaît en classe de Première dans le cadre de l'étude des champs. Dans les programmes précédents, la notion de vecteur vitesse est introduite dès la classe de Première ainsi que la notion de variation du vecteur vitesse.

Ces différences entre les programmes mettent en lumière une diminution de l'importance donnée à la cinématique dans les programmes actuels. En effet, en classe de Seconde, on ne trouve que l'évocation de « la modification de la vitesse au cours du mouvement » qui fait appel à la notion de vitesse instantanée. La plus grande partie du formalisme de cinématique est reportée en Terminale tandis qu'elle occupait une partie importante dès la classe de Première dans les programmes précédents. Actuellement, la cinématique et les lois de la dynamique sont traitées en Terminale essentiellement. Précédemment, la cinématique et les lois de la dynamique intervenaient dès la classe de Première et étaient approfondies en classe de Terminale.

Dans notre étude, 82% des étudiants ont obtenu le baccalauréat scientifique (cf. **II.4.b**) ; comme ils étaient lycéens jusqu'en 2014-2015 ou 2013-2014 pour les redoublants, ils ont suivi le programme actuel pour les classes de Première et Terminale et le programme datant de 2010 pour la classe de Seconde. On sait donc, pour ces bacheliers de la série scientifique, que l'essentiel de leurs connaissances en cinématique, avant l'année de Licence 1, provient de leur cours de Terminale.

## II. Présentation de l'objet de recherche

---

### 1. La cinématique comme institution

La cinématique est l'étude de tous les mouvements possibles, sans aborder les causes qui les produisent. Lorsque l'on cherche à décrire le mouvement d'un mobile que l'on réduit en général à un point (dans le cadre de la cinématique du point), on effectue le choix d'un référentiel, indispensable dès lors qu'il s'agit de parler de vitesse. Puis, on se munit d'un repère d'espace et d'une référence pour le temps afin d'associer à ce point des coordonnées à chaque instant. On définit alors la notion de position par rapport à un repère et la notion de trajectoire qui correspond à l'ensemble des positions successivement occupées par le mobile au cours du mouvement. Enfin, on décrit le mouvement d'un mobile, relativement au repère choisi, en précisant les équations horaires du mouvement, c'est-à-dire les positions successivement occupées par le mobile en fonction de l'instant auquel il les occupe.

L'ensemble de ces notions et connaissances renvoient à des savoirs et des savoir-faire que l'on peut caractériser dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (abrégée TAD dans la suite) développée par Chevallard (1998). On cible un ensemble de tâches qui peuvent être regroupées en différentes organisations praxéologiques. La TAD définit la notion d'institution : toute organisation praxéologique  $O$  s'inscrit dans une institution, dispositif social qui se distingue par des manières de faire et de penser propres. D'après Chevallard : « Etudier une question, c'est, presque toujours, *recréer* [...] une réponse  $O$  déjà produite en quelque autre institution pour la reconstruire, la *transposer* dans l'institution qui sert d'habitat à l'étude. ».

Notre travail, dont l'objet est l'utilisation de vecteurs en cinématique, vise l'étude des praxéologies liées à la manipulation de vecteurs au sein de l'institution cinématique.

### 2. L'importance des vecteurs en cinématique

Les vecteurs sont largement utilisés en cinématique pour représenter visuellement des grandeurs telles que la position, la vitesse et l'accélération. Pour illustrer l'importance de savoir dessiner ces vecteurs, prenons par exemple la notion de vitesse. D'un point de vue scalaire, la vitesse permet de mesurer, pour un mouvement donné, le rapport de la distance parcourue au temps écoulé :

$$v = \frac{d}{\Delta t}$$

avec  $d$  la distance parcourue pendant le temps écoulé noté  $\Delta t$ .

Cette quantité peut être moyennée dans le temps ou instantanée : il s'agit alors de la limite lorsque  $\Delta t$  tend vers 0 de  $\frac{d}{\Delta t}$

On définit également le vecteur vitesse instantanée qui est une grandeur vectorielle<sup>6</sup> et qui est obtenu en dérivant par rapport au temps les coordonnées de la position. L'équation vectorielle correspondante, en coordonnées cartésiennes, est la suivante :

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$$

Graphiquement, la vitesse instantanée est donc représentée par une flèche déterminant une direction, un sens et une longueur. Ces caractéristiques contiennent des informations sur le mouvement et son évolution. Notons que lorsque la trajectoire du mouvement est donnée, dessiner le vecteur vitesse en un point de la trajectoire<sup>7</sup> donne une indication sur la valeur de l'intensité de la vitesse en ce point. Par conséquent, la prise en compte de plusieurs vecteurs vitesse sur la trajectoire permet de repérer si le mouvement est accéléré, ralenti ou si le mobile se déplace de manière quelconque au cours du temps. Du point de vue de la conceptualisation, dessiner des vecteurs vitesse implique de prendre en compte toutes les caractéristiques d'un mouvement : trajectoire et évolution de la norme de la vitesse. Quant au vecteur accélération, il permet de décrire la rapidité de sa variation. La donnée du vecteur accélération a également un intérêt lorsque l'on s'intéresse aux forces s'exerçant sur le mobile dont on étudie le mouvement. Notre étude concerne des étudiants de physique en début de cursus universitaire. Or, on sait, grâce aux travaux en didactique de la physique de ces dernières décennies, quelles sont leurs difficultés en mécanique. En particulier, à propos de l'étude du mouvement d'un point au cours du temps, Viennot (1978) explique que, lorsque les caractéristiques du mouvement d'un mobile à un instant donné sont connues, les étudiants peuvent ne pas évaluer correctement les forces qui s'exercent sur ce mobile. D'autre part, plusieurs recherches en didactique ont été menées sur les difficultés posées par l'utilisation de vecteurs en physique. Malgrange, Saltiel et Viennot (1973) constatent que l'une des difficultés pour les étudiants de première année universitaire est la maîtrise de l'addition vectorielle ; une autre difficulté provient de la non distinction du vecteur et de son module dans le langage. D'autres travaux (Genin, Michaud-Bonnet, & Pellet, 1987) montrent que les élèves de fin de lycée et les étudiants de début d'université réduisent les grandeurs physiques vectorielles à leur intensité. Ce que ces résultats ne mettent pas en lumière, c'est l'existence d'éventuelles difficultés qui pourraient provenir de l'utilisation des vecteurs en cinématique spécifiquement.

---

<sup>6</sup> On choisit par la suite d'appeler « vecteur vitesse » le vecteur vitesse instantanée.

<sup>7</sup> Précisons qu'on dessine souvent le vecteur vitesse au point de la trajectoire qui nous intéresse. Il s'agit d'un usage en cinématique. En réalité, c'est un vecteur, son point d'application n'a en soi pas d'importance.

### 3. Questions de recherche

Pour des étudiants de Licence 1 de physique, après enseignement de mécanique, on peut supposer que la manipulation des vecteurs est acquise, et ce d'autant plus qu'elle fait partie de l'enseignement qu'ils ont reçu dans leur cursus universitaire.

Notre étude vise à repérer les difficultés que pourraient avoir, malgré tout, des étudiants de physique de première année universitaire, après enseignement, à propos des vecteurs en cinématique. On observe comment ils tracent ces vecteurs dans une situation où le système étudié est en chute libre. L'objectif est de déterminer s'ils savent dessiner ces vecteurs, et, par la suite, quel peut être le lien entre le fait de maîtriser l'outil « vecteur » et le fait de maîtriser les concepts de position, de vitesse et d'accélération.

Les questions de recherche sont les suivantes :

- Les étudiants maîtrisent-ils la représentation vectorielle dans le cadre de la cinématique ?
- Les étudiants maîtrisent-ils les concepts de base de cinématique ?
- Quel est le degré de cohérence des représentations vectorielles des grandeurs cinématiques position, vitesse et accélération réalisées par les étudiants après enseignement ?

### 4. Méthodologie de recueil de données

#### a. La question posée aux étudiants

Le problème choisi met en scène le nageur Florent Manaudou qui s'élance du plongoir au départ d'une course (figure 2-1). L'intégralité de l'énoncé se trouve en annexes.

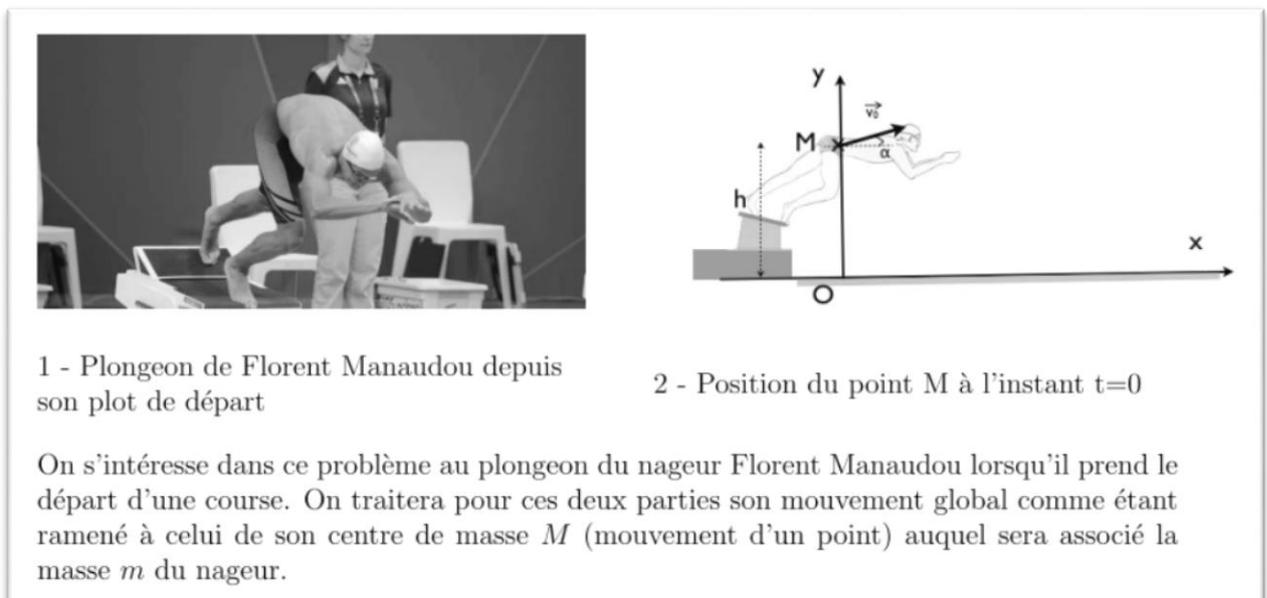


Figure 2-1 – Début de l'énoncé du problème choisi sur le thème de la chute libre

Ce problème a été conçu en dehors du cadre de notre étude. Il a été choisi car il est représentatif d'un type d'exercice traitant de la chute libre.

À l'issue d'une première question aboutissant à l'obtention de l'expression des composantes du vecteur vitesse et du vecteur position ainsi que l'équation de la trajectoire, la question suivante est posée (figure 2-2) :

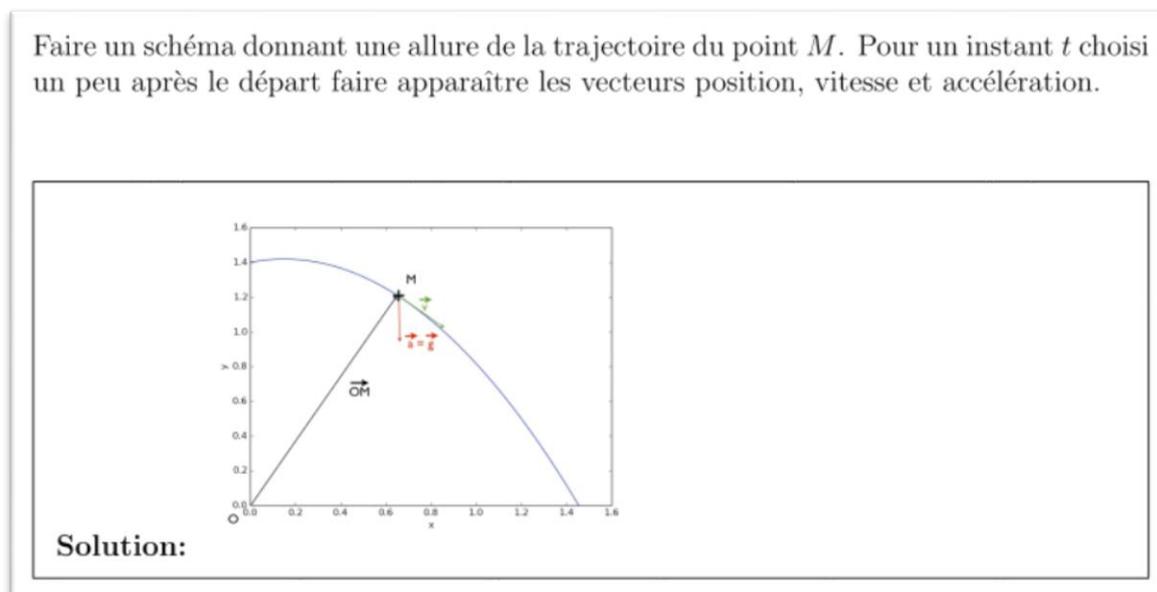


Figure 2-2 – Question posée et solution

Ce sont les réponses des étudiants à cette question qui sont explorées dans notre étude.

Cette question aborde le tracé des vecteurs en cinématique et requiert la réalisation d'un certain nombre de tâches spécifiques de la cinématique et qui en font donc une activité standardisée.

### b. Le public concerné

L'étude a été menée à l'occasion d'une évaluation formative dans une unité d'enseignement (abrégée UE dans la suite) de physique de Licence 1, au premier semestre de l'année universitaire 2015-2016. Les responsables de cette UE ont donné leur accord pour cette étude. On précise que l'ensemble des acteurs – institution, enseignants, étudiants – ne sont pas cités afin de garantir l'anonymat des personnes impliquées. Les étudiants proviennent d'une université francilienne : ils sont en première année, au sein du département « Sciences exactes », qui regroupe quatre sections : mathématiques-informatique, chimie, physique, sciences de l'ingénieur. Ils sont au total 553 étudiants dont 451 ont obtenu le baccalauréat scientifique<sup>8</sup>.

---

<sup>8</sup>La proportion d'étudiants ayant obtenu le baccalauréat scientifique est donc de 82%. Cette donnée ne sera pas prise en compte dans l'analyse, du fait du respect de l'anonymat des étudiants dans cette étude.

Les étudiants ne savaient pas que leur copie allait faire l'objet d'une analyse didactique. Les copies ont été récupérées et analysées après correction par les enseignants de l'UE qui ne savaient pas non plus que les copies seraient utilisées pour un travail de recherche.

L'enseignement dans cette UE s'appuie sur un ouvrage de référence, *Fundamentals of Physics* (Halliday, Resnick, & Walker, 2015), et les enseignants ont tous donné les mêmes énoncés d'exercices pour les travaux dirigés. De plus, l'évaluation s'est effectuée selon les mêmes modalités pour tous les étudiants. On considère donc que le groupe d'étudiants est homogène.

### III. Méthodologie d'analyse des données

---

La production d'une réponse correcte à la question posée requiert la réalisation d'un certain nombre de tâches que nous présentons ci-dessous. Notre étude est ainsi fondée sur l'analyse des tâches *a priori* que l'on compare aux tâches effectives des étudiants. Le cadre théorique sur lequel cette analyse prend appui est la TAD, qui fournit des outils théoriques permettant de décrire l'activité des étudiants. À l'issue de notre analyse, nous émettrons des hypothèses sur les savoirs et savoir-faire des étudiants afin de détecter leurs éventuelles difficultés et les obstacles théoriques qu'ils rencontrent.

#### 1. Analyse des tâches

La solution à la question posée suppose d'effectuer des tracés : pour les trois vecteurs mais également le tracé de la trajectoire et d'un repère cartésien. On tente, dans ce qui suit, de détailler l'ensemble des tâches à mettre en œuvre pour répondre à cette question.

Tout d'abord, on note que, contrairement au choix du référentiel qui est absolument nécessaire pour l'établissement de la trajectoire, le choix du repère n'est pas nécessaire car la trajectoire du mouvement de chute libre peut être tracée hors de tout repère : le repère sert à associer à chaque position du système un couple de coordonnées mais la trajectoire existe préalablement au choix d'un système de coordonnées. Par ailleurs, pour tracer le vecteur position il faut avoir défini une origine, ce qui est fait lorsqu'on se place dans un repère. En effet, les extrémités du vecteur position, noté  $\overrightarrow{OM}$ , sont cette origine, le point  $O$ , et la position du mobile à un instant donné, correspondant au point  $M$ . On précise que le vecteur position a un statut particulier par rapport aux vecteurs vitesse et accélération : il dépend explicitement du choix de l'origine du repère. Ce n'est pas le cas des vecteurs vitesse et accélération qui ne dépendent que du référentiel.

Dans la question posée ici, il est donc nécessaire de tracer un repère. On choisit un repère cartésien comme dans la figure 2-1.

Pour le tracé du repère cartésien, il faut :

- choisir un espace à deux dimensions, comme cela convient pour un mouvement plan tel que le mouvement parabolique de chute libre ;
- tracer deux axes perpendiculaires ;
- en indiquer l'origine commune ;
- indiquer les coordonnées d'espace sur chaque axe.

Pour le tracé de la trajectoire, il faut :

- placer la position initiale du système ; on remarque qu'il y a un implicite sur le fait que l'origine du repère n'est pas confondue avec l'origine de la trajectoire conformément au schéma dans l'énoncé (figure 2-1) où la position initiale est à une altitude non nulle ;
- tracer une parabole inversée coupant l'axe des ordonnées à l'altitude initiale du système.

Pour l'indication du point M, il s'agit d'interpréter l'expression « un instant  $t$  choisi un peu après le départ » et de placer le point M sur la trajectoire à une position quelconque distincte de la position d'origine.

Le vecteur position est un vecteur ayant pour origine l'origine du repère et d'extrémité le point M. Pour le tracer correctement, il faut en connaître les extrémités.

Le vecteur vitesse est un vecteur tangent à la trajectoire, dans le sens du mouvement. Compte-tenu du fait que le vecteur vitesse varie au cours du mouvement, et qu'il est en fait fonction de la position (ou du temps, puisque la position est elle-même fonction du temps), il est d'usage de lui attribuer un point d'application et de le représenter au point M. Si l'on ne fait pas cela dans l'exercice proposé, on ne peut pas savoir à quel point de la trajectoire correspond le vecteur vitesse tracé. En toute rigueur, il faudrait aussi choisir une échelle pour représenter la norme de la vitesse. Dans la mesure où on ne représente ici qu'un seul vecteur vitesse, l'échelle n'a pas d'importance.

Le tracé du vecteur vitesse suppose donc de :

- savoir que la direction du vecteur vitesse est la tangente à la trajectoire au point M ;
- choisir le point M comme point d'application.

Le vecteur accélération est un vecteur vertical dirigé vers le bas. Précisons que le cas du mouvement parabolique est un cas particulier car le vecteur accélération est le même en tout point du mouvement. Or, pour une trajectoire quelconque, il faut représenter le vecteur accélération au point considéré pour pouvoir s'y retrouver. Par conséquent, on attribue généralement un point d'application au vecteur accélération et on s'attend à ce que ce vecteur soit également représenté avec M comme point d'application dans tous les cas, y compris dans l'exercice considéré<sup>9</sup>.

Enfin, comme pour le vecteur vitesse, il faudrait choisir une échelle pour représenter la norme du vecteur accélération mais comme on ne trace qu'un vecteur accélération, l'échelle n'a pas d'importance.<sup>10</sup>

---

<sup>9</sup> Si on étudie le mouvement d'un solide, la vitesse de chaque point du solide est différente. Comme les lois de la mécanique du point continuent à être valables au centre d'inertie du solide, c'est une autre bonne raison de choisir un point d'application pour le vecteur vitesse et le vecteur accélération qui est ce centre d'inertie.

<sup>10</sup> On remarque qu'il faudrait trois échelles différentes pour représenter la norme de chacun des trois vecteurs : une échelle pour les distances, une échelle pour les vitesses et une échelle pour les accélérations.

Le tracé du vecteur accélération suppose donc de :

- mobiliser la 2e loi de Newton pour conclure que le vecteur accélération est égal au vecteur champ de pesanteur ;
- savoir que le vecteur champ de pesanteur est vertical vers le bas ;
- choisir le point M comme point d'application.

## **2. Organisations praxéologiques pour modéliser et analyser l'activité des étudiants**

Pour rendre compte de l'activité des étudiants, on mobilise les outils théoriques de la TAD dont nous présentons tout d'abord quelques aspects principaux. À la base de cette théorie, c'est la notion de praxéologie qui est définie : toute activité humaine peut être décrite suivant un même modèle, unique, désigné par le terme de praxéologie. Une praxéologie, ou organisation praxéologique, est constituée d'une tâche, d'un type de tâches dont relève cette tâche et d'une technique nécessaire à la mise en œuvre de ce type de tâches. À ces éléments s'ajoutent la technologie, qui permet de justifier par un discours rationnel le recours à la technique, et la théorie, qui a le même rôle par rapport à la technologie que celui de la technologie par rapport à la technique. On distingue deux blocs dans une organisation praxéologique : le bloc pratico-technique, avec l'ensemble type de tâche et technique, et le bloc technologico-théorique, avec l'ensemble technologie et théorie. Le bloc technologico-théorique est identifié comme un savoir tandis que le bloc pratico-technique est identifié comme un savoir-faire.

Dans la question posée aux étudiants, on identifie trois types de tâches qui correspondent au tracé des trois vecteurs : tracer un vecteur position ; tracer un vecteur vitesse ; tracer un vecteur accélération. Chacun de ces types de tâches correspond à une organisation praxéologique dont on peut déterminer la (ou les) technique(s), la technologie et la théorie. Il est à noter que dans la question posée aux étudiants, on repère également le type de tâche « tracer l'allure d'une trajectoire » puisque la question commence par la consigne « Faire un schéma donnant une allure de la trajectoire du point M ». Or, comme on s'intéresse spécifiquement au tracé des vecteurs, on laisse de côté ce dernier type de tâche.

Dans ce qui précède – l'analyse des tâches *a priori* – ce sont les actions à réaliser pour répondre à la question posée qui sont décrites. La notion d'organisation praxéologique permet de caractériser chacune de ces actions de manière fine en les identifiant à un élément d'une praxéologie. En particulier, les items commençant par le verbe « savoir » ou faisant référence à une connaissance relèvent d'une technologie. On constate dans la description de ces actions, qu'on ne trouve aucun élément d'un discours que l'on pourrait identifier à la théorie d'une praxéologie.

Le tableau 2-2 rassemble les trois organisations praxéologiques incluses dans la question posée aux étudiants, dont on présente le type de tâche, la technique, la technologie et la théorie.

	Type de tâche	Technique	Technologie	Théorie
<b>Organisations praxéologiques</b>	Tracer un vecteur position.	Tracer un vecteur d'origine le point O, origine du repère, et d'extrémité le point M.	Le vecteur position est un vecteur ayant pour origine l'origine du repère et d'extrémité le point M. Ici, on ne tient pas compte de l'échelle des distances car on ne trace qu'un seul vecteur position.	Définition du vecteur position.
	Tracer un vecteur vitesse.	Repérer la tangente à la trajectoire au point M. Tracer un vecteur selon cette tangente, de point d'application le point M.	La direction du vecteur vitesse est la tangente à la trajectoire au point M. Le sens du vecteur vitesse est celui du mouvement. La norme du vecteur vitesse correspond à la valeur de la vitesse au point considéré. Ici, on ne tient pas compte de l'échelle des vitesses car on ne trace qu'un seul vecteur vitesse. Par convention et pour s'y retrouver, on choisit le point M comme point d'application du vecteur vitesse.	Définition du vecteur vitesse.
	Tracer un vecteur accélération.	Tracer un vecteur vertical dirigé vers le bas, de point d'application le point M.	Le vecteur accélération est égal au vecteur champ de pesanteur. Le vecteur champ de pesanteur est vertical vers le bas. La direction du vecteur accélération est la verticale. Le sens du vecteur accélération est vers le bas. La norme du vecteur accélération correspond à la valeur de l'accélération au point considéré. Ici, on ne tient pas compte de l'échelle des accélérations car on ne trace qu'un seul vecteur accélération. Par convention et pour s'y retrouver, on choisit le point M comme point d'application du vecteur accélération.	Définition du vecteur accélération.  Deuxième loi de Newton.

*Tableau 2-2 – Organisations praxéologiques incluses dans la question posée aux étudiants*

On dispose ainsi d'une grille d'analyse des réponses des étudiants grâce à ce tableau. En effet, le travail d'analyse est fondé sur les productions des étudiants : chaque production est le résultat de la mise en œuvre d'une technique. La comparaison avec les éléments de la colonne « Technique » du tableau 2-2 donne des indications sur la (ou les) erreur(s) commise(s). On repère ensuite dans le tableau les éléments de la colonne « Technologie » qui semblent mis en défaut. On est ainsi amené à émettre des hypothèses sur la technologie utilisée par les étudiants et les obstacles théoriques auxquels ils sont confrontés.

## IV. Premières données quantitatives

---

### 1. Nombre total de copies

Ce sont 460 copies au total qui ont été recueillies. La question ciblée a été traitée dans 421 copies. On dénombre ainsi 39 copies, soit une proportion de 8,5% d'étudiants dans l'échantillon étudié, dans lesquelles la question n'est pas traitée. Dans les données, par la suite, on ramène le nombre total de copies à 421.

### 2. Les réponses correctes

Les réponses correctes représentent 83 copies. On distingue parmi ces copies les réponses dans lesquelles les trois vecteurs sont corrects ainsi que l'allure de la trajectoire, le repère et la position du point M à « un instant  $t$  choisi un peu après le départ », ce qui représente 66 copies, et les copies dans lesquelles les trois vecteurs sont corrects mais au moins une erreur est commise dans le tracé de la trajectoire, le repère ou la position du point M, ce qui représente 17 copies. Comme le choix dans cette étude est de repérer et d'analyser les erreurs sur le tracé des vecteurs, on considèrera dans la suite que les réponses correctes correspondent à 83 copies.

### 3. Aperçu des erreurs sur la trajectoire, le repère, la position du point M

Concernant les erreurs, dans l'ensemble des copies, sur l'allure de la trajectoire, le repère et la position du point M, sans les avoir étudiées de manière approfondie, on en a relevé un échantillon que nous décrivons dans ce qui suit.

Pour le tracé de l'allure de la trajectoire, les types d'erreurs observées correspondent à la forme ou la position de la parabole : elle passe par l'origine ou elle est déformée au voisinage de l'axe des abscisses comme si elle admettait l'axe des abscisses comme asymptote ou encore elle a une allure légèrement circulaire au voisinage de l'axe des abscisses. Dans certains cas, la trajectoire est une courbe devenant rectiligne oblique décroissante au voisinage de l'axe des abscisses.

On observe que le tracé du repère peut amener aux erreurs suivantes : il n'y a pas d'indication sur l'un des axes ou sur les deux axes ; on lit l'indication «  $t$  » sur l'axe des abscisses ; il n'y a pas d'axes tracés ; on lit «  $x$  » ou «  $x(t)$  » sur l'axe des ordonnées et «  $y$  » ou «  $y(t)$  » sur l'axe des abscisses.

Enfin, on relève les erreurs suivantes pour la position du point M : il n'est pas indiqué ; plusieurs points M sont indiqués ; il est placé à l'extrémité gauche de la trajectoire et/ou sur l'axe des ordonnées.

#### 4. Nombre et types de vecteurs tracés

Les trois vecteurs ne sont pas tracés dans toutes les copies. On relève, dans le tableau 2-3, le nombre de copies dans lesquelles zéro, un, deux ou trois vecteurs sont tracés. Lorsqu'un ou deux vecteurs sont tracés, on précise les types de vecteurs tracés.

		Nombre	%	Nombre	%
<b>Aucun vecteur tracé</b>				37	8,8
<b>Un seul vecteur tracé</b>	$\overline{OM}$	3	9,0	45	10,7
	$\vec{v}$	38	0,7		
	$\vec{a}$	4	1,0		
<b>Deux vecteurs tracés</b>	$\overline{OM}$ et $\vec{v}$	8	1,9	131	31,1
	$\overline{OM}$ et $\vec{a}$	1	0,2		
	$\vec{v}$ et $\vec{a}$	122	29,0		
<b>Trois vecteurs tracés</b>				208	49,4
<b>TOTAL</b>				421	100

Tableau 2-3 – Nombre de copies en fonction du nombre et du type de vecteurs tracés

On dénombre 37 réponses ne contenant aucun vecteur, soit 8,8% des réponses. On note que cette proportion est proche de celle des copies, parmi les 460 copies initiales, ne traitant pas la question. La différence avec ces copies est que dans ces réponses, il apparaît un tracé du repère, de la trajectoire et/ou du point M qui indique que l'étudiant a échoué à tracer, ou n'a pas eu le temps de tracer, les vecteurs tout en ayant représenté, partiellement, correctement ou non, la situation. Dans 208 copies, soit un peu moins de la moitié des copies, les trois vecteurs sont tracés, correctement ou non. Il reste que cette proportion est supérieure à celle des copies dans lesquelles un seul vecteur est tracé (10,7%) et dans lesquelles deux vecteurs sont tracés (31,1%). C'est la proportion des copies ne contenant aucun vecteur qui est la moins élevée (8,8%).

Les copies dans lesquelles deux vecteurs sont tracés représentent donc près d'un tiers des réponses, soit 131 copies. Parmi ces copies, ce sont, dans la majorité des cas, 122 réponses, les vecteurs vitesse et accélération qui sont tracés. Dans huit copies, ce sont les vecteurs vitesse et position qui sont tracés et dans un cas unique on trouve les vecteurs position et accélération. On en déduit que lorsque le vecteur position est tracé, il est presque toujours associé au vecteur vitesse.

Enfin, on dénombre 45 copies qui ne contiennent qu'un seul vecteur. Dans ces copies, c'est le vecteur vitesse qui est le plus souvent tracé, dans 38 copies, soit près de dix fois plus souvent que le vecteur accélération (4 copies) et près de treize fois plus souvent que le vecteur position (3 copies).

Enfin, un petit peu moins de la moitié des étudiants tracent les trois vecteurs et on s'aperçoit que lorsque les trois vecteurs ne sont pas tracés, c'est dans la majorité des cas le vecteur position qui n'est pas tracé. Il ressort de ces constats que le vecteur position, dans les copies avec un ou deux vecteurs, est peu souvent tracé alors que le vecteur vitesse est le vecteur le plus souvent tracé dans toutes les copies. Il apparaît donc que les difficultés des étudiants ne sont pas les mêmes suivant le type de vecteur tracé.

On se propose, dans ce qui suit, d'étudier de manière spécifique chaque type de vecteur. On se demandera quel est le type de vecteur le plus souvent tracé et le plus souvent correct, indépendamment du nombre de vecteurs tracés dans la réponse de l'étudiant. On tentera, dans un deuxième temps, de repérer les erreurs les plus fréquentes sur le tracé de chaque type de vecteur afin de détecter les éventuelles difficultés que rencontrent les étudiants pour chacun des trois vecteurs position, vitesse et accélération.

## V. Analyse des réponses par types de vecteurs

---

Dans cette partie, on cible les erreurs des étudiants pour chaque type de vecteurs. Avant de relever les erreurs, on commence par relever le nombre de vecteurs tracés et/ou corrects de chaque type.

### 1. Pour chaque type de vecteur : nombre de vecteurs tracés et/ou corrects

On dénombre les copies, pour chaque type de vecteur, selon que le vecteur y est tracé ou non et/ou correct. Le tableau 2-4 rassemble ces résultats.

		Nombre	%	
<b>Vecteur <math>\vec{OM}</math></b>	tracé	220	52,3	
	non tracé	201	47,7	
	correct	115	27,3	52,3% des vecteurs $\vec{OM}$ tracés
<b>Vecteur <math>\vec{v}</math></b>	tracé	376	89,3	
	non tracé	45	10,7	
	correct	228	54,2	60,6% des vecteurs $\vec{v}$ tracés
<b>Vecteur <math>\vec{a}</math></b>	tracé	335	79,6	
	non tracé	86	20,4	
	correct	194	46,1	57,9% des vecteurs $\vec{a}$ tracés

Tableau 2-4 – Nombre de copies en fonction du type de vecteur tracé (total : 421 copies)

On constate que les vecteurs vitesse et accélération sont les plus souvent tracés dans respectivement près de 90% et près de 80% des cas. Le vecteur position n'est tracé que dans 52,3% des cas soit un peu plus d'une copie sur deux. On effectue le même constat que précédemment : le vecteur position est le vecteur le moins souvent tracé alors que le vecteur vitesse est le vecteur le plus souvent tracé. On peut donc penser que le vecteur position est le vecteur le moins bien connu des étudiants puisqu'il apparaît tracé dans un peu plus de la moitié des copies seulement.

Si on s'intéresse aux vecteurs tracés de manière correcte, on relève que pour ce qui est du vecteur vitesse, il est correct dans 228 copies, soit 54,2% des copies, alors que pour le vecteur position, il est correct dans 115 copies, soit 27,3% des copies. On constate une grande disparité entre ces deux types de vecteurs, le nombre de vecteurs corrects passant du simple au double. Quant au vecteur accélération, on a 194 réponses dans lesquelles il est correct, soit 46,1% des copies.

Comme le vecteur position est tracé dans un plus petit nombre de copies, on se propose de comparer les proportions de vecteurs corrects de chaque type parmi les vecteurs tracés de ce

type. On s'aperçoit que la proportion des vecteurs vitesse corrects est la plus élevée, près de 61%, devant celle des vecteurs accélération, près de 58%, et celle des vecteurs position, 52%. On arrive donc au même constat que précédemment : le vecteur vitesse est le vecteur le plus souvent tracé et le plus souvent correct. C'est l'inverse pour le vecteur position. On en conclut que le vecteur vitesse est le vecteur qui présente le moins de difficultés aux étudiants tandis que le vecteur position est celui qui semble en poser le plus.

## 2. Caractérisation des erreurs

Chaque production d'étudiant est analysée suivant les critères du tableau 2-2. Dans le cas où une production diffère de la réponse attendue, on identifie une erreur. Pour caractériser cette erreur, on se sert des outils de la TAD : dans un premier temps on mobilise le bloc pratico-technique en observant le tracé de l'étudiant afin de repérer la technique mise en œuvre ; puis, on mobilise le bloc technologico-théorique afin d'inférer la technologie utilisée.

### a. Les erreurs sur le vecteur position

Dans un grand nombre d'erreurs commises sur le vecteur position, on remarque que le vecteur est tracé comme s'il s'agissait d'un vecteur déplacement : il a pour origine un point de la courbe et sa direction est celle de la tangente à la courbe en ce point ou est proche de celle-ci. On distingue deux types d'erreurs répondant à cette description : les cas où le point d'application du vecteur est le point M et les cas où le point d'application est un autre point que M.

On cible donc deux types d'erreurs sur le vecteur position :

- l'erreur « tangente » dans laquelle la direction du vecteur position est celle de la tangente à la trajectoire ou est proche de celle-ci, et son origine est le point M (figure 2-3<sup>11</sup>) ;

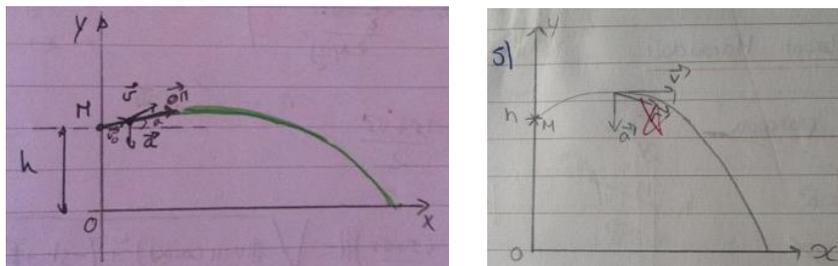


Figure 2-3 – Exemples de réponses contenant l'erreur « tangente » sur le vecteur position

<sup>11</sup> On rappelle que les copies ont été collectées après correction par les enseignants de l'UE. Les annotations visibles sur les copies sont donc celles du correcteur.

- l'erreur « tangente et point d'application » dans laquelle la direction du vecteur position est celle de la tangente à la trajectoire ou est proche de celle-ci, et son origine n'est pas le point M (figure 2-4).

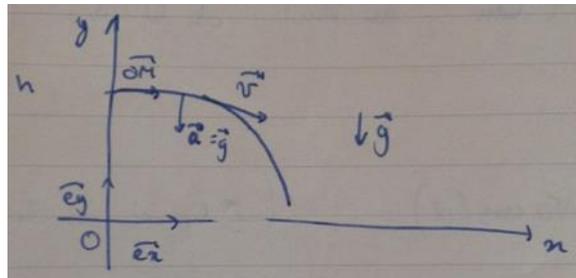


Figure 2-4 – Exemple de réponse contenant l'erreur « tangente et point d'application » sur le vecteur position

Dans le tableau 2-5, sont rassemblés les résultats concernant les erreurs sur le vecteur position.

Erreurs sur le vecteur $\overline{OM}$	Nombre		%	
Erreur tangente	64	105	15,2	25,0
Erreur tangente et point d'application	21		5,0	
Erreur autre	20		4,8	
Pas d'erreur	115		27,3	
Non tracé	201		47,7	
<b>TOTAL</b>	<b>421</b>		<b>100</b>	

Tableau 2-5 – Nombre de copies en fonction de l'erreur commise sur le tracé du vecteur position

On constate que l'erreur la plus fréquente est l'erreur « tangente », trois fois plus fréquente que l'erreur « tangente et point d'application ». Ces deux types d'erreurs représentent la plus grande partie des erreurs commises.

On émet l'hypothèse que les étudiants utilisent la technologie, au sens de la TAD : « La direction du vecteur position est la tangente à la trajectoire » correspondant au type de tâche « tracer un vecteur position ». On fait également l'hypothèse qu'il existe un obstacle théorique constitué par la définition du vecteur position et celle du vecteur déplacement. En effet, il semble exister une confusion entre le vecteur position et le vecteur déplacement car c'est bien souvent ce vecteur qui est tracé.

### b. Les erreurs sur le vecteur vitesse

On constate que dans un grand nombre de copies, on retrouve une même erreur sur le tracé du vecteur vitesse : le vecteur tracé par l'étudiant n'est pas le vecteur vitesse du système au point M mais il s'agit du vecteur vitesse initiale avec comme origine l'extrémité gauche de la courbe.

D'autres erreurs sur le vecteur vitesse sont repérées, elles sont moins fréquentes. En particulier, un type d'erreur concerne la direction du vecteur vitesse : elle ne correspond pas à celle de la tangente à la trajectoire au point M, elle s'en écarte, l'origine du vecteur étant bien le point M.

On cible donc deux types d'erreurs sur le vecteur vitesse :

- l'erreur « écart tangente » dans laquelle la direction du vecteur vitesse s'écarte de celle de la tangente à la trajectoire et son origine est bien le point M (figure 2-5) ;

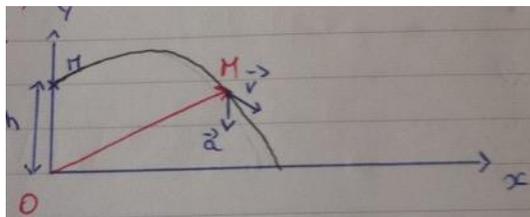


Figure 2-5 – Exemple de réponse contenant l'erreur « écart tangente » sur le vecteur vitesse

- l'erreur « vitesse initiale » dans laquelle c'est le vecteur vitesse initiale qui est tracé (figure 2-6).

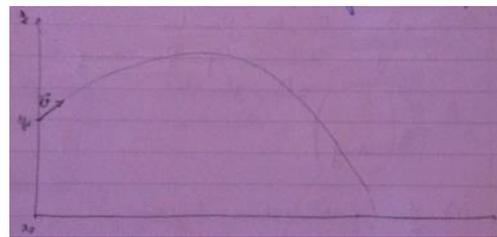
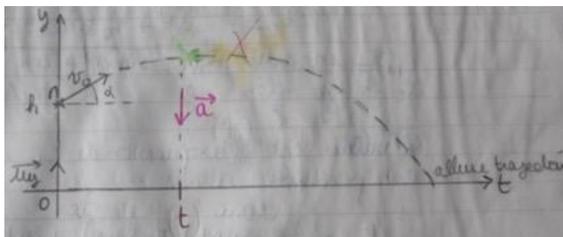


Figure 2-6 – Exemples de réponses contenant l'erreur « vitesse initiale » sur le vecteur vitesse

Dans le tableau 2-6, sont rassemblés les résultats concernant les erreurs sur le vecteur vitesse.

Erreurs sur le vecteur $\vec{v}$	Nombre		%	
Erreur écart tangente	46	148	10,9	35,2
Erreur vitesse initiale	72		17,1	
Erreur autre	30		7,1	
Pas d'erreur	228		54,2	
Non tracé	45		10,7	
<b>TOTAL</b>	<b>421</b>		<b>100</b>	

Tableau 2-6 – Nombre de copies en fonction de l'erreur commise sur le tracé du vecteur vitesse

On retrouve dans ces résultats le fait que la majorité des réponses ne contiennent pas d'erreur sur le vecteur vitesse. L'erreur majoritaire est l'erreur « vitesse initiale » (17,1%) devant l'erreur « écart tangente » (10,9%). On note également qu'il y a quasiment autant de réponses dans lesquelles le vecteur vitesse n'est pas tracé que de réponses dans lesquelles on trouve l'erreur « écart tangente ».

Les observations sur l'erreur « vitesse initiale » permettent de décrire la technique du bloc pratico-technique de la TAD utilisée par les étudiants, correspondant au type de tâche « tracer un vecteur vitesse ». On infère la technologie du bloc technologico-théorique associé : « Le vecteur vitesse est égal au vecteur vitesse initial ». Il semble exister une confusion entre vecteur vitesse en un point quelconque et vecteur vitesse à l'instant initial. Cela pourrait aussi signifier que les étudiants, n'ayant pas l'habitude de tracer le vecteur vitesse en un point M quelconque, ont le réflexe de tracer un vecteur, dont le nom contient le mot « vitesse », plus souvent tracé et apparaissant dans les données du problème (cf. figure 2-1). On fait donc l'hypothèse que la définition du vecteur vitesse constitue un obstacle théorique. Cependant, on peut également se demander si la difficulté pour les étudiants, ici, vient de la difficulté qu'ils pourraient avoir à mobiliser le paramètre temps, ce qui pourrait expliquer qu'ils ne font pas de distinction entre l'instant initial et un « instant  $t$  choisi un peu après le départ ». Cette hypothèse pourrait être renforcée par le fait qu'on écrit  $\vec{v}$  et pas  $\vec{v}(t)$ .

On suggère une autre explication pour cette identification du vecteur vitesse au vecteur vitesse initiale : la confusion entre le vecteur vitesse et sa composante horizontale. En effet, dans le mouvement parabolique, la composante horizontale se conserve.

### c. Les erreurs sur le vecteur accélération

En ce qui concerne le vecteur accélération, les erreurs sur son tracé sont, dans la plupart des cas, relatives à son point d'application ou à sa direction. Le point d'application du vecteur accélération, lorsqu'il est incorrect, est soit un point de la trajectoire du système soit un point qui n'appartient pas à cette trajectoire.

Les erreurs sur la direction du vecteur accélération sont diverses : la direction est parfois proche de celle de la tangente à la courbe au point M, elle est parfois horizontale ou encore verticale avec le sens du vecteur vers le haut. Enfin, le vecteur accélération est parfois colinéaire ou orthogonal au vecteur vitesse. On cible donc sept types d'erreurs sur le vecteur accélération :

- l'erreur « point d'application » dans laquelle la direction du vecteur accélération et son sens sont corrects, son origine est sur la courbe mais ce n'est pas le point M (figure 2-7) ;

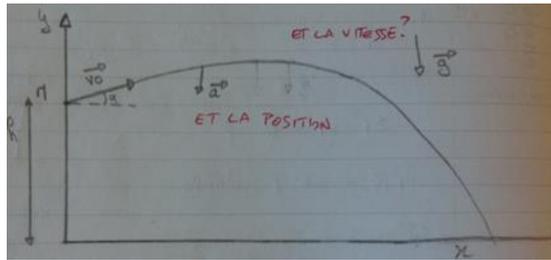


Figure 2-7 – Exemple de réponse contenant l'erreur « point d'application » sur le vecteur accélération

- l'erreur « point d'application hors courbe » dans laquelle la direction du vecteur accélération et son sens sont corrects, son origine n'est pas sur la courbe (figure 2-8) ;

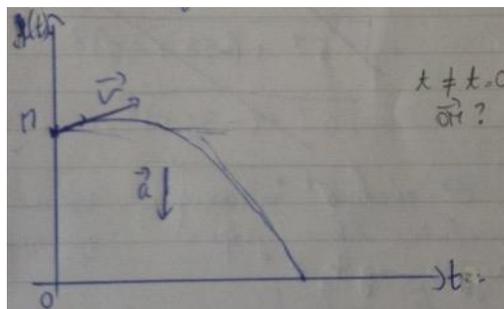


Figure 2-8 – Exemple de réponse contenant l'erreur « point d'application hors courbe » sur le vecteur accélération

- l'erreur « colinéaire » dans laquelle le vecteur accélération est colinéaire au vecteur vitesse (figure 2-9) ;

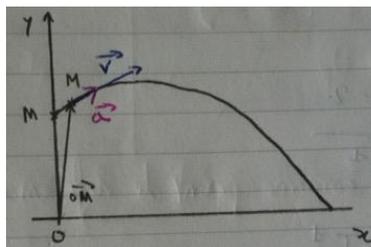


Figure 2-9 – Exemple de réponse contenant l'erreur « colinéaire » sur le vecteur accélération

- l'erreur « orthogonal » dans laquelle le vecteur accélération est orthogonal au vecteur vitesse (figure 2-10) ;

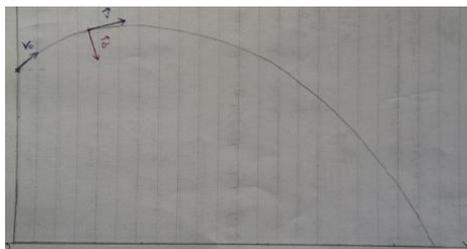


Figure 2-10 – Exemple de réponse contenant l'erreur « orthogonal » sur le vecteur accélération

- l'erreur « écart tangente » dans laquelle la direction du vecteur accélération est proche de celle de la tangente à la courbe au point M mais s'en écarte (figure 2-11) ;

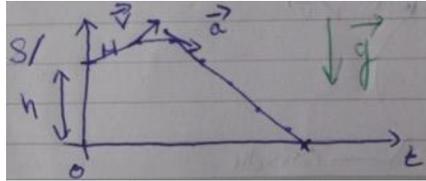


Figure 2-11 – Exemple de réponse contenant l'erreur « écart tangente » sur le vecteur accélération

- l'erreur « horizontale » dans laquelle la direction du vecteur accélération est horizontale avec un sens vers la droite (figure 2-12) ;

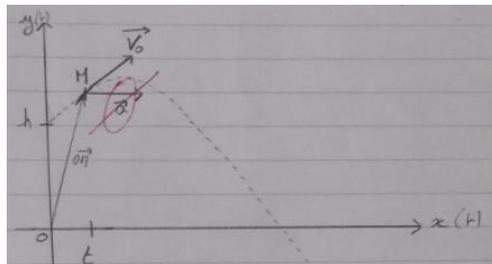


Figure 2-12 – Exemples de réponses contenant l'erreur « horizontale » sur le vecteur accélération

- l'erreur « verticale » dans laquelle la direction du vecteur accélération est verticale avec un sens vers le haut (figure 2-13).

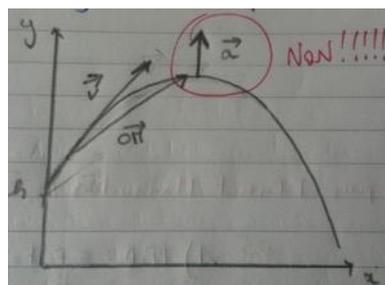


Figure 2-13 – Exemples de réponses contenant l'erreur « verticale » sur le vecteur accélération

Dans le tableau 2-7, sont rassemblés les résultats concernant les erreurs sur le vecteur accélération.

Erreurs sur le vecteur $\vec{a}$	Nombre		%	
Erreur point d'application	20	141	4,8	33,5
Erreur point d'application hors courbe	19		4,5	
Erreur colinéaire	17		4,0	
Erreur orthogonal	26		6,2	
Erreur écart tangente	30		7,1	
Erreur horizontale	13		3,1	
Erreur verticale	14		3,3	
Erreur autre	2		0,5	
Pas d'erreur	194		46,1	
Non tracé	86		20,4	
<b>TOTAL</b>	<b>421</b>		<b>100</b>	

Tableau 2-7 – Nombre de copies en fonction de l'erreur commise sur le tracé du vecteur accélération

Hormis l'erreur « écart tangente », les effectifs varient de 13 à 26 copies soit 3,1% à 6,2% du nombre total de copies. On constate donc qu'il y a une répartition homogène entre les erreurs qui ont été ciblées malgré le fait que chaque type d'erreurs représente une part faible des copies.

En regroupant les deux types d'erreurs « point d'application » et « point d'application hors courbe », on dénombre 39 copies soit près de 10% du total des copies. Pour ces erreurs, on remarque que les étudiants ne tracent pas le vecteur accélération en considérant qu'il correspond à une position du système à un instant donné : ils n'associent pas à chaque position du système un vecteur accélération. Autrement dit, pour ces étudiants, le vecteur accélération ne dépend pas du point M, ni de l'instant  $t$ . De fait, dans une situation de chute libre, l'accélération est la même en tout point donc l'accélération ne dépend en effet pas de l'instant  $t$  mais on s'attend ici à ce que le point d'application du vecteur accélération soit le point M, comme c'est l'usage en cinématique. C'est d'ailleurs peut-être à cause du fait que le vecteur accélération est constant, que les étudiants oublient la nécessité de le tracer avec un point d'application donné. Une troisième possibilité d'explication de ces erreurs peut être que les étudiants confondent le vecteur accélération avec le vecteur champ de pesanteur en s'appuyant sur la relation vectorielle  $\vec{a} = \vec{g}$  issue de la 2e loi de Newton. Or, dans le cas du vecteur champ de pesanteur, la caractéristique du point d'application est la plupart du temps ignorée car on se place dans le cadre d'un champ de pesanteur uniforme, occultant ainsi le fait que le champ de pesanteur est une fonction de l'espace. Cette assimilation du vecteur accélération au vecteur champ de pesanteur peut s'interpréter comme si les étudiants donnaient une signification dynamique au vecteur accélération en le reliant à la force qui s'exerce sur le système.

Pour ce qui est de l'erreur « écart tangente », elle concerne 30 copies soit 7,1% des copies. Dans le cas de cette erreur, le tracé du vecteur accélération, du point de vue de sa direction, est proche de celui du vecteur vitesse. On peut supposer que, le vecteur vitesse étant le seul vecteur dont le tracé est maîtrisé, le vecteur accélération est tracé de manière similaire au vecteur vitesse avec un écart de direction permettant de distinguer visuellement les deux vecteurs. On peut d'ailleurs aboutir à la même conclusion pour toutes les erreurs pour lesquelles la direction du vecteur accélération semble dépendre de celle du vecteur vitesse : les erreurs « colinéaire », « orthogonal » et « écart tangente ». L'ensemble de ces erreurs représente 73 copies (17,3% des copies) soit un peu plus de la moitié des erreurs sur le vecteur accélération. Précisons tout de même que le cas de l'erreur « orthogonal » est un peu plus subtil car si la vitesse est uniforme, on peut démontrer que le vecteur accélération est orthogonal à la vitesse (en tout point de la trajectoire). C'est peut-être cette propriété à laquelle auraient pensé les étudiants qui auraient alors oublié la condition de son application.

Les observations sur ces erreurs permettent de décrire la technique du bloc pratico-technique de la TAD utilisée par les étudiants, correspondant au type de tâche « tracer un vecteur vitesse ». On infère la technologie du bloc technologico-théorique associé : « La direction du vecteur accélération est : la même que celle du vecteur vitesse / orthogonale à celle du vecteur vitesse / proche de celle du vecteur vitesse ». Cela pourrait être résumé par : « La direction du vecteur accélération dépend de celle du vecteur vitesse<sup>12</sup> ». Du point de vue de la théorie justifiant cette technologie, on émet l'hypothèse que les étudiants donnent une signification cinématique au vecteur accélération en le reliant au vecteur vitesse.

Enfin, les erreurs « horizontale » et « verticale » amènent un autre commentaire et tendraient à être interprétées comme fournissant une signification dynamique au vecteur accélération. En effet, on peut supposer que le vecteur accélération, qu'il soit dirigé vers le haut ou vers la droite, est tracé dans le but de faire figurer sur le schéma la cause du mouvement. Ce vecteur dirigé dans l'une des directions du mouvement évoque « l'approche intuitive généralement répandue, selon laquelle un mouvement suppose une force agissant dans le même sens » que décrit Viennot (1978). La présence de ce vecteur semble donc rappeler les notions de « force vers le haut » et de « capital de force » (Viennot, 1978 ; McCloskey, 1983). Le vecteur accélération permet d'interpréter le mouvement en lui fournissant une cause.

La technologie, au sens de la TAD, utilisée par les étudiants, dans ces cas, semble être : « La direction du vecteur accélération indique la direction globale du mouvement ».

---

<sup>12</sup> C'est parfois vrai mais ce n'est pas le cas pour le mouvement parabolique.

### 3. Conclusion sur l'analyse des réponses par types de vecteurs ; tâches effectives

Dans cette analyse par type de vecteurs, on constate tout d'abord que les tracés des trois vecteurs ne posent pas tous autant de difficultés ni même les mêmes difficultés. On s'aperçoit que le vecteur vitesse est le vecteur qui est le plus souvent tracé et celui qui est le plus souvent correct. En revanche, le vecteur position, le moins souvent tracé et le moins souvent correct, est le vecteur qui semble être le plus mal maîtrisé par les étudiants.

On récapitule dans le tableau 2-8 les technologies utilisées par les étudiants pour chacun des types de tâches identifiés et correspondant aux principales erreurs repérées dans les réponses.

	Type de tâche	Technologie inférée	Obstacles théoriques possibles
<b>Organisations praxéologiques effectives</b>	Tracer un vecteur position.	La direction du vecteur position est la tangente à la trajectoire au point M.	Confusion entre le vecteur position et le vecteur déplacement
	Tracer un vecteur vitesse.	Le vecteur vitesse est le vecteur vitesse initiale.	Non prise en compte du fait que le vecteur vitesse dépend de la position du système à un instant donné.
	Tracer un vecteur accélération.	Le point d'application du vecteur accélération ne dépend pas de M. La direction du vecteur accélération dépend de celle du vecteur vitesse. La direction du vecteur accélération indique la direction du mouvement.	Non prise en compte du fait que le vecteur accélération dépend de la position du système à un instant donné. Le vecteur accélération a une signification cinématique. Le vecteur accélération a une signification dynamique.

*Tableau 2-8 – Organisations praxéologiques effectives correspondant aux erreurs les plus fréquentes*

On en déduit qu'il existe des difficultés pour les étudiants, qu'on a tenté de mettre en lumière : ils confondent le vecteur position avec le vecteur déplacement ; ils ignorent ou oublient que les vecteurs vitesse et accélération dépendent du temps et qu'ils doivent donc être tracés à un instant donné c'est-à-dire en un point donné de la trajectoire du système. Cette difficulté vient de la difficulté à mobiliser le paramètre temps et à exploiter le fait que les grandeurs vitesse et accélération sont des fonctions du temps.

Comme le tracé du vecteur vitesse semble être le mieux maîtrisé, on en déduit que la propriété « vecteur tangent à la trajectoire » est la propriété la plus opérante pour les étudiants et qu'ils l'exploitent même pour tracer le vecteur position et parfois le vecteur accélération.

Enfin, on est conduit à l'interprétation suivante : le vecteur accélération a une signification dynamique ou cinématique selon les erreurs commises.

Après cette première analyse des réponses des étudiants et l'identification de différents types d'erreur pour chacun des trois types de vecteurs, on se demande, à présent, si ces erreurs sont corrélées et si on retrouve des profils de réponses qui révèlent un certain degré de cohérence dans les représentations vectorielles réalisées par les étudiants.

## VI. Analyse des réponses par profils

---

Après avoir relevé et analysé les erreurs sur chaque type de vecteurs dans les réponses des étudiants, on s'intéresse dans cette partie aux corrélations éventuelles entre les erreurs sur un type de vecteur et les erreurs sur tel autre type de vecteurs. On analyse donc les réponses en prenant en compte les trois vecteurs simultanément.

### 1. Méthodologie

#### a. Codage des réponses d'étudiants

À chaque réponse dans une copie, on associe trois indications, une pour chaque vecteur. On utilise les types d'erreurs définis précédemment. L'indication dépend donc de ces types d'erreurs et on fait le choix de la coder avec un nombre en écriture binaire qui contient autant de chiffres qu'il y a de catégories dans la liste suivante :

- le vecteur est correct ;
- l'erreur sur le vecteur est identifiée de type 1 ;
- l'erreur sur le vecteur est identifiée de type 2 ;
- l'erreur sur le vecteur est identifiée de type 3 etc. ;
- l'erreur n'est pas identifiée (erreur « autre ») ;
- le vecteur n'est pas tracé.

La valeur 0 ou 1 est attribuée à chacune des catégories ; ces catégories étant exclusives, le nombre binaire obtenu contient une seule fois le chiffre 1.

Le tableau 2-9 présente l'ensemble des nombres binaires possibles correspondant à l'indication sur le vecteur position, noté  $\overrightarrow{OM}$ , en fonction des types d'erreurs définies et identifiées précédemment.

	Pas d'erreur	Erreur type 1	Erreur type 2	Erreur autre	Non tracé
Codage pour « $\overrightarrow{OM}$ correct. »	1	0	0	0	0
Codage pour « $\overrightarrow{OM}$ erreur tangente. »	0	1	0	0	0
Codage pour « $\overrightarrow{OM}$ erreur tangente et point d'application. »	0	0	1	0	0
Codage pour « $\overrightarrow{OM}$ erreur non identifiée. »	0	0	0	1	0
Codage pour « $\overrightarrow{OM}$ pas tracé. »	0	0	0	0	1

Tableau 2-9 – Ensemble des codages possibles pour le vecteur position

Le codage d'une réponse d'étudiant est donc un nombre en écriture binaire qui rassemble les indications sur les trois vecteurs. C'est la concaténation des trois nombres binaires qui sont les codages des trois vecteurs dans l'ordre suivant : vecteur position, vecteur vitesse, vecteur accélération.

Le tableau 2-10 donne des exemples de réponses d'étudiant avec leur codage correspondant.

Numéro de la copie	Codage																				
	Codage de $\vec{OM}$				Codage de $\vec{v}$				Codage de $\vec{a}$												
1	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
4	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Tableau 2-10 – Exemples de réponses avec leur codage correspondant

### b. Traitement statistique

Ce codage permet d'attribuer une valeur à chacune des réponses de l'échantillon. On utilise alors l'algorithme de segmentation hiérarchique HClust. On obtient une classification des copies sous la forme d'un dendrogramme ou arbre de similarité (figure 2-14). Dans ce diagramme, toutes les copies sont indiquées horizontalement, dans la partie inférieure. Les copies sont repérées par leur numéro qui est un nombre compris entre 1 et 460.

### c. Lecture du dendrogramme

Dans le diagramme, deux copies se rejoignent en formant un nœud dont la valeur de la hauteur (indication verticale) est égale à la distance euclidienne entre ces deux copies. Or, nous avons vu précédemment que la valeur attribuée à une copie est un nombre binaire dont l'ordre des chiffres représente un choix arbitraire : ce sont à la fois les types de vecteurs et les différents types d'erreurs qui conditionnent cet ordre. On en déduit que la valeur associée à une réponse n'a pas de signification particulière. Par conséquent, nous ne nous attachons pas à la hauteur d'un nœud dans l'interprétation du dendrogramme, dans cette étude.

En revanche, la position horizontale des nœuds reste une donnée déterminante ainsi que la distance horizontale entre deux copies. En effet, deux copies ont d'autant plus de ressemblances que leur distance horizontale sur le dendrogramme est faible.

Lorsque deux copies se trouvent côte à côte sous un même trait horizontal, cela signifie que le nœud qui les joint est de hauteur nulle donc elles sont identiques au regard des critères définis par les catégories d'erreurs données pour chaque vecteur.

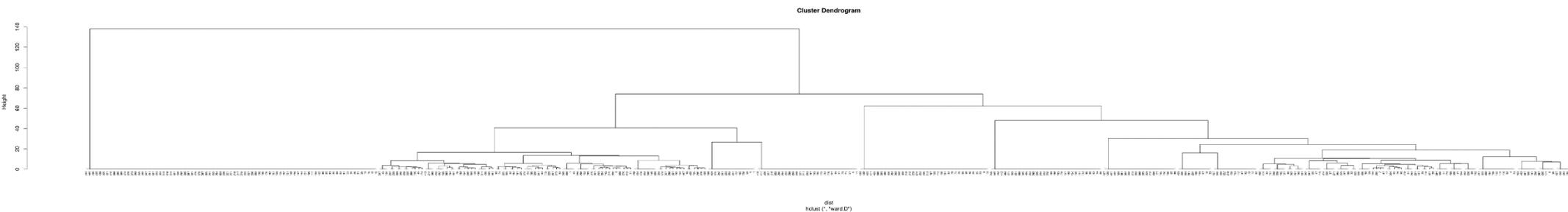


Figure 2-14 – Dendrogramme

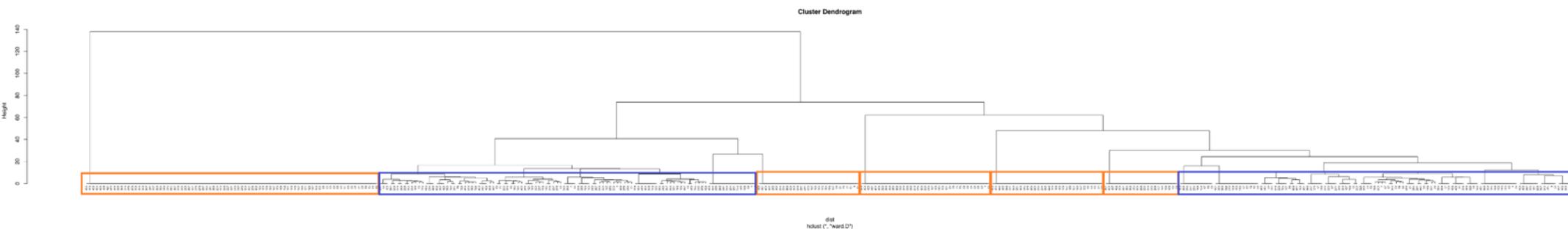


Figure 2-15 – Dendrogramme : groupes homogènes importants (encadrés en orange) et zones contenant plusieurs petits groupes homogènes (encadrées en bleu)

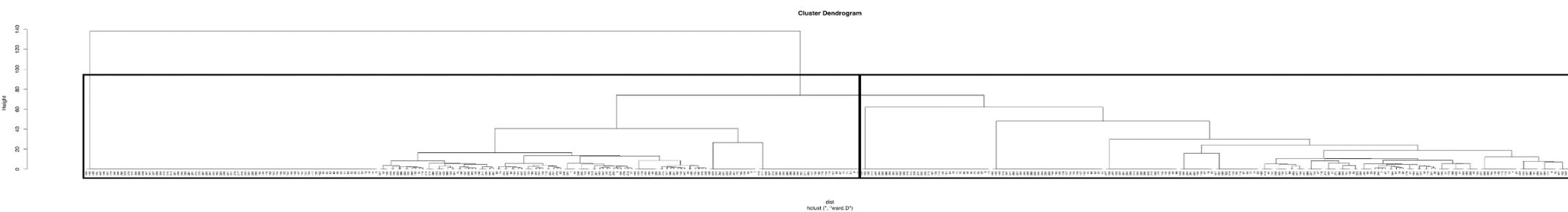


Figure 2-16 – Dendrogramme : réponses dans lesquelles le vecteur position est tracé (cadre de gauche) et réponses dans lesquelles il n'est pas tracé (cadre de droite)

#### d. Détermination de profils de réponse

Afin d'analyser l'ensemble des réponses, on a, en premier lieu, cherché à regrouper les réponses qui se ressemblent, ce qui permet, dans un deuxième temps, la comparaison de groupes de réponses et non de réponses prises seules. Chaque réponse étant caractérisée par une catégorie renvoyant au type d'erreur pour chacun des trois vecteurs, un regroupement consiste à rassembler des copies qui ont en commun au moins deux de leurs trois catégories. Pour caractériser un groupe de réponses semblables, il s'agit ensuite de déterminer le profil de réponse correspondant aux points communs entre les réponses de ce groupe.

Dans le tableau 2-11, on prend l'exemple de couples de copies qui ont deux catégories en commun et on indique le profil de réponse correspondant.

Numéro de la copie	Codage												Profil de réponse									
	Codage de $\vec{OM}$				Codage de $\vec{v}$				Codage de $\vec{a}$													
100	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	$\vec{OM}$ et $\vec{v}$ corrects $\vec{a}$ incorrect
224	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	
30	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	$\vec{OM}$ pas tracé, $\vec{v}$ erreur vitesse initiale, $\vec{a}$ incorrect
4	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	

Tableau 2-11 – Exemples de profils de réponses

## 2. Premier classement

### a. Critère de classement

A la lecture du dendrogramme, on observe deux façons dont les copies se répartissent horizontalement : on distingue d'une part des groupes assez importants sous un trait horizontal, indiquant des copies identiques, et d'autre part, deux zones dans lesquelles les groupes de copies identiques sont petits ou bien les copies sont isolées. Sur la figure 2-15, les premiers, les groupes homogènes importants, sont encadrés en orange et les secondes, les zones dans lesquelles apparaissent plusieurs petits groupes homogènes, sont encadrées en bleu.

La limite quantitative pour différencier les groupes de copies identiques importants et les groupes de copies identiques plus petits est fixée, arbitrairement dans un premier temps, à un effectif supérieur ou égal à 5% du nombre total de copies, soit 21 copies.

Cette limite arbitraire permet de repérer les groupes de profils les plus évidents comme les groupes dans lesquels : les trois vecteurs sont corrects, aucun des trois vecteurs n'est tracé, le

vecteur position n'est pas tracé mais les vecteurs vitesse et accélération sont corrects. On constate en effet (voir plus loin, tableau 2-12) que ces groupes ont un effectif supérieur à 21 copies. Il se trouve que cette proposition de limite à 21 copies est mise en défaut (cf. VI. 2.d.) par la mise en évidence de groupes homogènes d'effectif inférieur grâce au regroupement de copies par profils de réponse effectué sur les petits groupes homogènes. Nous le verrons par la suite.

On dénombre ainsi cinq groupes d'effectif important, qui sont des groupes homogènes. Le nombre total de copies dans ces groupes est 202, soit 48% des copies. Pour les petits groupes de copies identiques, on constate que leur effectif va de 1 à 16. Le nombre total de copies dans ces petits groupes est 219, soit 52% des copies.

Finalement, on constate que les copies se répartissent en un grand nombre de groupes. On en déduit que la diversité des réponses est importante. Un premier constat à la lecture du dendrogramme est donc qu'il y a une grande dispersion des réponses.

#### **b. Profils de réponses des groupes homogènes d'effectif supérieur ou égal à 21**

Après ce premier travail de distinction de groupes, l'analyse du dendrogramme s'est poursuivie par l'identification de la nature des réponses dans chacun des groupes décrits précédemment.

Pour les groupes homogènes, repérés en orange sur la figure 2-15, la nature des réponses est immédiatement lisible par le codage de la réponse. On obtient donc cinq profils de réponse qui sont les suivants :

- les trois vecteurs sont corrects ;
- l'erreur sur le vecteur position (noté  $\overrightarrow{OM}$ ) est l'erreur « tangente », le vecteur vitesse (noté  $\vec{v}$ ) et le vecteur accélération (noté  $\vec{a}$ ) sont corrects ;
- aucun vecteur n'est tracé ;
- le vecteur position n'est pas tracé, les vecteurs vitesse et accélération sont corrects ;
- seul le vecteur vitesse est tracé et l'erreur est l'erreur « vitesse initiale ».

On constate que seuls deux types d'erreur ressortent : l'erreur « tangente » pour le vecteur position et l'erreur « vitesse initiale » pour le vecteur vitesse. Les autres différences entre ces profils concernent le fait que les vecteurs sont tracés ou non, corrects ou non. Ces erreurs représentent respectivement 15,2% et 17,1% des copies. On remarque que ce sont les deux erreurs les plus fréquentes, à la fois pour le vecteur position et pour le vecteur vitesse pris séparément mais aussi pour l'ensemble des erreurs recensées. L'analyse de ces groupes homogènes donne donc déjà une idée assez fidèle des principales erreurs commises par les étudiants.

### c. Profils de réponses des groupes homogènes d'effectif inférieur à 21

On s'intéresse à présent aux autres groupes de réponses, encadrés en bleu sur la figure 2-15, et qui ont un faible effectif de copies identiques. Le travail effectué a permis de détecter les points communs entre ces réponses très dispersées afin de définir des groupes plus nombreux. La procédure suivie avait pour but de rassembler les copies par petits « paquets » en lisant le diagramme de gauche à droite. En effet, les copies ont d'autant plus de points communs que leur distance est proche, le travail a donc consisté à élargir les groupes en englobant les groupes consécutifs.

La règle de base qui a été respectée pour effectuer des regroupements a été de rassembler des copies qui ont en commun au moins deux des trois catégories d'erreurs. Puis, à défaut, les copies n'ayant qu'une catégorie en commun ont été rassemblées. Enfin, des regroupements plus larges ont été effectués du type « vecteur incorrect », qui englobe toutes les catégories d'erreur à l'exclusion des catégories « vecteur pas tracé » et « vecteur correct ».

On obtient finalement sept groupes. Dans chacun de ces groupes, les copies ne contiennent pas des réponses identiques mais proches. On définit alors, pour ces sept groupes, des profils de réponses qui font apparaître les similitudes entre toutes les réponses. Ces profils de réponse sont les suivants :

- le vecteur position est correct, le vecteur vitesse et/ou le vecteur accélération sont corrects, incorrects ou non tracés ;
- le vecteur position est incorrect, les vecteurs vitesse et accélération sont corrects, incorrects ou non tracés ;
- l'erreur sur le vecteur position est l'erreur « tangente », l'erreur sur le vecteur vitesse est l'erreur « écart tangente », le vecteur accélération est correct ;
- le vecteur position n'est pas tracé, le vecteur vitesse est correct, le vecteur accélération n'est pas tracé ;
- le vecteur position n'est pas tracé, le vecteur vitesse est correct, l'erreur sur le vecteur accélération est l'erreur « orthogonal » ;
- le vecteur position n'est pas tracé, les vecteurs vitesse et accélération sont corrects, incorrects ou non tracés ;
- le vecteur position n'est pas tracé, l'erreur sur le vecteur vitesse est l'erreur « vitesse initiale », le vecteur accélération est incorrect.

Le tableau 2-12 présente ces sept groupes ainsi que les cinq groupes homogènes. L'ordre des cases du tableau de gauche à droite respecte l'ordre d'apparition de gauche à droite des groupes sur l'axe horizontal du dendrogramme (figure 2-15).

On précise que l'indication « correct ou non » signifie « correct, incorrect ou non tracé ».

Groupe		A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Effectif des réponses		83	32	60	16	29	37	32	21	10	13	61	27
Profil de réponses	$\vec{OM}$	correct	correct	incorrect	erreur t*	erreur t*	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé
	$\vec{v}$	correct	correct ou non	correct ou non	erreur ét*	correct	pas tracé	correct	erreur vi*	correct	correct	correct ou non	erreur vi*
	$\vec{a}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct	correct	pas tracé	correct	pas tracé	pas tracé	erreur ortho*	correct ou non	incorrect

\* erreur t = erreur « tangente » \* erreur ét = erreur « écart tangente » \* erreur vi = erreur « vitesse initiale » \* erreur ortho = erreur « orthogonal »

Tableau 2-12 – Profils de réponses des groupes encadrés dans le dendrogramme (figure 2-15). Les groupes respectent le même ordre de gauche à droite.

#### d. Commentaires sur le premier classement

A l'issue de ce premier classement, on obtient douze groupes de réponses d'étudiants. Ces groupes ont des effectifs disparates qui vont de 10 à 83. L'effectif moyen de ces groupes est de 35,1 copies, soit 8,3% des copies. On identifie donc un grand nombre de groupes et leur effectif représente en moyenne moins de 10% de l'ensemble des réponses, on en déduit que les réponses des étudiants sont dispersées.

Par ailleurs, on remarque que, parmi les groupes B, C, D, I, J, K et L, issus des regroupements effectués sur les groupes de réponses identiques de faible effectif, trois groupes sont des groupes homogènes : leurs profils de réponse correspondent à une unique catégorie pour chacun des trois vecteurs. Il s'agit des groupes D, I et J dont les effectifs sont respectivement 16, 10 et 13. On a donc finalement huit groupes homogènes sur les douze groupes identifiés. La limite quantitative (effectif supérieur ou égal à 21 copies) fixée arbitrairement dans un premier temps apparaît, par conséquent, peu pertinente. La limite qui ressort ici est donc : un effectif supérieur ou égal à 10 copies soit 2,4% du total.

Dans ces douze groupes identifiés, quatre types d'erreurs ressortent : l'erreur « tangente » pour le vecteur accélération et l'erreur « vitesse initiale » pour le vecteur vitesse, qui sont les deux types d'erreurs les plus fréquents, et les erreurs « écart tangente » pour le vecteur vitesse et « orthogonal » pour le vecteur accélération. Ces deux types d'erreur représentent respectivement 10,9% et 6,2% des copies.

On n'observe pas de corrélation entre les différents types d'erreurs. Il n'est, par exemple, pas pertinent d'associer l'erreur « tangente » sur le vecteur position avec un tracé correct pour le vecteur accélération, comme le suggérerait le croisement des profils des groupes D et E, car on n'a pas suffisamment d'informations sur les erreurs sur le vecteur position dans le groupe C. Or, le

groupe C a un effectif de 60 réponses, effectif supérieur à celui des groupes D et E réunis. De même, il n'est pas pertinent d'associer l'erreur « écart tangente » sur le vecteur vitesse avec l'erreur « tangente » sur le vecteur position et l'absence d'erreur sur le vecteur accélération, comme on le lit sur le profil du groupe D. En effet, il y a trois autres groupes, d'effectif supérieur à celui du groupe D, les groupes B, C et K, dans lesquels on n'a pas assez d'informations sur les erreurs relatives au vecteur vitesse. Enfin, on ne peut pas non plus associer l'erreur « vitesse initiale » sur le vecteur vitesse avec le fait que le vecteur position n'est pas tracé (groupes H et L), puisqu'on ne dispose pas de suffisamment d'éléments sur les erreurs sur le vecteur vitesse dans les mêmes trois groupes B, C et K.

Du fait de l'impossibilité d'établir des corrélations entre différents types d'erreur, l'analyse de ces douze groupes ne permet pas de faire des hypothèses sur les raisonnements mis en œuvre par les étudiants quand ils tracent les vecteurs position, vitesse et accélération.

### **3. Deuxième classement**

#### **a. Regroupement de profils de réponses du premier classement**

Le classement précédent peut être affiné si on procède à des regroupements de profils de réponse en appliquant les mêmes règles que celles qui ont permis de regrouper les groupes homogènes de petits effectifs. En particulier, on peut rassembler les groupes D et E qui ont en commun dans leur profil l'erreur « tangente » pour le vecteur position et un vecteur accélération correct. On obtient le groupe M.

De même, on peut rassembler les groupes H et I qui ont en commun dans leur profil que seul le vecteur vitesse est tracé. On obtient le groupe N. Enfin, on peut rassembler les groupes J et K en constatant que le groupe J est inclus dans le groupe K. On obtient le groupe O.

Le tableau 2-13 présente les neuf groupes ainsi obtenus, qui remplacent les douze groupes obtenus dans le premier classement. L'ordre des cases du tableau de gauche à droite respecte l'ordre de lecture de gauche à droite sur l'axe horizontal du dendrogramme (figure 2-15).

Groupe		A	B	C	M	F	G	N	O	L
Effectif des réponses		83	32	60	45	37	32	31	74	27
Profil de réponses	$\overline{OM}$	correct	correct	incorrect	erreur t*	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé
	$\vec{v}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct ou erreur ét*	pas tracé	correct	correct ou erreur vi*	correct ou non	erreur vi*
	$\vec{a}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct	pas tracé	correct	pas tracé	correct ou non	incorrect

\* erreur t = erreur « tangente » \* erreur ét = erreur « écart tangente » \* erreur vi = erreur « vitesse initiale »

Tableau 2-13 – Profils de réponses des groupes du deuxième classement dans l'ordre de lecture du dendrogramme de gauche à droite

### b. Etude des groupes N et O

On s'intéresse spécifiquement aux deux groupes N et O car l'effectif de leur réunion est important : 105 réponses soit 24,9%, près d'un quart des réponses.

Le profil du groupe N semble donner une indication intéressante. En effet, ce groupe rassemble la majorité des cas de réponses contenant seulement le vecteur vitesse, soit 31 cas sur 38 (donnée issue du tableau 2-3). Les 7 autres cas appartiennent au groupe O. Ainsi, dans les réponses du groupe N, on peut caractériser de deux façons le vecteur vitesse lorsqu'il est tracé seul : soit il est tracé correctement, soit l'erreur commise est de type « vitesse initiale ». On sait, grâce à la donnée de l'effectif du groupe H (tableau 2-12), que les cas où le seul vecteur est le vecteur vitesse et où l'erreur est l'erreur « vitesse initiale » représentent 21 réponses. Il apparaît dans ces réponses que l'étudiant ne maîtrise pas le tracé des vecteurs en cinématique puisqu'il ne trace ni le vecteur position ni le vecteur accélération et qu'il trace le vecteur vitesse initiale qui est en fait donné dans l'énoncé (figure 2-1). On peut faire l'hypothèse que l'étudiant, ne sachant pas tracer les vecteurs, trace par défaut celui qui apparaît dans l'énoncé, ou alors il ne distingue pas l'instant initial de « l'instant  $t$  choisi un peu après le départ ». On pointe ici la difficulté, déjà évoquée précédemment, à mobiliser le paramètre temps.

Parmi les réponses des groupes N et O, on relève également les réponses dans lesquelles le vecteur vitesse est correct et le vecteur accélération ne l'est pas, et inversement. On indique les données correspondantes dans le tableau 2-14. Ces résultats nous permettent de conclure que 51 réponses, soit près de la moitié des réponses des groupes N et O réunis, contiennent l'un des deux vecteurs vitesse et accélération qui est tracé correctement. Néanmoins, il reste délicat de dégager d'autres éléments d'informations car le critère « correct ou non » est trop large. On en conclut que les réponses sont diverses dans ces groupes.

Groupe	A	B	C	M	F	G	N	O	L	
Effectif des réponses	83	32	60	45	37	32	31	74	27	
Profil de réponses	$\vec{OM}$	correct	correct	incorrect	erreur t*	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé
	$\vec{v}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct ou erreur ét*	pas tracé	correct	correct ou erreur vi*	correct ou non	erreur vi*
	$\vec{a}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct	pas tracé	correct	pas tracé	correct ou non	incorrect

<b>39 réponses</b> $\vec{v}$ correct $\vec{a}$ pas tracé ou incorrect
<b>12 réponses</b> $\vec{v}$ pas tracé ou incorrect $\vec{a}$ correct

\* erreur t = erreur « tangente » \* erreur ét = erreur « écart tangente » \* erreur vi = erreur « vitesse initiale »

Tableau 2-14 – Groupes du deuxième classement avec indication de deux groupes inclus dans la réunion des groupes N et O

### c. Commentaires sur le deuxième classement

A l'issue de ce deuxième classement, on n'obtient plus que neuf groupes de réponses d'étudiants soit un nombre de groupes plus réduit que dans le premier classement. Ces groupes ont des effectifs qui vont de 31 à 83 avec un effectif moyen qui est de 46,8 copies, soit 11,1% des copies. Dans ces neuf groupes, trois types d'erreurs ressortent : l'erreur « tangente » pour le vecteur position, l'erreur « vitesse initiale » et l'erreur « écart tangente » pour le vecteur vitesse. On constate que ce sont les trois erreurs les plus fréquentes, tous types de vecteurs confondus. On constate également que parmi ces trois types d'erreur, apparaissent les deux types d'erreurs identifiés pour le vecteur vitesse. L'analyse de ce deuxième classement aboutissant à neuf groupes donne donc une vision cohérente des principales erreurs commises par les étudiants. Les critères « correct ou non » ou « incorrect » sont peu précis. On en déduit que les profils de réponse de certains groupes recouvrent une diversité de réponses dont il est difficile de dégager des points communs. On en déduit qu'on obtient une grande dispersion des réponses. Comme précédemment, dans le premier classement, on ne peut pas effectuer de corrélations entre des types d'erreurs.

#### 4. Troisième classement

Dans les groupes issus du premier classement comme dans les groupes issus du deuxième classement, un point commun entre les profils de réponses permet de distinguer deux grandes catégories de profils : ceux dans lesquels le vecteur position est tracé (groupes A, B, C, M) et ceux dans lesquels le vecteur position n'est pas tracé (groupes F, G, N, O L).

Il est donc possible de classer l'ensemble des copies en deux grands groupes, représentés par les cadres sur la figure 2-16.

Dans le tableau 2-15, on retrouve ces deux grands groupes avec leur effectif. Ces effectifs sont comparables : 220 et 201, soit 52% et 48% des copies.

		Profils de réponses dans lesquels $\vec{OM}$ est tracé				Profils de réponses dans lesquels $\vec{OM}$ est tracé				
		Effectif total : 220				Effectif total : 201				
Groupe		A	B	C	M	F	G	N	O	L
Effectif des réponses		83	32	60	45	37	32	31	74	27
Profil de réponses	$\vec{OM}$	correct	correct	incorrect	erreur t*	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé	pas tracé
	$\vec{v}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct ou erreur ét*	pas tracé	correct	correct ou erreur vi*	correct ou non	erreur vi*
	$\vec{a}$	correct	correct ou non	correct ou non	correct	pas tracé	correct	pas tracé	correct ou non	incorrect

\* erreur t = erreur tangente      \* erreur ét = erreur écart tangente      \* erreur vi = erreur vitesse initiale

Tableau 2-15 – Profils de réponses des groupes encadrés dans le dendrogramme (figure 2-16)

Le fait que le vecteur position soit tracé ou pas constitue le critère de distinction entre toutes les réponses. Ce critère met en lumière le statut particulier que revêt le vecteur position. Comme on l'a déjà noté précédemment, c'est le vecteur qui pose le plus de difficultés aux étudiants et ce classement en deux groupes renforce cette conclusion puisque la moitié des réponses ne le font pas apparaître. De plus, par sa nature, ce vecteur se distingue des deux autres, vecteurs vitesse et accélération, et ce pourrait être la cause du fait qu'il pose davantage de difficultés et est moins souvent tracé et moins souvent correct.

On remarque également que, dans les cas où le vecteur position est correct, les deux autres vecteurs ne le sont pas forcément. L'inverse est valable aussi : si le vecteur position est incorrect, les deux autres vecteurs peuvent être corrects ou incorrects. On ne peut donc pas établir de corrélation entre les erreurs sur le vecteur position et les erreurs sur les deux autres vecteurs.

De même, on n'observe pas de régularité dans les réponses pour les cas où le vecteur position n'est pas tracé. Finalement, on ne peut pas émettre d'hypothèse sur les raisonnements mis en œuvre par les étudiants.

## **5. Conclusion sur l'analyse des réponses par profils**

Le codage et le traitement statistique des réponses des étudiants ont permis d'effectuer un classement des réponses et d'identifier des profils de réponses. L'analyse s'est fondée sur ces profils.

Le premier classement aboutit à douze profils de réponse. On retrouve dans ces profils les principales erreurs sur les trois vecteurs. La comparaison des différents profils entre eux indique qu'il n'est pas possible d'établir de corrélation entre les erreurs sur les différents types de vecteurs. Un autre élément se dégage de ce premier classement : l'échantillon étudié montre une grande dispersion des réponses.

Le deuxième classement, obtenu en affinant le premier classement, conduit à une réduction du nombre de profils de réponses soit neuf profils. On repère dans ces profils les principales erreurs sur les vecteurs. Néanmoins, il reste difficile de dégager des points communs entre les profils ce qui mène à la conclusion, comme pour le premier classement, d'une grande dispersion des réponses.

Enfin, on propose un troisième classement qui découpe l'échantillon des réponses en deux catégories d'effectifs comparables. Ce qui distingue ces deux catégories concerne le vecteur position : il est tracé ou non. À l'intérieur de ces deux catégories, on ne perçoit pas de régularité entre les réponses. De ce troisième classement, on tire que le vecteur position se distingue des deux autres vecteurs : il se singularise du point de vue de sa maîtrise par les étudiants.

## VII. Conclusion du chapitre 2

---

À la lecture des programmes de physique du lycée, pour les classes de Seconde, Première et Terminale de la filière scientifique, on note que la part consacrée aux contenus de cinématique est limitée. En particulier, l'essentiel des connaissances sur les vecteurs position, vitesse et accélération n'est abordé qu'en classe de Terminale. Or, en mécanique, la résolution de problèmes nécessite l'utilisation de ces vecteurs.

C'est justement la question de l'utilisation des vecteurs en cinématique qui a guidé ce travail et c'est la TAD qui fournit les outils d'analyse. Nous avons ciblé le niveau début de cursus universitaire et cherché à rendre compte de la façon dont les étudiants maîtrisent les vecteurs dans ce domaine. Dans un problème traitant de la chute libre, la question leur est posée de tracer les vecteurs position, vitesse et accélération.

Les résultats obtenus montrent que, le plus souvent, les étudiants tracent deux ou trois vecteurs et ce sont majoritairement les vecteurs vitesse et accélération. On constate donc une différence entre le vecteur position et les deux autres vecteurs. Par ailleurs, c'est le vecteur vitesse qui est le plus souvent tracé et le plus souvent correct. C'est l'inverse pour le vecteur position. Par conséquent, c'est le vecteur position qui pose davantage de difficultés et qui est mal maîtrisé par un grand nombre d'étudiants.

La portée de ces résultats est à modérer du fait que les étudiants dont on analyse les réponses sont issus de différentes sections et sont susceptibles d'avoir des sensibilités pour la physique et la cinématique en particulier, diverses. On précise également que l'exercice sur lequel porte notre étude est peu noté dans l'ensemble du sujet que les étudiants devaient traiter, il est donc possible que les étudiants aient répondu à l'exercice de manière rapide et sans approfondir. Enfin, on s'intéresse au tracé des vecteurs dans la situation particulière de la chute libre sans chercher à généraliser à toute situation d'étude de mouvement. Cependant, le cas de la chute libre a l'avantage d'être bien connu car accessible dans l'expérience quotidienne.

Le tracé des vecteurs position, vitesse et accélération est une activité standardisée et fait appel à des connaissances et des savoir-faire correspondant à l'enseignement que les étudiants ont reçu. Ce sont les outils de la TAD, blocs pratico-technique et technologico-théorique, qui nous permettent de comparer les tâches *a priori* et les tâches effectives des étudiants. Selon la TAD, les savoirs et savoir-faire sont organisés en praxéologies dont les spécificités dépendent de l'institution constituée ici par la cinématique. Ces outils d'analyse nous ont permis de caractériser un certain nombre d'erreurs commises par les étudiants et d'inférer les technologies qu'ils utilisent. On en déduit des hypothèses sur quelques obstacles théoriques : confusion entre le vecteur position et le vecteur déplacement ; non prise en compte des vecteurs vitesse et

accélération comme fonctions du temps ; direction du vecteur accélération liée automatiquement à celle du vecteur vitesse ; vecteur accélération comme représentation de la cause du mouvement. De ces deux derniers points, on tire l'interprétation suivante : le vecteur accélération a une signification dynamique ou cinématique selon les erreurs commises.

Dans un deuxième temps, l'analyse des réponses des étudiants s'appuie sur la caractérisation de profils de réponses grâce à un système de codage et le traitement statistique à l'aide d'un algorithme de segmentation hiérarchique. Il ressort nettement que l'ensemble des réponses se répartissent entre celles dans lesquelles le vecteur position est tracé et celles dans lesquelles il n'est pas tracé. Le vecteur position tient donc une place particulière parmi les trois vecteurs : il pose le plus de difficultés et apporte le critère le plus important de distinction entre les étudiants. Les profils de réponses font apparaître les principales erreurs sur les vecteurs. On ne relève pas de corrélation entre différents types d'erreurs. Néanmoins, l'analyse par profils de réponses amène à plusieurs éléments de conclusion. En premier lieu, on constate que le tracé des vecteurs en cinématique représente une difficulté pour les étudiants. Lorsque les vecteurs sont tracés, savoir en tracer un ne signifie pas savoir tracer correctement les autres. On constate également que les réponses dans lesquelles le vecteur position n'est pas représenté sont nombreuses puisqu'elles concernent 48% des réponses. On fait l'hypothèse que ce vecteur pose problème : soit sa nature est mal connue soit c'est sa notation qui n'a pas de sens pour les étudiants. Enfin, on n'observe pas de cohérence entre les tracés des vecteurs, ce qui peut sembler être le révélateur d'une incompréhension des concepts de cinématique.

L'utilisation d'outils mathématiques, tels que les vecteurs, n'est finalement pas triviale : c'est ce que nous tentons de mettre en évidence dans ce travail par le biais de la notion d'institution, au sens de la TAD, que nous mobilisons comme cadre théorique. Au sein d'une institution, ici la cinématique, les savoir-faire sont spécifiques. Il apparaît que la transposition des savoir-faire d'une institution, les mathématiques, à l'autre, la cinématique, requiert un niveau de connaissance suffisant des concepts de cinématique. Autrement dit, le fait d'utiliser des vecteurs dans le domaine de la cinématique est un savoir-faire qui constitue en lui-même un apprentissage de cinématique.

## **Chapitre 3**

### **La notion d'accélération : analyse de contenu dans le cas de la chute libre**

En privilégiant une approche intuitive, on peut expliquer que l'accélération décrit l'évolution de la vitesse au cours du temps : si la vitesse diminue, l'accélération est négative ; si la vitesse augmente, l'accélération est positive. Dans cette façon de présenter l'accélération, c'est en fait de la composante tangentielle de l'accélération dans le repère de Frenet dont il est question (et il est question de la norme de la vitesse). Il s'agit bien d'une grandeur algébrique.

De manière plus formelle, on précise que l'accélération est une grandeur vectorielle : c'est la dérivée par rapport au temps du vecteur vitesse. On appelle intensité du vecteur accélération (et parfois par abus de langage accélération tout court) la grandeur scalaire définie positive correspondant à la norme de ce vecteur accélération.

Finalement, on observe qu'en langue naturelle le terme d'accélération peut, selon le contexte, être associé à trois quantités : une grandeur algébrique, une grandeur vectorielle et une grandeur scalaire définie positive.

Notre objet d'étude étant la chute libre, on se situe dans ce cadre. Pour tout mouvement de chute libre, on dira que « l'accélération est constante » ce qui signifie que le vecteur accélération est un vecteur constant. Dans le référentiel terrestre, l'application de la deuxième loi de Newton à un objet en chute libre nous apprend que le vecteur accélération de cet objet est égal au vecteur champ de pesanteur. Il est donc de direction verticale et dirigé vers le bas.

Dans l'étude exploratoire de manuels anciens (cf. chapitre 1), on constate que le traitement de la chute des corps que font les auteurs s'articule autour de la notion de mouvement rectiligne uniformément varié et de la notion de force constante, la notion d'accélération n'étant pas mise en avant. C'est pourtant la propriété de l'accélération d'un mobile en chute libre, le fait qu'elle soit constante, qui relie le point de vue cinématique – mouvement uniformément varié – et le point de vue dynamique – mouvement à force constante – de la chute libre.

Dans ce chapitre, on se propose d'analyser la notion d'accélération et spécifiquement le cas de la chute libre. On étudie tout d'abord l'accélération en tant que grandeur vectorielle. On présente quelques éléments généraux sur les grandeurs vectorielles tels que : leur introduction dans l'enseignement de la physique et plus particulièrement de la mécanique et les travaux de recherche antérieurs mettant en évidence les difficultés que ces grandeurs posent aux élèves et aux étudiants. Puis, on s'intéresse au vecteur accélération du mouvement de chute libre et à la relation qui le relie au vecteur champ de pesanteur.

On étudie ensuite l'accélération en tant que grandeur algébrique. On présente quelques éléments généraux sur les grandeurs algébriques et les difficultés que pose leur utilisation aux élèves et aux

étudiants avant d'aborder l'accélération d'un point de vue scalaire et de centrer le propos sur sa composante verticale et plus particulièrement son signe.

Dans la partie suivante, on s'intéresse au fait qu'il existe une infinité de mouvements de chute libre possibles. Partant de la diversité des mouvements de chute libre et des multiples façons de les décrire et de les représenter, on propose une classification des modes de caractérisation de ces mouvements aboutissant à la définition de différents registres de représentation sémiotique (Duval, 1993) de l'accélération.

# I. L'accélération : grandeur vectorielle

---

## 1. À propos des grandeurs vectorielles

### a. Origine et développement du concept de vecteur

Dans sa thèse intitulée « Etude épistémologique et didactique de l'utilisation du vecteur en mathématiques et en physique – lien entre mouvement de translation et translation mathématique », Ba (2007) développe les aspects historiques et épistémologiques de la genèse du vecteur en mathématiques. Il explique que la conceptualisation du calcul vectoriel date de la fin du 18e siècle et que son origine vient de « la volonté de légitimer l'usage des quantités imaginaires et de généraliser ce nouveau type de calcul à de plus grandes dimensions ». Il souligne ainsi l'origine algébrique des vecteurs. En conclusion de cet aperçu historique, Ba affirme : « les origines du vecteur ne sont ni purement géométriques, ni liées aux domaines de la physique où les étudiants rencontrent les premières grandeurs physiques vectorielles ».

Ba (2007) évoque l'origine de l'utilisation des vecteurs en physique :

« au XVIIe siècle [...] et jusqu'à la fin du XIXe siècle, les vitesses et les forces étaient représentées par des segments de droites puis par des segments de droites fléchés [...]. Ces différentes modélisations géométriques des grandeurs physiques et leur composition reposaient sur la géométrie analytique, par des projections sur des axes, que Descartes avait déjà développée. »

Dans la deuxième moitié du 19e siècle, la notation vectorielle est introduite dans le domaine de l'électromagnétisme, pour les équations de Maxwell et c'est également la modélisation de la force par un vecteur qui apparaît. Le point essentiel est alors de reconnaître l'importance de la direction et du sens de la force. Mach (1904) l'illustre en évoquant les caractéristiques de la force :

« On appelle force une circonstance déterminante de mouvement qui possède les attributs suivants :

1° La *direction*, qui est la direction du mouvement déterminé par la force donnée agissant seule ;

2° Le *point d'application* qui est le point du corps qui se mettra en mouvement, même s'il est rendu indépendant de ses liaisons ;

3° L'*intensité*, c'est-à-dire le poids qui, agissant à l'aide d'un fil tendu appliqué au même point suivant la direction donnée, détermine le même mouvement ou maintient le même équilibre. »

La modélisation de grandeurs physiques par un vecteur devient incontournable, comme l'expliquent Einstein et Infeld (1956) :

« Le nombre est à lui seul insuffisant pour décrire certains concepts physiques. La reconnaissance de ce fait a marqué une avance très nette dans l'investigation scientifique... une direction est aussi essentielle qu'un nombre ».

## **b. Les vecteurs dans l'enseignement de la physique et lien avec le formalisme mathématique**

Dans sa thèse, Ba (2007) présente une étude de l'évolution de l'usage du vecteur dans l'enseignement de la physique. Nous en donnons quelques éléments.

Les vecteurs apparaissent dans l'enseignement, que ce soit en mathématiques ou en physique, au début du 20<sup>e</sup> siècle. On trouve d'abord les vecteurs dans le programme de l'enseignement de la mécanique en 1902. En classe de Première sont abordés, entre autres : les projections, la somme et la différence de vecteurs concourants. On constate donc que le vecteur entre dans l'enseignement secondaire par la représentation de grandeurs physiques. Dans les programmes de mathématiques, le vecteur est défini comme segment orienté.

Par la suite, et jusqu'en 1942, les vecteurs sont introduits en cinématique avec la notion de vecteur vitesse et de vecteur accélération, ce dernier étant évoqué uniquement dans le cas particulier du mouvement circulaire. C'est en 1942 que l'utilisation des vecteurs se généralise avec la représentation vectorielle d'une force, abordée en classe de Seconde. Jusqu'aux années 1960, l'utilisation des vecteurs en cinématique prend davantage d'ampleur avec l'introduction des notions de vecteur vitesse et de vecteur accélération dans l'étude des mouvements rectilignes et des mouvements circulaires uniformes. Des calculs sont effectués sur les coordonnées cartésiennes qui sont des fonctions du temps.

Les années 1960-1970 sont marquées par la réforme des mathématiques modernes. Du côté de l'enseignement de la physique, cette période correspond à une mathématisation croissante des contenus et, en particulier, à une utilisation des vecteurs de plus en plus importante.

Finalement, en 1985, la période des mathématiques modernes dans l'enseignement prend fin face au constat d'échec de la réforme. Dans l'enseignement des mathématiques, le vecteur est introduit dans un cadre géométrique plus « concret », le caractère outil de l'objet mathématique vecteur se renforce. À cette même époque, la cinématique devient un domaine considéré comme appartenant à la physique et apparaît dans le programme de physique de la classe de Seconde. L'utilisation du vecteur se généralise dans les programmes de physique du secondaire : la force et la vitesse sont définies comme des grandeurs vectorielles.

Avec la réforme des programmes de sciences physiques de 1992, comme l'enseignement de la physique est jugé trop formel, l'utilisation des vecteurs est réduite au minimum. Le vecteur vitesse est vu en classe de Première ainsi que les forces. En Terminale, l'utilisation des vecteurs intervient dans les thèmes « champs et interactions » et « lois de la dynamique ».

Au début des années 1970, au moment de la réforme des mathématiques modernes, des études en didactique de la physique, notamment celle de Malgrange, Saltiel et Viennot (1973), permettent de détecter certaines difficultés des élèves et des étudiants liées aux vecteurs et à leur utilisation

en physique. La façon dont ces auteurs interprètent ces difficultés fait écho aux critiques qui sont faites de la réforme des mathématiques modernes. En effet, au centre de la réforme se trouve l'ambition d'introduire le vecteur dans la perspective de l'enseignement de l'algèbre linéaire. La principale critique de cette réforme repose sur l'argument de l'absence du recours à l'intuition géométrique dans l'étude du calcul vectoriel. C'est bien sur une idée analogue que s'appuient Malgrange, Saltiel et Viennot quand ils évoquent :

« l'influence trop grande d'une géométrie mal articulée sur l'algèbre et qui laisse dans l'ombre bien des aspects des relations entre forces, mouvements et géométrie des déplacements. »

On voit que, dès cette époque, l'utilisation des vecteurs en physique suscite des interrogations sur les acquis des élèves en mathématiques. La question de l'articulation entre l'enseignement des mathématiques et celui de la physique est alors posée :

« les physiciens reprochent au nouvel enseignement de mathématiques de ne plus fournir aux autres disciplines les outils mathématiques (ou de « calcul ») qui leur sont nécessaires. [...] Ainsi la coordination physique-mathématique se complique car, à côté du décalage dans le temps entre l'enseignement de mathématiques et les besoins de l'enseignant de physique, il existe un décalage entre les « mathématiques modernes enseignées » et les « mathématiques applicables » utilisées dans l'enseignement de la physique. » (Gispert & Hulin, 2000)

Dans le numéro 545 de mai 1972 du Bulletin de l'Union des Physiciens (BUP), qui traite de l'utilisation des vecteurs dans l'enseignement de la physique, l'éditorial résume l'enjeu de l'utilisation de l'outil mathématique en physique :

« Le point essentiel nous paraît être de savoir dans quelle mesure l'emploi de tel outil mathématique contribue effectivement à une meilleure compréhension du phénomène physique étudié. [...] l'outil mathématique doit nécessairement être un moyen d'approfondissement, d'élucidation et de clarification. »

Dès lors, le vecteur est vu comme un objet exogène à la physique, appartenant au domaine des mathématiques et dont la maîtrise des règles de fonctionnement relève donc de l'enseignement des mathématiques.

Dans les commentaires des programmes de physique suivants (dans les années 1980-1990), la tendance est à la diminution de l'importance de la mathématisation, l'expérience doit primer sur le formalisme :

« Par une approche très concrète, il conviendra de dégager le caractère vectoriel de la vitesse » (CNDP, 1982)

« Il importe de mettre en œuvre des méthodes et des techniques expérimentales d'étude de mouvements [...] pour accéder aux concepts de mouvement, de trajectoire, d'uniformité (non uniformité), de vecteur vitesse – toutes notions qu'il convient d'aborder par l'expérience » (CNDP, 1996)

En 2001, les auteurs des programmes évoquent également le formalisme et sa place dans l'enseignement de la discipline, ils mettent au centre : « la dialectique *discussion qualitative-*

*formalisation* d'une situation physique » et mettent en garde contre un « formel pur » (CNDP, 2001). En 2011, on ne trouve plus de référence au formalisme mais aux « outils mathématiques » :

« Le professeur aura cependant à l'esprit que le recours à des outils mathématiques n'est pas le but premier de la formation de l'élève en physique-chimie, même si cela peut être parfois nécessaire pour conduire une étude à son terme. »

### **c. Les difficultés relatives aux grandeurs vectorielles**

Dès l'introduction des vecteurs dans l'enseignement de la physique, des difficultés chez les élèves sont observées concernant l'utilisation des vecteurs. On peut se demander de quelle nature sont ces difficultés : portent-elles sur les grandeurs que ces vecteurs représentent, autrement dit sur le concept qu'elles traduisent ? ou bien est-ce la nature vectorielle de la représentation de ces grandeurs qui pose problème ?

Des travaux ont été menés sur ces questions, en particulier dans l'étude de Malgrange, Saltiel et Viennot (1973), citée plus haut. Les auteurs réalisent une enquête par questionnaire auprès d'étudiants en début de première année universitaire. Ils constatent que l'une des difficultés pour les étudiants concerne l'addition vectorielle : ceux-ci ne la maîtrisent pas correctement. Par ailleurs, une autre difficulté provient de la non distinction du vecteur et de son module dans le langage.

Dans l'étude intitulée « Représentation des élèves en mathématiques et en physique sur les vecteurs et les grandeurs vectorielles lors de la transition collège-lycée » (Genin et al., 1987), les auteurs partent du constat que les élèves de fin de lycée et les étudiants de début d'université réduisent les grandeurs physiques vectorielles à leur intensité. Ils tentent dans leur étude de repérer la façon dont des élèves arrivant en classe de Seconde, appréhendent les grandeurs physiques vectorielles. Il ressort de ces travaux que :

« les élèves éprouvent de grandes difficultés, d'une part dans la reconnaissance de la non égalité de deux vecteurs force ou de deux vecteurs vitesse, d'autre part dans la construction de la somme de deux grandeurs vectorielles. »

Une autre étude des difficultés liées à l'usage des vecteurs en physique a été proposée par Lounis dans le cadre de sa thèse « L'introduction aux modèles vectoriels en physique et en mathématiques : conceptions et difficultés des élèves : essai de remédiation » (1989). Il montre que les élèves privilégient l'aspect scalaire des grandeurs physiques vectorielles, ce qu'il explique par la prépondérance accordée aux données numériques dans la présentation des situations dans lesquelles interviennent des grandeurs physiques vectorielles. Il relève également que lorsque les élèves comparent des grandeurs vectorielles, une majorité d'entre eux ont un raisonnement

« monovalent » qui s'appuie essentiellement sur une seule des trois caractéristiques du vecteur (direction, sens et norme). La norme est la caractéristique prédominante.

Dans ces travaux, les difficultés relevées concernent : la somme de deux vecteurs et la prise en compte des trois caractéristiques d'un vecteur. La norme est la caractéristique à laquelle il est fait le plus souvent référence, au détriment de la direction et du sens, le vecteur étant souvent réduit à son module. On en conclut que la nature des difficultés sur les vecteurs en physique relève du caractère vectoriel des grandeurs physiques.

Dans ce qui suit, nous nous intéressons plus particulièrement à l'une de ces grandeurs physiques vectorielles : l'accélération.

## 2. Le vecteur accélération

La notation de l'accélération est en général choisie comme étant la lettre  $a$ , parfois la lettre  $\gamma$ . L'écriture du vecteur accélération est donc en général :  $\vec{a}$ , ou parfois  $\vec{\gamma}$ .

On donne la définition<sup>13</sup> suivante du vecteur accélération :

*Dans un référentiel donné, le vecteur accélération du centre d'inertie d'un système à un instant donné, est la dérivée par rapport au temps, dans ce référentiel, du vecteur vitesse du centre d'inertie du système à cet instant :*

$$\vec{a}(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

*$\vec{v}(t)$  est le vecteur vitesse instantanée du centre d'inertie du système à l'instant  $t$ .*

*La norme de  $\vec{a}$  s'exprime en  $m/s^2$ .*

Dans l'étude des manuels anciens (cf. chapitre 1), on constate que la grandeur accélération n'est pas explicitement présentée comme une grandeur vectorielle. En effet, le formalisme utilisé par les auteurs ne contient pas de vecteurs, sauf dans un manuel. En revanche, dans la plupart des manuels, les grandeurs mentionnées telles que la force, la vitesse et l'accélération sont caractérisées par leur direction et leur sens dans les raisonnements lorsque cela est nécessaire. On le relève dans le traitement du cas de la chute des corps avec une vitesse initiale non nulle verticale : la direction du mouvement est précisée ainsi que le sens de la vitesse initiale (cf. chapitre 1, V.3). Dans certains manuels, le sens de la vitesse initiale est explicitement comparé à celui de l'accélération de la pesanteur ou à celui de la force. Par conséquent, les vecteurs ne sont pas utilisés mais on trouve des prémisses de raisonnement vectoriel.

<sup>13</sup> Dans cette définition, le paramètre temps apparaît, bien qu'on écrive souvent simplement  $\vec{a}$  et  $\vec{v}$ .

Dans l'analyse des copies (cf. chapitre 2), on constate que le tracé du vecteur accélération pose des difficultés aux étudiants.

Ainsi, les deux études exploratoires effectuées précédemment nous apprennent que la définition du vecteur accélération n'est pas forcément mobilisée : cette façon d'aborder l'accélération n'est pas répandue à l'époque des manuels anciens et ne semble pas constituer une connaissance solide chez les étudiants.

Dans le cas de la chute libre, le vecteur accélération est entièrement déterminé par le vecteur champ de pesanteur. Nous nous attachons, dans ce qui suit, à détailler les spécificités de la relation d'égalité entre ces deux vecteurs.

### 3. La relation d'égalité avec le vecteur champ de pesanteur

Pour la chute libre, l'application de la deuxième loi de Newton aboutit à la relation : (cf. la méthode présentée dans le chapitre 1, **V.1.a**)

$$\vec{a} = \vec{g}$$

$\vec{g}$  est le vecteur champ de pesanteur.

Les erreurs commises par les étudiants sur le tracé du vecteur accélération (cf. chapitre 2) peut s'expliquer par le fait qu'ils n'exploitent pas cette relation. Or, la mobilisation de cette relation fait *a priori* partie de ce que savent les étudiants puisqu'ils doivent l'avoir utilisée dans la question précédant la question du tracé des vecteurs (cf. chapitre 2, **II.2**). On peut donc penser que les étudiants, quand ils tracent le vecteur accélération, ne l'associent pas au vecteur accélération figurant dans cette relation vectorielle.

Dans les manuels anciens (cf. chapitre 1), dans le cas du mouvement d'un projectile, l'analyse et la comparaison des méthodes de résolution nous indiquent que deux types de raisonnements fondés sur l'application de la relation fondamentale de la dynamique apparaissent. Dans l'un des types de raisonnement, la première étape consiste à utiliser la relation fondamentale de la dynamique afin de conclure que l'accélération a une projection horizontale nulle et une projection verticale égale à  $-g$  (avec un axe vertical dirigé vers le haut),  $g$  étant l'intensité de la pesanteur. Dans une deuxième étape, le raisonnement se fait à une dimension, sur chacun des axes.

Dans l'autre type de raisonnement, qui s'apparente à la méthode actuelle (cf. chapitre 1, **V.I.a**) et qui apparaît dans un seul manuel ancien, la relation fondamentale de la dynamique est exprimée vectoriellement, on lit :  $m\vec{l} = \vec{F}$  où  $m$  est la masse du système,  $\vec{F}$  la force qui s'exerce sur lui et  $\vec{l}$  son accélération. Cette relation est projetée sur les axes du repère. Puis, on ne manipule plus que

des relations algébriques pour résoudre des équations différentielles permettant d'aboutir aux équations horaires du mouvement.

On voit que la différence entre ces deux types de raisonnement réside dans le fait que l'écriture vectorielle de l'accélération n'apparaît pas (dans le premier type de raisonnement) ou apparaît (dans le deuxième type de raisonnement). Finalement, dans les manuels anciens, la prise en compte de la relation vectorielle  $\vec{a} = \vec{g}$  est marginale.

Ainsi, les deux études exploratoires effectuées précédemment nous apprennent que le recours à la relation vectorielle  $\vec{a} = \vec{g}$  n'est pas incontournable pour l'étude du mouvement de chute libre – elle n'est pas utilisée dans la plupart des manuels anciens – et ne fait pas forcément partie des connaissances que les étudiants mobilisent dans un contexte de tracé du vecteur accélération.

On note que la relation  $\vec{a} = \vec{g}$  permet de définir le vecteur accélération dans le cas d'un mouvement de chute libre. C'est un vecteur constant et cette relation en donne les caractéristiques : sa direction verticale, son sens vers le bas et sa norme, l'intensité de la pesanteur. La relation  $\vec{a} = \vec{g}$  est donc une écriture vectorielle de l'accélération.

Cette définition du vecteur accélération comme vecteur constant a des conséquences sur les propriétés du vecteur vitesse. C'est ce que nous traiterons par la suite (cf. III.).

Par ailleurs, si la trajectoire d'un mobile en chute libre est connue, il est possible de tracer le vecteur accélération de ce mobile en un point quelconque de cette trajectoire. On peut donc dire que la relation  $\vec{a} = \vec{g}$  a un caractère intrinsèque car il n'est pas nécessaire de se doter d'un repère pour représenter le vecteur accélération du mobile. Exploiter la relation  $\vec{a} = \vec{g}$  est donc possible avec un formalisme allégé, c'est-à-dire sans utiliser de repère d'espace. On pourra se demander quelles conséquences le caractère intrinsèque de la relation  $\vec{a} = \vec{g}$  a sur la représentation de vecteurs vitesse. Ce sera également l'objet d'une partie de ce chapitre (cf. IV.).

## II. L'accélération : grandeur algébrique

---

Après avoir évoqué la grandeur accélération comme grandeur vectorielle, on s'intéresse maintenant à la nature algébrique de ses composantes sur les axes d'un repère. On se demande d'abord quelles sont les difficultés spécifiques liées à l'utilisation de grandeurs algébriques.

### 1. À propos des grandeurs algébriques

En physique, lorsqu'on manipule des grandeurs, on leur associe à chacune une notation c'est-à-dire un symbole, qui prend des valeurs numériques qui varient suivant la situation physique étudiée. Viennot (1985) rappelle qu'une grandeur algébrique est une grandeur susceptible de prendre des valeurs numériques positives ou négatives ; elle indique que pour « que l'attribution de la valeur numérique se fasse sans ambiguïté, il faut spécifier complètement le code utilisé pour retranscrire les faits physiques ». Le code mentionné ici fait référence à une orientation, par exemple : la direction du courant positif dans un circuit électrique, le sens du vecteur unitaire sur un axe.

Viennot (1985) souligne la difficulté d'utiliser le langage algébrique du fait de la « prédominance du positif dans la pensée naturelle ». Elle fait remarquer que dans le langage courant : « chaque mot évoque tout naturellement une valeur positive de la grandeur correspondante [...], une valeur « réelle » ». Elle en donne des exemples : altitude et profondeur, flux-reflux.

Notre étude exploratoire des manuels anciens (cf. chapitre 1) montre que le choix des auteurs va dans le sens de la prédominance des grandeurs positives. En effet, dans le traitement de la chute des corps (cf. chapitre 1, **V.2** et **3**), la hauteur de chute est une grandeur positive mais les auteurs ne le précisent pas explicitement. C'est à l'occasion de l'étude de la chute verticale avec une vitesse initiale non nulle que le signe des grandeurs est explicité et discuté. En particulier, on montre que le sens de l'axe vertical est la plupart du temps choisi de manière à ce que vitesse et l'accélération soient positives (dans le cas de la chute des corps, ou de la chute des corps avec une vitesse verticale vers le bas). Les questions apparaissent lorsque vitesse et accélération sont de sens opposé, cas pour lequel il faut choisir laquelle de ces deux quantités sera négative.

Dans son ouvrage *Raisonnement en physique* (1996), Viennot revient sur les difficultés relatives à la manipulation de grandeurs et de lois algébriques. Selon elle, deux registres coexistent : celui de la définition algébrique et celui de la description réaliste. L'enjeu pour les étudiants est de pouvoir lever les ambiguïtés inhérentes à l'écriture algébrique du symbole d'une grandeur : s'agit-il de connaître le signe de la valeur numérique ou de repérer le signe devant le symbole ? Utiliser le formalisme algébrique suppose de bien comprendre ce dont il est question.

Dans la même idée de coexistence de deux registres, Viennot (1985) évoque le « mélange des langages », « langage verbal et langage algébrique », en faisant référence à Laborde (1982) dont les travaux en didactique des mathématiques s'intéressent aux codes, langages et écritures symboliques dans l'enseignement mathématique.

La prise de position initiale de Laborde repose sur l'idée de l'existence de problèmes de formulation dans l'enseignement des mathématiques. Elle fonde sa recherche sur l'étude du langage par la description de problèmes linguistiques. Elle met en évidence la nature du discours mathématique et en décrit les caractéristiques :

« Les textes écrits (des manuels ou du maître) offrent un discours uniforme très organisé qui possède certaines particularités par rapport à l'usage courant de la langue. De plus, ils présentent tous une grande imbrication du code symbolique et de la langue naturelle, qui contribue à leur caractère original. »

C'est cette « imbrication du code symbolique et de la langue naturelle » qui est source de difficultés et qui a pour conséquence que l'expression mathématique nécessite un apprentissage spécifique. Laborde s'intéresse à l'emploi du code symbolique dans l'enseignement mathématique et en particulier aux tâches de l'élève lorsqu'il utilise ce code. En effet, il ne s'agit pas uniquement de la seule opération de codage, il faut également maîtriser les règles de l'écriture symbolique pour inclure la notation introduite dans un discours. Pour Laborde : « le choix d'un codage n'est pas innocent et joue un rôle dans la résolution d'un problème ».

En physique, l'utilisation de grandeurs algébriques suppose le maniement d'une écriture symbolique. On peut donc se demander en quoi la maîtrise du formalisme algébrique conditionne la résolution d'un problème.

Dans ce qui suit, nous nous intéressons à l'emploi de grandeurs algébriques dans l'étude d'un mouvement de chute libre, et en particulier de la grandeur accélération.

## **2. La composante verticale de l'accélération et son signe**

### **a. Deux choix d'orientation possibles de l'axe vertical**

Dans la résolution du mouvement de chute libre, une fois obtenue la relation  $\vec{a} = \vec{g}$ , elle est projetée sur les axes d'un repère (cf. la méthode présentée dans le chapitre 1, **V.1.a**). Le mouvement de chute libre est un mouvement plan, on choisit donc un repère à deux dimensions. Pour l'axe horizontal, on le choisit dirigé dans le sens du mouvement, de façon à ce que ce sens soit celui des abscisses croissantes, la position initiale du mobile étant d'abscisse nulle. Pour l'axe vertical, on peut faire deux choix d'orientation sans privilégier l'une ou l'autre orientation *a priori* : l'axe vertical est soit dirigé vers le haut, soit dirigé vers le bas.

Dans le tableau 3-1, on présente les résultats obtenus dans chacun de ces deux cas. La comparaison de la figure 3-1 et de la figure 3-2 montre que la situation physique est identique

malgré le choix d'orientation du repère qui est différent. En effet, le vecteur vitesse initiale est le même ainsi que la position initiale du mobile. On fait le même constat en comparant la trajectoire du mobile dans les deux cas (figure 3-3 et figure 3-4) : la trajectoire est identique, montrant bien que la situation physique est inchangée lorsque le choix d'orientation change.

En revanche, d'un point de vue du formalisme, il n'est pas équivalent de considérer l'une ou l'autre des égalités suivantes pour la composante verticale de l'accélération :

$$a_y = -g \quad \text{ou} \quad a_y = g$$

On verra par la suite que l'interprétation de ces relations nécessite de maîtriser l'écriture algébrique.

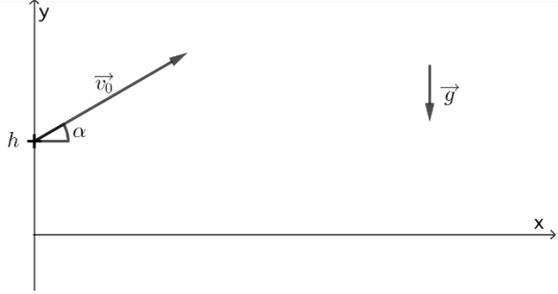
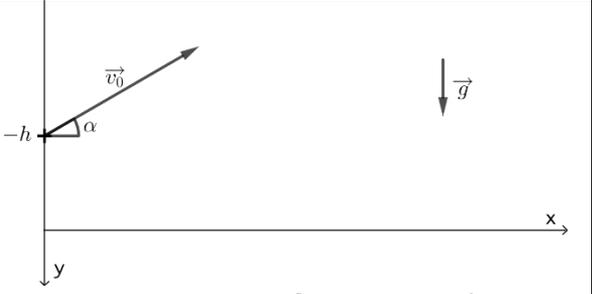
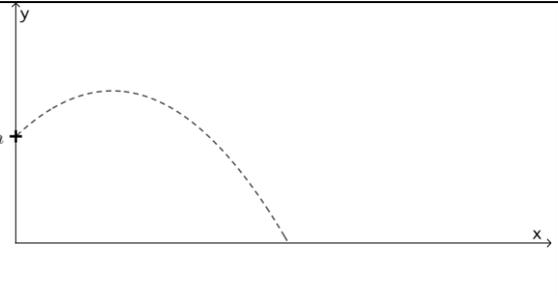
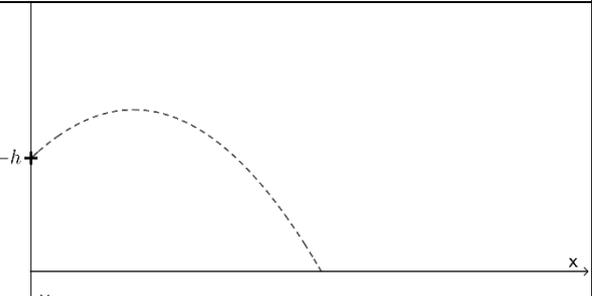
	
<p>Figure 3-1 – Situation physique et repère, axe vertical dirigé vers le haut</p>	<p>Figure 3-2 – Situation physique et repère, axe vertical dirigé vers le bas</p>
<p>Composantes du vecteur vitesse initiale :</p> $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$ $v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha$	<p>Composantes du vecteur vitesse initiale :</p> $v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha$ $v_{0y} = -v_0 \cdot \sin \alpha$
<p>Composantes du vecteur champ de pesanteur :</p> $g_x = 0$ $g_y = -g$	<p>Composantes du vecteur champ de pesanteur :</p> $g_x = 0$ $g_y = g$
<p>Composantes du vecteur accélération :</p> $a_x = 0$ $a_y = -g$	<p>Composantes du vecteur accélération :</p> $a_x = 0$ $a_y = g$
<p>Équations horaires :</p> $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + h$	<p>Équations horaires :</p> $x = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ $y = \frac{1}{2}gt^2 - v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t - h$
<p>Équation de la trajectoire :</p> $y = -\frac{1}{2}g \frac{x^2}{(v_0 \cos \alpha)^2} + \tan \alpha \cdot x + h$	<p>Équation de la trajectoire :</p> $y = \frac{1}{2}g \frac{x^2}{(v_0 \cos \alpha)^2} - \tan \alpha \cdot x - h$
	
<p>Figure 3-3 – Trajectoire du mouvement, axe vertical dirigé vers le haut</p>	<p>Figure 3-4 – Trajectoire du mouvement, axe vertical dirigé vers le bas</p>

Tableau 3-1 – Comparaison de la trajectoire d'un mobile en chute libre pour deux orientations différentes de l'axe vertical

### **b. La nature des grandeurs $a_y$ et $g$**

Deux grandeurs sont impliquées dans les relations précédentes :  $a_y$  et  $g$ . Notons tout d'abord que ces symboles ne renvoient pas à des nombres de même nature :  $g$  est un nombre positif,  $a_y$  est un nombre relatif. En effet, en ce qui concerne  $a_y$ , l'indice  $y$  correspond à une notation spécifique de la composante d'un vecteur, on sait donc que la grandeur correspondante est algébrique et donc la valeur qui lui est attribuée est un nombre relatif. Pour  $g$ , on sait, de manière implicite, que cette notation renvoie à une donnée : celle de la valeur de l'intensité de la pesanteur, donc un nombre positif.

On remarque aussi que dans la relation  $a_y = -g$  (ou  $a_y = g$ ),  $g$  est une donnée et  $a_y$  une inconnue du problème. Enfin, signalons que  $a_y$  est une fonction du temps et que la relation  $a_y = -g$  (ou  $a_y = g$ ) est également une équation différentielle de la composante verticale de la vitesse, qui est donc à résoudre.

### **c. L'interprétation d'une accélération négative**

On s'intéresse à présent spécifiquement à la relation  $a_y = -g$ . Elle se distingue de l'autre relation possible pour  $a_y$  par la présence du signe  $-$ .

En langage verbal, cette relation se traduit par le fait que l'accélération (verticale) du mobile en chute libre est négative dans le repère choisi. Or une accélération négative est en général associée à un mouvement ralenti<sup>14</sup>. Dès lors, l'interprétation de la relation  $a_y = -g$  en termes de nature du mouvement n'est pas immédiate et ce d'autant plus que le mouvement d'un corps qui est lâché et qui tombe, par exemple, ou le mouvement d'un projectile lancé, est connu. En effet, l'expérience courante permet de constater que lorsque l'objet (qu'il soit d'abord lancé vers le haut ou simplement lâché) va vers le bas, il accélère. On peut alors se demander comment faire le lien entre la situation physique connue et la relation  $a_y = -g$  puisque son interprétation est contre-intuitive.

On rappelle dans un premier temps que l'accélération (verticale) est constante, le mouvement est donc uniformément accéléré ou ralenti. On dit également « uniformément varié » dans le cas où le mouvement est d'abord ralenti puis accéléré. De plus, en cinématique, pour déterminer si un mouvement est accéléré ou ralenti, on ne peut pas se contenter d'examiner le signe de l'accélération, il faut également connaître le signe de la vitesse (verticale)<sup>15</sup>. Trois cas sont possibles, on détermine le mouvement dans chacun de ces trois cas :

---

<sup>14</sup> En fait, une accélération « algébrique » est associée de manière intuitive, à la composante tangentielle de l'accélération dans le repère de Frenet. La confusion vient donc du fait que cette accélération tangentielle n'est pas forcément égale à  $a_y$ , car le sens de l'axe n'est pas forcément celui de la vitesse.

<sup>15</sup> Ici, on s'intéresse au mouvement vertical.

- **1er cas** : la vitesse est strictement positive, le mouvement est uniformément varié.  
En effet, l'accélération et la vitesse n'ont pas le même signe donc le mouvement est uniformément ralenti. Par conséquent, la vitesse diminue, s'annule et change de signe. Dès qu'elle devient négative, elle a le même signe que l'accélération donc le mouvement devient uniformément accéléré.
- **2e cas** : la vitesse est nulle, le mouvement est uniformément accéléré.  
En effet, l'accélération étant non nulle, la vitesse varie. Elle prend le même signe que l'accélération.
- **3e cas** : la vitesse est négative, le mouvement est uniformément accéléré.  
En effet, l'accélération et la vitesse ont le même signe.

On en conclut qu'une accélération négative peut très bien être associée à un mouvement accéléré et que c'est la comparaison du signe de deux grandeurs algébriques, vitesse et accélération verticales, qui permet de déterminer la nature du mouvement.

L'interprétation de la relation  $a_y = -g$  suppose donc une maîtrise suffisante des règles de fonctionnement de l'écriture algébrique et en particulier cela suppose de savoir qu'elle dépend d'un choix d'orientation.

De la même façon, le raisonnement présenté plus haut sur les trois cas de mouvements possibles en fonction du signe de la composante verticale de la vitesse pourrait être appliqué à une accélération positive, correspondant à la relation  $a_y = g$ . Les résultats seraient identiques puisque les cas exposés renvoient à une même situation physique, seule l'orientation serait différente.

La relation  $\vec{a} = \vec{g}$  fournit une définition univoque et complète du vecteur accélération ; dans le cas de l'écriture algébrique, outre le fait que la relation précédente est équivalente à deux relations scalaires correspondant aux deux composantes  $a_x$  et  $a_y$  de l'accélération dans le repère choisi, il est nécessaire de préciser l'orientation de l'axe vertical. L'écriture algébrique seule n'est pas suffisante puisqu'elle nécessite une information sur l'orientation. De plus, comme elle dépend d'un repère, elle n'est pas intrinsèque.

En revanche, quelle que soit l'écriture de l'accélération, vectorielle ou algébrique, connaître uniquement l'accélération ne permet pas de connaître la nature du mouvement de chute libre. Dans la partie suivante, nous proposons de décrire les différents mouvements possibles dans le cas d'une chute libre.

### III. Un vecteur accélération unique mais une variété de mouvements de chute libre

---

La donnée de l'accélération dans le cas d'un mouvement de chute libre entraîne les propriétés suivantes :

- l'accélération est constante ;
- l'accélération horizontale est nulle ce qui implique que, projeté horizontalement, le mouvement de chute libre est un mouvement uniforme ;
- l'accélération verticale est non nulle ce qui implique que, projeté verticalement, le mouvement de chute libre est un mouvement uniformément accéléré, ralenti ou varié.

À quels différents types de mouvements ces propriétés correspondent-elles ? Comment décrire ces mouvements ? Comment les caractériser ?

#### 1. Point de vue empirique : trois types de mouvements de chute libre

Grâce à l'expérience courante et aux observations que l'on en tire, on peut décrire différents mouvements de chute libre. On rappelle que la chute libre correspond au cas où la seule force qui s'exerce sur l'objet en chute est son poids.

On se place donc d'un point de vue empirique et on choisit d'étudier la chute libre d'une balle. On peut classer les mouvements de chute libre en six grandes catégories de mouvements, en choisissant de ne considérer que les mouvements s'effectuant de gauche à droite ou verticaux, les autres mouvements pouvant se déduire de ces six catégories par symétrie. Ces six catégories sont les suivantes :

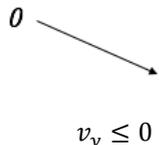
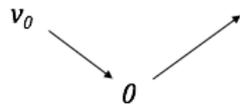
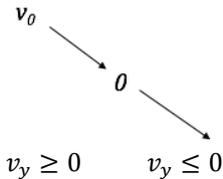
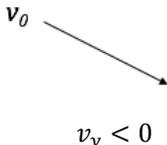
- la balle est lâchée sans vitesse ;
- la balle est lancée vers le haut et vers l'avant ;
- la balle est lancée vers le haut verticalement ;
- la balle est lancée horizontalement vers l'avant ;
- la balle est lancée vers le bas et vers l'avant ;
- la balle est lancée vers le bas verticalement.

Dans tous ces cas, l'accélération est la même et la projection horizontale du mouvement est un mouvement uniforme, à vitesse nulle – lorsque le lancer s'effectue verticalement – ou non nulle.

On choisit d'étudier uniquement la projection verticale du mouvement de chute libre donc on ne s'intéresse qu'aux mouvements verticaux. Ainsi, les six catégories précédentes se réduisent à trois : la balle est lâchée sans vitesse, la balle est lancée vers le haut verticalement, la balle est lancée vers le bas verticalement.

Pour décrire ces mouvements, on prend en compte l'évolution de la vitesse de la balle. La vitesse étant une grandeur vectorielle, cela peut signifier décrire l'évolution de sa norme ou de l'une de ses composantes, en l'occurrence la composante verticale (sa composante horizontale étant nulle).

Dans le tableau 3-2, on rassemble, dans chaque colonne, une façon de décrire le mouvement : en langue naturelle, en représentant les variations de la norme de la vitesse, en représentant les variations de sa composante verticale et en précisant son signe.

	Langue naturelle		Évolution de la norme de la vitesse	Évolution et signe de la composante verticale de la vitesse*
	Mouvement	Vitesse		
<b>La balle est lâchée sans vitesse.</b>	Le mouvement est dirigé vers le bas, accéléré.	La vitesse est nulle puis elle augmente.		
<b>La balle est lancée vers le haut.</b>	Le mouvement est dirigé vers le haut, ralenti, puis vers le bas, accéléré.	La vitesse est non nulle, elle diminue, s'annule puis augmente.		
<b>La balle est lancée vers le bas.</b>	Le mouvement est dirigé vers le bas, accéléré.	La vitesse est non nulle puis elle augmente.		

\* L'axe vertical est orienté vers le haut.

Tableau 3-2 – Évolution de la vitesse d'une balle pour trois différents mouvements de chute libre

Dans la langue naturelle, selon l'expression de Laborde (1982)<sup>16</sup>, l'emploi du mot vitesse fait référence à sa norme. Or, en cinématique, la vitesse est une grandeur vectorielle. Cette description en langue naturelle laisse donc dans l'ombre les autres caractéristiques de la vitesse qui sont sa direction et son sens. On retrouve une manifestation du raisonnement « monovalent » évoqué par Lounis (1989).

Quand il s'agit de mouvement, la description dans la langue naturelle précise le sens : vers le haut ou vers le bas. Cette description, qui donne également des indications de type « évolution de la vitesse » – mouvement accéléré, ralenti, varié – amène une information supplémentaire par

<sup>16</sup> Viennot (1985) parle de « langage verbal ».

rapport à la seule description en termes de vitesse. On constate donc que le passage de la colonne « mouvement » à la colonne « vitesse » fait perdre un élément d'information.

Dans la colonne « Variations de la norme de la vitesse », on a la traduction par des flèches de variation de la colonne « vitesse ». Une information supplémentaire apparaît : la valeur de la vitesse initiale,  $v_0$  ou 0 suivant les cas.

Enfin, dans la colonne « Variations et signe de la composante verticale de la vitesse », avec un axe vertical dirigé vers le haut comme choix d'orientation, on a accès au signe de la composante verticale, notée  $v_y$ , qui est l'analogue du sens du mouvement. En effet, un mouvement vers le bas correspond, avec l'orientation choisie, à des valeurs de  $v_y$  négatives et un mouvement vers le haut à des valeurs positives. Dans cette colonne, on a donc une information supplémentaire par rapport à la colonne précédente : celle du sens du mouvement.

Dans chaque colonne, on recherche les points communs entre les trois mouvements. On les résume :

- le mouvement est vers le bas et accéléré, au moins dans sa dernière phase ;
- la norme de la vitesse augmente, au moins dans la dernière phase du mouvement ;
- $v_y$  est négative, au moins dans la dernière phase du mouvement ;
- $v_y$  diminue durant tout le mouvement.

Ces observations ainsi que les propriétés rappelées précédemment concernant ce que l'on sait sur l'accélération sont donc des caractéristiques des mouvements de chute libre.

Avec les colonnes définies dans le tableau 3-2, on définit des registres de représentation. On constate que ces registres ne sont pas tous équivalents du point de vue de l'information qu'ils contiennent. En effet, il peut y avoir une déperdition de l'information quand on passe d'une colonne à l'autre, par exemple quand on passe de la colonne des variations de  $v_y$  à celle des variations de la norme de la vitesse ou quand on passe de la colonne de la description du mouvement en langue naturelle à celle de la description de l'évolution de la norme de la vitesse en langue naturelle.

Après avoir présenté les observations provenant de l'expérience courante de la chute libre, on s'intéresse aux liens entre cette connaissance empirique des mouvements de chute libre et le raisonnement formel dont découle la méthode de résolution du mouvement de chute libre, méthode qui permet d'aboutir aux équations horaires du mouvement.

## 2. Point de vue formel : une infinité de mouvements de chute libre

### a. Formalisme algébrique

Le raisonnement guidant la méthode de résolution de la chute libre (cf. la méthode présentée dans le chapitre 1, V.1.a) part de l'expression vectorielle de l'accélération qui est projetée sur les deux axes du repère. On s'intéresse, comme dans ce qui précède, à la projection verticale du mouvement et on considère un axe vertical dirigé vers le haut.

La grandeur  $a_y$  est une fonction du temps et la relation  $a_y = -g$  est une équation différentielle de la composante verticale de la vitesse,  $v_y$ . On résout cette équation par intégration et on obtient :

$$v_y = -gt + C$$

où  $C$  est une constante qui est déterminée par les conditions initiales, ici la valeur de la composante verticale de la vitesse initiale :  $C = v_{0y}$ .

D'un point de vue mathématique,  $v_{0y}$  est un nombre réel qui peut donc prendre une infinité de valeurs. La relation  $v_y = -gt + v_{0y}$  traduit donc le fait qu'il existe une infinité d'expressions possibles de la vitesse verticale et donc une infinité de mouvements possibles, ayant tous la même l'accélération  $a_y = -g$ .

La discussion du signe de  $v_{0y}$  permet de retrouver les trois types de mouvements précédents :

- $v_{0y} = 0$  correspond à un mouvement sans vitesse initiale (ou de lancer horizontal) ;
- $v_{0y} > 0$  correspond à un mouvement de lancer vers le haut ;
- $v_{0y} < 0$  correspond à un mouvement de lancer vers le bas.

### b. Formalisme vectoriel

La grandeur vectorielle  $\vec{a}$  est une fonction du temps et la relation  $\vec{a} = \vec{g}$  est une équation différentielle de la grandeur vitesse  $\vec{v}$ . On résout cette équation par intégration et on obtient :

$$\vec{v} = \vec{g}t + \vec{C}$$

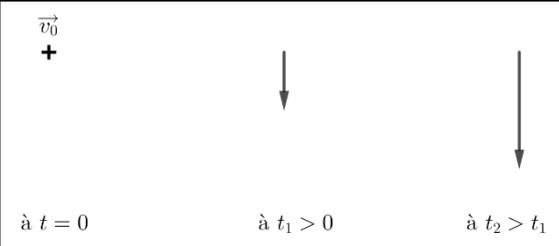
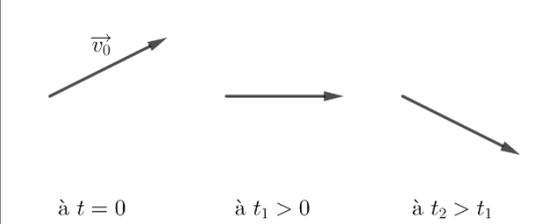
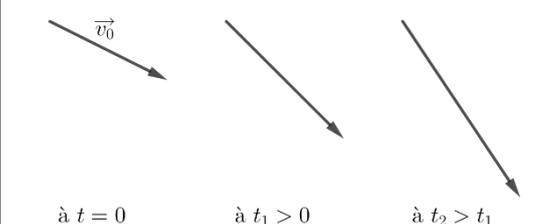
où  $\vec{C}$  est un vecteur constant qui est déterminé par les conditions initiales, ici le vecteur vitesse initiale :  $\vec{C} = \vec{v}_0$ .

Il existe une infinité de vecteurs  $\vec{v}_0$ . Donc la relation  $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$  traduit le fait qu'il existe une infinité de vecteurs vitesse possibles, à un instant  $t$  donné. Par conséquent, il existe une infinité de mouvements possibles, ayant tous le même vecteur accélération  $\vec{a} = \vec{g}$ .

**c. Comparaison formalisme algébrique – formalisme vectoriel**

Que ce soit en utilisant la notation algébrique ou la notation vectorielle, on aboutit à une expression de la vitesse, algébrique ou vectorielle, qui permet d'affirmer qu'une infinité de mouvements de chute libre existent qui ont tous la même accélération. C'est la donnée de la vitesse initiale, algébrique ou vectorielle, qui permet de déterminer la vitesse d'un mouvement de chute libre de façon univoque.

Nous nous intéressons à présent aux spécificités de chacun des formalismes algébrique et vectoriel, afin de les comparer. Pour effectuer cette comparaison, nous rassemblons dans le tableau 3-3 les expressions de la vitesse dans chacun des deux formalismes pour les différents de mouvements de chute libre.

	Formalisme algébrique*		Formalisme vectoriel		
	$a_y = -g$ $v_y = -gt + v_{0y}$		$a_x = 0$ $v_x = v_{0x}$		$\vec{a} = \vec{g}$ $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$
<b>La balle est lâchée sans vitesse.</b>	$v_{0y} = 0$ à $t = 0$	$v_y = -gt$ à $t > 0$	$v_{0x} = 0$ à $t = 0$	$v_x = 0$ à $t > 0$	$\vec{v}_0$ +  à $t = 0$ à $t_1 > 0$ à $t_2 > t_1$
<b>La balle est lancée vers le haut.</b>	$v_{0y} > 0$ à $t = 0$	$v_y = -gt + v_{0y}$ à $t > 0$	$v_{0x} \geq 0$ à $t = 0$	$v_x = v_{0x}$ à $t > 0$	 à $t = 0$ à $t_1 > 0$ à $t_2 > t_1$
<b>La balle est lancée vers le bas.</b>	$v_{0y} < 0$ à $t = 0$	$v_y = -gt + v_{0y}$ à $t > 0$	$v_{0x} \geq 0$ à $t = 0$	$v_x = v_{0x}$ à $t > 0$	 à $t = 0$ à $t_1 > 0$ à $t_2 > t_1$

\* L'axe vertical est orienté vers le haut ; l'axe horizontal est orienté vers la droite.

Tableau 3-3 – Evolution de la vitesse d'une balle représentée dans le formalisme algébrique et le formalisme vectoriel, pour trois différents mouvements de chute libre

La principale différence entre les deux formalismes vient du fait que l'un (vectoriel) est intrinsèque, ne dépendant d'aucun repère, alors que l'autre (algébrique) nécessite un repère d'espace.

Les expressions de  $v_x$ ,  $v_y$  et  $\vec{v}$  sont des fonctions du temps. Ces expressions donnent accès à toutes les valeurs que  $v_x$  et  $v_y$  peuvent prendre au cours du temps, les valeurs de  $v_{0x}$  et  $v_{0y}$  étant données, et à tous les vecteurs du mobile au cours du mouvement, le vecteur  $\vec{v}_0$  étant donné.

La discussion sur la fonction  $v_y$  est aisée : il s'agit d'une fonction décroissante du temps et, pour des valeurs de  $t$  positives, les valeurs de  $v_y$  sont inférieures ou égales à  $v_{0y}$ . De même, pour  $v_x$ , on constate qu'il s'agit d'une fonction constante, égale à  $v_{0x}$ .

Pour le cas du vecteur vitesse, il ne semble pas trivial de discuter de son évolution temporelle au regard de son expression. On propose donc de se donner deux instants,  $t_1$  et  $t_2$ , strictement positifs, et de tracer le vecteur vitesse à ces deux instants. Ces vecteurs apparaissent dans le tableau 3-3. C'est la comparaison des vecteurs tracés à  $t_0$ ,  $t_1$  et  $t_2$  qui illustre l'évolution temporelle de  $\vec{v}$ .

Dans le formalisme algébrique, le raisonnement s'effectue composante par composante, c'est-à-dire à une dimension, et est fondé sur une étude de variations de fonctions. On fait l'hypothèse que le passage au formalisme vectoriel, c'est-à-dire le passage des fonctions  $v_x$  et  $v_y$  au vecteur vitesse à chaque instant, ne se fait pas sans difficulté. On propose d'utiliser la notion de vecteur « variation de vitesse » pour pallier cette difficulté, c'est ce qui sera présenté plus loin (cf. IV.2).

Précédemment, dans un contexte empirique, grâce au tableau 3-2, on a comparé l'évolution de la vitesse exprimée en langue naturelle – ce qui renvoie aux variations de sa norme – et les variations de la vitesse verticale. En se plaçant dans un contexte de raisonnement formel, on construit le tableau 3-3 qui permet de comparer deux formalismes qui peuvent intervenir dans la résolution du mouvement de chute libre. Par conséquent, on a relevé diverses représentations des propriétés du mouvement de chute libre et discuté des caractéristiques de chacune de ces représentations. On a donc défini des registres de représentation sémiotique au sens de Duval (1993). Dans la partie qui suit, on cible plus particulièrement le propos sur la nature de ces registres et sur les passages d'un registre à l'autre.

## IV. Registres de représentation sémiotique

---

### 1. Cadre théorique

#### *Nature des objets en mathématiques*

Pour aborder la nature des objets en mathématiques, Duval (1993) évoque leur représentation, qui est nécessairement distincte des objets eux-mêmes. Or, l'activité mathématique, qui implique le traitement de ces objets, dépend du système de représentation utilisé, que Duval nomme « représentation sémiotique ». Il définit la notion de représentation sémiotique :

« Les représentations **sémiotiques** sont des productions constituées par l'emploi de signes appartenant à un système de représentations qui a ses contraintes propres de signifiante et de fonctionnement. Une figure géométrique, un énoncé en langue naturelle, une formule algébrique, sont des représentations sémiotiques qui relèvent de systèmes sémiotiques différents. »

Duval établit une distinction entre sémosis, « l'appréhension conceptuelle d'un objet », et noésis, « l'appréhension ou la production d'une représentation sémiotique ». Il explique que :

« la coordination de plusieurs registres de représentation sémiotique est fondamentale pour une appréhension conceptuelle des objets : l'objet ne doit pas être confondu avec ses représentations et doit être reconnu dans chacune de ses représentations possibles. »

#### *Importance de l'activité cognitive de conversion*

Duval (1993) indique que l'une des activités cognitives liées à la sémosis est la conversion d'une représentation.

« La conversion d'une représentation est la transformation de cette représentation en une représentation d'un autre registre en conservant la totalité ou une partie seulement du contenu de la représentation initiale. La conversion est une transformation externe au registre de départ (le registre de la représentation à convertir). L'illustration est la conversion d'une représentation linguistique en une représentation figurale. [...] La description est la conversion d'une représentation non verbale (schéma, figure, graphe) en une représentation linguistique. »

L'activité cognitive de conversion est indispensable à la compréhension d'un contenu conceptuel.

#### *Coordination des registres de représentation*

Selon Duval, le fonctionnement de la pensée humaine est caractérisé par le recours à une diversité de registres de représentation. Il affirme que « la conceptualisation implique une coordination de registres de représentation ». Duval souligne le cloisonnement des registres de représentation, dans l'enseignement des mathématiques, ce qui ne permet donc pas cette coordination des registres.

« Si la conceptualisation implique une coordination de registres de représentation, le principal enjeu des apprentissages de base en mathématique ne peut pas seulement être l'automatisation de certains traitements

ou la compréhension de notions mais il doit aussi être la coordination des différents registres de représentations nécessairement mobilisés pour ces traitements ou pour cette compréhension. La coordination des registres apparaît comme la condition fondamentale pour tous les apprentissages de base. » De plus, l'enseignement des mathématiques considère la plupart du temps que la coordination des registres de représentations s'effectue de manière spontanée chez les élèves. Comme tel n'est pas le cas, Duval décrit les conditions d'un apprentissage qui favorise l'activité cognitive de conversion. Il propose notamment des « tâches de variations comparatives » :

« L'apprehension de représentations sémiotiques suppose la discrimination des unités signifiantes dans le registre même où la représentation est produite. Le seul moyen de faire discriminer les unités signifiantes d'une représentation est de faire réaliser l'observation d'une part, de variation de représentations systématiquement effectuées dans un registre et, d'autre part, des variations concomitantes de représentation dans un autre registre. »

### *L'unité d'une démarche de connaissance*

Duval (2006) approfondit la notion de conversion des représentations en la désignant comme « un des deux processus fondamentaux de la pensée ». Il propose une analyse cognitive de la connaissance mathématique, fondée sur « la mobilisation et l'articulation de représentations hétérogènes ». Les difficultés dans l'enseignement des mathématiques viennent du fait que cette mobilisation reste implicite.

« Il n'y a pas de compréhension en mathématiques sans la capacité de changer de type de représentation. Mais cette exigence cognitive reste souvent implicite dans les activités proposées aux élèves. »

C'est aussi le caractère hétérogène des représentations qui interroge sur l'unité d'une démarche de connaissance. Duval décrit la démarche de connaissance comme relevant d'un aspect épistémologique et d'un aspect cognitif.

« D'un point de vue épistémologique, [...] la conversion des représentations constitue l'un des ressorts heuristiques majeurs dans la résolution de problèmes mathématiques. »

D'un point de vue cognitif, la nécessité de passer d'une représentation à l'autre d'un même objet implique « la coordination entre les fonctionnements des deux systèmes de représentation ».

« Tout acte de pensée dépend de la synergie entre les fonctionnements de plusieurs systèmes producteurs de représentations, même si un seul système est explicitement mobilisé pour produire ou transformer des représentations. La puissance et la créativité de la pensée dépendent de la variété des systèmes de représentation qui sont mis en synergie. »

Duval définit un seuil d'apprentissage et de compréhension comme « la reconnaissance d'un même objet à travers des représentations totalement différentes parce que produites dans des systèmes hétérogènes ».

## 2. Registres de représentation sémiotique de l'accélération

### a. Présentation de quatre registres de représentation

Dans ce qui précède (cf. III.2.c), nous présentons l'accélération et la vitesse du mouvement de chute libre dans deux formalismes, vectoriel et algébrique. Or, à chaque formalisme on peut associer une représentation visuelle. Nous définissons ainsi des registres de représentation :

- la représentation visuelle dans le formalisme vectoriel ;
- les relations vectorielles correspondantes ;
- la représentation visuelle dans le formalisme algébrique ;
- les relations algébriques correspondantes.

Dans le tableau 3-4, on rassemble ces différents registres de représentation de l'accélération du mouvement de chute libre.

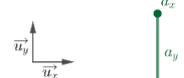
<i>Formalisme vectoriel</i>		<i>Formalisme algébrique</i>	
<i>Représentation visuelle</i>	<i>Relation</i>	<i>Représentation visuelle</i>	<i>Relations</i>
	$\vec{a} = \vec{g}$		$a_x = 0$ $a_y = -g$

Tableau 3-4 – L'accélération du mouvement de chute libre dans différents registres de représentation

On retrouve les principales différences entre ces deux formalismes : le formalisme vectoriel est intrinsèque – il ne dépend d'aucun repère – alors que dans le formalisme algébrique, on se donne une base, ici  $(\vec{u}_x ; \vec{u}_y)$ . Il apparaît également que la relation vectorielle équivaut à deux relations algébriques.

Cette expression de l'accélération,  $\vec{a} = \vec{g}$ , qui est issue de son lien avec la force exercée sur le mobile en chute libre, n'est pas la seule expression possible de l'accélération. En effet, on a également la relation issue du lien entre accélération et vitesse :  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  (qui correspond aux relations  $a_x = \frac{dv_x}{dt}$  et  $a_y = \frac{dv_y}{dt}$  dans le formalisme algébrique). On se pose alors la question de la façon de représenter cette deuxième expression de l'accélération dans les quatre registres définis précédemment et notamment dans les registres correspondants aux représentations visuelles. L'idée est d'introduire la notion de variation de vitesse.

**b. L'accélération en lien avec la vitesse et notion de variation de vitesse**

L'accélération en lien avec la vitesse caractérise l'évolution de la vitesse. Dans le registre de la représentation visuelle du formalisme vectoriel, on choisit de tracer plusieurs vecteurs vitesse successifs afin d'illustrer l'évolution du vecteur vitesse.

On commence par définir des intervalles de temps réguliers, la durée entre chaque instant successif est notée  $\Delta t$ . On choisit cinq instants de la façon suivante :

$$t_0=0 \quad t_1 = \Delta t \quad t_2 = 2\Delta t \quad t_3 = 3\Delta t \quad t_4 = 4\Delta t$$

On introduit le vecteur « variation de vitesse », noté  $\Delta \vec{v}$ . On en donne la définition, pour un intervalle de temps  $\Delta t$  donné :

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}(t + \Delta t) - \vec{v}(t)$$

Si on revient à la définition de l'accélération, on a :

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On précise que pour des  $\Delta t$  suffisamment petits, on assimile, au premier ordre, le rapport  $\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$  et la limite de ce rapport  $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ . On peut donc dire qu'au premier ordre, on a :

$$\vec{a} \cdot \Delta t = \Delta \vec{v}$$

On en déduit que le vecteur variation de vitesse est colinéaire au vecteur accélération.

On en déduit également les relations suivantes, pour un intervalle de temps  $\Delta t$  donné :

$$\begin{aligned} \vec{v}(t_0) &= \vec{v}_0 \\ \vec{v}_1 &= \vec{v}(t_1) = \vec{v}_0 + \Delta \vec{v} \\ \vec{v}_2 &= \vec{v}(t_2) = \vec{v}_1 + \Delta \vec{v} \\ \vec{v}_3 &= \vec{v}(t_3) = \vec{v}_2 + \Delta \vec{v} \\ \vec{v}_4 &= \vec{v}(t_4) = \vec{v}_3 + \Delta \vec{v} \end{aligned}$$

On remarque que comme  $\vec{a}$  est constant et comme les  $\Delta t$  sont tous égaux, on obtient le même  $\Delta \vec{v}$  dans les relations écrites ci-dessus.

Dans la figure 3-5, on représente les vecteurs  $\vec{v}_0, \vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3$  et  $\vec{v}_4$  ainsi que le vecteur  $\Delta \vec{v}$ .

Dans cette représentation visuelle, le fait que chaque vecteur, à un instant  $t$  donné, est construit comme étant égal à la somme vectorielle du vecteur vitesse à l'instant  $t - \Delta t$  et du vecteur  $\Delta \vec{v}$ , est mis en valeur.

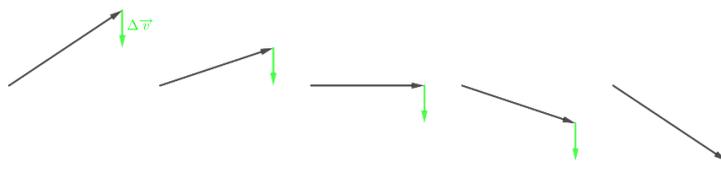


Figure 3-5 – Tracé du vecteur variation de vitesse et de cinq vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers

Dans la représentation visuelle associée au formalisme algébrique, on repère les composantes horizontale et verticale des vecteurs précédents, c'est ce qui apparaît dans la figure 3-6.



Figure 3-6 – Composantes horizontale et verticale du vecteur variation de vitesse et de cinq vecteurs vitesse tracés à intervalles de temps réguliers

On constate que la composante horizontale est identique aux cinq instants. La composante verticale est positive puis négative et elle diminue.

On illustre donc, comme le montrent la figure 3-5 et la figure 3-6, la relation entre l'accélération et la vitesse, par l'intermédiaire de la notion de variation de vitesse.

Dans ce qui suit, on propose de rassembler, dans chacun des registres définis précédemment, l'accélération, la vitesse et la trajectoire d'un mobile en chute libre.

### 3. Obtention de la trajectoire du mouvement: raisonnement dans les différents registres de représentation sémiotique

#### a. Construction du tableau

Dans chacun des registres précédents, on détaille les étapes permettant d'obtenir les équations horaires et la trajectoire du mobile en chute libre. L'ensemble est rassemblé dans le tableau 3-5. Ce tableau contient une colonne supplémentaire par rapport au tableau 3-4 : la colonne correspondant à la langue naturelle.

Dans la première ligne du tableau, on nomme les registres de représentation. La deuxième ligne du tableau contient la présentation de la situation physique : les données de la position initiale du mobile, de sa vitesse initiale et du champ de pesanteur. On y ajoute le bilan des forces – ici, par définition de la chute libre, seul le poids du mobile intervient – et l'application de la deuxième loi de Newton.

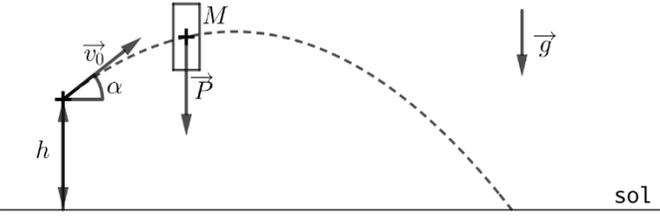
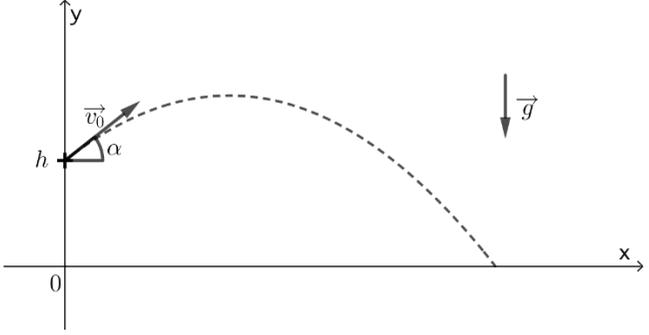
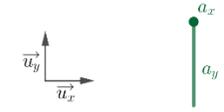
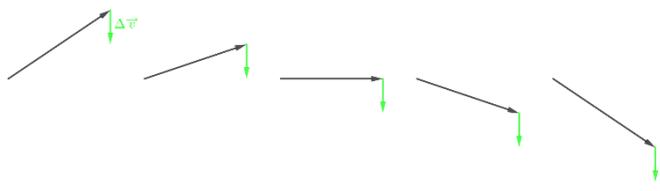
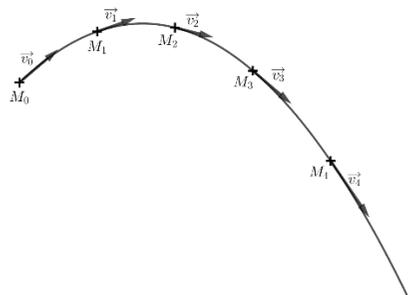
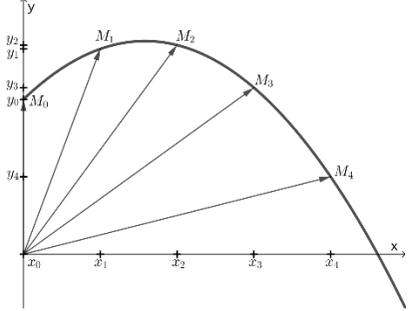
Représentation visuelle vecteurs	Relations vectorielles	Représentation visuelle base orthonormée	Relations algébriques	Langue naturelle
	<p>Données :</p> $\vec{v}_0 \quad \vec{g}$ <p>Bilan des forces et 2e loi de Newton :</p> $\vec{P} = m\vec{g}$ $m\vec{a} = \vec{P}$		<p>Données :</p> $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ $g_x = 0$ $g_y = -g$ <p>Bilan des forces et 2e loi de Newton :</p> $P_x = mg_x$ $P_y = mg_y$ $ma_x = P_x$ $ma_y = P_y$	<p>Le projectile est lancé vers le haut.</p> <p>Le mobile est soumis uniquement à son poids, qui est une force constante.</p>
	$\vec{a} = \vec{g}$		$a_x = 0$ $a_y = -g$	<p>L'accélération est constante.</p>
	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$		$a_x = \frac{dv_x}{dt}$ $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$ $v_y = -gt + v_0 \cdot \sin\alpha$	<p>La vitesse diminue, s'annule puis augmente.</p>
	$\vec{v} = \frac{d\vec{M}_0\vec{M}}{dt}$ $\vec{M}_0\vec{M} = \frac{1}{2}\vec{g}t^2 + \vec{v}_0 \cdot t$		$v_x = \frac{dx}{dt}$ $v_y = \frac{dy}{dt}$ $x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + h$	<p>Le mouvement s'effectue vers le haut en ralentissant puis vers le bas en accélérant.</p> <p>La trajectoire est parabolique.</p>

Tableau 3-5 – Obtention de la trajectoire du mouvement dans les différents registres de représentation sémiotique

Dans la troisième ligne, on retrouve l'accélération dans les différents registres (cf. tableau 3-4).

Dans la quatrième ligne, on passe à la vitesse : son lien avec l'accélération et son expression en fonction du temps. Pour les représentations visuelles, on retrouve les mêmes tracés que dans la figure 3-5 et la figure 3-6. Enfin, dans la cinquième ligne, la trajectoire du mobile est représentée ou bien les équations horaires du mouvement apparaissent, selon le registre.

Dans ce tableau, on retrouve bien les deux expressions de l'accélération, en lien avec la vitesse et en lien avec la force, et leurs représentations dans les différents registres de représentation choisis.

### **b. Lecture du tableau dans chacun des registres de représentation**

Chaque colonne du tableau correspond à un registre de représentation. La lecture d'une colonne de haut en bas permet de dérouler le raisonnement visant à obtenir la trajectoire du mobile, en partant de la situation physique décrite en haut de la colonne.

La première colonne correspond au registre de la représentation visuelle du formalisme vectoriel. Il s'agit d'un registre intrinsèque. Les grandeurs sont représentées par le vecteur qui leur est associé. Les données sont la position initiale du mobile ainsi que son vecteur vitesse initiale. On note qu'il est possible de lire la colonne en « remontant ». En effet, en partant de la trajectoire et des vecteurs vitesses tracés aux cinq instants  $t_0, t_1, t_2, t_3$  et  $t_4$ , on peut tracer le vecteur  $\Delta\vec{v}$ , en déduire la direction et le sens du vecteur accélération et constater qu'il est constant.

La deuxième colonne correspond au registre des relations vectorielles associées au registre précédent. L'expression de la vitesse vectorielle est son expression temporelle. Comme dans le registre précédent, on peut lire la colonne en « remontant », par dérivations successives en fonction du temps, de l'expression de  $\overline{M_0M}$ .

La troisième colonne correspond au registre de la représentation visuelle du formalisme algébrique. Le choix d'un repère d'espace à deux dimensions est indispensable dans ce registre. Dans chaque case, le repère, ou la base  $(\vec{u}_x; \vec{u}_y)$ , apparaît. Comme pour les colonnes précédentes, on passe d'une ligne à l'autre de bas en haut et de haut en bas. Comme dans la première colonne, on se donne cinq instants particuliers,  $t_0, t_1, t_2, t_3$  et  $t_4$ , on représente les composantes horizontale et verticale du vecteur vitesse à ces instants.

Dans la quatrième colonne, on retrouve le registre des relations algébriques associées au registre précédent. Les expressions des composantes de la vitesse sont les expressions en fonction du temps. Pour « remonter » le long de cette colonne, on procède par dérivations successives en fonction du temps, des équations horaires  $x$  et  $y$ .

Enfin, la dernière colonne correspond au registre de la langue naturelle. On a vu précédemment (cf. III.1) que dans la description du mouvement en langue naturelle, la mention de la vitesse fait référence à sa norme. Dans ce registre, on s'aperçoit qu'il n'est pas possible, en se limitant à cette

notion de vitesse définie par sa norme, de lire cette colonne en « remontant », notamment parce que le passage de « la vitesse diminue, s'annule puis augmente » à « l'accélération est constante » n'est pas une implication logique.

#### 4. Le passage d'un registre à l'autre

On se pose à présent la question des possibilités de passage d'une colonne à l'autre, autrement dit d'un registre à l'autre. On constate dans un premier temps que le passage d'un des quatre premiers registres au cinquième registre s'accompagne d'une perte d'informations : la langue naturelle – dans laquelle on se limite aux expressions faisant référence aux normes – permet difficilement de raisonner avec un niveau de précision équivalent à celui des autres registres.

Le passage de la deuxième colonne à la quatrième colonne s'effectue aisément par projection des relations vectorielles sur les axes du repère d'espace. Le passage inverse est aussi possible en déduisant les relations vectorielles connaissant les expressions algébriques des grandeurs intervenant dans ces relations.

Le passage de la première à la troisième colonne est l'analogue du passage précédent, pour les représentations visuelles. Il s'agit de passer du tracé des vecteurs au tracé de leurs composantes horizontale et verticale, dans le repère d'espace. Le passage en sens inverse est également possible.

Les passages de la première à la deuxième colonne et de la troisième à la quatrième colonne sont également possibles puisqu'il s'agit de passer de la représentation visuelle aux relations correspondantes, tout en restant dans le même formalisme, vectoriel ou algébrique. On constate néanmoins qu'il n'y a pas d'équivalence stricte entre les registres au niveau de la quatrième ligne ce que l'on traduit par la non congruence entre ces registres (Duval, 1993). En effet, de la deuxième à la première colonne, on passe de l'expression  $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$  au tracé de cinq vecteurs aux instants particuliers  $t_0, t_1, t_2, t_3$  et  $t_4$ . On passe donc d'une expression du vecteur vitesse vraie à tout instant  $t$  au tracé d'un nombre fini de vecteurs.

On retrouve cette non congruence entre les registres des troisième et quatrième colonnes : à la quatrième ligne,  $v_x$  et  $v_y$  sont des fonctions du temps vraies tout instant  $t$ , et dans la troisième colonne on représente les valeurs de chaque composante à cinq instants particuliers. En définitive, les représentations visuelles illustrent la notion de variation de la vitesse avec cinq exemples pris à des intervalles de temps réguliers, permettant de traduire visuellement la relation entre l'accélération et la vitesse.

La méthode de résolution usuelle actuelle (cf. chapitre 1, V.1.a) du mouvement de chute libre emprunte des éléments de ces différents registres. En effet, le point de départ est la présentation

de la situation physique ce qui correspond au haut de la première colonne puis, les relations vectorielles sont énoncées. Ensuite, on se donne un repère et les relations sont projetées sur les axes. On parcourt ainsi les quatre premières cases de la deuxième ligne. On continue en restant dans le registre des relations algébriques, en « descendant » le long de la quatrième colonne. Pour tracer la trajectoire du mobile dans un repère  $(O, x, y)$ , on passe à la dernière case de la troisième colonne.

Le « chemin » emprunté dans le tableau par cette méthode de résolution est repéré par des flèches rouges sur la figure 3-7.

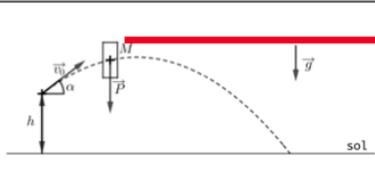
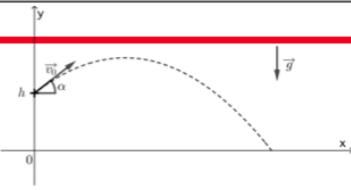
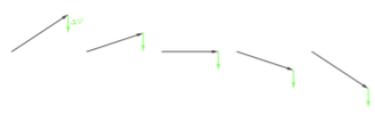
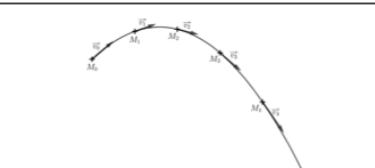
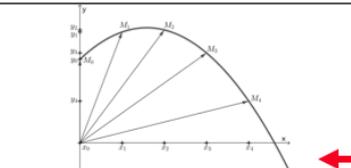
Représentation visuelle vecteurs	Relations vectorielles	Représentation visuelle base orthonormée	Relations algébriques	Langue naturelle
	Données : $\vec{v}_0, \vec{g}$  Bilan des forces et 2e loi de Newton : $\vec{P} = m\vec{g}$ $m\vec{a} = \vec{P}$		Données : $v_{0x} = v_0 \cdot \cos\alpha$ $v_{0y} = v_0 \cdot \sin\alpha$ $g_x = 0$ $g_y = -g$ Bilan des forces et 2e loi de Newton : $P_x = mg_x$ $P_y = mg_y$ $ma_x = P_x$ $ma_y = P_y$	Le projectile est lancé vers le haut.  Le mobile est soumis uniquement à son poids, qui est une force constante.
	$\vec{a} = \vec{g}$		$a_x = 0$ $a_y = -g$	L'accélération est constante.
	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$  $\vec{v} = \vec{g}t + \vec{v}_0$		$a_x = \frac{dv_x}{dt}$ $a_y = \frac{dv_y}{dt}$ $v_x = v_0 \cdot \cos\alpha$ $v_y = -gt + v_0 \cdot \sin\alpha$	La vitesse diminue, s'annule puis augmente.
	$\vec{v} = \frac{d\vec{M}_0\vec{M}}{dt}$  $\vec{M}_0\vec{M} = \frac{1}{2}gt^2 + \vec{v}_0 \cdot t$		$v_x = \frac{dx}{dt}$ $v_y = \frac{dy}{dt}$ $x = v_0 \cdot \cos\alpha \cdot t$ $y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \cdot \sin\alpha \cdot t + h$	Le mouvement s'effectue vers le haut en ralentissant puis vers le bas en accélérant. La trajectoire est parabolique.

Figure 3-7 – Suivi, à l'aide de flèches, dans le tableau 3-5, des étapes de la méthode de résolution usuelle du mouvement de chute libre

On constate qu'un certain nombre de cases ne font pas partie de ce « chemin ». On en déduit que dans les pratiques usuelles actuelles, un registre de représentation est privilégié – le registre des relations algébriques – alors que les deux registres relevant du formalisme vectoriel sont sous-exploités.

## 5. Le choix du registre intrinsèque

L'observation du « chemin » correspondant au raisonnement usuel dans le tableau 3-5 (cf. figure 3-7) amène donc au constat suivant : le formalisme vectoriel est peu exploité. Au contraire, le registre des relations algébriques est prépondérant. On peut alors se demander quel impact sur

la compréhension et la mise en œuvre du raisonnement pour l'étude de la chute libre peut avoir la mobilisation presque exclusive d'un seul registre de représentation.

D'après Duval (1993), « l'appréhension conceptuelle des objets » en mathématiques, nécessite la « coordination de plusieurs registres de représentation sémiotique ». Dans notre étude, l'objet est le phénomène de la chute libre. Le raisonnement mis en œuvre dans un problème qui traite de cet objet permet de décrire le mouvement d'un mobile en chute libre. L'enjeu de notre étude est donc l'appréhension conceptuelle de cet objet et la capacité à produire le raisonnement pour résoudre un problème lié à cet objet. On fait l'hypothèse que l'utilisation d'autres registres de représentation que le seul registre des relations algébriques est essentielle pour parvenir à cet apprentissage.

Par ailleurs, afin d'étayer la notion d'accélération en lien avec la vitesse, l'objectif est de donner davantage de sens à la relation  $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ . On choisit donc de centrer la suite de cette étude sur la notion de variation de vitesse, illustrée dans la figure 3-5 et la figure 3-6.

## V. Conclusion du chapitre 3

---

Cette analyse de contenu aborde l'accélération comme grandeur vectorielle et comme grandeur algébrique. Dans l'un et l'autre de ces deux cas, des difficultés spécifiques sont soulevées.

En premier lieu, on s'intéresse aux vecteurs. Ils sont d'abord introduits dans l'enseignement en mécanique. Dès les années 1970 et la réforme des mathématiques modernes, l'utilisation des vecteurs dans l'enseignement de la physique pose la question des connaissances et savoir-faire des élèves en mathématiques, le vecteur étant considéré comme un outil mathématique. On se demande dès lors si l'utilisation du vecteur en physique permet une meilleure compréhension du phénomène physique étudié.

Les difficultés venant de l'utilisation des grandeurs vectorielles concernent la prise en compte de toutes les caractéristiques d'un vecteur et la tendance est à la confusion entre le vecteur et sa norme. Par ailleurs, les études exploratoires menées dans le cadre de notre travail et présentées précédemment (cf. chapitres 1 et 2) nous amènent à la conclusion suivante à propos de la mobilisation du concept d'accélération, en tant que vecteur : l'utilisation du vecteur accélération n'apparaît pas nécessairement pertinente ni pour les auteurs des manuels anciens, ni pour les étudiants.

En ce qui concerne les grandeurs algébriques, leur utilisation pose d'autres difficultés telles que celle du maniement d'une écriture symbolique et de la compréhension du code utilisé. Dans le cas de la chute libre, c'est l'interprétation du signe de la composante verticale de l'accélération qui peut être source de difficultés car elle implique la prise en compte de l'orientation de l'axe vertical du repère choisi et la connaissance du sens de la vitesse initiale verticale.

Puis, on s'est intéressé aux différents mouvements de chute libre qui ont tous la même accélération : verticale, dirigée vers le bas et constante. Tous ces mouvements ont une vitesse algébrique verticale décroissante (avec un axe vertical dirigé vers le haut). Différentes manières de décrire ces mouvements sont possibles : en utilisant la langue naturelle pour décrire l'évolution de la norme de la vitesse ou en étudiant les variations de la vitesse algébrique verticale. Deux formalismes peuvent être utilisés : le formalisme vectoriel, intrinsèque, et le formalisme algébrique qui nécessite le choix d'un repère d'espace. On propose, à partir de ces diverses façons de décrire l'évolution de la vitesse d'un mouvement de chute libre, de construire plusieurs registres de représentation sémiotique (Duval, 1993).

On aboutit finalement, en prenant en compte ces registres de représentation, à l'élaboration d'un tableau rassemblant les étapes de l'obtention de la trajectoire d'un mobile en chute libre dans chacun de ces registres. On constate que dans les pratiques usuelles actuelles, un seul de ces registres est prioritairement mobilisé : celui des relations algébriques. On fait alors l'hypothèse

que l'utilisation de plusieurs registres de représentation permet une meilleure conceptualisation du phénomène de la chute libre.

La poursuite de ce travail (cf. chapitre 4) vise à construire un dispositif didactique fondé sur la représentation visuelle des vecteurs et ayant pour objectif l'étude de la chute libre. C'est par la mobilisation de la notion de variation de vitesse que l'on propose de reconstruire le concept d'accélération et de mettre en évidence l'accélération constante comme propriété commune à une infinité de mouvements de chute libre.

## **Chapitre 4**

### **Proposition didactique et expérimentations**

Dans ce travail, notre objet d'étude est la chute libre et les méthodes de résolution permettant d'en obtenir les équations horaires. De l'étude exploratoire des manuels anciens sur ce sujet (cf. chapitre 1), il ressort que les grandeurs vectorielles ne sont pas mobilisées par les auteurs. On voit donc que l'utilisation des vecteurs n'est pas incontournable dans le traitement de la chute libre. L'introduction des grandeurs de la mécanique telles que la vitesse, l'accélération, la force, comme grandeurs vectorielles est donc un objectif d'apprentissage supplémentaire dont on peut se demander quelle est la valeur ajoutée d'un point de vue didactique.

L'étude exploratoire de réponses d'étudiants (cf. chapitre 2) nous amène à la conclusion que le tracé des vecteurs en cinématique peut poser des difficultés à des étudiants en début de cursus universitaire. On en déduit que l'utilisation des vecteurs représente un véritable enjeu d'apprentissage en cinématique.

Dans l'analyse de contenu à propos de la notion d'accélération (cf. chapitre 3), nous définissons plusieurs registres de représentation sémiotique de l'obtention des équations horaires du mouvement de chute libre. On en tire que l'un de ces registres, celui des relations algébriques, est prioritairement utilisé dans les pratiques usuelles actuelles, au détriment de la représentation visuelle des vecteurs. Finalement, du fait de ce constat ainsi que de l'absence des vecteurs dans les manuels anciens et des difficultés des étudiants avec les vecteurs en cinématique, on conclut que la représentation vectorielle pour l'étude de la chute libre est mal comprise ou laissée de côté. Dans ce chapitre, on présente une proposition didactique dont l'idée de départ est de mettre cette représentation vectorielle au cœur du dispositif d'apprentissage.

On construit une séquence visant l'étude de la chute libre, en prolongement du traitement classique qui en est fait dans les pratiques usuelles actuelles. Cette séquence est donc conçue pour des élèves de Terminale scientifique après enseignement de la mécanique.

Deux prises de position guident l'élaboration de cette séquence. Tout d'abord, on pose que le fait de revenir sur un contenu déjà vu par les élèves, mais dans une approche fondée sur la représentation vectorielle, permet d'en approfondir la compréhension. Ensuite, on pose que cette approche qui met au centre l'utilisation de vecteurs permet de renforcer les savoirs et savoir-faire relatifs aux vecteurs vitesse et accélération.

On se réfère à la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998) pour bâtir une activité de recherche pour les élèves – situation adidactique – qui constitue la base de la proposition didactique. La conception de la séquence d'enseignement ainsi que l'expérimentation correspondante empruntent des éléments théoriques à l'ingénierie didactique (Artigue, 1988).

# I. Présentation de la proposition didactique

---

La proposition didactique s'adresse à des élèves de Terminale scientifique ayant déjà suivi le cours de mécanique consacré à la chute libre, conformément au programme de physique ("Programme de l'enseignement spécifique de physique-chimie. Classe terminale de la série scientifique", 2011).

## 1. Les fondements

### a. Registre de la représentation visuelle des vecteurs

Dans les pratiques usuelles actuelles, la méthode de résolution du mouvement de chute libre utilise essentiellement le registre de représentation sémiotique associé au formalisme algébrique (cf. chapitre 3, IV.4). Or, « l'appréhension conceptuelle des objets » en mathématiques nécessite la « coordination de plusieurs registres de représentation sémiotique » (Duval, 1993). C'est en prenant appui sur ce résultat que nous faisons le choix de l'utilisation de l'un des registres du formalisme vectoriel : la représentation visuelle avec les vecteurs (cf. chapitre 3, IV.3). De plus, comme la proposition didactique concerne des élèves qui ont déjà étudié la chute libre dans son traitement classique, c'est-à-dire dans le registre algébrique, elle permet donc, outre le fait de mettre en lumière la représentation vectorielle, le passage d'un registre à l'autre et leur « coordination ».

### b. Notion de vecteur variation de vitesse

Nous élaborons la proposition didactique autour de la représentation de plusieurs vecteurs vitesse successifs comme dans la figure 4-1. La construction de ces vecteurs est détaillée dans le chapitre précédent (cf. chapitre 3 IV.2.b).

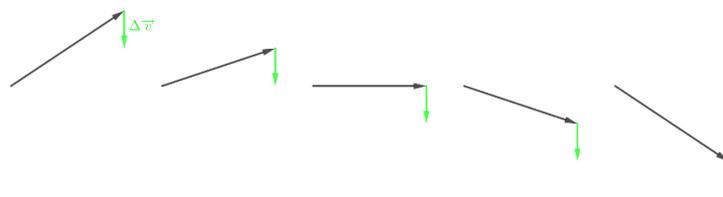


Figure 4-1 – Tracé du vecteur variation de vitesse et de cinq vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers

On décrit cet ensemble de vecteurs vitesse successifs comme un « profil de vecteurs vitesse ». Ces vecteurs vitesse sont tracés à des intervalles de temps réguliers.

Dans un premier temps, on propose aux élèves d'étudier un tel profil ne contenant pas le vecteur variation de vitesse. Leur travail consiste à déterminer et à tracer ce vecteur variation de vitesse. On ne prend pas en compte dans la proposition didactique la valeur de l'intervalle de temps entre deux vecteurs. Il s'agit donc d'un travail semi-quantitatif.

On fait l'hypothèse que l'étude d'un profil de vecteurs vitesse est un levier d'apprentissage afin de faire émerger la notion de variation de vitesse et de reconstruire la notion d'accélération. Dans le cas de la chute libre, le but est de remarquer que le vecteur variation de vitesse est constant.

### **c. Unification de tous les mouvements de chute libre**

Dans la proposition didactique, on fait le choix de proposer aux élèves d'étudier plusieurs profils de vecteurs vitesse correspondant à différents mouvements de chute libre. C'est la comparaison de plusieurs mouvements qui conduit à repérer que chaque mouvement est caractérisé par sa vitesse initiale. Le but est également de déterminer l'invariant entre tous ces mouvements : leur accélération.

## **2. Utilisation de GeoGebra**

Dans cette proposition didactique, on choisit de faire travailler les élèves dans un environnement papier-crayon ainsi que sur un logiciel de géométrie dynamique : GeoGebra. Ce logiciel constitue un environnement qui permet de multiples représentations d'objets tels que les vecteurs. Il offre donc la possibilité d'effectuer des changements de registres de représentation.

Or l'hypothèse telle qu'elle est formulée à l'issue du chapitre 3 de notre travail évoque l'utilisation de plusieurs registres de représentation pour l'étude de la chute libre. C'est la raison pour laquelle le choix du logiciel GeoGebra est apparu pertinent.

Dans la proposition didactique, GeoGebra est utilisé pour la construction de vecteurs vitesse. L'élève a donc accès aux différentes étapes de cette construction. Puis l'élève est amené à observer, manipuler (en les déplaçant par exemple) et comparer des vecteurs vitesse grâce au logiciel. Sa marge de manœuvre est plus grande que dans un environnement papier-crayon.

Du point de vue de la conception de la séquence, GeoGebra est un outil qui contraint l'élève dans un environnement contrôlé.

Enfin, l'étude de plusieurs profils de vecteurs vitesse de mouvements de chute libre est rendue possible par GeoGebra qui permet de modifier le paramètre vecteur vitesse initiale ; le fichier correspondant est présenté plus loin (cf. **V.3.a**, phase d'institutionnalisation).

### 3. Situation adidactique

La proposition didactique débute par une question individuelle dont les résultats donneront un aperçu des connaissances des élèves sur le vecteur vitesse et le mouvement parabolique. Il s'agit d'une phase préliminaire permettant un « état des lieux ». La deuxième phase constitue le point de départ de la proposition didactique. Elle a été conçue selon le modèle de la situation adidactique définie dans la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998).

La situation adidactique se caractérise par l'interaction de l'élève et du milieu, sans intervention de l'enseignant. L'élève agit sur le milieu et le milieu agit sur lui, par un système d'action-rétroaction. Dans la séquence que nous présentons, le milieu est constitué par un profil de vecteurs vitesse (cf. figure 4-1) et constitue le support pour l'activité de recherche que mènent les élèves. Cette recherche a pour but de résoudre le problème posé par l'enseignant : il faut trouver la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant. Dans la « situation d'action » (Brousseau, 1998), l'élève agit pour résoudre le problème posé, il élabore des stratégies.

Ici, dans la situation d'action, l'élève déplace les vecteurs, en repère les composantes horizontale et verticale, compare les vecteurs deux à deux... Il passe ensuite en « situation de formulation » au moment de rédiger la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant. C'est par le dialogue au sein d'un binôme d'élèves qu'il est prévu que la situation de formulation ait lieu.

Le milieu est constitué d'éléments que les élèves connaissent : les vecteurs vitesse. L'originalité de ce milieu est qu'il présente des vecteurs vitesse hors de la trajectoire du mobile, « délocalisés ». Ce choix a été fait pour que l'attention des élèves se concentre sur les caractéristiques du vecteur vitesse indépendamment de la position du mobile. Le milieu est accessible aux élèves sous deux formes : un fichier GeoGebra et la version imprimée sur papier d'une capture d'écran de ce fichier. Le choix d'une situation adidactique permet de laisser à l'élève la responsabilité de l'apprentissage, ce qui est adapté au contexte de la proposition didactique présentée ici. L'enseignant – ici, c'est la chercheuse qui prend en charge la séquence – n'intervient pas, ce qui laisse une plus grande marge de manœuvre aux élèves sur la nature de leur raisonnement et la forme de leur réponse. En effet, les élèves ont déjà suivi le cours de mécanique sur la chute libre ; on ne sait pas ce qu'ils ont compris et retenu et les connaissances qu'ils mobilisent pour résoudre le problème posé.

## **4. Méthodologie du recueil de données**

### **a. Évolution de la séquence par itérations successives**

Le travail d'expérimentation a été mené avec quatre groupes d'élèves de Terminale scientifique de différents établissements scolaires, au cours de l'année scolaire 2016-2017.

La proposition didactique telle qu'elle était envisagée initialement a évolué au cours de ce travail dans les classes. C'est grâce à ces itérations de l'activité que s'est élaborée la séquence dans sa version finale.

Dans un premier temps (cf. **II**), nous présentons la proposition didactique dans sa version initiale. Cette première version concerne trois groupes d'élèves issus de deux classes distinctes. Elle fait l'objet de deux expérimentations (cf. **III** et **IV**). À l'issue de ces deux expérimentations, nous présentons des modifications du protocole fondées sur les éléments observés durant cette première phase sur le terrain. Dans un second temps, nous présentons la seconde version de la proposition didactique (cf. **V**) qui fait l'objet de la troisième expérimentation (cf. **VI**).

### **b. Mise en œuvre de la séquence**

La séquence dans sa version initiale est constituée d'une seule séance. Elle est constituée de deux séances dans la seconde version.

Elle est prévue pour un groupe de 8 à 10 élèves de Terminale scientifique (quatre ou cinq binômes).

Les élèves ont déjà suivi le cours de mécanique qui correspond à l'extrait de programme suivant ("Programme de l'enseignement spécifique de physique-chimie. Classe terminale de la série scientifique", 2011) :

- Compétence exigible : « Connaître et exploiter les trois lois de Newton ; les mettre en œuvre pour étudier des mouvements dans les champs de pesanteur et électrostatique uniformes. »
- Compétence expérimentale associée : « Mettre en œuvre une démarche expérimentale pour étudier un mouvement. »

La chercheuse prend en charge le groupe, en l'absence de l'enseignant.e. Des phases de travail en binôme alternent avec des phases collectives.

Les données recueillies sont les fiches réponses remplies par les élèves individuellement ou par binômes, qui jalonnent le déroulement des séances.

Il s'agit, pour commencer, de reprendre une activité que les élèves ont déjà faite en travaux pratiques avec leur enseignant.e (exploitation d'une vidéo et calcul de la vitesse de l'objet) et de l'utiliser pour tracer des vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers, grâce au logiciel GeoGebra, logiciel de géométrie dynamique. L'utilisation du logiciel GeoGebra, tâche inédite pour la plupart des élèves en séance de physique, vient en complément du travail sur fiches réponses.

## 5. Questions de recherche

Le dispositif didactique que nous présentons propose un travail autour de la chute libre pour des élèves ayant déjà étudié ce contenu. Il s'agit donc de compléter les pratiques usuelles actuelles en poursuivant deux objectifs pour les élèves : déterminer l'invariant entre tous les mouvements de chute libre et mobiliser la représentation visuelle des vecteurs.

Pour atteindre ces objectifs, la séquence propose, dans le cadre de la chute libre, de tracer des vecteurs vitesse appartenant à un profil de vecteurs vitesse ; de tracer le vecteur variation de vitesse caractéristique d'un profil de vecteurs vitesse ; d'établir le lien entre le vecteur variation de vitesse et le poids de l'objet lancé.

On se donne les questions de recherche suivantes :

- Quelles propriétés du vecteur vitesse les élèves mobilisent-ils pour tracer des vecteurs vitesse d'un mouvement parabolique ?
- Pour décrire la variation du vecteur vitesse, quel est le formalisme (algébrique ou vectoriel) que les élèves utilisent spontanément ?
- Les élèves mobilisent-ils la notion de variation de vitesse ?
- Les élèves connaissent-ils les caractéristiques de la variation de la vitesse dans le cas d'un mouvement de chute libre ?

## II. Version initiale de la proposition didactique

---

### 1. Des éléments d'une ingénierie didactique

Bien qu'on s'appuie sur des éléments du cadre théorique de l'ingénierie didactique (Artigue, 1988) pour ce travail de recherche sur la proposition didactique, notre démarche est conforme à une ingénierie didactique de « deuxième génération » (Perrin-Glorian & Bellemain, 2016) dont nous retenons en particulier ce qui correspond à la « validité de la situation pour produire les connaissances visées chez les élèves » qui passe par une indispensable mise en œuvre en classe et une nécessaire adaptation de la ressource. Perrin-Glorian & Bellemain parlent de « la nécessité de boucles itératives ». Comme développé plus haut (cf. **I.4.a**), c'est bien par des itérations successives que se construit la séquence.

Conformément à la méthodologie de l'ingénierie didactique, la conception du dispositif didactique est fondée sur les études réalisées en amont de ce chapitre. Artigue (1988) indique :

« Dans une recherche d'ingénierie didactique, la phase de conception s'effectue en s'appuyant sur un cadre théorique didactique général et sur des connaissances didactiques déjà acquises dans le domaine étudié, mais aussi en s'appuyant sur un certain nombre d'analyses préliminaires »

Les deux études exploratoires (cf. chapitres 1 et 2) et l'analyse de contenu de la notion d'accélération (cf. chapitre 3) fournissent des résultats d'ordre épistémologique mais aussi sur l'enseignement usuel et ses effets. Les choix présentés plus haut (cf. **I.1**) découlent de ces analyses préalables.

C'est également par la nature du processus de validation que ce travail emprunte à l'ingénierie didactique. En effet, la validation est « interne, fondée sur la confrontation entre analyse a priori et analyse a posteriori » (Artigue, 1988).

### 2. Analyse a priori

On détaille dans ce qui suit le déroulement de la proposition didactique en distinguant « une partie descriptive » et « une partie prédictive » comme définies par Artigue (1988) :

« Traditionnellement, cette analyse qui comporte une partie descriptive et une partie prédictive est une analyse centrée sur les caractéristiques d'une situation a-didactique que l'on a voulu constituer et dont on va chercher à faire la dévolution aux élèves »

Le protocole (cf. **II.2.a**) constitue l'aspect descriptif et l'explicitation des tâches attendues (cf. **II.2.a.a**)i)c) l'aspect prédictif.

### a. Protocole de la séquence

Il est initialement prévu que la séquence se déroule en plusieurs phases décrites ci-dessous.

- Phase de prévisions : travail individuel.

Les élèves remplissent la fiche réponses « Prévisions » (en annexe). À partir de la trajectoire d'un objet lancé sur laquelle sont repérées six positions de l'objet à intervalles de temps réguliers, il s'agit de tracer, dans un espace quadrillé, sous la trajectoire, les six vecteurs vitesse de l'objet correspondants. Le but est que les vecteurs ne soient pas tracés en un point de la trajectoire mais qu'ils soient « délocalisés ».

- Phase d'exploitation de l'enregistrement vidéo : travail en binôme.

Les élèves étudient le mouvement d'une bille lancée ; ils travaillent à partir d'une vidéo qui leur est fournie. L'exploitation de la vidéo, grâce au logiciel Avimeca, aboutit au calcul de la vitesse de la bille au cours du mouvement, grâce au logiciel Regressi, et au tracé de vecteurs vitesse de la bille à intervalle de temps régulier, grâce au logiciel GeoGebra.

Le type de tracé attendu est présenté dans la figure 4-2.

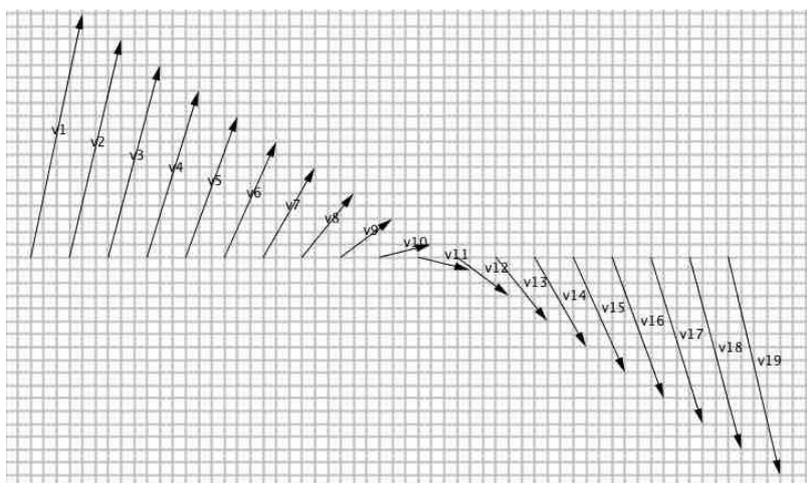


Figure 4-2 – Vecteurs vitesse tracés dans GeoGebra à partir de l'exploitation d'une vidéo

- Phase d'observation des vecteurs vitesse tracés : discussion collective.

Les élèves observent les vecteurs vitesse tracés. Ils les décrivent et les comparent. La question suivante est posée : comment passe-t-on d'un vecteur vitesse au vecteur vitesse suivant ? Y a-t-il une règle ? Si oui, laquelle ?

- Phase de recherche : travail en binôme.

Les élèves disposent, en plus du fichier GeoGebra contenant la figure 4-2, d'un autre fichier GeoGebra qui leur est fourni, contenant la figure 4-3. Sur cette figure six vecteurs vitesse sont représentés ; ils ont été construits de manière à reproduire certains vecteurs vitesse de la

figure 4-2. Les élèves tentent de répondre aux questions précédentes en s'appuyant soit sur la figure 4-2, soit sur la figure 4-3.

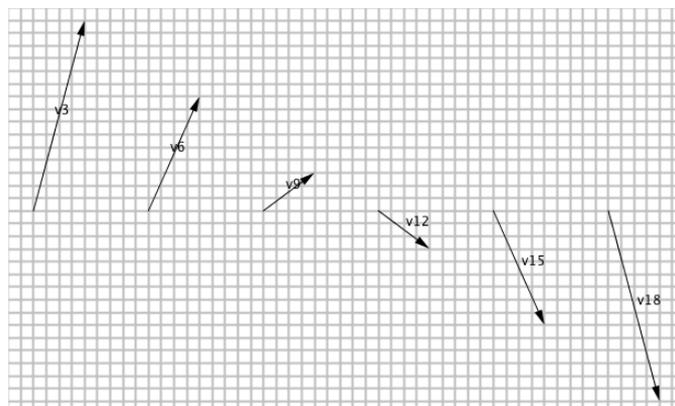


Figure 4-3 – Vecteurs vitesse tracés dans GeoGebra reproduisant six vecteurs de la figure 4-2

Dans la figure 4-3, on repère les coordonnées (en nombre de carreaux) de chacun des vecteurs représentés. Il est donc possible d'en déduire celles du vecteur variation de vitesse. On récapitule ces informations ci-dessous (les valeurs sont données en nombre de carreaux) :

$$\vec{v}_3(4; 15) \quad \vec{v}_6(4; 9) \quad \vec{v}_9(4; 3) \quad \vec{v}_{12}(4; -3) \quad \vec{v}_{15}(4; -9) \quad \vec{v}_{18}(4; -15) \quad \Delta\vec{v}(0; -6)$$

- Phase d'application de la règle trouvée : travail en binôme.

À partir d'un vecteur initial donné, sur la fiche réponses « Profils » (en annexe), les élèves appliquent la règle trouvée précédemment afin de tracer les vecteurs vitesse suivants et reconstituer un « profil de vecteurs vitesse ». Une fois que le « profil de vecteurs vitesse » est tracé, ils en déduisent la trajectoire du mouvement.

Les pages de la fiche réponses « Profils » (quatre en tout) sont quadrillées. Sur chacune d'elle figure un vecteur initial différent. Les élèves commencent par remplir la première page de la fiche réponses puis ils passent aux pages suivantes, la consigne étant toujours la même.

- Phase de discussion et d'institutionnalisation : travail en collectif.

Les binômes comparent leurs « profils de vecteurs vitesse » qui sont tous tracés avec la même règle. On aboutit à la conclusion suivante : tous les mouvements de chute libre obéissent à cette règle. Il existe donc un invariant entre tous ces mouvements : la variation de la vitesse. De plus, tous ces mouvements ont les mêmes propriétés : leur projection sur l'axe horizontal est uniforme et leur projection sur l'axe vertical est uniformément variée.

## **b. Quelques remarques sur le protocole**

Dans ce protocole, il n'est pas prévu de faire le lien entre les notions de vitesse et d'accélération. C'est la notion de variation de vitesse qui est abordée. Ce choix est justifié par le fait que le temps imparti pour la séance est trop court.

Par ailleurs, pour la même raison, il n'est pas prévu d'évoquer l'intervalle de temps choisi pour représenter les vecteurs vitesse. Il n'est pas prévu non plus de discuter de la dépendance de la variation de vitesse à cet intervalle de temps.

Deux méthodes sont envisagées pour décrire la variation de la vitesse : la détermination de la variation de la composante verticale des vecteurs vitesse, la composante horizontale étant constante, ou la détermination du vecteur variation de vitesse. Il est prévu qu'au cours de la phase de recherche, les élèves s'orientent spontanément vers l'une ou l'autre de ces méthodes selon la manière dont ils raisonnent.

## **c. Tâches attendues**

Le tableau 4-1 rassemble les tâches attendues des élèves et les étapes de raisonnement correspondantes pour chacune des phases du protocole de la séquence décrites précédemment.

Les informations de ce tableau constituent les éléments d'une analyse a priori. Cette analyse est fondée sur un certain nombre d'hypothèses. Il s'agit de prévoir « des champs de comportements possibles » et « de montrer en quoi l'analyse effectuée permet de contrôler leur sens et d'assurer en particulier que les comportements attendus, s'ils interviennent, résulteront bien de la mise en œuvre de la connaissance visée par l'apprentissage » (Artigue, 1988).

Ces hypothèses correspondent, dans le protocole, aux phases donnant lieu à un recueil de données, à savoir les phases de prévisions et d'application de la règle trouvée :

- Les élèves tracent des vecteurs vitesse délocalisés.
- Les élèves mobilisent les propriétés du vecteur vitesse relatives à sa direction et sa longueur.
- Les élèves appliquent la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant pour tracer des profils de vecteurs vitesse.
- Les élèves raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse pour les comparer deux à deux.
- Les élèves écrivent des relations vectorielles entre deux vecteurs vitesse.
- Les élèves utilisent le formalisme algébrique ; en particulier, ils définissent des axes orientés.

Phase	Tâches attendues	Étapes de raisonnement
<p><i>Prévisions</i> [en individuel]</p> <p>Données recueillies : fiche réponses « Prévisions »</p>	<p>Repérer la direction de la tangente à la trajectoire à chaque position de la bille.</p> <p>Tracer les vecteurs vitesse « délocalisés ».</p> <p>Faire diminuer la longueur des vecteurs dans la phase ascendante du mouvement et la faire augmenter dans la phase descendante du mouvement.</p>	<p><b>Connaissances mobilisées :</b></p> <p>Le vecteur vitesse d'un mobile à un instant donné est tangent à sa trajectoire au point correspondant à sa position à cet instant.</p> <p>La longueur du vecteur vitesse à un instant donné est proportionnelle à la valeur de la vitesse à cet instant.</p> <p>La phase ascendante du mouvement parabolique est ralentie ; sa phase descendante est accélérée.</p>
<p><i>Exploitation de l'enregistrement vidéo</i> [en binôme]</p>	<p>Visualiser la vidéo du mouvement d'une bille lancée à l'aide d'Avimeca.</p> <p>Faire l'acquisition de la position de la bille image par image.</p> <p>Exporter les données vers Regressi.</p> <p>Calculer, dans Regressi, les coordonnées de la vitesse.</p> <p>Exporter les données vers le tableur de GeoGebra.</p> <p>Choisir des instants délimitant des intervalles de temps égaux ; inclure l'instant initial.</p> <p>Identifier les composantes du vecteur vitesse à chacun de ces instants.</p> <p>Créer un vecteur et le tracer dans la partie « graphique ».</p> <p>Recommencer pour plusieurs vecteurs.</p>	<p><b>Connaissances mobilisées :</b></p> <p>Le logiciel Avimeca permet de choisir un repère.</p> <p>À chaque position de la bille on associe ses deux coordonnées dans ce repère.</p> <p>Les coordonnées sont des fonctions du temps.</p> <p>Leurs dérivées correspondent aux coordonnées de la vitesse de la bille dans ce repère.</p> <p>Les composantes du vecteur vitesse sont les coordonnées de la vitesse.</p> <p><b>Constat :</b></p> <p>La direction des vecteurs vitesse successifs suit l'allure du mouvement de la bille.</p> <p>La longueur des vecteurs vitesse diminue dans la phase ascendante du mouvement puis augmente dans sa phase descendante.</p>
<p><i>Observation des vecteurs vitesse tracés</i> [en collectif]</p>	<p>Comparer deux vecteurs vitesse successifs :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- comparer leurs composantes horizontale et verticale ;</li> <li>- ou bien : déterminer le vecteur dont la somme avec un vecteur donné aboutit au vecteur suivant.</li> </ul>	<p><b>Constat :</b></p> <p>Tous les vecteurs vitesse ont la même composante horizontale.</p> <p>La composante verticale de deux vecteurs vitesse successifs diminue toujours de la même longueur.</p> <p>Ou : la différence vectorielle entre deux vecteurs vitesse successifs correspond toujours au même vecteur.</p>
<p><i>Recherche</i> [en binôme]</p>	<p>Déterminer la règle pour passer d'un vecteur vitesse à l'autre, exprimée avec l'une ou l'autre des formulations suivantes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- conserver la composante horizontale et toujours diminuer la composante verticale de la même longueur ;</li> <li>- faire la somme d'un vecteur vitesse donné et d'un vecteur vertical dirigé vers le bas.</li> </ul>	<p><b>Constat :</b></p> <p>Il existe une règle pour passer d'un vecteur vitesse à l'autre.</p> <p><b>Interprétation :</b></p> <p>La variation de vitesse est constante au cours du mouvement.</p>
<p><i>Application de la règle trouvée</i> [en binôme]</p> <p>Données recueillies : fiche réponses « Profils »</p>	<p>Appliquer la règle à un vecteur vitesse quelconque.</p> <p>Pour chaque « profil de vecteurs vitesse », tracer l'allure de la trajectoire du mouvement correspondant.</p>	<p><b>Constat :</b></p> <p>La règle peut être appliquée à un vecteur vitesse de départ quelconque.</p>
<p><i>Discussion et institutionnalisation</i> [en collectif]</p>	<p>Comparer plusieurs « profils de vecteurs vitesse » différents.</p> <p>Comparer la trajectoire des mouvements correspondants.</p>	<p><b>Constat :</b></p> <p>La même règle appliquée à des vecteurs vitesse de départ différents conduit à des mouvements différents.</p> <p><b>Interprétation :</b></p> <p>Il existe un invariant entre ces mouvements : la variation de la vitesse.</p> <p>Pour chacun de ces mouvements :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- sa projection sur l'axe horizontal est uniforme.</li> <li>- sa projection sur l'axe vertical est uniformément variée.</li> </ul>

Tableau 4-1 – Analyse des tâches à partir du protocole de la séquence

### III. Première expérimentation

---

#### 1. Conditions de mise en œuvre

La première expérimentation concerne deux groupes issus d'une même classe de Terminale scientifique.

Le groupe n°1 est constitué de 9 élèves répartis en 3 binômes et 1 trinôme.

Le groupe n°2 est constitué de 7 élèves répartis en 2 binômes et 1 trinôme.

La séance a duré deux heures avec chacun des deux groupes successivement.

Les données recueillies sont les fiches réponses remplies par les élèves. Au cours de la séance, deux fiches réponses ont été distribuées, la première est individuelle, la seconde est remplie par binôme (ou trinôme).

Chaque binôme (ou trinôme) d'élèves dispose d'un ordinateur équipé des logiciels Avimeca (permettant de visualiser une vidéo et d'en traiter les données image par image), Regressi (permettant d'exploiter les données de la vidéo) et GeoGebra.

#### 2. Commentaires sur le déroulement

À l'issue de cette expérimentation, on relève quelques observations sur le déroulement de la séance. Tout d'abord, on constate que le temps de manipulation nécessaire pour exporter les données des valeurs de la vitesse de Regressi vers GeoGebra est assez long, tout comme l'est le temps nécessaire au tracé des vecteurs vitesse dans GeoGebra. On constate également que la possibilité de raisonner sur un deuxième fichier (cf. figure 4-3) contenant seulement quelques vecteurs vitesse pris à intervalle de temps régulier est une aide importante. En effet, les vecteurs  $y$  sont moins nombreux ce qui rend la comparaison des vecteurs vitesse entre eux plus facile et donc aussi la recherche de la règle pour passer d'un vecteur au suivant.

Une adaptation du déroulement a été opérée entre les deux groupes. En effet, les binômes du groupe n°1 ont eu un temps limité pour remplir la fiche réponses « Profils » car ils ont passé davantage de temps sur la phase de recherche de la règle pour passer d'un vecteur au vecteur suivant. Ils ont rédigé cette règle directement sur la fiche réponses « Profils », parfois au verso, initialement vierge, de cette fiche réponses. Pour le groupe n°2, le choix a donc été fait d'ajouter une phase collective à l'issue de la phase de recherche, pour raccourcir la recherche et permettre de passer plus vite à la phase d'application de la règle. Lors de cette phase collective, le vecteur variation de vitesse est défini et on met en évidence que c'est une somme vectorielle qui permet de passer d'un vecteur au vecteur suivant.

Cette adaptation du protocole a pour conséquence que la méthode pour décrire la variation de la vitesse est imposée : on utilise explicitement le vecteur variation de vitesse. De plus, la notion de vecteur variation de vitesse est abordée uniquement selon un point de vue qualitatif : ce sont sa direction et son sens qui sont repérés. Or, un aspect semi-quantitatif intervient dans le tracé de vecteurs vitesse sur la fiche réponses « Profils » : l'élève choisit un « nombre de carreaux » pour la longueur de ce vecteur et il reporte cette longueur plusieurs fois pour le tracé des vecteurs vitesse successifs. Une ambiguïté est d'ailleurs apparue dans la passation de consigne concernant le remplissage de la fiche réponses : certains élèves n'ont pas pensé devoir prendre l'initiative de définir eux-mêmes le vecteur variation de vitesse, ils ont donc repris le même vecteur variation de vitesse que dans la figure 4-3. Ils ont répondu à la consigne en s'imposant une contrainte supplémentaire. On note donc que l'aspect semi-quantitatif du vecteur variation de vitesse ne peut être laissé complètement de côté.

Enfin, on constate que les élèves du groupe n°2 apportent un soin particulier à la réalisation des tracés dans la fiche réponses « Profil ». On l'observe par le fait que dans deux binômes, les élèves ont demandé à remplir chacun une fiche, alors que le travail est prévu à faire en binôme. Le nombre important de vecteurs tracés sur la fiche réponses, entre six et douze, témoigne également du fait que les élèves ont montré de la bonne volonté dans la tâche et se sont appliqués à réaliser des tracés corrects et complets.

### **3. Données recueillies**

Les données recueillies sont les fiches réponses « Prévisions » et « Profils » (en annexe). On présente dans cette partie, les résultats obtenus pour chacune de ces fiches réponses en commençant par la fiche réponses « Prévisions ».

#### **a. Fiche réponse « Prévisions »**

Pour cette fiche réponses, on traite les résultats obtenus pour les deux groupes simultanément. L'effectif des deux groupes réunis est de 16 élèves. On recense le nombre de fiches qui contiennent des vecteurs tracés : il y en a 14 et donc il y a 2 fiches dans lesquelles aucun vecteur n'est tracé.

On rassemble les résultats issus du dépouillement des fiches dans le tableau 4-2.

	<b>Critères retenus</b>	<b>Effectif</b>	<b>Total</b>
<b>Origine des vecteurs</b>	Les points d'application des vecteurs sont placés comme sur une parabole.	12	16
	Les points d'application des vecteurs n'apparaissent pas mais l'origine des vecteurs est placée comme sur une parabole.	2	
	Aucun vecteur n'est tracé mais les positions du système apparaissent sur une parabole.	1	
	Aucun vecteur n'est tracé, ni la trajectoire ni les positions n'apparaissent.	1	
<b>Direction et normes des vecteurs</b>	Directions correctes, norme constante.	6	16
	Directions correctes, norme quelconque.	1	
	Directions correctes, norme plus faible pour les deux positions centrales.	1	
	Directions correctes, norme qui diminue puis augmente.	2	
	Directions correctes, norme qui diminue puis augmente sauf pour le dernier vecteur qui est de longueur inférieure.	2	
	Directions correctes pour les trois premiers vecteurs, norme qui diminue ; même direction (pente négative) pour les vecteurs suivants, norme quelconque.	2	
	Aucun vecteur tracé.	2	

Tableau 4-2 – Données recueillies : fiches réponses « Prévisions » (1re expérimentation)

Le tracé des vecteurs est analysé pour chacune des caractéristiques d'un vecteur : direction, sens, norme et point d'application (ou origine). On signale que dans toutes les fiches réponses, le sens des vecteurs est correct pour tous les vecteurs et respecte le sens du mouvement<sup>17</sup>. On ne précise donc pas, dans les critères retenus, que le sens des vecteurs est correct.

Dans l'un des deux cas dans lesquels il n'y a pas de vecteur tracé, l'élève a seulement reproduit la parabole et reporté les six positions du système à intervalle de temps régulier. Dans les 14 fiches dans lesquelles les vecteurs sont tracés, les points d'application des vecteurs sont disposés comme sur la parabole tracée juste au-dessus dans la fiche réponses. On en déduit que les élèves relient le tracé de vecteurs vitesse avec celui de la trajectoire. On en déduit également que les élèves ne tracent pas spontanément des vecteurs vitesse « délocalisés ».

Dans la majorité des fiches réponses sur lesquelles les vecteurs sont tracés, les directions des vecteurs sont correctes (12 fiches sur 14). L'erreur que l'on trouve sur 2 fiches concerne la direction des vecteurs tracés dans la phase descendante du mouvement. On peut conclure que repérer la direction de la tangente dans la phase descendante est plus difficile pour ces élèves ou

<sup>17</sup> Le sens du mouvement n'est pas précisé dans l'énoncé de la fiche ; les élèves l'ont tous interprété, de manière implicite, comme étant le sens habituel de lecture de gauche à droite.

que les élèves ont accordé moins de soin au tracé des derniers vecteurs de la série et n'ont pas terminé le tracé de manière correcte.

On constate qu'un plus grand nombre d'erreurs sont commises sur la norme des vecteurs tracés que sur leur direction. L'erreur la plus fréquente (6 fiches sur 14) est celle qui consiste à tracer tous les vecteurs avec la même norme. Dans les autres erreurs (5 fiches), la norme des vecteurs varie : elle diminue dans la phase ascendante ou uniquement pour les deux positions centrales et sa variation est irrégulière dans la phase descendante. Seules 2 fiches font apparaître des vecteurs dont la norme diminue dans la phase ascendante puis augmente dans la phase descendante, ce qui correspond au tracé correct. On distingue donc deux groupes de réponses d'effectif comparable : les tracés pour lesquels la norme des vecteurs est constante (6 fiches) et les tracés pour lesquels la norme des vecteurs diminue dans la partie ascendante ou au sommet de la trajectoire (7 fiches). Pour les élèves du premier groupe de réponses, la longueur du vecteur vitesse n'est pas une de ses caractéristiques à prendre en compte, seule la caractéristique direction est pertinente. Pour les élèves du second groupe de réponses, au moins l'une des variations de la vitesse est connue et représentée par le tracé des vecteurs : il s'agit de sa diminution dans la phase ascendante du mouvement.

On conclut que les élèves associent spontanément le tracé des vecteurs vitesse à la trajectoire du mobile et mobilisent la connaissance suivante : « Le vecteur vitesse d'un système à un instant donné est tangent à sa trajectoire au point correspondant à sa position à cet instant ». En revanche, une partie seulement d'entre eux mobilisent, au moins partiellement, la connaissance : « La longueur du vecteur vitesse à un instant donné est proportionnelle à la valeur de la vitesse à cet instant ».

Dans l'énoncé de la fiche réponses, il n'y a pas de justification demandée pour le tracé de ces vecteurs. On trouve néanmoins des phrases d'explication dans 3 fiches.

Dans l'une de ces fiches, l'élève indique comment il reporte les positions de l'objet dans le cadre pour le tracé des vecteurs. Dans une autre fiche, dans laquelle les vecteurs sont tracés de manière correcte, l'élève indique explicitement qu'il fait des choix et les détaille :

« Les choix : il faut faire attention aux différentes normes des différents vecteurs vitesse car en fonction des positions des trajectoires, il y a des moments où la norme du vecteur vitesse est faible et vice-versa.

Remarque : les vecteurs vitesse sont tangents à la trajectoire. »

Cet élève donne donc bien les propriétés du vecteur vitesse et cela apparaît dans son tracé.

Dans la troisième fiche, les directions des vecteurs vitesse sont correctes mais leur norme est constante. L'élève écrit :

« La vitesse est tangente à la trajectoire et sa norme dépend de sa vitesse (ce que je n'ai pas spécialement fait ici). »

Cette élève connaît donc les propriétés du vecteur vitesse mais sa réponse ne le fait pas apparaître, elle ne mobilise pas cette connaissance pour effectuer le tracé des vecteurs.

**b. Fiche réponses « Profils »**

On recueille les fiches de réponses « Profils » des sept binômes (ou trinômes) des deux groupes. On effectue un traitement des données en distinguant les deux groupes car le déroulement de la séance a été quelque peu modifié entre les deux groupes.

*Groupe n°1, quatre fiches recueillies :*

On numérote les fiches de 1 à 4. On rappelle que cette fiche est remplie par binôme. Pour commencer, on s'intéresse à ce qui est écrit concernant la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse à l'autre.

La fiche 1 est caractérisée par une explication qui mobilise d'emblée le vecteur accélération. Sur le verso de la fiche réponses, on lit :

« Le vecteur accélération nous aide à l'aide d'un  $\vec{v}_1$  à trouver le  $\vec{v}_2$  (par translation de vecteurs).

Tout d'abord :

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma \vec{F} \quad \text{ici} \quad \Sigma \vec{F} = \vec{P} = m\vec{g}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} m = m\vec{g}$$

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{g}$$

$$\vec{a} = \vec{g} \quad \Leftrightarrow \quad \|\vec{a}\| = -g \gg$$

On relève tout d'abord une erreur dans la dernière relation : il s'agit d'une relation scalaire or la relation précédente est vectorielle et il n'y a pas de justification pour l'équivalence du passage de l'une à l'autre. De plus, aucune orientation n'est indiquée alors qu'apparaît l'une des projections du vecteur champ de pesanteur : le formalisme algébrique surgit dans un raisonnement n'impliquant *a priori* que des grandeurs définies positives puisqu'il s'agit de normes.

Cette explication est accompagnée d'un tracé (cf. figure 4-4).

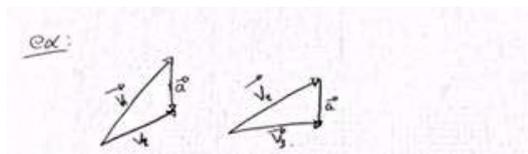


Figure 4-4 – Tracés apparaissant dans la fiche 1 (1re expérimentation)

Dans la démonstration, la relation entre le vecteur accélération et la force, la relation entre le vecteur accélération et la vitesse et la deuxième loi de Newton apparaissent. Mais il n'y a pas de justification de la somme vectorielle tracée (cf. figure 4-4). Il semble donc que le raisonnement

soit lacunaire bien que les élèves aient probablement écrit tout ce qu'elles savent à propos du vecteur accélération. On ajoute par ailleurs qu'il y a un problème d'homogénéité dans la somme vectorielle tracée car elle correspond à la somme de vecteurs vitesse et accélération.

Dans la fiche 2, au recto, des sommes vectorielles de vecteurs avec les notations du fichier GeoGebra (cf. figure 4-3) sont écrites et accompagnées des tracés correspondants :

$$\ll \vec{v}_6 + 2 \vec{v}_9 = \vec{v}_{12} \quad \vec{v}_9 + 2 \vec{v}_{12} = \vec{v}_{15} \gg$$

Dans cette fiche réponses, le vecteur accélération n'est pas mentionné.

Dans la fiche 3, au recto, le vecteur donné est noté  $\vec{v}_3$  et deux autres vecteurs sont tracés :  $\vec{v}_6$  et  $\vec{v}_9$ . Ce sont les notations des vecteurs du fichier GeoGebra (cf. figure 4-3). Pour chacun de ces vecteurs, son angle avec l'horizontale est indiqué :  $\frac{\pi}{4}$  pour  $\vec{v}_3$ ,  $\frac{\pi}{8}$  pour  $\vec{v}_6$ , et 0 pour  $\vec{v}_9$ .

Au verso de cette fiche réponses, on trouve la relation entre l'accélération et la vitesse :

$$\begin{aligned} \ll \vec{a} &= \frac{d\vec{v}}{dt} \\ \vec{a} &= \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} \\ \vec{a} &= \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} \\ a &= \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} \\ \Leftrightarrow a\Delta t &= v_2 - v_1 \\ \Leftrightarrow v_2 &= a\Delta t + v_1 \gg \end{aligned}$$

On relève que les trois dernières relations sont scalaires : le passage de relations vectorielles à des relations scalaires n'est pas explicité et est incorrect.

On remarque que la grandeur variation de vitesse, dans son écriture vectorielle  $\Delta\vec{v}$  apparaît et est ensuite traduite par la différence vectorielle  $\vec{v}_2 - \vec{v}_1$  dans une relation faisant intervenir le vecteur accélération. Mais, cette relation ne fait pas de lien avec un tracé de vecteurs, le tracé de  $\vec{v}_2$  à partir de  $\vec{v}_1$  par exemple. Donc l'explication reste incomplète.

Enfin, la fiche 4 associe à chaque vecteur du premier fichier GeoGebra (cf. figure 4-2) un nombre : 1, 1,5, 2, 2,5 ou 3 et fait figurer des flèches entre ces nombres pour signaler une variation d'un vecteur au suivant : « +0,5 ». L'interprétation des indications de cette fiche réponses n'est pas rendue possible.

On rassemble dans le tableau 4-3 les éléments d'explication relevés dans les quatre fiches.

Éléments d'explication retenus	Fiche 1	Fiche 2	Fiche 3	Fiche 4
Relation entre le vecteur accélération et la vitesse	x		x	
Relation entre le vecteur accélération et la force	x			
Deuxième loi de Newton	x			
Lien entre vecteur accélération et passage d'un vecteur vitesse à l'autre	x		x	
Angle que fait le vecteur avec l'horizontale			x	
Variation de la vitesse			x	
Sommes vectorielles sur le tracé	x	x		
Grandeur scalaire associée à un vecteur tracé				x

Tableau 4-3 – Éléments d'explication de la règle, dans les fiches 1 à 4 (1re expérimentation)

On constate que les éléments retenus pour l'explication de la règle sont divers et varient d'une fiche à l'autre. En dehors de la fiche 4 dont on ne peut pas interpréter le contenu, on note que les élèves ne raisonnent pas sur les composantes des vecteurs vitesse mais sur les vecteurs vitesse eux-mêmes. Dans deux fiches sur les quatre, le lien est explicitement effectué entre vecteur vitesse et vecteur accélération. Mais, les explications restent incomplètes et ne permettent pas d'aboutir à une relation entre deux vecteurs vitesse successifs et le vecteur variation de vitesse.

Les explications mobilisant la notion d'accélération, dans les fiches 1 et 3, semblent être assez proches de ce que les élèves ont vu en cours avec leur enseignant.e, ce qui tend à induire que ces élèves préfèrent rechercher le lien avec ce qu'ils savent, ou sont censés savoir, plutôt que se confronter à la situation proposée.

Enfin, on relève également des maladresses dans l'utilisation du formalisme : des relations scalaires sont écrites sans justification, à la suite de relations vectorielles.

En ce qui concerne le tracé de vecteurs vitesse, les élèves du groupe n°1 ont manqué de temps et n'ont pas construit de vecteurs vitesse sur la fiche réponses « Profils ». Dans les autres fiches, si des vecteurs vitesse sont tracés, ils le sont dans les tracés décrits plus haut, et faisant apparaître des sommes vectorielles.

*Groupe n°2, trois fiches recueillies :*

On numérote les fiches de 5 à 7. On rappelle que pour le groupe n°2, le choix a été fait d'ajouter une phase collective à l'issue de la phase de recherche et avant la phase d'application de la règle trouvée. Cette phase collective a permis de définir le vecteur variation de vitesse et d'indiquer que c'est une somme vectorielle qui permet de passer d'un vecteur au vecteur suivant.

Pour commencer, on s'intéresse à ce qui est écrit concernant la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse à l'autre. Les élèves ont rédigé les explications de la règle sur une feuille blanche distincte de la fiche réponses « Profils ».

Dans la fiche 5, la méthode permettant de construire le vecteur variation de vitesse est décrite :

« Pour passer d'un vecteur à l'autre, on a juste à mettre ces vecteurs sur le même point d'application, on trouvera toujours un vecteur d'un carreau à chaque fois. »

Le vecteur variation de vitesse est ainsi défini. Il est écrit qu'il s'agit d'un vecteur mais la seule caractéristique précisée est sa norme (« un vecteur d'un carreau »). On lit ensuite la relation suivante : « un vecteur +  $\Delta\vec{v}$  = un autre vecteur »

Dans la fiche n°6, on trouve l'explication suivante :

« Différence entre deux vecteurs qui se suivent : elle est la même, c'est la variation de la vitesse.

La variation de vitesse  $\Delta\vec{v}$  est dirigée vers le bas et est colinéaire à l'accélération. »

Le vecteur variation de vitesse est défini mais avec une ambiguïté : il n'est pas écrit, dans la première phrase, qu'il s'agit d'un vecteur. Dans la phrase suivante, l'ambiguïté a disparu et les caractéristiques direction et sens de  $\Delta\vec{v}$  sont précisées. Sur le tracé (cf. figure 4-5), c'est la norme de  $\Delta\vec{v}$  qui est indiquée. Les notations correspondent aux notations du fichier GeoGebra (cf. figure 4-3).

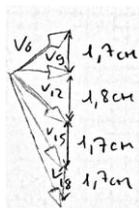


Figure 4-5 – Tracé apparaissant dans la fiche 6 (1re expérimentation)

Enfin dans la fiche 7, on ne trouve pas d'explication sous forme de phrase mais on trouve la relation suivante, qui reprend les notations du fichier GeoGebra (cf. figure 4-3) :

$$\ll v_6 = v_3 + \text{gravité} \gg$$

Ici, la relation permettant de passer d'un vecteur vitesse au vecteur vitesse suivant prend en compte la force (« gravité ») qui s'exerce sur la bille. Or cette relation est scalaire et incorrecte. De l'écriture de cette relation, on tire uniquement le fait que l'élève met en avant le lien entre la force exercée sur l'objet et la variation de sa vitesse.

On rassemble dans le tableau 4-4 les éléments d'explication relevés dans les trois fiches.

Éléments d'explication retenus	Fiche 5	Fiche 6	Fiche 7
Explication de ce qu'est $\Delta\vec{v}$	x	x	
Écriture d'une somme vectorielle contenant $\Delta\vec{v}$	x		
Présence d'indications concernant la norme de $\Delta\vec{v}$	x	x	
Présence d'indications concernant la direction et le sens de $\Delta\vec{v}$		x	
Lien entre le passage d'un vecteur vitesse au suivant et la force			x

Tableau 4-4 – Éléments d'explication de la règle, dans les fiches 5 à 7 (1re expérimentation)

Dans ces fiches, les éléments d'explication retenus sont davantage homogènes que pour les fiches 1 à 4 et ces explications mobilisent, pour les fiches 5 et 6, la notion de vecteur variation de vitesse. On constate que les élèves utilisent ce qui a été dit dans la phase collective pour rédiger la règle, à l'exception du binôme ayant rédigé la fiche 7. La norme de  $\Delta\vec{v}$  est prise en compte dans deux de ces fiches (5 et 6) alors que seule l'une d'elles (fiche 6) précise les autres caractéristiques, direction et sens.

Enfin, comme dans les fiches 1 à 4, on relève dans une des fiches, une erreur dans l'utilisation du formalisme : une relation scalaire est écrite alors qu'elle implique des grandeurs vectorielles.

Dans un second temps, on s'intéresse aux vecteurs vitesse tracés en appliquant la règle décrite précédemment.

Dans la fiche 5, deux vecteurs seulement sont tracés sur la fiche réponses « Profils ». Ces tracés sont incorrects mais font apparaître le vecteur  $\Delta\vec{v}$  dont la direction et le sens sont corrects.

La fiche 6 contient deux pages de la fiche réponses « Profils » dont l'une est remplie en double, par deux élèves du trinôme (la première page). Pour la première page, les tracés sont corrects et font apparaître le vecteur  $\Delta\vec{v}$ . Pour la deuxième page, seuls deux vecteurs sont tracés et le second n'est pas tracé de manière correcte. La difficulté semble provenir de la direction du vecteur initial donné qui est vertical dirigé vers le haut.

Enfin, la fiche 7 contient également deux pages de la fiche réponses « Profils » dont l'une est remplie en double par deux élèves du binôme. Les deux élèves tracent correctement les vecteurs, seul l'un d'entre eux fait apparaître le vecteur  $\Delta\vec{v}$  (cf. figure 4-6). L'autre élève, celui qui a rempli deux pages de la fiche réponses, trace la trajectoire de la bille dans un repère  $(x, y)$  pour les deux vecteurs vitesse de départ. Ces trajectoires sont correctes.

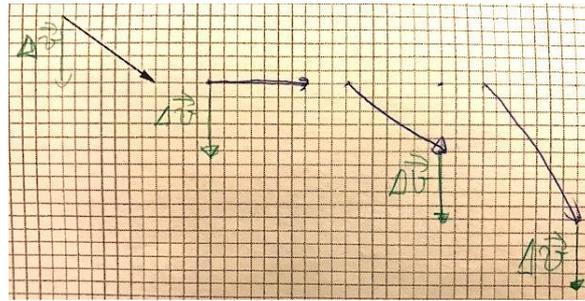


Figure 4-6 – Tracé apparaissant dans la fiche 7 (1re expérimentation)

On peut conclure que lorsque les vecteurs vitesse sont tracés, ils sont corrects et permettent d'obtenir un profil de vecteurs vitesse. On note que les élèves apportent du soin à leur tracé : ils tracent entre six et douze vecteurs et le tracé est appliqué. Dans presque toutes les fiches, le vecteur  $\Delta\vec{v}$  apparaît pour justifier le tracé. On peut donc conclure que l'application de la règle est un travail qui a remporté l'adhésion des élèves et a permis de mobiliser la notion de vecteur variation de vitesse de manière adaptée.

#### 4. Analyse a posteriori

À l'issue de cette première expérimentation, on relève des éléments d'information sur la façon dont les élèves appréhendent les vecteurs vitesse et la notion de variation de vitesse.

On note dans un premier temps que tracer des vecteurs vitesse « délocalisés », c'est-à-dire hors de la trajectoire d'un mobile, semble constituer une difficulté car les élèves reproduisent la trajectoire à l'endroit où ils doivent tracer les vecteurs. On invalide donc l'hypothèse « Les élèves tracent des vecteurs vitesse délocalisés ».

Lors du tracé de ces vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers, les erreurs sur la direction des vecteurs sont peu nombreuses, elles le sont davantage sur la norme des vecteurs. On en déduit que la propriété du vecteur vitesse que les élèves s'approprient le mieux est celle de sa direction tangente à la trajectoire du mobile. On valide donc partiellement l'hypothèse « Les élèves mobilisent les propriétés du vecteur vitesse relatives à sa direction et sa longueur ».

Dans un deuxième temps, on observe que les élèves ne raisonnent pas spontanément sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse lorsqu'il s'agit de comparer des vecteurs vitesse entre eux. On invalide donc l'hypothèse « Les élèves raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse ».

Par ailleurs, on constate qu'ils font le lien entre le vecteur vitesse et le vecteur accélération mais qu'ils n'écrivent pas de relation vectorielle entre deux vecteurs vitesse consécutifs (c'est-à-dire séparés par un intervalle de temps donné). On invalide donc l'hypothèse « Les élèves écrivent des relations vectorielles entre deux vecteurs vitesse ».

En ce qui concerne le formalisme qu'utilisent les élèves dans leurs explications, des relations scalaires apparaissent dans un raisonnement vectoriel, sans justification ou mention du recours à des axes orientés. Ils ne maîtrisent donc pas le formalisme d'une manière correcte. On invalide donc l'hypothèse « Les élèves utilisent le formalisme algébrique, ils définissent des axes orientés ».

Enfin, quand le vecteur variation de vitesse est préalablement introduit lors d'une discussion collective, les élèves sont capables d'en donner une définition et de décrire ses propriétés bien qu'ils privilégient sa norme par rapport à ses autres caractéristiques. On constate également que, pour une moitié des élèves, les tracés de vecteurs vitesse successifs sont effectués et corrects. On valide donc, pour ces élèves l'hypothèse « Les élèves appliquent la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant pour tracer des profils de vecteurs vitesse ».

Ces élèves utilisent le vecteur  $\Delta\vec{v}$ . On conclut donc qu'ils s'approprient la notion de vecteur variation de vitesse. Les tracés sont soignés et correctement réalisés : la tâche remporte l'adhésion des élèves.

## 5. Propositions de modification du protocole de la séquence

En tenant compte des observations effectuées lors du déroulement de la première expérimentation et de l'analyse des données recueillies, des modifications du protocole sont proposées pour la deuxième itération de la séquence.

Elles sont les suivantes :

- *Origine des vecteurs dans la fiche réponses « Prévisions »*

Afin que les élèves ne tracent pas la trajectoire du mobile avant de tracer les vecteurs vitesse, on propose d'indiquer l'origine de chacun des six vecteurs vitesse dans la partie quadrillée de la fiche. Le but est d'obtenir des vecteurs vitesse tracés hors de la trajectoire, c'est-à-dire « délocalisés ».

- *Fichier GeoGebra déjà programmé pour le tracé des vecteurs vitesse*

Pour la phase d'exploitation de l'enregistrement vidéo, on propose de gagner du temps en permettant aux élèves de n'avoir qu'à remplir le tableur avec les données des valeurs de la vitesse, le tracé des vecteurs vitesse étant déjà programmé pour s'effectuer de manière « automatique ».

- *Approfondissement de la phase d'observation des vecteurs vitesse en discussion collective*

Lors de cette phase collective, les élèves s'interrogent sur une façon de comparer les vecteurs entre eux dans le but de savoir s'il est possible de trouver comment passer d'un vecteur vitesse au vecteur suivant. On propose de guider davantage la discussion en suggérant d'examiner

chacune des caractéristiques des vecteurs : direction, sens, norme, composantes horizontale et verticale.

- *Document papier pour la phase de recherche*

En plus des fichiers GeoGebra que les élèves ont à disposition – le premier fichier (cf. figure 4-2) et le fichier contenant seulement six vecteurs vitesse (cf. figure 4-3) – on propose de distribuer la version imprimée sur papier de la figure 4-3 afin, éventuellement, de faciliter, pour les élèves, la recherche de la règle pour passer d'un vecteur à l'autre.

- *Moment d'échange entre la chercheuse et chacun des binômes à l'issue de la phase de recherche*

La phase venant à la suite de la phase de recherche (mise en place uniquement pour le groupe n°2 lors de la première expérimentation) est maintenue. Au cours de cette phase, on propose de favoriser l'expression des idées de chacun des binômes en remplaçant la phase collective par un échange avec la chercheuse qui valide la règle proposée par les élèves et éventuellement leur permet de la compléter et/ou de la reformuler.

- *Fiche réponses « Profils » individuelle*

Bien que les élèves soient amenés à travailler en binôme, on propose de distribuer une fiche réponses « Profils » par élève afin de permettre à chacun d'effectuer des tracés. En effet, lors de la première expérimentation, les élèves du groupe n°2 ont paru tout à fait motivés par la réalisation des tracés de vecteurs vitesse successifs.

- *Enrichissement de la phase d'institutionnalisation*

On propose de consacrer un peu plus de temps à la phase d'institutionnalisation à la fin de la séquence pour aborder le lien entre la variation de la vitesse et l'accélération.

## IV. Deuxième expérimentation

---

### 1. Conditions de mise en œuvre

Cette deuxième expérimentation a été effectuée avec un groupe de 8 élèves issus d'une classe de Terminale scientifique. Ce groupe comprend 4 binômes.

La séance a duré deux heures.

Les données recueillies sont les fiches réponses remplies par les élèves. Il s'agit des deux mêmes fiches réponses que pour la première expérimentation : fiche réponses « Prévisions » et fiche réponses « Profils ». Ces fiches sont individuelles.

Comme lors de la première expérimentation, chaque binôme d'élèves dispose d'un ordinateur équipé des logiciels Avimeca, Regressi et GeoGebra.

### 2. Analyse a priori

#### a. Protocole de la séquence

Le protocole de la séquence est identique au protocole de la première expérimentation, à quelques modifications près, que nous détaillons ci-dessous.

- Phase de prévisions : comme la première expérimentation.

*Modification* : sur la fiche réponses « Prévisions », l'origine de chacun des six vecteurs vitesse « délocalisés » est indiquée dans la partie quadrillée.

- Phase d'exploitation de l'enregistrement vidéo : comme la première expérimentation.

*Modification* : un fichier GeoGebra est fourni aux élèves, dans lequel le tracé des vecteurs vitesse est préalablement programmé. Le type de tracé obtenu est présenté dans la figure 4-2.

- Phase d'observation des vecteurs vitesse tracés : comme la première expérimentation.

*Modification* : la discussion collective, qui est menée par la chercheuse, est davantage guidée. Il est suggéré de prendre en considération chacune des caractéristiques des vecteurs : direction, sens, norme, composantes horizontale et verticale.

- Phase de recherche : comme la première expérimentation.

*Modification* : un document papier correspondant à la figure 4-3, sans le quadrillage, est distribué à chaque élève (en annexe).

- Phase de validation de la règle : échange entre chacun des binômes et la chercheuse afin que cette dernière valide la règle trouvée par les élèves et éventuellement les amène à la compléter et/ou la reformuler.

- Phase d’application de la règle trouvée : comme la première expérimentation.  
*Modification* : chaque élève remplit la fiche réponses « Profils » individuellement.
- Phase de discussion et d’institutionnalisation : comme la première expérimentation.  
*Modification* : est abordé, en plus, le lien entre la variation de la vitesse et l’accélération.

Dans ce protocole, comme dans la première expérimentation, il n’est pas prévu d’évoquer l’intervalle de temps choisi pour représenter les vecteurs vitesse ni la dépendance de la variation de vitesse à cet intervalle de temps. De plus, la méthode pour décrire la variation de la vitesse n’est pas imposée : elle peut être algébrique ou vectorielle.

### **b. Tâches attendues**

Les tâches attendues des élèves sont identiques entre la première et la deuxième expérimentation. On se réfère donc au tableau 4-1.

Comme précédemment, les informations de ce tableau constituent les éléments d’une analyse a priori. On émet les hypothèses suivantes, qui sont les mêmes que précédemment :

- Les élèves tracent des vecteurs vitesse délocalisés.
- Les élèves mobilisent les propriétés du vecteur vitesse relatives à sa direction et sa longueur.
- Les élèves appliquent la règle permettant de passer d’un vecteur vitesse au suivant pour tracer des profils de vecteurs vitesse.
- Les élèves raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse pour les comparer deux à deux.
- Les élèves écrivent des relations vectorielles entre deux vecteurs vitesse.
- Les élèves utilisent le formalisme algébrique ; en particulier, ils définissent des axes orientés.

### **3. Commentaires sur le déroulement**

Comme lors de la première expérimentation, on observe que les élèves apportent un soin particulier au tracé des vecteurs vitesse dans la fiche réponses « Profils » : ils sont bien investis dans la tâche.

Grâce au fichier GeoGebra préalablement programmé, la phase d’exploitation de l’enregistrement vidéo n’est pas trop longue et les élèves passent assez rapidement à la phase d’observation des vecteurs vitesse et à la phase de recherche.

Lors de la phase de recherche, le document papier correspondant à la figure 4-3 est utilisé par tous les binômes qui écrivent dessus. Et bien que sur la version papier le quadrillage n’apparaisse

pas, ce document papier est complémentaire du fichier GeoGebra sur lequel les élèves mesurent des longueurs en effectuant un décompte des carreaux.

Enfin, contrairement à ce qui s'était passé avec le groupe n°2 lors de la première expérimentation, la méthode pour décrire la variation de la vitesse n'est pas imposée *a priori* : lors de la phase de recherche, les élèves peuvent soit comparer la longueur des composantes des vecteurs soit raisonner vectoriellement.

#### 4. Données recueillies

##### a. Fiche réponses « Prévisions »

On recueille une fiche réponses « Prévisions » par élève soit 8 fiches réponses. On rassemble les résultats issus du dépouillement des fiches dans le tableau 4-5.

Dans toutes les fiches réponses, on constate que tous les vecteurs sont tracés, soit six vecteurs, et que tous les vecteurs ont pour origine l'un des points d'application indiqués dans la partie quadrillée de la fiche.

	Critères retenus	Effectif	Total
Direction et normes des vecteurs	Directions correctes, norme qui diminue puis augmente.	2	8
	Directions correctes, norme qui diminue puis augmente, sauf pour le dernier vecteur (de même direction que le vecteur précédent et de norme inférieure).	1	
	Directions correctes, norme constante.	1	
	Directions correctes, sauf pour les premier et dernier vecteurs de direction verticale, norme constante.	1	
	Directions correctes, sauf pour les deux derniers vecteurs de même direction que le quatrième vecteur, norme constante.	1	
	Trois premiers vecteurs : sens vers le haut et angle avec l'horizontale de plus en plus grand, trois vecteurs suivants : sens vers le bas et angle avec l'horizontale de plus en plus petit, norme qui augmente.	1	
	Direction horizontale, norme qui diminue, augmente et diminue.	1	

Tableau 4-5 – Données recueillies : fiches réponses « Prévisions » (2e expérimentation)

Le tracé des vecteurs est analysé pour les caractéristiques d'un vecteur autre que son origine : direction, sens, norme. Or, comme pour les fiches de la première expérimentation, le sens des vecteurs est correct dans toutes les réponses. On ne retient donc pas le sens dans les critères d'analyse.

On s'intéresse tout d'abord à la direction des vecteurs : on note que dans 2 fiches, les directions des vecteurs sont incorrectes pour cinq ou six des vecteurs tracés. Les 6 fiches restantes se répartissent entre celles (3 fiches) dans lesquelles les directions des vecteurs sont toutes correctes et celles (3 fiches) dans lesquelles seuls un ou deux vecteurs ont une direction incorrecte. Cela peut être le cas du dernier vecteur, du premier et du dernier vecteur ou des deux derniers vecteurs. On conclut donc que dans la majorité des cas (6 fiches sur 8), au moins quatre vecteurs sur les six tracés ont une direction correcte mais que dans moins de la moitié des fiches, les directions sont toutes correctes. Cet effectif est inférieur, en proportions, à l'effectif des fiches de la première expérimentation dans lesquelles les directions sont toutes correctes (12 fiches sur 14). Il apparaît ici que le fait que les points d'application soient indiqués dans la partie quadrillée de la fiche fait diminuer le nombre de directions correctes.

Examinons à présent la norme des vecteurs. Dans 2 fiches, la norme des vecteurs évolue de manière incorrecte. Ce sont les mêmes fiches dans lesquelles les directions des vecteurs sont toutes incorrectes. On s'intéresse à la norme des vecteurs dans les 6 autres fiches. Dans 3 fiches, la norme diminue puis augmente, ce qui correspond à la réponse correcte. Dans les 3 autres fiches, la norme est constante. On retrouve l'erreur déjà repérée dans les fiches de la première expérimentation, on en fait la même interprétation : la norme du vecteur vitesse semble ne pas être considérée par les élèves comme une caractéristique pertinente à prendre en compte dans le tracé, contrairement à sa direction.

Les résultats pour cette deuxième expérimentation sont comparables à ceux de la première expérimentation pour la norme des vecteurs vitesse. En revanche, on peut conclure que, du point de vue du respect de la direction des vecteurs, le tracé des vecteurs vitesse « délocalisés » semble être plus difficile que le tracé de vecteurs vitesse sur la trajectoire.

Enfin, on ne relève aucun élément de justification des tracés dans ces fiches (il n'en est pas demandé dans la consigne).

#### **b. Document papier correspondant à la figure 4-2**

Lors de la phase de recherche, les élèves ont à leur disposition deux fichiers GeoGebra : celui contenant la figure 4-2 et celui contenant la figure 4-3 ainsi que la version imprimée de ce second fichier (en annexe). On recueille ces documents papier. Dans l'un des quatre binômes, les élèves ont choisi de travailler ensemble et donc d'utiliser un seul document papier, ce qui n'est pas le cas dans les trois autres binômes qui utilisent ce document de manière individuelle. Finalement, on recueille sept documents papier contenant des informations relatives au travail effectué par les élèves durant la phase de recherche. On numérote les documents de 1 à 7, le document 1 étant celui du binôme dont les élèves ont choisi de travailler en commun. On regroupe les documents

selon des caractéristiques communes : les documents 1 et 2, le document 3 seul, les documents 4, 5, 6 et 7.

Dans les documents 1 et 2, les élèves rédigent une règle indiquant explicitement comment tracer un vecteur en partant du vecteur précédent :

« Pour tracer un vecteur avec un déjà tracé, il faut garder la même abscisse, soit 4 carreaux et ajouter -2 carreaux en y, le tout en partant du même point d'origine. » (document 1)

« Pour passer d'un vecteur à un autre, en abscisse nous conservons 4 carreaux, et pour les ordonnées il suffit d'ajouter -6 à l'ordonnée du vecteur précédent. » (document 2)

Dans le document 1, la variation de l'ordonnée des vecteurs vitesse est de -2 carreaux et dans le document 2, elle est de -6 carreaux. Ceci suggère que les élèves n'ont pas travaillé sur le même fichier GeoGebra : il s'agissait soit du fichier correspondant à la figure 4-2 (pour le document 1) soit de celui correspondant à la figure 4-3 (pour le document 2). Pour ces documents, on constate que les élèves raisonnent explicitement sur les composantes des vecteurs.

Dans le document 1, les élèves évoquent le « point d'origine » des vecteurs : il est indiqué que le vecteur construit avec la règle énoncée et le vecteur précédent ont la même origine. Or, si on se réfère à la figure 4-2, comme à la figure 4-3, les vecteurs ont chacun une origine distincte. On peut donc penser que les élèves ont déplacé les vecteurs dans le fichier GeoGebra de manière à les ramener tous au même point d'application. On peut alors en déduire, si tel est le cas, que les élèves ont une bonne prise en main du logiciel GeoGebra.

Pour les autres documents, on regroupe les documents 4, 5, 6 et 7 dans lesquels on ne trouve pas de phrases rédigées, contrairement au document 3 dans lequel on lit :

« En mettant les vecteurs en un même point commun, nous avons vu qu'il y avait une symétrie et que les vecteurs étaient à 6 carreaux les uns des autres. Nous avons tracé  $\vec{v}_{21}$  en partant de 6 carreaux à partir de  $\vec{v}_{18}$  » (document 3)

De plus, sur ce document 3, l'élève a tracé un vecteur  $\vec{v}_{21}$  identique à  $\vec{v}_{18}$ , leurs points d'application sont espacés de la même distance que les points d'application des vecteurs précédents. Ce tracé incorrect montre que l'élève n'applique pas la règle recherchée. Or, on constate que dans cette explication, l'élève ne compare pas les abscisses et les ordonnées des vecteurs consécutifs. Elle ne peut donc pas aboutir à la règle. En revanche, comme pour le binôme du document 1, il semble qu'elle ait déplacé les vecteurs pour qu'ils aient la même origine, ce qui atteste d'une bonne prise en main de GeoGebra.

Enfin, on note que cette élève évoque une relation de symétrie sans préciser de quoi il s'agit. En se référant à la figure 4-3, on remarque en effet qu'une relation de symétrie apparaît pour les vecteurs deux à deux : les vecteurs  $\vec{v}_3$  et  $\vec{v}_{18}$  sont symétriques par rapport à un axe horizontal<sup>18</sup> tout comme les vecteurs  $\vec{v}_6$  et  $\vec{v}_{15}$  et les vecteurs  $\vec{v}_9$  et  $\vec{v}_{12}$ .

---

<sup>18</sup> Cet axe n'est pas représenté sur la figure 4-3 mais correspond à la droite reliant les origines de tous les vecteurs.

Les documents 4, 5, 6 et 7 sont regroupés car ils ne contiennent aucune explication rédigée mais ils font tous apparaître les valeurs des composantes horizontale et verticale de chacun des vecteurs, en nombre de carreaux.

Dans le document 4, une indication supplémentaire est lisible : la norme, en centimètres, de chacun des vecteurs<sup>19</sup>. On lit les valeurs indiquées pour les vecteurs  $\vec{v}_{12}$ ,  $\vec{v}_{15}$  et  $\vec{v}_{18}$  : respectivement  $-1,6$ ,  $-3,4$  et  $-5,5$ . Ces valeurs sont négatives, égales en valeur absolue aux valeurs indiquées pour les vecteurs  $\vec{v}_3$ ,  $\vec{v}_6$  et  $\vec{v}_9$  : respectivement  $5,5$ ,  $3,4$  et  $1,6$ . De même, les valeurs, incorrectes, indiquées pour les abscisses des vecteurs  $\vec{v}_{12}$ ,  $\vec{v}_{15}$  et  $\vec{v}_{18}$  (respectivement  $-5$ ,  $-13$  et  $19$ ) sont négatives, égales en valeur absolue aux valeurs des abscisses des vecteurs  $\vec{v}_3$ ,  $\vec{v}_6$  et  $\vec{v}_9$  (respectivement  $19$ ,  $13$  et  $5$ ). On ne sait pas comment l'élève les obtient. Enfin, les valeurs des ordonnées qui sont indiquées sont les suivantes :  $15$ ,  $9$ ,  $4$ ,  $-4$ ,  $-9$  et  $-15$ , respectivement pour les six vecteurs de  $\vec{v}_3$  à  $\vec{v}_{18}$ . Ces valeurs sont correctes sauf pour  $\vec{v}_9$  et  $\vec{v}_{12}$  dont les valeurs des ordonnées sont  $3$  et  $-3$  (et non  $4$  et  $-4$ ). Finalement, il semble que l'élève raisonne pour les valeurs des ordonnées, pour les valeurs des abscisses et pour les valeurs des normes de façon identique : elle associe des valeurs positives aux trois premiers vecteurs et des valeurs négatives et égales en valeur absolue aux valeurs précédentes pour les trois vecteurs suivants. On peut faire l'hypothèse que ce raisonnement se fonde sur la relation de symétrie des vecteurs deux à deux (évoquée plus haut).

Dans le document 5 (cf. figure 4-7), on observe l'indication des coordonnées  $x$  et  $y$  sur deux axes (respectivement horizontal et vertical, l'axe horizontal étant la droite reliant les points d'application des vecteurs) et la distance entre deux points d'application consécutifs :  $10\text{ c}$  (que l'on interprète comme étant  $10$  carreaux). Les valeurs des ordonnées sont indiquées à côté des vecteurs et sont correctes. Les valeurs des abscisses, également indiquées à côté des vecteurs, sont correctes pour les trois premiers vecteurs et sont incorrectes pour les suivants : la valeur  $-4$  étant indiquée pour les vecteurs  $\vec{v}_{12}$ ,  $\vec{v}_{15}$  et  $\vec{v}_{18}$ .

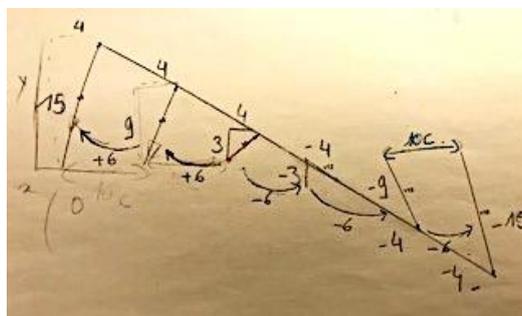


Figure 4-7 – Indications apparaissant dans le document 5 (2e expérimentation)

<sup>19</sup> On précise que, sur la version papier distribuée aux élèves, on obtient les valeurs suivantes pour les normes des vecteurs (dans l'ordre) :  $5,2\text{ cm}$ ,  $3,3\text{ cm}$ ,  $1,6\text{ cm}$ ,  $1,6\text{ cm}$ ,  $3,3\text{ cm}$  et  $5,2\text{ cm}$ .

Au vu de ces valeurs d'abscisses, on peut, comme pour le document 4, repérer un « effet de symétrie ». On note que les deux élèves ayant écrit sur les documents 4 et 5 appartiennent au même binôme et ont donc travaillé ensemble, ce qui peut expliquer ces similitudes.

On observe un autre élément dans ce document 5 : la présence de flèches courbes entre deux vecteurs consécutifs. Ainsi de  $\vec{v}_9$  à  $\vec{v}_6$  et de  $\vec{v}_6$  à  $\vec{v}_3$ , les flèches indiquent +6 ; de  $\vec{v}_9$  à  $\vec{v}_{12}$ , de  $\vec{v}_{12}$  à  $\vec{v}_{15}$  et de  $\vec{v}_{15}$  à  $\vec{v}_{18}$ , les flèches indiquent -6. Ce n'est pas explicité par l'élève mais il est possible d'interpréter ces indications comme les variations de la composante verticale d'un vecteur à l'autre.

Dans le document 6, les coordonnées des vecteurs sont écrites sous forme d'un couple de nombres près du vecteur : (4 ; 15) pour  $\vec{v}_3$ , (4 ; 9) pour  $\vec{v}_6$  etc. Ce sont bien les valeurs correctes, en nombre de carreaux, des coordonnées. Entre chaque vecteur et le suivant, on lit l'indication -6. D'autres indications apparaissent. C'est le cas des égalités suivantes :

$$v_3 = -v_{18} \quad v_6 = -v_{15} \quad v_9 = -v_{18}$$

et des écritures fractionnaires associées aux vecteurs :

$$v_3: \frac{13}{4} \quad v_9: \frac{3}{4} \quad v_{12}: -\frac{4}{4} \quad v_6: \frac{8}{4} \quad v_{18}: -\frac{15}{4} \quad v_{15}: -\frac{8}{4}$$

Les égalités, qui ne sont pas des égalités vectorielles mais scalaires, peuvent être interprétées, malgré le fait qu'elles sont incorrectes tant du point de vue du formalisme que du point de vue de la signification de l'égalité, comme une façon de signifier que les vecteurs sont symétriques deux à deux, comme mentionné plus haut. En revanche, dans le cas des écritures fractionnaires, il est difficile d'interpréter ce que l'élève a écrit. Une piste pourrait être que le dénominateur correspond à l'abscisse en nombre de carreaux (toujours 4) et que le numérateur correspond à l'ordonnée en nombre de carreaux, moyennant quelques erreurs (13 au lieu de 15, 8 au lieu de 9, 3 au lieu de 4...) ce qui pourrait indiquer une confusion entre fraction et écriture des coordonnées d'un vecteur.

Enfin, dans le document 7, on trouve, comme dans le document 6 (les élèves ayant écrit sur les documents 6 et 7 appartiennent au même binôme), les coordonnées des vecteurs écrites sous la forme d'un couple de nombres près du vecteur : (4 ; 15) pour  $\vec{v}_3$ , (4 ; 9) pour  $\vec{v}_6$  etc. Et, comme dans le document 6, entre chaque vecteur et le suivant, on lit l'indication -6. Dans le document 7, on lit également, sous les vecteurs, la phrase suivante :

«  $\vec{\Delta v}$  est dirigé vers le bas car lorsque l'on lance un objet du fait de la force  $\vec{g}$  de la Terre, l'objet est attiré vers le bas. » (document 7)

Comme aucun élément dans le document ne fait référence au vecteur variation de vitesse, on suppose que cette phrase provient de ce qui a été dit un petit peu plus tard dans la séance, lors de la phase collective d'institutionnalisation et n'a donc pas été écrite pendant la phase de recherche.

Finalement, on observe que dans tous les documents, les élèves raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs et on note que les élèves utilisent spontanément le formalisme algébrique. Deux documents (les documents 1 et 2) contiennent une explication de la règle permettant de passer d'un vecteur au suivant. Dans un autre document (document 7), les indications sont correctes mais la règle n'est pas explicitée. Dans les quatre autres documents (3, 4, 5 et 6) on trouve des éléments incorrects et la règle n'est pas rédigée. Les principales erreurs relevées se manifestent par l'indication de nombres négatifs pour l'abscisse et/ou la norme des vecteurs  $\vec{v}_{12}$ ,  $\vec{v}_{15}$  et  $\vec{v}_{18}$ . Dans ce cas, l'utilisation du formalisme algébrique conduit à des erreurs ce qui indique que cette utilisation n'est pas complètement maîtrisée.

En ce qui concerne les principales erreurs évoquées plus haut, un élément possible d'interprétation est à mettre en lien avec un « effet de symétrie » qui apparaît dans la figure 4-3. Le fait que les vecteurs soient symétriques deux à deux n'était pas volontaire dans l'élaboration du protocole de la séquence mais il semble que cela constitue un biais dans le raisonnement des élèves.

En conclusion, il ressort de la lecture des documents qu'une majorité d'élèves, à l'issue de la phase de recherche, n'ont pas trouvé la règle permettant de passer d'un vecteur au suivant, ou n'ont pas su la rédiger, n'en donnant que des indications partielles. Par conséquent, afin de vérifier qu'après la phase suivante de validation de la règle avec la chercheuse, les élèves sont capables de l'appliquer, il est nécessaire d'analyser les fiches réponses « Profils » dans lesquelles les élèves la mettent en œuvre pour effectuer des tracés de vecteurs vitesse.

### **c. Fiche réponses « Profils »**

Chaque élève a rempli entre une et trois pages de la fiche réponses « Profils » (en annexe). On numérote les fiches réponses de 1 à 7 comme pour les documents précédents, en ajoutant le numéro 1bis pour le deuxième élève du binôme du document 1 (complété à deux).

Pour chaque page de la fiche réponses, on se donne les critères suivants : nombre de vecteurs tracés, caractère correct du tracé, indication des coordonnées des vecteurs, indications données sur la variation de l'ordonnée des vecteurs.

Tous les élèves ont rempli la page 1 de la fiche réponses « Profils » (en annexe). Les coordonnées, en nombre de carreaux, du vecteur initial de cette page sont : (5 ; 5).

La figure 4-8 présente les tracés de la fiche 1.

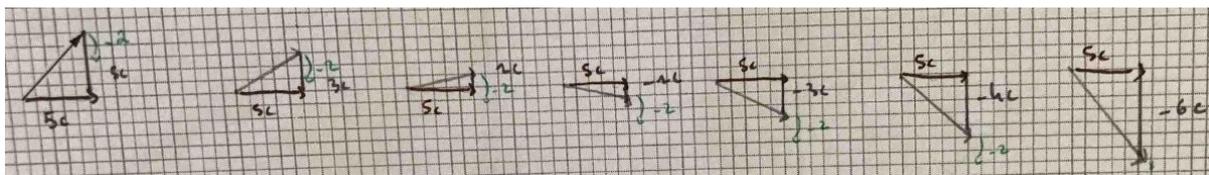


Figure 4-8 – Tracé apparaissant dans la fiche 1 page 1 (2e expérimentation)

Dans le tableau 4-6, on regroupe les résultats obtenus au regard des critères évoqués plus haut.

		Nombre de vecteurs tracés	Tracés corrects	Coordonnées des vecteurs	Variation de l'ordonnée	Indications supplémentaires
binôme	Fiche 1	6	Oui	Indiquées pour tous les vecteurs	Égale à -2 carreaux Indiquée pour tous les vecteurs	Projections horizontale et verticale tracées pour chaque vecteur
	Fiche 1bis	5	Oui sauf pour le dernier vecteur	Non indiquées	Égale à -2 carreaux Indiquée pour le premier vecteur tracé	
binôme	Fiche 2	16	Oui	Indiquées pour les trois premiers vecteurs	Égale à -1 carreau Non indiquée	Projections horizontale et verticale tracées pour les trois premiers vecteurs
	Fiche 3	8	Non	Indiquées pour les trois premiers vecteurs	Égale à -1 carreau « Pour chaque nouveau vecteur, je rajoute 1 à l'abscisse et je retire 1 à l'ordonnée. »	Projections horizontale et verticale tracées pour les trois premiers vecteurs
binôme	Fiche 4	4	Oui pour les deux premiers vecteurs	Indiquées pour le vecteur initial	Égale à -5 carreaux Non indiquée	
	Fiche 5	4	Oui pour les trois premiers vecteurs	Indiquées pour le vecteur initial	Égale à -5 carreaux Non indiquée	
binôme	Fiche 6	5	Oui	Non indiquées	En légende : projection horizontale « avancer de 4 » ; projection verticale : « on descend de 2 »	« Pour chaque vecteur suivant, on diminue de 2 l'ordonnée »
	Fiche 7	5	Oui	Couple de nombres écrit sous chaque vecteur	Égale à -2 carreaux Non indiquée	

Tableau 4-6 – Données recueillies : fiche réponses « Profils » page 1 (2e expérimentation)

Le nombre de vecteurs tracés diffère d'un élève à l'autre car la consigne n'a pas été donnée d'un nombre précis de vecteurs à tracer. Quand il y a entre 6 et 8 vecteurs tracés, on peut penser que les élèves ont suivi le modèle de la figure 4-3 sur laquelle ils ont travaillé dans la phase de recherche.

Pour 7 élèves sur 8, les vecteurs sont corrects pour au moins la moitié des vecteurs tracés. Ces élèves appliquent correctement la règle en faisant varier uniquement la valeur de l'ordonnée des vecteurs par une diminution de l'ordonnée d'une longueur constante. Cette longueur est comptée en nombre de carreaux. Chacun des binômes fait le choix d'une valeur : -2 carreaux, ce qui correspond à la valeur dans la figure 4-2 ; -1 carreau ce qui correspond à une valeur probablement choisie par les élèves de manière arbitraire ; -5 carreaux, également valeur arbitraire ou qui pourrait correspondre à la valeur de l'ordonnée du vecteur initial.

Dans le cas des fiches 1bis et 5, l'erreur commise concerne un seul vecteur, le dernier, il peut s'agir d'une erreur d'inattention. Dans le cas de la fiche 4, pour deux vecteurs, l'élève fait varier à la fois l'abscisse (par une augmentation) et l'ordonnée (par une diminution) d'un plus grand nombre de carreaux que pour les deux vecteurs précédents. Il paraît difficile d'interpréter ces erreurs. L'élève applique ici la règle mais partiellement, pour deux vecteurs seulement.

Enfin, dans le cas de la fiche 3, tous les tracés sont incorrects. L'élève écrit une explication à côté des vecteurs : elle évoque à la fois une variation de la valeur de l'abscisse (« Je rajoute 1 à l'abscisse ») et une variation de l'ordonnée. Elle n'applique donc pas la règle de manière correcte. En outre, on remarque que la diminution de l'ordonnée des vecteurs (1 carreau) est presque toujours correcte sauf dans le cas où l'ordonnée est égale à 1 carreau : en effet, l'ordonnée du vecteur suivant est égale à -1 carreau et non 0. Il semble donc que le passage d'une ordonnée positive à une ordonnée négative pose une difficulté pour cette élève.

Trois élèves ont rempli la page 2 de la fiche réponses « Profils » (en annexe). Les coordonnées, en nombre de carreaux, du vecteur initial de cette page sont : (7 ; -5).

Dans le tableau 4-7, on regroupe les résultats obtenus, les critères sont les mêmes que précédemment.

		Nombre de vecteurs tracés	Tracés corrects	Coordonnées des vecteurs	Variation de l'ordonnée	Indications supplémentaires
binôme	Fiche 1	6	Oui	Indiquées pour tous les vecteurs	Égale à -2 carreaux Indiquée pour tous les vecteurs	Projections horizontale et verticale tracées pour chaque vecteur
	Fiche 1bis	6	Oui sauf pour le deuxième vecteur tracé	Abscisses indiquées	Égale à -2 carreaux Indiquée pour tous les vecteurs	
	Fiche 7	5	Oui	Couple de nombres écrit sous chaque vecteur	Égale à -2 carreaux Non indiquée	

Tableau 4-7 – Données recueillies : fiche réponses « Profils » page 2 (2e expérimentation)

Pour les trois élèves, les tracés sont corrects, à l'exception d'un vecteur incorrect sur six vecteurs tracés dans la fiche 1bis (cf. figure 4-9). On peut faire l'hypothèse qu'il s'agit d'une erreur d'inattention pour l'élève concerné dans la mesure où ses tracés sont également presque tous corrects sur la page 1 de la fiche réponses. Les élèves appliquent une diminution de 2 carreaux de l'ordonnée des vecteurs, comme ce qu'ils font sur la page 1 de la fiche réponses

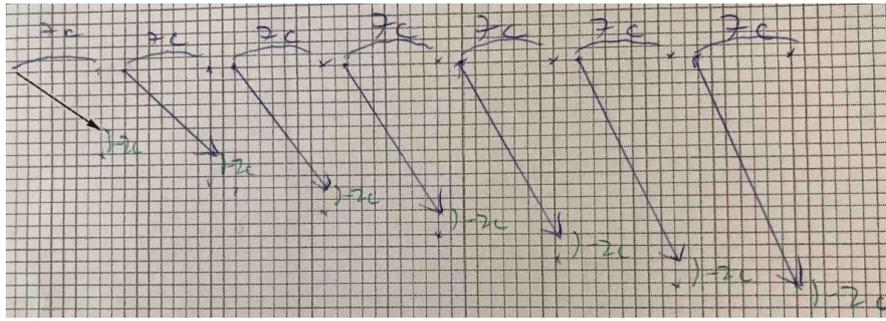


Figure 4-9 – Tracé apparaissant dans la fiche 1bis page 2 (2e expérimentation)

Enfin, six élèves ont rempli la page 3 de la fiche réponses « Profils » (en annexe). Les coordonnées, en nombre de carreaux, du vecteur initial de cette page sont : (0 ; 9).

Dans le tableau 4-8, on regroupe les résultats obtenus, les critères sont les mêmes que précédemment.

		Nombre de vecteurs tracés	Tracés corrects	Coordonnées des vecteurs	Variation de l'ordonnée	Indications supplémentaires
binôme	Fiche 1	8	Oui	Non indiquées	Égale à -2 carreaux Indiquée pour tous les vecteurs	
	Fiche 1bis	9	Oui	Non indiquées	Égale à -2 carreaux Indiquée pour tous les vecteurs	
binôme	Fiche 2	6	Oui	Ordonnée indiquée pour les deux premiers vecteurs	Égale à -4 carreaux « Ici, l'ordonnée diminue de 4 carreaux »	« L'abscisse étant de 0 et est conservée selon la loi établie précédemment. Donc il n'y a que l'ordonnée qui va varier. »
	Fiche 3	15	Oui sauf pour le 8e vecteur	Ordonnée indiquée pour les deux premiers vecteurs	Égale à -1 carreau « J'enlève 1 à chaque fois. »	
binôme	Fiche 6	2	Non	Non indiquées		« Il n'y a pas d'ordonnées. »
	Fiche 7	11	Oui	Couple de nombres écrit sous chaque vecteur	Égale à -2 carreaux Non indiquée	

Tableau 4-8 – Données recueillies : fiche réponses « Profils » page 3 (2e expérimentation)

Dans les fiches 1, 1bis, 2 et 7 (cf. figure 4-10), les élèves réalisent des tracés corrects. Par ailleurs, trois de ces élèves (des fiches 1, 1bis et 7) ont rempli trois pages de la fiches réponses et presque tous leurs tracés sont corrects ; l'élève de la fiche 2 a rempli deux pages, tous ses tracés sont corrects également. On en déduit que ces élèves appliquent correctement la règle permettant de passer d'un vecteur au suivant.

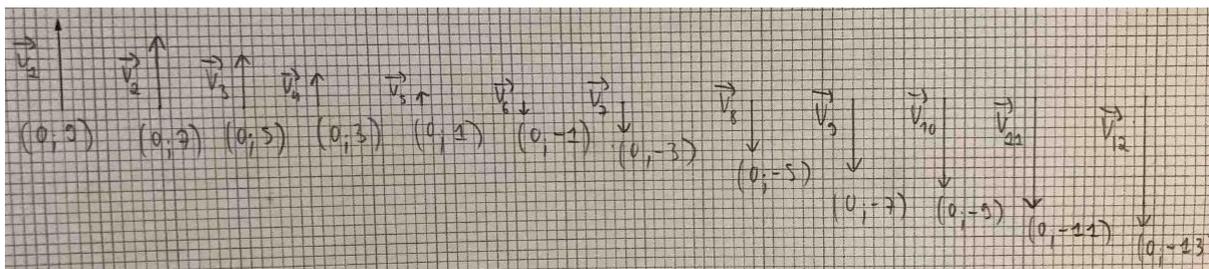


Figure 4-10 – Tracé apparaissant sur la fiche 7 page 3 (2e expérimentation)

Dans le cas de la fiche 6, l'élève effectue des tracés incorrects sur la page 3 de la fiche réponses alors qu'ils étaient corrects sur la page 1. Il semble qu'elle soit déstabilisée par le fait que le vecteur initial est vertical sur la page 3. C'est également ce qui semble s'exprimer dans la phrase qu'elle écrit sur la fiche : « Il n'y a pas d'ordonnées » ce qui pourrait signifier que l'abscisse est nulle.

Enfin, dans le cas de la fiche 3 (cf. figure 4-11), les tracés sont corrects à l'exception de celui du 8e vecteur tracé. Le vecteur précédent, le 7e, a une ordonnée égale à 1 carreau donc le 8e vecteur devrait avoir une ordonnée égale à 0, l'élève aurait donc dû tracer un vecteur nul puisque les vecteurs sont verticaux. Or le vecteur tracé par l'élève est d'ordonnée égale à -1 carreau. Comme noté précédemment à propos des tracés de cette élève sur la page 1 de la fiche réponses, il semble que le passage d'une ordonnée positive à une ordonnée négative lui pose une difficulté.

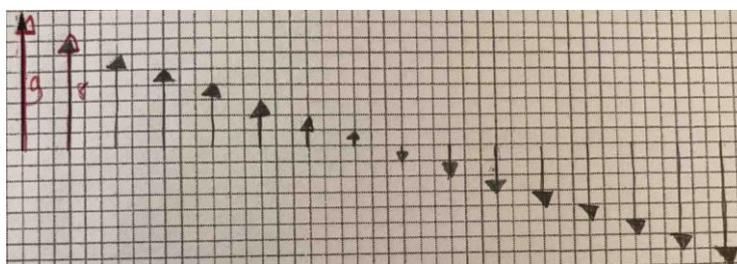


Figure 4-11 – Tracé apparaissant sur la fiche 3 page 3 (2e expérimentation)

#### Bilan des fiches réponses « Profils »

Cinq élèves, ceux des fiches 1, 1bis, 2, 5 et 7, semblent à l'aise pour la construction des vecteurs vitesse conformément à la règle qu'ils ont trouvée ou qu'on leur a fournie : leurs tracés sont corrects, la règle est donc bien appliquée.

L'élève de la fiche 4 ne remplit que la page 1 de la fiche réponses. Elle trace deux vecteurs corrects et deux vecteurs incorrects, il est difficile de caractériser les erreurs commises.

L'élève de la fiche 6 trace correctement tous les vecteurs de la page 1, en revanche, les vecteurs ne sont pas correctement tracés sur la page 3. Il semble que le fait que les vecteurs soient verticaux lui pose une difficulté pour appliquer la règle.

Enfin, l'élève de la fiche 3 n'applique pas la règle de manière correcte sur la page 1 de la fiche réponses tandis que sur la page 3, les tracés sont presque tous corrects. Contrairement à ce qu'on observe pour l'élève de la fiche 6, il apparaît donc que le fait que les vecteurs soient verticaux sur la page 3, est plus facile pour cette élève. Par ailleurs, on note qu'une même erreur surgit sur les deux pages : la variation d'ordonnée correspondant à 1 carreau n'est pas respectée pour un vecteur d'ordonnée +1 carreau, en effet, l'élève passe alors, pour le vecteur suivant, à une ordonnée égale à -1 carreau. Le passage d'une ordonnée positive à une ordonnée négative semble lui poser une difficulté.

On observe que les tracés sont effectués de manière soignée par les élèves. De plus, le fait que le nombre de vecteurs tracés soit important (entre 5 et 10 en général) montre que les élèves sont investis dans la tâche.

En dernier lieu pour cette analyse des fiches réponses « Profils », on compare avec ce que les élèves ont écrit dans le document papier correspondant à la figure 4-3. Quatre élèves semblent ne pas avoir eu de difficulté à rédiger la règle permettant de passer d'un vecteur au vecteur suivant ou à en donner des indications. C'est le cas des élèves qui ont écrit les documents 1, 2 et 7. On constate que ces élèves tracent correctement les vecteurs. On conclut donc que ces élèves appliquent bien la règle, qu'ils semblaient déjà avoir bien comprise lors de la phase de recherche. Parmi les quatre autres élèves, une élève, celle qui a écrit le document 5 et rempli la fiche 5, page 1 seulement, effectue des tracés globalement corrects et, sur le document, malgré des indications incorrectes, elle indique une variation qui semble être celle de l'ordonnée des vecteurs. On conclut que cette élève a compris la règle et l'applique correctement au moins dans le cas du vecteur initial de la page 1. Il est plus difficile de conclure pour l'élève qui a écrit le document 4, qui contient des erreurs, et rempli la fiche 4 page 1, qui contient aussi des erreurs. Enfin, en ce qui concerne les élèves des documents 3 et 6 et des fiches 3 et 6, des erreurs apparaissent aussi bien dans les documents que dans le tracé des vecteurs, bien qu'on observe également des tracés corrects. On ne peut donc pas affirmer que ces élèves appliquent bien la règle dans tous les cas. En revanche, on relève deux difficultés (décrites plus haut) : la variation de la valeur de l'ordonnée lorsque celle-ci change de signe et les tracés de vecteurs verticaux.

## 5. Analyse a posteriori

À l'issue de cette deuxième expérimentation, les résultats obtenus viennent corroborer ou compléter les résultats de la première expérimentation.

À propos du tracé de vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers, pour des positions d'un mobile repérées sur sa trajectoire, on obtient des erreurs sur la direction des vecteurs plus nombreuses dans la deuxième expérimentation que dans la première expérimentation. Or dans la deuxième expérimentation, les origines des vecteurs sont indiquées sur la fiche réponses, en dehors de la trajectoire, pour que ceux-ci soient « délocalisés ». On constate donc qu'il y a davantage d'erreurs sur la direction des vecteurs vitesse lorsqu'ils sont « délocalisés ». On valide donc partiellement l'hypothèse : « Les élèves tracent des vecteurs vitesse délocalisés » car les élèves tracent des vecteurs aux points d'application indiqués mais leurs tracés sont majoritairement incorrects.

En revanche, les erreurs sur la norme de ces vecteurs sont comparables dans les deux expérimentations : les élèves qui mobilisent la connaissance « La longueur du vecteur vitesse à un instant donné est proportionnelle à la valeur de la vitesse à cet instant. » sont minoritaires, il semble que les autres élèves privilégient la direction comme caractéristique pour tracer un vecteur vitesse, au détriment de sa norme. On valide donc partiellement l'hypothèse « Les élèves mobilisent les propriétés du vecteur vitesse relatives à sa direction et sa longueur ».

En ce qui concerne la recherche de la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant, dans la deuxième expérimentation, le raisonnement de tous les élèves s'appuie sur la comparaison des composantes des vecteurs. Ce résultat était attendu étant donné la modification du protocole de la séquence opérée pour la deuxième expérimentation. On valide donc l'hypothèse : « Les élèves raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse » et on invalide l'hypothèse « Les élèves écrivent des relations vectorielles entre deux vecteurs vitesse ».

Pour écrire les coordonnées des vecteurs, les élèves utilisent le formalisme algébrique. Dans la moitié des cas (quatre élèves), le recours à des nombres négatifs conduit à des erreurs. On en déduit que le formalisme algébrique n'est pas complètement maîtrisé par ces élèves. On valide donc partiellement l'hypothèse « Les élèves utilisent le formalisme algébrique, ils définissent des axes orientés ».

Durant la phase de recherche de la règle, une minorité d'élèves rédige cette règle. Pour les autres, avec ce qu'ils indiquent sur le document papier, il n'est pas possible de déceler s'ils trouvent cette règle. Toutes les observations sont à prendre avec précaution car on repère une particularité dans la figure 4-3 qui peut avoir un effet sur le raisonnement des élèves et constituer un biais dans l'analyse des données recueillies. En effet, dans la figure 4-3, les vecteurs sont symétriques deux à deux par rapport à un axe horizontal.

Enfin, pour ce qui est de la phase d'application de la règle pour le tracé de vecteurs vitesse, on note que cinq élèves semblent être capables de réaliser de manière correcte la tâche demandée. Pour ces élèves, on valide l'hypothèse « Les élèves appliquent la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant pour tracer des profils de vecteur vitesse ».

On signale toutefois une disparité dans le nombre de vecteurs tracés : certains élèves ont le temps de remplir trois pages de la fiche réponses tandis que d'autres n'en remplissent qu'une. On peut se demander s'ils n'ont pas tous la même habileté dans les tracés d'où le fait que certains ont besoin de plus de temps pour les tracés ou pour comprendre et s'approprier la règle avant de la mettre en œuvre. Dans les réponses des élèves qui ne tracent pas les vecteurs de manière correcte, on relève deux erreurs, chacune de ces erreurs étant repérée chez une élève différente. La première erreur témoigne de la difficulté de prendre en compte le changement de signe de l'ordonnée au passage d'un vecteur à l'autre. La deuxième erreur est liée à la difficulté de tracer des vecteurs verticaux.

Une des questions de recherche concerne le formalisme : « Pour décrire la variation du vecteur vitesse, quel est le formalisme (algébrique ou vectoriel) que les élèves utilisent spontanément ? ». Un élément de réponse est que les élèves mobilisent l'un ou l'autre formalisme et que cela dépend de la façon dont est abordée la question de la comparaison des vecteurs lors de la phase collective qui précède la phase de recherche. Le protocole de la séance élaboré pour ces deux premières expérimentations ne permet donc pas de répondre complètement à la question.

Les deux autres questions de recherche concernent la notion de variation de vitesse : « Les élèves mobilisent-ils la notion de variation de vitesse ? » et « Les élèves connaissent-ils les caractéristiques de la variation de la vitesse dans le cas d'un mouvement de chute libre ? ». Dans le protocole de la séance, les élèves sont amenés à caractériser une variation de vecteurs. Mais le protocole ne permet pas de repérer la façon dont les élèves interprètent cette variation en termes de variation de vitesse et comme étant spécifique du mouvement de chute libre.

Ces résultats posent les bases des modifications à apporter à cette proposition didactique pour en concevoir une seconde version. Cette seconde version fait l'objet de la partie suivante.

## V. Seconde version de la proposition didactique

---

### 1. Évolution de la proposition didactique initiale

En tenant compte des observations précédentes, on propose des modifications du protocole de la séquence pour la troisième expérimentation lors de laquelle est mise en œuvre la proposition didactique dans sa seconde version. Conformément à la méthodologie annoncée plus haut : ce sont donc bien des itérations successives qui permettent que s'élabore progressivement la séquence. Le début du déroulement de la séquence est semblable à celui de la proposition didactique dans sa version initiale. Le but est toujours le même : exploiter un profil de vecteurs vitesse – des vecteurs vitesse successifs pris à intervalles de temps réguliers – dans le cas d'une chute libre, pour décrire le mouvement, d'un point de vue cinématique et d'un point de vue dynamique.

On détaille les quelques modifications apportées au protocole :

- On propose de demander explicitement, dans la consigne de chaque fiche réponses, de justifier la réponse ou le tracé, en laissant sur la fiche des lignes vierges à cet effet.
- On suggère de proposer une figure, analogue de la figure 4-3, dans laquelle les vecteurs ne sont pas symétriques deux à deux.
- Pour les tracés dans la fiche réponses « Profils », on propose d'imposer, dans la consigne, un nombre de vecteurs vitesse à tracer à partir du vecteur initial.

De plus, cette seconde version de la proposition didactique est enrichie par rapport à la version initiale car elle vise à amener les élèves à réinvestir le raisonnement utilisé pour l'étude du mouvement de chute libre pour l'étude d'autres mouvements. L'objectif est donc la généralisation du raisonnement.

### 2. Généralisation à d'autres mouvements

À la base du dispositif didactique présenté ici, on propose une situation adidactique, au sens de la théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), dont le milieu est constitué d'un « profil de vecteurs vitesse ». Dans cette seconde version, l'importance du milieu est renforcée. En effet, l'idée est d'amener les élèves à travailler sur plusieurs profils de vecteurs vitesse correspondant à différents mouvements. L'objectif est que les élèves réitèrent à chaque cas de mouvement, un enchaînement de procédures permettant de décrire et justifier les caractéristiques du mouvement. Cet enchaînement est schématisé dans la figure 4-12 :

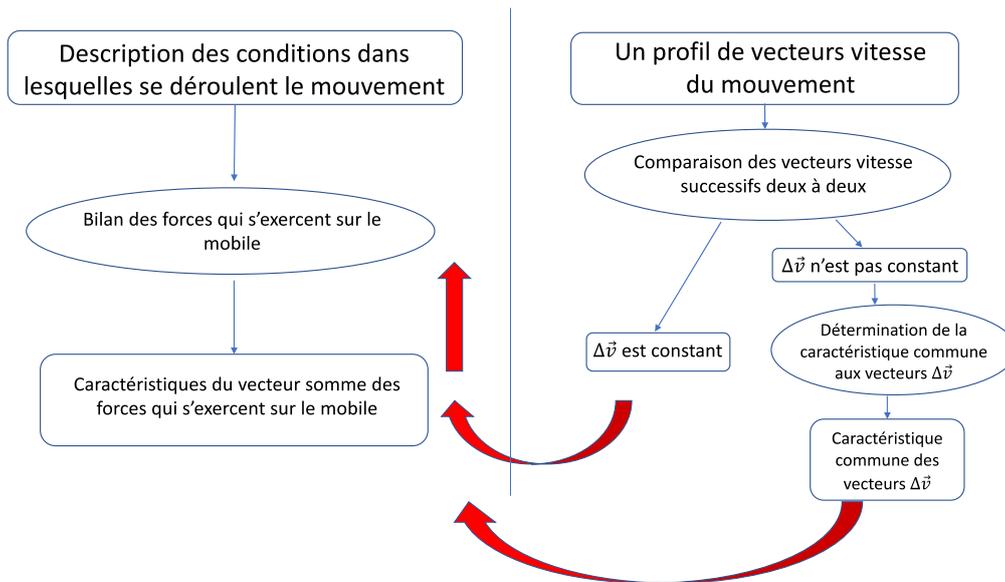


Figure 4-12 – Enchaînement des procédures pour l'étude d'un mouvement donné

Ce diagramme (figure 4-12) représente deux façons d'étudier un mouvement, les conditions dans lesquelles il se déroule étant données<sup>20</sup>. Une première façon consiste à effectuer le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet en mouvement ; les étapes du raisonnement correspondant apparaissent dans la partie gauche du diagramme. Une autre façon de procéder consiste à examiner un profil de vecteurs vitesse du mobile au cours du mouvement ; les étapes du raisonnement correspondant apparaissent dans la partie droite du diagramme.

Le raisonnement à partir du profil de vecteurs vitesse adopte un point de vue cinématique en mobilisant la notion de vecteur vitesse. Le raisonnement à partir des conditions dans lesquelles se déroule le mouvement adopte un point de vue dynamique en mobilisant la notion de force exercée sur l'objet en mouvement. Le lien entre les deux raisonnements est établi grâce à la notion d'accélération. Sa signification cinématique la relie au vecteur variation de vitesse tandis que sa signification dynamique la relie au vecteur somme des forces exercées sur le système par l'application de la deuxième loi de Newton.

C'est le raisonnement dans la partie droite du diagramme qui est visé dans la séquence proposée ainsi que le passage du vecteur variation de vitesse (ou des caractéristiques communes des vecteurs variation de vitesse) au bilan des forces. Ce passage est repéré par les flèches rouges dans le diagramme (figure 4-12).

<sup>20</sup> Les conditions peuvent être, par exemple : « un objet qui glisse sur un plan incliné » ou « un objet lancé » ou « un objet qui se déplace sur une table horizontale » etc.

### 3. Analyse a priori

#### a. Protocole de la première séance

La séance se déroule en plusieurs phases décrites ci-dessous :

- Phase de prévisions : travail individuel.

Les élèves remplissent la fiche réponses « Prévisions » (en annexe). À partir de la trajectoire d'un objet lancé sur laquelle sont repérées six positions de l'objet à intervalle de temps régulier, il s'agit de tracer, dans un espace quadrillé, sous la trajectoire, les six vecteurs vitesse de l'objet correspondants. Le premier vecteur vitesse est tracé, ce qui permet de repérer le sens du mouvement. Les points d'application des vecteurs sont indiqués. Au bas de la fiche, il est demandé de justifier les tracés, des lignes vierges sont prévues pour cela.

- Phase d'exploitation de l'enregistrement vidéo : travail collectif.

Cette phase s'effectue en collectif sur un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur. Il s'agit de l'étude du mouvement d'une bille lancée, à partir d'une vidéo. L'exploitation de cette vidéo aboutit au calcul de la vitesse de la bille, grâce aux logiciels Avimeca et Regressi, et au tracé de vecteurs vitesse de la bille à intervalle de temps régulier, grâce au logiciel GeoGebra. Le type de tracé obtenu est présenté dans la figure 4-2.

S'ensuit une discussion au cours de laquelle les élèves décrivent les vecteurs vitesse tracés et les comparent entre eux. La question suivante est posée : comment passe-t-on d'un vecteur vitesse au vecteur vitesse suivant ? Y a-t-il une règle ? Si oui, laquelle ?

- Phase de recherche : travail en binôme.

Chaque binôme d'élèves remplit la fiche réponses « Règle » (en annexe). Au sein d'un binôme, les élèves discutent et se concertent avant d'écrire afin de se mettre d'accord sur ce qu'ils indiquent sur la fiche.

La fiche réponses contient la figure 4-13 sous laquelle se trouve la consigne suivante : « Énoncer la règle permettant de passer d'un vecteur au suivant ». Ils disposent également d'un fichier GeoGebra contenant la figure 4-13.

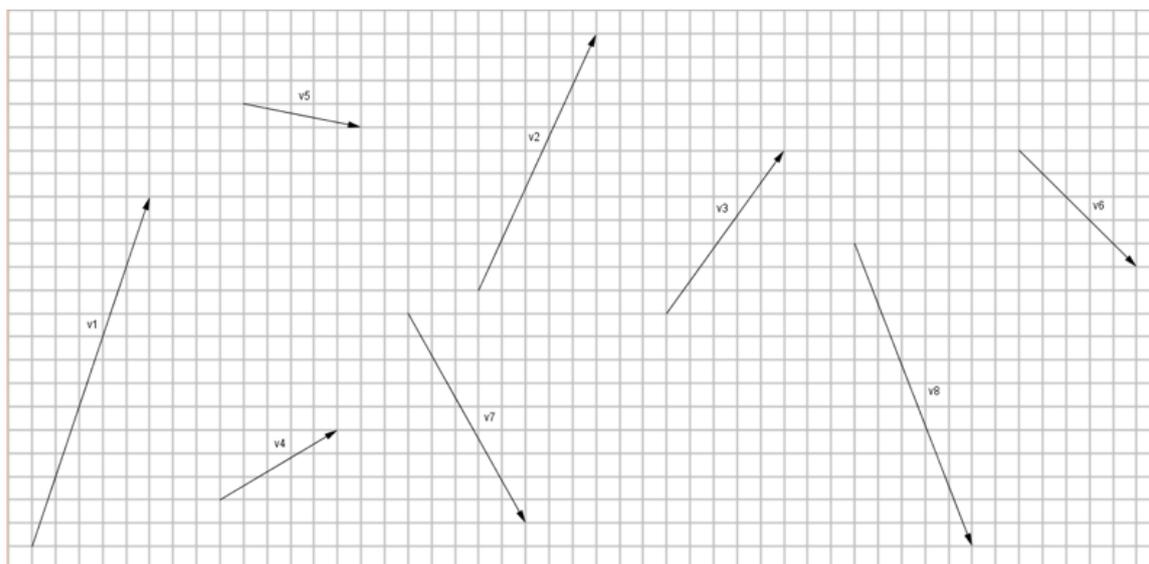


Figure 4-13 – Vecteurs vitesse tracés dans GeoGebra reproduisant huit vecteurs de la figure 4-2 placés dans le désordre

Dans la figure 4-3, on repère les coordonnées (en nombre de carreaux) de chacun des vecteurs représentés. Il est donc possible d'en déduire celles du vecteur variation de vitesse. On récapitule ces informations ci-dessous (les valeurs sont données en nombre de carreaux) :

$$\vec{v}_1(5; 15) \quad \vec{v}_2(5; 11) \quad \vec{v}_3(5; 7) \quad \vec{v}_4(5; 3) \quad \vec{v}_5(5; -1) \quad \vec{v}_6(5; -5) \quad \vec{v}_7(5; -9) \quad \vec{v}_8(5; -13) \\ \Delta\vec{v}(0; -4)$$

- Phase de validation de la règle trouvée : travail collectif.

Lors d'une discussion collective, les élèves de chacun des binômes décrivent la règle qu'ils ont trouvée. La chercheuse amène les élèves à comparer les deux méthodes possibles. La première méthode consiste à compter les carreaux en décomposant le vecteur en deux composantes, l'une verticale et l'autre horizontale, la règle est alors : « diminuer de 4 l'ordonnée ; conserver l'abscisse égale à 5 ». L'autre méthode consiste à tracer la somme vectorielle du vecteur précédent et d'un vecteur de coordonnées (0 ; -4).

La notion de vecteur variation de vitesse est introduite.

- Phase d'application de la règle trouvée : travail en binôme.

Chaque binôme d'élèves remplit les fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 » (en annexe). À partir d'un vecteur initial donné, il faut appliquer la règle trouvée précédemment afin de tracer les vecteurs vitesse suivants et reconstituer un « profil de vecteurs vitesse ». Les élèves de chaque binôme se concertent avant de remplir la fiche en commun.

- Phase d'exploitation des profils de vecteurs vitesse : travail en binôme.

Sur les fiches réponses précédentes, chaque binôme d'élèves répond à la consigne suivante donnée oralement : représenter le vecteur variation de vitesse pour chaque tracé ; donner l'allure de la trajectoire de l'objet lancé (pour chaque cas) et dire comment l'objet est lancé.

- Phase de discussion et d'institutionnalisation : travail en collectif.

La discussion collective s'appuie sur un fichier GeoGebra dans lequel est tracé un profil de vecteurs vitesse (cf. figure 4-14). Les composantes du vecteur vitesse initiale sont réglables grâce à des curseurs apparaissant en orange sur la figure 4-14.

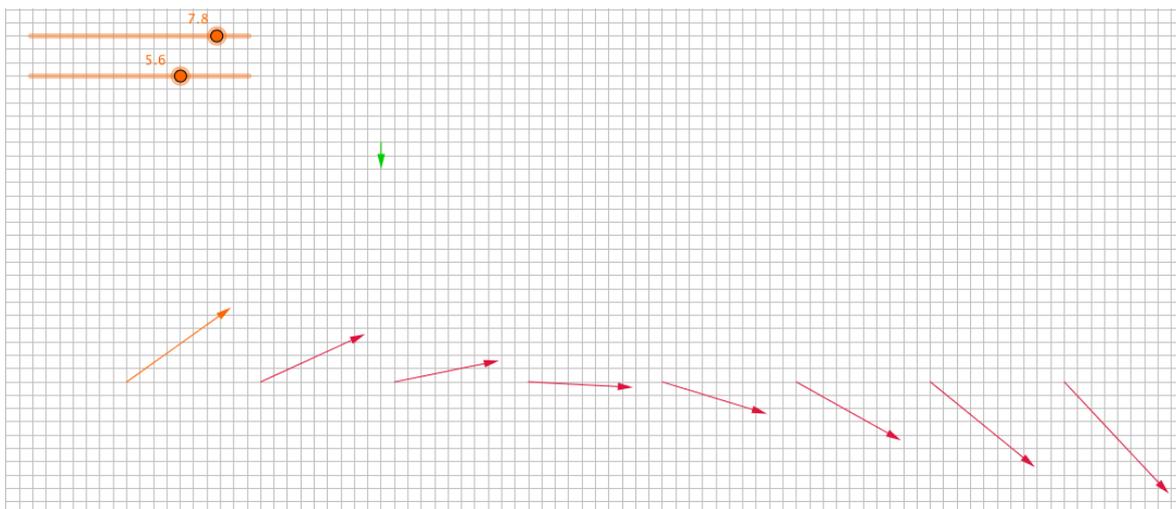


Figure 4-14 – Profil de vecteurs vitesse ; les curseurs permettent de faire varier les composantes du vecteur vitesse initiale

Le déplacement des curseurs permet de représenter successivement tous les cas des fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 ». La comparaison des différents cas permet d'aboutir à la conclusion suivante : tous les mouvements de chute libre obéissent à une même règle. Il existe donc un invariant entre tous ces mouvements : la variation de la vitesse. De plus, tous ces mouvements ont les mêmes propriétés : leur projection sur l'axe horizontal est uniforme et leur projection sur l'axe vertical est uniformément variée.

La définition du vecteur variation de vitesse est rappelée et sa représentation est repérée sur la figure 4-14 par le vecteur vert. La relation peut ensuite être établie entre le vecteur variation de vitesse et le vecteur accélération. Il s'agit d'expliquer que leurs caractéristiques – direction et sens – sont identiques car le vecteur variation de vitesse est colinéaire au vecteur accélération (par définition de l'accélération).

Enfin, la discussion collective amène les élèves à un raisonnement dynamique afin de retrouver la justification de l'allure du profil de vecteurs vitesse. Le raisonnement est le suivant : un mouvement de chute libre est le mouvement d'un mobile soumis uniquement à son poids,

modélisé par une force verticale vers le bas. Par conséquent, d'après la deuxième loi de Newton, le vecteur accélération colinéaire à la force, est également vertical vers le bas, ainsi que le vecteur variation de vitesse.

On précise que les variations de vitesse ont été repérées pour des intervalles de temps égaux, et que le fait que ces variations de vitesse soient elles-mêmes égales implique alors que l'accélération est constante.

## **b. Protocole de la deuxième séance**

La deuxième séance commence par un rappel du bilan de la première séance. Elle se déroule selon les phases décrites ci-dessous :

- Phase de rappel du bilan de la première séance : travail en collectif.

Le mouvement de chute libre a un profil de vecteurs vitesse caractérisé par un vecteur variation de vitesse vertical vers le bas. On retrouve ce résultat en faisant le bilan des forces qui s'exercent sur le mobile en chute libre : il n'est soumis qu'à son poids qui est une force verticale vers le bas.

- Phase de tracé d'un vecteur vitesse quelconque : travail en binôme.

Chaque binôme d'élèves remplit la fiche réponses « Un vecteur » (en annexe). Au sein d'un binôme, les élèves discutent et se concertent avant d'écrire afin de se mettre d'accord sur ce qu'ils indiquent sur la fiche.

Sur la fiche, les élèves doivent tracer un vecteur vitesse en un point d'une trajectoire parabolique, un vecteur vitesse en un autre point de la trajectoire étant donné. Connaissant la composante horizontale de la vitesse et la direction de la tangente à la courbe au point considéré, le tracé du vecteur vitesse est possible.

Les réponses des élèves permettent de tester s'ils mobilisent les propriétés des composantes de la vitesse du mouvement parabolique vues lors de la première séance.

- Phase d'interprétation d'un mouvement parabolique : travail en collectif.

La discussion collective s'appuie sur un fichier GeoGebra visualisé sur un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur (cf. figure 4-15).

Il s'agit de faire le lien entre la trajectoire du mouvement, les vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers, le profil de vecteurs vitesse et le vecteur variation de vitesse. Un raisonnement dynamique fondé sur le bilan des forces qui s'exercent sur le mobile en mouvement permet de retrouver les caractéristiques du vecteur variation de vitesse.

Lors de cette discussion collective, les élèves effectuent un raisonnement complet à partir de la trajectoire d'un mouvement. Le but est qu'ils sachent reproduire le même type de

raisonnement dans une autre situation où il leur est demandé de justifier le tracé des vecteurs vitesse.

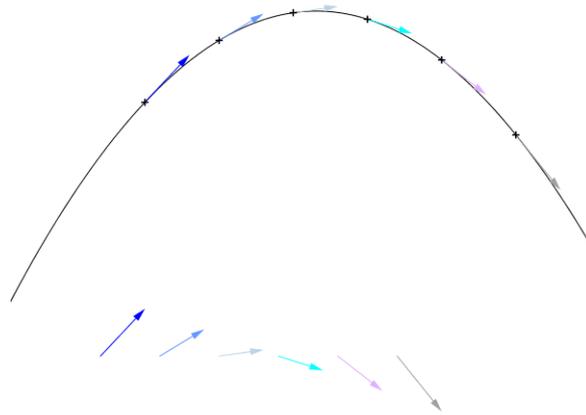


Figure 4-15 – Trajectoire parabolique, vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers et profil de vecteurs vitesse

- Phase d’interprétation d’un mouvement circulaire uniforme : travail en collectif.

La discussion collective s’appuie sur un fichier GeoGebra visualisé sur un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur (cf. figure 4-16). Comme dans la phase précédente, il s’agit de retrouver les caractéristiques du vecteur variation de vitesse par un raisonnement dynamique.

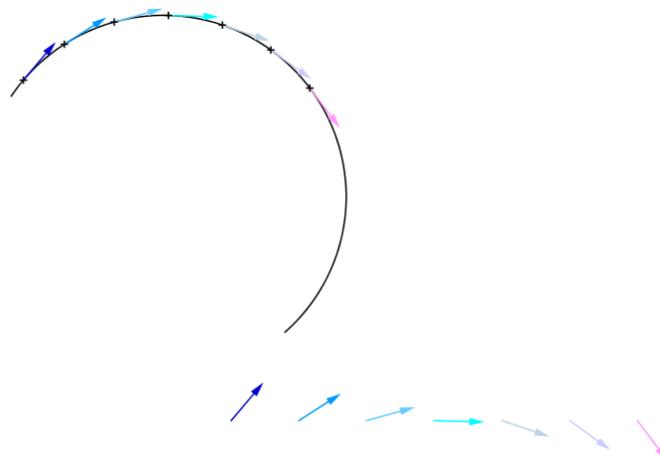


Figure 4-16 – Trajectoire circulaire, vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers et profil de vecteurs vitesse

– Phase d’interprétation d’autres mouvements : travail en binôme.

Chaque binôme d’élèves remplit successivement les fiches réponses « Mouvement parabolique », « Plan incliné » et « Mouvement rectiligne uniforme » (en annexe). Au sein d’un binôme, les élèves discutent et se concertent avant d’écrire afin de se mettre d’accord sur ce qu’ils indiquent sur la fiche.

Pour chacun des trois exemples proposés dans les fiches (dont le premier exemple est le cas traité précédemment en collectif), les élèves doivent reproduire le raisonnement vu dans les phases précédentes.

### **c. Tâches attendues**

Le tableau 4-9 présente le déroulement de la séquence constituée des deux séances. Pour chaque phase, on précise : la fiche réponses à remplir, les tâches attendues de l’élève et les hypothèses correspondantes.

Les données recueillies sont les fiches réponse et l’enregistrement audio du travail de binôme. Par conséquent, les phases qui ne prévoient pas de travail collectif et n’incluent pas de travail sur une fiche réponses ne font donc pas l’objet d’hypothèses.

	Phase	Fiches réponses	Tâches attendues	Hypothèses
Séance n°1	Prévisions <i>(en individuel)</i>	<i>Prévisions</i>	Tracer six vecteurs vitesse délocalisés d'un objet lancé.	Les élèves tracent des vecteurs vitesse délocalisés. Les élèves mobilisent les propriétés du vecteur vitesse relatives à sa direction et sa norme.
	Exploitation de l'enregistrement vidéo <i>(en collectif)</i>	/	Exploiter la vidéo. Tracer les vecteurs vitesse dans GeoGebra.	
	Recherche <i>(en binôme)</i>	<i>Règle</i>	Rechercher la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant. Utiliser le fichier GeoGebra.	Les élèves raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse pour les comparer deux à deux. Les élèves utilisent le formalisme algébrique ; en particulier, ils définissent des axes orientés.
	Validation de la règle trouvée <i>(en collectif)</i>	/	Mettre en commun la règle énoncée algébriquement et vectoriellement. Découvrir la notion de vecteur $\Delta\vec{v}$ .	
	Application de la règle trouvée <i>(en binôme)</i>	<i>Profils 1sur2</i> <i>Profils 2sur2</i>	Compléter les profils de vecteur vitesse.	Les élèves appliquent la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant pour tracer des profils de vecteurs vitesse.
	Exploitation des profils de vecteurs vitesse <i>(en binôme)</i>	<i>Profils 1sur2</i> <i>Profils 2sur2</i>	Pour chaque profil de vecteurs vitesse : - tracer le vecteur $\Delta\vec{v}$ , - déterminer la trajectoire de l'objet lancé, - dire comment il est lancé.	Les élèves tracent le vecteur $\Delta\vec{v}$ . Les élèves effectuent le lien entre : - le profil de vecteurs vitesse et la trajectoire de l'objet ; - le profil de vecteurs vitesse et la façon dont l'objet est lancé ; - la façon dont l'objet est lancé et son vecteur vitesse initiale.
	Discussion et institutionnalisation <i>(en collectif)</i>	/	Observer l'influence de la vitesse initiale. Caractériser l'invariant entre tous les mouvements de chute libre : la variation de la vitesse. Donner les propriétés des mouvements de chute libre : leur projection horizontale est uniforme et leur projection verticale est uniformément variée.	
Séance n°2	Rappel du bilan de la première séance <i>(en collectif)</i>	/	Donner les propriétés des mouvements de chute libre : leur projection horizontale est uniforme et leur projection verticale est uniformément variée.	
	Tracé d'un vecteur vitesse quelconque <i>(en binôme)</i>	<i>Un vecteur</i>	Dessiner un vecteur de direction la tangente à la trajectoire au point considéré et de même composante horizontale que le vecteur vitesse donné.	Les élèves mobilisent les propriétés du mouvement parabolique.
	Interprétation d'un mouvement parabolique <i>(en collectif)</i>	/	À partir du profil de vecteurs vitesse, déterminer les caractéristiques du vecteur $\Delta\vec{v}$ .	
	Interprétation d'un mouvement circulaire <i>(en collectif)</i>	/		
	Interprétation d'autres mouvements <i>(en binôme)</i>	- <i>Mouvement parabolique</i> - <i>Plan incliné</i> - <i>Mouvement rectiligne uniforme</i>	Retrouver ce résultat en effectuant le bilan des forces exercées sur le mobile en mouvement.	Les élèves tracent le vecteur $\Delta\vec{v}$ . Les élèves effectuent le bilan des forces. Les élèves effectuent le lien entre le vecteur somme des forces exercées sur le mobile et le vecteur $\Delta\vec{v}$ .

Tableau 4-9 – Déroulement des séances : tâches attendues et hypothèses pour chaque phase

## VI. Troisième expérimentation

---

### 1. Conditions de mise en œuvre

Le travail d'expérimentation a été mené avec un groupe d'élèves de Terminale scientifique : huit élèves répartis en quatre binômes lors de la première séance et six élèves répartis en trois binômes lors de la deuxième séance. Les six élèves de la deuxième séance étaient tous présents à la première séance. La première séance a duré deux heures, la deuxième séance a duré une heure et quinze minutes.

Les données recueillies sont les fiches réponses qui jalonnent le déroulement des séances, ainsi que les enregistrements audio des binômes durant la séance. Sept fiches réponses au total ont été distribuées, la première est individuelle, les six autres sont remplies par binôme.

Lors de ces séances, un ordinateur connecté à un vidéoprojecteur est utilisé pour le travail collectif. Lors de la première séance, deux ordinateurs sont à disposition des élèves, les binômes y ont accès à tour de rôle. Lors de la deuxième séance, seul l'ordinateur pour le travail collectif est utilisé.

Les ordinateurs sont équipés des logiciels Avimeca, Regressi et GeoGebra.

### 2. Données recueillies : fiches réponses

#### a. Fiche réponses « Prévisions »

Les données recueillies correspondent à la fiche réponses « Prévisions » (en annexe). Conformément au protocole, chaque élève remplit cette fiche réponses individuellement. On recueille donc une fiche par élève. On choisit une numérotation des fiches qui indique l'appartenance de l'élève à son binôme : pour le binôme 1, on numérote 1A la fiche de l'un des deux élèves et 1B la fiche de l'autre élève. On obtient donc 8 fiches numérotées de 1A à 4B.

Dans la partie quadrillée de la fiche, le premier vecteur vitesse est tracé ainsi que cinq points d'application à partir desquels les vecteurs vitesse doivent être tracés.

On cible trois catégories de critères pour analyser le contenu des réponses : le nombre de vecteurs tracés (cinq au total), leurs caractéristiques (direction et norme) et le contenu de la justification écrite par les élèves.

On rassemble les résultats issus du dépouillement des fiches réponses dans le tableau 4-2.

	<b>Critères retenus</b>	Fiche 1A	Fiche 1B	Fiche 2A	Fiche 2B	Fiche 3A	Fiche 3B	Fiche 4A	Fiche 4B
<b>Nombre de vecteurs tracés</b>	Les cinq vecteurs vitesse sont tracés.		x	x	x		x		
	Trois vecteurs vitesse sont tracés.					x		x	
	Un seul vecteur vitesse est tracé.	x							
	Deux vecteurs sont tracés sur la courbe.								x
<b>Direction et norme des vecteurs</b>	Directions correctes, norme constante.	x	x	x	x	x		x	
	Directions correctes, norme quelconque.								x
	Directions correctes, norme qui diminue puis augmente.						x		
<b>Éléments de justification</b>	La longueur des vecteurs		x						
	La direction des vecteurs			x	x	x		x	
	La direction des vecteurs sans le terme « tangente » ni l'adjectif « tangent »	x							
	La direction et la longueur des vecteurs						x		x

Tableau 4-10 – Données recueillies : fiches réponses « Prévisions »

Dans une fiche, aucun vecteur n'est tracé dans la partie quadrillée mais deux vecteurs sont tracés en deux points de la courbe. Les vecteurs sont tangents à la courbe et les traits de construction qui permettent de déterminer la direction tangente sont apparents. Dans les autres fiches, soit tous les vecteurs sont tracés (4 fiches), soit trois vecteurs sont tracés (2 fiches) soit un seul vecteur est tracé (1 fiche). Dans ces derniers cas, il se peut que les élèves se soient trouvés en difficulté pour tracer les derniers vecteurs ou bien qu'ils aient manqué de temps pour achever tous les tracés.

Le tracé des vecteurs est analysé pour les caractéristiques direction et norme. En effet, les points d'application sont indiqués dans la partie quadrillée et le premier vecteur est déjà tracé donc le sens du mouvement est donné. De fait, dans toutes les fiches réponses, les vecteurs apparaissant dans la partie quadrillée sont tracés sur les points d'application indiqués et le sens des vecteurs est correct pour tous les vecteurs. On ne précise donc pas, dans les critères retenus, que le sens et les points d'application des vecteurs sont corrects.

Dans toutes les fiches, la direction des vecteurs est correcte. Dans 6 fiches, la norme des vecteurs est constante. Dans la fiche sur laquelle deux vecteurs sont tracés sur la courbe, le vecteur situé dans la phase ascendante du mouvement est plus court que celui tracé au sommet de la courbe. Enfin, dans une fiche, la direction des vecteurs est correcte et la norme des vecteurs diminue dans la phase ascendante puis augmente dans la phase descendante, ce qui correspond bien à la

variation de la norme de la vitesse. En revanche, tous les vecteurs n'ont pas la même composante horizontale donc, en toute rigueur, le tracé est incorrect.

Au vu de ces tracés, on conclut que pour une majorité d'élèves, la longueur du vecteur vitesse n'est pas une de ses caractéristiques à prendre en compte, seule la caractéristique direction est pertinente.

Tous les élèves écrivent une justification pour le tracé des vecteurs. On distingue deux types de justification : les justifications abordant la direction des vecteurs et celles abordant la longueur des vecteurs. Deux réponses d'élèves contiennent des éléments de réponse relevant de ces deux types de justification simultanément. Ces justifications sont correctes. Dans l'une de ces réponses, l'élève mentionne aussi le sens des vecteurs. L'autre réponses se trouve dans la fiche dans laquelle deux vecteurs sont tracés sur la courbe : l'élève connaît les propriétés du vecteur vitesse mais ne tient pas compte de la propriété relative à la longueur du vecteur vitesse et n'est pas en mesure de tracer des vecteurs délocalisés.

Dans le cas des justifications de la direction des vecteurs, toutes les réponses contiennent le terme « tangente », ou l'adjectif « tangent », sauf une réponse dans laquelle on lit :

« Le vecteur vitesse en un point est parallèle à la droite reliant les deux positions (précédente et suivante) ». (fiche 1A)

Cet élève décrit la procédure pour tracer la tangente à la trajectoire<sup>21</sup> : il sait tracer la tangente mais on ne vérifie pas s'il sait énoncer la propriété relative à la direction du vecteur vitesse.

Dans le cas de la justification ne prenant en compte que la longueur des vecteurs, on lit :

« Les vecteurs vitesse ont toujours la même longueur dans le cas d'un mouvement uniforme d'intervalle de temps régulier. » (fiche 1B)

L'élève associe « mouvement uniforme » et « vecteurs vitesse de même longueur », ce qui est exact, mais il semble qu'il confond la propriété d'uniformité d'un mouvement et le choix qui est fait ici de repérer des positions régulièrement espacées dans le temps.

Finalement, on constate que les élèves associent le tracé des vecteurs vitesse à la trajectoire du mobile, ils mobilisent la connaissance suivante : « Le vecteur vitesse d'un système à un instant donné est tangent à sa trajectoire au point correspondant à sa position à cet instant ». Deux élèves citent la propriété : « La longueur du vecteur vitesse à un instant donné est proportionnelle à la valeur de la vitesse à cet instant » mais une seule de ces élèves met en œuvre cette propriété dans son tracé. On conclut que les élèves mobilisent essentiellement la direction comme caractéristique pour tracer un vecteur vitesse, au détriment de sa norme.

---

<sup>21</sup> En toute rigueur il ne faudrait pas se contenter du point précédent et du point suivant, mais prendre la limite de la direction de ces cordes en faisant tendre l'intervalle vers 0.

## b. Fiche réponses « Règle »

Les données recueillies correspondent à la fiche réponses « Règle » (en annexe). On recueille une fiche par binôme soit 4 fiches que l'on numérote de 1 à 4.

On analyse ce que les élèves écrivent dans la partie quadrillée et ce qu'ils écrivent dans la partie « justification » qui correspond aux lignes vierges sous la consigne.

### *Partie quadrillée*

Dans la fiche 1, les projections horizontale et verticale des vecteurs vitesse sont représentées par un segment ou une double flèche. Les composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse sont indiquées. Les valeurs des composantes verticales des vecteurs  $\vec{v}_5$ ,  $\vec{v}_6$ ,  $\vec{v}_7$  et  $\vec{v}_8$  sont négatives. Dans la fiche 2, les vecteurs ne sont pas décomposés en deux composantes. Un nombre est indiqué à côté de chaque vecteur mais il n'y a aucun élément d'explication. Un seul de ces nombres est un nombre négatif, pour le vecteur  $\vec{v}_5$ .

Dans la fiche 3, les projections horizontales des vecteurs sont représentées par un segment bleu. Des indications semblent correspondre aux valeurs des composantes : «  $y$  » et «  $y - 4$  » pour l'ordonnée de  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$  respectivement ;  $5/7$  pour  $\vec{v}_3$  ;  $3/5$  pour  $\vec{v}_4$  ;  $-1/5$  pour  $\vec{v}_5$ .

Dans ces trois premières fiches, on constate que les nombres sont des nombres relatifs comme le montre la valeur négative pour le vecteur  $\vec{v}_5$  (et  $\vec{v}_6$ ,  $\vec{v}_7$  et  $\vec{v}_8$  dans la fiche 1). Le choix des élèves, implicite, est que l'axe des ordonnées est orienté vers le haut.

Dans la fiche 4, seules sont indiquées les valeurs des deux composantes de  $\vec{v}_1$  et  $\vec{v}_2$ . Toutes les valeurs sont positives. On n'a pas d'indice sur la nature de ces nombres, s'ils sont positifs ou relatifs.

### *Partie « justification »*

On constate que trois binômes (fiches 1, 3 et 4) donnent les composantes des vecteurs en recourant à une écriture indicielle avec un nombre entier  $n$  quelconque. Ils écrivent un terme général comme on écrirait la définition explicite du terme général d'une suite numérique :

$$\text{Si } \vec{v}_n = \begin{pmatrix} 5 \\ y \end{pmatrix} \text{ alors } \vec{v}_{n+1} = \begin{pmatrix} 5 \\ y - 4 \end{pmatrix} \quad (\text{fiche 1})$$

$$\vec{v}_1 \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \vec{v}_2 \begin{pmatrix} x \\ y - 4 \end{pmatrix}, \vec{v}_3 \begin{pmatrix} x \\ y - 4 * 2 \end{pmatrix}, \vec{v}_{n+1} \begin{pmatrix} x \\ y - 4 * n \end{pmatrix} \quad (\text{fiche 3})$$

$$\vec{v}_{n+1} \left| \begin{array}{l} v_{x\ n+1} = v_{x\ n} = 5 \\ v_{y\ n+1} = v_{y\ n} - 4 \end{array} \right. \quad (\text{fiche 4})$$

La règle pour passer d'un vecteur au suivant est exprimée dans les composantes des vecteurs, donc algébriquement.

Rien d'autre n'est écrit dans la fiche 4. Dans les fiches 1 et 3, les élèves écrivent également des phrases. Ce qu'ils rédigent correspond à la procédure à suivre pour effectuer une somme de deux vecteurs : un vecteur vitesse et le vecteur variation de vitesse qui est vertical vers le bas, de norme 4 carreaux. Quelques extraits ci-dessous l'illustrent :

« à partir du bout du 1er vecteur descendre de 4 carreaux verticalement [...] depuis ce point, tracer une droite qui passe par l'origine du premier vecteur » (fiche 1)

« on part de l'origine du vecteur, on enlève 4 à la coordonnée  $y$ . On trace en partant de l'origine jusqu'à la coordonnée trouvée » (fiche 3)

Les élèves n'identifient pas le déplacement vertical de 4 carreaux vers le bas à un vecteur vertical vers le bas, de norme 4 carreaux : ils ne raisonnent pas vectoriellement.

Dans la fiche 2, on ne trouve pas d'énoncé de la règle. Il semble que les élèves aient été en échec pour trouver cette règle. On lit dans cette fiche :

« On compte les unités de chaque vecteur (ici un carreau = 1U) et on les compare. »

Néanmoins, on classe cette explication dans la catégorie du raisonnement algébrique avec le décompte des carreaux.

On conclut que trois binômes sur quatre décomposent les vecteurs en une projection horizontale et une projection verticale et privilégient un raisonnement algébrique fondé sur l'expression de la variation des composantes horizontale et verticale des vecteurs vitesse. Les élèves utilisent des valeurs algébriques pour les valeurs des composantes verticales, l'orientation de l'axe vertical étant implicitement choisie vers le haut. Enfin, deux binômes détaillent les tâches correspondant à une somme vectorielle mais n'expriment pas la règle comme l'addition de deux vecteurs. On fait l'hypothèse que les élèves n'ont pas une maîtrise suffisante de la représentation vectorielle, en particulier de la somme vectorielle.

### **c. Fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 »**

Les données recueillies correspondent aux fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 » (en annexe). On recueille donc un ensemble de deux fiches par binôme soit quatre fois deux fiches que l'on numérote de 1 à 4.

On observe le tracé des profils de vecteurs vitesse dans la partie quadrillée et on analyse ce que les élèves écrivent dans la partie « justification » en-dessous.

#### *Partie quadrillée*

On rassemble les éléments relevés dans la partie quadrillée dans le tableau 4-11.

	Tracés corrects	Coordonnées des vecteurs	Vecteur variation de vitesse	Allure de la trajectoire	Description du lancer de l'objet
<b>Fiche 1</b>	Oui	Indiquées sur les premiers vecteurs des deux premiers cas	Tracé correctement	Correcte dans les quatre cas	Correcte dans les quatre cas
<b>Fiche 2</b>	Oui sauf les deux derniers vecteurs du premier cas	Non indiquées	Portion de droite passant par l'extrémité de tous les vecteurs	Correcte dans les quatre cas	Correcte dans les cas 1 et 3. Cas 2 et 4 : « objet poussé dans le vide »
<b>Fiche 3</b>	Oui	Indiquées sur tous les vecteurs de tous les cas	Tracé correctement avec indication de ses coordonnées	Correcte dans les quatre cas	Correcte dans les quatre cas
<b>Fiche 4</b>	Oui	Indiquées sur tous les vecteurs de tous les cas	Tracé correctement	Correcte dans les quatre cas	Correcte dans les quatre cas

Tableau 4-11 – Données recueillies : fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 »

Les tracés sont presque tous corrects, sauf deux erreurs ponctuelles dans la fiche 2. Dans trois fiches, les composantes des vecteurs sont indiquées, ce qui permet de confirmer que le tracé est effectué selon la règle exprimée algébriquement. Le choix des élèves, implicite, est que l'axe des ordonnées est orienté vers le haut. Il n'y a que le cas n°4 de la fiche 4 qui ne respecte pas cette orientation : les ordonnées sont positives. Si les élèves ont changé l'orientation de l'axe vertical par rapport aux autres cas qu'ils traitent, ils ne le précisent pas.

Les élèves interprètent le mouvement à partir du profil de vecteurs vitesse en indiquant l'allure de la trajectoire de l'objet et en décrivant son lancer. Tous les binômes donnent des réponses correctes sauf le binôme de la fiche 2 dont la description pour le lancer de l'objet est imprécise et dans deux cas. Aucun binôme ne mentionne la vitesse initiale dans la fiche.

En ce qui concerne le vecteur variation de vitesse, il est tracé de manière correcte dans trois fiches ce qui indique que les élèves mobilisent cette notion introduite lors de la discussion collective de la phase précédente. En revanche, dans la fiche 2, son tracé est incorrect.

#### Partie « justification »

Dans la fiche 4, rien n'est écrit.

Dans la fiche 1, on lit l'explication :

« On retire 2 à la composante verticale du vecteur précédent et on conserve la composante horizontale »  
(fiche 1)

Dans la fiche 3, les explications se limitent à l'indication de coordonnées :

«  $x_2 = 6$        $x_3 = 6$   
 $y_2 = 9 - 2$      $y_3 = 7 - 2$  »      pour le cas n°1 (fiche 3)

«  $y_{n+1} = y_n - 2$   
 $x = 0$  »      pour le cas n°3 (fiche 3)

«  $y_{n+1} = y_n + (-2)$   
 $x = 3$  »      pour le cas n°4 (fiche 3)

Les éléments relevés dans les fiches 1 et 3 permettent de confirmer ce que l'on observe dans les tracés dans la partie quadrillée : la règle est appliquée et la méthode employée est algébrique. Malgré le fait que les élèves raisonnent algébriquement, ils tracent le vecteur variation de vitesse de manière correcte.

Dans la fiche 2, dans laquelle le vecteur variation de vitesse n'est pas correct, on lit :

« Toutes les extrémités appartiennent à la droite  $\Delta\vec{v}$  de coordonnées  $\begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$ . » (fiche 2)

Dans cette fiche, les élèves confondent le vecteur variation de vitesse et une portion de droite passant par toutes les extrémités des vecteurs vitesse, qui sont alignées sur leur tracé. Les coordonnées indiquées correspondent aux coordonnées du vecteur directeur de la droite. On constate qu'ils appliquent correctement la règle puisque les vecteurs vitesse sont bien tracés mais ils ne font donc pas le lien entre le raisonnement algébrique sur les composantes et le raisonnement vectoriel.

Enfin, on note une indication dans la fiche 1, sous le cadre du cas n°4, concernant le vecteur variation de vitesse :

«  $\Delta\vec{v}$  doit correspondre à  $g$ . » (fiche 1)

On suppose que  $g$  fait référence à l'intensité du champ de pesanteur. Dans cette phrase, il y a donc une imprécision : il aurait fallu écrire l'expression vectorielle  $\vec{g}$ <sup>22</sup>. Au-delà de cette remarque sur l'écriture, on constate que les élèves proposent spontanément une piste d'explication des caractéristiques du vecteur variation de vitesse.

Par ailleurs, on note que tous les élèves apportent un grand soin aux tracés des vecteurs vitesse, du vecteur variation de vitesse et de l'allure de la trajectoire. En effet, les tracés sont propres, effectués avec des couleurs. On en déduit que les élèves se sont bien investis dans la tâche.

On conclut que les élèves appliquent la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant car ils complètent les profils de vecteurs vitesse de manière correcte. La méthode utilisée consiste à décomposer chaque vecteur vitesse en ses projections horizontale et verticale. Les valeurs des composantes sont exprimées algébriquement avec l'orientation de l'axe vertical vers le haut. Cette orientation reste implicite. Trois binômes réussissent à tracer le vecteur variation de vitesse mais ne font pas de somme vectorielle pour effectuer leurs tracés. Comme précédemment (cf. **II.1.b**), on fait donc l'hypothèse que les élèves n'ont pas une maîtrise suffisante de la représentation vectorielle, en particulier de la somme vectorielle.

---

<sup>22</sup> Il aurait également fallu préciser que c'est  $\Delta\vec{v}/\Delta t$  qui doit correspondre à  $\vec{g}$  et pas seulement  $\Delta\vec{v}$ .

Les élèves tracent correctement l'allure de la trajectoire de l'objet lancé : ils effectuent donc le lien entre le profil de vecteurs vitesse et la trajectoire de l'objet lancé. Trois binômes et le quatrième dans deux cas effectuent le lien entre le profil de vecteurs vitesse et la façon de lancer l'objet.

Les fiches réponses suivantes – « Un vecteur », « Mouvement parabolique », « Plan incliné » et « Mouvement rectiligne uniforme » – ont été remplies au cours de la deuxième séance. Six élèves assistent à la deuxième séance, ils sont répartis en trois binômes. Deux de ces binômes sont identiques à ceux de la première séance, le troisième est constitué de deux élèves qui appartenaient à deux binômes différents lors de la première séance.

Les fiches des binômes identiques gardent la même numérotation : 1 et 2. On choisit de donner le numéro 34 aux fiches du troisième binôme.

#### d. Fiche réponses « Un vecteur »

Les données recueillies correspondent à la fiche réponses « Un vecteur » (en annexe). On recueille trois fiches numérotées 1, 2 et 34.

Dans les fiches 1 et 34, le vecteur vitesse au point  $M_2$  est tracé correctement. Dans la fiche 2, il n'est pas tracé.

On rassemble les éléments relevés dans ces fiches dans le tableau 4-12 :

Fiche	Partie quadrillée	Partie « explication »
1	Tracé correct. Décompte des carreaux apparent. Triangle rectangle d'hypoténuse $M_1M_2$	« On trace la tangente de la courbe au point $M_2$ avec la composante horizontale égale au vecteur du point $M_2$ »
2	Tracé d'un triangle rectangle d'hypoténuse le vecteur vitesse donné. Tracé d'une droite tangente à la courbe en un point entre $M_1$ et $M_2$ , avec une flèche à l'extrémité droite.	« On a voulu retrouver $\Delta\vec{v}$ grâce à $\vec{v}_1$ pour se servir de la formule ci-dessous et retrouver $\vec{v}_2$ mais il aurait fallu des points intermédiaires » $\vec{v}_1 + 1,5 = \vec{v}_2$ $\vec{v}_1 + \Delta\vec{v} = \vec{v}_2$
34	Tracé correct. Décompte des carreaux apparent. Tracé d'un segment reliant deux points de la courbe de part et d'autre de $M_2$ et à égale distance de $M_2$ .	« Même composante horizontale que $\vec{M}_1$ » « Éloigner de 5 cm de part et d'autre de $M_2$ afin de pouvoir tracer le vecteur $\vec{M}_2$ colinéaire au segment. »

Tableau 4-12 – Données recueillies : fiches réponses « Un vecteur »

On repère dans le tableau 4-12, deux types d'indicateurs : on surligne en bleu ce qui fait référence à la tangente à la courbe ; on surligne en jaune ce qui fait référence à la composante horizontale du vecteur vitesse.

Les élèves évoquent cette composante horizontale dans les fiches 1 et 34. Dans ces deux fiches, l'explication est correcte et indique que les élèves mobilisent la propriété de la projection

horizontale du mouvement parabolique. On note une erreur, qui semble être une erreur d'inattention, dans la fiche 1 : il est écrit « égale au vecteur du point  $M_2$  » au lieu de « du point  $M_1$  ». Dans les trois fiches, que ce soit dans les tracés (fiches 2 et 34) ou dans l'explication (fiches 1 et 34), il est question de la tangente à la courbe comme le montrent les éléments surlignés en jaune. Il s'agit explicitement de la tangente à la courbe au point  $M_2$  dans la fiche 1 alors qu'il n'y a qu'un tracé dans la fiche 2. Dans la fiche 34, le terme « tangente » n'est pas employé, les élèves parlent d'un « segment ». En se référant à leur tracé, il s'agit d'un segment qui permet de déterminer la direction de la trajectoire au point  $M_2$  : les élèves donnent la procédure à suivre pour tracer la tangente, sans la nommer.

Dans la fiche 2, les élèves évoquent le vecteur variation de vitesse et ils ne parviennent pas à tracer le vecteur vitesse au point  $M_2$ . Il semble qu'ils font la confusion entre le tracé du profil de vecteurs vitesse et le tracé d'un vecteur vitesse en un point d'une trajectoire.

On conclut que seulement deux binômes sur trois mobilisent les deux propriétés du vecteur vitesse utiles ici : il est tangent à la trajectoire et son abscisse est égale à celle du vecteur vitesse donné.

#### e. Fiche réponses « Mouvement parabolique »

Les données recueillies correspondent à la fiche réponses « Mouvement parabolique » (en annexe). On recueille trois fiches numérotées 1, 2 et 34.

On rassemble les éléments relevés dans ces fiches dans le tableau 4-13 :

Fiche	Partie quadrillée	Partie « justification »
1	Le vecteur $\Delta\vec{v}$ est tracé avec une origine quelconque. Sa notation est écrite sans flèche.	Durant son mouvement l'objet n'est soumis qu'à son poids. De masse constante et étudié dans le référentiel terrestre, sa variation de vitesse sera donc constante et colinéaire à $\vec{g}$ . Ainsi, pour passer d'un vecteur au suivant on garde la composante horizontale et on soustrait $\Delta v$ .
2	Le vecteur $\Delta\vec{v}$ est tracé à partir de l'extrémité des vecteurs. Pas de notation.	« $\Delta\vec{v}$ reste constant, on le remarque en superposant les vecteurs vitesse. De plus, les directions des vecteurs sont représentatives d'un mouvement parabolique. »
34	Le vecteur $\Delta\vec{v}$ est tracé avec pour origine l'extrémité du premier vecteur. Sa notation est écrite sans flèche.	« Ces vecteurs sont tangents à la courbe aux points qui leur sont associés. Or, on remarque que la composante horizontale est constante et la composante verticale diminue uniformément de $\Delta v$ car $\Delta\vec{v}$ est colinéaire à $\vec{g}$ (d'après la 2e loi de Newton). »

Tableau 4-13 – Données recueillies : fiches réponses « Mouvement parabolique »

Dans les trois fiches, dans la partie quadrillée, les élèves tracent le vecteur variation de vitesse près du profil de vecteurs vitesse. Le tracé est correct. On vérifie donc que les élèves savent tracer le vecteur variation de vitesse d'après le profil de vecteurs vitesse, dans le cas du mouvement parabolique.

On repère dans le tableau 4-13, cinq types d'indicateurs que l'on surligne de différentes couleurs :

- en jaune ce qui fait référence aux forces qui s'exercent sur l'objet lancé ;
- en vert ce qui fait référence au fait que la variation de vitesse est constante ;
- en gris ce qui fait référence au vecteur champ de pesanteur ;
- en rose ce qui fait référence à la variation de l'ordonnée des vecteurs vitesse ;
- en bleu ce qui fait référence à la direction des vecteurs vitesse.

Dans les fiches 1 et 34, les élèves font un raisonnement dynamique à partir de la force qui s'exerce sur l'objet lancé. C'est explicite dans la fiche 1 : « l'objet n'est soumis qu'à son poids » ; dans la fiche 34, les élèves évoquent la deuxième loi de Newton mais pas la force exercée sur l'objet. Dans ces deux fiches, les élèves indiquent la relation de colinéarité entre le vecteur variation de vitesse et le vecteur champ de pesanteur.

En revanche, les élèves semblent ne pas distinguer précisément le vecteur variation de vitesse et sa norme : dans la fiche 1, « on soustrait  $\Delta v$  » est une formulation incomplète, on ne sait pas s'il s'agit de la composante verticale, auquel cas l'écriture scalaire est correcte, ou s'il s'agit du vecteur. De plus, cet emploi du mot « soustrait » peut être un indice du fait que les élèves semblent considérer que  $\Delta v$  est une grandeur positive.

Dans la fiche 34, dans la formulation « la composante verticale diminue uniformément de  $\Delta \vec{v}$  », il y a confusion entre le vecteur variation de vitesse et sa composante verticale.

Dans les fiches 1 et 2, les élèves mentionnent le fait que le vecteur variation de vitesse est constant. Dans les fiches 2 et 34, la direction des vecteurs vitesse est précisée. On constate que les élèves du binôme 2 expliquent que la direction des vecteurs vitesse correspond à la trajectoire parabolique et que le vecteur variation de vitesse est constant. Ils n'ajoutent donc pas d'information supplémentaire par rapport à ce qui est donné dans la partie quadrillée.

On conclut que deux binômes sur les trois mettent en œuvre le raisonnement attendu en établissant le lien entre le vecteur variation de vitesse et le champ de pesanteur. Dans leurs explications, ces élèves font la confusion entre le vecteur variation de vitesse et sa norme. On fait l'hypothèse qu'ils n'ont pas une maîtrise suffisante de la représentation vectorielle.

#### **f. Fiche réponses « Plan incliné »**

Les données recueillies correspondent à la fiche réponses « Plan incliné » (en annexe). On recueille trois fiches numérotées 1, 2 et 34.

Dans les fiches 1 et 34, le vecteur variation de vitesse est tracé de manière correcte ce qui n'est pas le cas dans la fiche 2 où il est vertical vers le bas (cf. figure 4-17). Il semble que les élèves reproduisent le vecteur variation de vitesse correspondant au mouvement parabolique.

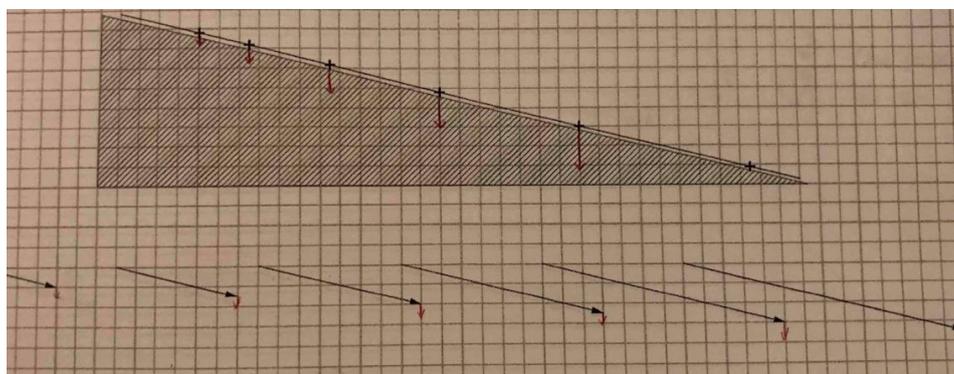


Figure 4-17 – Tracé apparaissant dans la fiche 2 (fiche réponses « Plan incliné »)

Dans la fiche 1, deux vecteurs sont tracés en un point de la trajectoire du mouvement (cf. figure 4-18). Il n'y a aucune notation pour ces vecteurs. Comme le poids et la réaction du support sont mentionnés dans la justification rédigée par les élèves, on peut supposer que c'est ce à quoi correspondent ces deux vecteurs. Leur somme n'est pas dessinée.

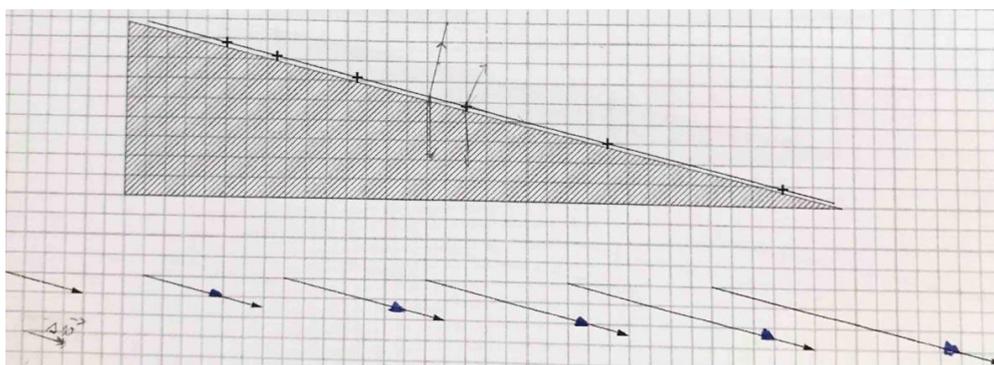


Figure 4-18 – Tracé apparaissant dans la fiche 1 (fiche réponses « Plan incliné »)

Dans la fiche 34, les vecteurs  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$  sont tracés ainsi que leur somme qui est explicitement identifiée au vecteur variation de vitesse (cf. figure 4-19).

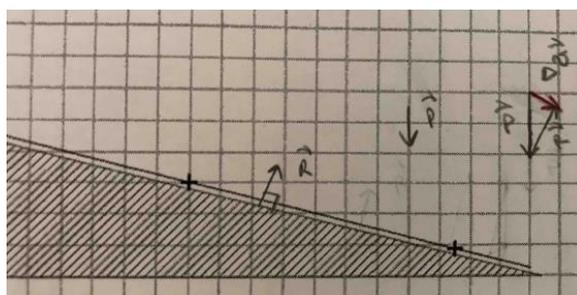


Figure 4-19 – Tracé apparaissant dans la fiche 34 (fiche réponses « Plan incliné »)

On rassemble les éléments relevés dans ces fiches dans le tableau 4-14 :

Fiche	Partie quadrillée	Partie justification
1	Le vecteur $\Delta\vec{v}$ est correct, tracé avec une origine quelconque. Sa notation est écrite avec flèche. À partir du deuxième vecteur, le vecteur précédent est superposé sur le vecteur vitesse. Deux vecteurs (poids et réaction du support) sans notation sont représentés en deux points du plan incliné.	On ajoute $\Delta\vec{v}$ à chaque vecteur car la vitesse est uniformément accélérée. $\Delta\vec{v}$ est la somme de $\vec{P}$ (poids) et de $\vec{R}$ (réaction du support).
2	Vecteur vertical vers le bas de norme croissante tracé en chaque point repéré sur le plan incliné (sauf le dernier). Pas de notation. Un vecteur vertical vers le bas est tracé à partir de l'extrémité des vecteurs sauf pour le dernier vecteur. Pas de notation. Trois vecteurs de norme croissante, superposés et de même direction que la pente du plan incliné sont tracés.	L'inclinaison des vecteurs est la même, or, le système suit une trajectoire de mouvement uniforme. De plus, le système doit être en constante accélération du fait de l'action de la gravité, donc les vecteurs vitesse sont de + en + grands, traduisant une vitesse de + en + grande.
34	Tracé de $\vec{P}$ et $\vec{R}$ et de leur somme vectorielle $\Delta\vec{v}$ , avec notations. Indication entre parenthèse « les proportions ne sont pas respectées ». Tracé correct de $\Delta\vec{v}$ à partir de l'extrémité du premier vecteur. À partir du deuxième vecteur, le vecteur précédent est superposé sur le vecteur vitesse.	$\Sigma\vec{F}_{ext} = \vec{P} + \vec{R}$ La vitesse est uniformément accélérée grâce à l'angle de la pente, et plus on va vers le bas de la pente, plus le vecteur est grand donc plus la vitesse est importante.

Tableau 4-14 – Données recueillies : fiches réponses « Plan incliné »

On repère dans le tableau 4-14, trois types d'indicateurs que l'on surligne de différentes couleurs :

- en vert ce qui fait référence à la nature du mouvement de l'objet lancé ;
- en jaune ce qui fait référence aux forces qui s'exercent sur l'objet lancé ;
- en bleu ce qui fait référence au lien entre le vecteur variation de vitesse et les forces qui s'exercent sur l'objet lancé.

Tout d'abord, on relève une expression incorrecte dans les deux fiches 1 et 34 : « vitesse uniformément accélérée » alors que c'est le mouvement qui est uniformément accéléré.

Dans les fiches 1 et 34, les élèves effectuent le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet en mouvement, ils tracent et/ou évoquent la somme vectorielle de ces forces et ils effectuent le lien entre le vecteur somme des forces et le vecteur variation de vitesse, ce lien étant leur colinéarité. Leur raisonnement est celui attendu.

Au contraire, dans la fiche 2, les élèves donnent des explications centrées uniquement sur la description du mouvement. Ils ne font pas le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet, il n'est fait mention que de : « l'action de la gravité ».

Dans la fiche 34, on constate qu'en plus du bilan des forces, les élèves proposent une explication de la nature du mouvement du fait de la pente. Le bilan des forces n'apporte pas, pour ces élèves, une explication suffisante. Il semble, pour elles, nécessaire de décrire la situation.

Comme pour la fiche réponses « Mouvement parabolique », on conclut que deux binômes sur les trois mettent en œuvre le raisonnement attendu en établissant le lien (la colinéarité) entre le vecteur variation de vitesse et le vecteur somme des forces qui s'exercent sur l'objet. Ce sont les deux mêmes binômes : 1 et 34.

**g. Fiche réponses « Mouvement rectiligne uniforme »**

Les données recueillies correspondent à la fiche réponses « Mouvement rectiligne uniforme » (en annexe). On recueille trois fiches numérotées 1, 2 et 34.

Dans les trois fiches, aucun tracé n'apparaît dans la partie quadrillée. Les élèves se contentent d'écrire dans la partie « justification ».

On rassemble les éléments relevés dans ces fiches dans le tableau 4-15 :

Fiche	Partie quadrillée	Partie justification
1	Rien	On observe que tous les vecteurs sont confondus, donc le mouvement est rectiligne et uniforme. $\Delta \vec{v} = \vec{0}$
2		La trajectoire est une droite (mouvement rectiligne uniforme) donc tous les vecteurs sont identiques.
34		Comme la table est horizontale, $W_{AB}(\vec{R}) = W_{AB}(\vec{P}) = 0 J$ Il s'agit donc d'un mouvement rectiligne uniforme, la valeur de la vitesse ne varie pas (le vecteur non plus). $\Delta \vec{v} = \vec{0}$

Tableau 4-15 – Données recueillies : fiches réponses « Mouvement rectiligne uniforme »

On se donne pour le tableau 4-15 les trois types d'indicateurs du tableau 4-14. On repère :

- en vert ce qui fait référence à la nature du mouvement de l'objet lancé ;
- en jaune ce qui fait référence aux forces qui s'exercent sur l'objet lancé ;
- en bleu ce qui fait référence au lien entre le vecteur variation de vitesse et les forces qui s'exercent sur l'objet lancé.

On constate qu'aucun élément n'est surligné en bleu. Par conséquent, pour le mouvement rectiligne uniforme, aucun des binômes n'établit de lien entre le vecteur variation de vitesse et les forces qui s'exercent sur l'objet lancé.

Dans la fiche 1, les élèves décrivent le mouvement à partir des caractéristiques des vecteurs vitesse. Dans la fiche 34, les élèves esquissent un raisonnement dynamique fondé sur le calcul du travail des forces  $\vec{P}$  et  $\vec{R}$ . En se référant à la fiche précédente (fiche réponses « Plan incliné ») du même binôme, on identifie ces forces respectivement au poids et à la réaction du support.

Dans la fiche 2, les élèves décrivent la trajectoire en lien avec les vecteurs vitesse mais sans évoquer le vecteur variation de vitesse.

Dans les fiches 1 et 34, les élèves concluent que le vecteur variation de vitesse est nul. On relève une erreur dans la fiche 34 : l'expression vectorielle contient le nombre 0 à la place du vecteur nul. On conclut que deux binômes déterminent le vecteur variation de vitesse et ce, de manière correcte. Ce sont les mêmes binômes qui tracent correctement le vecteur variation de vitesse dans la fiche réponses précédente (fiche réponses « Plan incliné »). Un seul binôme mentionne les forces qui s'exercent sur l'objet en mouvement. Il s'agit du binôme 34 qui effectue également un bilan des forces dans la fiche réponses précédente. Mais les élèves de ce binôme n'établissent pas le lien de colinéarité entre le vecteur variation de vitesse et le vecteur somme des forces qui s'exercent sur l'objet.

Alors que pour le cas du mouvement parabolique, les trois binômes tracent le vecteur variation de vitesse, ce n'est pas le cas pour le mouvement sur un plan incliné ni pour le mouvement rectiligne uniforme pour lesquels seuls deux binômes le tracent. Or, l'étude de ces deux mouvements est inédite, l'étude du mouvement parabolique ayant été faite en phase de travail collectif. On en déduit que le tracé du vecteur variation de vitesse à partir du profil de vecteurs vitesse n'est pas acquis pour tous les élèves.

Tous les binômes n'effectuent pas le bilan des forces pour tous les mouvements, y compris pour le mouvement parabolique étudié en travail collectif. Le raisonnement attendu n'est donc pas spontanément mis en œuvre par les élèves dans tous les cas. Quand le bilan des forces est effectué, le lien de colinéarité est établi entre le vecteur somme des forces et le vecteur variation de vitesse, sauf dans le cas du mouvement rectiligne uniforme.

### **3. Analyse a posteriori**

Dans la première fiche réponses, tous les élèves, sauf l'une d'entre eux, tracent les vecteurs vitesse délocalisés. On valide donc, sauf pour une élève, l'hypothèse « Les élèves tracent des vecteurs vitesse délocalisés ».

Le tracé des vecteurs vitesse montre qu'une majorité d'élèves privilégient la direction comme caractéristique des vecteurs vitesse et ne tiennent pas compte de la norme. On valide donc partiellement l'hypothèse « Les élèves mobilisent les propriétés du vecteur vitesse relatives à sa direction et sa norme ». Et on en tire la conclusion qu'au début de la séquence, la plupart des élèves ne tracent pas les vecteurs vitesse du mouvement parabolique de manière correcte.

Lorsque les élèves recherchent la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant et lorsqu'ils complètent les profils de vecteurs vitesse, ils raisonnent sur les composantes horizontale et verticale des vecteurs. On valide donc l'hypothèse correspondante. Ils utilisent le formalisme

algébrique mais choisissent une orientation de l'axe vertical sans l'expliciter. On valide donc partiellement l'hypothèse « Les élèves utilisent le formalisme algébrique ; en particulier, ils définissent des axes orientés ».

Dans leurs explications, deux binômes (sur quatre) détaillent la procédure correspondant à la somme vectorielle sans dire qu'il s'agit d'une addition de deux vecteurs. On suggère que les élèves ne sont pas à l'aise dans la manipulation des vecteurs. En revanche, trois savent déterminer et tracer le vecteur variation de vitesse, on valide donc, pour ces binômes, l'hypothèse correspondante.

Les profils de vecteurs vitesse sont tracés de manière correcte dans la plupart des cas, on valide donc l'hypothèse « Les élèves appliquent la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant. »

Les élèves effectuent le lien entre le profil de vecteurs vitesse et la trajectoire de l'objet lancé : l'hypothèse correspondante est donc validée. Dans la plupart des cas, ils effectuent le lien entre le profil de vecteurs vitesse et la façon de lancer l'objet : l'hypothèse correspondante est donc validée. En revanche, l'hypothèse « Les élèves effectuent le lien entre la façon dont l'objet est lancé et son vecteur vitesse initiale » est invalidée.

Le mouvement de chute libre est largement mis en avant dans cette séquence. On constate que, pour autant, les élèves d'un des binômes ne mobilisent pas les propriétés des projections horizontale et verticale de ce mouvement. On invalide donc l'hypothèse correspondante pour ce binôme.

Enfin, dans l'étude de mouvements proposée aux élèves, on constate que tous les élèves ne tracent pas le vecteur variation de vitesse, le profil de vecteurs vitesse étant donné. De même, tous les élèves ne font pas le bilan des forces. Mais ceux qui le font établissent le lien de colinéarité entre le vecteur variation de vitesse et le vecteur somme des forces qui s'exercent sur l'objet, sauf pour le mouvement rectiligne uniforme. On valide donc partiellement les hypothèses : « Les élèves tracent le vecteur variation de vitesse » ; « Les élèves effectuent le bilan des forces » ; « Les élèves effectuent le lien de colinéarité entre le vecteur somme des forces exercées sur le mobile et le vecteur variation de vitesse ».

Finalement, on retient les éléments de conclusion suivants :

- Les élèves semblent ne pas avoir une bonne maîtrise des vecteurs : on relève des imprécisions dues à la confusion entre le vecteur et sa norme et des difficultés avec la somme vectorielle.
- Les élèves ne pensent pas tous, ni dans tous les cas de mouvement, à effectuer le bilan des forces : on fait l'hypothèse qu'ils n'associent pas spontanément le vecteur variation de vitesse

à l'accélération et ne lui donne pas une signification dynamique c'est-à-dire en lien avec les forces qui s'exercent sur l'objet.

Dans ces deux séances, on note que les élèves sont bien investis dans les tâches, en rédigeant des explications et en apportant du soin aux différents tracés.

#### **4. Données recueillies : enregistrements audio**

##### **a. Sélection des enregistrements**

Outre les fiches réponses, on recueille les enregistrements audio des discussions ayant lieu au sein des binômes. Ces données permettent de compléter les éléments relevés dans les fiches afin d'affiner l'analyse. On se donne les questions de recherche suivantes comme guide d'analyse de ces enregistrements :

- Quels arguments les élèves échangent-ils lors de la recherche de la règle pour passer d'un vecteur au suivant ?
- Quelles sont les étapes que les élèves suivent pour compléter les profils de vecteurs vitesse ? quelles questions se posent-ils ? quelles difficultés rencontrent-ils ?
- Les élèves évoquent-ils la vitesse initiale pour décrire la façon dont l'objet est lancé ?
- Quelles connaissances les élèves ont-ils du mouvement parabolique et les mobilisent-ils ?
- Lorsque les élèves étudient un mouvement, quel est le déroulement de leur raisonnement : commencent-ils par tracer le vecteur variation de vitesse ? effectuent-ils le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet ?

On fait le choix de ne garder qu'une partie des enregistrements et de sélectionner les enregistrements correspondant à un binôme. Ce sont les binômes 1 et 34 qui, durant la deuxième séance, tracent le vecteur variation de vitesse, effectuent le bilan des forces qui s'exercent sur l'objet et font le lien entre le vecteur variation de vitesse et le vecteur somme des forces qui s'exercent sur l'objet. Les élèves du binôme 2 ne parviennent pas à trouver la règle pour passer d'un vecteur au suivant ; ils ne mobilisent pas la propriété de la projection horizontale du mouvement parabolique ; ils ne tracent pas toujours le vecteur variation de vitesse de manière correcte ; ils n'évoquent jamais les forces qui s'exercent sur l'objet. On privilégie donc les enregistrements des binômes 1 et 34. Entre ces deux binômes, on choisit le binôme 1, qui est identique pour les deux séances, afin d'avoir un enregistrement des mêmes élèves d'une séance sur l'autre. Les enregistrements correspondent à quatre moments de la séquence :

- L'enregistrement 1 correspond à la phase de recherche, dans la première séance.

- L'enregistrement 2 correspond à la phase d'application de la règle, dans la première séance.
- L'enregistrement 3 correspond à la phase de tracé d'un vecteur vitesse quelconque, dans la deuxième séance.
- L'enregistrement 4 correspond à la phase d'interprétation de mouvements, dans la deuxième séance.

La transcription de ces enregistrements figure en annexe.

### **b. Phase de recherche, dans la première séance**

Cet enregistrement dure vingt minutes et commence lorsque la fiche réponses « Règle » est distribuée au binôme. Pendant les dix premières minutes, les élèves disposent uniquement de leur fiche réponses ; au bout de dix minutes, ils ont l'ordinateur et utilisent le fichier correspondant à la figure 4-3 de la fiche réponses, dans le logiciel GeoGebra.

Les élèves commencent par observer les vecteurs sur la fiche réponses et leur première idée est de comparer l'angle entre chaque vecteur et l'horizontale. Ils remarquent que cet angle diminue :

« À chaque fois, l'angle, il est réduit »

« l'angle avec l'horizontale »

« Jusqu'à devenir négatif »

Au bout de moins d'une minute, l'un des élèves compte les carreaux et très rapidement constate que la composante horizontale des vecteurs est constante.

« la coordonnée en  $x$  c'est toujours 5 »

Il interprète immédiatement cette observation :

« va toujours à la même vitesse à l'horizontale »

Puis les élèves poursuivent leur recherche et s'intéressent à l'ordonnée des vecteurs :

« faut montrer comment cette longueur-là elle varierait je pense / par rapport au centre »

On note qu'ils veulent déterminer une longueur « par rapport au centre » ; on suppose qu'ils désignent par « centre » le point pour lequel l'ordonnée est nulle. Ils utilisent le mot « abscisse » mais pas le mot « ordonnée ». Le vocabulaire qu'ils emploient n'est donc pas toujours précis. De plus, ils ne mentionnent pas de repère et n'indiquent aucune orientation des axes.

Ils comptent les carreaux et déterminent aisément la variation de la valeur de l'ordonnée pour les trois premiers vecteurs. Ils prévoient puis vérifient leurs prévisions sur les vecteurs suivants :

« pour  $\vec{v}_4$  est-ce que c'est 3 ? »

Par conséquent, en moins de trois minutes, les élèves trouvent la règle et vérifient qu'elle s'applique aux huit vecteurs donnés. Pourtant, ils doutent avoir trouvé la règle attendue :

« c'est vachement spécifique à ce cas-là »

« là c'est le 4 en fait, comment on sait que c'est -4 ? »

Ils semblent penser qu'ils doivent trouver une règle générale et semblent être gênés de ne pas réussir à justifier la valeur  $-4$  correspondant à la variation de l'ordonnée des vecteurs. Un petit peu plus tard, l'un des élèves propose de placer tous les vecteurs avec le même point d'application :

« si on les met tous au même point »

On n'a pas d'indication de ce qu'ils cherchent à démontrer par cette manipulation. Une hypothèse pourrait être qu'ils cherchent à faire la différence entre deux vecteurs successifs ce qui nécessite en effet de « déplacer » le « représentant » de l'un des deux vecteurs.

Ensuite, les élèves laissent en suspens la question de savoir d'où vient la valeur  $-4$  et décident de se mettre à rédiger leur réponse. Au total, ils consacrent treize minutes à cette rédaction, soit plus de la moitié de la durée de cette phase de recherche. Leurs échanges témoignent du fait qu'ils discutent chaque mot employé, proposent plusieurs formulations :

« ça diminue de 4 / ça change de 4 / y'a une variation de 4 »

À un moment, ils effacent ce qu'ils ont écrit et reprennent leur rédaction. Il semble qu'ils hésitent sur la forme que doit avoir leur réponse :

« on va effacer ça on va faire plus une espèce de protocole »

Ils expriment leur difficulté à rédiger lorsque la chercheuse vient les voir :

« on sait pas trop comment le dire en fait »

Au moment où les élèves vont utiliser l'ordinateur, ils ont déjà trouvé la règle et ont commencé à rédiger leur réponse sur la fiche. Sur le fichier GeoGebra, ils déplacent les vecteurs en les mettant tous au même point d'application. Ils retrouvent leurs résultats :

« toi ce que tu voulais ce serait qu'on heu, les mette tous à partir du même point »

« ils sont tous sur une même droite les bouts »

« c'est logique en même temps vu qu'ils font tous 5 »

« ça confirme ce qu'on disait »

« si tu regardes : chaque bout de flèche est espacé de 4 »

L'utilisation du fichier leur permet de confirmer ce qu'ils ont déjà observé mais cela ne semble pas leur apporter davantage d'aide. Ce qui les occupe à ce moment-là est la rédaction de leur réponse :

« Admettons qu'on ait ce vecteur-là, pour tracer le suivant on part d'un point, on prend 5 horizontalement »

« Et on prend cette valeur-là  $-4$ , on la trace ; on ferme le triangle »

« partir d'un point, décaler de 5 carreaux »

Ils emploient des expressions relatives au déplacement dans le plan : « on part d'un point », « décaler de 5 carreaux » et décrivent les tâches correspondant à la réalisation d'une somme vectorielle avec l'expression « on ferme le triangle » qui pourrait être reformulée en : « on trace le vecteur correspondant à la somme des deux vecteurs – le premier vecteur et un vecteur vertical dirigé vers le bas de longueur 4 carreaux ». Les élèves n'utilisent pas le vocabulaire relatif aux

vecteurs. On en déduit qu'ils n'ont pas une maîtrise suffisante de la représentation vectorielle et en particulier de la somme vectorielle.

Ils ont plutôt le réflexe d'effectuer des calculs. On le remarque dans cet extrait où l'un des élèves suggère d'utiliser le théorème de Pythagore :

« C'est le machin qu'on faisait en classe avec la norme du vecteur »

L'élève propose de calculer la variation de la norme du vecteur connaissant la variation d'une de ces composantes.

À l'écoute de ce premier extrait des enregistrements, on retient qu'au départ, les élèves évoquent l'angle que font les vecteurs avec l'horizontale mais finalement ils décomposent les vecteurs horizontalement et verticalement et expriment les composantes en nombre de carreaux. Ils trouvent rapidement la règle pour passer d'un vecteur vitesse au vecteur suivant. Ce qui leur prend le plus de temps est la rédaction de leur réponse. Ils ont une incertitude concernant la règle, ce qu'elle désigne. Il apparaît donc que le terme « règle » est ambigu, la consigne n'est peut-être pas claire.

Enfin, on constate que les élèves n'utilisent pas le vocabulaire des vecteurs dans leurs explications. On fait l'hypothèse qu'ils ne sont pas accoutumés aux raisonnements vectoriels.

### **c. Phase d'application de la règle, dans la première séance**

Cet enregistrement dure vingt-trois minutes et commence lorsque la fiche réponses « Profils 1 sur 2 » est distribuée au binôme. Les élèves ne disposent que de leur fiche réponses.

Les élèves commencent par compléter les profils de vecteur vitesse. Ils déterminent la valeur des composantes des vecteurs, sans employer aucun des termes « composante », « abscisse », « ordonnée » :

« C'est la même chose et ça descend de 2 »

Ils comptent les carreaux et ils effectuent les tracés. L'un des élèves prête attention à la distance entre le projeté horizontal de l'extrémité du premier vecteur et l'origine du vecteur suivant :

« Y'a 3 d'écart entre les deux »

Ils décident de respecter cette distance pour tracer les vecteurs suivants. Cela les amène à s'apercevoir que toutes les extrémités des vecteurs sont alignées. Ils tracent donc la droite passant par toutes les extrémités des vecteurs, pour deux profils de vecteurs vitesse, et s'intéressent aux deux droites. Un échange s'ensuit sur la signification de cet alignement :

« Ah mais elles sont parallèles regarde »

« Fais-voir : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ça fait 7-2 et là... 1, 2... 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 »

« Mais si, il faut le dire : les deux droites sont parallèles »

« Oui mais si on avait fait les vecteurs moins écartés ça aurait pas été »

« C'est du hasard »

Dans ce raisonnement, ils repèrent les coordonnées du vecteur directeur de chaque droite, sans préciser qu'il s'agit du vecteur directeur.

Puis, l'un des élèves rappelle que l'alignement est dû au fait que les vecteurs sont tous régulièrement espacés. Plus tard, ils réutilisent cette propriété pour compléter les autres profils de vecteurs vitesse :

« Du coup on a vu que c'était tout sur la même droite »

« Du coup on peut directement la tracer la droite »

Les élèves mettent donc en œuvre une procédure qu'ils n'explicitent pas dans la fiche réponses. On constate que les élèves réalisent des tâches qui ne correspondent pas à ce qui est attendu.

Dans la deuxième partie de l'enregistrement, les élèves suivent la consigne qui demande de tracer le vecteur variation de vitesse. Ils se posent la question d'en tracer un ou plusieurs pour l'un des profils de vecteurs vitesse :

« J pense qu'il suffit d'en faire un... vu qu'au final c'est le même à chaque fois »

Il semble qu'ils ne perçoivent pas que le vecteur variation de vitesse est unique et caractérise un profil de vecteurs vitesse. On fait l'hypothèse que les élèves n'associent pas le vecteur variation de vitesse et la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant.

Dans la suite de l'enregistrement, les élèves cherchent à déterminer l'allure de la trajectoire de l'objet lancé pour chaque profil. Les échanges montrent que pour l'un des élèves, cette tâche n'est pas évidente comme l'illustre cet extrait relatif au cas n°3 pour lequel le premier vecteur est vertical vers le haut :

« C'est quoi, c'est un trait ? »

« Ouai »

« Là il va que verticalement »

« Il va que verticalement mais il descend en même temps »

« [...] la trajectoire au final tu vois c'est juste une droite

« mmmh, j'sais pas »

Pour le cas n°1, l'élève qui explique à l'autre semble fonder son explication sur l'observation de la direction des vecteurs vitesse successifs. Mais il n'explique pas ce lien :

« ben il commence par monter en allant en avant, il arrive en haut et là il commence à redescendre »

« lui ? là je vois pas pourquoi »

« là tu vois il va vers l'avant et vers le haut, comme ça, vers l'avant vers le haut, vers l'avant vers le haut, et plus ça va et moins ça va vers le haut donc ça veut dire qu'il commence à devenir... »

« un peu moins vers le haut »

« il devient de plus en plus horizontal jusqu'à temps où il va plus vers le haut il va vers le bas »

On constate que les élèves n'évoquent pas la vitesse initiale pour distinguer les différentes trajectoires : ils ne mobilisent pas cette notion.

Lorsqu'ils considèrent les différents cas de lancers, les élèves observent en premier lieu que les droites qui relient les extrémités de tous les vecteurs de chaque profil sont parallèles. Il apparaît que c'est cette observation qui les guident vers l'idée de chercher à repérer ce qui est commun à tous les cas, le vecteur variation de vitesse :

« Regarde, le  $\Delta v$  c'est le même pour toutes »

« on sait que la variation de vitesse c'est l'accélération »

« ce sont tous les mêmes objets »

Il fait le lien (à un  $\Delta t$  près) entre le vecteur variation de vitesse – le «  $\Delta v$  » – et l'accélération et en déduit qu'il s'agit du même objet dans tous les cas. Plus loin, il poursuit son raisonnement en remettant en cause cette déduction. Il tente également de convaincre l'autre élève :

« l'accélération elle est la même peu importe la masse du truc »

« ben non »

« si, c'est masse fois l'accélération égale somme des forces extérieures  $m * a = m * g$  du coup  $g$  est égal à  $a$  du coup ça dépend pas de la masse donc en fait c'est normal que ça soit toujours le même vecteur »

« ah ben ouai du coup c'est pas le même objet »

« c'est toujours la même accélération et l'accélération c'est... c'est  $g$  en fait »

« c'est la force de pesanteur quoi »

Les élèves esquissent donc ici un raisonnement dynamique c'est-à-dire fondé sur la deuxième loi de Newton bien qu'ils ne la citent pas. Il est implicite ici que l'objet lancé n'est soumis qu'à son poids.

On conclut que les élèves n'éprouvent pas de difficulté particulière pour compléter les profils de vecteurs vitesse : ils comptent les carreaux correspondant à la longueur des composantes horizontale et verticale des vecteurs et appliquent la règle pour tracer les vecteurs vitesse suivants. Par ailleurs, cet enregistrement révèle que les élèves de ce binôme réalisent des tâches supplémentaires par rapport à ce qui est attendu et nécessaire pour répondre : ils tracent la droite reliant les extrémités de tous les vecteurs, pour tous les profils. C'est en observant ces droites qu'ils sont amenés à comparer les différents cas et à s'interroger sur ce qu'ils ont en commun. Donc étudier différents cas amène effectivement ces élèves à la comparaison et à la recherche de l'invariant entre les mouvements.

De plus, on retient les constatations suivantes :

- Les élèves ne pensent pas forcément que le vecteur variation de vitesse est unique pour chaque profil, ils ne l'associent donc pas à la règle pour passer d'un vecteur au suivant ;

- Déterminer l'allure de la trajectoire de l'objet lancé leur prend du temps et suscite des questionnements ;
- Ils ne mobilisent pas la notion de vitesse initiale pour caractériser la trajectoire de chacun des mouvements ;
- Ils font spontanément le lien entre la variation de vitesse et l'accélération ;
- Ils mobilisent la deuxième loi de Newton.

#### **d. Phase de tracé d'un vecteur vitesse quelconque, dans la deuxième séance**

Cet enregistrement dure neuf minutes et commence lorsque la fiche réponses « Un vecteur » est distribuée au binôme. Les élèves ne disposent que de leur fiche réponses.

Le premier élément que les élèves citent est « la tangente ». L'un des élèves ajoute une information sur la composante horizontale :

« c'est la tangente et la même longueur »

« même longueur horizontale »

On constate que l'élève indique les deux propriétés du vecteur vitesse nécessaires à son tracé : sa direction tangente à la trajectoire et sa composante horizontale. Pourtant, les élèves ne semblent pas sûrs d'avoir la bonne méthode car ils continuent à chercher ce qu'il faut faire. En particulier, l'autre élève pose plusieurs questions :

« mais après comment on trouve l'autre longueur ? »

« du coup c'est la tangente »

« ouai mais comment on la fait ? »

« comment on trouve le delta v ? »

Cet élève semble ne pas être convaincu par les propriétés énoncées par son camarade qui lui-même n'est pas certain de la pertinence de ce qu'il propose puisqu'il ne renonce pas à poursuivre la recherche. Les élèves effectuent des tracés sur la partie quadrillée comme on l'observe sur la fiche réponses. Ils comptent les carreaux, repèrent un angle droit, évoquent le théorème de Pythagore mais ces idées semblent ne pas aboutir. L'argument de la direction tangente est cité par l'un d'eux comme façon d'invalider les pistes proposées :

« là c'est à 1,5 carreau / et si on descend de 13 / 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13... ça ne va pas »

« et là, là y'a combien ? 1, 2, 3, 4, 5 / 4,5 / peut-être le prolongement de ça »

« bof / faut que ce soit tangent quand même »

Puis, au bout de cinq minutes de recherche, ils décident de se mettre à la rédaction de leur réponse. Mais ils continuent à chercher une autre façon de faire :

« parce que là après sinon y'avait peut-être moyen en faisant comme ça »

« en faisant tous les vecteurs »

Dans cette proposition, comme il est question de faire « tous les vecteurs », il semble que l'élève propose de reproduire un profil de vecteurs vitesse. Là encore la piste n'est pas poursuivie.

Dans le court extrait suivant, l'élève qui connaît les propriétés nécessaires au tracé correct n'apporte pas d'argument pour rejeter les propositions de son camarade :

« et du coup tous les 1, 2, 3, 4, ça descendait de 1 »

« on aurait dû faire ça »

« non je sais pas je pense pas »

Cet enregistrement montre que, contrairement à son camarade, l'un des élèves trouve très vite la façon de faire pour tracer le vecteur vitesse au point  $M_2$  mais il n'avance pas d'argument pour dire qu'il s'agit de la méthode idoine et invalider les autres propositions. On fait l'hypothèse qu'il n'est pas sûr de ses connaissances des propriétés du mouvement parabolique et du vecteur vitesse.

#### **e. Phase d'interprétation de mouvements, dans la deuxième séance**

Cet enregistrement dure dix-huit minutes et commence lorsque la fiche réponses « Mouvement parabolique » est distribuée au binôme. Puis, on leur distribue successivement les fiches réponses « Plan incliné » et « Mouvement rectiligne uniforme ». Les élèves ne disposent que des fiches réponses.

##### *Mouvement parabolique*

Les élèves observent le profil de vecteurs vitesse du mouvement parabolique. L'un d'eux suggère que les directions des vecteurs sont concourantes. Il semble qu'il confond avec les vecteurs accélération du mouvement circulaire comme le souligne son camarade :

« Normalement ça doit se relier vers le milieu »

« Ouai mais non parce que là c'est pas circulaire »

« On essaye »

« C'est la même histoire que tout à l'heure, ils ont la même composante horizontale »

« Ouai »

« Ça veut dire que l'accélération elle va pas être centripète mais verticale orientée vers le bas. Je sais pas si tu vois »

« Non je vois pas »

« Ça baisse à chaque fois de la même chose »

Dans cet extrait de dialogue, on remarque que les élèves ont le réflexe de rechercher, de vérifier ce qu'ils avancent : « on essaye ». On suppose qu'ils sous-entendent de tracer des vecteurs, de les reproduire dans une autre configuration. On remarque également que l'un des élèves fait le lien

avec ce qui a déjà été vu sur le mouvement parabolique, précédemment dans la séance, en travail collectif. L'autre élève ne fait pas ce lien.

Puis ils rédigent leur réponse. Il semble qu'ils cherchent à décrire le mouvement de l'objet et s'interrogent donc sur sa vitesse :

« Mais du coup au début il accélère... enfin... la vitesse elle augmente et après elle redescend »

« ouai mais il est toujours accéléré / accéléré quand il monte et quand il descend »

« ah ouai, ouai c'est vrai »

[...]

« ça veut dire qu'à un moment la vitesse elle devient... »

« verticalement y'a un moment où elle est »

« elle est nulle oui »

« verticalement, mais elle va toujours vers l'avant »

« en fait verticalement c'est ça et horizontalement c'est ça »

L'un des élèves explique à l'autre. Il semble qu'il fait des gestes avec ses mains pour appuyer son propos. C'est l'occasion de revoir les propriétés du mouvement parabolique. On ne trouve pas ces explications dans leur fiche réponses.

### *Mouvement sur un plan incliné*

Puis, au bout de huit minutes, les élèves passent à la fiche réponses suivante : « Plan incliné ». C'est l'étude d'un mouvement inédit pour eux, contrairement à celle du mouvement parabolique qui avait été traité en travail collectif.

Ils observent d'abord les vecteurs vitesse :

« on peut voir que tous ceux-là ils sont superposables / et que ça change horizontalement »

« donc que leur accélération est plus importante »

« comment ça ? normalement elle devrait être constante, non ? »

« là ça glisse sur une pente / du coup ça augmente, la vitesse »

Ces échanges montrent la confusion entre accélération qui augmente et vitesse qui augmente. Les élèves finissent par dire que la vitesse augmente au cours du mouvement. Ils ne tracent pas de vecteur variation de vitesse jusqu'à ce que la chercheuse le leur suggère :

chercheuse : « est-ce que dans la fiche vous avez un  $\Delta v$  ? »

« non »

chercheuse : « pas encore ? »

« pas encore »

« on n'en a pas besoin, si ? »

chercheuse : « c'est une piste. Je ne dis pas que c'est la seule »

Après cette intervention, les élèves se lancent donc dans la détermination du vecteur variation de vitesse en comparant un vecteur et le vecteur précédent.

« là y'a le précédent »

« 4 + 2 »

« y'a celui-ci / là y'a celui-ci »

« à chaque fois c'est les précédents en fait »

« du coup, là delta v il vaut quoi ? »

« mais delta v là il est horizontal »

« regarde à chaque fois ce qu'on rajoute c'est la même chose »

« il fait 2 du coup »

« 2 ? ben vas-y essaye de le tracer »

« ouai mais il est pas que comme ça »

« pour passer d'un au suivant, faut pas simplement ajouter ça il faut aussi ajouter vers le bas »

Le dialogue montre que cette détermination du vecteur variation de vitesse pose des difficultés à l'un des élèves qui ne considère que la composante horizontale. Comme le vecteur variation de vitesse est colinéaire aux vecteurs vitesse, il semble qu'il y a confusion entre colinéarité et horizontalité.

Une deuxième intervention de la chercheuse permet d'orienter la réflexion des élèves.

chercheuse : « et vous sauriez justifier la direction de delta v ? là vous l'avez trouvée, vous l'avez construite / dire pourquoi elle a cette direction-là ? mais en utilisant d'autres arguments, pas les vecteurs vitesse. »

Le fait qu'ils ne pensent pas d'eux-mêmes à justifier la direction du vecteur variation de vitesse peut être dû au fait que la consigne n'est pas claire.

Ils recherchent alors les forces qui s'exercent sur l'objet :

« Regarde, la balle qui est là, elle, elle est attirée juste par le sol »

« Mmmh »

« Sauf qu'elle est retenue par ça, par la réaction du plateau qui est là. Je sais pas trop comment le faire, comme ça / ça serait en fait la bissectrice de ce truc-là / peut-être hein »

« Il faut que tu regardes, est-ce que c'est la bissectrice ? oui c'est ça / non c'est pas ça »

« Regarde. Mettons qu'on prenne ça »

« Du coup c'est la somme des forces »

Ils finissent par évoquer la somme des forces. On précise que le raisonnement avec la somme des forces qui s'exercent sur l'objet est un raisonnement qui a été mis en œuvre lors de la phase de travail collectif. On constate que les élèves réitèrent ce raisonnement.

### *Mouvement rectiligne uniforme*

Au bout de quatorze minutes, les élèves passent à la dernière fiche réponses : « Mouvement rectiligne uniforme ». C'est à nouveau l'étude d'un mouvement inédit pour eux.

Les élèves repèrent tout de suite que les vecteurs sont identiques et que la vitesse est constante.

« C'est exactement les mêmes vecteurs »

« Ça veut dire que la vitesse elle est uniformément... heu uniforme »

Ils se demandent comment justifier le fait que les vecteurs sont identiques. Ils semblent hésiter sur la démarche à suivre, sans forcément se rendre compte qu'il s'agit du même exercice que la fiche précédente à savoir déterminer le vecteur variation de vitesse et faire le bilan des forces :

« Et après comment on peut le justifier ? »

« Là par contre y'a plus d'histoire de delta v »

Puis ils reviennent sur le vecteur variation de vitesse et concluent qu'il est nul :

« Si on soustrait l'un à l'autre, on trouve le vecteur nul »

« Du coup delta v = le vecteur nul »

« Donc la force... »

« Est nulle »

« ça veut dire qu'y a... que toutes les forces appliquées au système se compensent »

« donc il s'arrête pas, il s'arrête jamais »

« c'est le truc qu'on avait fait avec le glaçon »

Ils en arrivent au résultat que les forces qui s'exercent sur l'objet se compensent, ce qui est le raisonnement attendu. Or, ce raisonnement n'apparaît pas dans la fiche réponses. On vérifie donc, grâce à l'enregistrement, qu'ils font le lien entre le vecteur variation de vitesse et les forces qui s'exercent sur l'objet.

Ils évoquent « le glaçon ». On peut penser qu'ils font allusion à un exemple classique d'application du principe d'inertie.

On constate que les élèves n'associent pas spontanément le mouvement rectiligne uniforme à un objet soumis à des forces qui se compensent puisqu'ils n'aboutissent à cette conclusion qu'après avoir déterminé le vecteur variation de vitesse.

## 5. Bilan de l'analyse des enregistrements

On pose *a priori* que le binôme sélectionné est représentatif des autres binômes du groupe et que donc, les échanges enregistrés donnent un aperçu de la teneur des discussions entre les élèves lors de la séquence.

Les deux élèves de ce binôme réagissent de manière différente face aux situations étudiées et ils n'ont, souvent, pas le même niveau de compréhension. Les dialogues entre eux constituent donc un exemple d'autant plus intéressant.

D'un point de vue méthodologique, les enregistrements apportent des éléments venant compléter les données issues des fiches réponses. En effet, les élèves effectuent des tâches qu'ils ne décrivent pas dans leurs fiches. De plus, ces enregistrements permettent de se rendre compte du déroulement de la séquence et en particulier du temps passé sur chaque consigne. Ainsi, on observe que les élèves trouvent rapidement la règle pour passer d'un vecteur au suivant et

l'appliquent aisément. En revanche, ils passent du temps, plus de la moitié de la durée totale de la phase de recherche, à rédiger la règle. On fait l'hypothèse que la consigne ne leur paraît pas claire et que le mot « règle » est ambigu pour eux ou qu'ils ont des problèmes de maîtrise du « vocabulaire » nécessaire à l'écriture de cette règle (le formalisme vectoriel ou algébrique en particulier).

Les élèves décrivent les tracés qu'ils proposent de faire sans les identifier aux techniques spécifiques des vecteurs comme la somme vectorielle. Ce constat amène à la conclusion que les élèves ne sont pas accoutumés à raisonner dans la représentation vectorielle.

Concernant la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant, les élèves privilégient son expression algébrique c'est-à-dire relative à la variation de chacune des coordonnées des vecteurs vitesse. La règle dans son expression vectorielle, qui est fondée sur la somme vectorielle d'un vecteur vitesse et du vecteur variation de vitesse, semble moins bien comprise par les élèves.

Enfin, dans les enregistrements, on constate que les élèves prennent en compte les forces exercées sur le système alors que cela n'apparaît pas toujours dans leurs justifications écrites sur leurs fiches réponses.

## VII. Conclusion du chapitre 4

---

La conception de la proposition didactique emprunte à l'ingénierie didactique : c'est par la confrontation entre analyse a priori et analyse a posteriori que s'effectue le processus de validation de cette expérimentation. On est conduit à la validation ou l'invalidation d'un certain nombre d'hypothèses. Or, tous les élèves n'ont pas le même niveau de connaissance et de compréhension de la situation donc les hypothèses ne sont en général validées que pour une partie des élèves seulement. Néanmoins, quelques résultats sont à retenir.

La proposition didactique présentée ici a comme fil conducteur le mouvement de chute libre. Dans une première phase, on demande aux élèves de tracer quelques vecteurs vitesse d'un objet lancé, pris à intervalles de temps réguliers, à partir de la trajectoire de l'objet. On constate que les élèves, en majorité, ne parviennent pas à tracer ces vecteurs vitesse de manière correcte : ils mobilisent la direction comme caractéristique pour tracer un vecteur vitesse mais se trompent sur la norme. On en déduit que leurs connaissances du vecteur vitesse sont insuffisantes ou qu'ils ont des connaissances lacunaires du mouvement parabolique.

À propos de l'étude de profils de vecteurs vitesse de mouvements de chute libre, dans la deuxième phase de la séquence, on note que les élèves n'ont pas de difficultés ni à trouver ni à appliquer la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant. Cette règle est énoncée algébriquement c'est-à-dire en exprimant la variation des coordonnées des vecteurs vitesse. Mais, alors que les élèves effectuent le décompte des carreaux correspondant à la longueur des composantes des vecteurs ils ne précisent pas dans quel repère ils se placent. En particulier, ils ne précisent pas l'orientation de l'axe vertical bien qu'ils trouvent des valeurs négatives pour l'ordonnée de certains vecteurs. De plus, on constate que les élèves sont peu habitués à la représentation vectorielle comme le montrent les éléments suivants relevés dans les fiches réponses : confusion entre un vecteur et sa norme, difficulté à reconnaître une somme vectorielle et mobiliser la technique de tracé correspondante.

On observe que la tâche de tracer des vecteurs vitesse en appliquant la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse au suivant remporte l'adhésion des élèves, qui apportent du soin à leurs tracés. On observe également que cette tâche ne représente pas le même niveau de difficulté pour tous les élèves : certains sont rapides, d'autres plus lents ou ne tracent pas tous les vecteurs de manière correcte. On constate donc qu'il y a une hétérogénéité dans les réponses.

Lors de la phase d'institutionnalisation, la notion de vecteur variation de vitesse est introduite à l'issue de la mise en commun de la règle pour passer d'un vecteur vitesse au suivant dans le profil de vecteurs vitesse. Le but est de mettre en évidence l'équivalence entre la règle exprimée algébriquement sur les coordonnées des vecteurs vitesse et la construction d'un vecteur vitesse

en faisant la somme du vecteur vitesse précédent et du vecteur variation de vitesse caractéristique du profil de vecteurs vitesse considéré. Or, dans l'enregistrement audio, on s'aperçoit que cette équivalence entre la méthode algébrique et la méthode vectorielle n'est pas évidente pour les élèves du binôme, ce qui vient renforcer le constat que les élèves semblent peu accoutumés à la représentation vectorielle.

Dans la suite de la séquence, il s'agit de comparer différents mouvements de chute libre. On note que les élèves infèrent l'allure de la trajectoire de l'objet lancé à partir du profil de vecteurs vitesse, pour plusieurs mouvements. Ils comparent les différentes trajectoires mais ne mobilisent pas la notion de vitesse initiale pour distinguer chacun des mouvements. Dans la majorité des fiches réponses, le vecteur variation de vitesse est tracé correctement et est associé au champ de pesanteur. Pour les autres mouvements étudiés durant la deuxième séance – mouvement sur un plan incliné et mouvement rectiligne uniforme – le tracé du vecteur variation de vitesse n'est pas réalisé par tous les binômes. Par ailleurs, le lien de colinéarité entre ce vecteur et l'accélération n'est en général pas établi par les élèves malgré le fait que cela soit évoqué, dans le cas du mouvement parabolique et dans le cas du mouvement circulaire, en phase de travail collectif.

Enfin, on note que, dans l'étude d'un mouvement, tous les élèves ne prennent pas en considération les forces et par conséquent n'aboutissent pas au raisonnement attendu qui consiste à vérifier que le vecteur variation de vitesse et le vecteur somme des forces sont colinéaires.

La portée de ces résultats reste limitée dans la mesure où la séquence a été expérimentée avec un petit nombre d'élèves. Cependant, ces résultats donnent déjà un aperçu de la façon dont des élèves réagissent face aux activités proposées. De plus, on retrouve de grandes tendances dans les résultats des trois expérimentations réalisées.

Des modifications de la proposition didactique seraient à apporter afin d'en approfondir l'analyse. Par exemple, le milieu correspondant à la situation didactique proposée dans cette séquence pourrait être un facteur à prendre en compte. En particulier, ici, les vecteurs sont tracés sur un quadrillage ce qui a probablement une influence sur l'action des élèves. Par ailleurs, les consignes données aux élèves devraient être plus finement observées ce qui serait le moyen de remettre en question la dévolution de la situation didactique. En effet, il semble que dans cette séquence, des éléments de consigne aient manqué de clarté.

Finalement, l'objectif d'amener les élèves à s'approprier un certain type de raisonnement n'est pas atteint, ce qui suggère que le scénario de la séquence doit faire l'objet de modifications. En revanche, la prise de position initiale selon laquelle les élèves ont une maîtrise insuffisante de la représentation vectorielle est vérifiée. Cette séquence leur permet justement de se perfectionner dans la manipulation de vecteurs tout en leur permettant de remobiliser et d'approfondir leurs

connaissances de la chute libre. Cette séquence est donc porteuse d'objets d'apprentissage pertinents. Il serait donc intéressant et productif de poursuivre le travail sur ce dispositif didactique.

# CONCLUSION

Notre travail de thèse présente une démarche d'ingénierie didactique. Deux études exploratoires et une analyse de contenu précèdent la conception et la mise en œuvre d'une proposition didactique. L'objet d'étude est la chute libre.

La première exploration vise des manuels anciens, de la période 1901-1958. Il s'agit de repérer comment la chute libre y est présentée. On constate que l'approche de la chute des corps est essentiellement empirique et permet aux auteurs de faire émerger la notion de mouvement rectiligne uniformément varié. Par ailleurs, un lien fort apparaît entre la présentation des lois de la dynamique et l'étude du mouvement de chute libre. Ce contenu a donc un statut particulier, appartenant à la fois au domaine de la cinématique et au domaine de la dynamique.

Les méthodes employées pour l'étude du mouvement sont diverses. Pour autant, une même observation se retrouve dans la majorité des manuels : le recours aux grandeurs vectorielles et à la relation vectorielle traduisant le principe fondamental de la dynamique est marginal. C'est le formalisme algébrique qui est prédominant.

Ainsi, la comparaison avec les pratiques usuelles actuelles met en lumière des ruptures : concernant le formalisme avec l'introduction des grandeurs vectorielles dans les pratiques usuelles actuelles ; et des continuités : l'étude de la chute libre en lien avec les lois de la dynamique.

On effectue une deuxième étude dont l'objectif est d'explorer la maîtrise qu'ont des étudiants de physique de première année universitaire des outils essentiels que sont les vecteurs en cinématique (vecteur position, vecteur vitesse, vecteur accélération). On constate en premier lieu que c'est le vecteur position qui pose le plus de difficultés alors que le vecteur vitesse est celui qui en pose le moins. Puis, on caractérise un certain nombre d'erreurs commises par les étudiants et on aboutit à la mise en évidence d'obstacles théoriques : confusion entre le vecteur position et le vecteur déplacement ; non prise en compte des vecteurs vitesse et accélération comme fonctions du temps ; direction du vecteur accélération liée automatiquement à celle du vecteur vitesse ; vecteur accélération comme représentation de la cause du mouvement.

Finalement, il ressort de cette étude que le tracé des vecteurs en cinématique est source de difficultés pour les étudiants. On conclut également que savoir tracer un des vecteurs ne signifie pas savoir tracer correctement les autres. De plus, comme on n'observe pas de cohérence entre

les tracés des différents vecteurs, on fait l'hypothèse d'une incompréhension des concepts de cinématique.

Dans la suite de ce travail, c'est une analyse de contenu du concept d'accélération qui est réalisée. On part des résultats précédents : l'utilisation du vecteur accélération n'apparaît pas nécessairement pertinente ni pour les auteurs des manuels anciens, ni pour les étudiants. Or l'appréhension de la grandeur accélération comme grandeur algébrique pose d'autres difficultés telles que celle du maniement d'une écriture symbolique et la compréhension du code utilisé. Dans le cas de la chute libre, c'est l'interprétation du signe de la composante verticale de l'accélération qui peut être source de difficultés car elle implique la prise en compte de l'orientation de l'axe vertical du repère choisi et la connaissance du sens de la vitesse initiale verticale.

La prise en compte de l'accélération comme grandeur algébrique et comme grandeur vectorielle nous conduit à définir des registres de représentation sémiotique (Duval, 1993). On retrouve dans cet ensemble de registres de représentation sémiotique la double signification de l'accélération, cinématique et dynamique, et sa double expression, algébrique et vectorielle.

Alors que la représentation vectorielle des grandeurs physiques caractérise les pratiques usuelles actuelles, on constate que ce registre de représentation est peu mobilisé pour l'obtention des équations horaires d'un mobile en chute libre. C'est à la faveur de ces constats que s'établit la base de la proposition didactique.

Cette proposition didactique, à destination d'élèves de Terminale scientifique après enseignement de mécanique et plus particulièrement de la chute libre, repose sur l'idée d'amener les élèves, dans un premier temps, à découvrir puis à tracer le profil de vecteurs vitesse de différents mouvements de chute libre. Il s'agit d'un ensemble de vecteurs vitesse successifs d'un mobile, pris à intervalles de temps réguliers. Lors des expérimentations, on constate que les élèves parviennent à déterminer puis à appliquer la règle de construction d'un profil de vecteurs vitesse. Ils apportent du soin à leurs tracés, ils sont bien investis dans la tâche. On remarque qu'ils sont peu habitués à la représentation vectorielle. En effet, ils ne sont pas accoutumés à la manipulation des vecteurs ni à raisonner sur les vecteurs : ils ont plutôt tendance à décomposer les vecteurs et à raisonner sur les grandeurs scalaires que sont leurs coordonnées.

Lorsqu'ils comparent différents mouvements de chute libre, les élèves décrivent les trajectoires mais ne mobilisent pas la notion de vitesse initiale pour caractériser chacun des mouvements.

Dans le cas de la chute libre, l'interprétation de la variation de la vitesse comme étant, d'une part reliée à la notion d'accélération, et d'autre part reliée au poids du mobile et donc au champ de pesanteur, nécessite de suivre un enchaînement d'étapes de raisonnement. La seconde version de

la proposition didactique vise la construction de ce raisonnement pour les mouvements de chute libre et sa généralisation à d'autres mouvements. À l'issue de la troisième expérimentation, les résultats viennent d'une part confirmer ceux des expérimentations précédentes à propos de la maîtrise des vecteurs chez les élèves et d'autre part, ils indiquent que les élèves s'approprient la notion de vecteur variation de vitesse dans le cas d'un mouvement de chute libre. En revanche, tous les élèves ne semblent pas en capacité de réinvestir cette notion pour d'autres mouvements. De même, tous les élèves ne s'approprient pas le raisonnement attendu.

La portée de ces résultats reste limitée du fait du faible nombre d'élèves impliqués dans les expérimentations. Cependant, les résultats des trois expérimentations menées se rejoignent et donnent une idée des tendances de réaction des élèves face aux activités proposées. Par ailleurs, on vérifie la pertinence de la prise de position de départ selon laquelle un travail sur la représentation vectorielle est nécessaire et il s'avère que les activités proposées permettent aux élèves de renforcer leur maîtrise de cette représentation.

La séquence élaborée dans cette recherche s'est effectuée dans un temps limité et a impliqué seulement quelques groupes d'élèves. Une perspective de recherche serait d'étendre les expérimentations à la fois à d'autres classes et également sur un plus grand nombre de séances. Le temps ainsi gagné pourrait permettre d'approfondir le raisonnement sur la double interprétation cinématique et dynamique de la variation de la vitesse.

Dans le protocole élaboré dans ce travail, un aspect de la notion de la variation de la vitesse est laissé de côté : la dépendance de la variation de la vitesse avec l'intervalle de temps choisi. Une perspective de recherche serait de poursuivre la séquence en abordant ce point.

Enfin, des modifications pourraient être apportées à la séquence telle a été conçue en proposant une utilisation plus systématique du logiciel GeoGebra qui offre la possibilité de faire varier un paramètre. En particulier, l'un des fichiers créés dans notre proposition didactique permet de mettre en évidence l'influence de la vitesse initiale sur le mouvement de chute libre. Il s'agit du fichier qui permet de représenter une infinité de profils de vecteurs vitesse de mouvements de chute libre grâce au réglage des curseurs correspondant aux coordonnées du vecteur vitesse initiale. Une perspective de recherche serait donc de construire une situation fondée sur une exploitation plus approfondie de ce fichier.

Un dernier point est à souligner et ouvre également des perspectives. Dans les expérimentations menées, on note l'investissement des élèves dans les activités proposées alors qu'elles abordent un sujet qu'ils connaissent déjà. On observe donc que le changement de registre de représentation, ici le passage au registre de la représentation visuelle des vecteurs, constitue un exercice intéressant et enrichissant pour eux. Plus généralement, on retient que le fait de présenter un contenu dans un mode de représentation inédit pour les élèves est porteur d'un point de vue

didactique, ce qui ouvre des perspectives de recherche en mécanique mais aussi dans d'autres domaines de la physique.

# Table des figures

## Chapitre 1

Figure 1-1 – « Méthode » : matrice .....	19
Figure 1-2 – Structure de la matrice curriculaire .....	19
Figure 1-3 – Chute libre : choix d'un repère et des conditions initiales .....	40
Figure 1-4 – Extrait du manuel n°4 : composition cinématique de deux mouvements.....	52

## Chapitre 2

Figure 2-1 – Début de l'énoncé du problème choisi sur le thème de la chute libre.....	63
Figure 2-2 – Question posée et solution .....	64
Figure 2-3 – Exemples de réponses contenant l'erreur « tangente » sur le vecteur position.....	74
Figure 2-4 – Exemple de réponse contenant l'erreur « tangente et point d'application » sur le vecteur position.....	75
Figure 2-5 – Exemple de réponse contenant l'erreur « écart tangente » sur le vecteur vitesse ....	76
Figure 2-6 – Exemples de réponses contenant l'erreur « vitesse initiale » sur le vecteur vitesse	76
Figure 2-7 – Exemple de réponse contenant l'erreur « point d'application » sur le vecteur accélération .....	78
Figure 2-8 – Exemple de réponse contenant l'erreur « point d'application hors courbe » sur le vecteur accélération.....	78
Figure 2-9 – Exemple de réponse contenant l'erreur « colinéaire » sur le vecteur accélération..	78
Figure 2-10 – Exemple de réponse contenant l'erreur « orthogonal » sur le vecteur accélération .....	79
Figure 2-11 – Exemple de réponse contenant l'erreur « écart tangente » sur le vecteur accélération .....	79
Figure 2-12 – Exemples de réponses contenant l'erreur « horizontale » sur le vecteur accélération .....	79
Figure 2-13 – Exemples de réponses contenant l'erreur « verticale » sur le vecteur accélération .....	79
Figure 2-14 – Dendrogramme .....	86
Figure 2-15 – Dendrogramme : groupes homogènes importants (encadrés en orange) et zones contenant plusieurs petits groupes homogènes (encadrées en bleu) .....	86

Figure 2-16 – Dendrogramme : réponses dans lesquelles le vecteur position est tracé (cadre de gauche) et réponses dans lesquelles il n'est pas tracé (cadre de droite).....	86
---	----

### Chapitre 3

Figure 3-1 – Situation physique et repère, axe vertical dirigé vers le haut .....	111
Figure 3-2 – Situation physique et repère, axe vertical dirigé vers le bas.....	111
Figure 3-3 – Trajectoire du mouvement, axe vertical dirigé vers le haut.....	111
Figure 3-4 – Trajectoire du mouvement, axe vertical dirigé vers le bas.....	111
Figure 3-5 – Tracé du vecteur variation de vitesse et de cinq vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers .....	124
Figure 3-6 – Composantes horizontale et verticale du vecteur variation de vitesse et de cinq vecteurs vitesse tracés à intervalles de temps réguliers .....	124
Figure 3-7 – Suivi, à l'aide de flèches, dans le tableau 3-5, des étapes de la méthode de résolution usuelle du mouvement de chute libre .....	128

### Chapitre 4

Figure 4-1 – Tracé du vecteur variation de vitesse et de cinq vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers .....	134
Figure 4-2 – Vecteurs vitesse tracés dans GeoGebra à partir de l'exploitation d'une vidéo.....	140
Figure 4-3 – Vecteurs vitesse tracés dans GeoGebra reproduisant six vecteurs de la figure 4-2.....	141
Figure 4-4 – Tracés apparaissant dans la fiche 1 (1re expérimentation).....	148
Figure 4-5 – Tracé apparaissant dans la fiche 6 (1re expérimentation).....	151
Figure 4-6 – Tracé apparaissant dans la fiche 7 (1re expérimentation).....	153
Figure 4-7 – Indications apparaissant dans le document 5 (2e expérimentation).....	161
Figure 4-8 – Tracé apparaissant dans la fiche 1 page 1 (2e expérimentation) .....	164
Figure 4-9 – Tracé apparaissant dans la fiche 1bis page 2 (2e expérimentation) .....	166
Figure 4-10 – Tracé apparaissant sur la fiche 7 page 3 (2e expérimentation).....	167
Figure 4-11 – Tracé apparaissant sur la fiche 3 page 3 (2e expérimentation).....	167
Figure 4-12 – Enchaînement des procédures pour l'étude d'un mouvement donné .....	172
Figure 4-13 – Vecteurs vitesse tracés dans GeoGebra reproduisant huit vecteurs de la figure 4-2 placés dans le désordre .....	174
Figure 4-14 – Profil de vecteurs vitesse ; les curseurs permettent de faire varier les composantes du vecteur vitesse initiale.....	175

Figure 4-15 – Trajectoire parabolique, vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers et profil de vecteurs vitesse .....	177
Figure 4-16 – Trajectoire circulaire, vecteurs vitesse à intervalles de temps réguliers et profil de vecteurs vitesse .....	177
Figure 4-17 – Tracé apparaissant dans la fiche 2 (fiche réponses « Plan incliné »).....	190
Figure 4-18 – Tracé apparaissant dans la fiche 1 (fiche réponses « Plan incliné »).....	190
Figure 4-19 – Tracé apparaissant dans la fiche 34 (fiche réponses « Plan incliné »).....	191

# Table des tableaux

## Chapitre 1

Tableau 1-1 – Liste des manuels.....	27
Tableau 1-2 – Comparaison du contenu des programmes de physique de Terminale par date et par section.....	31
Tableau 1-3 – Contenus abordés dans les manuels scolaires à l'étude .....	33
Tableau 1-4– Ordre de présentation des contenus et articulation entre chute des corps et lois de la dynamique.....	36
Tableau 1-5 – Lois de la chute des corps.....	45
Tableau 1-6 – Chute des corps avec vitesse initiale verticale.....	47
Tableau 1-7 – Mouvement dans la direction de la force ou de chute verticale .....	49
Tableau 1-8 – Mouvement d'un projectile.....	51

## Chapitre 2

Tableau 2-1 – Comparaison des programmes de physique du lycée (série scientifique) en mécanique.....	59
Tableau 2-2 – Organisations praxéologiques incluses dans la question posée aux étudiants.....	69
Tableau 2-3 – Nombre de copies en fonction du nombre et du type de vecteurs tracés .....	71
Tableau 2-4 – Nombre de copies en fonction du type de vecteur tracé (total : 421 copies) .....	73
Tableau 2-5 – Nombre de copies en fonction de l'erreur commise sur le tracé du vecteur position .....	75
Tableau 2-6 – Nombre de copies en fonction de l'erreur commise sur le tracé du vecteur vitesse .....	77
Tableau 2-7 – Nombre de copies en fonction de l'erreur commise sur le tracé du vecteur accélération .....	80
Tableau 2-8 – Organisations praxéologiques effectives correspondant aux erreurs les plus fréquentes .....	82
Tableau 2-9 – Ensemble des codages possibles pour le vecteur position.....	85
Tableau 2-10 – Exemples de réponses avec leur codage correspondant .....	85
Tableau 2-11 – Exemples de profils de réponses .....	87
Tableau 2-12 – Profils de réponses des groupes encadrés dans le dendrogramme (figure 2-15). Les groupes respectent le même ordre de gauche à droite.....	90

Tableau 2-13 – Profils de réponses des groupes du deuxième classement dans l'ordre de lecture du dendrogramme de gauche à droite .....	92
Tableau 2-14 – Groupes du deuxième classement avec indication de deux groupes inclus dans la réunion des groupes N et O.....	93
Tableau 2-15 – Profils de réponses des groupes encadrés dans le dendrogramme (figure 2-16)94	

### Chapitre 3

Tableau 3-1 – Comparaison de la trajectoire d'un mobile en chute libre pour deux orientations différentes de l'axe vertical.....	111
Tableau 3-2 – Évolution de la vitesse d'une balle pour trois différents mouvements de chute libre .....	115
Tableau 3-3 – Evolution de la vitesse d'une balle représentée dans le formalisme algébrique et le formalisme vectoriel, pour trois différents mouvements de chute libre.....	118
Tableau 3-4 – L'accélération du mouvement de chute libre dans différents registres de représentation.....	122
Tableau 3-5 – Obtention de la trajectoire du mouvement dans les différents registres de représentation sémiotique.....	125

### Chapitre 4

Tableau 4-1 – Analyse des tâches à partir du protocole de la séquence.....	143
Tableau 4-2 – Données recueillies : fiches réponses « Prévisions » (1re expérimentation) .....	146
Tableau 4-3 – Éléments d'explication de la règle, dans les fiches 1 à 4 (1re expérimentation)..	150
Tableau 4-4 – Éléments d'explication de la règle, dans les fiches 5 à 7 (1re expérimentation)..	152
Tableau 4-5 – Données recueillies : fiches réponses « Prévisions » (2e expérimentation) .....	158
Tableau 4-6 – Données recueillies : fiche réponses « Profils » page 1 (2e expérimentation).....	164
Tableau 4-7 – Données recueillies : fiche réponses « Profils » page 2 (2e expérimentation).....	165
Tableau 4-8 – Données recueillies : fiche réponses « Profils » page 3 (2e expérimentation).....	166
Tableau 4-9 – Déroulement des séances : tâches attendues et hypothèses pour chaque phase	179
Tableau 4-10 – Données recueillies : fiches réponses « Prévisions ».....	181
Tableau 4-11 – Données recueillies : fiches réponses « Profils 1sur2 » et « Profils 2sur2 » .....	185
Tableau 4-12 – Données recueillies : fiches réponses « Un vecteur ».....	187
Tableau 4-13 – Données recueillies : fiches réponses « Mouvement parabolique ».....	188
Tableau 4-14 – Données recueillies : fiches réponses « Plan incliné » .....	191
Tableau 4-15 – Données recueillies : fiches réponses « Mouvement rectiligne uniforme ».....	192

# Références

- Aménagement du programme de physique-chimie, (2017). *Bulletin Officiel n°18 du 4 Mai 2017*.
- Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. *Recherches En Didactique Des Mathématiques*, 9(3), 281–308.
- Ba, C. (2007). *Etude épistémologique et didactique de l'utilisation des vecteurs en physique et en mathématiques*. Thèse de doctorat. Université Claude Bernard-Lyon 1 et Université Cheikh Anta Diop-Dakar.
- Brousseau, G. (1998). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. In *La théorie des situations didactiques*.
- Buick, J. M. (2007). Investigating the correlation between mathematical pre-knowledge and learning gains in service physics. *European Journal of Physics*, 28(6), 1073. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/28/6/004>
- Chartrand, S.-G. (2009). Compétences à mobiliser pour la compréhension et l'interprétation de manuels d'histoire du secondaire au Québec. *Revue Des Sciences de L'éducation*. <https://doi.org/10.7202/038728ar>
- Chassagny, M. (1904). *Cours élémentaire de physique*. Paris : Hachette.
- Chevallard, Y. (1998). Analyse des pratiques enseignantes et didactique des mathématiques: l'approche anthropologique. *Actes de l'École D'été de La Rochelle*.
- Chevallard, Y. (1999). L'analyse des pratiques enseignantes en théorie anthropologique du didactique. *RDM*, 19(2), 221-226.
- Commissaire, H. (1930). *Leçons de mécanique*. Paris : Masson et Cie.
- de Hosson, C., Décamp, N., & Browaey, J. (2015). Contribution à la rénovation des programmes de physique (lycée/collège) - La nécessaire place des mathématiques dans l'enseignement de la physique. *BUP*, 109.
- De Landsheere, G. (1992). *Dictionnaire de l'évaluation et de la recherche en éducation*. PUF-Presses Universitaires de France.
- Desbats, J. (1947). *Mécanique, classe de mathématiques élémentaires*. Paris: Les éditions de l'école.
- Develay, M. (1993). Pour une épistémologie des savoirs scolaires. *Pédagogie Collégiale*, 7(1), 35-40.
- Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. In: *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* (Vol. 5, No. 1, pp. 37-65).
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine*. Bern: Lang.
- Duval, R. (2006). Du mot au concept conversion. *Le séminaire. Collection "Sciences de l'éducation"*. Grenoble: Presses universitaires de Grenoble.

- Einstein, A., & Infeld, L. (1956). *L'évolution des idées en physique*. Paris: Flammarion.
- Eurin, M., & Guimiot, H. (1953). *Physique, classe de mathématiques*. Paris: Hachette.
- Eurin, M., & Guimiot, H. (1956). *Sciences physiques*. Paris: Hachette.
- Eurin, M., & Guimiot, H. (1958). *Physique, classe de mathématiques*. Paris: Hachette.
- Faivre-Dupaigre, J., & Carimey, E. (1910). *Cours élémentaire de physique*. Paris: Masson.
- Faivre-Dupaigre, J., Carimey, E., & Lamirand, J. (1930). *Nouveau cours de physique élémentaire. Classe de philosophie*. Paris: Masson et Cie.
- Faivre-Dupaigre, J., & Lamirand, J. (1914). *Cours de physique pour les classes de Mathématiques spéciales*. Paris: Masson.
- Faivre-Dupaigre, J., & Lamirand, J. (1934). *Nouveau cours de physique élémentaire*. Paris: Masson.
- Gabriel-Marie (frère des écoles chrétiennes). (1901). *Cours de physique pour la classe de mathématiques élémentaires : cours de sciences physiques et naturelles*. Tours: A. Mame et fils.
- Galilei, G. (1970). *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles*. Paris: Armand Colin.
- Genin, C., Michaud-Bonnet, J., & Pellet, A. (1987). Représentation des élèves en mathématiques et en physique sur les vecteurs et les grandeurs vectorielles lors de la transition collège-lycée. *Petit X, 14-15*, 39-63.
- Gispert, H., & Hulin, N. (2000). L'enseignement des mathématiques dans ses liens à d'autres disciplines, une perspective historique.
- Halliday, D., Resnick, R., & Walker, J. (2015). *Fundamentals of Physics*. Wiley (Vol. 1). <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Hudson, H. T., & Rottmann, R. M. (1981). Correlation between performance in physics and prior mathematics knowledge. *Journal of Research in Science Teaching*. <https://doi.org/10.1002/tea.3660180403>
- Hulin, N. (2010). *L'enseignement et les sciences*. Paris: L'Harmattan.
- Laborde, C. (1982). *Langue naturelle et écriture symbolique: deux codes en interaction dans l'enseignement mathématique*. Thèse de doctorat. Université scientifique et médicale de Grenoble.
- Lange, J.-M., & Victor, P. (2006). Didactique curriculaire et "éducation à... la santé, l'environnement et au développement durable" : quelles questions, quels repères ? *Didaskalia, 28*, 85-100.
- Lebeaume, J. (1999). *L'éducation technologique*. ESF éditeur.
- Lebeaume, J. (2011). L'éducation technologique au collège : un enseignement pour questionner la refondation du curriculum et les réorientations des disciplines. *Éducation et didactique, 5.2*, 7-22. <https://doi.org/10.4000/educationdidactique.1178>
- Leboutet, L. (1973). *L'enseignement de la physique*. Paris: P.U.F.
- Lebrun, J., Lenoir, Y., & Desjardins, J. (2004). Le manuel scolaire « réformé » ou le danger de

- l'illusion du changement : analyse de l'évolution des critères d'évaluation des manuels scolaires de l'enseignement primaire entre 1979 et 2001. *Revue Des Sciences de L'éducation*, 30(3), 509-533. <https://doi.org/10.7202/012080ar>
- Lebrun, J., & Niclot, D. (2009). Les manuels scolaires : réformes curriculaires, développement professionnel et apprentissages des élèves. *Revue Des Sciences de L'éducation*, 35(2), 7-14. <https://doi.org/10.7202/038726ar>
- Lemoine, J., & Vincent, G. (1929). *Cours élémentaire de physique*. Paris: Belin.
- Lemoine, J., & Vincent, G. (1930). *Cours élémentaire de physique*. Paris: Belin.
- Lenoir, Y., (2009). L'intervention éducative, un construit théorique pour analyser les pratiques d'enseignement. *Nouveaux Cahiers de La Recherche En Éducation*, 12(1), 9-29. <https://doi.org/10.7202/1017474ar>
- Lenoir, Y., Larose, F., Deaudelin, C., Kalubi, J., & Roy, G. (2002). L'intervention éducative: clarifications conceptuelles et enjeux sociaux. Pour une reconceptualisation des pratiques d'intervention en enseignement et en. *Esprit Critique, Revue de Sociologie et Des Sciences Sociales*, 4(4), 7-22.
- Lounis, A. (1989). *L'introduction aux modèles vectoriels en physique et en mathématiques : conceptions et difficultés des élèves, essai de remédiation*. Thèse de doctorat. Université Aix-Marseille I.
- Mach, E. (1904). *La mécanique : exposé historique et critique de son développement*. Paris: Hermann.
- Maillard, R., & Millet, A. (1955). *Mécanique*. Paris: Hachette.
- Malafosse, D., Lerouge, A., & Dusseau, J. (2001). Notions de registre et de cadre de rationalité en inter-didactique des mathématiques et de la physique. *Trema*, 18, 49-60. <https://doi.org/10.4000/trema.1629>
- Malgrange, J. L., Saltiel, E., & Viennot, L. (1973). Vecteurs, scalaires et grandeurs physiques. *Bulletin SFP*.
- Martinand, J.-L. (2003). L'éducation technologique en France. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*. <https://doi.org/https://doi.org/10.1080/14926150309556554>
- Martinand, J.-L. (2014). Point de vue V-Didactique des sciences et techniques, didactique du curriculum. *Éducation Et Didactique*, 8(1), 66-76. [http://www.cairn.info/article.php?ID\\_ARTICLE=EDDI\\_081\\_0065](http://www.cairn.info/article.php?ID_ARTICLE=EDDI_081_0065)
- McCloskey, M. (1983). Intuitive physics. *Scientific American*, 122-131.
- Meltzer, D. E. (2002). The relationship between mathematics preparation and conceptual learning gains in physics: A possible "hidden variable" in diagnostic pretest scores. *American Journal of Physics*, 70(12), 1259-1268. <https://doi.org/10.1119/1.1514215>

- Perrin-Glorian, M.-J., & Bellemain, P. M. B. (2016). L'ingénierie didactique entre recherche et ressource pour l'enseignement et la formation des maîtres. In *I Seminario Latino-Americano de Didactica da Matematica-LADIMA* (pp. 1–51).
- Physique-chimie. Classe de Première, série scientifique. (2000). *Bulletin Officiel n°7 Du 31 Août 2000*.
- Physique-chimie. Classe de Première de la série scientifique. (2010). *Bulletin Officiel Spécial n°9 Du 30 Septembre 2010*.
- Physique-chimie. Classe de Seconde générale et technologique. (2001). *Bulletin Officiel n°2 Du 30 Octobre 2001*.
- Programme de l'enseignement de physique-chimie en classe terminale de la série scientifique. (2001). *Bulletin Officiel n°4 Du 30 Août 2001*.
- Programme de l'enseignement spécifique de physique-chimie. Classe terminale de la série scientifique. (2011). *Bulletin Officiel Spécial n°8 Du 13 Octobre 2011*.
- Programme de physique-chimie en classe de Seconde générale et technologique. (2010). *Bulletin Officiel Spécial n°4 Du 29 Avril 2010*.
- Rey, B. (2001). Manuels scolaires et dispositifs didactiques. In *Le manuel scolaire et l'intervention éducative: Regards critiques sur ses apports et ses limites* (DRP, pp. 25–40). Sherbrook.
- Rogalski, M. (2006). Mise en équation différentielle et mesure des grandeurs. *Repères-IREM*, 64, 27–48.
- Siu, M.-K. (2011). Harmonies in Nature: A Dialogue between Mathematics and Physics. In *Recent developments on introducing a historical dimension in mathematics education*.
- Swan, M. (2014). Design Research in Mathematics Education. In *Lerman S. Encyclopedia of mathematics Education*. Springer, Dordrecht. <https://doi.org/https://doi.org/10.1007/978-94-007-4978-8>
- Une réunion de professeurs. (1943). *Cours de mécanique*. Paris: A. Mame et fils.
- Viennot, L. (1978). Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire. *Revue Française de Pédagogie*, 45, 16–24.
- Viennot, L. (1985). Grandeurs et relations algébriques : pratiques courante des étudiants en physique. *Petit X*, 9, 29–39.
- Viennot, L. (1996). *Raisonnement en physique*. De Boeck Supérieur.

# **Annexes**

**Hors annexes consultables en ligne**

# Table des matières

<b>Chapitre 2</b> .....	<b>3</b>
Intégralité de l'énoncé du problème soumis aux étudiants .....	4
<b>Chapitre 4</b> .....	<b>7</b>
Fiche réponses « Prévisions » .....	8
Document papier correspondant à la figure 2 .....	9
Fiche réponses « Profils » .....	10
<b>Chapitre 5</b> .....	<b>12</b>
Fiche réponses « Prévisions » .....	13
Fiche réponses « Règle » .....	14
Fiche réponses « Profils 1sur2 » .....	15
Fiche réponses « Profils 2sur2 » .....	16
Fiche réponses « Un vecteur » .....	17
Fiche réponses « Mouvement parabolique » .....	18
Fiche réponses « Plan incliné » .....	19
Fiche réponses « Mouvement rectiligne uniforme » .....	20
Enregistrement 1 : phase de recherche, dans la première séance .....	21
Enregistrement 2 : phase d'application de la règle, dans la première séance .....	26
Enregistrement 3 : phase de tracé d'un vecteur vitesse quelconque, dans la deuxième séance .....	31
Enregistrement 4 : phase d'interprétation de mouvements, dans la deuxième séance ...	34

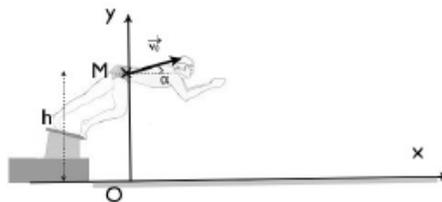
# Chapitre 2

## Intégralité de l'énoncé du problème soumis aux étudiants

### 2 Top départ pour Florent Manaudou (10,5 points)



1 - Plongeon de Florent Manaudou depuis son plot de départ



2 - Position du point M à l'instant  $t=0$

On s'intéresse dans ce problème au plongeon du nageur Florent Manaudou lorsqu'il prend le départ d'une course. On traitera pour ces deux parties son mouvement global comme étant ramené à celui de son centre de masse  $M$  (mouvement d'un point) auquel sera associé la masse  $m$  du nageur.

*indications éventuellement utiles* : Florent Manaudou pèse  $m = 99$  kg et mesure 1,99 m. Il est champion du monde du 50 m nage libre en 21,19 s.  
formulaire de trigonométrie :  $\cos \frac{\pi}{12} \simeq 0,97$  ;  $\sin \frac{\pi}{12} \simeq \frac{1}{4}$

#### 1 - Première étude du plongeon

Florent Manaudou est juché sur son plot de départ. Son centre de masse est situé à  $h = 1,40$  m de la surface de l'eau de la piscine à l'instant où il prend le départ (que

vous choisirez comme origine des temps). Vous prendrez comme origine des coordonnées d'espace un point à la surface de l'eau se situant à la verticale de cette position du point  $M$  à  $t = 0$ .

A l'instant du départ, Florent Manaudou se donne une impulsion depuis le plot. Cela correspond à donner au point  $M$  une vitesse initiale de norme  $v_0$  égale à 6 m/s avec un angle d'inclinaison  $\alpha = 15^\circ$  avec l'horizontale. Cette vitesse est orientée vers le haut (cf schéma 2).

*On fait une première étude en négligeant les frottements de l'air s'appliquant au nageur au cours de son plongeon.*

- (0,5) 1. Faire un bilan des forces appliquées sur le nageur durant cette première phase où il est dans l'air. En déduire l'expression des composantes de l'accélération du point  $M$ ,  $\vec{a}(t)$ . Comment qualifieriez vous ce mouvement ?

**Solution:**  $\vec{P}$  son poids. Les forces de frottement sont négligées ici.

PFD :

$$\Sigma \vec{F} = m \vec{a}$$

On en déduit :

$$a_x = 0$$

$$a_y = -g$$

Avec  $g$  valeur de la norme de l'accélération de la pesanteur. C'est un mouvement uniformément accéléré (on peut à la rigueur accepter chute libre sans frottements mais j'attendais uniformément accéléré)

- (1) 2. Retrouver l'expression des composantes du vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  ainsi que les composantes  $x(t)$  et  $y(t)$  du vecteur position.

**Solution:**

$$\begin{aligned}v_x &= v_0 \cos \alpha \\v_y &= -gt + v_0 \sin \alpha \\x &= (v_0 \cos \alpha)t \\y &= -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + h\end{aligned}$$

- (0,5) 3. Donner l'expression du vecteur position  $\vec{OM}$ .

**Solution:**

$$\begin{aligned}\vec{OM} &= x\vec{u}_x + y\vec{u}_y \\ \vec{OM} &= (v_0 \cos \alpha)t\vec{u}_x + \left[-\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin \alpha)t + h\right]\vec{u}_y\end{aligned}$$

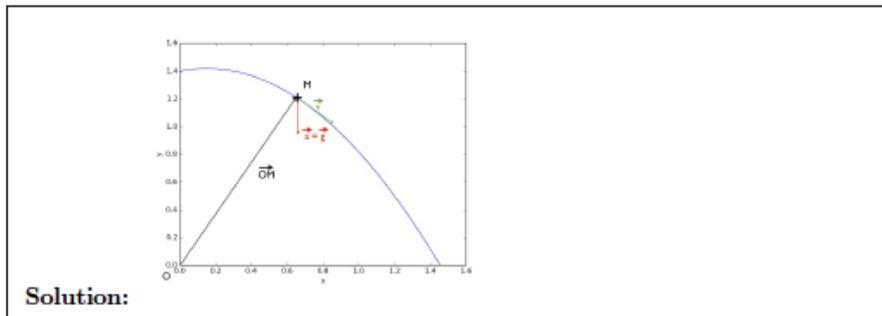
- (1) 4. Dédurre de la question précédente l'équation de la trajectoire de Florent Manaudou (ou plutôt celle de son centre de masse). Quelle est la dénomination mathématique de cette trajectoire ?

**Solution:**

$$\begin{aligned}t &= \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \\ y &= -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + x \tan \alpha + h\end{aligned}$$

C'est l'équation d'une parabole.

- (1) 5. Faire un schéma donnant une allure de la trajectoire du point  $M$ . Pour un instant  $t$  choisi un peu après le départ faire apparaître les vecteurs position, vitesse et accélération.



**Solution:**

- (1,5) 6. Le plongeon de chaque nageur détermine les valeurs optimales de sa vitesse et de son angle de pénétration dans l'eau. Dans le cas précis de Florent Manaudou, l'entrée dans l'eau se fait à la vitesse  $\vec{v}_1 = \vec{v}(t_1)$ . Donner l'expression du temps  $t_1$  correspondant au moment où le nageur (le point  $M$ ) pénètre dans l'eau. Le calculer en faisant les approximations que vous jugerez nécessaires.

**Solution:** Quand il entre dans l'eau  $y = 0$ . On a donc :

$$-\frac{1}{2}gt_1^2 + (v_0 \sin \alpha)t_1 + h = 0$$

$$\Delta = (v_0 \sin \alpha)^2 + 2gh$$

$$t_1 = \frac{-v_0 \sin \alpha \pm \sqrt{\Delta}}{-g}$$

La résolution de cette équation donne une seule solution positive :

$$t_1 = \frac{-v_0 \sin \alpha - \sqrt{\Delta}}{-g}$$

$$t_1 \simeq 0,7 \text{ s}$$

- (0,5) 7. Donner une expression de la norme de la vitesse,  $v_1$ , du nageur lorsque celui-ci pénètre dans l'eau.

**Solution:**

$$v_1 = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (v_0 \sin \alpha - gt_1)^2}$$

$$v_1 \simeq \sqrt{64} = 8$$

(pas demandé, on ne demandait que l'expression de  $v_1$ )

- (0,5) 8. Donner l'expression de l'angle d'inclinaison  $\beta$  que fait  $\vec{v}_1$  avec la surface de l'eau, supposée horizontale.

**Solution:**

$$\tan \beta = \frac{v_{1,y}}{v_{1,x}} = \frac{v_0 \sin \alpha - gt_1}{v_0 \cos \alpha}$$

$$\beta = \arctan\left(\frac{v_0 \sin \alpha - gt_1}{v_0 \cos \alpha}\right)$$

# Chapitre 4

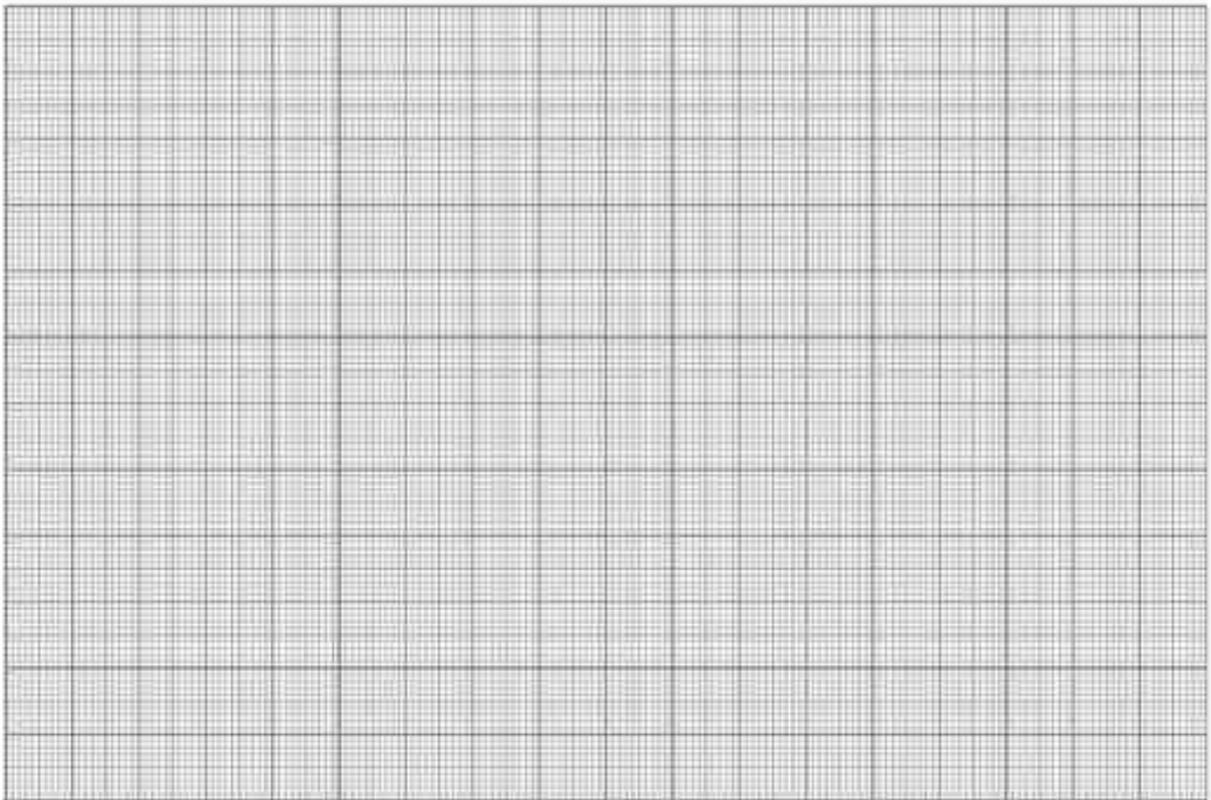
## Fiche réponses « Prévisions »

La trajectoire d'un objet lancé est tracée ci-dessous.

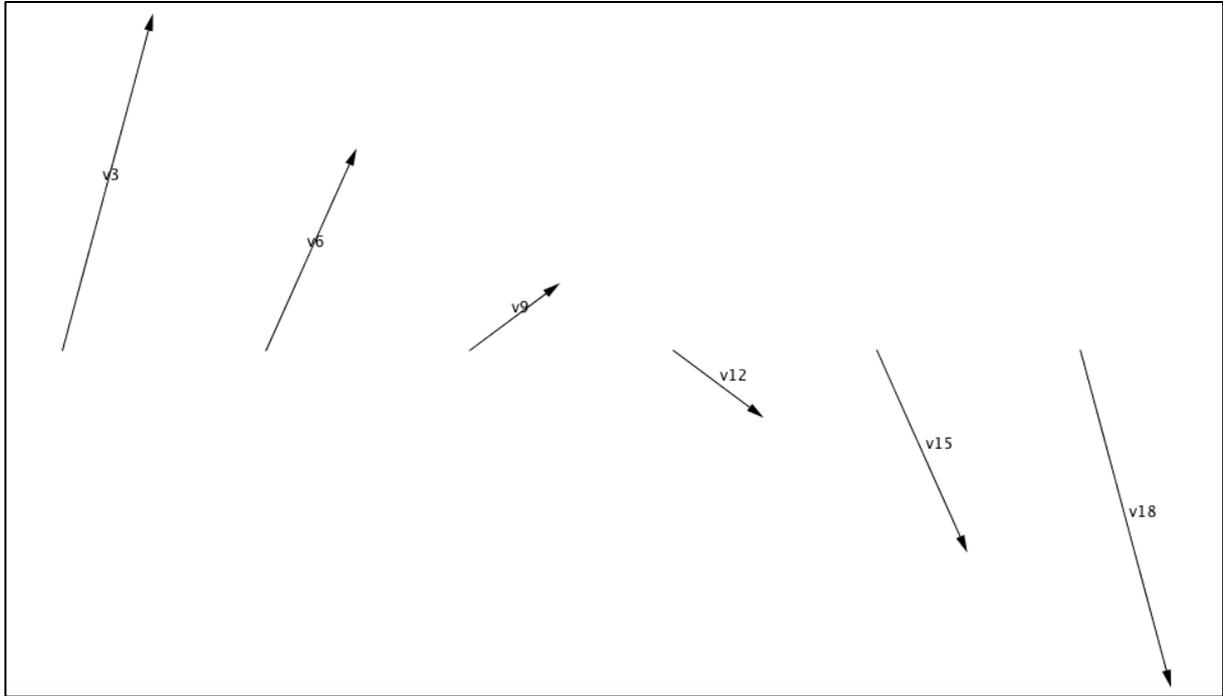
On repère 6 positions sur la courbe, qui correspondent à la position du système à intervalle de temps régulier.



*Tracer, dans le cadre ci-dessous, les vecteurs vitesse du système pour chacune de ces 6 positions :*

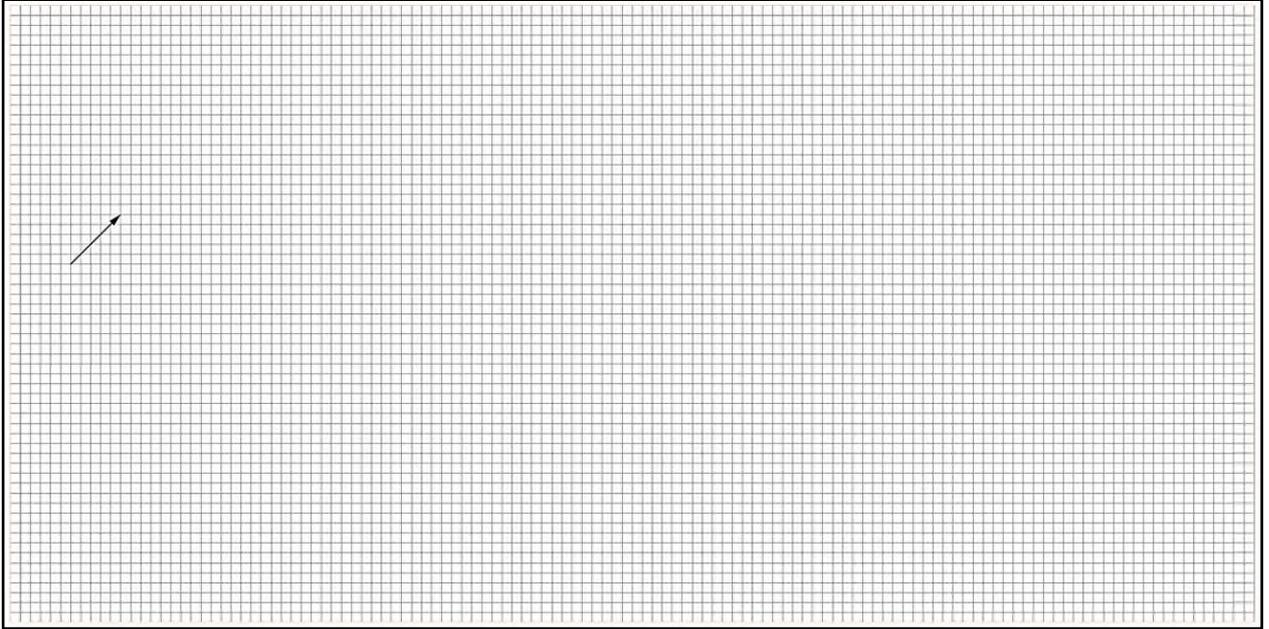


**Document papier correspondant à la figure 2**



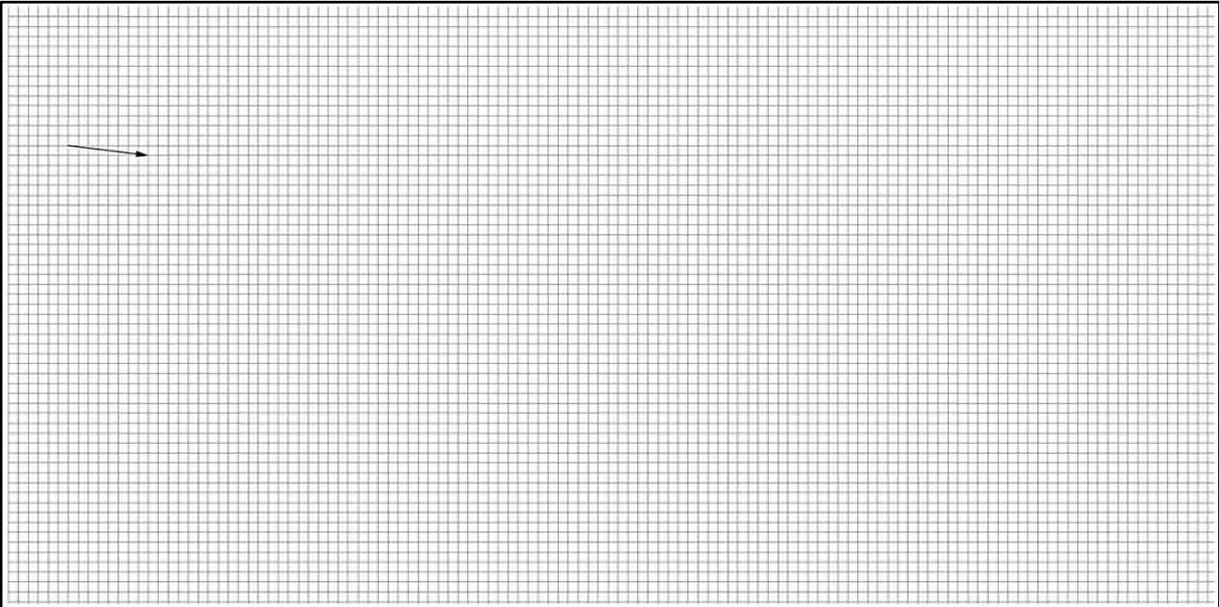
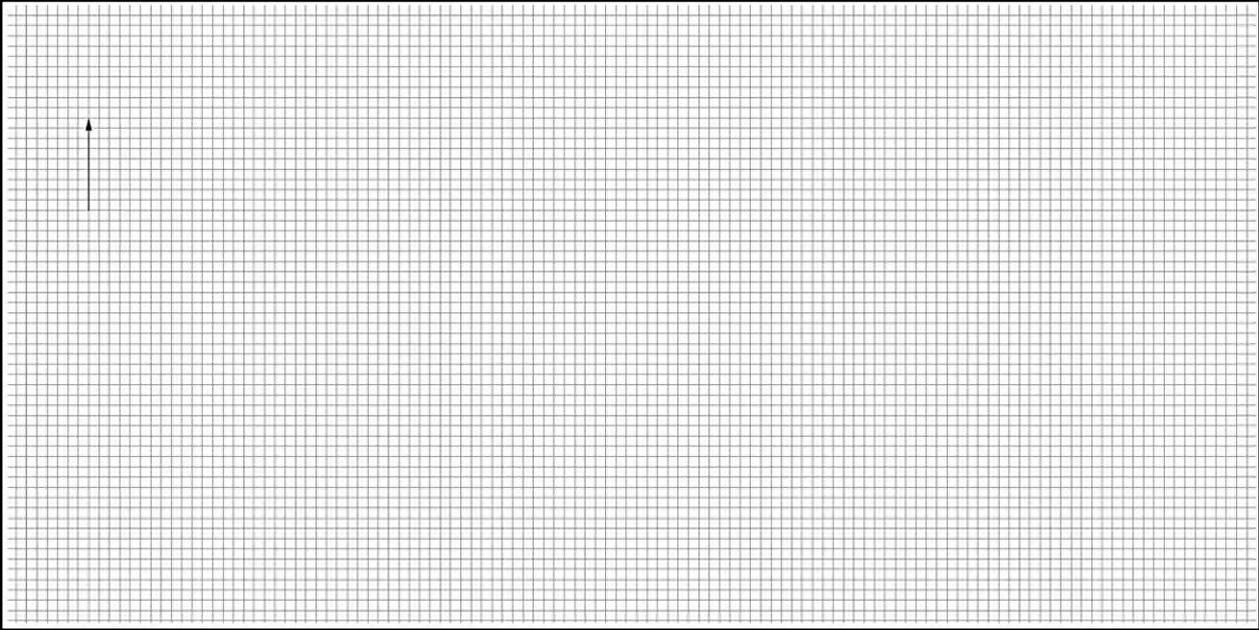
**Fiche réponses « Profils »**

**Page 1**



**Page 2**



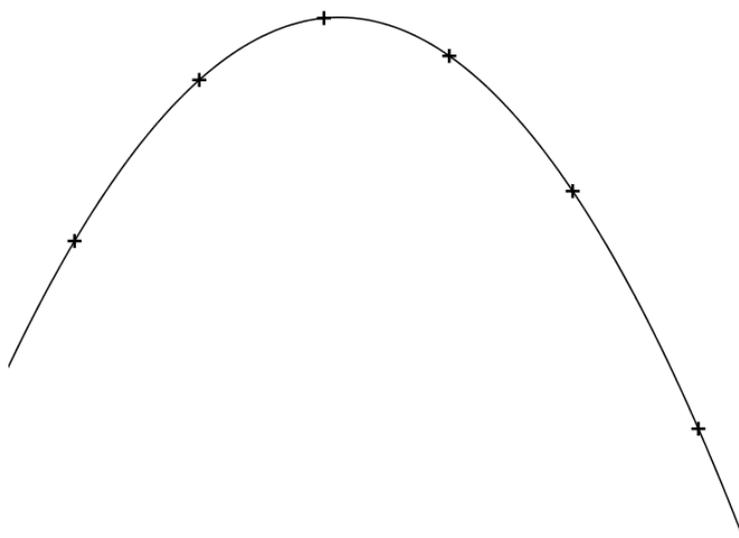


# Chapitre 5

## Fiche réponses « Prévisions »

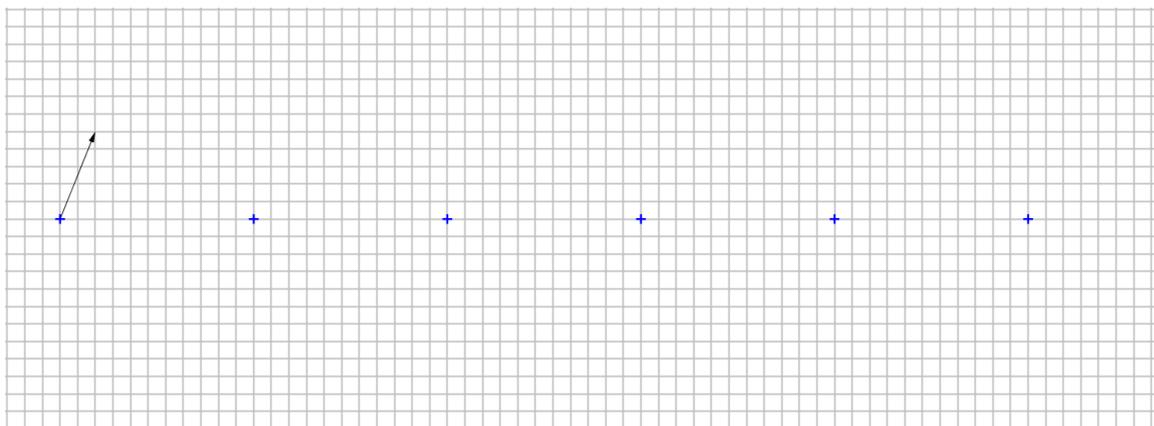
La trajectoire d'un objet lancé est tracée ci-dessous.

On repère 6 positions sur la courbe, qui correspondent à la position de l'objet à intervalle de temps régulier.



Dans le cadre ci-dessous, le vecteur vitesse de l'objet pour la première position est tracé.

Tracer les vecteurs vitesse de l'objet pour les 5 autres positions (les points d'application sont indiqués) :



En quelques mots, justifier le tracé de ces vecteurs vitesse :

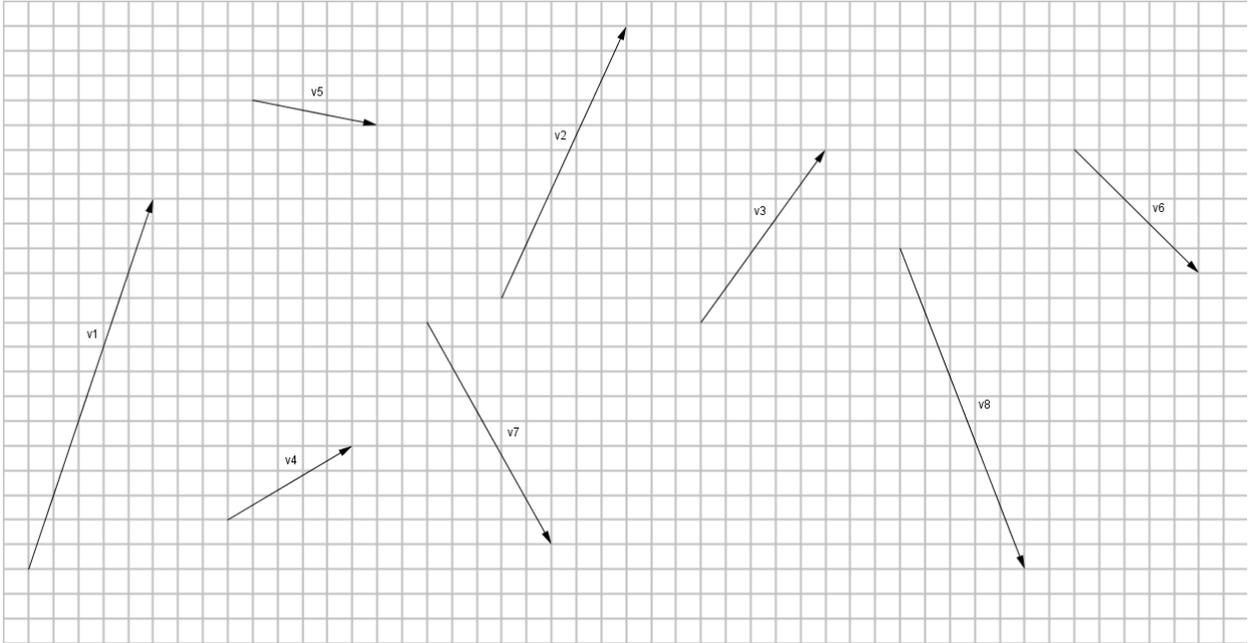
---

---

---

## Fiche réponses « Règle »

Un objet est lancé. On trace 8 vecteurs vitesse de cet objet à intervalle de temps régulier.  
On représente ces vecteurs, dans le désordre, dans le cadre ci-dessous :



*Enoncer la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse à l'autre :*

---

---

---

---

---

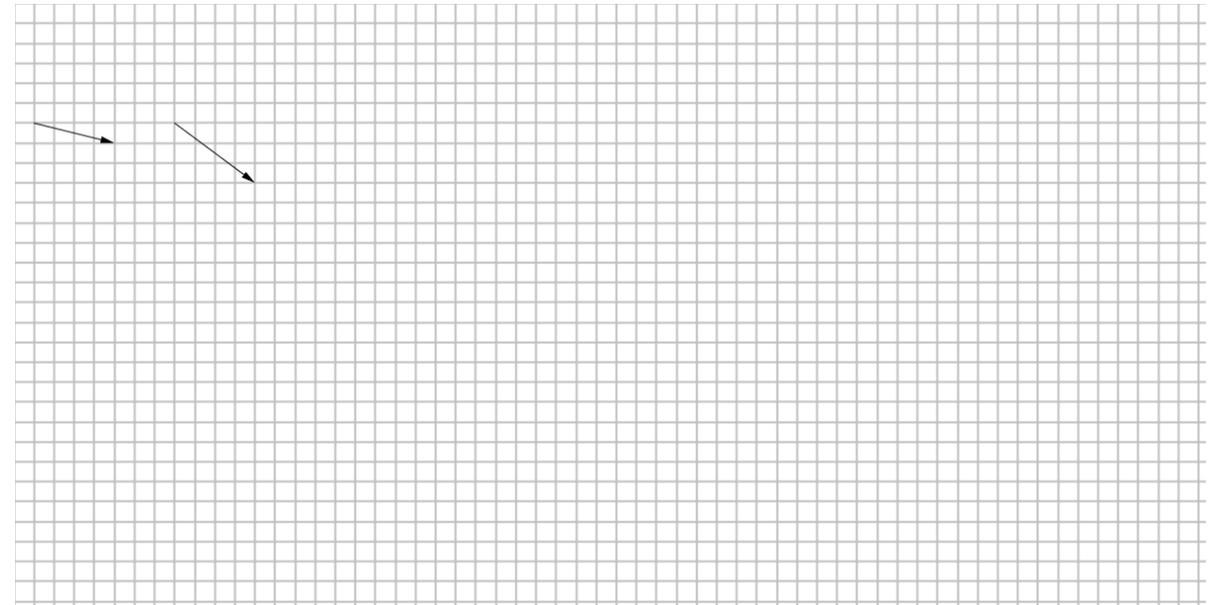
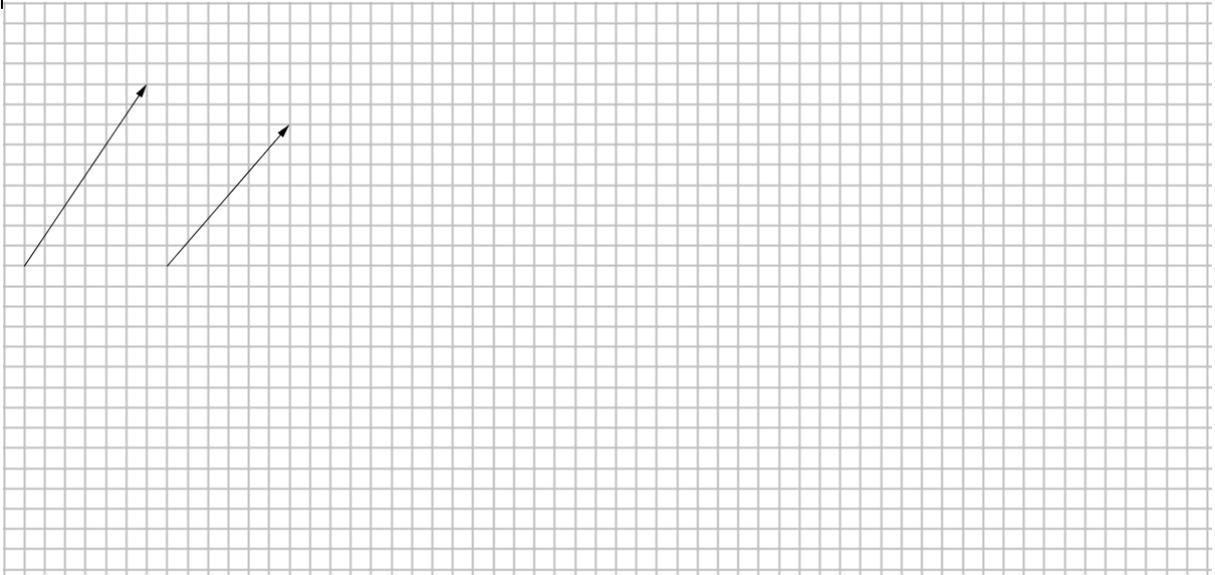
---

---

---

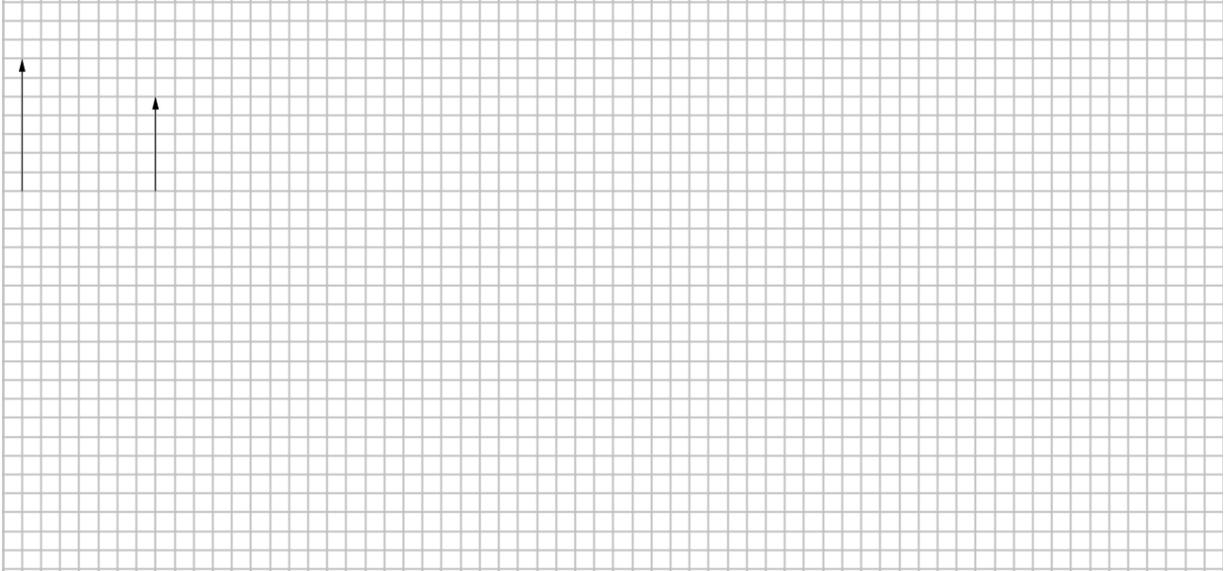
**Fiche réponses « Profils 1sur2 »**

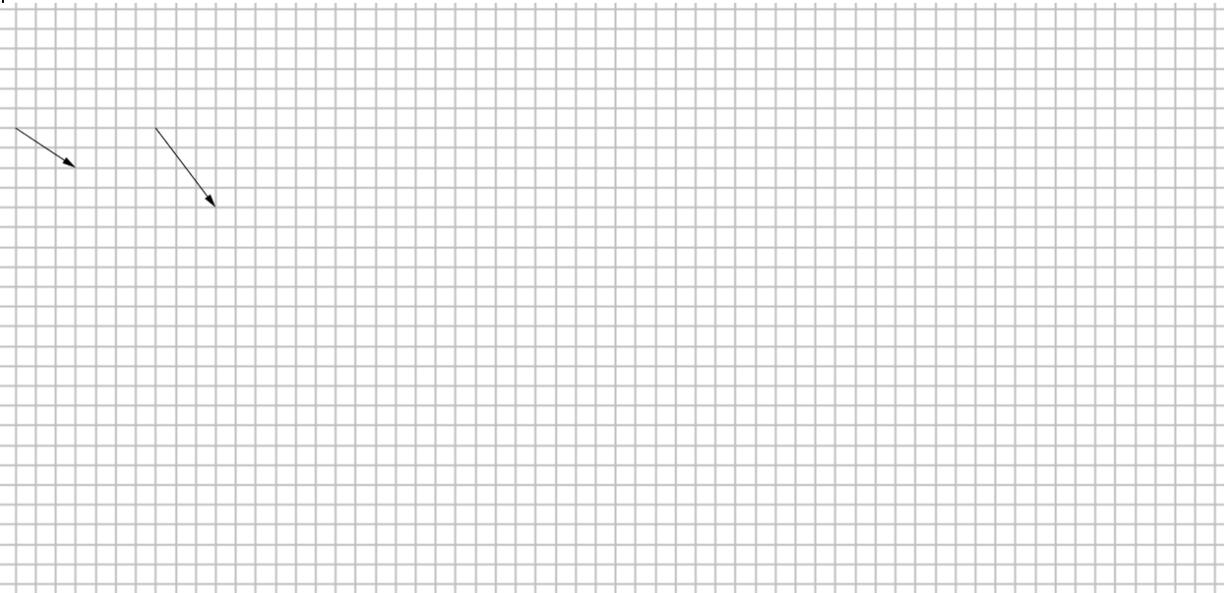
*Tracer les 4 vecteurs vitesse qui viennent à la suite des 2 premiers vecteurs vitesse déjà tracés.  
Faire apparaître les traits de construction et/ou expliquer la méthode employée.*



**Fiche réponses « Profils 2sur2 »**

*Tracer les 4 vecteurs vitesse qui viennent à la suite des 2 premiers vecteurs vitesse déjà tracés.  
Faire apparaître les traits de construction et/ou expliquer la méthode employée.*



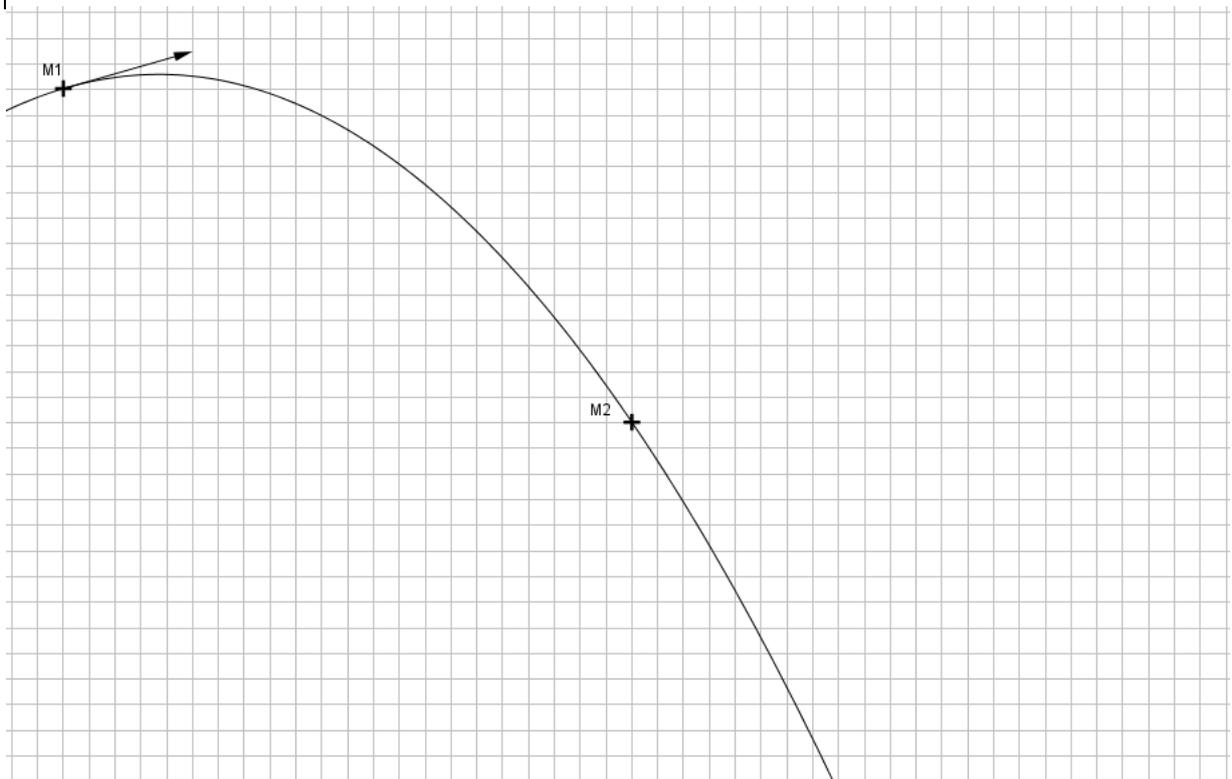




## Fiche réponses « Un vecteur »

La trajectoire d'un objet lancé est tracée ci-dessous.

Un vecteur vitesse est tracé au point  $M_1$ .

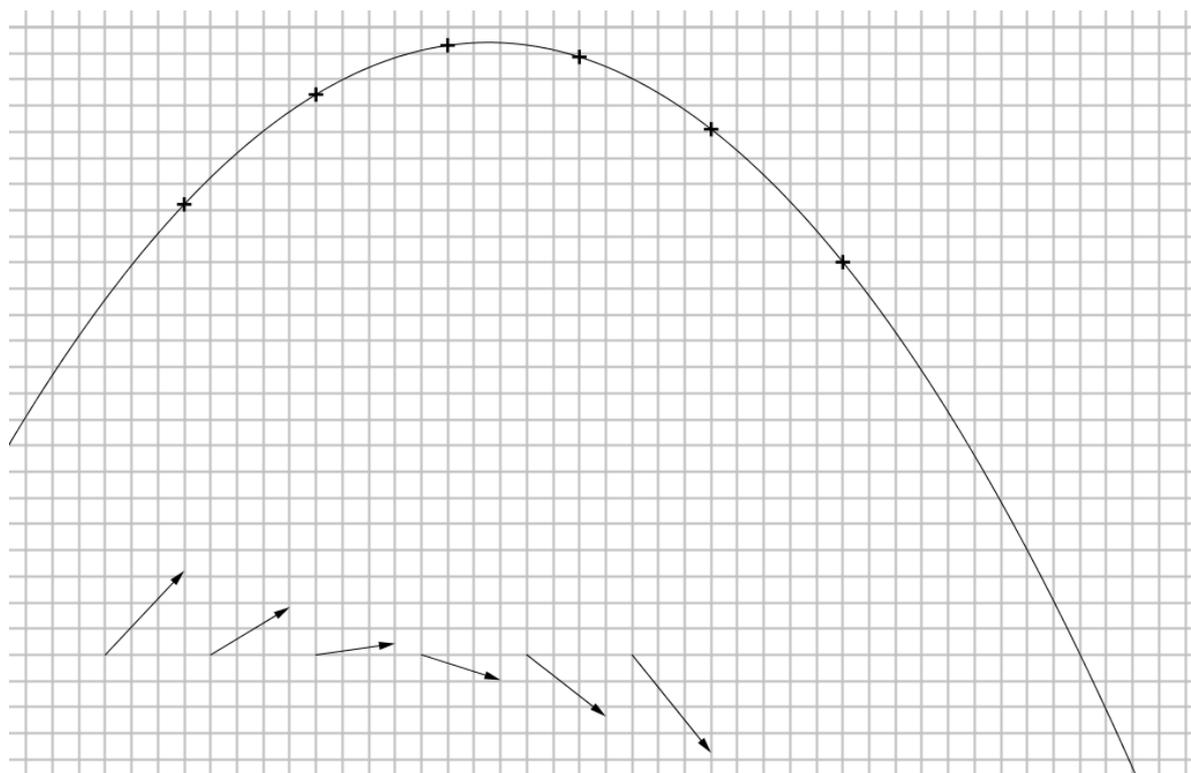
*Tracer le vecteur vitesse au point  $M_2$ . Faire apparaître les traits de construction et/ou expliquer la méthode employée.*




## Fiche réponses « Mouvement parabolique »

La trajectoire d'un objet lancé est tracée ci-dessous.

On repère 6 positions sur la courbe, qui correspondent à la position de l'objet à intervalle de temps régulier. Les vecteurs vitesse de l'objet pour chacune de ces positions sont tracés sous la trajectoire.

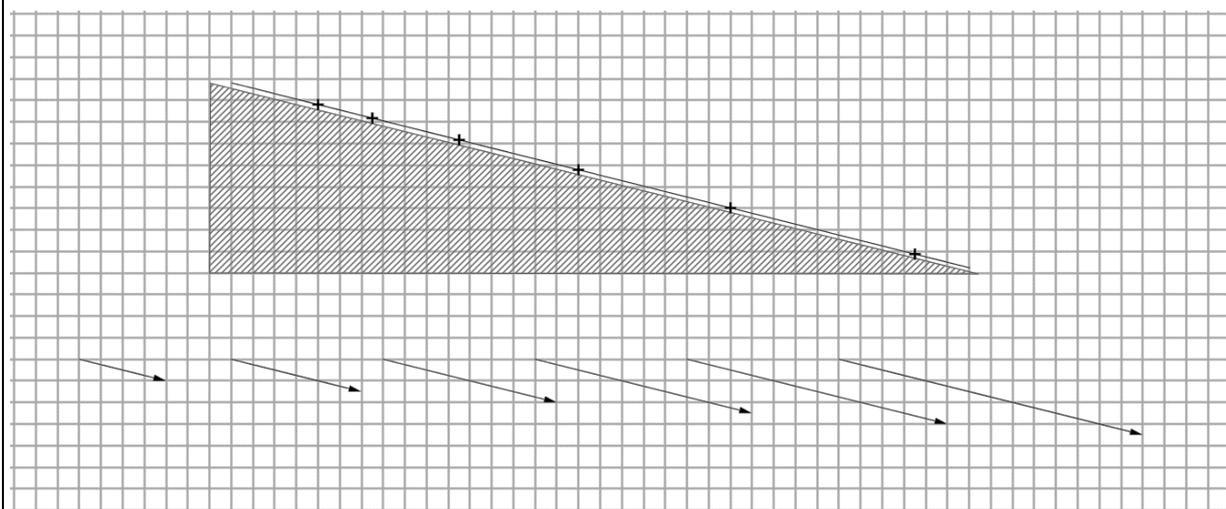


*Justifier le tracé des vecteurs vitesse.*

## Fiche réponses « Plan incliné »

La trajectoire d'un objet qui glisse sur un plan incliné est tracée ci-dessous.

On repère 6 positions sur la courbe, qui correspondent à la position de l'objet à intervalle de temps régulier. Les vecteurs vitesse de l'objet pour chacune de ces positions sont tracés sous la trajectoire.

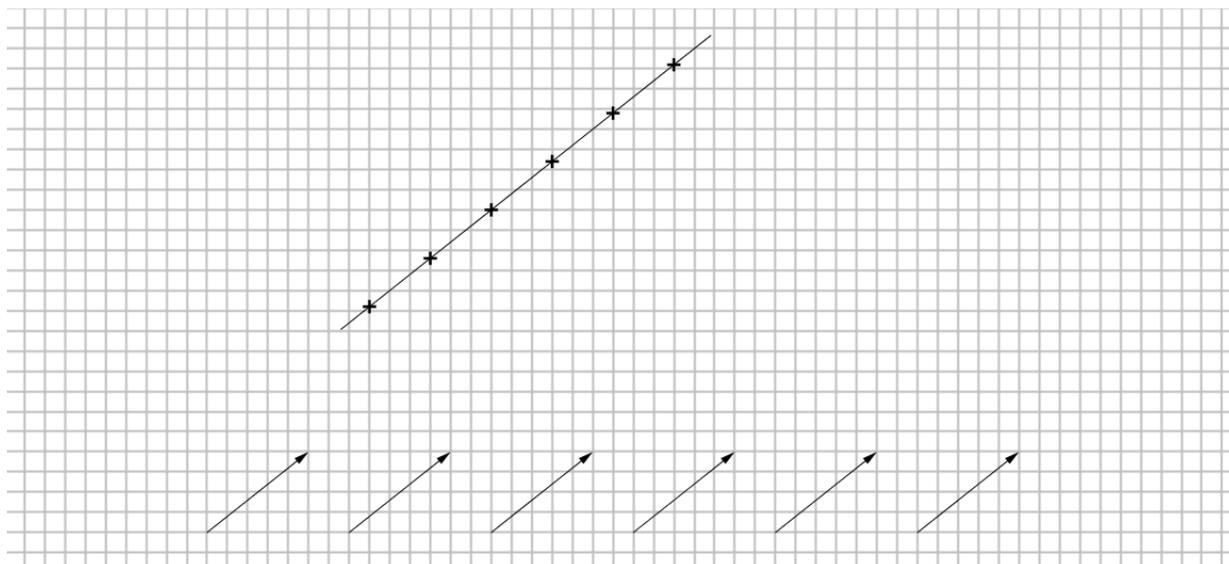


*Justifier le tracé des vecteurs vitesse.*

## Fiche réponses « Mouvement rectiligne uniforme »

La trajectoire d'un objet qui se déplace sur une table horizontale est tracée ci-dessous. La trajectoire est vue de dessus.

On repère 6 positions sur la courbe, qui correspondent à la position de l'objet à intervalle de temps régulier. Les vecteurs vitesse de l'objet pour chacune de ces positions sont tracés sous la trajectoire.



*Justifier le tracé des vecteurs vitesse.*

## Enregistrement 1 : phase de recherche, dans la première séance

*Eliott* : Faut la remettre dans l'ordre ?

*Clément* : Énoncer la règle permettant de passer d'un vecteur vitesse à l'autre. Ah ouais, c'est chaud ça.

*Eliott* : Un, deux, trois...

*Clément* : A chaque fois, l'angle il est réduit. L'angle avec le résultat, il réduit à chaque fois.

*Eliott* : Jusqu'à devenir négatif.

*Clément* : Ouais.

*Eliott* : Déjà on les numérote. Numéro un, numéro deux,  $v_1$ ,  $v_2$ ,  $v_3$ .

*Clément* : Ah oui ok, bien vu (rire).

*Eliott* : Comment on passe de  $v_1$  à ...

*Clément* : Déjà regarde, ça donne l'impression d'être ... là c'est un deux trois quatre cinq, cinq sur la longueur, un deux trois quatre cinq, cinq, un deux trois quatre cinq, un deux trois quatre cinq, la coordonnée en x c'est toujours 5. Ça veut dire, il va toujours à la même vitesse à l'horizontale. À la verticale...

*Eliott* : Ok, après cette question c'est bon.

*Clément* : La règle permettant de passer ... Regarde, comme cette longueur-là en fait elle varie je pense. Par rapport au centre.

*Clément* : Là il y a dix, attends un ...

*Eliott* : Onze du coup.

*Clément* : Sept, ça fait moins quatre.

*Eliott* :  $v_4$  est-ce que c'est trois ? Ouais. Est-ce que  $v_5$  c'est moins un du coup ? Après ça sera cinq. Donc moins cinq pour  $v_6$ . Un deux trois quatre cinq, ça marche bien ça. Moins neuf pour  $v_7$ . Ouais ça marche. Et là donc ça sera moins treize, un deux trois quatre cinq six sept huit neuf dix onze douze treize. Ouais c'est ça.

*Chercheuse* : Je vais peut-être le réexpliquer, en fait ce que j'entends par les consignes. Tout à l'heure, je vous ai montré qu'il y en avait vingt-quatre, on peut tracer autant de vecteurs vitesses qu'il y a d'images. Et puis en fait, ici j'ai simplifié il y en a plus que huit. Est-ce que tous ces vecteurs vitesse sont indépendants ? On pourrait tracer l'un sans connaître les autres, ou au contraire dès qu'on connaît l'un on peut tracer le suivant, et puis on peut tracer le suivant, autrement dit est-ce qu'il y a une règle qui permet de tracer un vecteur si on connaît le vecteur d'avant ? C'est ça qui est demandé. Donc ça vous demande un petit peu de rechercher en regardant chacun des vecteurs. La réponse ne peut pas se trouver en une fraction de seconde, il y a un petit peu de recherche en observant bien chacun.

*Eliott* : Ouais mais là c'est vachement spécifique à ce cas-là. Si on en connaît un, est-ce qu'on connaît les autres ? Le quatre, comment tu le connais ? Là on est sûrs qu'en x ils sont tous pareils.

*Clément* : Oui. Mais si on en a qu'un, on ne connaît pas ...

*Eliott* : Oui mais si on n'ajuste pas on ne pourra pas savoir.

*Clément* : Là c'est le quatre en fait, comment on sait qu'il faut retirer moins quatre. Comment on pourrait savoir ? Juste avec un, mettons on n'a que celui-là.

*Eliott* : Si on a une fonction, c'est toutes les dérivées. Déjà toutes les dérivées, elles ont les mêmes longueurs. Dans ce cas-là c'est enlever moins trois, enlever quatre pardon, enlever quatre comme [inaudible]

*Clément* : Par contre là on n'est plus très bien par rapport à tous les [inaudible]

*Eliott* : Si on les met tous au même point. Ça forme une ellipse.

*Clément* : Une ellipse ?

*Eliott* : Ouais. Non ?

*Clément* : Je ne sais pas.

*Eliott* : Si tu mets lui là, lui là, du coup ça fait tac comme ça, un truc comme ça.

*Clément* : Ouais ça fait une espèce de demi-cercle. Comment on pourrait l'énoncer. Parce que là, dans ce cas-là précis, ça le fait. Mais comment on arrive à la valeur quatre, comment on trouve ce qu'il faut enlever entre chaque truc ? Comment on peut faire ? Parce que là c'est simple, ça n'a rien à voir avec quatre. Déjà on peut écrire dans ce cas-là comment on fait. Du coup on écrit quoi ?

*Eliott* : Dans ce cas là ... euh ... au niveau de la longueur sur les abscisses c'est identique, c'est la même. On va mettre sur un axe horizontal. Sur l'axe horizontal, ça diminue de quatre, enfin ça change de quatre. Il y a une variation de quatre.

*Clément* : Attends parce que comment on peut dire. À défaut qu'on ait ce vecteur-là, pour tracer le suivant, on part d'un point. On prend cinq horizontalement. Un deux trois quatre cinq.

*Eliott* : Et on enlève quatre.

*Clément* : Cette valeur-là moins quatre. On la trace. Tac. On ferme le triangle. Et l'hypoténuse ...

*Eliott* :  $x + 4$ . Et  $y + 8$ . Ça fait  $y + 4$ .

*Clément* : Comment ça ?

*Eliott* : Ça est égal à  $4 + x$ . Donc du coup ... et  $x$  est égal à  $x$ . Du coup ...

*Clément* : Attend on va effacer ça, on va faire qu'une seule ligne parce que, une espèce de [inaudible] ou un truc comme ça. Genre prendre un point.

*Eliott* : Avec Pythagore.

*Clément* : Comment ça ?

*Eliott* : Pythagore on peut peut-être trouver un truc, non ?

*Clément* : Ça doit être un triangle rectangle.

*Eliott* : Ouais.

*Clément* : Du coup, après c'est avec la norme de vecteurs. Avec racine de truc au carré, tu sais ça c'est égal à la racine de ça au carré, plus ça au carré.

*Eliott* : Ben du coup, entre ça et ça il doit y avoir une différence. Parce que là si c'est moins quatre, du coup ça veut dire que celui-là il doit varier ... de ...

*Clément* : On va dire a, b. Donc ça, c'est égal à racine de  $a^2 + b^2$ . Ok ?

*Eliott* : Ouais.

*Clément* : Et ça c'est  $b - 4$ . Du coup  $(b-4)^2$ . Racine de  $a^2 + b^2$  c'est racine de ... [inaudible]

*Eliott* : Fais avec [inaudible] pour voir la différence entre les deux.

*Clément* : Du coup c'est à partir d'un point. On commence à partir d'un point. Ok, juste après on s'est décalés de cinq carreaux.

*Eliott* : Ouais.

*Clément* : À droite ?

*Eliott* : Droite.

*Clément* : Ben c'est là la droite ?

*Eliott* : Ben c'est une droite ...

*Clément* : Non la droite le côté (rire). Vers la droite euh ... ensuite ... On termine ou pas ? On pourra terminer après ?

*Chercheuse* : Vous allez le faire ensemble en fait. La fiche, elle se remplit, si on veut on peut essayer le logiciel.

*Clément* : Ok. C'est les mêmes trucs ? Ce n'est pas les mêmes que ça ?

*Eliott* : On y va ?

[Bruit de déplacements]

*Clément* : Alors toi, ce que tu voulais, c'est les mettre tous à partir du même point ? Voilà, ils sont tous sur une même droite.

*Eliott* : Ah ouais. C'est logique en même temps, puisqu'ils font tous cinq.

*Clément* : Ouais ouais, ben ça confirme juste ce qu'on se disait quoi. Et si tu regardes, chaque bout de flèche est espacé de quatre.

*Eliott* : Du coup ce n'est pas une ellipse.

*Clément* : Non pas trop, ça fait plus ... [inaudible] comme les cadrans solaires. Du coup ... partir d'un point, aller de cinq carreaux vers la droite. Après c'est quoi ?

*Eliott* : Après du coup à chaque fois tu descends de quatre.

*Clément* : Ouais c'est se déplacer verticalement de quatre carreaux de moins, c'est bizarre de se déplacer verticalement de quatre carreaux de moins que sur le vecteur précédent.

*Eliott* : Ouais c'est ça.

*Clément* : Je ne sais pas si c'est clair ... parce que tu vois tu ne peux pas dire remonter parce que là c'est redescendre.

*Eliott* : Là c'est de cinq carreaux vers la droite ... ben là tu dis ... faire varier le point ?

*Clément* : Non parce que là il faut dire qu'on n'a qu'un vecteur, quelle est la démarche à suivre pour avoir celui juste après. Vers la droite, du coup c'est ... comment on peut dire. Au lieu de moins quatre par rapport à celui d'avant.

*Chercheuse* : Oui, puisque de toute façon il s'agit bien de ça, il s'agit de prendre un vecteur et de savoir comment on construit le vecteur d'après. Parce que ce que vous êtes en train d'écrire, cela me semble bien, je vois que vous avez bien ...

*Clément* : On ne sait pas comment le dire en fait.

*Chercheuse* : Donc cinq carreaux vers la droite

*Clément* : Ça c'est comment dire se déplacer verticalement de quatre carreaux de moins que le précédent.

*Chercheuse* : Oui exactement, verticalement vers le bas.

*Clément* : Ben en fait ça peut être vers le bas ou vers le haut.

*Chercheuse* : Oui. Si on va de  $v_1$  à  $v_2$ . Si on a  $v_1$  et qu'on veut tracer  $v_2$  ?

*Clément* : Ah oui, ça peut être partir du bout ... ah oui ok.

*Chercheuse* : Je ne sais pas, j'essaye de vous ... Prenez peut-être un exemple si cela vous semble compliqué. Pour  $v_1$  il y a ceci cela, pour  $v_2$  il y a ceci cela.

*Clément* : Ok.

*Chercheuse* : Ça vous aide ou pas ?

*Clément* : Parce que là ce qu'on peut dire c'est, regarde, t'as le vecteur  $v_1$ , t'as son origine et l'endroit où il arrive, descendre de quatre par rapport à l'endroit où il arrive, et retourner vers l'origine pour tracer la droite de ce point-là jusqu'à l'origine, et c'est ton  $v_2$ . Et en gros tu retraces, enfin je ne sais pas si on peut redessiner. Je ne sais pas si on peut dessiner là-dessus. Mais en gros tu as ça, tu descends de quatre, tu reviens à l'origine du premier et ça te le donne.

*Eliott* : Ok. Vas-y.

*Clément* : Du coup il faut dire à partir du bout de ton vecteur. Faut l'écrire à l'envers. Voilà oui. Sinon passe-moi le stylo (rire).

*Eliott* : À partir du premier vecteur, partir vers la droite de quatre ou cinq ?

*Clément* : Non là c'est juste redescendre en fait.

*Eliott* : Descendre de quatre carreaux verticalement. Tac. Et après revenir de cinq pour avoir le point d'origine.

*Clément* : Après tu as plus simple c'est, là tu arrives à un point, tu relies ce point à l'origine du premier vecteur et ça te donne le vecteur. Là pour l'instant t'es là, et tu descends de quatre. Et donc ce que je dis c'est qu'à partir de ce point-là, tu relies l'origine du premier vecteur donc tu retournes jusqu'à là.

*Eliott* : Ok. Donc à partir de ce vecteur, descendre de quatre carreaux. Depuis ce point, tracer une droite qui passe par l'origine du vecteur. Du coup-là c'est quoi, c'est le segment. C'est quoi du coup ?

*Clément* : À partir du premier vecteur, descendre de quatre carreaux verticalement. On appelle quoi : A, B ? Un truc comme ça ?

*Eliott* : Pour les points ? Pour les points du bout ?

*Clément* : Pour qu'on s'y retrouve. Pour celui-là. À partir du premier vecteur, descendre de quatre carreaux verticalement, appelons ce point B. Depuis ce point B, tracer une droite qui passe par l'origine de ce vecteur.

## Enregistrement 2 : phase d'application de la règle, dans la première séance

*Eliott* : C'est la même chose et ça descend de deux. Vas-y on va compter. Tiens. C'est pareil. Et là on descend de deux je pense. Tiens vas-y tiens. Un deux trois quatre cinq six sept. Là ça descend de deux.

*Clément* : Et/ou expliquer la méthode employée.

*Eliott* : Ben vas-y. Pour le suivant on fait ça, ça. Tu veux faire à la main ?

*Clément* : Non (rire). Ouais j'ai ça.

*Eliott* : Pareil. Un deux trois quatre cinq six sept. Donc la deuxième est tracée. Je fais les deux points entre les deux suivantes.

*Clément* : Allez. Le [inaudible] va se retrouver à [inaudible] pour le dernier. Moins un ? Là on est à trois il en reste deux à faire.

*Eliott* : Ah on est déjà à trois.

*Clément* : Oui. Là c'est un trois un, là c'est cinq trois un, sept trois un.

*Eliott* : Il y en avait six là, non ?

*Clément* : Oui. C'est beau hein (rire) ? Bon allez, à l'autre. Du coup ...

*Eliott* : Du coup ça doit être pareil. Ah là ça avance, non ?

*Clément* : Quatre horizontaux, et ça descend de deux.

*Eliott* : Non non c'est pareil quatre horizontaux et ça descend de deux.

*Clément* : Un deux trois quatre, vas-y, je fais l'autre et tu fais lui ?

*Eliott* : Vas-y. Il y a trois d'écart entre les deux. Non entre le début et la fin il y a trois d'écart. Entre là et là.

*Clément* : Ah entre le ça et ça ? Ah ouais si tu ...

*Eliott* : On s'en fout de toute façon c'est des vecteurs mais bon.

*Clément* : On peut faire une légende en pointillé, si tu veux être pointilleux (rire). Ça te fait rire.

*Eliott* : Attends, il y a écrit de faire par rapport aux traits de construction. Bon c'est bon on les a faits. Des petits points pour compter, c'est pas des traits de construction, attends.

*Clément* : On en a un deux trois quatre, voilà, ça suffira je pense. Là c'était quoi, six et neuf ?

*Eliott* : Ouais. Un deux trois quatre. Regarde, il y avait combien là ? Six sept ?

*Clément* : Donc là faut être deux neuf.

*Eliott* : Magnifique. Est-ce qu'ils sont tous sur la même droite les points ?

*Clément* : Ben oui. Un deux trois quatre. Un deux trois quatre cinq six sept huit neuf dix onze. Magnifique. On a fait apparaître aucun trait. On a fait apparaître des points.

*Eliott* : Ben si, des traits, des vecteurs. Et regarde.

*Clément* : Ah ouais, joli.

*Eliott* : Quand tu fais les deux, elles se croisent, après elles se croisent là-bas.

*Clément* : Quoi ?

*Eliott* : Ah non elles ne se croisent pas en fait, parce qu'elles sont opposées. Les deux, elles sont parallèles ces droites.

*Clément* : Mettons ça fait un deux trois quatre cinq six sept, ça fait sept deux et là, un deux... un deux trois quatre cinq six sept, ouais elles sont parallèles. C'est parce que c'est un écart que de un entre chaque et là trois.

*Eliott* : Mais si, faut le dire, les deux droites sont parallèles.

*Clément* : Ouais mais tu vois, si on avait fait les vecteurs non écartés, ça ne l'aurait pas été.

*Eliott* : J'avoue c'est du hasard en fait.

*Clément* : Ouais. Du joli hasard je pense. Vas-y.

*Eliott* : Faire apparaître les vecteurs et expliquer la méthode employée.

*Chercheuse* : C'est recto verso sur la feuille

*Clément* : C'est recto verso.

*Eliott* : Je note la méthode pour celle-là ?

*Clément* : Vas-y. Non là c'était : on retire deux. Vas-y écris. À la composante ?

*Eliott* : À la composante

*Clément* : On retire deux, pourquoi onze ? T'as mis quoi là, t'as mis c'est un deux ? Attends sinon j'efface ne t'inquiète pas. On retire deux aussi, là c'était deux ou [inaudible] à la composante verticale.

*Eliott* : Ah mince, j'ai mis vertical.

*Clément* : Du coup, ce qu'on a vu, regarde. Du coup on a vu que c'était tout sur la même droite. Du coup on peut la tracer la droite.

*Eliott* : Vas-y. Hyper bien vu.

*Clément* : Tac. Et après c'est tous les un deux trois quatre cinq six sept, tous les sept. Vas y, tous les sept on en a un. Ah ben là c'est bon il y a les quatre.

*Eliott* : Ah ben c'est bon alors.

*Clément* : Faut que tu traces.

*Eliott* : Je trace, je trace.

*Clément* : Là c'est pareil.

*Eliott* : Vas-y tu veux que je fasse les points ?

*Clément* : Attends on va les faire au compas pour que ...

*Eliott* : Pourquoi ?

*Clément* : Ben comme ça, ça ira plus vite. Je t'emprunte ça.

*Eliott* : Il marche ? Car il n'y a pas de mine. Tu sais, quand les mines sont trop petites tu ne peux pas t'en servir.

*Clément* : Alors que si tu fais ça, ça va jusqu'au bout.

*Chercheuse* : Alors sur ces deux fiches vous avez quatre cas, vous avez quatre cas donc c'est à chaque fois un objet qui est lancé. Vous avez quatre cas d'objet qui est lancé. Donc à chaque fois, c'est une façon différente de lancer un objet. Alors moi ce que je vais vous demander, pour compléter, dans un premier temps pour chacun des quatre cas, de tracer dans une couleur différente de préférence, le  $\Delta v$ , le vecteur variation vitesse. Vous le tracez à chaque fois dans une autre couleur sur chacun des cas.

*Eliott* : Moi je termine celle-là. C'est juste ça là. Mince je me suis trompé.

*Clément* :  $\Delta v$ .

*Eliott* : Je me suis planté.

*Clément* : Attends, ben je pense il suffit d'en faire un, vu qu'au final c'est le même à chaque fois. Suffit d'en faire un et tu fais ça.

*Chercheuse* : Vous voulez tracer le  $\Delta v$  pour chacun des cas ? Alors si vous avez un petit peu de place, je pense que vous avez un petit peu de place à côté, est ce que vous pouvez tracer – ça c'est quand vous avez fait  $\Delta v$  – une fois que vous avez fait  $\Delta v$  pour chacun des cas, est ce que vous pouvez tracer, s'il vous plaît, une allure de la trajectoire du mouvement ?

*Eliott* : C'est ce qu'on a fait ? C'est ça non ?

*Clément* : Oui.

*Chercheuse* : En quelques mots sans une grande rédaction, on peut aussi écrire « Comment est lancé l'objet ? ». Donc une allure de la trajectoire ou comment est lancé l'objet ?

*Clément* : C'est bon. Une allure de la trajectoire ben ça va être ça. Dans ce cas-là, ici c'est comme ça.

*Chercheuse* : Et donc vous tracez l'allure de la trajectoire.

*Eliott* : C'est ce que tu as fait toi ?

*Clément* : Ouais. Là il va que verticalement.

*Eliott* : Ouais enfin il va verticalement mais il descend en même temps.

*Clément* : Ouais mais tu vois c'est un petit peu comme de faire ça. La trajectoire là tu vois juste une droite. Après ici, c'est étrange, ça fait ça.

*Eliott* : Ça fait un truc plus comme ça ?

*Clément* : Un peu comme un truc qui s'écrase. Tu vois il va toujours vers le bas. Toujours vers l'avant et vers le bas. Tu vois c'est comme ça qu'il faut le voir, vers l'avant et vers le bas.

*Eliott* : Ah ouais.

*Clément* : Ben du coup pour ceux-là c'est pareil. Celui-là, celui-là c'est pareil. Celui-là du coup ça serait dans l'autre sens. Celui-là c'est le même. Du coup ça, ça serait dans l'autre sens. Ben il commence par monter en allant en avant, il arrive en haut et là il commence à redescendre.

*Eliott* : Lui ?

*Clément* : Ouais, ben le trait il monte en avant. T'en as un comme ça aussi. Tu peux enlever ça.

*Eliott* : Ouais, en fait il est juste cassé. Moi je dirais c'est comme ça.

*Clément* : Comment ? Regarde, parce que là il va vers l'avant et vers le haut. Comme ça, vers l'avant vers le haut, vers l'avant vers le haut et plus ça va, moins ça va vers le haut. Donc ça veut dire qu'il commence à devenir de plus en plus horizontal jusqu'à pour, il va plus vers l'avant mais vers le bas.

*Eliott* : Et lui il va vers le bas et ?

*Clément* : Lui il va juste vers le bas en fait, dès le début il va vers le bas.

*Eliott* : Ah oui ok, ça c'est la suite de ça ?

*Clément* : Ouais un petit peu. Ça pourrait carrément être ça.

*Eliott* : C'est pour ça qu'ils sont parallèles.

*Clément* : Ah ben oui ! Elles sont toutes parallèles en fait. Regarde, le delta v c'est le même pour toute. Et on sait que delta v, on sait que la variation de vitesse, c'est l'accélération.

*Eliott* : Parce que c'est un mouvement uniforme.

*Clément* : Ouais. La définition de la vitesse, enfin l'accélération c'est la variation de la vitesse. Ça veut dire que c'est tous les mêmes objets en fait. Tous les mêmes objets. Ça veut dire comment est lancé l'objet.

*Chercheuse* : D'une manière générale, la trajectoire elle porte un adjectif, on peut dire que c'est une trajectoire [inaudible] une portion de parabole dans tous les cas.

*Clément* : Du coup, l'objet est lancé verticalement vers l'avant.

*Eliott* : Et dans l'horizon.

*Clément* : Comment ça dans l'horizon ?

*Eliott* : Ben en soit, tu sais quand tu fais du diabolo, tu balances ton truc juste en l'air.

*Clément* : L'objet est lancé à l'horizontal vers le bas.

*Eliott* : Ben à l'horizontal tout cours car avec la force de pesanteur, il va être attiré vers le bas.

*Clément* : Tu ne veux pas mettre vers le bas ?

*Eliott* : Ouais ... Il est attiré vers le bas ?

*Clément* : Ouais mais là le dire comment ... ah c'est bon, c'est juste comment il est lâché. Ça pourrait être juste horizontal. On sait pas en fait, on n'en a pas assez de coordonnées. Donc là faut dire vers le bas ouais.

*Eliott* : À l'horizontal non ?

*Clément* : Vers le bas, à l'horizontal. C'est bien oui car il est quand même lancé vers l'avant.

*Eliott* : Et du coup lui c'est le même, et lui vers le haut, vers le haut et vers l'avant.

*Clément* : Et  $v_6$  c'est vers l'avant vers le bas ?

*Chercheuse* : Tout ce que tu as envie de dire tu peux l'écrire.

*Clément* : Ah ben on peut dire que c'est toujours le même objet. Car delta v ... en fait ce n'est même pas ça, car leurs accélérations peu importe ... Tu sais quand tu lâches, l'accélération est la même peu importe la masse du truc.

*Eliott* : Ben non, l'accélération n'est pas la même.

*Clément* : Ben si, tu sais, la force c'est masse fois accélération. Et les forces extérieures ...  $m \cdot a = m \cdot g$  et du coup  $g = a$  et donc ça ne dépend pas de la masse donc c'est normal que ça soit toujours le même delta v.

*Chercheuse* : Vous pouvez écrire vos noms sur les feuilles.

*Clément* : Oui.

*Eliott* : Ah oui du coup ce n'est pas le même objet alors.

*Clément* : Non. Mais c'est toujours la même accélération et la même accélération c'est g en fait. Enfin l'accélération, c'est la force horizontale. Enfin la force ... et la force opposée. T'écris ?

*Eliott* : Comment ?

*Clément* : Tu écris ?

*Eliott* : Oui.

**Enregistrement 3 : phase de tracé d'un vecteur vitesse quelconque,  
dans la deuxième séance**

*Clément* : Alors. Expliquer la trajectoire de l'objet pour  $M_2$ .

*Eliott* : C'est la tangente.

*Clément* : Ouais. De la même longueur. La même longueur horizontale. Ouais. Non ?

*Eliott* : Vitesse c'est vitesse.

*Clément* : Du coup horizontalement ça sera pareil. Vas-y fais les petits points. Mais après comment on trouve le truc ... un deux trois quatre cinq. Du coup ça serait sur cinq lignes.

*Eliott* : Ouais.

*Clément* : Mais où ? Mais où ?

*Eliott* : Ah mais ils doivent faire la même taille !

*Clément* : Non, non.

*Eliott* : Mais là du coup la tangente, c'est la tangente.

*Clément* : Oui mais comment on la fait ?

*Eliott* : La tangente ?

*Clément* : Mmh.

*Eliott* : Eh ben ... tu la fais comme ça. Moi je pense que tu fais ça. Tac là, et tu la fais arriver vers là.

*Clément* : Mais je pensais à quelque chose ... le fait de descendre, comment on le trouve ?

*Eliott* : Ah ouais le nombre ...

*Clément* : Le fait de descendre. Mais comment on le trouve. Comment on trouve le  $\Delta v$ , telle est la question.

*Eliott* : Si on fait la différence de point entre un deux trois quatre et là. Ensuite, on met le point M là,  $M_2$  là.

*Clément* : Alors donc on prend ce point-là, celui-là ?

*Eliott* : Voilà ouais.

*Clément* : Donc on a ça. Du coup, là on peut, ah ouais attends, ça fait un angle droit.

*Eliott* : Ouais. Vas-y on va faire de la géométrie du coup. Avec ça on peut faire Pythagore.

*Clément* : Quoi ?

*Eliott* : Regarde si on fait ça. On prend ça. Est-ce que ce n'est pas la même distance entre ça et ça ?

*Clément* : Faut voir. Un deux trois quatre cinq six sept huit neuf. Y a rien. Genre si on fait ça, déjà si on fait ça. Si maintenant on prend ça, donc là c'est cinq carreaux. Et si on essaye de tracer un truc parallèle à ça qui passe par là.

*Eliott* : Parallèle à ça ? Je n'ai pas compris. Je ne sais pas.

*Clément* : Un deux trois quatre cinq six sept huit neuf dix onze douze treize, et si là on descendait de treize ?

*Eliott* : Si on fait tous les vecteurs de ça, ça doit faire une courbe, enfin une droite qui passe par ça.

*Clément* : Attends, là c'est à un carreau virgule cinq. Et celle-là c'est de cinq. Un deux trois quatre cinq six sept huit neuf dix onze douze treize. Ça ne va pas. Et là il y a combien ? Un deux trois quatre cinq, quatre virgule cinq.

*Eliott* : Peut-être le prolongement de ça, et ça donne ça ?

*Clément* : Vas-y. ça descend de quatre. Le prolongement de ? De ça ?

*Eliott* : Ouais.

*Clément* : Faut que ça soit tangent quand même. Donc oui ça va ressembler à ça à peu près. Mais après comment le trouver. Si on trace la parallèle à ça.

*Eliott* : Si on trace la parallèle à ça. La bissectrice ?

*Clément* : De quoi ?

*Eliott* : De ce triangle.

*Clément* : La bissectrice d'un triangle (rire). Faut que tu m'expliques. Un deux trois quatre ...

*Chercheuse* : Alors je vais vous laisser quelques instants. Il est possible que vous n'ayez pas eu le temps de complètement terminer votre construction. Donc si vous pouvez écrire juste un petit mot pour expliquer votre méthode même si elle n'est pas aboutie.

*Eliott* : Au pire on met « prendre la tangente ».

*Clément* : Oui ben oui comme toujours.

*Eliott* : C'est la tangente qui passe par là en gros.

*Clément* : Tiens vas-y j'écris un truc.

*Eliott* : Je t'en prie.

*Clément* : Merci.

*Chercheuse* : Donc même si vous n'avez pas terminé de faire vraiment une construction aboutie, vous écrivez, même si ce n'est pas rédigé, vous écrivez « on a pensé à ça ».

*Clément* : On trace la droite au point deux. Et il faut que la composante horizontale soit de cinq aussi.

*Chercheuse* : C'est bon je peux vous laisser encore une minute ? En une minute vous écrivez vraiment les idées.

*Eliott* : Parce que là après sinon il y a peut-être moyen en faisant ça comme ça.

*Clément* : En faisant tous les vecteurs.

*Eliott* : Ouais mais c'était long.

*Clément* : Ouais et pas plus précis. Enfin il y avait celui-là qui n'était pas mal. Tu faisais cinq. Un deux trois quatre cinq. Et du coup tous les un deux trois quatre, ça descendait de un.

*Eliott* : Ah ouais. Vas y fais ça.

*Clément* : Un deux trois quatre. Un deux trois quatre. Un deux trois quatre.

*Chercheuse* : Vous mettez vos deux noms s'il vous plaît en haut de la page.

*Eliott* : Ah ouais, on aurait dû faire ça.

*Clément* : Je ne sais pas, je ne pense pas.

*Chercheuse* : C'est bon ?

*Les deux* : Oui.

**Enregistrement 4 : phase d'interprétation de mouvements, dans la deuxième séance**

*Eliott* : Justifier le tracé.

*Clément* : Ils sont bien (rire), ils sont très gentils. Ah oui par rapport aux points d'avant, points d'avant points d'après, normalement ça doit se relier vers le milieu normalement.

*Eliott* : Comment ça ? Ouais mais non là ce n'est pas circulaire.

*Clément* : Ouais mais même, ça doit quand même se ... ça doit faire un truc ...

*Eliott* : (rire) Ouais, on essaye.

*Clément* : Non mais regarde. C'est la même histoire que tout à l'heure. Regarde, ils ont tous la même composante horizontale.

*Eliott* : Ouais.

*Clément* : Ça veut dire que l'accélération ne va pas être...

*Eliott* : ... nulle ...

*Clément* : ... centripète mais verticale orientée vers le bas. Du coup. Je ne sais pas si tu vois.

*Eliott* : Non je ne vois pas.

*Clément* : Vas-y écris.

*Eliott* : J'ai déjà écrit celle d'avant. Moi j'écris les noms et prénoms.

*Clément* : Ah tu sens le bleu.

*Eliott* : Quoi ?

*Clément* : Tu sens le bleu.

*Eliott* : T'as vu, même moi je le sens. C'est horrible, même quand je parle je le sens. Regarde on peut faire ça ?

*Clément* : Trop tard.

*Eliott* : De quoi ?

*Clément* : Non ce n'est pas grave. J'ai écrit mon prénom en premier.

*Eliott* : Han le mec ! C'est parce que tu me parlais du bleu. Je ne sais pas si ça s'écrit comme ça.

*Clément* : Non il y a un e. Et un y.

*Eliott* : J'en étais sûr.

*Clément* : Et l'histoire ... ça baisse à chaque fois de la même chose.

*Eliott* : Ça baisse à chaque fois ...

*Clément* : Mais tu sais ... arrête tes bêtises. Là je pense que c'est de un virgule cinq.

*Eliott* : Que ça monte ? Non un.

*Clément* : Ah oui. Donc je pense qu'un virgule cinq c'est pas mal. On va y aller au compas.

*Eliott* : Pas con (rire).

*Clément* : Alors, du coup on les voit, impeccable. Ah t'as mis qu'un T ?

*Eliott* : Non j'en ai mis deux.

*Clément* : Du coup durant son mouvement, l'objet ? [inaudible]

*Eliott* : Oui mais du coup il n'est plus accéléré. Enfin ... la vitesse elle monte, elle descend.

*Clément* : Ouais mais il est toujours accéléré. Accéléré quand elle monte et quand elle descend.

*Eliott* : Ah oui, c'est vrai. Du coup ça fait il monte et il redescend.

*Clément* : Comment ?

*Eliott* : Ça veut dire l'objet il monte et il redescend.

*Clément* : Il fait ça en gros (bruit d'objet qui tombe).

*Eliott* : Ouais. Ça veut dire à un moment la vitesse elle devient ...

*Clément* : Verticalement ... au moment où elle est...

*Eliott* : Elle est nulle oui.

*Clément* : Verticalement mais elle va toujours vers l'avant en fait, elle va toujours vers l'avant. En fait il fait ça. En fait verticalement c'est ça son mouvement c'est ça, et horizontalement c'est ça.

*Eliott* : Ouais.

*Chercheuse* : Vous avez le temps que vous voulez, mais je vous donne la fiche d'après.

*Clément* : Merci. Donc là, où on est, l'objet n'est soumis qu'à son poids. Euh de masse.

*Eliott* : Ah ouais ok.

*Clément* : On peut les superposer.

*Eliott* : Où ça ?

*Clément* : Là. Et est linéaire.

*Eliott* : Comment ?

*Clément* : Linéaire. Donc ainsi, pour passer d'un vecteur à l'autre, si pour ...

*Eliott* : T'en as trop dit.

*Clément* : Comment ?

*Eliott* : T'en as trop dit.

*Clément* : Pourquoi ?

*Eliott* : Parce qu'il n'y a que deux lignes.

*Clément* : Ouais peut être.

*Eliott* : Ce n'est pas grave, vas-y. fais toi plaisir.

*Clément* : On garde la truc horizontale ?

*Eliott* : Ouais c'est ça.

*Clément* : Et du coup, on les soustrait. Un virgule cinq.

*Eliott* : Un virgule cinq ouais.

*Clément* : Et on soustrait delta v au vecteur précédent. Ce n'est pas très bien dit.

*Eliott* : Ça ne te convient pas.

*Clément* : Allons-y. Là la trajectoire on peut voir ...

*Eliott* : Ceux-là ils sont superposables.

*Clément* : Et que ça change horizontalement. Et donc que leur accélération est plus importante.

*Eliott* : Comment ça ? Normalement elle devrait être constante non ?

*Clément* : De quoi ? Là ça glisse sur une pente. À chaque fois du coup ça augmente la vitesse.

*Chercheuse* : Oui alors, je regarde peut-être votre fiche cinq. Oui dans votre fiche cinq vous avez un delta v qui est tracé. Est-ce que dans la fiche six vous avez un delta v ? Pas encore ?

*Clément* : Non. Pas encore.

*Eliott* : On n'en a pas besoin, si ?

*Chercheuse* : C'est une piste.

*Clément* : Quatre, un deux trois ...

*Eliott* : Zéro virgule cinq ?

*Clément* : Là il y a combien ? Un deux trois quatre. Un deux.

*Eliott* : T'es sur quatre là ?

*Clément* : Quatre cinq six. Ouais ça doit être ça.

*Eliott* : Là il y en a six.

*Clément* : Ouais mais là il y a le précédent, il y a celui-ci, là il y a celui-ci, il y a celui-ci, il y a celui-ci.

*Eliott* : À chaque fois ça fait le précédent en fait. Du coup delta v là il vaut quoi ?

*Clément* : Delta v là il est horizontal.

*Eliott* : Ouais vas-y.

*Clément* : Regarde à chaque fois ce qu'on rajoute ...

*Eliott* : C'est la même chose.

*Clément* : Il fait deux du coup.

*Eliott* : Deux vas-y. Essaie de le tracer pour voir.

*Clément* : Ouais mais il n'est pas que comme ça regarde. Pour passer d'un au suivant, faut pas simplement ajouter ça, faut aussi ajouter vers le bas.

*Eliott* : Ah ouais. Du coup il y a zéro virgule cinq ?

*Clément* : Ouais voilà je pense c'est ça. On va essayer de le faire droit.

*Eliott* : Ouais. À la règle peut être.

*Clément* : Ouais ça peut se faire. Y a moyen, je crois que c'est fait pour ça.

*Eliott* : Vas-y, voilà.

*Clément* : Du coup on dit, on ajoute delta v à chaque vecteur. En gros ?

*Eliott* : En gros je mets ?

*Clément* : Non, je pense que ça manque de précision. Car ...

*Eliott* : Varier, ou accélérer.

*Clément* : C'est pareil.

*Chercheuse* : Et vous sauriez justifier la direction de  $\Delta v$  ? Là vous l'avez trouvée, vous l'avez construite, est-ce que vous sauriez justifier la direction de  $\Delta v$  ? Dire pourquoi elle a cette direction-là ? Mais en utilisant d'autres arguments. Pas avec les vecteurs vitesses.

*Clément* : Ok.

*Eliott* : Très bonne question.

*Clément* : Elle, regarde. La balle qui est là, elle est juste attirée par le sol, sauf qu'elle est retenue par ça, par la réaction du plateau qui est là.

*Eliott* : Je ne sais pas trop comment le faire, comme ça ?

*Clément* : Ouais. Et ça sera en fait la bissectrice de ce truc-là. Ce serait la bissectrice de la réaction ... peut être.

*Eliott* : C'est parfait, c'est ça, c'est exactement ça (rire). Clément commence pas à t'embêter à essayer de voir ...

*Clément* : Si, si. Fais le triangle.

*Eliott* : Quoi le triangle ? Tu veux encore des bissectrices de triangle ?

*Clément* : Des ... c'était quoi l'autre mot ? Trissectrice ?

*Eliott* : Trissectrice ça existe ça ?

*Clément* : Bissectrice et ?

*Eliott* : Médiatrice.

*Clément* : Médiatrice voilà. Parce que tu regardes, est-ce que c'est la médiatrice ...

*Eliott* : Ouais à peu près. C'est ça.

*Clément* : C'est bof la médiatrice ... Non ce n'est pas ça.

*Chercheuse* : On trouve quelque chose en faisant la somme des vecteurs ? Ça peut paraître un peu délicat de faire une somme de vecteurs ?

*Clément* : Ah attends, regarde, c'est exactement, je pense c'est ça. Mettons qu'on prenne ça.

*Eliott* : Du coup c'est la somme des forces.

*Clément* : Et les deux elles sont égales. La réaction et la pesanteur elles sont égales. Du coup on a ça qui est égal à ça. Si on additionne ces deux-là.

*Eliott* : Mais du coup c'est la somme des forces exercées sur l'objet.

*Clément* : Oui, toujours.

*Chercheuse* : Dernière fiche. Peut-être il y en a deux.

*Clément* : Oui. Deux P, et deux R. Fois ... réaction de support.

*Eliott* : C'est quoi ça ?

*Clément* : Ça ? Réaction de support.

*Eliott* : Comment ?

*Clément* : Alors ...

*Eliott* : Ah tu veux que j'écrive ?

*Clément* : La trajectoire d'un objet se déplace sur une table horizontalement. Elle est tracée ci-dessous. Quoi ? Ah, vu du dessus. On repère six positions. Justifier le tracer des vecteurs. Comment on justifie ça ?

*Eliott* : Pareil. C'est exactement les mêmes vecteurs en plus. Ça veut dire la vitesse elle est uniformément uniforme.

*Clément* : Uniformément uniforme.

*Eliott* : Elle est uniforme tout court. Car regarde, tous les vecteurs ils sont confondus.

*Clément* : Comment ?

*Eliott* : Tous les vecteurs ils sont confondus.

*Clément* : Du coup, uniforme...

*Eliott* : Uniforme tout court.

*Clément* : Et rectiligne.

*Eliott* : Rectiligne uniforme.

*Clément* : Et après comment on peut le justifier ?

*Chercheuse* : Je ne sais pas si vous êtes pressés, pas pressés, si vous voulez encore prendre une minute, moi je ne suis pas spécialement opposée, je ne sais pas si vous avez cours derrière.

*Clément* : Non on a récré.

*Chercheuse* : C'est vous qui me dites. Du moment que vous me rendez une feuille avec votre nom dessus. Même si vous avez plusieurs idées, vous pouvez les noter sur cette dernière feuille.

*Clément* : Vas-y.

*Eliott* : Alors, on observe ...

*Clément* : Après, comment on le justifie ... les proportions sont stœchiométriques. Et rectilignes uniformes.

*Eliott* : Les vecteurs sont confondus. Pourquoi soit ?

*Clément* : Soit. Soit, le mouvement est rectiligne uniforme.

*Eliott* : Donc ?

*Clément* : Moi j'aime bien soit ...

*Eliott* : Soit, soit a et b ...

*Clément* : a et b sont perpendiculaires.

*Eliott* : Donc ...

*Clément* : Justifier le tracer des vecteurs vitesse. Et là par contre il n'y a plus d'histoires de delta v. Si on soustrait l'un à l'autre, on trouve zéro. Vecteur nul.

*Eliott* : Mais oui, du coup...

*Clément* : Du coup delta v est égal à vecteur nul. Donc la force est nulle. Ça veut dire qu'il y a, ça veut dire que toutes les forces impliquées dans le système se compensent.

*Eliott* : Et donc il ne s'arrête pas.

*Clément* : Il ne s'arrête jamais.

*Eliott* : Donc il est dans l'espace.

*Clément* : Donc il est dans l'espace. Ben non il est sur une table (rire).

*Eliott* : Ah (rire). Donc une table dans l'espace. C'est bon.

*Clément* : Mais ça c'est le truc qu'on avait fait avec le glaçon.

**Titre :** Chute libre : étude du mouvement et des méthodes de résolution, proposition didactique

### **Résumé**

Cette recherche a pour objet l'enseignement et l'apprentissage de la notion de chute libre. Elle vise l'élaboration d'une proposition didactique à destination d'élèves de Terminale et dont l'objectif est la reconstruction de la notion d'accélération à partir de la notion de variation de vitesse.

Du point de vue méthodologique, ce travail s'inscrit dans une ingénierie didactique dite de seconde génération. Trois études exploratoires contribuent aux études préalables de l'ingénierie. La première étude s'intéresse aux pratiques usuelles du début du 20<sup>e</sup> siècle pour l'enseignement de la chute libre, à travers l'analyse de manuels scolaires. Elle montre que la chute des corps apparaît comme un contenu à l'intersection de la cinématique et de la dynamique et permet d'interroger la valeur ajoutée de l'utilisation de vecteurs sur les plans épistémologique, méthodologique et didactique. La deuxième étude explore la maîtrise qu'ont des étudiants de physique de première année universitaire des vecteurs en cinématique. Elle met en évidence que leur utilisation pose des difficultés et est un savoir-faire qui constitue en lui-même un apprentissage de cinématique. La troisième étude est une analyse de contenu de la notion d'accélération et de ses caractéristiques dans le cas de la chute libre. Elle aboutit à la présentation de différents registres de représentation sémiotique de l'accélération.

Ces analyses préliminaires amènent à l'élaboration d'une proposition didactique qui place la représentation vectorielle au cœur du dispositif d'apprentissage et dont l'hypothèse est que la représentation de plusieurs vecteurs vitesse successifs est un levier d'apprentissage. Les résultats montrent des effets positifs sur les apprentissages des élèves, en leur permettant en particulier d'approfondir leurs connaissances de la chute libre et de se perfectionner dans la manipulation de vecteurs. De ce travail d'expérimentation se dégagent également des pistes d'amélioration de la proposition didactique.

### **Mots-clés :**

Chute libre ; cinématique ; accélération ; vecteur ; représentation sémiotique ; ingénierie didactique

---

**Title:** Free fall: study of movement and resolution methods, learning sequence

### **Abstract**

This research targets the teaching and learning of the notion of free fall. It aims at developing a learning sequence intended for high school seniors and which goal is to rebuild the notion of acceleration from the notion of speed variation.

The chosen methodology falls within didactic engineering of second generation. Three exploratory studies contribute to preliminary work. The first one focuses on usual practices of free fall teaching in the beginning of the 20<sup>th</sup> century through the analysis of physics textbooks. It shows that the study of falling bodies appears like a content at the crossroads of kinematics and dynamics. It also allows to question the added value of using vectors at the epistemological, methodological and educational level. The second study explores the ability of first year students in drawing vectors in kinematics. It highlights that the use of vectors raises difficulties and is a kinematics skill in itself. The third study is a content analysis of the notion of acceleration and its characteristics in the case of free fall. It leads to the presentation of different semiotic representation registers of acceleration.

These preliminary analyses lead to the conception of a sequence which puts the vector representation at the centre of the learning system and which hypothesis is that the representation of several successive velocity vectors is a learning tool. The results show positive effects on student learning especially by enabling to deepen the knowledge of free fall and improve the skills in using vectors. These results also help to identify and describe possible measures for improvement of the learning sequence.

### **Keywords:**

Free fall; kinematics; acceleration; vector; semiotic representation; didactic engineering