Caractérisation de matériaux acoustiques par antennes microphoniques sphériques et hémisphériques

Samuel Dupont

▶ **To cite this version:**

Samuel Dupont. Caractérisation de matériaux acoustiques par antennes microphoniques sphériques et hémisphériques. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université; Université de Sherbrooke (Québec, Canada), 2020. Français. NNT : 2020LEMA1016 . tel-02979781

HAL Id: tel-02979781

https://theses.hal.science/tel-02979781

Submitted on 27 Oct 2020

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

DOCTORAT BRETAGNE SCIENCES LOIRE POUR L'INGENIEUR

Le Mans Université

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

THESE DE DOCTORAT DE

LE MANS UNIVERSITE

ECOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : « *acoustique* »

Par

« Samuel DUPONT »

« Caractérisation de matériaux acoustiques par antennes microphoniques sphériques et hémisphériques »

Thèse présentée et soutenue à « Le Mans », le « 17/07/20 »
Rapporteurs avant soutenance :

Efren Fernandez Grande	Professeur adjoint, Université Technique du Danemark
Alexandre Garcia	Professeur, Conservatoire National des Art et Métier

Composition du Jury :

Président :		
Examinateurs :	Philippe Aubert-Gauthier	Professeur, Université du Québec à Montréal
	Nicolas Quaegebeur	Professeur adjoint, Université de Sherbrooke
	Annie Ross	Professeure titulaire, Polytechnique Montréal
	Sylvain Berger	Ingénieur de recherche, Saint-Gobain Recherche
Dir. de thèse :	Manuel Melon	Professeur, Université du Mans
Co-dir. de thèse :	Alain Berry	Professeur titulaire, Université de Sherbrooke

DOCTORAT BRETAGNE LOIRE SCIENCES POUR L'INGENIEUR

Le Mans Université

UNIVERSITÉ DE SHERBROOKE

Titre : Caractérisation de matériaux acoustiques par antennes microphoniques sphériques et hémisphériques

Mots clés : caractérisation de matériaux acoustiques, méthodes sphériques, méthodes hémisphériques, méthodes holographiques, méthodes d'optimisation

Résumé : Les matériaux de traitement acoustique tels que les mousses, tissus ou moquettes sont utilisés dans de multiples domaines afin d'absorber le son. Cela peut être à des fins de protection (travailleurs) ou pour apporter du confort (bâtiments, voitures, avions, etc).
Afin de dimensionner et choisir quel matériau utiliser en fonction de chaque situation, on utilise des calculs prévisionnels basés sur les caractéristiques des matériaux et permettant d'obtenir leur coefficient absorption où encore l'impédance de surface.
Les caractérisations sont classiquement réalisées en laboratoire à partir de mesures normalisées via le tube d'impédance ou la méthode de la chambre réverbérante. Néanmoins, celles-ci possèdent de nombreuses limitations.
La problématique de ce projet de doctorat est de trouver des solutions à partir de mesures réalisées à l'aide d'une antenne de microphones pour calculer les caractéristiques de matériaux acoustiques de manière fiable et robuste tout en dépassant les limitations des méthodes usuelles.
Ce document est une synthèse des travaux menés dans cette direction. Le problème est traité au travers de deux grandes approches, les approches de type holographique où l'on reconstitue la pression acoustique et la vitesse normale particulaire pour estimer l'impédance de surface et les approches de correspondance de modèle (optimisation) où l'on identifie l'impédance de surface qui minimise l'erreur entre les mesures et le modèle.
Les méthodes développées sont présentés pour différentes géométries d'antenne de microphones : sphérique, hémisphérique et planaire. Elles sont séparées entre les méthodes qui dépendent d'une géométrie et celles qui peuvent être appliquées à plusieurs géométries.
Des simulations et des expériences sont réalisées afin de valider les modèles développés,
enfin les avantages et inconvénients des méthodes proposées sont discutés.

Title : Spherical and hemispherical microphone array methods proposal for acoustics materials characterisation

Keywords : acoustic materials characterization, spherical methods, hemispherical methods, holographic methods, optimization methods

Abstract : Sound absorbing materials such as foams, textiles or carpets are used in many areas to absorb sound. This can be for protection (workers) or comfort (buildings, cars, airplanes, etc...)
In order to dimension and choose which material to use according to each situation, predictive calculations are used based on characterizations giving the absorption coefficients and/or surface impedance of the said materials.
The characterizations are typically carried out in the laboratory using standardized measurements techniques such as the impedance tube or the reverberation chamber method. However, these have many limitations.
The problematic of this PhD project is to find solutions by using a microphone antenna system to determine the properties of acoustic materials in a reliable and robust way while overcoming the limitations of conventional methods.
This document is a synthesis of the work carried out in this direction. The problem is addressed through two main approaches, the holographic type approaches where one reconstructs the sound pressure and the normal particle velocity to estimate the surface impedance and the model matching (optimization) approaches where one identifies the surface impedance that minimizes the error between the measurements and the model.
These models are presented for different microphone antenna geometries: spherical, hemispherical and planar. They are separated between methods that depend on one geometry and those that can be applied to several geometries.
Simulations and experiments are shown to validate the developed models.

REMERCIEMENTS

Cette thèse fut une aventure autant scientifique qu'humaine et très certainement enrichissante de bien des manières. Je tiens à remercier Alain et Manuel pour m'en avoir offert l'opportunité. Je remercie l'ensemble des membres du jury, et particulièrement les rapporteurs leur travail de relecture.

Cette thèse m'a permis de vivre dans deux pays, et ainsi de travailler dans deux laboratoires, et de collaborer dans plusieurs ambiances, toujours stimulantes, de travail. Je remercie Philippe-Aubert, Olivier et Gilles pour les discussions éclairées que l'on a eues.

J'ai partagé cette aventure avec de nombreuses personnes, ainsi je dédie aussi cette thèse à toutes les personnes avec qui j'ai eu la change d'avoir des moments de partages (et de pintes) qui furent nombreux(ses) et très certainement les piliers qui m'ont permis de finir cette thèse.

De toutes les colocs, celles de la maison bleue resteront certainement les plus mémorables, aux deux "blue house dream team" : Rocio, Adrien, Lou, Ludivine ; Rocio (x2 parce que tu le mérite bien), Elsa, (petite) Anna, Daniel, Nana et Sam : Merci pour tout !

À toute la gang du GAUS, merci, ça a vraiment été le fun. À tous les collègues et amis du LAUM, merci pour tout et tout particulièrement pour les pauses-café qui m'ont toujours remis d'aplomb pour le reste de la journée.

Aux aventuriers transatlantiques Oliver, Adeline et Elie, merci pour tout et bon retour ! À Julien et Becci, c'est bon, je finis aussi !

Je suis également reconnaissant à nos techniciens de laboratoire, Patrick L., Stéphane et Emmanuel, des deux universités pour m'avoir aider dans le montage des différentes installations d'expériences. Merci, également à Nicolas Poulain et Baudoin Gaulin pour l'aide dans les montages réalisés au CTTM.

À Mumu, pour le meilleur café des deux continents.

Au cours de mes quelques allers-retours, j'ai eu la chance de partager un bureau avec des personnes très compétentes à pleins d'égards, et dont les nombreuses discussions m'ont permis de progresser. Merci à Olivier, Rachel, Mathieu, Gilles, Pierre, Patrick et la team de stagiaires de choc.

Un énorme merci à Patrick, le monocycleur survitaminé et Mathieu, le mångsysslare master of all, qui m'ont accompagné tout du long de cette thèse de leur amitié sans faille !

Enfin, je tiens à remercier ma famille qui m'a soutenu tout le long de cette thèse, mes parents, Florence, Stéphane, Arthur, Raphaël, Yves et Philippe.

TABLE DES MATIÈRES

1 Introduction **1**

2 État de l'art **5**

2.1 Méthodes normalisées de caractérisation de matériaux absorbants 8

2.1.1 Tube d'impédance 8

2.1.2 Chambre réverbérante 10

2.2 Une méthode de caractérisation *in situ* : le doublet microphonique 12

2.2.1 Principe 13

2.2.2 Doublet microphonique avec source d'onde plane 14

2.2.3 Doublet microphonique avec source sphérique 15

2.3 Méthodes à représentation cartésiennes 17

2.3.1 Antenne linéaire verticale 17

2.3.2 Coefficient d'absorption de matériaux acoustiques sous champ acoustique diffus (CAD) synthétisé 19

2.3.3 Méthode Tamura 21

2.3.4 Méthode LS-EWM 23

2.3.5 Méthode SONAH 25

2.4 Vers les méthodes de caractérisation par antenne sphérique 26

2.4.1 Généralités sur l'holographie acoustique sphérique 27

2.4.2 Holographie sphérique de champ proche (SNAH) 29

2.4.3 Méthode de formation de voies sphérique 38

2.4.4 Minimisation du problème de sources équivalentes 40

2.5 Méthodes de caractérisation par antenne hémisphérique 45

2.5.1 Construction d'une base hémisphérique par approche numérique : les bases Slepian 46

2.5.2 Construction d'une base hémisphérique par approche numérique : les bases Slepian avec décomposition QR 48

2.5.3 Performances de l'orthogonalisation de la méthode Slepian et QR . 52

2.5.4 Conclusion sur les bases de fonctions hémisphériques par approche numérique 52

2.5.5 Construction d'une base hémisphérique par approche analytique : secteur sphérique et équation d'Helmholtz 53

2.5.6 Résumé de l'état de l'art 57

3 Formulation directe du problème d'identification de matériaux acoustiques par antennes sphériques ou hémisphériques **60**

3.1 Formulation sphérique : Reconstruction de l'Impédance de surface en Harmonique Sphérique (SHIR) 61

3.1.1 Effet du bruit de mesure sur la méthode SHIR 68

3.1.2 Les pressions modale P_{mn} : un critère d'observation 73

3.1.3 Résumé et discussions de la méthode SHIR . . . 76
3.2 Approches de caractérisation par antennes hémisphériques . . . 78
3.2.1 Hémisphère : Décomposition Slepian et QR . . . 78
3.2.2 Résumé et discussions des approches hémisphériques directes . . . 89
3.3 Résumé et discussions du chapitre de formulation directe : approche sphérique et hémisphérique . . . 90

4 Approche par optimisation 91
4.1 Régression linéaire régularisée : méthode HELS (Helmholtz Equation Least Square) . . . 93
4.1.1 Méthode HELS : Antenne sphérique . . . 94
4.1.2 Méthode HELS : antenne hémisphérique simple couche . . . 99
4.1.3 Méthode HELS : antenne plane double couche . . . 103
4.2 Optimisation non-linéaire : adaptation de modèles de propagation acoustique avec impédance de surface . . . 108
4.2.1 COSI : modèle de matériau infini exact . . . 109
4.2.2 COSI : modèle à approximation de source image sphérique . . . 110
4.2.3 Résultats de simulations . . . 111
4.2.4 COSI : modèle approché et base modale sphérique . . . 117
4.3 Conclusion sur le chapitre optimisation . . . 124

5 Comparaison des approches en simulation 125
5.1 Comparaison par simulation pour la configuration sphérique de microphones 127
5.2 Comparaison par simulation pour la configuration hémisphérique simple de microphones . . . 130
5.3 Comparaison par simulation pour la configuration hémisphérique fermée de microphones . . . 132
5.4 Comparaison par simulation pour la configuration double plan de microphones 134
5.5 Synthèse de la comparaison des modèles . . . 136

6 Validations expérimentales et discussions 137
6.1 Mesures par antennes microphoniques . . . 139
6.1.1 Mesures avec une antenne sphérique . . . 139
6.1.2 Mesures avec une antenne hémisphérique . . . 143
6.2 Analyse des erreurs . . . 146
6.2.1 Erreurs de bruit de fond . . . 146
6.2.2 Erreurs de calibration . . . 147
6.2.3 Erreurs associées aux réflexions de salle . . . 150
6.2.4 Erreurs issues des effets de bords du matériau . . . 154
6.2.5 Synthèse sur les simulations d'erreurs . . . 157
6.3 Résultats de mesures robotisées . . . 159
6.3.1 Antenne sphérique de microphones . . . 159
6.3.2 Antenne hémisphérique . . . 167
6.3.3 Antenne planaire double couche . . . 169
6.4 Conclusion générale de la validation expérimentale . . . 170

7 Conclusion **175**

A État de l'art **180**
A.1 Démonstration de l'impédance de surface 180

B Modèle de propagation acoustique au-dessus d'un matériau poreux **182**
B.1 Le modèle Johnson-Champoux-Allard (JCA) 182
B.1.1 Les paramètres du modèle 182
B.1.2 Écriture du modèle 183
B.1.3 Valeurs utilisées de paramètres JCA 184
B.2 Modèle de propagation acoustique au-dessus d'un matériau poreux 186
B.2.1 Modèle de propagation dû à une source sphérique au-dessus d'un plan d'impédance 186
B.2.2 Méthode numérique de résolution 187
B.2.3 Résultat de simulation 188
B.2.4 Résumé de l'annexe sur la modélisation des matériaux poreux . . . 188

C Base hémisphérique numérique **190**
C.1 Lien formel entre les coefficients sphériques et pressions de l'hémisphère (méthode 1 : SVD) 190
C.2 Lien formel entre les coefficients sphériques et pressions acoustiques sur l'hémisphère (méthode 2 : fonctions Slepian combiner à la décomposition QR) 191

D Maillage de la sphère **192**
D.1 Maillage de Lebedev 193

E Harmoniques hémisphériques **194**
E.1 Hémisphère : transformation linéaire des polynômes de Legendre, une approche naïve et fausse 194
E.2 Hémisphère : approche analytique de l'équation de Helmholtz avec conditions aux limites, une solution non orthogonale 198
E.2.1 Discussion des solutions analytiques de l'équation de Helmholtz avec condition au limite 201

F Harmoniques hémisphériques : transformation linéaire **202**
F.1 Maillage de l'hémisphère et optimisation 202
F.2 Démonstration de l'équation HSHD 204

G Harmoniques hémisphériques : solution analytique de l'équation aux limites **205**
G.1 Orthogonalité des solutions 205

H Comparaison de la méthode HELS pour une hémisphère avec et sans support rigide sphérique **207**

I Compléments de mesures au robot 3D, mousse 50 mm **208**
I.1 Sphère de microphones $a = 7$ cm 208
I.2 Double plan $a = 14$ cm 211

J Compléments des simulations Comsol sur les effets de bords **212**
J.1 Effet de la taille de l'échantillon 212
J.2 Effet de la taille de la baffle rigide 213
J.3 Effet de la hauteur de l'échantillon de la baffle rigide 214

LISTE DES RÉFÉRENCES **215**

LISTE DES FIGURES

1.1 Synoptique des chapitres du manuscrit. 4

2.1 Synoptique de méthodes permettant de caractériser les matériaux absorbants. 7
2.2 Schéma du tube d'impédance. 9
2.3 Photo de la chambre réverbérante du GAUS contenant un échantillon à caractériser. Source : [10]. 11
2.4 Schéma du doublet microphonique avec une source placée au-dessus d'un plan d'impédance Z_s. 13
2.5 Schéma d'un point de source et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s, modèle source image. 15
2.6 Simulation de l'absorption d'une mousse mélamine, source à 1 m, $d = 1$ cm, $\phi_m = 0°$, espacement microphonique de 1 cm, en rouge la valeur de référence, en bleu le calcul avec la méthode onde plane, et en noir le calcul avec la méthode onde sphérique. 16
2.7 Simulation d'une absorption d'une mousse mélamine, source à 0.8 m, $d =$ 2 cm, $\phi_m = 60°$, espacement microphonique de 1 cm, en rouge la valeur de référence, en bleu le calcul avec la méthode onde plane, et en noir le calcul avec la méthode onde sphérique. 16
2.8 Simulation de l'impédance de surface d'une mousse mélamine, source à 1.5 m, $d = 2$ cm, espacement microphonique de 1.5 cm, en rouge la valeur de référence, en bleu la méthode onde sphérique retenue. 18
2.9 Mesure de α par une antenne linéaire dans une chambre semi-anéchoïque. Source : [23] 18
2.10 Valeurs de α pour un matériau de laine de verre dans une chambre semi-anéchoïque. Source : [23] 18
2.11 (a) Géométrie du problème, (b) Principe de la mesure du coefficient de réflexion pour une antenne synthétique de l monopoles. Source : Robin et al. [81] 20
2.12 Schéma de la méthode Tamura. 22
2.13 Résultats de α en fonction de l'angle et de la fréquence. Source : [11] . . . 22
2.14 Antenne sphérique avec une source placée au-dessus d'un matériau acoustique à caractériser. 26
2.15 Repère sphérique r, θ, ϕ relatif au repère cartésien x, y, z. 27
2.16 Exemple schématique d'une situation d'holographie sphérique double couche de rayons r_1 et r_2 avec une source extérieure qui sera représentée par les coefficients sphériques A_{mn} et une source intérieure qui sera représentée par les coefficients sphériques B_{mn}. 28
2.17 Schéma du principe de l'holographie acoustique sphérique. 30
2.18 Erreur $\mathbf{e_G}$ de la matrice Gram pour une sphère avec un maillage Lebedev à 50 de nœuds. 32

2.19 Filtres $1/\triangle$ des ordres m de 0 à 4 (qui se recouvrent les un sur les autres) en fonction de $k(r_2 - r_1)$. 33
2.20 Fonctions de Bessel sphériques $j_m(k, r_1)$ en haut. Filtres d'encodage, $j_m(k, r_1)^{-1}$ en bas. Les ordres 0, 1 et 2 sont respectivement en bleu, orange et jaune. . 34
2.21 Comparaison des filtres d'encodage d'une sphère ouverte $j_m(k, r_1)^{-1}$ (pointillés) par rapport à une sphère rigide (traits pleins) pour les différents ordres m de la figure 2.20. 34
2.22 Champs de pression acoustique générés par une source située en (-1 m, 0 , 0) dans le plan horizontal à $z = 0$ et aux fréquences 500 Hz ($1^{\text{ère}}$ colonne), 1000 Hz ($2^{\text{ère}}$ colonne) et 2000 Hz ($3^{\text{ère}}$ colonne). $1^{\text{ère}}$ ligne : champs cible pour chaque fréquence. Lignes 2 à 4 respectivement, les champs reconstruits pour des troncatures d'ordre M = 1, M = 3 et M = 5. Les cercles rouges représentent la règle $kr = M$ et les contours blancs, l'erreur e_m à 4 %. Source : Grandjean [45]. 36
2.23 Schéma du modèle source - source image/microphone sphérique avec une source sphérique (S1) et avec une onde plane (S2) sur un matériau d'impédance quelconque pour la formation de voie. 38
2.24 Schéma de principe d'une antenne sphérique avec une source au-dessus d'un matériau. Source : Richard et al. [77] 41
2.25 Vue 3D de l'antenne sphérique, en points noirs et sources équivalentes en cercles bleus. 41
2.26 Schéma de la mesure d'absorption/impédance de surface à l'aide d'une antenne hémisphérique et d'un point source au-dessus d'un plan d'impédance Z_s. 45
2.27 Matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{svd}}$ obtenue par l'équation (2.70) (non tronqué). La ligne verte démarque la zone tronqué $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{svd}}$ à droite. Les couleurs représentent les coefficients permettant d'exprimer les HS sur la base des HSH. 50
2.28 Matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ obtenue par la méthode QR l'équation (2.78) (non tronqué). La ligne verte démarque la zone tronqué $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{QR}}$ à droite. Les couleurs représentent les coefficients permettant d'exprimer les HS sur la base des HSH. 50
2.29 Représentation des harmoniques sphériques de l'ordre $m = 0$ (ligne du haut) à l'ordre $m = 3$ (ligne du bas), Y_m^0 est représenté sur la colonne centrale. Les Y_m^n pour $-m \leq n \leq -1$ sont présentés à gauche et pour $1 \leq n \leq m$ à droite. Les couleurs indiquent le changement de signe, positif en bleu, négatif en orange/rouge. 51
2.30 Représentation des harmoniques hémisphériques de l'ordre $m = 0$ (ligne du haut) à l'ordre $m = 3$ (ligne du bas), $\tilde{Y}_m^0$ est représenté sur la colonne centrale. $\tilde{Y}_m^n$ pour $-m \leq n \leq -1$ utilisant les fonctions sinus à gauche et pour $1 \leq n \leq m$ utilisant les fonctions cosinus à droite (étant entendu que les fonctions HSH de degré n dépendent des fonctions HS de même degré). Les couleurs indiquent le changement de signe, positif en bleu, négatif en orange/rouge. 51

2.31 Matrice $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice de Gram (Éq. 2.45) issue de la matrice des harmoniques sphériques $\mathbf{Y_S}$, calculée sur la moitié d'une sphère de Lebedev de 50 points (voir annexe D). Les erreurs sont en échelle logarithmique afin de mieux voir la dynamique (dB ref 1). 53
2.32 Matrice $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice de Gram (Éq. 2.45) de la base construite en utilisant la méthode SVD + QR ($\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$) sur la moitié d'une sphère de Lebedev de 50 points (voir annexe D). 53
2.33 Secteur sphérique en bleu par rapport à une sphère complète en transparent. 54
2.34 SCH associés à $\mathcal{P}^n_{l(n)}(\cos\phi_{end}) = 0$, pour $\phi_{end} = 90°$ 56
2.35 SCH associés à $\frac{\partial \mathcal{P}^n_{l(n)}(\cos\phi_{end})}{\partial\phi} = 0$, pour $\phi_{end} = 90°$ 56

3.1 Synoptique des sections de la partie formulation directe du problème d'identification de matériaux acoustiques par antennes sphériques ou hémisphériques. 60
3.2 Une source ponctuelle et une antenne de microphones sphérique au-dessus d'un matériau d'impédance de surface Z_s. 61
3.3 Comparaison de la reconstruction de l'absorption d'une couche de mélamine d'épaisseur $h_p = 8$ cm pour différents ordres M, $\mathbf{r}_l = 1.5$ m. Simulation pour un maillage de Lebedev de 50 microphones, $h = 0.01$ m et $a = 0.07$ m. . . . 64
3.4 Comparaison de l'impédance de surface à différents ordres M, $\mathbf{r}_l = 1.5$ m.Simulation pour un maillage de Lebedev de 50 microphones, $h = 0.01$ m et $a = 0.07$ m. 64
3.5 Champ d'erreurs de reconstruction de l'impédance Z_s d'un matériau plan infini (mousse mélamine). La ligne pointillée représente la règle $kR = M-1$, tandis que la ligne blanche pleine définit l'erreur de 4% sur le calcul de Z_s. Microphone sphérique ouvert de 50 noeuds, rayon de rayon $a = 7$ cm, $h = 0.01$ m, source à $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$. 65
3.6 Microphone sphérique à 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 66
3.7 Microphone sphérique à 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 66
3.8 Absorption obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour la configuration décrite figure 3.6, $\phi_m = 0°$, $h = 1$ cm. 67
3.9 Absorption obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour la configuration décrite figure 3.7, $\phi_m = 30°$, $h = 1$ cm. 67
3.10 Impédance de surface obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 67
3.11 Impédance de surface obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 67
3.12 Absorption obtenue sans bruit avec la méthode SHIR, évaluée au centre du microphone sphérique, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. . . 68
3.13 Impédance de surface obtenue sans bruit avec la méthode SHIR, évaluée au centre du microphone sphérique, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 68
3.14 Comparaison des filtres d'encodage régularisés et non régularisés. $G_t = 48$ dB, $r = 7$ cm. 69

3.15 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 70
3.16 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 70
3.17 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 70
3.18 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 70
3.19 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 72
3.20 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 72
3.21 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 72
3.22 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 72
3.23 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 50 microphones, $M = 5$. 73
3.24 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et avec un SNR 40 dB (tirets), jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 50 microphones, $M = 5$. 73
3.25 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 14$ cm, 50 microphones, $M = 5$. 74
3.26 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et bruitées (tirets) avec un SNR de 40 dB, jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 14$ cm, 50 microphones, $M = 5$. 74
3.27 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 0.75$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 50 microphones, $M = 5$. 75
3.28 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et bruitées (tirets) avec un SNR de 40 dB, jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 0.75$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 14$ cm, 50 microphones, $M = 5$. 75
3.29 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 302 microphones, $M = 14$. 76
3.30 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et avec un SNR 40 dB (tirets), jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 302 microphones, $M = 5$. 76

3.31 $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice Gram (Éq. 2.46) de la matrice $\mathbf{Y_S}$ sur une demi-sphère avec un maillage Lebedev à 29 noeuds. 79
3.32 $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice de Gram (Éq. (3.11)) de la base HSH construite selon la méthode QR Slepian ($\mathbf{Y}_{\mathrm{QR}}$) sur la demi-sphère de Lebedev de 29 nœuds, en utilisant les HS jusqu'à l'ordre 5. La ligne verte délimite $\mathbf{e_G}$ avec $\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$. 79
3.33 Matrice de transformation $\mathbf{D}_{\mathrm{QR}}^{-1}$ obtenue par la méthode de Slepian QR présentée. Les couleurs indiquent la contribution des différents coefficients HSH pour exprimer les HS (et inversement). La ligne verte délimite la matrice $\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{QR}}^{-1}$ tronquée (sur le côté gauche). 81
3.34 Fonctions Slepian sphériques (HSH) de l'antenne hémisphérique considérée, organisées de façon triangulaire similaire aux HS. 81
3.35 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$. 84
3.36 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$. 84
3.37 Fonctions de Bessel sphérique en fonction de kr 85
3.38 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR, hémisphère sur et sans support sphérique rigide, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$. 86
3.39 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR avec les $\tilde{P}_{mn}$ d'une hémisphère et d'une sphère , pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$. 86
3.40 Impédance de surface et absorption obtenue avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, SNR de 40 dB, $M = \tilde{M} = 2$. 87
3.41 Impédance de surface et absorption obtenue avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, SNR de 40 dB, $M = \tilde{M} = 2$. 88
3.42 Pressions modales $\tilde{P}_{mn}$ dans le domaine HSH (haut) et pressions modales P_{mn} dans le domaine HS (bas) , pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, SNR de 40 dB, $M = \tilde{M} = 3$. 88
3.43 Impédance de surface et absorption obtenue avec une erreur de ± 2.5 mm de positionnement des microphones avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 29 microphones. 89

4.1 Schéma des sections de la partie optimisation. 92
4.2 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 95
4.3 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 95
4.4 Absorptions pour la configuration donnée en figure 4.2 avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$. 96

4.5 Absorptions pour la configuration donnée en figure 4.3 avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$. 96
4.6 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.2 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$. 96
4.7 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.3 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$. 96
4.8 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.2 des absorptions avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$. 97
4.9 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.3 des absorptions avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$. 97
4.10 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.2 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$. 97
4.11 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.3 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$. 97
4.12 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre M et la méthode SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 98
4.13 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre M et la méthode SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 98
4.14 Antenne hémisphérique simple couche de 29 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 100
4.15 Antenne hémisphérique simple couche de 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm. 100
4.16 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.14 sans bruit $M = 5$. 100
4.17 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.15 sans bruit $M = 5$. 100
4.18 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.14 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$. 101
4.19 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.15 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$. 101
4.20 Schémas des hémisphères de microphones. 101
4.21 Antenne hémisphérique fermée, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 102
4.22 Antenne hémisphérique fermée, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 14$ cm. 102
4.23 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.21 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$, $a = 0.07$ m. 102

4.24 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.22 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$, $a = 0.14$ m. 102
4.25 Antenne plane double couche, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm. 104
4.26 Antenne plane double couche, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 28$ cm, distance inter-plan $c = 3$ cm. 104
4.27 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.25 sans bruit $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$). 104
4.28 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.26 sans bruit $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$). 104
4.29 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration double plan donnée en figure 4.25 pour un SNR de 48 dB, $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$). . 105
4.30 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration double plan donnée en figure 4.26 pour un SNR de 48 dB, $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$). . 105
4.31 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre $M = M_{HELS}$, pour la configuration double plan donnée en figure 4.25 sans bruit ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$). 106
4.32 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre $M = M_{HELS}$, pour la configuration double plan donnée en figure 4.25 pour un SNR de 48 dB ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$). 106
4.33 Schéma d'une source ponctuelle et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s, modèle source image. 111
4.34 Microphone sphérique de 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 112
4.35 Microphone sphérique de 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 112
4.36 Microphone sphérique de 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm. 112
4.37 Comparaison des absorptions pour la configuration figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) avec COSI. 113
4.38 Comparaison des impédances de surfaces pour la configuration figure 4.35 avec COSI. 113
4.39 Comparaison des absorptions pour la configuration figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm) avec COSI. 113
4.40 Comparaison pour la configuration figure 4.36 des impédances de surfaces avec COSI. 113
4.41 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB. 114
4.42 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB. 114
4.43 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB. 114

4.44 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB. . . . 114
4.45 Microphone hémisphérique 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 115
4.46 Microphone hémisphérique 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm. 115
4.47 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration hémisphérique 49 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, pour un SNR de 48 dB. . . 115
4.48 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration figure 4.14 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB. 115
4.49 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration hémisphérique 49 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, pour un SNR de 48 dB. 115
4.50 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration figure 4.14 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB. . . . 115
4.51 Antenne plane double couche de 50 microphones au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm. 116
4.52 Antenne plane double couche 50 microphones au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm.. 116
4.53 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB. 116
4.54 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB. 116
4.55 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB. 117
4.56 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB. 117
4.57 Comparaison des absorptions pour la configuration sphérique de la figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) avec COSI dans le domaine modal sphérique. 120
4.58 Comparaison pour la configuration sphérique de la figure 4.35 des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique. 120
4.59 Comparaison des absorptions avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration sphérique de la figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB. 122
4.60 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration de la figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB. 122

4.61 Comparaison des absorptions avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration sphérique de la figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB. 122
4.62 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration de la figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB. 122
4.63 Comparaison des absorptions avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration sphérique de la figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB. 122
4.64 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration de la figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB. 122

5.1 Synoptique des sections de la partie simulation 126
5.2 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$. . . . 128
5.3 Pressions modales P_{mn}, (a), (b) et (c) associées aux configurations (a), (b) et (c) de la figure 5.2 et aux résultats des figures 5.4-5.9. 128
5.4 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.2a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 129
5.5 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.2a, ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 129
5.6 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.2b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 129
5.7 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.2b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 129
5.8 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.2c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 129
5.9 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.2c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 129
5.10 Antenne hémisphérique simple à 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm, (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$. 130
5.11 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.10a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 131
5.12 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.10a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 131

5.13 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.10b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 131
5.14 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.10b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 131
5.15 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.10c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 131
5.16 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.10c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 131
5.17 Configurations d'antenne hémisphérique de microphones fermée à 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm, (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$. 132
5.18 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.17a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 133
5.19 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.17a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 133
5.20 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.17b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 133
5.21 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.17b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 133
5.22 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.17c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 133
5.23 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.17c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 133
5.24 Configurations d'antennes planaires double couche au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $b = 14$ cm, (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$. 134
5.25 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.24a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $b = 14$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 135
5.26 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.24a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $b = 14$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 135
5.27 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.24b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 135

5.28 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.24b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 135
5.29 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.24c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 135
5.30 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.24c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB. 135

6.1 Synoptique des sections de la partie expérimentation 138
6.2 Configuration de mesure, sphère de microphones double couche de Lebedev, $a = 6.5$ cm, source monopolaire à $r_l = 1$ m, $\phi_m = 5°$, au dessus d'une mousse de mélamine d'épaisseur 2" et de surface d'environ 1.8 m×1.8 m. 140
6.3 Configuration de mesure, sphère de microphones double couche de Lebedev, $a = 6.5$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 32°$, au dessus d'une laine de roche d'épaisseur 8" et de surface d'environ 1.5 m×1.2 m. 140
6.4 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration sphérique représentée sur la figure 6.2, $r_l = 1.02$ m, $\phi_m = 4°$, $a = 6.5$ cm 141
6.5 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration sphérique représentée sur la figure 6.2, $r_l = 1.02$ m, $\phi_m = 4°$, $a = 6.5$ cm 141
6.6 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration sphérique, $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 31°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 141
6.7 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 31°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 141
6.8 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.95$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 142
6.9 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.95$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 142
6.10 Pressions modales P_{mn}, associées aux caractérisations de la mousse de mélamine des figures 6.4-6.9. 142
6.11 Configuration de mesure, avec un hémisphère de 29 microphones (arrangement de Lebedev), $a = 26$ cm, source monopolaire à $r_l = 1$ m, $\phi_m = 5°$, au dessus d'une mousse de mélamine d'épaisseur 2" et de surface d'environ 1.8 m×1.8 m. 143
6.12 Configuration utilisée pour la calibration des microphones. 143
6.13 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m, $\phi_m = 1°$, $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 .144

6.14 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m, $\phi_m = 1°$, $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 144
6.15 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m , $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 145
6.16 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m, $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 . 145
6.17 Observation de l'erreur de bruit de fond, simulations associées aux caractérisations d'une mousse mélamine la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, SNR de 48 dB. 147
6.18 Observation de l'erreur associée à la variation du gain entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de gain de 1 dB. 148
6.19 Observation l'erreur associée à la variation de phase entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de phase de 1°. 149
6.20 Observation l'erreur associée à la variation aléatoire des positions entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de position de ± 2.5 mm. 150
6.21 Observation l'erreur associée à la variation aléatoire des positions entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm, erreur de position de ± 2.5 mm. 150
6.22 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini de mélamine, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm. Les murs infinis sont situées en x=3.2 et x = -5.8, y=-2.6 et y = 3.5, z=4 et sont symbolisés par un carré noir, le carré vert symbolise la position de la surface infinie de laine de roche. 151
6.23 Observation des erreurs associées aux réflexions d'une salle (figure 6.22), simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de phase de 1°. 152
6.24 Observation des erreurs associées aux réflexions d'une salle (figure 6.22), simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, erreur de phase de 1°. 153
6.25 Configuration COMSOL. 154
6.26 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm, pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 155
6.27 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm monté dans un cadre rigide, pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 155
6.28 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm , pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 156

6.29 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm monté dans un cadre rigide, pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 156
6.30 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm, pour différents W_r et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 156
6.31 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm monté dans un cadre rigide, pour différents W_r et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 156
6.32 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, $Wr = 6$ m, pour différentes épaisseurs h pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 157
6.33 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, monté dans un cadre rigide, $Wr = 6$ m pour différentes épaisseurs h pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 157
6.34 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, source monopolaire à $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, au dessus d'une mousse mélamine de taille 1.8 m×1.2 m. 160
6.35 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, $a = 7$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, au dessus d'une mousse mélamine de taille 1.8 m×1.2 m. 160
6.36 Pressions modales P_{mn}, associées aux caractérisations d'une mousse de mélamine des figures 6.37a-6.37f. La ligne violette symbolise la limite de l'ordre $m = 2$ avant le bruit de fond 161
6.37 6.42a,6.42c et 6.42e : absorptions estimées ; 6.42b, 6.42d et 6.42f : impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine d'épaisseur 8 cm. Pour la configuration $a = 7$ cm, $h = 1$ cm de l'installation des figures 6.34 et 6.35. 162
6.38 Observation des résultats de caractérisations d'une mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 15$ cm. 164
6.39 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, source monopolaire à $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 25 mm 165
6.40 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, $a = 7$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 25 mm. La ligne violette symbolise la limite de l'ordre $m = 2$ avant le bruit de fond 165
6.41 Pressions modales P_{mn}, associées aux caractérisations d'une mousse de mélamine des figures. 6.42a-6.42f. La ventilation est probablement allumée sur la figure 6.41c 165
6.42 6.42a,6.42c et 6.42e : absorptions estimées, 6.42b, 6.42d et 6.42f : impédances de surfaces estimées d'une mousse d'épaisseur 25 mm. Pour la configuration $a = 7$ cm, $h = 1$ cm de l'installation des figures 6.39 et 6.40. 166

6.43 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.34. 167
6.44 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.34. 167
6.45 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.35. 168
6.46 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.35. 168
6.47 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.34. 169
6.48 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.34. 169
6.49 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.53$ m, $\phi_m = 30°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35. 170
6.50 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.53$ m, $\phi_m = 30°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35. 170
6.51 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35. 170
6.52 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.53$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35. 170
6.53 Exemple d'absorption estimée. 173
6.54 Exemple dune impédance de surface estimée. 173
6.55 Exemple de P_{mn} estimée. 173
6.56 Filtres d'encodages pour une sphère de microphones ouverte et rigide. La limite de 48 dB est symbolisée par le trait rouge. 173

A.1 Schéma d'un point de source et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s, modèle source image. 180

B.1 Schéma des sections de la partie matériaux poreux et champ acoustique . . 182
B.2 Impédance de surface d'une mélamine sur un fond rigide. Les paramètres du matériau sont donnés dans le tableau B.1. 185
B.3 Coefficient d'absorption d'une mélamine sur un fond rigide. Les paramètres du matériau sont donnés dans le tableau B.1. 185

B.4 Schéma d'une source ponctuelle et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s. 187
B.5 Configuration d'une source ponctuelle au dessus d'un plan d'impédance infini et une antenne sphérique de 50 microphones, $\mathbf{r}_l(r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°)$. 188
B.6 Champ de pression acoustique réfléchi par une source au dessus d'un plan d'impédance à 100 Hz (Tab. B.1), $\mathbf{r}_l(r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°)$. 188

D.1 Maillage de Lebedev d'une sphère avec 50 points. 193
D.2 Matrice d'erreur de la matrice de Gram montrant l'erreur d'orthonormalité associée à la configuration sphérique du maillage de Lebedev D.1. 193

E.1 Représentation des harmoniques hémisphériques de l'ordre $m = 0$ (ligne du haut) à l'ordre $m = 2$ (ligne du bas), $\tilde{Y}_m^0$ est représenté sur la colonne centrale. Les $\tilde{Y}_m^n$ pour $-m \leq n \leq -1$ sont présentés à gauche et pour $1 \leq n \leq m$ à droite. Les couleurs indiquent le changement de signe, positif en bleu, négatif en orange. 196
E.2 Erreur de la matrice de Gram associée à la configuration hémisphérique maillée par prédistorsion. 196
E.3 (a) Champ de pression acoustique cible généré par une source sphérique située en (0.5 m, 0.5 m, 0.5 m) sur un ensemble de 50 microphones sur une antenne hémisphérique de rayon $a = 0.15$ m vue de dessus, (b) Champ de pression reconstitué depuis l'équation (E.7) avec $M = 5$, (c) Erreur normalisée entre les deux champs de pression. 196
E.4 Champ d'erreur normalisé entre les deux champs de pression extrapolés (cible et reconstitué avec l'équation (E.8)), vue selon l'axe z. La source est en incidente normale (0, 0, 0.5 m) et le rayon de mesure est $a = 0.15$ m . Sur la colonne de gauche le rayon de reconstitution est de $r = 0.11$ cm ($r < a$) et sur la colonne de droite $r = 22$ cm ($r > a$). Hémisphère de mesure de 50 points, maillage de Lebedev, $M = 5$, $f = 1500$ Hz. 198
E.5 Hémisphère dans le sens azimutal. 200

F.1 Maillage d'une hémisphère avec 74 points (a) et son espace de projection sphérique associé (b), les points noirs représentent le maillage "normal", les étoiles rouges le maillage pré-distordu. 203
F.2 Matrice de Gram montrant l'erreur d'orthonormalité associée à la configuration hémisphérique maillée par la méthode proposée depuis un maillage de Lebedev. 203
F.3 Matrice de Gram montrant l'erreur d'orthonormalité associée à la configuration hémisphérique d'un maillage de Lebedev tronqué à la moitié. 203

H.1 Comparaison de la méthode HELS pour une hémisphère de microphones avec et sans support rigide sphérique, $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 15°$, $a = 7$ cm. . . . 207

I.1 Photographie de la configuration de mesure, microphone sur un robot de déplacement 3 axes, source monopolaire à $r_l = 1.42m$, $\phi_m = 0°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 50 mm. 208

I.2 Photographie de la configuration de mesure, microphone sur un robot de déplacement 3 axes, $a = 7$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.78m$, $\phi_m = 30°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 50 mm. 208
I.3 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration sphérique 50 microphones $r_l = 1.45$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1. 209
I.4 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration sphérique 50 microphones $r_l = 1.45$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1. 209
I.5 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1. 209
I.6 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1. 209
I.7 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1. 210
I.8 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1. 210
I.9 Pression modale P_{mn}, associées aux caractérisations d'une mousse de 50 mm d'épaisseur des figures I.3-I.8. 210
I.10 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.04$ m, $\phi_m = 60°$, $a = 14$ cm de l'installation sur la figure I.1. 211
I.11 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.04$ m, $\phi_m = 60°$, $a = 14$ cm de l'installation sur la figure I.1. 211

J.1 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm, de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 212
J.2 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm encastrée dans un cadre rigide, de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm. 212
J.3 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm , de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 213
J.4 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm encastrée dans un cadre rigide, de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 213
J.5 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm de longueur Wr différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 213

J.6 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm encastrée dans un cadre rigide, de longueur Wr différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 213
J.7 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, $Wr = 6$ m d'épaisseur Hp différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 214
J.8 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, encastrée dans un cadre rigide, $Wr = 6$ m d'épaisseur Hp différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm. 214

LISTE DES TABLEAUX

7.1 Récapitulatif des performances des différentes méthodes étudiées dans cette thèse. Avec x : pas performant ou pas robuste, * peu performant ou peu robuste, ** performant ou robuste, et *** très performant ou très robuste. 178

B.1 Paramètres du modèle JCA d'une mousse de mélamine. Les valeurs ont été caractérisées depuis un vrai matériau utilisé dans les expériences. 185
B.2 Paramètres du modèle JCA d'une mousse 50 mm caractérisées depuis un vrai matériau utilisé dans les expériences. 185
B.3 Paramètres du modèle JCA d'une mousse 25 mm caractérisées depuis un vrai matériau utilisé dans les expériences. 186
B.4 Paramètres du modèle JCA d'une mousse à haute absorption utilisée dans la simulation de réflexions au §6.2.3 186

LISTE DES SYMBOLES

$\tilde{}$	indice de matrice tronqué
α	Coefficient d'absorption
α_s^i	Coefficient d'absorption de sabine
$\dot{q}$	Accélération volumique
λ	Paramètre de pénalisation
$\mathbf{A_{mn}}$	Matrice des coefficients sphériques (sources extérieures)
$\mathbf{D}$	Matrice de passage
$\mathbf{D}_{QR}$	Matrice de passage QR
$\mathbf{D}_{svd}$	Matrice de passage SVD
$\mathbf{s}$	Matrice des vecteurs propres
$\mathbf{U}$	Matrice des vecteurs singuliers
$\mathbf{G}$	Matrice de Gram
$\mathbf{H}$	Matrice de transfert
$\mathbf{H_{mn}}$	Matrice de transfert HELS
$\mathbf{I}$	Matrice identité
$\mathbf{p}^{meas}$	Vecteur des pression mesuré
$\dot{\mathbf{Q}}$	Vecteur d'accélération volumique
$\mathbf{q}$	Vecteur des débits acoustiques
$\mathbf{w}$	Matrice des poids de quadrature
$\tilde{\mathbf{Y}}$	Matrice de la nouvelle base HSH
$\mathbf{Y_{svd}}$	Matrice des HSH 1
$\mathbf{Y_{QR}}$	Matrice des HSH 2
$\mathbf{Y_s}$	Matrice des HS
ω	Pulsation
ϕ_l	Élévation de la source source
ϕ_m	Angle d'incidence de la source
ϕ	Élévation
ρ_0	Densité de l'air
θ	Azimuth
θ_l	Azimuth de la source
A_{eq}	Aire d'absorption équivalente
A_{mn}	Coefficients sphériques (sources extérieures)
A	Amplitude de la source
a	Rayon de l'antenne de mesure
B_{mn}	Coefficients sphériques (sources intérieures)
b	Longueur du coté de l'antenne plane
c	Hauteur entre les deux plans de l'antenne plane
c_0	Célérité du son

d	Offset doublet – matériau
e_m	Erreur du champ de pression acoustique
f	Fréquence
G_{mn}	Coefficient de Gram
G_t	Gain maximum d'amplification
h_m	Fonctions de Hankel sphérique
h_p	Épaisseur du matériau
h_s	Hauteur de matériau-source
h	Hauteur microphone-matériau
j_m	Fonctions de Hankel sphérique
k	Nombre d'onde
k_x	Nombre d'onde en fonction de x
k_y	Nombre d'onde en fonction de y
k_z	Nombre d'onde en fonction de z
K	Nombre de microphones
L	Nombre de sources équivalentes maximum
L_{max}	Dimension maximal chambre réverbérante
l_r	Largeur source micro
M	Ordre de reconstruction maximum
M_{HELS}	Ordre maximum dans la matrice HELS
N	Nombre d'HS
p	Pression acoustique
P_{mn}	Pression modale acoustique
$\mathcal{P}_{mn}$	Polynome de legendre
$\tilde{\mathcal{P}}_{mn}$	Polynome de legendre non déterminés
P_i	Onde plane incidence
P_r	Onde plane réfléchie
Q_l	Débit acoustique
r_{inc}	Distance source incidente-microphone
R_{max}	R_{max} de Tamura
r_{ref}	Distance source réfléchie-microphone
r_j	Distance source micro j
r_l	Distance source-matériau
r'_j	Distance source image-micro j
R	Coefficient de réflexion
r	Rayon
T_{60}	Temps de réverbération
T_0	Temps de réverbération sans échantillon
T_{ech}	Temps de réverbération avec échantillon
u_z	Vitesse particulière normale
V	Volume de la chambre réverbérante
x, y, z	Coordonnées cartésiennes
Y_{mn}	Harmoniques sphériques
Z_s	Impédance de surface

LISTE DES ACRONYMES

Acronyme	**Définition**
ASTM	American Society for Testing Materials
CAD	Champ Acoustique Diffus
COSI	Optimisation Contrainte de l'Impédance de Surface
CTTM	Centre de Transfert de Technologie du Mans
GAUS	Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke
HELS	Helmholtz Equation Least Square
HS	Harmoniques Sphériques
HSH	Harmoniques HémiSphériques
ISO	International Organization for Standardization
JAC	Johnson-Allard-Champoux
LAUM	Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine
LS-EWM	Least Square - Elementary Wave Model
NAH	Nearfield Acoustic Holograpy
QR	Méthode QR
SCH	Harmoniques de Secteur Sphérique
S-ESM	Spherical Equivalent Source Method
ESM	Spherical Equivalent Source Method
SHIR	Spherical Harmonic Impedance Reconstruction
SNR	Signal to Noise Ratio
SONAH	(Statistically Optimized Near Field Holography)
SVD	Singular Value Decomposition (décomposition aux valeurs propres)
TMM	Tranfert Matrix Method (méthode des matrice de transfert)
TFS	Transformée de Fourier sphérique
TF2D	Transformée de Fourier à 2 dimensions
UdeS	Université de Sherbrooke

CHAPITRE 1

Introduction

Contexte général

Le traitement acoustique au moyen de matériaux absorbants tels que les mousses, tissus ou moquettes est utilisé dans de multiples domaines afin d'absorber le son. Cela peut être dans un but de protéger les travailleurs et ainsi diminuer les nuisances sonores auxquelles ils sont exposés, dans le but de d'améliorer le confort acoustique lié à un engin motorisé (voitures, avions...), dans le but de corriger l'acoustique d'une salle (salle de concert, studio, etc.), ou encore dans un but de confort acoustique urbain pour les bâtiments. Ces matériaux absorbants n'ont cessé de se réinventer au travers des dernières décennies pour fournir une absorption plus forte, sur une plage de fréquences la plus étendue possible.

L'efficacité des traitements acoustiques est aujourd'hui principalement caractérisée par le coefficient d'absorption et/ou l'impédance de surface. Cette caractérisation est devenue un enjeu important pour les milieux industriels et les laboratoires de recherche. Les valeurs obtenues permettent ensuite aux ingénieurs et aux chercheurs de concevoir, dimensionner ou sélectionner des matériaux absorbants en fonction de l'application. Un second enjeu important est la mesure hors laboratoire pour déterminer les performances du matériau acoustique *in situ* et ainsi comprendre le comportement du matériau en conditions réelles.

Les méthodes conventionnelles de mesure de l'absorption acoustique utilisent généralement très peu de microphones. Avec l'essor de la technologie MEMS, il est maintenant possible de créer des réseaux de microphones robustes à un prix abordable. Cela suscite un regain d'intérêt pour les antennes de microphones permettant de caractériser les matériaux absorbants. Ce doctorat s'inscrit dans l'étude de méthodes appliquées à ces antennes. Deux paramètres importants, qui sont dans une certaine mesure liés, se dégagent : la géométrie de l'antenne de microphones et la méthode choisie pour exploiter les signaux des microphones. L'étude proposée étudiera différentes techniques appliquées à des antennes planes, sphériques et hémisphériques, mais portera un regard plus approfondi sur les deux dernières géométries.

Les enjeux sont de développer les théories et les méthodes de caractérisation propres à différentes géométries qui pourront dépasser les limitations existantes des méthodes de caractérisation usuelles, tout en prenant soin de les comparer par rapport aux méthodes

existantes. Les applications potentielles vont du laboratoire de recherche à la caractérisation *in situ* en industrie. Le développement de méthodes de caractérisation passe par l'étude approfondie des techniques d'antenneries existantes ainsi que leurs limitations.

Problématique

La méthode normalisée du tube d'impédance utilise seulement deux microphones insérés dans un guide d'onde dans lequel on place l'échantillon à caractériser. Elle ne permet de mesurer que l'angle d'incidence normal, sur de petits échantillons, et le montage peut influer sur les résultats de façon non négligeable [48].
La mesure en chambre réverbérante donne accès au coefficient d'absorption sous l'hypothèse d'un champ acoustique diffus, ce qui est plus représentatif de l'utilisation pratique d'un matériau acoustique. Cependant, les tests sur de grands échantillons empêchent l'obtention d'une décroissance logarithmique du champ sonore en fonction du temps dans la salle de mesure, tandis que les petits échantillons peuvent conduire à un coefficient d'absorption non physique supérieur à 1 ou inférieur à 0. De nombreux articles (Vercammen [89], Toyoda et al. [88], Chrisler [18], etc.) font aussi état de la faible répétabilité de la mesure suite à l'influence forte de la position de l'échantillon dans la salle ou de la forme de la salle sur les résultats. Au sein du Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke (GAUS) des travaux sont en cours de réalisation sur une approche de mesure de l'absorption utilisant une antenne virtuelle de sources acoustiques, et un doublet microphonique, placé à proximité du matériau (Robin et al. [81],[79]). Les résultats obtenus à ce jour ont cependant toujours des limitations, notamment aux basses fréquences.
La collaboration des laboratoires du GAUS et du LAUM au travers de cette cotutelle met en avant une combinaison des travaux déjà réalisés pour améliorer et/où proposer de nouvelles alternatives aux limites des méthodes normalisées.

Question de recherche

Ce doctorat tourne autour de la question centrale suivante : est-il possible d'utiliser un système d'antenne de microphones en champ proche pour mesurer les caractéristiques d'impédance ou d'absorption d'un matériau acoustique, sur une large bande de fréquence et de manière précise en basses fréquences ? Cette question répond aux besoins actuels de développer de nouvelles méthodes de caractérisation de matériaux acoustiques. L'étude des performances des méthodes développées, comparées à d'autres, existantes, permettra de mieux cerner le potentiel de chacune des méthodes, afin de dégager le contexte où il est plus pertinent d'utiliser une méthode plutôt qu'une autre.

Objectifs du projet de recherche

L'objectif de ce doctorat est donc de proposer des méthodes pour la mesure d'impédance et/ou du coefficient d'absorption au travers de systèmes de géométries diverses en cherchant à pallier les limitations mentionnées. Dans le contexte plus général de la caractérisation acoustique, l'objectif est de se positionner dans une méthode basses et moyennes fréquences, qui pourrait caractériser l'influence de l'incidence du champ sonore sur les propriétés du matériau, si possible *in situ*, pouvant susciter l'intérêt des fabricants industriels de matériaux.

Contributions originales

Cette thèse a permis de proposer des méthodes alternatives aux méthodes existantes de caractérisation de matériau acoustique utilisant des antennes de microphones :

- La méthode de "Reconstruction d'Impédance par les Harmoniques Sphériques" (SHIR) : une méthode holographique basée sur l'utilisation de la base modale sphérique. L'utilisation de cette base permet également des considérations nouvelles concernant la validité des mesures. Cette méthode permet d'identifier la limite basse fréquence liée au bruit de fond et également d'estimer une zone de confiance sur laquelle on peut moyenner spatialement l'estimation de la surface d'impédance.
- L'utilisation du principe "Helmholtz Equation Least Square" (HELS) : une méthode qui est essentiellement une amélioration de la méthode SHIR précédente. Elle repose sur l'utilisation d'une régression linéaire à la place de l'utilisation des propriétés spéciales de la base modale sphérique sur les pressions mesurées.
- La méthode " d'Optimisation Contrainte sur l'Impédance de Surface" (COSI) : une méthode de correspondance de modèle (optimisation) où la caractérisation est réalisée en estimant les variables qui minimisent l'erreur entre le modèle et les mesures. Le principe de la méthode est déjà existante, mais elle est ici étendue aux antennes de microphones. L'ajout de plusieurs variables pour améliorer la précision de la méthode est également réalisé. Plusieurs modèles et leurs performances sont étudiés.

D'autres points sont également présents : une nouvelle méthode de régularisation pour les pressions modales sphériques et une manière de réaliser une base hémisphérique complétant des travaux déjà existants sont proposées.

Organisation du document

Le document est organisé comme suit, un état de l'art présente différentes méthodes existantes en partant des méthodes très générales de caractérisation de matériaux acoustiques

vers les méthodes possédant des similarités avec celles proposées ici. Les méthodes proposées dans cette thèse sont ensuite divisées en deux parties où leurs performances sont étudiées par des simulations numériques. D'une part, les méthodes à formulation directe qui dépendent de l'utilisation d'une géométrie antenne en particulier et utilisent une projection modale, et d'autre part les méthodes pouvant être utilisées sur diverses géométries d'antennes grâce à différents processus d'optimisation. Elles sont ensuite comparées aux méthodes existantes. Finalement les résultats expérimentaux sont présentés avant la conclusion générale du document. L'organisation sur document est représentée sur le schéma de la figure 1.1.

Le document est développé de manière linéaire, mais certaines parties peuvent être lues de manière indépendantes. Le chapitre 2 sur l'état de l'art contextualise et donne les prérequis scientifiques à l'étude des chapitres 3 et 4. Ces deux chapitres étudient en détail le développement des principes mathématiques utilisés dans les différentes méthodes ainsi que leurs limites. Les chapitres 5 et 6 traitent de la comparaison plus qualitative des différentes méthodes et peuvent être lus indépendamment des autres, si l'on ne s'intéresse qu'à l'aspect pratique et qu'aux performances des méthodes de caractérisations.

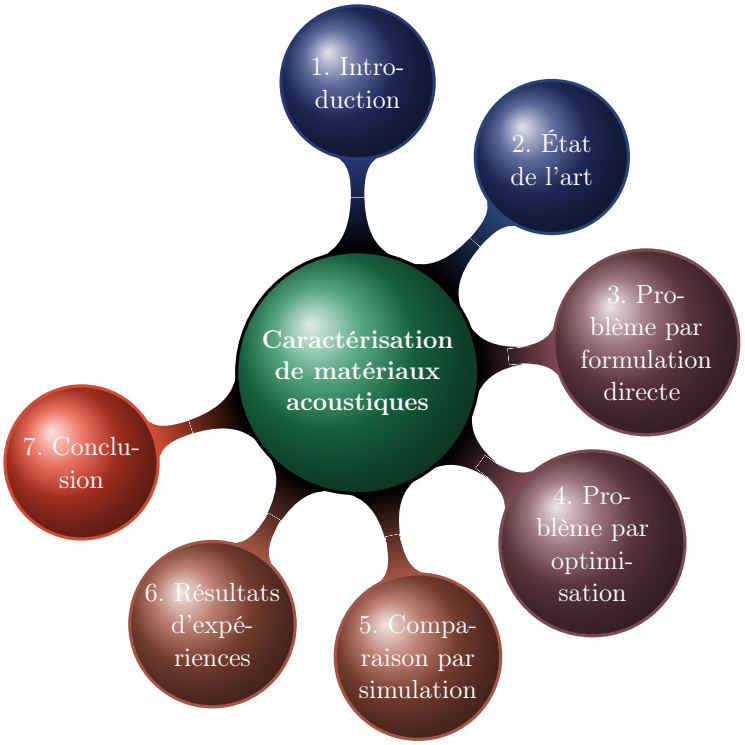


Figure 1.1 Synoptique des chapitres du manuscrit.

CHAPITRE 2

État de l'art

La performance des matériaux absorbants est souvent caractérisée par le coefficient d'absorption α (information d'amplitude), qui représente le rapport entre l'énergie qu'absorbe le matériau et l'énergie qu'il reçoit à sa surface. Cette valeur est comprise entre 0 (matériau totalement réfléchissant) et 1 (matériau totalement absorbant). L'impédance de surface du matériau Z_s sert également à caractériser un matériau acoustique, elle est reliée à l'absorption, mais apporte plus d'informations (phase et amplitude) tout en étant plus difficile à interpréter. En effet, l'impédance de surface traduit moins intuitivement la quantification du phénomène physique de l'absorption.
Le paramètre α permet de caractériser simplement le matériau afin de réaliser une prédiction de l'influence du matériau dans un champ acoustique, ce qui est attrayant du point de vue industriel. L'utilité de l'impédance de surface Z_s concerne plutôt les laboratoires de recherche, où l'on cherche à prédire le comportement du matériau avec plus de détails.

On peut aujourd'hui, à l'aide d'outils analytiques ou numériques, prédire l'absorption acoustique de matériaux, il faut cependant connaître l'ensemble des paramètres physiques, intrinsèques au matériau qui influent sur l'absorption. La mesure de ces paramètres étant généralement faite en plusieurs étapes et étant relativement longue, on privilégie souvent une mesure directe du coefficient d'absorption α, plus facilement utilisable par les ingénieurs, et/où de l'impédance Z_s.

Afin de caractériser α ou Z_s, de nombreuses méthodes ont été développées [14]. Pour mieux comprendre les enjeux qui s'y rapportent, ce chapitre d'état de l'art décrit une liste non exhaustive, mais représentative au sens de cette thèse, des méthodes de caractérisation existantes.
Tout d'abord, les méthodes normalisées sont présentées avec deux techniques très utilisées par les industriels du domaine : le tube d'impédance et la salle réverbérante. Ces deux méthodes illustrent la plupart des limites que les études d'aujourd'hui cherchent à surmonter (résultat en incidence normale uniquement, influence des conditions de mesure sur les résultats, faible répétabilité des mesures.).
Ensuite, la méthode du doublet microphonique est présentée, elle permet de faire le lien entre les méthodes normalisées et les méthodes alternatives plus spécifiques. Puis, afin de lier les méthodes précédentes à l'antennerie, une des méthodes développées au GAUS est

présentée : la synthèse de champ diffus pour la mesure d'absorption. Au cours de cette thèse, on étudie ensuite les techniques de mesure d'absorption associées à différentes géométries d'antennes. On présente d'abord trois techniques associées aux antennes planaires, la méthode Tamura [83], une méthode utilisant une décomposition en onde plane et une méthode de mesure utilisant le principe appelé "Statistically Optimized Near-field Acoustic Holography" (SONAH) [68]. Les antennes sphériques sont ensuite présentées au travers de deux méthodes de caractérisation de matériau acoustique. La première méthode utilise la formation de voie sphérique et la seconde méthode, la technique des sources équivalentes. Cette partie inclut aussi un résumé d'holographie acoustique en formulation sphérique, utilisée dans la première méthode mais aussi dans le corps de la thèse. Enfin, il est abordé les méthodes existantes utilisant une géométrie hémisphérique de microphones pour calculer le coefficient d'absorption.

Une discussion des limites de chacune des approches est faite introduisant les besoins et objectifs des méthodes qui ont été développées dans le cadre de cette thèse. Un schéma récapitulatif de l'État de l'art est présenté sur la figure 2.1.

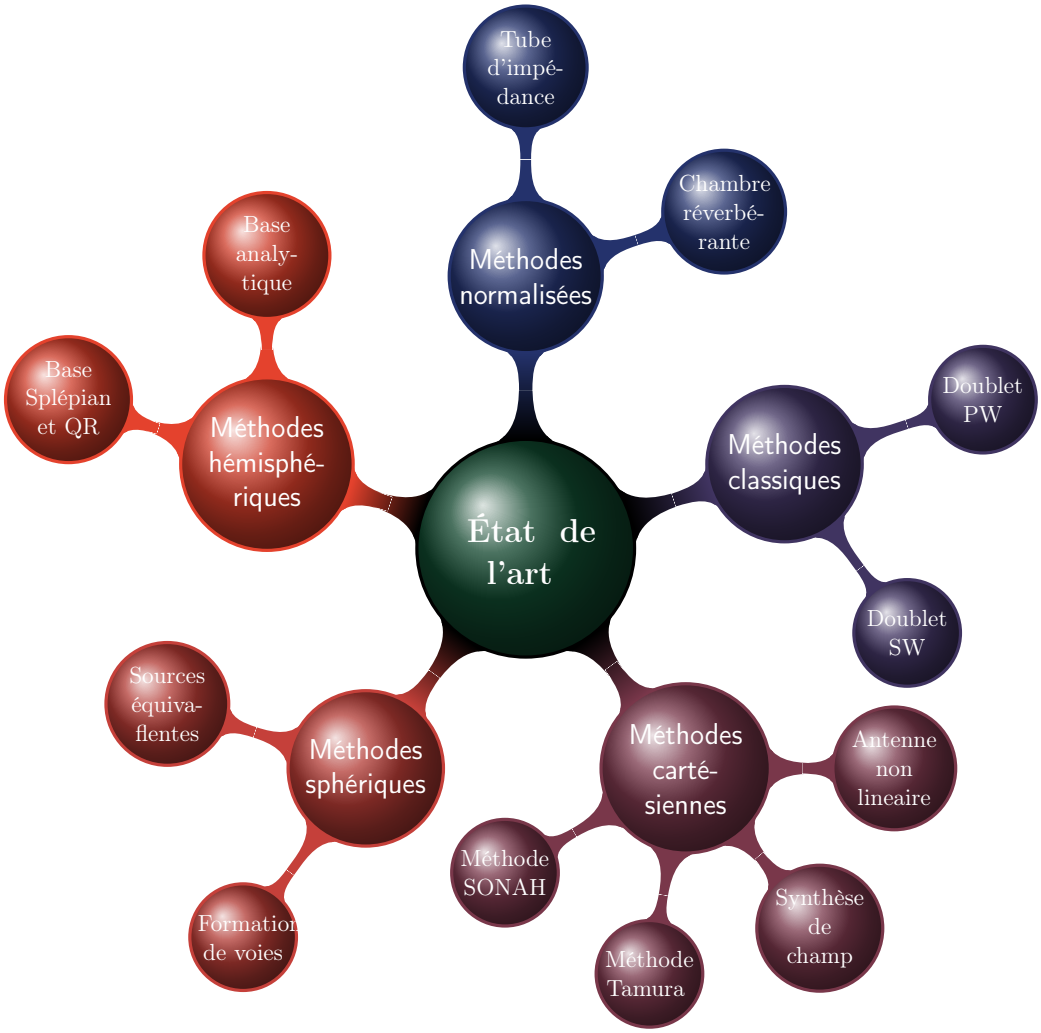


Figure 2.1 Synoptique de méthodes permettant de caractériser les matériaux absorbants.

2.1 Méthodes normalisées de caractérisation de matériaux absorbants

Cette partie présente les deux principales méthodes normalisées utilisées aujourd'hui : le tube d'impédance, aussi appelé tube de Kundt, et la méthode de la chambre réverbérante. Une discussion autour des limites de chacune de ces deux méthodes sera proposée.

2.1.1 Tube d'impédance

La méthode du tube d'impédance est l'une des méthodes de caractérisation les plus utilisées de par sa simplicité, sa rapidité et sa robustesse au bruit, en effet deux microphones seulement (où un seul qui est déplacé, nécessitant toutefois une référence de phase) permettent de réaliser la mesure et ainsi d'obtenir le coefficient d'absorption acoustique α, le coefficient de réflexion R et l'impédance de surface Z_s. Les normes ISO-10534-2 (International Standard Organization) et ASTM E1050-12 (American Society for Testing Material) définissent les conditions de mesure.

Description

On peut voir sur la figure 2.2 une représentation schématique du tube d'impédance. À une extrémité on place un haut-parleur, qui génère un son couvrant la bande fréquentielle désirée pour la mesure (bruit blanc ou sinus glissant). Un échantillon du matériau à tester est placé à l'autre extrémité du tube en appui contre la terminaison rigide. Deux microphones sont placés dans le tube et permettent d'obtenir les signaux de pression acoustique (amplitude et phase) des ondes planes se propageant dans le tube. Chaque signal microphonique contient la somme des composantes incidentes et réfléchies.

Principe

La pression acoustique en un point x est représentée par la somme d'une onde plane incidente d'amplitude A, $P_i = Ae^{ikx}$ et d'une onde plane réfléchie d'amplitude AR, $P_r = ARe^{-ikx}$, où R est le coefficient de réflexion et k est le nombre d'onde.
Pour calculer R à partir des pressions mesurées, on écrit les pressions aux points de mesures x_1 et x_2 (la convention temporelle $e^{i\omega t}$ est utilisé dans cette thèse) :

$$\begin{cases} p_1 &= Ae^{-ikx_1} + ARe^{ikx_1} \\ p_2 &= Ae^{-ikx_2} + ARe^{ikx_2} \end{cases}, \tag{2.1}$$

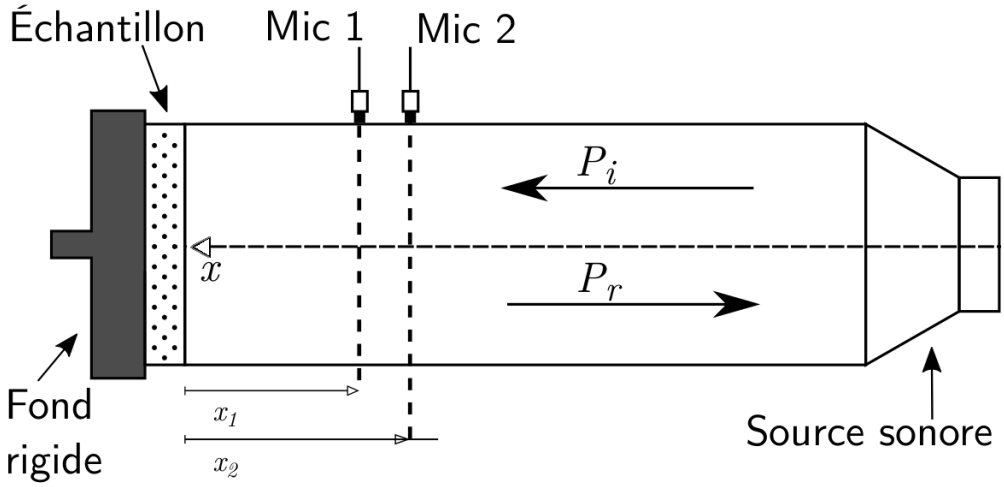


Figure 2.2 Schéma du tube d'impédance.

avec k le nombre d'onde.
À partir du système d'équations à deux inconnues (équation 2.1), il est possible d'obtenir l'expression du coefficient de réflexion R du matériau :

$$R = \frac{P_r}{P_i} = \frac{\frac{p_2}{p_1}e^{-ikx_1} - e^{-ikx_2}}{e^{ikx_2} - \frac{p_2}{p_1}e^{ikx_1}}. \tag{2.2}$$

La relation entre l'impédance de surface normalisé Z_s et le coefficient de réflexion R est donnée par :

$$R = \frac{Z_s - \frac{1}{\cos\phi_m}}{Z_s + \frac{1}{\cos\phi_m}}, \tag{2.3}$$

avec ϕ_m l'angle incidence entre la source et le matériau ($\phi_m = 0$ dans le cas du tube d'impédance).
L'absorption α découle directement du coefficient de réflexion R :

$$\alpha = 1 - |R^2|. \tag{2.4}$$

Discussion et limites

Des limites sont cependant apparentes, d'une part expérimentales : les découpes des échantillons influent sur la mesure en provoquant des fuites ou une compression du matériau modifiant alors la réponse acoustique. Il s'agit également d'une méthode destructive au sens où l'on découpe des échantillons de matériau qui ne seront pas réutilisés.

D'autre part des erreurs intrinsèques à la méthode elle-même, les échantillons sont de petite taille et ne représentent pas forcément le comportement global du matériau, la mesure s'effectue en incidence normale uniquement, ne révélant rien du comportement du matériau pour des angles d'incidence quelconques.

Il existe une méthode plus avancée, basée sur le tube d'impédance nommé le tube à transmission. Cette méthode permet en effet une mesure directe des propriétés acoustiques du matériau telles que le coefficient de transmission, la densité effective ρ_{eff} ou le module d'élasticité isostatique K_{eff}. La norme ASTM E2611-09 décrit la méthode normalisée.

2.1.2 Chambre réverbérante

Les normes ISO-354 et ASTM-C423 décrivent les méthodes normalisées utilisant un "champ acoustique diffus" qui permet d'insonifier le matériau sous toutes les incidences. Ce type de champ acoustique est considéré être plus représentatif du comportement réel du matériau absorbant qu'une mesure en incidence normale.

Description

La mesure est réalisée en chambre réverbérante, un exemple est présenté sur la figure 2.3. Lorsqu'une source est présente dans la salle, le son est réfléchi plusieurs fois par les parois générant le champ diffus. Des déflecteurs acoustiques sont souvent placés afin de diminuer l'influence des modes de salle et obtenir un champ diffus plus uniforme.

Conditions expérimentales

Les dimensions du local ne sont pas clairement définies par les normes : pour l'ISO-354, il est spécifié que le rapport de la dimension la plus longue $L_{\max}$ (soit pour une pièce parallélépipédique la diagonale) par rapport au volume V de la pièce doit satisfaire $L_{\max} < 1,9V/3$, le volume minimum étant de 150 m^3 selon les deux normes. Il faut utiliser une source acoustique omnidirectionnelle et un ensemble de microphones mesurant le temps de réverbération moyen en absence et présence du matériau.
Selon la norme ISO-354, les microphones doivent être omnidirectionnels et espacés d'au moins 1.5 m, positionné à 2 m minimum d'une source et à 1 m minimum d'une surface du sol ou de l'échantillon. Si plusieurs sources sont utilisées, elles doivent être espacées d'au moins 3 m. L'échantillon doit avoir une taille supérieure à 6.7 m^2 pour la norme ISO-354 et supérieure à 12 m^2 pour la norme ASTM-C423.

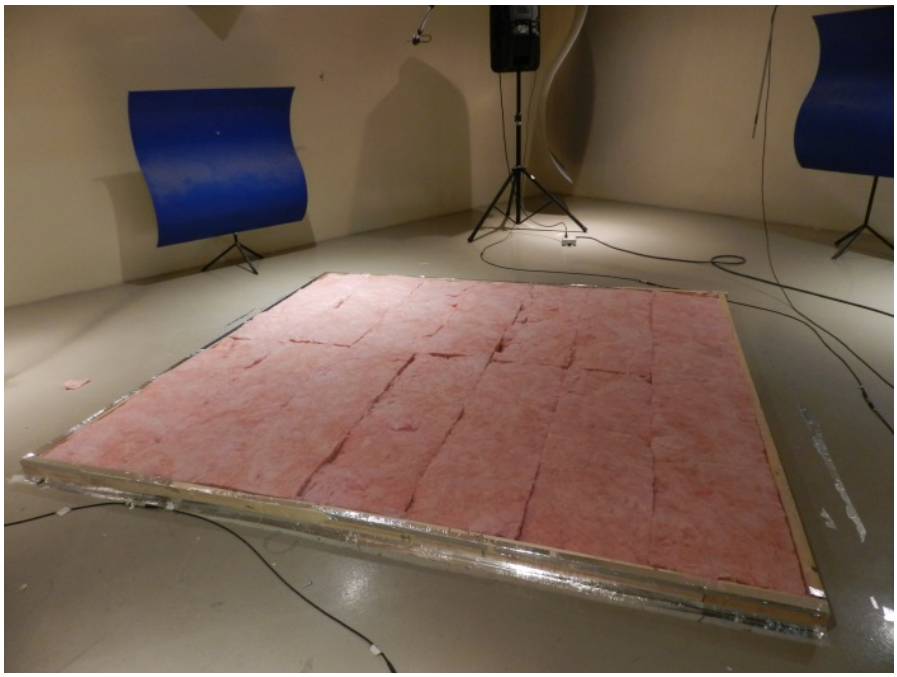


Figure 2.3 Photo de la chambre réverbérante du GAUS contenant un échantillon à caractériser. Source : [10].

Un nombre de 12 mesures de décroissance sonore, spatialement indépendantes, est requis avec un minimum de 3 positions de microphones et 2 positions de source. Si plus d'une source est utilisée, le nombre de mesures est réduit de 12 à 6.
Dans la norme ISO-354, 5 types de montages sont décrits, possédant parfois des sous-catégories, spécifiant des distances relatives aux murs et les types d'installations au sol du matériau qu'il faut utiliser.

Principe

Le coefficient d'absorption mesuré peut être obtenu par la théorie de Sabine, qui relie l'aire d'absorption équivalente au temps de réverbération T_{60}, le temps que met l'intensité du son pour décroitre de 60 dB :

$$T_{60} = \frac{55.3V}{c_0 A_{eq}}, \tag{2.5}$$

c_0 la célérité du son dans l'air et A_{eq} l'aire d'absorption équivalente définie par :

$$A_{eq} = \sum_l \alpha_s^l S_l, \tag{2.6}$$

avec S_l les différentes surfaces d'absorption et α_s^l les différents coefficients d'absorption liés aux surfaces S_l.

Le coefficient d'absorption du matériau α_s est obtenu en mesurant les temps de réverbération T_{60} (en secondes et par bandes de tiers d'octave), avec échantillon T_{ech} et sans échantillon T_0. La relation suivante permet d'obtenir l'absorption du matériau l'absorption α_s du matériau :

$$\alpha_s = \frac{55.3V}{c_0 S}\left[\frac{1}{T_{\text{ech}}} - \frac{1}{T_0}\right], \tag{2.7}$$

avec S la surface de l'échantillon en m^2.

Discussion et limites

Des limitations intrinsèques à la méthode de la chambre réverbérante existent. En effet, l'introduction d'un matériau acoustique de surface importante comme recommandé par les normes, perturbe le champ acoustique diffus (Chrisler [18]), empêchant l'obtention d'un décroissance logarithmique induisant possiblement une sous-estimation du coefficient d'absorption.
La reproductibilité des résultats pose également problème, car il existe de nombreux facteurs influençant la mesure : la distance du matériau aux murs de la salle réverbérante et les effets de bords (traitements des bords de l'échantillon, assemblage) modifient les résultats (Toyoda et al. [88]) d'une position de matériau à une autre, le coefficient d'absorption peut ainsi dépasser une valeur de 1 (Vercammen [89]) (ceci peut être atténué par l'utilisation de fenêtrage spatial [86]). Le manque de standardisation des dimensions de la chambre réverbérante (volume de la salle uniquement) et de la taille des matériaux crée des conditions expérimentales très différentes d'une salle à une autre. Toutes ces raisons induisent une incidence non-isotopique sur le matériau et donc à un non respect de l'hypothèse de champ diffus faussant les résultats et provoquent à des erreurs systématiques différentes d'un laboratoire à un autre [66].

Les limitations citées conduisent au fait qu'il est difficile de comparer les résultats d'un laboratoire à un autre ([37, 63]), et également du fait de s'assurer de toujours avoir un champ diffus, dans tous les laboratoires, il est donc très délicat d'utiliser les valeurs d'absorption obtenues à des fins de calculs prévisionnels.

2.2 Une méthode de caractérisation en champ libre : le doublet microphonique

Afin de faire le lien entre les méthodes de caractérisation de matériaux absorbants normalisées et les méthodes plus spécifiques qui se rapprochent du sujet de cette thèse, cette

section apporte une discussion sur une autre méthode classique, le doublet microphonique ([4, 14]). Cette méthode permet en se plaçant près du matériau absorbant de calculer le coefficient d'absorption tout en réduisant les effets de bord (montage expérimental, dimensions finies de l'échantillon), les effets de salle et l'effet des bruits environnants. De par sa simplicité et par sa robustesse au bruit, cette méthode peut être utilisée en dehors d'un laboratoire.

2.2.1 Principe

La mesure au doublet microphonique pression-pression (pp) repose sur le calcul du coefficient de réflexion à partir de la mesure des pressions acoustiques p_1 et p_2 par deux microphones placés en deux points x_1, x_2, représentés sur la figure 2.4. Différentes hypothèses en fonction du cas de figure de l'expérience sont utilisées :

- Source lointaine : modèle onde plane, le plus simple.
- Source sphérique : modèle onde sphérique, approximation pour une source placée à une distance intermédiaire du matériau.
- Source sphérique proche du matériau : modèle complexe, encore discuté dans la littérature.

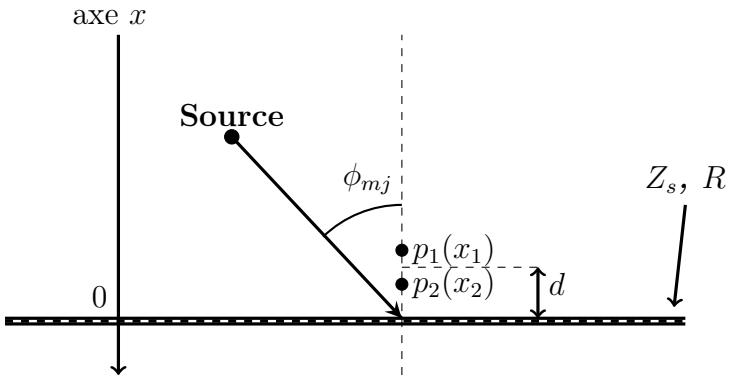


Figure 2.4 Schéma du doublet microphonique avec une source placée au-dessus d'un plan d'impédance Z_s.

Les deux premiers points vont être étudiés dans cette section, tandis que le dernier, plus complexe, est abordé en annexe B.
Il est noté que le doublet microphonique peut aussi être utilisé en formulation pression-vitesse (pv), (Allard and Sieben [4], Otsuru et al. [67]) à l'aide d'une sonde Microflown [21].

2.2.2 Doublet microphonique avec une source d'onde plane

Il s'agit de la même approche que pour le tube d'impédance section §2.1.1, les ondes planes n'étant plus nécessairement en incidence normale, mais pouvant insonifier le matériau avec un angle d'incidence oblique ϕ_m.

Pour calculer le coefficient de réflexion R, la pression acoustique en un point x est représentée par la somme d'une onde plane incidente d'amplitude A, $P_i = Ae^{-ikx\cos\phi_m}$ et d'une onde plane réfléchie d'amplitude AR, $P_r = ARe^{ikx\cos\phi_m}$.
Pour calculer R à partir des pressions mesurées, on écrit tout d'abord les pressions aux points x_1 et x_2 :

$$\begin{cases} p_1(\phi_m,\omega) &= Ae^{-ikx_1\cos\phi_m} + ARe^{ikx_1\cos\phi_m} \\ p_2(\phi_m,\omega) &= Ae^{-ikx_2\cos\phi_m} + ARe^{ikx_2\cos\phi_m} \end{cases}. \tag{2.8}$$

Le coefficient de réflexion $R(\phi_m,\omega)$ est finalement obtenu par :

$$R(\phi_m,\omega) = \left.\frac{P_r}{P_i}\right|_{x=0} = \frac{\frac{p_2}{p_1}e^{-ikx_1\cos\phi_m} - e^{-ikx_2\cos\phi_m}}{e^{ikx_2\cos\phi_m} - \frac{p_2}{p_1}e^{ikx_1\cos\phi_m}}. \tag{2.9}$$

De manière équivalente, on peut aussi directement trouver Z_s en calculant Z_m au centre des deux microphones :

$$Z_m = i\omega\rho_0\|x_1 - x_2\|\frac{\left[\frac{p_2}{p_1}+1\right]}{2-2\frac{p_2}{p_1}} \tag{2.10}$$

En considérant une incidence plane, on peut ramener l'impédance Z_m à la surface :

$$Z_s = \frac{\frac{Z_M}{\rho_0 c_0} - i\tan\frac{\omega d}{c}}{1 - i\frac{Z_M}{\rho_0 c_0}\tan\frac{\omega d}{c_0}} \tag{2.11}$$

Discussion et limites

Des résultats présentés dans les travaux de Takahashi et al. [82] et Daniel et al. [19] montrent que les mesures sont en accord avec les simulations dans le cas où les hypothèses de départ sont respectées : utilisation en moyennes et hautes fréquences pour une source localisée loin du matériau. Cette méthode permet en plaçant les microphones proches du matériau, de diminuer l'influence des effets de bord (dimensions finies du matériau, montage, etc.) et des effets de l'environnement. Le rapport signal sur bruit (SNR) reste cependant un problème du fait que la source est placée à grande distance du matériau.

2.2.3 Doublet microphonique avec source sphérique

Dans le cas où l'on place la source à proximité du matériau, on ne peut plus négliger la décroissance sonore en fonction de la distance et la courbure du front d'onde. Le champ

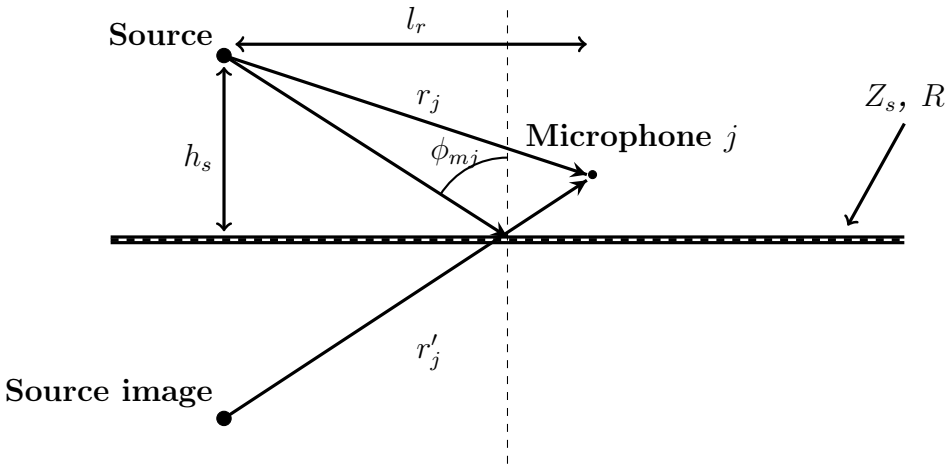


Figure 2.5 Schéma d'un point de source et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s, modèle source image.

mesuré est représenté ici par un modèle source image de source sphérique simplifié avec un coefficient de réflexion onde plane (Daniel et al. [19]), voir la figure 2.5 :

$$p_j(\theta_{mj},\omega) = A\frac{e^{-ikr_j}}{r_j} + R(\phi_{mj},\omega)\ \frac{e^{-ikr'_j}}{r'_j}, \tag{2.12}$$

avec r_j et r'_j respectivement, les distances de la source incidente et de la source image vers le microphone d'indice j, k le nombre d'onde, q le débit volumique de la source et ρ la densité de l'air.
En posant la fonction de réponse en fréquence $H = p_2(\phi_{mj},\omega)/p_1(\phi_{mj},\omega)$, il est possible retrouver le coefficient de réflexion $R(\phi_{mj},\omega)$ pour l'angle ϕ_{mj} :

$$R(\phi_{mj},\omega) = \frac{\frac{e^{-ikr_{i2}}}{r_{i2}} - H\frac{e^{-ikr_{i1}}}{r_{i1}}}{H\frac{e^{-ikr'_{i1}}}{r'_{i1}} - \frac{e^{-ikr'_{i2}}}{r'_{i2}}}. \tag{2.13}$$

La valeur de Z_s peut alors être calculée en ramenant l'impédance Z_m à la surface (voir annexe A.1 pour plus de détails) :

$$Z_s = \frac{1}{\rho_0 c_0}\frac{1+R}{1-R}\frac{\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{h_s}\frac{ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{1+ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}. \tag{2.14}$$

Discussion et limites

Les figures 2.6 et 2.7 montrent les résultats de simulation pour un doublet microphonique d'espacement 1 cm positionné à une hauteur $d = 1$ cm d'une mousse mélamine (voir annexe B.1.3 tableau B.1 pour les paramètres et le modèle) pour une source située à 1 m pour deux incidences différentes. Cette mousse est le matériau qui sera utilisé dans toutes les simulations suivantes. Les légendes 'Cor PW' et 'Cor H' font références à la méthode du doublet avec source onde plane (section 2.2.2) et à la méthode du doublet avec source onde sphérique (section 2.2.3). En incidence normale, sur la figure 2.6 montre que la correction sphérique permet de mesurer parfaitement l'absorption, contrairement à l'approximation onde plane. En incidence oblique, sur la figure 2.7, des erreurs intrinsèques à la méthode sont encore présentes.

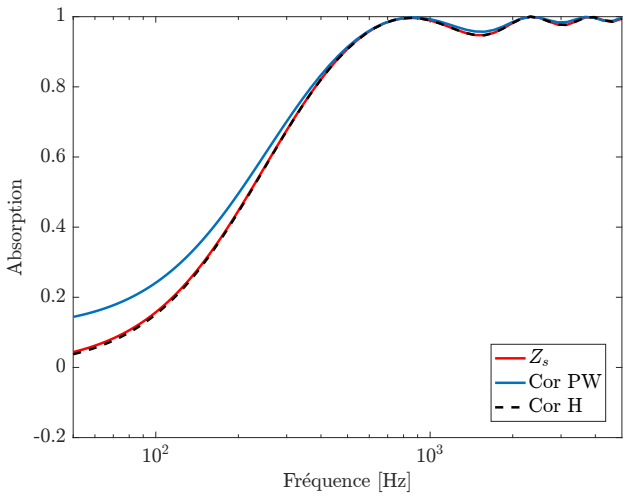


Figure 2.6 Simulation de l'absorption d'une mousse mélamine, source à 1 m, $d = 1$ cm, $\phi_m = 0°$, espacement microphonique de 1 cm, en rouge la valeur de référence, en bleu le calcul avec la méthode onde plane, et en noir le calcul avec la méthode onde sphérique.

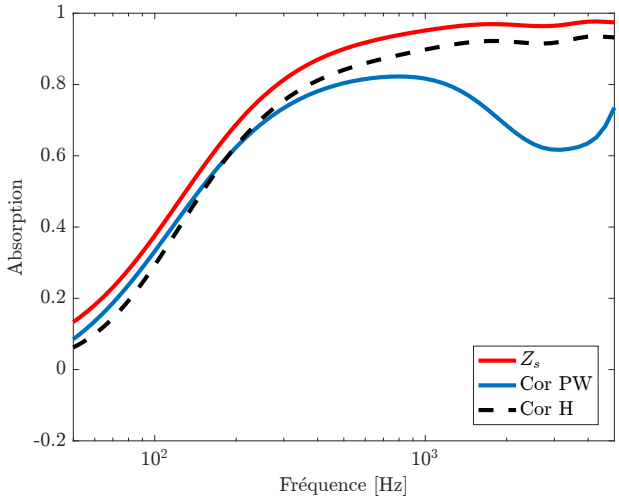


Figure 2.7 Simulation d'une absorption d'une mousse mélamine, source à 0.8 m, $d = 2$ cm, $\phi_m = 60°$, espacement microphonique de 1 cm, en rouge la valeur de référence, en bleu le calcul avec la méthode onde plane, et en noir le calcul avec la méthode onde sphérique.

Bien que diminuer la distance source-matériau et la distance microphone-matériau réduise les effets de salle et de bords du matériau, le modèle du champ acoustique utilisé pour retrouver le coefficient de réflexion n'est pas adapté. En effet, lorsque la source est proche, ou encore les microphones légèrement éloignés du matériau ou l'angle d'incidence trop important de la normale, le modèle d'onde sphérique ne convient plus. Si la source se rapproche du comportement d'une source onde plane, les résultats sont en accord avec

les valeurs attendues quand l'angle d'incidence n'est pas rasant. En dehors de ce cas, l'influence de la courbure du front d'onde sur le matériau n'est pas négligeable, le modèle de l'équation (2.13) n'est plus réaliste.
Une version du modèle image source utilisant la méthode du point milieu (voir [14]) existe également, cependant la méthode de fonction de transfert présentée est la plus précise. La figure 2.8 montre que pour une même configuration, en changeant uniquement l'incidence de la source, de fortes erreurs sont présentes à incidence rasantes.

2.3 Méthodes à représentation cartésiennes

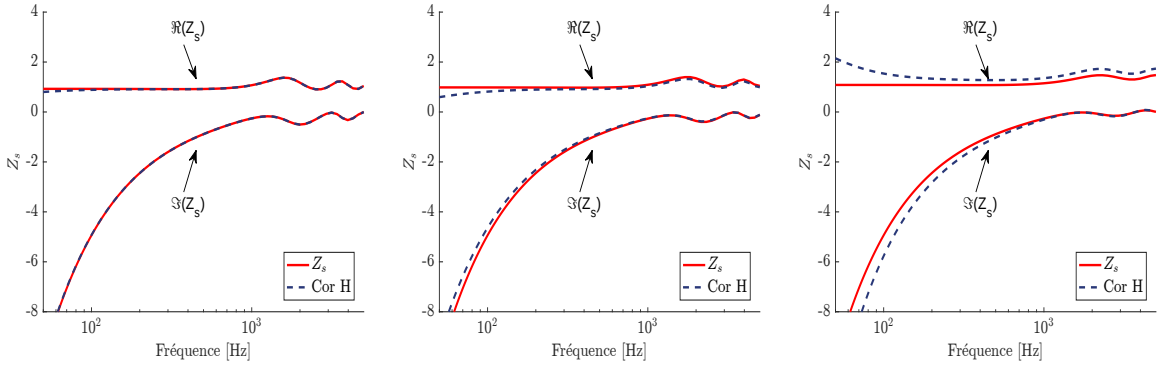
Cette partie fait le lien entre les méthodes de caractérisation utilisant un faible nombre de transducteurs et les méthodes déjà existantes utilisant des antennes afin de caractériser un matériau acoustique. Le principe d'antennerie appliqué à la mesure de Z_s est dans un premier temps présenté avec une géométrie plane de haut-parleurs puis une méthode d'antenne verticale et enfin deux méthodes d'antennes planes. Ces méthodes utilisent une représentation cartésienne du champ de pression.

2.3.1 Antenne linéaire verticale

Ducourneau [23] propose d'utiliser une antenne linéaire de microphones à pas variable afin de déterminer le coefficient de réflexion. La configuration est montrée sur la figure 2.9. Cette méthode utilise un fenêtrage spatial afin de séparer le champ incident du champ réfléchi. L'observation des signaux temporels permet de détecter les différents échos tardifs indésirables dans la mesure et de les filtrer afin de les retirer.

Discussion et limites

Cette méthode est développée dans le but de mesurer un coefficient de réflexion dans des conditions partiellement réverbérantes. Les mesures sont validées pour une plage de fréquence allant de 150 Hz à 5800 Hz. La figure 2.10 montre un des résultats obtenus pour de la laine de verre. Comme mentionné dans l'article [23], on observe en dessous de 150 Hz des absorptions mesurées négatives. Malgré la taille relativement importante de l'antenne, on ne retrouve pas une bonne valeur de α en basses fréquences. En effet dans le cas d'une source monopolaire, en basses fréquences les effets de champ proche tout comme les effets de bord ne sont pas négligeables, ce qui peut expliquer des résultats négatifs en basses fréquences. À cela peut se rajouter la distance assez importante entre l'antenne et le matériau qui diminue le rapport signal sur bruit.



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 30°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 2.8 Simulation de l'impédance de surface d'une mousse mélamine, source à 1.5 m, $d = 2$ cm, espacement microphonique de 1.5 cm, en rouge la valeur de référence, en bleu la méthode onde sphérique retenue.

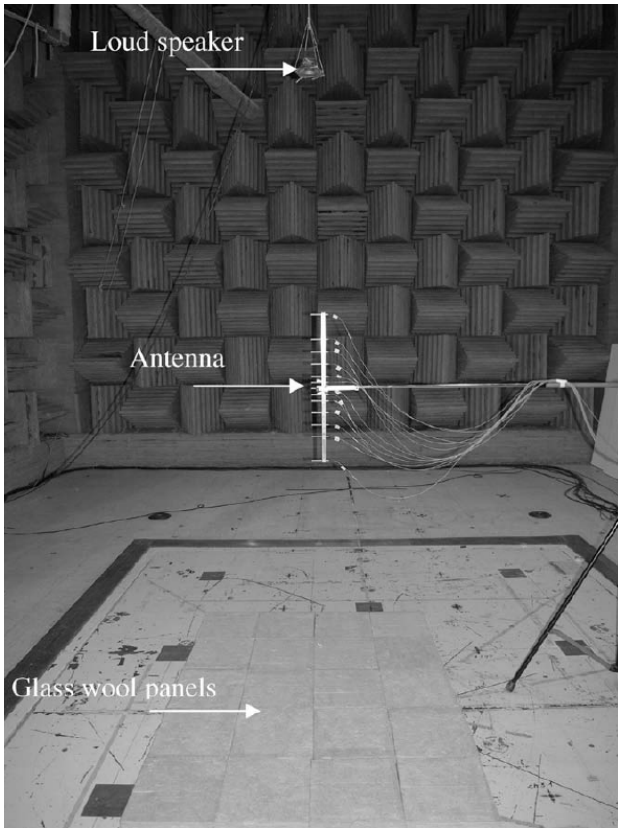


Figure 2.9 Mesure de α par une antenne linéaire dans une chambre semi-anéchoïque. Source : [23]

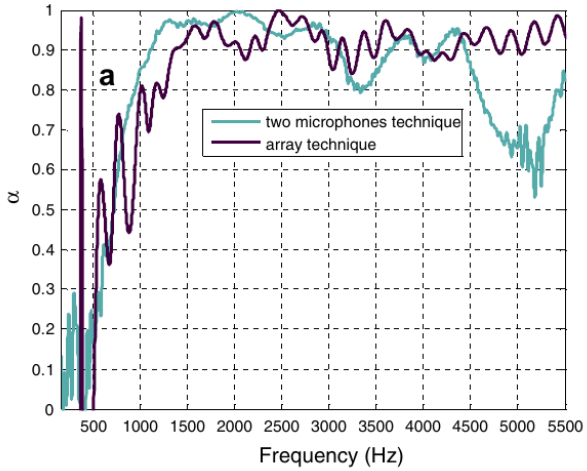


Figure 2.10 Valeurs de α pour un matériau de laine de verre dans une chambre semi-anéchoïque. Source : [23]

2.3.2 Coefficient d'absorption de matériaux acoustiques sous champ acoustique diffus (CAD) synthétisé

Cette section détaille une méthode de caractérisation par synthèse de champ déjà étudiée et en développement au laboratoire GAUS. Elle permet de recréer des ondes planes obliques, ou tout champ caractérisé par une densité interspectrale de pression acoustique ([9, 78]). Dans le cas présenté, il est choisi de générer un champ diffus afin d'insonifier le matériau sous tous les angles d'incidence et ainsi avoir une mesure du comportement du matériau plus proche de la réalité.

Une alternative à la méthode de la chambre réverbérante, dont l'hypothèse de champ diffus n'est plus respectée en raison de l'introduction de matériaux absorbants a été proposée au GAUS, en générant un champ acoustique diffus par synthèse de champ sonore. Dans cette optique, les travaux de Robin et al. [79, 81] proposent de générer le champ diffus en utilisant un réseau de monopoles acoustiques situés au-dessus du matériau. Le réseau est construit à partir d'une seule source monopolaire qui est déplacée dans un plan parallèle au matériau. La mesure du coefficient de réflexion à chaque position de monopole est réalisée dans un premier temps à l'aide d'un doublet microphonique. Ensuite, le champ acoustique total est reconstitué en utilisant une méthode basée sur l'holographie plane acoustique en champ proche (Robin et al. [78]), qui reconstruit un CAD cible [72]. Enfin, le coefficient d'absorption total est calculé en post-traitement.

Représentation en champ acoustique diffus synthétisé

Pour obtenir le coefficient de réflexion par CAD synthétisé, la pression acoustique totale du CAD synthétisé, sur la figure 2.11.(b), correspond à la somme des pressions issues des sources monopolaires (sources incidentes et sources images) du modèle de représentation précédent présenté équation (2.12), les débits acoustiques q_i étant calculés pour obtenir un champ CAD cible [72, 9, 78]. La pression acoustique au microphone 1 s'écrit donc :

$$\begin{aligned} p_1(\omega) &= \sum_i \rho_0 \dot{q}_i(\omega) \frac{e^{-ikr_{i1}}}{r_{i1}} + \sum_i R(\phi_{mi1}, \omega) \rho_0 \dot{q}_i(\omega) \frac{e^{-ikr'_{i1}}}{r'_{i1}} \\ &= \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{g_1} + \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{h_1}, \end{aligned} \tag{2.15}$$

avec $\dot{\mathbf{Q}} = \{\dots \dot{q}_i(\omega) \dots\}^T$ le vecteur contenant les accélérations volumiques des sources, $\mathbf{g_1} = \{\dots \rho_0 g_{i1}(\omega) \dots\}^T$ le vecteur contenant les quantités liées aux sources incidentes, $\mathbf{h_1} = \{\dots \rho_0 R(\phi_{mi1}, \omega) g'_{i1}(\omega) \dots\}^T$ le vecteur contenant les quantités liées aux sources

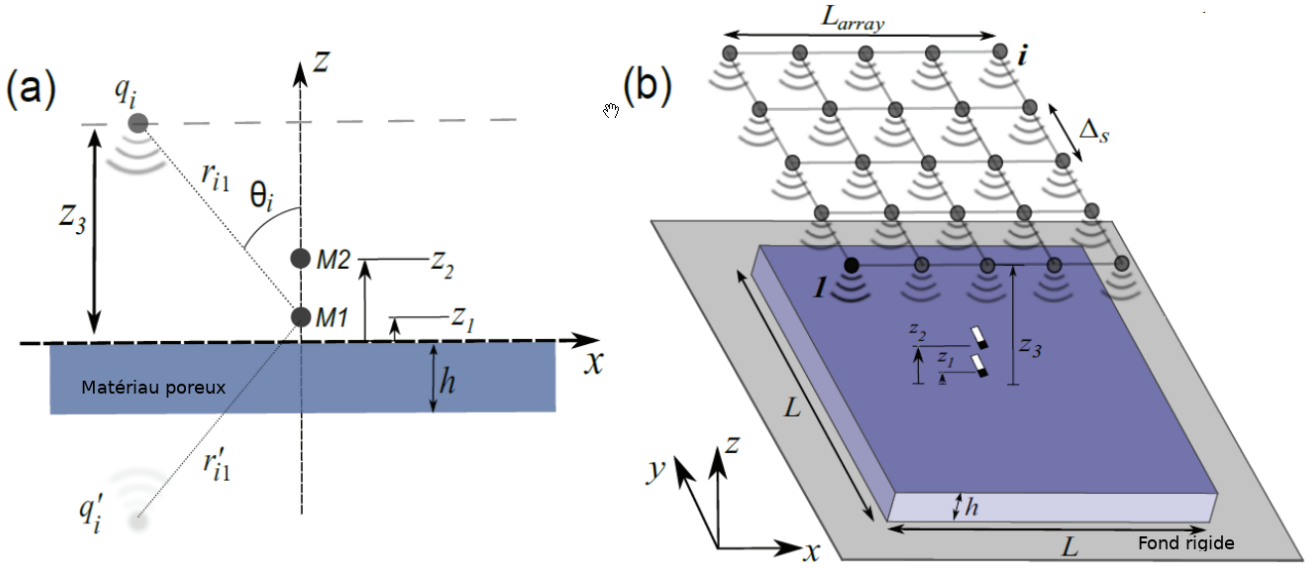


Figure 2.11 (a) Géométrie du problème, (b) Principe de la mesure du coefficient de réflexion pour une antenne synthétique de l monopoles. Source : Robin et al. [81]

images, $g_{i1}(\omega) = \frac{e^{-ikr_{i1}}}{r_{i1}}$ le vecteur contenant la fonction de Green de la source directe, $g'_{i1}(\omega) = \frac{e^{-ikr'_{i1}}}{r'_{i1}}$ le vecteur contenant la fonction de Green de la source image, r_{ij} et r'_{ij} respectivement, les distances de la source i incidente et de la source i image vers le microphone j.

En isolant le coefficient de réflexion diffus/synthétisé $R_{\text{synth}}(\phi_{mij}, \omega)$ du matériau, on peut réécrire la pression acoustique au microphone 1 comme suivant :

$$\begin{aligned} p_1(\omega) &= \sum_i \rho_0 \dot{q}_i(\omega) \frac{e^{-ikr_{i1}}}{r_{i1}} + R_{\text{synth}}(\phi_{mi1}, \omega) \sum_i \rho_0 \dot{q}_i(\omega) \frac{e^{-ikr'_{i1}}}{r'_{i1}} \\ &= \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{g_1} + R_{\text{synth}} \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{g'_1}, \end{aligned} \tag{2.16}$$

avec $\mathbf{g'_1} = \{\dots \rho_0 g'_{i1}(\omega) \dots\}^T$ le vecteur contenant les quantités liées aux sources images. En combinant les équations (2.15) et (2.16), on obtient :

$$\dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{h_1} = R_{\text{synth}} \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{g'_1}. \tag{2.17}$$

En multipliant par le conjugué transposé de chaque membre pour obtenir la norme au carré de R_{synth}, on obtient :

$$\mathbf{h_1}^H \dot{\mathbf{Q}} \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{h_1} = |R_{\text{synth}}|^2 \mathbf{g'_1}^H \dot{\mathbf{Q}} \dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{g'_1}. \tag{2.18}$$

Finalement, il vient :

$$|R_{\text{synth}}|^2 = \frac{\mathbf{h_1}^H \dot{\mathbf{Q}}\dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{h_1}}{\mathbf{g'_1}^H \dot{\mathbf{Q}}\dot{\mathbf{Q}}^T \mathbf{g'_1}}. \tag{2.19}$$

On dispose de la quantité $|R_{\text{synth}}|^2$ qui permet de calculer le coefficient d'absorption : $\alpha_{CAD} = 1 - |R_{\text{synth}}|^2$.
Il est noté qu'un seul microphone est nécessaire pour obtenir R_{synth} tandis que l'obtention de $R(\phi_{mij}, \omega)$ nécessite le doublet microphonique.
L'obtention de la matrice $\dot{\mathbf{Q}}\dot{\mathbf{Q}}^T$ pour synthétiser un champ diffus dans l'équation (2.19) est explicitée dans les travaux de Berry et al. [9] et Robin et al. [78].

Discussion et limites

Les résultats de la méthode de CAD synthétisé présentés dans les articles [79, 80, 81], ils sont comparés à la méthode de la chambre réverbérante et à des résultats de simulations numériques utilisant la méthode des matrices de transfert (TMM) (Allard and Atalla [2]). La comparaison des résultats expérimentaux à la méthode de la chambre réverbérante montre que le coefficient d'absorption n'est plus surestimé et que la méthode réduit les effets de bord (dimensions finies du matériau, montage, etc). Au-dessus de 400 Hz (Robin et al. [79]), les résultats entre la TMM et le CAD synthétisé sont en accord dans le cas d'un matériau homogène. En dessous de 400 Hz, la précision de la méthode de CAD synthétisé est insuffisante, et conduit parfois à un coefficient négatif non physique, potentiellement expliqué par la taille finie de l'échantillon et par le modèle de source image qui est inadapté en basses fréquences.

2.3.3 Méthode Tamura

La méthode Tamura est l'une des premières utilisant une antenne de microphones afin de mesurer un coefficient de réflexion. Dans Tamura [83, 84], deux plans de microphones sont utilisés, comme présentés sur la figure 2.12 avec une rotation des lignes de microphones autour de l'axe z.

Une Transformée de Fourier spatiale (TF2D) est ensuite appliquée sur les pressions mesurées :

$$P(k_x, k_y, z_i) = \int\int_{-\infty}^{\infty} p(x, y, z_i) e^{-i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y, \tag{2.20}$$

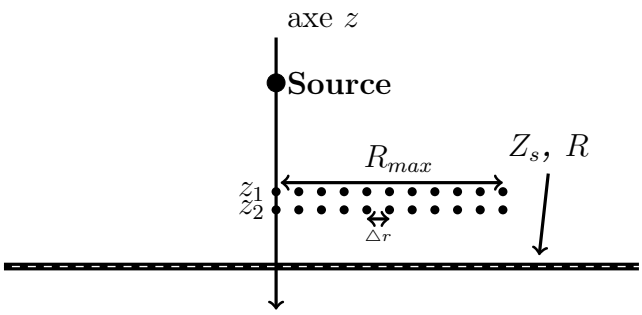


Figure 2.12 Schéma de la méthode Tamura.

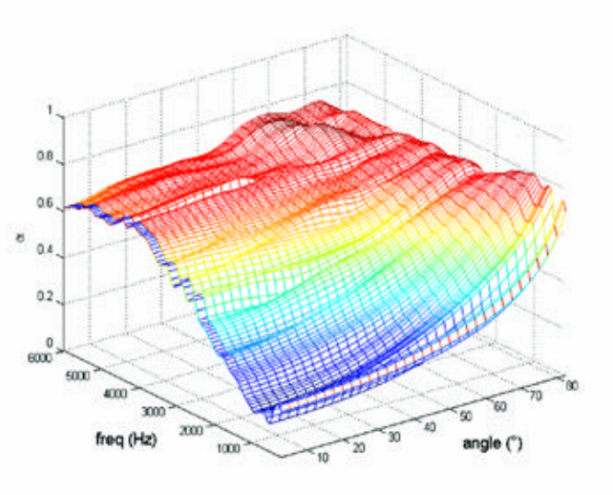


Figure 2.13 Résultats de α en fonction de l'angle et de la fréquence. Source : [11]

Le champ est alors séparé en ondes incidence P_i et réfléchie P_r :

$$P(k_x, k_y, z_i) = P_i(k_x, k_y)e^{-ik_z z_i} + P_r(k_x, k_y)e^{ik_z z_i}. \tag{2.21}$$

En reliant les spectres en nombre d'onde en z_1 et z_2 à celui à la surface du matériau, on peut écrire :

$$\begin{pmatrix} e^{-ik_z z_1} & e^{ik_z z_1} \\ e^{-ik_z z_2} & e^{ik_z z_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_i(k_x, k_y, 0) \\ P_r(k_x, k_y, 0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P(k_x, k_y, z_1) \\ P(k_x, k_y, z_2) \end{pmatrix} \tag{2.22}$$

Les champs incident et réfléchi peuvent ensuite être séparés en résolvant l'équation (2.22) :

$$P_i(k_x, k_y, 0) = \frac{P(k_x, k_y, z_1)e^{ik_z z_2} - P(k_x, k_y, z_2)e^{ik_z z_1}}{2i\sin(k_z(z_2 - z_1))}, \tag{2.23}$$

$$P_r(k_x, k_y, 0) = \frac{P(k_x, k_y, z_2)e^{-ik_z z_1} - P(k_x, k_y, z_1)e^{-ik_z z_2}}{2i\sin(k_z(z_2 - z_1))}. \tag{2.24}$$

Ceci permet de déduire le coefficient de réflexion à la surface du matériau :

$$R(k_x, k_y) = \frac{P_r(k_x, k_y, 0)}{P_i(k_x, k_y, 0)}. \tag{2.25}$$

L'angle d'incidence est quant à lui calculé par :

$$\phi_m = \arccos\frac{k_z}{k}. \tag{2.26}$$

En considérant une source monopolaire situé en $(0, 0, z_0)$, on peut alors simplifier l'équation (2.21) :

$$P(k_r, z_i) = \int_0^\infty p(r, z_i) J_0(k_r r) r dr. \tag{2.27}$$

avec $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ et $k_r = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$. Ce qui permet d'utiliser une simple ligne de microphones au lieu d'un plan afin de réaliser la mesure.

Discussion et limites

La méthode Tamura est assez complète puisque le coefficient de réflexion pour plusieurs angles d'incidence peut être calculé en une seule mesure comme représenté sur la figure 2.13. De plus, il est montré que l'utilisation d'un dipôle réduit les effets de bord du matériau sur la mesure [83]. Les détracteurs de la méthode Tamura s'appuient sur le fait que le système de mesure est relativement lourd à mettre en place. Dans les années 1990, l'antenne était le plus souvent construite à l'aide d'un robot qui déplaçait un microphone, ce qui prenait plusieurs heures. Il faut cependant noter que l'ouverture de l'antenne influe énormément sur la TF2D, provoquant un repliement spatial, marqué par des erreurs en basses fréquences. La méthode Tamura n'intègre pas de processus de régularisation de bruit, ce qui pose également un problème en basses fréquences. Les méthodes présentées dans les prochaines sections peuvent être perçues comme une amélioration de la méthode Tamura.

2.3.4 Méthode LS-EWM

La méthode LS-EWM (Least Square - Elementary Wave Model) est présentée dans la référence [68] (bien qu'appelé SONAH (Statistically Optimized Near Field Holography) dans la référence, voir Hald [35]). Tout comme la méthode Tamura, cette méthode utilise deux plans parallèles de microphones et une décomposition en ondes planes du champ incident et du champ réfléchi. La décomposition en ondes planes élémentaires est associée à des coefficients c_i et c_r (incident et réfléchi). La résolution de ces coefficients est cependant effectuée en minimisant une solution moindre carrée plutôt que par TF2D (Tamura). Sous forme matricielle, le champ de pression acoustique sur les deux plans est obtenu par :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}(\mathbf{r}_{z_1}) \\ \mathbf{p}(\mathbf{r}_{z_2}) \end{bmatrix} = \mathbf{H}_{em} \begin{bmatrix} \mathbf{c}_r \\ \mathbf{c}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r_1} & \mathbf{X}_{r_1} \\ \mathbf{A}_{r_2} & \mathbf{X}_{r_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c_r} \\ \mathbf{c_i} \end{bmatrix} \tag{2.28}$$

avec $\mathbf{p}(\mathbf{r}_{z_i}) \in \mathbb{C}^{K\text{x}1}$ les vecteurs de pressions mesurées sur le plan de hauteur z_i, $\mathbf{H}_{em} \in \mathbb{C}^{2K\text{x}2N_w}$ la matrice des ondes élémentaires, N_w le nombre d'ondes élémentaires choisi,

$\mathbf{c_r} \in \mathbb{C}^{N_w \mathrm{x} 1}$ et $\mathbf{c_i} \in \mathbb{C}^{N_w \mathrm{x} 1}$ sont les vecteurs des coefficients incidents et réfléchis associés aux différentes ondes élémentaires, $\mathbf{A}_{r_1} \in \mathbb{C}^{K \mathrm{x} N_w}$ et $\mathbf{X}_{r_1} \in \mathbb{C}^{K \mathrm{x} N_w}$ sont les matrices des ondes élémentaires réfléchies et incidentes sur le plan de mesure z_1, $\mathbf{A}_{r_2} \in \mathbb{C}^{K \mathrm{x} N_w}$ et $\mathbf{X}_{r_2} \in \mathbb{C}^{K \mathrm{x} N_w}$ sont les matrices des ondes élémentaires réfléchies et incidentes sur le plan de mesure z_2. Ces dernières s'écrivent :

$$\begin{aligned} A_{r_{1j}} &= e^{-i(k_x x_j + k_y y_j - k_z(z_1 - z_-))}, \\ A_{r_{2j}} &= e^{-i(k_x x_j + k_y y_j - k_z(z_2 - z_-))}, \\ X_{r_{1j}} &= e^{-i(k_x x_j + k_y y_j + k_z(z_1 - z_+))}, \\ X_{r_{2j}} &= e^{-i(k_x x_j + k_y y_j + k_z(z_2 - z_+))}, \end{aligned} \tag{2.29}$$

avec z_- et z_+ les plans virtuels depuis lesquels les ondes élémentaires sont modélisées. Dans l'article [68], l'obtention des coefficients est effectuée en utilisant une régularisation de Tikhonov.
Une fois les coefficients calculés, il est possible de propager la pression acoustique des ondes incidentes p_i et réfléchies p_r à la surface du matériau ($z = 0$) :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_r(\mathbf{r}_{z_0}) &= \mathbf{B}_r \mathbf{c_r} \\ \mathbf{p}_i(\mathbf{r}_{z_0}) &= \mathbf{B}_i \mathbf{c_i} \end{aligned} \tag{2.30}$$

où les vecteurs $\mathbf{p}_r(\mathbf{r}_{z_0})$ et $\mathbf{p}_i(\mathbf{r}_{z_0})$ représentent les pressions dues au champ réfléchi et incident, $\mathbf{B}_r$ et $\mathbf{B}_i$ représentent les ondes réfléchies et incidentes sur le plan de reconstruction données par :

$$\begin{aligned} B_{r_j} &= e^{-i(k_x x_j + k_y y_j - k_z(z_0 - z_-))}, \\ B_{i_j} &= e^{-i(k_x x_j + k_y y_j + k_z(z_0 - z_+))}. \end{aligned} \tag{2.31}$$

Enfin, il est possible de calculer le coefficient de réflexion moyen spatial :

$$|\langle R \rangle| = \| \mathbf{p}_r(\mathbf{r}_{z_0}) \oslash \mathbf{p}_i(\mathbf{r}_{z_0}) \|_2 \tag{2.32}$$

avec $\oslash$ la division terme à terme, $\mathbf{r}_{z_0}$ le vecteur des points à la surface du matériau. Cette méthode est présentée comme une solution aux problèmes de repliement spatial présents dans la méthode Tamura. Les résultats présentés en référence [68] d'estimation d'absorption ne sont probant qu'au dessus de 700 Hz.

2.3.5 Méthode SONAH

L'application de la méthode SONAH à la caractérisation de matériau acoustique est présentée dans la référence [36].

Coefficient de réflexion spatial moyen par moindres carrés

La méthode de calcul du coefficient de réflexion proposée précédemment présente des limitations en basses fréquences, une autre méthode plus stable est présentée dans la référence [36]. Depuis la pression acoustique p et la vitesse particulaire normale u_z au niveau du matériau, un moyennage est effectué en résolvant l'équation :

$$p(\mathbf{r}_{z_0}) = \rho_0 c_0 Z_s u_z(\mathbf{r}_{z_0}), \tag{2.33}$$

avec Z_s l'inconnue. En utilisant les vecteurs de pression acoustique $\mathbf{p}$ et de vitesse normale particulaire $\mathbf{u}$ à la surface du matériau, on obtient un système d'équations surdéterminé $\mathbf{p} = Z_s\mathbf{u}$ dont la solution moindre carré est donnée par :

$$Z_s = \frac{\mathbf{p}^H\mathbf{p}}{\mathbf{p}^H\mathbf{u}}, \tag{2.34}$$

où ^{H} représente le conjugué Hermitien, et avec $\mathbf{p}$,$\mathbf{u}$ calculés par :

$$\begin{cases} \mathbf{p} = \mathbf{p}_i(r_{z_0}) + p_r(\mathbf{r}_{z_0}) = \mathbf{B}_i\mathbf{c_i} + \mathbf{B}_r\mathbf{c_r} \\ \mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0 c_0 i\omega}\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial z} \end{cases}. \tag{2.35}$$

Discussions et limites

La formulation SONAH offre des résultats excellents sur une large gamme de fréquences, et pour plusieurs angles d'incidence. Les limites de la méthode se situent pour les angles très rasants et pour les très basses fréquences pour lesquelles il est difficile d'obtenir de l'information. Le problème des effets de bords reste aussi à traiter.

2.4 Vers les méthodes de caractérisation par antenne sphérique

L'idée d'utiliser des antennes de microphones sphériques pour la caractérisation de matériaux absorbants n'est pas nouvelle, des études ont déjà été réalisées dans ce sens durant les dernières années d'une part par Rafaely [73] et d'autre part par Richard et al. [77].
L'attrait des méthodes de mesures sphériques réside dans le déplacement des problèmes qui peuvent exister avec les antennes planes. En effet, plutôt qu'une mesure en basse fréquence limitée par la taille finie de l'antenne, la limite se situe dans le bruit de mesure, la mesure étant basée sur la combinaison des signaux des microphones auxquels on applique des filtres qui amplifient les basses fréquences (et notamment le bruit de mesure). Plus généralement, l'utilisation de formation de voies sphérique (Rafaely [73]), d'holographie sphérique (Williams [92]), ou d'autres méthodes (Richard et al. [77]) permet de séparer le champ acoustique incident, du champ acoustique réfléchi pour mesurer les paramètres d'absorption. De plus, la représentation angulaire du champ acoustique permet de caractériser le matériau sous diverses incidences.
Tout d'abord, la méthode de l'holographie acoustique sphérique sera expliquée puis deux méthodes, utilisant un microphone sphérique, seront rapidement présentées dans les sections suivantes, l'une portant sur la formation de voies sphérique, et l'autre sur un traitement de signal parcimonieux. La figure 2.14 présente la configuration type d'une mesure avec un microphone sphérique pour caractériser un matériau acoustique.

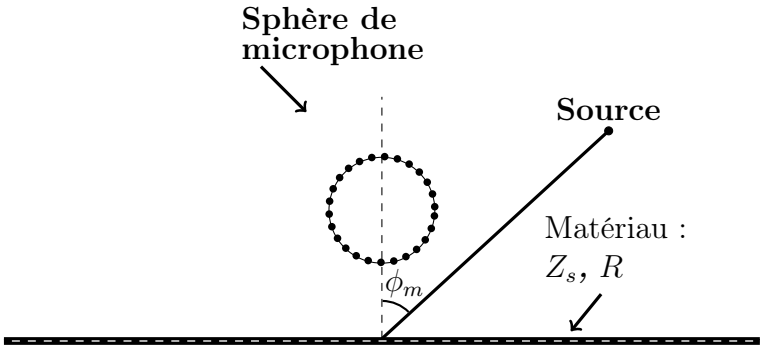


Figure 2.14 Antenne sphérique avec une source placée au-dessus d'un matériau acoustique à caractériser.

Conventions

La définition du système de coordonnées définit la forme que prennent les solutions de l'équation d'ondes, celui-ci est montré sur la figure 2.15. L'angle azimutal θ est mesuré de l'axe x vers l'axe y et l'angle d'élévation ϕ est mesuré à partir de la normale sur l'axe z. Le

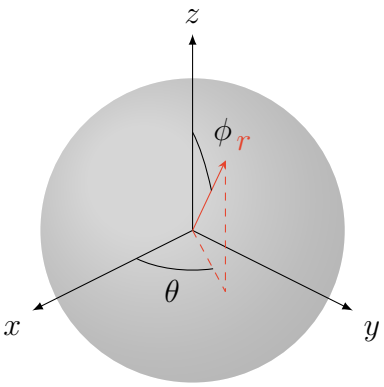


Figure 2.15 Repère sphérique r, θ, ϕ relatif au repère cartésien x, y, z.

système de coordonnées cartésiennes est relié au système de coordonnées sphériques par :

$$\begin{aligned} x &= r \sin\phi \cos\theta \\ y &= r \sin\phi \sin\theta \\ z &= r \cos\phi \end{aligned} \tag{2.36}$$

2.4.1 Généralités sur l'holographie acoustique sphérique

Une présentation de l'holographie acoustique est tout d'abord proposée, pour permettre de mieux comprendre l'approche des méthodes sphériques, basées sur la décomposition modale sphérique du champ acoustique. Dans un premier temps, on expliquera l'origine des solutions sphériques, puis l'holographie en elle même avec un exemple de reconstruction de champ acoustique d'une source monopolaire, illustrant les avantages et limites de cette représentation.

L'holographie acoustique est une méthode utilisée afin d'extrapoler le champ acoustique par une mesure de la pression acoustique ou la vélocité acoustique particulaire au moyen d'un réseau de microphones.
L'holographie sphérique inclut un double problème : un domaine intérieur et un domaine extérieur. Depuis la mesure sur une sphère de rayon r_m (r_1 ou r_2 pour un réseau double couche), on étend les pressions acoustiques mesurées soit vers l'intérieur du domaine représenté par les fonctions de Bessel sphériques j_m, soit vers l'extérieur du domaine représenté par les fonctions de Hankel sphériques de seconde espèce $h_m^{(2)}$, comme représenté sur le schéma 2.16 .

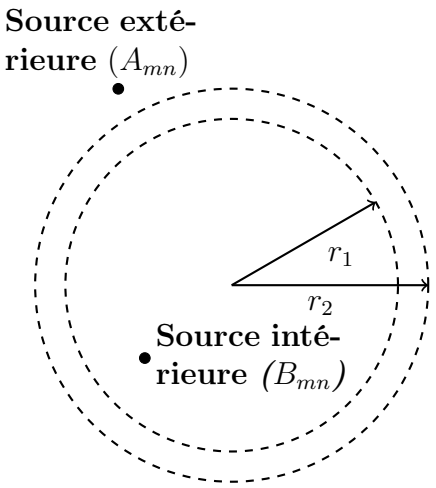


Figure 2.16 Exemple schématique d'une situation d'holographie sphérique double couche de rayons r_1 et r_2 avec une source extérieure qui sera représentée par les coefficients sphériques A_{mn} et une source intérieure qui sera représentée par les coefficients sphériques B_{mn}.

Le champ de pression acoustique en notation fréquentielle est donné par la solution de l'équation d'Helmholtz en coordonnées sphériques :

$$p(r,k,\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^{m} \left[A_{mn} j_m(kr) + B_{mn} h_m^{(2)}(kr) \right] Y_{mn}(\theta,\phi). \tag{2.37}$$

avec les harmoniques sphériques normalisées $Y_{mn}(\theta,\phi)$ définis par :

$$\begin{cases} Y_{mn}(\theta,\phi) & = \mathcal{N}_{mn} \mathcal{P}_{mn}(\cos\phi)\cos(\theta) \text{ si } n \geq 0 \\ & = \mathcal{N}_{mn} \mathcal{P}_{mn}(\cos\phi)\sin(|n|\theta) \text{ si } n < 0. \end{cases} \tag{2.38}$$

où m (entier positif ou nul) détermine l'ordre, n (entier positif ou négatif) le degré des harmoniques sphériques, θ l'azimut, ϕ l'élévation, $\mathcal{P}_{mn}$ les polynômes associés de Legendre et $\mathcal{N}_{mn} = \sqrt{(2m+1)\frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!}}$ le coefficient de normalisation.Les harmoniques sphériques sont représentés sur la figure 2.29 pour les 3 premiers ordres, ils sont organisées de manière pyramidale, ainsi à l'ordre M, il y a $(M+1)^2$ harmoniques sphériques.
Les coefficients A_{mn} et B_{mn} représentent respectivement, les coefficients sphériques des sources extérieures et intérieures, comme représenté sur le schéma 2.16.

Troncature

L'utilisation d'une sphère de microphones pour mesurer un champ de pression implique un nombre finis de microphones. Cette discrétisation de la sphère se traduit dans le champ de pression donné par l'équation 2.37 par l'impossibilité d'utiliser un nombre infini d'ordres. On tronque alors la série à un ordre M fini :

$$p(k,r,\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} \left[A_{mn} j_m(kr) + B_{mn} h_m^{(2)}(kr)\right] Y_{mn}(\theta,\phi) \ . \tag{2.39}$$

La stratégie d'optimisation de discrétisation de la sphère (Zotter [98], Lecomte et al. [51] et Bates [8]) définit l'ordre de troncature de la série de l'équation (2.39), d'où la nécessité de prendre un maillage adapté qui permet de travailler à un ordre maximum pour obtenir une précision élevée. En effet, il sera vu dans les exemples que la limitation de l'ordre M diminue la précision de la reconstruction du champ acoustique. Ce sujet est complexe et largement discuté dans la littérature, il ne sera pas présenté ici, car il dépasse la visée de ce travail de thèse.

2.4.2 Holographie sphérique de champ proche (SNAH)

Le schéma présenté en figure 2.17 résume les différentes étapes de l'holographie acoustique sphérique. En partant d'une mesure des pressions acoustiques $p(r_m,\theta,\phi)$ d'un microphone sphérique de rayon r_m, on peut obtenir les pressions acoustiques sphériques modales $P_{mn}(r_m)$ (détaillées ci-dessous), puis en utilisant les filtres de champ proche (c.-a-d. les fonctions de Bessel sphériques et de Hankel de seconde espèce) on calcule les coefficients sphériques A_{mn} et/ou B_{mn}. L'obtention des coefficients A_{mn} et B_{mn} permet finalement de reconstruire un champ acoustique soit intérieur avec les coefficients A_{mn}, soit extérieur avec les coefficients B_{mn} ou total en utilisant les deux d'après l'équation (2.39), voir schéma 2.16.

Mesure des pressions sur le microphone sphérique

Afin de calculer les coefficients A_{mn} et B_{mn}, on peut utiliser une double sphère ouverte (Williams [92] section 7.4), les équations des pressions acoustiques au niveau des deux sphères ouvertes de rayon r_1 et r_2 sont :

$$\begin{cases} p(k,r_1,\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} \left[A_{mn} j_m(kr_1) + B_{mn} h_m^{(2)}(kr_1)\right] Y_{mn}(\theta,\phi), \\ p(k,r_2,\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} \left[A_{mn} j_m(kr_2) + B_{mn} h_m^{(2)}(kr_2)\right] Y_{mn}(\theta,\phi). \end{cases} \tag{2.40}$$

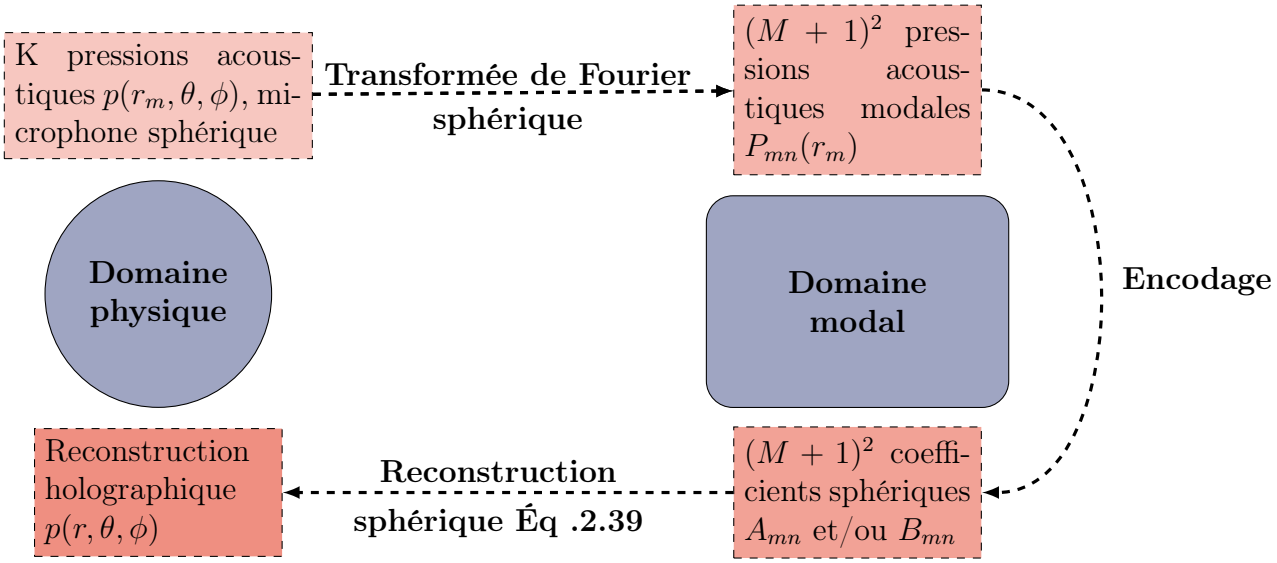


Figure 2.17 Schéma du principe de l'holographie acoustique sphérique.

Projection dans le domaine modal sphérique

En utilisant la projection sur les harmoniques sphériques, appelée transformée de Fourier sphérique (TFS), on obtient depuis les pressions de mesures $p(k, r_m, \theta, \phi)$ au rayon r_m (r_1 ou r_2), les pressions acoustiques $P_{mn}(k, r_m)$ dans le domaine modal :

$$P_{mn}(k, r_m) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_{mn}(\theta, \phi) p(k, r_m, \theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi. \tag{2.41}$$

La transformée de Fourier sphérique inverse est définie par :

$$p(k, r_m, \theta, \phi) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=-m}^{m} P_{mn}(k, r_m) Y_{mn}(\theta, \phi). \tag{2.42}$$

On peut obtenir une double équation à deux inconnues pour chaque ordre m et degré n en appliquant la transformée de Fourier sphérique de l'équation (2.41) à la double équation des pressions sur l'équation (2.40).

$$\begin{cases} P_{mn}(k, r_1) = A_{mn} j_m(kr_1) + B_{mn} h_m^{(2)}(kr_1), \\ P_{mn}(k, r_2) = A_{mn} j_m(kr_2) + B_{mn} h_m^{(2)}(kr_2). \end{cases} \tag{2.43}$$

Discrétisation du maillage de la sphère et limitations

Physiquement, une sphère de microphones continue est impossible à construire, donc la discrétisation de la sphère doit être effectuée de manière à préserver l'orthonormalité des

HS jusqu'à un ordre M le plus grand possible. Les erreurs d'orthonormalités conduisent à du repliement spatial dans le champ de pression enregistré qui engendre alors des erreurs dans la pression sonore repropagée en utilisant l'équation (2.50). Cet effet de repliement spatial peut être illustré par la matrice de Gram, de manière continue il s'agit du produit scalaire défini par :

$$G_{mnm'n'} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} Y_{mn}(\theta, \phi) Y_{m'n'}(\theta, \phi) \sin \phi d\theta d\phi. \tag{2.44}$$

En notation continue, $G_{mnm'n'} = \delta_{mm'}\delta_{nn'}$ où $\delta_{ii'}$ est le symbole delta-Kronecker, ce qui correspond aux propriétés d'orthonormalités des HS.
La version discrétisée $\mathbf{G}$ est donnée par :

$$\mathbf{G} = \mathbf{Y_S} \{\mathbf{w}\} \mathbf{Y_S}^T, \tag{2.45}$$

où $\mathbf{Y_S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$ est la matrice des HS à K nœuds jusqu'à l'ordre M correspondant à N HS et $\{\mathbf{w}\}$ est la matrice diagonale des poids d'intégration correspondant à l'échantillonnage de la sphère choisie. La matrice d'identité $\mathbf{I}$ est le plus souvent soustraite pour évaluer les erreurs d'orthormalité dues à l'échantillonnage spatial dans la matrice Gram :

$$\mathbf{e_G} = \mathbf{G} - \mathbf{I}, \tag{2.46}$$

Un exemple de repliement dans la matrice de Gram est présenté sur la figure 2.18 pour une sphère de 50 nœuds avec un échantillonnage de Lebedev ([51]) qui sera le cas considéré tout au long de cette thèse. L'orthonormalité est satisfaite pour HS jusqu'à l'ordre 5 ; au-delà de cet ordre, des erreurs d'orthonormalité significatives sont observées pour certaines combinaisons d'HS. Il apparaît dans cet exemple que l'ordre maximum utilisable est $M = 5$.

Dans les graphiques de matrices où sont affichées les HS tels que la figure 2.18, l'ordre des HS est : $Y_{00}, Y_{1-1}, Y_{10}, Y_{11}, Y_{2-1}, ..., Y_{MM}$.

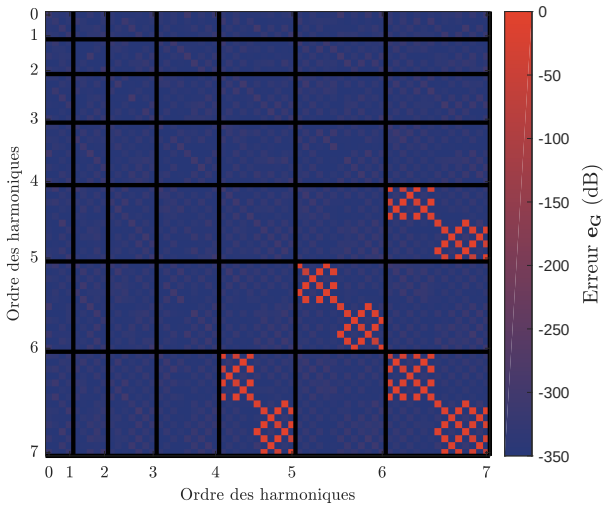


Figure 2.18 Erreur $\mathbf{e_G}$ de la matrice Gram pour une sphère avec un maillage Lebedev à 50 de nœuds.

Encodage du cas général de sources intérieures et extérieures

La solution de la double équation (2.43) précédente est finalement donnée par :

$$A_{mn} = \frac{\begin{vmatrix} P_{mn}(k,r_1) & h_m^{(2)}(k,r_1) \\ P_{mn}(k,r_2) & h_m^{(2)}(k,r_2) \end{vmatrix}}{\triangle}, \tag{2.47}$$

$$B_{mn} = \frac{\begin{vmatrix} j_m(k,r_1) & P_{mn}(k,r_1) \\ j_m(k,r_2) & P_{mn}(k,r_2) \end{vmatrix}}{\triangle}, \tag{2.48}$$

avec

$$\triangle = \begin{vmatrix} j_m(k,r_1) & h_m^{(2)}(k,r_1) \\ j_m(k,r_2) & h_m^{(2)}(k,r_2) \end{vmatrix}. \tag{2.49}$$

La figure 2.19 présente les filtres $1/\triangle$, où on remarque qu'à $k(r_2 - r_1) =$ mod π la fonction $\triangle$ tend vers 0 provoquant des singularités. En prenant un écart $r_2 - r_1$ de 2 cm la première singularité apparait à 8500 Hz. Il est probable que le repliement spatial induit par le maillage des sphères de mesures intervient bien avant cette fréquence.
Le pré-requis de la méthode SNAH est qu'il n'y ait pas de sources entre les sphères de mesures de rayons r_1 et r_2.

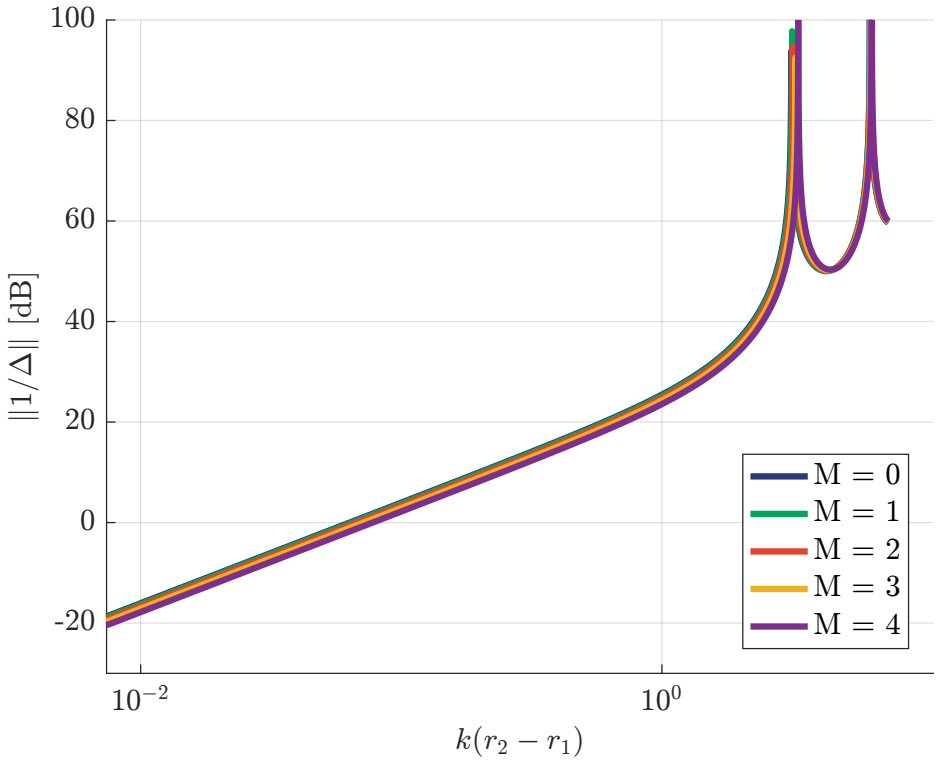


Figure 2.19 Filtres $1/\triangle$ des ordres m de 0 à 4 (qui se recouvrent les un sur les autres) en fonction de $k(r_2 - r_1)$.

Encodage d'une source extérieure

Lorsque les sources acoustiques sont situées à l'extérieur de la sphère de mesure, on peut simplifier l'équation (2.39) par :

$$p(k, r, \theta, \phi) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} A_{mn} j_m(kr) Y_{mn}(\theta, \phi) \ . \tag{2.50}$$

Pour encoder les coefficients sphériques A_{mn} depuis les pressions modales, il suffit d'une seule mesure à un rayon r_1 d'une sphère ouverte :

$$A_{mn} = \frac{P_{mn}(k, r_1)}{b_m(k, r_1)}. \tag{2.51}$$

Les fonctions $b_m(k, r_1)^{-1}$ sont connues sous le nom de filtres d'encodage de sphère, ces fonctions dépendent du type de sphère de microphones utilisé : sphère ouverte, sphère avec support rigide Rafaely [74] ou encore sphère avec microphone cardioïde Balmages and Rafaely [7].

Discussion sur la sphère rigide et la sphère ouverte

Les filtres $b_m(k, r_1)$ sont donnés dans les deux cas de sphère (rigide et ouverte) par :

$$\begin{cases} b_m(k, r_1) & = j_m(k, r_1) \text{ , sphère ouverte} \\ & = J_m(kr_1) - \frac{J'_m(kr_1)}{H'^{(2)}_m(kr_1)} H^{(2)}_m(kr_1) \text{ , sphère rigide.} \end{cases} \tag{2.52}$$

Les fonctions de Bessel sphériques $j_m(k, r_1)$, sont présentées sur la figure 2.20 (haut), tandis que les filtres d'encodage de sphère ouverte $b_m(k, r_1)^{-1} = (j_m(k, r_1))^{-1}$ sont présentés sur la figure 2.20 (bas). Le cas ouvert est le cas 'naturel' qui découle directement de la solution sphérique générale équation 2.50. Les fonctions associées au cas ouvert étant oscillantes autour de zéro, l'encodage de l'équation (2.51) crée des singularités à certaines fréquences, présentées sur la figure 2.20 (bas).

Afin de palier à ce problème, il est classiquement utilisé une sphère de mesure rigide Rafaely [74]. En prenant en compte la diffraction de la sphère rigide dans les filtres d'encodage, les singularités disparaissent comme présenté sur la figure 2.21 (trait continu). On observe sur la figure 2.21 un des problèmes majeurs associés à la technique sphérique : en basses fréquences, les filtres d'encodage amplifient énormément le signal et le bruit associé, ce qui conduit à une erreur dans l'extrapolation de la pression acoustique depuis une mesure sur une sphère de microphones. Pour stabiliser ces filtres, il est possible d'utiliser un filtre passe-haut (Moreau and Daniel [59]), ou encore en utilisant une régularisation par un filtre de Tikhonov relié au rapport signal sur bruit désiré, Moreau [58].

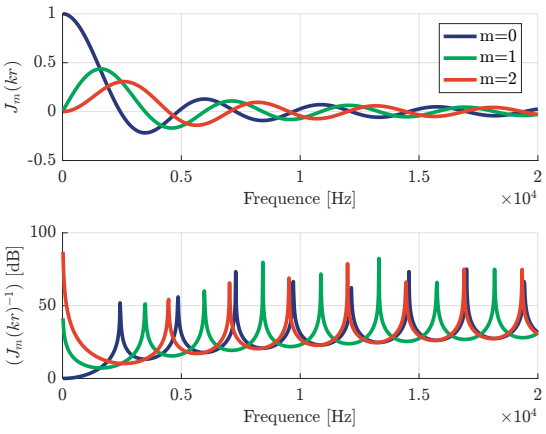


Figure 2.20 Fonctions de Bessel sphériques $j_m(k, r_1)$ en haut. Filtres d'encodage, $j_m(k, r_1)^{-1}$ en bas. Les ordres 0, 1 et 2 sont respectivement en bleu, orange et jaune.

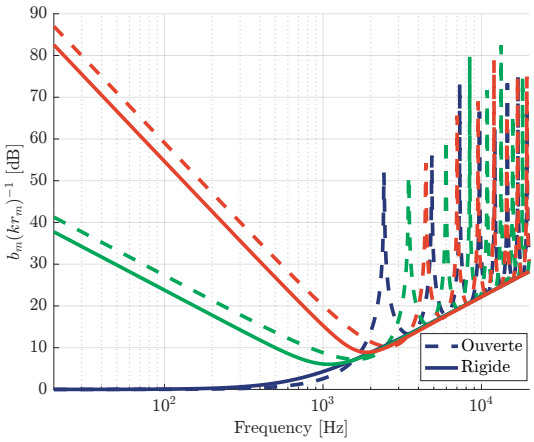


Figure 2.21 Comparaison des filtres d'encodage d'une sphère ouverte $j_m(k, r_1)^{-1}$ (pointillés) par rapport à une sphère rigide (traits pleins) pour les différents ordres m de la figure 2.20.

Exemple d'holographie : reconstruction de la pression acoustique d'une source monopolaire monochromatique extérieure

Afin d'expliciter les limites de l'holographie sphérique, cette partie propose d'analyser les résultats de simulations d'holographie dans un plan horizontal ($z = 0$) pour une source extérieure ponctuelle, omnidirectionnelle (coefficient A_{mn} uniquement) située à 1 m de l'origine. On compare, sur la figure 2.22, des champs de pressions théoriques $p(k, r)$ à plusieurs fréquences à leurs reconstructions $p_r(k, r)$ depuis l'équation (2.50) à différents ordres M. La comparaison est quantifiée par l'erreur normalisée (Daniel [20], Moreau [58]) :

$$e_m(k, r) = \frac{\|p(k, r) - p_r(k, r)\|^2}{\|p(k, r)\|^2}, \tag{2.53}$$

avec $\|\|$ correspondant à la norme 2. En audio 3D et en reconstruction de champs sonores, la "règle du pouce" (Daniel [20](p169), Ward and Abhayapala [91],Moreau [58](p36)) établit une zone de reconstruction de rayon théorique r_{repro} approximative où l'erreur e_m est en dessous de 4 % :

$$kr_{\text{recons}} = M, \tag{2.54}$$

On observe sur la figure 2.22, un phénomène de reconstruction adéquate, soit l'apparition d'une zone où la pression théorique correspond à la pression reconstruite et en dehors de laquelle l'erreur devient importante. Cette zone dépend de la fréquence : plus elle est basse plus cette zone est grande, et de l'ordre de troncature M : plus il est élevé plus la zone est grande.

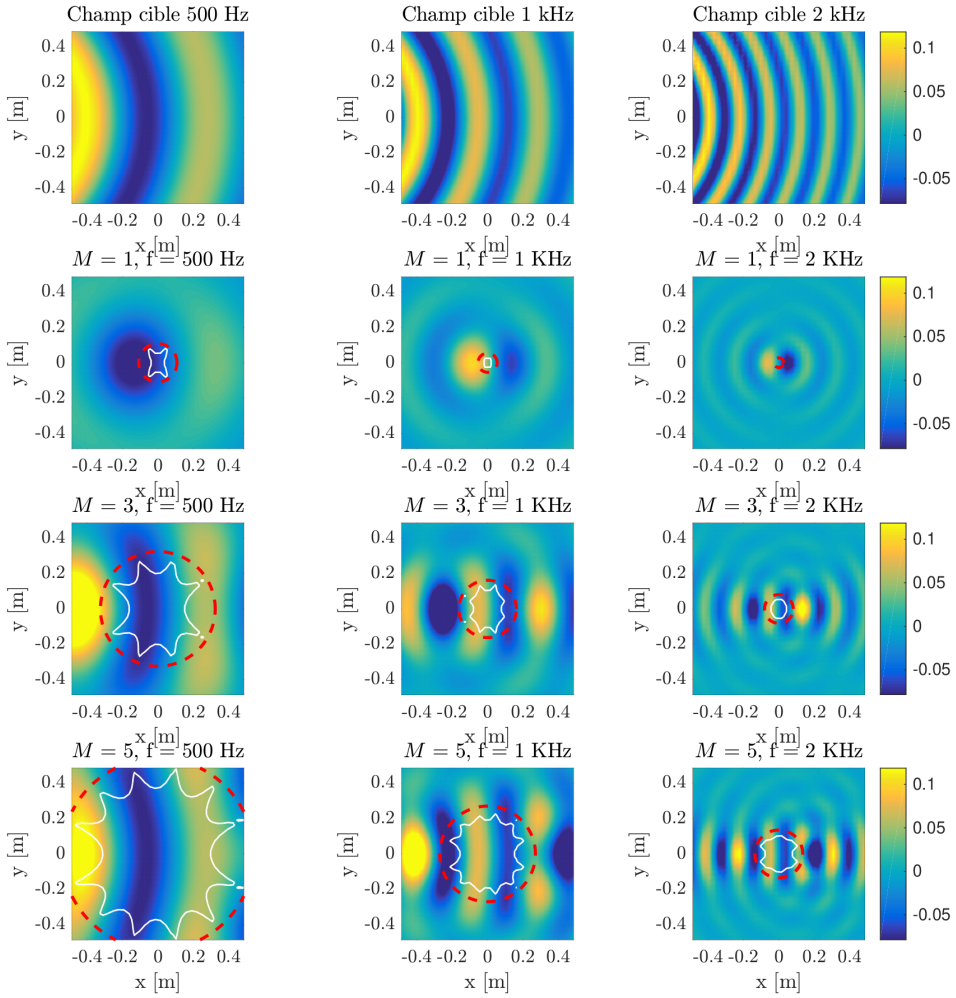


Figure 2.22 Champs de pression acoustique générés par une source située en (-1 m, 0 , 0) dans le plan horizontal à $z = 0$ et aux fréquences 500 Hz (1ère colonne), 1000 Hz (2ère colonne) et 2000 Hz (3ère colonne). 1ère ligne : champs cible pour chaque fréquence. Lignes 2 à 4 respectivement, les champs reconstruits pour des troncatures d'ordre M = 1, M = 3 et M = 5. Les cercles rouges représentent la règle $kr = M$ et les contours blancs, l'erreur e_m à 4 %. Source : Grandjean [45].

Considérations pratiques vis à vis de l'expérience

L'utilisation d'une véritable sphère de microphones introduit de nouveaux problèmes dans la reconstruction de champ sonore, notamment au niveau de la gestion du bruit de fond présent dans les mesures (Williams et al. [94], Williams and Takashima [93]). D'autres propositions existent afin de prendre en compte le bruit de mesure comme Granados and Jacobsen [31] mais ne sont pas valables en tout point de la reconstruction, mais seulement pour un rayon de reconstruction à la fois ou encore [58]. Une autre méthode développée

dans le cadre de cette thèse sera présentée pour pallier au problème.
L'utilisation de la sphère rigide est classique dans ce type de mesure et pose la question de savoir si l'introduction de la sphère perturbe la mesure, avec d'ondes stationnaires entre l'échantillon et l'antenne par exemple. Ce point est adressé dans Jacobsen et al. [44] où il n'est pas observé d'influence significative.
Bien que l'utilisation d'une sphère rigide reste conseillée afin de diminuer l'influence du bruit fond sur la mesure, l'utilisation d'une sphère ouverte reste tout à fait pertinente même en hautes fréquences. Ceci malgré les singularités, puisque leur influence est faible une fois régularisées, comme il sera observé dans les résultats de la thèse.

Discussion et limites

Dans le contexte de la thèse, l'holographie sphérique sert tout d'abord à introduire les notions et les problématiques générales de l'antennerie sphérique. Il est cependant possible de faire un lien direct avec la problématique de la thèse puisque l'on pourrait calculer l'impédance de surface du matériau, Z_s étant le rapport de pression et vitesse particulaire à la surface du matériau à caractériser, qui peuvent être calculées depuis les coefficients sphériques A_{mn} et B_{mn}.

2.4.3 Méthode de formation de voies sphérique

La stratégie adoptée en formation de voies sphérique afin de retrouver le coefficient d'absorption est de séparer l'onde incidente et l'onde réfléchie du champ. Les amplitudes de l'onde incidente et de l'onde réfléchie obtenues permettent alors de calculer le coefficient de réflexion. La figure 2.23 illustre la configuration de mesure avec la séparation du problème en ondes incidente et réfléchie dans le cas d'une source sphérique (S_1) ou d'une onde plane (S_2).

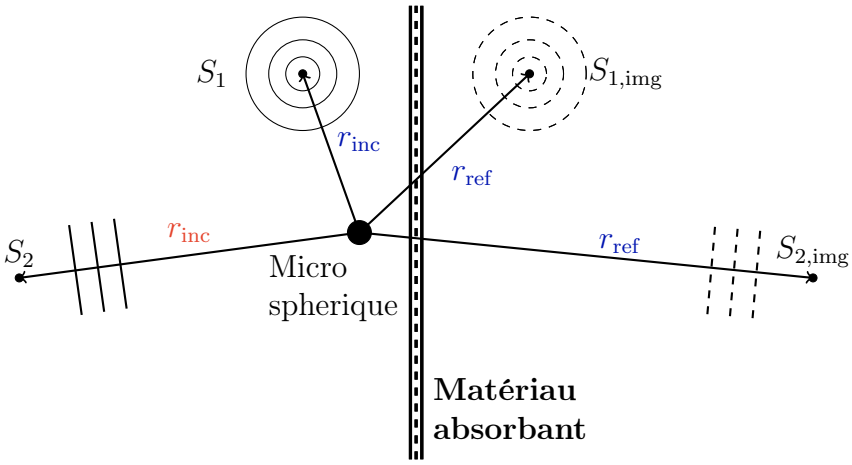


Figure 2.23 Schéma du modèle source - source image/microphone sphérique avec une source sphérique (S1) et avec une onde plane (S2) sur un matériau d'impédance quelconque pour la formation de voie.

Principe

La formation de voies est l'une des méthodes de filtrage spatial les plus communes, elle est utilisée avec des réseaux de microphones de formes diverses. Dans le cas de réseaux sphériques, il a été démontré par les travaux de Rafaely [73] que la méthode du *Delay-and-sum* peut être appliquée au domaine sphérique pour fonctionner avec les pressions modales P_{mn} (vues précédemment sur l'équation (2.41)) depuis une mesure réalisée à l'aide d'un microphone sphérique.

Des poids complexes (ajustement du gain et de la phase) sont appliqués aux différents signaux afin de privilégier une direction particulière d'observation, ces poids sont calculés depuis un modèle de source idéal, par exemple une onde source sphérique ou plane. Quand les délais entre microphones de l'onde source d'une direction particulière correspondent aux délais entre microphones présents dans les signaux mesurés, les phases sont alignées, on obtient un maximum dans cette direction en sortie de la formation de voies.

Définition

En utilisant les pressions acoustiques modales sphériques P_{mn} et la formation de voies qui applique une sélection angulaire à l'aide d'un faisceau [73], limitée par l'ordre M de discrétisation du microphone sphérique, l'amplitude en un point de l'espace en sortie de la formation de voies peut s'écrire :

$$y(k, r_m, r_l, \theta_l, \phi_l) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} P_{mn}(k, r_m) w^*_{nm}(k, r_l, \theta_l, \phi_l), \tag{2.55}$$

θ_l et ϕ_l étant la direction angulaire d'observation, r_l la distance de la source sphérique identifiée et r_m le rayon de la sphère de mesure. Les poids de la formation de voies pour la direction privilégiée w_{nm} sont donnés par :

$$w_{nm}(k, r_l, \theta_l, \phi_l) = \frac{b_{mn}(k, r_l)}{Y_{mn}(\theta_l, \phi_l)}, \tag{2.56}$$

les poids b_{mn} prédisant le comportement de la phase au niveau du microphone sphérique, sont choisis en fonction du modèle de propagation désiré.
Dans le cas d'un modèle source d'onde plane, la distance à la source r_l étant ignorée, on aura :

$$b_{mn}(k) = i^m j_m(k r_m), \tag{2.57}$$

et dans le cas d'un modèle source d'onde sphérique, (Fisher and Rafaely [29]), on aura :

$$b_{mn}(k, r_l) = -i j_m(k r_m) h^{(2)}_m(k r_l), \tag{2.58}$$

En utilisant la seconde formulation, la distance de la source est prise en compte, cependant dans le cas d'une considération onde plane (Rafaely [73]), il faut prendre en compte les distances du microphone sphérique à la source incidente r_{inc} et à la source image r_{ref} dans le calcul du coefficient de réflexion. Ceci est illustré figure 2.23. Le coefficient de réflexion R étant finalement obtenu pour la formulation de source d'onde plane, par :

$$R(\theta_i, \phi_i) = \frac{y_r(k, r_m, \theta_r, \phi_r) r_{\text{ref}}}{y_i(k, r_m, \theta_i, \phi_i) r_{\text{inc}}}. \tag{2.59}$$

y_i, y_r étant les amplitudes des ondes planes générées par la formation de voies dans les directions de la source incidente (θ_i, ϕ_i) et de la source image (θ_r, ϕ_r).

Pour la formulation de source d'onde sphérique, R est obtenu par :

$$R(\theta_i, \phi_i) = \frac{y_r(k, r_m, r_{\text{ref}}, \theta_r, \phi_r)}{y_i(k, r_m, r_{\text{inc}}, \theta_i, \phi_i)}. \tag{2.60}$$

Discussion et limites

Une telle méthode nécessite un dispositif conséquent puisqu'un nombre important de microphones (ex : 50 pour l'ordre $M = 5$) est placé sur une sphère.
L'hypothèse de source d'onde plane explorée dans Rafaely [73], impose que la source soit placée à une distance minimum du microphone sphérique, abaissant le rapport signal sur bruit en subissant les effets de bords (montage du matériau, aspect fini) et les effets de salle. La formation de voies est également caractérisée par l'apparition de lobes secondaires dans le faisceau de sélection angulaire, qui bruitent les résultats. De plus, en terme de gamme de fréquences, la méthode ne fonctionne qu'entre 500 Hz et 1500 Hz, ce qui n'offre pas d'intérêt majeur par rapport aux méthodes existantes.
La formation de voies sphérique en champ proche reste encore très peu explorée dans le cadre de la caractérisation de matériaux absorbants, ne dégageant pas de conclusion claire quant à ses performances (Rafaely [73], Müller-Trapet and Vorländer [62]).

2.4.4 Minimisation du problème de sources équivalentes

La stratégie adoptée par Richard et al. [77] repose sur la reconstruction de la pression acoustique et de la vitesse particulaire au niveau de la surface du matériau dans le but de calculer l'impédance de surface du matériau. Le calcul est résolu en utilisant la méthode des sources équivalentes à partir des mesures réalisées à l'aide d'un microphone sphérique.

Principe

Un microphone sphérique est placé au-dessus d'un matériau absorbant. Ce dernier est excité par une source comme représenté sur la figure 2.24. En faisant varier la position de la source, on obtient la valeur d'impédance de surface du matériau en fonction de l'angle d'incidence.

On cherche à exprimer la valeur de la pression acoustique au niveau du microphone sphérique de rayon r_m en fonction d'un nombre important L de sources virtuelles réparties autour du microphone sphérique afin de retrouver les valeurs des débits acoustiques Q_l des L sources, comme sur la figure 2.25. Les débits acoustiques Q_l serviront ensuite à calculer l'impédance de surface du matériau.

La méthode “Spherical equivalent source method” (S-ESM) repose sur l’hypothèse que la représentation du champ acoustique par un grand nombre de sources virtuelles situées au rayon physique de la source émettrice est un problème parcimonieux. En effet, le champ acoustique est principalement composé d’une onde incidente et d’une onde réfléchie. On peut donc déterminer l’amplitude de la source incidente et de la source image pour calculer l’impédance de surface du matériau. L’ajout de sources virtuelles apporte une correction qui compense les erreurs de positions dans la mesure expérimentale et le fait que le modèle image source est un modèle hautes fréquences (voir section 2.2). L’article [77] mentionne que le modèle de sources équivalentes permettrait de réaliser plusieurs mesures de microphones sphériques à différentes positions qui seraient combinées pour obtenir une aire étendue d’estimation de Z_s. Cette mesure serait plus représentative du comportement du matériau avec un moyennage sur une plus grande surface.

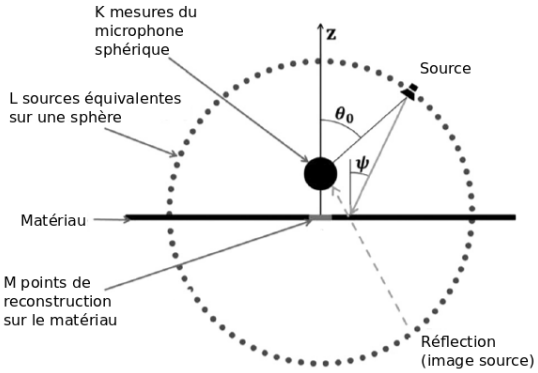


Figure 2.24 Schéma de principe d’une antenne sphérique avec une source au-dessus d’un matériau. Source : Richard et al. [77]

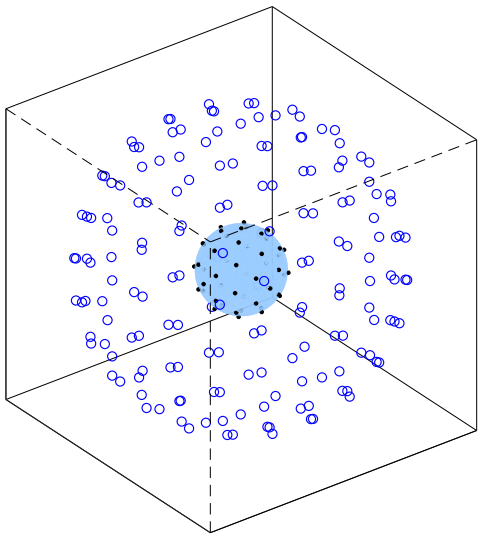


Figure 2.25 Vue 3D de l’antenne sphérique, en points noirs et sources équivalentes en cercles bleus.

Définition

La pression acoustique mesurée par le microphone sur une sphère rigide à la position (r_m, θ, ϕ) est donnée par Fernandez-Grande [27] :

$$p_t(r_m, \theta, \phi) = -\sum_{l=1}^{L} \frac{i\rho_0 c_0 Q_l}{a^2} \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} \frac{h_m^{(2)}(kr_{0,l})}{h_m'^{(2)}(kr_m)} Y_{mn}(\theta, \phi) Y_{mn}(\theta_l, \phi_l), \tag{2.61}$$

avec Q_l le débit acoustique de la source l, r_{0l} la distance de la source l au centre du microphone sphérique, $h_m^{(2)}$ la fonction de Hankel sphérique d'ordre m de seconde espèce, symbolisant la propagation radiale d'une source vers le microphone, $h_m'^{(2)}$ la dérivée de la fonction de Hankel sphérique de la seconde espèce, symbolisant l'influence d'une sphère rigide (car dans l'article [77], une sphère rigide est utilisée pour la mesure).
La pression acoustique est exprimée jusqu'à l'ordre M dans la série de l'équation (2.61) symbolisant la limite discrète imposée par le nombre fini de microphones, dans l'expansion sphérique.
Dans le cas d'une sphère ouverte : La pression acoustique mesurée par le microphone sur une sphère rigide à la position (r_m, θ, ϕ) est donnée par :

$$\begin{aligned} p_t(r_m, \theta, \phi) &= \sum_{l=1}^{L} k^2 \rho_0 c_0 Q_l \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} h_m^{(2)}(kr_{0,l}) j_m(kr_m) Y_{mn}(\theta, \phi) Y_{mn}(\theta_l, \phi_l), \\ &= \sum_{l=1}^{L} -jk\rho_0 c_0 Q_l \frac{e^{-jkr_{j,l}}}{r_{j,l}} \end{aligned} \tag{2.62}$$

avec $r_{j,l}$ la distance de la source l au microphone j.

Le vecteur de pressions acoustiques complexes $\mathbf{p}^{\mathbf{meas}} \in \mathbb{C}^{K\text{x}1}$, mesuré par les K microphones peut donc être exprimé sous la forme :

$$\mathbf{p}^{\mathbf{meas}} = \mathbf{H}\tilde{\mathbf{q}}, \tag{2.63}$$

où $\tilde{\mathbf{q}} \in \mathbb{C}^{L\text{x}1}$ est le vecteur des débits acoustiques inconnus des L sources équivalentes, $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K\text{x}L}$ est la matrice des fonctions de transfert des L sources aux K points de mesures.
Comme le nombre de sources équivalentes est normalement plus grand que le nombre de microphones, le système linéaire de l'équation (2.63) est sous-déterminé et requiert une régularisation.
La parcimonie de la solution peut être renforcée en utilisant la minimisation de type L1, Candès and Wakin [15], Fernandez-Grande and Xenaki [28], permettant à la solution parcimonieuse de favoriser les débits acoustiques Q_l près des positions de la source physique et des sources images (plutôt qu'une solution mathématique sans forcément de sens physique). La minimisation peut être écrite sous la forme.

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{q}} = \underset{\mathbf{q}}{\text{argmin}} \, &\|\mathbf{q}\|_1 \\ \text{subject to } &\|\mathbf{H}\tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{p}^{\mathbf{meas}}\|_2 \leq \epsilon \end{aligned} \tag{2.64}$$

avec ϵ le paramètre de bruit à estimer. Dans un article plus récent (Richard and Fernandez-Grande [76]), la formulation du problème est réalisé en norme 2 selon l'équation(2.65) et le paramètre de bruit (λ) est déterminé automatiquement par validation croisée généralisé (GCV) (Hansen [38]). L'avantage des deux formulations l'une par rapport à l'autre n'est cependant pas discuté.

$$J = \underset{\mathbf{q}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{H}\tilde{\mathbf{q}} - \mathbf{p}^{\mathbf{meas}}\|_2^2 + \lambda \|\tilde{\mathbf{q}}\|_2^2 \tag{2.65}$$

Depuis les débits acoustiques Q_l trouvés, on peut calculer $p(r_i)$, la pression acoustique et u_z, la vitesse normale à la surface du matériau comme la somme des contributions de chaque sources virtuelles :

$$\begin{cases} p(r_i) = -\sum_{l=1}^{L} ik\rho_0 c_0 Q_l \frac{e^{-jkr_{i,l}}}{r_{i,l}} \\ u_z(r_i) = \sum_{l=1}^{L} \frac{Q_l}{k\rho_0^2 c_0^2 \omega} \frac{\partial \frac{e^{-jkr_{i,l}}}{r_{i,l}}}{\partial z} \end{cases}, \tag{2.66}$$

avec $r_{i,l}$ la distance de la source l au point de la surface du matériau r_i. Finalement, pour obtenir l'impédance normale de surface du matériau, on écrit :

$$\tilde{Z}_s(r_i) = \frac{-1}{\rho_0 c_0} \frac{p(r_i)}{u_z(r_i)}, \tag{2.67}$$

En supposant le matériau homogène, l'impédance de surface du matériau est calculée avec une moyenne spatiale sur N points de la surface, $< Z_s = \tilde{Z}_s(r_i) >_{i=1,\dots N}$ (M points de surface de reconstruction sur la figure 2.24).

Discussion et limites

La reconstruction de l'impédance de surface du matériau donne d'excellents résultats dans la région de validité du microphone sphérique, dans le cas de l'article, de 200 Hz à 4000 Hz, la limite haute est liée au repliement spatial, tandis que la limite basse est explicitement due à la taille rayon de l'antenne qui induit une amplification du bruit et donc une estimation de la vitesse particulaire difficile.
La méthode de traitement sphérique parcimonieux permet de traiter plusieurs incidences de sources sans problèmes en variant l'angle de la source, la fréquence de coupure basse augmente pour les incidences rasantes, comme expliqué dans Richard et al. [77] en raison d'une erreur dans l'estimation de la vitesse particulaire plus sensible au bruit.

Bien que l'utilisation d'une sphère de sources virtuelles permette de trouver de bons résultats, une comparaison avec l'impédance de surface directement calculée en utilisant les coefficients A_{mn} serait judicieuse. L'obtention des coefficients sphériques est relativement simple, et comme la surface est proche de l'antenne, la reconstruction directe nécessite un ordre de reconstruction M faible.

Il est également noté que les performances de la formulation en norme L2 ([76]) pour l'estimation de l'impédance de surface en hautes fréquences sont bien moins bonnes que la formulation en norme L1 ([77]). Cependant, la formulation en norme L2 permet un critère de régularisation optimal évalué de manière automatique contrairement à la formulation en norme L1.

La méthode S-ESM fait référence à la compensation de la diffraction de la sphère rigide avec la méthode des sources équivalentes (ESM) avec l'équation 2.61. Dans le cas d'une sphère ouverte de microphones, on utilise la simple définition d'un monopole, on parle alors de la méthode ESM. Dépendamment de la configuration de mesure, la méthode ESM ou S-ESM sera utilisée, mais elles font toutes deux référence à la même méthode de résolution.

2.5 Méthodes de caractérisation par antenne hémisphérique

La mesure en configuration hémisphérique est représentée sur la Figure 2.26, le matériau est disposé sur un fond rigide, on se retrouve alors en demi-espace. L'approchehémisphérique offre une alternative pratique dans l'implémentation d'une mesure de matériau, en effet, on peut facilement mettre en place l'expérience en posant l'antenne sur le matériau. De plus, la géométrie hémisphérique s'apparente mieux à la configuration utilisée qu'une sphère, les solutions hémisphériques pourraient être plus appropriées pour résoudre le problème.

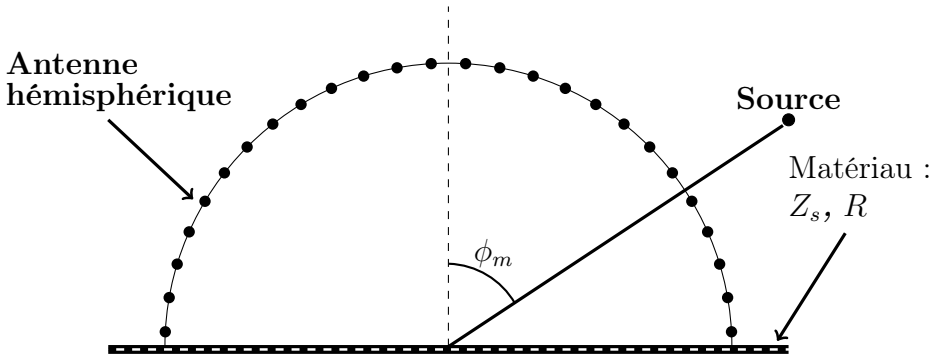


Figure 2.26 Schéma de la mesure d'absorption/impédance de surface à l'aide d'une antenne hémisphérique et d'un point source au-dessus d'un plan d'impédance Z_s.

Le problème hémisphérique

Le cas hémisphérique, envisagé dans le cadre de cette thèse, a déjà été abordé dans la littérature [62], mais les conclusions quand à faisabilité et les performances sont encore à débattre. L'approche de départ du problème était de partir des solutions et méthodes sphériques, cependant ces méthodes ne fonctionnent plus en utilisant des mesures sur un hémisphère.

Cela est dû à la base de fonctions orthogonales solutions de l'équation d'Helmholtz pour un hémisphère qui est inconnue dans le cas général (la solution hémisphérique est connue dans le cas d'une surface rigide, $Z_s = \infty$). Les solutions sphériques (c.-à-d. les HS) ne sont pas orthogonales sur un hémisphère, ce qui empêche d'utiliser les méthodes classiques sphériques (formation de voies, extrapolation de champ acoustique) pour obtenir l'impédance ou le coefficient d'absorption du matériau absorbant.

Les approches développées dans la littérature dans le cas des antennes hémisphériques (ou partiellement sphériques) se divisent en deux catégories :

- la ré-orthogonalisation des HS, pour obtenir une base hémisphérique orthogonale. Une fois la base hémisphérique obtenue, on pourrait alors définir une transformée de Fourier hémisphérique et réaliser la projection sur cette base hémisphérique des pressions acoustiques mesurées sur un hémisphère. Il serait alors possible d'obtenir des pressions modales hémisphériques afin d'extrapoler les pressions acoustiques à la surface du matériau, d'utiliser de la formation de voies ou toute autre méthode classique avec une base sphérique, etc.
- la recherche d'une base hémisphérique qui satisfait l'équation de Helmholtz dans le demi-espace et la condition aux limites d'impédance en surface du matériau. Cette option reste néanmoins très peu explorée en dehors des solutions triviales comme les conditions de Neumann et Dirichlet.

2.5.1 Construction d'une base hémisphérique par approche numérique : les bases Slepian

L'approche proposée dans cette section est une piste de solution basée sur une combinaison linéaire des solutions sphériques (c.-a-d. HS) pour trouver une base de fonctions orthonormales sur l'hémisphère, appelées aussi bases Slepian. Les HS étant solution de l'équation d'Helmholtz, une combinaison linéaire le sera aussi.
Dans les travaux de Zotter and Pomberger [99] et Pomberger and Zotter [70], ce formalisme est utilisé pour créer une base permettant l'holographie sphérique sur un espace sphérique limité (une portion de sphère, un hémisphère par exemple). Cette approche n'a pas été utilisée dans la littérature pour la caractérisation de matériaux acoustiques.

Principe

La construction de la nouvelle base de fonctions est calculée à partir de la matrice de Gram $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$, ou N est le nombre d'HS, présenté §2.4.2. Cette matrice représente le produit scalaire des fonctions harmoniques sphériques sur la demi-sphère.

Si les fonctions choisies étaient orthogonales sur la demi-sphère, $\mathbf{G}$ serait diagonale, ce qui n'est pas le cas en utilisant les HS sur un hémisphère, comme montré sur la Figure 2.31. En partant de la matrice $\mathbf{Y_S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$, contenant les K valeurs discrètes restreintes à l'hémisphère de mesure des N HS.
où $\{\mathbf{w}\} \in \mathbb{R}^{K\text{x}K}$ représente la matrice diagonale contenant les K poids d'intégration

correspondant au maillage choisi, et ^{T} à la transposée (non-hermitienne, car les HS sont réelles).

On cherche à décomposer cette matrice de Gram grâce à une matrice de reconstruction $\mathbf{D}$, qui servira à créer une base orthogonale de fonctions $\tilde{\mathbf{Y}}$:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{D}\mathbf{Y}_\mathbf{S} \tag{2.68}$$

Pour obtenir la matrice $\mathbf{D}$, on utilise une décomposition aux valeurs singulières (SVD) de la matrice $\mathbf{G}$. Le vecteur de valeurs singulières obtenu $\mathbf{s}$ est ensuite tronqué pour enlever les valeurs inférieures à un certain seuil pour obtenir le vecteur $\tilde{\mathbf{s}}$. Les valeurs singulières dans la configuration utilisé présentent un effondrement (passant de 10^{-2} à 10^{-15}), cet effondrement est utilisé en tant que critère de troncature. Cette troncature permet d'obtenir un résultat numériquement plus stable et de réduire la dimension du problème en concentrant l'énergie dans la région d'intérêt (c.-a-d. l'hémisphère) afin de créer une base orthogonale sur cette région ([1]).

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \mathbf{U}\{\mathbf{s}\}\mathbf{U}^T \\ &\approx \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{\mathbf{s}}\}\tilde{\mathbf{U}}^T \end{aligned}, \tag{2.69}$$

avec $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ les vecteurs singuliers , $\{\mathbf{s}\} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ la matrice diagonale contenant les N valeurs singulières, $\tilde{\mathbf{U}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}\tilde{N}}$ les vecteurs singuliers tronqués, $\{\tilde{\mathbf{s}}\} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}\tilde{N}}$ la matrice diagonale contenant les $\tilde{N}$ valeurs singulières tronquées $\tilde{\mathbf{s}}$.
La matrice $\mathbf{D}_{\text{svd}}$ permettant d'obtenir une base de passage des HS aux HSH est ensuite définie par :

$$\mathbf{D}_{\text{svd}} = \tilde{\mathbf{U}}^T. \tag{2.70}$$

On peut maintenant définir une nouvelle base de fonctions orthonormales $\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{svd}}$ sur l'hémisphère, la matrice des HS $\mathbf{Y}_\mathbf{S}$ et $\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{svd}}$ étant relié par la matrice $\mathbf{D}_{\text{svd}}$:

$$\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{svd}} = \mathbf{D}_{\text{svd}}\mathbf{Y}_\mathbf{S} = \tilde{\mathbf{U}}^T\mathbf{Y}_\mathbf{S}, \tag{2.71}$$

où $\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{svd}} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}K}$, $\mathbf{U}^T \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}N}$ et $\mathbf{Y}_\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$. K étant le nombre de points de mesure (ou microphones) sur l'hémisphère, N le nombre d'harmoniques sphériques et $\tilde{N}$ le nombre d'harmoniques hémisphériques.
La transformée de Fourier hémisphérique d'une fonction $f(\theta, \phi)$ est alors définie par :

$$F_{\tilde{N}} = \{\tilde{\mathbf{s}}^{-1}\} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} f(\theta, \phi)\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{svd}}(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi. \tag{2.72}$$

La notation utilisée mélange matrice et intégrale en suivant la notation des papiers Zotter and Pomberger [99] et Pomberger and Zotter [70].

Lien formel entre les coefficients sphériques et pressions acoustiques de l'hémisphère

On peut montrer le lien entre les HSH et les HS de façon à trouver les coefficients sphériques $\mathbf{A}_{mn} \in \mathbb{R}^{N\text{x}1}$ définis par l'Éq. la pression acoustique sur un hémisphère (voir annexe Section : C.2 pour les calculs détaillés), et finalement trouver :

$$\mathbf{A}_{mn} = \left[\tilde{\mathbf{U}}^T \left\{\mathbf{w}_n(kr_m)\right\}\right]^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{mn}, \tag{2.73}$$

avec $\{\mathbf{w}_n(kr_m)\} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ la matrice diagonale des filtres d'encodage associés à la sphère de mesure ($w_n(kr_m) = j_m(kr_m)$ pour une sphère ouverte et des sources extérieures), $\tilde{\mathbf{P}}_{mn} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}1}$ les pressions acoustiques acoustiques modales hémisphériques issues des pressions acoustiques $p(r_m, \theta, \phi)$ mesurées sur l'hémisphère et définies par :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(r_m) = \tilde{\mathbf{s}}^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tilde{\mathbf{Y}}_{\text{svd}} p(r_m, \theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi. \tag{2.74}$$

Discussions et résumé de la solution issue des bases Slepian

Cette méthode est présentée avec une vision proche de la physique du problème, elle met en avant une relation directe et formelle entre les problèmes sphérique et hémisphérique. Une étude de la stabilité et des performances de la méthode est cependant nécéssaire.

2.5.2 Construction d'une base hémisphérique par approche numérique : les bases Slepian avec décomposition QR

Dans la thèse de Müller-Trapet [61], une technique proche de celle présentée précédemment (Section.2.5.1) est étudiée pour mesurer des coefficients d'absorption. La mesure du coefficient d'absorption se fait par la mesure issue d'un hémisphère de microphones audessus du matériau. Bien que finalement, les coefficients d'absorption soient obtenus dans la thèse de Müller-Trapet par une méthode de soustraction fréquentielle non envisagée dans la présente thèse, une nouvelle base de fonctions orthogonales, les Harmoniques Hémisphériques (HSH), est construite par Müller-Trapet à partir des HS sur les points de l'hémisphère mesurés.

Cette base est examinée dans la présente thèse afin de vérifier, si l'on peut aller plus loin que l'approche proposée par Müller-Trapet [61].

Principe

Dans cette approche légèrement différente de celle présenté dans la section 2.5.1, la matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{svd}} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}N}$ des HS aux HSH est définie par :

$$\mathbf{D}_{\text{svd}} = \{\tilde{\mathbf{s}}^{1/2}\}\tilde{\mathbf{U}}^T. \tag{2.75}$$

La méthode QR [69] est ensuite utilisée pour construire une nouvelle matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ triangulaire :

$$\mathbf{D}_{\text{svd}} = \mathbf{Q}\mathbf{D}_{\text{QR}}, \tag{2.76}$$

avec $\mathbf{Q}$ une matrice orthogonale, $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T = \mathbf{I}$ et $\mathbf{I}$ la matrice identité.
On peut alors directement faire le lien entre la matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{svd}}$ et la matrice de Gram $\mathbf{G}$:

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\{s\}\mathbf{U}^T \approx \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{s}\}\tilde{\mathbf{U}}^T = \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{\mathbf{s}}^{1/2}\}\{\tilde{\mathbf{s}}^{1/2}\}\tilde{\mathbf{U}}^T = \mathbf{D}_{\text{QR}}^T\mathbf{Q}^T\mathbf{Q}\mathbf{D}_{\text{QR}}\ . \tag{2.77}$$

Cette méthode permet d'avoir une matrice de passage qui a du sens du point de vue de l'organisation énergétique de la matrice $\mathbf{D}_{\text{QR}}$. La nouvelle matrice $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ est triangulaire et permet de trier les HSH de façon à obtenir une organisation semblable aux HS par ordre et par degré (voir l'équation (2.38)).
La matrice $\mathbf{D}_{\text{svd}}$ issue de la SVD est montrée sur la figure 2.27 tandis que la matrice $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ issue de la méthode QR est montrée sur la figure 2.28. On voit qu'avec la SVD les valeurs de la matrice $\mathbf{D}_{\text{svd}}$ sont beaucoup moins ordonnées qu'avec la méthode QR où l'on peut observer que les HSH dépendent d'une combinaison des HS de même degré n. La matrice $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ est finalement obtenue par :

$$\mathbf{D}_{\text{QR}} = \mathbf{Q}^T\mathbf{D}_{\text{svd}} = \mathbf{Q}^T\{\tilde{\mathbf{s}}^{1/2}\}\tilde{\mathbf{U}}^{\mathbf{T}}\ . \tag{2.78}$$

Ceci permet d'écrire la relation entre l'ancienne base de fonctions $\mathbf{Y_S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$ et la nouvelle base de fonctions $\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{QR}} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}K}$:

$$\mathbf{Y_S} = \mathbf{D}_{\text{QR}}^T\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{QR}} \tag{2.79}$$

Les nouvelles fonctions $\tilde{\mathbf{Y}}_{\text{QR}}$, les HSH, sont des combinaisons linéaires des HS, et satisfont donc l'équation d'Helmholtz. Par contre, pour exprimer la solution complète dans l'espace

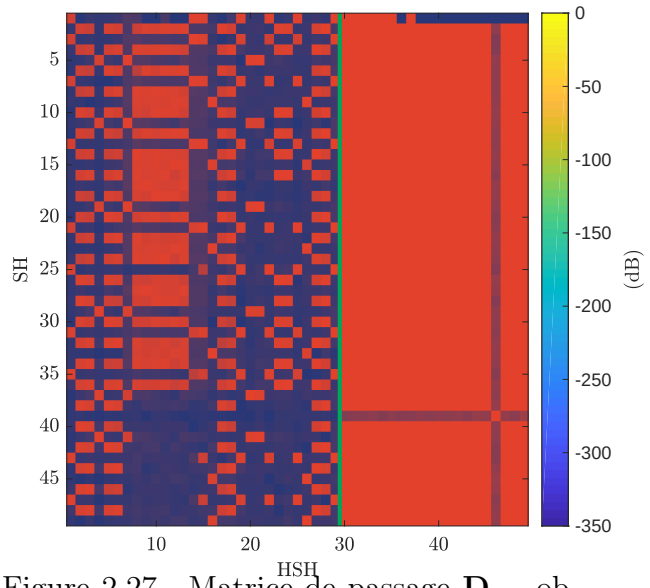


Figure 2.27 Matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{svd}}$ obtenue par l'équation (2.70) (non tronqué). La ligne verte démarque la zone tronqué $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{svd}}$ à droite. Les couleurs représentent les coefficients permettant d'exprimer les HS sur la base des HSH.

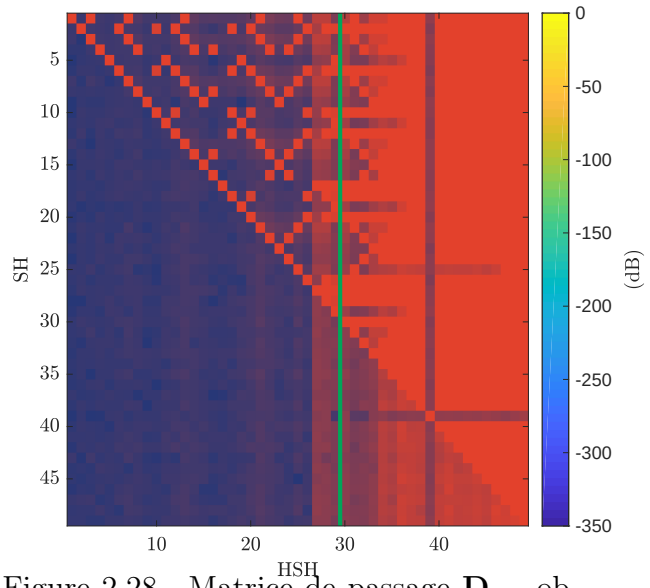


Figure 2.28 Matrice de passage $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ obtenue par la méthode QR l'équation (2.78) (non tronqué). La ligne verte démarque la zone tronqué $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{QR}}$ à droite. Les couleurs représentent les coefficients permettant d'exprimer les HS sur la base des HSH.

(θ, ϕ, r) à partir des HSH, on ne peut plus utiliser les fonctions de Bessel ou de Hankel qui interviennent dans la solution sphérique, , voir l'équation (2.39). Bien que les HSH soient organisées de la même manière que les HS, on ne peut donc pas utiliser les filtres de champ proche sphérique (définis à partir des fonctions de Bessel et Hankel sphériques) afin de calculer des coefficients hémisphériques comme dans l'équation (2.51).
Les fonctions HS sont représentées pour référence sur la figure 2.29 et les HSH sont présentées sur la figure 2.30.

Lien formel entre les coefficients sphériques et pressions acoustiques de l'hémisphère

Il est proposé dans la thèse de Müller-Trapet [61] de faire les projections des pressions acoustiques mesurées dans le domaine hémisphérique pour obtenir les pressions acoustiques projetées $\tilde{P}_{mn}$ dans l'équation (2.74) puis d'utiliser la matrice de passage $\mathbf{D}$ pour obtenir les pressions acoustiques projetées équivalentes sphériques P_{mn} dans l'équation (2.41). Ensuite, on est censé pouvoir utiliser les méthodes classiques sphériques pour extrapoler le champ dans tout l'espace (formation de voies, holographie, etc). Toutefois, cette proposition est laissée de côté au cours de la thèse de Müller-Trapet au profit de la méthode de soustraction fréquentielle.

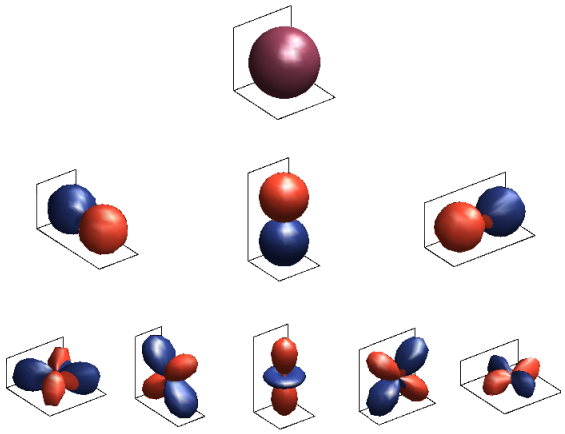


Figure 2.29 Représentation des harmoniques sphériques de l'ordre $m = 0$ (ligne du haut) à l'ordre $m = 3$ (ligne du bas), Y_m^0 est représenté sur la colonne centrale. Les Y_m^n pour $-m \leq n \leq -1$ sont présentés à gauche et pour $1 \leq n \leq m$ à droite. Les couleurs indiquent le changement de signe, positif en bleu, négatif en orange/rouge.

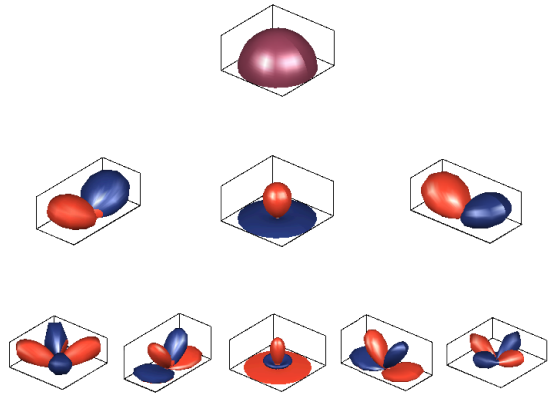


Figure 2.30 Représentation des harmoniques hémisphériques de l'ordre $m = 0$ (ligne du haut) à l'ordre $m = 3$ (ligne du bas), $\tilde{Y}_m^0$ est représenté sur la colonne centrale. $\tilde{Y}_m^n$ pour $-m \leq n \leq -1$ utilisant les fonctions sinus à gauche et pour $1 \leq n \leq m$ utilisant les fonctions cosinus à droite (étant entendu que les fonctions HSH de degré n dépendent des fonctions HS de même degré). Les couleurs indiquent le changement de signe, positif en bleu, négatif en orange/rouge.

Comme à la fin de la section 2.5.1, on peut à nouveau montrer le lien entre les HSH et les HS de façon à trouver les coefficients sphériques $\mathbf{A}_{mn} \in \mathbb{R}^{N\text{x}1}$ à partir de la pression acoustique mesurée sur un hémisphère, voir annexe C.2, et finalement on obtient :

$$\mathbf{A}_{mn} \approx \left[\mathbf{D}_{\text{QR}} \left\{\mathbf{w}_n(kr_m)\right\}\right]^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{mnQR}(r_m), \tag{2.80}$$

avec $\{\mathbf{w}_n(kr_m)\} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ la matrice diagonale des filtres d'encodages associés à la sphère de mesure (les fonctions $j_m(kr_m)$ pour une sphère ouverte et des sources extérieures), $\tilde{\mathbf{P}}_{mnQR} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}1}$ les pressions acoustiques acoustiques modales hémisphériques issues des pressions acoustiques $p(r_m, \theta, \phi)$ mesurées sur l'hémisphère et définies par :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mnQR}(r_m) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tilde{\mathbf{Y}}_{\text{QR}} p(r_m, \theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi, \tag{2.81}$$

Discussion et limites

La thèse [61] montre des résultats utilisant les HSH, dont Müller-Trapet conclut que la précision de la conversion HSH vers HS est insuffisante pour être exploitable dans le cadre de l'holographie. La présente thèse apportera une étude plus complète sur la faisabilité et les performances de la méthode holographique à partir d'un hémisphère de microphones. Selon Müller-Trapet [61] la formation de voies hémisphérique semble donner des résultats semblables à la formation de voies sphérique, mais Müller-Trapet ne présente pas de résultats pour calculer les coefficients d'absorption à partir d'un hémisphère de microphones, qui au mieux souffriraient des mêmes problèmes que ceux présentés dans la formation de voies sphérique (voir section 2.4.3). En conclusion, la thèse de Müller-Trapet, laisse place à de nouvelles recherches sur le sujet pour vérifier si la précision de la nouvelle base base des HSH est suffisante pour calculer un coefficient de réflexion.

2.5.3 Performances de l'orthogonalisation de la méthode Slepian et QR

La performance de l'orthogonalisation dans la construction de la base des HSH est montrée par l'erreur de la matrice de Gram $\mathbf{G}$ (équation (2.44)) :

$$\mathbf{e_G} = \mathbf{G} - \mathbf{I}, \tag{2.82}$$

où $\mathbf{G}$ est issue de n'importe quelle matrice de fonctions dont on veut observer les erreurs d'orthonormalisations (exemple : $\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$, $\mathbf{Y_S}$).

La matrice d'erreur avec les fonctions $\mathbf{Y_S}$ et la matrice d'erreur avec les fonctions $\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$ après application de la méthode QR sont montrées sur les figures 2.31 et 2.32. On observe que la méthode QR permet de retrouver l'orthogonalité avec succès. Il en est de même avec la méthode Slepian (non montrée ici), les performances semblant égales. On observe sur la figure 2.32 qu'à partir de l'ordre 5 des erreurs d'orthonormalités apparaissent sur la diagonale, l'ordre maximum dans le domaine des HSH est donc 4.

2.5.4 Conclusion sur les bases de fonctions hémisphériques par approche numérique

Cette partie développe les formulations associées à la partie Slepian, comme montrée dans la littérature, cependant les performances de ces méthodes n'ont jamais été vraiment discutées et appliquées à des cas concrets en acoustique. En dehors de Müller-Trapet [61], qui

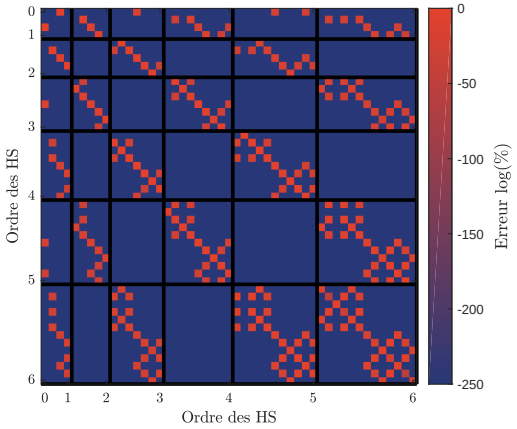


Figure 2.31 Matrice $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice de Gram (Éq. 2.45) issue de la matrice des harmoniques sphériques $\mathbf{Y_S}$, calculée sur la moitié d'une sphère de Lebedev de 50 points (voir annexe D). Les erreurs sont en échelle logarithmique afin de mieux voir la dynamique (dB ref 1).

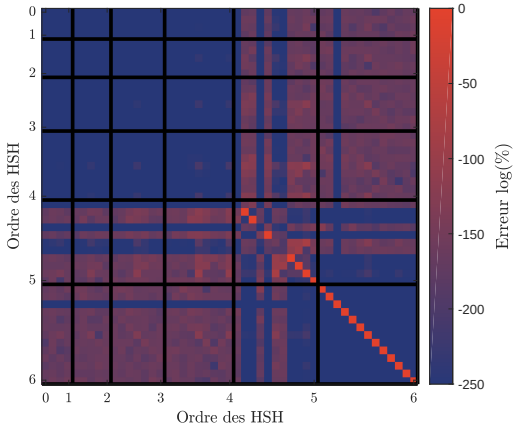


Figure 2.32 Matrice $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice de Gram (Éq. 2.45) de la base construite en utilisant la méthode SVD + QR ($\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$) sur la moitié d'une sphère de Lebedev de 50 points (voir annexe D).

en vient à la conclusion qu'il n'est pas possible d'appliquer l'holographie sphérique avec les harmoniques Slepian. Les bases Slepian sont donc réétudiées et appliquées dans cette thèse afin de vérifier les limites de la méthode.

Plus globalement, on voit ici une solution « générale », la base développée ne satisfait pas de condition limite particulière dans le plan équatorial. Quelque soit le matériau en condition limite, la nouvelle base hémisphérique développée reste la même. En effet, la solution apportée ici se contente de fournir mathématiquement une base de fonctions orthogonales sur l'hémisphère sans fondement physique. Les limites et performances de cette méthode seront étudiée afin d'évaluer la faisabilité d'une caractérisation de matériau acoustique.

2.5.5 Construction d'une base hémisphérique par approche analytique : secteur sphérique et équation d'Helmholtz

Une autre approche est de résoudre directement l'équation d'Helmholtz dans le domaine hémisphérique en prenant en imposant des conditions aux limites dans le plan équatorial. Les solutions de ce problème permettraient de projeter les pressions acoustiques mesurées sur l'hémisphère $p(r_m, \theta, \phi)$ directement sur les fonctions hémisphériques Y_{HSH} déduites, et ainsi calculer des coefficients hémisphériques $\tilde{A}_{mn}$ qui pourront être utilisés en hologra-

phie.
La notion importante introduite par cette solution est celle de condition aux limites, qui modifie les solutions. Cette approche implique la définition de la solution en fonction des paramètres du matériau à mesurer, qui sont inconnus. Par conséquent, il n'est pas possible de trouver une solution directe, la mise en œuvre d'une telle méthode nécessiterait un processus d'optimisation afin de converger vers la bonne base de solutions. Dans Haines [34]

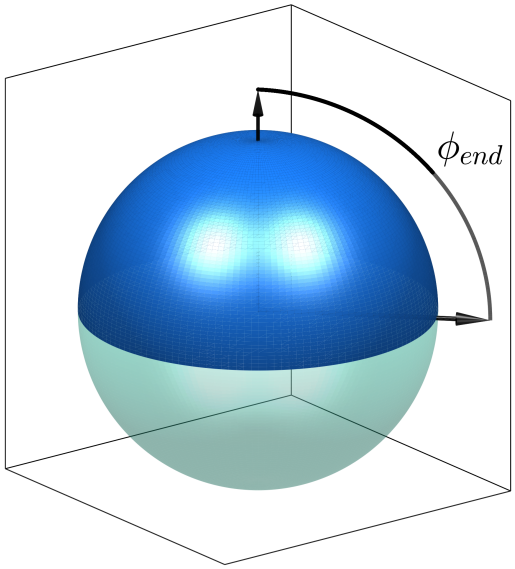


Figure 2.33 Secteur sphérique en bleu par rapport à une sphère complète en transparent.

et Hwang and Chen [42], une solution de l'équation de Laplace pour un espace partiellement sphérique, voir exemple sur la figure 2.33, est donnée. Cette équation correspond à la partie angulaire (θ, ϕ) de l'équation des ondes. Les solutions issues de l'équation de Laplace peuvent donc être adaptées pour trouver les solutions de notre problème comme il s'agit d'une partie de l'équation d'onde. La condition au limite est modifié par la limitation de l'élévation à $\phi = \phi_{end}$ au lieu de $\phi = 180°$. Cette solution est donc spécifique aux conditions limites imposées à ϕ_{end}. Dans le cas d'un hémisphère, le plan sur lequel est posé l'hémisphère impose les solutions.

Équation générale

L'équation différentielle associée à ϕ de l'équation de Laplace (l'équation différentielle de Legendre, forme Sturm-Liouville), est la même que dans l'équation d'Helmholtz :

$$\frac{d}{dx}\left[(1-x^2)\frac{d\tilde{\mathcal{P}}_l^n(x)}{dx}\right] + \left[l(l+1) - \frac{n^2}{1-x^2}\right]\tilde{\mathcal{P}}_l^n(x) = 0, \tag{2.83}$$

avec l et n l'ordre et le degré des polynômes associés de Legendre, $\tilde{\mathcal{P}}_l^n(x)$ la fonction solution de l'équation (c.-a-d. les polynômes associés de Legendre), et x la variable de la fonction (dans le cas de l'équation de Laplace ou de l'équation d'Helmholtz, c'est une variable d'espace issue du changement de variable $x = \cos\phi$).
Des conditions aux limites générales sont mathématiquement associées à cette équation différentielle aux bornes x, $[1, \cos\phi_{end}]$. La condition aux limites en ϕ_{end} signifie que l'espace sphérique n'est plus fermé et que l'on prend en compte la nature de ce sur quoi repose l'hémisphère (exemple : un matériau poreux, fond rigide, air). Pour un hémisphère, on écrit :

$$\begin{cases} A_1\tilde{\mathcal{P}}_l^n(\cos 0) + B_1\frac{d\tilde{\mathcal{P}}_l^n(\cos 0)}{d\phi} = 0 \\ A_2\tilde{\mathcal{P}}_l^n(\cos\phi_{end}) + B_2\frac{d\tilde{\mathcal{P}}_l^n(\cos\phi_{end})}{d\phi} = 0. \end{cases} \tag{2.84}$$

où A_1 et B_2 sont les coefficients associés au condition aux limites $\phi = 0$ et $\phi = \phi_{end}$, .
Afin de mieux comprendre le sens de ces conditions aux limites, on peut se rapporter au cas sphérique, dans ce cas $\phi_{end} = 180°$ et lors de la résolution des équations aux limites, on retrouve les polynômes associées de Legendre usuels. La condition en $x = 1$ se résout simplement et est détaillée par la suite. La condition en $x = \cos\phi_{end}$ est plus compliquée à résoudre si $x \neq 180°$ et sera détaillée pour deux cas simples : une condition de Neumann et une condition de Dirichlet, la solution pour une condition d'impédance mixte n'étant pas encore connue.

Solutions à l'équation et réduction

Les solutions générales de l'équation (2.83) sont données par l'ensemble :

$$\tilde{\mathcal{P}}_{l(n)}^n = \mathcal{P}_{l(n)}^n + \alpha_l(n)Q_{l(n)}^n, \tag{2.85}$$

où $\mathcal{P}_{l(n)}^n$, $Q_{l(n)}^n$ sont les fonctions associées de Legendre du premier et second genre, d'ordre non entier $l(n)$ et α un scalaire dépendant des conditions aux limites imposées en ϕ_{end}.

En utilisant la condition aux limites de l'équation (2.84), qui impose une solution finie à $\phi = 0$, on peut enlever les solutions $Q_{l(n)}^n$, puisque $Q_{l(n)}^n(\cos\phi) \to \infty$ quand $\phi \to 0$.
Ensuite, contrairement au cas sphérique, où la condition en $\phi = 180°$, permet de limiter les ordres $l(n)$ aux entiers positifs, la condition en ϕ_{end}, l'équation (2.84) définit les ordres $l(n)$ pour des valeurs variantes selon la condition aux limites.

Un ensemble de fonctions, solutions de l'équation de Laplace, analogue aux harmoniques sphériques, appelé Harmoniques de Secteur Sphérique (SCH) peut être ensuite construit

comme suit :

$$Y^n_{l(n)}(\theta,\phi) = N^n_{l(n)}\mathcal{P}^n_{l(n)}(\cos\phi)\begin{cases}\cos(n\theta), \text{ pour } n \geq 0\\ \sin(|n|\theta), \text{ pour } n < 0\end{cases}, \tag{2.86}$$

avec $l(n)$ les ordres réels positifs associés à l'indice n et $N^n_{l(n)}$ la fonction de normalisation définie par $\sqrt{(2l(n)+1)\frac{(l(n)-|n|)!}{(l(n)+|n|)!}}$.

Solution particulière, conditions aux limites de Neumann et Dirichlet

Dans les articles de Haines [34] et de Hwang and Chen [42], les solutions sont classées au travers de deux ensembles orthogonaux de solutions particulières associés aux deux conditions limites de Neumann et Dirichlet, représentant les deux cas limites de l'équation (2.84) en élévation ϕ_{end} :

$$\frac{\partial\mathcal{P}^n_{l(n)}(\phi_{end})}{\partial\phi} = 0, \tag{2.87}$$

$$\mathcal{P}^n_{l(n)}(\phi_{end}) = 0. \tag{2.88}$$

La résolution de ces équations permet de définir les valeurs $l(n)$. Les Figures 2.34 et 2.35 représentent les solutions associées à l'angle $\phi_{end} = 90°$, appelées harmoniques de secteur sphérique (SCH), formant deux bases orthonormales.

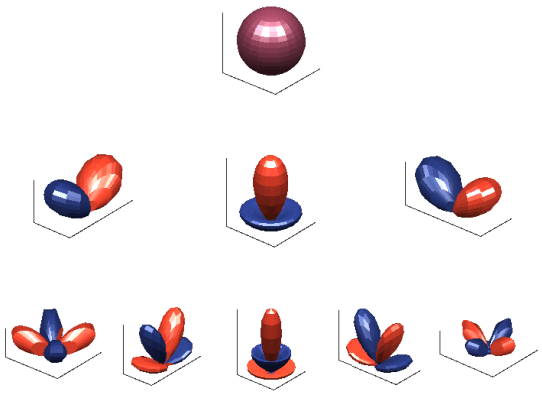


Figure 2.34 SCH associés à $\mathcal{P}^n_{l(n)}(\cos\phi_{end}) = 0$, pour $\phi_{end} = 90°$

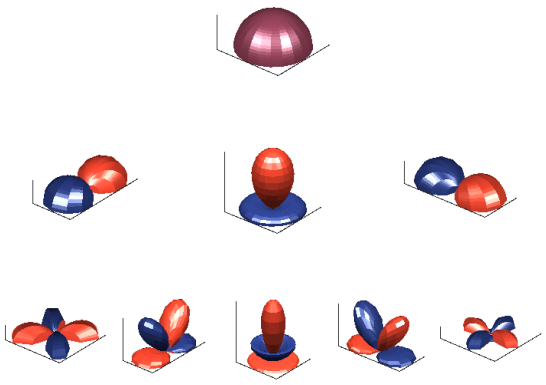


Figure 2.35 SCH associés à $\frac{\partial\mathcal{P}^n_{l(n)}(\cos\phi_{end})}{\partial\phi} = 0$, pour $\phi_{end} = 90°$

Discussions et limitations

Dans l'approche décrite plus haut, on génère deux ensembles différents de solutions à l'équation de Laplace, basés sur les deux cas extrêmes de la condition aux limites. Une idée défendue dans les articles de Haines [34] et Hwang and Chen [42] dans le cas d'un plan d'impédance finie est d'utiliser une combinaison des deux ensembles.
Les limitations d'une représentation avec ces deux ensembles se font très vite sentir, en effet la non-orthogonalité entre les deux ensembles empêche la projection sphérique sur une condition d'impédance finie, et donc la reconstitution de champs acoustique à partir d'une mesure issue d'un hémisphère de microphones au-dessus d'un plan d'impédance inconnue.
La problématique de ré-orthogonalisation de ces deux ensembles rejoint les méthodes numériques présentées précédemment. Une autre approche est d'utiliser une méthode de régularisation pour trouver les coefficients hémisphérique (équivalent des A_{mn} sphériques) associés à chacun des problèmes Neumann et Dirichlet ([95], [49]).

Ouverture vers la solution spécifique du problème analytique

Du point de vue analytique, la résolution de l'équation d'Helmholtz d'un demi-espace pour un plan d'impédance finie doit relier l'équation aux limites de l'équation (2.84), à la caractéristique d'impédance du plan. À l'heure actuelle, cette liaison est encore inconnue.

Du point de vue de la mesure d'une impédance de surface, on voit apparaître un double problème, on cherche à mesurer l'impédance de surface du matériau que l'on a besoin de connaître pour définir les fonctions $Y^n_{l(n)}$ et ainsi projeter sur les pressions acoustiques mesurées.

Cette approche est développée en Annexe E.2.

2.5.6 Résumé de l'état de l'art

Ce chapitre a mis en avant diverses méthodes de caractérisation de matériaux acoustiques, tout d'abord les méthodes normalisées du tube d'impédance et de la chambre réverbérante. La première méthode souffre de ne représenter le comportement acoustique du matériau qu'en incidence normale et ne caractérise que de petits échantillons qui ne sont pas toujours représentatifs du comportement global du matériau. Quant à la méthode de la salle réverbérante, elle est très sensible aux conditions expérimentales (les effets d'environnement, position du matériau dans la salle) et au fait que l'hypothèse forte de champ acoustique

diffus est perturbée par le matériau absorbant. Il en résulte qu'en basses fréquences, des résultats non physiques sont observés, comme un coefficient d'absorption supérieur à 1.

Par la suite, des méthodes alternatives de la littérature reliées à cette thèse ont été présentées, avec tout d'abord une mesure en champ libre par doublet microphonique dont la limite se situe en basses fréquences où le modèle source image ne parvient pas à représenter la réalité quand la source et les microphones sont placés à proximité du matériau absorbant.

Puis, des méthodes utilisant des antennes de transducteurs, plus proches de l'esprit de cette thèse, ont été abordées. On a tout d'abord présenté l'utilisation d'une antenne linéaire de microphones, montrant des résultats plus robustes que le doublet, mais possédant toujours des limitations en basses fréquences. Ensuite, une alternative à la méthode de la chambre réverbérante qui utilise la synthèse de champs acoustiques pour créer un champ acoustique diffus a été présentée. Cette approche permet une meilleure reproductibilité des résultats et diminue l'influence des effets d'environnement sur les mesures, cependant on observe toujours des problèmes en basses fréquences, avec des coefficients d'absorption non physiques pouvant devenir négatifs et/ou éloignés des résultats de référence. Deux méthodes, utilisant des plans de microphones, étaient ensuite présentées, la première étant la méthode Tamura, qui donne d'excellents résultats à moyennes et hautes fréquences tout en offrant un α sous plusieurs incidences en une seule mesure. La limite en basse fréquence (autour de 200 Hz dans l'article [36]) due à la TF2D est induite par l'ouverture de l'antenne et le repliement spatial. La deuxième méthode de caractérisation utilisant SONAH se propose comme une solution aux problèmes de la méthode de Tamura. Les résultats montrés par cette méthode dans la littérature sont en effet stables sur une large gamme de fréquences, à plusieurs incidences.

Ensuite, plus proches de l'approche envisagée, deux méthodes basées sur des microphones sphériques ont été présentées. La première, la méthode de formation de voies sphérique à partir d'une mesure utilisant un microphone sphérique, n'apporte pas de résultats particulièrement intéressants par rapport aux méthodes existantes dans l'état actuel. La seconde méthode sphérique, une méthode de sources équivalentes, montre d'excellents résultats de mesure sur une large gamme de fréquences (200-4000 Hz dans [77]), permettant de mesurer l'effet de l'angle d'incidence de la source sur le coefficient d'absorption. On retrouve, dans les deux cas, un problème avec les résultats en basses fréquences.

Enfin, dans la même approche envisagée que cette thèse, trois méthodes basées sur une antenne de microphones hémisphérique ont été présentées, dont deux à caractère numé-

rique : une méthode utilisant les bases Slepian et une autre utilisant les bases Slepian avec une décomposition QR. Dans les deux cas, on part des HS sur l'hémisphère pour reconstituer numériquement une base de fonctions orthonormales sur l'hémisphère. Les résultats obtenus dans la thèse de Müller-Trapet [61] laissent une ouverture pour se positionner et développer d'autres méthodes à perspective hémisphérique. La thèse de Muller-Trappet est à ce jour la seule portant sur une problématique proche (système hémisphérique + caractérisation de matériaux absorbants), et laisse à de futures recherches de vérifier si ces méthodes permettent de mesurer avec précision les paramètres d'absorption et/ou d'impédance de surface.
Une troisième méthode a été présentée, il s'agit d'une ébauche de solution analytique qui permet d'obtenir une solution au problème de Sturm-Liouville de l'équation d'onde propre à chaque configuration, chaque base hémisphérique serait le résultat des conditions aux limites imposées (c.-a-d. l'impédance d'un matériau), permettant également de mesurer les paramètres d'absorption et/ou d'impédance de surface grâce à un processus d'optimisation. La solution analytique au problème de Sturm-Liouville de l'équation d'onde est connue pour les cas simples de Neumann et Dirichlet, mais est inconnue pour des conditions limites quelconques, et laisse également la place à de la recherche future pour déterminer s'il est possible d'utiliser une telle méthode dans le cadre de la caractérisation de matériau absorbant.

En conclusion, on observe au travers des méthodes présentées que la mesure de l'absorption et de l'impédance de surface en basses fréquences, ainsi que l'influence de l'angle d'incidence de la source sur le matériau absorbant, est encore aujourd'hui un problème à question ouverte dans la caractérisation de matériaux acoustiques. On voit aussi que les défis concernent la répétabilité de la mesure, ainsi que de s'absoudre des conditions de mesures (effet de bord, effet de salle). Une méthode *in situ*, multiangulaire, large bande, répétable et fiable n'existe pas et s'avère très complexe à développer, il reste donc des voies de recherches où se positionner dans la caractérisation de matériaux acoustiques. Les systèmes hémisphériques semblent être une voie possible où il reste encore beaucoup de concepts et méthodes à étudier, définir et tester.

CHAPITRE 3

Formulation directe du problème d'identification de matériaux acoustiques par antennes sphériques ou hémisphériques

Ce chapitre présente d'une part l'approche directe sphérique pour l'antenne sphérique de microphones et d'autre part les approches étudiées pour l'antenne hémisphérique de microphones. La première partie aborde l'utilisation des harmoniques sphériques afin d'estimer Z_s ainsi que l'influence de divers paramètres sur la mesure liés à l'utilisation de cette approche. Des critères d'évaluation de la pertinence de la mesure sont également étudiés.
Dans la seconde partie, une des approche pour l'utilisation d'antennes à géométries hémisphériques est développée. Les différentes parties sont présentées sur le schéma de la figure 3.1. Les approches développées dans cette partie sont liées à la géométrie et fixe la configuration de l'antenne utilisée en mesure.

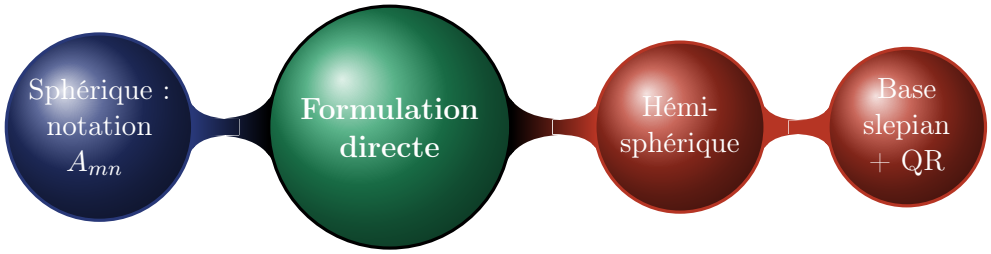


Figure 3.1 Synoptique des sections de la partie formulation directe du problème d'identification de matériaux acoustiques par antennes sphériques ou hémisphériques.

3.1 Formulation sphérique : Reconstruction de l'Impédance de surface en Harmonique Sphérique (SHIR)

La méthode SHIR proposée dans cette thèse repose sur la solution de l'équation d'onde en harmoniques sphériques présentée dans la section 2.4 (et donc la SNAH), elle utilise un microphone sphérique dans la configuration présentée sur la figure 3.2. Dans cette thèse l'antenne utilisé, sauf spécification contraire, est une antenne sphérique ouverte de 50 microphones utilisant un maillage de Lebedev [51, 52]. D'autres méthodes, déjà proposées

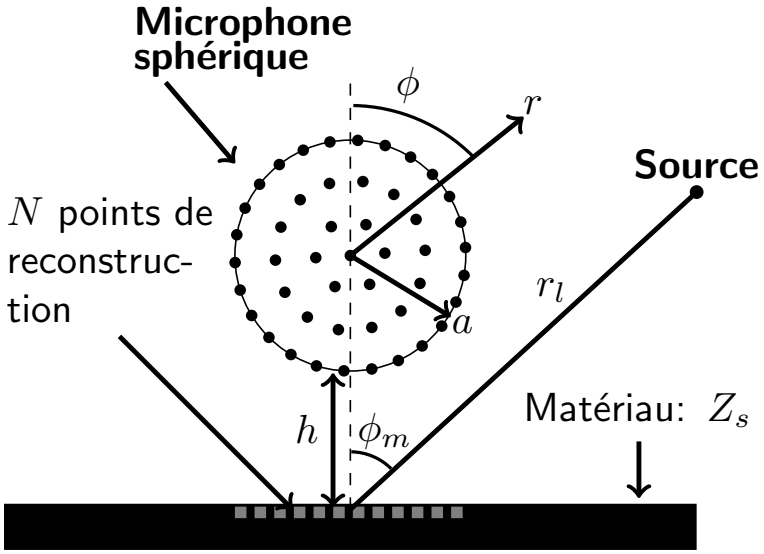


Figure 3.2 Une source ponctuelle et une antenne de microphones sphérique au-dessus d'un matériau d'impédance de surface Z_s.

pour un microphone sphérique ([77, 76]), utilisent les propriétés de la formulation en harmoniques sphériques sans toutefois aller jusqu'à calculer Z_s dans le domaine modal. Seule la compensation sphérique pour le support de sphère rigide des microphones est utilisée. L'approche générale de la méthode reste cependant la même puisqu'il est proposé de calculer Z_s en calculant la pression $p(\mathbf{r}_s)$ et la vitesse particulaire normale $u_z(\mathbf{r}_s)$ à la surface du matériau pour obtenir Z_s :

$$Z_s(\mathbf{r}_s) = \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p(\mathbf{r}_s)}{u_z(\mathbf{r}_s)}, \tag{3.1}$$

avec $\mathbf{r}_s = (r_s, \theta_s, \phi_s)$.
La méthode SHIR se base cependant sur une reconstruction de $p(\mathbf{r}_s)$ et $u_z(\mathbf{r}_s)$ qui diffère grandement, ces quantités sont reconstituées en utilisant une application directe de l'équation d'onde sphérique. On retrouve pour $p(\mathbf{r}_s)$ la formule présentée dans la section 2.4, qui

est une simple et directe application du formalisme d'holographie sphérique :

$$p(k, r_s, \theta_s, \phi_s) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} A_{mn} j_m(kr_s) Y_{mn}(\theta_s, \phi_s) \ . \tag{3.2}$$

avec pour rappel, A_{mn} les coefficients sphériques, $j_m(kr_s)$ les fonctions de Bessel sphérique, Y_{mn} les fonctions harmoniques sphériques et M l'indice maximum tronqué de la série en raison de la discrétisation. L'expression de $u_z(\mathbf{r}_s)$ n'est pas aussi directe mais peut être calculée en utilisant les relations exprimant la vitesse particulaire normale en coordonnées cartésiennes et sphériques :

$$u_z(\mathbf{r}, \omega) = u_r(\mathbf{r}, \omega) \cos\phi \ + \ u_\phi(\mathbf{r}, \omega) \sin\phi. \tag{3.3}$$

L'expression des composantes de vitesse particulaires en coordonnées sphérique est donnée dans Grandjean et al. [32], ce qui permet de calculer u_z directement depuis les coefficients sphériques A_{mn} :

$$\begin{cases} u_r(\mathbf{r}) \ = \ \frac{1}{i\rho_0 c_0} \sum_{m=0}^{M} j'_m(kr) \sum_{n=-m}^{m} A_{mn} Y_{mn}(\theta, \phi) \ \ , \\ u_\phi(\mathbf{r}) \ = \ \frac{1}{i\rho_0 c_0 kr \sin\phi} \sum_{m=0}^{M} j_m(kr) \sum_{n=-m}^{m} A_{mn} N_{mn} \cdots \\ \Big[(m+1)\sin(\phi)\mathcal{P}_{mn}(\theta, \phi) - (m - |n| + 1)\mathcal{P}_{(m+1)n}(\theta, \phi)\Big] \cdots \\ \begin{cases} \cos(|n|\theta) \text{ si } n \ \geq \ 0 \\ \sin(|n|\theta) \text{ si } n \ < \ 0 \end{cases} , \end{cases} \tag{3.4}$$

avec $j'_m(kr)$ la dérivée de $j_m(kr)$ par rapport à kr et $\mathcal{P}_{mn}$ les polynômes associés de Legendre. Il est noté que d'après [32], le rayon R_a de reconstruction fidèle de la vitesse particulaire est donné approximativement par la relation $kR_a = M - 1$. Par rapport à la zone de reconstruction précise de la pression acoustique [voir l'équation (2.54)], la zone de reconstruction précise de la vitesse ou de l'impédance est légèrement diminuée car on perd un ordre.

Bien que cette approche puisse sembler fastidieuse, elle permet un calcul facile et rapide de Z_s une fois que les coefficients A_{mn} sont calculés (section 2.4.2).

Le domaine de validité de l'approche de l'holographie sphérique est limité par la source la plus proche, le champ acoustique ne peut être reconstruit au delà.

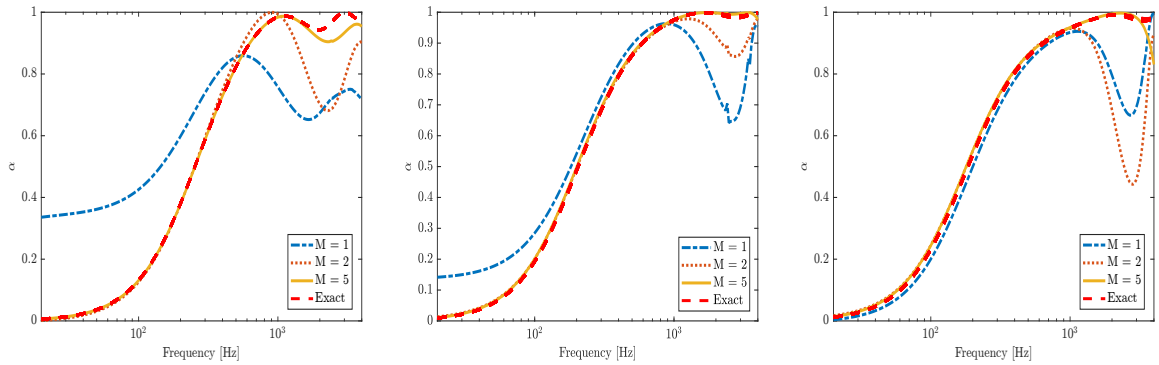
Effet de l'ordre M sur la reconstruction des propriétés du matériau acoustique

Un des points intéressants de la méthode SHIR est qu'il est facile de calculer la solution pour différentes valeurs de M pour mettre en évidence leur effet sur le résultat. Les figures 3.3 et 3.4 montrent la reconstruction à différents ordres M de l'absorption et de l'impédance de surface du matériau obtenue pour une mousse mélamine et différents ϕ_m (voir annexe B.1 pour le détail des simulations.). La solution "Exacte" correspond à l'impédance Z_s d'une mousse de mélamine sur un support rigide obtenue à partir du modèle JCA [2] dont les paramètres sont donnés dans le tableau B.1. Il est intéressant de voir que la solution basses fréquences n'est bien reconstituée que si M > 1. On voit cependant que pour les angles $\phi_m > 50$ l'ordre 1 se rapproche de la solution attendue bien que non complètement exacte. Ceci peut s'expliquer par le fait que la reconstruction est basée sur l'estimation de la vitesse u_z à la surface du matériau. Cependant, l'ordre $M = 1$ ne permet une reconstruction exacte de u_z qu'au centre de la sphère située à une distance h de la surface du matériau. Ceci permet de définir un critère de mesure : la limite de prédiction basses fréquences attendue est atteinte lorsque les valeurs de pressions modales P_{mn} (section 2.4.2) relatives à l'ordre $m = 2$ ne peuvent plus être obtenues. Cette règle prendra plus loin tout son sens dans l'étude des mesures bruitées. La figure 3.3 montre également que l'ordre de troncature M impose aussi une limite hautes fréquences à la reconstruction de l'absorption à la surface du matériau liée à la règle $kR_a = M - 1$.

Sélection de la zone de reconstruction

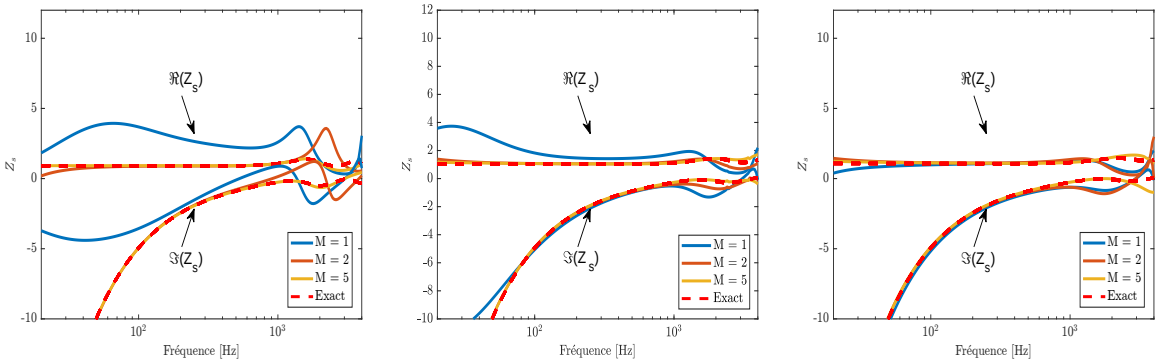
La captation spatiale permet d'extrapoler le comportement d'un matériau sur une partie de sa surface. On peut alors moyenner l'estimation de l'impédance Z_s et ainsi obtenir le comportement moyen spatial d'un échantillon. Un point pratique est que l'étendue de la reconstruction précise des champs de pression et de vitesse normale peut être déduite en utilisant la "règle empirique" : $kr = M - 1$, de sorte que lors du calcul de la valeur moyenne spatiale de Z_s sur une zone donnée, l'erreur liée à l'extrapolation est minimisée et un résultat fiable est ainsi obtenu.
L'erreur normalisée entre l'impédance de surface attendue Z_s et l'impédance reconstruite Z_{sr} est estimée par :

$$e_m(r, k, \theta, \phi) = \frac{\|Z_s(r, k, \theta, \phi) - Z_{sr}(r, k, \theta, \phi)\|^2}{\|Z_s(r, k, \theta, \phi)\|^2} \times 100. \tag{3.5}$$



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 45°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 3.3 Comparaison de la reconstruction de l'absorption d'une couche de mélamine d'épaisseur $h_p = 8$ cm pour différents ordres M, $\mathbf{r}_l = 1.5$ m. Simulation pour un maillage de Lebedev de 50 microphones, $h = 0.01$ m et $a = 0.07$ m.



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 45°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 3.4 Comparaison de l'impédance de surface à différents ordres M, $\mathbf{r}_l = 1.5$ m.Simulation pour un maillage de Lebedev de 50 microphones, $h = 0.01$ m et $a = 0.07$ m.

La figure 3.5 montre, pour diverses fréquences, des champs d'erreurs normalisées, telles que définies par l'équation (3.5) entre les Z_s attendus et les Z_{sr} obtenus par simulation numérique de la méthode SHIR. On peut voir que la "règle" $kR_{acc} = M - 1$ fonctionne bien dans les hautes fréquences, où la région de reconstruction exacte attendue (ligne pointillée) est incluse dans la zone d'erreur de 4% [60](ligne continue). Cependant, la ligne pointillée n'est plus contenue dans cette zone pour les basses fréquences. Ce résultat est à remettre dans un contexte de mesure, la zone d'erreur à 4% en basses fréquences est assez grande, plus de 1 m de rayon à 100 Hz, ce qui est plus que suffisant en pratique pour obtenir une moyenne spatiale. Cette différence peut être due au manque d'information sur les ondes évanescentes générées à la surface du matériau et captées trop faiblement par les microphones. En tenant compte de ces résultats, il est proposé de calculer l'absorption moyenne sur un disque de 20 cm de rayon à la surface du matériau pour les fréquences inférieures à 500 Hz ; l'absorption moyenne est calculée sur un disque dont le rayon est donné par $kR_{acc} = M - 1$ aux fréquences supérieures à 500 Hz, jusqu'à ce que le matériau se trouve en dehors de la zone de reconstruction précise ($k(h + a) > M - 1$). Le centre du disque de reconstruction est choisi comme étant le point du matériau le plus proche du centre de la sphère du microphone.

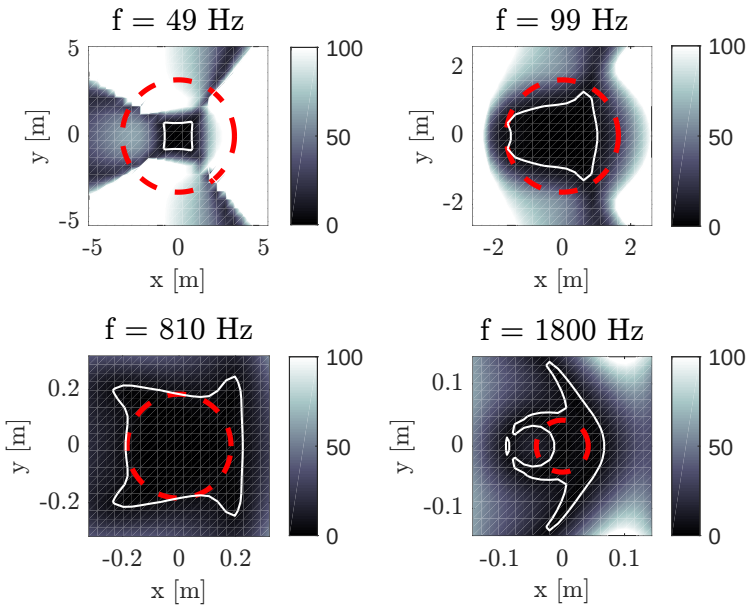


Figure 3.5 Champ d'erreurs de reconstruction de l'impédance Z_s d'un matériau plan infini (mousse mélamine). La ligne pointillée représente la règle $kR = M-1$, tandis que la ligne blanche pleine définit l'erreur de 4% sur le calcul de Z_s. Microphone sphérique ouvert de 50 noeuds, rayon de rayon $a = 7$ cm, $h = 0.01$ m, source à $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$.

Résultats sans bruit de mesure

Afin de vérifier la capacité de la méthode à caractériser un matériau acoustique sous différentes incidences, les configurations des figures 3.6 et 3.7 sont simulées à l'aide de la méthode SHIR. L'antenne possède 50 microphones ce qui correspond à un ordre M maximum de 5 (voir 2.4.2). Les résultats pour les quantités α et Z_s sont montrés sur les figures 3.9-3.10. On voit qu'en basses fréquences, on retrouve parfaitement l'information pour l'impédance de surface et l'absorption. On observe également que la solution n'est pas valide après 2800 Hz. Ce résultat était toutefois attendu, il est directement lié à la troncature à l'ordre $M = 5$ (voir 2.4.2) dans la reconstruction de l'impédance de surface sur le matériau qui limite la distance de reconstruction.

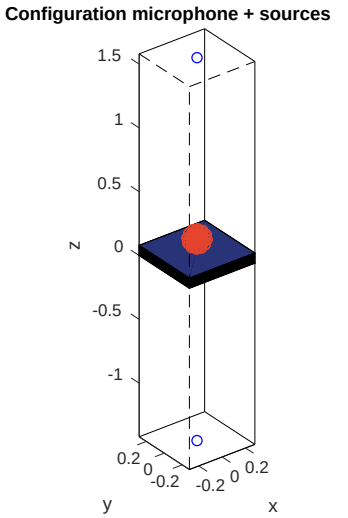


Figure 3.6 Microphone sphérique à 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

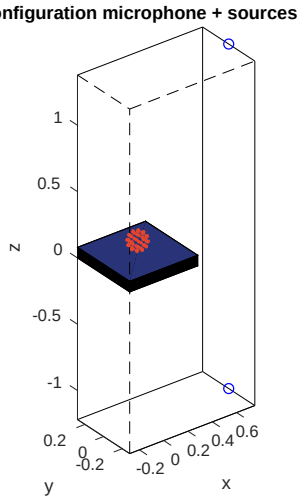


Figure 3.7 Microphone sphérique à 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

Reconstruction au centre de la sphère

La limitation en fréquence due à la zone $kr = M - 1$ peut cependant être étendue en calculant l'impédance au centre de la sphère. En basses fréquences, le résultat sera faux, mais en hautes fréquences la configuration tend vers une onde plane d'incidence équivalente à celle de la source ponctuelle. Sous l'hypothèse onde plane, l'impédance au-dessus du matériau est directement reliée à l'impédance de surface, on peut facilement utiliser la méthode des matrices de transferts [2] pour la ramener à la surface. Les figures 3.12 et 3.13 montre α et Z_s calculées au centre du microphone sphérique. On retrouve bien l'absorption attendue pour les fréquences supérieures à 2800 Hz, puisque la phase de R n'importe pas dans l'absorption. Le résultat de Z_s montre un décalage en hautes fréquences, du à l'erreur

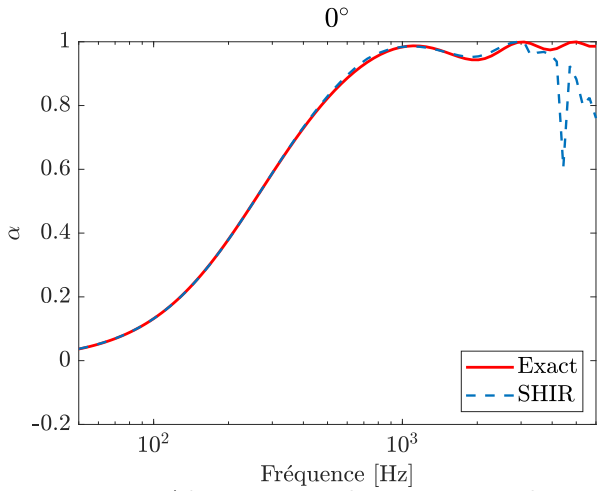


Figure 3.8 Absorption obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour la configuration décrite figure 3.6, $\phi_m = 0°$, $h = 1$ cm.

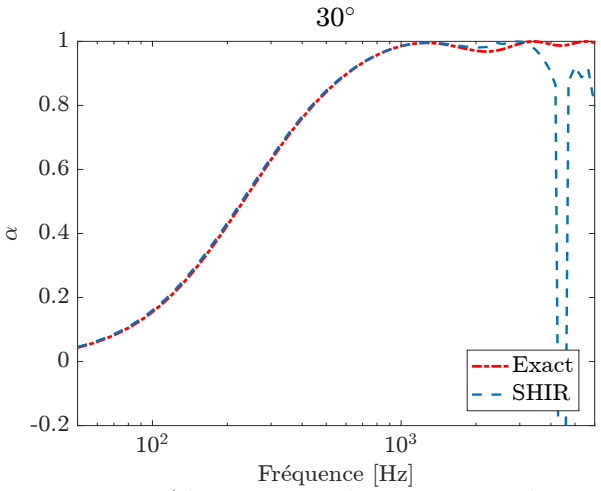


Figure 3.9 Absorption obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour la configuration décrite figure 3.7, $\phi_m = 30°$, $h = 1$ cm.

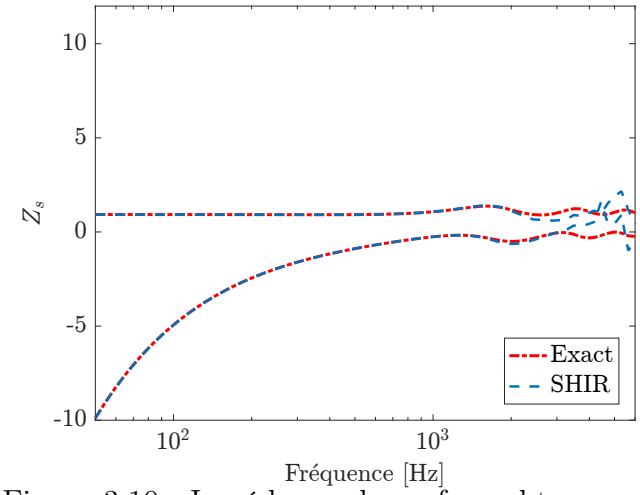


Figure 3.10 Impédance de surface obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

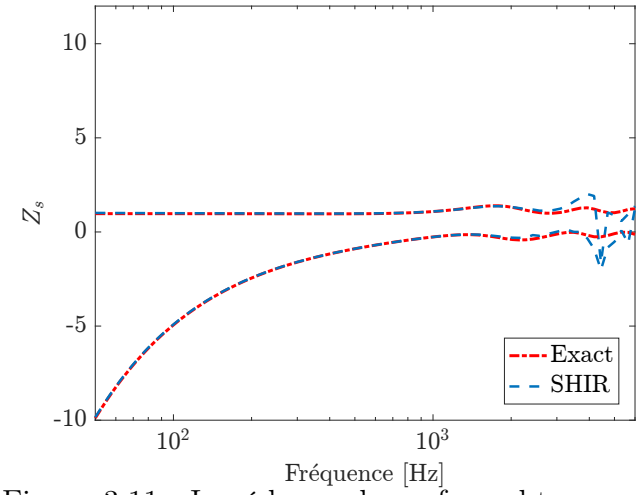


Figure 3.11 Impédance de surface obtenue sans bruit de mesure avec la méthode SHIR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

de phase faite en estimant l'impédance au centre du microphone. Cependant, cette erreur pourrait être prise en compte en ramenant la phase à la surface du matériau comme pour un doublet (voir section 2.2.2, équation (2.11)). L'absorption ainsi retrouvée est juste, jusqu'à environ 5500 Hz se qui correspond à la fréquence de repliement spatiale d'un microphone sphérique de rayon $a = 7$ cm.

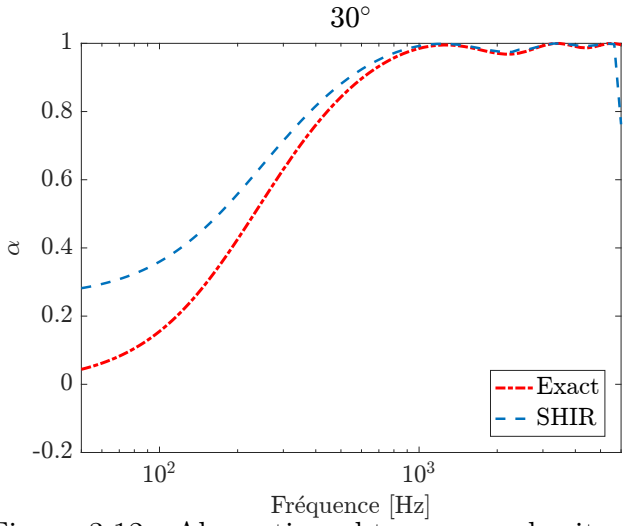


Figure 3.12 Absorption obtenue sans bruit avec la méthode SHIR, évaluée au centre du microphone sphérique, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

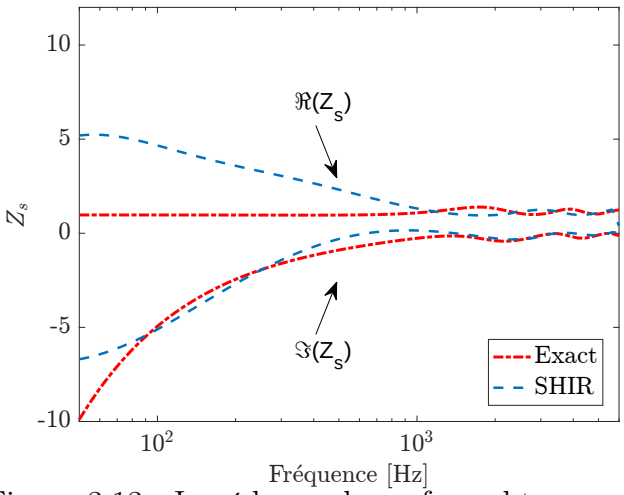


Figure 3.13 Impédance de surface obtenue sans bruit avec la méthode SHIR, évaluée au centre du microphone sphérique, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

3.1.1 Effet du bruit de mesure sur la méthode SHIR

La régularisation du bruit est un point clé dans le cas de mesure avec des réseaux de microphones sphériques, en particulier aux basses fréquences, où l'effet du bruit peut être important en raison de la petite taille du réseau et de l'amplification causée par les filtres d'égalisation. De plus, les sources compactes réelles ont généralement une faible efficacité dans la gamme des basses fréquences, ce qui réduit le rapport signal/bruit (SNR).

Régularisation du bruit avec le filtre de Tikhonov

Une des méthodes généralement utilisées pour limiter l'amplification du bruit consiste à appliquer un filtre de Tikhonov aux filtres d'égalisation [58]. Cette solution permet de définir un seuil d'amplification comme montré par la ligne continue de la figure 3.14. Les filtres régularisés $b_{m\lambda}$ sont définis par :

$$b_{m\lambda} = \frac{b_m}{|b_m|^2 + \lambda^2}, \tag{3.6}$$

où les fonctions $b_m = j_m(ka)$ correspondent aux filtres radiaux d'une sphère ouverte λ est le paramètre de seuil donné par :

$$\lambda = \frac{1 - \sqrt{1 - 2/10^{\frac{G_t}{8}}}}{1 + \sqrt{1 - 2/10^{\frac{G_t}{8}}}}, \tag{3.7}$$

avec G_t le seuil d'amplification maximum correspondant au SNR. Dans la plupart des cas, G_t est sélectionné par essais et erreurs, ce qui n'est pas optimal, car cela conduit à une erreur si il est surestimée ou à une réduction de la zone reconstruite précise si il est sous-estimé.

Dans les simulations, un bruit blanc aléatoire gaussien de valeur moyenne ϵ est ajouté à

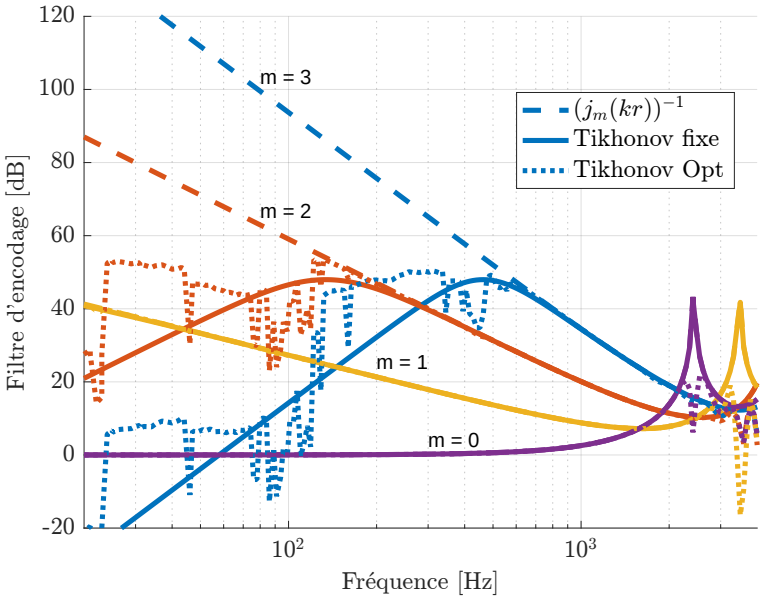


Figure 3.14 Comparaison des filtres d'encodage régularisés et non régularisés. $G_t = 48$ dB, $r = 7$ cm.

$\mathbf{p}$, il est calculé par :

$$\epsilon = \|\mathbf{p}\|_2 \times 10^{-SNR/20} \tag{3.8}$$

avec $\mathbf{p}$ le vecteur des pressions acoustiques observées par le réseau.

Les figures 3.15-3.18 montrent des résultats pour deux incidences différentes avec bruit de mesure en utilisant une régularisation de Tikhonov. Le seuil G_t est sélectionné de 3 manières différentes : avec la valeur sous estimée, réelle ou surestimée du niveau de bruit injecté. On peut voir que si G_t est surestimé, l'absorption retrouvée est fausse, l'ordre 2 à été tronqué par la régularisation et l'on retrouve l'absorption obtenue pour $M = 1$ qui correspond à une absorption prédite au centre de la sphère et non à la surface du matériau (en basses fréquences). Si G_t est sous-estimé, l'absorption est en moyenne bonne mais très bruitée comparée à la bonne valeur de régularisation. Pour une vraie mesure, le paramètre de bruit étant inconnue et différent pour chaque fréquence, l'introduction d'erreurs en utilisant une régularisation de Tikhonov sans optimisation semble donc évidente.

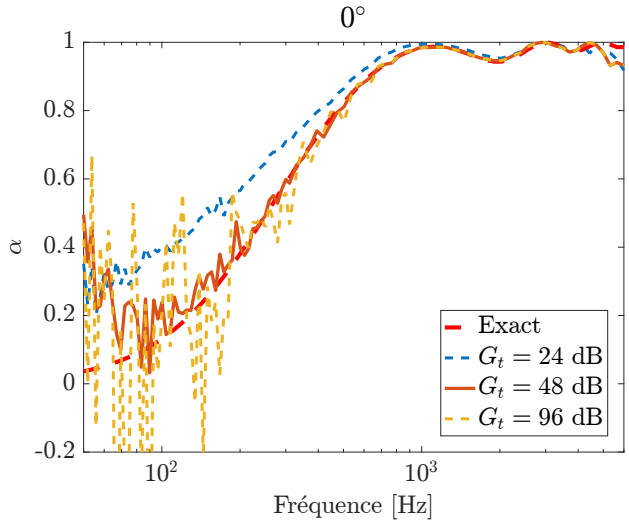


Figure 3.15 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

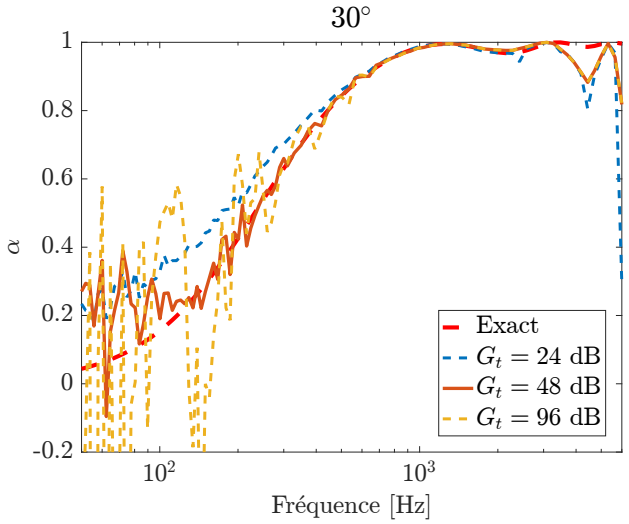


Figure 3.16 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

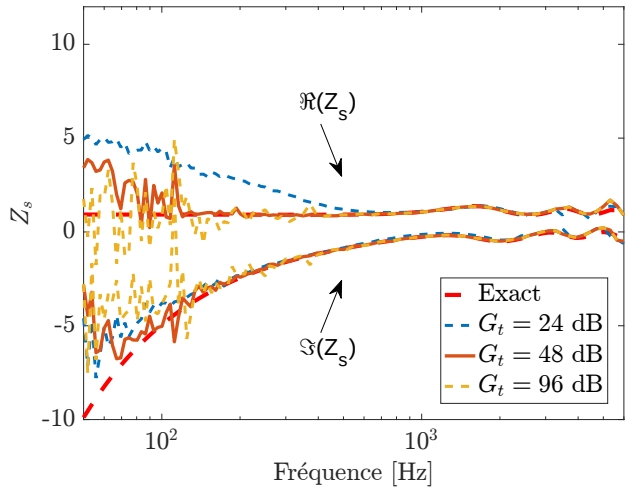


Figure 3.17 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

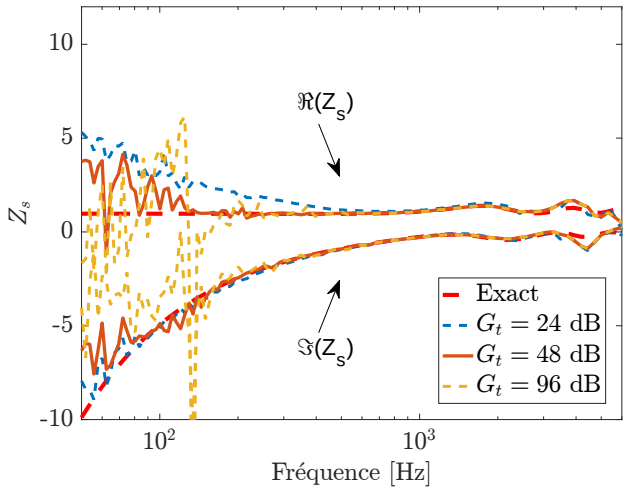


Figure 3.18 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov pour un SNR de 48 dB, "Surestimé" $G_t = 24$ dB, "Bon" $G_t = 48$ dB, "Sous-estimé" $G_t = 96$ dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

Régularisation automatique du bruit par optimisation

Afin de surmonter le problème des erreurs induites par la formulation classique de Tikhonov, la première réponse logique serait de choisir un paramètre λ différent pour chaque fréquence et de trouver le seuil G_t optimal associé, comme effectué dans les travaux de la

référence [47]. Dans cette référence, la valeur de $\lambda(f)$ est déduite d'une mesure de bruit dans un environnement calme et est utilisée pour toutes les mesures ultérieures. Cette approche n'est pas pratique, car elle nécessite une mesure préliminaire et suppose également que le bruit du réseau considéré ne change pas avec le temps.

On propose ici une nouvelle approche basée sur un processus d'optimisation pour déterminer le paramètre λ optimal pour chaque fréquence. Un sous-ensemble de signaux de pression $\mathbf{p^{sub}} \in \mathbb{C}^{1\text{x}\tilde{K}}$ est sélectionné parmi les signaux mesurés $\mathbf{p^{meas}} \in \mathbb{C}^{1\text{x}K}$ et est utilisé pour calculer les pressions modales correspondantes $\mathbf{p^{sub}_{mn}} \in \mathbb{C}^{1\text{x}\tilde{N}}$ en utilisant la TFS donnée dans l'équation (2.41). Ces pressions modales sont ensuite utilisées dans les équations ((2.51), (3.2) et (3.6)) pour obtenir les pressions sonores à toutes les positions de microphones du réseau pour obtenir $\mathbf{p^{recons}} \in \mathbb{C}^{1\text{x}K}$, qui dépend du λ choisi dans l'équation (3.6). Le processus d'optimisation consiste à minimiser l'erreur entre $\mathbf{p^{meas}}$ et $\mathbf{p^{recons}}$. La fonction de coût correspondante est donnée par :

$$\begin{aligned} J(\lambda(f)) &= \|\mathbf{p^{meas}} - \mathbf{p^{recons}}(\lambda(f))\|_2^2 \\ &= \left\|\mathbf{p^{meas}} - \mathbf{p^{sub}_{mn}}\mathbf{b_{m\lambda}}(\lambda(f))\mathbf{Y_S}\right\|_2^2 \end{aligned} \tag{3.9}$$

où $\mathbf{b_{m\lambda}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ est la matrice diagonale des filtres d'égalisation et $\mathbf{Y_S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$. La minimisation est effectuée à l'aide de la fonction Matlab *fminsearch*, qui fournit une solution rapide et fiable (moins de 1 s pour 200 fréquences) en utilisant un ordinateur portable standard. Il est assez intuitif que la valeur de $\lambda(f)$ optimale soit celle qui maximise les signaux p^{sub}_{mn} pour obtenir $\mathbf{p^{recons}}$ avant d'atteindre le seuil où le bruit est amplifié, ce qui augmenterait l'erreur par rapport à $\mathbf{p^{meas}}$. Le résultat de la formulation donnée dans l'équation (3.9) est présentée sur la figure 3.14 en pointillés courbe "Tikhonov opt" pour un sous-ensemble de 20 microphones sur un total de 50, un ordre $M = 3$ et un SNR de 48 dB. Les filtres d'égalisation résultants ont des amplifications légèrement supérieures à celles déduites (ligne continue) d'un bruit connu *a priori*. Il est à noter que bien qu'une troncature à $M = 3$ ait été sélectionné pour cette minimisation, les valeurs déduites de $\lambda(f)$ peuvent être utilisées pour calculer $b_{m\lambda}$ jusqu'à la limite $M = 5$ pour l'antenne de microphones utilisée ici. Cette méthode peut être améliorée car le choix du sous-ensemble de microphones et la valeur de M dans la minimisation ont été sélectionnés par essais et erreurs, mais cela n'entre pas dans le cadre de cet thèse.

Résultats avec bruit

Les figures 3.19- 3.22 montrent les résultats d'une configuration bruitée avec un SNR de 35 dB, la régularisation automatique (Optimal estimé) est comparée à la régularisation de Tikhonov fixe (G_t = SNR), cette méthode étant possible comme l'on connaît le bruit ajouté dans la simulation. On observe l'on retrouve bien sans *a priori* sur le bruit les mêmes résultats que le résultat supposé optimal. Dans cette configuration la précision de la mesure semble valable à partir de 250 Hz. Pour mieux comprendre cette limite, la prochaine section met les résultats en regard des pressions modales P_{mn}.

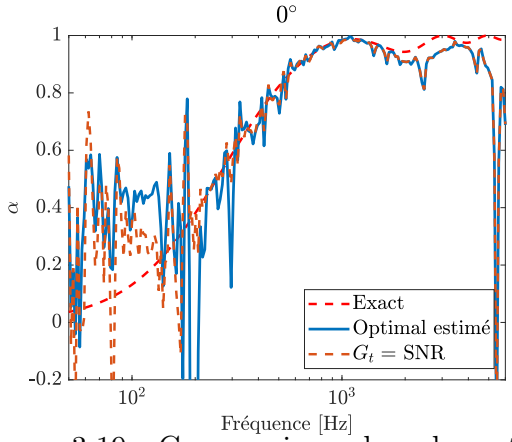


Figure 3.19 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

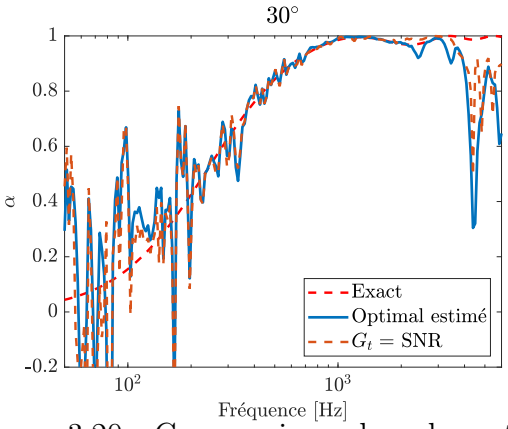


Figure 3.20 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

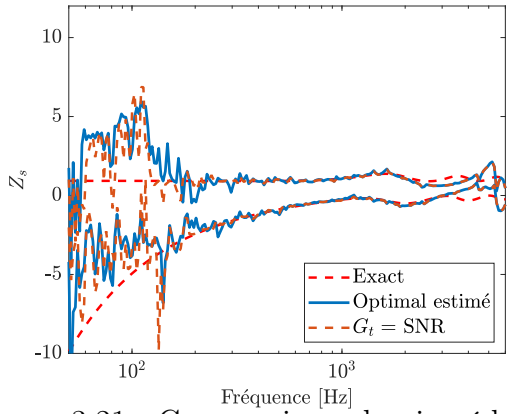


Figure 3.21 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

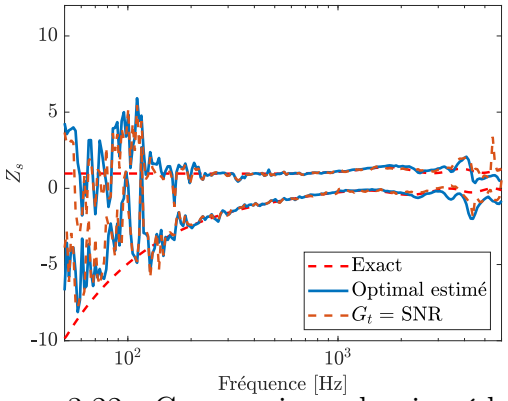


Figure 3.22 Comparaison des impédances de surface avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 35 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

3.1.2 Les pressions modale P_{mn} : un critère d'observation

L'estimation du seuil G_t peut être faite à partir de l'observation des pressions modales P_{mn} définies par l'équation (2.41), comme présenté dans la figure 3.24. On peut observer que lorsque l'on considère un SNR de 40 dB, les pressions modales P_{mn} ne peuvent pas être extraites en dessous d'un seuil de bruit d'environ -45 dB. Jusqu'à 180 Hz, seuls les ordres $m = 0, 1$ peuvent être extraits avec précision, or comme il a été discuté dans la section 3.1, il est nécessaire d'avoir l'information de l'ordre $m = 2$ en basses fréquences pour obtenir un bon résultat. Ce constat permet de définir un critère de mesure : la limite de prédiction basses fréquences attendue est atteinte lorsque les valeurs P_{mn} tombent dans le seuil de bruit et que les informations relatives à l'ordre $m = 2$ ne peuvent plus être obtenues. Les observations de la figure 3.24 peuvent peut être mises en lien avec l'absorption correspondante sur la figure 3.23 où l'on voit que le résultat est faux en dessous de 180 Hz. La limite relative à l'ordre $m = 2$ est symbolisée par le trait vert sur les courbes d'absorptions et de pressions modales.

Comme la pression modale P_{mn} apparaît être un bon critère pour fixer la limite basses

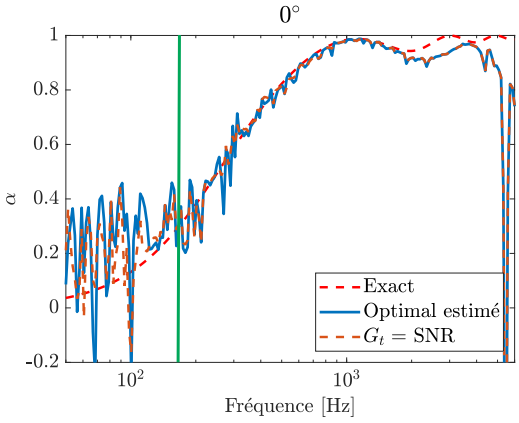


Figure 3.23 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 50 microphones, $M = 5$.

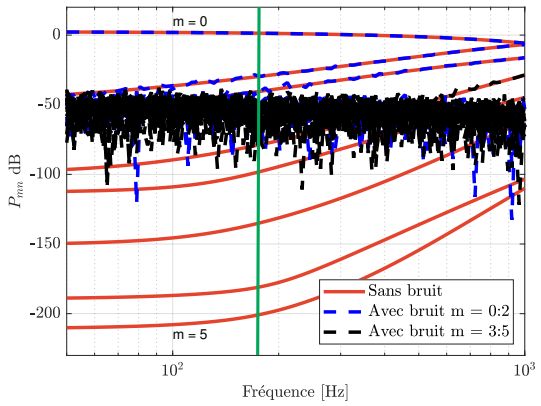


Figure 3.24 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et avec un SNR 40 dB (tirets), jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 50 microphones, $M = 5$.

fréquences de la méthode SHIR, on présente dans la suite différentes études de cas et leurs influences sur la mesure d'absorption.

Dans les figures des pressions modales P_{mn} présentées dans la thèse toutes P_{mn} n'apparaissent pas, la figure 3.24 en est un exemple typique, à l'ordre $M = 5$, il devrait y avoir 36 coefficients, mais seulement 8 apparaissent. En fonction de la scène acoustique, toutes

les P_{mn} ne sont pas activées. Elles apparaissent au seuil de bruit de la précision de calcul (si il n'y a pas d'autres bruits) à 300 dB (Matlab) dans le cas des simulations de cette thèse. Il est choisit de ne montrer que la partie utile : les coefficients P_{mn} activées.

Effet de la taille de l'antenne sur le bruit

Les figures 3.25 et 3.26 montrent les résultats d'une antenne deux fois plus grande ($a = 14$ cm) que dans les configurations présentées dans les figures 3.23 et 3.24 ($a = 7$ cm), le même SNR est conservé. On voit alors que, bien que le seuil de bruit ne change pas, les P_{mn} à l'ordre 2 émerge alors de quelques dB, a partir de 100 Hz. Cette émergence en basses fréquences, liée à l'agrandissement de la taille de l'antenne, est intuitive. En effet si la taille de l'antenne augmente, il apparaît naturel que l'on mesure avec plus de précision les grandes longueurs d'onde. L'explication peut aussi être donnée à partir des fonctions de Bessel sphériques présentées figure 3.14, en effet, plus le rayon d'une antenne est grand, plus les filtres d'amplifications $(J_{mn})^{-1}$ sont faibles. Comme l'information de la scène spatiale A_{mn} est la même que l'antenne soit petite ou grande, cela signifie que le signal P_{mn} est plus fort sur une grande antenne que sur une petite, et donc que le signal P_{mn} émerge plus du bruit sur une grande antenne. Les résultats avec l'antenne de rayon $a = 14$ cm permettent d'abaisser à 100 Hz la limite basses fréquences de l'identification d'absorption au lieu de 180 Hz pour l'antenne de rayon $a = 7$ cm. Cela est effectué au prix d'une perte de précision en hautes fréquences puisque le centre de la sphère est plus éloignée du matériau et que l'ordre maximum $M = 5$ limite l'étendue de la zone de reconstruction.

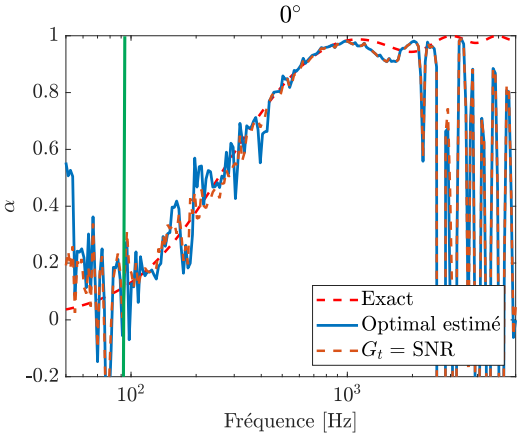


Figure 3.25 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 14$ cm, 50 microphones, $M = 5$.

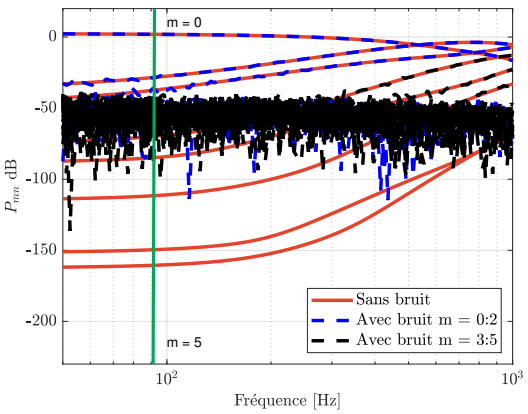


Figure 3.26 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et bruitées (tirets) avec un SNR de 40 dB, jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 14$ cm, 50 microphones, $M = 5$.

Effet de la distance de la source sur le bruit

Les figures 3.27 et 3.28 montrent les résultats pour une même antenne avec une source deux fois plus proche $r_l = 0.75$ m que pour les configurations des figures 3.23 et 3.24 ($a = 7$ cm), cependant le même niveau de SNR est conservé. On observe de la même manière que pour le cas précédent une émergence des signaux P_{mn} liée à un niveau sonore plus fort par rapport au bruit. Cela ce traduit dans les résultats par une limite basses fréquences plus basse, également autour de 100 Hz.

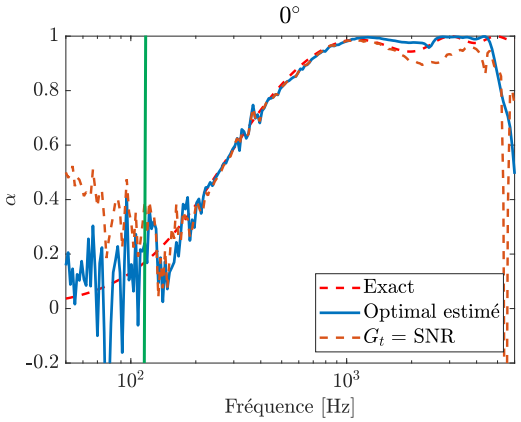


Figure 3.27 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 0.75$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 50 microphones, $M = 5$.

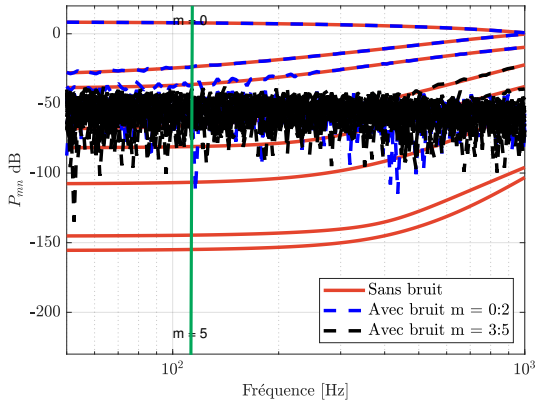


Figure 3.28 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et bruitées (tirets) avec un SNR de 40 dB, jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 0.75$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 14$ cm, 50 microphones, $M = 5$.

Effet du nombre de microphones sur le bruit

Les figures 3.29 et 3.30 montrent les résultats d'une antenne avec $K = 302$ microphones au lieu de 50 comme présenté dans les figures 3.23 et 3.24, ici aussi le même niveau de SNR est conservé. On observe de la même manière que dans les cas précédents une émergence des signaux P_{mn} par rapport au bruit. Contrairement aux exemples précédent, cette émergence est liée à une réduction de seuil de bruit, et non pas une augmentation des P_{mn}. Cela ce traduit dans les résultats par une limite basses fréquences plus basse également autour de 100 Hz. L'augmentation du nombre de microphones permet aussi d'augmenter la limite hautes fréquences, l'ordre M maximum étant 14 pour cette configuration. On observe en effet dans la figure 3.29 que l'absorption est correctement estimée jusqu'à 6000 Hz. Il est noté que l'utilisation d'une telle antenne se révélerait très compliquée, à performance égale en basses fréquences il est préférable d'augmenter le rayon de l'antenne ou rapprocher la source.

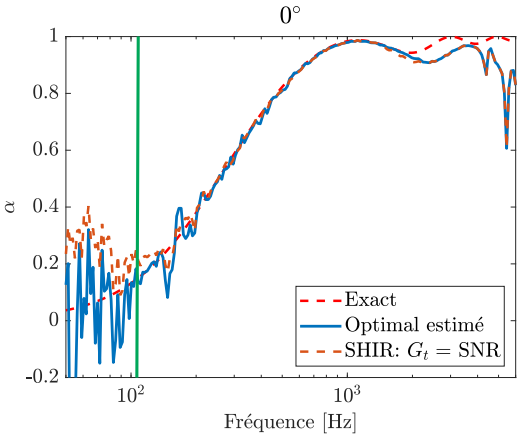


Figure 3.29 Comparaison des absorptions avec régularisation de Tikhonov optimisée et fixe pour un SNR de 40 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 302 microphones, $M = 14$.

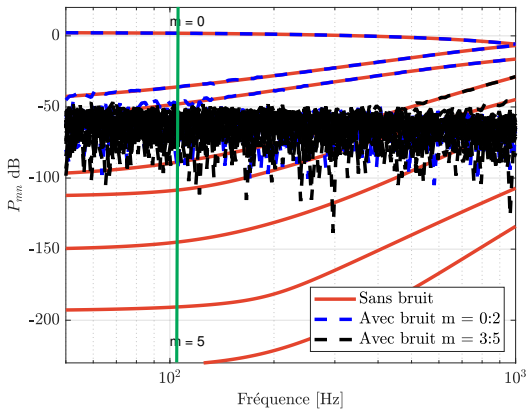


Figure 3.30 Comparaison des pressions modales simulées P_{mn} sans bruit (solide) et avec un SNR 40 dB (tirets), jusqu'à l'ordre 5, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 302 microphones, $M = 5$.

3.1.3 Résumé et discussions de la méthode SHIR

La méthode SHIR présentée ici propose de calculer la pression acoustique p et la vitesse particulaire u_z à la surface du matériau afin d'estimer les caractéristiques acoustiques du matériau. Cette approche est commune à de nombreuses autres méthodes [77, 36], la nouveauté réside ici en l'utilisation d'une décomposition du champ acoustique en harmoniques sphériques afin de calculer les valeurs p et u_z. Une analyse des effets du bruit de fond est également présentée, montrant la nécessité de la régularisation afin d'obtenir des résultats d'estimation des propriétés du matériau valides. Une méthode de régularisation du bruit est proposée afin de déterminer le niveau de bruit de mesure en fonction de la fréquence, montrant d'excellents résultats comparés au résultat optimal (la valeur de bruit injectée dans la simulation).

Cette formulation permet d'évaluer les performances de la mesure avec des considérations nouvelles. L'étude de l'influence des différents ordres des coefficients sphériques A_{mn} dans l'estimation de α a mis en avant qu'en basses fréquences l'ordre $m = 2$ est le critère minimum pour estimer Z_s. En observant ensuite comment le bruit de mesure affecte les différents ordres des pressions modales P_{mn}, il est possible de déduire à quel moment le signal de l'ordre $m = 2$ n'est noyé dans le bruit de fond. On peut alors estimer la fréquence de coupure basses fréquences de l'antenne liée au bruit de fond, critère parfois flou dans avec d'autres méthodes.

Un critère de zone de reconstruction est également proposé, afin moyenner spatialement le comportement d'un matériau. Ce critère permet d'éviter les erreurs introduites par l'extrapolation des signaux en donnant une zone de confiance par fréquence libre d'erreurs. Enfin

une étude de différents paramètres est également faite. Celle-ci montre qu'il est possible d'utiliser les P_{mn} afin de dimensionner efficacement une antenne en fonction du bruit et des besoins en considérant les différentes influences de ces paramètres. Plus globalement, la méthode SHIR apparaît comme une méthode robuste, faible en coût de calcul, pour une gamme de fréquence large, qui donne accès à des considérations sur la fiabilité de mesure.

3.2 Approches de caractérisation par antennes hémisphériques

Le point de vue hémisphérique a été le point de départ de cette thèse. L'intérêt de cette géométrie d'antenne par rapport au problème de caractérisation de matériaux acoustiques est motivé par plusieurs considérations. La motivation principale d'utiliser une antenne hémisphérique est que l'antenne est beaucoup plus proche du matériau tout en conservant une ouverture angulaire prononcée. C'est une géométrie qui se trouve d'un point de vue de l'échantillonnage spatial à mi-chemin entre la sphère de microphone qui échantillonne toutes les directions, en étant éloignée du matériau et un plan de microphone, dont l'échantillonnage spatial est faible, mais très proche du matériau. Cette géométrie correspond mieux au problème posé, qui lui aussi est un demi-espace. Il est donc intéressant de voir si cela augmente les performances de mesures. Contrairement à la sphère, l'hémisphère peut être directement posé le matériau, le centre de la solution sphérique est plus proche du matériau, un facteur limitant de la sphère en hautes fréquences. C'est également plus facile à installer.
Pour utiliser cette géométrie, le but était d'obtenir une base orthonormale hémisphérique qui allait permettre, de façon similaire à la formulation de l'holographie sphérique (voir section 2.4), de projeter sur cette base les pressions acoustiques mesurées par un hémisphère de microphones pour obtenir des pressions modales hémisphériques. L'étape suivante serait d'extrapoler pour obtenir la pression et la vitesse à la surface du matériau. Cette partie montre une des approches développées pour résoudre le problème hémisphérique posé ici. Deux approches non concluantes sont présentées en annexe E. La première approche montre la nécessité du respect de l'équation d'onde en créant une base orthonormale qui ne la respecte pas et la seconde approche montre partiellement qu'il n'est pas possible de trouver une base orthonormale directe dans le cas hémisphérique. L'approche présentée dans cette partie explore une solution numérique qui respecte l'équation d'onde.

3.2.1 Hémisphère : Décomposition Slepian et QR

Cette section est une continuité des travaux reportés sur les bases Slepian abordées dans l'état de l'art, section 2.5.2. Les résultats apportés dans la littérature [61] montrent qu'il n'était pas possible d'utiliser une telle base pour de l'holographie sphérique et par extension pour des mesures d'absorption. Le contraire sera montré ici, cependant avec de fortes limitations dans le cas pratique. Un critère de stabilité de la base Slepian est également

proposé tout en modifiant légèrement la manière de générer les harmoniques hémisphériques (HSH).

Comme mentionné dans [99] et [70], les fonctions Slepian sphériques forment une base orthogonale à la fois pour la sphère entière et pour l'espace directionnel restreint, en utilisant une combinaison linéaire de la matrice des HS $\mathbf{Y_S}$. Cette combinaison linéaire garantie également le respect de l'équation d'Helmholtz puisque les HS en sont solutions. Cela forme un sous-ensemble de nouvelles fonctions orthogonales $\tilde{\mathbf{Y}}$ sur l'espace restreint :

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \mathbf{D}\mathbf{Y_S}, \tag{3.10}$$

ce qui signifie que la matrice de Gram du sous-ensemble $\tilde{\mathbf{Y}}$ doit être dépourvue d'erreurs d'orthogonalité :

$$\tilde{\mathbf{G}} = \tilde{\mathbf{Y}}\tilde{\mathbf{w}}\tilde{\mathbf{Y}}^T \approx \mathbf{I}. \tag{3.11}$$

Les fonctions Slepian sphériques sont obtenues à partir de la matrice de Gram de l'hémisphère présentée figure 3.31, où l'on observe des erreurs de projections entre les HS. On effectue ensuite une décomposition en valeurs propres de $\tilde{\mathbf{G}}$ en éliminant les petites valeurs propre (critère défini dans la suite) :

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\{\mathbf{s}\}\mathbf{U}^T \approx \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{\mathbf{s}}\}\tilde{\mathbf{U}}^T \tag{3.12}$$

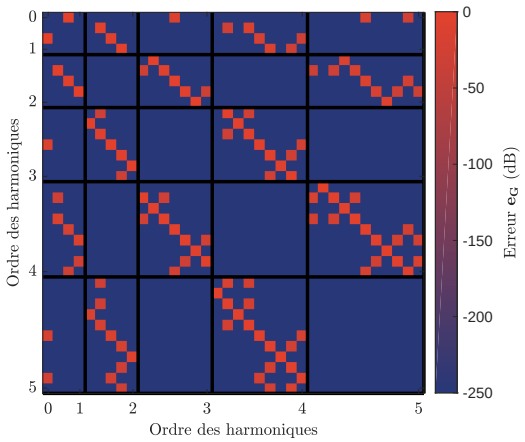


Figure 3.31 $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice Gram (Éq. 2.46) de la matrice $\mathbf{Y_S}$ sur une demi-sphère avec un maillage Lebedev à 29 noeuds.

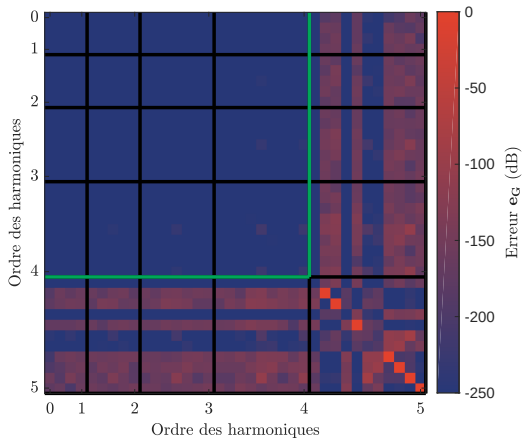


Figure 3.32 $\mathbf{e_G}$, erreur de la matrice de Gram (Éq. (3.11)) de la base HSH construite selon la méthode QR Slepian ($\mathbf{Y}_{\mathrm{QR}}$) sur la demi-sphère de Lebedev de 29 nœuds, en utilisant les HS jusqu'à l'ordre 5. La ligne verte délimite $\mathbf{e_G}$ avec $\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$.

avec $\mathbf{U} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ les vecteurs propres, $\{\mathbf{s}\} \in \mathbb{R}^{N\text{x}N}$ la matrice diagonale contenant les valeurs propres N, $\tilde{\mathbf{U}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}\tilde{N}}$ la matrice tronquée des vecteurs propres et $\{\tilde{\mathbf{s}}\} \in \mathbb{R}^{\tilde{N}\text{x}\tilde{N}}$ la matrice diagonale contenant les $\tilde{N}$ valeurs singulières tronquées $\tilde{\mathbf{s}}$.

La méthode QR est également utilisée comme dans les travaux reportés dans [69] pour construire une matrice de transformation triangulaire $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ dans l'équation (3.10) :

$$\mathbf{D}_{\text{QR}} = \mathbf{Q}^T\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}}. \tag{3.13}$$

L'avantage de cette opération réside dans le fait que la matrice de transformation donne plus d'informations sur les liens entre les bases sphériques et hémisphériques. Cependant, la valeur tronquée $\tilde{\mathbf{D}}_{\text{QR}}$ n'est pas obtenue ici en tronquant les valeurs singulières $\mathbf{s}$ mais en tronquant la matrice $\mathbf{Q}$:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{\text{QR}} = \tilde{\mathbf{Q}}^T\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}} \ , \tag{3.14}$$

avec $\mathbf{Q}$ une matrice orthonormée, $\mathbf{Q}\mathbf{Q}^T = \mathbf{I}$ et $\tilde{\mathbf{Q}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}\tilde{N}}$ la matrice tronquée $\mathbf{Q}$.
L'intérêt de cette troncature est que le produit $\mathbf{U}\{\mathbf{s}^{-1/2}\}\tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{Q}}^T\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}} \approx \mathbf{I}$ conserve sa propriété d'identité jusqu'à l'ordre tronqué, ce qui permet de déduire les coefficients sphériques sans avoir recours à une inversion par fréquence relativement coûteuse comme dans les versions présentées dans l'état de l'art (sections 2.5.1 et 2.5.2).

La matrice $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ est représentée sur la figure 3.33 pour la demi-sphère de Lebedev de 29 noeuds. On peut voir que les HSH dépendent d'une combinaison des HS de même degré en ordre décroissant, cette organisation est due à la structure triangulaire supérieure induite par la décomposition QR. Cette organisation n'est pas observée dans la partie droite de la matrice, qui coïncide presque avec la partie tronquée non orthogonale de $\mathbf{Y}_{\text{QR}}$ dans le paragraphe suivant.

La nouvelle base de fonctions $\mathbf{Y}_{\text{QR}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$ est donc liée au HS $\mathbf{Y}_{\mathbf{S}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$ par :

$$\mathbf{Y}_{\mathbf{S}} = \mathbf{D}_{\text{QR}}^T\mathbf{Y}_{\text{QR}} \tag{3.15}$$

La structure triangulaire de $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ permet de trier les HSH d'une manière pyramidale similaire à celle des HS tel que représenté dans la figure 3.34.
La figure 3.32 montre l'erreur de la matrice Gram de $\mathbf{Y}_{\text{QR}}$ appliquée à une grille de 29 microphones. L'orthogonalisation est réussie jusqu'à la $26^{\text{ème}}$ HSH. La matrice $\mathbf{D}_{\text{QR}}$ est

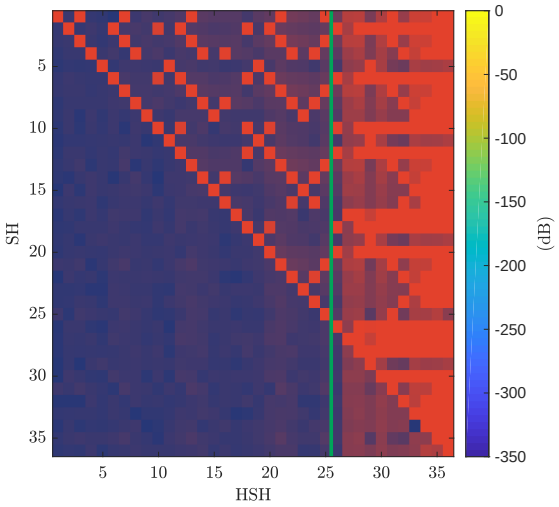


Figure 3.33 Matrice de transformation $\mathbf{D}_{\mathrm{QR}}^{-1}$ obtenue par la méthode de Slepian QR présentée. Les couleurs indiquent la contribution des différents coefficients HSH pour exprimer les HS (et inversement). La ligne verte délimite la matrice $\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{QR}}^{-1}$ tronquée (sur le côté gauche).

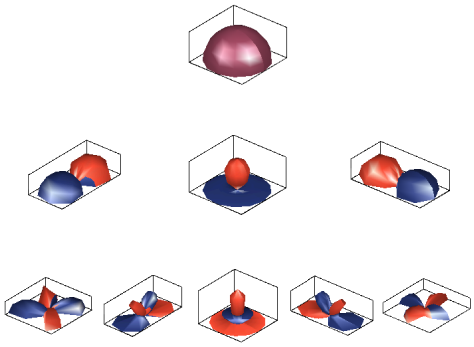


Figure 3.34 Fonctions Slepian sphériques (HSH) de l'antenne hémisphérique considérée, organisées de façon triangulaire similaire aux HS.

tronquée à l'ordre maximum libre d'erreur d'orthogonalisation, $\tilde{M} = 4$ (ou à la 25$^{\text{ème}}$ harmonique) pour obtenir $\tilde{\mathbf{D}}_{\mathrm{QR}}$ et donc la matrice tronquée $\tilde{\mathbf{Y}}_{\mathrm{QR}}$.

Lien entre la pression acoustique sur l'hémisphère et la base sphérique QR Slepian

Dans les sections précédentes, on présente une manière de créer une base orthogonale que l'on peut utiliser pour projeter les pressions acoustiques mesurées sur une demi-sphère et ainsi obtenir des pressions modales hémisphériques $\tilde{P}_{mn}$. Elles sont reliées dans cette section aux coefficients sphériques A_{mn}, qui permettent de reconstruire le champ acoustique et estimer l'impédance Z_s, comme présentée dans la partie 3.1.
Le lien entre les pressions acoustiques modales dans la base HSH $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$ et les coefficients sphériques $\mathbf{A}_{mn}$ est obtenu à partir des équations (2.50) et (2.81) :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn} \approx \underbrace{\tilde{\mathbf{D}}_{QR}^{-T}\mathbf{D}_{QR}^{T}\mathbf{D}_{QR}}_{\tilde{\mathbf{D}}_{QR}} \{\mathbf{j}_m(ka)\}\,\mathbf{A}_{mn} \approx \tilde{\mathbf{Q}}^{T}\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}}\,\{\mathbf{j}_m(ka)\}\,\mathbf{A}_{mn}. \tag{3.16}$$

Les coefficients sphériques $\mathbf{A}_{mn}$ peuvent être obtenus à partir des pressions modales hémisphériques $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$ en inversant l'équation précédente :

$$\mathbf{A}_{mn} \approx \left[\tilde{\mathbf{Q}}^T\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}}\{\mathbf{j}_m(ka)\}\right]^{-1}\tilde{\mathbf{P}}_{mn}. \tag{3.17}$$

Cette équation peut être simplifiée en utilisant les propriétés de la transformée QR afin d'éviter l'inversion de la matrice dépendante de la fréquence :

$$\mathbf{A}_{mn} \approx \{\mathbf{j}_m(ka)\}\,\mathbf{U}\{\mathbf{s}^{-1/2}\}\tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{P}}_{mn}. \tag{3.18}$$

Espace de travail hémisphérique

De la même manière que dans l'état de l'art, on peut écrire le problème directement en fonction des coefficients Slepian sphériques $\tilde{A}_{mn}$ et trouver des filtres radiaux Slepian sphériques analogues à la formulation sphérique. La relation entre les coefficients de Slepian sphériques et les coefficients sphériques est donnée par :

$$\mathbf{A}_{mn} = \tilde{\mathbf{D}}_{QR}^{-1}\tilde{\mathbf{A}}_{mn} = \mathbf{U}\{\mathbf{s}^{-1/2}\}\tilde{\mathbf{Q}}\tilde{\mathbf{A}}_{mn}, \tag{3.19}$$

Remplacer cette expression dans l'équation (3.16) conduit à :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(a) \approx \underbrace{\tilde{\mathbf{Q}}^T\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}}\{\mathbf{j}_m(ka)\}\,\mathbf{U}\{\mathbf{s}^{-1/2}\}\tilde{\mathbf{Q}}}_{\tilde{\mathbf{j}}_{mn}(ka)}\tilde{\mathbf{A}}_{mn}. \tag{3.20}$$

Les coefficients des fonctions Slepian $\tilde{\mathbf{A}}_{mn}$ peuvent alors être trouvés en inversant l'équation (3.20). En utilisant les propriétés de la décomposition QR, une expression simple est déterminée :

$$\tilde{\mathbf{A}}_{mn} \approx \underbrace{\tilde{\mathbf{Q}}^T\{\mathbf{s}^{1/2}\}\mathbf{U}^{\mathbf{T}}\left\{\mathbf{j}_m(ka)^{-1}\right\}\mathbf{U}\{\mathbf{s}^{-1/2}\}\tilde{\mathbf{Q}}}_{\tilde{\mathbf{j}}_{mn}(ka)^{-1}}\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(a). \tag{3.21}$$

$\tilde{\mathbf{j}}_{mn}(ka)^{-1}$ peut être interprétée comme une matrice de filtre d'égalisation, similaire à $\mathbf{j}_m(ka)^{-1}$ mais dans la base des HSH. Il existe une fonction pour chaque ordre et degré comme le chaque degré hémisphérique est une combinaison de degrés d'ordres supérieurs sphérique. Enfin, en utilisant le domaine des HSH, la pression acoustique en tout point de

l'espace peut être obtenue ou calculée par :

$$p(k, r, \theta, \phi) = \sum_{m=0}^{\tilde{M}} \sum_{n=-m}^{m} \tilde{j}_{mn}(kr)\tilde{A}_{mn}\tilde{Y}_{mn}(\theta, \phi). \tag{3.22}$$

Le développement présenté montre comment créer une base orthogonale depuis une antenne de microphone hémisphérique. Une fois cela fait, il est possible comme pour la méthode SHIR (Éq. (3.1)) de calculer la pression acoustique et la vitesse particulaire en surface du matériau, soit directement à partir des coefficients sphériques A_{mn} obtenus ou de manière similaire dans l'espace hémisphérique $\tilde{A}_{mn}$ (équations (3.21) et (3.22)). Les coefficients obtenus depuis l'hémisphère de microphones sont centrés très proches du matériau ce qui devrait être plus favorable que le cas de la sphère de microphone dont la solution est centrée au dessus du matériau.

Résultats sans bruit de mesure

Les figures 3.35 et 3.36 montrent les résultats d'impédance de surface et absorption issues de l'extrapolation des pressions acoustique sur un hémisphère pour deux angles d'incidence différents. On observe que les résultats sont reconstruits avec précision pour la partie basses fréquences, la méthode étant visiblement inefficace en hautes fréquences.
Les résultats des deux approches, en bleu ($\tilde{A}_{mn}$) et en orange (A_{mn}) se superposent, car les deux implémentations sont équivalentes lorsqu'on utilise l'ordre maximum $\tilde{M}$ et M dans les deux domaines (i.e. il faut que $M = \tilde{M}$). Bien que la limite des hautes fréquences soit un résultat décevant, les limites des méthodes de mesure existantes se situent davantage dans la partie des basses et moyennes fréquences. Une méthode purement basses fréquences serait donc envisageable.
Il semble que la limite hautes fréquences de l'expansion des coefficients issus des HSH ne soit pas liée à la fréquence de repliement du réseau et à la zone de reconstruction $kr = M$ de la théorie des HS. Bien qu'aucune explication ne soit trouvée pour ce comportement à hautes fréquences, cela semble lié aux fonctions sphériques de Bessel puisque l'erreur explose quand on s'approche de la fréquence correspondante à $ka = \pi$, le moment où la première fonction de Bessel sphérique tombe à 0. Une hypothèse est que la combinaison des fonctions HS pour obtenir les HSH ne respecte pas l'orthogonalité des fonctions de Bessel sphériques, montrées figure 3.37. On observe qu'avant $kr = 2$ les fonctions sont ordonnées, puis après $kr = \pi$ elles se croisent toutes, coïncidant avec la limite observée

dans les simulations.

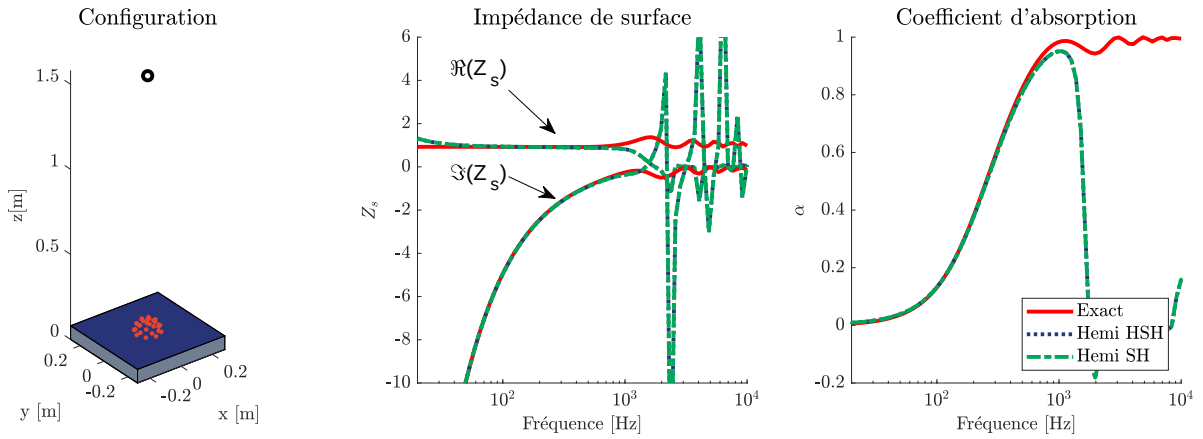


Figure 3.35 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$.

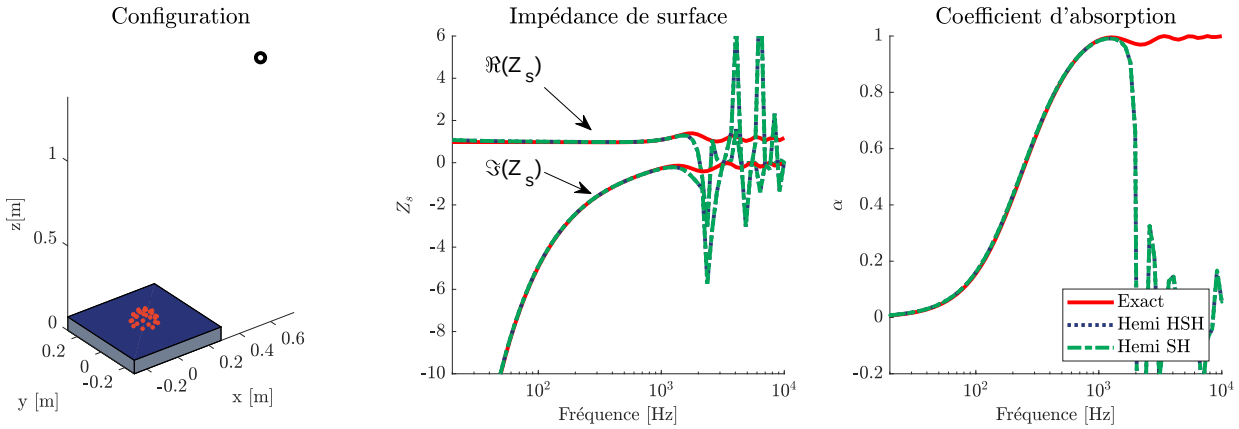


Figure 3.36 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$.

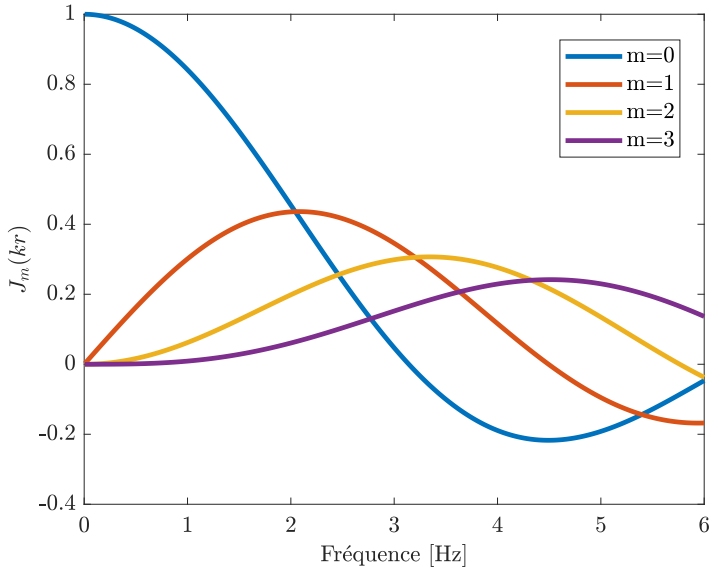


Figure 3.37 Fonctions de Bessel sphérique en fonction de kr

Étude avec un support rigide :

Comme la chute observée de l'absorption sonore lors de l'utilisation des HSH coïncide avec le premier zéro de la fonction de Bessel sphérique d'ordre zéro, on pourrait alors penser qu'il s'agit d'un effet lié à l'utilisation d'un hémisphère ouverte et donc aux singularités associées aux fonctions de Bessel sphériques (§2.4.2). Afin d'écarter cette idée, une simulation est réalisée en utilisant un hémisphère de microphone placé sur un support rigide. Cela est réalisé en calculant les coefficients A_{mn} de la scène avec une sphère ouverte de 302 microphones, sans bruit et régularisés, de telle sorte que l'on n'est pas l'effet des singularités. Puis de calculer les pressions de l'hémisphère de 29 microphones sur une sphère rigide en rajoutant la diffraction par une sphère. La prise en compte du support sphérique rigide s'effectue simplement en remplaçant $b_m = j_m(kr)$ par la notation avec support rigide(§2.4.2). Le résultat est montré figure 3.38 où l'on observe que même si l'erreur n'apparait pas de manière identique, à la fréquence $ka = \pi$ le résultat devient faux malgré l'utilisation d'un support sphérique rigide.

Comparaison des $\tilde{P}_{mn}$ issues de la sphère et de l'hémisphère :

Afin de vérifier si le problème pourrait être avec le formalisme hémisphérique, on peut utiliser le résultat issu d'une sphère complète passé dans le domaine hémisphérique :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn} = \tilde{\mathbf{D}}_{QR}\mathbf{P}_{mn}. \tag{3.23}$$

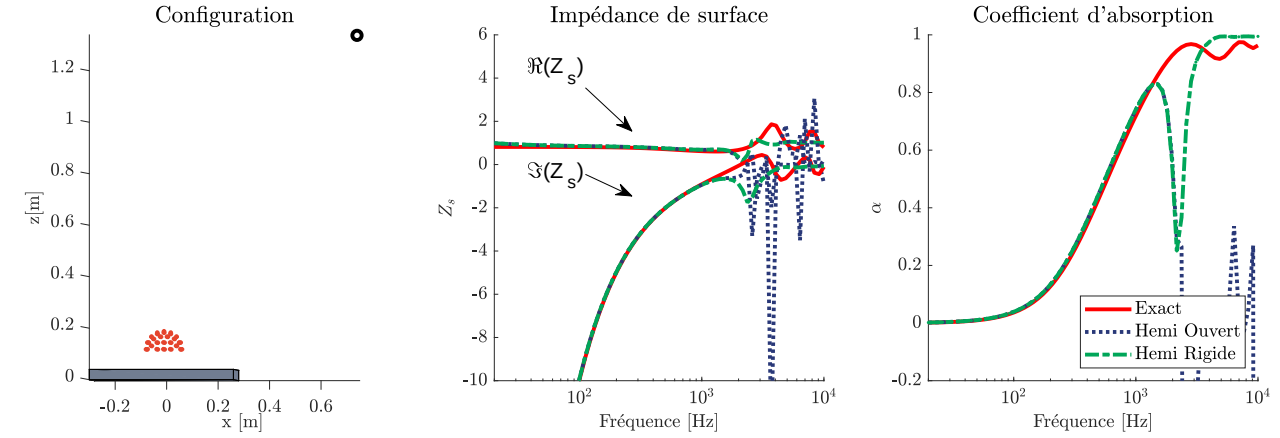


Figure 3.38 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR, hémisphère sur et sans support sphérique rigide, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$.

Le pressions modales $\mathbf{P}_{mn}$ d'une sphère de 50 microphones sont calculés dans un premier temps puis converti en $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$, puis les $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$ issues de l'hémisphère supérieur de la sphère sont calculés. Les résultats d'impédance de surface et absorption sont montrés sur la figure 3.39. On observe que les résultats $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$ dans le domaine hémisphérique issu de la sphère (équation 3.23) donnent des résultats identiques à ceux attendus dans le domaine sphérique avec une limite haute fréquence $kr = \tilde{M}$, tandis que les résultats obtenus par l'hémisphère restent limités à la limite haute fréquence $ka = \pi$ déjà observée précédemment. Le problème semble donc être issu de la configuration hémisphérique de microphones et non du formalisme.

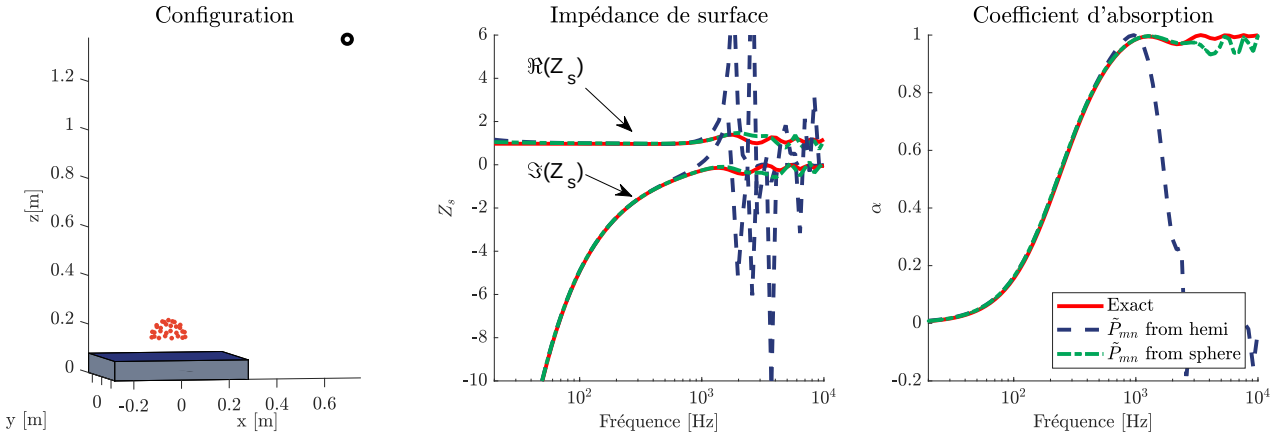


Figure 3.39 Impédance de surface et absorption obtenue sans bruit avec la méthode Slepian + QR avec les $\tilde{P}_{mn}$ d'une hémisphère et d'une sphère , pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, $M = \tilde{M} = 4$.

Résultats avec bruit

Les figures 3.40 et 3.41 montrent les résultats obtenus pour Z_s et α à deux angles d'incidence différents avec l'ajout d'un bruit blanc gaussien (SNR de 40 dB). On observe que les résultats deviennent rapidement très bruités, beaucoup plus que ce qui est observé pour la méthode SHIR. Cet effet met en avant le premier inconvénient de la méthode Slepian. Lors du passage du domaine hémisphérique au domaine sphérique, les pressions modales hémisphériques $\tilde{P}_{mn}$ sont combinées en utilisant la matrice D_{QR}^{-1} (équation (3.19)). Or, comme il a été observé précédemment (section 3.2.1, figure 3.33), les pressions modales dans la base sphérique P_{mn} sont exprimées comme une combinaison linéaire des pressions modales dans la base hémisphérique $\tilde{P}_{m'n'}$ de même degré et d'ordre m' supérieur à m. Donc par exemple, pour reproduire le coefficient P_{10}, une combinaison de $\tilde{P}_{10}$,$\tilde{P}_{20}$ et $\tilde{P}_{30}$ est réalisé si on limite à $\tilde{M} = 3$. Le bruit affecte plus particulièrement les ordres élevés, donc la combinaison opérée ramène du bruit sur les composants P_{mn} d'ordre faible, ce bruit affecte ensuite énormément la reconstruction. Ceci est illustré sur la figure 3.42, où l'on voit sur la sous-figure du haut que le bruit est concentré au niveau du SNR sur les $\tilde{P}_{mn}$, tandis que sur la sous-figure du bas, en P_{mn} des ordres inférieurs contiennent du bruit.

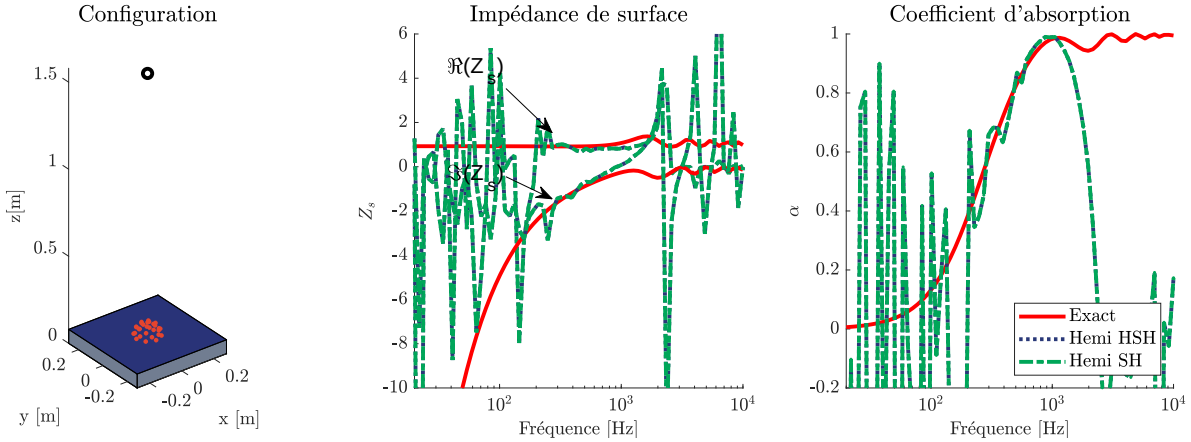


Figure 3.40 Impédance de surface et absorption obtenue avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, SNR de 40 dB, $M = \tilde{M} = 2$.

Résultats avec erreur de positionnement des microphones

Enfin, l'inconvénient majeur de la méthode Slepian est présenté par la figure 3.43, où les positions de microphones ont été légèrement altérées, avec une erreur de $er_{pos} = \pm 2.5$ mm sur chacun des microphones (ajout d'une erreur aléatoire de position de moyenne er_{pos}). Il est observé que malgré la faible erreur introduite, l'erreur sur Z_s et α est importante. Ceci est un vrai problème quand on considère une antenne réelle puisque le positionnement des

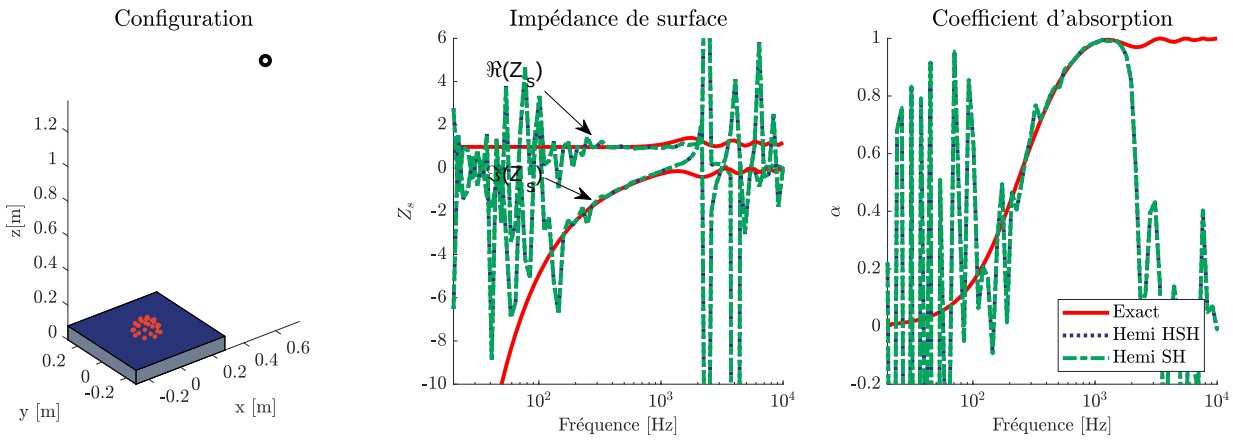


Figure 3.41 Impédance de surface et absorption obtenue avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, SNR de 40 dB, $M = \tilde{M} = 2$.

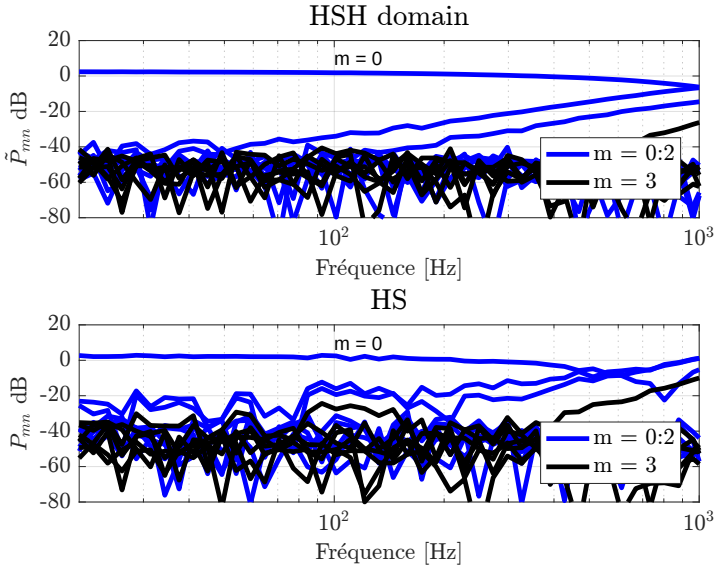


Figure 3.42 Pressions modales $\tilde{P}_{mn}$ dans le domaine HSH (haut) et pressions modales P_{mn} dans le domaine HS (bas) , pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, 29 microphones, SNR de 40 dB, $M = \tilde{M} = 3$.

microphones n'est pas forcement exact. L'utilisation de la base Slepian apparaît donc peu efficace afin d'estimer Z_s.

Résumé et discussions de la méthode Slepian+QR

Comparé aux approches hémisphériques précédentes, la base de décomposition proposée respecte l'équation d'onde, et l'on peut facilement construire une matrice de transformation qui permet de passer du domaine sphérique au domaine hémisphérique. Une mesure de pression acoustique sur un hémisphère, il est montré qu'il est possible de retrouver Z_s

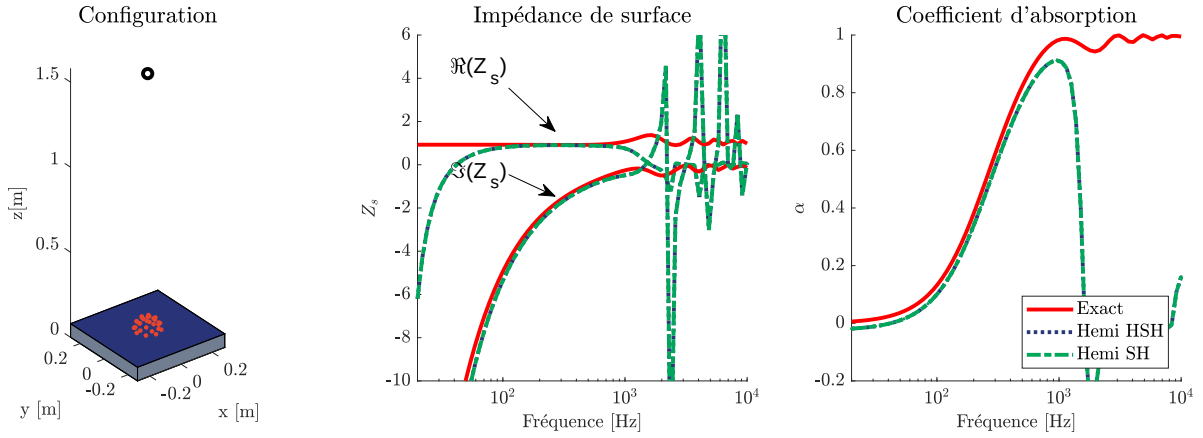


Figure 3.43 Impédance de surface et absorption obtenue avec une erreur de ± 2.5 mm de positionnement des microphones avec la méthode Slepian + QR, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, 29 microphones.

et α. Cependant, trois importantes limitations ont été mises en lumière. La première est la limitation hautes fréquences, il est en effet impossible d'obtenir des résultats au-delà de $ka = \pi$, ce qui correspond à une fréquence d'un peut plus de 1000 Hz pour une antenne de $a = 7$ cm. La seconde limitation est l'amplification du bruit lié à la matrice de transformation D_{QR}, ce qui en fait une méthode particulièrement peu robuste en basses fréquences. Enfin, la troisième limitation est d'ordre pratique, les erreurs de positionnements des microphones, même faibles, provoquent des erreurs importantes dans les mesures. Toutes ces raisons font de la méthode Slepian+QR une méthode peu robuste qu'il est peu judicieux et intéressant d'utiliser afin de caractériser des matériaux acoustiques.

3.2.2 Résumé et discussions des approches hémisphériques directes

Trois approches ont été étudiées dans cette thèse pour la partie hémisphérique, le but étant dans cette partie d'obtenir une base hémisphérique similaire aux HS. Le point de départ étant qu'utiliser un hémisphère ne préserve pas l'orthogonalité des HS, on ne peut pas projeter les pressions mesurées sur les HS. Deux approches furent non concluantes : la première approche étudiée propose d'utiliser une base orthogonale dérivée des polynômes de Legendre, qui finalement ne fonctionne pas, car elle ne respecte pas l'équation d'onde. Ce résultat a motivé l'étude de la seconde, une approche basée directement sur la solution de l'équation d'Helmholtz en considérant la condition aux limites d'impédance avec un matériau acoustique. La complexité du problème ainsi posé n'a pas permis d'établir une solution. Cependant, il est montré (du moins dans l'approche azimutale), que la solution ne permet pas d'obtenir une solution orthogonale. Finalement, la troisième méthode

présentée utilise les HS sur un hémisphère et les réorthogonalise pour trouver une base d'harmoniques hémisphériques à partir d'une matrice de transformation. Cette solution s'avère fonctionnelle, on peut en effet mesurer Z_s en utilisant cette approche. Cependant, les limitations imposées par son utilisation en font une méthode peu fiable et robuste. En conclusion, l'approche du problème hémisphérique en forçant la réorthogonalisation semble inefficace, du moins par les approches développées dans cette partie. D'autres approches étudiées dans le prochain chapitre sur l'optimisation apportent néanmoins des propositions possibles et robustes pour utiliser une antenne hémisphérique.

3.3 Résumé et discussions du chapitre de formulation directe : approche sphérique et hémisphérique

La première partie de ce chapitre étudie une autre approche de caractérisation de matériau acoustique basée sur l'écriture de la solution de l'équation d'Helmholtz en coordonnées sphériques appliquées à un réseau sphérique de microphones. Cette approche se révèle efficace pour mesurer Z_s et permet des considérations utiles afin d'évaluer la fiabilité de la mesure. Dans la seconde partie, une approche hémisphérique est développée, sans résultats applicables ou très limités pour réaliser une mesure robuste. Ces deux parties sont basées sur le fait d'utiliser les propriétés orthonormales de la solution de l'équation d'onde, avec peu de succès dans le cas de l'hémisphère. Le prochain chapitre se libère de cette contrainte et étudie le problème comme un problème d'optimisation.

CHAPITRE 4

Approche par optimisation

Les approches présentées dans le chapitre précédent utilisent les propriétés spéciales associées à la base des harmoniques sphériques afin de déterminer les coefficients A_{mn} depuis une mesure d'antenne sphérique ou hémisphérique de microphones. Ceci permet la reconstitution de la pression acoustique et de la vitesse normale particulaire à la surface du matériau pour estimer Z_s. Cependant, les méthodes présentées (SHIR et Slepian) sont fortement dépendantes de la géométrie d'antenne et sont limitées par les restrictions imposées par la projection (le repliement spatial limite l'ordre M par exemple). Dans ce chapitre, une première partie est consacrée à la méthode HELS ('Helmholtz Equation Least Square') qui permet de lever ces limites en utilisant une méthode d'optimisation linéaire. L'esprit de cette approche est semblable aux précédentes, on amène le problème mesuré au niveau de l'antenne à la surface du matériau à caractériser (*i.e.* holographie). Dans la seconde partie, on s'intéresse à des approches qui réalisent le contraire. On amène le problème de caractérisation du matériau à la mesure microphonique par correspondance de modèle. On utilise alors un processus d'optimisation non linéaire pour trouver l'impédance Z_s qui correspond le mieux aux données. Trois modèles pour de propagation sont étudiés, un modèle de source ponctuelle au-dessus d'un plan infini d'impédance Z_s, un modèle approximé et ce dernier modèle, mais dans la base modale sphérique en utilisant la notation en harmoniques sphériques.
Les deux parties de ce chapitre présentent des méthodes qui ne dépendent pas de la géométrie d'antenne utilisée. Un schéma des différentes parties du chapitre est présenté sur la figure 4.1.

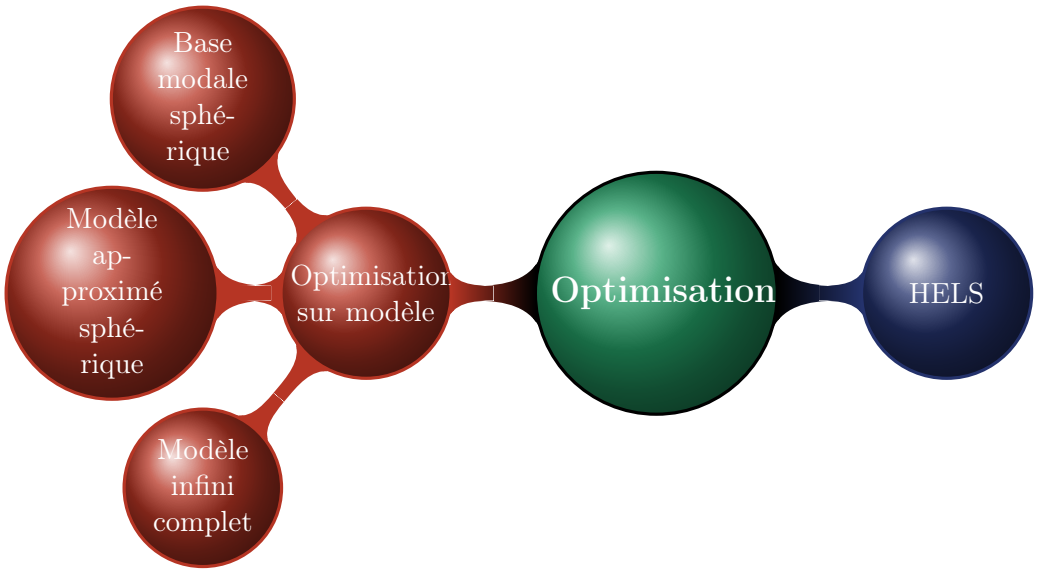


Figure 4.1 Schéma des sections de la partie optimisation.

Discussion sur les similitudes et différences entre les méthodes HELS et SNAH

La méthode SHIR (basé sur la SNAH) a présenté l'estimation de l'impédance de surface d'un matériau acoustique par une reconstruction de la pression acoustique et de la vitesse normale particulaire. Cette reconstruction est faite par l'utilisation des coefficients sphériques A_{mn}. La méthode HELS utilise les coefficients A_{mn} de la même manière, cependant la manière dont sont obtenus les coefficients diffère grandement. La SNAH utilise les propriétés de la base des HS pour projeter les pressions acoustiques mesurées sur une sphère de microphones pour déterminer les pressions modales P_{mn} puis obtenir les coefficients A_{mn}. La méthode HELS utilise une régression linéaire pour déterminer les coefficients A_{mn} directement, dans ce cas l'utilisation d'un microphone sphérique n'est plus nécessaire, on peut utiliser n'importe quelle configuration d'antenne de microphone pour écrire le problème.

4.1 Régression linéaire régularisée : méthode HELS (Helmholtz Equation Least Square)

Le principe de la méthode HELS ([90, 96, 95]) repose sur le même procédé que la méthode des sources équivalentes présentée 2.4.4, à savoir une régression linéaire régularisée, par moindres carrées dans ce cas précis (appelé aussi *ridge* ou régularisation de Tikhonov). L'écriture du problème se fait cependant directement dans le domaine sphérique. On cherche à définir les coefficients A_{mn} depuis un ensemble de pressions acoustiques mesurées $\mathbf{p^{meas}}$. Comme vu maintes fois durant cette thèse, la pression acoustique mesurée par le microphone j à la position (r_m, θ_m, ϕ_m) est donnée par :

$$p(k, r_m, \theta_m, \phi_m) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} A_{mn} j_m(kr_m) Y_{mn}(\theta_m, \phi_m) \ . \tag{4.1}$$

On cherche à écrire la fonction coût associée à un problème de régression linéaire, ce qui signifie que l'on veut écrire un système de la forme :

$$\mathbf{p^{meas}} = \mathbf{H_{mn}} \mathbf{A_{mn}}, \tag{4.2}$$

où $\mathbf{A_{mn}} \in \mathbb{C}^{(M_{HELS}+1)^2 \mathrm{x} 1}$ est le vecteur des coefficients sphériques, M_{HELS} est l'ordre maximum des HS dans la matrice $\mathbf{H_{mn}}$, $\mathbf{H_{mn}} \in \mathbb{C}^{K \mathrm{x} (M_{HELS}+1)^2}$ est la matrice des expressions

des $(M_{HELS}+1)^2$ facteurs modaux aux K points de mesures et $\mathbf{p^{meas}} \in \mathbb{C}^{K\text{x}1}$ le vecteur des pressions mesurées.
Par analogie à l'équation (4.1), les facteurs modaux sont simplement les expressions $j_m(kr_m)Y_{mn}(\theta_m,\phi_m)$. La fonction de coût associée au problème prend la forme classique :

$$J = \underset{\mathbf{A_{mn}}}{\operatorname{argmin}} \|\mathbf{H_{mn}}\mathbf{A_{mn}} - \mathbf{p^{meas}}\|_2^2 + \|\lambda \mathbf{A_{mn}}\|_2^2 . \tag{4.3}$$

À nouveau, le paramètre λ optimal est déterminé automatiquement par validation croisée généralisé (GCV) (Hansen [38]). Pour ce travail de thèse, les optimisations linéaires sont réalisées dans matlab à l'aide de la toolbox *regtool* de Hansen [39].

Globalement, il ne s'agit ici que d'une reformulation de la méthode SHIR, l'utilisation en reste la même : une fois les coefficients A_{mn} déterminés, la pression acoustique et la vitesse particulaire sont recalculées à la surface du matériau (voir la méthode SHIR section 3.1). La nuance est qu'ici le bruit de mesure est directement régularisé pour obtenir $\mathbf{A_{mn}}$ et que la méthode peut être appliquée à n'importe quelle géométrie d'antenne. Ainsi même si le problème est sous dimensionné par rapport aux nombres de mesures, il est régularisé afin de ne pas introduire des erreurs de repliement et de bruit de fond. L'ordre des HS, M_{HELS}, présent dans $\mathbf{H_{mn}}$, est choisi identique à l'ordre de reconstruction M de l'impédance de surface dans les simulations qui suivent.

La méthode HELS va être étudiée par la suite pour 3 différentes géométries d'antennes de microphones : la sphère, l'hémisphère et le double plan.

4.1.1 Méthode HELS : antenne sphérique

Dans cette section, les performances de la méthode HELS appliquée à une antenne sphérique sont étudiées dans le cas sans bruit et avec bruit de mesure, et comparées à celles de la méthode SHIR très similaire, étudiée dans la partie §3.1.

Résultats sans bruit de mesure

Les figures 4.4 et 4.6 montrent les résultats d'absorption sonore et d'impédance de surface d'une simulation sans bruit pour la configuration en incidence normale, présentée sur la figure 4.2, tandis que les figures 4.5 et 4.7 montrent les mêmes résultats pour une configuration d'incidence oblique, présentée figure 4.3. Dans les deux cas, on observe en

basses fréquences que la méthode HELS permet une mesure précise. En hautes fréquences, la méthode HELS permet comparativement à la méthode SHIR d'étendre la gamme de fréquences jusqu'à plus de 3000 Hz. L'ordre de reconstruction pour la méthode HELS n'est en effet plus limité par la projection sur les HS (comme la méthode SHIR) mais par l'efficacité de la régulation, permettant ainsi d'utiliser des ordres supérieurs à 5 pour la configuration Lebedev 50 microphones. Il est cependant noté qu'au-delà de l'ordre $M = 6$, l'ajout d'informations est relativement mineur, puis quasiment inexistant au-delà de l'ordre 8. On observe, pour les résultats HELS d'absorption sonore sur les deux incidences, la présence d'oscillations en hautes fréquences mais de manière plus marquée en incidence normale. Cela est probablement dû au fait qu'une sphère de microphones ouverte est utilisée. Ce comportement est assez classique de ce type d'antenne, une configuration de sphère rigide est souvent utilisée afin de contourner le problème.

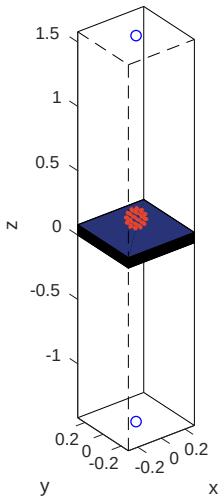


Figure 4.2 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

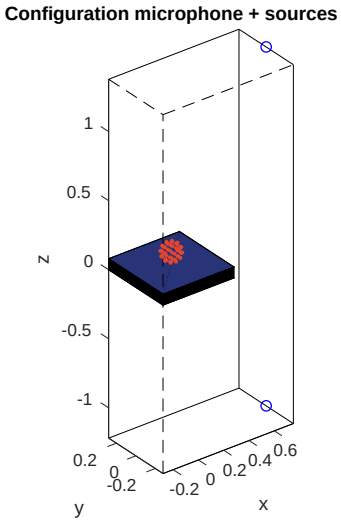


Figure 4.3 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

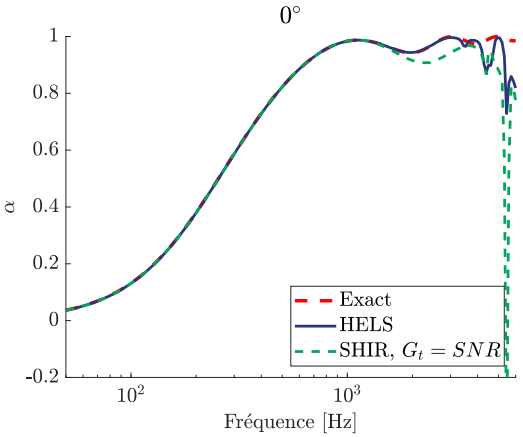


Figure 4.4 Absorptions pour la configuration donnée en figure 4.2 avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$.

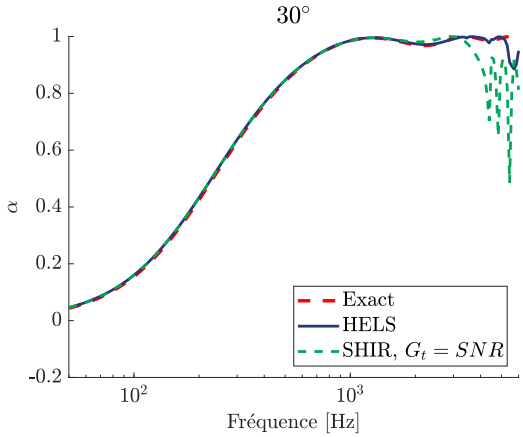


Figure 4.5 Absorptions pour la configuration donnée en figure 4.3 avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$.

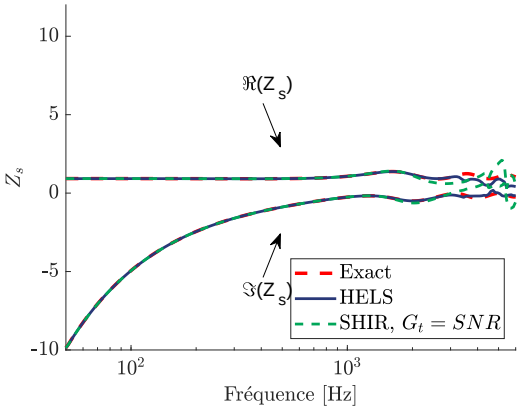


Figure 4.6 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.2 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$.

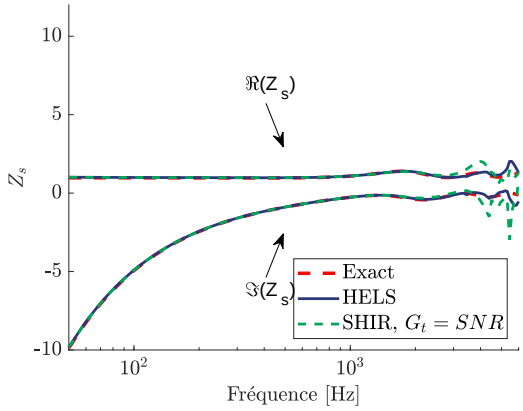


Figure 4.7 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.3 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe sans bruit, $M = 8$.

Résultats avec bruit de mesure

Les figures 4.8-4.10 et 4.9-4.11 montrent les résultats d'absorption sonore et d'impédance de surface pour les deux incidences utilisées précédemment (voir les figures 4.2 et 4.3), pour un SNR de 48 dB. En basse et moyenne fréquences, les résultats sont très similaires à ceux obtenus pour la méthode SHIR, le décrochage en BF se situe autour de la même fréquence, à 180 Hz. On note néanmoins que les résultats apparaissent plus bruités avec la méthode HELS, dû à la difficulté de la sélection du paramètre λ optimal lors de la GCV. En hautes fréquences, on observe les mêmes résultats que sans bruit, le modèle étant peu sensible au bruit blanc gaussien dans cette plage de fréquence.

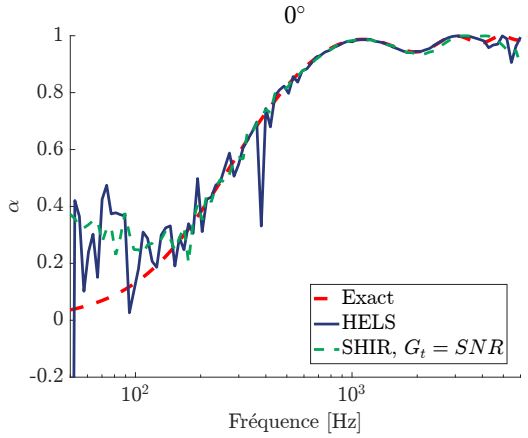


Figure 4.8 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.2 des absorptions avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$.

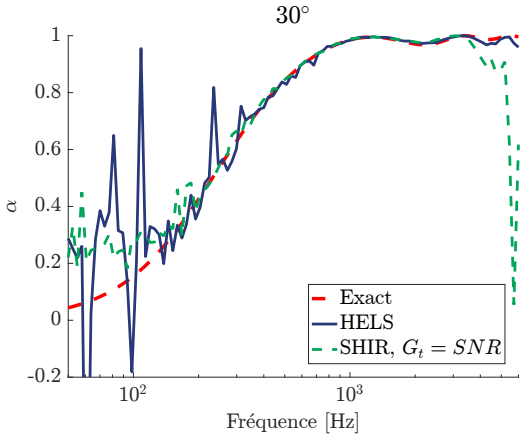


Figure 4.9 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.3 des absorptions avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$.

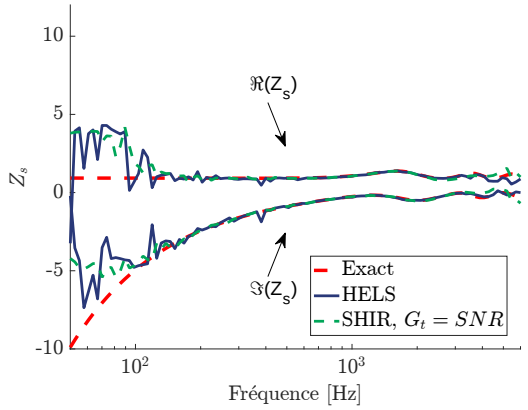


Figure 4.10 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.2 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$.

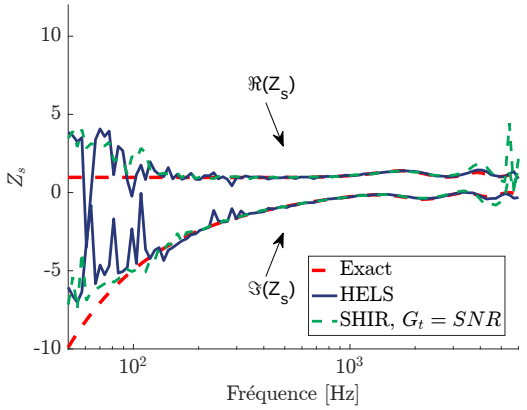


Figure 4.11 Comparaison pour la configuration donnée en figure 4.3 des impédances de surfaces avec les méthodes HELS et SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, $M = 8$.

Influence de l'ordre de troncature M_{HELS}

Dans les exemples précédents, la méthode HELS est utilisée avec une matrice $\mathbf{H_{mn}}$ contenant les informations jusqu'à l'ordre $M_{HELS} = M = 8$. Il est nécessaire de préciser que M et M_{HELS} ne sont pas identique, M correspond à l'ordre maximal utilisé dans la reconstruction du champ, tandis que M_{HELS} correspond à l'ordre maximal des HS utilisés dans le processus d'optimisation pour déterminer les A_{mn}. Dans la suite, on utilisera implicitement $M_{HELS} = M$ afin d'exploiter l'ordre maximum disponible pour la reconstruction du champ acoustique. On présente ici l'impact de M_{HELS} dans la configuration présen-

tée sur la figure 4.3 avec et sans bruit de mesure sur les résultats d'absorption, sur les figures 4.12 et 4.13. Pour les cas sans bruit, en basses fréquences toutes les courbes se recouvrent et donnent des résultats proches des valeurs exactes quand $M_{HELS} > 2$, tandis qu'à $M_{HELS} = 2$, on ne retrouve pas l'absorption attendue. Ce résultat signifie que la matrice $\mathbf{H_{mn}}$ doit contenir de l'information aux ordres supérieurs à 2 pour obtenir des A_{mn} valides avec le processus d'optimisation. L'ordre de reconstruction minimum en basses fréquences reste bien $M = 2$. On observe lorsque $M_{HELS} = 8$ beaucoup de pics de bruit présents dans l'absorption en basses fréquences, ce phénomène témoigne d'une plus grande difficulté de l'algorithme GCV à trouver le bon paramètre de régularisation λ. En hautes fréquences, on observe la limite de reconstruction $kr = M$ avec le décrochage de la valeur d'absorption se produisant en plus hautes fréquences quand M augmente. On peut noter que les méthodes SHIR et HELS se recouvrent et décrochent de la même manière lorsque $M_{HELS} = 5$ pour SHIR et $M_{HELS} = 5$. On arrive également à obtenir une gamme de fréquences étendue pour l'estimation des propriétés matériau en prenant $M_{HELS} > 5$ alors que la limite de SHIR est $M = 5$ pour cette configuration d'antenne.

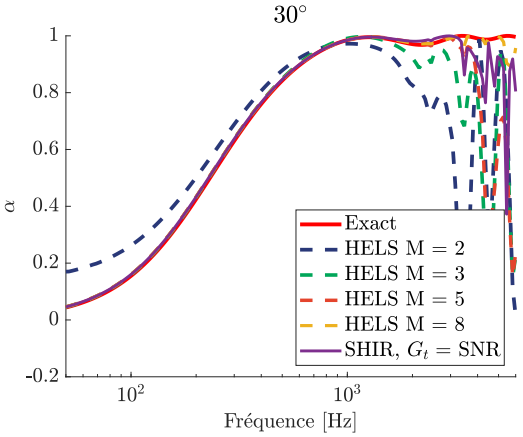


Figure 4.12 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre M et la méthode SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

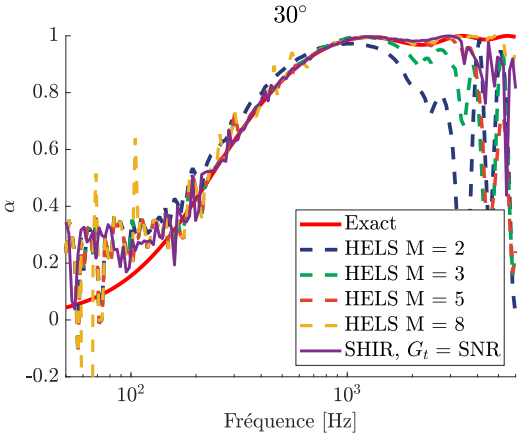


Figure 4.13 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre M et la méthode SHIR pour une régularisation de Tikhonov fixe pour un SNR de 48 dB, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

Synthèse de la méthode HELS avec une antenne sphérique

La méthode HELS a été appliquée à une antenne sphérique de Lebedev avec 50 microphones de rayon $a = 7$ cm et les résultats ont été comparés à ceux obtenus par la méthode SHIR. L'avantage de la méthode HELS sur cette dernière est que la régularisation de la méthode est directement incluse dans le procédé d'obtention des coefficients sphériques A_{mn}. De plus, la traditionnelle limite haute fréquence de SHIR due à la discrétisation de

la sphère est étendue : de l'information est obtenue dans les ordres supérieurs, où du repliement modal est présent dans la matrice de Gram. En présence de bruit, les deux méthodes donnent des résultats très similaires en basses fréquences. L'ordre M_{HELS} définissant la taille de la matrice $\mathbf{H_{mn}}$ influe sur les performances de la régularisation HELS, on observe en effet une estimation plus bruitée en basses fréquences quand M_{HELS} est grand.

4.1.2 Méthode HELS : antenne hémisphérique simple couche

Cette section applique la méthode HELS de manière similaire à la section précédente à une antenne hémisphérique simple couche.

Résultats sans bruit

Les figures 4.16 et 4.17 montrent les résultats d'absorption de deux simulations sans bruit pour une configuration d'incidence oblique avec une antenne hémisphérique de 29 microphones, présentée figure 4.14 et avec une antenne hémisphérique de 49 microphones, présentée figure 4.15. En basses fréquences, on observe dans les deux cas une estimation correcte de la valeur exacte d'absorption. À plus hautes fréquences, on observe une chute brutale à 2300 Hz, pour les deux antennes présentées, ce qui ne correspond pas à la règle de $kr = M$ attendue. Comme la fréquence de chute reste constante malgré un nombre de microphones double, on peut raisonnablement écarter un problème de repliement spatial. Cette chute arrivant à $ka = \pi$,correspondant au premier zéro de la fonction Bessel sphérique d'ordre 0, n'est pas sans rappeler les résultats obtenus avec la méthode Slepian + QR au §3.2.1, qui se produisait à la même fréquence. Des simulations (voir H) d'hémisphères sur support rigide et ouvert similaires à celles de la section 3.2.1, écarte l'hypothèse que le problème soit lié aux singularités présente dans les fonctions de Bessel sphérique. Une solution a cette chute est observé dans la section suivante avec l'utilisation d'une hémisphère fermée.

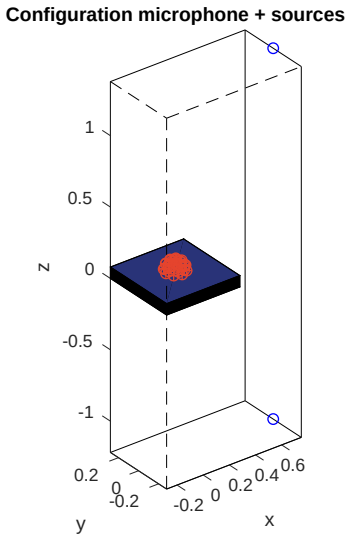


Figure 4.14 Antenne hémisphérique simple couche de 29 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

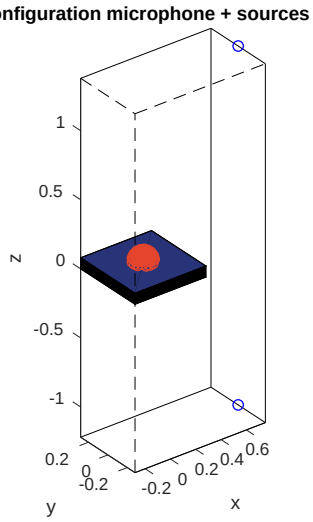


Figure 4.15 Antenne hémisphérique simple couche de 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm.

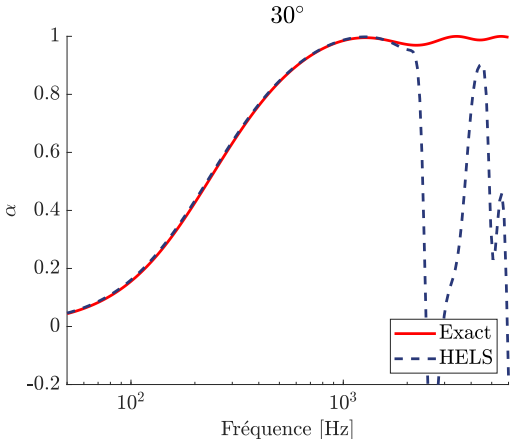


Figure 4.16 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.14 sans bruit $M = 5$.

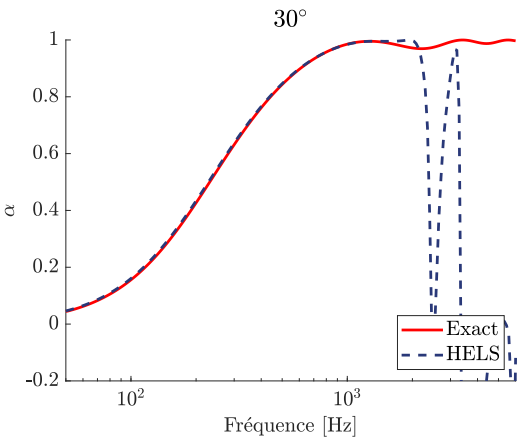


Figure 4.17 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.15 sans bruit $M = 5$.

Résultats avec bruit

Les figures 4.18 et 4.19 montrent les résultats d'absorption pour deux simulations pour un SNR de 48 dB pour une configuration en incidence oblique avec une antenne de 29 microphones, présentée sur la figure 4.14 et avec une antenne de 49 microphones, présentée sur la figure 4.15. En basses fréquences, on observe dans les deux cas une estimation cohérente mais bruitée de la valeur exacte d'absorption entre 300 et 2300 Hz. L'hémisphère est moins robuste au bruit que la sphère de microphones tout en ayant une coupure haute fréquence beaucoup plus limitante.

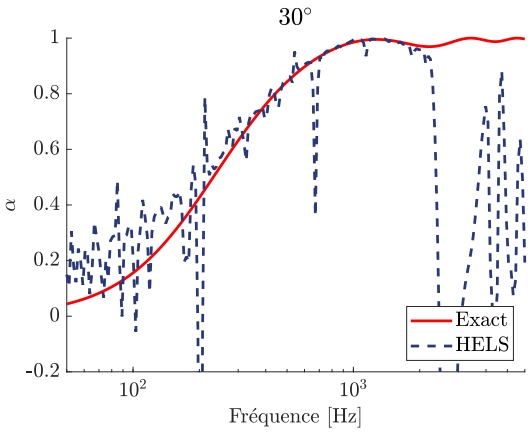


Figure 4.18 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.14 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$.

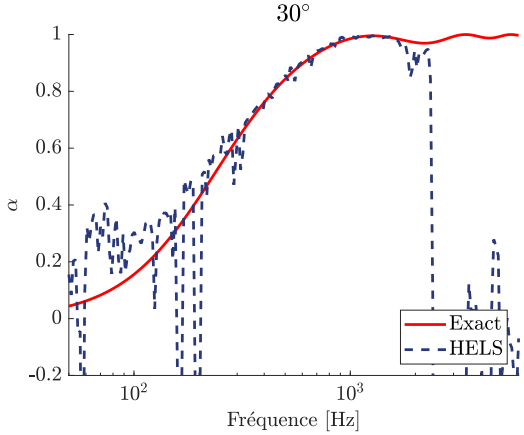
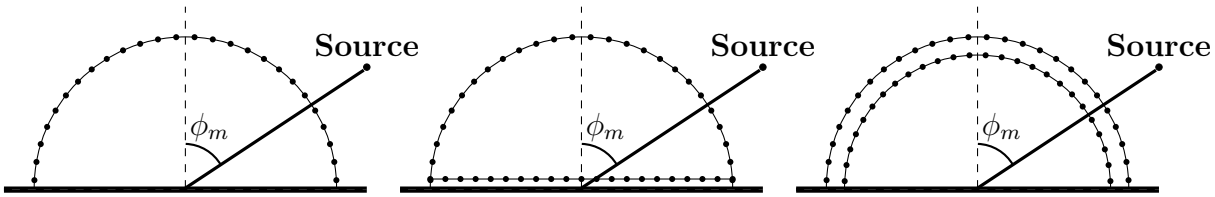


Figure 4.19 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.15 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$.

Méthode HELS : antenne hémisphérique fermée

Différentes hémisphères de microphones sont représentés sur la figure 4.20. L'idée d'utiliser un hémisphère fermé (figure 4.20b), qui s'apparente à une sphère tronquée de rayons a, est que l'hémisphère simple (figure 4.20a) n'est pas un espace clos et ne permet que faiblement une différenciation des valeurs de pressions selon z comme pour la sphère. Bien que non présenté ici, l'hémisphère double couche (figure 4.20c) donne des résultats équivalents à l'hémisphère fermé.

Les figures 4.23 et 4.24 montrent les résultats d'absorption sonore de deux simulations avec SNR de 48 dB d'une configuration d'incidence oblique avec une antenne de 50 microphones de rayon $a = 14$ cm, présentée figure 4.21 et avec une antenne de 50 microphones de rayon $a = 14$ cm, présentée figure 4.22. Pour le premier cas $a = 7$ cm, on observe que l'on retrouve finalement des performances acceptables en hautes fréquences avec une absorption correcte jusqu'à 5000 Hz, en faisant abstraction du creux présent à 3500 Hz. La performance basses fréquences, avec une limite autour de 200 Hz, est légèrement moindre que l'équivalent sphérique de même rayon. L'échantillonnage spatial réalisé par l'hémisphère étant moins important qu'une sphère de même rayon, il est logique que la coupure basse fréquence



(a) Simple couche (b) Fermé (c) Double couche

Figure 4.20 Schémas des hémisphères de microphones.

apparaisse plus tôt. Les microphones étant plus concentrés spatialement, on obtient par ailleurs de meilleurs résultats en hautes fréquences qu'une sphère de même rayon. Afin d'améliorer les résultats en basses fréquences, on peut alors augmenter comme dans le second cas le rayon de l'antenne $a = 14$ cm, montrée figure 4.24. On observe alors une estimation valide de mesure entre 120 Hz et 2000 Hz, on diminue la fréquence de coupure haute fréquence au profit de la coupure basse fréquence.

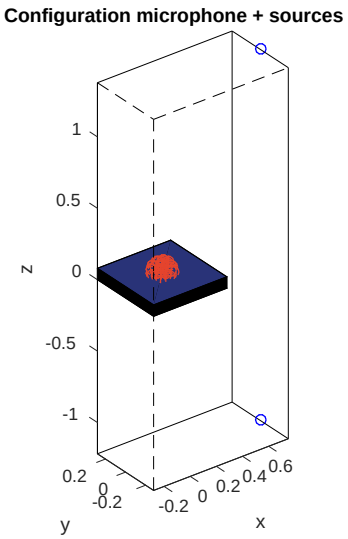


Figure 4.21 Antenne hémisphérique fermée, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

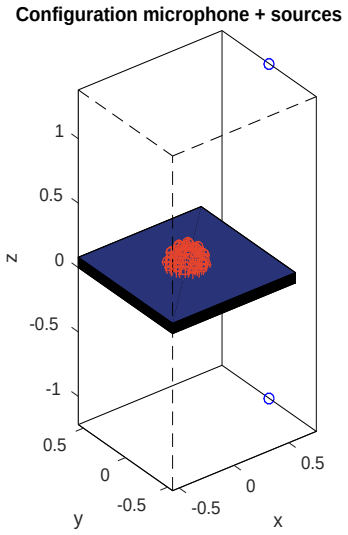


Figure 4.22 Antenne hémisphérique fermée, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 14$ cm.

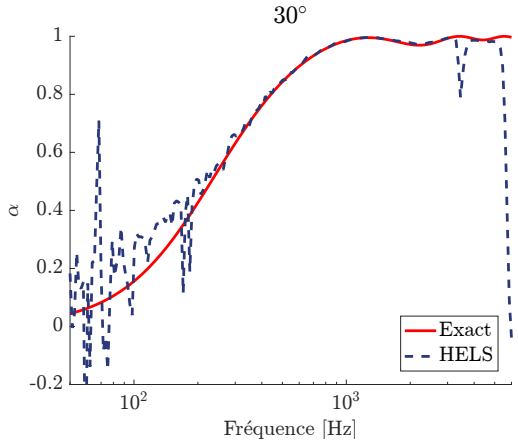


Figure 4.23 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.21 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$, $a = 0.07$ m.

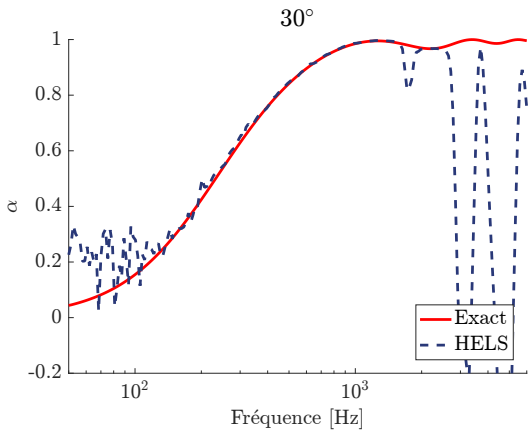


Figure 4.24 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.22 pour un SNR de 48 dB, $M = 5$, $a = 0.14$ m.

Synthèse de la méthode HELS avec une antenne hémisphérique

La méthode HELS a été appliquée à une antenne hémisphérique, tout d'abord avec une moitié de sphère de microphone, où il a été observé que la limite haute fréquence n'est pas liée à la règle du $kr = M$ ni au repliement spatial, mais à un critère qui semble s'approcher de $ka = \pi$. Ce résultat corrobore celui obtenu dans la partie Slepian, mais reste inexpliqué. On observe cependant dans les deux cas une dépendance radiale mal définie. Les performances de cette configuration avec du bruit montrent une faible robustesse aux perturbations.
Dans un second temps, la configuration est modifiée pour obtenir un hémisphère fermé, la partie plane et le surface de l'hémisphère délimite alors un volume fermé. Une fois l'espace clos, les précédents problèmes de limite haute fréquence ne sont plus présents. Dans cette configuration, pour un rayon a identique, on obtient des résultats légèrement différents de la sphère, la gamme de fréquence où l'absorption sonore est estimée de manière valide est décalée vers les hautes fréquences. Ceci est expliqué par une concentration spatiale plus élevée pour un hémisphère, les basses fréquences sont donc moins bien mesurées spatialement, tandis que la limite du repliement spatial en hautes fréquences est augmentée.

4.1.3 Méthode HELS : antenne plane double couche

La dernière configuration étudiée présente l'application de la méthode HELS à une double antenne plane. Le fait d'utiliser un double plan au lieu d'un simple plan s'explique par le fait que l'impédance de surface est relié à u_z, et pour distinguer les sons arrivant des deux demi-espaces (comme le signe de la vitesse dépend de la direction de la propagation), une différentiation spatiale de la pression selon z est favorable. L'antenne simple ne possède que de l'information à un z donnée, le résultat est donc moins bien conditionné qu'une antenne double.

Résultats sans bruit

Les figures 4.27 et 4.28 montrent les résultats d'absorption sonore pour deux simulations sans bruit d'une configuration d'incidence oblique avec une antenne carrée d'arête $b = 14$ cm et munie de 2×25 microphones, présentée en figure 4.25 et avec une antenne de longueur $b = 28$ cm, présentée figure 4.26. Les deux configurations permettent d'estimer correctement l'absorption exacte en basses fréquences, la différence entre ces deux configuration se situe dans les hautes fréquences, la petite antenne ayant une fréquence de coupure haute à 6000 Hz tandis que la plus grande est à 3000 Hz. Cette différence s'explique par

le fait que la plus petite antenne possède un échantillonnage spatial plus resserré et donc une meilleure définition du champ acoustique en hautes fréquences.

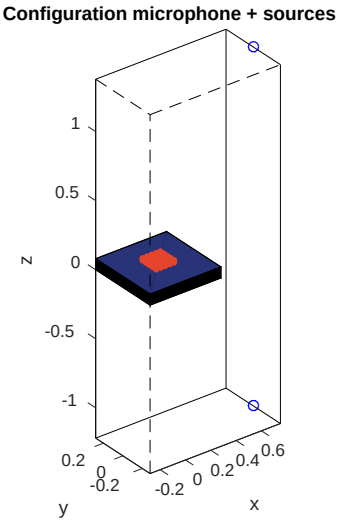


Figure 4.25 Antenne plane double couche, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm.

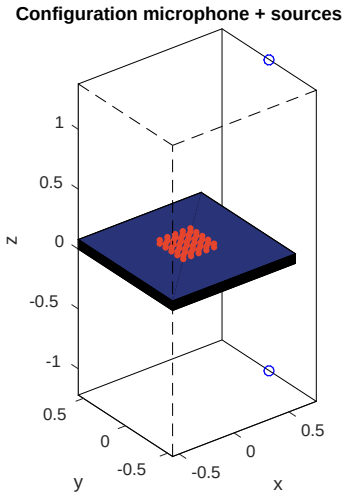


Figure 4.26 Antenne plane double couche, 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 28$ cm, distance inter-plan $c = 3$ cm.

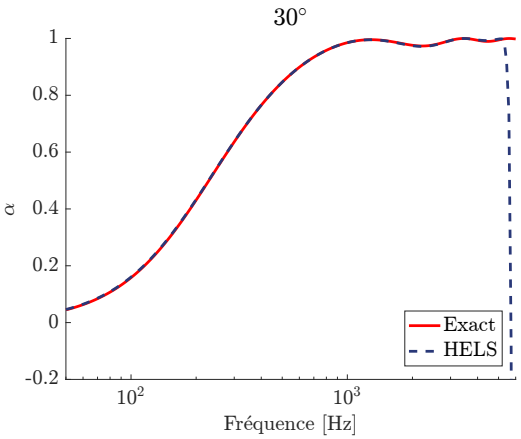


Figure 4.27 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.25 sans bruit $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$).

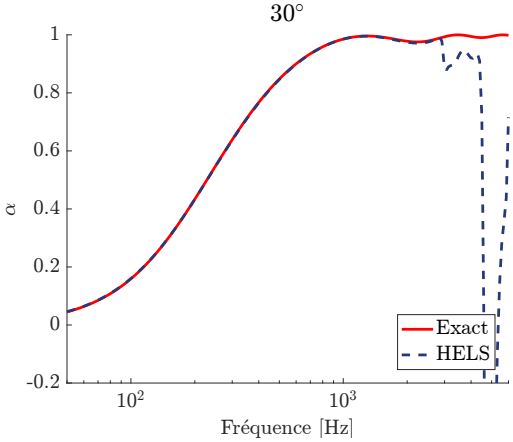


Figure 4.28 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration donnée en figure 4.26 sans bruit $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$).

Résultats avec bruit

La figure 4.27 montre le résultat d'absorption sonore d'une simulation avec un SNR de 48 dB pour une configuration en incidence oblique avec une antenne carrée de 2×25 microphones de longueur 7 cm (correspondant à un pas de 3.5 cm), présentée figure 4.25. La gamme de fréquence où l'estimation de l'absorption est effective se situe entre 150 Hz et

6000 Hz. Des résultats assez similaires à ceux obtenus par les configurations sphérique et hémisphérique pour un rayon $2a = b$. Afin d'augmenter la robustesse au bruit en basses fréquences, on peut à nouveau augmenter la taille de l'antenne comme présentée sur la figure 4.26 avec une longueur double $b = 28$ cm et un espace inter-plan également doublé à 3 cm. Le résultat d'absorption sonore est montré sur la figure 4.26, la gamme de fréquence où l'estimation de l'absorption est alors entre 100 Hz et 3000 Hz.

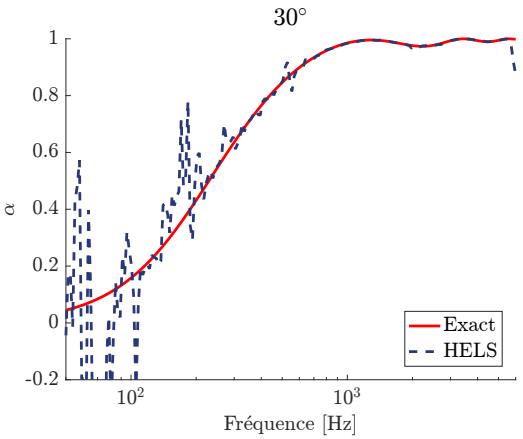


Figure 4.29 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration double plan donnée en figure 4.25 pour un SNR de 48 dB, $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$).

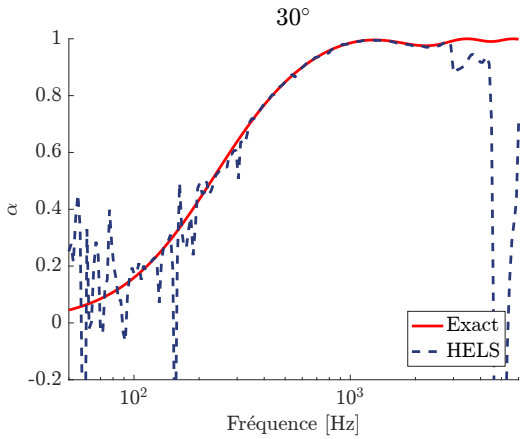


Figure 4.30 Absorptions avec la méthode HELS pour la configuration double plan donnée en figure 4.26 pour un SNR de 48 dB, $M = 8$ ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$).

Influence de l'ordre de décomposition M

La présence de bruit est fortement marquée en basses fréquences en choisissant $M = 8$, les figures 4.31 et 4.32 montrent une comparaison à différent ordres de l'absorption sonore sans et avec bruit. On observe sans surprise pour le premier cas, une coupure en hautes fréquences qui augmente avec l'ordre. Dans le cas sans bruit, on voit en basses fréquences qu'une bonne partie des pics de bruits sont présents à $M = 8$, mais ne sont pas présent dans les ordres inférieurs $M = M_{HELS} = 2, 3, 5$ tout comme observé pour la sphère de microphone. Les ordres $M_{HELS} = 1, 4, 6...$ ne sont pas tracés par soucis de lisibilité. Contrairement à la sphère, l'ordre $M_{HELS} = M = 2$ est suffisant pour estimer une bonne valeur de l'absorption, probablement à cause de la proximité entre l'antenne et le matériau.

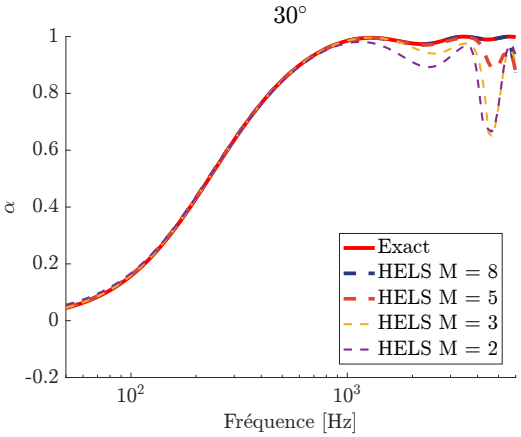


Figure 4.31 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre $M = M_{HELS}$, pour la configuration double plan donnée en figure 4.25 sans bruit ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$).

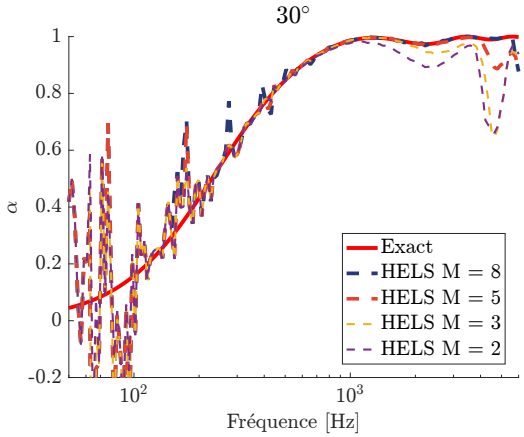


Figure 4.32 Absorptions avec la méthode HELS à différent ordre $M = M_{HELS}$, pour la configuration double plan donnée en figure 4.25 pour un SNR de 48 dB ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$).

Conclusion sur la méthode HELS avec une antenne plane double couche

La méthode HELS a été étudiée avec un double plan carré de microphones, dans un premier temps avec une longueur $b = 14$ cm et une distance inter-plan $c = 1.5$ cm. On obtient des résultats valides sur une gamme de fréquences s'étendant entre 150 et 6000 Hz. Afin d'augmenter la limite basse fréquence une configuration avec une longueur $b = 28$ cm et une distance inter-plan $c = 3$ cm a été testée, on obtient alors une gamme de fréquence de mesure efficace sur la plage 100-3000 Hz.

Conclusion de la méthode HELS

La méthode HELS a été appliquée à 3 types de géométries antennes : une antenne sphérique, une antenne hémisphérique et une antenne double plan. Les performances de la méthode se révèlent intéressantes puisque la mesure des caractéristiques Z_s et α sur une large gamme de fréquences est possible. À bruit égal, les 3 configurations d'antennes présentées offrent des résultats relativement similaires dans le cas d'un matériau infini. L'ordre M_{HELS}, définissant la taille de la matrice $\mathbf{H_{mn}}$, influe sur les résultats en fonction de la gamme de fréquences considérée, en basses fréquences un ordre trop grand a tendance à générer des pics de bruits. Ceci est dû à la difficulté de l'algorithme de GCV de trouver le paramètre de régularisation λ optimal. Une explication pourrait être qu'en basses fréquences, la définition du champ acoustique ne nécessite que les ordres faibles (comparativement à une même taille en hautes fréquences). La présence des hauts ordres dans la matrice $\mathbf{H_{mn}}$, est donc redondante, mais influe quand même sur λ, d'où la difficulté

de convergence vers un paramètre optimal. D'un autre côté, en hautes fréquences, il est nécessaire d'avoir un ordre assez élevé afin de représenter le champ spatial avant d'être limité par le repliement spatial propre à l'antenne de microphone. On pourrait sélectionner le nombre M en fonction de la fréquence pour résoudre ce problème.

4.2 Optimisation non-linéaire : adaptation de modèles de propagation acoustique avec impédance de surface

Une autre approche que l'holographie sphérique est adoptée dans cette section, celle de l'optimisation non linéaire : un modèle du phénomène physique complet (équation d'onde et condition aux limites) est sélectionné et les mesures sont utilisées pour identifier les paramètres de ce modèle. Le principe est similaire à la méthode du doublet microphonique qui permet de calculer l'impédance de surface Z_s en utilisant le modèle de source−image. Cependant, au lieu de calculer explicitement l'inconnue Z_s sous la forme d'une simple expression, ce qui n'est possible qu'avec quelques microphones, on utilise un processus d'optimisation pour trouver l'impédance de surface Z_s qui correspond le mieux au modèle.

L'optimisation minimise la fonction coût $\mathcal{J}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{J} &= \text{argmin}(\|\mathbf{p}(\mathbf{r}_l, Z_s, A) - \mathbf{p}^{\mathbf{meas}}\|_2^2) \\ &\text{sujet à} \\ &\begin{cases} \Re\{Z_{init}\} - 4000 < \Re\{Z_s\} < \Re\{Z_{init}\} + 4000 \\ \Im\{Z_{init}\} - 4000 < \Im\{Z_s\} < \Im\{Z_{init}\} + 4000 \\ \mathbf{r}_{init} - 50 \text{ cm} < \mathbf{r}_l < \mathbf{r}_{init} + 50 \text{ cm} \\ 0 < A < 10A_{init} \end{cases} \end{aligned} \tag{4.4}$$

où A est l'amplitude (module et phase) de la source, $\mathbf{p} \in \mathbb{C}^{K\text{x}1}$ est le vecteur contenant les pressions acoustiques associées aux fonctions de transfert entre une source ponctuelle située en $\mathbf{r}_l(x_l, y_l, z_l)$ et les pressions sonores aux K positions de microphones de l'antenne pour le modèle sélectionné. Le vecteur $\mathbf{p}^{\mathbf{meas}} \in \mathbb{C}^{K\text{x}1}$ est la mesure associée au modèle de $\mathbf{p}$. Z_{init} est la valeur initiale de Z_s à chaque fréquence dans le processus d'optimisation. Le processus est effectué dans le domaine fréquentiel, il débute par les hautes fréquences et se poursuit vers les basses fréquences en utilisant comme valeurs initiales la solution précédemment trouvée. Les valeurs initiales sont ici définies par une impédance Z_s de simulation issue du modèle JCA, mais un modèle de Miki [57] peut être utilisé. Il est noté que si une valeur aléatoire de Z_s est sélectionnée comme valeur initiale, la solution converge rapidement vers une valeur cohérente (c'est ce qui à été observé pour les diverses simulations). $\mathbf{r}_{init}$ est la position de la source par rapport au centre de l'antenne estimée sur la configuration de mesure. A_{init} est calculé avec $A_{init} = \|\mathbf{p}^{\mathbf{meas}}\|_2 r_{init}$.

L'utilisation de l'optimisation non linéaire existe pour caractériser des matériaux absorbants existe déjà dans la littérature ([53, 3, 12, 14]). Les différences sont cependant nombreuses par rapport à l'approche proposée ici. Premièrement, tous les articles cités n'utilisent qu'un doublet microphonique. L'utilisation d'un nombre limité d'observations dans le processus provoque une faiblesse de l'algorithme face aux erreurs introduites lors d'une vraie mesure. Dans la configuration proposée ici, le nombre élevé de microphones utilisés provoque une augmentation significative de la robustesse au bruit. Le seul autre cas d'utilisation d'antenne dans un but similaire (à la connaissance de l'auteur) a été réalisé par Ottink et al. [68]. La formulation utilisée diffère cependant, les effets de bords sont pris en compte par une formulation variationnelle et une hypothèse d'onde plane. Cette hypothèse, comme le mentionnent les auteurs ne permet pas de compenser les phénomènes basses fréquences induits par l'utilisation d'une source ponctuelle contrairement aux modèles utilisés dans cette thèse. D'un autre côté, la prise en compte des effets de bord n'est pas effectuée dans les modèles proposés ici, ce qui impliquera un problème d'estimation pour Z_s lors de vraies mesures. Une autre différence est l'inclusion de la position de la source $\mathbf{r}_l$ dans les variables d'optimisation. Lors des investigations réalisées, il a été montré qu'une erreur de quelques centimètres fausse l'estimation de Z_s de manière non négligeable. Enfin, l'amplitude de la source et sa phase sont également incluses dans la formulation. Traditionnellement, ces inconnues sont ignorées en utilisant une fonction de transfert obtenue en divisant les pressions mesurées par celle d'un microphone de référence. Cela a également été testé au cours de cette thèse et a montré que cette méthode réintroduit de l'erreur dans les données. Une erreur plus importante dans l'estimation de Z_s est obtenue quand une référence est utilisée que dans le cas où A est pris en compte dans les variables.

La méthode d'Optimisation Contrainte à l'Impédance de Surface (COSI) sera étudiée par des simulations basées sur trois modèles différents pour le calcul de $\mathbf{p}$, le modèle 'exact' de matériau infini utilisé pour générer les pressions en simulation présenté §B.2 : un modèle approché de source image sphérique et un modèle approché de source image sphérique exprimé dans le domaine des HS.

4.2.1 COSI : modèle de matériau infini exact

Le premier modèle proposé calcule les pressions $\mathbf{p}$ en utilisant une solution des équations régissant le comportement d'une source ponctuelle au-dessus d'un plan d'impédance infini,

pour rappel :

$$\begin{cases} \triangle p(\mathbf{r}) + k^2 p(\mathbf{r}) = S, & (4.5) \\ \dfrac{\partial p(\mathbf{r}_s)}{\partial z} + \dfrac{ik}{Z_s} p(\mathbf{r}_s) = 0, & (4.6) \end{cases}$$

Une formulation exacte de la solution, équation (B.16), proposée par [65] est utilisée dans cette section, pour rappel :

$$p(\mathbf{r}_l, Z_s, A) = A \left(\frac{e^{-ikr_{kl}}}{r_{kl}} + \frac{e^{-ikr'_{kl}}}{r'_{kl}} - 2\frac{k}{Z_s} I_1 \right), \tag{4.7}$$

avec

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{e^{-ikr'_{kl}[(1-\xi^2-2j\xi\sin\phi_m)^{1/2}-j\xi/Z_s]}}{(1-\xi^2-2j\xi\sin\phi_m)^{1/2}} d\xi. \tag{4.8}$$

Cette solution modélise exactement l'interaction entre la source et le matériau en basses fréquences dans le cas d'un matériau infini en champ libre. Par rapport à une situation de mesure réelle, plusieurs effets sont négligés, tels que la taille finie du matériau induisant une diffraction de bord, ou la réflexion et la diffusion sur des objets non désirés à proximité de l'espace de mesure.
L'intégrale en équation (4.8) est calculée numériquement à l'aide de la fonction [56] *integral*. Pour effectuer la minimisation de l'équation (4.4), la fonction Matlab *fmincon* est utilisée ; son gradient par rapport aux variables d'optimisation Z_s, $\mathbf{r}_l$ et A est calculé par différences finies. En raison de ce calcul par différences finies, cette méthode implique un coût de calcul plus important que les méthodes présentées précédemment. Ce point pourrait cependant être amélioré en essayant de trouver une formulation analytique du gradient.
Cette méthode sera dénotée "COSI inf" dans les figures présentant les résultats.

4.2.2 COSI : modèle à approximation de source image sphérique

Afin de réduire le coût de calcul, la formulation du champ de pression de l'équation (4.7) est remplacée par une approximation de source image sphérique (voir figure A.1), celle classiquement utilisée pour la méthode du doublet microphonique (voir au §2.2), pour rappel :

$$p_m(\phi_{ml}, \omega) = A\left(\frac{e^{-ikr_{ml}}}{r_{ml}} + R(\phi_{mj}, \omega)\frac{e^{-ikr'_{ml}}}{r'_{ml}}\right), \tag{4.9}$$

où la valeur de $R(\phi_{mj}, \omega)$ est reliée à Z_s par :

$$Z_s = \frac{1 + R(\phi_{mj}, \omega)}{1 - R(\phi_{mj}, \omega)} \frac{\sqrt{l_r^2 + h_s^2}}{h_s} \frac{ik\sqrt{l_r^2 + h_s^2}}{1 + ik\sqrt{l_r^2 + h_s^2}}. \tag{4.10}$$

$$R(\phi_{mj}, \omega) = \frac{Z_s - \frac{\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{h_s} \frac{ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{1+ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}}{Z_s + \frac{\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{h_s} \frac{ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{1+ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}}. \tag{4.11}$$

Cette méthode sera dénotée “COSI approx” dans les figures de résultats.

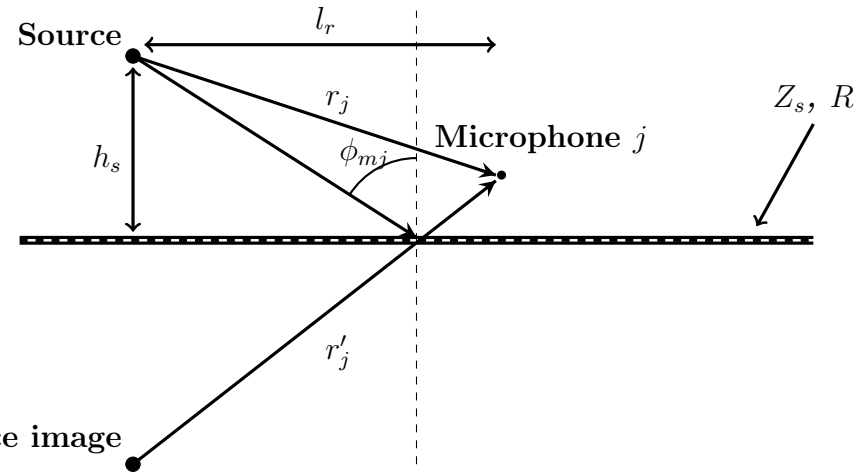


Figure 4.33 Schéma d’une source ponctuelle et d’un microphone au-dessus d’un plan ayant une impédance Z_s, modèle source image.

4.2.3 Résultats de simulations

Antenne sphérique

La méthode COSI est tout d’abord appliquée à une sphère de Lebedev de 50 microphones, étudiée au travers de trois configurations différentes présentées figures 4.34, 4.35 et 4.36.

Résultats sans bruit de mesure

Une première étude de la méthode COSI est faite dans le cas sans bruit de mesure ajouté pour la configuration à faible incidence montrée sur la figure 4.35 afin de vérifier si l’on estime correctement les valeurs de α et Z_s présentées sur les figures 4.37 et 4.38. La caractérisation est effectuée avec succès sur toute la gamme de fréquences. On observe de

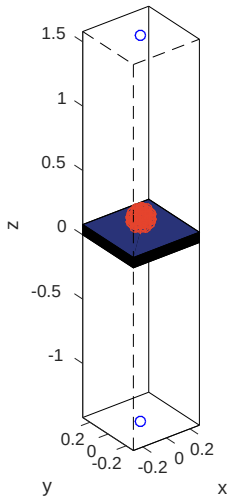


Figure 4.34 Microphone sphérique de 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

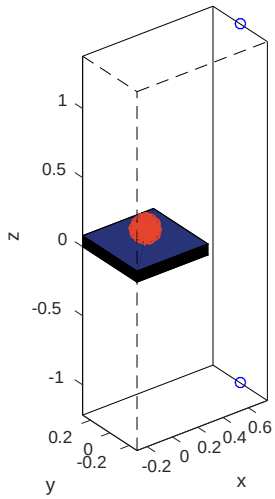


Figure 4.35 Microphone sphérique de 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

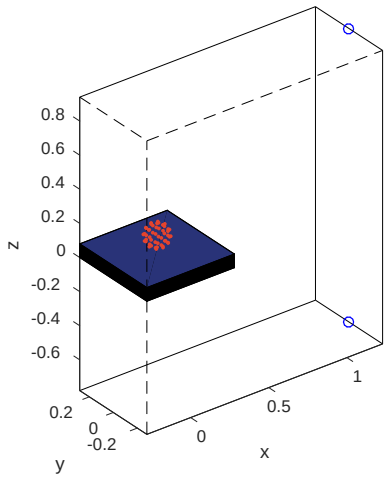


Figure 4.36 Microphone sphérique de 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm.

petites différences pour le modèle complet en dessous de 100 Hz témoignant de la difficulté du processus d'optimisation à converger efficacement à ces fréquences. Une possible explication est que la taille de l'antenne comparée à la longueur d'onde fait qu'il n'y a pas beaucoup d'informations de mesure sur lequel le processus d'optimisation peut s'appuyer. Le modèle approché donne des résultats similaires à faible incidence.

Les différents modèles sont ensuite appliqués pour une configuration sans bruit de mesure à incidence élevée montrée sur la figure 4.36. La caractérisation est à nouveau effectuée avec succès sur toute la gamme de fréquences pour le modèle complet comme le montre les

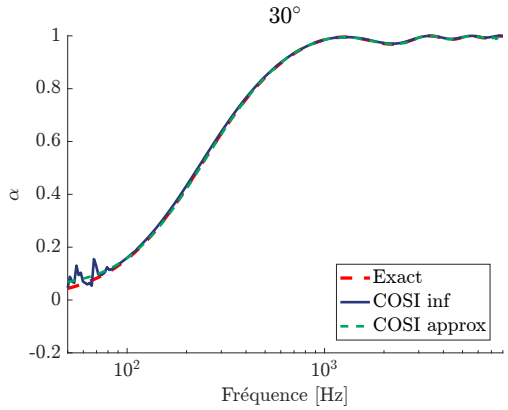


Figure 4.37 Comparaison des absorptions pour la configuration figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) avec COSI.

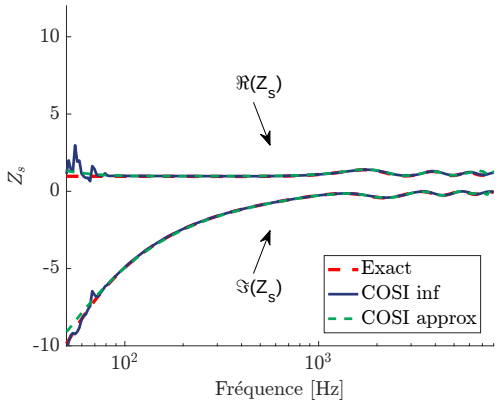


Figure 4.38 Comparaison des impédances de surfaces pour la configuration figure 4.35 avec COSI.

figures 4.39 et 4.40. On observe de petites différences pour le modèle approché en dessous de 200 Hz, plus spécialement visibles sur l'impédance de surface où la partie imaginaire est particulièrement mal estimée. Cette différence s'explique par la non-prise en compte de la réaction localisée du matériau en basses fréquences, contrairement au modèle complet.

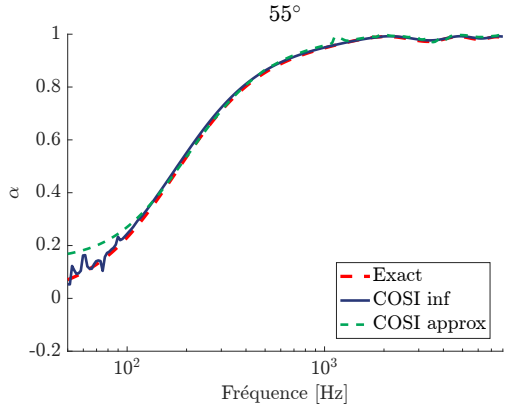


Figure 4.39 Comparaison des absorptions pour la configuration figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm) avec COSI.

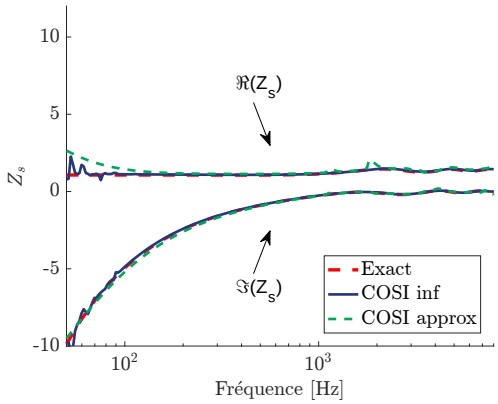


Figure 4.40 Comparaison pour la configuration figure 4.36 des impédances de surfaces avec COSI.

Résultats avec bruit de mesure

L'étude porte maintenant sur des cas bruités avec un SNR de 48 dB pour les configurations montrées sur les figures 4.34 et 4.36, les valeurs de α et Z_s sont présentées sur les figures 4.41 à 4.44. En moyennes et hautes fréquences, on retrouve les valeurs de α et Z_s attendues. En basses fréquences, les résultats se dégradent, surtout en dessous de 100 Hz, ce qui reste un excellent résultat au regard des performances des méthodes précédentes.

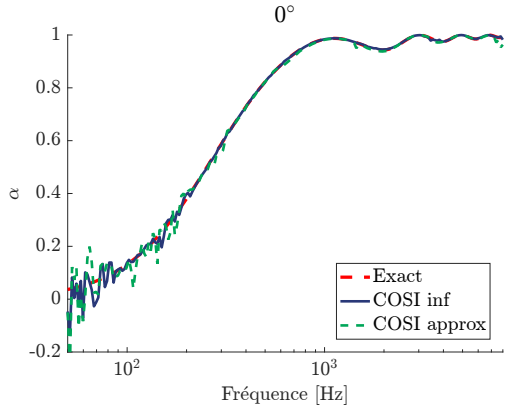


Figure 4.41 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB.

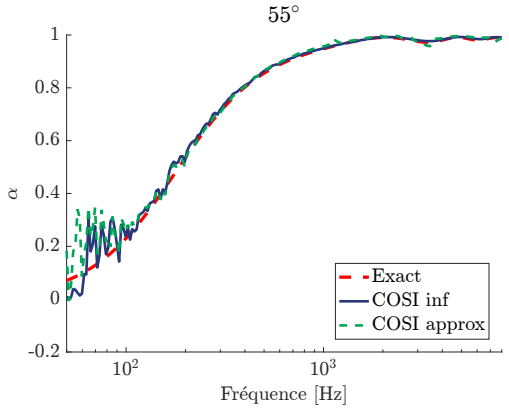


Figure 4.42 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB.

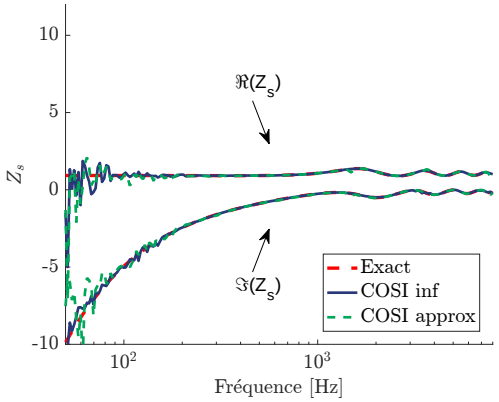


Figure 4.43 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB.

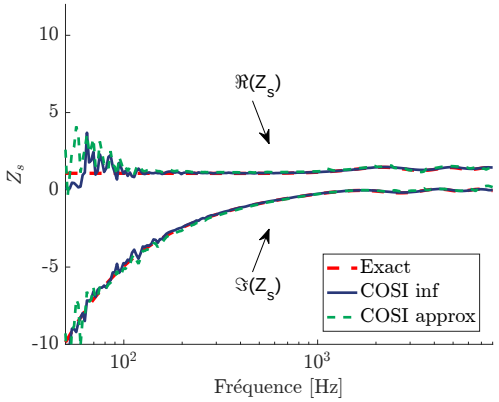


Figure 4.44 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB.

Antenne hémisphérique simple couche

L'étude d'un hémisphère simple de microphones, sur des cas bruités avec un SNR de 48 dB est réalisée pour les configurations présentées sur les figures 4.45 et 4.46 valeurs de α et Z_s présentées sur les figures 4.47 à 4.49. En moyennes et hautes fréquences, on retrouve les valeurs de α et Z_s attendues. En basses fréquences, les résultats se dégradent en dessous de 120 Hz, de manière similaire à la sphère.

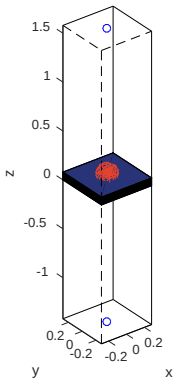


Figure 4.45 Microphone hémisphérique 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

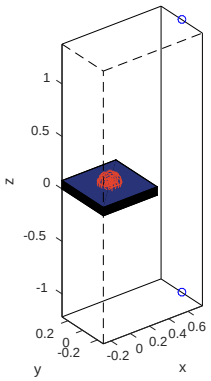


Figure 4.46 Microphone hémisphérique 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm.

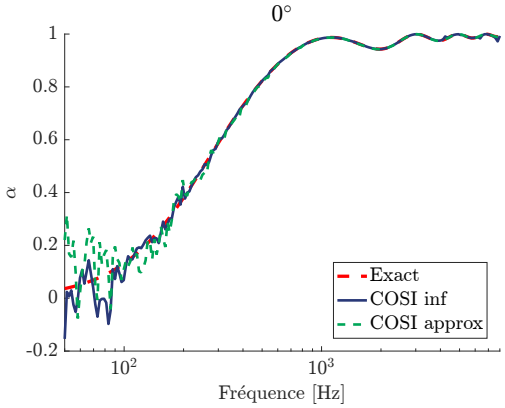


Figure 4.47 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration hémisphérique 49 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, pour un SNR de 48 dB.

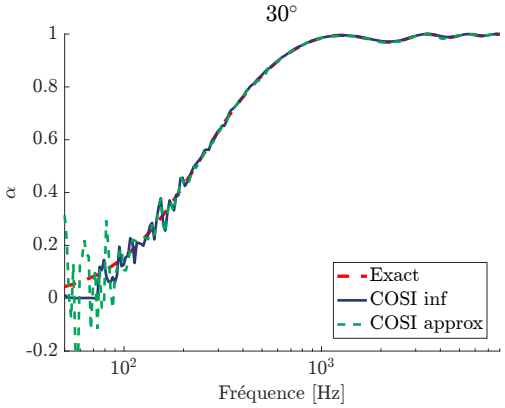


Figure 4.48 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration figure 4.14 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB.

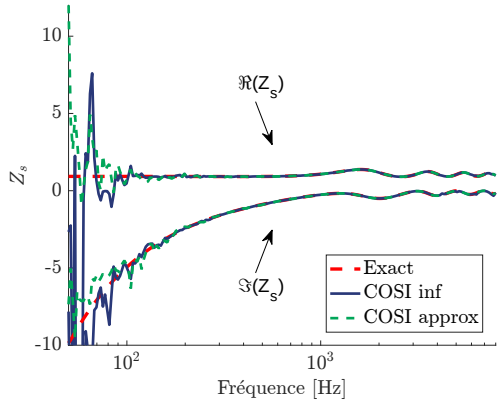


Figure 4.49 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration hémisphérique 49 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, pour un SNR de 48 dB.

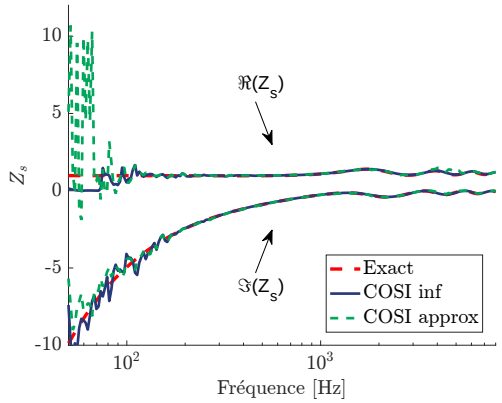


Figure 4.50 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration figure 4.14 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB.

Antenne plane double couche

L'étude d'une antenne planaire double couche de microphones, sur des cas bruités avec un SNR de 48 dB est réalisée pour les configurations montrées sur les figures 4.51 et 4.52, les valeurs de α et Z_s sont présentées sur les figures 4.53 à 4.56. En moyennes et hautes fréquences, on retrouve les valeurs de α et Z_s attendues. En basses fréquences, les résultats se dégradent autour de 200 Hz, le double plan apparaît donc moins performant que l'hémisphère et la sphère. Cela pourrait être dû à l'échantillonnage spatial, l'information serait plus redondante sur une antenne plane.

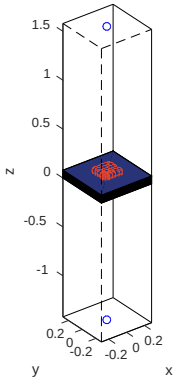


Figure 4.51 Antenne plane double couche de 50 microphones au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm.

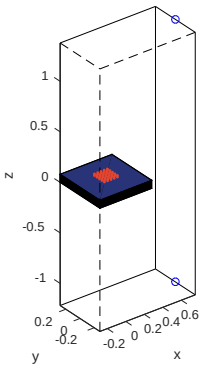


Figure 4.52 Antenne plane double couche 50 microphones au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm..

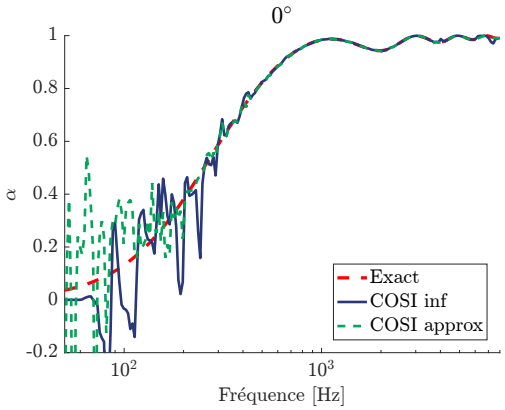


Figure 4.53 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB.

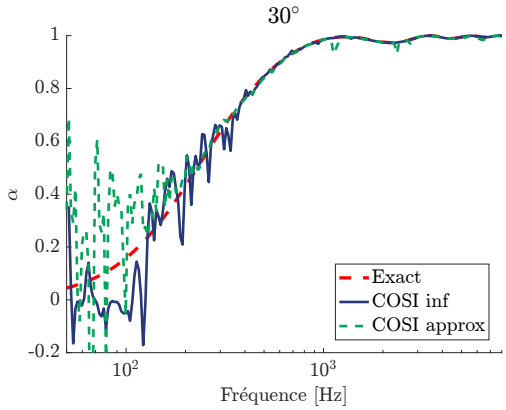


Figure 4.54 Comparaison des absorptions avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB.

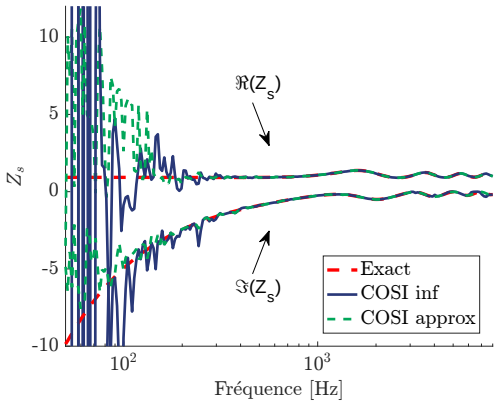


Figure 4.55 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB.

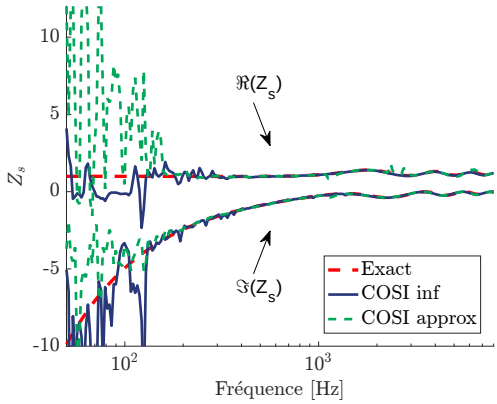


Figure 4.56 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI pour la configuration double plan 50 nœuds $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, coté de longueur $b = 14$ cm, distance inter-plan $c = 1.5$ cm, pour un SNR de 48 dB.

Synthèse COSI : modèle de matériau infini exact et une approximation source image

La méthode COSI utilisée avec un modèle de matériau infini et une approximation source image ont été étudiés au travers de 3 configurations d'antennes différentes : sphérique, hémisphérique et double plan. Les performances de ces trois antennes sont excellentes en moyennes et hautes fréquences. En basses fréquences et en présence d'un SNR de 48 dB, la coupure basse fréquence est de l'ordre de 200 Hz pour l'antenne double plan et 100 Hz pour les autres. Des trois géométries, avec le même nombre de microphones, le double plan apparaît donc la géométrie la moins robuste. Les résultats globaux des ces deux méthodes sont performants et robustes au bruit dans les cas présentés avec un matériau infini. L'approximation source image est moins performante au niveau de l'estimation de Z_s en basses fréquences quand l'incidence de la source s'éloigne de la normale ou que la source se rapproche du matériau. Le coût de calcul est néanmoins beaucoup plus important que les méthodes présentées précédemment pour le modèle exact et modérément plus important pour le modèle approché.

4.2.4 COSI : modèle approché et base modale sphérique

Comme dans les méthodes précédentes d'optimisation, on vient minimiser l'erreur entre le modèle et les données mesurées en optimisant sur plusieurs variables dont Z_s que l'on détermine lors du processus d'optimisation. Cette section explore la possibilité de combiner l'écriture issue de la solution de l'équation d'onde en coordonnées sphériques avec

l'approche d'optimisation non linéaire. Une solution complète de propagation acoustique d'une source ponctuelle au dessus d'un plan infini d'impédance n'existe pas en coordonnées sphériques (voir §2.5.5). On considère donc le modèle sphérique approché de la section §4.2.2 exprimé dans la base modale. L'optimisation ne se fait donc pas sur les pressions mesurées mais sur les pressions modales P_{mn} ou sur les coefficients sphériques A_{mn}. Cette méthode est facilement implémentable pour une antenne sphérique de microphones la projection sur les HS. Dans le cas d'autres géométries, cela est moins direct, mais on peut utiliser la méthode HELS pour déterminer les coefficients A_{mn} et P_{mn}.
Pour trouver l'expression du problème dans le domaine modal, il faut partir du modèle approché précédent :

$$p(\phi_{ml},\omega) = A(\frac{e^{-ikr_{ml}}}{r_{ml}} + R(\phi_{ml},\omega)\frac{e^{-ikr'_{ml}}}{r'_{ml}}), \tag{4.12}$$

puis en sachant que l'expression d'une source monopolaire dans le domaine modal sphérique est donnée par :

$$\frac{e^{-ik\|r-r_l\|}}{\|r-r_l\|} = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=-m}^{m} -ikh_m^{(2)}(kr_l)j_m(kr)Y_{mn}(\theta,\phi)Y_{mn}(\theta_l,\phi_l), \tag{4.13}$$

et en appliquant la TFS donnée par l'équation (2.41) aux pressions mesurées sur la sphère de microphones, on peut alors écrire dans le domaine modal :

$$P_{mn}(\phi_{ml},a,\omega) = -ikj_m(ka)\left(h_m^{(2)}(kr_l)Y_{mn}(\theta_l,\phi_l) + R(\phi_{ml},\omega)h_m^{(2)}(kr_{l2})Y_{mn}(\theta_{l2},\phi_{l2})\right) \tag{4.14}$$

avec l l'indice de la source et $l2$ l'indice de la source image.
Les coefficients sphériques A_{mn} peuvent ensuite être obtenus en enlevant la dépendance radiale de l'antenne avec l'équation (2.51) :

$$A_{mn}(\phi_{ml},a,\omega) = -iAk\left(h_m^{(2)}(kr_l)Y_{mn}(\theta_l,\phi_l) + R(\phi_{ml},\omega)h_m^{(2)}(kr_{l2})Y_{mn}(\theta_{l2},\phi_{l2})\right) \tag{4.15}$$

avec pour rappel :

$$R(\phi_{mj},\omega) = \frac{Z_s - \frac{\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{h_s}\frac{ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{1+ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}}{Z_s + \frac{\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{h_s}\frac{ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}{1+ik\sqrt{l_r^2+h_s^2}}}. \tag{4.16}$$

Les deux fonctions de coût associées aux équations (4.14) et (4.15) sont :

$$\begin{cases} \mathcal{J} & = \text{argmin}(\|\mathbf{H}_{\mathbf{P_{mn}}}(\mathbf{r}_l, Z_s, A) - \mathbf{P}_{\mathbf{mn}}^{\mathbf{meas}}\|_2^2) \\ \mathcal{J} & = \text{argmin}(\|\mathbf{H}_{\mathbf{A_{mn}}}(\mathbf{r}_l, Z_s, A) - \mathbf{A}_{\mathbf{mn}}^{\mathbf{meas}}\|_2^2) \end{cases} \tag{4.17}$$

avec $\mathbf{H}_{\mathbf{P_{mn}}} \in \mathbb{C}^{(M_{COSI}+1)^2 \text{x} 1}$ la matrice contenant les valeurs du modèle de l'équation (4.14), $(\mathbf{r}_l, Z_s, A)$ les paramètres d'optimisation de la fonction coût, $\mathbf{P}_{\mathbf{mn}}^{\mathbf{meas}} \in \mathbb{C}^{(M_{COSI}+1)^2 \text{x} 1}$ la matrice des pressions modales mesurées par l'antenne de microphone, $\mathbf{H}_{\mathbf{A_{mn}}} \in \mathbb{C}^{M_{COSI}+1)^2 \text{x} 1}$ la matrice contenant les valeurs du modèle de l'équation (4.15) et $\mathbf{A}_{\mathbf{mn}}^{\mathbf{meas}} \in \mathbb{C}^{(M_{COSI}+1)^2 \text{x} 1}$ la matrice des coefficients sphériques mesurées par l'antenne de microphone. Les autres paramètres présents dans les modèles comme la position de la source image sont déduits géométriquement de la position de la source $\mathbf{r}_l$.

Résultats sans bruit de mesure

La méthode COSI est appliquée à la configuration sphérique représentée en figure 4.35 avec les deux modèles donnés par l'équation (4.17). Seule la sphère est utilisée pour étudier le comportement de ces deux modèles du fait que ce soit la seule configuration qui permette d'obtenir les P_{mn} et A_{mn} de manière 'directe', par projection sur les harmoniques sphériques. Les coefficients A_{mn} d'observation sont obtenus en utilisant en régularisant par la méthode du Tikhonov fixe §3.1.1. Les ordres maximum $M_{COSI} = 1$ et $M_{COSI} = 5$ sont étudiés, correspondant aux ordres minimum et maximum de la zone de reconstruction spatiale pour l'antenne étudiée. Les résultats de α et Z_s sont montrés sur les figures 4.57 et 4.58. En moyennes et hautes fréquences, les deux approches permettent de retrouver les valeurs attendues avec précision, avec une coupure haute fréquence à 6000 Hz, la fréquence limite standard de repliement spatial pour ce type d'antenne. En dessous de 400 Hz, l'approche utilisant les coefficients sphériques A_{mn} et $M_{COSI} = 5$ donne des résultats erronés, tandis que les autres approches ont une petite disparité avec la valeur attendue. Cette petite erreur est attribuée au fait que l'approximation sphérique dans le domaine modal ne prend pas en compte la réaction localisée du matériau, mais seulement la valeur au centre $R(\phi_{ml}, \omega)$. Le fait qu'une erreur importante soit présente quand $M_{COSI} = 5$ pour le processus sur les A_{mn} mais pas pour les P_{mn} est assez curieux, puisqu'il s'agit pratiquement des mêmes valeurs à un coefficient $j_m(ka)$ dans les cas présentés. L'hypothèse envisagée est que le processus d'optimisation ne converge pas bien dans le cas des A_{mn}. Les valeurs des A_{mn} sont en effet toutes du même ordre de grandeur, lors du processus d'optimisation le même poids d'importance est donc donné à tous les coefficients alors qu'en réalité seuls les premiers sont nécessaires comme le montrent les résultats à $M_{COSI} = 1$. Les résul-

tats de l'approche P_{mn} semblent aller dans ce sens puisque les valeurs P_{mn} décroissent de manière importante quand l'ordre augmente, la convergence vers une bonne estimation s'effectue alors très bien pour l'ordre $M_{COSI} = 5$. Il apparaît dans les simulation que le cas $M_{COSI} = 5$ est plus robuste que le cas $M_{COSI} = 1$, ce dernier échouant à converger vers une solution de temps en temps (pour une même configuration). Cela est probablement dû au nombre plus important d'observations dans le cas $M_{COSI} = 5$.

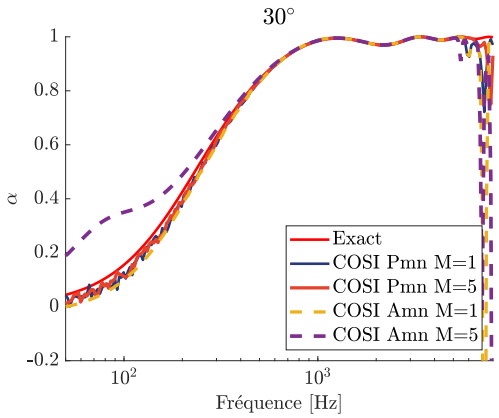


Figure 4.57 Comparaison des absorptions pour la configuration sphérique de la figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) avec COSI dans le domaine modal sphérique.

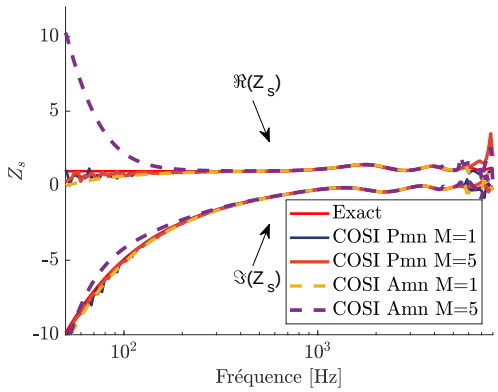


Figure 4.58 Comparaison pour la configuration sphérique de la figure 4.35 des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique.

Résultats avec bruit de mesure

La méthode COSI avec les modèles A_{mn} et P_{mn} est maintenant étudiée en ajoutant un bruit de SNR 48 dB sur les configurations sphériques pour les incidence 0°, 30° et 55° (figures 4.34, 4.35 et 4.36).

Les résultats pour α et Z_s en incidence normale sont présentés sur les figures 4.59 et 4.60. On observe que, malgré la présence de bruit de mesure, les valeurs sont bien estimées jusqu'à 80 Hz, excepté pour le modèle A_{mn} quand $M = 5$. Pour ce dernier, l'erreur est beaucoup plus marquée dans ce cas que sans bruit de mesure, les petite erreurs présentes dans les coefficients A_{mn} dégradant encore plus le processus d'optimisation.

Les résultats pour α et Z_s en incidence obliques de 30° et 55° sont présentés figures 4.61 à 4.64. Les mêmes résultats que pour l'incidence normale sont observées, plus le fait qu'une petite erreur d'estimation est présente en basses fréquences. L'erreur n'est cependant pas aussi grande que dans le modèle approché (voir au §4.2.2) quand l'incidence augmente. En comparant les deux modèles P_{mn} et A_{mn}, le premier apparaît moins sensible au bruit de mesure. Dans les deux cas l'ordre $M = 1$ est suffisant et robuste pour obtenir une estimation des valeurs de α et Z_s en basses et moyennes fréquences, à plus hautes

fréquences le champ acoustique n'est pas bien représenté par le peu de terme présent, l'optimisation de converge pas toujours ou est impacté par les singularités des fonctions de Bessel sphérique.

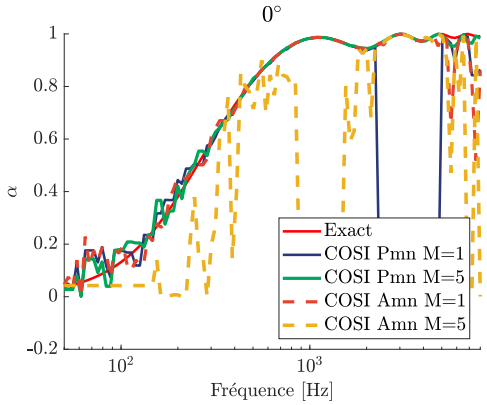


Figure 4.59 Comparaison des absorptions avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration sphérique de la figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB.

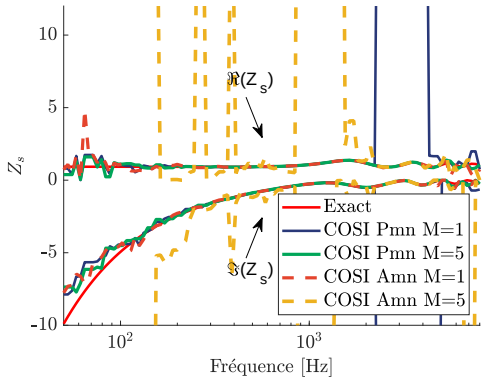


Figure 4.60 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration de la figure 4.34 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB.

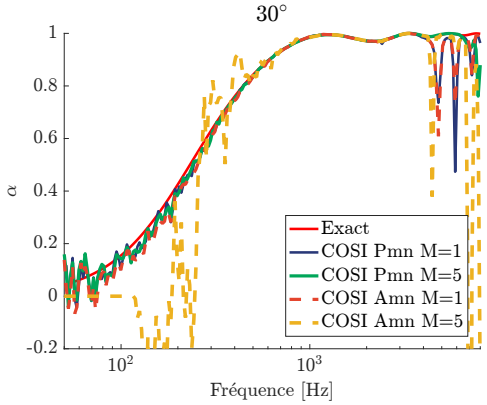


Figure 4.61 Comparaison des absorptions avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration sphérique de la figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB.

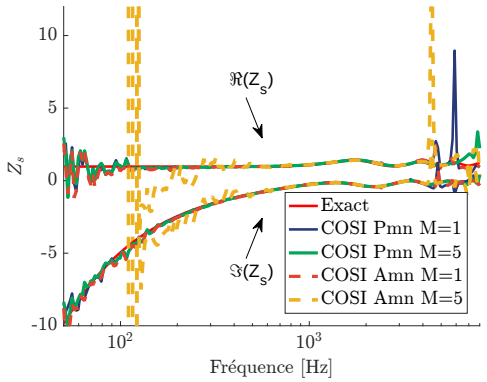


Figure 4.62 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration de la figure 4.35 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB.

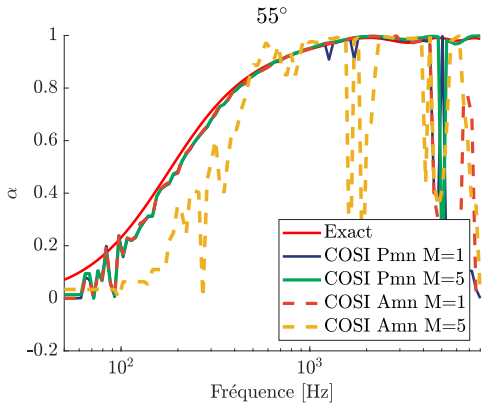


Figure 4.63 Comparaison des absorptions avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration sphérique de la figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm), pour un SNR de 48 dB.

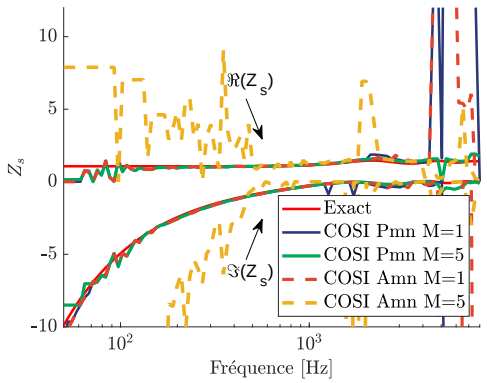


Figure 4.64 Comparaison des impédances de surfaces avec COSI dans le domaine modal sphérique pour la configuration de la figure 4.36 ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm) pour un SNR de 48 dB.

Synthèse COSI : modèles P_{mn} et A_{mn}

La méthode COSI utilisée avec les modèles P_{mn} et A_{mn} a été étudiée pour la configuration sphérique au travers de 3 angles d'incidences différents. Les résultats des simulations mettent en évidence le fait que le modèle A_{mn} est bien moins robuste que le modèle P_{mn}. De plus l'ordre $M = 1$ est suffisant pour estimer les valeurs α et Z_s, avec seulement 4 coefficients, il est donc possible de caractériser le matériau en basses et moyennes fréquences de manière robuste (avant le premier zéro de Bessel $ka = pi$). À plus hautes fréquences, les termes des ordre supérieurs sont nécéssaire pour optimiser de manière robuste. La coupure haute fréquence est située autour de 6000 Hz correspondant à la fréquence de repliement standard pour l'antenne sphérique utilisée. Le processus d'optimisation est robuste en basses fréquences bien qu'une petite erreur soit présente à mesure que l'angle d'incidence de la source augmente (excepté pour le cas A_{mn}, aux ordres supérieurs à $M = 1$). Cette erreur est expliquée par la non-prise en compte de la réaction localisée du matériau. On retrouve des valeurs exactes à 100 Hz pour l'antenne utilisée avec un bruit de 48 dB de SNR. La méthode COSI utilisée avec le modèle P_{mn} appairait comme une option intéressante et robuste à explorer.

Conclusion sur l'optimisation non-linéaire d'impédance de surface

Le processus d'optimisation non linéaire permettant d'estimer la caractéristique d'impédance de surface Z_s d'un matériau acoustique depuis des mesures réalisées par des antennes de microphones a été étudié dans cette partie. Deux familles de géométries ont été testées : cartésiennes ou sphériques. Le premier axe étudie un modèle à formulation complète de source ponctuelle au-dessus d'un matériau infini, coûteux en puissance de calcul, comparé à un modèle approché de source image. L'avantage de ces formulations est qu'elles sont utilisables pour toute géométrie d'antennes, la comparaison est donc effectuée entre une antenne sphérique hémisphérique et double plan. Il en ressort que le modèle approché n'est pas aussi bon que le modèle complet en basses fréquences quand l'angle d'incidence augmente. Ces méthodes se révèlent robustes au bruit de mesure par rapport aux méthodes précédentes (SHIR et HELS) puisque la gamme de fréquences où l'estimation est valide en présence d'un SNR de 48 dB est 100-6000 Hz pour les antennes proposées. Les performances des 3 géométries ne sont pas égales, mais reste cependant relativement similaires, les antennes sphériques et hémisphériques étant plus robuste au bruit de mesure que l'antenne double plan pour un même nombre de microphones et un encombrement

similaire.
Le second axe étudie la possibilité d'utiliser l'optimisation dans le domaine modal sphérique. Il n'existe pas encore de modèle à formulation sphérique pour le problème de point de source au-dessus d'un matériau infini, l'étude porte donc sur l'approximation source image au travers de deux formulations utilisant les coefficients P_{mn} et A_{mn}. Les résultats de simulations font ressortir le fait qu'utiliser les coefficients P_{mn} est plus robuste et que l'ordre $M = 1$ est suffisant pour estimer les valeurs α et Z_s. Une petite erreur d'estimation des valeurs en basses fréquences est présente pour les mêmes raisons que dans le premier axe puisqu'il s'agit du même modèle adapté à la formulation sphérique. Cette erreur est cependant moindre car un seul angle d'incidence est utilisé directement au centre de l'antenne pour le domaine modal alors qu'un angle est déterminé pour chaque microphone dans le domaine non modal.

4.3 Conclusion sur le chapitre optimisation

Ce chapitre sur l'optimisation non linéaire est divisé en deux parties, il présente tout d'abord l'étude de la méthode HELS pour plusieurs géométries d'antenne, ce processus est centré autour de la résolution du problème inverse de la solution de l'équation d'onde en coordonnées sphérique. Il s'agit d'une méthode holographique, très similaire à la méthode SHIR, dont les performances sont d'ailleurs très semblables, la différence étant que la méthode HELS est applicable à un plus large type d'antenne de microphones. Dans un second temps, une approche de régression non linéaire est étudiée au travers de quatre modèles. Les résultats montrent des performances très prometteuses en termes de robustesse au bruit de mesure en considérant un matériau infini. Ce chapitre conclut l'analyse de chaque méthode développée durant cette thèse afin de caractériser un matériau acoustique en utilisant une antenne de microphone. Une comparaison des différentes méthodes développées avec d'autres méthodes issues de la littérature scientifique suit dans le prochain chapitre.

CHAPITRE 5

Comparaison des approches en simulation

Les chapitres précédents ont montré les différentes approches développées au cours de la thèse, cependant celles-ci sont analysées de manière individuelle. Le chapitre propose d'étudier à nouveau une partie de ces méthodes en les confrontant les unes aux autres, mais aussi à quelques méthodes existantes, déjà présentées dans l'état de l'art §3.1. Ce chapitre est divisé en trois parties basées sur la géométrie des antennes : sphérique, hémisphérique et plan double. Deux types de méthodes sont choisie pour la comparaison, chacune représentant une approche du problème de caractérisation de matériau acoustique dans la thèse : l'approche holographique et l'approche de correspondance de modèle. Pour l'holographie, la méthode SHIR est mise de côté au profit de la méthode HELS qui est applicable à toutes les géométries, la méthode SHIR étant très similaire et donnant des résultats quasiment identiques à HELS dans le cas sphérique. La sélection de la zone de reconstruction est expliqué dans la section 3.1.

La méthode Slepian+QR dans le cas hémisphérique est également mise de côté en raison de ses faibles performances. La seconde méthode comparée utilisant la correspondance de modèle fait référence aux approches d'optimisations non linéaires développées dans §4.2, le modèle choisi pour la comparaison est le modèle "complet" avec matériau infini présenté 4.2.1. Comme auparavant, la simulation est effectuée avec une source ponctuelle en champ libre au-dessus d'un matériau acoustique infini. Les méthodes de comparaison issues de la littérature sont des approches holographiques, la méthode ESM présentée en §2.4.4 est appliquée à toutes les géométries. La figure 5.1 présente le synoptique du chapitre avec ses différents éléments.

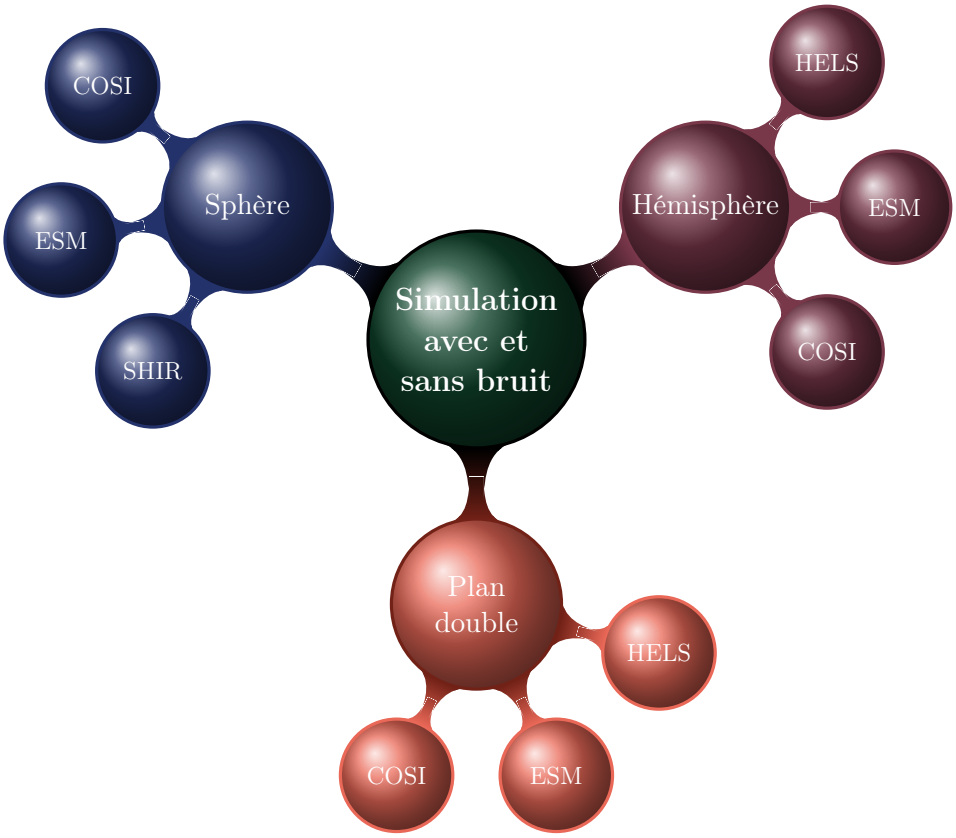
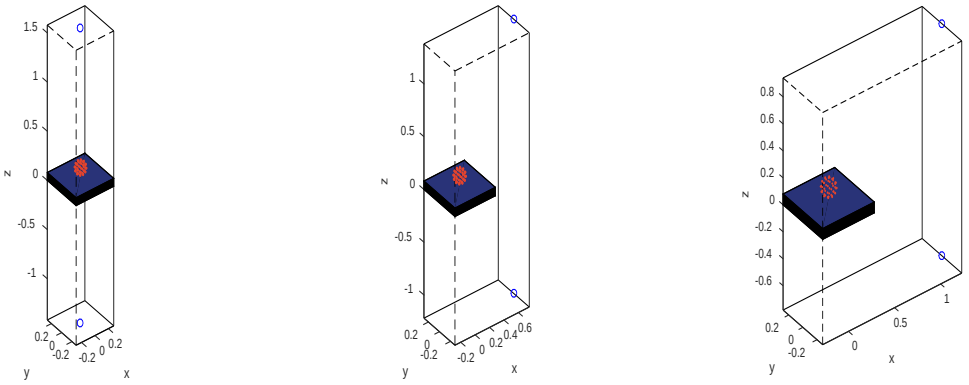


Figure 5.1 Synoptique des sections de la partie simulation

5.1 Comparaison par simulation pour la configuration sphérique de microphones

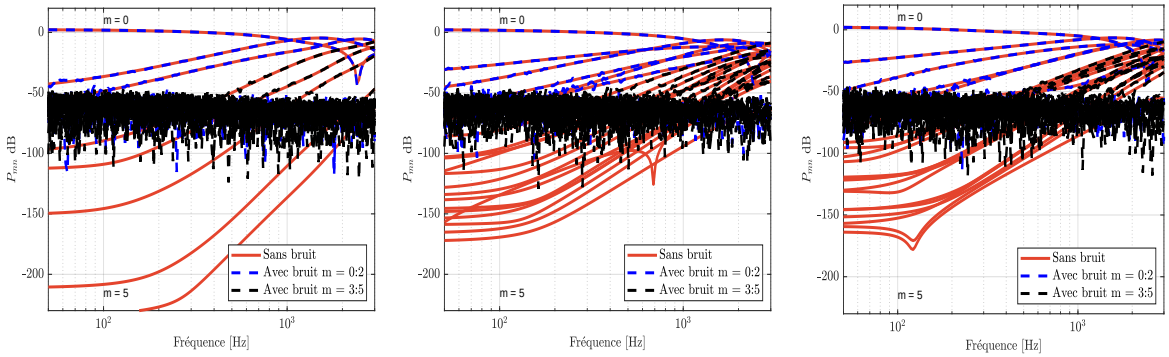
La figure 5.2 montre les trois configurations d'incidences étudiées sur un microphone sphérique de 50 nœuds. Les résultats des estimations d'absorption α et d'impédance de surface Z_s pour ces configurations sont présentées sur les figures 5.4-5.9 pour un SNR de 48 dB. La première constatation frappante est que les méthodes ESM et HELS (M=7) ont des résultats identiques en dehors des extrêmes basses et hautes fréquences, on retrouve les mêmes pics d'erreurs liés à une mauvaise estimation du paramètre de régularisation λ. Cet effet n'est pas complètement inattendu puisque les deux méthodes utilisent la même méthode de régression linéaire régularisée dont le paramètre λ est déterminé par GCV, la différence étant uniquement dans le modèle de représentation. Comme abordé dans le §4.1.1,pour la méthode HELS, réduire l'ordre M dans la matrice permet d'estimer de meilleures valeurs pour λ. La méthode COSI présente des performances supérieures aux deux autres méthodes étudiées, autant en basses fréquences qu'en hautes fréquences. La gamme de fréquences d'estimation précise pour les méthodes HELS et ESM se situe entre 150 Hz et 4000 Hz et entre 70 Hz et 6000 Hz pour la méthode COSI.

Les limites basses fréquences des méthodes HELS et ESM, peuvent être reliées aux pressions modales P_{mn} associées à chaque simulation et montrées sur la figure 5.3. Comme expliqué au §3.1 l'ordre minimum $M = 2$ est une condition nécessaire pour la méthode holographique SHIR et donc HELS, ce qui s'applique aussi à la méthode ESM au vu de la similitude des résultats. Le moment où les P_{mn} associés à l'ordre 2 atteignent le seuil de bruit (sur la figure 5.3), symbolisé par la ligne violette, correspond au moment où l'absorption décroche. Le cas $\phi_m = 55°$ semble ne pas respecter cette règle puisqu'il apparait robuste jusqu'à 90 Hz, bien en dessous de la fréquence où l'ordre $m = 2$ disparait dans le bruit. Ce résultat est également observé dans le §3.1, où l'on observe que l'ordre $m = 1$ est suffisant pour approcher la valeur attendue d'absorption avec une petite erreur non visible ici à cause du bruit (sur les figures 5.8 et 5.9), quand l'incidence est supérieure à $\phi_m = 50°$.



(a) (b) (c)

Figure 5.2 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$.



(a) (b) (c)

Figure 5.3 Pressions modales P_{mn}, (a), (b) et (c) associées aux configurations (a), (b) et (c) de la figure 5.2 et aux résultats des figures 5.4-5.9.

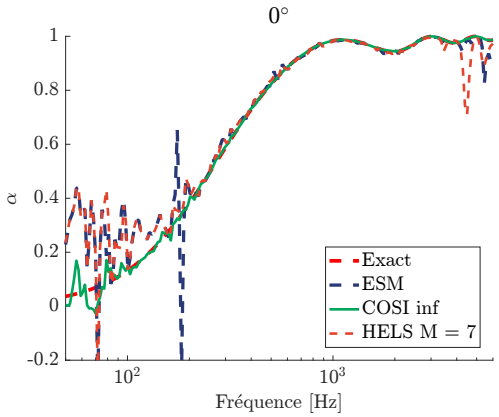


Figure 5.4 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.2a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

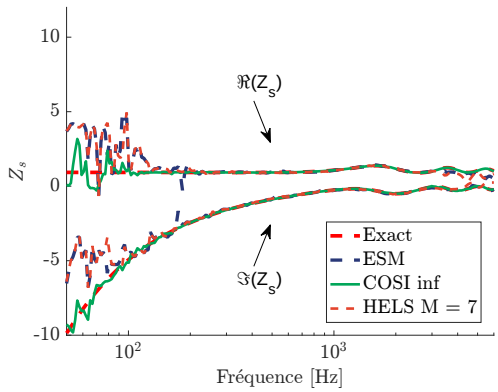


Figure 5.5 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.2a, ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

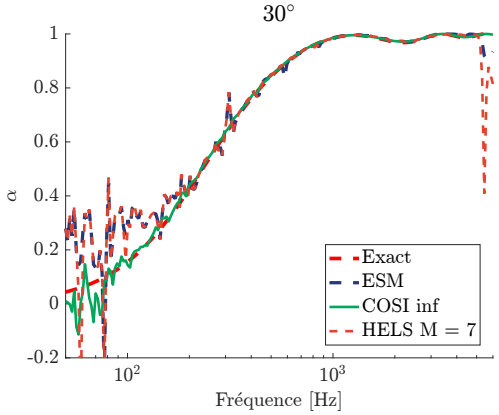


Figure 5.6 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.2b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

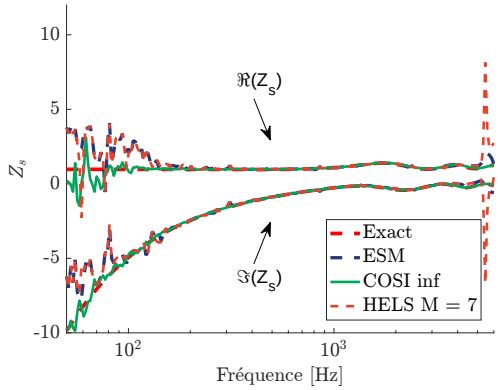


Figure 5.7 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.2b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

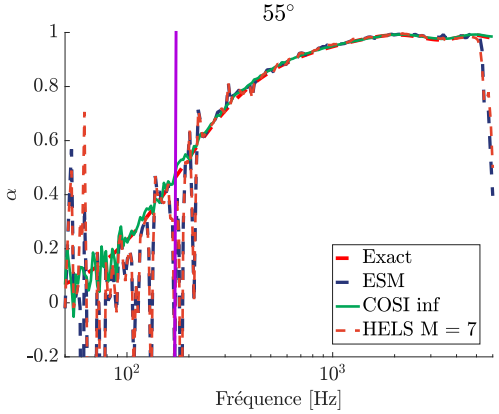


Figure 5.8 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.2c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

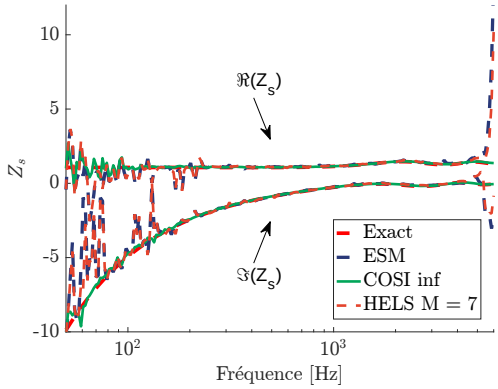
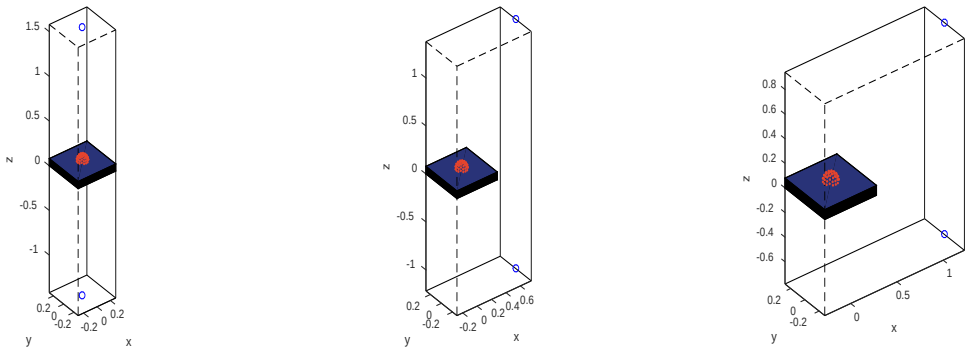


Figure 5.9 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.2c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

5.2 Comparaison par simulation pour la configuration hémisphérique simple de microphones

La figure 5.10 montre les trois incidences étudiées pour le microphone hémisphérique de 49 nœuds. L'antenne est centré sur le matériau avec un offset de 1 cm. Les résultats des estimations d'absorption α et d'impédance de surface Z_s pour ces configurations sont présentées sur les figures 5.11-5.16 pour un SNR de 48 dB. Les méthodes HELS et ESM donnent des résultats similaires à nouveau pour cette géométrie d'antenne. On observe que les méthodes holographiques sont moins robustes que dans le cas d'une sphère, avec la présence de nombreux pics et un décrochage en hautes fréquences autour de 2000 Hz (déjà étudiée au §4.1.2). La limite basse fréquence est de 200 Hz pour les incidences inférieures à $\phi_m = 50°$ et 100 Hz pour $\phi_m = 55°$. La méthode COSI (dénoté "COSI inf" pour le modèle de source ponctuelle au dessus d'un matériau infini) apparaît également moins robuste que dans le cas sphérique avec un décrochage en basses fréquences plus important vers 100 Hz pour toutes les incidences, mais reste performante sur le reste de la gamme de fréquences.



(a) (b) (c)

Figure 5.10 Antenne hémisphérique simple à 49 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm, (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$.

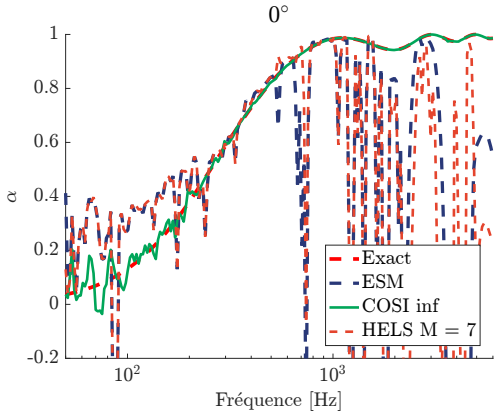


Figure 5.11 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.10a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

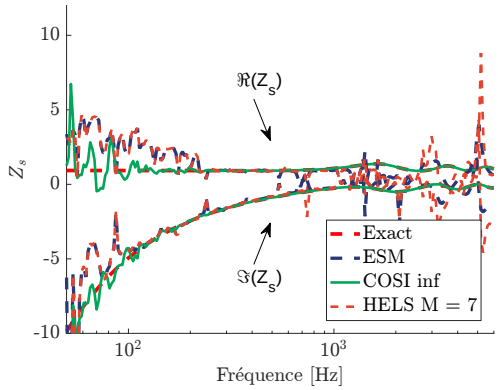


Figure 5.12 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.10a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

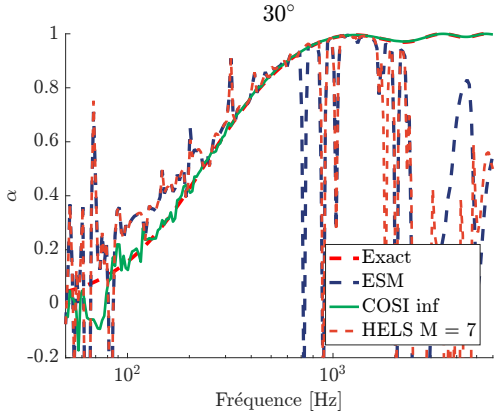


Figure 5.13 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.10b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

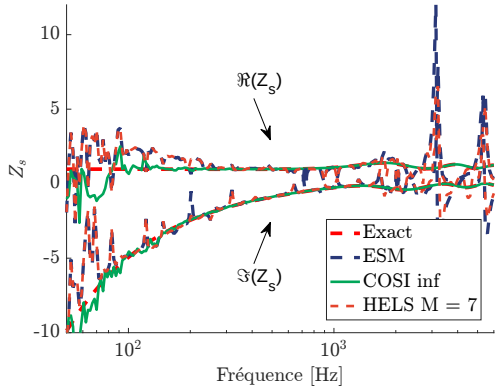


Figure 5.14 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.10b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

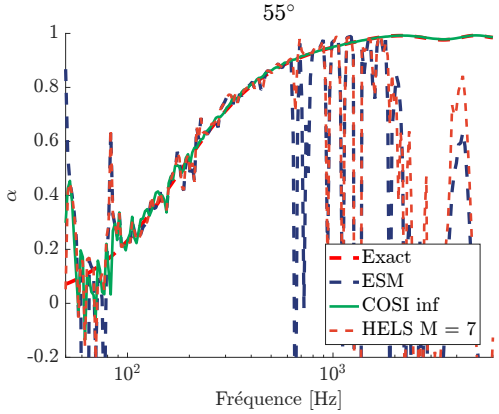


Figure 5.15 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.10c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

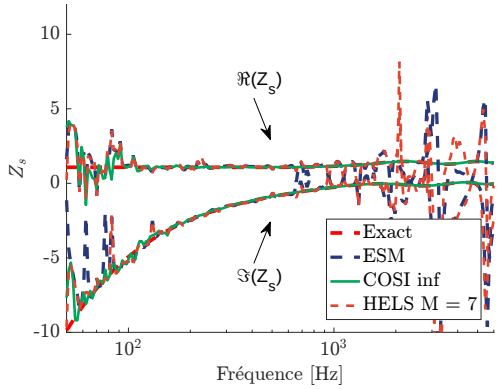
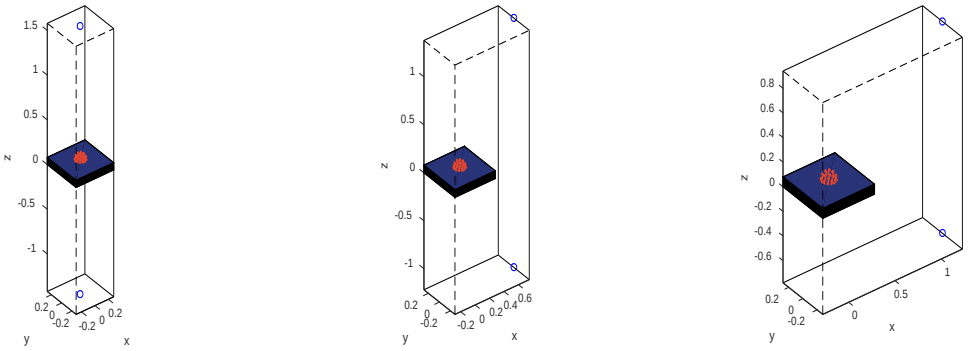


Figure 5.16 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.10c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

5.3 Comparaison par simulation pour la configuration hémisphérique fermée de microphones

La configuration hémisphérique simple présentée précédemment présente d'importantes limites autant en robustesse qu'en gamme de fréquences, afin de remédier à ce problème un hémisphère fermé (l'antenne est close, il y a des microphones sur tout le contour) est utilisée comme déjà présentée au §4.1.2.

La figure 5.17 montre les trois incidences étudiées pour un microphone hémisphérique fermé de 50 nœuds. Les résultats des estimations d'absorption α et d'impédance de surface pour ces configurations sont présentées sur les figures 5.18-5.23 pour un SNR de 48 dB. Les résultats des méthodes holographiques (HELS et ESM) sont meilleurs en hautes fréquences en comparaison de l'hémisphère simple, ce qui était attendu comme les résultats de l'hémisphère simple sont limités en hautes fréquence à $ka = \pi$. En basses et moyennes fréquences, le processus d'estimation du paramètre de pénalisation est plus robuste, beaucoup moins de pics d'erreurs apparaissent, sans toutefois de changement visible pour la limite basse fréquence. On observe pour les figures 5.22-5.23 qu'à nouveau la configuration d'incidence à 55° est plus robuste au bruit, l'estimation étant valide à plus basses fréquences. La méthode COSI semble ne pas subir de changements particuliers par rapport aux résultats obtenus pour l'hémisphère simple.



(a) (b) (c)

Figure 5.17 Configurations d'antenne hémisphérique de microphones fermée à 50 nœuds au dessus d'un matériau infini, pour $r_l = 1.5$ m, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm, (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$.

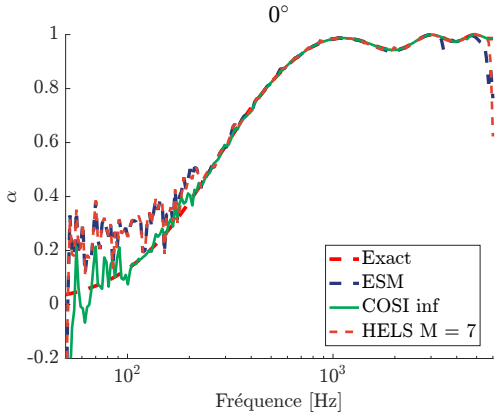


Figure 5.18 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.17a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

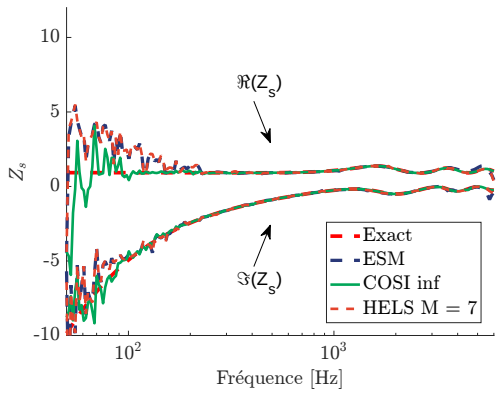


Figure 5.19 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.17a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

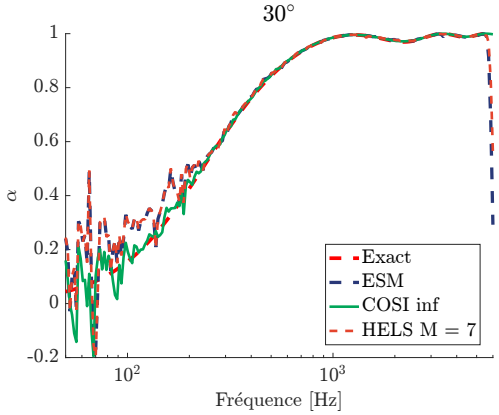


Figure 5.20 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.17b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

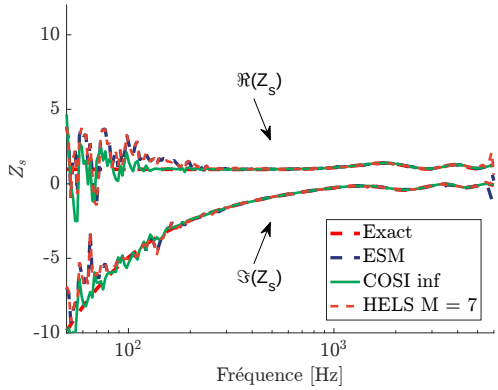


Figure 5.21 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.17b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

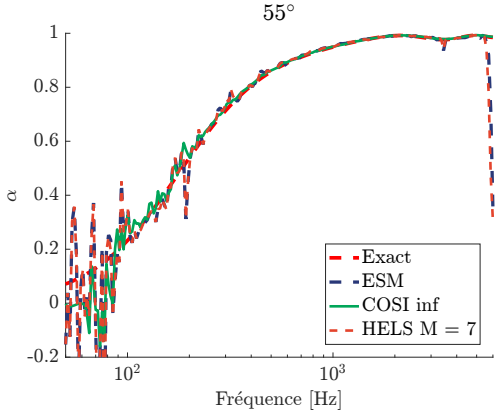


Figure 5.22 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.17c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

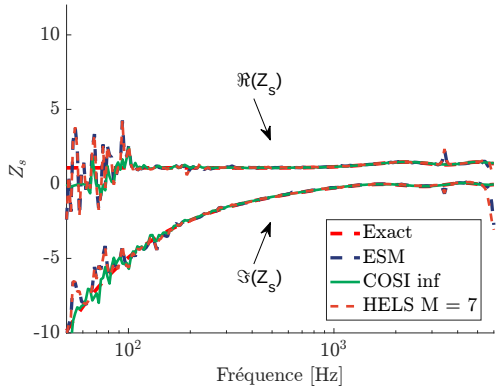
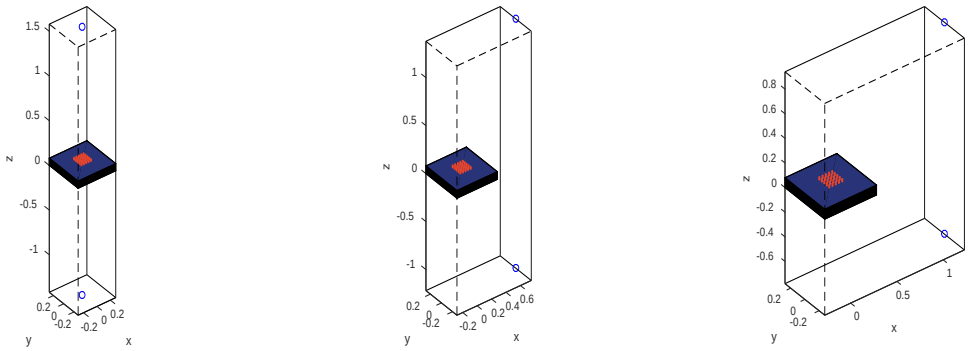


Figure 5.23 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.17c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

5.4 Comparaison par simulation pour la configuration double plan de microphones

La figure 5.24 montre les incidences étudiées sur une antenne double couche, carrée (arête b =14 cm) de 50 microphones, avec un offset de h = 1 cm. Les résultats d'estimations d'absorption α et d'impédance de surface pour ces configurations sont présentées sur les figures 5.25-5.30 pour un SNR de 48 dB. Les méthodes holographiques (HELS et ESM) se comportent dans cette géométrie d'antenne de manière aussi performante que la méthode par correspondance de modèle (COSI), contrairement aux géométries précédentes. Une possible explication de la faible performance de COSI dans cette géométrie est qu'il y a moins d'informations pour le processus d'optimisation. En effet, la formulation de la solution de l'équation (B.15) dont la solution est utilisée dans l'optimisation de l'équation.(B.16) repose sur r, la distance source microphone et z la hauteur du microphone. Dans le cas du double plan, on se retrouve avec seulement deux hauteurs différentes de microphones au-dessus du matériau. Le double plan reste néanmoins très efficace pour l'estimation des valeurs de Z_s et α en hautes fréquences, la gamme de fréquences pour les 3 méthodes est similaire : de 150 Hz à 6000 Hz. Les résultats sont plus précis en hautes fréquences qu'en basses fréquences, comme mentionné au §4.1.3, le double plan possède un échantillonnage spatial de l'antenne plus resserré que les autres géométries, favorisant le conditionnement de la mesure en hautes fréquences, ce qui augmente la fréquence limite de repliement, au détriment des basses fréquences qui nécessitent une large étendue spatiale pour être bien échantillonnées.



(a) (b) (c)

Figure 5.24 Configurations d'antennes planaires double couche au dessus d'un matériau infini, pour r_l = 1.5 m, b = 14 cm, (a) $\phi_m = 0°$, (b) $\phi_m = 30°$ et (c) $\phi_m = 55°$.

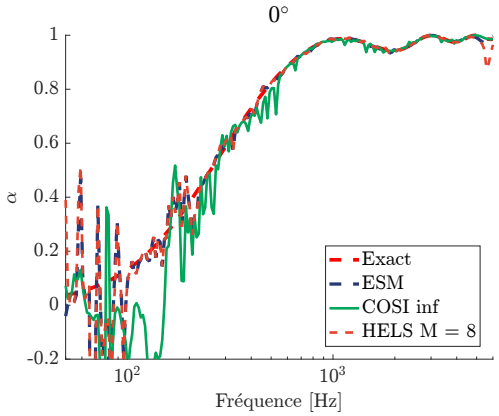


Figure 5.25 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.24a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $b = 14$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

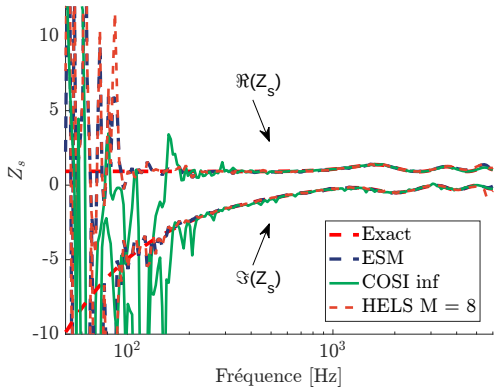


Figure 5.26 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.24a ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $b = 14$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

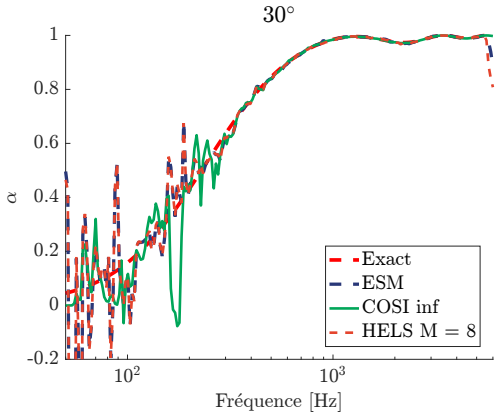


Figure 5.27 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.24b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

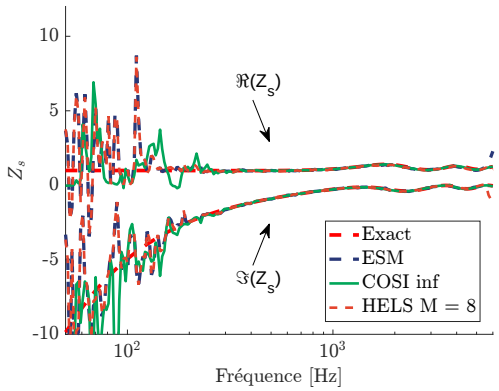


Figure 5.28 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.24b ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

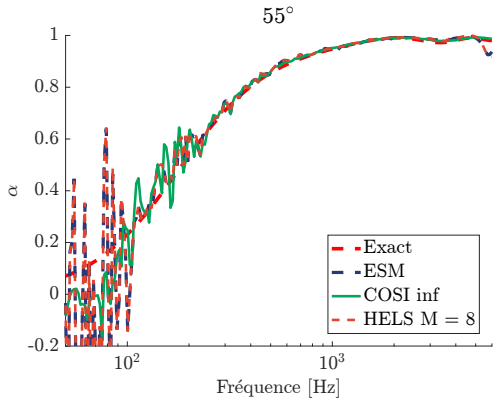


Figure 5.29 Comparaison des absorptions estimées pour la configuration sphérique de la figure 5.24c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

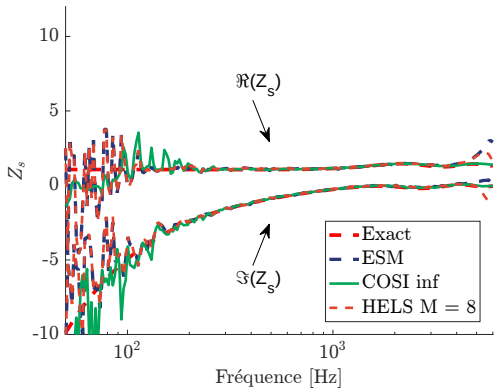


Figure 5.30 Comparaison des impédances de surfaces estimées pour la configuration de la figure 5.24c ($r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $b = 7$ cm, $c = 1.5$ cm, $h = 1$ cm) pour un SNR de 48 dB.

5.5 Synthèse de la comparaison des modèles

Deux stratégies de caractérisations de matériaux acoustiques (holographie et correspondance de modèle) sont comparées au travers de simulations d'une source ponctuelle audessus d'un matériau infini avec trois types de géométrie d'antenne pour différentes incidences. Il en ressort que la correspondance de modèle (COSI avec modèle exact) montre des performances bien supérieures aux méthodes holographiques, tant en termes de robustesse au bruit qu'en gamme de fréquences. Le chapitre suivant est consacré à l'évaluation expérimentale des méthodes de mesures proposées dans cette thèse.

CHAPITRE 6

Validations expérimentales et discussions

Ce chapitre présente les mesures réalisées afin de vérifier la validité les méthodes développées au cours de cette thèse pour caractériser un matériau acoustique. Le chapitre est divisé en trois parties présentées sur le schéma de la figure 6.1, la première concerne des essais avec des antennes sphérique et hémisphérique et montre les difficultés d'implémentation de telles installations. La seconde partie détaille, à partir des résultats de la première partie, différentes simulations d'erreurs de mesures réalisées et leurs influences sur les valeurs α estimées. Enfin, la dernière partie montre une nouvelle série de mesures sur différents matériaux, obtenue à partir d'un seul microphone et d'un robot de déplacement 3 axes.
Le chapitre se terminera avec une analyse des différentes méthodes développées en les comparant à celles existantes dans la littérature. Les enjeux actuels associés à ce type de mesure ainsi que les verrous scientifiques liés à l'évolution des méthodes de caractérisations présentées seront également abordés.

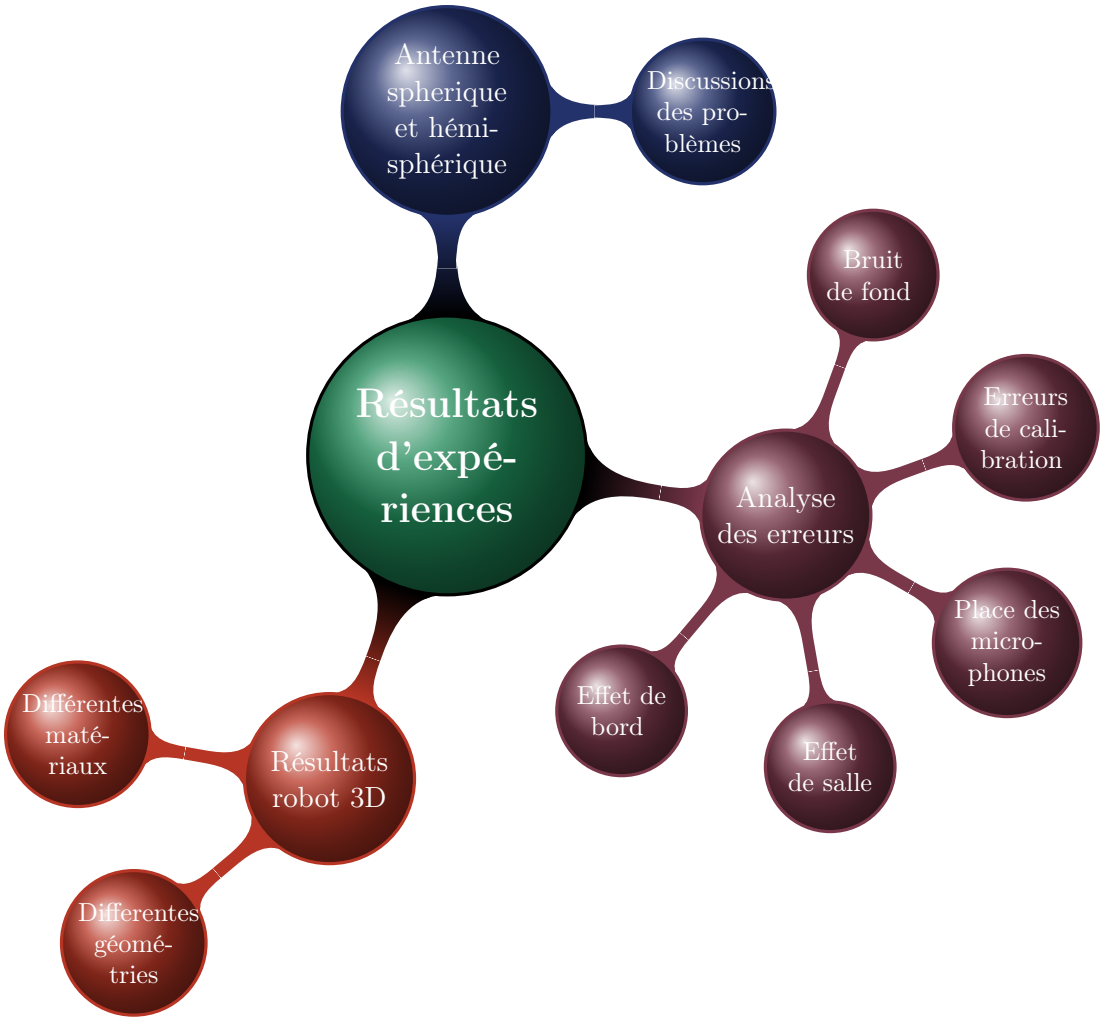


Figure 6.1 Synoptique des sections de la partie expérimentation

6.1 Mesures par antennes microphoniques

Dans cette première partie, une série de résultats de mesure est présentée avec tout d'abord une antenne sphérique puis une antenne hémisphérique. Ces premiers résultats ont permis de mettre en lumière différents types d'erreurs que l'on peut rencontrer lors de l'utilisation d'un grand nombre de microphones. La sélection de la zone de reconstruction pour les méthodes holographiques est expliqué dans la section 3.1.

6.1.1 Mesures avec une antenne sphérique

Configuration de mesure

Les figures 6.2 et 6.3 montrent les configurations de mesure utilisant une antenne de microphones sphérique double couche, 2 x 50 microphones MEMS SPH1642HT5H-1 avec un maillage de Lebedev [33]. Seule la couche de microphones sur la sphère rigide est utilisée pour calculer les résultats. La diffraction du support rigide est pris en compte grâce aux filtres d'encodages rigides, voir §2.4.2. La mesure est effectuée dans la salle semi-anéchoïque du GAUS, pour différentes incidences. Les 100 microphones de l'antenne sont connectés par liaisons coaxiales à quatre convertisseurs analogique/numérique RME-32 AD, chacun pouvant convertir 32 voies simultanément. En liant les convertisseurs deux à deux, deux connexions MADI permettent de transmettre les 100 signaux numérisés aux cartes d'acquisitions RME HDSPe MADI [RME, 2012] et donc, à l'ordinateur. Ces cartes permettent aussi de synchroniser les horloges de tous les équipements. La calibration est effectuée via un fichier contenant les FRF de chacun des microphones de l'antenne. Celui-ci est obtenu mesurant les FRF de chacun des microphones excités à un champ supposé diffus généré par un système WFS. La source est une enceinte omnidirectionnelle B&K "OmniSource Type 4295". Un sinus glissant fréquentiel de quelques secondes balayant les fréquences 50-8000Hz est utilisé. Pour le doublet microphonique, deux microphones Panasonic WM-61A sont utilisés et calibrés par permutation.

Résultats de mesure

Les résultats d'absorption et d'impédance de surface sont présentés sur les figures 6.4-6.7 et concernent une mousse de mélamine. Les méthodes comparées sont celles du chapitre précédent au §5.1 auxquelles s'ajoute la méthode du doublet microphonique (distance intermicrophonique 1.5 cm, $h = 1$ cm), le principe de la méthode a été présenté au §2.2.3. Les courbes théoriques du matériau correspondent à un modèle JCA dont les paramètres ont été partiellement mesurés par le Centre de Transfert de Technologie du Mans (CTTM).

Ils sont complétés par une optimisation entre le modèle JCA et une mesure au tube d'impédance. La méthode COSI présentée utilise un modèle approché sphérique (§4.2.4) avec une compensation qui remplace l'expression d'une source ponctuelle en champ libre par une source ponctuelle en présence d'une sphère rigide dans l'équation (2.61).

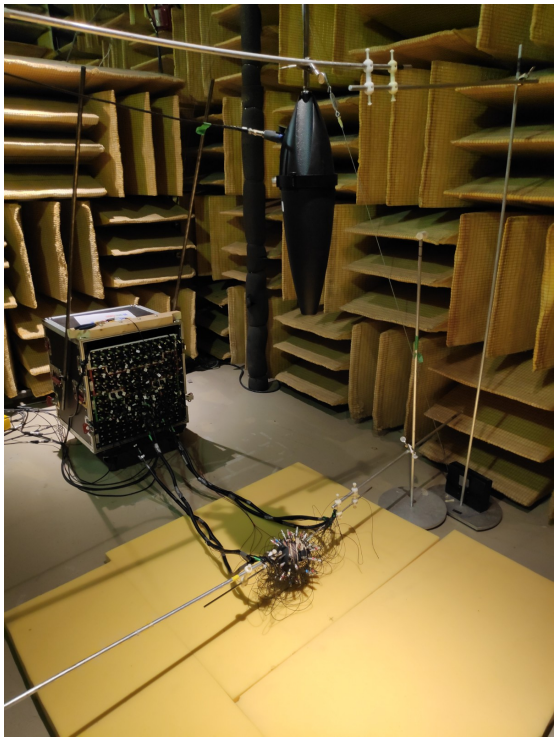


Figure 6.2 Configuration de mesure, sphère de microphones double couche de Lebedev, $a = 6.5$ cm, source monopolaire à $r_l = 1$ m, $\phi_m = 5°$, au dessus d'une mousse de mélamine d'épaisseur 2" et de surface d'environ 1.8 m×1.8 m.

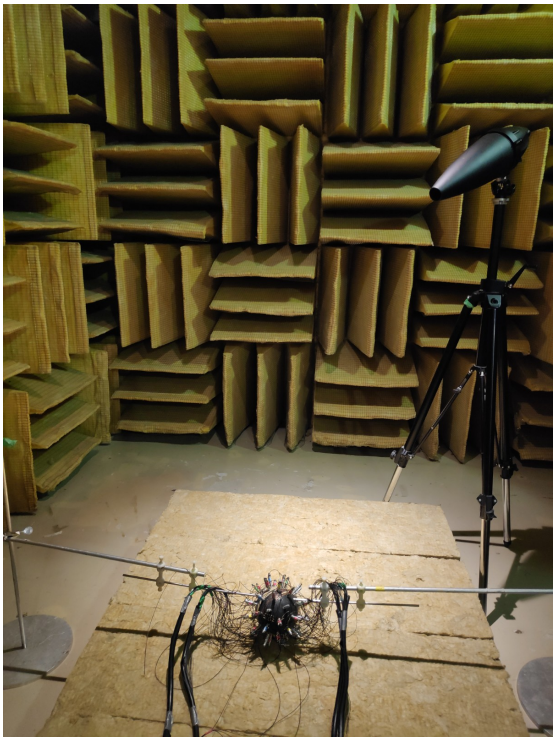


Figure 6.3 Configuration de mesure, sphère de microphones double couche de Lebedev, $a = 6.5$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 32°$, au dessus d'une laine de roche d'épaisseur 8" et de surface d'environ 1.5 m×1.2 m.

On peut observer sur les figures 6.4-6.7 que les résultats des quatre méthodes de mesure sont similaires sur la plage de fréquence 400-1000 Hz, mais présentent des différences importantes en basses et hautes fréquences. En effet, en hautes fréquences, d'importantes oscillations perturbent les courbes des méthodes holographiques, cela est particulièrement visible sur l'absorption. Celles-ci n'apparaissent pas du tout sur la méthode du doublet, et seulement en incidence oblique pour la méthode COSI. La présence de ces artefacts est probablement expliquée par la configuration de mesure, puisque l'antenne double couche possède de nombreuses tiges métalliques pour supporter les microphones de la couche extérieure. Ces réflexions ne sont pas présentes pour le doublet puisqu'il ne s'agit pas de la même installation. Pour la méthode COSI, une explication possible de la compensation

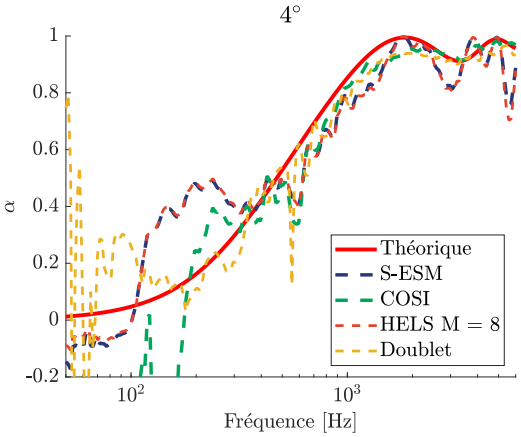


Figure 6.4 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration sphérique représentée sur la figure 6.2, $r_l = 1.02$ m, $\phi_m = 4°$, $a = 6.5$ cm .

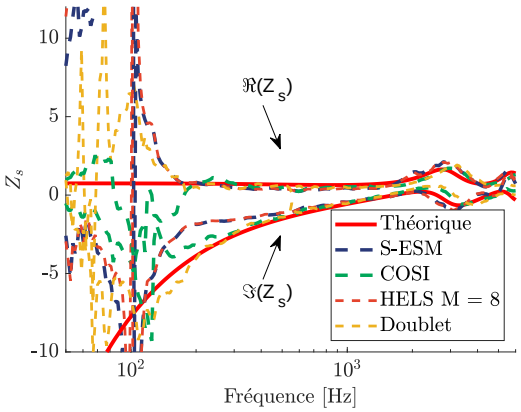


Figure 6.5 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration sphérique représentée sur la figure 6.2, $r_l = 1.02$ m, $\phi_m = 4°$, $a = 6.5$ cm .

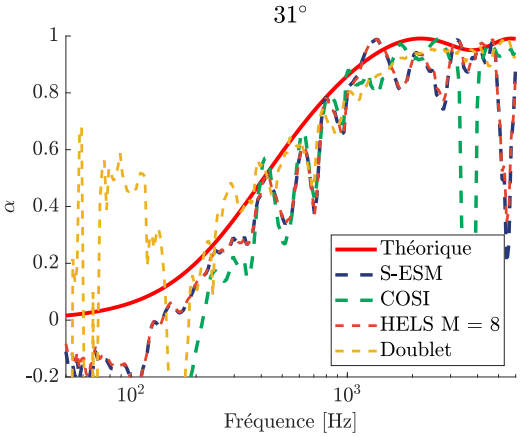


Figure 6.6 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration sphérique, $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 31°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 .

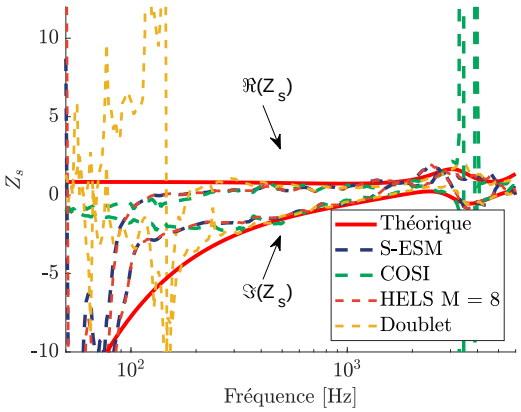


Figure 6.7 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 31°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 .

des oscillations est que le processus d'optimisation est suffisamment robuste en hautes fréquences et incidence faible pour assimiler les réflexions comme des erreurs par rapport au modèle. En moyennes fréquences, les résultats des différentes méthodes sont assez proches, les mêmes effets d'oscillations sont observés, laissant penser qu'il ne s'agit pas de l'influence de l'installation (côté microphone), mais plutôt d'effets de la salle ou de diffraction par les bords du matériau. Enfin, en basses fréquences les résultats sont tous mauvais en dessous de 350 Hz pour toutes les méthodes excepté le doublet qui semble être valide jusqu'à 200 Hz. En incidence rasante, le doublet microphonique présente de larges différences comparé aux autres méthodes, ce qui rejoint les simulations présentées au §2.2.3, où l'on observe une

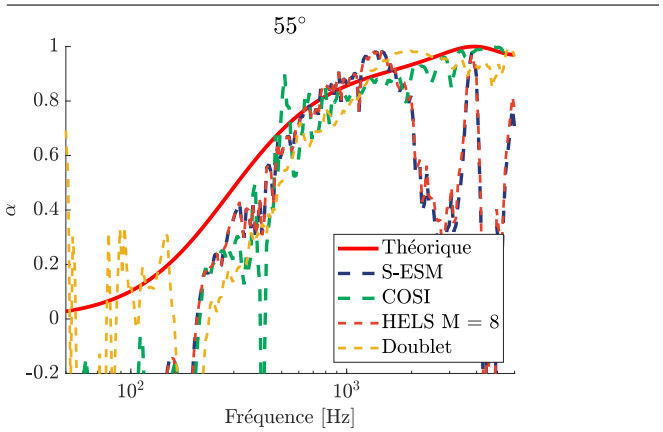


Figure 6.8 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.95$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 .

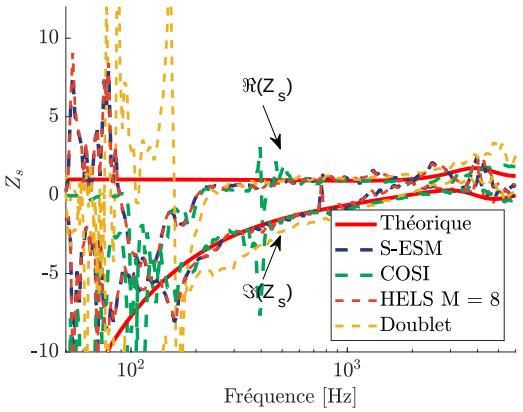
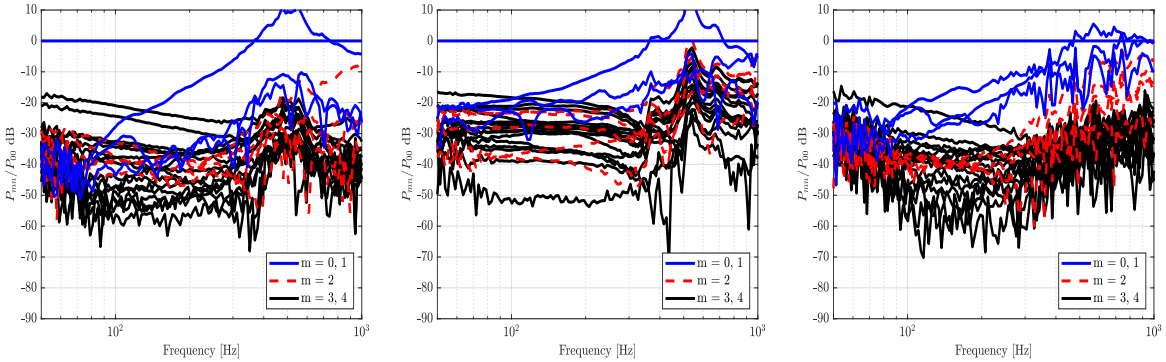


Figure 6.9 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.95$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 6.5$ cm de l'installation de la figure 6.2 .

mauvaise estimation aux fortes incidences pour le doublet. L'observation des pressions modales associées à la configuration sphérique de la figure 6.10, montre un comportement singulier en dessous de 300 Hz, par rapport aux précédentes simulations, puisque le plateau de seuil de bruit ne semble pas se former, ni la descente graduelle des valeurs des coefficients P_{mn} en fonction de l'ordre. Ces erreurs sont dues, comme il sera montré dans la suite, à un problème de calibration des microphones. La méthode du doublet affiche de meilleures performances dans ce cas puisque la calibration est faite par permutation de microphone, plus simple et plus efficace à effectuer que pour l'antenne de microphones.



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 32°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 6.10 Pressions modales P_{mn}, associées aux caractérisations de la mousse de mélamine des figures 6.4-6.9.

6.1.2 Mesures avec une antenne hémisphérique

La figure 6.11 décrit la configuration de mesure utilisant une antenne de microphones hémisphérique de 29 microphones (Panasonic WM-61A) arrangés suivant un maillage de Lebedev. Le rayon est de 26 cm, une taille relativement grande, originellement choisie pour mesurer plus facilement les basses fréquences. La mesure est réalisée dans les mêmes conditions que précédemment en salle semi-anéchoïque pour différentes incidences. La calibration, en gain et phase sur toute la bande de fréquence, des microphones de l'antenne et du doublet est réalisée préalablement en mesurant la réponse en fréquence de chacun des microphones à la même position comme montré sur la figure 6.12. Les résultats d'absorption et d'impédance de surface sont présentés sur les figures 6.13-6.16c. Les résultats des méthodes holographiques testées, des figures 6.13-6.14 sont séparés des autres et présentés pour la configuration d'incidence normale uniquement, afin d'améliorer la lisibilité. Comme on peut le constater, les performances des méthodes HELS et ESM sont mauvaises pour cette configuration. En hautes fréquences, ces résultats rejoignent ceux présentés en

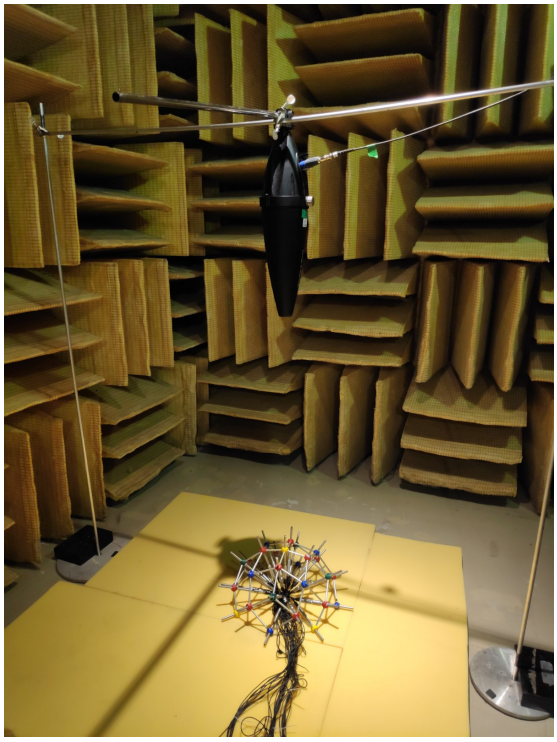


Figure 6.11 Configuration de mesure, avec un hémisphère de 29 microphones (arrangement de Lebedev), $a = 26$ cm, source monopolaire à $r_l = 1$ m, $\phi_m = 5°$, au dessus d'une mousse de mélamine d'épaisseur 2" et de surface d'environ 1.8 m×1.8 m.

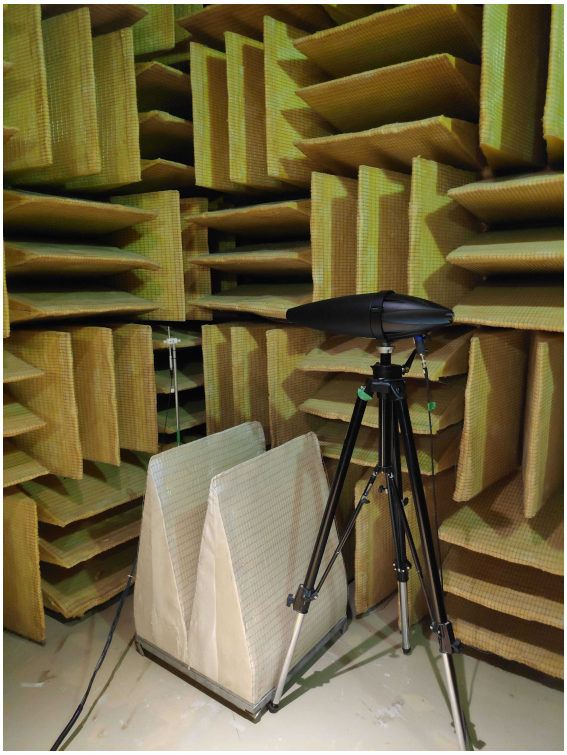


Figure 6.12 Configuration utilisée pour la calibration des microphones.

simulation §4.1.2, où les résultats divergent pour un hémisphère peu avant $ka = \pi$ (autour de 650 Hz ici). En dessous de 300 Hz, contrairement aux simulations, les résultats sont également mauvais. L'étude suivante portant sur les erreurs de mesure conforte l'hypothèse d'un problème de calibration.

Ensuite, les figures 6.15a-6.16c montrent les résultats pour les valeurs de α et Z_s pour le doublet et la méthode COSI (modèle approché sphérique). En hautes fréquences, le doublet possède de meilleures performances. La taille de l'antenne étant relativement grande, des erreurs au-delà de 3500 Hz dues au repliement spatial semblent normales. En moyennes fréquences, on observe des résultats pratiquement identiques pour ces deux méthodes, avec de petites oscillations (réflexions de salle ou effet de diffraction par les bords du matériau). En dessous de 300 Hz, la méthode COSI diverge à nouveau, cela est particulièrement visible sur les valeurs d'impédance de surface.

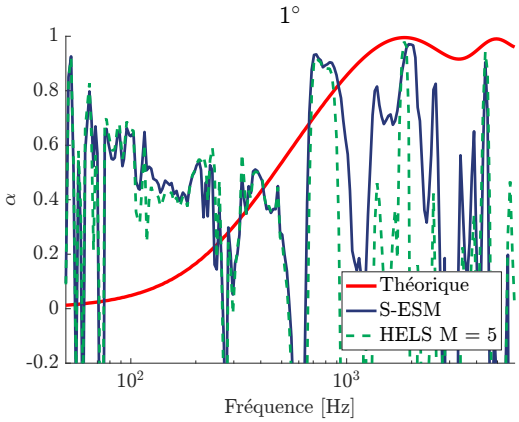


Figure 6.13 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m, $\phi_m = 1°$, $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 .

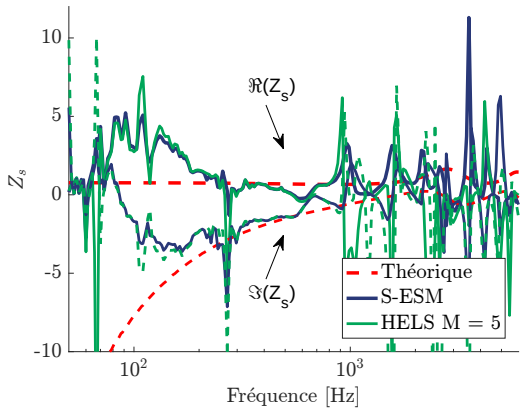
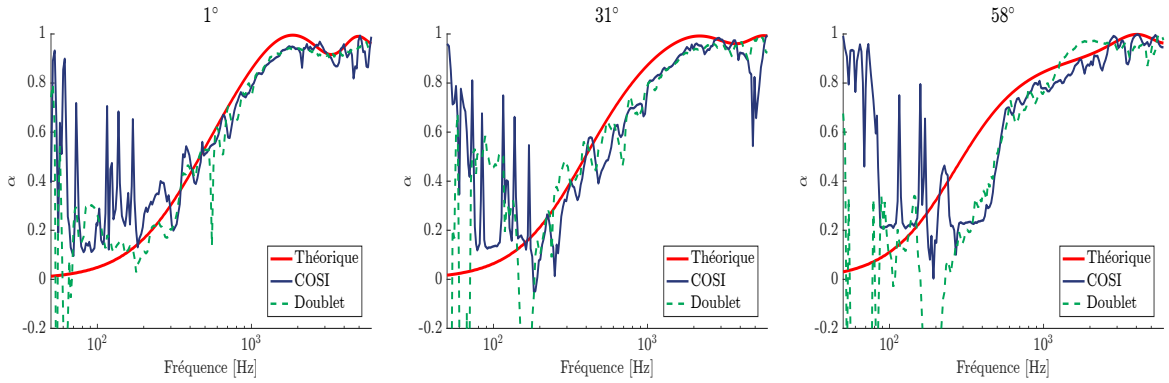
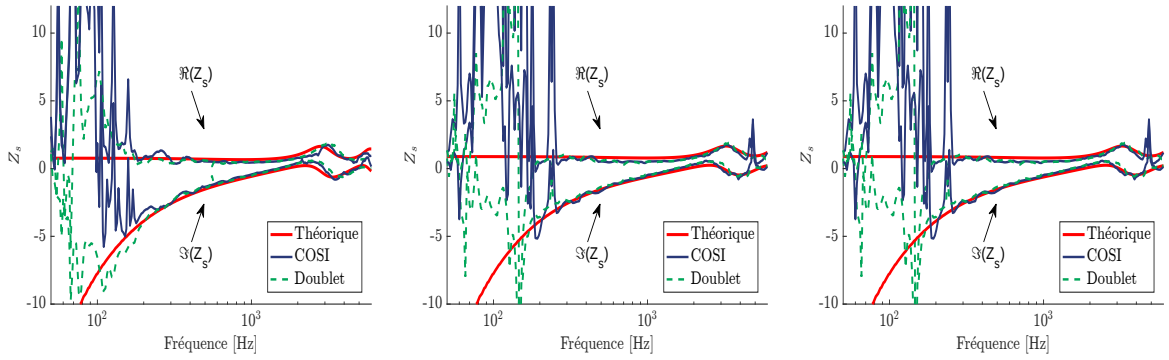


Figure 6.14 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m, $\phi_m = 1°$, $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 .



(a) $\phi_m = 1°$ (b) $\phi_m = 31°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 6.15 Comparaison des absorptions estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m , $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 .



(a) $\phi_m = 1°$ (b) $\phi_m = 31°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 6.16 Comparaison des impédances de surfaces estimées de la mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1$ m, $a = 26$ cm de l'installation de la figure 6.11 .

Synthèse sur la mise en évidence des problèmes de mesures

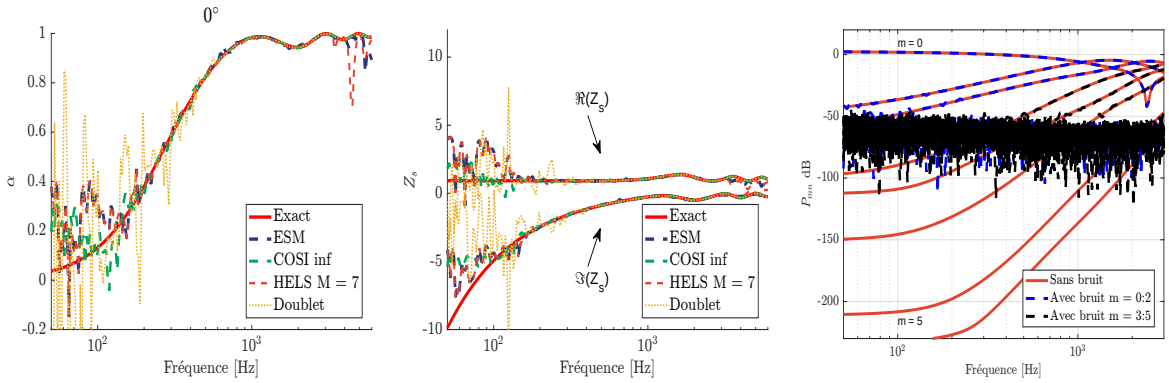
Cette première partie présente des résultats expérimentaux réalisés à partir d'antennes de microphones sphérique et hémisphérique en salle semi-anéchoïque. Les résultats obtenus en moyennes et hautes fréquences corroborent ceux obtenus en simulation. Cependant, la présence de réflexions, issues des effets de bords ou de réflexions de la salle, bruite grandement les valeurs obtenues pour toutes les méthodes. Les résultats en basses fréquences diffèrent significativement de ceux constatés en simulation. Parmi toutes les méthodes aucune n'a été capable de fournir un résultat cohérent en dessous de 200 Hz. Ces différences motivent la discussion de la partie suivante portant sur l'analyse de différents types d'erreurs de mesures.

6.2 Analyse des erreurs

Les résultats précédents amènent à reconsidérer les différentes sources d'erreurs de mesure pour en voir l'influence sur les méthodes étudiées. Précédemment, seule une erreur de bruit de fond de mesure était considérée. Dans un premier temps, un commentaire sur le bruit de fond est apporté, puis l'analyse de l'erreur de calibration est faite, suivie de celle des effets de bords du matériau et enfin de l'influence des erreurs de positions de microphones. La configuration sphérique à 50 microphones, est prise comme référence (l'influence du nombre de microphones à été étudiée §3.1.2) afin de facilement déterminer l'influence des différents bruits de mesure par rapport aux pressions modales P_{mn}.

6.2.1 Erreurs de bruit de fond

L'erreur de bruit de fond traduit le seuil de sensibilité au signal, elle est classiquement simulée par l'ajout d'un bruit blanc gaussien comme dans les simulations précédentes. Bien que déjà traité plusieurs fois dans les précédents chapitres, l'effet du bruit de fond va être rapidement résumé. Les figures 6.17a et 6.17b présentent les valeurs d'absorption et d'impédance de surface simulées pour un SNR de 48 dB. Cela affecte la mesure en commençant par les basses fréquences. Comme mentionné dans le §3.1.2, on peut lier ces résultats aux P_{mn}, présentés figure 6.17c. En effet, on observe sur les valeurs P_{mn} en présence de bruit de fond, qu'un seuil de bruit se forme à la valeur du SNR introduit en simulation. De plus, une mesure précise de l'ordre m=2 est nécessaire afin de caractériser un matériau acoustique avec un microphone sphérique pour les méthodes holographiques. En conséquence, on observe que les valeurs α et Z_s décrochent autour de 100 Hz quand l'ordre 2 disparaît dans le bruit.



(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.17 Observation de l'erreur de bruit de fond, simulations associées aux caractérisations d'une mousse mélamine la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, SNR de 48 dB.

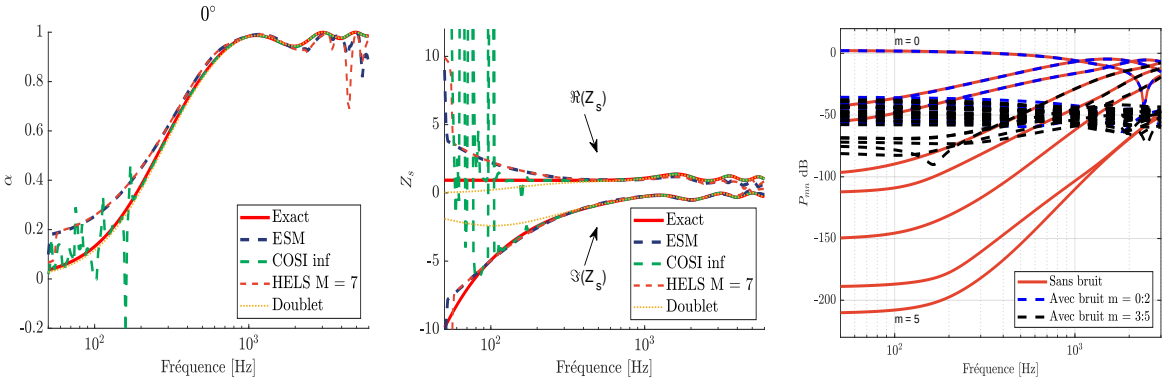
6.2.2 Erreurs de calibration

Les erreurs de calibration peuvent se séparer en deux contributions : celle en gain et celle en phase. Celles-ci sont provoquées par les différences de sensibilité entre les microphones, l'usure différente, ou encore par l'influence de la chaîne microphonique.

Erreur de gain sur les microphones

L'erreur de gain traduit une différence de l'amplitude de pression mesurée par rapport à la valeur vraie, sur les microphones d'une même série les variations sont en général inférieures à 1 dB. Dans les simulations, l'erreur de gain est réalisée par la multiplication des pressions par 1 plus un bruit gaussien aléatoire de moyenne nulle et d'écart-type 1 dB, identique à chaque fréquence. Les figures 6.18a et 6.18b présentent les valeurs d'absorption et d'impédance de surface simulées. On observe que l'erreur agit principalement aux basses fréquences, les méthodes holographiques HELS et S-ESM présentent une erreur plus importante que les méthodes par correspondance de modèle à partir de 230 Hz. Cela peut-être expliqué par l'observation des P_{mn} représentées sur la figure 6.18c, où l'on remarque que le signal associé à l'ordre $m = 2$ est noyé dans le bruit en dessous 230 Hz. La méthode COSI a permis d'obtenir une de bonne estimation en possédant de l'information sur l'ordre $m = 1$ (voir au §4.2.4), le décrochage apparaît en effet plus bas en fréquence. Le seuil de bruit associé à l'erreur de gain sur les figures 6.18a et 6.18b prend une forme différente du seuil associé au bruit blanc (figure 6.17c). Il se forme un plateau de valeur uniforme en fréquence, probablement due au fait que l'erreur ajoutée est constante avec la fréquence. Cette forme de plateau de bruit n'est pas sans rappeler celles observées dans les mesures de la figure 6.10. Le doublet montre un résultat plutôt curieux, puisque mal-

gré une bonne estimation de α, l'impédance de surface est complètement fausse, laissant penser que l'erreur de gain sur le doublet provoque une erreur de phase dans l'estimation de Z_s.



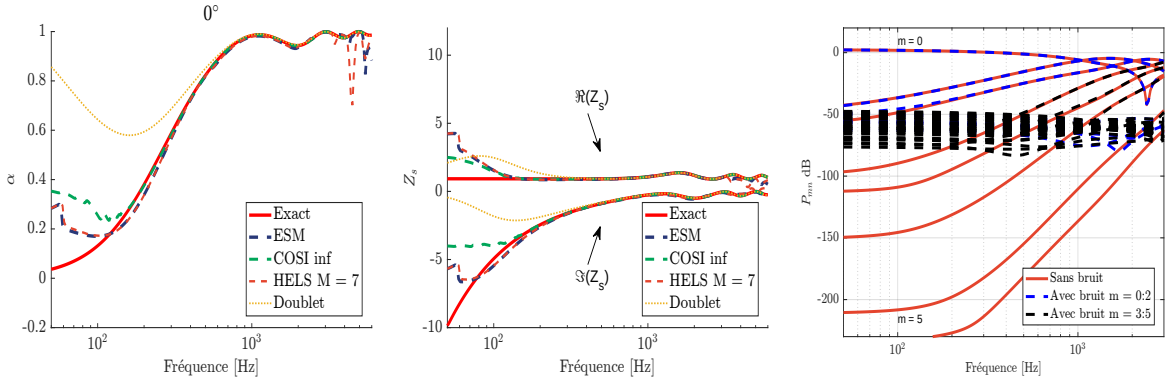
(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.18 Observation de l'erreur associée à la variation du gain entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de gain de 1 dB.

Erreur de phase sur les microphones

L'erreur de phase est moins simple à expliquer (du moins pour l'auteur), il ne s'agit pas dans ce cas d'un délai τ, puisqu'un délai constant en fréquence affecte d'abord les hautes fréquences (l'erreur de phase étant $\theta_\tau = 2\pi\tau f$). Les simulations sont réalisées avec une erreur aléatoire d'écart type 1° sur la phase de chacun des microphones et identique pour chaque fréquence (ce qui n'est probablement pas fidèle à la réalité). L'auteur admet cependant qu'il ne sait pas à quel point cette valeur peut être cohérente avec la dispersion rencontrée sur les microphones utilisés ici. L'article [43] présente des valeurs d'erreurs de l'ordre de 0.05° à 100 Hz et 1° à 5000 Hz pour un doublet microphonique appairé. Cependant les erreurs de phase sont probablement supérieures dans notre cas. Dans les antennes précédemment utilisées, les microphones MEMS et électrets ne sont pas aussi performants qu'un doublet appairé. Individuellement, les microphones utilisés dans cette thèse sont de moins bonne qualité. Les simulations des figures 6.19a-6.19c permettent cependant d'en observer les effets. Les mêmes commentaires et conclusions peuvent être tirés que pour l'erreur de gain, le comportement des différents résultats de mesure étant similaire, excepté pour la méthode du doublet. Celle-ci est affectée de manière importante dès 900 Hz. On peut conclure qu'à calibration égale les antennes de microphones sont moins sensibles à des erreurs de phase qu'un doublet. Cependant, la calibration d'un

doublet notamment par permutation ou déplacement d'un microphone s'avère beaucoup moins complexe.

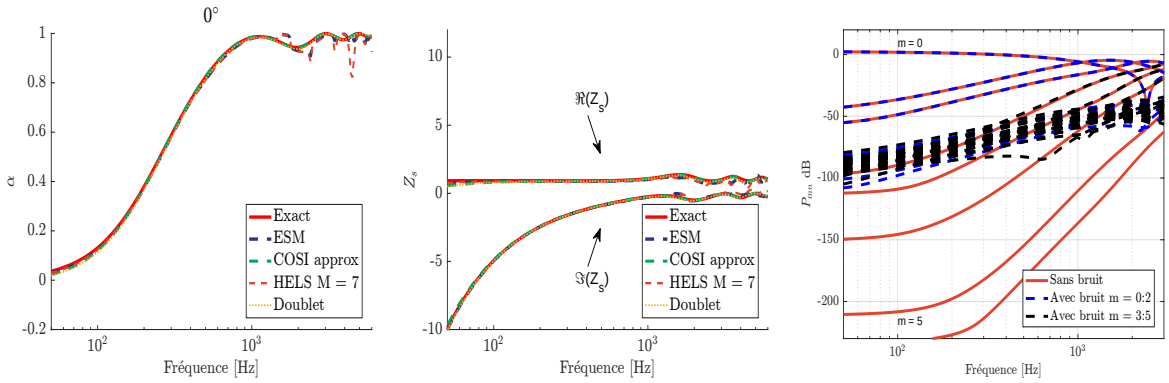


(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.19 Observation l'erreur associée à la variation de phase entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de phase de 1°.

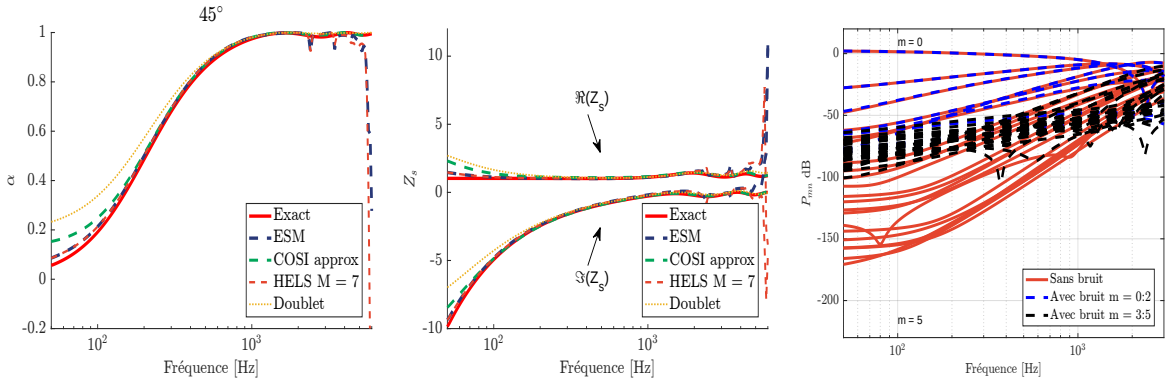
Erreur de position des microphones

L'erreur de position de microphones fait référence à un mauvais placement spatial des microphones sur le support d'antenne. Les résultats en incidence normale et oblique pour $\phi_m = 45°$ et une erreur de ± 2.5 mm (écart type gaussien dans les 3 axes) sont présentés sur les figures 6.20a-6.21c. En dessous de ± 2 mm, les résultats sont peu affectés pour l'antenne de rayon $a = 0.07$ m. L'observation des P_{mn} indique que l'erreur de position influe de manière plus importante en hautes fréquences qu'en basses fréquences. Cependant, l'erreur se traduit également plus fortement en incidence oblique sur les valeurs de Z_s et α en hautes fréquences. En basses fréquences, les P_{mn} de l'ordre $m = 2$ sont affectés provoquant une mauvaise estimation des valeurs de Z_s et α. L'erreur considérée est assez large comparée à l'erreur obtenue en pratique qui est estimée à ± 1 mm.



(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.20 Observation l'erreur associée à la variation aléatoire des positions entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de position de ± 2.5 mm.



(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.21 Observation l'erreur associée à la variation aléatoire des positions entre microphones, simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm, erreur de position de ± 2.5 mm.

6.2.3 Erreurs associées aux réflexions de salle

Les erreurs de réflexion abordées dans cette partie font seulement référence à la salle en elle même. Des mesures réalisées sur des tailles variables de matériaux (non montrées) laissent penser que la salle possède une influence relativement élevée indépendamment des effets de bords, même dans le cas d'une salle anéchoïque ou semi-anéchoïque (probablement due à la fréquence de coupure située autour de 150 Hz pour les salles utilisées dans cette thèse). Les simulations suivantes modélisent une version très simplifiée de salle anéchoïque. La salle est constituée de parois infinies qui sont modélisées par des sources images du premier ordre uniquement. On suppose que les réflexions d'ordres supérieurs sont suffisamment

atténuées et n'ont pas besoin d'être modélisées. Les murs et le plafond sont recouverts de laine de roche de 1 m d'épaisseur (modèle JCA, paramètres donnés dans le tableau B.4). Une mousse de mélamine recouvre le sol rigide (cf. figure 6.22). Les différents murs n'interagissent pas ensemble, les simulations étant réalisées indépendamment puis ajoutées les unes autres. Cette simulation est donc loin d'être physique, mais l'intention est d'abord de montrer qu'il peut y avoir une influence des réflexions.

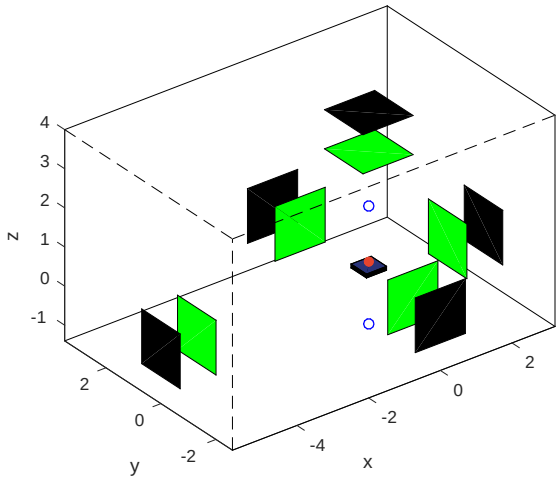
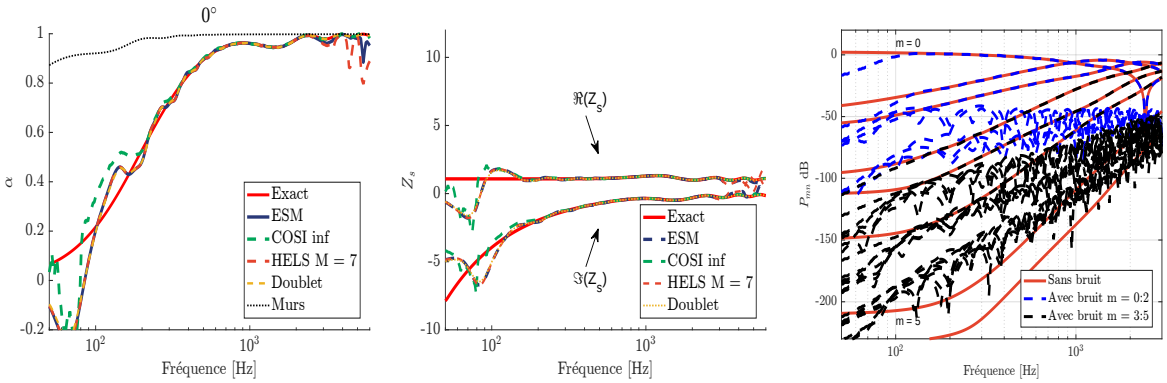


Figure 6.22 Microphone sphérique 50 nœuds au dessus d'un matériau infini de mélamine, pour $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm. Les murs infinis sont situées en x=3.2 et x = -5.8, y=-2.6 et y = 3.5, z=4 et sont symbolisés par un carré noir, le carré vert symbolise la position de la surface infinie de laine de roche.

Les figures 6.23a et 6.23b présentent les valeurs d'absorption et d'impédance de surface simulées de la mousse de mélamine pour une incidence normale. Les réflexions liées à la salle influent uniquement sur les basses fréquences, les valeurs estimées par les méthodes holographiques (ESM et SHIR) et la méthode du doublet se retrouvent biaisées par les réflexions parasites. En moyennes et hautes fréquences, les valeurs calculées de α et Z_s sont correctement estimées, elles correspondent à l'impédance de surface Z_s du champ complet et non plus du seulement au matériau que l'on veut caractériser. Pour la méthode COSI en basses fréquences, le modèle ne correspondant plus à la réalité des observations, celui-ci échoue à converger vers une solution. Les figures 6.24a et 6.24b correspondent à une incidence de 55°, les commentaires précédents restent valables, cependant l'influence des réflexions est encore plus notable : les oscillations sont de plus forte amplitude. On peut interpréter ces oscillations comme le résultat d'interférences entre le champ créé par la réflexion sur le mur et le champ au-dessus du matériau. La méthode COSI en souffre donc plus particulièrement puisque le modèle utilisé s'éloigne encore plus des observations. Il est intéressant de noter que l'absorption des murs est relativement constante en fréquence

et de valeur élevée (0.92, en trait noir), tout particulièrement en incidence oblique où l'absorption du mur est plus forte en basses fréquences, il peut donc apparaître contre intuitif que les réflexions impactent plus les basses fréquences que les hautes. Cependant, l'absorption du matériau à mesurer diminue en basses fréquences. La valeur de vélocité particulaire u_z devient alors très faible, à cela s'ajoute le fait que l'on réalise une projection sur la normale au matériau en incidence oblique, le champ de vitesse étant propagé dans le sens de la source et non dans la direction de la normale du matériau. La quantité u_z sur la surface du matériau à caractériser devient donc très sensible aux perturbations environnantes.

Enfin, les figures 6.23c et 6.24c montrent les valeurs de P_{mn} correspondant aux deux configurations précédentes. Le bruit issu des réflexions ne forme pas un seuil comme il a été observé sur les autres erreurs, du fait qu'il s'agit d'un bruit respectant l'équation d'onde (il est crée par d'autres sources). On observe également qu'il n'impacte que très faiblement les premiers ordres en hautes fréquences, ce qui explique pourquoi on arrive à retrouver une bonne estimation en champ proche.

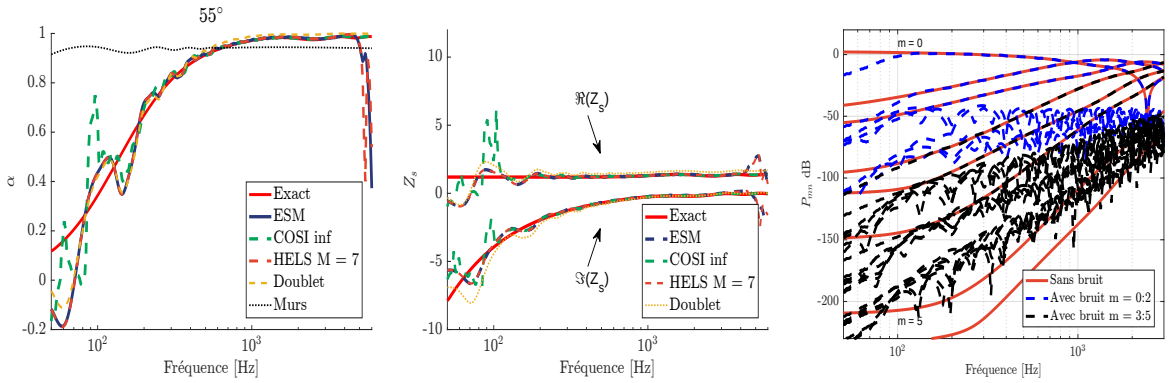


(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.23 Observation des erreurs associées aux réflexions d'une salle (figure 6.22), simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm, erreur de phase de 1°.

Synthèse sur les effets de salle

Les différentes simulations ont montré que les réflexions secondaires issues de murs couverts par un matériau absorbant ont un effet important sur la mesure de l'absorption en basses fréquences. Cet effet est accentué quand l'incidence correspond à un angle rasant. La méthode COSI est peu robuste à ce genre d'évènements, le modèle sélectionné n'intégrant pas de réflexions secondaires. La simplification du modèle peut être discutable, on peut prédire qu'une modélisation fidèle à la réalité (prise en compte de la finitude des



(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.24 Observation des erreurs associées aux réflexions d'une salle (figure 6.22), simulations de la caractérisation d'une mousse mélamine pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm, erreur de phase de 1°.

dimensions, effets de bord, etc.) rajouterait des réflexions et créerait un champ acoustique plus diffus. Un cas plus réel serait donc plus défavorable.

6.2.4 Erreurs issues des effets de bords du matériau

Plusieurs publications se penchent sur l'influence des effets de bords sur la mesure de matériaux absorbants [40, 13, 75]. En conséquence, une étude de l'influence des effets de bords a été réalisée sous le logiciel d'éléments finis COMSOL. Trois variables sont considérées, l'arête W de l'échantillon carré, l'arête W_r du baffle rigide carré et l'épaisseur h de l'échantillon. Les variables sont représentées sur le schéma de la figure 6.25, correspondant à la modélisation de COMSOL. Le modèle JCA (tableau B.1) est utilisé pour le matériau symbolisé en bleu. La pression est simulée sur un microphone sphérique de rayon $a = 7$ cm et possédant 50 capsules disposées suivant un maillage de Lebedev. L'antenne de microphones est placée au dessus du centre de l'échantillon. Une condition de Sommerfeld est appliquée sur les contours du volume à l'exception du sol qui est modélisé par une condition de Neumann. Les résultats présentés montrent la reconstruction de l'absorption au point central de la surface de l'échantillon, les impédances de surfaces sont disponibles dans l'annexe J. Toutes les absorptions sont calculées par la méthode SHIR.

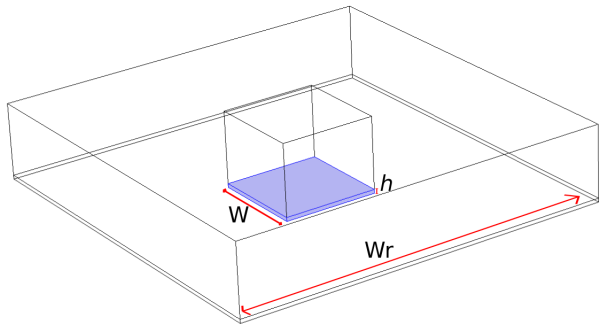


Figure 6.25 Configuration COMSOL.

Effet de la taille de l'échantillon

La figure 6.26 montre l'absorption obtenue en faisant varier l'arête W en incidence normale, la figure 6.27 présente la même configuration, mais avec un cadre rigide (sans épaisseur) sur le bord de l'échantillon (ajout d'une condition rigide sur les parois entourant le matériau). Les résultats sont comparés au modèle théorique de JCA d'une mousse de mélamine sur fond rigide avec les paramètres donnés au tableau B.1. Quand le matériau est de faible taille et avec le cadre rigide, on remarque une augmentation globale de l'absorption comparé au cas sans cadre, possiblement due à la présence de réflexions induites par le cadre rigide. Quand le matériau est grand, aucune différence n'est observée entre la présence ou non de

cadre rigide. Quand le matériau devient plus petit (W<40 cm), l'absorption présente des oscillations et sa valeur diminue. En très basses fréquences, pour l'échantillon le plus petit, une augmentation de l'absorption est observée par rapport aux échantillons plus grands. Ceci est dû au fait que le sol rigide présente une contribution beaucoup plus importante que l'échantillon sur le champ de pression. Cette valeur mesurée se rapproche d'une absorption que l'on mesurerait sans le matériau en calculant Z_s à 8 cm (l'épaisseur de h) au-dessus du fond rigide (elle est due aux interférences entre les ondes aller et retour). Dans le cas W<20 cm, le cadre rigide affecte notablement l'absorption. Celui-ci est spatialement proche des points de mesures, ajouté au fait que l'échantillon apporte une contribution faible au champ acoustique. Les figures 6.28 et 6.29 montrent les mêmes configurations

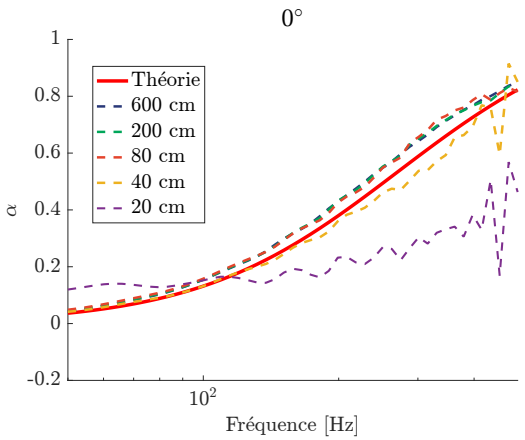


Figure 6.26 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm, pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

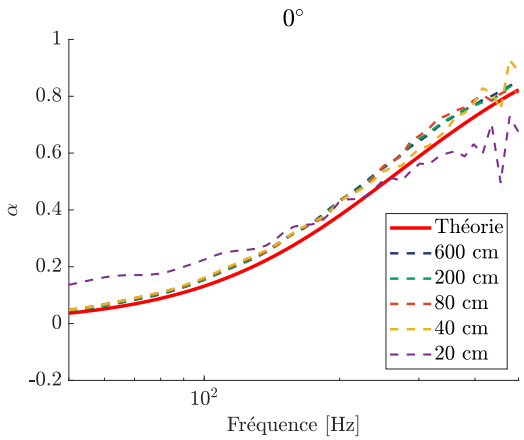


Figure 6.27 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm monté dans un cadre rigide, pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

avec un angle d'incidence oblique à 45°. Il n'est pas observé de différences notables pour les interprétations.

Effet de la taille du baffle rigide

La figure 6.30 montre l'absorption obtenue en faisant varier la taille Wr du baffle rigide en incidence oblique à 45°, la figure 6.31 présente la même configuration, mais avec un cadre rigide sur le bord de l'échantillon. Il n'y a que peu de différences avec le modèle théorique, avec pour exception du baffle de 400 cm qui présente des oscillations importantes à partir de 200 Hz.

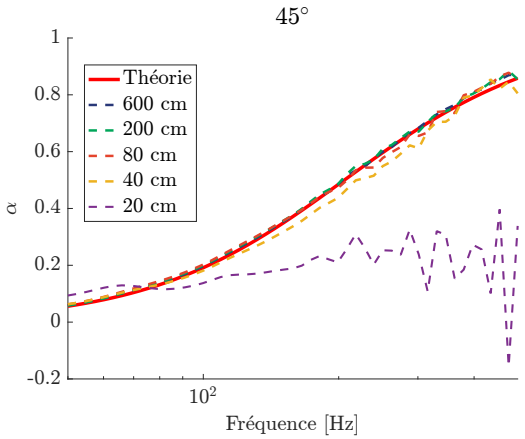


Figure 6.28 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm , pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

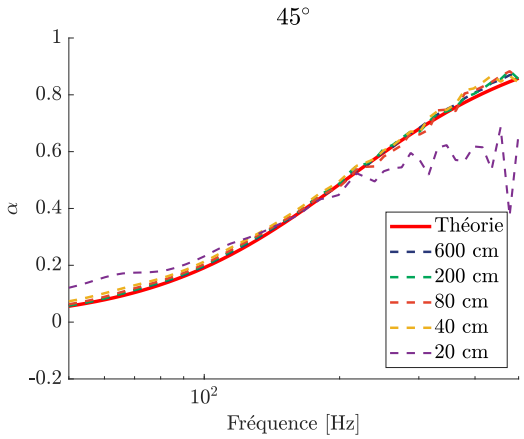


Figure 6.29 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm monté dans un cadre rigide, pour différentes valeurs de W et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

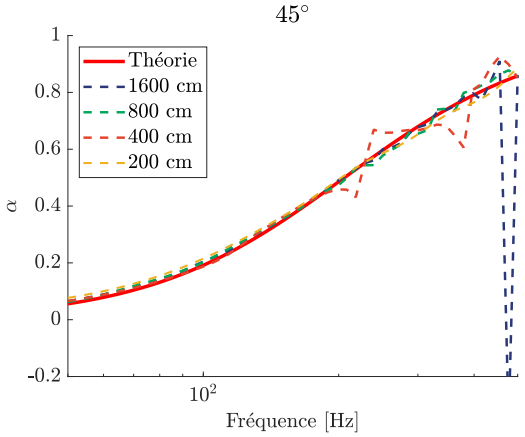


Figure 6.30 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm, pour différents W_r et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

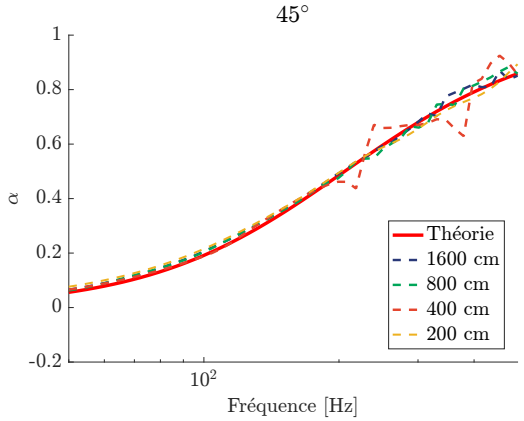


Figure 6.31 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm monté dans un cadre rigide, pour différents W_r et pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

Effet de l'épaisseur de l'échantillon

La figure 6.32 montre l'absorption obtenue en faisant varier l'épaisseur h du matériau en incidence oblique à 45°, la figure 6.33 présente la même configuration, mais avec un cadre rigide sur le bord de l'échantillon. Il n'y a que peu de différences avec le modèle théorique, on constate néanmoins quelques oscillations au dessus de 250 Hz, elles s'amenuisent quand le matériau absorbe beaucoup et quand il n'absorbe pas. Dans le premier cas, les réflexions affectant u_z sont probablement négligeables devant la quantité de u_z du champ réfléchi. Dans le cas où il n'y a pas d'absorption, la taille du matériau est faible, on observe tout

simplement moins de réflexions des bords. D'autres simulations montrent que l'effet est beaucoup moins important quand l'angle de la source se rapproche de l'incidence normale.

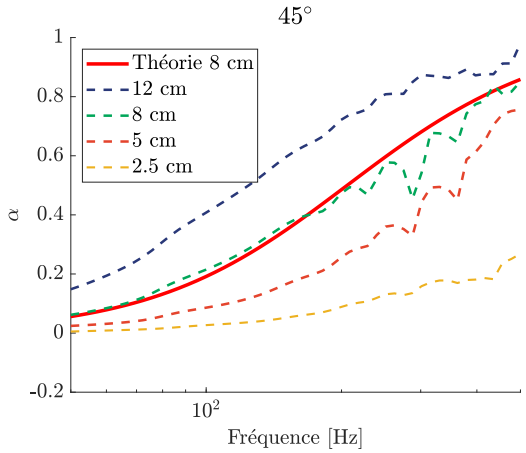


Figure 6.32 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, $Wr = 6$ m, pour différentes épaisseurs h pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

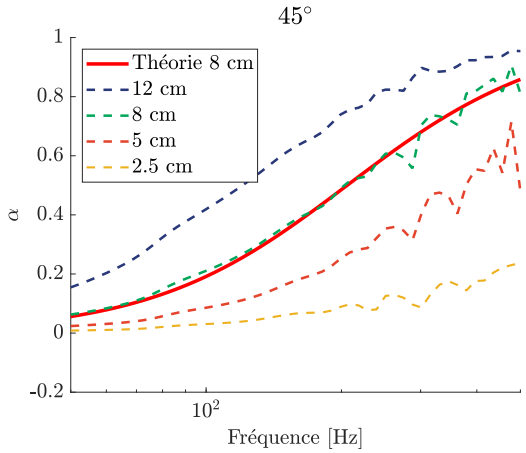


Figure 6.33 Comparaison des absorptions d'une mousse de mélamine carrée d'arête $W = 0.8$ m, monté dans un cadre rigide, $Wr = 6$ m pour différentes épaisseurs h pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

Commentaire sur les simulations des erreurs d'effet de bords du matériau

L'influence des effets de bords étudiée au travers des simulations COMSOL présentent des différences par rapports aux observations réalisées dans les différents articles cités [40, 13, 75]. L'influence des effets de bords apparaît en effet plutôt mineure dans les simulations présentées. D'autres investigations sont donc nécessaires afin de vérifier la validité des résultats du modèle numérique présentés et ses explications.

6.2.5 Synthèse sur les simulations d'erreurs

Cette partie s'intéresse aux différentes erreurs possiblement introduites lors de l'utilisation d'une antenne de microphones. Elles sont analysées au travers de leur impact sur l'estimation de Z_s, α et de leur observation sur les P_{mn}. Grâce à l'étude de ces dernières, elles peuvent être classées en deux catégories, d'une part les erreurs qui ne respectent pas l'équation d'onde (bruit de fond des microphones, erreurs de calibration et erreurs de positionnement), d'autre part les erreurs qui respectent l'équation d'onde (réflexions de salle et effets de bords).

La première famille d'erreurs de mesure crée un seuil de bruit dans les quantités modales

qui empêche la bonne estimation des P_{mn} en dessous de ce seuil. La reconstruction spatiale est alors limitée, si l'ordre $m = 2$ ne peut être estimé, seule la vitesse au centre de l'antenne peut être reconstruite. Si plusieurs erreurs de ce genre sont présentes, la plus forte prédomine. Celles-ci sont régularisées par l'utilisation d'une régularisation de Tikhonov.
La seconde famille d'erreurs traduit le fait que le champ acoustique associé à l'onde source et sa réflexion sur le matériau que l'on veut mesurer est contaminé par d'autres ondes. Elles ne sont pas prises en compte dans les modèles étudiés. L'effet se traduit dans les simulations présentées par des oscillations dans l'impédance Z_s estimée par les méthodes holographiques et un échec de la procédure d'optimisation dans le cas de COSI.

6.3 Résultats de mesures robotisées

À la lumière de l'analyse des erreurs, les premiers résultats de mesures présentés sont entachés d'erreurs de calibration non négligeables. Afin d'enlever ce biais, il a été décidé d'utiliser un robot de déplacement 3 axes. Un microphone 1/2" microphone B&K type 4192 est positionné de manière successive aux différentes positions désirées (environ 1 minute par position de microphone). Les résultats sont ensuite assemblés pour créer une seule mesure d'antenne. Le problème d'erreur de calibration est supprimé puisqu'un microphone unique est utilisé, le temps de mesure est par contre allongé. Les erreurs de positionnement de microphones sont également réduites dues à la précision du déplacement (en dessous du millimètre). La perturbation de la mesure par l'équipement est cependant discutable puisque que le robot utilisé est encombrant bien que situé à plus de 1.5 m de l'antenne virtuelle. Les mesures sont réalisées dans la salle semi-anéchoïque du LAUM. Les résultats de mesure sont comparées à un modèle théorique de JCA dont les paramètres ont été caractérisés à partir d'une mesure au tube d'impédance (voir les tableaux B.1-B.4). La sélection de la zone de reconstruction pour les méthodes holographiques est expliqué dans la section 3.1.

6.3.1 Antenne sphérique de microphones

La première configuration d'antenne virtuelle est la configuration sphérique, il s'agit de la même antenne que dans les simulations : 50 microphones avec un maillage de Lebedev, de rayon $a = 7$ cm.
Les résultats pour plusieurs mousses de différentes épaisseurs seront étudiés.

Melamine 80 mm

Le premier cas de mesure étudié est une mousse mélamine de 80 mm de surface 1.8 m$\times$1.2 m, l'installation est présentée sur les figures 6.34 et 6.35. Les mesures ont été réalisées pour trois incidences : 0°, 30° et 60°

Les résultats d'impédance de surface et d'absorption sont montrés sur les figures 6.37a-6.37f pour différentes incidences. Un premier commentaire global porte sur le fait que les mesures sont nettement meilleures que celles réalisées dans la section 6.1. En hautes fréquences, les résultats sont proches des simulations, ce qui n'est pas étonnant car le comportement des matériaux acoustiques se rapproche d'un matériau infini en hautes fréquences. En moyennes fréquences, les méthodes ESM et SHIR suivent l'allure théorique attendue, mais à mesure que l'incidence augmente des oscillations apparaissent. On observe

Figure 6.34 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, source monopolaire à $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, au dessus d'une mousse mélamine de taille 1.8 m×1.2 m.

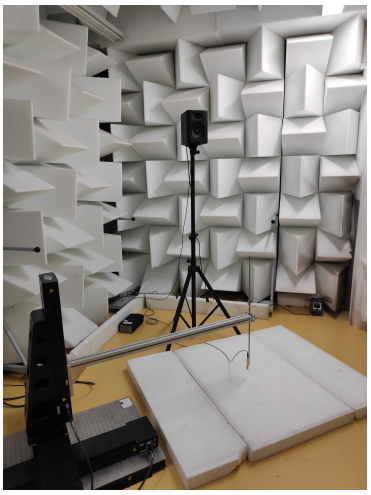
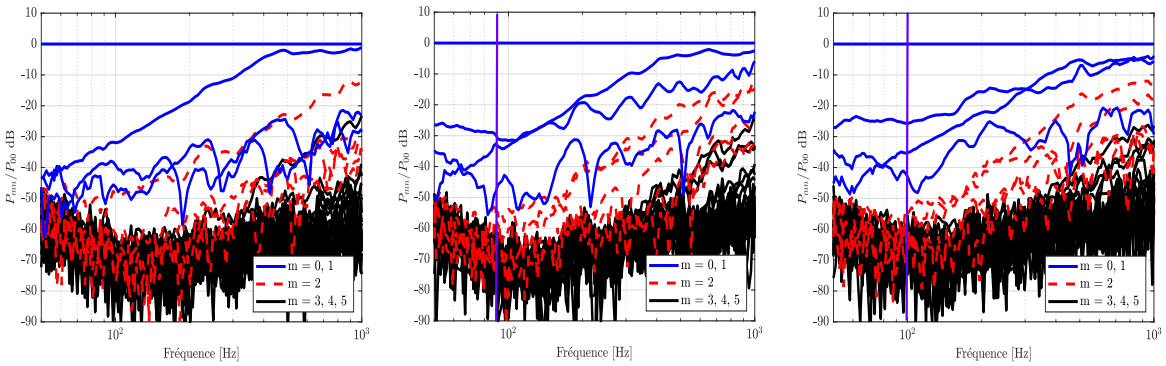


Figure 6.35 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, $a = 7$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, au dessus d'une mousse mélamine de taille 1.8 m×1.2 m.

également que plus l'incidence est oblique plus l'effet des pics est marqué. Ces pics sont dus à des réflexions telles que les effets de bords, les effets de la salle ou encore le robot. Comme mentionné dans le §6.2.3, cette amplification des oscillations (entre les figures 6.37a et 6.37e) est due au fait que l'on cherche à mesurer la vitesse particulaire u_z. En incidence normale, le vecteur vitesse de u_z est dans le même axe de propagation que la source (et de son image source). En incidence oblique, u_z est obtenu par projection du vecteur d'onde de la source (et de son image source) sur la normale au matériau, en présence de réflexions, la quantité u_z s'en trouve perturbée. Plus l'on approche de l'incidence rasante, plus cette projection est significative et donc que le u_z mesuré est sensible aux perturbations. En basses fréquences, ces deux méthodes estiment une valeur cohérente à partir de 120 Hz, en dessous de cette fréquence le bruit de fond est trop important malgré l'utilisation d'une salle semi-anéchoïque.
La méthode COSI présente des performances moins bonnes, tout particulièrement visible sur la figure 6.37e, comme pour les simulations présentées au §6.2.3, de par la nature du modèle choisi elle est moins robuste aux réflexions parasites.
Sur toutes les figures 6.37a-6.37f, le doublet présente de faibles performances en moyennes et basses fréquences, où les erreurs introduites par les réflexions combinées au bruit de fond sont trop importantes.

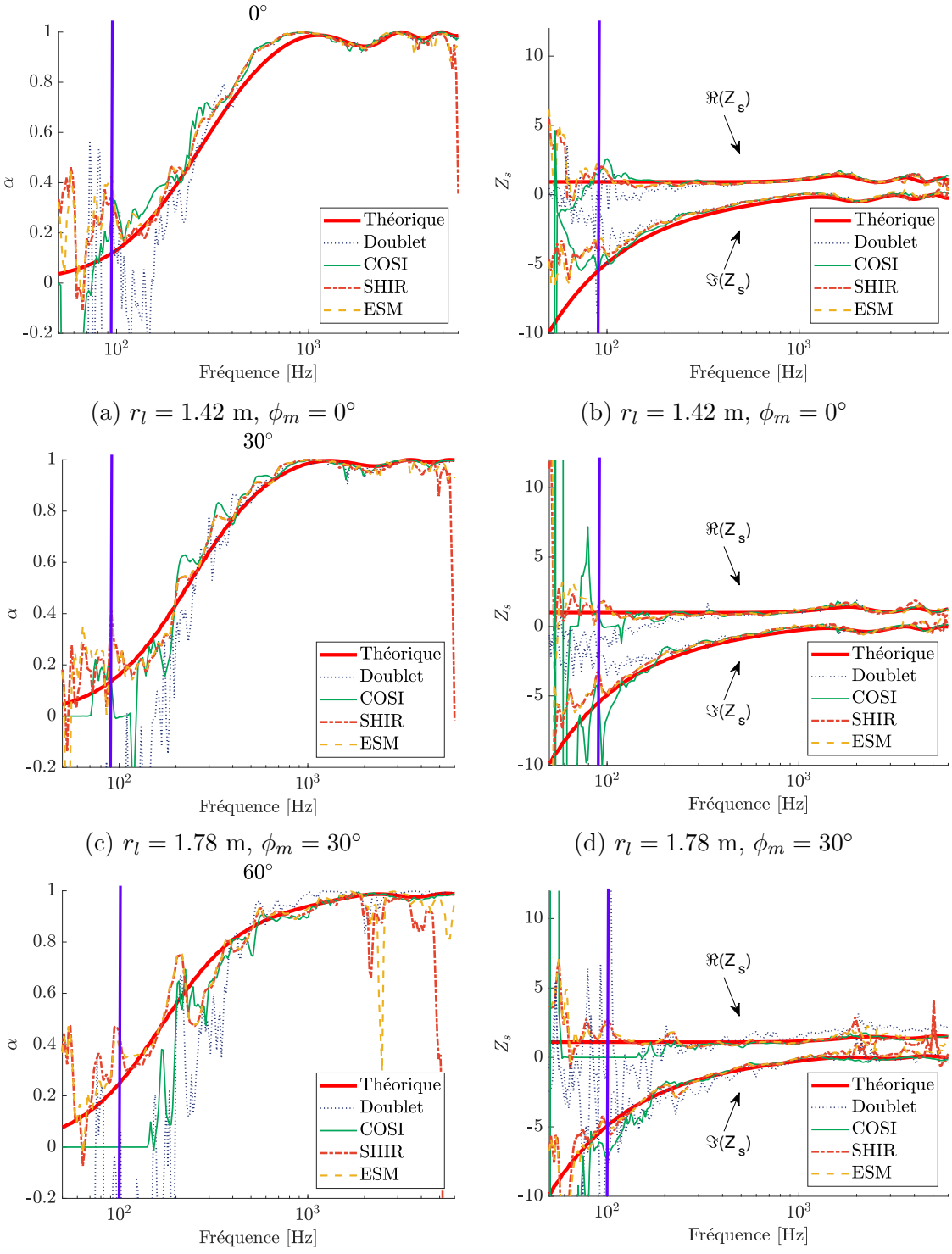
Finalement, on peut lier les résultats des pressions modales P_{mn} sur la figure 6.36, associées aux mesures des figures 6.37a-6.37f, aux résultats de simulation. On retrouve pour les

mesures un bruit de fond à l'allure similaire aux simulations de bruit blanc, contrairement aux premières mesures (voir figure 6.10). On retrouve également le lien entre l'ordre $m = 2$ qui disparaît dans le bruit de fond et la mauvaise estimation de l'impédance et de l'absorption. La ligne violette symbolise la limite de l'ordre $m = 2$ sur les figures 6.37a-6.36.



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 30°$ (c) $\phi_m = 60°$

Figure 6.36 Pressions modales P_{mn}, associées aux caractérisations d'une mousse de mélamine des figures 6.37a-6.37f. La ligne violette symbolise la limite de l'ordre $m = 2$ avant le bruit de fond



(a) $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$ (b) $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$

(c) $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$ (d) $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$

(e) $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 60°$ (f) $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 60°$

Figure 6.37 6.42a,6.42c et 6.42e : absorptions estimées ; 6.42b, 6.42d et 6.42f : impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine d'épaisseur 8 cm. Pour la configuration $a = 7$ cm, $h = 1$ cm de l'installation des figures 6.34 et 6.35.

Melamine 80 mm, amélioration de la mesure basses fréquences

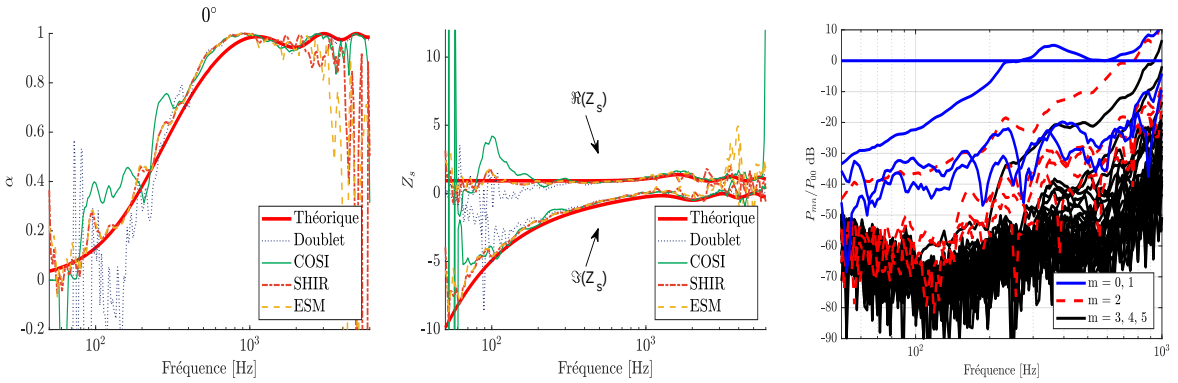
Les observations des P_{mn} précédentes (figure 6.36) mettent en avant que la limite basse fréquence de la méthode de caractérisation est liée au bruit de fond du système de mesure. On observe en effet, pour les P_{mn} autour de 120 Hz, que l'ordre $m = 2$ est noyé dans le bruit. L'étude section 3.1.2 propose différentes approches pour repousser cette limite. L'augmentation du rayon de mesure à $a = 15$ cm est réalisée. Les résultats d'impédance de surface et d'absorption sont montrés sur les figures 6.38a et 6.38b. L'observation des P_{mn} permet de voir que l'ordre $m = 2$ émerge du bruit de fond sur toute la bande de fréquence étudiée. L'absorption sur la bande de fréquence 70-200 Hz est alors cohérente avec les prédictions théoriques. Il subsiste toutefois quelques réflexions, particulièrement à 100 Hz, l'impédance de surface est bruitée pour la même raison. L'augmentation du rayon a à 15 cm s'accompagne également d'une diminution de la limite haute fréquence d'estimation comme expliquée en section 3.1.2.

Mousse 50 mm

Une mousse de 50 mm d'épaisseur à également été utilisée, les commentaires sur les résultats sont identiques aux précédents. Les résultats sont accessibles en annexe I.

Mousse 25 mm

La troisième mousse étudiée est une mousse de 25 mm d'épaisseur, présentée sur la figure 6.39. L'installation de mesure est présentée sur les figures 6.34 et 6.35 avec une antenne de rayon $a = 7$ cm. Les mesures ont également été réalisées pour 3 incidences : 0°, 30° et 60°, les résultats d'impédance de surface et d'absorption sont présentés sur les figures 6.42a-6.42f. Globalement, les résultats ne sont bons qu'en hautes fréquences tandis qu'à partir des moyennes fréquences, on observe des oscillations beaucoup plus importantes que précédemment.
Une mousse de faible épaisseur implique une faible absorption, et donc une difficulté accrue à réaliser une mesure fiable. Pour les méthodes holographiques, la quantité u_z devient très faible dès les moyennes fréquences. Les quantités mesurées reflètent le champ acoustique total (matériau et réflexions parasites), la mesure estime donc la valeur Z_s correctement (du moins les méthodes holographiques). La valeur u_z du matériau que l'on veut mesurer est cependant perturbée par les autres contributions dans le champ acoustique, l'allure générale des courbes reste bonne (en dehors de l'incidence rasante) entre 200 Hz et la limite haute fréquence attendue de chaque méthode. Pour l'incidence rasante, on remarque sur $\Re(Z_s)$ que l'estimation est fausse en dessous de 500 Hz.



(a) α (b) Z_s (c) P_{mn}

Figure 6.38 Observation des résultats de caractérisations d'une mousse de mélamine pour la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 15$ cm.

Il est noté que l'observation des P_{mn} figure 6.41c se révèle intéressante puisque l'on observe un deuxième évènement (l'ensemble des P_{mn} aux ordres 3,4 et 5 qui se démarquent du bruit de fond) en dehors du bruit de fond classiquement observé sur les figures 6.41a et 6.41b. Puisqu'il émerge du bruit de fond, il s'agit d'un évènement qui respecte l'équation d'onde, donc probablement des réflexions. L'auteur suspecte possiblement un allumage non désiré de la ventilation pendant la mesure comme cet évènement n'est pas présent sur les autres configurations à 55°, mais a été retrouvé sur une autre configuration à 0°. La ligne violette symbolise la limite de l'ordre $m = 2$ sur les figures 6.41-6.42f.

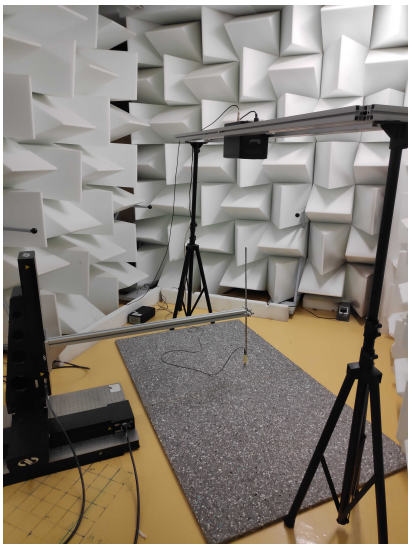


Figure 6.39 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, source monopolaire à $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 25 mm .

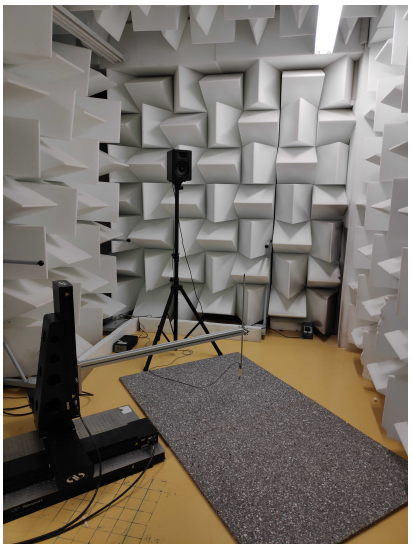
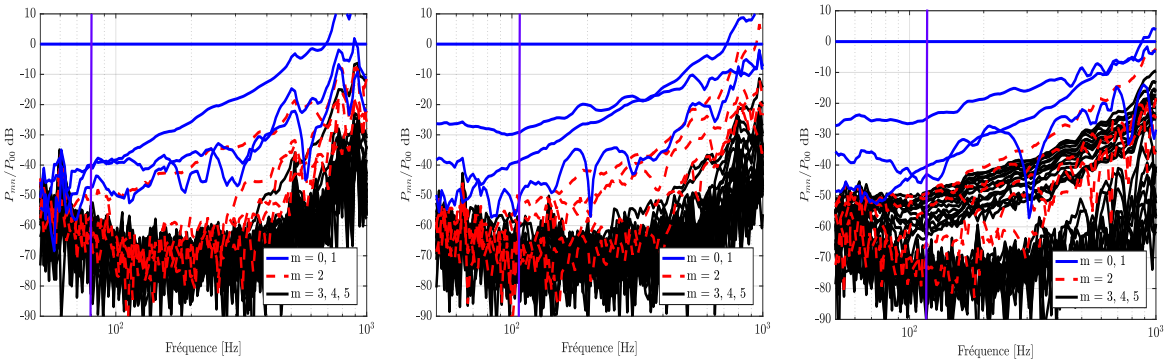
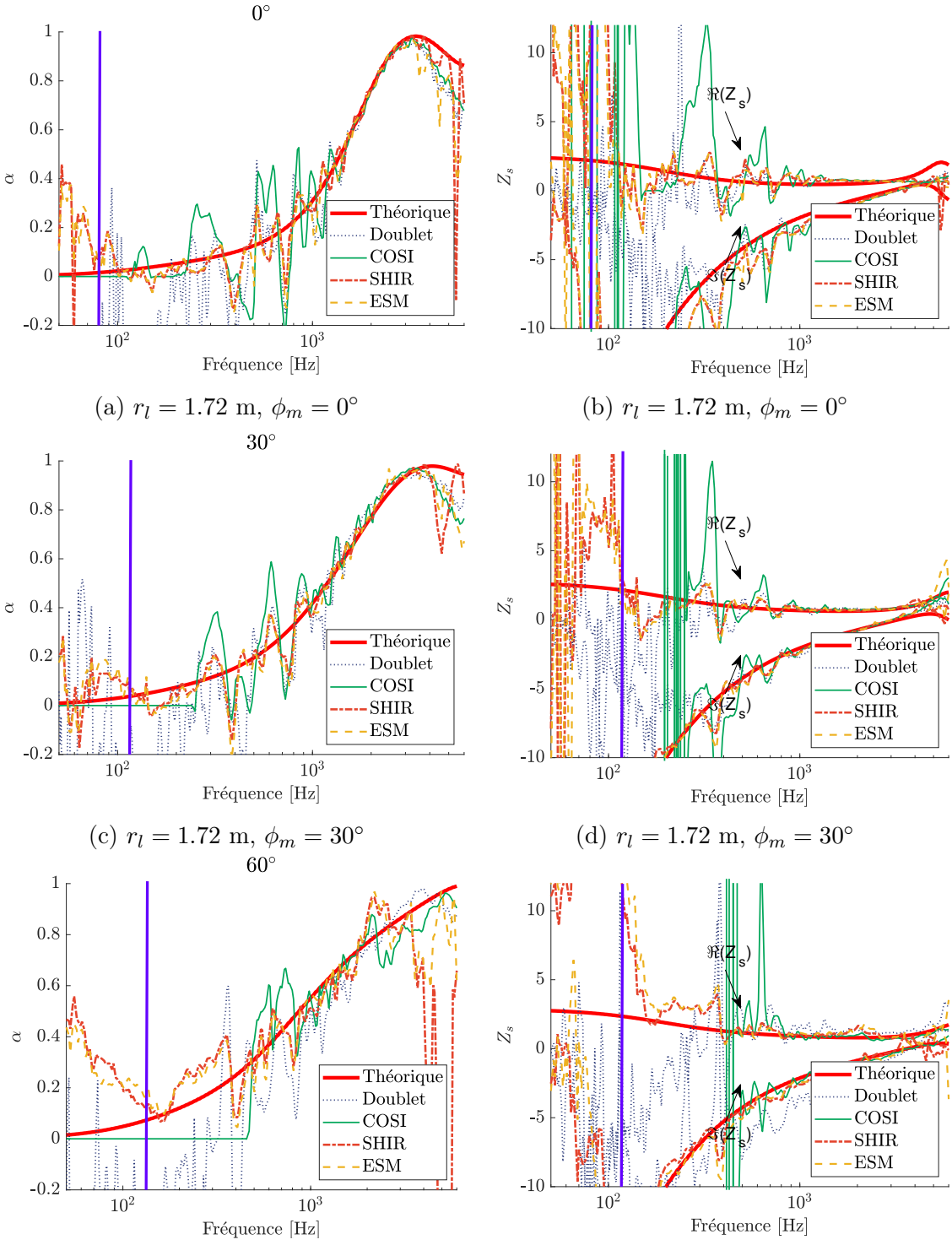


Figure 6.40 Configuration de mesure, microphone fixé à un robot de déplacement 3 axes, $a = 7$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 25 mm. La ligne violette symbolise la limite de l'ordre $m = 2$ avant le bruit de fond



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 30°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure 6.41 Pressions modales P_{mn}, associées aux caractérisations d'une mousse de mélamine des figures. 6.42a-6.42f. La ventilation est probablement allumée sur la figure 6.41c



(a) $r_l = 1.72$ m, $\phi_m = 0°$ (b) $r_l = 1.72$ m, $\phi_m = 0°$

(c) $r_l = 1.72$ m, $\phi_m = 30°$ (d) $r_l = 1.72$ m, $\phi_m = 30°$

(e) $r_l = 2.03$ m, $\phi_m = 60°$ (f) $r_l = 2.03$ m, $\phi_m = 60°$

Figure 6.42 6.42a,6.42c et 6.42e : absorptions estimées, 6.42b, 6.42d et 6.42f : impédances de surfaces estimées d'une mousse d'épaisseur 25 mm. Pour la configuration $a = 7$ cm, $h = 1$ cm de l'installation des figures 6.39 et 6.40.

6.3.2 Antenne hémisphérique

Dans cette section, les résultats d'un hémisphère de 29 microphones avec un maillage de Lebedev et de taille $a = 7$ cm sont présentés.

Melamine 80 mm

Les résultats d'impédance de surface et d'absorption associés aux configurations d'incidences 0° et 60° sont données sur les figures 6.43-6.46. Les résultats présentés sont similaire que à la section §5.2. La seule différence est que l'antenne est plus petite, on observe donc que la divergence des méthodes holographiques pour $kr = \pi$ (f= 2450 Hz) se produit plus haut en fréquence. Du fait de l'absence de problèmes de calibration, on peut cette fois-ci observer des résultats similaires aux simulations d'hémisphères §5.2. Ces mesures confirment que ce type d'antenne est peu robuste.

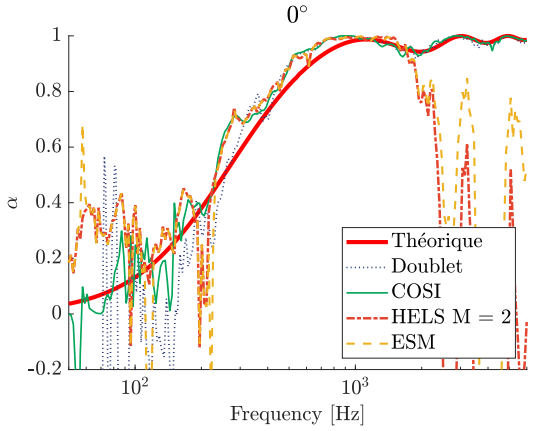


Figure 6.43 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.34.

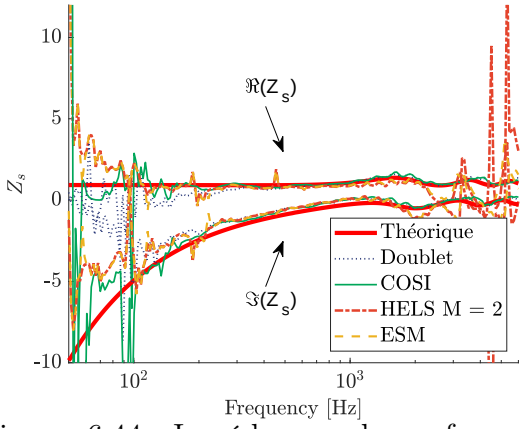


Figure 6.44 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.34.

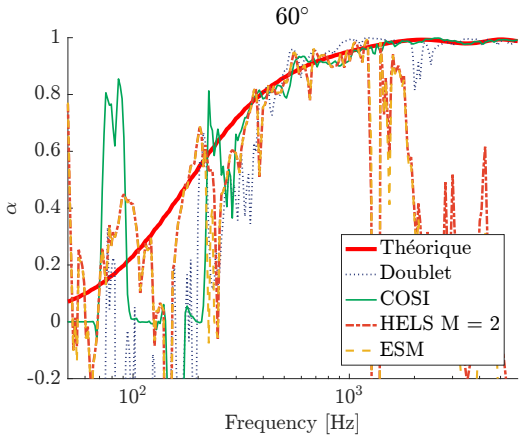


Figure 6.45 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.35.

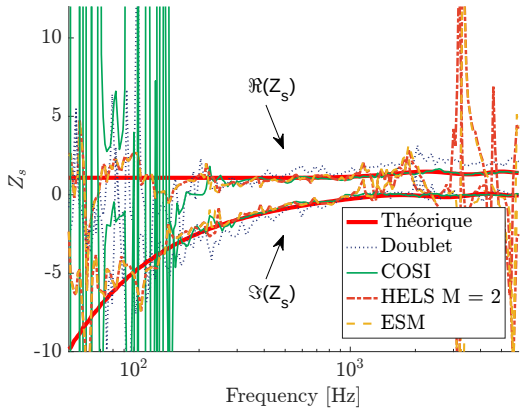


Figure 6.46 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour une hémisphère de microphones et la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation de la figure 6.35.

6.3.3 Antenne planaire double couche

La dernière configuration étudiée est un double plan carré de 2×25 microphones de coté $b = 14$ cm. Les résultats d'impédance de surface et d'absorption associés aux configurations d'incidences 0° et 60° sont présentés pour la mousse de mélamine de 80 mm de hauteur sur les figures 6.47-6.50. Les méthodes holographiques ESM et HELS possèdent des performances similaires, tandis que la méthode COSI est beaucoup moins robuste dans ce cas-ci. Les figures 6.51-6.52 montrent la comparaison des résultats de la méthode HELS entre une antenne sphérique et une antenne planaire. La comparaison des deux géométries en basses fréquences présente des résultats similaires en incidence normale, tandis qu'en incidence oblique à 30° les résultats sont plus affectés par les réflexions et donc difficiles à interpréter. En hautes fréquences, les résultats pour le double plan correspondent aux simulations (voir le §5.4). La comparaison des deux antennes est problématique à réaliser, principalement car la taille de l'antenne n'est pas un bon critère de comparaison pour analyser les résultats de manière quantitative. Les deux antennes sont de taille similaire, le coté b pour le double plan est égal au diamètre $2a$ de la sphère. Cependant, les deux possèdent un échantillonnage spatial très différent. Une analyse basée sur un critère d'échantillonnage spatial serait plus appropriée.

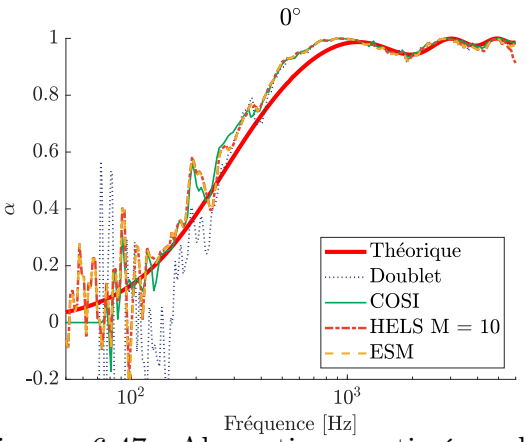


Figure 6.47 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.34.

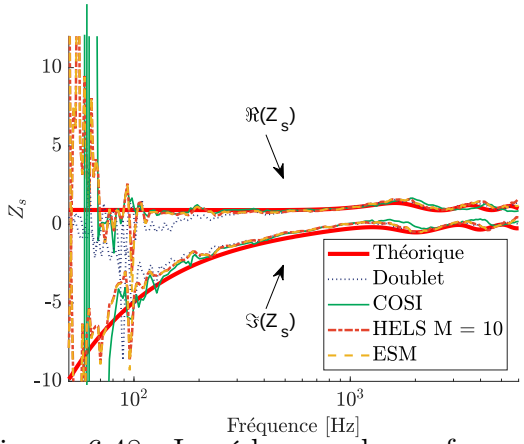


Figure 6.48 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.34.

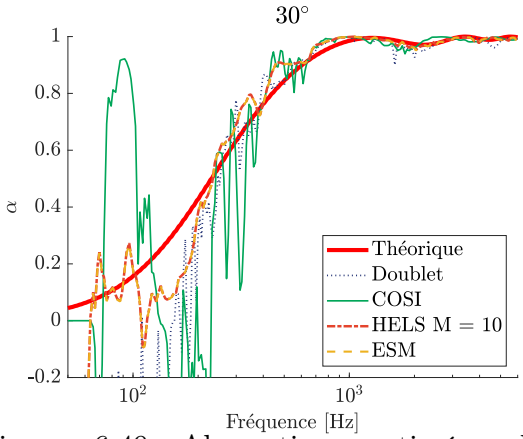


Figure 6.49 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.53$ m, $\phi_m = 30°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35.

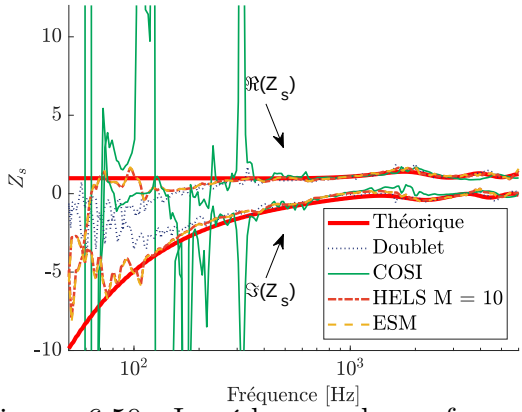


Figure 6.50 Impédances de surfaces estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.53$ m, $\phi_m = 30°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35.

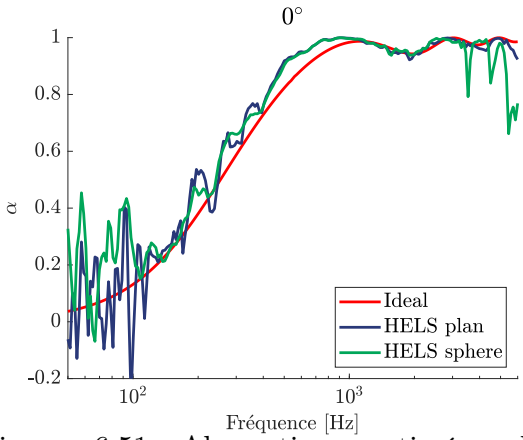


Figure 6.51 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.42$ m, $\phi_m = 0°$, $2a = b = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35.

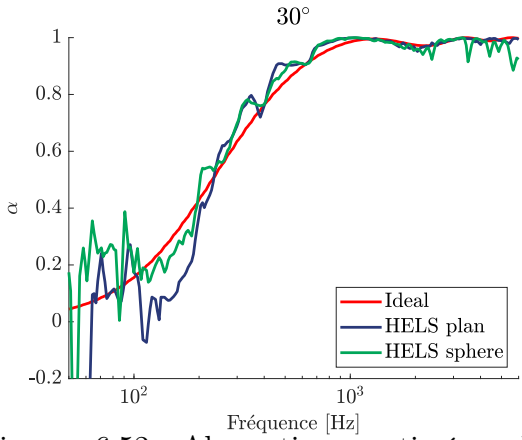


Figure 6.52 Absorptions estimées d'une mousse de mélamine pour un double plan de microphones et la configuration $r_l = 1.53$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 14$ cm de l'installation de la figure 6.35.

6.4 Conclusion générale de la validation expérimentale

La première partie a présenté des résultats de mesures issues d'antennes de microphones sphérique et hémisphérique complètes. Les résultats obtenus sont décevants en basses et hautes fréquences. Cela pouvait être attendu en hautes fréquences de la part de l'antenne hémisphérique au vu des simulations. Cela est inattendu pour les basses fréquences pour les deux antennes. La configuration d'installation de l'antenne sphérique crée des problèmes de diffraction due au montage pour les méthodes holographiques en hautes fréquences. La méthode COSI apparaît néanmoins robuste à cet égard.

Ces observations ont montré la nécessité d'aller plus loin dans la compréhension des erreurs susceptibles d'être introduites par un vrai système de mesure, motivant ainsi la seconde partie du chapitre sur l'analyse des erreurs. Dans cette partie, les erreurs de bruit de fond, de positionnement de microphones, de calibration sont étudiées et classées dans la catégorie des erreurs de respectant pas l'équation d'onde qui sont prises en compte dans les diverses méthodes de régularisation du bruit de mesure utilisées. Les effets de réflexions de salle ainsi que les effets de bords sont étudiés et classés dans la catégorie des erreurs respectant l'équation d'onde et non prises en compte dans le modèle utilisé. On voit que les erreurs associées à la calibration simulées sur les P_{mn} ont une allure semblable à celles observées sur les P_{mn} mesurées de la sphère de microphones.
Dans la troisième partie, les dernières mesures effectuées confirment l'hypothèse d'une calibration problématique sur les premiers résultats de mesures. Ce problème est évité par l'utilisation d'un seul microphone déplacé à l'aide d'un bras robotisé. Les résultats en dessous de 400 Hz peuvent donc être analysés avec plus de détails que pour la première campagne de mesure.

Méthodes holographiques : SHIR et HELS

Dans le cas de la sphère de microphones, les nouvelles mesures couplées à l'analyse des P_{mn} permettent d'identifier le facteur limitant dans l'estimation de Z_s, avec en dessous de 130 Hz un bruit de fond qui ne permet pas d'estimer l'ordre $M = 2$. Les résultats de mesures sont de meilleure qualité et rejoignent les observations réalisées en simulations, L'allure générale des résultats de mesures holographiques est résumée dans les figures 6.53-6.55 sur lesquelles on distingue 3 zones de fréquences. Les hautes fréquences (3) où le matériau se comporte comme un plan infini d'impédance et où les résultats sont généralement bons. Les moyennes fréquences (2) où les résultats sont perturbés par des réflexions environnantes (effets de bords, de la salle ou du système de mesure) et le bruit de fond. Ces effets s'accentuent quand l'incidence s'éloigne de la normale. Et finalement, les basses fréquences (1), où l'on a généralement un bruit de fond trop important pour estimer les valeurs de α et Z_s. En augmentant, la taille du rayon de mesure, les P_{mn} émergent du bruit de fond et l'on peut alors estimer les quantités basses fréquences. Les erreurs liées aux effets parasites (diffraction par les bords, réflexion par les parois du milieu de mesure) sont cependant toujours observables. Ces erreurs se traduisent par des oscillations très marquées, expliquées par la place plus importante que prennent les quantités issues des réflexions comparées aux quantités issues du matériau dans le champ de vitesse. Les mesures sur le matériau moins épais vont également dans ce sens, puisque dès que l'absorption est faible, d'importantes oscillations dues à ces effets parasites apparaissent, alors

que l'observation des P_{mn} montre que le signal émerge du bruit de fond.
L'observation des P_{mn} permet le plus souvent de lier la limite basse fréquence de la mesure au moment où les pressions modales associées au matériau sont noyées dans le bruit de fond et donc fausses comme sur la figure 6.55. Cette limite étant symbolisée par le trait violet qui reporté ensuite sur les valeurs absorptions et d'impédance de surface. Cette analyse est directe pour les microphones sphériques comme l'on peut facilement calculer les P_{mn} en projetant les pressions mesurées sur les HS, mais il serait également possible de le faire pour les autres géométries d'antennes en utilisant la méthode HELS pour calculer les P_{mn}.
Comme expliqué précédemment, la taille de l'antenne est l'un des leviers les plus directs pour abaisser la limite basse fréquence du bruit de fond. Il est intéressant de noter le lien direct entre les filtres d'encodages à l'ordre $m = 2$, présentés sur la figure 6.56, et l'amplification maximale du bruit de fond dans les P_{mn} de l'ordre $m = 2$. En conséquence, pour un bruit de fond maximum estimé à 48 dB et une sphère en champ libre, cela correspond à $ka = 0.2449$. On peut utiliser ce lien pour dimensionner approximativement la taille d'une antenne sphérique. Pour descendre à 150 Hz par exemple, il faut alors une antenne sphérique ouverte de rayon $a = 9$ cm ou une antenne sphérique rigide de rayon $a = 7$ cm.

Les performances des différentes géométries d'antennes rejoignent aussi les observations des simulations. L'hémisphère simple est peu robuste pour réaliser des mesures, ce qui pourrait être solutionné par une antenne fermée (point découvert après les dernières mesures qui n'a donc pas été vérifié en mesure). Le double plan et la sphère se comportent de manière sensiblement égale et robuste.

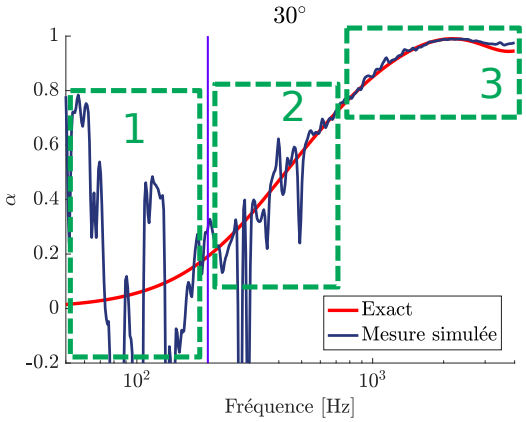


Figure 6.53 Exemple d'absorption estimée.

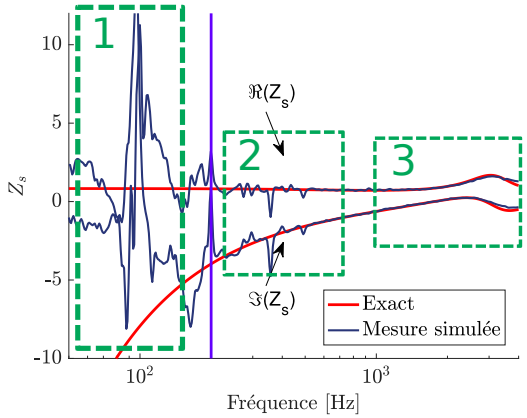


Figure 6.54 Exemple dune impédance de surface estimée.

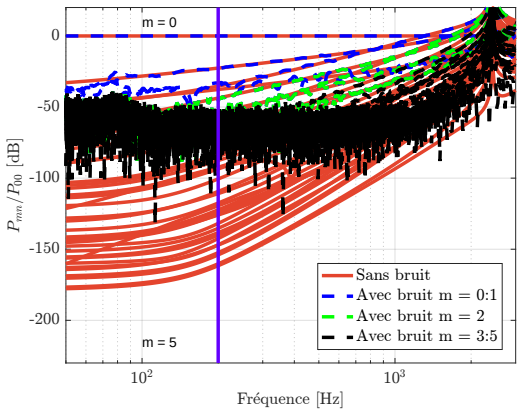


Figure 6.55 Exemple de P_{mn} estimée.

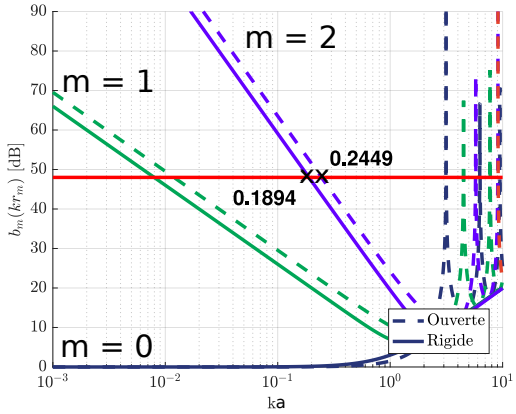


Figure 6.56 Filtres d'encodages pour une sphère de microphones ouverte et rigide. La limite de 48 dB est symbolisée par le trait rouge.

Méthodes de correspondance de modèle : COSI

La méthode COSI se révèle peu robuste lors des mesures. L'analyse des erreurs en simulation a mis en avant la faiblesse du modèle de matériau infini face aux réflexions, ce qui se vérifie sur les mesures. En hautes fréquences, quand le matériau se comporte comme un plan infini et que les réflexions sont de moindre importance dans le signal les performances restent meilleures que les méthodes holographiques. La flexibilité de modification du modèle fait néanmoins de l'optimisation un choix pertinent d'approche pour tenter de supprimer l'effet des réflexions dans le futur.

Conclusion des méthodes et leurs performances

Les méthodes utilisant une antenne de microphones sont clairement plus performantes que la technique du doublet pour les moyennes (400 Hz-2000 Hz) et basses fréquences

(<400 Hz). À plus hautes fréquences (>2000 Hz), l'utilisation du doublet reste cependant totalement pertinente par sa simplicité d'installation et d'utilisation. Les méthodes d'optimisation étudiées se montrent performantes en hautes fréquences, mais la convergence du processus devient impossible aux basses fréquences en présence de réflexions. Les méthodes SHIR et HELS présentent des performances similaires à celles de la méthode existante S-ESM/ESM mais permettent de déduire plus d'informations sur la validité de la mesure.

CHAPITRE 7

Conclusion

Rappel du contexte et des enjeux

Cette thèse présente une étude sur la caractérisation de matériaux acoustiques via l'estimation de l'impédance de surface en champ libre en fonction de l'incidence. C'est un enjeu important dans les milieux industriels puisque cette caractérisation permet la prédiction des performances sonores de futures constructions. On peut ainsi sélectionner les matériaux les plus adéquats en fonction de chaque situation.
L'approche de cette thèse est d'utiliser une antenne de microphones afin de réaliser la caractérisation en étudiant différentes géométries : sphérique, hémisphérique et planaire. Bien que de récentes recherches étudient également l'utilisation d'antennes de microphones, la méthode classique utilise la technique du doublet microphonique (TMT) et ses les limites en termes de robustesse au bruit de mesure apparaissent aux fréquences inférieures à 400-500 Hz, tout spécialement en incidence oblique forte.

Synthèse des approches proposées dans cette thèse

Deux types d'approches utilisant les signaux mesurés par une antenne de microphones sont développés et étudiés dans cette thèse. Cela a permis de proposer quatre nouvelles méthodes alternatives pour mesurer l'absorption par une antenne de microphones :

Une approche de type holographique (SHIR, HELS) :

À partir des mesures, on vient extrapoler le champ de pression acoustique et le champ de vitesse normale particulaire au niveau du matériau afin de calculer l'impédance de surface. On propage les observations à la surface du matériau. Cette approche est assez courante, l'intérêt et les différences par rapport aux méthodes existantes sont l'utilisation de la base modale sphérique dans la reconstruction des quantités à la surface du matériau. Cela n'avait pas été jusqu'à lors utilisé pour la mesure de matériaux acoustiques.

Cette contribution implique notamment de nombreuses nouvelles considérations permettant d'analyser la mesure. En effet, l'observation des pressions modales P_{mn} a révélé qu'il est possible de différencier différents types de bruits de mesure de par leur forme sur l'affichage des P_{mn}, mais également de prédire leur effet sur les méthodes de régularisations.

Le bruit de mesure est ainsi classifié en deux familles. D'une part, la famille des erreurs qui ne respectent pas l'équation d'onde (bruit de fond, erreurs de calibrations et erreurs de positionnements des microphones), son influence se traduit par un seuil de bruit à chaque fréquence en dessous duquel on ne peut plus obtenir d'informations sur le champ acoustique. La forme de bruit permet dans certains cas d'identifier la nature ce celui-ci ou tout du moins de savoir s'il s'agit de bruit de fond ou non.

D'autre part, il y a les erreurs qui respectent l'équation d'onde (réflexions des sur les parois de la salle de mesure et effet de bords du matériau), elles affectent l'ensemble des pressions modales. Elles ne sont pas prises en compte dans les méthodes de régularisations présentées et faussent l'estimation de l'impédance de surface. La séparation du signal utile de ce type d'erreur est difficile à réaliser et reste un enjeu à part entière.

Ces considérations permettent d'identifier la limite basse fréquence liée au bruit de fond, qui dans la plupart des résultats montrés ici est le facteur limitant. Un lien effectif entre le seuil de bruit observé et la limite de l'estimation valide a été présenté. Il ne s'agit cependant que d'un critère minimum, puisque les bruits de mesures associées aux réflexions environnantes ne sont pas pris en compte. Cela a également permis d'estimer une zone de confiance dans laquelle on peut moyenner l'estimation spatiale de la surface d'impédance qui sera libre d'erreurs d'extrapolations.

L'approche (COSI) :

Elle peut-être perçue comme l'esprit opposé de la première approche, on amène le matériau aux observations. Pour cela, on utilise un processus d'optimisation pour faire correspondre le matériau à un modèle. Deux modèles ont été étudiés : un modèle exact d'une source ponctuelle au-dessus d'un matériau infini et un modèle approché. En simulation, cette approche se révèle être la plus robuste au bruit de fond, cela étant expliqué par le fait que contrairement aux méthodes holographiques, les observations sont directement utilisées pour estimer l'impédance de surface, ce qui induit moins d'erreurs. Il est également présenté une manière d'écrire le problème d'optimisation directement en utilisant la notation des harmoniques sphériques. Cette notation pourrait permettre d'inclure d'autres considérations acoustiques directement dans le domaine modal pour réduire le modèle et améliorer la vitesse de convergence de la solution.

Ces modèles ne prennent cependant pas en compte les éventuelles réflexions parasites.

Synthèses des résultats obtenus

La mise en place de plusieurs manipulations a révélé la difficulté d'utiliser une antenne de microphones pour réaliser les mesures. En basses fréquences, malgré une attention particulière sur ce point, des erreurs de calibrations ont été observées et n'ont pas permis d'obtenir des résultats satisfaisants. Cette approche fut finalement écartée en utilisant un robot de déplacement trois axes permettant l'utilisation d'un seul microphone pour créer une antenne virtuelle.

La comparaison finale effectuée à l'aide des résultats d'expériences montre que les méthodes holographiques (SHIR, ESM/S-ESM, HELS) ont des performances supérieures à la méthode par correspondance de modèle (COSI) dans le cas d'un modèle infini et approché. Cela est dû à la faible robustesse des modèles choisis face aux réflexions acoustiques (effets de bords, perturbations du champ acoustique). Le modèle doit donc être amélioré. Les méthodes holographiques sont aussi impactées par les réflexions, mais de manières moins importantes. Les effets de réflexions sont particulièrement prononcés en incidence oblique et proche de l'incidence rasante.

Par rapport aux méthodes existantes de caractérisation de matériau acoustique en champ libre utilisant un doublet de microphones notamment, les méthodes utilisant des antennes de microphones se montrent plus robustes au bruit de manière générale, tout particulièrement en basses fréquences et à forte incidence. Le tableau 7.1 récapitule les performances de caractérisation de matériaux acoustiques des trois méthodes fonctionnelles développées (SHIR, HELS, COSI) et comparées à deux méthodes existantes étudiées (ESM/S-ESM, doublet).

Différentes géométries d'antennes ont été testées : sphérique, hémisphérique et planaire. Il en ressort que l'utilisation d'une surface fermée de microphones est un facteur important (dans le cas hémisphérique et planaire). Il est difficile de réellement comparer les différentes géométries comme l'échantillonnage spatial est très différent, une étude basée sur ce critère est nécessaire. Les résultats tendent cependant à montrer que l'antenne planaire est légèrement moins robuste comparé à une sphère ou un hémisphère de mesure, probablement due à l'échantillonnage spatial plus resserré de l'antenne planaire.
L'étude sur la géométrie d'antenne hémisphérique est venu compléter les travaux de Müller-Trapet [61], notamment sur l'utilisation de la base Slepian en proposant une forme plus aboutie. Il est montrée de son utilisation induit de fortes erreurs liées à la combinaison des

Méthode	SHIR	HELS	COSI	ESM/S-ESM	Doublet
Type	Holographique	Holographique	Optimisation	Holographique	Inversion
Robustesse au bruit de fond	**	**	***	**	*
Robustesse aux réflexions	*	*	x	*	*
Performances BF	**	**	x	**	*
Performances MF	***	***	***	***	**
Performances HF	*	**	***	**	***

Tableau 7.1 Récapitulatif des performances des différentes méthodes étudiées dans cette thèse. Avec x : pas performant ou pas robuste, * peu performant ou peu robuste, ** performant ou robuste, et *** très performant ou très robuste.

pressions modales hémisphériques qui ramène les erreurs des ordres élevés non robustes dans les ordres faibles. L'utilisation de la méthode HELS pour le même but présente de meilleurs performances. Il est également montré que l'utilisation d'un hémisphère simple est peu performante pour la caractérisation de matériau. L'utilisation d'une antenne à surface fermée ou d'une antenne double couche donne cependant de très bonnes performances.

Les travaux réalisés dans cette thèse ont amené à la présentation d'une la publication d'un article de conférence *peer review* sur la partie hémisphérique [24] et d'un article de journal [25] sur une comparaison par simulation puis validation expérimentale des méthodes COSI (modèle infini), SHIR, ESM/S-ESM et doublet.

Perspectives

La grande force des antennes de microphones pour la caractérisation de matériaux acoustiques est d'abord la robustesse au bruit de fond, qui repose sur le grand nombre d'observations mesurées. Ensuite, son avantage repose sur sa caractérisation du champ spatial qui reste peu exploité, les différents évènements acoustiques et leurs influences sont enregistrés dans un format spatial (les coefficients sphériques A_{mn}). On peut ainsi imaginer pouvoir identifier le signal issu de la caractérisation du matériau des réflexions acoustiques environnantes. Dans ce contexte la méthode SHIR est prometteuse, puisqu'elle donne accès à un format de scène acoustique spatial contrairement à la méthode ESM/S-ESM actuellement. On pourrait donc manipuler les coefficients sphériques A_{mn} pour modifier la scène, en appliquant une formation de voie spatiale avant reconstitution de l'impédance par exemple.

La méthode COSI est également intéressante à cet égard, on peut faire évoluer le modèle vers une prise en compte des réflexions de l'environnement de mesure. Un tel modèle est cependant loin d'être trivial à réaliser.
Les problèmes rencontrés lors de la réalisation de la mesure montrent aussi l'importance de la calibration relatives des microphones lors de l'utilisation de plusieurs capteurs. Ce problème de calibration a conduit à l'introduction d'erreurs en basses fréquences. Bien qu'une solution serait d'utiliser de nombreux microphones de hautes qualités, la contrepartie monétaire en deviendrait prohibitive. Les méthodes d'autocalibrations d'antennes seraient une solution intéressante à explorer ([85, 97]). Cette solution permettrait d'utiliser des microphones MEMS à bas prix sans pour autant diminuer la qualité des mesures et reste un challenge à part entière.
Les perspectives sur la négation des effets de réflexions proposés reposent sur leurs prises en compte dans le post-traitement des mesures. Il est cependant possible de traiter le problème directement à la source et éviter leur apparition. L'utilisation d'une source monopolaire pour réaliser une mesure en champ libre est en effet une mauvaise idée ([83]) puisqu'une importante partie de l'énergie acoustique générée par la source ne va pas dans la direction du matériau. L'utilisation d'un dipôle ou d'une source directive paramétrique limiterait grandement les effets indésirables des réflexions parasites. À l'opposé du champ libre qui est difficilement réalisable, on peut également imaginer un environnement parfaitement contrôlé, réalisé à l'aide une cage rigide avec un matériau poreux sur le sol. La prise en compte des réflexions pourrait alors être réalisée dans le modèle.

ANNEXE A

État de l'art

A.1 Démonstration de l'impédance de surface

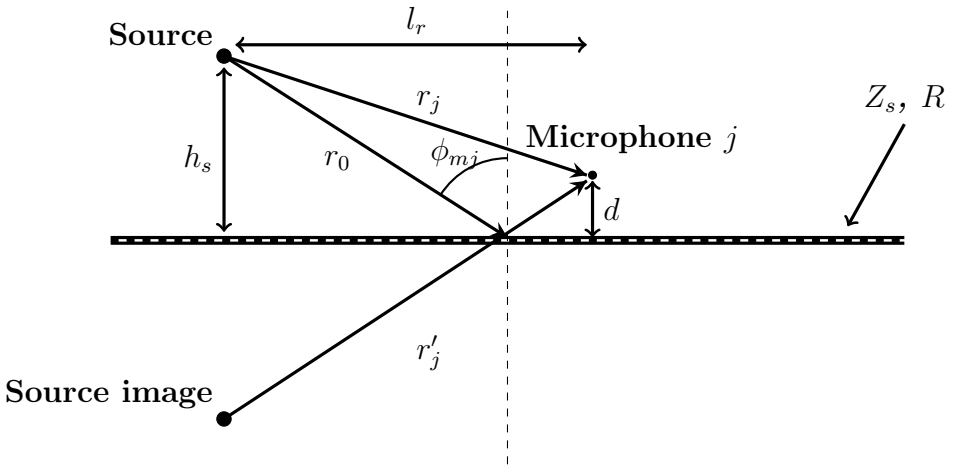


Figure A.1 Schéma d'un point de source et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s, modèle source image.

D'après la méthode présenté dans les articles [54, 14], l'impédance de surface est calculé en partant de l'écriture de l'impédance générale Z_m :

$$p_j(\theta_{mj},\omega) = A\left(\frac{e^{-ikr_j}}{r_j} + R(\phi_{mj},\omega)\frac{e^{-ikr'_j}}{r'_j}\right), \tag{A.1}$$

$$u_{zj}(\theta_{mj},\omega) = \frac{A}{\rho_0 c_0}\left(\frac{e^{-ikr_j}}{r_j}\left[1+\frac{1}{ikr_j}\right]\left(\frac{h_s-d}{r_j}\right) - R(\phi_{mj},\omega)\frac{e^{-ikr'_j}}{r'_j}\left[1+\frac{1}{ikr'_j}\right]\left(\frac{h_s+d}{r'_j}\right)\right), \tag{A.2}$$

avec d la hauteur matériau- centre du doublet microphonique, $r_j = |\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r_s}|$ la distance source - microphone et $r'_j = \left|\overrightarrow{r} - \overrightarrow{r'_s}\right|$ la distance source image - microphone.

$$
\begin{aligned}
Z_m &= \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{p_j(\theta_{mj},\omega)}{u_{zj}(\theta_{mj},\omega)} \\
&= \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\frac{e^{-ikr_j}}{r_j} + R(\phi_{mj},\omega)\frac{e^{-ikr'_j}}{r'_j}}{\frac{e^{-ikr_j}}{r_j}\left[1+\frac{1}{ikr_j}\right]\left(\frac{h_s-d}{r_j}\right) - R(\phi_{mj},\omega)\frac{e^{-ikr'_j}}{r'_j}\left[1+\frac{1}{ikr'_j}\right]\left(\frac{h_s+d}{r'_j}\right)}
\end{aligned}
\tag{A.3}
$$

Pour trouver l'impédance de surface, on ramène l'Équation (A.3) à la surface ($d = 0$, $r'_j = r_j = r_0$),

$$
\begin{aligned}
Z_s &= \frac{1}{\rho_0 c_0} \frac{\frac{e^{-ikr_0}}{r_0} + R(\phi_{mj},\omega)\frac{e^{-ikr_0}}{r_0}}{\frac{e^{-ikr_0}}{r_0}\left[1+\frac{1}{ikr_0}\right]\left(\frac{h_s}{r_0}\right) - R(\phi_{mj},\omega)\frac{e^{-ikr_0}}{r_0}\left[1+\frac{1}{ikr_0}\right]\left(\frac{h_s}{r_0}\right)}, \\
&= \frac{1+R(\phi_{mj},\omega)}{1-R(\phi_{mj},\omega)}\left[1+\frac{1}{ikr_0}\right]^{-1}\left[\frac{h_s}{r_0}\right]^{-1}, \\
&= \frac{1+R(\phi_{mj},\omega)}{1-R(\phi_{mj},\omega)}\frac{ikr_0}{1+ikr_0}\frac{r_0}{h_s}.
\end{aligned}
\tag{A.4}
$$

avec $r_0 = \sqrt{l_r^2 + h_s^2}$.

ANNEXE B

Matériaux poreux et champ acoustique

Ce chapitre est une synthèse bibliographique du modèle de Johnson Champoux Allard [46] (JCA) qui permet de prédire le comportement de matériaux absorbants à structure rigide. Dans un premier temps, le modèle JCA permettant à partir de 5 paramètres physiques de modéliser l'impédance et le nombre d'onde caractéristique d'un matériau poreux est présenté. Dans un second temps, le calcul du champ de pression acoustique au-dessus du matériau en présence d'une source ponctuelle, en utilisant la formulation de Nobile [65] est proposé.

Figure B.1 Schéma des sections de la partie matériaux poreux et champ acoustique

B.1 Le modèle Johnson-Champoux-Allard (JCA)

Le modèle JCA permet de calculer l'impédance caractéristique et le nombre d'onde d'un matériau poreux dans le cadre d'un modèle fluide équivalent. Ce modèle est valide pour une large gamme de matériaux, cependant quand le squelette du matériau poreux est mis en vibration ce modèle n'est plus utilisable. Ceci se produit pour des matériaux à forte résistivité ou recouverts par un écran étanche.

B.1.1 Les paramètres du modèle

Cinq paramètres permettent de modéliser le comportement acoustique du matériau d'après le modèle JCA :
La porosité ϕ, définie par le volume relatif de fluide V_f et le volume total V_t :

$$\phi = \frac{V_f}{V_t}, \tag{B.1}$$

La tortuosité α_∞, caractérisant le chemin de l'air dans un matériau poreux relatif au chemin direct. Ce paramètre est défini par :

$$\alpha_\infty = \frac{\int_{V_f} v_m^2 dV}{(\int_{V_f} v_m dV)^2}, \tag{B.2}$$

où v_m est la vitesse particulaire microscopique.

La longueur caractéristique thermique Λ' [m]. La grandeur associée aux échanges de chaleur entre le fluide et la structure est la longueur caractéristique thermique.
Elle est définie par :

$$\frac{2}{\Lambda'} = \frac{\int_{S_i} dS}{\int_{V_f} dV}, \tag{B.3}$$

où S_i représente l'interface entre les phases fluide et solide et V_f le volume du domaine fluide. Pour un matériau possédant des pores cylindriques, Λ' est égale au rayon des pores.

La longueur caractéristique visqueuse Λ [m]. Il est possible de définir une longueur caractéristique Λ associée aux effets visqueux, définie par :

$$\frac{2}{\Lambda} = \frac{\int_{S_i} v_m^2 dS}{\int_{V_f} v_m^2 dV}. \tag{B.4}$$

La résistance au passage de l'air σ [N.s.m^{-4}]. La résistance au passage de l'air du matériau σ est obtenu par :

$$\sigma = \frac{\triangle P}{V h_p}, \tag{B.5}$$

où $\triangle P$ symbolise un différentiel de pression appliqué de part et d'autre du matériau, V la vitesse de l'air moyenne induite par le différentiel dans le matériau et h_p l'épaisseur du matériau où l'air passe.

B.1.2 Écriture du modèle

Un premier modèle proposé par Johnson et al. [46] permet de calculer la tortuosité dynamique :

$$\alpha(\omega) = \alpha_\infty + \frac{\nu\phi}{i\omega q_0}\left[1 + \left(\frac{2\alpha_\infty q_0}{\phi\lambda}\right)^2 \frac{i\omega}{\nu}\right]^{1/2}, \tag{B.6}$$

avec $\nu = \eta/\rho_0$, η étant la viscosité de cisaillement du fluide, ρ_0 la densité de l'air, q_0 la perméabilité visqueuse thermique. La densité effective peut ensuite être calculée avec :

$$\rho_{eff} = \alpha(\omega)\rho_0. \tag{B.7}$$

Dans le même article, le module d'élasticité isostatique K est donné par :

$$K_{eff} = \frac{P_0}{\left(1 - \frac{\gamma-1}{\gamma\alpha'(\omega)}\right)}, \tag{B.8}$$

avec P_0 la pression moyenne ambiante, $\gamma = c_p/c_v$ où c_v est la chaleur massique à volume constant et c_p la chaleur massique à pression constante. La fonction $\alpha'(\omega)$ est donnée par un modèle simplifié dans Champoux and Allard [16],

$$\alpha'(\omega) = \frac{8\nu'}{i\omega\lambda'^2}\left[1 + \left(\frac{2\lambda'}{4}\right)^2 \frac{i\omega}{\nu'}\right]^{1/2} + 1. \tag{B.9}$$

avec $\nu' = \frac{\eta}{\rho_0 P_r}$, P_r étant le nombre de Prandtl (égal à 0.707 pour l'air). Les paramètres acoustiques généralement utilisés, Z_p l'impédance du matériau et k_p le nombre d'onde dans le matériau, sont obtenus par :

$$Z_p = \sqrt{\rho_{eff} K_{eff}}. \tag{B.10}$$

$$k_p = \omega\sqrt{\frac{\rho_{eff}}{K_{eff}}}. \tag{B.11}$$

Finalement, l'impédance de surface Z_s dans le cas d'un matériau collé sur une surface rigide peut être obtenue par :

$$Z_s = -i\frac{Z_p}{\cos\psi_p}\cot(k_p \cos\psi_p h_p), \tag{B.12}$$

avec $\cos\psi_p = \sqrt{1 - \frac{k^2}{k_p^2}\sin^2(\phi_m)}$, ϕ_m l'angle d'incidence de la source et h_p l'épaisseur du matériau.

Le modèle JCA est le modèle retenu dans la thèse de par sa simplicité et son domaine de validité fréquentielle étendue dans les basses fréquences en comparaison du modèle de Miki, on peut voir un exemple d'impédance de surface d'une mousse de mélamine (paramètres donnés Tab. B.1) collé sur une surface rigide sur la figure B.2 et de son absorption en figure B.3.

B.1.3 Valeurs utilisées de paramètres JCA

Dans cette thèse quatre matériaux ont été simulés par le modèle JCA. Leurs paramètres sont données dans les tableaux B.1-B.4. Les paramètres des tableaux B.1-B.3 sont issus d'une caractérisation partielle réalisée au CTTM (Centre de Transfert des Technologies du Mans) permettant d'obtenir les valeurs de σ et de l'impédance de surface. Les autres paramètres ont été obtenus par optimisation entre le modèle JCA et l'impédance de surface mesurée. Les résultats issus des paramètres du matériau tableau B.2 montrent des différences notables en hautes fréquences. Cela est probablement dû à la présence d'un film

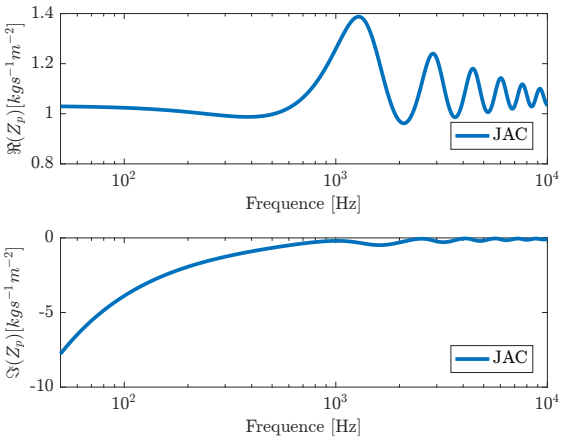


Figure B.2 Impédance de surface d'une mélamine sur un fond rigide. Les paramètres du matériau sont donnés dans le tableau B.1.

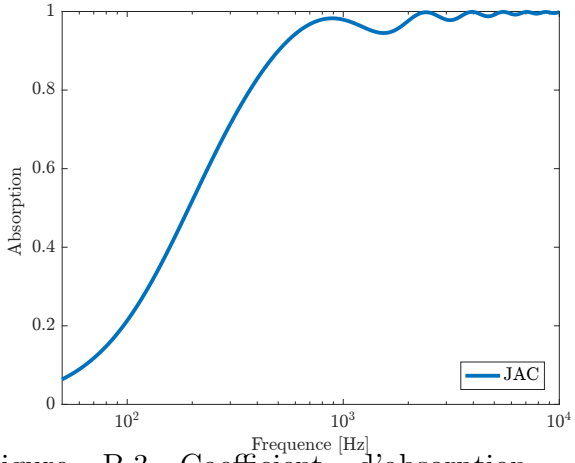


Figure B.3 Coefficient d'absorption d'une mélamine sur un fond rigide. Les paramètres du matériau sont donnés dans le tableau B.1.

sur le matériau. Enfin, les paramètres du matériau du tableau B.4 ont été sélectionnés afin d'obtenir une haute absorption pour les simulations de réflexions au §6.2.3.

σ	11500	[N.s.m^{-4}] Résistivité
h_p	0.08	[m] Épaisseur du matériau
ϕ	0.998	Porosité
Λ	124	[μm] Longueur visqueuse
Λ'	183	[μm] Longueur Thermique
α_∞	1.005	Tortuosité

Tableau B.1 Paramètres du modèle JCA d'une mousse de mélamine. Les valeurs ont été caractérisées depuis un vrai matériau utilisé dans les expériences.

σ	4166	[N.s.m^{-4}] Résistivité
h_p	0.05	[m] Épaisseur du matériau
ϕ	0.9899	Porosité
Λ	79	[μm] Longueur visqueuse
Λ'	360	[μm] Longueur Thermique
α_∞	1	Tortuosité

Tableau B.2 Paramètres du modèle JCA d'une mousse 50 mm caractérisées depuis un vrai matériau utilisé dans les expériences.

σ	19000	[N.s.m^{-4}] Résistivité
h_p	0.025	[m] Épaisseur du matériau
ϕ	0.998	Porosité
Λ	45	[μm] Longueur visqueuse
Λ'	339	[μm] Longueur Thermique
α_∞	1	Tortuosité

Tableau B.3 Paramètres du modèle JCA d'une mousse 25 mm caractérisées depuis un vrai matériau utilisé dans les expériences.

σ	1500	[N.s.m^{-4}] Résistivité
ϕ	0.97	Porosité
Λ	300	[μm] Longueur visqueuse
Λ'	170	[μm] Longueur Thermique
α_∞	1.01	Tortuosité

Tableau B.4 Paramètres du modèle JCA d'une mousse à haute absorption utilisée dans la simulation de réflexions au §6.2.3

B.2 Modèle de propagation acoustique au-dessus d'un matériau poreux

Une fois que les propriétés du matériau poreux ont été déterminées, il faut utiliser un modèle de propagation afin de simuler le champ acoustique et valider les méthodes développées, le but étant de remonter à l'impédance de surface et/ou à l'absorption grâce à la mesure expérimentale de ce champ.
On distingue deux grands types de sources acoustiques récurrentes dans la littérature scientifique, les sources d'ondes planes et les sources d'ondes sphériques, le second cas qui correspond à la configuration d'expérience développée dans cette thèse est explicité dans la section suivante.

B.2.1 Modèle de propagation dû à une source sphérique au-dessus d'un plan d'impédance

Disposer une source près d'un matériau à caractériser rejoint l'objectif expérimental de cette thèse, l'avantage réside dans le fait que le rapport signal sur bruit en est amélioré. Dans la littérature, c'est un problème qui a été de multiples fois abordé pour obtenir une solution exacte (Attenborough and Richards [6], Thomasson [87], Allard et al. [5], Chessell [17]). En utilisant une approche numérique, la simulation d'une onde sphérique au-dessus d'un matériau poreux localement réactif est proposée dans cette section. Cela est néanmoins plus compliqué à modéliser que l'onde plane, car il y a des interactions proches, entre le matériau et le front d'onde sphérique de la source.

Formulation du problème

La géométrie source-récepteur dans l'air pour un plan d'impédance finie est présentée dans la figure B.4. La convention temporelle utilisée est $e^{i\omega t}$. L'équation de Helmholtz en coordonnées cylindriques pour une source ponctuelle située à $z = z_0$ a la forme :

$$\triangle P(r,z) + k^2 P(r,z) = -2\delta(r)\delta(r - z_0)/r. \tag{B.13}$$

La condition limite d'impédance étant :

$$\frac{\partial P(r,0)}{\partial z} + ik\beta P(r,0) = 0, \tag{B.14}$$

Où $\beta = \frac{\rho_0 c_0}{Z_s}$ est l'admittance normalisée de surface, c_0 et ρ_0 étant la célérité de l'air et la densité de l'air dans l'espace $z > 0$ et Z_s l'impédance normalisée de surface.
D'après Nobile [65], en utilisant les transformées de Fourier et Hankel, la représentation

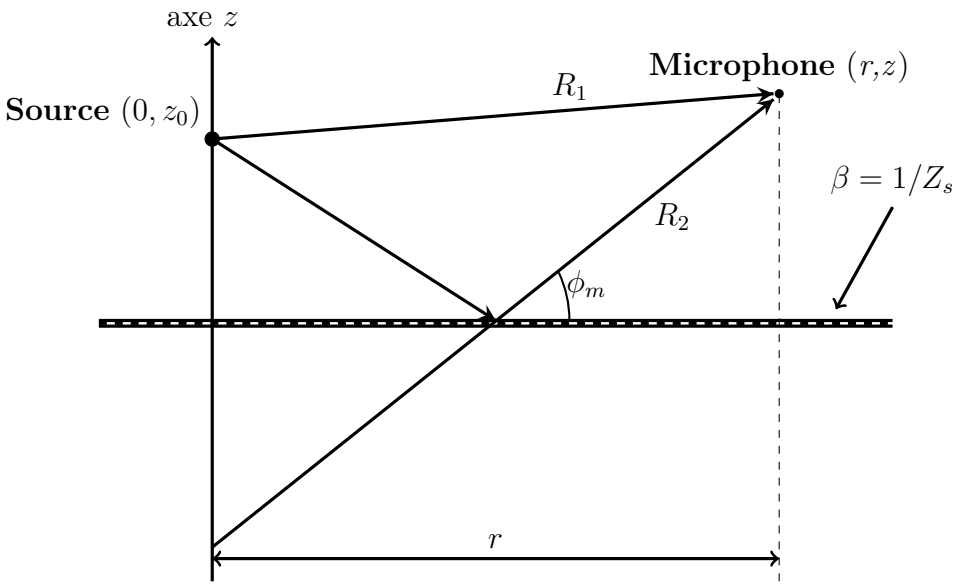


Figure B.4 Schéma d'une source ponctuelle et d'un microphone au-dessus d'un plan ayant une impédance Z_s.

de la solution peut être donnée sous forme d'intégrale.

$$P(r,z) = \frac{e^{-ikR_1}}{R_1} - \int_0^\infty i\left(\frac{k_z - k\beta}{k_z + k\beta}\right)\frac{e^{-ik_z(z+z_0)}}{k_z} k_r J_0(k_r r) dk_r, \tag{B.15}$$

où $k_z^2 = k^2 - k_r^2$ et J_0 la fonction de Bessel cylindrique d'ordre 0.

B.2.2 Méthode numérique de résolution

Une méthode de résolution simple est d'utiliser une intégration numérique (fonction *integral* de Matlab[56]) pour calculer l'intégrale B.15. Avec la forme de l'équation B.15, la

solution ne converge pas bien. En poursuivant les simplifications données par Nobile et Hayek Nobile [65], on obtient :

$$p(\mathbf{r}_l, Z_s, A) = A\left(\frac{e^{-ikr_{kl}}}{r_{kl}} + \frac{e^{-ikr'_{kl}}}{r'_{kl}} - 2\frac{k}{Z_s}I_1\right), \tag{B.16}$$

où A est l'amplitude de la source, r_{kl} est la distance entre la source située à $\mathbf{r}_l$ et le microphone k, r'_{kl} est la distance entre la source image et le microphone k et I_1 est donné par :

$$I_1 = \int_0^\infty \frac{e^{-ikr'_{kl}[(1-\xi^2-2i\xi\sin\phi_m)^{1/2}-i\xi/Z_s]}}{(1-\xi^2-2i\xi\sin\phi_m)^{1/2}}d\xi. \tag{B.17}$$

L'équation B.17 donne alors des résultats satisfaisants pour un temps de calcul faible.

B.2.3 Résultat de simulation

La figure B.5 montre un exemple de configuration utilisée dans la thèse et la figure B.6, le champ de pression réfléchi généré grâce à l'équation B.16.

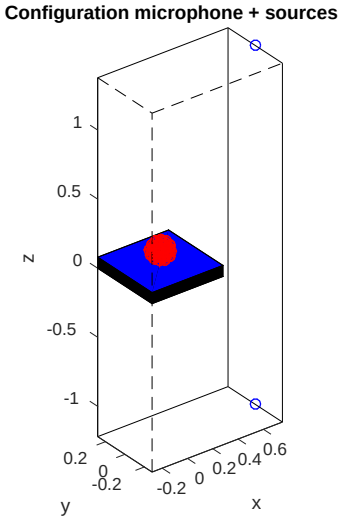


Figure B.5 Configuration d'une source ponctuelle au dessus d'un plan d'impédance infini et une antenne sphérique de 50 microphones, $\mathbf{r}_l(r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°)$.

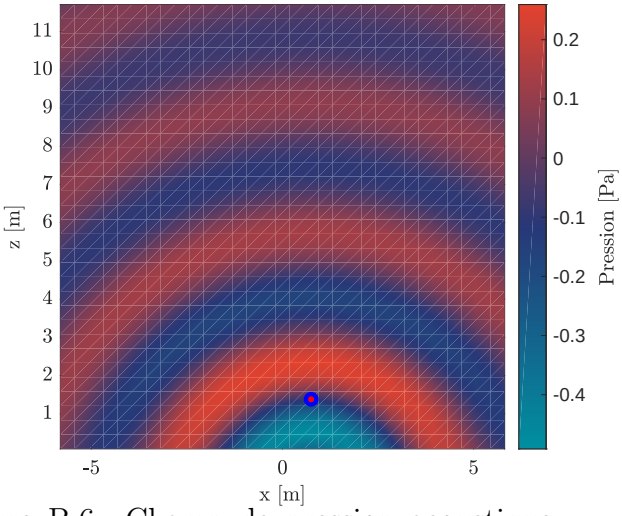


Figure B.6 Champ de pression acoustique réfléchi par une source au dessus d'un plan d'impédance à 100 Hz (Tab. B.1), $\mathbf{r}_l(r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 30°)$.

B.2.4 Résumé de l'annexe sur la modélisation des matériaux poreux

Dans le cadre de cette thèse sur l'identification de matériaux acoustiques, les modèles de champs acoustiques en présence de matériaux poreux sont utilisés pour valider les méthodes proposées. Cette partie a présenté une méthode de calcul des champs acoustiques au dessus d'un plan d'impédance Z_s.
Le modèle retenu pour modéliser les matériaux poreux est le modèle Champoux Allard

Johnson pour lequel on peut trouver facilement une gamme importante de paramètres et qui est bien connu de la littérature scientifique [64, 71, 55]. Le modèle de propagation proposé par Nobile et Hayek sera utilisé en utilisant une résolution numérique de l'intégrale, qui comparé à des mesures de référence, est fiable [22] et peu coûteux en temps de calcul. Les simulations des méthodes expérimentales auront pour but de retrouver l'absorption et/ou l'impédance de surface modélisée depuis le modèle JCA en utilisant les pressions acoustiques générées par le modèle de Nobile et Hayek résolue avec une intégrale numériquement évaluée.

ANNEXE C

Base hémisphérique numérique

C.1 Lien formel entre les coefficients sphériques et pressions de l'hémisphère (méthode 1 : SVD)

D'une part la pression au niveau d'une l'hémisphère de rayon r_m peut être notée en formalisme sphérique par :

$$p(r_m, \theta, \phi) = \mathbf{Y_S}^T \ \{\mathbf{w}_n(kr_m)\} \mathbf{A}_{mn}, \tag{C.1}$$

avec $\mathbf{w}_n(kr_m)$ les filtres d'encodages associés à la sphère de mesure (les fonctions $j_m(kr_m)$ pour une sphère ouverte), $\mathbf{Y_S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$, $\mathbf{A_{mn}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}1}$.
D'autre part, on peut décomposer la pression mesurée sur un hémisphère $p(r_m, \theta, \phi)$ à l'aide de l'ensemble réduit de HSH :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(r_m) = \tilde{\mathbf{s}}^{-1} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tilde{\mathbf{Y}}_{svd} p(r_m, \theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi, \tag{C.2}$$

en injectant la formule de l'équation (2.71) dans la formule ci-dessus, en remplaçant la pression $p(r_m, \theta, \phi)$ par la notation sphérique de l'équation (C.2) et en simplifiant, on obtient :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(r_m) = \tilde{\mathbf{s}}^{-1} \tilde{\mathbf{U}}^T \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \mathbf{Y_S} \mathbf{Y_S}^T \sin\theta d\theta d\phi \ \{\mathbf{w}_n(kr_m)\} \mathbf{A}_{mn}, \tag{C.3}$$

que l'on peut simplifier en utilisant la SVD de la matrice de Gram :

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tilde{\mathbf{Y}}_{svd} p(r_m, \theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \\ &= \mathbf{U}\{\mathbf{s}\}\mathbf{U}^T \\ &\approx \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{\mathbf{s}}\}\tilde{\mathbf{U}}^T. \end{aligned} \quad , \tag{C.4}$$

Ce qui donne :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn} = \underbrace{\tilde{\mathbf{s}}^{-1}\tilde{\mathbf{U}}^T\mathbf{U}\mathbf{s}\mathbf{U}^T}_{\tilde{\mathbf{U}}^T} \{\mathbf{w}_n(kr_m)\} \mathbf{A}_{mn}. \tag{C.5}$$

On peut alors relier les pressions projetées $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$ du domaine hémisphérique en inversant l'équation précédente pour obtenir les coefficients sphériques $\mathbf{A}_{mn}$:

$$\mathbf{A}_{mn} = \left[\tilde{\mathbf{U}}^T \{\mathbf{w}_n(kr_m)\}\right]^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{mn}. \tag{C.6}$$

C.2 Lien formel entre les coefficients sphériques et pressions acoustiques sur l'hémisphère (méthode 2 : fonctions Slepian combiner à la décomposition QR)

D'une part, la pression acoustique au niveau d'une l'hémisphère de rayon r_m peut être exprimée en formalisme sphérique par :

$$p(r_m, \theta, \phi) = \mathbf{Y_S}^T \ \{\mathbf{w}_n(kr_m)\}\, \mathbf{A}_{mn}, \tag{C.7}$$

avec $\mathbf{w}_n(kr_m)$ les filtres d'encodages associés à la sphère de mesure, $\mathbf{Y_S} \in \mathbb{R}^{N\text{x}K}$, $\mathbf{A_{mn}} \in \mathbb{R}^{N\text{x}1}$.
D'autre part, on peut décomposer la pression mesurée sur un hémisphère $p(r_m, \theta, \phi)$ à l'aide de l'ensemble réduit de HSH :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(r_m) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \tilde{\mathbf{Y}}_{QR} p(r_m, \theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi, \tag{C.8}$$

en injectant la formule de l'équation (2.79) dans la formule ci-dessus, en remplaçant la pression $p(r_m, \theta, \phi)$ par la notation sphérique de l'équation (C.8) et en simplifiant, on obtient :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn}(r_m) = \mathbf{D}_{QR}^{-T} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \mathbf{Y_S}\mathbf{Y_S}^T \sin\theta d\theta d\phi \ \{\mathbf{w}_n(kr_m)\}\, \mathbf{A}_{mn}, \tag{C.9}$$

que l'on peut simplifier en utilisant la définition de la matrice de Gram dans notre cas :

$$\mathbf{G} = \mathbf{U}\{s\}\mathbf{U}^T \approx \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{s}\}\tilde{\mathbf{U}}^T = \tilde{\mathbf{U}}\{\tilde{\mathbf{s}}^{1/2}\}\{\tilde{\mathbf{s}}^{1/2}\}\tilde{\mathbf{U}}^T = \mathbf{D}_{\text{QR}}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_{\text{QR}} \ . \tag{C.10}$$

Ce qui donne :

$$\tilde{\mathbf{P}}_{mn} = \underbrace{\tilde{\mathbf{D}}_{QR}^{-T} \mathbf{D}_{QR}^T \mathbf{Q}^T \mathbf{Q} \mathbf{D}_{QR}}_{\mathbf{D}_{QR}} \{\mathbf{w}_n(kr_m)\}\, \mathbf{A}_{mn}. \tag{C.11}$$

On peut alors relier les pressions projetées $\tilde{\mathbf{P}}_{mn}$ du domaine hémisphérique en inversant l'équation précédente pour obtenir les coefficients sphériques $\mathbf{A}_{mn}$:

$$\mathbf{A}_{mn} \approx \left[\mathbf{D}_{QR}\, \{\mathbf{w}_n(kr_m)\}\right]^{-1} \tilde{\mathbf{P}}_{mn}. \tag{C.12}$$

ANNEXE D
Maillage de la sphère

La théorie sphérique (voir section 2.4, page 26) est basée sur une définition continue de la sphère (utilisation d'une intégrale), or dans la réalité nous n'avons accès qu'à un nombre fini de points, que ce soit pour une mesure (microphones) ou pour de la reproduction de champ sonore (haut-parleurs). Cette finitude de points se traduit donc par une discrétisation de la sphère. Se pose alors la question de comment choisir le maillage le plus adapté. Dans la littérature, on retrouve plusieurs approches de maillage [74], et de manière générale, on commence par la définition du problème de quadrature. Une méthode de quadrature a pour but de calculer l'intégrale d'une fonction en utilisant une somme des échantillons d'une fonction (le terme cubature est quelques fois utilisé).
En considérant une fonction $\Phi(\theta, \phi)$, définie sur la sphère unitaire, la méthode de quadrature va approximer l'intégrale par une somme de points (θ_l, ϕ_l) sur la sphère, en utilisant des poids d'intégrations w_l comme suit

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \Phi(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \approx \sum_{l=1}^{N} w_l(\theta_l, \phi_l)\Phi(\theta_l, \phi_l). \tag{D.1}$$

Dans le cas de la théorie sphérique acoustique (sur l'équation (2.38)), on définie alors $\Phi(\theta, \phi)$ par $Y_{mn}(\theta, \phi)Y_{m'n'}(\theta, \phi)$, le but étant d'utiliser les HS comme référence pour l'optimisation de la quadrature qui devient :

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} Y_{mn}(\theta, \phi)Y_{m'n'}(\theta, \phi) \sin\theta d\theta d\phi \approx \sum_{l=1}^{N} w_l(\theta_l, \phi_l)Y_{mn}(\theta_l, \phi_l)Y_{m'n'}(\theta_l, \phi_l), \tag{D.2}$$

avec L le nombre maximal de points de la sphère.
Les HS étant une base de fonctions orthogonales, le résultat de l'intégration est censé être, $\delta_{mm'}\delta_{nn'}$ mais une erreur $\eta(n, m, n', m')$ est introduite par le schéma de discrétisation :

$$\sum_{l=1}^{L} w_l\tilde{Y}_{mn}(\theta_l, \phi_l)\tilde{Y}_{m'n'}(\theta_l, \phi_l) = \delta_{mm'}\delta_{nn'} + \eta(n, m, n', m'), \tag{D.3}$$

La minimisation de $\eta(n, m, n', m')$ est l'un des critères communs d'optimisation de maillage de sphère. Dans la suite le maillage de Lebedev est présenté, il s'agit du maillage de la sphère retenu dans la thèse. D'autres maillages on également été comparés pour certains avec des résultats inférieurs au niveau de l'orthogonalisation. Pour un maillage de 50 points ou presque (certains n'étant pas déterminé à 50 points) les performances vis à vis du repliement sont :

- peu performant pour les maillages Gaussien ($M = 3$), Fliegge ($M = 3$) et Spherical t-design ($M = 4$).

- bon ($M = 5$) pour les maillages de Lebedev et Healpix.
- excellent ($M = 6$) pour les maillages de Fibonacci, 'Minimum energy', 'Maximum determinant' et Hammersley.

La motivation de l'utilisation du maillage de Lebedev est d'une part pratique, comme l'on pouvait avoir accès à un microphone sphérique avec ce maillage. D'autre part les poids d'intégrations peuvent être calculé ou trouvé facilement dans la littérature, évitant ainsi l'utilisation de la pseudo inverse pour la projection des HS qui est moins polyvalent quand au choix de l'ordre de projection.

D.1 Maillage de Lebedev

Pour déterminer les positions des nœuds (θ_l, ϕ_l) et des poids w_l associés, plusieurs stratégies sont adoptées dans la littérature, il est choisit ici le maillage de Lebedev [50], [51], qui est un maillage sphérique optimisé pour discrétiser une sphère. Différents nombres de points prédéfinis sont possibles. Dans cette thèse, il est généralement utilisé un maillage de 50 sur la figure D.1, l'erreur d'orthonormalité (voir §2.5.3) montrant les performances de cette discrétisation est représenté sur la figure D.2.

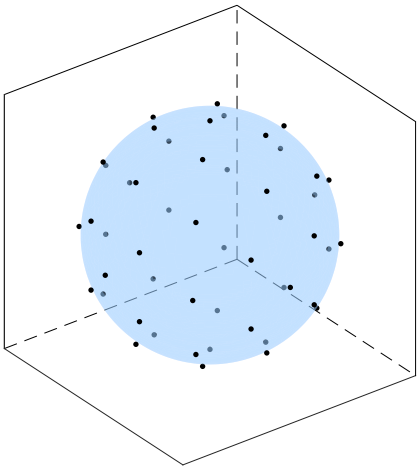


Figure D.1 Maillage de Lebedev d'une sphère avec 50 points.

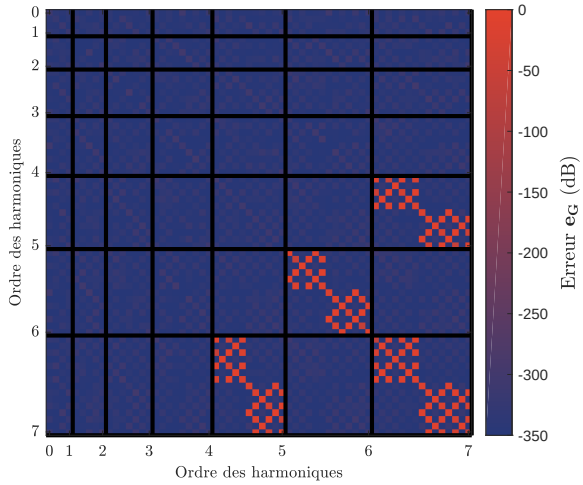


Figure D.2 Matrice d'erreur de la matrice de Gram montrant l'erreur d'orthonormalité associée à la configuration sphérique du maillage de Lebedev D.1.

ANNEXE E

Harmoniques hémisphériques

E.1 Hémisphère : transformation linéaire des polynômes de Legendre, une approche naïve et fausse

L'idée consiste à partir des HS afin de créer une base hémisphérique en utilisant une transformation linéaire, qui revient à étirer l'hémisphère pour en faire une sphère. Cette transformation fut déjà appliquée dans les domaines vidéographiques pour modéliser la lumière réfléchie sur un sol [30] [26] et de l'imagerie médicale [41].

Principe

La base sphérique déterminée par les HS, définit un espace angulaire complet (c.-à-d. une sphère). Si l'on ne s'intéresse qu'à une demi-sphère, on limite l'élévation ϕ. La solution de l'équation de Helmholtz pour l'angle d'élévation l'angle ϕ est donnée par les polynômes associés de Legendre $\mathcal{P}_{mn}$ qui respectent la propriété d'orthogonalité suivante sur l'élévation de $\phi = 0$ à $\phi = \pi$:

$$\int_{-1}^{1} \mathcal{P}_{mn}(x = \cos\phi)\mathcal{P}_{m'n}(x = \cos\phi)dx = \frac{2(m+n)!}{(2m+1)(m-n)!}\delta_{mm'}. \tag{E.1}$$

ϕ est contenu dans l'intervalle $[0\,;\,\pi]$ et donc $\cos\phi$ correspond à l'intervalle $[-1\,;\,1]$. L'intégrale définit un produit scalaire sur cet intervalle et celui-ci est différent de 0 si $m = n$, cela signifie que les polynômes associés de Legendre sont orthogonaux sur l'intervalle $[0\,;\,\pi]$.

Dans le cas du demi-espace, l'élévation ϕ est définie sur $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$, et la propriété d'orthogonalité n'est plus vérifiée :

$$\int_{0}^{1} \mathcal{P}_{mn}(x = \cos\phi)\mathcal{P}_{m'n}(x = \cos\phi)dx \neq \frac{2(m+n)!}{(2m+1)(m-n)!}\delta_{mm'}. \tag{E.2}$$

Une solution simple qui permet de créer une base orthogonale angulaire sur un demi-espace au lieu d'un espace complet, est de modifier les polynômes de Legendre afin que ceux-ci soient définis sur x appartenant à $[-1\,;\,1]$ en utilisant l'intervalle ϕ appartenant à $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$. On utilise pour cela la transformation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} \tilde{x} &\rightarrow 2x - 1 \\ P_n(\tilde{x}) &= P_n(2x-1), \end{aligned} \tag{E.3}$$

En injectant l'équation (E.3) dans l'équation (E.2) on obtient finalement une fonction orthonormale $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$:

$$\int_{-1}^{1} \mathcal{P}_{m'n}(\tilde{x})\mathcal{P}_{m'n}(\tilde{x})d\tilde{x} = \frac{2(m+n)!}{(2m+1)(m-n)!}\delta_{mm'}. \tag{E.4}$$

On peut interpréter cette transformation comme le fait d'étirer le quart de disque $\left[0\,;\,\frac{\pi}{2}\right]$ sur le demi- disque $[0\,;\,\pi]$, où les fonctions de Legendre sont définies orthogonales (ce demi-disque, par rotation sur θ devient une sphère).
La nouvelle base est appelée Harmoniques HémiSphériques de Distorsion (HSHD) $\tilde{Y}_{mn}$ orthogonales sur le demi-espace :

$$\begin{cases} \tilde{Y}_{mn}(\theta,\phi) & = \sqrt{(2m+1)\frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!}}\mathcal{P}_{mn}(2\cos(\phi)-1)\cos(n\theta) \text{ si } n \geq 0 \\ & = \sqrt{(2m+1)\frac{(m-|n|)!}{(m+|n|)!}}\mathcal{P}_{mn}(2\cos(\phi)-1)\sin(n\theta) \text{ si } n < 0. \end{cases} \tag{E.5}$$

Les harmoniques hémisphériques sont représentées sur la figure E.1 jusqu'à l'ordre 3. On observe sur cette figure l'effet de distorsion spatiale induite par la transformation linéaire. En effet, l'ordre 1 présente une directivité horizontale (Y_{11} par exemple, voir la figure 2.29) qui par distorsion est inclinée vers le haut pour les HSHD.
La figure E.2 montre l'erreur de la matrice de Gram des HSHD pour un hémisphère de 50 points dont le maillage optimisé (maillage de Lebedev, voir annexe D). On observe que la base est orthonormale sur l'hémisphère jusqu'à l'ordre 5.

Résultats

L'obtention d'une base orthonormale hémisphérique déduite de la base harmonique sphérique permet la projection des pressions calculées ou mesurées sur un hémisphère pour obtenir des pressions modales $\tilde{P}_{mn}$:

$$\tilde{P}_{mn}(k,a) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} \tilde{Y}_{mn}(\theta,\phi)p(k,a,\theta,\phi)\sin\theta d\theta d\phi, \tag{E.6}$$

Une première vérification des performances de la base développée ci-dessus consiste à simuler un champ de pression sur un réseau de microphones hémisphérique de rayon a pour obtenir les pressions modales $\tilde{P}_{mn}$, puis recalculer le champ de pression à l'aide de la transformée de Fourier discrète hémisphérique inverse :

$$p(k,a,\theta,\phi) = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=-m}^{m} \tilde{P}_{mn}\tilde{Y}_{mn}(\theta,\phi). \tag{E.7}$$

La figure E.3 présente un champ cible sur un hémisphère (une onde sphérique) vu depuis l'axe z, ainsi que le même champ reconstruit avec la formule de l'équation (E.7), et l'erreur normalisée entre les deux champs d'après l'équation (2.53). On observe que les résultats sont faux : en dehors de l'incidence normale, plus la fréquence augmente plus l'erreur

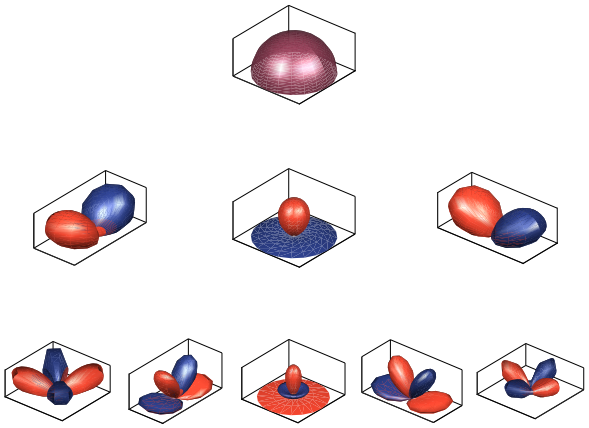


Figure E.1 Représentation des harmoniques hémisphériques de l'ordre $m = 0$ (ligne du haut) à l'ordre $m = 2$ (ligne du bas), $\tilde{Y}_m^0$ est représenté sur la colonne centrale. Les $\tilde{Y}_m^n$ pour $-m \leq n \leq -1$ sont présentés à gauche et pour $1 \leq n \leq m$ à droite. Les couleurs indiquent le changement de signe, positif en bleu, négatif en orange.

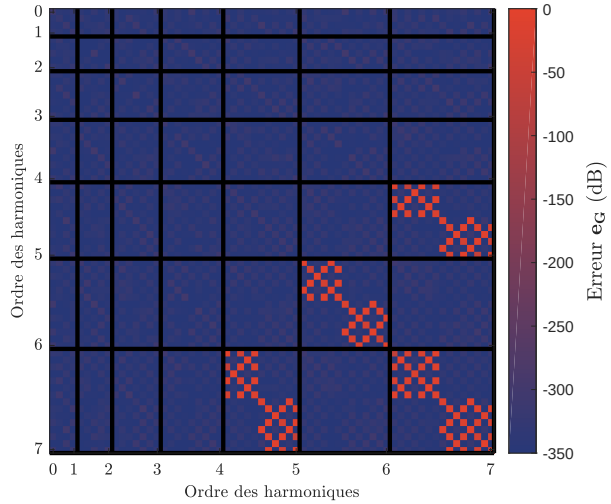


Figure E.2 Erreur de la matrice de Gram associée à la configuration hémisphérique maillée par prédistorsion.

est importante, de façon significative et plus importante que dans le cas de l'holographie sphérique malgré le fait de respecter la règle $kr = M$.

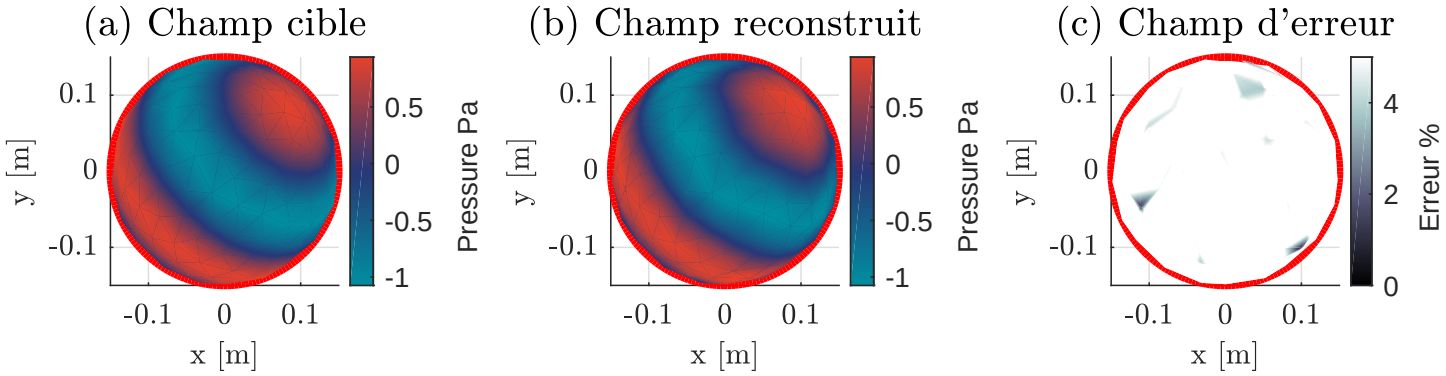


Figure E.3 (a) Champ de pression acoustique cible généré par une source sphérique située en (0.5 m, 0.5 m, 0.5 m) sur un ensemble de 50 microphones sur une antenne hémisphérique de rayon $a = 0.15$ m vue de dessus, (b) Champ de pression reconstitué depuis l'équation (E.7) avec $M = 5$, (c) Erreur normalisée entre les deux champs de pression.

Afin de pouvoir calculer un coefficient d'absorption ou d'impédance de surface, il est nécessaire d'obtenir les coefficients hémisphériques $\tilde{A}_{mn}$ et $\tilde{B}_{mn}$. De manière analogue aux

coefficients sphériques (voir section 2.4.2), on applique un filtrage spatial. Pour vérifier la validité des coefficients estimés, on peut extrapoler le champ acoustique en dehors du rayon de mesure selon l'équation (E.8) et le comparer avec la valeur exacte du champ.

$$p(k, r, \theta, \phi) = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=-m}^{m} \tilde{A}_{mn} j_m(kr) \tilde{Y}_{mn}(\theta, \phi). \tag{E.8}$$

La figure E.4 présente les résultats pour plusieurs fréquences avec un cas d'extrapolation intérieur au rayon de mesure $r < a$ et un cas d'extrapolation extérieur au rayon de mesure $r > a$, dans le cas favorable d'une source en incidence normale. On voit que dans les deux cas l'erreur augmente rapidement avec la fréquence. On ne peut donc utiliser l'approche décrite dans cette section pour déduire précisément le champ acoustique en dehors de la surface de mesure, et donc les paramètres d'absorption et/ou d'impédance de surface.

Discussions et explications

Bien que l'idée d'étirer les harmoniques sphériques pour construire une base dans le cas hémisphérique soit séduisante, on observe à la lumière des résultats issus des HSHD générés par distorsion des HS, que la base orthogonale n'est pas fonctionnelle pour propager la pression. On peut dans le cas d'une source en incidence normale interpoler le champ sonore sur le rayon de mesure, et dans une certaine mesure pour des incidences obliques. Cependant, la propagation des pressions acoustiques à partir des coefficients hémisphériques depuis un ensemble de valeurs de pressions obtenues sur une demi-sphère (générés par analogie aux coefficients sphériques) montre une erreur globale beaucoup trop importante. Dans ce cas, on peut penser que l'équation de base de propagation des ondes (l'équation de Helmholtz) n'est pas respectée par les fonctions hémisphériques proposées. Cela est facilement vérifiable en prenant un raisonnement inverse à la résolution de l'équation de Helmholtz, en partant de la forme de ces solutions pour retrouver l'équation d'onde en élévation. On obtient l'équation associée à la solution $\mathcal{P}_{mn}(2\cos\phi - 1)$ (voir démonstration en annexe F.2) :

$$\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial\phi}\left[\sin^2\phi\frac{\partial\mathcal{P}_{mn}}{\partial\phi}\right] + \left[m(m+1) - \frac{n^2}{\sin^2\phi}\right]\mathcal{P}_{mn} = 0, \tag{E.9}$$

Pour rappel, l'équation de Helmholtz en coordonnées sphériques pour la variable d'élévation est normalement :

$$\frac{1}{\sin\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left[\sin\phi\frac{\partial\mathcal{P}_{mn}}{\partial\phi}\right] + \left[m(m+1) - \frac{n^2}{\sin^2\phi}\right]\mathcal{P}_{mn} = 0 \tag{E.10}$$

En comparant les deux équations précédentes, on voit que les solutions étudiées $P_{mn}(2\cos\phi - 1)$ ne sont pas solutions de l'équation de Helmholtz. Il est donc normal que l'extrapolation de champ de pression de fonctionne pas. Satisfaire l'équation de Helmholtz afin de traiter les pressions mesurées sur un hémisphère apparaît donc obligatoire dans notre cas pour les fonctions de la base hémisphérique.

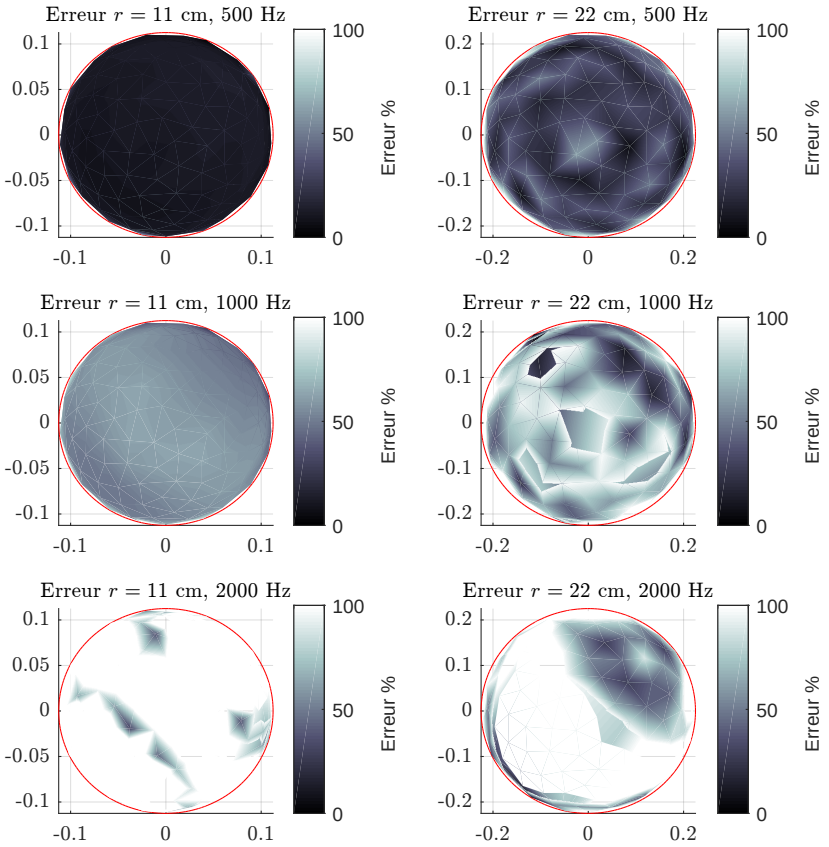


Figure E.4 Champ d'erreur normalisé entre les deux champs de pression extrapolés (cible et reconstitué avec l'équation (E.8)), vue selon l'axe z. La source est en incidente normale (0, 0, 0.5 m) et le rayon de mesure est $a = 0.15$ m . Sur la colonne de gauche le rayon de reconstitution est de $r = 0.11$ cm ($r < a$) et sur la colonne de droite $r = 22$ cm ($r > a$). Hémisphère de mesure de 50 points, maillage de Lebedev, $M = 5$, $f = 1500$ Hz.

E.2 Hémisphère : approche analytique de l'équation de Helmholtz avec conditions aux limites, une solution non orthogonale

Cette partie est une continuité de la section 2.5.5. On cherche ici à résoudre directement l'équation d'onde avec les conditions aux limites de l'impédance de surface du matériau (avec ϕ_0 l'angle à la surface du matériau par rapport à la normale). Cette approche nécessite de connaître l'impédance du matériau que l'on recherche pour décomposer le champ à partir de la solution, ce qui n'est pas le cas pour une mesure. Une telle solution devra donc être déterminée par un processus d'optimisation depuis des données de mesures.
La condition aux limites à la surface du matériau est régie par l'équation d'Euler :

$$\rho_0 i\omega \overrightarrow{v}(r,\phi_0) + \nabla p(r,\phi_0) = 0, \tag{E.11}$$

En utilisant l'impédance de surface $Z_s = p/u_z$, on obtient :

$$\frac{\rho_0 i\omega}{Z_s} p(r,\phi_0) + \frac{\partial p(r,\phi_0)}{\partial z} = 0. \tag{E.12}$$

Dans la suite on utilisera $C_t = \frac{\rho_0 i\omega}{Z_s}$.

Équation différentielle d'élévation

Pour un hémisphère obtenu en coupant la sphère en $\phi = \pi/2$ (voir la figure 2.33), on considère d'une part l'équation de Helmholtz, en prenant la partie de l'équation à variables séparés qui concerne l'élévation (ϕ et l'équation des polynômes de Legendre associés) auquel on ajoute l'équation aux limites pour la variable ϕ, on obtient le problème de Sturm-Liouville :

$$\begin{cases} \frac{1}{\sin\phi}\frac{\partial}{\partial\phi}\left[\sin\phi \frac{\partial \mathcal{P}_{l(n)n}}{\partial\phi}\right] + \left[l(l+1) - \frac{n^2}{\sin^2\phi}\right]\mathcal{P}_{l(n)n} = 0 \\ \mathcal{P}'_{l(n)n}(\cos\pi/2) + C_t \mathcal{P}_{l(n)n}(\cos\pi/2) = 0 \end{cases} \tag{E.13}$$

Pour trouver les solutions, il faut donc calculer les valeurs $l(n)$ qui résolvent ces deux équations. Comme vu dans la section 2.5.5, dans le cas de condition limite de Neumann et Dirichlet, les valeurs $l(n)$ correspondent aux HS $m + |n|$ pairs et impairs, respectivement. Dans [70], on présente des cas non hémisphériques de condition de Neumann résultant en des valeurs non entières de $l(n)$. Dans l'équation (E.13), la solution $P_l(n)$ est complexe car h (qui est relié à Z_s) est lui aussi complexe, il en résulte que $l(n)$ doit être complexe. Ces solutions soulèvent le doute sur la possibilité d'obtenir une solution orthogonale. On voit que le problème devient compliqué, en effet, les fonctions $\mathcal{P}_{l(n)n}$ de $l(n)$ complexes ne sont pas triviales à calculer. Il a été choisi de reformuler le problème de manière azimutale pour éviter cet écueil.

Équation différentielle azimutale

On utilise dans cette partie l'hémisphère comme une limitation de la sphère dans le sens azimutal comme sur le schéma de la figure E.5. On considère alors la partie de l'équation de Helmholtz à variables séparés qui concerne l'azimut :

$$\frac{\partial^2\Theta}{\partial\theta^2} + \lambda^2\Theta = 0 \tag{E.14}$$

Les conditions aux limites du problème de Sturm-Liouville associé dans le cas d'un demi-cercle sont :

$$\begin{aligned} \Theta'(0) + C_t\Theta(0) = 0 \\ \Theta'(\pi) + C_t\Theta(\pi) = 0 \end{aligned} \tag{E.15}$$

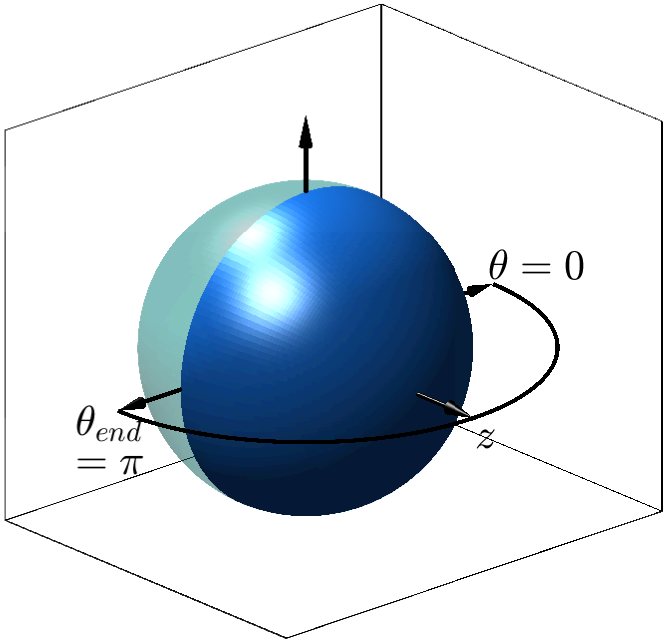


Figure E.5 Hémisphère dans le sens azimutal.

Solutions générales

Les solutions de l'équation (E.14) sont relativement simples :

$$\Theta = A_\lambda e^{\lambda\theta} + B_\lambda e^{-\lambda\theta} \tag{E.16}$$

On peut alors chercher à définir les fonctions propres et les valeurs propres azimutales, solutions des équations aux limites en utilisant les solutions générales :

$$\begin{aligned}\Theta'(0) + C_t\Theta(0) &= A_\lambda\lambda - B_\lambda\lambda + A_\lambda C_t - B_\lambda C_t = A_\lambda(C_t+\lambda) + B_\lambda(C_t-\lambda) = 0\\ \Theta'(\pi) + C_t\Theta(\pi) &= A_\lambda\lambda e^{\lambda\pi} - B_\lambda\lambda e^{-\lambda\pi} + A_\lambda C_t e^{\lambda\pi} - B_\lambda C_t e^{-\lambda\pi} = A_\lambda(C_t+\lambda)e^{\lambda\pi} + B_\lambda(C_t-\lambda)e^{-\lambda\pi} = 0.\end{aligned} \tag{E.17}$$

Sous forme matricielle, on obtient le système suivant :

$$M\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}C_t+\lambda & C_t-\lambda\\ (C_t+\lambda)e^{\lambda\pi} & (C_t-\lambda)e^{-\lambda\pi}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}A\\B\end{bmatrix} \tag{E.18}$$

Pour trouver les solutions possibles, on cherche les valeurs propres associées en calculant la solution du déterminant de la matrice M nulle :

$$(C_t^2 - \lambda^2)(e^{-\lambda\pi} - e^{\lambda\pi}) = 0 \tag{E.19}$$

Les solutions de l'équation précédente sont : $\lambda = \pm C_t$, avec $\lambda = in$, $n \in \mathbb{N}$. La solution générale est donc issue des deux formes de solutions précédentes. A_λ et B_λ sont déterminés par le champ acoustique considéré.

Orthogonalité des solutions

Dans l'optique d'une projection des mesures de pression acoustique sur l'hémisphère sur la base de solutions précédente, il convient de vérifier l'orthogonalité de celle-ci. Le produit scalaire dans le cas d'une solution complexe est défini par : $< f, g >= \int_0^\pi f g^* d\theta$. On prend deux solutions associées aux équations :

$$\begin{aligned} \Theta_n'' + \lambda_n^2 \Theta_n = 0 \\ \Theta_m'' + \lambda_m^2 \Theta_m = 0 \end{aligned} \tag{E.20}$$

En injectant le système (E.20) dans le produit scalaire on peut montrer (voir annexe G.1 pour la démonstration complète) qu'afin que la base de solution vérifie l'orthogonalité, il faut :

$$[\Theta_n' \Theta_m^*]_0^\pi - [\Theta_m'^* \Theta n]_0^\pi = 0 \tag{E.21}$$

Soit en développant :

$$\Theta_m^*(\pi)\Theta_n(\pi) - \Theta_m^*(0)\Theta_n(0) = 0 \tag{E.22}$$

Il en découle que lorsque C_t est complexe l'orthogonalité n'est vérifiée que si $\Theta_m^*(\pi)\Theta_n(\pi) = \Theta_m^*(0)\Theta_n(0)$ ce qui n'est clairement pas obtenu pour toutes les solutions de λ présentées précédemment.

E.2.1 Discussion des solutions analytiques de l'équation de Helmholtz avec condition au limite

On a montré que l'on ne peut pas utiliser la solution analytique de l'équation de Helmholtz avec des conditions aux limites hémisphériques azimutales, pour projeter des pressions mesurées de la même manière que les HS. Bien que non prouvé ici, il est probable qu'il en soit de même dans le cas de l'équation de Helmholtz avec une condition aux limites hémisphériques d'élévation, comme il semble que les solutions impliquent des coefficients $l(n)$ complexes.

ANNEXE F

Harmoniques hémisphériques : transformation linéaire

F.1 Maillage de l'hémisphère et optimisation

La discrétisation de la demi-sphère implique une limite sur la propriété d'orthonormalité qui introduit alors de l'erreur. La projection des fonctions orthogonales les unes par rapport aux les autres permet de calculer la matrice de Gram pour vérifier l'erreur d'orthonormalité associée à la discrétisation :

$$\mathbf{G} = \mathbf{YwY}' - \mathbf{I}, \tag{F.1}$$

Où $\mathbf{Y}$ défini la matrice $[L\text{x}M]$ de L harmoniques et M points sur l'espace à discrétiser, w les poids associés aux points M et $\mathbf{I}$ la matrice identité..

En s'attardant sur le sens physique des HSHD (Harmoniques HémiSphériques de Distorsion) par rapport au HS, on comprend que les HSHD sont des HS par distorsion. La demi-sphère est associée par transformation linéaire à une sphère, la demi-sphère est étirée jusqu'à former une sphère. On peut alors parler d'espace physique hémisphérique et d'espace sphérique de projection équivalent.
L'angle associé de la transformation linéaire est obtenu par inversion de la transformation :

$$\cos\tilde{\phi} = 2\cos\phi - 1. \tag{F.2}$$

Donc pour calculer les angles $\tilde{\phi}$ associés à la sphère depuis les angles ϕ de l'hémisphère on utilise :

$$\tilde{\phi} = \arccos(2\cos\phi - 1). \tag{F.3}$$

Il existe une multitude de façon de discrétiser une sphère qui conduisant des erreurs d'orthonormalités plus ou moins optimisées. Une première approche pour mailler l'hémisphère serait de prendre la moitié d'une sphère discrétisée, cette approche est montrée par les points noirs sur la figure F.1 pour une hémisphère de 74 points et sa matrice d'orthonormalité associé est montré en figure F.3. Cependant, cette méthode ne permet pas d'atteindre les mêmes performances sur l'erreur d'orthonormalité que la sphère pour un même nombre de points.

Une façon plus intelligente de mailler la demi-sphère est de pré-distordre un maillage de sphère optimisé de façon à ce que la distorsion de l'hémisphère se ramène à la sphère optimisé. Pour ce faire, les angles de la demi-sphère sont obtenus par :

$$\phi = \arccos(\frac{\cos\tilde{\phi} + 1}{2}). \tag{F.4}$$

La figure F.1 (a) montre respectivement le maillage de l'hémisphère pré-distordu en rouge, et (b) l'espace sphérique associé. Les erreurs des matrices de Gram associées aux deux maillages de la figure F.1 sont montré sur les figures F.2 et F.3. On voit bien alors que le maillage pré-distordu F.2 est optimisé puisqu'il permet de monter jusqu'à l'ordre 6 sans repliement, contrairement au cas non-optimisé F.3 qui ne permet de monter que jusqu'à l'ordre 3.

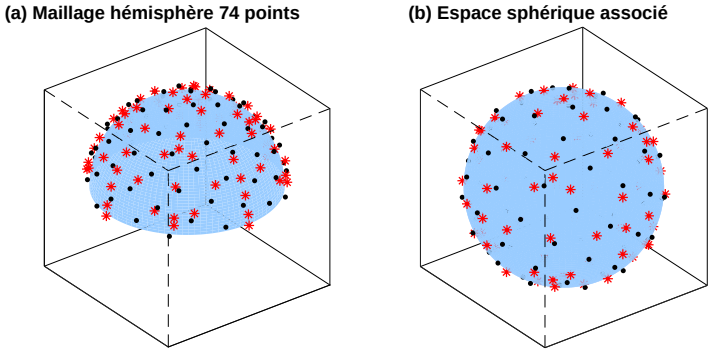


Figure F.1 Maillage d'une hémisphère avec 74 points (a) et son espace de projection sphérique associé (b), les points noirs représentent le maillage "normal", les étoiles rouges le maillage pré-distordu.

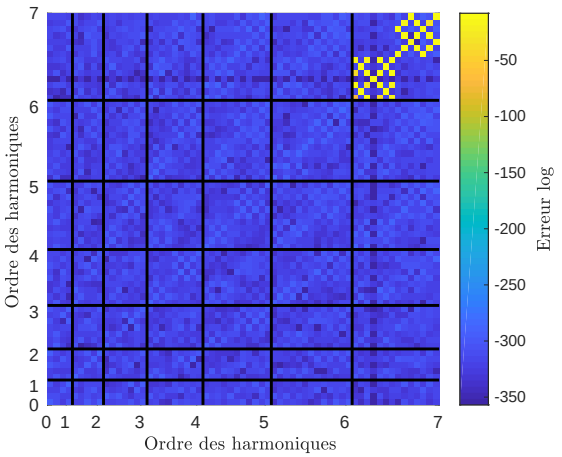


Figure F.2 Matrice de Gram montrant l'erreur d'orthonormalité associée à la configuration hémisphérique maillée par la méthode proposée depuis un maillage de Lebedev.

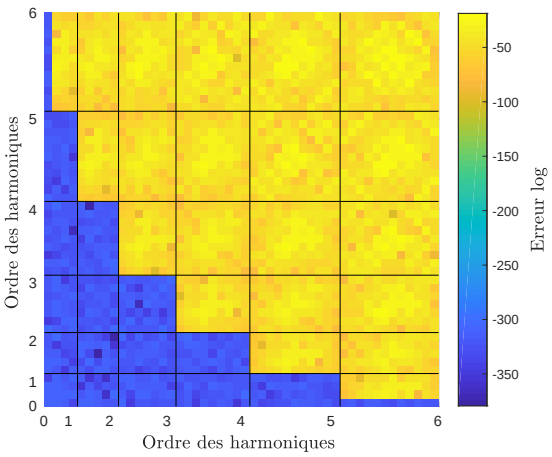


Figure F.3 Matrice de Gram montrant l'erreur d'orthonormalité associée à la configuration hémisphérique d'un maillage de Lebedev tronqué à la moitié.

F.2 Démonstration de l'équation HSHD

La forme de la solution suivant l'élévation est, dans le cas des HSHD :

$$\tilde{\mathcal{P}}_{mn}(x) = \mathcal{P}_{mn}(2\cos\phi - 1), \tag{F.5}$$

l'équation différentielle associée à cette solution est :

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[(1-x^2)\frac{\partial \mathcal{P}_{mn}}{\partial x}\right] + \left[n - \frac{m^2}{1-x^2}\right]\mathcal{P}_{mn} = 0, \tag{F.6}$$

avec n une constante, et x la variable d'espace considéré.
En remplaçant x par $2\cos\phi - 1$, et en utilisant quelques transformations :

$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \phi}\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial \phi}\left(\frac{\partial x}{\partial \phi}\right)^{-1} = \frac{\partial}{\partial \phi}\frac{-1}{2\sin\phi}, \tag{F.7}$$

$$\frac{\partial x}{\partial \phi} = -2\sin\phi, \tag{F.8}$$

on obtient l'équation associée à la solution $\mathcal{P}_{mn}(2\cos\phi - 1)$.

$$\frac{1}{4}\frac{\partial}{\partial \phi}\left[\sin^2\phi\frac{\partial \mathcal{P}_{mn}}{\partial \phi}\right] + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\phi}\right]\mathcal{P}_{mn} = 0, \tag{F.9}$$

Pour rappel, l'équation de Helmholtz en coordonnées sphériques pour la variable d'élévation est donnée par :

$$\frac{1}{\sin\phi}\frac{\partial}{\partial \phi}\left[\sin\phi\frac{\partial \mathcal{P}_{mn}}{\partial \phi}\right] + \left[n(n+1) - \frac{m^2}{\sin^2\phi}\right]\mathcal{P}_{mn} = 0 \tag{F.10}$$

ANNEXE G

Harmoniques hémisphériques : solution analytique de l'équation aux limites

G.1 Orthogonalité des solutions

Dans l'optique d'une projection des mesures sur la base des solutions sur l'hémisphère, il convient de vérifier l'orthogonalité de celle-ci. Le produit scalaire dans le cas d'une solution complexe est : $< f, g >= \int_0^\pi f g^* d\theta$. On prend deux mêmes équations à solutions différentes :

$$\begin{aligned} \Theta_n'' + \lambda_n^2 \Theta_n = 0 \\ \Theta_m'' + \lambda_m^2 \Theta_m = 0 \end{aligned} \tag{G.1}$$

Puis on multiplie la première équation par Θ_m^*, la seconde par Θ_n^* et l'on intègre sur la surface :

$$\begin{aligned} \int_0^\pi \Theta_n'' \Theta_m^* + \lambda_n^2 \Theta_n \Theta_m^* d\theta = 0 \\ \int_0^\pi \Theta_m'' \Theta_n^* + \lambda_m^2 \Theta_m \Theta_n^* d\theta = 0 \end{aligned} \tag{G.2}$$

On réalise une intégration par partie sur la première partie de l'intégrale :

$$\begin{aligned} [\Theta_n' \Theta_m^*]_0^\pi - \int_0^\pi \Theta_n' \Theta_m'^* d\theta + \int_0^\pi \lambda_n^2 \Theta_n \Theta_m^* d\theta = 0 \\ [\Theta_m' \Theta_n^*]_0^\pi - \int_0^\pi \Theta_m' \Theta_n'^* d\theta + \int_0^\pi \lambda_m^2 \Theta_m \Theta_n^* d\theta = 0 \end{aligned} \tag{G.3}$$

Puis en soustrayant le conjugué de la deuxième équation à la première on obtient :

$$\begin{aligned} [\Theta_n' \Theta_m^*]_0^\pi - \int_0^\pi \Theta_n' \Theta_m'^* d\theta + \int_0^\pi \lambda_n^2 \Theta_n \Theta_m^* d\theta - [\Theta_m'^* \Theta n]_0^\pi + \int_0^\pi \Theta_m'^* \Theta_n{}' d\theta - \int_0^\pi \lambda_m^2 \Theta_m^* \Theta_n d\theta = 0 \\ [\Theta_n' \Theta_m^*]_0^\pi - [\Theta_m'^* \Theta n]_0^\pi + \int_0^\pi \lambda_n^2 \Theta_n \Theta_m^* d\theta - \int_0^\pi \lambda_m^2 \Theta_m^* \Theta_n d\theta = 0 \\ [\Theta_n' \Theta_m^*]_0^\pi - [\Theta_m'^* \Theta n]_0^\pi + (\lambda_n^2 - \lambda_m^{2*}) \int_0^\pi \Theta_n \Theta_m^* d\theta = 0 \end{aligned} \tag{G.4}$$

Afin que le produit scalaire de la base de solution vérifie l'orthogonalité, il faut donc :

$$[\Theta_n' \Theta_m^*]_0^\pi - [\Theta_m'^* \Theta n]_0^\pi = 0 \tag{G.5}$$

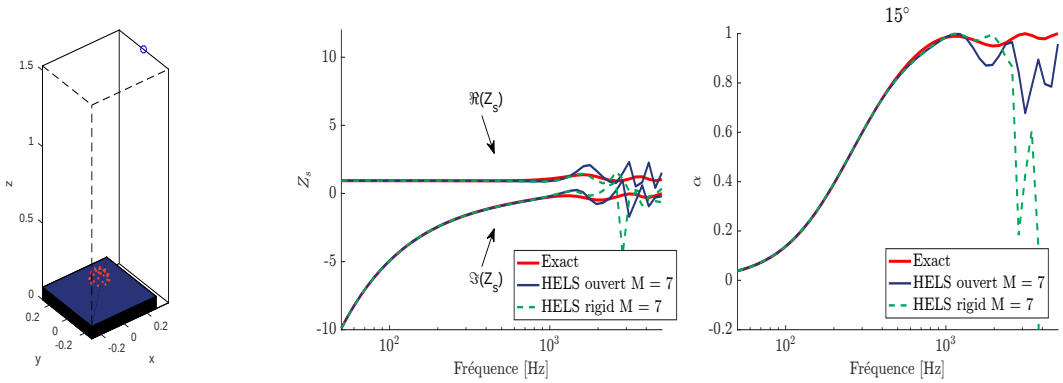
Soit en développant :

$$\begin{aligned}
\Theta'_n(\pi)\Theta^*_m(\pi) - \Theta'_n(0)\Theta^*_m(0) - \Theta'^*_m(\pi)\Theta_n(\pi) + \Theta'^*_m(0)\Theta_n(0) = 0 \\
-h\Theta_n(\pi)\Theta^*_m(\pi) + h\Theta_n(0)\Theta^*_m(0) + h^*\Theta^*_m(\pi)\Theta_n(\pi) - h^*\Theta^*_m(0)\Theta_n(0) = 0 \\
(h^* - h)\Theta^*_m(\pi)\Theta_n(\pi) - (h^* - h)\Theta^*_m(0)\Theta_n(0) = 0 \\
\Theta^*_m(\pi)\Theta_n(\pi) - \Theta^*_m(0)\Theta_n(0) = 0
\end{aligned} \tag{G.6}$$

Il en découle que lorsque h est complexe l'orthogonalité n'est vérifiée que si $\Theta^*_m(\pi)\Theta_n(\pi) = \Theta^*_m(0)\Theta_n(0)$ ce qui n'est clairement pas le cas pour toutes les solutions de λ présenté précédemment.

ANNEXE H

Comparaison de la méthode HELS pour une hémisphère avec et sans support rigide sphérique



(a) Configuration (b) Z_s (c) α

Figure H.1 Comparaison de la méthode HELS pour une hémisphère de microphones avec et sans support rigide sphérique, $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 15°$, $a = 7$ cm.

ANNEXE I

Compléments de mesures au robot 3D, mousse 50 mm

Cette annexe apporte des résultats complémentaires à la partie expérimentale avec une mousse de 50 mm d'épaisseur visible sur les figures I.1 et I.2.

I.1 Sphère de microphones $a = 7$ cm

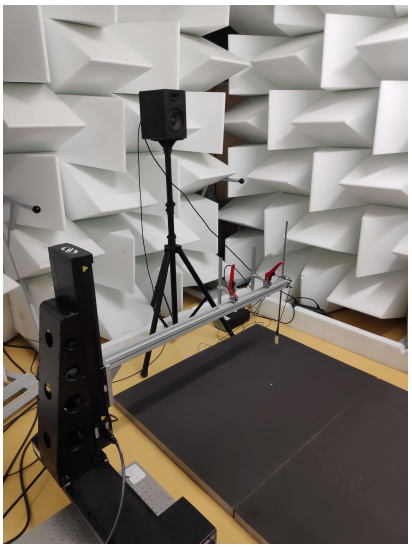


Figure I.1 Photographie de la configuration de mesure, microphone sur un robot de déplacement 3 axes, source monopolaire à $r_l = 1.42m$, $\phi_m = 0°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 50 mm.

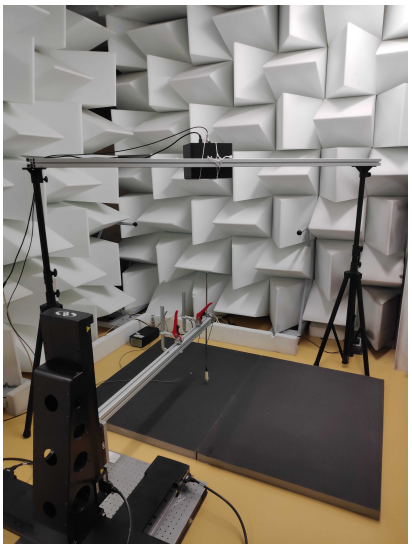


Figure I.2 Photographie de la configuration de mesure, microphone sur un robot de déplacement 3 axes, $a = 7$ cm, source monopolaire à $r_l = 1.78m$, $\phi_m = 30°$, au dessus d'une mousse d'épaisseur 50 mm.

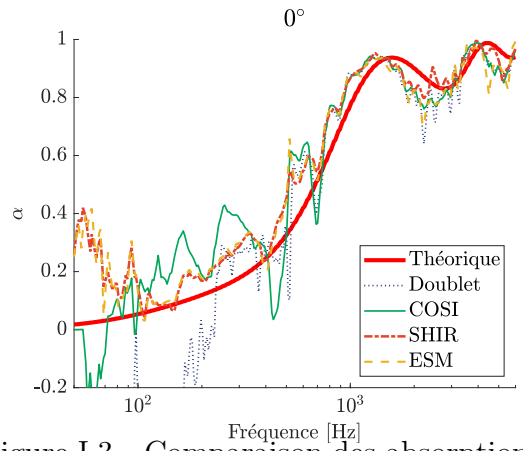


Figure I.3 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration sphérique 50 microphones $r_l = 1.45$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1.

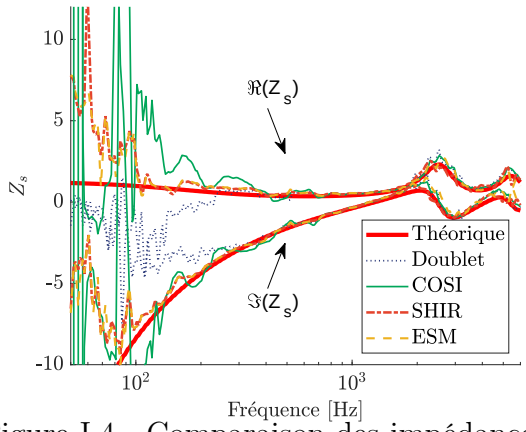


Figure I.4 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration sphérique 50 microphones $r_l = 1.45$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1.

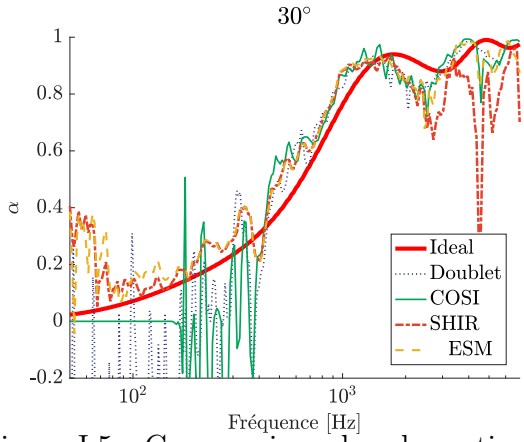


Figure I.5 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1.

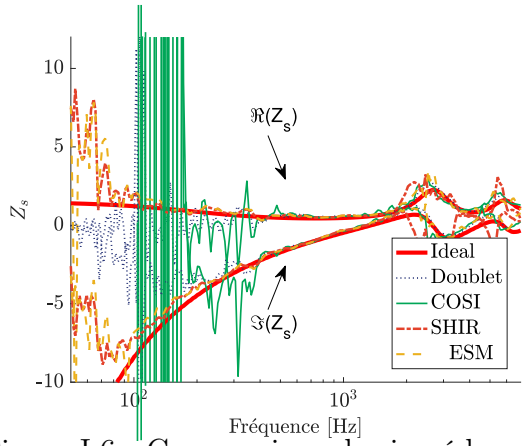


Figure I.6 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 1.78$ m, $\phi_m = 30°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1.

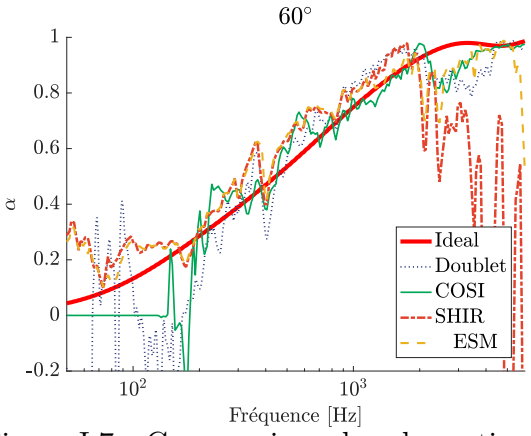


Figure I.7 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1.

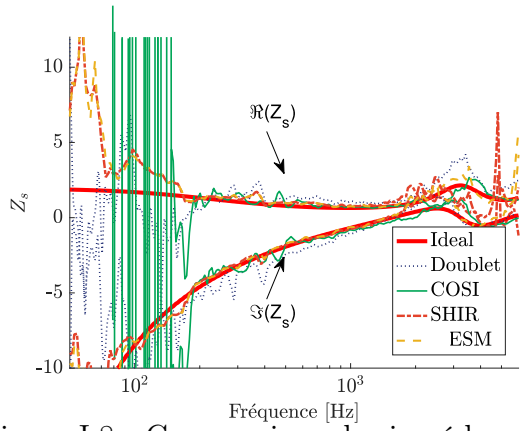
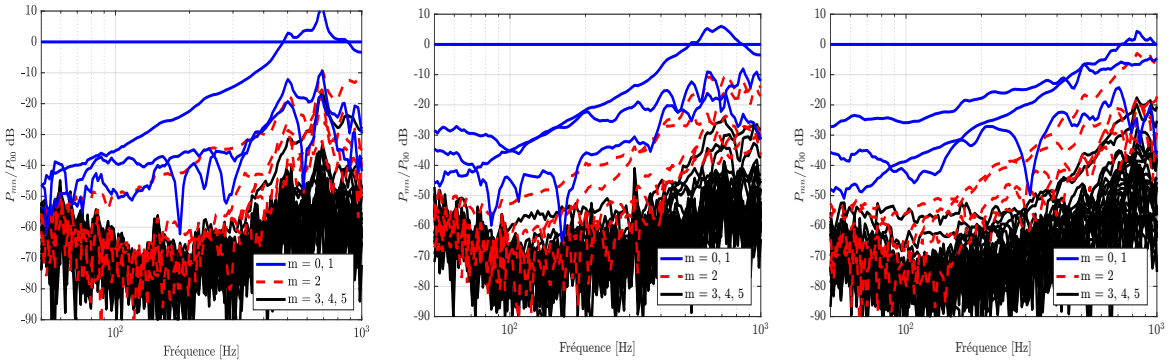


Figure I.8 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.06$ m, $\phi_m = 55°$, $a = 7$ cm de l'installation sur la figure I.1.



(a) $\phi_m = 0°$ (b) $\phi_m = 30°$ (c) $\phi_m = 55°$

Figure I.9 Pression modale P_{mn}, associées aux caractérisations d'une mousse de 50 mm d'épaisseur des figures I.3-I.8.

I.2 Double plan $a = 14$ cm

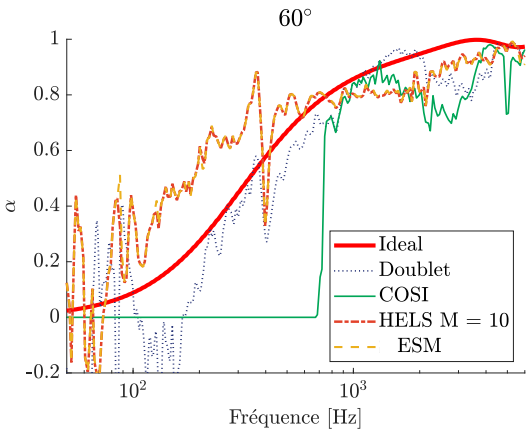


Figure I.10 Comparaison des absorptions estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.04$ m, $\phi_m = 60°$, $a = 14$ cm de l'installation sur la figure I.1.

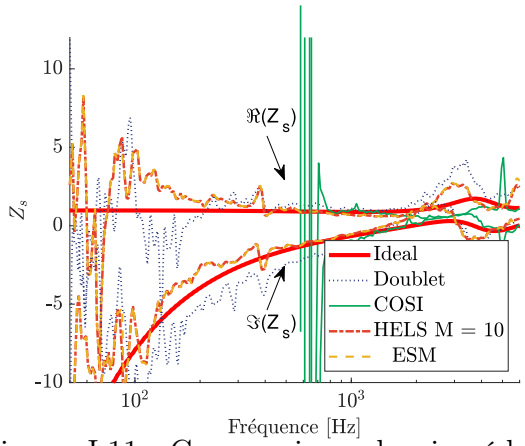


Figure I.11 Comparaison des impédances de surfaces estimées d'une mousse de 50 mm d'épaisseur pour la configuration $r_l = 2.04$ m, $\phi_m = 60°$, $a = 14$ cm de l'installation sur la figure I.1.

ANNEXE J

Compléments des simulations Comsol sur les effets de bords

Cette annexe apporte les résultats complémentaires d'impédances de surface à la partie sur l'influence des effets de bord du matériau présentée §6.2.4 (seul les absorptions sont présentes dans le corp du manuscrit).

J.1 Effet de la taille de l'échantillon

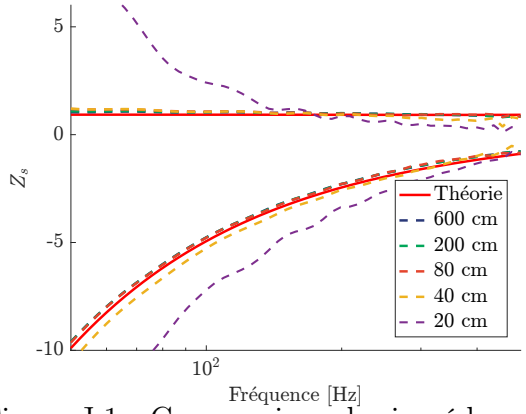


Figure J.1 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm, de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

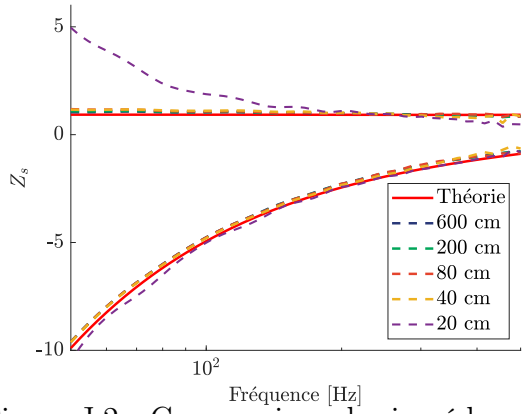


Figure J.2 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm encastrée dans un cadre rigide, de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 0°$, $a = 7$ cm.

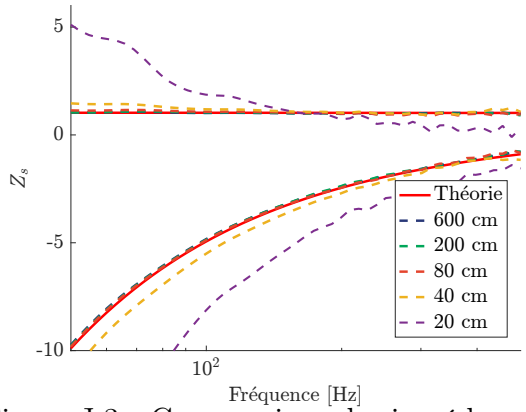


Figure J.3 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm , de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

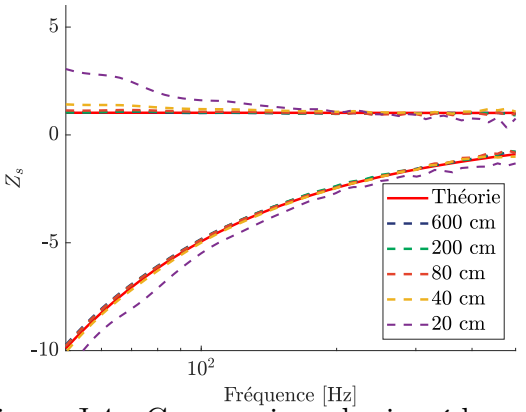


Figure J.4 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $Wr = 8$ m, $h = 8$ cm encastrée dans un cadre rigide, de longueur W différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

J.2 Effet de la taille de la baffle rigide

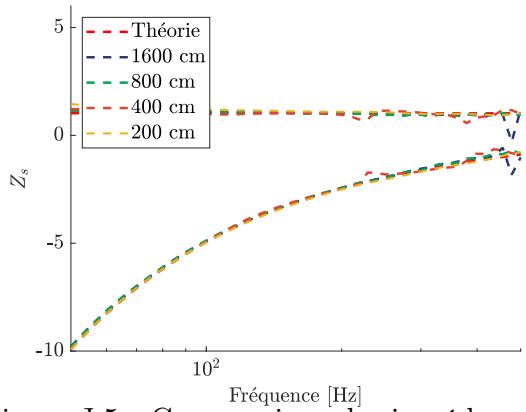


Figure J.5 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm de longueur Wr différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

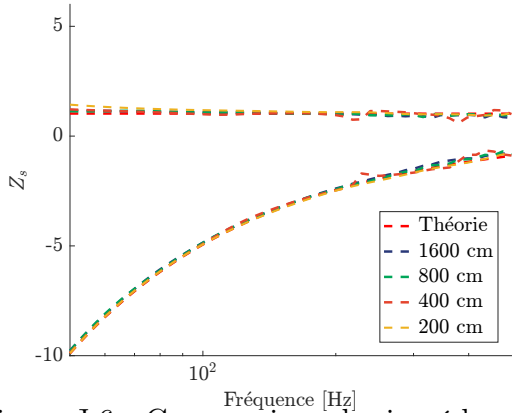


Figure J.6 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, $h = 8$ cm encastrée dans un cadre rigide, de longueur Wr différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

J.3 Effet de la hauteur de l'échantillon de la baffle rigide

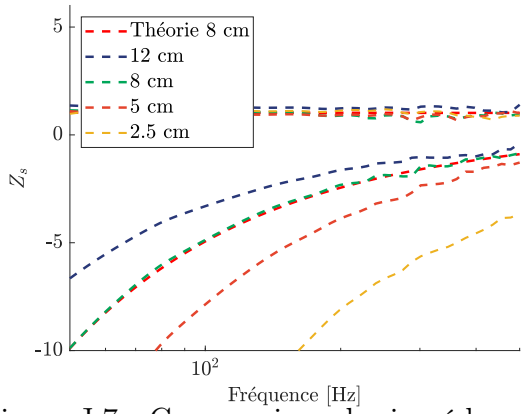


Figure J.7 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, $Wr = 6$ m d'épaisseur Hp différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

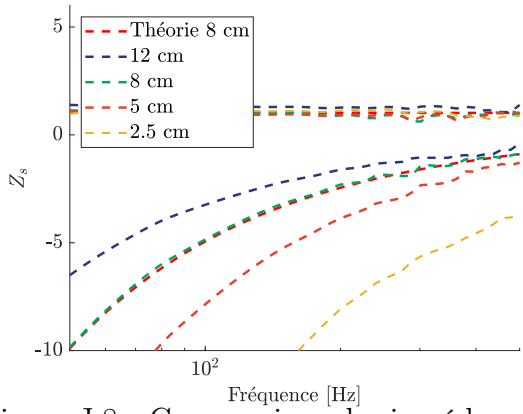


Figure J.8 Comparaison des impédances de surfaces avec une mousse mélamine carrée finie $W = 0.8$ m, encastrée dans un cadre rigide, $Wr = 6$ m d'épaisseur Hp différente pour la configuration $r_l = 1.5$ m, $\phi_m = 45°$, $a = 7$ cm.

LISTE DES RÉFÉRENCES

[1] Alberta Albertella, Fernando Sanso, and Nico Sneeuw. Band-limited functions on a bounded spherical domain : the slepian problem on the sphere. *Journal of Geodesy*, 73(9) :436–447, 1999.

[2] Jean François. Allard and Noureddine Atalla. *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials*. Wiley, 2. ed edition, 2009. OCLC : 699014950.

[3] Jean François Allard and Yvan Champoux. In situ technique for the measurement of acoustic surface impedance. In *Audio engineering society convention 86, Hambourg, Allemagne*, 1989.

[4] Jean François Allard and Benita Sieben. Measurements of acoustic impedance in a free field with two microphones and a spectrum analyzer. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 77(4) :1617–1618, 1985.

[5] Jean François Allard, Gert Jansens, and Walter Lauriks. Reflection of spherical waves by non-locally reacting porous media. *Wave motion*, 36(2) :143–155, 2002.

[6] Keith Attenborough and Trevor L Richards. Solid particle motion induced by a point source above a poroelastic half-space. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 86(3) :1085–1092, 1989.

[7] Ilya Balmages and Boaz Rafaely. Open-sphere designs for spherical microphone arrays. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 15(2) :727–732, 2007.

[8] Alice Bates. *Applied Sampling and Reconstruction of Signals on the Sphere*. Thèse de doctorat, The Australian National University, 2016.

[9] Alain Berry, Rokhiya Dia, and Olivier Robin. A wave field synthesis approach to reproduction of spatially correlated sound fields. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 131(2) :1226–1239, 2012.

[10] Alain Berry, Noureddine Atalla, Olivier Robin, and Olivier Doutres. *Développement d'une méthodologie innovante pour la caractérisation des traitements absorbants en laboratoire et étude de son applicabilité sur le terrain*. Rapport IRSST, Institut de recherche Robert-Sauvé en santé et en Sécurité du travail, 2017a.

[11] Laurens Boeckx, Gert Jansens, Walter Lauriks, and Gerrit Vermeir. The tamura method, a free field technique for scanning surfaces. *Proceedings Institute of Acoustics*, 25(5) :123–129, 2003.

[12] Eric Brandão, Emiel Tijs, Arcanjo Lenzi, and Hans-Elias de Bree. A Comparison of Three Methods to Calculate the Surface Impedance and Absorption Coefficient from Measurements Under Free Field or in situ Conditions. *Acta Acustica united with Acustica*, 97(6) :1025–1033, 2011.

[13] Eric Brandão, Arcanjo Lenzi, and Julio Cordioli. Estimation and minimization of errors caused by sample size effect in the measurement of the normal absorption coefficient of a locally reactive surface. *Applied Acoustics*, 73(6-7) :543–556, 2012.

[14] Eric Brandão, Arcanjo Lenzi, and Stephan Paul. A review of the in situ impedance and sound absorption measurement techniques. *Acta Acustica united with Acustica*, 101(3) :443–463, 2015.

[15] Emmanuel J Candès and Michael B Wakin. An introduction to compressive sampling. *IEEE signal processing magazine*, 25(2) :21–30, 2008.

[16] Yvan Champoux and Jean François Allard. Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media. *Journal of applied physics*, 70(4) :1975–1979, 1991.

[17] Charles Ian Chessell. Propagation of noise along a finite impedance boundary. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 62(4) :825–834, 1977.

[18] V. L. Chrisler. Dependence of sound absorption upon the area and distribution of the absorbent material. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 13 (2) :169–187, 1934.

[19] Jorge Daniel, B. Alvarez, and Finn Jacobsen. In-situ measurements of the complex acoustic impedance of porous materials. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, Istanbul, Turquie*, volume 2007, pages 3873–3882. Institute of Noise Control Engineering, 2007.

[20] Jérôme Daniel. *Représentation de Champs Acoustiques, Application à La Transmission et à La Reproduction de Scènes Sonores Complexes Dans Un Contexte Multimédia*. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2000.

[21] Hans-Elias De Bree. The microflown : An acoustic particle velocity sensor. *Acoustics Australia*, 31, 2003.

[22] Raffaele Dragonetti and Rosario A. Romano. Errors when assuming locally reacting boundary condition in the estimation of the surface acoustic impedance. *Applied Acoustics*, 115 :121–130, 2017.

[23] Joel Ducourneau, Vincent Planeau, Jacques Chatillon, and Armand Nejade. Measurement of sound absorption coefficients of flat surfaces in a workshop. *Applied Acoustics*, 70(5) :710–721, 2009.

[24] Samuel Dupont, Alain Berry, and Manuel Melon. Derivation of an orthogonal set of functions for hemispherical microphone arrays. In *26th ICSV, Montréal, Canada*, 2019.

[25] Samuel Dupont, Manuel Melon, and Alain Berry. Absorption measurement of acoustic materials using a spherical microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 145(3) :1896–1896, 2019.

[26] Shireen Elhabian, Ham Rara, and Aly Farag. Modeling lambertian surfaces under unknown distant illumination using hemispherical harmonics. In *Canadian Confe-*

rence on Computer and Robot Vision, pages 293–300. Institute of Electrical and Electronics Engineers , 2011.

[27] Efren Fernandez-Grande. Sound field reconstruction using a spherical microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(3) :1168–1178, 2016.

[28] Efren Fernandez-Grande and Angeliki Xenaki. Compressive sensing with a spherical microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(2) :EL45–EL49, 2016.

[29] Etan Fisher and Boaz Rafaely. Near-Field Spherical Microphone Array Processing With Radial Filtering. *IEEE Transactions on Audio, Speech, and Language Processing*, 19(2) :256–265, 2011.

[30] Pascal Gautron, Jaroslav Krivanek, Sumanta N. Pattanaik, and Kadi Bouatouch. A novel hemispherical basis for accurate and efficient rendering. *Rendering Techniques*, 2004 :321–330, 2004.

[31] Alba Granados and Finn Jacobsen. Regularized reconstruction of sound fields with a spherical microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133 (5) :3295–3295, 2013.

[32] Pierre Grandjean, Philippe-Aubert Gauthier, and Alain Berry. Size of the accurate-reproduction area as function of directional metrics in spherical harmonic domain. *Proceedings of the 2018 AES International Conference on Spatial Reproduction - Aesthetics and Science, Tokyo, Japan*, page 10, 2018.

[33] Pierre Grandjean, Clément Girin, Philippe-Aubert Gauthier, and Alain Berry. Spherical microphone array design and validation : Double-layer versus simple-layer array. In *26th ICSV, Montréal, Canada*, 2019.

[34] GV Haines. Spherical cap harmonic analysis. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 90 :2583–2591, 1985.

[35] Jørgen Hald. Basic theory and properties of statistically optimized near-field acoustical holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 125(4) :2105–2120, 2009.

[36] Jørgen Hald, Wookeun Song, Karim Haddad, Cheol-Ho Jeong, and Antoine Richard. In-situ impedance and absorption coefficient measurements using a double-layer microphone array. *Applied Acoustics*, 143 :74–83, 2019.

[37] R. E. Halliwell. Inter-laboratory variability of sound absorption measurement. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 73(3) :880–886, 1983.

[38] Per Christian Hansen. *Rank-deficient and discrete ill-posed problems*. SIAM, 1996.

[39] Per Christian Hansen. *Regularization Tools Version 4.0 for Matlab 7.3*. Numerical Algorithms, 2007.

[40] Kunikazu Hirosawa, Kazuhiro Takashima, Hiroshi Nakagawa, Makoto Kon, Aki Yamamoto, and Walter Lauriks. Comparison of three measurement techniques for the normal absorption coefficient of sound absorbing materials in the free field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 126(6) :3020–3027, 2009.

[41] Heng Huang, Lei Zhang, Dimitris Samaras, Li Shen, Rong Zhang, Fillia Makedon, and Justin Pearlman. Hemispherical harmonic surface description and applications to medical image analysis. In *3D Data Processing, Visualization, and Transmission, Third International Symposium on, Chapel Hill, État-Unis*, pages 381–388. Institute of Electrical and Electronics Engineers , 2006.

[42] Cheinway Hwang and Shin-Kuen Chen. Fully normalized spherical cap harmonics : application to the analysis of sea-level data from TOPEX/POSEIDON and ERS-1. *Geophysical Journal International*, 129(2) :450–460, 1997.

[43] Finn Jacobsen. An overview of the sources of error in sound power determination using the intensity technique. *Applied Acoustics*, 50(2) :155–166, 1997.

[44] Finn Jacobsen, Guillermo Moreno-Pescador, Efren Fernandez-Grande, and Jørgen Hald. Near field acoustic holography with microphones on a rigid sphere (L). *The Journal of the Acoustical Society of America*, 129(6) :3461–3464, 2011.

[45] Pierre JeanGrand. Reproduction de champs sonores en trois dimensions : comparaison et combinaison des approches approches wave field synthesis et high order ambisonics. In *SCA 772 Definition du projet de recherche au doctorat*, 2004.

[46] David Linton Johnson, Joel Koplik, and Roger Dashen. Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media. *Journal of Fluid Mechanics*, 176(-1) :379, 1987.

[47] Sven Kordon, Johann-Markus Batke, and Alexander Krueger. Method and apparatus for processing signals of a spherical microphone array on a rigid sphere used for generating an ambisonics representation of the sound field, August 16 2016. US Patent 9,420,372.

[48] Hasan Koruk. An assessment of the performance of impedance tube method. *Noise Control Engineering Journal*, 62(4) :264–274, 2014.

[49] Christophe Langrenne and Alexandre Garcia. Vector intensity reconstruction using the data completion method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133 (4) :2198–2207, 2013.

[50] NN Lebedev. *Special Functions and their Applications. 1972.* Prentice-Hall, Inc., 1972.

[51] Pierre Lecomte, Philippe-Aubert Gauthier, Christophe Langrenne, Alexandre Garcia, and Alain Berry. On the use of a Lebedev grid for Ambisonics. In *Audio Engineering Society Convention 139, New York, United States of America*. Audio Engineering Society, 2015.

[52] Pierre Lecomte, Philippe-Aubert Gauthier, Christophe Langrenne, Alain Berry, and Alexandre Garcia. A Fifty-Node Lebedev Grid And Its Applications To Ambisonics. *Journal of the Audio Engineering Society*, 64(11) :868–881, 2016.

[53] T. Legouis and Jean Nicolas. Phase gradient method of measuring the acoustic impedance of materials. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 81(1) :44–50, 1987.

[54] Jing-Fang Li and Murray Hodgson. Use of pseudo-random sequences and a single microphone to measure surface impedance at oblique incidence. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(4) :2200–2210, 1997.

[55] Yaoguang Liu, Xiandong Liu, Jun Xu, Xiaojun Hu, and Zhaowang Xia. Inverse identification of the acoustic porous parameters of double-layered poroelastic structures by acoustic rigidity approximation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 142(1) :72–83, 2017.

[56] MATLAB$^{\text{TM}}$. *version 9.2.0.556344 (R2017a)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, 2018.

[57] Yasushi Miki. Acoustical properties of porous materials-Modifications of Delany-Bazley models. *Journal of the Acoustical Society of Japan (E)*, 11(1) :19–24, 1990.

[58] Sébastien Moreau. Étude et réalisation d'outils avancés d'encodage spatial pour la technique de spatialisation sonore Higher Order Ambisonics : Microphone 3D et contrôle de distance. *Université du Maine, Le Mans, France*, 2006.

[59] Sébastien Moreau and Jérôme Daniel. Study of higher order ambisonic microphone. In *7ème Congrès Français d'Acoustique (Joint congress CFA-DAGA'04), Strasbourg, France*, 2004.

[60] Sébastien Moreau, Jérôme Daniel, and Stéphanie Bertet. 3D sound field recording with higher order ambisonics–Objective measurements and validation of a 4th order spherical microphone. In *120th Convention of the AES, Paris, France*, pages 20–23, 2006.

[61] Markus Müller-Trapet. *Measurement of Surface Reflection Properties : Concepts and Uncertainties*, volume 23. Thèse de doctorat, Aachen University, 2015.

[62] Markus Müller-Trapet and Michael Vorländer. Uncertainty analysis of standardized measurements of random-incidence absorption and scattering coefficients. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 137(1) :63–74, 2015.

[63] Anthony Nash. On the reproducibility of measuring random incidence sound absorption. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130(4) :2354–2354, 2011.

[64] Matti Niskanen, Jean-Philippe Groby, Aroune Duclos, Olivier Dazel, Jean-Christophe Le Roux, Nicolas Poulain, Tomi Huttunen, and Timo Lähivaara. Deterministic and statistical characterization of rigid frame porous materials from impedance tube measurements. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 142(4) :2407–2418, 2017.

[65] Sabih I. Nobile, Matthew A. et Hayek. Acoustic propagation over an impedance plane. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 78(4) :1325–1336, 1985.

[66] Mélanie Nolan, Samuel A. Verburg, Jonas Brunskog, and Efren Fernandez-Grande. Experimental characterization of the sound field in a reverberation room. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 145(4) :2237–2246, 2019. ISSN 0001-4966.

[67] Toru Otsuru, Reiji Tomiku, Noriko Okamoto, Masahiko Murakami, Fumininri Kutsukake, and Nazli Che Din. In-situ measurement method of ensemble averaged impedance and absorption characteristics of materials at field incidence using pv or pp sensors. In *International Congress and Exposition on Noise Control Engineering, Shanghai , Chine*, 2008.

[68] Marco Ottink, Jonas Brunskog, Cheol-Ho Jeong, Efren Fernandez-Grande, Per Trojgaard, and Elisabet Tiana-Roig. In situ measurements of the oblique incidence sound absorption coefficient for finite sized absorbers. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 139(1) :41–52, 2016.

[69] R. Pail, G. Plank, and W.-D. Schuh. Spatially restricted data distributions on the sphere : the method of orthonormalized functions and applications. *Journal of Geodesy*, 75(1) :44–56, 2001.

[70] Hannes Pomberger and Franz Zotter. Modal sound field decomposition applicable for a limited range of directions. *Fortschritte der Akustik, AIA-DAGA, Merano, Italie*, 2013.

[71] Francesco Pompoli, Paolo Bonfiglio, Kirill V. Horoshenkov, Amir Khan, Luc Jaouen, François-Xavier Bécot, Franck Sgard, Francesco Asdrubali, Francesco D'Alessandro, Jörn Hübelt, Noureddine Atalla, Celse K. Amédin, Walter Lauriks, and Laurens Boeckx. How reproducible is the acoustical characterization of porous media ? *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(2) :945–955, 2017.

[72] Boaz Rafaely. Spatial-temporal correlation of a diffuse sound field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107(6) :3254–3258, 2000.

[73] Boaz Rafaely. Phase-mode versus delay-and-sum spherical microphone array processing. *IEEE Signal Processing Letters*, 12(10) :713–716, 2005.

[74] Boaz Rafaely. *Fundamentals of Spherical Array Processing*, volume 8 of *Springer Topics in Signal Processing*. Springer Berlin Heidelberg, 2015.

[75] Antoine Richard. *Characterization of acoustic properties of surfaces based on spatio-temporal information*. Thèse de doctorat, Technical University of Denmark, 2018.

[76] Antoine Richard and Efren Fernandez-Grande. Comparison of two microphone array geometries for surface impedance estimation. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 146(1) :501–504, 2019.

[77] Antoine Richard, Efren Fernandez-Grande, Jonas Brunskog, and Cheol-Ho Jeong. Estimation of surface impedance at oblique incidence based on sparse array processing. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 141(6) :4115–4125, 2017.

[78] Olivier Robin, Alain Berry, and Stéphane Moreau. Reproduction of random pressure fields based on planar nearfield acoustic holography. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 133(6) :3885–3899, 2013.

[79] Olivier Robin, Alain Berry, Olivier Doutres, and Noureddine Atalla. Measurement of the absorption coefficient of sound absorbing materials under a synthesized diffuse acoustic field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 136(1) :EL13–EL19, 2014.

[80] Olivier Robin, Celsa Kafui Amedin, Alain Berry, Noureddine Atalla, Olivier Doutres, and Franck Sgard. Assessing sound absorption coefficient under a synthetized diffuse acoustic field : effect of the sample size and nature. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, San Francisco, United States of America*, 2015.

[81] Olivier Robin, Alain Berry, Noureddine Atalla, Olivier Doutres, and Franck Sgard. Sound absorption measurements : comparison of standard tests in reverberant room with measurements using a synthetized diffuse acoustic field. In *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings, Hamburg, Allemagne*, volume 253, pages 4759–4768, 2016.

[82] Yasuo Takahashi, Toru Otsuru, and Reiji Tomiku. In situ measurements of surface impedance and absorption coefficients of porous materials using two microphones and ambient noise. *Applied Acoustics*, 66(7) :845–865, 2005.

[83] Masayuki Tamura. Spatial Fourier transform method of measuring reflection coefficients at oblique incidence. I : Theory and numerical examples. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(5) :2259–2264, 1990.

[84] Masayuki Tamura, Jean François Allard, and Denis Lafarge. Spatial fourier-transform method for measuring reflection coefficients at oblique incidence. II. experimental results. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 97(4) :2255–2262, 1995.

[85] Ivan Tashev. Gain self-calibration procedure for microphone arrays. In *2004 IEEE International Conference on Multimedia and Expo (ICME) (IEEE Cat. No.04TH8763)*, pages 983–986, Taipei, Taiwan, 2004. IEEE.

[86] S-I Thomasson. On the absorption coefficient. *Acta Acustica united with Acustica*, 44(4) :265–273, 1980.

[87] Sven-Ingvar Thomasson. Reflection of waves from a point source by an impedance boundary. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 59(4) :780–785, 1976.

[88] Emi Toyoda, Shinichi Sakamoto, and Hideki Tachibana. Effects of room shape and diffusing treatment on the measurement of sound absorption coefficient in a reverberation room. *Acoustical science and technology*, 25(4) :255–266, 2004.

[89] Martijn Vercammen. Improving the accuracy of sound absorption measurement according to ISO 354. In *Proceedings of the International Symposium on Room Acoustics, Melbourne, Australia*, 2010.

[90] Zhaoxi Wang and Sean F. Wu. Helmholtz equation–least-squares method for reconstructing the acoustic pressure field. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 102(4) :2020–2032, 1997.

[91] Darren B Ward and Thushara D Abhayapala. Reproduction of a plane-wave sound field using an array of loudspeakers. *IEEE Transactions on speech and audio processing*, 9(6) :697–707, 2001.

[92] Earl G. Williams. *Fourier Acoustics : Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*. Academic press, 1999.

[93] Earl G Williams and Kazuhiro Takashima. Vector intensity reconstructions in a volume surrounding a rigid spherical microphone array. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 127(2) :773–783, 2010.

[94] Earl G Williams, Nicolas Valdivia, Peter C Herdic, and Jacob Klos. Volumetric acoustic vector intensity imager. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 120(4) :1887–1897, 2006.

[95] Sean F. Wu. On reconstruction of acoustic pressure fields using the Helmholtz equation least squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 107(5) : 2511–2522, 2000.

[96] Sean F. Wu and Jingyou Yu. Reconstructing interior acoustic pressure fields via Helmholtz equation least-squares method. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 104(4) :2054–2060, 1998.

[97] Hua Xiao, Huai-Zong Shao, and Qi-Cong Peng. A New Calibration Method for Microphone Array with Gain, Phase, and Position Errors. *Journal of electronic science and technology of china*, 5(3) :4, 2007.

[98] Franz Zotter. Sampling strategies for acoustic holography/holophony on the sphere. *NAG-DAGA, Rotterdam*, pages 1–4, 2009.

[99] Franz Zotter and Hannes Pomberger. Spherical slepian functions for approximation of spherical measurement data. *Fortschritte der Akustik, Darmstadt, Allemagne*, 2012.