



**HAL**  
open science

# Transport de magma par fracturation hydraulique à travers la lithosphère terrestre

Thierry Menand

► **To cite this version:**

Thierry Menand. Transport de magma par fracturation hydraulique à travers la lithosphère terrestre. Volcanologie. Université Paris 7, 2000. Français. NNT : . tel-03099246

**HAL Id: tel-03099246**

**<https://theses.hal.science/tel-03099246>**

Submitted on 6 Jan 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ PARIS 7

Spécialité :

**GÉOPHYSIQUE INTERNE**

présentée par

**Thierry MENAND**

pour l'obtention du titre de  
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS 7

**TRANSPORT DE MAGMA  
PAR FRACTURATION HYDRAULIQUE  
À TRAVERS LA LITHOSPHERE TERRESTRE**

soutenue publiquement le 12 janvier 2000

*Directeur de thèse :*

**Stephen R. TAIT**

**JURY :**

<b>M. Amotz AGNON</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Joe R. CANN</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. Peter R. COBBOLD</b>	<b>Rapporteur</b>
<b>M. Claude JAUPART</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. Jean-Paul MONTAGNER</b>	<b>Examineur</b>

Thèse préparée au Laboratoire de Dynamique des Systèmes Géologiques  
Institut de Physique du Globe de Paris - Université Paris 7

Je cherche, j'hésite, je me trompe, je médite, je  
change de direction, ... donc j'apprends.

PROVERBE KIRGHIZ, XVII<sup>e</sup> SIÈCLE

## Remerciements

Cette thèse a été réalisée à l'Institut de Physique du Globe de Paris dans le laboratoire de Dynamique des Systèmes Géologiques sous la direction de Steve Tait. La dernière année a été en partie financée par Schlumberger Cambridge Research.

Je dois tout d'abord remercier Steve d'avoir accepté de m'encadrer durant cette thèse, de m'avoir communiqué l'amour des belles manips et de m'avoir habillé de la tête aux pieds pour mon premier séminaire en Angleterre.

Je tiens également à remercier les membres du jury. Amotz Agnon et Peter Cobbold ont bien voulu être rapporteurs de ce travail en dépit de l'usage du français dans cette thèse pour le premier et du sujet un peu éloigné de ses domaines de recherche pour le second ; Joe Cann, Claude Jaupart et Jean-Paul Montagner ont aimablement accepté d'examiner cette thèse.

Cette thèse expérimentale n'aurait certainement pas abouti sans les apports précieux et multiples de Gérard Bienfait véritable MacGyver bougon du labo. Je dois également remercier Claude Jaupart pour certaines de ses astuces. Comme il le dit lui-même : "Papy a encore de bonnes idées ... "

Je remercie également tous les membres du labo : l'ambiance chaleureuse qu'ils créent est désormais légendaire.

Enfin les zozos. Au risque de paraître un peu planplan ou bien tapette, au choix, je ne vais pas les remercier un par un. D'abord c'est long et pis je risque d'en oublier. Alors un grand merci à tous ces furieux sans qui ces 4 années et des poussières ne feraient pas partie des plus belles que j'ai vécues.

# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>7</b>
1.1	Introduction géologique . . . . .	7
1.1.1	flux . . . . .	9
1.1.2	Géométrie des essais de dykes . . . . .	10
1.2	Précédentes études . . . . .	11
1.2.1	Études théoriques . . . . .	11
1.2.2	Études expérimentales . . . . .	15
1.2.3	Questions soulevées . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Approche expérimentale</b>	<b>24</b>
2.1	Notre approche . . . . .	24
2.2	Rhéologie de la gélatine et techniques expérimentales . . . . .	26
2.2.1	Rhéologie de la gélatine . . . . .	26
2.2.2	Préparation de la gélatine . . . . .	27
2.2.3	Caractéristiques physiques de la gélatine à l'état solide . . . . .	27
2.3	Les différentes expériences que nous avons réalisées . . . . .	44
2.3.1	La mise à l'échelle . . . . .	44
2.3.2	Les expériences réalisées . . . . .	45
<b>3</b>	<b>Interactions et initiation de fissures</b>	<b>47</b>
3.1	Problématique . . . . .	47
3.2	Procédure expérimentale . . . . .	52
3.2.1	Préparation des expériences . . . . .	52
3.3	Interactions entre les veines d'un même ensemble lors de leur initiation grâce à la flottabilité du liquide . . . . .	57
3.3.1	Description d'une expérience . . . . .	57
3.3.2	Mesures expérimentales . . . . .	58
3.3.3	Conditions de propagation . . . . .	61
3.4	Interactions entre les veines d'un même ensemble lors de leur initiation grâce à la surpression du réservoir . . . . .	67
3.4.1	Description d'une expérience . . . . .	67
3.4.2	Mesures expérimentales . . . . .	67
3.4.3	Conditions de propagation . . . . .	69

3.5	Discussion . . . . .	72
<b>4</b>	<b>Propagation d'une fissure</b>	<b>77</b>
4.1	Problématique . . . . .	77
4.2	Procédure expérimentale . . . . .	78
4.2.1	Dispositif expérimental . . . . .	78
4.2.2	Préparation des expériences . . . . .	80
4.3	Propagation d'une fissure à partir d'un réservoir sous pression constante . . . . .	84
4.3.1	Description d'une expérience . . . . .	85
4.3.2	Mesures expérimentales . . . . .	87
4.3.3	Les échelles de pression du problème . . . . .	90
4.3.4	Régime initial de propagation . . . . .	95
4.3.5	Régime de propagation stationnaire . . . . .	97
4.4	Contexte géologique . . . . .	104
4.4.1	Incertitudes sur la résistance à la fracture . . . . .	104
4.4.2	Implications géologiques . . . . .	106
4.5	Conclusion . . . . .	109
<b>5</b>	<b>Exsolution de gaz pendant la propagation</b>	<b>110</b>
5.1	Problématique . . . . .	110
5.2	Procédure expérimentale . . . . .	112
5.2.1	Dispositif expérimental . . . . .	112
5.2.2	Préparation des expériences . . . . .	116
5.3	La présence d'une poche de gaz à la pointe d'une fissure et son influence sur la propagation . . . . .	118
5.3.1	Difficultés techniques . . . . .	119
5.3.2	Description d'une expérience . . . . .	119
5.3.3	Mesures expérimentales . . . . .	122
5.3.4	Influence de la bulle d'air à la pointe de la fissure sur la propagation . . . . .	123
5.4	Séparation des phases gazeuse et liquide . . . . .	128
5.5	Quel modèle de vitesse pour la propagation quasi-statique d'une fissure ? . . . . .	130
5.5.1	Le modèle de Heimpel & Olson (1994) . . . . .	131
5.5.2	Le modèle de Mériaux <i>et al.</i> (1999) . . . . .	132
5.5.3	Vitesse de propagation quasi-statique . . . . .	136
<b>6</b>	<b>Conclusion</b>	<b>137</b>
6.1	Les résultats expérimentaux de cette thèse . . . . .	137
6.1.1	Acquis expérimental . . . . .	137
6.1.2	Interaction entre fissures s'initiant depuis un même réservoir	138

*TABLE DES MATIÈRES*

6

6.1.3	Propagation de fissure à partir d'un réservoir sous pression constante . . . . .	138
6.1.4	Effet de l'exsolution de gaz sur la propagation d'une fissure	139
6.2	Discussion . . . . .	140
<b>A</b>	<b>Programme MATLAB</b>	<b>143</b>
<b>B</b>	<b>Programme QBasic</b>	<b>148</b>

# Chapitre 1

## Introduction

### 1.1 Introduction géologique

Un processus majeur de l'évolution de la lithosphère terrestre est la migration de magmas depuis les zones de fusion partielle du manteau jusqu'en surface. Cette migration s'effectue par l'intermédiaire de filons magmatiques, ou dykes. Ces dykes apparaissent dans différents contextes géologiques et tectoniques : on les trouve au niveau des dorsales océaniques, mais également associés à des panaches mantelliques, tels qu'à Hawaii ou en Islande, ou bien encore dans les boucliers continentaux comme, par exemple, au Canada. Une autre caractéristique des dykes est qu'ils sont rarement isolés et sont, au contraire, la plupart du temps regroupés en essaims. Nous reprenons ici la définition de Speight *et al.* (1982) : "un essaim de dykes peut être défini comme un assemblage de dykes qui se sont mis en place lors d'une même période d'activité ignée". Différentes études ont été menées afin de caractériser ces essaims de dykes. Elles ont montré que leur géométrie peut être aussi bien radiale (Knopf, 1936; Odé, 1957; Smith, 1987) que linéaire (Fahrig, 1987; Sigurdsson, 1987; Speight *et al.*, 1982). Il apparaît également que les essaims de dykes linéaires sont de dimensions plus importantes, pouvant couvrir jusqu'à plusieurs millions de km<sup>2</sup> (Fahrig, 1987), qu'ils peuvent être la cause d'une extension lithosphérique importante (Sloan, 1971; Speight, 1972; Knaap, 1973; Speight *et al.*, 1982) et ainsi être associés à l'ouverture d'un nouvel océan (Speight, 1972; Fahrig, 1987). D'autres études ont cherché à caractériser la direction de l'écoulement magmatique dans ces dykes. Elles montrent que le magma peut s'injecter aussi bien verticalement (Smith, 1987) qu'horizontalement (Sigurdsson, 1987). La direction d'écoulement peut également changer dans un même essaim (Ernst & Baragar, 1992). Ernst & Baragar ont mesuré l'anisotropie de susceptibilité magnétique dans les dykes mafiques de l'essaim de MacKenzie. Les auteurs montrent que l'écoulement est principalement vertical dans un rayon de 500 km autour du point focal des dykes et devient ensuite horizontal sur une distance qui peut atteindre 1500 km. Ernst



& Baragar suggèrent ainsi que les dykes de l'essai de MacKenzie sont alimentés depuis une source de grande dimension horizontale.

Afin de comprendre comment de tels objets se mettent en place, deux hypothèses opposées sont possibles. Selon la première, le magma s'introduit dans des fissures préexistantes, d'origine tectonique, alors que dans la seconde hypothèse, le magma crée sa propre fracture (Smith, 1987, par exemple). Ces deux hypothèses mènent à des conclusions différentes sur la relation qui existe entre l'emplacement des dykes et l'orientation des contraintes environnantes. Si le magma suit une fissure préexistante, la pression du magma doit être supérieure à la contrainte régionale qui s'applique perpendiculairement aux parois de la fissure, mais la direction de la contrainte principale régionale n'est pas obligatoirement normale à la fissure. Par contre, si le magma crée sa propre fracture, alors le dyke se propage perpendiculairement à la contrainte compressive minimale. Cette seconde hypothèse a été utilisée pour déterminer le champ de contraintes principales lors de l'emplacement des dykes (Odé, 1957; Nakamura, 1977). Delaney *et al.* (1986) ont montré comment il est possible de faire la distinction entre les dykes qui ont suivi des fissures préexistantes et ceux qui ont créé leur propre fracture et peuvent donc servir d'indicateurs de contraintes. Delaney *et al.* montrent également que plus la pression du magma est importante, relativement aux contraintes principales, et moins un dyke est sensible à l'orientation des contraintes principales régionales pour dilater des fissures préexistantes. D'autres études, enfin, montrent que la forme des dykes dépend des contraintes, tectoniques et magmatiques, présentes lors de leur emplacement (Pollard & Muller, 1976; Delaney *et al.*, 1986; Smith, 1987; Baer *et al.*, 1994).

Si ces études montrent comment la forme des dykes dépend du champ de contraintes environnant, la dynamique de leur mise en place reste, toutefois, encore mal connue à l'heure actuelle. La propagation d'un dyke est un phénomène qui implique tout à la fois un écoulement de fluide visqueux, les déformations élastiques du solide environnant, le mécanisme de fracture cassante de ce solide et la perte de chaleur du magma, donc sa cristallisation, lors de son écoulement. Les conditions d'initiation du dyke sont également déterminantes mais cependant difficiles à contraindre. Bien qu'il soit encore impossible d'incorporer tous ces mécanismes dans un seul modèle, des études, théoriques pour la plupart, ont permis de mieux comprendre l'influence séparée de ces processus. Cependant, elles ne permettent pas de répondre aux questions clés d'un point de vue géologique. Par exemple, quel est le flux de magma qu'un dyke est capable de transporter ? Sous quelles conditions un dyke atteint-il la surface ou s'arrête-t-il dans la lithosphère ? Qu'est ce qui contraint la densité spatiale de dykes dans un essaim ?

### 1.1.1 flux

Si le flux d'alimentation d'un dyke est un paramètre géologique important c'est parce qu'il conditionne le devenir du dyke : plus son flux d'alimentation sera élevé et plus un dyke sera rapide et épais. Il se refroidira donc moins et sera, en outre, moins facilement contaminé, d'un point de vue géochimique, par la croûte. Un dyke alimenté avec un flux élevé a ainsi plus de chance d'arriver en surface. En outre, Wadge (1978) a montré que les coulées de lave lors des éruptions de l'Etna parcourent des distances d'autant plus élevées que leur flux est important. Enfin, dans le cas d'un essaim de dykes, si un flux de magma important alimente l'ensemble des dykes une extension crustale importante y sera associée, ce qui pourra favoriser la création ultérieure d'un océan.

Cependant, le flux est un paramètre difficile à calculer. La plupart des flux sont des flux éruptifs moyens estimés à partir du volume de magma érupté sur une période de temps difficile à quantifiée dans la plupart des cas. Par exemple, Thordarson & Self (1996) estime que le flux moyen lors de l'éruption Roza, qui fait partie du Columbia River Basalt Group, est compris entre  $2,6 \cdot 10^3$  et  $8,1 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . Par comparaison, Swanson *et al.* (1975) propose un flux de  $10^6 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . Cependant, un flux érupté est une moyenne sur toute la durée d'une éruption. Or, il apparaît que le flux effusif instantané lors d'une éruption varie au cours d'une même éruption (Wadge, 1981). Ainsi, Thordarson & Self (1993) rapporte que le flux effusif lors de l'éruption du Laki, qui a eu lieu en Islande de 1783 à 1785, aurait eu une valeur initiale maximale de  $8,7 \cdot 10^3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  et aurait ensuite graduellement diminué pendant l'éruption pour atteindre environ 80 à  $200 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  pendant les trois derniers mois d'activité. De même, en septembre 1984, l'éruption de Krafla, en Islande, a commencé avec un flux d'environ  $1500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . 6 heures plus tard, le flux avait diminué de 2 ordres de grandeur (Tryggvason, 1986). À Hawaii, les éruptions semblent se produire avec des flux beaucoup plus constants de quelques  $\text{m}^3 \text{ s}^{-1}$  (Duffield *et al.*, 1982), bien que certaines éruptions ait eut des flux beaucoup plus élevés, comme en décembre 1974 où un flux de  $700 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  a été calculé (Wright & Tilling, 1980, Table 1).

Certains auteurs ont essayé d'estimer les flux profonds qui alimentent les réservoirs magmatiques. En supposant que les flux effusifs constants maintenus pendant de longues périodes reflètent le flux profond, Swanson (1972) a estimé que l'alimentation profonde de la chambre magmatique du Kilauea, à Hawaii, s'effectue à un flux quasi-constant de 3 à  $4 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . À l'aide de mesures gravimétriques et topographiques, Johnsen *et al.* (1980) ont mesuré la lente inflation de la caldera du Krafla, en Islande. Ils en ont estimé le flux d'alimentation de la chambre magmatique à  $5 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ . Il faut toutefois noter que ces épisodes d'inflation ont été suivis par des épisodes beaucoup plus rapides de déflation qui ont été interprétés comme l'injection de magma dans des fissures. Cela suggère que les flux qui alimentent les dykes sont plus importants. Einarsson & Brandsdóttir (1980) ont mesuré l'activité sismique lors de l'intrusion magmatique

latérale à Krafla en Juillet 1978. Einarsson & Brandsdóttir rapportent que le dyke associé à cette intrusion était alimenté avec un flux initial d'environ  $500 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  et d'environ  $200 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$  en fin de propagation. En outre, la vitesse du dyke était maximale en début de propagation et était de  $0,4\text{--}0,5 \text{ m s}^{-1}$ . La vitesse n'était plus que de  $0,1 \text{ m s}^{-1}$  en fin de propagation. Brandsdóttir & Einarsson (1979) donnent des mesures de vitesses similaires pour la déflation de septembre 1977 à Krafla.

Le flux d'alimentation d'un dyke semble donc varier lors de la propagation ainsi que pendant l'éruption, une fois que le dyke a atteint la surface. Ces variations sont importantes puisqu'elles couvrent au moins 3 ordres de grandeur, et même 6 ordres de grandeurs si l'on tient compte du flux avancé par Swanson *et al.* (1975). Les questions auxquelles nous aimerions répondre sont les suivantes : comment le flux d'alimentation d'un dyke est-il déterminé ? Comment varie-t-il au cours de la propagation ?

### 1.1.2 Géométrie des essaims de dykes

Peu d'études ont été menées sur la géométrie des essaims de dykes. Sloan (1971), Speight (1972) et Knaap (1973) ont étudié de manière exhaustive l'orientation, le pendage et l'épaisseur des dykes dans les essaims de dykes d'Écosse associés à l'ouverture de l'océan Atlantique Nord. Dans ces études, la distribution de l'orientation des dykes est calculée de deux manières différentes. La première est basée sur le nombre de dykes possédant la même orientation et la seconde est basée sur l'épaisseur cumulée des dykes ayant une orientation donnée. Les deux distributions correspondent parfaitement. Une épaisseur moyenne de dykes pouvant être calculée à chaque orientation, la parfaite correspondance des deux distributions suggère que l'épaisseur moyenne ne dépend pas de l'orientation des dykes. La pression du magma aurait donc été suffisamment élevée pour générer des dykes de même épaisseur moyenne, quelque soit leur orientation avec les contraintes principales. Ces études soulignent donc l'importance que peut avoir la source magmatique sur la géométrie des dykes dans un essaim. Elles montrent également l'importante extension crustale, non uniforme, associée à ces essaims de dykes. Cela nous amène à la distribution de l'espacement des dykes dans les essaims. À notre connaissance, les seules études de terrain sur l'espacement des dykes dans un essaim sont celle de Jolly & Sanderson (1995) sur l'essaim de dykes de l'île de Mull en Écosse et de Jolly *et al.* (1998) sur les dykes clastiques de la vallée de Sacramento en Californie. Bien que discutable dans le cas des dykes clastiques, il apparaît clairement que les dykes de l'île de Mull suivent une loi de distribution log-normale. Le fait que cette loi de distribution ne soit aucunement une loi en puissance indique que l'espacement des dykes n'est pas simplement fractal mais relié à une échelle de longueur caractéristique. La question que nous nous posons est la suivante : quelle est cette échelle de longueur et comment est elle reliée à la dynamique de la mise en place des dykes ?

## 1.2 Précédentes études

### 1.2.1 Études théoriques

Nous devons l'une des premières approches théoriques sur la fracture à Griffith (1920). Elle est basée sur des critères énergétiques. Griffith définit un système thermodynamique constitué d'un solide élastique linéaire infini contenant une fissure de longueur  $2a$  et d'un chargement externe. Notant que la création d'une fissure requiert un travail pour s'opposer aux forces d'attraction qui existent entre les molécules du solide, il définit ce travail comme une énergie potentielle de surface  $U_S$ . Si le solide est chargé par des forces extérieures, fournissant un travail  $W$ , le solide élastique se déforme et subit alors un accroissement d'énergie de déformation élastique  $U_E$ . Le changement total d'énergie potentielle  $U_T$  du système est donc

$$\delta U_T = \delta U_S - \delta W + \delta U_E. \quad (1.1)$$

L'idée de Griffith est que si la propagation de la fissure à l'équilibre est possible celle-ci correspond à un minimum énergétique. Autrement dit, la condition pour que la fissure puisse se propager est la suivante :

$$\lim_{\delta A \rightarrow 0} \delta U_T = 0, \quad (1.2)$$

$\delta A$  étant l'incrément d'aire de la fissure, et qui peut se récrire

$$\frac{\partial U_T}{\partial A} = 0. \quad (1.3)$$

Si on se restreint à deux dimensions la condition de propagation de Griffith (1.3) se simplifie sous la forme

$$\frac{\partial U_T}{\partial a} = 0, \quad (1.4)$$

ce qui correspond à avoir l'équilibre énergétique suivant :

$$\frac{\partial(U_E - W)}{\partial a} = \frac{\partial U_S}{\partial a}. \quad (1.5)$$

Le terme de gauche est appelé le taux de libération d'énergie de déformation élastique et est noté  $G$ . Il s'agit de la force d'extension —  $G$  est une énergie par unité de longueur du front de fissure — disponible pour propager la fissure. Le terme de droite est la densité d'énergie de surface, également appelée tension de surface, du solide élastique et représente l'énergie par unité de surface nécessaire pour créer de nouvelles surfaces de fissure. On note par  $\gamma_s$  la densité d'énergie par unité de surface. Ainsi  $U_S = 2a \gamma_s$ . Si la seule forme de dissipation d'énergie

est la création de nouvelles surfaces, l'équilibre énergétique (1.5) est donc atteint lorsque le taux de libération d'énergie de déformation élastique  $G$  atteint le seuil critique

$$G_c = 2\gamma_s. \quad (1.6)$$

Une autre approche est celle de la mécanique de la fracture appliquée aux matériaux élastiques linéaires. Il s'agit d'une approche non plus énergétique mais de contraintes. Elle introduit la notion du facteur d'intensité des contraintes  $K$  qui traduit la singularité des contraintes à la pointe d'une fissure. En effet, dans la théorie de l'élasticité, tout problème peut se réduire à trouver une fonction  $\Phi$ , appelée fonction de contraintes de Airy, qui satisfait tout à la fois l'équation d'équilibre, l'équation de compatibilité et les conditions aux limites à travers la relation

$$\nabla^4 \Phi = 0. \quad (1.7)$$

Les contraintes et les déplacements dans le milieu élastique se déduisent alors de la fonction  $\Phi$  qui est solution de l'équation (1.7) pour le problème considéré. Pour une fissure de longueur  $2a$ , qui se situe le long de l'axe  $Ox$ , dans un milieu élastique infini et qui est soumise à l'infini à une tension  $\sigma$  perpendiculaire à son grand axe, les contraintes au voisinage de sa pointe s'expriment sous la forme (Lawn, 1993)

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} = \frac{\sigma\sqrt{\pi a}}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \begin{bmatrix} 1 - \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ 1 + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin\left(\frac{3\theta}{2}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{3\theta}{2}\right) \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

où  $(r, \theta)$  sont les coordonnées polaires centrées sur la pointe de la fissure. Dans l'équation (1.8) le numérateur est une constante pour une géométrie et un chargement de fissure donnés. Cette constante est appelée facteur d'intensité des contraintes  $K$  et est donc définie dans le cas d'un solide élastique infini par

$$K = \sigma\sqrt{\pi a}. \quad (1.9)$$

Ce cas correspond à une fissure à deux dimensions, c'est-à-dire dont le front est une droite. Sack (1946) a montré que dans le cas tri-dimensionnel, si le front de la fissure est un cercle — "penny-shaped crack" — le facteur d'intensité des contraintes n'est modifié que d'un facteur  $\frac{2}{\pi}$  :

$$K = \frac{2}{\pi} \sigma\sqrt{\pi a}. \quad (1.10)$$

La distribution des contraintes représentée par l'équation (1.8) décroît en  $r^{-\frac{1}{2}}$ . Les contraintes deviennent donc infinies à la pointe de la fissure. En réalité

les solides présents dans la nature, et en particulier les roches, ne peuvent pas supporter de telles contraintes. Ils se déforment donc de manière inélastique au plus proche de la pointe de la fissure. Cependant l'analyse élastique reste valable pour le solide dans son ensemble tant que la taille de la région de comportement inélastique reste négligeable par rapport à la taille de la fissure (Rice, 1968).

En se basant sur la méthode développée par Westergaard (1939), Irwin (1957) a montré que le taux de libération d'énergie de déformation élastique  $G$  défini par Griffith et le facteur d'intensité des contraintes  $K$  sont reliés par

$$G = \frac{K^2}{E}, \quad (1.11)$$

où  $E$  est le module d'Young du solide élastique en déformations planes — le remplacement de  $E$  par  $\frac{E}{(1-\nu^2)}$  donne la relation entre  $G$  et  $K$  dans le cas de contraintes planes. Ainsi le critère de propagation (1.6) et la relation (1.11) permettent de dire que la fissure est initiée lorsque le facteur d'intensité des contraintes  $K$  atteint la valeur limite  $K_c$  définie par :

$$K_c = \sqrt{EG_c} \quad (1.12)$$

$$= \sqrt{2\gamma_s E}. \quad (1.13)$$

Les approches de Griffith et Irwin sont statiques. Si elles donnent un critère de propagation pour une fissure, leur analyse n'est cependant pas capable de prédire les caractéristiques de cette propagation.

Weertman (1971a) est le premier à étudier des fissures "terrestres". Son approche est différente de celles de Griffith (1920) et Irwin (1957). Il utilise un formalisme qui a été développé pour traiter le cas de dislocations microscopiques dans un solide cristallin. À l'aide de ce formalisme, une fissure macroscopique peut être représentée par une distribution de dislocations. Weertman considère donc une fissure à deux dimensions de longueur  $2a$  dans un solide élastique infini. La fissure possède une surpression interne  $\Delta P(z)$ . Celle-ci peut s'écrire comme la somme d'une surpression constante  $P_0$  et de la surpression due à la flottabilité du liquide présent dans la fissure :

$$\Delta P(z) = P_0 + \Delta\rho g z, \quad (1.14)$$

où  $Oz$  est l'axe de la fissure et  $\Delta\rho$  le contraste de densité entre le solide et le liquide. On suppose que le liquide est moins dense que le solide. L'origine de  $Oz$  est fixée au centre de la fissure. En se basant sur la théorie des dislocations, Weertman calcule le déplacement élastique des parois de la fissure en fonction de sa surpression interne et de sa longueur. Il obtient alors l'épaisseur  $w(z)$  de la fissure :

$$w(z) = \frac{(1-\nu)}{\mu} (2P_0 + \Delta\rho g z) \sqrt{a^2 - z^2}, \quad -a \leq z \leq a. \quad (1.15)$$

$\mu$  est le module de cisaillement du solide élastique et  $\nu$  son coefficient de Poisson. Cette expression peut se récrire en fonction du volume  $V$  de la fissure — il s'agit d'un volume par unité de longueur puisque l'on est à deux dimensions :

$$V = \int_{-a}^a w(z) dz = \frac{(1-\nu)}{\mu} \pi a^2 P_0, \quad (1.16)$$

et l'épaisseur de la fissure devient

$$w(z) = \left( \frac{2V}{\pi a^2} + \frac{(1-\nu)}{\mu} \Delta \rho g z \right) \sqrt{a^2 - z^2}, \quad -a \leq z \leq a. \quad (1.17)$$

En remarquant qu'une épaisseur de fissure négative n'a pas de sens physique, Weertman trouve qu'il existe une demi-longueur critique

$$a_c = \frac{\mu}{(1-\nu)} \frac{2V}{\pi \Delta \rho g} = \frac{2P_0}{\Delta \rho g}. \quad (1.18)$$

Si la demi-longueur  $a$  de la fissure est supérieure à  $a_c$ , l'épaisseur de la fissure devient négative à son extrémité inférieure.  $a_c$  est la demi-longueur à partir de laquelle la poussée d'Archimède qui s'exerce sur toute la fissure est égale à  $4P_0$ . Si la fissure est de petite dimension, ou si la différence de densité entre le solide et le liquide est faible, la surpression est dominée par  $P_0$  et la forme de la fissure est une ellipse, ou proche d'une ellipse. Si la longueur de la fissure augmente, sa surpression interne se modifie. La poussée d'Archimède augmente et l'épaisseur de la fissure augmente à son extrémité supérieure et diminue à son extrémité inférieure. Finalement, lorsque  $a = a_c$ , la fissure prend la forme d'une "goutte d'eau". Lorsque  $a < a_c$ , Weertman trouve, tout comme dans l'élasticité linéaire, qu'il existe une tension infinie aux extrémités de la fissure. Cependant, lorsque  $a = a_c$ , la contrainte à la pointe inférieure change de signe et devient infiniment compressive. Ainsi, si la demi-longueur de la fissure est légèrement supérieure à  $a_c$ , la pointe supérieure se propage à cause de la tension infinie qui s'y trouve. Par contre, à son extrémité inférieure, la fissure se referme à cause de la compression infinie. Weertman (1971a) a également traité le cas d'une fissure issue du bord d'un solide élastique semi-infini. Ses conclusions sont identiques. Weertman suggère donc qu'une fissure dont la longueur est la longueur critique donnée par l'équation (1.18) se propage verticalement tout en maintenant constante sa longueur, et donc son volume. Afin de déterminer la vitesse de propagation d'une telle fissure, Weertman (1971b) étudie l'influence des frottements visqueux du liquide sur les parois de la fissure lorsque celle-ci se déplace à une vitesse constante. Bien qu'il ne détermine pas explicitement une vitesse de propagation, il trouve qu'il n'existe pas de solution pour une fissure "terrestre" et propose qu'elle est obligée de se propager à une vitesse non uniforme et considérablement plus faible que la vitesse des ondes de Rayleigh.

Toutefois, la propagation des dykes est un problème complexe qui doit en toute rigueur prendre en compte la fracturation de la roche, sa déformation supposée élastique lors de la propagation du dyke, l'écoulement visqueux du magma dans la fissure et sa flottabilité. Ce problème théorique étant non linéaire, il ne peut être abordé que numériquement. D'autres études, numériques, ont donc été menées afin de comprendre la dynamique des dykes. Elles ont tout d'abord permis de mieux comprendre comment, au cours de la propagation, le couplage s'effectue entre les déformations élastiques du solide et l'écoulement visqueux du fluide dans la fracture (Spence & Turcotte, 1985), que cet écoulement soit laminaire ou turbulent (Emermann *et al.*, 1986). Puis, la flottabilité du liquide a été prise en compte (Spence *et al.*, 1987; Lister, 1990b,a; Spence & Turcotte, 1990; Lister, 1991; Lister & Kerr, 1991) ce qui a permis de comprendre comment la différence de densité entre le liquide et le solide environnant affecte la propagation des dykes. Dans ces études, la résistance à la fracture étant négligée devant la viscosité du liquide, la propagation de la fissure est gouvernée par un équilibre entre les frottements visqueux présents dans la queue de la fissure et la flottabilité du liquide. Le flux d'alimentation et la vitesse de propagation sont imposés constants et la forme de la fissure est cherchée numériquement pour respecter les conditions aux limites et tenir compte des déformations élastiques du solide environnant. La fissure se caractérise notamment par une tête bombée dans laquelle la flottabilité du liquide et les déformations élastiques sont comparables. Selon Lister (1990a), la résistance à la fracture ne modifie que légèrement la tête bombée de la fissure mais n'affecte en rien sa propagation.

### 1.2.2 Études expérimentales

Des études expérimentales ont également été menées sur les dykes. Il faut toutefois noter que peu d'études théoriques y font référence. Ces études expérimentales reposent toutes sur l'utilisation de gels pour simuler le comportement élastique cassant de la croûte terrestre et dans lesquels différents fluides sont injectés. L'une de ces toutes premières études est due à Fiske & Jackson (1972). Les auteurs ont injecté de l'eau dans de la gélatine solide dont la forme représentait différentes topographies de boucliers volcaniques et ont appliqué leurs résultats à Hawaii. Il apparaît dans cette étude que la direction de propagation des fissures est contrôlée par le champ de contraintes gravitationnelles de l'édifice. Plus tard, McGuire & Pullen (1989), appliqueront la même technique pour étudier la distribution de l'orientation des dykes de l'Etna. Les auteurs montrent que pour l'Etna, l'orientation des dykes d'altitude élevée est principalement contrôlée par la morphologie du volcan : les dykes sont distribués radialement. Par contre, les dykes de faibles altitudes, qui sont moins sensibles à ce champ gravitationnel, sont influencés par le champ de contraintes tectoniques régionales et s'alignent parallèlement à la contrainte compressive maximale ou, ce qui revient au même, perpendiculairement à la contrainte extensive maximale. Le même type d'étude



expérimentale a également été menée sur la formation des laccolites (Hyndman & Alt, 1987), sur l'influence des discontinuités présentes dans le solide et les changements des propriétés élastiques sur la direction de propagation des dykes (Pollard, 1973), et Maaløe (1987) a montré qu'il y a une similitude entre la forme des fissures obtenues dans ce type d'expériences et celle calculée à partir de l'élasticité linéaire à deux dimensions.

Toutes ces études ne sont que qualitatives et peu d'études expérimentales quantitatives ont été réalisées depuis. Takada (1990) est le premier à utiliser les expériences en laboratoires pour proposer des lois d'échelle. Il a réalisé trois types d'expériences différentes. Dans les premières, il injecte un volume constant de fluide dans de la gélatine. Différents volumes sont injectés et divers fluides utilisés dans ces expériences. Bien que ses résultats expérimentaux soient peu clairs, Takada trouve que la vitesse de propagation  $U_v$  d'une fissure de volume constant est proportionnelle à la hauteur de la fissure à la puissance 4 :

$$U_v \propto h^4. \quad (1.19)$$

Dans une seconde série d'expériences, Takada injecte différents fluides à flux constant. Il montre que la vitesse  $U_q$  de la fissure est alors contrôlée par le flux  $Q$  et qu'elle décroît au cours du temps :

$$U_q \approx Q^{\frac{1}{3}} t^{-\frac{5}{9}}. \quad (1.20)$$

Enfin, dans une troisième série d'expériences Takada injecte initialement environ 60 ml d'air dans de la gélatine. Après que la fissure remplie d'air se soit propagée et ait atteint la surface du bloc de gélatine, Takada injecte un volume constant de fluide dans la fracture créée par l'air. Ces expériences lui permettent de montrer que la vitesse de propagation des fissures est d'au moins 2 ordres de grandeur plus élevée que dans la première série d'expériences. De plus, dans les trois séries d'expériences, la vitesse de propagation des fissures est inférieure de 3 à 5 ordres de grandeur à la vitesse prédite par un écoulement de Poiseuille. Cela suggère donc que la résistance à la fracture de la gélatine contrôle la vitesse de propagation des fissures de volume constant. Lister & Kerr (1991) arrivent à la même conclusion : selon eux, les études expérimentales ne peuvent s'affranchir de la résistance à la fracture de la gélatine ; il est donc naturel qu'elle contrôle la vitesse de propagation des fissures. Enfin, Takada montre que dans les expériences à volume constant, la vitesse de propagation dépend de la flottabilité du fluide présent dans les fissures.

À l'inverse de Takada (1990), Heimpel & Olson (1994) proposent un modèle de vitesse. Dans leur étude, des fluides de différentes viscosités sont injectés dans de la gélatine. Heimpel & Olson ont mesuré les vitesses de propagation de fissures de volume constant. Leur forme peut s'expliquer par un équilibre quasi-statique entre la poussée d'Archimède et les contraintes élastiques exercées par la gélatine solide environnante ; on retrouve la forme prédite par l'élasticité linéaire

(Sneddon, 1946; Heimpel & Olson, 1994). Mais un tel équilibre ne peut rendre compte de la propagation des fissures qui est un problème dynamique. Le point crucial est de trouver une échelle de temps caractéristique. L'astuce de Heimpel & Olson est de faire intervenir la vitesse de propagation des ondes élastiques  $\mathcal{U}_e$ . Leur raisonnement est le suivant : une fissure de longueur  $2h$  se propage dans un milieu élastique. Pendant un laps de temps  $t$ , la fissure parcourt une distance  $d$ . Si on suppose que le liquide à l'intérieur de la fissure est incompressible alors le volume doit rester constant, donc la fissure doit se refermer à l'arrière pendant le même laps de temps  $t$ . Cela ne peut se faire qu'après que l'information, la déformation du matériau élastique à la pointe de la fissure, transmise sous la forme d'ondes élastiques arrive à la queue de la fissure. Ce raisonnement leur permet de proposer un modèle de vitesse pour la propagation d'une fissure de volume constant. Dans le cas où la distribution de surpression de la fissure est due à la flottabilité du liquide, leur modèle prédit une vitesse de propagation  $\mathcal{U}_f$  constante proportionnelle au carré de la hauteur  $h$  de la fissure :

$$\mathcal{U}_f \propto h^2. \quad (1.21)$$

Les vitesses expérimentales mesurées par Heimpel & Olson s'accordent très bien avec la dépendance en  $h^2$  donnée par ce modèle. Il faut toutefois noter que ces résultats sont totalement différents de ceux trouvés par Takada (1990) (équation 1.19). Nous discuterons ce modèle de vitesse plus en détails dans le chapitre 5.

### 1.2.3 Questions soulevées

#### Conditions aux limites

Dans les précédentes études, principalement numériques, les conditions aux limites sont de deux types : soit les fissures sont de volume constant, soit elles sont alimentées en magma avec un flux constant. La première de ces conditions aux limites implique que la fissure est capable de se refermer derrière elle au fur et à mesure de sa propagation et donc que le milieu environnant est capable de chasser complètement le magma de la queue de la fissure. Cela n'est pas réaliste compte tenu de la viscosité des magmas. En effet, les frottements induits par l'écoulement visqueux sont inversement proportionnels au cube de l'épaisseur  $w$  de la fissure :

$$P_v \propto \frac{1}{w^3}. \quad (1.22)$$

Il devient donc de plus en plus difficile d'évacuer le liquide lorsque la fissure se referme. La deuxième condition aux limites est une simplification très utile pour le traitement numérique d'une fissure qui se propage à partir d'une source magmatique. Cependant, dans ces approches le flux d'alimentation et la vitesse de propagation sont imposés constants et la forme de la fissure est cherchée

numériquement pour respecter les conditions aux limites et tenir compte des déformations élastiques du solide environnant. Or rien n'indique que la source puisse maintenir un flux constant tout au long de la propagation de la fissure ni que la vitesse de propagation soit constante. D'ailleurs, les quelques mesures de flux faites sur des éruptions basaltiques résumées plus tôt dans ce chapitre (paragraphe 1.1.1) indiquent qu'au contraire un flux constant n'est pas maintenu pendant toute la durée d'une éruption. En outre, la façon dont la fissure est initiée est passée sous silence. En conséquence, l'information sur les caractéristiques physiques de la source magmatique n'est pas liée à la propagation et est donc en quelque sorte "perdue". Une condition aux limites plus naturelle serait une surpression constante dans le réservoir qui alimente la fissure. Récemment, Mériaux & Jaupart (1998) ont utilisé cette condition d'alimentation dans une étude numérique et ont montré que les conditions initiales du chargement de la fissure ont une forte incidence sur sa propagation ultérieure. Toutefois, cette étude comme toutes les précédentes a négligé la résistance à la fracture du solide élastique sur la propagation de la fissure. Or la résistance à la fracture est un paramètre déterminant dans l'initiation d'une fissure.

### La résistance à la fracture

Comme l'ont indiqués Lister & Kerr (1991), les expériences de laboratoires qui utilisent la gélatine ne peuvent s'affranchir de la résistance à la fracture  $K_c$  de ce matériau. Elle domine donc la propagation des fissures dans ces expériences. À l'inverse, les études numériques négligent la résistance à la fracture du solide devant les frottements visqueux engendrés par l'écoulement du liquide. Les auteurs de ces études numériques justifient leur approche en se basant sur les mesures de résistance à la fracture des roches effectuées en laboratoire. Atkinson (1984) a compilé de manière exhaustive les résistances à la fracture  $K_c$  déterminées en laboratoire pour différentes roches. Les valeurs à pression atmosphérique sont données dans le TABLEAU (1.1). On observe que ces valeurs sont toutes comparables :  $K_c \sim 1 \text{ MPa m}^{\frac{1}{2}}$  quelque soit le type de roches. Une autre manière de calculer, ou plutôt d'estimer,  $K_c$  est d'utiliser les dimensions horizontales des dykes mesurées sur le terrain. Avec cette méthode on suppose que la propagation latérale d'un dyke est gouvernée par un équilibre entre les déformations élastiques de la roche et les processus de fracturation. On a donc

$$K_c \sim m \frac{w}{\sqrt{l}}, \quad (1.23)$$

$w$  et  $l$  étant l'épaisseur et la longueur du dyke mesurées à l'affleurement, et  $m$  la rigidité de la roche encaissante. L'une des premières études qui a utilisé cette technique est celle de Delaney & Pollard (1981) ; les auteurs trouvent une résistance à la fracture d'environ  $100 \text{ MPa m}^{\frac{1}{2}}$ . Heimpel & Olson (1994) donnent quelques valeurs estimées à l'aide de la relation (1.23) à partir des dimensions de

Roche	Résistance à la fracture $K_c$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
Sandstone	0,06–2,53
Limestone	0,37–2,01
Micrite	1,01
Marbre	0,64–1,39
Granite	0,59–2,5
Gabbro	0,84–2,88
Dolérite	3,28
Basalte	2,50–2,58
Tholéiite	0,87
Dunite	1,39–3,74
Siltstone	1,04–1,37
Shale	0,61–1,34

TABLEAU 1.1: *Résistances à la fracture à pression atmosphérique pour différentes roches (d'après Atkinson (1984, Table 2).)*

dykes mesurées sur le terrain par d'autres auteurs. Les valeurs qui ont pu être vérifiées sont reportées dans le TABLEAU (1.2). Ces résistances à la fracture

Roche encaissante/Magma	$K_c$ (MPa m <sup>1/2</sup> )	Référence
Granite/Rhyolite	1 000	Reches & Fink (1988)
Ignée/Basalte-Andésite	700	McDonnald <i>et al.</i> (1988)
Shale/Minette	~ 100	Delaney & Pollard (1981)
Sédimentaire/Lamprophyre	1 300	Pollard & Muller (1976)

TABLEAU 1.2: *Résistances à la fracture estimées à l'aide de l'équation (1.23) (d'après Heimpel & Olson (1994, Table 3)).*

déduites des données de terrain sont supérieures à celles mesurées en laboratoire de 2 à 3 ordres de grandeur. La pression estimée nécessaire pour fracturer la roche varie donc d'un facteur  $10^2$ – $10^3$  suivant que la résistance à la fracture est mesurée en laboratoire ou calculée à partir de données de terrain. Il n'est donc pas évident que la résistance à la fracture est négligeable lors de la propagation d'un dyke.

### La mécanique de la fracture élastique linéaire

Les études précédemment citées utilisent la mécanique de la fracture élastique linéaire pour décrire la déformation du solide environnant la fissure : le facteur

d'intensité des contraintes  $K$  à la pointe de la fissure doit être égal à la résistance à la fracture  $K_c$  tout au long de la propagation. Cette condition est imposée dans toutes les études, expérimentales ou numériques,  $K_c$  étant supposée nulle ou très faible dans les dernières. Cependant la mécanique de la fracture élastique linéaire ne tient pas compte des déformations inélastiques qui ont lieu à la pointe de la fissure. Ces déformations inélastiques se caractérisent par la création de microfractures, ou joints, parallèles à la fissure. On observe ces microfractures aussi bien dans des échantillons de roches en laboratoires que sur le terrain autour des dykes. Cependant, alors qu'en laboratoire la taille typique des microfractures est de l'ordre du millimètre, voire du centimètre, Delaney *et al.* (1986) ont observé des joints jusqu'à plusieurs dizaines de mètres de certains dykes dans le Colorado. Cette différence de taille de zone inélastique suggère que  $K_c$  n'est pas une propriété propre des matériaux : l'énergie dépensée pour créer un grand nombre de joints autour d'un dyke est plus grande que pour créer des microfissures de petites tailles autour d'une fracture dans un échantillon de roche en laboratoire. Afin de résoudre ce paradoxe il faut tenir compte des déformations inélastiques à la pointe des fissures. Barenblatt (1962) a développé un modèle qui permet de tenir compte analytiquement de la déformation inélastique, restreinte au plan de fissure, qui précède la propagation de la fissure. Dans ce modèle, toute la déformation inélastique est confinée dans une zone inélastique appelée zone de cohésion, de longueur  $d_c$  au sein de laquelle s'exerce une contrainte de cohésion  $\sigma$  (FIGURE 1.1). Cette pression de cohésion  $\sigma$  correspond aux forces de cohésion moléculaire qui agissent sur la surface de la fissure à sa pointe et dépend donc de la distance qui sépare les parois de la fissure. Ces forces de cohésion moléculaire deviennent négligeables dès que la distance qui sépare les deux parois de la fissure est égale à quelques distances intermoléculaires. Cette distance critique est notée  $\delta_c$  et se caractérise donc par  $\sigma(\delta_c) = 0$ . La FIGURE (1.2) représente schématiquement les contraintes cohésives en fonction de la distance de séparation des parois de la fissure. Il faut noter que l'aire sous la courbe est égale à deux fois la densité d'énergie de surface  $\gamma_s$  introduite par Griffith (1920) : l'énergie engagée pour séparer les parois de la fissure sert à créer de nouvelles surfaces. Grâce à ce modèle, Barenblatt élimine le problème de la singularité des contraintes à la pointe de la fissure. En effet, tout comme les contraintes qui s'exercent sur la fissure, la contrainte cohésive  $\sigma(\delta)$  crée elle aussi une singularité des contraintes mais de signe opposé. Ainsi, la taille  $d_c$  de la zone de cohésion est déterminée de manière à ce que les singularités des contraintes dues à  $\sigma(\delta)$  et aux contraintes environnantes s'annulent. En conséquence, la pointe de la fissure se ferme de façon "douce" et les contraintes y ont une valeur finie. On définit par  $\sigma_c$  la contrainte de cohésion moyenne qui s'exerce dans la zone de cohésion. Si les déformations qui ont lieu dans la zone de cohésion sont parfaitement plastiques, alors la contrainte cohésive est constante dans toute la zone de cohésion et est donc égale à  $\sigma_c$  (Rice, 1968). Dans ce cas précis, la densité d'énergie de surface de Griffith et la contrainte cohésive moyenne de Barenblatt sont reliées par la relation

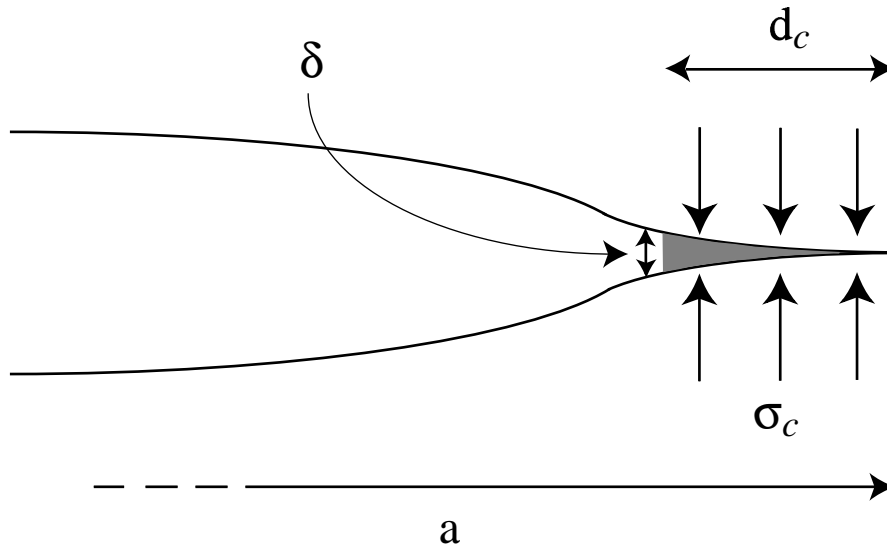


FIGURE 1.1: Schéma d'une fissure d'après le modèle de Barenblatt (1962). La fissure a une demi-longueur  $a$  et possède une zone de cohésion à sa pointe, ici représentée en gris. Dans cette zone de cohésion, de longueur  $d_c$ , s'exerce une pression de cohésion  $\sigma(\delta)$  où  $\delta$  est la distance qui sépare les parois de la fissure. On définit par  $\sigma_c$  la contrainte cohésive moyenne qui s'exerce dans la zone de cohésion. À l'entrée de la zone de cohésion, les parois de la fissure sont séparées d'une distance  $\delta_c$  pour laquelle  $\sigma(\delta_c) = 0$ . Pour une longueur de cohésion  $d_c \ll a$ , les approches de Barenblatt et de la mécanique de la fracture élastique linéaire sont équivalentes.

suivante :

$$\sigma_c \delta_c = 2 \gamma_s. \quad (1.24)$$

D'après Rice (1968), le modèle de Barenblatt et la théorie de Griffith-Irwin donnent les mêmes critères de stabilité pour une fracture tant que la longueur de la zone de cohésion reste très inférieure à la longueur de la fracture. Autrement dit, dès que la zone de déformation inélastique n'est plus de taille négligeable par rapport à celle de la fissure, la mécanique de la fracture élastique linéaire n'est plus valable. Cependant, le modèle de Barenblatt et l'analyse de Rice postulent que la pression de cohésion moyenne  $\sigma_c$  est bien supérieure aux contraintes présentes dans le solide qui s'exercent sur la fissure. Or Rubin (1993) montre que si la pression de confinement est supérieure à la pression de cohésion, cela n'est plus vrai. Plus précisément, on peut calculer une résistance à la fracture apparente  $K_{app}$  à l'aide du modèle de Barenblatt. Rubin (1993) montre que  $K_{app}$  dépend du

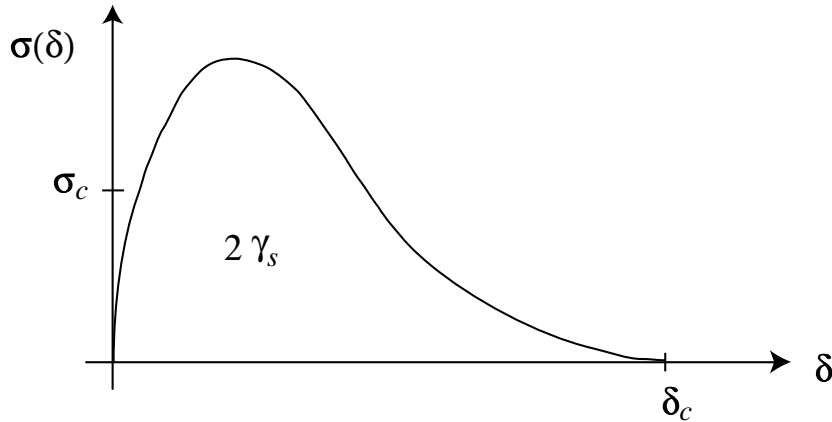


FIGURE 1.2: Représentation schématique des contraintes cohésives  $\sigma$  en fonction de la distance de séparation des parois de la fissure  $\delta$  dans la zone de cohésion. À une distance  $\delta_c$ , la contrainte cohésive s'annule.  $\sigma_c$  est la pression de cohésion moyenne qui s'exerce dans la zone de cohésion. L'aire sous la courbe correspond à deux fois la densité d'énergie de surface  $\gamma_s$  de Griffith (1920).

chargement de la fissure si  $\sigma_c$  est inférieure à la contrainte de confinement. Si des volatiles exsolvés du magma se sont accumulés à la pointe de la fissure, alors  $K_{app}$  dépend également des dimensions de la fissure (Rubin, 1993). Ingraffea (1987) a mesuré en laboratoire la pression de cohésion des roches. Il trouve que  $\sigma_c$  est de l'ordre de 10 MPa. La contrainte lithostatique devient donc supérieure à  $\sigma_c$  dès que l'on se trouve à plus de 1 km de profondeur. En toute rigueur, la mécanique de la fracture élastique linéaire ne serait donc pas applicable aux dykes.

La notion d'énergie de fracturation  $G_c$ , qui prend en compte les déformations inélastiques, serait donc préférable à celle de résistance à la fracture  $K_c$  qui n'est valable que pour des déformations élastiques infinitésimales (Rubin, 1993). D'après les mesures effectuées en laboratoire par Ingraffea (1987) l'énergie de fracturation par unité de surface  $G_c$  est de l'ordre de  $10^2 \text{ J m}^{-2}$  pour les roches. Une centaine de joints a été observée à proximité de certains dykes du plateau du Colorado (Delaney *et al.*, 1986). En traitant chacun de ces joints comme un équivalent des fractures obtenues en laboratoire, Delaney *et al.* ont estimé  $G_c$  à  $10^4 \text{ J m}^{-2}$  soit 2 ordres de grandeur de plus que les valeurs obtenues en laboratoire.  $G_c$  dépendrait donc également des conditions de chargements et/ou des dimensions des fissures et ne serait pas une propriété intrinsèque constante des matériaux. Les processus de fracturation qui entrent en jeu lors de la propagation des dykes apparaissent donc difficiles à prendre correctement en compte.

### Les effets thermiques

Des processus de solidification du magma et de fonte de la roche encaissante ont lieu lors de la propagation des dykes et modifient la composition géochimique du magma lors de son ascension à travers la croûte terrestre (Huppert & Sparks, 1985). Lors de sa propagation à travers la croûte terrestre froide, le magma chaud se refroidit, devient de plus en plus visqueux et peut éventuellement se solidifier complètement. À l'inverse, la roche encaissante peut fondre modifiant ainsi la géométrie du dyke. Cette modification de géométrie change les conditions d'écoulement du magma qui en retour modifient l'histoire thermique du dyke. Dans les analyses traitant de l'évolution thermique d'un dyke, on a généralement négligé la propagation initiale du dyke et on a supposé que sa mise en place était instantanée. Cette approche apporte néanmoins des conclusions intéressantes quant à l'influence de l'histoire thermique d'un dyke sur sa propagation. Elle montre notamment que plus un dyke est étroit, plus le magma se refroidira facilement favorisant la solidification et plus le dyke est large, plus le magma pourra fondre aisément la roche encaissante. Ces deux régimes sont séparés par une largeur initiale critique. Ainsi, en dessous de ce seuil, l'écoulement tend à se concentrer au centre du dyke tandis que le magma se solidifie aux extrémités et le long des parois. En outre, la solidification et la forte dépendance en température de la viscosité des magmas provoquent un mécanisme d'instabilités locales où les régions les moins larges d'un dyke ont tendance à se refroidir et à devenir de plus en plus étroites alors que la fonte de l'encaissant est favorisée dans les régions les plus larges, les élargissant encore plus (Bruce & Huppert, 1989, 1990; Wylie *et al.*, 1999). Ce mécanisme pourrait expliquer pourquoi l'écoulement magmatique dans les fissures éruptives se localise à quelques bouches éruptives au fur et à mesure que l'éruption progresse (Delaney & Pollard, 1982). Il est donc clair que les processus thermiques influent sur la propagation des dykes. Cependant, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèle couplant à la fois la dynamique de la propagation des dykes et les échanges de chaleur qui ont lieu entre le magma et la roche encaissante. Or, le rétrécissement du dyke à sa pointe favoriserait le refroidissement du magma et en augmenterait la viscosité. Un plus fort gradient de pression serait ainsi requis pour écouler le magma à la pointe du dyke. Cette résistance à l'écoulement affecterait la forme du dyke à sa pointe ainsi que sa propagation d'une manière similaire à celle de la résistance à la fracture (Lister & Kerr, 1991).



# Chapitre 2

## Approche expérimentale

### 2.1 Notre approche

Comme nous venons de le voir dans le chapitre 1, malgré les différentes études qui ont précédemment été menées sur les dykes, des questions clefs demeurent sans réponse. L'une des interrogations qui subsistent concerne les caractéristiques des dykes qui arrivent en surface. Cependant, pour déterminer les caractéristiques d'une éruption, il convient tout d'abord de comprendre comment s'est effectuée la propagation du système éruptif, c'est-à-dire du dyke. Nous avons vu, en effet, que le flux et la vitesse d'un dyke varient au cours de sa propagation jusqu'à son arrivée en surface (Einarsson & Brandsdóttir, 1980). Contrairement à la démarche classique des précédentes études théoriques sur les dykes, et en particulier numériques, maintenir le flux constant à une valeur arbitraire n'a pas de sens puisqu'il s'agit d'une des caractéristiques que l'on cherche à déterminer. Au contraire, il paraît plus naturel d'étudier la propagation d'un dyke depuis un réservoir sous pression constante et de chercher quels en sont le flux et la vitesse. Supposer que la surpression du réservoir reste constante au cours de la propagation du dyke revient à supposer que le volume de magma injecté dans le dyke est négligeable par rapport au volume du réservoir, ce qui semble être une hypothèse raisonnable. Mériaux & Jaupart (1998) ont montré que les conditions initiales de la propagation d'un dyke sont primordiales et déterminent la propagation ultérieure. Il semble donc qu'il faut déterminer en premier lieu les conditions d'initiation d'un dyke pour pouvoir comprendre ensuite comment s'effectue sa propagation et connaître enfin ses caractéristiques éruptives s'il arrive en surface. Cependant, les dykes sont rarement isolés et sont le plus souvent regroupés en essaims. Bien que peu d'études aient été menées sur ces essaims, il ressort que leur espacement n'est pas fractal (Jolly & Sanderson, 1995). Cela indique qu'il y a une échelle de longueur caractéristique pour l'espacement des dykes dans un essaim. Une possibilité est que cette échelle de longueur reflète

les interactions qui existent entre les dykes au cours de leur mise en place. Ces interactions modifient certainement le champ de contraintes environnant chaque dyke. Déterminer les conditions d'initiation d'un dyke nécessite donc de tenir compte des dykes voisins.

Si les précédentes études n'ont traité qu'un seul dyke c'est qu'il existe une réelle difficulté à modéliser les interactions entre plusieurs dykes. Une approche expérimentale a l'avantage de minimiser ces difficultés. En outre, contrairement aux expériences de laboratoire, une surpression constante non nulle dans le réservoir qui alimente un ensemble de dykes semble difficile à modéliser numériquement puisqu'à notre connaissance seuls Agnon & Lyakhovsky (1995) ont utilisé numériquement cette condition aux limites pour l'alimentation d'un seul dyke. À l'opposé de ce qui est supposé dans les études théoriques, il ne nous semblent pas évident que les processus de fracturation sont négligeables lors de la propagation des dykes. Une approche numérique de la fracturation est extrêmement complexe. Par contre, comme le font remarquer Lister & Kerr (1991), les études expérimentales utilisant la gélatine ne peuvent s'affranchir des processus de fracturation. Toutes ces constatations nous ont donc incités à une approche expérimentale. Pour cela, nous avons utilisé dans nos expériences de la gélatine pour simuler le comportement élastique cassant de la croûte terrestre. Comme l'a souligné Rubin (1993, 1995), la fracturation est difficile à prendre en compte de manière rigoureuse. Toutefois, nous avons volontairement simplifié le problème en abordant la fracturation à travers la mécanique de la fracture élastique linéaire et la notion de résistance à la fracture. Enfin, en dépit de leur importance, les effets thermiques ont été totalement négligés dans nos expériences.

Nous avons réalisé trois séries d'expériences différentes qui, à notre connaissance, n'ont pas été tentées auparavant. Dans la première série d'expériences, nous avons quantifié les conditions initiales nécessaires à la propagation d'une ou de plusieurs fissures depuis un même réservoir. La seconde série d'expériences nous a permis d'étudier la propagation d'une fissure à partir d'un réservoir sous pression constante. Avec la troisième série d'expériences, nous avons cherché à comprendre quel est l'effet de l'exsolution progressive de gaz à l'extrémité d'une fissure. Avant de présenter ces expériences, nous allons tout d'abord caractériser le comportement rhéologique de la gélatine solide que nous avons utilisée ainsi que les différentes techniques expérimentales que nous avons développées.

## 2.2 Rhéologie de la gélatine et techniques expérimentales

### 2.2.1 Rhéologie de la gélatine

La gélatine, qui est fabriquée à partir de collagène, est un polymère qui a été utilisé dans de nombreuses applications, tout particulièrement en photoélasticité (Crisp, 1952; Richard & Mark, 1966), et dont les propriétés physiques ont été soigneusement étudiées. Richard & Mark (1966) ont montré que le comportement rhéologique de la gélatine à l'état solide dépend de la dynamique de sa déformation : le comportement de la gélatine est élastique pour des vitesses de déformation élevées, visco-élastique pour des vitesses de déformation intermédiaires et visqueux pour des vitesses de déformation très lentes. Une limite entre le comportement élastique et le comportement viscoélastique de la gélatine peut être définie à l'aide du temps de relaxation de Maxwell  $\tau = \frac{\eta}{\mu}$ ,  $\eta$  et  $\mu$  étant la viscosité et le module de cisaillement de la gélatine solide. D'après Richard & Mark (1966), le temps de relaxation de Maxwell de la gélatine est de l'ordre de l'heure. Les effets de la température et de la concentration sur le module d'Young de la gélatine ont également été mesurés en physique des polymères (Djabourov, 1986). Cette étude montre que les propriétés physiques de la gélatine sont déterminées par la concentration en masse de gélatine ainsi que des conditions de dissolution et de solidification. Cette étude indique également que le module d'Young croît, par un accroissement de la polymérisation, c'est-à-dire l'interconnexion entre les chaînes, lorsque le temps et/ou la concentration augmentent et lorsque la température diminue. Enfin, les polymères sont dans leur ensemble des matériaux incompressibles. Le coefficient de Poisson de la gélatine a donc une valeur  $\nu = 0,5$ .

D'après Griffith (1920), la tension de surface  $\gamma_s$  des matériaux est une constante ne dépendant que de la température et peut être identifiée avec l'énergie de fracturation par unité de surface  $G_c$  (équation 1.6). Cela signifie que  $K_c$  est également une propriété intrinsèque des matériaux. Si  $\gamma_s$  est effectivement une constante des matériaux alors les équations (1.12) et (1.13) suggèrent que  $K_c$  est directement fonction du module d'Young  $E$ . Ainsi, si l'on ne tient pas compte des effets chimiques, l'ensemble des solides élastiques existant se résume à des matériaux ayant la même tension de surface et qui ne se distinguent les uns des autres que par leur module d'Young. Ils doivent alors vérifier la relation

$$K_c \propto \sqrt{E}. \quad (2.1)$$

Nous avons donc développé des techniques pour mesurer *in situ* dans nos différentes expériences le module d'Young  $E$  et la résistance à la fracture  $K_c$  pour différentes concentrations de gélatine. Cela nous a permis de vérifier que la gélatine à l'état solide se comporte de façon élastique.

### 2.2.2 Préparation de la gélatine

La gélatine utilisée dans cette étude est une gélatine de type acide qui se présente sous forme de poudre. Il s'agit de la gélatine 200 A 30 préparée par l'entreprise Française SKW Bio-Systems. La méthode de préparation pour toutes les expériences est la suivante. La gélatine est tout d'abord versée dans de l'eau froide distillée et laissée tel quel pendant une heure. Cette étape permet aux grains de gélatine de gonfler ce qui facilitera leur dissolution par la suite. Puis, l'eau est chauffée jusqu'à 75 °C pour dissoudre totalement la gélatine et obtenir une solution la plus homogène possible afin d'avoir une gélatine à l'état solide dont les caractéristiques physiques sont parfaitement homogènes. Ce chauffage s'effectue lentement afin de ne pas dénaturer les chaînes de collagène qui constituent la gélatine. Lorsque la solution est prête, elle est laissée à refroidir jusqu'à une température de 60 °C, température à laquelle y est ajoutée 0,8% d'eau de javel concentrée à 12,5% de chlore actif. Cet ajout d'eau de javel prévient le pourrissement ultérieur de la gélatine qui la détériore et en modifie à la fois les caractéristiques physiques et l'aspect visuel. La concentration d'eau de javel utilisée est suffisamment faible, 0,1 % de produit actif en masse, pour que les propriétés de la gélatine ne soient pas modifiées. La solution de gélatine est ensuite versée dans deux cuves identiques en plexiglas. La première sert à mesurer le module d'Young et la seconde permet la mesure de la résistance à la fracture. L'étape de refroidissement entre 75 °C et 60 °C en dehors de la cuve est nécessaire car le plexiglas supporte très difficilement les températures supérieures à 60 °C. Un même volume de gélatine est versé dans les deux cuves afin que les mesures du module d'Young et de la résistance à la fracture correspondent à des gélatines identiques. La gélatine est ensuite laissée à refroidir pendant 48 heures dans une salle climatisée à  $20 \pm 1$  °C. Les mesures seront menées dans cette même salle climatisée afin que la gélatine solide soit homogène thermiquement.

Après avoir été versée dans les cuves, la gélatine est recouverte d'une mince couche d'huile silicone. L'huile étant moins dense que la gélatine elle reste en surface. Cette astuce évite toute évaporation d'eau lors du refroidissement et de la solidification de la gélatine. En effet, une évaporation d'eau, même partielle, génère un gradient vertical de concentration en gélatine à partir de la surface et la rend plus rigide en surface une fois solide. La présence de cette couche d'huile permet donc de garantir une rigidité homogène de la gélatine.

### 2.2.3 Caractéristiques physiques de la gélatine à l'état solide

#### Mesures du module d'Young

Dans cette étude, la durée des mesures n'est que de quelques secondes, donc nettement inférieure au temps de relaxation de Maxwell. Nous pouvons

donc raisonnablement négliger la partie visqueuse de la rhéologie et considérer la gélatine à l'état solide comme un solide élastique défini par un coefficient de Poisson  $\nu = 0,5$  et un module d'Young  $E$ . L'élasticité de la gélatine à l'état solide est donc entièrement déterminée par son module d'Young. Un moyen facile et néanmoins précis d'effectuer une mesure de  $E$  consiste à mesurer la déflexion verticale que crée un cylindre rigide, de masse connue, lorsqu'il est déposé sur la surface libre de la gélatine solide. Si le rayon du cylindre est suffisamment petit par rapport aux dimensions de la gélatine, alors on peut assimiler la gélatine à un milieu semi-infini. Dans ce cas l'expression qui relie le module d'Young  $E$  à la déflexion vertical  $w$  créée par le cylindre est (Timoshenko & Goodier, 1970) :

$$E = \frac{m g (1 - \nu^2)}{2 r_c w}, \quad (2.2)$$

où  $m$  est la masse du cylindre et  $r_c$  son rayon. Puisque le coefficient de Poisson de la gélatine vaut 0,5, cette relation se simplifie :

$$E = \frac{3 m g}{8 r_c w}. \quad (2.3)$$

Connaissant les caractéristiques du cylindre, il suffit donc de mesurer la déflexion verticale  $w$  pour en déduire le module d'Young  $E$  de la gélatine.

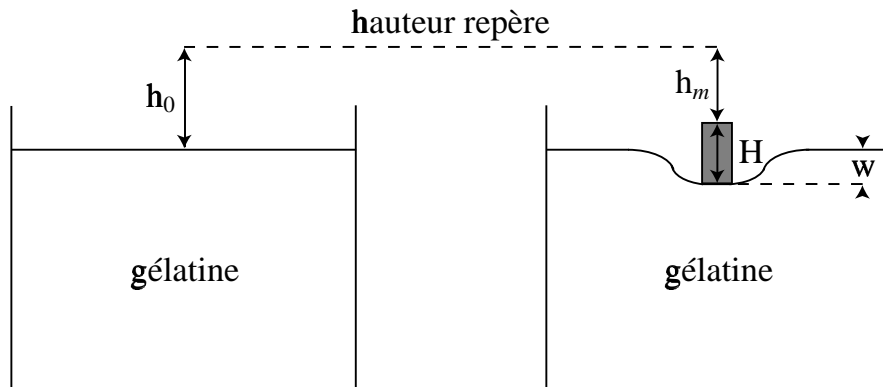


FIGURE 2.1: *Technique expérimentale utilisée pour la mesure du module d'Young de la gélatine. La distance  $h_0$  séparant la surface de la gélatine d'une hauteur repère est initialement mesurée. Puis, un cylindre métallique est déposé sur la surface de la gélatine et la distance  $h_m$  qui sépare sa surface supérieure de la hauteur repère est mesurée. Connaissant la hauteur  $H$  du cylindre, la déflexion  $w$  est déterminée (équation 2.4) et le module d'Young  $E$  de la gélatine est calculé à l'aide de l'équation (2.3).*

Pour chaque concentration utilisée, le module d'Young  $E$  de la gélatine a donc été déterminé par cette méthode, illustrée par la FIGURE (2.1). La couche

d'huile couvrant la surface libre de la gélatine est tout d'abord retirée. Puis, à l'aide d'une jauge de profondeur digitale, nous mesurons la distance  $h_0$  qui sépare la surface de la gélatine d'une hauteur repère. Un cylindre métallique de masse  $m$ , de rayon  $r_c$  et de hauteur  $H$  connus est ensuite déposé sur la surface de la gélatine. La distance  $h_m$  qui sépare la surface supérieure du cylindre métallique de la hauteur repère est alors mesurée avec la jauge de profondeur. La déflexion verticale  $w$  créée par le cylindre est alors connue :

$$w = h_m + H - h_0. \quad (2.4)$$

La précision de la jauge de profondeur est de  $\pm 0,01$  mm. L'incertitude sur les mesures de  $h_0$  et  $h_m$  provient donc principalement de l'expérimentateur. Afin de quantifier l'incertitude sur la mesure d'une hauteur, nous avons donc effectué deux mesures successives et défini l'incertitude comme la différence entre ces deux mesures. Cette méthode permet non seulement de définir une incertitude de lecture mais également de tenir compte de l'incertitude sur  $h_m$  induite par la déformation visqueuse de la gélatine qui, bien que faible, est *a priori* présente. La déflexion verticale ainsi mesurée ne dépasse pas quelques millimètres. Par cette méthode, le module d'Young de la gélatine solide a été déterminé avec une incertitude inférieure à  $\pm 2,5\%$ .

### Mesure de la résistance à la fracture de la gélatine

Considérons une petite fissure remplie de liquide qui se trouve dans la gélatine et qui est connectée à un réservoir de liquide (FIGURE 2.2). La densité du liquide

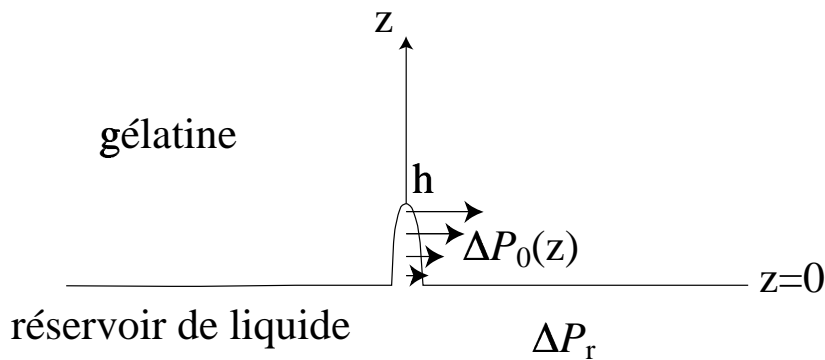


FIGURE 2.2: Une petite fissure de hauteur  $h$  dans de la gélatine solide est connectée à un réservoir de liquide. Le liquide, moins dense que la gélatine, génère une surpression  $\Delta P_0(z)$  dans la fissure. Le réservoir est sous pression  $\Delta P_r$  constante.

$\rho_l$  est inférieure à celle de la gélatine solide  $\rho_g$ . Supposons que la fissure est plane et bidimensionnelle. Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  à sa pointe s'exprime donc de la façon suivante (Sneddon & Das, 1971; Lawn, 1993) :

$$K = \alpha \overline{\Delta P} \sqrt{\pi h}. \quad (2.5)$$

$\alpha$  est un facteur sans dimension qui permet de prendre en compte les conditions à l'interface solide-réservoir en  $z = 0$  ( $\alpha = 1$  pour une fissure dans un solide infini). Comme nous allons le voir par la suite, ce facteur  $\alpha$  dépend de la forme de la surpression  $\Delta P(z)$  à l'intérieur de la fissure.  $\overline{\Delta P}$  est la surpression  $\Delta P(z)$  moyennée sur toute sa hauteur  $h$  :

$$\overline{\Delta P} = \frac{1}{h} \int_0^h \Delta P(z) dz. \quad (2.6)$$

$\Delta P(z)$  est définie comme la différence entre la pression du magma  $p_l(z)$  et les contraintes élastiques  $\sigma(z)$  présentes dans le solide sans la fissure :

$$\Delta P(z) = p_l(z) - \sigma(z). \quad (2.7)$$

$\Delta P(z)$  peut s'écrire comme la somme de deux termes indépendants :

$$\Delta P(z) = \Delta P_0(z) + \Delta P_r, \quad (2.8)$$

où  $\Delta P_0(z)$  est la distribution de surpression interne due à la différence de densité entre le liquide et la gélatine, et  $\Delta P_r$  est la surpression constante dans le réservoir de liquide (FIGURE 2.2). Ainsi le facteur d'intensité des contraintes donné par l'équation (2.5) peut lui aussi s'écrire comme la somme de deux termes :

$$K = \alpha_0 \overline{\Delta P_0} \sqrt{\pi h} + \alpha_r \Delta P_r \sqrt{\pi h} \quad (2.9)$$

$$= K_0 + K_r. \quad (2.10)$$

Les facteurs  $\alpha_0$  et  $\alpha_r$  sont différents puisqu'ils correspondent respectivement aux surpressions  $\overline{\Delta P_0}$  et  $\Delta P_r$  dont les formes sont différentes l'une de l'autre. Dans notre application, le premier terme est le facteur d'intensité des contraintes  $K_0$  due à la flottabilité du liquide et le second terme est le facteur d'intensité des contraintes  $K_r$  due à la surpression constante du réservoir. Lorsque  $K$  atteint la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine, la fissure se propage dans le régime de fracturation hydraulique. D'après l'équation (2.10),  $K_c$  peut donc être atteinte de deux manières différentes : soit par un accroissement de la flottabilité du liquide, soit par une augmentation de la surpression dans le réservoir.

Pour mesurer la résistance à la fracture de la gélatine solide, nous avons donc réalisé une fissure identique à celle de la FIGURE (2.2). Puis, tout en maintenant une surpression nulle dans le réservoir ( $\Delta P_r = 0$ ) nous avons injecté de l'air dans la fissure et mesuré la surpression  $\Delta P_0(z)$  nécessaire pour propager la fissure.

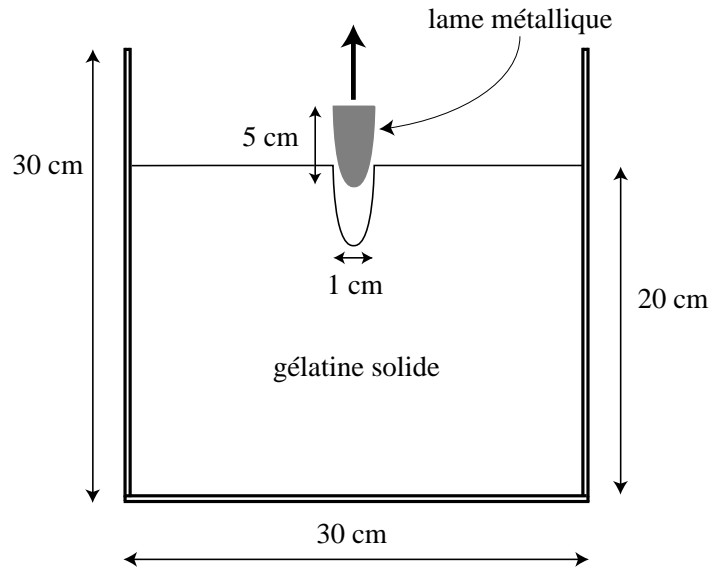


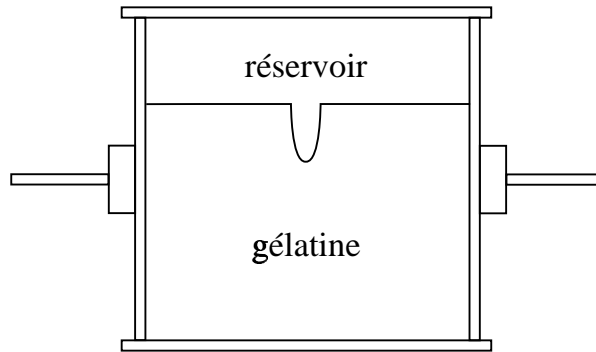
FIGURE 2.3: *Création d'une fissure à l'interface gélatine-réservoir. Dans une cuve de 30 cm de côté et 30 cm de haut, de la gélatine en solution est versée sur une hauteur de 20 cm. Une lame métallique de section semi-elliptique, de 5 cm de haut, 1 cm à sa base et 20 cm de large est plongée dans la gélatine en solution. Lorsque la gélatine est solide, la lame métallique est retirée de la gélatine créant ainsi une fissure à l'interface gélatine-réservoir.*

Dans une cuve de 30 cm de côté et 30 cm de haut, la gélatine en solution a été versée sur une hauteur de 20 cm. Pour créer une fissure à l'interface plan et horizontal entre la gélatine et le réservoir de liquide, nous avons fabriqué une lame métallique qui est plongée dans la gélatine liquide et laissée en place jusqu'à prise totale de la gélatine. Cette lame, de section semi-elliptique, a une épaisseur de 1 cm à sa base, une largeur de 20 cm et une hauteur de 5 cm. Lorsque la gélatine est solide, la lame est retirée et crée ainsi une fissure à l'interface gélatine-réservoir (FIGURE 2.3). La cuve est ensuite remplie d'eau, fermée, puis retournée afin que la gélatine se trouve au-dessus du liquide. La paroi supérieure de la cuve est alors retirée afin que la surface supérieure de la gélatine soit libre. La FIGURE (2.4) montre la position de la cuve avant et après son retournement.

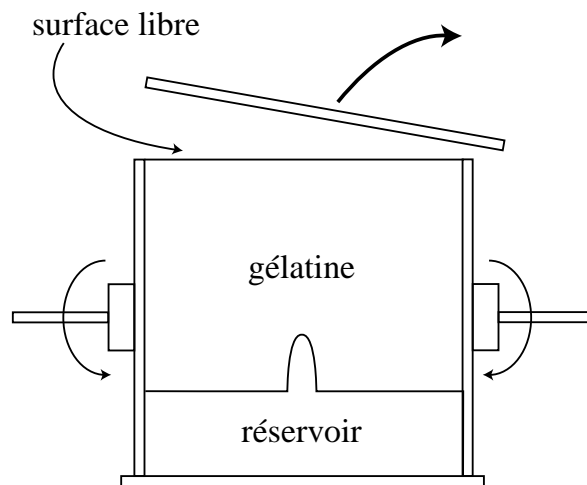
La FIGURE (2.5) est une photo de la cuve remplie d'eau et complètement retournée.

Avant le retrait de la lame métallique, la gélatine solide se trouve dans un état de contrainte hydrostatique. En effet, les déplacements étant nuls sur toutes les parois verticales de la cuve et la lame étant indéformable, la déformation





(a)



(b)

FIGURE 2.4: *Technique utilisée pour positionner la gélatine au-dessus du réservoir d'eau. (a) Une fois que la fissure a été réalisée à l'interface gélatine-réservoir et que le réservoir a été rempli d'eau, la cuve est fermée. Un axe monté directement sur la cuve permet de la basculer et de la retourner complètement. (b) Lorsque la gélatine est positionnée au-dessus du réservoir, la paroi supérieure de la cuve est alors retirée afin que la surface de la gélatine soit libre.*

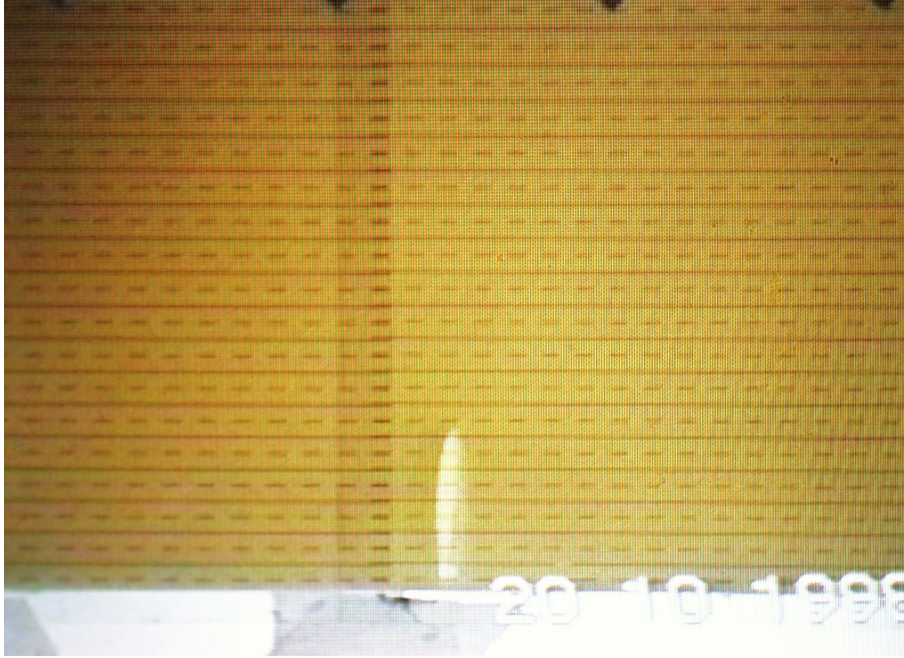


FIGURE 2.5: *Photo de la cuve avant la réalisation de l'expérience. La gélatine apparaît en jaune. La partie inférieure de la photo qui est totalement transparente est une partie du réservoir rempli d'eau auquel est connectée la fissure. Les marqueurs horizontaux permettent de mesurer la hauteur de la fissure, qui est ici de 5,2 cm.*

horizontale de la gélatine dans le champ de contrainte gravitationnel est

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0. \quad (2.11)$$

On en déduit donc que les contraintes horizontales et verticales sont

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sigma_z = \sigma_z, \quad (2.12)$$

puisque  $\nu = 0,5$ . Lorsque la lame est retirée, le réservoir est rempli d'eau et la cuve est retournée. Le niveau d'alimentation du réservoir en eau est ensuite ajusté afin que la surpression  $\Delta P_r$  soit nulle. Puis, la paroi supérieure de la cuve est enlevée. On considère que la différence de densité entre l'eau et la gélatine est suffisamment faible pour que l'état de contraintes ne soit pas modifié et reste hydrostatique. Les conditions aux limites sont alors les suivantes :

- l'état de contraintes initial est hydrostatique.
- la surface supérieure de la gélatine solide n'est soumise à aucune contrainte et aucun déplacement ; il s'agit donc d'une surface libre.

- La gélatine adhère aux parois verticale de la cuve ; il n'y a donc pas de déplacement le long de ces surfaces.
- la contrainte qui s'exerce à l'interface gélatine-réservoir est la surpression nulle du réservoir  $\Delta P_0(z = 0) = \Delta P_r = 0$ .

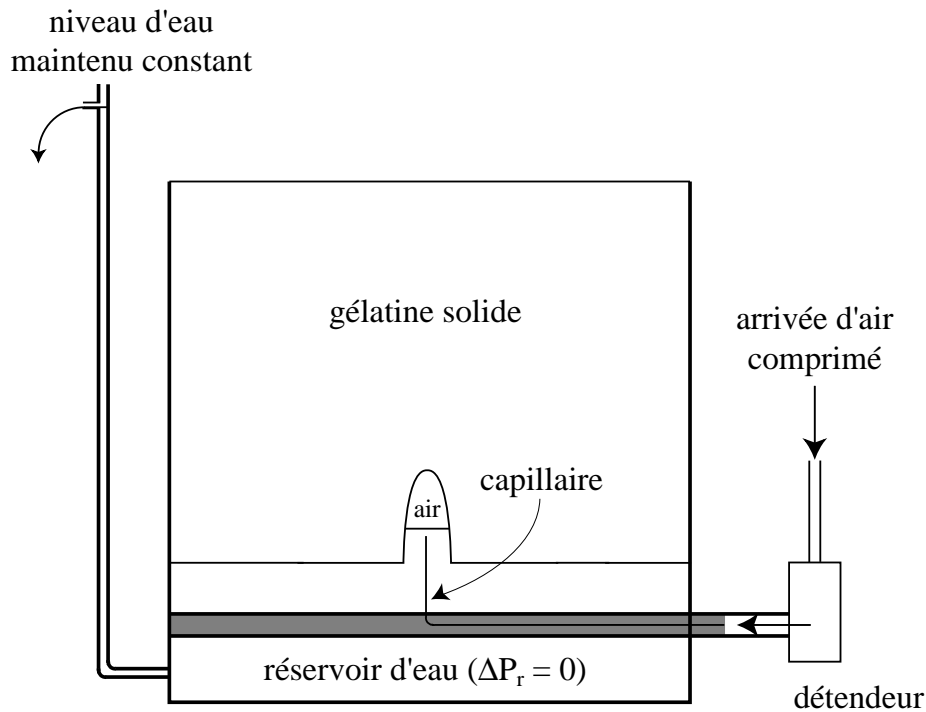


FIGURE 2.6: *Système d'alimentation en air. La fissure est alimentée en air à l'aide d'une arrivée d'air comprimé. L'air passe à travers un détendeur qui contrôle la pression d'arrivée et alimente un capillaire qui est inséré dans la fissure. Le capillaire est maintenu en place à l'aide d'un guide, ici représenté en gris, fixé dans le réservoir d'eau. Le niveau d'alimentation en eau possède une sortie à l'air libre. Cette sortie à l'air libre est réglée de manière qu'au fur et à mesure que l'air est injecté dans la fissure tout excès d'eau dans le réservoir est automatiquement évacué.*

De l'air est ensuite lentement injecté dans la fissure. Cette opération est effectuée en utilisant une arrivée d'air comprimé. L'air passe dans un détendeur pour contrôler la pression d'arrivée et alimente de façon continue un capillaire qui est inséré dans la fissure (FIGURE 2.6). Le capillaire a un diamètre extérieur de 0,7 mm et un diamètre intérieur de 0,3 mm. Cette technique permet d'alimenter "goutte à goutte" la fissure en air. Pour maintenir une surpression nulle dans le



FIGURE 2.7: Photo prise pendant l'injection d'air dans la fissure. L'air injecté s'est accumulé à la pointe de la fissure et apparaît en sombre. Les marqueurs horizontaux tracés sur la paroi de la cuve permettent de mesurer la hauteur d'air accumulé à la pointe de la fissure (ici 1 cm). Le capillaire présent dans la fissure se devine à la coloration plus sombre de son extrémité : une bulle d'air est en train de s'y former et va s'en détacher.

réservoir tout au long de l'injection d'air, le niveau d'alimentation en eau possède une sortie à l'air libre. Cette sortie à l'air libre est réglée de manière qu'au fur et à mesure que l'air est injecté dans la fissure, tout excès d'eau dans le réservoir est automatiquement évacué (FIGURE 2.6). Cela nous permet de maintenir la surpression nulle dans le réservoir et donc de garder la condition de surface libre à l'interface. À un moment donné, la fissure est donc remplie en partie d'air à sa pointe et en partie d'eau à sa base comme le montre la FIGURE (2.7). La FIGURE (2.8) est un diagramme schématisé de la fissure après injection d'air. Elle est remplie d'eau jusqu'à une hauteur  $z_l$  et d'air jusqu'à sa pointe en  $z = h$  (FIGURE 2.8). La distribution de surpression à l'intérieur de la fissure est donc

$$\begin{cases} \Delta P_0(z) = \rho_l g H_l - \rho_g g H_g + \Delta \rho g z, & 0 \leq z \leq z_l, \\ \Delta P_0(z) = \rho_l g (H_l - z_l) - \rho_g g (H_g - z), & z_l \leq z \leq h. \end{cases} \quad (2.13)$$

$\Delta \rho$  est défini comme la différence de densités entre la gélatine et l'eau ( $\rho_g - \rho_l$ ).  $H_l$  et  $H_g$  représentent respectivement la hauteur d'eau dans la colonne d'alimentation

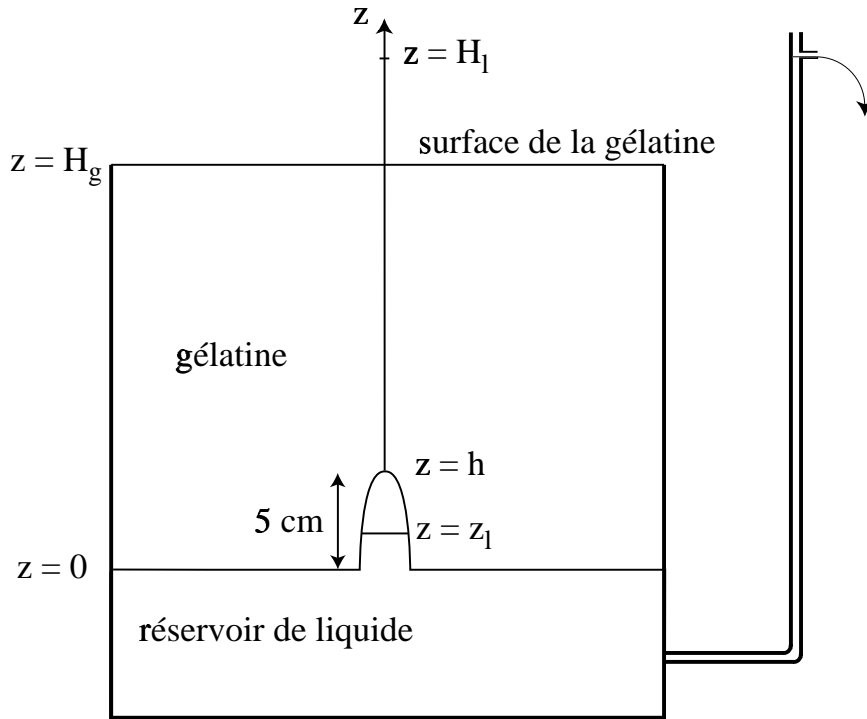


FIGURE 2.8: Diagramme schématisé de la fissure après injection d'air. L'interface gélatine-réservoir est située en  $z = 0$ . La fissure a une hauteur  $h$ . Elle est remplie d'eau jusqu'à une hauteur  $z_l$  et d'air jusqu'à sa pointe. La surface supérieure de la gélatine se trouve à une hauteur  $z = H_g$  et le niveau d'eau qui alimente le réservoir se trouve en  $z = H_l$ .

du réservoir et la hauteur de gélatine dans la cuve. Puisque  $H_l$  est ajustée pour que  $\Delta P_0(z = 0) = 0$ , on a donc

$$\rho_g g H_g = \rho_l g H_l, \quad (2.14)$$

ce qui simplifie la distribution de surpression (2.13) :

$$\begin{cases} \Delta P_0(z) = \Delta \rho g z, & 0 \leq z \leq z_l, \\ \Delta P_0(z) = \rho_g g z - \rho_l g z_l, & z_l \leq z \leq h. \end{cases} \quad (2.15)$$

Au fur et à mesure que l'air est injecté dans la fissure, la surpression dans la fissure croît. L'injection continue d'air dans la fissure génère donc un facteur d'intensité des contraintes  $K_0$  croissant à sa pointe. Lorsque  $K_0$  atteint la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine, la fissure remplie d'air se propage (FIGURE 2.9).

À ce moment précis, le niveau  $z_l$ , qui marque la limite entre l'air et l'eau présents dans la fissure, est mesuré. Cela nous a permis de déterminer la distribu-

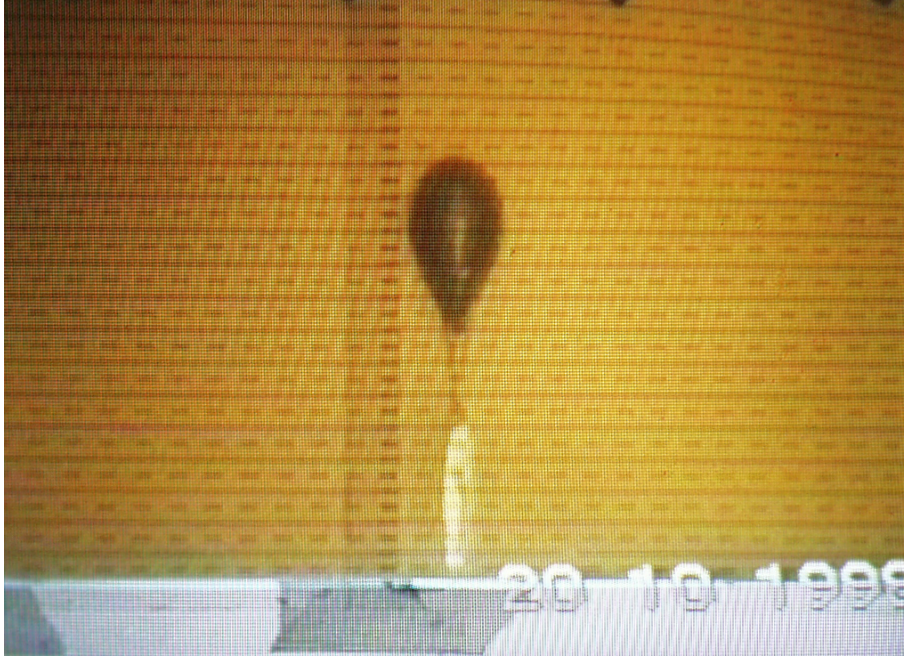


FIGURE 2.9: Photo prise juste après que la fissure remplie d'air démarre sa propagation. La fissure remplie d'air apparaît plus sombre que la gélatine jaune qui l'entoure. Sa hauteur est de 5 cm et sa largeur est de 3 cm.

tion de surpression  $\Delta P_0(z)$  au démarrage de la propagation. Les caractéristiques de chaque expérience sont données en détail dans le TABLEAU (2.1).

La résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine se déduit donc de l'équation (2.5) une fois la distribution de surpression interne à la fissure connue au moment de sa propagation. Toutefois, il faut tenir compte des conditions aux limites et plus particulièrement de l'interface solide-réservoir en  $z = 0$  (FIGURE 2.2). Cela se fait par l'intermédiaire de la constante  $\alpha$  dans l'équation (2.5). Le calcul de  $\alpha$  est un problème dont les conditions aux limites s'expriment à la fois en terme de contraintes et en terme de déplacements. On parle alors de conditions aux limites mixtes. Ces conditions aux limites sont difficiles à traiter. Toutefois, le problème se simplifie dans le cas particulier où le bord du solide est une surface libre sans déplacement. On a donc  $\Delta P(z) = \Delta P_0(z)$ . En suivant la même démarche que Sneddon & Das (1971) pour déterminer  $\alpha$ , ou plus exactement pour l'approximer, le calcul de  $\alpha$  se limite à la résolution d'une équation intégrale. En écrivant  $\Delta P_0(z)$  sous la forme

$$\Delta P_0(z) = \overline{\Delta P_0} f(z), \quad (2.16)$$

la constante  $\alpha$  est la valeur à la pointe de la fissure de la fonction  $\Lambda$  qui est

Expérience	$\rho_g$ (kg m <sup>-3</sup> )	$\rho_l$ (kg m <sup>-3</sup> )	$E$ (Pa)	$z_l$ (cm)	$\overline{\Delta P_0}$ (Pa)
23	1 062	1 000	1 449	2,25	89
24	1 072,3	1 000	3 969	1,25	156
25	1 079,3	1 000	7 603	1	176
28	1 079,3	1 000,6	7 328	0	270
29 <sup>h</sup>	1 025,5	1 000,3	10 959	4	189
31	1 015,6	999,4	2 254	2,2	85

<sup>h</sup> : Fissure deux fois plus grande que les autres (10 cm de haut).

TABLEAU 2.1: *Caractéristiques des expériences. Toutes les expériences correspondent à l'injection d'air dans une fissure initialement remplie d'eau et mesurant 5 cm de haut, sauf pour l'expérience (29) pour laquelle la fissure mesure 10 cm de haut.  $z_l$  est la hauteur d'eau dans la fissure au démarrage de sa propagation, après injection d'air.  $\overline{\Delta P_0}$  est la surpression moyenne qui est alors présente dans la fissure.*

solution de l'équation intégrale suivante :

$$\Lambda(z) - \int_0^1 \Lambda(u) L(z, u) du = \frac{2}{\pi} \int_0^z \frac{f(s) ds}{\sqrt{(z^2 - s^2)}}, \quad 0 \leq z \leq 1, \quad (2.17)$$

où  $z$  a été normalisé par  $h$  et où  $L(z, u)$  est donné par

$$L(z, u) = \frac{16zu}{\pi^2} \left[ \frac{z^2 + u^2}{(z^2 - u^2)^3} \ln\left(\frac{z}{u}\right) - \frac{1}{(z^2 - u^2)^2} \right] \quad \text{si } z \neq u, \quad (2.18)$$

$$\text{et } L(u, u) = \frac{4}{3\pi^2 u}. \quad (2.19)$$

Nous avons utilisé la méthode de la quadrature gaussienne pour résoudre l'équation intégrale (2.17). De cette manière nous obtenons le système de  $n$  équations algébriques linéaires

$$\Lambda(x_i) - \sum_{j=1}^n w_j L(x_i, x_j) \Lambda(x_j) = \frac{2}{\pi} \int_0^{x_i} \frac{f(s) ds}{\sqrt{(x_i^2 - s^2)}}, \quad (i = 1, 2, \dots, n), \quad (2.20)$$

pour déterminer les valeurs des fonctions  $\Lambda(x)$  aux points  $x_1, x_2, \dots, x_n$  (les points  $x_1, \dots, x_n$  et leur poids respectifs  $w_1, \dots, w_n$  sont énumérés dans la table 25.8 de Abramowitz & Stegun (1964)). Une fois les  $\Lambda(x_i)$  déterminées,  $\alpha$  peut être approximée par

$$\alpha = \Lambda(1) = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{f(s) ds}{\sqrt{(1 - s^2)}} + \sum_{j=1}^n w_j L(1, x_j) \Lambda(x_j), \quad (2.21)$$

qui est la forme finie de l'équation (2.17) en  $z = 1$ . Pour chaque gélatine,  $\Delta P_0(z)$  au démarrage de la propagation a donc été mesurée, la constante  $\alpha$  correspondante a été calculée, grâce à un programme utilisant le logiciel MATLAB et donné en annexe A, et la résistance à la fracture déterminée.

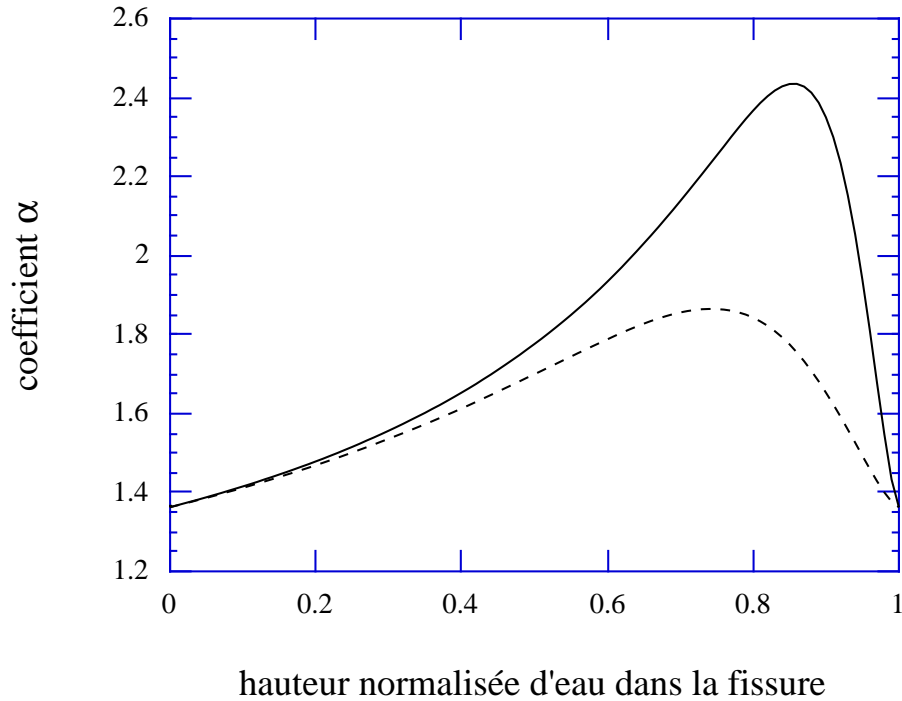


FIGURE 2.10: Variation du coefficient  $\alpha$  calculée en fonction du niveau d'eau dans la fissure  $z_l$ .  $z_l$  est normalisé à la hauteur de la fissure  $h$ . La courbe en trait plein correspond à une gélatine de densité  $\rho_g = 1\,015\text{ kg m}^{-3}$  et la courbe en tiret correspond à une gélatine de densité  $\rho_g = 1\,075\text{ kg m}^{-3}$ . Dans les deux cas, la fissure est partiellement remplie d'eau —  $\rho_l = 1\,000\text{ kg m}^{-3}$  — et d'air dont la densité a été négligée.

$\alpha$  dépend de la forme de la distribution de la surpression plus que de la valeur de la surpression moyenne. Autrement dit, à une forme de distribution de surpression donnée,  $\Delta P_0(z)$  constante par exemple, correspond une valeur de  $\alpha$ , mais celle-ci ne dépend pas de la valeur de  $\overline{\Delta P_0}$ . Dans le cas d'une surpression constante  $\alpha \approx 1,1216$ , alors que dans le cas d'une surpression variant linéairement le long de la fissure  $\alpha \approx 1,3657$ . À surpression moyenne  $\overline{\Delta P_0}$  identique, un gradient de pression dans la fissure donne donc un facteur d'intensité des contraintes  $K$  à sa pointe qui est supérieur à celui généré par une surpression constante. Dans nos expériences, la distribution de surpression dans la fissure est cependant plus compliquée car elle dépend de la position  $z_l$  de l'interface eau-air. En conséquence, la forme de la distribution de surpression, et donc la valeur de



$\alpha$ , évolue constamment lors de l'injection d'air dans la fissure. La FIGURE (2.10) représente l'évolution de  $\alpha$  — calculée avec le programme donné en annexe A — en fonction de la position de l'interface eau-air dans la fissure normalisée à la hauteur de la fissure pour deux gélatines de densités différentes :  $\rho_g = 1\,015 \text{ kg m}^{-3}$  et  $\rho_g = 1\,075 \text{ kg m}^{-3}$ . Pour une même quantité d'air injecté, les deux gélatines donnent des facteurs  $\alpha$  différents puisque leur densité différentes induisent des distributions de surpression différentes. Cependant,  $\alpha$  évolue de la même manière au fur et à mesure que la quantité d'air injecté dans la fissure augmente. Dans les deux cas,  $\alpha \approx 1,3657$  avant l'injection puisque la distribution de surpression est linéaire, à cause de la différence de densité entre l'eau et la gélatine. Au fur et à mesure que de l'air est injecté dans la fissure  $\alpha$  augmente puis diminue pour retrouver la valeur de 1,3657 lorsque la fissure est pleine d'air, la distribution de surpression étant à nouveau linéaire. On remarque que  $\alpha$  varie le plus fortement au début de l'injection d'air. En effet, la forme de la distribution de surpression est fortement perturbée par le changement de gradient de pression à la pointe de la fissure. Par contre en fin d'injection, lorsque la fissure est presque entièrement remplie d'air, ce changement de gradient est moins perturbateur car il intervient plus loin de la pointe de la fissure. On remarque également que  $\alpha$  varie d'autant plus fortement que la densité de la gélatine est faible. En effet, dans le cas d'une gélatine dont la densité est proche de celle de l'eau,  $\alpha$  est surtout sensible à l'air injecté dans la fissure. Par contre, si la gélatine est très dense,  $\alpha$  devient également sensible à la surpression due à la différence de densité entre l'eau et la gélatine. Dans le cas extrême d'une gélatine de densité quasi-infinie, il n'y aurait quasiment pas de différence entre la densité de l'eau et celle de l'air et tout se passerait comme si la fissure était remplie d'un fluide de densité infiniment plus faible que celle de la gélatine ; quelque soit la quantité d'air injecté, le facteur  $\alpha$  serait constant et correspondrait à une distribution linéaire de surpression interne —  $\alpha \approx 1,3657$ . Les variations de  $\alpha$  sont donc d'autant moins importantes que la densité de la gélatine est élevée.

Il faut remarquer que le calcul que nous avons utilisé pour déterminer  $K$ , et notamment la façon dont la surpression a été moyennée, n'est pas habituelle. En utilisant une méthode plus classique (Rice, 1968, par exemple), le facteur d'intensité des contraintes s'écrit

$$K = \alpha \int_0^h \frac{\Delta P(z)}{\sqrt{z}} dz, \quad (2.22)$$

Cependant, avec cette méthode il faut redéfinir une nouvelle surpression moyenne pour déterminer  $\alpha$  et calculer  $K$ . D'après les équations (2.5) et (2.22), cette nouvelle surpression moyenne est

$$\overline{\Delta P} = \frac{1}{\sqrt{\pi h}} \int_0^h \frac{\Delta P(z)}{\sqrt{z}} dz, \quad (2.23)$$

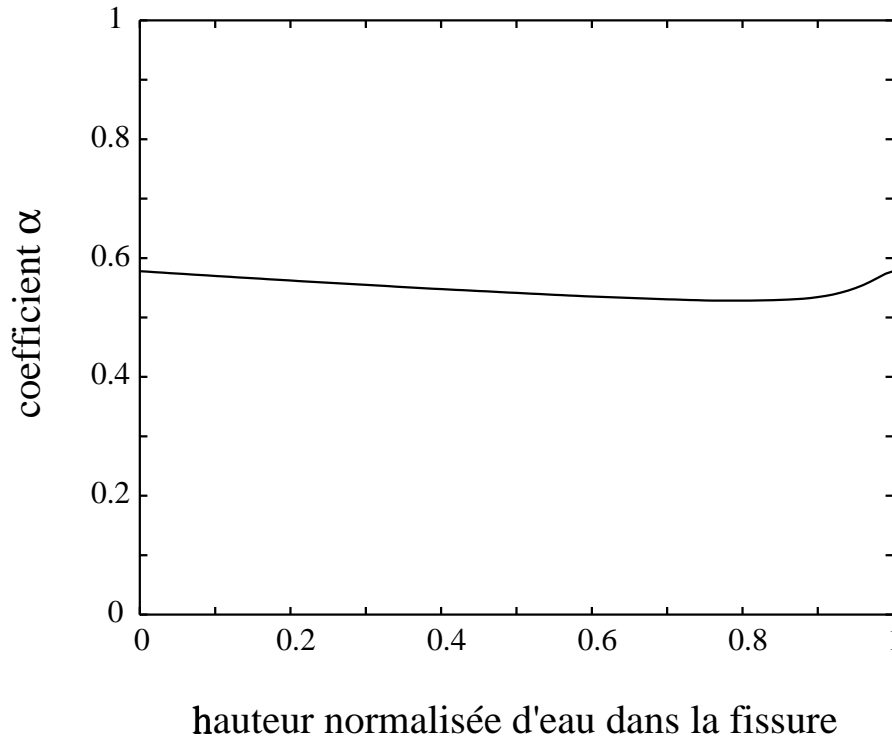


FIGURE 2.11: Variation du coefficient  $\alpha$  calculée en fonction du niveau d'eau dans la fissure  $z_l$  par une méthode plus classique (Rice, 1968, par exemple).  $z_l$  est normalisé à la hauteur de la fissure  $h$ . Le calcul a été effectué pour une gélatine de densité  $\rho_g = 1\,015\text{ kg m}^{-3}$  contenant une fissure de 5 cm de haut partiellement remplie d'eau —  $\rho_l = 1\,000\text{ kg m}^{-3}$  — et d'air dont la densité a été négligée.

où  $\Delta P(z)$  a été pondérée par la fonction  $\frac{1}{\sqrt{z}}$ . De cette manière, on obtient un facteur  $\alpha$  différent de celui obtenu par la méthode développée par Sneddon & Das (1971). Pour une gélatine de densité  $\rho_g = 1\,015\text{ kg m}^{-3}$  contenant une fissure de 5 cm de haut partiellement remplie d'eau —  $\rho_l = 1\,000\text{ kg m}^{-3}$  — et d'air dont on néglige la densité,  $\alpha \approx 0,55$  et ne varie que très peu avec la position de l'interface eau-air dans la fissure (FIGURE 2.11). Les variations de  $\alpha$  sont d'autant plus faibles que la densité de la gélatine est élevée. Bien que l'on obtienne un facteur  $\alpha$  différent avec les deux méthodes de calcul, la surpression moyenne étant également différente dans les deux cas, le facteur d'intensité des contraintes  $K$  est néanmoins exactement le même comme le montre la FIGURE (2.12). Elle représente l'évolution du facteur d'intensité des contraintes à la pointe de la fissure en fonction de la position de l'interface eau-air. Les courbes obtenues par chacune des deux méthodes ne peuvent être distinguées l'une de l'autre. Cela nous assure que le facteur d'intensité des contraintes  $K$  a été calculé de manière

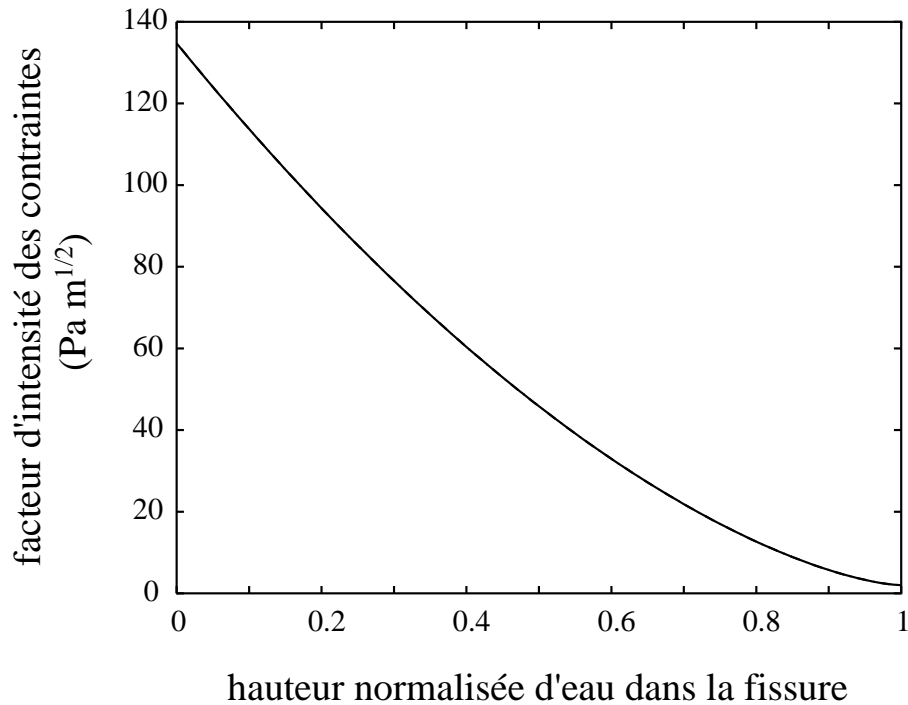


FIGURE 2.12: Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  calculé en fonction du niveau d'eau dans la fissure  $z_l$ .  $z_l$  est normalisé à la hauteur de la fissure  $h$ . La courbe en trait plein a été obtenue à l'aide de la méthode développée par Sneddon & Das (1971) et la courbe en tiré a été obtenue par la méthode plus classique (Rice, 1968, par exemple). Les deux calculs ont été effectués pour une gélatine de densité  $\rho_g = 1\,015 \text{ kg m}^{-3}$  contenant une fissure de 5 cm de haut partiellement remplie d'eau —  $\rho_l = 1\,000 \text{ kg m}^{-3}$  — et d'air dont la densité a été négligée. On ne peut distinguer les deux courbes l'une de l'autre.

correcte.

### Relation entre la résistance à la fracture $K_c$ et le module d'Young $E$

Dans le cas particulier d'une fissure issue du bord d'un solide élastique semi-infini, le calcul du facteur d'intensité des contraintes  $K$  diffère d'une constante numérique (équation 2.5) par rapport au milieu infini. Cependant, l'approche énergétique de Griffith (1920) et le raisonnement en contraintes de Irwin (1957) sont directement applicables et la relation (2.1) reliant  $K_c$  à  $E$  est rigoureusement la même.

Ainsi, si nos gélatines solides sont effectivement des milieux purement élastiques, elles doivent vérifier cette relation. La FIGURE (2.13) représente nos

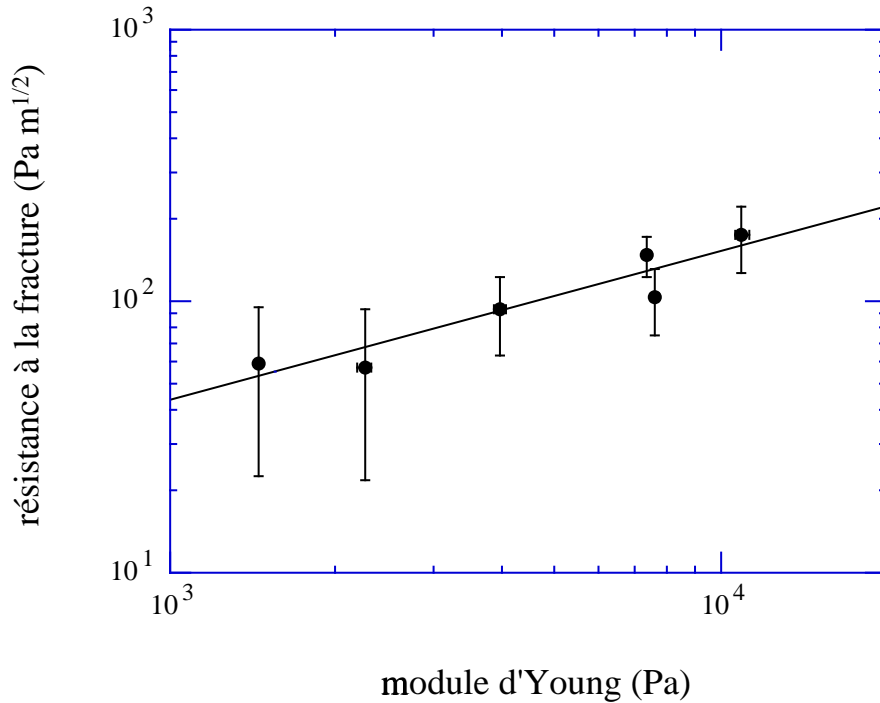


FIGURE 2.13: Relation entre la résistance à la fracture  $K_c$  et le module d'Young  $E$  pour les différentes gélatines utilisées dans les expériences. Chaque point représente une expérience à laquelle correspond un couple de mesures  $K_c - E$ . La courbe en trait plein représente la relation théorique  $K_c \propto \sqrt{E}$ .

mesures de résistance à la fracture  $K_c$  pour différentes gélatines solides en fonction de leur module d'Young mesuré. Les résistances à la fracture ont été calculées à l'aide du calcul donné en annexe A qui utilise la méthode développée par Sneddon & Das (1971). Chaque point représente donc une gélatine à l'état solide caractérisée par sa résistance à la fracture et son module d'Young. La courbe en trait plein représente la relation théorique (2.1). La courbe passant au mieux parmi les points expérimentaux est

$$K_{c \text{ exp}} = 0,97 E^{0,55}. \quad (2.24)$$

Compte tenu des incertitudes de mesure sur le module d'Young et sur la résistance à la fracture, les points expérimentaux sont cohérents avec la relation théorique (2.1). Nous considérerons donc dans cette étude la gélatine à l'état solide comme un solide élastique défini par un coefficient de Poisson  $\nu = 0,5$  et un module d'Young  $E$ .

## 2.3 Les différentes expériences que nous avons réalisées

### 2.3.1 La mise à l'échelle

Lorsqu'on modélise à une échelle réduite un phénomène géologique, il est important de dimensionner de manière correcte le modèle réduit afin qu'il soit en tout point similaire au phénomène original. Il faut donc que les dimensions du modèle ainsi que les caractéristiques physiques des matériaux utilisés soient correctement choisies afin que les forces qui s'appliquent au modèle soient telles que le modèle soit similaire géométriquement et cinématiquement avec l'original. L'initiation et la propagation des dykes sont des phénomènes qui mettent en jeu, entre autres, la déformation supposée élastique et la fracturation du solide environnant. En outre, les forces d'inertie peuvent être négligées devant les forces gravitaires aussi bien pour les déformations du solide que pour l'écoulement du liquide — le nombre de Reynolds est suffisamment petit pour que l'écoulement soit laminaire la plupart du temps. En conséquence, la mise à l'échelle des contraintes élastiques et des contraintes de fracturation — dans le cadre de la mécanique de la fracture élastique linéaire — implique que les relations suivantes soient simultanément vérifiées (Hubbert, 1937) :

$$\frac{E_o}{E_m} = \mathcal{D} \mathcal{L}, \quad (2.25)$$

$$\frac{K_{co}}{K_{cm}} \mathcal{L}^{-\frac{1}{2}} = \mathcal{D} \mathcal{L}. \quad (2.26)$$

Les indices  $o$  et  $m$  font références respectivement à l'original et au modèle, et  $\mathcal{D}$  et  $\mathcal{L}$  correspondent respectivement aux rapports de densité et de longueur entre l'original et le modèle. Cependant, comme nous venons de le voir au chapitre 1, bien que l'élasticité et la fracturation soient deux comportements différents ils ne sont pas indépendants et sont reliés par les équations (1.12) et (1.13). En conséquence, en combinant les équations (1.12), (2.25) et (2.26), nous obtenons qu'une mise à l'échelle correcte du problème implique la relation suivante :

$$\frac{G_{co}}{G_{cm}} = \mathcal{D} \mathcal{L}^2. \quad (2.27)$$

Quelque soit le matériau utilisé pour le modèle, le rapport de densité  $\mathcal{D}$  est généralement de l'ordre de 1. Nous avons vu précédemment que l'énergie de fracturation des roches est  $G_{co} \sim 10^2\text{--}10^4 \text{ J m}^{-2}$  suivant qu'elle est mesurée en laboratoire (Ingraffea, 1987) ou estimée des données de terrain (Delaney *et al.*, 1986). Enfin, l'ordre de grandeur d'un dyke étant le kilomètre et la taille d'un modèle en laboratoire étant de l'ordre du mètre au maximum, nous obtenons un rapport de longueur  $\mathcal{L} \sim 10^3$ . D'après la relation (2.27), la mise à l'échelle

correcte du problème en laboratoire impose donc d'utiliser un matériau dont l'énergie de fracturation soit  $G_{cm} \sim 10^{-4}-10^{-2} \text{ J m}^{-2}$ .  $G_c$  peut s'identifier à une tension de surface (Griffith, 1920). Par comparaison la tension de surface de l'eau au contact de l'air est de  $78 \cdot 10^{-3} \text{ J m}^{-2}$ . Il semble donc extrêmement difficile de trouver des solides élastiques dont l'énergie de fracturation soit si faible. L'utilisation de matériaux d'énergie de fracturation plus élevée impliquerait des modèles de tailles plus importantes. Pour nos expériences, la gélatine ayant une énergie de fracturation de l'ordre de  $1 \text{ J m}^{-2}$  (équation 2.24), nous devrions construire un modèle dont la taille caractéristique est de l'ordre de la dizaine de mètres ce qui est irréaliste à l'échelle du laboratoire.

Il semble donc qu'il ne soit pas possible de modéliser en laboratoire, avec une mise à l'échelle rigoureuse, l'initiation et la propagation des dykes. Cependant, il convient de noter que ces problèmes physiques ne sont pas totalement résolus et que des questions demeurent, notamment sur le flux de magma qu'un dyke est capable de transporter. Répondre à ces questions nécessite avant tout d'identifier le ou les processus qui gouvernent la propagation d'un dyke. Cela peut être réalisé en laboratoire, même si les expériences ne sont pas rigoureusement mises à l'échelle, à condition de respecter certaines conditions. En particulier, il faut que le matériau utilisé ait le même comportement que les roches, ici supposé élastique et cassant, et que l'écoulement de liquide soit similaire à celui du magma, c'est-à-dire laminaire. Nous venons de vérifier le comportement élastique et cassant de la gélatine à l'état solide. Comme nous pourrions le vérifier par la suite, l'injection de liquide dans la gélatine lors de nos expériences se fera toujours à des nombres de Reynolds suffisamment faibles pour que l'écoulement dans la fissure soit laminaire. Enfin, il faudra vérifier que les processus identifiés dans les expériences sont bien ceux qui gouvernent réellement la propagation des dykes.

### 2.3.2 Les expériences réalisées

D'après les précédentes études, et tout particulièrement celle de Mériaux & Jaupart (1998), il ressort que les conditions initiales sont très importantes quant à la propagation ultérieure des dykes. Il apparaît également que les dykes sont le plus souvent regroupés en essaim. Il est prévisible que les conditions d'initiation de plusieurs dykes depuis un même réservoir diffèrent de celles nécessaires pour propager un dyke unique. Dans le chapitre 3 sont présentées les expériences que nous avons réalisées sur l'initiation de plusieurs fissures depuis un même réservoir. Ces expériences montrent comment l'espacement entre les fissures et la géométrie du réservoir affectent les conditions d'initiation.

Dans le chapitre 4, nous présentons d'autres expériences qui nous ont permis d'étudier la propagation d'une fissure depuis un réservoir en surpression constante. Ces expériences soulignent l'importance des conditions initiales et des processus de fracturation sur la propagation d'une fissure et nous incitent à

proposer un modèle de propagation qui diffère de ceux proposés dans les précédentes études.

Une des particularités des dykes est que le magma ne remplit pas complètement le dyke ; celui-ci possède donc une partie non mouillée à sa pointe où peuvent s'accumuler des volatiles exsolvés (Barenblatt, 1962; Lister, 1990b). Le chapitre 5 présente les expériences que nous avons menées sur la propagation d'une fissure depuis un réservoir en surpression constante avec une poche de gaz à son extrémité. Nos expériences nous permettent de comprendre comment cette poche de gaz affecte la propagation de la fissure et sous quelles conditions une séparation des phases gazeuse et liquide est possible. Elles nous permettent également d'avancer une hypothèse quant à l'origine des phases éruptives précurseurs, très riches en gaz, qui précèdent une éruption plus riche en liquide magmatique.

# Chapitre 3

## Interactions entre les fissures d'un même groupe lors de leur initiation à partir d'un réservoir de grande dimension

### 3.1 Problématique

Il a été récemment montré que les conditions pour qu'un dyke se propage par fracturation hydraulique, que nous appellerons dorénavant conditions d'initiation, sont primordiales et déterminent sa propagation ultérieure (Mériaux & Jaupart, 1998). Cependant, à notre connaissance, les conditions d'initiation d'un dyke n'ont pas encore été étudiées. Elles dépendent du champ de contraintes qui l'entoure. Or, les dykes sont pratiquement toujours regroupés en essaims. De plus, l'espacement entre les dykes ne semble pas fractal, ce qui suggère l'existence d'une échelle de longueur caractéristique (Jolly & Sanderson, 1995). Cette échelle de longueur caractéristique pourrait être le reflet des conditions d'initiation des dykes. Déterminer les conditions d'initiation d'un dyke nécessite donc de prendre en compte l'ensemble des dykes voisins qui modifie le champ de contraintes environnant. Les dykes peuvent s'initier à partir de deux sources magmatiques différentes. Une première possibilité est que du magma se trouve piégé dans la croûte froide et est stocké dans un réservoir. Dans ce cas, on imagine que ce réservoir est régulièrement alimenté en magma depuis une source plus profonde. Cette alimentation magmatique augmente la pression du réservoir et le fait gonfler. Finalement, la roche environnante cède et un dyke peut se propager depuis le réservoir. Une autre possibilité est que les dykes s'enracinent directement dans une zone de fusion partielle profonde. En effet, des veines et des dykes mis en



place pendant un épisode de fusion partielle ont été trouvés dans divers massifs péridotiques (Nicolas, 1986). Dans tous les massifs étudiés par Nicolas (1986), le magma a été extrait par des dykes, sans qu'il y ait une évidence d'un autre mécanisme de concentration de magma à grande échelle. Certains de ces dykes semblent s'enraciner dans le manteau.

Pour étudier l'extraction de magma depuis une roche partiellement fondue par des veines, on considère généralement une veine, qui existe déjà, dans une matrice solide poreuse. Différentes rhéologies peuvent être envisagées pour la matrice poreuse. Sleep (1988), par exemple, considère une matrice capable de se déformer de façon visqueuse. Cependant, Rubin (1998) fait remarquer qu'autour de fissures magmatiques, même dans les zones de fusion partielle, la déformation de la matrice peut être traitée de manière purement élastique. Pour qu'une veine existe dans la matrice, il faut que sa pression interne  $P_{\text{veine}}$  soit supérieure à la contrainte compressive minimale  $\sigma_{\text{min}}$ . Il faut également que cette pression  $P_{\text{veine}}$  soit inférieure à la pression ambiante dans les pores  $P_{\text{pore}}$  pour que la différence de pression  $\Delta P = P_{\text{pore}} - P_{\text{veine}}$  puisse créer un écoulement des pores vers la veine. Cet écoulement poreux peut avoir différentes origines. L'écoulement peut être créé par la différence de densité  $\Delta\rho$  entre la roche et le liquide magmatique. Dans ce cas, l'écoulement poreux sera vertical. D'après Rubin (1998), le contraste de densité ne joue un rôle que dans la veine. Cependant, Sleep (1988) montre que dans certains cas un écoulement poreux vertical peut être plus efficace qu'un écoulement au travers de veines. Une autre possibilité est que l'écoulement est dû à un gradient de contraintes créé par la compaction. Cela n'est possible que si la matrice peut se déformer de façon visqueuse. L'écoulement poreux peut également être dû à un gradient de contraintes régionales, tel qu'il en existe au niveau des dorsales océaniques par exemple. Sous une dorsale de 30 km de large qui s'ouvre à une vitesse de l'ordre de 10 cm par an, la différence entre la pression du liquide dans les pores et la contrainte compressive minimale peut ainsi atteindre 1 MPa (Rubin, 1998). Enfin, une autre origine pour l'écoulement poreux est une zone de forte pression dans les pores. Cela peut être le cas près des bordures froides d'une zone de fusion partielle. À la base de la croûte, par exemple, la cristallisation induite par la croûte froide peut créer une zone où du liquide issu de la fusion partielle est stocké, favorisant ainsi une pression élevée dans les pores. D'après Rubin (1998), la différence entre la pression du liquide dans les pores et la contrainte compressive minimale peut atteindre 10 MPa dans une zone de ce type. S'il est possible de déterminer une rhéologie pour la matrice et un écoulement poreux qui alimente la veine en magma, un critère de propagation reste cependant à inclure.

Toute discussion sur la propagation d'une fissure soulève le problème de son initiation. À une échelle microscopique, on suppose qu'une fissure dans un milieu élastique croît par l'intermédiaire de réactions chimiques qui ont lieu à sa pointe. Ce régime de croissance, appelé "croissance subcritique", est un processus lent limité par la cinétique des réactions chimiques qui entrent en jeu. Dans la théorie

de la mécanique de la fracture élastique linéaire, valable en toute rigueur pour des déformations infinitésimales d'un solide élastique, les contraintes à la pointe de la fissure sont caractérisées par un facteur d'intensité des contraintes. Au fur et à mesure que la fissure croît, si sa pression interne ne diminue pas, le facteur d'intensité des contraintes augmente jusqu'à atteindre une valeur seuil appelée résistance à la fracture. Il est supposé que cette résistance à la fracture est une propriété intrinsèque à chaque matériau. Elle en caractérise la fragilité et est indépendante des dimensions et du chargement de la fissure. Lorsque le facteur d'intensité des contraintes  $K$  a atteint la résistance à la fracture  $K_c$  du matériau, la fissure se propage par fracturation hydraulique. Il s'agit du critère de propagation introduit par Griffith (1920) et Irwin (1957). Dans le cas d'une zone de fusion partielle, l'initiation d'une veine à partir de pores remplis de liquide magmatique reste un problème complexe, non résolu à l'heure actuelle. Cependant, nous pouvons imaginer un scénario qui, bien que simple, semble néanmoins raisonnable. On suppose que les excès de pression de pores introduits précédemment dans ce chapitre sont suffisants pour initier des microfissures entre les grains dans la matrice. Il est vraisemblable que le régime de croissance subcritique soit important dans les zones de fusion partielle. On peut donc imaginer que les microfissures croissent et se joignent en régime subcritique jusqu'à former une veine dont la taille est suffisante pour que le critère de Griffith soit applicable, si on suppose que la rhéologie de la matrice est purement élastique (Rubin, 1998). La veine se propage alors par fracturation hydraulique lorsque sa pression interne  $P_{\text{veine}}$  génère un facteur d'intensité des contraintes  $K$  à sa pointe qui atteint, ou excède, la résistance à la fracture  $K_c$  de la matrice. Cependant, comme nous l'avons précédemment souligné, il est vraisemblable que les conditions d'initiation d'une veine dépendent de la présence des veines voisines. En effet, si les veines sont très éloignées les unes des autres, alors la zone que chacune d'elles va drainer par écoulement poreux n'est pas, ou peu, perturbée par les veines voisines. En conséquence, on peut considérer que la pression ambiante dans les pores reste constante. Par contre, si les veines sont suffisamment rapprochées les unes des autres, les zones drainées par écoulement poreux vont se chevaucher et donc modifier la pression ambiante dans les pores. L'alimentation en magma des veines sera différente dans les deux cas.

Qu'est-ce qui détermine l'espacement entre les veines ? Par analogie à l'instabilité de Rayleigh-Taylor qui existe lorsqu'un fluide moins dense se trouve sous un fluide plus dense, on pourrait penser que le contraste de densité qui existe entre le liquide magmatique et la roche environnante est capable de générer une instabilité gravitationnelle, si la source magmatique est suffisamment étendue. Une échelle de longueur particulière, caractéristique de l'instabilité, serait ainsi obtenue. Il s'agit cependant d'une mauvaise analogie. Dans le cas de deux fluides, les milieux sont incapables de supporter une contrainte cisailante. La moindre perturbation de contraintes qui existe à l'interface entre les deux fluides va donc croître. À l'inverse, un solide élastique est capable de supporter une

contrainte cisailante. Du liquide magmatique peut donc rester sous un solide plus dense sans se propager. Dans le cas d'un réservoir magmatique crustal, la croûte n'étant pas un milieu parfaitement homogène, il est possible qu'elle présente des zones de faiblesse. Dans ce cas, du liquide magmatique peut investir ces zones de faiblesse et créer des veines par croissance subcritique jusqu'à ce que la pression dans le liquide et la taille des veines soient suffisantes pour qu'elles se propagent par fracturation hydraulique. Toutefois, il est vraisemblable que les conditions d'initiations diffèrent suivant que les veines, ou les zones de faiblesse, sont éloignées ou rapprochées. Ainsi, même si l'alimentation des veines en liquide magmatique est différente dans les zones de fusion partielle et à partir d'un réservoir crustal, il semble que dans les deux cas les conditions d'initiation dépendent de l'espacement entre les veines.

Une vision simplifiée du problème est d'imaginer un réservoir de dimension horizontale infinie à partir duquel des veines se sont propagées par croissance subcritique. Cette vision peut encore se simplifier en supposant que ces veines sont identiques et également espacées. Bien que cette vision soit nettement plus appropriée à l'initiation de veines depuis un réservoir crustal, elle est peut être plus généralement applicable. En effet, même si les veines sont alimentées par un écoulement poreux dans les zones de fusion partielle, on peut raisonnablement penser que la différence de pression  $\Delta P = P_{\text{pore}} - P_{\text{veine}}$  qui crée l'écoulement poreux est la même pour des veines identiques et également espacées. La question à laquelle nous désirons répondre est la suivante : quelle est la surpression nécessaire pour qu'une ou plusieurs de ces veines se propagent par fracturation hydraulique ?

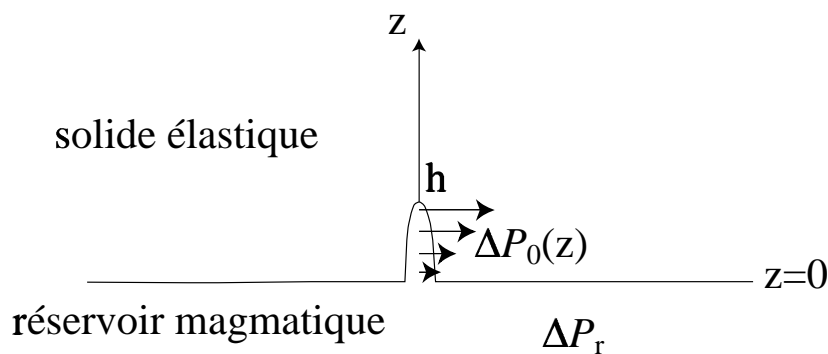


FIGURE 3.1: Une veine de hauteur  $h$  dans un milieu élastique semi-infini est connectée à une source magmatique. Le magma, moins dense que le milieu élastique, génère une surpression  $\Delta P_0(z)$  dans la veine. Le réservoir est sous pression  $\Delta P_r$  constante.

Considérons une veine, plane et bidimensionnelle, remplie de magma, créée

par des processus chimiques, dans un milieu élastique semi-infini et connectée à un réservoir magmatique (FIGURE 3.1). La densité du magma  $\rho_l$  est inférieure à celle du solide élastique  $\rho_s$ . Comme nous l'avons vu au chapitre 2, le facteur d'intensité des contraintes  $K$  à sa pointe s'exprime de la façon suivante (Sneddon & Das, 1971; Lawn, 1993) :

$$K = \alpha \overline{\Delta P} \sqrt{\pi h}. \quad (3.1)$$

Le facteur sans dimension  $\alpha$  permet de prendre en compte les conditions à l'interface solide-réservoir en  $z = 0$  ( $\alpha = 1$  pour une veine dans un solide infini). Ce facteur  $\alpha$  dépend de la forme de la surpression  $\Delta P(z)$  à l'intérieur de la veine.  $\overline{\Delta P}$  est la surpression  $\Delta P(z)$  moyennée sur toute sa hauteur  $h$  :

$$\overline{\Delta P} = \frac{1}{h} \int_0^h \Delta P(z) dz. \quad (3.2)$$

$\Delta P(z)$  est définie comme la différence entre la pression du magma  $p_l(z)$  et les contraintes élastiques  $\sigma(z)$  présentes dans le solide sans la veine :

$$\Delta P(z) = p_l(z) - \sigma(z). \quad (3.3)$$

$\Delta P(z)$  peut s'écrire comme la somme de deux termes indépendants :

$$\Delta P(z) = \Delta P_0(z) + \Delta P_r, \quad (3.4)$$

où  $\Delta P_0(z)$  est la distribution de surpression interne due à la différence de densité entre le magma et le solide, et  $\Delta P_r$  est la surpression constante dans le réservoir de magma (FIGURE 3.1). Ainsi le facteur d'intensité des contraintes donné par l'équation (3.1) peut lui aussi s'écrire comme la somme de deux termes :

$$K = \alpha_0 \overline{\Delta P_0} \sqrt{\pi h} + \alpha_r \Delta P_r \sqrt{\pi h} \quad (3.5)$$

$$= K_0 + K_r. \quad (3.6)$$

Dans notre approche, le premier terme est le facteur d'intensité des contraintes  $K_0$  due à la flottabilité du magma et le second terme est le facteur d'intensité des contraintes  $K_r$  due à la surpression constante du réservoir. Lorsque  $K$  atteint la résistance à la fracture  $K_c$  du solide, la veine se propage par fracturation hydraulique. D'après l'équation (3.6),  $K_c$  peut donc être atteinte de deux manières différentes : soit par un accroissement de la flottabilité du magma, soit par une augmentation de la surpression dans le réservoir. Dans le cas d'un ensemble de veines qui seraient proches du seuil de propagation par fracturation hydraulique depuis un même réservoir, ces deux procédés pour atteindre  $K_c$  ont des implications différentes. En effet, ils correspondent à deux distributions de pression du liquide différentes et génèrent donc des contraintes différentes dans le solide élastique. Par conséquent, les conditions pour lesquelles une, ou plusieurs, de ces

veines peut se propager différent suivant le procédé mis en jeu pour atteindre la résistance à la fracture du solide élastique.

Comme nous l'avons précédemment fait remarquer dans le chapitre 2, il semble numériquement difficile d'étudier les conditions d'initiation par une augmentation de la surpression du réservoir  $\Delta P_r$ . En effet, l'équilibre mécanique du système décrit par la FIGURE (3.1) nécessite que la pression du réservoir soit égale à la pression dans le solide élastique à l'interface solide-réservoir, et impose donc une surpression nulle dans le réservoir. Au contraire, il est possible d'avoir une surpression de réservoir non nulle dans des expériences de laboratoires. S'il est possible de simuler numériquement une augmentation du facteur d'intensité des contraintes  $K_0$  due à la flottabilité du magma, le champ de contraintes généré par un ensemble de fissures reliées à un même réservoir est difficile à traiter. L'approche expérimentale semble plus prometteuse. Nous avons donc réalisé des expériences de laboratoire afin d'étudier les conditions d'initiation d'un groupe de micro-fissures, ou veines. Nous avons mené deux types d'expériences afin de quantifier séparément les effets de la flottabilité du liquide et de la surpression du réservoir sur les conditions d'initiation de cet ensemble de veines.

## 3.2 Procédure expérimentale

La démarche expérimentale est la suivante. De la gélatine est utilisée pour simuler le solide élastique et un liquide est injecté dans des fissures parallèles, identiques et également espacées. Ces fissures représentent des veines. Les conditions pour la propagation d'une ou plusieurs de ces veines sont mesurées pour différents espacements entre les veines et pour différentes gélatines solides différenciées par leur module d'Young  $E$ . Deux séries d'expériences ont été menées. Dans la première, la résistance à la fracture de la gélatine est atteinte en augmentant la flottabilité du liquide. Quant à la seconde série d'expériences, elle met en évidence l'effet de la surpression du réservoir sur les conditions d'initiation. Dans ce chapitre, les veines correspondent aux fissures créées dans la gélatine pour réaliser une expérience. Lorsque une veine se propage, on parle alors de fissure, ce qui permet de les distinguer des veines initiales.

### 3.2.1 Préparation des expériences

#### Préparation de la gélatine

La gélatine est préparée selon la procédure décrite au chapitre 2. Lorsque la solution de gélatine est prête, elle est versée dans deux cuves identiques en plexiglas. La première sert à la réalisation de l'expérience proprement dite et la seconde permet la mesure du module d'Young de la gélatine. Un même volume est versé dans chacune des cuves afin d'avoir une gélatine identique pour les

expériences et pour la mesure du module d'Young. La gélatine est versée à 60 °C dans les cuves et laissée à refroidir pendant 48 h dans une salle climatisée à  $20 \pm 1$  °C. Les expériences seront réalisées dans cette salle climatisée afin que la gélatine reste homogène thermiquement.

### Mesures du module d'Young

La technique utilisée pour mesurer le module d'Young  $E$  de la gélatine solide est décrite au chapitre 2. Il faut noter que le module d'Young de la gélatine  $E$  n'est pas une constante : il croît continuellement au cours du temps. Pour chaque expérience, un module d'Young a donc été sélectionné et plusieurs mesures de  $E$  ont été effectuées avant l'expérience proprement dite. Lorsque le module élastique a atteint la valeur désirée, l'expérience a été réalisée. Les expériences ont été effectuées avec deux gélatines solides caractérisées par un module d'Young moyen  $E = 1680$  Pa et  $E = 4300$  Pa. L'erreur maximale commise lors des mesures est de  $\pm 4,5\%$ . Pour une même valeur de  $E$ , plusieurs expériences ont été réalisées avec différents espacements entre les fissures.

### Création des veines à l'interface gélatine-réservoir

La gélatine est versée sur une hauteur de 20 cm dans une cuve en plexiglas de 30 cm de côté et 30 cm de haut. Des veines identiques, parallèles et également espacées sont créées à l'interface plan et horizontal entre la gélatine et le réservoir de liquide. Pour créer ces veines, nous avons fabriqué des lames métalliques de section semi-elliptique ayant une épaisseur de 1 cm à leur base, une largeur de 20 cm et une hauteur de 5 cm. Ces lames sont plongées dans la gélatine liquide et laissées en place jusqu'à prise totale de la gélatine. Les lames sont espacées entre elles d'une distance  $s$ . Lorsque la gélatine est solide, les lames métalliques sont retirées et créent ainsi les veines à l'interface gélatine-réservoir (FIGURE 3.2).

Il n'y a pas de déplacements normaux ni aux parois verticales de la cuve ni aux plans verticaux entre deux veines adjacentes. Il faut donc que les veines les plus proches des parois de la cuve soient espacées d'une distance  $\frac{s}{2}$  de celles-ci. Comme les parois de la cuve sont fixes, nous avons inséré dans la cuve des parois supplémentaires parallèlement aux veines. Pour chaque expérience, qui est caractérisée par un espacement donné, nous avons positionné ces parois à une distance  $\frac{s}{2}$  des veines les plus proches des bords. Les parois supplémentaires sont fixées à la cuve avant de verser la gélatine. Lorsque la gélatine est versée en cuve, elle se répand de part et d'autre des deux parois supplémentaires. Lors de l'expérience, la gélatine solide enserre ces parois. Cela renforce leur rigidité et assure qu'elle ne se déforme pas au cours de l'expérience. L'ensemble des veines créées est ainsi proche d'un groupe infini de veines également séparées d'une distance  $s$  (FIGURE 3.3).

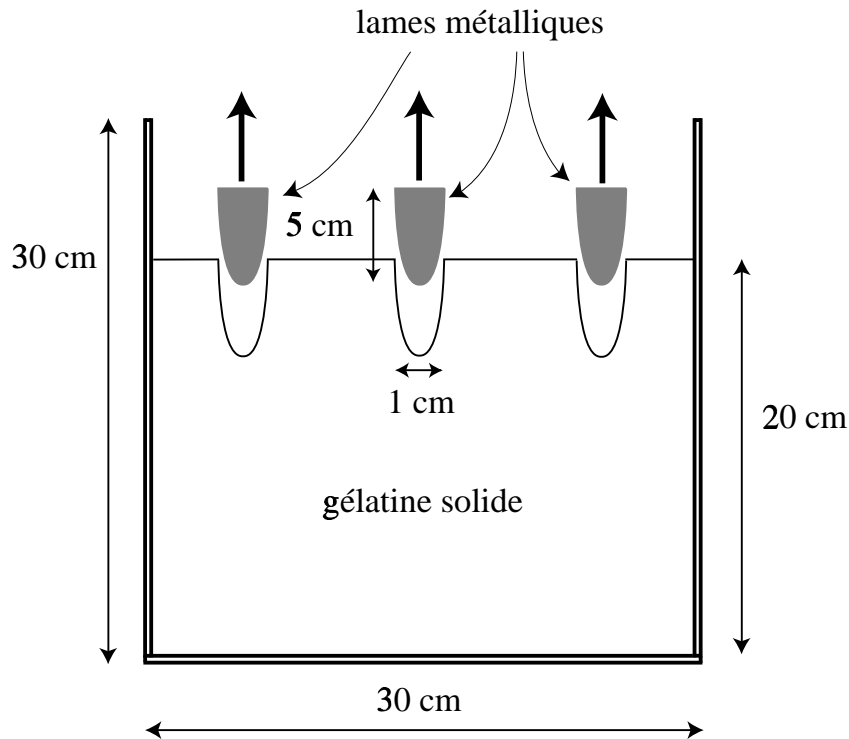


FIGURE 3.2: *Création de veines à l'interface gélatine-réservoir. Dans une cuve de 30 cm de côté et 30 cm de haut, de la gélatine en solution est versée sur une hauteur de 20 cm. Des lames métalliques de section semi-elliptique, de 5 cm de haut, 1 cm à leur bas et 20 cm de large sont plongées dans la gélatine en solution. Lorsque la gélatine est solide, les lames métalliques sont retirées de la gélatine créant ainsi un ensemble de veines à l'interface gélatine-réservoir.*

La cuve est ensuite remplie d'eau et fermée. Un axe monté directement sur la cuve permet de la basculer et de la retourner complètement afin que la gélatine se retrouve au-dessus du réservoir. Une fois la cuve retournée, sa parois supérieure est alors retirée afin que la surface supérieure de la gélatine soit libre. La FIGURE (3.4) montre la position de la cuve avant et après son retournement.

### État de contrainte initial de la gélatine et conditions aux limites

Avant le retrait des lames métalliques, la gélatine solide se trouve dans un état de contrainte hydrostatique. En effet, les déplacements étant nuls sur toutes les parois verticales de la cuve et les lames métalliques étant indéformables, la déformation horizontale de la gélatine dans le champ de contrainte gravitationnel

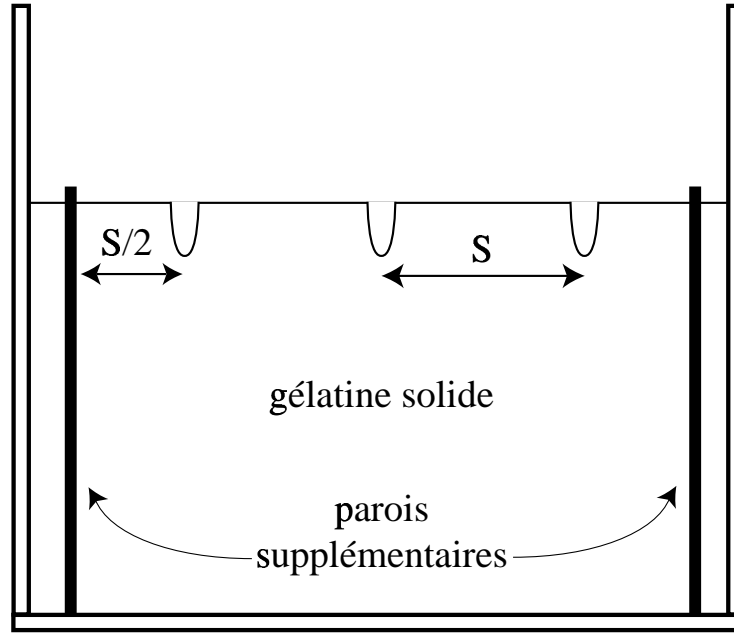


FIGURE 3.3: Géométrie du groupe de veines. À l'interface entre la gélatine et le réservoir, les veines sont identiques, parallèles et également espacées d'une distance  $s$ . Pour que cet ensemble soit proche d'un groupe infini de veines, il faut que les veines les plus proches des parois de la cuve soient espacées d'une distance  $\frac{s}{2}$  de celles-ci. Cela est réalisé en insérant des parois supplémentaires, représentées ici en noir, à la distance  $\frac{s}{2}$  des veines extrêmes. La présence de gélatine, solide, de part et d'autre de ces parois supplémentaires renforce leur rigidité et assure qu'elles ne se déformeront pendant l'expérience.

est

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0. \quad (3.7)$$

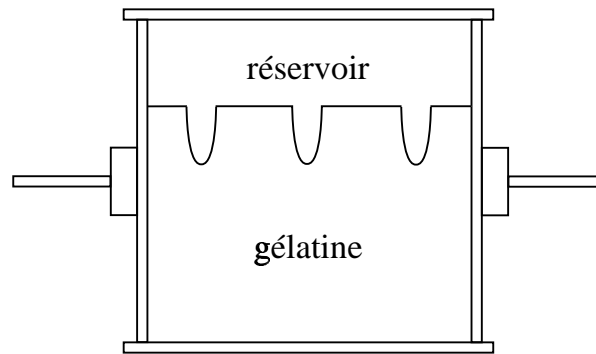
On en déduit donc que les contraintes horizontales et verticales sont

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sigma_z = \sigma_z, \quad (3.8)$$

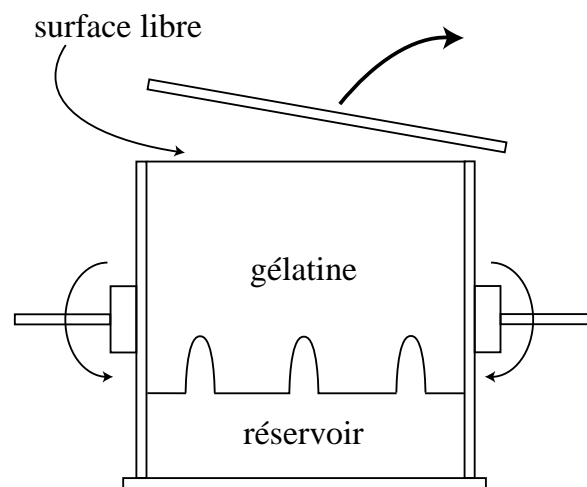
puisque  $\nu = 0,5$ . Lorsque les lames sont retirées, le réservoir est rempli d'eau et la cuve est retournée. Le niveau d'eau qui alimente le réservoir est ensuite ajusté afin que la surpression  $\Delta P_r$  soit nulle. On considère que la différence de densité entre l'eau et la gélatine est suffisamment faible pour que l'état de contraintes de la gélatine ne soit pas modifié. Ainsi, une fois la cuve retournée et sa paroi supérieure retirée, l'état initial et les conditions aux limites sont les suivants :

- l'état de contrainte initial est hydrostatique.





(a)



(b)

FIGURE 3.4: *Technique utilisée pour positionner la gélatine au-dessus du réservoir d'eau. (a) Une fois que les veines ont été réalisées à l'interface gélatine-réservoir et que le réservoir a été rempli d'eau, la cuve est fermée. Un axe monté directement sur la cuve permet de la basculer et de la retourner complètement. (b) Lorsque la gélatine est positionnée au-dessus du réservoir, la paroi supérieure de la cuve est alors retirée afin que la surface de la gélatine soit libre.*

- la surface supérieure de la gélatine solide n'est soumise à aucune contrainte et aucun déplacement ; il s'agit donc d'une surface libre.
- la gélatine adhère aux parois verticales de la cuve ; il n'y a donc pas de déplacement le long des surfaces verticales.
- Il n'y a pas de déplacement normal aux plans verticaux entre deux veines adjacentes séparées par une distance  $s$ .
- La contrainte qui s'exerce à l'interface gélatine-réservoir est la surpression nulle du réservoir  $\Delta P_0(z = 0) = \Delta P_r = 0$ .

### 3.3 Interactions entre les veines d'un même ensemble lors de leur initiation grâce à la flottabilité du liquide

Dans la première série d'expériences, nous avons étudié l'effet de la flottabilité du liquide sur l'initiation d'une ou de plusieurs veines d'un même groupe depuis un réservoir de grande dimension. Chaque expérience est caractérisée par une gélatine, définie par son module d'Young  $E$ , et un espacement  $s$  entre les veines. Dans chaque expérience, afin d'augmenter la flottabilité du liquide présent dans les veines, nous y avons injecté de l'air, lentement, tout en maintenant une surpression nulle dans le réservoir. La pression nécessaire à la propagation d'une ou de plusieurs veines a alors été mesurée. Plusieurs expériences ont été réalisées pour différents espacements  $s$  entre les veines et pour différentes gélatines caractérisées par leur module d'Young  $E$ .

Les caractéristiques de chaque expérience sont données en détail dans le TABLEAU (3.1).

#### 3.3.1 Description d'une expérience

En début d'expérience, le réservoir et les veines sont remplis d'eau. Le niveau d'alimentation du réservoir en eau est ensuite ajusté afin que la surpression  $\Delta P_r$  soit nulle et donc que l'interface gélatine-réservoir corresponde à une surface libre. La FIGURE (3.5) est une photo de la cuve, avec son réservoir rempli d'eau, qui a été prise juste avant la réalisation d'une expérience. La gélatine est translucide et apparaît en jaune sur la photo. Le réservoir d'eau est la partie totalement transparente qui se trouve sous la gélatine.

De l'air est ensuite lentement injecté dans les veines. Cette opération est effectuée en utilisant une arrivée d'air comprimé. L'air passe dans un détendeur pour contrôler la pression d'arrivée et alimente de façon continue un jeu de

Expérience	$\rho_g$ (kg m <sup>-3</sup> )	$\rho_l$ (kg m <sup>-3</sup> )	$E$ (Pa)	$s^*$	$z_l$ (cm)	$\overline{\Delta P_0}$ (Pa)
9	1 062,1	1 000	1 826	1,7	2	104
10	1 015,8	1 000	1 525	1,7	2	92
11	1 018,1	1 000	1 554	0,9	1	138
13	1 024,7	1 000	4 126	2,4	0,75	208
15	1 062,2	1 000	1 828	0,4	0,5	214
30	1 025,3	999,7	4 468	2,0	1	154

TABLEAU 3.1: *Caractéristiques des expériences. Toutes les expériences correspondent à l'injection d'air dans des fissures identiques, parallèles, de hauteur  $h \simeq 5$  cm, espacées d'une distance  $s$  et initialement remplie d'eau.  $s^* = \frac{s}{h}$  est l'espacement entre les fissures adimensionné à leur hauteur.  $z_l$  est la hauteur d'eau dans les fissures au démarrage de la propagation d'une ou de plusieurs d'entre elles, après injection d'air.  $\overline{\Delta P_0}$  est la surpression moyenne qui est alors présente dans les fissures.*

capillaires arrangé pour que chaque capillaire reçoive le même débit d'air. Un capillaire est inséré dans chaque veine (FIGURE 3.6). Les capillaires ont un diamètre extérieur de 0,7 mm et un diamètre intérieur de 0,3 mm. Cette technique permet d'alimenter "goutte à goutte" les veines en air. Pour maintenir une surpression nulle dans le réservoir tout au long de l'injection d'air, le niveau d'alimentation en eau possède une sortie à l'air libre. Cette sortie à l'air libre est réglée de manière qu'au fur et à mesure que l'air est injecté dans les veines, tout excès d'eau dans le réservoir est automatiquement évacué (FIGURE 3.6). Cela nous permet de maintenir la surpression nulle dans le réservoir et donc de garder la condition de surface libre à l'interface. À un moment donné, les veines sont donc remplies en partie d'air à leur pointe et en partie d'eau à leur base comme le montre la FIGURE (3.7). Sur cette photo, les trois fissures sont remplies d'air sur près de 2 cm. L'injection d'air se poursuit jusqu'à ce qu'une ou plusieurs fissures se propagent (FIGURE 3.8).

### 3.3.2 Mesures expérimentales

Nous avons remarqué que dans toutes nos expériences, c'est-à-dire pour n'importe quel espacement  $s$  entre les veines, nous sommes parvenus à propager toutes les fissures. Toutefois, dans une expérience donnée, toutes les fissures ne se propagent pas en même temps. Si parfois, deux fissures démarrent leur propagation simultanément (FIGURE 3.8, par exemple), en règle générale la propagation des fissures s'effectue de façon alternée : après qu'une fissure se soit propagée, une autre démarre et ainsi de suite jusqu'à ce qu'elles se soient toutes propagées. On observe également que ces propagations ne s'effectuent pas



FIGURE 3.5: Photo de la cuve avant la réalisation de l'expérience. La gélatine apparaît en jaune. La partie inférieure de la photo qui est totalement transparente est une partie du réservoir rempli d'eau auquel sont connectées trois veines. Les marqueurs horizontaux permettent de mesurer la hauteur des veines, qui est ici de 5 cm.

au hasard. Lorsqu'une fissure se propage, ce sont généralement ses voisines qui à leur tour se propagent. Cela montre que la situation des veines au moment de leur initiation est instable et reflète les interactions qui ont lieu entre les veines. En outre, lorsque deux fissures se propagent en même temps, l'une prend l'avantage sur l'autre et se propage plus rapidement (FIGURE 3.8).

Afin de quantifier ces observations, nous allons calculer le seuil nécessaire à la propagation d'une ou de plusieurs fissures. Pour cela, nous calculons l'évolution du facteur d'intensité des contraintes à la pointe des veines en fonction de la quantité d'air injectée. Lorsque l'injection d'air a commencé, à un moment donné, les veines sont remplies d'eau jusqu'à une hauteur  $z_l$  et d'air jusqu'à leur pointe en  $z = h$  (FIGURE 3.7 et FIGURE 3.9). La distribution de surpression à l'intérieur des veines est donc

$$\begin{cases} \Delta P_0(z) = \rho_l g H_l - \rho_g g H_g + \Delta \rho g z, & 0 \leq z \leq z_l, \\ \Delta P_0(z) = \rho_l g (H_l - z_l) - \rho_g g (H_g - z), & z_l \leq z \leq h. \end{cases} \quad (3.9)$$

$\Delta \rho$  est défini comme la différence de densités entre la gélatine et l'eau ( $\rho_g - \rho_l$ ).  $H_l$  et  $H_g$  représentent respectivement la hauteur d'eau dans la colonne d'alimentation

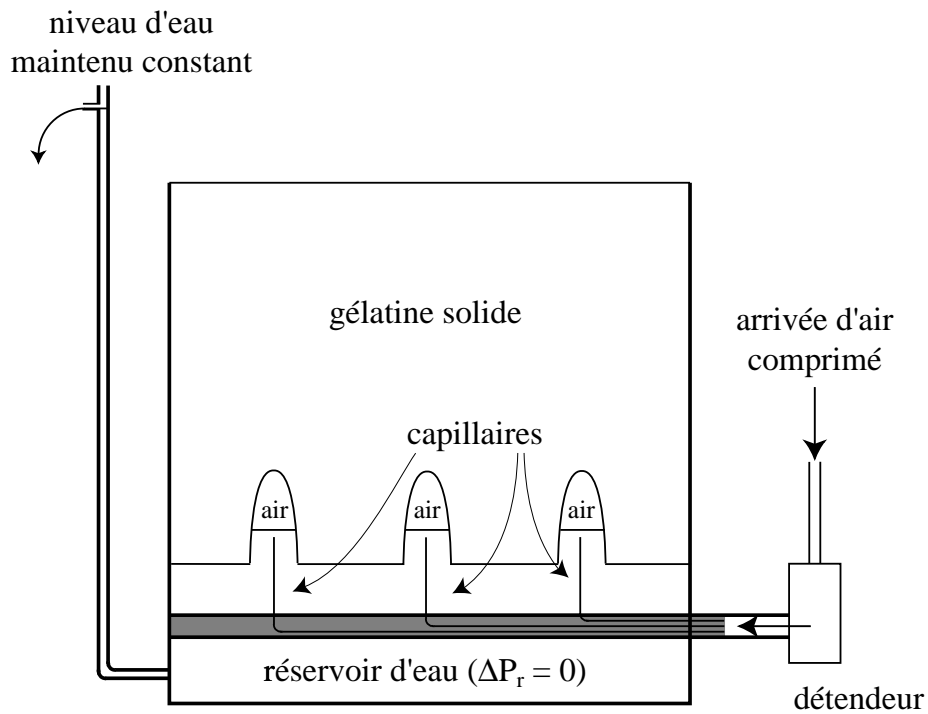


FIGURE 3.6: *Système d'alimentation en air. Les veines sont alimentées en air à l'aide d'une arrivée d'air comprimé. L'air passe à travers un détendeur qui contrôle la pression d'arrivée et alimente un jeu de capillaires arrangé pour que chaque capillaire reçoive la même quantité d'air. Un capillaire est inséré dans chaque veine. Les capillaires sont maintenus en place à l'aide d'un guide, ici représenté en gris, fixé dans le réservoir d'eau. Le niveau d'alimentation en eau possède une sortie à l'air libre. Cette sortie à l'air libre est réglée de manière qu'au fur et à mesure que l'air est injecté dans les veines tout excès d'eau dans le réservoir est automatiquement évacué.*



FIGURE 3.7: Photo prise pendant l'injection d'air dans les veines. L'air injecté s'est accumulé à la pointe des veines et apparaît en sombre. Les marqueurs horizontaux tracés sur la paroi de la cuve permettent de mesurer la hauteur d'air accumulé à la pointe de la fissure (ici environ 2 cm).

du réservoir et la hauteur de gélatine dans la cuve. Puisque  $H_l$  est ajustée pour que  $\Delta P_r = \Delta P_0(z = 0) = 0$ , on a donc

$$\rho_g g H_g = \rho_l g H_l, \quad (3.10)$$

ce qui simplifie la distribution de surpression (3.9) :

$$\begin{cases} \Delta P_0(z) = \Delta \rho g z, & 0 \leq z \leq z_l, \\ \Delta P_0(z) = \rho_g g z - \rho_l g z_l, & z_l \leq z \leq h. \end{cases} \quad (3.11)$$

Le niveau  $z_l$  est donc mesuré tout au long de l'injection d'air jusqu'à ce qu'une ou plusieurs fissures se propagent. La surpression  $\Delta P_0(z)$  au démarrage de la propagation étant alors connue, le coefficient  $\alpha$  correspondant est déterminé (Annexe A). Le facteur d'intensité des contraintes  $K$  au démarrage de la propagation est alors calculé à l'aide de l'équation (3.1).

### 3.3.3 Conditions de propagation

Pour pouvoir discuter le seuil de propagation correspondant à ce système de plusieurs veines, il convient tout d'abord d'adimensionner nos résultats. L'espa-



FIGURE 3.8: Photo prise juste après que deux fissures remplies d'air aient démarré leur propagation. Les fissures apparaissent plus sombre que la gélatine jaune qui les entoure.

Le facteur  $s$  est donc normalisé à la hauteur des veines  $h$  :

$$s^* = \frac{s}{h}, \quad (3.12)$$

Les facteurs d'intensité des contraintes, mesurés au démarrage de la propagation d'une ou de plusieurs fissures, correspondent à une résistance à la fracture ressentie par les veines. Ces résistances à la fracture mesurées  $K_{c \text{ mes}}$  sont normalisées à la résistance à la fracture de la gélatine. Nous avons vu au chapitre 2 que la résistance à la fracture de la gélatine était bien approximée à l'aide de la relation  $K_c = 0,97 E^{0,55}$  (équation 2.24). Les résistances à la fracture mesurées sont donc normalisées de la façon suivante :

$$K_c^* = \frac{K_{c \text{ mes}}}{K_c} = \frac{K_{c \text{ mes}}}{0,97 E^{0,55}}. \quad (3.13)$$

Les mesures expérimentales correspondent à une résistance à la fracture apparente. En effet, il s'agit de la résistance à la fracture ressentie par une veine qui est plongée dans l'état de contrainte initial hydrostatique de la gélatine modifié par le champ de contraintes généré par les autres veines. Cette résistance à la fracture mesurée tend vers la résistance à la fracture réelle de la gélatine lorsque les veines sont espacées d'une distance infinie entre elles :

$$\lim_{s \rightarrow \infty} K_{c \text{ mes}} = K_c. \quad (3.14)$$

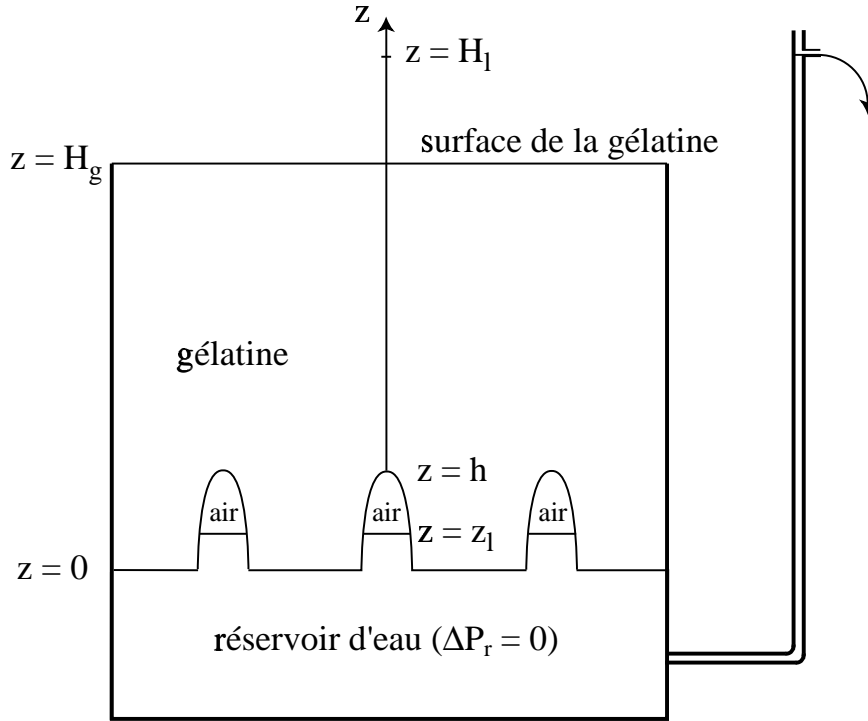


FIGURE 3.9: *Diagramme schématique des veines après injection d'air. L'interface gélatine-réservoir est située en  $z = 0$ . Les veines ont une hauteur  $h$ . Elles sont remplies d'eau jusqu'à une hauteur  $z_1$  et d'air jusqu'à leur pointe. La surface supérieure de la gélatine se trouve à une hauteur  $z = H_g$  et le niveau d'eau qui alimente le réservoir est maintenu à la cote constante  $z = H_1$ .*

Or, les fissures ne peuvent se propager que si la résistance à la fracture réelle  $K_c$  de la gélatine est vaincue. La résistance à la fracture apparente mesurée  $K_{c\text{mes}}$  correspond à la distribution de surpression interne aux veines  $\Delta P_0(z)$  donnée par l'équation (3.11). La résistance à la fracture réelle  $K_c$  de la gélatine correspond donc à une autre distribution de surpression. Appelons la distribution de surpression effective et notons la  $\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}}$ .

Quelle est donc cette distribution de surpression effective  $\Delta P_0(z)_{\text{eff}}$  qui agit réellement en faveur de la propagation ? Considérons une veine particulière, proche du seuil de propagation. Toutes ses veines voisines génèrent un champ de contraintes qui modifie le champ de contraintes hydrostatique initial de la gélatine et qui s'oppose à l'initiation de la veine considérée. Ce champ de contraintes perturbateur dépend de la distance  $s$  qui sépare les veines. Notons le  $\Delta P(z, s)_{\text{pert}}$ . Pour la veine que nous considérons, nous définissons la distribution de surpression effective  $\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}}$  comme la différence entre  $\Delta P_0(z)$  mesurée (équation 3.11)



et  $\Delta P(z, s)_{\text{pert}}$  :

$$\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}} = \Delta P_0(z) - \Delta P(z, s)_{\text{pert}}. \quad (3.15)$$

Pour déterminer  $\Delta P(z, s)_{\text{pert}}$ , regardons le champ de contraintes que génère chaque veine. Autour de chaque veine, le champ de contraintes  $\sigma_{ij}(x, z)$ , dû à sa surpression interne, exprimé en coordonnées cartésiennes dans le plan  $(xOz)$ ,  $Oz$  étant parallèle et  $Ox$  perpendiculaire au grand axe de la fissure, peut toujours s'écrire sous la forme

$$\sigma_{ij}(x, z) = \Delta P_0(z) f_{ij}(x, z), \quad (3.16)$$

où les fonctions sans dimension  $f_{ij}(x, z)$  représentent l'atténuation spatiale de la surpression  $\Delta P_0(z)$ . Le champ de contraintes perturbateur  $\Delta P(z, s)_{\text{pert}}$  ressenti par une veine donnée peut donc s'écrire comme la somme des contraintes (3.16) générées par chaque paire de veines qui l'entourent et qui sont éloignées d'une distance  $ns$  :

$$\Delta P(z, s)_{\text{pert}} = \sum_{n=1}^{\infty} \sigma_{ij}(ns, z). \quad (3.17)$$

Nous faisons maintenant deux hypothèses :

1. les veines ont une épaisseur faible.
2. les veines ne peuvent supporter aucune contrainte tangentielle sur leur surface.

La première de ces deux hypothèses nous permet d'idéaliser les veines à des portions de plans localisées en  $x = ns$ . Grâce à la seconde hypothèse, on ne prendra en compte dans le champ de contraintes perturbateur que les contraintes normales au plan contenant la veine considérée. Ainsi,

$$\Delta P(z, s)_{\text{pert}} = \Delta P_0(z) \sum_{n=1}^{\infty} f_{xx}(ns, z). \quad (3.18)$$

La forme des fonctions  $f_{xx}(ns, z)$  dépend de celle de  $\Delta P_0(z)$  : elle seront différentes suivant que  $\Delta P_0(z)$  est uniforme ou non. Nous récrivons les fonctions d'atténuation spatiale  $f$  sous la forme  $f_{xx, \Delta P_0(z)}(ns, z)$ . Ainsi, la distribution de surpression effective (3.15) s'écrit

$$\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}} = \Delta P_0(z) \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} f_{xx, \Delta P_0(z)}(ns, z) \right). \quad (3.19)$$

$K_c$  et  $K_{c\text{ mes}}$  sont donc respectivement définies par

$$K_c = \alpha' \overline{\Delta P_0(z)} \left( 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{xx, \Delta P_0(z)}(ns, z)} \right) \sqrt{\pi h}, \quad (3.20)$$

$$\text{et } K_{c\text{ mes}} = \alpha \overline{\Delta P_0(z)} \sqrt{\pi h}. \quad (3.21)$$

Les facteurs  $\alpha$  et  $\alpha'$  sont différents puisqu'ils dépendent de deux formes de distribution de surpression différentes,  $\Delta P_0(z)$  pour le premier et  $\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}}$  pour le second, et dépendent eux aussi de l'espacement.  $K_c$  et  $K_{c\text{ mes}}$  sont donc reliées par la relation suivante :

$$K_c = \frac{\alpha'(s^*)}{\alpha(s^*)} K_{c\text{ mes}} g(s^*), \quad (3.22)$$

où on a défini  $g(s^*) = 1 - \sum_{n=1}^{\infty} \overline{f_{xx, \Delta P_0(z)}(ns, z)}$ . Ainsi, la résistance à la fracture adimensionnée  $K_c^*$  dépend non seulement de l'espacement adimensionné  $s^*$  mais également de la forme de la distribution de surpression présente dans les fissures à travers les coefficients  $\alpha$ ,  $\alpha'$  et la fonction  $g$ . En utilisant l'équation (3.13), on obtient :

$$K_{c, \Delta P_0(z)}^* = \frac{\alpha(s^*)}{\alpha'(s^*) g(s^*)}. \quad (3.23)$$

La forme exacte de  $K_{c, \Delta P_0(z)}^*$  nécessite donc une étude numérique pour déterminer les fonctions  $\alpha'(s^*)$  et  $g(s^*)$ . Toutefois, ses limites en  $s^* = \infty$  et  $s^* = 0$  sont facilement déterminées. Elles sont indépendantes de la forme de la distribution de surpression. Quand les veines sont infiniment éloignées, la distribution de surpression effective  $\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}}$  tend vers la distribution de surpression  $\Delta P_0(z)$  ce qui implique

$$\lim_{s^* \rightarrow \infty} g(s^*) = 1, \quad (3.24)$$

$$\text{et } \lim_{s^* \rightarrow \infty} \alpha'(s^*) = \alpha(s^*). \quad (3.25)$$

On retrouve donc l'équation (3.14) ; la résistance à la fracture apparente ressentie par chaque veine tend vers la résistance à la fracture de la gélatine lorsque  $s^*$  tend vers l'infini :

$$\lim_{s^* \rightarrow \infty} K_{c, \Delta P_0(z)}^* = 1. \quad (3.26)$$

Par contre, quand l'espacement  $s^*$  tend vers 0, la distribution de surpression effective  $\Delta P_0(s, z)_{\text{eff}}$  s'annule et la résistance à la fracture apparente tend vers l'infini :

$$\lim_{s^* \rightarrow 0} K_{c, \Delta P_0(z)}^* = \infty. \quad (3.27)$$

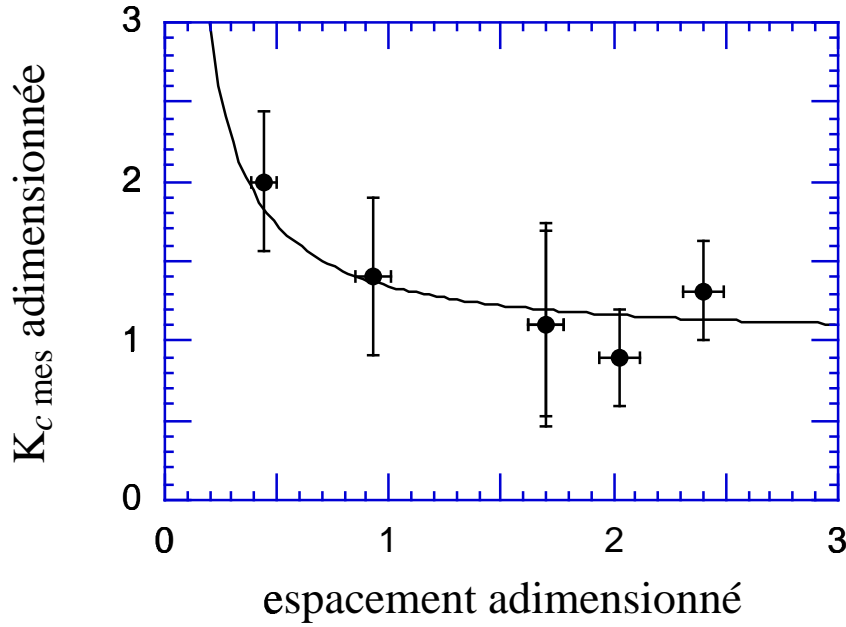


FIGURE 3.10: La résistance à la fracture apparente mesurée  $K_c^*$ , normalisée à la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine, en fonction de l'espacement  $s^*$ , normalisé à la hauteur  $h$  des veines. La courbe en trait plein représente l'équation (3.28) qui s'accorde le mieux aux données expérimentales et qui tient compte des limites données par les équations (3.26) et (3.27).

La FIGURE (3.10) représente la résistance à la fracture apparente mesurée adimensionnée  $K_c^*$  en fonction de  $s^*$  pour nos expériences. La courbe qui passe au mieux parmi nos points expérimentaux et qui tient compte des deux limites ci-dessus (équations 3.26 et 3.27) a pour équation

$$K_{c,\Delta P_0(z)}^* = 1 + \frac{0,34}{s^{*1,09}} \simeq 1 + \frac{1}{3s^*}. \quad (3.28)$$

Il est intéressant de remarquer que le seuil de démarrage sans dimension tend rapidement vers l'asymptote en  $s^*$  infini qui correspond à une veine isolée. D'après la FIGURE (3.10) et l'équation (3.28),  $K_{c,\Delta P_0(z)}^*$  est déjà proche de 1 pour un espacement adimensionné  $s^* = 3$ . Cela montre la limite spatiale des interactions entre les veines lorsque celles-ci s'initient grâce à la flottabilité du liquide qu'elles contiennent.

## 3.4 Interactions entre les veines d'un même ensemble lors de leur initiation grâce à la surpression du réservoir

Dans cette deuxième série d'expériences, nous avons étudié l'effet de la surpression du réservoir sur l'initiation d'une ou de plusieurs veines. Comme dans la première série d'expériences, chaque expérience est caractérisée par une gélatine, définie par son module d'Young  $E$ , et un espacement  $s$  entre les veines. Dans chaque expérience, la surpression dans le réservoir, initialement nulle, est augmentée lentement jusqu'à la propagation d'une ou de plusieurs fissures. La surpression dans le réservoir nécessaire au démarrage de la propagation a été mesurée pour différents espacements  $s$  entre les veines.

### 3.4.1 Description d'une expérience

Le réservoir est tout d'abord rempli d'eau, le niveau d'alimentation étant ajusté afin que la surpression dans le réservoir  $\Delta P_r$  soit nulle. La FIGURE (3.11) représente une photo de la cuve prise juste avant la réalisation d'une expérience. La gélatine translucide apparaît en jaune. L'eau du réservoir a été colorée avec du concentré de jus de betterave et apparaît en rouge sombre. Le réservoir est relié à un bac d'alimentation qui est posé sur une table élévatrice. Cette table élévatrice permet de monter le bac d'alimentation de manière régulière, lente et contrôlée. Le bac d'alimentation est donc lentement monté afin d'augmenter la surpression dans le réservoir. Finalement, lorsque la surpression du réservoir est suffisante importante, une fissure, ou plusieurs, se propage (FIGURE 3.12).

### 3.4.2 Mesures expérimentales

Tout comme dans la première série d'expériences, nous avons remarqué que pour n'importe quel espacement  $s$  entre les veines, nous sommes parvenus à atteindre un seuil de propagation. Toutefois, seules les fissures les plus proches des parois de la cuve se sont propagées (FIGURE 3.12). Cela a été observé dans toutes les expériences. Ces fissures extrêmes se propagent toujours à peu près en même temps. Nous n'avons jamais observé de propagation alternée. Une fois que ces fissures se sont propagées et ont atteint la surface, le réservoir se vide, sous l'impulsion de sa surpression, à travers ces deux fissures et aucunes autres ne se propagent.

Comme dans la première série d'expériences, nous allons calculer le seuil nécessaire à la propagation d'une ou de plusieurs fissures. Cela nous permettra de quantifier les observations que nous avons faites. À un moment donné, le bac d'alimentation du réservoir a été monté à une certaine cote. Le niveau d'eau se

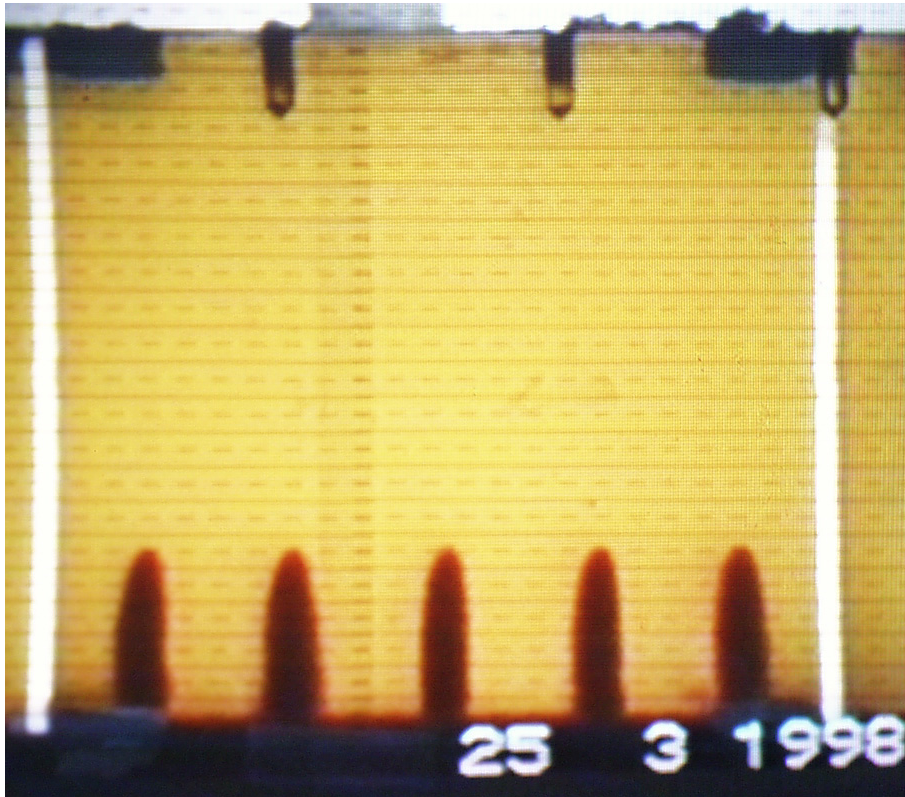


FIGURE 3.11: Photo de la cuve avant la réalisation d'une expérience. La gélatine apparaît en jaune. L'eau du réservoir a été colorée avec du concentré de jus de betterave et apparaît en rouge sombre. Les marqueurs horizontaux permettent de mesurer la hauteur des veines, qui est ici de 5,5 cm.

trouve alors à une hauteur  $H_l$  (FIGURE 3.13). La distribution de surpression dans les veines est donc

$$\Delta P_r = \rho_l g H_l - \rho_g g H_g, \quad (3.29)$$

où  $H_g$  est la hauteur de gélatine dans la cuve,  $\rho_l$  la densité de l'eau et  $\rho_g$  la densité de la gélatine. La hauteur de la colonne d'eau  $H_l$  est augmentée à l'aide de la table élévatrice jusqu'à ce que les fissures se propagent. La hauteur  $H_l$  est alors mesurée et la surpression  $\Delta P_r$  dans le réservoir au démarrage de la propagation est déterminée grâce à l'équation (3.29).

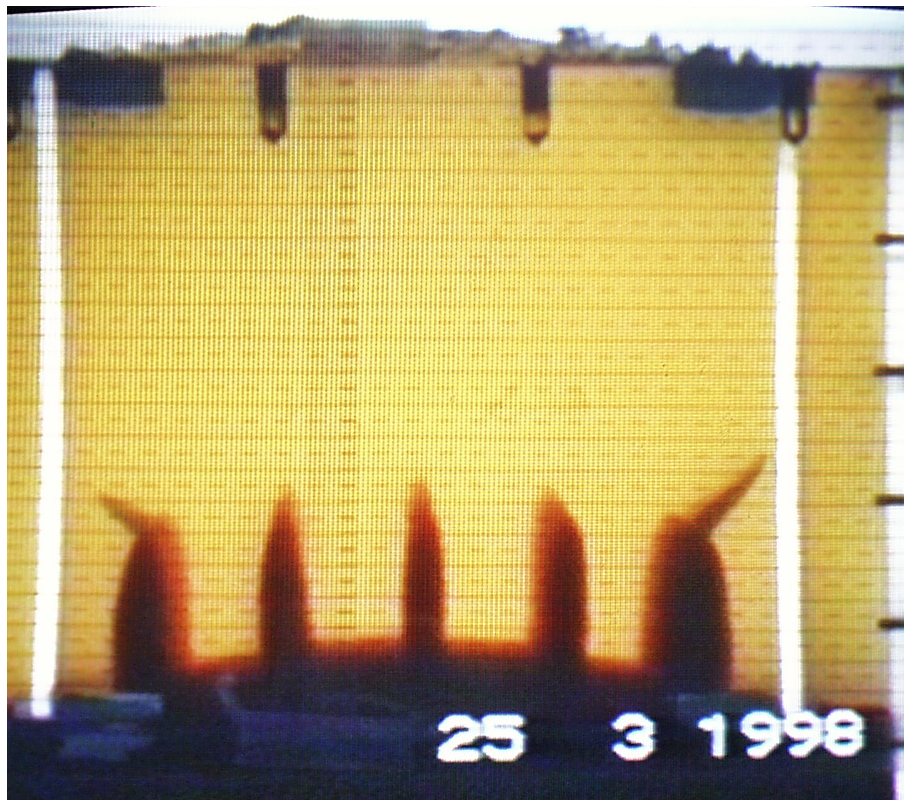


FIGURE 3.12: *Photo prise juste après que les deux fissures extrêmes aient démarré leur propagation. Les deux fissures se dirigent vers les parois de la cuve avec un angle d'environ 45° par rapport à la verticale. À cause de la surpression du réservoir, la gélatine se déforme dans son ensemble : on peut voir que l'interface est fortement bombé tout comme la surface supérieure de la gélatine.*

### 3.4.3 Conditions de propagation

Comme dans la série d'expériences précédente, l'espacement  $s$  entre les veines est normalisé à la hauteur des fissures  $h$  :

$$s^* = \frac{s}{h}. \quad (3.30)$$

Par contre, la résistance à la fracture apparente ne peut pas être déterminée comme nous l'avons fait précédemment car l'interface gélatine-réservoir n'est plus une surface libre. Il faut maintenant tenir compte de la surpression du réservoir qui s'y applique. Cependant, nous pouvons tourner cette difficulté. En effet, la surpression du réservoir s'applique de manière uniforme à l'interface. La hauteur  $h$  des veines étant faible, on peut donc supposer que le champ de contraintes dans la gélatine est la superposition d'un champ de contraintes uniforme  $\Delta P_r$ , au moins sur une distance de l'ordre de  $h$ , et du champ de contraintes généré par les

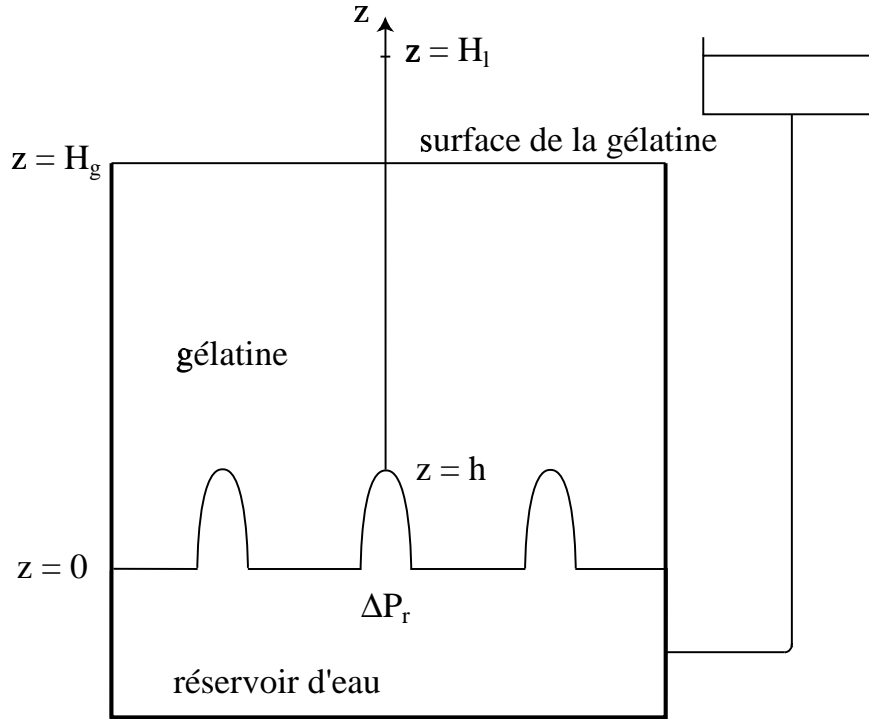


FIGURE 3.13: Diagramme schématique des veines. L'interface gélatine-réservoir est situé en  $z = 0$ . Les veines ont une hauteur  $h$ . La surface supérieure de la gélatine se trouve à une hauteur  $z = H_g$  et le niveau d'eau qui alimente le réservoir se trouve en  $z = H_l$ . Le réservoir possède une surpression  $\Delta P_r$ , qui est contrôlée par la hauteur de la colonne d'eau  $H_l$ .

surpressions internes aux veines. La résistance à la fracture mesurée apparente s'écrit donc

$$K_{c\text{mes}} = \alpha \Delta P_r \sqrt{\pi h}, \quad (3.31)$$

où  $\Delta P_r$  est la surpression uniforme interne au veines. Le coefficient  $\alpha$  est inconnu mais il s'agit d'une constante, indépendante de  $\Delta P_r$  puisqu'il s'agit d'une distribution de surpression uniforme. Quant à la résistance à la fracture réelle de la gélatine, nous avons vu au chapitre 2 qu'on peut la déterminer à l'aide du module d'Young de la gélatine (équation 2.24) :

$$K_c = 0,97 E^{0,55}. \quad (3.32)$$

Ainsi, nous pouvons adimensionner la résistance à la fracture apparente de la façon suivante :

$$K_c^* = \frac{K_{c\text{mes}}}{K_c} = \frac{\alpha \Delta P_r \sqrt{\pi h}}{0,97 E^{0,55}}. \quad (3.33)$$

La résistance à la fracture apparente adimensionnée est donc connue à la constante  $\alpha$  près. La FIGURE (3.14) représente le rapport  $\frac{K_c^*}{\alpha}$  en fonction de l'espa-

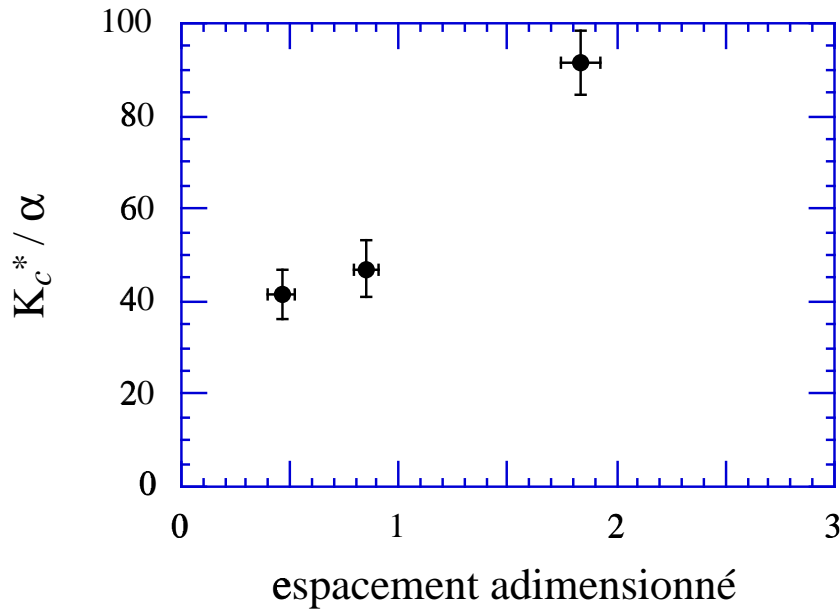


FIGURE 3.14: Le rapport de la résistance à la fracture apparente adimensionnée  $K_c^*$ , donnée par l'équation (3.33), sur le coefficient constant  $\alpha$  en fonction de l'espacement adimensionné  $s^*$ .

cement adimensionné  $s^*$ . Alors que la résistance à la fracture adimensionnée doit être une fonction décroissante de l'espacement, tendant vers l'infini lorsque l'espacement est nul et vers 1 lorsque l'espacement est infini, nos résultats expérimentaux montrent le contraire :  $K_c^*$  est une fonction croissante de  $s^*$  (FIGURE 3.14). Autrement dit, plus les veines sont éloignées les unes des autres et plus le démarrage de leur propagation semble difficile. Cet apparent paradoxe est à relier à l'une de nos observations : dans toutes les expériences, seules les fissures les plus proches des parois de la cuve se propagent. L'évolution de  $K_c^*$  avec l'espacement adimensionné  $s^*$  (FIGURE 3.14) et cette observation reflètent l'influence de la géométrie du réservoir sur le champ de contraintes généré par  $\Delta P_r$ .

Lorsque la surpression est augmentée dans le réservoir, la gélatine dans son ensemble se déforme sous l'action de cette surpression (FIGURE 3.12). Cependant, aucun déplacement n'est possible sur les parois verticales de la cuve. La déformation de la gélatine génère donc un champ de contraintes différent autour des veines suivant leur distance aux parois : il sera plus "compressif" pour les veines au centre de l'interface gélatine-réservoir et plus "extensif" pour les veines proches des parois (FIGURE 3.15). La propagation des fissures les plus proches des parois est donc favorisée. En outre, les veines les plus proches des parois en sont espacées



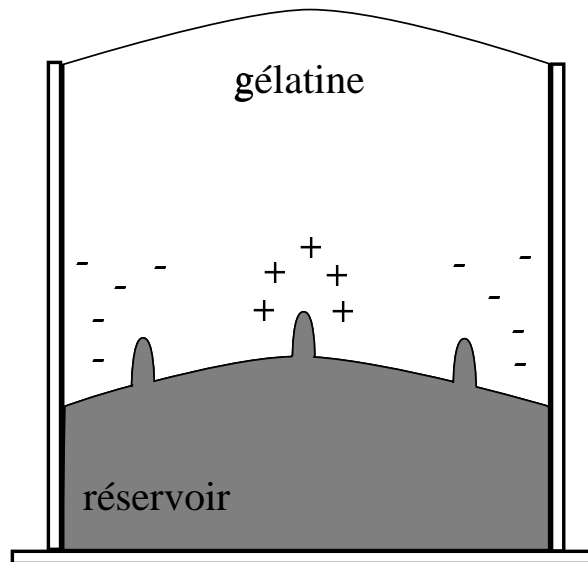


FIGURE 3.15: *Champ de contraintes généré par la surpression  $\Delta P_r$  dans le réservoir au démarrage de la propagation. La gélatine ne peut pas se déformer sur les parois de la cuve. Cela crée un champ de contrainte compressif (+) au centre et extensif (-) près des parois.*

d'une distance  $\frac{s}{2}$ . Elles en sont donc d'autant plus proches que l'espacement  $s$  est faible, ce qui facilite leur initiation. Enfin, aucun déplacement de la gélatine n'étant possible le long des parois, la flexure de la gélatine crée un champ de contraintes cisailant le long des parois de la cuve ; les fissures s'orientent donc à  $45^\circ$  par rapport à la verticale (FIGURE 3.12). Le champ de contraintes n'est donc pas uniforme le long de l'interface gélatine-réservoir et favorise la propagation des fissures proches des bords de la cuve.

### 3.5 Discussion

Nous avons vu dans nos expériences que la déformation de la gélatine par la surpression du réservoir modifiait son champ de contraintes et créait une localisation de l'initiation des veines. On s'attend à trouver une localisation identique pour l'initiation des dykes issus d'intrusions laccolitiques. Pollard & Johnson (1973a,b) rapportent en effet plusieurs exemples de laccolites dans les montagnes Henry de l'état d'Utah qui génèrent des dykes à leur périphéries. Lors de leur formation, les laccolites courbent les roches qui les chevauchent et modifient ainsi le champ de contraintes environnant. Celui-ci devient extensif à la périphérie des intrusions ce qui y favorisent l'initialisation de dykes. Pollard & Johnson illustrent également ces dykes périphériques à l'aide d'expériences en

laboratoire. On s'attend également à ce que la propagation de dykes soit favorisée aux extrémités d'un réservoir de grande dimension horizontale. En effet, un tel réservoir aura tendance de par sa forme à y générer des contraintes extensives. Le mécanisme est différent, mais le résultat reste identique : le champ de contraintes est modifié de manière non uniforme créant ainsi une localisation de l'initiation des fissures.

Les expériences que nous avons menées montrent également que le démarrage de la propagation d'un ou de plusieurs dykes depuis un même réservoir dépend de la résistance à la fracture apparente qu'ils ressentent. Dans le cas général, cette résistance apparente s'écrit sous forme adimensionnée

$$K_{c,\Delta P(z)}^* = \frac{\alpha(s^*)}{\alpha'(s^*)g(s^*)}. \quad (3.34)$$

Cette résistance apparente dépend non seulement de l'espacement entre les dykes mais également de la forme de la distribution de surpression  $\Delta P(z)$ . Cette dépendance vis à vis de la forme de la distribution de surpression est principalement due à la fonction  $g$  qui caractérise la modification du champ de contraintes par les dykes eux mêmes. Bien que la forme exacte de  $K_{c,\Delta P(z)}^*$  soit inconnue, son comportement est simple (FIGURE 3.10) :

$$\lim_{s^* \rightarrow 0} K_{c,\Delta P(z)}^* = \infty, \quad (3.35)$$

$$\text{et } \lim_{s^* \rightarrow \infty} K_{c,\Delta P(z)}^* = 1. \quad (3.36)$$

Plus des veines sont proches les unes des autres et plus le solide environnant leur apparaît difficile à fracturer. Ainsi, bien que nos expériences ne soient qu'une vision idéalisée de l'initialisation des veines, elles montrent comment la surpression nécessaire pour propager les veines dépend des conditions initiales à travers leur espacement.

Il est intéressant de remarquer que la propagation d'un groupe de fissures identiques et également espacées est instable : au fur et à mesure qu'elles se propagent, une ségrégation s'opère arrêtant certaines des fissures alors que d'autres continuent de se propager (Nemat-Nasser, 1983, Fig 15, p. 25). Si l'on fait l'hypothèse que la forme de  $K_{c,\Delta P(z)}^*$  que nous avons établie dans un cas statique reste valable lors de la propagation des fissures, nous pouvons construire le scénario suivant :

1. initialement espacées d'une distance  $s_0^* = \frac{s_0}{h_0}$ , les fissures commencent à se propager sous l'impulsion d'une surpression  $\Delta P(z)$ . Le facteur d'intensité des contraintes  $K^*$  à la pointe des fissures est donc supérieur, ou égal, à la résistance à la fracture apparente du solide  $K_{c,\Delta P(z)}^*$ .
2. Au fur et à mesure que les fissures se propagent, l'espacement  $s^* = \frac{s}{h}$  diminue. Lorsqu'elles ont atteint une certaine hauteur  $h_1 \geq h_0$ ,  $K^*$  devient inférieur à  $K_{c,\Delta P(z)}^*$ .

3. Le seul moyen pour que les fissures continuent de se propager est alors d'opérer une ségrégation. Nemat-Nasser (1983, Fig 15, p. 25) montre qu'une possibilité est qu'une fissure sur deux s'arrête. La figure originale de Nemat-Nasser est reproduite sur la FIGURE (3.16). Cette ségrégation permet d'accroître l'espacement  $s^*$  des fissures qui vont continuer leur propagation et donc de diminuer  $K_{c,\Delta P(z)}^*$ .
4. La propagation des fissures ainsi sélectionnées se poursuit jusqu'à ce que leur facteur d'intensité des contraintes deviennent à nouveau inférieur à  $K_{c,\Delta P(z)}^*$ , ce qui amènera à une nouvelle sélection parmi les fissures, et ainsi de suite jusqu'à ce que la propagation des fissures soit totalement arrêtée, par une arrivée en surface par exemple.

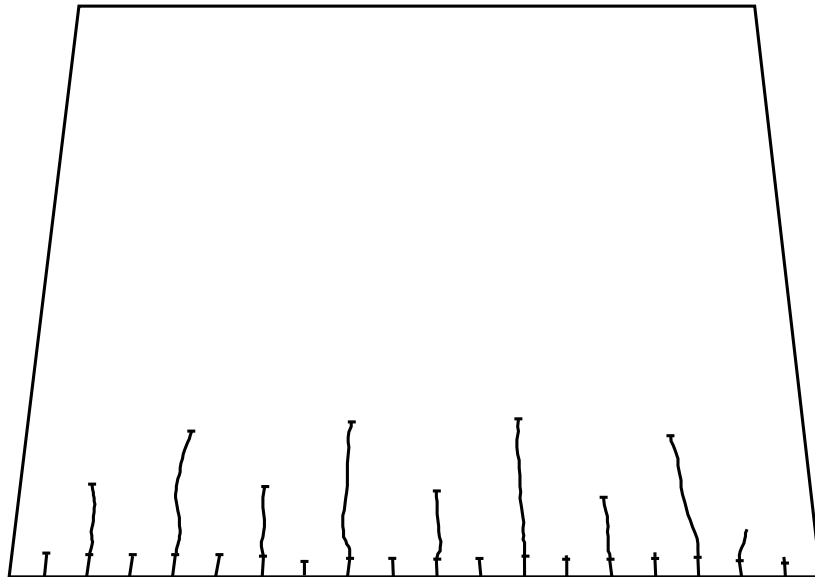


FIGURE 3.16: *Interactions entre plusieurs fissures induites thermiquement (d'après Nemat-Nasser (1983)). Des fissures identiques et également espacées ont été initialement créées au bord d'une plaque de verre. La plaque de verre a été uniformément chauffée, puis plongée dans un bain liquide froid. Cela provoque la propagation des fissures par contraction thermique. La propagation de toutes les fissures s'effectue jusqu'à ce qu'un état critique soit atteint. Une ségrégation s'opère alors : une fissure sur deux s'arrête pendant que les autres continuent leur propagation. Ce processus se répète par la suite. Cette figure représente la trace que les fissures ont laissée après s'être propagées. Les tirés horizontaux marquent l'extrémité des fissures. On remarque que la ségrégation semble s'effectuer pour un espacement  $s^* \simeq 1$ .*

Il est clair que l'espacement critique pour lequel le facteur d'intensité des contraintes  $K^*$  à la pointe des fissures devient inférieur à la résistance à la fracture apparente  $K_{c,\Delta P(z)}^*$  du solide dépend de la surpression initiale  $\Delta P(z)$ . Nous retrouvons donc les conclusions de Jolly & Sanderson (1995) selon lesquelles l'espacement des dykes dans les essais n'est pas arbitraire. Dans notre scénario, l'espacement minimum entre les dykes reflète les conditions initiales à la source.

Notre scénario est toutefois basé sur l'hypothèse forte que l'évolution de la résistance à la fracture apparente ressentie par les dykes en fonction de l'espacement lors de leur propagation est la même que dans le cas statique. Cette hypothèse pose le problème de la propagation des dykes : comment s'opère-t-elle ? Pour répondre à cette question il convient tout d'abord d'identifier la nature de la surpression capable d'initier des dykes. Deux surpressions différentes sont *a priori* possibles : une surpression due à la flottabilité du magma et la surpression du réservoir. Cependant, la flottabilité du magma est-elle seule suffisante pour l'initiation de dykes ? Elle dépend du contraste de densité entre le magma et le solide ainsi que de la hauteur initiale du dyke, c'est-à-dire la distance sur laquelle le dyke s'est propagé en régime subcritique. On peut estimer la distance à partir de laquelle la flottabilité magmatique est capable d'initier un dyke en écrivant le facteur d'intensité des contraintes que cette flottabilité génère à la pointe d'une veine. En supposant que cette veine est infiniment éloignée de tout autre veine,

$$K \sim \Delta\rho g \frac{h}{2} \sqrt{\pi h}, \quad (3.37)$$

où  $\Delta\rho$  est la différence de densité entre le magma et la roche encaissante et  $h$  la hauteur de la veine. La veine se propagera par fracturation hydraulique lorsque le facteur d'intensité des contraintes  $K$  à sa pointe aura atteint la résistance à la fracture  $K_c$  de la roche encaissante, donc lorsqu'elle aura atteint une hauteur limite

$$h \sim \left[ \frac{2 K_c}{\Delta\rho g \sqrt{\pi}} \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (3.38)$$

Un contraste de densité typique est  $\Delta\rho = 300 \text{ kg m}^{-3}$ . Nous avons vu au chapitre 1 qu'une incertitude importante existait toujours quant à la valeur de la résistance à la fracture des roches. Suivant que l'on choisi une valeur typique obtenue en laboratoire,  $K_c \approx 1 \text{ MPa m}^{\frac{1}{2}}$ , ou déduites des observations sur le terrain,  $K_c \approx 100 \text{ MPa m}^{\frac{1}{2}}$ , on obtient des hauteurs limites  $h \approx 50 \text{ m}$  ou  $h \approx 1 \text{ km}$ . Toutefois, quelque soit la hauteur limite obtenue, il s'agit d'une borne inférieure puisque nous avons négligé la présence des autres veines et nous venons de voir que les conditions d'initiations pour un ensemble de veines dépendaient de leur espacement : plus elles sont proches les unes des autres et plus elle nécessitent une surpression importante pour se propager. Par comparaison, une surpression de 150 bars, s'exerçant sur une veine de 10 m, est suffisante pour générer un

facteur d'intensité des contraintes de  $100 \text{ MPa m}^{\frac{1}{2}}$  à sa pointe. Il est donc vraisemblable que plusieurs dykes se propagent, au moins dans une première phase, principalement par l'intermédiaire de la surpression du réservoir. À partir de ce constat, nous pouvons maintenant aborder le problème de la propagation des dykes, en commençant par étudier la propagation d'un seul dyke à partir d'un réservoir sous pression constante.

# Chapitre 4

## Propagation d'une fissure à partir d'un réservoir sous pression constante

### 4.1 Problématique

Comme nous l'avons vu au chapitre 1, les précédentes études qui ont été menées sur la propagation des dykes sont pour la plupart théoriques et utilisent deux types de conditions aux limites : soit les fissures sont de volume constant, soit elles sont alimentées en magma avec un flux constant. La première de ces conditions aux limites n'est pas réaliste. Elle implique que la fissure est capable de se refermer derrière elle au fur et à mesure de sa propagation et donc que le milieu environnant est capable de chasser complètement le magma de la queue de la fissure. Or, les frottements induits par l'écoulement visqueux sont proportionnels au cube de l'épaisseur de la fissure. Ils deviennent donc d'autant plus importants que la fissure se referme. La deuxième condition aux limites est une simplification très utile pour le traitement numérique de la propagation d'un dyke. Le modèle théorique développé dans ces études, auquel je ferai désormais référence sous le nom de "modèle de Lister", suppose qu'une fissure bidimensionnelle est alimentée avec un flux constant et qu'elle se propage dans un milieu dont la résistance à la fracture est négligeable. La propagation d'une telle fissure est donc gouvernée par un équilibre entre les frottements visqueux présents dans la queue de la fissure et la flottabilité du liquide (Lister, 1990a). Dans ce modèle, le flux d'alimentation et la vitesse de propagation sont imposés constants et la forme de la fissure est cherchée numériquement pour respecter ces conditions aux limites et tenir compte de la déformation élastique du solide environnant. La forme de la fissure est notamment caractérisée par une tête bombée dans laquelle la flottabilité du

liquide et les déformations élastiques sont comparables. En d'autres termes, ces recherches théoriques reviennent à démontrer quelle est la forme de la fissure, s'il en existe une, pour que ce régime permanent soit possible.

Cependant, rien n'indique que la source puisse maintenir un flux constant tout au long de la propagation de la fissure. En outre, la façon dont la fissure est initiée est passée sous silence. En conséquence, l'information sur les caractéristiques physiques de la source magmatique n'est pas liée à la propagation et est donc perdue. Récemment, Mériaux & Jaupart (1998) ont montré que les conditions initiales du chargement de la fissure avaient une forte incidence sur sa propagation ultérieure. Toutefois, cette étude comme toutes les précédentes a négligé la résistance à la fracture du solide élastique sur la propagation de la fissure. Or nous avons vu au chapitre 3 que la résistance à la fracture est un paramètre déterminant dans l'initiation d'une fissure. En outre, il ne nous semble pas évident que la résistance à la fracture est négligeable lors de la propagation d'un dyke. Comme nous l'avons précédemment fait remarquer dans le chapitre 2, les processus de fracturation sont extrêmement difficiles à modéliser numériquement. Par contre, les expériences en laboratoires qui utilisent la gélatine comme solide élastique ne peuvent s'en affranchir (Lister & Kerr, 1991). Nous pensons également qu'une surpression constante dans le réservoir magmatique est une condition d'alimentation plus naturelle qu'une alimentation à flux constant. Nous avons donc réalisé des expériences de laboratoires afin d'étudier la propagation dans un milieu élastique d'une fissure à partir d'un réservoir maintenu sous pression constante. Dans ces expériences, nous avons également pris soin de faire démarrer la fissure à partir d'une condition initiale bien caractérisée.

## 4.2 Procédure expérimentale

La gélatine à l'état solide se comporte de manière élastique (chapitre 2). Notre démarche expérimentale est donc la suivante. Une fissure est créée en injectant de l'eau sous pression constante dans de la gélatine solide. La vitesse de propagation ainsi que le flux d'alimentation sont mesurés tout au long de la propagation de la fissure. Des gélatines de différents modules d'Young ont été utilisées.

### 4.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la FIGURE (4.1). Il est constitué de deux cuves disposées l'une sur l'autre. La cuve supérieure est en plexiglas et est destinée à contenir la gélatine solide. Elle mesure 30 cm de côté et 50 cm de haut. La cuve inférieure constitue le réservoir qui alimente la fissure. Pour injecter le liquide dans la gélatine, une fente d'alimentation de 5 mm de large et 20 cm de long a été pratiquée dans le toit du réservoir.

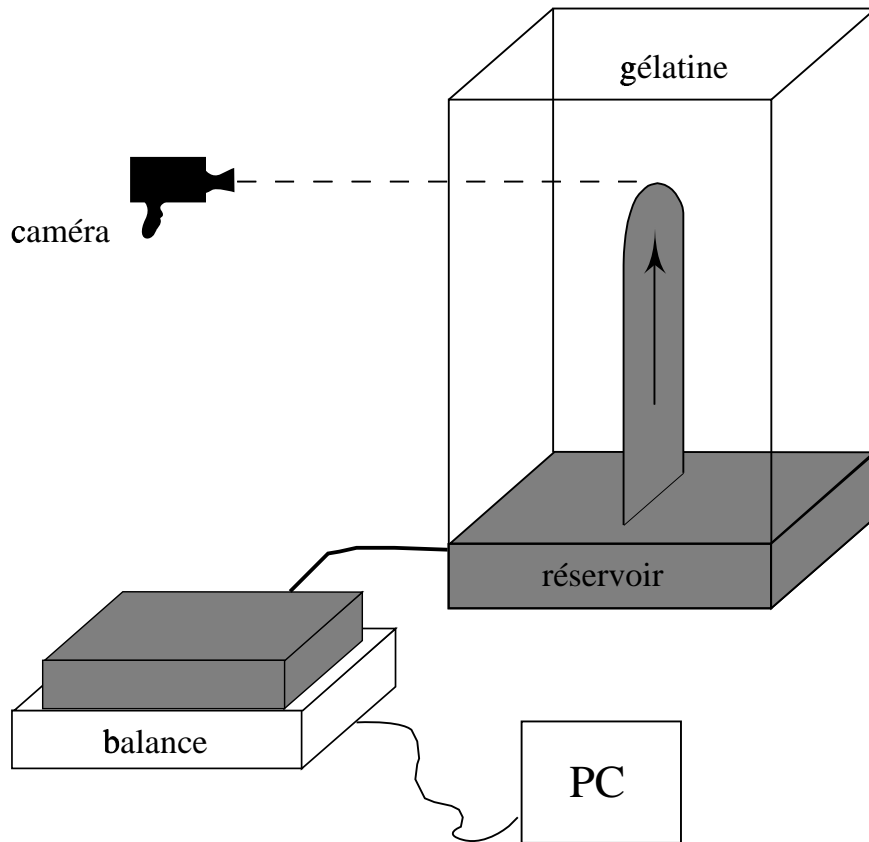


FIGURE 4.1: *Dispositif expérimental. Il est constitué de deux cuves. La cuve supérieure contient la gélatine et la cuve inférieure constitue le réservoir de liquide. Une fente pratiquée dans le toit du réservoir permet d'injecter sous pression constante dans la gélatine l'eau contenue dans le réservoir. Le réservoir est relié à un bac d'alimentation qui est monté sur une balance, elle même posée sur une table élévatrice. Cette dernière n'est pas représentée sur le schéma. La table élévatrice permet de monter le bac d'alimentation et ainsi d'augmenter la pression dans le réservoir. Ce bac étant de grandes dimensions horizontales et le volume total de liquide injecté dans la fissure étant faible, le niveau dans le bac reste à la même hauteur ce qui assure une pression dans le réservoir qui reste constante tout au long de l'expérience. La masse d'eau perdue par le bac d'alimentation, et donc injectée dans la fissure, est mesurée par la balance. Un PC relié à la balance enregistre ces mesures de masse. Le flux d'alimentation de la fissure est ainsi mesuré tout au long de sa propagation. Une caméra enregistre la propagation de la fissure, depuis son initiation jusqu'à son arrivée en surface, afin d'en mesurer la vitesse. Au cours de la propagation, la caméra se déplace verticalement afin de rester à la même hauteur que la pointe de la fissure. Ce mouvement vertical est effectué à l'aide d'une crémaillère qui n'est pas représentée sur le schéma. La gélatine solide est dans un état de contraintes initial hydrostatique.*



Ce dispositif expérimental doit répondre à plusieurs exigences. Tout d'abord, la condition d'alimentation de la fissure dans nos expériences est une pression constante dans le réservoir de liquide. Pour réaliser cette condition, le réservoir est alimenté par un bac qui contient le même liquide et qui est posé sur une table élévatrice. La table élévatrice permet de lever le bac d'alimentation et ainsi d'augmenter la pression dans le réservoir. Une fois la table élévatrice bloquée, le bac alimente le réservoir avec une hauteur de liquide constante, donc une pression constante. Afin que cette pression reste constante durant toute l'expérience, le bac d'alimentation est de grandes dimensions horizontales. Le volume total de fluide utilisé lors d'une expérience étant faible, le niveau de liquide dans le bac ne varie que de 1 à 2 mm au maximum. La pression dans le réservoir de liquide reste ainsi pratiquement constante lors de la propagation de la fissure.

Une autre exigence concerne le flux d'alimentation de la fissure : il n'est pas imposé et doit donc être déterminé. Nous avons mis au point une astuce qui nous permet de le mesurer tout au long de la propagation. Nous avons positionné une balance entre le bac d'alimentation du réservoir et la table élévatrice. Cette balance est reliée à un PC qui enregistre la masse de liquide perdue par le bac au cours du temps lors de la propagation de la fissure. Le flux de masse d'alimentation instantané de la fissure est ainsi mesuré depuis le démarrage de sa propagation jusqu'à son arrivée en surface.

Enfin, nous désirons mesurer la vitesse de propagation de la fissure. Une caméra enregistre donc la propagation de la fissure depuis l'initiation jusqu'à l'arrivée en surface. L'axe de la caméra est fixé parallèlement à la fente d'alimentation, la fissure étant la plus visible dans cette position (FIGURE 4.5, par exemple). Un calque de papier millimétré collé sur la cuve permet de mesurer la distance parcourue par la fissure. La vitesse instantanée de la fissure est ensuite déterminée grâce à l'horloge interne de la caméra. Afin d'éviter toute parallaxe qui fausserait les mesures de distance, et donc les calculs de vitesse, la caméra est montée sur crémaillère. Ce dispositif permet de déplacer la caméra verticalement et donc de suivre la fissure pour rester en permanence à la même hauteur que sa pointe. Le mouvement vertical de la caméra se fait manuellement, l'image étant visualisée sur un écran de télévision pour être toujours au même niveau que la pointe de la fissure et ne pas introduire de vitesse différentielle.

### 4.2.2 Préparation des expériences

La gélatine utilisée dans les expériences et son mode de préparation sont décrits dans le chapitre 2. La gélatine est versée dans la cuve supérieure du dispositif expérimental tandis que le réservoir est rempli d'eau. Un point important lors de la préparation des expériences est d'isoler le réservoir de la cuve contenant la gélatine. En effet, la gélatine est versée à l'état liquide dans la cuve supérieure et ne doit pas se mélanger avec l'eau présente dans le réservoir. Un

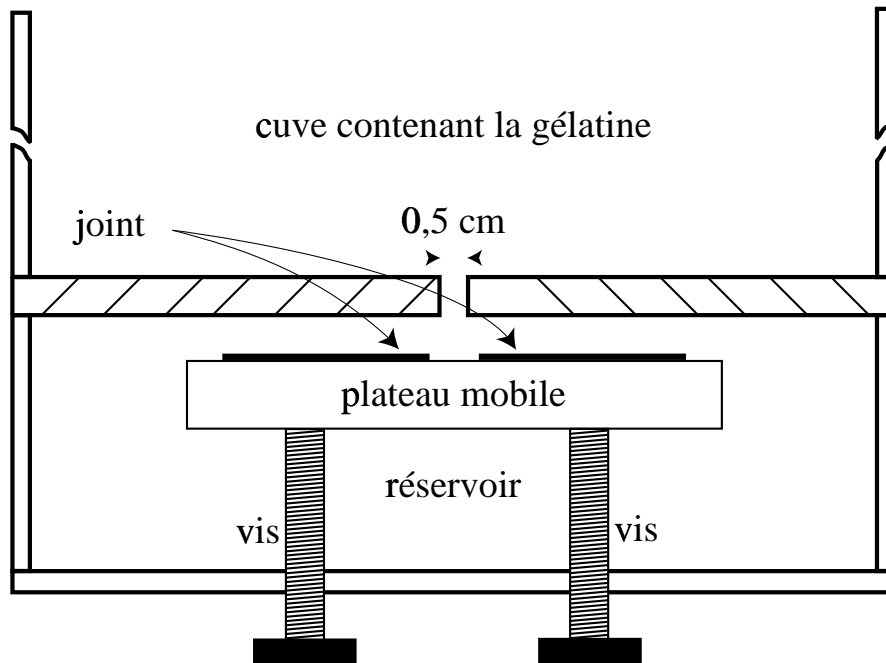


FIGURE 4.2: Schéma du plateau mobile. Ce plateau peut être déplacé verticalement grâce à un système de vis. Ces vis permettent de plaquer le plateau contre la fente d'alimentation et de la boucher complètement. Un joint comprimé entre le plateau et le toit du réservoir assure alors une isolation totale entre le réservoir et la cuve qui va contenir la gélatine. Le plateau est abaissé lorsque l'on veut injecter l'eau dans la gélatine par l'intermédiaire de la fente.

plateau mobile a donc été installé dans le réservoir. Ce plateau est représenté sur la FIGURE (4.2). Un système de vis permet de déplacer le plateau verticalement. Il peut ainsi être plaqué contre le toit du réservoir et boucher la fente d'alimentation. Dans cette position, le plateau comprime un joint contre le toit du réservoir. Le réservoir et la cuve pour la gélatine sont alors isolés l'un de l'autre.

Le réservoir est donc tout d'abord rempli d'eau distillée. L'eau est colorée à l'aide de concentré de jus de betterave. Cette coloration rouge permet une meilleure visualisation de la fissure lors de sa propagation. Une fois le réservoir rempli d'eau, le plateau est mis en position haute afin d'isoler le réservoir de la cuve de gélatine. La gélatine est ensuite versée à  $60\text{ }^{\circ}\text{C}$  dans la cuve supérieure et laissée à solidifier dans la pièce où seront menées les expériences. La pièce est climatisée à  $20 \pm 1\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Une fine pellicule d'huile silicone est ensuite déposée en surface pour éviter toute déshydratation de la gélatine.

### Initiation de la fissure

Afin d'initier la propagation d'une fissure à partir d'une condition bien déterminée, nous avons créé une petite fissure dans la gélatine d'une manière analogue à celles des chapitres 2 et 3. La création de la fissure est représentée sur la FIGURE (4.3). Nous avons fabriquée une petite lame métallique de 12 cm de long, 1,5 cm de haut et 1 mm d'épaisseur. Cette lame métallique est fixée au plateau qui permet l'obstruction de la fente d'alimentation. Lorsque le réservoir a été rempli d'eau, le plateau mobile est déplacé en position haute insérant ainsi la lame métallique dans la fente d'alimentation. La fente d'alimentation bouchée, la solution de gélatine est versée dans la cuve supérieure. La lame métallique baigne alors dans la gélatine liquide. Lorsque la gélatine est solide, le plateau est délicatement abaissé et la lame métallique retirée de la gélatine y créant ainsi une petite fissure. Cette technique nous permet de démarrer la propagation d'une fissure à partir d'une condition bien caractérisée. En outre, la géométrie de la source est également bien déterminée ; il s'agit d'une source linéaire.

Toutefois, malgré cette petite fissure, certains problèmes ont été rencontrés à l'initiation de la fissure. Dans certaines expériences, le liquide se propageait préférentiellement à la base de la cuve de gélatine. C'est-à-dire que le liquide se propageait horizontalement entre la gélatine et le réservoir, plutôt que verticalement à partir de la fissure. Parfois, plusieurs fissures s'initiaient en même temps, l'une verticalement et les autres horizontalement de part et d'autre de la fente d'alimentation. Ce problème d'initiation a été résolu en installant un guide métallique le long de la fente d'alimentation. Ce guide, haut et large de 1 cm, est représenté en coupe sur la FIGURE (4.4). Grâce à ce guide, le liquide se propage verticalement à partir de la fissure.

### État de contraintes initial et conditions aux limites

Les déplacements sont nuls sur toutes les parois verticales de la cuve et la lame métallique est indéformable. Avant le retrait de la lame, la déformation horizontale de la gélatine dans le champ de contrainte gravitationnel est donc

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0. \quad (4.1)$$

On en déduit donc que les contraintes horizontales et verticales sont

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sigma_z = \sigma_z, \quad (4.2)$$

puisque le coefficient de Poisson de la gélatine  $\nu = 0,5$ . Lors du retrait de la lame métallique, la gélatine entre en contact avec le réservoir et le liquide entre dans la fissure créée par la lame. Compte tenu de la faible hauteur de la fissure, la surpression interne à la fissure due à la flottabilité de l'eau peut être considérée comme nulle. La pression dans le réservoir est réglée pour qu'elle équilibre le

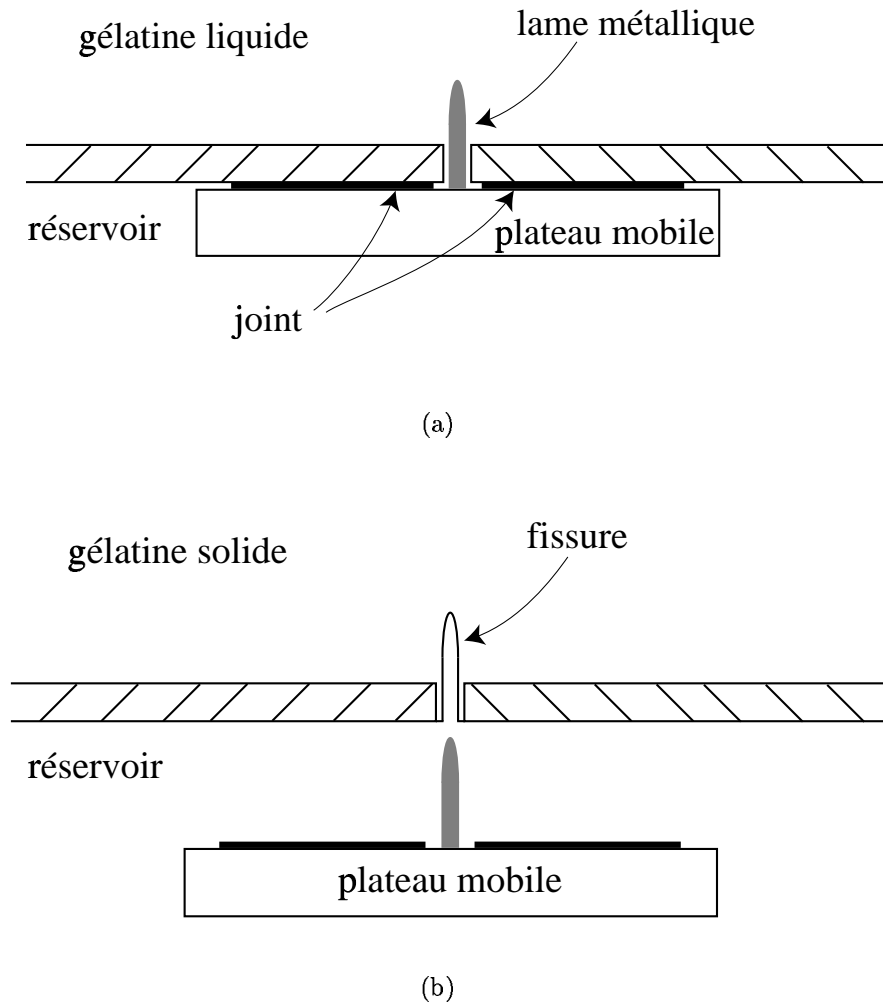


FIGURE 4.3: *Création de la fissure. Afin d'initier la propagation d'une fissure de manière bien déterminée, une lame métallique est fixée au plateau mobile dans le réservoir. Cette lame mesure 1 mm d'épaisseur, 1,5 cm de haut et 12 cm de long. (a) Lorsque le réservoir est rempli d'eau, la plateau est mis en position haute. La lame métallique est ainsi insérée dans la fente d'alimentation. Puis la gélatine liquide est versée dans la cuve supérieure. (b) Lorsque la gélatine est solide, le plateau est délicatement abaissé. La lame métallique est ainsi retirée de la gélatine et y crée une petite fissure.*

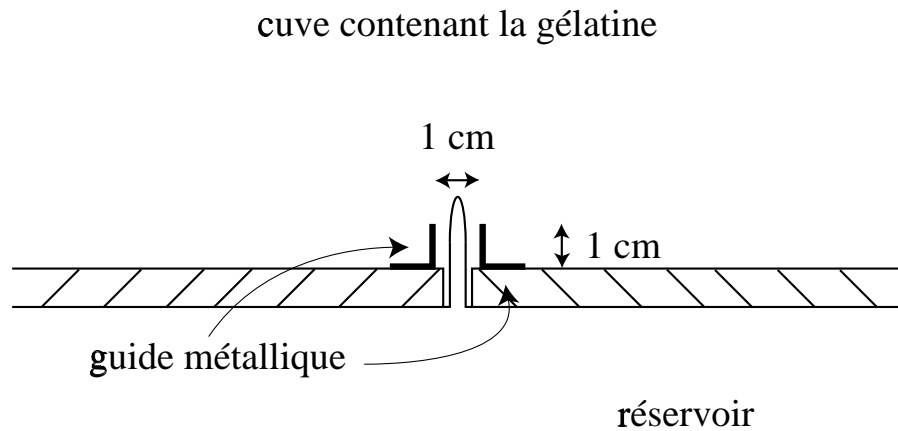


FIGURE 4.4: *Initiation de la fissure grâce à un guide. Afin de résoudre les problèmes rencontrés pour initier la fissure dans certaines expériences (voir texte), un guide métallique est fixé le long de la fente d'alimentation. Ce guide a une hauteur et une largeur de 1 cm. Grâce à ce guide, le liquide se propage verticalement à partir de la fissure.*

poids de la gélatine. L'état de contraintes initial de la gélatine est donc considéré comme hydrostatique. Pour toutes les expériences, l'état initial et les conditions aux limites sont donc les suivants :

- l'état de contrainte initial est hydrostatique.
- la surface supérieure de la gélatine solide n'est soumise à aucune contrainte et aucun déplacement ; il s'agit donc d'une surface libre.
- la gélatine adhère aux parois verticales de la cuve ; il n'y a donc pas de déplacement le long des surfaces verticales.
- l'interface réservoir gélatine ne permet aucun déplacement ; il s'agit donc d'une surface rigide.
- la surpression dans le réservoir est nulle  $\Delta P_r = 0$ .

### 4.3 Propagation d'une fissure à partir d'un réservoir sous pression constante

Le module d'Young  $E$  est tout d'abord mesuré de la manière décrite au chapitre 2. Cependant, contrairement aux mesures effectuées dans les chapitres

précédents, le module d'Young est mesuré en utilisant la cuve qui sert aux expériences. La mesure de la déflexion est donc réalisée directement sur la surface libre de la gélatine. Comme nous l'avons déjà indiqué dans le chapitre 3, le module d'Young de la gélatine n'est pas une constante mais croît continuellement au cours du temps. Nous avons donc réalisé plusieurs mesures de  $E$  avant l'expérience. Lorsque la gélatine est suffisamment solide, c'est-à-dire lorsque son module d'Young a atteint la valeur désirée, l'expérience a été réalisée.

Le réservoir est initialement en surpression nulle ; sa pression  $P_r$  correspond au poids de la gélatine :

$$P_r = \rho_g g H_g, \quad (4.3)$$

où  $H_g$  est la hauteur de gélatine dans la cuve et  $\rho_g$  sa densité. La hauteur  $H_l$  du bac qui alimente le réservoir est donc initialement ajustée pour que l'équation (4.3) soit vérifiée.  $H_l$  est ensuite lentement augmentée jusqu'à ce que la fissure commence à se propager. La hauteur  $H_l$  est alors gardée constante. La surpression du réservoir au moment de la propagation est

$$\Delta P_r = \rho_l g H_l - \rho_g g H_g, \quad (4.4)$$

où  $\rho_l$  est la densité de l'eau. La propagation est enregistrée sur caméra pendant que le flux de masse qui alimente la fissure est mesuré. La mesure du flux de masse est effectuée grâce au PC qui est relié à la balance. Un programme écrit en QBasic, donné en annexe B, permet d'enregistrer la masse du bac d'alimentation au cours de l'expérience. L'intervalle de temps entre deux mesures de masse est fixé avant chaque expérience. L'intervalle de temps minimum est de 160 ms.

Les caractéristiques de chaque expérience sont données en détail dans le TABLEAU (4.1).

### 4.3.1 Description d'une expérience

La surpression du réservoir  $\Delta P_r$ , initialement nulle, est augmentée jusqu'à ce que la fissure se propage. On observe que la petite fissure créée dans la gélatine gonfle au fur et à mesure que  $\Delta P_r$  augmente. Au démarrage de la propagation, on observe que, bien que la géométrie de la source qui alimente la fissure soit linéaire, la propagation s'initie en un point puis progresse de manière radiale. Lors de la propagation radiale de la fissure, nous avons également observé que l'injection du liquide ne reste pas ponctuelle mais s'étend latéralement. Ces observations n'apparaissent pas à la caméra ; celle-ci est orientée parallèlement à la fissure. Le caractère radial de la propagation et l'extension latérale de la source ont été observés pour la première fois lors de l'expérience (19). Ils ont par la suite été observés dans les autres expériences. Pendant ces premiers instant de propagation, la forme de la fissure en coupe est elliptique. Cette forme apparaît nettement sur la FIGURE (4.5). Il s'agit d'une photo prise au début de l'expérience

Expérience	$\rho_g$ (kg m <sup>-3</sup> )	$\rho_l$ (kg m <sup>-3</sup> )	$\eta$ (Pa s)	$E$ (Pa)	$\Delta P_r$ (Pa)
18*	1 013,1	1 000,6	10 <sup>-3</sup>	1 532	1 417
19*	1 013,0	1 000,6	10 <sup>-3</sup>	1 525	749
20	1 013,0	1 000,0	10 <sup>-3</sup>	1 581	327
21	1 013,0	1 000,3	10 <sup>-3</sup>	929	190
22	1 024,9	1 001,2	10 <sup>-3</sup>	5 529	749
23	1 025,4	1 001,2	10 <sup>-3</sup>	7 773	1 081
24	1 024,6	1 001,2	10 <sup>-3</sup>	7 899	1 133
25*†	1 025,2	1 001,2	10 <sup>-3</sup>	7 798	1 916–1 749

\* :  $\Delta P_r$  imposée brutalement.

† :  $\Delta P_r$  a diminué pendant l'expérience.

TABLEAU 4.1: *Caractéristiques des expériences. Toutes les expériences correspondent à l'injection d'eau colorée dans la gélatine solide. La surpression  $\Delta P_r$  correspond à la surpression du réservoir nécessaire pour initier la fissure. La surpression a été augmentée progressivement jusqu'à ce que la fissure se propage, sauf pour les expériences (18) et (19) :  $\Delta P_r$  a été imposée brutalement et la fissure s'est immédiatement propagée.  $\Delta P_r$  n'est pas restée constante durant l'expérience (25) ; les deux valeurs données correspondent aux valeurs initiale et finale de  $\Delta P_r$ .*

(22), à partir de l'enregistrement vidéo, après 19 s de propagation. La forme de la fissure au cours de ces premiers instants de propagation est représentée de façon schématique sur la FIGURE (4.6). Il faut noter qu'il est extrêmement difficile, lors de la préparation de l'expérience, de créer une petite fissure qui soit parfaitement verticale. En conséquence, dans toutes les expériences, la fissure se propage légèrement de biais. Lors de l'expérience (22) (FIGURE 4.5), la fissure part sur la gauche.

Par la suite, on observe que la fissure poursuit sa propagation principalement verticalement. La forme de la fissure, dans son plan, perd donc sa forme radiale et s'allonge verticalement. À nouveau, cette observation n'est pas visible à la caméra. La transition entre la propagation initialement radiale puis verticale semble s'effectuer après 10 à 15 cm de propagation, suivant les expériences. Au-delà de cette transition, lorsque la fissure est observée en coupe, sa tête semble plus épaisse que sa queue. Cette observation est particulièrement visible dans les expériences (19), (20) et (22) (FIGURE 4.7). La forme de la fissure est représentée de manière schématisée sur la FIGURE (4.8).

Lorsque la fissure a parcouru une distance d'environ 25 cm, elle s'oriente de manière marquée vers la paroi de la cuve, ne redressant sa course que lorsqu'elle arrive près de la surface (FIGURE 4.9). Une fois arrivée en surface, elle se vide

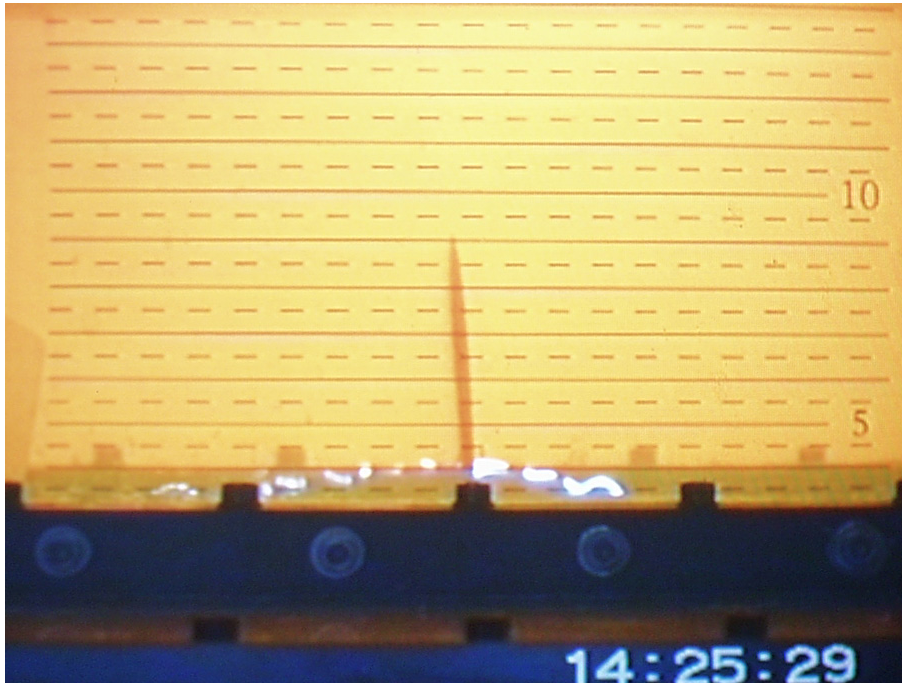


FIGURE 4.5: *Photo prise au début de la propagation de la fissure, ici en rouge. La photo a été prise après 19 s de propagation lors de l'expérience (22). La forme elliptique de la fissure y est nettement visible. Les chiffres qui apparaissent sur la droite de la photo permettent de mesurer la distance de propagation de la fissure en cm. Les tirés horizontaux sont espacés de 0,5 cm et ont une longueur de 0,5 cm.*

de son liquide. En conséquence, son épaisseur devient plus faible que pendant sa propagation. On observe également que la trace de la fissure à la surface de la gélatine est nettement plus faible que sa largeur : alors que la fissure est large de 20 à 30 cm suivant les expériences, sa trace en surface n'est que de 10 à 15 cm seulement.

### 4.3.2 Mesures expérimentales

Ces observations sont à corrélérer avec les données quantitatives obtenues dans les expériences. La première de ces données est la distance de propagation de la fissure en fonction du temps qui est obtenue grâce à l'enregistrement vidéo. La seconde donnée est la masse de liquide injectée dans la fissure en fonction du temps qui est mesurée par la balance et enregistrée par le PC. La FIGURE (4.10) représente la distance de propagation et la masse de liquide injectée en fonction du temps pour une expérience typique, ici l'expérience (24). La distance



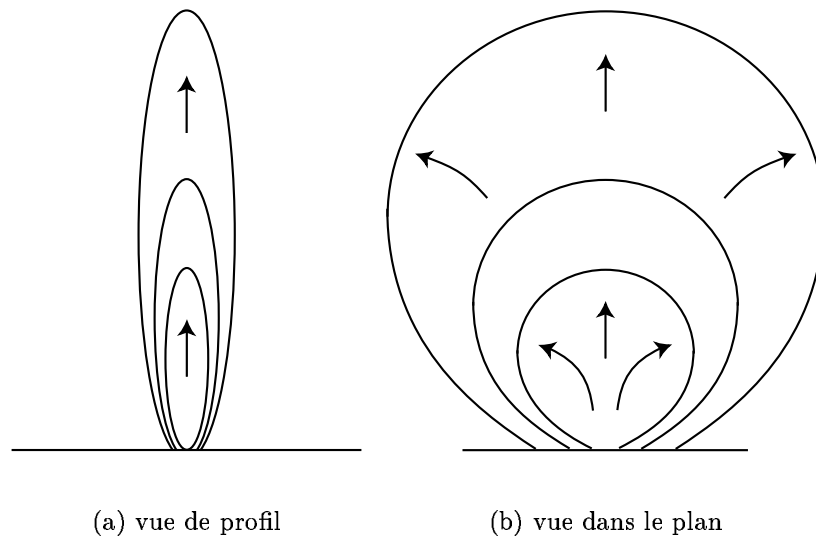


FIGURE 4.6: *Représentation schématique de la fissure durant les premiers instants de sa propagation. La propagation est radiale. L'épaisseur de la fissure vue de profil est volontairement exagérée.*

de propagation semble varier de manière linéaire avec le temps. Toutefois, une régression linéaire à travers l'ensemble des données mène à une interprétation erronée de la propagation de la fissure. Cela apparaît clairement lorsque l'on regarde l'évolution de la vitesse instantanée de la fissure au cours du temps. De même, la masse de liquide injecté dans la fissure semble varier linéairement avec le temps excepté durant les premiers instants de la propagation. Nous avons donc calculé la vitesse de propagation instantanée et le flux d'alimentation de la fissure en utilisant une régression linéaire sur 5 points. Le flux d'alimentation obtenu étant un flux de masse, nous l'avons divisé par la densité du liquide injecté afin d'obtenir un flux d'injection volumique, c'est-à-dire la variation du volume de la fissure au cours du temps. La FIGURE (4.11) représente la vitesse de la fissure et son flux d'alimentation au cours de sa propagation extraits de la FIGURE (4.10).

Ces résultats montrent clairement qu'il existe deux régimes distincts dans le cas d'une fissure se propageant depuis un réservoir sous pression constante. Ces deux régimes sont particulièrement visibles sur les données de flux. Pour l'expérience (24), la transition entre les deux régimes semble correspondre à une longueur de fissure de 10 cm environ. Cette longueur dite de transition varie d'une expérience à l'autre mais semble être comprise entre 10 et 15 cm environ. Le premier régime se caractérise par une vitesse décroissante et un flux croissant (FIGURE 4.11). Ainsi, le flux d'alimentation de la fissure augmente alors qu'elle se propage de moins en moins vite. Cela impose que la fissure est en train de gonfler ou bien en train de se propager latéralement au niveau de la source.



FIGURE 4.7: Photo prise lors de l'expérience (22) après 61 s de propagation. La fissure se caractérise par une tête plus épaisse que la queue. L'épaisseur de la tête est de 3 à 4 mm alors que l'épaisseur de la queue n'est que d'1 mm environ.

Il semble donc qu'il y ait un lien entre les mesures de flux et de vitesse dans cette première phase de croissance de la fissure et sa propagation initialement radiale. Le second régime se caractérise par une vitesse et un flux d'alimentation constant. Ce régime permanent ressemble au régime de propagation du "modèle de Lister". Toutefois, les conditions initiales sont totalement différentes dans le "modèle de Lister" et dans nos expériences. Dans le "modèle de Lister", le flux et la vitesse sont imposés constants et la forme de la fissure, si elle existe, est ensuite déterminée pour que ce régime permanent soit possible. Dans nos expériences, nous obtenons également un régime permanent, mais nous avons une indication supplémentaire : ce régime est atteint avec un flux croissant et, contrairement à ce qu'on pourrait penser *a priori*, avec une vitesse décroissante.

En résumé, nous observons donc que la fissure décélère continuellement avec un flux croissant jusqu'à ce que la fissure ait une longueur d'environ 10 à 15 cm (FIGURE 4.11). En outre, nous observons lors des expériences qu'initialement la fissure se propage radialement dans le plan vertical parallèle à la fissure (FIGURE 4.6). Au-delà d'environ 10 à 15 cm de propagation, le régime de propagation

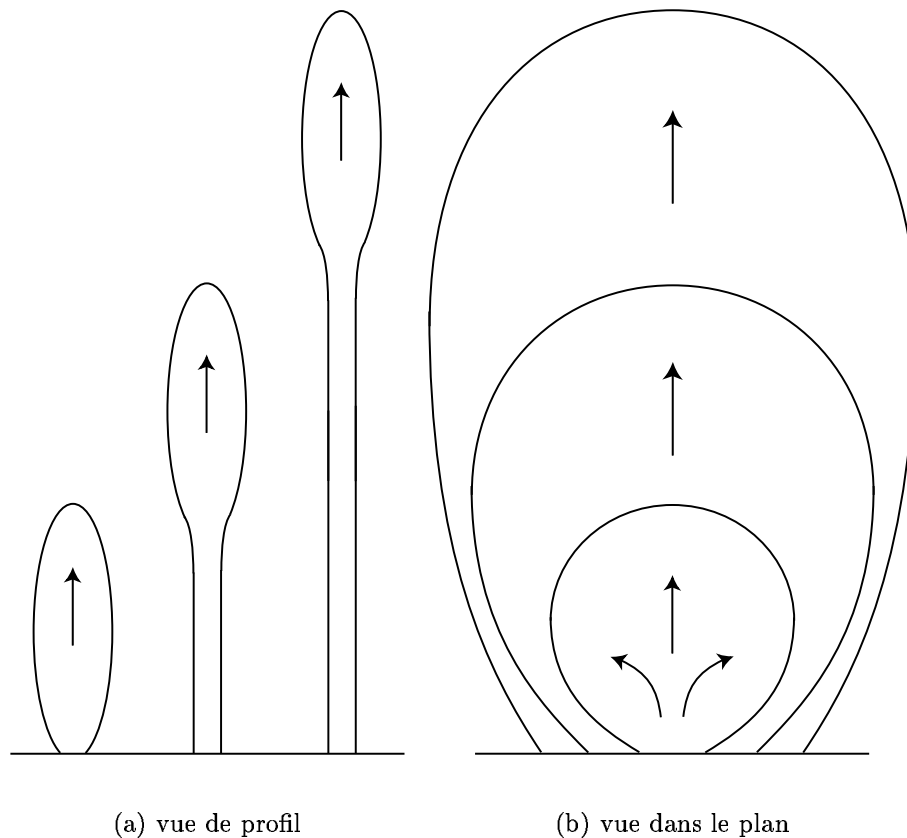


FIGURE 4.8: *Représentation schématique de la fissure au cours de sa propagation. Après un épisode de propagation radiale, la fissure se propage principalement verticalement. L'épaisseur de la fissure vue de profil est volontairement exagérée.*

change totalement. La fissure se propage principalement verticalement avec une vitesse et un flux d'alimentation constants (FIGURES 4.8 et 4.11). Comment expliquer ce changement de régime dans la propagation de la fissure ?

### 4.3.3 Les échelles de pression du problème

Nous reprenons ici l'analyse de Lister (1990a) et Lister & Kerr (1991) sur les différentes échelles de pression présentes dans le problème. La géométrie de la fissure est schématisée sur la FIGURE (4.12) où sont représentées sa hauteur  $h$ , sa largeur  $b$  et son épaisseur  $w$ . Lorsqu'on parle de longueur de fissure de manière non explicite, parce qu'une relation s'applique aussi bien à  $h$  qu'à  $b$  par exemple, elle est notée  $l$ .

Les échelles de pression sont au nombre de quatre. Deux échelles de pression sont motrices et favorisent la propagation de la fissure. Il s'agit de la pression

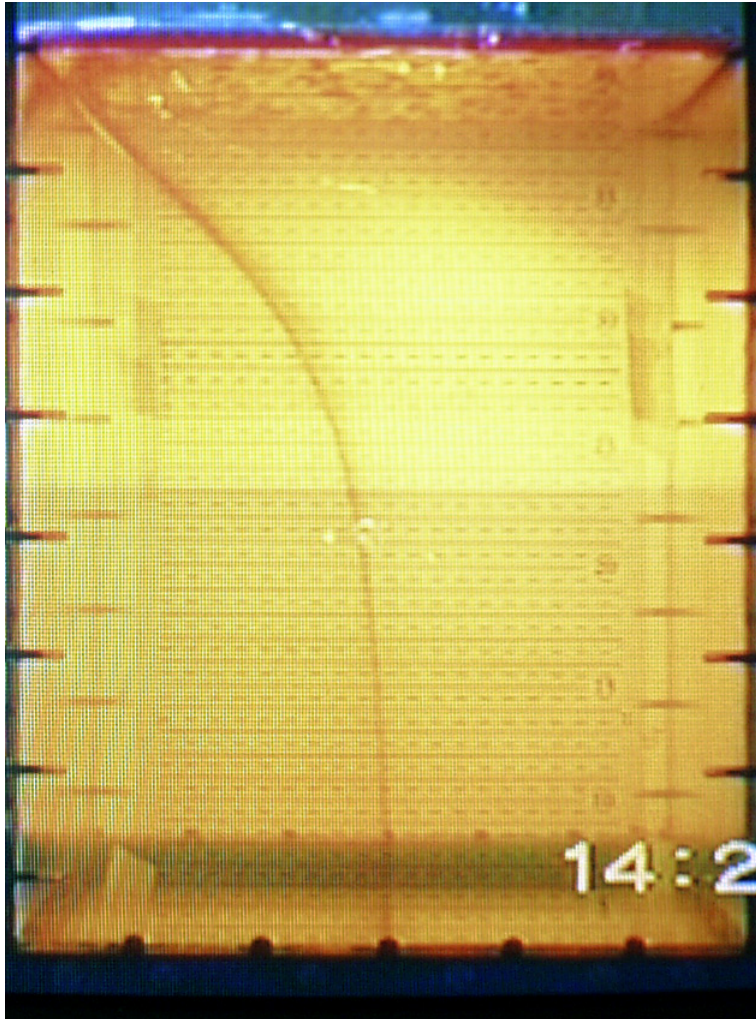
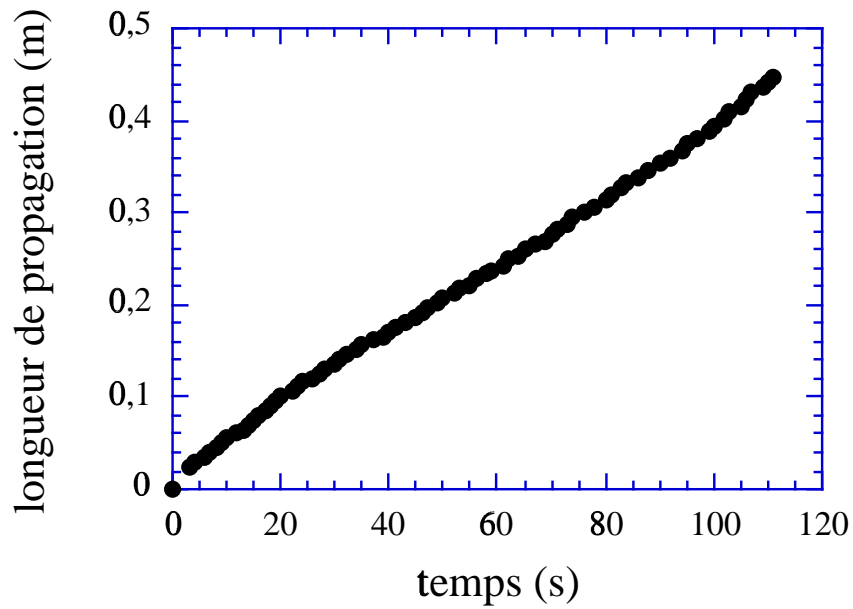
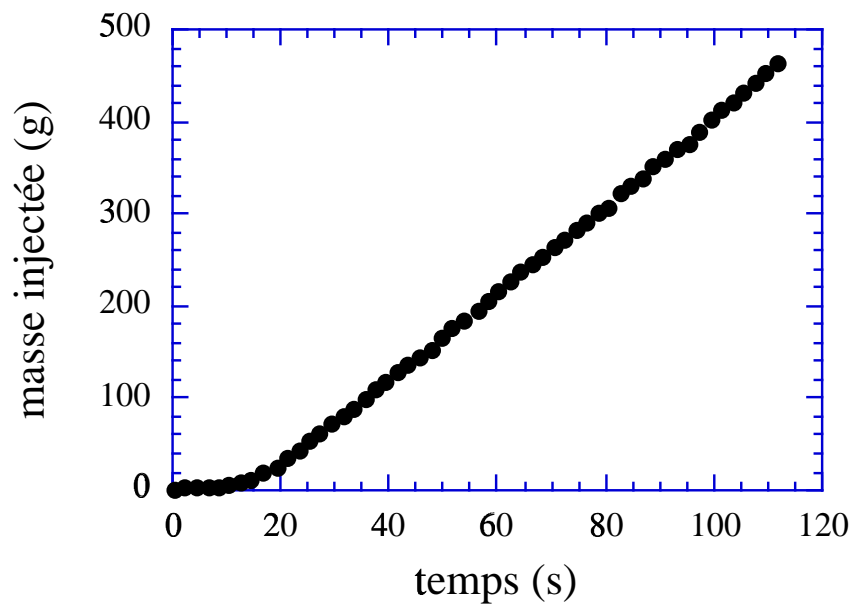


FIGURE 4.9: *photo de l'expérience (22) après que la fissure soit arrivée en surface. On voit nettement que la fissure a bifurqué vers la paroi de la cuve lorsqu'elle est arrivée à une hauteur d'environ 25 cm. La fissure semble avoir redresser sa course vers la verticale un peu avant d'arriver en surface. L'épaisseur de la fissure est plus faible qu'au cours de la propagation, à sa tête comme au niveau de sa queue : elle s'est vidée de son liquide, qui apparaît à la surface de la gélatine.*

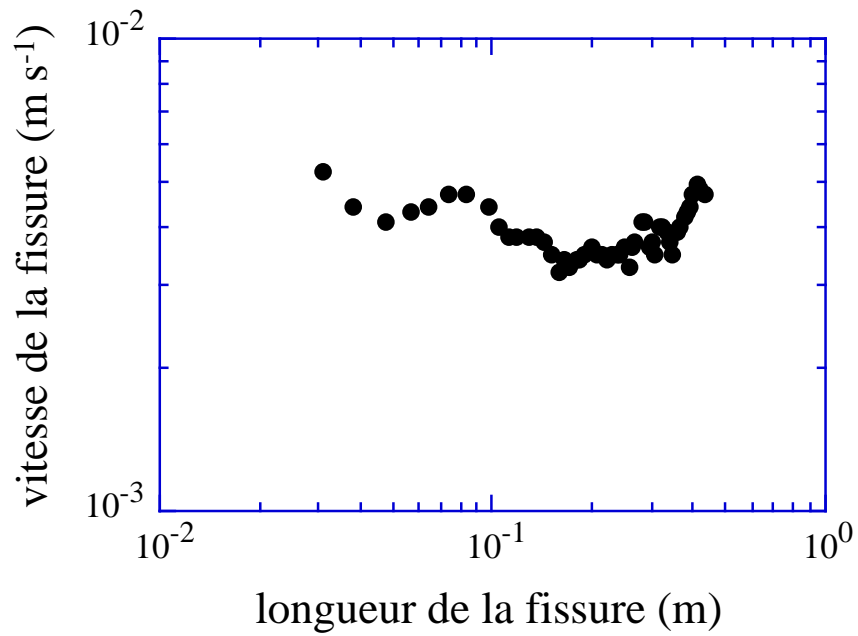


(a)

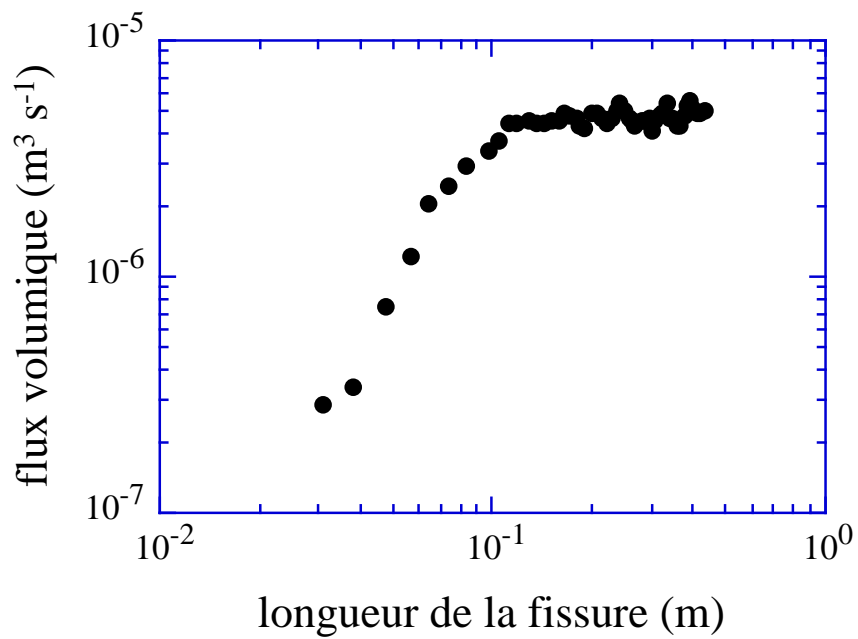


(b)

FIGURE 4.10: La distance de propagation de la fissure (a) et la masse de liquide injecté (b) en fonction du temps lors de l'expérience (24). La fissure est alimentée par un réservoir en surpression constante.



(a)



(b)

FIGURE 4.11: La vitesse (a) et le flux volumique (b) d'une fissure en fonction de sa longueur lors de l'expérience (24). Ces données sont extraites de la FIGURE (4.10). La fissure est alimentée par un réservoir en surpression constante.

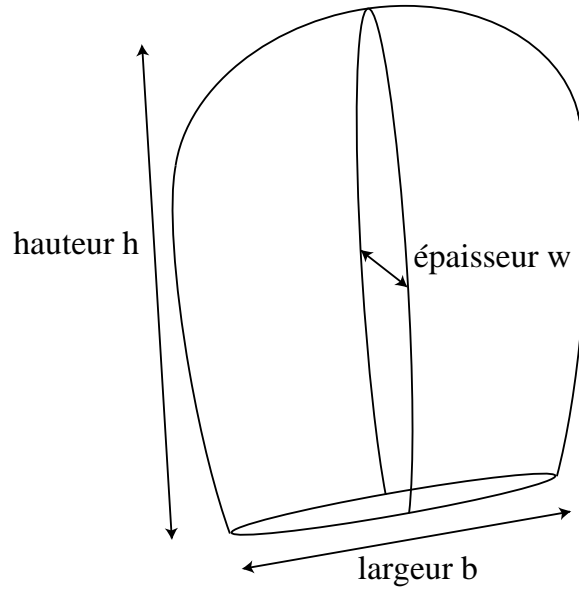


FIGURE 4.12: Diagramme schématisique de la fissure. La fissure a une hauteur  $h$ , une largeur  $b$  et une épaisseur  $w$  telles que  $w \ll b \leq h$ .

élastique  $P_e$  requise pour ouvrir la fissure

$$P_e \sim \frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{w}{l}, \quad (4.5)$$

où  $w$  est l'épaisseur de la fissure et  $l$  la plus petite des deux autres dimensions, et de la poussée d'Archimède  $P_h$  due à la flottabilité du liquide

$$P_h \sim \Delta\rho g h, \quad (4.6)$$

où  $h$  est la hauteur de la fissure et  $\Delta\rho$  est la différence de densité ( $\rho_g - \rho_l$ ). Les deux autres échelles de pression vont à l'encontre de la propagation. Il s'agit de la perte de charge visqueuse  $P_v$  due à l'écoulement visqueux du liquide dans la fissure

$$P_v \sim \frac{12\eta u l}{w^2}, \quad (4.7)$$

où  $\eta$  est la viscosité du liquide,  $u$  la vitesse moyenne de la fissure et  $l$  sa longueur, et enfin la pression de fracturation  $P_f$

$$P_f \sim \frac{K}{\sqrt{\pi l}}. \quad (4.8)$$

Cette dernière échelle de pression est celle qui est nécessaire au liquide pour avoir une singularité des contraintes à la pointe de la fissure d'amplitude  $K$  (Irwin,

1957). Il faut noter que les échelles de pression élastique (4.5) et de pression de fracturation (4.8) sont implicitement quasi-statiques d'un point de vue élastique. Bien qu'*a priori* on ne puisse pas les appliquer au problème dynamique de la propagation d'une fissure, nous justifions ultérieurement notre hypothèse.

#### 4.3.4 Régime initial de propagation

Initialement, nous observons que la fissure se propage radialement. Il semble donc qu'il n'y ait pas de direction privilégiée pour la propagation de la fissure, ce qui suggère que la poussée d'Archimède (4.6) est négligeable devant les autres échelles de pression. La taille initiale de la fissure est en effet très petite (1,5 cm). En outre, nous observons que sa vitesse de propagation est faible. Le liquide injecté dans la fissure est de l'eau, donc de faible viscosité ( $\eta = 10^{-3}$  Pa s). Dans ce cas, il est raisonnable de penser que la perte de charge visqueuse (4.7) est également négligeable devant les autres échelles de pression. Ainsi, une possibilité est que la propagation est initialement contrôlée par un équilibre entre la pression élastique  $P_e$  et la pression de fracturation  $P_f$ . Il faut noter que puisque la poussée d'Archimède est négligeable, la pression élastique motrice n'est autre que la surpression dans la source  $P_e = \Delta P_r$  :

$$\frac{E}{2(1-\nu^2)} \frac{w}{l} = \Delta P_r. \quad (4.9)$$

Ainsi la propagation serait contrôlée par l'équilibre entre  $\Delta P_r$  et  $P_f$ . Testons cette hypothèse. Nous allons supposé qu'au fur et à mesure que la fissure se propage, elle ajuste sa forme, de manière quasi-statique, afin que l'équilibre (4.9) soit réalisé. La fissure se propage sur une distance  $l$ . D'après nos observations, nous pouvons supposer qu'elle a une forme d'ellipsoïde de longueur et largeur  $l$  et d'épaisseur  $w$ . Son volume est donc :

$$V = \frac{4}{3}\pi \frac{w}{2} \frac{l^2}{4} = \frac{\pi w l^2}{6}. \quad (4.10)$$

L'épaisseur  $w$  de la fissure peut donc s'exprimer en fonction du volume :

$$w = \frac{6V}{\pi l^2}. \quad (4.11)$$

En injectant l'équation obtenue pour l'épaisseur dans l'équilibre (4.9), on obtient l'expression suivante pour le volume de la fissure :

$$V \sim \frac{(1-\nu^2)\pi \Delta P_r}{3E} l^3. \quad (4.12)$$

En dérivant cette expression par rapport au temps, on obtient le rapport du flux volumique  $q$  qui alimente la fissure sur la vitesse de propagation  $u$  :

$$\frac{q}{u} \sim \frac{(1-\nu^2)\pi \Delta P_r}{E} l^2. \quad (4.13)$$



Cette équation nous permet de tester notre hypothèse quasi-statique. La FIGURE (4.13) représente le rapport expérimental du flux sur la vitesse de la fissure pour différentes conditions initiales. Nos résultats expérimentaux semblent en

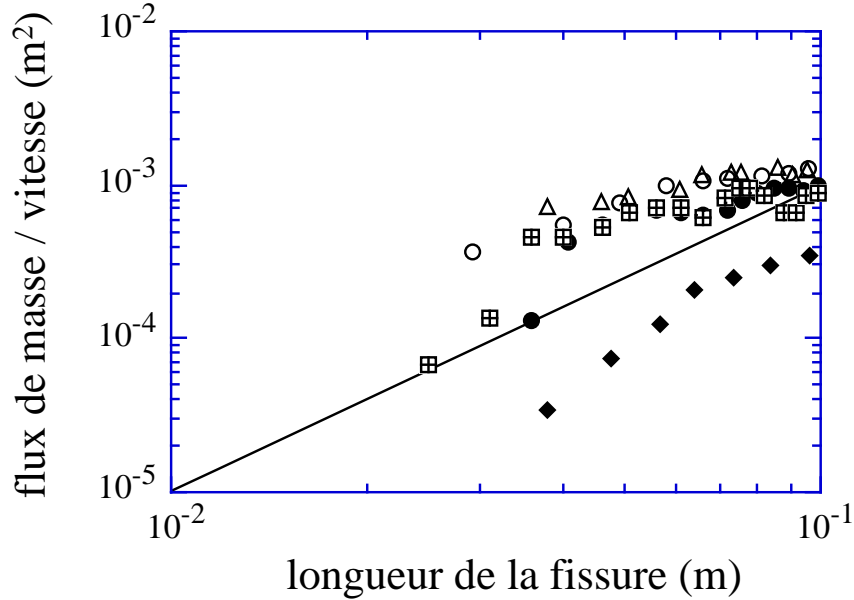


FIGURE 4.13: Rapport du flux volumique sur la vitesse de propagation de la fissure pour différentes gélatines. Chaque symbole correspond à une expérience. La courbe en trait plein représente la relation théorique  $\frac{q}{u} \propto l^2$ .

accord avec l'expression théorique (4.13). La propagation initiale peut donc être considérée comme quasi-statique.

Si on considère que la propagation s'effectue de manière quasi-statique et que la résistance à cette propagation provient des processus de fracturation, cela a pour conséquence que le facteur d'intensité des contraintes  $K$  augmente au cours de la propagation. Au démarrage de la propagation, le facteur d'intensité des contraintes est égal à la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine :

$$K \sim \Delta P_r \sqrt{\pi l_i} \sim K_c, \quad (4.14)$$

où  $l_i$  est la longueur initiale de la fissure, c'est-à-dire la hauteur de la lame métallique. La pression élastique, c'est-à-dire la surpression à la source, restant constante au cours de la propagation, le facteur d'intensité des contraintes à la pointe de la fissure augmente donc :

$$K \sim \Delta P_r \sqrt{\pi l} \propto l^{\frac{1}{2}}. \quad (4.15)$$

Durant le régime initial de propagation, le facteur d'intensité des contraintes est donc supérieur à la résistance à la fracture de la gélatine :

$$K \sim K_c \frac{\sqrt{l}}{\sqrt{l_i}} \geq K_c \quad (4.16)$$

Toutefois, malgré le fait que  $K$  augmente au cours de la propagation, on observe que la fissure décélère. Cela suggère donc que la résistance à la propagation, représentée par les processus de fracturation, n'est pas constante mais augmente lors de la propagation qui s'effectue de manière quasi-statique.

### 4.3.5 Régime de propagation stationnaire

Lorsque la fissure atteint une longueur d'environ 10 à 15 cm dans nos expériences, nous observons qu'un nouveau régime est établi où la vitesse et le flux de la fissure sont constants. Nous observons également que la propagation, initialement radiale, devient principalement verticale. Autrement dit, contrairement à ce qui se passait initialement, la fissure se propage avec une direction privilégiée dans ce second régime. Une possibilité pour cela est que la poussée d'Archimède  $P_h$  ne soit plus négligeable à partir d'une certaine hauteur de propagation et qu'elle impose à la fissure une propagation préférentiellement verticale. Au fur et à mesure que la fissure se propage, la poussée d'Archimède augmente. Finalement, lorsque la fissure atteint une hauteur critique

$$l_c \sim \frac{\Delta P_r}{\Delta \rho g}, \quad (4.17)$$

la poussée d'Archimède devient comparable à la surpression dans la source. À partir de ce moment, on peut raisonnablement penser que la propagation de la fissure devient contrôlée par le nouvel équilibre  $P_h \sim P_f$  :

$$\Delta \rho g l_c \sim \frac{K}{\sqrt{\pi l_c}}. \quad (4.18)$$

Ce serait donc le changement de pression motrice qui produirait le passage d'une propagation tridimensionnelle à une propagation bidimensionnelle. Une autre observation concerne la forme de la fissure.

Comme nous pouvons le voir sur la FIGURE (4.7), la fissure se propage avec une tête plus épaisse que sa queue. Nous proposons ici un nouveau régime de propagation qui explique le caractère stationnaire de la propagation ainsi que la forme de la fissure. Nous proposons que lorsque la pression d'Archimède devient supérieure à la surpression de la source, la fissure développe une tête bombée de longueur  $l_c$  (équation 4.17) et que c'est l'équilibre entre la poussée d'Archimède et la pression de fracturation présent dans la tête de la fissure qui contrôle la

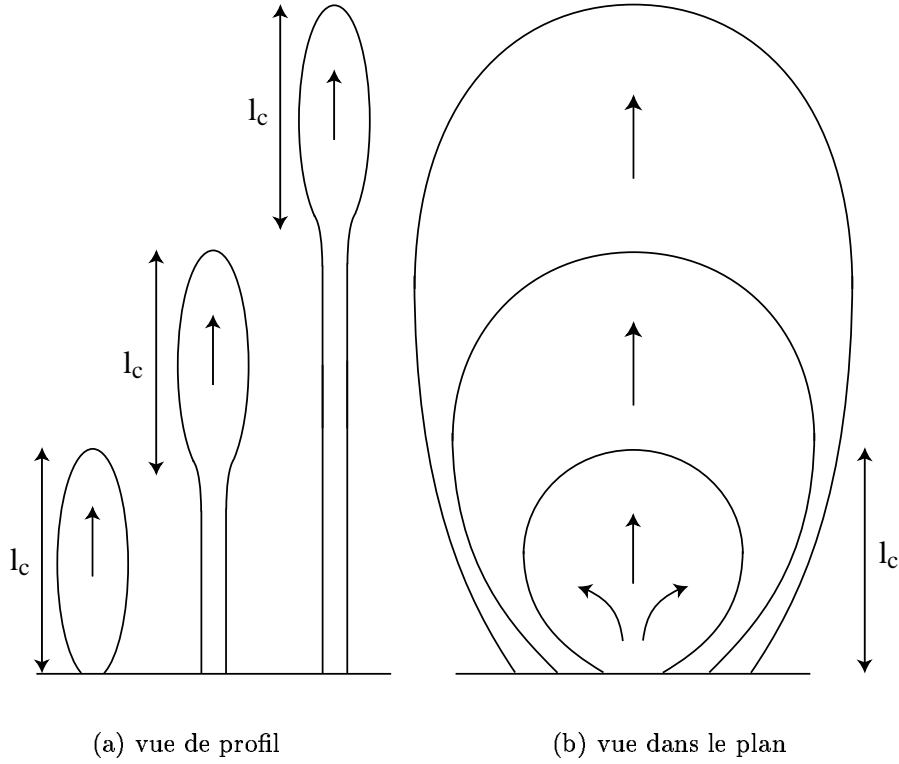


FIGURE 4.14: Représentation schématique de la propagation dans le régime permanent. Lorsque la fissure atteint une hauteur  $l_c$ , la poussée d'Archimède devient comparable à la surpression de la source. La fissure se propage alors verticalement en développant une tête bombée de longueur  $l_c$ . L'équilibre présent dans la tête entre la poussée d'Archimède et la pression de fracturation de la fissure contrôle la propagation.

propagation. Cette propagation est schématisée sur la FIGURE (4.14). Dans ce nouveau régime, lorsque la fissure atteint la longueur critique  $l_c$ , la poussée d'Archimède crée de façon quasi-statique un facteur d'intensité des contraintes  $K_t$  à la pointe de la fissure. Nous proposons que ce facteur d'intensité des contraintes  $K_t$  généré à la transition entre les deux régimes est maintenu constant tout au long de la propagation dans le régime stationnaire. La tête de la fissure a alors une épaisseur

$$w_c \sim \frac{\Delta P_r}{m} l_c \sim \frac{\Delta P_r^2}{m \Delta \rho g}. \quad (4.19)$$

Au cours de la propagation, cette tête bombée est suivie d'une queue plus mince la reliant à la source. D'après White (1974, p. 123), le flux en régime laminaire

à travers un conduit de section elliptique, de demi-axes  $a$  et  $b$ , est

$$q = \frac{\pi}{4\eta} (-\nabla p) \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2}, \quad (4.20)$$

où  $\nabla p$  est le gradient de pression qui crée l'écoulement. Le seul équilibre possible dans la queue de la fissure est un équilibre entre le gradient de perte de charge visqueuse et le gradient de la poussée d'Archimède :

$$\nabla p = -\Delta\rho g. \quad (4.21)$$

L'épaisseur  $w_s$  de la queue étant beaucoup plus petite que sa largeur, ou dimension horizontale,  $b$ , nous obtenons donc

$$w_s = \left[ \frac{64\eta q}{\pi b \Delta\rho g} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (4.22)$$

L'épaisseur de la queue à la source  $w_s$  (équation 4.22) s'ajuste donc pour que l'équilibre (4.21) soit maintenu. La queue alimente la fissure de manière totalement passive pendant que la poussée d'Archimède dans la tête de la fissure vainc la pression de fracturation. Dans ce nouveau régime, la propagation est stationnaire et nous supposons que la fracturation du solide est effectuée par la poussée d'Archimède de manière quasi-statique. Pour justifier notre hypothèse, nous allons calculer le facteur d'intensité des contraintes  $K_t$  à la transition entre les deux régimes de propagation ainsi que la hauteur critique  $l_c$ . À la transition, nous avons donc les deux équilibres (4.9) et (4.18) qui peuvent être respectivement réécrits

$$\frac{q}{u} \sim \frac{(1 - \nu^2) \sqrt{\pi} K_t}{E} l_c^{\frac{3}{2}}, \quad (4.23)$$

et

$$K_t \sim \sqrt{\pi} \Delta\rho g l_c^{\frac{3}{2}}. \quad (4.24)$$

Ce qui nous donne  $K_t$  et  $l_c$  en fonction du rapport  $\frac{q}{u}$  :

$$K_t \sim \left[ \frac{E \Delta\rho g}{(1 - \nu^2)} \frac{q}{u} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (4.25)$$

et

$$l_c \sim \left[ \frac{E}{(1 - \nu^2) \pi \Delta\rho g} \frac{q}{u} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (4.26)$$

Par ailleurs, la surpression  $\Delta P_r$  dans la fissure est maintenue constante pendant le régime initial. La relation (4.15), qui relie le facteur d'intensité des contraintes

$K$  à  $\Delta P_r$ , reste donc vérifiée en particulier au démarrage de la propagation et à la transition entre les deux régimes avec la même surpression  $\Delta P_r$  :

$$K_c \sim \Delta P_r \sqrt{\pi l_i}, \quad (4.27)$$

$$\text{et } K_t \sim \Delta P_r \sqrt{\pi l_c}, \quad (4.28)$$

où  $l_i$  est la hauteur initiale de la fissure. En combinant les équations (4.27) et (4.28) avec l'équation (4.17) pour  $l_c$ , le facteur d'intensité des contraintes à la transition entre les deux régimes peut s'écrire

$$K_t \sim \frac{K_c^{\frac{3}{2}}}{(\pi l_i)^{\frac{3}{4}} \sqrt{\Delta \rho g}}. \quad (4.29)$$

Nous avons vu dans le chapitre 2 que la résistance à la fracture  $K_c$  et le module d'Young  $E$  d'un solide élastique étaient reliés entre eux par la relation

$$K_c = \sqrt{G_c E}, \quad (4.30)$$

$G_c$  étant le taux de libération d'énergie de déformation élastique critique introduit par Griffith (1920) qui est une constante du solide élastique. Cette expression nous permet de récrire  $K_t$  :

$$K_t \sim \frac{G_c^{\frac{3}{4}}}{(\pi l_i)^{\frac{3}{4}} \sqrt{\Delta \rho g}} E^{\frac{3}{4}}. \quad (4.31)$$

Ainsi, si notre hypothèse d'une propagation quasi-statique est juste, le facteur d'intensité des contraintes à la transition entre les deux régimes doit être proportionnel au module d'Young :  $K_t \propto E^{\frac{3}{4}}$ . La FIGURE (4.15) représente le facteur d'intensité des contraintes  $K_t$ , calculé à partir des données du flux sur la vitesse à la transition des régimes (équation 4.25), en fonction du module d'Young  $E$  pour différentes expériences. La courbe en trait plein représente la relation quasi-statique  $K \propto E^{\frac{3}{4}}$ . La courbe passant au mieux parmi les points expérimentaux est

$$K_{t \text{ exp}} = 0,07 E^{0,75}, \quad (4.32)$$

ce qui justifie notre hypothèse quasi-statique. En outre, la FIGURE (4.16) compare la hauteur  $l_{c \text{ cal}}$ , issue du raisonnement que nous avons fait sur ce nouveau régime de propagation (équation 4.26), et la hauteur de transition  $l_{c \text{ exp}}$  de nos expériences, déterminée à l'aide des mesures du flux et de la vitesse de la fissure.  $l_{c \text{ exp}}$  est la longueur de la fissure à partir de laquelle le flux et la vitesse de la fissure deviennent stationnaires. Les points s'alignent correctement sur une droite de pente 1. Puisque le rapport du flux sur la vitesse est constant dans le second régime de propagation, la hauteur de la tête bombée de la fissure (équation 4.26)

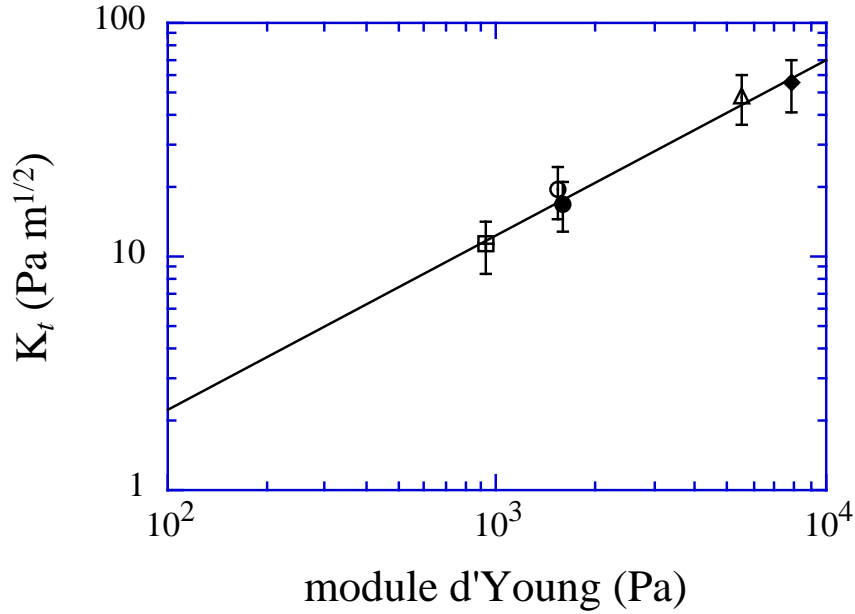


FIGURE 4.15: Le facteur d'intensité des contraintes  $K_t$  (équation 4.25) à la transition entre les deux régimes de propagation en fonction du module d'Young  $E$ . Chaque symbole représente une expérience. Les symboles utilisés sont identiques à ceux de la FIGURE (4.13). La courbe en trait plein représente la relation quasi-statique  $K \propto E^{3/4}$ .

et le facteur d'intensité des contraintes  $K_t$  à sa pointe (équation 4.25) restent constants dans ce régime. L'hypothèse quasi-statique que nous avons faite est donc vérifiée tout au long de la propagation dans le régime stationnaire. Ainsi, nos résultats expérimentaux semblent montrer qu'une fissure peut se propager de manière quasi-statique même si le facteur d'intensité des contraintes à sa pointe est supérieur à la résistance à la fracture du solide. D'après l'équation (4.16), qui exprime le rapport entre  $K$  et  $K_c$ , et l'équation (4.26) pour  $l_c$ , nous trouvons que le facteur d'intensité  $K_t$  à la transition entre les deux régimes peut atteindre 4 fois la valeur de  $K_c$  dans nos expériences.

Il est important de comprendre que, bien que l'on obtienne une fissure de forme similaire à celle du "modèle de Lister" qui se propage avec une vitesse et un flux constants, la propagation est radicalement différente dans les deux modèles. Dans le "modèle de Lister" le flux et la vitesse sont supposés constants. L'épaisseur de la fissure est ensuite déterminée, grâce à l'équilibre dans la queue de la fissure entre le gradient de pression visqueuse et le gradient de poussée d'Archimède, pour que le flux et la vitesse soient maintenus constants tout au long de la propagation. Dans notre modèle, au contraire, le flux et la vitesse

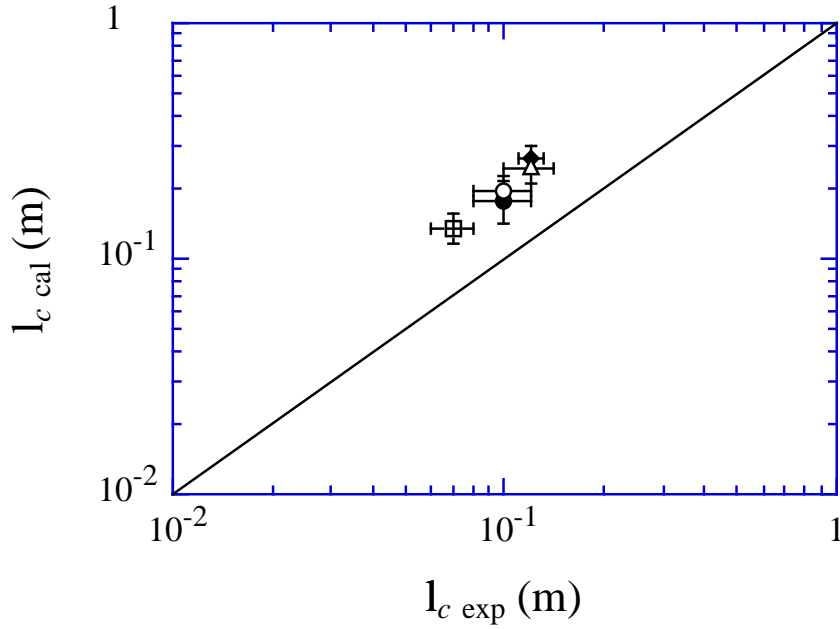


FIGURE 4.16: La hauteur  $l_{c \text{ cal}}$  donnée par l'équation (4.26) en fonction de la hauteur  $l_{c \text{ exp}}$  déterminée à l'aide des mesures du flux et de la vitesse de la fissure. Chaque symbole représente une expérience. Les symboles utilisés sont identiques à ceux de la FIGURE (4.13). La courbe en trait plein est la droite de pente 1.

sont déterminés par les conditions à la source. C'est en effet l'équilibre initial  $P_e = \Delta P_r \sim P_f$  qui régit l'évolution de la vitesse de la fissure ainsi que son flux d'alimentation. La vitesse et le flux sont ensuite fixés constants lorsque la fissure atteint la hauteur critique  $l_c$ . Cette hauteur de fissure critique  $l_c$  est la hauteur pour laquelle la poussée d'Archimède devient égale à la surpression dans la source ; elle définit la transition entre un régime de propagation initial, non stationnaire, où  $\Delta P_r \sim P_f$ , et un régime de propagation quasi-statique, stationnaire, où  $P_h \sim P_f$  dans la tête de la fissure. Dans ce régime stationnaire, le facteur d'intensité des contraintes  $K_t$  à sa pointe reste constant et est défini par l'équation (4.31). La propagation étant quasi-statique d'un point de vue élastique, on peut donc également écrire le facteur d'intensité des contraintes sous la forme

$$K_t \sim \sqrt{G E}, \quad (4.33)$$

où  $G$  est le taux de libération d'énergie de déformation élastique au cours de la propagation. Tout comme  $K_t$ ,  $G$  reste constant durant la propagation en régime stationnaire. Au démarrage de la propagation

$$K_c = \sqrt{G_c E} \sim \Delta P_r \sqrt{\pi l_i} = \text{constante}. \quad (4.34)$$

En combinant les équation (4.31), (4.33) et (4.34), on obtient l'expression suivante pour  $G$  :

$$G \sim \frac{G_c}{\pi} \frac{\Delta P_r}{\Delta \rho g l_i} \sim \frac{G_c}{\pi} \frac{l_c}{l_i}. \quad (4.35)$$

Le taux de libération d'énergie de déformation élastique lors de la propagation en régime stationnaire est une fonction de  $G_c$  et du rapport  $\frac{\Delta P_r}{\Delta \rho g l_i}$ . Pour un matériau donné, caractérisé par une valeur de  $G_c$  particulière,  $G$  est une fonction du rapport entre la surpression de la source et la poussée d'Archimède présente dans la fissure initiale. La valeur de  $G$  dans le régime stationnaire dépend donc des conditions initiales à la source. La propagation de la fissure, et par conséquent le flux et la vitesse, est donc contrôlée par les conditions à la source même dans le régime stationnaire.

Il est intéressant de remarquer que nous retrouvons ici le résultat de Weertman (1971a) : lorsque la poussée d'Archimède n'est plus négligeable et devient l'échelle de pression dominante, la taille de la tête de la fissure est fixée. Par contre, contrairement à Weertman (1971b), nous trouvons que la propagation s'effectue à une vitesse constante. Cela est dû à l'incohérence que Weertman introduit dans son approche. Il suppose, en effet, que la vitesse de la fissure est conditionnée par la vitesse du fluide qu'elle contient. Il tient donc compte des frottements visqueux engendrés par le liquide. Mais il garde également constant le volume de la fissure. Or il n'est pas possible d'évacuer totalement le liquide visqueux de la queue de la fissure lorsque celle-ci se referme. Autrement dit, Weertman tient compte de la viscosité du liquide dans la partie la plus large de la fissure pour déterminer sa vitesse de propagation mais la néglige totalement dans la partie la plus étroite pour garder le volume constant. Ici, nous montrons que les frottements visqueux conditionnent uniquement l'épaisseur de la queue de la fissure qui alimente passivement la tête. C'est la tête de la fissure qui contrôle entièrement la propagation.

Enfin, il faut souligner que nous n'avons pas tenu compte des effets de bords dans notre analyse. Or il est clair que ces effets de bords influent sur la propagation de la fissure (FIGURE 4.9). D'après Mériaux & Jaupart (1998), l'influence des effets de bords dépend du rapport d'aspect du solide — rapport de sa demi-largeur sur sa hauteur. D'après ces auteurs, il semble que les effets de bords soient indépendants du rapport d'aspect lorsque ce dernier est inférieur à 0,5. Dans nos expériences, la gélatine a un rapport d'aspect de 0,3. En outre, ces mêmes auteurs montrent que les effets de bords semblent négligeables tant que la fissure n'a pas parcouru un tiers de la hauteur du solide. Dans nos expériences, la transition entre les régimes a toujours eu lieu avant cette limite. Nous pensons donc que les effets de bords n'ont une influence sur la propagation qu'une fois le régime permanent établi.



## 4.4 Contexte géologique

### 4.4.1 Incertitudes sur la résistance à la fracture

Peut-on transposer directement notre modèle à la propagation des dykes ? Alors que les expériences de laboratoires qui utilisent la gélatine ne peuvent s'affranchir des phénomènes de fracturation (Lister & Kerr, 1991), nous avons vu au chapitre 1 que le débat était toujours ouvert quant à la véritable importance de la résistance à la fracture sur la propagation des dykes. D'après la compilation

Roche	Résistance à la fracture $K_c$ (MPa m <sup>1/2</sup> )
Sandstone	0,06–2,53
Limestone	0,37–2,01
Micrite	1,01
Marbre	0,64–1,39
Granite	0,59–2,5
Gabbro	0,84–2,88
Dolérite	3,28
Basalte	2,50–2,58
Toléiite	0,87
Dunite	1,39–3,74
Siltstone	1,04–1,37
Shale	0,61–1,34

TABLEAU 4.2: *Résistances à la fracture à pression atmosphérique pour différentes roches (d'après Atkinson (1984, Table 2)).*

réalisée par Atkinson (1984) des résistances à la fracture  $K_c$  déterminées en laboratoire pour différentes roches (TABLEAU 4.2), on observe que ces valeurs sont toutes comparables et relativement faibles :  $K_c \sim 1$  MPa m<sup>1/2</sup> quelque soit le type de roches. Par contre, les estimations de  $K_c$  obtenues d'après le terrain et rapportées par Heimpel & Olson (1994) (TABLEAU 4.3) sont supérieures à celles mesurées en laboratoire de 2 à 3 ordres de grandeur. La pression estimée nécessaire pour fracturer la roche varie donc d'un facteur  $10^2$ – $10^3$  suivant que la résistance à la fracture est mesurée en laboratoire ou calculée à partir de données de terrain.

Cela n'est pas sans conséquence sur l'échelle de pression que l'on doit considérer comme celle qui s'oppose à la propagation. Si on compare  $P_f$  et  $P_v$ , ces deux

Roche encaissante/Magma	$K_c$ (MPa m $^{\frac{1}{2}}$ )	Référence
Granite/Rhyolite	1 000	Reches & Fink (1988)
Ignée/Basalte-Andésite	700	McDonnald <i>et al.</i> (1988)
Shale/Minette	$\sim 100$	Delaney & Pollard (1981)
Sédimentaire/Lamprophyre	1 300	Pollard & Muller (1976)

TABLEAU 4.3: Résistances à la fracture estimées à l'aide de l'équation (1.23) (d'après Heimpel & Olson (1994, Table 3)).

échelles de pression sont équivalentes lorsque le dyke a une longueur

$$l \sim \left( \frac{K w^2}{12 \sqrt{\pi} \eta u} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (4.36)$$

Prenons un dyke typique de Hawaii de largeur  $w = 1$  m. D'après les mesures sismiques, une vitesse typique est  $u \sim 1$  m s $^{-1}$ . La viscosité d'un basalte étant d'environ 100 Pa s,  $P_v \sim P_f$  si la longueur du dyke

$$l \sim 6 \cdot 10^{-3} K^{\frac{2}{3}}. \quad (4.37)$$

Si on suppose que le facteur d'intensité des contraintes  $K$  est du même ordre de grandeur que la résistance à la fracture  $K_c$ , alors pour une valeur moyenne mesurée en laboratoire  $K_c = 1$  MPa m $^{\frac{1}{2}}$  (TABLEAU 4.2), on obtient  $l \sim 60$  m. Pour une valeur moyenne estimée d'après le terrain  $K_c = 500$  MPa m $^{\frac{1}{2}}$  (TABLEAU 4.3), la longueur critique est  $l \sim 3,8$  km.

Ainsi, suivant la valeur admise pour la résistance à la fracture des roches, l'échelle de pression qui s'oppose à la propagation d'un dyke peut être la pression visqueuse  $P_v$ . On peut toutefois faire plusieurs remarques. La première est que la roche encaissante doit initialement être fracturée pour qu'un dyke puisse se propager. Si on considère que la roche encaissante ne possède pas de zone de faiblesse majeure, une faille par exemple, alors un dyke ne peut pas se propager tant que la résistance à la fracture de la roche n'a pas été atteinte. Par conséquent, tant que la roche n'a pas été fracturée, la vitesse de propagation d'un dyke est nulle. Cela signifie que la pression visqueuse  $P_v$  est négligeable devant la pression de fracturation  $P_f$ . La seconde remarque est que nos expériences montrent que dès qu'une fracture se propage grâce à un équilibre entre la surpression à la source et la pression de fracturation, sa vitesse de propagation décroît. Par contre, son épaisseur augmente puisqu'elle incorpore de plus en plus de liquide tout en maintenant sa surpression constante. Ainsi, la vitesse et l'épaisseur de la fissure concourent toutes les deux à abaisser la perte de charge visqueuse lors de sa propagation. Il est donc clair que dès que la propagation d'un dyke est contrôlée par les processus de fracturation, la viscosité du liquide magmatique ne joue plus

qu'un rôle passif. Elle contrôle uniquement l'épaisseur de la queue du dyke qui alimente la tête. Nous pensons donc que la perte de charge visqueuse ne peut pas contrôler la propagation des dykes et que c'est au contraire la résistance à la fracturation qui en est le facteur déterminant. Dans le cas où la roche encaissante possède des discontinuités, telle que des zones de fractures préexistantes, les choses peuvent être différentes. En effet la résistance à la fracture de telles zones est plus faible qu'ailleurs et la perte de charge visqueuse peut devenir l'échelle de pression qui domine la propagation du dyke. Nos résultats et cette discussion mettent clairement en évidence la question cruciale : quelle est la véritable résistance à la fracture pour des roches qui entourent un dyke ? Celle-ci semble être le paramètre clef pour déterminer le régime de propagation du dyke.

#### 4.4.2 Implications géologiques

Lorsque la hauteur d'un dyke est supérieure à  $l_c$ , le flux et la vitesse du dyke restent constants. Le rapport du flux sur la vitesse reste donc constant après la transition entre les régimes. À la transition, les deux équilibres  $\Delta P_r \sim P_f$  et  $P_h \sim P_f$  sont réalisés. Le rapport du flux sur la vitesse dans le régime quasi-statique se détermine donc en injectant les expressions de  $K_t$  et  $l_c$  (équations 4.25 et 4.26) dans l'équilibre initial  $\Delta P_r \sim P_f$ , ce qui nous permet de l'exprimer en fonction de la surpression dans la source  $\Delta P_r$  :

$$\frac{q}{u} \sim \frac{\pi \Delta P_r^3}{2 m (\Delta \rho g)^2}, \quad (4.38)$$

où  $m = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$  est la rigidité de la lithosphère terrestre. Ce rapport du flux sur la vitesse n'est autre que l'aire de la coupe horizontale d'un dyke se propageant dans le régime quasi-statique. Si cette superficie est connue, l'équation (4.38) nous permet de déterminer la surpression  $\Delta P_r$  dans la source qui alimente le dyke. La FIGURE (4.17) représente l'équation (4.38). Des valeurs raisonnables de rigidité et de contraste de densités pour la lithosphère terrestre sont  $m = 20$  GPa et  $\Delta \rho = 300$  kg m<sup>3</sup>. La superficie d'affleurements typiques d'Hawaii et de l'essaim de dykes de MacKenzie a été approximativement représentée sur la FIGURE (4.17) à l'aide d'ellipses. On a supposé qu'un dyke à Hawaii a une épaisseur moyenne de 1 m et une largeur typique (longueur mesurée à l'affleurement) de 1 à 10 km. Dans l'essaim de dykes de MacKenzie, l'épaisseur moyenne des dykes est de 30 m et ils s'étendent sur plus de 2 000 km à travers le bouclier canadien (Fahrig, 1987) ; une largeur typique de 100 à 1 000 km a été prise. On suppose que les affleurements considérés correspondent à des dykes dont la propagation a eu lieu dans le régime quasi-statique. La relation entre l'affleurement d'un dyke et la hauteur de transition entre les deux régimes de propagation est représentée sur la FIGURE (4.18). Les superficies d'affleurements typiques ainsi que les surpressions dans le réservoir et les hauteurs de transitions calculées à l'aide des équations (4.26) et (4.38) sont données dans le TABLEAU (4.4).

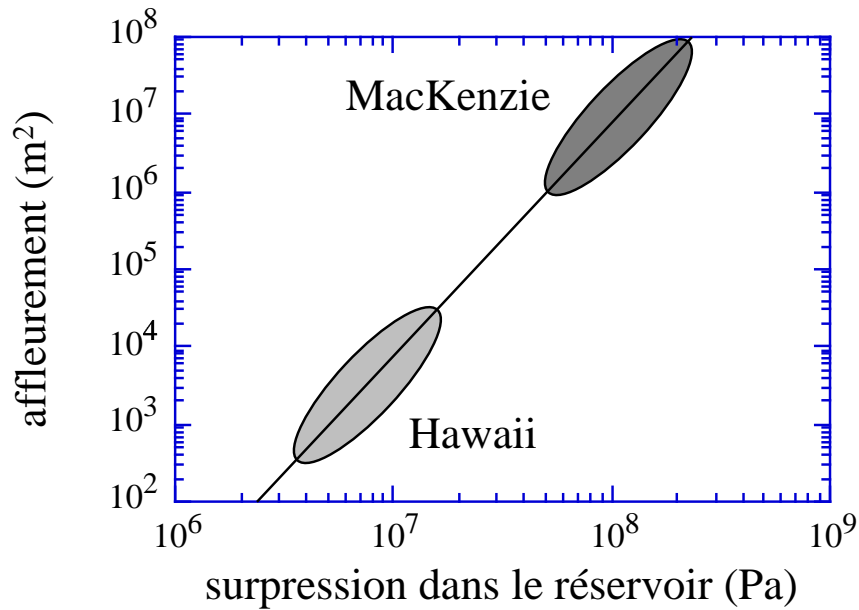


FIGURE 4.17: La superficie de la coupe horizontale d'un dyke en fonction de la surpression dans la source (équation 4.38).  $m = 20 \text{ GPa}$  et  $\Delta\rho = 300 \text{ kg m}^{-3}$ . Les superficies estimées des dykes à Hawaii et dans l'essai de MacKenzie sont représentés par des ellipses.

### Hawaii

Le sommet de la chambre magmatique sous le volcan Kilauea à Hawaii est estimé à 1,5 km de profondeur (Ryan *et al.*, 1981; Rubin & Pollard, 1987). Cette profondeur est comparable à notre estimation pour la hauteur  $l_c$  nécessaire à un dyke pour se propager dans le régime quasi-statique. En outre, la différence de densité entre le magma et la roche encaissante croît avec la profondeur : elle est négative en surface, neutre ( $\rho_s \sim \rho_l$ ) à une profondeur comprise entre 1 et 3 km et devient positive au-delà (Ryan, 1994, chap. 6). Le contraste de densités pour les dykes, s'il est positif, est donc inférieur à  $300 \text{ kg m}^{-3}$  et la hauteur de transition  $l_c$  est supérieure à notre estimation de 2 à 4 km (TABLEAU 4.4). Les dykes à Hawaii ne sont donc très probablement pas stationnaires et se propagent vraisemblablement avec des vitesses et des flux non constants.

### MacKenzie

L'origine de l'essai de dykes de MacKenzie serait due à un panache mantellique créant l'ouverture d'un océan, aujourd'hui refermé (Fahrig, 1987). Il se serait mis en place il y a 1,27 milliard d'années sur une période de temps n'excédant

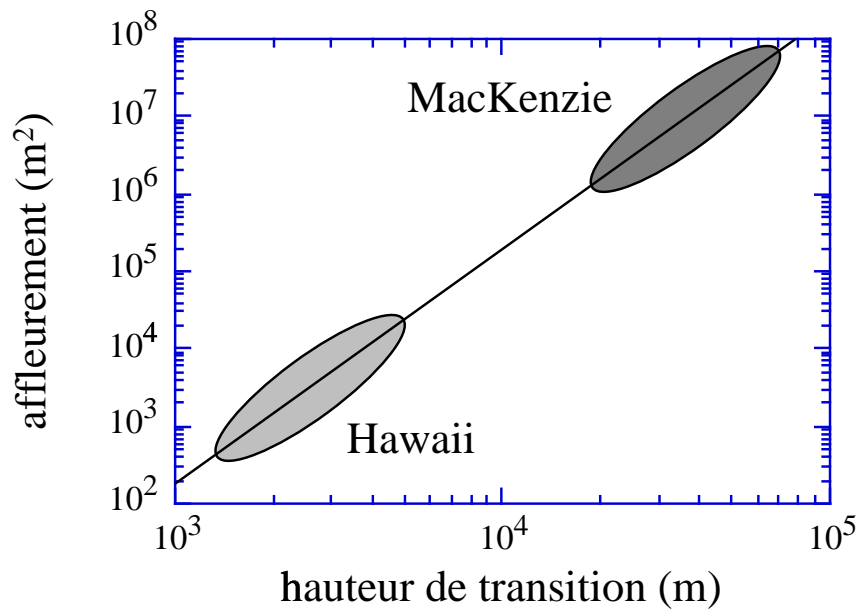


FIGURE 4.18: La superficie de la coupe horizontale d'un dyke en fonction de la hauteur de transition entre les deux régimes de propagation (équation 4.26).  $m = 20 \text{ GPa}$  et  $\Delta\rho = 300 \text{ kg m}^3$ . Les superficies estimées des dykes à Hawaii et dans l'essai de MacKenzie sont représentés par des ellipses.

pas 5 millions d'années (LeCheminant & Heaman, 1989). Ces auteurs pensent que la tête du panache mantellique avait un diamètre d'au moins 1 000 km. Cette estimation est corroborée par les résultats de Ernst & Baragar (1992), qui ont étudié les directions d'écoulement des dykes par des mesures de l'anisotropie de susceptibilité magnétique. Leur étude révèle que l'écoulement des dykes est vertical dans un rayon de 500 km autour du point focal de l'essai, et qu'il devient horizontal au-delà. Un tel magmatisme aurait entraîné un amincissement crustal important. Cet amincissement n'est pas quantifiable. Il est donc difficile de comparer l'épaisseur de lithosphère traversée par les dykes à notre hauteur de transition de régimes estimée entre 24 et 51 km (TABLEAU 4.4). Toutefois, la présence de sills concomitants (LeCheminant & Heaman, 1989) et l'indication d'écoulements horizontaux dans les dykes (Ernst & Baragar, 1992) suggèrent plutôt une propagation dominée par la surpression dans la tête du panache que par la flottabilité du magma.

Paramètre	Hawaii	MacKenzie
Superficie de l'affleurement ( $m^2$ )	$10^3-10^4$	$3 \cdot 10^6-3 \cdot 10^7$
Surpression dans le réservoir (bars)	48-104	691-1 489
Hauteur de transition (km)	2-4	24-51

TABLEAU 4.4: *Surpression dans le réservoir et hauteur de transition de régimes estimées pour Hawaii et l'essaim de dykes de MacKenzie.*

## 4.5 Conclusion

La propagation d'un dyke alimenté par un réservoir en surpression constante se caractérise donc par deux régimes. Dans un premier régime, non stationnaire, la propagation est contrôlée par un équilibre entre la surpression à la source et la pression de fracturation. Cette propagation s'effectue avec un flux croissant et une vitesse décroissante. Lorsque la poussée d'Archimède n'est plus négligeable devant la surpression du réservoir, un second régime se met en place. Le dyke développe alors une tête bombée dans laquelle la poussée d'Archimède équilibre la pression de fracturation. La propagation devient alors stationnaire avec un flux et une vitesse constants, leur valeur étant fixées à la transition entre les deux régimes. Le taux de libération d'énergie de déformation élastique  $G$  lors de la propagation en régime stationnaire dépend du rapport entre la surpression de la source et la poussée d'Archimède présente dans la fissure initiale :

$$G \sim \frac{G_c}{\pi} \frac{\Delta P_r}{\Delta \rho g l_i}. \quad (4.39)$$

Ainsi, la propagation — donc le flux et la vitesse — est contrôlée par les conditions initiales à la source même dans le régime stationnaire. Nos expériences montrent également que les phénomènes de fracturation s'effectuent de manière quasi-statique même lorsque le facteur d'intensité des contraintes à sa pointe est supérieur à la résistance à la fracture du solide environnant. Contrairement aux modèles proposées par les précédentes études, nos expériences suggèrent donc que ce sont les processus de fracturation et les conditions à la source qui conditionnent la propagation des dykes. En outre, notre modèle suggère que le régime stationnaire peut être difficilement atteint par des dykes mafiques.

# Chapitre 5

## Exsolution de volatiles pendant la propagation d'une fissure

### 5.1 Problématique

Il est fréquemment observé que de grosses éruptions explosives sont précédées d'éruptions de volume et d'intensité plus faibles, que l'on appelle éruptions précurseurs. C'est le cas, par exemple, pour l'éruption Minoène de Santorin, dans les Cyclades en Grèce, qui a eu lieu vers 1500 avant J.C. L'éruption Minoène a débutée par une phase plinienne qui a déposée des ponces sur près de 6 m d'épaisseur par endroit (Heiken & McKoy, 1984). Heiken & McKoy ont également remarqué que de fines couches de cendres sont présentes à la base de ce dépôt plinien. Ces couches de cendres ne sont pas présentes sur toute l'île, ce qui suggère une surface de dépôt limitée, et leur épaisseur est comprise entre 1 et 4 cm. Heiken & McKoy interprètent ces couches de cendres comme les dépôts d'une petite éruption phréatique qui aurait précédée l'éruption Minoène. Des couches de cendres similaires ont également été observées à la base des dépôts pliniens des deux éruptions du Glacier Peak, dans le Cascade Range au nord ouest des États Unis, qui se sont produites au Pléistocène Supérieur (Gardner *et al.*, 1998). Les deux éruptions pliniennes ont éjecté chacune entre 6 et 6,5 km<sup>3</sup> de tephra. À la base de ces dépôts pliniens, notés G et B respectivement par Gardner *et al.*, plusieurs couches de cendres ont été répertoriées : jusqu'à 5 couches, notées I, à la base du dépôt G, et jusqu'à 7 couches, notées N+C+F, à la base du dépôt B. Le volume des couches de cendres I est 100 fois plus faible que le volume du dépôt plinien G et le volume des couches N+C+F est 20 fois plus faible que le volume du dépôt B. Leur surface de dépôt est également plus faible. D'après Gardner *et al.*, ces dépôts de cendres seraient dûs à plusieurs éruptions qui se seraient succédées, au moins pour les couches N+C+F, sur un intervalle de temps maximal de 200 ans. Gardner *et al.* pensent que ces couches de

cendres correspondent à deux séquences d'éruptions précurseurs qui initialement phréatiques ou phréatomagmatiques seraient devenues principalement magmatiques à la fin de chaque séquence. Plus récemment, l'éruption climatique du Pinatubo du 15 juin 1991 aux Philippines, a été précédée d'environ 2 mois d'activité précurseur caractérisée par de petites éruptions explosives libérant du gaz et des cendres (Paladio-Melosantos *et al.*, 1996). Le volume de tephra éjecté lors de ces éruptions précurseurs est nettement plus faible que celui de l'éruption climatique du 15 juin : alors qu'environ 500 km<sup>2</sup> de l'île ont reçu des cendres entre le 2 avril et le 12 juin, l'éruption plinienne du 15 juin a affecté une surface totale de près de 4 millions de km<sup>2</sup> soit 4 ordres de grandeur de différence pour la superficie des dépôts (Paladio-Melosantos *et al.*, 1996). Lors de l'activité précurseur, de fortes émissions de SO<sub>2</sub> ont été mesurées avec un taux croissant qui semble corrélérer avec la migration du magma sous le volcan (Daag *et al.*, 1996). En outre, l'activité sismique associée aux éruptions précurseurs révèle des séismes, d'origine volcano-tectonique ou tectonique, dont les hypocentres se trouvent initialement à une profondeur d'environ 5 km (Harlow *et al.*, 1996). Par la suite, à partir de la fin mai, les hypocentres de ces séismes se sont rapprochés de la surface. Des séismes beaucoup plus profonds (30–35 km de profondeur) et de signatures différentes ont également été enregistrés (White, 1996) à partir du 26 mai. White associe ces séismes profonds à l'injection de magma basaltique, contenant des volatiles exsolvés, dans une chambre magmatique de composition plus dacitique. L'ensemble de ces enregistrements sismiques semblent donc montrer qu'il existe un lien indirect entre les éruptions précurseurs et la source magmatique. En effet, les mouvements magmatiques ne sont perçus que vers la fin mai alors que les éruptions précurseurs et les émanations de soufre commencent dès le début du mois d'avril.

Une origine possible pour ces éruptions précurseurs, est qu'une poche de gaz s'échappe d'un dyke, par exemple, ou d'un conduit magmatique, et arrive en surface avant le dyke qui créerait l'éruption magmatique proprement dite. En effet, l'une des particularités d'une fissure remplie d'un liquide visqueux est que le fluide ne remplit pas complètement la fissure : il existe toujours une partie non mouillée aux extrémités de la fissure car le rétrécissement de la fissure à sa pointe provoque une chute dramatique de la pression (Barenblatt, 1962). Les magmas contiennent des volatiles dissous, principalement de l'eau et du dioxyde de carbone. L'hypothèse a donc été émise que la pointe non mouillée d'un dyke est occupée par les volatiles exsolvés par cette chute de pression (Lister, 1990b). En outre, au fur et à mesure qu'un dyke se propage vers la surface, il se rapproche du niveau de saturation des volatiles dans le magma. On s'attend donc à ce que le volume de la phase gazeuse augmente lors de la propagation. Dans une étude théorique, Lister (1990b) a montré que, à cause de sa flottabilité importante, le principal effet de la phase gazeuse est de changer la forme de la pointe de la fissure : une tête fortement bombée se crée et la fissure se rétrécit entre la phase gazeuse et la phase liquide. À cause de leur très faible viscosité,



les volatiles ne sont pas capables de générer un gradient de pression visqueuse suffisant pour s'opposer à ce rétrécissement. Dans cette étude, Lister montre qu'il est mathématiquement possible d'obtenir une épaisseur de fissure négative entre la phase gazeuse et la phase liquide. Une épaisseur de fissure négative n'ayant aucun sens physique, cela suggère qu'une séparation des deux phases semble possible. Cependant, dans cette étude, Lister impose que la fissure se propage avec une vitesse et un flux d'alimentation constants. Or nous venons de voir dans le chapitre 4 que cela n'est pas forcément vrai. Nous avons donc réalisé des expériences de laboratoire afin de mesurer les caractéristiques de la propagation d'un dyke avec une poche de gaz à son extrémité. En particulier, nous désirons savoir si une séparation des phases gazeuse et liquide est possible dans le cas d'une fissure qui se propage depuis un réservoir en surpression constante.

## 5.2 Procédure expérimentale

Dans ces expériences, une solution aqueuse est injectée depuis un réservoir en surpression constante dans une gélatine solide, dont le comportement est élastique (chapitre 2). Afin de simuler l'exsolution de gaz dissous, de l'air est injecté dans la fissure tout au long de sa propagation. La vitesse de propagation et le flux d'alimentation en liquide de la fissure ont été mesurés durant la propagation. Des gélatines de différents modules d'Young et des solutions aqueuses de viscosités différentes ont été utilisées.

### 5.2.1 Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est une combinaison des dispositifs expérimentaux utilisés pour les précédentes expériences, décrites dans les chapitres 3 et 4. Il est schématisé sur la FIGURE (5.1). Plus précisément, le dispositif expérimental se décompose en deux parties. La première partie est en tout point identique au dispositif utilisé lors des expériences de propagation décrites dans le chapitre 4. Deux cuves sont disposées l'une sur l'autre. La cuve supérieure qui mesure 30 cm de côté et 50 cm de haut est destinée à contenir la gélatine et la cuve inférieure constitue le réservoir de liquide qui alimente la fissure. Une fente de 5 mm de large et 20 cm de long a été pratiquée dans le toit du réservoir pour injecter le liquide dans la gélatine. Le réservoir de liquide est alimenté par un bac qui contient le même liquide que le réservoir et qui est posé sur une table élévatrice. Grâce à cette table élévatrice, le bac d'alimentation peut être déplacé verticalement. La pression dans le réservoir peut ainsi être augmentée. Le bac d'alimentation étant de grandes dimensions horizontales et le volume de liquide injecté lors d'une expérience étant faible, le niveau dans le bac d'alimentation ne varie au maximum que de 1 à 2 mm. La pression dans le réservoir de liquide peut ainsi être considérée comme constante tout au long de l'expérience.

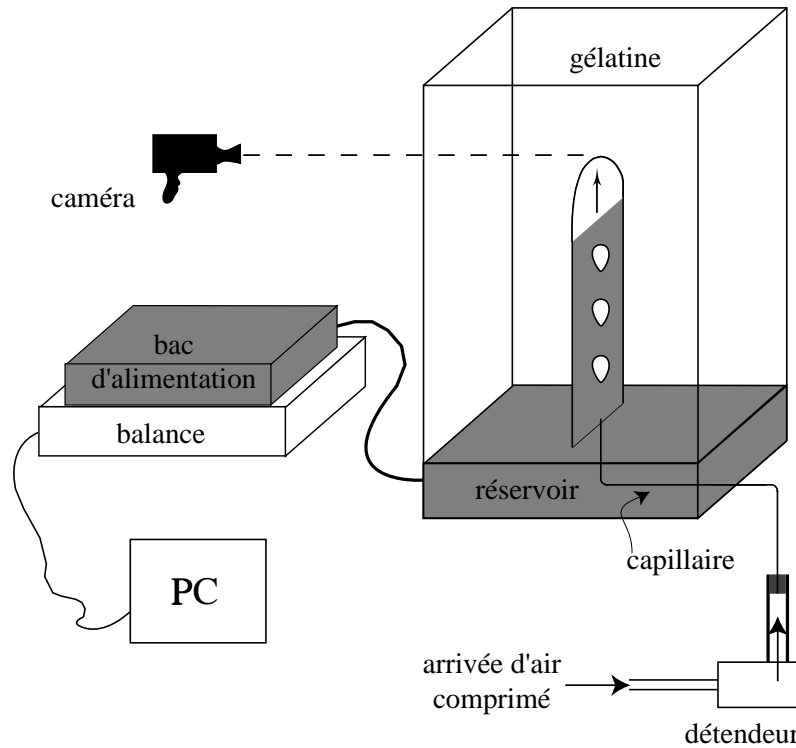


FIGURE 5.1: *Dispositif expérimental. Il s'agit principalement du même dispositif que celui qui est utilisé pour les expériences décrites dans le chapitre 4 (FIGURE 4.1). Toutefois, ce dispositif a été légèrement modifié afin de simuler l'exsolution de gaz dissous dans le liquide lors de la propagation de la fissure. Au cours de sa propagation, la fissure est alimentée en air à l'aide d'une arrivée d'air comprimé. L'air passe à travers un détendeur qui contrôle la pression d'arrivée et alimente un capillaire qui est inséré dans la fissure. L'injection d'air est continue. Elle s'effectue avec un débit croissant qui peut simuler qualitativement le fait qu'une fissure se propageant verticalement dans la croûte aura une pression de moins en moins élevée à son extrémité ce qui exsolvera du gaz de plus en plus vite. La gélatine solide est dans un état de contraintes initial hydrostatique.*

Entre le bac d'alimentation et la table élévatrice, nous avons positionnée une balance. Cette balance est reliée à un PC qui enregistre la masse de liquide perdue par le bac à intervalle régulier au cours de l'expérience. Le programme qui permet de dialoguer avec la balance et ainsi d'enregistrer les données de masses est donné en annexe B. À partir de ces données, nous pouvons calculer le flux d'alimentation instantané de la fissure. Enfin, une caméra enregistre la propagation de la fissure. Un système de crémaillère permet de déplacer la caméra verticalement afin qu'elle reste toujours à la même hauteur que la pointe de la fissure. Ce mouvement vertical s'effectue manuellement, l'image étant visualisée sur un écran de télévision pour être toujours au même niveau que la pointe de la fissure et ne pas introduire de vitesse différentielle. Grâce à ce système nous mesurons la distance de propagation de la fissure au cours du temps et en déduisons sa vitesse instantanée.

Au cours de la préparation d'une expérience, les deux cuves ont besoin d'être isolées l'une de l'autre pour que la gélatine puisse se solidifier sans se mélanger au liquide dans le réservoir. À cet effet, un plateau mobile, situé dans le réservoir, permet d'obstruer la fente d'alimentation pendant la préparation de l'expérience. Ce plateau mobile sert également de support à une petite lame métallique qui permet de créer la fissure initiale dans la gélatine. La lame métallique mesure 1 mm d'épaisseur, 1,5 cm de haut et 12 cm de long. Le réservoir est tout d'abord rempli de liquide, puis le plateau est plaqué contre son toit afin de boucher la fente d'alimentation. La solution de gélatine est ensuite versée dans la cuve supérieure. La lame métallique baigne alors dans la gélatine liquide. Lorsque cette dernière est solide, le plateau mobile est abaissé. La lame métallique est ainsi retirée de la gélatine et y crée une petite fissure. La lame est légèrement biseautée afin de faciliter l'écoulement du liquide visqueux dans la fissure lors de l'abaissement du plateau. La création de la fissure est schématisée sur la FIGURE (5.2). Enfin, tout comme dans le chapitre précédent, un guide métallique d'une hauteur et d'une largeur de 1 cm est fixé le long de la fente d'alimentation afin assurer une propagation verticale de la fissure.

La seconde partie du dispositif permet l'alimentation en air de la fissure au cours de sa propagation. Tout comme dans les expériences décrites dans le chapitre 3, l'injection d'air est effectuée en utilisant une arrivée d'air comprimé. L'air passe dans un détendeur pour contrôler la pression d'arrivée et alimente de façon continue un capillaire qui est inséré dans la fissure. Le capillaire a un diamètre extérieur de 0,7 mm et un diamètre intérieur de 0,3 mm. Des modifications ont cependant été apportées au système d'alimentation d'air par rapport à celui qui est décrit dans le chapitre 3. La première de ces modifications concerne la fixation du capillaire dans le réservoir de liquide. Le capillaire est en effet fixé à la lame métallique qui est utilisée pour la création de la fissure. Afin que le capillaire soit toujours bien positionné par rapport à la fente d'alimentation lorsque le plateau mobile est baissé, le capillaire est fixé au centre de la lame métallique et de telle sorte qu'il soit plus haut de 5 mm que la lame (FIGURE

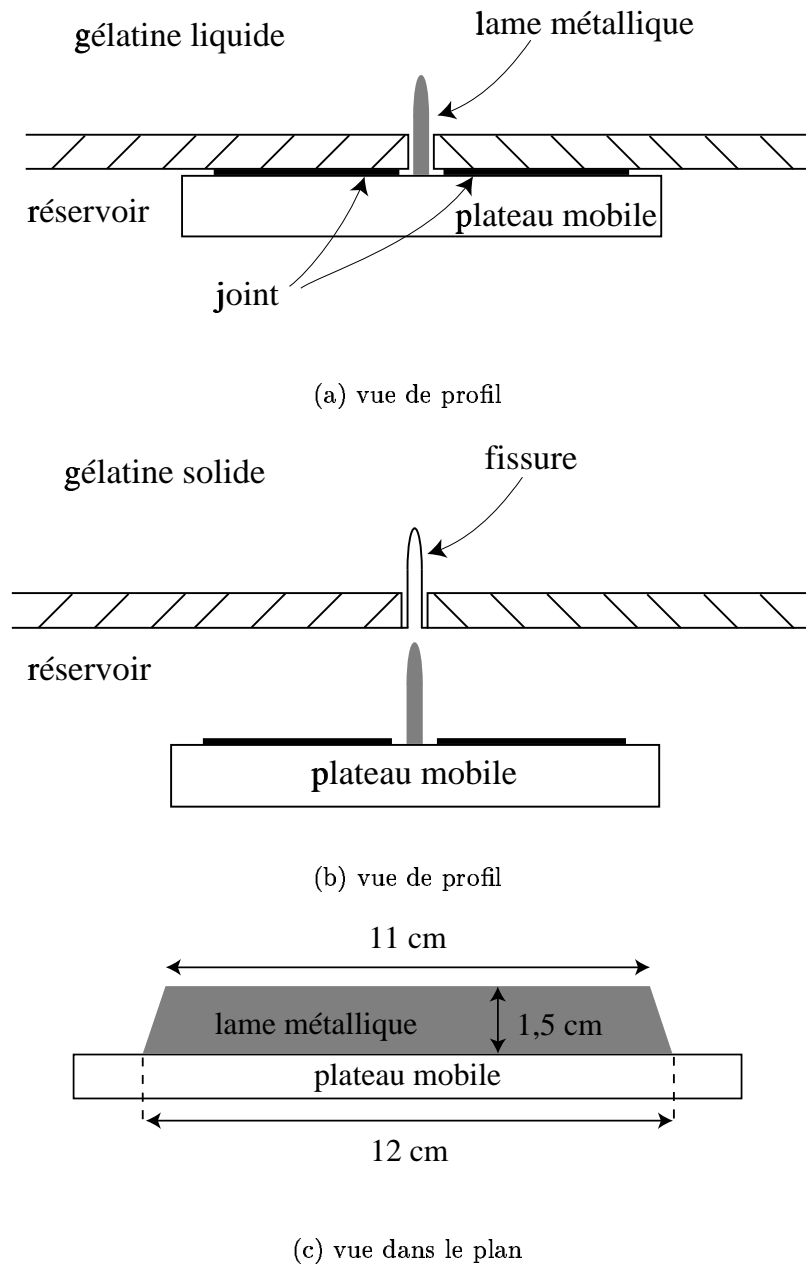


FIGURE 5.2: *Création de la fissure. Afin d'initier la propagation d'une fissure de manière bien déterminée, une lame métallique est fixée au plateau mobile dans le réservoir. (a) Lorsque le réservoir est rempli de liquide, le plateau est mis en position haute. La lame métallique est ainsi insérée dans la fente d'alimentation. Puis la gélatine liquide est versée dans la cuve supérieure. (b) Lorsque la gélatine est solide, le plateau est délicatement abaissé. La lame métallique est ainsi retirée de la gélatine et y crée une petite fissure. (c) La lame mesure 1 mm d'épaisseur, 1,5 cm de haut et 12 cm de long. Elle est légèrement biseautée afin de faciliter l'écoulement du liquide visqueux dans la fissure lors de l'abaissement du plateau.*

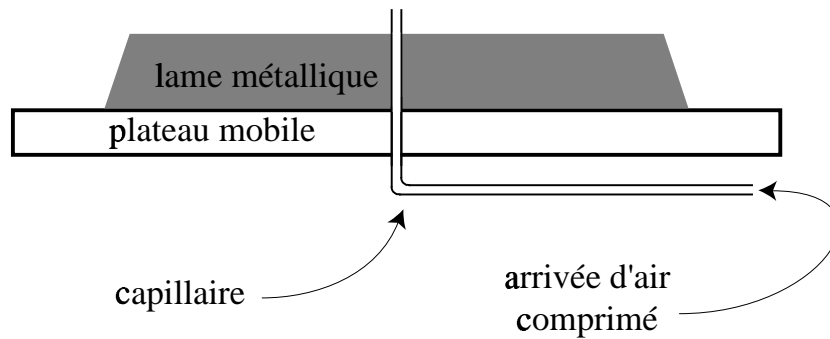


FIGURE 5.3: Fixation du capillaire dans le réservoir de liquide. Le capillaire passe à travers le plateau mobile et est ensuite fixé sur la lame métallique en son milieu. Le capillaire dépasse de la lame de 5 mm. Cela assure que le capillaire sera toujours inséré dans la fissure lorsque le plateau aura été abaissé. Le capillaire a un diamètre extérieur de 0,7 mm et un diamètre intérieur de 0,3 mm.

5.3). Cette astuce ne modifie pas la forme de la fissure à sa création et assure que l'extrémité du capillaire est toujours insérée dans la fissure lors de l'injection d'air au cours de la propagation de la fissure. Une autre modification a été apportée pour éviter que le capillaire se bouche lors de la solidification de la gélatine. En effet, l'extrémité du capillaire baigne dans la gélatine liquide après qu'elle ait été versée dans la cuve supérieure. Bien que le capillaire ait un faible diamètre intérieur, la gélatine liquide peut rentrer dans le capillaire et le boucher une fois qu'elle s'est solidifiée. Pour éviter ce problème, un fil de cuivre, d'un diamètre de 0,25 mm, est introduit dans le capillaire. Ce fil de cuivre est retiré lorsque la gélatine est solide.

## 5.2.2 Préparation des expériences

La gélatine utilisée dans les expériences et son mode de préparation sont décrits dans le chapitre 2. La solution injectée dans la gélatine est de l'eau colorée en rouge à l'aide de concentré de jus de betterave. Dans certaines expériences, sa viscosité a été augmentée en y ajoutant une faible quantité d'hydroxyethylcellulose. Cette faible concentration de polymère, moins de 0,5 % en poids, permet d'accroître la viscosité de la solution sans modifier ses autres propriétés.

Un fil de cuivre est tout d'abord inséré dans le capillaire. Le capillaire est ensuite attaché à la lame métallique fixée au plateau mobile. Une fois le réservoir rempli de liquide, le plateau est mis en position haute afin d'isoler le réservoir et la cuve supérieure. Le réservoir est alors mis en surpression nulle. Puis, la solution de gélatine est versée dans la cuve à une température de 60 °C et laissée à solidifier dans la pièce où seront effectuées les expériences. La pièce est climatisée à 20 ±

1 °C. Une fine pellicule d'huile silicone est ensuite déposée en surface pour éviter toute déshydratation de la gélatine. Lorsque la gélatine est solide, le plateau est alors délicatement abaissé. La lame est ainsi retirée de la gélatine et y crée une petite fissure. Lorsque le plateau est abaissé, le liquide entre dans la fissure, l'entrée de liquide étant facilitée par la forme biseautée de la lame. Une fois le plateau baissé, le fil de cuivre est retiré du capillaire et celui-ci est connecté au détendeur qui est alimenté en air comprimé et qui est initialement fermé.

### État de contraintes initial et conditions aux limites

Lors de la solidification de la gélatine, les déplacements sont nuls sur toutes les parois verticales de la cuve et la lame métallique est indéformable. Avant le retrait de la lame, la déformation horizontale de la gélatine dans le champ de contrainte gravitationnel est donc

$$\epsilon_x = \epsilon_y = 0. \quad (5.1)$$

On en déduit donc que les contraintes horizontales et verticales sont

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\nu}{(1 - \nu)} \sigma_z = \sigma_z, \quad (5.2)$$

puisque le coefficient de Poisson de la gélatine  $\nu = 0,5$ . Lors du retrait de la lame métallique, la gélatine entre en contact avec le réservoir et le liquide entre dans la fissure créée par la lame. Compte tenu de la faible hauteur de la fissure, la surpression interne à la fissure due à la flottabilité du liquide peut être considérée comme nulle. La pression dans le réservoir est réglée pour qu'elle équilibre le poids de la gélatine. L'état de contraintes initial de la gélatine est donc considéré comme hydrostatique. Pour toutes les expériences, l'état initial et les conditions aux limites sont donc les suivants :

- l'état de contrainte initial est hydrostatique.
- la surface supérieure de la gélatine solide n'est soumise à aucune contrainte et aucun déplacement ; il s'agit donc d'une surface libre.
- la gélatine adhère aux parois verticales de la cuve ; il n'y a donc pas de déplacement le long des surfaces verticales.
- l'interface réservoir gélatine ne permet aucun déplacement ; il s'agit donc d'une surface rigide.
- la surpression dans le réservoir est nulle  $\Delta P_r = 0$ .

### Mesure de la viscosité du liquide

À la fin de chaque expérience, la viscosité du liquide est mesurée à l'aide d'un viscosimètre rotatif Rotovisco RV 20 de marque Haake, sauf lorsque le liquide injecté était de l'eau. Dans ce cas, nous avons pris une viscosité de  $10^{-3}$  Pa s. Ce viscosimètre mesure, dans un écoulement en "couette", le cisaillement induit par un gradient de vitesse de déformation donné. Ce viscosimètre est utilisé avec une tête NV destinée à mesurer des viscosités comprises entre  $10^{-3}$  et  $10^3$  Pa s. Les liquides utilisés ont un comportement newtonien pour de faibles gradients de vitesse de déformation. Pour chaque mesure de viscosité, nous avons donc imposé un gradient de vitesse de déformation et mesuré le cisaillement induit. La plage de mesures pour lesquelles le comportement du liquide est newtonien a ensuite été déterminé : les mesures de cisaillement dépendent linéairement du gradient de vitesse de déformation imposé. La viscosité instantanée, en chaque point de mesure, a été calculée en effectuant le rapport du cisaillement mesuré sur le gradient imposé. La viscosité du liquide a ensuite été déterminée en moyennant les viscosité instantanées, pondérées de leur incertitudes. Pour chaque expérience, la viscosité du liquide a ainsi été calculée avec une incertitude inférieure à  $\pm 5\%$ .

## 5.3 La présence d'une poche de gaz à la pointe d'une fissure et son influence sur la propagation

Le module d'Young de la gélatine est tout d'abord mesuré de la manière décrite au chapitre 2. Cependant, tout comme dans le chapitre 4, cette mesure est effectuée directement sur la surface libre de la gélatine dans la cuve supérieure du dispositif expérimental. Comme nous l'avons déjà mentionné dans les chapitres 3 et 4, le module d'Young croît continuellement avec le temps. Plusieurs mesures de  $E$  ont donc été effectuées avant l'expérience. Lorsque le module d'Young de la gélatine a atteint la valeur désirée, l'expérience est réalisée.

Le réservoir est initialement en surpression nulle ; sa pression  $P_r$  correspond au poids de la gélatine :

$$P_r = \rho_g g H_g, \quad (5.3)$$

où  $H_g$  est la hauteur de gélatine dans la cuve et  $\rho_g$  sa densité. La hauteur  $H_l$  du bac qui alimente le réservoir est donc initialement ajustée, à l'aide de la table élévatrice, pour que l'équation (5.3) soit vérifiée.  $H_l$  est ensuite lentement augmentée jusqu'à ce que la fissure commence à se propager. La surpression du réservoir au moment de la propagation est alors

$$\Delta P_r = \rho_l g H_l - \rho_g g H_g, \quad (5.4)$$

où  $\rho_l$  est la densité du liquide. Après 5 à 10 cm de propagation, le détendeur est ouvert et l'air est injecté dans la fissure. Toute la propagation est enregistrée sur caméra et le flux de masse qui alimente la fissure en liquide est mesuré à l'aide du PC relié à la balance. Le programme, écrit en QBasic, qui permet d'enregistrer la masse du bac d'alimentation au cours de l'expérience est donné en annexe B. Comme pour les précédentes expériences, l'intervalle de temps entre deux mesures de masse est fixé avant chaque expérience, l'intervalle de temps minimum étant de 160 ms.

Les caractéristiques de chaque expérience sont données en détail dans le TABLEAU (5.1).

### 5.3.1 Difficultés techniques

La plus forte viscosité utilisée dans nos expériences était de 342 mPa s (TABLEAU 5.1). En effet, les difficultés techniques augmentent avec la viscosité du liquide injecté et il devient de plus en plus difficile d'injecter de façon contrôlée et reproductible des liquides de viscosité plus importante. Malgré la présence du guide métallique, décrit dans la section (5.2.1), qui est destiné à assurer une bonne initiation verticale de la fissure, le liquide a tendance à se propager de manière incontrôlée sous la forme d'une ou de plusieurs fissures avec un fort angle d'incidence par rapport à la verticale, cet angle pouvant parfois atteindre 60 degrés. Dans de tels cas, la fissure n'atteint la surface qu'après avoir longé une paroi de la cuve sur plus de la moitié de la hauteur de la cuve.

### 5.3.2 Description d'une expérience

Initialement, la surpression du réservoir  $\Delta P_r$  est nulle. Elle est lentement augmentée jusqu'à ce que la fissure se propage. Tout comme dans les expériences décrites dans le chapitre 4, on observe que la fissure s'initie en un point de la fente d'alimentation et se propage radialement. Au cours de cette propagation radiale, l'injection du liquide ne reste pas ponctuelle mais s'étend latéralement. La propagation radiale de la fissure n'est malheureusement pas visible à la caméra, celle-ci étant orientée parallèlement à la fissure. Vue en coupe, la forme de la fissure est elliptique. Cela se voit nettement sur la FIGURE (5.4). Il s'agit d'une photo prise au début de l'expérience (37), à partir de l'enregistrement vidéo, après 39 s de propagation. La FIGURE (5.5) représente de manière schématisée la propagation initiale de la fissure.

Lorsque la propagation est suffisamment amorcée, c'est-à-dire lorsque la fissure s'est propagée sur 5 à 10 cm typiquement, le détendeur est ouvert et l'air est injecté dans la fissure. Le détendeur permet de contrôler de manière relative la vitesse d'injection. L'injection d'air est continue. Elle s'effectue avec un débit croissant lors de la propagation qui peut simuler qualitativement le fait qu'une



Expérience	$\rho_g$ (kg m <sup>-3</sup> )	$\rho_l$ (kg m <sup>-3</sup> )	$\eta$ (Pa s)	$E$ (Pa)	$\Delta P_r$ (Pa)
30*	1 014,9	1 000,6	10 <sup>-3</sup>	1 443	504
31	1 015,8	1 001,2	10 <sup>-3</sup>	1 429	395
32 <sup>p</sup>	1 015,5	1 001,2	10 <sup>-3</sup>	1 481	229
33	1 015,6	1 000,9	10 <sup>-3</sup>	1 756	394
34	1 014,9	1 000,6	10 <sup>-3</sup>	1 605	592
35 <sup>†</sup>	1 014,9	1 001,5	10 <sup>-3</sup>	1 554	518–391
37	1 015,5	1 002,2	41 10 <sup>-3</sup>	1 512	431
38 <sup>p‡</sup>	1 016,0	1 003,1	342 10 <sup>-3</sup>	1 250	344–462
39 <sup>p</sup>	1 015,6	999,1	126 10 <sup>-3</sup>	1 257	630

\* :  $\Delta P_r$  imposée brutalement.

<sup>p</sup> : Problème d'initiation.

<sup>†</sup> : Après initiation,  $\Delta P_r$  est diminuée à 391 Pa.

<sup>‡</sup> :  $\Delta P_r$  augmentée pendant l'expérience.

TABLEAU 5.1: *Caractéristiques des expériences. Les solutions aqueuses injectées dans la gélatine sont colorées en rouge à l'aide de concentré de jus de betterave. Leur viscosité a été augmentée en y ajoutant de faibles quantités d'hydroxyethylcellulose.  $\Delta P_r$  correspond à la surpression du réservoir nécessaire pour initier la fissure. La surpression a été augmentée progressivement jusqu'à ce que la fissure se propage, sauf pour l'expérience (30) où  $\Delta P_r$  a été imposée brutalement ; la fissure s'est alors immédiatement propagée.  $\Delta P_r$  n'est pas restée constante durant les expériences (35) et (38) : après l'initiation de la fissure dans l'expérience (35), l'alimentation du réservoir a été coupée et n'a été remise qu'après avoir baissé  $\Delta P_r$  à une valeur comparable à la surpression des expériences précédentes ; dans l'expérience (38), des problèmes d'initiation nous ont forcé à augmenter  $\Delta P_r$  jusqu'à la valeur finale indiquée. De nombreux problèmes d'initiation ont été rencontrés, à cause notamment de la viscosité du liquide.*

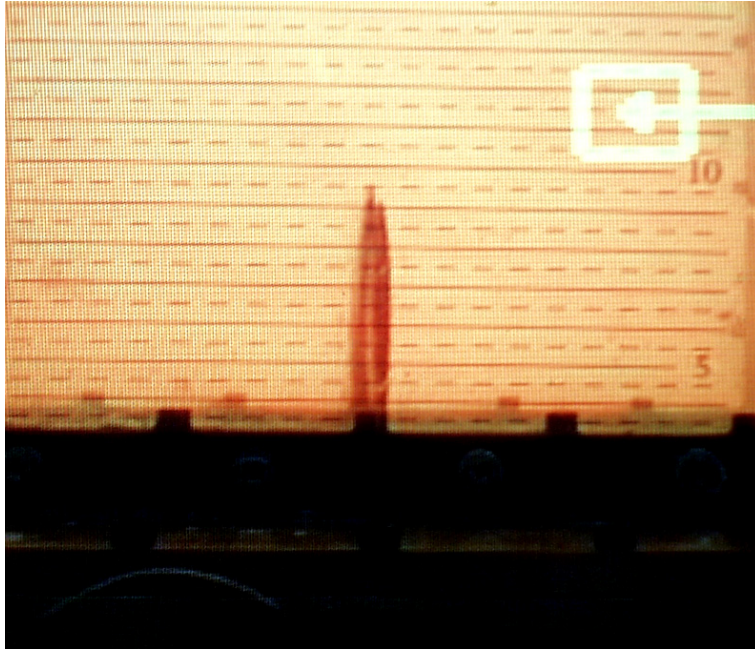


FIGURE 5.4: Photo prise lors de l'expérience (37) après 39 s de propagation. L'injection d'air n'a pas encore commencée. La forme elliptique de la fissure est nettement visible. Les chiffres qui apparaissent sur la droite de la photo donnent la distance en cm et permettent de mesurer la distance de propagation de la fissure, qui est ici de 9,5 cm. Le liquide est teint en rouge à l'aide de concentré de jus de betterave.

fissure se propageant verticalement dans la croûte aura une pression de moins en moins élevée à son extrémité ce qui exsolvera les volatiles dissous de plus en plus vite. Au fur et à mesure que l'air est injecté, il s'accumule à la pointe de la fissure et forme une bulle de volume croissant. À partir d'un certain volume, cette bulle modifie profondément la géométrie de la fissure. Cela se voit parfaitement sur la FIGURE (5.6). Il s'agit d'une photo prise lors de l'expérience (37) après 64 s de propagation. Cette photo montre la fissure en coupe. L'air accumulé à sa pointe forme une bulle de 4,5 cm de hauteur qui déforme de manière considérable la fissure : alors que la queue de la fissure, qui est remplie de liquide, ne mesure que quelques mm d'épaisseur, la bulle d'air, et donc la pointe de la fissure, a une épaisseur de 1,5 cm. La géométrie de la fissure est également modifiée dans son plan. Nous avons observé que lorsque le volume de la bulle d'air est suffisamment important, généralement lorsque la bulle semble avoir une hauteur de plus de 2 cm, la fissure perd sa forme radiale et prend une forme bidimensionnelle dont la largeur est contrôlée par la bulle d'air. Cette observation, qui n'apparaît pas à la caméra, est schématisée sur la FIGURE (5.7).

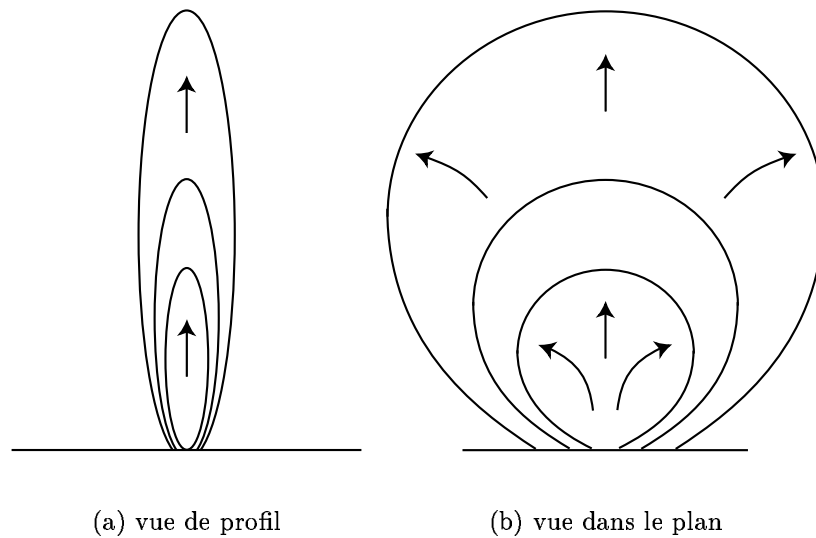


FIGURE 5.5: *Représentation schématique de la fissure durant les premiers instants de sa propagation. La propagation est radiale. L'épaisseur de la fissure vue de profil est volontairement exagérée.*

### 5.3.3 Mesures expérimentales

Parallèlement à ces observations, nous avons mesuré la distance de propagation de la fissure ainsi que la masse de liquide injecté. La vitesse de propagation de la fissure et son flux d'alimentation liquide ont été déduits de ces mesures. Comme dans le chapitre précédent (4), la vitesse et le flux sont calculés en utilisant une régression linéaire sur 5 points. Le flux obtenu étant un flux de masse, nous l'avons divisé par la densité du liquide injecté afin d'obtenir un flux d'alimentation volumique. La FIGURE (5.8) représente la vitesse de la fissure et son flux d'alimentation au cours de sa propagation. Le temps  $t = 0$  correspond au moment où la bulle d'air a une hauteur de 2 cm, cette hauteur semblant correspondre au volume minimum nécessaire pour modifier la géométrie de la fissure d'après nos observations. Comme on peut le voir, ce temps marque clairement un changement brutal dans l'évolution de la vitesse et du flux au cours du temps : la fissure se propage de plus en plus rapidement tandis que son flux reste constant. Cela implique donc que la fissure est en train de se refermer. Nos observations couplées à nos mesures de vitesse de propagation et de flux d'alimentation semblent donc montrer que lorsque la bulle d'air présente à la pointe de la fissure a un volume suffisamment important, correspondant à une hauteur de plus de 2 cm, elle modifie non seulement la géométrie de la fissure mais a également une influence sur sa propagation.

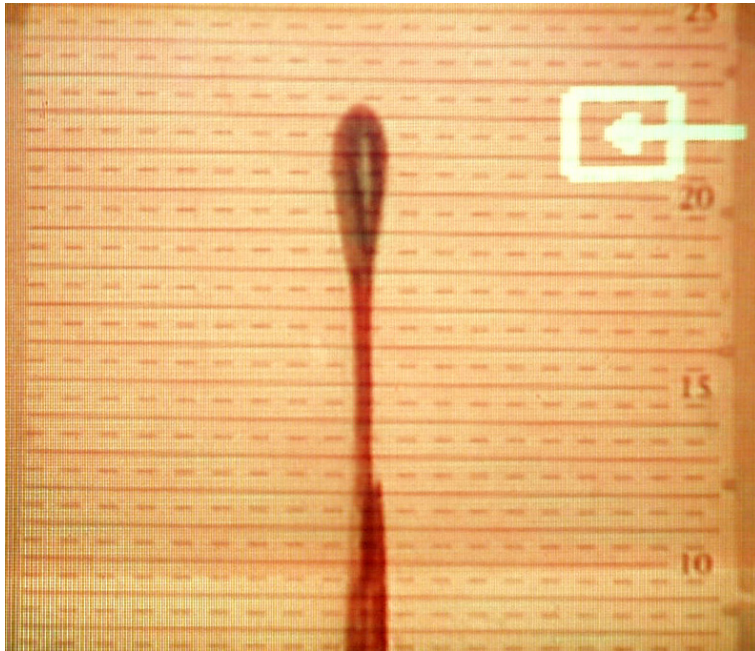


FIGURE 5.6: Photo prise lors de l'expérience (37) après 64 s de propagation. L'air injecté dans la fissure s'est accumulé à sa pointe et forme une bulle d'air. Les chiffres qui apparaissent sur la droite de la photo donnent la distance en cm et permettent de mesurer la distance de propagation de la fissure et la taille de la poche d'air. Sur cette photo, la fissure s'est propagée sur une distance de 22,5 cm et la bulle d'air à sa pointe à une hauteur de 4,5 cm. La forme de la fissure est fortement modifiée par la présence de la bulle : alors que la queue de la fissure ne mesure que quelques mm d'épaisseur, la pointe, déformée par la bulle d'air, a une épaisseur de 1,5 cm.

### 5.3.4 Influence de la bulle d'air à la pointe de la fissure sur la propagation

À notre connaissance, seul Lister (1990b) et Rubin (1993) ont étudié l'influence que pouvait avoir une poche de gaz à la pointe d'une fissure sur sa propagation. Tout comme nous, Lister (1990b) s'est placé dans le cadre de la mécanique de la fracture élastique linéaire, contrairement à Rubin (1993) qui a utilisé l'approche de Barenblatt (1962). Nous nous focaliserons donc sur les résultats de Lister (1990b). Dans cette étude, Lister suppose qu'une fissure se propage dans un milieu élastique infini avec une vitesse et un flux constants et avec une poche de gaz à sa pointe. En négligeant la résistance à la fracture du solide, il cherche la forme que doit avoir la fissure pour que ce régime permanent soit possible. L'un de ses résultats est que la poche de gaz modifie considérablement la forme de la

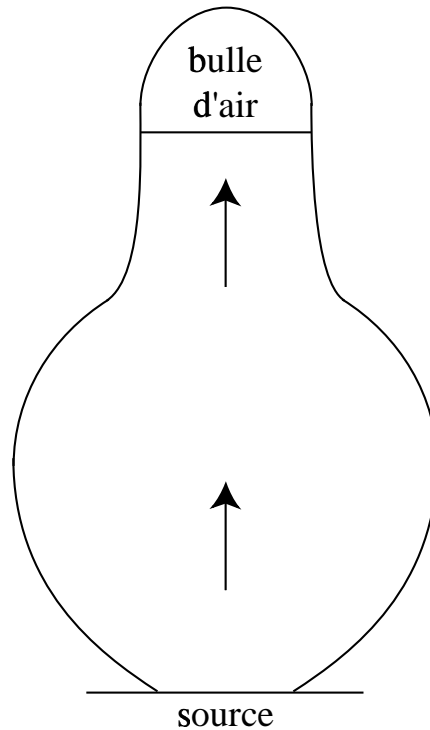
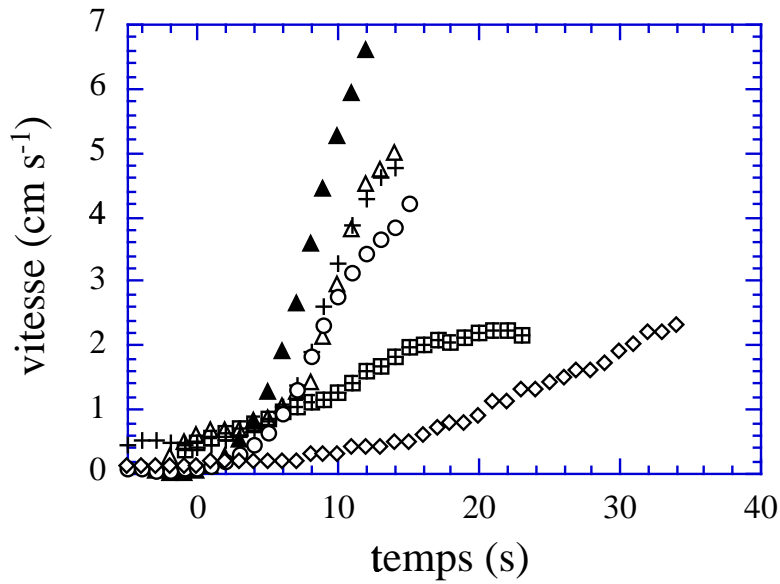


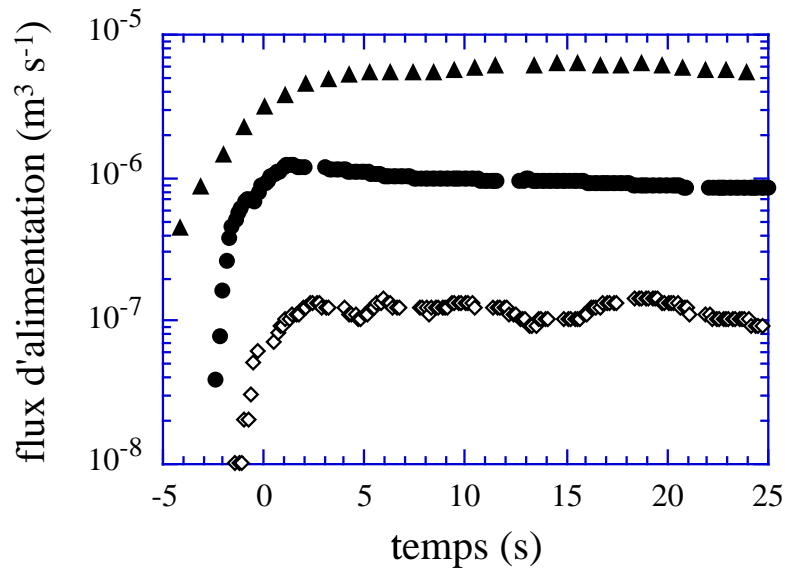
FIGURE 5.7: Représentation schématique de la fissure lorsque le volume de la bulle d'air est conséquent. La fissure est vue dans son plan. Lorsque la poche d'air à la pointe de la fissure est d'un volume suffisamment important, généralement plus de 2 cm de hauteur, elle modifie totalement la forme de la fissure. Alors que la fissure est initialement de forme radiale, la bulle d'air lui impose une forme bidimensionnelle caractérisée notamment par une largeur moins importante. Cette largeur correspond à la largeur de la bulle d'air.

fissure à sa pointe et que la fissure se referme entre le liquide et le gaz. Nous retrouvons ce résultat (FIGURES 5.6 et 5.8).

L'autre résultat de Lister est que la propagation de la fissure n'est nullement perturbée par la présence de la phase gazeuse. Or nos mesures semblent indiquer le contraire (FIGURE 5.8). Ces résultats contradictoires sont dûs aux conditions initiales que Lister utilise : la vitesse de propagation, le flux d'alimentation de la fissure et le volume de la poche de gaz sont imposés constants. La poche de gaz ne peut donc que modifier la forme de la fissure, tout le reste étant imposé constant. Dans nos expériences, au contraire, seule la surpression à la source est imposée constante et le processus de fracturation ne peut être négligé. Nous avons vu dans le chapitre 4 qu'avec de telles conditions aux limites, la vitesse et le flux sont contrôlés par les conditions à la source. En outre, la poche de



(a)



(b)

FIGURE 5.8: La vitesse de la fissure (a) et son flux d'alimentation en liquide (b) pour différentes expériences en fonction du temps. L'origine  $t = 0$  correspond au moment où la bulle d'air a atteint une hauteur de 2 cm. Chaque expérience correspond à un fluide de viscosité donnée ( $\diamond$  :  $0.342 \text{ Pa s}$ ,  $\bullet$  :  $0.126 \text{ Pa s}$ ,  $\circ$  :  $0.041 \text{ Pa s}$ ,  $\blacktriangle$  et autres symboles :  $10^{-3} \text{ Pa s}$ ).

gaz augmente de volume dans nos expériences. Cela modifie la propagation de la fissure.

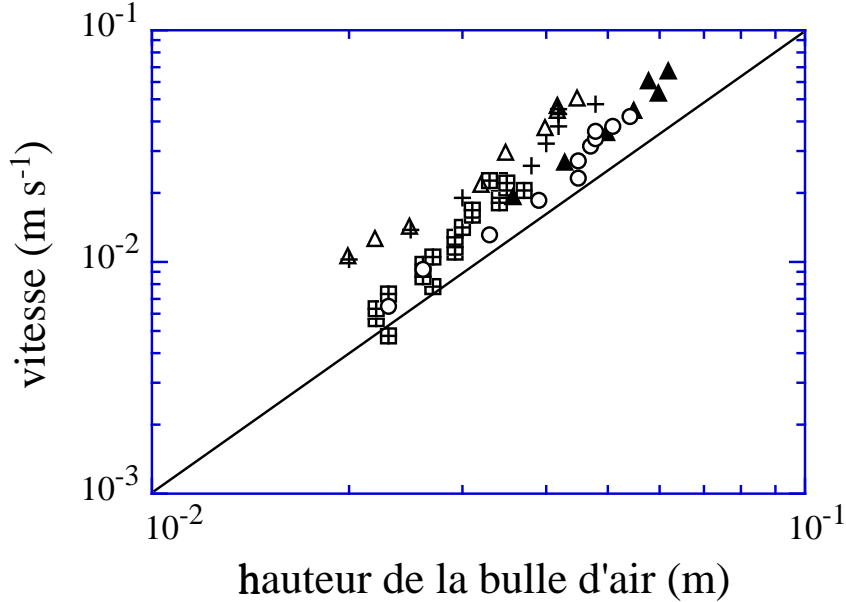


FIGURE 5.9: La vitesse de la bulle d'air en fonction de sa hauteur  $h_b > h_c$ . Chaque expérience correspond à un fluide de viscosité donnée ( $\circ$  :  $0.041 \text{ Pa s}$ ,  $\blacktriangle$  et autres symboles :  $10^{-3} \text{ Pa s}$ ). La courbe en trait plein représente la relation  $u \propto h_b^2$ .

La FIGURE (5.9) représente la vitesse de la bulle d'air, c'est-à-dire la vitesse de la fissure, en fonction de la hauteur de la bulle d'air pour des hauteurs supérieures à 2 cm. Elle correspond aux expériences (31), (33), (34) et (35) qui ont été réalisées avec un liquide de même viscosité mais avec des vitesses d'injection d'air différentes, et à l'expérience (37) réalisée avec un liquide dont la viscosité était de  $41 \text{ mPa s}$ . Nous constatons que, pour toutes ces expériences, la vitesse  $u$  de la fissure est proportionnelle au carré de la hauteur de la bulle d'air  $h_b$  :

$$u \propto h_b^2. \quad (5.5)$$

Ces expériences semblent donc montrer que, dès que la bulle d'air a une hauteur supérieure à 2 cm, la vitesse de propagation de la fissure est contrôlée par la phase gazeuse.

Nous proposons que lorsque la bulle d'air présente à la pointe de la fissure possède une hauteur supérieure à une hauteur critique  $h_c$ , elle contrôle entièrement la vitesse de propagation de la fissure. Nous proposons que cette hauteur critique  $h_c$  est la hauteur minimale dont la bulle d'air a besoin pour générer

un facteur d'intensité des contraintes à la pointe de la fissure qui soit égal à la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine, sans l'aide du fluide présent dans la fissure. D'après Barenblatt (1962, équation (5.2)), si on néglige complètement la surpression du liquide, le facteur d'intensité des contraintes  $K$  à la pointe de la fissure créé par la bulle d'air, de hauteur  $h$ , s'écrit

$$K = \frac{3}{4} \rho_g g h \sqrt{\frac{\pi h}{2}}. \quad (5.6)$$

On déduit donc de l'équation (5.6) que la hauteur  $h_c$  pour laquelle  $K$  atteint la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine est

$$h_c = \left[ \frac{4 K_c}{3 \rho_g g} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (5.7)$$

En utilisant la relation que nous avons trouvé entre la résistance à la fracture de nos gélatines  $K_c$  et leur module d'Young  $E$  (équation 2.24), l'équation (5.7) devient

$$h_c = \left[ \frac{4 \times 0,97 E^{0,55}}{3 \rho_g g} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \right]^{\frac{2}{3}}. \quad (5.8)$$

D'après cette équation et les caractéristiques de nos expériences, détaillées dans le TABLEAU (5.1), nous trouvons que la hauteur critique dans nos expériences est  $h_c \approx 3$  cm. Cette valeur n'est pas très éloignée de la hauteur d'environ 2 cm suggérée par nos observations. Elle l'est d'autant moins que nous avons négligé la surpression du liquide dans le calcul de  $K_c$  (équation 5.6). Or, en toute rigueur, il faut en tenir compte, ce qui diminuera la valeur de  $h_c$ . Ainsi, alors que nous avons vu dans le chapitre 4 que la vitesse de propagation des fissures est initialement déterminée par les conditions à la source, il semble que la vitesse dans nos expériences devient entièrement contrôlée par la bulle d'air à la pointe des fissures dès qu'elle est capable de générer un facteur d'intensité des contraintes supérieur à la résistance à la fracture de la gélatine.

Une remarque s'impose. Le calcul du facteur d'intensité des contraintes donné par l'équation (5.6) est un calcul statique. Les résultats que nous avons obtenus au chapitre 4 montrent que l'hypothèse quasi-statique quant à la déformation élastique de la gélatine à la pointe d'une fissure remplie de liquide est valable lors de sa propagation. Ici, nous injectons continuellement de l'air dans la fissure qui se déforme donc continuellement à sa pointe au cours de sa propagation. En outre, cette injection est rapide et est indépendante de la propagation de la fissure. *A priori*, rien n'indique que l'hypothèse quasi-statique reste valable avec cette injection d'air continue et rapide. Cependant, nous observons que les vitesses de propagation dans nos expériences et les vitesses données par Heimpel & Olson



(1994) vérifient la même loi, donnée par l'équation (5.5) (FIGURE 5.9). Alors que dans l'étude de Heimpel & Olson les fissures avaient un volume constant, la hauteur de la bulle de gaz et la vitesse de la fissure augmentent dans nos expériences. Ainsi, la réponse élastique de la gélatine semble être instantanée par rapport à la vitesse d'injection de l'air. Dans notre hypothèse quasi-statique, c'est cette réponse élastique qui contrôle la vitesse de propagation de la fissure à travers l'équilibre  $\Delta P_h \sim \Delta P_e \sim \Delta P_f$  dans la tête de la fissure. Ainsi, la FIGURE (5.9) vérifie notre hypothèse quasi-statique dans le cas où la tête de la fissure, ici remplie d'air, croît continuellement. Cela implique que l'hypothèse d'une propagation quasi-statique reste vérifiée lorsque le facteur d'intensité des contraintes est supérieur à la résistance à la fracture  $K_c$  de la gélatine. On retrouve un résultat du chapitre 4. D'après nos données (FIGURE 5.9) et l'équation (4.16), qui exprime le rapport entre  $K$  et  $K_c$ , l'hypothèse quasi-statique est vérifiée pour un facteur d'intensité des contraintes  $K_c \leq K \leq 5 K_c$ .

Cependant, l'influence de la poche d'air à la pointe de la fissure n'affecte pas uniquement la vitesse de propagation. Comme nous l'avons déjà mentionné dans la section (5.3.3), alors que le flux est initialement croissant, il devient constant dès que la bulle d'air atteint une hauteur d'environ 2 cm (FIGURE 5.8). Dans le même temps nous observons que la vitesse croît avec la hauteur de la bulle d'air. Cela signifie que la fissure est en train de se refermer. Le volume croissant de la bulle d'air provoque donc la fermeture de la fissure. En outre, le flux est une fonction décroissante de la viscosité du liquide (FIGURE 5.8). C'est-à-dire que la source est capable d'alimenter la fissure d'autant moins facilement que le liquide est visqueux. Tout ceci suggère donc qu'une séparation des phases gazeuse et liquide est possible.

## 5.4 Séparation des phases gazeuse et liquide

Nos expériences montrent que la propagation de la fissure devient totalement contrôlée par la phase gazeuse dès lors que sa hauteur a atteint une valeur critique pour laquelle la résistance à la fracture du solide est vaincue par la flottabilité du gaz. La propagation est alors caractérisée par

- une vitesse qui est proportionnelle au carré de la hauteur de la phase gazeuse :  $u \propto h_b^2$ .
- un flux d'alimentation en liquide qui reste constant, mais qui est d'autant plus faible que la viscosité du liquide est importante.
- une fissure qui se referme au fur et à mesure que le volume d'air croît à la pointe de la fissure.

Tout cela semble indiquer que la poche d'air est en train de se séparer du liquide. Il faut toutefois noter qu'il ne s'agit pas d'une séparation réelle, totale, entre

les deux phases mais plutôt d'une séparation effective. En effet, à cause de sa viscosité, du liquide sera toujours entraîné avec la poche de gaz même si la quantité de liquide sera faible.

Au fur et à mesure que la fissure se propage et se rapproche du niveau d'exsolution des volatiles, la poche de gaz à la pointe de la fissure augmente en volume. La vitesse de la fissure augmente donc également. Cependant, la vitesse du liquide est limitée par le gradient de perte de charge visqueuse dans la queue de la fissure. Si on suppose que la queue de la fissure a une section elliptique d'épaisseur  $w$  et de longueur  $b$ , la vitesse que le liquide est capable de maintenir pour un écoulement laminaire est (White, 1974, p. 123)

$$u = \frac{(-\nabla P)}{8\eta} w^2, \quad (5.9)$$

où  $\nabla P$  est le gradient de pression et  $\eta$  la viscosité du liquide. Quant au flux  $q$  dans la queue de la fissure, toujours d'après White (1974, p. 123) pour un écoulement laminaire, il s'écrit

$$q = \frac{\pi (-\nabla P) w^3 b}{64\eta}. \quad (5.10)$$

En combinant les équations (5.9) et (5.10), la vitesse du liquide pour un flux  $q$  donné est donc

$$u = \left[ (-\nabla P) \frac{8q^2}{\eta\pi^2 b^2} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (5.11)$$

Lorsque la vitesse de la fissure, qui est contrôlée par la hauteur de la poche de gaz, devient supérieure à la vitesse donnée par l'équation (5.11), il y a "séparation" entre les deux phases. Lorsque la bulle d'air a une hauteur supérieure à  $h_c$ , elle contrôle entièrement la propagation de la fissure. La source n'alimente plus la fissure que passivement et le gradient de pression dans la queue est dû à la poussée d'Archimède. On a donc

$$-\nabla P = \Delta\rho g, \quad (5.12)$$

et la vitesse critique s'exprime de la façon suivante :

$$u_c = \left[ \frac{8q^2 \Delta\rho g}{\eta\pi^2 b^2} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (5.13)$$

Une fois cette vitesse atteinte, la poche d'air se détache et n'est plus reliée qu'à une faible quantité de liquide.

Si l'on transpose les résultats obtenus dans nos expériences à une fissure magmatique, une fissure remplie principalement de gaz se propage en avant

de la fissure contenant le liquide, que nous appellerons dorénavant la fissure principale. À cause de sa viscosité, du magma sera toujours présent dans la fissure remplie de gaz, mais en faible quantité. Les volatiles dissous dans le liquide continuent cependant de s'exsolver après cette "séparation". Le solide en avant de la fissure principale étant maintenant fracturé par la phase gazeuse, il possède une résistance à la fracture sinon nulle du moins très faible. En conséquence, une faible quantité de gaz présent à la pointe de la fissure principale est nécessaire pour générer un facteur d'intensité des contraintes suffisant pour que le gaz accumulé puisse à son tour s'échapper. On s'attend donc à ce qu'un chapelet de bulles de gaz secondaires, de volumes inférieurs au volume de gaz qui s'est initialement séparé du liquide, s'échappent de la fissure principale tout au long de sa propagation jusqu'à ce que le liquide arrive en surface. Il a été observé sur le terrain plusieurs phases éruptives précurseurs très riches en gaz précédant l'éruption proprement dite, plus riche en magma. Si l'on accepte notre scénario, le nombre d'éruptions précurseurs et les volumes de gaz éjectés dépendent principalement de la profondeur à laquelle aurait eu lieu la "séparation" ainsi que de la vitesse à laquelle se déplaçaient les fissures gazeuses et le dyke principal. Quelle est donc la vitesse de propagation de ces fissures gazeuses ? Un modèle de vitesse pour la propagation d'une fissure gazeuse, ou contenant un fluide de faible viscosité, permettrait de mieux contraindre les volumes de gaz éjectés durant ces événements éruptifs précurseurs. Il permettrait également de prédire si les fissures gazeuses secondaires sont capables ou non de rattraper la fissure gazeuse initiale. Bien que de volumes inférieurs et donc possédant une surpression interne plus faible, elles se propagent dans un milieu déjà fracturé qui oppose donc une résistance moins importante à leur propagation. Une étude menée par Takada (1994), dans laquelle des fissures remplies de liquide sont successivement injectées dans de la gélatine dans le même plan de fracture, montrent effectivement que les fissures dites secondaires peuvent coalescer avec la fissure principale ainsi qu'entre elles.

## 5.5 Quel modèle de vitesse pour la propagation quasi-statique d'une fissure ?

Nos expériences montrent que la propagation de la fissure est contrôlée par la bulle d'air présente à sa pointe, dès que celle-ci est capable de générer un facteur d'intensité des contraintes supérieur à la résistance à la fracture de la gélatine (FIGURE 5.9). Ainsi, malgré la présence du fluide, la propagation de nos fissures est similaire à la propagation d'une fissure remplie uniquement d'air où la présence de la queue pleine de liquide serait totalement négligée. Un modèle de vitesse pour une fissure remplie d'un fluide de viscosité négligeable est donc contraint par les résultats expérimentaux que nous avons obtenus (FIGURE 5.9) :

- la propagation s'effectue par fracturation de manière quasi-statique.
- une fissure qui contient un fluide moins dense que le solide élastique environnant se propage avec une vitesse proportionnelle au carré de la hauteur de la fissure :  $u \propto h^2$ .

Pour construire un modèle de vitesse, il est nécessaire de d'avoir une échelle de longueur et une échelle de temps. La difficulté est qu'il n'y a pas d'échelles caractéristiques naturelles pour une propagation quasi-statique.

### 5.5.1 Le modèle de Heimpel & Olson (1994)

Comme nous l'avons précédemment indiqué dans le chapitre 1, Heimpel & Olson (1994) ont développé un modèle qui prédit une dépendance de la vitesse avec la hauteur de la fissure identique à celle observée dans nos expériences. Dans ce modèle, Heimpel & Olson définissent une longueur caractéristique qui correspond à la taille de la zone de déformation inélastique qui existe à la pointe de la fissure :

$$d \sim \frac{K^2}{\sigma_y^2}, \quad (5.14)$$

$\sigma_y$  étant un seuil de contraintes qui définit la taille de la zone de déformation inélastique : au delà d'une distance  $d$ , les contraintes sont inférieures à  $\sigma_y$  et le solide se déforme de façon élastique alors qu'à une distance inférieure, les contraintes sont telles que le solide se déforme de façon inélastique. Si la fissure contient un fluide incompressible alors son volume doit rester constant. Lorsque la fissure se propage, elle se referme derrière elle pour conserver son volume. La propagation de la fissure s'accompagne donc de déformations subies par le solide tout autour de la fissure : création de nouvelles surfaces à la pointe de la fissure et fermeture à sa queue. Les auteurs supposent que le temps mis par la fissure pour parcourir la distance  $d$  est le temps mis par les ondes élastiques pour transmettre la déformation élastique du solide sur toute la longueur de la fissure :

$$t \sim \frac{h}{\mathcal{U}_e}, \quad (5.15)$$

$\mathcal{U}_e$  étant la vitesse des ondes élastiques et  $h$  la hauteur de la fissure. Heimpel & Olson déterminent donc une vitesse de fracturation

$$\mathcal{U}_f \sim \mathcal{U}_e \frac{K^2}{h \sigma_y^2} \sim \mathcal{U}_e \frac{(\Delta \rho g h)^2}{\sigma_y^2} \quad (5.16)$$

$$\propto h^2, \quad (5.17)$$

$\Delta \rho$  étant la différence de densité entre le solide et le fluide présent dans la fissure. Ainsi, ce modèle rend compte de la dépendance en  $h^2$  de la vitesse de propagation.

Il faut noter, que ce raisonnement revient à supposer que le rapport des vitesses est conditionné par le rapport de la taille de la zone inélastique sur la taille de la fissure :

$$\frac{\mathcal{U}_f}{\mathcal{U}_e} \sim \frac{d}{h}. \quad (5.18)$$

Nous pouvons toutefois faire deux remarques. Tout d'abord, la distance  $d$  introduite par l'équation (5.14) est conditionnée par  $\sigma_y$ . Ce seuil de contraintes correspond à la contrainte de cohésion des atomes. Pour un solide élastique sans aucun défaut, la contrainte de cohésion théorique est environ  $\frac{E}{10}$ ,  $E$  étant le module d'Young du solide. Toutefois, la vision sans défaut d'un solide élastique est loin d'être satisfaisante, la zone de déformations inélastiques à la pointe d'une fracture se caractérisant par la présence de micro-fissures. Ces déformations inélastiques dépendent du mode de chargement de la fissure. En conséquence, il est probable que le seuil des contraintes  $\sigma_y$  dépende du chargement et ne soit pas une constante du solide. En outre, la manière dont Heimpel & Olson déterminent  $\sigma_y$  dans leurs expériences est tout à fait obscure et on remarquera que les valeurs obtenues sont un ordre de grandeur supérieures aux valeurs théoriques. L'autre remarque est que ce modèle de vitesse ne semble s'accorder qu'avec nos résultats expérimentaux pour les fissures remplies d'air. En effet, si on applique ce modèle de vitesse à des fissures dont la surpression interne  $\Delta P$  est constante, l'échelle de longueur  $d$  devient :

$$d \sim \frac{K^2}{\sigma_y^2} \sim \frac{\Delta P^2 h}{\sigma_y^2}, \quad (5.19)$$

ce qui nous donne une vitesse de fracturation constante, indépendante de la géométrie de la fissure :

$$\mathcal{U}_f \sim \frac{\mathcal{U}_e \Delta P^2}{\sigma_y^2} = \text{constante}. \quad (5.20)$$

Or les expériences que nous avons réalisées sur la propagation de fissures depuis un réservoir en surpression constante (chapitre 4) montrent que ce n'est pas vrai : la vitesse d'une fissure, dont la propagation est déterminée par un équilibre entre sa surpression interne et la pression de fracturation, décroît avec sa longueur.

### 5.5.2 Le modèle de Mériaux *et al.* (1999)

Un autre modèle a récemment été développé par Mériaux *et al.* (1999). Cette approche, qui permet de mieux intégrer la fracturation, utilise la théorie de l'endommagement afin d'en sortir une échelle de temps. Cette théorie traite la détérioration que le solide élastique subit à la pointe de la fissure à cause des déformations inélastiques qui y ont lieu. Cette détérioration, ou endommagement,

évolue dans le temps en réponse à la charge appliquée à la fissure et est caractérisée par une variable intensive sans dimension  $\psi$ . Cette variable d'endommagement  $\psi$  peut être vue comme une densité de micro-fissures. Ainsi, un matériau non endommagé est caractérisé par  $\psi = 0$  alors que  $\psi = 1$  correspond à un matériau entièrement fracturé qui a perdu toute cohésion. Mériaux *et al.* (1999) ont utilisé cette approche pour étudier la propagation latérale des dykes. Dans cette étude, un dyke est alimenté par une surpression  $\Delta P$  constante à la source. Mériaux *et al.* ont utilisé la rhéologie de l'endommagement développée par Lyakhovsky *et al.* (1997). Selon cette rhéologie, les coefficients élastiques du solide sont affectés par l'endommagement et le solide se comporte comme un matériau élastique non linéaire avec l'énergie élastique

$$U = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 - \gamma I_1 \sqrt{I_2} \right], \quad (5.21)$$

où  $\rho$  est la densité du solide et  $I_1, I_2$  sont les deux invariants du tenseur de déformation  $e_{ij}$  définis par

$$I_1 = e_{ii}, \quad (5.22)$$

$$I_2 = e_{ij}e_{ij}. \quad (5.23)$$

Les effets de l'endommagement sont pris en compte à travers le coefficient de couplage  $\gamma$  et grâce à la dépendance en  $\psi$  des deux coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ . Ainsi, pour un matériaux ne subissant aucun endommagement,  $\psi = 0$ ,  $\gamma = 0$  et on retrouve l'énergie élastique d'un solide élastique linéaire :

$$U = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\lambda}{2} I_1^2 + \mu I_2 \right]. \quad (5.24)$$

L'entropie devant croître lorsqu'il y a de l'endommagement, Lyakhovsky *et al.* (1997) montre par une formulation thermodynamique du problème que la cinétique de l'endommagement peut s'écrire

$$\frac{d\psi}{dt} = -C \frac{\partial U}{\partial \psi}, \quad (5.25)$$

où  $C$  est une fonction positive des variables d'état du solide qui décrit l'évolution temporelle du processus d'endommagement. Il est supposé que le coefficient de Lamé  $\lambda$  est pratiquement indépendant de  $\psi$  et que les coefficients  $\mu$  et  $\gamma$  dépendent linéairement de  $\psi$  :  $\mu = \mu_0 + \psi \mu'$  et  $\gamma = \psi \gamma'$  (Lyakhovsky *et al.*, 1997).  $\mu_0$  correspond au module de cisaillement du solide élastique non endommagé. La cinétique d'endommagement (5.25) peut donc se récrire

$$\frac{d\psi}{dt} = C_d I_2 (\xi - \xi_0) \quad \text{pour} \quad \xi \geq \xi_0. \quad (5.26)$$

$\xi = \frac{I_1}{\sqrt{I_2}}$  est un rapport d'invariants de déformation qui caractérise le type de déformation appliquée au solide,  $\xi_0 = \mu'/\gamma'$  et  $C_d = C \gamma'/\rho$  sont deux paramètres du modèles qui sont supposés être des propriétés du solide.  $\xi_0$  correspond à un rapport d'invariants de déformation critique au-delà duquel le matériau se détériore et  $C_d$  est une constante positive qui caractérise la vitesse d'endommagement du solide pour une déformation donnée.

En suivant le raisonnement de Mériaux *et al.*, on peut définir une échelle de déformation pour le tenseur de déformation de la façon suivante :

$$e_{ij} \sim \frac{\Delta P}{\mu_0}. \quad (5.27)$$

Il s'en suit qu'une échelle de temps d'endommagement est obtenue à partir de la cinétique décrite par l'équation (5.26) :

$$t_d = \left[ \frac{\mu_0}{\Delta P} \right]^2 \frac{1}{C_d}. \quad (5.28)$$

Par ailleurs, l'écoulement magmatique visqueux dans un dyke s'effectue sur une échelle de temps

$$t_v = \left[ \frac{\mu_0}{\Delta P} \right]^2 \frac{\eta}{\Delta P}, \quad (5.29)$$

où  $\eta$  est la viscosité du magma. Pour un dyke mafique typique, l'échelle de temps d'endommagement est nettement plus grande que l'échelle de temps associée à l'écoulement visqueux :

$$\frac{t_v}{t_d} \approx \frac{\eta C_d}{\Delta P} \approx 10^{-4}. \quad (5.30)$$

Cela suggère que la vitesse de propagation d'un dyke mafique est contrôlée par le processus d'endommagement plutôt que par l'écoulement visqueux du magma. Toutefois, Mériaux *et al.* considère que l'échelle de temps d'endommagement (5.28), qui est basée sur l'estimation  $I_2 \sim [\Delta P/\mu_0]^2$ , n'est pas rigoureusement valable dans la zone endommagée. En effet, les contraintes présentes dans la zone endommagée proche de la pointe du dyke sont nettement plus importantes que  $\Delta P$ . De plus, le solide étant fortement endommagé dans cette zone, les coefficients élastiques doivent varier fortement avec l'endommagement proche de la pointe du dyke. Ainsi, il est vraisemblable que lorsqu'on se rapproche de la pointe du dyke, ce qui correspond à un accroissement de l'endommagement,  $\mu(\psi)$  tende vers zéro. Mériaux *et al.* proposent donc que l'estimation pour  $I_2$  devrait plutôt être de la forme

$$I_2 \sim \frac{P_d}{\mu_d}, \quad (5.31)$$

où  $P_d \gg \Delta P$  et  $\mu_d \ll \mu_0$ , et l'échelle de temps d'endommagement serait en définitive plus petite que ne le suggère l'équation (5.28).

Mériaux *et al.* soulèvent un autre problème. Si on suppose que l'endommagement se propage à une vitesse  $v$  constante alors la cinétique (5.26) peut s'écrire

$$v \nabla \psi \propto C_d I_2. \quad (5.32)$$

En intégrant l'équation (5.32), on obtient

$$\psi(r) \propto \frac{C_d}{v} \int_r^\infty I_2(r) dr. \quad (5.33)$$

L'intégrale  $\int_r^\infty I_2(r) dr$  dépend du champ de déformations à la pointe du dyke à travers l'invariant  $I_2(r)$ . Ce champ de déformations possédant une singularité à la pointe du dyke, l'intégrale diverge. Or le solide est totalement fracturé si  $\psi = 1$ . Autrement dit, la divergence de cette intégrale implique que  $\psi \geq 1$ , et donc que le solide est fracturé, sur une certaine distance en avant de la pointe du dyke. Cela est en contradiction avec l'hypothèse que la vitesse de propagation du dyke est conditionnée par la détérioration totale du solide. Il semble donc qu'un dyke alimenté par une surpression constante ne peut pas se propager avec une vitesse de propagation constante. Mériaux *et al.* suggèrent alors que la vitesse de propagation du dyke serait en définitive plus rapide et qu'elle serait contrôlée par l'écoulement magmatique puisque l'échelle de temps visqueuse  $t_v$  est plus faible que l'échelle de temps d'endommagement  $t_d$  (équation 5.30). Si la propagation du dyke est effectivement contrôlée par l'écoulement visqueux, la perte de charge visqueuse engendré par l'écoulement magmatique diminue la valeur de l'invariant  $I_2(r)$ , ce qui diminue la distance en avant de la pointe du dyke sur laquelle le solide est totalement fracturé. En se basant sur les travaux de Spence & Sharp (1985), Mériaux *et al.* suggèrent qu'il existe une vitesse de propagation limite qui correspond à une perte de charge visqueuse telle que la singularité des déformations est éliminée ; l'intégrale  $\int_r^\infty I_2(r) dr$  convergerait et le paradoxe serait alors éliminé. Nous pouvons cependant faire une remarque. Comme le reconnaissent eux-même Mériaux *et al.*, l'étude de Spence & Sharp (1985) s'effectue dans le cadre de la mécanique de la fracture élastique linéaire. Mériaux *et al.* justifient leur raisonnement en soulignant que le solide se comporte comme un solide élastique linéaire excepté dans la zone endommagée qui est d'autant plus petite que la vitesse du dyke — donc la perte de charge visqueuse — est importante. Il nous semble cependant délicat de sauter le pas et de négliger cette zone pour transposer les travaux de Spence & Sharp (1985) à l'étude de l'endommagement. En effet, Mériaux *et al.* (1999) montrent que l'endommagement renforce toujours la singularité des déformations à la pointe du dyke. Ainsi, même si la zone d'endommagement est diminuée par la perte de charge visqueuse, il n'est pas évident que l'intégrale  $\int_r^\infty I_2(r) dr$  soit finalement amenée à converger. Nous sommes donc dubitatifs quant à la



conclusion de Mériaux *et al.* selon laquelle la propagation du dyke est déterminée par l'écoulement visqueux. Enfin, si on accepte le modèle développé par Mériaux *et al.*, il est cependant incapable de prédire une vitesse de propagation dans le cas d'une fissure gazeuse, la viscosité des gaz pouvant être raisonnablement considérée comme nulle.

### 5.5.3 Vitesse de propagation quasi-statique

Ces deux modèles arrivent donc à déterminer une échelle de temps de fracturation, en utilisant la vitesse des ondes élastiques pour Heimpel & Olson (1994) et grâce à la théorie de l'endommagement pour Mériaux *et al.* (1999). Cependant, bien qu'ils soient basés sur des approches totalement différentes, ces deux modèles butent sur la même difficulté à trouver une échelle de longueur liée à la fracturation. Le modèle de Heimpel & Olson (1994) essaie de l'estimer à partir de la contrainte seuil  $\sigma_y$  mais une définition adéquate de ce seuil de contraintes manque. De plus, ce modèle n'arrive pas à expliquer la propagation d'une fissure dont la surpression est constante. Quant à l'étude de Mériaux *et al.* (1999), elle montre que la théorie de l'endommagement est tributaire du champ de contraintes qui lui-même dépend de l'endommagement. Dans les deux cas, il semble que la difficulté provienne de la singularité des déformations qui existe à la pointe d'une fissure. La propagation quasi-statique d'une fissure, qui est *a priori* un problème d'élasticité, dépendrait donc des déformations inélastiques produites par les processus de fracturation. Nous sommes donc apparemment dans l'incapacité de prédire la vitesse à laquelle une fissure peut se propager de manière quasi-statique dans un solide élastique. Or, nous venons de voir que c'est cette vitesse de propagation quasi-statique qui peut nous donner des informations sur la façon dont les éruptions précurseurs riches en gaz s'effectuent. En outre, nous avons vu dans le chapitre 4 que la propagation des dykes à partir d'une source sous pression constante pouvait également être quasi-statique. La détermination d'un modèle de vitesse pour la propagation quasi-statique d'une fissure est donc de première importance.

# Chapitre 6

## Conclusion

Nous avons étudié l'initiation et la propagation de fissures à partir d'un réservoir sous pression constante. Ce travail a été réalisé à travers trois séries d'expériences de laboratoires qui n'avaient pas encore été tentées auparavant et qui nous ont permis d'étudier respectivement les interactions entre des fissures s'initiant depuis un même réservoir, la propagation d'une fissure depuis un réservoir en surpression constante et l'effet de l'exsolution de gaz sur la propagation d'une fissure.

### 6.1 Les résultats expérimentaux de cette thèse

#### 6.1.1 Acquis expérimental

Le principe de base de nos expériences consiste à injecter un fluide — de l'air ou une solution aqueuse plus ou moins visqueuse — dans de la gélatine à l'état solide. La gélatine a déjà été utilisée pour simuler le comportement élastique cassant de la croûte terrestre dans les précédentes études expérimentales sur les dykes. On suppose dans ces études que la gélatine à l'état solide se comporte de manière élastique. Cependant, à notre connaissance aucune de ces études n'a vérifié ce comportement. Nous avons donc développé des techniques pour mesurer *in situ* le comportement élastique de la gélatine, à travers son module d'Young  $E$ , ainsi que son comportement cassant, à l'aide de sa résistance à la fracture  $K_c$ . Ces techniques nous ont permis de vérifier quantitativement le comportement élastique de la gélatine à l'état solide à travers la relation statique  $K_c \propto \sqrt{E}$ .

### 6.1.2 Interaction entre fissures s'initiant depuis un même réservoir

L'initiation d'une fissure à partir d'un réservoir dépend de son espacement avec les fissures voisines et de leur surpression. Dans le cas de fissures identiques parallèles et également espacées nous avons montré que la résistance à la fracture apparente adimensionnée  $K_c^*$  ressentie par les fissures au moment de leur initiation peut s'écrire sous la forme

$$K_c^* = \frac{\alpha(s^*)}{\alpha'(s^*) g(s^*)}. \quad (6.1)$$

$K_c^*$  dépend non seulement de l'espacement adimensionné  $s^*$  entre les fissures mais également de la forme de leur distribution de surpression. Cette résistance à la fracture apparente adimensionnée tend vers l'infini pour des fissures infiniment proches et tend vers 1 pour des fissures très éloignées les unes des autres. Dans nos expériences où les fissures s'initient grâce à une augmentation de leur flottabilité, nous trouvons que

$$K_c^* \simeq 1 + \frac{1}{3s^*}. \quad (6.2)$$

$K_c^*$  décroît donc relativement vite vers l'asymptote 1. Il s'agit d'une relation établie dans un cas statique. Si l'on suppose que cette relation reste valable au cours de la propagation simultanée de plusieurs fissures, elle nous permet d'expliquer les observations de Nemat-Nasser (1983) quant à la ségrégation qui s'opère entre ces fissures. L'espacement adimensionné diminuant au cours de la propagation, la résistance à la fracture apparente ressentie par les fissures augmente. Le système est donc instable. Ainsi, certaines fissures continuent de se propager au détriment d'autres, cette ségrégation permettant de diminuer momentanément  $K_c^*$  pour les fissures qui continuent de se propager.

Nous avons également montré comment la géométrie d'un réservoir en surpression pouvait perturber et modifier le champ de contraintes dans le solide et plus particulièrement à l'interface entre le solide et le réservoir. Dans le cas d'un champ de contraintes initialement homogène, la surpression du réservoir modifie le champ de contraintes de manière inhomogène. En conséquence, l'initiation des fissures se trouve localisée préférentiellement aux extrémités du réservoir, où le champ de contraintes est plus extensif.

### 6.1.3 Propagation de fissure à partir d'un réservoir sous pression constante

Nos résultats expérimentaux suggèrent un nouveau modèle de propagation de fissure. Initialement la propagation de la fissure est contrôlée par l'équilibre entre

la pression élastique et la pression de fracturation :  $P_e \sim P_f$ . La fissure se propage alors radialement avec un flux croissant et une vitesse décroissante. Puis, lorsque la flottabilité devient suffisamment importante, la fissure développe une tête bombée de longueur  $l_c$  constante dans laquelle la poussée d'Archimède  $P_h$  vainc la pression de fracturation  $P_f$  et se propage préférentiellement verticalement. Ce second régime de propagation est stationnaire : la vitesse et le flux sont fixés constants à la transition entre les régimes. Même dans le régime de propagation stationnaire, vitesse et flux sont déterminés par les conditions initiales à la source tout comme l'est le taux de libération d'énergie de déformation élastique qui dépend du rapport entre la surpression de la source et la poussée d'Archimède présente dans la fissure initiale :

$$G \sim \frac{G_c}{\pi} \frac{\Delta P_r}{\Delta \rho g l_i}. \quad (6.3)$$

La perte de charge visqueuse apparaît comme négligeable lors de la propagation et notre modèle suggère que dès lors que la fracturation domine la propagation, la perte de charge visqueuse ne joue plus qu'un rôle passif dans la propagation de la fissure : elle détermine seulement l'épaisseur de la queue de la fissure qui relie la tête de la fissure au réservoir dans le régime de propagation stationnaire.

Nos résultats expérimentaux montrent également que la propagation d'une fissure remplie de liquide peut s'effectuer de manière quasi-statique d'un point de vue élastique. Cette propagation quasi-statique est possible même lorsque le facteur d'intensité des contraintes à la pointe de la fissure est supérieur à la résistance à la fracture du solide environnant.

En appliquant ce modèle de propagation dans un cadre géologique, nous pouvons estimer la hauteur de transition entre les régimes ainsi que la surpression dans le réservoir magmatique à partir d'affleurements mesurés sur le terrain. C'est ce que nous avons fait pour Hawaii et l'essaim de dykes de MacKenzie et notre modèle suggère que le régime de propagation des dykes mafiques n'est pas stationnaire, au moins pour Hawaii.

#### 6.1.4 Effet de l'exsolution de gaz sur la propagation d'une fissure

L'exsolution de volatiles lors de la propagation d'une fissure depuis un réservoir en surpression constante a un double effet. Premièrement, les volatiles exsolvés s'accumulent à la pointe de la fissure et en conséquence déforment la fissure et en modifient profondément la géométrie. Deuxièmement, l'exsolution de volatiles étant continue, le volume de gaz présent à la pointe de la fissure croît lors de la propagation augmentant ainsi sa poussée d'Archimède. Lorsque cette dernière devient supérieure à la surpression du réservoir, la poche de gaz contrôle alors la propagation de la fissure ; la vitesse devient proportionnelle au carré de

la hauteur de la poche de gaz :

$$u \propto h^2. \quad (6.4)$$

En outre, on observe que le flux d'alimentation de la fissure en liquide devient constant. Ce flux est d'autant plus faible que la viscosité du liquide est élevée. Ces deux résultats sur la vitesse de la fissure et son flux impliquent que la fissure se referme lors de sa propagation et donc que la séparation ultérieure des phases gazeuse et liquide semble possible. Ces résultats fournissent un explication pour l'origine des éruptions précurseurs très riches en gaz qui précèdent les éruptions plinienne plus riches en magma.

## 6.2 Discussion

D'après nos expériences, lorsque la mécanique de la fracture élastique linéaire est applicable, il semble qu'une fissure remplie de liquide puisse se propager de façon quasi-statique même lorsque le facteur d'intensité des contraintes à sa pointe est supérieur à la résistance à la fracture du solide. Les implications qui découlent de ce résultat ne concernent pas uniquement la propagation des dykes mais affectent également la propagation des fissures dans un cadre plus général.

Comme nous l'avons indiqué précédemment, lorsque la fissure se propage en régime stationnaire il est possible d'écrire le taux de libération d'énergie de déformation élastique  $G$  sous la forme

$$G \sim \frac{G_c}{\pi} \frac{\Delta P_r}{\Delta \rho g l_i}. \quad (6.5)$$

Ce sont donc les conditions initiales à la source qui déterminent la valeur de  $G$  et qui en conséquence conditionnent totalement la propagation de la fissure en régime stationnaire. Les autres résultats de nos expériences nous permettent de contraindre un modèle de vitesse. Nous avons vu dans le chapitre 5 que la vitesse de la fissure était déterminée par la hauteur de la poche de gaz présente à sa pointe :  $u \propto h_b^2$ . Cette relation est également vérifiée pour les expériences décrites dans le chapitre 4. La FIGURE (6.1) représente la vitesse de propagation  $u$  de la fissure en régime stationnaire en fonction de la hauteur  $l_c$  de sa tête bombée. La courbe en trait plein représente la relation  $u \propto l_c^2$  sur laquelle les points expérimentaux s'accordent assez bien. Ainsi, non seulement la vitesse de propagation d'une fissure en régime stationnaire reste constante, mais elle est également déterminée par la hauteur de sa tête bombée, qui est elle même contrôlée par les conditions initiales à la source comme le suggérait l'équation (6.5).

Le fait que nous trouvons la même relation dans les expériences de propagation d'une fissure avec ou sans bulle d'air conforte notre position vis à vis des

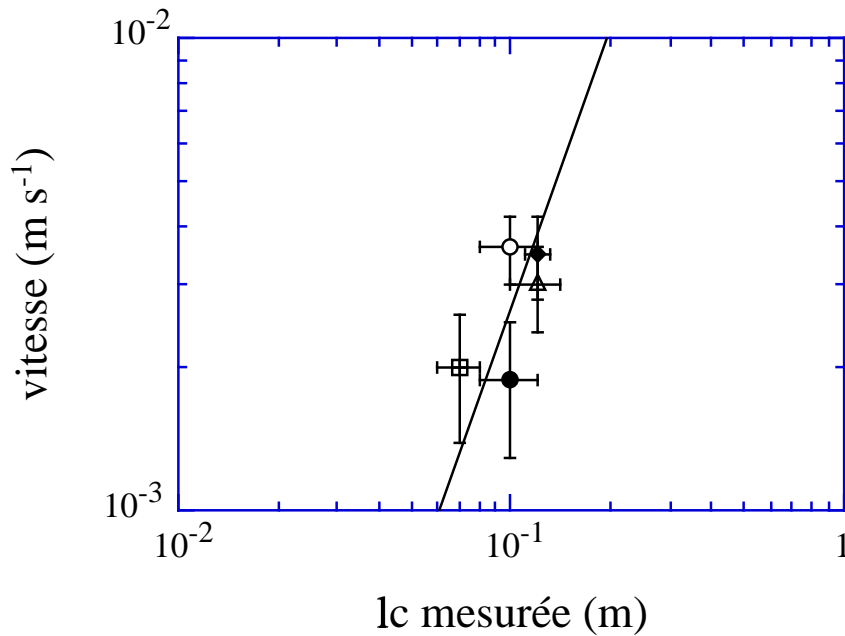


FIGURE 6.1: La vitesse de propagation  $u$  d'une fissure en régime stationnaire en fonction de la longueur  $l_c$  de sa tête bombée. La courbe en trait plein représente la relation  $u \propto l_c^2$ . Chaque symbole représente une expérience. Les symboles utilisés sont identiques à ceux des FIGURES (4.13), (4.15) et (4.16).

effets de bords. En effet, la relation  $u \propto h_b^2$  est observée pour des bulles d'air de taille relativement faible. Il est donc raisonnable de penser que les effets de bords associés à leur propagation sont négligeables. La relation  $u \propto l_c^2$  (FIGURE 6.1) observée pour les expériences décrites dans le chapitre 4 suggère donc que les effets de bords y sont également négligeables.

Cependant, si nous pouvons expliquer comment le régime stationnaire est contrôlé par les conditions initiales, nous ne parvenons pas à expliquer comment il est atteint. Autrement dit, comment expliquer le régime initial de propagation ? L'une des caractéristique du régime initial de propagation quasi-statique est le fait que le facteur d'intensité des contraintes à la pointe de la fissure — ou, ce qui revient au même, le taux de libération d'énergie de déformation élastique — augmente lors de la propagation. Contrairement à ce que l'on pourrait penser *a priori*, la vitesse de propagation de la fissure décroît dans le même temps. Bien que de plus en plus d'énergie soit libérée pour propager la fissure, celle-ci ralentie. Cela signifie que la résistance à la fracture augmente lors de sa propagation. Comment expliquer cette observation ?

Nos expériences nous donnent donc des contraintes sur la propagation quasi-statique d'une fissure quelque soit l'équilibre de pression qui la gouverne : lorsque

la propagation est contrôlée par un équilibre entre la pression élastique et la pression de fracturation, la fissure se propage avec une vitesse décroissante ; lorsqu'elle est contrôlée par un équilibre entre la poussée d'Archimède présente dans la tête de la fissure et la pression de fracturation, la vitesse dépend de la hauteur de la tête suivant la relation  $u \propto l_c^2$ . À notre connaissance, il n'existe pas à l'heure actuelle de modèle de propagation qui rende compte de ces observations. Comme nous l'avons déjà écrit, toute la difficulté pour établir un modèle de vitesse réside dans la détermination d'une échelle de longueur et d'une échelle de temps associées à la propagation quasi-statique d'une fissure. Si une échelle de temps a été proposée par différentes approches (Heimpel & Olson, 1994; Mériaux & Jaupart, 1998), une échelle de longueur manque toujours. Il semble que le problème provienne essentiellement des déformations inélastiques présentes à la pointe de la fissure associées aux processus de fracturation. Il est donc nécessaire de comprendre comment la fracturation s'effectue afin d'obtenir un modèle de propagation quasi-statique qui soit capable de rendre compte de nos observations sur la vitesse de la fissure.

Les fissures dans nos expériences sont contrôlées par les processus de fracturation et plus précisément par la résistance à la fracture  $K_c$  du solide environnant. Cependant, des études de terrain et théoriques suggèrent que la mécanique de la fracture élastique linéaire n'est pas applicable aux dykes :  $K_c$  semble dépendre de la taille des dykes et ne serait donc pas une propriété intrinsèque des roches (Delaney *et al.*, 1986; Rubin, 1993, 1995). D'après Rubin (1993, 1995) la notion d'énergie de fracturation serait plus adéquate à l'étude des dykes car elle permet prendre en compte les déformations inélastiques qui accompagnent la fracturation des roches. Bien que nos expériences correspondent au cas où l'énergie de fracturation est une constante, elles nous éclairent cependant sur la façon dont les processus de fracturation déterminent à la fois les conditions d'initiation des fissures et leur propagation. Notamment, il apparaît que dès lors que les processus de fracturation gouvernent la propagation d'une fissure, ce contrôle sera maintenu durant toute la propagation. Dans le cas où l'énergie de fracturation n'est plus une constante mais augmente avec la taille de la fissure, il est vraisemblable que son contrôle sur la propagation n'en soit que renforcé. Nous pensons donc que l'énergie de fracturation des roches est le paramètre clef pour déterminer le régime de propagation des dykes et il est clair qu'une étude approfondie des processus de fracturation entrant en jeu lors de la propagation des dykes — c'est-à-dire à des pressions de confinement élevées — est essentielle pour comprendre comment et dans quel régime se propagent les dykes.

# Annexe A

## Programme MATLAB pour le calcul du facteur d'intensité des contraintes

```
% Programme Calcul_K.m

% CALCUL DU FACTEUR D'INTENSITÉ DES CONTRAINTES K
% POUR UNE "EDGE CRACK" DE LONGUEUR h

clear all

% densité de la gelatine et de l'eau en kg/cm^3
rhog; drhog ;
rhow; drhow;

% Hauteur de la fissure en m avec son incertitude
h; dh;

% Niveau d'air dans la fissure en m avec son incertitude dans la
% fissure au moment de la propagation. xw est le niveau d'air
% normalisé à h.
zw; dzw; xw = zw/h;

% Surpression moyenne dans la fissure en Pa avec son incertitude
```



```
Po = ((rhog-rhow)/2*9.81*zw^2 + rhog/2*9.81*(h^2-zw^2) -
rhow*9.81*zw*(h-zw))/h;
dPo = ((drhog+drhow)/2*zw^2 + (rhog-rhow)*zw*dzw +
drhog/2*(h^2-zw^2) + rhog*(h*dh+zw*dzw) +
(h-zw)*(zw*drhow+rhow*dzw) + rhow*zw*(dh+dzw))*9.81/h +
Po*dh/h;
```

```
% Matrice des points xi où sont effectués les calculs
```

```
x=[0.5 0 0 0 0 0 0 0;
0.2113248654 0.7886751346 0 0 0 0 0 0;
0.1127016654 0.5 0.8872983346 0 0 0 0 0;
0.0694318442 0.3300094782 0.6699905218 0.9305681558 0 0 0 0;
0.046910077 0.2307653449 0.5 0.7692346551 0.953089923 0 0 0;
0.0337652429 0.1693953068 0.380690407 0.619309593 0.8306046932
0.9662347571 0 0;
0.0254460438 0.1292344072 0.2970774243 0.5 0.7029225757
0.8707655928 0.9745539562 0;
0.0198550718 0.1016667613 0.237233795 0.4082826788 0.5917173212
0.762766205 0.8983332387 0.9801449282];
```

```
% Matrice des poids de chaque points xi
```

```
w=[1 0 0 0 0 0 0 0;
0.5 0.5 0 0 0 0 0 0;
0.2777777778 0.4444444444 0.2777777778 0 0 0 0 0;
0.1739274226 0.3260725774 0.3260725774 0.1739274226 0 0 0 0;
0.1184634425 0.2393143352 0.2844444444 0.2393143352 0.1184634425
0 0 0;
0.0856622462 0.1803807865 0.2339569673 0.2339569673 0.1803807865
0.0856622462 0 0;
0.0647424831 0.1398526957 0.1909150253 0.2089795918 0.1909150253
0.1398526957 0.0647424831 0;
0.0506142681 0.1111905172 0.1568533229 0.1813418917 0.1813418917
0.1568533229 0.1111905172 0.0506142681];
```

```
% Calcul des phi_ij, des L_ij et des lambda_ij associés
```

```
for n = 1:8
```

```

clear L; clear lambda;
clear P; clear Lamb;
clear LL; clear a;
phi = ones(1,n);
for i = 1:n;
for j = 1:n;
    if x(i,j) <= xw
phi(j) = 2/pi/Po*((rhog-rhow)*9.81*h*x(i,j)) +
rhow*9.81*eps/Po;
        else
phi(j) = 2*h/pi/Po*((rhog-rhow)*9.81*x(i,j) -
rhow*9.81*xw*(pi/2 - asin(xw/x(i,j)))) +
rhow*9.81*sqrt(x(i,j)^2-xw^2) + rhow*9.81*eps/Po;
        end
end
end
    for i = 1:n
for j = 1:n
    if i==j
L(i,j) = 4/(3*(pi^2)*x(n,i));
lambda(i,j) = 1-w(n,i)*L(i,j);
        else
L(i,j) = 16/(pi^2)*x(n,i)*x(n,j)^2*((x(n,i)^2 +
x(n,j)^2)/(x(n,i)^2 - x(n,j)^2)^3*log(x(n,i)/x(n,j)) -
1/(x(n,i)^2 - x(n,j)^2)^2);
lambda(i,j) = -w(n,j)*L(i,j);
        end
end
end

% Détermination des nouveaux coefficients lambda(xi,xj)
% pour obtenir une matrice diagonale
    if n ~= 1
for k = 2:n
    m = k-1;
    for i = k:n

```

```

P(i) = lambda(m,m)*phi(i) - lambda(i,m)*phi(m);
for j = 1:n
    Lamb(i,j) = lambda(m,m)*lambda(i,j) -
    lambda(i,m)*lambda(m,j);
end
end
for i = 2:n
for j = 1:n
    phi(i) = P(i);
    lambda(i,j) = Lamb(i,j);
end
end
end

% Calcul des a(xi)
a(n) = phi(n)/lambda(n,n);
    for k = 1:n-1
i = n-k; s = 0;
for j = i+1:n
    s = s + lambda(i,j)*a(j);
end
    a(i) = (phi(i) - s)/lambda(i,i);
    end
    else
a(1) = phi(1)/lambda(1,1);
    end

% Calcul des L(xi=1,xj) = LL
    for j =1:n
LL(j) = 16/pi^2*x(n,j)^2*((1 + x(n,j)^2)/(1 -
x(n,j)^2)^3*log(1/x(n,j)) - 1/(1 - x(n,j)^2)^2);
    end

% Calcul de alpha = a(xi=1)
    somme = 0;
    for j = 1:n

```

```
somme = somme+w(n,j)*LL(j)*a(j);
    end
    Phi_de_1 = 2*h/pi/Po*((rhog-rhow)*9.81 - rhow*9.81*xw*(pi/2 -
    asin(xw)) + rhow*9.81*sqrt(1-xw^2)) + rhow*9.81*eps/Po;
    alpha(n) = Phi_de_1 + somme;

% Facteur d'intensité des contraintes K avec son incertitude
    K(n) = alpha(n)*Po*sqrt(pi*h);
    dK(n) = K(n)*(dPo/Po+dh/2/h);
end
```

## Annexe B

# Programme en Qbasic pour l'acquisition des données de masse pendant la propagation d'une fissure

```
% PROGRAMME D'ACQUISITION DE DONNEES PROVENANT D'UNE BALANCE
% METTLER VIA UN PORT SERIE RS232.

% Nettoyage de l'écran, remise à zéro de toutes les variables et
% chaines de caractères.
CLS
CLEAR

INPUT "Numéro de la manip. ? ", Num$
Save$ = "A:Fissure#" + Num$
PRINT "Les données seront sauvegardées sur la disquette dans le
fichier ";
Save$ PRINT
INPUT "Intervalle de temps entre deux mesures (en s) ? Os implique
une prise de mesure toutes les 160 ms. ", DeltaT!
```

```
% Ouverture du port série COM1 (port A a l'arriere du PC) et du
% fichier de sauvegarde des données .
```

```
OPEN "COM1:2400,E,7,1,RS,DS,CD,CS" FOR RANDOM AS #1
```

```
OPEN Save$ FOR OUTPUT AS #2
```

```
% Sauvegarde de la date et de l'heure sur le fichier de
% sauvegarde des données.
```

```
WRITE #2, DATE$, TIME$
```

```
% Création de la commande "Send Immediate value".
```

```
CRLF$ = CHR$(13) + CHR$(10)
```

```
Ordre$ = "SI" + CRLF$
```

```
% Initialisation de la durée de l'expérience.
```

```
TempsInitial! = TIMER
```

```
% Envoi de la commande et réception du message.
```

```
% L'enregistrement des données s'arrete lorsqu'une touche
% du clavier est enfoncée.
```

```
DO
```

```
Instant! = TIMER
```

```
WHILE (TIMER - Instant!) < DeltaT!
```

```
WEND
```

```
% Envoi de la commande
```

```
PRINT #1, Ordre$;
```

```
Message$ = ""
```

```
% Boucle d'acquisition du message.
```

```
DO
```

```
Message$ = Message$ + Car$
```

```
Car$ = INPUT$(1, #1)
```

```
LOOP UNTIL Car$ = CHR$(10)
```

```
Temps! = (TIMER - TempsInitial!)
```

```
PRINT Message$; Temps!
```

```
% Écriture de la mesure sur le fichier de sauvegarde des
% données.
WRITE #2, Message$, Temps!
LOOP UNTIL INKEY$ <> ""
```

# Bibliographie

- Abramowitz, M. & Stegun, I. A. (1964). *Handbook of Mathematical Functions With Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, Volume 55 of *Applied Mathematics Series*. National Bureau of standards.
- Agnon, A. & Lyakhovsky, V. (1995). Damage distribution and localization during dyke intrusion. In G. Baer & A. Heimann (Eds.), *Physics and Chemistry of Dykes*, pp. 65–78. A.A. Balkema.
- Atkinson, B. K. (1984). Subcritical crack growth in geological materials. *J. Geophys. Res.*, **89**, 4 077–4 114.
- Baer, G., Beyth, M. & Reches, Z. (1994). Dykes emplaced into fractured basement, Timma igneous complex, Israel. *J. Geophys. Res.*, **99**, 24,039–24,050.
- Barenblatt, G. I. (1962). The mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. *Adv. Appl. Mech.*, **7**, 55–129.
- Brandsdóttir, B. & Einarsson, P. (1979). Seismic activity associated with the Septembre 1977 deflation of the Krafla central volcano in North-Eastern Iceland. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **6**, 197–212.
- Bruce, P. M. & Huppert, H. E. (1989). Thermal control of basaltic fissure eruptions. *Nature*, **342**, 665–667.
- Bruce, P. M. & Huppert, H. E. (1990). Solidification and melting along dykes by laminar flow of basaltic magma. In M. P. Ryan (Ed.), *Magma Transport and Storage*, pp. 87–101. John Wiley & Sons Ltd.
- Crisp, J. D. C. (1952). The use of gelatin models in structural analysis. *Proc. Int., Mech. Eng., Part B*, **1B (12)**, 580–604.
- Daag, A. S., Tubianosa, B. S., Newhall, C. G., Tuñgol, N. M., Javier, D., Dolan, M. T., Delos Reyes, P. J., Arboleda, R. A., Martinez, M. M. L. & M., R. M. T. (1996). Monitoring sulfur dioxide at Mount Pinatubo. In C. G. Newhall & R. S. Punongbayan (Eds.), *Fire and Mud: Eruptions and Lahars of Mount Pinatubo*,



- Philippines*, pp. 409–414. Philippine Institute of Volcanology and Seismology, University of Washington Press.
- Delaney, P. T. & Pollard, D. D. (1981). Deformation of host rocks and flow of magma during growth of Minette dikes and breccia-bearing intrusions near Ship Rock, New Mexico. *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.* (1202).
- Delaney, P. T. & Pollard, D. D. (1982). Solidification of basaltic magma during flow in a dike. *Am. J. Sci.*, **282**, 856–885.
- Delaney, P. T., Pollard, D. D., Ziony, J. L. & McKnee, E. H. (1986). Field relations between dikes and joints: emplacement processes and paleostress analysis. *J. Geophys. Res.*, **91**, 4,920–4,938.
- Djabourov, M. (1986). *La gélification thermoréversible du système eau-gélatine*. Ph. D. thesis, Université Paris 6.
- Duffield, W. A., Christiansen, R. L., Koyanagi, R. Y. & Peterson, D. W. (1982). Storage, migration, and eruption of magma at Kilauea volcano, Hawaii, 1971–1972. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **13**, 273–307.
- Einarsson, P. & Brandsdóttir (1980). Seismological evidence for lateral magma intrusion during the July 1978 deflation of the Krafla volcano in NE-Iceland. *J. Geophys.*, **47**, 160–165.
- Emermann, S. H., Turcotte, D. L. & Spence, D. A. (1986). Transport of magma and hydrothermal solutions by laminar and turbulent fluid fracture. *Phys. Earth Planet. Int.*, **41**, 249–259.
- Ernst, R. E. & Baragar, W. B. A. (1992). Evidence from magnetic fabric for the flow pattern of magma in the MacKenzie giant radiating dyke swarm. *Nature*, **356**, 511–513.
- Fahrig, W. F. (1987). The tectonic settings of continental mafic dyke swarms: failed arm and early passive margin. In H. C. Halls & W. F. Fahrig (Eds.), *Mafic Dyke Swarms*, Number 34 in Geol. Assoc. Can. Spec. Pap., pp. 331–348.
- Fiske, R. S. & Jackson, E. D. (1972). Orientation and growth of Hawaiian volcanic rifts: the effect of regional structure and gravitational stresses. *Proc. R. Soc. London*, **329**, 299–326.
- Gardner, J. E., Carey, S. & Sigurdsson, H. (1998). Plinian eruptions at Glacier Peak and Newberry volcanoes, United States: implications for volcanic hazards in the Cascade Range. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **110**, 173–187.
- Griffith, A. A. (1920). The phenomena of rupture and flow in solids. *Phil. Trans. R. Soc. London A*, **221**, 163–198.

- Harlow, D. H., Power, J. A., Laguerta, E. P., Ambubuyog, G., White, R. & Hoblitt, R. P. (1996). Precursory seismicity and forecasting of the June 15, 1991, eruption of Mount Pinatubo. In C. G. Newhall & R. S. Punongbayan (Eds.), *Fire and Mud: Eruptions and Lahars of Mount Pinatubo, Philippines*, pp. 285–305. Philippine Institute of Volcanology and Seismology, University of Washington Press.
- Heiken, G. & McKoy, F. J. (1984). Caldera development during the Minoan eruption, Thira, Cyclades, Greece. *J. Geophys. Res.*, **89**, 8,441–8,462.
- Heimpel, M. & Olson, P. (1994). Buoyancy-driven fracture and magma transport through the lithosphere: models and experiments. In M. P. Ryan (Ed.), *Magmatic Systems*, pp. 223–240. San Diego: Academic Press.
- Hubbert, M. K. (1937). Theory of scale models as applied to the study of geologic structures. *Bull. Geol. Soc. Am.*, **48**, 1,459–1,519.
- Huppert, H. E. & Sparks, R. S. J. (1985). Cooling and contamination of mafic and ultramafic magmas during ascent through continental crust. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **74**, 371–386.
- Hyndman, D. W. & Alt, D. (1987). Radial dikes, laccoliths and gelatin models. *J. Geol.*, **95**, 763–774.
- Ingraffea, A. R. (1987). Theory of crack initiation and propagation in rock. In B. K. Atkinson (Ed.), *Fracture Mechanics of Rock*, pp. 71–110. Academic Press Geology Series.
- Irwin, G. R. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *J. Appl. Mech.*, **24**, 361–364.
- Johnsen, G. V., Björnsson, A. & Sigurdsson, S. (1980). Gravity and elevation changes caused by magma movement beneath the Krafla Caldera, Northeast Iceland. *J. Geophys.*, **47**, 132–140.
- Jolly, R. J. H., Cosgrove, J. W. & Dewhurst, D. N. (1998). Thickness and spatial distributions of clastic dykes, northwest Sacramento Valley, California. *J. Struct. Geol.*, **20**, 1,663–1,672.
- Jolly, R. J. H. & Sanderson, D. J. (1995). Variation in the form and distribution of dykes in the Mull swarm, Scotland. *J. Struct. Geol.*, **17**, 1,543–1,557.
- Knaap, R. J. (1973). *The form and structure of the Islay, Jura and Arran tertiary basic dyke swarms*. Ph. D. thesis, London University.
- Knopf, A. (1936). Igneous geology of the Spanish Peaks region, Colorado. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **47**, 1,727–1,784.

- Lawn, B. (1993). *Fracture of Brittle Solids (Second Edition)*. Cambridge Solid State Science Series. Cambridge University Press.
- LeCheminant, A. N. & Heaman, L. M. (1989). Mackenzie igneous events, Canada: Middle Proterozoic hotspot magmatism associated with ocean spreading. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **96**, 38–48.
- Lister, J. R. (1990a). Buoyancy-driven fluid fracture: similarity solutions for the horizontal and vertical propagation of fluid-filled cracks. *J. Fluid Mech.*, **217**, 213–239.
- Lister, J. R. (1990b). Buoyancy-driven fluid fracture: the effects of material toughness and of low-viscosity precursors. *J. Fluid Mech.*, **210**, 263–280.
- Lister, J. R. (1991). Steady solutions for feeder dykes in a density-stratified lithosphere. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **107**, 233–242.
- Lister, J. R. & Kerr, R. C. (1991). Fluid-mechanical models of crack propagation and their application to magma transport in dykes. *J. Geophys. Res.*, **96**, 10,049–10,077.
- Lyakhovsky, V., Ben-Zion, Y. & Agnon, A. (1997). Distributed damage, faulting and friction. *J. Geophys. Res.*, **102**, 27,635–27,649.
- Maaløe, S. (1987). The generation and shape of feeder dykes from mantle sources. *Contrib. Mineral. Petrol.*, **96**, 47–55.
- McDonald, R., Wilson, L., Thorpe, R. S. & Martin, A. (1988). Emplacement of Cleveland Dyke: evidence from geochemistry, mineralogy and physical modeling. *J. Petrol.*, **29**, 559–583.
- McGuire, W. J. & Pullen, A. D. (1989). Location and orientation of eruptive fissures and feeder-dykes Mount Etna; influence of gravitational and regional tectonic stress regimes. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **38**, 325–344.
- Mériaux, C. & Jaupart, C. (1998). Dike propagation through an elastic plate. *J. Geophys. Res.*, **103**, 18,295–18,314.
- Mériaux, C., Lister, J. R., Lyakhovsky, V. & Agnon, A. (1999). Dyke propagation with distributed damage of the host rock. *Earth Planet. Sci. Lett.*, **165**, 177–185.
- Nakamura, K. (1977). Volcanoes as possible indicators of tectonic stress orientation. Principles and proposal. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **2**, 1–16.

- Nemat-Nasser, S. (1983). Thermally induced cracks and heat extraction from hot dry rocks. In S. Nemat-Nasser, H. Abé, & S. Hirakawa (Eds.), *Hydraulic fracturing and geothermal energy*, Number 5 in Mechanics of elastic and inelastic solids, pp. 11–31. Martinus Nijhoff Publishers.
- Nicolas, A. (1986). A melt extraction model based on structural studies in mantle peridotites. *J. Petrol.*, **27**, 999–1,022.
- Odé, H. (1957). Mechanical analysis of the dike pattern of the Spanish Peaks area, Colorado. *Geol. Soc. Am. Bull.*, **68**, 567–576.
- Paladio-Melosantos, M. L. O., Solidum, R. U., Scott, W. E., Quiambao, R. B., Umbal, J. V., Rodolfo, K. S., Tubianosa, B. S., Delos Reyes, P. J., Alonso, R. A. & Ruelo, H. B. (1996). Tephra falls of the 1991 eruptions of Mount Pinatubo. In C. G. Newhall & R. S. Punongbayan (Eds.), *Fire and Mud: Eruptions and Lahars of Mount Pinatubo, Philippines*, pp. 513–535. Philippine Institute of Volcanology and Seismology, University of Washington Press.
- Pollard, D. D. (1973). Derivation and evaluation of a mechanical model for sheet intrusion. *Tectonophysics*, **19**, 233–269.
- Pollard, D. D. & Johnson, A. M. (1973a). Mechanics of growth of some laccolithic intrusions in the Henry Mountains, Utah, I. Field observations, Gilbert's model, physical properties and flow of the magma. *Tectonophysics*, **18**, 261–309.
- Pollard, D. D. & Johnson, A. M. (1973b). Mechanics of growth of some laccolithic intrusions in the Henry Mountains, Utah, II. Bending and failure of overburden layers and sills formation. *Tectonophysics*, **18**, 311–354.
- Pollard, D. D. & Muller, O. H. (1976). The effect of gradients in regional stress and magma pressure on the form of sheet intrusions in cross section. *J. Geophys. Res.*, **81**, 975–984.
- Reches, Z. & Fink, J. (1988). The mechanism of intrusion of the Inyo Dike, Long Valley Caldera, California. *J. Geophys. Res.*, **93**, 4,321–4,334.
- Rice, J. R. (1968). Mathematical analysis in the mechanics of fracture. In H. Liebowitz (Ed.), *Fracture: An Advanced Treatise*, Volume 2, Chapter 3, pp. 191–311. San Diego: Academic Press.
- Richard, R. Jr. & Mark, R. (1966). Gelatin models for photoelastic analysis of gravity structures. *Exp. Mech.*, **6**, 30–38.
- Rubin, A. M. (1993). Tensile fracture of rocks at high confining pressure: implications for dyke propagation. *J. Geophys. Res.*, **98**, 15,919–15,935.

- Rubin, A. M. (1995). Why geologist should avoid using “fracture toughness” (at least for dykes). In G. Baer & A. Heimann (Eds.), *Physics and Chemistry of Dykes*, pp. 53–63. A.A. Balkema.
- Rubin, A. M. (1998). Dike ascent in partially molten rock. *J. Geophys. Res.*, **103**, 20,901–20,919.
- Rubin, A. M. & Pollard, D. D. (1987). Origin of blade-like dikes in volcanic rift zones. *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.* (1350), 1,449–1,470.
- Ryan, M. P. (1994). *Magmatic Systems*, Volume 57 of *International Geophysics Series*. San Diego: Academic Press.
- Ryan, M. P., Koyanagi, R. Y. & Fiske, R. S. (1981). Modeling the three-dimensional structure of macroscopic magma transport systems: application to Kilauea volcano, Hawaii. *J. Geophys. Res.*, **86**, 7,111–7,129.
- Sack, R. A. (1946). Extension of Griffith’s theory of rupture to three dimensions. *Proc. Phys. Soc.*, **58**, 729–736.
- Sigurdsson, H. (1987). Dyke injection in Iceland: a review. In H. C. Halls & W. F. Fahrig (Eds.), *Mafic Dyke Swarms*, Number 34 in Geol. Assoc. Can. Spec. Pap., pp. 55–64.
- Sleep, N. H. (1988). Tapping of melt by veins and dikes. *J. Geophys. Res.*, **93**, 10,255–10,272.
- Sloan, T. (1971). *The structure of the Mull tertiary dyke swarm*. Ph. D. thesis, London University.
- Smith, R. P. (1987). Dyke emplacement at Spanish Peaks, Colorado. In H. C. Halls & W. F. Fahrig (Eds.), *Mafic Dyke Swarms*, Number 34 in Geol. Assoc. Can. Spec. Pap., pp. 47–54.
- Sneddon, I. N. (1946). The distribution of stress in the neighborhood of a crack in an elastic solid. *Proc. R. Soc. London*, **187**, 229–260.
- Sneddon, I. N. & Das, S. C. (1971). The stress intensity factor at the tip of an edge crack in an elastic half-plane. *Int. J. Engng Sci.*, **9**, 25–36.
- Speight, J. M. (1972). *The forms and structure of the tertiary dyke-swarms of Skye and Ardnamurchan*. Ph. D. thesis, London University.
- Speight, J. M., Skelhorn, R. R., Sloan, T. & Knaap, R. J. (1982). The dyke swarms of Scotland. In D. S. Sutherland (Ed.), *Igneous Rocks of the British Isles*, Chapter 33, pp. 449–459. John Wiley & Sons.

- Spence, D. A. & Sharp, P. (1985). Self-similar solutions for elastohydrodynamic cavity flow. *Proc. R. Soc. London*, **400**, 289–313.
- Spence, D. A., Sharp, P. W. & Turcotte, D. L. (1987). Buoyancy-driven crack propagation: a mechanism for magma migration. *J. Fluid Mech.*, **174**, 135–153.
- Spence, D. A. & Turcotte, D. L. (1985). Magma-driven propagation of cracks. *J. Geophys. Res.*, **90**, 575–580.
- Spence, D. A. & Turcotte, D. L. (1990). Buoyancy-driven magma fracture: a mechanism for ascent through the lithosphere and the emplacement of diamonds. *J. Geophys. Res.*, **95**, 5,133–5,139.
- Swanson, D. A. (1972). Magma supply rate at Kilauea volcano, 1952–1971. *Science*, **175**, 169–170.
- Swanson, D. A., Wright, T. L. & Helz, R. T. (1975). Linear vent systems and estimated rates of magma production and eruption for the Yakima Basalt on the Columbia Plateau. *Am. J. Sci.*, **275**, 877–905.
- Takada, A. (1990). Experiments study on propagation of liquid-filled crack in gelatin: shape and velocity in hydrostatic stress condition. *J. Geophys. Res.*, **95**, 8,471–8,481.
- Takada, A. (1994). Accumulation of magma in space and time by crack interaction. In M. P. Ryan (Ed.), *Magmatic Systems*, pp. 241–257. San Diego: Academic Press.
- Thordarson, T. & Self, S. (1993). The Laki (Skaftár Fires) and Grimsvötn eruptions in 1783–1789. *Bull. Volcanol.*, **55**, 233–263.
- Thordarson, T. & Self, S. (1996). Sulfur, chlorine and fluorine degassing and atmospheric loading by the Roza eruption, Columbia River Basalt Group, Washington, USA. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **74**, 49–73.
- Timoshenko, S. P. & Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity (Third Edition)*. McGraw-Hill International Editions.
- Tryggvason, E. (1986). Multiple magma reservoirs in a rift zone volcano: ground deformation and magma transport during the September 1984 eruption of Krafla, Iceland. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **28**, 1–44.
- Wadge, G. (1978). Effusion rate and the shape of AA lava flow-fields on Mount Etna. *Geology*, **6**, 503–506.
- Wadge, G. (1981). The variation of magma discharge during basaltic eruptions. *J. Volcanol. Geotherm. Res.*, **11**, 139–168.

- Weertman, J. (1971a). Theory of water-filled crevasses in glaciers applied to vertical magma transport beneath oceanic ridges. *J. Geophys. Res.*, **76**, 1,171–1,183.
- Weertman, J. (1971b). Velocity at which liquid-filled cracks move in the Earth's crust or in glaciers. *J. Geophys. Res.*, **76**, 8,544–8,553.
- Westergaard, H. M. (1939). Bearing pressures and cracks. *J. Appl. Mech.*, **6**, 49–53.
- White, F. M. (1974). *Viscous Fluid Flow*. McGraw-Hill.
- White, R. (1996). Precursory deep long-period earthquakes at Mount Pinatubo: spatio-temporal link to a basalt trigger. In C. G. Newhall & R. S. Punongbayan (Eds.), *Fire and Mud: Eruptions and Lahars of Mount Pinatubo, Philippines*, pp. 307–327. Philippine Institute of Volcanology and Seismology, University of Washington Press.
- Wright, T. L. & Tilling, R. I. (1980). Chemical variation in Kilauea eruption 1971–1974. *Am. J. Sci.*, **280-A**, 777–793.
- Wylie, J. J., Helfrich, K. R., Dade, B., Lister, J. R. & F., S. J. (1999). Flow localization in fissure eruptions. *Bull. Volcanol.*, **60**, 432–440.