



**HAL**  
open science

# Inversion conjointe de mesures non destructives pour l'évaluation des gradients de degré de saturation dans le béton d'enrobage des structures

Marie Antoinette Alhadj

## ► To cite this version:

Marie Antoinette Alhadj. Inversion conjointe de mesures non destructives pour l'évaluation des gradients de degré de saturation dans le béton d'enrobage des structures. Génie civil. École centrale de Nantes, 2020. Français. NNT : 2020ECDN0017 . tel-03178337

**HAL Id: tel-03178337**

**<https://theses.hal.science/tel-03178337>**

Submitted on 23 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THESE DE DOCTORAT DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE NANTES

ÉCOLE DOCTORALE N° 602  
*Sciences pour l'Ingénieur*  
Spécialité : Génie Civil

Par

**Marie Antoinette ALHAJJ**

## **Inversion conjointe de mesures non destructives pour l'évaluation des gradients de degré de saturation dans le béton d'enrobage des structures**

Thèse présentée et soutenue à Nantes, le 25/09/2020

Unité de recherche : MAST - LAMES, Université Gustave Eiffel, Campus de Nantes (IFSTTAR)

### **Rapporteurs avant soutenance :**

Jean-François GIRARD  
Jean-François LATASTE

Professeur des universités, Université de Strasbourg  
Maître de Conférences HDR, Université de Bordeaux

### **Composition du Jury :**

Président : Franck SCHOEFS  
Examineurs : Pierre CHARBONNIER  
Stéphane POYET

Professeur des universités, Université de Nantes  
Directeur de recherche, CEREMA, Strasbourg  
Ingénieur de recherche, CEA Saclay, Gif sur Yvette

Directrice de thèse :  
Géraldine VILLAIN

Ingénieure Divisionnaire de TPE HDR, Université Gustave Eiffel,  
Bouguenais

Co-encadrants :  
Sébastien BOURGUIGNON  
Sergio PALMA-LOPES

Maître de Conférences HDR, Ecole Centrale de Nantes  
Docteur, Université Gustave Eiffel, Bouguenais



# ACKNOWLEDGEMENT

---

Je voudrais tout d'abord adresser toute ma reconnaissance à ma directrice de thèse, Géraldine Villain et à mes encadrants, Sébastien Bourguignon et Sérgio Palma Lopes, pour le temps qu'ils ont consacré à m'apporter les outils méthodologiques indispensables à la conduite de cette recherche. Je les remercie pour leur patience, leur disponibilité et surtout leurs judicieux conseils, qui ont contribué à alimenter ma réflexion. Leur soutien scientifique et moral ainsi que la diversité de leurs domaines scientifiques m'ont permis d'accumuler des expériences professionnelles et personnelles marquantes.

J'adresse mes sincères remerciements à M. Jean-François Girard et M. Jean-François Lataste pour m'avoir fait l'honneur d'être les rapporteurs de ma thèse. Je remercie également tous les membres du jury, M. Franck Schoefs, M. Stéphane Poyet et plus particulièrement M. Pierre Charbonnier pour son intérêt marqué à mon travail et les échanges qui m'ont aidée à faire avancer mon analyse.

Je remercie Jean-Michel Simonin, directeur de LAMES, pour son accueil au laboratoire. Un grand merci également au personnel technique et plus particulièrement à Jean-Luc Geffard pour son aide au cours de ma campagne expérimentale.

J'aimerais exprimer ma gratitude à Anne-Laure Fauchille et Françoise Foucher, enseignants-chercheurs de l'École Centrale de Nantes pour m'avoir donné l'occasion de participer à des enseignements divers.

Je remercie mes amis et collègues à l'Université Gustave Eiffel et à l'ECN, Joanna, Mariane, Diana, Benjamin, Natasha, Khodor, Rodriguo, Quy, Raphaël, Adrien et tous ceux qui m'ont apporté leur soutien moral et intellectuel tout au long des trois années de thèse.

Enfin, je remercie mes très chers parents au Liban, Yolla et Antoine, qui ont toujours été là pour moi. Je remercie ma sœur Nour, et mon frère Roucoz, pour leurs encouragements et leur soutien inestimable.

A Élie, mon compagnon, qui m'a beaucoup appris et aidée à relever tous les défis, je confie ces dernières lignes. Merci de m'avoir encouragée pendant le confinement et surtout pendant la rédaction, merci pour les lignes de codes qui me facilitent la vie. Merci pour tout ce qu'on a partagé (même ton bureau à Centrale) et merci d'avoir rendu Nantes une

ville encore plus belle et radieuse, a place I can call home. Pour ça, je te porte toute ma gratitude et mon amour fino alla fine.

# TABLE OF CONTENTS

---

<b>Notations</b>	<b>27</b>
<b>Introduction</b>	<b>31</b>
Contexte et problématique . . . . .	31
Objectifs de recherche . . . . .	32
Organisation du manuscrit . . . . .	33
<b>1 Méthodes non-destructives pour la caractérisation du béton</b>	<b>35</b>
1.1 Panorama des méthodes non-destructives . . . . .	35
1.2 Propriétés électromagnétiques de la matière . . . . .	38
1.2.1 Résistivité électrique . . . . .	39
1.2.2 Permittivité diélectrique . . . . .	39
1.3 Techniques de mesure de la résistivité électrique . . . . .	40
1.3.1 Principe de mesure . . . . .	40
1.3.2 Les techniques de mesure "en laboratoire" . . . . .	41
1.3.3 Les techniques de mesure "in situ" . . . . .	42
1.4 Techniques de mesure de la permittivité diélectrique . . . . .	46
1.4.1 Principe de mesure . . . . .	46
1.4.2 Les techniques de mesure "en laboratoire" . . . . .	47
1.4.3 Les techniques de mesure "in situ" . . . . .	47
1.4.3.1 Patins capacitifs existants . . . . .	49
1.4.3.2 Développement de patins capacitifs complémentaires . . . . .	51
1.5 Calibration en fonction du degré de saturation . . . . .	51
1.5.1 Calibration des mesures électriques : cellule de résistivité . . . . .	52
1.5.2 Calibration des mesures capacitives : cellule électromagnétique . . . . .	54
1.5.3 Complémentarité des mesures . . . . .	56
1.6 Méthodes de référence pour la caractérisation hydrique du béton . . . . .	60
1.6.1 Gammadensimétrie . . . . .	60
1.6.2 Sondes thermo-hygro-métriques . . . . .	61

TABLE OF CONTENTS

---

1.6.3	Apport et limites de ces méthodes . . . . .	61
1.7	Conclusion . . . . .	62
<b>2</b>	<b>Influence de la teneur en eau sur la résistivité et la permittivité du béton</b>	<b>65</b>
2.1	Présentation du matériau béton . . . . .	65
2.1.1	Composition du béton . . . . .	65
2.1.2	Définition de la porosité . . . . .	66
2.1.3	Définition du degré de saturation . . . . .	68
2.1.4	Définition de la teneur en eau volumique . . . . .	68
2.1.5	Transferts hydriques dans le béton . . . . .	68
2.2	Pathologies du béton liées à sa teneur en eau . . . . .	69
2.2.1	Gel et dégel . . . . .	69
2.2.2	Alcali-réaction . . . . .	71
2.2.3	Carbonatation . . . . .	73
2.2.4	Attaque par les ions chlorure . . . . .	75
2.3	Effets sur les propriétés électromagnétiques du béton . . . . .	76
2.3.1	Effets de la pénétration des ions chlorure . . . . .	76
2.3.1.1	Profil de résistivité électrique . . . . .	76
2.3.1.2	Profil de permittivité diélectrique . . . . .	77
2.3.2	Couplage des effets pathologiques et besoin de combinaison des méthodes ND . . . . .	79
2.4	Conclusion . . . . .	81
<b>3</b>	<b>Modélisation directe et inverse des mesures résistives et capacitives</b>	<b>83</b>
3.1	Le problème direct . . . . .	84
3.1.1	La méthode des éléments finis . . . . .	85
3.1.1.1	Généralités . . . . .	85
3.1.1.2	Conditions aux limites . . . . .	87
3.1.1.3	Caractéristiques du maillage . . . . .	87
3.1.2	Paramétrisation du modèle . . . . .	89
3.1.3	Résolution du problème direct résistif . . . . .	90
3.1.4	Résolution du problème direct capacitif . . . . .	93
3.2	Le problème inverse . . . . .	98
3.2.1	Intérêt de l'inversion et caractéristiques des problèmes inverses . . . . .	99

3.2.2	Méthodes d'inversion . . . . .	100
3.2.2.1	Méthodes de type optimisation . . . . .	101
3.2.2.2	Inversion stochastique . . . . .	102
3.2.2.3	Choix de la méthode d'inversion adaptée à l'étude . . . . .	102
3.2.3	Algorithme de Levenberg-Marquardt . . . . .	103
3.2.4	Calcul des dérivées partielles . . . . .	105
3.2.4.1	Approche par perturbation . . . . .	107
3.2.4.2	Approche de l'état adjoint . . . . .	108
3.2.5	Mise en œuvre de l'inversion des résistivités apparentes . . . . .	108
3.2.6	Mise en œuvre de l'inversion des permittivités apparentes . . . . .	109
3.3	Conclusion . . . . .	113
<b>4</b>	<b>Estimation du profil de degré de saturation dans le béton par inversion conjointe de mesures résistives et capacitives</b>	<b>115</b>
4.1	Inversion séparée des mesures résistives et capacitives . . . . .	115
4.1.1	Adaptation des modèles d'inversion des mesures résistives et capacitives	116
4.1.1.1	Définition des modèles de résistivité et permittivité . . . . .	116
4.1.1.2	Choix du modèle initial . . . . .	117
4.1.1.3	Définition des critères de convergence . . . . .	119
4.1.2	Validation numérique et étude paramétrique de convergence . . . . .	120
4.1.2.1	Étude de l'influence de la finesse du maillage . . . . .	121
4.1.2.2	Étude du calcul approché des dérivées partielles pour l'in- version . . . . .	124
4.1.2.3	Validation sur modèles synthétiques . . . . .	139
4.2	Inversion Conjointe des données . . . . .	142
4.2.1	Choix de l'approche d'inversion . . . . .	142
4.2.1.1	Inversion dite "pétrophysique" . . . . .	142
4.2.1.2	Inversion dite "structurelle" . . . . .	142
4.2.2	Algorithme d'inversion . . . . .	143
4.2.3	Choix des poids $W_\rho$ et $W_\epsilon$ . . . . .	144
4.2.4	Validation sur modèles synthétiques . . . . .	145
4.3	Étude de l'influence du bruit . . . . .	146
4.3.1	Définition de l'étude paramétrique . . . . .	147
4.3.2	Résultats des inversions séparées et conjointes . . . . .	148

## TABLE OF CONTENTS

---

4.4	Étude de sensibilité du critère par rapport aux paramètres . . . . .	150
4.4.1	Objectif de l'étude . . . . .	150
4.4.2	Étude préliminaire . . . . .	151
4.4.3	Les plans d'expériences . . . . .	154
4.4.3.1	Présentation de l'étude . . . . .	154
4.4.3.2	Contribution des paramètres à la variance du critère . . .	156
4.5	Prise en compte de contraintes de borne . . . . .	159
4.5.1	Objectif . . . . .	159
4.5.2	Ajout de contraintes sur les paramètres . . . . .	159
4.5.2.1	Approche par changement de variables . . . . .	159
4.5.2.2	Approche par ajout de fonctions de régularisation . . . . .	161
4.6	Comparaison à un logiciel NOMAD . . . . .	164
4.7	Conclusion . . . . .	167
<b>5</b>	<b>Application à des données expérimentales</b>	<b>169</b>
5.1	Présentation des campagnes expérimentales . . . . .	170
5.1.1	Campagne de séchage . . . . .	170
5.1.1.1	Formulation du béton . . . . .	170
5.1.1.2	Propriétés du corps d'épreuve . . . . .	171
5.1.1.3	Courbes de calibration pour le béton étudié . . . . .	173
5.1.1.4	Déroulement de la campagne de séchage . . . . .	173
5.1.2	Campagne d'imbibition . . . . .	176
5.1.2.1	Formulation du béton . . . . .	176
5.1.2.2	Propriétés du corps d'épreuve . . . . .	177
5.1.2.3	Courbes de calibration pour le béton étudié . . . . .	180
5.1.2.4	Déroulement de la campagne d'imbibition . . . . .	181
5.2	Suivi temporel et analyse de la campagne de séchage . . . . .	186
5.2.1	Données de résistivité et permittivité apparentes . . . . .	186
5.2.2	Incertitudes sur les mesures résistives et capacitives . . . . .	188
5.2.3	Inversion séparée des données . . . . .	192
5.2.3.1	Modélisation directe et inverse des mesures résistives et capacitives . . . . .	192
5.2.3.2	Profils de degré de saturation estimés . . . . .	196
5.2.4	Inversion conjointe des données . . . . .	206

5.2.5	Profils de degré de saturation obtenus par des méthodes alternatives	211
5.2.5.1	Profils de degré de saturation obtenus par gammadensimétrie	211
5.2.5.2	Profils de degré de saturation obtenus par inversion avec le logiciel Nomad . . . . .	213
5.2.6	Comparaison des profils de degré de saturation obtenus par inversion des données et par méthodes alternatives . . . . .	213
5.2.6.1	Comparaison avec les profils obtenus par gammadensimétrie	213
5.2.6.2	Comparaison avec les profils obtenus par inversion avec le logiciel Nomad . . . . .	217
5.3	Suivi temporel et analyse de la campagne d'imbibition . . . . .	219
5.3.1	Données de résistivité et permittivité apparentes . . . . .	219
5.3.2	Incertitudes sur les mesures résistives et capacitives . . . . .	222
5.3.3	Inversion séparée des données . . . . .	225
5.3.3.1	Modélisation directe et inverse des mesures résistives et capacitives . . . . .	225
5.3.3.2	Profils de degré de saturation estimés . . . . .	229
5.3.4	Inversion conjointe des données . . . . .	234
5.3.5	Profils de degré de saturation obtenus par des méthodes alternatives	238
5.3.5.1	Profils de degré de saturation obtenus par capteurs THR .	238
5.3.5.2	Profils de degré de saturation obtenus par inversion avec le logiciel Nomad . . . . .	240
5.3.6	Comparaison des profils de degré de saturation obtenus par inversion des données et par méthodes alternatives . . . . .	240
5.3.6.1	Comparaison avec les profils obtenus par capteurs THR .	240
5.3.6.2	Comparaison avec les profils obtenus par inversion avec le logiciel Nomad . . . . .	243
5.4	Conclusion . . . . .	245
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>249</b>
	Bilan et apports des travaux . . . . .	249
	Perspectives . . . . .	253
	Liste des publications et communications . . . . .	255
<b>Bibliographie</b>		<b>257</b>



# TABLE DES FIGURES

---

1.1	Application de la loi d'Ohm sur un échantillon de section $A$ et de longueur $L$ [Du Plooy et al., 2013]. . . . .	41
1.2	Schéma d'une cellule de mesure de résistivité par transparence en laboratoire [Lataste et al., 2017]. . . . .	42
1.3	Principe de deux configurations quadripôles pour la mesure de la résistivité électrique (a) la configuration Wenner (b) la configuration Schlumberger. . . . .	43
1.4	Illustration des lignes de courant issues d'un faible espacement d'électrodes et d'un plus fort espacement d'électrodes [Chouteau and Beaulieu, 2002]. . . . .	43
1.5	Sonde de résistivité développée par l'IFSTTAR (devenu Université Gustave Eiffel) pour des mesures de résistivité. . . . .	44
1.6	Schématisation des électrodes du peigne de résistivité (en noir) et des points de mesures de résistivité (en rouge) issues des combinaisons des configurations Wenner et Schlumberger de la séquence d'acquisition. . . . .	45
1.7	Structure d'un condensateur plan. . . . .	46
1.8	Schéma des électrodes capacitives appliquée sur la surface du matériau [Dérobert et al., 2008]. . . . .	48
1.9	Système de mesure par la méthode capacitive par les quatre patins d'électrodes (PE1 à droite, PE2 connecté au système de mesure, ME1 au milieu et GE1 à gauche). . . . .	50
1.10	Cellule de résistivité pour la calibration des mesures électriques [Du Plooy et al., 2013].	53
1.11	Calibration de la résistivité électrique $\rho$ en fonction du degré de saturation $S$ du béton utilisé dans la thèse de [Badr, 2019] pour différentes gâchées (référencées $G1$ à $G7$ ). Paramètres estimés : $\rho = 4 \times 10^8 S^{-3.517}$ , $R^2 = 0.9737$ .	53
1.12	Cellule cylindrique coaxiale électromagnétique [Adous et al., 2006]. . . . .	55
1.13	Calibration de la permittivité diélectrique $\varepsilon$ en fonction du degré de saturation $S$ du béton utilisé dans la thèse de [Badr, 2019] pour différentes gâchées (référencées $G1$ à $G7$ ). Paramètres estimés : $\varepsilon = 0.1509S + 4.7837$ , $R^2 = 0.9688$ . . . . .	55

TABLE DES FIGURES

---

1.14	Fonction de sensibilité unidimensionnelle pour la configuration Wenner en fonction du rapport de la profondeur sur l'espacement entre les électrodes $\frac{z}{a}$ [Loke, 2013]. . . . .	57
1.15	Sensibilité complète des mesures capacitives des anciens et nouveaux patins en fonction de la profondeur correspondant à 95% de la capacité normalisée. . . . .	58
1.16	Profondeur d'investigation en cm des mesures de résistivité pour les configurations Wenner et Schlumberger ( $z_{er}$ ) et des mesures de permittivité des patins PE1, PE2, ME1, ME2, ME3, ME4, GE1 et GE2 ( $z_{ep}$ ). . . . .	59
1.17	Configuration de la méthode gammadensimétrique [Khelidj et al., 2000]. . . . .	60
2.1	Description de l'expérience de gammadensimétrie [Baroghel-Bouny, 1994]. . . . .	69
2.2	Résultats expérimentaux (trait en pointillé) d'un essai de gammadensimétrie pour le séchage d'un échantillon de béton [Witasse, 2000]. . . . .	70
2.3	Ecaillage et gel d'un caniveau [Baroghel-Bouny, 2003]. . . . .	71
2.4	Influence du degré de saturation d'un béton sur sa résistance au gel [Neville, 1991]. . . . .	71
2.5	Photographie d'une surface de béton présentant une fissuration caractéristique due à l'alcali-réaction [Baron, 1996]. . . . .	72
2.6	Schéma du principe de la carbonatation [Thiery, 2005]. Le dioxyde de carbone $CO_2$ naturellement présent dans l'atmosphère est susceptible de diffuser à travers la phase gazeuse du ciment, se dissout dans la solution interstitielle pour former des ions carbonates $CO_3^{2-}$ qui réagissent principalement avec les ions calcium $Ca^{2+}$ . L'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_2$ formé durant le durcissement du béton et le dioxyde de carbone créent du carbonate de calcium $CaCO_3$ . . . . .	73
2.7	Influence de l'humidité relative sur le degré de carbonatation du béton [Neville, 1991]. . . . .	74
2.8	Éclatement du béton d'enrobage et corrosion des armatures [IFSTTAR and CEREMA, 2015]. . . . .	75
2.9	Effet de la concentration des ions chlorure et de la contamination en sulfates sur la résistivité électrique du béton [Saleem et al., 1996]. . . . .	77
2.10	Calibration de la résistivité électrique en fonction de la concentration en ions chlorure [Fares, 2015]. . . . .	77
2.11	Effet de la concentration en ions chlorure sur l'atténuation du signal pour la technique radar à une fréquence de 1.5 GHz [Balayssac et al., 2007]. . . . .	78

2.12	Calibration de la constante diélectrique en fonction de la concentration en ions chlorure pour un échantillon en béton saturé [Fares, 2015]. . . . .	79
3.1	Schéma de principe pour obtenir un profil de degré de saturation à partir de mesures de résistivité apparente ou de permittivité apparente. . . . .	84
3.2	Schéma des processus du problème direct et du problème inverse et les données et paramètres utilisés par ces processus. . . . .	85
3.3	Schéma de la forme d'un élément fini tétraédrique à 10 nœuds. . . . .	88
3.4	Fonction de Weibull d'un profil de degré de saturation en fonction de la profondeur donné par l'équation (3.4) pour $\theta = [40;80;0.01;5]$ . . . . .	91
3.5	Géométrie et maillage du modèle 3D par méthode EF constitués du bloc de béton et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité. . . . .	92
3.6	Nombre de mesures de résistivités apparentes et leur profondeur d'investigation $z_{e_r}$ pour la configuration Wenner (rouge) et la configuration WSR (rouge et bleu), pour le peigne multiélectrodes de résistivité présenté dans le paragraphe 1.3.3 et la Figure 1.5. . . . .	93
3.7	Résistivités apparentes modélisées en fonction de la profondeur d'investigation des mesures pour le profil de saturation décrit dans la Figure 3.4 par les paramètres $\theta=[40;80;0.01;5]$ . . . . .	94
3.8	Géométrie et maillage du modèle 3D par méthode EF constitués du bloc de béton, du bloc d'air qui l'entoure et d'un patin capacitif formé de deux électrodes. . . . .	95
3.9	Variation de l'énergie électrique totale modélisée en fonction du facteur d'agrandissement entre les dimensions du modèle du bloc d'air et les dimensions du modèle du bloc de béton. . . . .	96
3.10	Variation de l'énergie électrique modélisée $W_{E_{mat}}$ en fonction de la permittivité du béton pour le patin PE1 et son ajustement linéaire. . . . .	97
3.11	Permittivités apparentes modélisées en fonction de la profondeur d'investigation des mesures pour le profil de saturation décrit dans la Figure 3.4 par les paramètres $\theta=[40;80;0.01;5]$ . . . . .	98
3.12	Organigramme de l'inversion à l'itération $k$ des données apparentes par la méthode de Levenberg-Marquardt appliqué à un modèle à paramétrisation continue décrite par $\theta$ . . . . .	106

3.13	Organigramme des tâches réalisées par le logiciel Comsol Multiphysics (en bleu) et par le code CERIS (en orange) pour l'inversion des résistivités apparentes pour obtenir le profil de résistivité électrique en fonction de la profondeur. . . . .	110
3.14	Organigramme des tâches réalisées par le logiciel Comsol Multiphysics (en bleu) et par le code CAPEX (en orange) pour l'inversion des permittivités apparentes pour obtenir le profil de permittivité diélectrique en fonction de la profondeur. . . . .	112
4.1	Organigramme de la procédure d'estimation du profil de saturation $S$ en fonction de la profondeur du béton $z$ par l'algorithme de Levenberg-Marquardt (voir Figure 3.12) (a) à partir de données de résistivités apparentes (b) à partir de données de permittivités apparentes. . . . .	117
4.2	Influence du choix du modèle initial sur la solution obtenue par minimisation de la fonction coût, sachant que "Error" représente la fonction coût et "Model" représente un paramètre du modèle à reconstruire [Sen and Stoffa, 2013]. . . . .	118
4.3	Représentation du maillage au voisinage (a) des électrodes ponctuelles de résistivité (b) des électrodes du patin capacitif GE1 représentées par des rectangles bleus. . . . .	122
4.4	Variation des données apparentes modélisées en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives pour un milieu homogène (a) de résistivité $\rho=100 \Omega.m$ et pour les différentes résistivités apparentes de la séquence WSR (b) de permittivité $\varepsilon=10$ et pour les permittivités apparentes des différents patins capacitifs. . . . .	123
4.5	Variation en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives et pour un milieu homogène (a) du nombre d'éléments de discrétisation des deux modèles résistifs et capacitifs (b) du temps de calcul du problème direct résistif et capacitif. . . . .	123
4.6	Variation des données apparentes modélisées en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives pour un profil de degré de saturation donné (a) Variation de la résistivité apparente d'une configuration Wenner avec l'espacement $a=2cm$ en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes ponctuelles consécutives (b) Variation de la permittivité apparente en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives du patin GE1. . . . .	124

4.7	Principe de l'approximation de la dérivée partielle par l'approche de la perturbation. . . . .	126
4.8	Profils de degré de saturation utilisés pour l'étude paramétrique et répartition des mesures résistives et capacitives sur ces profils par leurs profondeurs d'investigation. . . . .	127
4.9	Étude de la variation des dérivées partielles des résistivités apparentes par rapport aux 4 paramètres $\theta$ d'un modèle de saturation défini par $\theta=[40;80;0.06;5]$ en fonction de la perturbation. . . . .	128
4.10	Étude de la variation des dérivées partielles des permittivités apparentes par rapport aux 4 paramètres $\theta$ d'un modèle de saturation défini par $\theta=[40;80;0.06;5]$ en fonction de la perturbation. . . . .	129
4.11	Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 1 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité. . . . .	131
4.12	Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 2 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité. . . . .	132
4.13	Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 3 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité. . . . .	133
4.14	Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 4 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité. . . . .	134
4.15	Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction de la perturbation du modèle du profil 1 pour 4 patins capacitifs. . . . .	135
4.16	Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$ en fonction de la perturbation du modèle du profil 2 pour 4 patins capacitifs. . . . .	136

TABLE DES FIGURES

---

4.17 Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la perturbation du modèle du profil 3 pour 4 patins capacitifs. . . . . 137

4.18 Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la perturbation du modèle du profil 4 pour 4 patins capacitifs. . . . . 138

4.19 Modèles vrais et initiaux des quatre profils de degré de saturation du Tableau 4.1 utilisés pour les inversions des données synthétiques de résistivité et permittivité apparentes. . . . . 139

4.20 Résultats des inversions de données synthétiques des profils 1 à 4 du Tableau 4.1 par l'inversion séparée de (a) résistivités apparentes et de (b) permittivités apparentes. . . . . 141

4.21 Schéma de la procédure de détermination du profil de saturation  $S$  en fonction de la profondeur  $z$  du béton à partir de données de résistivités et de permittivités apparentes par inversion conjointe. . . . . 144

4.22 Profils de degré de saturation obtenus par inversion conjointe de données synthétiques de résistivités et de permittivités apparentes. . . . . 147

4.23 Variation du critère  $\psi$  en fonction de chacun des paramètres de  $\theta$  pris séparément, les autres paramètres étant fixés à leur valeur optimale. . . . . 152

4.24 Variation du critère  $\psi$  en fonction des paramètres  $\theta_3$  et  $\theta_4$  ( $\theta_1$  et  $\theta_2$  fixés à leur valeur optimale) et position du minimum de la fonction coût marqué par une croix blanche. . . . . 153

4.25 Contribution de chacun des facteurs de  $\theta$  et leurs effets couplés à la variance totale de  $\psi$  pour les différents modèles 'vrais' décrits dans le Tableau 4.13. 158

4.26 Changements de variables pour borner le paramètre  $\theta$  entre  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$ . . 160

4.27 Fonctions de pénalité  $p_{min}$  et  $p_{max}$  appliquées respectivement aux bornes inférieure et supérieure des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . . . . . 162

4.28 Méthode d'initialisation et de mise à jour du paramètre de régularisation  $\mu$ . 164

4.29 Schéma de l'optimisation par le logiciel NOMAD [Audet et al., 2009]. . . . 165

4.30 Forme générale de l'algorithme d'optimisation MADS [Audet et al., 2009]. . 165

5.1 Dalle de la campagne de séchage de dimensions  $50 \times 25 \times 12$  cm<sup>3</sup> (a),(b) Vues des faces latérales protégées par du papier aluminium (c) Vue de la face de séchage notée F1 (d) Vue de la face de séchage notée F2. . . . . 172

5.2	Courbes de calibration en fonction du degré de saturation (exprimé en pourcentage) pour le béton de la gâchée <i>G7</i> (a) de la résistivité électrique et (b) de la permittivité diélectrique à une fréquence de 33 MHz. . . . .	174
5.3	Vue des orientations choisies pour les mesures de résistivité et de permittivité apparentes (a) sur la face de séchage <i>F1</i> (a) sur la face de séchage <i>F2</i> . . .	175
5.4	Répartition des gâchées numérotées du bas vers le haut dans la dalle FV [Badr, 2019]. . . . .	177
5.5	Vue de la face soumise au séchage de la dalle FV. . . . .	178
5.6	Schéma d'instrumentation de la dalle FV avec différents capteurs noyés dans la dalle (dimensions en cm) [Badr, 2019]. . . . .	179
5.7	Courbes de calibration en fonction du degré de saturation (exprimé en pourcentage) pour le béton des gâchées <i>G1</i> , <i>G2</i> , <i>G3</i> (a) de la résistivité électrique (b) de la permittivité diélectrique à une fréquence de 33 MHz. .	180
5.8	Plan 3D et vues "en haut" et "à droite" du bac d'imbibition fabriqué pour la campagne expérimentale (dimensions en mm). . . . .	183
5.9	Vue de la dalle FV posée au sol, face soumise à l'imbibition découverte et munie du bac d'imbibition retenant l'eau en surface. . . . .	183
5.10	Vue des orientations choisies pour les mesures de résistivité et de permittivité apparentes sur les mailles de la colonne centrale A, B et C de la dalle FV. .	184
5.11	Mesures de résistivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation pour la face 1 (trait plein) et la face 2 (trait pointillé) au cours du séchage de la dalle (a) pour les 15 échéances temporelles T0 à T14 (b) pour les échéances temporelles T0 à T3. . . . .	187
5.12	Mesures de permittivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation pour la face 1 (trait plein) et la face 2 (trait pointillé) au cours du séchage de la dalle pour les 15 échéances temporelles de la campagne de séchage. . . . .	189
5.13	Vue de la géométrie du modèle de la dalle de la campagne de séchage et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l'orientation de mesure numéro 3 (voir Figure 5.3) sous Comsol Multiphysics (a) dans le plan (xy) (b) en vue 3D. . . . .	193

TABLE DES FIGURES

---

5.14 Vue de la géométrie et du maillage du modèle de la dalle de la campagne de séchage et des électrodes du patin capacitif GE1 placées au centre de la surface de la dalle, elle-même noyée dans un volume d'air, sous Comsol Multiphysics. . . . . 194

5.15 Vue du maillage du modèle de la dalle et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l'orientation de mesure numéro 3 (voir Figure 5.3) sous Comsol Multiphysics (a) dans le plan (xy) (b) en vue 3D. 195

5.16 Distances des dispositifs de mesure de la résistivité et de la permittivité par rapport aux bords de la dalle de séchage. . . . . 196

5.17 Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes mesurées sur la face 1 de la dalle pour les échéances T0 à T2. . . . . 197

5.18 Profil de degré de saturation pour le modèle défini par les paramètres  $[\theta_1(\%),\theta_2(\%),\theta_3(m)]=[40;80;0.01]$ ,  $\theta_4=3$  (courbe bleu foncé) et  $\theta_4=1$  (courbe bleue). . . . . 199

5.19 Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes pour les deux faces de séchage, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle. . . . . 200

5.20 Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et en fixant le paramètre  $\theta_4=1$  (a) en utilisant l'approche par changement de variables (b) en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation. . . . . 202

5.21 Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur pour les deux faces de séchage estimés par inversion des résistivités apparentes et choisis après la sélection des profils des Figures 5.19 et 5.20. . . . . 203

5.22 Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivité apparentes pour les deux faces de séchage, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle. . 204

5.23	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivités apparentes en imposant des conditions de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ et en fixant le paramètre $\theta_4=1$ (a) en utilisant l'approche par changement de variables (voir paragraphe 4.5.2.1) (b) en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2). . . . .	205
5.24	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur pour les deux faces de séchage estimés par inversion des permittivités apparentes et choisis après la sélection des profils les plus plausibles des Figures 5.22 et 5.23. . . . .	207
5.25	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes pour les deux faces de séchage, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle. . . . .	208
5.26	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes en imposant des conditions de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ et en fixant le paramètre $\theta_4=1$ (a) en utilisant l'approche par changement de variables (voir paragraphe 4.5.2.1) (b) en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2). . . . .	210
5.27	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur pour les deux faces de séchage (en trait plein et en pointillé) estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes et choisis après la sélection des profils les plus plausibles des Figures 5.25 et 5.26. . . . .	211
5.28	Profils de degré de saturation obtenus par essais de gammadensimétrie pour le séchage par une seule face d'une éprouvette cylindrique de dimensions $\phi 110 \times 300$ mm de la gâchée G7. . . . .	212
5.29	Profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par inversion des résistivités apparentes en utilisant le logiciel Nomad. . . . .	214
5.30	Profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par inversion des permittivités apparentes en utilisant le logiciel Nomad. . . . .	214
5.31	Profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes en utilisant le logiciel Nomad. . . . .	215

TABLE DES FIGURES

---

5.32 Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par gammadensimétrie et estimés par (a) inversion séparée des résistivités apparentes (b) inversion séparée des permittivités apparentes (c) inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes. . . . . 216

5.33 Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus avec le logiciel Nomad (trait plein) et estimés par (a) inversion séparée des résistivités apparentes (b) inversion séparée des permittivités apparentes (c) inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes (trait pointillé). . . . . 218

5.34 Mesures de résistivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation au cours de l'imbibition de la dalle FV à 17 échéances temporelles différentes (a) pour la maille *A* (b) pour la maille *B* (c) pour la maille *C* (d) superposition des mesures des 3 mailles *A*, *B* et *C* pour les échéances T0, T7 et T13. . . . . 221

5.35 Mesures de permittivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation au cours de l'imbibition de la dalle FV à 18 échéances temporelles différentes (a) pour la maille *A* (b) pour la maille *B* (c) pour la maille *C* (d) superposition des mesures des 3 mailles *A*, *B* et *C* pour les échéances T0, T7 et T13. . . . . 223

5.36 Vue de la géométrie du modèle de la dalle FV de la campagne d'imbibition et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l'orientation de mesure numéro 1 de la maille *A* (voir Figure 5.10) sous Comsol Multiphysics (a) dans le plan (*xy*) (b) en vue 3D. . . . . 227

5.37 Vue de la géométrie et du maillage sous Comsol Multiphysics de la dalle FV de la campagne d'imbibition et des électrodes du patin capacitif GE1 placées au centre de la surface de la maille *A* de la dalle, elle-même noyée dans un volume d'air. . . . . 228

5.38 Vue du maillage du modèle de la dalle et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l'orientation de mesure numéro 1 de la maille *A* (voir Figure 5.10) (a) dans le plan (*xy*) (b) en vue 3D. . . . . 229

5.39 Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes mesurées sur la maille *A* de la dalle FV, pour les échéances T0 à T4, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle. . . . . 232

5.40	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes pour les 10 échéances étudiées, en imposant des conditions de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ , fixant le paramètre $\theta_4=1$ et en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2).	232
5.41	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivités apparentes mesurées sur la maille A de la dalle FV, pour les échéances T00 à T3, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.	233
5.42	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivités apparentes pour les 11 échéances étudiées, en imposant des conditions de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ , fixant le paramètre $\theta_4=1$ et en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2).	234
5.43	Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes mesurées sur la maille A de la dalle FV, pour les échéances T0 à T4, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.	236
5.44	Profils de degré de saturation du béton estimés par inversion conjointe, en imposant des conditions de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ , fixant le paramètre $\theta_4=1$ et en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation.	236
5.45	Comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes, par estimation des 3 premiers paramètres du modèle ( $\theta_4=1$ ) et par ajout de contraintes aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ , l'indice "R" renvoyant à la résistivité, l'indice "P" à la permittivité et l'indice "C" à l'inversion conjointe.	237
5.46	Profils d'humidité relative obtenus par capteurs thermo-hygrométriques noyés dans la dalle FV.	239
5.47	Isotherme d'adsorption montrant la variation du degré de saturation en fonction de l'humidité relative à T=20 °C.	240
5.48	Profils de degré de saturation obtenus par capteurs thermo-hygrométriques noyés dans la dalle FV.	241

## TABLE DES FIGURES

---

5.49	Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par capteurs THR et estimés par inversion (a) des résistivités apparentes (b) des permittivités apparentes (c) conjointe des résistivités et permittivités apparentes. . . . .	242
5.50	Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus avec le logiciel Nomad (trait plein) et estimés par inversion (a) des résistivités apparentes (b) des permittivités apparentes (c) conjointe des résistivités et permittivités apparentes (trait pointillé). . . . .	244

# LISTE DES TABLEAUX

---

1.1	Courbes de calibration expérimentales de $\Delta(\frac{1}{f_{osc}^2})$ en fonction de $\varepsilon_a$ (voir équation (1.18)) des patins capacitifs. . . . .	51
1.2	Profondeur d'investigation $z_{ep}$ (cm) des mesures capacitives des anciens (PE1, PE2, ME1, GE1) et des nouveaux (ME2, ME3, ME4, GE2) patins d'électrodes. . . . .	58
3.1	Courbes de calibration numérique de la permittivité diélectrique apparente par modélisation de l'énergie électrique totale par méthode des EF pour les patins d'électrodes GE2, GE1, ME4, ME3, ME2, ME1, PE2 et PE1 (voir paragraphe 1.4.3.1). . . . .	97
4.1	Paramètres des 4 profils de degré de saturation utilisés pour l'étude paramétrique. . . . .	126
4.2	Variation du coefficient de perturbation $u_\rho$ (respectivement $u_\varepsilon$ ) pour le calcul des dérivées partielles des résistivités apparentes (respectivement des permittivités apparentes) en fonction des paramètres $\theta$ pour les 4 profils de degré de saturation du Tableau 4.1. . . . .	130
4.3	Configurations d'électrodes de résistivité choisies pour la représentation des dérivées partielles des résistivités apparentes par rapport aux paramètres du modèle dans les Figures 4.11 à 4.14. . . . .	130
4.4	Patins capacitifs utilisés pour l'étude des dérivées partielles des permittivités apparentes par rapport aux paramètres $\theta_i$ et leurs profondeurs d'investigation $z_{ep}$ . . . . .	135
4.5	Paramètres $[\theta_1 ; \theta_2 ; \theta_3 ; \theta_4]$ des modèles vrais et initiaux des quatre profils de degré de saturation du Tableau 4.1 utilisés pour les inversions des données synthétiques de résistivité et permittivité apparentes. . . . .	140
4.6	Nombre d'itérations pour l'inversion séparée des résistivités et des permittivités apparentes et estimation des paramètres des 4 profils de $S$ du Tableau 4.1. . . . .	141

4.7	Gammes du coefficient de variation des mesures résistives ( $CV_\rho$ ) et capacitatives ( $CV_\epsilon$ ) pour un état sec et sauré du béton. . . . .	145
4.8	Valeur du critère $\psi$ et écart absolu $E$ entre les paramètres du modèle estimé et les paramètres du modèle vrai pour les quatre profils du Tableau 4.1 suite à l'inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes. . . . .	146
4.9	Modèles 'vrai' et initial pour l'inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes synthétiques et les deux niveaux de bruit sur les données : un niveau faible et un niveau élevé. . . . .	148
4.10	Résultats des inversions séparées et conjointes des données de résistivité et de permittivité apparentes pour le profil 1 en considérant les niveaux de bruit faible et élevé. . . . .	149
4.11	Résultats des inversions séparées et conjointes des données de résistivité et de permittivité apparentes pour le profil 2 en considérant les niveaux de bruit faible et élevé. . . . .	150
4.12	Définition des niveaux des facteurs $\theta_1, \theta_2, \theta_3$ et $\theta_4$ . . . . .	155
4.13	Paramètres des modèles 'vrais' considérés pour la simulation des données mesurées synthétiques pour le calcul du critère $\psi$ . . . . .	156
5.1	Formulation du béton d'étude. . . . .	171
5.2	Caractéristiques du béton du corps d'épreuve de la campagne de séchage (gâchée $G7$ ). . . . .	172
5.3	Échéances de mesure de la campagne de séchage. . . . .	176
5.4	Conditionnement de la dalle FV. . . . .	178
5.5	Caractéristiques du béton du corps d'épreuve de la campagne d'imbibition (gâchées $G1, G2$ et $G3$ ). . . . .	180
5.6	Échéances de mesure de la campagne d'imbibition. . . . .	185
5.7	Résistivités apparentes moyennes mesurées ( $\rho_{a_{mes}}$ ) à différents états de saturation du béton, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures.190	
5.8	Permittivités apparentes moyennes mesurées ( $\epsilon_{a_{mes}}$ ) à différents états de saturation du béton, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures.191	
5.9	Échéances de mesure de la campagne de séchage utilisées pour l'inversion. . . . .	197
5.10	Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion des résistivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de $S$ ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ par les deux approches 1 et 2. . . . .	201

5.11	Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion des permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de $S$ ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ par les deux approches 1 et 2. . . . .	206
5.12	Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion par les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes).	209
5.13	Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion conjointe des résistivités et des permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de $S$ ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres $\theta_1$ et $\theta_2$ par les deux approches 1 et 2. . . . .	210
5.14	Écart RMS entre les profils de degré de saturation obtenus par gammaden-simétrie et les profils estimés par inversion pour les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes) à différentes échéances.	217
5.15	Écart RMS moyen entre les profils de degré de saturation obtenus avec le logiciel Nomad et les profils estimés par inversion pour les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes), nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion avec le logiciel Nomad.	219
5.16	Résistivités apparentes moyennes mesurées ( $\rho_{a_{mes}}$ ) à différentes échéances d'imbibition, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures. . . .	225
5.17	Permittivités apparentes moyennes mesurées ( $\varepsilon_{a_{mes}}$ ) à différentes échéances d'imbibition, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures. . . .	226
5.18	Échéances de mesure de la campagne d'imbibition utilisées pour l'inversion.	230
5.19	Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion par les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes).	238
5.20	Écart RMS moyen entre les profils de degré de saturation obtenus avec le logiciel Nomad et les profils estimés par inversion pour les trois approches étudiées, nombre d'itérations et temps de calcul moyen. . . . .	244



# NOTATIONS

---

## Quantités physiques

$\vec{E}$	Champ électrique	(V.m <sup>-1</sup> )
$\vec{H}$	Champ magnétique	(A.m <sup>-1</sup> )
$\vec{J}$	Densité de courant	(A.m <sup>-2</sup> )
$\vec{B}$	Champ d'induction magnétique	(T)
$\vec{D}$	Champ de déplacement électrique	(C.m <sup>-2</sup> )
$V$	Champ de potentiel électrique	(V)
$I$	Intensité du courant électrique	(A)
$R$	Résistance électrique	(Ω)
$\rho$	Résistivité électrique	(Ω.m)
$C$	Capacité	(F)
$\varepsilon$	Permittivité diélectrique	(F.m <sup>-1</sup> )
$W_{Etot}$	Énergie électrique totale	(J)
$S$	Degré de saturation	(%)
$\phi$	Porosité	(%)
$HR$	Humidité relative	(%)
$T$	Température	(°C)

## Modélisation numérique et problème inverse

$\rho_a$	Résistivité apparente	( $\Omega.m$ )
$\rho_{a_{mes}}$	Résistivité apparente mesurée	( $\Omega.m$ )
$\rho_{a_{mod}}$	Résistivité apparente modélisée	( $\Omega.m$ )
$G_R$	Facteur géométrique des mesures résistives	(m)
$z_{er}$	Profondeur d'investigation des mesures résistives	(m)
$N_\rho$	Nombre de données de résistivité	
$\sigma_\rho$	Écart-type des mesures de résistivité	( $\Omega.m$ )
$W_\rho$	Poids des données de résistivité	
$\varepsilon_a$	Permittivité apparente	(sans dimension)
$\varepsilon_{a_{mes}}$	Permittivité apparente mesurée	(sans dimension)
$\varepsilon_{a_{mod}}$	Permittivité apparente modélisée	(sans dimension)
$G_C$	Facteur géométrique des mesures capacitives	(m)
$z_{ep}$	Profondeur d'investigation des mesures capacitives	(m)
$N_\varepsilon$	Nombre de données de permittivité	
$\sigma_\varepsilon$	Écart-type des mesures de permittivité	(sans dimension)
$W_\varepsilon$	Poids des données de permittivité	
$\Omega$	Domaine modélisé	
$\Gamma$	Frontière du domaine $\Omega$	
$\mathbf{d}$	Données du modèle	
$\mathbf{d}_{mes}$	Données mesurées	
$\mathbf{d}_{mod}$	Données modélisés	
$\mathbf{m}$	Paramètres du modèle	
$\boldsymbol{\theta}$	Paramètres du modèle de degré de saturation	
$\mathbf{F}$	Opérateur du problème direct	
$\mathbf{F}^{-1}$	Opérateur du problème inverse	
$\mathbf{J}$	Matrice jacobienne	
$\mathbf{H}$	Matrice hessienne	
$\mathbf{G}$	Vecteur gradient de la fonction coût	
$\psi$	Critère des moindres carrés	
$\psi_\rho$	Critère pour les mesures de résistivité apparente	
$\psi_\varepsilon$	Critère pour les mesures de permittivité apparente	

## Notations mathématiques

$a$	Scalaire	
$\mathbf{a}$	Vecteur	
$\mathbf{A}$	Matrice	
$A$	Champ scalaire	
$\vec{A}$	Champ vectoriel	
$\frac{\partial}{\partial x}$	Dérivée partielle par rapport à $x$	
$(\cdot)^T$	Opérateur transposé	
$\vec{\nabla}$	Opérateur gradient	
$\vec{\nabla} \cdot$	Opérateur divergence	
$\vec{\nabla} \times$	Opérateur rotationnel	
$CV$	Coefficient de variation	(%)
$R^2$	Coefficient de détermination	

## Liste des acronymes et abréviations

RAG	Réaction alcali-granulat
VER	Volume élémentaire représentatif
END	Évaluation Non Destructive
EM	Électromagnétique
US	Ultrasonore
GPR	Ground Penetrating Radar
TDR	Time Domain Reflectometry
THR	Thermohygométrie
WSR	Configuration Wenner-Schlumberger
EDP	Équation différentielle à dérivées partielles
EF	Éléments finis
CERIS	Continuous Electrical Resistivity Imaging Software
ANOVA	Analysis of Variance
NOMAD	Nonlinear Optimization by Mesh Adaptive Direct Search
MADS	Mesh Adaptive Direct Search



# INTRODUCTION

---

## Contexte et problématique

Le béton est un matériau de construction recherché pour ses nombreuses vertus mécaniques et industrielles. Sa fabrication est assez facile et peu coûteuse puisqu'il a besoin de peu d'entretien et les ressources nécessaires à sa fabrication sont répandues dans de nombreux pays. De plus, c'est un matériau durable qui se caractérise par une bonne résistance à la compression. L'association des armatures aux structures en béton lui permet d'acquérir des propriétés nouvelles et une résistance à la traction supplémentaire. C'est donc pour des raisons économiques et techniques que le béton est devenu irremplaçable dans le domaine de la construction en génie civil.

Cependant, l'exposition du béton à des attaques environnementales cause différentes pathologies et provoque sa dégradation. En effet, la nature poreuse du béton facilite la pénétration d'agents agressifs qui réagissent et endommagent la microstructure. La propagation de l'endommagement peut aboutir à la formation de microfissures et par la suite à une réduction de la durée de vie de la structure.

Le gradient de degré de saturation du béton dans l'épaisseur d'enrobage des armatures est un des principaux paramètres gouvernant la durabilité des ouvrages en béton armé. Le degré de saturation joue un rôle dans la pénétration d'agents agressifs, pour les armatures et pour le pH du béton. Il est essentiel de détecter cette pénétration de manière préventive et de suivre son évolution dans le temps pour surveiller les structures, diagnostiquer d'éventuelles pathologies de corrosion et pouvoir pronostiquer leur évolution.

Les méthodes d'évaluation non destructive (ND) sont des outils d'auscultation des ouvrages très utiles pour le diagnostic de leur état de dégradation. Outre leur caractère non intrusif, ces méthodes présentent en effet un intérêt de rapidité et donc de grand rendement. Dans notre recherche, nous nous focalisons sur la méthode électrique donnant accès à la résistivité électrique et la méthode capacitive donnant accès à la permittivité diélectrique. En effet, ces deux propriétés sont particulièrement sensibles à la présence d'eau dans les matériaux poreux, donc sensibles au degré de saturation dans le béton.

Les mesures par tomographie de résistivité électrique et par des sondes capacitives

fournissent des observables dites "apparentes". Ces mesures apparentes correspondent à un certain volume d'investigation qui est, principalement mais pas uniquement, fonction de la géométrie et des dimensions des dispositifs de mesure. Lorsque le matériau peut être considéré comme homogène dans ce volume, les mesures apparentes sont une bonne estimation des propriétés intrinsèques (résistivité électrique et permittivité diélectrique) du matériau dans ce volume. Dans le cas général d'un matériau hétérogène (par exemple en présence d'un gradient de degré de saturation), les mesures apparentes ne donnent pas directement accès aux "vraies" propriétés au sein du matériau. Pour estimer la distribution de ces propriétés, il faut avoir recours à un processus dit d'inversion. Les travaux de recherche récents ont montré que ces deux types de mesures réalisées en surface, inversées et calibrées indépendamment permettent d'estimer des gradients de degré de saturation en fonction de la profondeur dans la zone d'enrobage des armatures.

Cependant, les méthodes d'inversion précédemment développées ont encore une fiabilité limitée. En particulier, dans le cas de l'analyse de mesures résistives et capacitives, l'analyse n'a été appliquée que de manière découplée alors que deux mesures complémentaires (en termes de volume ausculté et de sensibilité au degré de saturation) sont disponibles. Les inversions de résistivité et de permittivité apparentes menées indépendamment n'exploitent donc que partiellement l'information disponible.

La problématique principale de cette étude est alors d'exploiter conjointement les mesures des deux types de méthodes ND (résistive et capacitive) afin d'améliorer la fiabilité les profils de degré de saturation estimés. Pour répondre à cette problématique, nous fixons plusieurs objectifs.

## **Objectifs de recherche**

Le premier objectif est la conception d'une procédure d'inversion conjointe des mesures par la méthode électrique et par la méthode diélectrique, qui puisse bénéficier de la complémentarité des mesures des deux techniques et s'enrichir d'une échéance à l'autre, pour améliorer la fiabilité et la précision des profils de degré de saturation estimés. Pour atteindre cet objectif, nous étudions un algorithme de moindres carrés non linéaires de type Levenberg-Marquardt qui permettra d'inverser conjointement les mesures. La prise en compte des incertitudes associées à chaque jeu de mesure fait partie intégrante de la méthode afin d'affiner sa précision, permettant en outre de propager ces incertitudes sur les paramètres estimés.

Le deuxième objectif est de valider numériquement la procédure d'inversion conjointe. Pour cela, nous considérons des modèles de profils de degré de saturation 'vrais' et nous réalisons l'inversion conjointe des données synthétiques. Nous étudions l'influence de l'incertitude des données sur l'inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes. Pour chacune des séries de validation numérique, nous réalisons aussi l'inversion séparée des données apparentes afin de comparer les profils estimés par l'inversion séparée et conjointe des observables. Nous abordons également deux approches d'implémentation de bornes physiques sur certains paramètres du profil de degré de saturation, notamment les asymptotes initiale (en surface) et finale (en profondeur) du profil.

Le troisième objectif est d'appliquer la procédure d'inversion conjointe à des données expérimentales de résistivité et permittivité apparentes. Deux campagnes expérimentales de séchage et d'imbibition de dalles de béton sont conçues et réalisées durant la thèse. Nous réalisons l'inversion séparée et conjointe des mesures apparentes des deux types de méthodes ND pour estimer le profil de degré de saturation, en prenant en compte l'incertitude de ces mesures. Les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des mesures sont en premier comparés entre eux, ce qui permet d'analyser l'apport de l'inversion conjointe. Ils sont ensuite comparés à des résultats complémentaires obtenus par des méthodes alternatives : gammadensimétrie, capteurs thermohygro-métriques noyés et un autre algorithme d'inversion de type MADS.

## **Organisation du manuscrit**

Ce manuscrit est organisé en cinq chapitres :

- le chapitre 1 introduit tout d'abord différentes méthodes non-destructives pour la caractérisation du béton. Les méthodes résistive et capacitive sont sélectionnées pour leur sensibilité élevée et complémentaire au degré de saturation du béton. Deux grandeurs électromagnétiques du béton (la résistivité électrique et la permittivité diélectrique) sont définies et les méthodes de mesure associées sont décrites. La calibration de la résistivité et de la permittivité en fonction du degré de saturation en eau du béton est également présentée.
- Le chapitre 2 a pour vocation de présenter le matériau béton et ses principaux indicateurs de durabilité, puis d'expliquer les principales pathologies influencées par l'état hydrique du béton et leurs effets sur sa dégradation. Ensuite l'effet de ces pathologies sur les propriétés électromagnétiques du béton est décrit, notamment

sa résistivité électrique et permittivité diélectrique. Enfin, le couplage des effets pathologiques et les limites d'une méthode non-destructive utilisée seule pour estimer le profil de degré de saturation dans le béton sont expliqués.

- L'objectif du chapitre 3 est de présenter les outils permettant la modélisation des problèmes direct et inverse, tant pour les mesures de résistivité que de permittivité apparentes. Un modèle paramétrique du profil de degré de saturation est choisi. La résolution par la méthode des éléments finis des équations fondamentales des problèmes résistif et capacitif est ensuite décrite. Quelques caractéristiques générales des problèmes inverses ainsi que leurs méthodes de résolution sont présentées. La méthode de type optimisation locale basée sur l'algorithme de Levenberg-Marquardt est privilégiée dans cette étude. Enfin, deux codes informatiques existants pour l'inversion séparée des résistivités et permittivités apparentes sont présentés.
- Le chapitre 4 présente tout d'abord l'adaptation de l'approche d'inversion séparée des observables pour l'estimation du profil de degré de saturation. Il décrit ensuite l'approche d'inversion conjointe développée, sa validation numérique par des modèles synthétiques et l'étude de l'influence de l'incertitude des mesures. La sensibilité du critère aux paramètres d'inversion est étudiée afin d'évaluer la contribution de chacun des paramètres du modèle d'inversion au critère de minimisation.
- L'étude présentée au chapitre 5 a pour objectif l'application de la procédure d'inversion conjointe à des résistivités et permittivités apparentes mesurées lors de deux campagnes expérimentales conçues et réalisées dans cette thèse. Les caractéristiques des corps d'épreuve, le déroulement de chacune des campagnes et les courbes de calibration de la résistivité électrique et la permittivité diélectrique en fonction du degré de saturation sont présentées. Ensuite, l'approche d'inversion conjointe est appliquée aux données des deux types de mesure pour estimer le profil du degré de saturation en fonction de la profondeur. Les profils estimés par inversion séparée et conjointe des mesures sont comparés à des profils obtenus par des méthodes alternatives décrites au chapitre 1 (mesures par gammadensimétrie et capteurs THR) et au chapitre 4 (algorithme d'inversion de type MADS).

# MÉTHODES NON-DESTRUCTIVES POUR LA CARACTÉRISATION DU BÉTON

---

Dans ce chapitre, nous allons présenter différentes méthodes non-destructives pour la caractérisation du béton. Nous introduisons en premier lieu les différentes méthodes non-destructives utilisées pour ausculter le béton et nous nous focalisons sur les méthodes résistive et capacitive puisqu'elles sont sensibles au degré de saturation du béton. Nous définissons les propriétés électromagnétiques du béton (la résistivité électrique et la permittivité diélectrique) et présentons les méthodes de mesures associées (électrique et capacitive). Nous étudions ensuite la calibration de la résistivité et de la permittivité en fonction du degré de saturation en eau du béton. Enfin, nous présentons deux méthodes de référence pour la caractérisation hydrique du béton : la gammadensimétrie et la méthode thermo-hygrométrique.

## 1.1 Panorama des méthodes non-destructives

En génie civil, les méthodes d'évaluation non-destructives (END) deviennent un outil indispensable pour les ingénieurs pour obtenir des indicateurs qualitatifs et quantitatifs, établir un diagnostic précis et surveiller les conditions de la structure pendant sa durée de vie sans l'endommager. Grâce à ces méthodes, une évaluation des propriétés mécaniques du béton (comme la résistance à la compression, le module d'Young) et des indicateurs de durabilité (tels que la porosité ou la teneur en eau qui sont des paramètres-clés pour les dégradations physico-chimiques des structures [Baroghel-Bouny, 2004]) est possible [Villain et al., 2014].

Sur site, les méthodes END basées sur des phénomènes électromagnétiques (comme le radar, la méthode capacitive, la méthode électrique) ou ultrasonores (comme l'impact écho, le dispositif de transmission à ultrasons) sont utilisées car elles sont toutes sensibles à la teneur en eau et aux propriétés mécaniques [Balayssac et al., 2012, Villain et al., 2012]. Plus parti-

culièrement, les méthodes utilisant les ondes ultrasonores (US) sont principalement sensibles aux propriétés mécaniques du béton [Bungey and Millard, 1995, Hernandez et al., 2000, Ohdaira and Masuzawa, 2000, Lafhaj et al., 2006, Garnier et al., 2013], alors que les méthodes basées sur des phénomènes électriques ou magnétiques (EM) sont très sensibles à la teneur en eau [Robert, 1998, Soutsos et al., 2001, Boucher et al., 2006, Sbartai et al., 2007, Dérobert et al., 2008]. Inversement, les méthodes US sont également sensibles à la teneur en eau et les méthodes EM à la porosité, mais dans une moindre mesure [Maierhofer et al., 2008, Breyse et al., 2011, Villain et al., 2012].

Les méthodes basées sur la propagation d'ondes mécaniques sont utilisées pour la caractérisation mécanique du matériau et pour la détection des défauts [Li et al., 2009, RILEM, 2012, Payan et al., 2018]. Nous pouvons citer :

- la méthode US en transmission. Cette technique est composée d'un émetteur d'onde appliqué à une face de la structure et d'un récepteur situé sur une autre face. La vitesse de l'onde dans le matériau ainsi que son atténuation peuvent être calculées à partir du temps de parcours du signal et de l'épaisseur de la structure [McCann and Forde, 2001],
- la méthode US en réflexion. Pour cette technique, l'émetteur et le récepteur sont placés sur la même face de la structure, et les réflexions des ondes sur les défauts de la structure et sur ses bords sont enregistrées [Popovics and Subramaniam, 2014],
- la méthode de l'impact-écho. Cette technique consiste à générer une onde mécanique par un choc à la surface à l'aide d'un marteau ou une bille et à analyser la réponse du matériau pour détecter un défaut ou pour calculer les modules élastiques dynamiques [Carino, 2001, Villain et al., 2011],
- la méthode d'émission acoustique. Les phénomènes de fissuration ou de décollement entre les différentes phases dans le matériau génèrent des ondes mécaniques qui peuvent être détectées par un récepteur adapté [Ohtsu, 1996]. Ainsi, plusieurs récepteurs sont appliqués à la structure pour localiser l'origine du défaut,
- les ondes de surface (ou ondes de Rayleigh) qui se propagent le long de la surface libre du matériau. Ce comportement près de la surface peut être utilisé pour caractériser l'épaisseur et la rigidité des composants individuels des structures en couches telles que les revêtements de tunnel [Popovics and Abraham, 2012].

Pour les techniques basées sur des phénomènes électromagnétiques, on distingue essentiellement dans l'évaluation non destructive des structures de génie civil [Robert, 1998,

Dérobot, 2003, Du Plooy et al., 2013] :

- la technique radar ou GPR (Ground Penetrating Radar). Elle couvre de nombreuses applications en génie civil comme par exemple la détection des armatures [Al-Nuaimy et al., 2000, Daniels, 2004, Huginschmidt and Kalogeropoulos, 2009] et la caractérisation de la géométrie des éléments [Al-Qadi and Lahouar, 2005]. Il existe également une application moins connue, celle de l'évaluation de la teneur en eau du béton. Le principe de mesure repose sur la propagation d'ondes électromagnétiques émises par une antenne et leur réflexion sur des interfaces de la structure. La vitesse de propagation de l'onde ainsi que son amplitude sont en effet liées aux propriétés du matériau [Bano and Girard, 2001, Dérobot, 2003],
- la thermographie infrarouge qui se retrouve dans de nombreuses applications pour la détection des délaminations et l'évaluation de la qualité du collage composite des armatures. Cette technique est caractérisée par l'émission d'ondes électromagnétiques par le matériau. Selon sa température, le matériau transmet un rayonnement dans les longueurs d'onde allant de l'ultraviolet à l'infrarouge lointain. Le corps entier agit comme une source d'émission de rayonnement thermique continu, et également comme un récepteur continu de rayonnement provenant même de corps lointains. Le rayonnement thermique est lié à la structure de l'émetteur, du récepteur, du milieu traversé et à la capacité du corps à transmettre et à stocker de la chaleur [Dérobot et al., 2017],
- les méthodes électriques utilisées pour évaluer le degré de corrosion des armatures dans le béton armé parce qu'elles sont sensibles aux facteurs influençant la corrosion des armatures (teneur en eau et en chlorures). En raison de sa sensibilité aux paramètres microstructuraux du béton (porosité, interconnectivité des pores, tortuosité [Andrade et al., 2000]), la résistivité électrique est considérée comme très utile pour évaluer des indicateurs de la durabilité du béton comme la teneur en eau [Baroghel-Bouny, 2004, Torres-Luque et al., 2014, Lataste et al., 2017] et sera traitée au paragraphe 1.3,
- la méthode capacitive qui sera traitée au paragraphe 1.4. Les études montrent que cette technique peut être utilisée pour caractériser les gradients de teneur en eau [Dérobot et al., 2017].

Notre objectif étant d'évaluer la durabilité à partir d'un paramètre de suivi qui est le degré de saturation du béton en fonction de la profondeur, nous allons nous intéresser aux

méthodes électriques à courant continu qui permettent d'estimer la résistivité électrique (à fréquence quasi nulle) et aux méthodes capacitives, qui donnent accès à la mesure de la permittivité diélectrique (dans une gamme de fréquences de 30-35 MHz) [Monfore, 1968, Saleem et al., 1996, Robert, 1998, Dérobert et al., 2008].

## 1.2 Propriétés électromagnétiques de la matière

Après avoir passé en revue les différentes méthodes END et leurs sensibilités aux propriétés du béton, nous avons sélectionné les méthodes électrique, donnant accès à la mesure de la résistivité électrique, et capacitive, donnant accès à la mesure de la permittivité diélectrique. Nous présentons d'abord les deux propriétés électromagnétiques du béton dans ce paragraphe. Ensuite, nous décrivons dans les paragraphes 1.3 et 1.4 les méthodes de mesure qui donnent accès à ces propriétés.

Lorsqu'un échantillon de matière est soumis à un champ électrique, les charges électriques à l'intérieur du matériau réagissent. Ces charges peuvent être liées ou libres. Si elles sont libres, elles peuvent se déplacer sur de grandes distances (à l'échelle des molécules) : c'est le phénomène de conduction électrique. En revanche, lorsqu'elles sont liées, leur déplacement est relativement petit et elles reviennent à leur situation de départ dès que le champ n'est plus appliqué. Il s'agit du phénomène de polarisation. La propagation et la diffusion des ondes électromagnétiques sont décrites par les équations de Maxwell. Cependant, dans certains cas particuliers selon le comportement électromagnétique du matériau, ces lois peuvent être simplifiées. Le fait qu'un matériau se comporte comme un diélectrique, un quasi-conducteur ou un conducteur dépend de la fréquence du champ électromagnétique appliqué. Lorsqu'un champ électrique statique (cas résistif) ou un champ de très basse fréquence (cas capacitif) est appliqué au béton, il agira principalement comme conducteur et les équations de Maxwell peuvent être simplifiées [Telford et al., 1990, Du Plooy et al., 2013].

L'hypothèse électrostatique est traduite par les expressions (1.1) à (1.4), qui sont les équations de Maxwell simplifiées :

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = \vec{0} \quad (1.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} \quad (1.2)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0 \quad (1.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.4)$$

où  $\vec{E}$  ( $\text{V.m}^{-1}$ ) est le champ électrique,  $\vec{B}$  ( $T$ ) le champ d'induction magnétique,  $\vec{H}$  ( $\text{A.m}^{-1}$ ) le champ magnétique et  $\vec{J}$  ( $\text{A.m}^{-2}$ ) la densité du courant électrique.  $\vec{\nabla}$  ( $\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}$ ) est l'opérateur gradient,  $\vec{\nabla} \cdot$  la divergence et  $\vec{\nabla} \times$  le rotationnel.

D'après l'équation (1.3), le champ électrique  $\vec{E}$  s'exprime comme un gradient d'un champ de potentiel scalaire  $V$  ( $V$ ) par l'équation suivante :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}V \quad (1.5)$$

Après avoir rappelé les lois de la propagation et de la diffusion des ondes électrostatiques ainsi que l'hypothèse électrostatique, nous présentons la définition de la résistivité électrique et de la permittivité diélectrique ainsi que les lois constitutives qui régissent chacune d'elles.

### 1.2.1 Résistivité électrique

La résistivité électrique à fréquence nulle d'un milieu, notée  $\rho$ , se traduit par la capacité de ce milieu à s'opposer au déplacement des charges électriques libres lorsqu'il est soumis à un champ électrique. Elle est exprimée en Ohm.mètre ( $\Omega.m$ ). La résistivité est l'inverse de la conductivité électrique, notée  $\sigma$ , exprimée en Siemens par mètre ( $S.m^{-1}$ ). Elle permet d'exprimer la loi d'Ohm qui relie, en un point de la matière (et pour des matériaux dits linéaires), le courant au champ électrique :

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (1.6)$$

Les équations (1.3), (1.5) et (1.6) permettent d'établir la relation suivante entre le potentiel électrique  $V$  et la résistivité  $\rho$  :

$$\vec{\nabla} \cdot \left( \frac{1}{\rho} \vec{\nabla}V \right) = 0 \quad (1.7)$$

### 1.2.2 Permittivité diélectrique

La permittivité diélectrique à basse fréquence, notée  $\varepsilon$ , est liée au phénomène de polarisation électrique qui résulte d'un déplacement relatif des charges liées de la matière

sous l'action d'un champ électrique extérieur. Elle est exprimée en Farad par mètre ( $F.m^{-1}$ ) et intervient dans la relation constitutive suivante qui permet de relier dans la matière (et sous la même hypothèse de linéarité des matériaux) le champ de déplacement électrique  $\vec{D}$  ( $C.m^{-2}$ ) (ou induction électrique) au champ électrique :

$$\vec{D} = \varepsilon \vec{E} \quad (1.8)$$

Les équations (1.3), (1.5) et (1.8) permettent d'établir la relation suivante entre le potentiel électrique  $V$  et la permittivité  $\varepsilon$  :

$$\vec{\nabla} \cdot (\varepsilon \vec{\nabla} V) = 0 \quad (1.9)$$

## 1.3 Techniques de mesure de la résistivité électrique

### 1.3.1 Principe de mesure

Les méthodes de mesure électrique reposent sur l'injection d'un courant électrique continu par l'intermédiaire d'une ou plusieurs électrode(s) dite(s) de courant. Le courant électrique est généré par une source artificielle et, simultanément à l'injection de ce courant, une différence de potentiel, qui résulte du passage du courant dans le milieu, est mesurée au moyen d'une ou plusieurs autre(s) électrode(s) dite(s) de potentiel. La mesure peut être faite par "transparence" en traversant totalement le matériau. Cette technique est surtout réservée pour les essais en laboratoire. In situ, les mesures sont plutôt réalisées depuis la surface de l'ouvrage jusqu'à un certain volume qui dépend des caractéristiques géométriques du dispositif utilisé. La résistivité peut être définie à partir de la résistance électrique. En effet, pour un cylindre homogène et isotrope ayant une résistance  $R$ , une section  $A$  et une longueur  $L$  (voir Figure 1.1), sa résistivité  $\rho$  est donnée par l'équation suivante :

$$\rho = \frac{A}{L} R = G_R R \quad (1.10)$$

où  $G_r$  ( $m$ ) est la "constante de cellule", que nous appellerons plus généralement *facteur géométrique* dans la suite.

La résistivité est obtenue dans un certain volume qui dépend de l'espacement entre les électrodes. De plus, lorsque le milieu est hétérogène, i.e. lorsqu'il existe un gradient de résistivité dans le volume ausculté, la valeur obtenue par cette méthode est appelée

*résistivité apparente* et notée  $\rho_a$ .

Nous présentons maintenant les différentes techniques de mesure de la méthode électrique : les techniques de "laboratoire" (de type cellules, pour caractériser les matériaux) et les techniques "in situ" (de type quadripôles ou peignes pour mesurer sur des dalles, des ouvrages, ...).

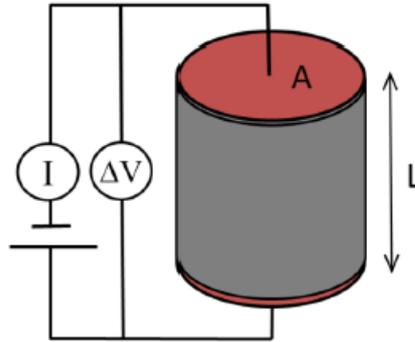


FIGURE 1.1 – Application de la loi d'Ohm sur un échantillon de section  $A$  et de longueur  $L$  [Du Plooy et al., 2013].

### 1.3.2 Les techniques de mesure "en laboratoire"

Les cellules de résistivité permettent de mesurer la résistivité du béton sur des éprouvettes conditionnées. Les échantillons sont alors considérés homogènes vis-à-vis d'autres propriétés comme le degré de saturation du béton. Ainsi, nous avons accès à la résistivité "vraie" du matériau, puisque l'éprouvette est homogène et isotrope. Cette méthode est intéressante pour calibrer les mesures de résistivité faites sur un ouvrage par exemple en fonction du degré de saturation en considérant des éprouvettes conditionnées à différents degrés de saturation. On distingue parmi les techniques en laboratoire la mesure "par transparence" [Polder, 2001]. Elle consiste à injecter un courant  $I$  à l'aide de deux électrodes aux extrémités de l'éprouvette et à mesurer la différence de potentiel  $\Delta V$  par les mêmes électrodes [McCarter et al., 1981, Spragg et al., 2001, Newlands et al., 2007] (voir Figure 1.2). On parle alors d'un dispositif à deux électrodes [Telford et al., 1990, Castellote et al., 2001, Baroghel-Bouny et al., 2008]. La mesure par cette technique renseigne surtout sur les résistances de contacts électrodes-matériau. Cette méthode est peu adaptée au béton puisqu'il est difficile d'accéder à la résistivité du matériau. Pour cela,

des dispositifs à quatre électrodes sont privilégiés afin de s'affranchir des biais liés à la résistance de contact et de donner accès à la mesure de la résistivité. Cette technique sera utilisée pour la cellule de résistivité afin de réaliser la calibration de la résistivité en fonction du degré de saturation (voir le paragraphe 1.5.1).

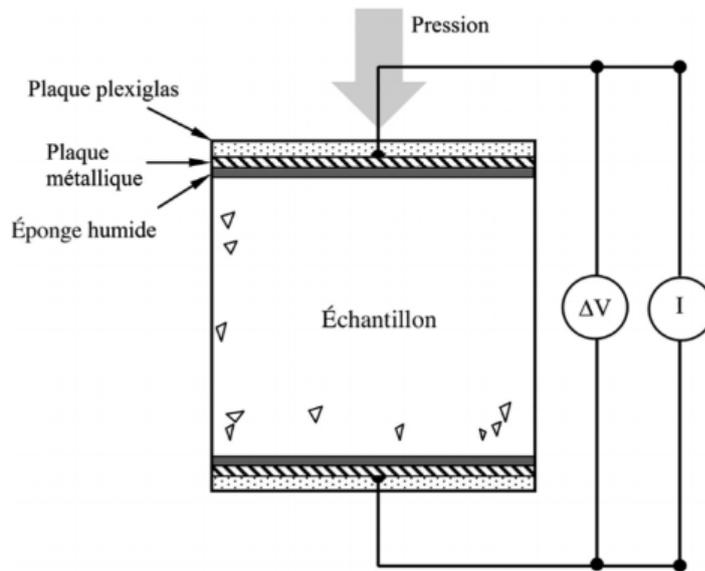


FIGURE 1.2 – Schéma d'une cellule de mesure de résistivité par transparence en laboratoire [Lataste et al., 2017].

### 1.3.3 Les techniques de mesure "in situ"

Pour les mesures de résistivité sur ouvrage, la technique de mesure de surface par des dispositifs à quatre électrodes est la plus adaptée. Parmi les configurations quadripôles, deux sont les plus usuelles : le quadripôle carré et la configuration Wenner [Morris et al., 1996]. Le dispositif Wenner est le plus répandu pour l'auscultation du matériau en profondeur. Le dispositif carré reste une application intéressante pour étudier l'anisotropie du matériau. Dans cette thèse, puisqu'on s'intéresse aux gradients de propriétés en fonction de la profondeur du béton, et qu'on considère le matériau isotrope, nous nous intéressons à la configuration Wenner développée en 1915 [Wenner, 1915] dont le principe est le suivant (voir Figure 1.3a). Quatre électrodes sont disposées de façon alignée sur l'échantillon à tester, équidistantes d'une longueur  $a$ . Entre les deux électrodes extrêmes, on injecte un courant électrique d'intensité  $I$  et on mesure la différence de potentiel  $\Delta V$  entre les deux

électrodes centrales. Ces électrodes sont généralement considérées comme "ponctuelles" du fait que leurs dimensions sont très faibles par rapport aux dimensions de l'ouvrage. La valeur de la résistance  $R$  calculée permettra d'obtenir la résistivité  $\rho$  à partir du facteur géométrique  $G_R$  par la formule  $\rho = G_R R$  introduite dans l'équation (1.10).

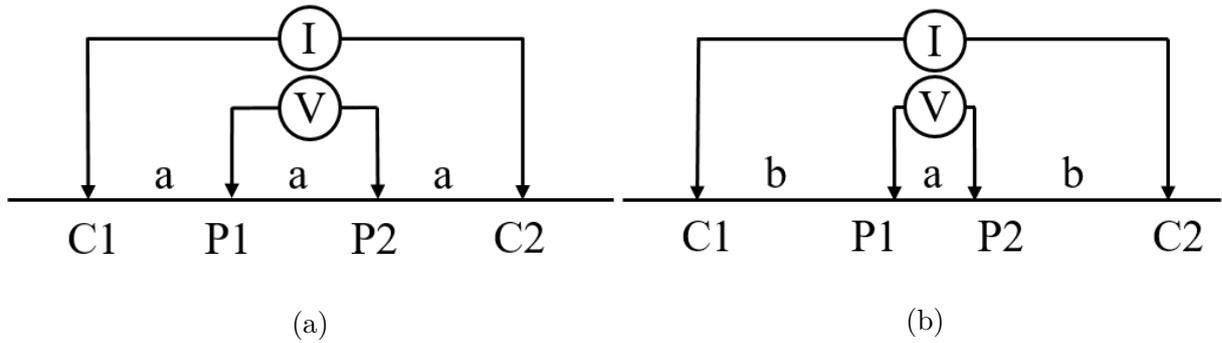


FIGURE 1.3 – Principe de deux configurations quadripôles pour la mesure de la résistivité électrique (a) la configuration Wenner (b) la configuration Schlumberger.

La Figure 1.4 montre que plus l'espacement entre les électrodes augmente, plus les lignes de courant pénètrent dans le matériau et plus la profondeur d'investigation augmente. Ainsi, une autre configuration semblable à la configuration Wenner est aussi utilisée dans cette étude. Il s'agit de la configuration Schlumberger où les électrodes alignées ne sont pas équidistantes : si  $a$  est l'espacement entre les électrodes de potentiel  $P_i$ , alors  $b = na$  ( $n \in \mathbb{N}$ ) est l'espacement entre les électrodes de courant  $C_i$  et  $P_i$  (voir Figure 1.3b). Cette configuration est aussi utilisée afin d'augmenter le nombre d'acquisitions et de faire varier les volumes d'investigation.

Les expressions analytiques du facteur géométrique  $G_R$  pour un milieu semi-infini

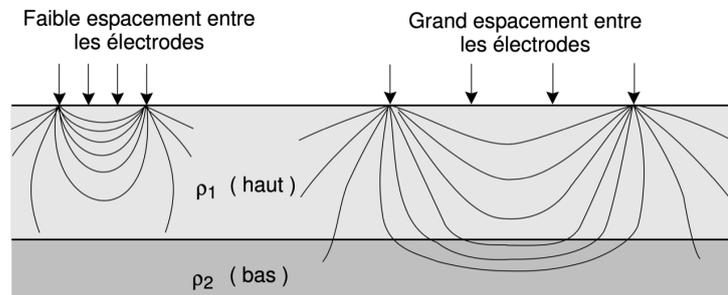


FIGURE 1.4 – Illustration des lignes de courant issues d'un faible espacement d'électrodes et d'un plus fort espacement d'électrodes [Chouteau and Beaulieu, 2002].

pour les configurations Wenner (équation (1.11)) et Schlumberger (équation (1.12)) sont [Loke, 2013] :

$$G_R = 2\pi a \quad (1.11)$$

$$G_R = \pi n(n + 1)a \quad (1.12)$$

où  $a$  ( $m$ ) est l'espacement montré dans la Figure 1.3.

Pour des mesures faites sur des échantillons de béton de dimensions finies, l'expression analytique de  $G_R$  pour un milieu semi-infini ne prend pas en compte les effets de bords. Pour cela, les facteurs géométriques applicables à une géométrie finie peuvent être calculés numériquement (par exemple par la méthode des éléments finis) [Marescot et al., 2006].

### Peigne multiélectrodes de résistivité

Pour accéder à la mesure de la résistivité, l'IFSTTAR (devenu Université Gustave Eiffel) a développé en 2012 dans le cadre des travaux de Du Plooy un "peigne" multiélectrodes de résistivité formé de 14 électrodes espacées de 20 mm [Du Plooy et al., 2013] (Figure 1.5). Les électrodes sont équipées d'éponges humidifiées pour minimiser la résistance de contact. Le peigne de résistivité est connecté à un résistivimètre programmable (Syscal Pro 96, IRIS Instruments) qui permet de contrôler la génération du courant et d'enregistrer les signaux des différentes combinaisons d'électrodes.

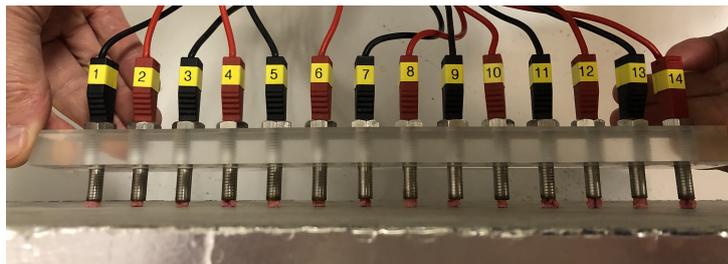


FIGURE 1.5 – Sonde de résistivité développée par l'IFSTTAR (devenu Université Gustave Eiffel) pour des mesures de résistivité.

Une séquence d'acquisition programmée sur le résistivimètre est formée d'une combinaison des configurations Wenner et Schlumberger en balayant les 14 électrodes du peigne. Ainsi, nous avons par exemple, pour la configuration Wenner, 4 espacements possibles,  $a = 2, 4, 6$  et  $8$  cm. Pour la configuration Schlumberger, les combinaisons sont plus nombreuses.

Au final, une séquence de mesure permet de collecter 100 mesures de résistivité (voir Figure 1.6). Ce dispositif de mesure permet par sa composition de balayer les 14 électrodes du peigne espacées sur la longueur de l'échantillon ausculté. Ainsi, les mesures collectées renseignent non seulement sur la profondeur mais peuvent varier aussi en fonction de leur position sur l'échantillon. Pour cela, on peut alors parler de tomographie de résistivité électrique 2D. L'intérêt de notre étude étant d'évaluer les variations de résistivité dans la profondeur de béton ausculté dues au gradient de degré de saturation en fonction de la profondeur et donc de réaliser une tomographie de résistivité 1D, les mesures par ce dispositif reliées par la suite au même modèle du gradient de teneur en eau permettent de prendre en compte la variabilité du matériau béton.

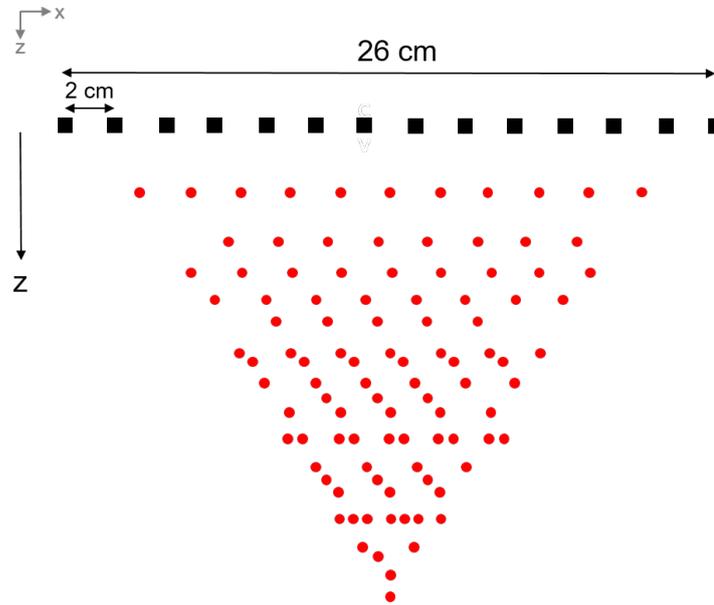


FIGURE 1.6 – Schématisation des électrodes du peigne de résistivité (en noir) et des points de mesures de résistivité (en rouge) issues des combinaisons des configurations Wenner et Schlumberger de la séquence d'acquisition.

La valeur obtenue par cette méthode est appelée *résistivité apparente*, notée  $\rho_a$ . Le traitement de ces mesures est donc nécessaire pour obtenir la vraie résistivité en fonction de la profondeur. Cette inversion des mesures sera traitée dans le Chapitre 3. Finalement, lorsque le béton en surface devient relativement sec, les résistances de contacts électrodes-béton deviennent importantes ainsi que les résistivités apparentes mesurées qui deviennent très bruitées. Ceci indique que la limite de la méthode est atteinte.

## 1.4 Techniques de mesure de la permittivité diélectrique

### 1.4.1 Principe de mesure

La technique capacitive est utilisée dans plusieurs domaines pour la détection du mouvement, la mesure de l'épaisseur, l'évaluation du degré de saturation en eau et d'autres applications citées par [Fares et al., 2016]. Elle consiste à appliquer un courant alternatif entre au minimum deux électrodes placées à la surface de l'échantillon et mesurer la fréquence de résonance du système électrodes-béton.

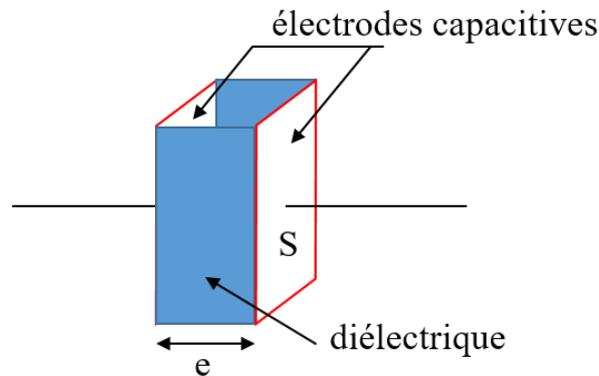


FIGURE 1.7 – Structure d'un condensateur plan.

Le système forme un condensateur dont la capacité  $C$  dépend essentiellement des dimensions, des formes géométriques des électrodes et des propriétés diélectriques du milieu traversé (voir Figure 1.7). En effet, l'expression de la capacité pour un condensateur plan est approchée par l'expression suivante lorsque  $S \gg e$  :

$$C \approx \varepsilon_0 \varepsilon'_r \frac{S}{e} \quad (1.13)$$

où  $S$  ( $\text{m}^2$ ) est l'aire des électrodes,  $e$  (m) l'épaisseur du diélectrique,  $\varepsilon_0$  ( $\approx 8.854 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$ ) la permittivité du vide,  $\varepsilon'_r$  (sans dimension) la partie réelle de la permittivité relative du milieu entre les plaques et  $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon'_r$  ( $\text{F.m}^{-1}$ ) la permittivité du milieu.

Par souci de simplification, **la partie réelle de la permittivité relative (ou également appelée "constante diélectrique") sera simplement appelée "permittivité" et notée  $\varepsilon$  (sans dimension)** dans toute la suite de ce manuscrit. La permittivité est

obtenue dans un certain volume qui dépend de la taille des électrodes. De plus, lorsqu'il existe d'autres gradients dans le volume ausculté (comme un gradient de degré de saturation), le milieu est hétérogène. Par conséquent, de manière similaire aux mesures de résistivité, la permittivité mesurée est dite *permittivité apparente* et notée  $\varepsilon_a$ . Il s'agit ici d'une permittivité relative apparente (sans dimension).

### 1.4.2 Les techniques de mesure "en laboratoire"

A la manière de la résistivité, des cellules permettant de mesurer la permittivité du béton sur des éprouvettes homogènes sont utilisées en laboratoire pour caractériser les matériaux. Les éprouvettes peuvent aussi être conditionnées de manière à être homogènes vis-à-vis d'autres propriétés comme le degré de saturation. Cette application peut servir pour la calibration de la permittivité en fonction du degré de saturation en considérant des éprouvettes conditionnées à différents degrés de saturation.

La technique de la ligne de transmission coaxiale est une méthode connue pour la détermination de la permittivité des échantillons de béton à différentes fréquences [Chew, 1991, Courtney et al., 1996, Al-Qadi et al., 1997, Rhim and Buyukozturk, 1998]. Cette technique peut couvrir une large gamme de fréquences jusqu'à plusieurs GHz, mais nécessite généralement des échantillons soigneusement préparés et n'est donc adaptée qu'à une utilisation dans des conditions de laboratoire contrôlées. Le dispositif fonctionne sur le principe que le coefficient de réflexion de l'onde de propagation sur l'interface entre la ligne coaxiale et l'échantillon est lié à la permittivité du matériau. Cependant, il n'existe pas de relation analytique entre le coefficient de réflexion et la permittivité. Un processus d'inversion permet de remonter à la permittivité du béton [Press et al., 2007]. Cette technique sera utilisée pour la cellule électromagnétique développée afin de réaliser la calibration de la permittivité en fonction du degré de saturation (voir le paragraphe 1.5.2).

### 1.4.3 Les techniques de mesure "in situ"

Pour les mesures de permittivité sur ouvrage, la technique la plus adaptée est la mesure de surface par des patins capacitifs formés de plusieurs électrodes en contact avec la surface du béton (voir Figure 1.8). Le principe général reste le même, i.e. l'application d'un courant alternatif entre des électrodes et la mesure de la fréquence d'oscillation du système. Le système forme un condensateur dont la capacité dépend des dimensions, des formes

géométriques des électrodes et des propriétés diélectriques du milieu traversé comme le montre l'expression suivante :

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon'_r G_C \quad (1.14)$$

où  $G_C$  ( $m$ ) est le *facteur géométrique* de la sonde capacitive qui dépend du nombre, dimensions et espacements des électrodes de la sonde.

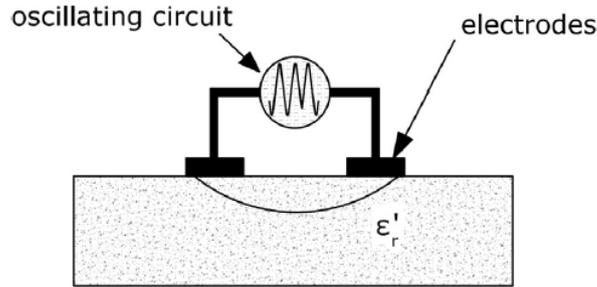


FIGURE 1.8 – Schéma des électrodes capacitatives appliquée sur la surface du matériau [Dérobert et al., 2008].

Les électrodes étant en contact avec le béton, le système formé est complexe à cause de son hétérogénéité. Pour une géométrie telle que celle de la sonde capacitive, il n'existe pas d'expression analytique qui relie la capacité du système à sa permittivité dans le cas d'un matériau homogène (comme pour le condensateur plan). On utilise l'expression de la fréquence de résonance pour un circuit oscillant LC d'après l'expression suivante :

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (1.15)$$

où  $f_{osc}$  ( $Hz$ ) est la fréquence de résonance du système,  $L$  ( $H$ ) l'inductance et  $C$  ( $F$ ) la capacité du système électrodes-béton [Du Plooy et al., 2013, Fares et al., 2016].

Les espaces des deux côtés des électrodes exercent également un impact sur la capacité mesurée. Le système résultant ne constitue pas un seul condensateur mais plutôt un ensemble de deux condensateurs en parallèle. Le premier comprend le matériau et le second comprend l'environnement (principalement l'air et le plexiglas constituant la sonde). Ainsi, la capacité du système  $C$  peut s'écrire sous la forme de la somme de la capacité du matériau  $C_{mat}$ , de celle de la sonde  $C_{sonde}$  et de l'environnement  $C_{env}$  :

$$C = C_{mat} + C_{sonde} + C_{env} \quad (1.16)$$

En faisant une mesure de la fréquence de résonance du système dans l'air  $f_{osc_{air}}$ , une mesure dans le matériau  $f_{osc}$  et en utilisant les équations (1.15) et (1.16) nous pouvons établir une relation entre la fréquence d'oscillation mesurée et la capacité :

$$\frac{1}{f_{osc}^2} - \frac{1}{f_{osc_{air}}^2} = aC_{mat} + b \quad (1.17)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes.

Enfin, une procédure de calibration sur des matériaux homogènes, isotropes et de volume suffisant pour négliger les effets de bords, de capacité  $C$  et de permittivité  $\varepsilon_r$  connues permet de traduire la fréquence d'oscillation  $f_{osc}$  en capacité puis en permittivité en utilisant les équations (1.14) et (1.17) [Fares et al., 2016]. Cette relation de calibration peut être exprimée sous la forme :

$$\frac{1}{f_{osc}^2} - \frac{1}{f_{osc_{air}}^2} = \Delta \left( \frac{1}{f_{osc}^2} \right) = A\varepsilon + B \quad (1.18)$$

où  $A$  et  $B$  sont les coefficients de calibration. Une droite de calibration par sonde capacitive est alors construite pour transformer la fréquence de résonance mesurée par le système en son équivalence en permittivité. En pratique pour un système donné, ce processus de calibration est effectué tous les ans pour tenir compte des variations du système en fonction du temps. De même que pour la résistivité, s'il existe un gradient et que le béton n'est pas homogène, alors la permittivité obtenue est apparente : c'est une valeur intégrée sur un certain volume d'investigation qui dépend de la taille des électrodes. En effet, plus la taille des électrodes augmente, plus la profondeur d'investigation augmente.

#### 1.4.3.1 Patins capacitifs existants

Le système de mesures capacitives, développé dans le réseau scientifique et technique du Ministère de l'Écologie au LCPC et au CETE devenus l'IFSTTAR puis l'Université Gustave Eiffel et le CEREMA, se base sur plusieurs configurations correspondant à quatre types de patins différents, chacun étant composé d'électrodes métalliques et d'un support (Figure 1.9). Le circuit oscillant a été conçu pour avoir une fréquence de résonance de 33 MHz dans le but de minimiser l'influence de la température et de la conduction ionique [Dérobert et al., 2008].

La différence entre les patins est le nombre de plaques métalliques qui le forment et leurs

dimensions, ce qui rend leurs profondeurs d'investigation différentes [Fares et al., 2016]. Ainsi on distingue :

- le patin GE1 composé de 2 plaques de surface  $70 \times 40 \text{ mm}^2$  espacées de  $40 \text{ mm}$ ,
- le patin ME1 composé de 3 plaques de surface  $70 \times 15 \text{ mm}^2$  espacées de  $15 \text{ mm}$ ,
- le patin PE2 composé de 4 plaques de surface  $70 \times 10 \text{ mm}^2$  espacées de  $10 \text{ mm}$ ,
- le patin PE1 composé de 5 plaques de surface  $70 \times 5 \text{ mm}^2$  espacées de  $5 \text{ mm}$ .

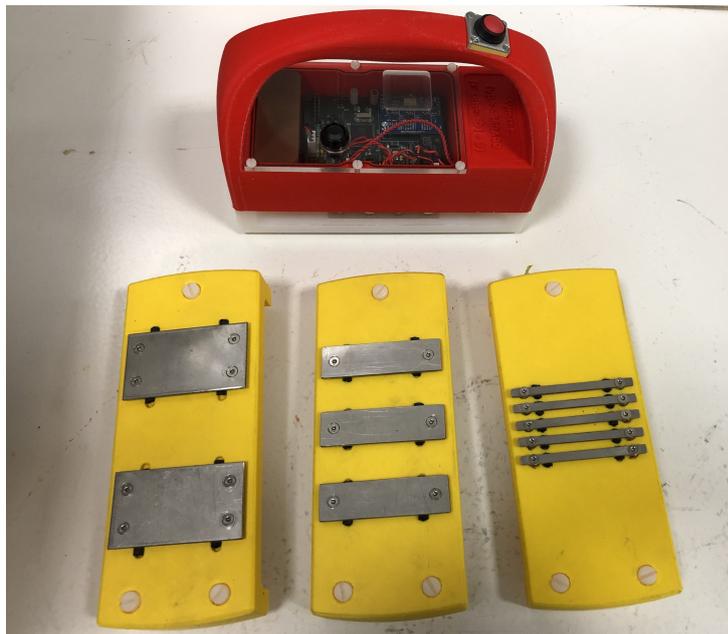


FIGURE 1.9 – Système de mesure par la méthode capacitive par les quatre patins d'électrodes (PE1 à droite, PE2 connecté au système de mesure, ME1 au milieu et GE1 à gauche).

La valeur de permittivité mesurée par chaque patin correspond à une certaine profondeur d'investigation qui dépend du nombre d'électrodes formant ce patin, leur taille et leur espacement. Cette profondeur est d'autant plus grande que l'espacement et la taille des électrodes sont grandes. On peut alors parler aussi de tomographie de permittivité pour imager les variations de permittivité dans la profondeur du béton ausculté. Nous pouvons, comme pour la mesure de la résistivité apparente, déplacer les patins sur la longueur de l'échantillon afin de prendre en compte les variabilités spatiales du matériau. La valeur obtenue par cette méthode est appelée *permittivité apparente* et un traitement des mesures apparentes est nécessaire pour obtenir la vraie permittivité en fonction de la profondeur.

Tableau 1.1 – Courbes de calibration expérimentales de  $\Delta(\frac{1}{f_{osc}^2})$  en fonction de  $\varepsilon_a$  (voir équation (1.18)) des patins capacitifs.

Patin	Nombre d'électrodes	Dimensions ( $mm^2$ )	Espacement ( $mm$ )	A ( $\times 10^{-10}$ )	B ( $\times 10^{-10}$ )	$R^2$
GE2	2	70×50	50	3.573	-3.764	0.987
GE1	2	70×40	40	4.852	-4.399	0.998
ME4	2	70×35	35	2.964	-3.165	0.994
ME3	3	70×30	30	3.915	-3.702	0.997
ME2	3	70×20	20	3.766	-3.873	0.993
ME1	3	70×15	15	6.079	-5.347	0.998
PE2	4	70×10	10	6.559	-6.144	0.999
PE1	5	70×5	5	7.146	-6.693	0.999

#### 1.4.3.2 Développement de patins capacitifs complémentaires

Afin de diversifier les volumes investigués dans le but de mieux contraindre la reconstruction des profils au moment de l'inversion, nous avons réalisé durant cette thèse la conception et la fabrication de 4 patins supplémentaires GE2, ME2, ME3, ME4. Leurs dimensions, le nombre et l'espacement entre les électrodes (voir Tableau 1.1) a été étudié de manière à augmenter la variabilité dans les données acquises et faire varier leurs profondeurs d'investigation. Ces nouveaux patins seront utilisés dans la partie expérimentale (voir Chapitre 5). Le Tableau 1.1 donne également les courbes de calibration de  $\Delta(\frac{1}{f_{osc}^2})$  en fonction de la permittivité apparente  $\varepsilon_a$  (équation (1.18)) réalisées dans cette étude pour chacun des patins cités.

## 1.5 Calibration en fonction du degré de saturation

La calibration des propriétés électromagnétiques du béton est nécessaire pour convertir les profils de la vraie résistivité ou de la vrai permittivité en profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur. Ainsi, nous présenterons dans cette partie le principe général de la calibration, les méthodes développées et les résultats obtenus pour la résistivité et la permittivité.

Pour obtenir les courbes de calibration de la permittivité et de la résistivité en fonction du degré de saturation en eau, des mesures sont réalisées sur des éprouvettes en béton conditionnées de façon à ce qu'elles soient le plus homogène possible. En effet, le Volume Élémentaire Représentatif (VER) du béton doit être conventionnellement supérieur à 3 fois

le diamètre maximal des granulats [Robert, 1998, Van Mier and Van Viet, 2003]. Pour un béton hydraulique avec des granulats de 20 mm de diamètre, les dimensions des éprouvettes doivent donc être supérieures à la taille du VER, qui lui est plus grand que  $60 \times 60 \times 60 \text{ mm}^3$ , afin de prendre en compte les hétérogénéités du béton liées à sa composition.

Les éprouvettes sont d'abord saturées sous vide pour atteindre un degré de saturation  $S = 100\%$ . Puis elles sont séchées pour atteindre diverses masses donc divers degrés de saturation  $S$  ( $S$  visé de 80, 60, 40 et 10 %) et les mesures de résistivité et de permittivité sont réalisées par les méthodes développées aux paragraphes 1.5.1 et 1.5.2 [Villain et al., 2018]. Les deux méthodes présentées dans ce paragraphe sont utilisées pour la caractérisation des échantillons de béton à différents degrés de saturation en eau.

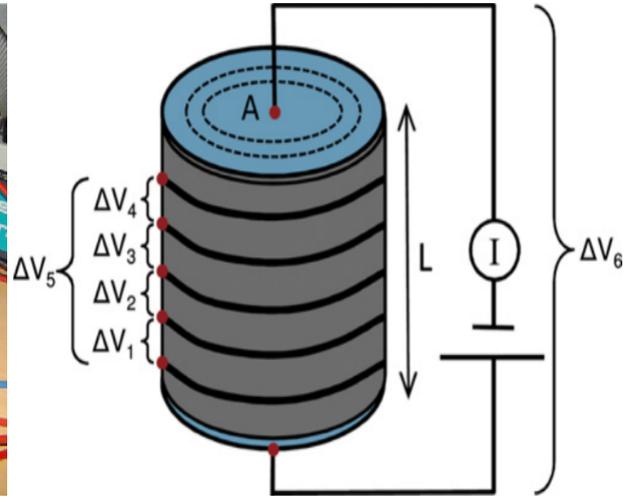
### 1.5.1 Calibration des mesures électriques : cellule de résistivité

La cellule de résistivité utilisée pour obtenir des courbes de calibration des mesures de résistivité a été développée à l'IFSTTAR (devenu l'Université Gustave Eiffel) dans le cadre de la thèse de [Du Plooy et al., 2013]. Cette cellule est constituée de deux demi-coques cylindriques creuses en PVC qui peuvent contenir une éprouvette de béton de diamètre 75 mm et de hauteur 70 mm (Figure 1.10). Les dimensions de l'éprouvette respectent le VER du béton. Les deux demi-cylindres renferment cinq électrodes annulaires de 2 mm de diamètre et espacées de 11.7 mm sur la hauteur du cylindre. Des éponges humidifiées en forme de disques fins sont utilisées pour assurer le contact entre ces électrodes et le béton.

Le principe consiste à injecter un courant par deux électrodes en forme de disques sur les faces opposées du cylindre et de même diamètre que l'échantillon et de mesurer la différence de potentiel entre les différentes paires d'électrodes annulaires ( $\Delta V_1$  à  $\Delta V_5$ ). Les résistances correspondantes sont calculées par la loi d'Ohm et on obtient les résistivités apparentes en multipliant ces résistances par les facteurs géométriques (ou constantes de la cellule)  $G_R = \frac{A}{L_e}$  ( $A$  étant l'aire d'injection du courant et  $L_e$  la distance entre les électrodes annulaires de mesure) (Figure 1.10b). Les mesures sont réalisées pour des degrés de saturation en eau de l'ordre de  $S = 80, 60$  et  $40 \%$ . Il n'est pas possible de réaliser des mesures de résistivité à des degrés de saturation inférieurs puisque les mesures deviennent très élevées [Hunkeler, 1996]. A la fin des essais, les échantillons sont séchés à  $T = 105 \text{ }^\circ\text{C}$  jusqu'à ce que leur masse ne varie plus en fonction du temps. Cette masse sera leur masse sèche et on pourra calculer a posteriori les vrais taux de saturation. Dans le cadre d'essais de calibration réalisés durant la thèse de [Badr, 2019], on obtient la courbe de calibration de la Figure 1.11. Cette courbe montre que la relation entre la résistivité  $\rho$  et le degré de



(a) Photo de la cellule.



(b) Principe de mesure.

FIGURE 1.10 – Cellule de résistivité pour la calibration des mesures électriques [Du Plooy et al., 2013].

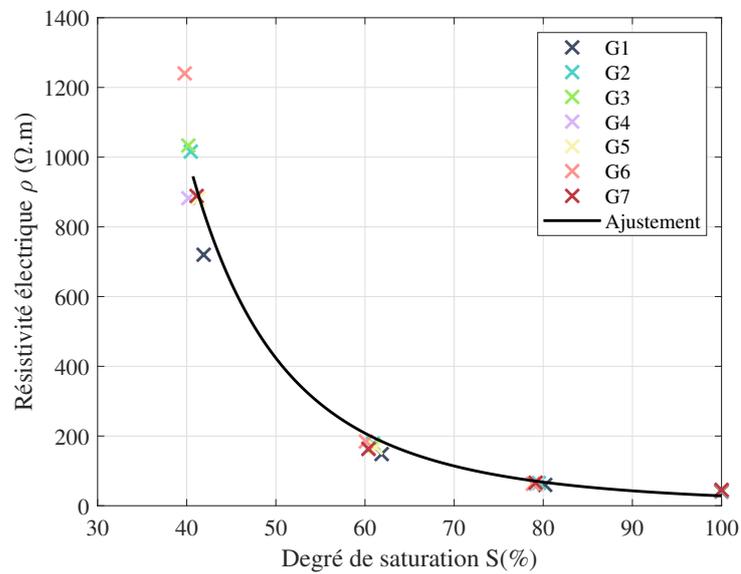


FIGURE 1.11 – Calibration de la résistivité électrique  $\rho$  en fonction du degré de saturation  $S$  du béton utilisé dans la thèse de [Badr, 2019] pour différentes gâchées (référencées  $G1$  à  $G7$ ). Paramètres estimés :  $\rho = 4 \times 10^8 S^{-3.517}$ ,  $R^2 = 0.9737$ .

saturation  $S$  peut être ajustée par un modèle de la forme :

$$\rho = A_R S^{-B_R} \quad (1.19)$$

où  $A_R$  et  $B_R$  sont les coefficients de la courbe de calibration qui dépendent de la formulation du béton.

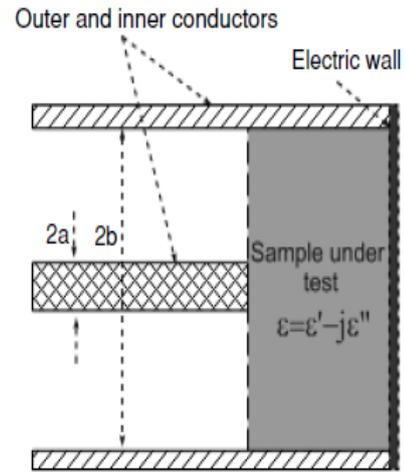
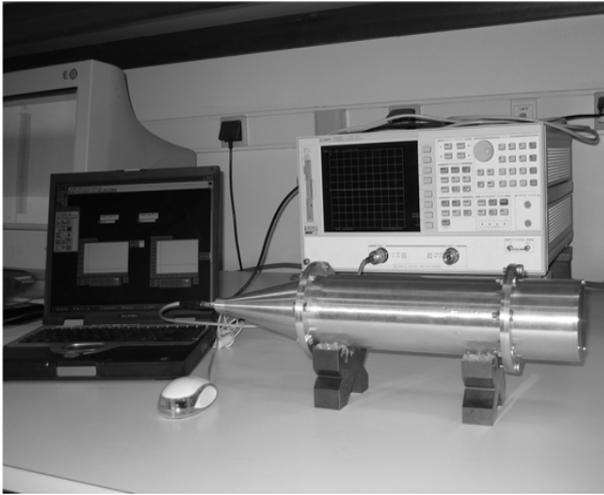
Cette relation est conforme à une loi empirique proposée par les géologues en 1942 pour les matériaux poreux, la loi d'Archie [Lataste et al., 2017] :

$$\rho = a\phi^{-m}\rho_w S^{-n} \quad (1.20)$$

où  $\phi$  est la porosité du matériau poreux,  $\rho_w$  la résistivité de la solution interstitielle,  $a$  un paramètre d'ajustement de la loi,  $m$  un facteur dit de cimentation et  $n$  le facteur de saturation.

### 1.5.2 Calibration des mesures capacitives : cellule électromagnétique

La cellule électromagnétique utilisée pour caractériser les matériaux a été développée par [Adous et al., 2006] à l'IFSTTAR (devenu l'Université Gustave Eiffel) et utilisée dans les travaux de [Fares, 2015] et [Badr, 2019]. Le dispositif électromagnétique est formé d'une ligne de transmission cylindrique-coaxiale, d'un analyseur de réseaux vectoriel connecté à la cellule par un câble coaxial, d'un porte-échantillon et d'un ordinateur relié à l'analyseur (Figure 1.12). Le porte-échantillon a un diamètre intérieur de 75 mm et une hauteur de 70 mm, comme l'échantillon utilisé pour la cellule de résistivité et ses dimensions respectent le VER du béton. Les ondes EM propagent dans la ligne coaxiale une énergie dont une partie est réfléchiée et l'autre reste localisée de part et d'autre de l'interface du matériau (Figure 1.12b). Le principe consiste à déterminer, dans une gamme de fréquences balayée par l'analyseur, le coefficient de réflexion complexe qui dépend notamment de la permittivité complexe du matériau. Un traitement des coefficients de réflexion permettra d'obtenir la partie réelle et la partie imaginaire de la permittivité en fonction de la fréquence dans la bande balayée [Adous et al., 2006]. Les essais de calibration réalisés dans les travaux de thèse de [Badr, 2019] donnent la courbe de calibration suivante (Figure 1.13). Cette courbe montre que la relation entre la permittivité  $\varepsilon$  et le degré de saturation  $S$  peut être



(a) Photo du dispositif expérimental. (b) Configuration de la ligne cylindrique-coaxiale.

FIGURE 1.12 – Cellule cylindrique coaxiale électromagnétique [Adous et al., 2006].

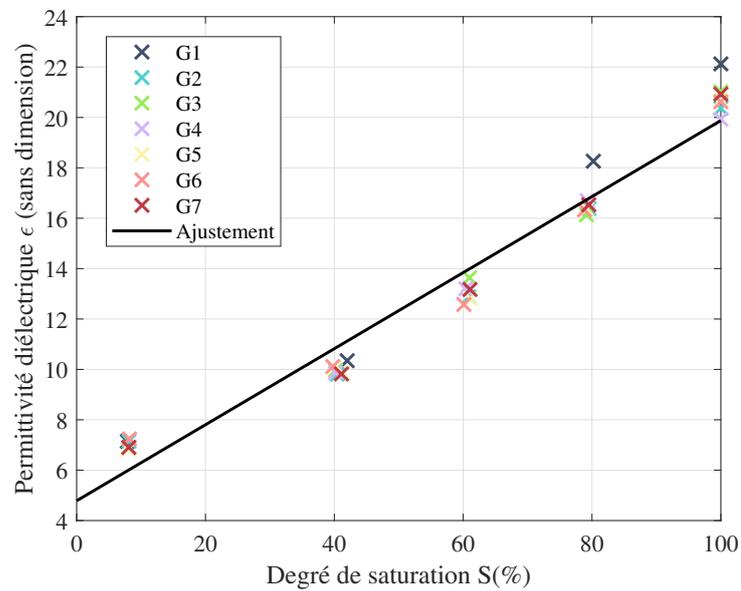


FIGURE 1.13 – Calibration de la permittivité diélectrique  $\epsilon$  en fonction du degré de saturation  $S$  du béton utilisé dans la thèse de [Badr, 2019] pour différentes gâchées (référéncées  $G1$  à  $G7$ ). Paramètres estimés :  $\epsilon = 0.1509S + 4.7837$ ,  $R^2 = 0.9688$ .

considérée comme linéaire dans le domaine d'étude :

$$\varepsilon = A_P S + B_P \quad (1.21)$$

où  $A_P$  et  $B_P$  sont les coefficients de la droite de calibration qui dépendent de la formulation du béton.

### 1.5.3 Complémentarité des mesures

D'après les courbes de calibration établies entre la résistivité électrique  $\rho$  et le degré de saturation  $S$  d'une part, et entre la permittivité diélectrique  $\varepsilon$  et ce même degré de saturation d'autre part, on remarque une sensibilité commune de  $\rho$  et  $\varepsilon$  à  $S$ . Cependant, ces sensibilités ne sont pas les mêmes puisque les courbes de calibration sont exponentielle pour  $\rho(S)$  et linéaire pour  $\varepsilon(S)$ .

On constate qu'il existe une complémentarité de l'information apportée par les deux types de mesures non-destructives concernant le degré de saturation. En effet, des études précédentes effectuées par [Hunkeler, 1996] montrent que la conductivité électrique est presque nulle pour un degré de saturation inférieur à 40% et que les ions dissous dans l'eau restent immobiles (même si on applique un champ électrique). La mesure de la résistivité est alors impossible puisqu'aucun courant électrique significatif ne peut être injecté dans le matériau. Cependant, les mesures de permittivité sont possibles pour un béton sec.

Par ailleurs, on remarque que pour les deux sondes, résistive et capacitive, une notion de **profondeur d'investigation** permet d'associer l'information recueillie à une certaine épaisseur équivalente qui dépend des caractéristiques et des dimensions des dispositifs d'électrodes interrogés. Concernant la résistivité, [Loke, 2001] et [Fares et al., 2016] montrent qu'il est possible de quantifier la fonction de sensibilité des configurations d'électrodes notamment en fonction de la profondeur  $z$  de la structure, en supposant que les propriétés du béton ne dépendent pas des deux autres directions de l'espace  $x$  et  $y$ . Selon [Loke, 2001], un moyen quantitatif d'évaluer numériquement la profondeur d'investigation des mesures de résistivité est de calculer la distribution de sensibilité d'une configuration donnée en milieu semi-infini, homogène et isotrope. Pour cela, le milieu sous la surface d'auscultation est supposé se composer de couches horizontales. Ce que nous voulons déterminer, c'est la variation de potentiel mesuré en surface pour une variation de résistivité d'une couche horizontale infiniment mince à la profondeur  $z$ . On suppose que les limites  $x$  et  $y$  de la couche s'étendent de  $-\infty$  à  $+\infty$ . Ainsi, pour une configuration Wenner, la distribution de

sensibilité en fonction de la profondeur  $z$  est donnée par [Loke, 2013] :

$$F(z) = \frac{2}{\pi} \frac{z}{(a^2 + 4z^2)^{3/2}} \quad (1.22)$$

où  $a$  (m) est l'espacement entre les électrodes.

[Edwards, 1977] et [Barker, 1992] ont montré qu'une estimation robuste de la profondeur d'investigation à partir de la distribution de sensibilité  $F$  est la "profondeur d'investigation médiane" (voir Figure 1.14). C'est la profondeur au-dessus de laquelle la zone sous la courbe est égale à la moitié de la superficie totale sous la courbe. Numériquement, pour une configuration Wenner, on a  $z_e = 0.519a$ . Pour le peigne d'électrodes utilisé

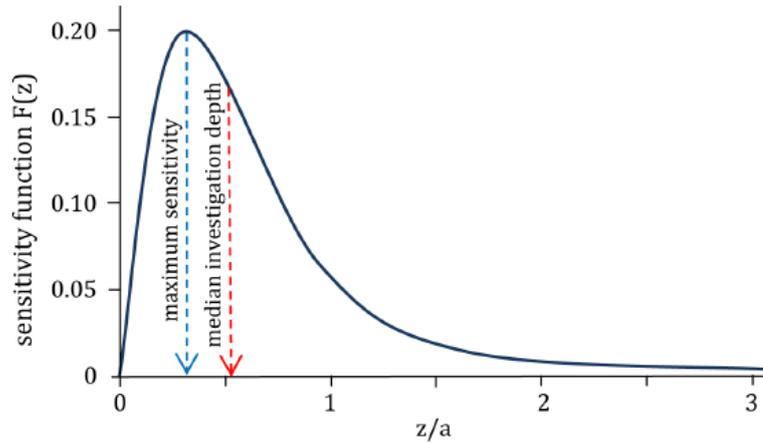


FIGURE 1.14 – Fonction de sensibilité unidimensionnelle pour la configuration Wenner en fonction du rapport de la profondeur sur l'espacement entre les électrodes  $\frac{z}{a}$  [Loke, 2013].

dans cette thèse, 4 espacements pour la configuration Wenner sont possibles correspondant aux espacements  $a = 20, 40, 60$  ou  $80$  mm. Ainsi, 4 profondeurs d'investigation en milieu homogène en découlent,  $z_{e_r} = 10.38, 20.76, 31.14$  et  $41.52$  mm. De la même manière, les profondeurs d'investigation pour les configurations Schlumberger peuvent être estimées.

Pour les patins capacitifs, une approche est proposée par [Fares et al., 2016] pour déterminer la profondeur d'investigation relative à chaque patin d'électrodes qui s'appuie sur la modélisation de la capacité par la méthode des éléments finis. On considère un milieu semi-infini de permittivité homogène connue. La capacité d'un matériau dans un milieu d'épaisseur très grande par rapport aux dimensions des électrodes (assimilé à un milieu semi-infini) est numériquement calculée pour chaque patin à partir de la permittivité. La capacité du même matériau avec différentes épaisseurs finies est également déterminée. On

calcule ensuite pour chaque patin la capacité normalisée  $C_{norm}$  par rapport à la capacité du milieu semi-infini  $C_{theo}$  à partir de la capacité calculée  $C_{calc}$  pour chaque profondeur donnée par  $C_{norm} = \left| \frac{C_{calc}}{C_{theo}} \right| \times 100$ . On fait l'hypothèse que la profondeur d'investigation correspond à une capacité normalisée de 95%. Ainsi, on retrouve sur la Figure 1.15 la modélisation des profondeurs d'investigation  $z_{ep}$  des mesures diélectriques en milieu homogène des anciens et des nouveaux patins. En associant tous les patins capacitifs, nous remarquons un échantillonnage plus riche de la profondeur du béton d'enrobage (voir Tableau 1.2).

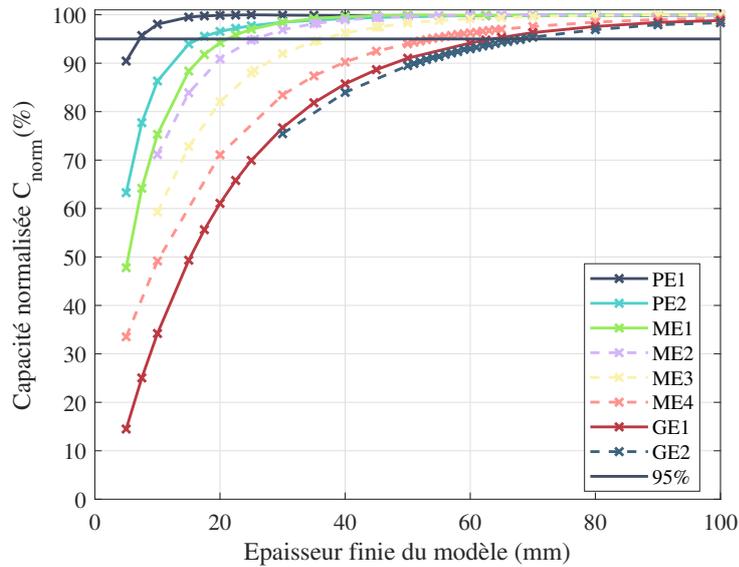


FIGURE 1.15 – Sensibilité complète des mesures capacitives des anciens et nouveaux patins en fonction de la profondeur correspondant à 95% de la capacité normalisée.

Tableau 1.2 – Profondeur d'investigation  $z_{ep}$  (cm) des mesures capacitives des anciens (PE1, PE2, ME1, GE1) et des nouveaux (ME2, ME3, ME4, GE2) patins d'électrodes.

Patin	$z_{ep}$ (cm)
GE2	6.8
GE1	6.2
ME4	5.4
ME3	3.6
ME2	2.5
ME1	2.2
PE2	1.7
PE1	0.7

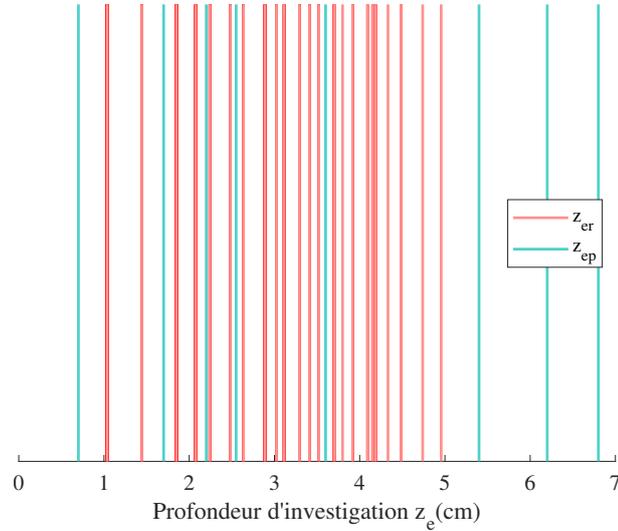


FIGURE 1.16 – Profondeur d’investigation en cm des mesures de résistivité pour les configurations Wenner et Schlumberger ( $z_{er}$ ) et des mesures de permittivité des patins PE1, PE2, ME1, ME2, ME3, ME4, GE1 et GE2 ( $z_{ep}$ ).

La Figure 1.16 montre les deux séries de profondeurs d’investigation  $z_{er}$  et  $z_{ep}$ . On remarque que la plage des profondeurs d’investigation visée est comparable pour les deux sondes, avec une éventuelle différence à prendre en compte puisque les conventions d’estimation de ces profondeurs ne sont pas les mêmes pour les deux méthodes. Ces valeurs de profondeur d’investigation sont aussi complémentaires et permettent de renseigner sur toute l’épaisseur du béton d’enrobage. Toutefois, ces profondeurs d’investigation ne donnent qu’un ordre de grandeur pour renseigner sur la sensibilité d’une mesure, puisqu’elles sont calculées en milieu homogène et peuvent varier pour un milieu hétérogène (dans lequel nous avons un gradient de propriété).

Ainsi, les renseignements apportés par les deux mesures ND enrichissent l’information, par leur sensibilité au degré de saturation et par leur profondeur d’investigation, d’où l’intérêt de combiner ces mesures pour améliorer l’estimation du profil de degré de saturation dans le béton.

## 1.6 Méthodes de référence pour la caractérisation hydrique du béton

Il existe des essais destructifs et semi-destructifs réalisés sur des échantillons prélevés et d'autres à l'aide de sondes noyées dans le béton pour obtenir les profils de degré de saturation. Nous présentons ici la gammadensimétrie et les sondes thermo-hygrométriques, qui constituent des méthodes de comparaison avec les techniques d'END utilisées dans cette thèse.

### 1.6.1 Gammadensimétrie

La gammadensimétrie fait partie des méthodes semi-non-destructives couramment utilisées pour contrôler la densité des matériaux en génie civil notamment en caractérisant des échantillons de béton bitumineux prélevés dans les chaussées [Baroghel-Bouny, 2004]. Le rayonnement gamma est également utilisé pour surveiller des structures en béton armé ou précontraint, afin d'identifier les défauts dans le béton d'enrobage ou dans le remplissage des gaines de câbles précontraints.

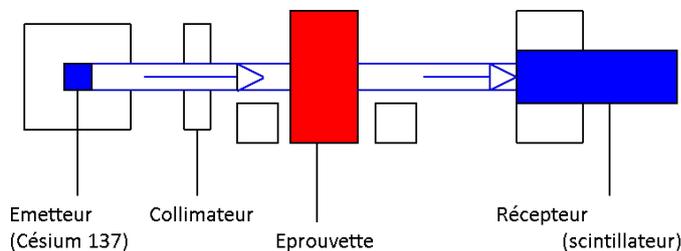


FIGURE 1.17 – Configuration de la méthode gammadensimétrique [Khelidj et al., 2000].

Le principe de la méthode gammadensimétrique est basé sur l'absorption des photons gamma émis par une source radioactive de Césium 137 lorsqu'ils traversent une épaisseur de matériau [Villain and Thiery, 2006]. Le faisceau de rayons gamma émis par la source est focalisé par le collimateur et ensuite atteint l'échantillon de béton testé. Les photons ayant traversé le matériau sont reçus et convertis en impulsions électriques par le scintillateur et sont comptés pendant un temps donné (Figure 1.17). Les travaux de [Villain and Thiery, 2006] montrent une relation entre le degré de saturation  $S$  et le nombre de photons comptés à l'instant  $t$ . Il faut pour cela mesurer par gammadensimétrie :

- $(N_0^{sat}, N^{sat})$ , le nombre de photons gamma respectivement incidents et après la traversée des rayons gamma à l'état saturé du béton,
- $(N_0^{105}, N^{105})$ , le nombre de photons gamma respectivement incidents et après la traversée des rayons gamma à l'état sec du béton après un séchage de l'échantillon à 105°C selon la méthode de [AFPC-AFREM, 1997].

Cette relation est de la forme :

$$S = \frac{\ln\left(\frac{N_0 N^{105}}{N N_0^{105}}\right)}{\ln\left(\frac{N_0^{sat} N^{105}}{N^{sat} N_0^{105}}\right)} \quad (1.23)$$

où  $N_0$  est le nombre de photons initial incident et  $N$  le nombre de photons après la traversée du matériau à l'instant  $t$ .

## 1.6.2 Sondes thermo-hygrométriques

Les sondes thermo-hygrométriques (THR) peuvent être noyées dans le béton pour suivre l'évolution de l'état d'humidité [Baroghel-Bouny, 2004, Villain et al., 2015]. Leur principe de mesure repose sur un système capacitif [Moreau et al., 2011]. Elles permettent de mesurer l'humidité relative HR à une température donnée :

$$HR = \frac{PV}{PV_{sat}} \quad (1.24)$$

où  $PV$  ( $Pa$ ) est la pression de vapeur et  $PV_{sat}$  ( $Pa$ ) la pression de vapeur saturante.

La migration de l'humidité du béton vers l'atmosphère et vice versa définit la relation entre l'humidité relative et le degré de saturation et elle continue jusqu'à stabilisation des pressions de vapeur d'eau et un équilibre est atteint. Cette relation se traduit par des courbes isothermes de désorption ou d'adsorption qui permettent de transformer l'humidité relative mesurée en degré de saturation  $S$ . Les sondes THR sont placées dans une structure en béton dans de petites cavités à différentes profondeurs, c'est pourquoi elles sont faiblement intrusives.

## 1.6.3 Apport et limites de ces méthodes

Tout d'abord, pour les mesures par gammadensimétrie, la mesure du degré de saturation est quasi-directe par l'équation (1.23) et ne requiert pas de calibration supplémentaire. En

revanche, l'échantillon utilisé est soit prélevé de la structure, soit confectionné spécialement pour l'essai, ce qui peut expliquer des différences avec l'état réel de la structure investiguée par END. De plus, des erreurs peuvent se produire lors de la mesure de l'épaisseur du matériau traversé par les rayons gamma. Certaines incertitudes peuvent être dues à la nature aléatoire de l'émission de la source radioactive [Villain et al., 2012]. Enfin, un séchage à 105°C est nécessaire pour atteindre l'état sec, ce qui détruit l'échantillon. D'après [Villain and Thiery, 2006], l'incertitude  $u_S$  de la méthode gammadensimétrique sur la mesure du degré de saturation  $S$  dépend de l'incertitude liée à l'émission aléatoire de la source radioactive  $u_N$  ( $\approx 1.42 \times 10^{-3}$ ) et de l'incertitude liée à la mesure de la masse volumique saturée  $u_{rep}$  ( $\approx 1.38 \text{ kg.m}^{-3}$ ), selon l'équation :

$$u_S^2 = 2 \left( \frac{\mu_{sat}}{\rho_e \mu_e \phi} \right)^2 (1 + S^2 - S) (u_{rep}^2 + u_N^2) \quad (1.25)$$

où  $S$  (%) est le degré de saturation,  $\phi$  (%) la porosité,  $\mu_e$  ( $\text{m}^2.\text{kg}^{-1}$ ) le coefficient d'absorption massique de l'eau,  $\mu_{sat}$  ( $\text{m}^2.\text{kg}^{-1}$ ) le coefficient d'absorption massique à l'état saturé et  $\rho_e$  ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) la masse volumique de l'eau.

Concernant la méthode THR, elle permet de réaliser un suivi de l'humidité relative dans la structure et c'est une méthode faiblement intrusive. Cependant, une calibration difficile et longue est nécessaire pour obtenir les isothermes d'adsorption et de désorption. De plus, les sondes sont généralement utilisées dans des applications où la plage de mesure est inférieure à 100% d'humidité pour éviter leur détérioration lors d'une exposition prolongée à l'eau liquide. Enfin, dès l'apparition de la première goutte d'eau dans les pores,  $PV$  est égale à  $PV_{sat}$  et les sondes THR indiquent une HR=100%. Ceci est différent de la définition classique de la saturation qui suggère un remplissage complet du volume de vides.

## 1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons introduit les méthodes END ainsi que les avantages qu'elles présentent et leur utilité dans notre étude. Nous avons donné la définition de deux propriétés électromagnétiques du béton : la résistivité électrique et la permittivité diélectrique. Nous avons ensuite présenté deux méthodes non-destructives nous permettant de faire des mesures de la résistivité et de la permittivité apparentes : la méthode résistive et la méthode capacitive. Ces deux méthodes sont retenues parmi les autres en raison de

leurs sensibilité au degré de saturation du béton. Nous avons détaillé le principe général de ces méthodes et nous avons présenté les systèmes d'électrodes utilisés pour réaliser ces mesures.

Les valeurs de résistivité ou de permittivité obtenues par ces mesures sont des valeurs apparentes. Or, pour reconstruire la "vraie" distribution de ces deux grandeurs en fonction de la profondeur, un traitement des mesures, de type inversion, est nécessaire. De plus, pour déduire du profil de la permittivité ou de la résistivité, les profils de degré de saturation du béton, une calibration sur des échantillons de béton homogène en degré de saturation est nécessaire. Nous avons présenté une démarche à suivre pour réaliser cette calibration. Enfin, nous avons remarqué que ces mesures apportent une complémentarité dans l'information fournie dépendant de leur profondeur d'investigation, et plus précisément à la répartition spatiale de leur sensibilité à chaque profondeur dans le matériau et leur sensibilité au degré de saturation.

L'objectif de cette thèse est de profiter de la sensibilité commune au degré de saturation des deux types de mesures pour développer une démarche d'inversion conjointe et permettre d'améliorer l'estimation du profil de degré de saturation du béton par rapport à une inversion n'exploitant qu'une seule modalité de mesure [Fargier, 2011, Fares, 2015]. Dans le chapitre suivant, nous présenterons brièvement les caractéristiques du matériau béton et l'importance de l'influence de son degré de saturation sur la résistivité et la permittivité en termes de durabilité.



# INFLUENCE DE LA TENEUR EN EAU SUR LA RÉSISTIVITÉ ET LA PERMITTIVITÉ DU BÉTON

---

Le béton est un matériau durable caractérisé par une grande résistance à la compression et à la traction lorsqu'il est renforcé par des armatures. Il est capable aussi de résister contre les attaques environnementales. Cependant, lorsque la teneur des agents agressifs dépasse une certaine limite, les pathologies du béton se manifestent par des dégradations comme la fissuration ou la détérioration des propriétés mécaniques et causent la diminution de sa durée de vie. Le degré de saturation en eau du béton conditionne la pénétration de plusieurs agents agressifs. En effet, certaines réactions de dégradation se produisent dans différentes gammes d'humidité relative. Pour cela, la détermination du degré de saturation permet de prédire la dégradation du béton.

Dans ce chapitre, nous commençons par une présentation du matériau béton et de ses principaux indicateurs de durabilité, puis nous expliquons les principales pathologies influencées par l'état hydrique du béton et leurs effets sur sa dégradation. Nous présentons ensuite l'effet de ces pathologies sur les propriétés électromagnétiques du béton, notamment sa résistivité électrique et permittivité diélectrique. Enfin, nous expliquons le couplage des effets pathologiques et les limites d'une méthode non-destructive utilisée seule à estimer la teneur en eau dans le béton.

## 2.1 Présentation du matériau béton

### 2.1.1 Composition du béton

Le béton est un matériau de construction composite fabriqué à partir de granulats naturels (gravier, sable) ou artificiels associés par un liant hydraulique : la pâte de

ciment. Les granulats constituant le squelette du matériau, donnent au béton sa dureté et augmentent le volume du mélange. Le ciment est formé de 80% de calcaire et de 20% d'argile qui, mélangés au four à 1450 °C, se déshydratent et sont ensuite broyés pour former le clinker. Les principaux constituants du clinker sont les silicates tricalciques (C3S), les silicates bicalciques (C2S), les aluminates tricalciques (C3A) et les aluminato-ferrites tetracalciques (C4AF). Par la suite, l'hydratation du clinker aboutit à la formation des hydrates (les silicates de calcium hydratés C-S-H et la portlandite CH) qui sont responsables de la résistance du béton.

D'autres poudres d'origine minérale peuvent être ajoutées au béton pour modifier certaines de ses propriétés. Ces additions minérales peuvent être des cendres volantes, des fumées de silice, du laitier de haut-fourneau ou des fillers calcaires. Ils ont des effets sur le béton à l'état frais comme à l'état durci. Certains, comme les fillers, ont un effet granulaire pouvant améliorer la compacité du béton à l'état frais. D'autres contribuent aux performances mécaniques des bétons comme les cendres volantes et la fumée de silice. Enfin, des adjuvants peuvent être ajoutés en quantité limitée dans le mélange pour contrôler certaines propriétés du béton. On peut citer les superplastifiants, les accélérateurs et les retardateurs de prise, les entraîneurs d'air, etc. [Neville, 1995]

Ainsi, ce matériau dont la fabrication est facile et peu coûteuse est devenu le matériau de construction le plus utilisé au monde grâce à ses nombreux avantages : il possède une résistance élevée à la compression (qui peut atteindre 100 ~ 120 MPa), c'est un matériau durable et qui a une bonne résistance au feu et aux chocs. Les paramètres physiques et mécaniques relatifs au béton sont nombreux et permettent d'évaluer sa qualité [Baroghel-Bouny, 2004]. Nous pouvons citer : le degré d'hydratation du ciment, la résistance mécanique à la compression et à la traction, le module d'Young, les indicateurs de durabilité comme le taux de saturation en eau, la porosité accessible à l'eau, la perméabilité à l'eau liquide, et les propriétés de transfert comme le coefficient de diffusion des ions chlorures, etc. Chacun de ces paramètres est un indicateur d'une propriété spécifique du béton. Dans le cadre de notre étude sur la durabilité du béton, nous allons définir trois paramètres qui sont des indicateurs de durabilité généraux : la porosité, le degré de saturation et la teneur en eau volumique.

### 2.1.2 Définition de la porosité

La porosité, notée  $\phi$ , est la propriété d'un matériau qui contient des vides (pores) de petite taille et pouvant contenir des fluides. La porosité d'une structure peut être

soit fermée, lorsque les pores ne sont pas reliés entre eux, soit ouverte, lorsqu'ils sont reliés entre eux et forment des canaux très fins. On parle alors de porosité capillaire. Cette caractéristique peut être recherchée pour ses effets nuisibles en terme de durabilité (perméabilité, capacité de stockage d'eau) ou utiles (isolation acoustique). Analytiquement, la porosité ouverte du béton représente le pourcentage du volume des vides, rapporté au volume total du béton perméable. Elle est donnée par l'équation suivante :

$$\phi = \frac{\text{volume des vides}}{\text{volume total}} = \frac{M_{sat} - M_{sec}}{M_{sat} - M_{hydro}} \quad (2.1)$$

où  $M_{sec}$  (g) est la masse sèche de l'échantillon,  $M_{sat}$  (g) la masse de l'échantillon saturé dans l'air et  $M_{hydro}$  (g) la masse de l'échantillon saturé dans l'eau par pesée hydrostatique. Il existe plusieurs méthodes pour mesurer la porosité. Les recommandations de l'AFPC-AFREM [AFPC-AFREM, 1997] proposent une méthode de détermination de la porosité accessible à l'eau par pesée hydrostatique ((2.1)). Elle s'exprime en pourcentage de volume apparent. C'est une mesure simple et praticable sur une large variété de matériaux. Le principe de la méthode consiste à mettre l'échantillon de béton sous vide et à l'immerger dans un liquide pour déterminer sa masse dans l'eau. Ensuite il faut extraire l'échantillon de l'eau et peser sa masse à l'air libre. Enfin, il faut sécher l'échantillon à une température de  $105 \pm 5^\circ\text{C}$  jusqu'à ce qu'il atteigne une masse constante qui sera sa masse sèche.

[Baroghel-Bouny et al., 2002] analyse une méthode pour mesurer le volume de vides par intrusion de mercure, qui est une excellente méthode pour caractériser la taille des pores. Cette technique permet de déterminer le pourcentage volumique, le rayon moyen et la distribution de la taille des pores. Cette mesure est praticable sur des échantillons de béton de quelques  $\text{cm}^3$ . Le principe de la méthode consiste à mettre le matériau sous vide en présence de mercure et à appliquer une pression de mercure qui augmente très progressivement. A chaque pression, le volume de mercure entrant dans les pores est mesuré. Le rayon des pores étant inversement proportionnel à la pression de mercure appliquée, cela permet de déduire le volume de pores. L'avantage de cette méthode est qu'elle permet une distribution de la taille des pores selon la pression de mercure injectée, à partir de 4 nm (pour une pression de 400 MPa) jusqu'à environ 800  $\mu\text{m}$  (sous vide). Cependant, une pression plus élevée est nécessaire pour forcer l'intrusion du mercure dans les pores plus petits. Pour cela, la porosimétrie par intrusion de mercure convient particulièrement aux matériaux à large distribution de pores et fournit une valeur moyenne de la porosité moins fiable que celle obtenue par pesée hydrostatique.

### 2.1.3 Définition du degré de saturation

Le degré (ou taux) de saturation du béton, noté  $S$ , renseigne sur la fraction occupée par l'eau liquide dans l'ensemble du volume poreux. Il conditionne la pénétration des agents agressifs. L'expression du degré de saturation est donnée par [AFPC-AFREM, 1997] :

$$S = \frac{\text{volume d'eau}}{\text{volume des vides}} = \frac{M - M_{sec}}{M_{sat} - M_{sec}} \quad (2.2)$$

où  $M$  (g) est la masse de l'échantillon.

### 2.1.4 Définition de la teneur en eau volumique

La teneur en eau volumique, notée  $W$ , permet de caractériser l'état hydrique du béton. Elle représente le rapport du volume d'eau sur le volume total et elle est donnée par [Baroghel-Bouny et al., 2002] :

$$W = \frac{\text{volume d'eau}}{\text{volume total}} = \frac{M - M_{sec}}{M_{sat} - M_{hydro}} \quad (2.3)$$

Par les définitions de  $\phi$ ,  $S$  et  $W$ , on a donc  $W = \phi S$ .

Par convention, la teneur en eau est mesurée par la méthode gravimétrique. Cette méthode consiste à sécher dans un four à 105 °C un échantillon et connaître ensuite par pesée finale la quantité d'eau contenu dans l'échantillon.

### 2.1.5 Transferts hydriques dans le béton

L'eau joue un rôle essentiel dans le comportement du matériau sur le plan de la durabilité par l'intermédiaire de paramètres régissant les transports d'agents agressifs au sein de ce matériau. L'état hydrique du matériau dépend essentiellement de son degré de saturation, de l'humidité relative régnant dans le réseaux poreux et de sa porosité. Le transfert de l'eau sous ses deux formes liquide et gazeuse a été étudié dans la littérature par des modèles simplifiés qui ne prennent pas en compte la phase gazeuse du système poreux [Hall, 1989, Martys and Ferraris, 1997, Hanzic et al., 2010] et d'autres plus développés qui prennent en compte la phase gazeuse (air et vapeur) ; ceux-ci sont particulièrement pertinents à prendre en compte lors d'un séchage en présence d'un gradient de température [Moyné, 1987, Mainguy et al., 1999, Kretz et al., 2007].

Dans le cadre d'hypothèses simplificatrices où la pression totale est constante pour la phase gazeuse et dans des conditions isothermes, le transport d'humidité au sein du béton peut être décrit à l'aide d'une équation de diffusion [Witasse, 2000, Drouet, 2010]. Dans le cas du séchage d'échantillons cylindriques en béton étanchés sur le pourtour par de l'aluminium adhésif ou de la résine, des essais de gammadensimétrie (voir Figure 2.1) comparés à des résultats de simulation du modèle de transfert hydrique montrent une variation unidirectionnelle de la masse volumique du béton en fonction de sa hauteur (voir Figure 2.2) [Baroghel-Bouny, 1994, Witasse, 2000]. Une représentation similaire peut être

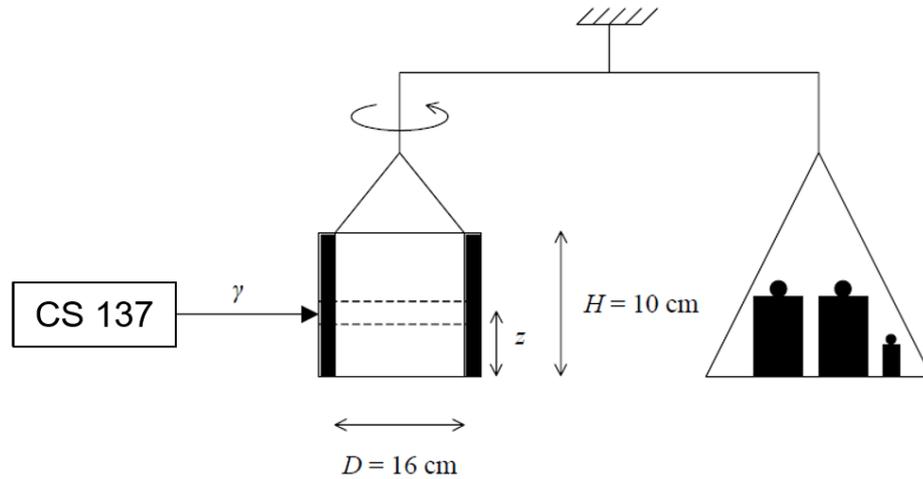


FIGURE 2.1 – Description de l'expérience de gammadensimétrie [Baroghel-Bouny, 1994].

déduite dans le cas de l'imbibition d'un échantillon de béton suite à des résultats d'essais de gammadensimétrie [Villain and Thiery, 2006, Fares, 2015]. Les transferts hydriques à l'intérieur du béton sont alors décrits par des phénomènes unidirectionnels.

## 2.2 Pathologies du béton liées à sa teneur en eau

Dans cette section, nous développons les principales pathologies conditionnées par l'état hydrique du béton.

### 2.2.1 Gel et dégel

Lorsque le béton est soumis à des températures aux alentours de  $-3$  à  $-4$  °C, l'eau libre qui se trouve dans les pores capillaires gèle. Ceci provoque l'augmentation du vo-

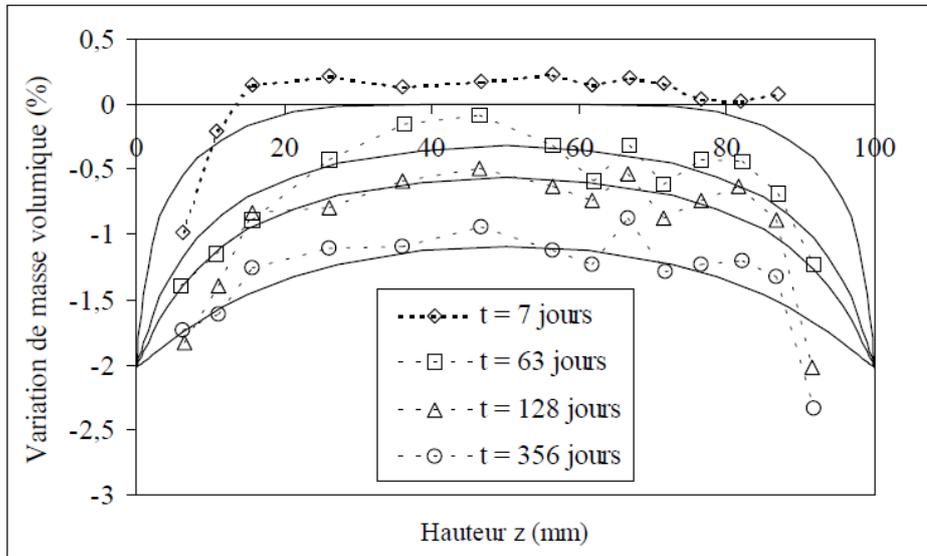


FIGURE 2.2 – Résultats expérimentaux (trait en pointillé) d'un essai de gammadensimétrie pour le séchage d'un échantillon de béton [Witasse, 2000].

lume d'eau dans les pores, ce qui crée des surpressions sur les parois porales du béton. De plus, puisque seule l'eau pure gèle, un déséquilibre dans les concentrations de sel dissous est généré. L'équilibre peut se rétablir par effet d'osmose entraînant le développement de pressions dites osmotiques. Lorsque ces pressions dépassent la résistance du béton à la traction, les désordres dus à la répétition des cycles de gel/dégel apparaissent [Baroghel-Bouny et al., 2008]. Ces désordres se manifestent par les conséquences suivantes :

- microfissuration du béton dans le cas de gel interne,
- écaillage de la surface du béton à cause des cycles de gel/dégel et de l'utilisation des sels de déverglacement (Figure 2.3).

Les principaux facteurs d'influence de la résistance du béton au gel et au dégel sont le degré de saturation et le système de pores de la pâte de ciment durcie : la Figure 2.4 montre qu'en dessous d'une valeur critique du degré de saturation, le béton est très résistant au gel. En effet, l'action du gel se déroule principalement dans la pâte de ciment durcie ; les vides plus importants dans le béton, résultant d'un compactage incomplet, sont généralement remplis d'air et, par conséquent, peu sensibles à l'action du gel. Pour cela, il faut que l'eau dans les pores soit suffisamment proche de la cavité dans laquelle la glace se forme et que le milieu soit assez humide pour éviter l'entraînement de bulles d'air. Le degré de saturation critique dépend de la taille du spécimen, de son homogénéité et de la vitesse de

congélation [Moller, 1956, Powers, 1956, Neville, 1991].



FIGURE 2.3 – Ecaillage et gel d’un caniveau [Baroghel-Bouny, 2003].

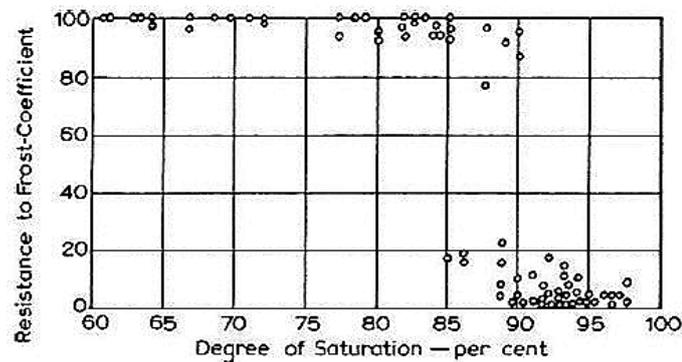


FIGURE 2.4 – Influence du degré de saturation d’un béton sur sa résistance au gel [Neville, 1991].

## 2.2.2 Alkali-réaction

Les réactions alcali-granulats (RAG) résultent de la réaction chimique de certains granulats réactifs avec des oxydes alcalins ( $\text{Na}_2\text{O}$  et  $\text{K}_2\text{O}$ ) dissous dans la solution interstitielle du béton [Poyet et al., 2006, Kretz et al., 2007]. Ces réactions ne peuvent avoir lieu sans eau [Diamond, 1989, Neville, 1991, Helmuth and Al, 1993]. Elles provoquent un gonflement interne dans le béton et sont amorcées par les facteurs suivants :

- mélange granulaire "potentiellement réactif",
- teneur en alcalins solubles supérieure à un seuil critique,
- humidité relative (équation (1.24))  $HR \geq 80 - 85\%$  dans le béton à une température de 20 °C [Baron and Olivier, 1992].



FIGURE 2.5 – Photographie d'une surface de béton présentant une fissuration caractéristique due à l'alcali-réaction [Baron, 1996].

Il existe différents types d'alcali-réactions en fonction du type de granulats utilisé. On distingue la réaction alcali-silice lorsque les granulats sont essentiellement formés d'opale, de calcédoine, de cristobalite, etc. Ce type d'alcali-réaction est le plus fréquent. La réaction alcali-silicate est un autre type d'alcali-réaction lorsque les granulats sont des roches polyminérales où la silice peut se présenter sous forme microcristalline. Enfin, la réaction alcali-carbonate implique des calcaires dolomitiques [Baroghel-Bouny, 2004]. Les conséquences de ces réactions sont importantes pour l'ouvrage. On peut citer :

- les désordres correspondant à des phénomènes de faïençage, de fissuration majeure et d'éclatement du béton (Figure 2.5),
- la formation du gel alcalin dans les fissures créées,
- l'altération de la résistance à la traction et dans une moindre mesure de la résistance à la compression,
- la diminution importante du module d'élasticité,
- dans les structures en béton armé, les surtensions dans les aciers actifs et passifs et expansion de la structure.

L'eau étant essentielle à la poursuite de la RAG, un séchage du béton et la prévention de contacts avec l'eau est un moyen efficace d'arrêter la réaction. Inversement, l'alternance de mouillage et de séchage aggrave la migration des ions alcalins qui passent de la partie humide à la partie la plus sèche du béton. Un gradient de teneur en eau dans le béton a un effet similaire [Gu et al., 1993].

### 2.2.3 Carbonatation

La carbonatation du béton est une réaction chimique entre le dioxyde de carbone dissous et la pâte de ciment hydratée (Figure 2.6). La cinétique de la réaction de carbonatation dépend des caractéristiques du matériau (porosité, nature du ciment ...) et de l'humidité relative. Elle est maximale pour une humidité relative comprise entre 50 et 70 %. Au-delà de 80 %, la cinétique diminue rapidement pour atteindre des valeurs extrêmement faibles lorsque les pores sont saturés d'eau (Figure 2.7) car la diffusion du  $CO_2$  dans l'air est bien plus rapide que celle des ions  $CO_3^{2-}$  dans l'eau [Chaussadent and Arliguie, 1999]. Si en revanche le béton est très sec, le dioxyde de carbone est incapable de se dissoudre dans l'eau et la réaction de carbonatation ne peut pas se produire [Thiery, 2005, Kretz et al., 2007].

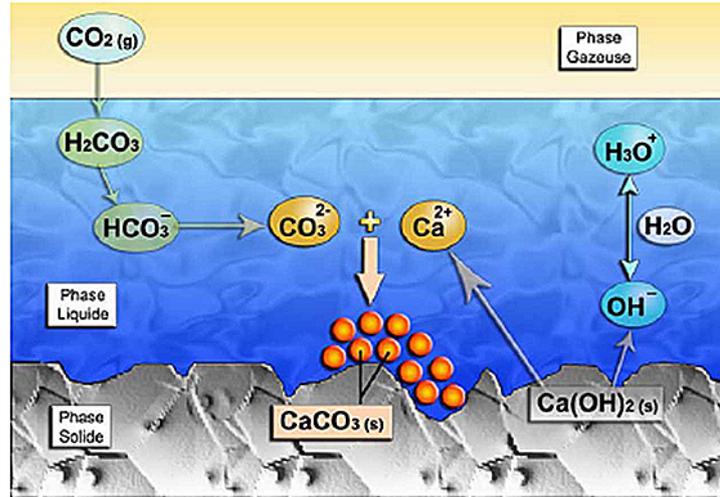


FIGURE 2.6 – Schéma du principe de la carbonatation [Thiery, 2005]. Le dioxyde de carbone  $CO_2$  naturellement présent dans l'atmosphère est susceptible de diffuser à travers la phase gazeuse du ciment, se dissout dans la solution interstitielle pour former des ions carbonates  $CO_3^{2-}$  qui réagissent principalement avec les ions calcium  $Ca^{2+}$ . L'hydroxyde de calcium  $Ca(OH)_2$  formé durant le durcissement du béton et le dioxyde de carbone créent du carbonate de calcium  $CaCO_3$ .

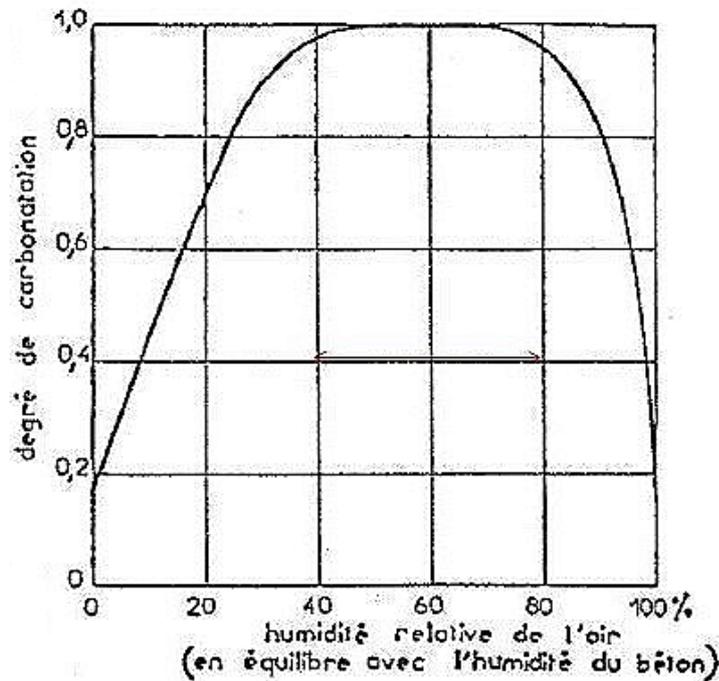


FIGURE 2.7 – Influence de l'humidité relative sur le degré de carbonatation du béton [Neville, 1991].

Parmi les conséquences de cette réaction figurent :

- la diminution de la porosité dans le béton conduisant à une limitation des phénomènes de transfert d'autres agents agressifs,
- la diminution du pH de la solution interstitielle du béton de 13 à une valeur inférieure à 9 à cause de la consommation des bases alcalines comme la portlandite,
- la dépassivation des armatures à faible pH,
- la formation des oxydes et des hydroxydes de fer sur les armatures provoquant des gonflements et par suite l'éclatement du béton d'enrobage et des fissurations,
- la corrosion des armatures et diminution de leurs sections provoquant la rupture des éléments de structure,
- l'apparition du retrait de carbonatation dû à la perte d'eau provoquée par la réaction [Baroghel-Bouny et al., 2008].

## 2.2.4 Attaque par les ions chlorure

La pénétration des ions chlorure est nocive pour le béton armé lorsque la concentration des ions chlorure dépasse une valeur critique (0.4% par rapport à la masse de ciment) [Neville, 1995]. Dans ce cas, le pH de la solution interstitielle diminue et la couche de passivation qui protège les armatures est affectée [ACICommittee201, 1994]. Il se forme des foyers locaux de corrosion autour des armatures appelés piqûres de corrosion. Ces dernières peuvent être dangereuses puisqu'elles réduisent la section de la barre d'armature (Figure 2.8) [Verbeck, 1975, ACICommittee222, 1994]. Les ions chlorure pénètrent dans le béton sous forme d'ions dissous dans une solution saline.

Il existe plusieurs moyens de pénétration des ions chlorure en fonction de l'état hydrique du béton [Lammke, 1986, Nireki and Kabeya, 1987]. Lorsque le béton est complètement saturé en eau, les chlorures y pénètrent par diffusion sous l'effet d'un gradient de concentration entre le milieu environnant et le cœur du béton. Ce phénomène est évalué par la détermination d'un coefficient de diffusion des ions chlorure par l'intermédiaire de la loi de diffusion (loi de Fick). Lorsque le béton n'est pas saturé, l'eau pénètre par absorption capillaire due au gradient de pression puis les chlorures migrent par convection avec la phase liquide. Ainsi, pour connaître et éventuellement modéliser la pénétration des chlorures dans le béton, il est indispensable de déterminer le degré de saturation du béton [Baroghel-Bouny, 2004].



FIGURE 2.8 – Éclatement du béton d'enrobage et corrosion des armatures [IFSTTAR and CEREMA, 2015].

## 2.3 Effets sur les propriétés électromagnétiques du béton

Comme déjà discuté au paragraphe 1.5, le degré de saturation exerce une influence importante sur la résistivité électrique et la permittivité diélectrique du béton. Cette influence est traduite par la calibration de ces propriétés électromagnétiques en fonction du degré de saturation (équations (1.19) et (1.21)). Après avoir présenté les différentes pathologies conditionnées par le degré de saturation dans le paragraphe précédent, nous présentons l'influence d'une de ces pathologies sur la résistivité et la permittivité. Il s'agit de la pénétration des ions chlorure. Nous nous intéressons à cette pénétration en particulier à cause de l'ampleur de ses effets sur la dégradation de la durabilité du béton. De plus, cette pathologie concerne en particulier les ouvrages maritimes auxquels on s'intéresse et qui sont exposés de manière importante à la pénétration des ions chlorure.

### 2.3.1 Effets de la pénétration des ions chlorure

#### 2.3.1.1 Profil de résistivité électrique

La relation entre la résistivité électrique du béton et la concentration en ions chlorure est décroissante, comme le montre la Figure 2.9. Pour une même concentration en sulfates, plus la concentration en ions chlorure augmente, plus la résistivité diminue. Cet effet est visible surtout pour de faibles concentrations en ions sulfate. Cependant, au-delà d'une certaine concentration en ions chlorure, la résistivité d'un béton ne dépend plus du taux de contamination en sulfates [Saleem et al., 1996]. Par ailleurs, de manière similaire au degré de saturation, une calibration de la résistivité en fonction de la concentration en chlorures peut être réalisée [Fares, 2015]. L'échantillon de béton est saturé ( $S = 100\%$ ) et conditionné à différentes concentrations en chlorures. Des mesures de résistivité électrique sont ensuite réalisées avec la cellule de résistivité décrite dans le paragraphe 1.5.1. La Figure 2.10 montre aussi que la résistivité électrique diminue lorsque la concentration en chlorures augmente et que cette relation peut être modélisée par une fonction exponentielle. Cette tendance est en accord avec une étude faite pour déterminer l'influence du coefficient de migration des chlorures sur la résistivité du béton [van Noort et al., 2016]. Ainsi, des profils de teneur en chlorures en fonction de la profondeur du béton, en milieu saturé en eau, ont été établis à partir de mesures par la méthode électrique et de la calibration de la résistivité en fonction de la profondeur [Fares et al., 2018].

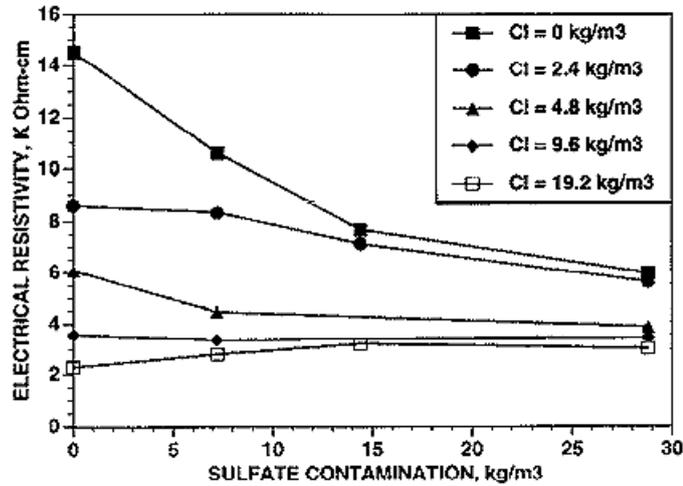


FIGURE 2.9 – Effet de la concentration des ions chlorure et de la contamination en sulfates sur la résistivité électrique du béton [Saleem et al., 1996].

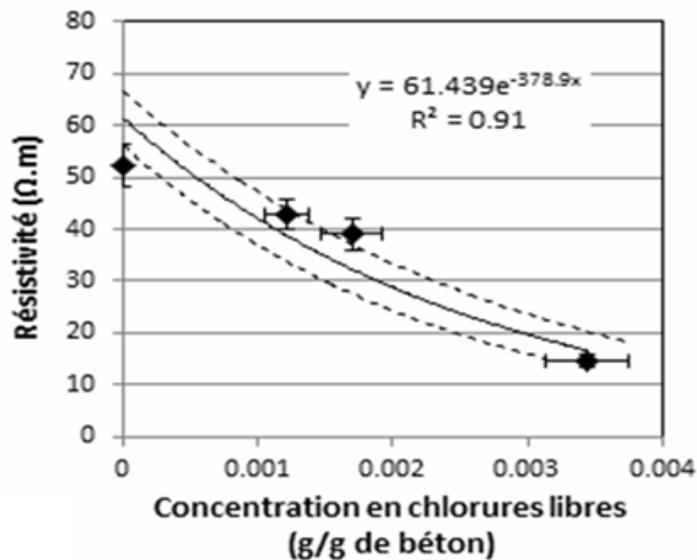


FIGURE 2.10 – Calibration de la résistivité électrique en fonction de la concentration en ions chlorure [Fares, 2015].

### 2.3.1.2 Profil de permittivité diélectrique

La permittivité du béton est influencée par la teneur en ions chlorure, comme le montre la Figure 2.11 où l'atténuation des ondes électromagnétiques est d'autant plus

grande que la concentration en sel dissous est grande [Soutsos et al., 2001]. Toutefois, comme beaucoup d'autres matériaux, le béton est un milieu dit dispersif, c'est-à-dire que les différentes ondes sinusoïdales qui composent un paquet d'ondes se propagent à des vitesses différentes qui dépendent de leur fréquence. Par conséquent, le paquet d'ondes se déforme au cours de sa propagation dans le béton. Les études ont montré que la nature de la relation entre la permittivité et la teneur en ions chlorure était difficile à déterminer puisque la réponse des ondes EM dépend de ces phénomènes de dispersion [Ihamouten et al., 2011]. En effet, pour la technique radar à basse fréquence (0.1 GHz), la constante diélectrique en présence d'ions chlorure est supérieure à celle pour un béton non contaminé alors que les deux valeurs sont similaires à haute fréquence (3 GHz) [Klysz and Balayssac, 2007, Dérobert et al., 2009, Du Plooy et al., 2013]. De même

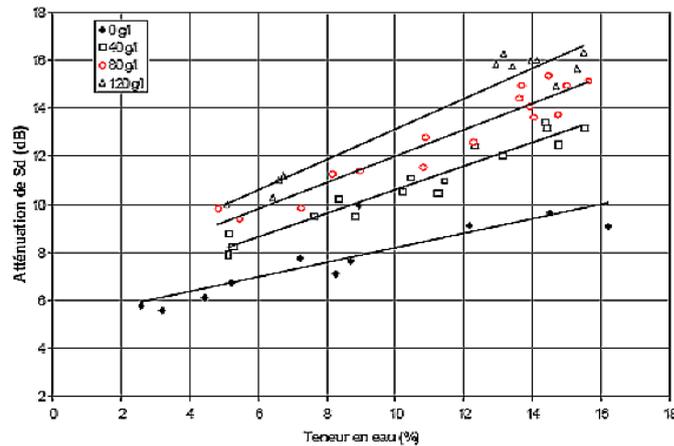


FIGURE 2.11 – Effet de la concentration en ions chlorure sur l'atténuation du signal pour la technique radar à une fréquence de 1.5 GHz [Balayssac et al., 2007].

que pour la résistivité électrique, une calibration de la permittivité en fonction de la concentration en chlorures peut être réalisée. Cependant, comme le béton est un matériau dispersif, cette calibration doit être déclinée à chaque fréquence. La même procédure de conditionnement de l'échantillon est adoptée. Des mesures de permittivité diélectrique sont alors réalisées avec la cellule électromagnétique décrite dans le paragraphe 1.5.2. La Figure 2.12 montre que la constante diélectrique augmente lorsque la concentration en chlorures augmente et que cette relation est linéaire à une fréquence voisine de 33 MHz, qui correspond à la fréquence des sondes capacitatives utilisées dans le suite de ce travail. Des profils de teneur en chlorures, en milieu saturé en eau, ont également été établis à partir de mesures par la méthode capacitive et de la calibration de la permittivité en

fonction de la profondeur [Fares, 2015].

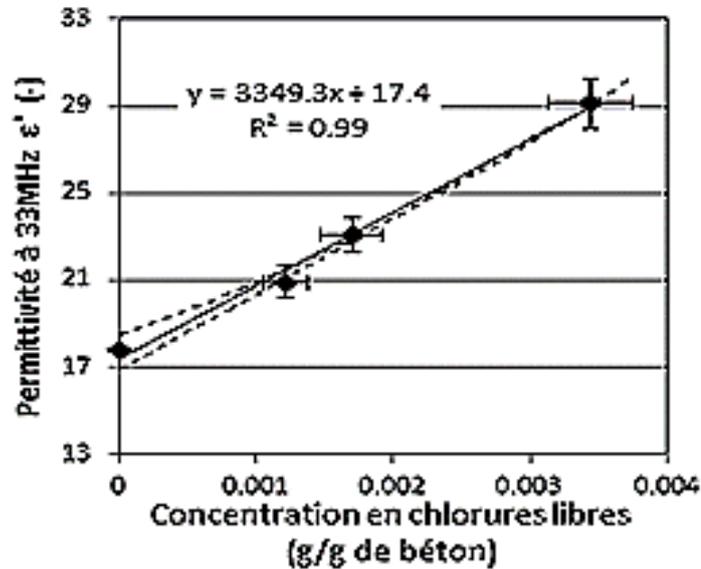


FIGURE 2.12 – Calibration de la constante diélectrique en fonction de la concentration en ions chlorure pour un échantillon en béton saturé [Fares, 2015].

### 2.3.2 Couplage des effets pathologiques et besoin de combinaison des méthodes ND

Après la détermination de la sensibilité de la résistivité électrique et de la permittivité diélectrique au degré de saturation du béton (paragraphe 1.5), nous avons aussi vu que le degré de saturation conditionne l'apparition d'autres pathologies dans le béton (paragraphe 2.2). Par conséquent, nous pouvons nous attendre à un profil de saturation particulier, dépendant de la profondeur et du temps, pour chaque type de pathologie. Ce profil peut être estimé par chacune des deux méthodes ND, utilisées séparément et décrites dans le Chapitre 1.

Cependant, face à des conditions réelles, le béton peut subir plusieurs attaques simultanément, d'où l'apparition de différentes pathologies. Dans ce cas, il est difficile de discerner, à partir d'un profil de saturation obtenu par une méthode ND, les différents effets **couplés** des multiples attaques. Prenons l'exemple de l'attaque par les ions chlorure traité dans le paragraphe 2.2.4. Dans le cas où le béton n'est pas saturé, les ions chlorure pénètrent par

effet de perméation (i.e., par absorption capillaire due au gradient de pression) et deux gradients coexistent : celui du degré de saturation et celui des chlorures. Il est difficile, à partir d'une seule méthode, que ce soit résistive ou capacitive, de déterminer l'effet découplé dû à l'eau ou aux chlorures uniquement dans cette attaque.

Par ailleurs, lorsqu'une évaluation non destructive est réalisée in situ, de nombreuses incertitudes peuvent influencer la qualité de la mesure. Parmi celles-ci, les plus notables sont liées à la méthode d'essai, l'influence de l'environnement, l'incertitude due à la variabilité intrinsèque du béton, aux facteurs humains et à l'interprétation des données. Par exemple, les mesures de résistivité sont impossibles et très bruitées en milieu relativement sec ( $S \leq 40\%$ ), donc peu fiables [Balayssac and Garnier, 2017, Bing Zhou and Dahlin, 2003, Chouteau and Beaulieu, 2002, Dahlin and Zhou, 2004, Morris et al., 1996]. Les gammes de résistivité dépendent fortement des facteurs environnementaux et de la formulation du béton, allant de  $50 \Omega.m$  pour un béton très humide à plus de  $4000 \Omega.m$  pour un béton relativement sec [Dérobert and Lataste, 2012]. Concernant les techniques capacitives, les effets dus à la construction de la structure en béton, comme le coffrage, ou des vides dus aux bulles d'air, peuvent conduire à des erreurs importantes dans la mesure de la permittivité apparente [Dérobert and Lataste, 2012, Doetsch et al., 2010b].

Par conséquent, afin d'**améliorer** la fiabilité de l'évaluation in situ de l'état du béton, on envisage de **combinaison** les mesures des différentes méthodes ND, toutes sensibles à la propriété à déterminer. L'information concernant la propriété s'enrichit alors grâce aux sensibilités propres à chaque méthode et à un plus grand nombre de données [Zaid et al., 2004, Hugenschmidt and Kalogeropoulos, 2009, Sbartai et al., 2009].

La combinaison des techniques ND suscite beaucoup d'intérêt [RILEM, 1993, Kheder, 1999, Qasrawi, 2000, Kohl et al., 2005] et peut être abordée de différentes manières en fonction de l'objectif de l'évaluation non-destructive [Soshiroda et al., 2006]. Pour l'évaluation non-destructive de l'état du béton, les méthodes vont de la comparaison qualitative des tendances des mesures entre deux ou plusieurs techniques ND [RILEM, 2012, Sirieix et al., 2007], à des stratégies beaucoup plus sophistiquées telles que la fusion de données pour estimer un indicateur de durabilité en utilisant la théorie des possibilités [Ploix et al., 2009], l'exploration de données par l'analyse des composantes principales pour la détermination d'un degré de complémentarité des méthodes ND [Sbartai et al., 2012] ou la combinaison entre des ensembles de résultats indépendants où des mesures de différentes techniques ND sont rassemblées et combinées par l'intermédiaire de modèles de régression pour prédire une certaine propriété [Villain et al., 2012, Du Plooy et al., 2012,

Lataste et al., 2017].

Inspirées de l'inversion des données dans le domaine géophysique pour l'étude des sols [Alpak et al., 2004, Gallardo, 2004, Demirci et al., 2017, Doetsch et al., 2010a], des études ont montré que l'inversion conjointe de mesures de différentes techniques ND présente de nombreux avantages et améliore l'estimation de la propriété recherchée [Haber and Oldenburg, 1997, Kazatchenko et al., 2006, Heincke et al., 2017]. C'est vers cette dernière méthode de combinaison des méthodes que nous nous orientons dans cette thèse. Nous présentons une approche nouvelle dans l'application aux ouvrages en béton qui consiste à combiner deux techniques END, électrique et diélectrique, et à effectuer une inversion conjointe des deux types de mesures dans le but de déterminer le degré de saturation dans le béton.

## 2.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté le matériau béton et ses caractéristiques et avons noté que son état hydrique joue un rôle essentiel dans sa durabilité. Nous avons décrit les transferts hydriques par imbibition ou séchage dans le béton et avons remarqué qu'ils sont **unidirectionnels** lorsque les corps d'épreuve peuvent être considérés comme infinis (cas des dalles par exemple) ou que les éprouvettes de laboratoire sont protégées sur le pourtour. Ensuite, nous avons décrit les différentes **pathologies** du béton liées à son degré de saturation, comme les cycles de gel/dégel, les réactions alcali-granulats, la carbonatation et l'attaque par les ions chlorure. Pour chacune de ces pathologies, il est donc important de déterminer le profil de degré de saturation du béton. La littérature indique que cela est possible à partir de l'inversion des mesures résistive ou capacitive et de la calibration en fonction du degré de saturation. Face à des conditions réelles, les structures en béton sont soumises à des **phénomènes complexes couplés** et difficiles à discerner par une seule méthode non destructive. Seules, ni les méthodes électriques, ni diélectriques ne peuvent déterminer un double gradient. Pour cela, la **combinaison** des mesures de plusieurs **techniques** non-destructives est recommandée pour améliorer l'évaluation d'une propriété et c'est une étape préalable et nécessaire qui sera l'objectif de cette thèse pour découpler les gradients multiples dans le béton.

Dans le chapitre suivant, nous développerons les modèles physiques et l'algorithme d'inversion en vue de déterminer des profils de degré de saturation à partir des mesures de résistivités et de permittivités apparentes.



# MODÉLISATION DIRECTE ET INVERSE DES MESURES RÉSISTIVES ET CAPACITIVES

---

Dans le Chapitre 1, nous avons présenté les méthodes non-destructives pour mesurer des propriétés électromagnétiques du béton. On distingue les méthodes électriques pour la mesure de la résistivité et électromagnétiques pour la mesure de la permittivité relative ou "constante diélectrique" qui, par souci de simplification, sera simplement appelée "permittivité" et notée  $\varepsilon$  dans toute la suite de ce manuscrit. Cependant, les mesures ne donnent que des valeurs apparentes de ces grandeurs. En effet, comme nous l'avons présenté au Chapitre 2, le béton est un matériau généralement hétérogène, en particulier son degré de saturation est spatialement variable. En outre, les mesures intègrent un certain volume de matériau, compris entre la surface et une profondeur d'investigation qui dépend de l'état du matériau mais aussi de la géométrie et de la configuration du système d'électrodes.

Afin d'accéder à la distribution des propriétés électromagnétiques en fonction de la profondeur et d'obtenir des profils de degré de saturation, un traitement des mesures est nécessaire. Ce traitement est décrit dans le schéma de la Figure 3.1. D'une part, l'inversion des mesures de permittivité et de résistivité "apparentes" permet d'obtenir les "vraies" propriétés en fonction de la profondeur, utiles pour le suivi des dégradations. D'autre part, la calibration est nécessaire pour convertir les profils d'observables vrais en profils de degré de saturation. Cette dernière a été développée au paragraphe 1.5. Ainsi, nous présentons dans ce chapitre les outils permettant la "résolution" des deux problèmes direct et inverse pour les mesures de résistivité et de permittivité apparentes.

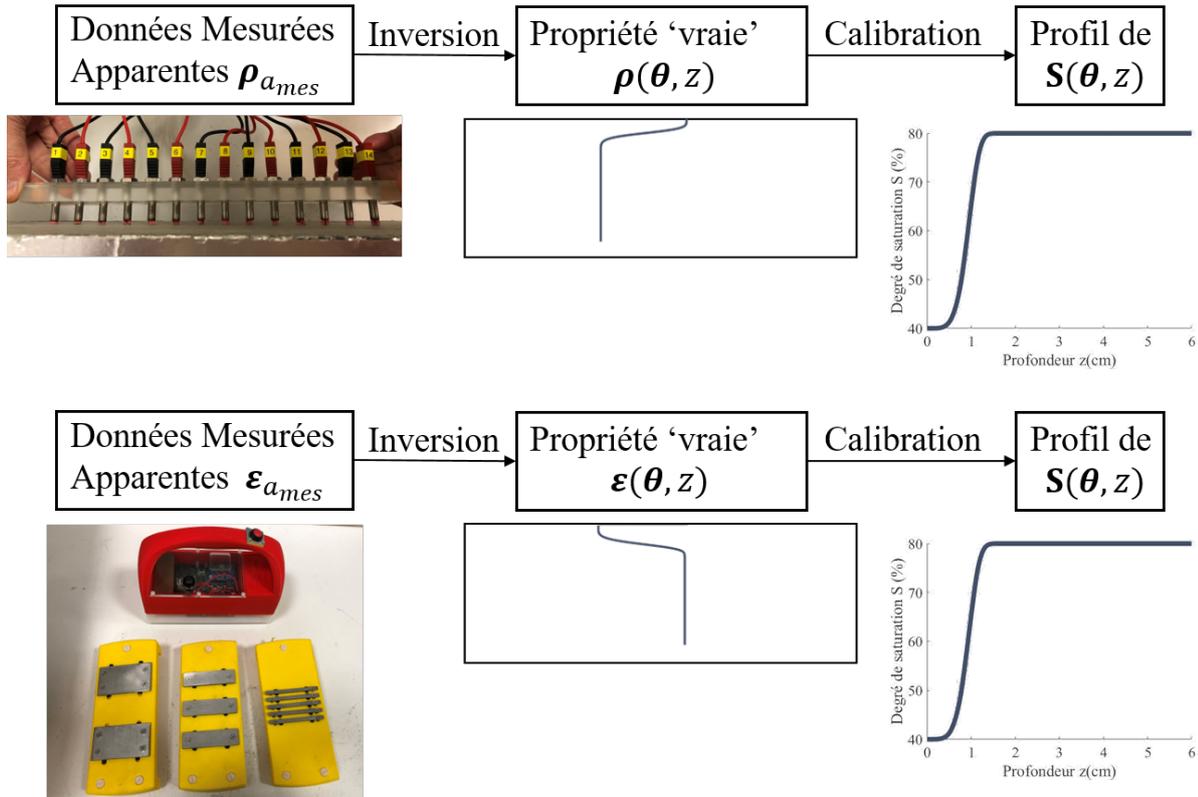


FIGURE 3.1 – Schéma de principe pour obtenir un profil de degré de saturation à partir de mesures de résistivité apparente ou de permittivité apparente.

### 3.1 Le problème direct

Dans le cas général, le problème direct consiste à simuler les mesures sur un modèle à partir de ses paramètres (voir schéma de la Figure 3.2). Plus particulièrement, dans notre cas, le modèle constitue le matériau béton, la géométrie et la physique du problème, les paramètres du modèle sont la distribution de résistivité électrique du béton dans le cas du problème électrique (respectivement la distribution de la permittivité diélectrique du béton dans le cas du problème capacitif) et enfin, les données du modèle sont les observables, qui sont les résistivités apparentes mesurées (respectivement les permittivités apparentes mesurées).

Ce problème est bien connu et peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{m}) \quad (3.1)$$

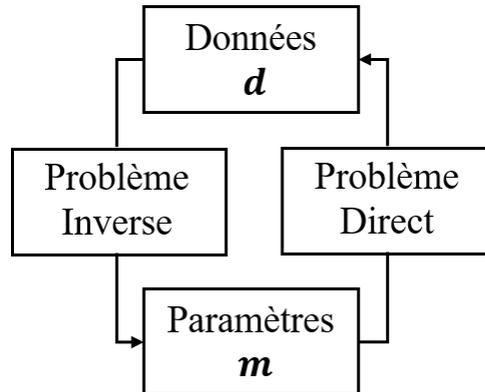


FIGURE 3.2 – Schéma des processus du problème direct et du problème inverse et les données et paramètres utilisés par ces processus.

où  $\mathbf{d}$  représente le vecteur des données (réponses du modèle à des sollicitations physiques),  $\mathbf{m}$  le vecteur des paramètres du modèle et  $\mathbf{F}$  l'opérateur qui applique les lois physiques entre les paramètres et les données et par conséquent est l'opérateur du problème direct.

Selon les problèmes, la relation entre les paramètres et les données peut être ou non linéaire. Dans le cadre de notre étude, que ce soit pour le cas résistif ou capacitif, il s'agit de problèmes non linéaires puisque les équations des lois physiques correspondantes (équations (1.7) et (1.9)) ne sont pas linéaires entre les propriétés et les réponses du milieu.

Le problème direct est généralement un problème bien défini : la physique qui régit ce problème est définie et connue ainsi que les conditions aux limites. Une solution analytique existe dans certains cas triviaux [Stefanescu et al., 1930, van Nostrand, 1953, Large, 1971, Wait, 1982], mais pour le cas général, il faut avoir recours à une résolution par analyse numérique.

Pour les problèmes résistif et capacitif, dans les sections 3.1.3 et 3.1.4 respectivement, le problème direct spécifique est décrit. Commençons d'abord par la définition de la méthode de résolution du problème direct, la méthode des éléments finis.

### 3.1.1 La méthode des éléments finis

#### 3.1.1.1 Généralités

L'analyse numérique concerne le développement de méthodes de calcul permettant l'évaluation de nombres ou de fonctions. Le but de ces méthodes est d'essayer de trouver des moyens rapides et efficaces de s'attaquer à des problèmes soit fastidieux à résoudre à

cause de leur grande dimension (systèmes à plusieurs dizaines d'équations par exemple), soit parce qu'il n'existe pas de solutions explicites connues même pour certaines équations assez simples en apparence.

Selon le problème étudié, plusieurs méthodes ont été développées pour la résolution [Lascaux and Théodor, 2004]. Par exemple, pour résoudre un système d'équations linéaires on trouve la méthode d'élimination de Gauss. On peut utiliser le développement de Taylor pour trouver les différentes formules de dérivation numérique, les méthodes de Newton-Cotes pour faire une intégration numérique, les méthodes d'Euler pour résoudre des équations différentielles ordinaires, etc.

Le problème physique décrit dans cette étude est celui du calcul des réponses électriques et diélectriques du béton. Ce problème est régi par les équations (1.7) et (1.9) respectivement. Il s'agit de résoudre une équation à dérivées partielles (EDP). Étant donné que la résolution exacte de l'équation est très difficile analytiquement, voire impossible, on considère la méthode des éléments finis, une méthode numérique qui sert à trouver une solution approchée [Silvester and Ferrari, 1990, Günther et al., 2006, Loke, 2013, Fares et al., 2016, Badr, 2019]. Cette méthode est implémentée dans un logiciel utilisé dans cette thèse, Comsol Multiphysics ®.

La méthode des éléments finis est une méthode d'approximation numérique de solutions de problèmes physiques régis par des équations aux dérivées partielles tels les problèmes de l'électromagnétisme, la mécanique des milieux continus, la diffusion thermique et autres. Il s'agit, comme dans toutes les méthodes numériques, de trouver une approximation discrète de la solution. Le principe de la méthode consiste à passer de la formulation forte du problème, qui est l'équation réelle, à une formulation variationnelle équivalente, appelée la formulation faible (méthode de Galerkin). Ensuite, on calcule une approximation de la solution en projetant l'équation sur un espace à dimension(s) finie(s), appelé domaine, qu'on discrétise en plusieurs éléments représentés par un maillage [Zienkiewicz et al., 2013].

Sur chacun des éléments finis du domaine, il est possible de linéariser l'EDP, en remplaçant l'équation aux dérivées partielles par un système d'équations linéaires, par approximation. Ce système peut se décrire par une matrice ; il y a donc une matrice par élément fini. En utilisant les conditions aux limites du système global les matrices sont assemblées au sein d'une matrice globale.

### 3.1.1.2 Conditions aux limites

La résolution d'un problème par la méthode des éléments finis implique la définition de conditions aux limites qui correspondent aux conditions réelles. On distingue deux types de conditions aux limites : les conditions de Dirichlet lorsque l'on spécifie les valeurs que la solution doit vérifier sur les frontières du domaine et les conditions de Neumann lorsque l'on spécifie les valeurs des dérivées sur les limites du domaine.

Pour le problème résistif, les électrodes sont implantées à la surface du modèle de bloc de béton. En réalité, les interfaces de ce modèle fini séparent le milieu étudié et l'air considéré comme parfaitement isolant. Ainsi un champ électrique statique ne peut pas se diffuser dans l'air [Fargier, 2011]. Ce comportement peut être mathématiquement simulé par l'utilisation de frontières de Neumann (équation (3.2)). Cette condition implique que la composante normale  $\mathbf{n}$  du flux de courant  $\vec{J}$  est nulle sur les frontières du modèle du bloc de béton :

$$\mathbf{n} \cdot \vec{J} = 0 \text{ sur } \Gamma_N, \text{ la frontière de Neumann.} \quad (3.2)$$

Pour le problème capacitif, il s'agit d'un modèle électrostatique comprenant des plaques de condensateur séparées dont les charges sont différentes. Ce modèle ayant une charge globale nulle, la composante normale du champ électrique diminue très rapidement avec la distance par rapport à ces plaques. Une frontière conceptuelle entourant le volume de calcul et assez éloignée des patins capacitifs (voir paragraphe 3.1.4) aura donc une composante relativement faible du champ de déplacement électrique  $\vec{D}$  normale à sa surface. En effet, les lignes de champ électrique associées au dipôle et aux configurations d'ordre supérieur sont fermées. Pour cela, la condition aux limites de Neumann suppose que la composante normale  $\mathbf{n}$  de  $\vec{D}$  à la frontière de calcul sera nulle et donnée par l'équation suivante :

$$\mathbf{n} \cdot \vec{D} = 0 \text{ sur } \Gamma_N, \text{ la frontière de Neumann.} \quad (3.3)$$

### 3.1.1.3 Caractéristiques du maillage

La méthode des éléments finis repose sur une discrétisation de l'espace selon un maillage. Ce maillage peut être soit régulier dans tout l'espace, i.e. ses éléments ont tous la même dimension, soit irrégulier et plus fin près des endroits d'intérêt (par exemple aux endroits où la valeur de la solution calculée varie plus rapidement). Plus ce maillage est fin, plus la solution que l'on obtient sera précise et proche de la "vraie" solution de l'équation aux dérivées partielles.

La résolution du problème par la méthode des éléments finis est discrète, elle est calculée aux nœuds du maillage. Afin de déterminer les valeurs en tout point à partir des valeurs connues en certains points, on utilise en général des fonctions polynomiales, qu'on appelle fonctions de forme, pour faire l'interpolation de la solution numérique. En utilisant le logiciel Comsol Multiphysics<sup>®</sup>, des polynômes de Lagrange quadratiques sont employés. La fonction de forme  $i$  vaut 1 au nœud  $i$  et 0 sur les autres nœuds et est polynomiale sur chaque élément. Il y a autant de fonctions de forme par élément que de nœuds. Des éléments 3D en forme de tétraèdres sont employés. Ils sont formés chacun de dix nœuds avec des fonctions de forme quadratiques (voir Figure 3.3). Ce type d'éléments s'avère très pratique pour modéliser des géométries en 3D dont le bord n'est pas plan et les fonctions de forme quadratiques utilisées sont plus riches que les fonctions linéaires et conduisent à une solution plus précise.

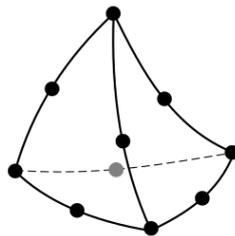


FIGURE 3.3 – Schéma de la forme d'un élément fini tétraédrique à 10 nœuds.

Le but de notre étude étant de calculer les réponses de résistivité et de permittivité apparentes pour étudier leurs variations en fonction de la profondeur, des éléments 2D auraient pu être choisis, tenant compte de la géométrie des dispositifs de mesure (voir paragraphes 1.3.3 et 1.4.3.1) et de la profondeur du béton. Cependant, le choix d'éléments finis 3D permet de représenter la géométrie complète et réelle de l'échantillon de béton ausculté et de prendre en compte les effets de bords dus à cette géométrie finie (voir paragraphes 3.1.3 et 3.1.4).

Le maillage choisi étant irrégulier, on distingue deux dimensions de mailles :

- des mailles au voisinage des électrodes (de résistivité et de capacité) tel que la taille maximale d'un élément est égale à  $\frac{a}{10}$ ,  $a$  étant l'espacement entre deux électrodes de résistivité voisines pour le problème résistif et  $a$  étant la longueur du plus petit coté d'une plaque d'un patin pour le problème capacitif,
- des mailles de dimensions plus grandes dans le reste du domaine.

Afin de modéliser les mesures résistives et capacitives de manière précise, le maillage au voisinage des électrodes de mesure doit être assez fin. Cependant, en s'éloignant dans le modèle des électrodes, un maillage progressivement moins fin peut être utilisé afin de réduire le temps de résolution du problème direct. Le niveau de finesse de ce maillage a été validée pour chacun des problèmes résistif et capacitif et les détails de cette étude se trouvent dans le paragraphe 4.1.1.

La solution trouvée, il reste cependant à la valider. Il faut vérifier que la solution trouvée est unique, qu'elle est stable et que la méthode est convergente. En utilisant le logiciel Comsol Multiphysics, la convergence du solveur peut être validée par une courbe de convergence affichée à l'issue de la résolution itérative des systèmes d'équations qui montre la diminution du résidu en fonction du nombre d'itérations. Dans le cas contraire, lorsque la solution ne converge pas, un message d'erreur est affiché.

### 3.1.2 Paramétrisation du modèle

Après avoir défini la méthode des éléments finis utilisée pour la résolution du problème direct résistif et capacitif, nous devons définir les paramètres d'entrée du modèle, qui sont les propriétés du matériau béton.

Les différentes variables que nous allons traiter dans cette partie sont :

- la résistivité électrique du béton  $\rho$  ( $\Omega.m$ ), qui a été décrite dans le paragraphe 1.2.1,
- la permittivité diélectrique  $\varepsilon$  (sans dimension) décrite dans le paragraphe 1.2.2,
- le degré de saturation, noté  $S$  (%), qui renseigne sur la fraction occupée par l'eau liquide dans l'ensemble du volume poreux.

Dans le paragraphe 1.5 nous avons étudié la sensibilité de la résistivité et de la permittivité au degré de saturation et défini des lois de calibration expérimentales. La calibration de la résistivité électrique montre une relation exponentielle entre  $\rho$  et  $S$  qui se traduit l'équation (1.19) et celle de la permittivité diélectrique est linéaire entre  $\varepsilon$  et  $S$  [Fares, 2015] (équation (1.21)). Ces lois sont des ajustements valables pour une certaine formulation du béton.

En inversion, un modèle 2D est généralement discrétisé en une grille formée de plusieurs cellules avec une valeur de propriété attribuée à chaque cellule servant de paramètre du modèle. Un modèle 1D est discrétisé en plusieurs couches en profondeur ayant chacune une valeur constante de propriété [Fargier, 2011, Du Plooy, 2013, Loke, 2013, Fares, 2015]. Cette discrétisation doit permettre de reproduire la distribution de propriété réelle du milieu ausculté. Par conséquent, lorsque le milieu présente un gradient de propriété, une

solution pourrait être de discrétiser de manière très fine tout le modèle. Cependant, la détermination du problème inverse diminue avec l'augmentation du nombre de paramètres du modèle. Pour cela, il est nécessaire de trouver un compromis entre la représentativité du modèle et la capacité de résolution de la méthode d'inversion. Vu le faible nombre de données de résistivité et de permittivité apparentes et les incertitudes liées à ces mesures, la résolution du problème inverse discrétisé en "multicouches" est difficile. Pour cela, afin de contraindre le profil recherché, nous adoptons une paramétrisation continue dans laquelle les paramètres du modèle sont les coefficients de la fonction qui décrit le degré de saturation en fonction de la profondeur.

Dans le cadre de notre travail, nous traitons les phénomènes de séchage ou d'imbibition du béton, non cycliques et unidirectionnels (voir section 2.1.5). Par suite, nous supposons que le degré de saturation dans le béton évoluera uniquement dans une seule direction, qui est la profondeur  $z$ , et d'un état plus sec à un état plus humide ou inversement (courbe monotone) suivant qu'il s'agisse d'une imbibition ou d'un séchage. Nous adoptons alors une paramétrisation 1D continue du modèle de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur.

Dans ce cas, des études précédentes expérimentales de gammadensimétrie montrent que le profil unidirectionnel du degré de saturation [Villain and Thiery, 2006] ou d'humidité relative [Witasse, 2000] en fonction de la profondeur peut être ajusté par une courbe continue décrite par une fonction de Weibull [Fares, 2015, Fares et al., 2016, Badr, 2019] dont l'équation pour le degré de saturation est donnée par :

$$S(\boldsymbol{\theta}, z) = (\theta_1 - \theta_2) \exp\left(-\left(\frac{z}{\theta_3}\right)^{\theta_4}\right) + \theta_2 \quad (3.4)$$

où  $z$  ( $m$ ) est la profondeur dans le béton,  $\theta_1$  (%) le degré de saturation du béton en surface (i.e. à  $z = 0$ ),  $\theta_2$  (%) le degré de saturation du béton en profondeur (i.e. à  $z \gg \theta_3$ ),  $\theta_3$  ( $m$ ) le paramètre d'échelle de la courbe et  $\theta_4$  (sans dimension) le paramètre de forme de la courbe représentant la pente du profil au niveau du front.

Nous adoptons alors dans cette thèse un modèle de profil de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur décrit par une fonction de Weibull (voir Figure 3.4).

### 3.1.3 Résolution du problème direct résistif

Avant de résoudre le problème inverse, il faut modéliser le problème direct qui permettra de simuler les résistivités apparentes. Pour cela, nous définissons un modèle de dalle en béton

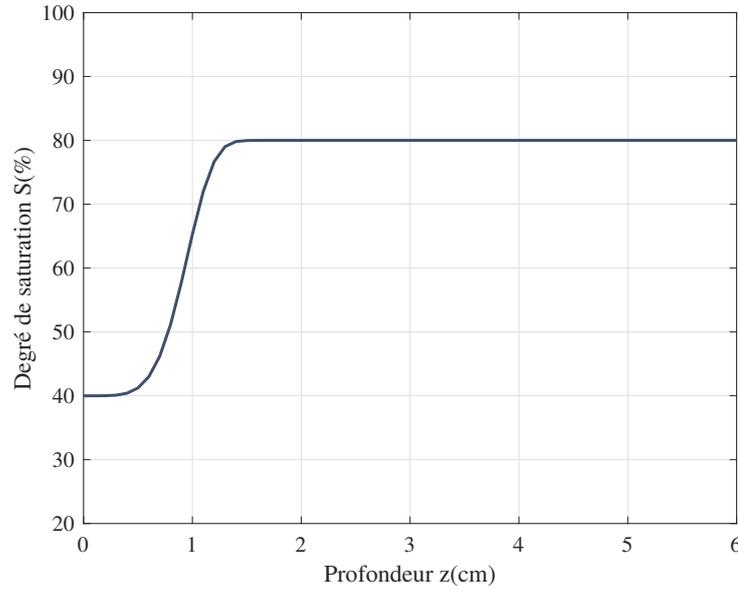


FIGURE 3.4 – Fonction de Weibull d’un profil de degré de saturation en fonction de la profondeur donné par l’équation (3.4) pour  $\theta = [40;80;0.01;5]$ .

étudiée : géométrie, position des électrodes et maillage (voir Figure 3.5). Nous définissons ensuite les propriétés du béton et surtout sa résistivité électrique. Nous choisissons enfin la physique correspondante au problème qui permet de calculer les résistivités apparentes par la résolution de l’équation décrite dans le Chapitre 1 (équation (1.7)).

Dans le cas le plus général, l’équation (1.7) n’admet pas de solution triviale (solution analytique) et doit être résolue (approximativement) par analyse numérique. Nous utilisons le logiciel Comsol Multiphysics<sup>®</sup> qui est un logiciel de calcul par éléments finis et qui permet de calculer les réponses électriques (le potentiel  $V$ ) d’une distribution de résistivité dans le matériau et d’en déduire des observables qui sont les résistivités apparentes. Nous considérons un maillage, formé d’éléments tétraédriques avec des fonctions de forme quadratiques, qui est plus fin au voisinage des électrodes que dans le reste du bloc de béton (voir Figure 3.5). Nous considérons une taille maximale de maille de 2 mm entre deux électrodes consécutives, ce qui correspond à une distance  $\frac{a}{10}$ ,  $a$  étant l’espacement entre deux électrodes consécutives, qui est de 2 cm pour la barrette utilisée dans notre étude. Pour les conditions aux limites, le bloc de béton est considéré comme électriquement isolé de l’extérieur, la continuité de potentiel électrique est assurée à l’intérieur du domaine du bloc et les électrodes interrogées sont considérées comme des sources ponctuelles de courant électrique (voir paragraphe 1.3.3).

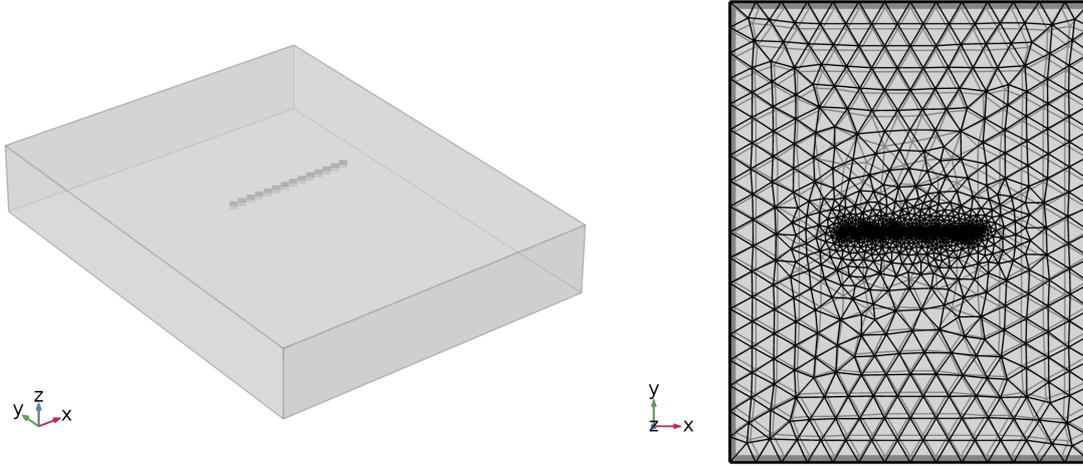


FIGURE 3.5 – Géométrie et maillage du modèle 3D par méthode EF constitués du bloc de béton et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité.

La résistivité apparente  $\rho_a$  sera calculée par :

$$\rho_a = \frac{\Delta V}{I} G_R \quad (3.5)$$

où  $I$  (A) est l'intensité du courant injecté,  $\Delta V$  (V) la différence de potentiel mesurée et  $G_R$  (m) le facteur géométrique qui tient compte de la position des électrodes et de la géométrie du milieu (voir paragraphe 1.3.3).

Le nombre de données, donc de résistivités apparentes, dépend de la séquence d'interrogation des électrodes. Nous utilisons dans notre étude la barrette formée de 14 électrodes (Figure 1.5) et nous nous intéressons à deux séquences (voir paragraphe 1.2.1) :

- Wenner, dans ce cas, le nombre total de résistivités apparentes que l'on peut mesurer est  $N_\rho = 26$ ,
- Wenner Schlumberger (WSR) qui est une séquence des deux configurations Wenner et Schlumberger où  $N_\rho = 100$ .

La configuration WSR a été conçue pour augmenter le nombre de données sans pour autant augmenter le nombre d'injections de courant, mais en faisant varier les électrodes de mesure pour récupérer à partir d'une même injection des informations supplémentaires sur plusieurs profondeurs d'investigation.

En effet, un couple d'injection signifie la résolution d'un problème direct sous Comsol Multiphysics®. Ainsi, plusieurs mesures simulées pour une même position d'injection

enrichit l'information sans augmenter la durée totale du calcul du problème direct. De même, lors des mesures expérimentales, cette séquence permet de faire plus de mesures sans augmenter la durée d'acquisition lorsqu'on dispose d'un résistivimètre "multicanal" comme le Syscal Pro utilisé dans cette thèse.

Dans la Figure 3.6, nous pouvons voir les profondeurs d'investigation calculées selon [Loke, 2013] (voir paragraphe 1.5.3) de la configuration Wenner (rouge) et celles de la configuration WSR (rouge et bleu). La configuration WSR augmente le nombre de données de résistivité apparente (pour un nombre d'électrodes donné) et enrichit la zone couverte par ces mesures allant de 0 à 5 cm, ce qui correspond à l'épaisseur du béton d'enrobage.

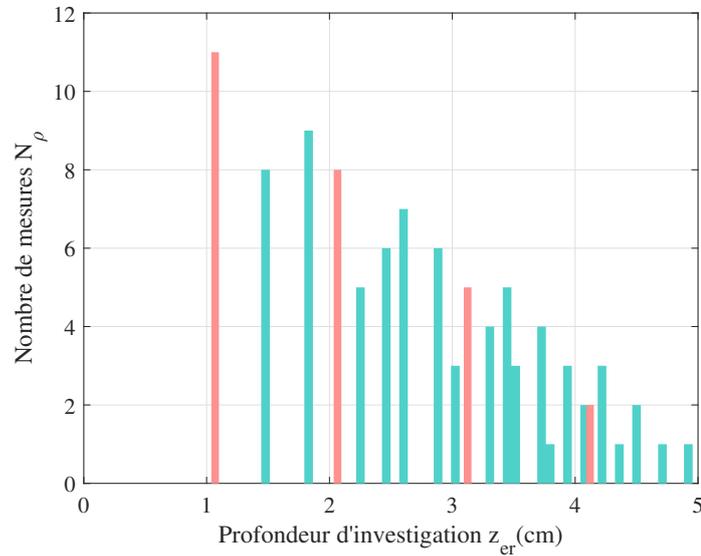


FIGURE 3.6 – Nombre de mesures de résistivités apparentes et leur profondeur d'investigation  $z_{er}$  pour la configuration Wenner (rouge) et la configuration WSR (rouge et bleu), pour le peigne multiélectrodes de résistivité présenté dans le paragraphe 1.3.3 et la Figure 1.5.

A titre d'exemple, pour le profil de saturation représenté dans la Figure 3.4, les résistivités apparentes modélisées sont représentées dans la Figure 3.7 en fonction de la profondeur d'investigation  $z_{er}$  pour chaque mesure.

### 3.1.4 Résolution du problème direct capacitif

De la même manière que pour la résistivité, la résolution du problème direct capacitif permettra de modéliser les permittivités apparentes. Pour cela, nous devons définir de même

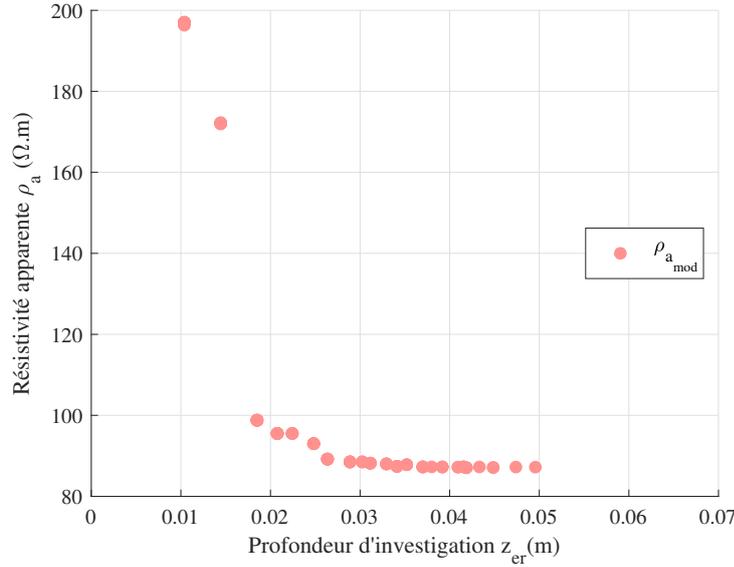


FIGURE 3.7 – Résistivités apparentes modélisées en fonction de la profondeur d’investigation des mesures pour le profil de saturation décrit dans la Figure 3.4 par les paramètres  $\theta=[40;80;0.01;5]$ .

un modèle de dalle en béton (géométrie, maillage, position des électrodes). Puisqu’il peut y avoir des champs de franges importants autour des plaques du patin capacitif, un volume d’air est inclus dans le modèle et il entoure le bloc de béton [Comsol Multiphysics, 2018]. En réalité, les champs électriques de franges s’étendent à l’infini mais diminuent proportionnellement au cube de la distance par rapport à la source et sont considérés comme négligeables pour une distance suffisamment grande. On suppose un volume d’air de même forme que le modèle du bloc de béton et dont les dimensions sont trois fois plus grandes que le modèle du bloc de béton.

Nous définissons ensuite les propriétés du béton notamment sa permittivité diélectrique. L’équation fondamentale (1.9) introduite dans le Chapitre 1 décrit le phénomène diélectrique. Cette équation est aussi résolue par la méthode des EF en utilisant le logiciel Comsol Multiphysics®. De la même manière que pour la résistivité, nous considérons un maillage formé d’éléments tétraédriques avec des fonctions de forme quadratiques, qui est plus fin au niveau des électrodes que dans le reste du bloc de béton, de telle sorte que la taille maximale de maille entre deux électrodes consécutives respecte le rapport  $\frac{\ell}{10}$ ,  $\ell$  étant la longueur du plus petit coté de la plaque d’électrode selon le patin (voir Figure 3.8). Pour les conditions aux limites, dans l’hypothèse de conditions électrostatiques justifiée dans le paragraphe 1.2, toute la surface d’une même électrode d’un patin

capacitif doit être au même potentiel, sinon le courant circulerait à travers ces conducteurs [Comsol Multiphysics, 2018]. L'air et le diélectrique sont supposés être de parfaits isolants et une différence de potentiel est appliquée entre les électrodes capacitatives interrogées.

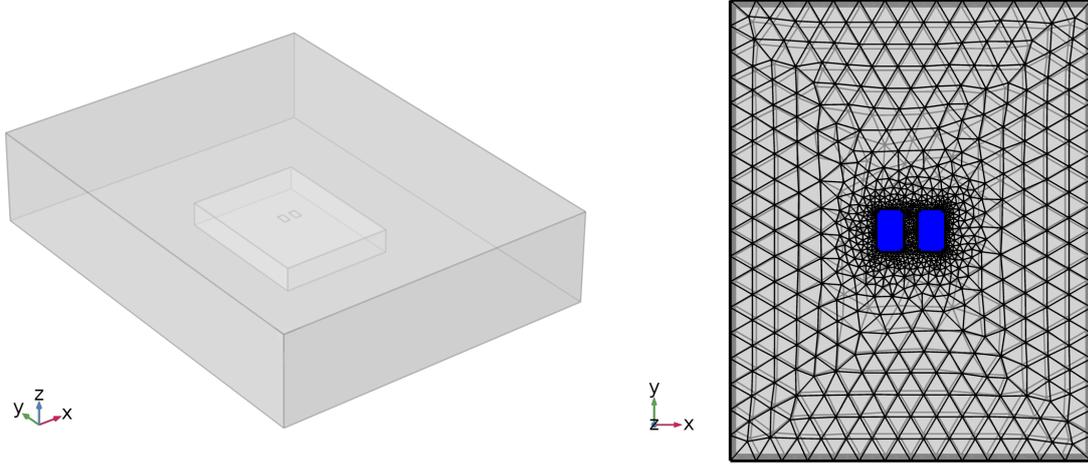


FIGURE 3.8 – Géométrie et maillage du modèle 3D par méthode EF constitués du bloc de béton, du bloc d'air qui l'entoure et d'un patin capacitif formé de deux électrodes.

Connaissant le profil de permittivité, la résolution de l'équation (1.9) permet d'obtenir la distribution du potentiel électrique  $V$  dans le modèle de dalle en béton. On peut déduire le champ électrique  $\vec{E}$  de  $V$  par calcul du gradient (équation (1.5)). L'énergie électrique totale  $W_{E_{tot}}$  peut alors être obtenue par :

$$W_{E_{tot}} = \frac{1}{2} \int_{\Omega} \varepsilon(x, y, z) \vec{E}(x, y, z) \vec{E}(x, y, z) d\Omega \quad (3.6)$$

où  $\Omega$  représente tout le domaine modélisé (le milieu ausculté et son environnement comme l'air, également diélectrique) et  $d\Omega$  un élément de volum à l'intérieur du domaine discrétisé.

Nous avons vérifié que le volume d'air entourant le modèle du bloc de béton est suffisamment grand pour contenir avec précision les champs de franges, en augmentant la taille de ce volume et en calculant l'énergie électrique totale  $W_{E_{tot}}$  pour différentes dimensions du bloc d'air. Les résultats de ce calcul (Figure 3.9) montrent qu'à partir d'un rapport égal à 3 entre les dimensions du bloc d'air et les dimensions d'un bloc de béton, la valeur de  $W_{E_{tot}}$  devient stable.

A partir de l'équation (3.6), nous considérons  $W_{E_{tot}}$  l'énergie électrique totale calculée dans le domaine total ("matériau béton" + "air") et séparons l'intégrale  $W_{E_{tot}}$  en deux parties

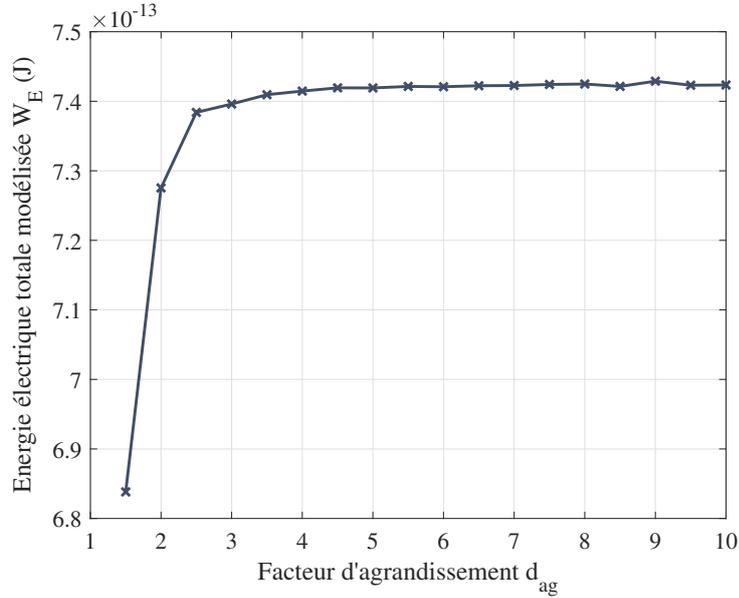


FIGURE 3.9 – Variation de l'énergie électrique totale modélisée en fonction du facteur d'agrandissement entre les dimensions du modèle du bloc d'air et les dimensions du modèle du bloc de béton.

(domaine "air" et domaine "matériau") tel que  $W_{E_{air}}$  est l'énergie calculée uniquement dans le domaine "air", et  $W_{E_{mat}} = W_{E_{tot}} - W_{E_{air}}$  l'énergie dans le domaine "béton" uniquement.

Des études montrent que, pour des matériaux homogènes, les valeurs de permittivité du matériau (égale à la permittivité apparente) et  $W_{E_{air}}$  et  $W_{E_{mat}}$  sont reliées par une loi linéaire empirique (équation (3.7)) [Fares, 2015].

$$\varepsilon_a = \alpha(W_{E_{tot}} - W_{E_{air}}) + \beta \quad (3.7)$$

où  $\alpha$  et  $\beta$  sont des constantes dépendant du dispositif de mesure.

Pour établir cette relation pour chaque patin capacitif, nous considérons un matériau béton homogène, nous faisons varier sa permittivité et nous calculons pour chaque cas  $W_{E_{tot}}$  et  $W_{E_{air}}$ . Par exemple, pour le patin PE1 nous obtenons les résultats de la Figure 3.10. Nous retrouvons la relation linéaire de l'équation (3.7). Les coefficients des droites d'ajustement pour tous les patins sont fournies dans le Tableau 3.1.

Ensuite, nous faisons l'hypothèse que lorsque le matériau n'est plus homogène (à cause d'un gradient de permittivité), la relation (3.7) permet d'exprimer la valeur de la permittivité apparente à partir de l'énergie électrique totale modélisée.

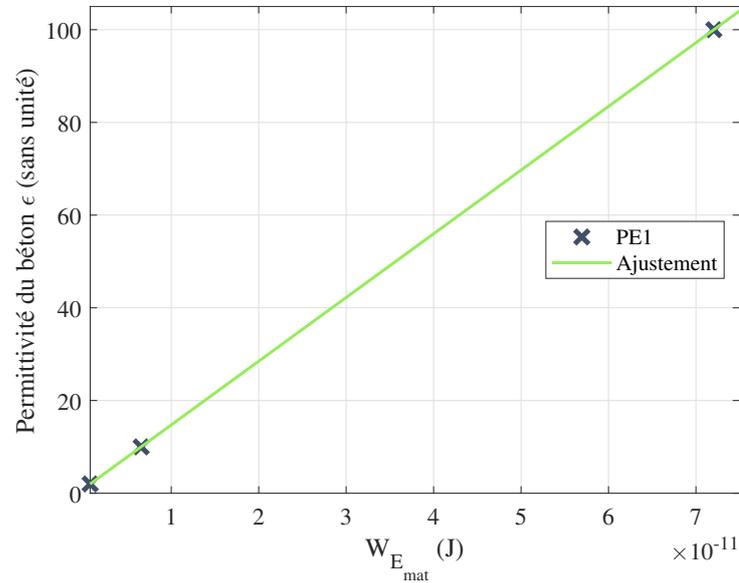


FIGURE 3.10 – Variation de l'énergie électrique modélisée  $W_{E_{mat}}$  en fonction de la permittivité du béton  $\epsilon$  pour le patin PE1 et son ajustement linéaire.

Tableau 3.1 – Courbes de calibration numérique de la permittivité diélectrique apparente par modélisation de l'énergie électrique totale par méthode des EF pour les patins d'électrodes GE2, GE1, ME4, ME3, ME2, ME1, PE2 et PE1 (voir paragraphe 1.4.3.1).

Patin	$\alpha$	$\beta$
GE2	-2.692e12	0.9043
GE1	-2.817e12	0.9393
ME4	-2.898e12	0.9543
ME3	-2.063e12	0.9960
ME2	-2.234e12	0.9983
ME1	-2.334e12	0.9984
PE2	-1.626e12	0.9955
PE1	-1.373e12	0.9989

La démarche de résolution du problème direct capacitif consiste alors à définir la permittivité diélectrique du béton, puis à calculer l'énergie électrique totale  $W_{E_{mat}}$ . Connaissant  $W_{E_{air}}$  au préalable, nous utilisons les droites de calibration précédentes (Tableau 3.1) pour calculer la permittivité apparente  $\epsilon_a$ . Le nombre de données, donc de permittivités apparentes,  $N_\epsilon$ , correspond à une valeur de permittivité apparente pour chaque patin. A

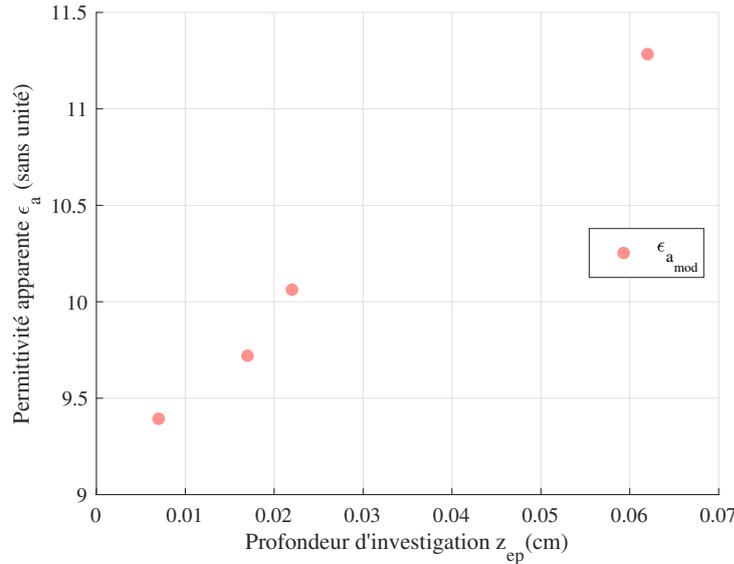


FIGURE 3.11 – Permittivités apparentes modélisées en fonction de la profondeur d'investigation des mesures pour le profil de saturation décrit dans la Figure 3.4 par les paramètres  $\theta=[40;80;0.01;5]$ .

titre d'exemple, pour le profil de saturation représenté sur la Figure 3.4, les permittivités apparentes modélisées sont représentées sur la Figure 3.11 en fonction de la profondeur d'investigation de chaque mesure.

## 3.2 Le problème inverse

Après avoir défini et étudié le problème direct et ses caractéristiques pour chacune des méthodes résistive et capacitive, le problème inverse est développé dans ce paragraphe. On définit tout d'abord l'inversion, son intérêt et son principe. Ensuite, les caractéristiques des problèmes inverses et les différentes méthodes de résolution sont présentées. Enfin, nous exposons brièvement les outils existants sur lesquels nous nous sommes appuyés pour l'inversion des résistivités et des permittivités apparentes.

### 3.2.1 Intérêt de l'inversion et caractéristiques des problèmes inverses

Lorsque qu'une grandeur physique recherchée n'est pas directement accessible par la mesure, il faut chercher à la déduire en mesurant d'autres observables qui lui sont liées par des lois physiques [Idier, 2001]. Ainsi, les méthodes inverses sont une science permettant de reconstruire un modèle qui explique "au mieux" les données recueillies [Tarantola, 1987, Fargier, 2011] (voir schéma de la Figure 3.2). A la manière du problème direct (équation (3.1)), ce problème peut s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{m} = \mathbf{F}^{-1}(\mathbf{d}) \quad (3.8)$$

où  $\mathbf{F}^{-1}$  désigne l'opérateur du problème inverse.

Contrairement au problème direct qui est bien défini et dont la solution existe et peut être calculée analytiquement ou numériquement, le problème inverse est généralement un problème "mal posé" et dont le comportement n'est pas robuste [Courant and Hilbert, 1962, Idier, 2001]. En effet, les données à inverser sont entachées d'erreurs dues aux incertitudes. Les causes d'incertitude sont nombreuses :

- les données ont une origine expérimentale, ce qui implique l'existence d'erreurs de mesure,
- les données sont collectées en nombre fini,
- le modèle lui-même repose sur des hypothèses simplificatrices, il est donc également une source d'incertitudes.

De plus, certains coefficients du modèle, définis à l'avance (constantes physiques d'un milieu par exemple), ne sont connus que de manière expérimentale, donc approximativement [Kern, 2002]. [Hadamard, 1901] définit un problème "bien posé" comme étant un problème dont la solution existe, est unique et dépend de façon continue des données. Il suffit qu'une de ces conditions ne soit pas respectée pour que le problème soit mal posé et que sa résolution soit difficile.

Par ailleurs, les problèmes inverses peuvent être classés en deux catégories : les problèmes inverses linéaires et non linéaires suivant l'opérateur  $\mathbf{F}$  qui traduit les lois physiques qui lient les données aux paramètres. Lorsque le problème inverse est résolu comme un problème d'optimisation (paragraphe 3.2.2.1) et dans le cas d'un problème non linéaire, la fonction à optimiser (appelée *fonction coût*) est en général non convexe. Cela conduit à l'existence de

minima locaux et la méthode d'optimisation choisie peut ne pas converger vers l'optimum global en fonction de son point d'initialisation.

La résolution d'un problème inverse linéaire est plus facile que la résolution d'un problème non linéaire qui nécessite une linéarisation, si c'est possible, et une résolution par méthodes itératives. Par ailleurs, même dans le cas où le problème est linéaire, l'opérateur  $\mathbf{F}$  peut prendre la forme d'une matrice et cette matrice peut être mal conditionnée : l'erreur relative sur la solution produite par une variation relative des données peut être très grande devant cette dernière, ce qui rend la solution instable.

### 3.2.2 Méthodes d'inversion

En reprenant la forme générale de l'écriture d'un problème inverse (équation (3.8)), on remarque que ce modèle est incomplet puisqu'il ne tient pas compte des perturbations sur l'observation. Par conséquent, il faut ajouter à cette expression un terme qui décrit les erreurs  $\mathbf{e}$  et le modèle devient :

$$\mathbf{d} = \mathbf{F}(\mathbf{m}) + \mathbf{e} \quad (3.9)$$

En statistiques, la prise en compte des erreurs  $\mathbf{e}$  se traduit par la loi de probabilité des données  $\mathbf{d}$  conditionnellement à un jeu de paramètres  $\mathbf{m}$  donné (supposé connu). Elle est donnée par :

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) = p(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) \quad (3.10)$$

La probabilité  $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  est appelée la vraisemblance des données ou la loi du bruit évaluée en  $\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})$ . Dans le cas où les échantillons de bruits sont gaussiens, centrés, indépendants et identiquement distribués, le vecteur de bruit  $\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})$  suit une loi normale multidimensionnelle de covariance  $\sigma^2\mathbf{I}$ ,  $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  s'écrit :

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) \propto \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2}\|\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})\|^2\right) \quad (3.11)$$

Les méthodes d'inversion se classent essentiellement en deux types : d'une part, les méthodes qui reviennent à résoudre un problème d'optimisation afin d'estimer le paramètre qui minimise une fonction coût et d'autre part, les méthodes basées sur des approches probabilistes qui permettent d'estimer la distribution de probabilité du paramètre recherché.

Nous présentons ici les principes de ces deux types de méthodes, leur domaine d'application, leurs avantages, leurs limites et enfin la méthode que nous avons choisie pour notre étude.

### 3.2.2.1 Méthodes de type optimisation

Ce premier type de méthodes consiste à traiter le problème d'inversion en tant que problème d'optimisation. La méthode du maximum de vraisemblance (MV) consiste à considérer  $\mathbf{m}$  comme une variable,  $\mathbf{d}$  comme fixe et à rechercher le paramètre  $\mathbf{m}$  qui maximise  $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$ . Le jeu de paramètres qui maximise la probabilité  $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  est alors donné par :

$$\hat{\mathbf{m}}_{MV} = \arg \max_{\mathbf{m}} p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) \quad (3.12)$$

La maximisation de la vraisemblance est équivalente à la minimisation de l'opposé du logarithme de celle-ci :

$$\hat{\mathbf{m}}_{MV} = \arg \min_{\mathbf{m}} (-\ln(p(\mathbf{d}|\mathbf{m}))) \quad (3.13)$$

Dans le cas d'un bruit gaussien,  $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  s'exprime par l'équation (3.11). L'estimation par maximum de vraisemblance des paramètres  $\mathbf{m}$  à partir des données  $\mathbf{d}$  revient alors à minimiser le critère des moindres carrés (MC) :

$$\hat{\mathbf{m}}_{MV} = \hat{\mathbf{m}}_{MC} = \arg \min_{\mathbf{m}} \left( \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})\|^2 \right) \quad (3.14)$$

Si le modèle des mesures est linéaire, l'équation (3.14) s'écrit :

$$\hat{\mathbf{m}}_{MC} = \arg \min_{\mathbf{m}} \left( \frac{1}{2\sigma^2} \|\mathbf{d} - \mathbf{F}\mathbf{m}\|^2 \right) \quad (3.15)$$

et

$$\|\mathbf{d} - \mathbf{F}\mathbf{m}\|^2 = \mathbf{d}^T \mathbf{d} - 2\mathbf{F}^T \mathbf{m}^T \mathbf{d} + \mathbf{m}^T \mathbf{F}^T \mathbf{F} \mathbf{m} \quad (3.16)$$

La solution s'obtient en annulant le gradient du critère de l'équation (3.16) par rapport aux paramètres  $\mathbf{m}$  :

$$-2\mathbf{F}^T \mathbf{d} + 2\mathbf{F}^T \mathbf{F} \hat{\mathbf{m}}_{MC} = \mathbf{0} \quad (3.17)$$

$$\mathbf{F}^T \mathbf{F} \hat{\mathbf{m}}_{MC} = \mathbf{F}^T \mathbf{d} \quad (3.18)$$

Si  $\mathbf{F}^T \mathbf{F}$  est inversible, alors la solution est unique et s'exprime comme :

$$\hat{\mathbf{m}}_{MC} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{d} \quad (3.19)$$

Dans notre cas, la relation entre les données et les paramètres n'est pas linéaire, la

résolution se fait de manière itérative (voir paragraphe 3.2.3). Si la matrice  $\mathbf{F}^T\mathbf{F}$  est mal conditionnée, elle peut être non-inversible et une régularisation peut être appliquée pour améliorer la stabilité de l'inversion [Idier, 2001].

### 3.2.2.2 Inversion stochastique

Le principe de l'inversion stochastique est de considérer toutes les variables comme aléatoires afin de représenter toutes les incertitudes. La solution du problème inverse est la fonction de densité de probabilité associée à l'inconnue  $\mathbf{m}$  et la mesure  $\mathbf{d}$ , à partir de laquelle on peut chercher des grandeurs caractéristiques : valeur moyenne, valeur de plus grande probabilité, dispersion, corrélations [Dahyot et al., 2004, Bastidas-Arteaga et al., 2011].

L'estimation bayésienne permet de combiner l'information apportée par les mesures et l'information disponible a priori [Demoment and Idier, 1999, Idier, 2001]. Soit  $p(\mathbf{m})$  la loi de probabilité qui exprime l'information a priori sur les paramètres. Cette loi prend des valeurs faibles pour les paramètres reconstruits qui seraient peu compatibles avec l'information a priori, et des valeurs élevées pour les paramètres fortement compatibles avec cette information.

Soit  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$  la probabilité des paramètres  $\mathbf{m}$  conditionnellement aux données  $\mathbf{d}$ . Cette probabilité est appelée la probabilité a posteriori, c'est-à-dire probabilité du paramètre après avoir fait les mesures.

La règle de Bayes [Kolmogorov, 1950] permet d'exprimer  $p(\mathbf{m}|\mathbf{d})$  en fonction de la probabilité a priori du paramètre  $p(\mathbf{m})$  et de  $p(\mathbf{d}|\mathbf{m})$  et s'exprime ainsi :

$$p(\mathbf{m}|\mathbf{d}) = \frac{p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) \times p(\mathbf{m})}{p(\mathbf{d})} \propto p(\mathbf{d}|\mathbf{m}) \times p(\mathbf{m}) \quad (3.20)$$

où  $p(\mathbf{d})$  est une constante de normalisation.

Cette distribution donne beaucoup d'informations utiles sur les paramètres qui peuvent être exploitées : la valeur maximale, la moyenne ou la médiane selon la forme de la distribution.

### 3.2.2.3 Choix de la méthode d'inversion adaptée à l'étude

Après avoir présenté les deux types de méthodes d'inversion, la principale différence entre elles est la nature du paramètre estimé. En outre, les méthodes de type optimisation permettent d'estimer une valeur ponctuelle du paramètre à partir des données. Cette approche implique une fonction coût à minimiser et qui devrait être convexe pour ne

pas tomber sur un minimum local durant la minimisation. Cependant, les méthodes de type tirage aléatoire permettent d'estimer la distribution de probabilité des paramètres, de laquelle plusieurs informations peuvent être extraites comme la valeur moyenne, la dispersion... Ces méthodes permettent alors de s'affranchir du problème de convexité de la fonction coût et sont des méthodes plus robustes mais sont beaucoup plus coûteuses en temps de calcul, vu le grand nombre d'évaluation de problèmes directs requis. L'étude du problème inverse par l'approche probabiliste exige en effet un très grand nombre de points de l'espace des paramètres et l'évaluation du problème direct en tout point du maillage dans cet espace. La solution estimée est d'autant plus précise que la discrétisation de l'espace des paramètres est fine. Cela peut conduire à un grand nombre d'évaluations de problèmes directs qui peuvent être coûteuses.

Dans le cas de notre étude, vu que l'évaluation de chaque problème direct, résistif comme capacitif, se fait par la méthode des EF et requiert une dizaine de secondes, l'utilisation du type de méthodes par tirage aléatoire est très coûteux. Par exemple, une inversion qui nécessite 10 000 évaluations de la fonction coût aura un temps de calcul de 27 heures environ, un temps trop long pour notre contexte.

Par conséquent, nous avons fait le choix de privilégier les méthodes de type optimisation, notamment l'estimateur des moindres carrés

### 3.2.3 Algorithme de Levenberg-Marquardt

Plusieurs algorithmes ont été développés pour résoudre le critère des moindres carrés, notamment, les méthodes du gradient [Lemaréchal, 2012], de Newton, de Gauss-Newton [Björck, 1996]...

La majorité des méthodes d'inversion utilisées pour des applications au contrôle non-destructif du béton est connue pour être "mal-posée". Ce problème peut entraîner une mauvaise résolution du problème inverse ainsi que la possibilité de l'existence de solutions non-unique. De plus, du fait du caractère hautement "mal-posé" du problème inverse, l'inversion de la matrice Hessienne requiert une régularisation. Ce procédé a pour effet de rendre la matrice mieux conditionnée et de réduire l'instabilité du processus.

La méthode de Levenberg-Marquardt [Levenberg, 1944, Marquardt, 1963] a été développée à partir de la méthode de Gauss-Newton et de la méthode des gradients où une modification à la matrice Hessienne permet cette régularisation. Cette méthode est décrite ci-après. Elle a été privilégiée pour la résolution du problème inverse dans cette étude.

La critère des moindres carrés à minimiser est donné par l'équation suivante :

$$\psi = \frac{1}{2} \|\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})\|^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_{mes} - \mathbf{d}_{mod}\|^2 \quad (3.21)$$

où  $\mathbf{d}_{mes}$  est le vecteur des données mesurées et  $\mathbf{d}_{mod}$  le vecteur des données modélisées.

Comme nous l'avons précisé dans le paragraphe 3.1, le problème direct dans le cas de notre étude (résistif ou capacitif) n'étant pas linéaire, la résolution du problème inverse se fait d'une manière itérative. À chaque itération, on remplace les paramètres  $\mathbf{m}$  par une nouvelle estimation  $\mathbf{m} + \mathbf{h}$ . Afin de déterminer  $\mathbf{h}$ ,  $\mathbf{F}(\mathbf{m} + \mathbf{h})$  est approché en étant linéarisé :

$$\mathbf{F}(\mathbf{m} + \mathbf{h}) \approx \mathbf{F}(\mathbf{m}) + \mathbf{J}\mathbf{h} \quad (3.22)$$

et  $\mathbf{J}$  appelé le *Jacobien*, est une matrice qui contient les dérivées partielles  $J_{i,j} = \frac{\partial F_i(m_j)}{\partial m_j}$  des données modélisées par rapport aux paramètres du modèle.

Ainsi, le critère  $\psi(\mathbf{m} + \mathbf{h})$  s'écrit :

$$\begin{aligned} \psi(\mathbf{m} + \mathbf{h}) &\approx \|\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{J}\mathbf{h}\|^2 \\ &= (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{J}\mathbf{h})^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}) - \mathbf{J}\mathbf{h}) \\ &= (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) - (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))^T \mathbf{J}\mathbf{h} - (\mathbf{J}\mathbf{h})^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) + \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J}\mathbf{h} \\ &= (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) - 2(\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))^T \mathbf{J}\mathbf{h} + \mathbf{h}^T \mathbf{J}^T \mathbf{J}\mathbf{h} \end{aligned} \quad (3.23)$$

Le minimum de  $\psi(\mathbf{m} + \mathbf{h})$  s'obtient en prenant son gradient par rapport à  $\mathbf{h}$  égal à zéro. D'après l'équation (3.23), ceci donne :

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \mathbf{h} = \mathbf{J}^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) \quad (3.24)$$

L'expression  $\mathbf{J}^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))$  notée  $\mathbf{G}$  est le *gradient* de la fonction coût. L'expression  $(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$  est la matrice *Hessienne* notée  $\mathbf{H}$ .

La contribution de Levenberg est de remplacer cette équation par une "version amortie" :

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I}) \mathbf{h} = \mathbf{J}^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) \quad (3.25)$$

où  $\mathbf{I}$  est la matrice d'identité et  $\lambda$  un facteur d'amortissement. Le facteur d'amortissement (non négatif)  $\lambda$  est ajusté à chaque itération. Si la réduction du critère  $\psi$  est rapide, une valeur plus petite de  $\lambda$  peut être utilisée, rapprochant l'algorithme de celui de Gauss-Newton, alors que si une itération n'assure pas la réduction du critère,  $\lambda$  peut être augmenté,

donnant une étape plus proche de la direction de descente du gradient.

L'algorithme de Levenberg a l'inconvénient que si la valeur du facteur d'amortissement  $\lambda$  est grande, l'inversion de  $\mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \mathbf{I}$  est inutile. Une solution peut être de mettre à l'échelle chaque composante du gradient en fonction de la courbure, de sorte qu'il y a un plus grand mouvement le long des directions où le gradient est plus petit. Cela évite une convergence lente dans le sens d'un petit gradient. Par conséquent, la matrice d'identité  $\mathbf{I}$  est remplacée par la matrice diagonale constituée des éléments diagonaux de  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ , rendant ainsi l'échelle de la solution invariante :

$$\left( \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \lambda \text{diag} \left( \mathbf{J}^T \mathbf{J} \right) \right) \mathbf{h} = \mathbf{J}^T (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) \quad (3.26)$$

Enfin, en remplaçant  $\mathbf{m}$  par  $\boldsymbol{\theta}$ , les paramètres du modèle d'inversion,  $\mathbf{d}$  par  $\mathbf{d}_{mes}$ , les données mesurées et  $\mathbf{F}(\mathbf{m})$  par  $\mathbf{d}_{mod}$ , les données modélisées, l'expression des paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  à l'itération  $k + 1$  à partir de l'itération  $k$  s'écrit :

$$\boldsymbol{\theta}^{k+1} = \boldsymbol{\theta}^k + \mathbf{h} \simeq \boldsymbol{\theta}^k + \left( \mathbf{J}^{kT} \mathbf{J}^k + \lambda \text{diag} \left( \mathbf{J}^{kT} \mathbf{J}^k \right) \right)^{-1} \mathbf{J}^{kT} \left( \mathbf{d}_{mes} - \mathbf{d}_{mod} \left( \boldsymbol{\theta}^k \right) \right) \quad (3.27)$$

Le principe de l'inversion progresse par méthode itérative (voir Figure 3.12). Pour la première itération ( $k=1$ ), on fait le choix d'un modèle initial de paramètres  $\theta_j^1$ ,  $j=1\dots 4$ , puis on prédit les données correspondantes  $\mathbf{d}_{mod}^1$  par la résolution du problème direct. Le critère des moindres carrés entre  $\mathbf{d}_{mes}$  et  $\mathbf{d}_{mod}^1$  est ensuite calculé. Si les conditions de convergence ne sont pas atteintes, une mise à jour du modèle est effectuée en calculant le *Jacobien*  $\mathbf{J}$ , le *Gradient*  $\mathbf{G}$  et le *Hessien*  $\mathbf{H}$ . Le numéro d'itérations est incrémenté. Lorsque les conditions de convergence sont atteintes, le modèle final  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$  est considéré comme une bonne estimation de la réalité. Cet algorithme d'inversion a été programmé dans des codes informatiques spécifiques (intitulés CERIS et CAPEX) pour l'inversion des mesures de résistivité et de permittivité apparentes respectivement. Les conditions de convergence ont été réadaptées et sont détaillées dans le paragraphe 4.1.1.

### 3.2.4 Calcul des dérivées partielles

Les principaux algorithmes d'inversion, pour ceux qui sont du type optimisation et dont l'algorithme de Levenberg-Marquardt qu'on utilise dans cette étude, reposent sur le calcul des dérivées partielles qui sont les éléments de la matrice *jacobienne* et qui quantifient les sensibilités des données mesurées par rapport aux paramètres du modèle.

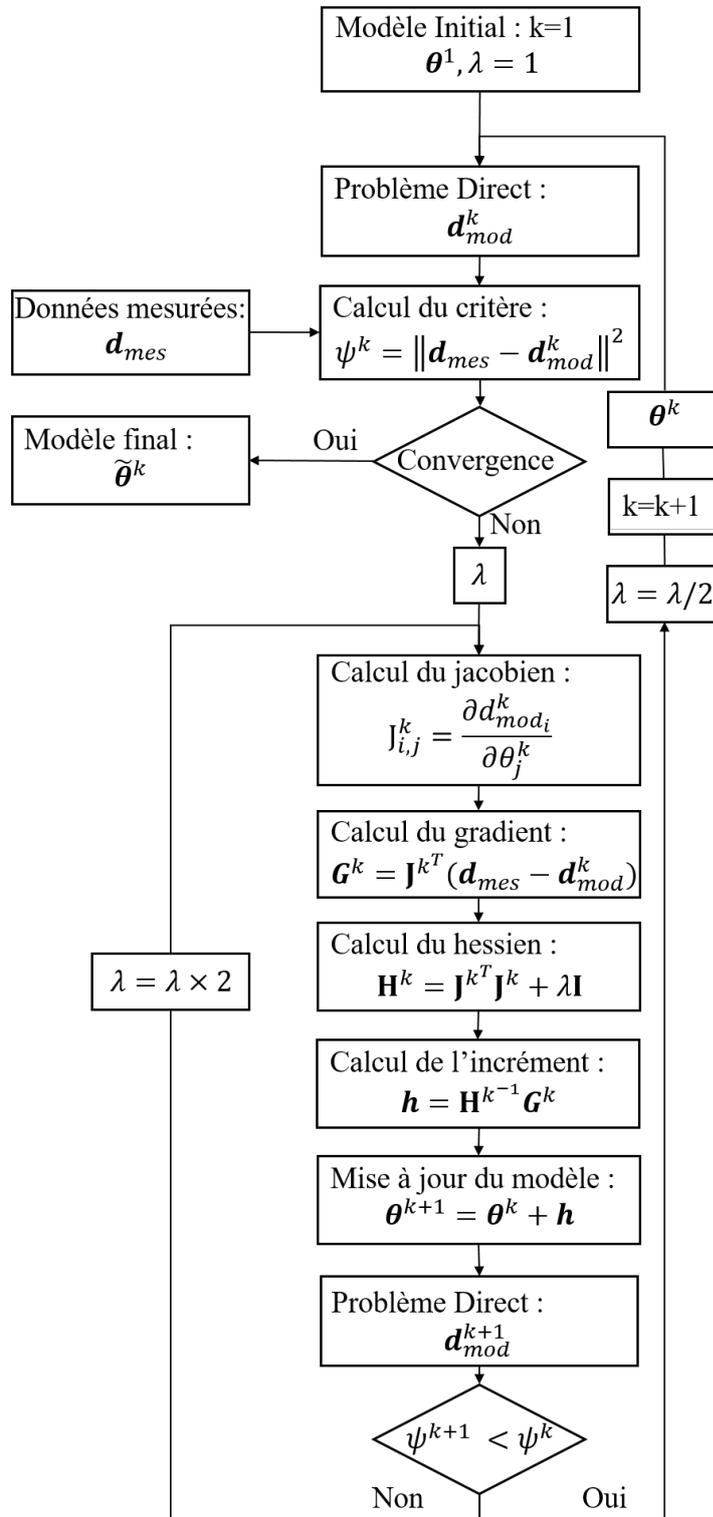


FIGURE 3.12 – Organigramme de l'inversion à l'itération  $k$  des données apparentes par la méthode de Levenberg-Marquardt appliqué à un modèle à paramétrisation continue décrite par  $\theta$ .

Dans le cas où le milieu est un demi-espace homogène et isotrope le calcul de la matrice des dérivées partielles peut être obtenu de manière analytique pour le problème de résistivité [Loke, 2013]. Cependant, ayant un milieu fini et non-homogène et étant donné que les données, qu'il s'agisse des résistivités apparentes ou des permittivités apparentes, sont modélisés par la méthode des EF dans notre étude, nous n'avons pas accès à l'expression analytique de la relation entre les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  et les données  $\boldsymbol{d}$ . Ainsi, le calcul des dérivées partielles est approché. Cette approximation peut se faire par plusieurs méthodes [Mcgillivray and Oldenburg, 1990, Greenhalgh et al., 2009]. Parmi celles qui sont les plus employées, nous avons la méthode de perturbation et la méthode de l'état adjoint, qui sont discutées ci-dessous.

### 3.2.4.1 Approche par perturbation

La méthode historiquement utilisée implique une perturbation des paramètres du modèle et une quantification de l'effet de cette perturbation sur les données en l'approximant par la formule de différence finie pour la dérivée :

$$\frac{\partial \boldsymbol{d}_{mod}(\boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \approx \frac{\boldsymbol{d}_{mod}(\boldsymbol{\theta} + p_j \boldsymbol{\ell}) - \boldsymbol{d}_{mod}(\boldsymbol{\theta})}{p_j} \quad (3.28)$$

où  $\boldsymbol{\ell}$  est un vecteur de même dimension que  $\boldsymbol{\theta}$  tel que :

$$\ell_i = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (3.29)$$

et  $\boldsymbol{p}$  est le vecteur des perturbations relatives aux paramètres qu'on peut écrire comme suit :

$$\boldsymbol{p} = u \boldsymbol{\theta} \quad (3.30)$$

où  $u$  est un coefficient de perturbation à définir.

La perturbation ajoutée est une quantité relative à chacun des paramètres. En effet, cette approche est meilleure que l'application d'une perturbation identique à tous les paramètres puisque ces derniers peuvent avoir des ordres de grandeurs différents comme pour le cas de notre étude.

Le calcul de  $\boldsymbol{d}_{mod}(\boldsymbol{\theta} + p_j \boldsymbol{\ell})$  est obtenu en résolvant le problème direct après que les paramètres ont été perturbés par une quantité  $u$  multipliée par leurs valeurs. Cette approche est simple à implémenter [Edwards et al., 1984] mais peut être lourde d'un point de vue

du temps de calcul puisqu'elle implique le calcul du problème direct supplémentaire pour chaque paramètre perturbé et à chaque itération [Mcgillivray and Oldenburg, 1990].

Outre le coût calculatoire, cette approche nécessite de générer une perturbation suffisamment faible afin d'approximer une solution valide mais pas trop petite pour ne pas générer d'imprécisions numériques pouvant induire une moindre qualité du résultat.

Nous verrons dans le paragraphe 4.1.1 l'étude paramétrique établie afin de déterminer une valeur de coefficient de perturbation optimal  $u$ .

### **3.2.4.2 Approche de l'état adjoint**

Cette approche a été décrite initialement par [Geselowitz, 1971] dans le domaine de l'électrocardiographie et puis appliquée par exemple par [Smith and Vozoff, 1984, McGillivray and Oldenburg, 1990, Park and Van, 1991] à la méthode de l'imagerie de résistivité électrique.

Physiquement, le principe de l'état adjoint peut être perçu comme un champ "rétropropagé" depuis un récepteur électrique [Geselowitz, 1971]. La matrice de sensibilité résulte de l'application du principe de réciprocité et d'une analyse par perturbation d'un système d'équations adjointes [Park and Van, 1991].

Cette méthode nécessite l'évaluation d'un seul problème direct supplémentaire par itération et donc est plus rapide que la méthode par perturbation. En revanche, elle ne peut être appliquée que pour un modèle dont la paramétrisation est basée sur une discrétisation spatiale (par exemple, dans notre problématique, un modèle discrétisé en couches homogènes, avec une valeur de résistivité et permittivité dans chaque couche) et non pas pour une paramétrisation continue comme pour notre cas. Par conséquent, la méthode par perturbation sera privilégiée dans cette thèse pour le calcul des dérivées partielles.

### **3.2.5 Mise en œuvre de l'inversion des résistivités apparentes**

Dans cette partie, nous décrivons la mise en œuvre de l'inversion des résistivités apparentes pour remonter au profil de résistivité dans le béton. Ce travail a été proposé dans la thèse de Fargier [Fargier, 2011] pour développer un outil d'inversion des résistivités apparentes dans un milieu 3D en utilisant une paramétrisation discrète dans le domaine de la géophysique pour une digue ou un barrage.

Une application pour le matériau béton en utilisant une paramétrisation continue 1D

pour estimer un profil de résistivité en fonction de la profondeur a ultérieurement été développée. Il s'agit d'un code nommé CERIS (Continuous Electrical Resistivity Imaging Software) qui est un code d'inversion des résistivités apparentes par minimisation d'un critère de moindres carrés. Nous avons repris ce code et avons fait des modifications et adaptations à notre étude parmi lesquelles :

- modification de Levenberg-Marquardt à l'algorithme d'inversion. Nous avons changé la méthode de définition du paramètre  $\lambda$  (pris égal à une valeur constante tout au long de l'inversion) de manière à le mettre à jour à chaque nouvelle itération,
- définition d'un facteur de perturbation adéquat pour le calcul du jacobien. Ceci est détaillé dans le paragraphe 4.1.1,
- études paramétriques par l'inversion de données de modèles synthétiques. Différents paramètres ont été étudiés (le modèle initial de l'inversion, la modification Levenberg (équation (3.25)) ou Marquardt (équation (3.26)), l'initialisation et la mise à jour du paramètre  $\lambda$ ). Ces études ont permis de vérifier la convergence de résolution des problèmes direct et inverse.

### Présentation du programme CERIS

Le programme CERIS a été programmé sous l'environnement Matlab ®. Il fait appel à Comsol Multiphysics ® pour la génération du modèle (géométrie, électrodes et maillage) et la résolution de l'équation (1.7) pour le problème électrique par la méthode des EF. Ensuite, il résout le problème inverse itératif sous Matlab ® suivant l'algorithme de Levenberg-Marquardt (paragraphe 3.2.3). Ainsi les tâches accomplies par ce code sont décrites dans l'organigramme de la Figure 3.13. Après avoir déterminé le profil de résistivité électrique en fonction de la profondeur dans le béton, il est important de remonter au profil de degré de saturation. La courbe de calibration expérimentale de la résistivité en fonction de la saturation développée dans le paragraphe 1.5.1 permet cette transformation (voir Figure 1.11).

### 3.2.6 Mise en œuvre de l'inversion des permittivités apparentes

D'autres études ont été faites au cours de la thèse de Fares (2015) pour l'inversion des permittivités apparentes afin d'obtenir le profil de permittivité diélectrique du béton en fonction de la profondeur. Un code nommé CAPEX a alors été développé [Fares et al., 2016]. Le principe est semblable à celui du code CERIS pour l'inversion des résistivités apparentes.

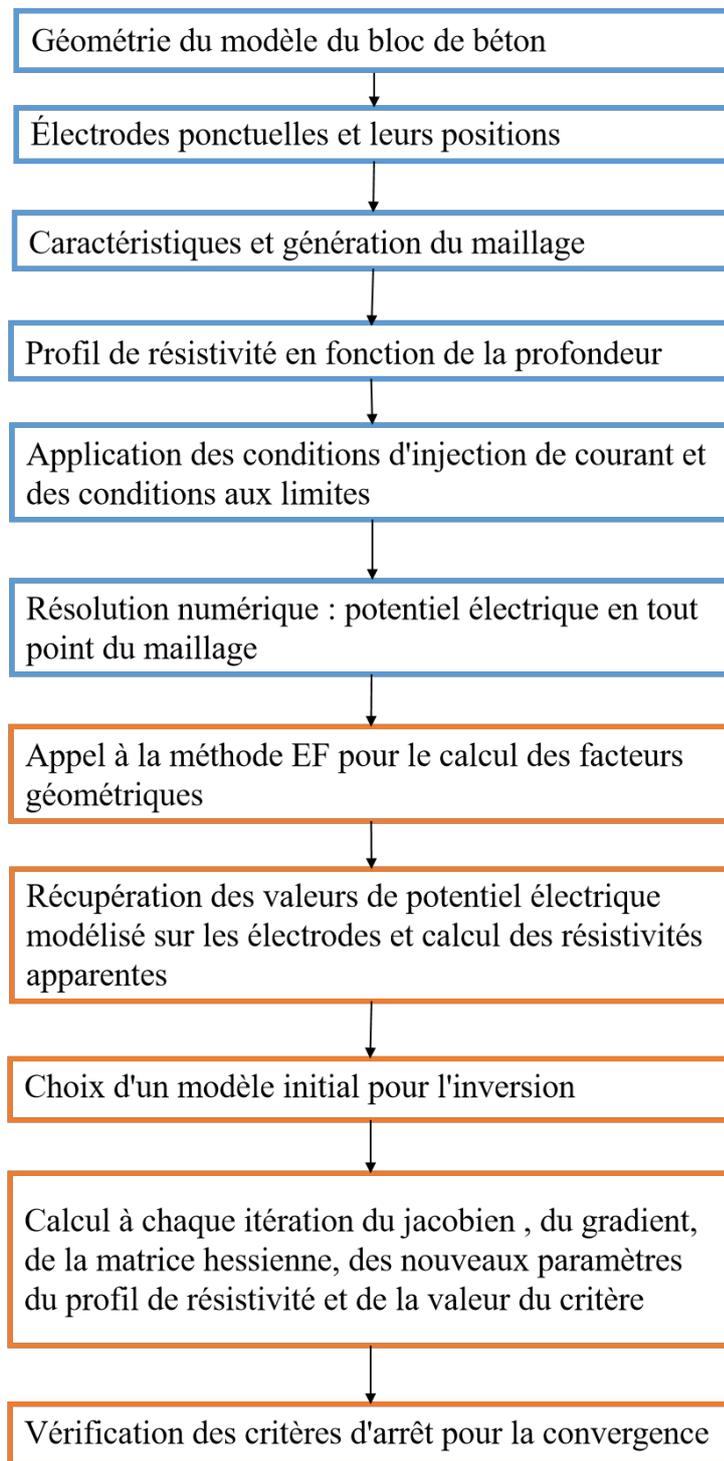


FIGURE 3.13 – Organigramme des tâches réalisées par le logiciel Comsol Multiphysics (en bleu) et par le code CERIS (en orange) pour l'inversion des résistivités apparentes pour obtenir le profil de résistivité électrique en fonction de la profondeur.

Le logiciel Comsol Multiphysics<sup>®</sup> piloté par Matlab<sup>®</sup> est utilisé pour faire la modélisation du problème direct et pour l'inversion des permittivités apparentes. Nous avons réadapté ce code à notre problématique.

### Présentation du programme CAPEX

La structure du nouveau code CAPEX est très semblable à celle de CERIS. Les tâches accomplies par chacun des logiciels (Comsol Multiphysics<sup>®</sup> et Matlab<sup>®</sup>) sont similaires avec quelques différences et elles sont décrites dans la Figure 3.14. Après avoir modélisé les permittivités apparentes  $\varepsilon_a$ , la procédure d'inversion de ces données est la même que celle de l'inversion des résistivités apparentes (paragraphe 3.2.5). Il s'agit de la minimisation du critère  $\psi$  (Figure 3.12) en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt, où  $\mathbf{d}_{mes}$  représente les permittivités apparentes mesurées  $\varepsilon_{a_{mes}}$  et  $\mathbf{d}_{mod}$  représente les permittivités apparentes modélisées  $\varepsilon_{a_{mod}}$ .

De la même manière que pour la résistivité électrique, pour remonter du profil de permittivité au profil de degré de saturation en fonction de la profondeur, nous utilisons la courbe de calibration expérimentale de  $\varepsilon$  en fonction de  $S$  établie dans le paragraphe 1.5.2 (voir Figure 1.13).

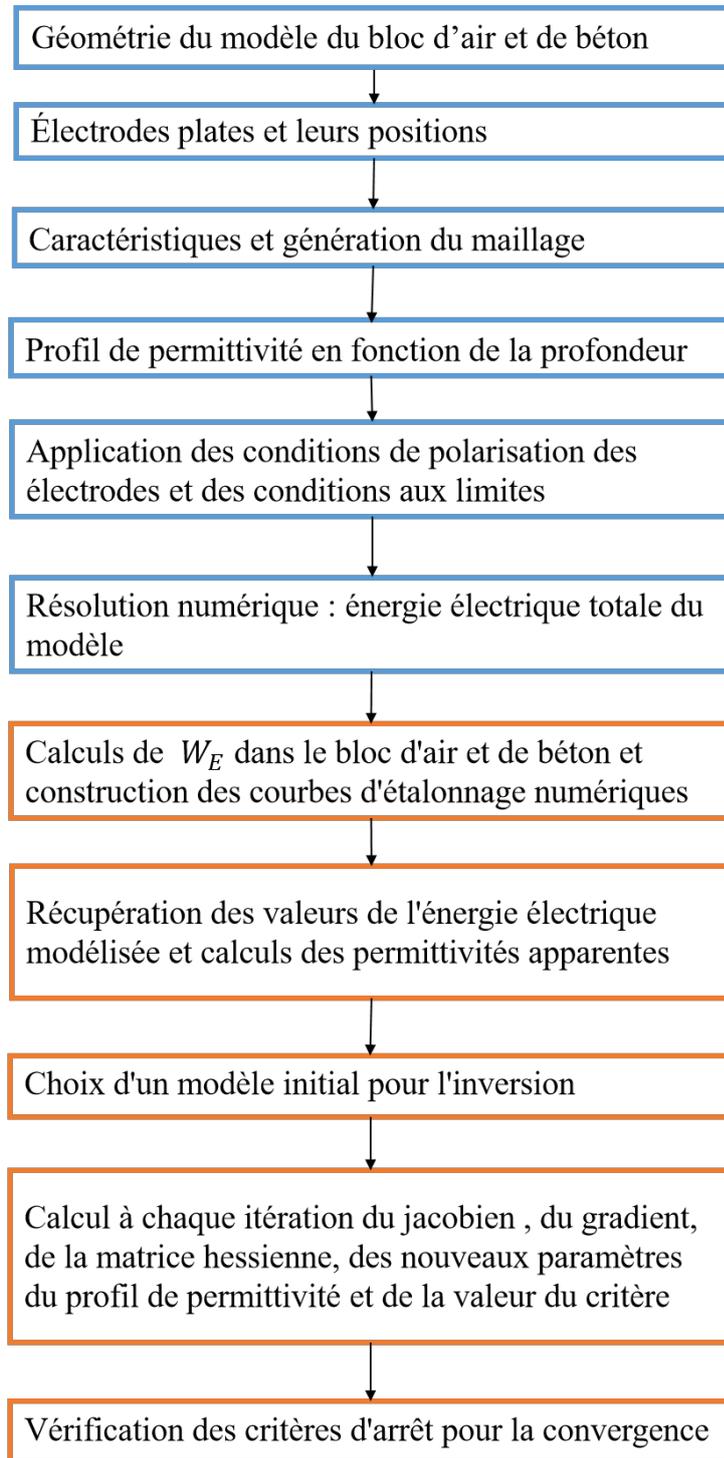


FIGURE 3.14 – Organigramme des tâches réalisées par le logiciel Comsol Multiphysics (en bleu) et par le code CAPEX (en orange) pour l'inversion des permittivités apparentes pour obtenir le profil de permittivité diélectrique en fonction de la profondeur.

### 3.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons développé le schéma d'inversion permettant d'estimer les valeurs des résistivités électriques et permittivités diélectriques en fonction de la profondeur à partir des résistivités et permittivités apparentes mesurées. Pour cela, nous avons défini en premier le modèle paramétrique adopté. Nous avons choisi une **paramétrisation continue** du modèle décrit par une fonction de Weibull à quatre paramètres qui est une courbe **monotone 1D** permettant de représenter des profils de degré de saturation dans un béton lors des phénomènes de séchage ou d'imbibition.

Nous avons ensuite étudié le problème direct qui consiste à simuler les observables apparentes. Nous avons détaillé la résolution par la **méthode des éléments finis** des équations des lois physiques du problème résistif et capacitif définies au Chapitre 1. Nous avons alors présenté quelques caractéristiques générales des problèmes inverses et leurs méthodes de résolution. Nous distinguons des méthodes de type optimisation plus rapides et adaptées lorsque la fonction coût est convexe et d'autres de type tirage aléatoire moins sensibles à l'existence de minima locaux mais sont plus coûteuses en temps de calcul. Dans notre étude, nous avons choisi les méthodes de type **optimisation** en nous focalisant sur l'algorithme de **Levenberg-Marquardt** que nous avons détaillé. Enfin, nous avons présenté deux outils développés pour l'inversion des résistivités (CERIS) et permittivités (CAPEX) apparentes. Suite à cette inversion, l'obtention des profils de degré de saturation se fait en utilisant les courbes de calibration de la résistivité et de la permittivité en fonction de  $S$ .

Dans le chapitre suivant, nous allons présenter la méthodologie d'inversion des résistivités et permittivités apparentes pour obtenir le profil de degré de saturation directement, en incluant les lois de calibration expérimentales dans le processus d'inversion. Nous étudierons l'inversion de ces observables prises séparément à partir des outils CERIS et CAPEX. Nous étudierons ensuite la méthodologie de l'inversion conjointe des observables électriques et diélectriques.



# **ESTIMATION DU PROFIL DE DEGRÉ DE SATURATION DANS LE BÉTON PAR INVERSION CONJOINTE DE MESURES RÉSISTIVES ET CAPACITIVES**

---

L'objectif de ce chapitre est l'élaboration d'une approche pour l'inversion conjointe des résistivités apparentes et des permittivités apparentes pour estimer le profil de degré de saturation dans le béton.

Premièrement, nous rappelons en section 4.1 le principe de l'inversion séparée des deux observables et nous présentons l'adaptation des modèles d'inversion des mesures pour estimer le profil de degré de saturation. Deuxièmement, nous présentons l'approche de l'inversion conjointe développée à la section 4.2, sa validation numérique par des modèles synthétiques et l'étude de l'influence de l'incertitude des mesures à la section 4.3. Nous étudions la sensibilité du critère aux paramètres d'inversion à la section 4.4, puis nous exposons à la section 4.5 deux approches d'ajout de contraintes aux paramètres du modèle d'inversion. Nous présentons finalement en section 4.6 un autre type de code d'inversion qui permettra de comparer les modèles estimés par l'approche d'inversion conjointe développée et ceux estimés par l'algorithme ce code.

## **4.1 Inversion séparée des mesures résistives et capacitives**

Nous présentons dans un premier temps la procédure d'inversion séparée des observables. Nous avons repris les programmes développés pour l'inversion des résistivités (CERIS, voir section 3.2.5) et permittivités apparentes (CAPEX, voir section 3.2.6). Nous avons

ensuite modifié les modèles d'inversion pour passer d'un modèle de résistivité électrique pour l'inversion des résistivités apparentes et d'un modèle de permittivité pour l'inversion des permittivités apparentes à un modèle de degré de saturation. Nous présentons en détail cette adaptation et la validation numérique des nouvelles approches.

## 4.1.1 Adaptation des modèles d'inversion des mesures résistives et capacitives

### 4.1.1.1 Définition des modèles de résistivité et permittivité

Rappelons que l'inversion des données apparentes requiert la résolution du problème direct qui consiste à prédire, par calcul numérique, les valeurs de résistivité apparente  $\rho_a$  correspondant à un profil de résistivité *vrai*  $\rho$  donné dans le béton et les valeurs de permittivité apparentes  $\varepsilon_a$  à partir d'un profil de permittivité *vrai*  $\varepsilon$  donné. Afin d'inverser les observables apparentes pour obtenir le profil du degré de saturation du béton en fonction de la profondeur, nous définissons les propriétés électromagnétiques du matériau (sa résistivité ou sa permittivité) en utilisant les lois de calibration (respectivement les équations (1.19) et (1.21)) pour les relier au profil de saturation, lui même paramétré par une courbe de type Weibull (équation (3.4)), de la manière suivante :

$$\rho(\boldsymbol{\theta}, z) = A_R S(\boldsymbol{\theta}, z)^{-B_R} = A_R \left( (\theta_1 - \theta_2) \exp\left(-\left(\frac{z}{\theta_3}\right)^{\theta_4}\right) + \theta_2 \right)^{-B_R} \quad (4.1)$$

$$\varepsilon(\boldsymbol{\theta}, z) = A_P S(\boldsymbol{\theta}, z) + B_P = A_P \left( (\theta_1 - \theta_2) \exp\left(-\left(\frac{z}{\theta_3}\right)^{\theta_4}\right) + \theta_2 \right) + B_P \quad (4.2)$$

où  $\boldsymbol{\theta}$  représente le vecteur des paramètres de la courbe de Weibull pour le profil de degré de saturation dans le béton.

Après avoir défini les propriétés électromagnétiques à partir du degré de saturation, la méthode d'inversion, basée sur la minimisation d'un critère des moindres carrés non linéaires par un algorithme de type Levenberg-Marquardt (voir section 3.2.3), est itérative et similaire pour les deux types d'observables et elle est présentée dans les Figures 4.1a et 4.1b.

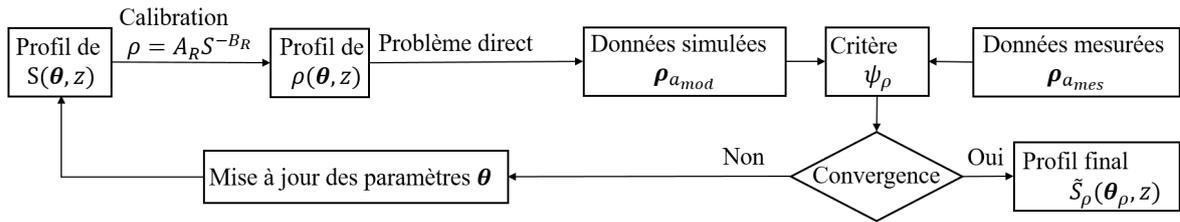
Pour la méthode électrique (Figure 4.1a), il s'agit de minimiser le critère des moindres carrés  $\psi_\rho$  entre les résistivités apparentes mesurées  $\boldsymbol{\rho}_{a_{mes}}$  et les résistivités apparentes modélisées  $\boldsymbol{\rho}_{a_{mod}}$  donné par l'équation (4.3). Nous commençons par proposer un modèle

$S(\theta^1, z)$  initial. Nous convertissons ensuite ce profil en profil de résistivité électrique  $\rho(\theta^1, z)$  par application de la loi de calibration (équation (4.1)) et nous résolvons le problème direct qui permettra de modéliser les résistivités apparentes suivant la méthode décrite dans le paragraphe 3.1.3. La minimisation du critère  $\psi_\rho$  nous permettra de trouver les 4 paramètres optimaux du profil de  $S$  noté  $\tilde{S}_\rho$ .

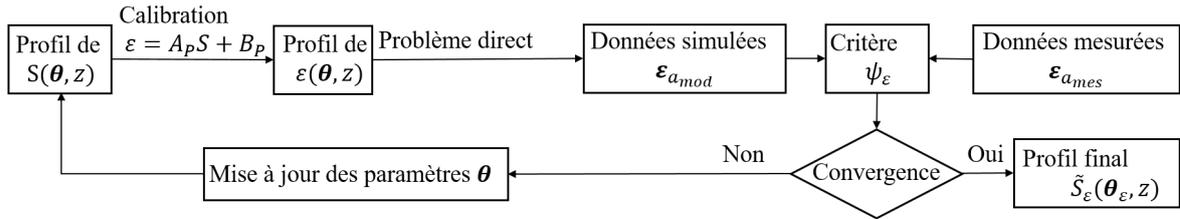
Le même enchaînement s'applique pour l'inversion des permittivités apparentes (Figure 4.1b). Il s'agit de la minimisation du critère  $\psi_\varepsilon$  donné par l'équation (4.4) pour l'estimation des 4 paramètres du profil de  $S$  noté  $\tilde{S}_\varepsilon$ .

$$\psi_\rho = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_\rho} (\rho_{a_{mes_i}} - \rho_{a_{mod_i}})^2 \quad (4.3)$$

$$\psi_\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{N_\varepsilon} (\varepsilon_{a_{mes_j}} - \varepsilon_{a_{mod_j}})^2 \quad (4.4)$$



(a)



(b)

FIGURE 4.1 – Organigramme de la procédure d'estimation du profil de saturation  $S$  en fonction de la profondeur du béton  $z$  par l'algorithme de Levenberg-Marquardt (voir Figure 3.12) (a) à partir de données de résistivités apparentes (b) à partir de données de permittivités apparentes.

#### 4.1.1.2 Choix du modèle initial

Le choix d'un modèle initial pour débiter l'inversion est très important. En effet, l'algorithme de Levenberg-Marquardt progresse par une descente du modèle initial vers

le minimum de la fonction coût comme le montre la Figure 4.2. La non-linéarité du modèle provoque la possible existence de minima locaux et nous pouvons remarquer que le minimum vers lequel converge l'algorithme dépend du choix du modèle initial et que ce n'est pas toujours le minimum global de la fonction coût.

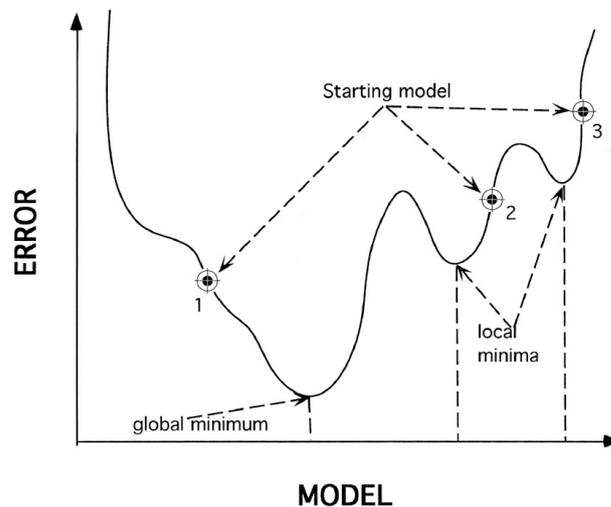


FIGURE 4.2 – Influence du choix du modèle initial sur la solution obtenue par minimisation de la fonction coût, sachant que "Error" représente la fonction coût et "Model" représente un paramètre du modèle à reconstruire [Sen and Stoffa, 2013].

Dans notre étude, nous traitons deux types d'inversions. Le premier type concerne les inversions de données synthétiques (voir section 4.1.2 et 4.2.4). Elles consistent à inverser des données partant d'un modèle initial pour remonter à un modèle 'vrai' connu. Le but de ces inversions est de valider la convergence de l'algorithme d'inversion. Dans ce cas, le modèle initial peut être choisi en réglant un écart des paramètres par rapport aux paramètres du 'vrai' modèle.

Le deuxième type concerne l'inversion de données expérimentales où les paramètres du modèle 'vrai' ne sont pas connus à l'avance. Dans ce cas, nous proposons une démarche qui permet d'estimer le modèle initial à partir des données mesurées et des profondeurs d'investigation des mesures ( $z_{er}$  et  $z_{ep}$ ). Cette démarche n'est pas strictement rigoureuse. En effet, la profondeur d'investigation est une sorte de seuil défini conventionnellement à partir de la distribution de sensibilité 1D d'une mesure apparente. Elle permet d'attribuer à une couche du milieu un certain pourcentage d'influence sur cette valeur d'observable apparente. En revanche, elle ne permet en aucun cas d'attribuer une valeur de la propriété réelle à une profondeur donnée. Cependant, cette démarche mène à une approximation qui peut s'avérer suffisante pour définir un modèle initial et consiste à :

- déterminer les profondeurs d’investigation pour toutes les configurations d’électrodes résistives ou capacitives utilisées par la méthode décrite dans la section 1.5.3,
- attribuer aux données mesurées résistives ou capacitives leurs profondeurs d’investigation respectives et tracer le profil des données mesurées en fonctions des profondeurs d’investigation ( $\rho_{ames}$  en fonction de  $z_{er}$  et  $\varepsilon_{ames}$  en fonction de  $z_{ep}$ ),
- ajuster le profil précédent en profil de degré de saturation en utilisant les courbes de calibration (équations (1.19) ou (1.21)). Les paramètres du modèle ajusté sont ceux du modèle initial.

Cette démarche est rapide et pratique pour définir un modèle initial et nous montrerons que cette approche est suffisante (voir Chapitre 5), bien qu’elle soit non totalement rigoureuse.

#### 4.1.1.3 Définition des critères de convergence

Plusieurs critères ont été choisis pour définir la convergence de l’algorithme mentionnée dans la Figure 4.1 et l’organigramme de la Figure 3.12. L’inversion est arrêtée dès qu’un de ces critères est vérifié :

- la norme du vecteur gradient  $\mathbf{G}$  de la fonction coût défini dans la section 3.2.3 est inférieure à un seuil défini à l’avance et fixé à  $10^{-3}$ . Le rôle de ce critère est d’évaluer le bon déroulement de l’optimisation basée sur le principe de l’annulation du gradient de la fonction coût à l’optimum,
- la valeur du critère à minimiser ( $\psi_\rho$  ou  $\psi_\varepsilon$ ) ne varie plus beaucoup entre deux itérations,
- le nombre d’itérations est supérieur à une limite définie à l’avance,
- le paramètre de Levenberg-Marquardt  $\lambda$  utilisé dans les équations (3.25) et (3.26) est supérieur à une limite définie à l’avance. En effet, ce paramètre renseigne sur la vitesse de descente qui est d’autant plus grande que  $\lambda$  est petit. Ainsi, tant que le critère continue à décroître,  $\lambda$  est pris petit pour augmenter le *pas* de la descente et accélérer l’optimisation. Dans le cas contraire, si le critère ne diminue pas pour une valeur petite de  $\lambda$ , un plus petit *pas* de descente est imposé par une valeur plus grande de  $\lambda$ . Lorsque ce paramètre devient très grand, la descente du modèle d’une itération à la suivante peut être très ralentie au point où le modèle ne varie plus à la nouvelle itération (voir Figure 3.12).

La bonne convergence de l’algorithme signifie que le profil final obtenu  $\tilde{S}_\rho$  permet d’expliquer au mieux les résistivités apparentes observées. De la même manière, le profil final  $\tilde{S}_\varepsilon$  obtenu

explique au mieux les permittivités apparentes observées. Cependant, et bien que le modèle 'vrai' soit le même dans les deux cas, les deux profils  $\tilde{S}_\rho$  et  $\tilde{S}_\varepsilon$  ne sont pas identiques pour les raisons suivantes :

- les données inversées ne sont pas de même nature ; nous traitons d'une part l'inversion de résistivités électriques apparentes et d'autre part l'inversion de permittivités diélectriques apparentes. En particulier, leurs gammes de variation et les incertitudes dont elles sont entachées sont différentes,
- les courbes de calibration (équations (1.19) et (1.21)) ne sont pas les mêmes ; la première est exponentielle et la seconde est linéaire ce qui amplifie la différence entre les types de données inversées,
- le nombre de données inversées n'est pas le même (voir paragraphes 3.1.3 et 3.1.4) ; le nombre de données résistives est de l'ordre de 100 et celui des données capacitives est de quelques unités,
- les sensibilités des deux types de données au volume investigué ne sont pas les mêmes ; elles sont comparables au niveau de la plage du volume d'investigation en profondeur mais sont différentes et complémentaires (voir paragraphe 1.5.3 et Figure 1.16),
- le problème inverse étant mal posé, et compte tenu de toutes les différences invoquées, il est quasiment impossible d'arriver séparément au même résultat.

Pour ces raisons, nous obtenons par cette procédure d'inversion *séparée* des observables deux profils du degré de saturation, l'un issu de l'inversion des résistivités apparentes et l'autre issu de l'inversion des permittivités apparentes. Cette approche constitue une étape préliminaire à l'élaboration d'une procédure d'inversion *conjointe* des données et permettra d'établir une comparaison des profils du degré de saturation obtenus par l'inversion séparée et conjointe des observables électromagnétiques.

#### 4.1.2 Validation numérique et étude paramétrique de convergence

Afin de valider la nouvelle définition des modèles de  $\rho$  et  $\varepsilon$  à partir de  $S$  et l'inversion des observables apparentes, une étude numérique a été menée concernant les caractéristiques du problème direct, notamment la finesse du maillage et la méthode de calcul des dérivées partielles pour l'inversion. Cette étude, indépendante du modèle de résistivité ou de permittivité, est nécessaire pour assurer une modélisation précise du problème direct.

Des inversions partant de modèles synthétiques ont été ensuite réalisées pour étudier la convergence de cette nouvelle paramétrisation de la résistivité et de la permittivité exprimée directement en fonction du degré de saturation.

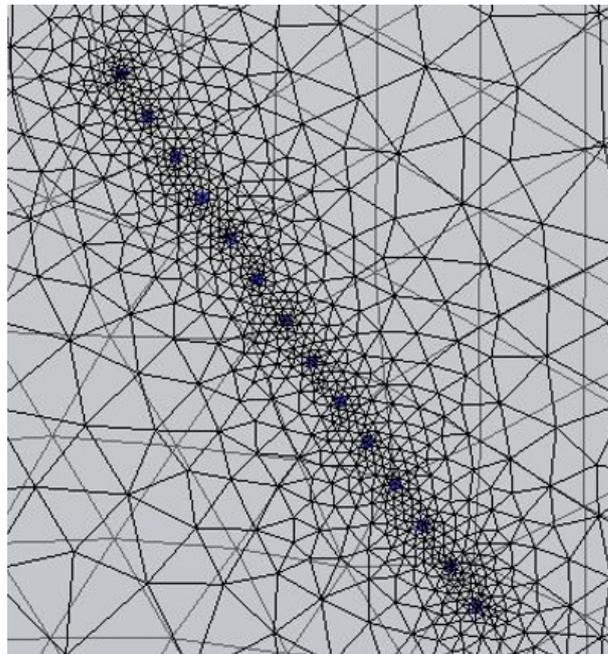
#### 4.1.2.1 Étude de l'influence de la finesse du maillage

Le maillage de discrétisation du modèle nécessaire à la résolution du problème direct par la méthode des éléments finis est formé d'éléments tétraédriques avec des fonctions de forme quadratiques. Ce maillage est plus fin au niveau des électrodes, là où le champ de potentiel, et donc la solution numérique, varie le plus, et doit donc être plus finement discrétisée pour l'approcher au mieux de la solution analytique (voir section 3.1.1.3). Ceci correspond au nombre de mailles entre deux électrodes de résistivité ponctuelles et consécutives et au nombre de mailles entre deux électrodes consécutives du même patin capacitif (voir Figure 4.3).

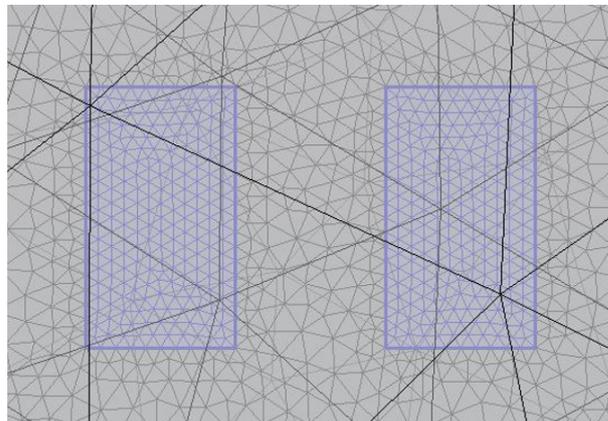
Nous avons réalisé une étude numérique permettant de vérifier que la taille de ce maillage est optimale en termes de précision et de temps de résolution du problème direct. Nous avons considéré premièrement un milieu homogène, de résistivité et de permittivité constante, notées respectivement  $\rho_{theo}$  et  $\varepsilon_{theo}$ . Nous avons ensuite modélisé la résistivité et la permittivité apparente pour toutes les configurations d'électrodes utilisées dans cette étude en faisant varier le nombre de mailles entre deux électrodes consécutives. Nous représentons alors la variation de l'erreur relative  $E_r(\rho) = \frac{\rho_{theo} - \rho_{mod}}{\rho_{theo}} \times 100$  de l'ensemble des résistivités apparentes de la séquence WSR (Figure 4.4a) et la variation de l'erreur relative  $E_r(\varepsilon) = \frac{\varepsilon_{theo} - \varepsilon_{mod}}{\varepsilon_{theo}} \times 100$  des permittivités apparentes (Figure 4.4b) des différents patins capacitifs en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives. Nous représentons également la variation du nombre d'éléments de discrétisation des deux modèles résistif et capacitif (Figure 4.5a) et du temps de modélisation du problème direct (Figure 4.5b) en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives.

Il est clair que lorsque le nombre de mailles augmente, l'erreur entre l'observable modélisée et l'observable théorique diminue, le nombre d'éléments de discrétisation du modèle et le temps de calcul augmentent. Afin de trouver un compromis entre la précision de la solution et le temps de calcul du problème direct, nous avons choisi un nombre de mailles entre deux électrodes consécutives égal à 10, assurant une erreur relative inférieure à 2% et un temps de calcul raisonnable du problème direct (environ de 1 minute et 30 secondes).

Une deuxième étude est réalisée pour vérifier la finesse du maillage en présence d'un



(a)



(b)

FIGURE 4.3 – Représentation du maillage au voisinage (a) des électrodes ponctuelles de résistivité (b) des électrodes du patin capacitif GE1 représentées par des rectangles bleus.

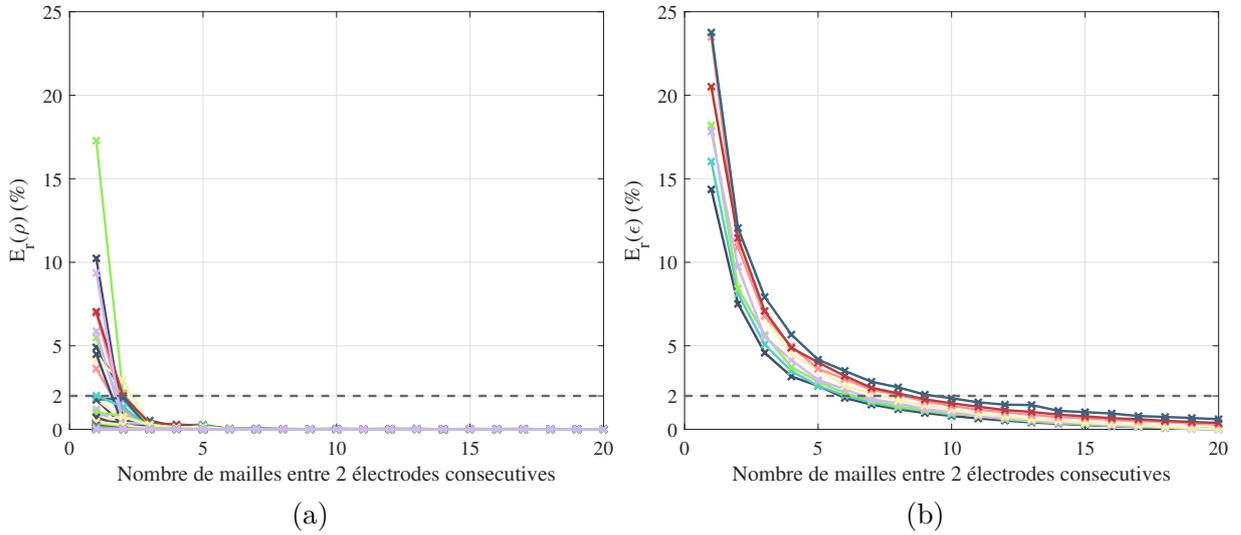


FIGURE 4.4 – Variation des données apparentes modélisées en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives pour un milieu homogène (a) de résistivité  $\rho=100 \Omega.m$  et pour les différentes résistivités apparentes de la séquence WSR (b) de permittivité  $\epsilon=10$  et pour les permittivités apparentes des différents patins capacitifs.

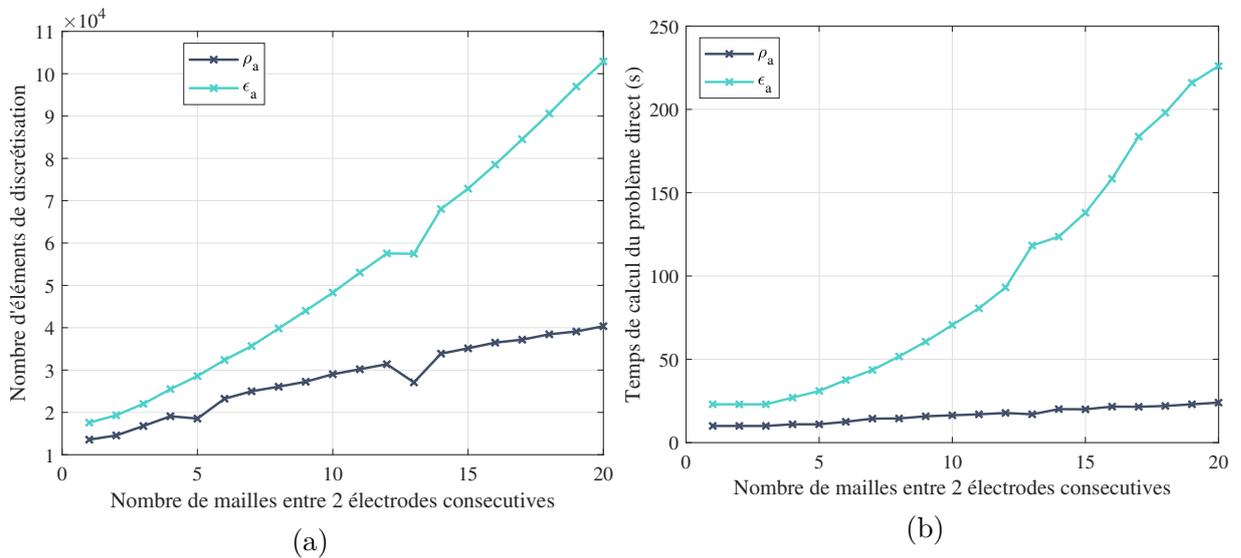


FIGURE 4.5 – Variation en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives et pour un milieu homogène (a) du nombre d'éléments de discrétisation des deux modèles résistifs et capacitifs (b) du temps de calcul du problème direct résistif et capacitif.

gradient de propriété, notamment la présence d'un profil de degré de saturation. Nous avons modélisé la résistivité apparente pour toutes les configurations d'électrodes en faisant varier le nombre de mailles entre deux électrodes ponctuelles consécutives. Les résultats de cette étude pour une configuration d'électrodes (voir Figure 4.6a) montrent que la résistivité apparente modélisée se stabilise à partir de 8 mailles entre deux électrodes consécutives. La même étude a été réalisée pour modéliser la permittivité apparente pour un profil de saturation et un patin capacitif en faisant varier le nombre de mailles entre deux électrodes consécutives du patin. Les résultats de cette étude dans la Figure 4.6b montrent que la permittivité apparente se stabilise à partir de 10 mailles.

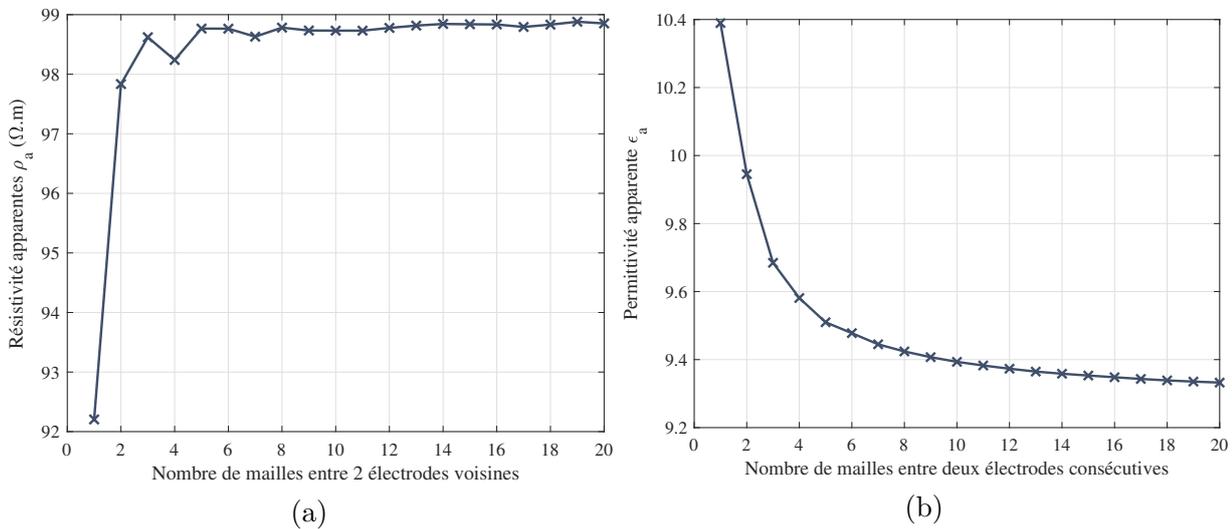


FIGURE 4.6 – Variation des données apparentes modélisées en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives pour un profil de degré de saturation donné  
 (a) Variation de la résistivité apparente d'une configuration Wenner avec l'espacement  $a=2cm$  en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes ponctuelles consécutives  
 (b) Variation de la permittivité apparente en fonction du nombre de mailles entre deux électrodes consécutives du patin GE1.

#### 4.1.2.2 Étude du calcul approché des dérivées partielles pour l'inversion

Pour inverser les données suivant l'algorithme de Levenberg-Marquardt (voir paragraphe 3.2.3), il faut calculer le *jacobien*  $\mathbf{J}$ , i.e. les dérivées partielles des données modélisées (résistivités ou permittivités apparentes) par rapport aux paramètres du modèle de Weibull

dont l'expression est la suivante :

$$J_{i,j} = \frac{\partial d_{mod_i}(\theta_j)}{\partial \theta_j} \quad (4.5)$$

avec  $i$  indexant la  $i$ -ème mesure et  $j$  indexant le  $j$ -ème paramètre.

Nous rappelons que l'approche par perturbation est utilisée dans les programmes CERIS et CAPEX pour le calcul des dérivées partielles. Le principe consiste à générer une perturbation de chacun des paramètres de Weibull (équation (3.30)) et évaluer la variation que celle-ci génère sur les données modélisées (équations (3.28) et (3.29)).

Une étude paramétrique qui consiste à calculer  $J_{i,j}$  pour les cas résistif et capacitif en faisant varier la valeur de la constante de perturbation  $u$  (définie à partir de la perturbation  $p$  par  $p_j = u_j \theta_j$  à l'équation (3.30)) permet d'étudier la stabilité des dérivées partielles pour les paramètres du profil de  $S$ . Cette étude est importante pour définir un facteur de perturbation qui sera assez faible pour bien estimer la dérivée et éviter des instabilités numériques. En effet, la Figure 4.7 représente graphiquement le principe de l'approximation de la dérivée partielle par la méthode de perturbation. La dérivée exacte de  $d_{mod}$  par rapport à  $\theta$  au point  $A$  est la pente de la tangente à la courbe au point  $A$ . Par définition, la dérivée au point  $A(\theta_j, d_{mod}(\theta_j))$  est la limite lorsque  $u\theta_j$  tend vers 0 du rapport  $\frac{d_{mod}(\theta_j + u\theta_j) - d_{mod}(\theta_j)}{u\theta_j}$ . Ainsi, il faudra une valeur de la perturbation  $u$  assez faible pour bien estimer la dérivée partielle. Cependant, étant donné que la résolution se fait par la méthode des éléments finis et que la précision de calcul est limitée, des phénomènes d'instabilité numérique caractérisés par l'amplification de l'erreur d'arrondi peuvent avoir lieu lorsque la perturbation est inférieure à la précision du calculateur.

Nous commençons par choisir un profil de degré de saturation défini par un vecteur  $\theta$  et nous calculons les données correspondant à ce modèle. Nous définissons un intervalle de variation de la perturbation  $p$ . Nous perturbons alors un à un les paramètres  $\theta_j$  (par exemple, nous perturbons  $\theta_1$  et nous gardons  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$  inchangés). Ensuite, nous modélisons les données du modèle perturbé. Enfin, nous évaluons la dérivée par l'équation (3.28) et nous traçons la variation de cette dérivée en fonction de la perturbation pour une configuration d'électrodes donnée.

Cette étude est réalisée pour 4 profils de degré de saturation distincts définis dans le Tableau 4.1. La seule différence entre ces profils est la valeur du paramètre  $\theta_3$  qui renseigne sur la position en profondeur du front de saturation ou le point d'inflexion de la courbe. Ces profils sont choisis afin d'étudier la répartition de l'information des données de résistivité

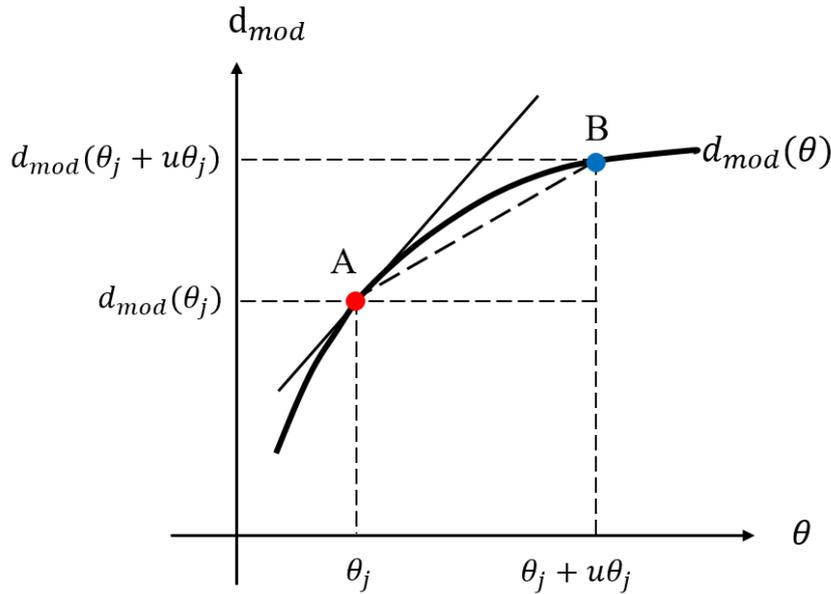


FIGURE 4.7 – Principe de l'approximation de la dérivée partielle par l'approche de la perturbation.

et de permittivité apparentes et sont représentés à la Figure 4.8 sur lesquels sont reportées les profondeurs d'investigation des mesures résistives ( $z_{er}$ ) et capacitives ( $z_{ep}$ ).

Tableau 4.1 – Paramètres des 4 profils de degré de saturation utilisés pour l'étude paramétrique.

Profil	$\theta_1$ (%)	$\theta_2$ (%)	$\theta_3$ (m)	$\theta_4$ (sans dimension)
1	40	80	0.01	5
2	40	80	0.03	5
3	40	80	0.04	5
4	40	80	0.06	5

Nous observons sur la Figure 4.8, que l'information apportée par ces mesures est différente en fonction de la forme du profil. En effet, si on considère l'origine de l'axe des abscisses comme la surface d'une dalle, pour le profil 1 où le front de saturation est proche de la surface, il y a très peu de mesures qui renseignent sur les paramètres  $\theta_1$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$  qui sont respectivement le degré de saturation en surface, le paramètre d'échelle et le paramètre de forme de la courbe. En revanche, pour un profil intermédiaire, par exemple le profil 2 ou 3, on remarque que les mesures des deux types sont bien réparties sur tout le profil. Enfin, c'est pour le profil 4 situé en profondeur que les données renseignent le moins sur le paramètre  $\theta_2$ .

L'objectif est alors d'une part, de définir un facteur de perturbation pour les mesures résistives et pour les mesures capacitives permettant une validation du calcul numérique des dérivées partielles et d'autre part, d'étudier la sensibilité des mesures aux paramètres en analysant les valeurs des dérivées partielles afin de comparer si ces valeurs sont cohérentes par rapport aux configurations des profils de degré de saturation et des dispositifs d'électrodes.

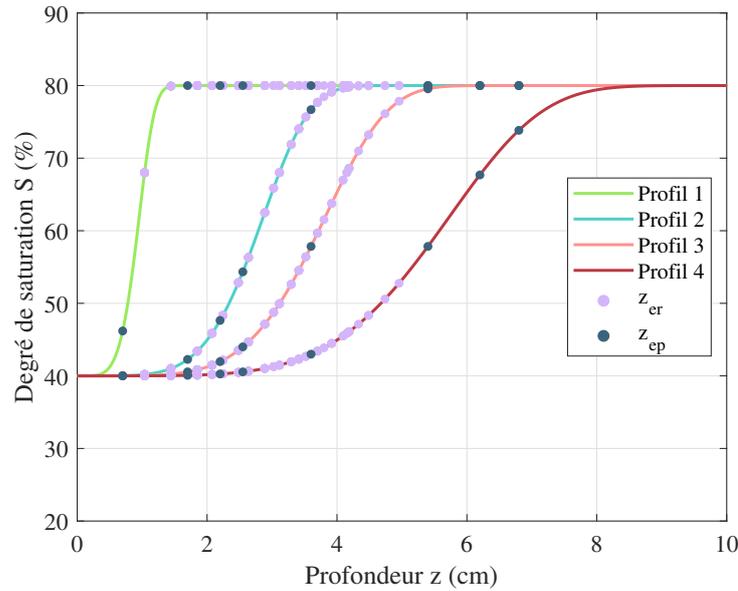


FIGURE 4.8 – Profils de degré de saturation utilisés pour l'étude paramétrique et répartition des mesures résistives et capacitives sur ces profils par leurs profondeurs d'investigation.

Afin de déterminer le bon facteur de perturbation qui assure la précision et la stabilité des dérivées calculées, nous considérons, pour une représentation simple et claire, une configuration d'électrodes de résistivité, Wenner avec un espacement de 8 cm, une configuration d'électrodes capacitives, le patin GE1, et un seul profil de degré de saturation défini par  $\theta = [40; 80; 0.06; 5]$ .

La Figure 4.9 montre la variation, en fonction de la valeur de la perturbation, des dérivées partielles de résistivités apparentes en fonctions des 4 paramètres du profil  $S$ . On remarque que pour une perturbation comprise entre  $10^{-10}$  et  $10^{-6}$  la dérivée est stable. Au-delà de  $10^{-6}$  la dérivée est moins précise et en deçà de  $10^{-10}$  on remarque des instabilités dues à des limites de précision machine ("0/0").

De même que pour les résistivités apparentes, les dérivées partielles approchées des permittivités apparentes, par rapport aux 4 paramètres d'un profil  $S$  en fonction de la

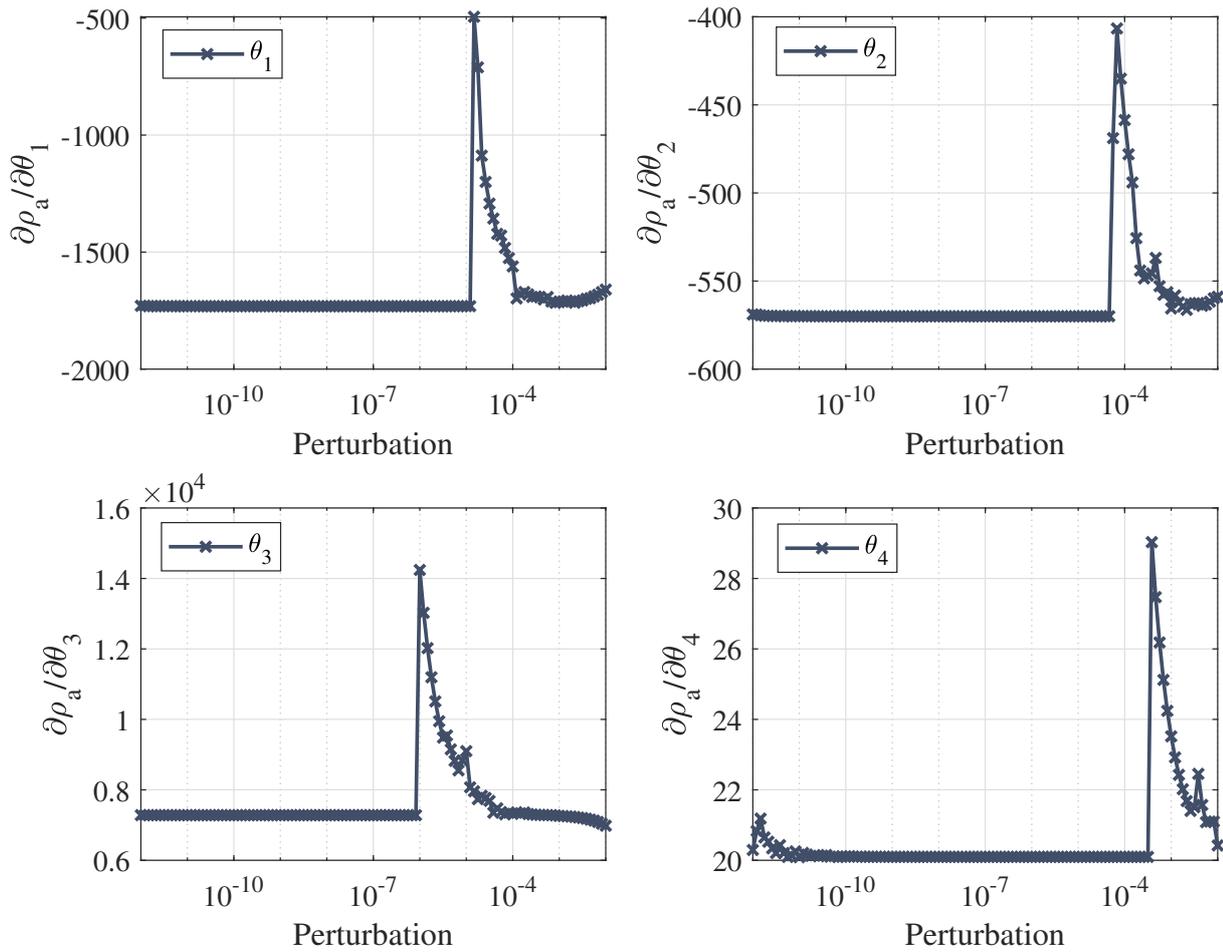


FIGURE 4.9 – Étude de la variation des dérivées partielles des résistivités apparentes par rapport aux 4 paramètres  $\theta$  d'un modèle de saturation défini par  $\theta=[40;80;0.06;5]$  en fonction de la perturbation.

perturbation, sont représentées sur la Figure 4.10. On remarque que pour une perturbation comprise entre  $10^{-10}$  et  $10^{-5}$  la dérivée partielle calculée est la plus stable.

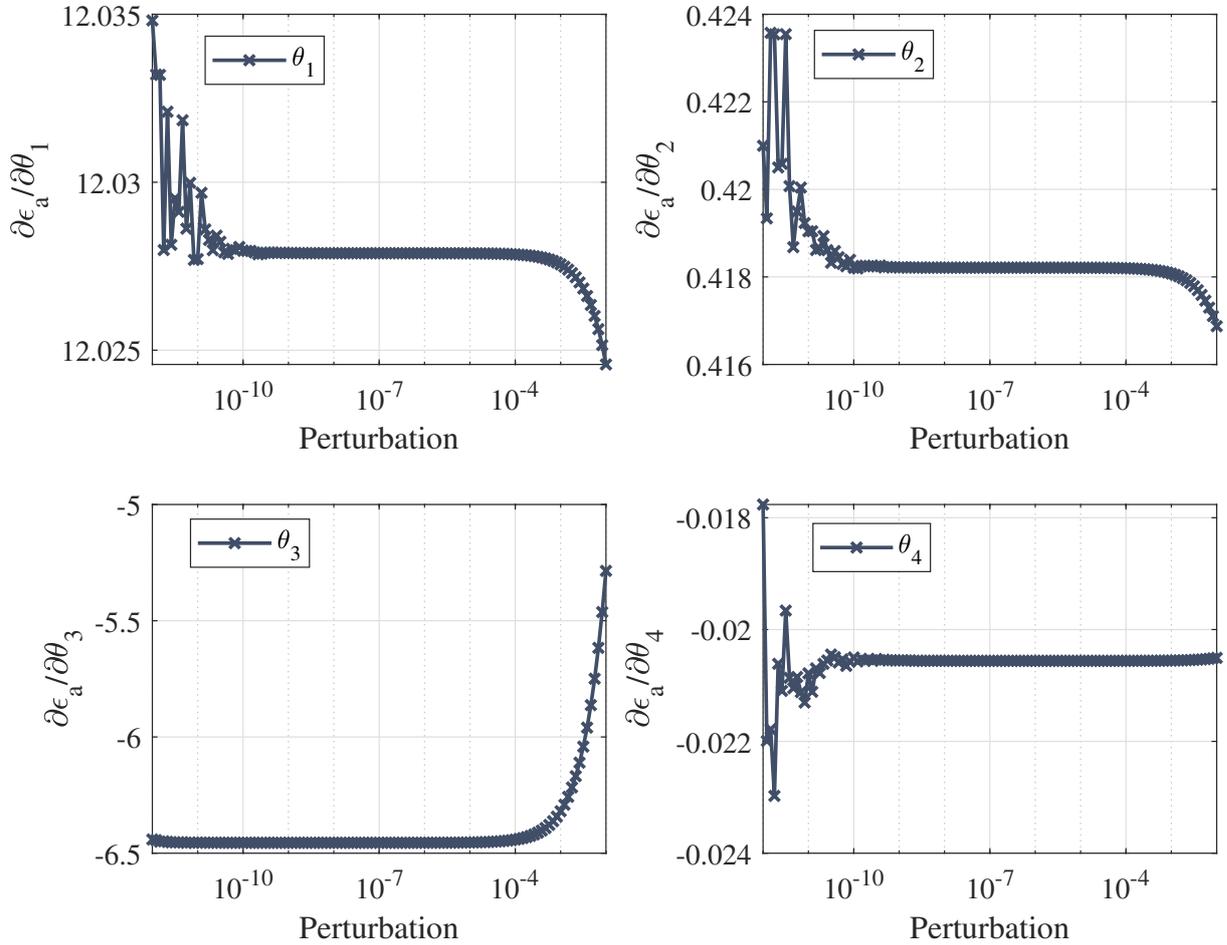


FIGURE 4.10 – Étude de la variation des dérivées partielles des permittivités apparentes par rapport aux 4 paramètres  $\theta$  d'un modèle de saturation défini par  $\theta=[40;80;0.06;5]$  en fonction de la perturbation.

Pour généraliser, suite à l'étude de variation de la perturbation en considérant les 4 profils de  $S$  du Tableau 4.1 et toutes les configurations de mesures résistives et capacitives, le Tableau 4.2 montre les plages de variation de la constante  $u$  qui permettent de calculer des dérivées partielles stables et précises. Ainsi, nous conseillons d'adopter un coefficient de perturbation  $u_\rho \in [10^{-6}; 10^{-4}]$  pour le calcul des dérivées partielles des résistivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta$  et  $u_\varepsilon \in [10^{-9}; 10^{-3}]$  pour le calcul des dérivées partielles des permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta$ . Dans la suite, nous prenons  $u_\rho = 10^{-6}$  et  $u_\varepsilon = 10^{-4}$ .

Tableau 4.2 – Variation du coefficient de perturbation  $u_\rho$  (respectivement  $u_\varepsilon$ ) pour le calcul des dérivées partielles des résistivités apparentes (respectivement des permittivités apparentes) en fonction des paramètres  $\theta$  pour les 4 profils de degré de saturation du Tableau 4.1.

Profil	$u_\rho$	$u_\varepsilon$
1	$[10^{-6}; 10^{-4}]$	$[10^{-9}; 10^{-3}]$
2	$[10^{-7}; 10^{-4}]$	$[10^{-9}; 10^{-3}]$
3	$[10^{-8}; 10^{-4}]$	$[10^{-9}; 10^{-3}]$
4	$[10^{-7}; 10^{-4}]$	$[10^{-9}; 10^{-3}]$

Une deuxième étude est menée pour analyser la sensibilité des dérivées partielles calculées par la méthode de perturbation, maintenant pour différentes mesures résistives et capacitives. Les Figures 4.11 à 4.14 illustrent le calcul des dérivées des résistivités apparentes pour les quatre profils du Tableau 4.1. Nous rappelons que le nombre de résistivités apparentes à chaque séquence de mesure par le peigne de résistivité utilisé dans l'étude est  $N_\rho = 100$ . Nous avons sélectionné quatre configurations d'électrodes correspondant à différentes profondeurs d'investigation  $z_{er}$  (voir Tableau 4.3). La configuration notée "Niveau 1" est celle qui a le plus petit  $z_{er}$  (profondeur d'investigation plus proche de la surface) selon la Figure 4.8 alors que la configuration notée "Niveau 4" est celle qui a le plus grand  $z_{er}$  et est la plus profonde. Nous représentons les dérivées partielles dans les plages de variation de la constante de perturbation qui permettent de calculer une dérivée stable ( $u_\rho \in [10^{-6}; 10^{-4}]$  et  $u_\varepsilon \in [10^{-9}; 10^{-3}]$ ). L'abscisse sur les Figures 4.11 à 4.15 correspond à la perturbation totale  $u\theta_j$ .

Tableau 4.3 – Configurations d'électrodes de résistivité choisies pour la représentation des dérivées partielles des résistivités apparentes par rapport aux paramètres du modèle dans les Figures 4.11 à 4.14.

Notation	Configuration	Espacement $a$ (cm)	$z_{er}$ (cm)
Niveau 1	Wenner	2	1.04
Niveau 2	Wenner	4	2.08
Niveau 3	Wenner	6	3.11
Niveau 4	Wenner	8	4.15

En analysant les résultats de la Figure 4.11 (profil 1 du Tableau 4.1), on remarque que seule la configuration notée "Niveau 1" a une dérivée partielle non négligeable par rapport à tous les paramètres. Les autres configurations sont sensibles uniquement au paramètre  $\theta_2$  et ont une dérivée presque nulle par rapport aux autres paramètres. Ceci peut être

expliqué sur la courbe du profil 1 de la Figure 4.8. En effet le premier point violet sur cette courbe correspond à la configuration "Niveau 1" et les autres configurations se situent à une plus grande profondeur dans le matériau. La position critique de ce point sur la pente de la courbe suggère qu'une perturbation des paramètres de ce profil causera une modification non négligeable de cette donnée, ce qui est à l'origine des valeurs relativement élevées des dérivées. En revanche, pour les autres configurations qui se situent sur la partie horizontale profonde du profil, les valeurs des résistivités apparentes sont surtout sensibles à la variation du paramètre  $\theta_2$  qui renseigne sur le degré de saturation en profondeur et seront peu influencées par la perturbation des autres paramètres.

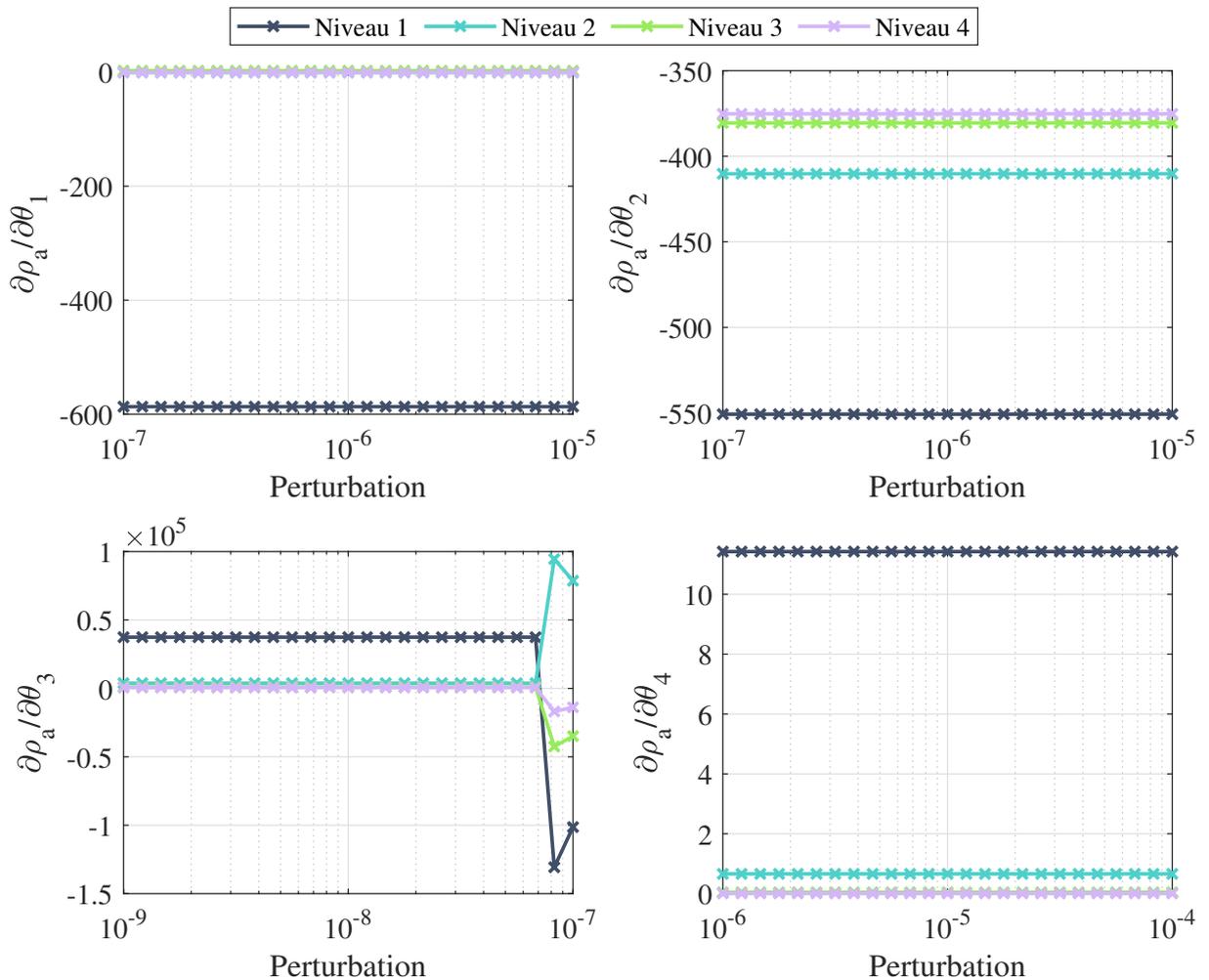


FIGURE 4.11 – Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 1 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité.

Les Figures 4.12 et 4.13 représentent similairement les dérivées partielles pour les profils 2 et 3 du Tableau 4.1. Nous remarquons que vu la distribution de ces données sur l'ensemble de la courbe, les quatre configurations sont sensibles à la perturbation des quatre paramètres et les dérivées partielles sont non nulles.

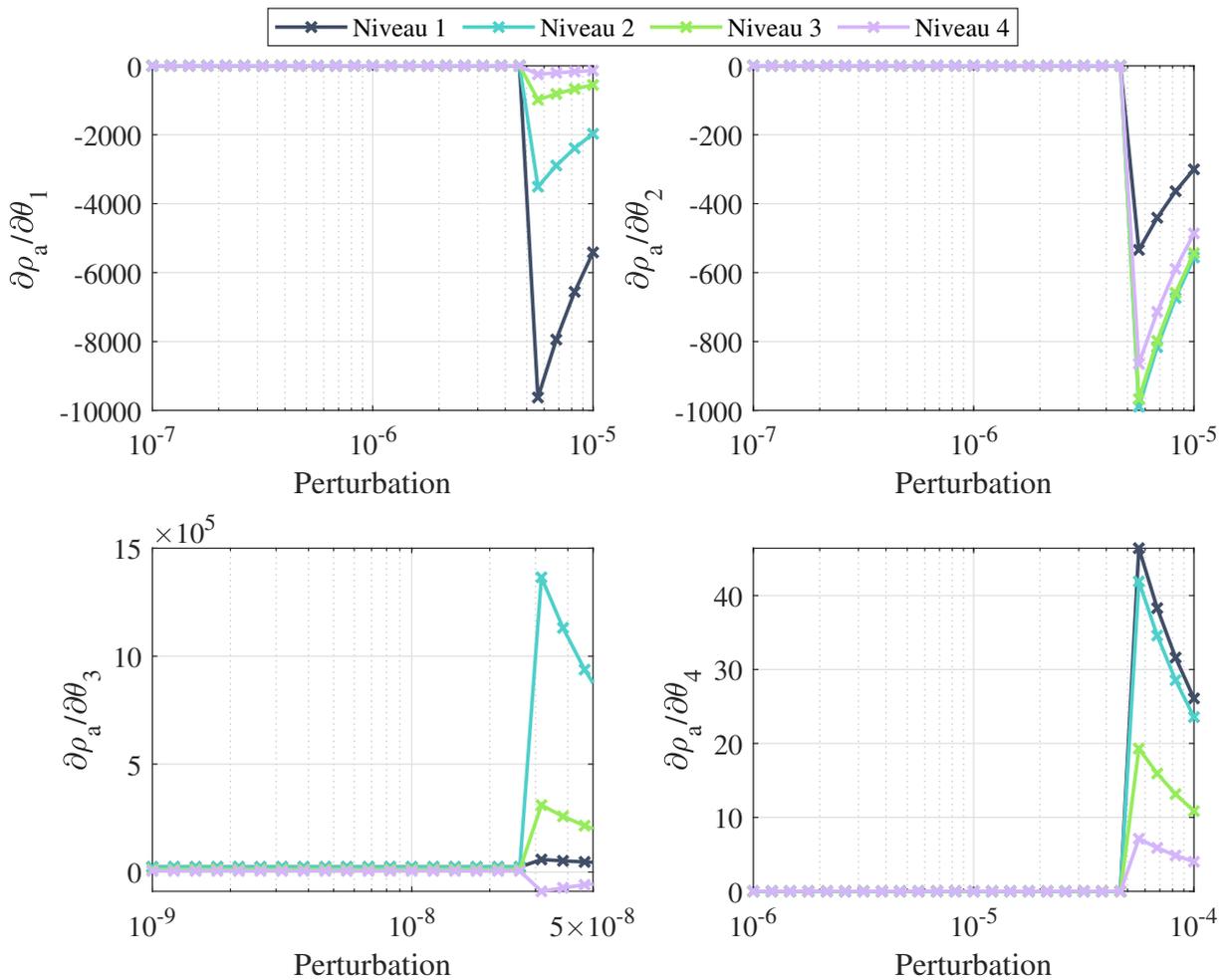


FIGURE 4.12 – Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 2 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité.

Enfin, pour le profil 4 du Tableau 4.1, nous pouvons remarquer sur la Figure 4.14 que la configuration "Niveau 1" est surtout sensible à la variation du premier paramètre et très faiblement influencée par la variation des autres paramètres et ceci à cause de la forme du profil et l'emplacement du point relatif à la configuration "Niveau 1" sur la partie horizontale au début du profil.

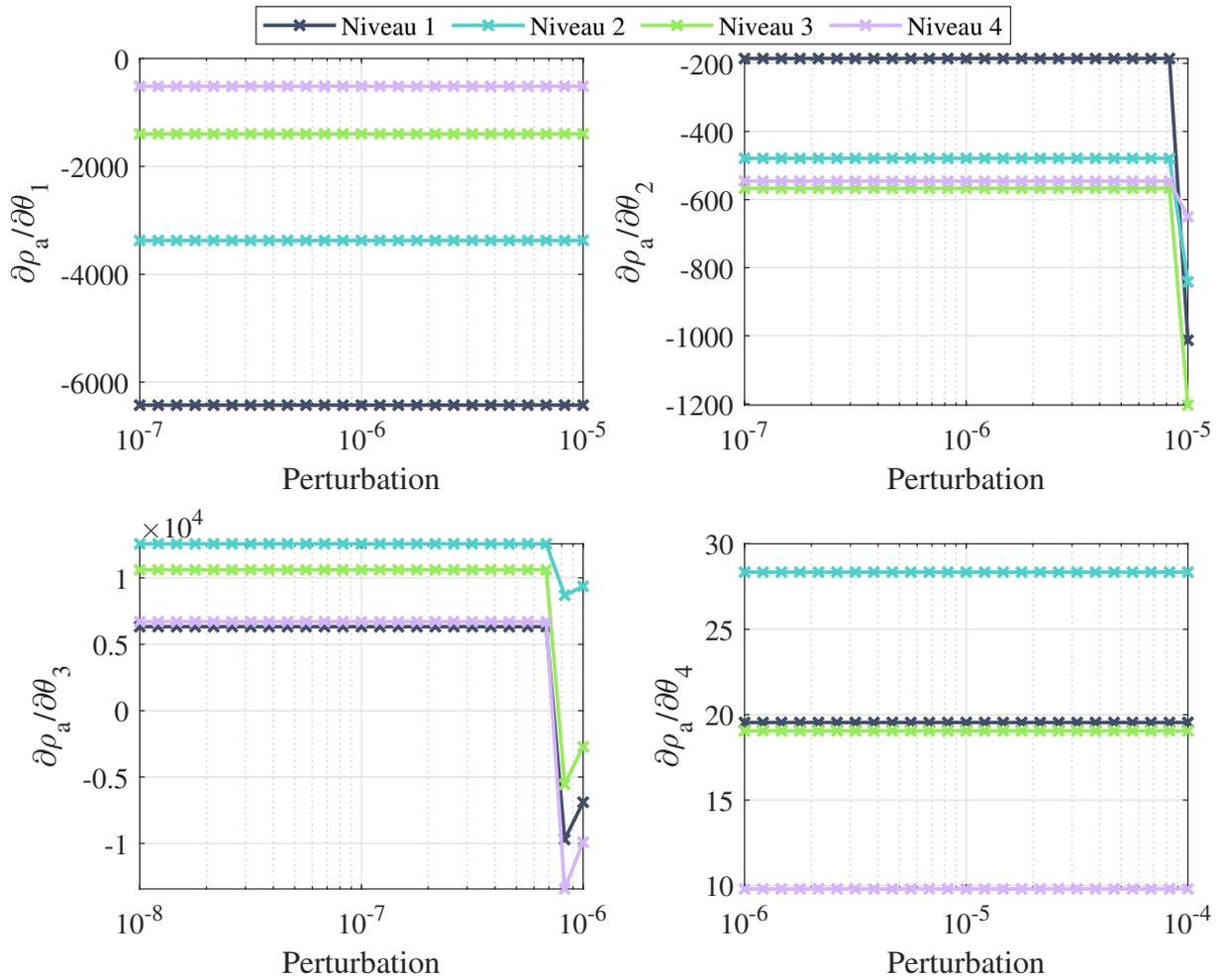


FIGURE 4.13 – Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 3 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité.

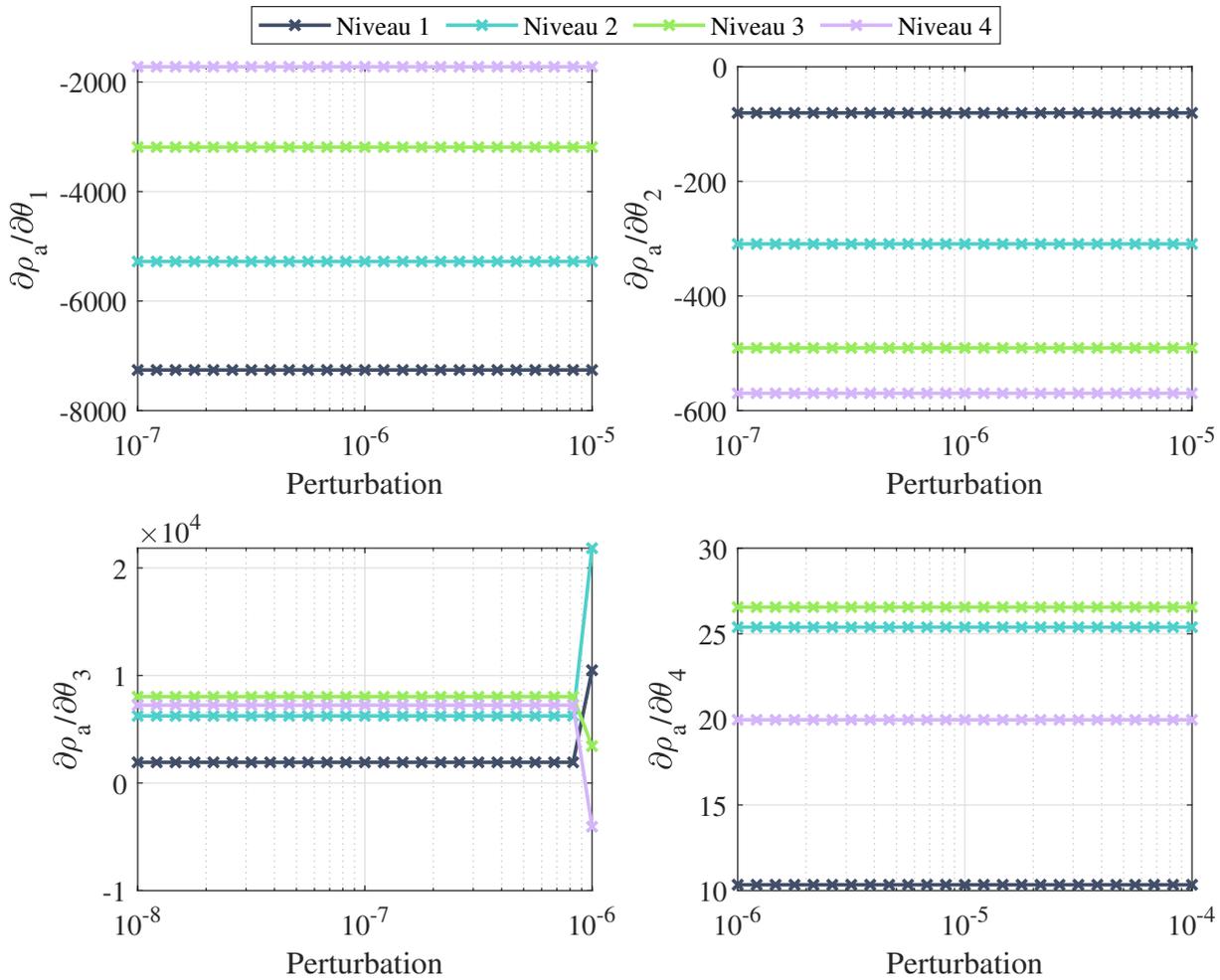


FIGURE 4.14 – Variation des dérivées partielles de résistivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la valeur de la perturbation du modèle du profil 4 pour la configuration Wenner et 4 espacements d'électrodes de résistivité.

Le même raisonnement peut être fait pour l'étude des dérivées des permittivités apparentes par rapport aux paramètres du modèle. Nous avons choisi de représenter les dérivées partielles des valeurs de permittivité apparente de 4 patins capacitifs, PE1, PE2, ME1 et GE1 dont les profondeurs d'investigation  $z_{ep}$  sont rappelées dans le Tableau 4.4.

En comparant les Figures 4.15 à 4.18, on remarque que les dérivées des permittivités apparentes par rapport aux paramètres diffèrent en fonction du profil de  $S$  étudié. Pour les modèles intermédiaires du profil de  $S$  (Figures 4.16 et 4.17), nous remarquons une sensibilité non nulle des différentes mesures capacitives vu leurs distributions sur le profil. On remarque en revanche que la première mesure capacitive (celle du patin PE1) a la

Tableau 4.4 – Patins capacitifs utilisés pour l'étude des dérivées partielles des permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_i$  et leurs profondeurs d'investigation  $z_{ep}$ .

Patin capacitif	$z_{ep}$ (cm)
PE1	0.7
PE2	1.7
ME1	2.2
GE1	6.2

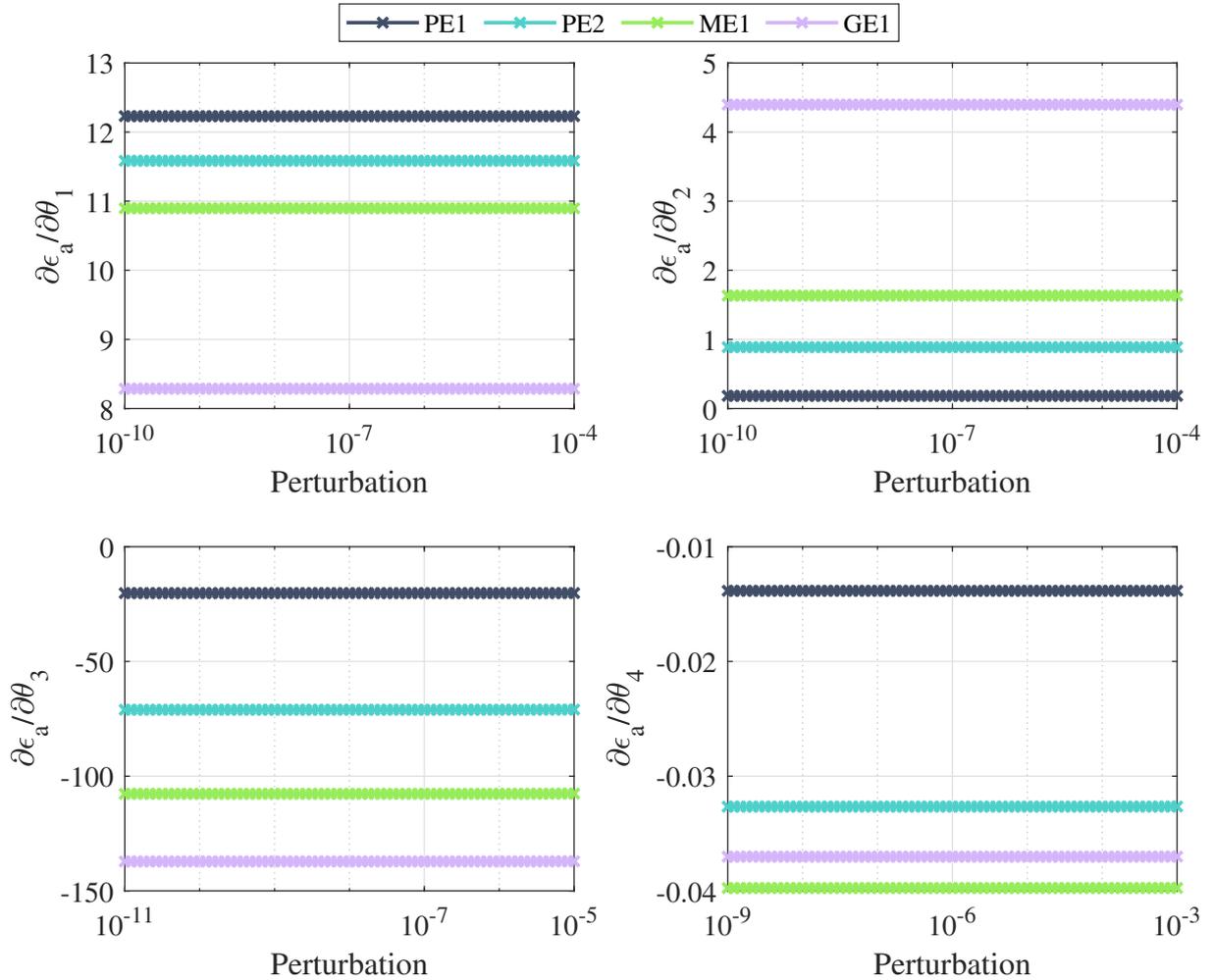


FIGURE 4.15 – Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la perturbation du modèle du profil 1 pour 4 patins capacitifs.

sensibilité la plus faible. En effet, les sensibilités des mesures capacitives modélisées en milieu semi-infini homogène ne sont pas les mêmes qu'en milieu hétérogène notamment lorsqu'on a un gradient de degré de saturation. Ceci peut modifier les profondeurs  $z_{ep}$  en milieu hétérogène. Pour le dernier modèle de  $S$ , la Figure 4.18 montre que la mesure

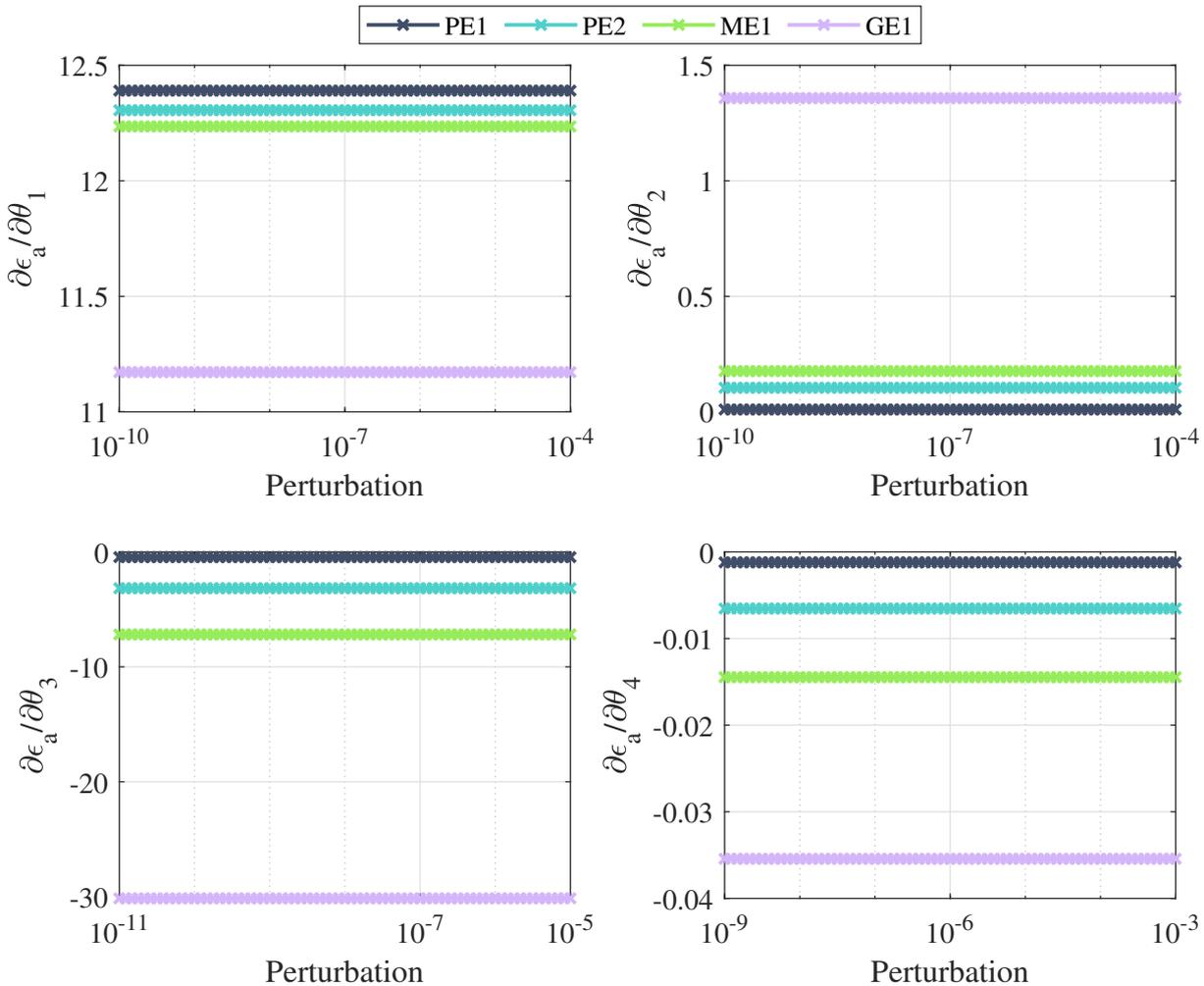


FIGURE 4.16 – Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la perturbation du modèle du profil 2 pour 4 patins capacitifs.

capacitive la plus profonde acquise par le patin GE1 est la plus sensible à tous les paramètres alors que les autres mesures ont une sensibilité négligeable par rapport à tous les paramètres.

Cette étude montre alors qu'en choisissant le bon facteur de perturbation des paramètres,

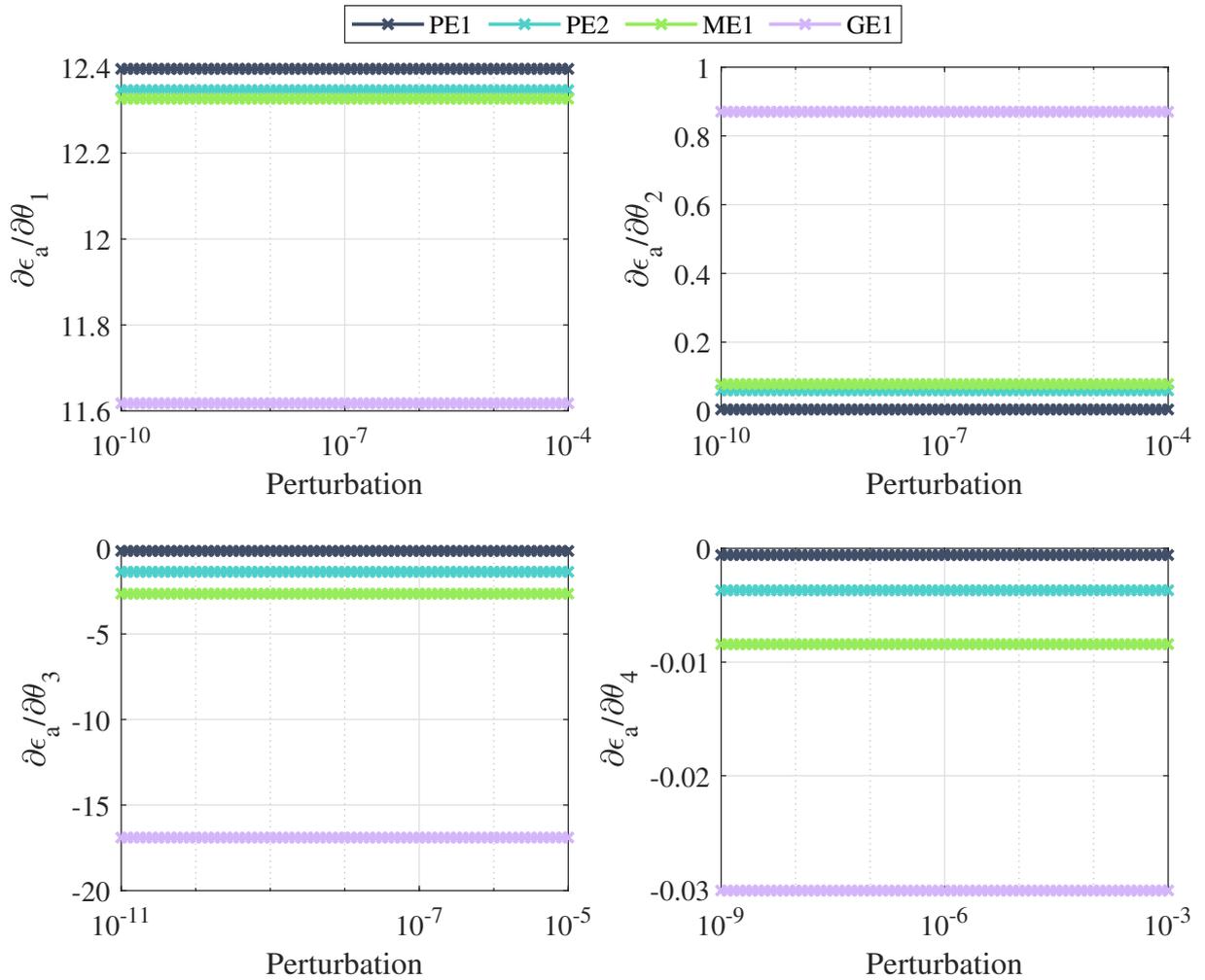


FIGURE 4.17 – Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la perturbation du modèle du profil 3 pour 4 patins capacitifs.

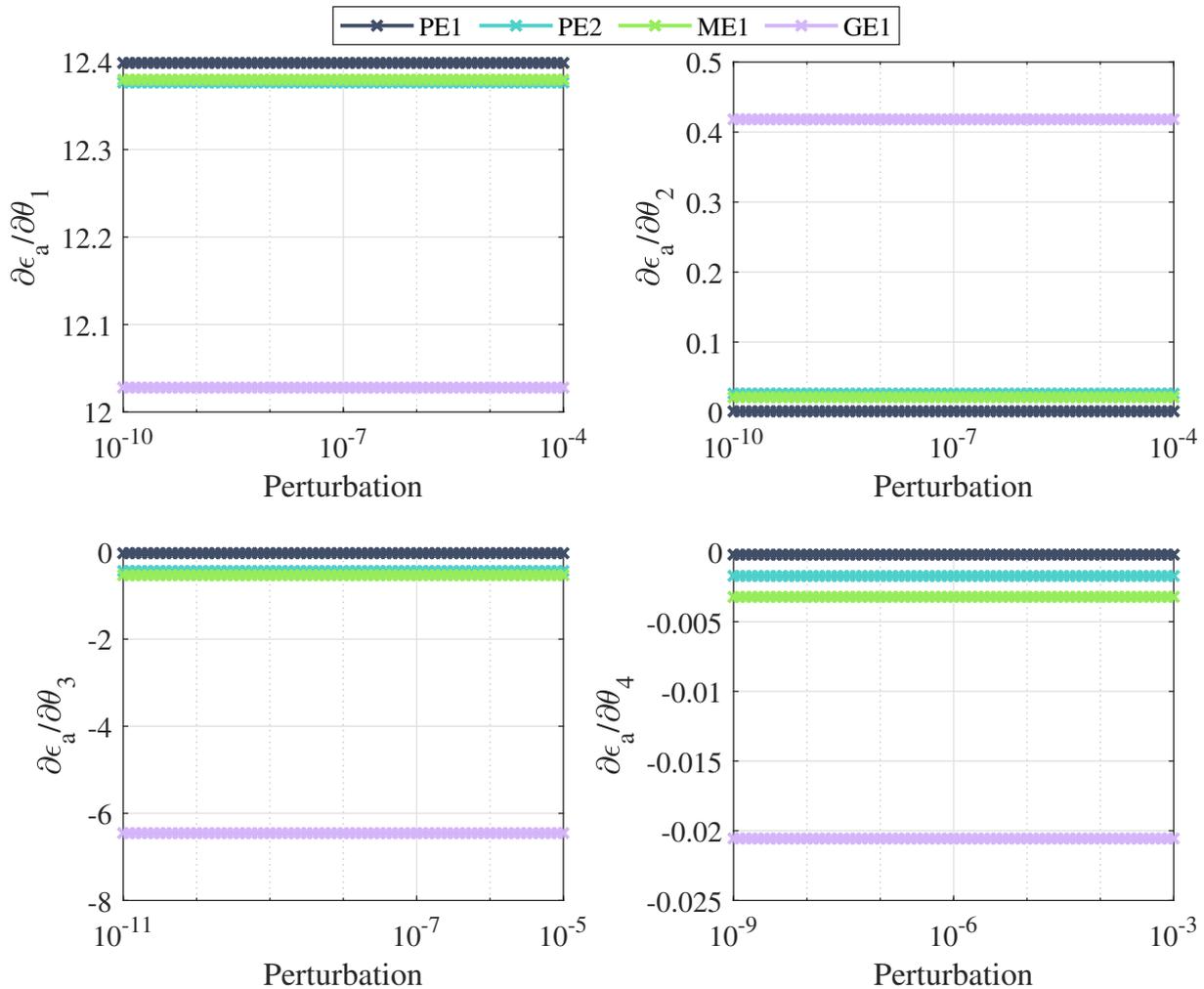


FIGURE 4.18 – Variation des dérivées partielles de permittivités apparentes par rapport aux paramètres  $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4$  en fonction de la perturbation du modèle du profil 4 pour 4 patins capacitifs.

le calcul des dérivées partielles des mesures résistives et capacitives par la méthode de perturbation est valide et les valeurs des dérivées sont cohérentes par rapport aux configurations des profils de  $S$  et des dispositifs d'électrodes.

#### 4.1.2.3 Validation sur modèles synthétiques

Après avoir analysé l'influence de la finesse du maillage du problème direct et la stabilité du calcul des dérivées partielles, nous étudions l'inversion séparée des résistivités et permittivités apparentes pour obtenir le profil de degré de saturation pour des modèles synthétiques. Nous considérons un profil de degré de saturation dont les paramètres  $\theta$  sont connus. Ce profil constitue le *modèle vrai* pour lequel nous générons des données mesurées synthétiques. Ces données sont non bruitées dans cette étude. Nous choisissons ensuite un *modèle initial* pour l'inversion qui est différent du *modèle vrai*. L'étude consiste à estimer le modèle de degré de saturation à partir des données synthétiques et de comparer le modèle estimé au modèle 'vrai'.

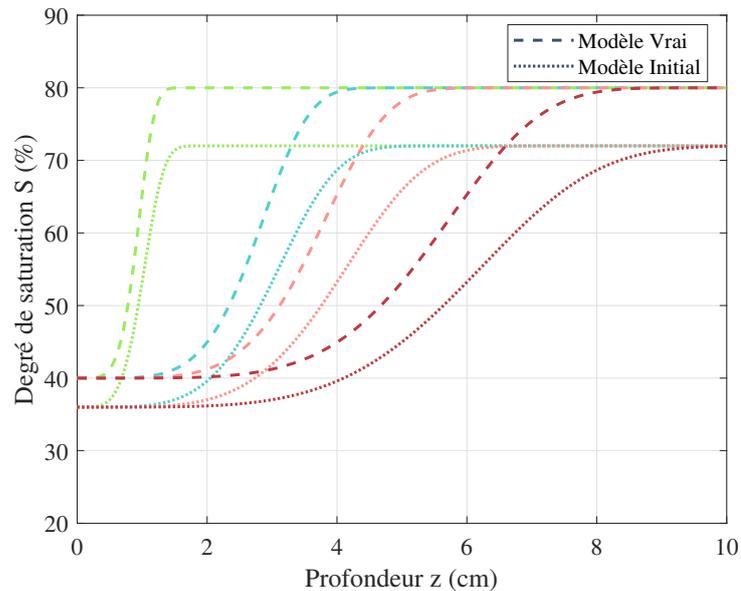


FIGURE 4.19 – Modèles vrais et initiaux des quatre profils de degré de saturation du Tableau 4.1 utilisés pour les inversions des données synthétiques de résistivité et permittivité apparentes.

Nous reprenons les quatre profils de degré de saturation décrits dans la section précédente et utilisés pour le calcul des dérivées partielles. Les paramètres de ces quatre profils se trouvent dans le Tableau 4.1. Pour le modèle initial, nous choisissons un modèle dont

Tableau 4.5 – Paramètres  $[\theta_1 ; \theta_2 ; \theta_3 ; \theta_4]$  des modèles vrais et initiaux des quatre profils de degré de saturation du Tableau 4.1 utilisés pour les inversions des données synthétiques de résistivité et permittivité apparentes.

Profil	Modèle 'vrai'	Modèle initial
1	40	36
	80	72
	0.01	0.011
	5	4.5
2	40	36
	80	72
	0.03	0.033
	5	4.5
3	40	36
	80	72
	0.04	0.044
	5	4.5
4	40	36
	80	72
	0.06	0.066
	5	4.5

les paramètres s'écartent de 10% par rapport aux paramètres du modèle vrai (Tableau 4.5). Ainsi, les quatre modèles vrais avec leurs modèles initiaux respectifs sont représentés sur la Figure 4.19.

Les résultats de ces inversions sont présentés sur la Figure 4.20. Pour l'inversion des résistivités apparentes (voir Figure 4.20a) on remarque que pour les 4 profils de degré de saturation, le profil du modèle final obtenu se confond avec le profil du modèle vrai. De plus, la convergence est rapide puisque les itérations ne sont pas très nombreuses (en moyenne 11 pour les 4 profils d'après le Tableau 4.6) entre le modèle initial et le modèle final.

Pour l'inversion des permittivités apparentes (voir Figure 4.20b) on remarque de même une superposition des profils du modèle final et du modèle vrai pour les 4 modèles de saturation étudiés. Ceci indique que le processus itératif d'inversion a bien convergé à la bonne solution. Cependant, on remarque que la convergence dans ce cas est plus lente que pour l'inversion des résistivités apparentes puisque les itérations sont plus nombreuses (en moyenne 42 pour les 4 profils d'après le Tableau 4.6) pour passer du modèle initial au modèle final.

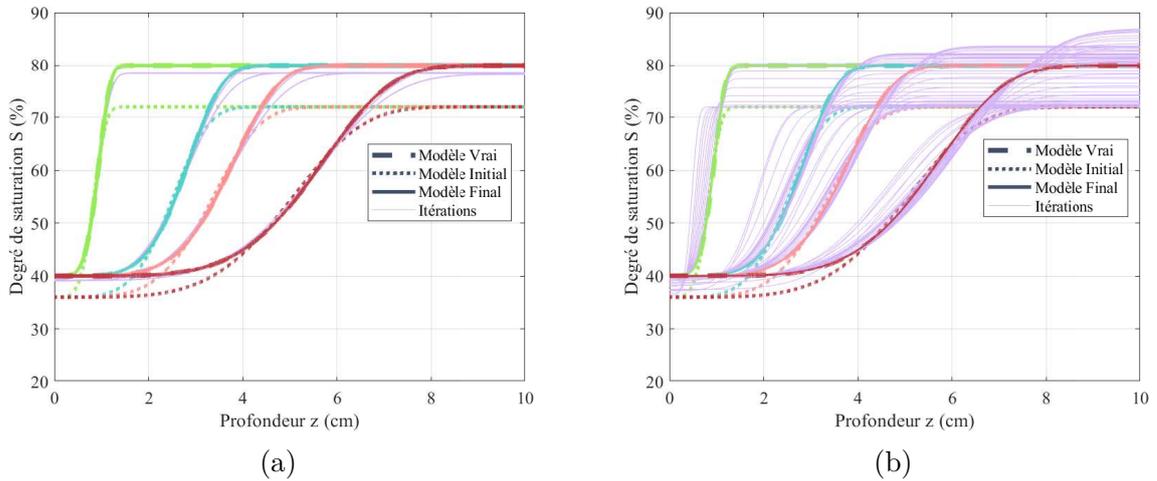


FIGURE 4.20 – Résultats des inversions de données synthétiques des profils 1 à 4 du Tableau 4.1 par l’inversion séparée de (a) résistivités apparentes et de (b) permittivités apparentes.

Tableau 4.6 – Nombre d’itérations pour l’inversion séparée des résistivités et des permittivités apparentes et estimation des paramètres des 4 profils de  $S$  du Tableau 4.1.

Profil	Inversion des résistivités apparentes	Inversion des permittivités apparentes
1	11	36
2	11	39
3	10	41
4	10	50

La convergence est plus lente pour l'inversion des permittivités apparentes et ceci probablement à cause du nombre de données de résistivités apparentes ( $N_\rho=100$ ) largement supérieur à celui des permittivités apparentes ( $N_\varepsilon=4$ ). En effet, moins les données sont nombreuses, moins le modèle est contraint et plus la convergence peut être lente.

## 4.2 Inversion Conjointe des données

### 4.2.1 Choix de l'approche d'inversion

Des études d'inversion de mesures non-destructives pour l'estimation des propriétés des sols ont montré que l'inversion conjointe des mesures fournit des modèles plus cohérents par rapport aux inversions individuelles et peut également améliorer la résolution des modèles estimés [Alpak et al., 2008, Doetsch et al., 2010a]. L'amélioration sera sans doute fonction de la complémentarité, de la redondance entre les différentes sources de mesure et de leur couverture spatiale [Mota and Monteiro Santos, 2010, Dell'Aversana et al., 2011]. C'est de l'inversion conjointe en géophysique que nous nous sommes inspirés pour transférer cette méthode à une application sur ouvrages en béton. Deux approches d'inversion conjointe sont introduites dans cette partie dont une sera retenue et mise en œuvre dans cette thèse.

#### 4.2.1.1 Inversion dite "pétrophysique"

L'inversion conjointe est réalisée en se basant sur des relations dites "pétrophysiques" où de multiples modèles sont liés lors de l'inversion par des équations basées sur les propriétés physiques des matériaux auscultés avec des valeurs de paramètres connues [Alpak et al., 2004, Kazatchenko et al., 2006, Monteiro Santos and El-Kaliouby, 2010]. Par exemple, comme la résistivité électrique et la permittivité diélectrique dépendent chacune du degré de saturation, via des relations de régression de  $\rho$  ou de  $\varepsilon$  en  $S$ , précédemment appelées lois de calibration, ce type d'inversion conjointe pourrait donner directement des estimations du degré de saturation [Han et al., 2011, Heincke et al., 2017, Tathed et al., 2018].

#### 4.2.1.2 Inversion dite "structurelle"

Une autre approche de l'inversion conjointe permet d'imposer une similarité structurelle entre les modèles au cours du processus d'inversion, sans hypothèse explicite sur les relations physiques, à l'exception du fait que les paramètres sont supposés varier dans la même direction aux mêmes endroits. Cette approche structurelle est développée dans

une méthodologie d'inversion conjointe en préconisant que les gradients d'un modèle puissent être utilisés pour quantifier des structures. Ils introduisent l'idée que le produit vectoriel croisé des gradients spatiaux de deux modèles devrait être minimisé, impliquant des directions similaires des vecteurs de gradient à chaque étape itérative de l'inversion conjointe. L'approche structurelle de l'inversion conjointe fournit alors deux modèles (s'il s'agit de deux sources de mesures), exprimant des distributions de paramètres de natures différentes, dont les structures spatiales sont contraintes entre elles [Gallardo, 2004, Doetsch et al., 2010c, Demirci et al., 2017].

Dans le cas de notre étude, l'approche "structurelle" de l'inversion conjointe présente les inconvénients suivants :

- notre modèle paramétrique de Weibull est assez contraignant pour les données, puisqu'il impose une évolution monotone d'un état plus sec à un état plus humide (en degré de saturation) en fonction de la profondeur, avec un point d'inflexion bien marqué et une forme de courbe particulière. Par conséquent, nous pensons qu'il serait inutile d'imposer en plus que les gradients des modèles de résistivité et de permittivité soient colinéaires ou bien qu'ils soient forts ou faibles en même temps,
- l'enjeu de l'inversion conjointe structurelle en géophysique est la reconstruction de la structure du sous-sol, par ses différentes couches de propriétés pouvant être très différentes. Or, dans le cas de notre étude, nous cherchons à reconstruire le profil de degré de saturation en fonction de la profondeur d'une structure en béton connue en composition,
- enfin, l'inversion conjointe structurelle nécessite le calcul du produit vectoriel des gradients des deux modèles de résistivités et de permittivités. Or, puisque nous réalisons une inversion en 1D, le produit vectoriel des gradients des modèles (qui sont à une dimension) est nécessairement nul.

Par conséquent, nous choisissons l'approche "pétrophysique" pour réaliser l'inversion conjointe des données de résistivité et de permittivité apparentes.

## 4.2.2 Algorithme d'inversion

Le processus de l'inversion conjointe est présenté dans le schéma de la Figure 4.21. Nous débutons par un modèle  $S(\boldsymbol{\theta}^1, z)$  initial et nous le transformons en modèle de résistivité  $\rho(\boldsymbol{\theta}^1, z)$  et de permittivité  $\varepsilon(\boldsymbol{\theta}^1, z)$  grâce aux lois de calibration respectives. Nous modélisons ensuite les résistivités et les permittivités apparentes. Nous obtenons un vecteur contenant

les deux types de données simulées (résistivités apparentes et permittivités apparentes). Nous allons ensuite minimiser le critère  $\psi = W_\rho\psi_\rho + W_\varepsilon\psi_\varepsilon$  (équation (4.6)) qui est une combinaison linéaire des critères précédents (équations (4.3) et (4.4)) pondérés par des poids  $W_\rho$  et  $W_\varepsilon$  qui tiennent compte de l'incertitude des mesures résistives et capacitives. Nous minimisons le critère  $\psi$  en fonction de  $\theta$  par l'algorithme de Levenberg-Marquardt décrit dans la section 3.2.3 et en se référant aux critères de convergence de la section 4.1.1.3.

$$\psi = W_\rho\psi_\rho + W_\varepsilon\psi_\varepsilon = \sum_{i=1}^{N_\rho} \frac{1}{\sigma_{\rho_i}^2} (\rho_{a_{mes_i}} - \rho_{a_{mod_i}})^2 + \sum_{j=1}^{N_\varepsilon} \frac{1}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} (\varepsilon_{a_{mes_j}} - \varepsilon_{a_{mod_j}})^2 \quad (4.6)$$

avec  $\sigma_{\rho_i}$  ( $\Omega.m$ ) l'écart-type de la mesure  $\rho_{a_{mes_i}}$  et  $\sigma_{\varepsilon_j}$  (sans dimension) l'écart-type de la mesure  $\varepsilon_{a_{mes_j}}$ .

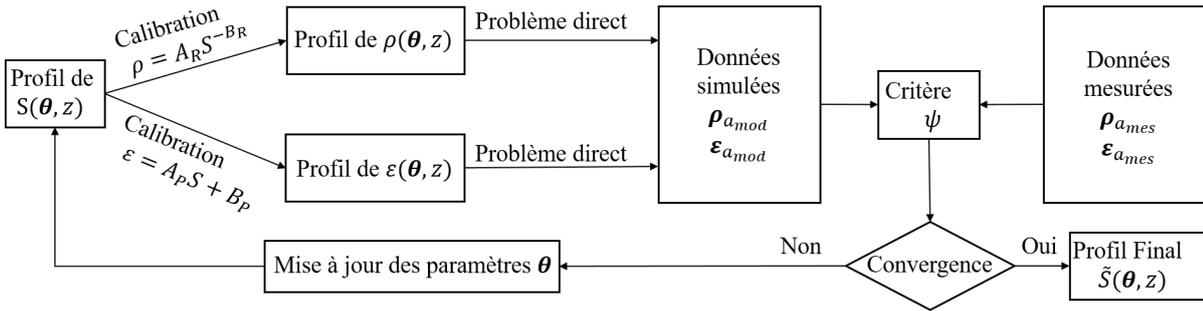


FIGURE 4.21 – Schéma de la procédure de détermination du profil de saturation  $S$  en fonction de la profondeur  $z$  du béton à partir de données de résistivités et de permittivités apparentes par inversion conjointe.

### 4.2.3 Choix des poids $W_\rho$ et $W_\varepsilon$

Comme nous l'avons défini au paragraphe 4.2.2, les poids  $W_\rho$  et  $W_\varepsilon$  attribués respectivement aux critères  $\psi_\rho$  et  $\psi_\varepsilon$  tiennent compte de l'incertitude sur les mesures. Dans l'étude de l'influence du bruit sur les mesures en section 4.3, nous utilisons un bruit uniforme sur toutes les mesures d'un même type, i.e.  $\forall i, \sigma_{\rho_i} = \sigma_\rho$  et  $\forall j, \sigma_{\varepsilon_j} = \sigma_\varepsilon$ . Dans ce cas,  $W_\rho$  et  $W_\varepsilon$  peuvent s'écrire :

$$W_\rho = \frac{1}{\sigma_\rho^2} \quad (4.7)$$

$$W_\varepsilon = \frac{1}{\sigma_\varepsilon^2} \quad (4.8)$$

Dans le cas général, notamment le cas de mesures expérimentales (voir Chapitre 5), où nous avons plus d'information sur chaque donnée et où l'écart-type  $\sigma_{\rho_i}$  (respectivement  $\sigma_{\varepsilon_j}$ ) n'est pas le même pour toutes les mesures,  $W_\rho$  et  $W_\varepsilon$  peuvent s'écrire :

$$W_{\rho_i} = \frac{1}{\sigma_{\rho_i}^2} \quad (4.9)$$

$$W_{\varepsilon_j} = \frac{1}{\sigma_{\varepsilon_j}^2} \quad (4.10)$$

En pratique, des études sur l'incertitude des mesures résistives et capacitives en milieu contrôlé et pour différents états de saturation du béton permettent d'évaluer le coefficient de variation des mesures CV (%), donné par le rapport de l'écart-type de celles-ci sur leur moyenne [Morris et al., 1996, Du Plooy, 2013]. Le Tableau 4.7 montre que le coefficient de variation des mesures résistives ( $CV_\rho$ ) est plus faible pour un béton saturé que pour un béton sec. Le coefficient de variation des mesures capacitives ( $CV_\varepsilon$ ) dépend surtout de la configuration du patin capacitif utilisé. Nous utilisons les gammes de variation du CV des mesures de résistivité et de permittivité apparentes du Tableau 4.7 pour l'étude de l'influence du bruit sur les mesures à la 4.3.

Tableau 4.7 – Gammes du coefficient de variation des mesures résistives ( $CV_\rho$ ) et capacitives ( $CV_\varepsilon$ ) pour un état sec et saturé du béton.

	Béton sec	Béton saturé
$CV_\rho$	15% - 30%	4% - 11%
$CV_\varepsilon$	3% - 7%	1.5% - 7%

#### 4.2.4 Validation sur modèles synthétiques

Après avoir défini l'approche et l'implémentation de l'inversion conjointe, nous avons réalisé une série d'inversions de données synthétiques pour valider cette approche. De la même manière que pour l'inversion séparée, nous considérons les 4 profils de degré de saturation de la Figure 4.19. L'étude consiste à inverser pour chaque profil les données du modèle initial (résistivités et permittivités apparentes) conjointement afin d'estimer un profil de degré de saturation et de le comparer au profil décrit par le modèle 'vrai'.

Dans un premier temps, nous considérons des données apparentes non bruitées pour lesquelles nous considérons  $W_\rho = W_\epsilon = 1$ . La Figure 4.22 montre les résultats de ces inversions. Pour chacune des études, le profil du modèle 'vrai' et celui du modèle final obtenu par inversion conjointe des données sont confondus. Le Tableau 4.8 montre également que l'écart absolu entre le modèle estimé et le modèle 'vrai' pour chaque profil ainsi que la valeur du critère sont très faibles. Ceci indique, pour les modèles étudiés, la bonne convergence de l'algorithme vers le minimum du critère  $\psi$ .

Tableau 4.8 – Valeur du critère  $\psi$  et écart absolu  $E$  entre les paramètres du modèle estimé et les paramètres du modèle vrai pour les quatre profils du Tableau 4.1 suite à l'inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes.

	Profil 1	Profil 2	Profil 3	Profil 4
$E_{\theta_1}$	$1.72 \times 10^{-5}$	$3.13 \times 10^{-6}$	$8.07 \times 10^{-4}$	$1.26 \times 10^{-6}$
$E_{\theta_2}$	$1.09 \times 10^{-5}$	$1.39 \times 10^{-5}$	$7.71 \times 10^{-3}$	$7.77 \times 10^{-5}$
$E_{\theta_3}$	$4.84 \times 10^{-4}$	$3.20 \times 10^{-5}$	$2.62 \times 10^{-2}$	$1.98 \times 10^{-4}$
$E_{\theta_4}$	$2.64 \times 10^{-3}$	$2.25 \times 10^{-4}$	$7.55 \times 10^{-2}$	$4.44 \times 10^{-4}$
$\psi$	$1.49 \times 10^{-5}$	$7.34 \times 10^{-6}$	$2.60 \times 10^{-4}$	$4.35 \times 10^{-6}$

En comparant les résultats des inversions des données apparentes séparées (Figure 4.20) et conjointes (Figure 4.22) on remarque que dans ce cas de données non bruitées, l'inversion séparée a bien convergé pour l'estimation des quatre profils. C'est toujours le cas en inversion conjointe, ce qui semble logique. Remarquons cependant que l'inversion séparée des résistivités apparentes et l'inversion conjointe nécessitent de plus petits nombres d'itérations (en moyenne 10 pour l'inversion séparée des résistivités apparentes et 13 pour l'inversion conjointe) pour converger que l'inversion séparée des permittivités apparentes (en moyenne 42).

### 4.3 Étude de l'influence du bruit

Après avoir validé l'approche de l'inversion conjointe sur des modèles synthétiques pour des données non bruitées, nous étudions dans ce paragraphe l'influence du bruit sur l'inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes toujours sur des données synthétiques.

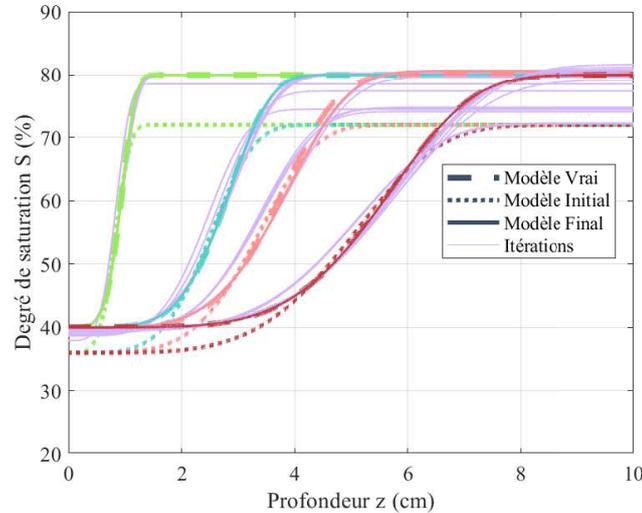


FIGURE 4.22 – Profils de degré de saturation obtenus par inversion conjointe de données synthétiques de résistivités et de permittivités apparentes.

### 4.3.1 Définition de l'étude paramétrique

En nous référant à une étude précédente [Du Plooy, 2013] d'évaluation de l'incertitude des mesures capacitives et résistives sur des échantillons de béton, nous avons considéré deux niveaux de bruit pour chaque type de mesure. Pour les mesures résistives, nous choisissons d'étudier les deux niveaux de bruit correspondant aux coefficients de variation  $CV_r = 4\%$  et  $12\%$  (représentatifs de faible et fort niveau de bruit). Pour les mesures capacitives, nous choisissons  $CV_p = 2\%$  et  $6\%$ .

Nous considérons alors les profils de saturation 1 et 2 du Tableau 4.1 définis par les paramètres  $\theta = [40, 80, 0.01, 5]$  et  $\theta = [40, 80, 0.03, 5]$  respectivement. Ensuite, nous choisissons un modèle initial écarté de  $10\%$  par rapport au modèle 'vrai' (voir Tableau 4.9).

Les paramètres de cette étude sont résumés dans le Tableau 4.9. Pour chaque profil vrai et chaque niveau de bruit nous réalisons 10 tirages de bruit aléatoire. Les inversions séparées et conjointes sont réalisées à chaque tirage. Les résultats (Tableaux 4.10 et 4.11) correspondent à la moyenne des 10 modèles estimés, à l'écart-type sur chaque paramètre du "profil estimé", au nombre d'itérations nécessaire noté  $Iter$  et à l'erreur relative moyenne  $E_r$  entre les paramètres du modèle estimé et les paramètres du modèle 'vrai'.

Tableau 4.9 – Modèles 'vrai' et initial pour l'inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes synthétiques et les deux niveaux de bruit sur les données : un niveau faible et un niveau élevé.

Modèle 'Vrai'	Modèle Initial	Niveaux de Bruit
40	36	$CV_r=4\%$ et $CV_p=2\%$
80	72	
0.01	0.011	
5	4.5	
40	36	$CV_r=12\%$ et $CV_p=6\%$
80	72	
0.01	0.011	
5	4.5	
40	36	$CV_r=4\%$ et $CV_p=2\%$
80	72	
0.03	0.033	
5	4.5	
40	36	$CV_r=12\%$ et $CV_p=6\%$
80	72	
0.03	0.033	
5	4.5	

### 4.3.2 Résultats des inversions séparées et conjointes

Les Tableaux 4.10 et 4.11 représentent les résultats des inversions séparées et conjointes des données de résistivité et de permittivité apparentes. On représente le modèle estimé de l'inversion conjointe (colonne 6) en le comparant aux modèles obtenus par inversion séparée des données bruitées de résistivité apparente (colonne 4) et de permittivité apparente (colonne 5).

Le Tableau 4.10 représente les résultats des inversions séparées et conjointes des données de résistivité et de permittivité apparentes pour le profil 1 ( $\theta=[40,80,0.01,5]$ ) et en considérant les deux niveaux de bruit, faible et élevé. Pour le niveau de bruit faible ( $CV_r=4\%$  et  $CV_p=2\%$ ), on remarque que l'erreur relative du modèle obtenu par inversion conjointe ainsi que les variabilités des paramètres du modèle estimé sont les plus faibles. Pour le niveau de bruit élevé ( $CV_r=12\%$  et  $CV_p=6\%$ ), le modèle estimé par l'inversion conjointe est légèrement plus éloigné du modèle vrai que le modèle estimé par inversion séparée des  $\rho_a$  et cela à cause du quatrième paramètre qui n'a pas bien convergé vers sa valeur 'vraie'. En comparant les résultats du même profil avec deux niveaux de bruits différents, on remarque que plus le niveau de bruit est élevé, plus le modèle final estimé

s'éloigne du modèle vrai et c'est surtout le quatrième paramètre qui semble ne pas bien converger vers sa valeur 'vraie'.

Tableau 4.10 – Résultats des inversions séparées et conjointes des données de résistivité et de permittivité apparentes pour le profil 1 en considérant les niveaux de bruit faible et élevé.

Modèle 'Vrai'	Modèle Initial	Bruit aléatoire	Inversion résistivité	Inversion permittivité	Inversion conjointe
40	36	$CV_r=4\%$	$39.27\pm 1.76$	$40.31\pm 6.5$	$39.91\pm 0.70$
80	72	$CV_p=2\%$	$80.06\pm 0.26$	$95.00\pm 18.25$	$79.67\pm 0.69$
0.01	0.011		$0.0101\pm 0.0003$	$0.0119\pm 0.012$	$0.0100\pm 0.0002$
5	4.5		$4.996\pm 0.0025$	$10.85\pm 10.1$	$4.9811\pm 0.75$
		<i>Iter</i>	10	50	6
		$E_r$	3.23%	38%	0.32%
40	36	$CV_r=12\%$	$39.65\pm 4.11$	$39.97\pm 5.17$	$40.10\pm 1.65$
80	72	$CV_p=6\%$	$79.84\pm 0.52$	$82.32\pm 35.63$	$80.28\pm 0.56$
0.01	0.011		$0.0102\pm 0.0009$	$0.0074\pm 0.0147$	$0.0100\pm 0.0010$
5	4.5		$4.4991\pm 0.001$	$58.115\pm 46.8$	$5.6953\pm 2.23$
		<i>Iter</i>	12	50	10
		$E_r$	3.28%	272%	3.70%

Le Tableau 4.11 représente maintenant les résultats obtenus pour le profil 2 ( $\theta=[40,80,0.03,5]$ ) en considérant les niveaux de bruit faible et élevé. Dans ce cas aussi, le modèle estimé par inversion conjointe des données nécessite moins d'itérations et est moins éloigné du modèle du profil vrai que les modèles estimés par inversion séparés des observables, et ceci même pour le niveau de bruit élevé. En comparant les deux niveaux de bruit, on remarque également que lorsque le niveau de bruit augmente, l'écart relatif entre les paramètres des modèles vrai et estimés augmente.

Suite à l'étude paramétrique réalisée, nous pouvons formuler les conclusions suivantes :

- lorsque les données mesurées synthétiques sont bruitées, les modèles estimés sont plus éloignés des modèles 'vrais',
- lorsque le niveau de bruit augmente, les paramètres estimés sont d'autant plus éloignés du modèle 'vrai' que le niveau de bruit est élevé. Nous avons également remarqué qu'en moyenne, pour les profils 1 et 2 et les quatre paramètres du modèle, lorsque le coefficient de variation des mesures résistives et capacitives est multiplié par 3, l'écart-type sur les paramètres du modèle estimé est multiplié par 2.8 pour l'inversion séparée des résistivités apparentes, par 2.2 pour l'inversion séparée des

Tableau 4.11 – Résultats des inversions séparées et conjointes des données de résistivité et de permittivité apparentes pour le profil 2 en considérant les niveaux de bruit faible et élevé.

Modèle 'Vrai'	Modèle Initial	Bruit aléatoire	Inversion résistivité	Inversion permittivité	Inversion conjoint
40	36	$CV_r=4\%$	$39.93\pm 0.07$	$39.39\pm 1.32$	$39.98\pm 0.36$
80	72	$CV_p=2\%$	$80.89\pm 0.51$	$106.90\pm 69.1$	$80.68\pm 1.65$
0.03	0.033		$0.0311\pm 0.0003$	$0.0295\pm 0.027$	$0.0307\pm 0.0023$
5	4.5		$4.5023\pm 0.0104$	$52.261\pm 30.14$	$4.6626\pm 1.97$
		<i>Iter</i>	14	43	9
		$E_r$	3.69%	245%	2.52%
40	36	$CV_r=12\%$	$39.89\pm 0.55$	$37.92\pm 1.44$	$39.41\pm 0.92$
80	72	$CV_p=6\%$	$80.04\pm 3.43$	$341.9\pm 115.14$	$78.66\pm 3.39$
0.03	0.033		$0.0300\pm 0.0026$	$0.039\pm 0.076$	$0.0288\pm 0.0041$
5	4.5		$7.1409\pm 8.345$	$28.04\pm 91.5$	$5.9736\pm 4.67$
		<i>Iter</i>	17	50	7
		$E_r$	10.8%	205.8%	6.65%

permittivités apparentes et par 2.5 pour l'inversion conjointe,

- la sensibilité des données aux paramètres d'inversion intervient dans la qualité du modèle estimé. Pour un même niveau bruit appliqué à deux modèles 'vrai' différents, le modèle estimé est meilleur lorsque les données sont le plus sensibles aux paramètres du modèle.

Finalement, la difficulté de convergence du quatrième paramètre en présence de bruit sera expliquée dans le paragraphe 4.4 qui traite de la sensibilité des données aux paramètres.

## 4.4 Étude de sensibilité du critère par rapport aux paramètres

### 4.4.1 Objectif de l'étude

Dans cette section, nous étudions la sensibilité du critère  $\psi$  aux paramètres  $\theta$ . L'objectif de cette étude est d'évaluer l'effet de la variation des paramètres sur la variation du critère. Si la variation d'un paramètre  $\theta_i$  induit une grande variation du critère  $\psi$ , on déduit que le critère  $\psi$  est sensible au paramètre  $\theta_i$ , et que l'optimisation de  $\theta_i$  ne pose pas de difficultés a priori. En revanche, lorsqu'une variation de  $\theta_i$  induit une faible variation de  $\psi$ , alors la

forme de  $\psi$  en fonction de  $\theta_i$  est plutôt plate et ceci rend l'estimation de  $\theta_i$  difficile.

Nous étudions cette sensibilité de deux façons. La première consiste à analyser la forme du critère en fonction de chacun des paramètres pris séparément. Cette étude préliminaire renseigne sur la forme du critère par rapport à chacun des paramètres. Une deuxième étude, plus générale, par la méthode de l'analyse de la variance, permet de tenir compte de la contribution de tous les paramètres, de leurs effets couplés et de comparer cette contribution pour différents jeux de paramètres.

### 4.4.2 Étude préliminaire

Nous avons étudié la sensibilité du critère de l'inversion conjointe (équation (4.6)) aux quatre paramètres ( $\theta_1, \theta_2, \theta_3$  et  $\theta_4$ ) chacun pris séparément en fixant 3 paramètres à leur "vraie" valeur, en faisant varier le quatrième paramètre et en calculant le critère pour chacune des valeurs choisies. Les paramètres du modèle 'vrai' choisi pour le calcul des données synthétiques sont  $\theta = [40, 80, 0.01, 5]$  (profil 1 du Tableau 4.1). Nous obtenons les courbes de la Figure 4.23. Nous remarquons que lorsque les 3 paramètres sont fixés à leur vraie valeur et que l'on fait varier le quatrième, le minimum du critère est bien atteint respectivement aux valeurs de paramètres  $\theta_1 = 40\%$ ,  $\theta_2 = 80\%$ ,  $\theta_3 = 0.01\text{m}$  et  $\theta_4 = 5$ , c'est à dire à leurs valeurs vraies respectives, ce qui est normal en l'absence de bruit sur les données.

Ensuite nous avons étudié la sensibilité du critère aux deux paramètres  $\theta_3$  et  $\theta_4$ . Nous nous intéressons à ces deux paramètres, couplés en réalité, parce qu'ils renseignent respectivement sur le front et la pente au front du profil de degré de saturation. Nous avons fait varier  $\theta_3$  entre 0 et 0.06 m et  $\theta_4$  entre 0 et 20,  $\theta_1$  et  $\theta_2$  étant respectivement fixés à 40% et 80%. La Figure 4.24 représente les valeurs du critère en fonction de  $\theta_3$  et  $\theta_4$ . Nous avons vérifié numériquement que le minimum de  $\psi$  est situé effectivement en  $\theta_3 = 0.01$  et  $\theta_4 = 5$  (à la position de la croix sur la Figure 4.24), mais cette figure montre que le critère est aussi très faible pour d'autres combinaisons ( $\theta_3, \theta_4$ ).

Cette étude montre que la sensibilité du critère  $\psi$  n'est pas la même pour tous les paramètres. Le critère est plus sensible à certains paramètres qu'à d'autres et ceci peut renseigner sur le comportement de l'inversion en termes de convergence. Pour cela, nous avons effectué une étude plus générale pour étudier la sensibilité du critère aux paramètres en utilisant les plans d'expériences et la méthode de l'analyse de la variance.

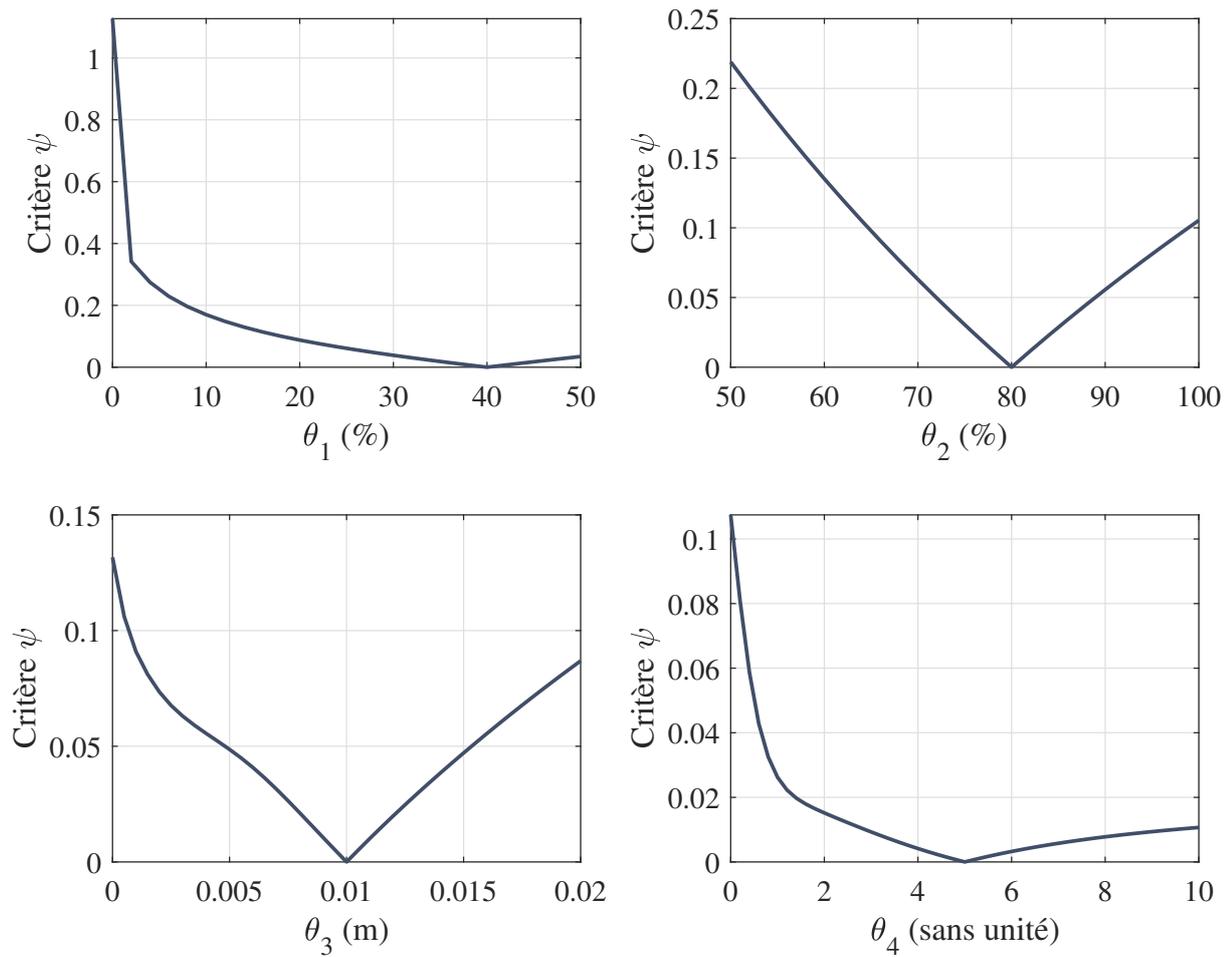


FIGURE 4.23 – Variation du critère  $\psi$  en fonction de chacun des paramètres de  $\theta$  pris séparément, les autres paramètres étant fixés à leur valeur optimale.

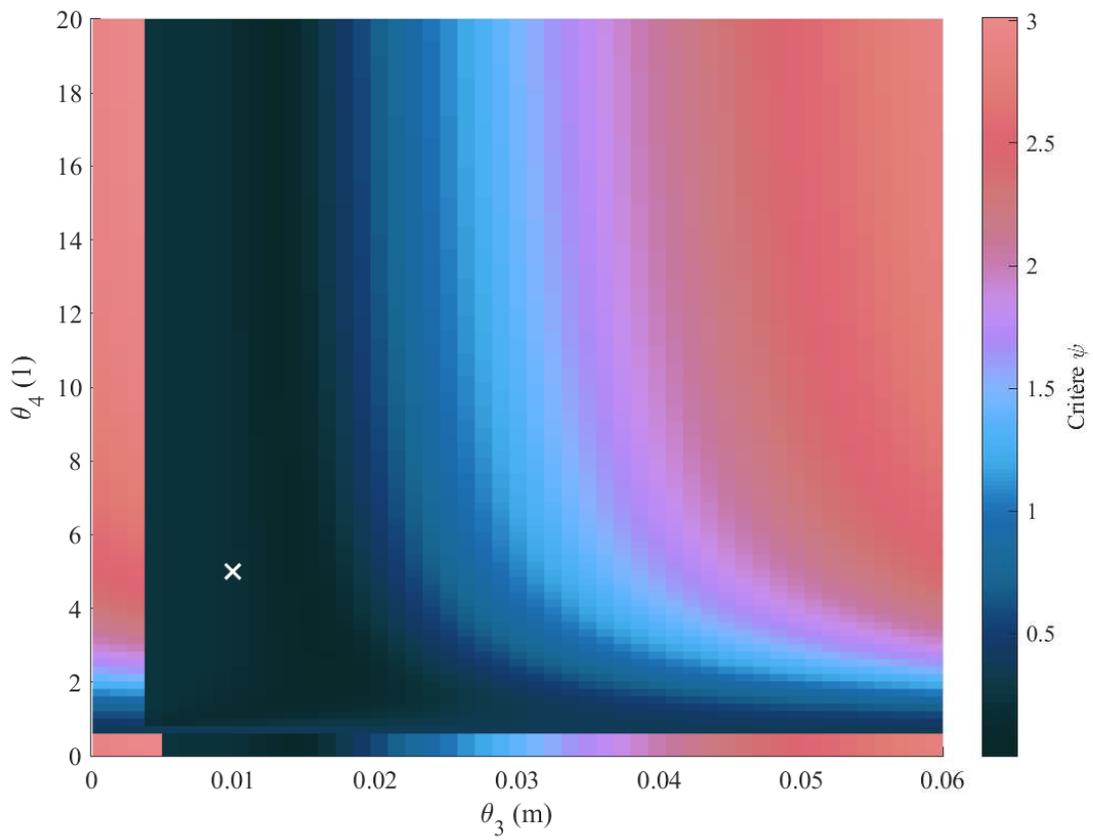


FIGURE 4.24 – Variation du critère  $\psi$  en fonction des paramètres  $\theta_3$  et  $\theta_4$  ( $\theta_1$  et  $\theta_2$  fixés à leur valeur optimale) et position du minimum de la fonction coût marqué par une croix blanche.

### 4.4.3 Les plans d'expériences

#### 4.4.3.1 Présentation de l'étude

Les plans d'expériences permettent d'organiser les essais qui accompagnent une recherche scientifique et sont applicables au moment où l'on recherche le lien qui existe entre une *réponse*,  $y$ , et des *variables* ou des *facteurs*,  $x_i$ . L'objectif des plans d'expériences est d'obtenir le maximum d'information avec le minimum d'expériences [Goupy, 2001, Box et al., 2005].

Dans le cas de notre étude :

- la *réponse* représente le critère  $\psi$ ,
- les *facteurs* ou les *variables* sont les composantes de  $\theta$ ,
- le *domaine du facteur* est l'ensemble de toutes les valeurs que peut prendre le facteur entre un niveau bas et un niveau haut,
- le *niveau* est la valeur donnée à un facteur pour réaliser un essai.

Cette méthode permet d'établir une relation entre la réponse et les variables qui peut être modélisée par une fonction mathématique [Goupy, 2017]. On considère un développement limité de la série de Taylor et de MacLaurin à l'ordre 2 :

$$\psi = c_0 + \sum c_i \theta_i + \sum c_{ij} \theta_i \theta_j + e \quad (4.11)$$

où  $c_0$ ,  $c_i$  et  $c_{ij}$  sont les coefficients du modèle mathématique calculés à partir des résultats des expériences,  $e$  les résidus de ce modèle.

L'intérêt de modéliser la réponse par un polynôme est de pouvoir estimer la contribution (sous forme linéaire) de chacun des paramètres  $\theta_i$  et de leurs effets couplés  $\theta_i \theta_j$  au critère  $\psi$ . On distingue plusieurs types de plans d'expériences : les plans factoriels complets, les plans fractionnaires, les plans pour surface de réponse, les plans de mélanges ... Ces plans diffèrent par le nombre d'expériences réalisées et par suite, par la fiabilité des modèles estimés. Nous considérons un plan factoriel complet dans lequel nous définissons les niveaux de chacun des paramètres  $\theta_i$ . Nous choisissons les bornes des paramètres  $\theta_i$  pour représenter le domaine physique des profils de degré de saturation possibles et acceptables. Nous discrétisons ensuite l'intervalle de chacun des paramètres  $\theta_i$  en plusieurs niveaux, de manière à bien échantillonner l'espace de variation des  $\theta_i$  et à limiter le temps de calcul (estimé à 1min 30s pour chaque "expérience"). Le Tableau 4.12 montre les différents niveaux choisis pour les 4 paramètres. Pour  $\theta_1$  et  $\theta_2$  qui représentent des degrés de saturation, nous avons discrétisé

la plage de variation de ces paramètres en 7 niveaux. Pour le paramètre  $\theta_3$  qui représente le front de saturation, nous avons discrétisé sa plage de variation en 6 niveaux allant de 0.01 à 0.06 m. Enfin, nous avons choisi 6 niveaux pour discrétiser la plage de variation de  $\theta_4$  qui renseigne sur la forme de la courbe.

Nous allons ensuite construire le plan d'expériences comportant tous les essais possibles. Le nombre total d'essais pour ce plan factoriel complet est  $7 \times 7 \times 6 \times 6 = 1764$ . Un essai consiste à calculer la réponse  $\psi$  pour une combinaison des 4 paramètres de  $\theta$ . En d'autres termes, un essai consiste à modéliser les données apparentes ( $\rho_a$  et  $\varepsilon_a$ ) pour un profil de  $S$  défini par une combinaison des paramètres de  $\theta$  et à calculer le critère  $\psi$  pour ces données. Pour pouvoir calculer  $\psi$ , il faut avoir des données mesurées. Pour cela, nous allons choisir 15 modèles définis dans le Tableau 4.13 donc 15 combinaisons de paramètres  $\theta$  et nous considérons les données synthétiques correspondant à chacun de ces modèles. Ce choix de plusieurs modèles a été fait pour que l'étude puisse représenter la majorité des cas auxquels nous pouvons être confrontés.

Tableau 4.12 – Définition des niveaux des facteurs  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$ .

Paramètre	Niv 1	Niv 2	Niv 3	Niv 4	Niv 5	Niv 6	Niv 7
$\theta_1$ (%)	30	40	50	60	70	80	90
$\theta_2$ (%)	35	45	55	65	75	85	95
$\theta_3$ (m)	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	
$\theta_4$ (sans dimension)	3	4	5	6	7	8	

Après réalisation des essais, nous analysons les résultats par une méthode statistique, l'analyse de la variance (ANOVA) afin de déterminer statistiquement quel paramètre a le plus d'influence. La forme générale de l'analyse de variance repose sur le test de Fisher. Dans la logique de tout test d'hypothèse il y a toujours deux 2 hypothèses statistiques. Dans le cas de l'ANOVA :

- la première, l'hypothèse nulle ou  $H_0$ , est une hypothèse qui postule qu'il n'y a pas de différence entre les moyennes des variables,
- la seconde hypothèse, l'hypothèse alternative ou  $H_1$  est qu'il existe au moins une distribution dont la moyenne s'écarte des autres moyennes.

Pour accepter ou refuser l'hypothèse nulle, il faudra pour chaque variable, i.e. pour chaque composante de  $\theta$  :

- calculer la somme des carrés des écarts à la moyenne des réponses  $SCE = \sum (\psi_i - \bar{\psi})^2$ ,
- définir le nombre de degrés de liberté de chaque variable noté  $ddl$ ,

Tableau 4.13 – Paramètres des modèles 'vrais' considérés pour la simulation des données mesurées synthétiques pour le calcul du critère  $\psi$ .

Modèle	$\theta_1$ (%)	$\theta_2$ (%)	$\theta_3$ (m)	$\theta_4$ (sans dimension)
1	45	50	0.0250	4.5
2	35	50	0.0150	6.5
3	40	55	0.0450	3
4	30	50	0.0550	7.5
5	35	70	0.0150	3.5
6	40	90	0.02	7
7	50	80	0.055	4.5
8	40	70	0.06	8
9	75	40	0.0250	6.5
10	85	50	0.045	3.5
11	90	45	0.055	7.5
12	60	65	0.015	3.5
13	70	75	0.025	6.5
14	80	85	0.045	4.5
15	90	95	0.055	7.5

- calculer la variance de chaque variable et la variance des résidus définie par  $V = \frac{SCE}{ddl}$ ,
- calculer le rapport, noté  $F$ , entre la variance de la variable et la variance résiduelle donné par  $F = \frac{V_{facteur}}{V_{résidus}}$
- calculer la p-valeur, notée  $p$  et la comparer à un seuil  $\alpha$ .

La valeur de  $p$  ou *signification* est la probabilité ou le risque de commettre une erreur en déclarant qu'il existe une différence entre les variables. Généralement, le seuil de signification (ou  $\alpha$ ) est de 0.05. Si la valeur de  $p$  est supérieure à 0.05, il faut accepter l'hypothèse nulle et conclure qu'il n'y a pas de différence significative entre les variables. Si en revanche la valeur de  $p$  du test est inférieure à 0.05, il faut rejeter l'hypothèse nulle et conclure qu'il y a une différence significative entre les variables.

#### 4.4.3.2 Contribution des paramètres à la variance du critère

Après avoir présenté les objectifs et la conception des plans d'expériences et la méthode d'analyse statistique de l'ANOVA, nous avons réalisé les essais qui consistent à modéliser les données apparentes (résistivités et permittivités) de toutes les combinaisons de paramètres possibles définis dans le Tableau 4.12. Nous avons ensuite calculé le critère  $\psi$  en utilisant les données modélisées des modèles synthétiques définis dans le Tableau 4.13. Nous avons

alors 15 études que nous avons étudiées séparément afin de déterminer pour chacune l'influence des paramètres  $\theta_i$  et leurs effets couplés  $\theta_i\theta_j$ . Cette analyse a été faite grâce à un logiciel d'analyse statistique nommé Ellistat<sup>1</sup>. Les réponses pour chaque essai ont été analysées et les résultats de l'étude sont décrits.

La Figure 4.25 représente pour chaque étude la contribution des paramètres à la variance totale en pourcentage par une barre. La somme des contributions des paramètres, de leurs effets couplés et des résidus est égale à 100%. Les résultats pour les 15 études sont semblables. On remarque que la contribution du paramètre  $\theta_1$  à la variance est la plus importante, suivie des contributions couplées  $\theta_1\theta_2$  et  $\theta_1\theta_3$  et des contributions des paramètres  $\theta_2$  et  $\theta_3$ . Nous remarquons que la contribution du paramètre  $\theta_4$  est très faible voire négligeable. Nous observons particulièrement quelques différences entre les études 1 à 11 et les études 12 à 15 (en gardant la même tendance globale des contributions). Ceci peut être dû à la différence de la forme des profils 'vrais' de ces deux groupes. En comparant les paramètres des modèles 'vrais' (Tableau 4.13), on remarque que la différence entre  $\theta_1$  et  $\theta_2$  des profils 12 à 15 est très faible par rapport à cette différence pour les profils 1 à 11.

Les résultats de cette étude montrent que, de manière générale, l'estimation des paramètres  $\theta_1, \theta_2$  et  $\theta_3$  par inversion peut se faire sans difficulté puisque le critère à minimiser est très sensible à ces paramètres. Cependant, le critère étant moins sensible au paramètre  $\theta_4$ , nous pouvons rencontrer des difficultés à estimer ce paramètre dans l'inversion. Cette étude rejoint les résultats de l'étude préliminaire réalisée au paragraphe 4.4.1 dans laquelle nous avons remarqué qu'en présence de bruit de mesures, l'estimation du paramètre  $\theta_4$  est difficile et permet de généraliser l'étude de la sensibilité du critère aux paramètres d'inversion. Par ailleurs, cette étude soulève un point critique concernant le paramètre  $\theta_4$ . Comme on constate que  $\psi$  est très peu sensible à  $\theta_4$ , on peut être amené à fixer ce paramètre puisque son estimation est difficile. On discute cette proposition lors de l'application de l'algorithme d'inversion à des données expérimentales au Chapitre 5.

Par ailleurs, cette étude donne des renseignements concernant la sensibilité des mesures par les méthodes non destructives résistives et capacitives. En effet, le critère  $\psi$  représente la somme au carré des écarts des résistivités (respectivement des permittivités) apparentes mesurées par rapport à des résistivités (respectivement des permittivités) apparentes modélisées. Ainsi, la sensibilité importante du critère au paramètre  $\theta_1$  signifie que les mesures de résistivités et permittivités apparentes sont également fortement sensibles à ce paramètre, qui représente le degré de saturation du béton en surface. On peut alors faire à

---

1. <https://ellistat.com/en>

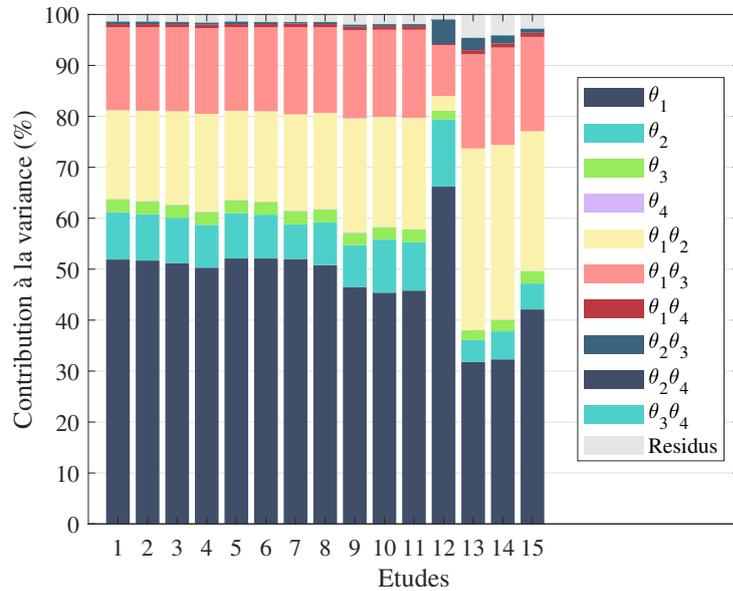


FIGURE 4.25 – Contribution de chacun des facteurs de  $\theta$  et leurs effets couplés à la variance totale de  $\psi$  pour les différents modèles 'vrais' décrits dans le Tableau 4.13.

partir de cette étude les observations suivantes :

- les mesures de résistivité et de permittivité apparentes sont très sensibles au degré de saturation du béton en surface. Cette observation s'explique par le fait que les profondeurs d'investigation des mesures résistives et capacitives varient environ entre 0 et 6 cm (voir Figures 1.15 et 3.6) et que les mesures sont plus nombreuses pour de faibles profondeurs d'investigation,
- les mesures de résistivité et de permittivité apparentes sont également sensibles au degré de saturation du béton en profondeur (représenté par le paramètre  $\theta_2$ ) et à la position du front de degré de saturation (représenté par le paramètre  $\theta_3$ ),
- la sensibilité des mesures de résistivité et de permittivité apparentes à la pente de la courbe décrite par la fonction de Weibull (représenté par le paramètre  $\theta_4$ ) est très faible. Pour cela, surtout en présence de bruit, il est difficile d'estimer avec précision la pente du profil de degré de saturation.

## 4.5 Prise en compte de contraintes de borne

### 4.5.1 Objectif

L'algorithme de Levenberg-Marquardt permet de minimiser le critère des moindres carrés de manière itérative. Cependant, c'est un algorithme qui ne permet pas naturellement de prendre en compte des contraintes sur les paramètres.

Lorsque nous sommes confrontés à l'inversion de données expérimentales de résistivité ou de permittivité apparentes pour obtenir le profil de degré de saturation en fonction de la profondeur (voir Chapitre 5), nous nous attendons à un modèle estimé cohérent avec la réalité, i.e. un profil tel que les valeurs de degré de saturation soient comprises entre une valeur minimale qui correspond au degré de saturation en équilibre avec celui de l'environnement extérieur ambiant et une valeur maximale égale à 100%. Si les paramètres estimés ne vérifient pas ces conditions, nous pouvons modifier la procédure de manière à ajouter des contraintes sur certaines variables.

Les paramètres qui admettent des contraintes de bornes inférieure et supérieure sont :

$$\theta_1, \theta_2 \in [\theta_{min}, \theta_{max}] \quad (4.12)$$

où  $\theta_{min}$  (%) représente la borne inférieure des valeurs acceptables de  $S$  et  $\theta_{max}$  (%) la borne supérieure des valeurs acceptables de  $S$ .

### 4.5.2 Ajout de contraintes sur les paramètres

Dans cette section, nous décrivons deux approches pour ajouter des contraintes aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  dans la procédure d'estimation.

#### 4.5.2.1 Approche par changement de variables

La première approche consiste à contraindre le modèle en faisant deux changements de variables pour passer de  $u \in \mathbb{R}$  à  $\theta \in [\theta_{min}; \theta_{max}]$ . Pour borner le paramètre  $\theta$ , nous pouvons utiliser une fonction analytique qui soit intrinsèquement bornée et nous avons choisi la fonction arctan. Voici les changements de variables proposé :

$$v = \arctan(u) \quad (4.13)$$

avec  $u \in \mathbb{R}$  et  $v \in ]-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}[$ .

$$\theta = av + b \quad (4.14)$$

où  $a$  et  $b$  sont des constantes et  $\theta \in [\theta_{min}; \theta_{max}]$ .

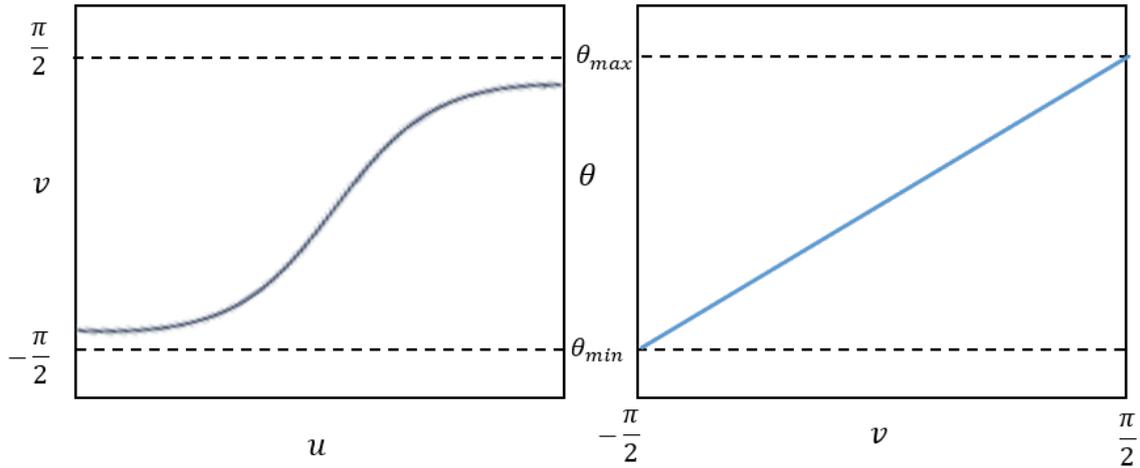


FIGURE 4.26 – Changements de variables pour borner le paramètre  $\theta$  entre  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$ .

Ainsi, nous pouvons exprimer  $\theta$  en fonction de  $u$  par l'équation suivante :

$$\theta = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{\pi} \arctan(u) + \frac{\theta_{min} + \theta_{max}}{2} \quad (4.15)$$

En particulier, les contraintes de bornes ne concernent que les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  (le degré de saturation en surface et en profondeur respectivement). Cependant, nous appliquons le changement de variables aux quatre paramètres pour avoir une écriture plus homogène de modèle de degré de saturation :

$$\theta_1 = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{\pi} \arctan(u_1) + \frac{\theta_{min} + \theta_{max}}{2} \quad (4.16)$$

$$\theta_2 = \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{\pi} \arctan(u_2) + \frac{\theta_{min} + \theta_{max}}{2} \quad (4.17)$$

$$\theta_3 = u_3 \quad (4.18)$$

$$\theta_4 = u_4 \quad (4.19)$$

En faisant ce changement de variables, nous définissons le modèle de degré de saturation  $S$  (défini à l'origine par l'équation (3.4)) en fonction de  $u$  par l'équation (4.20).

$$\begin{aligned} S(\mathbf{u}, z) = & \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{\pi} (\arctan(u_1) - \arctan(u_2)) \exp\left(-\left(\frac{z}{u_3}\right)^{u_4}\right) \\ & + \frac{\theta_{max} - \theta_{min}}{\pi} \arctan(u_2) + \frac{\theta_{min} + \theta_{max}}{2} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Ainsi, nous minimisons le critère  $\psi$  défini par l'équation (4.21) en fonction de  $\mathbf{u}$  où maintenant  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^4$ .

$$\psi = \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_{mes} - \mathbf{d}_{mod}(\mathbf{u})\|^2 \quad (4.21)$$

Le même algorithme de Levenberg-Marquardt décrit dans la Figure 3.12 s'applique pour estimer  $\mathbf{u}$  au lieu de  $\boldsymbol{\theta}$ . Le seul changement est que pour le calcul des dérivées partielles des données par rapport aux paramètres, on introduira des perturbations en  $u$  et non en  $\theta$ .

#### 4.5.2.2 Approche par ajout de fonctions de régularisation

La deuxième approche consiste à contraindre le modèle en ajoutant une fonction de pénalité  $p$  à la fonction coût  $\psi$  qui s'écrit par l'équation suivante :

$$\psi = \frac{1}{2} \|\mathbf{d}_{mes} - \mathbf{d}_{mod}(\boldsymbol{\theta})\|^2 + \mu(p_{min}(\boldsymbol{\theta}) + p_{max}(\boldsymbol{\theta})) \quad (4.22)$$

où  $p_{min}$  représente la fonction de pénalité associée à la borne inférieure,  $p_{max}$  celle associée à la borne supérieure et  $\mu$  un paramètre de régularisation à définir.

Lorsque  $\theta < \theta_{min}$ , la contrainte de la borne inférieure est active et la fonction de pénalité correspondante  $p_{min}$  prend une valeur infinie et par conséquent le critère  $\psi$  est infini. Le même raisonnement tient lorsque  $\theta > \theta_{max}$ ,  $p_{max}$  prend une valeur infinie. Lorsqu'aucune contrainte n'est active les fonctions de pénalité prennent une valeur nulle. Ce principe est résumé par les équations (4.23) et (4.24).

$$p_{max}(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \leq \theta_{max} \\ +\infty & \text{si } \theta > \theta_{max} \end{cases} \quad (4.23)$$

$$p_{min}(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \geq \theta_{min} \\ +\infty & \text{si } \theta < \theta_{min} \end{cases} \quad (4.24)$$

En pratique, la fonction de pénalité dans les équations (4.23) et (4.24) représente une fonction non continue et donc ne peut être ajoutée en cette forme au critère. Un moyen de relaxer cette forme, est d'approcher les équations (4.23) et (4.24) par une fonction continue, convexe, quadratique, qui respecte le concept de cette fonction de pénalité et qui permet de rester dans le cadre de l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Cette fonction continue peut être exprimée par les équations (4.25) et (4.26) et est représentée sur la Figure 4.27.

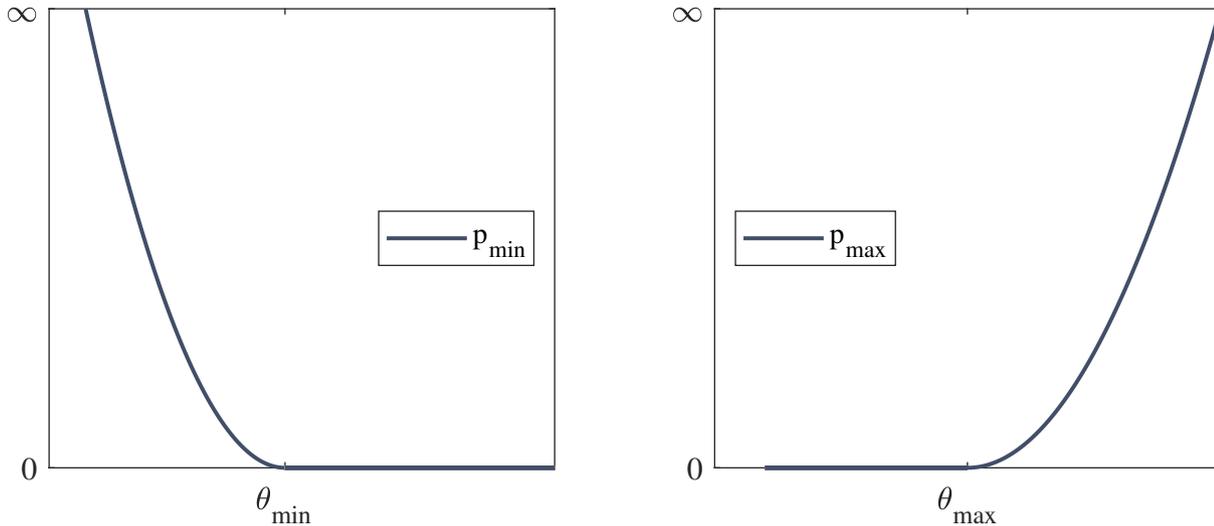


FIGURE 4.27 – Fonctions de pénalité  $p_{min}$  et  $p_{max}$  appliquées respectivement aux bornes inférieure et supérieure des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

$$p_{max}(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \leq \theta_{max} \\ (\theta - \theta_{max})^2 & \text{si } \theta > \theta_{max} \end{cases} \quad (4.25)$$

$$p_{min}(\theta) = \begin{cases} 0 & \text{si } \theta \geq \theta_{min} \\ (\theta - \theta_{min})^2 & \text{si } \theta < \theta_{min} \end{cases} \quad (4.26)$$

Lorsque  $\mu$  tend vers l'infini, cette pénalisation devient "exacte", i.e. les équations (4.25) et (4.26) se rapprochent des équations (4.23) et (4.24). En pratique, il s'agit donc de régler  $\mu$  "suffisamment grand". A partir de cette approche d'ajout des contraintes, nous avons

changé la définition de la fonction coût  $\psi$ . Le modèle de degré de saturation n'a pas changé et porte toujours sur les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$ . Concernant l'algorithme d'inversion décrit dans la section 3.2.3, les changements suite à la nouvelle définition du critère  $\psi$  par l'équation (4.22) sont les suivants. Le jacobien  $\mathbf{J}$ , défini dans la section 3.2.3, garde la même définition puisque le modèle porte toujours sur les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  du profil de degré de saturation. On peut montrer cependant que le gradient de la fonction coût  $\mathbf{G}$  ainsi que la matrice hessienne  $\mathbf{H}$  changent d'expression. Lorsque la contrainte  $\theta_{min}$  est active ( $\theta \leq \theta_{min}$ ), le gradient  $\mathbf{G}$  devient :

$$\mathbf{G} = \mathbf{J}^T (\mathbf{d}_{mes} - \mathbf{d}_{mod}) + 2\mu(\theta - \theta_{min}) \quad (4.27)$$

Lorsque la contrainte  $\theta_{max}$  est active ( $\theta \geq \theta_{max}$ ), le gradient  $\mathbf{G}$  peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\mathbf{G} = \mathbf{J}^T (\mathbf{d}_{mes} - \mathbf{d}_{mod}) + 2\mu(\theta - \theta_{max}) \quad (4.28)$$

et la matrice hessienne  $\mathbf{H}$  devient :

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} + (\lambda + 2\mu) \text{diag}(\mathbf{J}^T \mathbf{J}) \quad (4.29)$$

La solution à l'itération  $k + 1$ ,  $\boldsymbol{\theta}^{k+1}$ , à partir de  $\boldsymbol{\theta}^k$  est donnée par :

$$\boldsymbol{\theta}^{k+1} = \boldsymbol{\theta}^k + \mathbf{h} \simeq \boldsymbol{\theta}^k + \mathbf{H}^{k-1} \mathbf{G}^k \quad (4.30)$$

Nous proposons une définition et mise à jour itérative du paramètre  $\mu$  décrite dans la Figure 4.28. Au début d'une itération  $k$  de l'inversion, la paramètre  $\mu$  vaut 1 et le modèle  $\boldsymbol{\theta}^{k+1}$  est estimé. Si les paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  respectent les conditions de bornes définies par  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$ ,  $\mu$  reste égal à 1 et le modèle  $\boldsymbol{\theta}^{k+1}$  est accepté. Sinon, la valeur de  $\mu$  augmente pour augmenter l'importance de la fonction de pénalité jusqu'à ce que les paramètres estimés  $\boldsymbol{\theta}^{k+1}$  respectent les conditions de bornes.

Ainsi, nous utilisons au Chapitre 5 les deux approches d'ajout de contraintes sur les paramètres pour l'inversion de données mesurées expérimentalement lors de deux campagnes de mesure réalisées durant cette thèse. Nous comparons également les modèles de degré de saturation estimées par chacune des approches ainsi que leur performance.

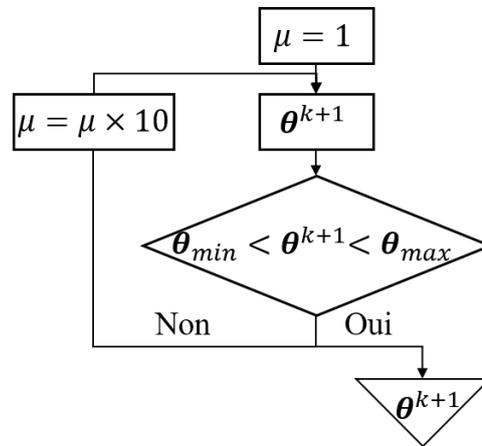


FIGURE 4.28 – Méthode d’initialisation et de mise à jour du paramètre de régularisation  $\mu$ .

## 4.6 Comparaison à un logiciel NOMAD

Dans cette thèse, nous avons utilisé l’algorithme de Levenberg-Marquardt pour l’inversion des données résistives et capacitives. Cet algorithme permet des garanties de convergence vers un optimum local. Cependant, il repose sur le calcul de la fonction coût et de ses dérivées par rapport à chaque paramètre à chaque itération. Celle-ci se fait par perturbation et requiert donc l’évaluation du modèle direct via le logiciel Comsol Multiphysics, qui est coûteuse. Nous avons donc également étudié une piste alternative, reposant sur l’utilisation d’un logiciel, NOMAD (Nonlinear Optimization by Mesh Adaptive Direct Search), de type "boîte noire" (dit aussi derivative-free), ne reposant que sur des évaluations de la fonction coût (voir Figure 4.29). Il est surtout utilisé lorsque la fonction est coûteuse à calculer et les dérivées ne sont pas accessibles.

NOMAD est une implémentation de l’algorithme MADS (Mesh Adaptive Direct Search) [Audet and Dennis, 2006, Abramson et al., 2009, Audet and Dennis, 2009] conçu pour l’optimisation sous contrainte des fonctions boîte noire sous la forme :

$$\min_{x \in \Omega} f(x) \tag{4.31}$$

où  $f$  est la fonction boîte noire qui dépend de  $x$  et  $\Omega$  l’espace des points réalisables.

Cette méthode génère des itérations sur une série de mailles de tailles variables. Un maillage est une discrétisation de l’espace des variables. L’algorithme effectue une recherche adaptative sur les mailles, y compris le contrôle du raffinement des mailles. L’objectif à

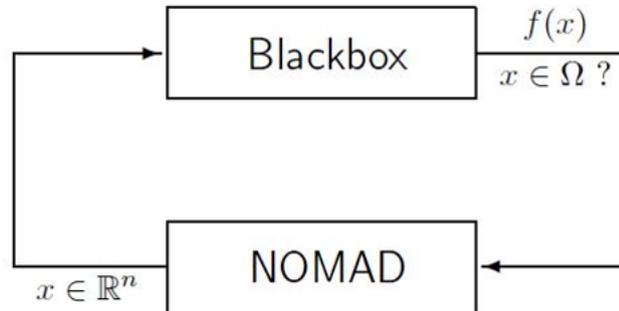


FIGURE 4.29 – Schéma de l’optimisation par le logiciel NOMAD [Audet et al., 2009].

chaque itération est de générer un point d’essai sur le maillage qui améliore la meilleure solution actuelle. Lorsqu’une itération échoue, l’itération suivante est lancée sur un maillage plus fin. Chaque itération est composée de deux étapes (voir Figure 4.30). L’étape de *recherche* (ou *search*) est cruciale dans la pratique parce qu’elle est très flexible mais elle peut renvoyer n’importe quel point du maillage sous-jacent, l’objectif étant d’identifier un point qui améliore la solution actuelle. L’étape d’*interrogation* (ou *poll*) est définie de manière plus rigide et permet de générer des points de maillage d’essai au voisinage de la meilleure solution actuelle.

---

**Algorithm 1:** High-level presentation of MADS

---

Initialization: Let  $x_0 \in \mathbb{R}^n$  be an initial point and set the iteration counter  $k \leftarrow 0$

Main loop:

**repeat**

SEARCH on the mesh to find a better solution than  $x_k$

**if** the SEARCH failed **then**

    └ POLL on the mesh to find a better solution than  $x_k$

**if** a better solution than  $x_k$  was found by either the SEARCH or the POLL **then**

    └ call it  $x_{k+1}$  and coarsen the mesh

**else**

    └ set  $x_{k+1} = x_k$  and refine the mesh

  Update parameters and set  $k \leftarrow k + 1$

**until** Stopping criteria is satisfied;

---

FIGURE 4.30 – Forme générale de l’algorithme d’optimisation MADS [Audet et al., 2009].

Le logiciel NOMAD peut être utilisé sous Matlab. Il suffit de définir les paramètres

suivants :

- la fonction boîte noire à laquelle le logiciel fera appel pour l'évaluer à différents points du maillage dans l'espace des paramètres à optimiser,
- le modèle initial pour débiter l'optimisation. Ce modèle est choisi conformément à la démarche proposée à la section 4.1.1 et son choix est important comme pour l'algorithme de Levenberg-Marquardt,
- les contraintes d'inégalité et les domaines de définition des paramètres, contrairement à l'algorithme de Levenberg-Marquardt où l'ajout des contraintes n'est pas systématique (voir section 4.5),
- les options d'optimisation. Elles sont nombreuses et classées en catégories : des options basiques et avancées concernant l'algorithme comme les critères d'arrêt, la taille du maillage, le nombre total d'itérations...

La fonction boîte noire consiste à modéliser le problème direct pour les paramètres  $\theta$  et à calculer le critère entre ces données modélisées et les données mesurées. Nous définissons les contraintes de bornes inférieure et supérieure des paramètres comme suit :  $\theta_1(\%) \in [\theta_{min}; \theta_{max}]$ ,  $\theta_2(\%) \in [\theta_{min}; \theta_{max}]$  (voir section 4.5). Nous choisissons aussi des bornes pour  $\theta_3$  et  $\theta_4$  pour des profils de degré de saturation possibles et physiquement acceptables, tel que  $\theta_3(m) \in [0; 0.1]$  et  $\theta_4$  (sans dimension)  $\in [0; 100]$ . Les options d'optimisation sont celles fixées par défaut.

En sortie, NOMAD fournit l'estimation  $\tilde{\theta}$ , la valeur du critère  $\psi$  à la solution, le nombre d'itérations, le nombre total d'évaluations de la fonction boîte noire et un indicateur sur le critère d'arrêt.

Ainsi, nous implémentons et utilisons le logiciel NOMAD dans le Chapitre 5 pour inverser les données expérimentales et comparons les résultats aux profils obtenus par l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Nous pourrions s'attendre que l'algorithme de Levenberg-Marquardt soit plus rapide puisqu'il est spécialement conçu pour l'optimisation des fonctions coût de type moindres carrés non linéaires, alors que l'algorithme MADS avec le logiciel NOMAD est plus générique et concerne toutes les fonctions coût de type "boîte noire".

## 4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons d'abord présenté l'approche d'inversion séparée des données de résistivité et de permittivité apparentes pour estimer le profil de degré de saturation en fonction de la profondeur du béton. Nous avons adapté les outils existants (CERIS et CAPEX) et nous avons étudié différents paramètres qui permettent de valider la bonne résolution des problèmes direct et inverse. Pour la finesse du maillage, nous soulignons qu'un nombre de 10 mailles entre deux électrodes consécutives est nécessaire pour assurer la précision des données modélisées. Pour le calcul des dérivées partielles, nous recommandons l'emploi de la méthode de perturbation avec une constante de perturbation  $u \in [10^{-6}; 10^{-4}]$ . Enfin, pour le choix du modèle initial de l'inversion, nous concluons que la méthode proposée qui repose sur l'ajustement d'un modèle initial à partir des données mesurées est efficace. Cependant, nous estimons que cette méthode peut induire des incertitudes en présence d'un gradient de degré de saturation à cause de la modification des sensibilités des mesures résistives et capacitives en milieu hétérogène.

Nous avons ensuite élaboré une approche d'inversion conjointe des mesures résistives et capacitives dont le nouveau critère  $\psi$  est une combinaison linéaire des critères des inversions séparées pondérés par des poids qui tiennent compte de l'incertitude des mesures résistives et capacitives. Nous montrons que l'algorithme de minimisation du critère de l'inversion conjointe proposé induit une bonne reconstruction des modèles synthétiques étudiés en considérant des données non bruitées. Nous avons également étudié l'effet de l'incertitude des mesures sur l'inversion. En analysant les résultats de l'étude paramétrique réalisée, nous pouvons affirmer que l'inversion conjointe permet d'améliorer les modèles estimés par rapport à l'inversion séparée des données. Nous retenons alors que la définition des poids attribués aux mesures résistives et capacitives, comme étant l'inverse de la variance des mesures, est pertinente.

L'étude de sensibilité des résistivités et permittivités apparentes aux paramètres du modèle par la méthode de l'ANOVA a permis de déterminer les paramètres auxquels le critère  $\psi$  est sensible et ceux auxquels  $\psi$  est moins sensible. Nous montrons que les mesures résistives et capacitives sont très sensibles à la variation degré de saturation en surface. Elles sont aussi sensibles à la variation du degré de saturation en profondeur et à la position du front de saturation. En revanche, nous retenons que les mesures résistives et capacitives sont très faiblement sensibles au paramètre d'échelle du profil de degré de saturation. Ceci rend plus difficile l'estimation de ce paramètre et une paramétrisation

alternative qui consiste à fixer ce paramètre est envisagée au chapitre suivant.

Nous avons enfin présenté l'algorithme MADS implémenté dans le logiciel NOMAD qui permet de minimiser une fonction coût de type *boîte noire*. Ce logiciel est dédié à l'optimisation de fonctions dont l'évaluation est coûteuse. Nous estimons qu'il est intéressant d'appliquer cette approche à des données issues de méthodes non-destructives réalisées sur un ouvrage en béton puisque la fonction coût qu'on minimise nécessite l'évaluation coûteuse du problème direct par la méthode des EF. Nous préconisons alors l'utilisation de ce logiciel dans le chapitre suivant, afin d'estimer les profils de degré de saturation par inversion de données expérimentales. Ces profils seront comparés aux profils estimés par les approches de l'inversion séparée et de l'inversion conjointe traitées dans ce chapitre.

Dans le chapitre suivant, nous appliquons la procédure d'inversion conjointe à des résistivités et permittivités apparentes mesurées lors de deux campagnes expérimentales réalisées dans cette thèse.

# APPLICATION À DES DONNÉES EXPÉRIMENTALES

---

Dans les chapitres précédents, nous avons présenté l'importance de l'utilisation des méthodes ND et plus particulièrement les méthodes résistive et capacitive de surface dans l'estimation des profils de degré de saturation dans le béton d'enrobage (Chapitre 1). Nous avons aussi évoqué l'importance de la combinaison des méthodes ND pour améliorer la fiabilité des profils estimés (Chapitre 2). Nous avons ensuite décrit les outils permettant la résolution des problèmes direct et inverse pour les mesures de résistivité et de permittivité apparente (Chapitre 3). A partir de ces outils, nous avons développé une approche d'inversion séparée et conjointe des mesures résistives et capacitives pour estimer le profil de degré de saturation en fonction de la profondeur (Chapitre 4).

Dans ce chapitre, nous appliquons les procédures de l'inversion séparée et conjointe à des résistivités et permittivités apparentes mesurées lors de deux campagnes expérimentales réalisées dans cette thèse. Nous présentons les caractéristiques des corps d'épreuve, le déroulement de chacune des campagnes et les courbes de calibration de la résistivité électrique et la permittivité diélectrique en fonction du degré de saturation. Puis, nous présentons les mesures de résistivité et de permittivité apparentes et les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée des mesures. Ensuite, nous appliquons l'approche de l'inversion conjointe aux données des deux types de mesure pour estimer le profil du degré de saturation en fonction de la profondeur. Les profils estimés par inversion séparée et conjointe sont comparés à des profils obtenus par des méthodes alternatives (capteurs thermohygrométriques THR, gammadensimétrie et inversion avec le logiciel Nomad).

Mis à part le protocole expérimental propre à chacune des deux campagnes, et par souci de cohérence dans la démarche scientifique et d'homogénéité du document, nous introduisons les éléments méthodologiques, puis la description des deux campagnes et finalement l'analyse des profils de degré de saturation estimés et les comparaisons avec les profils estimés par des méthodes alternatives suivant une trame identique.

## 5.1 Présentation des campagnes expérimentales

Deux campagnes expérimentales ont été conçues dans cette thèse pour estimer des profils de gradients de degré de saturation en fonction de la profondeur du béton et du temps. Premièrement, un séchage unidirectionnel est généré sur un corps d'épreuve préalablement saturé en eau douce (voir section 5.1.1). Deuxièmement, nous avons suivi l'imbibition unidirectionnelle en eau douce d'un autre corps d'épreuve en béton (voir section 5.1.2).

Ces deux campagnes sont indépendantes et ont eu lieu en utilisant deux corps d'épreuve différents fabriqués pour les travaux de thèse de Badr [Badr, 2019] dans le cadre d'un projet pour l'Agence nationale pour la gestion des déchets radioactifs (Andra). Nous commençons par un bref aperçu du contexte de ces travaux. Le travail expérimental de la thèse de [Badr, 2019] avait pour objectif de valider l'utilisation de capteurs noyés conçus et fabriqués durant la thèse et qui donnaient accès à la mesure de la résistivité électrique pour obtenir des profils de teneur en eau en fonction de la profondeur. Ainsi, des éprouvettes de petites dimensions instrumentées ont été réalisées et testées en conditions contrôlées. Ensuite, deux dalles en béton armé ont été réalisées (l'une en armatures en acier notée HA et l'autre en armatures de fibre de verre notée FV) de dimensions représentatives de l'application sur ouvrage réel. Elles sont instrumentées de nombreuses technologies, permettent d'évaluer l'impact des armatures sur les mesures de résistivité apparente et l'influence de la mise en œuvre par les différentes gâchées de béton qui les constituent. Dans ce contexte, compte tenu de la géométrie de ces corps d'épreuve, leur histoire et la présence ou non de capteurs noyés, nous avons organisé les deux campagnes expérimentales décrites dans cette section.

### 5.1.1 Campagne de séchage

Nous décrivons dans cette section la première campagne. Il s'agit du séchage d'une dalle de béton initialement immergée et saturée dans de l'eau douce pendant 1 an. Nous présentons dans cette partie la formulation de béton utilisée, la dalle auscultée, son conditionnement et le déroulement de la campagne expérimentale.

#### 5.1.1.1 Formulation du béton

Le Tableau 5.1 montre les constituants de la formulation du béton des corps d'épreuve utilisés dans cette étude pour les deux campagnes. Cette formulation est à base de ciment

CEM I telle que la taille maximale de granulat  $D_{max}$  est de 12 mm. Comparée à une formulation de base utilisée classiquement par l'Andra, celle-ci a été proposée dans la thèse de [Badr, 2019] pour rendre le matériau plus perméable et accroître la porosité accessible à l'eau afin d'accélérer le processus de transferts hydriques. A partir de cette

Tableau 5.1 – Formulation du béton d'étude.

Constituant	Formulation
Ciment CEM I 52.5 N SR3 PM (Lafarge, Val d'Azergues) ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	350
Sable 0/4 mm (Carrières du Boulonnais) ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	890
Gravier 4/12 mm (Carrières du Boulonnais) ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	984
Eau efficace ( $E_{eff}$ ) ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	206
$E_{eff}/C$	0.59

formulation de béton, plusieurs coulages ont été réalisés dans la thèse de [Badr, 2019] pour différents essais pour la caractérisation du béton, la calibration en fonction du degré de saturation (voir paragraphes 5.1.1.3 et 5.1.2.3), la validation des capteurs noyés et des essais de gammadensimétrie. Nous nous intéressons au coulage qui a servi à la fabrication des corps d'épreuve utilisés pour cette étude. Ce coulage comprend 7 gâchées notées  $G1$  à  $G7$  réalisées le 13/12/2017. Ainsi, nous étudions la même formulation de béton et le même coulage pour tous les corps d'épreuve et essais. Cependant, les gâchées  $G1$  à  $G7$  peuvent présenter des différences dues à la variabilité du béton.

### 5.1.1.2 Propriétés du corps d'épreuve

Le corps d'épreuve pour cette campagne est une dalle de béton de dimensions  $50 \times 25 \times 12 \text{ cm}^3$  fabriquée avec la gâchée  $G7$ . C'est une dalle non armée et présentée à la Figure 5.1. Afin de créer un séchage unidirectionnel dans le sens de la profondeur du béton, les quatre faces latérales ont été recouvertes de papier aluminium adhésif après sortie de la dalle de l'eau (Figures 5.1a et 5.1b). Ainsi, le séchage se fait par les deux faces opposées restantes (Figures 5.1c et 5.1d). Nous notons que cette dalle a été coulée verticalement (dans le sens de la largeur) et donc les deux faces de séchages sont similaires vis-à-vis de la ségrégation, de la densité et de la porosité. Des essais de caractérisation des propriétés physiques du béton ont été réalisées dans la thèse de [Badr, 2019] pour les différentes gâchées du coulage. Le Tableau 5.2 montre les propriétés mécaniques de la gâchée  $G7$ . Nous remarquons une porosité de 15.3 % assez élevée pour un béton ordinaire et donc qui permet d'accélérer les transferts hydriques dans le béton [Carcasses and Cassagnabere, 2014].

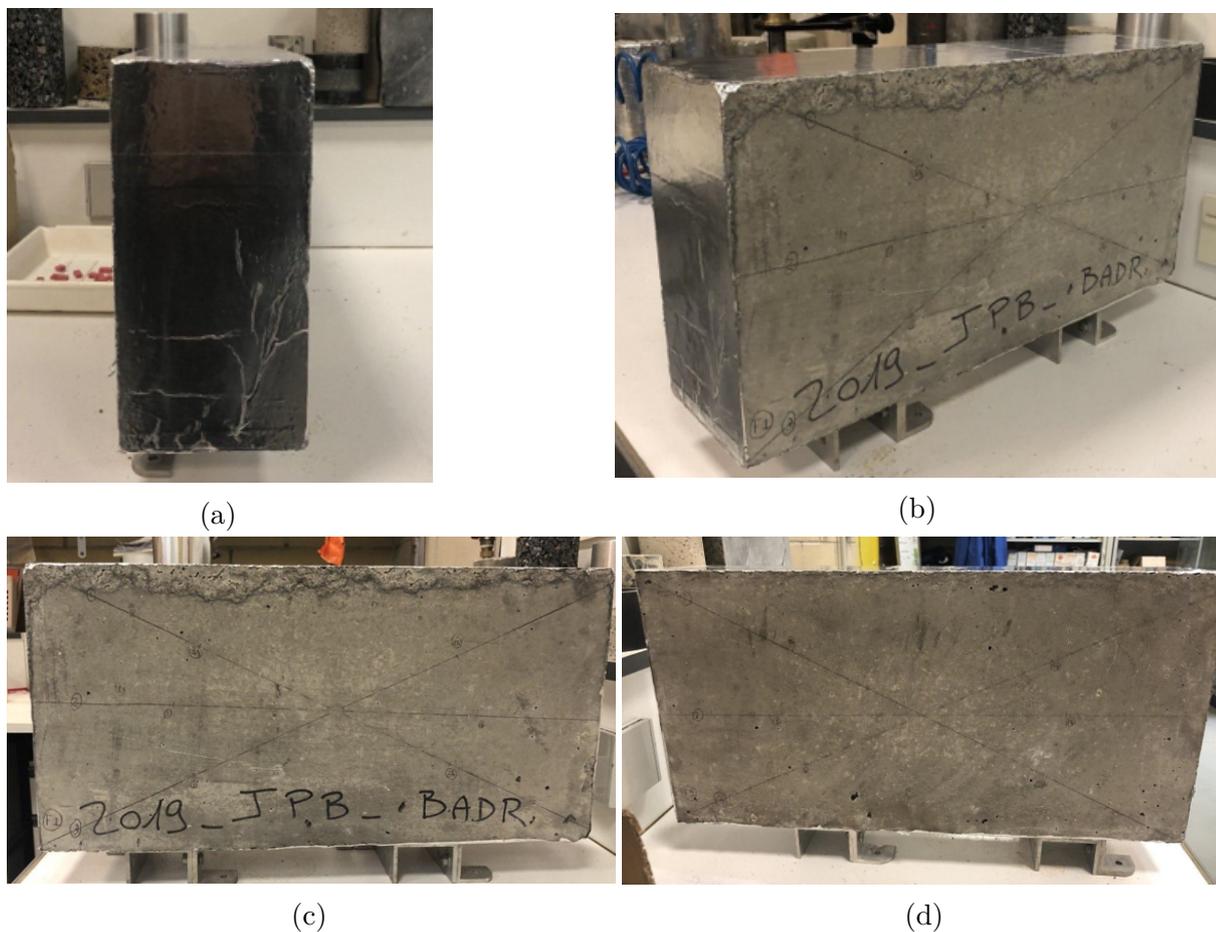


FIGURE 5.1 – Dalle de la campagne de séchage de dimensions  $50 \times 25 \times 12 \text{ cm}^3$  (a),(b) Vues des faces latérales protégées par du papier aluminium (c) Vue de la face de séchage notée F1 (d) Vue de la face de séchage notée F2.

Tableau 5.2 – Caractéristiques du béton du corps d'épreuve de la campagne de séchage (gâchée G7).

Gâchée	G7
Affaissement (cm)	15.0
Masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	2369
Air occlus (%)	-
Résistance à la compression à 28j (MPa)	$42.6 \pm 1.3$
Module de Young 28j (GPa)	$35.8 \pm 0.6$
Porosité à 28j (%)	$15.3 \pm 0.3$

### 5.1.1.3 Courbes de calibration pour le béton étudié

Des essais de calibration avec la cellule de résistivité (voir paragraphe 1.5.1 et Figure 1.10) ont été réalisés pour établir la relation entre la résistivité électrique et le degré de saturation. Ces essais ont été réalisés sur 13 carottes cylindriques des gâchées  $G1$  à  $G7$  de dimensions  $\phi 75 \times 70$  mm. Pour des valeurs de degré de saturation inférieures à 40 % le béton devient assez sec, les contacts électriques très grands (supérieurs à  $900\text{k}\Omega$ ) et la mesure de résistivité électrique est impossible (Figure 5.2a). L'expression de la courbe de calibration, valide pour cette formulation de béton, est donnée par l'équation (5.1) avec un coefficient de détermination  $R^2=0.9982$  ( $S$  exprimé en décimale) :

$$\rho = 20.84S^{-4.22} \quad (5.1)$$

D'autres essais de calibration avec la cellule électromagnétique (voir paragraphe 1.5.2 et Figure 1.12a) permettent d'exprimer la permittivité diélectrique en fonction du degré de saturation. Le béton étant un matériau dispersif, nous précisons que cette calibration a été réalisée à 33MHz qui est la fréquence de résonance du système capacitif utilisé dans l'étude. Les mêmes carottes cylindriques de la gâchée  $G7$  de dimensions  $\phi 75 \times 70$  mm sont utilisées. Des mesures de permittivité pour un degré de saturation inférieur à 40 % ont pu être réalisées (Figure 5.2b) et nous obtenons l'expression de la droite de calibration de la permittivité en fonction du degré de saturation, valide pour cette formulation de béton, par l'équation (5.2) avec un coefficient de détermination  $R^2=0.9673$  ( $S$  exprimé en décimale).

$$\varepsilon = 15.32S + 4.596 \quad (5.2)$$

Les équations (5.1) et (5.2) seront utilisées dans le processus d'inversion des données de résistivité et de permittivité apparentes pour estimer le profil de degré de saturation (voir paragraphe 5.2).

### 5.1.1.4 Déroulement de la campagne de séchage

Après fabrication de la dalle, un pré-conditionnement a été réalisé. Elle a été immergée dans un bac contenant de l'eau douce pendant plus d'un an. A l'échéance initiale de séchage  $T_0$ , la dalle est retirée du bac d'eau et protégée par du papier aluminium sur ses faces latérales afin d'initier un séchage unidirectionnel selon la direction  $z$  de profondeur du béton. Elle est placée dans une salle climatisée à température contrôlée de  $T = 20 \pm 2^\circ\text{C}$ .

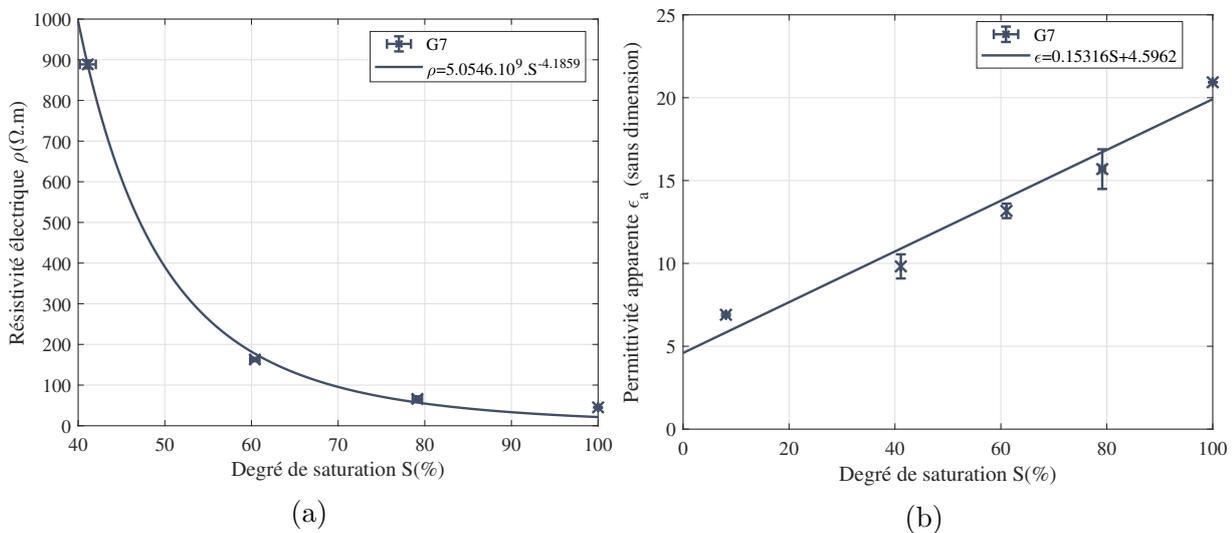


FIGURE 5.2 – Courbes de calibration en fonction du degré de saturation (exprimé en pourcentage) pour le béton de la gâchée G7 (a) de la résistivité électrique et (b) de la permittivité diélectrique à une fréquence de 33 MHz.

Classiquement [Fares, 2015, Badr, 2019], pour suivre un gradient de degré de saturation unidirectionnel, le séchage d'un corps d'épreuve est appliqué à une seule face en protégeant toutes les faces restantes. Dans cette étude, nous avons choisi de faire sécher la dalle par deux faces opposées tout en respectant le caractère unidirectionnel du séchage et cela pour les raisons suivantes :

- accélérer le séchage de la dalle par deux faces au lieu d'une seule à  $T = 20 \pm 2^\circ C$  pour observer les gradients de degré de saturation,
- étudier le comportement des deux faces indépendamment l'une de l'autre. En effet, ces deux faces opposées subissant un conditionnement identique, nous pouvons nous attendre à un séchage quasi symétrique par rapport à la profondeur médiane de la dalle ( $z=6cm$ ). Cette étude permet de comparer les mesures réalisées sur les deux faces à chaque échéance ainsi que les profils de degré de saturation estimés.

Des mesures de résistivité et de permittivité apparentes ont été réalisées sur les deux faces de séchage notées  $F1$  et  $F2$  à différentes échéances temporelles. La Figure 5.3 montre les différentes orientations choisies pour toutes les échéances pour réaliser les mesures des deux méthodes ND. Nous choisissons les deux diagonales des faces  $F1$  et  $F2$  (orientations 1 et 3 sur la Figure 5.3) et la position horizontale médiane. Ces choix sont dirigés par la géométrie des dispositifs de mesure. Le peigne de résistivité faisant 26 cm de longueur et le plus grand patin capacitif (GE2) faisant 15 cm de longueur, les orientations 1,2 et 3

(de longueurs 55.9 cm, 55.9 cm et 50 cm respectivement) sont suffisantes pour minimiser les effets de bords. La campagne de séchage a eu lieu à 15 échéances temporelles décrites dans le Tableau 5.3 pour une durée totale d'environ 5 mois de séchage.

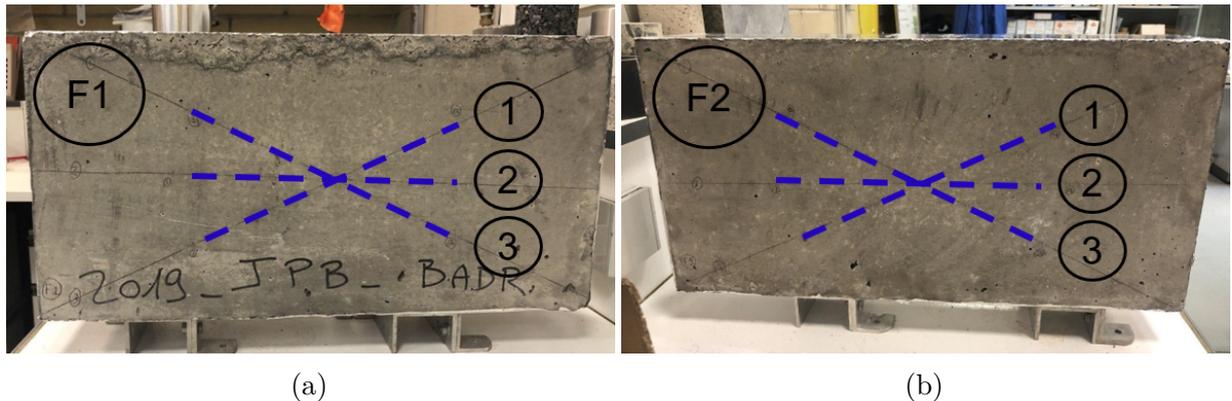


FIGURE 5.3 – Vue des orientations choisies pour les mesures de résistivité et de permittivité apparentes (a) sur la face de séchage  $F1$  (a) sur la face de séchage  $F2$ .

Le peigne de résistivité (Figure 1.5) a été utilisé pour mesurer la résistivité apparente à différentes échéances temporelles et la séquence WSR (voir paragraphe 3.1.3) a permis d'acquérir 100 valeurs de résistivités apparentes par séquence de mesure. Pour chaque échéance temporelle, deux séquences de mesure par orientation et par face ont été réalisées (sachant qu'une séquence de mesure dure environ 3 min). Au total, nous obtenons 6 séquences de mesure pour chaque face de séchage par échéance temporelle. Cela permet d'évaluer les incertitudes sur les mesures de résistivité apparente (voir paragraphe 5.2.2).

Les patins capacitifs (Figure 1.9) ont été utilisés pour mesurer la permittivité apparente sur les deux faces  $F1$  et  $F2$ . La fabrication et réception des nouveaux patins supplémentaires (ME2, ME3, ME4 et GE2) (voir paragraphe 1.4.3.2) a eu lieu le 08/11/2019, après le commencement de la campagne de séchage. Ils ont été testés et employés à partir de l'échéance T9 et jusqu'à la fin de la campagne. Pour chaque échéance temporelle, une quinzaine de mesures de permittivité apparente par patin, par orientation et par face ont été réalisées (sachant qu'une mesure de permittivité apparente par patin dure 5 s). Nous calculons la moyenne et l'écart-type des mesures pour chaque patin pour obtenir une valeur moyenne de permittivité apparente pour chaque patin par orientation et par face.

Tableau 5.3 – Échéances de mesure de la campagne de séchage.

Nom de l'échéance	Signification
T0	24/09/2019
T1	T0+1j
T2	T0+3j
T3	T0+6j
T4	T0+7j
T5	T0+17j
T6	T0+21j
T7	T0+29j
T8	T0+42j
T9	T0+56j
T10	T0+69j
T11	T0+84j
T12	T0+104j
T13	T0+125j
T14	T0+146j

## 5.1.2 Campagne d'imbibition

Nous décrivons dans cette section la deuxième campagne expérimentale. Il s'agit de l'imbibition d'une dalle de béton instrumentée. Nous présentons dans cette partie la formulation de béton utilisée, la dalle auscultée, son conditionnement et le déroulement de la campagne expérimentale.

### 5.1.2.1 Formulation du béton

Nous utilisons la même formulation de béton décrite dans le Tableau 5.1. Comme nous l'avons précisé au paragraphe 5.1.1.1, le coulage qui a servi à la fabrication des corps d'épreuve utilisés dans cette étude comprend 7 gâchées notées  $G1$  à  $G7$ . Les variations entre les différentes gâchées d'un même coulage peuvent provenir de différences dans les conditions de fabrication et de mise en œuvre. La dalle utilisée pour cette campagne a été coulée en trois gâchées  $G1$  à  $G3$  (Figure 5.4) afin de maîtriser la prise du béton vis-à-vis du temps de mise en place dans le moule.

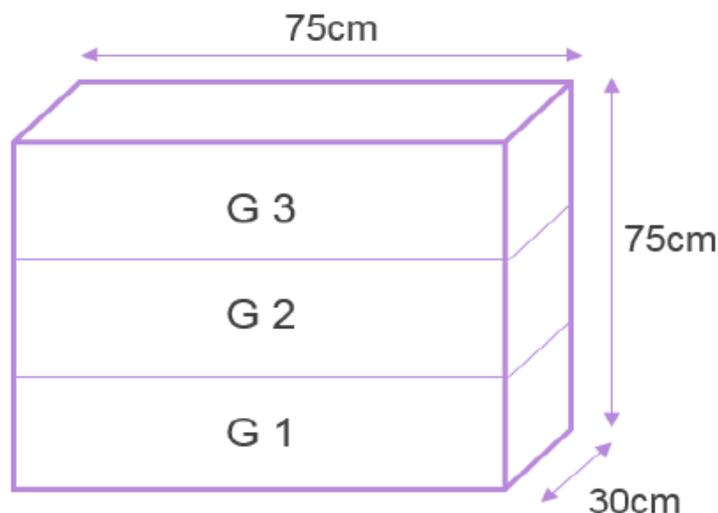


FIGURE 5.4 – Répartition des gâchées numérotées du bas vers le haut dans la dalle FV [Badr, 2019].

#### 5.1.2.2 Propriétés du corps d'épreuve

Le corps d'épreuve pour cette campagne (Figure 5.5) est une dalle de béton de dimensions  $75 \times 75 \times 30 \text{ cm}^3$ , équipée par des armatures en fibres de verre (FV) de 12 mm de diamètre espacées de 20 cm et l'enrobage est fixé à 5 cm. Après sa fabrication, elle a été conditionnée pendant 41 jours en cure humide dans une salle à une température  $T = 20 \pm 2^\circ\text{C}$ , et une humidité relative  $HR = 95 \pm 5 \%$ . Ensuite, elle a subi un séchage unidirectionnel à travers la profondeur par une seule face. Pour cela, les quatre faces latérales ( $75 \times 30 \text{ cm}^2$ ) ont été enduites de résine et recouvertes de papier aluminium auto-adhésif. La face opposée à la face de séchage est recouverte de bâche de polypropylène pour assurer une isolation électrique, puis d'une feuille d'aluminium. La dalle FV a subi un séchage à  $20^\circ\text{C}$  pendant 5 mois puis à  $45^\circ\text{C}$  pendant 1 an en étuve. La deuxième face (protégée par de l'aluminium) a ensuite été découverte et le séchage est prolongé en étuve pendant 4.5 mois à  $45^\circ\text{C}$ . Enfin, la dalle FV est placée pendant une semaine à  $20^\circ\text{C}$  pour un retour à l'équilibre thermique et hydrique. Un récapitulatif du conditionnement de la dalle FV est présenté au Tableau 5.4. Plusieurs types de mesures ont été faites sur cette dalle. Pour cela, nous retrouvons différents types d'instrumentation dans la dalle (Figure 5.6) dont :

- des dispositifs appelés Échelle (en vert) et Anneau (en bleu) [Badr, 2019] noyés dans la dalle pour mesurer la résistivité électrique apparente sur toute la profondeur,

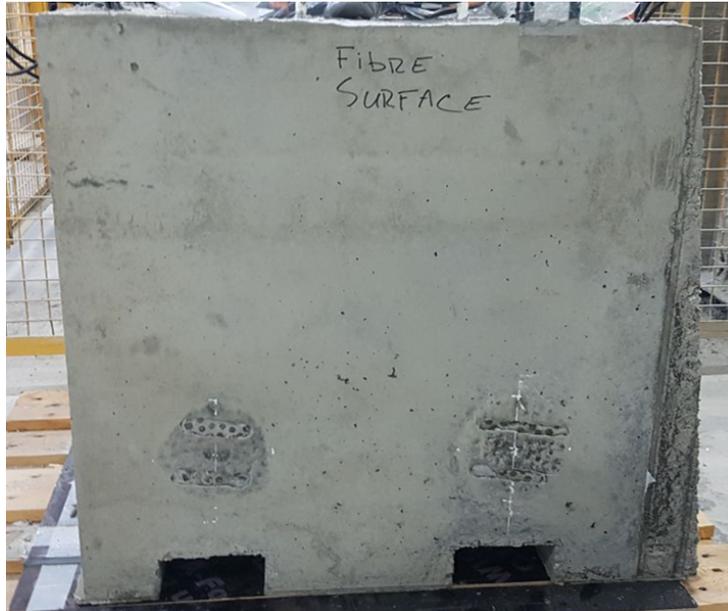


FIGURE 5.5 – Vue de la face soumise au séchage de la dalle FV.

Tableau 5.4 – Conditionnement de la dalle FV.

Face protégée	Durée de séchage	T(°C)
Oui	5 mois	20°C
Oui	1 an	45°C
Non	4.5 mois	45°C
Non	1 semaine	20°C

- des capteurs THR (violet) (voir paragraphe 1.6.2) pour mesurer l'humidité relative à différentes profondeurs dans la dalle,
- des capteurs TDR (Time Domain Reflectometry) (rouge) permettant de mesurer la permittivité relative apparente à haute fréquence (de l'ordre de 1.5 GHz) et d'obtenir des profils de teneur en eau après une calibration de la permittivité en fonction de la teneur en eau [Yu and Liu, 2010, Farhoud et al., 2013, Courtois et al., 2015, Bore et al., 2016].

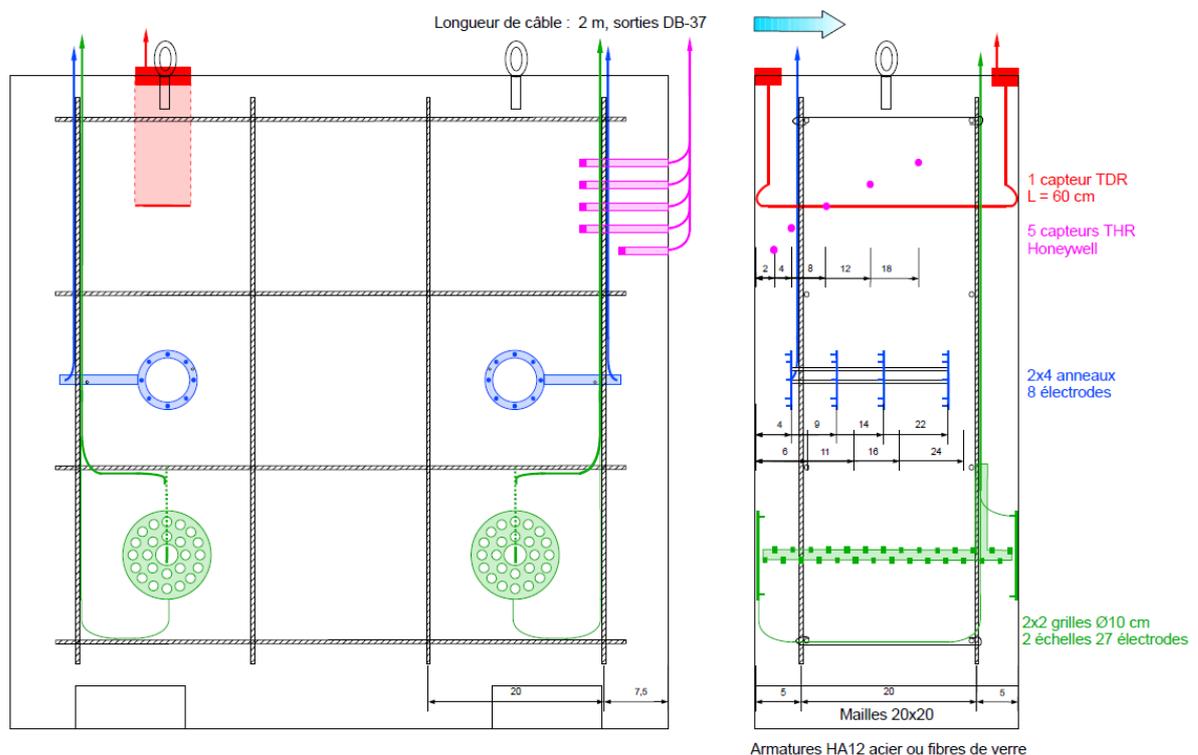


FIGURE 5.6 – Schéma d'instrumentation de la dalle FV avec différents capteurs noyés dans la dalle (dimensions en cm) [Badr, 2019].

Nous remarquons que les trois mailles de la colonne centrale ne sont pas instrumentées. Elles étaient réservées aux mesures de surface prévues dans ce travail de thèse. En outre, l'absence de capteurs noyés dans ces mailles évite une perturbation des mesures surfaciques.

Suite aux essais de caractérisation physique du béton, le Tableau 5.5 montre les propriétés mécaniques du béton des gâchées  $G1$ ,  $G2$  et  $G3$ . Nous remarquons une porosité de 15 % assez élevée qui favorise les transferts hydriques dans le béton. Cependant, vu les grandes dimensions de cette dalle, les transferts hydriques seront plus ralentis par rapport

à ceux dans le corps d'épreuve de la campagne de séchage.

Tableau 5.5 – Caractéristiques du béton du corps d'épreuve de la campagne d'imbibition (gâchées  $G1$ ,  $G2$  et  $G3$ ).

Gâchée	$G1$	$G2$	$G3$
Affaissement (cm)	16.0	10.5	15.0
Masse volumique ( $\text{kg.m}^{-3}$ )	2368	2402	2396
Air occlus (%)	1.9	-	-
$R_c$ 28j (MPa)	$37.7 \pm 1.3$	$43.2 \pm 0.7$	$46.3 \pm 1.5$
$E$ 28j (GPa)	-	-	-
Porosité 28j (%)	$15.0 \pm 0.2$	$15.0 \pm 0.1$	$14.9 \pm 0.2$

### 5.1.2.3 Courbes de calibration pour le béton étudié

Les essais de calibration de la résistivité électrique et de la permittivité diélectrique en fonction du degré de saturation pour les gâchées  $G1$ ,  $G2$  et  $G3$  sont décrits par les courbes de la Figure 5.7.

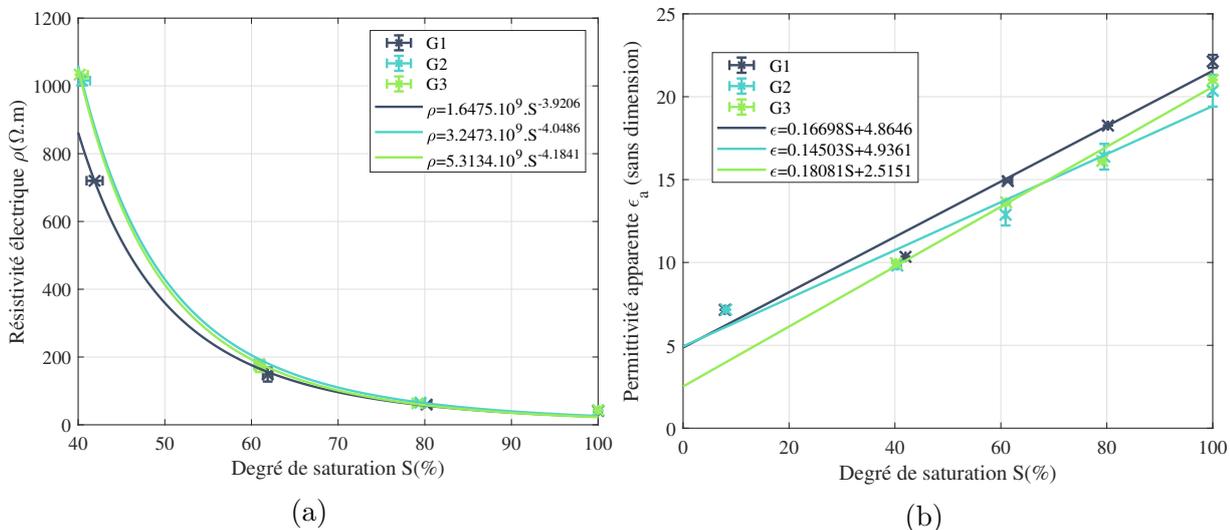


FIGURE 5.7 – Courbes de calibration en fonction du degré de saturation (exprimé en pourcentage) pour le béton des gâchées  $G1$ ,  $G2$ ,  $G3$  (a) de la résistivité électrique (b) de la permittivité diélectrique à une fréquence de 33 MHz.

Pour la résistivité électrique (Figure 5.7a), on trouve une fonction de type puissance donnée par l'équation (5.3) pour la gâchée  $G1$ , l'équation (5.4) pour  $G2$  et l'équation (5.5) pour  $G3$  ( $S$  exprimé en décimale). On remarque que les courbes de calibration, valides

pour les bétons des gâchées  $G1$  à  $G3$ , sont semblables mais ne sont pas tout à fait les mêmes bien qu'il s'agisse de la même formulation de béton. L'écart-type pour la constante  $A_R$  de la courbe de calibration est de 0.54 et l'écart-type pour la constante  $B_R$  est 0.14. Cette différence est due à la variabilité du matériau provenant de la différence de mise en œuvre des gâchées  $G1$  à  $G7$ .

$$\text{Pour } G1 : \rho = 23.75S^{-3.921} \text{ avec } R^2 = 0.9988 \quad (5.3)$$

$$\text{Pour } G2 : \rho = 23.83S^{-4.145} \text{ avec } R^2 = 0.9993 \quad (5.4)$$

$$\text{Pour } G3 : \rho = 22.87S^{-4.179} \text{ avec } R^2 = 0.9993 \quad (5.5)$$

Pour la permittivité diélectrique (Figure 5.7b), on trouve une fonction linéaire donnée par l'équation (5.6) pour la gâchée  $G1$ , l'équation (5.7) pour  $G2$  et l'équation (5.8) pour  $G3$  ( $S$  exprimé en décimale). De même que pour la résistivité électrique, les différences entre ces droites de calibration représente la variabilité des gâchées  $G1$ ,  $G2$  et  $G3$ . Il faudra alors en tenir compte lors des mesures effectuées sur les différentes mailles de la colonne centrale de la dalle FV.

$$\text{Pour } G1 : \varepsilon = 16.7S + 4.865 \text{ avec } R^2 = 0.975 \quad (5.6)$$

$$\text{Pour } G2 : \varepsilon = 14.5S + 4.936 \text{ avec } R^2 = 0.9661 \quad (5.7)$$

$$\text{Pour } G3 : \varepsilon = 18.08S + 2.515 \text{ avec } R^2 = 0.9892 \quad (5.8)$$

Les courbes de calibration établies dans cette section sont utilisées pour l'inversion des résistivités et permittivités apparentes pour estimer le profil de degré de saturation (voir paragraphe 5.3).

#### 5.1.2.4 Déroulement de la campagne d'imbibition

Nous avons décrit l'histoire et le conditionnement de la dalle FV au paragraphe 5.1.2.2. Après les différentes périodes de séchage, nous avons vérifié l'état hydrique de la dalle à une échéance qu'on note T00 et qui marque l'état du béton avant le début de l'imbibition. Des

mesures par les patins capacitifs PE1, PE2, ME1 et GE1 ont été réalisés. L'analyse de ces mesures (voir section 5.3.1) montre que nous pouvons considérer que le béton est homogène vis-à-vis du degré de saturation sur une grande partie de la profondeur d'enrobage. Des mesures par la méthode résistive sont impossibles à cette échéance à cause de l'état de surface très sec et des résistances de contact très élevées empêchant la mesure.

Dans ces conditions, nous avons décidé de ré-imbiber la dalle par la face de séchage initiale, à température contrôlée égale à  $20 \pm 2^\circ\text{C}$ , afin de suivre des gradients de degré de saturation en fonction de la profondeur. Classiquement [Fares, 2015], une imbibition unidirectionnelle par une face se réalise en protégeant les faces latérales par du papier aluminium et en immergeant la face dans de l'eau jusqu'à 1 cm. Ensuite les mesures sont réalisées en prélevant la dalle de l'eau et en tamponnant la surface imbibée d'eau. La mise en œuvre de l'imbibition est délicate pour ce corps d'épreuve parce que ses dimensions sont grandes ainsi que sa masse (environ 403 kg) donc difficile à manipuler. Pour cela, nous avons conçu et fait fabriquer un bac d'imbibition muni d'un robinet dont le plan est décrit à la Figure 5.8. Nous fixons ce bac sur la surface soumise à l'imbibition par du silicone et nous le remplissons d'eau à  $T_0$  jusqu'à 1cm (Figure 5.9). Pour réaliser les mesures, il faudra vider l'eau du bac par l'intermédiaire du robinet et tamponner la surface avec un chiffon humide. Ensuite, le bac est à nouveau rempli par la même eau de vidange. Par opposition au séchage qui dure plusieurs mois, voire plusieurs années, l'imbibition du béton par de l'eau est très rapide. Pour cela, le temps de vidange de l'eau, de réalisation des mesures par les deux méthodes ND et de remplissage de l'eau (soit au total 30 min environ) ne sera pas pris en compte lors du calcul du temps d'imbibition pour définir les échéances de mesure.

Des mesures de résistivité et de permittivité apparentes ont été réalisées sur les trois mailles *A*, *B* et *C* de la colonne centrale de la dalle FV indiquées sur la Figure 5.10. Cette figure montre les différentes orientations choisies pour toutes les échéances. Comme pour la campagne de séchage, nous avons réalisé les mesures une fois sur chacune des deux diagonales de chaque maille afin de minimiser les effets de bords. En outre, nous rappelons que la dalle FV est renforcée par des armatures en fibres verre, électriquement isolantes. La position de diagonale aurait permis de réduire les effets des armatures si elles avaient été en acier et parfaitement conductrices.

L'imbibition étant un phénomène rapide, il est nécessaire de le suivre à des échéances très rapprochées dans le temps. La campagne d'imbibition a eu lieu à 17 échéances temporelles très serrées au début de l'imbibition et décrites dans le Tableau 5.6 pour une

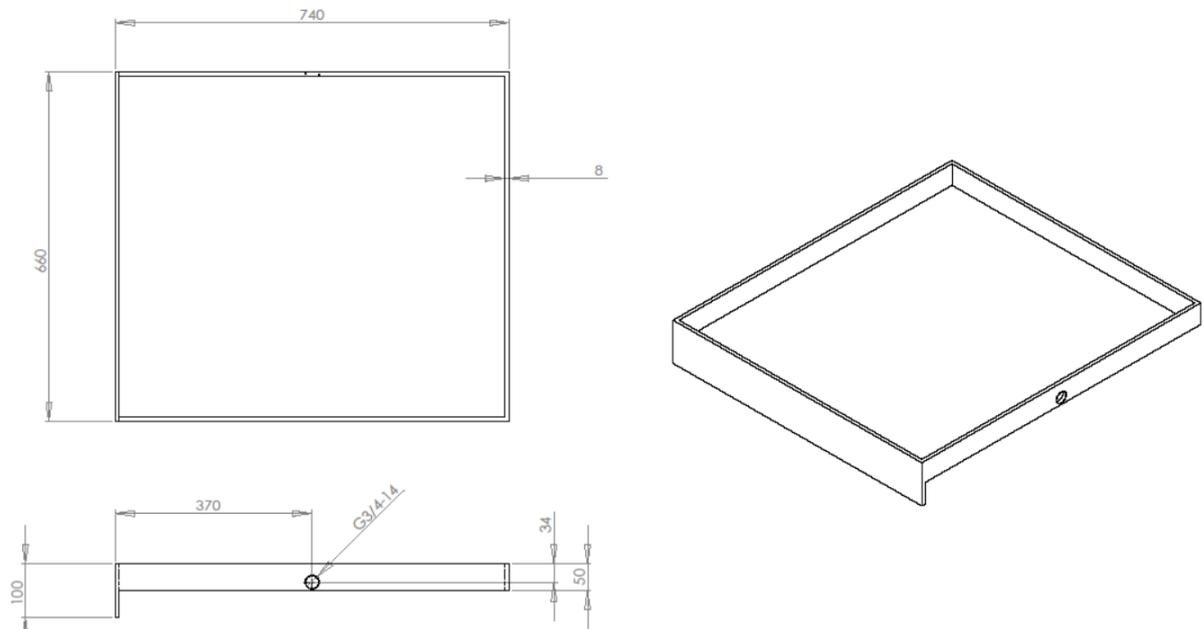


FIGURE 5.8 – Plan 3D et vues "en haut" et "à droite" du bac d'imbibition fabriqué pour la campagne expérimentale (dimensions en mm).



FIGURE 5.9 – Vue de la dalle FV posée au sol, face soumise à l'imbibition découverte et munie du bac d'imbibition retenant l'eau en surface.

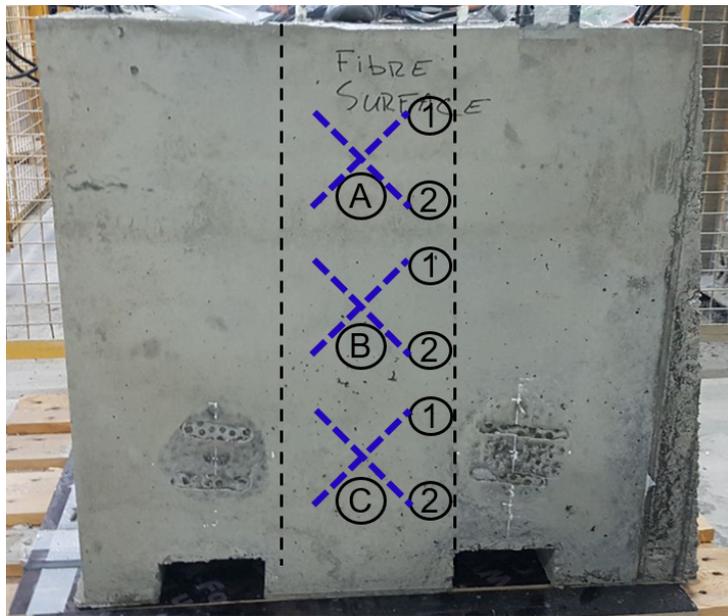


FIGURE 5.10 – Vue des orientations choisies pour les mesures de résistivité et de permittivité apparentes sur les mailles de la colonne centrale A, B et C de la dalle FV.

durée totale d'environ 3 semaines.

Le peigne de résistivité a été utilisé pour mesurer la résistivité apparente à différentes échéances temporelles et la séquence WSR a permis d'acquérir 100 valeurs de résistivités apparentes par séquence de mesure. Pour chaque échéance temporelle, il fallait réduire le temps de mesure pour ne pas perturber l'imbibition de l'eau qui se poursuit au sein de la dalle. Pour cela, une séquence de mesure par orientation et par maille a été réalisée. Vu les différences entre les gâchées  $G1$ ,  $G2$  et  $G3$  de la dalle FV, on étudie chacune des mailles indépendamment. Les différences entre ces mesures de résistivité apparente sont décrites dans paragraphe 5.3.2.

Les patins capacitifs ont été utilisés pour mesurer la permittivité apparente. Pour les premières échéances serrées dans le temps, seuls les anciens patins (PE1, PE2, ME1 et GE1) sont utilisés pour réduire le temps de mesure. Pour des échéances plus espacées (à partir de T9), les anciens ainsi que les nouveaux patins sont utilisés. Pour chaque échéance temporelle, une quinzaine de mesures de permittivités par patin, orientation et par maille ont été réalisées. Nous calculons la moyenne et l'écart-type de la permittivité apparente pour chaque patin et pour chaque maille.

Tableau 5.6 – Échéances de mesure de la campagne d’imbibition.

Nom de l’échéance	Signification
T00	État avant le début de l’imbibition (08/11/2019)
T0	T0+37 min (18/11/2019)
T1	T0+72 min
T2	T0+2h
T3	T0+4h
T4	T0+6h
T5	T0+8h
T6	T0+20h
T7	T0+24h
T8	T0+28h
T9	T0+44h
T10	T0+67h
T11	T0+90h
T12	T0+153h
T13	T0+9j
T14	T0+11j
T15	T0+14j
T16	T0+22j

## 5.2 Suivi temporel et analyse de la campagne de séchage

Dans cette section, nous présentons le suivi du séchage de la dalle de la Figure 5.1. Nous présentons en premier les données mesurées de résistivité et de permittivité apparentes et nous évaluons l'incertitude de ces mesures en fonction du temps et de l'état de saturation de la dalle. Ensuite, nous traitons l'inversion séparée et conjointe des données. Nous comparons enfin les profils estimés à des profils obtenus par des méthodes alternatives.

### 5.2.1 Données de résistivité et permittivité apparentes

La Figure 5.11 représente les mesures de résistivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation  $z_{er}$  pour les deux faces de séchage de la dalle (respectivement en trait plein et pointillé) et pour les différentes échéances temporelles T0 à T14 (voir Tableau 5.3). Nous rappelons que pour la séquence de mesure WSR et à l'aide du peigne de résistivité, une même configuration est balayée sur toutes les électrodes du peigne. Ainsi, plusieurs mesures de résistivité apparente de la même configuration auront la même profondeur d'investigation  $z_{er}$  (voir Figure 3.6). Afin de représenter l'évolution de la résistivité apparente en fonction du temps et de percevoir l'établissement du profil de résistivité électrique dû au gradient de teneur en eau dans le béton, nous avons représenté la moyenne des valeurs de résistivités apparentes ayant la même forme de configuration de mesure (donc la même profondeur d'investigation  $z_{er}$ ). Chaque valeur de résistivité apparente moyenne est elle-même la moyenne de 6 mesures de résistivité apparente faites sur chaque face de séchage à chaque échéance temporelle (voir paragraphe 5.1.2.4). L'écart-type de toutes les mesures de résistivité apparente correspondant à une même valeur de  $z_{er}$  est représenté.

D'après la Figure 5.11b, aux échéances T0 et T1, la résistivité apparente est la plus faible et elle est quasi-constante en fonction de  $z_{er}$ . Cela correspond à l'état saturé du béton où les résistivités apparentes mesurées sont de l'ordre de 35  $\Omega$ .m. Aux échéances T2 et T3, on observe une augmentation des valeurs de résistivité apparente en surface ( $z_{er} \approx 1$  cm) jusqu'à 43  $\Omega$ .m et une légère diminution des résistivités apparentes à cœur ( $z_{er} \approx 5$  cm) à environ 30  $\Omega$ .m. Cette diminution peut être due à une différence entre les régimes de transferts hydriques et thermiques qui ont lieu entre la dalle et les environnements qui l'entourent (l'eau avant le commencement du séchage et l'air à T0). On estime qu'une réadaptation du système aux nouveaux échanges dus à l'évaporation de l'eau initiée par le

séchage aurait lieu entre les échéances T0 et T3 avant l'établissement d'un régime plus régulier à partir de l'échéance T4 (voir Figure 5.11a), où la valeur de résistivité apparente commence à augmenter en surface et en profondeur à cause du séchage de la dalle par les deux faces. Un profil de résistivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation devient de plus en plus marqué en fonction du temps. A l'échéance T14, la résistivité apparente mesurée est environ de  $250 \Omega.m$  pour les mesures de plus petite profondeur d'investigation  $z_{er} = 1.04 \text{ cm}$ , c'est à dire pour la couche de béton la plus superficielle. Les résistances de contact au niveau des électrodes de mesure deviennent très grandes (de l'ordre de  $900 \text{ k}\Omega$ ) ainsi que les écarts-types des résistivités apparentes mesurées aux différentes positions sur les deux faces de la dalle. Dans ce cas, on atteint la limite de la méthode de mesure de résistivité en surface. En comparant à chaque échéance temporelle les profils de résistivités apparentes mesurées pour les deux faces (trait plein et pointillé), nous remarquons que ces profils sont presque superposables à chaque échéance. Ceci indique que les mesures sont reproductibles entre les deux faces et que le séchage est symétrique par rapport à la profondeur médiane de la dalle comme nous l'avions initialement supposé.

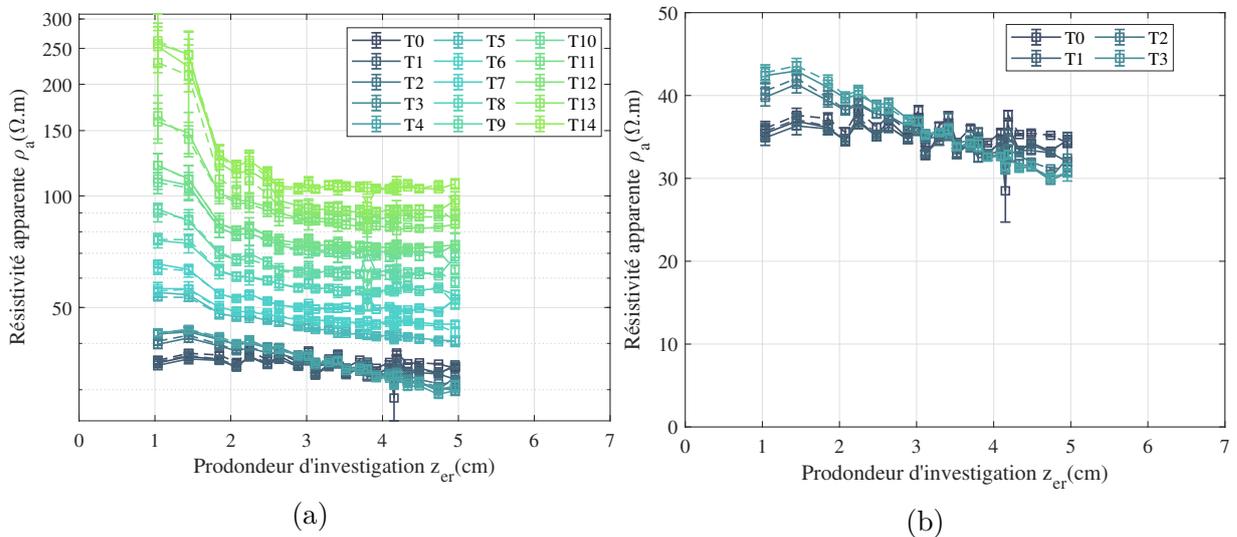


FIGURE 5.11 – Mesures de résistivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation pour la face 1 (trait plein) et la face 2 (trait pointillé) au cours du séchage de la dalle (a) pour les 15 échéances temporelles T0 à T14 (b) pour les échéances temporelles T0 à T3.

La Figure 5.12 représente les mesures de permittivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation  $z_{ep}$  pour les deux faces de séchage de la dalle (en trait plein et pointillé) et pour les différentes échéances temporelles T0 à T14. Nous rappelons que

plusieurs patins capacitifs sont utilisés pour mesurer la permittivité apparente et que chaque mesure de permittivité apparente peut être associée à une profondeur d’investigation  $z_{ep}$  qui dépend de la taille et de l’espacement des électrodes du patin (voir Tableau 1.2). De la même manière que pour la résistivité, cette valeur est la moyenne de toutes les permittivités apparentes mesurées sur une face de séchage pour un patin donné et pour une échéance donnée. L’écart-type de toutes les mesures de permittivité apparente d’un même patin est représenté.

D’après la Figure 5.12, à l’échéance T0, la permittivité apparente est la plus élevée (de l’ordre de 25) et elle est quasi-constante en fonction de  $z_{ep}$ . Cela correspond à l’état saturé du béton. Cependant, nous notons des instabilités de mesure pour le patin PE2 ( $z_{ep} = 1.7$  cm) pour les premières échéances (T0 à T3). A partir de l’échéance T4, la valeur de permittivité apparente commence à diminuer en surface et en profondeur et un gradient de permittivité apparente en fonction de la profondeur d’investigation s’établit. On remarque que les mesures de permittivité apparente sont reproductibles sur les deux faces et que le séchage est symétrique par rapport à la profondeur médiane de la dalle. A partir de l’échéance T12, la permittivité apparente mesurée est environ 7 en surface. Pour les plus grands patins capacitifs GE1 et GE2 ( $z_{ep} = 6.2$  et  $6.8$  cm respectivement), on remarque une légère diminution temporelle de la permittivité apparente causée par l’avancement du séchage du côté de la face opposée.

### 5.2.2 Incertitudes sur les mesures résistives et capacitives

Les incertitudes sur les mesures de résistivité et de permittivité apparentes ont été étudiées en fonction de l’état de saturation du béton. Les Tableaux 5.7 et 5.8 montrent pour chaque face de séchage les valeurs moyennes ainsi que l’écart-type des mesures de résistivité et de permittivité apparentes respectivement pour différents états de saturation du béton. Ensuite le coefficient de variation (CV) exprimé en pourcentage est donné par le rapport de l’écart-type sur la moyenne des mesures. Puisque la valeur de résistivité apparente (respectivement de permittivité apparente) varie en fonction du temps et de la profondeur d’investigation, nous calculons ces incertitudes pour 4 profondeurs  $z_{er}$  correspondant aux 4 configurations Wenner avec  $a = 2, 4, 6$  et  $8$  cm (respectivement 4 profondeurs  $z_{ep}$  correspondant aux patins PE1, PE2, ME1, GE1) (voir les Tableaux 4.3 et 4.4).

Pour l’incertitude des mesures de résistivité apparente (Tableau 5.7), nous remarquons que pour un état du béton saturé (échéance T0), le coefficient de variation des mesures est le plus faible. Avec l’avancement du séchage, la valeur de résistivité apparente mesurée

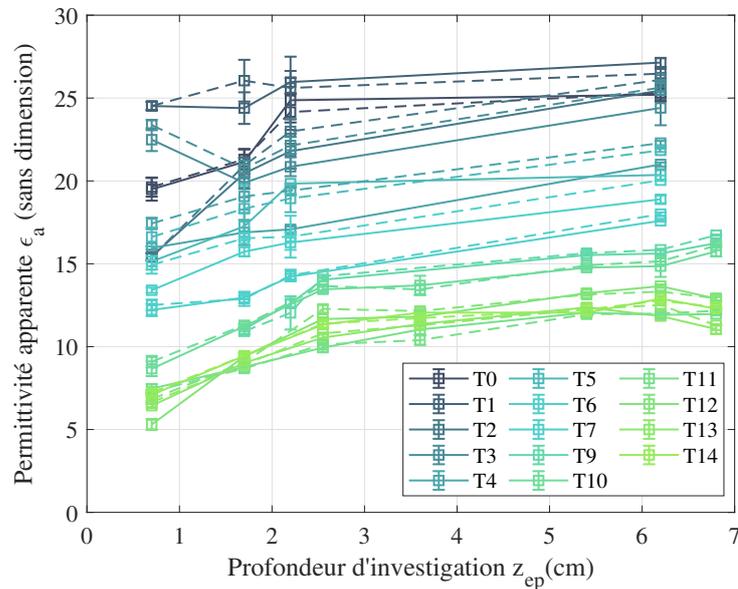


FIGURE 5.12 – Mesures de permittivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation pour la face 1 (trait plein) et la face 2 (trait pointillé) au cours du séchage de la dalle pour les 15 échéances temporelles de la campagne de séchage.

devient grande et l'incertitude sur cette mesure augmente. Pour un état de saturation intermédiaire (échéance T7), nous avons un coefficient de variation qui peut atteindre 7 %. A l'échéance T14, l'état le plus sec du béton se caractérise par un CV pouvant atteindre 27 %. Pour une même échéance, nous remarquons que les CV sont semblables pour une même configuration de mesure entre les deux faces 1 et 2 du séchage. Cela montre aussi la bonne reproductibilité des mesures. Pour une même face de séchage et une échéance donnée, on remarque que l'incertitude sur les mesures de la plus petite configuration ( $z_{er} = 1.038$  cm) est la plus grande et cela du fait que les mesures de surface sont les plus sensibles aux variations des propriétés de l'état du béton.

Pour l'incertitude sur les mesures de permittivité apparente (Tableau 5.8), nous remarquons que l'incertitude des mesures atteint un maximum de 5.4 %. En effet, la méthode capacitive est sensible au degré de saturation du béton même pour de faibles valeurs de  $S$ , par opposition à la méthode résistive (qui n'est plus applicable lorsque le degré de saturation du béton  $S < 40$  %). Pour cela, l'incertitude sur les mesures dans ce cas est liée à la variabilité du matériau et à la stabilité du patin capacitif. Ainsi, nous remarquons que PE1 et ME1 sont les patins ayant des coefficients de variation élevés. Ceci est dû d'une part à la sensibilité de PE1 à la variabilité du béton en surface et d'autre part à des problèmes de stabilité du patin ME1.

Tableau 5.7 – Résistivités apparentes moyennes mesurées ( $\rho_{a_{mes}}$ ) à différents états de saturation du béton, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures.

Face	Échéance	$z_{er}$ (cm)	$\rho_{a_{mes}}$ ( $\Omega.m$ )	Écart-type ( $\Omega.m$ )	CV (%)
1	T0	1.038	35.43	1.78	<b>5.049</b>
		2.076	34.53	1.15	3.33
		3.114	32.83	1.10	3.36
		4.152	31.44	0.78	2.48
2	T0	1.038	36.02	1.70	<b>4.71</b>
		2.076	35.56	1.10	3.11
		3.114	34.18	0.60	1.75
		4.152	33.52	0.49	1.47
1	T7	1.038	65.52	5.16	<b>7.88</b>
		2.076	52.86	1.79	3.38
		3.114	49.55	1.58	3.19
		4.152	48.58	1.58	3.25
2	T7	1.038	63.70	4.45	<b>7.00</b>
		2.076	52.81	1.68	3.19
		3.114	49.47	0.66	1.33
		4.152	48.82	0.56	1.16
1	T14	1.038	252.8	52.9	<b>20.9</b>
		2.076	119.8	8.48	7.08
		3.114	104.5	4.57	4.37
		4.152	104.3	3.48	3.33
2	T14	1.038	262.0	69.9	<b>26.6</b>
		2.076	117.8	12.1	10.2
		3.114	104.1	4.00	3.85
		4.152	105.7	1.56	1.47

Tableau 5.8 – Permittivités apparentes moyennes mesurées ( $\varepsilon_{a_{mes}}$ ) à différents états de saturation du béton, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures.

Face	Échéance	$z_{ep}$ (cm)	$\varepsilon_{a_{mes}}$ (sans dimension)	Écart-type (sans dimension)	CV (%)
1	T0	0.7	19.49	0.68	3.51
		1.7	21.15	0.74	3.52
		2.2	24.87	1.34	<b>5.39</b>
		6.2	25.20	0.40	1.60
2	T0	0.7	19.63	0.58	2.95
		1.7	21.30	0.63	2.96
		2.2	24.16	1.08	<b>4.48</b>
		6.2	25.31	0.50	1.97
1	T7	0.7	13.40	0.16	1.16
		1.7	15.73	0.27	1.73
		2.2	16.28	0.45	<b>2.74</b>
		6.2	18.89	0.23	1.21
2	T7	0.7	14.93	0.53	<b>3.56</b>
		1.7	16.54	0.11	0.66
		2.2	16.63	1.26	7.59
		6.2	20.04	0.04	0.22
1	T14	0.7	7.092	0.159	<b>2.24</b>
		1.7	9.443	0.190	2.02
		2.2	11.32	0.207	1.83
		6.2	12.89	0.102	0.79
2	T14	0.7	7.207	0.157	<b>2.18</b>
		1.7	9.449	0.063	0.67
		2.2	11.38	0.236	2.07
		6.2	12.78	0.065	0.51

### 5.2.3 Inversion séparée des données

Après avoir présenté les mesures résistives et capacitives et leurs incertitudes, nous étudions dans cette section l'inversion séparée de ces mesures pour estimer le profil de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur. La procédure d'inversion séparée des données a été développée au paragraphe 4.1 et aux Figures 4.1a et 4.1b. Nous commençons par décrire le modèle EF de la dalle sous Comsol Multiphysics ainsi que les éléments de résolution du problème direct. Ensuite, nous présentons les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée des données résistives et capacitives.

#### 5.2.3.1 Modélisation directe et inverse des mesures résistives et capacitives

Nous utilisons la méthodologie de résolution par EF (paragraphe 3.1) pour modéliser les mesures de résistivité puis de permittivité apparentes.

#### Géométrie et disposition des électrodes

Premièrement, nous définissons la géométrie de la dalle de béton de dimensions  $50 \times 25 \times 12$  cm<sup>3</sup>. Pour le problème résistif, nous définissons les électrodes ponctuelles du peigne de résistivité et leurs positions sur le modèle de la dalle. La Figure 5.13 montre la géométrie du modèle de la dalle et des électrodes ponctuelles de résistivité sous Comsol Multiphysics.

Pour le problème capacitif, nous définissons les électrodes des patins par des plaques surfaciques d'épaisseur nulle. La Figure 5.14 montre la géométrie du modèle de la dalle et des électrodes du patin GE1. Le modèle inclut un volume d'air, en forme de parallélépipède, au centre duquel est placé le bloc représentant la dalle. La présence de l'air environnant est indispensable pour la résolution du problème direct capacitif (voir paragraphe 3.1.4). Les dimensions de ce bloc sont trois fois plus grandes que les dimensions du bloc représentant la dalle de béton.

#### Choix du maillage :

Deuxièmement, nous définissons le maillage du modèle. Il est formé d'éléments 3D en forme tétraédrique, formés chacun de dix nœuds avec des fonctions de forme quadratiques (voir paragraphe 3.1.1.3 et Figure 3.3). Au voisinage des électrodes de résistivité et de capacité, on choisit un maillage plus fin que dans le reste de la géométrie du modèle, formé de 10 mailles entre deux électrodes voisines (voir paragraphe 4.1.2). Dans le reste de la

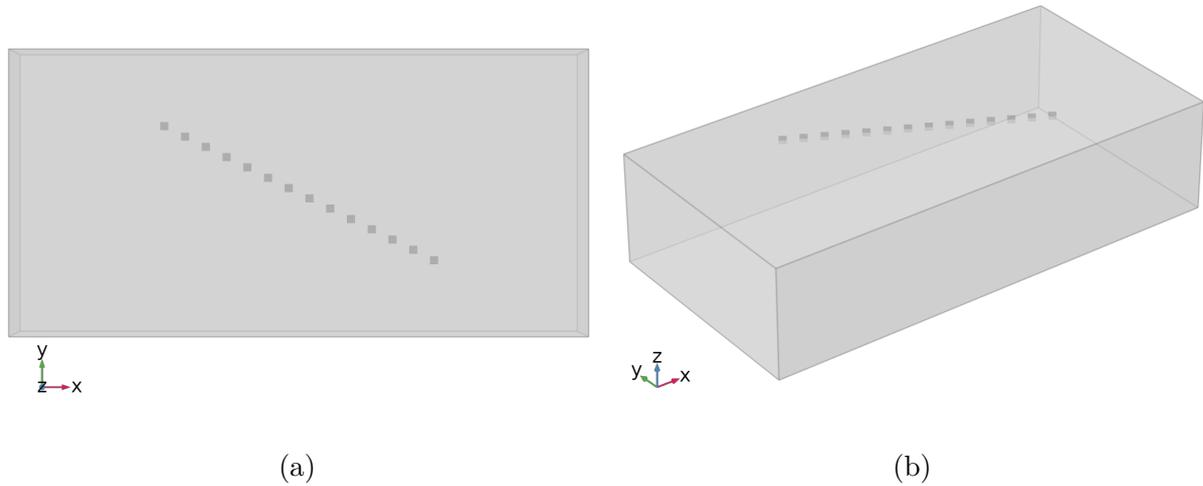


FIGURE 5.13 – Vue de la géométrie du modèle de la dalle de la campagne de séchage et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l'orientation de mesure numéro 3 (voir Figure 5.3) sous Comsol Multiphysics (a) dans le plan (xy) (b) en vue 3D.

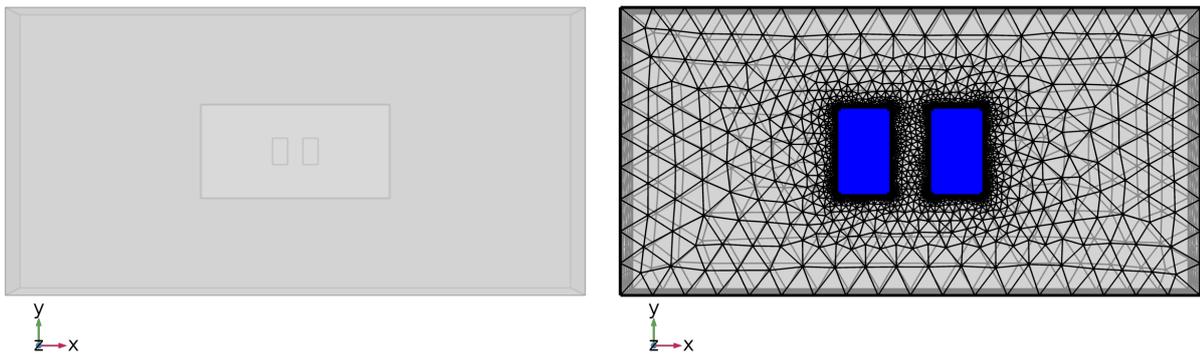
géométrie, on choisit un maillage "fin" prédéfini dans Comsol Multiphysics (Figures 5.14b et 5.15).

### Choix des propriétés du matériau :

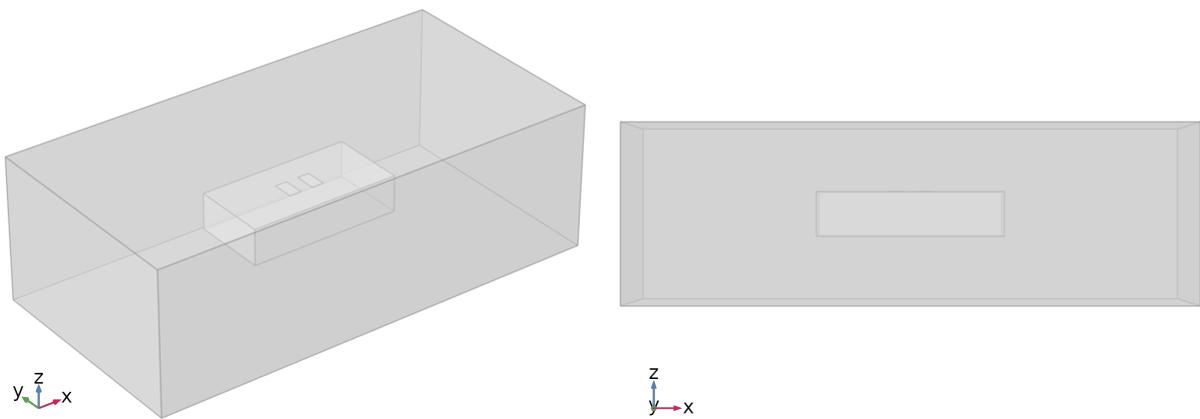
Troisièmement, nous définissons les propriétés du matériau béton de la dalle. Pour le problème résistif qui consiste à modéliser les résistivités apparentes, il faut définir le profil de la résistivité "vraie" en fonction de la profondeur à partir du degré de saturation  $S$  en utilisant l'équation (4.1). Pour le problème capacitif qui consiste à modéliser les permittivités apparentes, il faut définir le profil de la permittivité "vraie" en fonction de la profondeur à partir du degré de saturation  $S$  et de l'équation (4.2). Comme la dalle de dimensions  $50 \times 25 \times 12 \text{ cm}^3$  a été fabriquée avec le béton de la gâchée  $G7$ , la courbe de conversion de la résistivité électrique en degré de saturation est celle de l'équation (5.1) et celle de la conversion de la permittivité diélectrique en fonction du degré de saturation est celle de l'équation (5.2).

### Choix des conditions aux limites et résolution du problème direct :

Quatrièmement, après avoir défini la géométrie, le maillage du modèle et les propriétés du matériau, nous définissons les conditions d'excitation électromagnétique et les conditions



(a) Vue de la géométrie dans le plan (xy). (b) Vue du maillage du modèle dans le plan (xy).



(c) Vue de la géométrie en vue 3D. (d) Vue de la géométrie dans le plan (xz).

FIGURE 5.14 – Vue de la géométrie et du maillage du modèle de la dalle de la campagne de séchage et des électrodes du patin capacitif GE1 placées au centre de la surface de la dalle, elle-même noyée dans un volume d'air, sous Comsol Multiphysics.

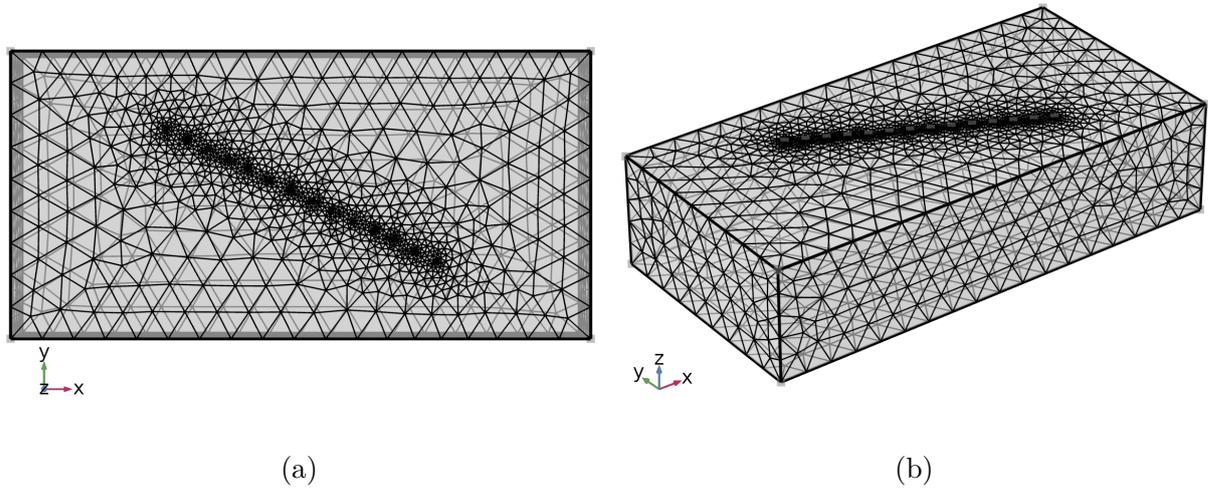


FIGURE 5.15 – Vue du maillage du modèle de la dalle et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l’orientation de mesure numéro 3 (voir Figure 5.3) sous Comsol Multiphysics (a) dans le plan (xy) (b) en vue 3D.

aux limites. Ceci a été développé en détail dans les paragraphes 3.1.1.2, 3.1.3 et 3.1.4. Nous rappelons que pour le problème résistif, il s’agit d’imposer une condition au limites de Neumann afin de séparer le milieu étudié (la dalle de béton) de l’air considéré comme parfaitement isolant (voir équation (3.2)). Pour le problème capacitif, il s’agit de simuler que la composante normale du champ électrique est nulle sur une frontière (modèle du bloc d’air) suffisamment éloignée du milieu étudié par une condition de Neumann (voir équation (3.3)).

Par ailleurs, les quatre faces latérales de la dalle ont été recouvertes de papier aluminium auto-adhésif afin de créer un séchage unidirectionnel dans le sens de la profondeur du béton (voir section 5.1.1.2). Étant donné que les rayons d’influence dans le plan (xy) des systèmes de mesure est comparable aux profondeurs d’investigation des mesures, que la profondeur d’investigation des mesures résistives  $z_{er} \leq 4.2$  cm et des mesures capacitives  $z_{ep} \leq 6.8$  cm, et que les bords sont à  $x_r = 12$  cm  $> 4.2$  cm,  $y_r = 11.5$  cm  $> 4.2$  cm pour la résistivité et  $x_p = 17.5$  cm  $> 6.8$  cm,  $y_p = 9$  cm  $> 6.8$  cm pour la permittivité (Figure 5.16), l’effet de la fine couche d’aluminium est alors négligeable et n’est pas pris en compte dans le modèle de la dalle.

Finalement, tous les éléments du problème direct étant définis, la résolution par la méthode des EF permet de modéliser le potentiel électrique  $V$  en tout nœud du maillage.

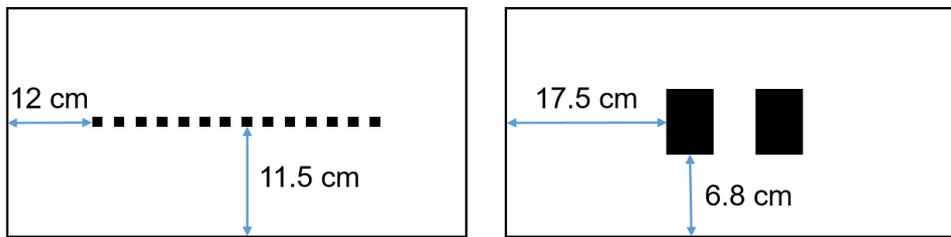


FIGURE 5.16 – Distances des dispositifs de mesure de la résistivité et de la permittivité par rapport aux bords de la dalle de séchage.

### 5.2.3.2 Profils de degré de saturation estimés

L'inversion séparée des mesures de résistivité apparente (respectivement de permittivité apparente) est décrite au paragraphe 4.1 par l'organigramme de la Figure 4.1. En partant d'un modèle initial du degré de saturation à partir des données mesurées de résistivité apparente (respectivement de permittivité apparente), l'inversion itérative consiste à minimiser par l'algorithme de Levenberg-Marquardt (Figure 3.12), le critère  $\psi_\rho$  donné par l'équation (4.3) (respectivement  $\psi_\varepsilon$  donné par l'équation (4.4)), afin d'estimer le profil de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur. Nous commençons par quelques précisions sur l'étude menée.

#### Choix des échéances temporelles à inverser :

Comme nous l'avons décrit au paragraphe 5.2.1, les mesures par les deux méthodes ND ont été réalisées à 15 échéances différentes. La Figure 5.11 et montrent que pour les premières échéances T0 et T1, les résistivités et permittivités apparentes mesurées sont quasi constantes en fonction de la profondeur d'investigation. De plus, en réalisant par exemple l'inversion des résistivités apparentes de la face 1 à ces échéances, nous obtenons des profils de degré de saturation physiquement impossibles (voir Figure 5.17), puisque la valeur de  $S$  dépasse 100% et le profil de  $S$  doit avoir une forme plate pour décrire l'état quasi-homogène du degré de saturation. Ainsi, le gradient n'étant pas encore établi, le modèle d'inversion choisi dans notre étude et décrit par la fonction de Weibull (équation (3.4)) ne serait pas efficace pour des profils plats caractéristiques d'un milieu homogène. Pour cela, nous inversons les données apparentes correspondant aux échéances T3 à T14 et nous les rappelons dans le Tableau 5.9.

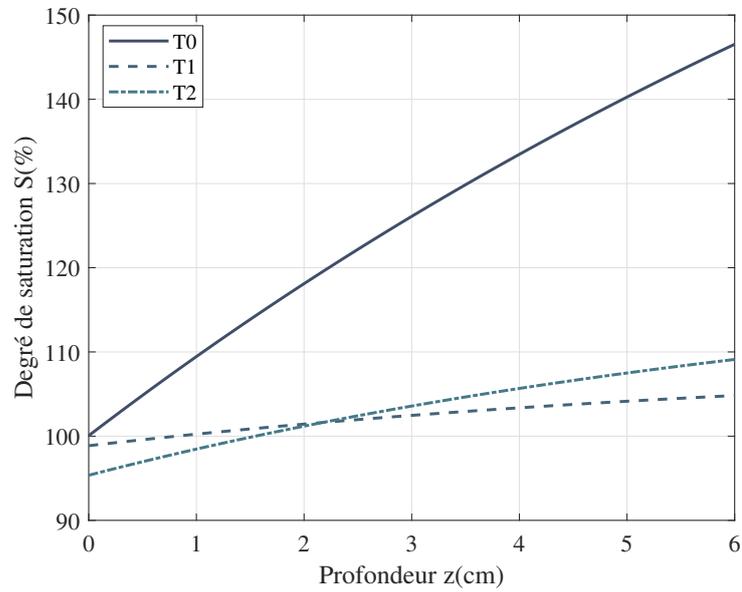


FIGURE 5.17 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes mesurées sur la face 1 de la dalle pour les échéances T0 à T2.

Tableau 5.9 – Échéances de mesure de la campagne de séchage utilisées pour l’inversion.

Nom de l'échéance	Signification
T3	T0+6j
T4	T0+7j
T5	T0+17j
T6	T0+21j
T7	T0+29j
T8	T0+42j
T9	T0+56j
T10	T0+69j
T11	T0+84j
T12	T0+104j
T13	T0+125j
T14	T0+146j

### **Faces de séchage et incertitudes sur les mesures :**

Les données mesurées sur les deux faces de séchage (voir Figure 5.3) ont été inversées séparément, i.e. en prenant chaque face seule. Les profils estimés pour chacune des faces sont ensuite comparés. Les incertitudes sur les mesures sont prises en compte par les écart-types de chaque mesure de résistivité et de permittivité apparente à chaque échéance. Ainsi, le poids d'une mesure de résistivité apparente (respectivement de permittivité apparente), défini par l'équation (4.9) (respectivement l'équation (4.10)), représente l'inverse de la variance de cette mesure.

### **Adaptation de la forme du profil de degré de saturation :**

De manière générale, nous avons défini au paragraphe 3.1.2 la paramétrisation du modèle du profil de degré de saturation par une fonction de Weibull à 4 paramètres. Ce choix est appuyé sur des études antérieures [Fares et al., 2016] et des essais de gammadensimétrie qui permettent de suivre le séchage. Cependant, nous avons aussi considéré une autre forme de courbe partant du même modèle de Weibull, mais en fixant la valeur du paramètre  $\theta_4$  à 1. La Figure 5.18 montre la différence de la forme du profil de degré de saturation pour un modèle avec changement du paramètre  $\theta_4$  uniquement. On remarque que le front de séchage est marqué pour les profils (au voisinage du point  $z=1\text{cm}$ ). La différence entre les deux profils est que la pente au front de séchage est marquée de manière plus importante pour le modèle avec  $\theta_4=3$ , et que pour le modèle avec  $\theta_4=1$ , il n'y a pas d'asymptote horizontale vers la face à  $z=0$ . Par ailleurs, nous rappelons que l'étude menée sur la sensibilité du critère  $\psi$  aux paramètres du modèle de  $S$  (voir section 4.4) montre que la sensibilité au paramètre  $\theta_4$  est très faible. Nous avons alors réalisé l'inversion des mesures de résistivité et de permittivité apparentes pour les deux modèles : premièrement en estimant le paramètre  $\theta_4$  et deuxièmement en fixant le paramètre  $\theta_4$  à 1. Enfin, les profils estimés par les deux modèles sont comparés pour les échéances T3 à T14.

### **Ajout de contraintes de borne sur les paramètres :**

Au paragraphe 4.5, nous avons décrit deux approches de prise en compte de contraintes de borne pour l'inversion de mesures expérimentales. L'objectif de cette adaptation est de préciser des bornes inférieure et supérieure aux paramètres du modèle qui doivent être bornés pour être physiquement admissibles. Il s'agit des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  du modèle de degré de saturation qui représentent respectivement le degré de saturation en surface

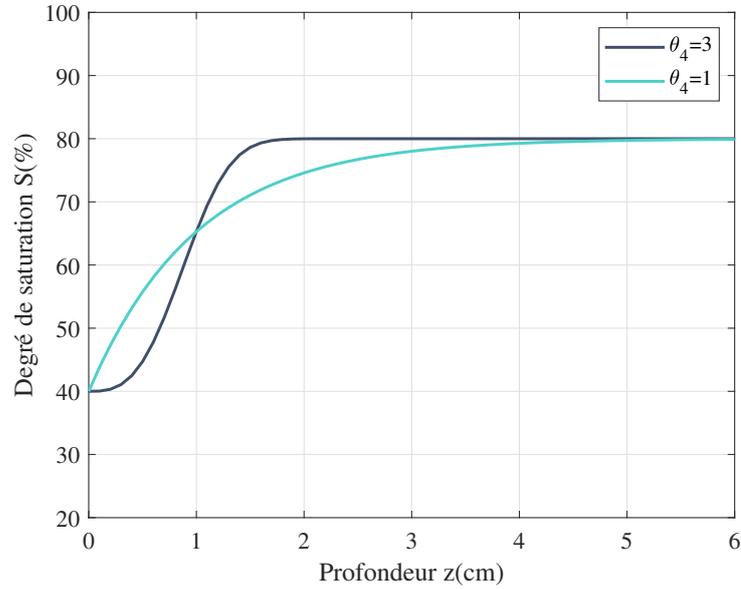


FIGURE 5.18 – Profil de degré de saturation pour le modèle défini par les paramètres  $[\theta_1(\%), \theta_2(\%), \theta_3(\text{m})] = [40; 80; 0.01]$ ,  $\theta_4=3$  (courbe bleu foncé) et  $\theta_4=1$  (courbe bleu).

(i.e. à  $z=0$ ) et en profondeur (i.e. à  $z \gg \theta_3$ ). Les contraintes de borne  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$  sont choisies de la manière suivante :  $\theta_{max}$  correspond au degré de saturation maximal égal à 100 % et  $\theta_{min}$  correspond au degré de saturation minimal enregistré dans la salle d'essais. En effet dans cette salle, l'humidité relative minimale enregistrée est environ 30 %. En utilisant l'isotherme de désorption à  $T=20$  °C qui permet de transformer HR en  $S$ , nous obtenons  $\theta_{min} \approx 20$  %. Ces deux approches seront testées pour l'inversion des résistivités et permittivités apparentes mesurées pour les échéances T3 à T14 et pour le modèle en fixant  $\theta_4$  à 1. Pour ce modèle,  $\theta_4$  fixé à la valeur 1 signifie qu'il n'y a pas d'asymptote horizontale vers la face à  $z=0$ . Il est donc peut-être important d'ajouter des contraintes d'inégalités sur les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour que les profils estimés soient possibles.

### Analyse des profils de degré de saturation estimés par inversion des résistivités apparentes :

Les profils de degré de saturation  $S$  estimés par inversion des résistivités apparentes sont présentés dans les Figures 5.19 et 5.20. La Figure 5.19 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion des résistivités apparentes et estimation des 4 paramètres du modèle de  $S$  sans ajout de contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Les profils de degré de saturation de la première face de séchage sont représentés sur

la première moitié de la profondeur de la dalle ( $0 \leq z \leq 6$  cm) en trait plein et ceux de la deuxième face de séchage sont représentés sur la deuxième moitié de la profondeur de la dalle ( $6 \leq z \leq 12$  cm) en pointillé. On remarque que le degré de saturation diminue en fonction de la profondeur et du temps marquant l'avancement du séchage.  $S$  en surface diminue de 95 % à 43 % environ (pour la première face de séchage) et à cœur de 100 % à environ 70 %. Ces résultats sont cohérents avec le déroulement du séchage et l'allure des profils de résistivité apparente mesurées en fonction de la profondeur d'investigation (voir Figure 5.11). En comparant les profils estimés pour les deux faces de séchage, on remarque qu'ils sont semblables, sauf pour l'échéance T14 où le degré de saturation en surface (environ 30 %) est inférieur à celui de la première face de séchage. En effet, à cette échéance, le séchage du béton est très avancé et les mesures de résistivité apparentes plus bruitées. Ceci augmente l'écart-type  $\sigma_\rho$  des mesures en surface et diminue leur poids (égal à  $\frac{1}{\sigma_{\rho_i}^2}$ ) dans la contribution au critère  $\psi_\rho$  rendant, par suite, l'estimation du paramètre  $\theta_1$  plus difficile. Par ailleurs, on remarque pour les dernières échéances (T13 et T14) un avancement très lent du front de séchage pour les deux faces, qui se stabilise à environ 1 cm.

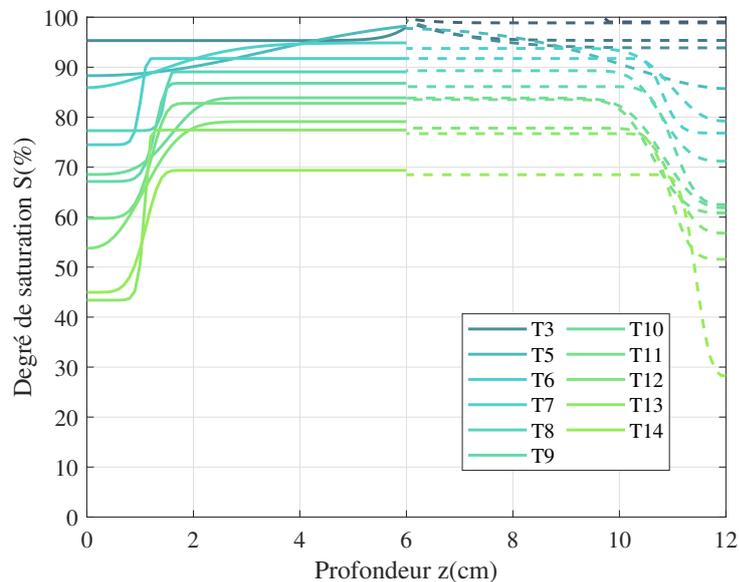


FIGURE 5.19 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes pour les deux faces de séchage, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.

La Figure 5.20 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion

des résistivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  par deux approches différentes, en utilisant l'approche par changement de variables (voir paragraphe 4.5.2.1 et Figure 5.20a) et en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2 et Figure 5.20b). En comparant les Figures 5.20a et 5.20b, on remarque que les profils de  $S$  estimés avec les deux approches d'ajout de contraintes sont très semblables et que le RMS moyen entre les profils de toutes les échéances estimés par l'approche 1 et l'approche 2 est de  $0.19 \pm 0.31$ . Nous rappelons que le RMS peut être calculé par l'équation (5.9).

$$RMS(\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n (d_1(j) - d_2(j))^2} \quad (5.9)$$

avec  $\mathbf{d}_1$  et  $\mathbf{d}_2$  les vecteurs de taille  $n \times 1$  des données à comparer.

Aux échéances T3 et T4, on remarque que la contrainte de borne supérieure de  $\theta_2$  est active puisque le profil atteint l'asymptote horizontale  $S=100$  %. L'avancement du séchage est aussi marqué par la diminution du degré de saturation en surface et en profondeur. On remarque qu'à partir de l'échéance T13, la contrainte sur la borne inférieure de  $\theta_1$  est active puisque le profil atteint l'asymptote horizontale  $S=20$  % et le front de séchage, estimé égal au paramètre  $\theta_3$  du modèle, est à 1 cm et 11 cm respectivement. Nous comparons enfin la performance des algorithmes des deux approches d'ajout de contraintes. Le Tableau 5.10 montre le nombre d'itérations et le temps nécessaires pour atteindre la convergence. On remarque que l'approche 2 (par ajout de fonctions de régularisation) est la plus rapide et nécessite le moins d'itérations.

Tableau 5.10 – Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion des résistivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  par les deux approches 1 et 2.

Approche d'Inversion	Approche 1	Approche 2
Nombre d'itérations moyen	$39 \pm 12$	$30 \pm 8$
Temps de calcul moyen (min)	$48 \pm 12$	$39 \pm 7$

Les Figures 5.19 et 5.20 permettent de bien représenter l'évolution du profil de degré de saturation lors du séchage. En revanche, certains profils peuvent être retenus en fonction des échéances. Pour les premières échéances T3 à T6, on remarque que le degré de saturation diminue mais que la variation entre la surface et le cœur du béton n'est pas très importante (de l'ordre de 10 %) puisque  $S$  est encore élevé. Dans ce cas, la forme du profil de la Figure

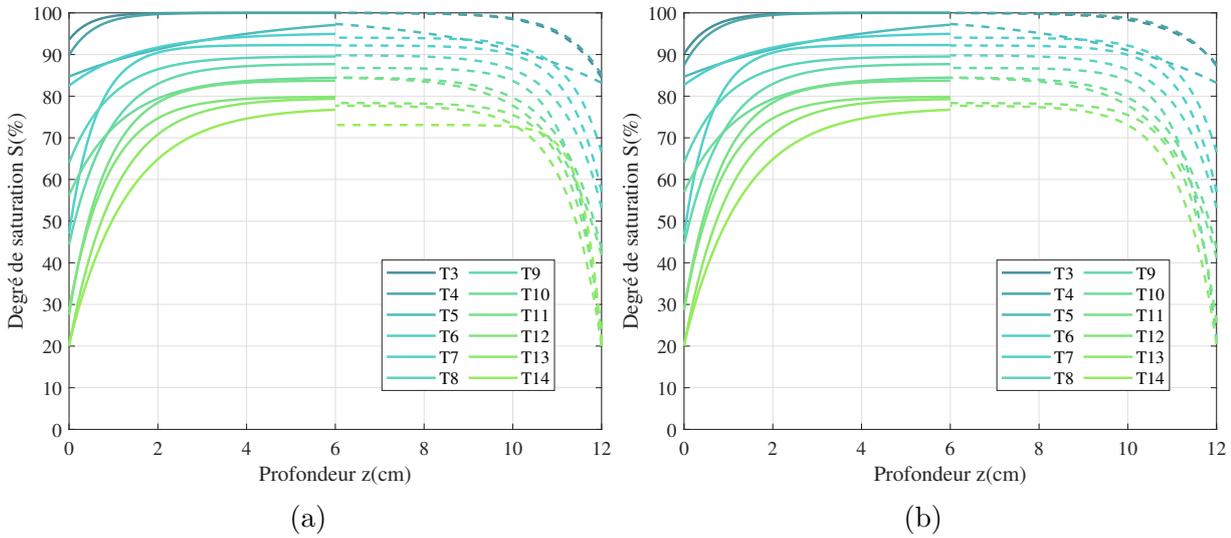


FIGURE 5.20 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et en fixant le paramètre  $\theta_4=1$  (a) en utilisant l’approche par changement de variables (b) en utilisant l’approche par ajout de fonctions de régularisation.

5.20 est plus adaptée que celle du profil de la Figure 5.19. En revanche, pour les échéances avancées, les profils de la Figure 5.19 représentent mieux l’allure du profil de degré de saturation et marquent la pente du front de séchage. Pour cela, nous avons sélectionné des Figures 5.19 et 5.20 et pour chaque échéance, le profil qui correspondrait mieux à la réalité et nous les représentons sur la Figure 5.21. On remarque qu’il est difficile de voir l’avancée du front de séchage au delà de 1 cm puisque la valeur du degré de saturation diminue trop vite à cœur au détriment de l’avancée du front. Il serait peut-être intéressant d’augmenter le nombre de mesures de résistivité apparentes à cœur en écartant davantage les électrodes du dispositif de mesure, tout en respectant une distance minimale pour minimiser les effets de bords.

**Analyse des profils de degré de saturation estimés par inversion des permittivités apparentes :**

Les profils de degré de saturation  $S$  estimés par inversion des permittivités apparentes sont présentés dans les Figures 5.22 et 5.23. La Figure 5.22 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion des permittivités apparentes et estimation des 4 paramètres du modèle de  $S$  sans ajout de contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Les profils de degré de saturation de la première face de séchage sont représentés sur

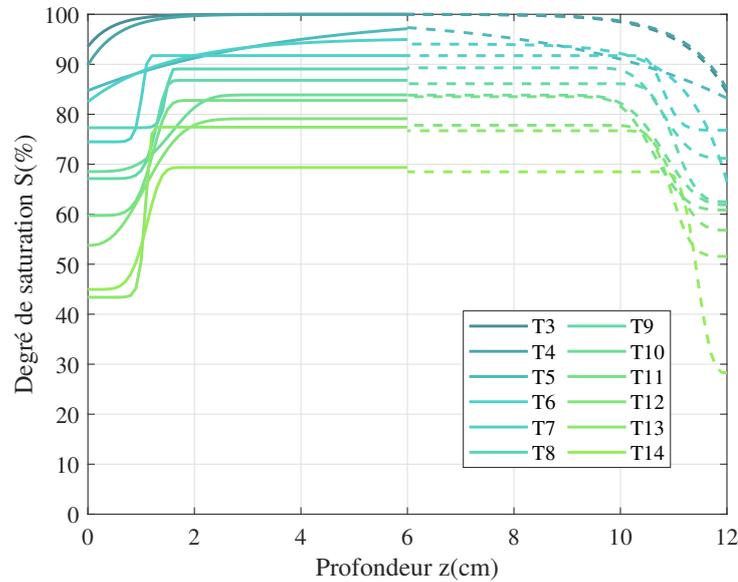


FIGURE 5.21 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur pour les deux faces de séchage estimés par inversion des résistivités apparentes et choisis après la sélection des profils des Figures 5.19 et 5.20.

la première moitié de la profondeur de la dalle ( $0 \leq z \leq 6$  cm) en trait plein et ceux de la deuxième face de séchage sont représentés sur la deuxième moitié de la profondeur de la dalle ( $6 \leq z \leq 12$  cm) en pointillé. On remarque que le profil de degré de saturation est difficile à estimer dans ce cas pour les raisons suivantes :

- le degré de saturation en surface diminue et atteint des valeurs très faibles et irréalistes ( $S < 20$  %), notamment pour les échéances T13 et T14 non représentés sur la Figure 5.22,
- le front de séchage semble bloqué en surface et n'évolue pas en fonction du temps.

Pourtant, d'après la Figure 5.12, la plus petite valeur de permittivité apparente mesurée à l'échéance T14 est environ 5. D'après la courbe de calibration donnée par l'équation (5.2), cela correspond à un degré de saturation d'environ 11.5 % largement supérieur à la valeur de  $S$  estimée par inversion pour  $z=0$  à T14. En outre, les incertitudes sur les mesures de permittivité apparente (voir Tableau 5.8) sont faibles et inférieures à 5.4 %. La qualité des mesures de permittivité apparentes n'expliquent donc pas ces observations.

En revanche, plusieurs points soulevés pourraient expliquer ces observations. Premièrement, la nature des mesures capacitatives et leur sensibilité, notamment à la profondeur du béton pourraient être mises en question. En effet, comme nous l'avons précisé au

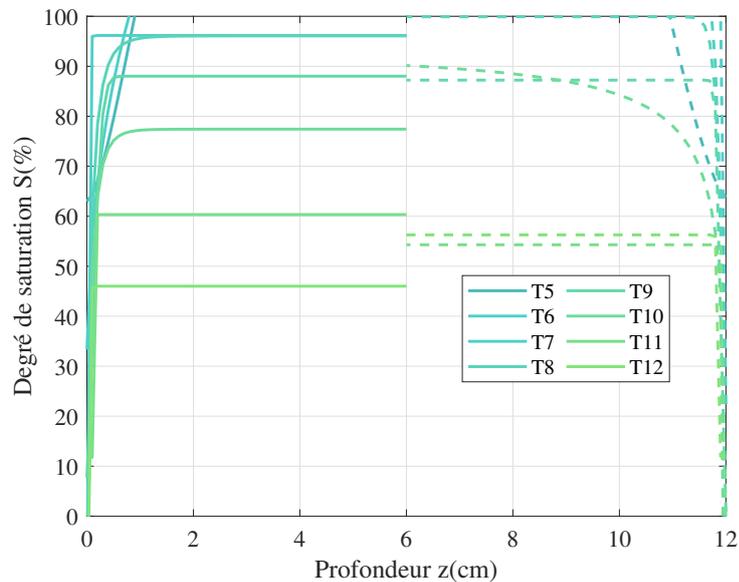


FIGURE 5.22 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivité apparentes pour les deux faces de séchage, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.

paragraphe 1.5.3, les profondeurs d’investigation des mesures capacitives sont estimées dans un milieu homogène (de permittivité constante). Un gradient de permittivité induit un changement de la sensibilité des mesures et une modification des profondeurs d’investigation  $z_{ep}$ . Ainsi, la modification des  $z_{ep}$  suggère que l’information fournie par les mesures capacitives pourrait être insuffisante pour estimer le gradient de degré de saturation. Deuxièmement, la calibration de la permittivité en fonction du degré de saturation est un processus expérimental entaché d’incertitudes sur les mesures et sur l’ajustement des droites. Nous remarquons particulièrement que le coefficient de détermination  $R^2$  de l’ajustement de la droite de calibration de la permittivité en fonction du degré de saturation (équation (5.2),  $R^2=0.9673$ ) est inférieur à celui de la courbe de calibration de la résistivité en fonction du degré de saturation (équation (5.1),  $R^2=0.9982$ ). Étant donné que cette droite de calibration, valable pour un béton donné, est indispensable pour définir la permittivité du milieu à partir de son profil de degré de saturation (équation (4.2)), une modification des coefficients de cette droite pourrait entraîner une modification des paramètres du modèle de saturation sans changer le modèle de permittivité du milieu et peut-être atteindre des valeurs  $S$  physiquement improbables. Troisièmement, le modèle paramétrique choisi pour représenter la permittivité du milieu pourrait être inadapté à

cause du nombre insuffisant de permittivités apparentes mesurées pour renseigner sur ce modèle. Ce nombre  $N_\varepsilon$  varie de 4 à 8 (à partir de l'échéance T9) suivant que les anciens, les nouveaux ou la totalité des patins sont utilisés. En comparant  $N_\varepsilon$  au nombre de résistivités apparentes mesurées  $N_\rho$  et l'échantillonnage des mesures dans la profondeur du béton,  $N_\varepsilon \ll N_\rho = 100$ . Bien que l'une des raisons d'avoir choisi un modèle à quatre paramètres était de réduire le nombre d'inconnues du modèle, l'information apportée par les mesures capacitives semblerait insuffisante pour renseigner sur la forme de ce profil marquée par un gradient. Pour toutes ces raisons, nous estimons que, pour le type de gradient de degré de saturation envisagé dans cette campagne et pour le jeu de capteurs capacitifs utilisés, l'inversion individuelle des permittivités apparentes serait insuffisante pour estimer avec précision les profils de degré de saturation des différentes échéances de cette campagne. Nous envisageons pour cela l'ajout de contraintes sur les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

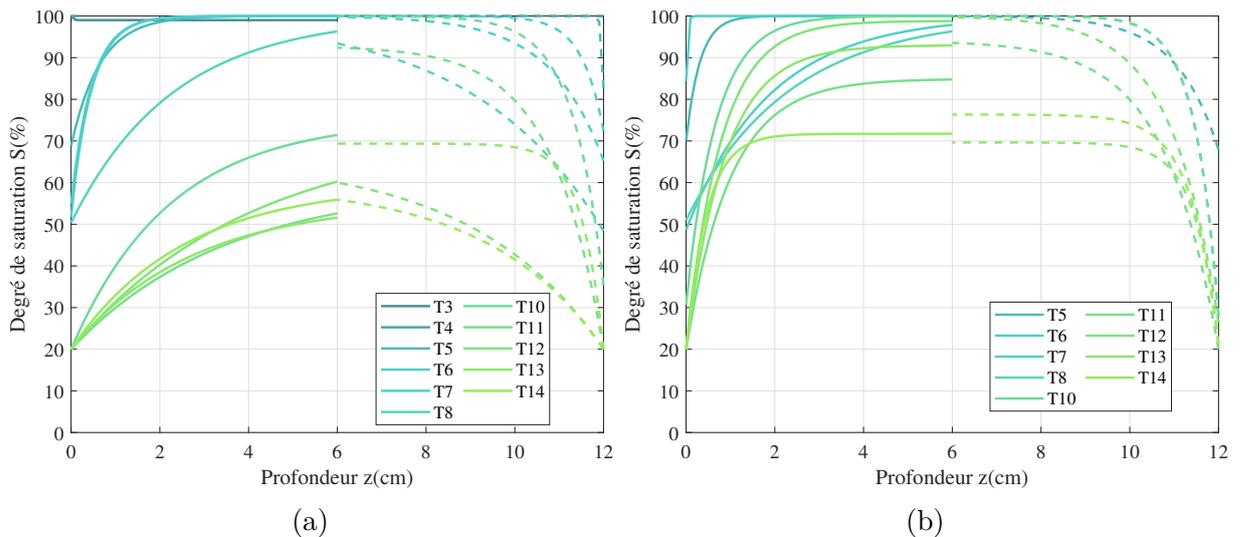


FIGURE 5.23 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivités apparentes en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et en fixant le paramètre  $\theta_4=1$  (a) en utilisant l'approche par changement de variables (voir paragraphe 4.5.2.1) (b) en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2).

La Figure 5.23 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion des permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ), en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  ( $\theta_{min}=20$  % et  $\theta_{max}=100$  %) et en utilisant l'approche par changement de variables (Figure 5.23a) et l'approche par ajout de fonctions de régularisation (Figure 5.23b). En comparant les Figures 5.23a et 5.23b, on

remarque que les profils de  $S$  estimés par les deux approches d'ajout de contraintes sont semblables pour les premières échéances (T3 à T8) et présentent des différences à partir de T10. En revanche, les profils estimés pour les deux faces de séchage, en considérant chaque approche prise séparément, sont semblables en surface et se rejoignent à cœur. Aux échéances T3, T4 et T5 on remarque que la contrainte de borne supérieure de  $\theta_2$  est active. L'avancement du séchage est aussi marqué par la diminution du degré de saturation en surface et en profondeur. On remarque qu'à partir de l'échéance T10, la contrainte sur la borne inférieure de  $\theta_1$  est active. Nous comparons finalement la performance des algorithmes des deux approches d'ajout de contraintes. Le Tableau 5.11 montre le nombre d'itérations et le temps nécessaires pour atteindre la convergence. On remarque que l'approche 1 (par changement de variables) est la plus rapide et nécessite le moins d'itérations.

Tableau 5.11 – Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion des permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  par les deux approches 1 et 2.

Approche d'Inversion	Approche 1	Approche 2
Nombre d'itérations moyen	$7 \pm 5$	$32 \pm 15$
Temps de calcul moyen (min)	$28 \pm 9$	$98 \pm 48$

Par rapport à la Figure 5.22, les profils de degré de saturation présentés à la Figure 5.23 sont plus cohérents avec les profils de séchage que l'on s'attendrait à observer. Premièrement, on remarque que l'imposition d'une borne inférieure au paramètre  $\theta_1$  empêche bien l'obtention de valeurs très faibles de ce paramètre. Deuxièmement, l'avancement du front de séchage est plus marqué sur les profils de la Figure 5.23. A partir de tous les profils présentés sur les Figures 5.23a et 5.23b, nous avons retenu ceux qui sont le plus cohérents avec le séchage du béton et nous les représentons sur la Figure 5.24. On remarque que les profils de degré de saturation estimés sont similaires pour les deux faces de séchage pour les échéances T0 à T8 et moins similaires surtout à cœur à partir de l'échéance T10. On remarque également une avancée du front de séchage à environ 2 cm.

## 5.2.4 Inversion conjointe des données

Nous étudions dans cette section l'inversion conjointe des mesures de résistivité et de permittivité apparentes pour estimer le profil de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur. La procédure d'inversion conjointe des données a été développée au paragraphe 4.2 et l'organigramme de la Figure 4.21.

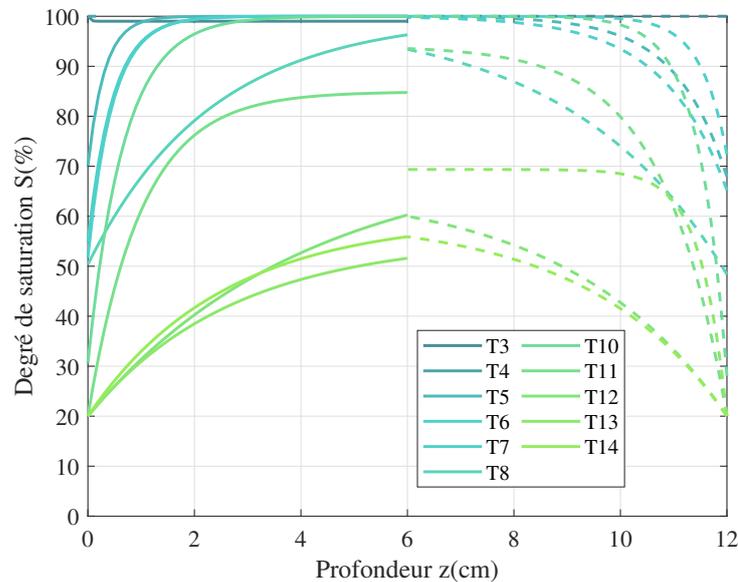


FIGURE 5.24 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur pour les deux faces de séchage estimés par inversion des permittivités apparentes et choisis après la sélection des profils les plus plausibles des Figures 5.22 et 5.23.

Le modèle EF de la dalle de la campagne de séchage sous Comsol Multiphysics et les éléments de résolution du problème direct sont décrits au paragraphe 5.2.3.1. Il s'agit de la même méthode de résolution du problème direct utilisée pour l'inversion séparée des données. La différence est que dans ce cas, nous étudions les deux problèmes résistif et capacitif simultanément. Suivant cette méthodologie, l'inversion conjointe des mesures de résistivité et de permittivité apparentes implique le choix d'un modèle initial de profil de degré de saturation. A partir des données mesurées de résistivité apparente (respectivement de permittivité apparente), de leurs profondeurs d'investigation  $z_{er}$  (respectivement  $z_{ep}$ ) et de leur courbe de calibration donnée par l'équation (5.1) (respectivement l'équation (5.2)), nous ajustons deux profils initiaux de degré de saturation, le premier correspondant aux données de résistivité apparente et le second correspondant aux données de permittivité apparente. Les paramètres du modèle initial pour l'inversion conjointe seront les moyennes des paramètres des deux modèles ajustés indépendamment.

Pour l'inversion, nous reprenons la même étude que celle faite pour l'inversion séparée des données : tout d'abord sans contraindre les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et en estimant les 4 paramètres du modèle, puis en bornant les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  entre  $\theta_{min}=20\%$  et  $\theta_{max}=100\%$  par deux méthodes successives et en fixant  $\theta_4=1$ .

Les profils de degré de saturation  $S$  estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes sont présentés sur les Figures 5.25 et 5.26. La Figure 5.25 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion conjointe et estimation des 4 paramètres du modèle de  $S$  sans ajout de contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Les profils de degré de saturation de la face  $F1$  sont représentés sur la profondeur de la dalle comprise entre 0 et 6 cm en trait plein et ceux de la face  $F2$  sont représentés sur la profondeur de la dalle comprise entre 6 et 12 cm en pointillé. On remarque que le degré de saturation diminue en fonction de la profondeur et du temps marquant l'avancement du séchage.  $S$  en surface diminue de 98 % à 40 % environ (pour  $F1$ ) et à cœur de 100 % à environ 74 %. Ces résultats sont cohérents avec le déroulement du séchage et les mesures de résistivités et permittivités apparentes. En comparant les profils estimés pour les deux faces de séchage, on remarque qu'ils sont semblables aussi bien en surface qu'à cœur. Par ailleurs, pour les dernières échéances (T12 à T14) le front de séchage, défini par le paramètre  $\theta_3$ , progresse pour les deux faces et atteint 1.3 cm (soit respectivement 10.7 cm pour la face F2).

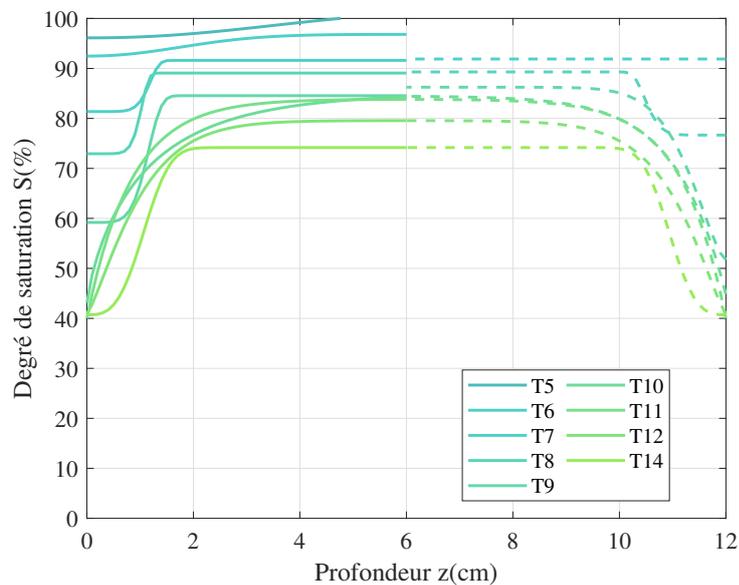


FIGURE 5.25 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes pour les deux faces de séchage, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.

En comparant les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée (Figures 5.19 et 5.22) et conjointe (Figure 5.25) des mesures résistives et capacitives, sans ajout

de contraintes et en estimant les 4 paramètres du modèle, on remarque que les profils estimés par inversion conjointe sont physiquement plausibles alors que les profils obtenus par inversion séparée des permittivités apparentes ne suivent pas de manière cohérente l'avancement du séchage. Par rapport à l'inversion séparée des résistivités apparentes, les profils estimés par inversion conjointe sont plus reproductibles entre les deux faces et permettent une progression supplémentaire du front de séchage. Concernant la performance de l'algorithme dans ce cas, le Tableau 5.12 montre le nombre d'itérations moyen nécessaire pour atteindre la convergence pour les inversions séparée et conjointe des mesures. On remarque que l'inversion conjointe nécessite moins d'itérations pour atteindre les critères de convergence. En revanche, le temps de calcul moyen pour l'inversion conjointe est légèrement supérieur à celui de l'inversion des résistivités apparentes puisque les deux problèmes directs résistif et capacitif sont résolus dans la procédure de l'inversion conjointe.

Tableau 5.12 – Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion par les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes).

Approche d'Inversion	Résistivité	Permittivité	Conjointe
Nombre d'itérations moyen	15±9	42±4	5±3
Temps de calcul moyen (min)	27±9	135±10	35±6

La Figure 5.26 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion conjointe et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , par l'approche de changement de variables (Figure 5.26a) et l'approche d'ajout de fonctions de régularisation (Figure 5.26b). En comparant les Figures 5.26a et 5.26b, on remarque que les profils de  $S$  estimés par les deux approches d'ajout de contraintes sont très semblables et que le RMS moyen entre les profils estimés par l'approche 1 et l'approche 2 est de  $0.16\pm 0.26$ . L'avancement du séchage est marqué par la diminution du degré de saturation en surface et en profondeur. A partir de l'échéance T11, la contrainte sur la borne inférieure de  $\theta_1$  est active. Le Tableau 5.13 montre le nombre d'itérations et le temps nécessaires pour atteindre la convergence pour les deux approches d'ajout de contraintes. On remarque que les deux algorithmes ont une performance similaire.

En comparant les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée (Figures 5.20 et 5.23) et conjointe (Figure 5.26) des mesures résistives et capacitives pour l'estimation sous contraintes des trois paramètres du modèle de saturation ( $\theta_4=1$ ), on remarque que les profils estimés par inversion conjointe par les deux approches d'ajout de contraintes

sont les plus similaires entre eux puisque l'écart RMS est le plus faible. En revanche, en comparant les Tableaux 5.10, 5.11 et 5.13, l'inversion conjointe sous contraintes nécessite un temps de calcul plus long.

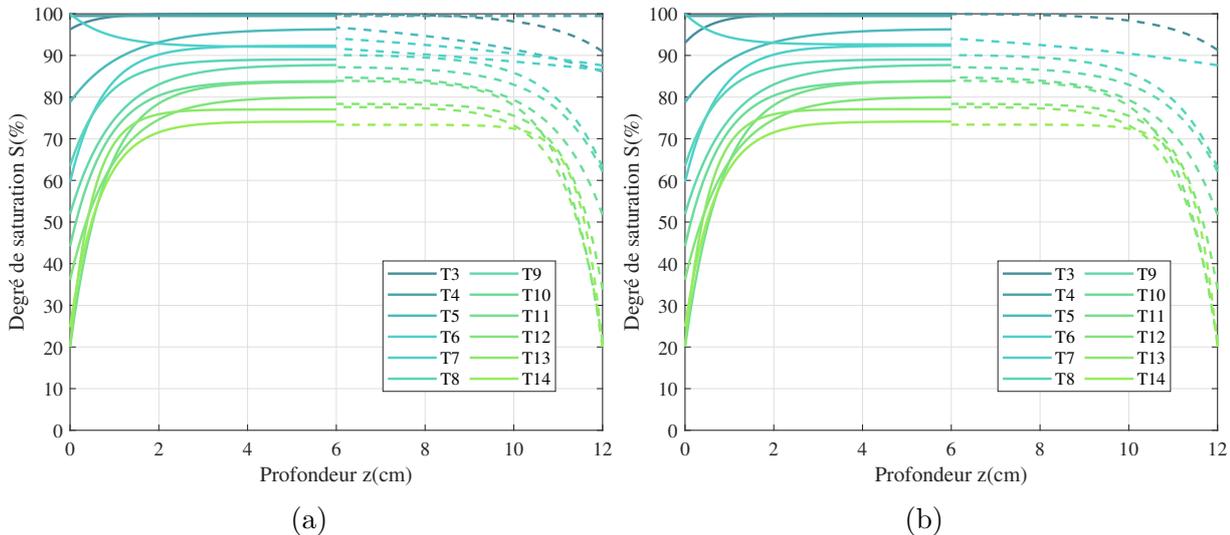


FIGURE 5.26 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  et en fixant le paramètre  $\theta_4=1$  (a) en utilisant l'approche par changement de variables (voir paragraphe 4.5.2.1) (b) en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2).

Tableau 5.13 – Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion conjointe des résistivités et des permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  par les deux approches 1 et 2.

Approche d'Inversion	Approche 1	Approche 2
Nombre d'itérations moyen	$34 \pm 13$	$30 \pm 11$
Temps de calcul moyen (min)	$147 \pm 76$	$146 \pm 98$

Les Figures 5.25 et 5.26 permettent de bien décrire l'évolution du profil de degré de saturation lors du séchage. En sélectionnant de ces figures les profils les plus plausibles permettant de suivre l'évolution du séchage pour toutes les échéances, nous obtenons les profils de la Figure 5.27. En comparant les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée (Figures 5.21 et 5.24) et conjointe (Figure 5.27) des mesures résistives et capacitatives, on remarque que les profils estimés par inversion conjointe des mesures assurent une meilleure reproductibilité des profils des faces 1 et 2, sont physiquement

plausibles à toutes les échéances et permettent une avancée du front de séchage supérieure à celle observée pour l'inversion des résistivités apparentes.

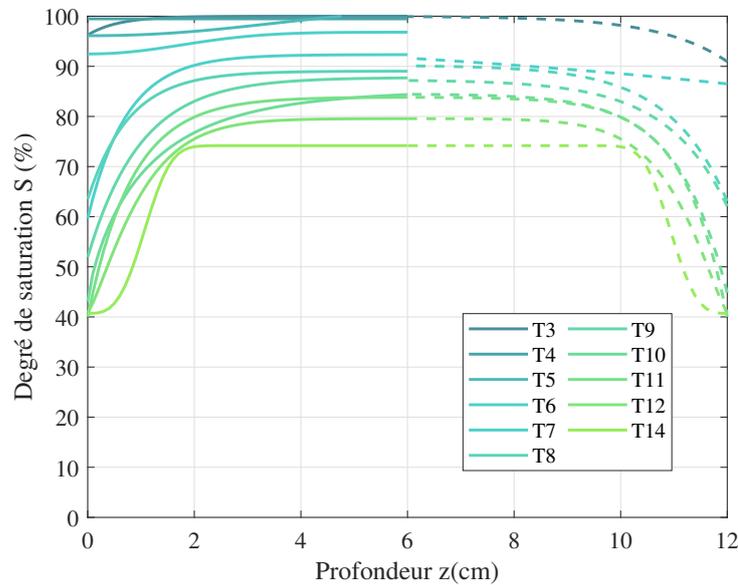


FIGURE 5.27 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur pour les deux faces de séchage (en trait plein et en pointillé) estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes et choisis après la sélection des profils les plus plausibles des Figures 5.25 et 5.26.

## 5.2.5 Profils de degré de saturation obtenus par des méthodes alternatives

Nous présentons dans cette section deux méthodes alternatives pour la détermination des profils de degré de saturation pour la campagne de séchage. Nous présentons les profils obtenus par gammadensimétrie (voir paragraphe 1.6.1) et les profils issus d'une inversion avec le logiciel Nomad basé sur l'algorithme MADS (voir paragraphe 4.6).

### 5.2.5.1 Profils de degré de saturation obtenus par gammadensimétrie

Des mesures de gammadensimétrie sur une éprouvette cylindrique de dimensions  $\phi 110 \times 300$  mm à plusieurs échéances ont été réalisés dans la thèse de Badr [Badr, 2019]. Cette éprouvette a été fabriquée avec le même béton que celui de la dalle de séchage et la même gâchée G7. Une cure a été réalisée en salle humide pendant une durée de deux mois

et sous l'eau pour deux autres mois. Ensuite, un séchage à  $T=20^{\circ}\text{C}$  pendant 7 mois et à  $T=45^{\circ}\text{C}$  pendant 8 mois a été réalisé. L'éprouvette est emballée avec du papier aluminium adhésif sur le pourtour et la face supérieure. Ainsi, les conditions de cure et de séchage sont différentes entre cette éprouvette et la dalle utilisée dans la campagne de séchage, puisqu'une cure a été réalisée dans l'eau pendant 1 an et le séchage a été réalisé à  $20^{\circ}\text{C}$  par deux faces opposées.

La Figure 5.28 montre les profils de degré de saturation  $S$  en fonction de la profondeur pour plusieurs échéances de séchage obtenus par essais de gammadensimétrie selon la méthode décrite au paragraphe 1.6.1. Cette figure montre que le taux de saturation au niveau de la surface exposée au séchage à  $20^{\circ}\text{C}$  diminue jusqu'à 70 % environ sur le premier centimètre à T0+145 jours. L'incertitude sur la mesure du degré de saturation par cette méthode est de l'ordre 3% [Villain and Thiery, 2006]. Nous nous limitons aux premiers cm de profondeur (de 0 à 6 cm) correspondant à la profondeur du béton d'enrobage pour comparer les profils de degré de saturation obtenus par gammadensimétrie et ceux estimés par inversion séparée et conjointe des mesures de résistivité et de permittivité apparentes.

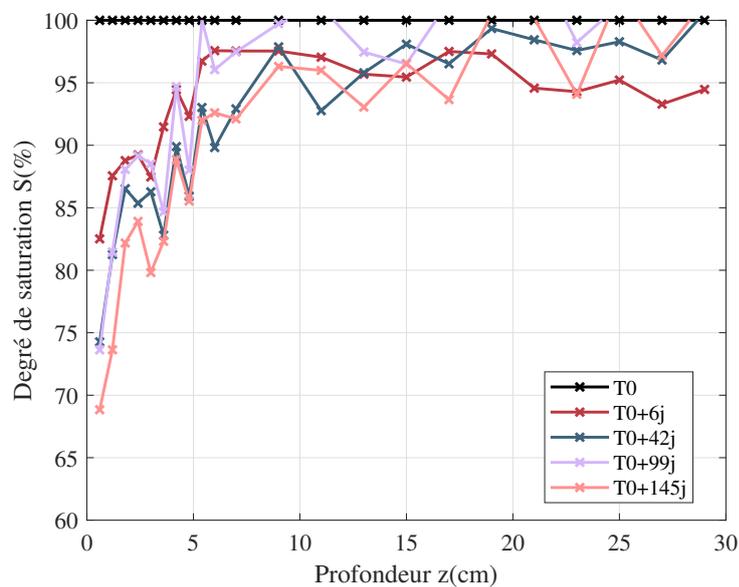


FIGURE 5.28 – Profils de degré de saturation obtenus par essais de gammadensimétrie pour le séchage par une seule face d'une éprouvette cylindrique de dimensions  $\phi 110 \times 300$  mm de la gâchée G7.

### 5.2.5.2 Profils de degré de saturation obtenus par inversion avec le logiciel Nomad

Nous avons présenté au paragraphe 4.6 le logiciel Nomad basé sur un algorithme de type MADS, et qui permet l'optimisation des fonctions coût de type "boite noire". Nous avons utilisé le logiciel Nomad pour réaliser l'inversion des mesures expérimentales de résistivité et permittivité apparentes séparément et conjointement pour estimer le profil de degré de saturation en fonction de la profondeur pour les différentes échéances temporelles de séchage. Parmi les particularités de l'inversion avec Nomad, rappelons que nous avons la possibilité d'imposer des contraintes d'inégalité pour les variables ainsi que des contraintes de borne supérieure et inférieure. Nous avons imposé les contraintes  $\theta_{min}$  et  $\theta_{max}$  utilisées au paragraphe 5.2.3.2. Nous rappelons également qu'un modèle initial du profil de  $S$  doit être fourni. Nous utilisons, pour chaque échéance et chaque type de mesures, les mêmes modèles initiaux que pour l'inversion en utilisant l'algorithme de Levenberg-Marquardt (voir paragraphes 5.2.3.2 et 5.2.4). Nous avons réalisé l'inversion des données apparentes pour estimer les 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

Les Figures 5.29, 5.30 et 5.31 représentent les profils de degré de saturation en fonction de la profondeur pour les différentes échéances de séchage obtenues par inversion séparée des résistivités (Figure 5.29) et des permittivités (Figure 5.30) apparentes et l'inversion conjointe des deux types de mesures (Figure 5.31). Ces résultats seront comparés à ceux des Figures 5.20, 5.23 et 5.26 respectivement par superposition au paragraphe 5.2.6.

## 5.2.6 Comparaison des profils de degré de saturation obtenus par inversion des données et par méthodes alternatives

Dans cette section, nous comparons les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des données et ceux estimés par ces méthodes alternatives.

### 5.2.6.1 Comparaison avec les profils obtenus par gammadensimétrie

Les Figures 5.32a, 5.32b et 5.32c représentent la superposition des profils des Figures 5.21, 5.24 et 5.27 avec les profils obtenus par gammadensimétrie (Figure 5.28). Nous représentons les profils de degré de saturation estimés par inversion pour la face 1 de séchage et pour les échéances correspondant à celles de gammadensimétrie. En comparant les Figures 5.32a à 5.32c, on remarque que les profils de degré de saturation pour les premières

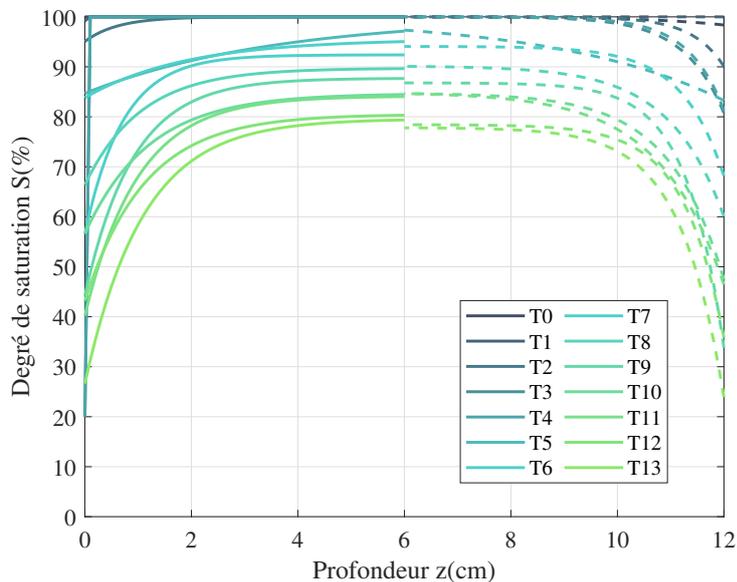


FIGURE 5.29 – Profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par inversion des résistivités apparentes en utilisant le logiciel Nomad.

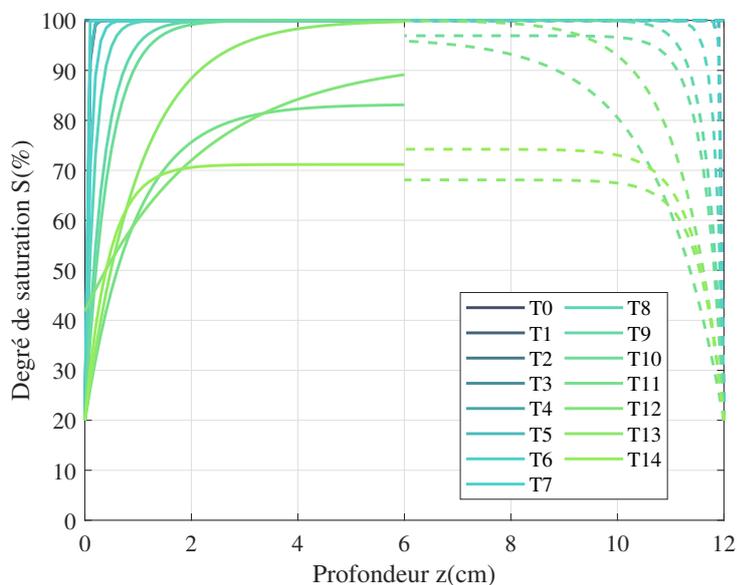


FIGURE 5.30 – Profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par inversion des permittivités apparentes en utilisant le logiciel Nomad.

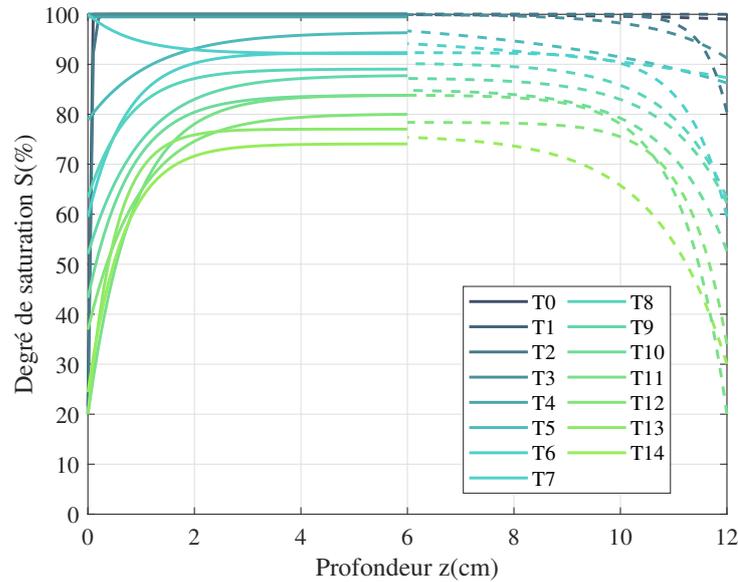


FIGURE 5.31 – Profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes en utilisant le logiciel Nomad.

échéances (par exemple  $T8=T0+42j$ ) estimés par inversion et par gammadensimétrie sont très semblables et les valeurs de degré de saturation sont dans les mêmes gammes. En calculant l'écart RMS entre les profils obtenus par inversion et par gammadensimétrie par l'équation (5.9), nous constatons sur le Tableau 5.14, que les écarts entre les profils estimés par inversion et obtenus par gammadensimétrie sont les plus faibles à l'échéance  $T0+42j$ . L'écart à cette échéance est le plus faible pour le cas de la comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion conjointe et obtenus par gammadensimétrie. En revanche, on remarque que les profils de degré de saturation à  $T14$  ( $T0+146j$ ) présentent des valeurs de  $S$  inférieures à celles du profil de degré de saturation obtenu par gammadensimétrie à l'échéance  $T0+145j$  et les valeurs de RMS aux échéances  $T0+99j$  et  $T0+145j$  sont importantes. En effet, comme nous l'avons précisé au paragraphe 5.2.5.1, les essais de gammadensimétrie ont été réalisés durant le séchage d'une éprouvette par une seule face. Le séchage par deux faces réalisé dans cette étude est probablement plus accéléré que celui de l'essai de gammadensimétrie. En outre, l'éprouvette utilisée pour la gammadensimétrie a été saturée sous vide avant le début des mesures alors que la dalle de séchage n'a pas été saturée sous vide avant le lancement de la campagne à  $T0$ . Par conséquent, la comparaison des profils de degré de saturation pour les premières échéances est un indice positif pour vérifier que les profils estimés par inversion sont plausibles physiquement. Cependant, les

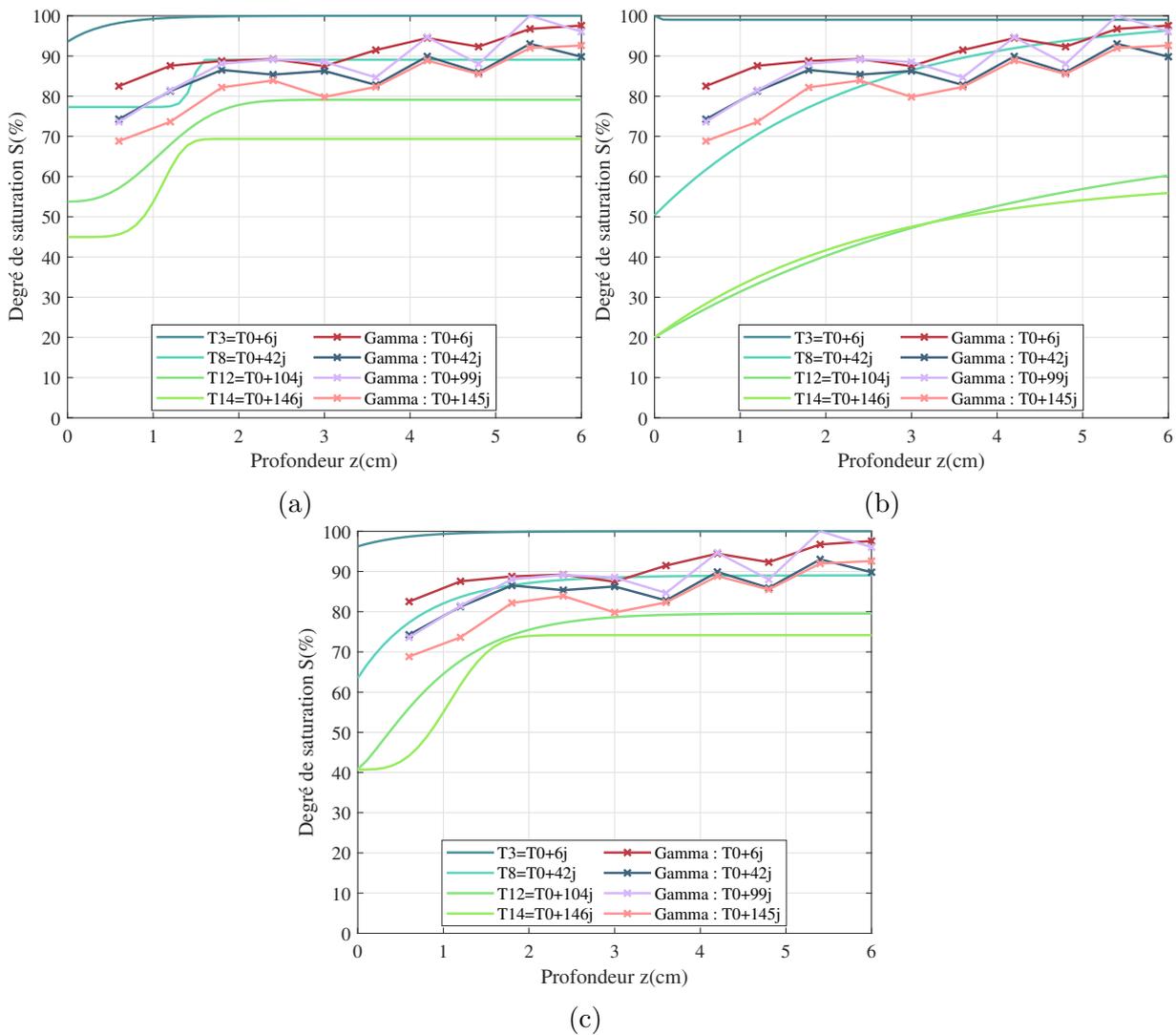


FIGURE 5.32 – Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par gammadensimétrie et estimés par (a) inversion séparée des résistivités apparentes (b) inversion séparée des permittivités apparentes (c) inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes.

Tableau 5.14 – Écart RMS entre les profils de degré de saturation obtenus par gammaden-simétrie et les profils estimés par inversion pour les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes) à différentes échéances.

Échéances	Résistivité	Permittivité	Conjointe
T0+6j	9.82	9.31	9.89
T0+42j	3.42	7.26	2.99
T0+99j	13.6	41.9	13.9
T0+145j	17.4	36.9	14.2

conditionnements différents des deux dalles rendraient la comparaison des profils obtenus par les deux approches difficile pour les échéances avancées.

### 5.2.6.2 Comparaison avec les profils obtenus par inversion avec le logiciel Nomad

Suite à l'inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes avec le logiciel Nomad (Figures 5.29 à 5.31), nous comparons ces profils avec ceux obtenus par inversion des données par l'approche développée dans cette thèse (Figures 5.33a à 5.33c).

La Figure 5.33 montre la superposition des profils de degré de saturation estimés par inversion et obtenus avec le logiciel Nomad à différentes échéances temporelles. En calculant l'écart RMS entre les profils obtenus par les deux approches d'inversion par l'équation (5.9), et ensuite l'écart moyen des profils de toutes les échéances temporelles, nous montrons sur le Tableau 5.15, que les écarts moyens entre les profils estimés par inversion et obtenus avec le logiciel Nomad sont faibles dans les cas de l'inversion séparée des résistivités apparentes et l'inversion conjointe. Cet écart moyen est le plus faible pour le cas de la comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion conjointe et obtenus avec le logiciel Nomad. En revanche, le RMS moyen entre les profils estimés par inversion des permittivités apparentes et les profils obtenus avec le logiciel Nomad est important. Ces observations permettent de tirer les remarques suivantes :

- pour l'inversion séparée des résistivités apparentes et l'inversion conjointe, étant donné que les profils de degré de saturation estimés par inversion et avec le logiciel Nomad sont semblables, les minima de la fonction coût ( $\psi_\rho$  ou  $\psi$ ) atteints par les deux méthodes d'inversion seraient eux-mêmes également semblables, bien que les algorithmes de Levenberg-Marquardt et MADS soient différents,

— pour l'inversion séparée des permittivités apparentes, l'écart entre les profils de degré de saturation estimés par les deux méthodes d'inversion (algorithme de Levenberg-Marquardt et Nomad) étant important, on estime qu'elle ne serait pas suffisante à elle seule pour estimer avec fiabilité les profils de degré de saturation au cours du séchage du béton.

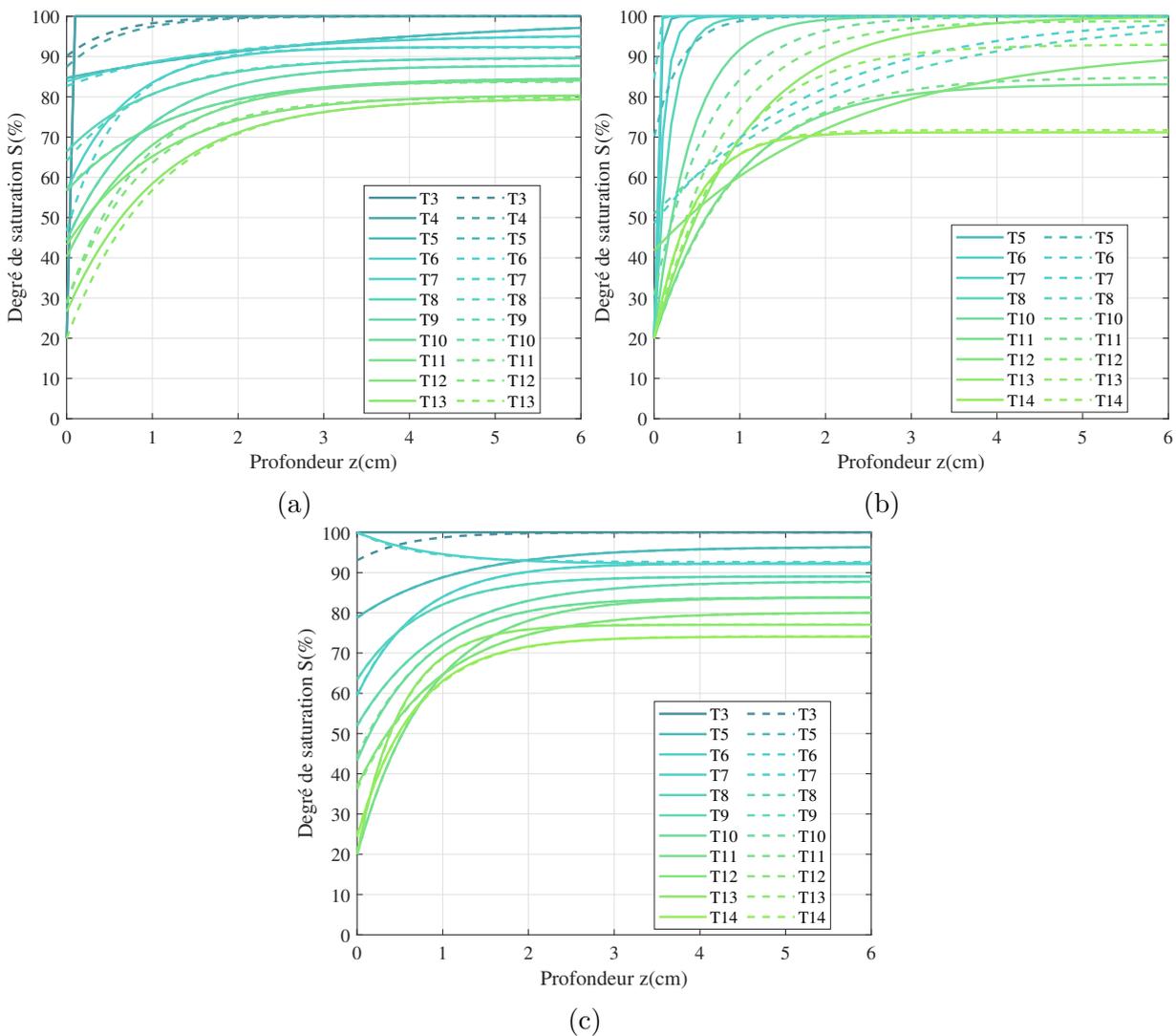


FIGURE 5.33 – Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus avec le logiciel Nomad (trait plein) et estimés par (a) inversion séparée des résistivités apparentes (b) inversion séparée des permittivités apparentes (c) inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes (trait pointillé).

Nous observons également que le nombre d'itérations et le temps de calcul par l'al-

Tableau 5.15 – Écart RMS moyen entre les profils de degré de saturation obtenus avec le logiciel Nomad et les profils estimés par inversion pour les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes), nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion avec le logiciel Nomad.

Approche d'Inversion	Résistivité	Permittivité	Conjointe
RMS moyen	2.62	8.66	0.25
Nombre d'itérations moyen	215±112	125±64	171±93
Temps de calcul moyen (min)	232±115	230±110	476±255

gorithme MADS sont supérieurs à ceux des inversions par l'algorithme de Levenberg-Marquardt et les approches d'inversion séparée et conjointe étudiées dans cette thèse.

## 5.3 Suivi temporel et analyse de la campagne d'imbibition

Dans cette section, nous présentons le suivi de l'imbibition de la dalle FV présentée à la Figure 5.5. Nous présentons en premier les données mesurées de résistivité et de permittivité apparentes et nous évaluons les incertitudes de ces mesures en fonction du temps. Ensuite, nous traitons l'inversion séparée et conjointe des données. Nous comparons enfin les profils estimés entre eux et à des profils obtenus par des méthodes alternatives.

### 5.3.1 Données de résistivité et permittivité apparentes

Les Figures 5.34a à 5.34c représentent les mesures de résistivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation  $z_{er}$  réalisées sur les mailles  $A$ ,  $B$  et  $C$  respectivement (voir Figure 5.10) pour les différentes échéances temporelles T0 à T16 (voir Tableau 5.6). Nous avons adopté la même représentation des résistivités apparentes que celle choisie dans la campagne de séchage (Figure 5.11). Nous représentons pour chaque maille la valeur moyenne des mesures de résistivité apparente pour les deux orientations de mesure (Figure 5.10) ayant toutes la même profondeur d'investigation  $z_{er}$ . L'écart-type de ces mesures est reporté sur ces courbes. En analysant ces figures, on remarque qu'à l'échéance T0, après 37 min d'imbibition d'eau par la surface, les résistivités apparentes mesurées sont très élevées (de l'ordre de 10 kΩ.m) en profondeur et commencent à diminuer en surface jusqu'à 2 kΩ.m environ. Ensuite, avec l'avancement de l'imbibition, la résistivité apparente mesurée

diminue en surface et à cœur.

A partir de l'échéance T7, la diminution de la résistivité apparente se poursuit en profondeur. Cependant, on remarque une ré-augmentation de cette valeur en surface. Ceci peut être dû à la mise en œuvre particulière de l'essai d'imbibition. Comme nous l'avons expliqué au paragraphe 5.1.2.4, à chaque échéance de mesure, l'eau dans le bac est récupérée et la surface de la dalle est tamponnée afin d'éliminer l'excédant d'eau. A la fin des mesures, la reprise de l'imbibition est assurée en remettant l'eau récupérée. Ce processus répété pour 17 échéances de mesure pourrait induire une lixiviation du béton, i.e. un lessivage des hydrates de la pâte de ciment au contact de l'eau. En effet, les constituants hydratés de la pâte de ciment forment un milieu basique, le pH de la solution interstitielle étant de l'ordre de 13. Dans ces conditions, un milieu fluide comme l'eau douce présente un caractère acide vis-à-vis du béton, entraînant ainsi des déséquilibres chimiques susceptibles d'aboutir à une mise en solution des hydrates [Regourd, 1981]. Le fait de récupérer l'eau d'imbibition à chaque échéance et de la réutiliser permet de conserver ces hydrates en solution et d'atténuer cet effet de lixiviation sans toutefois l'éliminer. Pour cela, une ré-augmentation de la résistivité apparente pourrait être la conséquence de ce phénomène de lixiviation.

Finalement, la Figure 5.34d montre la superposition des résistivités apparentes mesurées sur les 3 mailles pour 3 échéances temporelles T0, T7 et T13. Cette figure montre que les mesures de résistivité apparente sont reproductibles entre les mailles *A*, *B* et *C*. Nous rappelons que la différence entre ces mailles est la gâchée de béton utilisée, toutes provenant de la même formulation et du même coulage (voir paragraphe 5.1.2.1 et Tableau 5.5).

Les Figures 5.35a à 5.35c représentent les mesures de permittivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation  $z_{ep}$  réalisées sur les mailles *A*, *B* et *C* respectivement pour les différentes échéances temporelles T00 à T16. De la même manière que pour la résistivité, l'abscisse est la profondeur d'investigation  $z_{ep}$  pour chaque patin d'électrodes. La permittivité apparente représentée est la moyenne de toutes les permittivités apparentes mesurées par un patin pour les deux orientations de mesure et pour une échéance donnée. La barre d'erreur correspond à l'écart-type de toutes les mesures de permittivité apparente d'un même patin.

Tout d'abord, l'échéance T00 (10 jours avant le début de l'imbibition) représente l'état du béton après les différentes phases de conditionnement de la dalle FV décrites au Tableau 5.4. Les mesures à cette échéance sont importantes pour prédire l'état homogène ou non du béton vis-à-vis du degré de saturation avant le début de l'imbibition. Les valeurs de

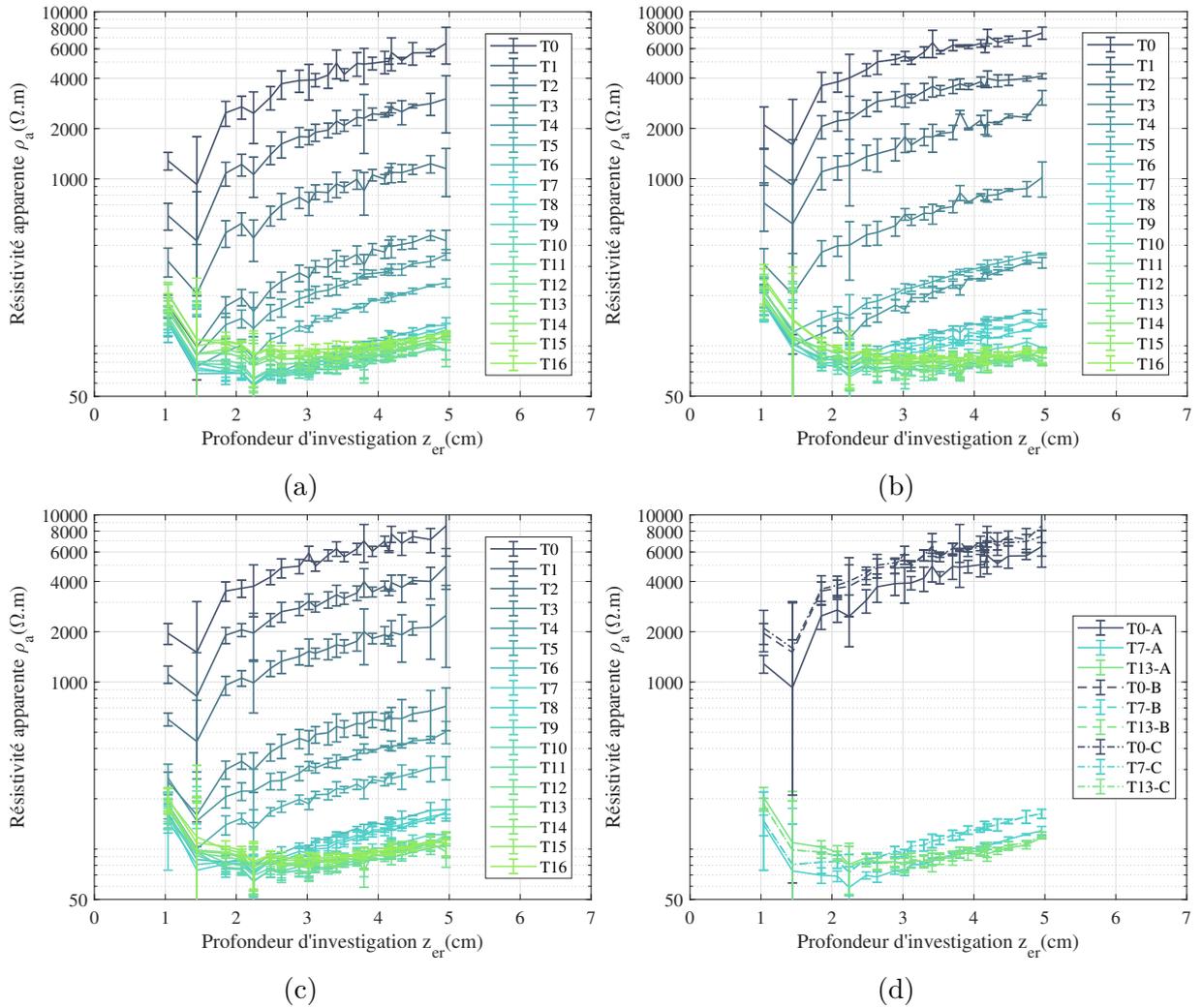


FIGURE 5.34 – Mesures de résistivité apparente en fonction de la profondeur d’investigation au cours de l’imbibition de la dalle FV à 17 échéances temporelles différentes (a) pour la maille A (b) pour la maille B (c) pour la maille C (d) superposition des mesures des 3 mailles A, B et C pour les échéances T0, T7 et T13.

permittivité apparente mesurées à l'échéance T00 sur les 3 mailles  $A$ ,  $B$  et  $C$  varient très faiblement entre 6.6 et 6.9 pour  $z_{ep} < 2.2$  cm et augmentent légèrement à 8.1 pour le patin GE1 auquel est associé la dernière profondeur  $z_{ep} = 6.2$  cm. Ainsi, on remarque d'après ces mesures que la permittivité apparente du béton est constante sur une grande profondeur du béton d'enrobage où on cherche à estimer le profil de degré de saturation.

Les tendances observées ensuite aux différentes échéances sont semblables à celle observées pour la résistivité apparente. A l'échéance T0, la permittivité apparente commence à augmenter pour les faibles profondeurs d'investigation à cause du lancement de l'imbibition. Ensuite, au fur et à mesure du temps, la permittivité apparente à cœur augmente. On remarque cependant, comme pour la résistivité, une re-diminution de la permittivité apparente à partir de l'échéance T11. Cette re-diminution est concomitante et concerne la même couche superficielle de béton (de  $z=0$  jusqu'à  $z_{er}$  et  $z_{ep}$  voisines de 2cm) que la ré-augmentation de résistivité apparente observée. Ceci conforte le fait qu'il ne s'agit pas d'un problème sur les mesures mais bien d'un phénomène réel dans l'évolution de l'éprouvette de béton dû à notre protocole d'imbibition. La Figure 5.35d, représentant la superposition des permittivités apparentes mesurées sur les 3 mailles à 3 échéances temporelles T0, T7 et T13, montre que les mesures de permittivité apparente sont reproductibles entre les mailles  $A$ ,  $B$  et  $C$ .

On remarque que l'imbibition de l'eau dans le béton est un phénomène très rapide surtout pour les premières échéances temporelles. Le défi pour notre campagne a été de minimiser le temps nécessaire pour réaliser les mesures par les deux méthodes ND, d'une part, afin de ne pas interrompre trop longtemps la mise en charge hydraulique et d'autre part, pour qu'on puisse considérer, avec une bonne approximation, que toutes les mesures acquises à une même échéance peuvent être associées au même état instantané du béton afin de pouvoir les interpréter.

### 5.3.2 Incertitudes sur les mesures résistives et capacitives

Les incertitudes sur les mesures de résistivité et de permittivité apparentes ont été étudiées durant cette campagne de mesure. Les Tableaux 5.16 et 5.17 montrent pour 3 échéances de mesure T0, T7 et T13 les valeurs moyennes et les écarts-types des résistivités et permittivités apparentes mesurées sur la dalle FV. Puisque les mesures sur les 3 mailles  $A$ ,  $B$  et  $C$  de la dalle sont reproductibles, nous avons regroupé les mesures sur les 3 mailles pour le calcul des incertitudes. Le coefficient de variation (CV) exprimé en pourcentage par le rapport de l'écart-type sur la moyenne des mesures est fourni dans ces tableaux.

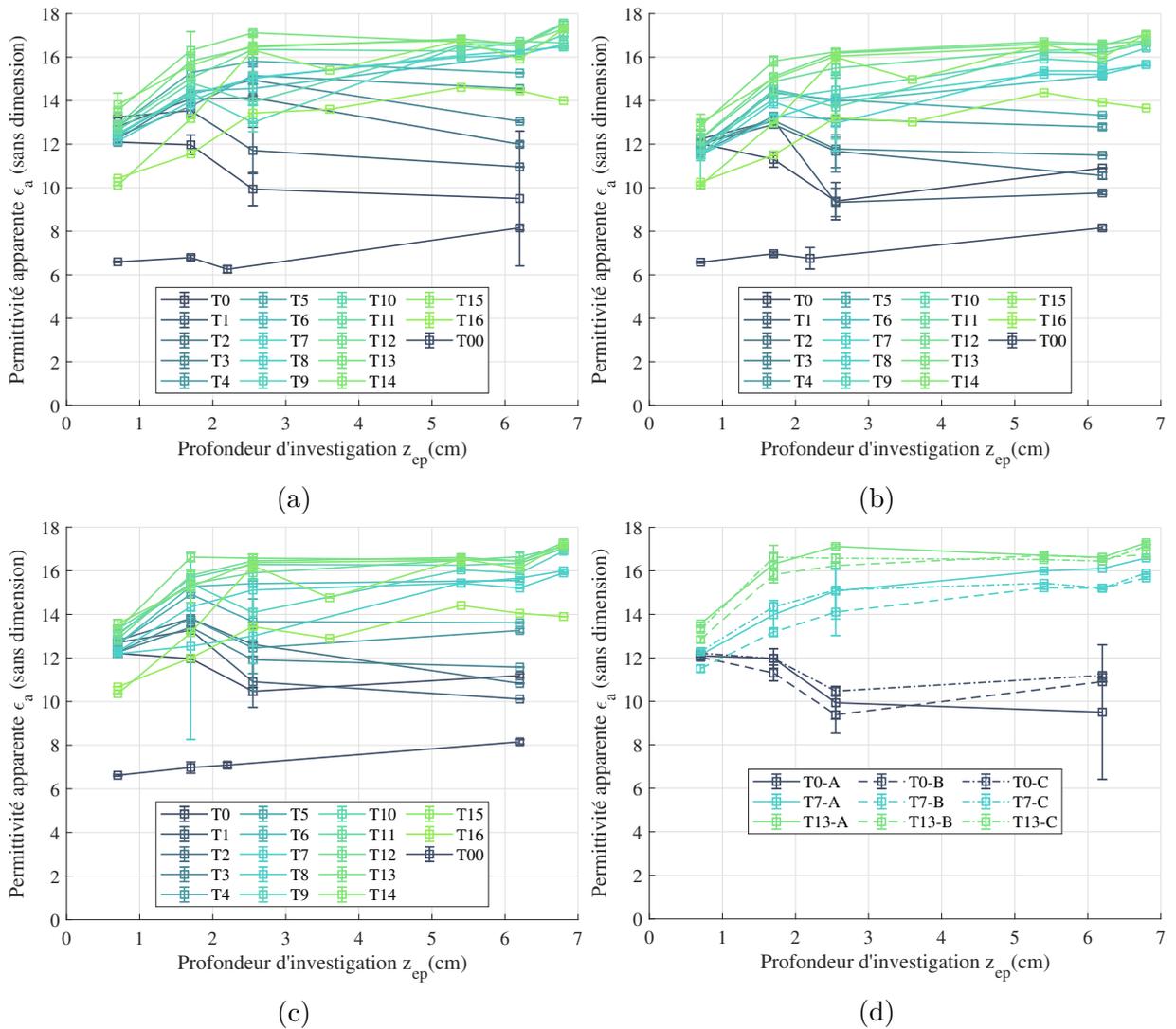


FIGURE 5.35 – Mesures de permittivité apparente en fonction de la profondeur d'investigation au cours de l'imbibition de la dalle FV à 18 échéances temporelles différentes (a) pour la maille A (b) pour la maille B (c) pour la maille C (d) superposition des mesures des 3 mailles A, B et C pour les échéances T0, T7 et T13.

L'échéance T0 représente un premier état de saturation au début de l'imbibition du béton. L'échéance T13 représente un état avancé de l'imbibition, i.e. un degré de saturation élevé et l'échéance T7 est intermédiaire entre ces deux états extrêmes.

De la même manière que pour l'étude de l'incertitude des mesures de la campagne de séchage (voir paragraphe 5.2.2), nous présentons dans le Tableau 5.16 les coefficients de variation de 4 mesures résistives correspondant aux configurations Wenner (avec  $a=2,4,6$  et 8 cm) et dans le Tableau 5.17 les incertitudes de 4 mesures capacitives correspondant aux patins PE1, PE2, ME1 et GE1.

Pour les mesures de résistivité apparente (Tableau 5.16), le CV est le plus important pour la mesure ayant  $z_{er}=1.038$  cm et atteint un maximum de 12.1 % à l'échéance T0. Cette mesure étant la plus superficielle, elle est donc très sensible à l'état de la "peau" du béton, qui peut présenter une hétérogénéité (par exemple par rapport aux granulats, ou bien à cause de la présence de bulles d'air suite au décoffrage). A l'échéance T7 (T0+24h), les valeurs de résistivité apparente mesurées chutent à environ 100  $\Omega.m$  et le coefficient de variation des mesures chute également à 1.02 %, sauf pour les mesures de la plus petite profondeur d'investigation, les plus sensibles à la variabilité du béton. Enfin, pour l'échéance T13, on observe une ré-augmentation de la résistivité apparente mesurée pour les deux premières valeurs de  $z_{er}$  et aussi un CV qui atteint un maximum de 11.7 % pour les mesures les plus superficielles. En comparant les incertitudes sur les mesures de résistivité apparente des deux campagnes (Tableaux 5.7 et 5.16), on remarque que les CV pour la campagne de séchage sont inférieurs aux CV pour la campagne d'imbibition (sauf pour l'échéance T14 de séchage où un CV élevé est attendu à cause de l'état avancé du séchage du béton). Ceci peut être dû aux différences entre les deux corps d'épreuves, liées à leurs dimensions, leur instrumentation et leur coulage. La fabrication et la mise en œuvre de la dalle de la campagne d'imbibition surtout en présence des armatures en fibre de verre et des capteurs noyés, sont en effet plus délicates et peuvent être à l'origine des différences entre les incertitudes sur les mesures entre les deux campagnes.

Pour les mesures de permittivité apparente (Tableau 5.17), les coefficients de variation sont faibles pour toutes les échéances sauf pour l'échéance T0 notamment et les patins ME1 et GE1. Ces incertitudes sont liées à des instabilités de la réponse des patins ME1 et GE1 dans le matériau et dans l'air probablement dues à un problème de couplage entre le système de mesure et le patin d'électrodes. Lors de la fabrication des patins supplémentaires (ME2, ME3, ME4 et GE2), de nouveaux patins identiques aux anciens ont aussi été fabriqués et utilisés notamment pour l'échéance T13. Cela a permis de remédier

Tableau 5.16 – Résistivités apparentes moyennes mesurées ( $\rho_{a_{mes}}$ ) à différentes échéances d'imbibition, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures.

Échéance	$z_{er}$ (cm)	$\rho_{a_{mes}}$ ( $\Omega.m$ )	Écart-type ( $\Omega.m$ )	CV (%)
T0	1.038	1285	155	<b>12.1</b>
	2.076	2534	259	10.2
	3.114	3916	359	9.17
	4.152	5053	189	3.75
T7	1.038	147.0	11.9	<b>11.9</b>
	2.076	68.88	5.02	7.29
	3.114	80.69	2.82	3.50
	4.152	108.3	1.10	1.02
T13	1.038	191.0	22.4	<b>11.7</b>
	2.076	96.06	8.66	9.01
	3.114	85.66	8.75	10.2
	4.152	97.68	6.62	6.77

à l'instabilité de la réponse des anciens patins capacitifs puisque les incertitudes observées à T13 sont très faibles.

### 5.3.3 Inversion séparée des données

Après avoir présenté les mesures résistives et capacitives et leurs incertitudes, nous étudions dans cette section l'inversion séparée de ces mesures pour estimer le profil de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur. Nous commençons par décrire le modèle EF de la dalle sous Comsol Multiphysics ainsi que les éléments de résolution du problème direct. Ensuite, nous présentons les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée des données résistives et capacitives.

#### 5.3.3.1 Modélisation directe et inverse des mesures résistives et capacitives

Nous reprenons la même procédure de définition des éléments de résolution du problème direct adoptée à la section 5.2.3.1.

#### Géométrie et disposition des électrodes :

Premièrement, nous définissons la géométrie de la dalle de béton FV de dimensions  $75 \times 75 \times 30$  cm<sup>3</sup>. Les armatures en fibre de verre étant électriquement inertes, elles ont un effet négligeable sur l'homogénéité du béton par rapport aux granulats et ne sont

Tableau 5.17 – Permittivités apparentes moyennes mesurées ( $\varepsilon_{ames}$ ) à différentes échéances d’imbibition, écart-type et coefficient de variation CV de ces mesures.

Échéance	$z_{ep}$ (cm)	$\varepsilon_{ames}$ (sans dimension)	Écart-type (sans dimension)	CV (%)
T0	0.7	12.09	0.11	0.88
	1.7	11.96	0.45	3.75
	2.2	9.935	0.76	7.61
	6.2	11.19	1.13	<b>10.1</b>
T7	0.7	12.13	0.14	1.21
	1.7	14.43	0.30	<b>2.12</b>
	2.2	15.69	0.06	0.44
	6.2	16.58	0.06	0.38
T13	0.7	13.56	0.07	0.53
	1.7	16.77	0.31	<b>1.89</b>
	2.2	17.11	0.08	0.50
	6.2	17.28	0.07	0.45

alors pas prises en compte dans la géométrie du modèle. Puis, pour le problème résistif, nous définissons les électrodes ponctuelles du peigne de résistivité et leurs positions sur le modèle de la dalle. La Figure 5.36 montre la géométrie du modèle de la dalle et des électrodes ponctuelles de résistivité sous Comsol Multiphysics.

Pour le problème capacitif, nous définissons les électrodes des patins par des plaques surfaciques d’épaisseur nulle. La Figure 5.37 montre la géométrie du modèle de la dalle FV et des électrodes du patin GE1. Le modèle inclut un volume d’air, en forme de parallélépipède, au centre duquel est placé le bloc représentant la dalle. Les dimensions de ce bloc sont trois fois plus grandes que les dimensions du bloc représentant la dalle de béton.

### Choix du maillage :

Deuxièmement, nous définissons le maillage du modèle. Il est formé d’éléments 3D tétraédriques avec des fonctions de forme quadratiques. Au voisinage des électrodes de résistivité et de capacité, on choisit un maillage plus fin que dans le reste de la géométrie du modèle, formé de 10 mailles entre deux électrodes voisines. Dans le reste de la géométrie, on choisit un maillage "fin" prédéfini dans Comsol Multiphysics (Figures 5.37b et 5.38).

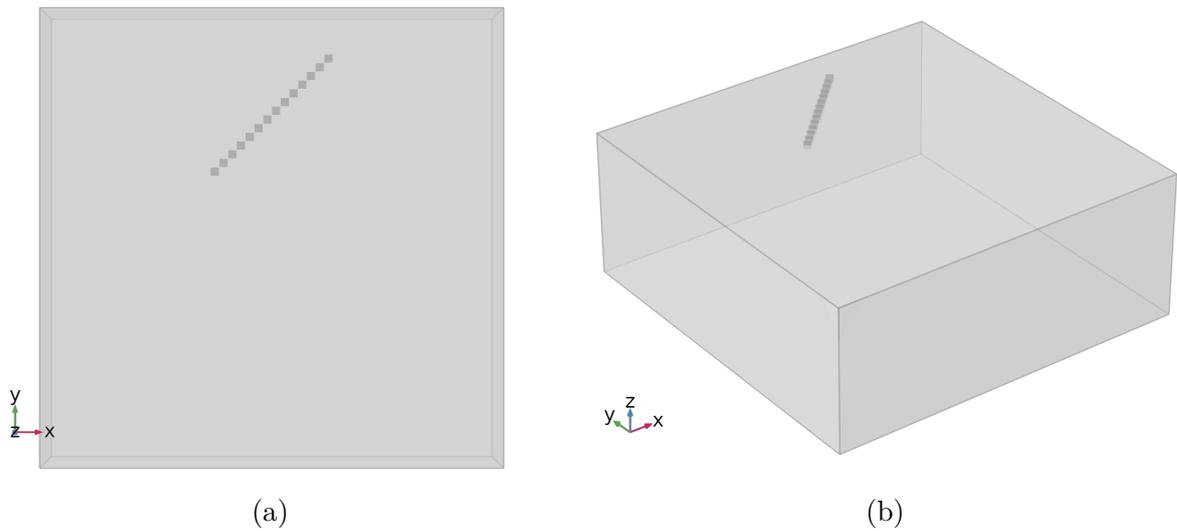


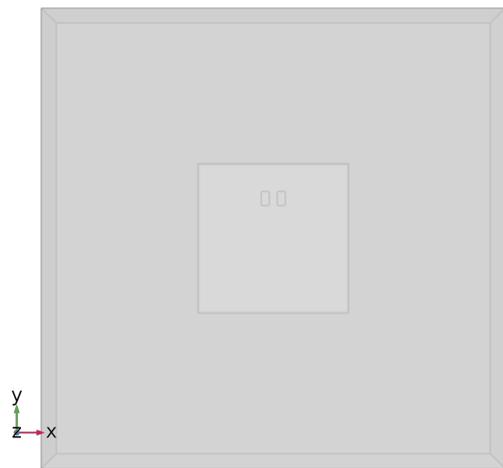
FIGURE 5.36 – Vue de la géométrie du modèle de la dalle FV de la campagne d'imbibition et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l'orientation de mesure numéro 1 de la maille A (voir Figure 5.10) sous Comsol Multiphysics (a) dans le plan (xy) (b) en vue 3D.

### Choix des propriétés du matériau :

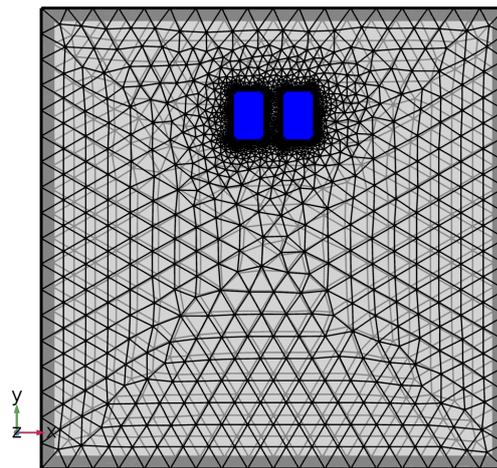
Troisièmement, nous définissons les propriétés du matériau béton de la dalle. Pour le problème résistif, il faudra définir le profil de la résistivité "vraie" en fonction de la profondeur à partir du degré de saturation  $S$  en utilisant l'équation (4.1). Pour le problème capacitif, il faudra définir le profil de la permittivité "vraie" en fonction de la profondeur à partir du degré de saturation  $S$  et de l'équation (4.2). Les courbes de calibration de la résistivité électrique sont données indépendamment pour chaque gâchée donc pour les mailles  $A$ ,  $B$  et  $C$  par les équations (5.3), (5.4) et (5.5) respectivement. Les droites de calibration de la permittivité diélectrique en fonction du degré de saturation sont données par les équations (5.6), (5.7) et (5.8) pour les mailles  $A$ ,  $B$  et  $C$  respectivement.

### Choix des conditions aux limites et résolution du problème direct :

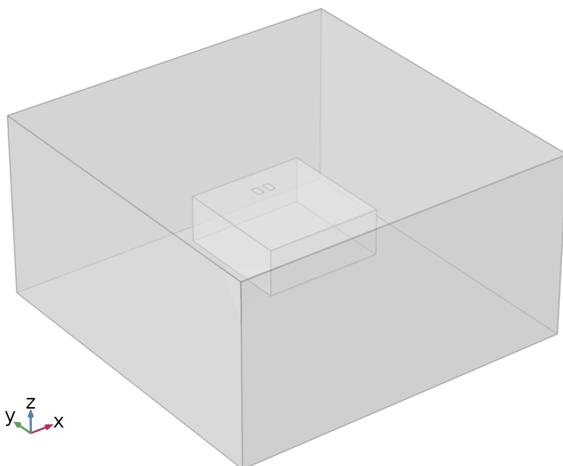
Quatrièmement, après avoir défini la géométrie, le maillage du modèle et les propriétés du matériau, nous définissons les conditions d'excitation et les conditions aux limites. Pour le problème résistif, une condition de Neumann (voir équation (3.2)) permet de séparer le milieu étudié (la dalle de béton) de l'air considéré comme parfaitement isolant. Pour le problème capacitif, une condition de Neumann (voir équation (3.3)) permet de simuler



(a) Vue de la géométrie dans le plan (xy).



(b) Vue du maillage du modèle dans le plan (xy).



(c) Vue de la géométrie en vue 3D.



(d) Vue de la géométrie dans le plan (xz).

FIGURE 5.37 – Vue de la géométrie et du maillage sous Comsol Multiphysics de la dalle FV de la campagne d’imbibition et des électrodes du patin capacitif GE1 placées au centre de la surface de la maille A de la dalle, elle-même noyée dans un volume d’air.

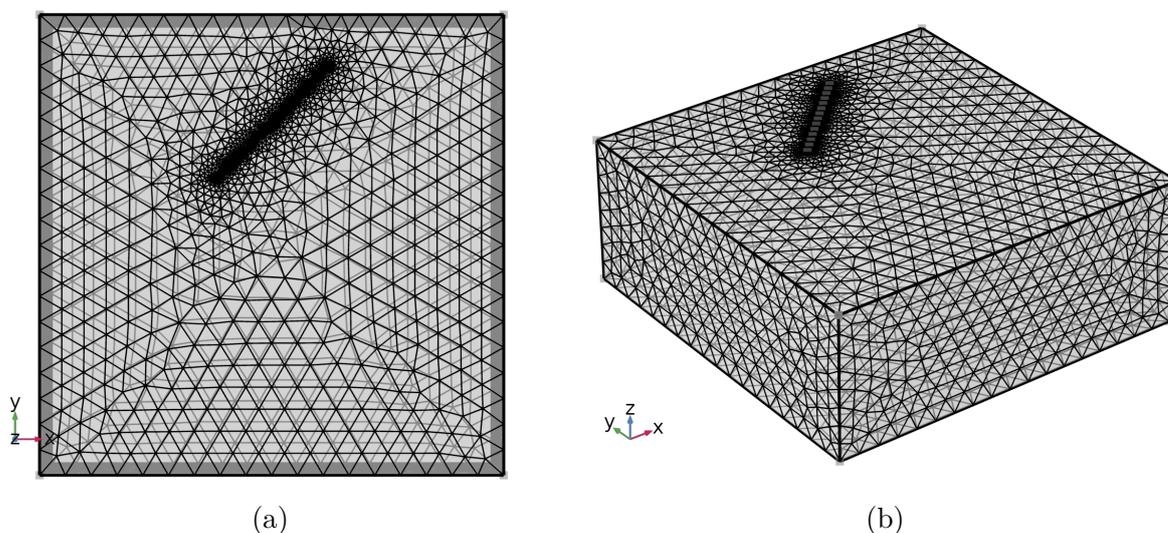


FIGURE 5.38 – Vue du maillage du modèle de la dalle et des électrodes ponctuelles du peigne de résistivité placées sur l’orientation de mesure numéro 1 de la maille A (voir Figure 5.10) (a) dans le plan (xy) (b) en vue 3D.

que la composante normale du champ électrique est nulle sur une frontière (modèle du bloc d’air) suffisamment éloignée du milieu étudié.

Finalement, tous les éléments du problème direct étant définis, la résolution par la méthode des EF permet de modéliser le potentiel électrique  $V$  en tout nœud du maillage.

### 5.3.3.2 Profils de degré de saturation estimés

#### Choix des échéances temporelles à inverser :

Comme nous l’avons décrit au paragraphe 5.3.1, les mesures par les deux méthodes ND ont été réalisées à 17 échéances différentes (et à une échéance supplémentaire T00 par la méthode capacitive). Les Figures 5.34d et 5.35d montrent que ces mesures sont reproductibles sur les 3 mailles de la colonne centrale de la dalle FV. En analysant les incertitudes sur les mesures par les deux types de méthodes ND et la forme des profils des mesures apparentes, nous choisissons les mesures de la maille ayant les plus faibles incertitudes et qui présentent des profils cohérents par rapport à l’imbibition. Pour cela, nous choisissons la maille A pour l’inversion des mesures de résistivité et permittivité apparentes. Par ailleurs, nous avons choisi les 10 échéances temporelles les plus importantes qui permettront de suivre l’imbibition au cours du temps, c’est-à-dire T0 à T4, T7, T8 et T11 à T13 (voir Tableau 5.18). Les incertitudes sur les mesures sont prises en compte par

les écarts-types des mesures de résistivité et de permittivité apparentes à chaque échéance sur la maille  $A$ .

Tableau 5.18 – Échéances de mesure de la campagne d’imbibition utilisées pour l’inversion.

Nom de l’échéance	Signification
T00	État avant le début de l’imbibition (08/11/2019)
T0	T0+37 min (18/11/2019)
T1	T0+72 min
T2	T0+2h
T3	T0+4h
T4	T0+6h
T7	T0+24h
T8	T0+28h
T11	T0+90h
T12	T0+153h
T13	T0+9j

#### **Adaptation de la forme du profil de degré de saturation :**

Comme pour l’inversion des données de la campagne de séchage, nous avons considéré en plus du modèle de Weibull à 4 paramètres, une forme particulière de la fonction de Weibull dans laquelle le paramètre  $\theta_4$  est fixé à 1. Nous avons effectué l’inversion des mesures de résistivité et permittivité apparentes pour les deux modèles. La première étude, qui consiste à estimer les quatre paramètres du modèle de degré de saturation, est réalisée pour les échéances T0 à T4 uniquement. Les échéances avancées de l’imbibition (à partir de T7) sont caractérisées par des profils plats et un milieu quasi-homogène en degré de saturation (explication détaillée dans l’analyse des profils de degré de saturation estimés par inversion). Le modèle à 4 paramètres ne permettant pas de bien estimer ces formes de profils plats, nous l’utilisons uniquement pour les échéances T0 à T4 où le gradient de saturation est plus marqué.

#### **Ajout de contraintes de borne sur les paramètres :**

Comme pour la campagne de séchage, nous avons également testé l’inversion des mesures apparentes en imposant des contraintes de borne pour les deux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  en prenant  $\theta_{min}=20\%$  et  $\theta_{max}=100\%$ . L’objectif de cette adaptation est d’utiliser une

information a priori qui permet d'estimer des profils de degré de saturation physiquement admissibles.

### **Analyse des profils de degré de saturation estimés par inversion des résistivités apparentes :**

Les profils de degré de saturation  $S$  estimés par inversion des résistivités apparentes sont présentés dans les Figures 5.39 et 5.40. La Figure 5.39 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion des résistivités apparentes et estimation des 4 paramètres du modèle de  $S$  sans ajout de contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour les échéances T0 à T4. Le degré de saturation  $S$  du béton est égal à environ 20 % à cœur et 50 % en surface à T0 (après 37 min d'imbibition d'eau par la surface). Au cours de l'imbibition, le degré de saturation augmente et atteint 70 % environ à la surface et 55 % à cœur à T4. On remarque qu'avec l'imbibition en eau, le front du profil de saturation  $S$  devient raide à cause de l'augmentation du degré de saturation plus rapidement à cœur qu'en surface. De plus, l'imbibition étant un phénomène rapide surtout pour les premières échéances (les premières heures), on s'attendrait en réalité à des profils progressifs et une augmentation marquée du degré de saturation en surface. En revanche, les profils de la Figure 5.39 présentent une asymptote horizontale initiale (proche de la surface) et qui devient plus marquée à T4. Pour cela, on estime que la forme du profil en estimant les quatre paramètres du modèle (et surtout le quatrième qui renseigne sur la pente au front du profil) est moins réaliste. La Figure 5.40 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion des résistivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant de contraintes des bornes aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  par deux approches différentes. On remarque que les contraintes liées aux bornes inférieure et supérieure ne sont pas actives pour les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . L'avancement de l'imbibition est aussi marqué par l'augmentation du degré de saturation en surface et en profondeur. On remarque qu'à partir de l'échéance T11, le degré de saturation semble se stabiliser en profondeur à environ 70 % à  $z=6$  cm et re-diminue en surface de 95 % à 80 %. Ceci peut être dû au phénomène de lixiviation marqué par une ré-augmentation de la résistivité apparente mesurée en surface (voir paragraphe 5.3.1).

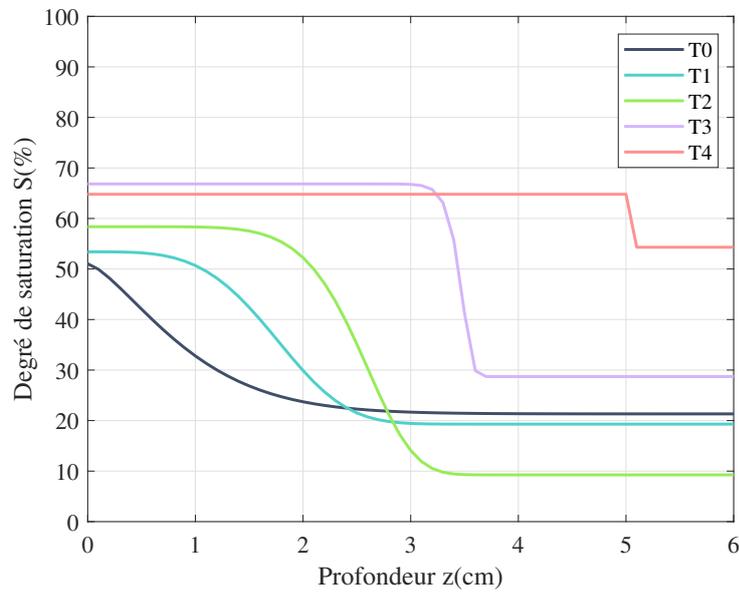


FIGURE 5.39 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes mesurées sur la maille A de la dalle FV, pour les échéances T0 à T4, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.

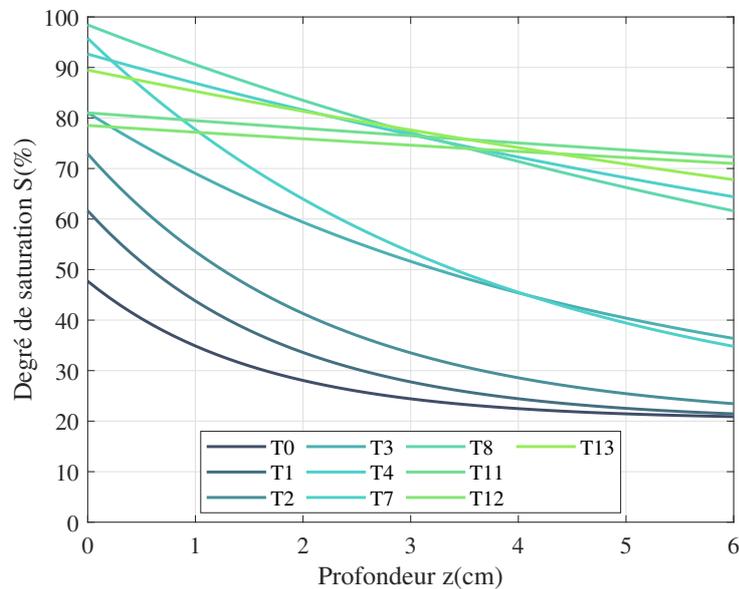


FIGURE 5.40 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des résistivités apparentes pour les 10 échéances étudiées, en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , fixant le paramètre  $\theta_4=1$  et en utilisant l’approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2).

### Analyse des profils de degré de saturation estimés par inversion des permittivités apparentes :

Les profils de degré de saturation  $S$  estimés par inversion des permittivités apparentes sont présentés dans les Figures 5.41 et 5.42. La Figure 5.41 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion des permittivités apparentes et estimation des 4 paramètres du modèle de  $S$  sans ajout de contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Nous représentons également le profil de  $S$  estimé par inversion des mesures de permittivité apparente à l'échéance T00, qui montre que les valeurs de  $S$  sont nettement inférieures à celles obtenues à partir du début de l'imbibition, avec  $S$  environ égal à 23% en surface. A partir de l'échéance T0, les valeurs de  $S$  augmentent en surface de 50% à 55% à T1, puis diminuent à 40% aux échéances T2 et T3. En revanche, les valeurs de  $S$  augmentent à cœur de 10% à 80%. La Figure 5.42 représente les profils de degré

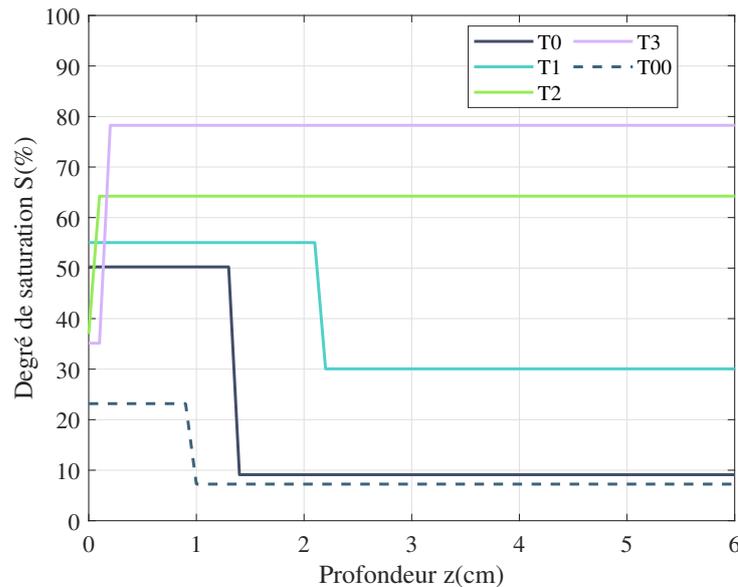


FIGURE 5.41 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivités apparentes mesurées sur la maille A de la dalle FV, pour les échéances T00 à T3, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.

de saturation reconstruits par inversion des permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Un état quasi-homogène du degré de saturation est représenté par le profil à l'échéance T00, où  $S$  est égale à 23% en surface et diminue à 20% à cœur (valeur égale

à la borne inférieure  $\theta_{min}$ ). Entre les échéances T0 et T3, les valeurs de  $S$  augmentent progressivement de 58 à 70 % en surface et de 20% à 35% à cœur. A partir de l'échéance T7, on remarque que le profil de degré de saturation change de forme.  $S$  se stabilise en surface entre 70 et 80 % et continue à augmenter jusqu'à 95 % à cœur. Pour les dernières échéances T12 et T13, on remarque que le degré de saturation re-diminue en surface et en profondeur et ceci peut être dû à l'effet de lixiviation marqué par une diminution de la permittivité apparente (voir Figure 5.35a). En comparant les deux Figures 5.41 et 5.42

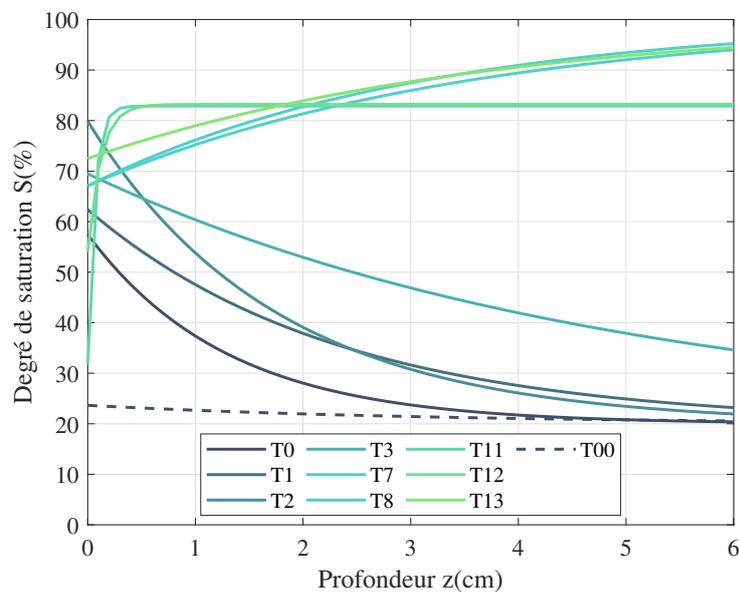


FIGURE 5.42 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion des permittivités apparentes pour les 11 échéances étudiées, en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , fixant le paramètre  $\theta_4=1$  et en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation (voir paragraphe 4.5.2.2).

pour les échéances T00 à T3, on remarque les profils de la Figure 5.41 sont raides et présentent une asymptote initiale près de la surface alors que ceux de la Figure 5.42 sont plus adaptés et représentent l'évolution progressive du degré de saturation au cours du temps.

### 5.3.4 Inversion conjointe des données

Nous étudions dans cette section l'inversion conjointe des mesures de résistivité et de permittivité apparentes pour estimer le profil de degré de saturation du béton en fonction

de la profondeur. La procédure d'inversion conjointe des données a été développée au paragraphe 4.2 et la Figure 4.21.

Le modèle EF de la dalle FV sous Comsol Multiphysics et les éléments de résolution du problème direct sont décrits au paragraphe 5.3.3.1. Il s'agit de la même méthode de résolution du problème direct utilisée pour l'inversion séparée des données. La différence est que dans ce cas, nous étudions les deux problèmes résistif et capacitif simultanément.

Suivant cette méthodologie, l'inversion conjointe des mesures de résistivité et de permittivité apparentes implique le choix d'un modèle initial de profil de degré de saturation. A partir des données mesurées de résistivité apparente (respectivement de permittivité apparente), de leurs profondeurs d'investigation  $z_{er}$  (respectivement  $z_{ep}$ ) et de leur courbe de calibration donnée par l'équation (5.3) (respectivement l'équation (5.6)), nous ajustons deux profils de degré de saturation, le premier correspondant aux données de résistivité apparente et le second correspondant aux données de permittivité apparente. Les paramètres du modèle initial pour l'inversion conjointe seront égaux aux moyennes des paramètres des deux profils indépendants ajustés.

La Figure 5.43 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes et estimation des 4 paramètres du modèle de  $S$  sans ajout de contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  pour les échéances T0 à T4. Le degré de saturation  $S$  du béton est environ 30 % à cœur et 50 % en surface à T0. Au cours de l'imbibition, le degré de saturation augmente et atteint 65 % environ à la surface et 48 % à cœur à T4. On remarque qu'avec l'imbibition en eau, le front du profil de saturation  $S$  avance laissant place à un profil plat en surface.

La Figure 5.44 représente les profils de degré de saturation reconstruits par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes et estimation des 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . On remarque que les contraintes liées aux bornes inférieure et supérieure ne sont pas actives pour les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . L'avancement de l'imbibition est aussi marqué par l'augmentation du degré de saturation en surface (à  $z=0$ ) de 50 % à T0 à 95 % à T7 et en profondeur (à  $z=6$  cm) de 21 % à T0 à 70 % à T13. On remarque qu'à partir de l'échéance T11, le degré de saturation semble se stabiliser en profondeur à environ 70 % à  $z=6$  cm et re-diminue en surface de 95 % à 80 %. Ceci est sûrement dû au phénomène de lixiviation lié à notre protocole expérimental, comme déjà évoqué.

Comme pour l'analyse de l'inversion séparée des observables, nous remarquons que les profils reconstruits par inversion conjointe et estimation des 3 premiers paramètres ( $\theta_4=1$ )

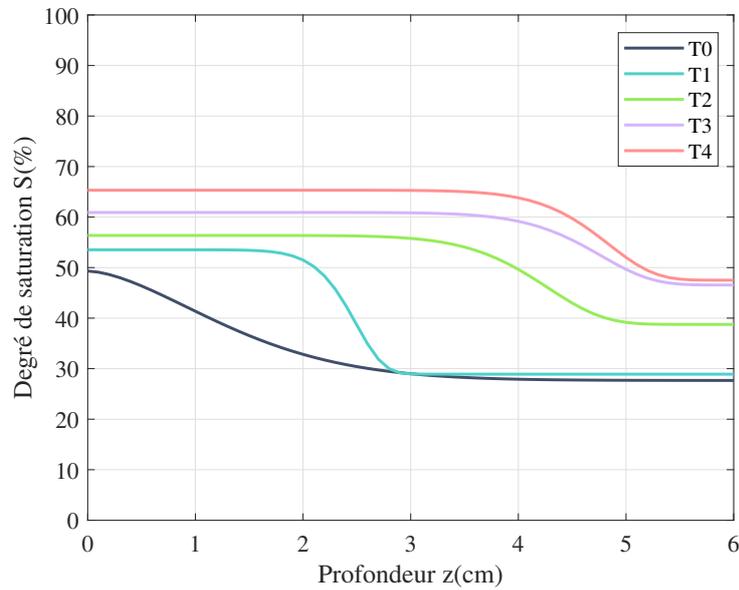


FIGURE 5.43 – Profils de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur estimés par inversion conjointe des résistivités et permittivités apparentes mesurées sur la maille A de la dalle FV, pour les échéances T0 à T4, sans ajout de contraintes et avec estimation des 4 paramètres du modèle.

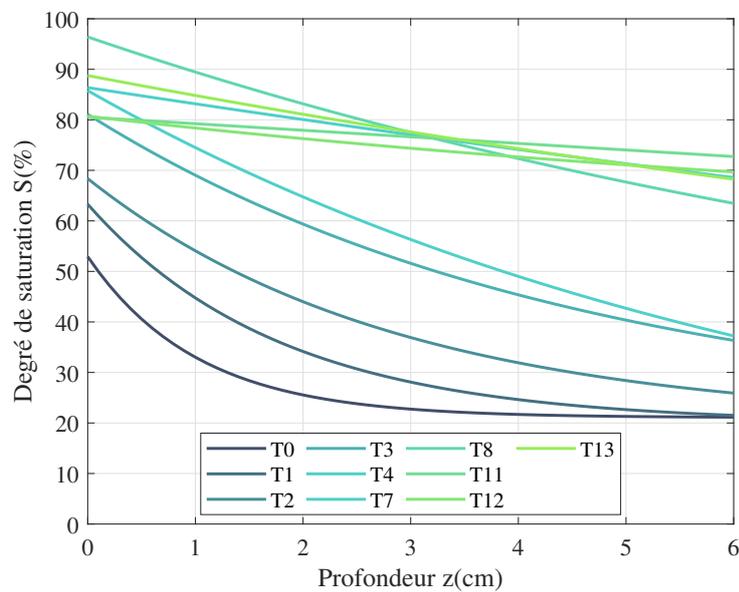


FIGURE 5.44 – Profils de degré de saturation du béton estimés par inversion conjointe, en imposant des conditions de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , fixant le paramètre  $\theta_4=1$  et en utilisant l'approche par ajout de fonctions de régularisation.

sont physiquement plus cohérents avec l'imbibition que ceux obtenus par estimation des 4 paramètres du modèle.

La Figure 5.45 représente les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes superposés pour toutes les échéances d'imbibition. En comparant ces profils, on remarque premièrement qu'ils sont très semblables et permettent de suivre l'évolution de l'imbibition en fonction du temps. Deuxièmement, on remarque que les formes des profils des échéances T11 et T12 estimés par inversion séparée des résistivités ou permittivités apparentes sont différentes et que les profils de ces échéances, estimés par inversion conjointe, ont des formes semblables plus aux profils estimés par inversion séparée des résistivités apparentes. Finalement, on remarque que la combinaison des mesures ND dans l'inversion permet d'estimer un modèle de degré de saturation intermédiaire entre les modèles obtenus par inversion séparée des observables.

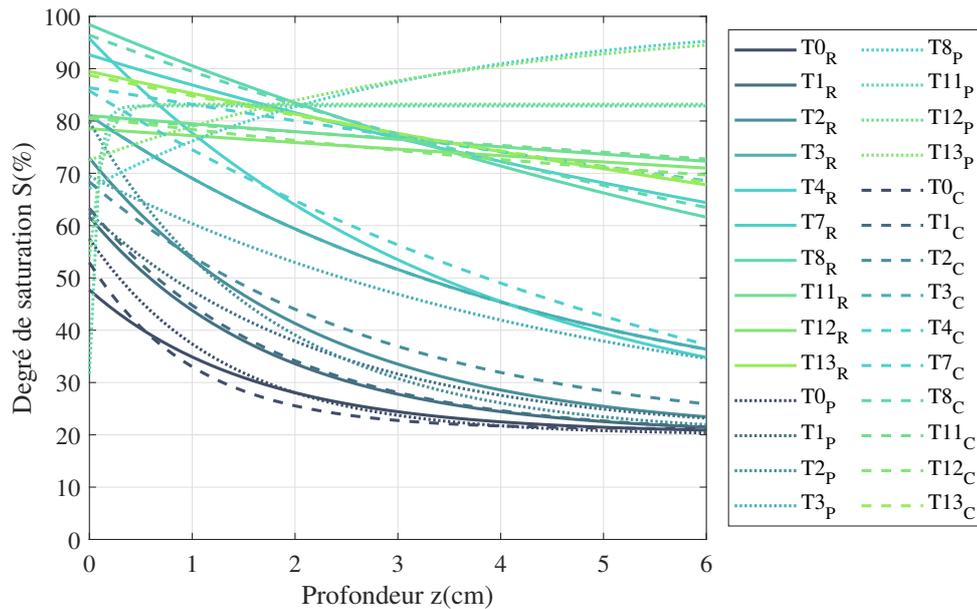


FIGURE 5.45 – Comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes, par estimation des 3 premiers paramètres du modèle ( $\theta_4=1$ ) et par ajout de contraintes aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ , l'indice "R" renvoyant à la résistivité, l'indice "P" à la permittivité et l'indice "C" à l'inversion conjointe.

Concernant la performance de l'algorithme, le Tableau 5.19 montre le nombre d'itérations moyen nécessaire pour atteindre la convergence pour les inversions séparée et

conjointes des mesures. On remarque que l'inversion conjointe nécessite le moins d'itérations pour atteindre les critères de convergence mais un temps de résolution supérieur à celui de l'inversion séparée puisque les deux problèmes directs résistif et capacitif sont résolus. Contrairement au cas de la campagne de séchage, la durée de calcul pour l'inversion conjointe est légèrement supérieure aux durées de calcul de l'inversion séparée des résistivités et des permittivités apparentes mais reste inférieure à leur somme.

Tableau 5.19 – Nombre d'itérations et temps de calcul moyen pour l'inversion par les trois approches étudiées (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes).

Approche d'Inversion	Résistivité	Permittivité	Conjointe
Nombre d'itérations moyen	40±7	45±2	28±3
Temps de calcul moyen (min)	95±10	115±5	120±5

### 5.3.5 Profils de degré de saturation obtenus par des méthodes alternatives

Nous présentons dans cette section deux méthodes alternatives pour la détermination des profils de degré de saturation pour la campagne d'imbibition. Nous présentons les profils obtenus par capteurs thermo-hygrométriques (THR) (voir paragraphe 1.6.2) d'une part, et d'autre part les profils issus d'une inversion avec le logiciel Nomad basé sur l'algorithme MADS (voir paragraphe 4.6).

#### 5.3.5.1 Profils de degré de saturation obtenus par capteurs THR

La dalle FV utilisée pour cette campagne d'imbibition est instrumentée par plusieurs capteurs parmi lesquels des capteurs THR noyés à différentes profondeurs dans la dalle (à 2, 4, 8, 12 et 18 cm) (voir Figure 5.6). Des mesures fréquentes de l'humidité relative (HR) sont enregistrées toutes les 10 min au début de l'imbibition, puis toutes les 30 min. Nous avons sélectionné les mesures correspondant à nos échéances de mesures ND et nous les représentons sur la Figure 5.46. Nous observons que les valeurs de HR augmentent progressivement par rapport à la profondeur en fonction de l'avancement de l'imbibition. Nous remarquons qu'à partir de l'échéance  $T_6=T_0+20h$ , le profil de HR change de forme et les capteurs THR situés aux profondeurs  $z=2$  et 4 cm montrent une HR voisine de 100%. A la dernière échéance de mesure ( $T_{16}=T_0+22j$ ) on remarque que l'HR est maximale

jusqu'à une profondeur de 8cm. La courbe isotherme d'adsorption (voir Figure 5.47) a été

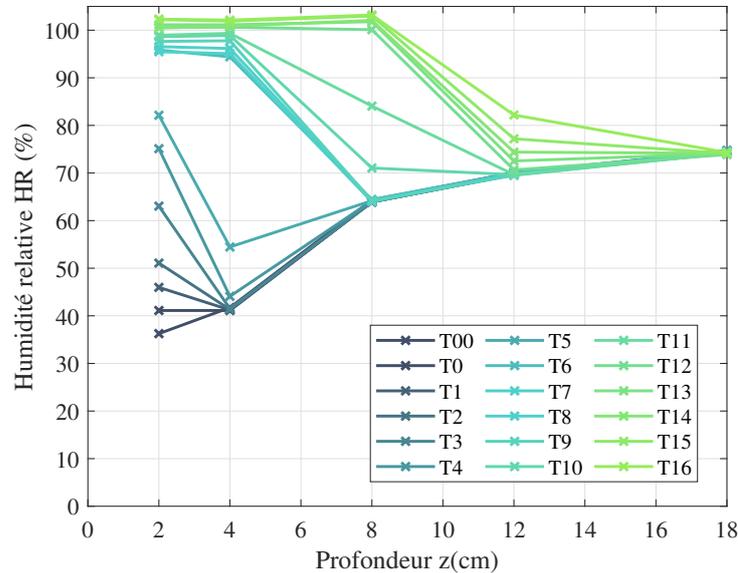


FIGURE 5.46 – Profils d'humidité relative obtenus par capteurs thermo-hygro-métriques noyés dans la dalle FV.

établi par [Badr, 2019] à une température  $T=20\text{ }^{\circ}\text{C}$  et permet de calculer les degrés de saturation à partir des humidités relatives déterminées par capteurs THR (voir paragraphe 1.6.2). Rappelons que tout au long de l'imbibition, la dalle FV est conservée dans une salle à température contrôlée égale à  $20\pm 2^{\circ}\text{C}$  (voir paragraphe 5.1.2.4) et que la condition isotherme est alors respectée. En revanche, les phénomènes d'adsorption et d'imbibition sont différents. L'adsorption traduit l'équilibre entre la teneur en eau et l'humidité relative [Baroghel-Bouny, 2004], alors que l'imbibition du béton est un phénomène très rapide.

A partir des mesures de HR et de l'isotherme d'adsorption, nous obtenons des profils de degré de saturation en fonction de la profondeur représentés sur la Figure 5.48. En comparant les Figures 5.46 et 5.48, nous remarquons que les profils de HR et de  $S$  ont des formes très semblables. La phase de transition marquée par le changement de la forme du profil de  $S$  a lieu à la même échéance ( $T6=T0+20\text{h}$ ) que pour les profils de HR. En revanche, les valeurs du degré de saturation calculées à partir de l'isotherme d'adsorption sont inférieures aux valeurs de HR, pour une même échéance. Nous nous limitons aux premiers cm de profondeur (de 0 à 6 cm) correspondant à la profondeur du béton d'enrobage pour comparer les profils de degré de saturation obtenus par capteurs THR et ceux obtenus par inversion des mesures de résistivité et de permittivité apparentes.

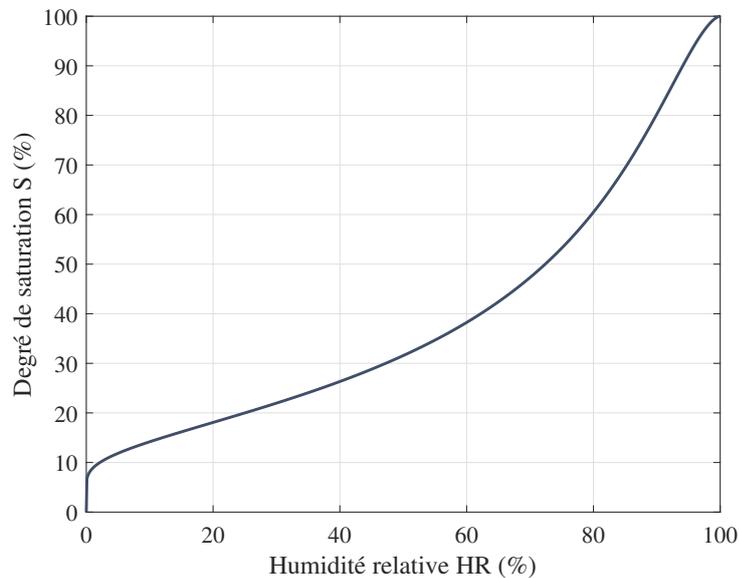


FIGURE 5.47 – Isotherme d’adsorption montrant la variation du degré de saturation en fonction de l’humidité relative à  $T=20$  °C.

### 5.3.5.2 Profils de degré de saturation obtenus par inversion avec le logiciel Nomad

Comme pour la campagne de séchage, nous avons réalisé l’inversion des mesures expérimentales de résistivité et permittivité apparentes séparément et conjointement pour estimer le profil de degré de saturation pour les différentes échéances temporelles d’imbibition par le logiciel Nomad (paragraphe 4.6). Nous avons réalisé l’inversion des données apparentes pour estimer les 3 paramètres du modèle de  $S$  ( $\theta_4=1$ ) en ajoutant des contraintes de borne aux paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Ces résultats sont comparés à ceux des Figures 5.40, 5.42 et 5.44 respectivement et par superposition au paragraphe 5.3.6.

## 5.3.6 Comparaison des profils de degré de saturation obtenus par inversion des données et par méthodes alternatives

### 5.3.6.1 Comparaison avec les profils obtenus par capteurs THR

Les Figures 5.49a, 5.49b et 5.49c représentent la superposition des profils des Figures 5.40, 5.42 et 5.44 avec les profils obtenus par capteurs THR (Figure 5.48).

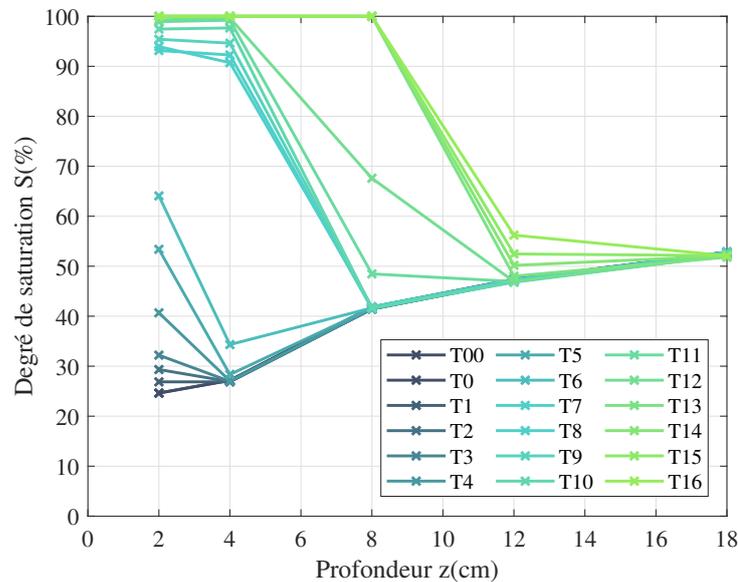


FIGURE 5.48 – Profils de degré de saturation obtenus par capteurs thermo-hygro-métriques noyés dans la dalle FV.

En comparant les Figures 5.49a à 5.49c, on remarque deux grandes phases de l'imbibition bien marquées :

- la première phase, caractérisée par les échéances T0 à T4. Durant cette phase, l'imbibition du béton est rapide et marquée par une augmentation du degré de saturation en surface. Les profils obtenus par THR et par inversion séparée et conjointe des mesures résistives et capacitives se trouvent dans la même gamme de variation du degré de saturation,
- la deuxième phase, caractérisée par les échéances T7, T8, T11 à T13. Durant cette phase, l'imbibition du béton est ralentie puisqu'on atteint presque la saturation totale au niveau des 6 premiers cm. Les profils obtenus par THR et par inversion des mesures ND se trouvent dans la même gamme de variation de degré de saturation. En revanche, ceux obtenus par THR renvoient des valeurs plus élevées de  $S$  qui atteint 100 % à T13. Ces différences peuvent être dues à la définition de la saturation d'après la méthode THR (paragraphe 1.6.2) : les sondes THR indiquent une HR=100 % dès l'apparition de la première goutte d'eau dans les pores, ce qui est différent de la définition communément admise du degré de saturation (équation (2.2)) qui suggère un remplissage complet du volume de vides pour atteindre  $S=100\%$ .

Par ailleurs, nous rappelons qu'une calibration difficile et longue est nécessaire pour

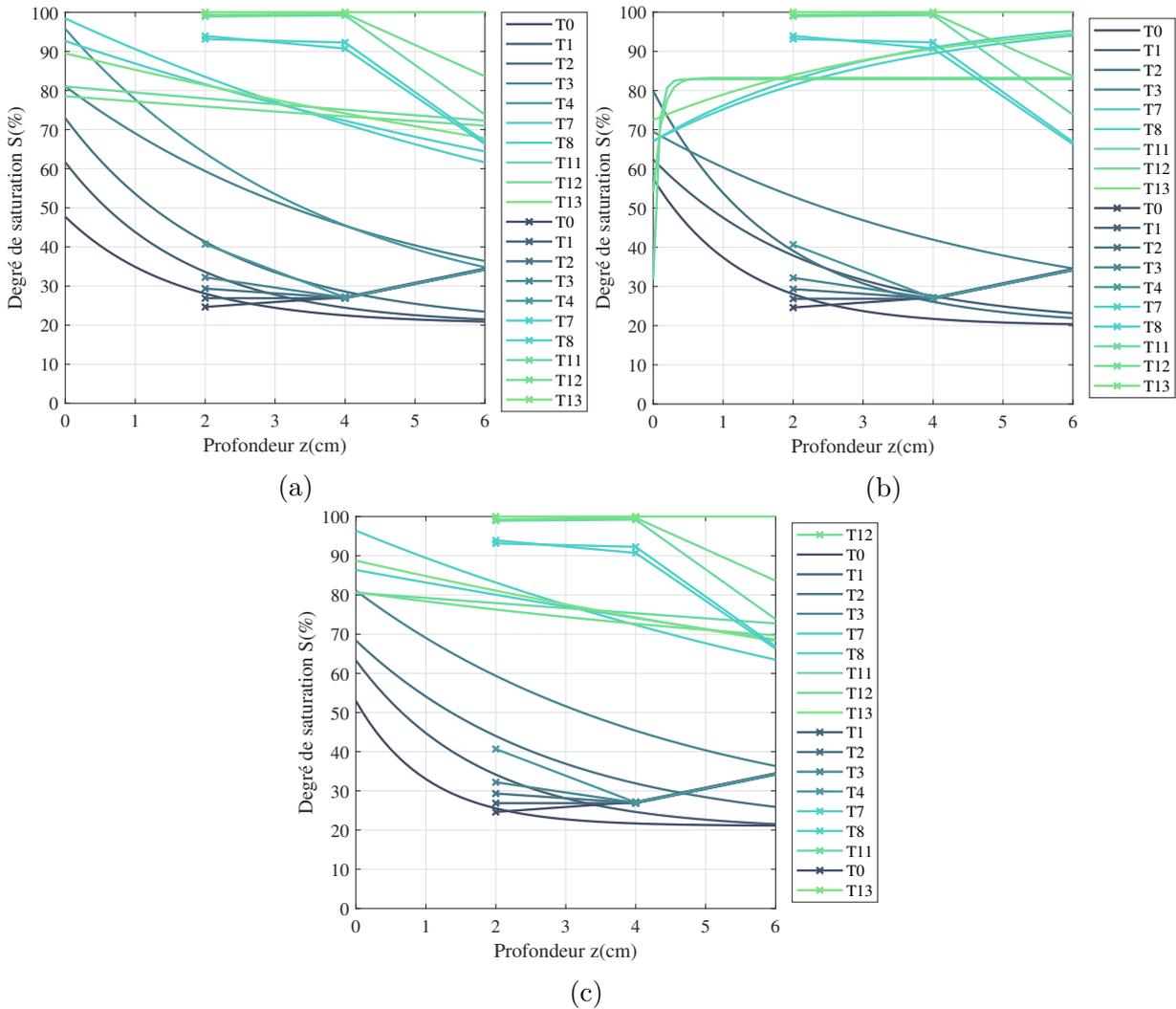


FIGURE 5.49 – Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus par capteurs THR et estimés par inversion (a) des résistivités apparentes (b) des permittivités apparentes (c) conjointe des résistivités et permittivités apparentes.

obtenir les isothermes d'adsorption et de désorption (Figure 5.47). Par conséquent, comme pour la comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion et obtenus par gammadensimétrie (voir section 5.2.6.1), les profils obtenus par capteurs THR, issus de mesures directes de l'HR par des capteurs noyés à une profondeur donnée du béton, permettraient de vérifier que les profils de degré de saturation estimés par inversion sont plausibles physiquement et cohérents avec l'avancement de l'imbibition. Cependant, les profils de degré de saturation estimés par inversion fournissent d'une part, une information continue en  $z$ , là où les mesures des capteurs THR sont quasi ponctuelles, et d'autre part les profils estimés par inversion ne présentent pas le biais des capteurs THR, qui affichent une HR égale à 100% à la première gouttelette d'eau dans les pores.

### 5.3.6.2 Comparaison avec les profils obtenus par inversion avec le logiciel Nomad

Suite à l'inversion séparée et conjointe des résistivités et permittivités apparentes par le logiciel Nomad, nous comparons ces profils avec ceux obtenus par inversion des données par l'approche développée dans cette thèse (Figures 5.40 à 5.44). La Figure 5.50 montre la superposition des profils de degré de saturation estimés par inversion et obtenus avec le logiciel Nomad à différentes échéances temporelles. On remarque pour les trois types d'inversion (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes, conjointe des résistivités et permittivités apparentes) que les profils estimés par le logiciel Nomad sont semblables à ceux estimés par l'algorithme de Levenberg-Marquardt et la procédure développée dans les paragraphes 4.1 et 4.2. Plus particulièrement, en calculant l'écart RMS moyen entre les profils obtenus par les deux approches d'inversion, nous constatons sur le Tableau 5.20, que les écarts moyens entre les profils estimés par inversion et obtenus avec le logiciel Nomad sont faibles. Cet écart moyen est le plus faible pour le cas de la comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion conjointe et obtenus avec le logiciel Nomad. De plus, en comparant le nombre d'itération et le temps de calcul moyen pour chaque type d'inversion, nous remarquons que l'inversion conjointe nécessite un temps de calcul plus long que l'inversion séparée et un nombre d'itération compris entre celui pour l'inversion des résistivités apparentes et celui pour l'inversion des permittivités apparentes. En revanche, l'inversion avec l'algorithme de Levenberg-Marquardt (Tableau 5.19) reste plus rapide que l'inversion par l'algorithme MADS (Tableau 5.20). Ces résultats suggèreraient que les minima de la fonction coût ( $\psi_\rho$ ,  $\psi_\varepsilon$  ou  $\psi$ ) atteints par les deux méthodes d'inversion seraient très semblables. Ainsi, bien

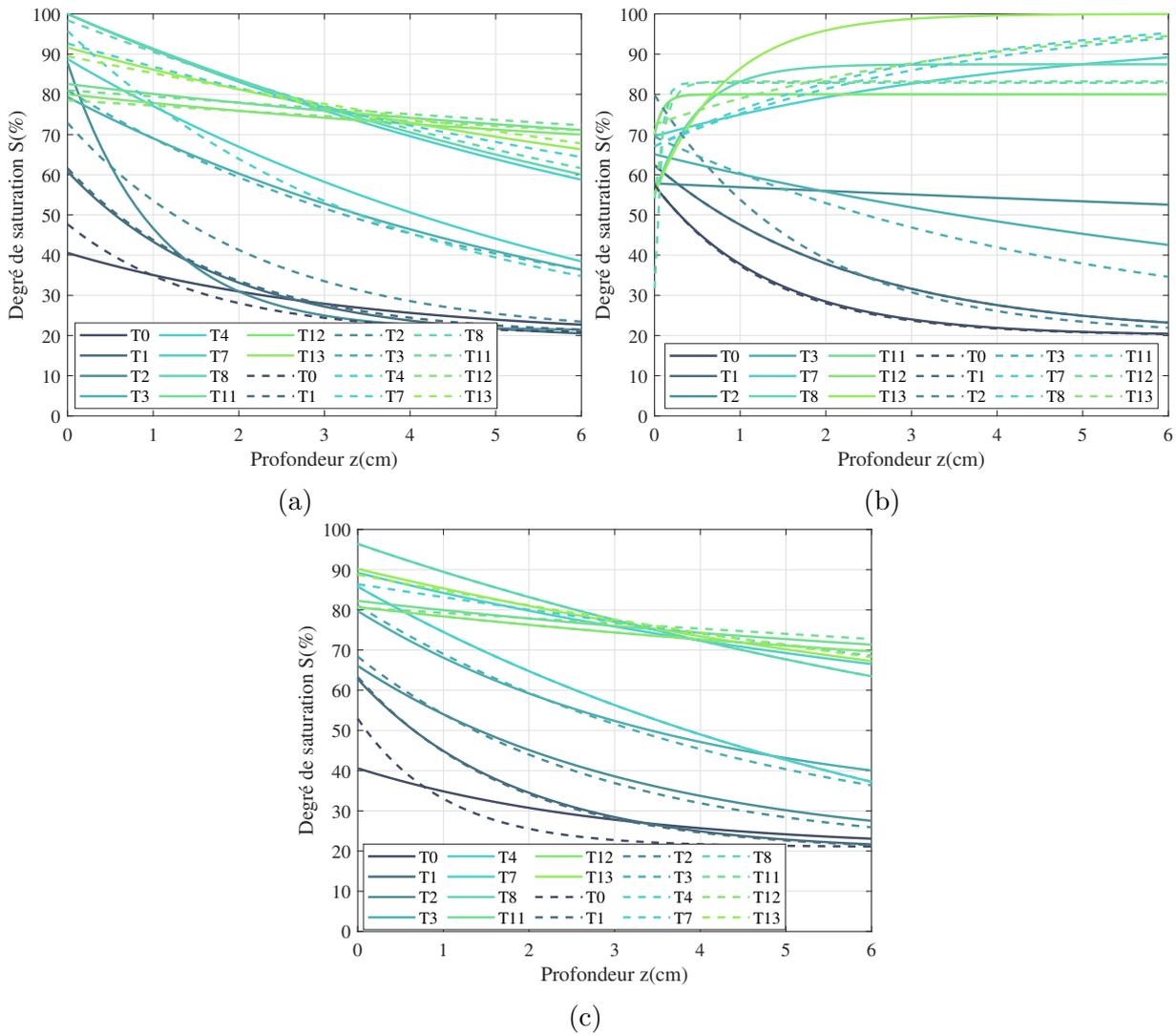


FIGURE 5.50 – Comparaison des profils de degré de saturation à différentes échéances obtenus avec le logiciel Nomad (trait plein) et estimés par inversion (a) des résistivités apparentes (b) des permittivités apparentes (c) conjointe des résistivités et permittivités apparentes (trait pointillé).

Tableau 5.20 – Écart RMS moyen entre les profils de degré de saturation obtenus avec le logiciel Nomad et les profils estimés par inversion pour les trois approches étudiées, nombre d'itérations et temps de calcul moyen.

Approche d'Inversion	Résistivité	Permittivité	Conjointe
RMS moyen	2.35	6.2	1.28
Nombre d'itérations moyen	156±112	107±124	141±81
Temps de calcul moyen (min)	227±276	166±212	397±227

que les deux algorithmes d'inversion utilisés soient très différents, les profils de degré de saturation estimés par les deux algorithmes sont assez semblables pour affirmer que les procédures d'inversion séparée et conjointe développées dans cette étude permettraient de converger vers le même minimum local de la fonction coût atteint par un algorithme différent. Une étude plus approfondie pourrait être menée pour déterminer le minimum global de la fonction coût par des méthodes d'optimisation globales et le comparer au minimum local estimé.

## 5.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué l'approche de l'inversion conjointe développée dans le Chapitre 4 à des résistivités et permittivités apparentes mesurées lors de deux campagnes expérimentales réalisées dans cette thèse, de séchage et d'imbibition du béton. L'analyse de ces deux phénomènes fait ressortir plusieurs points concernant la performance des méthodes non-destructives et de l'approche d'inversion conjointe mise en œuvre dans le suivi du degré de saturation du béton en fonction du temps.

Concernant les méthodes non-destructives résistives et capacitives, nous remarquons que les mesures réalisées à plusieurs échéances temporelles au cours des deux campagnes sont sensibles aux variabilités du matériau et au gradient de degré de saturation. Nous avons particulièrement observé, pour la campagne de séchage, une bonne reproductibilité des mesures des deux méthodes ND par rapport aux deux faces de séchage et des incertitudes cohérentes avec l'évolution de l'état de saturation. Pour la campagne d'imbibition, les dimensions et la mise en œuvre délicate du corps d'épreuve se manifestent par des incertitudes sur les mesures ND supérieures à celles observées pour la campagne de séchage. En outre, les profils d'observables apparentes sont cohérents avec l'évolution du degré de saturation pour les deux campagnes et ont été particulièrement sensibles, aux mêmes échéances, au phénomène de lixiviation observé durant la campagne d'imbibition.

Les profils de degré de saturation ont ensuite été estimés par inversion conjointe des observables pour les différentes échéances des deux campagnes. Nous avons remarqué que les profils estimés sont physiquement plausibles et cohérents avec l'évolution de l'état du béton pour chaque phénomène. En comparant ces profils à ceux estimés par inversion séparée, nous avons observé plusieurs améliorations. Par exemple, pour la campagne de séchage, les profils estimés par inversion conjointe sont d'une part, caractérisés par un front de séchage plus avancé que celui des profils estimés par inversion des résistivités apparentes et d'autre

part, sont plus réalistes et cohérents que ceux estimés par inversion des permittivités apparentes. Ces résultats valident, sur données expérimentales, l'hypothèse initiale de la thèse, qui était d'exploiter la complémentarité des deux grandeurs observables. Pour la campagne d'imbibition, les trois types d'inversion permettent d'estimer des profils cohérents avec l'imbibition. L'approche de l'inversion conjointe converge en moins d'itérations avec un temps de calcul voisin de celui pour l'inversion des permittivités apparentes, de l'ordre de deux heures environ.

Comparés à des profils obtenus par des méthodes alternatives, nous avons montré que les profils estimés par l'approche de l'inversion conjointe sont en accord avec le suivi des phénomènes. Pour la campagne de séchage, les profils estimés par inversion conjointe aux premières échéances sont comparables à ceux obtenus par gammadensimétrie et les profils des échéances suivantes peuvent être expliqués par les conditionnements différents de la dalle de séchage et de l'éprouvette de gamadensimétrie. Pour la campagne d'imbibition, les profils obtenus par capteurs THR et ceux estimés par inversion conjointe se trouvent dans les mêmes gammes de variation du degré de saturation, avec quelques variations qui peuvent être dues aux différences entre les phénomènes d'adsorption (de la méthode des THR) et d'imbibition, et à la définition de la saturation différente par les deux approches. Ces méthodes de mesure locale du degré de saturation permettent alors de valider les résultats de l'approche de l'inversion conjointe.

Par ailleurs, l'inversion des observables par un autre algorithme d'optimisation (de type MADS avec le logiciel Nomad) fournit également des résultats prometteurs puisque les profils obtenus par inversion conjointe pour les deux phénomènes sont très comparables aux profils estimés avec ce logiciel. Ceci est un indice du bon déroulement de l'optimisation puisque les deux algorithmes d'inversion, bien qu'ils soient très différents, convergent quasiment vers le même minimum local de la fonction coût. De plus, l'optimisation par l'algorithme de Levenberg-Marquardt est plus rapide que celle par l'algorithme MADS. Ceci peut être attendu puisque l'algorithme de Levenberg-Marquardt est spécialement conçu pour l'optimisation des fonctions coût de type moindres carrés non linéaires alors que MADS est un algorithme plus générique.

Finalement, nous avons utilisé deux paramétrisations du modèle de degré de saturation et avons testé l'ajout des contraintes de borne aux paramètres par deux approches, la première par changement de variables et la deuxième par ajout d'une fonction de régularisation. Pour les deux campagnes, nous avons observé que les deux approches permettent d'estimer des profils très semblables. Nous avons également remarqué que

ces approches permettent bien d'avoir des profils de degré de saturation physiquement plausibles, et l'approche par ajout de fonction de régularisation nécessite moins d'itérations pour l'approche de l'inversion conjointe. Enfin, nous constatons que pour la campagne d'imbibition, la paramétrisation du profil à 3 paramètres en fixant la pente du profil à 1 permet de bien représenter l'évolution de l'imbibition. Nous estimons alors que dans des conditions semblables à celles de l'imbibition, cette paramétrisation est plus réaliste que l'estimation des 4 paramètres.



# CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

---

Le gradient de degré de saturation en eau du béton est un des principaux indicateurs de durée de vie d'une structure en béton armé puisqu'il est à l'origine de la majorité des transferts qui ont lieu au sein du matériau et des pathologies qui dégradent la structure. L'évaluation de ce gradient est possible par l'intermédiaire de méthodes d'évaluation non-destructive sensibles au degré de saturation du béton, notamment des méthodes électromagnétiques par mesure de la résistivité électrique et de la permittivité diélectrique. La sensibilité complémentaire de ces deux méthodes au même indicateur n'a été exploitée, dans des travaux de recherche antérieurs, que de manière indépendante.

L'objectif principal de la thèse a donc consisté en la conception, le développement, la validation et la mise en œuvre d'une procédure d'inversion conjointe des mesures des deux types de méthodes non-destructives pour estimer des profils de degré de saturation en fonction de la profondeur. Pour ce faire, plusieurs sous-objectifs ont été réalisés.

## Bilan et apports des travaux

### **Adaptation de l'inversion séparée des mesures résistives et capacitives à l'estimation du profil de degré de saturation du béton**

La première étape du travail a été l'adaptation de l'inversion séparée des résistivités et permittivités apparentes pour estimer le profil de degré de saturation du béton en fonction de la profondeur, afin de comparer les modèles estimés par cette approche à ceux estimés par l'approche de l'inversion conjointe développée dans cette thèse. Pour cela, nous proposons un modèle de degré de saturation paramétrique monodimensionnel décrit par une fonction de Weibull à quatre paramètres. Cette distribution est monotone, avec les deux premiers paramètres qui définissent les asymptotes initiale (en surface) et finale (en profondeur) du profil, le troisième qui définit la position du front et le quatrième qui représente la pente du profil au niveau du front. Nous considérons la méthode des éléments finis pour la modélisation des deux problèmes directs, résistif et capacitif, et pour lesquels, nous avons validé la convergence des solutions pour une certaine finesse des maillage et analysé le calcul des dérivées partielles par la méthode de perturbation. Pour

---

l'inversion, nous adoptons un algorithme de type Levenberg-Marquardt pour minimiser les critères de moindres carrés non linéaires résistif et capacitif. Cette nouvelle approche d'inversion séparée des résistivités et permittivités apparentes a été validée numériquement sur des données synthétiques. En présence de bruit, nous observons que l'incertitude se propage aux paramètres estimés du modèle de degré de saturation. Plus particulièrement, les résultats de l'inversion séparée des résistivités apparentes montrent que les modèles estimés restent acceptables même pour le niveau de bruit le plus fort (égal à 12%) avec un écart maximal de 10.8% entre les paramètres du modèle vrai et ceux du modèle estimé. En revanche, pour l'inversion séparée des permittivités apparentes, nous observons des écarts beaucoup plus importants sur les paramètres des modèles inversés, surtout par rapport au quatrième paramètre du profil. Nous pensons que la qualité des modèles estimés, surtout pour le niveau de bruit sur les permittivités le plus grand (égal à 6%) est insuffisante pour l'inversion séparée des permittivités apparentes.

### **Conception, développement, implémentation et validation numérique d'une approche d'inversion conjointe des mesures résistives et capacitives pour l'estimation du profil de degré de saturation du béton**

Une procédure d'inversion conjointe des deux types de mesures a été développée et évaluée. Le choix d'une approche se basant sur des relations physiques (appelées lois de calibration) entre la résistivité électrique et le degré de saturation d'une part, et entre la permittivité diélectrique et le degré de saturation d'autre part a été retenue. Un algorithme de type Levenberg-Marquardt permet la minimisation du critère défini comme la somme pondérée des erreurs quadratiques correspondant aux deux modalités de mesure. Les incertitudes de mesure ont été prises en compte par un poids attribué à chacun des deux types de données égal à l'inverse de la variance de la mesure. Cette approche a été validée numériquement par inversion de données synthétiques de résistivité et de permittivité apparentes. Suite à l'étude de sensibilité des mesures aux paramètres du modèle par la méthode d'analyse de la variance (ANOVA), nous constatons que les mesures non-destructives sont sensibles aux trois premiers paramètres (asymptotes et position du front) qui définissent le modèle de degré de saturation et moins sensibles au quatrième paramètre (pente du profil au niveau du front) de ce modèle. En pratique, nous pensons qu'il est difficile d'estimer avec précision la pente de ce profil, surtout lorsque les incertitudes de mesures sont importantes. Cette hypothèse a été justifiée lors de l'analyse de l'effet de l'incertitude des mesures résistives et capacitives, qui montre que l'estimation de cette pente devient

---

problématique pour les modèles estimés par inversion séparée des permittivités apparentes. En revanche, nous montrons que pour des données synthétiques bruitées, les résultats de l'inversion conjointe des mesures non-destructives sont prometteurs. Nous observons une nette amélioration par rapport aux modèles estimés par inversion des permittivités apparentes. De plus, les écarts entre les paramètres des modèles 'vrais' et ceux des modèles estimés par inversion conjointe sont inférieurs aux écarts entre les paramètres des modèles 'vrais' et ceux des modèles estimés par inversion séparée des résistivités apparentes. Nous estimons que les résultats de l'analyse de l'inversion en présence des deux niveaux de bruit, faibles et forts, étudiés pour chaque type de mesure et représentatifs des incertitudes en conditions réelles contrôlées, sont suffisamment aboutis pour être testés sur données réelles.

### **Validation expérimentale de l'approche d'inversion conjointe**

Les approches d'inversion séparée et conjointe ont été appliquées à des données mesurées lors de deux campagnes expérimentales de séchage et d'imbibition réalisées durant la thèse. Des mesures de résistivité et de permittivité apparentes ont été réalisées à différentes échéances temporelles. Des profils de degré de saturation ont ensuite été estimés pour chacune des campagnes par les trois types d'inversion (séparée des résistivités apparentes, séparée des permittivités apparentes et conjointe des résistivités et permittivités apparentes). Nous avons considéré deux types de profils, le premier en estimant les quatre paramètres du modèle, et le deuxième en estimant les trois premiers paramètres et en fixant le quatrième pour définir la pente au front du profil. Nous avons également envisagé l'estimation de ce deuxième type de profil en ajoutant des contraintes de borne aux deux premiers paramètres (l'asymptote initiale et finale du profil respectivement) par deux approches différentes. L'analyse des résultats de l'inversion en ajoutant ces contraintes, et pour les deux campagnes de mesure, montre que les profils estimés sont généralement très semblables, pour les trois types d'inversion. En revanche, nous remarquons que l'approche par ajout de fonction de régularisation nécessite moins d'itérations que l'approche par changement de variables. Pour la campagne de séchage, nous observons que les résultats sont prometteurs. Premièrement, par rapport à l'inversion des résistivités apparentes, les profils de degré de saturation estimés par inversion conjointe assurent un avancement supplémentaire du front de séchage et une meilleure reproductibilité des profils entre les deux faces de séchage de la dalle. En outre, nous constatons que les profils estimés par inversion conjointe sont nettement plus réalistes par rapport à ceux estimés par inversion des permittivités apparentes qui, sans ajout de contraintes aux paramètres, ne sont pas

---

physiquement plausibles à toutes les échéances et sont peu cohérents avec le séchage. Pour la campagne d'imbibition, nous observons que les profils de degré de saturation, estimés par les différents types d'inversion, correspondant aux modèles où les trois premiers paramètres sont estimés sans estimer le quatrième paramètre, sont plus réalistes par rapport à l'évolution du degré de saturation lors de l'imbibition du béton. Ces profils estimés par les différents types d'inversion permettent de bien représenter le suivi temporel de l'imbibition et nous notons que l'approche d'inversion conjointe nécessite moins d'itérations par rapport aux approches d'inversion séparée des mesures. Nous pensons donc que le choix de ce profil où nous avons fixé la pente au front est plus adapté pour cette campagne de mesure et représente bien l'état évolutif rapide du degré de saturation.

### **Comparaison des profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des mesures avec des profils obtenus par des méthodes alternatives**

Les profils de degré de saturation estimés par inversion séparée et conjointe des mesures de résistivité et de permittivité apparentes ont été comparés à des profils estimés par des méthodes alternatives, expérimentales (par des capteurs thermohygro-métriques (THR) noyés pour la campagne d'imbibition et par gammadensimétrie sur des éprouvettes pour la campagne de séchage) et numériques (en utilisant un algorithme de type MADS avec le logiciel Nomad). Pour les premières échéances de la campagne de séchage (le premier mois), les profils estimés par inversion des données sont comparables aux profils obtenus par gammadensimétrie. Pour les échéances avancées, les valeurs de degré de saturation des profils estimés par inversion sont inférieures à celles des profils de gammadensimétrie, aussi bien en surface qu'à cœur. Ces différences relèveraient du fait que les conditions de cure et de séchage de la dalle et de l'éprouvette de gammadensimétrie ne sont pas les mêmes et que le séchage est accéléré pour la dalle. Finalement, en comparant les écarts entre des profils obtenus par gammadensimétrie et ceux estimés par les trois types d'inversion, nous remarquons que les profils estimés par inversion conjointe ont les plus faibles écarts par rapport aux profils obtenus par gammadensimétrie. Nous estimons alors, suite à cette comparaison avec une méthode directe de mesure du degré de saturation, que l'inversion conjointe dans ce cas fournirait des profils plus cohérents avec l'évolution du séchage. Pour la campagne d'imbibition, nous observons que les profils estimés par inversion des mesures sont qualitativement semblables aux mesures des capteurs THR et cohérents avec l'avancement de l'imbibition. Nous avons remarqué particulièrement, une distinction bien marquée entre les premières échéances de l'imbibition et la phase de

---

transition marquée par le changement de la forme du profil pour les échéances avancées. Nous pensons alors que les profils obtenus par capteurs THR permettent de vérifier que les profils estimés par inversion sont physiquement plausibles et cohérents avec l'évolution de l'imbibition. En revanche, nous remarquons que pour les échéances avancées, les valeurs de degré de saturation mesurées par capteurs THR sont supérieures à celles des profils estimés par inversion. Ces différences pourraient être dues d'une part, à l'incertitude dans la détermination de l'isotherme d'adsorption pour les mesures par capteurs THR et d'autre part, à l'estimation de la saturation par capteurs THR, différente de la définition classiquement utilisée.

Les profils estimés par les approches d'inversion séparée et conjointe pour les deux campagnes expérimentales sont très proches des profils estimés avec l'algorithme MADS et le logiciel Nomad. Bien que ce n'était pas un objectif de ce travail, ce résultat nous permet d'avancer que cette approche est applicable à l'inversion de mesures non-destructives réalisées sur des structures en béton. Néanmoins, l'inversion par ce logiciel nécessite un temps de calcul significativement supérieur à celui de l'inversion par l'algorithme de Levenberg-Marquardt. Nous estimons alors que la comparaison des profils estimés par deux algorithmes d'inversion différents et la similitude de ces profils est un indice du bon déroulement de l'inversion par l'approche développée dans cette thèse. En revanche, étant donné le nombre d'itérations des inversions par l'algorithme MADS supérieur à celui des inversions par l'algorithme de Levenberg-Marquardt, nous recommandons l'utilisation d'un algorithme de moindres carrés de type Levenberg-Marquardt.

## Perspectives

À l'issue de ce travail de thèse, différentes perspectives se dégagent afin d'enrichir et d'accompagner les résultats présentés :

### Perspectives à court terme

- Adaptation de la paramétrisation du modèle à différents contextes.

Un modèle d'inversion défini par une fonction de Weibull à quatre paramètres a été utilisé pour représenter le profil de degré de saturation en eau du béton en fonction de la profondeur. Ce modèle est valable dans le cas où des phénomènes de transferts non cycliques sont étudiés. En réalité, les structures en béton maritimes sont confrontées à des cycles humidification-dessiccation dans les zones de marnage

---

puisque ces zones sont alternativement émergées ou immergées en fonction du niveau de la mer. Dans ce cas, le profil de degré de saturation est plus complexe et ne peut être décrit par une fonction de Weibull monotone. Un modèle d'inversion plus adapté peut prendre en compte la variation du degré de saturation en présence des cycles humidification-dessiccation.

— Inversion en présence d'armatures.

L'inversion conjointe des mesures non-destructives a été réalisée pour des structures en béton non armées ou contenant des armatures en fibres de verre considérées électriquement inertes. Or, la majorité des structures en béton contiennent des armatures en acier leur permettant d'acquérir une résistance en traction supplémentaire. L'influence des armatures sur les mesures apparentes par des méthodes non-destructives, notamment électriques, n'est pas négligeable. Cependant, cet effet peut être pris en compte dans la modélisation directe des mesures apparentes [Alhajj et al., 2019]. Il nous semble important alors d'étendre l'application de l'inversion conjointe à des mesures réalisées en présence d'armatures.

## Perspectives à moyen terme

— Caractérisation de la pente du profil de degré de saturation au niveau du front.

Les résultats de l'étude de sensibilité aux paramètres d'inversion ont montré que le critère est très peu sensible au paramètre qui représente la pente du profil de degré de saturation au niveau du front. En revanche, des études ont montré que cette pente permet de calculer, par la méthode de la transformée de Boltzmann, la diffusivité hydrique qui est l'un des paramètres essentiels des propriétés de transport des matériaux poreux [Perrin et al., 1998]. Ainsi, ce paramètre renseigne sur la cinétique des phénomènes dynamiques dans le béton, qui elle-même est différente selon la formulation du béton. Il serait alors important de pouvoir caractériser avec plus de précision ce paramètre. D'une part, ceci pourrait être envisagé en estimant ce paramètre à partir de profils de degré de saturation obtenus par des méthodes expérimentales (comme la gammadensimétrie) et en l'utilisant comme information a priori dans l'inversion. D'autre part, on pourrait développer une approche d'inversion conjointe combinée avec la méthode de la transformée de Boltzmann, dans laquelle les données s'enrichissent d'une échéance à l'autre, pour améliorer la fiabilité et la précision de l'estimation de ce paramètre.

- 
- Application sur ouvrage.

Les résultats expérimentaux ont été acquis lors d'essais de laboratoire où les conditions de mise en œuvre étaient bien contrôlées, ce qui risque de ne pas être le cas sur site. Une validation en conditions réelles peut être envisagée. Ceci permet d'évaluer l'incertitude des mesures sur site des deux types de méthodes, l'apport de chacune et l'avantage de réaliser une inversion conjointe pour estimer le profil de degré de saturation.

### Perspective à long terme

- Estimation des profils d'autres gradients de propriétés du béton par inversion conjointe d'observables.

L'approche de l'inversion conjointe élaborée montre des résultats prometteurs concernant l'exploitation combinée de deux types de mesures non-destructives, électriques et capacitives, pour l'estimation du profil de degré de saturation du béton. Les mesures électriques et capacitives sont aussi sensibles à une autre propriété du béton, la teneur en chlorures. Il serait alors intéressant d'appliquer l'approche de l'inversion conjointe afin d'estimer le profil de teneur en chlorures en fonction de la profondeur, en milieu saturé en eau, afin de tester si l'approche de l'inversion conjointe améliore la fiabilité des profils estimés en tenant compte des incertitudes des mesures. Par ailleurs, l'objectif à long terme serait de pouvoir tester si l'approche de l'inversion conjointe permettrait de découpler les gradients de degré de saturation et de teneur en chlorures. Ceci pourrait être étudié par exemple en estimant et en attribuant à chaque type de mesure un poids qui tient compte de la sensibilité de chacune au degré de saturation et à la teneur en chlorures.

## Liste des publications et communications

### Article de revues internationales

- Alhajj, M., Bourguignon, S., Palma Lopes, S., and Villain, G. (en cours de rédaction). A joint inversion technique of electromagnetic measurements for the determination of water saturation profiles in concrete structures. *NDT&E International*.
- Alhajj, M., Palma Lopes, S., and Villain, G. (2019). Accounting for steel rebar effect on resistivity profiles in view of reinforced concrete structure survey. *Construction*

---

and *Building Materials*, 223 :898–909.

### **Présentations dans des conférences internationales**

- Alhajj, M., Bourguignon, S., Palma Lopes, S., and Villain, G. (2020). A joint inversion technique of electric and electromagnetic measurements for the determination of water saturation profiles in concrete structures. In *15th International Conference on Durability of Building Materials and Components (DBMC 2020) 20-23 Oct 2020*, Barcelona, Spain.
- Villain, G., Alhajj, MA., Palma Lopes, S., and Bouteiller, V. (2020). Towards the determination of chloride profiles by means of resistivity measurements in reinforced concrete. In *15th International Conference on Durability of Building Materials and Components (DBMC 2020) 20-23 Oct 2020*, Barcelona, Spain.
- Alhajj, M., Villain, G., and Palma Lopes, S. (2018). Effect of steel reinforcement on electrical measurements on concrete. In *40th IABSE Symposium Nantes 2018 «Tomorrow's Megastructures » 19-21 Sept 2018*, Nantes, France.

# BIBLIOGRAPHIE

---

- [Abramson et al., 2009] Abramson, M., Audet, C., Dennis, J., and Le Digabel, S. (2009). OrthoMADS : a deterministic MADS instance with orthogonal directions. *SIAM Journal on Optimization*, 20(2) :948–966.
- [ACICommittee201, 1994] ACICommittee201 (1994). Guide to durable concrete. In *ACI Manual of concrete practice part 1 : Materials and General Properties of Concrete*, page 41. Detroit, Michigan.
- [ACICommittee222, 1994] ACICommittee222 (1994). Corrosion of metals in concrete. In *ACI Manual of concrete practice part 1 : Materials and General Properties of Concrete*, page 30. Detroit, Michigan.
- [Adous et al., 2006] Adous, M., Quéffelec, P., and Laguerre, L. (2006). Coaxial/cylindrical transition line for broadband permittivity measurement of civil engineering materials. *Measurement Science and Technology*, 17(8) :2241–2246.
- [AFPC-AFREM, 1997] AFPC-AFREM (1997). Compte-rendu des journées techniques de l’AFPC-AFREM, Durabilité des Bétons, Méthodes recommandées pour la mesure des grandeurs associées à la durabilité. Technical report, Toulouse.
- [Al-Nuaimy et al., 2000] Al-Nuaimy, W., Huang, Y., Nakhkash, M., Fang, M., Nguyen, V., and Eriksen, A. (2000). Automatic detection of buried utilities and solid objects with GPR using neural networks and pattern recognition. *Journal of Applied Geophysics*, 43(2) :157–165.
- [Al-Qadi and Lahouar, 2005] Al-Qadi, I. and Lahouar, S. (2005). Measuring layer thicknesses with GPR—Theory to practice. *Construction and Building Materials*, 19(10) :763–772.
- [Al-Qadi et al., 1997] Al-Qadi, I., Riad, S., Mostaf, R., and Su, W. (1997). Design and evaluation of a coaxial transmission line fixture to characterize portland cement concrete. *Construction and Building Materials*, 11(3) :163–173.
- [Alhajj et al., 2019] Alhajj, M., Palma Lopes, S., and Villain, G. (2019). Accounting for steel rebar effect on resistivity profiles in view of reinforced concrete structure survey. *Construction and Building Materials*, 223 :898–909.

- 
- [Alpak et al., 2008] Alpak, F., Torres-Verdín, C., and Habashy, T. (2008). Estimation of in-situ petrophysical properties from wireline formation tester and induction logging measurements : A joint inversion approach. *Journal of Petroleum Science and Engineering*, 63(1-4) :1–17.
- [Alpak et al., 2004] Alpak, F. O., Torres-Verdín, C., and Habashy, T. M. (2004). Joint inversion of transient-pressure and dc resistivity measurements acquired with in-situ permanent sensors : a numerical study. *Geophysics*, 69(5) :1173–1191.
- [Andrade et al., 2000] Andrade, C., Alonso, C., Arteaga, A., and Tanner, P. (2000). Methodology based on the electrical resistivity for the calculation of reinforcement service life. In *5th Canmet/ACI Int. Conference on Durability of concrete*, pages 899–915.
- [Audet and Dennis, 2006] Audet, C. and Dennis, J. (2006). Mesh adaptive direct search algorithms for constrained optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 17(1) :188–217.
- [Audet and Dennis, 2009] Audet, C. and Dennis, J. (2009). Progressive barrier for derivative-free nonlinear programming. *SIAM Journal on Optimization*, 20(1) :445–472.
- [Audet et al., 2009] Audet, C., Le Digabel, S., and Tribes, C. (2009). NOMAD user guide. Technical Report G-2009-37, Les cahiers du Gerad. Technical report.
- [Badr, 2019] Badr, J. (2019). *Conception et validation d’un capteur noyé de résistivité électrique en vue du suivi des profils de teneur en eau dans les bétons*. PhD thesis, Université de Toulouse, France.
- [Balayssac and Garnier, 2017] Balayssac, J. and Garnier, V., editors (2017). *Non-destructive testing and evaluation of civil engineering structures*. ISTE Press - Elsevier, London.
- [Balayssac et al., 2007] Balayssac, J., Kringkaï, V., Sbartai, Z., Klysz, G., Laurens, S., and Arliguie, G. (2007). Contribution au développement du radar pour la caractérisation non destructive du béton. In *25e rencontres de l’AUGC, 23-25 Mai 2007*, Bordeaux.
- [Balayssac et al., 2012] Balayssac, J., Laurens, S., Arliguie, G., Breyse, D., Garnier, V., Dérobert, X., and Piwakowski, V. (2012). Description of the general outlines of the French project SENSO - Quality assessment and limits of different NDT methods. *Construction and Building Materials*, 35 :131–138.
- [Bano and Girard, 2001] Bano, M. and Girard, J.-F. (2001). Radar reflections and water content estimation of aeolian sand dune. *Geophysical Research Letters*, 28(16) :3207–3210.

- 
- [Barker, 1992] Barker, R. (1992). A simple algorithm for electrical imaging of the subsurface. *First break*, 10(2) :53–62.
- [Baroghel-Bouny, 1994] Baroghel-Bouny, V. (1994). *Caractérisation des pâtes de ciment et des bétons -Méthodes, Analyse, Interprétations*. Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris.
- [Baroghel-Bouny, 2003] Baroghel-Bouny, V., editor (2003). *Recommandations pour la durabilité des bétons durcis soumis au gel*. LCPC Paris.
- [Baroghel-Bouny, 2004] Baroghel-Bouny, V. (2004). *Conception des bétons pour une durée de vie donnée des ouvrages – Maîtrise de la durabilité vis-à-vis de la corrosion des armatures et de l’alcali-réaction – Etats de l’art et guide pour l’élaboration d’une démarche performantielle sur la base d’indicateur*. Documents scientifiques et techniques de l’Association française de génie civil.
- [Baroghel-Bouny et al., 2002] Baroghel-Bouny, V., Chaussadent, T., Croquette, G., Divet, L., Gawsewitch, J., Godin, J., Henry, D., Platret, G., and Villain, G. (2002). Caractéristiques microstructurales et propriétés relatives à la durabilité des bétons – Méthodes de mesure et d’essais de laboratoire, Méthode d’essai n. 58. In *Techniques et Méthodes des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, page 87. Laboratoire des Ponts et Chaussées, Paris.
- [Baroghel-Bouny et al., 2008] Baroghel-Bouny, V., Villain, G., Thiery, M., and Chaussadent, T. (2008). *Durabilité du béton armé et de ses constituants : maîtrise et approche performantielle*. LCPC Paris.
- [Baron and Olivier, 1992] Baron, J. and Olivier, J., editors (1992). *La durabilité des bétons*. Presse Nationale des Ponts et Chaussées.
- [Baron, 1996] Baron, M. (1996). *Prévention des désordres dus à l’alcali-réaction*. Service d’études Techniques des Routes et Autoroute.
- [Bastidas-Arteaga et al., 2011] Bastidas-Arteaga, E., Chateauneuf, A., Sanchez-Silva, M., Bressolette, P., and Schoefs, F. (2011). A comprehensive probabilistic model of chloride ingress in unsaturated concrete. *Engineering Structures*, 33(3) :720 – 730.
- [Bing Zhou and Dahlin, 2003] Bing Zhou, B. and Dahlin, T. (2003). Properties and effects of measurement errors on 2D resistivity imaging surveying. *Near Surface Geophysics*, pages 105–117.
- [Björck, 1996] Björck, A. (1996). *Numerical methods for least squares problems*. SIAM.

- 
- [Bore et al., 2016] Bore, T., Wagner, N., Delepine Lesoille, S., Taillade, F., Six, G., Daout, F., and Placko, D. (2016). Error analysis of clay-rock water content estimation with broadband high-frequency electromagnetic sensors—air gap effect. *Sensors*, 16(4).
- [Boucher et al., 2006] Boucher, M., Girard, J.-F., Legchenkob, A., Baltassata, J.-M., Dorfliger, N., and Chalikakis, K. (2006). Using 2d inversion of magnetic resonance soundings to locate a water-filled karst conduit. *Journal of Hydrology*, 330 :413–421.
- [Box et al., 2005] Box, G., Hunter, W., and Hunter, J. (2005). *Statistics for experimenters*. New York, 2nd edition.
- [Breysse et al., 2011] Breysse, D., Larget, M., Sbartai, Z., Lataste, J., and Balayssac, J. (2011). Quality of NDT measurements and accuracy of concrete physical properties quantitative assessment. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 15(4) :619–632.
- [Bungey and Millard, 1995] Bungey, J. and Millard, S. (1995). *Testing of concrete structures*. Spon Press, Glasgow, 3rd edition.
- [Carcasses and Cassagnabere, 2014] Carcasses, M. and Cassagnabere, F. (2014). Indicateurs de durabilité : essais et seuils. In *Concevoir, construire et gérer des structures durables en béton, Approche performentielle et évolutions normatives*, page 22, Toulouse, France.
- [Carino, 2001] Carino, N. (2001). The impact-echo method : an overview. In *Structures*, pages 21–23.
- [Castellote et al., 2001] Castellote, M., Andrade, C., and Alonso, C. (2001). Measurement of the steady and non-steady-state chloride diffusion coefficients in a migration test by means of monitoring the conductivity in the anolyte chamber - comparison with natural diffusion tests. *Cement and concrete research*, 3 :1411–1420.
- [Chaussadent and Arliguie, 1999] Chaussadent, T. and Arliguie, G. (1999). AFREM test procedures concerning chlorides in concrete : Extraction and titration methods. *Materials and Structures*, 32 :230–234.
- [Chew, 1991] Chew, W. (1991). Design and calibration of a large broadband dielectric measurement cell. *Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions*, 29 :42–47.
- [Chouteau and Beaulieu, 2002] Chouteau, M. and Beaulieu, S. (2002). An investigation on application of the electrical resistivity tomography method to concrete structures. In *The 2nd Annual Conference on the Application of Geophysical and NDT Methodologies to Transportation, 15-19 April 2002*, Los Angeles, California.

- 
- [Comsol Multiphysics, 2018] Comsol Multiphysics (2018). Computing capacitance. Technical report.
- [Courant and Hilbert, 1962] Courant, R. and Hilbert, D. (1962). *Methods of mathematical physics*. Londres.
- [Courtney et al., 1996] Courtney, C., Lehr, J., Mason, D., Motil, B., and Lovesee, A. (1996). Measurement and characterization of the electromagnetic properties of materials. Technical report, Voss Scientific Technical Report No. VS-603,, Albuquerque.
- [Courtois et al., 2015] Courtois, A., Clauzon, T., Taillade, F., and Martin, G. (2015). Water content monitoring for flamanville 3 epr tm prestressed concrete containment : an application for tdr techniques. In *International Symposium Non-Destructive Testing in Civil Engineering (NDT-CE 2015), 15-17 September 2015*, Berlin, Germany.
- [Dahlin and Zhou, 2004] Dahlin, T. and Zhou, B. (2004). A numerical comparison of 2D resistivity imaging with 10 electrode arrays. *Geophysical prospecting*, 52 :379–398.
- [Dahyot et al., 2004] Dahyot, R., Charbonnier, P., and Heitz, F. (2004). A Bayesian approach to object detection using probabilistic appearance-based models. *Pattern Analysis and Applications*, 7(3) :317–332.
- [Daniels, 2004] Daniels, D. (2004). *Ground penetrating radar*. Iet edition.
- [Dell’Aversana et al., 2011] Dell’Aversana, P., Bernasconi, G., Miotti, F., and Rovetta, D. (2011). Joint inversion of rock properties from sonic, resistivity and density well-log measurements. *Geophysical Prospecting*, 59(6) :1144–1154.
- [Demirci et al., 2017] Demirci, ., Candansayar, M., Vafidis, A., and Soupios, P. (2017). Two dimensional joint inversion of direct current resistivity, radio-magnetotelluric and seismic refraction data : an application from Bafra Plain, Turkey. *Journal of Applied Geophysics*, 139 :316–330.
- [Demoment and Idier, 1999] Demoment, G. and Idier, J. (1999). Approche bayésienne pour la résolution de problèmes inverses en imagerie. In Bonnet, M., editor, *Problèmes inverses : de l’expérimentation à la modélisation*, pages 59–77. Observatoire français des techniques avancées, Paris.
- [Dérobert, 2003] Dérobert, X. (2003). *Techniques radar appliquées au génie civil*. Hdr, Université de Nantes.
- [Dérobert et al., 2017] Dérobert, X., Balayssac, J., Sbartaï, Z., and Dumoulin, J. (2017). Chapter 3. Electromagnetic methods. In Balayssac, J. and Garnier, V., editors, *Non-*

- 
- destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures*, pages 87–134. ISTE Press - Elsevier.
- [Dérobert et al., 2008] Dérobert, X., Iaquina, J., Klysz, G., and Balayssac, J. (2008). Use of capacitive and GPR techniques for the non-destructive evaluation of cover concrete. *NDT & E International*, 41(1) :44–52.
- [Dérobert and Lataste, 2012] Dérobert, X. and Lataste, J. (2012). Presentation of common non destructive techniques. In Breysse, D., editor, *Non-Destructive Assessment of Concrete Structures : Reliability and Limits of Single and Combined Techniques*, pages 17–118. Toulouse.
- [Dérobert et al., 2009] Dérobert, X., Villain, G., Cortas, R., and Chazelas, J. (2009). EM characterization of hydraulic concretes in the GPR frequency-band using a quadratic experimental design. In *NDTCE'09, Non-Destructive Testing in Civil Engineering, 30 June-3 July 2009*, Nantes, France.
- [Diamond, 1989] Diamond, S. (1989). Mechanisms of alkali-silica reaction. In Okada, K., Nishibayashi, S., and Kawamura, M., editors, *8th International Conference of Alkali-aggregate Reaction*, pages 83–94, Kyoto, Japan. Taylor and Francis.
- [Doetsch et al., 2010a] Doetsch, J., Linde, N., and Binley, A. (2010a). Cross-gradients joint inversion of time-lapse crosshole ERT and GPR data. In *Near Surface 2010 – 16th European Meeting of Environmental and Engineering Geophysics 6 - 8 September 2010*, Zurich, Switzerland.
- [Doetsch et al., 2010b] Doetsch, J., Niklas, L., Coscia, I., Greenhalgh, S., and Green, A. (2010b). Zonation for 3D aquifer characterization based on joint inversions of multimethod crosshole geophysical data. *Geophysics*, 75 :53–64.
- [Doetsch et al., 2010c] Doetsch, J., Niklas, L., Coscia, I., Greenhalgh, S., and Green, A. (2010c). Zonation for 3D aquifer characterization based on joint inversions of multimethod crosshole geophysical data. *Geophysics*, 75 :53–64.
- [Drouet, 2010] Drouet, E. (2010). *Impact de la température sur la carbonatation des matériaux cimentaires : prise en compte des transferts hydriques*. PhD thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan, Cachan, France.
- [Du Plooy, 2013] Du Plooy, R. (2013). *The development and combination of electromagnetic non-destructive evaluation techniques for the assessment of cover concrete condition prior to corrosion*. PhD thesis.

- 
- [Du Plooy et al., 2013] Du Plooy, R., Lopes, S., Villain, G., and Dérobert, X. (2013). Development of a multi-ring resistivity cell and multi-electrode resistivity probe for investigation of cover concrete condition. *NDT&E International*, 54 :27–36.
- [Du Plooy et al., 2012] Du Plooy, R., Palma Lopes, S., Villain, G., and Dérobert, X. (2012). Comparison of electromagnetic nondestructive evaluation techniques for the monitoring of chloride ingress in cover concrete. In *Sixth International IABMAS Conference, 8-12 July 2012*, pages 1–8, Stresa, Lake Maggiore, Italy.
- [Edwards, 1977] Edwards, L. (1977). A modified pseudosection for resistivity and ip. *Geophysics*, 42(5) :1020–1036.
- [Edwards et al., 1984] Edwards, R., Nobes, D., and Gomez-Trevino, E. (1984). Offshore electrical exploration of sedimentary basins : The effects of anisotropy in horizontally isotropic, layered media. *Geophysics*, 49 :566–576.
- [Fares, 2015] Fares, M. (2015). *Evaluation de gradients de teneur en eau et en chlorures par méthodes électromagnétiques non-destructives*. PhD thesis, IFSTTAR, Nantes.
- [Fares et al., 2016] Fares, M., Fargier, Y., Villain, G., Dérobert, X., and Palma Lopes, S. (2016). Determining the permittivity profile inside reinforced concrete using capacitive probes. *NDT&E International*, 79 :150–161.
- [Fares et al., 2018] Fares, M., Villain, G., Bonnet, S., Palma Lopes, S., and Thauvin, B. (2018). Determining chloride content profiles in concrete using an electrical resistivity tomography device. *Cement and Concrete Composites*, 94 :315–326.
- [Fargier, 2011] Fargier, Y. (2011). *Développement de l'imagerie de résistivité électrique pour la reconnaissance et la surveillance des ouvrages hydrauliques en Terre*. PhD thesis, Ecole Centrale de Nantes.
- [Farhoud et al., 2013] Farhoud, R., Bertrand, J., Buschaert, S., Delepine-Lesoille, S., and Hermand, G. (2013). Full scale in situ monitoring section test in the andra's underground research laboratory. In *1st Conference on Technological Innovations in Nuclear Civil Engineering (TINCE 2013), 28-31 October 2013*, pages 29–31, Paris, France.
- [Gallardo, 2004] Gallardo, L. (2004). Joint two-dimensional DC resistivity and seismic travel time inversion with cross-gradients constraints. *Journal of Geophysical Research*, 109(B3) :1–11.
- [Garnier et al., 2013] Garnier, V., Piwakowski, V., Abraham, O., Villain, G., Payan, C., and Chaix, J. (2013). Acoustical techniques for concrete evaluation : Improvements, comparisons and consistencies. *Construction and Building Materials*, 43(6) :598–613.

- 
- [Geselowitz, 1971] Geselowitz, D. (1971). An application of electrocardiographic lead theory to impedance plethysmography. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, BME-18(1) :38–41.
- [Günther et al., 2006] Günther, T., Rücker, C., and Spitzer, K. (2006). Three-dimensional modelling and inversion of dc resistivity data incorporating topography — ii. inversion. *Geophysical Journal International*, 166(2) :506–517.
- [Goupy, 2001] Goupy, J. (2001). *Introduction aux Plans d'expériences*. Paris, dunod edition.
- [Goupy, 2017] Goupy, J. (2017). *Introduction aux plans d'expériences*. 5e edition.
- [Greenhalgh et al., 2009] Greenhalgh, S. A., Zhou, B., Greenhalgh, M., Marescot, L., and Wiese, T. (2009). Explicit expressions for the Fréchet derivatives in 3D anisotropic resistivity inversion. *Geophysics*, 74(3).
- [Gu et al., 1993] Gu, P., Xu, Z., Xie, P., and Beaudoin, J. (1993). Application of A.C. impedance techniques in studies of porous cementitious materials : (I) : Influence of solid phase and pore solution on high frequency resistance. *Cement and Concrete Research*, 23(3) :531–540.
- [Haber and Oldenburg, 1997] Haber, E. and Oldenburg, D. (1997). Joint inversion : a structural approach. *Inverse Problems*, 13(1) :63–77.
- [Hadamard, 1901] Hadamard, J. (1901). *Sur les problèmes aux dérivées partielles et leur signification physique*. Princeton edition.
- [Hall, 1989] Hall, C. (1989). Water sorptivity of mortars and concretes : a review. *Magazine of concrete research*, 41(147) :51–61.
- [Han et al., 2011] Han, T., Best, A., Sothcott, J., and Macgregor, L. (2011). Pressure effects on the joint elastic-electrical properties of reservoir sandstones. *Geophysical Prospecting*, 59(3) :506–517.
- [Hanzic et al., 2010] Hanzic, L., Kosec, L., and Anzel, I. (2010). Capillary absorption in concrete and the Lucas – Washburn equation. *Cement & Concrete Composites*, 32 :84–91.
- [Heincke et al., 2017] Heincke, B., Jegen, M., Moorkamp, M., Hobbs, R., and Chen, J. (2017). An adaptive coupling strategy for joint inversions that use petrophysical information as constraints. *Journal of Applied Geophysics*, 136 :279–297.

- 
- [Helmuth and Al, 1993] Helmuth, R. and Al, E. (1993). Alkali-silika Reactivity : An overview of research. Technical report, Strategic Highway Research Program, National Research Council, Washington DC.
- [Hernandez et al., 2000] Hernandez, M., Izquierdo, M., Ibanez, A., Anaya, J., and Ullate, L. (2000). Porosity estimation of concrete by ultrasonic NDE. *Ultrasonics*, 38(1-8) :531–533.
- [Hugenschmidt and Kalogeropoulos, 2009] Hugenschmidt, J. and Kalogeropoulos, A. (2009). The inspection of retaining walls using GPR. *Journal of Applied Geophysics*, 67(4) :335–344.
- [Hunkeler, 1996] Hunkeler, F. (1996). The resistivity of pore water solution—a decisive parameter of rebar corrosion and repair methods. *Construction and Building Materials*, 10(5) :381–389.
- [Idier, 2001] Idier, J. (2001). *Approche bayésienne pour les problèmes inverses*. Paris.
- [IFSTTAR and CEREMA, 2015] IFSTTAR and CEREMA (2015). Auscultation des ouvrages d’art, Cahiers Interactifs, CII1. Technical report, Marne-la-Vallée, France.
- [Ihamouten et al., 2011] Ihamouten, A., Dérobert, X., and Villain, G. (2011). Extraction of the frequency variation of the complex permittivity using GPR. In *6th International Workshop on Advanced, Ground-Penetrating Radar (GPR), 22-24 June 2011*, pages 144–149, Aachen, Germany.
- [Kazatchenko et al., 2006] Kazatchenko, E., Markov, M., and Mousatov, A. (2006). Simulation of acoustic velocities, electrical and thermal conductivities using unified pore-structure model of double-porosity carbonate rocks. *Journal of Applied Geophysics*, 59(1) :16–35.
- [Kern, 2002] Kern, M. (2002). *Problèmes inverses : aspects numériques*. École supérieure d’ingénieurs Léonard de Vinci.
- [Kheder, 1999] Kheder, G. (1999). A two stage procedure for assessment of in situ concrete strength using combined non-destructive testing. *Materials and Structures*, 32 :410–417.
- [Khelidj et al., 2000] Khelidj, A., Baroghel-Bouny, V., Bastian, G., Godin, J., and Villain, G. (2000). *Transferts dans les Bétons et Durabilité des Ouvrages, Détermination expérimentale des gradients résultant d’une interaction hydratationséchage dans une dalle en béton*. LCPC, LGCNSN (IUT), LRPC d’Angers.
- [Klysz and Balayssac, 2007] Klysz, G. and Balayssac, J. (2007). Determination of volumetric water content of concrete using ground-penetrating radar. *Cement and Concrete Research*, 8 :1164–1171.

- 
- [Kohl et al., 2005] Kohl, C., Krause, M., Maierhofer, C., and Wöstmann, J. (2005). 2D- and 3D-visualisation of NDT-data using data fusion technique. *Materials and Structures*, 38(9) :817–826.
- [Kolmogorov, 1950] Kolmogorov, A. (1950). *Foundations of the theory of probability*. Martino Fine Books, Chelsea, 2nd edition.
- [Kretz et al., 2007] Kretz, T., Ammouche, A., Bois, C., Cussigh, F., Delort, M., Divet, L., Escadeillas, G., Foucard, H., Godart, B., Huvelin, B., Jaffré, Y., Jeanpierre, A., Morin, J., Partenay, C., Pavoine, A., and Rougeau, P. (2007). *Recommandations pour la prévention des désordres dus à la réaction sulfatique interne*. LCPC, Paris.
- [Lafhaj et al., 2006] Lafhaj, Z., Goueygou, M., Djerbi, A., and Kaczmarek, M. (2006). Correlation between porosity, permeability and ultrasonic parameters of mortar with variable water/cement ratio and water content. *Cement and Concrete Research*, 35(4) :625–633.
- [Lammke, 1986] Lammke, A. (1986). Chloride-absorption from concrete surfaces. In *Evaluation and Repair of Fire Damage to Concrete*, pages 197–209. ACI SP-92, Detroit, Michigan.
- [Large, 1971] Large, D. (1971). Electric potential near a spherical body in a conducting half-space. *Geophysics*, 36(4) :763–767.
- [Lascaux and Théodor, 2004] Lascaux, P. and Théodor, R. (2004). *Analyse numérique matricielle appliquée à l'art de l'ingénieur, Tomes 1 et 2*. Dunod edition.
- [Lataste et al., 2017] Lataste, J., Villain, G., and Balayssac, J. (2017). Chapter 4. Electrical Methods. In *Non-destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures*, page 376. ISTE Press Ltd & Elsevier Press Ltd., London.
- [Lemaréchal, 2012] Lemaréchal, C. (2012). Cauchy and the gradient method. *Documenta Mathematica Extra Volume ISMP*, pages 251–254.
- [Levenberg, 1944] Levenberg, K. (1944). A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, 2 :164–168.
- [Li et al., 2009] Li, Z., Leung, C., and Xi, Y. (2009). *Structural renovation in concrete*. London, 1st edition.
- [Loke, 2001] Loke, M. (2001). 1-D Resistivity, IP & SIP Inversion and forward modeling. Res1D ver. 1.00.09 Beta.
- [Loke, 2013] Loke, M. (2013). *Tutorial : 2-D and 3-D electrical imaging surveys*.

- 
- [Maierhofer et al., 2008] Maierhofer, C., Zacher, G., Kohl, C., and Wostmann, J. (2008). Evaluation of radar and complementary echo methods for NDT of concrete elements. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 27 :47–57.
- [Mainguy et al., 1999] Mainguy, M., Coussy, O., and Eymard, R. (1999). *Modélisation des transferts hydriques isothermes en milieu poreux : Application au séchage des matériaux à base de ciment*. Etudes et recherches des laboratoires des ponts et chaussée.
- [Marescot et al., 2006] Marescot, L., Rigobert, S., Palma Lopes, S., Lagabrielle, R., and Chapellier, D. (2006). A general approach for DC apparent resistivity evaluation on arbitrarily shaped 3D structures. *Journal of applied geophysics*, 60(1) :55–67.
- [Marquardt, 1963] Marquardt, D. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 11(2) :431–441.
- [Martys and Ferraris, 1997] Martys, N. S. and Ferraris, C. E. (1997). Capillary transport in mortars and concrete. *Cement and Concrete Research*, 27(5) :747–760.
- [McCann and Forde, 2001] McCann, D. and Forde, M. (2001). Review of NDT methods in the assessment of concrete and masonry structures. *NDT&E International*, 34 :71–84.
- [McCarter et al., 1981] McCarter, W., Forde, M., and Whittington, H. (1981). Resistivity characteristics of concrete. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 71(1) :107–117.
- [Mcgillivray and Oldenburg, 1990] McGillivray, P. and Oldenburg, D. (1990). Methods for calculating Fréchet for the non-linear inverse problem. *Geophysical Prospecting*, (October 1989) :499–524.
- [Moller, 1956] Moller, G. (1956). Tests of resistance of concrete to early frost action. In *RILEM Symposium on Winter Concreting*, Copenhagen.
- [Monfore, 1968] Monfore, G. (1968). The electrical resistivity of concrete. *Journal of the PCA Research and Development*, 10 :35–48.
- [Monteiro Santos and El-Kaliouby, 2010] Monteiro Santos, F. and El-Kaliouby, H. (2010). Comparative study of local versus global methods for ID joint inversion of direct current resistivity and time-domain electromagnetic data. *Near Surface Geophysics*, 8(2) :135–143.
- [Moreau et al., 2011] Moreau, G., Salin, J., Masson, B., Dubois, J., Agostini, F., and Skoczylas, F. (2011). Survey of the future concrete structures lifetime measuring the water content : 4 types of embedded sensor under checking. In *Fontevraud 7 -*

---

*Contribution of materials investigations to improve the safety and performance of LWRs, France.*

- [Morris et al., 1996] Morris, W., Moreno, E., and Sagüés, A. (1996). Practical evaluation of resistivity of concrete in test cylinders using a Wenner array probe. *Cement and Concrete Research*.
- [Mota and Monteiro Santos, 2010] Mota, R. and Monteiro Santos, E. (2010). 2D sections of porosity and water saturation from integrated resistivity and seismic surveys. *Near Surface Geophysics*, 8 :529–539.
- [Moyne, 1987] Moyne, C. (1987). *Transferts couplés chaleur-masse lors du séchage : prise en compte du mouvement de la phase gazeuse*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Loraine.
- [Neville, 1991] Neville, A. (1991). *Properties of concrete*. 5th edition.
- [Neville, 1995] Neville, A. (1995). Chloride attack of reinforced concrete : an overview. *Materials and Structures*, 28(2) :63.
- [Newlands et al., 2007] Newlands, M., Jones, M., Kandasami, S., and Harrison, T. (2007). Sensitivity of electrode contact solutions and contact pressure in assessing electrical resistivity of concrete. *Materials and Structures*, 41(4) :621–632.
- [Nireki and Kabeya, 1987] Nireki, T. and Kabeya, H. (1987). Monitoring and analysis of seawater salt content. In *4th International Conference on Durability of Building Materials and Components, 4–6 November, 1987*, pages 531–536, Singapore.
- [Ohdaira and Masuzawa, 2000] Ohdaira, E. and Masuzawa, N. (2000). Water content and its effect on ultrasound propagation in concrete - the possibility of NDE. *Ultrasonics*, 38(1-8) :546–552.
- [Ohtsu, 1996] Ohtsu, M. (1996). The history and development of acoustic emission in concrete engineering. *Magazine of concrete research*, 48(177) :321–330.
- [Park and Van, 1991] Park, S. and Van, G. (1991). Inversion of pole-pole data for 3-D resistivity structure beneath arrays of electrodes. *Geophysics*, 56(7) :951–960.
- [Payan et al., 2018] Payan, C., Abraham, O., and Garnier, V. (2018). Chapter 2. Ultrasonic Methods. In Balayssac, J. and Garnier, V., editors, *Non-Destructive Testing and Evaluation of Civil Engineering Structures*, pages 21–85. ISTE Press - Elsevier.
- [Perrin et al., 1998] Perrin, B., Bouny, V. B., and Chemloul, L. (1998). Methods of determination of the hydric diffusivity of hardened cement pastes. *Materials and Structures*, 31(4) :235–241.

- 
- [Ploix et al., 2009] Ploix, M., Garnier, V., Breysse, D., and Moysan, J. (2009). Possibilistic NDT data fusion for evaluating concrete structures. In *NDTCE09, Non-Destructive Testing in Civil Engineering*, Nantes, France.
- [Polder, 2001] Polder, R. (2001). Test methods for on site measurement of resistivity of concrete - a rilem tc-154 technical recommendation. *Construction and Building Materials*, 15 :125–131.
- [Popovics and Abraham, 2012] Popovics, J. and Abraham, O. (2012). Presentation of common non destructive techniques. In Breysse, D., editor, *Non-Destructive Assessment of Concrete Structures : Reliability and Limits of Single and Combined Techniques*.
- [Popovics and Subramaniam, 2014] Popovics, J. and Subramaniam, K. (2014). Review of ultrasonic wave reflection applied to early-age concrete and cementitious materials. *Journal of Nondestructive Evaluation*, 34(1) :267.
- [Powers, 1956] Powers, T. (1956). Resistance to weathering - freezing and thawing. *ASTM Sp. Tech. Publ.*, 169 :182–187.
- [Poyet et al., 2006] Poyet, S., Sellier, A., Capra, B., Foray, G., Torrenti, J.-M., Cognon, H., and Bourdarot, E. (2006). Chemical modelling of Alkali Silica reaction : Influence of the reactive aggregate size distribution. *Materials and Structures*, 40(2) :229.
- [Press et al., 2007] Press, W., Flanner, B., Teukolsky, S., and Vetterling, W. (2007). *Numerical Recipes : The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, Cambridge, 3rd edition.
- [Qasrawi, 2000] Qasrawi, H. (2000). Concrete strength by combined nondestructive methods simply and reliably predicted. *Cement and Concrete Research*, 30(5) :739–746.
- [Regourd, 1981] Regourd, M. (1981). RCA. Résistance chimique du béton. *Materials and Structures*, 14(2) :130–137.
- [Rhim and Buyukozturk, 1998] Rhim, H. and Buyukozturk, O. (1998). Electromagnetic properties of concrete at microwave frequency range. *ACI Materials Journal*, 95(3).
- [RILEM, 1993] RILEM (1993). Draft recommendation for in situ concrete strength determination by combined non-destructive methods. *Materials and Structures*, 26(1) :43–49.
- [RILEM, 2012] RILEM (2012). *Non-destructive assessment of concrete structures : reliability and limits of single and combined techniques : State-of-the-art Report of the RILEM Technical Committee 207-INR*.

- 
- [Robert, 1998] Robert, A. (1998). Dielectric permittivity of concrete between 50 Mhz and 1 Ghz and GPR measurements for building materials evaluation. *Journal of Applied Geophysics*, 40 :89–94.
- [Saleem et al., 1996] Saleem, M., Shameemt, M., Hussain, S., and Maslehuddintf, M. (1996). Effect of moisture, chloride and sulphate contamination on the electrical resistivity of Portland cement concrete. *Construction and Building Materials*, 10(3) :209–214.
- [Sbartai et al., 2012] Sbartai, Z., Breysse, D., Larget, M., and Balayssac, J. (2012). Combining NDT techniques for improved evaluation of concrete properties. *Cement and Concrete Composites*, 34(6) :725–733.
- [Sbartai et al., 2007] Sbartai, Z., Laurens, S., Rhazi, J., Balayssac, J., and Arliguie, G. (2007). Using radar direct wave for concrete condition assessment : Correlation with electrical resistivity. *Journal of Applied Geophysics*, 62(4) :361–374.
- [Sbartai et al., 2009] Sbartai, Z., Laurens, S., Viriyametant, K., Balayssac, J., and Arliguie, G. (2009). Non-destructive evaluation of concrete physical condition using radar and artificial neural networks. *Construction and Building Materials*, 23(2) :837–845.
- [Sen and Stoffa, 2013] Sen, M. K. and Stoffa, P. L. (2013). *Direct, linear, and iterative-linear inverse methods*, page 23–71. Cambridge University Press.
- [Silvester and Ferrari, 1990] Silvester, M. and Ferrari, R. (1990). *Finite elements for electrical engineers*. Cambridge University Press, 2nd edition.
- [Sirieix et al., 2007] Sirieix, C., Lataste, J., Breysse, D., Naar, S., and Dérobert, X. (2007). Comparison of nondestructive testing : Infrared thermography, electrical resistivity and capacity methods for assessing a reinforced concrete structure. *Journal of Building Appraisal*, 3(1) :77–88.
- [Smith and Vozoff, 1984] Smith, N. C. and Vozoff, K. (1984). Two-dimensional DC resistivity inversion for dipole-dipole data. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, GE-22(1) :21–28.
- [Soshiroda et al., 2006] Soshiroda, T., Voraputhaporn, K., and Nozaki, Y. (2006). Early-stage inspection of concrete quality in structures by combined nondestructive method. *Materials and Structures*, 39(2) :149.
- [Soutsos et al., 2001] Soutsos, M., Bungey, J., Millard, S., Shaw, M., and Patterson, A. (2001). Dielectric properties of concrete and their influence on radar testing. *NDT&E International*, 34(6) :419–425.

- 
- [Spragg et al., 2001] Spragg, R., Castro, J., Nantung, T., Paredes, M., and Weiss, J. (2001). Variability analysis of the bulk resistivity measured using concrete cylinders. Technical report, Indiana.
- [Stefanescu et al., 1930] Stefanescu, S., Schlumberger, C., and Schlumberger, M. (1930). Sur la distribution électrique potentielle autour d'une prise de terre ponctuelle dans un terrain à couches horizontales homogènes et isotropes. *Journal de Physique et du Radium*, 1(4) :132–140.
- [Tarantola, 1987] Tarantola, A. (1987). *Inverse problem theory : methods for data fitting and model parameter estimation*. Elsevier Science, Amsterdam.
- [Tathed et al., 2018] Tathed, P., Han, Y., and Misra, S. (2018). Hydrocarbon saturation in Bakken Petroleum System based on joint inversion of resistivity and dielectric dispersion logs. *Fuel*, 233(June) :45–55.
- [Telford et al., 1990] Telford, W., Geldart, L., and Sheriff, R. (1990). *Applied Geophysics*. Cambridge University Press, Cambridge, 2nd edition.
- [Thiery, 2005] Thiery, M. (2005). *Modélisation de la carbonatation atmosphérique des matériaux cimentaires : prise en compte des effets cinétiques et des modifications microstructurales et hydriques*. PhD thesis, École nationale des ponts et chaussées (France).
- [Torres-Luque et al., 2014] Torres-Luque, M., Bastidas-Arteaga, E., Schoefs, F., Sanchez-Silva, M., and Osmá, J. (2014). Non-destructive methods for measuring chloride ingress into concrete : State-of-the-art and future challenges. *Construction and Building Materials*, 68 :68 – 81.
- [Van Mier and Van Viet, 2003] Van Mier, J. and Van Viet, M. (2003). Influence of microstructure of concrete on size/scale effects in tensile fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 70 :2281–2306.
- [van Noort et al., 2016] van Noort, R., Hunger, M., and Spiesz, P. (2016). Long-term chloride migration coefficient in slag cement-based concrete and resistivity as an alternative test method. *Construction and Building Materials*, 115 :746–759.
- [van Nostrand, 1953] van Nostrand, R. (1953). Limitations on resistivity methods as inferred from the buried sphere problem. *Geophysics*, 18(2) :423–433.
- [Verbeck, 1975] Verbeck, G. (1975). Mechanisms of corrosion of steel in concrete. In *Corrosion of Metals in Concrete, ACI Symposium Publication*, volume 49, pages 21–38, Detroit, Michigan.

- 
- [Villain et al., 2014] Villain, G., Balayssac, J., Garnier, V., Piwakowski, V., Salin, J., Fardeau, V., Dérobert, X., Coffec, O., and Joubert, A. (2014). Comparison of durability indicators obtained by Non Destructive Testing methods to monitor the durability of concrete structures. In *7th European Workshop on Structural Health Monitoring, 8-11 July 2014*, page 10, Nantes, France.
- [Villain et al., 2018] Villain, G., Garnier, V., Sbartaï, M., Dérobert, X., and Balayssac, J. (2018). Development of a calibration methodology to improve the on-site non-destructive evaluation of concrete durability indicators. *Materials and Structures*, pages 51–40.
- [Villain et al., 2015] Villain, G., Ihamouten, A., du Plooy, R., Palma Lopes, S., and Dérobert, X. (2015). Use of electromagnetic non-destructive techniques for monitoring water and chloride ingress into concrete. *Near Surface Geophysics*, 13(3) :299–309.
- [Villain et al., 2011] Villain, G., LeMarrec, L., and Rakotomanana, L. (2011). Determination of the bulk elastic moduli of various concrete by resonance frequency analysis of slabs submitted to impact echo. *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, 15(4) :601–617.
- [Villain et al., 2012] Villain, G., Sbartaï, Z., Dérobert, X., Garnier, V., and Balayssac, J. (2012). Durability diagnosis of a concrete structure in a tidal zone by combining NDT methods : Laboratory tests and case study. *Construction and Building Materials*, 37 :893–903.
- [Villain and Thiery, 2006] Villain, G. and Thiery, M. (2006). Gammadensimetry : A method to determine drying and carbonation profiles in concrete. *NDT&E International*, 39(4) :328–337.
- [Wait, 1982] Wait, J. (1982). *Geo-Electromagnetism*. Academic Press Inc., London.
- [Wenner, 1915] Wenner, F. (1915). A method for measuring Earth resistivity. *Journal of the Washington Academy of Sciences*, 5(16) :561–563.
- [Witasse, 2000] Witasse, R. (2000). *Contribution à la compréhension du comportement d'unecoque d'aéroréfrigérant vieilli : définition d'un état initial, influence des effets différés sous sollicitations hydro-mécaniques*. PhD thesis, INSA Lyon.
- [Yu and Liu, 2010] Yu, X. and Liu, Y. (2010). Development of Time Domain Reflectometry Instrument for QA/QC of Fresh and Early Stage Concrete. Technical report, Civil Engineering Department Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio.
- [Zaid et al., 2004] Zaid, M., Gaydecki, P., Quek, S., Miller, G., and Fernandes, B. (2004). Extracting dimensional information from steel reinforcing bars in concrete using neural

---

networks trained on data from an inductive sensor. *NDT & E International*, 37(7) :551–558.

[Zienkiewicz et al., 2013] Zienkiewicz, O., Taylor, R., and Zhu, J. (2013). *The finite element method its basis & fundamentals*. Butterworth-Heinemann, 7th edition.

**Titre :** Inversion conjointe de mesures non destructives pour l'évaluation des gradients de degré de saturation dans le béton d'enrobage des structures

**Mots clés :** Béton, degré de saturation en eau, évaluation non destructive, résistivité électrique, permittivité diélectrique, inversion conjointe.

**Résumé :** Les méthodes d'évaluation non destructives donnant accès à la mesure de la résistivité électrique et de la permittivité diélectrique sont très sensibles au degré de saturation du béton. Inversées et calibrées indépendamment, ces mesures permettent d'obtenir des profils de gradients de degré de saturation en fonction de la profondeur. Dans cette thèse, nous développons une méthode d'inversion conjointe des mesures de résistivité et de permittivité pour améliorer la fiabilité et la précision des profils de degré de saturation estimés. Nous modélisons les mesures sur une dalle de béton en 3D par la méthode des éléments finis, le béton étant considéré comme un milieu homogène vis-à-vis des granulats mais présentant un profil de saturation avec la profondeur, représenté par un modèle continu prenant la forme d'une distribution de Weibull à quatre paramètres. Pour inverser les

mesures pour estimer le profil de S, nous avons développé un algorithme de moindres carrés non linéaires de type Levenberg-Marquardt. La prise en compte des incertitudes associées à chaque jeu de mesures fait partie intégrante de la méthode développée afin d'affiner sa fiabilité, permettant en outre de propager ces incertitudes sur les paramètres estimés. Deux campagnes expérimentales, l'une de séchage, l'autre d'imbibition, sur des dalles de béton, sont organisées pour tester l'algorithme de l'inversion conjointe. Des avancées notables sont constatées avec l'estimation des profils par la nouvelle approche d'inversion conjointe. Ces profils, par ailleurs comparés à plusieurs autres méthodes indépendantes, se montrent plus stables et plus cohérents avec l'évolution due au séchage et à l'imbibition du béton que ceux estimés par inversion séparée des observables.

**Title :** Joint inversion of non-destructive measurements for the evaluation of gradients of degree of saturation in the concrete coating of structures

**Keywords:** Concrete, durability, non-destructive evaluation, electrical resistivity, dielectric permittivity, joint inversion.

**Abstract:** Non-destructive assessment methods providing access to the measurement of electrical resistivity and dielectric permittivity are very sensitive to the degree of saturation of concrete. When inverted and calibrated independently, these measurements provide profiles of saturation degree gradients as a function of depth. In this thesis, we develop a joint inversion approach for resistivity and permittivity measurements to improve the reliability and accuracy of the estimated saturation degree profiles. We model the measurements on a concrete slab in 3D by the finite element method, the concrete being considered as a homogeneous medium with respect to aggregates but having a saturation profile with depth, represented by a continuous model taking the form of a Weibull distribution with four parameters. For the inversion of

measurements to estimate the profile of S, we have developed a non-linear least-squares algorithm of the Levenberg-Marquardt type. Taking into account the uncertainties associated with each set of measurements is an integral part of the method developed in order to refine its reliability, which also makes it possible to propagate these uncertainties over the estimated parameters. Two experimental campaigns, one of drying, the other of imbibition, on concrete slabs, are organized to test the algorithm of joint inversion. Significant progress has been made with the estimation of profiles by the new joint inversion approach. These profiles, also compared to other independent methods, appear to be more stable and more consistent with the evolution due to the drying and the imbibition of concrete than those estimated by separate inversion of the observables.