



HAL
open science

Étude théorique et expérimentale de l'intrication hybride à variables discrètes et continues pour les réseaux de télécommunication quantique

Léandre Brunel

► **To cite this version:**

Léandre Brunel. Étude théorique et expérimentale de l'intrication hybride à variables discrètes et continues pour les réseaux de télécommunication quantique. Optique [physics.optics]. Université Côte d'Azur, 2022. Français. NNT : 2022COAZ4004 . tel-03732334

HAL Id: tel-03732334

<https://theses.hal.science/tel-03732334>

Submitted on 21 Jul 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \nabla \cdot T + f$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

THÈSE DE DOCTORAT

Étude théorique et expérimentale de l'intrication hybride à variables discrètes et continues pour les réseaux de télécommunication quantique

Léandre Brunel

Institut de Physique de Nice (INPHYNI), CNRS, UMR 7010

Présentée en vue de l'obtention du grade de : docteur en physique de l'Université Côte d'Azur

Dirigée par : Virginia D'Auria,
Sébastien Tanzilli

Soutenue le : 15 mars 2022

Devant le jury, composé de :

Rosa Tualle-Brouri, Professeure, IOGS, Université Paris-Saclay

Kamel Bencheikh, Chargé de recherche, CNRS, C2N, Université Paris-Saclay

Virginia D'Auria, Maîtresse de conférences, INPHYNI, Université Côte d'Azur

Sébastien Tanzilli, Directeur de recherche, CNRS, INPHYNI, Université Côte d'Azur

Julien Laurat, Professeur, LKB, Sorbonne Université

Olivier Pfister, Professor, Department of Physics, University of Virginia

Étude théorique et expérimentale de l'intrication hybride à variables discrètes et continues pour les réseaux de télécommunication quantique

Composition du jury :

Rosa Tualle-Brouri	Professeure, IOGS, Université Paris-Saclay	Rapporteuse
Kamel Bencheikh	Chercheur CNRS, C2N, Université Paris-Saclay	Rapporteur
Virginia D'Auria	Maîtresse de conférences, INPHYNI, Université Côte d'Azur	Directrice de thèse
Sébastien Tanzilli	Directeur de recherche, CNRS, INPHYNI, Université Côte d'Azur	Codirecteur de thèse
Julien Laurat	Professeur, LKB, Sorbonne Université	Examineur
Olivier Pfister	Professor, Department of Physics, University of Virginia	Examineur

"Qu'importe où nous allons, honnêtement. Je ne le cache pas. De moins en moins. Qu'importe ce qu'il y a au bout. Ce qui vaut, ce qui restera n'est pas le nombre de cols de haute altitude que nous passerons vivants. N'est pas l'emplacement où nous finirons par planter notre oriflamme, au milieu d'un champ de neige ou au sommet d'un dernier pic dont on ne pourra plus jamais redescendre. N'est plus de savoir combien de kilomètres en amont du drapeau de nos parents nous nous écroulerons ! Je m'en fiche ! Ce qui restera est une certaine qualité d'amitié, architecturée par l'estime. Et brodée des quelques rires, des quelques éclats de courage ou de génie qu'on aura su s'offrir les uns aux autres. Pour tout ça, (...) je vous dis merci. Merci."

— Alain Damasio, *La Horde du Contrevent*

RÉSUMÉ COURT

Dans cadre des recherches internationales sur les sciences et technologies de l'information quantique, la lumière est un excellent candidat comme support d'information en raison de la possibilité de réaliser des qubits optiques qui peuvent être transmis par des fibres optiques, manipulés au moyen de l'optique linéaire et interfacés avec la matière. Cette thèse se concentre sur une nouvelle classe d'états quantiques hybrides qui permet la corrélation quantique entre les photons uniques et les degrés de liberté ondulatoires de la lumière et qui sont compatibles avec les applications futures de la communication longue distance par fibres optiques et des réseaux quantiques. Dans le même esprit, la thèse étudie des ressources originales reposant sur l'optique intégrée en tant que technologie habilitante pour la mise en œuvre future, hors laboratoire, de technologies quantiques basées sur l'intrication hybride.

SHORT ABSTRACT

In quantum information sciences and technologies, light is an excellent candidate as information carrier due to the possibility of realizing optical qubits that can be transmitted through optical fibres, manipulated by means of linear optics and interfaced with matter. This thesis focuses on a new class of hybrid quantum states that allows quantum correlation among single photon and wave-like degrees-of-freedom of light and that are compatible with future applications to long distance communication over optical fibres and to quantum networking. In the same spirit, the thesis investigates original resources relying on integrated optics as an enabling technology for future out-of-the-laboratory implementation of quantum technologies based on hybrid entanglement.

RÉSUMÉ

La lumière est un excellent candidat comme support d'information quantique en raison de la possibilité de réaliser des qubits optiques qui peuvent être transmis par des fibres optiques, manipulés au moyen de l'optique linéaire et interfacés avec la matière. La dualité onde-particule de la lumière a conduit à deux type d'encodages, traditionnellement séparés, de l'information quantique : une approche "à variables discrètes" (DV), basée par exemple sur des photons uniques, et une approche "à variables continues" (CV), qui repose sur des degrés de liberté continus tels que l'amplitude et la phase d'un champ lumineux. Les deux régimes présentent des avantages et des inconvénients spécifiques. L'approche DV a donné lieu à de nombreuses expériences révolutionnaires et permet de réaliser la téléportation avec une fidélité proche de l'unité, mais elle est dans la plupart des cas probabiliste et affectée par les limites des détecteurs de photons uniques. À l'inverse, l'approche CV peut bénéficier d'opérations inconditionnelles et d'une discrimination d'état non ambiguë, mais elle souffre d'une forte sensibilité aux pertes et de fidélités intrinsèquement limitées. Dans ce contexte, très récemment, l'hybridation entre les outils et concepts DV et CV a été envisagée comme une approche clé pour rassembler les avantages des deux régimes et contourner leurs limitations individuelles. Cette thèse s'inscrit dans cette démarche émergente mais potentiellement puissante. Plus précisément, elle explore l'intrication hybride entre des qubits optiques de type particule et de type onde. Cette ressource photonique complexe réunit les approches DV et CV et promet, entre autres, de transférer l'information d'un codage à l'autre. Dans la perspective d'applications futures des états hybrides aux communications longue distance sur fibres optiques et aux réseaux quantiques, la thèse se concentre en particulier sur l'étude et la réalisation d'états hybrides avec codage en time-bin sur le qubit de type particule. En time-bin, l'information est codée sur deux temps de génération/détection des photons. Par rapport aux autres approches, ce type d'encodage est particulièrement bien adapté à toute application impliquant des liaisons par fibre optique, car il est particulièrement robuste aux pertes et à la dispersion de polarisation. Dans le même esprit, la thèse explore également des ressources originales s'appuyant sur l'optique intégrée comme technologie habilitante pour la mise en œuvre future, hors laboratoire, de technologies quantiques basées sur l'intrication hybride.

Mots clefs optique quantique, intrication hybride, information quantique, photonique intégrée, time-bin, états chats de Schrödinger

ABSTRACT

In quantum information sciences and technologies, light is an excellent candidate as information carrier due to the possibility of realizing optical qubits that can be transmitted through optical fibres, manipulated by means of linear optics and interfaced with matter. The wave-particle duality of light has led to two traditionally-separated encodings of information: a ‘discrete-variable’ (DV) approach, based for instance on single photons, and a ‘continuous-variable’ (CV) one, which relies on continuous degrees of freedom such as amplitude and phase of a light field. Both regimes present specific advantages and drawbacks. DV approach has led to many ground-breaking experiments and allows achieving teleportation with close-to-unity fidelity but it is in most of the cases probabilistic and affected by single photon detector limitations. Conversely, CV approach can benefit from unconditional operations and unambiguous state discrimination but they suffer from strong sensitivity to losses and intrinsically limited fidelities. In this context, very recently, hybridization between DV and CV tools and concepts has been foreseen as a key approach to gather the benefits from both regimes and to circumvent their individual limitations. This thesis enters into this emerging but potentially powerful endeavour. More specifically, it explores hybrid entanglement between particle-like and wave-like optical qubits. This complex photonic resource brings together both DV and CV approaches and holds, among other, the promise of transferring information from an encoding to the other. In the perspective of future applications of hybrid states to long distance communication over optical fibres and to quantum networking, the thesis focuses in particular on the study and realization of hybrid states with time-bin encoding on the particle-like qubit. In time-bin, information is encoded on two generation/detection times for photons. Compared to the other approaches, this kind of encoding is particularly well adapted to any applications involving optical fibre links, as it is particularly robust against losses and polarization dispersion. In the same spirit, the thesis investigates original resources relying on integrated optics as an enabling technology for future out-of-the-laboratory implementation of quantum technologies based on hybrid entanglement.

Keywords quantum optics, hybrid entanglement, integrated photonic, time-bin, Schrödinger Cat, Three wave mixing, heralded single-photon source, squeezed light

PUBLICATIONS

Une partie des travaux présentés dans cette thèse ont été publiés dans des journaux à comité de lecture. Les travaux présentés en [chapitre 4](#) de la [partie II](#) sont issus de l'article [1]. Le [chapitre 6](#) et le [chapitre 7](#) de la [partie III](#) présentent les résultats des articles [4] et [3] respectivement. Par ailleurs, un projet non présenté dans ce mémoire a été accepté par le journal *Physical Review A* au moment de l'impression de cette thèse [2]. Enfin, les résultats d'un autre projet auquel j'ai contribué par l'application du dispositif construit en [chapitre 5](#) de la [partie II](#), vont prochainement faire l'objet d'un article en cours de rédaction.

- [1] Élie GOUZIEN, Floriane BRUNEL, Sébastien TANZILLI et Virginia D'AURIA. « Scheme for the generation of hybrid entanglement between time-bin and wavelike encodings ». *Phys. Rev. A* 102 (1 juill. 2020), p. 012603. DOI : [10.1103/PhysRevA.102.012603](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.102.012603). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.102.012603> (cf. p. ix).
- [2] Mohamed F. MELALKIA, Léandre BRUNEL, Sébastien TANZILLI, Jean ETESE et Virginia D'AURIA. *A flexible theoretical framework to describe multimode photon-subtraction*. 2021. arXiv : [2108.02636](https://arxiv.org/abs/2108.02636) [quant-ph] (cf. p. ix).
- [3] F. MONDAIN, F. BRUNEL, X. HUA, E. GOUZIEN, A. ZAVATTA, T. LUNGI, F. DOUTRE, M. P. De MICHELI, S. TANZILLI et V. D'AURIA. « Photorefractive effect in LiNbO₃-based integrated-optical circuits for continuous variable experiments ». *Opt. Express* 28.16 (août 2020), p. 23176-23188. DOI : [10.1364/OE.399841](https://doi.org/10.1364/OE.399841). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-28-16-23176> (cf. p. ix).
- [4] Joel F. TASKER, Jonathan FRAZER, Giacomo FERRANTI, Euan J. ALLEN, Léandre F. BRUNEL, Sébastien TANZILLI, Virginia D'AURIA et Jonathan C. F. MATTHEWS. « Silicon photonics interfaced with integrated electronics for 9 GHz measurement of squeezed light ». *Nature Photonics* 15.1 (nov. 2020), p. 11-15. ISSN : 1749-4893. DOI : [10.1038/s41566-020-00715-5](https://doi.org/10.1038/s41566-020-00715-5). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-020-00715-5> (cf. p. ix).

TABLE DES MATIÈRES

Introduction : du laboratoire aux réseaux quantiques d'information

I Optique Quantique et Information

1	Codage de l'information sur les états quantiques	7
1.1	Des modes pour coder l'information	7
1.1.1	Décomposition d'un champ classique en modes	7
1.1.2	Écriture du champ quantique	9
1.1.3	Le qubit	13
1.2	Qualité de l'information - Matrice densité	14
1.3	Fonction de Wigner	16
1.3.1	États gaussien	18
1.3.2	États non gaussiens	21
1.4	Conclusion	24
2	Outils expérimentaux	25
2.1	Coupler les modes du champ - lame séparatrice	25
2.1.1	Transformation des états	26
2.1.2	Couplage avec l'environnement - Pertes	27
2.2	Interactions non linéaires	30
2.2.1	Écriture de l'interaction	31
2.2.2	Approche semi-classique de la génération paramétrique spontanée	32
2.2.3	Génération d'états de Fock	35
2.2.4	Quasi accord de phase	36
2.3	Mesure des états	37
2.3.1	Détecteurs de photons	38
2.3.2	Détection homodyne	39
2.4	Conclusion	41
3	Hybridation des méthodes de codage	43
3.1	Codage à variables discrètes (DV)	43
3.1.1	Absence/présence de photon	44
3.1.2	Polarisation	44
3.1.3	Time-Bin	44
3.2	Codage à variables continues (CV)	46
3.2.1	Codage sur les états cohérents	46
3.2.2	Préparation d'états chats de Schrödinger	46
3.2.3	Appeler un chaton un chaton	48
3.3	Variables hybrides	48
3.3.1	Description générale du protocole de génération	49
3.3.2	Exemples d'application des variables hybrides	50
3.4	Conclusion	51

II États hybrides adaptés aux réseaux d'information quantique

4	Protocole de génération	55
4.1	Description du protocole	56
4.1.1	États en entrée du protocole	57
4.1.2	Mélange de la partie discrète et continue	58
4.1.3	Annonce de l'état	59
4.2	Imperfections expérimentales	60
4.2.1	Annonce sur deux modes et détecteurs non parfaits	60
4.2.2	Imperfections de la source d'états discrets	62
4.2.3	Négativité de la transposée partielle	63
4.3	Application à la préparation d'états à distance	64
4.3.1	Pertes sur la partie continue	64
4.3.2	Pertes sur la partie discrète codée en time bin	66
4.3.3	Pertes sur la partie discrète codée en single rail	67
4.3.4	Pertes sur la partie discrète codée en polarisation	69
4.3.5	Fidélité avec un état chat impaire	73
4.4	Conclusion	76
5	Génération et détection d'états non gaussiens en régime impulsionnel fibré	77
5.1	Présentation générale de l'expérience	77
5.2	Mise en forme de l'horloge optique ultra rapide	80
5.2.1	Génération des impulsions par verrouillage harmonique de mode	80
5.2.2	Étude de la stabilité en phase des impulsions	82
5.2.3	Filtrage des supermodes	86
5.2.4	Division de la fréquence de répétition	94
5.3	Source des états quantiques	95
5.3.1	Choix des paramètres expérimentaux	95
5.3.2	Module d'amplification et génération de seconde harmonique	98
5.3.3	Conversion paramétrique spontanée	99
5.3.4	JSI - source monomode	101
5.4	Détection homodyne	103
5.4.1	Analyse spectrale	103
5.4.2	Rapport de réjection du mode commun	105
5.4.3	Efficacité globale de détection	106
5.4.4	Annonce de l'état	107
5.5	Conclusion	109

III Vers des systèmes plus compacts et intégrés

6	Détection homodyne intégrée à haute bande passante sur puce de silicium	113
6.1	Module de détection intégré	114
6.1.1	Bande passante de la détection	114
6.1.2	Présentation de la puce	115
6.1.3	Caractérisation de la bande passante	117
6.2	Mesure d'états comprimés	118
6.2.1	Modules de conversion	119
6.2.2	Montage de l'expérience	121
6.3	Conclusion	124

7	Génération et manipulation des variables continues sur puce de Niobate de Lithium	125
7.1	Fabrication des échantillons et banc de caractérisation	126
7.2	Cavités et photoréfraction	127
7.2.1	Cavités parasites	127
7.3	Manipulation et génération intégrée d'états en variables continues . . .	130
7.3.1	Lame séparatrice intégrée	131
7.3.2	Accord de phase de la SPDC	132
7.4	Conclusion	134

Conclusion

Appendices

A	États hybrides	141
A.1	Calcul de la projection de la partie discrète d'un état hybride	141
A.2	Fonction de Wigner de l'état projeté	142
A.3	Calcul des intégrales de dépolarisation	146
B	Stabilisation de la source laser	149
B.1	Mesure hétérodyne	149
B.2	Génération du signal d'erreur par méthode PDH	152
B.3	Code Arduino	154

	Bibliographie	157
--	---------------	-----

INTRODUCTION : DU LABORATOIRE AUX RÉSEAUX
QUANTIQUES D'INFORMATION

INTRODUCTION GÉNÉRALE

La communication est l'ensemble des interactions avec autrui qui transmet un message. Cet échange fait intervenir le concept d'information. Le mot information est issu du terme latin *informationem* qui signifie mettre en forme, façonner [35]. Une manière de façonner le message en information classique se base sur la théorie de Shannon [140] et utilise des bits d'information qui valent 0 ou 1. On parle alors de codage de l'information. Si nous nous amusons avec les mots, la communication désigne par ailleurs le passage d'un lieu à un autre. Dans ce mot réside la notion de transport de l'information pour laquelle la lumière est particulièrement adaptée. En effet, la lumière se propage rapidement et, aux longueurs d'onde infrarouges peut être guidée facilement au sein de fibres optiques. L'information est alors transportée sur un signal lumineux que l'on vient mesurer pour prendre connaissance du message. Cette manière de communiquer est à la base de la plupart de nos réseaux de télécommunication actuels.

Le concept d'information quantique comme l'a conçu Benjamin Schumacher en 1995 [137], est construit de manière analogue à la théorie de l'information de Shannon [140]. On utilise ici des qubits, des états du champ quantique, qui peuvent prendre comme valeur une superposition arbitraire d'états $|0\rangle$ et $|1\rangle$. L'information quantique a des propriétés que la théorie de l'information de Shannon n'a pas, et révèle des avantages par rapport à l'information classique. La nature à la fois granulaire et ondulatoire de la lumière a fait émerger ces dernières années deux méthodes fréquemment utilisées en information quantique pour construire les qubits et coder l'information quantique sur le champ lumineux [6]. Le régime des variables discrètes (DV) fait généralement référence à des états optiques faiblement excités, pour lesquels l'information est codée sur des observables à spectre discret telles que la polarisation ou le nombre de photons par exemple. Il est commun d'utiliser pour ce genre de codage un, ou un faible nombre de photons. Une seconde manière de coder l'information est de se placer dans le régime des variables continues (CV). L'information est ici codée en utilisant des observables ayant un spectre continu tel que l'amplitude, la phase ou les quadratures du champ quantique [3]. L'information codée en DV au sein des protocoles de télécommunications quantique est tolérante aux pertes, mais l'aspect probabiliste de la production des qubits discrets peut nuire au débit d'échange. D'un autre côté, le codage CV permet la génération déterministe et la discrimination des états sans ambiguïté [21] en revanche, les imperfections expérimentales nuisent extrêmement à la qualité de l'information. Les deux manières de coder l'information possèdent alors leurs avantages et leurs inconvénients pour le transport de l'information.

L'hybridation entre les techniques DV et CV a été identifiée comme une stratégie clé pour permettre l'échange d'information entre les utilisateurs CV et DV. En fonction de chaque situation, il est possible grâce à cet état de tirer parti alternativement des codages DV et CV [6]. Cette hybridation est permise par un lien d'intrication entre un état DV et un état CV. Les états hybrides sont encore au stade fondamental, et peu adaptables aux réseaux de télécommunication fibrés déjà établis pour la télécommunication classique.

Cette thèse aborde l'étude théorique et expérimentale de la génération de variables hybrides adaptables aux réseaux de télécommunication guidés pour des applications hors laboratoire et comment intégrer les états continus sur puces photoniques dans un souci de rendre les protocoles de télécommunication de plus en plus compacts.

En [partie I](#) nous introduisons les outils théoriques et expérimentaux que nous utilisons au cours du manuscrit. En particulier dans le [chapitre 1](#) nous présenterons la décomposition du champ classique et quantique utilisé pour coder l'information, les outils théoriques pour juger de la qualité des états quantique, et pour les représenter, et enfin les états quantiques usuels. En [chapitre 2](#), nous introduirons les outils expérimentaux permettant de manipuler, de créer et de détecter les états quantiques. Nous aborderons en fin de partie dans le [chapitre 3](#) les différentes manières de coder l'information DV et CV, et les états hybrides.

En [partie II](#) nous présenterons dans le [chapitre 4](#) le protocole de génération des états hybrides adaptés aux réseaux de télécommunication. Dans le [chapitre 5](#), nous présenterons le montage préliminaire pour la mise en place du protocole de génération des variables hybrides et sa caractérisation.

Un autre défi dans un cadre plus général pour l'information quantique et la mise en place de systèmes quantiques hors laboratoire concerne la réduction des plateformes. Pour cela, développement de puces photoniques permettant, la génération, la manipulation et la détection des états sur une échelle de quelques centimètres est un sujet d'étude en essore depuis ces dernières années. Les puces photoniques permettent de réaliser un certain nombre d'opérations en DV [129]. Le souci est d'étudier en [partie III](#), ce type de puce pour les appliquer au codage CV. Nous aborderons deux types de ces plateformes pour la construction de puces photoniques. D'un côté, la plateforme Silicium, pour laquelle nous allons voir dans le [chapitre 6](#) que la bande passante des détecteurs intégrés utilisés pour la CV atteint des valeurs records. D'un autre côté, la plateforme Niobate de Lithium, dans le [chapitre 7](#) pour laquelle nous allons étudier l'influence des hautes puissances de champ lumineux sur les performances des puces de Niobate de Lithium.

Première partie

OPTIQUE QUANTIQUE ET INFORMATION

CODAGE DE L'INFORMATION SUR LES ÉTATS QUANTIQUES

1.1	Des modes pour coder l'information	7
1.1.1	Décomposition d'un champ classique en modes	7
1.1.2	Écriture du champ quantique	9
1.1.3	Le qubit	13
1.2	Qualité de l'information - Matrice densité	14
1.3	Fonction de Wigner	16
1.3.1	États gaussien	18
1.3.2	États non gaussiens	21
1.4	Conclusion	24

1.1 DES MODES POUR CODER L'INFORMATION

1.1.1 Décomposition d'un champ classique en modes

La propagation d'un champ électromagnétique classique dans le vide est décrite par la solution de l'équation d'onde émergente des équations de Maxwell [92]

$$\Delta \vec{E}(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0, \quad (1.1)$$

avec Δ l'opérateur Laplacien et c la célérité du champ dans le vide. La solution de cette équation est une fonction oscillante pouvant être écrite sous sa forme complexe comme [54]

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}^+(\vec{r}, t) + \vec{E}^-(\vec{r}, t), \quad (1.2)$$

avec $\vec{E}^+(\vec{r}, t)$ complexe et son conjugué $\vec{E}^-(\vec{r}, t) = (\vec{E}^+(\vec{r}, t))^*$. Cette écriture permet de symétriser le problème et de restreindre la formulation de la solution au champ $\vec{E}^+(\vec{r}, t)$.

Modes du champ

La résolution de l'équation, en faisant l'hypothèse d'un espace borné à un volume V avec des conditions aux limites bien définies, permet de décomposer la solution dans une base hilbertienne $\{\vec{f}_l(\vec{r}, t)_{l \in \mathbb{N}}\}$. Les vecteurs de cette base sont des oscillateurs indépendants solutions de l'équation (1.1) appelé *modes* du champ [40] :

$$\vec{E}^+(\vec{r}, t) = \sum_l \epsilon_l \vec{f}_l(\vec{r}, t) e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}, \quad (1.3)$$

avec $e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ une onde plane porteuse de pulsation ω et vecteur d'onde \vec{k} .¹ La base des modes $\{\vec{f}_l(\vec{r}, t)_{l \in \mathbb{N}}\}$ est une base discrète et dénombrable dont les vecteurs sont des fonctions labellisées par l'indice entier l . Cet indice peut être multiple, informant sur la forme du mode $\vec{f}_l(\vec{r}, t)$, ou la polarisation du champ. Nous reviendrons sur ce point dans le [chapitre 3](#). Les modes sont des vecteurs normalisés et orthogonaux, et qui satisfont donc

$$\frac{1}{V} \int \vec{f}_l^*(\vec{r}, t) \vec{f}_{l'}(\vec{r}, t) d^3\vec{r} = \delta_{l,l'}, \quad (1.4)$$

avec $\delta_{m,l}$ le symbole de Kronecker. La quantité ε_l est l'amplitude complexe du mode l définissant entièrement un champ donné. En mécanique analytique le portrait de la dynamique d'un oscillateur du mode l est communément représenté dans l'espace des phases, un repère à deux dimensions dont les quadratures \vec{X}_l et \vec{P}_l sont les deux axes orthogonaux. Cet oscillateur peut être représenté par le vecteur

$$\vec{d}_l = \frac{\vec{X}_l + i\vec{P}_l}{\sqrt{2}}. \quad (1.5)$$

Le hamiltonien total du système est la somme des hamiltoniens H_l de chaque mode [54]

$$H = \sum_l H_l = \sum_l \frac{\omega}{2} (X_l^2 + P_l^2). \quad (1.6)$$

La description mathématique du champ électromagnétique tel que présentée sous-tend la plupart des infrastructures actuelles qui diffusent, reçoivent et relayent l'information (radio, antennes relais, réseau FTTH ...).

1.1.1.1 La base de Hermite Gauss - modes temporels et fréquentiel

Un choix de base des modes $\vec{f}_l(\vec{r}, t)$ commun est la base des polynômes de *Hermite Gauss*. Cette base peut être utilisée pour décomposer le champ en modes spatiaux [75] aussi bien que temporels [23]. L'utilisation de cette base est favorable pour décrire les trains d'onde localisés dans le temps générés par des lasers à impulsions. Ce paragraphe a pour but de présenter cette base pour décrire les modes temporels et fréquentiels d'un champ lumineux se propageant sur un seul axe z . La décomposition sur les quatre premiers modes temporels est tracée en [figure 1.1](#) suivant l'expression :

$$f_l(t) = \frac{1}{\sqrt{(2^{1+l}\pi)(l!)}} \mathcal{H}_l\left(\frac{t-t_0}{\sigma_t}\right) e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_t^2}}, \quad (1.7)$$

avec

$$\mathcal{H}_l(t) = (-1)^l e^{t^2} \frac{d^l}{dt^l} e^{-t^2} \quad (1.8)$$

les polynômes de Hermite. Le temps t_0 est le temps moyen et l'écart type $\sigma_t = \frac{\Delta t}{2 \ln(2)}$ est lié à la durée du mode Δt . Les modes fréquentiels du champ classique sont reliés aux

1. Il est à noter ici que pour simplifier l'équation (1.3), nous avons fait deux approximations. Premièrement, les pulsations des champs qui nous intéressent avoisinent la pulsation centrale $\omega = c|\vec{k}|$ (bande étroite), et deuxièmement, leurs vecteurs d'onde sont proches de la valeur moyenne \vec{k} (approximation paraxiale).

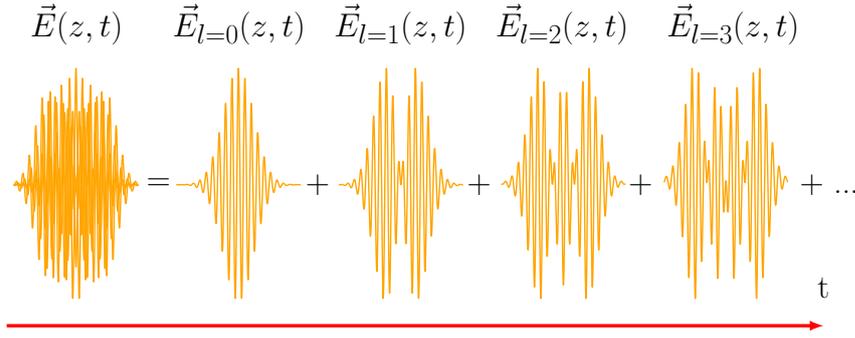


FIGURE 1.1 – Illustration de la décomposition d'un champ unidimensionnel spatial dans la base temporelle des modes de Hermite Gauss.

modes temporels par la transformée de Fourier prenant la même forme :

$$f_l(\omega) = \frac{1}{\sqrt{(2^{1+l}\pi)(l!)}} \mathcal{H}_l\left(\frac{\omega - \omega_0}{\sigma_\omega}\right) e^{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{2\sigma_\omega^2}}, \quad (1.9)$$

avec ω_0 la pulsation centrale, et $\sigma_\omega = \frac{\Delta\omega}{2\ln(2)}$ lié à la largeur spectrale du mode $\Delta\omega$.

1.1.2 Écriture du champ quantique

Au début du XX^e siècle, Albert Einstein et Max Planck proposèrent une description du champ lumineux comme une distribution statistique du nombre de *photons* incidents sur un détecteur. Au sein d'un mode l du champ, l'énergie de l'oscillateur est alors quantifiée en quanta d'énergie $\hbar\omega$. Le Hamiltonien de l'oscillateur harmonique quantique est de la même forme que celui de l'oscillateur harmonique classique en remplaçant les quantités classiques par les observables associées. Cette nouvelle description revoit la mesure du champ à l'aide d'un détecteur comme la mesure d'un évènement aléatoire tiré d'une loi de probabilité. Selon l'approche de Dirac, la lumière est décrite par un vecteur d'état $|\psi\rangle$ de l'espace de Hilbert \mathcal{H} . Lorsque $|\psi\rangle$ appartient à un espace de dimension N fini ou dénombrable, on parle de *variables discrètes*. Lorsque la dimension du vecteur est infinie non dénombrable, nous allons plutôt employer le terme de *variables continues*. Les transformations que subit l'état sont décrites par l'application d'*opérateurs*. Dans cette section, nous allons présenter les bases et les opérateurs communément utilisés dans le formalisme quantique pour décrire l'oscillateur harmonique quantique. Nous mettrons ainsi en évidence les deux approches *discrètes* et *continues* pour écrire le champ.

Le champ lumineux est décrit dans le formalisme quantique par un opérateur champ électrique formulé de la manière suivante :

$$\hat{E} = \hat{E}^+(\vec{r}, t) + \hat{E}^-(\vec{r}, t). \quad (1.10)$$

La matrice $\hat{E}^-(\vec{r}, t)$ étant l'hermitien conjugué de $\hat{E}^+(\vec{r}, t)$, que l'on peut écrire de manière analogue à l'équation (1.3), en faisant intervenir cette fois l'opérateur *annihilation* \hat{a}_l :

$$\hat{E}^+(\vec{r}, t) = \sum_l \epsilon_l \vec{f}_l(\vec{r}, t) \hat{a}_l e^{-i(\omega_l t - \vec{k}_l \cdot \vec{r})}, \quad (1.11)$$

avec $\epsilon_l = \sqrt{\frac{\hbar \omega_l}{2\epsilon_0 V}}$, l'amplitude d'un photon unique. L'opérateur *annihilation* \hat{a}_l et son hermitien conjugué l'opérateur *création*, \hat{a}_l^\dagger sont les opérateurs d'échelle qui suivent la règle de commutation suivante

$$[\hat{a}_l, \hat{a}_{l'}^\dagger] = \delta_{l,l'}. \quad (1.12)$$

l, l' étant l'indice du mode. Pour des facilités d'écriture, la description de l'oscillateur harmonique quantique est montrée au sein d'un seul mode du champ (*état monomode*). Les opérateurs d'échelle se comprennent comme le retrait ou l'ajout d'un photon dans le mode du champ. Le vecteur d'état le plus trivial est le vecteur vide $|0\rangle$ indiquant l'absence de photon dans le mode, le vecteur $|n\rangle$ contenant n photons est alors généré à partir du vide par une action itérative de l'opérateur \hat{a}^\dagger

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle. \quad (1.13)$$

L'action de l'opérateur *création* sur le vecteur $|n\rangle$ ajoute un photon au vecteur et s'exprime comme

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle, \quad (1.14)$$

et l'action de l'opérateur *annihilation* sur le vecteur $|n\rangle$ enlève un photon au vecteur

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle. \quad (1.15)$$

De la même manière qu'en sous-section 1.1.1, la réécriture de l'amplitude complexe fait émerger les opérateurs quadratures de l'état

$$\begin{aligned} \hat{a} &= \frac{\hat{X} + i\hat{P}}{\sqrt{2}} \\ \hat{a}^\dagger &= \frac{\hat{X} - i\hat{P}}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

Les opérateurs quadratures se réécrivent en fonction des opérateurs d'échelle de la manière suivante

$$\begin{aligned} \hat{X} &= \frac{\hat{a} + \hat{a}^\dagger}{\sqrt{2}} \\ \hat{P} &= \frac{\hat{a} - \hat{a}^\dagger}{i\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (1.17)$$

On peut montrer facilement que, à l'instar des opérateurs d'échelle, les opérateurs quadrature suivent la règle de commutation suivante

$$[\hat{X}_l, \hat{P}_{l'}] = i\delta_{l,l'} \quad (1.18)$$

avec l et l' les indices de deux modes du champ. Le Hamiltonien de l'oscillateur quantique s'écrit sous la même forme que celui de l'oscillateur classique donné par l'équation (1.6) en remplaçant les quadratures classiques X et P par les opérateurs quadratures \hat{X} et \hat{P} , sans problème de commutation.

$$\hat{H} = \frac{\hbar\omega}{2}(\hat{X}^2 + \hat{P}^2). \quad (1.19)$$

L'hamiltonien quantique du champ écrit sous cette forme fait apparaître la quantité d'énergie insécable $\hbar\omega$ d'un photon. Le même Hamiltonien peut être réécrit en faisant apparaître les opérateurs d'échelle à l'aide des équations (équation (1.17))

$$\hat{H} = \hbar\omega(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}). \quad (1.20)$$

La multiplication des opérateurs d'échelle forme l'opérateur *nombre de photons*

$$\hat{N} = \hat{a}^\dagger\hat{a}. \quad (1.21)$$

Observables et base de mesure

Par définition [54], une observable \hat{O} est associé à un opérateur hermitien ($\hat{O}^\dagger = \hat{O}$) traduisant la mesure d'une quantité physique sur l'état $|\psi\rangle$. Il est possible de trouver une décomposition de $|\psi\rangle$ en états propres de \hat{O} correspondant à l'ensemble des évènements mesurables avec leur probabilité associée.

Selon la nature de l'observable, la décomposition peut être discrète (description en variables discrètes), comme pour la *base de Fock* dans laquelle chaque élément du vecteur $|\psi\rangle$ représente un nombre de photons n peuplant le champ [54, 92]. L'observable associé à cette base est l'opérateur nombre de photons de l'équation (1.21) dont les vecteurs propres sont les vecteurs $|n\rangle$

$$\hat{N}|n\rangle = n|n\rangle, \quad (1.22)$$

avec n un entier valeur propre de \hat{N} résultat de la mesure du nombre de photons. Le vecteur d'état $|\psi\rangle$ s'écrit alors :

$$|\psi\rangle = \sum_n p_n |n\rangle. \quad (1.23)$$

Le vecteur $|\psi\rangle$ appartient à un espace dénombrable et représente un set de variables aléatoires discrètes. Le coefficient complexe $p_n = \langle n|\psi\rangle$ est l'*amplitude de probabilité* lié à la *probabilité* P_n de mesurer n photons tel que $P_n = |p_n|^2$. Les vecteurs de la base sont orthonormés :

$$\langle n|m\rangle = \delta_{n,m}, \quad (1.24)$$

faisant émerger la condition de normalisation sur les P_n pour que la probabilité de mesurer le vecteur $|\psi\rangle$ soit de 1 :

$$\sum_n P_n = 1. \quad (1.25)$$

La décomposition peut aussi bien être continue (description en variables continues) sur un ensemble d'états propres des observables quadratures \hat{X} et \hat{P} de l'amplitude complexe (description en variable continue). Les états propres

$$\hat{X} |x\rangle = x |x\rangle \quad \hat{P} |p\rangle = p |p\rangle, \quad (1.26)$$

sont reliés l'un à l'autre par transformation de Fourier

$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int dx e^{ixp} |x\rangle, \quad |x\rangle = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int dp e^{-ixp} |p\rangle. \quad (1.27)$$

La décomposition de l'état $|\psi\rangle$ sur les vecteurs propres $|x\rangle$ de l'observable \hat{X} de valeur propre x s'écrit alors

$$|\psi\rangle = \int dx \psi(x) |x\rangle. \quad (1.28)$$

L'amplitude de probabilité est la fonction d'onde $\psi(x)$ liée à la *densité de probabilité* $P(x) = |\psi(x)|^2$ de mesurer la quadrature x . De même, le vecteur $|\psi\rangle$ est normalisé

$$\int dx P(x) = 1, \quad (1.29)$$

et les vecteurs de la base sont orthonormés

$$\langle x|x'\rangle = \delta(x - x'). \quad (1.30)$$

La *valeur moyenne* d'une observable \hat{O} notée $\langle \hat{O} \rangle$ dans l'état $|\psi\rangle$ est définie comme la moyenne des résultats obtenus en effectuant un grand nombre N de mesures de cette observable sur des systèmes dans l'état $|\psi\rangle$. On peut montrer que la valeur moyenne s'écrit aussi comme $\langle \hat{O} \rangle = \langle \psi | \hat{O} | \psi \rangle$. Les propriétés énoncées sont récapitulées dans le

	Base discrète \hat{N}	Base continue \hat{X}
Décomposition	$ \psi\rangle = \sum_n p_n n\rangle$	$ \psi\rangle = \int dx \psi(x) x\rangle$
Vecteur normé	$\sum_n p_n ^2 = 1$	$\int dx \psi(x) ^2 = 1$
Base orthonormal	$\langle m n\rangle = \delta_{m,n}$	$\langle x x'\rangle = \delta(x - x')$
Base complète	$\sum_n n\rangle\langle n = \mathbb{1}$	$\int dx x\rangle\langle x = \mathbb{1}$
Valeur moyenne	$\langle \psi \hat{N} \psi \rangle = \sum_n P_n n$	$\langle \psi \hat{X} \psi \rangle = \int dx P(x) x$
Hamiltonien	$\hat{H} = \sum_m \hbar \omega_m (\hat{N}_m + \frac{1}{2})$	$\hat{H} = \sum_m \hbar \omega_m (\hat{X}_m^2 + \hat{P}_m^2)$

TABLE 1.1 – Décomposition d'un état $|\psi\rangle$ monomode dans une base discrète et continue.

tableau 1.1.

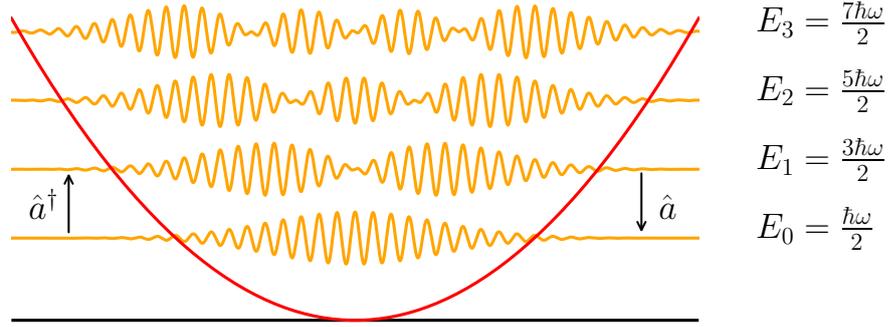


FIGURE 1.2 – Oscillateur harmonique quantique combinant les deux approches discrète et continue. Le potentiel est tracé en rouge.

On peut montrer que la distribution $\psi(x)$ d'un état de Fock $|n\rangle$ est un polynôme de Hermite Gauss $\mathcal{H}_n(x)$ [54]. Ainsi selon l'observable, la figure 1.2 illustre les deux représentations de l'ajout d'un photon dans un mode du champ dans la base de Fock comme le saut d'un niveau d'énergie E_n à E_{n+1} (déplacement vertical d'une courbe à une autre) ou bien comme un changement de forme de la densité de probabilité de la quadrature x .

1.1.3 Le qubit

Un système quantique peut être entièrement défini par le vecteur d'état, décomposé dans une base liée à une observable. Le codage de l'information quantique se fait sur un vecteur d'état $|\psi\rangle$ généralement à deux dimensions appelé qubit [137]. La base associée au qubit est composée des deux vecteurs $|0\rangle$ et $|1\rangle$ orthogonaux. Cette base de mesure peut être tournée permettant de placer le qubit en superposition d'état

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) |1\rangle + e^{i\varphi} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) |0\rangle, \quad (1.31)$$

avec $\theta \in [0, \pi]$ et $\varphi \in [0, 2\pi]$ l'orientation de la base. Le qubit est ainsi défini par ces deux angles et peut être représenté sur la sphère de Bloch présentée en figure 1.3.

État intriqué bipartite

Pour un système de deux qubits A et B de vecteur d'onde $|\psi\rangle_A \in \mathcal{H}_A$ ($|\psi\rangle_B \in \mathcal{H}_B$), ayant pour observable \hat{O}_A (\hat{O}_B), un état bipartite s'exprime comme le vecteur d'état $|\psi\rangle_{A,B} \in \mathcal{H}_A \otimes \mathcal{H}_B$. La dimension de l'espace dans lequel est décomposé le vecteur d'état $|\psi\rangle_{A,B}$ est la multiplication de la dimension deux espaces associés aux vecteurs $|\psi\rangle_A$ et $|\psi\rangle_B$. L'état $|\psi\rangle_{A,B}$ est dit *intriqué* s'il est non séparable, c'est-à-dire qu'il ne peut être écrit comme un produit tensoriel entre les deux états $|\psi\rangle_A$ et $|\psi\rangle_B$. Nous pouvons

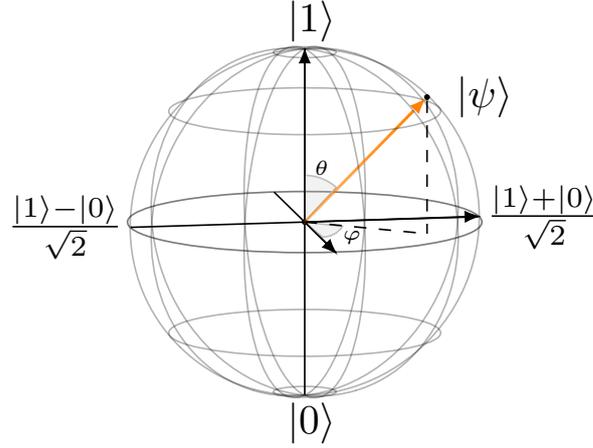


FIGURE 1.3 – La sphère de Bloch permet de représenter l'état d'un système à deux niveaux appelé qubit. Représentation d'un qubit (flèche orange) sur la sphère de Bloch.

citer comme exemple d'états intriqués entre le qubit $|\psi\rangle_A$ dans la base $\{|0\rangle_A, |1\rangle_A\}$ et le qubit $|\psi\rangle_B$ dans la base $\{|0\rangle_B, |1\rangle_B\}$ les quatre états de Bell

$$\begin{aligned}
 |\phi_+\rangle_{A,B} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |0\rangle_B + |1\rangle_A |1\rangle_B) \\
 |\phi_-\rangle_{A,B} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |0\rangle_B - |1\rangle_A |1\rangle_B) \\
 |\psi_+\rangle_{A,B} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |1\rangle_B + |1\rangle_A |0\rangle_B) \\
 |\psi_-\rangle_{A,B} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle_A |1\rangle_B - |1\rangle_A |0\rangle_B)
 \end{aligned} \tag{1.32}$$

où le produit tensoriel $|0\rangle_A \otimes |1\rangle_B$ est écrit $|0\rangle_A |1\rangle_B$ pour alléger les notations. Les états de Bell sont les états d'intrication bipartite maximale formant une base largement utilisée pour les codages denses en information quantique [117], pour la distribution de clef en cryptographie quantique [14, 38], et dans des protocoles de téléportation dans l'élaboration de relais en télécommunication quantique [128].

1.2 QUALITÉ DE L'INFORMATION - MATRICE DENSITÉ

Grâce à la propriété de superposition d'état, la quantité d'information gérée par un qubit est virtuellement plus grande que celle contenue dans un bit classique. Cette information n'est cependant accessible qu'en partie au moment de la mesure de celui-ci et est relative à la *cohérence* de l'état [136] non visible dans la simple écriture du vecteur d'état. L'outil le plus commode pour juger de la cohérence d'un état est le formalisme de la matrice densité. Ce formalisme permet aussi de discriminer un état quantique pur

d'un mélange statistique classique. La matrice densité d'un état pur $|\psi\rangle$ est un opérateur qui appartient au même espace que le vecteur d'état et s'écrit comme le produit matriciel

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|. \quad (1.33)$$

D'un autre côté, la matrice densité d'un état mixte (mélange statistique d'états purs) est la somme non cohérente de matrices densité d'états purs $\hat{\rho}_i$ pondérées par la probabilité q_i (avec $\sum_i q_i = 1$ et i un indice entier) de les mesurer

$$\hat{\rho} = \sum_i q_i \hat{\rho}_i. \quad (1.34)$$

Matrice hermitienne et positive

La matrice densité est hermitienne et positive. Cette propriété découle du fait que la matrice densité représente un état mesurable et physique.

$$\hat{\rho}^\dagger = \hat{\rho}. \quad (1.35)$$

La matrice densité étant hermitienne, il est possible de la diagonaliser dans une base de vecteurs propres. Les valeurs propres de la matrice densité correspondent à la probabilité classique de mesurer l'état dans le vecteur propre associé

$$\hat{\rho} \geq 0, \quad (1.36)$$

ce qui implique que toutes les valeurs propres de la matrice densité sont positives.

Décrit une loi de masse unitaire

Si le vecteur d'état est normalisé, il en va de même pour la matrice densité. Cela se traduit par la trace de $\hat{\rho}$ égale à 1.

$$\text{Tr}[\hat{\rho}] = 1 \quad (1.37)$$

Résultat d'une mesure

Il est possible de diagonaliser la matrice d'état $\hat{\rho}$ sur une base de vecteurs propres liée à une observable. Les valeurs propres $\lambda_{k \in \mathbb{N}}$ sont les résultats possibles de la mesure et sont extraites par la *projection* du vecteur $|\psi\rangle$ sur le vecteur propre $|\psi_k\rangle$ associé. L'opérateur observable regroupe l'ensemble des projecteurs $\hat{O}_k = |\psi_k\rangle\langle\psi_k|$ correspondant aux différentes mesures possibles

$$\hat{O} = \sum_k \lambda_k \hat{O}_k. \quad (1.38)$$

La valeur moyenne de \hat{O} est donnée par

$$\langle\hat{O}\rangle = \text{Tr}[\hat{O}\hat{\rho}]. \quad (1.39)$$

Pureté

Dans le cas pur, la matrice densité est un projecteur. Elle vérifie alors

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}, \quad (1.40)$$

ce qui n'est pas le cas pour un état non pur. Cette propriété nous permet d'établir une mesure quantitative de la pureté d'un état. La pureté définie comme

$$\mathcal{P} = \text{Tr}[\hat{\rho}^2], \quad (1.41)$$

varie entre 1 pour un état tout à fait pur, et $\frac{1}{2}$ pour un état totalement mixte.

Fidélité

Une autre manière de qualifier l'état est de le comparer avec un état ciblé. Dans le cas où l'état est pur, cette comparaison se fait via une intégrale de recouvrement effectuée par le produit scalaire entre l'état étudié $|\psi\rangle$ de matrice densité $\hat{\rho}$ et un état cible $|\psi_{ideal}\rangle$ de matrice densité $\hat{\rho}_{ideal}$

$$\mathcal{F} = |\langle \psi_{ideal} | \psi \rangle|^2 \in [0, 1], \quad (1.42)$$

avec $\mathcal{F} = 1$ la fidélité maximale, et $\mathcal{F} = 0$ pour un état complètement orthogonal à l'état cible. Dans le cas général, on peut montrer que la fidélité peut s'écrire comme [68]

$$\mathcal{F} = \text{Tr} \left[\sqrt{\sqrt{\hat{\rho}_{ideal}} \hat{\rho} \sqrt{\hat{\rho}_{ideal}}} \right]^2. \quad (1.43)$$

Dans le cas où l'état $\hat{\rho}_{ideal}$ est pur, la fidélité s'écrit alors comme :

$$\mathcal{F} = \text{Tr}(\hat{\rho}_{ideal} \hat{\rho}). \quad (1.44)$$

1.3 FONCTION DE WIGNER

Nous avons évoqué la représentation des quadratures X et P dans l'espace des phases lors de la description des oscillateurs classiques (sous-section 1.1.1). L'espace des phases est réutilisé pour l'oscillateur quantique avec la fonction de Wigner $\mathcal{W}(x, p)$. Cette fonction de distribution est plus subtile qu'en mécanique classique. Premièrement, étant donné que le commutateur entre deux quadratures orthogonales dans le même mode est non nul comme l'indique l'équation (1.18), les variances $\Delta\hat{X}$ et $\Delta\hat{P}$ de l'amplitude de probabilité de l'état suivent la relation d'incertitude de Heisenberg [92]

$$\Delta\hat{X}\Delta\hat{P} \geq \frac{1}{2}. \quad (1.45)$$

Cette inégalité empêche l'observation simultanée et précise des quadratures \hat{X} et \hat{P} . Deuxièmement, la fonction de Wigner peut présenter des valeurs négatives ce qui n'est pas possible pour une distribution de probabilité classique. En somme, la fonction de Wigner ressemble à une distribution bi-dimensionnelle de probabilité classique, mais ne se comporte pas tout à fait comme telle révélant ainsi le caractère quantique de l'état. Ainsi, cette fonction est parfois qualifiée de distribution de *quasiprobabilité* [86]. La fonction de Wigner contient la totalité des informations sur l'état et permet de remonter à n'importe quel élément de la matrice densité. Le rapprochement direct de la fonction de Wigner avec la matrice densité est donné par [86]

$$\mathcal{W}(x, p) = \frac{1}{\pi} \int d\lambda e^{-ip\lambda} \left\langle x + \frac{\lambda}{2} \left| \hat{\rho} \right| x - \frac{\lambda}{2} \right\rangle. \quad (1.46)$$

La matrice densité $\hat{\rho}$ et la fonction de Wigner $\mathcal{W}(x, p)$ sont des outils équivalents pour décrire un état $|\psi\rangle$. Le choix d'une représentation ou d'une autre dépend de l'observable et de la base choisie pour décrire le vecteur d'état. La matrice densité $\hat{\rho}$ est couramment utilisée pour une description du champ en variables discrètes, tandis que la fonction de Wigner $\mathcal{W}(x, p)$ convient mieux à une description du champ en variables continues.

Distribution marginale

Tout comme la matrice densité et le vecteur d'état, la fonction $\mathcal{W}(x, p)$ est normalisée :

$$\int dx dp \mathcal{W}(x, p) = \text{Tr}[\hat{\rho}] = 1. \quad (1.47)$$

On obtient la distribution de probabilité sur x (la distribution marginale $P(x)$) en intégrant la fonction de Wigner selon p

$$P(x) = |\psi(x)|^2 = \langle x | \hat{\rho} | x \rangle = \int dp \mathcal{W}(x, p). \quad (1.48)$$

La généralisation de la distribution marginale selon n'importe quelles quadratures x_θ et p_θ orthogonales avec

$$\begin{aligned} x_\theta &= x \cos(\theta) + p \sin(\theta) \\ p_\theta &= -x \sin(\theta) + p \cos(\theta), \end{aligned} \quad (1.49)$$

s'écrit de même :

$$P(x_\theta) = \int dp_\theta \mathcal{W}(x_\theta, p_\theta). \quad (1.50)$$

Fonction bornée

La fonction de Wigner est bornée et peut admettre des valeurs négatives [86]

$$-\frac{1}{\pi} \leq \mathcal{W}(x, p) \leq \frac{1}{\pi}. \quad (1.51)$$

Il arrive que la fonction de Wigner soit en effet non positive. En réalité, selon le théorème de Hudson-Piquet les seuls états purs ayant une fonction de Wigner positive sont les *états gaussiens* dont la fonction d'onde est une fonction gaussienne [63, 86]. D'un autre côté, les états purs présentant au moins une valeur négative sont dits *états non gaussiens*. Ces deux conditions énoncées sont nécessaires et suffisantes. La représentation de l'état avec la fonction de Wigner a pour avantage de mettre en exergue la nature quantique des états et la présence de valeurs négatives peut être considérée comme un critère pour discriminer les états non-classiques du champ [72, 95].

Nous allons maintenant définir les états gaussiens et non gaussiens utilisés dans ce manuscrit et énoncer certaines de leurs propriétés. Nous allons de même représenter leur fonction de Wigner dans l'espace des phases.

1.3.1 États gaussien

Dans ce manuscrit, nous sommes amenés à manipuler deux types d'états gaussiens, à savoir, les *états cohérents*, et les *états comprimés*.

États cohérents

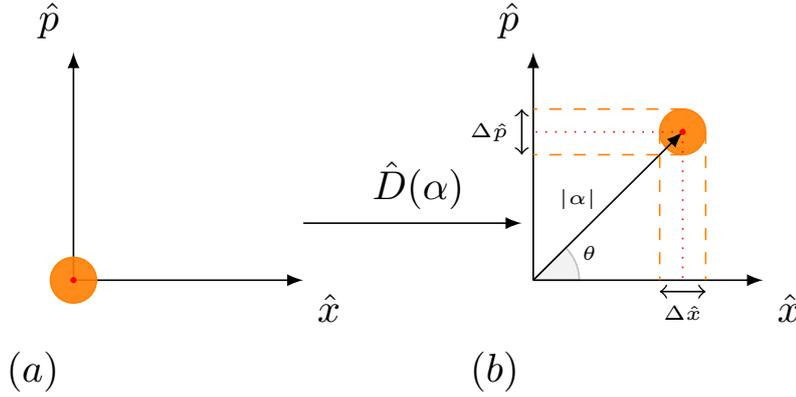


FIGURE 1.4 – Représentation de l'oscillateur harmonique monomode classique (point rouge) et quantique (cercle orange) dans l'espace des phases. Pour l'état vide $|0\rangle$ (figure (a)) comme pour l'état cohérent $|\alpha\rangle$, (figure (b)). Le résultat de la mesure des quadratures de l'oscillateur quantique est un tirage probabiliste qui vérifie la relation d'incertitude entre les observables \hat{X} et \hat{P} .

Par définition, l'état cohérent $|\alpha\rangle$ est un vecteur propre de l'opérateur \hat{a} de valeur propre α complexe. Cet état est entre autre utilisé pour décrire les lasers [49] et son comportement se rapproche de celui d'un oscillateur harmonique classique. Celui-ci est soumis à la relation d'incertitude (équation (1.45)), comme l'illustre la figure 1.4 représentant les états cohérents (cercle orange) dans l'espace des phases, à la différence de l'oscillateur harmonique classique (point rouge) dont les quadratures peuvent être mesurées toutes deux précisément. Un état cohérent peut être construit à partir du vide $|0\rangle$ l'état cohérent d'amplitude $\alpha = 0$, par l'application de l'opérateur déplacement :

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) |0\rangle, \quad (1.52)$$

avec

$$\hat{D}(\alpha) = e^{i(\alpha\hat{a}^\dagger - \alpha^*\hat{a})}. \quad (1.53)$$

L'effet de l'opérateur $\hat{D}(\alpha)$ sur l'espace des phases est une translation du vide dans le plan complexe de α . Les valeurs moyennes des opérateurs quadratures d'un état cohérent monomode sont exprimées à partir de la partie réelle et la partie imaginaire de l'amplitude $\alpha = |\alpha|e^{i\phi} = \alpha' + i\alpha''$:

$$\langle \hat{X} | \hat{X} \rangle = \langle \alpha | \hat{X} | \alpha \rangle = \sqrt{2}\alpha' \quad (1.54)$$

et

$$\langle \hat{P} | \hat{P} \rangle = \langle \alpha | \hat{P} | \alpha \rangle = \sqrt{2}\alpha'', \quad (1.55)$$

avec $\alpha' = |\alpha| \cos \phi$ et $\alpha'' = |\alpha| \sin \phi$. En représentation continue, la densité de probabilité

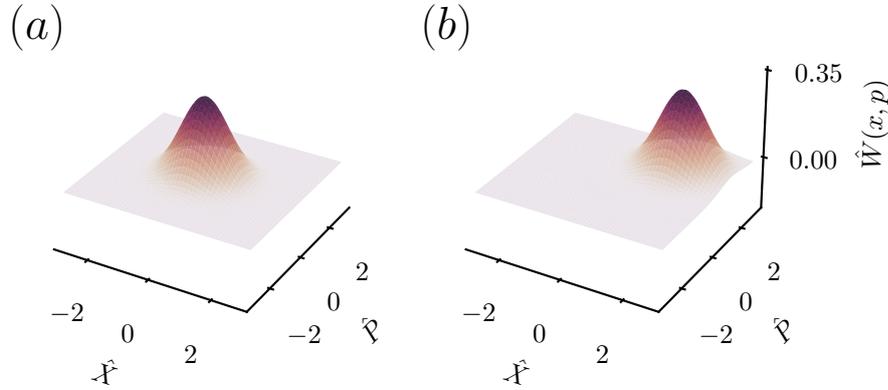


FIGURE 1.5 – Représentation de la fonction de Wigner des états cohérents monomodes $|0\rangle$ ($\alpha = 0$) en figure (a) et $|\alpha\rangle$ ($\alpha = \sqrt{2}(1+i)$) en figure (b).

de mesurer la quadrature x de l'état cohérent suit une distribution gaussienne :

$$|\psi(x)|^2 = \sqrt{\frac{1}{\pi}} e^{-(x-\sqrt{2}\alpha')^2}. \quad (1.56)$$

Le module au carré de la transformée de Fourier de $\psi(x)$ nous donne la densité de probabilité de mesurer la quadrature p :

$$|\psi(p)|^2 = \sqrt{\frac{1}{\pi}} e^{-(p-\sqrt{2}\alpha'')^2}. \quad (1.57)$$

Les fonctions de Wigner d'un état cohérent monomode d'amplitude α suivent une distribution gaussienne à deux dimensions comme tracées sur la figure 1.5 selon

$$\hat{W}_\alpha(x, p) = \frac{1}{\pi} e^{-(x-\sqrt{2}\alpha')^2 - (p-\sqrt{2}\alpha'')^2}. \quad (1.58)$$

Dans la base de Fock, la statistique associée à cet état suit une distribution de Poisson :

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_n \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (1.59)$$

État cohérent comprimé

Un autre type d'état gaussien est l'état cohérent comprimé illustré dans la figure 1.6. A la différence des états cohérents montrant une fluctuation isotrope des quadratures autour de leur valeur moyenne, les états comprimés présentent une compression de la variance de la distribution d'une quadrature et un élargissement de la variance pour la quadrature orthogonale. Nous pouvons de même construire un état comprimé en

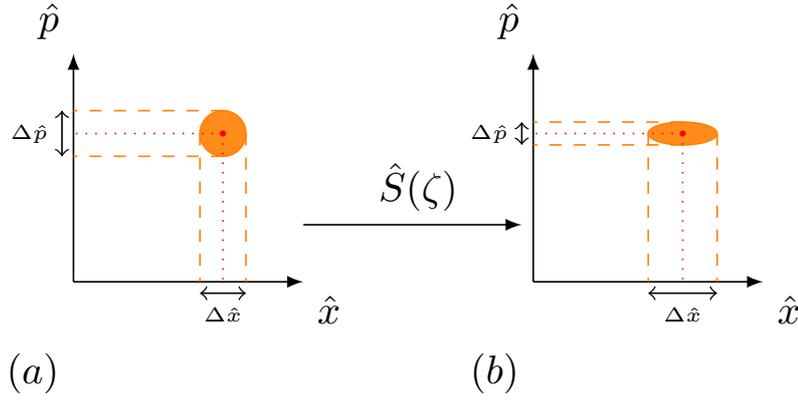


FIGURE 1.6 – Représentation de l'oscillateur harmonique monomode classique (point rouge) et quantique (région orange) dans l'espace des phases. La figure (a) représente un état cohérent d'amplitude arbitraire. La figure (b) représente l'état après l'application de l'opérateur de compression $\hat{S}(\zeta)$. La relation d'incertitude sur la variance des observables \hat{X} et \hat{P} est conservée et la variance sur la quadrature \hat{P} est réduite tandis que la variance sur la quadrature \hat{X} est dilatée.

l'appliquant l'opérateur suivant à un état cohérent

$$\hat{S}(\zeta) = e^{\frac{\zeta}{2}(\hat{a}^2 - \hat{a}^{\dagger 2})}, \quad (1.60)$$

avec $\zeta \in \mathbb{R}$ le *paramètre de compression*². Les quadratures d'un état de vide après l'application de l'opérateur de compression s'expriment :

$$\Delta \hat{X}_\zeta = \frac{1}{2}e^{-\zeta} \quad \text{et} \quad \Delta \hat{P}_\zeta = \frac{1}{2}e^\zeta, \quad (1.61)$$

on parle ici de *vide comprimé*. L'opérateur $\hat{S}(\zeta)$ peut être mis en œuvre par une opération non linéaire dont les détails expérimentaux sont décrits dans le [chapitre 2](#). La densité de probabilité d'un état de vide comprimé sur la quadrature x s'écrit

$$|\psi(x)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi e^{2\zeta}}} e^{-x^2 e^{-2\zeta}}. \quad (1.62)$$

La densité de probabilité le long de la quadrature dilatée s'écrit alors

$$|\psi(p)|^2 = \frac{1}{\sqrt{\pi e^{-2\zeta}}} e^{-p^2 e^{2\zeta}}. \quad (1.63)$$

La [figure 1.7](#) illustre la fonction de Wigner d'un état de vide comprimé monomode donné par la formule

$$\hat{\mathcal{W}}_\zeta(x, p) = \frac{1}{\pi} e^{-x^2 e^{-2\zeta}} e^{-p^2 e^{2\zeta}}, \quad (1.64)$$

2. Dans ce manuscrit, nous avons choisi un paramètre de compression réel. Il est à noter que de manière plus générale, ζ peut être complexe et l'opérateur de compression s'écrit alors $\hat{S}(\zeta) = e^{\frac{\zeta}{2} \hat{a}^2 - \frac{\zeta}{2} \hat{a}^{\dagger 2}}$.

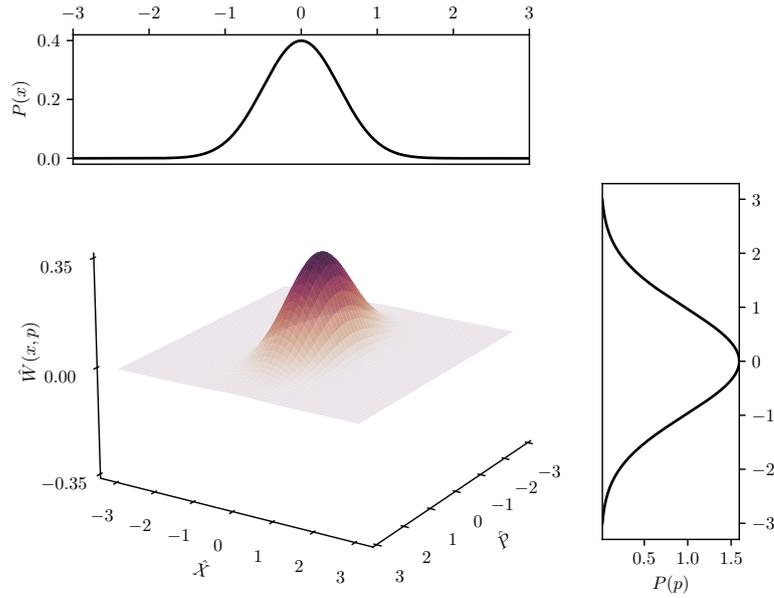


FIGURE 1.7 – Fonction de Wigner du vide comprimé de 3 dB sur la quadrature x dans l'espace des phases. Les distributions marginales représentant les densités de probabilité $P(x)$ et $P(p)$ des quadratures x et p sont représentées sur les côtés.

ainsi que les distributions marginales données par les formules (1.62) et (1.63). On constate que la variance des quadratures \hat{X} et \hat{P} sont liées. En effet, lorsque la variance de la quadrature \hat{X} est comprimée, la variance de la quadrature \hat{P} augmente. Pour indiquer la compression d'un état comprimé, on utilise plus communément le *taux de compression* [108]

$$s = \frac{\Delta^2 \hat{X}_\zeta}{\Delta^2 \hat{X}_0} = e^{-2\zeta}. \quad (1.65)$$

Ce paramètre est le rapport au carré entre la variance de vide $\Delta \hat{X}_0$ et la variance la plus réduite de l'état $\Delta \hat{X}_\zeta$ et s'exprime communément en dB

$$s_{dB} = -10 \log_{10}(s) = \frac{20}{\ln(10)} \zeta. \quad (1.66)$$

1.3.2 États non gaussiens

Nous allons dans un deuxième temps présenter deux états non gaussiens dont la fonction de Wigner admet des valeurs négatives.

États de Fock

La fonction de Wigner d'un état de Fock à n photons est

$$\hat{\mathcal{W}}_n(x, p) = \frac{(-1)^n}{\pi} e^{-(x^2+p^2)} \mathcal{L}_n(2(x^2+p^2)) \quad (1.67)$$

avec \mathcal{L}_n le polynôme de Laguerre d'ordre n . Cette fonction de Wigner possède une symétrie circulaire traduisant l'invariance de phase des états de Fock. De plus, tous les

états de Fock, hormis l'état de vide $|0\rangle$, sont non gaussiens et admettent des valeurs négatives. La valeur maximale ou minimale de la fonction de Wigner est atteinte au point $\hat{\mathcal{W}}_n(0,0)$ dont le signe dépend de la parité de l'état

$$\hat{\mathcal{W}}_n(0,0) = \frac{(-1)^n}{\pi}. \quad (1.68)$$

La fonction de Wigner d'un état de Fock à un photon

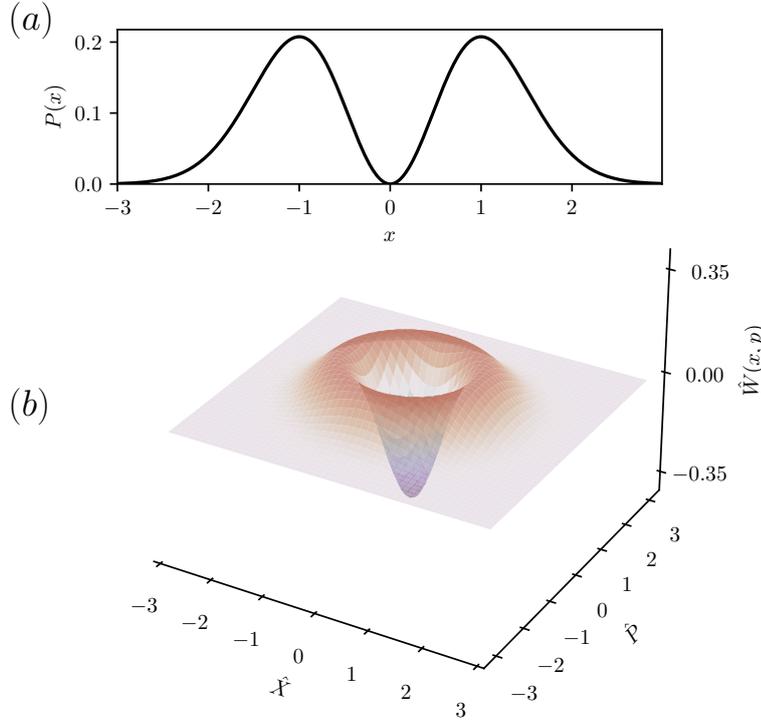


FIGURE 1.8 – a) Distribution marginale $P(x)$ de la quadrature x d'un état de Fock monomode contenant un seul photon. b) Fonction de Wigner de l'état.

$$\hat{\mathcal{W}}_1(x,p) = -\frac{1}{\pi}(1 - 2(x^2 + p^2))e^{-(x^2+p^2)}, \quad (1.69)$$

représenté en figure 1.8 (b) atteint une valeur minimum de $-\frac{1}{\pi}$. La figure 1.8 (a) représentant la distribution marginale de la quadrature x , montre une probabilité nulle de tirer une quadrature aux alentours de 0.

États chats

Les *états chats* font référence à l'expérience de pensée d'Erwin Schrödinger qui souligne le caractère étrange de la mécanique quantique transposée à l'échelle d'un chat. L'idée est d'appliquer le principe de superposition, à deux états "classiques" orthogonaux comme la vie et la mort d'un chat. En optique, un état chat est une superposition entre deux états cohérents de phase opposée

$$|\text{chat}_\theta\rangle = \frac{|\alpha\rangle + e^{i\theta} |-\alpha\rangle}{\mathcal{N}_\theta} \quad (1.70)$$

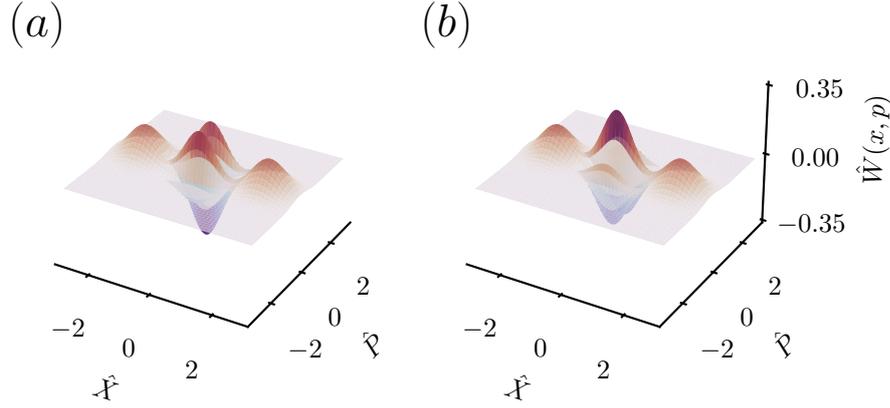


FIGURE 1.9 – Fonction de Wigner d’un chaton impair (a) et pair (b) dans l’espace des phases. L’amplitude des états cohérents est de 2.

Avec le coefficient $\mathcal{N}_\theta = \sqrt{2(1 + \cos(\theta)e^{-2|\alpha|^2})}$ la norme de l’état. Le facteur $e^{-2|\alpha|^2}$ est d’autant plus négligeable lorsque l’amplitude α de l’état cohérent est grande. Notons que l’analogie de l’état $|\text{chat}_\pm\rangle$ avec l’expérience de pensée est limitée, car le chat présenté par Schrödinger est en réalité intriqué avec une particule quantique. Or l’état $|\text{chat}_\pm\rangle$ tel qu’écrit dans la formule (1.70) n’est pas intriqué. Une autre appellation moins équivoque pour ces états est la *superposition d’états cohérents*. Dans la base de Fock, les états *chats pairs* $|\text{chat}_+\rangle = |\text{chat}_{\theta=0}\rangle$ ont une probabilité nulle de tirer un nombre impair de photons :

$$|\text{chat}_+\rangle = \frac{|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle}{\sqrt{2(1 + e^{-2|\alpha|^2})}} = \frac{\sqrt{2}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}}{\sqrt{1 + e^{-2|\alpha|^2}}} \sum_n \frac{\alpha^{2n}}{\sqrt{2n!}} |2n\rangle. \quad (1.71)$$

D’un autre côté, les *chats impairs* $|\text{chat}_-\rangle = |\text{chat}_{\theta=\pi}\rangle$ sont constitués des vecteurs de la base de Fock ayant un nombre de photons impair :

$$|\text{chat}_-\rangle = \frac{|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle}{\sqrt{2(1 - e^{-2|\alpha|^2})}} = \frac{\sqrt{2}e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}}}{\sqrt{1 - e^{-2|\alpha|^2}}} \sum_n \frac{\alpha^{2n+1}}{\sqrt{(2n+1)!}} |2n+1\rangle. \quad (1.72)$$

Ces deux cas particuliers dont la fonction de Wigner est représentée en figure 1.9 sont suffisants pour l’ensemble des applications décrites dans ce manuscrit. La fonction de Wigner des états chats pairs et impairs est

$$\hat{\mathcal{W}}_{\text{chat}_\pm}(x, p) = \frac{2}{\mathcal{N}_\pm^2} \left(\frac{1}{2} \hat{\mathcal{W}}_\alpha(x, p) + \frac{1}{2} \hat{\mathcal{W}}_{-\alpha}(x, p) \pm \hat{\mathcal{W}}_0(x, p) \cos(4\alpha p) \right). \quad (1.73)$$

La fonction écrite sous cette forme montre la présence des deux états cohérents $\hat{\mathcal{W}}_\alpha(x, p)$ et $\hat{\mathcal{W}}_{-\alpha}(x, p)$, et entre ceux-ci, le terme $\hat{\mathcal{W}}_0(x, p) \cos(4\alpha p)$ à l’origine des oscillations entre les lobes signatures de la nature quantique de l’état. A titre de comparaison, ces oscillations sont absentes pour la fonction de Wigner d’un mélange parfaitement mixte d’états cohérents de même amplitude

$$\hat{\mathcal{W}}_{\text{mixte}}(x, p) = \frac{1}{2} \left(\hat{\mathcal{W}}_\alpha(x, p) + \hat{\mathcal{W}}_{-\alpha}(x, p) \right) \quad (1.74)$$

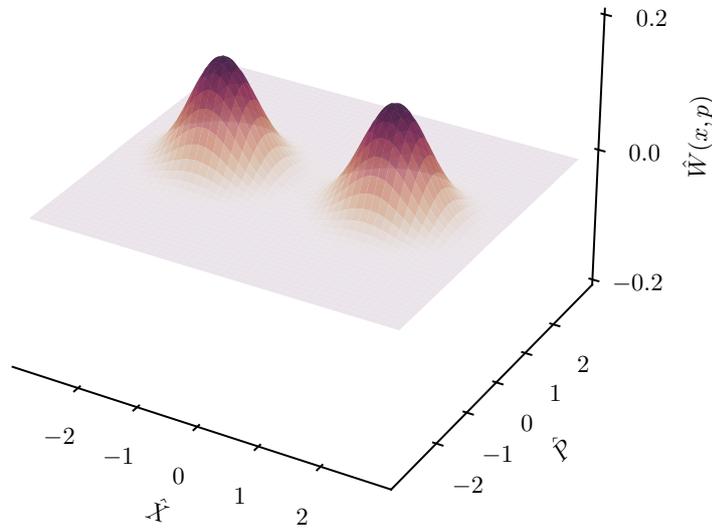


FIGURE 1.10 – État mixte de deux états cohérents d’amplitudes égales à $\alpha = 2$ et $\beta = -2$.

illustré en [figure 1.10](#).

1.4 CONCLUSION

Nous avons introduit dans ce premier chapitre l’approche discrète et continue pour décrire le champ classique et quantique. Nous avons de même montré que ces deux approches décrivent de manière différente le même hamiltonien. Une façon commode de transporter l’information via le champ quantique est d’utiliser le qubit, un vecteur d’état de dimension deux communément représenté sur la sphère de Bloch. La particularité des qubits par rapport aux bits classiques, est que celui-ci peut être placé en superposition d’état et être intriqué avec un autre qubit. Nous avons introduit les deux formalismes liés de la matrice densité et de la fonction de Wigner contenant toute l’information sur les états. Ces deux formalismes sont appropriés pour étudier les états dont la pureté peut être altérée. Nous sommes plus enclins à utiliser la fonction de Wigner lorsque l’espace de Hilbert associé à l’état est infini tandis que la matrice densité est souvent utilisée pour un espace de Hilbert de dimension finie. Nous avons finalement utilisé la fonction de Wigner afin d’introduire les états utilisés dans ce manuscrit.

OUTILS EXPÉRIMENTAUX

2.1	Coupler les modes du champ - lame séparatrice	25
2.1.1	Transformation des états	26
2.1.2	Couplage avec l'environnement - Pertes	27
2.2	Interactions non linéaires	30
2.2.1	Écriture de l'interaction	31
2.2.2	Approche semi-classique de la génération paramétrique spontanée	32
2.2.3	Génération d'états de Fock	35
2.2.4	Quasi accord de phase	36
2.3	Mesure des états	37
2.3.1	Détecteurs de photons	38
2.3.2	Détection homodyne	39
2.4	Conclusion	41

Ce chapitre est dédié à l'introduction des outils expérimentaux, que nous utilisons dans ce manuscrit pour la manipulation, la génération et la détection des états quantiques introduits dans le chapitre précédent.

2.1 COUPLER LES MODES DU CHAMP - LAME SÉPARATRICE

Nous introduisons dans un premier temps un outil fréquemment utilisé pour manipuler les états quantiques à savoir la *lame séparatrice*. Lorsque le champ passe à travers une lame séparatrice, il subit une opération linéaire. Deux réalisations possibles de lame séparatrice sont montrées en [figure 2.1](#). En [figure 2.1 \(a\)](#) deux modes 1 et 2 se rencontrent au travers d'une lame semi-réfléchissante. Les modes d'entrée sont mélangés et se propagent désormais dans les modes 3 et 4 à la sortie de la lame. La [figure 2.1 \(b\)](#) présente la même opération en optique guidée. Le guide du haut (1) est construit très proche du guide (2) sur une certaine longueur de sorte que les modes soient mélangés par couplage évanescent. La matrice \hat{U} peut s'écrire en représentation de Heisenberg comme :

$$\hat{U} = \begin{pmatrix} t & -r \\ r & t \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

avec t l'amplitude de transmission et r l'amplitude de réflexion du milieu ¹ choisi comme étant réels et $|t|^2 + |r|^2 = 1$. Une écriture alternative de l'action de la lame séparatrice sur les modes peut être la suivante

$$\hat{U} = e^{\theta(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger)}, \quad (2.2)$$

1. La transmission et la réflexion en énergie est la norme au carré des coefficients t et r .

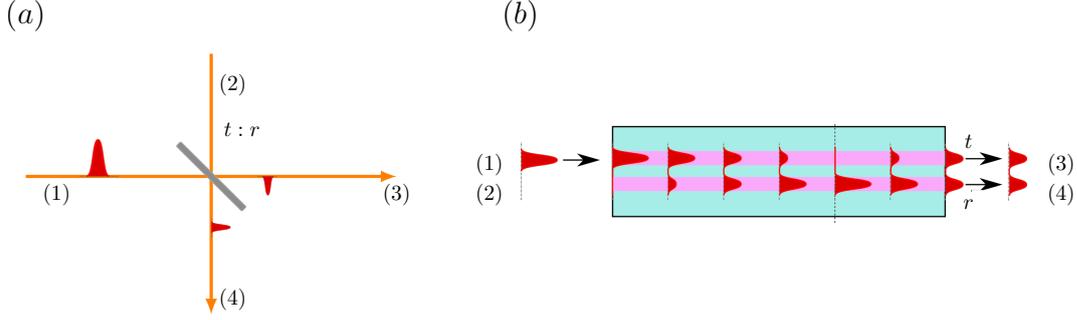


FIGURE 2.1 – Deux réalisations possibles d’une lame séparatrice. (a) Deux modes (1) et (2) se propageant dans le vide rencontrent une lame semi-réfléchissante. (b) Les deux modes (1) et (2) sont deux guides monomodes proches sur une certaine longueur. Le champ se propageant dans le mode (1) peuple le mode (2) par couplage évanescent et la longueur pour laquelle les guides sont proches détermine les amplitudes de réflexion et transmission r et t .

avec ici $t = \cos \theta$ et $r = \sin \theta$.

2.1.1 Transformation des états

Nous utilisons la lame séparatrice dans ce manuscrit pour manipuler les états présentés dans le chapitre précédent et nous explicitons ici l’effet de la lame sur l’état de Fock à un photon et l’état cohérent.

Photon unique

Considérons un photon unique dans le mode (1) et un état de vide dans le mode (2). L’état initial est alors $|\psi\rangle_{in} = |1\rangle_1 |0\rangle_2 = \hat{a}_1^\dagger |0\rangle_1 |0\rangle_2$. L’effet de la lame sur les opérateurs d’échelle s’écrit :

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & -r \\ r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \hat{a}_3 \\ \hat{a}_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t & r \\ -r & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_1 \\ \hat{a}_2 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Les opérateurs bosoniques de sortie se réécrivent alors :

$$\begin{aligned} \hat{a}_3 &= t\hat{a}_1 + r\hat{a}_2 \\ \hat{a}_4 &= -r\hat{a}_1 + t\hat{a}_2, \end{aligned} \quad (2.4)$$

Et l’état en sortie de la lame s’écrit alors :

$$|\psi\rangle_{out} = t |1\rangle_3 |0\rangle_4 + r |0\rangle_3 |1\rangle_4. \quad (2.5)$$

Remarquons que l’état en sortie de la lame est non séparable [73].

États cohérents



Supposons maintenant que le mode (1) contienne un état cohérent $|\alpha\rangle$ d'amplitude α et le mode (2) un autre état cohérent $|\beta\rangle$ d'amplitude β . L'état en entrée s'écrit $|\psi\rangle_{in} = \hat{D}_2(\beta)\hat{D}_1(\alpha)|0\rangle_1|0\rangle_2$ et en se souvenant de la définition (1.53) et (2.4) sachant que les opérateurs bosoniques des modes (1), (2), (3) et (4) commutent, nous pouvons écrire l'effet de la lame sur les opérateurs déplacement de la manière suivante :



$$\begin{aligned}\hat{D}_2(\beta)\hat{D}_1(\alpha) &= e^{\beta\hat{a}_2^\dagger - \beta^*\hat{a}_2} e^{\alpha\hat{a}_1^\dagger - \alpha^*\hat{a}_1} \\ &= e^{-r\beta\hat{a}_3^\dagger + r\beta^*\hat{a}_3} e^{t\beta\hat{a}_4^\dagger - t\beta^*\hat{a}_4} e^{t\alpha\hat{a}_3^\dagger - t\alpha^*\hat{a}_3} e^{r\alpha\hat{a}_4^\dagger - r\alpha^*\hat{a}_4} \\ &= \hat{D}_3(-r\beta)\hat{D}_3(t\alpha)\hat{D}_4(t\beta)\hat{D}_4(r\alpha).\end{aligned}\quad (2.6)$$

En utilisant la formule de Baker–Hausdorff et en remarquant que

$$[\gamma\hat{a}^\dagger - \gamma^*\hat{a}, \epsilon\hat{a}^\dagger - \epsilon^*\hat{a}] = \gamma\epsilon^*\mathbb{1} - \gamma^*\epsilon\mathbb{1}, \quad (2.7)$$

on aboutit à :

$$\hat{D}_2(\beta)\hat{D}_1(\alpha) = \hat{D}_3(t\alpha - r\beta)\hat{D}_4(r\alpha + t\beta). \quad (2.8)$$

Nous remarquons ici que les états cohérents en sortie de la lame sont 'simplement' séparés. Contrairement, au cas du photon unique discuté plus haut, l'état en sortie de la lame, n'est pas intriqué.



2.1.2 Couplage avec l'environnement - Pertes



Nous appelons pertes sur l'état quantique la dissipation de l'information que nous pouvons récolter sur celui-ci. Cela a pour effet, d'atténuer la cohérence de l'état. Un cas simple est le mélange des modes de l'état étudié avec un mode que nous ignorons. Par exemple, l'absorption des photons dans les fibres optiques est le couplage de celui-ci avec un environnement extérieur à l'expérience qui ne sera pas mesuré. Ce type de perte sur un système quantique peut se modéliser par le mélange de l'état avec du vide, par le biais d'une lame séparatrice. La lame séparatrice représentée en [figure 2.2](#) mélange le mode d'entrée (a) contenant l'état idéal $\hat{\rho}_a$ avec du vide $|0\rangle\langle 0|_b$ dans l'entrée (b). Seule la sortie transmise avec une amplitude de transmission t dans laquelle est présent l'état soumis à des pertes $\hat{\rho}_{a'}$ est observée tandis que la sortie réfléchie sur le mode b' avec une amplitude de réflexion r est ignorée. L'état mélangé en sortie se note $\hat{\rho}_{a',b'}$ et la partie réfléchie est alors tracée sur le mode ignoré (b') pour récupérer l'état $\hat{\rho}_{a'}$ prenant en compte les pertes.

$$\hat{\rho}_{a'} = \text{Tr}_{b'}[\hat{\rho}_{a',b'}]. \quad (2.9)$$

Prenons comme exemple un état chat pair sur le mode (a) en entrée de la lame

$$|\text{chat}_-\rangle_a = \frac{|\alpha\rangle_a + |-\alpha\rangle_a}{\mathcal{N}_-}. \quad (2.10)$$

L'état de vide dans le mode (b) ayant une amplitude de 0, et l'état chat étant une superposition d'états cohérents, la lame séparatrice a pour effet de simplement séparer les états cohérents :

$$|\text{chat}_-\rangle_{a',b'} = \frac{|t\alpha\rangle_{a'}|r\alpha\rangle_{b'} + | -t\alpha\rangle_{a'}| -r\alpha\rangle_{b'}}{\mathcal{N}_-}. \quad (2.11)$$

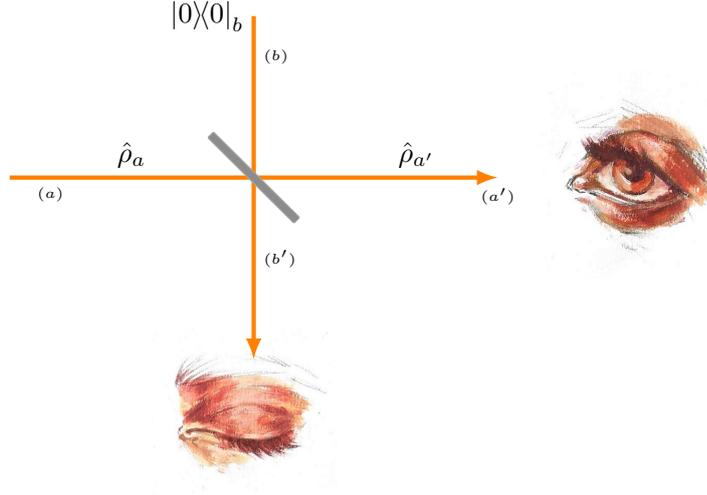


FIGURE 2.2 – Modélisation des pertes avec une lame séparatrice. L'état sans perte $\hat{\rho}_a$ se propage dans le mode d'entrée (a) de la lame, et l'autre mode d'entrée (b) contient du vide. Seul le mode de sortie (a') est observé, tandis que le mode de sortie (b') est ignoré et donc tracé.

La matrice densité s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{a',b'} = \frac{1}{\mathcal{N}_-^2} & \left(|t\alpha\rangle\langle t\alpha|_{a'} |r\alpha\rangle\langle r\alpha|_{b'} \right. \\ & + |t\alpha\rangle\langle -t\alpha|_{a'} |r\alpha\rangle\langle -r\alpha|_{b'} + |-t\alpha\rangle\langle t\alpha|_{a'} |-r\alpha\rangle\langle r\alpha|_{b'} \\ & \left. + |-t\alpha\rangle\langle -t\alpha|_{a'} |-r\alpha\rangle\langle -r\alpha|_{b'} \right). \end{aligned} \quad (2.12)$$

Nous pouvons effectuer ainsi la trace partielle de l'état en sortie de la lame et obtenir l'état non normalisé $\hat{\rho}_{a'}$. La trace est faite dans la base de Fock en utilisant l'équation (1.59) :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{a'} &= \sum_n \langle n|_{b'} \hat{\rho}_{a',b'} |n\rangle_{b'} \\ &= \frac{e^{|r\alpha|^2}}{\mathcal{N}_-^2} \sum_n \frac{1}{n!} \left((|r\alpha|^2)^n |t\alpha\rangle\langle t\alpha|_{a'} \right. \\ &\quad \left. + (-|r\alpha|^2)^n \left[|t\alpha\rangle\langle -t\alpha|_{a'} + |-t\alpha\rangle\langle t\alpha|_{a'} \right] \right. \\ &\quad \left. + (|r\alpha|^2)^n |-t\alpha\rangle\langle -t\alpha|_{a'} \right) \\ &= \frac{1}{\mathcal{N}_-^2} \left(|t\alpha\rangle\langle t\alpha|_{a'} + e^{-2|r\alpha|^2} \left[|t\alpha\rangle\langle -t\alpha|_{a'} + |-t\alpha\rangle\langle t\alpha|_{a'} \right] + |-t\alpha\rangle\langle -t\alpha|_{a'} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

La dégradation de la cohérence de l'état est exponentielle en fonction de l'amplitude de réflexion. La figure 2.3 trace la fonction de Wigner d'un chat d'amplitude $\alpha = 2$

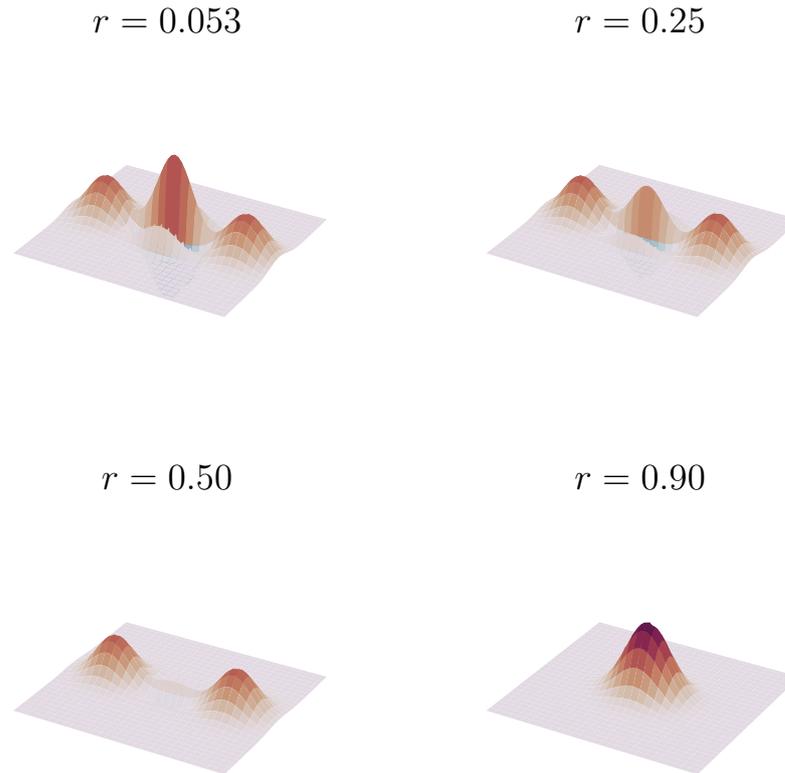


FIGURE 2.3 – Fonction de Wigner d’un état chat pair d’amplitude $\alpha = 2$ soumis à des pertes.

soumis à des pertes pour différentes amplitudes de réflexion r . Nous observons que les interférences entre les deux lobes d’amplitudes α et $-\alpha$ sont d’abord affectées par l’intensité perdue et disparaissent finalement pour $r \approx 0.50$. Les lobes de l’état mixte se rapprochent ensuite pour aboutir au vide pour un coefficient r se rapprochant de 1. Les chats sont très sensibles aux pertes, et ce, d’autant plus lorsque leur amplitude est élevée comme le montre la [figure 2.4](#) présentant la pureté et la négativité de la fonction de Wigner de chats en fonction de l’amplitude de réflexion r pour différentes amplitudes. La remontée de la pureté pour $r \approx 1$ s’explique par le fait que l’état tend vers l’état pur de vide lorsque les pertes sont trop importantes. La négativité est donnée par le point minimum de la fonction de Wigner.

Nous avons vu une manière de manipuler les états quantiques grâce à l’opération linéaire de la lame séparatrice. Cet objet couple deux modes spatiaux entre eux et est par ailleurs utilisé pour modéliser les pertes sur l’état comme un couplage de celui ci avec un mode contenant du vide. Ce modèle nous permet de quantifier à quel point les états chats sont sensibles aux pertes. Notons qu’il existe d’autres

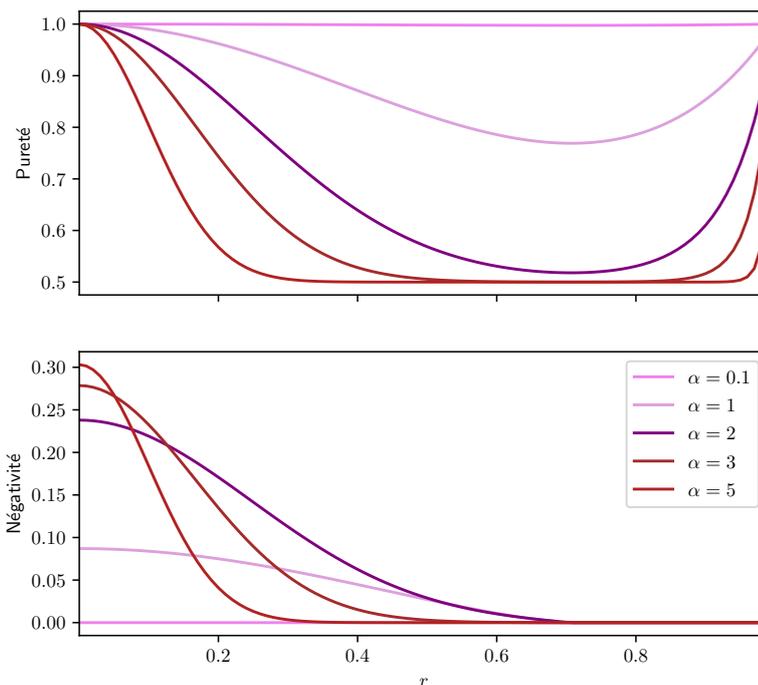


FIGURE 2.4 – Pureté et négativité de chats pairs soumis à des pertes en fonction de l’amplitude de réflexion r et pour différentes amplitudes α . La sensibilité de l’état aux pertes est plus élevée pour des amplitudes élevées.

opérations linéaires que la lame séparatrice que nous n’avons pas développées ici comme la rotation ou la séparation en modes spatiaux des modes de polarisation. Cette opération est permise expérimentalement grâce à des matériaux biréfringents dans lesquels se propage le champ. Nous pouvons cependant remarquer que le formalisme mathématique reste le même que celui développé dans ces paragraphes. Il a été montré que pour construire un système d’information quantique universel, il faut être capable d’opérer des transformations non linéaires sur les états [90]. Nous allons présenter dans les prochains paragraphes une manière d’appliquer expérimentalement ce type d’opération.

2.2 INTERACTIONS NON LINÉAIRES

En optique, de telles transformations peuvent être effectuées en illuminant un milieu diélectrique par un faisceau de forte intensité pour que le système atteigne un régime d’interaction lumière matière non linéaire que nous allons présenter dans les paragraphes suivants. Afin que le processus non linéaire soit efficace, il est possible de construire un OPO. Ce montage est un résonateur au sein duquel est placé le milieu diélectrique dans lequel le faisceau fait alors plusieurs allers-retours permettant ainsi d’atteindre des valeurs records de taux de compression de 12.3 dB [102]. Pour une configuration, en *simple passage* dans laquelle le faisceau lumineux ne fait qu’un seul passage dans le milieu avec une efficacité de conversion raisonnable, il est

d'usage d'avoir recours à des guides d'ondes qui confinent la lumière sur quelques centimètres de longueur. Un autre moyen d'augmenter l'efficacité de conversion en configuration simple passage est l'utilisation d'un laser pulsé dont la puissance crête est plus importante que celle d'un laser continu. L'utilisation de guides d'onde permet d'atteindre des taux de compression raisonnables de 3 dB en régime laser continu [59, 69, 105] et 4.1 dB en régime impulsionnel [7] tout en gardant un caractère compact, facilement adaptable à des réseaux commercialisables.

2.2.1 Écriture de l'interaction

Nous nous intéressons ici à une interaction non linéaire en configuration simple passage. La propagation du faisceau dans le milieu diélectrique induit un changement de la polarisation \vec{P} [19]

$$\vec{P}(t) = \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(1)} \vec{E}(t)}_{\vec{P}_L} + \overbrace{\chi^{(2)} \vec{E}^2(t) + \chi^{(3)} \vec{E}^3(t) + \dots + \chi^{(n)} \vec{E}^n(t) + \dots}_{\vec{P}_{NL}}, \quad (2.14)$$

avec ϵ_0 la permittivité du vide et $\chi^{(n)}$ le tenseur de susceptibilité électrique d'ordre n du milieu. Le développement de la polarisation à l'ordre 1 correspond à un changement linéaire (\vec{P}_L) de la polarisation en fonction du champ \vec{E} avec l'indice de réfraction

$$n = \sqrt{1 + \chi^{(1)}}. \quad (2.15)$$

Le développement d'ordre supérieur de la polarisation représente un changement non linéaire de la polarisation (\vec{P}_{NL}). Les travaux décrits dans ce manuscrit exploitent uniquement le processus de mélange à trois ondes créé par la susceptibilité d'ordre 2 des matériaux. Les milieux non centrosymétriques comme les cristaux de Niobate de Lithium (LiNbO₃) et Phosphate de Titanyle et de Potassium (KTiOPO₄) entre autres possèdent une susceptibilité d'ordre 2 exploitable pour la génération d'états quantiques. Prenons le cas général d'un champ incident constitué de deux composantes monochromatiques écrit comme :

$$\vec{E}(t, z) = \vec{E}_1 e^{i\omega_1 t - ik_1 z} + \vec{E}_2 e^{i\omega_2 t - ik_2 z} + cc, \quad (2.16)$$

avec $\vec{k}_{1,2}$ le vecteur d'onde des deux ondes et $\omega_{1,2}$ leur pulsation. La contribution non linéaire d'ordre 2 de la polarisation s'écrit alors

$$\begin{aligned} \vec{P}_{NL}(t, z) = \epsilon_0 \chi^{(2)} & \left[\overbrace{(\vec{E}_1^2 e^{i2\omega_1 t - i2k_1 z} + cc) + (\vec{E}_2^2 e^{i2\omega_2 t - i2k_2 z} + cc)}^{\text{SHG}} \right. \\ & + \underbrace{2(\vec{E}_1 \vec{E}_2 e^{i(\omega_1 + \omega_2)t - i(k_1 + k_2)z} + cc)}_{\text{SFG}} + \underbrace{2(\vec{E}_1 \vec{E}_2 e^{i(\omega_1 - \omega_2)t - i(k_1 - k_2)z} + cc)}_{\text{DFG}} \left. \right] \\ & + \underbrace{2\epsilon_0 \chi^{(2)} (|\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2)}_{\text{OR}}. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Le dernier terme constant (OR) de l'équation est un terme de rectification optique que nous ne prenons pas en compte. Les deux premiers termes oscillent à deux fois la fréquence d'une des ondes planes du champ incident. Cette conversion correspond au processus *génération de seconde harmonique* (SHG). Le troisième terme correspond à la *génération de somme de fréquences* (SFG) où les deux fréquences de l'onde incidente sont additionnées. Le quatrième terme est la *génération de différence de fréquences* (DFG) où les deux fréquences sont soustraites.

Dans le cadre de ces travaux, nous utilisons les interactions non linéaires de SHG et de DFG. En particulier, la génération des états quantiques est effectuée dans notre cas par le processus de *génération paramétrique spontanée* (SPDC), que nous allons décrire dans les paragraphes suivants.

2.2.2 Approche semi-classique de la génération paramétrique spontanée

Ces différents processus peuvent être vus comme un échange de photon entre deux modes de fréquence [Boyd:2008]. Dans le cas de la DFG, un photon est détruit dans le mode oscillant à la fréquence ω_1 pour créer un photon dans le mode oscillant à la fréquence ω_2 . En décrivant le phénomène avec l'approche des niveaux d'énergie des atomes, le photon à la fréquence ω_1 est absorbé puis l'atome se désexcite par un processus d'émission de deux photons stimulé par la présence du photon à la fréquence ω_2 . Nous parlons ici d'*émission stimulée*. L'émission de deux photons peut de même arriver si le photon ω_2 n'est pas présent, et c'est le cas de la SPDC. Ici, le champ émis est nettement plus faible et les deux photons sont créés de manière spontanée [19]. La figure 2.5 présente de manière schématique le processus de SPDC. En figure 2.5 (a), le photon incident au guide est communément appelé photon de *pompe* de fréquence ω_p et en sortie du guide, le photon de pompe est converti en deux photons appelés *signal* et *idler* de fréquence ω_s et ω_i respectivement. La figure 2.5 (b) montre la représentation de l'interaction en termes de niveaux d'énergie. Le milieu absorbe un photon de fréquence ω_p et saute dans le niveau virtuel en pointillé. Le milieu se désexcite ensuite à son niveau fondamental en libérant les deux photons de fréquence ω_s et ω_i . La conservation d'énergie impose la relation entre les impulsions des trois faisceaux :

$$\omega_p - \omega_s - \omega_i = 0. \quad (2.18)$$

En plus de la relation donnée par la conservation de l'énergie, la relation d'accord de phase impose l'égalité suivante entre les vecteurs d'onde [19] :

$$k_p - k_s - k_i = 0. \quad (2.19)$$

Hamiltonien en configuration dégénérée

Le champ de pompe étant intense, et *non déplété*, le mode de pompe est assimilé à un état cohérent d'amplitude α_p . Lorsque les photons signal et idler sont produits

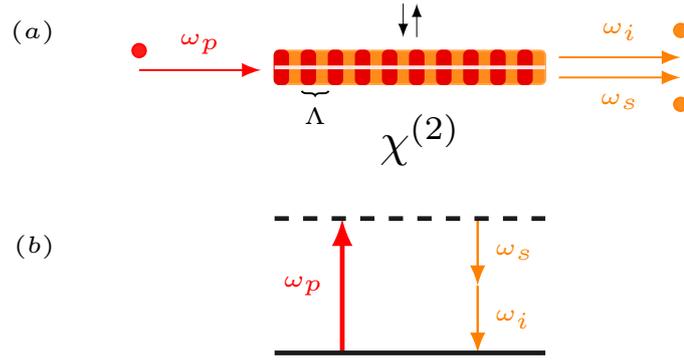


FIGURE 2.5 – Génération paramétrique spontanée. (a) Géométrie de l'interaction. (b) Description en terme de niveaux d'énergie.

dans le même mode, la génération est dite *dégénérée*. Le Hamiltonien qui décrit la conversion est donc donné par [54]

$$\hat{H}_{NL} = i\hbar g(\hat{a}^{\dagger 2} - \hat{a}^2). \quad (2.20)$$

Avec g un coefficient proportionnel à la susceptibilité d'ordre 2 du milieu $\chi^{(2)}$, et l'amplitude α_p de la pompe. En développant les équations de l'évolution temporelle des opérateurs \hat{a}^\dagger et \hat{a} , il est possible d'exprimer les *transformations de Bogoliubov* reliant les opérateurs en sortie du cristal ($\hat{a}_{out}, \hat{a}_{out}^\dagger$) avec ceux en entrée ($\hat{a}_{in}, \hat{a}_{in}^\dagger$) :

$$\begin{aligned} \hat{a}_{out} &= \hat{a}_{in} \cosh(\zeta) - \hat{a}_{in}^\dagger \sinh(\zeta) \\ \hat{a}_{out}^\dagger &= \hat{a}_{in}^\dagger \cosh(\zeta) - \hat{a}_{in} \sinh(\zeta), \end{aligned} \quad (2.21)$$

avec $\zeta = \frac{2gnL}{c}$. Les opérateurs quadratures se réécrivent alors à partir des nouveaux opérateurs d'échelles

$$\begin{aligned} \hat{X}_{out} &= \hat{X}_{in} e^{-\zeta} \\ \hat{P}_{out} &= \hat{P}_{in} e^{\zeta}, \end{aligned} \quad (2.22)$$

et les variances associées s'écrivent

$$\begin{aligned} \Delta \hat{X}_{out}^2 &= \Delta \hat{X}_{in}^2 e^{-2\zeta} \\ \Delta \hat{P}_{out}^2 &= \Delta \hat{P}_{in}^2 e^{2\zeta}. \end{aligned} \quad (2.23)$$

À la suite de l'interaction décrite par le Hamiltonien (2.20), un état cohérent comprimé monomode est généré. Le taux de compression est directement lié à la longueur du cristal L , la susceptibilité du milieu $\chi^{(2)}$, et l'amplitude du faisceau de pompe α_p .

Hamiltonien en configuration non dégénérée

Nous appelons configuration *non dégénérée* l'interaction produisant des paires de photons signal et idler dans deux modes distincts (différence entre les fréquences, les

polarisations, les modes spatiaux, *etc.*). Le Hamiltonien s'écrit sous la même forme que l'interaction dégénérée (équation (2.20))

$$\hat{H}_{NL} = i\hbar g(\hat{a}_i^\dagger \hat{a}_s^\dagger - \hat{a}_i \hat{a}_s), \quad (2.24)$$

avec l'opérateur d'échelle \hat{a}_s associé au signal et \hat{a}_i associé à l'idler. De la même manière que pour la configuration dégénérée, il est possible de réécrire les transformations de Bogoliubov

$$\begin{aligned} \hat{a}_{s,out} &= \hat{a}_{s,in} \cosh(\zeta) - \hat{a}_{i,in}^\dagger \sinh(\zeta) \\ \hat{a}_{i,out} &= \hat{a}_{i,in} \cosh(\zeta) - \hat{a}_{s,in}^\dagger \sinh(\zeta), \end{aligned} \quad (2.25)$$

avec cette fois $\zeta = \frac{gnL}{c}$. Finalement, les quadratures après interaction s'écrivent [153]

$$\begin{aligned} \hat{X}_{s,out} \pm \hat{X}_{i,out} &= (\hat{X}_{s,in} \pm \hat{X}_{i,in}) e^{\pm\zeta} \\ \hat{P}_{s,out} \pm \hat{P}_{i,out} &= (\hat{P}_{s,in} \pm \hat{P}_{i,in}) e^{\mp\zeta}, \end{aligned} \quad (2.26)$$

avec les variances

$$\begin{aligned} \Delta(\hat{X}_{s,out} \pm \hat{X}_{i,out})^2 &= \Delta(\hat{X}_{s,in} \pm \hat{X}_{i,in})^2 e^{\pm 2\zeta} \\ \Delta(\hat{P}_{s,out} \pm \hat{P}_{i,out})^2 &= \Delta(\hat{P}_{s,in} \pm \hat{P}_{i,in})^2 e^{\mp 2\zeta}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

L'interaction non dégénérée permet la génération de vide comprimé bimode de paramètre de compression $\zeta = \frac{gnL}{c}$ dépendant, à l'instar de l'interaction dégénérée, de la longueur du cristal, de la susceptibilité d'ordre 2 et de l'amplitude de pompe.

Expérimentalement, le vide comprimé bimode en guide d'onde est obtenu en choisissant la coupe du cristal, pour obtenir un accord de phase de type II. Pour cet accord de phase, la pompe génère deux photons de polarisation différente. Le vide comprimé bimode peut aussi être obtenu avec n'importe quel accord de phase en ajustant la température du cristal afin de générer deux photons de fréquences différentes. Les quadratures signal et idler issues d'une interaction non dégénérée sont corrélées ou anticorrélées quelle que soit la distance qui sépare les deux états. Le vide comprimé bimode [146] et les paires de photons intriqués [13] sont la plupart du temps utilisés comme source EPR.

Hamiltonien dans le cas multimode

Nous avons vu la forme de l'interaction non linéaire dans le cas où nous avons supposé que chaque champ était dans un mode donné. Nous parlons ainsi de conversion monomode ou bimode. Nous allons maintenant nous pencher sur le hamiltonien dans le cas de la conversion multimode. Pour une conversion multimode, le Hamiltonien de l'interaction s'écrit comme une somme continue de contributions monomodes :

$$\hat{H}_{NL} = \mathcal{G} \int d\omega_s d\omega_i \phi(\omega_s, \omega_i) \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_i^\dagger + hc, \quad (2.28)$$

avec \mathcal{G} une constante proportionnelle à $\chi^{(2)}$ et $\phi(\omega_s, \omega_i)$ l'amplitude spectrale jointe (JSA) définie comme le produit entre l'amplitude du faisceau de pompe, et la fonction d'accord de phase

$$\phi(\omega_s, \omega_i) = \alpha_p(\omega_p) \operatorname{sinc} \left[\frac{\Delta k L}{2} \right], \quad (2.29)$$

avec $\Delta k = k_p(\omega_s + \omega_i) - k_s(\omega_s) - k_i(\omega_i)$, $\alpha_p(\omega_p)$ l'amplitude du faisceau de pompe, et L la longueur du cristal. La fonction d'amplitude spectrale jointe contient la totalité de l'information concernant les corrélations entre les photons générés. Afin d'exprimer chaque mode comprimé de manière indépendante, il est d'usage de réexprimer le Hamiltonien (2.28) par la méthode de la décomposition de Schmidt [58]. Le principe est de décomposer l'amplitude spectrale jointe sur la base de fonctions orthonormales $\{\varphi_k(\omega_s)\}_{k \in \mathbb{N}}$ et $\{\psi_k(\omega_i)\}_{k \in \mathbb{N}}$ comme

$$\phi(\omega_s, \omega_i) = \sum_k \lambda_k \varphi_k(\omega_s) \psi_k(\omega_i). \quad (2.30)$$

Les coefficients de Schmidt λ_k sont des réels positifs et respectant la condition de normalisation $\sum_k \lambda_k^2 = 1$. On peut alors définir une nouvelle collection d'opérateurs d'échelle :

$$\begin{aligned} \hat{\mathcal{A}}_k &= \int d\omega_s \varphi_k(\omega_s) \hat{a}_s \\ \hat{\mathcal{B}}_k &= \int d\omega_i \psi_k(\omega_i) \hat{a}_i. \end{aligned} \quad (2.31)$$

Le Hamiltonien (2.28) se réécrit alors comme :

$$\hat{H}_{NL} = \mathcal{G} \sum_k \lambda_k \hat{\mathcal{A}}_k^\dagger \hat{\mathcal{B}}_k^\dagger + hc. \quad (2.32)$$

Chaque paire de photons issue de ce Hamiltonien dans le mode l se comporte alors comme lors de l'interaction (2.24) avec une compression λ [153] et les enveloppes spectrales $\varphi_k(\omega_s)$ et $\psi_k(\omega_i)$ associées aux photons signal et idler.² Le nombre de Schmidt $\mathcal{K} \in [0, 1]$, défini à partir des coefficients de Schmidt [116]

$$\mathcal{K} = \frac{1}{\sum_k \lambda_k^4} \quad (2.33)$$

donne une indication du nombre de modes excités existants suite à la génération paramétrique spontanée.

2.2.3 Génération d'états de Fock

Le développement d'un état comprimé monomode dans la base de Fock s'écrit comme la superposition d'états de Fock de nombre pair de photons

$$\hat{S}(\zeta) |0\rangle = \frac{1}{\sqrt{\cosh \zeta}} \sum_n (\tanh \zeta)^n \frac{\sqrt{(2n)!}}{2^n n!} |2n\rangle. \quad (2.34)$$

2. Il est à noter que pour le cas dégénéré, les photons signal et idler sont dans le même mode et les fonctions $\varphi_k(\omega_s)$ et $\psi_k(\omega_i)$ sont les mêmes. $\varphi_k(\omega_s) = \psi_k(\omega_i) = \psi_k(\omega)$

Si maintenant, nous nous plaçons dans le cas non dégénéré, le développement dans la base de Fock de l'état comprimé bimode s'écrit

$$\hat{S}_2(\zeta) |0\rangle_i |0\rangle_s = \frac{1}{\cosh\zeta} \sum_n (\tanh\zeta)^n |n\rangle_i |n\rangle_s. \quad (2.35)$$

Le nombre de termes non négligeables dans les développements (2.34) et (2.35) dépend de la valeur de ζ . Comme la longueur du cristal et la susceptibilité d'ordre 2 sont des paramètres fixes, le choix du nombre de photons présents dans les paires générées se détermine en principe par le réglage de l'intensité du champ de pompe. Nous avons deux remarques concernant ce point :

Remarque 1 : Dans le cas où la série géométrique $\sum_n (\tanh\zeta)^n$ possède au moins deux termes non nuls, l'état (2.35) est non factorisable. Lorsque le coefficient ζ est assez faible pour que seuls les termes d'ordre 0 et 1 de la somme soient non négligeables, l'état (2.35) peut être approximé à un système de deux qubits intriqués dans les modes i et s tel que présenté dans la [sous-section 1.1.3](#)

$$\hat{S}_2(\zeta) |0\rangle_i |0\rangle_s \approx \alpha |0\rangle_i |0\rangle_s + \beta |1\rangle_i |1\rangle_s. \quad (2.36)$$

Remarque 2 : À la différence des états comprimés dont la génération est *déterministe*, la génération des états de Fock à l'échelle du photon unique est quant à elle *probabiliste*. De plus, la probabilité de génération est faible car en effet, si nous choisissons par exemple $\zeta = 0.01$, la contribution des paires $|2\rangle_i |2\rangle_s$ sera d'environ 10^{-4} négligeable car deux ordres de grandeur plus petits devant la probabilité d'obtenir $|1\rangle_i |1\rangle_s$. Cependant, la probabilité $|\beta|^2 \approx 10^{-2}$ d'obtenir $|1\rangle_i |1\rangle_s$ sera très petite devant la probabilité d'obtenir du vide $|\alpha|^2 \approx 0.99$. En somme, la SPDC génère principalement du vide et une paire de photon émerge de manière probabiliste du processus.

2.2.4 Quasi accord de phase

La conversion est pleinement efficace lorsque la condition (2.19) est remplie. Or, les vecteurs k_j ($j = p, s, i$) sont contraints par l'indice de propagation du milieu $n(\omega_j)$ dépendant de la fréquence du champ. Les deux relations (2.18) et (2.19) limitent en principe une génération efficace sur une certaine longueur de cristal. Afin de respecter la condition d'accord de phase (2.19) sur de plus grandes longueurs de cristal et de permettre une conversion plus efficace, il est commun d'utiliser la technique de *quasi accord de phase* (QPM) sur des cristaux biréfringents. La QPM consiste à inverser la polarisation ferroélectrique du milieu biréfringent de façon périodique le long de l'axe de propagation de la lumière. Ceci a pour conséquence de modifier la relation d'accord de phase ainsi :

$$k_p - k_s - k_i - \frac{2\pi}{\Lambda} = 0, \quad (2.37)$$

avec Λ la période d'inversion. Le réglage de la température change légèrement les indices de réfraction du cristal et permet de faire des ajustements fins des conditions d'accord de phase.

Nous avons vu dans ces paragraphes les interactions non linéaires permettant la génération d'états comprimés et de paires de photons. Cette génération peut être en configuration dégénérée dans laquelle les photons sont générés dans le même mode, ou bien non dégénérée pour laquelle les photons sont générés dans deux modes distincts. Nous avons de même abordé le cas multimode pour lequel la génération s'écrit comme la somme continue de contributions monomodes. Le développement de l'opérateur de compression dans la base de Fock nous a permis de faire le lien entre compression et génération états de Fock intriqués. Nous avons de même pointé le caractère probabiliste de la génération de paires de photons par SPDC. Voyons à présent comment récolter de l'information sur ces états grâce à différents types de détecteurs.

2.3 MESURE DES ÉTATS

Nous allons présenter le formalisme lié à la mesure ou la projection des états quantiques [115] en fonction du détecteur. Nous avons introduit lors de la description des états par l'utilisation de la matrice densité (chapitre 1), l'opérateur observable $\hat{O} = \sum_k \lambda_k \hat{O}_k$. La matrice densité de l'état après la mesure de λ_k s'écrit

$$\hat{\rho}' = \frac{\hat{O}_k \hat{\rho} \hat{O}_k^\dagger}{\text{Tr}[\hat{O}_k \hat{\rho} \hat{O}_k^\dagger]} = \frac{\hat{O}_k \hat{\rho} \hat{O}_k}{\text{Tr}[\hat{O}_k \hat{\rho}]} \quad (2.38)$$

Nous proposons maintenant une version plus générale de la mesure des états quantique dont la mesure projective est un cas particulier. Cette mesure s'exprime par l'opérateur $\hat{\mathcal{M}}_k$ vérifiant $\sum_k \hat{\mathcal{M}}_k^\dagger \hat{\mathcal{M}}_k = \mathbb{1}$. Pour une matrice densité $\hat{\rho}$ donnée, l'état du système après la mesure ayant donné comme résultat λ_k s'écrit alors de façon plus générale comme $\frac{\hat{\mathcal{M}}_k \hat{\rho} \hat{\mathcal{M}}_k^\dagger}{\text{Tr}[\hat{\mathcal{M}}_k \hat{\rho} \hat{\mathcal{M}}_k^\dagger]}$. La probabilité d'obtenir la valeur propre λ_k associée au vecteur propre $|\psi_k\rangle$ est donnée par la trace $\text{Tr}[\hat{\mathcal{M}}_k \hat{\rho} \hat{\mathcal{M}}_k^\dagger]$ et peut se réécrire comme

$$\text{Tr}[\hat{\mathcal{M}}_k^\dagger \hat{\mathcal{M}}_k \hat{\rho}] = \text{Tr}[\hat{\Pi}_k \hat{\rho}] \quad (2.39)$$

La mesure directe du champ ne donne pas accès à l'état à proprement parler, mais une succession de mesures donne une idée de la probabilité de mesurer une valeur propre λ_k . La mesure est alors effectuée par l'utilisation de l'opérateur $\hat{\Pi}_k$ appelé *POVM*. Nous utiliserons deux types de détecteurs : les *détecteurs de photons* afin de réaliser des mesures projectives sur un vecteur de l'observable nombre de photons et la *détection homodyne* pour effectuer une mesure projective sur l'opérateur quadrature.

2.3.1 Détecteurs de photons

Comptage de photon

L'opérateur de mesure comptage de photon se rapproche de celui énoncé en équation (1.38).

$$\hat{\Pi}_n = |n\rangle\langle n| \quad (2.40)$$

avec $|n\rangle$ vecteur de la base de Fock. Ce projecteur est associé à un appareil capable de discerner le nombre de photons qui constituent l'état. Des exemples de tels détecteurs sont les transition-edge sensor (TES) [111] ou encore les visible light photon counter (VLPC) [127] basés sur les transitions de milieu semi-conducteurs. Une autre manière de créer des détecteurs de photons pouvant discerner le nombre de photons est de séparer les photons dans différents modes et d'utiliser des détecteurs de type *on-off* à l'issu de chaque mode [114].

Détecteurs on-off

Un projecteur plus largement utilisé et au sein des expériences décrites dans ce manuscrit est celui d'un détecteur capable de distinguer l'absence ou la présence de photons. Un exemple de détecteurs auquel nous faisons référence sont les méandres supraconducteurs (SSPD) [112] ou les *détecteurs à avalanche* (APD). L'opérateur de mesure s'écrit

$$\begin{aligned} \hat{\Pi}_{off} &= |0\rangle\langle 0| \\ \hat{\Pi}_{on} &= \hat{1} - |0\rangle\langle 0|, \end{aligned} \quad (2.41)$$

avec le projecteur $\hat{\Pi}_{off}$ indiquant la présence de vide et projette l'état sur bit logique $|0\rangle$, et $\hat{\Pi}_{on}$ indiquant la présence du champ et projette l'état sur bit logique $|1\rangle$. Ce type de détecteur est en revanche incapable de discerner le nombre de photons qu'il détecte. Il faut alors faire attention à ce que la probabilité que le champ à détecter possède plus d'un photon soit faible, car selon la manière dont l'information est codée, l'incapacité de discerner le nombre de photons présents dans le champ peut amener à une perte de la cohérence de l'état. D'autres sources de pertes de cohérence sont les défauts de ce type de détecteurs à prendre en compte :

- *L'efficacité de détection* (η_{det}) le coefficient traduisant la sensibilité du détecteur. Les détecteurs APD utilisés pour la mesure de photons infrarouges possèdent une efficacité entre 10 % et 20 %.
- *Les coups d'obscurité* (*Dark Counts*) traduisant le nombre de détections accidentelles par seconde.
- *Le temps mort* (*Dead time*) le temps pour lequel le détecteur est dans l'incapacité d'effectuer une nouvelle détection après avoir cliqué.

Nous avons présenté les détecteurs utilisés pour projeter le signal sur les valeurs propres nombre de photons. Nous allons désormais nous intéresser à la détection homodyne donnant accès ici aux quadratures de l'état.

2.3.2 Détection homodyne

La technique de *détection homodyne balancée* est couramment utilisée pour la mesure de la lumière et peut être appliquée à l'optique classique et quantique notamment pour la spectroscopie [104], la téléportation et la communication quantique [43, 53], le calcul quantique [103], la génération de nombres aléatoires [44], et la reconstitution d'états quantiques [97]. Cette technique de mesure projette les quadratures de l'état

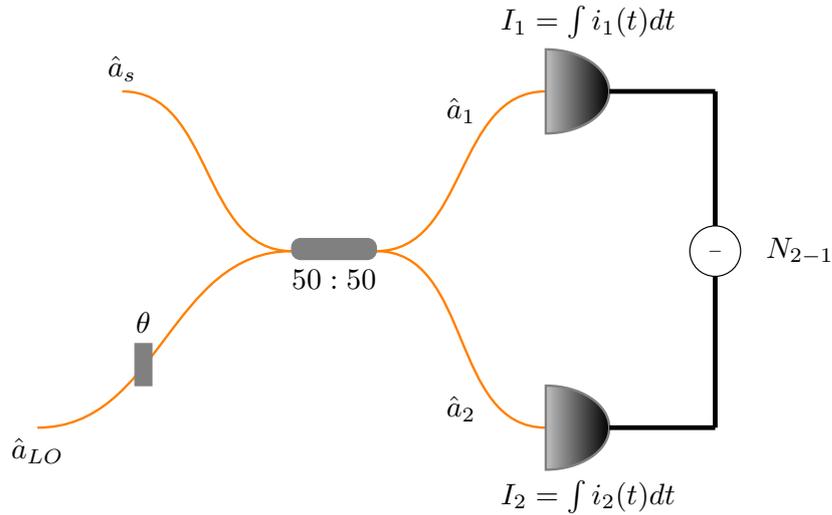


FIGURE 2.6 – Schéma du principe de détection homodyne. Le signal dans le mode \hat{a}_s est mélangé sur lame séparatrice 50 :50 avec l'oscillateur local, un état cohérent d'amplitude $\alpha_{LO}e^{i\theta}$ dans le mode \hat{a}_{LO} , et dont la phase est ajustable par l'utilisation d'un contrôleur de phase. La différence entre les deux photocourants I_1 et I_2 est proportionnelle à la quadrature \hat{X}_θ .

en question et est illustrée en [figure 2.6](#). Le principe est de mélanger le signal dont on veut observer les quadratures sur une lame séparatrice 50 :50 avec un état cohérent bien plus intense d'amplitude $\alpha_{LO}e^{i\theta}$ appelé *oscillateur local*. La phase θ de l'oscillateur local peut être ajustée à l'aide d'un contrôleur de phase pour accéder à n'importe quelle quadrature du signal. Les modes \hat{a}_1 et \hat{a}_2 en sortie de la lame séparatrice sont obtenus à partir des modes du signal \hat{a}_s et de l'oscillateur local \hat{a}_{LO} :

$$\begin{aligned}\hat{a}_1 &= \frac{\hat{a}_s - \hat{a}_{LO}}{\sqrt{2}} \\ \hat{a}_2 &= \frac{\hat{a}_s + \hat{a}_{LO}}{\sqrt{2}}\end{aligned}\tag{2.42}$$

Les signaux I_1 et I_2 sont les signaux intégrés sur le temps de réponse τ des photodiodes. Dans le cas des impulsions laser, la mesure d'un signal résolu à une impulsion nécessite un temps de réponse plus court que le temps entre chaque impulsion. La dif-

férence des deux photocourants est proportionnelle au nombre de photons soustraits et s'écrit

$$\begin{aligned}\hat{N}_{2-1} &= \hat{N}_2 - \hat{N}_1 \\ &= \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1^\dagger \hat{a}_1 \quad . \\ &= \hat{a}_{LO}^\dagger \hat{a}_s + \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_{LO}\end{aligned}\quad (2.43)$$

En faisant l'hypothèse que $\hat{a}_{LO}^\dagger \hat{a}_{LO} \gg \hat{a}_s^\dagger \hat{a}_s$ et que les fluctuations de l'oscillateur local sont négligeables devant le nombre moyen de photons, l'opérateur d'échelle \hat{a}_{LO} peut être traité de manière classique et approximé par $\alpha_{LO} e^{i\theta}$. Il est alors possible de réécrire \hat{N}_{2-1} comme

$$\hat{N}_{2-1} = \alpha_{LO} (\hat{a}_s e^{-i\theta} + \hat{a}_s^\dagger e^{i\theta}) \quad (2.44)$$

et d'identifier les quadratures à l'aide des formules (1.49). Ainsi, le résultat de la soustraction des deux photocourants I_1 et I_2 est proportionnel à la quadrature \hat{X}_θ :

$$\hat{N}_{2-1} = \alpha_{LO} \hat{X}_\theta. \quad (2.45)$$

Les performances du module électronique de la détection homodyne peuvent se mesurer à travers les quantités suivantes [163] :

L'efficacité électronique (η_{elec})

Cette efficacité quantifie à quel point le signal détecté s'élève au-dessus du bruit électronique. Il est commun de mesurer le bruit quantique en faisant le rapport signal sur bruit (SNR) c'est-à-dire le rapport entre celui-ci et le bruit intrinsèque de l'électronique (tension sans lumière incidente sur les détecteurs). Ce ratio doit être supérieur à 10 dB pour la reconstruction des états [52].

La bande passante

Dans le domaine fréquentiel, la bande passante du système est la fréquence pour laquelle la puissance du signal homodyne est diminué de 3 dB. Les limitations de la bande passante du système sont provoquées par l'électronique (photodiode, amplification ...). Pour la détection homodyne d'états quantiques annoncés en régime pulsé, il est primordial d'utiliser une détection homodyne dont la bande passante est supérieure à la cadence du laser afin d'effectuer la mesure homodyne résolue sur une impulsion [158].

Le rapport de réjection de mode commun

Cette grandeur mesure la bonne soustraction des intensités délivrées par les photodiodes (CMMR). Le CMMR donne une idée de la qualité de la soustraction du système. Le CMMR s'obtient en comparant la puissance spectrale de la détection homodyne dans le cas où une seule photodiode est illuminée et dans le cas où les deux photodiodes sont illuminées.

Ces grandeurs citées sont à prendre en compte dans le calcul de l'efficacité globale (η_{tot}) du système de détection. Les systèmes de détection homodyne considérés dans ce manuscrit sont guidés (lame séparatrice et détecteurs fibrés), compatibles avec des systèmes de communication hors laboratoire. L'efficacité globale de la détection homodyne prend aussi en compte les imperfections du montage optique :

Les pertes optiques (η_{opt})

Ces pertes peuvent provenir entre autres en optique guidée, de l'absorption au sein des guides, du couplage dans les fibres ou des connecteurs entre chaque fibre. Cette efficacité est mesurée en faisant le rapport de l'intensité en entrée de la lame et celle au niveau des détecteurs.

L'efficacité quantique des photodiodes (η_{det})

Cette efficacité correspond à la probabilité qu'un photon incident sur la photodiode libère une charge. Cette efficacité traduit la sensibilité de la photodiode.

Le recouvrement entre les modes du signal et de l'oscillateur local (η_{mode})

Cette efficacité traduit la correspondance des modes temporels, de polarisation, spectraux et spatiaux entre le signal et l'oscillateur local. Un mauvais recouvrement entre les modes donne lieu à une perte de visibilité des interférences au niveau de la lame séparatrice. La mesure de cette efficacité est effectuée en stimulant la génération paramétrique à l'aide d'un faisceau sonde dans le même mode que l'oscillateur local [42].

Les détecteurs de photons et le système de détection homodyne, projettent dans notre cas l'état mesuré sur la base des vecteurs propres liés à l'opérateur nombre de photons et quadratures. Nous avons énoncé les imperfections expérimentales liées à ces types de détecteurs pouvant donner lieu, si non prises en compte, à une perte de la cohérence des états. Dans le cadre de la reconstitution des états, il est important de calibrer les détecteurs afin de prendre en compte leurs imperfections.

2.4 CONCLUSION

Nous avons vu dans ce chapitre les outils expérimentaux que nous utiliserons pour monter les expériences d'optique quantique. La lame séparatrice est un exemple d'opération linéaire qui permet de manipuler les états quantiques. Cet objet est de même utilisé pour modéliser les pertes sur l'état. Nous avons pu montrer en appliquant ce formalisme à un état chat que ses cohérences sont rapidement détruites par les pertes. Grâce à l'utilisation de guide d'onde, et de l'utilisation de la méthode de quasi accord de phase, les interactions non linéaires au sein des cristaux peuvent être effectuées en configuration simple passage, afin de produire du vide comprimé bimode ou monomode, ou bien des paires de photons intriqués. Nous avons remarqué

par ailleurs que la génération de paires de photons par SPDC est probabiliste. Nous avons enfin présenté deux types de mesures projectives des états générés. L'une par l'utilisation de détecteurs de photons permet la projection de l'état sur l'observable possédant un spectre discret et l'autre par l'utilisation de détecteur homodyne projette l'état sur une observable à spectre continu. Ces deux approches pour décrire les états ont été énoncées dans le [chapitre 1](#). Nous allons voir dans le prochain chapitre les méthodes de codage de l'information sur les états en représentation discrète et continue.

3.1	Codage à variables discrètes (DV)	43
3.1.1	Absence/présence de photon	44
3.1.2	Polarisation	44
3.1.3	Time-Bin	44
3.2	Codage à variables continues (CV)	46
3.2.1	Codage sur les états cohérents	46
3.2.2	Préparation d'états chatons de Schrödinger	46
3.2.3	Appeler un chaton un chaton	48
3.3	Variables hybrides	48
3.3.1	Description générale du protocole de génération	49
3.3.2	Exemples d'application des variables hybrides	50
3.4	Conclusion	51

Ce chapitre vise à présenter différentes techniques de codage de l'information sur un qubit en variables discrètes et en variables continues et leur génération expérimentale. Le codage en variables discrètes répartit l'information sur un espace lié à une observable dont le spectre est composé de vecteurs propres discrets comme l'observable nombre de photons. Pour le codage en variables continues, l'information est contenue dans les vecteurs propres d'une observable dont le spectre est continu comme les amplitudes de probabilités $\psi(x)$ et $\psi(p)$ liées aux observables quadratures. Bien que les observables pour un codage en variable continue ou en variable discrète diffèrent, le principe de codage d'un qubit reste le même que celui décrit en [sous-section 1.1.3](#). Dans un premier temps, nous allons présenter le codage en variable discrète puis le codage en variable continue sur un qubit. Nous allons enfin présenter l'état de marquant ces deux codages par l'intrication d'un qubit codé en variable discrète avec un qubit codé en variable continue.

3.1 CODAGE À VARIABLES DISCRÈTES (DV)

Les états utilisés pour le codage des qubits en variables discrètes (DV) sont bien souvent constitués d'un seul photon et sont en général peu sensibles aux pertes, car celles-ci ne nuisent pas à la cohérence de l'état, mais détruisent l'état. Cependant, la génération de ces états via SPDC est *probabiliste*. Nous pouvons répartir les façons de coder les qubits discrets en deux catégories le codage sur un seul et même mode (*single rail*) ou bien sur deux modes distincts du champ (*dual rail*). Notons que la liste des codages présentée dans ce manuscrit ne se veut pas exhaustive, et que les codages peuvent par ailleurs être combinés.

3.1.1 Absence/présence de photon

Un choix intuitif pour coder un qubit est la présence de vide codé $|0\rangle$ et la présence d'un photon unique codé $|1\rangle$ dans un mode spatial du champ. Cette méthode de codage single rail du qubit se présente sous la forme :

$$|\psi\rangle_{s-r} = |0\rangle + e^{i\phi} |1\rangle. \quad (3.1)$$

Le qubit codé en single rail est manipulé par des opérations linéaires et unitaires grâce à l'utilisation de lames séparatrices 50 : 50, et de lames de phase [93]. La génération de ce type de qubit peut être obtenue par SPDC. La détection des photons de la paire générée sont séparés dans deux canaux discernables et la détection d'un des photons est utilisé pour annoncer la présence de l'autre membre de la paire.

3.1.2 Polarisation

Le codage sur les degrés de liberté *polarisation* est un codage dual rail et fut le premier à être utilisé pour la violation des inégalités de Bell, mettant en exergue la nature non locale des corrélations des états maximales intriqués [10] ainsi que dans la mise en place des protocoles de télécommunication quantique [Yin:2020, 48, 155]. Le codage de l'information en polarisation s'effectue sur les modes de polarisation du champ

$$|1\rangle_H |0\rangle_V = |H\rangle \quad |0\rangle_H |1\rangle_V = |V\rangle, \quad (3.2)$$

et avec la base des polarisations croisées

$$|1\rangle_D = |D\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} \quad |1\rangle_A = |A\rangle = \frac{|H\rangle - |V\rangle}{\sqrt{2}}. \quad (3.3)$$

Les transformations unitaires utilisées pour la manipulation de cet état se font à l'aide de lames biréfringentes ($\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{4}$). Le choix de la base d'analyse de l'état se fait à l'aide d'un séparateur de polarisation (PBS) qui sépare les deux polarisations H et V spatialement. La combinaison de lames $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{4}$, et séparateur de polarisation permet de mesurer toutes les configurations possibles d'un état codé en polarisation.

3.1.3 Time-Bin

La variable time-bin est un codage dual rail faisant appel à deux modes séparés par un temps supérieur au temps de cohérence du photon [24]. Ces modes sont communément appelés '*early*' pour un photon présent au temps court et '*late*' pour un photon présent au temps long

$$\text{early} : |1\rangle_e |0\rangle_l = |e\rangle \quad \text{late} : |0\rangle_e |1\rangle_l = |l\rangle. \quad (3.4)$$

La préparation ou la manipulation de ces états font intervenir un *interféromètre de Mach Zehnder* (MZI) déséquilibrés avec un bras plus long que l'autre tel que représenté en [figure 3.1](#). L'avantage de ce type de codage pour des applications fibrées est que celui-ci n'est pas sensible à la rotation de la polarisation dans la fibre lors de la propagation des qubits [14, 38]. La génération de paires de photons intriqués en codage time-bin s'obtient

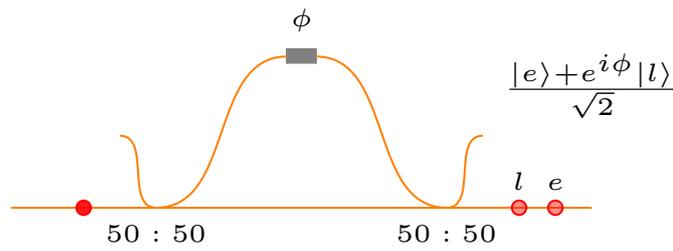


FIGURE 3.1 – Interféromètre de Mach Zehnder déséquilibré pour la manipulation et la génération de qubit codés en time-bin

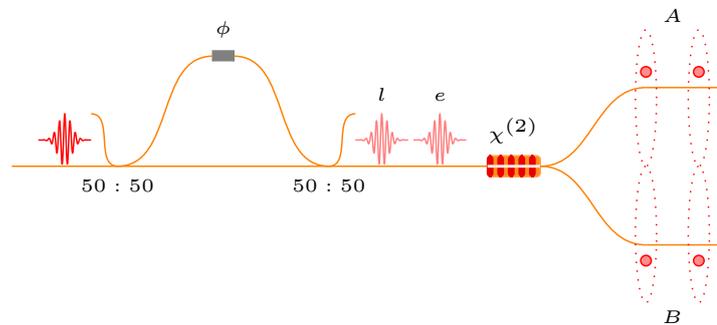


FIGURE 3.2 – Schéma illustrant le principe de génération de qubits intriqués codés en time-bin

par génération paramétrique spontanée pompée par laser pulsé telle que représentée en [figure 3.2](#). L'impulsion de pompe est délocalisée en amont du cristal à l'aide d'interféromètres déséquilibrés. Les paires de photons émises par génération paramétrique spontanée sont alors séparées en deux modes spatiaux A et B et délocalisées dans les modes temporels e et l . Une intrication entre les photons dans les modes A et B est alors produite.

$$|\psi\rangle_{A,B} = \frac{|e\rangle_A |e\rangle_B + e^{i\phi} |l\rangle_A |l\rangle_B}{\sqrt{2}} \quad (3.5)$$

Nous avons présenté dans cette section certaines manières de générer un qubit en variables discrètes. Les codages présentés sont effectués sur les modes spatiaux, de polarisation ou temporels d'un photon unique. Nous allons voir à présent comment coder l'information sur un qubit en variables continues.

3.2 CODAGE À VARIABLES CONTINUES (CV)

Dans le cadre des variables continues (CV), l'information est contenue dans les amplitudes de probabilités $\psi(x)$ et $\psi(p)$ liées aux observables quadratures dans un espace de Hilbert de dimension infinie. À la différence de la génération de paires de photons utilisées pour le codage à variables discrètes, la génération des états comprimés est quant à elle *déterministe*. En contre-partie, ces états sont extrêmement sensibles aux pertes comme nous l'avons vu en [sous-section 2.1.2](#). Dans un premier temps, nous allons voir comment coder l'information sur les états gaussiens, puis une technique employée pour la génération expérimentale d'états chats de Schrödinger.

3.2.1 Codage sur les états cohérents

Le codage sur les états cohérents que nous allons présenter est une autre forme de codage de qubit single rail. Nous proposons ici de construire le qubit codé en variables continues que nous allons utiliser par la suite avec deux états cohérents, $|\alpha\rangle$ et $|- \alpha\rangle$ constituant les signaux logiques $|0\rangle$ et $|1\rangle$. Notons que les états cohérents ne sont pas orthogonaux en général, mais leur recouvrement est donné par $|\langle \alpha | -\alpha \rangle|^2 = e^{-4|\alpha|^2}$ et avoisine les 10^{-6} pour une amplitude $\alpha = 2$. L'entièreté des opérations logiques requises pour la manipulation de l'information codée sur les états cohérents peut être effectuée à l'aide d'opérations linéaires [22, 47]. Cependant, pour bénéficier d'un gain significatif de temps dans le calcul quantique en variables continues par rapport au classique [22], effectuer une téléportation optimale des états dans les réseaux de télécommunication quantique [18], ou d'un point de vue fondamental, démontrer les inégalités de Bell de manière plus poussée [122], il est nécessaire que le qubit possède des états non gaussiens. L'équateur de la sphère de Bloch est alors composé des états non gaussiens chats pairs et impairs de la formule (1.70) [94]. Si la sortie d'un laser monomode stable peut être décrit par l'état cohérent $|\alpha\rangle$, la préparation des états chats de Schrödinger nécessite une opération non gaussienne que nous abordons dans les prochains paragraphes.

3.2.2 Préparation d'états chats de Schrödinger

Nous avons évoqué les états chats de Schrödinger pairs et impairs dans la [sous-section 1.3.2](#) que nous rappelons ici :

$$|\text{chat}_{\pm}\rangle = \frac{|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle}{\sqrt{2(1 \pm e^{-2|\alpha|^2})}} \quad (3.6)$$

Un grand nombre de techniques existent pour générer des états chats, basées sur l'utilisation de systèmes très différents. La première génération de superposition quantique d'états cohérents vibrationnels de l'ionde beryllium 9Be^+ a été effectuée par le groupe de David Wineland en 1996 [106]. En optique, l'équipe de Serge Haroche généra des états chats micro ondes par l'utilisation de cavités (QED) de haute finesse couplées avec un nuage d'atomes de Rydbergs [25]. Nous nous pencherons dans ce manuscrit sur la génération des états chats de Schrödinger impairs dont le nombre moyen de photons est de l'ordre du photon unique $\alpha \leq 1$ appelés *états chats*. La particularité de cet état

est sa ressemblance avec un photon unique comprimé, qui nécessite peu de ressources expérimentales pour être produit. La réalisation de photons uniques comprimés peut se

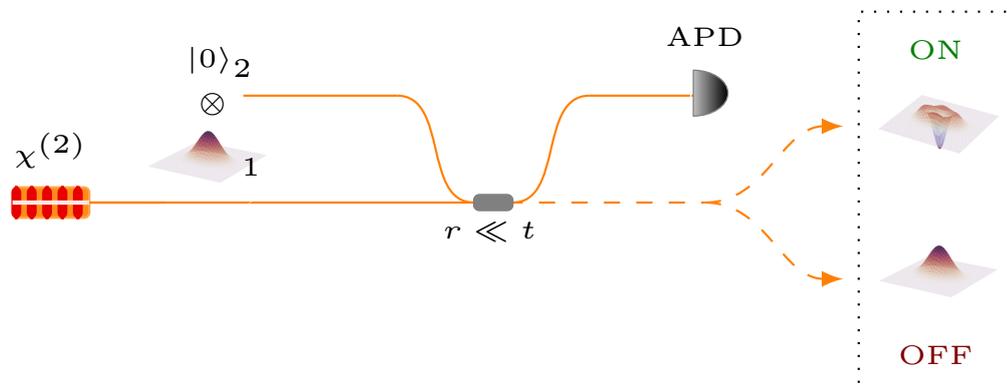


FIGURE 3.3 – Principe de génération d'état chaton de Schrödinger à partir de la soustraction d'un photon unique sur une impulsion de vide comprimé monomode. Une faible partie du faisceau de vide comprimé monomode généré par SPDC est réfléchi vers une APD. Le prélèvement est effectué à l'aide d'une lame séparatrice d'amplitude de réflexion très faible devant l'amplitude de transmission. Ainsi, une détection APD (ON) conditionne la génération d'un état chaton de Schrödinger impair. L'absence de détection (OFF) indique que l'état présent dans l'impulsion reste un état comprimé.

faire par l'addition ou la soustraction [119, 154] de photons à un état de vide comprimé monomode. Le protocole utilisé dans ce manuscrit, à savoir la soustraction de photon unique à un état comprimé monomode, a été décrit pour la première fois en 1997 [33] et largement utilisé par la suite pour la génération de chatons impairs aux longueurs d'onde visibles (≈ 860 nm) en régime impulsionnel [119] et en régime continu [113, 151]. La figure 3.3 présente le protocole expérimental de préparation d'états chatons impairs par soustraction de photon unique à un état de vide comprimé monomode. Une lame séparatrice de faible amplitude de réflexion $r \ll t$ permet d'opérer la soustraction d'un photon au champ de vide comprimé en sortie de SPDC. Une détection (ON) sur le détecteur APD conditionne la génération de chatons de Schrödinger impair tandis que l'absence de détection (OFF) garde l'état de vide comprimé monomode dans le mode transmis.

Notons que dans la base de Fock, les chatons de Schrödinger impairs sont aussi ressemblants avec un photon unique comprimé. En effet, la décomposition dans la base de Fock d'un état chaton de Schrödinger impair ne contient que des nombres de photon impairs, et idem pour l'état de photon unique comprimé. L'état de vide comprimé monomode contient lui uniquement des nombres de photons pairs ce qui le rapproche d'un état chaton de Schrödinger pair. Lorsque la compression est très faible, une seule

paire de photons est alors générée et la soustraction d'un photon conditionne ici la génération d'un photon unique monomode.

3.2.3 Appeler un chaton un chaton

Nous avons souligné lors de la présentation des états chats de Schrödinger ([sous-section 1.3.2](#)), que la référence à l'expérience de pensée n'était pas tout à fait juste, car l'état $|\text{chat}\pm\rangle$ est une superposition d'états cohérents ne présentant pas d'intrication avec une particule quantique. Nous souhaitons ici faire la remarque que l'état après la soustraction monomode et en l'absence de mesure d'annonce est un état non séparable. En effet, en appliquant la lame séparatrice en représentation de Schrödinger ([équation \(2.2\)](#)) à l'état $|\psi_i\rangle = \hat{S}_1(\zeta) |0\rangle_1 |0\rangle_2$ de la lame séparatrice, et en considérant que $e^{\theta(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger)} \approx 1 + \theta(\hat{a}_1^\dagger \hat{a}_2 - \hat{a}_1 \hat{a}_2^\dagger)$ dans la limite où $\theta \ll 1$, nous obtenons :

$$|\psi_f\rangle = \hat{U} |\psi_i\rangle \approx \hat{S}_1(\zeta) |0\rangle_1 |0\rangle_2 - \theta \hat{a}_1 \hat{S}_1(\zeta) |0\rangle_1 |1\rangle_2 \quad (3.7)$$

En utilisant les transformations de Bogoliubov ([équation \(2.21\)](#)) pour réécrire $\hat{a}_1 \hat{S}_1(\zeta) |0\rangle_1 |1\rangle_2 = \hat{S}_1(\zeta) \hat{a}_1 \cosh(\zeta) |0\rangle_1 |1\rangle_2 + \hat{S}_1(\zeta) \hat{a}_1^\dagger \sinh(\zeta) |0\rangle_1 |1\rangle_2$ on obtient :

$$\begin{aligned} |\psi_f\rangle &\approx \hat{S}_1(\zeta) |0\rangle_1 |0\rangle_2 - \theta \sinh(\zeta) \hat{S}_1(\zeta) |1\rangle_1 |1\rangle_2 \\ &\approx |\text{chaton}_+\rangle_1 |0\rangle_2 - \theta \sinh(\zeta) |\text{chaton}_-\rangle_1 |1\rangle_2 \end{aligned} \quad (3.8)$$

L'état présenté ici peut s'apparenter à un état non séparable entre l'absence et la présence d'un photon sur le mode (2) d'annonce, et un état chaton pair et impair sur le mode (1) et se rapproche davantage du chat qu'imaginait Schrödinger. De plus, l'état [\(3.8\)](#) se trouve être un état non séparable entre un état de Fock sur le mode (2) sur lequel l'information est codée en variables discrètes single rail et des états chatons de Schrödinger sur lesquels l'information peut être codée en variables continues. L'état avant l'annonce dans ce type de protocole de génération de chatons de Schrödinger impairs est en un sens un tout premier exemple d'états plus complexes appelés *variable hybrides* [78] que nous allons présenter par la suite.

3.3 VARIABLES HYBRIDES

La mise en place de réseaux quantiques entièrement codés en variables discrètes ou continues ont leurs propres avantages et inconvénients [123]. Les ressources continues permettent la mise en place de portes logiques déterministes [131]. Et la détection homodyne permet de caractériser entièrement les états sans équivoque. La cohérence des états codés en variables continues est cependant très vite altérées par les pertes. D'un autre côté les portes logiques dédiées aux états codés en variables discrètes (addition et soustractions de photons uniques) sont certes probabilistes, mais selon leur implémentation au sein des protocoles, la cohérence des états discrets est insensible aux pertes.

Les états hybrides permettent de concevoir des protocoles qui tirent parti des avantages des deux stratégies de codage en limitant leurs inconvénients [6]. Ces variables rallient les deux approches de codage, et se présentent sous la forme :

$$|\psi\rangle_{\text{Hy}} = \frac{|\psi_0\rangle_B |0\rangle_A + e^{i\phi} |\psi_1\rangle_B |1\rangle_A}{\sqrt{2}}. \quad (3.9)$$

Cet état est l'intrication entre un qubit B codé en variables continues avec le signal logique 0 (1) codé sur $|\psi_0\rangle$ ($|\psi_1\rangle$) et le qubit codé en variables discrètes sur le mode A . Nous avons présenté l'état (3.8) au paragraphe précédent comme un premier exemple de variable hybride avec $|\psi_0\rangle_B = |\text{chaton}_+\rangle_B$ et $|\psi_1\rangle_B = |\text{chaton}_-\rangle_B$. Cependant, cet état est difficilement exploitable, car les probabilités qui pondèrent les états sont fortement déséquilibrées ($\theta \sinh(\zeta) \ll 0.1$).

3.3.1 Description générale du protocole de génération

Une proposition de protocole pour la génération des états hybrides nécessite la mise en place d'un schéma un peu plus complexe basé sur le principe de *transfert d'intrication* [160] effectué par l'interaction entre un membre d'une paire de qubits intriqués en variables discrètes et la partie discrète de l'état (3.8). L'idée simplifiée du

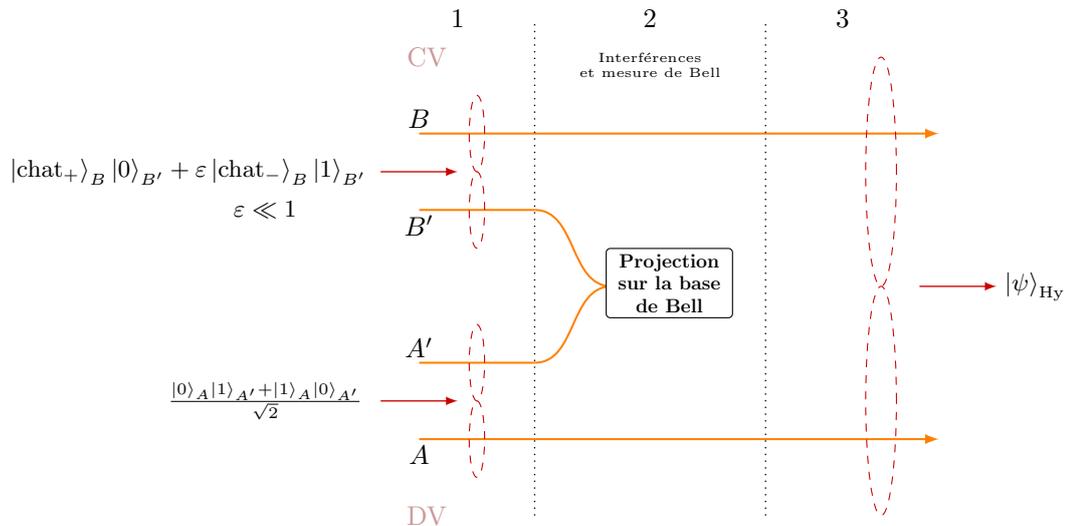


FIGURE 3.4 – Principe général de transfert d'intrication entre le mode A discret et le mode B continu. La partie discrète d'un premier état hybride se propageant sur le mode B' interfère un élément d'une paire de qubits intriqué dans le mode A' . La mesure de l'interférence projette l'état sur le mode A et B sur la base des états de Bell.

transfert d'intrication présentée en figure 3.4, est de créer un lien d'intrication entre les deux modes A et B qui ne sont pas connectés directement. Pour la première partie (1), les ressources en entrée sont deux qubits intriqués sur les modes A et A' , et l'état

(3.8) dont la partie continue habite le mode B et la partie discrète B' . Les modes A' et B' des qubits sont ensuite envoyés en (2) sur une plateforme intermédiaire commune où une mesure impliquant une interférence entre ces deux modes est opérée. Pour ce faire, les deux modes sont couplés à l'aide d'une lame séparatrice, et un détecteur est placé sur chaque sortie de celle-ci. Dans le cas où l'un des deux détecteurs est déclenché, cela signifie qu'un photon provenant de l'un des deux états d'entrée s'est trouvé en amont de la lame séparatrice. La présence de la lame séparatrice brouille l'information de la provenance de ce photon. Nous nous trouvons ainsi dans le cas d'une superposition d'états entre la présence d'un photon provenant de la paire intriquée, et du photon soustrait à un chaton pair. Cette mesure revient à faire une projection sur les deux états de Bell $|\Psi_+\rangle$ et $|\Psi_-\rangle$ des deux modes de sortie de la lame. Enfin, cette projection conditionne le transfert d'intrication vers les modes A et B en partie (3) permettant l'obtention de l'état $|\psi\rangle_{Hy}$ en sortie du schéma. L'équipe de Jeong proposa en 2015 un protocole pour la génération d'états hybrides basé sur le schéma de transfert d'intrication [81] liant un qubit continu codé sur les états cohérents $|\alpha\rangle$ et $|- \alpha\rangle$ avec un qubit codé en polarisation. Expérimentalement, la génération aux longueurs d'onde visibles de ces états a été réalisée par l'équipe de M. Bellini [65] liant un qubit continu codé sur des états cohérents $|\alpha\rangle$ et $|- \alpha\rangle$ et un qubit discret single rail, et l'équipe de J. Laurat [109] liant un qubit continue codé sur des états chat pairs et impairs et un qubit discret single rail. En 2018, l'équipe de A.I. Lvovsky [143] généra un état hybride aux longueurs d'onde visible dont la partie continue est composée d'états chats de Schrödinger pairs et impairs et la partie discrète est codée en polarisation. Ces états bien utilisés permettent d'exploiter les avantages du codage discret et continu en laissant de côté les inconvénients au sein des réseaux quantique.

3.3.2 Exemples d'application des variables hybrides

Nous présentons brièvement ici quelques exemples d'applications de ce genre de variables.

Répéteurs convertisseur CV-DV ou DV-CV :

Le premier exemple d'application des variables hybrides est de lier deux utilisateurs dont l'un utilise uniquement le codage en variables discrètes et l'autre le codage en variables continues. Un schéma de téléportation d'information quantique [13] permet à un utilisateur de passer d'un codage à un autre tout en préservant l'information contenue dans les états. Par analogie avec l'électronique classique, ce protocole peut être assimilé à un convertisseur digital-analogique ou analogue-digital. Il a déjà été montré qu'il est possible en utilisant ces états de téléporter l'information d'un qubit discret vers un qubit continu [143] et l'opération inverse est en cours d'investigation. De manière générale l'approche hybride pour téléporter un qubit codé en variables discrètes permet d'outrepasser le caractère probabiliste de l'opération liée aux protocoles en variables discrètes tout en gardant une haute efficacité de transfert [15, 84, 144].

Préparation à distance d'états continus

Nous pouvons imaginer le cas où deux utilisateurs partagent un mode d'une variable hybride. Dans cette configuration, il est favorable de garder en local la partie continue plus sensible aux pertes à la propagation, et d'envoyer la partie discrète à un autre utilisateur à distance. Cette configuration permet ainsi la préparation à distance d'états continus générés grâce à la manipulation et la mesure de la partie discrète comme montré en 2018 par l'équipe de J.Laurat [64].

Accroissement des chats

Le protocole de préparation à distance d'états continus, permet par la même occasion de vérifier que les états hybrides possèdent des corrélations non locales appelées *quantum steering* [28]. Cette propriété permet la mise en place de protocoles pour accroître les amplitudes des états cohérents de la partie continue. En utilisant la variable hybride [109] ce genre de protocole permet la génération d'états chats de Schrödinger d'amplitude $|\alpha|^2 > 3$ à une cadence raisonnable [61].

Programmation quantique

Les états hybrides dans le cadre de la programmation quantique ouvrent la possibilité d'implémenter des portes logiques à deux photons de façon déterministe et résistantes faces aux pertes [91].

3.4 CONCLUSION

Nous avons vu différentes techniques de codage de l'information sur les qubits ainsi que les méthodes de préparation et de manipulation associées. Pour le codage en variables discrètes, nous avons présenté le codage single rail défini par la présence et l'absence de photon sur un seul mode, le codage utilisant les modes de polarisation, et le codage time-bin utilisant des modes temporels efficaces pour la propagation de l'information en optique guidée. Pour le codage à variables continues, nous avons présenté le protocole de génération des états chatons par soustraction d'un photon unique à un vide comprimé monomode. Cette technique de préparation s'avère être une première hybridation des plateformes discrètes et continues. Enfin, nous avons présenté les variables hybrides liant par intrication un mode codé en variables discrètes avec un autre mode codé en variables continues. Les premières générations et utilisations des variables hybrides montrent que celles-ci constituent un atout notable au sein des réseaux de télécommunication quantique en programmation quantique et présente de même un attrait fondamental. Notons que cependant à l'heure actuelle aucun des états hybrides générés n'est encore exploitable hors laboratoire. Il est de fait important dans le but d'implémenter ces états aux réseaux fibrés par exemple, qu'ils soient générés aux longueurs d'onde de télécommunications et robustes à la perte de cohérence dans les fibres. La partie suivante présente le protocole envisagé pour la génération de variables hybrides infrarouge adaptables aux réseaux de télécommunication et la mise en place expérimentale des états requis pour la création de ces états.

Deuxième partie

ÉTATS HYBRIDES ADAPTÉS AUX RÉSEAUX
D'INFORMATION QUANTIQUE

PROTOCOLE DE GÉNÉRATION

4.1	Description du protocole	56
4.1.1	États en entrée du protocole	57
4.1.2	Mélange de la partie discrète et continue	58
4.1.3	Annonce de l'état	59
4.2	Imperfections expérimentales	60
4.2.1	Annonce sur deux modes et détecteurs non parfaits	60
4.2.2	Imperfections de la source d'états discrets	62
4.2.3	Négativité de la transposée partielle	63
4.3	Application à la préparation d'états à distance	64
4.3.1	Pertes sur la partie continue	64
4.3.2	Pertes sur la partie discrète codée en time bin	66
4.3.3	Pertes sur la partie discrète codée en single rail	67
4.3.4	Pertes sur la partie discrète codée en polarisation	69
4.3.5	Fidélité avec un état chat impaire	73
4.4	Conclusion	76

Ce chapitre a pour but de présenter le protocole expérimental visant à générer des états hybrides de type

$$|\psi\rangle = \frac{|e\rangle_A |+\alpha_f\rangle_B - |l\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B}{\sqrt{2}}, \quad (4.1)$$

avec les modes A et B correspondant à la partie discrète et continue respectivement.

Le codage en variable discrète time-bin est le meilleur candidat pour la propagation du mode A dans les canaux fibrés des réseaux de communication tandis que le mode B , sensible aux pertes reste en local. En effet, les pertes par absorption, et la rotation de la polarisation dans les fibres nuisent à la qualité du qubit discret et a fortiori celui de l'état hybride. Or, les méthodes maîtrisées de compensation de la dispersion permettent la propagation dans les fibres de qubits codés en time-bin sans en affecter la pureté [48]. Dans la [section 4.3](#) nous nous proposons d'étudier plus en détails l'influence des imperfections d'un canal fibré sur la pureté de l'état hybride pour les codages de la partie discrète en polarisation et de type single rail.

4.1 DESCRIPTION DU PROTOCOLE

Le schéma expérimental visant à générer l'état (4.1) est présenté en figure 4.1 [50, 51]. Ce principe consiste à faire interférer d'un membre d'une paire de qubits intriqués en variables discrètes time-bin, et d'un photon prélevé à un état en variables continues. Le transfert de l'intrication sur les modes de sortie de l'interféromètre se fait par un jeu de mesures bien choisi. Les ressources requises en entrée sont sur les modes 1 et 2, des

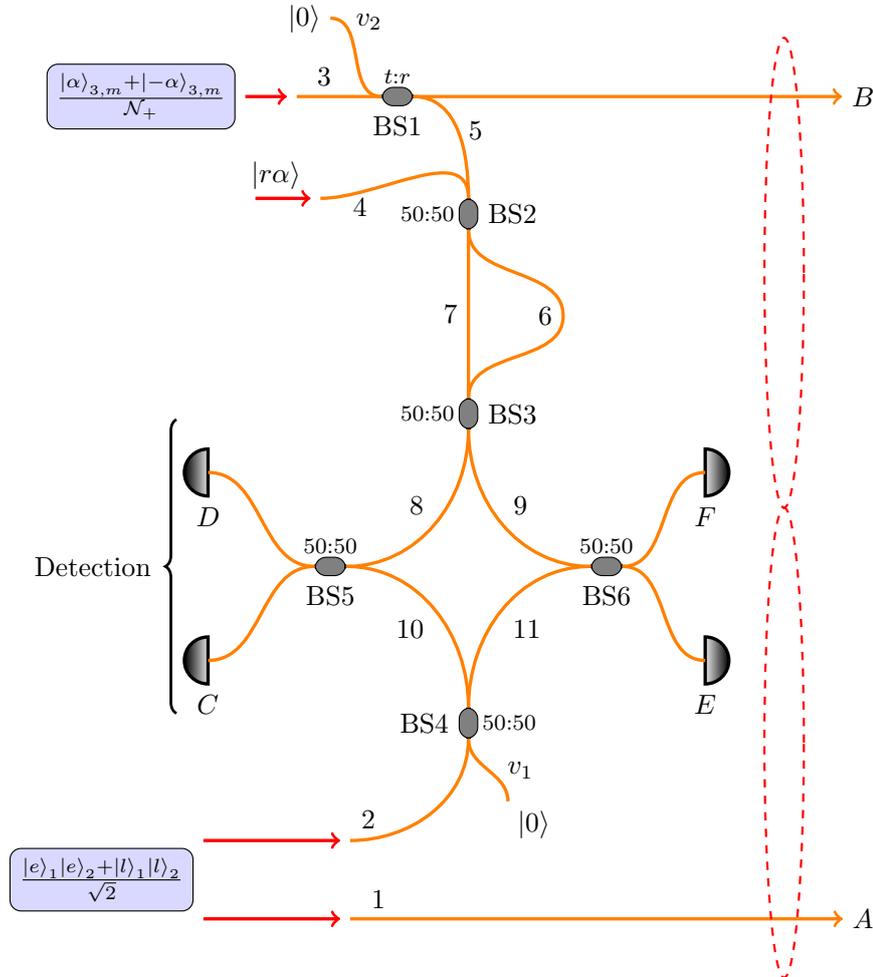


FIGURE 4.1 – Schéma pour la génération de variables hybrides avec la partie discrète codée en time-bin

qubits de variables discrètes à savoir un état intriqué codés en time-bin et sur le mode 3 un état codé en variables continues à savoir un état chat pair.

4.1.1 États en entrée du protocole

Entrée discrète

Dans le cas idéal (sans considérer les multiples paires), le qubit intriqué codé en time-bin s'écrit

$$|\varphi\rangle_{1,2} = \frac{|e\rangle_1 |e\rangle_2 + |l\rangle_1 |l\rangle_2}{\sqrt{2}}. \quad (4.2)$$

Le photon dans le mode 2 est envoyé sur la lame séparatrice BS4 et le qubit (4.2) s'écrit alors

$$|\varphi\rangle_{1,10,11} = \frac{|e\rangle_1 \left(\hat{a}_{10,e}^\dagger + \hat{a}_{11,e}^\dagger \right) + |l\rangle_1 \left(\hat{a}_{10,l}^\dagger + \hat{a}_{11,l}^\dagger \right)}{2} |0\rangle. \quad (4.3)$$

Mise en forme de l'entrée continue

Le qubit codé en variables continues

$$|\text{chat}_+\rangle_{3,m} = \frac{|\alpha\rangle_{3,m} + |-\alpha\rangle_{3,m}}{\mathcal{N}_+}, \quad (4.4)$$

avec le mode m un mode temporel provisoire, est envoyé sur une lame séparatrice BS1 déséquilibrée de coefficient de transmission t et de réflexion r avec $r \ll t$ de sorte que la valeur moyenne de la portion lumineuse prélevée de l'état soit de l'ordre du photon. En sortie de la lame, l'état $|\text{chat}_+\rangle$ est alors intriqué entre le mode B contenant la partie finale codée en variable continue et le mode 5 contenant la petite portion du champ d'intensité $|r\alpha|^2 \approx 1$ dédiée à interférer avec un des photons de la paire discrète

$$|\psi\rangle_{B,5,m} = \frac{\hat{D}(t\alpha)_{B,m} \hat{D}(r\alpha)_{5,m} + \hat{D}(-t\alpha)_{B,m} \hat{D}(-r\alpha)_{5,m}}{\mathcal{N}_+} |0\rangle. \quad (4.5)$$

Afin de permettre le mélange entre l'état cohérent du mode spatial 5 et le photon unique issu de (4.2) dans le mode spatial 2, le mode 5 interfère au préalable avec un état cohérent de même amplitude $|r\alpha\rangle$ dans un interféromètre de Mach Zehnder déséquilibré en longueur constitué des lames séparatrices BS2 et BS3. La différence de chemin des bras long et court 6 ($m \rightarrow l$) et 7 ($m \rightarrow s$) correspondent aux mêmes créneaux temporels utilisés pour coder le qubit discret. Les interférences du mode 5 avec le mode 4 conduisent le champ selon le signe de l'amplitude de l'état cohérent dans le mode 6 (pour une amplitude de $-r\alpha$) ou le mode 7 (pour une amplitude de $r\alpha$). À la sortie de BS3, l'état s'écrit alors

$$|\psi\rangle_{B,8,9} = \frac{1}{\mathcal{N}_+} \left(\hat{D}(t\alpha)_{B,m} \hat{D}(r\alpha)_{8,l} \hat{D}(-r\alpha)_{9,l} + \hat{D}(-t\alpha)_{B,m} \hat{D}(-r\alpha)_{8,e} \hat{D}(-r\alpha)_{9,e} \right) |0\rangle. \quad (4.6)$$

L'état en variable continue à la sortie de l'interféromètre de Mach Zehnder s'écrit alors comme la somme de deux états cohérents séparés, un pour lequel la partie dans le mode spatial B a pour amplitude $t\alpha$ avec le champ dans 8 et 9 codé dans l et l'autre avec une amplitude de $-t\alpha$ dans le mode spatial B avec le champ dans 8 et 9 codé

dans e . L'utilisation de cet état évince la possibilité que la partie continue ne déclenche les détecteurs simultanément, et permet de s'assurer que deux événements dans un mêmes créneaux temporel e ou l provient effectivement de l'entrée discrète et de l'entrée continue.

4.1.2 Mélange de la partie discrète et continue

Le mélange final s'opère sur les lames séparatrices BS5 et BS6 balancées qui effacent l'information sur le chemin emprunté par la partie discrète et continue avant les détecteurs d'annonce dans les modes spatiaux $C D E$ et F . Ainsi il est impossible de discerner si un événement sur l'un des détecteurs provient de la partie discrète ou de la partie continue. Après les lames BS5 et BS6, la partie continue devient

$$\frac{1}{\mathcal{N}_+} \left[\hat{D}(t\alpha)_{B,m} \hat{D}\left(\frac{r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{C,l} \hat{D}\left(\frac{-r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{D,l} \hat{D}\left(\frac{-r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{E,l} \hat{D}\left(\frac{r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{F,l} \right. \\ \left. + \hat{D}(-t\alpha)_{B,m} \hat{D}\left(\frac{-r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{C,e} \hat{D}\left(\frac{r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{D,e} \hat{D}\left(\frac{-r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{E,e} \hat{D}\left(\frac{r\alpha}{\sqrt{2}}\right)_{F,e} \right] |0\rangle \quad (4.7)$$

tandis que la partie discrète devient

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \left[|e\rangle_A \hat{a}_{C,e}^\dagger \hat{a}_{D,e}^\dagger \hat{a}_{E,e}^\dagger \hat{a}_{F,e}^\dagger + |l\rangle_A \hat{a}_{C,l}^\dagger \hat{a}_{D,l}^\dagger \hat{a}_{E,l}^\dagger \hat{a}_{F,l}^\dagger \right] |0\rangle. \quad (4.8)$$

Notons que le mode 1 d'entrée est le même que le mode A de sortie. L'état final $|\psi^{(1)}\rangle$ au niveau des détecteurs s'obtient en combinant (4.7) et (4.8)

$$\begin{aligned} |\psi^{(1)}\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{2}\mathcal{N}_+} \left[|t\alpha\rangle_B |e\rangle_A \hat{D}(\tilde{\alpha})_{C,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{D,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,l} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,l} \right. \\ & \otimes \left(\hat{a}_{C,e}^\dagger + \hat{a}_{D,e}^\dagger + \hat{a}_{E,e}^\dagger + \hat{a}_{F,e}^\dagger \right) \\ & + | -t\alpha\rangle_B |e\rangle_A \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{C,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{D,e} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,e} \\ & \otimes \left(\hat{a}_{C,e}^\dagger + \hat{a}_{D,e}^\dagger + \hat{a}_{E,e}^\dagger + \hat{a}_{F,e}^\dagger \right) \\ & + |t\alpha\rangle_B |l\rangle_A \hat{D}(\tilde{\alpha})_{C,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{D,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,l} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,l} \\ & \otimes \left(\hat{a}_{C,l}^\dagger + \hat{a}_{D,l}^\dagger + \hat{a}_{E,l}^\dagger + \hat{a}_{F,l}^\dagger \right) \\ & \left. + | -t\alpha\rangle_B |l\rangle_A \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{C,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{D,e} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,e} \right. \\ & \left. \otimes \left(\hat{a}_{C,l}^\dagger + \hat{a}_{D,l}^\dagger + \hat{a}_{E,l}^\dagger + \hat{a}_{F,l}^\dagger \right) \right] |0\rangle \quad (4.9) \end{aligned}$$

avec $\tilde{\alpha} = \frac{r\alpha}{\sqrt{2}}$ et un changement de notation pour le mode B . Les termes colorés sont ceux qui relèvent d'un intérêt pour la construction de l'état (4.1).

4.1.3 Annonce de l'état

L'opération de détection projette l'état $|\psi^{(1)}\rangle$ de l'équation (4.9). Ainsi, nous ne souhaitons conserver uniquement que les termes colorés de l'équation (4.9). Une façon de discriminer les termes du milieu des termes colorés est de choisir une annonce sur les deux modes e et l , les termes du milieu ne vivant que dans un seul mode temporel. L'annonce est alors choisie (arbitrairement) sur le déclenchement du détecteur E dans le mode l et le détecteur F dans le mode e :

$$\begin{aligned}
|\psi^{(1)}\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{2}\mathcal{N}_+} \left[|t\alpha\rangle_B |e\rangle_A \hat{D}(\tilde{\alpha})_{C,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{D,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,l} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,l} \right. \\
& \otimes \left(\hat{a}_{C,e}^\dagger + \hat{a}_{D,e}^\dagger + \hat{a}_{E,e}^\dagger + \hat{a}_{F,e}^\dagger \right) \\
& + |-t\alpha\rangle_B |e\rangle_A \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{C,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{D,e} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,e} \\
& \otimes \left(\hat{a}_{C,e}^\dagger + \hat{a}_{D,e}^\dagger + \hat{a}_{E,e}^\dagger + \hat{a}_{F,e}^\dagger \right) \\
& + |t\alpha\rangle_B |l\rangle_A \hat{D}(\tilde{\alpha})_{C,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{D,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,l} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,l} \\
& \otimes \left(\hat{a}_{C,l}^\dagger + \hat{a}_{D,l}^\dagger + \hat{a}_{E,l}^\dagger + \hat{a}_{F,l}^\dagger \right) \\
& \left. + |-t\alpha\rangle_B |l\rangle_A \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{C,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{D,e} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,e} \right. \\
& \left. \otimes \left(\hat{a}_{C,l}^\dagger + \hat{a}_{D,l}^\dagger + \hat{a}_{E,l}^\dagger + \hat{a}_{F,l}^\dagger \right) \right] |0\rangle.
\end{aligned}$$

Les termes sur les modes des détecteurs (C, e) , (C, l) , (D, e) , (D, l) , (E, e) et (F, l) sont conservés afin de préserver la cohérence de l'état annoncé. L'état est alors aussi conditionné sur l'absence d'événement sur ces détecteurs. Expérimentalement, les détecteurs utilisés pour l'annonce sont des APD de type on-off. Les détecteurs sont considérés dans un premier temps comme parfaits, sans pertes, et le POVM s'écrit donc :

$$\hat{\Pi}_{cond} = \hat{\mathbb{1}}_{A,B} \otimes |1\rangle\langle 1|_{E,l} \otimes |1\rangle\langle 1|_{F,e} \otimes_i |0\rangle\langle 0|_i \quad (4.10)$$

avec l'indice i indiquant les modes (C, e) , (C, l) , (D, e) , (D, l) , (E, e) et (F, l) . Pour simplifier le calcul de l'état annoncé, nous pouvons réduire l'équation (4.9) aux termes de probabilité non nulle de déclencher l'annonce :

$$\begin{aligned}
|\tilde{\psi}^{(1)}\rangle = & \frac{1}{2\sqrt{2}\mathcal{N}_+} \left[|t\alpha\rangle_B |e\rangle_A \hat{D}(\tilde{\alpha})_{C,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{D,l} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,l} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,l} \hat{a}_{F,e}^\dagger \right. \\
& \left. + |-t\alpha\rangle_B |l\rangle_A \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{C,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{D,e} \hat{D}(-\tilde{\alpha})_{E,e} \hat{D}(\tilde{\alpha})_{F,e} \hat{a}_{E,l}^\dagger \right] |0\rangle. \quad (4.11)
\end{aligned}$$

En appliquant les opérateurs au vide, on obtient :

$$\begin{aligned} |\tilde{\psi}^{(1)}\rangle = & \\ \frac{1}{2\sqrt{2}\mathcal{N}_+} & \left[|t\alpha\rangle_B |e\rangle_A |\tilde{\alpha}\rangle_{C,l} |-\tilde{\alpha}\rangle_{D,l} |-\tilde{\alpha}\rangle_{E,l} |\tilde{\alpha}\rangle_{F,l} |1\rangle_{F,e} |0\rangle_{C,e} |D,e\rangle_{E,e} \right. \\ & \left. + |-\alpha\rangle_B |l\rangle_A |-\tilde{\alpha}\rangle_{C,e} |\tilde{\alpha}\rangle_{D,e} |-\tilde{\alpha}\rangle_{E,e} |\tilde{\alpha}\rangle_{F,e} |1\rangle_{E,l} |0\rangle_{C,l} |D,l\rangle_{F,l} \right] \end{aligned} \quad (4.12)$$

L'état non normalisé après annonce est donné par :

$$\hat{\rho}^{(1)} = \text{Tr}_{C,D,E,F} \left[\hat{\Gamma}_{\text{cond}} |\tilde{\psi}^{(1)}\rangle \langle \tilde{\psi}^{(1)}| \right]. \quad (4.13)$$

En se souvenant de la réécriture de l'état cohérent dans la base de Fock, nous en déduisons le produit scalaire $\langle 0|\tilde{\alpha}\rangle = \langle \tilde{\alpha}|0\rangle = e^{-\frac{|\tilde{\alpha}|^2}{2}}$ et $\langle 1|\tilde{\alpha}\rangle = \langle \tilde{\alpha}|1\rangle = e^{-\frac{|\tilde{\alpha}|^2}{2}}\tilde{\alpha}$, nous constatons que la stratégie de conditionnement projette l'état $|\psi^{(1)}\rangle$ dans l'état :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}^{(1)} = & \frac{|\alpha|^2 e^{-4|\alpha|^2}}{2\sqrt{2}\mathcal{N}_+} \left[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B |e\rangle\langle e|_A \right. \\ & - [|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B |e\rangle\langle l|_A + |-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B |l\rangle\langle e|_A] \\ & \left. + |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B |l\rangle\langle l|_A \right] \end{aligned} \quad (4.14)$$

proche de l'état cible avec l'amplitude $t\alpha$ de la partie continue remplacée par l'amplitude α_f . La norme de l'état, qui donne aussi la probabilité d'annonce $P^{(1)}$ est donné par la trace totale de l'état annoncé :

$$P^{(1)} = \text{Tr} \left[\hat{\Gamma}_{\text{cond}} |\psi^{(1)}\rangle \langle \psi^{(1)}| \right] = \frac{|r\alpha|^2 e^{-2|r\alpha|^2}}{16(1 + e^{-2|\alpha|^2})}. \quad (4.15)$$

Finalement, l'état annoncé normé correspond à l'état cible (4.1) :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{\text{norm}}^{(1)} = & \frac{1}{2} \left[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B |e\rangle\langle e|_A \right. \\ & - |\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B |e\rangle\langle l|_A - |-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B |l\rangle\langle e|_A \\ & \left. + |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B |l\rangle\langle l|_A \right] = |\psi\rangle\langle\psi| \end{aligned} \quad (4.16)$$

Nous allons désormais nous intéresser à la qualité de l'état en sortie de ce schéma soumis à des imperfections expérimentales.

4.2 IMPERFECTIONS EXPÉRIMENTALES

4.2.1 Annonce sur deux modes et détecteurs non parfaits

Nous considérons désormais des détecteurs d'annonce de type on-off plus réalistes, avec une efficacité de détection η , et l'annonce effectuée uniquement par le déclen-

chement des détecteurs (E, l) et (F, e) . Les POVMs prenant en compte l'efficacité de détection sont

$$\begin{aligned}\hat{\Pi}_i^{off} &= \sum_{k=0}^{\infty} (1-\eta)^k |k\rangle\langle k|_i \\ \hat{\Pi}_i^{on} &= \hat{\mathbb{1}} - \hat{\Pi}_i^{off},\end{aligned}\quad (4.17)$$

avec l'indice i indiquant les modes de détection, et $|k\rangle_i$ un vecteur de la base de Fock dans le mode i contenant k photons. L'absence de détecteur sur les voies autres que (E, l) et (F, e) sont représentés par des POVMs d'efficacité $\eta = 0$. Le POVM de l'annonce s'écrit alors

$$\hat{\Pi}_{realiste} = \hat{\Pi}_{E,l}^{on} \otimes \hat{\Pi}_{F,e}^{on} \otimes_i \hat{\mathbb{1}}_i \quad (4.18)$$

avec l'indice i indiquant les autres modes (C, e) , (C, l) , (D, e) , (D, l) , (E, e) et (F, l) . La matrice densité de la projection de l'état $|\psi^{(1)}\rangle$ en utilisant le POVM (4.18) s'écrit

$$\begin{aligned}\hat{\rho}'^{(1)} &= \frac{1}{2} \left[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B |e\rangle\langle e|_A \right. \\ &\quad - \frac{\eta|\tilde{\alpha}|^2 e^{-4|\tilde{\alpha}|^2}}{1 - e^{-\eta|\tilde{\alpha}|^2}} \left(|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B |e\rangle\langle l|_A + |-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B |l\rangle\langle e|_A \right) \\ &\quad \left. + |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B |l\rangle\langle l|_A \right].\end{aligned}\quad (4.19)$$

En prenant en considération l'efficacité de détection, nous observons que les termes non-

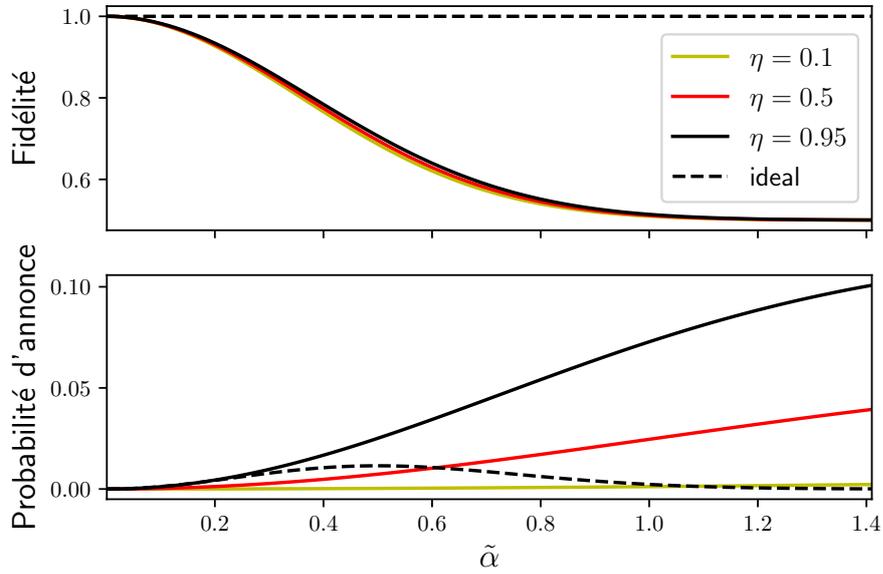


FIGURE 4.2 – Fidélité de l'état annoncé (figure du haut) et probabilité d'annonce (figure du bas) en fonction de l'amplitude $\tilde{\alpha} = \frac{r\alpha}{\sqrt{2}}$ avec $\alpha = 2$. Les courbes en trait plein correspondent aux différentes efficacités de détection, et la courbe en pointillé représente le cas idéale considéré en [sous-section 4.1.3](#)

diagonaux de l'équation (4.19) sont désormais pondérés par un coefficient dépendant de $\tilde{\alpha} = \frac{r\alpha}{\sqrt{2}}$. La fidélité entre l'état annoncé et l'état cible

$$\mathcal{F} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\eta |\tilde{\alpha}|^2 e^{-4|\tilde{\alpha}|^2}}{1 - e^{-\eta |\tilde{\alpha}|^2}} \right), \quad (4.20)$$

est tracée pour différentes efficacités de détection en figure 4.2 (figure du haut). L'amplitude α est fixée à 2 et seule l'amplitude de réflexion r de la lame séparatrice BS₁ varie. Cette figure montre que la décroissance de la courbe reste sensiblement la même quelle que soit l'efficacité de détection. Une efficacité de détection faible affecte en revanche la probabilité de détection, donnée par :

$$P^{(1)} = \frac{\eta(1 - e^{-\eta |\tilde{\alpha}|^2})}{8(1 + e^{-2|\alpha|^2})}. \quad (4.21)$$

et tracée en figure 4.2 (figure du bas).

4.2.2 Imperfections de la source d'états discrets

La description du protocole faite en amont prend comme entrée sur le canal discret des paires parfaites de photons intriqués. Ici nous prenons en compte pour l'entrée discrète la composante de vide et les multiples paires également présentes lors de la génération expérimentale de paires de photon intriqués [31]. L'état (4.2) en entrée du protocole se réécrit

$$|\varphi'\rangle_{1,2} = \sqrt{p_0} |0\rangle_1 |0\rangle_2 + \sqrt{p_1} \frac{|e\rangle_1 |e\rangle_2 + |l\rangle_1 |l\rangle_2}{\sqrt{2}} + \sqrt{p_\epsilon} |\epsilon\rangle_{1,2} \quad (4.22)$$

avec la conservation des probabilités $p_0 + p_1 + p_\epsilon = 1$ et le vecteur $|\epsilon\rangle_{1,2}$ prenant en compte les multiples paires générées. Dans le cas expérimental, la contribution du vide est prépondérante devant celle de la paire, et selon la puissance de la pompe, la génération de multiple paires devient minime devant la génération d'une seule paire : $p_0 \gg p_1 \gg p_\epsilon$. L'état avant détection comprend alors ces trois nouvelles composantes de l'entrée discrète et se réécrit sous la forme

$$|\psi'\rangle = \sqrt{p_0} |\psi^{(0)}\rangle + \sqrt{p_1} |\psi^{(1)}\rangle + \sqrt{p_\epsilon} |\psi^{(\epsilon)}\rangle. \quad (4.23)$$

Nous avons vu que le choix de l'annonce évince la possibilité que la partie continue ou discrète ne fasse l'annonce de l'état seul. La composante de vide de l'état (4.23) est alors incapable de donner lieu à une annonce. La probabilité de réussite $P^{(1)}$ est la même que celle donnée par l'équation (4.21), et la fidélité se réécrit

$$\mathcal{F} = \frac{1}{1 + \frac{p_\epsilon P^{(\epsilon)}}{p_1 P^{(1)}}}, \quad (4.24)$$

avec $P(\epsilon)$ la probabilité que l'annonce provienne d'une multiple paire. Outre la formulation explicite de l'état $|\psi^\epsilon\rangle$ et de la matrice densité après annonce, ce qui nous importe

est la probabilité que l'annonce s'opère sur une multiple paire soit très faible par rapport à la probabilité de l'annonce sur une seule paire [50].

$$\frac{p_\epsilon}{p_1} \ll |\tilde{\alpha}|^2 \quad (4.25)$$

Cette condition peut être remplie d'une part en adaptant la puissance du champ de pompe utilisé pour la génération de paires, et d'autre part en adaptant le coefficient de réflexion de la première lame séparatrice. En prenant des détecteurs d'efficacité $\eta = 0.95$, et en imposant une fidélité de 0.99, il faut une amplitude $\tilde{\alpha} = 0.075$. Soit une amplitude de $\alpha = 2$ pour la partie continue en entrée du protocole, l'amplitude de réflexion r de la lame séparatrice BS1 doit être de 0.05. La probabilité d'annonce est alors $P_1 = 6,4 \cdot 10^{-4}$.

4.2.3 Négativité de la transposée partielle

La *négativité de la transposée partielle* (NPT) est un bon outil pour pouvoir se concentrer davantage sur la quantification de l'intrication hybride. La NPT d'un état bipartite est utilisée pour certifier et quantifier son degré d'intrication [3, 17]. Cette quantité, basée sur le critère de Peres-Horodecki [161], est reliée à la propriété de la positivité des matrices densités. Cette approche pouvant être utilisée dans l'étude de l'intrication hybride [65], indique que si l'état $\hat{\rho}^{(1)}$ est séparable, alors la transposée partielle de cet état sur n'importe lequel des sous espaces discret \mathcal{H}_A ou continu \mathcal{H}_B est semi-définie positive i.e $\hat{\rho}^{(1)\Gamma_i} \geq 0$, Γ_i étant la transposée partielle de $\hat{\rho}^{(1)}$ sur le sous espace $i = A, B$. La violation de cette condition nécessaire indique que l'état est intriqué. La NPT de l'état

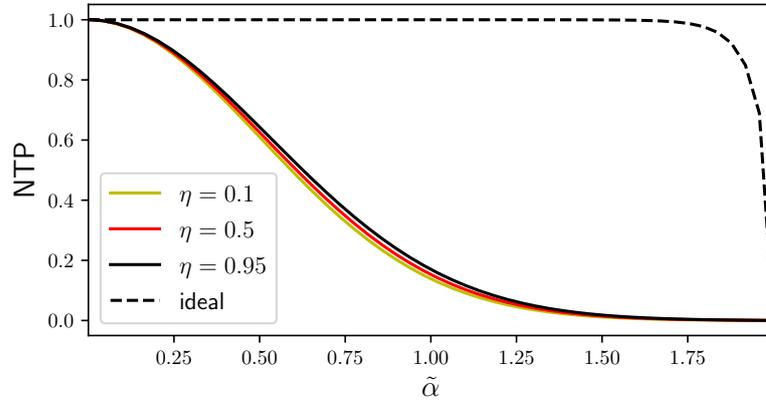


FIGURE 4.3 – Négativité de la transposée partielle pour de l'état en sortie du protocole en fonction de l'amplitude $\tilde{\alpha} = \frac{r\alpha}{\sqrt{2}}$ avec $\alpha = 2$. Les courbes en trait plein correspondent aux différentes efficacités de détection et la courbe en pointillé représente le cas idéal considéré en sous-section 4.1.3.

$\hat{\rho}^{(1)}$ est alors définie comme proportionnelle à la somme des valeurs propres négatives de la transposée partielle de l'état :

$$\mathcal{N}(\hat{\rho}^{(1)}) = -2 \sum_k \lambda_k^- \quad (4.26)$$

avec λ_k^- les valeurs propres négatives de $\hat{\rho}^{(1)\Gamma_i}$ ($i = A, B$). Le coefficient $\mathcal{N}(\hat{\rho})$ est compris entre 0 et $\frac{1}{2}$. Pour un état intriqué bipartite une NPT de 1 correspond à un état entièrement intriqué pouvant être écrit dans la base des états de Bell. Une NPT nulle ne donne pas d'information sur le fait que l'état est intriqué ou non, mais seulement que les valeurs propres de la transposée partielles de l'état sont toutes positives. Il est à noter que bien que la réciproque soit vérifiée pour un état bipartite, la réciproque n'est généralement pas vraie. La [figure 4.3](#) trace la négativité de la transposée partielle de l'état en sortie du protocole de génération pour différentes efficacités de détection, et pour le cas idéal considéré en [section 4.1](#).

Nous avons présenté dans ces paragraphes le protocole de génération des états intriqués hybrides dont la partie discrète est codé en time-bin. Nous avons par ailleurs étudié la qualité de l'état généré dans un cas plus réaliste prenant en comptes les imperfections expérimentales comme l'efficacité des détecteurs ou la présence de vide et de multiple paires pour l'entrée DV. Nous avons enfin introduit la NPT qui nous permet de quantifier le degré d'intrication de l'état hybride généré. Dans les prochains paragraphes, nous allons nous concentrer sur l'application de cet état à des réseaux de télécommunication fibrés.

4.3 APPLICATION À LA PRÉPARATION D'ÉTATS À DISTANCE

Nous avons vu en [sous-section 3.3.2](#) que les états hybrides sont essentiels pour tout réseau quantique reliant des dispositifs quantiques disparates sur des codages CV ou DV [6]. Ces variables sont au cœur d'une nouvelle génération de prototypes de communication quantique [15, 124]. Cependant, ces applications requièrent la distribution des deux parties de l'état quantique sur des nœuds distants, et il est important de prendre en compte la robustesse des états hybrides pour leur application à des protocoles de communication sur des longues distances. Nous nous proposons dans cette section d'étudier la résistance de l'état hybride contre les pertes au sein des fibres optiques dans le cas simple de la préparation à distance d'état [83].

4.3.1 Pertes sur la partie continue

Nous avons vu dans la [sous-section 2.1.2](#) à quelle point les pertes sont néfastes pour les états continus, nous allons voir qu'il en est de même pour la CV de l'état hybride. En effet, nous considérons le cas où seul la partie CV se propage et est soumis à des pertes modélisées par une lame séparatrice (c.f [figure 4.4](#)) d'amplitude de réflexion r_{CV} , et de transmission t_{CV} ($|t_{CV}|^2 + |r_{CV}|^2 = 1$). Dans le souci de simplifier la suite des calculs et puisque l'absorption dans les fibres est indépendant de la phase, nous considérons les amplitudes de réflexion et de transmission comme étant réelles pour toutes les pertes par absorption ($r_i, t_i \in \mathbb{R}, i = CV, DV$). La lame séparatrice sur le bras B mélange la partie continue se propageant initialement sur le mode spatial B avec le vide $|0\rangle\langle 0|_{\nu_B}$ du

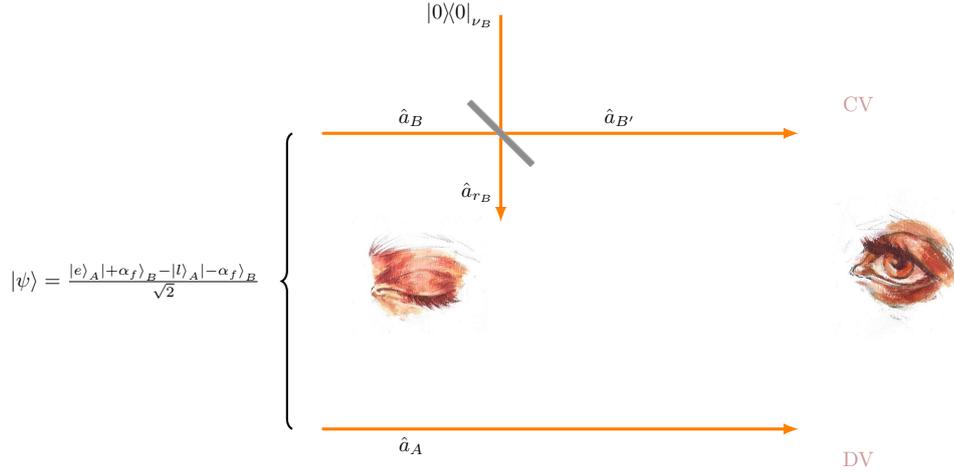


FIGURE 4.4 – Modélisation des pertes sur le mode B dans lequel se propage la partie CV de l'état hybride.

mode spatial ν_B . Nous appelons le mode de sortie transmis et observé B' . Le mode r_B réfléchit est alors ignoré. L'état après la lame séparatrice s'écrit alors :

$$|\psi'\rangle_{CV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|e\rangle_A | +r_{CV}\alpha_f \rangle_{r_B} | +t_{CV}\alpha_f \rangle_{B'} - |l\rangle_A | -r_{CV}\alpha_f \rangle_{r_B} | -t_{CV}\alpha_f \rangle_{B'} \right]$$

Le mode r_B n'étant pas observé, cela revient à effectuer la trace partielle de la matrice densité $|\psi'\rangle\langle\psi'|$ sur le mode r_B . L'état hybride soumis à des pertes sur la partie CV s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}'_{CV} = & \frac{1}{2} \left[|e\rangle\langle e|_A | +t_{CV}\alpha_f \rangle\langle +t_{CV}\alpha_f|_{B'} \right. \\ & - e^{-2|r_{CV}\alpha_f|^2} (|e\rangle\langle l|_A | +t_{CV}\alpha_f \rangle\langle -t_{CV}\alpha_f|_{B'} \\ & + |l\rangle\langle e|_A | -t_{CV}\alpha_f \rangle\langle +t_{CV}\alpha_f|_{B'}) \\ & \left. + |l\rangle\langle l|_A | -t_{CV}\alpha_f \rangle\langle -t_{CV}\alpha_f|_{B'} \right]. \end{aligned} \quad (4.27)$$

Les termes non diagonaux de la matrice densité sont pondéré par un coefficient (terme en couleur) qui décroît de manière exponentielle avec les pertes. En pratique, les amplitudes de réflexion et de transmission varient avec la distance de propagation z dans les fibres standards SMF de télécommunication, en suivant la loi de Beer Lambert

$$\begin{aligned} t_{CV} &= e^{-\frac{1}{2}\beta z} \\ r_{CV} &= \sqrt{1 - e^{-\beta z}}, \end{aligned} \quad (4.28)$$

avec $\beta = 0.2 \text{ dB} \cdot \text{km}^{-1}$. La partie continue est vite détériorée au bout de quelque km de propagation dans les fibres et les effets des pertes sont d'autant plus importantes

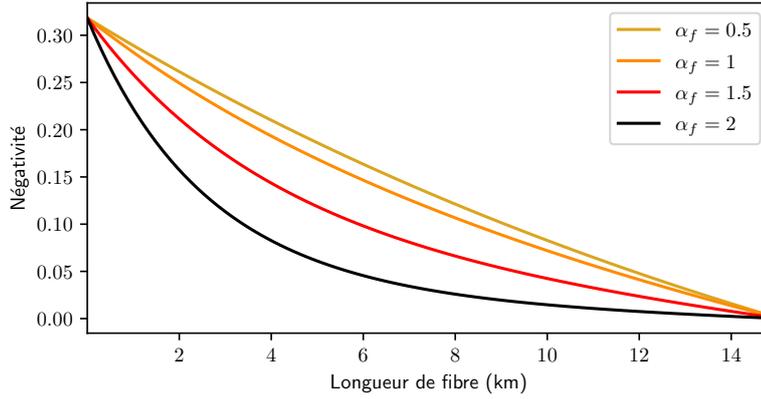


FIGURE 4.5 – Négativité de la fonction de Wigner de l'état hybride soumis à des pertes sur lorsque la partie CV se propage dans une fibre. La partie discrète a été projetée sur l'état $|+\rangle_A = \frac{|e\rangle_A + |l\rangle_A}{\sqrt{2}}$ afin d'obtenir un chat impair sur la partie CV (c.f section A.1). Les courbes correspondent au cas idéal, avec différentes amplitudes α_f .

que l'amplitude de la partie CV α_f est élevée comme le montre la figure 4.5. Notons que cette étude des pertes à la propagation sur la partie CV prend l'état 4.1 comme exemple, cependant, cet effet est commun à tout état hybride soumis à des pertes dans la partie CV. Pour appliquer les états hybrides à des réseaux de communications, il convient alors mieux de garder la partie continue en local et de faire se propager la partie discrète. Une projection du qubit discret permet alors d'obtenir l'état voulu sur la partie continue (c.f section A.1). Nous allons dans les paragraphes suivant étudier l'impact des pertes de la partie DV sur la partie CV.

4.3.2 Pertes sur la partie discrète codée en time bin

Le codage time bin sur le qubit discret de la variable hybride permet de préserver l'état de la décohérence due aux pertes lors de la propagation dans les fibres. Nous étudions ici les pertes à la propagation de la partie de la partie continue et discrète de l'état hybride (4.1). Pour évaluer la qualité de l'état lors de la propagation du qubit discret codé en time-bin, nous rajoutons une lame séparatrice sur la partie discrète (figure 4.7) d'amplitude de réflexion r_{DV} et de transmission t_{DV} . La lame mélange ainsi la partie discrète dans le port A avec une composante de vide dans le port ν_A . La mode réfléchi r_A de la partie discrète est ignorée et seul le mode de sortie A' est observé à l'instar des pertes sur la partie continue. L'état hybride en sortie de la lame sur la partie discrète s'écrit :

$$|\psi'\rangle_{DV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[t_{DV} |e\rangle_{A'} |\alpha_f\rangle_B + r_{DV} |e\rangle_r |\alpha_f\rangle_B - t_{DV} |l\rangle_{A'} |-\alpha_f\rangle_B - r_{DV} |l\rangle_r |-\alpha_f\rangle_B \right] \quad (4.29)$$

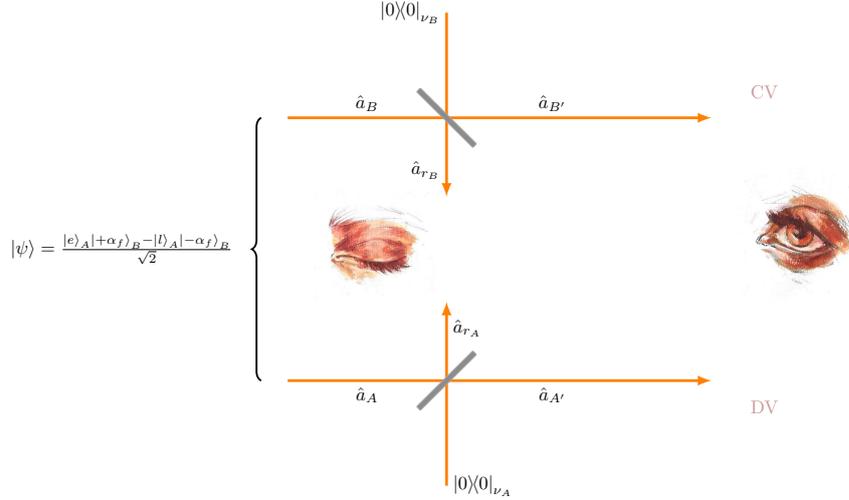


FIGURE 4.6 – Modèle de la lame séparatrice sur la partie discrète.

Après la trace sur le mode r_A la matrice densité $\hat{\rho}'_{DV}$ s'écrit :

$$\hat{\rho}'_{DV} = t_{DV}^2 |\psi\rangle\langle\psi| + r_{DV}^2 |0\rangle\langle 0|_{A'} \frac{|+\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B + |-\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B}{2}. \quad (4.30)$$

Cette formule montre que le codage en time-bin n'ayant aucune composante de vide préserve la cohérence de l'état contre les pertes sur la partie discrète. En effet, la seule détection d'un signal sur la partie discrète projette l'état $\hat{\rho}'_{A_{out}}$ sur l'état (4.1) avec une probabilité de succès de t_{DV}^2 . La matrice densité $\hat{\rho}'_{DV,CV}$ d'un état hybride pour lequel des pertes ont été appliquées sur la partie discrète et la partie continue s'écrit en combinant les pertes sur la partie discrète et la partie continue :

$$\hat{\rho}'_{DV,CV} = t_{DV}^2 \hat{\rho}'_{CV} + r_{DV}^2 |0\rangle\langle 0|_{A'} \frac{1}{2} \left(|+t_{CV}\alpha_f\rangle\langle +t_{CV}\alpha_f|_{B'} + |-t_{CV}\alpha_f\rangle\langle -t_{CV}\alpha_f|_{B'} \right) \quad (4.31)$$

Les effets de la dispersion sur le codage time-bin ne jouent pas un rôle important et peuvent être facilement compensés par des modules standard [66, 99] (lame de phase, lame de verre...). Aucun effet de décohérence n'est donc observé sur l'état $|\psi\rangle\langle\psi|$ lorsque sa partie DV est soumise à des pertes ou se propage sur de longues distances. Cependant, cette résistance aux pertes pour l'application à des protocoles de communication longue distance n'est pas disponibles pour d'autres types d'états hybrides comme nous allons le voir dans les prochains paragraphes.

4.3.3 Pertes sur la partie discrète codée en single rail

Nous nous intéressons ici à la résistance vis-à-vis des pertes d'un état hybride dont l'information de la partie discrète est codé sur l'absence et présence de photon (single rail). L'information du qubit discret étant codé en partie sur du vide l'état hybride est

plus sensible à l'absorption des photon au sein des fibres. L'état hybride ici considéré est le suivant [65, 109] :

$$|\psi_{s-r}\rangle = \frac{|1\rangle_A |+\alpha_f\rangle_B - |0\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B}{\sqrt{2}}, \quad (4.32)$$

avec la partie discrète maintenant encodée sur la présence ou l'absence d'un photon. Nous réutilisons ici le modèle de la lame séparatrice pour évaluer les pertes, et comme

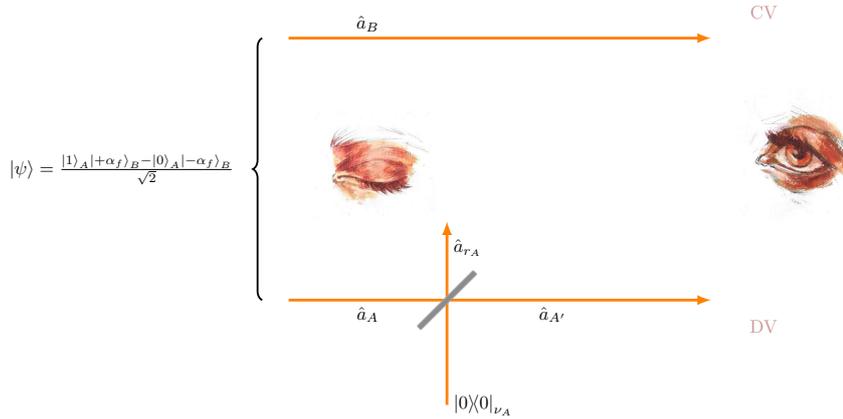


FIGURE 4.7 – Modèle de la lame séparatrice sur la partie discrète.

les pertes lors de la propagation de la partie CV sont les mêmes quelque soit l'encodage, nous considérons uniquement les pertes sur la partie DV (c.f figure 4.7). Après son passage à travers la lame, la partie discrète se réécrit comme :

$$|1\rangle_A |0\rangle_{\nu_A} = t_{DV} |1\rangle_{A'} |0\rangle_{r_A} + r_{DV} |0\rangle_{A'} |1\rangle_{r_A} \quad (4.33)$$

Le mode vide de A n'est pas affecté par la lame. L'état, soumis à des pertes s'écrit alors :

$$|\psi'_{s-r}\rangle_{DV} = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\left(t_{DV} |1\rangle_{A'} |0\rangle_{r_A} + r_{DV} |0\rangle_{A'} |1\rangle_{r_A} \right) |+\alpha_f\rangle_B - |0\rangle_{A'} |0\rangle_{r_A} |-\alpha_f\rangle_B \right] \quad (4.34)$$

La matrice densité $\hat{\rho}_{DV}^{s-r}$ de l'état hybride single rail dont la partie DV a été soumis à des pertes s'écrit alors en traçant la matrice $|\psi'_{s-r}\rangle\langle\psi'_{s-r}|_{DV}$ sur le r_A mode ignoré :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{DV}^{s-r} = & \frac{1}{2} \left[\left(t_{DV}^2 |1\rangle\langle 1|_{A'} + r_{DV}^2 |0\rangle\langle 0|_{A'} \right) |+\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B \right. \\ & - t_{DV} |1\rangle\langle 0|_{A'} |+\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B \\ & - t_{DV} |0\rangle\langle 1|_{A'} |-\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B \\ & \left. + |0\rangle\langle 0|_{A'} |-\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B \right]. \end{aligned} \quad (4.35)$$

Les amplitudes de réflexion et de transmission sont aussi donné suivant la loi de Beer Lambert (cf. [sous-section 4.3.1](#)). Nous observons que pour le codage single rail de la partie DV d'un état hybride, les pertes modifient le poids relatif du terme qubit DV en réduisant la contribution de $|1\rangle_A$ en faveur de $|0\rangle_A$. Cet effet ne peut pas être éliminé par une post-sélection comme pour le cas du time-bin à l'étape de détection. Nous voyons de même que les pertes ont pour effet d'introduire de la décohérence sur les termes non diagonaux. Ces termes sont pondérés par l'amplitude de transmission t_{DV} en couleur. Lorsque les pertes sont trop importantes ($r_{DV} \rightarrow 1$), les termes non diagonaux deviennent nuls et la cohérence est totalement perdue.

4.3.4 Pertes sur la partie discrète codée en polarisation

Les pertes par absorption dans les fibres ne sont pas la seule source de décohérence plus généralement des qubits discrets et dans notre cas des états hybrides. Nous allons voir que pour les états hybrides dont le qubit DV est codé en polarisation, la biréfringence des fibres peut engendrer une variation aléatoire de la polarisation et amener à une perte de cohérence sur le qubit DV et sur l'état hybride. Nous allons à présent nous intéresser à la résistance d'un état hybride avec la partie discrète codée en polarisation [[87](#), [124](#), [143](#)]

$$|\psi_{\text{pol}}\rangle = \frac{|H\rangle_A |+\alpha_f\rangle_B - |V\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B}{\sqrt{2}}. \quad (4.36)$$

Lors d'une propagation dans une fibre, la polarisation du champ tourne de manière aléatoire. L'information portée par un qubit codé en polarisation est alors affectée en l'absence de compensation. Nous utilisons le modèle de Wai et Menyuk [[150](#)] pour

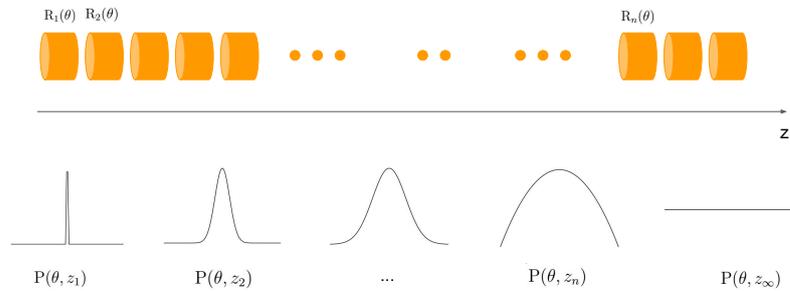


FIGURE 4.8 – L'évolution de la polarisation de l'état dans une fibre est modélisé par la rotation de la polarisation de l'état lors de son passage dans une petite section de fibre biréfringente. L'état tourné d'un angle est ensuite moyenné sur l'ensemble des angles de rotation pondéré par la distribution $P(\theta, z)$. Cette distribution est empruntée aux statistiques décrivant un mouvement brownien unidimensionnel.

représenter le brouillage de l'information sur la polarisation. Seulement la rotation

linéaire alors est prise en compte, la fibre ne présentant pas de chiralité ce qui implique l'absence de biréfringence circulaire. L'idée du modèle est de découper la fibre en petites sections possédant une biréfringence locale. L'état en entrée de la fibre subit une rotation de polarisation

$$R_i(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}_i \quad (4.37)$$

avec i correspondant à la i -ème section de fibre. Il est associé à chaque section de fibre une distribution de probabilité concernant l'angle de rotation de l'état. Cette distribution est modélisée par un mouvement Brownien unidimensionnel variant selon la distance de la fibre [110, 150] :

$$P(\theta, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}. \quad (4.38)$$

avec la variance de cette distribution augmentant de façon linéaire en fonction de la distance z . La distribution correspond ainsi à un pic de Dirac, lorsque z est proche de 0, puis devient uniforme pour de grandes distances (comme représenté en figure 4.8). Le paramètre σ peut être défini comme l'inverse de la racine d'une longueur :

$$\sigma = \sqrt{\frac{2}{L_C}}, \quad (4.39)$$

avec L_C la longueur pour laquelle, l'angle θ perd toute corrélation [110].

Lors d'un passage dans une section i de fibre, la polarisation de l'état est alors tournée par l'application de la matrice de rotation.

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{pol},\theta}\rangle &= R_i(\theta) |\psi_{\text{pol}}\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (R_i(\theta) |H\rangle_A |+\alpha\rangle_B - R_i(\theta) |V\rangle_A |-\alpha\rangle_B) \end{aligned} \quad (4.40)$$

L'application de la matrice de rotation $R_i(\theta)$ aux vecteurs $|H\rangle_A$ et $|V\rangle_A$ donne :

$$\begin{aligned} R_i(\theta) |H\rangle_A &= \cos(\theta) |H\rangle_A - \sin\theta |V\rangle_A \\ R_i(\theta) |V\rangle_A &= \sin(\theta) |H\rangle_A + \cos\theta |V\rangle_A \end{aligned} \quad (4.41)$$

Et donc :

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{pol},\theta}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(\theta) |H\rangle_A |+\alpha_f\rangle_B - \sin\theta |V\rangle_A |+\alpha_f\rangle_B \\ &\quad - \sin(\theta) |H\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B - \cos\theta |V\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B) \end{aligned} \quad (4.42)$$

La matrice densité associée à cet état s'exprime alors comme :

$$\begin{aligned}
|\psi_{\text{pol},\theta}\rangle\langle\psi_{\text{pol},\theta}| = \frac{1}{2} & \left[\begin{aligned} & \left(\cos(\theta)^2 |H\rangle\langle H|_A - \cos(\theta) \sin(\theta) |H\rangle\langle V|_A \right. \\ & \quad \left. - \cos(\theta) \sin(\theta) |V\rangle\langle H|_A + \sin(\theta)^2 |V\rangle\langle V|_A \right) |+\alpha_f\rangle\langle+\alpha_f|_B \\ & - \left(\cos(\theta)^2 |H\rangle\langle V|_A - \cos(\theta) \sin(\theta) |V\rangle\langle V|_A \right. \\ & \quad \left. + \cos(\theta) \sin(\theta) |H\rangle\langle H|_A - \sin(\theta)^2 |V\rangle\langle H|_A \right) |+\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B \\ & - \left(\cos(\theta)^2 |V\rangle\langle H|_A - \cos(\theta) \sin(\theta) |V\rangle\langle V|_A \right. \\ & \quad \left. - \cos(\theta) \sin(\theta) |H\rangle\langle H|_A - \sin(\theta)^2 |H\rangle\langle V|_A \right) |-\alpha_f\rangle\langle+\alpha_f|_B \\ & + \left(\cos(\theta)^2 |V\rangle\langle V|_A + \cos(\theta) \sin(\theta) |H\rangle\langle V|_A \right. \\ & \quad \left. + \cos(\theta) \sin(\theta) |V\rangle\langle H|_A + \sin(\theta)^2 |H\rangle\langle H|_A \right) |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B \end{aligned} \right].
\end{aligned}$$

Nous effectuons ainsi la moyenne sur l'ensemble des angles à n'importe quelle section de position z .

$$\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z) = \int d\theta P(\theta, z) |\psi_{\text{pol},\theta}\rangle\langle\psi_{\text{pol},\theta}|. \quad (4.43)$$

Cela revient à effectuer les trois intégrales suivante :

$$\int d\theta \cos(\theta) \sin(\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2z}} = 0, \quad (4.44)$$

$$\int d\theta \cos(\theta)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2z}} = \frac{1}{2}(1 + e^{-2\sigma^2z}), \quad (4.45)$$

et

$$\int d\theta \sin(\theta)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2z}} = \frac{1}{2}(1 - e^{-2\sigma^2z}). \quad (4.46)$$

La résolution de ses intégrations est décrite en [section A.3](#). La matrice densité $\hat{\rho}(z)$ de l'état hybride s'écrit alors comme :

$$\begin{aligned}
\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z) = \frac{1}{4} & \left[\begin{aligned} & \left((1 + e^{-2\sigma^2z}) |H\rangle\langle H|_A + (1 - e^{-2\sigma^2z}) |V\rangle\langle V|_A \right) |+\alpha_f\rangle\langle+\alpha_f|_B \\ & - \left((1 + e^{-2\sigma^2z}) |H\rangle\langle V|_A - (1 - e^{-2\sigma^2z}) |V\rangle\langle H|_A \right) |+\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B \\ & - \left((1 + e^{-2\sigma^2z}) |V\rangle\langle H|_A - (1 - e^{-2\sigma^2z}) |H\rangle\langle V|_A \right) |-\alpha_f\rangle\langle+\alpha_f|_B \\ & + \left((1 + e^{-2\sigma^2z}) |V\rangle\langle V|_A + (1 - e^{-2\sigma^2z}) |H\rangle\langle H|_A \right) |+\alpha_f\rangle\langle+\alpha_f|_B. \end{aligned} \right] \quad (4.47)
\end{aligned}$$

En faisant émerger la matrice densité de l'état initiale exempt de toute rotation $|\psi_{\text{pol}}\rangle\langle\psi_{\text{pol}}|$ de la matrice (4.47) l'écriture finale de celle-ci devient

$$\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z) = \frac{1}{2} \left[(1 + e^{-2\sigma^2 z}) |\psi_{\text{pol}}\rangle\langle\psi_{\text{pol}}| + (1 - e^{-2\sigma^2 z}) \left| \psi_{\text{pol}, \frac{\pi}{2}} \right\rangle\left\langle \psi_{\text{pol}, \frac{\pi}{2}} \right| \right]. \quad (4.48)$$

Cette formulation montre la détérioration de la pureté de l'état $\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z)$ avec la distance. En effet, dans la limite où la distance z est très grande,

$$\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z) \xrightarrow{z \rightarrow +\infty} \frac{1}{2} |\psi_{\text{pol}}\rangle\langle\psi_{\text{pol}}| + \frac{1}{2} \left| \psi_{\text{pol}, \frac{\pi}{2}} \right\rangle\left\langle \psi_{\text{pol}, \frac{\pi}{2}} \right|, \quad (4.49)$$

l'équation (4.48) tend vers un mélange statistique de l'état initial $|\psi_{\text{pol}}\rangle$ et de l'état

$$\left| \psi_{\text{pol}, \frac{\pi}{2}} \right\rangle = \frac{|V\rangle_A |+\alpha_f\rangle_B - |H\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B}{\sqrt{2}}. \quad (4.50)$$

Estimation de la longueur L_C

La longueur L_C est fixée à partir de l'article de Sören Wengerowsky présentant la destruction de clés quantiques par voie fibrées sous-marines sur une grande distance via des qubits intriqués codés en polarisation [155]. L'équipe de Sören Wengerowsky observait une chute à 85 % de la fidélité de la paire de qubit intriqué après 200 km de propagation dans les fibres avec un état de Bell. En supposant que la détérioration

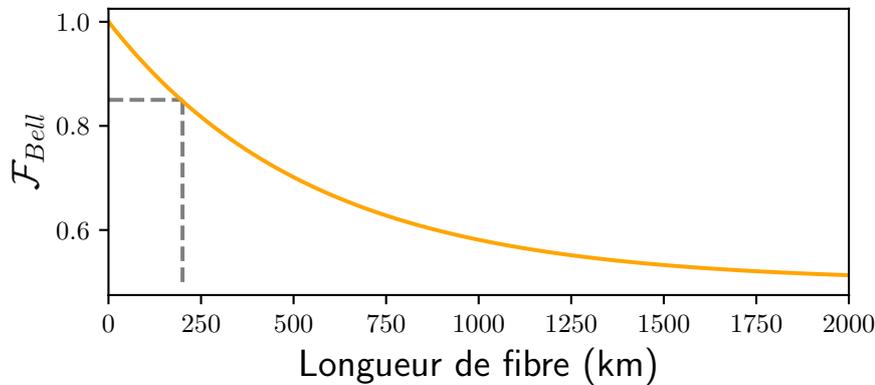


FIGURE 4.9 – Courbe de la fidélité d'une paire de qubits intriqués avec un état de Bell en fonction de la propagation dans une fibre optique. La courbe a été tracée en suivant le modèle [150]. La longueur pour laquelle la fidélité égale à $\frac{1}{2}$ est de 2200 km

de la fidélité est causée uniquement par la randomisation de la polarisation dans les fibres, une interpolation de la courbe de fidélité avec notre modèle fixe la longueur pour laquelle l'information sur la polarisation est totalement brouillée à 2200 km (figure 4.9).

4.3.5 Fidélité avec un état chat impair

Nous considérons enfin l'expérience de préparation d'un qubit CV chat impair à distance [64] et comparons les performances de trois types d'états hybrides avec les différents codages DV. La fidélité de l'état préparé avec l'état cible est ici un bon indicateur pour vérifier l'efficacité du protocole. Pour préparer un état chat impair, la partie discrète l'état hybride est désormais projeté sur l'état $|+\text{codage}\rangle$ en utilisant le projecteur

$$\hat{\Pi}_{A'}^{\text{codage}} = |+\text{codage}\rangle\langle+\text{codage}|_{A'}, \quad (4.51)$$

l'indice 'codage' correspondant au type de codage sur la partie discrète ('e-l' pour time-bin, 's-r' pour single rail et 'depol' pour polarisation) Cet opérateur projette la partie continue sur un état chat impair que nous rappelons :

$$|\text{chat}_-\rangle_B = \frac{|+\alpha\rangle_B - |-\alpha\rangle_B}{\mathcal{N}_-} \quad (4.52)$$

avec $\mathcal{N}_- = \sqrt{2(1 - e^{-2|\alpha|})}$. Le détail du calcul de la projection est décrit en [section A.1](#). L'état chat impair étant pur, la fidélité est donnée par l'équation (1.42)

$$\mathcal{F}^{\text{codage}} = \langle \text{chat}_- | \hat{\rho}_B^{\text{codage}} | \text{chat}_- \rangle_B \quad (4.53)$$

avec $\hat{\rho}_B^{\text{codage}}$ la matrice densité dont le qubit discret a été projeté. La fidélité des éléments de matrice $|+\alpha\rangle\langle+\alpha|$ et $|-\alpha\rangle\langle-\alpha|$ avec un chat négatif, sont écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \langle \text{chat}_- | +\alpha\rangle\langle+\alpha | \text{chat}_- \rangle &= \\ \langle \text{chat}_- | -\alpha\rangle\langle-\alpha | \text{chat}_- \rangle &= \frac{(1 - e^{-2|\alpha|^2})}{2}. \end{aligned}$$

De la même manière nous pouvons exprimer la fidélité des éléments de matrice $|+\alpha\rangle\langle-\alpha|$ et $|-\alpha\rangle\langle+\alpha|$ avec un chat impair :

$$\begin{aligned} \langle \text{chat}_- | +\alpha\rangle\langle-\alpha | \text{chat}_- \rangle &= \\ \langle \text{chat}_- | -\alpha\rangle\langle+\alpha | \text{chat}_- \rangle &= -\frac{(1 - e^{-2|\alpha|^2})}{2}. \end{aligned}$$

Dans ces paragraphes, nous considérons que la partie CV est gardée en local, et que seul la partie discrète est envoyé dans la fibre. Il en résulte que nous ne prenons pas en compte les pertes sur la partie CV dans le cadre de notre étude.

qubit codé en time-bin

Nous commençons par le cas d'un état hybride avec codage en time-bin soumis à des pertes sur sa partie DV comme l'équation (4.31) dont la partie DV est exempt des pertes :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{DV}^{e-1} &= t_{DV}^2 |\psi\rangle\langle\psi| \\ &+ r_{DV}^2 |0\rangle\langle 0|_{A'} \frac{1}{2} \left(|+\alpha_f\rangle\langle+\alpha_f|_B + |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B \right) \end{aligned} \quad (4.54)$$

Sans perte de généralité, nous considérons le cas d'une mesure DV décrite sur l'état

$$|+e-1\rangle_{A'} = \frac{|e\rangle_{A'} + |l\rangle_{A'}}{\sqrt{2}}, \quad (4.55)$$

conduisant à un chat de Schrödinger impair sur la partie CV de l'état. L'état non normalisé sur la partie CV après un tel conditionnement se lit :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_B^{e-1} &= \text{Tr}_{A'}(\hat{\Gamma}_{A'}^{e-1} \hat{\rho}_{DV}^{e-1}) = \\ &= \frac{t_{DV}^2}{4} (|+\alpha_f\rangle_B - |-\alpha_f\rangle_B)(\langle +\alpha_f|_B - \langle -\alpha_f|_B) \\ &\propto |\text{chat}_-\rangle\langle \text{chat}_-|_B \end{aligned} \quad (4.56)$$

À la détection du photon, l'état CV obtenu est exactement le même qu'il serait sans pertes sur l'état DV et la fidélité est égale à 1 quelle que soit la distance de propagation. Les pertes sur la partie DV réduisent en revanche la probabilité de succès du protocole de préparation d'états continus à distance. En effet, lorsque l'amplitude de transmission tend vers 0, la probabilité de succès de la préparation est nulle.

qubit codé en single rail

En ce qui concerne le choix de codage single rail, la matrice densité $\hat{\rho}_{DV}^{s-r}$ de l'équation (4.35) est projetée sur l'état discret

$$|+s-r\rangle_{A'} = \frac{|1\rangle_{A'} + |0\rangle_{A'}}{\sqrt{2}}.$$

La matrice $\hat{\rho}_B^{s-r}$, résultat de la projection normalisée s'écrit :

$$\hat{\rho}_B^{s-r} = \frac{|+\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B - t_{DV}(|+\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B + |-\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B) + |-\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B}{2(1 - t_{DV}e^{-2|\alpha_f|^2})} \quad (4.57)$$

En réécrivant le coefficient t_{DV} en fonction de z grâce à la loi de Beer Lambert, la fidélité est alors écrite sous sa forme simple comme :

$$\mathcal{F}^{s-r}(z) = \frac{1}{2} + \frac{e^{-\frac{1}{2}\beta z} - e^{-2|\alpha_f|^2}}{2(1 - e^{-\frac{1}{2}\beta z} e^{-2|\alpha_f|^2})} \quad (4.58)$$

Lorsque z tend vers 0, la fidélité est de 1 tandis que lorsque les pertes sont maximales, et que z tend vers l'infini, la fidélité est proche de $\frac{1}{2}$.

qubit codé en polarisation

Dans de la partie discrète codée en polarisation, nous projetons de la matrice densité $\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z)$ de l'équation (4.48) sur l'état discret :

$$|+\text{pol}\rangle_{A'} = \frac{|H\rangle_{A'} + |V\rangle_{A'}}{\sqrt{2}}. \quad (4.59)$$

La matrice densité normalisée $\hat{\rho}_B^{\text{pol}}(z)$ de l'état hybride $\hat{\rho}_{DV}^{\text{depol}}(z)$ dont la partie DV a été projetée s'écrit alors :

$$\hat{\rho}_B^{\text{pol}}(z) = \frac{|+\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B - e^{-2\sigma^2 z}(|+\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B + |-\alpha_f\rangle\langle +\alpha_f|_B) + |-\alpha_f\rangle\langle -\alpha_f|_B}{2(1 - e^{-2\sigma^2 z} e^{-2|\alpha_f|^2})}. \quad (4.60)$$

La fidélité de la matrice densité ρ_B^{pol} avec un chat négatif est alors calculée et réécrite comme :

$$\mathcal{F}^{\text{pol}}(z) = \frac{1}{2} + \frac{e^{-2\sigma^2 z} - e^{-2|\alpha|^2}}{2(1 - e^{-2\sigma^2 z} e^{-2|\alpha_f|^2})} \quad (4.61)$$

Nous voyons avec cette formule que lorsque la longueur $z = 0$, la polarisation de la partie DV n'a pas été affectée par la biréfringence de la fibre, et la fidélité est de 1. Lorsque et lorsque la longueur z tend vers l'infini, l'information sur la polarisation a complètement été brouillée lors de la propagation de l'état DV dans la fibre et la fidélité tend cette fois vers $\frac{1}{2}$.

La [figure 4.10](#) présente les différentes fidélités de la partie continue préparée avec l'état cible $|\text{chat}_-\rangle_B$ en fonction de la distance parcourue par le qubit discret dans une fibre pour le codage time-bin, single rail, et en polarisation. L'amplitude α_f de la partie continue a été fixée à 2. Nous remarquons que la fidélité obtenue à partir d'un encodage en time-bin sera toujours égale à 1. Seul le taux de succès, sera affecté par les pertes. Les performances de l'état hybride avec un codage single-rail en polarisation se dégradent de manière exponentielle avec cette distance. Notons que cette étude pour le protocole de préparation à distance d'états continus peut facilement être étendue à d'autres protocoles annoncés tels que la téléportation ou le transfert d'intrication. Nous pouvons conclure de la [figure 4.10](#) que le codage de la partie DV en time-bin

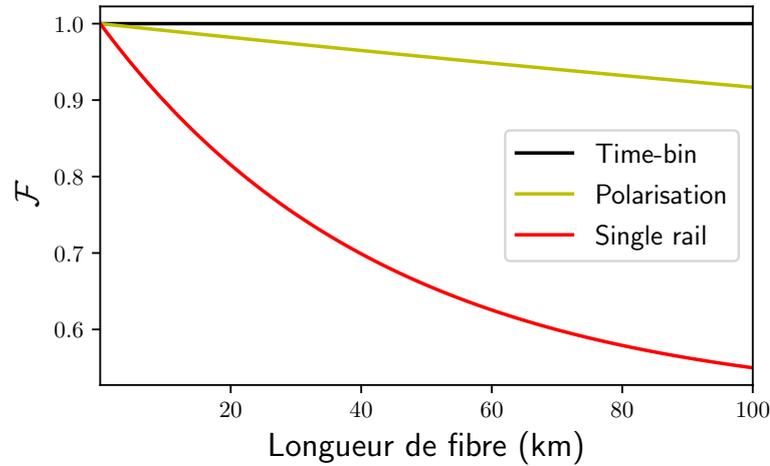


FIGURE 4.10 – Graphique des fidélités avec un chat impair obtenu à partir d'un état hybride projeté pour en fonction de la propagation du qubit dans une fibre, pour différent type d'encodage. La courbe rouge correspond à l'encodage single rail sur la partie discrète de l'état hybride, tandis que la courbe jaune correspond à l'encodage en polarisation. la fidélité d'un chat obtenu à partir d'un encodage en time-bin (courbe noire) sera toujours égale à 1. L'amplitude α_f de la partie continue a été fixée à 2.

est la stratégie la plus pertinente pour l'application des états hybrides à des protocoles télécommunication quantique fibrés de longue distance.

4.4 CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre le protocole pour la génération expérimentale d'états hybrides avec la partie discrète codée en time-bin compatibles avec les systèmes de télécommunication standard. Ce type de variable, permettra de pousser les applications des états hybrides de la lumière hors du laboratoire pour le développement de futurs systèmes de réseaux quantiques guidés. Les ressources requises en entrées de ce protocole sont un état continu chat de Schrödinger, et une paire de photon intriqués en time-bin. Nous avons de même tenu compte de certaines imperfections expérimentales tel que des détecteurs non parfaits pour l'annonce de l'état hybride, et une source paire de photon contenant du vide et des multiples paires en entrée de protocole. L'état en sortie du protocole, reste fidèle à l'état cible même en considérant des détecteurs de type on-off disponibles dans le commerce. Dans le cas d'une source d'états discrets imparfaite, le vide présent dans la génération des paires de photons intriqués par SPDC n'est pas en mesure de déclencher de fausses annonces, cependant la fidélité dépend des probabilités de génération de multiples paires. Il convient donc d'adapter la puissance de la pompe en conséquence. Nous avons dans un second temps étudié l'influence des pertes lorsque nous appliquons l'état généré, à la préparation d'états continue à distance. Nous avons ainsi montré que les états produits lors de la mise en place de ce protocole sont nettement plus fidèle avec l'état cible lorsque nous utilisons des états hybrides avec la partie discrète codée en time-bin. Nous soulignons que des considérations similaires à celles que nous avons discuté pour le protocole de préparation d'états continus à distance peuvent être facilement étendues à d'autres protocoles utilisant une annonce sur la partie discrète tels que la téléportation ou le transfert d'intrication, confirmant ainsi l'avantage du codage time-bin pour les états hybrides appliqués aux protocoles de communication quantique.

GÉNÉRATION ET DÉTECTION D'ÉTATS NON GAUSSIENS EN RÉGIME IMPULSIONNEL FIBRÉ

5

5.1	Présentation générale de l'expérience	77
5.2	Mise en forme de l'horloge optique ultra rapide	80
5.2.1	Génération des impulsions par verrouillage harmonique de mode	80
5.2.2	Étude de la stabilité en phase des impulsions	82
5.2.3	Filtrage des supermodes	86
5.2.4	Division de la fréquence de répétition	94
5.3	Source des états quantiques	95
5.3.1	Choix des paramètres expérimentaux	95
5.3.2	Module d'amplification et génération de seconde harmonique .	98
5.3.3	Conversion paramétrique spontanée	99
5.3.4	JSI - source monomode	101
5.4	Détection homodyne	103
5.4.1	Analyse spectrale	103
5.4.2	Rapport de réjection du mode commun	105
5.4.3	Efficacité globale de détection	106
5.4.4	Annonce de l'état	107
5.5	Conclusion	109

Nous rappelons les ressources requises en entrées du protocole énoncé dans le [chapitre 4](#) sont un état continu chat de Schrödinger, et une paire de photon intriquée en time-bin. Ces deux états en entrée, seront générés par deux sources d'états quantiques indépendantes. Nous allons nous pencher dans ce chapitre sur le montage expérimental et la caractérisation de ces deux sources. Le principal objectif dans l'élaboration de ces sources est de les rendre facilement adaptables aux réseaux de télécommunication fibrés par leur configuration en régime pulsé aux longueurs d'onde infrarouges entre 1540 nm et 1560 nm correspondantes au canal ITU-55. Par ailleurs, ce montage utilise des éléments commerciaux empruntés à l'industrie des télécommunications pour une application hors laboratoire. Ces sources constituent une première étape dans la mise en place du protocole de génération des états hybrides présenté en [section 4.1](#), à laquelle viendra s'ajouter à l'avenir, la construction de l'interféromètre et du système de détection annonçant l'état.

5.1 PRÉSENTATION GÉNÉRALE DE L'EXPÉRIENCE

La première étape a été de mettre en place un montage de préparation et de détection homodyne de photon unique infrarouge en régime impulsionnel. Le montage expérimental est montré sur la [figure 5.1](#) et le dispositif peut être scindé en trois grands blocs. Le premier comprend la source laser (I), le deuxième est relatif à la production des états quantiques (II) et le troisième est lié au système de détection annoncé (III). En partie I,

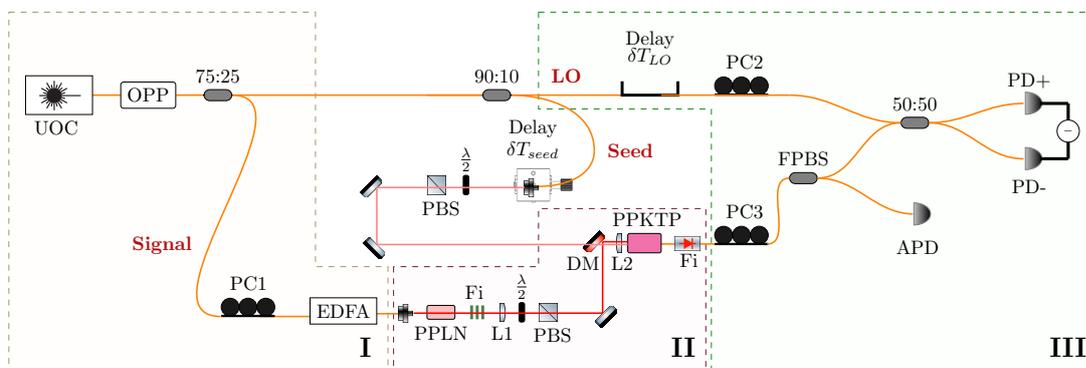


FIGURE 5.1 – Schéma du montage expérimental pour la génération et la détection d'états non gaussiens en régime impulsionnel fibré. UOC : Horloge laser ultra rapide, OPP : Optical pulse picker, LO : Oscillateur local, PC : Contrôleur de polarisation, PPLN : Cristal massif de Niobate de lithium périodiquement polarisé, PPKTP : Guide d'onde de titanyl phosphate de potassium périodiquement polarisé, PBS : Séparateur de polarisation massif, FPBS : Séparateur de polarisation fibré, DM : Miroir dichroïque, L : Lentille, PD : Photodiode, APD : Détecteur de photon unique à avalanche.

l'horloge optique ultra rapide (UOC) délivre des impulsions de longueur d'onde 1556 nm à la cadence de 1 GHz. La fréquence de répétition est ensuite réduite à 250 MHz à l'aide d'un pulse picker optique¹ (OPP) afin de s'adapter à la bande passante de la détection homodyne. Une portion de 25% des impulsions à 1556 nm est amplifiée à l'aide d'une fibre dopée erbium (EDFA) puis ensuite converti par SHG à 778 nm à l'aide d'un cristal massif de niobate de lithium périodiquement polarisé dopé à l'oxyde de magnésium (PPLN Coversion) en partie II. Le contrôleur de polarisation (PC1) est utilisé afin que la polarisation de la pompe infrarouge remplisse les conditions d'accord de phase de la SHG. La pompe infrarouge est alors filtrée par un filtre interférentiel (Fi). Le faisceau converti est alors collimaté grâce à la lentille L1, et placé en polarisation horizontale à l'aide d'une lame demi-onde $\lambda/2$ et d'un cube séparateur de polarisation (PBS). Enfin, le faisceau à 778 nm est injecté au sein d'un guide d'onde de titanyl phosphate de potassium périodiquement polarisé (PPKTP ADVR) grâce à la lentille L2 et est ainsi utilisé comme pompe pour l'étape de conversion SPDC monomode avec accord de phase de type II². En partie III, le photon généré polarisé verticalement est ensuite séparé du photon généré polarisé horizontalement à l'aide d'un polariseur fibré

1. L'OPP induit des pertes sur la puissance moyenne d'environ 20 dB. Notons que les impulsions sont au préalable amplifiées avant l'OPP grâce à un amplificateur fibré dopé erbium interne au laser.

2. Notons que la partie II n'est pas guidée pour éviter la déformation du spectre des impulsions causée par le phénomène d'automodulation de phase provoquée par les hautes puissances crêtes du faisceau à

(FPBS) et d'un contrôleur de polarisation (PC₃). Après séparation des photons de la paire, une APD (id230 ID Quantique) est placée sur l'une des sorties du FPBS. Ainsi la détection d'un photon grâce à l'APD conditionne la mesure homodyne du photon jumeau. Les 75 % restants du faisceau laser constituent l'oscillateur local (LO) utilisé pour la détection homodyne. Le système de photodétection différentiel Insight BPD-1 utilisé pour la détection homodyne est issu de l'entreprise SweptLaser.

Synchronisation des impulsions

La partie non encadrée sur la [figure 5.1](#) est utilisée pour la synchronisation des impulsions de l'oscillateur local avec les impulsions du signal. En effet, pour que la détection homodyne soit efficace, il est important que signal et oscillateur local soient dans le même mode temporel et donc que les impulsions du signal et de l'oscillateur local parviennent au même moment sur le séparateur fibré 50 : 50. La synchronisation est effectuée par le biais d'interférences classiques. Étant donné que l'intensité du signal en sortie de SPDC est trop faible, cette étape de synchronisation nécessite l'utilisation d'un faisceau auxiliaire prélevé sur le trajet de l'oscillateur local grâce à un séparateur fibré. Ce faisceau appelé *seed* sort de la fibre par un coupleur monté sur une plateforme amovible pouvant être déplacée à l'aide d'une vis micrométrique. Une lame demi onde $\frac{\lambda}{2}$ et un cube PBS permettent de tourner la polarisation du faisceau *seed* sur l'orientation verticale. Le chemin du *seed* est alors adapté par l'ajout de fibres dans un premier temps pour correspondre à celui de la pompe entre le séparateur 75 :25 et l'entrée du guide PPKTP. Le *seed* est enfin couplé dans le même guide PPKTP que la pompe et un puissance-mètre est placé sur le bras du FPBS avec le PC₃ placé de sorte que seul l'intensité du champ horizontalement polarisé soit mesuré. Lorsque les chemins du *seed* et de la pompe sont de même longueur, un signal polarisé horizontalement de quelques centaines de nW est généré par DFG, peut être détecté sur la puissance-mètre. La maximisation de ce signal DFG en variant le délai δT_{seed} introduit par le déplacement de la vis micrométrique permet dans un premier temps de synchroniser finement le *seed* avec la pompe. Dans un second temps, le *seed* couplé dans la fibre micrométrique peut alors être utilisé pour simuler le signal afin de synchroniser les impulsions de l'oscillateur local avec le signal émergent du guide sur la lame 50 :50. Une photodiode rapide est placée sur l'un des bras de sortie du séparateur 50 :50, permettant ainsi de visualiser les deux impulsions du *seed* et de l'oscillateur local placés à la même intensité. Le chemin de l'oscillateur local est ensuite adapté pour que les impulsions se recouvrent grossièrement. Enfin, la variation du deuxième délai δT_{LO} à l'aide d'une ligne à retard fibrée sur le trajet de l'oscillateur local permet de synchroniser le *seed* avec l'oscillateur local en maximisant le contraste des interférences classiques sur la lame séparatrice 50 :50. Cette opération permet également d'aligner la polarisation de l'oscillateur local avec celle du signal en maximisant de même le contraste des interférences avec le contrôleur de polarisation PC₂.

778 nm. Nous discuterons des effets de l'automodulation de phase de la pompe à 1556 nm sur le spectre des impulsions SHG à 778 nm en [sous-section 5.3.2](#).

Ce montage a permis d'effectuer certains tests préliminaires, à savoir la mise en forme de la source laser (section 5.2), la caractérisation des sources quantiques qui seront utilisées plus tard pour la génération des états en entrée du protocole de génération des états hybrides (section 5.3), enfin le test du détecteur homodyne (section 5.4). Afin de générer les états chatons de Schrödinger pour l'entrée continue du protocole décrit en section 4.1, la puissance de pompe sera augmentée et le PC₃ tournera la polarisation des photons générés dans la base diagonale afin de générer des états comprimés monomodes. Le FPBS sera remplacé par un séparateur fibré à faible coefficient de réflexion. Par ailleurs, la même expérience sera ensuite construite pour la génération des paires de photons intriqués pour l'entrée discrète du protocole section 4.1.

5.2 MISE EN FORME DE L'HORLOGE OPTIQUE ULTRA RAPIDE

5.2.1 Génération des impulsions par verrouillage harmonique de mode

Le laser UOC manufacturé par l'entreprise Pritel est un laser impulsionnel à verrouillage de mode actif. Le fonctionnement de ce laser, conçu pour une utilisation simplifiée, a l'avantage de reposer sur des composants des telecom optiques standards et commerciaux. Ainsi, il est parfaitement applicable à des systèmes de communication quantique en variables discrètes [32]. Cet appareil délivre des impulsions de longueur

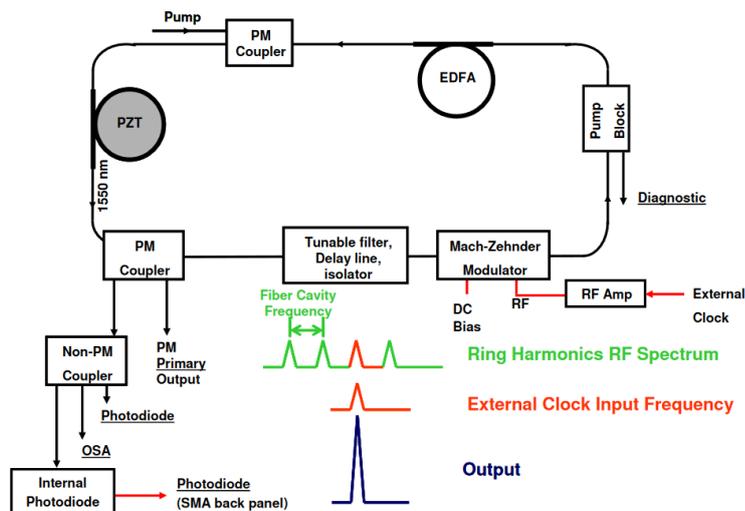


FIGURE 5.2 – Schéma de la configuration du laser UOC.

d'onde centrale accordable dans la bande de fréquence conventionnelle des réseaux de télécommunication (entre 1530 nm et 1560 nm) et possède une faible gigue de synchronisation des impulsions (< 100 fs). La fréquence de répétition des impulsions s'élève à 1 GHz. Afin de délivrer des impulsions à une telle fréquence de répétition à des puissances moyenne raisonnable, la génération des impulsions repose sur le principe de

verrouillage harmonique de mode consistant à introduire périodiquement des pertes à l'intérieur de la cavité laser [138].

La [figure 5.2](#) est un schéma des éléments impliqués dans le verrouillage actif de mode. Le milieu amplificateur est constitué d'une fibre dopée erbium (EDFA) pompée par une diode laser de longueur d'onde 976 nm (pump). Un signal radio fréquence (RF) de 1 GHz est amplifié et envoyé à un modulateur électro-optique dans un interféromètre de type Mach Zehnder (MZI). Ce principe permet d'introduire les pertes à la fréquence du signal RF au sein de la cavité laser. Un élément piézoélectrique permet de régler la taille de la cavité laser pour verrouiller le laser. La [figure 5.3](#) illustre le principe de

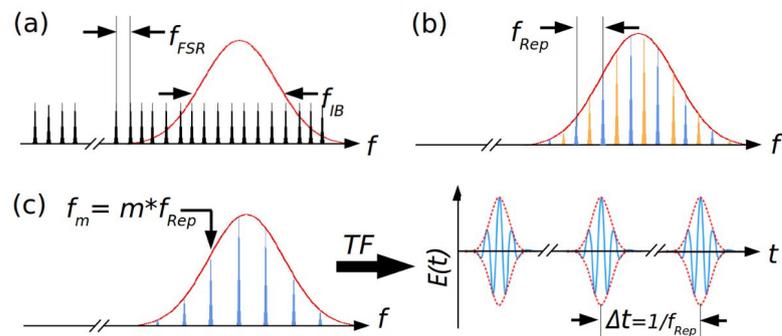


FIGURE 5.3 – Principe du verrouillage actif de mode. (a) La cavité délivre un peigne de fréquence naturel dont les supermodes sont séparés en fréquence par f_{FSR} correspondant à la longueur de la cavité laser (15.87302 MHz). La courbe rouge correspond à la courbe de gain du milieu amplificateur. (b) La modulation des pertes empêche les supermodes colorés en orange d'être amplifiés. Seules les supermodes espacés de la fréquence f_{rep} sont amplifiés. (c) Représentation du peigne de fréquence dans le domaine temporel.

fonctionnement du laser UOC. La fréquence de répétition fondamentale f_{FSR} de la cavité laser est d'environ 16 MHz ([figure 5.3\(a\)](#)). Le modulateur d'intensité électro-optique introduit des pertes périodiques à l'intérieur de la cavité dont la fréquence correspond exactement à un multiple de la fréquence de répétition fondamentale de la cavité fibrée ([figure 5.3 \(b\) et \(c\)](#)). Ces pertes favorisent l'amplification des supermodes oscillants à la fréquence de répétition $f_{rep} = 1$ GHz, et minimisent les autres supermodes. Ainsi, un nouveau peigne de fréquence 'sculpté' dont seuls les supermodes espacés de la fréquence de 1 GHz sortent de la cavité du laser UOC. Pour garantir une stabilité en amplitude et en fréquence satisfaisante au cours du temps, il est crucial de supprimer tous les supermodes à l'exception du supermode d'intérêt ([figure 5.3 \(c\)](#)). À un taux de répétition de 1 GHz, l'analyseur de spectre optique que nous possédons ne permet pas de résoudre les supermodes, ainsi nous pouvons visualiser l'enveloppe d'un spectre

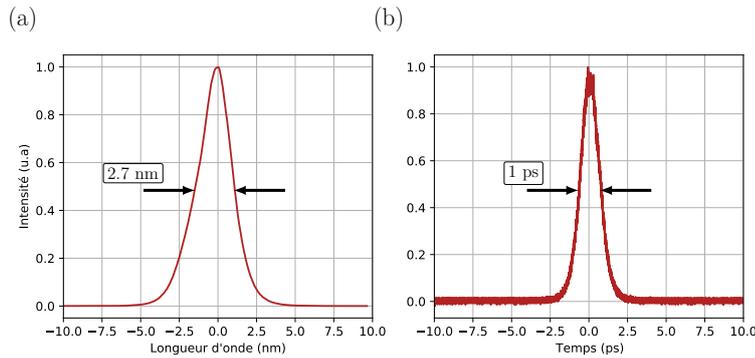


FIGURE 5.4 – (a) Spectres typique du laser UOC à la longueur d'onde centrale 1560 nm. La largeur à mi-hauteur du spectre est relevée à 2.7 nm (b) Signal d'autocorrélation en intensité des impulsions. La largeur à mi-hauteur du signal est relevée à 1 ps.

typique du laser UOC en [figure 5.4](#) (a). Le signal d'autocorrélation en intensité des impulsions est montré en [figure 5.4](#) (b). La largeur spectrale s'élève à 2.7 nm et la largeur temporelle des impulsions est mesurée à 1 ps. Il est possible de changer ces largeurs spectrale et temporelle en changeant la bande passante du filtre (labellisé tunable filter sur la [figure 5.2](#)) et la profondeur de la modulation du MZI [79].

Après une présentation générale du fonctionnement du laser UOC, nous allons désormais nous intéresser dans les prochains paragraphes à l'étude de la stabilité en phase des impulsions délivrées par celui-ci.

5.2.2 Étude de la stabilité en phase des impulsions

En pratique, des fluctuations de la température et des vibrations acoustiques au sein du montage engendrent inévitablement au cours du temps de légères fluctuations de la longueur de la cavité laser. Pour contrer la fluctuation de la longueur de la cavité due aux variations thermiques, la cavité laser est montée au sein d'une chambre isolante équipée d'une boucle de rétroaction sur la température qui limite les fluctuations thermiques à $\pm 0.1^\circ\text{C}$. Malgré ces efforts, il est impossible de supprimer totalement le bruit technique au sein de la cavité. En conséquence, les différentes contributions du bruit sont responsables d'une randomisation de la phase entre les impulsions. Une bonne stabilité en phase des impulsions est essentielle, entre autres dans notre expérience et pour des applications ultérieures hors laboratoire pour la mesure homodyne des états produits. En effet, pour avoir une référence de phase stable de l'oscillateur local lors de la détection, quelle que soit la différence de longueur entre le trajet des impulsions du signal et des impulsions de l'oscillateur local, il est nécessaire que toutes les impulsions possèdent la même phase. Un premier montage simple pour tester la stabilité en phase des impulsions lasers a été de construire un MZI fibré ([figure 5.5](#)) et d'étudier le contraste des interférences en sortie de celui-ci dans une configuration équilibrée (bras de la même longueur), et déséquilibrée (bras de longueur différente). Le montage de l'interféromètre est présenté

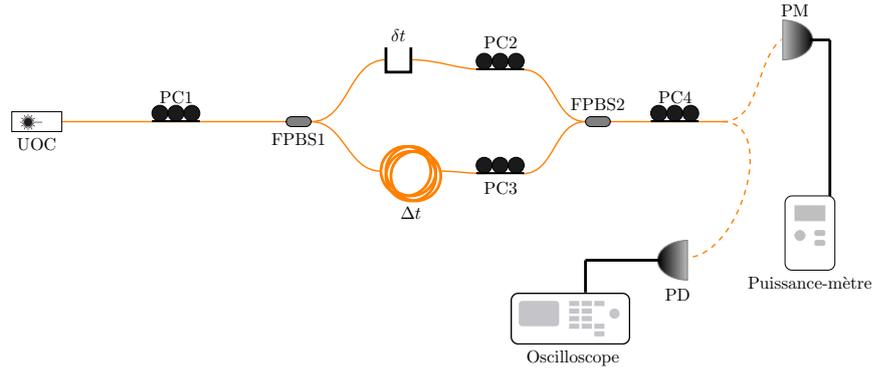


FIGURE 5.5 – Montage de l'interféromètre visant à mesurer les franges d'interférence de l'horloge UOC. La séparation et la recombinaison des impulsions sont effectuées à l'aide de polariseurs fibrés (FPBS₁ et FPBS₂) et de contrôleurs de polarisation (PC₁, PC₂, PC₃, PC₄) afin de s'assurer que l'interféromètre est parfaitement équilibré en intensité. Le contraste moyen des interférences est observé avec un puissance-mètre à basse bande passante. Le contraste des interférences résolu à l'impulsion est observé avec une photodiode rapide et un oscilloscope. Le petit délai δt permet de synchroniser les impulsions lors de la recombinaison et le grand délai Δt introduit un déséquilibre temporel des deux bras de l'interféromètre.

en figure 5.5. Le contrôleur de polarisation PC₁ règle la polarisation des impulsions en configuration diagonale afin que la séparation en aval du polariseur fibré FPBS₁ soit parfaitement de 50 % dans les deux bras. Une ligne à retard introduit un délai δt afin de synchroniser les impulsions lors de la recombinaison au niveau du deuxième polariseur fibré FPBS₂. Les contrôleurs de polarisation PC₂ et PC₃ compensent la rotation de la polarisation lors de la propagation des impulsions dans les fibres des deux bras. Enfin, le dernier contrôleur de polarisation PC₄ replace la polarisation des impulsions en configuration diagonale pour visualiser les interférences. La mesure de contraste moyen est effectuée à l'aide d'un puissance-mètre (FieldMaxII) de faible bande passante sensible aux longueurs d'onde infrarouges, et le contraste à l'échelle des impulsions est mesuré à l'aide d'une photodiode rapide (InGaAs Biased Detector 5 GHz (-3 dB) bandwidth Thorlabs) et d'un oscilloscope de haute définition (Rohde & Schwarz RTO 1044 4GHz 20GSa/s). Le contraste $0 < C < 1$ est donné par :

$$C = \frac{I_{Max} - I_{Min}}{I_{Max} + I_{Min}}. \quad (5.1)$$

Lorsque l'interféromètre est parfaitement équilibré, le contraste moyen s'élève à 0.98 et chute drastiquement à 0.80 lorsqu'un délai Δt est introduit. Cette baisse de contraste moyen est due au manque d'homogénéité des interférences entre les impulsions telle que montrée en figure 5.6 (b) traçant le signal des interférences constructives (courbe noire) et destructives (courbe rouge) récoltées par la photodiode rapide et visualisées à l'oscilloscope pour un interféromètre déséquilibré. L'interférence à l'échelle de l'impulsion présente un contraste de 99 %, cependant le contraste moyen est détérioré par l'instabilité de phase entre les impulsions. La figure 5.6 (a) représente en revanche le résultat des interférences pour un interféromètre parfaitement équilibré. Toutes les

impulsions interfèrent de manière destructive (courbe rouge) et constructive (courbe noire) en même temps.

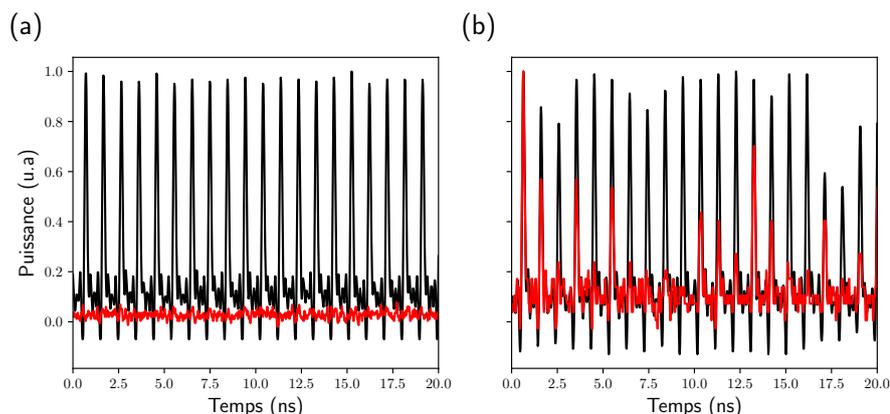


FIGURE 5.6 – Signal d'interférence de 20 impulsions laser en sortie du MZI. Les courbes noires représentent un maximum de puissance moyenne lu sur le puissance-mètre, tandis que les courbes rouges représentent un minimum d'intensité. (a) Interférences obtenues pour un interféromètre parfaitement équilibré. (b) Déséquilibre de l'interféromètre correspondant à 6 impulsions de retard entre un bras à l'autre.

Cette première étude nous a permis de révéler une instabilité en phase des impulsions. La stabilité en phase et en amplitude du peigne de fréquence généré par ce genre de système est souvent garantie par l'insertion dans le circuit d'un filtre étalon permettant de supprimer totalement les supermodes [126, 156]. Ces filtres se présentent généralement sous forme de cavités dont l'intervalle spectral libre (ISL) correspond à la fréquence de répétition des impulsions. L'intervalle spectral libre de 1 GHz impose une longueur du filtre étalon trop importante (≈ 15 cm) pour qu'un tel dispositif soit placé à l'intérieur du circuit du laser UOC.

Pour vérifier si le peigne de fréquence est effectivement pollué par la présence résiduelle de supermodes non voulus, nous avons monté une expérience de mesure hétérodyne dont le principe est présenté en figure 5.7. Le laser UOC est comparé par battements d'interférence avec un laser continu ultra stable de référence. Le laser de référence est un laser *RIO ORION* de longueur d'onde 1560.49 nm avec une largeur spectrale inférieure à 1 kHz et dont le bruit d'intensité est inférieure à -130 dB/Hz. Le signal d'interférence est enfin collecté par la même photodiode rapide que pour la mesure de la figure 5.5. L'analyseur de spectre électronique (ESA) (ESA-LI500A 9kHz-1.5GHz HP), renvoie la transformée de Fourier du signal d'interférence. Dans le cas parfait d'impulsions laser mélangées à une référence stable, la transformée de Fourier des battements atteint son maximum suivant les conditions suivantes établies en section B.1 :

i) $\omega_0 = 0$

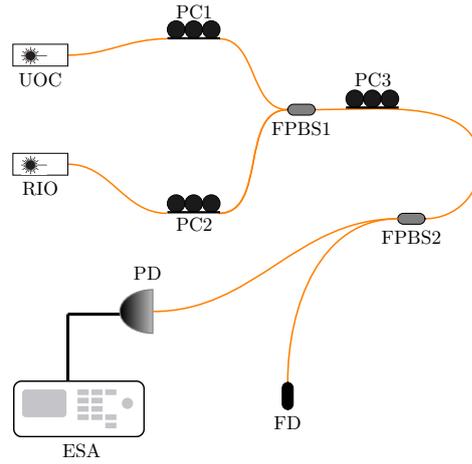


FIGURE 5.7 – Montage expérimental visant à analyser le peigne de fréquence du laser UOC. L'horloge est comparée à un laser continu ultra stable de référence (RIO ORION) par battements d'interférence. Les intensités des deux lasers sont égalisées à l'aide des contrôleurs de polarisation PC1 et PC2 et du polariseur fibré FPBS1. L'utilisation du contrôleur de polarisation PC3 tourne la polarisation de 45° afin de provoquer l'interférence sur le polariseur fibré FPBS2. Le signal est récupéré sur une photodiode rapide (PD) et envoyé sur l'analyseur électrique de spectre électrique (ESA).

$$\text{ii) } \omega_{rep} = \frac{2\pi}{t_{rep}}$$

$$\text{iii) } \omega_1 = \frac{m2\pi}{t_{rep}} + \Delta\omega \text{ et } \omega_2 = \frac{m2\pi}{t_{rep}} - \Delta\omega$$

où t_{rep} est le temps entre deux impulsions $\frac{1}{t_{rep}} = f_{rep} = 1$ GHz. L'entier relatif m indexe les dents du peigne fréquence. La longueur d'onde centrale du laser UOC est placée à 1560.35 nm, légèrement décalée par rapport à la longueur d'onde de la référence. Ce décalage introduit la grandeur $\Delta\omega = |\omega_{RIO} - \omega_{UOC}|$ équivalent à un décalage de fréquence d'environ 17.249 GHz qui permet la visualisation des dents du peigne d'ordre supérieur en les déplaçant à des fréquences dans la bande passante de l'analyseur (*c.f* figure B.1). Nous observons ainsi sur la figure 5.8 (a) la dent à la fréquence f_0 de la condition ii, et l'émergence d'une dent à la fréquence avoisinant les 249 MHz correspondant à la dent d'ordre $m = -17$ et d'une dent à la fréquence avoisinant les 751 MHz correspondant à la dent d'ordre $m = 18$ satisfaisant la condition iii. la présence de super modes résiduelles entre ces dents de supermodes est aussi révélé par cette figure. La figure 5.8 (b) montre que ces supermodes résiduels sont espacés de la fréquence de répétition naturelle f_{FSR} de la cavité (≈ 16 MHz).

En terme d'application de l'horloge pour la génération des états en entrée du protocole (4.1), il est important de corriger cette instabilité observée. En effet, celle-ci brouille l'information sur la phase, et si non corrigée, contraint à égaliser chaque longueur après séparation du signal de l'oscillateur local et recombinaison afin de garder une référence de phase stable.

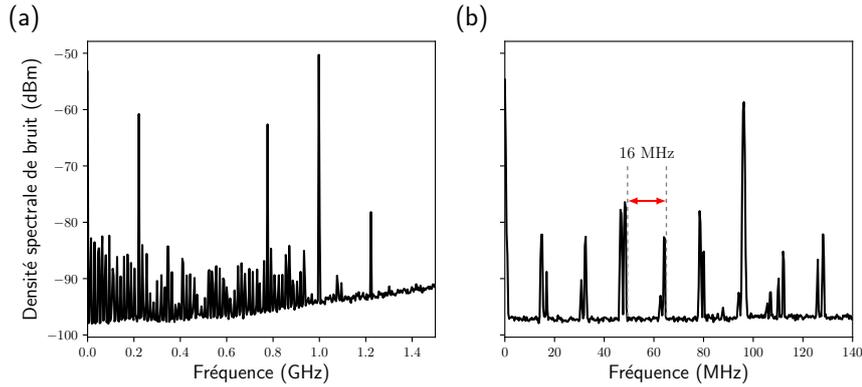


FIGURE 5.8 – Spectres des impulsions laser obtenus par mesure hétérodyne avec un laser continu stable. (a) La mesure hétérodyne dans la fenêtre d'échantillonnage de 0 à 1.5 GHz révèle la présence de dents non prédites par l'analyse de Fourier d'un peigne parfait de 1 GHz de fréquence de répétition. (b) Pour une fenêtre d'échantillonnage plus restreinte (de 0 à 140 MHz), nous observons que les fréquences parasites sont séparées d'environ 16 MHz ce qui correspond à l'intervalle spectral libre natif de la cavité fibrée. Les paramètres d'acquisition sont de 500 ms de fenêtre de balayage et 300 kHz de largeur de résolution.

5.2.3 Filtrage des supermodes

La solution adoptée dans un premier temps a été de construire un filtre étalon sous forme de cavité optique à la sortie du laser UOC afin de filtrer les supermodes non désirés. Une cavité optique est un dispositif linéaire constitué de deux miroirs semi-réfléchissants entre lesquels certains modes fréquentiels du champ sont susceptibles de résonner et d'être transmis tandis que d'autres sont rejetés. Cette discrimination dans la transmission des rayons motive l'utilisation des cavités optiques en spectroscopie [16, 46], en métrologie [1, 145], et pour la stabilisation de laser [34, 55]. D'un point de vue plus fondamental les cavités ont de même leur place comme dans les atomes froids et l'étude des condensats de Bose-Einstein [74] ou la génération d'états quantiques [43, 133]. En particulier dans le cas de la stabilisation de l'horloge UOC, une cavité dite *synchrone* dont la résonance survient à la fréquence de 1 GHz et ses harmoniques est ici construite pour sélectionner uniquement les impulsions du laser délivrées à la bonne fréquence de répétition, et supprimer les supermodes non désirés. Il est possible d'utiliser des cavités de haute finesse, pour asservir un peigne de fréquence sur celle-ci [67, 101]. La cavité construite dans notre cas est de faible finesse et à la différence des montages cités, l'asservissement est effectué sur la longueur de cavité elle-même pour suivre la déviation du laser et non l'inverse. Les paragraphes qui suivent présentent la construction de cette cavité synchrone et de son système d'asservissement.

Configuration de la cavité synchrone

La configuration de la cavité synchrone dont le schéma est montré en figure 5.9, est linéaire plan-concave. Le miroir d'entrée M_1 est un miroir plan collé à une céramique

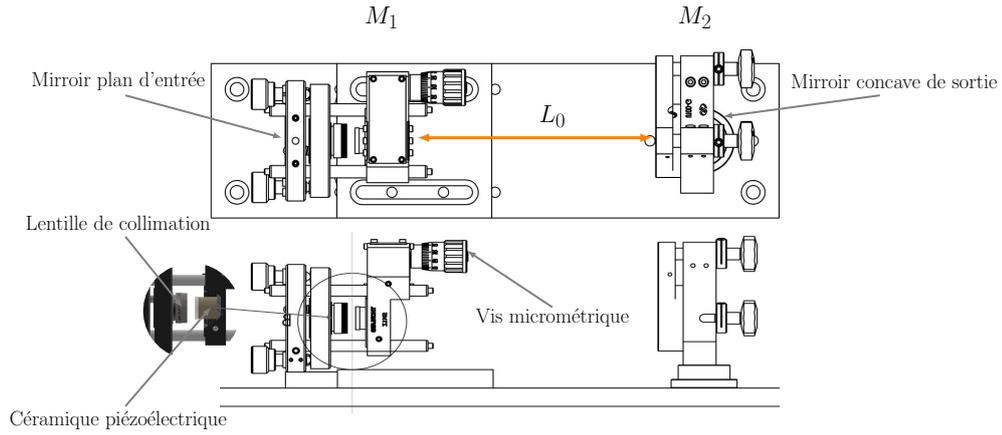


FIGURE 5.9 – Schéma SolidWorks du prototype de cavité. Schéma du haut : vue de dessus. Schéma du bas vue de côté.

piézoélectrique, permettant d'appliquer une correction vis-à-vis des fluctuations de la longueur de la cavité. Le système miroir et céramique piézoélectrique (SR080410 PiezoDrive) est placé sur une monture type cage dotée d'une molette d'alignement micrométrique de la longueur L_0 de la cavité. Cette longueur est idéalement fixée pour que l'intervalle spectral libre soit égal à la fréquence de répétition des impulsions $L_0 = \frac{c f_{\text{rep}}}{2}$. Le miroir de sortie M_2 est un miroir plan concave de rayon de courbure de 1 m. La focale de la lentille de collimation ajustable (Thorlabs CFC5-C) permettant de collimer le faisceau se propageant dans la fibre directement sur le miroir M_1 , est choisie comme étant égale à 4.6 mm afin que le rayon de courbure du faisceau au niveau du miroir M_2 épouse parfaitement la courbure du miroir. L'ajustement de la résonance des modes spatiaux pour favoriser uniquement le mode fondamental est assuré grâce à la rotation des vis de la monture gimbal du miroir M_2 et le déplacement de la lentille du coupleur.

Il est possible d'établir la fonction de transmission en amplitude $t(\omega)$ d'une cavité reliant le champ E_{in} incident sur le miroir M_1 et le champ E_{out} sortant de la cavité par le miroir M_2 . Dans le cas d'une cavité sans perte, le champ sortant est la somme géométrique des multiples réflexions entre les miroirs M_1 et M_2 d'amplitude de réflexion r_1 (r_2) et de transmission t_1 (t_2). La fonction d'amplitude de transmission est alors

$$t(\omega) = \frac{E_{out}}{E_{in}} = \frac{t_1 t_2 e^{i\frac{\phi(\omega)}{2}}}{1 - r_1 r_2 e^{i\phi(\omega)}} \quad (5.2)$$

avec $\phi(\omega)$ la phase accumulée par le champ lors d'un tour dans la cavité. Le carré de la norme de la transmission en amplitude donne la transmission en intensité de la cavité que l'on écrit sous la forme :

$$T(\omega) = \frac{T}{1 + \frac{4r_1 r_2}{(1 - r_1 r_2)^2} \sin^2\left(\frac{\phi(\omega)}{2}\right)} \quad (5.3)$$

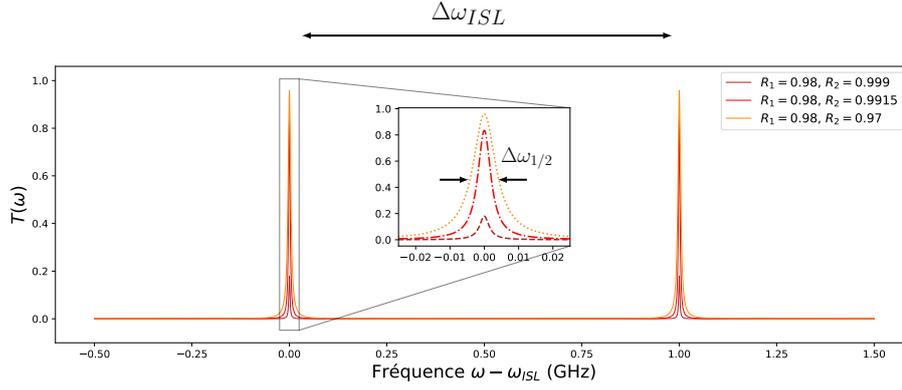


FIGURE 5.10 – Tracé de la fonction de transfert en intensité de la cavité optique en fonction du choix des coefficients de réflexion $R_1 = r_1^2$, $R_2 = r_2^2$ des miroirs M_1 et M_2 . Le rapport entre $\Delta\omega_{ISL}$ défini comme l'écart en fréquence entre deux résonances et $\Delta\omega_{1/2}$ défini comme la largeur à mi-hauteur de la fonction de transfert donne la finesse du résonateur.

avec $T = \left(\frac{t_1 t_2}{1 - r_1 r_2}\right)^2$ la transmission maximale. La fonction décrit une succession de résonances à des fréquences ω telles que $\phi(\omega) = 0$. Les résonances sont des pics Lorentziens dont le maximum est T espacés d'un ISL les uns des autres. La [figure 5.10](#) montre les différentes courbes de transmission en fonction du choix du coefficient de réflexion des miroirs envisagés pour la construction de la cavité. Les faces des miroirs sont constituées de silice fondue sont traitées antireflet par le fournisseur Layertec. Trois configurations sont ici envisagées avec un miroir d'entrée de coefficient de réflexion $R_1 = r_1^2 = 0.98$ et les miroirs de sortie avec le coefficient de transmission $R_2 = r_2^2$ choisi à :

- i) 0.999 pour la courbe avec des traits
- ii) 0.9915 pour la courbe avec des traits et des points
- iii) 0.97 pour la courbe avec des points.

La [figure 5.10](#) montre que la transmission maximale est notablement réduite lorsque les coefficients de réflexion des miroirs M_1 et M_2 sont éloignés. En effet, la configuration i) relève une transmission maximale de seulement 18%, tandis que les deux autres configurations ont des transmissions raisonnables (83% pour la configuration ii) et 96% pour la configuration i). Cette étude doit être nuancée avec celle de la *finesse* de chaque résonateur. La finesse F est définie comme le rapport entre l'intervalle en fréquence entre deux résonances $\Delta\omega_{ISL}$ et la largeur à mi-hauteur d'une résonance $\Delta\omega_{\frac{1}{2}}$ ([figure 5.10](#)) et peut se réécrire en fonction des coefficients de réflexion des miroirs

$$F = \frac{\Delta\omega_{ISL}}{\Delta\omega_{1/2}} = \pi \frac{\sqrt{r_1 r_2}}{(1 - r_1 r_2)}. \quad (5.4)$$

Pour un ISL fixe de 1 GHz, une diminution de la finesse provoque un élargissement de la largeur à mi-hauteur de la fonction de transmission. La [figure 5.11](#) trace les différentes transmissions normalisées au maximum de transmission de la cavité pour les trois configurations envisagées, ainsi que le peigne de fréquence du laser UOC contenant les deux premiers supermodes à supprimer. L'intensité des supermodes est arbitraire et volontairement exacerbée pour faciliter la lisibilité. Ici les premiers supermodes sont le

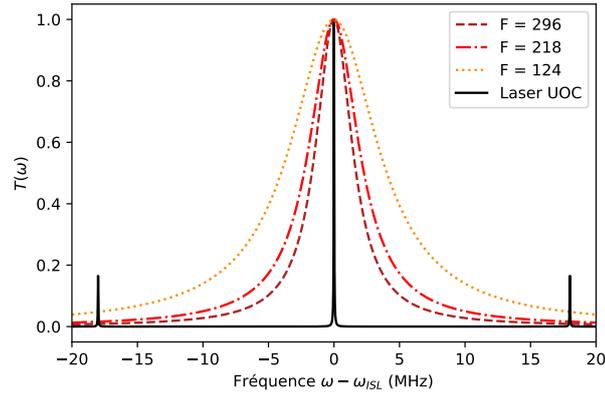


FIGURE 5.11 – Intensité de transmission de la cavité optique normalisée au maximum de transmission pour différentes finesesses des trois résonateurs envisagés. i) pour la courbe avec des traits, ii) pour la courbe avec des traits et des points, iii) pour la courbe avec des points. Le peigne de fréquence du laser UOC composé de deux premiers supermodes à environ 16 MHz est représenté par la courbe noire. L'intensité des supermodes est arbitraire et volontairement exacerbée pour faciliter la lisibilité.

R_1	R_2	T	Finesse	Bande Passante	Extinction des premiers supermodes
0.98	0.999	18%	296	3.3 MHz	99.81%
0.98	0.9915	83%	218	4.6 MHz	98.3%
0.98	0.97	96%	124	8 MHz	94.3%

TABLE 5.1 – Tableau récapitulatif des paramètres de la cavité. Les paramètres de la ligne surlignée en vert sont ceux retenus pour la construction de la cavité.

mieux supprimés dans le cas de la configuration i) avec une finesse de 296, et 99.81% de suppression. La configuration iii) de finesse 124 supprime quant à elle seulement 94.3% des supermodes. La configuration retenue est la ii) de finesse 218 qui garantit une transmission raisonnable de 83 % tout en supprimant les supermodes à 98.3 %. Le [tableau 5.1](#) récapitule l'étude décrite dans cette section. Les paramètres retenus sont ceux de la configuration ii) (ligne surlignée en vert).

Alignement de la cavité optique avec le peigne de fréquence

Les conditions de résonance pour un laser pulsé dans une cavité optique sont plus restreintes que pour un laser continu. En effet, la longueur optimale L_0 est la longueur de cavité pour laquelle chaque dent du peigne de fréquence est parfaitement transmise. Cela revient à une correspondance exacte entre l'ISL et la fréquence de répétition de l'horloge

$$f_{ISL} = \frac{c}{2L_0} = f_{rep}. \quad (5.5)$$

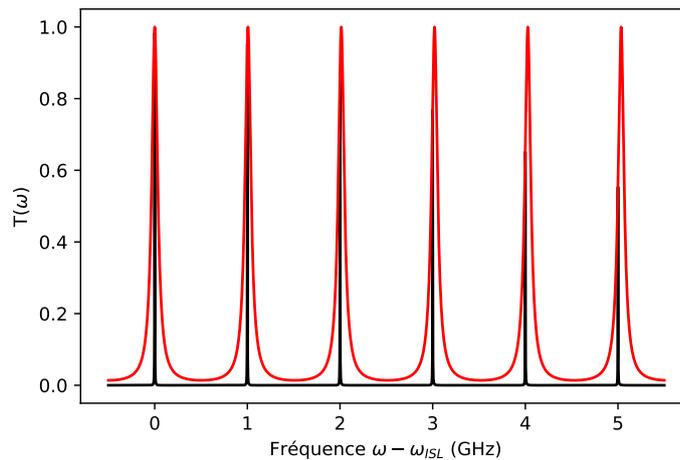


FIGURE 5.12 – Représentation du cas pour lequel l’intervalle spectral libre de la fonction de transfert en intensité (courbe rouge) est décalé par rapport aux dents du peigne écartées de la fréquence de répétition de l’horloge UOC (courbe noire). Le décalage correspond à un éloignement de 1 mm de la longueur optimale, ce qui équivaut à un ISL décalé d’environ 6 MHz.

Un léger décalage par rapport à la longueur L_0 a pour effet de décaler les résonances. Par conséquent, les dents du peigne ne sont pas proprement transmises par la cavité (figure 5.12) et la transmission moyenne est alors réduite (figure 5.13). Lorsque la cavité est à la longueur L_0 les dents du peigne sont alignées avec les pics de résonance et la transmission moyenne est telle que prédite en figure 5.10. La transmission moyenne chute de 3 dB lorsque la longueur est décalée de quelques micromètres (inset) et tend rapidement vers zéro passé quelques millimètres.

Asservissement de la longueur de la cavité optique sur le laser

La stabilité de la longueur de la cavité est critique, car une variation de celle-ci induit un changement de l’ISL et réduit la transmission. Or, la longueur de la cavité est sujette à des fluctuations mécaniques (vibration des miroirs) et la source laser elle-même présente des fluctuations internes (décalage en fréquence du laser). La mise en place d’un système de rétroaction contraignant la longueur de la cavité à s’adapter pour que l’ISL corresponde à la fréquence de répétition du laser UOC en entrée est alors nécessaire. L’asservissement de la longueur de cavité est effectué par la méthode Pound Drever Hall (PDH) fréquemment utilisée notamment en physique atomique pour la stabilisation en fréquence de source lasers sur une raie d’absorption d’un atome [34]. Le système d’asservissement PDH génère un signal d’erreur impair relatif à la phase du faisceau essentiel pour établir la consigne de correction, alors que la simple utilisation des fonctions de réflexion ou de transmission de la cavité relatives à l’intensité de la lumière sont elles sont des fonctions paires. La figure 5.14 est une simulation du signal réfléchi par la cavité ainsi que le signal d’erreur $\epsilon(\omega)$ obtenu par le montage PDH envisagé. Nous obtenons un signal d’erreur impair, dont la portion linéaire est bornée

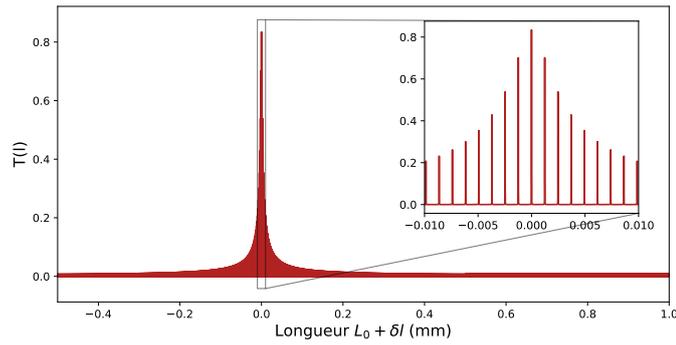


FIGURE 5.13 – Simulation de la transmission de la cavité en fonction du décalage de la longueur autour de la longueur optimale L_0 . La simulation prend en compte un peigne de fréquence de largeur temporelle de 1 ps possédant environ 300 dents et une cavité de 218 de finesse.

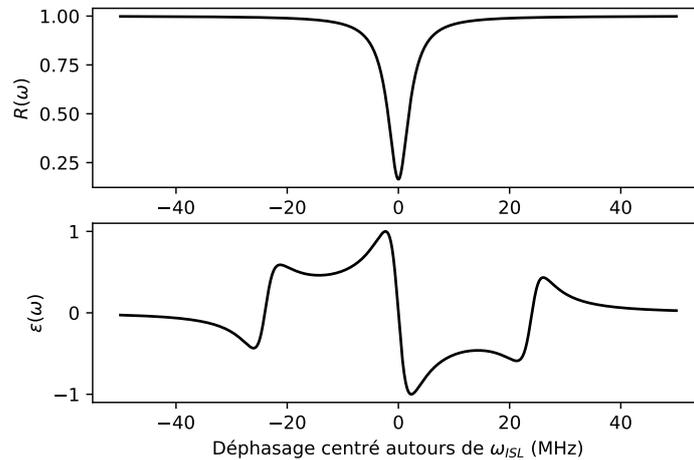


FIGURE 5.14 – Simulation du signal d'erreur (figure du bas) en fonction du déphasage. Cette courbe est comparée avec le signal réfléchi par la cavité (figure du haut). L'erreur est une fonction impaire négative (positive) pour un décalage de la fréquence du laser vers des fréquences positives (négatives).

par la bande passante de la cavité. Le développement détaillé menant à l'obtention du signal d'erreur est traité en [section B.2](#).

Le schéma du montage optique et électronique d'asservissement par la méthode PDH est montré en [figure 5.15](#). Pour la partie optique, le champ E de la source laser UOC est modulé à 24 MHz³ en phase par un modulateur électro-optique résonnant (EOM PM7-SWIR QUBIG). Le champ modulé E_{mod} entre ensuite dans le premier port d'un

3. La fréquence est choisie pour que la modulation soit entre deux supermodes.

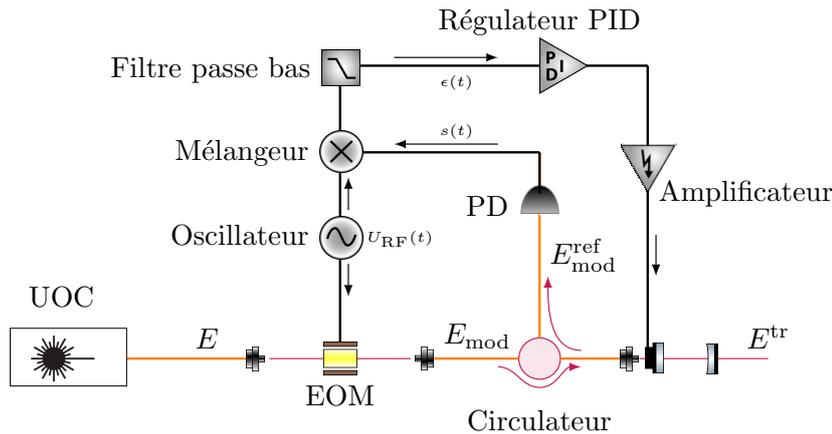


FIGURE 5.15 – Schéma du montage d'asservissement de la cavité optique par méthode Pound Drever Hall.

circulateur optique. En ce qui concerne la partie électronique, le signal radio fréquence $U_{RF}(t)$ à la fréquence 24 MHz est généré par une breakout board Adafruit Si5351 Clock Generator combinée avec une puce Arduino Uno R3 (c.f section B.3). Ce signal est envoyé après amplification à l'EOM et sert de référence lors de la détection synchrone faisant émerger le signal d'erreur $\epsilon(t)$. Le champ réfléchi par la cavité E_{mod}^{ref} à la sortie du troisième port du circulateur optique est détecté par une photodiode rapide (PD) Thorlabs InGaAs Amplified Photodetectors 50 MHz de bande passante. Le signal $s(t)$ récolté par la photodiode est multiplié avec le signal de référence par un mélangeur de chez Minicircuit (ZXO5-1MHW). Un filtre passe bas (Minicircuit) de fréquence de coupure 2.5 MHz est placé en sortie du mélangeur pour sélectionner uniquement la composante DC du signal. Un régulateur proportionnel intégral dérivé (PID), digital programmé sur la même carte Arduino Uno R3 (c.f section B.3) permet enfin d'envoyer la consigne de rétroaction au piézo collé sur le miroir d'entrée de la cavité optique. La consigne est amplifiée à l'aide d'amplificateur électronique (TD250 V8 PiezoDrive). La figure 5.16 présente les signaux utilisés pour verrouiller la longueur de la cavité. Le signal vert est une rampe appliquée au piézo à l'aide d'un générateur RF afin dans un premier temps de moduler la longueur de la cavité et de visualiser les signaux. Cette rampe est sommée électroniquement avec la consigne PID. Le signal bleu correspond à la transmission de la cavité du laser UOC modulé à l'aide de l'EOM. Afin de verrouiller la longueur de la cavité, on se place au maximum de transmission de la cavité en coupant la modulation de la rampe et en ajustant la dilatation du piézo et le PID prend ainsi le relais. Une tension DC de 1,25 V a été ajoutée au signal d'erreur (courbe jaune) afin que celui ci puisse être lu par la carte Arduino dont la tension de lecture est bornée entre 0 V et 5 V⁴. L'amplitude du signal d'erreur est de 1.5 V. Pour maximiser l'efficacité de la rétroaction la cavité a été placée sur sorbothane et dans une boîte afin de minimiser

4. Il est à noter que le signal d'erreur simulé et mesuré expérimentalement possèdent une polarisation inversée. Cet inversement est dû à la sommation du signal d'erreur avec la tension DC afin que la carte Arduino puisse lire l'intégralité du signal.

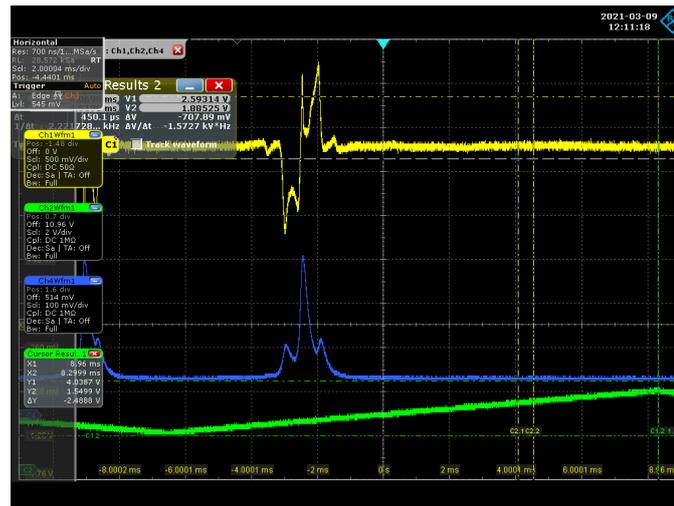


FIGURE 5.16 – Capture d'écran du signal d'erreur PDH utilisé pour verrouiller la longueur de la cavité (signal jaune), de l'intensité de l'horloge laser UOC transmise par la cavité lorsque le champ en entrée est modulé (signal bleu) et de la rampe de tension appliquée au piézo afin de moduler la longueur de la cavité (signal vert).

les fluctuations mécaniques (vibrations de la table, vibrations sonores) susceptibles de changer la longueur de la cavité. L'amplitude du signal d'erreur et la correction effectuée par la carte Arduino se sont montrés suffisants pour verrouiller la longueur de la cavité avec un laser incident continu. Cependant, lorsque nous avons appliqué le dispositif au laser UOC, l'asservissement de la longueur de la cavité filtrante a été évincé par les sauts de modes de la cavité interne au laser UOC.

Saut de modes

La transmission du laser UOC à travers la cavité de filtrage a mis en évidence une autre instabilité dans la génération des impulsions. En effet, les fluctuations mécaniques de la cavité laser même corrigées sont trop importantes, et il arrive que deux supermodes entrent en concurrence et que l'amplification d'un super mode par rapport à un autre se fait de manière aléatoire. Le peigne laser subit alors des sauts de modes erratique visible sur la résonance du peigne dans la cavité comme illustré dans la [figure 5.17](#). Les impulsions vertes représentent le peigne natal de la cavité dont l'une est sélectionnée en rouge par le modulateur d'intensité interne et amplifiée par la fibre dopée erbium (courbe bleue). La longueur de la cavité étalon est alors choisie et contrainte par le PID afin que les impulsions amplifiées en sortie du laser résonnent comme montré par la courbe orange dans la figure du haut. Cependant il arrive de manière aléatoire après quelques secondes que la sélection de l'impulsion à amplifier saute sur l'impulsion voisine comme le montre la figure du bas. Les impulsions en sortie du laser ne sont alors plus en résonance avec la cavité étalon dont le PID ne peut pas suivre ce changement. Ce saut de mode rend impossible la stabilisation de la longueur de la cavité et l'utilisation de celle-ci pour cette expérience comme montré sur la capture d'écran de l'oscilloscope. En effet, la courbe bleue montre la transmission de la cavité asservie sur une minute. On voit que la transmission chute lorsque la sortie du laser saute. Cette première solution

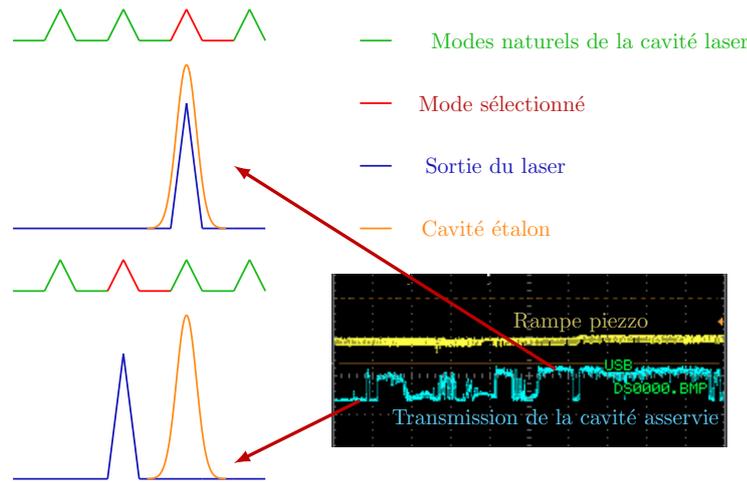


FIGURE 5.17 – Illustration des sauts de mode du laser UOC.

pour évincer le bruit de phase de l'horloge laser fut alors mise de côté pour adopter la deuxième solution de l'égalisation précise de la longueur des chemins empruntés par le signal et l'oscillateur local. Cette cavité est désormais réutilisée au sein de notre équipe comme filtre sur une autre expérience.

5.2.4 Division de la fréquence de répétition

Le module utilisé pour la division de la fréquence de répétition du laser UOC est un optical pulse picker (OPP) délivré par l'entreprise Pritel. Cet appareil est un modulateur de pertes basé sur le même principe de fonctionnement que celui du laser UOC et utilise le même signal RF. Ce signal RF peut être ensuite divisé jusqu'à 32 fois afin de moduler des pertes à une harmonique de la fréquence de répétition du laser et de sélectionner certaines impulsions à la fréquence de répétition voulue. La [figure 5.18](#) présente la trace des impulsions du laser UOC en entrée et sortie de l'OPP pour une fréquence de répétition réduite à 125 MHz (division de la fréquence de répétition par 8). Les pertes provoquées par ce module sur la puissance moyenne s'élèvent à 20 dB. Le laser UOC est ainsi amplifié à l'aide d'un amplificateur fibré EDFA interne avant la division des impulsions.

Nous avons présenté dans ces premiers paragraphes la source laser UOC, un laser impulsionnel basé sur le principe de verrouillage actif de mode délivrant des impulsions infrarouges à la fréquence de répétition de 1 GHz, et le module OPP utilisé pour réduire la fréquence de répétition. Nous avons décelé une instabilité en phase entre les impulsions du laser UOC liée à la présence résiduelle de supermodes non désirés dans le peigne de fréquence. Nous avons présenté une première solution pour corriger cette instabilité gênante pour la mise en place du protocole [4.1](#) par la mise en place d'une

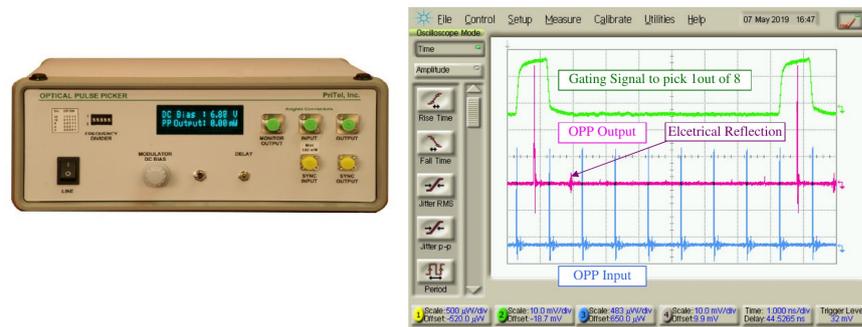


FIGURE 5.18 – Performance de l’OPP. Le même signal RF interne au laser est divisé par huit (signal vert) pour moduler les pertes appliquées aux impulsions à la fréquence de répétition 1 GHz du laser UOC en entrée de l’appareil (signal bleu). Les impulsions en sortie du module sont à la fréquence de répétition de 125 MHz (signal rose).

cavité externe au laser UOC filtrant les supermodes non voulus. Les sauts de modes interne au principe de fonctionnement du laser rendent impossible l’application de ce filtre, nous contraignant par la suite d’égaliser parfaitement les longueurs de fibre entre le signal et l’oscillateur local. Les paramètres des impulsions du laser UOC correspondent en revanche tout à fait pour la génération des états quantiques comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants.

5.3 SOURCE DES ÉTATS QUANTIQUES

Nous nous intéressons désormais dans les prochains paragraphes à la construction et la caractérisation des sources des états quantiques.

5.3.1 Choix des paramètres expérimentaux

Dans le cas idéal, la génération conditionnée d’un état de Fock, ou d’un état chaton de Schrödinger donne lieu à un état pur si le photon est soustrait sur un mode connu que l’on peut mesurer. Or, selon les conditions de travail, (largeur temporelle des impulsions, accord de phase de la conversion) l’état généré en sortie du cristal SPDC présente un aspect multimode dans le domaine fréquentiel [135, 153] ce qui induit des imperfections sur l’état généré. En effet, la soustraction du photon de l’annonce dans un mode différent que l’oscillateur local a pour conséquence d’introduire du vide comprimé dans le résultat traduit comme des pertes. Afin de générer et de détecter des états non gaussiens purs, il est important de prendre en compte la nature multimode de la génération. D’autre part, l’efficacité de l’interférence pour la génération des états hybrides serait réduite si le photon unique soustrait à l’état chaton n’est pas dans le même mode que le photon de

la paire intriquée. Il est donc important pour le protocole 4.1 de construire deux sources dont les photons envoyés dans l'interféromètre sont dans le même mode.

Pour la génération d'états de haute qualité, trois solutions s'offrent à nous. Premièrement, dans le cas où il est possible d'opérer la soustraction et de détecter sur un mode sélectionné, le résultat de l'opération est un état pur. Cet aspect multimode peut alors se montrer avantageux pour le multiplexage de l'information quantique [12, 45, 133] car il devient possible de manipuler l'état multimode en entrée de l'opération de soustraction et de générer ainsi des états non gaussiens sur un mode précis ou des superpositions d'états non gaussiens. Cependant, ces expériences requièrent des montages optiques non linéaires complexes [36], difficiles à implémenter. Deuxièmement, une autre solution grandement utilisée est de filtrer la voie d'annonce avec un filtre très resserré [96]. Cependant, l'ajout de filtre réduit la probabilité de réussite. Il est troisièmement enfin possible comme il est présenté dans l'expérience de ce manuscrit de réfléchir sur les paramètres expérimentaux de la source SPDC afin d'obtenir une conversion monomode [30, 37].

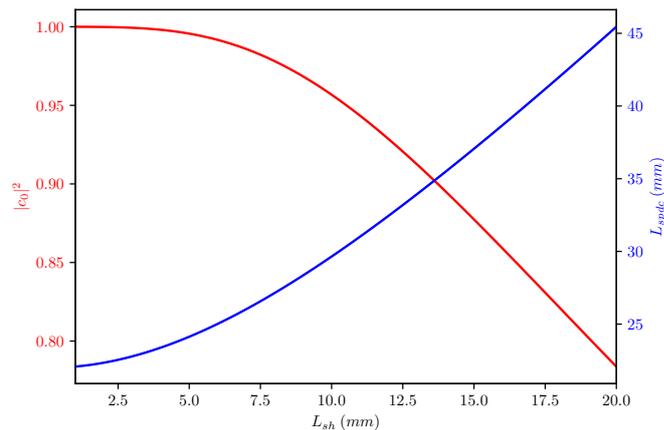


FIGURE 5.19 – Simulation visant à choisir les longueurs de cristal optimal pour la génération de paires de photons monomodes. Cette simulation considère des impulsions infrarouges de largeur spectrale de 1.5 nm ainsi que les indices de réfraction du Niobate de Lithium pour la génération de la SHG et du Phosphate de Titanyle et de Potassium pour la SPDC. Les longueurs optimales retenues sont 3 mm pour le cristal SHG et 20 mm pour le cristal SPDC. Cette simulation annonce un recouvrement des modes $|c_0|^2$ de 99 % entre l'oscillateur local et le signal lors de la détection homodyne.

Le choix de la longueur des cristaux SHG et SPDC, du type d'accord de phase du cristal utilisé pour la génération des états quantiques et des paramètres de pompe SHG sont motivés par la volonté d'obtention d'une conversion monomode. La figure 5.19 montre la simulation visant à choisir les bonnes longueurs des cristaux utilisés pour la SHG et la SPDC. Cette simulation utilise la description multimodale de la généra-

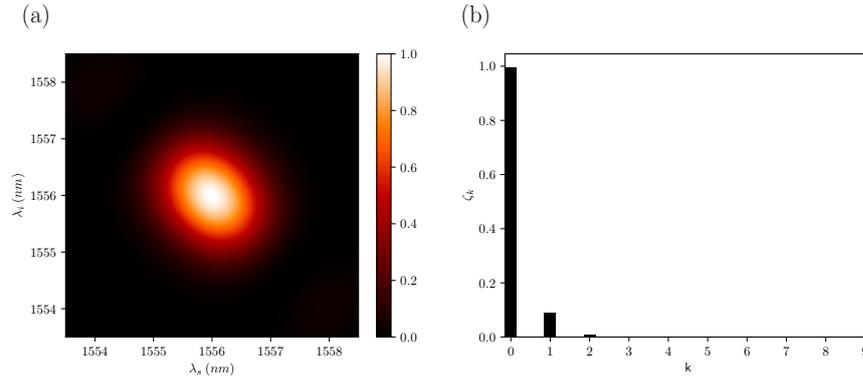


FIGURE 5.20 – (a) Simulation de l’intensité spectrale jointe obtenue avec les paramètres expérimentaux envisagés. L’aspect circulaire de la fonction donne l’indication que la génération est monomode. (b) Décomposition de Schmidt de la génération obtenue en factorisant la fonction d’intensité spectrale jointe. Seuls les trois premiers modes sont excités et le mode fondamental est le plus exacerbé.

tion SPDC [153] et prend en compte des impulsions infrarouges de largeur spectrale de 1.5 nm comme pompe de la SPDC. Cette largeur assure une bonne stabilité du verrouillage du laser UOC. Les indices de réfraction utilisés sont ceux du Niobate de Lithium pour la génération de la SHG et du Phosphate de Titanyle de Potassium pour la SPDC. Le milieu titanyle de phosphate de potassium fut retenu, car les indices de dispersions permettent un accord de phase orthogonal à la fonction de pompe [71]. Le résultat de cette simulation indique que le choix de la longueur du cristal SHG à 3 mm et celle du cristal SPDC à 20 mm avec des impulsions de pompe infrarouge de 1.5 nm permet un recouvrement entre les modes de l’oscillateur local et le signal de 99 %.

La figure 5.20 (a) présente la simulation de l’intensité spectrale jointe (JSI) obtenue avec les paramètres expérimentaux envisagés. Cette fonction est le module carré de l’amplitude spectrale jointe énoncée en équation (2.29) :

$$\Phi(\omega_s, \omega_i) = |\phi(\omega_s, \omega_i)|^2 = |\alpha(\omega_p) \text{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right)|^2 \quad (5.6)$$

avec $\Delta k = k_p(\omega_s + \omega_i) - k_s(\omega_s) - k_i(\omega_i)$, $\alpha_p(\omega_p)$ l’amplitude du faisceau de pompe, et L la longueur du cristal. Pour une paire de photons donnée, cette dernière s’interprète comme la probabilité jointe de détecter le photon signal à ω_s et le photon idler à ω_i . L’aspect circulaire de la fonction donne l’indication que la génération est monomode. Les modes excités lors de la génération obtenue par décomposition de Schmidt sont tracés en figure 5.20 (b). Le mode fondamental est grandement excité par rapport aux deux autres modes et le nombre de Schmidt résultant de cette décomposition est proche de 1 (équation (2.33)).

Les simulations nous ont permis de choisir la taille des cristaux non linéaires pour construire les sources d'états quantiques et la largeur des impulsions de pompe infrarouge. Nous nous proposons dans les paragraphes qui suivent de caractériser la configuration choisie.

5.3.2 Module d'amplification et génération de seconde harmonique

Afin de caractériser dans un premier temps le premier cristal de conversion SHG, la largeur des impulsions du laser UOC source est placée à 1.46 μm , et la fréquence de répétition de 250 MHz. La source amplifiée par une fibre de 8 m dopée erbium grâce au module amplificateur (Pritel) est directement focalisée dans un cristal massif périodiquement polarisé de niobate de lithium dopé à l'oxyde de magnésium (Covesion) de 3 mm de longueur grâce à une lentille traitée anti-reflet. Les impulsions de 1556 nm de longueur d'onde sont converties en sortie du cristal à la longueur d'onde visible de 778 nm. Le dopage améliore la résistance du matériau aux hautes puissances de pompe et limite l'effet photoréfractif pouvant apparaître au sein des cristaux à ces régimes de puissance. La puissance crête se déduit à partir de la puissance moyenne en divisant celle-ci par la durée d'une impulsion et la fréquence de répétition des impulsions. Il est alors important étant donné le régime des impulsions (largeur spectrale et fréquence de répétition) choisi, de prendre en compte la puissance crête des impulsions ultra courtes guidées dans un milieu fibré. Au-delà d'une certaine puissance crête, le phénomène d'automodulation de phase (SPM) survient lors de la propagation des impulsions dans la fibre. La SPM est un processus non linéaire d'ordre 3 lié à l'effet Kerr optique se traduisant par une variation de l'indice optique au sein de la fibre en fonction de l'intensité du champ :

$$n(I) = n_L + I\Delta n_{NL}. \quad (5.7)$$

Avec n_L l'indice de réfraction linéaire du milieu, I l'intensité du champ et Δn_{NL} la variation de l'indice lié à l'indice effectif d'ordre 3 ($\chi^{(3)}$) de la fibre. De trop fortes puissances crêtes ont pour effet de déformer le spectre de la pompe infrarouge de la SHG et par conséquent de déformer le spectre de la génération SHG comme montré en [figure 5.21](#) (b). La longueur de fibre est réduite au maximum entre le stage d'amplification et le cristal et le contrôleur de polarisation (PC1) visant à orienter la polarisation afin de satisfaire l'accord de phase a été placé avant l'amplificateur ([figure 5.1](#)). La puissance de pompe infrarouge de travail a été choisie telle que les spectres SHG ne soient pas encore déformés (courbe obtenue à 57.24 W de puissance crête de pompe de la [figure 5.21](#) (b)) ce qui limite la puissance du faisceau rouge générée. En effet, la puissance crête SHG atteinte pour une puissance de 60 W de pompe infrarouge est d'environ 1 W ([figure 5.21](#) (a)). L'accord de phase est ajusté en plaçant la température du cristal à 137.9°C. Pour la construction de la plateforme expérimentale visant à générer les états hybrides, un deuxième cristal et un deuxième module d'amplification identiques seront utilisés. Les faisceaux rouges à 778 nm seront alors utilisés comme pompe pour générer les états quantiques discrets et continus par conversion paramétrique spontanée (SPDC) via deux cristaux PPKTP.

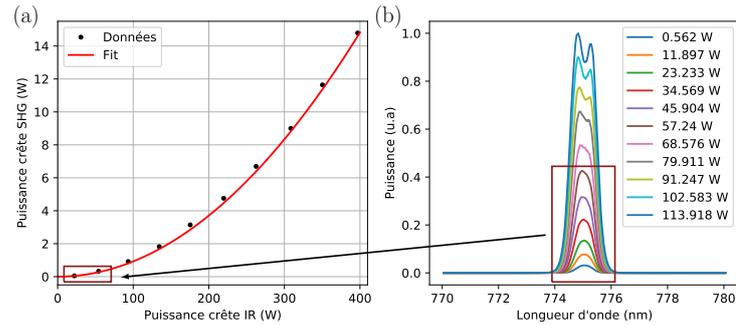


FIGURE 5.21 – (a) Puissance de SHG en fonction de la puissance de pompe infrarouge obtenue par processus de doublage de fréquence au sein de PPLN chauffé à 137.9°C . Les puissances sont données en termes de puissance crête. (b) Spectre de la génération SHG pour différentes puissances crêtes de pompe infrarouge. L'automodulation de phase de la pompe dans les fibres en amont du cristal déforme les spectres SHG et contraint à restreindre les puissances de travail pour la pompe à environ 60 W. La puissance SHG maximale atteinte est d'environ 1 W.

5.3.3 Conversion paramétrique spontanée

Nous nous intéressons désormais aux guides PPKTP dédiés à la production des états quantiques. Les études présentées dans les paragraphes suivants ont eu pour but de révéler informations essentielles pour la construction des sources du protocole 4.1 à savoir la longueur d'onde centrale de la conversion, le profil dégénéré en fréquence des spectres d'émission, et enfin le caractère monomode de la génération.

Longueur d'onde centrale de la conversion

La première information récoltée sur les guides est la longueur d'onde centrale de conversion des guides. En effet, étant donné que le protocole 4.1 requière l'interférence entre deux champs issus des deux sources d'états quantiques utilisant deux cristaux différents, il s'agit de choisir deux guides ayant des longueurs d'onde centrales de conversion similaires afin que l'interférence soit efficace. Les cristaux dédiés à la SPDC contiennent cinq groupes de six guides de diamètre différent. Cette première caractérisation utilise le processus de génération seconde harmonique. Le banc de caractérisation est présenté en figure 5.22. Les guides PPKTPs sont pompés aux longueurs d'onde de télécommunication par un laser continu accordable (Exfo T100S-HP). La pompe est injectée dans les guides par la même fibre micro lentillée utilisée pour récolter la génération SPDC. Un contrôleur de polarisation fibré est utilisé pour aligner la polarisation sur l'axe vertical. La puissance du faisceau rouge généré est ensuite mesurée en fonction de la longueur d'onde de la pompe à l'aide d'un puissance-mètre sensible aux longueurs d'onde visibles. Cette même caractérisation fut effectuée sur les guides des deux cristaux PPKTP. Cette mesure nous a permis de sélectionner les guides les plus efficaces dont l'un à la longueur d'onde centrale de conversion 1556 nm avec un diamètre de $3\ \mu\text{m}$ et l'autre à 1557.8 nm de diamètre $4\ \mu\text{m}$. Ces deux guides ont la longueur d'onde centrale la plus proche. Contrairement aux cristaux de niobate de lithium, l'accord de phase

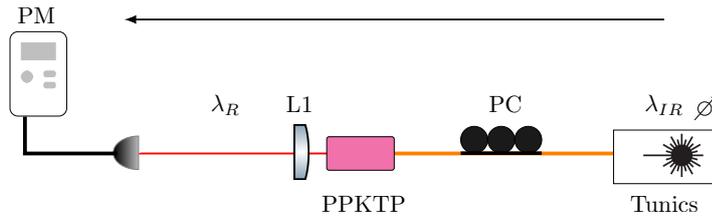


FIGURE 5.22 – Caractérisation des guides par processus de génération de seconde harmonique. PC : Contrôleur de polarisation, PPKTP : Guides de titanyl phosphate de potassium périodiquement inversé, L1 : Lentille de collimation de la lumière générée, PM : Puissance-mètre.

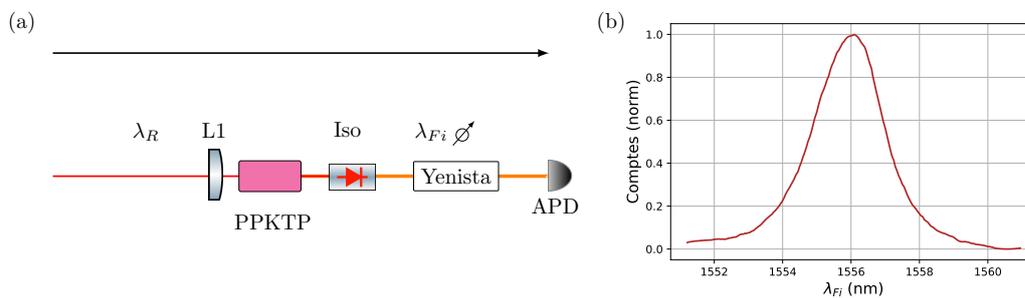


FIGURE 5.23 – (a) Dispositif expérimental utilisé pour la caractérisation du spectre SPDC des guides. Iso : isolateur utilisé pour bloquer la pompe visible, Yenista : filtre accordable, APD : détecteur de photon unique. (b) Spectre SPDC des guides PPKTP. La largeur à mi-hauteur du spectre mesuré est de 2.25 nm.

des supports de titanyl phosphate de potassium est peu sensible à la température fixée ici à 61 °C. Ceci constitue une limitation que nous devons prendre en compte dans le montage final de l'expérience, car la longueur d'onde centrale de conversion des guides ne peut être changée. De ce fait, les photons issus des deux cristaux ne sont pas tout à fait indiscernables et ceci peut nuire à la pureté de l'état hybride généré.

Visualisation du spectre en émission spontanée

Une deuxième étape a été de visualiser le spectre des photons émis du guide par processus d'émission spontanée des guides sélectionnés pour vérifier l'aspect dégénéré en fréquence de la conversion. Notre étude se concentre sur le guide de 1156 nm de longueur d'onde centrale d'émission. Le banc de caractérisation est présenté en [figure 5.23](#). Le guide sélectionné est cette fois pompé par les impulsions de l'UOC de 1.46 nm de largeur à mi-hauteur converties à 778 nm par le cristal SHG. Le faisceau en sortie du guide est collecté par la fibre micro lentillée puis passe par un isolateur fibré afin de supprimer la pompe visible. Les photons infrarouges générés sont alors filtrés par un filtre accordable (Yenista Optics, XTM-50) de largeur à mi-hauteur 80 pm et sont mesurés par un détecteur de photon unique à avalanche (ID Quantique, ID220). Le

nombre de coups relevé par l'APD est enfin mesuré en fonction de la longueur d'onde centrale du filtre accordable à longueur d'onde de pompe et température fixées. Le spectre de la génération mesuré est représenté en [figure 5.23](#). Ce spectre de la génération présente un profil gaussien dégénéré en longueur d'onde de largeur à mi-hauteur 2.25 nm. Cette première mesure donne une bonne indication sur la qualité du profil spectral de la génération. Cette mesure ne révèle cependant aucune information sur l'influence de la pompe pulsée dans la génération.

5.3.4 JSI - source monomode

Pour avoir une information complète sur la corrélation entre les photons générés nous avons poussé l'analyse expérimentale en procédant à la mesure de la JSI de la génération. Cette étude nous permet de vérifier le caractère monomode de la génération des états. Le nombre de modes excités lors du processus de génération est estimé par la mesure de

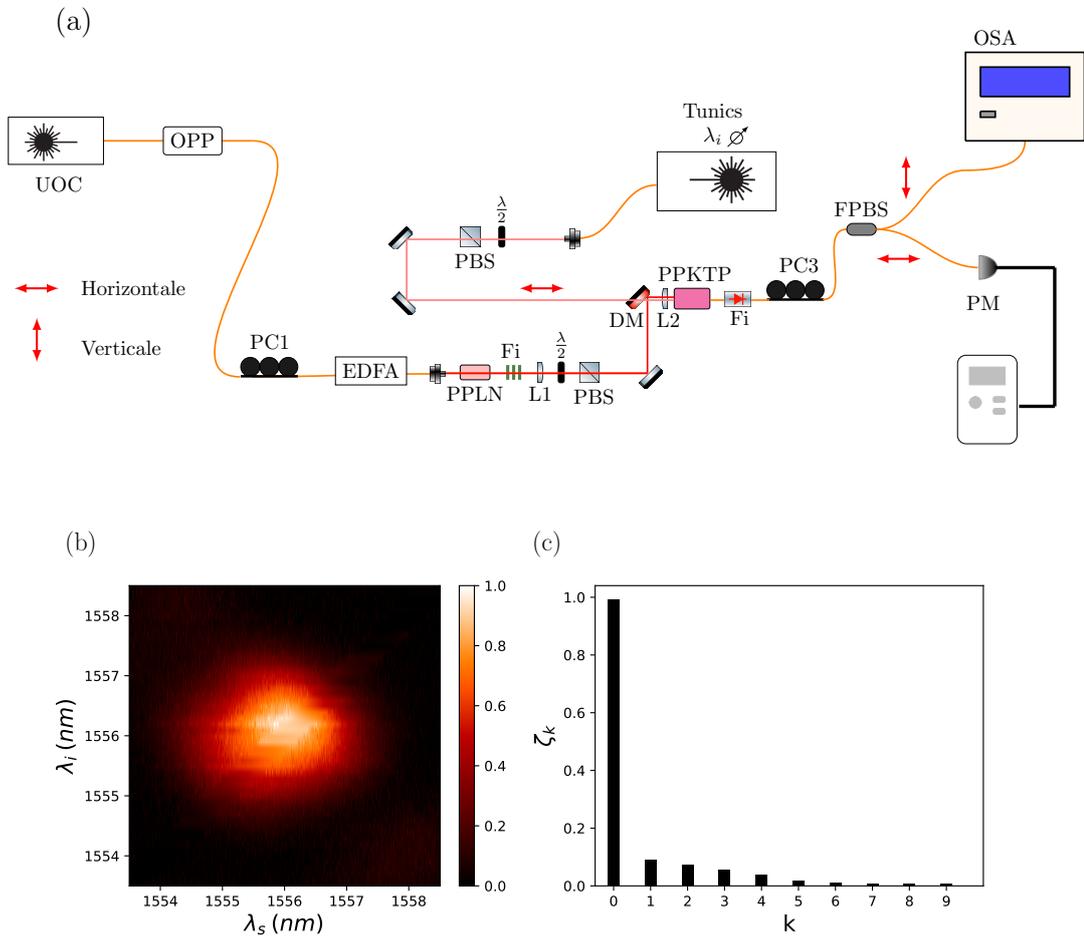


FIGURE 5.24 – (a) Schéma du montage utilisé pour la mesure de la JSI du guide. (b) JSI mesurée. (c) Dix premières valeurs propres issues de la décomposition de Schmidt des données récoltées.

la JSI $\Phi(\omega_s, \omega_i)$ des photons générés. La mesure de la JSI peut être effectuée en régime spontané en réadaptant le montage présenté sur la [figure 5.23](#) à la différence que cette fois les photons signal et idler sont séparés avec une lame de polarisation et un filtre accordable et une APD sont placés sur le trajet des deux photons. Cette méthode est cependant gourmande en matériel et les temps de mesure sont longs. Nous avons opté pour une solution de conversion paramétrique stimulée, impliquant un laser continu accordable comme faisceau seed sur le photon idler [89]. La variation de la longueur d'onde du photon idler est directement effectuée par la variation de la longueur d'onde du faisceau seed. La puissance lumineuse de la génération est de même plus élevée qu'en régime spontané, permettant ainsi l'utilisation d'un analyseur de spectre optique pour la mesure du spectre du signal plutôt qu'un filtre accordable et un détecteur APD.

La [figure 5.24](#) (a) présente le montage utilisé pour la mesure de la JSI du guide de longueur d'onde centrale 1556 nm. Les impulsions de 1.46 nm de largeur à mi-hauteur initiale sont placées à la fréquence de répétition de 250 MHz grâce à l'OPP. Le cristal PPLN convertit la longueur d'onde des impulsions pour pomper le guide PPKTP à la température de 61 °C. Un laser continu accordable aux longueurs d'onde infrarouges (Tunics) polarisé horizontalement est injecté dans ce même guide. Les photons signal polarisés verticalement, et idler polarisés horizontalement générés par émission stimulée sont ensuite séparés à l'aide d'un polariseur fibré et d'un contrôleur de polarisation. Un puissance-mètre est placé sur le bras de l'idler afin de vérifier la séparation des photons en maximisant la puissance. Un spectre du signal généré est enfin mesuré par un analyseur de spectre optique (OSA Yokosawa) pour différentes longueurs d'onde du laser accordable.

La [figure 5.24](#) (b) présente la JSI mesurée expérimentalement composée de 53 spectres mesurés pour différentes longueurs d'onde de seed concaténés. La JSI obtenue est circulaire, signe du caractère monomode de la génération. Le caractère monomode de la génération est de même vérifié en opérant une décomposition de Schmidt obtenue en diagonalisant le jeu de données récoltées. La [figure 5.24](#) (c) présente les premières valeurs propres obtenues par la décomposition de Schmidt. Ces valeurs sont les modes excités lors du processus de génération. Le premier mode est largement excité comparé aux neuf autres modes et le nombre de Schmidt s'élève à $K = 1.04$ corroborant le caractère monomode de notre source. Les paramètres expérimentaux peuvent être améliorés notamment en réduisant la largeur à mi-hauteur des impulsions dans le domaine spectral afin de rendre la génération d'autant plus monomode.

Nous avons présenté dans ces paragraphes notre stratégie pour obtenir des sources d'états quantiques purs et la caractérisation de celles-ci. Le caractère monomode de la génération SPDC essentiel pour que le champ prélevé des deux sources d'états quantiques DV et CV interfèrent lors de la construction du protocole [4.1](#) a été vérifié. Cependant, ceci est à nuancer avec le choix des paramètres des impulsions (fréquence

de répétition, largeur spectrale des impulsions) de la source infrarouge vite sujette à la SPM dans les fibres pour de trop grande puissance et contraint la puissance SHG dédiée à pomper la SPDC. La puissance limitée de la SHG limite aussi le taux de compression des états comprimés pour la génération des états CV. D'autre part les deux guides PPKTP sélectionnés n'ont pas la même longueur d'onde centrale de conversion, et ceci peut limiter de même l'efficacité de l'interférence dans la mise en place du protocole 4.1 et altérer la qualité des états hybrides.

5.4 DÉTECTION HOMODYNE

Cette section a pour but de présenter la calibration du système de détection homodyne composé d'un séparateur 50 :50 fibrée et de la détection équilibrée commerciale *Insight*. Le but de cette caractérisation est d'une part de s'assurer que l'efficacité du système est applicable à la mesure de quadrature des états quantiques et d'autre part de déterminer la cadence de répétition à laquelle travailler afin de garder un signal homodyne raisonnable. En effet, si la mesure d'états comprimés peut être effectuée sur un ensemble d'impulsions moyennées, la bande passante du module de soustraction est critique dans le cas de la mesure d'états non gaussiens qui se résume à une mesure sur une seule impulsion sur laquelle l'annonce a été donnée. La cadence de répétition doit alors être adaptée à la bande passante du module de soustraction. La caractérisation du module de soustraction est effectuée en mesurant le bruit fondamental de vide. Aucun champ est envoyé dans le bras du signal en amont du séparateur et seule la réponse de l'électronique est relevée.

5.4.1 Analyse spectrale

L'étude du système de détection homodyne dans le domaine fréquentiel nous permet de quérir deux informations concernant l'efficacité du système de détection. Premièrement la mesure de la réponse du système sur une large plage de fréquence nous permet de connaître la bande passante du module de détection. Deuxièmement, une mesure de

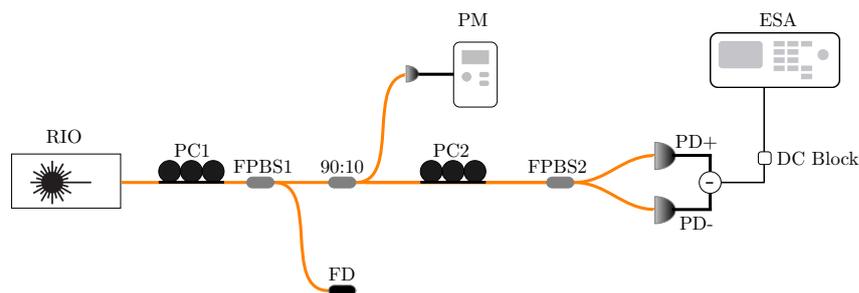


FIGURE 5.25 – Montage pour la caractérisation dans le domaine spectral du module de soustraction.

la réponse du détecteur en fonction de la puissance lumineuse à fréquence d'analyse fixe nous permet de vérifier la linéarité de la réponse et de mesurer le SNR pour ainsi

remonter à l'efficacité quantique du détecteur. Afin de visualiser la puissance de bruit, nous employons le montage de caractérisation montré en [figure 5.25](#). La puissance d'un laser continu (RIO) de longueur d'onde infrarouge est ajustée à l'aide d'un contrôleur de polarisation (PC_1) et d'un polariseur fibré (FPBS $_1$). Une portion de 10 % est prélevée de la source afin de prendre connaissance de la puissance en amont des détecteurs. Un deuxième contrôleur de polarisation (PC_2) et un polariseur fibré (FPBS $_2$) sont utilisés afin d'ajuster finement la balance de puissance incidente sur les photodiodes à 50 %. Le signal homodyne est ensuite filtré à l'aide d'un DC block SMA et transmis à un ESA. La puissance de bruit du vide pour différentes puissances lumineuses de l'oscillateur

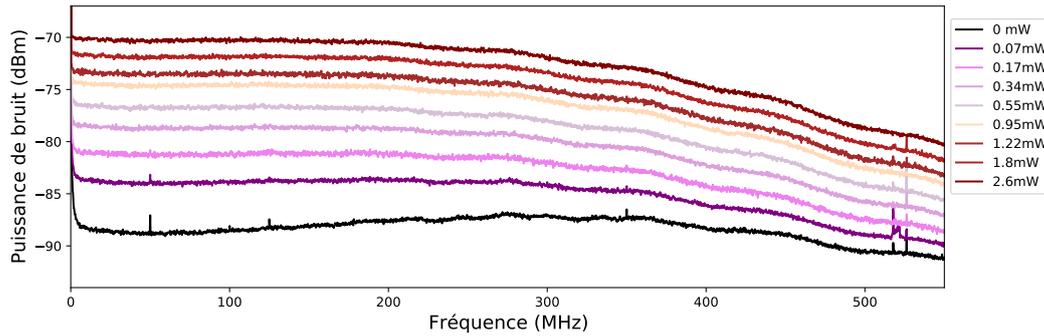


FIGURE 5.26 – Densités spectrales de bruit différentes puissances lumineuses incidentes sur les photodiodes.

local est présentée sur une plage de fréquence de 0 MHz à 600 MHz en [figure 5.26](#). Le signal est réduit de 3 dB au-delà de la fréquence de 500 MHz indiquant ainsi la bande passante du détecteur. Afin de définir le rapport SNR et la linéarité du système de détection pour différentes fréquences de répétitions potentielles du laser UOC, nous avons relevé la puissance de bruit en fonction de la puissance pour des fréquences fixées à 500 MHz, 250 MHz et 125 MHz. Les trois relevés sont présentés en [figure 5.27](#). Les trois courbes sont linéaires pour les régimes de puissances lumineuses mesurées et le SNR pour les trois différentes fréquences est mesuré à la limite du régime de la non linéarité du système de détection. Nous retenons la fréquence de 250 MHz, fréquence la plus élevée pour laquelle le SNR est mesuré à 16 dB. Il est alors possible d'estimer l'efficacité électronique η_{elec} présentée en [sous-section 2.3.2](#) à partir du SNR mesuré. À la fréquence de 250 MHz, l'efficacité de l'électronique s'élève à :

$$\eta_{elec} = 100 \frac{SNR - 1}{SNR} = 100 \frac{10^{\frac{16}{10}} - 1}{10^{\frac{16}{10}}} = 97 \%. \quad (5.8)$$

À titre d'exemple, la [figure 5.28](#) est une capture d'écran de l'oscilloscope présentant la réponse temporelle typique du système de détection homodyne en utilisant en réutilisant le même montage avec le laser UOC placé à la fréquence de répétition de 250 MHz. Les courbes jaune et verte sont les tensions moyenne de la photodiode positive et négative respectivement et la courbe bleue est le signal homodyne. La largeur à mi-hauteur

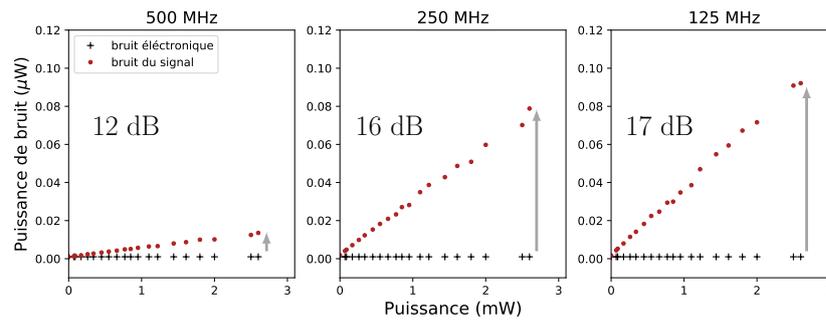


FIGURE 5.27 – Mesure de la puissance de bruit en fonction de la puissance incidente sur les photodiodes à fréquences fixées à 500 MHz, 250 MHz et 125 MHz. La linéarité de la réponse du module de détection est préservée. Un rapport signal sur bruit de 16 dB est mesuré pour la fréquence d’analyse 250 MHz.

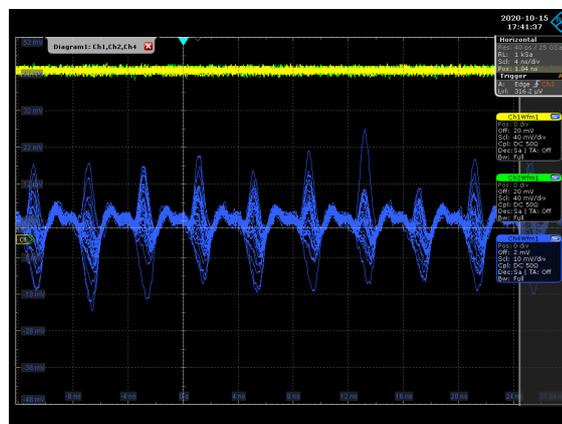


FIGURE 5.28 – Réponse typique de la détection homodyne en régime pulsé dans le domaine temporel enregistrée sur l’oscilloscope pour une fréquence de répétition choisie à 250 MHz. Courbe jaune : tension moyenne de la photodiode positive, courbe verte : tension moyenne de la photodiode négative, courbe bleue : signal homodyne montrant le bruit fondamental du vide. La largeur à mi-hauteur des impulsions enregistrées est d’environ 1 ns bien en dessous de la séparation entre deux impulsions laser.

des impulsions enregistrées sur l’oscilloscope est d’environ 1 ns bien en dessous de la séparation entre deux impulsions laser permettant de discerner les mesures homodyne sur chaque impulsion.

5.4.2 Rapport de réjection du mode commun

Le *rapport de rejet du mode commun* (CMRR) quantifie la capacité d’un amplificateur différentiel à rejeter la tension commune de ses deux entrées. Un large CMMR permet d’assurer la bonne suppression des bruits classiques de l’oscillateur local [Jin:15]. Cette grandeur est définie comme la différence entre la somme des puissances de bruit lorsque

seule la photodiode positive et négative est éclairée et la puissance de bruit lorsque les deux photodiodes sont éclairées [163]. La mesure de cette grandeur est effectuée avec le même banc de caractérisation en remplaçant le laser continue avec l'horloge laser UOC dont la fréquence de répétition est réduite à 250 MHz à l'aide de l'OPP. La figure 5.29 (b) représente la densité spectrale de bruit du laser UOC à la fréquence de répétition fixée à 250 MHz dans le cas où une seule photodiode est éclairée (courbe noire), et le cas où les deux photodiodes sont éclairées (courbe rouge). La puissance en amont du polariseur fibré est de 80 μW pour rester dans le régime linéaire du module de soustraction tracé en figure 5.29 (a). La différence entre le maximum des deux courbes mesurées sur la

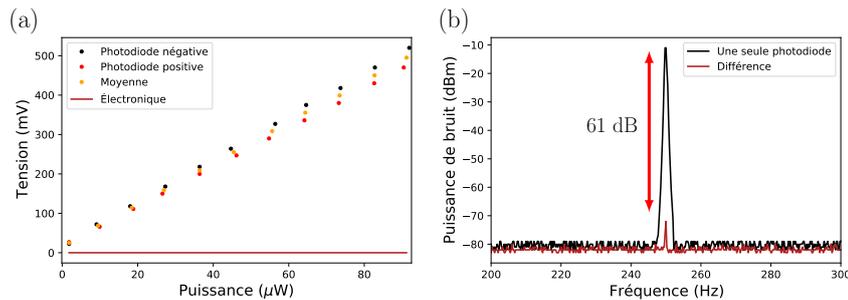


FIGURE 5.29 – (a) Réponse du module de soustraction en fonction de la puissance moyenne de l'horloge laser UOC à 250 MHz de fréquence de répétition. La tension moyenne récoltée lorsque seule la photodiode négative (cercles noirs) est illuminée est ici inversée pour présenter des valeurs positives. Les cercles rouges représentent la tension moyenne obtenue lorsque seulement la photodiode positive est illuminée. Les cercles jaunes représentent la valeur moyenne des deux tensions. (b) Mesure du CMMR du module de soustraction. La différence entre le maximum de la densité spectral de bruit du laser UOC à la fréquence de 250 MHz mesurée lorsqu'une seule photodiode est illuminée (courbe noire) et celle mesurée lorsque deux photodiodes sont illuminées est de 61 dB. En considérant que la densité spectrale de bruit est la même pour les deux photodiodes, un ajout de 3 dB est effectué et CMMR s'élève donc à 64 dB.

première harmonique à 250 MHz s'élève à 61 dB. En considérant que la densité spectrale de bruit est la même pour les deux photodiodes, un facteur de 3 dB est ajouté ce qui correspond à un CMMR de 64 dB. Ce CMMR est similaire à la plupart des détecteurs utilisés pour la mesure d'états quantiques [60, 80, 98].

5.4.3 Efficacité globale de détection

Les imperfections expérimentales de la détection et leur impact sur la pureté du photon unique sont modélisées par une lame séparatrice sur le chemin du signal en amont du séparateur 50 :50 du système de détection [118]. L'amplitude de transmission est $\sqrt{\eta_{tot}}$ avec η_{tot} l'efficacité globale de détection comprenant les efficacités citées en sous-section 2.3.2 [8]. Les pertes à la propagation dans les fibres sont mesurées simplement en faisant le rapport entre la puissance d'un faisceau cohérent intense en entrée des ports du module de soustraction et à la sortie de la fibre micro lentillée. Afin de diminuer au maximum les pertes dues aux connecteurs entre chaque composant

(isolateur, contrôleur de polarisation, polariseur fibré, lame séparatrice), ceux-ci ont été soudés en un seul bloc. La transmission totale du système soudé s'élève alors à 80 %. Par l'utilisation de la fibre micro lentillée pour récolter le signal en sortie de guide, nous nous attendons à une efficacité de couplage guide/fibre de 50 % [26]. Les pertes optiques η_{opt} s'élève donc à 64 %. Pour l'efficacité modale η_{mode} , le recouvrement spatial des modes est parfait étant donné que le système de détection est guidé. La correspondance des modes temporels est ajustée à l'aide de la ligne à retard δT_{LO} en maximisant le contraste des interférences entre le faisceau seed préalablement synchronisé avec le faisceau pompe du cristal PPKTP, et l'oscillateur local au niveau de la lame séparatrice 50 :50. Cette opération permet par ailleurs d'accorder la polarisation de l'oscillateur local avec celle du signal. Un contraste de 99 % des interférences nous donne l'indication que les modes temporels et de polarisation sont alignés. La correspondance des modes spectraux est estimée théoriquement à 99 % (sous-section 5.3.1) et s'élève expérimentalement à 92% en comparant le mode spectral fondamental du photon signal obtenu par décomposition de Schmidt de la mesure présentée en sous-section 5.3.4 et le profil spectral de l'oscillateur local. Cette différence entre le recouvrement attendu et le recouvrement mesuré peut s'expliquer par la SPM dans la fibre en amont de la SHG. En effet, la gamme de puissance infrarouge adoptée lors de la mesure de la JSI était légèrement au-dessus du seuil d'apparition de la SPM dans les fibres. Nous soupçonnons ainsi que le spectre de pompe SHG ait été élargi par la SPM. La correspondance des modes spectraux peut être améliorée en diminuant davantage la largeur spectrale des impulsions infrarouges et en adaptant la puissance de la pompe en entrée du cristal SHG. L'efficacité quantique des photodiodes η_{det} nous a été donnée directement par le constructeur du module de soustraction et s'élève à 80 %, et nous avons mesuré l'efficacité électronique η_{elec} à 97 %.

La fonction de Wigner d'un photon unique soumis aux imperfections de détection s'écrit alors :

$$\mathcal{W}_{1,\eta} = \frac{1}{\pi} e^{-(x^2+p^2)} (\sqrt{1-\eta_{tot}} - \sqrt{\eta_{tot}} + 4\sqrt{\eta_{tot}}(x^2+p^2)) \quad (5.9)$$

avec $\eta_{tot} = \eta_{opt}\eta_{det}\eta_{elec}\eta_{mode} = 0.29$, les pertes globales à la détection. La fidélité de l'état mesuré avec un photon unique serait alors de 54 %. Cette efficacité globale maintenant calibrée peut être utilisée pour la correction dans notre reconstitution de l'état par tomographie. Cette correction permet de connaître les propriétés de l'état généré à la sortie du cristal PPKTP qui sera utilisé pour la génération des variables hybrides.

5.4.4 Annonce de l'état

Contrairement à la génération de chatons, la soustraction d'un photon de la paire générée par SPDC se produit de manière déterministe en séparant les deux polarisations des photons de la paire. Dans le cas d'une source parfaitement monomode, ($K=1$), les photons possèdent le même profil spectral, le mode de l'annonce est parfaitement indiscernable générant ainsi un photon unique pur. Malgré l'aspect circulaire de la JSI de nos sources et un nombre de Schmidt très proche de 1, celles-ci restent légèrement multimodes, et l'éventualité de placer un filtre étroit sur le trajet de l'annonce n'a pas

été omise. Nous nous proposons ici d'étudier de manière analytique l'influence d'un filtre fortement resserré sur le trajet de d'annonce de l'opération de soustraction sur une paire de photon multimode dégénérée [4].

Dans le cas d'un pompage de faible intensité, le champ en sortie de la SPDC dégénérée s'écrit

$$|\psi\rangle = |0\rangle + A \iint d\omega d\omega' \phi(\omega, \omega') \hat{a}^\dagger(\omega) \hat{a}^\dagger(\omega') |0\rangle, \quad (5.10)$$

avec $\phi(\omega, \omega')$ l'amplitude spectrale jointe et la constante A réunit les paramètres relatifs au coefficient non linéaire d'ordre 2 ($\chi^{(2)}$) du cristal et à la puissance de pompe. Dans le cas de la génération de photon unique, le pompage est faible ($A \ll 1$). La composante du vide est tracée par l'opération d'annonce, et l'état après la lame séparatrice et le filtre s'écrit

$$|\psi\rangle \approx \iiint d\omega d\omega' d\omega'' \phi(\omega, \omega') t(\omega'') \hat{a}(\omega'') \hat{b}_{out}^\dagger(\omega'') \hat{a}^\dagger(\omega) \hat{a}^\dagger(\omega') |0\rangle, \quad (5.11)$$

où $\hat{b}_{out}^\dagger(\omega)$ exprime les composantes spectrales à la fréquence ω après le filtre. Le POVM associé à la détection du photon d'annonce s'écrit comme :

$$\hat{\Gamma}_{out} = \int d\omega |1_{out}(\omega)\rangle\langle 1_{out}(\omega)| \quad (5.12)$$

avec $|1_{out}(\omega)\rangle = \hat{b}_{out}^\dagger(\omega) |0\rangle$ décrivant le photon à la sortie du filtre. L'état après l'annonce s'écrit en traçant les modes détectés (*i.e* les modes de $\hat{b}_{out}(\omega)$) :

$$\hat{\rho}_{out} \approx \int d\omega d\omega' d\omega'' d\Omega d\Omega' \phi(\omega, \omega') t(\omega'') \hat{a}(\omega'') \hat{a}^\dagger(\omega) \hat{a}^\dagger(\omega') |0\rangle\langle 0| \hat{a}(\Omega) \hat{a}(\Omega') \hat{a}^\dagger(\omega'') t^*(\omega'') \phi^*(\Omega, \Omega'). \quad (5.13)$$

Nous nous intéressons maintenant au cas d'un filtre extrêmement resserré tel que la fonction de transfert s'exprime comme $t(\omega) = \delta(\omega - \omega_0)$. L'état se réécrit alors comme

$$\hat{\rho}_{out} \approx \int d\omega d\omega' d\Omega d\Omega' \phi(\omega, \omega') \hat{a}(\omega_0) \hat{a}^\dagger(\omega) \hat{a}^\dagger(\omega') |0\rangle\langle 0| \hat{a}(\Omega) \hat{a}(\Omega') \hat{a}^\dagger(\omega_0) \phi^*(\Omega, \Omega'). \quad (5.14)$$

En exploitant les règles de commutation entre les opérateurs bosoniques $[\hat{a}(\omega), \hat{a}^\dagger(\omega')] = \delta(\omega - \omega')$ et $[\hat{a}(\omega), \hat{a}(\omega')] = 0$, il est possible de réécrire la matrice densité comme :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_{out} &\approx \int d\omega d\omega' [\phi(\omega, \omega_0) \phi^*(\omega_0, \omega') + \phi(\omega_0, \omega) \phi^*(\omega_0, \omega')] \hat{a}^\dagger(\omega) |0\rangle\langle 0| \hat{a}(\omega') \\ &\int d\omega d\omega' [\phi(\omega, \omega_0) \phi^*(\omega', \omega_0) + \phi(\omega_0, \omega) \phi^*(\omega', \omega_0)] \hat{a}(\omega) |0\rangle\langle 0| \hat{a}^\dagger(\omega') \\ &= \int d\omega d\omega' G(\omega) G^*(\omega') \hat{a}^\dagger(\omega) |0\rangle\langle 0| \hat{a}(\omega') \end{aligned} \quad (5.15)$$

avec la fonction $G(\omega) = \phi(\omega, \omega_0) + \phi(\omega_0, \omega')$. En introduisant l'opérateur $\hat{A} = \int d\omega G(\omega) \hat{a}(\omega)$, l'équation (5.15) peut être réécrite comme

$$\hat{\rho}_{out} \approx \hat{A}^\dagger |0\rangle\langle 0| \hat{A}. \quad (5.16)$$

Cette relation décrit un état à photon unique pur annoncé dans le mode décrit par l'opérateur \hat{A} . Cette analyse corrobore les observations reportées dans la littérature, à savoir que la pureté de l'état photon unique généré par annonce est augmentée par l'application d'un filtre resserré sur la voie d'annonce.

5.5 CONCLUSION

L'expérience présentée dans ce chapitre est un premier pas vers l'installation des deux sources d'états quantiques CV et DV en entrée du protocole 4.1. Nous avons étudié la source laser UOC impulsionnel et décelé une instabilité en phase des impulsions pouvant nuire à la construction du protocole. Nous avons construit une cavité étalon asservie sur le laser UOC afin de corriger cette instabilité. Nous avons étudié la longueur et les fonctions d'accord de phase des cristaux dédiés à la génération des états quantiques afin d'obtenir une génération monomode. L'aspect monomode des sources permet d'une part d'effectuer les expériences d'états annoncés sans altérer la pureté de l'état généré, et d'autre part une bonne interférence des champs prélevés dans la mise en place du protocole. Le caractère pratiquement monomode de la génération a été vérifié expérimentalement, par la mesure de la JSI. Enfin, nous avons calibré le système de détection homodyne en prenant connaissance de la bande passante du module de soustraction et l'efficacité globale du système. Comme nos sources présentent un aspect légèrement multimode, le cas de figure de l'ajout d'un filtre resserré sur la voie d'annonce dans pour de la génération et la mesure homodyne d'un état photon unique à partir d'une paire dégénérée a de même été considéré. Ce montage sera adapté dans un second temps à la génération et la détection homodyne d'états chatons. Le régime de puissance de la pompe de la SPDC sera augmenté afin de permettre la génération d'états comprimés. Le contrôleur de polarisation PC₃ orientera la polarisation des photons dans la base diagonale afin de se placer en configuration dégénérée. La fibre micro lentillée en sortie du cristal PPKTP sera remplacée par une fibre biréfringente afin de compenser le délai entre les photons verticaux et horizontaux accumulé lors de leur propagation dans les guides du cristal. Enfin, une lame séparatrice à faible coefficient de réflexion remplacera le polariseur fibré à la suite du contrôleur de polarisation PC₃.

Troisième partie

VERS DES SYSTÈMES PLUS COMPACTS ET INTÉGRÉS

DÉTECTION HOMODYNE INTÉGRÉE À HAUTE BANDE PASSANTE SUR PUCE DE SILICIUM

6.1	Module de détection intégré	114
6.1.1	Bande passante de la détection	114
6.1.2	Présentation de la puce	115
6.1.3	Caractérisation de la bande passante	117
6.2	Mesure d'états comprimés	118
6.2.1	Modules de conversion	119
6.2.2	Montage de l'expérience	121
6.3	Conclusion	124

Le travail présenté dans ce chapitre est issu d'une collaboration avec le professeur associé Jonathan C F Matthews dans l'équipe QET Labs du laboratoire NSQI à Bristol (Royaume-Uni).

Le développement de circuits intégrés photoniques sur puces représente un certain intérêt comme plateforme pour de futures applications des protocoles quantiques hors laboratoire. Le milieu silicium est une plateforme prometteuse pour les technologies quantiques intégrées [141]. Ce matériau présente une susceptibilité non linéaire d'ordre 3 et peut tout à fait être utilisé pour générer des états quantiques gaussiens [120]. Il est de même possible de manipuler ces états à l'aide de déphaseurs thermiques et réaliser des circuits intégrés programmables à large échelle [27, 125]. Il est enfin possible comme l'a déjà montré l'équipe de Jonathan C F Matthews en 2018 [130] de combiner cette plateforme avec des photodiodes germanium pour réaliser une détection homodyne sur puce. Nous avons vu que la bande passante de la détection homodyne définit la cadence de la génération lors de la préparation d'états quantiques annoncés. Ceci a pour conséquence par exemple de limiter la fréquence de l'horloge pour le calcul quantique [9, 82], et le taux d'échange de clés sécurisées pour la télécommunication quantique [162]. Il a été montré en optique classique que les photodiodes germanium intégrées sur silicium montrent une haute sensibilité aux longueurs d'onde de télécommunication et une bande passante intrinsèque de 50 GHz [147]. En réduisant la résistance de contact entre les composants électroniques d'amplification, et en intégrant directement les photodiodes sur les puces photoniques silicium, l'équipe de Bristol a pu augmenter la bande passante totale du système de détection homodyne [130]. Le but de cette collaboration a été de tester ce détecteur avec un état quantique en montant sur place une source d'états de vide comprimés entièrement guidée à large spectre.

6.1 MODULE DE DÉTECTION INTÉGRÉ

6.1.1 Bande passante de la détection

Nous allons dans un premier temps présenter de manière simplifiée les éléments électroniques intervenant dans le système de détection homodyne présentés en [figure 6.1](#) (a) et (b)¹. Une photodiode est composée d'une jonction p-n. Si un photon incident

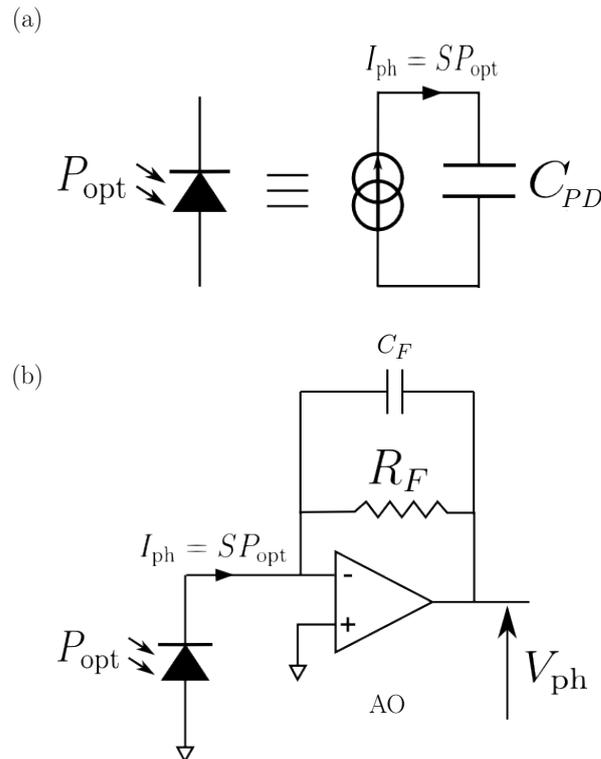


FIGURE 6.1 – (a) Modélisation d'une photodiode comme une source de courant I_{ph} proportionnel à la puissance lumineuse incidente P_{opt} . Le coefficient S est la sensibilité du détecteur. (b) Schéma électronique simplifié d'un amplificateur transimpédance. Le courant de la photodiode I_{ph} est converti en tension V_{ph} et amplifié par un gain dépendant de la résistance de rétroaction R_F . La capacité C_F est utilisée pour améliorer la stabilité du système.

possède une énergie supérieure à la largeur de la bande interdite du semi-conducteur, il peut être absorbé et ainsi libérer un électron. Une photodiode peut alors être modélisée de manière simple ([figure 6.1](#) (a)) comme une source de courant I_{ph} donné par le flux lumineux incident $I_{ph} = SP_{opt}$ où S étant la sensibilité de la photodiode, généralement exprimée en A/W , et P_{opt} la puissance du champ lumineux incident. La capacité C_{PD} modélise la capacité de la jonction et est proportionnelle à la surface active de la photodiode. D'un autre côté, dans sa version simple, un amplificateur transimpédance (TIA) est un convertisseur courant-tension qui amplifie le signal de la photodiode par un

1. <https://www.koheron.com/blog/2015/05/18/photodetection>

gain dépendant de la résistance de rétroaction R_F (figure 6.1 (b)). Ce genre de système est mis en œuvre grâce à un amplificateur opérationnel (AO). La capacité de rétroaction C_F est utilisée pour améliorer la stabilité du système. La bande passante d'un filtre de Butterworth² idéal qui modélise la réponse de l'amplificateur est donnée par [100]

$$f_{3 \text{ dB}} = \sqrt{\frac{A_0 f_0}{2\pi R_F C_{tot}}}, \quad (6.1)$$

avec le produit gain-bande $A_0 f_0$ et la capacité totale $C_{tot} = 2C_{PD} + C_F + C_{A1}$. Cette capacité totale C_{tot} est la somme des capacités C_{PD} , et C_{A1} inhérentes aux photodiodes et à l'amplificateur opérationnel respectivement, et C_F la capacité de la boucle de la rétroaction utilisée pour optimiser le gain. À gain et résistance R_f fixés, la seule façon d'augmenter la bande passante du système est de réduire au maximum la capacité totale C_{tot} . En principe, la capacité C_{PD} des photodiodes intégrées est basse (9 fF) [88] et les amplificateurs opérationnels peuvent atteindre des capacités C_{A1} de l'ordre de 100 fF [148]. Cependant, en montant le TIA sur une carte électronique imprimée (PCB), la capacité parasite croît à 250 pF [100, 130] et dans ce cas, une bande passante de seulement 150 MHz est atteinte [130]. Cette bande passante est bien en dessous des 1 GHz de bande passante relevés pour des photodiodes non intégrées [11]. Le défi de ce projet a été pour l'équipe du NSQI de Bristol de minimiser au maximum les capacités parasites diminuant la bande passante de la détection lors de la réalisation de la puce que nous allons présenter par la suite.

6.1.2 Présentation de la puce

La figure 6.2 montre le TIA et le circuit photonique intégré sur la puce photonique de silicium (PIC). La conception de la puce de silicium a été effectuée par l'équipe du NSQI de Bristol et la fabrication a été réalisée par la fonderie IMEC. En figure 6.2 (a), l'oscillateur local est injecté dans le guide monomode de dimension 450×220 nm (1) par couplage vertical sur grille tracée dans le silicium (vertical grating coupler) via une fibre montée sur une monture v-groove array (VGA). Les pertes dues à ce type de couplage s'élèvent à -2.1 dB. Les pertes au couplage limitent la gamme de longueur d'onde pouvant être mesurée avec ce système à ± 42 nm autour de la longueur d'onde de 1562 nm. Le signal à analyser est injecté dans le port (2) par le même principe. Le contrôle de la phase de l'oscillateur local est assuré en changeant la température en (3). Le système utilisé pour faire interférer le signal et l'oscillateur local est un MZI composé de deux lames séparatrices guidées (4), et d'un second contrôleur de phase thermique (5). Ce système permet d'équilibrer plus précisément le rapport entre transmission et réflexion de la séparation. Une rétroaction PID fut mise en place pour corriger la diaphonie entre le contrôleur de phase de l'oscillateur local et de l'interféromètre qui créait un bruit sur la balance des intensités. La composante DC à 20 kHz a été prélevé du signal de détection par un bias tee (SHF BT45) et utilisée comme signal d'erreur pour le verrouillage PID en utilisant la plate-forme reconfigurable Moku : Lab (Liquid

2. Un filtre de Butterworth est un type de filtre linéaire, possédant un gain constant dans sa bande passante.

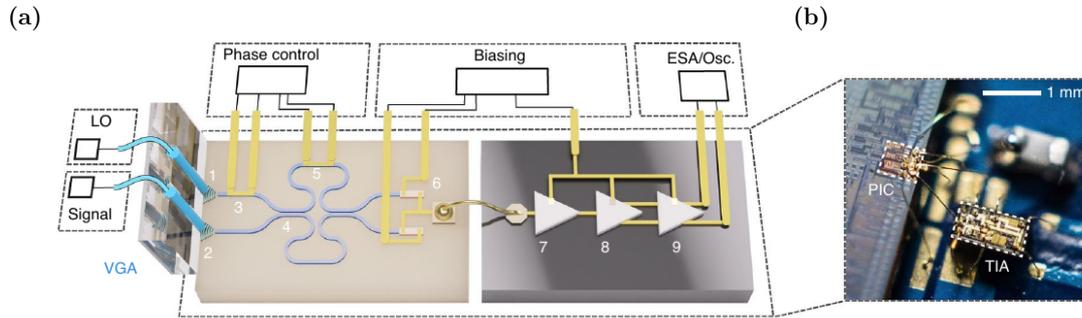


FIGURE 6.2 – (a) Illustration de la puce photonique intégrée et de l’amplificateur transimpédance MAX3277 die. L’oscillateur local est injecté dans la puce grâce à un couplage vertical sur grille dans l’entrée 1 via une fibre montée sur une monture v-groove array (VGA). Le signal est injecté en utilisant le même procédé dans l’entrée 2. Un premier contrôleur de phase thermo-optique est placé sur le trajet de l’oscillateur local changer la phase relative entre le signal et la référence de la détection. Un MZI en 4 formé de deux coupleurs directionnels et du deuxième contrôleur de phase thermo-optique en 5 permet d’ajuster la séparation du signal et de l’oscillateur local. Pour la détection homodyne, les intensités dans les deux ports de sortie du MZI sont parfaitement équilibrées. Les sorties du MZI sont guidées vers deux photodiodes SI-GE intégrées (6). L’amplificateur est constitué d’un amplificateur transimpédance (7), suivi d’un amplificateur de tension (8) et d’un amplificateur séparateur (9). Le signal homodyne est ensuite envoyé vers un analyseur de spectre électrique pour la visualisation du signal dans le domaine fréquentiel ou un oscilloscope pour une analyse du signal dans le domaine temporel. (b) Photographie de la puce photonique (PIC) et du système électronique d’amplification transimpédance (TIA). Les deux composants sont montés sur le même PCB. Les câbles qui transportent le signal homodyne sont gardés le plus court possible pour minimiser les capacités parasites.

Instruments). La sortie du Moku : Lab est amplifiée, filtrée par un filtre passe bas et connectée au contrôleur de phase thermique de la lame séparatrice du MZI.

À la sortie de l’interféromètre, les deux photodiodes intégrées en (6) possèdent une longueur d’environ $100\ \mu\text{m}$ avec une efficacité quantique de détection mesurée à $\eta_{det} = 88\%$. En principe les PINs des photodiodes souffrent d’un excédent de pertes à des fréquences au-dessus du temps de transit dues à la distribution de l’absorption des photons dans la région intrinsèque du détecteur. Cet effet apparaît pour une orientation verticale du signal incident sur les photodiodes, car une région intrinsèque épaisse est sollicitée pour atteindre une grande efficacité quantique. Ceci engendre des temps de transit plus longs et des pertes augmentant avec des fréquences au-dessus de $100\ \text{MHz}$ pour le silicium et $1\ \text{GHz}$ pour l’arséniure de gallium-indium (InGaAs) [139]. Dans le cas des photodiodes germanium couplées aux guides, celles-ci ont un couplage de bord et non vertical. Le temps de transit n’est pas augmenté lorsque la taille de la diode est agrandie pour accroître l’efficacité quantique des photodiodes. Ainsi, l’efficacité

quantique des photodiodes intégrées dans le dispositif présenté n'est pas limitée par les pertes pour de grandes fréquences.

Pour augmenter la bande passante du détecteur en réduisant les capacités parasites, le signal des deux photodiodes est alors transmis directement par un câble court en transmission différentiel du PIC à un TIA commercial sur un circuit intégré (die) imprimé sur semi-conducteur Si-Ge (Maxim Integrated) (figure 6.2 (b)). Le gain de l'amplificateur s'élève à $R_F = 3.3 \text{ k}\Omega$. Le circuit imprimé comporte le TIA (7), un amplificateur de tension (8) suivi d'un amplificateur séparateur (9). Toutes ces composantes sont connectées par interface directe et sans fil afin de minimiser au maximum les capacités parasites et augmenter la vitesse de la détection. Le PIC et le TIA sont montés sur le même PCB afin de garder la même tension de polarisation. Le signal homodyne est enfin observé grâce à un analyseur de spectre optique ou un oscilloscope. Nous allons présenter dans les paragraphes qui suivent la caractérisation de la bande passante de ce détecteur.

6.1.3 Caractérisation de la bande passante

Le principe de caractérisation du module de détection est le même que celui suivi dans le chapitre 5. Aucun signal n'est injecté dans l'entrée (2) et seul le bruit fondamental du vide est observé. La réponse du système de détection en termes de puissance de bruit en fonction de la fréquence est représentée en figure 6.3 (a). La bande passante du détecteur donnée par la diminution du signal de 3 dB est de 1.7 GHz en prenant en compte les pertes dans les connecteurs des câbles coaxiaux radio fréquence. La figure 6.3

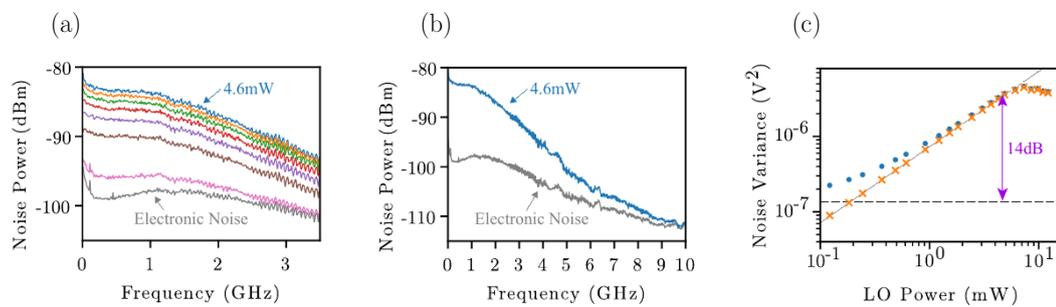


FIGURE 6.3 – Caractérisation du système homodyne intégré. (a) Réponse du système de détection dans le domaine fréquentiel pour différentes puissances de l'oscillateur local. La bande passante du système définie comme la réduction de 3 dB de la réponse est de 1.7 GHz. (b) Tracé de la réponse du système de détection en fonction de la fréquence à 4.6 mW de puissance lumineuse et du bruit électronique pour une plus grande gamme de fréquence. Le signal émerge du bruit électronique au-delà de 9 GHz. (c) La linéarité de la réponse du détecteur est préservée jusqu'à une puissance de l'oscillateur local de 4.6 mW, et le rapport signal sur bruit à la fréquence de coupure est de 14 dB.

(b) montre qu'il est possible de faire une mesure de bruit du vide au delà de 9 GHz. Pour la fréquence de 1.7 GHz, un rapport signal sur bruit de 14 dB est obtenu à l'orée

du régime non linéaire (puissance de 4.6 mW) du système de détection comme figuré sur la [figure 6.3](#) (c). Ce rapport signal sur bruit donne une efficacité 96 %. L'efficacité électronique totale de l'homodyne est alors estimée à 84 % à partir de l'efficacité de détection (88 %), et le rapport signal sur bruit (96 %).

CMMR

Un laser continu modulé à la fréquence de 1 GHz est utilisé pour la mesure de CMMR. Dans le cas de la puce, il n'est pas possible de bloquer la lumière d'un des bras après la séparation. La mesure du CMMR a alors été effectuée en changeant le ratio du MZI de 50% à 100% de transmission dans l'un des bras, en changeant la température du contrôleur de phase (5). La différence de puissance mesurée à la fréquence de

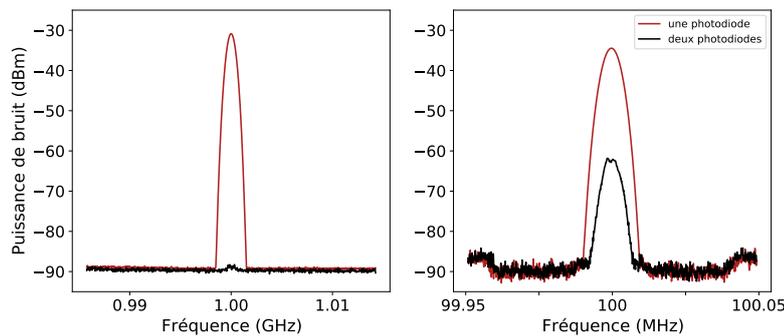


FIGURE 6.4 – Densité spectrale de bruit de l'homodyne lorsqu'une seule photodiode est illuminée (courbe rouge) et lorsque les deux photodiodes sont illuminées (courbe noire) à la fréquence de 1 GHz (a), et de 100 MHz (b). Un atténuateur optique de 20 dB est ajouté dans le cas non balancé de la mesure du CMMR à la fréquence de 100 MHz.

modulation 1 GHz est de 57 dB sur la [figure 6.4](#) (a). Une quantité de 6 dB doit être soustraite à cette mesure car dans le cas où une seule photodiode est éclairée, celle ci reçoit deux fois plus d'intensité lumineuse que dans le cas où les intensités sont balancées. Le CMMR à 1 GHz s'élève alors à

$$57 - 6 = 51 \text{ dB.} \quad (6.2)$$

La limitation du CMMR à 1 GHz est probablement due à la plage dynamique du capteur. Cette hypothèse a été vérifiée en effectuant la même mesure à la fréquence de modulation de 100 MHz et en plaçant un atténuateur optique de 20 dB pour la mesure de la densité de bruit lorsqu'une seule photodiode est illuminée (courbe rouge de la [figure 6.4](#) (b)). Ici, le rapport brut mesuré est de 27 dB ce qui correspond à un rapport corrigé des 20 dB d'atténuation et des 6 dB de $27 + 40 - 6 = 61$ dB. Cette étude nous a permis d'estimer le CMMR du module de détection à plus de 51 dB.

6.2 MESURE D'ÉTATS COMPRIMÉS

Le système de détection homodyne intégré présenté en amont a été testé avec une source de vide comprimé intégrée aux longueurs d'onde de télécommunication. Cette

source compacte et "plug-and-play" fut la première à générer des états comprimés à 1542 nm de façon entièrement guidée [69]. Les paragraphes qui suivent ont pour objectif de présenter la source des états comprimés et la mesure homodyne de ceux-ci à des fréquences records au-dessus de 9 GHz.

6.2.1 Modules de conversion

Fabrication des modules de conversion

La source est composée de deux modules de conversion SHG et SPDC. Ces modules sont fabriqués par l'entreprise NTT, et sont constitués de guides de type ridge tracés dans des cristaux de niobate de lithium $LiNbO_3$ périodiquement inversés (WH-0770-000-F-B-C, PPL/RW). Le cristal de $LiNbO_3$ de polarisation inversée périodiquement est déposé sur une couche de $LiNbO_3$ dopée à l'oxyde de magnésium (MgO) pour minimiser les effets photoréfractifs à de hautes puissances lumineuses [121]. Les guides

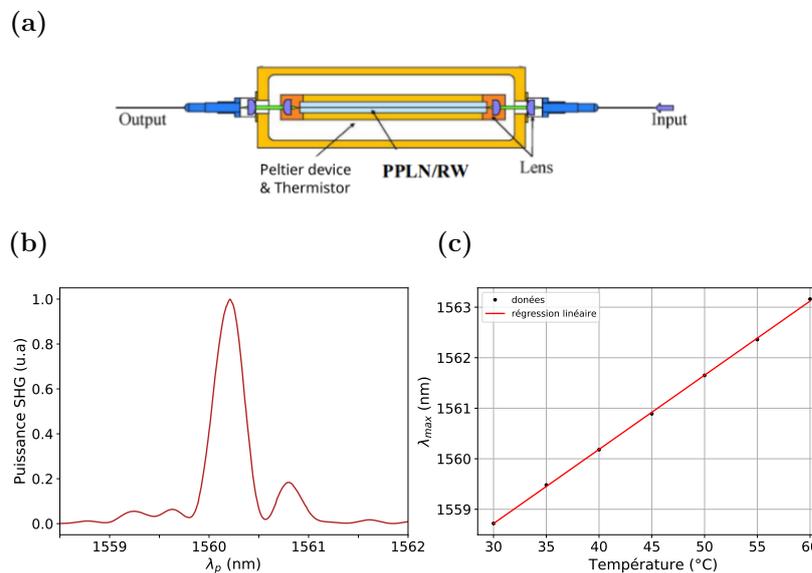


FIGURE 6.5 – (a) Schéma du module de conversion NTT. Le guide ridge est placé au sein d'une boîte avec un contrôleur de température Peltier. Les faces du guide sont traitées antireflet pour la longueur d'onde 775 nm d'un côté et la longueur d'onde 1550 nm d'un autre. Des fibres micro lentillées couplent le champ en entrée et en sortie du guide. Ces fibres ne guident qu'une seule longueur d'onde (1550 nm ou 775 nm). (b) Puissances normalisées de génération de seconde harmonique en fonction de la longueur d'onde de pompe à température fixée à 40°C. (c) Dépendance de la longueur d'onde optimale de pompe infrarouge pour maximum de conversion SHG en fonction de la température. La régression linéaire des données permet de choisir la bonne température de travail.

confinent fortement la lumière sur la longueur de 34 mm et offre alors une efficacité de conversion relativement élevée en configuration simple passage. Par exemple, pour une conversion SHG, 500 mW de puissance de pompe infrarouge convertit 160 mW de puissance de rouge. L'efficacité de couplage s'élève ainsi à 64 %/W. Les guides d'ondes

d'environ 10 μm de large et 30 μm de profondeur sont enfin creusés sur la longueur du matériau à l'aide d'une scie à diamant. Les guides sont couplés à des fibres à maintien de polarisation micro lentillées (figure 6.5 (a)), et placés dans une boîte avec résistance chauffante Peltier intégrée afin de permettre une facilité de transport et d'utilisation.

Température de travail

Pour choisir la température idéale du cristal pour une conversion SHG optimale, et la génération d'un spectre SPDC dégénéré en fréquence à 1560.61 nm de longueur d'onde, les caractérisations présentées en figure 6.5 (b) et (c) sont requises. La figure 6.5 (b) montre la conversion SHG rouge normalisée du module à température fixée à 40°C en fonction de la longueur d'onde de pompe infrarouge. Le banc de caractérisation utilisé pour obtenir la courbe est le même que celui utilisé dans le chapitre 5. Cette caractérisation a pour motivation de connaître à température fixée la longueur d'onde de pompe pour laquelle la conversion SHG est la plus efficace. La figure 6.5 (c) montre la dépendance linéaire du maximum de conversion en fonction de la température des guides. La tendance obtenue par régression linéaire est d'environ 15 nm par degré. Cette étude nous a permis de choisir la température des modules SHG et SPDC qui ont été intégrés à l'expérience présentée dans les prochains paragraphes.

Bande passante de la génération

Le spectre acquis selon la même méthode que présentée dans en sous-section 5.3.3 (figure 5.23) est montré en figure 6.6. La largeur à mi-hauteur du spectre est de 80 nm. Dans le domaine spectral, cette largeur à mi-hauteur correspond à une bande passante de 10 THz. Étant donné que la conversion est en configuration simple passage sans uti-

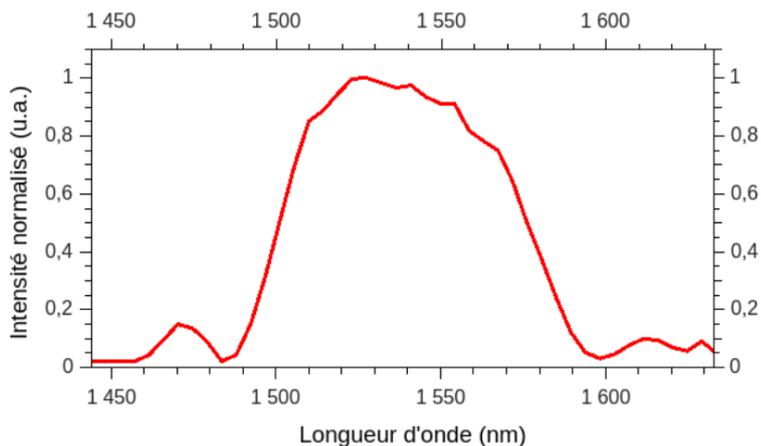


FIGURE 6.6 – Spectre de la conversion SPDC tiré de la thèse de Bruno Fedrici [41]. La largeur à mi-hauteur du spectre liée à la bande passante du vide comprimé est de 80 nm.

lisation de cavité, cette bande passante est directement celle de l'état de vide comprimé. Cette bande passante est bien au-dessus de la bande passante estimée de l'homodyne.

6.2.2 Montage de l'expérience

Le montage expérimental entièrement guidé est présenté en [figure 6.7](#). Un laser continu de longueur d'onde 1560.61 nm amplifié par une fibre dopée erbium est envoyé pour pomper le premier module de conversion SHG. Le faisceau converti à 780.305 nm est ensuite utilisé pour pomper le module de conversion SPDC. Une lame séparatrice fibrée 99 : 1 est placée entre les deux modules pour renseigner sur la puissance de pompe rouge. Des contrôleurs de polarisation fibrés sont utilisés afin d'aligner la polarisation. La [figure 6.8](#) (a) présente la compression mesurée sur toute la bande de détection de

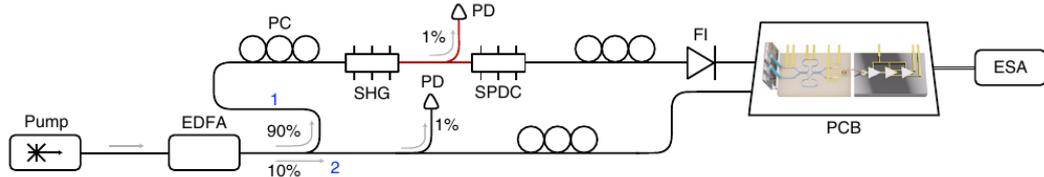


FIGURE 6.7 – Schéma général de l'expérience. Le laser continu source de longueur d'onde 1560.61 nm est amplifié par une fibre dopée erbium (EDFA). Une portion de 10 % est prélevée de la source amplifiée en (2) pour l'oscillateur local. Les 90 % restants en (2), sont guidés vers le premier module de conversion SHG. Une portion de 1 % du faisceau rouge est prélevée pour informer de la puissance de pompe adressée à la SPDC. Le faisceau de pompe est transmis en entrée du module de SPDC. Bien qu'une grande partie de la puissance de la pompe est filtrée par la fibre de sortie de la SPDC, un isolateur est placé sur le trajet du signal afin de supprimer la puissance de pompe résiduelle. Le signal et l'oscillateur local sont à terme injecté sur la PIC. Enfin le signal homodyne est enfin mesuré sur 1 s avec un ESA placé à 8 MHz de bande passante de résolution.

l'homodyne. Un taux de compression moyen de 0.84 ± 0.03 dB mesuré dans bande passante de 1.7 GHz du détecteur. Cette figure montre qu'il est toujours possible de mesurer les propriétés quantiques du champ même au-delà de la bande passante. La [figure 6.8](#) montre la mesure des variances comprimées (ΔX_{MIN}^2) et anti-comprimées (ΔX_{MAX}^2) en fonction de la puissance SHG (P_{SHG}) à la fréquence de mesure de 9 GHz. Les pertes électroniques ont été retirées des données présentées. Il est possible de remonter à partir de cette mesure l'efficacité totale de la formule en extrapolant les données avec la formule suivante :

$$\Delta X_{\text{MAX}/\text{MIN}}^2 = \eta_{\text{tot}} e^{\pm 2r} + (1 - \eta_{\text{tot}}), \quad (6.3)$$

avec η_{tot} l'efficacité totale du montage, le taux de compression

$$r = \mu \sqrt{P_{\text{SHG}}} \quad (6.4)$$

et μ une constante dépendant de la longueur du cristal et de sa non linéarité. De cette extrapolation de données, nous en déduisons $\eta_{\text{tot}} = 28 \pm 1$ % et $\mu = 0.044 \pm 0.002$ $\text{mW}^{-\frac{1}{2}}$. La transmission du couplage entre la sortie du guide ridge et le fibre est de 80 % [69] et les pertes à la propagation à l'intérieur des guides est de 83 %. La transmission à travers les fibres, le contrôleur de polarisation, et les différentes connectiques est de

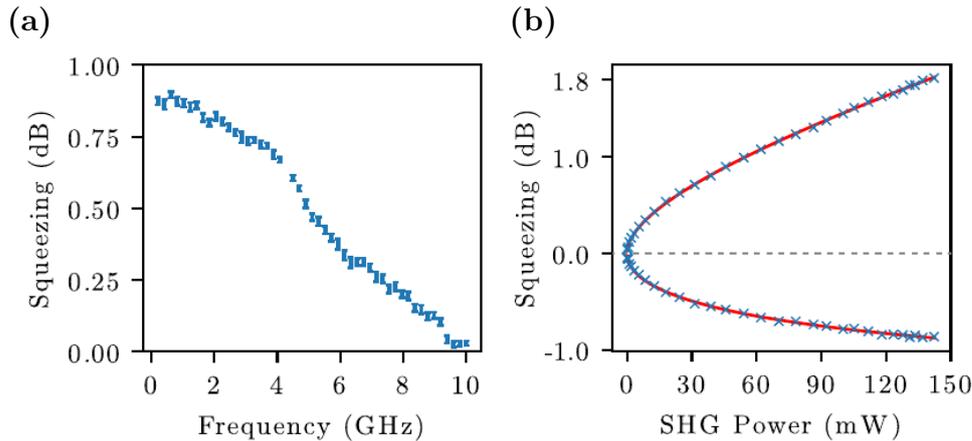


FIGURE 6.8 – (a) Valeurs de compression estimées sur toute la bande passante du détecteur. (b) Valeurs de compression et d’anti-compression en fonction de la puissance de pompe SHG à la fréquence d’analyse de 9 GHz.

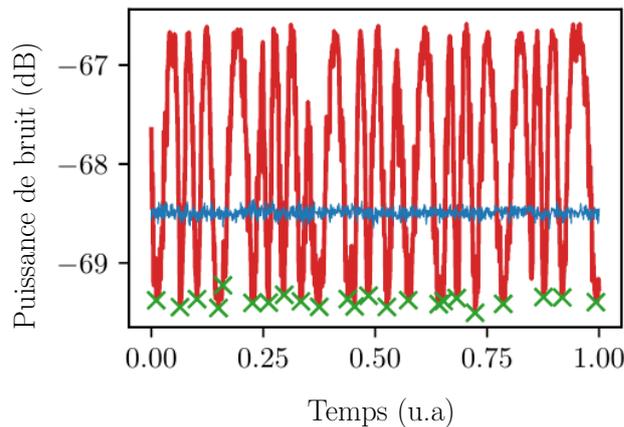


FIGURE 6.9 – Estimation de la variance de compression à partir des données récoltées sur l’ESA à la fréquence d’analyse fixe de 9 GHz. La courbe rouge représente la variation de la variance perçue à l’ESA lorsque la phase de l’oscillateur local est scanné à 50 Hz à l’aide du contrôleur de phase intégré. La courbe bleue est la variance du vide lorsque la pompe de la SPDC est atténuée de 50 dB. Les croix vertes pointent les variances comprimées trouvées par un algorithme.

85 %. Le couplage évanescent dans la puce via réseau est de 62 %. En prenant en compte l’efficacité électronique totale de 84 % et le couplage du champ sur la puce, nous pouvons considérer le l’ensemble de la puce photonique et la puce électronique comme un module de détection d’environ 52 % d’efficacité de détection. L’efficacité totale est alors de $(0.8 \times 0.83 \times 0.85 \times 0.52) \times 100 = 29\%$ qui se rapproche de l’efficacité η_{tot} évaluée. Nous estimons ainsi une valeur de compression de 3.36 ± 0.07 dB à la sortie du module de SPDC à la fréquence de mesure de 9 GHz.

La mesure des variances de compression et d'anti-compression est faite à l'aide d'un ESA à la fréquence fixe de 9 GHz en scannant la phase de l'oscillateur locale dans avec le contrôleur de phase intégré. La fréquence de balayage est de 50 Hz, plus grande que les fluctuations thermiques dans les fibres dues à l'environnement. La courbe rouge sur la [figure 6.9](#) est un spectre de puissance de bruit typique de l'acquisition de la détection de vide comprimé avec modulation de l'oscillateur local. La courbe bleue est le bruit fondamental du vide, et les points verts représentent les variances de la compression trouvées par un algorithme.

Pour montrer que le système peut tout à fait être utilisé pour reconstruire la fonction de Wigner d'un état quantique dépendant de la phase, nous avons procédé à une tomographie du vide comprimé. En scannant la phase de l'oscillateur local à 100 Hz

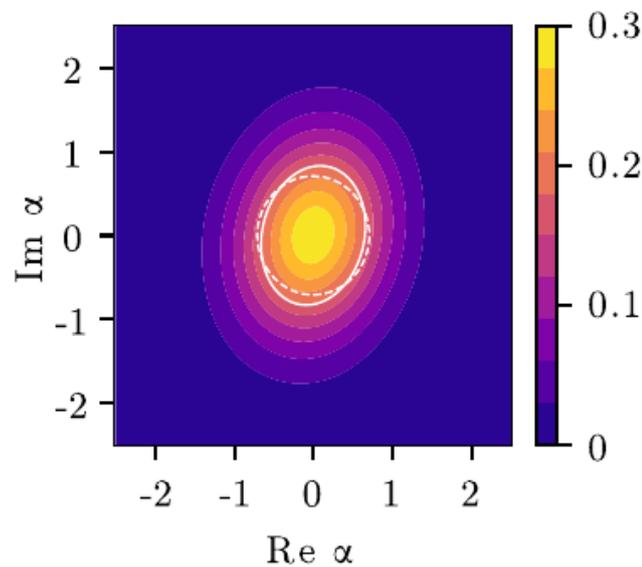


FIGURE 6.10 – Reconstruction de la fonction de Wigner de l'état de vide comprimé au-delà une bande passante de 2 GHz. Les courbes blanches en traits pleins (pointillé) représentent les points $1/e$ de l'état de vide comprimé (l'état de vide).

grâce au contrôleur de phase thermique intégré, nous avons acquis 2×10^7 quadratures en fonction de la phase à la fréquence d'intégration de 2 GHz. En appliquant un algorithme d'estimation de type Maximum likelihood, dans un espace de Fock tronqué à quatre photons, nous avons pu reconstruire l'état comprimé de ce jeu de données. La fonction de Wigner de la matrice densité reconstruite est tracée en [figure 6.10](#).

6.3 CONCLUSION

La réduction de la capacité à l'interface entre un circuit optique intégré sur puce de silicium avec un système d'amplification transimpédance permet d'augmenter la rapidité de détection bien au-dessus des détecteurs homodyne intégrés déjà développés [130, 159, 163]. La bande passante de 1.7 GHz est un ordre de magnitude plus élevée que les précédents détecteurs homodynes intégrés sur silicium germanium [130, 152], et la rapidité de ce détecteur est plus grande que les détecteurs non intégrés [163]. La mesure des propriétés quantiques d'un état de vide comprimé à une fréquence de mesure plus élevée que 9 GHz n'a jamais été reportée avec des détecteurs non intégrés [11, 70, 163] et intégrés [130, 152]. Il sera possible de réduire les capacités parasites à environ 10 fF [148] et augmenter la bande passante à plus 100 GHz. L'augmentation de la bande passante augmentera les performances des protocoles quantiques utilisant le codage variables continues déjà existants et permettra par ailleurs d'implémenter certaines modalités de traitement de l'information comme le "feed forward" et le multiplexage de l'information dans le temps. Il est de même possible de réduire l'empreinte des composants électrique en dessous du millimètre [130] permettant la fabrication de plusieurs détecteurs intégrés pour la mesure d'états sur plusieurs modes spatiaux.

GÉNÉRATION ET MANIPULATION DES VARIABLES CONTINUES SUR PUCE DE NIOBATE DE LITHIUM

7.1	Fabrication des échantillons et banc de caractérisation	126
7.2	Cavités et photoréfraction	127
7.2.1	Cavités parasites	127
7.3	Manipulation et génération intégrée d'états en variables continues . . .	130
7.3.1	Lame séparatrice intégrée	131
7.3.2	Accord de phase de la SPDC	132
7.4	Conclusion	134

Nous nous intéressons dans ce deuxième chapitre à la deuxième plateforme tout aussi prometteuse pour le développement de technologies quantiques intégrées à savoir le Niobate de Lithium ($LiNbO_3$). La plupart des opérations requises pour l'information quantique peuvent aussi bien être intégrées sur $LiNbO_3$, et cette plateforme a pour avantage par rapport au *Si* la facilité de couplage à une fibre monomode, une plus grande efficacité de conversion en régime non linéaire, des propriétés électro-optique pour la modulation rapide du champ et des pertes à la propagation plus faibles [5]. Le milieu $LiNbO_3$ possède de même des propriétés optoélectroniques. Utilisées largement pour des états codés en variables discrètes à l'échelle du photon unique, les puces de $LiNbO_3$ tendent aussi à être adaptées à des applications pour des variables continues. Il a été montré que des états de variables continues peuvent être générés via processus de SPDC guidés, pompé par un champ proche infrarouge (775 nm) [69], et comparé avec l'oscillateur local directement sur puce [85, 105].

Dans le cadre de production d'états continus, la puissance de pompe utilisée est plus élevée que pour la production de photons uniques. Dans ces conditions, nous sommes confrontés au phénomène de photoréfractivité du milieu $LiNbO_3$. Ce phénomène est provoqué par des défauts et des impuretés (ion ferreux) présents dans le cristal qui absorbent le champ lumineux se propageant dans les guides. Cette absorption génère un déplacement des charges jusqu'aux frontières du guide et une modification locale de l'indice de réfraction du milieu. Cette modification d'indice provoque en premier lieu un changement du profil spatial du champ lumineux se propageant dans des guides multimodes (saut de mode spatial), et des pertes [77] qui peuvent altérer la qualité des états en variables continues. Pour réduire ces effets, il est d'usage de doper le milieu avec un métal (magnésium, zinc, indium, or hafnium), cependant les techniques de fabrication ne sont pas encore assez développées pour appliquer cette méthode à des

circuits complexes [76, 149]. Les effets photorefractifs sont de même partiellement ou totalement évincés pour des puces non dopées en travaillant à hautes températures [132], car cela empêche les charges de stagner sur les bords du guide. Cependant, chauffer le substrat à de hautes températures est peu commode et ne fait que repousser l'apparition des effets photoréfractifs. Nous proposons ici une étude des effets photoréfractifs sur puce $LiNbO_3$ afin de prendre connaissance des conséquences de ces effets sur les puces photoniques. Cette étude permettrait à l'expérimentateur de choisir les bons paramètres de puissance de pompe, et température du substrat lors du montage de protocoles quantiques en variables continues sur puce de $LiNbO_3$. Nous allons présenter l'étude du phénomène de photoréfraction, et son impact sur les opérations communément utilisées pour générer et manipuler les états quantiques en variables continues à savoir, la génération au sein d'un résonateur, la génération simple passage d'états comprimés, et l'opération linéaire de la lame séparatrice au sein du système de détection homodyne.

7.1 FABRICATION DES ÉCHANTILLONS ET BANC DE CARACTÉRISATION

Nous utilisons pour cette étude des circuits photoniques intégrés fabriqués dans nos laboratoires par la méthode de *soft proton exchange* (SPE) [29]. Les pertes à la propagation de ce genre de guide est de 0.1 dB/cm à 1550 nm et 1 dB/cm à 775 nm de longueur d'onde. Les guides 6 μm de diamètre, sont monomodes spatialement pour les longueurs d'onde infrarouges, et légèrement multimodes pour le visible. Le phénomène de photoréfraction peut éventuellement provoquer des sauts de mode pour le champ de pompe utilisé généralement pour la SPDC à la longueur d'onde de 775 nm. Le banc de caractérisation de nos échantillons est présenté en [figure 7.1](#).

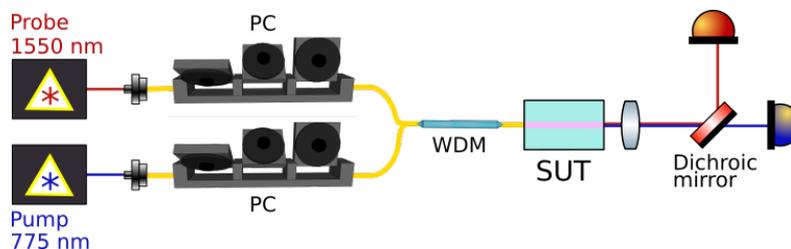


FIGURE 7.1 – Schéma du banc de caractérisation utilisé pour étudier la photoréfraction dans les puces de $LiNbO_3$. PC : contrôleur de polarisation. WDM : fiber wavelength division multiplexer. SUT : échantillon, i.e. cavité intégrée, lame séparatrice intégrée ou PPLN. Des isolateurs sur le trajet de la sonde et de la pompe ne sont pas représentés sur ce schéma.

Un laser de sonde (EXFO T100S-HP) accordable avec un spectre fin placé à 1550 nm, et le laser utilisé comme pompe (M-Squared SolsTiS) accordable placé à 775 nm sont injectés dans les guides à tester (SUT). Sonde et pompe sont réunis dans une même fibre grâce à un multiplexeur (WDM). Les deux faisceaux sont en régime continu (CW) et leur polarisation est contrôlée de manière indépendante à l'aide de contrôleurs de polarisation. À la sortie de l'échantillon, la lumière est collectée par une lentille puis

envoyée sur un miroir dichroïque (DMLP950T-Thorlabs) dont la transmission à 775 nm est en dessous de 0.1 %. Les faisceaux séparés sont enfin focalisés sur les capteurs de deux puissances mètres Coherent sensibles au visible (OP-2 Vis) et à l'infrarouge (OP-2 IR). La température de l'échantillon est stabilisée par une boucle de rétroaction active avec une erreur de ± 5 mK. Notons que dans ces conditions de travail, les effets photorefractifs prédominent sur le changement de l'indice de réfraction induit par la température ($10^{-7}/\text{K}$) [107]. Le montage est utilisé pour trois types d'échantillons, à savoir : une cavité intégrée, une lame séparatrice, et un guide PPLN.

7.2 CAVITÉS ET PHOTORÉFRACTION

7.2.1 Cavités parasites

Les effets cavités parasites causés par des réflexions de Fresnel sur les faces d'entrées et de sortie des guides sont utilisés dans ce paragraphe dans le but de mettre en exergue les effets photoréfractifs. Dans un premier temps, nous avons étudié un échantillon de 15 mm de long dont les faces d'entrée et de sortie ne sont pas traitées anti-reflets, et ont été polies perpendiculairement à l'axe de propagation du champ dans le guide. L'indice de réfraction du matériel dans les guides est de $n_{\text{IR}} = 2.13$ à 1550 nm et $n_{\text{R}} = 2.18$ à 775 nm. Les coefficients de réflexion aux interfaces sont alors de $R_{\text{guide} \rightarrow \text{air}} \approx 0.14$

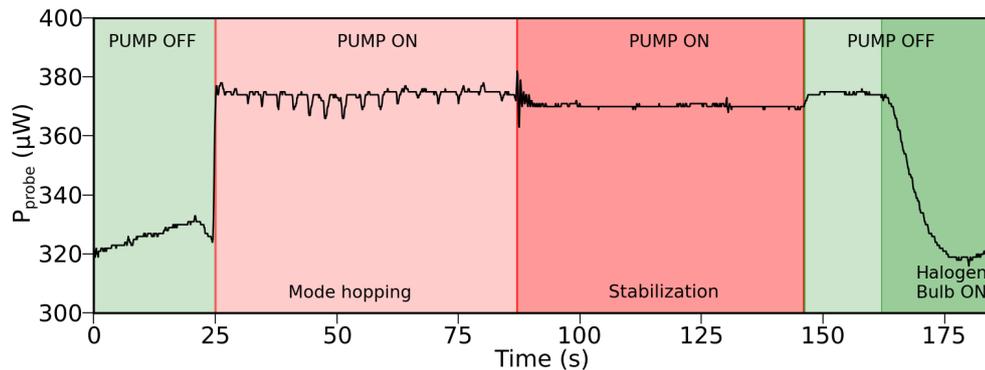
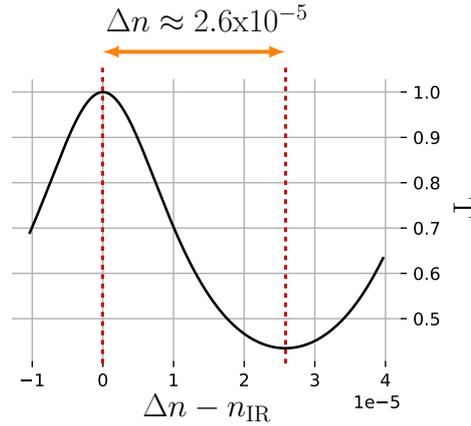


FIGURE 7.2 – Puissance en sortie d'un échantillon du faisceau sonde infrarouge transmise en fonction du temps. Les faces d'entrée et de sortie de l'échantillon ne sont pas traitées antireflet, et ont été polies de façon perpendiculaire aux guides de sorte qu'une cavité Fabry-Perot soit présente due aux réflexions de Fresnel aux interfaces. Cette cavité de basse finesse nous permet d'observer les effets du changement d'indice au sein du guide et les sauts de modes de la pompe sur à travers la transmission de la sonde.

(0.13) pour la longueur d'onde infrarouge (rouge) et la finesse de la cavité Fabry-Perot induite est de $F = 1.30$ avec une largeur à mi-hauteur de la fonction de transmission de 20 pm [57]. Les effets photoréfractifs induisent un changement d'indice de réfraction Δn changeant ainsi la longueur effective de la cavité que nous pouvons observer en [figure 7.2](#).

FIGURE 7.3 – Transmission en fonction de Δn .

Cette figure retrace la puissance transmise du faisceau sonde en sortie du guide à la température de 30°C [56]. L'aire verte représente l'intervalle de temps pour lequel seul le faisceau sonde se propage dans le guide et la région rouge est l'intervalle de temps durant lequel le faisceau de pompe de puissance 5 mW est présent dans le guide. Bien que la puissance de la pompe soit faible, nous observons déjà un des sauts de modes de la pompe dès que celle-ci est allumée et pendant 60 s jusqu'à la stabilisation du système. Le saut de mode de la pompe est mis en évidence par des oscillations de la transmission du faisceau infrarouge. Le laser de pompe est éteint après 140 s sans impact observé sur la distribution des charges. Après 165 s, l'échantillon est éclairé par une ampoule halogène afin d'accélérer la migration des électrons à leur position initiale et la transmission du faisceau infrarouge redevient la même.

Nous avons mis en évidence la présence de saut de mode de la pompe à 775 nm et ce même avec la puissance de 5 mW. La migration des électrons change ainsi les indices de propagation au sein du guide et donc les conditions de résonance de la cavité comme observé par une augmentation de la puissance transmise dès que la pompe est allumée. En effet, la fonction de transmission de la cavité peut s'écrire en fonction de la variation de l'indice de réfraction en fonction du temps $n_{\text{IR}} + \Delta n(t)$ comme :

$$T(t) = \frac{1}{1 + F \sin^2\left(\frac{2\pi L(n_{\text{IR}} + \Delta n(t))}{\lambda_{\text{IR}}}\right)} \quad (7.1)$$

avec $L=15$ mm la longueur de l'échantillon, $F=1.30$ la finesse du résonateur, n_{IR} l'indice de réfraction du guide et λ_{IR} la longueur d'onde de la sonde. La transmission de la sonde en fonction de Δn est tracée à droite de la formule. Une demie période équivaut à un décalage d'environ 2.6×10^{-5} . Le changement dans la transmission induit par la variation de l'indice de réfraction due aux effets photoréfractifs, s'observe expérimentalement en [figure 7.4 \(a\)](#) présentant la puissance transmise mesurée pour différentes température

et puissance de travail. À la température de travail de 30°C, transmission oscille dès

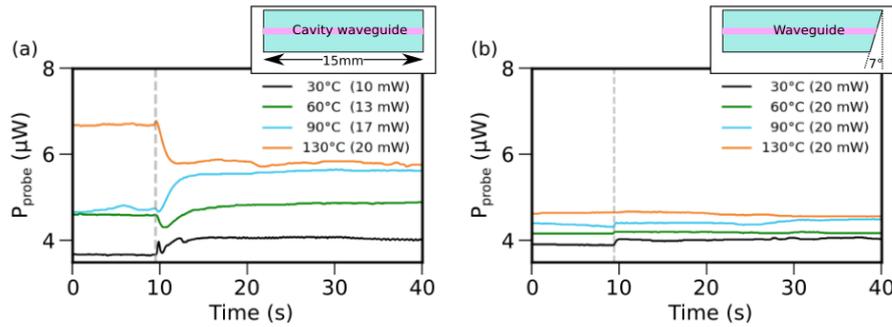


FIGURE 7.4 – Puissance transmise pour différentes températures de guide dans le cas pour lequel les effets cavité parasites sont présents (a), et dans le cas pour lequel ceux-ci sont éliminés (b)

l’allumage de la pompe à 10 s puis se stabilise au bout de 15 s révélant un changement d’indice de $\Delta n \approx 8 \times 10^{-5}$. Nous constatons les oscillations s’amenuiser pour des températures de travail plus élevées, cependant la transmission est tout de même affectée même à 130°C [62]. La meilleure méthode pour empêcher les effets cavités dus à la réflexion de Fresnel sur les interfaces est de polir les faces de l’échantillon avec un angle de 7° par rapport à la normale à l’axe de propagation [134]. Dans cette configuration présentée en figure 7.4 (b) supprime la signature des effets photoréfractifs. La puissance de pompe est placée à son maximum (20 mW), pour les mesures présentées dans cette figure et les effets résiduels sont dus au changement des conditions de couplage à l’entrée du guide induit par Δn . Nous avons vu que le changement de l’indice de réfraction affecte les conditions de résonance dans les cavités, nous allons désormais étudier théoriquement l’impact de ce changement d’indice sur la compression des états de vide comprimé générés par OPO intégrés sur LiNbO_3 .

Génération de vide comprimé

La plateforme LiNbO_3 ouvre la possibilité de construire des sources d’états de vide comprimé compactes en exploitant la susceptibilité d’ordre 2 du milieu au sein de résonateur guidés. Une valeur de compression de -5 dB a été mesurée à la sortie d’un résonateur guidé dans lequel a été tracé un PPLN Ti-indiffusé pompé par 30 mW à 775 nm de longueur d’onde. Le changement d’indice induit par la photoréfractivité est présent même pour de basses puissances et crée un désaccord (detuning en anglais, Δ) de la cavité et peut dégrader la valeur de compression de l’état généré [157]. La figure 7.5 (a) présente une simulation des valeurs de compression et d’anti-compression d’un état de vide comprimé monomode à la sortie d’un guide PPLN en cavité intégrée [142]. Le désaccord est normalisé par rapport à la bande passante de la cavité. Le minimum de compression (courbe en pointillée) apparaît à des fréquences dépendant du désaccord et présente une réduction du bruit moins importante que dans le cas parfaitement résonnant. La figure 7.5 (b) présente les meilleures valeurs de compression et d’anti-compression en fonction de la valeur de désaccord Δ . On observe qu’effectivement

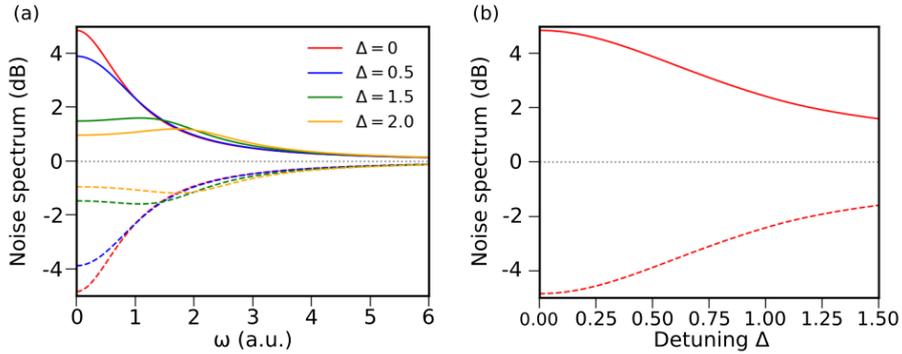


FIGURE 7.5 – (a) Valeurs de compression (traits pointillés) et anti-compression (traits pleins) d'un champ émis par processus SPDC en cavité intégrée pour différent désaccord par rapport à la résonance Δ . (b) Valeurs optimales de compression et d'anti-compression en fonction du désaccord. La valeur Δ représente le désaccord et est normalisée par rapport à la bande passante du résonateur.

les meilleures valeurs de compression escomptées diminues à mesure que la cavité est désaccordée. Les valeurs numériques considérées pour cette simulation sont une cavité de 15 mm avec des miroirs de réflexion 0.77 et 0.99 comme dans le cas de l'expérience [142]. Une variation de l'indice de réfraction $\Delta n = 2.6 \times 10^{-5}$ induit un désaccord normalisé $\Delta = 1.50$ dégradant la compression de -5 dB à seulement -2 dB.

Par l'utilisation des cavités parasites dus aux réflexions de Fresnel aux interfaces des guides, nous avons mis en évidence l'apparition des effets photoréfractifs au sein du milieu $LiNbO_3$ et évaluer le changement d'indice associé. Nous avons effectué une simulation de la dégradation de la valeur de compression et d'anti-compression pour la génération OPO d'état comprimé sur puce $LiNbO_3$ en fonction du désaccord de la cavité induit par les effets photoréfractifs. La migration des électrons ne nuit pas seulement aux systèmes résonnants, nous allons dans les prochains paragraphe étudier l'impact de l'effet photoréfractif sur les coupleurs lame séparatrice intégrés utilisé pour les systèmes de détection homodyne sur puce [105] et sur l'accord de phase pour la génération SPDC single passe.

7.3 MANIPULATION ET GÉNÉRATION INTÉGRÉE D'ÉTATS EN VARIABLES CONTINUES

La génération et la détection intégrée d'état en variables continues représente un atout majeur pour l'élaboration de réseaux quantiques compacts. Nous nous proposons de présenter dans ces paragraphes notre étude de la photoréfraction sur ce genre de systèmes intégrés sur la plateforme $LiNbO_3$.

7.3.1 lame séparatrice intégrée

Dans un premier temps, nous avons étudié l'impact de la photoréfraction sur les coupleurs directionnels intégrés. Ce type d'outil permet par exemple, de séparer le champ comme une lame séparatrice 50 :50 afin de construire système de détection homodyne intégré [105], ou bien d'opérer la soustraction de photon à un vide comprimé monomode pour la génération d'états chatons de Schrödinger. La séparation du champ réside sur le couplage par ondes évanescentes entre deux guides très proches. La transmission et la réflexion de ce genre de coupleur dépendent alors sensiblement des constantes de propagation $\beta_R = \frac{2\pi n_R}{\lambda}$ pour le coefficient R et $\beta_T = \frac{2\pi n_T}{\lambda}$ pour le coefficient T avec λ la longueur d'onde du champ. Lorsque $|\Delta\beta|^2 = \beta_T - \beta_R = 0$, un transfert parfait d'un guide à un autre est opéré périodiquement en fonction de la distance sur laquelle les guides sont rapprochés. Cette distance s'écrit $L_c = \frac{\pi}{2k}$ avec k une constante de couplage dépendant de l'indice de réfraction effectif n_{eff} et de la distance entre les deux guides. Un changement de l'indice de réfraction change alors la balance entre transmission et réflexion du coupleur directionnel, affectant les résultats de la plupart des expériences. La figure 7.6 est le résultat de notre étude sur un échantillon

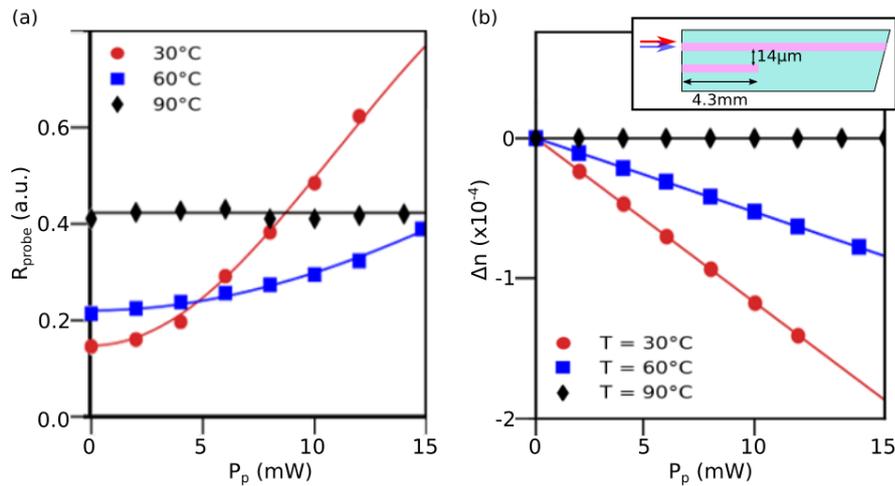


FIGURE 7.6 – Figure (a) : dérive du coefficient de réflexion R_{probe} d'une lame séparatrice intégré en fonction de la puissance lumineuse guidée P_p pour différentes températures des guides. Figure (b) : Variation du changement d'indice Δn calculé à partir de la mesure du coefficient de réflexion en fonction de la puissance de pompe P_p .

coupleur directionnel de longueur 4.3 mm intégré sur une puce de longueur $L=15$ mm. La distance séparant les deux guides de 6 μm de diamètre est de 14 μm donnant une constante de couplage $k = 0.46 \text{ mm}^{-1}$. La longueur L_c est alors de 3.43 mm pour un faisceau sonde de 1550 nm à la température 30°C. La face de sortie de la puce fut polie de sorte à évincer les réflexions de Fresnel sur l'interface. La sonde de puissance P_{probe} et la pompe de puissance P_p sont injectés dans le même guide, et la géométrie de la puce permet de mesurer uniquement la puissance de la sonde réfléchi par le guide P_R et le coefficient de réflexion du coupleur à la sortie de ce même guide. La figure 7.6 (a)

présente la dérive du coefficient de réflexion du faisceau sonde infrarouge à la sortie du coupleur en fonction de la puissance de pompe visible. La puissance de la pompe change l'indice de réfraction du milieu $n_R \rightarrow n_R + \Delta n$, et change donc la constante de propagation $\Delta\beta = \frac{2\pi\Delta n}{\lambda}$. Ce changement a pour conséquence d'altérer la balance initiale du coupleur à mesure que la puissance de pompe augmente et la puissance réfléchie s'écrit alors :

$$R_{probe} = \frac{P_R}{P_{probe}} = 1 - \frac{4k^2}{4k^2 + \Delta\beta^2} \sin^2 \left[\frac{L\sqrt{4k^2 + \Delta\beta^2}}{2} \right]. \quad (7.2)$$

Les données de la [figure 7.6 \(a\)](#) ont été extrapolées en utilisant l'équation (7.2) pour déduire le changement d'indice Δn . Nous supposons une dépendance du changement d'indice $\Delta n = \frac{aP_p}{b+cP_p}$ en fonction de la puissance de pompe avec les constantes a , b et c dépendant du milieu. La [figure 7.6 \(b\)](#) présente les valeurs Δn déduites montrant une dépendance linéaire de la variation d'indice en fonction de la puissance de pompe sans saturation. Les résultats obtenus ici sont compatibles avec la littérature [39], et une puissance de pompe induit une variation d'indice $\Delta \approx 10^{-4}$ proche de la valeur 8×10^{-5} reportée pour notre analyse de la [sous-section 7.2.1](#). La différence entre les deux valeurs obtenues provient peut-être de la variation des propriétés géométriques des deux puces échantillons due au processus de fabrication, et aux incertitudes de mesure (en dessous de 10 %). La température de 90°C permet de rendre l'impact de la photoréfraction sur les coupleurs directionnel négligeable pour des puissances de pompe en dessous de 15 mW.

7.3.2 Accord de phase de la SPDC

En dernier lieu, nous avons étudié l'impact de la photoréfraction sur la fonction d'accord de phase dans le cadre de la génération de vide comprimé en configuration simple passage via des guides PPLNs. Cette configuration a permis par exemple la génération beaucoup compacte pouvant atteindre des valeurs de compression d'environ -6 dB [39]. Comme les conditions de quasi accord de phase dépendent des indices de réfraction du milieu, la photoréfraction a aussi pour effet de modifier le spectre de la génération SPDC. Nous avons alors recueilli les spectres d'émission spontanée à la sortie de guides PPLN de 15 mm de long pour différentes températures de travail et à différentes puissances de pompe présentées en [figure 7.7](#). Le banc de caractérisation est le même que celui utilisé dans la [sous-section 5.3.3](#) de la [partie II](#). La longueur d'onde de la pompe a été choisie pour obtenir une SPDC en configuration non dégénérée en fréquence du signal et de l'idler pour la puissance $P_p=0.25$ mW. Nous observons l'impact escompté de la photoréfraction sur les spectres présentés dans la [figure 7.7 \(a\)](#) pour une température de travail fixée à 30°C. En effet, dû au changement d'indice, les lobes signal et idler des spectres de la génération non dégénérée se décalent en fonction de la puissance de pompe pour atteindre la configuration totalement dégénérée à la puissance de pompe 25 mW. Des résultats similaires ont été observés dans l'étude [121] pour la génération de seconde harmonique pour laquelle un décalage de la longueur d'onde d'accord de phase du faisceau bleu généré fut observé. Comme le pour l'étude du coupleur directionnel, l'accord de phase n'est pas sensible à la puissance de pompe lorsque le substrat est chauffé à la température de 90°C.

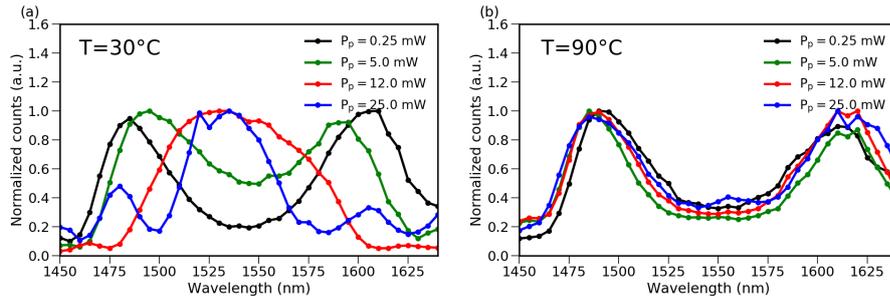


FIGURE 7.7 – Spectres SPDC normalisés à différente puissance de pompe pour une température de 30°C (a) et 90°C (b)

La photoréfraction affecte directement la génération de la compression. En effet, le paramètre μ intervenant de l'équation (6.4) du taux de compression, n'est plus constant et change en fonction de la puissance de pompe. La figure 7.8 compare la valeur de compression obtenue dans le cas d'un guide PPLN idéal (non affecté par la photoréfraction), avec un guide réaliste (affecté par la photoréfraction). Dans le premier cas, nous avons pris un coefficient μ constant de $0.101 \text{ mW}^{-\frac{1}{2}}$ [69]. Dans le second cas, le coefficient μ prend en compte de la dégradation de l'accord de phase observé en figure 7.7(a). La valeur de compression obtenue pour le cas du guide réaliste (pointillés rouges) est

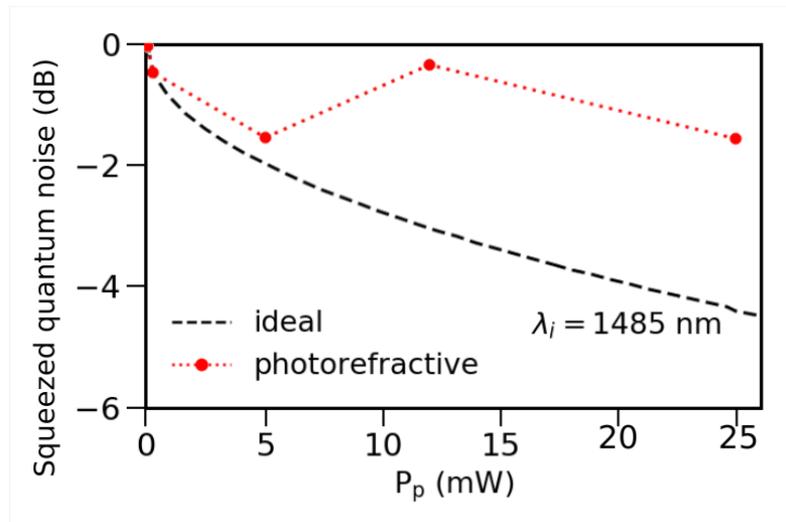


FIGURE 7.8 – Valeurs de compression pour un guide PPLN idéal (courbe pointillée noire) et soumis à la photoréfraction (courbe pointillée rouge) observée en figure 7.7(a).

fortement affectée comparé au cas idéale (pointillés noirs). C'est pourquoi les conditions de travail (température du substrat, puissance de pompe) doivent être optimisées pour compenser les dégradations du spectre provoquées par la photoréfraction.

7.4 CONCLUSION

En conclusion de ce chapitre, nous avons étudié l'impact des effets photoréfractifs sur les systèmes utilisés pour la génération, la manipulation, et la détection d'états quantique à variables continues intégrés sur substrats de Niobate de Lithium. Cette étude caractérisant les effets de la photoréfraction sur les cavités intégrées, les coupleurs directionnels, et l'accord de phase de la génération SPDC permet à l'avenir l'amélioration des plateformes intégrées pour le développement de puces à variables continues. Nous avons montré que la photoréfraction non prise en compte, nuit fortement au succès des expériences et ceux même à de faibles puissances de pompe. Nous avons remarqué que la température de 90°C est suffisante pour effacer l'impact de la photoréfraction sur les coupleurs directionnels et la génération via des guides PPLN, mais que cette stratégie n'est pas valable dans le cas de résonateurs très sensibles à la variation d'indice et pour lesquels nous avons décelé des changements d'indice même à des températures au-delà de 120°C. C'est pourquoi il est important d'enlever les effets cavités parasites au sein des guides, et pour les expériences dans lesquelles une cavité est requise, il est important d'ajouter un dopage métallique au substrat de $LiNbO_3$.

CONCLUSION

CONCLUSION GÉNÉRALE

Durant cette thèse, nous avons effectué un travail théorique et expérimental sur les états intriqués hybrides afin de les rendre adaptables aux réseaux de télécommunication guidés. Nous avons par ailleurs exploré le monde de la photonique intégrée, et plus précisément la génération, la manipulation et la détection des états CV sur puce de Silicium ou de Niobate de Lithium. Nous nous proposons ici de résumer le travail accompli pendant cette thèse et d'énoncer les perspectives et ce qui reste à faire pour le futur.

Dans le [chapitre 4](#) de la [partie II](#), nous avons présenté le protocole expérimental de génération des états intriqués hybrides, et pris en compte la robustesse de ce protocole compte tenu de certaines imperfections expérimentales et montré que ce protocole est entièrement réalisable avec des composants fibrés disponibles dans le commerce. Nous avons par ailleurs étudié l'impact des imperfections du canal discret (pertes par absorption, dépolarisation) sur la partie continue pour l'application des états hybrides à la préparation à distance d'états continus. Il en découle que le codage time-bin permet une plus grande résistance de l'état préparé vis-à-vis des imperfections expérimentales dans le cadre de notre exemple. Nous pensons que des considérations similaires à celles que nous avons discuté pour le protocole de préparation d'états de variables continues à distance peuvent être facilement étendues à d'autres protocoles utilisant une annonce sur la partie discrète tels que la téléportation ou le transfert d'intrication, confirmant ainsi l'avantage du codage time-bin pour les états hybrides appliqués aux protocoles de communication quantique.

En [chapitre 5](#), de la [partie II](#) nous avons amorcé le montage des sources des états quantiques en entrée du protocole décrit dans le [chapitre 4](#). Ce montage, en grande majorité guidé, a permis de caractériser les différents composants commerciaux et applicables aux réseaux de télécommunication. Nous avons par ailleurs opté pour la stratégie de construire des sources monomodes pour garantir une bonne pureté des états générés par annonce et réfléchi sur les meilleurs paramètres expérimentaux (largeur temporelle de pompe, longueur des cristaux) à choisir. À l'avenir, il reste à montrer les propriétés quantiques de ces sources, et à effectuer la tomographie d'état de Fock à un photon dans un premier temps et d'état chaton de Schrödinger dans un second temps. Une fois ces sources validées, l'interféromètre du protocole [4](#) sera ensuite monté afin de générer les états hybrides. La suite envisagée une fois ces états obtenus est de les appliquer à des protocoles de télécommunication quantiques et à long terme, les implémenter sur des réseaux fibrés hors laboratoire. La cavité construite pour la stabilisation du laser source UOC, a été réutilisée comme filtre sur l'annonce d'un protocole de génération de chatons de Schrödinger aux longueurs d'onde de télécommunication en régime continu.

En [partie III](#) nous avons étudié deux plateformes que nous pouvons appliquer à la génération, la manipulation et la détection d'états continus sur puce. Le développement de puces photoniques permet des expériences plus compactes, permettant de réduire la taille des montages pour les appliquer hors laboratoire. Au [chapitre 6](#) nous avons testé

les performances quantiques d'un détecteur homodyne intégré sur puce de silicium avec un état de vide comprimé. L'intégration directe des photodiodes sur la plateforme et la réduction des capacités parasites ont permis d'atteindre des bandes passantes de détection records.

D'un autre côté, dans le [chapitre 7](#), nous avons étudié le phénomène connu de la photoréfractivité sur Niobate de Lithium qui survient dans les régimes de puissance utilisés dans la mise en place de protocoles faisant intervenir des variables continues. La connaissance de l'impact de ce phénomène sur les expériences permet de les prendre en compte lors de la réalisation de futurs prototypes de puces photoniques pour les variables continues. Cette étude est par ailleurs prise en considération pour le projet à venir au sein de notre laboratoire visant à concevoir une puce photonique dont le but est de générer des chatons de Schrödinger avec un laser continu. Ainsi cette puce réunira de manière plus compacte que nos montages expérimentaux le stage de génération d'état de vide comprimé, et le séparateur dédié à l'opération de soustraction et le séparateur 50 : 50 du système de détection homodyne.

APPENDICES



<https://xkcd.com>

A.1	Calcul de la projection de la partie discrète d'un état hybride	141
A.2	Fonction de Wigner de l'état projeté	142
A.3	Calcul des intégrales de dépolariation	146

A.1 CALCUL DE LA PROJECTION DE LA PARTIE DISCRÈTE D'UN ÉTAT HYBRIDE

Cette annexe a pour but de formuler la projection de la partie discrète de l'état hybride 4.1 que nous rappelons ici

$$|\psi\rangle = \frac{|e\rangle_A |\alpha_f\rangle_B - |l\rangle_A |-\alpha_f\rangle_B}{\sqrt{2}},$$

Le qubit discret sur lequel l'état 4.1 est projeté s'écrit

$$|\psi\rangle_A = \cos(\theta) |e\rangle_A + \sin(\theta) |l\rangle_A, \tag{A.1}$$

avec l'angle θ définissant l'orientation du vecteur. Un angle $\theta = \pi$ projette la partie discrète entièrement sur le mode e , tandis qu'un angle $\theta = \frac{\pi}{2}$ projette partie discrète entièrement sur le mode l . La superposition d'état entre le mode e et l est obtenue pour un angle de $\frac{\pi}{4}$. La projection de l'état $|\psi\rangle$ de matrice densité $\hat{\rho}_{A,B}$ donne :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_B = \langle \psi |_A \hat{\rho}_{A,B} | \psi \rangle_A = \frac{1}{2} & \left(\cos(\theta)^2 |\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B \right. \\ & - \sin(\theta) \cos(\theta) \left[|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B + |-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|_B \right] \\ & \left. + \sin(\theta)^2 |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|_B \right) \end{aligned} \tag{A.2}$$

On cherche maintenant à normaliser l'état de matrice densité $\hat{\rho}_B$. La normalisation est donnée par la trace de la matrice densité $\hat{\rho}_B$ exprimé dans la base de Fock :

$$\begin{aligned} \text{Tr}\{\hat{\rho}_B\} &= \sum_{k=0}^{\infty} \langle k | \hat{\rho}_B | k \rangle = \frac{e^{-|\alpha_f|^2}}{2} \left(\cos(\theta)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|\alpha_f|^{2k}}{k!} \right. \\ &\quad \left. - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \sum_{k=0}^{\infty} \frac{-|\alpha_f|^{2k}}{k!} \right. \\ &\quad \left. + \sin(\theta)^2 \sum_{k=0}^{\infty} \frac{|\alpha_f|^{2k}}{k!} \right) \\ &= \frac{1 - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-2|\alpha_f|}}{2} \end{aligned}$$

L'état hybride dont la partie discrète est projetée sur le vecteur $|\psi\rangle_A$ s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_B &= \frac{1}{1 - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-2|\alpha_f|^2}} \left(\cos(\theta)^2 |\alpha_f\rangle\langle\alpha_f| \right. \\ &\quad \left. - \sin(\theta) \cos(\theta) (|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f| + |-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|) \right. \\ &\quad \left. + \sin(\theta)^2 |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f| \right) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

On remarque ainsi que cet état est fonction de l'angle qui oriente le vecteur sur lequel nous projetons la partie discrète de l'état hybride comme montré dans les figures [A.1](#) et [A.2](#).

A.2 FONCTION DE WIGNER DE L'ÉTAT PROJETÉ

Nous cherchons ici à exprimer la fonction de Wigner de l'état $\hat{\rho}_B$. La fonction de Wigner est définie comme une transformée de Fourier à deux dimensions de la fonction caractéristique $\mathcal{C}_s^{[\hat{\rho}_B]}(\lambda)$:

$$\mathcal{W}^{\hat{\rho}_B}(\alpha) = \frac{1}{\pi} \int d^2\lambda \mathcal{C}_s^{[\hat{\rho}_B]}(\lambda) e^{\alpha\lambda^* - \alpha^*\lambda} \quad (\text{A.4})$$

La fonction caractéristique symétrique est définie comme la valeur moyenne de l'opérateur déplacement de la valeur λ dans l'état décrit par la matrice densité $\hat{\rho}_B$:

$$\mathcal{C}_s^{[\hat{\rho}_B]}(\lambda) = \text{Tr}\{\hat{\rho}_B D(\lambda)\} \quad (\text{A.5})$$

Remarquons que la fonction caractéristique symétrique $\mathcal{C}_s^{[\hat{\rho}_B]}(\lambda)$ atteint sa valeur maximale pour $\lambda = 0$. Remarquons aussi que la fonction de Wigner est normalisée $\int d^2\mathcal{W}(\alpha) = 1$.

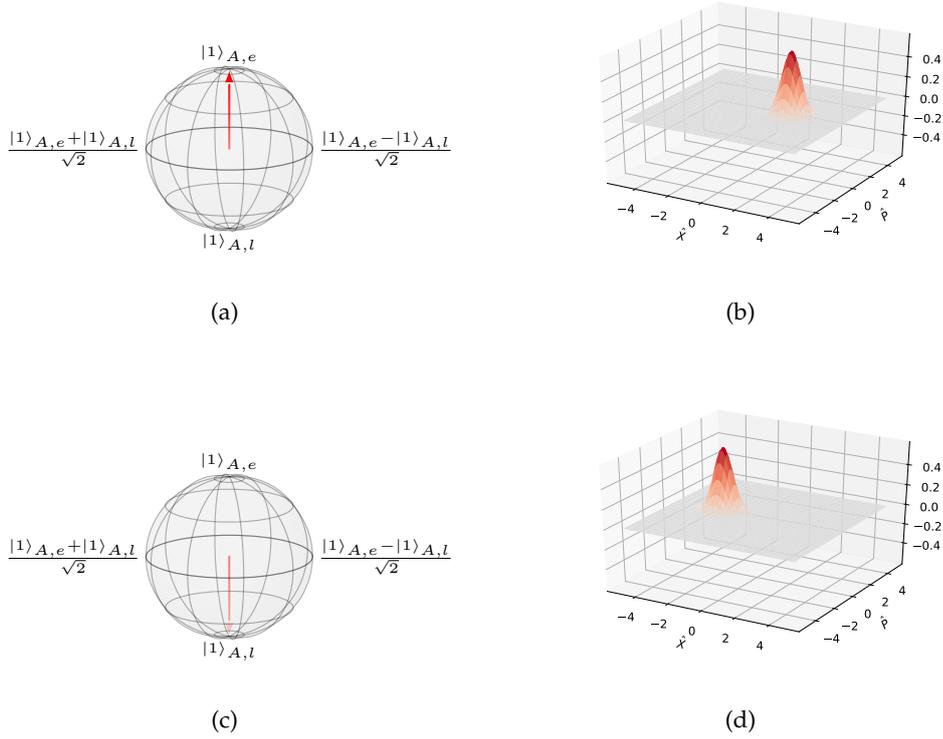


FIGURE A.1 – Représentation du qubit de la partie discrète projetée dans la sphère de Bloch et tracé de la fonction de Wigner de la partie continue pour un angle de projection de $\theta = 0$ (figures (a) et (b)) et $\theta = \frac{\pi}{2}$ (figures (c) et (d)). Nous rappelons que la métrique de la sphère de Bloch est telle que les angles sont multiplié par 2.

La fonction de Wigner de l'état considéré s'exprime alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{W}^{\hat{\rho}^B}(\alpha) &= \frac{1}{\pi(1 - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-2|\alpha_f|^2})} \\ &\int d^2\lambda \frac{e^{(\alpha\lambda^* - \alpha^*\lambda)}}{2} \left[\cos(\theta)^2 \mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda) \right. \\ &+ \sin(\theta)^2 \mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda) \\ &\left. - \sin(\theta) \cos(\theta) (\mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda) + \mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda)) \right] \end{aligned}$$

Les deux premiers termes de l'équation correspondent à une somme des fonctions de Wigner des états cohérents $|\alpha_f\rangle$ et $|\alpha_f\rangle$, tandis que les deux derniers termes sont les termes non diagonaux de la matrice densité traduisant la cohérence de l'état. Contrairement à la fonction de Wigner d'un état complètement mixte de matrice densité $\hat{\rho}_{\text{mixte}} = |\alpha_f\rangle\langle\alpha_f| + |-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|$, la fonction de Wigner d'un état pur possède des figures d'interférences provoquées par les termes diagonaux de la matrice densité. La fonction admet alors des valeurs négatives. La négativité de la fonction de Wigner révèle la présence de ces termes diagonaux absents pour des états mixtes.

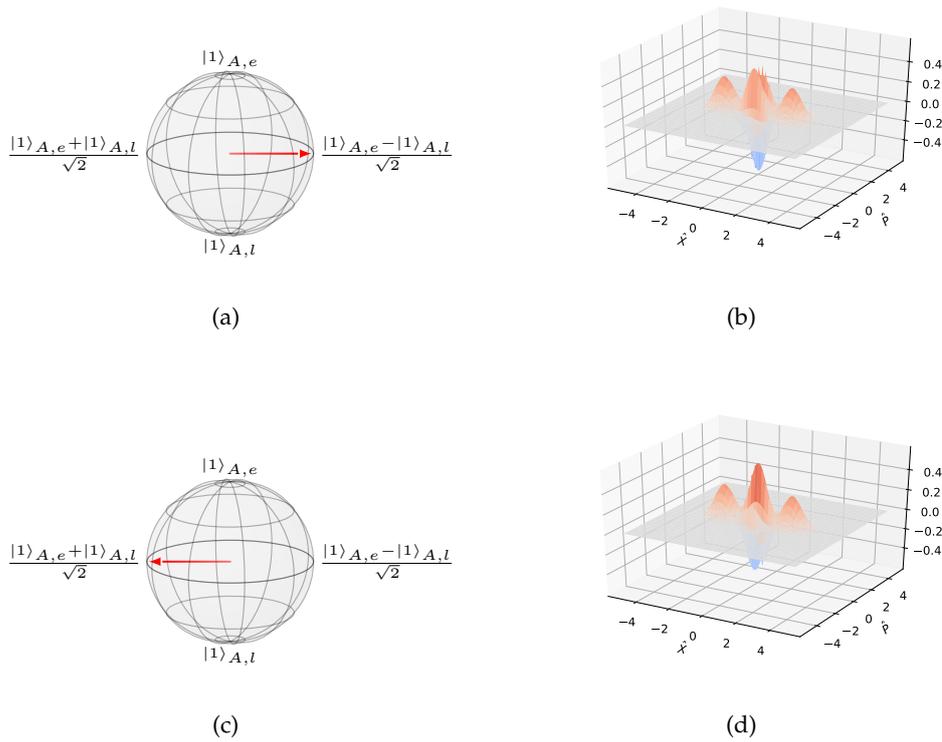


FIGURE A.2 – Représentation du qubit de la partie discrète projetée dans la sphère de Bloch et tracé de la fonction de Wigner de la partie continue pour un angle de projection de $\theta = \frac{\pi}{4}$ (figures (a) et (b)) et $\theta = -\frac{\pi}{4}$ (figures (c) et (d)). Nous rappelons que la métrique de la sphère de Bloch est telle que les angles sont multiplié par 2.

On peut exprimer les différentes fonctions caractéristiques symétriques : $\mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda)$, $\mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda)$, $\mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda)$ et $\mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda)$.

Calculons d'abord $D(\lambda) |\alpha_f\rangle$ en utilisant l'identité de Glauber :

$$\begin{aligned}
 D(\lambda) |\alpha_f\rangle &= D(\lambda)D(\alpha_f) |0\rangle \\
 &= e^{\lambda\hat{a}^\dagger - \lambda^*\hat{a}} e^{\alpha_f\hat{a}^\dagger - \alpha_f^*\hat{a}} |0\rangle \\
 &= e^{(\alpha_f + \lambda)\hat{a}^\dagger - (\alpha_f^* + \lambda^*)\hat{a} + \frac{1}{2}[\lambda\hat{a}^\dagger - \lambda^*\hat{a}; \alpha_f\hat{a}^\dagger - \alpha_f^*\hat{a}]} |0\rangle \\
 &= e^{\frac{1}{2}(\alpha_f^*\lambda - \alpha_f\lambda^*)} |\alpha_f + \lambda\rangle
 \end{aligned}$$

Pour des raisons de simplicité, nous faisons l'hypothèse que l'amplitude α_f est réel. L'amplitude du déplacement λ peut être exprimé de nouveau comme $\lambda = \lambda' + i\lambda''$. Cela réduit le calcul précédent à :

$$D(\lambda) |\alpha_f\rangle = e^{i\alpha_f\lambda''} |\alpha_f + \lambda\rangle$$

Par ailleurs, le déplacement appliqué à l'état cohérent d'amplitude $-\alpha_f$ s'exprime alors comme :

$$D(\lambda) |-\alpha_f\rangle = e^{-i\alpha_f\lambda''} |-\alpha_f + \lambda\rangle$$

Nous rappelons ici l'expression du produit scalaire entre deux états cohérents d'amplitude α et β :

$$\langle \alpha | \beta \rangle = e^{-\frac{(|\alpha|^2 + |\beta|^2)}{2}} e^{\alpha^* \beta}.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda) &= \langle \alpha_f | D(\lambda) | \alpha_f \rangle = e^{i\alpha_f \lambda''} \langle \alpha_f | \alpha_f + \lambda | \alpha_f | \alpha_f + \lambda \rangle \\ &= e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{2i\alpha_f \lambda''} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda) &= \langle -\alpha_f | D(\lambda) | -\alpha_f \rangle = e^{-i\alpha_f \lambda''} \langle -\alpha_f | -\alpha_f + \lambda | -\alpha_f | -\alpha_f + \lambda \rangle \\ &= e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{-2i\alpha_f \lambda''} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda) &= \langle -\alpha_f | D(\lambda) | \alpha_f \rangle = e^{i\alpha_f \lambda''} \langle -\alpha_f | \alpha_f + \lambda | -\alpha_f | \alpha_f + \lambda \rangle \\ &= e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{-2\alpha_f(\alpha_f + \lambda')} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda) &= \langle \alpha_f | D(\lambda) | -\alpha_f \rangle = e^{-i\alpha_f \lambda''} \langle \alpha_f | -\alpha_f + \lambda | \alpha_f | -\alpha_f + \lambda \rangle \\ &= e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{-2\alpha_f(\alpha_f - \lambda')}. \end{aligned}$$

On peut séparer la partie réelle de la partie imaginaire et poser $\alpha = \alpha' + i\alpha'' = x + ip$. On peut ainsi réécrire cette fonction en termes de quadratures :

$$\mathcal{W}(x, p) = \frac{1}{\pi} \int d^2\lambda \mathcal{C}_s^{[\hat{\rho}_B]}(\lambda) e^{2i(p\lambda' - x\lambda'')} \quad (\text{A.6})$$

Calculons les transformées de Fourier de chaque fonction caractéristique :

Les transformées de Fourier de $\mathcal{C}_s^{[|\alpha_f\rangle\langle\alpha_f|]}(\lambda)$ et $\mathcal{C}_s^{[|-\alpha_f\rangle\langle-\alpha_f|]}(\lambda)$ donnent une courbe Gaussienne de deux dimensions centrée sur $+\alpha_f$ et $-\alpha_f$ respectivement.

$$\begin{aligned} \int \int d\lambda' d\lambda'' e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{2i\alpha_f \lambda''} e^{2i(p\lambda' - x\lambda'')} &= 2e^{-2|\alpha - \alpha_f|^2} \\ \int \int d\lambda' d\lambda'' e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{-2i\alpha_f \lambda''} e^{2i(p\lambda' - x\lambda'')} &= 2e^{-2|\alpha + \alpha_f|^2} \end{aligned}$$

La transformée de Fourier des éléments antidiagonaux de la matrice densité s'exprime ainsi :

$$\begin{aligned} &\int \int d\lambda' d\lambda'' (e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{-2\alpha_f(\alpha_f + \lambda')} + e^{-\frac{|\lambda|^2}{2}} e^{-2\alpha_f(\alpha_f - \lambda')}) e^{2i(p\lambda' - x\lambda'')} \\ &= \int d\lambda' [e^{-\frac{1}{2}(\lambda' + 2\alpha_f)^2} + e^{-\frac{1}{2}(\lambda' - 2\alpha_f)^2}] e^{2ip\lambda'} \int d\lambda'' e^{-\frac{\lambda''^2}{2}} e^{-2ix\lambda''} \\ &= 2e^{-2p^2} [e^{4ip\alpha_f} + e^{-4ip\alpha_f}] e^{-2x^2} \\ &= 4e^{-2|\alpha|^2} \cos(4p\alpha_f). \end{aligned}$$

Finalement la fonction de Wigner selon les coordonnées conjuguées x et p s'exprime ainsi :

$$\mathcal{W}^{\hat{\theta}_B}(x, p) = \frac{1}{\pi(1 - 2 \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-2|\alpha_f|^2})} \left[\begin{aligned} & 2 \cos(\theta)^2 e^{-2|\alpha - \alpha_f|^2} \\ & + 2 \sin(\theta)^2 e^{-2|\alpha + \alpha_f|^2} \\ & - 4 \sin(\theta) \cos(\theta) e^{-2|\alpha|^2} \cos(4p\alpha_f) \end{aligned} \right]. \quad (\text{A.7})$$

A.3 CALCUL DES INTÉGRALES DE DÉPOLARISATION

Nous présentons ici le détail de calcul des intégrales

$$\int d\theta \cos(\theta) \sin(\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}, \quad (\text{A.8})$$

$$\int d\theta \cos(\theta)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}, \quad (\text{A.9})$$

et

$$\int d\theta \sin(\theta)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}. \quad (\text{A.10})$$

Première intégrale

L'intégration A.8 est nulle, car la fonction $\cos(\theta) \sin(\theta)$ est une fonction impaire et la fonction $\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}$ est paire.

$$\int d\theta \cos(\theta) \sin(\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} = 0. \quad (\text{A.11})$$

Deuxième intégrale

La fonction $\cos(\theta)^2$ de l'intégration A.9 se réécrit comme $\frac{1}{2}(\cos(2\theta) + 1)$. La fonction $P(\theta, z)$ étant normée ($\int d\theta P(\theta, z) = 1$, $\forall z$ constant), nous nous intéressons ici à l'intégrale suivante :

$$\int d\theta \cos(2\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}.$$

On pose

$$I(a) = \int d\theta \cos(a\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}}$$

La dérivée de $I(a)$ par rapport à a donne :

$$\begin{aligned} \frac{dI(a)}{da} &= - \int d\theta \theta \sin(a\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} \\ &= \sigma^2 z \left[\sin(a\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} \Big|_{-\infty}^{\infty} - a\sigma^2 z \int d\theta \cos(a\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} \right] \\ &= -a\sigma^2 z I(a). \end{aligned}$$

Sachant que $I(0) = 1$,

$$I(a) = e^{-a\sigma^2 z}$$

On a donc :

$$\int d\theta \cos(2\theta) \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} = I(2) = e^{-2\sigma^2 z},$$

et l'intégral A.9 se réécrit alors comme :

$$\int d\theta \cos(\theta)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} = \frac{1}{2}(1 + e^{-2\sigma^2 z}) \quad (\text{A.12})$$

Troisième intégrale

Pour la dernière intégration A.10, nous pouvons réutiliser le calcul fait en amont en réécrivant $\sin(\theta)^2$ comme $\frac{1}{2}(1 - \cos(2\theta))$. Cette intégrale se réécrit alors comme :

$$\int d\theta \sin(\theta)^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2 z}} e^{-\frac{\theta^2}{2\sigma^2 z}} = \frac{1}{2}(1 - e^{-2\sigma^2 z}) \quad (\text{A.13})$$

B.1	Mesure hétérodyne	149
B.2	Génération du signal d'erreur par méthode PDH	152
B.3	Code Arduino	154

B.1 MESURE HÉTÉRODYNE

Cette annexe a pour but de décrire de façon analytique la transformation de Fourier de l'interférence entre les impulsions de l'horloge laser (UOC) avec la référence stable continue (RIO). Cette présentation considère les champs à la sortie de la lame séparatrice fibrée FPBS2 du schéma 5.7, et fait l'hypothèse que les polarisations des deux champs sont les mêmes. Dans le cas idéal, le champ de l'horloge laser est représenté par une onde plane pondérée par une amplitude gaussienne

$$E_{UOC}(t) = e^{-2\ln 2 \frac{(t-t_{rep})^2}{T_0^2}} e^{i\omega_{UOC}t}, \quad (B.1)$$

avec t_{rep} le temps séparant deux impulsions consécutives, et T_0 la variance de l'enveloppe gaussienne. L'inverse du temps t_{rep} est la fréquence de répétition de l'horloge laser et ω_{UOC} la pulsation centrale de l'horloge laser.

La référence RIO est un laser continu décrit par une onde plane oscillant à la pulsation ω_{RIO} .

$$E_{RIO}(t) = e^{i\omega_{RIO}t} \quad (B.2)$$

Le champ à la sortie de polariseur fibré FPBS2 est la somme entre les deux champs $E_{UOC}(t)$ et $E_{RIO}(t)$. La photodiode est sensible à l'intensité du champ

$$\begin{aligned} I_{tot}(t) &= |(E_{UOC}(t) + E_{RIO}(t))(E_{UOC}^*(t) + E_{RIO}^*(t))| \\ &= \frac{1}{4} \left(e^{-4\ln 2 \frac{(t-t_{rep})^2}{T_0^2}} + 1 + 2e^{-2\ln 2 \frac{(t-t_{rep})^2}{T_0^2}} \cos(\Delta\omega t) \right), \end{aligned} \quad (B.3)$$

avec $\Delta\omega = |\omega_{RIO} - \omega_{UOC}|$.

L'analyseur de spectre électrique donne accès à la transformée de Fourier (TF) du signal mesuré par la photodiode. En utilisant la propriété de linéarité de la TF, $\tilde{I}_{tot}(\omega) = TF[I_{tot}(t)]$ peut être écrit comme suit :

$$\tilde{I}_{tot}(\omega) = TF[f_1(t)] + TF[f_2(t)] + TF[f_3(t)], \quad (\text{B.4})$$

avec

$$\begin{aligned} f_1(t) &= e^{-4 \ln 2 \frac{(t-t_{rep})^2}{T_0^2}} \\ f_2(t) &= 1 \\ \text{and } f_3(t) &= 2e^{-2 \ln 2 \frac{(t-t_{rep})^2}{T_0^2}} \cos(\Delta\omega t). \end{aligned}$$

La TF de chaque fonction est donnée par :

$$\tilde{f}_1(\omega) = e^{\frac{T_0^2 \omega^2}{8 \ln 2}} e^{i\omega t_{rep}} \quad (\text{B.5})$$

$$\tilde{f}_2(\omega) = \delta(\omega) \quad (\text{B.6})$$

$$\tilde{f}_3(\omega) = \frac{1}{2} e^{\frac{T_0^2 \omega^2}{4 \ln 2}} e^{i\omega t_{rep}} * (\delta(\omega + \Delta\omega) + \delta(\omega - \Delta\omega)) \quad (\text{B.7})$$

avec la fonction $\delta(\omega)$ fonction de Dirac. Comme $\tilde{f}(\omega) * \delta(\omega_0) = f(\omega + \omega_0)$, la TF $\tilde{f}_3(\omega)$ s'écrit

$$\tilde{f}_3(\omega) = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{T_0^2 (\omega + \Delta\omega)^2}{4 \ln 2}} e^{i(\omega + \Delta\omega)t_{rep}} + e^{\frac{T_0^2 (\omega - \Delta\omega)^2}{4 \ln 2}} e^{i(\omega - \Delta\omega)t_{rep}} \right). \quad (\text{B.8})$$

Nous énumérons ainsi les pulsations pour lesquelles les fonctions $\tilde{f}_1(\omega)$, $\tilde{f}_2(\omega)$ et $\tilde{f}_3(\omega)$ atteignent un maximum :

- Si l'on se réfère à l'équation B.6 la fonction de Dirac est égale à 1 à la pulsation

$$\omega_0 = 0.$$

- L'équation B.5 atteint un maximum pour $e^{i\omega t_{rep}} = 1$. Cela consiste à avoir $\omega t_{rep} = m2\pi$ et donc :

$$\omega = \frac{m2\pi}{t_{rep}} = \omega_{rep}$$

avec m un entier relatif. La fonction $\tilde{f}_2(\omega)$ est donc une série de dents espacées en fréquence par le taux de répétition du laser pondérée par une enveloppe gaussienne.

- Dernièrement, l'équation B.8 mène à un maximum pour deux contraintes :

$$\omega_1 = \frac{m2\pi}{t_{rep}} + \Delta\omega,$$

et

$$\omega_2 = \frac{m2\pi}{t_{rep}} - \Delta\omega,$$

avec m un entier relatif.

B.2 GÉNÉRATION DU SIGNAL D'ERREUR PAR MÉTHODE PDH

Cette annexe a pour but de décrire l'obtention du signal d'erreur par la méthode PDH.

Écriture du champ modulé en sortie de l'EOM

Le champ en entrée de l'EOM s'écrit comme une onde plane d'amplitude A à la fréquence d'oscillation ω_0 égale à la fréquence centrale d'une impulsion¹

$$E = Ae^{i\omega_0 t} \quad (\text{B.9})$$

En sortie de l'EOM, la phase du champ est modulée par une fonction sinusoïdale donnée par le générateur radio fréquence,

$$E_{\text{mod}} = Ae^{i(\omega_0 t + \beta \sin(\Omega t))} \quad (\text{B.10})$$

avec β l'amplitude et $\Omega = 24$ MHz la fréquence de modulation. Cette exponentielle dont la phase est modulée peut être réécrite dans la base des fonctions de Bessel par l'expansion de Jacobi-Anger,

$$e^{i\beta \sin(\Omega t)} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} J_k(\beta) e^{ik\Omega t} \quad (\text{B.11})$$

$J_k(\beta)$ étant la k .ième fonction de Bessel de première espèce. En plaçant la nouvelle écriture du champ modulé en fonction de Bessel dans l'expression de E_{mod} , et en utilisant la propriété des fonctions de Bessel $J_{-k}(\beta) = (-1)^k J_k(\beta)$, on obtient :

$$E_{\text{mod}} = Ae^{i\omega_0 t} (J_0(\beta) + \sum_{k=1}^{\infty} J_k(\beta) e^{ik\Omega t} + \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k J_k(\beta) e^{-ik\Omega t}) \quad (\text{B.12})$$

L'amplitude du champ à la sortie de l'EOM est alors répartie entre une composante centrale oscillant à la fréquence centrale du champ d'entrée ω_0 , et des composantes oscillant à la fréquence centrale plus ou moins un multiple de la fréquence de modulation Ω appelées bandes latérales. L'intensité répartie entre la composante centrale et les bandes latérales est déterminée par l'amplitude de modulation β . La courbe de gauche de la figure B.2 est la répartition de l'intensité lumineuse en entrée d'EOM dans chaque bande en fonction de l'amplitude de modulation β . Pour de petites amplitudes de modulation, il est possible de répartir l'intensité lumineuse uniquement dans la composante centrale et la première bande latérale. Le pourcentage d'intensité lumineuse répartie est donné par $J_0(\beta)$, et $J_1(\beta)$. Pour une amplitude $\beta \approx 1$ rad, environ 20% de l'intensité présente dans J_0 est transférée dans la première bande latérale J_1 et seulement 1 % dans la deuxième bande latérale J_2 . Seules la composante centrale, et la première bande latérale peuvent être prises en compte, et le champ modulé peut être approximé par :

$$E_{\text{mod}} \approx Ae^{i\omega_0 t} J_0(\beta) + AJ_1(\beta) (e^{i(\omega_0 + \Omega)t} - e^{i(\omega_0 - \Omega)t}) \quad (\text{B.13})$$

1. Il est à noter que le champ ici est décrit comme monochromatique car la modulation est très petite devant la largeur fréquentielle de l'impulsion ($\Omega \ll \nu \approx 300$ GHz).

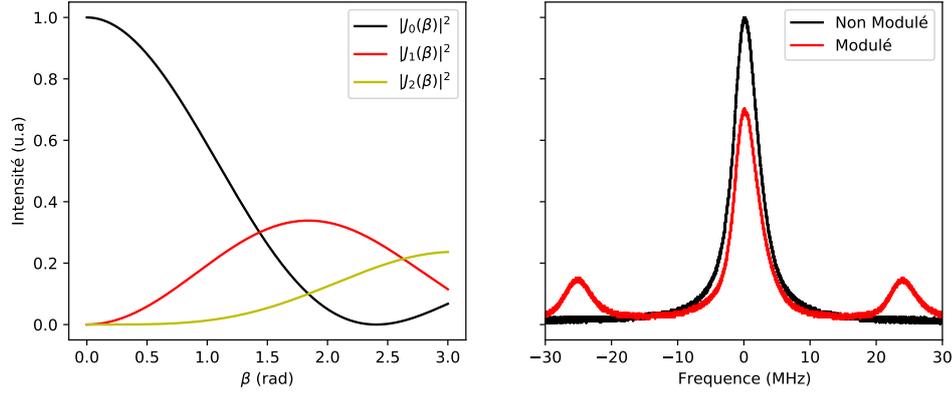


FIGURE B.2 – Figure de gauche : Tracé des trois premières fonctions de Bessel en fonction de l’amplitude β des modulations. La tension appliquée sur l’EOM est telle que $\beta \approx 1$ rad et que seule la première fonction de Bessel J_1 soit excitée. Figure de droite : Intensité transmise mesurée après la cavité. La courbe noire est l’intensité transmise normalisée d’un champ incident non modulé, tandis que la courbe rouge est celle obtenue pour un champ incident modulé. Environ 20% de la fonction J_0 est transféré dans les deux bandes latérales positionnées à la fréquence ± 24.2 MHz par rapport à la résonance centrale.

Écriture du champ modulé réfléchi par la cavité

Le champ E^{ref} réfléchi par la cavité est la somme du champ incident E directement réfléchi par le miroir M_1 , et le champ partiellement résonnant avec la cavité. À l’instar de la fonction de transmission, la fonction de réflexion s’exprime comme le rapport entre le champ réfléchi E^{ref} et le champ incident E sur le miroir d’entrée de la cavité :

$$R(\omega) = \frac{E^{\text{ref}}}{E} = \frac{-r_1 + r_2(r_1^2 + t_1^2)e^{i\frac{\omega}{\omega_{ISL}}}}{1 - r_2r_1e^{i\frac{\omega}{\omega_{ISL}}}} \quad (\text{B.14})$$

avec r_1 , (r_2) l’amplitude de réflexion du miroir M_1 (M_2), t_1 l’amplitude de transmission du miroir M_1 et ω_{ISL} l’intervalle spectral libre de la cavité. Le champ E_{mod} après un passage non résonnant dans la cavité s’exprime alors comme :

$$E_{\text{mod}}^{\text{ref}} = R(\omega)J_0(\beta)Ae^{i\omega t} + J_1(\beta)A(R(\omega + \Omega)e^{i(\omega + \Omega)t} - R(\omega - \Omega)e^{i(\omega - \Omega)t}). \quad (\text{B.15})$$

La photodiode détecte l’intensité lumineuse il est alors plus commode de calculer la puissance $P_{\text{mod}}^{\text{ref}}$ lumineuse du champ $E_{\text{mod}}^{\text{ref}}$:

$$\begin{aligned} P_{\text{mod}}^{\text{ref}} &= |E_{\text{mod}}^{\text{ref}}|^2 = \\ &P_0|R(\omega)|^2 + P_1(|R(\omega + \Omega)|^2 + |R(\omega - \Omega)|^2) \\ &+ \sqrt{P_0P_1}(R(\omega)R^*(\omega + \Omega)e^{-i\Omega t} - R(\omega)R^*(\omega - \Omega)e^{i\Omega t}) \\ &+ R^*(\omega)R(\omega + \Omega)e^{i\Omega t} - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)e^{-i\Omega t}) \\ &- P_1(R(\omega + \Omega)R^*(\omega - \Omega)e^{2i\Omega t} + R^*(\omega + \Omega)R(\omega - \Omega)e^{-2i\Omega t}), \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

avec P_0 , (P_1) le module carré de la fonction de Bessel $J_0(\beta)$ ($J_1(\beta)$). En réécrivant les exponentielles complexes en fonctions oscillantes, la puissance lumineuse $P_{mod,out}$ devient :

$$\begin{aligned}
P_{mod,out} = & \\
& P_0|R(\omega)|^2 + P_1(|R(\omega + \Omega)|^2 + |R(\omega - \Omega)|^2) \\
& + 2\sqrt{P_0P_1}[\cos(\Omega t)(Re(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega))) \\
& + \sin(\Omega t)(Im(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega)))] \\
& - 2P_1(\cos(2\Omega t)Re(R(\omega + \Omega)R^*(\omega - \Omega)) + \sin(2\Omega t)Im(R(\omega + \Omega)R^*(\omega - \Omega))).
\end{aligned} \tag{B.17}$$

La puissance détectée possède des composantes au signal DC, et deux autres modulées à la fréquence Ω , et 2Ω . Le un système de détection synchrone permet de dégager le signal d'erreur (en vert dans l'équation B.17) de l'ensemble des signaux détectés.

Détection synchrone

Le principe de détection synchrone s'inscrit dans le contexte du traitement du signal. Cette technique à pour but d'extraire un faible signal du bruit environnement, ou bien dans le cas d'un système d'asservissement par méthode PDH de démoduler un signal et le ramener à la fréquence DC. Le signal d'erreur à extraire est la composante détectée modulée par un $\sin(\Omega t)$.

$$\epsilon(\omega) = 2\sqrt{P_0P_1}[Im(R(\omega)R^*(\omega + \Omega) - R^*(\omega)R(\omega - \Omega))] \tag{B.18}$$

Le principe de la détection synchrone est de multiplier à l'aide d'un mélangeur le signal électrique issus de la photodiode avec une onde radio fréquence oscillant à la même fréquence que le signal électrique à extraire. Cette opération à pour effet de ramener une partie du signal à la composante DC. Un filtre est placé en sortie du mélangeur pour éliminer les composantes du signal oscillant à des fréquences élevée. La référence est le même signal sinusoïdal délivrée à l'EOM et s'exprime comme il suit :

$$U_{RF}(t) = U \sin(\Omega t). \tag{B.19}$$

Avec U l'amplitude de l'onde radio fréquence de référence et Ω la même fréquence d'oscillation que celle appliquée au cristal EOM. On peut montrer à l'aide des formules d'additions trigonométrique, que seule la partie du signal modulée par la fonction sinusoïdal $\sin(\Omega t)$ est ramenée à la composante DC après multiplication par $U_{RF}(t)$. Un filtre passe bas permet alors d'ignorer les composantes du signal modulé à des fréquences plus élevées et d'isoler $\epsilon(\omega)$.

B.3 CODE ARDUINO

Cette annexe a pour but de présenter le code de la puce Arduino uno R3 utilisé à la fois pour générer le signal radio fréquence envoyé à l'EOM et le signal de référence utilisé pour la détection synchrone, et pour formuler la consigne de correction à la céramique piézoélectrique. Pour générer le signal RF, le code utilise la bibliothèque Adafruit SI5351 éditée par le constructeur [2]. Le signal PID est généré à l'aide de la bibliothèque PID [20].

```

#include <Wire.h>
#include <Adafruit_SI5351.h>
#include <PID_v1.h>

Adafruit_SI5351 clockgen = Adafruit_SI5351();

const int pidOut = 11; // PID signal output port 11
int errIn = A3; // Error signal input port A3

//Define Variables we'll be connecting to
double Setpoint, Input, Output;

//Specify the links and initial tuning parameters
double Kp = 0.1, Ki = 0.1, Kd = 0.0;
PID myPID(&Input, &Output, &Setpoint, Kp, Ki, Kd, DIRECT);

void setup(void)
{
  //PID
  Serial.begin(9600);

  //Change the Timer of the PID output
  pinMode(pidOut, OUTPUT);
  TCCR2A = _BV(COM2A1) | _BV(COM2B1) | _BV(WGM21) | _BV(WGM20);
  TCCR2B = _BV(CS20);
  OCR2B = 50;

  //initialize the variables we're linked to
  Input = analogRead(errIn);
  Setpoint = 91;
  myPID.SetOutputLimits(-126, 126);
  myPID.SetSampleTime(10);

  //Turn the PID on
  myPID.SetMode(AUTOMATIC);

  //Clock
  Serial.println("Si5351 for PDH lock");
  Serial.println("");

  /* Initialise the sensor */
  if (clockgen.begin() != ERROR_NONE)
  {
    /* There was a problem detecting the IC ... check your connections
    */
    Serial.print("Oops, no Si5351 detected ... Check your wiring or I
    2C ADDR!");
    while (1);
  }
}

```

```

Serial.println("OK!");

/* FRACTIONAL MODE --> More flexible but introduce clock jitter */
/* Setup PLLB to fractional mode @616.66667MHz (XTAL * 24 + 2/3) */
/* Setup Multisynth 1 to 13.55311MHz (PLLB/45.5) */
clockgen.setupPLL(SI5351_PLL_A, 15, 61, 125);
Serial.println("Set Output #0 to 24 MHz for EOM");
clockgen.setupMultisynth(0, SI5351_PLL_A, 16, 0, 1);

/* Multisynth 2 is not yet used and won't be enabled, but can be */
/* Use PLLB @ 616.66667MHz, then divide by 900 -> 685.185 KHz */
/* then divide by 64 for 10.706 KHz */
/* configured using either PLL in either integer or fractional mode
   */

clockgen.setupPLL(SI5351_PLL_B, 15, 61, 125);
Serial.println("Set Output #1 to 24 MHz for reference");
clockgen.setupMultisynth(1, SI5351_PLL_B, 16, 0, 1);

/* Enable the clocks */
clockgen.enableOutputs(true);

}

void loop(void)
{
  Input = analogRead(errIn);
  Input = map(Input, 0, 1023, 0, 255);
  myPID.Compute();
  analogWrite(pidOut, 126 + Output);
  Serial.print(Input);
  Serial.print(",");
  Serial.print(Output);
  Serial.print(",");
  Serial.print(Setpoint);
  Serial.println();
}

```

BIBLIOGRAPHIE

- [1] B P ABBOTT et al. « LIGO : the Laser Interferometer Gravitational-Wave Observatory ». *Reports on Progress in Physics* 72.7 (juin 2009), p. 076901. ISSN : 1361-6633. DOI : [10.1088/0034-4885/72/7/076901](https://doi.org/10.1088/0034-4885/72/7/076901). URL : <http://dx.doi.org/10.1088/0034-4885/72/7/076901> (cf. p. 86).
- [2] Lady ADA. *Adafruit SI5351 clock generator breakout*. <https://learn.adafruit.com/adafruit-si5351-clock-generator-breakout/wiring-and-test> (cf. p. 154).
- [3] Gerardo ADESSO, Sammy RAGY et Antony R. LEE. « Continuous Variable Quantum Information : Gaussian States and Beyond ». *Open Systems and Information Dynamics* 21.01n02 (mars 2014), p. 1440001. ISSN : 1793-7191. DOI : [10.1142/S1230161214400010](https://doi.org/10.1142/S1230161214400010). URL : <http://dx.doi.org/10.1142/S1230161214400010> (cf. p. 3, 63).
- [4] T. AICHELE, A.I. LVOVSKY et S. SCHILLER. « Optical mode characterization of single photons prepared by means of conditional measurements on a biphoton state ». *The European Physical Journal D - Atomic, Molecular and Optical Physics* 18.2 (fév. 2002), p. 237-245. DOI : [10.1140/epjd/e20020028](https://doi.org/10.1140/epjd/e20020028). URL : <https://doi.org/10.1140%2Fepjd%2Fe20020028> (cf. p. 108).
- [5] Olivier ALIBART, Virginia D'AURIA, Marc De MICHELI, Florent DOUTRE, Florian KAISER, Laurent LABONTÉ, Tommaso LUNGHI, Éric PICHOLLE et Sébastien TANZILLI. « Quantum photonics at telecom wavelengths based on lithium niobate waveguides ». *Journal of Optics* 18.10 (2016), p. 104001. URL : <http://stacks.iop.org/2040-8986/18/i=10/a=104001> (cf. p. 125).
- [6] Ulrik L. ANDERSEN, Jonas S. NEERGAARD-NIELSEN, Peter van LOOCK et Akira FURUSAWA. « Hybrid discrete and continuous variable quantum information ». *Nature Physics* 11.9 (sept. 2015), p. 713-719. ISSN : 1745-2481. DOI : [10.1038/nphys3410](https://doi.org/10.1038/nphys3410). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphys3410> (cf. p. 3, 49, 64).
- [7] Matthew E. ANDERSON, M. BECK, M. G. RAYMER et J. D. BIERLEIN. « Quadrature squeezing with ultrashort pulses in nonlinear-optical waveguides ». *Opt. Lett.* 20.6 (mars 1995), p. 620-622. DOI : [10.1364/OL.20.000620](https://doi.org/10.1364/OL.20.000620). URL : <http://www.osapublishing.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-20-6-620> (cf. p. 31).
- [8] Jürgen APPEL, Dallas HOFFMAN, Eden FIGUEROA et A. I. LVOVSKY. « Electronic noise in optical homodyne tomography ». *Phys. Rev. A* 75 (3 mars 2007), p. 035802. DOI : [10.1103/PhysRevA.75.035802](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.75.035802). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.75.035802> (cf. p. 106).

- [9] Warit ASAVANANT et al. « Generation of time-domain-multiplexed two-dimensional cluster state ». *Science* 366.6463 (2019), p. 373-376. DOI : [10.1126/science.aay2645](https://doi.org/10.1126/science.aay2645). eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.aay2645>. URL : <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.aay2645> (cf. p. 113).
- [10] Alain ASPECT, Philippe GRANGIER et Gerard ROGER. « Experimental Tests of Realistic Local Theories via Bell's Theorem ». *Phys. Rev. Lett.* 47 (7 août 1981), p. 460-463. DOI : [10.1103/PhysRevLett.47.460](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.47.460). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.47.460> (cf. p. 44).
- [11] Stefan AST, Aiko SAMBLOWSKI, Moritz MEHMET, Sebastian STEINLECHNER, Tobias EBERLE et Roman SCHNABEL. « Continuous-wave nonclassical light with gigahertz squeezing bandwidth ». *Opt. Lett.* 37.12 (juin 2012), p. 2367-2369. DOI : [10.1364/OL.37.002367](https://doi.org/10.1364/OL.37.002367). URL : <http://www.osapublishing.org/ol/abstract.cfm?URI=ol-37-12-2367> (cf. p. 115, 124).
- [12] V AVERCHENKO, C JACQUARD, V THIEL, C FABRE et N TREPS. « Multimode theory of single-photon subtraction ». *New Journal of Physics* 18.8 (août 2016), p. 083042. DOI : [10.1088/1367-2630/18/8/083042](https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/8/083042). URL : <https://doi.org/10.1088/1367-2630/18/8/083042> (cf. p. 96).
- [13] Charles H. BENNETT, Gilles BRASSARD, Claude CRÉPEAU, Richard JOZSA, Asher PERES et William K. WOOTTERS. « Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels ». *Phys. Rev. Lett.* 70 (13 mars 1993), p. 1895-1899. DOI : [10.1103/PhysRevLett.70.1895](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.70.1895). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.70.1895> (cf. p. 34, 50).
- [14] Charles H. BENNETT, Gilles BRASSARD et N. David MERMIN. « Quantum cryptography without Bell's theorem ». *Phys. Rev. Lett.* 68 (5 fév. 1992), p. 557-559. DOI : [10.1103/PhysRevLett.68.557](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.68.557). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.68.557> (cf. p. 14, 44).
- [15] Marcel BERGMANN et Peter van LOOCK. « Hybrid quantum repeater for qudits ». *Physical Review A* 99.3 (mars 2019). ISSN : 2469-9934. DOI : [10.1103/physreva.99.032349](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.99.032349). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.99.032349> (cf. p. 50, 64).
- [16] Birgitta BERNHARDT, Akira OZAWA, Patrick JACQUET, Marion JACQUEY, Yohei KOBAYASHI, Thomas UDEM, Ronald HOLZWARH, Guy GUELACHVILL, Theodor W. HÄNSCH et Nathalie PICQUÉ. « Cavity-enhanced dual-comb spectroscopy ». working paper or preprint. Août 2009. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00409826> (cf. p. 86).
- [17] F. BOHNET-WALDRAFF, D. BRAUN et O. GIRAUD. « Partial transpose criteria for symmetric states ». *Physical Review A* 94.4 (oct. 2016). ISSN : 2469-9934. DOI : [10.1103/physreva.94.042343](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.94.042343). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.94.042343> (cf. p. 63).
- [18] Soumyakanti BOSE et M. Sanjay KUMAR. *Quantum Teleportation with a Class of Non-Gaussian Entangled Resources*. 2018. arXiv : [1804.00190](https://arxiv.org/abs/1804.00190) [quant-ph] (cf. p. 46).

- [19] Robert W. BOYD. *Nonlinear Optics*. Elsevier, 2008, 2008. URL : <https://www.elsevier.com/books/nonlinear-optics/boyd/978-0-12-369470-6> (cf. p. 31, 32).
- [20] BR3TTB. *Arduino-pid-library*. https://github.com/br3ttb/Arduino-PID-Library/blob/master/PID_v1.h. Juin 2017 (cf. p. 154).
- [21] J. B. BRASK, I. RIGAS, E. S. POLZIK, U. L. ANDERSEN et A. S. SØRENSEN. « Hybrid Long-Distance Entanglement Distribution Protocol ». *Phys. Rev. Lett.* 105 (16 oct. 2010), p. 160501. DOI : [10.1103/PhysRevLett.105.160501](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.160501). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.105.160501> (cf. p. 3).
- [22] Samuel L. BRAUNSTEIN et Peter van LOOCK. « Quantum information with continuous variables ». *Rev. Mod. Phys.* 77 (2 juin 2005), p. 513-577. DOI : [10.1103/RevModPhys.77.513](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.77.513). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.77.513> (cf. p. 46).
- [23] B. BRECHT, Dileep V. REDDY, C. SILBERHORN et M. G. RAYMER. « Photon temporal modes : a complete framework for quantum information science ». en. *Physical Review X* 5.4 (oct. 2015). arXiv : 1504.06251, p. 041017. ISSN : 2160-3308. DOI : [10.1103/PhysRevX.5.041017](https://doi.org/10.1103/PhysRevX.5.041017). URL : <http://arxiv.org/abs/1504.06251> (visité le 07/07/2021) (cf. p. 8).
- [24] J. BRENDL, N. GISIN, W. TITTEL et H. ZBINDEN. « Pulsed Energy-Time Entangled Twin-Photon Source for Quantum Communication ». *Phys. Rev. Lett.* 82 (12 mars 1999), p. 2594-2597. DOI : [10.1103/PhysRevLett.82.2594](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.2594). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.2594> (cf. p. 44).
- [25] M. BRUNE, S. HAROCHE, J. M. RAIMOND, L. DAVIDOVICH et N. ZAGURY. « Manipulation of photons in a cavity by dispersive atom-field coupling : Quantum-nondemolition measurements and generation of “Schrödinger cat” states ». *Phys. Rev. A* 45 (7 avr. 1992), p. 5193-5214. DOI : [10.1103/PhysRevA.45.5193](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.5193). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.45.5193> (cf. p. 46).
- [26] Patrick T. CALLAHAN, Kemal SAFAK, Philip BATTLE, Tony D. ROBERTS et Franz X. KÄRTNER. « Fiber-coupled balanced optical cross-correlator using PPKTP waveguides ». *Opt. Express* 22.8 (avr. 2014), p. 9749-9758. DOI : [10.1364/OE.22.009749](https://doi.org/10.1364/OE.22.009749). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-22-8-9749> (cf. p. 107).
- [27] Jacques CAROLAN et al. « Universal linear optics ». *Science* 349.6249 (août 2015), p. 711-716. ISSN : 1095-9203. DOI : [10.1126/science.aab3642](https://doi.org/10.1126/science.aab3642). URL : <http://dx.doi.org/10.1126/science.aab3642> (cf. p. 113).
- [28] A. CAVAILLÈS, H. LE JEANNIC, J. RASKOP, G. GUCCIONE, D. MARKHAM, E. DIAMANTI, M. D. SHAW, V. B. VERMA, S. W. NAM et J. LAURAT. « Demonstration of Einstein-Podolsky-Rosen Steering Using Hybrid Continuous- and Discrete-Variable Entanglement of Light ». *Phys. Rev. Lett.* 121 (17 oct. 2018), p. 170403. DOI : [10.1103/PhysRevLett.121.170403](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.121.170403). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.121.170403> (cf. p. 51).

- [29] L. CHANVILLARD, P. ASCHIÉRI, P. BALDI, D. B. OSTROWSKY, M. de MICHELI, L. HUANG et D. J. BAMFORD. « Soft proton exchange on periodically poled LiNbO₃ : A simple waveguide fabrication process for highly efficient nonlinear interactions ». *Applied Physics Letters* 76.9 (2000), p. 1089-1091. DOI : 10.1063/1.125948. URL : <http://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.125948> (cf. p. 126).
- [30] Andreas CHRIST, Benjamin BRECHT, Wolfgang MAUERER et Christine SILBERHORN. « Theory of quantum frequency conversion and type-II parametric down-conversion in the high-gain regime ». *New Journal of Physics* 15.5 (mai 2013), p. 053038. DOI : 10.1088/1367-2630/15/5/053038. URL : <https://doi.org/10.1088/1367-2630/15/5/053038> (cf. p. 96).
- [31] Andreas CHRIST et Christine SILBERHORN. « Limits on the deterministic creation of pure single-photon states using parametric down-conversion ». *Physical Review A* 85.2 (fév. 2012). ISSN : 1094-1622. DOI : 10.1103/physreva.85.023829. URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.85.023829> (cf. p. 62).
- [32] Virginia D'AURIA, Bruno FEDRICI, Lutfi Arif NGAH, Florian KAISER, Laurent LABONTÉ, Olivier ALIBART et Sébastien TANZILLI. « A universal, plug-and-play synchronisation scheme for practical quantum networks ». *npj Quantum Information* 6.1 (déc. 2020). DOI : 10.1038/s41534-020-0245-9. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03029606> (cf. p. 80).
- [33] M. DAKNA, T. ANHUT, T. OPATRŇY, L. KNÖLL et D.-G. WELSCH. « Generating Schrödinger-cat-like states by means of conditional measurements on a beam splitter ». *Phys. Rev. A* 55 (4 avr. 1997), p. 3184-3194. DOI : 10.1103/PhysRevA.55.3184. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.55.3184> (cf. p. 47).
- [34] Ronald W. P. DREVER, John L. HALL, Frank V. KOWALSKI, James HOUGH, G. M. FORD, A. J. MUNLEY et H. WARD. « Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator ». *Applied Physics B* 31 (1983), p. 97-105 (cf. p. 86, 90).
- [35] E.LITTRÉ. *Dictionnaire de la langue française*. URL : <https://www.littre.org/definition/information> (cf. p. 3).
- [36] Andreas ECKSTEIN, Benjamin BRECHT et Christine SILBERHORN. « A quantum pulse gate based on spectrally engineered sum frequency generation ». *Optics Express* 19.15 (juill. 2011), p. 13770. DOI : 10.1364/oe.19.013770. URL : <https://doi.org/10.1364%2Foe.19.013770> (cf. p. 96).
- [37] Andreas ECKSTEIN, Andreas CHRIST, Peter J. MOSLEY et Christine SILBERHORN. « Highly Efficient Single-Pass Source of Pulsed Single-Mode Twin Beams of Light ». *Phys. Rev. Lett.* 106 (1 jan. 2011), p. 013603. DOI : 10.1103/PhysRevLett.106.013603. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.106.013603> (cf. p. 96).
- [38] Artur K. EKERT. « Quantum cryptography based on Bell's theorem ». *Phys. Rev. Lett.* 67 (6 août 1991), p. 661-663. DOI : 10.1103/PhysRevLett.67.661. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.67.661> (cf. p. 14, 44).

- [39] C. FABRE, E. GIACOBINO, A. HEIDMANN, L. LUGIATO, S. REYNAUD, M. VADACCHINO et Wang KAIGE. « Squeezing in detuned degenerate optical parametric oscillators ». *Quantum Optics* 2 (1990), p. 159 (cf. p. 132).
- [40] C. FABRE et N. TREPS. « Modes and states in quantum optics ». *Reviews of Modern Physics* 92.3 (sept. 2020). ISSN : 1539-0756. DOI : [10.1103/revmodphys.92.035005](https://doi.org/10.1103/revmodphys.92.035005). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.92.035005> (cf. p. 7).
- [41] Bruno FEDRICI. « Solutions évolutives pour les réseaux de communication quantique ». Theses. Université Côte d'Azur, déc. 2017. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01814311> (cf. p. 120).
- [42] Societa FISICA, Frédéric GROSSHANS et P. GRANGIER. « Eur. Phys. J. D 14, 119–125 (2001) » (mars 2004) (cf. p. 41).
- [43] A. FURUSAWA, J. L. SØRENSEN, S. L. BRAUNSTEIN, C. A. FUCHS, H. J. KIMBLE et E. S. POLZIK. « Unconditional Quantum Teleportation ». *Science* 282.5389 (1998), p. 706-709. DOI : [10.1126/science.282.5389.706](https://doi.org/10.1126/science.282.5389.706). eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.282.5389.706>. URL : <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.282.5389.706> (cf. p. 39, 86).
- [44] Christian GABRIEL, Christoffer WITTMANN, Bastian HACKER, Wolfgang MAUERER, Elanor HUNTINGTON, Metin SABUNCU, Christoph MARQUARDT et Gerd LEUCHS. « A High-Speed Secure Quantum Random Number Generator Based on Vacuum States ». *Conference on Lasers and Electro-Optics 2012*. Optical Society of America, 2012, JW4A.103. DOI : [10.1364/CLEO_AT.2012.JW4A.103](https://doi.org/10.1364/CLEO_AT.2012.JW4A.103). URL : http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=CLEO_AT-2012-JW4A.103 (cf. p. 39).
- [45] Philippe GENEVAUX. « Le multiplexage de mode spatial pour augmenter le débit dans les fibres optiques ». Theses. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, mai 2016. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01470296> (cf. p. 96).
- [46] Titus GHERMAN et Daniele ROMANINI. « Mode-locked cavity-enhanced absorption spectroscopy ». *Opt. Express* 10.19 (sept. 2002), p. 1033-1042. DOI : [10.1364/OE.10.001033](https://doi.org/10.1364/OE.10.001033). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-10-19-1033> (cf. p. 86).
- [47] A GILCHRIST, Kae NEMOTO, W J MUNRO, T C RALPH, S GLANCY, Samuel L BRAUNSTEIN et G J MILBURN. « Schrödinger cats and their power for quantum information processing ». *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics* 6.8 (juill. 2004), S828-S833. ISSN : 1741-3575. DOI : [10.1088/1464-4266/6/8/032](https://doi.org/10.1088/1464-4266/6/8/032). URL : <http://dx.doi.org/10.1088/1464-4266/6/8/032> (cf. p. 46).
- [48] Nicolas GISIN, Gregoire RIBORDY, Wolfgang TITTEL et Hugo ZBINDEN. « Quantum cryptography ». *Reviews of Modern Physics* 74.1 (mars 2002), p. 145-195. ISSN : 1539-0756. DOI : [10.1103/revmodphys.74.145](https://doi.org/10.1103/revmodphys.74.145). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/RevModPhys.74.145> (cf. p. 44, 55).

- [49] Roy J. GLAUBER. « Coherent and Incoherent States of the Radiation Field ». *Phys. Rev.* 131 (6 sept. 1963), p. 2766-2788. DOI : [10.1103/PhysRev.131.2766](https://doi.org/10.1103/PhysRev.131.2766). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.131.2766> (cf. p. 18).
- [50] Elie GOUZIEN. « Optique quantique multimode pour le traitement de l'information quantique ». Theses. COMUE Université Côte d'Azur (2015 - 2019), déc. 2019. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-02885960> (cf. p. 56, 63).
- [51] Élie GOUZIEN, Floriane BRUNEL, Sébastien TANZILLI et Virginia D'AURIA. « Scheme for the generation of hybrid entanglement between time-bin and wavelike encodings ». *Physical Review A* 102.1 (juill. 2020). ISSN : 2469-9934. DOI : [10.1103/PhysRevA.102.012603](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.102.012603). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.102.012603> (cf. p. 56).
- [52] C GRAF et al. « Design of a speed meter interferometer proof-of-principle experiment ». *Classical and Quantum Gravity* 31.21 (oct. 2014), p. 215009. DOI : [10.1088/0264-9381/31/21/215009](https://doi.org/10.1088/0264-9381/31/21/215009). URL : <https://doi.org/10.1088/0264-9381/31/21/215009> (cf. p. 40).
- [53] Frédéric GROSSHANS et Philippe GRANGIER. « Continuous Variable Quantum Cryptography Using Coherent States ». *Phys. Rev. Lett.* 88 (5 jan. 2002), p. 057902. DOI : [10.1103/PhysRevLett.88.057902](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.057902). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.88.057902> (cf. p. 39).
- [54] Gilbert GRYNBERG, Alain ASPECT et Claude FABRE. *Introduction to quantum optics : from the semi-classical approach to quantized light*. New York, NY : Cambridge Univ. Press, 2010. URL : <https://cds.cern.ch/record/1309862> (cf. p. 7, 8, 11, 13, 33).
- [55] T.W. HANSCH et B. COUILLAUD. « Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity ». *Optics Communications* 35.3 (1980), p. 441-444. ISSN : 0030-4018. DOI : [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(80\)90069-3](https://doi.org/10.1016/0030-4018(80)90069-3). URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0030401880900693> (cf. p. 86).
- [56] E. HECHT. *Optics*. Pearson Education, Incorporated, 2017. ISBN : 9780133977226. URL : <https://books.google.fr/books?id=ZarLoQEACAAJ> (cf. p. 128).
- [57] Ansgar HELLWIG. « Nonlinear Optical and Photorefractive Properties of Periodically Poled Channel Waveguides in Lithium Niobate ». Thèse de doct. University of Paderborn, nov. 2010 (cf. p. 127).
- [58] Fedor HERBUT. « On Schmidt Decomposition : Approach Based on Correlation Operator as Bipartite Entanglement Entity ». *Quanta* 7 (fév. 2018), p. 19. DOI : [10.12743/quanta.v7i1.69](https://doi.org/10.12743/quanta.v7i1.69) (cf. p. 35).
- [59] Takuya HIRANO, K KOTANI, T ISHIBASHI, S OKUDE et T KUWAMOTO. « 3 dB squeezing by single-pass parametric amplification in a periodically poled KTiOPO₄ crystal ». *Optics letters* 30 (août 2005), p. 1722-4. DOI : [10.1364/OL.30.001722](https://doi.org/10.1364/OL.30.001722) (cf. p. 31).

- [60] Duan HUANG, Jian FANG, Chao WANG, Peng HUANG et Gui-Hua ZENG. « A 300-MHz Bandwidth Balanced Homodyne Detector for Continuous Variable Quantum Key Distribution ». *Chinese Physics Letters* 30.11 (nov. 2013), p. 114209. DOI : [10.1088/0256-307x/30/11/114209](https://doi.org/10.1088/0256-307x/30/11/114209). URL : <https://doi.org/10.1088/0256-307x/30/11/114209> (cf. p. 106).
- [61] K. HUANG et al. « Optical Synthesis of Large-Amplitude Squeezed Coherent-State Superpositions with Minimal Resources ». *Physical Review Letters* 115.2 (juill. 2015). ISSN : 1079-7114. DOI : [10.1103/PhysRevLett.115.023602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.023602). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.115.023602> (cf. p. 51).
- [62] Kun HUANG. « Optical hybrid architectures for quantum information processing. » Thèse de doct. Ecole normale supérieure - ENS PARIS, 2015 (cf. p. 129).
- [63] R.L. HUDSON. « When is the wigner quasi-probability density non-negative? » *Reports on Mathematical Physics* 6.2 (1974), p. 249-252. ISSN : 0034-4877. DOI : [https://doi.org/10.1016/0034-4877\(74\)90007-X](https://doi.org/10.1016/0034-4877(74)90007-X). URL : <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/003448777490007X> (cf. p. 17).
- [64] H. Le JEANNIC, A. CAVAILLÈS, J. RASKOP, K. HUANG et J. LAURAT. « Remote preparation of continuous-variable qubits using loss-tolerant hybrid entanglement of light ». *Optica* 5.8 (août 2018), p. 1012-1015. DOI : [10.1364/OPTICA.5.001012](https://doi.org/10.1364/OPTICA.5.001012). URL : <http://www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?URI=optica-5-8-1012> (cf. p. 51, 73).
- [65] Hyunseok JEONG, Alessandro ZAVATTA, Minsu KANG, Seung-Woo LEE, Luca Salvatore COSTANZO, Samuele GRANDI, Timothy C. RALPH et Marco BELLINI. « Generation of hybrid entanglement of light ». *Nature Photonics* 8 (2014), p. 564-569 (cf. p. 50, 63, 68).
- [66] Jeongwan JIN, Jean-Philippe BOURGOIN, Ramy TANNOUS, Sascha AGNE, Christopher J. PUGH, Katanya B. KUNTZ, Brendon L. HIGGINS et Thomas JENNEWWEIN. « Genuine time-bin-encoded quantum key distribution over a turbulent depolarizing free-space channel ». *Opt. Express* 27.26 (déc. 2019), p. 37214-37223. DOI : [10.1364/OE.27.037214](https://doi.org/10.1364/OE.27.037214). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-27-26-37214> (cf. p. 67).
- [67] R. Jason JONES et Jean-Claude DIELS. « Frequency domain control of femtosecond pulse trains with Fabry-Perot reference cavities for optical frequency metrology ». *Ultrafast Phenomena*. Optical Society of America, 2000, MF31. DOI : [10.1364/UP.2000.MF31](https://doi.org/10.1364/UP.2000.MF31). URL : <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=UP-2000-MF31> (cf. p. 86).
- [68] Richard JOZSA. « Fidelity for Mixed Quantum States ». *Journal of Modern Optics* 41.12 (1994), p. 2315-2323. DOI : [10.1080/09500349414552171](https://doi.org/10.1080/09500349414552171). eprint : <https://doi.org/10.1080/09500349414552171>. URL : <https://doi.org/10.1080/09500349414552171> (cf. p. 16).

- [69] F. KAISER, B. FEDRICI, A. ZAVATTA, V. D'AURIA et S. TANZILLI. « A fully guided-wave squeezing experiment for fiber quantum networks ». *Optica* 3.4 (avr. 2016), p. 362-365. DOI : [10.1364/OPTICA.3.000362](https://doi.org/10.1364/OPTICA.3.000362). URL : <http://www.osapublishing.org/optica/abstract.cfm?URI=optica-3-4-362> (cf. p. [31](#), [119](#), [121](#), [125](#), [133](#)).
- [70] Takahiro KASHIWAZAKI, Naoto TAKANASHI, Taichi YAMASHIMA, Takushi KAZAMA, Koji ENBUTSU, Ryoichi KASAHARA, Takeshi UMEKI et Akira FURUSAWA. « Continuous-wave 6-dB-squeezed light with 2.5-THz-bandwidth from single-mode PPLN waveguide ». *APL Photonics* 5.3 (mars 2020), p. 036104. ISSN : 2378-0967. DOI : [10.1063/1.5142437](https://doi.org/10.1063/1.5142437). URL : <http://dx.doi.org/10.1063/1.5142437> (cf. p. [124](#)).
- [71] Kiyoshi KATO et Eiko TAKAOKA. « Sellmeier and thermo-optic dispersion formulas for KTP ». *Appl. Opt.* 41.24 (août 2002), p. 5040-5044. DOI : [10.1364/AO.41.005040](https://doi.org/10.1364/AO.41.005040). URL : <http://www.osapublishing.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-41-24-5040> (cf. p. [97](#)).
- [72] Anatole KENFACK et Karol YCZKOWSKI. « Negativity of the Wigner function as an indicator of non-classicality ». *Journal of Optics B : Quantum and Semiclassical Optics* 6.10 (août 2004), p. 396-404. DOI : [10.1088/1464-4266/6/10/003](https://doi.org/10.1088/1464-4266/6/10/003). URL : <https://doi.org/10.1088/1464-4266/6/10/003> (cf. p. [17](#)).
- [73] M. S. KIM, W. SON, V. BUŽEK et P. L. KNIGHT. « Entanglement by a beam splitter : Nonclassicality as a prerequisite for entanglement ». *Physical Review A* 65.3 (fév. 2002). ISSN : 1094-1622. DOI : [10.1103/physreva.65.032323](https://doi.org/10.1103/physreva.65.032323). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.65.032323> (cf. p. [26](#)).
- [74] Jan KLAERS, Julian SCHMITT, Frank VEWINGER et Martin WEITZ. « Bose-Einstein condensation of photons in an optical microcavity ». *Nature* 468.7323 (nov. 2010), p. 545-548. ISSN : 1476-4687. DOI : [10.1038/nature09567](https://doi.org/10.1038/nature09567). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nature09567> (cf. p. [86](#)).
- [75] Mikhail I. KOLOBOV et Claude FABRE. « Quantum Limits on Optical Resolution ». *Phys. Rev. Lett.* 85 (18 oct. 2000), p. 3789-3792. DOI : [10.1103/PhysRevLett.85.3789](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.3789). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.3789> (cf. p. [8](#)).
- [76] Yongfa KONG, Shiguo LIU et Jingjun XU. « Recent Advances in the Photorefractive of Doped Lithium Niobate Crystals ». *Materials* 5.10 (oct. 2012), p. 1954-1971. ISSN : 1996-1944. DOI : [10.3390/ma5101954](https://doi.org/10.3390/ma5101954). URL : <http://www.mdpi.com/1996-1944/5/10/1954> (cf. p. [126](#)).
- [77] S. M. KOSTRITSKII. « Photorefractive effect in LiNbO₃-based integrated-optical circuits at wavelengths of third telecom window ». *Applied Physics B* 95.3 (juin 2009), p. 421-428. ISSN : 1432-0649. DOI : [10.1007/s00340-009-3501-4](https://doi.org/10.1007/s00340-009-3501-4). URL : <https://doi.org/10.1007/s00340-009-3501-4> (cf. p. [125](#)).
- [78] Karsten KREIS. *Characterizing And Exploiting Hybrid Entanglement*. 2012. arXiv : [1211.2880](https://arxiv.org/abs/1211.2880) [quant-ph] (cf. p. [48](#)).

- [79] D. KUIZENGA et A. SIEGMAN. « FM and AM mode locking of the homogeneous laser - Part I : Theory ». *IEEE Journal of Quantum Electronics* 6.11 (1970), p. 694-708. DOI : [10.1109/JQE.1970.1076343](https://doi.org/10.1109/JQE.1970.1076343) (cf. p. 82).
- [80] R. KUMAR, E. BARRIOS, A. MACRAE, E. CAIRNS, E.H. HUNTINGTON et A.I. LVOVSKY. « Versatile wideband balanced detector for quantum optical homodyne tomography ». *Optics Communications* 285.24 (nov. 2012), p. 5259-5267. ISSN : 0030-4018. DOI : [10.1016/j.optcom.2012.07.103](https://doi.org/10.1016/j.optcom.2012.07.103). URL : <http://dx.doi.org/10.1016/j.optcom.2012.07.103> (cf. p. 106).
- [81] Hyukjoon KWON et Hyunseok JEONG. « Generation of hybrid entanglement between a single-photon polarization qubit and a coherent state ». *Physical Review A* 91.1 (jan. 2015). ISSN : 1094-1622. DOI : [10.1103/PhysRevA.91.012340](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.012340). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.91.012340> (cf. p. 50).
- [82] Mikkel V. LARSEN, Xueshi GUO, Casper R. BREUM, Jonas S. NEERGAARD-NIELSEN et Ulrik L. ANDERSEN. « Deterministic generation of a two-dimensional cluster state ». *Science* 366.6463 (2019), p. 369-372. DOI : [10.1126/science.aay4354](https://doi.org/10.1126/science.aay4354). eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.aay4354>. URL : <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.aay4354> (cf. p. 113).
- [83] H. LE JEANNIC, A. CAVAILLÈS, J. RASKOP, K. HUANG et J. LAURAT. « Remote preparation of continuous-variable qubits using loss-tolerant hybrid entanglement of light ». *Optica* 5.8 (août 2018), p. 1012. ISSN : 2334-2536. DOI : [10.1364/optica.5.001012](https://doi.org/10.1364/optica.5.001012). URL : <http://dx.doi.org/10.1364/OPTICA.5.001012> (cf. p. 64).
- [84] Seung-Woo LEE et Hyunseok JEONG. « Near-deterministic quantum teleportation and resource-efficient quantum computation using linear optics and hybrid qubits ». *Phys. Rev. A* 87 (2 fév. 2013), p. 022326. DOI : [10.1103/PhysRevA.87.022326](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.87.022326). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.87.022326> (cf. p. 50).
- [85] Francesco LENZINI et al. « Integrated photonic platform for quantum information with continuous variables ». *Science Advances* 4.12 (2018), p. 1-8. ISSN : 23752548. DOI : [10.1126/sciadv.aat9331](https://doi.org/10.1126/sciadv.aat9331) (cf. p. 125).
- [86] U LEONHARDT. « Measuring the Quantum State of Light ». *Measurement Science and Technology* 11.12 (nov. 2000), p. 1827-1828. DOI : [10.1088/0957-0233/11/12/706](https://doi.org/10.1088/0957-0233/11/12/706). URL : <https://doi.org/10.1088/0957-0233/11/12/706> (cf. p. 16, 17).
- [87] Shujing LI, Hongmei YAN, Yaya HE et Hai WANG. « Experimentally feasible generation protocol for polarized hybrid entanglement ». *Phys. Rev. A* 98 (2 août 2018), p. 022334. DOI : [10.1103/PhysRevA.98.022334](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.98.022334). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.98.022334> (cf. p. 69).
- [88] Stefan LISCHKE, Dieter KNOLL, Christian MAI, Lars ZIMMERMANN, Anna PECZEK, Marcel KROH, Andreas TRUSCH, Edgar KRUNE, Karsten VOIGT et A. MAI. « High bandwidth, high responsivity waveguide-coupled germanium p-i-n photodiode ». *Opt. Express* 23.21 (oct. 2015), p. 27213-27220. DOI : [10.1364/OE.23.027213](https://doi.org/10.1364/OE.23.027213).

- URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-23-21-27213> (cf. p. 115).
- [89] M. LISCIDINI et J. E. SIPE. « Stimulated Emission Tomography ». *Phys. Rev. Lett.* 111 (19 nov. 2013), p. 193602. DOI : [10.1103/PhysRevLett.111.193602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.193602). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.111.193602> (cf. p. 102).
- [90] Seth LLOYD et Samuel L. BRAUNSTEIN. « Quantum Computation over Continuous Variables ». *Phys. Rev. Lett.* 82 (8 fév. 1999), p. 1784-1787. DOI : [10.1103/PhysRevLett.82.1784](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.1784). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.82.1784> (cf. p. 30).
- [91] P. van LOOCK, W. J. MUNRO, Kae NEMOTO, T. P. SPILLER, T. D. LADD, Samuel L. BRAUNSTEIN et G. J. MILBURN. « Hybrid quantum computation in quantum optics ». *Phys. Rev. A* 78 (2 août 2008), p. 022303. DOI : [10.1103/PhysRevA.78.022303](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.78.022303). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.78.022303> (cf. p. 51).
- [92] Rodney LOUDON. *The Quantum Theory of Light*. Oxford : Clarendon Press, 1973. URL : <https://cds.cern.ch/record/105699> (cf. p. 7, 11, 16).
- [93] A. P. LUND et T. C. RALPH. « Nondeterministic gates for photonic single-rail quantum logic ». *Physical Review A* 66.3 (sept. 2002). ISSN : 1094-1622. DOI : [10.1103/physreva.66.032307](https://doi.org/10.1103/physreva.66.032307). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.66.032307> (cf. p. 44).
- [94] A. P. LUND, T. C. RALPH et H. L. HASELGROVE. « Fault-Tolerant Linear Optical Quantum Computing with Small-Amplitude Coherent States ». *Phys. Rev. Lett.* 100 (3 jan. 2008), p. 030503. DOI : [10.1103/PhysRevLett.100.030503](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.100.030503). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.030503> (cf. p. 46).
- [95] N. LÜTKENHAUS et Stephen M. BARNETT. « Nonclassical effects in phase space ». *Phys. Rev. A* 51 (4 avr. 1995), p. 3340-3342. DOI : [10.1103/PhysRevA.51.3340](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.51.3340). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.51.3340> (cf. p. 17).
- [96] A. I. LVOVSKY, Philippe GRANGIER, Alexei OURJOUNTSEV, Valentina PARIGI, Masahide SASAKI et Rosa TUALLE-BROURI. *Production and applications of non-Gaussian quantum states of light*. 2020. arXiv : [2006.16985](https://arxiv.org/abs/2006.16985) [quant-ph] (cf. p. 96).
- [97] A. I. LVOVSKY et M. G. RAYMER. « Continuous-variable optical quantum-state tomography ». *Rev. Mod. Phys.* 81 (1 mars 2009), p. 299-332. DOI : [10.1103/RevModPhys.81.299](https://doi.org/10.1103/RevModPhys.81.299). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/RevModPhys.81.299> (cf. p. 39).
- [98] Dylan H. MAHLER, Francesco RAFFAELLI, Giacomo FERRANTI, Philip SIBSON, Jake E. KENNARD, Alberto SANTAMATO, Gary SINCLAIR, Damien BONNEAU, Mark G. THOMPSON et Jonathan C. F. MATTHEWS. « An On-chip Homodyne Detector for Measuring Quantum States ». *Conference on Lasers and Electro-Optics*. Optical Society of America, 2017, JTh3E.6. URL : http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=CLEO_SI-2017-JTh3E.6 (cf. p. 106).

- [99] I. MARCIKIC, H. de RIEDMATTEN, W. TITTEL, V. SCARANI, H. ZBINDEN et N. Gisin. « Time-bin entangled qubits for quantum communication created by femtosecond pulses ». *Physical Review A* 66.6 (déc. 2002). ISSN : 1094-1622. DOI : [10.1103/physreva.66.062308](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.66.062308). URL : <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.66.062308> (cf. p. 67).
- [100] A. V. MASALOV, A. KUZHAMURATOV et A. I. LVOVSKY. « Noise spectra in balanced optical detectors based on transimpedance amplifiers ». *Review of Scientific Instruments* 88.11 (2017), p. 113109. DOI : [10.1063/1.5004561](https://doi.org/10.1063/1.5004561). eprint : <https://doi.org/10.1063/1.5004561>. URL : <https://doi.org/10.1063/1.5004561> (cf. p. 115).
- [101] Renné MEDEIROS DE ARAUJO. « Génération et manipulation de peignes de fréquences quantiques multimodes ». Theses. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, nov. 2012. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00771444> (cf. p. 86).
- [102] Moritz MEHMET, Stefan AST, Tobias EBERLE, Sebastian STEINLECHNER, Henning VAHLBRUCH et Roman SCHNABEL. « Squeezed light at 1550 nm with a quantum noise reduction of 12.3 dB ». *Opt. Express* 19.25 (déc. 2011), p. 25763-25772. DOI : [10.1364/OE.19.025763](https://doi.org/10.1364/OE.19.025763). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-19-25-25763> (cf. p. 30).
- [103] Nicolas C. MENICUCCI, Peter van LOOCK, Mile GU, Christian WEEDBROOK, Timothy C. RALPH et Michael A. NIELSEN. « Universal Quantum Computation with Continuous-Variable Cluster States ». *Phys. Rev. Lett.* 97 (11 sept. 2006), p. 110501. DOI : [10.1103/PhysRevLett.97.110501](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.97.110501). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.110501> (cf. p. 39).
- [104] Guy MILLOT, Stéphane PITOIS, Ming YAN, Tatevik HOVHANNISYAN, Abdelkrim BENDAHMANE, Theodor W. HANSCH et Nathalie PICQUE. « Frequency-agile dual-comb spectroscopy ». *Nature Photonics* 10.1 (déc. 2015), p. 27-30. ISSN : 1749-4893. DOI : [10.1038/nphoton.2015.250](https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.250). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2015.250> (cf. p. 39).
- [105] F. MONDAIN, T. LUNGI, A. ZAVATTA, E. GOUZIEN, F. DOUTRE, M. De MICHELI, S. TANZILLI et V. D'AURIA. « Chip-based squeezing at a telecom wavelength ». *Photon. Res.* 7.7 (juill. 2019), A36-A39. DOI : [10.1364/PRJ.7.000A36](https://doi.org/10.1364/PRJ.7.000A36). URL : <http://www.osapublishing.org/prj/abstract.cfm?URI=prj-7-7-A36> (cf. p. 31, 125, 130, 131).
- [106] C. MONROE, D. M. MEEKHOF, B. E. KING et D. J. WINELAND. « A Schrödinger Cat Superposition State of an Atom ». *Science* 272.5265 (1996), p. 1131-1136. DOI : [10.1126/science.272.5265.1131](https://doi.org/10.1126/science.272.5265.1131). eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.272.5265.1131>. URL : <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.272.5265.1131> (cf. p. 46).
- [107] Luigi MORETTI, Mario IODICE, Francesco G. DELLA CORTE et Ivo RENDINA. « Temperature dependence of the thermo-optic coefficient of lithium niobate, from 300 to 515 K in the visible and infrared regions ». *Journal of Applied Physics* 98.3 (2005), p. 036101. DOI : [10.1063/1.1988987](https://doi.org/10.1063/1.1988987). eprint : <https://doi.org/10.1063/1.1988987>. URL : <https://doi.org/10.1063/1.1988987> (cf. p. 127).

- [108] Olivier MORIN. « Non-Gaussian states and measurements for quantum information ». Theses. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, déc. 2013. URL : <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01066655> (cf. p. 21).
- [109] Olivier MORIN, Kun HUANG, Jianli LIU, Hanna LE JEANNIC, Claude FABRE et Julien LAURAT. « Remote creation of hybrid entanglement between particle-like and wave-like optical qubits ». *Nature Photonics* 8.7 (juin 2014), p. 570-574. ISSN : 1749-4893. DOI : 10.1038/nphoton.2014.137. URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2014.137> (cf. p. 50, 51, 68).
- [110] Jay N.DAMASK. *Polarization Optics in telecommunication*. Springer, 2005 (cf. p. 70).
- [111] Sae Woo NAM, A. LITA, D. ROSENBERG et A.J. MILLER. « Optical and near-infrared photon detection with superconducting transition-edge sensors » (2006), p. 17-18. DOI : 10.1109/LEOSST.2006.1694046 (cf. p. 38).
- [112] Chandra M NATARAJAN, Michael G TANNER et Robert H HADFIELD. « Superconducting nanowire single-photon detectors : physics and applications ». *Superconductor Science and Technology* 25.6 (avr. 2012), p. 063001. DOI : 10.1088/0953-2048/25/6/063001. URL : <https://doi.org/10.1088/0953-2048/25/6/063001> (cf. p. 38).
- [113] J. S. NEERGAARD-NIELSEN, B. Melholt NIELSEN, C. HETTICH, K. MØLMER et E. S. POLZIK. « Generation of a Superposition of Odd Photon Number States for Quantum Information Networks ». *Phys. Rev. Lett.* 97 (8 août 2006), p. 083604. DOI : 10.1103/PhysRevLett.97.083604. URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.97.083604> (cf. p. 47).
- [114] Rajveer NEHRA, Chun-Hung CHANG, Qianhuan YU, Andreas BELING et Olivier PFISTER. « Photon-number-resolving segmented detectors based on single-photon avalanche-photodiodes ». *Opt. Express* 28.3 (fév. 2020), p. 3660-3675. DOI : 10.1364/OE.380416. URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-28-3-3660> (cf. p. 38).
- [115] Michael A. NIELSEN et Isaac L. CHUANG. *Quantum Computation and Quantum Information*. Cambridge University Press, 2000 (cf. p. 37).
- [116] Michael A. NIELSEN et Isaac L. CHUANG. *Quantum Computation and Quantum Information : 10th Anniversary Edition*. Cambridge University Press, 2010. DOI : 10.1017/CBO9780511976667 (cf. p. 35).
- [117] Michael A. NIELSEN et Isaac L. CHUANG. *Quantum Computation and Quantum Information : 10th Anniversary Edition*. 10th. USA : Cambridge University Press, 2011. ISBN : 1107002176 (cf. p. 14).
- [118] Alexei OURJOUNTSEV. « Étude théorique et expérimentale de superpositions quantiques cohérentes et d'états intriqués non-gaussiens de la lumière ». Theses. Université Paris Sud - Paris XI, nov. 2007. URL : <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-00200715> (cf. p. 106).

- [119] Alexei OURJOUNTSEV, Rosa TUALLE-BROURI, Julien LAURAT et Philippe GRANGIER. « Generating Optical Schrödinger Kittens for Quantum Information Processing ». *Science* 312.5770 (2006), p. 83-86. DOI : [10.1126/science.1122858](https://doi.org/10.1126/science.1122858). eprint : <https://www.science.org/doi/pdf/10.1126/science.1122858>. URL : <https://www.science.org/doi/abs/10.1126/science.1122858> (cf. p. 47).
- [120] Stefano PAESANI, Yunhong DING, Raffaele SANTAGATI, Levon CHAKHMAKHCHYAN, Caterina VIGLIAR, Karsten ROTTWITT, Leif K. OXENLØWE, Jianwei WANG, Mark G. THOMPSON et Anthony LAING. « Generation and sampling of quantum states of light in a silicon chip ». *Nature Physics* 15.9 (juill. 2019), p. 925-929. ISSN : 1745-2481. DOI : [10.1038/s41567-019-0567-8](https://doi.org/10.1038/s41567-019-0567-8). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41567-019-0567-8> (cf. p. 113).
- [121] Shantanu PAL, Bijoy DAS et Wolfgang SOHLER. « Photorefractive damage resistance in Ti:PPLN waveguides with ridge geometry ». *Applied Physics B* 120 (août 2015), p. 737-749. DOI : [10.1007/s00340-015-6191-0](https://doi.org/10.1007/s00340-015-6191-0) (cf. p. 119, 132).
- [122] Chae-Yeun PARK et Hyunseok JEONG. « Bell-inequality tests using asymmetric entangled coherent states in asymmetric lossy environments ». *Phys. Rev. A* 91 (4 avr. 2015), p. 042328. DOI : [10.1103/PhysRevA.91.042328](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.91.042328). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.91.042328> (cf. p. 46).
- [123] Kimin PARK et Hyunseok JEONG. « Entangled coherent states versus entangled photon pairs for practical quantum-information processing ». *Phys. Rev. A* 82 (6 déc. 2010), p. 062325. DOI : [10.1103/PhysRevA.82.062325](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.82.062325). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.82.062325> (cf. p. 48).
- [124] Kimin PARK, Seung-Woo LEE et Hyunseok JEONG. « Quantum teleportation between particlelike and fieldlike qubits using hybrid entanglement under decoherence effects ». *Phys. Rev. A* 86 (6 déc. 2012), p. 062301. DOI : [10.1103/PhysRevA.86.062301](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.86.062301). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.86.062301> (cf. p. 64, 69).
- [125] Taewon PARK, Youngjae JEONG et Kyoungsik YU. « Cascaded optical resonator-based programmable photonic integrated circuits ». *Opt. Express* 29.3 (fév. 2021), p. 4645-4660. DOI : [10.1364/OE.415545](https://doi.org/10.1364/OE.415545). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-29-3-4645> (cf. p. 113).
- [126] Yuriy PARKHOMENKO, Moshe HOROWITZ, Curtis R. MENYUK et Thomas F. CARRUTHERS. « Theoretical study of an actively mode-locked fiber laser stabilized by an intracavity Fabry-Perot etalon : linear regime ». *J. Opt. Soc. Am. B* 24.8 (août 2007), p. 1793-1802. DOI : [10.1364/JOSAB.24.001793](https://doi.org/10.1364/JOSAB.24.001793). URL : <http://www.osapublishing.org/josab/abstract.cfm?URI=josab-24-8-1793> (cf. p. 84).
- [127] M.D. PETROFF et M.G. STAPELBROEK. « Photon-counting solid-state photomultiplier ». *IEEE Transactions on Nuclear Science* 36.1 (1989), p. 158-162. DOI : [10.1109/23.34424](https://doi.org/10.1109/23.34424) (cf. p. 38).

- [128] S. PIRANDOLA, J. EISERT, C. WEEDBROOK, A. FURUSAWA et S. L. BRAUNSTEIN. « Advances in quantum teleportation ». *Nature Photonics* 9.10 (sept. 2015), p. 641-652. DOI : [10.1038/nphoton.2015.154](https://doi.org/10.1038/nphoton.2015.154). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2015.154> (cf. p. 14).
- [129] Alberto POLITI, Jonathan C.F. MATTHEWS, Mark G. THOMPSON et Jeremy L. O'BRIEN. « Integrated Quantum Photonics ». *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 15.6 (2009), p. 1673-1684. DOI : [10.1109/JSTQE.2009.2026060](https://doi.org/10.1109/JSTQE.2009.2026060) (cf. p. 4).
- [130] Francesco RAFFAELLI, Giacomo FERRANTI, Dylan H MAHLER, Philip SIBSON, Jake E KENNARD, Alberto SANTAMATO, Gary SINCLAIR, Damien BONNEAU, Mark G THOMPSON et Jonathan C F MATTHEWS. « A homodyne detector integrated onto a photonic chip for measuring quantum states and generating random numbers ». *Quantum Science and Technology* 3.2 (fév. 2018), p. 025003. ISSN : 2058-9565. DOI : [10.1088/2058-9565/aaa38f](https://doi.org/10.1088/2058-9565/aaa38f). URL : <http://dx.doi.org/10.1088/2058-9565/aaa38f> (cf. p. 113, 115, 124).
- [131] T. C. RALPH, A. GILCHRIST, G. J. MILBURN, W. J. MUNRO et S. GLANCY. « Quantum computation with optical coherent states ». *Phys. Rev. A* 68 (4 oct. 2003), p. 042319. DOI : [10.1103/PhysRevA.68.042319](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.68.042319). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.68.042319> (cf. p. 48).
- [132] J. RAMS, A. ALCÁZAR-DE-VELASCO, M. CARRASCOSA, J.M. CABRERA et F. AGULLÓ-LÓPEZ. « Optical damage inhibition and thresholding effects in lithium niobate above room temperature ». *Optics Communications* 178.1 (2000), p. 211-216. ISSN : 0030-4018. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0030-4018\(00\)00628-3](https://doi.org/10.1016/S0030-4018(00)00628-3). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0030401800006283> (cf. p. 126).
- [133] Jonathan ROSLUND, Renné Medeiros de ARAÚJO, Shifeng JIANG, Claude FABRE et Nicolas TREPS. « Wavelength-multiplexed quantum networks with ultrafast frequency combs ». *Nature Photonics* 8.2 (déc. 2013), p. 109-112. ISSN : 1749-4893. DOI : [10.1038/nphoton.2013.340](https://doi.org/10.1038/nphoton.2013.340). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/nphoton.2013.340> (cf. p. 86, 96).
- [134] J.-P. RUSKE, B. ZEITNER, A. TÜNNERMANN et A.S. RASCH. « Photorefractive effect and high power transmission in LiNbO₃ channel waveguides ». *Electronics Letters* 39.14 (2003), p. 1048. ISSN : 00135194. DOI : [10.1049/e1:20030703](https://doi.org/10.1049/e1:20030703) (cf. p. 129).
- [135] Masahide SASAKI et Shigenari SUZUKI. « Multimode theory of measurement-induced non-Gaussian operation on wideband squeezed light : Analytical formula ». *Physical Review A - PHYS REV A* 73 (jan. 2006), p. 043807-043807 (cf. p. 95).
- [136] Maximilian SCHLOSSHAUER. « The quantum-to-classical transition and decoherence » (2019). arXiv : [1404.2635](https://arxiv.org/abs/1404.2635) [quant-ph] (cf. p. 14).
- [137] Benjamin SCHUMACHER. « Quantum coding ». *Phys. Rev. A* 51 (4 avr. 1995), p. 2738-2747. DOI : [10.1103/PhysRevA.51.2738](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.51.2738). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.51.2738> (cf. p. 3, 13).

- [138] Ryan P. SCOTT, Corey V. BENNETT et Brian H. KOLNER. « AM and high-harmonic FM laser mode locking ». *Appl. Opt.* 36.24 (août 1997), p. 5908-5912. DOI : [10.1364/AO.36.005908](https://doi.org/10.1364/AO.36.005908). URL : <http://www.osapublishing.org/ao/abstract.cfm?URI=ao-36-24-5908> (cf. p. 81).
- [139] Takahiro SERIKAWA et Akira FURUSAWA. « Excess Loss in Homodyne Detection Originating from Distributed Photocurrent Generation in Photodiodes ». *Phys. Rev. Applied* 10 (6 déc. 2018), p. 064016. DOI : [10.1103/PhysRevApplied.10.064016](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.10.064016). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.10.064016> (cf. p. 116).
- [140] C. E. SHANNON. « A mathematical theory of communication ». *The Bell System Technical Journal* 27.3 (1948), p. 379-423. DOI : [10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x](https://doi.org/10.1002/j.1538-7305.1948.tb01338.x) (cf. p. 3).
- [141] Joshua W. SILVERSTONE, Damien BONNEAU, Jeremy L. O'BRIEN et Mark G. THOMPSON. « Silicon Quantum Photonics ». *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 22.6 (nov. 2016), p. 390-402. ISSN : 1558-4542. DOI : [10.1109/jstqe.2016.2573218](https://doi.org/10.1109/jstqe.2016.2573218). URL : <http://dx.doi.org/10.1109/JSTQE.2016.2573218> (cf. p. 113).
- [142] M. STEFSZKY, R. RICKEN, C. EIGNER, V. QUIRING, H. HERRMANN et C. SILBERHORN. « Waveguide Cavity Resonator as a Source of Optical Squeezing ». *Phys. Rev. Applied* 7 (4 avr. 2017), p. 044026. DOI : [10.1103/PhysRevApplied.7.044026](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.7.044026). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevApplied.7.044026> (cf. p. 129, 130).
- [143] Demid V. SYCHEV, Alexander E. ULANOV, Egor S. TIUNOV, Anastasia A. PUSHKINA, A. KUZHAMURATOV, Valery NOVIKOV et A. I. LVOVSKY. « Entanglement and teleportation between polarization and wave-like encodings of an optical qubit ». *Nature Communications* 9.1 (sept. 2018). ISSN : 2041-1723. DOI : [10.1038/s41467-018-06055-x](https://doi.org/10.1038/s41467-018-06055-x). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41467-018-06055-x> (cf. p. 50, 69).
- [144] Shuntaro TAKEDA, Maria FUWA, Peter van LOOCK et Akira FURUSAWA. « Entanglement Swapping between Discrete and Continuous Variables ». *Phys. Rev. Lett.* 114 (10 mars 2015), p. 100501. DOI : [10.1103/PhysRevLett.114.100501](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.114.100501). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.114.100501> (cf. p. 50).
- [145] Michael J. THORPE, David BALSLEV-CLAUSEN, Matthew S. KIRCHNER et Jun YE. « Cavity-enhanced optical frequency comb spectroscopy : application to human breath analysis ». *Opt. Express* 16.4 (fév. 2008), p. 2387-2397. DOI : [10.1364/OE.16.002387](https://doi.org/10.1364/OE.16.002387). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-16-4-2387> (cf. p. 86).
- [146] Lev VAIDMAN. « Teleportation of quantum states ». *Phys. Rev. A* 49 (2 fév. 1994), p. 1473-1476. DOI : [10.1103/PhysRevA.49.1473](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.49.1473). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.49.1473> (cf. p. 34).

- [147] Léopold VIROT et al. « Integrated waveguide PIN photodiodes exploiting lateral Si/Ge/Si heterojunction ». *Opt. Express* 25.16 (août 2017), p. 19487-19496. DOI : [10.1364/OE.25.019487](https://doi.org/10.1364/OE.25.019487). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-25-16-19487> (cf. p. 113).
- [148] Nemanja VOKIĆ, Paul BRANDL, Kerstin SCHNEIDER-HORNSTEIN, Bernhard GOLL et Horst ZIMMERMANN. « 10 Gb/s Switchable Binary/PAM-4 Receiver and Ring Modulator Driver for 3-D Optoelectronic Integration ». *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics* 22.6 (2016), p. 344-352. DOI : [10.1109/JSTQE.2016.2564644](https://doi.org/10.1109/JSTQE.2016.2564644) (cf. p. 115, 124).
- [149] T. VOLK, N. RUBININA et M. WÖHLECKE. « Optical-damage-resistant impurities in lithium niobate ». *J. Opt. Soc. Am. B* 11.9 (sept. 1994), p. 1681-1687. DOI : [10.1364/JOSAB.11.001681](https://doi.org/10.1364/JOSAB.11.001681). URL : <http://josab.osa.org/abstract.cfm?URI=josab-11-9-1681> (cf. p. 126).
- [150] P. K. A. WAI et C. R. MENYUK. « Polarization mode dispersion, decorrelation, and diffusion in optical fibers with randomly varying birefringence ». *Journal of Lightwave Technology* 14.2 (1996), p. 148-157 (cf. p. 69, 70, 72).
- [151] Kentaro WAKUI, Hiroki TAKAHASHI, Akira FURUSAWA et Masahide SASAKI. « Photon subtracted squeezed states generated with periodically poled KTiOPO₄ ». *Opt. Express* 15.6 (mars 2007), p. 3568-3574. DOI : [10.1364/OE.15.003568](https://doi.org/10.1364/OE.15.003568). URL : <http://www.osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-15-6-3568> (cf. p. 47).
- [152] Jianwei WANG, Fabio SCIARRINO, Anthony LAING et Mark G. THOMPSON. « Integrated photonic quantum technologies ». *Nature Photonics* 14.5 (oct. 2019), p. 273-284. ISSN : 1749-4893. DOI : [10.1038/s41566-019-0532-1](https://doi.org/10.1038/s41566-019-0532-1). URL : <http://dx.doi.org/10.1038/s41566-019-0532-1> (cf. p. 124).
- [153] Wojciech WASILEWSKI, A. I. LVOVSKY, Konrad BANASZEK et Czesław RADZEWICZ. « Pulsed squeezed light : Simultaneous squeezing of multiple modes ». *Phys. Rev. A* 73 (6 juin 2006), p. 063819. DOI : [10.1103/PhysRevA.73.063819](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.73.063819). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.73.063819> (cf. p. 34, 35, 95, 97).
- [154] Jérôme WENGER, Rosa TUALLE-BROURI et Philippe GRANGIER. « Non-Gaussian Statistics from Individual Pulses of Squeezed Light ». *Phys. Rev. Lett.* 92 (15 avr. 2004), p. 153601. DOI : [10.1103/PhysRevLett.92.153601](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.92.153601). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.92.153601> (cf. p. 47).
- [155] Sören WENGEROWSKY et al. « Entanglement distribution over a 96-km-long submarine optical fiber ». *Proceedings of the National Academy of Sciences* 116.14 (2019), p. 6684-6688. ISSN : 0027-8424. DOI : [10.1073/pnas.1818752116](https://doi.org/10.1073/pnas.1818752116). eprint : <https://www.pnas.org/content/116/14/6684.full.pdf>. URL : <https://www.pnas.org/content/116/14/6684> (cf. p. 44, 72).
- [156] Masato YOSHIDA, Kazuki YOSHIDA, Keisuke KASAI et Masataka NAKAZAWA. « 1.55 μ m hydrogen cyanide optical frequency-stabilized and 10 GHz repetition-rate-stabilized mode-locked fiber laser ». *Opt. Express* 24.21 (oct. 2016), p. 24287-24296. DOI : [10.1364/OE.24.024287](https://doi.org/10.1364/OE.24.024287). URL : <http://www.>

- osapublishing.org/oe/abstract.cfm?URI=oe-24-21-24287 (cf. p. 84).
- [157] Ken-ichiro YOSHINO, Takao AOKI et Akira FURUSAWA. « Generation of continuous-wave broadband entangled beams using periodically poled lithium niobate waveguides ». *Appl. Phys. Lett.* 90 (2007), p. 041111. DOI : [10.1063/1.2437057](https://doi.org/10.1063/1.2437057) (cf. p. 129).
- [158] Alessandro ZAVATTA, Marco BELLINI, Pier Luigi RAMAZZA, Francesco MARIN et Fortunato Tito ARECCHI. « Time-domain analysis of quantum states of light : noise characterization and homodyne tomography ». *J. Opt. Soc. Am. B* 19.5 (mai 2002), p. 1189-1194. DOI : [10.1364/JOSAB.19.001189](https://doi.org/10.1364/JOSAB.19.001189). URL : <http://www.osapublishing.org/josab/abstract.cfm?URI=josab-19-5-1189> (cf. p. 40).
- [159] Alessandro ZAVATTA, Silvia VICIANI et Marco BELLINI. « Tomographic reconstruction of the single-photon Fock state by high-frequency homodyne detection ». *Phys. Rev. A* 70 (5 nov. 2004), p. 053821. DOI : [10.1103/PhysRevA.70.053821](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.70.053821). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.70.053821> (cf. p. 124).
- [160] M. ZELSE ZUKOWSKI, A. ZEILINGER, M. A. HORNE et A. K. EKERT. « Event-ready-detectors Bell experiment via entanglement swapping ». *Phys. Rev. Lett.* 71 (26 déc. 1993), p. 4287-4290. DOI : [10.1103/PhysRevLett.71.4287](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.4287). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.71.4287> (cf. p. 49).
- [161] Karol ZELSE ZYCZKOWSKI, Pawel HORODECKI, Anna SANPERA et Maciej LEWENSTEIN. « Volume of the set of separable states ». *Phys. Rev. A* 58 (2 août 1998), p. 883-892. DOI : [10.1103/PhysRevA.58.883](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.58.883). URL : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevA.58.883> (cf. p. 63).
- [162] G. ZHANG et al. « An integrated silicon photonic chip platform for continuous-variable quantum key distribution ». *Nature Photonics* (2019) (cf. p. 113).
- [163] Xiaoxiong ZHANG, Yichen ZHANG, Zhengyu LI, Song YU et Hong GUO. « 1.2-GHz Balanced Homodyne Detector for Continuous-Variable Quantum Information Technology ». *IEEE Photonics Journal* 10.5 (oct. 2018), p. 1-10. ISSN : 1943-0647. DOI : [10.1109/jphot.2018.2866514](https://doi.org/10.1109/jphot.2018.2866514). URL : <http://dx.doi.org/10.1109/JPHOT.2018.2866514> (cf. p. 40, 106, 124).

REMERCIEMENTS

Le paragraphe d'Alain DAMASIO (1) a pour moi beaucoup de sens. Le travail d'une thèse a certes un auteur, mais possède finalement plusieurs parents que j'aimerais remercier ici autant pour leur contribution à ce travail que pour les moments de vie qu'ils m'ont donnés et que je range soigneusement dans mon sac à souvenirs. Merci aux premières personnes qui ont lu ce manuscrit, Rosa TUALLE-BROURI et Kamel BENCHEIKH, pour leur lecture attentive et leurs commentaires constructifs, Julien LAURAT avec qui j'ai vraiment apprécié travailler sur les variables hybrides, et Olivier PFISTER avec qui je l'espère continuer à mener de belles recherches.

Un grand merci aux personnes qui m'ont encadré pendant ces années de thèses et particulièrement à toi Virginia D'AURIA, ma directrice de thèse pour les opportunités de collaboration que tu m'as offertes, et pour nos discussions stimulantes aussi bien en physique que sur d'autres sujets. Rares sont les doctorants ayant le privilège de pouvoir parler littérature, histoire, anthropologie, et féminisme avec leur directrice de thèse et je te remercie d'avoir pris le temps pour cela. Merci à Sébastien TANZILLI, mon co-directeur de thèse pour ta confiance, tes conseils et tes paroles qui je me rends compte m'ont fait grandir. Enfin merci à Jean ETESSE, j'ai beaucoup apprécié ta méthodologie, et les discussions que nous avons pu aborder au cours desquelles tes questions pertinentes et rigoureuses m'ont aidé à faire émerger des raisonnements solides du chaos de mes idées. Tiens j'aurais eu besoin de toi pour cette phrase.

Merci, à toute l'équipe photonique et information quantiques notamment à Éric PICHOLLE pour nos discussions en philosophie de la physique et sur la démarche académique. Cela m'a permis de faire le pas de côté dont j'avais besoin par rapport à mon travail de thèse et de prendre de la hauteur sur ce que je fais. Merci Florent DOUTRE pour la bonne humeur et le sourire qui naît sur mon visage maintenant, dès que je vois de l'époxy. Aucune colle ne te résiste! Merci Anthony MARTIN et Grégory SAUDER pour avoir souvent grommelé des solutions lorsque je criais au désespoir "ça marche paaaas!". Merci à Élie GOUZIEN, dont j'ai repris le flambeau, mais je t'avoue que ce n'est pas facile d'obtenir de la lumière cohérente avec une flamme même si sur le papier ça fonctionnait. J'ai beaucoup apprécié travailler avec toi sur le projet Hylight. Merci François MONDAIN dit Francis, je garde en mémoire nos nuits de caractérisation d'accord de phase, les *Cowboys Fringants* en fond sonore². Merci à toi Mohamed MELALKIA FAOUZI. J'ai beaucoup apprécié travailler avec toi sur le projet Hylight, ta rigueur, ta gentillesse ainsi que ta 'zénitude'. Je remercie enfin tous les autres doctorants de notre grande équipe avec qui j'ai passé de très bons moments surtout toi Yoann PELET parce que t'es sympa.

Je tiens aussi à remercier les personnes qui m'ont apporté leur soutien en dehors du laboratoire notamment ma maman Patricia de m'avoir nourri. En effet je suis resté gourde dans mes démonstrations affectives et je reste sur la carte postale que je t'avais rapportée de Bristol. Tu as toujours été présente pour moi et tes paroles, tes idées m'ont

2. Je l'écoute en ce moment;) <https://www.youtube.com/watch?v=bpYj58M7VbU>

aussi nourri et m'ont permis de grandir. Je remercie ma sœur Aurélia mon modèle du spontané et de la création, qui lorsque je trouvais le monde triste et terne m'a appris à trouver le *fun*. Merci à Lionel, mon frère, qui m'a montré que faire une thèse et de la recherche académique est possible pour un Brunel. Merci Caro ma belle-sœur pour tes relectures du manuscrit, et tes corrections d'orthographe. Je ne sé pas se ke j'aurai fé san toi. Je remercie enfin mon père Didier avec qui j'aurais tant aimé partager ce moment de ma vie. J'ai cependant de nombreux souvenirs précieux de lui dans ma besace.

Je voulais aussi remercier les êtres qui ont compté pour moi à Nice et sur qui j'ai pu compter. Les "gens comme moi" pour paraphraser Francis. Tout d'abord Valéria, mon amour qui m'a énormément soutenu pendant ma thèse. Tu m'as beaucoup aidé tant à devenir docteur qu'à devenir un homme, tu n'as pas idée. J'ai beaucoup de chance de t'avoir rencontrée. Merci à toi Léo pour ta folie, et ta joie de vivre. Nous avons vraiment passé du bon temps ensemble et je suis heureux de t'avoir comme ami. Enfin merci à mon chat Shannon-Kira-Maxwell-Beyoncé de m'avoir laissé en vie après l'avoir affublé d'un prénom pareil et d'avoir accepté que je sois son humain un temps. Et enfin que seraient de bons remerciements sans un petit placement de produit : Mes remerciements sincères à Bruno de BUONI pour ses bons cafés latte caramel et sa gentillesse qui m'ont permis de tenir le choc. Enfin merci à toutes les personnes qui auront lu ce manuscrit, à qui j'espère avoir apporté quelque chose.