



HAL
open science

Contrôle des vibrations de flexion des plaques minces au moyen de Trous Noirs Acoustiques augmentés

Guillaume Raybaud

► **To cite this version:**

Guillaume Raybaud. Contrôle des vibrations de flexion des plaques minces au moyen de Trous Noirs Acoustiques augmentés. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université, 2022. Français. NNT : 2022LEMA1012 . tel-03772524

HAL Id: tel-03772524

<https://theses.hal.science/tel-03772524v1>

Submitted on 8 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT

LE MANS UNIVERSITÉ

ÉCOLE DOCTORALE N° 602
Sciences pour l'Ingénieur
Spécialité : *Acoustique*

Par

Guillaume RAYBAUD

**Contrôle des vibrations de flexion des plaques minces au moyen
de Trous Noirs Acoustiques augmentés**

Thèse présentée et soutenue à Le Mans, le 5 juillet 2022

Unité de recherche : UMR CNRS 6613, Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (LAUM)

Thèse N° : 2022LEMA1012

Rapporteurs avant soutenance :

Alain BERRY Professeur, GAUS, Université de Sherbrooke, Canada
Guilhem MICHON Professeur, ISAE-Supaero, Toulouse, France

Composition du Jury :

Président :	Manuel COLLET	Directeur de recherche CNRS, LTDS, École Centrale de Lyon
Examinatrice :	Pauline BUTAUD	Maître de conférences, DMA, FEMTO-ST, Université Bourgogne Franche-Comté
Dir. de thèse :	François GAUTIER	Professeur, LAUM, Le Mans Université
Co-dir. de thèse :	Morvan OUISSE	Professeur, DMA, FEMTO-ST, Université Bourgogne Franche-Comté
	Adrien PELAT	Maître de conférences, HDR, LAUM, Le Mans Université

Invité :

Jacques CUENCA Docteur, Siemens Industry Software, Louvain, Belgique

REMERCIEMENTS

Ce voyage de quelques années dans la recherche m'a amené à rencontrer des personnalités exceptionnelles que je tiens à remercier ici.

Tout d'abord, je tiens à exprimer toute ma gratitude à mes directeurs de thèse, François, Adrien et Morvan. J'ai vécu l'aventure que je m'attendais à vivre lorsque j'ai décidé de me lancer : la passion qui anime les jours et hante les nuits, les doutes, les petites victoires, les découragements et les grandes satisfactions. Grâce à vous, j'ai donné le meilleur de moi-même en puisant dans des ressources jamais utilisées pour un travail de si longue haleine. Le sentiment d'accomplissement et de fierté n'en est que plus grand. Vous m'avez fait grandir.

François, ton exigence et ta volonté de ne rien concéder m'ont poussé à réaliser un travail achevé dont je serai toujours fier. Je te suis reconnaissant pour tout.

Adrien, si la conception de figures est devenue l'un de mes points forts, j'ai été inspiré par toi et je cherche toujours à captiver comme tu le fais lorsque tu racontes des histoires scientifiques.

Morvan, bien qu'à distance, j'ai senti ton soutien constant derrière ma personne plus que derrière mon travail. Tu étais un repère de ponctualité et une touche de modération dans ce trio d'encadrement.

À tous les trois, encore merci.

Merci aux rapporteurs de ce travail, Alain et Guilhem, d'avoir lu avec attention ce long manuscrit. Je vous remercie également pour les éloges que vous m'avez adressés, qui valaient bien tous ces efforts. Je joins à ces remerciements tous les membres de mon jury, Manuel, Pauline, Jacques, avec qui j'ai eu le plaisir d'échanger sur la finalité de ce travail de thèse.

Je remercie également Kerem et Manuel pour les échanges scientifiques et humains lors des Comités de suivi individuel et à d'autres occasions tout au long de la thèse.

I would like to express my sympathy and gratitude to Wonju Jeon and Jae Yeon Lee from KAIST. I enjoyed both our scientific and cultural exchanges. Your stay in France was definitely the happiest period of my thesis. Each following online meeting brought a smile to my face. I will always remember the meals we shared together and I look forward to the opportunity to meet you again in person. It was a pleasure to make a friend on the other side of the world.

Merci infiniment à mes collègues doctorants avec qui j'ai partagé l'aventure et sans qui je n'y serais peut-être pas arrivé. Je tiens particulièrement à remercier certains d'entre vous : mon mentor Trou Noir Acoustique, Julien ; mes plus fidèles collègues de bureau, Erwan et Jean-Baptiste ; et les derniers arrivés apportant un vent de fraîcheur, Audrey, Théo, Patrick et Stepan.

J'exprime ma gratitude aux ingénieurs et au personnel de l'ENSIM et du LAUM, en particulier Matthieu, Félix et Stéphane. Je tiens également à remercier les membres de Femto-st pour leur accueil chaleureux lors de mes quelques séjours, en particulier David,

Gaël, Pauline et Émeline.

Un grand merci à Pascal et Thomas pour la réalisation du documentaire sur le Trou Noir Acoustique dans lequel j'apparais aux côtés de professeurs de renom. Ces images d'une qualité et d'une pertinence extrême montrent l'excellence du cadre dans lequel j'ai évolué et seront pour moi un souvenir précieux du travail accompli.

J'ai toujours gardé une pensée particulière envers Jean-François, Guillaume et Alexandre. Je vous remercie pour cette expérience de stage extraordinaire à l'Institut Langevin qui m'a donné le goût de la recherche. Je suis heureux que cet aller-retour entre Le Mans et Paris m'amène à travailler à nouveau avec vous. Je ne pouvais pas espérer une meilleure opportunité.

Un très grand merci à mes amis proches, Thibaud, Antoine, Audrey, Simon, Romain, Maxime, qui m'ont soutenu et qui ont su me délivrer de la thèse le temps de week-ends pour mon plus grand bien.

Enfin, je remercie du fond du cœur ma famille, Maman, Marie, pour votre soutien, votre présence et votre amour. Merci à Claude.

À mon Papa.

TABLE DES MATIÈRES

1	Introduction Générale	9
1.1	Importance du contrôle vibratoire en ingénierie	9
1.2	Solutions classiques - exemples et performances	10
1.2.1	Les matériaux visco-élastiques	10
1.2.2	Les résonateurs accordés	12
1.2.3	Les structures architecturées	13
1.2.4	Les systèmes à gradient de propriétés	14
1.3	Trou Noir Acoustique (TNA) - état de l'art, potentiel et limites	16
1.3.1	Principe du TNA : un profil géométrique adapté	16
1.3.2	État de l'art bibliographique	17
1.3.3	Analyse des enjeux - Positionnement	20
1.4	Repousser les limites du TNA - projet eTNAA	20
1.4.1	Identification des limites	20
1.4.2	TNA Augmenté par contrôle thermique	22
1.4.3	TNA Augmenté par contrôle piézo-électrique	23
1.5	Organisation du travail de thèse	25
1.5.1	Contexte du projet eTNAA	25
1.5.2	Plan du manuscrit	26
I	Contrôle des ondes de flexion de poutres	29
2	Modèles de coefficient de réflexion de poutre	31
2.1	Introduction	31
2.2	Méthode de la matrice impédance	31
2.2.1	Choix du modèle de poutre	33
2.2.2	Loi de mélange de structures bicouches	35
2.2.3	Résolution numérique de l'équation vérifiée par l'impédance	36
2.2.4	Coefficient de réflexion des trois terminaisons	37
2.3	Analyse du plan des fréquences complexes	39
2.3.1	Observations numériques	39
2.3.2	Couplage critique	42
2.4	Estimation du coefficient de réflexion d'une poutre	42
2.4.1	Champ de déplacement d'une poutre en flexion	43
2.4.2	Hypothèse de champ lointain	44
2.5	Application aux modèles éléments finis	44
2.6	Comparaison des résultats numériques et expérimentaux	47
2.7	Conclusion	49
3	Conception de TNA Augmenté par pilotage thermique	51
3.1	Introduction	51
3.1.1	Description de l'élaboration du polymère à mémoire de forme	51
3.1.2	Propriétés mécaniques du tBA/PEGDMA	51

3.2	Terminaisons munies de languette et multi-languettes augmentées	53
3.2.1	Terminaisons augmentées	54
3.2.2	Investigations paramétriques	55
3.2.3	Applications numériques	59
3.2.4	Validation expérimentale	61
3.2.5	Bilan	63
3.3	TNA Augmenté par un champ de température uniforme	65
3.4	TNA Augmenté par un gradient de température	65
3.4.1	Description du démonstrateur TNAA	67
3.4.2	Identification des limites du contrôle thermique	68
3.4.3	Analyse dans le plan des fréquences complexes	69
3.4.4	Obtention du couplage critique : contrôle simultané des zéros de R .	71
3.4.5	Validation expérimentale	73
3.4.6	Bilan	75
3.5	Conclusion	75
4	TNA contrôlé par des points supports amortissants	77
4.1	Introduction	77
4.2	Définition du problème	77
4.2.1	Modèle d'un TNA avec supports ponctuels	77
4.2.2	Mise en oeuvre pratique d'un TNA avec supports	79
4.3	Analyse de l'effet d'un support ponctuel	79
4.3.1	Principe du contrôle de R au moyen d'un support ponctuel	79
4.3.2	Détermination de la position du support - Principe	81
4.3.3	Estimation des paramètres visco-élastiques du support	82
4.3.4	Adaptation du support à la terminaison TNA	83
4.4	Analyses paramétriques du coefficient de réflexion du TNA avec support ponctuel	84
4.4.1	Effet de la position du support	84
4.4.2	Validation expérimentale de l'effet de la position du support	85
4.4.3	Effet de la raideur du support	86
4.4.4	Effet de l'amortissement du support	87
4.4.5	Validation expérimentale de l'effet amortissant du support	88
4.5	Effet cumulé de deux supports attachés	89
4.6	Conclusion	90
II	Contrôle des ondes de flexion de plaques	93
5	Diffusion des ondes de flexion par un TNA 2D	95
5.1	Introduction - Description des systèmes étudiés	95
5.2	Méthode de la matrice impédance - configuration 2D	97
5.2.1	Cas des structures à trou central	97
5.2.2	Cas des structures sans trou central	99
5.3	Calcul du coefficient de réflexion 2D à partir du champ vibratoire extérieur au diffuseur	101
5.4	Validation du modèle de R_{2D}^0 par comparaison avec la méthode des éléments finis	104
5.4.1	Cas de plaque uniforme et avec trou simple débouchant	104

5.4.2	Cas du Trou Borgne	105
5.4.3	Cas du Trou Noir Acoustique	106
5.5	Filtrage des ordres circonférentiels pour l'estimation du coefficient de réflexion 2D	106
5.5.1	Principe	106
5.5.2	Excitation ponctuelle décentrée	107
5.5.3	Décomposition en séries de Fourier des déformées opérationnelles de la plaque	109
5.5.4	Estimation de R_{2D}^0 à partir de simulations issues d'un modèle éléments finis	111
5.5.5	Généralisation à l'ordre n : estimation de R_{2D}^n	111
5.5.6	Identification de l'origine des erreurs d'estimation de R_{2D}^0	112
5.6	Résultats expérimentaux	114
5.6.1	Mise en œuvre du banc de mesure	114
5.6.2	Validation de la mesure de R_{2D}^0 en l'absence de diffuseur	114
5.6.3	Mesure de R_{2D}^0 sur la plaque TNA rectangulaire	116
5.6.4	Analyse des difficultés expérimentales	117
5.6.5	Mesure de R_{2D}^0 sur la plaque TNA circulaire	120
5.7	Conclusion	121
6	TNA Augmenté par pilotage thermique	123
6.1	Introduction	123
6.2	Dispositif de chauffage du revêtement amortissant	123
6.2.1	Contrôle de la température	123
6.2.2	Intégration du dispositif de chauffage à un diffuseur	124
6.2.3	Qualification du dispositif de contrôle thermique	126
6.3	Diffuseur Trou Borgne augmenté par pilotage thermique	127
6.3.1	Prédictions numériques	127
6.3.2	Résultats expérimentaux	128
6.4	Diffuseur TNA augmenté par pilotage thermique : température uniforme	130
6.4.1	Prédictions numériques	130
6.4.2	Impact de la rupture de symétrie	131
6.4.3	Résultats expérimentaux	132
6.5	Diffuseur TNA augmenté par pilotage thermique : gradient de température contrôlé	133
6.5.1	Prédictions numériques	133
6.5.2	Résultats expérimentaux	137
6.6	Conclusion	139
7	Conclusion générale	141
7.1	Résultats principaux	141
7.2	Perspectives	143
7.3	Valorisation - vidéo promotionnelle eTNA	145
7.4	Remarque finale - note personnelle	146
	Table des annexes	147

Annexe A Méthode de la matrice impédance 2D généralisée à l'ordre circon-	
conférentiel n : matrice \mathbf{H}_n	148
A.1 Décomposition modale du champ de déplacement	148
A.2 Équations de la théorie des plaques	149
A.3 Développement des dérivées du vecteur d'état dans le cas général	149
A.3.1 Dérivée du déplacement	149
A.3.2 Dérivée de la pente	149
A.3.3 Dérivée de l'effort tranchant	150
A.3.4 Dérivée du moment de flexion	151
A.3.5 Matrice de transition \mathbf{H}_n pour tout ordre n	151
A.4 Prise en compte de la réaction des bords : théorie de Kelvin-Kirchhoff . . .	151
A.5 Matrice de transition \mathbf{H}_0 pour l'ordre circonférentiel $n = 0$	152
Annexe B Mesure de \mathbf{R}_{2D}^0 sur la plaque munie d'un Trou Borgne	153
Annexe C Contrôle des vibrations d'une plaque munie d'une Trou Borgne	
par effet piézoélectrique	155
C.1 Introduction	155
C.2 Dimensionnement d'un démonstrateur TB	155
C.3 Shunt résistif	157
C.4 Contrôle des zéros de \mathbf{R}_{2D}^0	158
C.4.1 Simulation numérique	158
C.4.2 Validation expérimentale	160
C.5 Conclusion	162
Bibliographie	163

INTRODUCTION GÉNÉRALE

1.1 Importance du contrôle vibratoire en ingénierie

L'allègement des structures est un enjeu important en ingénierie mécanique, en particulier dans les domaines des transports aéronautiques, terrestres, navals ainsi que dans les applications spatiales. Dans ces domaines, l'ingénieur cherche à concevoir des structures légères dans le but notamment de réduire les quantités de matières utilisées ainsi que la consommation énergétique sous-jacente à leur mise en œuvre, transport et utilisation. Cette tendance est générale; citons un exemple lié à l'industrie du transport : l'étude [1] fournit des modèles semi-empiriques de consommation de carburant en fonction de la catégorie de véhicules (voitures, bateaux, avions). La figure 1.1(a) donne un résultat typique, montrant l'augmentation de la consommation (FC, Fuel Consumption) en fonction de la masse d'un camion de grande capacité. Les résultats montrent qu'une diminution de 10% de la masse induit une réduction de consommation de 4% environ. Cet ordre de grandeur dépend du type de véhicule de transport. Pour un avion, une réduction de masse de 10% permet de réduire la consommation de 5%.



FIGURE 1.1 – (a) Consommation de carburant (FC, Fuel Consumption) en fonction de la masse d'un véhicule de transport terrestre lourd (Heavy Duty Class 8 Trucks) (d'après [1]). (b) Revêtement visco-élastique auto-adhésif utilisant pour la réduction des vibrations (société Acouphon).

De façon générale, plus une structure est légère, plus les niveaux vibratoires auxquels elle est soumise sont élevés ce qui engendre des problèmes de fiabilité, qui sont la conséquence de phénomènes de fatigue vibratoire [2] : les contraintes provenant des charges dynamiques ne sollicitent pas forcément les composants au-delà de leur limite d'élasticité, mais un nombre élevé de cycles de vibrations induit en général des amorces de rupture et donc des défaillances mécaniques. Par ailleurs, ces vibrations peuvent également engendrer un rayonnement acoustique, à l'origine de nuisances, ce qui dégrade le confort voire induit des problèmes de santé des usagers lorsque les temps d'exposition sont importants [3].

Le contrôle des vibrations est habituellement réalisé de façon simple au moyen de revêtements appelés "masses lourdes" (voir figure 1.1(b)), qui conduisent à dissiper l'énergie vibratoire sous forme de chaleur. Notons que ces échauffements sont très faibles et rapidement évacués à cause de la conduction thermique au sein de la structure. Ce type de solution pour le contrôle passif des vibrations est incompatible avec la problématique d'allègement mentionnée ci-dessus. Il est alors nécessaire de développer de nouvelles méthodes adaptées au contexte de l'allègement et permettant la conception de structures à la fois légères, raides en statique et non résonantes.

1.2 Solutions classiques - exemples et performances

Les moyens habituels de contrôle des vibrations reposent sur des mécanismes physiques pouvant être classés en trois catégories :

- modifier la rigidité ou la masse de la structure afin de décaler ses fréquences propres hors de la plage de fréquences où l'excitation est dominante et ainsi éviter les phénomènes de résonance. Ce type de modification correspond à un effet réactif ajouté pour la structure,
- réduire l'amplitude des vibrations de la structure, notamment à ses fréquences de résonance en ajoutant un mécanisme dissipatif au moyen d'un revêtement. Ce type d'effet correspond à un effet résistif ajouté,
- ajouter au système des sources secondaires de façon à atténuer les effets de la source primaire au moyen d'interférences destructives. Ce type de traitement relève du contrôle actif, pour lequel il existe une grande variété de stratégies de construction des sources secondaires. Ce type de contrôle ne sera pas étudié dans ce travail de thèse où sont privilégiées les solutions passives ou semi-actives, généralement considérées comme plus simples, plus robustes et moins coûteuses.

Les paragraphes suivants présentent brièvement et de façon non exhaustive différentes méthodes de contrôle vibratoire, passives et semi-actives s'appliquant à des problèmes de vibrations de flexion dans les structures minces, de type poutres et plaques.

1.2.1 Les matériaux visco-élastiques

Les matériaux visco-élastiques sont utilisés dans de nombreuses solutions de contrôle vibratoire. Leurs propriétés d'amortissement et de raideur d'un matériau peuvent être caractérisées au moyen d'un test de traction/compression uni-axial. Dans un test élémentaire de ce type, en régime harmonique, la relation entre la contrainte $\sigma(t) = \sigma_0 e^{+j\omega t}$ et la déformation $\epsilon(t) = \epsilon_0 e^{+j\omega t - j\eta}$ s'écrit sous la forme :

$$E^* = \frac{\sigma_0}{\epsilon_0 e^{-j\eta}} = E_0 e^{+j\eta}, \quad \eta > 0, \quad (1.1)$$

Le module d'Young complexe E^* décrit les propriétés élastiques et d'amortissement du matériau. Le module E_0 est appelé module de stockage et correspond au module d'Young du matériau sans perte. Le paramètre η , appelé facteur de pertes ou loss factor, toujours positif, traduit le retard η/ω entre la déformation et la contrainte qui lui donne

naissance. En considérant que ce facteur de pertes est faible, ce qui autorise l'écriture d'un développement limité dans (1.1), on peut écrire :

$$E^* = E_0(1 + j\eta). \quad (1.2)$$

La représentation de l'amortissement au moyen d'un module d'Young complexe a été introduite pour la première fois par Myklestad [4]. Cette représentation, très commode en régime harmonique est largement utilisée pour caractériser et quantifier les propriétés d'amortissement des matériaux.

Concevoir une structure non résonante pourrait s'envisager en choisissant comme matériau de construction un matériau possédant un facteur de pertes plutôt élevé. Malheureusement, l'examen des matériaux disponibles (voir figure 1.2 [5]) montre que ceux qui présentent un facteur de pertes élevé sont aussi caractérisés par un faible module de stockage. Par conséquent, ces matériaux sont mal adaptés à la construction de l'ossature d'un système, qui doit généralement assurer une fonction de tenue mécanique et donc présenter une raideur statique importante. Le diagramme d'Ashby de la figure 1.2 permet de catégoriser les matériaux : les matériaux situés en haut à gauche du diagramme de la figure 1.2(b) correspondent aux matériaux souples présentant un facteur de pertes élevé (mousses, élastomères, etc.), tandis que les matériaux situés en bas à droite correspondent à des matériaux rigides à faible facteur de pertes (céramiques et alliages métalliques).

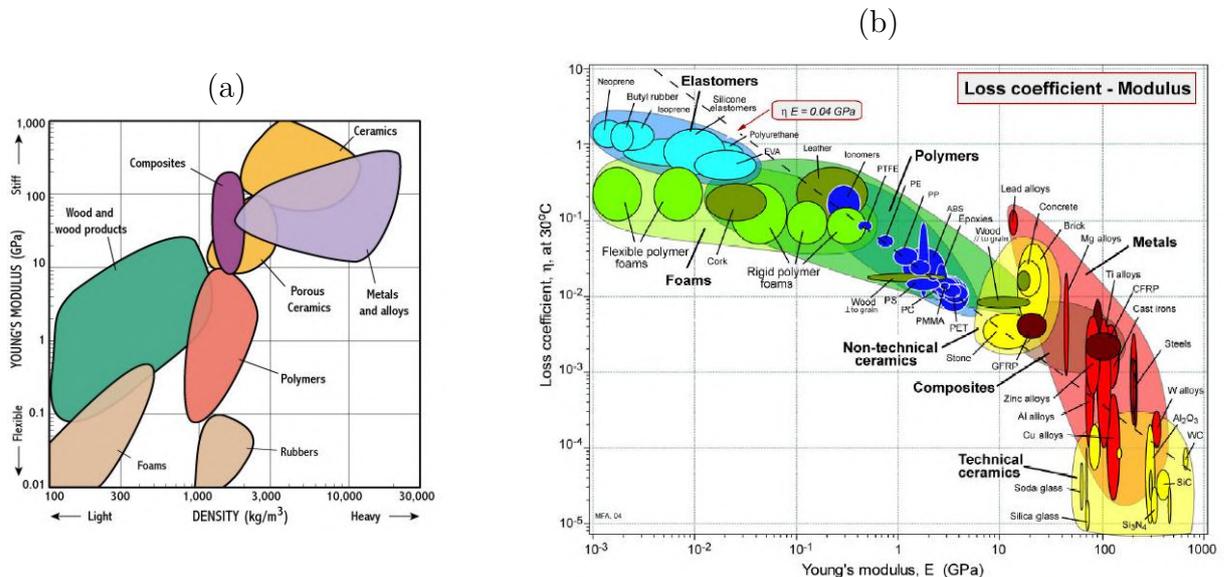


FIGURE 1.2 – Diagrammes d'Ashby classant les matériaux (a) dans le plan "module de stockage/masse volumique" et (b) dans le plan "facteur de pertes/module de stockage" (d'après [5]).

Structures revêtues

Il ressort de ces observations que la conception mécanique d'un système tire en général parti simultanément d'un module de stockage important et d'un facteur de pertes important. L'association de ces deux propriétés est réalisée en utilisant un matériau souple et amortissant sur la structure raide et plutôt résonante. En pratique, cela consiste à coller

un matériau visco-élastique à fort facteur de pertes sur une partie de la structure qualifiée alors de "structure porteuse". Les vibrations de la structure induisent des déformations dans la couche visco-élastique par extension lorsque le revêtement est simple et par effet de cisaillement lorsque le revêtement est contraint par une troisième couche plus raide. Globalement, cela conduit à la dissipation de l'énergie vibratoire. Ces matériaux visco-élastiques sont typiquement des caoutchoucs ou polymères. Les revêtements adhésifs [6] peuvent également être décrits comme des matériaux multi-couches dont les propriétés visco-élastiques équivalentes sont obtenues grâce au modèle de bi-couche ou tri-couche de Ross-Ungar-Kerwin (RUK) [7], [8]. Ce type de revêtements visco-élastiques est efficace dans les applications industrielles sur une large gamme de fréquences [6], [9]. Les fréquences les plus basses restent cependant les plus difficiles à traiter. La technique nécessite cependant un ajout de masse, ce qui est évidemment contradictoire avec l'exigence d'allègement souhaitée pour des raisons économiques et environnementales.

Structures sandwichs

Une autre stratégie, tirant parti des complémentarités de matériaux consiste à concevoir un matériau sandwich, constitué d'une âme assurant la fonction amortissante et de 2 peaux permettant d'obtenir une rigidité élevée. Les peaux rigides permettent également d'augmenter la déformation de cisaillement dans le coeur visco-élastique et, par conséquent, la capacité d'amortissement du traitement. Cette architecture multi-couche présente alors une certaine robustesse car la partie souple et plutôt fragile n'est alors pas en contact avec l'extérieur. L'âme peut également mettre en jeu des mécanismes dissipatifs plus complexes lorsque que ceux-ci résultent de collisions ou de frictions entre des billes enfermées dans des cellules fermées constituant l'âme du sandwich. Ce type de solution a été étudié pour des applications spatiales [10], notamment pour améliorer l'amortissement de plaques sandwich de type Nida, rigides, légères et non résonantes en moyennes et hautes fréquences (voir figure 1.3).



FIGURE 1.3 – Boîte remplie de billes dans des cellules de type Nida (d'après [10]).

1.2.2 Les résonateurs accordés

L'ajout d'un résonateur sur une structure est une technique permettant de réduire les vibrations sur une plage de fréquences étroite. C'est le principe de l'absorbeur dynamique. En pratique, sous sa forme élémentaire, le résonateur est un système masse-ressort-amortisseur, présentant un degré de liberté. Il peut être réalisé par exemple au moyen

d'une poutre en porte-à-faux, jouant principalement le rôle de ressort sur laquelle est fixée une masse accordée (voir figure 1.4 [11]). Ce résonateur local permet d'absorber les vibrations de la structure porteuse à la fréquence d'un mode cible identifié comme gênant, lorsque la raideur et la masse sont accordées.

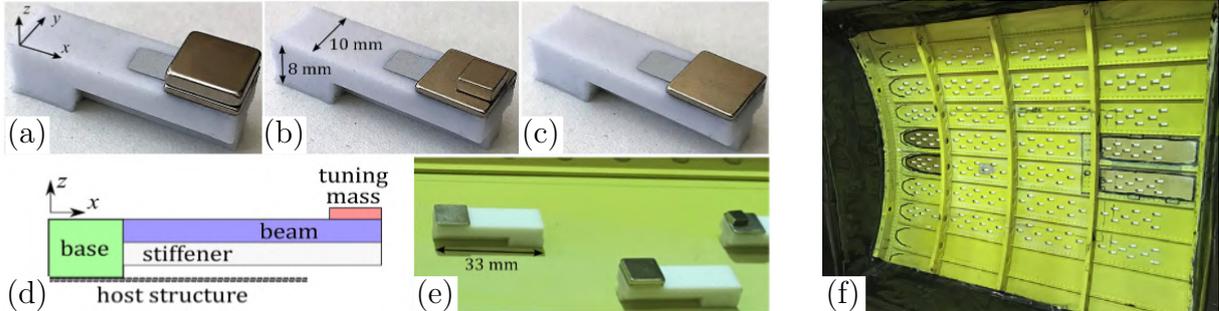


FIGURE 1.4 – Photos et schéma des résonateurs de la référence [11]. (a), (b), (c) Résonateurs accordés de 3 façons différentes (d) Schéma décrivant la géométrie du résonateur. (e) Vue rapprochée des trois types de résonateurs montés sur un panneau. (f) Panneau recouvert d'une distribution de résonateurs.

Ces systèmes sont connus sous le nom de TMD de l'anglais Tuned Mass Dampers ou TVA de Tuned Vibration Absorbers [12] et se déclinent sous différentes formes [13]-[15]. Une grande variété de conceptions a été proposée, pour s'adapter à divers contextes : génie civil, ingénierie des machines, génie naval (mouvement de roulis des navires, vibrations de la coque des navires), aéronautique (vibrations de la structure primaire de l'avion), etc. [16]. Si la masse M et la raideur K du résonateur sont définies de façon à cibler une fréquence d'intérêt $f = 1/2\pi\sqrt{K/M}$, l'amortissement optimum du résonateur est plus délicat à définir. Cet amortissement doit être accordé de façon à satisfaire la condition de couplage critique, appelée également condition d'absorption parfaite [17]-[19]. Cette condition correspond à fixer l'amortissement du résonateur de façon à ce qu'il compense exactement la fuite d'énergie vibratoire depuis le résonateur vers la structure d'origine.

Les TMD sont des solutions compactes qui visent à traiter des modes de structure cibles, en particulier les modes basses fréquences qui sont les plus difficiles à traiter. Lorsque la taille de l'absorbeur est physiquement très petite par rapport à la longueur d'onde à la fréquence traitée, on parle d'absorbeur sub-longueur d'onde. Par construction, le TMD implique un ajout de masse, même s'il est modéré. Grâce à leur compacité, les TMD peuvent également être organisés en réseaux et disposés périodiquement pour diminuer la réponse vibratoire des structures (voir figure 1.4(f)). Ce type d'arrangement constitue une nouvelle stratégie efficace du contrôle vibratoire et est développé brièvement dans le paragraphe suivant.

1.2.3 Les structures architecturées

Architecturer une structure mince, de type poutre, plaque ou coque consiste à imposer une organisation des propriétés de cette structure, variable avec l'espace. Une architecture simple consiste en une répétition périodique d'un motif élémentaire, appelé cellule. Cette cellule, imprimée en quelque sorte sur la structure peut comprendre des variations de géométrie ou de matériau, qui changent localement la masse et la raideur.

Une structure munie d'un tel réseau périodique est alors le siège d'interférences destructives résultant de la diffusion d'ondes vibratoires de tout type par les cellules du réseau. Ces interférences sont susceptibles de donner lieu à des plages de fréquences spécifiques appelées bandes d'arrêt ou bandes interdites de Bragg [20]-[24]. Ce type d'architecture permet une atténuation des ondes en basses fréquences car la fréquence de la première bande d'arrêt de Bragg est d'autant plus basse que la taille de la cellule est grande.

L'ouverture d'une bande d'arrêt large et complète, c'est-à-dire effective pour toutes les directions de propagation résulte d'un dimensionnement particulier : en accordant la fréquence de résonance locale du résonateur avec la fréquence de Bragg, la bande d'arrêt obtenue, appelée généralement bande d'hybridation, est souvent une bande d'arrêt élargie par rapport à la bande de Bragg. Un exemple de méta-matériau ou méta-plaque est décrit sur la figure 1.5, issu de la littérature [20]. Cet exemple montre l'effet d'élargissement de la bande d'arrêt résultant de l'accord entre la fréquence de Bragg et la fréquence de résonance.

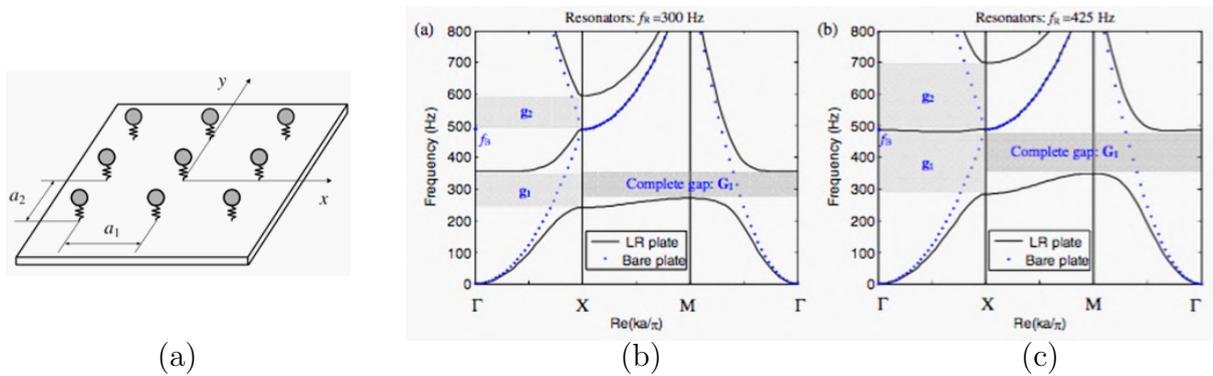


FIGURE 1.5 – (a) Plaque munie d'un réseau périodique de résonateurs locaux (LR Plate, Locally resonant plate), (b) diagramme de dispersion dans le cas d'un désaccord entre fréquence de Bragg (f_B) et fréquence de résonance (f_R) et (c) dans le cas d'un accord entre ces fréquences [20].

Les méta-structures exploitant des bandes d'hybridation permettent de manipuler les ondes, c'est à dire de les guider [25], de les focaliser [26], [27], ou d'organiser le contournement d'un obstacle pour le masquer (effet de cloaking) [28], [29].

1.2.4 Les systèmes à gradient de propriétés

Une autre stratégie pour amortir les vibrations des structures consiste à modifier les limites du domaine. Dans le cas d'une poutre ou d'une plaque, il s'agit alors d'aménager les extrémités en introduisant localement des propriétés variables avec l'espace de sorte à réduire la réflexion des ondes vibratoires et ainsi atténuer les phénomènes de résonances qui en résultent.

Un exemple de cette approche a été traité dans les travaux pionniers de Vemula et al. [30] portant sur la conception d'une terminaison anéchoïque pour les ondes de flexion, dans le cas d'une poutre. Les auteurs proposent d'organiser la terminaison d'une poutre métallique comme une succession de segments de matériaux de plus en plus souples (acier, aluminium, résine lucite, composite visco-élastique). Cette organisation donne lieu

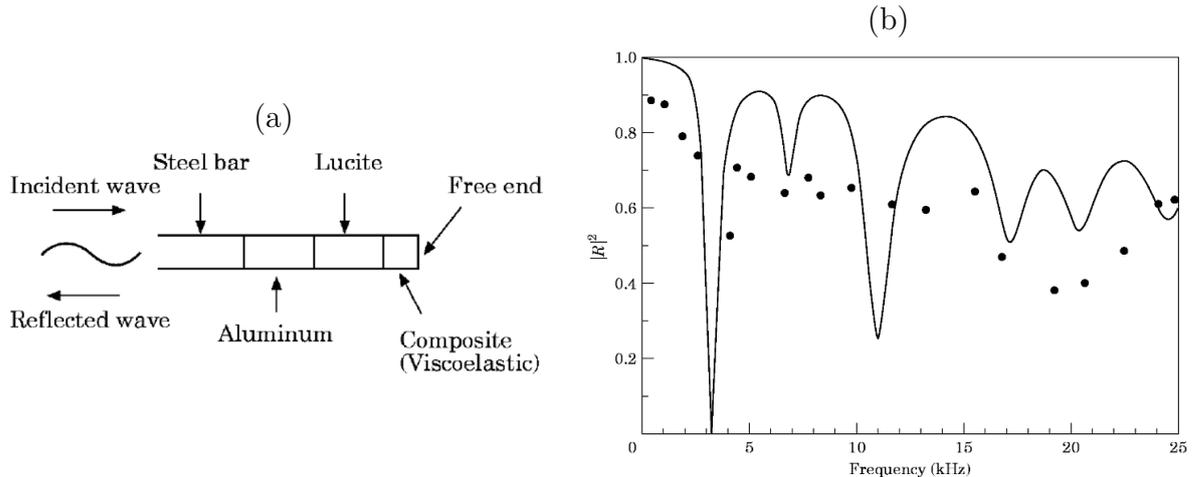


FIGURE 1.6 – (a) Interface à impédance graduelle au bord d’une barre d’acier (d’après [30]). (b) Comparaison du modèle analytique (trait plein) et de la mesure (points) de l’énergie réfléchie d’une poutre d’acier (2 ft) / aluminium (1 in) / composite (0.5 in) (d’après [30]).

à une diminution progressive de la célérité des ondes de flexion et donc de l’impédance, lorsque l’onde progresse vers l’extrémité libre de la poutre. Il en résulte une forte atténuation des réflexions de l’onde sur les bords de la structure. Une modélisation utilisant un modèle ondulatoire de poutre épaisse (théorie de Mindlin) est comparée à la mesure pour plusieurs agencements (voir figure 1.6).

Le même type d’approche a été développé par Chen et al. [31], pour des ondes longitudinales dans des poutres. Le contrôle des variations d’impédance est réalisé au moyen d’un alliage à mémoire de forme (AMF), matériau qui change de propriétés lorsqu’il est chauffé. Une approche similaire a été développée par Liew et al. [32], qui ont étudié la suppression des réflexions d’ondes longitudinales aux extrémités d’un guide d’ondes (poutre) en utilisant des matériaux à gradation fonctionnelle métal-polymère.

De façon plus générale, ces travaux concernent la stratégie FGM (Functionally Graded Material) basée sur une adaptation graduelle de l’impédance du milieu, de façon à limiter les phénomènes de réflexion et par conséquent amortir les ondes de flexion ou longitudinales dans le milieu. Cette approche est conceptuellement similaire à l’approche "Trou Noir Acoustique" (TNA) dans la mesure où cette dernière consiste à créer un gradient de propriétés, principalement en jouant sur l’épaisseur de la structure porteuse, qui est un paramètre de contrôle simple et très efficace. Ainsi, contrairement aux méthodes classiques basées sur l’utilisation de revêtement, le TNA participe clairement à l’allégement recherché. L’étude du potentiel de cette méthode est le sujet central de la thèse. Son historique est développé brièvement dans la section suivante.

1.3 Trou Noir Acoustique (TNA) - état de l'art, potentiel et limites

1.3.1 Principe du TNA : un profil géométrique adapté

L'effet Trou Noir Acoustique (TNA) est une technique passive d'amortissement de vibrations sans ajout de masse fondée sur les propriétés de propagation des ondes de flexion dans des structures minces d'épaisseur variable. La mise en œuvre habituelle sur une poutre jouant le rôle d'un guide d'ondes structurales consiste en une extrémité d'épaisseur décroissante, profilée selon une loi de puissance ($h \propto x^m$), recouverte d'un film viscoélastique (voir figures 1.7(a) et figure 1.8(a)). L'inhomogénéité de la structure conduit à une baisse de la célérité et une augmentation de l'amplitude des ondes, ce qui a pour conséquence une dissipation d'énergie efficace quand un film amortissant est placé dans la zone de faible épaisseur. L'extension du concept à deux dimensions consiste en une cuvette de révolution dont le profil radial est similaire à celui du milieu mono-dimensionnel (voir figure 1.7(b)). On distingue les trous noirs acoustiques débouchants (avec trou central) et non débouchants, permettant au panneau de présenter une face plane non perforée. C'est deux cas sont représentés sur la figure 1.8(b), respectivement à gauche et à droite.

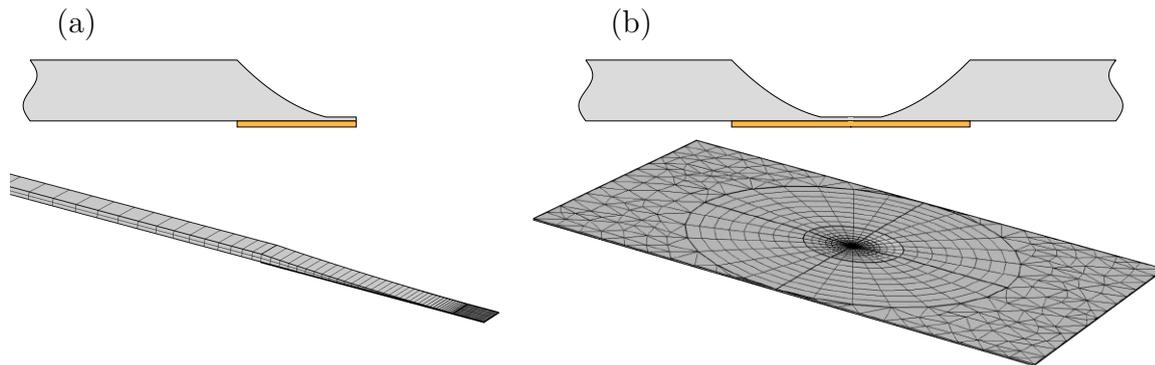


FIGURE 1.7 – Profil d'épaisseur en loi de puissance donnant lieu à un effet trou noir modélisé (a) sous la forme d'une terminaison pour la poutre et (b) sous la forme d'une cuvette de révolution pour la plaque.



FIGURE 1.8 – (a) Implémentation du profil TNA sur une poutre (épaisseur résiduelle de 10 microns); (b) implémentation 2D du profil TNA sur une plaque avec (à gauche) et sans trou débouchant (à droite).

Des tests expérimentaux et des modèles analytiques et numériques [33]-[42] sur des configurations 1D et 2D montrent l'effet de piégeage des ondes de flexion et le mécanisme

d'absorption qui en découle (voir figure 1.9). Les pics de résonance d'une poutre ou d'une plaque peuvent être réduits de 20 dB environ (voir figure 1.9(a)) : la mobilité de la structure est alors proche de celle de la structure infinie, non résonante.

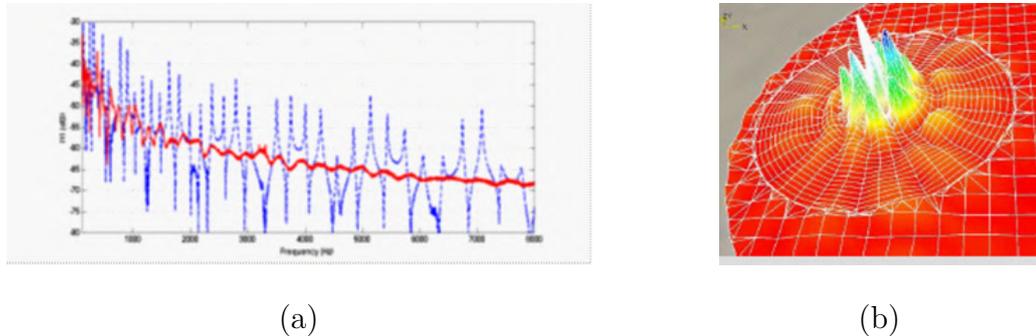


FIGURE 1.9 – (a) Module de la mobilité d'une poutre de section rectangulaire uniforme (bleu) et d'une poutre de même géométrie traitée par trou noir acoustique (rouge), montrant que l'insertion d'un trou noir acoustique permet de réduire de 20 dB environ les amplitudes des pics de résonance d'une structure (sans ajout de masse). (b) Champ vibratoire mesuré au moyen d'un vibromètre laser au coeur d'un trou noir acoustique bi-dimensionnel, montrant l'amplification locale du champ vibratoire, à l'origine de l'amortissement conséquent induit par la couche amortissant placée en ce point.

1.3.2 État de l'art bibliographique

La première proposition de TNA a été formulée par M. Mironov en 1988 [43] ; en considérant une poutre dont l'épaisseur suit une loi de puissance. L'auteur montre que le temps de vol d'une onde incidente tend vers l'infini lorsque l'épaisseur résiduelle à l'extrémité tend vers zéro. L'onde n'atteint alors pas l'extrémité, ce qui donne lieu à un coefficient de réflexion nul. Le calcul est effectué dans le cadre de l'acoustique géométrique, c'est à dire en ignorant l'existence des ondes évanescences au sein de la poutre. Dans la situation idéalisée où l'extrémité est d'épaisseur strictement nulle, le champ vibratoire diverge à l'extrémité ; aucun mécanisme n'est mis en jeu et l'effet trou noir acoustique, qualifié d'idéal, est ici purement réactif. Toutefois, la troncature résiduelle à l'extrémité, toujours présente en pratique dans les réalisations, induit une réflexion totale ce qui limite l'effet de la terminaison profilée à un retard de propagation. V. Krylov [33] a proposé de revêtir l'extrémité d'une mince couche de matériau amortissant, ce qui permet d'obtenir un coefficient de réflexion très faible, même lorsque la troncature résiduelle est non nulle. Cette propriété est visible sur la figure 1.10 : pour une poutre non revêtue, une faible troncature conduit très rapidement à un coefficient de réflexion unitaire, alors que ce n'est pas le cas lorsque la poutre est revêtue [44].

L'extension bi-dimensionnelle de cette idée, sous la forme axisymétrique, a été proposée au LAUM [37], [38] et étudiée par un nombre croissant d'équipes qui se sont intéressées au sujet [33]-[37]. La première session de congrès spécifiquement consacrée au trou noir acoustique a eu lieu en 2008 au Congrès Français d'Acoustique (co-organisateurs : F. Gautier, V. Krylov). Depuis plusieurs années, une session TNA est organisée dans le cadre du congrès Internoise (San Francisco 2015, Hambourg 2016, Hong-Kong 2017, Madrid 2019, Washington 2021, Glasgow 2022 ; co-organisateurs : A. Pelat, S. Conlon et

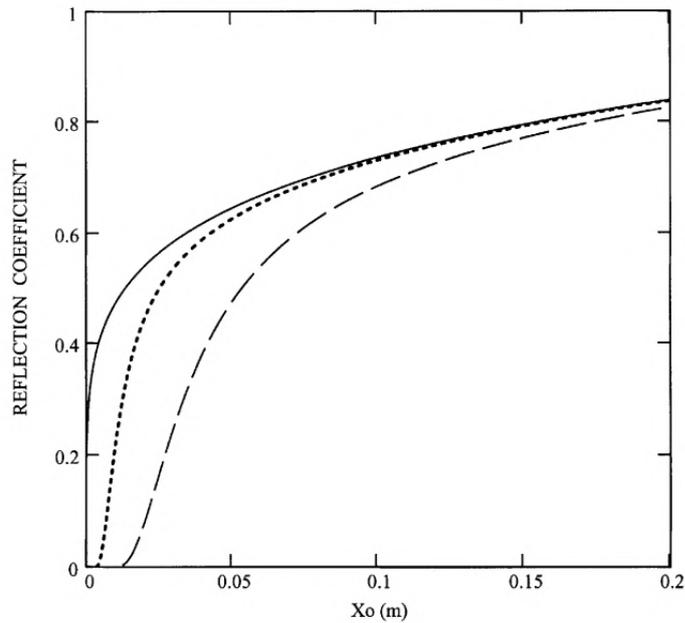


FIGURE 1.10 – Effet de la troncature de la terminaison, notée ici X_0 (en m), sur le coefficient de réflexion : la courbe pleine correspond à la terminaison non couverte, les courbes en pointillés et en tirets correspondent à des terminaisons couvertes par de minces films absorbants dont les valeurs de rigidité relative sont $E_2/E_1 = 2/30$ et $E_2/E_1 = 2/3$, respectivement ; le facteur de pertes du film est de 0.2 et son épaisseur de $5 \mu\text{m}$ [44]. Lorsque le revêtement est souple et amortissant, un coefficient de réflexion faible peut être obtenu même pour épaisseur de troncature X_0 non nulle.

al.). Un workshop spécifiquement centré sur l'effet TNA a été organisé au Mans en 2018 (<https://abh2018.sciencesconf.org/>). Il a réuni la communauté scientifique et des représentants de domaines applicatifs (110 participants, 2 journées comprenant des conférences invitées et des exposés thématiques, des sessions poster et des présentations de démonstrateurs). En 2019, un cours international animé par quelques chercheurs représentants de la communauté TNA a été organisé à Penn State en marge du workshop annuel du CAV (Center for Acoustics and Vibrations). La thématique a également donné lieu à un numéro spécial de la revue *Journal of Sound and Vibration* en 2020 [45].

De façon générale, on distingue les TNA 1D et 2D :

- le TNA 1D est un guide d'onde structural inhomogène du fait des variations spatiales de la rigidité de flexion complexe, induites par les variations d'épaisseur et des mécanismes dissipatifs locaux. Plusieurs types de modélisation, associées à des niveaux d'approximation différents ont été proposés. On distingue :
 1. l'approche ondulatoire développée dans le cadre de l'acoustique géométrique où les ondes évanescentes sont ignorées [43],
 2. les modèles de guide d'onde structural avec hypothèse d'ondes planes (méthode de la matrice impédance) [33],
 3. le modèle de guide d'ondes structural avec prise en compte des couplages entre modes transversaux [41], notamment pour décrire les phénomènes de diffusion entre modes transversaux induits par les défauts à l'extrémité [41] (inévitables

- en pratique et qui s'avèrent être favorables à une diminution du coefficient de réflexion),
4. un modèle basé sur l'approximation de Wentzel-Kramers-Brillouin pour la résolution approchée du guide d'onde inhomogène et appliqué à la membrane basilaire dans [46],
 5. un modèle basé sur la méthode des différences finies [40] ou,
 6. sur la méthode des éléments finis [47],
 7. un modèle intégrant les couplages inter-modaux introduits par les non linéarités géométriques, présentes à l'extrémité lorsque le TNA est suffisamment fin et élancé [48] (voir figure 1.11(a)),
 8. un modèle combinant une description modale de la structure et un schéma numérique temporel pour analyser l'intérêt des non-linéarités de contact dans un TNA muni d'un vibro-impacteur [49], [50] (voir figure 1.11(b)).

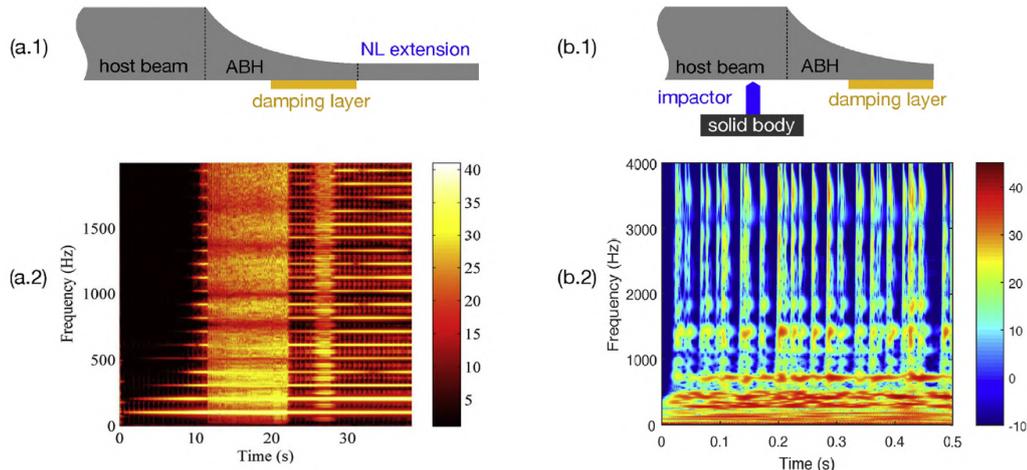


FIGURE 1.11 – (a) Spectrogramme mesuré (échelle dB) de la réponse d'une poutre avec un TNA de 35 cm de long excité harmoniquement à 102 Hz avec une rampe de force [0-15] N sur une période de 40s. (d'après la référence [48]); (b) réponse temporelle simulée d'une poutre TNA à vibro-impact (d'après référence [49]). Pour les deux TNA non linéaires, un transfert d'énergie de la basse à la haute fréquence est réalisé avec pour résultat une amélioration de l'efficacité du TNA.

- le TNA 2D est un diffuseur pénétrable, résonant et amortissant (les travaux de thèse confirmeront l'importance de ces propriétés), dont la complexité du champ piégé a fait l'objet d'imageries vibratoires, notamment holographiques [42] (voir figure 1.12). Parmi les types de modélisations vibratoires proposés, on distingue :
 1. les approches ondulatoires semi-analytiques pouvant être obtenues en résolvant l'équation de plaque présentant une inhomogénéité axisymétrique (une solution analytique de référence peut être établie dans le cas d'un TNA de profil quadratique à amortissement uniforme) [51],
 2. les modèles utilisant la méthode des différences finies ou des éléments finis permettant d'intégrer des variations arbitraires de l'amortissement [34].

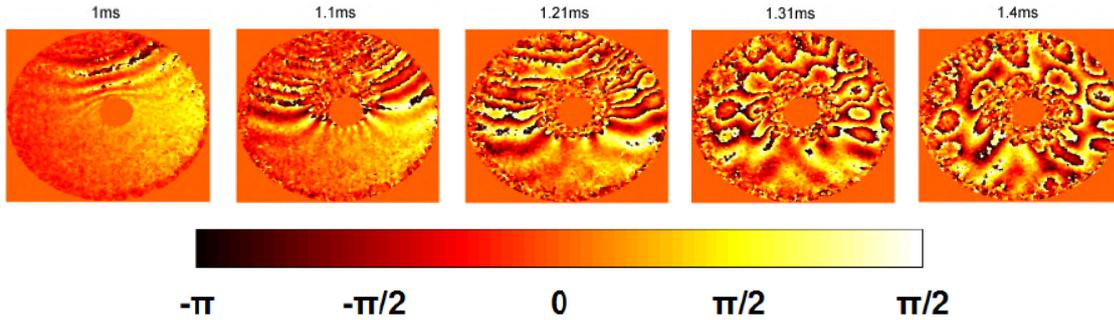


FIGURE 1.12 – Instantanés dans le temps montrant la diffusion d’une onde de flexion incidente dans un TNA circulaire 2D obtenue par holographie à grande vitesse (d’après [42]).

1.3.3 Analyse des enjeux - Positionnement

À ce jour, environ 200 articles de journaux rapportent des expériences et modèles relatifs au TNA [52]. La figure 1.13(a) montre le nombre d’articles de journaux évalués par les pairs par an depuis 1988. L’augmentation rapide du nombre de publications au cours des huit dernières années [52], [53] est particulièrement remarquable et témoigne de l’intérêt croissant de la communauté scientifique pour ce sujet et ses applications. La figure 1.13(b) propose une classification et une liste de thématiques, indiquant les objectifs poursuivis par les auteurs.

Le travail de thèse se positionne en cherchant à tirer le meilleur parti de la stratégie TNA actuelle et vise à repousser les trois limitations identifiées dans la section suivante en proposant des TNA d’un type nouveau appelés Trous Noirs Acoustiques Augmentés (TNAA).

1.4 Repousser les limites du TNA - projet eTNAA

1.4.1 Identification des limites

On distingue principalement trois types de limitations physiques des performances de l’effet TNA. Elles sont essentiellement des conséquences des réalisations pratiques.

- L’épaisseur résiduelle au centre du trou noir limite clairement les performances du dispositif. Les épaisseurs terminales des TNA obtenues en laboratoire sont de l’ordre de quelques dizaines de microns lorsque les épaisseurs de la structure porteuse sont de l’ordre de quelques millimètres. Plus le contraste d’épaisseur est important, plus l’effet TNA, évalué par exemple au moyen du coefficient de réflexion de la terminaison, est important. De façon pratique, les épaisseurs terminales particulièrement faibles induisent une fragilité mécanique qui constitue un frein à l’implantation des TNA dans des applications relevant de l’ingénierie vibroacoustique, ce qui est un objectif à moyen terme. Pour cette raison, l’intégration de TNA non débouchant (sans trou central) semble plus facile à proposer dans un contexte applicatif ; si on garde à l’esprit que la rigidité statique de la structure se doit de ne pas être trop dégradée par l’insertion de trous noirs acoustiques, une façon de réduire les difficultés induites par la faible épaisseur est de contrôler de façon active

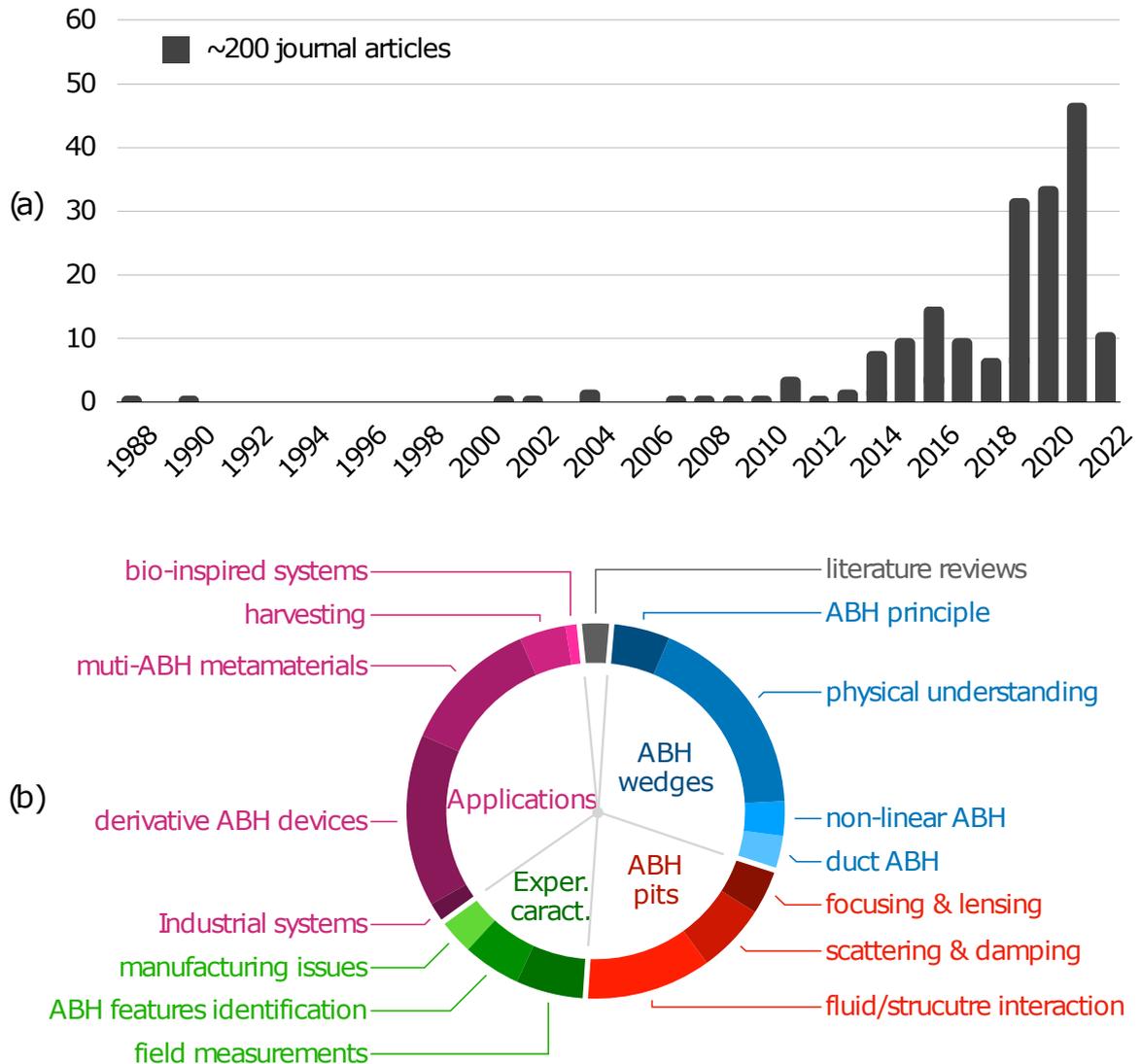


FIGURE 1.13 – Résumé de la littérature disponible relative à l'effet de trou noir acoustique : (a) histogramme des articles de journaux publiés depuis 1988 (mis à jour à partir de la référence [52], [53]), (b) classification des articles de journaux publiés.

la rigidité dynamique en flexion, en la diminuant localement.

- L'amortissement local du sein du TNA est réalisé en associant la structure porteuse à un revêtement visco-élastique de faible masse (c'est-à-dire inférieure à la masse enlevée pour réaliser le profil d'épaisseur du trou noir acoustique). L'hétérogénéité locale de l'amortissement est alors la conséquence de la variation des épaisseurs relatives de la structure porteuse et du revêtement. En procédant de cette façon, un gradient de propriété est réalisé mais son contrôle précis reste cependant difficile ; les simulations montrent clairement qu'une optimisation de ce gradient est possible ; une façon de réduire les limitations induites par une distribution de l'amortissement difficile à maîtriser à l'extrémité consiste à piloter l'amortissement dans la zone sensible, au moyen par exemple d'un contrôle de la température locale.
- De façon générale, on doit garder à l'esprit que l'effet trou noir acoustique est efficace lorsque la longueur d'onde mécanique dans la structure porteuse est infé-

rieure à la taille typique du TNA, c'est-à-dire pour une fréquence supérieure à une fréquence de coupure f_c [51]. Dans ces conditions ($f > f_c$), les ondes de flexion pénètrent effectivement à l'intérieur de la zone centrale et sont dissipées dans le coeur. Le TNA est une technique d'absorption passive des vibrations dans une plage hautes fréquences, ce qui constitue une limite importante à son application. A basses fréquences, l'effet TNA est inopérant ; d'autres effets physiques comme l'ouverture de bandes interdites de périodicité ou de résonance peuvent alors être mis en place.

1.4.2 TNA Augmenté par contrôle thermique

L'amortissement ajouté dans la zone centrale, de faible rigidité, joue un rôle important dans l'efficacité du piège vibratoire : la diminution locale de rigidité doit être accompagnée d'une augmentation progressive de l'amortissement. La stratégie de pilotage de l'amortissement proposée dans ce projet consiste à réaliser de façon active un chauffage local d'un matériau ad hoc revêtant le TNA, en l'occurrence un polymère à mémoire de forme, dont les propriétés dissipatives dépendent fortement de la température.

L'étude des propriétés des matériaux polymères à mémoire de forme (PMF) et de leur potentiel applicatif en ingénierie vibratoire a fait l'objet de travaux récents [54]-[56]. Ces matériaux polymères se caractérisent par deux plateaux marqués correspondant aux états vitreux et caoutchoutiques, séparés par une transition rapide autour d'une température dite de transition vitreuse. À la transition, la capacité de dissipation du matériau est en général importante (facteur de pertes élevé), alors qu'elle est plus faible sur les plateaux caoutchoutique et vitreux. Il est alors possible de contrôler le facteur de pertes du matériau sur une large plage de valeurs en pilotant sa température autour de la transition vitreuse. Ce type de matériaux est ici utilisé non pas pour leurs propriétés de mémoire de forme, mais pour leurs caractéristiques visco-élastiques qui en découlent. Dans la famille des polymères à mémoire de forme, le tBA-PEGDMA présente des propriétés très sensibles à la température ce qui le rend très intéressant pour des utilisations de contrôle vibratoire [54], [55]. Son module d'Young varie d'un facteur 1000 sur une plage de température 50-90°C dans laquelle le facteur de pertes atteint une valeur maximale de 2,5.

Le pilotage de l'amortissement par la température a fait l'objet de tests déjà effectués au sein de l'institut Femto-ST. Le tBA-PEGDMA a notamment été utilisé dans deux dispositifs composites (voir figure 1.14) :

- une structure sandwich acier-PMF-FR4 [56] consistant en une maquette simplifiée d'avion dans laquelle le chauffage est contrôlé par zones. Cette stratégie permet d'atteindre un compromis entre l'obtention d'un amortissement fort de certains modes de la structure et une bonne rigidité statique (voir figure 1.14(a), set 3).
- une méta-plaque munie d'une distribution périodique de plots en aluminium montés sur une base en PMF [24] (voir figure 1.14(b)). Le chauffage est réalisé de façon uniforme, en plaçant la structure complète dans une enceinte thermique contrôlée. Le système présente deux comportements dynamiques distincts pilotés par la température. À l'état à froid (20°C), la base PMF est dans sa phase vitreuse et se comporte comme une raideur (module d'Young élevé, facteur de pertes faible).

L'ensemble des dispositifs plot/base se comporte alors comme un réseau de résonateurs, ce qui induit l'ouverture d'une bande interdite dans laquelle les vibrations ne se propagent pas. À l'état chaud (90°C), la raideur du PMF alors portée à son état caoutchoutique est très faible ce qui induit un découplage des plots avec la plaque porteuse. Le système résultant montre alors des relations de dispersion proches de celles d'une plaque nue.

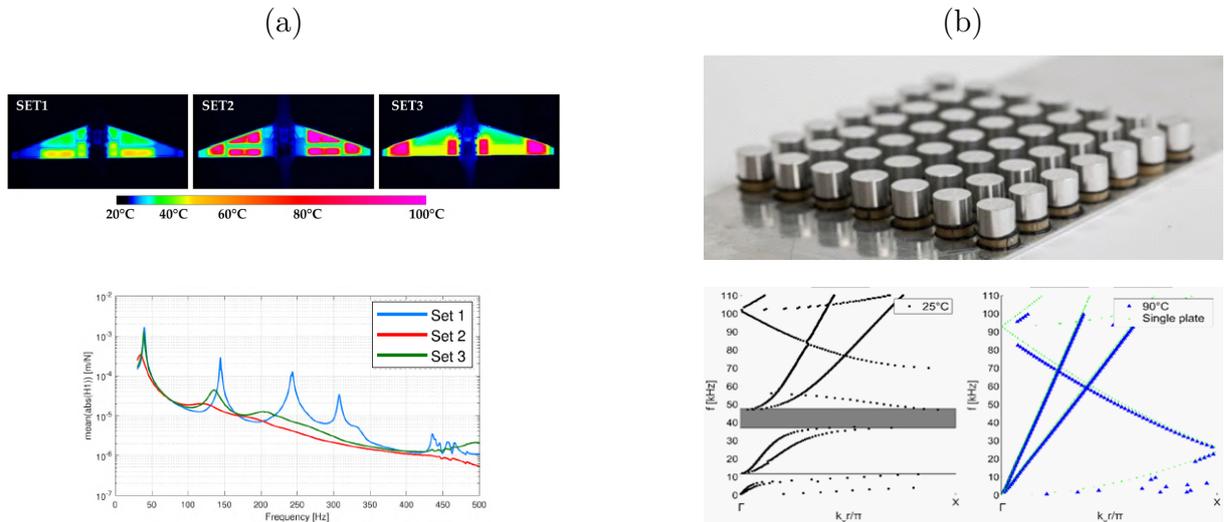


FIGURE 1.14 – (a) FRF mesurées pour les trois configurations de chauffage par zone d'une maquette d'avion multicouche comportant un noyau en polymère à mémoire de forme [56]. (b) Diagrammes de dispersion d'une méta-plaque composite aluminium-PMF permettant de réaliser deux comportements dynamiques radicalement différents [24], [57].

Des tests de principe démontrant l'intérêt du contrôle thermique pour augmenter les performances vibratoires d'un TNA ont été effectués au LAUM sur une poutre usinée dans du Veriflex [58], [59], polymère de propriétés comparables au tBA-PEGDMA. Ces tests montrent que chauffer l'extrémité TNA de cette poutre conduit à atténuer considérablement les pics de résonance (voir figure 1.15). Dans le cadre du projet eTNA, le PMF sera utilisé comme matériau de revêtement d'un TNA et non comme matériau constitutif de la structure. Les techniques de contrôle thermique des propriétés du PMF s'inspireront des réalisations antérieures [56] décrites plus haut dans lesquelles l'impression de motifs de pistes électriques résistives de cuivre sur une carte électronique souple collée au PMF permet le chauffage par zone.

1.4.3 TNA Augmenté par contrôle piézo-électrique

L'effet piézo-électrique direct est un phénomène de couplage électro-mécanique qui conduit à la polarisation électrique de certains matériaux lorsqu'ils sont soumis à une contrainte mécanique. L'effet inverse induit une déformation mécanique du matériau lorsqu'un champ électrique lui est appliqué. Il existe de nombreux matériaux piézo-électriques (céramiques solides, films souples, peintures, composites) permettant un grand nombre d'applications, notamment en ingénierie vibratoire [60], [61].

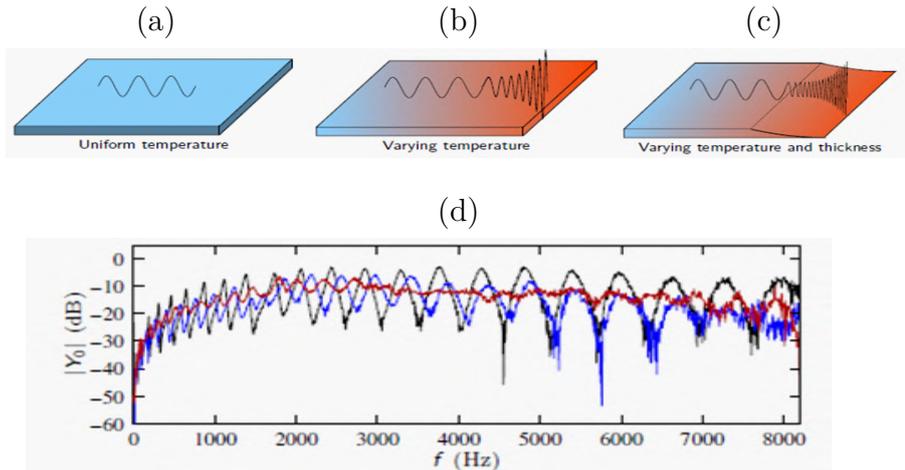


FIGURE 1.15 – (a) Représentation schématique de la propagation d’une onde de flexion dans une poutre uniforme ; (b) effet d’une diminution locale de module d’Young induit par un chauffage local température, (c) effets conjugués de la température et d’une diminution de l’épaisseur. (d) Résultats obtenus sur du Vériflex dans le cadre de la thèse de J. Cuenca [58].

Par exemple, il est possible de concevoir des récupérateurs d’énergie consistant en des patches de PZT (titano-zirconate de plomb) collés sur des structures mises en vibration de sorte à convertir l’énergie vibratoire en énergie électrique pouvant être stockée. Ce procédé de récupération a été appliqué à des configurations TNA, de façon à tirer parti de l’effet de focalisation des vibrations naturellement produit dans sa zone centrale [62] (voir figure 1.16).

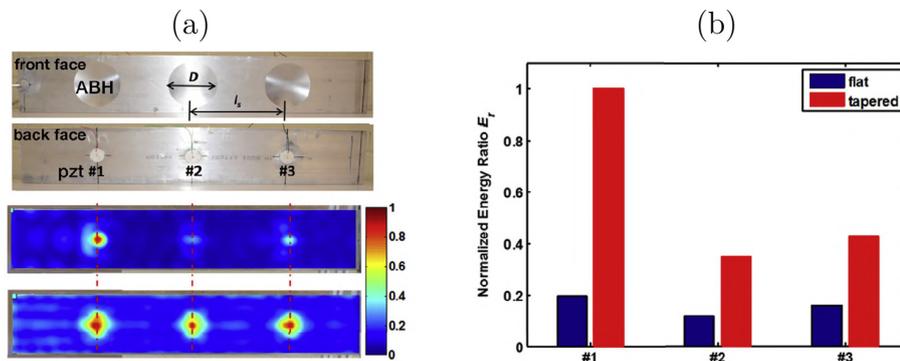


FIGURE 1.16 – (a) En haut : vue avant et arrière d’une structure TNA utilisant des patches PZT shuntés pour récolter l’énergie mécanique ; en bas : champs de déplacement résultants à $f = 10$ kHz (b) rapport d’énergie normalisé montrant la performance des transducteurs piézoélectriques en termes d’extraction d’énergie sur une structure avec et sans cuvette ABH (d’après la référence [62])

Un tel patch piézoélectrique peut aussi être mis en œuvre de façon semi-active dans un circuit électrique, appelé shunt, comprenant d’autres composants comme des résistances, inductances et capacités, d’après le travail de pionnier de Hagood et Von Flotow [63]. Dans ce type de montage, les propriétés mécaniques de la structure peuvent être modifiées selon la loi de contrôle électrique définie par le shunt, le patch jouant le rôle d’interface. Les travaux ont conduit à la conception de démonstrateurs expérimentaux

mettant en évidence des effets d'amortissement ajouté (shunt résistif), de résonance localisée (shunt résonant), voire d'assouplissement local de la structure (shunt à capacité négative) au moyen de patches piézoélectriques [64]-[66].

Dans le cadre du projet eTNAA, deux stratégies de contrôle piézoélectrique sont a priori envisagées :

- la première concerne l'utilisation d'un shunt résistif associé à un patch PZT collé sur un TNA, de sorte à piloter l'apport de pertes effectives et ainsi atteindre les performances optimales d'amortissement correspondantes aux conditions de couplage critique. Les travaux développés dans cette thèse sur ces aspects conduisent à des résultats encourageants et des perspectives de futures recherches. Une synthèse des principaux résultats obtenus à ce jour est présentée en annexe C.
- la deuxième stratégie concerne l'utilisation d'un shunt à capacité négative de sorte à induire un assouplissement additionnel à celui produit par le profil d'épaisseur habituel du TNA. L'objectif est de d'obtenir des performances de dissipation attractives sans recourir à une épaisseur résiduelle trop faible ce qui permet de maintenir une rigidité statique suffisante. Dans le principe, cette stratégie d'assouplissement est possible et offre des possibilités très prometteuses pour l'ingénierie vibroacoustique [67], [68]. Toutefois, leur mise en œuvre induit parfois d'utiliser les circuits électriques à la limite de leur stabilité, ce qui en réduit la robustesse. Ces aspects n'ont pas été développés significativement dans cette thèse et ont fait l'objet d'un post-doc dans le cadre du projet eTNAA dont les résultats ne sont pas reportés dans ce document.

1.5 Organisation du travail de thèse

1.5.1 Contexte du projet eTNAA

Le projet eTNAA (étude de Trous Noirs Acoustiques Augmentés) est financé par l'Agence Nationale de la Recherche (Projet-ANR-17-CE08-0035) entre 2018 et 2022. L'objectif du projet est de concevoir, modéliser, optimiser et caractériser expérimentalement des structures mécaniques de type poutres et plaques dont les propriétés d'amortissement vibratoire, induites par effet TNA, sont contrôlées au moyen de techniques actives ou semi-actives. Ces techniques de contrôle conduisent à des architectures de TNA d'un nouveau genre appelées TNA augmentés. Le programme scientifique du projet s'appuie sur l'analyse des limites actuelles de la stratégie TNA et est structuré autour des 3 points suivants :

1. Comment le contrôle fin des gradients de propriétés mécaniques le long d'un TNA permet-il d'atteindre des conditions optimales d'amortissement ? Optimiser un TNA revient à trouver la bonne combinaison entre gradient de rigidité et gradient de pertes de sorte à coupler critiquelement les modes internes du TNA. La recherche de ces conditions optimales est une question ouverte de la littérature.
2. Comment est-il possible de réaliser en pratique de tels profils de pertes au moyen

de techniques actives ? Conjuguer le contrôle des gradients de rigidité et de pertes est un défi technologique difficile pour lequel les techniques passives peuvent être insuffisantes. Le projet eTNAA envisage l'utilisation de deux techniques actives : le pilotage thermique des pertes et le contrôle piézoélectrique de la rigidité et/ou des pertes.

3. Comment faut-il transposer la conception et l'étude de TNA augmentés 1D au cas 2D ? Les contextes applicatifs relevant de l'ingénierie vibroacoustique mettent souvent en jeu des structures bi-dimensionnelles de type panneaux. Étendre les concepts techniques et adapter les méthodologies d'analyse à ces cas permet une continuité dans la montée en maturité technologique des dispositifs TNA.

Pour répondre à ces enjeux, le consortium eTNAA réuni 3 laboratoires français, dont les compétences en vibroacoustique sont distribuées comme suit :

- le LAUM, Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Mans (UMR CNRS 6613), développe des recherches sur l'amortissement par effet TNA depuis une quinzaine d'années et est le porteur du projet. Son rôle est d'apporter une expertise sur la conception, la modélisation et la caractérisation expérimentale de structures à TNA ;
- le FEMTO-ST, Institut Franche-Comté Électronique Mécanique Thermique et Optique, Sciences et Technologies (UMR 6174), développe une expertise sur les couplages thermo-mécaniques. Son rôle est d'adapter les techniques de contrôle thermique au cas des TNA dans le but de réaliser des profils de pertes optimisés ;
- le LTDS, Laboratoire de tribologie et dynamique des systèmes (UMR 5513), développe une expertise sur les systèmes piézoélectriques et le contrôle actif des vibrations. Son rôle est d'adapter ces techniques de contrôle au cas des TNA de sorte à induire un contrôle des pertes ou de la rigidité.

La progression scientifique du projet est jalonnée par la fabrication de démonstrateurs de complexité croissante mettant en jeu des structures de type poutre puis plaque, des absorbeurs de géométrie simple puis plus sophistiquée, munis de dispositifs de contrôle de l'amortissement passifs et actifs.

1.5.2 Plan du manuscrit

La thèse présentée dans ce document constitue l'action principale du projet eTNAA qui a également fait l'objet de 2 post-doctorats préliminaires qui ont exploré séparément les techniques de contrôle thermique¹ et piézoélectrique².

La thèse est présentée en deux parties (voir figure ??) dans lesquelles se combinent modélisations et approches expérimentales.

1. 12 mois répartis entre Gaël Matten, David Renault et Benoît Verdin sur la période oct 2017 à oct 2018

2. Sami Karkar, sur la période oct 2017 à oct 2018

Dans la première partie traitant des structures mono-dimensionnelles de type poutre, le chapitre 2 analyse le coefficient de réflexion de terminaisons TNA au moyen de modèles analytique et numérique de manière à dégager une stratégie de conception de TNA augmenté. Les performances du TNA par piloté thermique sont étudiées numériquement et expérimentalement au chapitre 3. En outre de cette technique active, une technique originale de contrôle passif de l'amortissement par utilisation de points support est explorée au chapitre 4.

Dans la deuxième partie traitant de structures bi-dimensionnelles de type plaque, les modélisations établies précédemment sont étendues au chapitre 5 au cas de diffuseurs 2D insérés dans des plaques. Ces approches conduisent notamment à définir de nouveaux indicateurs comme le coefficient de réflexion 2D. Les propriétés de TNA augmentés thermiquement sont spécifiquement étudiées dans le chapitre 6 et une ouverture sur le pilotage par effet piézoélectrique est reportée dans l'annexe C.

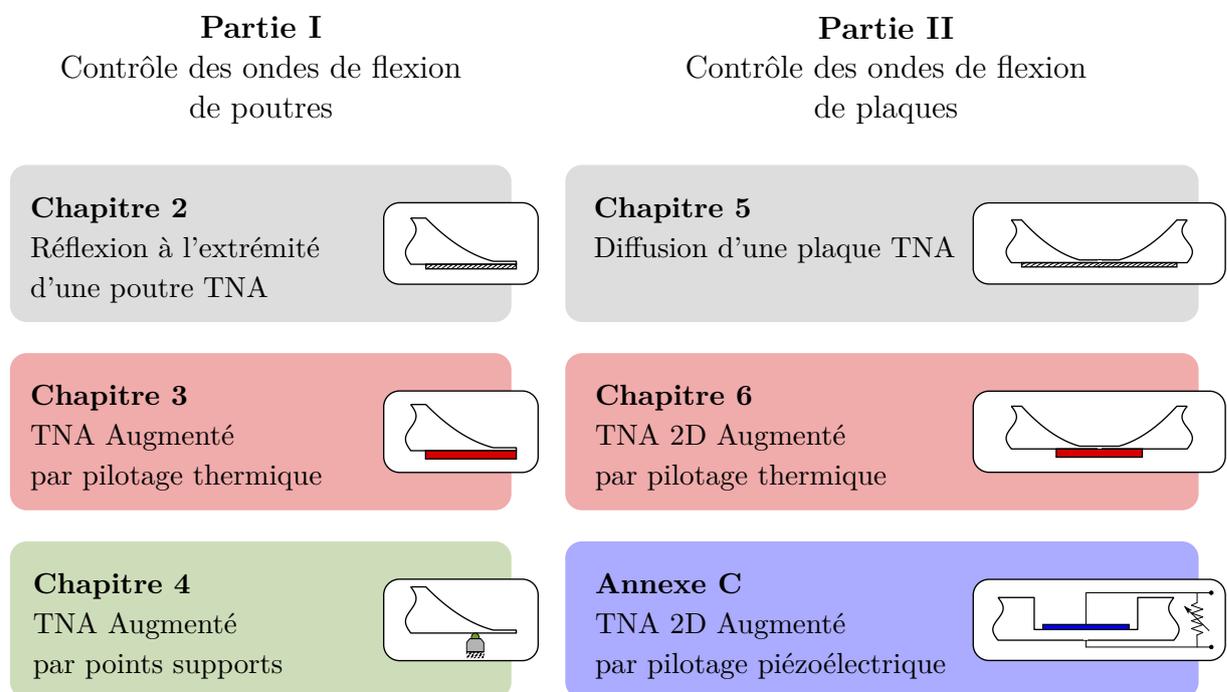


FIGURE 1.17 – Organigramme du plan du manuscrit de thèse.

PREMIÈRE PARTIE

Contrôle des ondes de flexion de poutres

MODÈLES DE COEFFICIENT DE RÉFLEXION DE POUTRE

2.1 Introduction

Cette première partie porte sur l'étude de la propagation et de la réflexion d'ondes transversales se propageant dans un guide d'onde suivant une seule direction (1D). Trois terminaisons de complexité croissante sont étudiées :

- une terminaison droite, considérée comme une référence (voir figure 2.1(a));
- une terminaison dite "languette" constituée par une poutre de faible épaisseur raccordée à une terminaison droite (voir figure 2.1(b));
- une terminaison TNA (voir figure 2.1(c)).

Les cotes de ces terminaisons sont détaillées dans le tableau 2.1. Les terminaisons sont étudiées avec et sans revêtement visco-élastique, les paramètres matériaux des guides d'onde et des revêtements sont détaillés dans le tableau 2.2. La géométrie de la terminaison languette est reprise des travaux de J. Leng [17]. Les paramètres associés sont marqués par l'indice JL .

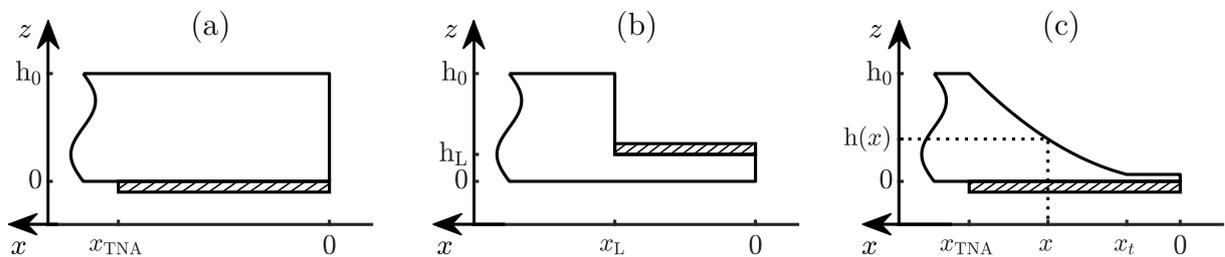


FIGURE 2.1 – Vue schématique des trois types de terminaisons étudiées : (a) terminaison droite, (b) terminaison languette, (c) terminaison TNA. La surface hachurée représente la couche de revêtement visco-élastique. Les cotes géométriques et paramètres matériaux sont détaillés dans les tableaux 2.1 et 2.2.

L'objectif de ce chapitre est d'établir un modèle analytique de poutre (voir section 2.2) permettant de dégager une stratégie (voir section 2.3) dans le but de concevoir, modéliser et caractériser des terminaisons de type Trou Noir Acoustique Augmenté (TNAA), d'une part. D'autre part, ce chapitre rappelle la méthode d'estimation numérique et expérimentale du coefficient de réflexion (voir section 2.4) afin de valider le modèle établi (voir sections 2.5 et 2.6).

2.2 Méthode de la matrice impédance

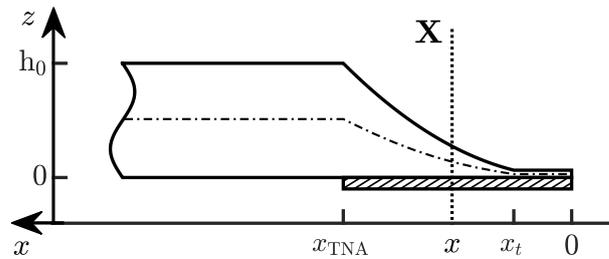
La méthode de la matrice impédance utilisée lors de travaux antérieurs [37], [41], [69] est très adaptée à l'étude de guides d'ondes à gradients de propriétés.

TABLE 2.1 – Géométrie des systèmes

Poutre d'accueil		Description
h_0	5 mm	épaisseur de la poutre d'accueil
L	70 cm	longueur de la poutre d'accueil
b	2 cm	largeur de la poutre d'accueil
Terminaison languette [17]		
h_L	0.217 mm	épaisseur de la languette
x_L	16 mm	longueur de la languette
h_{ve}^{JL}	1.5 mm	épaisseur du visco-élastique sur la languette
Terminaison TNA		
$h(x)$	$h_0 \left(\frac{x}{x_{TNA}} \right)^m$	$\forall x \in [x_t, x_{TNA}]$; profil TNA
x_{TNA}	150 mm	longueur du profil TNA
x_t	20 mm	distance de troncature
m	2	puissance du profil TNA
h_t	0.089 mm	épaisseur résiduelle à la troncature
h_{ve}	0.5 mm	épaisseur du visco-élastique de référence

TABLE 2.2 – Paramètres matériaux

Aluminium référence	Visco-élastique référence	Aluminium languette [17]	Visco-élastique languette [17]	Description
ρ 2700	ρ_{ve} 1000	ρ^{JL} 2811	ρ_{ve}^{JL} 93.3	masse volumique (kg.m^{-3})
E 70	E_{ve} 7	E^{JL} 71.4	E_{ve}^{JL} $6.86 \cdot 10^{-3}$	module d'Young (GPa)
η 0.002	η_{ve} 0.4	η^{JL} 0.002	η_{ve}^{JL} 0.15	facteur de pertes
ν 0.3	ν_{ve} 0.3	ν^{JL} 0.3	ν_{ve}^{JL} 0.3	coefficient de Poisson


 FIGURE 2.2 – Vecteur d'état \mathbf{X} en fonction de x . La ligne discontinue représente la fibre neutre.

L'étude est effectuée en régime harmonique, la convention temporelle est $e^{+j\omega t}$, où ω est la pulsation angulaire. La méthode consiste à calculer l'état mécanique d'un guide d'onde le long de son profil à partir de la condition imposée à l'extrémité. Pour les modèles de poutres considérés, le vecteur d'état utilisé est $\mathbf{X}^T = [w \ \theta \ T \ M]$, avec w le déplacement, θ la pente, T l'effort tranchant et M le moment fléchissant. Il satisfait à l'équation d'évolution (voir figure 2.2)

$$\frac{d\mathbf{X}}{dx} = \mathbf{H}\mathbf{X}, \quad \text{soit} \quad \frac{d}{dx} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_3 & \mathbf{H}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_f \end{bmatrix}, \quad (2.1)$$

où la matrice \mathbf{H} , appelée matrice de transition, est définie par les blocs \mathbf{H}_i , dont les

expressions sont obtenues à partir des équations du mouvement. Le vecteur \mathbf{X} est composé de deux sous-vecteurs, regroupant les grandeurs cinématiques $\mathbf{x}_c^T = [w \ \theta]$ et d'effort $\mathbf{x}_f^T = [T \ M]$. L'exposant T désigne la transposition. \mathbf{H} décrit la dynamique du guide d'onde en fonction de l'espace et de la fréquence. Son expression dépend du modèle de poutre choisi, à savoir les modèles d'Euler-Bernoulli ou de Timoshenko (voir section 2.2.1). La matrice impédance \mathbf{Z} est définie à partir des sous-vecteurs \mathbf{x}_c et \mathbf{x}_f , par la relation

$$\mathbf{x}_f = j\omega \mathbf{Z} \mathbf{x}_c. \quad (2.2)$$

En reportant l'équation (2.2) dans l'équation (2.1), on montre que \mathbf{Z} vérifie l'équation de Riccati

$$\frac{d\mathbf{Z}}{dx} = -\mathbf{Z}\mathbf{H}_1 - j\omega \mathbf{Z}\mathbf{H}_2\mathbf{Z} + \frac{\mathbf{H}_3}{j\omega} + \mathbf{H}_4\mathbf{Z}. \quad (2.3)$$

Cette équation peut être résolue numériquement de proche en proche à partir de l'extrémité libre décrite par une impédance nulle. La méthode numérique utilisée se base sur les séries de Magnus. Elle est développée dans la section 2.2.3.

Définissons la matrice \mathbf{E} , en mettant en colonnes les vecteurs propres de $-j\mathbf{H}$ [37]. On a alors $-j\mathbf{H}\mathbf{E} = \mathbf{E}\mathbf{\Lambda}$, avec $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4)$, λ_i ($i = 1, 2, 3, 4$) étant les valeurs propres de $-j\mathbf{H}$. Le vecteur d'état \mathbf{X} peut être exprimé dans la base des vecteurs colonnes de \mathbf{E} . Ce changement de base s'écrit alors $\mathbf{X} = \mathbf{E}\mathbf{V}$, où \mathbf{V} s'interprète comme un vecteur regroupant les amplitudes des ondes présentes dans le milieu. En séparant les ondes aller (V_A) et retour (V_R), on peut alors écrire

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_c \\ \mathbf{x}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_1 & \mathbf{E}_2 \\ \mathbf{E}_3 & \mathbf{E}_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_A \\ V_R \end{bmatrix}. \quad (2.4)$$

La matrice de réflexion \mathbf{R} est définie par $V_R = \mathbf{R}V_A$. En reportant l'équation (2.2) dans l'équation (2.4), elle peut alors être calculée par

$$\mathbf{R} = [j\omega \mathbf{Z}\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_4]^{-1} [\mathbf{E}_3 - j\omega \mathbf{Z}\mathbf{E}_1]. \quad (2.5)$$

La matrice \mathbf{R} est une matrice 2×2 ; elle regroupe les termes associés aux ondes propagatives (indice p) et évanescentes (indice e) :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_{pp} & R_{ep} \\ R_{pe} & R_{ee} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Le terme associé aux ondes propagatives, R_{pp} , joue le rôle le plus important. C'est ce coefficient qui est mesuré en pratique. Il est désigné par R dans l'ensemble du manuscrit.

2.2.1 Choix du modèle de poutre

La matrice de transition \mathbf{H} est construite à partir des équations du mouvement d'une poutre en flexion. Ces équations sont décrites par les modèles de poutre d'Euler-Bernoulli et de Timoshenko.

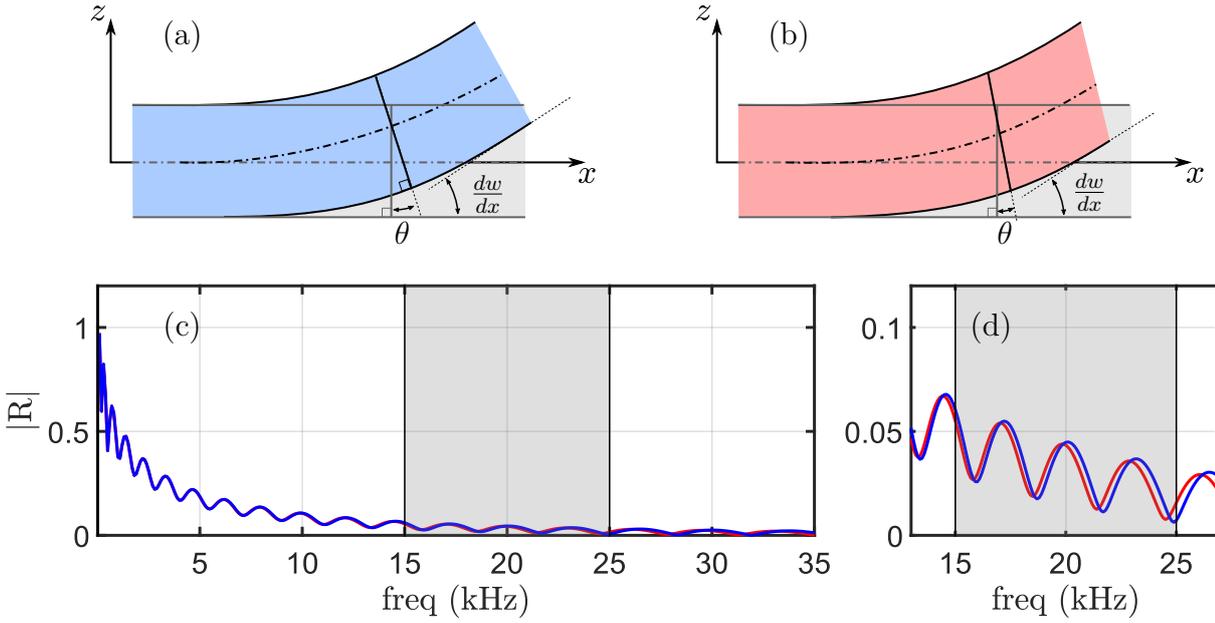


FIGURE 2.3 – Schéma de déformation d’une poutre soumise à une contrainte de flexion selon le modèle de poutre d’Euler-Bernoulli (a) et de Timoshenko (b). (c) $|R|$ de la terminaison TNA revêtue suivant la théorie d’Euler-Bernoulli (en bleu) et de Timoshenko (en rouge). (d) Agrandissement de $|R|$ autour de 20 kHz.

Modèle d’Euler-Bernoulli

Dans le cadre des hypothèses de poutre mince d’Euler-Bernoulli qui considèrent que la section est indéformable et orthogonale à la fibre neutre lors d’un mouvement de flexion (voir figure 2.3(a)), la pente s’exprime directement comme la dérivée du déplacement :

$$\frac{dw}{dx} = \theta. \quad (2.7)$$

Le moment est proportionnel à la dérivée de la pente tel que

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{E^*I}, \quad (2.8)$$

avec $E^* = E \cdot (1 + j\eta)$ le module d’Young complexe, E étant le module d’Young réel et η le facteur de pertes du matériau, et $I = bh^3/12$ le moment d’inertie de la section de la poutre que nous supposons ici rectangulaire ($S = bh$).

D’après le principe fondamental de la dynamique, en tenant compte des hypothèses de poutre mince, l’équilibre des efforts s’écrit

$$\frac{dT}{dx} = -\rho S \omega^2 w, \quad (2.9)$$

avec ρ la masse volumique du matériau. L’équilibre des moments se traduit par

$$\frac{dM}{dx} = -T. \quad (2.10)$$

Les équations (2.7), (2.8), (2.9) et (2.10) traduisent les relations entre les dérivées des composantes du vecteur d’état \mathbf{X} et lui-même. Cela permet de définir la matrice de transition pour le modèle d’Euler-Bernoulli :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{EB}} = \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/E^*I \\ \hline -\rho S\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{array} \right]. \quad (2.11)$$

Modèle de Timoshenko

Le modèle de Timoshenko prend en compte la déformation de cisaillement (voir figure 2.3(b)) et l'inertie de rotation de la section. L'équation (2.7) devient alors :

$$\frac{dw}{dx} = \theta + \frac{T}{k'SG}, \quad (2.12)$$

où $k'S$ est la section réduite, impliquant le facteur $k' = 5/6$ pour des sections rectangulaires [70], et $G = E/(2(1 + \nu))$ est le module de cisaillement du matériau. Le terme d'inertie de rotation n'est plus négligé dans l'équilibre des moments. L'équation (2.10) s'écrit alors

$$\frac{dM}{dx} = -\rho I\omega^2\theta - T. \quad (2.13)$$

La matrice de transition pour le modèle de Timoshenko, à l'aide des équations (2.12), (2.8), (2.9) et (2.13) s'écrit alors :

$$\mathbf{H}_{\mathbf{Timo}} = \left[\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1/k'SG & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/E^*I \\ \hline -\rho S\omega^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\rho I\omega^2 & -1 & 0 \end{array} \right]. \quad (2.14)$$

Discussion

Le modèle d'Euler-Bernoulli, par sa simplicité, est facile à implémenter et permet des calculs numériques rapides. Cependant, il peut être la source d'une estimation erronée de R à hautes fréquences.

Le modèle de Timoshenko, construit sur des hypothèses moins restrictives, est alors comparé au modèle d'Euler-Bernoulli (voir figure 2.3). La comparaison porte sur le calcul du coefficient de réflexion R de la poutre TNA de référence revêtue d'une couche de visco-élastique. Sauf exception, l'étude de R ne dépassera pas 2 kHz dans ce travail (limite arbitraire). Les deux modèles commencent à donner des résultats différents à partir de 20 kHz environ (voir figure 2.3(d)). Dans la plage [0 - 2 kHz], le modèle d'Euler-Bernoulli est donc suffisant et est donc retenu. La matrice \mathbf{H} dans cette première partie fera donc référence à $\mathbf{H}_{\mathbf{EB}}$.

2.2.2 Loi de mélange de structures bicouches

Les terminaisons sont recouvertes d'une couche d'un matériau visco-élastique. Les paramètres équivalents de ces bicouches sont calculés le long du profil à l'aide d'une loi de mélange adaptée de la théorie de Ross-Ungar-Kerwin (RUK) [7], [33], [37], [59]. Ainsi, les expressions de l'épaisseur, de la masse volumique et du module d'Young complexe s'écrivent de la façon suivante :

$$\mathbf{h}_{eq}(x) = \mathbf{h}(x) + \mathbf{h}_{ve}, \quad (2.15)$$

$$\rho_{eq}(x) = \frac{\rho \mathbf{h}(x) + \rho_{ve} \mathbf{h}_{ve}}{\mathbf{h}(x) + \mathbf{h}_{ve}}, \quad (2.16)$$

$$E_{eq}^*(x) = E \left(1 + i\eta + \frac{E_{ve}}{E} \left(\frac{\mathbf{h}_{ve}}{\mathbf{h}(x)} \right)^3 (1 + i\eta_{ve}) \right. \\ \left. + 3 \frac{\left(1 + \frac{\mathbf{h}_{ve}}{\mathbf{h}(x)} \right)^2 \frac{E_{ve}}{E} \frac{\mathbf{h}_{ve}}{\mathbf{h}(x)} (1 - \eta\eta_{ve} + i(\eta + \eta_{ve}))}{1 + \frac{E_{ve}}{E} \frac{\mathbf{h}_{ve}}{\mathbf{h}(x)} (1 + i\eta_{ve})} \right). \quad (2.17)$$

Ces expressions s'appliquent à la partie revêtue, c'est-à-dire pour $x \leq x_{ve}$.

2.2.3 Résolution numérique de l'équation vérifiée par l'impédance

Une méthode numérique est utilisée pour résoudre l'équation de Riccati, équation (2.3). La terminaison étudiée est discrétisée et représentée par des tronçons de poutre uniforme par morceaux (voir figure 2.4).

Le pas spatial \tilde{x}_n est défini de façon à décrire correctement la longueur d'onde de la plus haute fréquence de l'étude. Il est usuel de considérer 6 mailles par longueur d'onde en éléments finis linéaires. Après différents tests, ce critère est suffisant pour notre application, même si aucune étude de convergence rigoureuse n'a été réalisée. Le pas est alors adaptatif avec l'épaisseur du profil (voir figure 2.4). Pour chaque pas spatial, le matériau équivalent du bicouche est décrit par les équations (2.16) et (2.17).

Contrairement à la structure réelle qui présente une ligne neutre non rectiligne (voir figure 2.2), on considère dans ce modèle une ligne neutre droite. Ce modèle est donc symétrique par rapport au plan neutre, ce qui revient à ignorer les effets de couplage entre flexion et traction/compression induits par la courbure du milieu. Il est établi que cet effet existe mais reste d'importance modérée. La différence entre symétrie et dissymétrie par rapport au plan neutre sera discutée dans l'analyse des diffuseurs 2D.

La méthode numérique utilisée se base sur les séries de Magnus d'ordre 4 [71]. L'équation (2.1) est écrite sous la forme

$$\mathbf{X}(\tilde{x}_{n+1}) = e^{\Omega_n} \mathbf{X}(\tilde{x}_n), \quad \text{avec } e^{\Omega_n} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_1 & \mathbf{O}_2 \\ \mathbf{O}_3 & \mathbf{O}_4 \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Ici, Ω_n est la matrice de Magnus de quatrième ordre définie par

$$\Omega_n = \frac{\Delta}{2} (\mathbf{H}_a + \mathbf{H}_b) + \frac{\sqrt{3}}{12} \Delta^2 [\mathbf{H}_b, \mathbf{H}_a]. \quad (2.19)$$

Le paramètre $\Delta = \tilde{x}_{n+1} - \tilde{x}_n$, est le pas spatial du schéma numérique. La notation $[\mathbf{H}_b, \mathbf{H}_a] = \mathbf{H}_b \mathbf{H}_a - \mathbf{H}_a \mathbf{H}_b$, décrit le commutateur entre les matrices \mathbf{H}_b et \mathbf{H}_a , elles-mêmes définies comme suit :

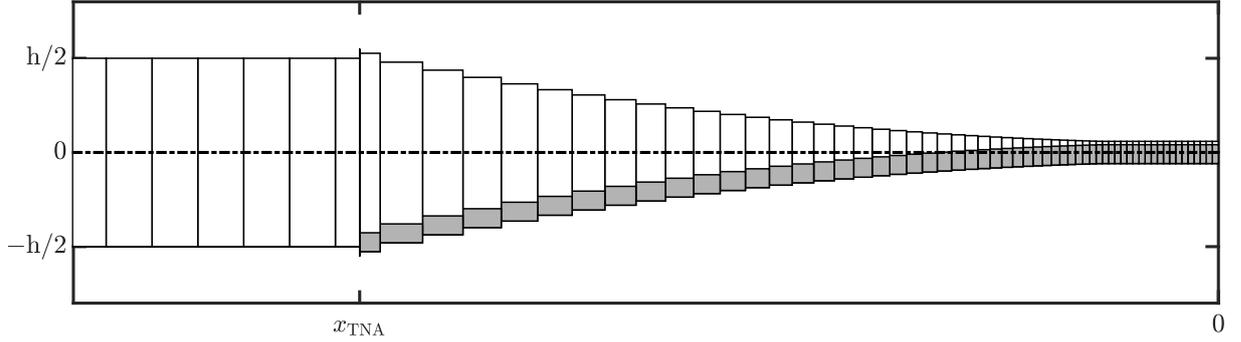


FIGURE 2.4 – Arrangement spatial des éléments pour la résolution numérique du modèle. La taille des éléments s’adapte à l’épaisseur du profil de manière à respecter une contrainte d’échantillonnage correspondant à la fréquence la plus haute de l’étude. Si la terminaison est revêtue (éléments gris), la loi de mélange s’applique à chaque itération spatiale. La ligne neutre est représentée en ligne discontinue.

$$\mathbf{H}_a = \mathbf{H}(\tilde{x}_n + (\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{6})\Delta) \quad \text{et} \quad \mathbf{H}_b = \mathbf{H}(\tilde{x}_n + (\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{6})\Delta). \quad (2.20)$$

En remplaçant l’équation (2.2) par l’équation (2.18), un schéma itératif est obtenu et peut être utilisé pour calculer la valeur de \mathbf{Z} pour chaque position sur la poutre. La condition de frontière libre, qui se traduit par $\mathbf{x}_f = 0$ dans l’équation (2.2), implique $Z_{(x=0)} = 0$. On peut donc initier l’expression itérative de l’impédance adaptée à la méthode numérique :

$$\mathbf{Z}(\tilde{x}_{n+1}) = \frac{1}{j\omega} [\mathbf{O}_3 + j\omega \mathbf{O}_4 \mathbf{Z}(\tilde{x}_n)] [\mathbf{O}_1 + j\omega \mathbf{O}_2 \mathbf{Z}(\tilde{x}_n)]^{-1}. \quad (2.21)$$

L’impédance est calculée entre $x = 0$, où elle vaut 0, et $x = x_{\text{TNA}}$ en suivant les variations imposées par la terminaison TNA. Notons finalement que la matrice impédance caractérise les propriétés intrinsèques de la terminaison. Par conséquent, son calcul est indépendant des conditions aux limites appliquées à l’autre extrémité du guide d’onde (extrémité opposée à celle située en $x = 0$).

2.2.4 Coefficient de réflexion des trois terminaisons

La méthode de la matrice impédance est applicable à toute pulsation ou fréquence, réelle ou complexe. Le coefficient de réflexion R peut en particulier être calculé dans ce plan des fréquences complexes. Le coefficient de réflexion est donc calculé pour les trois terminaisons étudiées, avec et sans revêtement visco-élastique, et son module est tracé en fonction des fréquences réelles et complexes sur la figure 2.5.

- La première terminaison droite, que l’on caractérise par son coefficient de réflexion en $x = x_{\text{TNA}}$ (voir figure 2.1(a)), donne lieu à une réflexion quasi-totale, c’est-à-dire $|R| \approx 1$ (voir figure 2.5(a)). Nous considérons cela comme le cas de référence. Pour cette configuration, la couche de visco-élastique dont les paramètres sont donnés dans les tableaux 2.1 et 2.2 a une faible influence. Dans le plan des fréquences complexes en échelle logarithmique, $|R|$ prend des valeurs élevées en jaune pour les fréquences imaginaires négatives et des valeurs faibles en bleu pour les fréquences

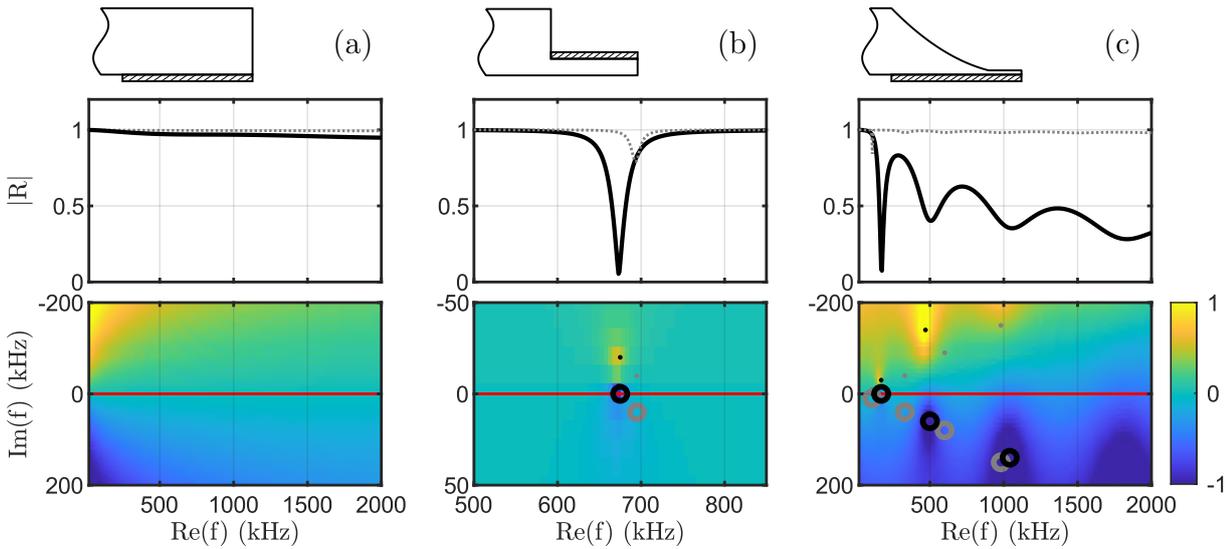


FIGURE 2.5 – $|R|$ en fonction des fréquences réelles et $\log |R|$ dans le plan des fréquences complexes pour chaque terminaison avec (ligne pleine noire) et sans revêtement (ligne pointillée grise) : (a) droite, (b) languette, (c) TNA.

imaginaires positives.

- La deuxième est une languette de faible épaisseur raccordée à une terminaison droite (voir figure 2.1(b)). C'est une configuration préliminaire utile à l'étude de TNA : une discrétisation du profil TNA est une succession de marches, et le niveau zéro d'un TNA (représentation minimale) est constitué par cette configuration "languette" composée d'une simple marche élémentaire. Cette configuration a été étudiée par J. Leng au cours de sa thèse [72] et est décrite dans notre application par ses paramètres matériaux et géométriques (voir tableaux 2.1 et 2.2). Ce système se comporte comme un absorbeur dynamique sub-longueur d'onde, c'est-à-dire capable de piéger des fréquences dont la longueur d'onde est beaucoup plus grande que la longueur de la languette. Le coefficient de réflexion (voir figure 2.5(b)) chute aux fréquences qui correspondent aux modes locaux de la terminaison, qui sont des déformées propres très similaires à celles des modes de d'une languette "encastrée-libre". Dans cette configuration l'épaisseur de la couche d'amortissement est du même ordre de grandeur que l'épaisseur de la structure et son influence sur R est alors déterminante. Dans le plan des fréquences complexes, la tâche jaune et la bleue correspondent respectivement à un pôle et à un zéro de $|R|$. Ces points singuliers sont marqués en noir par un point (pôle) et un cercle (zéro). Le pôle correspond au mode local de la terminaison et son positionnement par rapport au zéro est à l'origine du minimum local de $|R|$ (voir section 2.3).
- La troisième terminaison est le profil TNA (voir figure 2.1(c) et tableau 2.1). La structure "en arches" de son coefficient de réflexion (voir Ref. 2.5(c)) provient du positionnement de plusieurs paires de pôles et de zéros identifiées sur le plan des fréquences complexes de $|R|$. L'analyse de ce plan des fréquences complexes est approfondie dans la section suivante. L'impact de la couche de visco-élastique sur le comportement du TNA est d'autant plus important que l'épaisseur du TNA est faible.

2.3 Analyse du plan des fréquences complexes

Cette section développe l'analyse de R dans son plan de fréquences complexes. En particulier, les variations de R dans ce plan sont interprétées en fonction de la nature du revêtement appliqué à une terminaison TNA (voir section 2.3.1). De cette analyse est introduite une notion centrale utilisée dans la thèse : le couplage critique (voir section 2.3.2).

2.3.1 Observations numériques

La figure 2.6 montre trois représentations du coefficient de réflexion d'une terminaison TNA. Premièrement, un tracé classique de $|R|$ en fonction de la valeur réelle de la fréquence (voir figure 2.6(a)). Deuxièmement, une représentation de $|R|$ dans le plan des fréquences complexes (voir figure 2.6(b)). Sur cette carte, les iso-couleurs représentent les iso-valeurs de $|R|$ (exprimées avec une échelle logarithmique). Troisièmement, des représentations de la surface de $|R|$ sur des plages limitées du plan des fréquences complexes (voir figures 2.6(c),(d),(e)).

Afin d'aider la compréhension et l'interprétation de la représentation de R dans le plan des fréquences complexes, différentes configurations de revêtement sont imaginées numériquement.

Revêtement raide et quasi-conservatif

Le TNA est, tout d'abord, recouvert d'un matériau élastique ayant les mêmes propriétés de rigidité et d'amortissement que l'aluminium de la poutre d'accueil. Cette configuration est représentée en noir : courbe noire sur la figure 2.6(a), marqueurs noirs sur la figure 2.6(b) et surface au fond gris sur la figure 2.6(c). Le système étant très faiblement amorti, le module de R reste autour de la valeur unitaire (voir figure 2.6(a)). La carte de couleur de la figure 2.6(b) donne les valeurs de $|R|$ en échelle logarithmique en fonction des fréquences complexes. Les pôles et les zéros sont respectivement marqués par des croix et des disques. La présente configuration est un système quasi-conservatif car les pertes inhérentes de la structure sont proches de zéro. Dans ce cas, les pôles et les zéros sont quasiment complexes conjugués. Ils sont donc répartis symétriquement autour de la ligne rouge qui représente l'axe des fréquences réelles. En regardant la surface de la figure 2.6(c), on aperçoit le caractère très local du premier pôle, le pic jaune tendant vers $+\infty$, et du premier zéro, la cavité bleue tendant vers $-\infty$. La trace de l'axe réel sur la surface (ligne rouge) conserve une valeur constante : $\log|R| \approx 0$, soit $|R| \approx 1$.

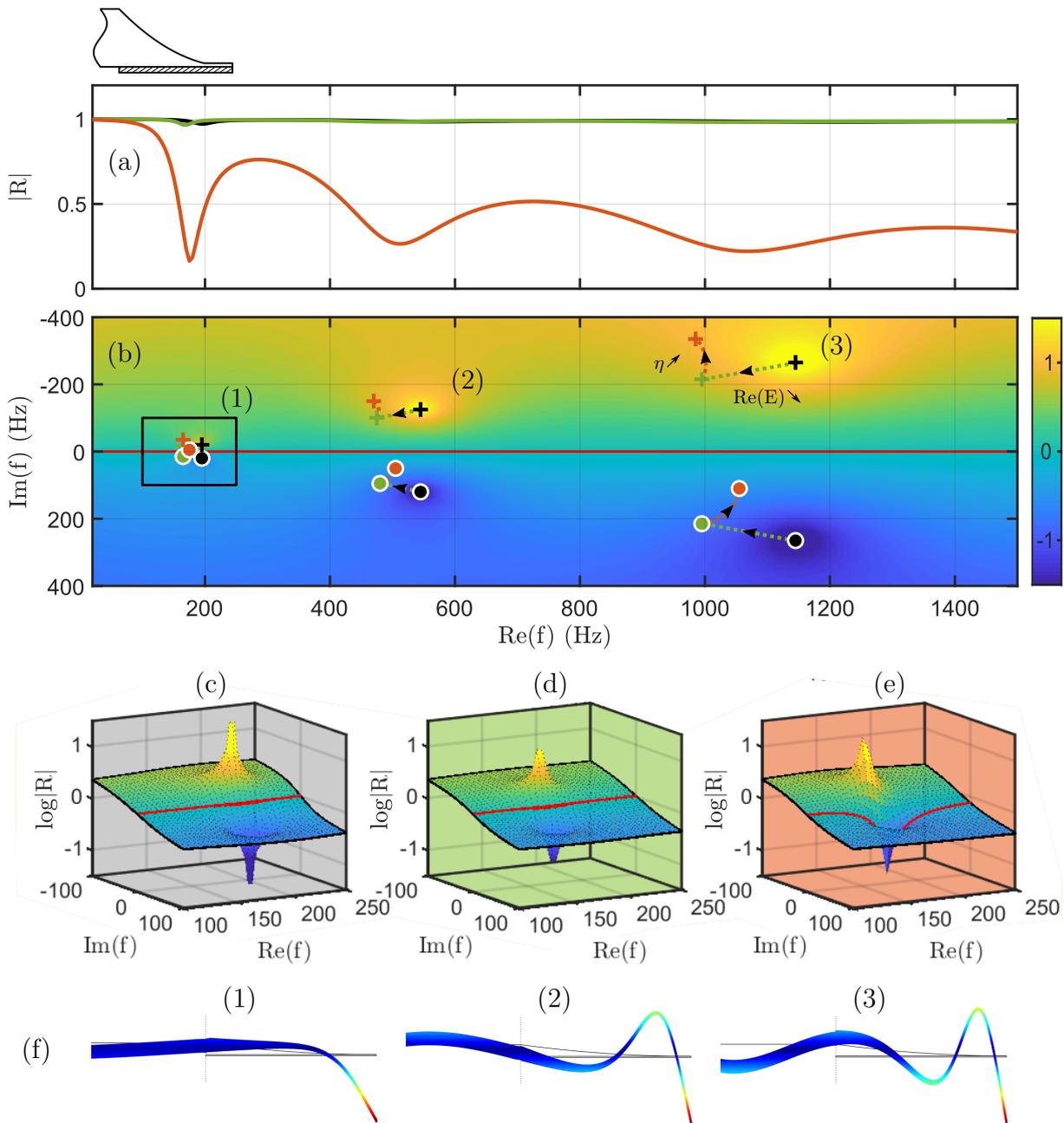


FIGURE 2.6 – (a) Module du coefficient de réflexion ($|R|$) pour une terminaison TNA de référence munie de trois configurations de revêtement : $E_{ve} = 70$ GPa et $\eta_{ve} = 0.002$ (noir), $E_{ve} = 7$ GPa et $\eta_{ve} = 0.002$ (vert), et $E_{ve} = 7$ GPa et $\eta_{ve} = 0.4$ (orange). (b) $\log|R|$ tracé en carte de couleur sur le plan des fréquences complexes pour la première configuration (noir). La ligne rouge est l'axe des fréquences réelles. Les tâches jaunes marquées par des croix sont les pôles, les tâches bleues marquées par des cercles sont les zéros. Les marqueurs verts (resp. orange) indiquent la position des pôles et des zéros de R pour la deuxième configuration (resp. troisième configuration). Les lignes pointillées et fléchées indiquent la trajectoire empruntée par les pôles et les zéros pour passer d'une configuration à une autre. (c) (resp. (d) et (e)) représente un agrandissement autour de la première paire de pôle et de zéro sous la forme d'une surface pour la première configuration (resp. deuxième et troisième configurations). (f) Déformées locales aux fréquences des pôles notées (1), (2) et (3).

Revêtement souple et quasi-conservatif

Le deuxième revêtement a les mêmes propriétés de très faible amortissement que précédemment, mais la rigidité est maintenant celle du visco-élastique, plus faible. Le résultat est représenté en vert. À nouveau, $|R|$ reste proche de 1 (voir figure 2.6(a)). Seule la position des pôles et des zéros est rapportée sur la figure 2.6(b). En comparaison avec le cas précédent, on peut observer que les points singuliers se trouvent décalés en basse fréquence en suivant la trajectoire verte pointillée ; ce qui est attendu en assouplissant le revêtement. La figure 2.6(d) montre la surface complexe de cette configuration.

Revêtement souple et dissipatif

Le troisième revêtement est le visco-élastique de référence aux propriétés amortissantes (voir tableau 2.2). Le résultat est représenté en orange. Désormais amorti, le système devient dissipatif par l'ajout de pertes localisées. L'allure en arche de $|R|$ apparaît (voir figure 2.6(a)). Les marqueurs de la fréquence complexe des pôles et des zéros sont reportés sur la figure 2.6(b). Cette fois, les pôles et les zéros ne sont plus symétriquement arrangés autour de l'axe des fréquences réelles : les zéros s'en rapprochent tandis que les pôles s'en éloignent en suivant une rotation (trajectoire orange pointillée). La surface de la figure 2.6(e), présente la conséquence de cette rotation. Les zéros s'approchent de l'axe des fréquences réelles, ce qui crée les arches observées sur la figure 2.6(a).

Discussion

Le coefficient $|R|$ a un sens physique pour des valeurs réelles de la fréquence. Sa valeur peut être calculée pour toute fréquence complexe. La trace de la surface résultante sur l'axe des fréquences réelles fournit le coefficient de réflexion utile à l'application et mesurable expérimentalement. On comprend de cette façon que ses variations sont dépendantes de la proximité des zéros dans le plan des fréquences complexes.

Le plan des fréquences complexes révèle les caractéristiques (signatures) de chaque terminaison. La disposition des pôles et des zéros en est l'empreinte. Pour la terminaison TNA (voir figures 2.6(b) et 2.5(c)), les pôles et les zéros se distribuent densément d'une part, ce qui a pour effet la décroissance globale de R . Plus l'extrémité est fine et souple, plus la densité modale augmente. D'autre part, les zéros ont la vertu d'être presque alignés entre eux. Ils sont alors tous plus ou moins alignés autour de l'axe des fréquences réelles lorsque les pertes sont bien ajustées [72]. L'étude est limitée au contrôle des trois premiers zéros uniquement, soit environ 2000 Hz.

Pour la languette, le plan des fréquences complexes présente des pôles et des zéros plus épars, ce qui conduit à des minima locaux de $|R|$ sans décroissance globale (voir figure 2.5(b)).

La terminaison droite ne présente aucun pôle ni zéro sur le plan des fréquences complexes (voir figure 2.5(c)), ce qui est attendu.

Cette analyse préliminaire permet de dégager la stratégie de contrôle des performances de terminaisons, notamment des TNA : la profondeur des minima locaux de $|R|$ est contrôlée par un ajustement de l'amortissement du système, tandis que la fréquence de ces chutes varie en contrôlant la rigidité. Cette thèse a pour objectif de concevoir des TNA Augmentés (TNAA). La réalisation de cet objectif en suivant la stratégie de contrôle des pôles de

R nécessite de déterminer une méthodologie et une technologie permettant le contrôle in situ des paramètres de la terminaison.

2.3.2 Couplage critique

Les pôles de R sont les résonances locales de la terminaison, les modes locaux [18], [19] (voir figure 2.6(f) et figure 2.5). Dans un cas sans perte, la distance d'un pôle à l'axe des fréquences réelles, soit sa fréquence imaginaire, détermine la fuite de l'énergie de la terminaison vers le reste de la poutre. La fréquence complexe du pôle va être contrôlée en ajustant les propriétés visco-élastiques du système. Le zéro associé se déplacera en conséquence. Lorsque les pertes par dissipation compensent exactement les fuites, cela revient à éloigner d'autant le pôle de l'axe des fréquences réelles par rapport à sa position initiale sans perte. Par conséquent, le zéro sera placé exactement sur l'axe des fréquences réelles, ce qui aura pour effet d'obtenir une réflexion nulle à la fréquence du zéro, soit une absorption parfaite.

Ce phénomène est appelé le couplage critique. Si trop de pertes sont ajoutées, le zéro dépassera l'axe des fréquences réelles et ces conditions critiques ne seront plus satisfaites. La difficulté de l'obtention de ce couplage critique permet l'évaluation de la pertinence et de la précision du moyen de contrôle employé. Ce critère est donc un objectif à atteindre dans la suite de ce travail.

2.4 Estimation du coefficient de réflexion d'une poutre

La méthode de la matrice impédance est adaptée au calcul analytique du coefficient R dans le plan des fréquences complexes d'une terminaison de poutre. L'usage de ce plan permet de mieux comprendre le comportement de R lorsqu'on considère des variations d'amortissement et de raideur de la terminaison. Cela permet d'élaborer une stratégie de conception des terminaisons augmentées.

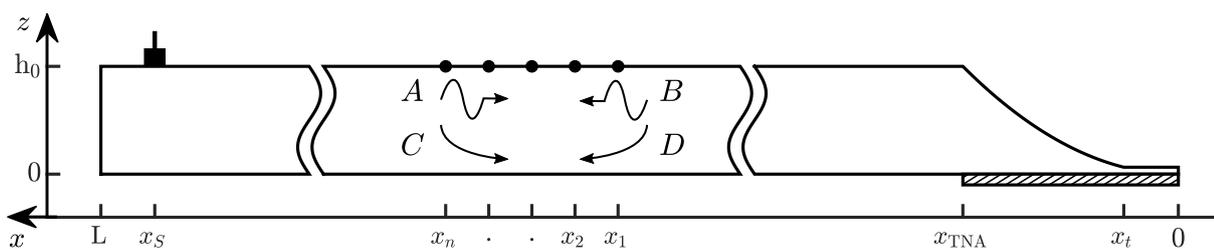


FIGURE 2.7 – Vue schématique de l'ensemble d'une poutre TNA dans laquelle se propagent des ondes de flexion dont les amplitudes sont notées A , B pour les ondes aller et retour propagatives et C et D pour les ondes évanescentes. La source est située en x_s et le champ de déplacement transversal est extrait aux points notés x_1 à x_n . Les cotes géométriques sont détaillées dans les tableaux 2.1.

Dans cette section est présentée une méthode expérimentale permettant d'estimer le coefficient R d'une terminaison. Elle se base sur l'identification des amplitudes des ondes se propageant dans la partie uniforme de la poutre, à partir de la réceptance mesurée en quelques points [39] (voir figure 2.7). Il est néanmoins nécessaire de connaître la nature de la structure mesurée pour déterminer le nombre d'onde k (ici, l'aluminium est connu, voir tableau 2.2).

Cette méthode est utilisée dans le cas de simulations par éléments finis via Comsol afin de valider la méthode de la matrice impédance, puis pour estimer R expérimentalement.

2.4.1 Champ de déplacement d'une poutre en flexion

En considérant les hypothèses d'Euler-Bernoulli, l'équation du mouvement de flexion $w(x, \omega)$ d'une poutre de section uniforme en régime harmonique et suivant la convention temporelle $e^{+j\omega t}$ s'écrit

$$EI \frac{d^4 w(x, \omega)}{dx^4} - \rho S \omega^2 w(x, \omega) = 0. \quad (2.22)$$

La solution générale de cette équation peut être écrite comme la somme de quatre ondes

$$w(x, \omega) = A(\omega)e^{-jkx} + B(\omega)e^{+jkx} + C(\omega)e^{-kx} + D(\omega)e^{+kx}, \quad (2.23)$$

où A , B , C and D sont respectivement les amplitudes des ondes propagatives et évanescentes aller et retour dépendantes de la fréquence (voir figure 2.1(d)). Le nombre d'onde de flexion k vaut

$$k^4 = \frac{\rho S}{EI} \omega^2. \quad (2.24)$$

Le coefficient de réflexion R est défini comme étant le rapport entre les amplitudes des ondes réfléchies et incidentes. Il faut donc pouvoir calculer les amplitudes A , B , C et D , ce qui nécessite a minima 4 points de mesure. En pratique, l'utilisation de données expérimentales nécessite de considérer un nombre de points supérieur à 4 et de résoudre le système au sens des moindres carrés. L'équation (2.23) peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} w(x_1, \omega) \\ w(x_2, \omega) \\ \vdots \\ w(x_n, \omega) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-jkx_1} & e^{+jkx_1} & e^{-kx_1} & e^{+kx_1} \\ e^{-jkx_2} & e^{+jkx_2} & e^{-kx_2} & e^{+kx_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ e^{-jkx_n} & e^{+jkx_n} & e^{-kx_n} & e^{+kx_n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} A(\omega) \\ B(\omega) \\ C(\omega) \\ D(\omega) \end{bmatrix}. \quad (2.25)$$

Ainsi, à l'aide de \mathbf{M}^\dagger , la matrice inverse généralisée de Moore-Penrose de \mathbf{M} [73], l'équation précédente peut s'écrire

$$\begin{bmatrix} A(\omega) \\ B(\omega) \\ C(\omega) \\ D(\omega) \end{bmatrix} = \mathbf{M}^\dagger \begin{bmatrix} w(x_1, \omega) \\ w(x_2, \omega) \\ \vdots \\ w(x_n, \omega) \end{bmatrix}. \quad (2.26)$$

La matrice de réflexion \mathbf{R} peut alors être calculée à partir des rapports entre les amplitudes aller et retour, en manipulant l'expression suivante :

$$\begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{pp} & R_{ep} \\ R_{pe} & R_{ee} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ C \end{bmatrix}. \quad (2.27)$$

Dans la suite, on s'intéresse principalement au coefficient de réflexion scalaire, $R = R_{pp}$.

2.4.2 Hypothèse de champ lointain

Il est possible de simplifier la méthode en se plaçant dans l'hypothèse de champ lointain. Cette hypothèse consiste à omettre les ondes évanescentes et permet ainsi de calculer directement le terme R_{pp} de l'équation (2.27). Dans ces conditions, l'expression (2.23) se simplifie

$$w(x, \omega) = A(\omega)e^{-jkx} + B(\omega)e^{+jkx}. \quad (2.28)$$

De même, son expression matricielle s'exprime simplement par

$$\begin{bmatrix} w(x_1, \omega) \\ w(x_2, \omega) \\ \vdots \\ w(x_n, \omega) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} e^{-jkx_1} & e^{+jkx_1} \\ e^{-jkx_2} & e^{+jkx_2} \\ \vdots & \vdots \\ e^{-jkx_n} & e^{+jkx_n} \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} A(\omega) \\ B(\omega) \end{bmatrix}. \quad (2.29)$$

On peut alors isoler A et B par la même procédure d'inversion de matrice et calculer R_{pp} directement par

$$R_{pp} = \frac{B}{A}. \quad (2.30)$$

Cette méthode est plus directe et ne nécessite que deux points de mesure en théorie. Il faut cependant prendre soin de respecter les conditions de champ lointain. Pour ce faire, il faut que les points de mesure soient éloignés d'une distance d de la source et de la terminaison à caractériser, ce qui impose une limite basse fréquence. Cette dernière est calculée en fonction de la distance d en s'assurant que l'amplitude des ondes évanescentes soit atténuée de 90%, soit

$$\exp(-kd) = 0.1. \quad (2.31)$$

Dans les conditions de ce travail, avec une poutre de longueur $L = 70$ m en considérant suffisamment de points pour estimer R au sens des moindres carrés, la limite basse fréquence est estimée à environ 100 Hz.

2.5 Application aux modèles éléments finis

La simulation par la méthode des éléments finis permet d'obtenir une estimation du champ dans le cadre de l'élasticité linéaire 3D. La description n'est pas limitée par les hypothèses cinématiques. La figure 2.8, présente la géométrie maillée des trois terminaisons. Les points d'extraction du champ de déplacement transversal, en dégradé de rouge, sont situés dans la zone uniforme de la poutre de façon à respecter l'hypothèse de champ lointain. Ces points ne correspondent pas à des noeuds du maillage, les données sont interpolées.

Le champs de déplacement est calculé en 5 points (voir figure 2.8). R est estimé au sens des moindres carrés à l'aide de la méthode d'identification des ondes précédemment présentée en se plaçant dans l'hypothèse de champ lointain.

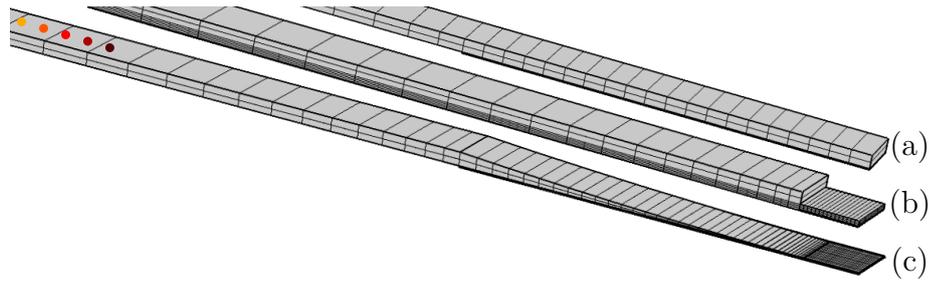


FIGURE 2.8 – Maillage par la méthode des éléments finis d’une poutre droite (a), à terminaison languette (b) et à terminaison TNA (c). Chaque terminaison est recouverte d’une couche de visco-élastique. Les terminaisons sont maillées avec un pas adaptatif par des hexaèdres quadratiques adéquats à l’étude d’ondes de flexion. Les points en dégradé de rouge sont les points d’extraction des champs de déplacement transversal.

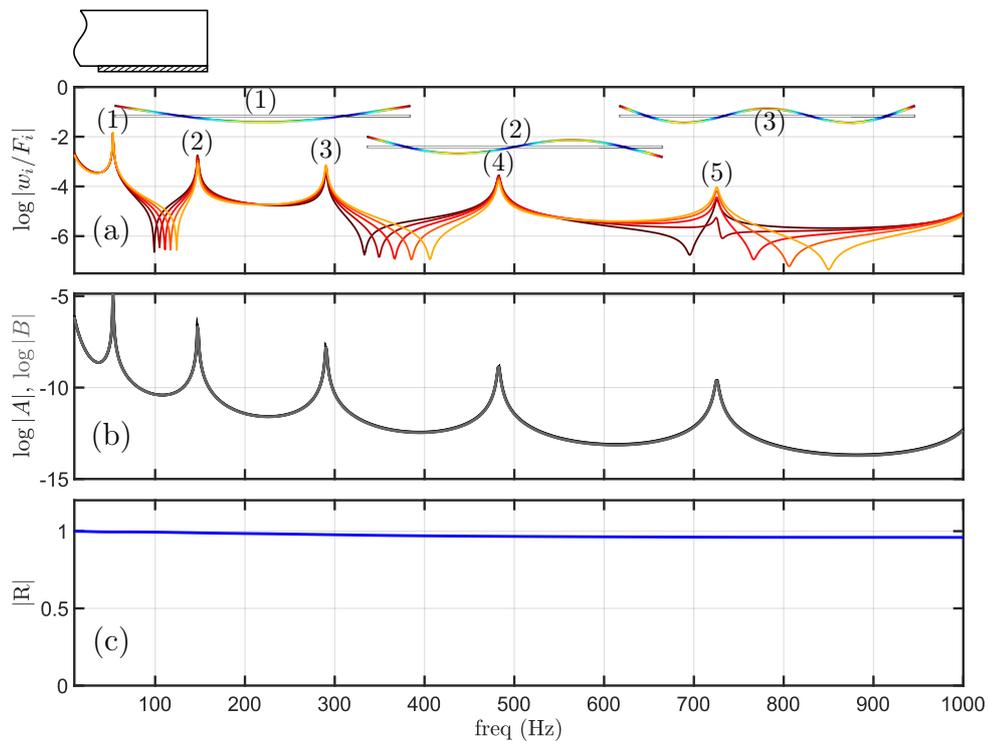


FIGURE 2.9 – (a) Réceptance de la poutre droite, simulée numériquement par éléments finis, aux points i en dégradé de rouge (voir figure 2.8). (n) indique la résonance associée au mode de flexion n de la poutre libre-libre dans le plan (x,z) . (b) Tracé de l’amplitude de l’onde propagative aller A (noir) et retour B (gris) en échelle logarithmique (ici, les deux courbes sont quasiment superposées). (c) Estimation de $|R|$ par le rapport B/A .

Application à la terminaison droite

Pour la poutre droite, les réponses en fréquence de la réceptance de chaque point i , $\log |w_i/F_i|$, sont tracées sur la figure 2.9(a) en respectant le code couleur des points. Les déformées opérationnelles aux résonances correspondent aux modes de la poutre libre-libre. Sur la figure 2.9(b), on trace les amplitudes de l’onde propagative aller A (en noir), et retour B (en gris) en fonction de la fréquence. Ces deux courbes sont confondues car le système est quasi-conservatif. Le module de R est estimé par le rapport B/A , très proche de 1 dans cette configuration (voir figure 2.9(c))

Application à la terminaison languette

Pour la poutre à terminaison languette, on procède à une analyse du même type. La figure 2.10(a) montre que la résonance notée (5) est perturbée par un effet local de la terminaison. La déformée opérationnelle à cette fréquence est une combinaison du 5^{ème} mode de poutre libre-libre et d'un mode local de la languette. La réceptance tracée en noir pointillé est extraite d'un point localisé à l'extrémité de la languette. Sur cette courbe apparaît plus clairement une résonance amortie à 705 Hz qui correspond au premier mode local de la terminaison. Sur la figure 2.10(b) sont tracées les amplitudes A et B . L'amplitude B chute à la fréquence où la terminaison fait son effet. Le rapport B/A donne la valeur de $|R|$ (voir figure 2.10(c)).

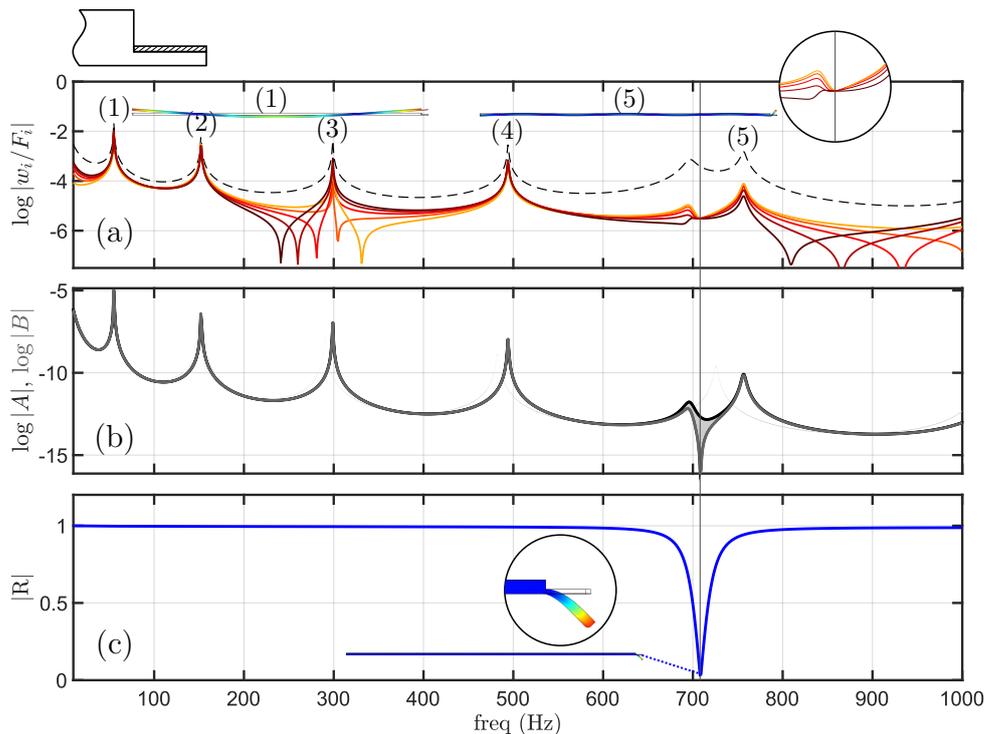


FIGURE 2.10 – (a) Réceptance de la poutre à terminaison languette, simulée numériquement par éléments finis, aux points i en dégradé de rouge (voir figure 2.8). La notation (n) indique la résonance associée au mode de flexion n de la poutre libre-libre dans le plan (x,z) . La courbe noire discontinue représente la réceptance extraite d'un point à l'extrémité de la languette. (b) Tracé de l'amplitude de l'onde propagative aller A (noir) et retour B (gris) en échelle logarithmique. (c) Estimation de $|R|$ par le rapport B/A .

La fréquence du minimum local de $|R|$ est légèrement différente de la fréquence de résonance du mode local de la languette. En effet, la résonance du mode local correspond au pôle de $|R|$ alors que le minimum local de $|R|$ vient du zéro. Pour rappel, dans le plan des fréquences complexes, ces deux points singuliers sont associés à la même fréquence réelle dans le cas conservatif, mais ce n'est pas le cas lorsque le système est dissipatif (voir figure 2.6(b)).

Dans le cas de cette terminaison languette, le couplage critique est atteint car $|R|$ tombe à 0, à 705 Hz. Cela signifie physiquement que les pertes internes au résonateur local compensent la fuite vers la poutre. La poutre d'accueil ne se déforme pas à cette fréquence

car elle se comporte comme un corps rigide. L'allure de la déformée opérationnelle le confirme (voir figure 2.10(c)). De plus, les réceptances de chaque point de mesure prennent la même valeur à cette fréquence (voir figure 2.10(a)), c'est une autre façon de détecter le couplage critique.

Application à la terminaison TNA

Pour la poutre à terminaison TNA, la deuxième résonance globale semble être gênée par un effet local de la terminaison (voir figure 2.11(a)). La chute de $|R|$ à zéro intervient à la fréquence où les réceptances concourent, vers 170 Hz ; il y a couplage critique (voir figure 2.11(c)). L'amplitude retour B s'écarte de plus en plus de l'amplitude aller A en fonction de la fréquence, ce qui conduit à une décroissance globale de $|R|$. Les maxima d'écart donnent lieux aux minima locaux de $|R|$.

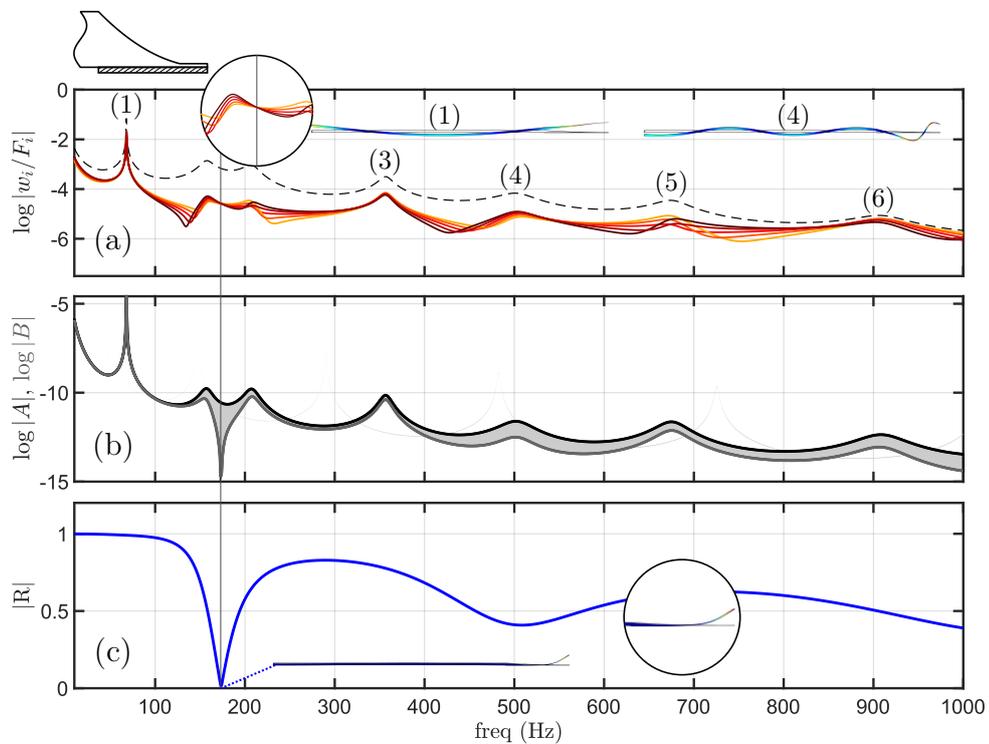


FIGURE 2.11 – (a) Réceptance de la poutre à terminaison TNA simulée numériquement par éléments finis et extraite aux points i en dégradé de rouge (voir figure 2.8). La notation (n) indique la résonance associée au mode de flexion n de la poutre libre-libre dans le plan (x,z) . La courbe noire discontinue représente la réceptance extraite d'un point à l'extrémité du TNA. (b) Tracé de l'amplitude de l'onde propagative aller A (noir) et retour B (gris) en échelle logarithmique. (c) Estimation de $|R|$ par le rapport B/A .

2.6 Comparaison des résultats numériques et expérimentaux

Dans le banc utilisé au LAUM [39], on choisit d'encastrier la poutre verticalement de manière à éviter tout mouvement de corps rigide, susceptible de perturber la mesure vibrométrique (voir figure 2.12(a)). La terminaison libre à caractériser se trouve orientée

vers le bas (voir figure 2.12(c)). La poutre est excitée par un pot vibrant découplé du bâti. Le champ de déplacement est mesuré sur toute une plage de mesure située entre la source et la terminaison. Les distances mises en jeu permettent de respecter l'hypothèse de champ lointain. La mesure s'effectue à l'aide d'un vibromètre laser à balayage (Polytec OFV 056). Le nombre de points de mesure (81) est surestimé de façon à pouvoir utiliser la procédure des moindres carrés (voir figure 2.12(b)). Quelques variantes de ce dispositif seront présentés dans la suite.

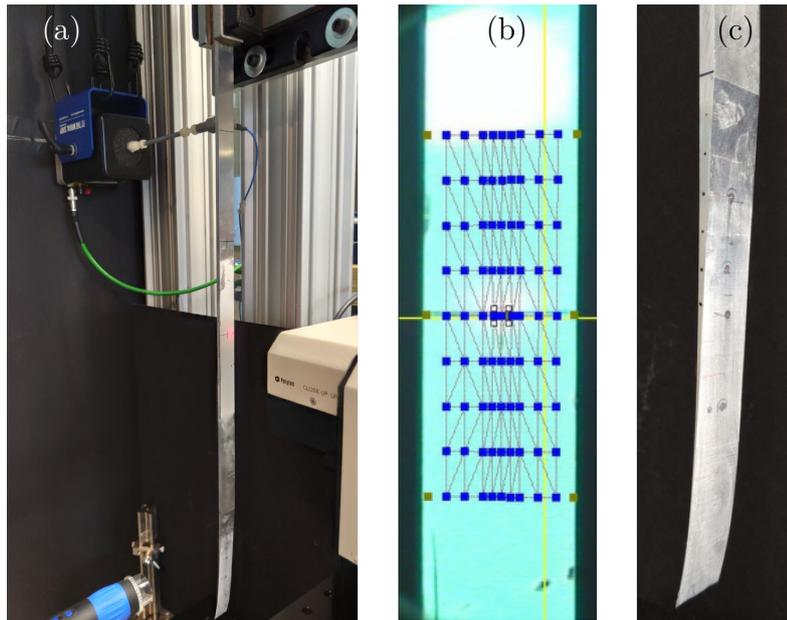


FIGURE 2.12 – (a) Photo du banc de mesure de R 1D. (b) Capture de la zone de mesure à travers le logiciel du laser à balayage. (c) Zoom sur la terminaison TNA.

Sur la figure 2.13, on compare les résultats du modèle analytique de la méthode de la matrice impédance (lignes pointillées rouges), du modèle éléments finis (lignes discontinues bleues) et de la mesure (lignes pleines noires).

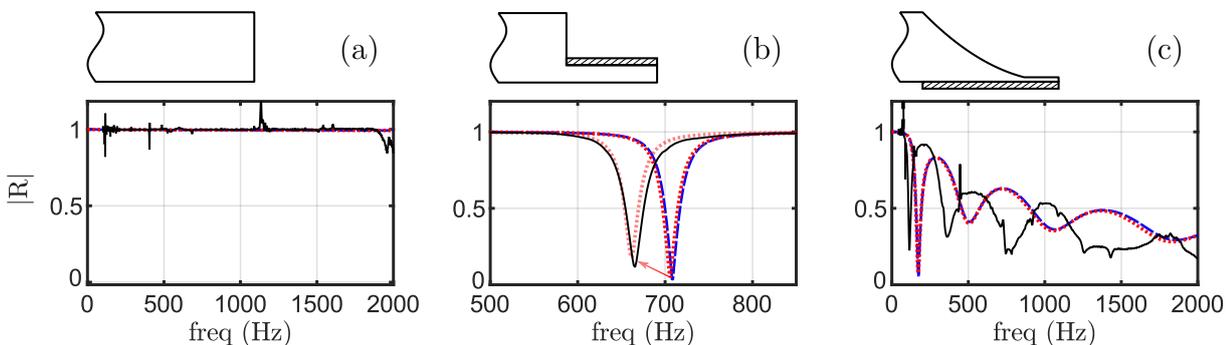


FIGURE 2.13 – Comparaison des résultats du calcul de $|R|$ par la méthode de matrice impédance (en rouge pointillé), via le modèle de simulation par éléments finis (en bleu discontinu) et par la mesure (en noir plein) pour une terminaison droite nue (a), languette revêtue (b) et TNA revêtue (c). La flèche indiquée sur (b) décrit le changement apporté par un recalage de l'épaisseur visant à ajuster le modèle issu de la méthode impédance avec l'expérience (diminution de 7% de l'épaisseur).

En pratique, la mesure de la terminaison droite (sans revêtement) est utile pour recalculer les paramètres matériaux, ρ et E , de façon à retrouver les résultats attendus par le modèle, soit $|R| = 1$ (voir figure 2.13(a)). Une fois les paramètres recalculés, les terminaisons languettes et TNA peuvent être mesurées. Afin de vérifier le recalage pour chaque poutre, il est possible de retourner la poutre en question pour mesurer l'autre côté, droit.

La configuration languette présentée ici a la même géométrie que celle utilisée dans les travaux de thèse de J. Leng [17]. Ce choix permet de confronter et de valider les premiers résultats. Le matériau visco-élastique utilisé a été préalablement caractérisé (voir tableau 2.2). Les dimensions de la languette ont été calculées de manière à donner lieu à un couplage critique. Les méthodes de la matrice impédance et le modèle éléments finis sont en bon accord lorsqu'on considère la languette comme une plaque plutôt que comme une poutre. Cela revient à considérer une raideur $D = Eh^3/12(1 - \nu^2)$ et non pas $D = Eh^3/12$ (voir figure 2.13(b)). Ceci est montré par la superposition des courbes discontinues bleue (Comsol) et pointillée rouge (méthode impédance). Le résultat expérimental, tracé en noir, montre que le démonstrateur expérimental est plus souple que le modèle car la mesure donne le minimum local 40 Hz plus bas. Il est possible de recalculer le modèle en diminuant l'épaisseur de la languette de 7%. C'est le résultat indiqué par la flèche rouge sur la figure, qui permet de recalculer le modèle sur l'expérience (courbe orangée). Cependant, ce type de recalage n'est pas vraiment convainquant car l'écart de fréquence observé peut en pratique provenir d'une inhomogénéité d'usinage et du faible congé à la racine de la languette.

La mesure de R sur la terminaison TNA est présentée sur la figure 2.13(c). Elle montre une structure en arche typique. Le décalage entre la mesure et les modèles provient d'une mauvaise estimation des paramètres du revêtement visco-élastique et d'erreurs de géométrie dues à l'usinage. À ce stade, nous ne cherchons pas à ajuster les paramètres du modèle.

2.7 Conclusion

Ce chapitre présente la modélisation et la caractérisation expérimentale de la terminaison d'une poutre. L'étude porte sur l'analyse du coefficient de réflexion d'une terminaison de poutre soumise à des ondes de flexion. Sur le plan expérimental, en identifiant les amplitudes des ondes incidentes et réfléchies, il est possible d'estimer R pour une terminaison arbitraire. Cette méthode est applicable à des simulations par éléments finis, et de façon similaire à des mesures réalisées sur un banc test.

Sur le plan analytique, le modèle proposé se base sur la méthode de la matrice impédance, qui permet d'analyser le comportement des terminaisons languette et TNA en utilisant des simulations dans le plan des fréquences complexes. En particulier, l'influence de l'amortissement ajouté peut être facilement interprétée au moyen de ce plan. On déduit de cette analyse une stratégie de contrôle des pôles de R , ce qui permet d'atteindre le couplage critique, et donc un phénomène d'absorption parfaite, à une ou plusieurs fréquences cibles. L'équilibre entre fuites et pertes internes à la terminaison est la condition à satisfaire. Il est délicat à atteindre en pratique. Son obtention à l'aide d'un contrôle d'une terminaison augmentée permet d'optimiser les prototypes des absorbeurs. C'est ce contrôle que nous cherchons à maîtriser dans ce travail.

CONCEPTION DE TNA AUGMENTÉ PAR PILOTAGE THERMIQUE

3.1 Introduction

Le chapitre précédent a montré l'importance du contrôle des pôles du coefficient de réflexion d'une terminaison TNA 1D. Ce contrôle dépend, de façon simple, des variations de la raideur du TNA et de l'amortissement du revêtement visco-élastique. Le présent chapitre propose de mettre en œuvre ce type de contrôle en utilisant un Polymère à Mémoire de Forme (PMF) dont les propriétés visco-élastiques dépendent fortement de la température. Le contrôle des pôles est ainsi effectué grâce à des variations de température. [54].

3.1.1 Description de l'élaboration du polymère à mémoire de forme

Le matériau choisi dans l'étude est le tBA/PEGDMA qui a fait l'objet des travaux de thèse de P. Butaud. Ce choix est justifié par les changements d'état rapides du matériau dans une plage de température raisonnable, de 20°C à 120°C, et par un faible impact environnemental par rapport à d'autres matériaux du même type comme le Veriflex. Ce PMF est élaboré à partir d'une solution constituée de 95 wt% de tert-butyl acrylate, tBA, de 5wt% de poly(ethylene glycol) dimethacrylate (PEGDMA), et de 0.5 wt% de poudre de photo-initiateur. La notation wt% désigne le pourcentage massique. Les étapes de l'élaboration d'une plaque de ce PMF sont décrites sur les photographies de la figure 3.1.

Pour élaborer une plaque de PMF, il faut tout d'abord préparer le moule constitué de deux plaques de verre trempé et d'un joint torique en caoutchouc (voir figure 3.1(a)). Il faut prendre soin de préparer convenablement les parois de verre en les dépoussiérant pour éviter l'apparition de bulles d'air et en appliquant une couche de solution hydrophobe de type Rain-X pour faciliter le démoulage. Le joint permet d'espacer les deux plaques pour obtenir l'épaisseur de plaque souhaitée (ici, $h_{\text{PMF}} = 2$ mm) tout en garantissant l'étanchéité. La solution est ensuite versée dans ce moule (voir figure 3.1(b)) puis placée dans une étuve UV pendant 10 minutes (voir figure 3.1(c)). Ensuite, la plaque polymérisée est placée en étuve thermique à 90°C pendant 1 heure. Enfin, elle peut être démoulée (voir figure 3.1(d)). Au besoin, cette plaque est découpée à la découpe laser ou jet d'eau.

3.1.2 Propriétés mécaniques du tBA/PEGDMA

La transition vitreuse d'un matériau correspond au passage rapide de l'état vitreux à l'état caoutchoutique lorsque la température augmente. Pour le tBA/PEGDMA, la

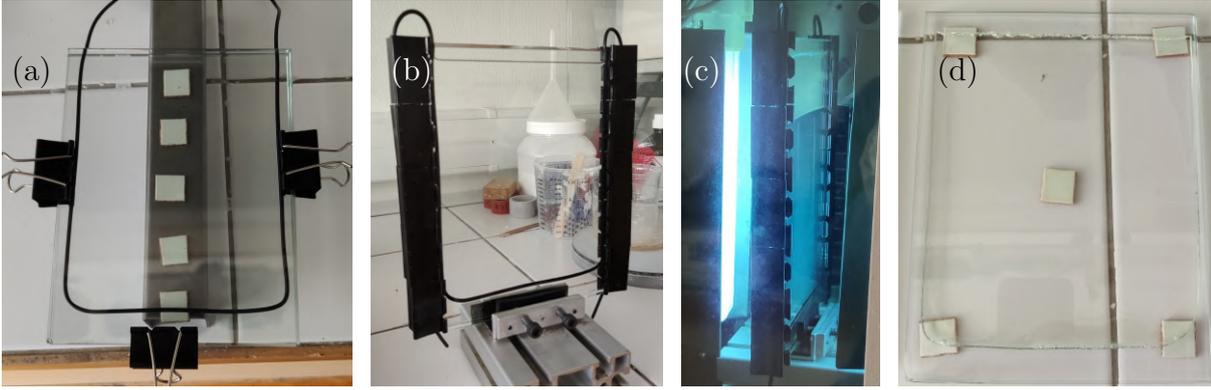


FIGURE 3.1 – Étapes du procédé d'élaboration du tBA/PEGDMA : (a) préparation du moule constitué de deux plaques de verre trempé et d'un joint en caoutchouc, (b) préparation de la solution versée dans le moule, (c) polymérisation dans l'étuve UV pendant 10 minutes, (d) plaque de polymère après polymérisation et cuisson au four à 90°C pendant 1 heure.

transition vitreuse est très marquée, ce qui induit une valeur du facteur de pertes très élevée à la transition. Les propriétés visco-élastiques de ce matériaux décrites par le module d'Young complexe E_{PMF}^* , en fonction de la fréquence angulaire ω et de la température T , sont régies dans les plages d'intérêt par un modèle rhéologique donnant l'expression suivante [55] :

$$E_{PMF}^*(\omega, T) = E_0 + \frac{E_\infty - E_0}{1 + \gamma(j\omega\tau)^{-k} + (j\omega\tau)^{-h} + (j\omega\beta\tau)^{-1}}, \quad (3.1)$$

où k et h sont des exposants avec $0 < k < h < 1$, γ et β sont des constantes, E_0 est le module du caoutchouc lorsque $\omega \rightarrow 0$ et E_∞ est le module vitreux lorsque $\omega \rightarrow \infty$. τ est le temps caractéristique, construit par le principe d'équivalence temps-température :

$$\tau(T) = a_T(T) \cdot \tau_0, \quad (3.2)$$

avec a_T le facteur de translation exprimé par la loi de Williams-Landel-Ferry (WLF) [74] par

$$\log(a_T(T)) = \frac{-C_1^0(T - T_0)}{C_2^0 + (T - T_0)}. \quad (3.3)$$

Dans la suite, une couche d'épaisseur $h_{PMF} = 2$ mm de PMF remplace la couche de visco-élastique de référence. Son module d'Young complexe est alors intégré à la méthode de la matrice impédance dans la matrice de propagation \mathbf{H} (voir équation (2.11)), via la loi de mélange RUK [7]. Les différentes constantes des équations (3.1), (3.2) et (3.3) sont détaillées dans le tableau 3.1.

TABLE 3.1 – Paramètres du modèle 2S2P1D pour le tBA/PEGDMA [55]

E_0 (MPa)	E_∞ (MPa)	k	h	γ	β	τ_0 (s)	C_1^0	C_2^0 (K)	T_0 (°C)
0.67	2211	0.16	0.79	1.68	3.8e + 4	0.61	10.87	32.57	40

En pratique, les constantes de cette formule peuvent varier légèrement à cause d'erreurs de dosage des produits, du temps d'exposition aux ultraviolets et du temps de cuisson

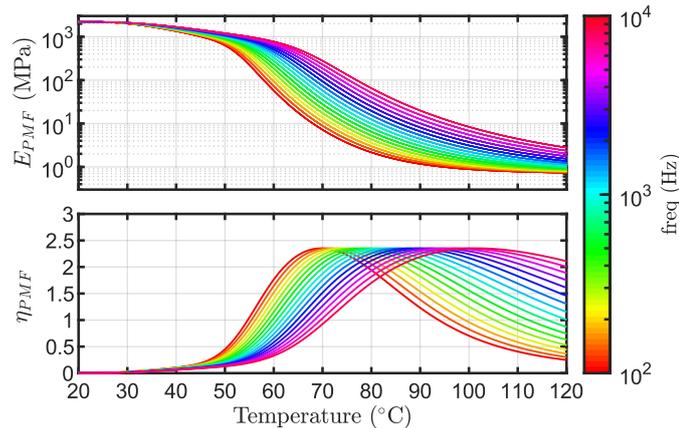


FIGURE 3.2 – Dépendance en température et en fréquence du module d'Young E_{PMF} et du facteur de pertes η_{PMF} du polymère à mémoire de forme (tBA/PEGDMA) régie par la formule empirique (3.1) [55].

par exemple. De plus, le matériau peut vieillir s'il est trop longtemps exposé à la lumière. Dans les modèles de calcul de R, ces variations ne sont pas prises en compte, ce qui peut entraîner des écarts (plutôt faibles) entre les modèles et les mesures expérimentales.

Le module d'Young E_{PMF} et le facteur de pertes η_{PMF} sont tracés en fonction de la température et de la fréquence sur la figure 3.2. Le module E_{PMF} décroît de manière monotone avec la température et rapidement autour de 70°C à 100 Hz. Cette variation rapide correspond à la transition vitreuse. Le facteur de pertes η_{PMF} augmente rapidement jusqu'à la transition vitreuse pour atteindre une valeur élevée de 2.5, puis diminue. En appliquant une couche de ce matériau aux terminaisons étudiées, il sera alors possible de contrôler les pôles de leur coefficient de réflexion en ajustant in situ à la fois la rigidité et l'amortissement du bicouche grâce à un pilotage de la température. La terminologie est alors enrichie de l'adjectif "augmenté" pour décrire ce contrôle, telle que la dénomination Trou Noir Acoustique Augmenté (TNAA) qui donne le nom au projet eTNAA.

Dans ce chapitre vont être étudiées les terminaisons augmentées par pilotage thermique par ordre de complexité croissante. La terminaison droite présentée dans le chapitre précédent constitue une référence et son coefficient de réflexion ne présente pas de pôles dans le plan des fréquences. Cette configuration est donc écartée. La terminaison languette est une configuration intermédiaire à l'étude d'une terminaison TNA et apporte une originalité par l'étude de systèmes multi-résonants. Elle fait l'objet du développement de la section 3.2. Ensuite, le pilotage thermique est appliqué au profil TNA par un chauffage uniforme (voir section 3.3), puis par un gradient de température (voir section 3.4).

3.2 Terminaisons munies de languette et multi-languettes augmentées

Le phénomène de couplage critique pour une terminaison languette munie d'un matériau visco-élastique conventionnel de type ruban adhésif a été mis en évidence dans le cadre de la thèse de J. Leng [75]. Pour ce faire, le matériau visco-élastique a été préalablement caractérisé et la géométrie de languette a ensuite été définie de façon à ce que ce ruban adhésif apporte la juste quantité de pertes permettant l'obtention du couplage

critique. Cependant, les propriétés d’amortissement du revêtement dépendent de façon complexe de la façon dont le matériau est collé à la structure ainsi que de la température ambiante. Les conditions pratiques peuvent donc s’écarter des conditions idéales considérées dans les modèles analytiques et numériques. L’étude de méthodes d’ajustement des paramètres permettant de contrôler finement et efficacement les mécanismes dissipatifs d’un résonateur local est donc d’un grand intérêt.

Substituer un matériau visco-élastique conventionnel par une couche de PMF pilotée par la température devrait permettre d’ajuster les pertes pour obtenir le couplage critique plus facilement d’une part, même si le système présente des défauts. D’autre part, cela devrait permettre d’atteindre le couplage critique sur une plus large bande de fréquences en adaptant la géométrie du résonateur et en ajustant seulement la température.

On cherche donc à tirer parti de cette stratégie de pilotage pour concevoir des systèmes multi-résonants, à plusieurs languettes. Les poutres concernées seront plus épaisses que celle présentée dans le chapitre précédent pour des raisons de réalisation ($h = 10$ mm). Pour une telle épaisseur, les modèles d’Euler Bernoulli et de Timoshenko divergent à partir de 10 kHz. La bande de fréquences d’intérêt étant limitée à 5 kHz (dans ce chapitre), la méthode d’analyse est inchangée.

L’objectif de cette section est de démontrer la possibilité de contrôler la réflexion des ondes de flexion à l’extrémité d’une poutre en réalisant une absorption parfaite à une ou deux fréquences cibles définies a priori. L’utilisation de résonateurs locaux (mono-languette ou bi-languette) couplés critiqueusement par contrôle thermique permet un tel contrôle. Les résultats de ces travaux ont fait l’objet d’une publication au Journal of Sound and Vibration en 2022 [76].

3.2.1 Terminaisons augmentées

Le système étudié est un guide d’onde structural soumis à des ondes de flexion et consiste en une poutre en aluminium de section rectangulaire uniforme.

Des résonateurs à languettes sont placés à l’extrémité de la poutre. Une couche de PMF d’épaisseur $h_{\text{SMP}} = 2$ mm est également placée sur chaque languette. Ces résonateurs présentent donc à la fois des pertes inhérentes par la présence de la couche de PMF, et des fuites d’énergie puisque le champ de flexion peut se propager des résonateurs vers le guide d’onde à travers l’interface reliant les 2 systèmes et vice-versa [17], [18].

Trois configurations sont considérées (voir figure 3.3) : une configuration mono-languette (A) constituée de la languette ① (voir figure 3.3(a)) et deux configurations bi-languettes (B) et (C) constituées respectivement des languettes ① et ② (voir figure 3.3(b)) et des languettes ① et ③ (voir figure 3.3(c)). Ces quatre languettes ont été identifiées à l’aide de l’analyse paramétrique présentée dans la section suivante de manière à obtenir une résonance en basse fréquence pour la configuration (A) et des bi-languettes avec des fréquences de résonance désaccordées (B) et proches (C).

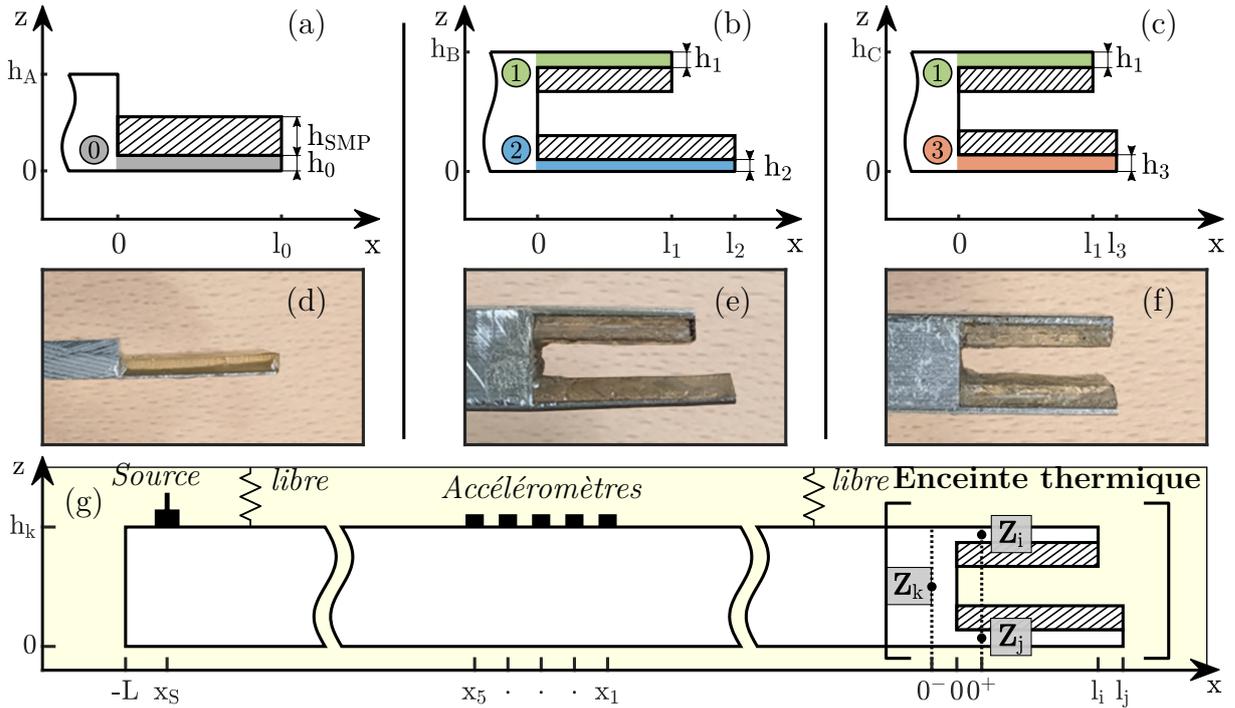


FIGURE 3.3 – (a) Vue schématique de la mono-languette (A). (b) Resp. bi-languette (B). (c) Resp. bi-languette (C). La géométrie des languettes est reportée dans le tableau 3.2. $h_A = 5$ mm, $h_B = h_C = 10$ mm et $h_{SMP} = 2$ mm. (d) Photographie d’une mono-languette (A) réalisée par usinage par électro-érosion à fil. (e) Resp. bi-languette (B). (f) Resp. bi-languette (C). (g) Vue schématique du montage expérimental. Les configurations (A), (B), (C), sont désignées par k dans un cas général, sont suspendues dans une chambre thermique. Le coefficient de réflexion à $x = 0$ est mesuré en utilisant une source bobine-aimant à x_S , à environ 1 cm du bord libre et 5 accéléromètres distants de 25 mm à mi-chemin entre x_S et $x = 0$. Les longueurs l_i et l_j désignent la longueur des languettes. Les matrices d’impédance Z_i et Z_j désignent les matrices d’impédance des languettes en $x = 0^+$ et Z_k désigne la matrice d’impédance du système entier en $x = 0^-$.

3.2.2 Investigations paramétriques

L’investigation numérique présentée dans cette section a pour but d’évaluer la capacité d’obtention du couplage critique pour une terminaison languette augmentée en jouant avec les paramètres géométriques de la languette et la température. Pour cette étude, on considère une configuration nominale constituée d’une poutre d’accueil d’épaisseur $h_k = 10$ mm et prolongée d’une languette de longueur $l_i = 15$ mm et d’épaisseur $h_i = 0.8$ mm. Les indices k et i désignent respectivement le système complet et la languette uniquement. Cette languette est recouverte d’une couche de PMF.

Pilotage thermique

Le module de R de cette terminaison nominale est tracé en fonction de la fréquence réelle et dans le plan des fréquences complexes sur la figure 3.4. L’échelle de couleur représente $\log |R|$ lorsque le PMF est à température ambiante (20°C). À cette température, le PMF est rigide. Cette terminaison comporte des résonances locales qui correspondent aux pôles de R . Soit, dans ce cas quasi-conservatif, le premier mode local apparaît autour de 4.5 kHz (voir Fig 3.4(a)) et le deuxième autour de 27 kHz (voir Fig 3.4(b)).

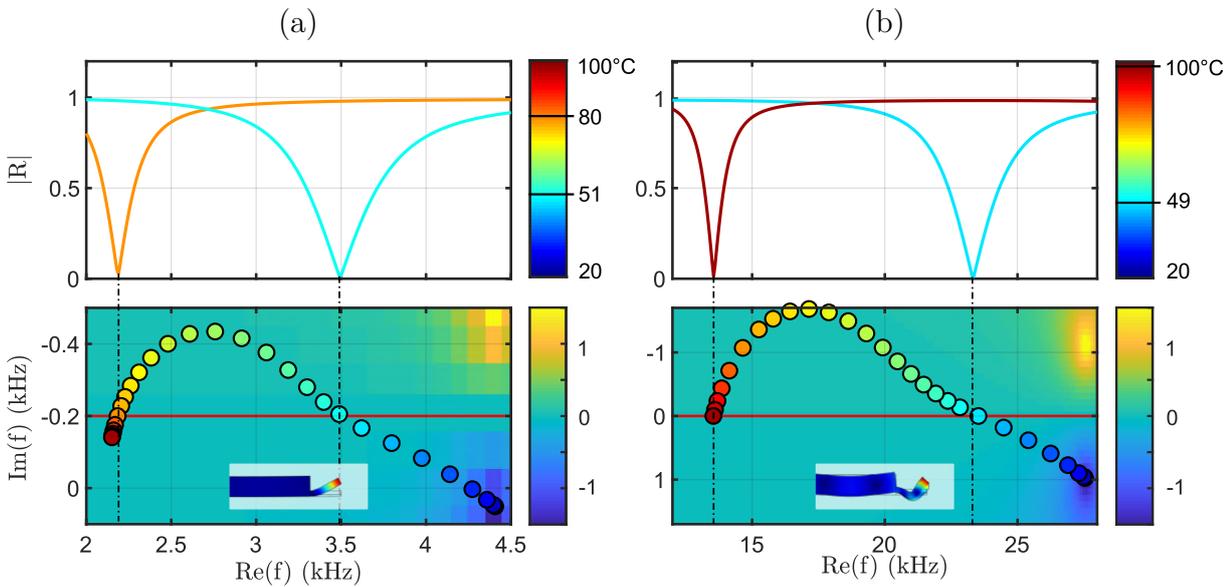


FIGURE 3.4 – Tracé des variations de $|R|$ en fonction de la fréquence réelle et de $\log |R|$ dans le plan des fréquences complexes pour une terminaison languette recouverte d'une couche de PMF, (a) autour de la fréquence de la première résonance locale, (b) autour de la fréquence de la deuxième résonance locale. L'échelle de couleur du fond représente $\log |R|$ pour le système à température ambiante. Les marqueurs de couleur tracent la position du zéro en fonction de la température (échelle de couleur jet). Les $|R|$ tracés en fonction de la fréquence réelle correspondent à des températures conduisant à une réflexion nulle : (a) à 3.5 kHz pour 51°C et à 2.2 kHz pour 80°C, (b) à 23 kHz pour 49°C et à 13 kHz pour 100°C.

On s'intéresse alors à suivre la trajectoire des zéros associés à ces deux premiers modes en fonction de l'élévation de température du PMF. Pour chaque incrément de température, la fréquence complexe des zéros est détectée grâce à un algorithme d'optimisation de recherche de minimum local. Les marqueurs de couleurs de la figure 3.4 indiquent la position du zéro en fonction de la température allant de 20°C à 100°C (la couleur du marqueur correspond à la température). La forme de la trajectoire de ces marqueurs est en accord avec la dépendance à la température des propriétés du PMF :

- les zéros se déplacent de façon monotone vers les basses fréquences lorsque la température augmente car le matériau s'assouplit ;
- ils se rapprochent de l'axe des fréquences réelles, puis le dépassent jusqu'à atteindre un maximum au voisinage de la température de transition vitreuse ;
- au-delà de cette température les zéros se rapprochent à nouveau de l'axe des fréquences réelles qu'ils croisent une nouvelle fois.

Pour les deux premiers zéros présentés ici, le couplage critique est atteint deux fois : à 51°C et 80°C pour le premier zéro (voir figure 3.4(a)), et à 49°C et 100°C pour le deuxième zéro (voir figure 3.4(b)).

Variations géométriques

On considère à présent des variations géométriques de la languette nominale en n'observant que le premier zéro. Les effets de ces variations sont reportées dans la Fig 3.5. La carte de couleur est identique à la figure 3.4(a), les marqueurs colorés correspondent à la trajectoire du zéro en fonction de la température pour la configuration nominale.

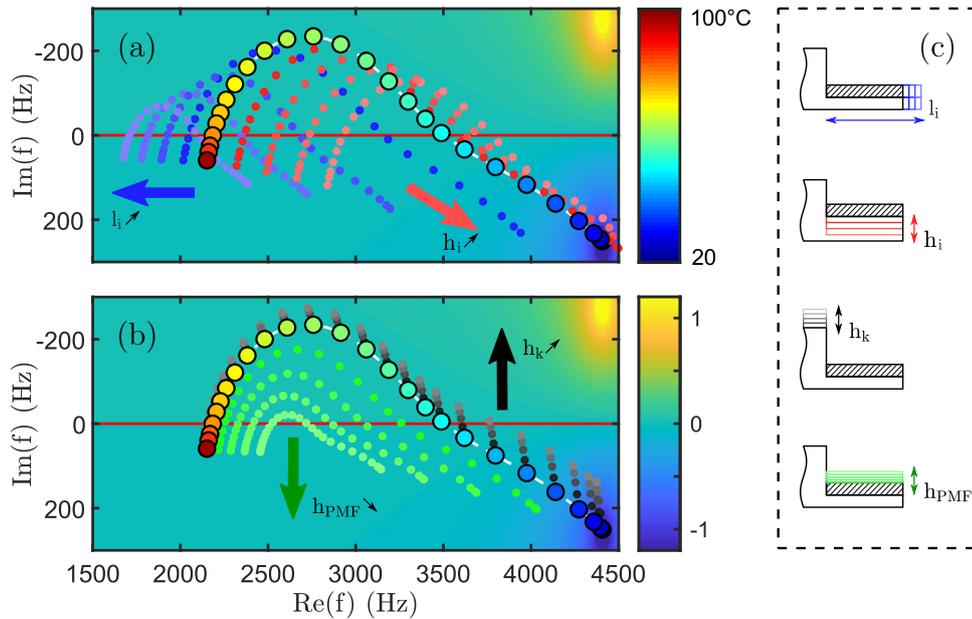


FIGURE 3.5 – (a) et (b) représente la trajectoire du zéro en fonction de la température identique à la figure 3.4(a) avec des variations géométriques supplémentaires : (a) variations de longueur de la languette en bleu et de son épaisseur en rouge, (b) variations de l'épaisseur de la poutre d'accueil en gris et de l'épaisseur du PMF en vert. (c) Cartouche des variations géométriques.

On analyse tout d'abord l'effet d'une variation de la longueur l_i , la position du zéro est repérée par les marqueurs bleus sur la figure 3.5(a). Pour chaque incrément de longueur, on considère la même élévation de température que précédemment, ce qui donne une nouvelle trajectoire du zéro en fonction de la température. Les marqueurs d'une même nuance de bleu correspondent à toute la gamme de température pour une seule itération de longueur. Pour chaque valeur de l_i , les marqueurs changent de teintes : du bleu foncé au bleu clair, l_i varie de 15 à 17 mm par pas de 0.5 mm. Lorsque l_i augmente, la trajectoire principale se déplace vers les basses fréquences en se resserrant.

Ensuite, on analyse l'effet d'une variation de l'épaisseur h_i à partir de la géométrie nominale. De la même façon, la position du zéro est suivie par les marqueurs rouges (voir figure 3.5(a)). Chaque nuance de rouge correspond à un incrément de l'épaisseur : du rouge foncé au rouge clair, h_i varie de 0.8 à 1 mm par pas de 0.05 mm. Lorsque l'épaisseur de la languette augmente, la trajectoire se déplace vers les hautes fréquences et vers les fréquences imaginaires positives (coin en bas à droite).

Cette représentation permet de comprendre en profondeur les rôles joués par l_i , h_i et la température dans le placement des zéros de R. On remarque qu'il est possible de positionner un zéro sur l'axe des fréquences réelles sur une large bande de fréquences en

jouant sur ces trois paramètres. Ce processus est généralisable à tout mode (i.e., voir figure 3.4(b)).

Il est possible de procéder de même pour tous les paramètres du problème, par exemple l'épaisseur de la poutre d'accueil, h_k , et l'épaisseur du PMF, h_{PMF} (voir figure 3.5(b)). L'influence du changement d'épaisseur de la poutre d'accueil sur le zéro est marqué par les points noirs : du noir au gris, h_k varie de 10 à 15 mm par pas de 1 mm. En augmentant l'épaisseur h_k , la trajectoire est légèrement déplacée vers le haut. L'effet est mineur car ce paramètre n'influe que sur la fuite des ondes entre la structure d'accueil et la terminaison. Or la languette est déjà fortement découplée du reste de la poutre au vu du rapport d'épaisseurs.

L'épaisseur du PMF a nettement plus d'impact ce qui se comprend car c'est ce matériau qui apporte la dissipation : du vert foncé au vert clair, h_{PMF} varie de 2 à 1 mm par pas décroissant de 0.25 mm. En diminuant l'épaisseur du PMF, la trajectoire se resserre autour de l'axe des fréquences réelles. En effet, si la couche est plus fine, le système sera moins rigide à température ambiante et le zéro sera plus proche de l'axe des fréquences réelles. En revanche, la quantité de pertes à la température de transition vitreuse sera moindre.

Choix des démonstrateurs

Il est maintenant proposé de construire un outil fournissant la température de fonctionnement qui conduit à une absorption parfaite à une fréquence cible et pour une géométrie de résonateur donnée. Cet outil est représenté sur la figure 3.6, dans laquelle est représentée une surface regroupant toutes les configurations de longueur l_i et d'épaisseur h_i qui conduisent à une absorption parfaite à une température T et une fréquence f données. Les épaisseurs de poutre et de PMF sont fixées à leur valeur nominale.

Pour obtenir la surface de la figure 3.6, on répète l'analyse précédente en faisant varier la température et la géométrie de la languette. Ensuite, toutes les configurations qui donnent lieu à un couplage critique sont stockées (c'est-à-dire toutes les configurations où le zéro est situé sur l'axe des fréquences réelles). Enfin, ces données sont organisées sous la forme d'une surface avec l_i , h_i et T . L'échelle de couleur indique la fréquence à laquelle $|R| = 0$. Cette surface peut être lue de la manière suivante : pour la géométrie nominale $l_i = 15$ mm et $h_i = 0.8$ mm, la ligne verticale traverse la surface en deux points M et N. Cela signifie que deux configurations à couplage critique sont trouvées, l'une à 51°C pour 3,5 kHz (point M) et l'autre à 80°C pour 2,2 kHz (point N). En se référant à la figure 3.4(a), la trajectoire du zéro coupe deux fois l'axe des fréquences réelles en ces mêmes points. Le repliement de cette surface correspond au cas où le sommet de la trajectoire du zéro de la figure 3.4(a) est tangent à l'axe des fréquences réelles. Ce cas particulier nécessite une grande précision à l'algorithme d'optimisation pour trouver les paramètres qui y conduisent. La limite de l'algorithme provoque des défauts au niveau du repliement de la surface (voir figure 3.6).

En utilisant cette surface, il devient possible de trouver les configurations géométriques de languettes satisfaisant les conditions de couplage critique aux fréquences visées et à une température fixée. Dans le cas d'une température de PMF fixée à 80°C (ligne

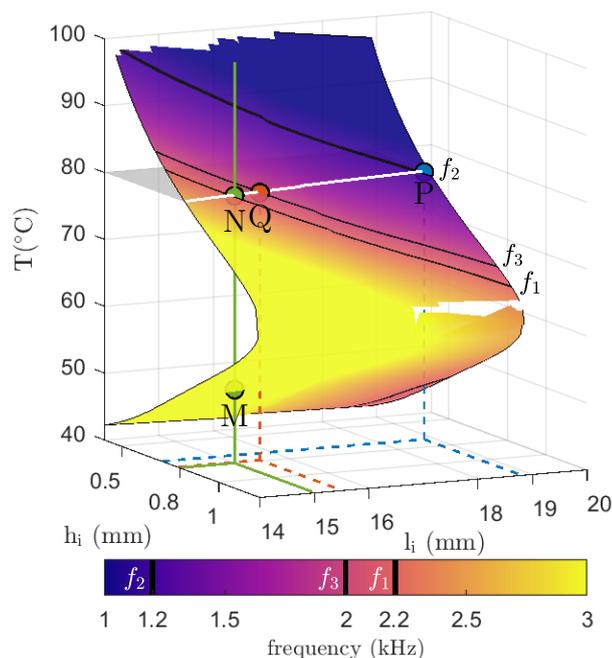


FIGURE 3.6 – Surface regroupant toutes les configurations de longueur l_i et d'épaisseur h_i conduisant à une absorption parfaite à la température de fonctionnement T . La fréquence d'absorption est représentée par la carte de couleur. Les points M et N représentent les deux configurations de couplage critique pour la géométrie nominale se produisant à 51°C et 80°C. La ligne blanche représente une température choisie de 80°C et les lignes noires sont les lignes d'iso-valeur des fréquences cibles f_1 , f_2 et f_3 . Les points M, P et Q indiquent les configurations à partir du point de consigne de température et de fréquence qui correspondent aux intersections entre les lignes blanche et noires. Notons que le défaut au niveau du repliement de la surface provient des limites de l'algorithme d'optimisation.

blanche) et des fréquences cibles $f_1 = 2.2$ kHz, $f_2 = 1.2$ kHz et $f_3 = 2$ kHz (lignes noires), les configurations pour lesquelles les conditions de couplage critique sont satisfaites correspondent aux intersections des lignes blanche et noires sur la figure 3.6. Ces points d'intersection sont désignées par les points N, P et Q. La géométrie et la température correspondant à ces points sont données dans le tableau 3.2.

TABLE 3.2 – Géométrie, fréquence cible et température de fonctionnement pour chaque languette.

Languette	①	②	③	
l_i (mm)	20	15	18.8	15.5
h_i (mm)	0.3867	0.8	0.71	0.79
f (Hz)	500	2200	1200	2000
T (°C)	85	80	80	80

3.2.3 Applications numériques

Les systèmes (A), (B), (C), représentés sur les figures 3.3(a),(b),(c), sont conçus à partir de l'étude précédente. La poutre de la configuration simple (A) a une épaisseur

de $h_A = 5\text{mm}$ et est terminée par la languette notée $\textcircled{0}$. Les configurations bi-languettes sont plus épaisses, $h_B = h_C = 10\text{mm}$, pour des raisons de fabrication, et sont terminées par les languettes $\textcircled{1}$ et $\textcircled{2}$ pour la configuration (B) et les languettes $\textcircled{1}$ et $\textcircled{3}$ pour la configuration (C). La longueur l_i et l'épaisseur h_i des languettes, ainsi que la température de fonctionnement T et la fréquence cible f de chaque languette sont détaillées dans le tableau 3.2.

Les systèmes bi-languettes sont imaginés à partir d'une analyse qui ne considère qu'une configuration mono-languette, sans tenir compte du couplage entre les languettes. En revanche, le calcul de R prend bien en compte cet effet par une addition des impédances de chaque languette à la jonction (voir figure 3.3(g)). En effet, poser les relations de continuité à la jonction conduit à écrire le système suivant :

$$\begin{cases} w(0^-) = w(0^+) \\ \theta(0^-) = \theta(0^+) \\ T_k(0^-) = T_i(0^+) + T_j(0^+) \\ M_k(0^-) = M_i(0^+) + T_j(0^+), \end{cases} \quad (3.4)$$

avec w le déplacement transversal, θ la pente, T l'effort tranchant et M le moment de flexion. Les indices i et j distingues les deux languettes d'un système bi-languette. Ce système d'équations peut se généraliser à un système multi-languette (nombre de languettes supérieur à 2).

D'après la définition de l'impédance en équation (2.2), ces relations peuvent être écrites de manière compacte comme une simple addition d'impédance :

$$\mathbf{Z}_k(0^-) = \mathbf{Z}_i(0^+) + \mathbf{Z}_j(0^+), \quad (3.5)$$

où $\mathbf{Z}_i(0^+)$ et $\mathbf{Z}_j(0^+)$ sont les impédances des languettes i et j avant la jonction et $\mathbf{Z}_k(0^-)$ est l'impédance de la terminaison complète après la jonction (voir figure 3.3(g)). R est ensuite calculé à partir de cette impédance. Il est tracé par le modèle sur la figure 3.7.

Les figures 3.7(a), 3.7(b) et 3.7(c) montrent les variations de $|R|$ dans le plan des fréquences complexes. Les points notés k_i désignent les zéros de R du système k induit par la languette i . À titre de comparaison, les points notés S_i sont les zéros des systèmes mono-languettes isolés. Les variations de $|R|$ sur l'axe des fréquences réelles sont indiquées sur la figure 3.7(d),(e),(f).

Lorsque les languettes sont conçues pour deux fréquences éloignées l'une de l'autre, les zéros de la bi-languette (B) correspondent presque aux zéros des deux languettes isolées (voir figure 3.7(b)). À l'inverse, lorsque les fréquences visées sont proches l'une de l'autre, les zéros de la bi-languette (C) ne correspondent plus aux zéros des languettes isolées (voir figure 3.7(c)) et ne sont donc plus situés sur l'axe des fréquences réelles. Les fréquences et l'amplitude de $|R|$ sont différentes (voir figure 3.7(f)). Ceci s'explique par un effet de couplage entre les deux languettes.

Il est possible d'atteindre exactement le zéro à l'une des deux fréquences cibles en ajustant la température. En se référant à la trajectoire du zéro de la figure 3.4(a), afin de placer C_1 sur l'axe des fréquences réelles, la température doit être abaissée. Inversement, pour placer C_3 sur l'axe des fréquences réelles, la température doit être augmentée.

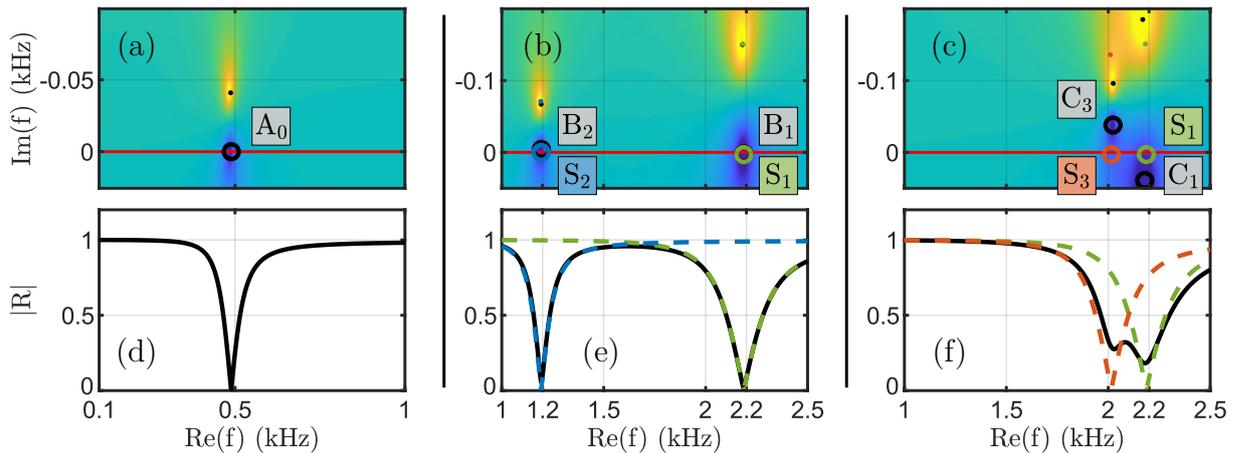


FIGURE 3.7 – (a) $\log|R|$ dans le plan des fréquences complexes de la mono-languette (A) à 85°C . Le zéro et le pôle sont marqués par le cercle et le point noirs. L'étiquette A_0 désigne le zéro induit par la languette 0 du système (A). (d) $|R|$ le long de l'axe des fréquences réelles de la mono-languette (A). (b) $\log|R|$ dans le plan des fréquences complexes de la bi-languette (B) à 80°C . Les étiquettes B_1 et B_2 désignent les zéros induits par les languettes 1 et 2 du système (B). Les étiquettes de couleur S_1 et S_2 , marquées par des cercles colorés, désignent la position du zéro induit par les languettes 1 et 2 isolées. (e) $|R|$ le long de l'axe des fréquences réelles de la bi-languette (B) en noir. Les lignes de couleur discontinues correspondent à $|R|$ des languettes isolées. (c) et (f) identiques à (b) et (e) pour la bi-languette (C) impliquant les languettes 1 et 3.

Cette variation de température a été réalisée numériquement sur les figures 3.8(a) et 3.8(b),(c),(d). Le couplage critique est atteint à 76°C pour le deuxième zéro (voir figure 3.8(b)) et à 89°C pour le premier (voir figure 3.8(d)). La figure 3.8(a) trace l'allure de $|R|$ en fonction des fréquences réelles pour ces températures. À 81°C , les deux minima locaux sont presque égaux.

Par ailleurs, il est possible de concevoir un système bi-languette capable d'atteindre deux couplages critiques à des fréquences proches, ce qui est remarquable. Par le modèle, cela nécessite de prendre en compte le couplage entre les deux languettes dans l'étude paramétrique, ce qui n'est pas abordé dans ce travail. Bien que l'absorption parfaite sur une large gamme de fréquences ne puisse être atteinte par cette méthode, les systèmes multi-languettes restent des solutions pertinentes pour élargir la gamme de fréquences d'amortissement des systèmes. Après une convergence paramétrique, une configuration à deux couplages critiques proches a été trouvée (voir figures 3.8(e) et 3.8(f)). Cette configuration est constituée d'une languette courte et fine, $l_i = 14.14$ mm et $h_i = 0.734$ mm, et à une seconde plus longue et plus épaisse, $l_j = 16.7$ mm et $h_j = 0.8815$ mm. Dans ce cas, les systèmes languettes isolées à partir de ces géométries n'atteignent pas l'absorption parfaite (voir les courbes discontinues colorés sur la figure 3.8(e) et les marqueurs colorés indiquant la position des pôles et des zéros sur la figure 3.8(f)).

3.2.4 Validation expérimentale

Les trois systèmes (A), (B) et (C) (voir figures 3.3(d),(e),(f)) sont fabriqués dans des poutres en aluminium de longueur $L \approx 1$ m par usinage par décharge électrique à fil. La couche de PMF est collée à chaque languette avec de la colle époxy. La poutre est suspendue dans l'enceinte thermique avec des fils élastiques (figure 3.3(g)), ce qui cor-

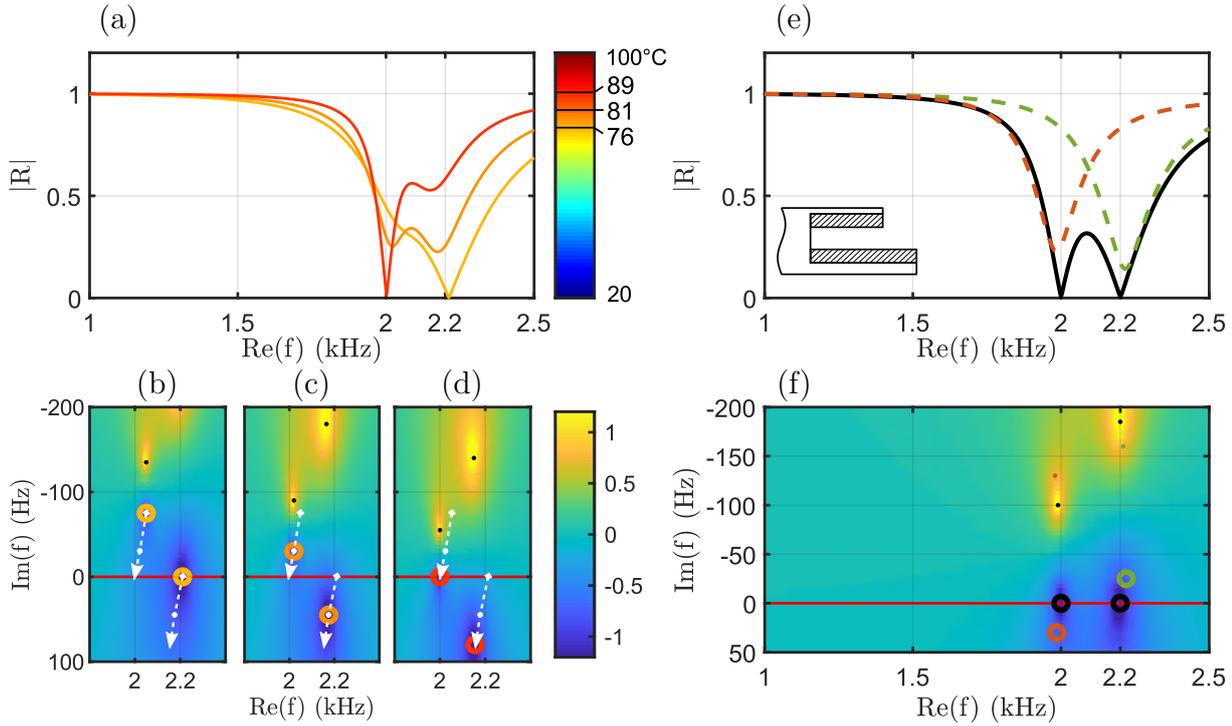


FIGURE 3.8 – (a) Coefficient $|R|$ de la bi-languette (C) pour trois températures d'intérêt, tracé dans le plan des fréquences complexes : (b) 76°C, (c) 81°C et (d) 89 °C. (e) coefficient $|R|$ d'une bi-languette conduisant à deux couplages critiques proches en fréquence (en noir). Les lignes discontinues de couleur correspondent aux languettes isolées. (f) $\log |R|$ dans le plan des fréquences complexes de cette bi-languette. Les zéros et les pôles sont marqués par les cercles et points noirs. Les marqueurs de couleur correspondent aux languettes isolées.

respond à appliquer des conditions aux limites libre/libre. Une source constituée d'une bobine et d'un aimant est utilisée pour l'excitation afin de générer un bruit blanc à $x = x_S$. Le champ de déplacement est mesuré en cinq positions x_i ($i \in [1 : 5]$) à l'aide d'accéléromètres situés entre l'excitation et l'extrémité équipée en se plaçant dans l'hypothèse de champ lointain. Ensuite, afin d'estimer R , les contributions des amplitudes des ondes propagatives sont identifiées à l'aide de la méthode présentée au chapitre 2 (voir [39]).

Les résultats analytiques sont comparés aux mesures expérimentales dans la figure 3.9 pour différentes températures de PMF. Les couplages critiques attendus en pratique ne sont pas atteints exactement à la même température que dans la simulation. On utilise T_{Ref} pour désigner la température présentant des résultats numériques et expérimentaux comparables. La différence entre $T_{\text{Ref}}^{\text{num}}$ et $T_{\text{Ref}}^{\text{exp}}$ est d'environ 10°C (voir tableau 3.3). Une bonne tendance peut être observée sur la figure 3.9, dans laquelle les courbes rouges montrent les résultats expérimentaux et les courbes noires discontinues montrent les résultats numériques tenant compte des erreurs de géométrie d'usinage des languettes (environ 0.01 mm). La légère dépendance de la température des paramètres élastiques de l'aluminium est également prise en compte [77]. Le décalage de fréquence peut être expliqué par la fine couche de colle qui n'est pas pris en compte dans le modèle et la possible non homogénéité de température dans le polymère (la température est mesurée proche du matériau). Il peut également être expliqué par la légère différence entre les paramètres ex-

périmentaux du PMF et ceux obtenus à partir du modèle empirique [55] comme expliqué dans la section. 3.1.

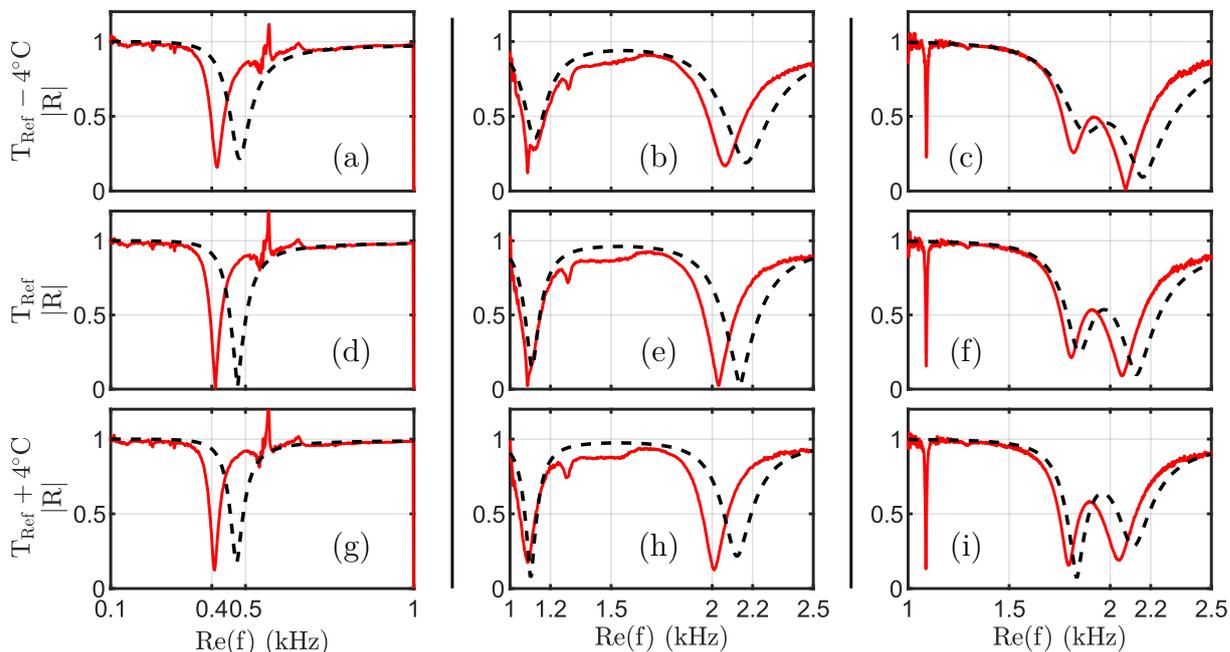


FIGURE 3.9 – $|R|$ mesurés en lignes pleines rouges des systèmes (A) (première colonne : (a), (d) et (g)), (B) (deuxième colonne : (b), (e) et (h)) et (C) (troisième colonne : (c), (f) et (i)), comparées aux $|R|$ numériques en lignes pointillées noires calculées en tenant compte de la géométrie d’usinage. Les lignes (c’est-à-dire (d), (e) et (f) par exemple) sont les $|R|$ résultants pour différentes températures de fonctionnement autour de T_{Ref} , voir tableau 3.3.

TABLE 3.3 – T_{Ref} numérique et expérimentale pour les systèmes (A), (B) et (C).

Système	(A)	(B)	(C)
$T_{\text{Ref}}^{\text{num}}$ ($^{\circ}\text{C}$)	85	80	80
$T_{\text{Ref}}^{\text{exp}}$ ($^{\circ}\text{C}$)	95	90	88

Pour le système (A), le couplage critique est atteint (voir figure 3.9(d)). Autour de cette température de référence, il est clair que la tendance est bien capturée expérimentalement (voir figures 3.9(a),(g)). Pour le système (B), on peut tirer les mêmes conclusions que pour (A). Comme prévu, deux couplages critiques pour deux fréquences différentes sont obtenus (voir figures 3.9(b),(e),(h)). Pour le système (C), les mêmes tendances que dans la simulation sont obtenues (voir figures 3.9(c),(f),(i)). Le couplage critique peut être atteint sur le premier ou la deuxième minimum local de $|R|$ en diminuant ou en augmentant légèrement la température. C’est le cas à 2,1 kHz pour la deuxième chute sur la figure 3.9(c). La chute à 1,1 kHz provient d’un mode de torsion.

3.2.5 Bilan

Le système proposé dans cette section est un résonateur de flexion sub-longueur d’onde augmenté par contrôle thermique. Il permet d’obtenir une réflexion nulle à une fréquence

cible en ajustant la longueur et l'épaisseur d'une languette fixée à une poutre de largeur et d'épaisseur données. Cette languette est recouverte d'une couche de PMF dont les propriétés de rigidité et d'amortissement dépendent de la température. C'est un système polyvalent : si certains paramètres sont contraints comme la géométrie de la poutre d'accueil ou l'épaisseur de la couche de PMF, il est possible d'ajuster la géométrie de la languette pour atteindre une fréquence cible. Au contraire, si la géométrie de la languette est contrainte, il est possible d'adapter l'épaisseur de la couche PMF et d'ajuster la température.

De plus, il a été montré qu'il est possible de concevoir un système multi-résonant simplement en ajoutant des languettes à l'extrémité de la poutre. Le modèle présenté est valable pour un nombre arbitraire de languettes. Par exemple, un système à quatre languettes a été imaginé numériquement à partir de la méthode (voir figure 3.10). Ce peigne est réalisé numériquement en fixant l'épaisseur de la couche de PMF à $h_{\text{PMF}} = 1$ mm et l'épaisseur de chaque languette à $h_i = 0.55$ mm ; seule la longueur l_i varie (voir tableau 3.4). On remarque un effet large bande à la température de fonctionnement des languettes isolées à 80°C (ligne et marqueurs noirs). Du fait du couplage entre les languettes, le couplage critique n'est pas atteint. En ajustant la température, il est possible de choisir entre des minima locaux prononcés pour les trois premières chutes de $|R|$, à 90°C (ligne et marqueurs rouges) ou bien un $|R|$ globalement bas avec un couplage critique sur le quatrième zéro, à 70°C (ligne et marqueurs rouges). On notera en outre, que le couplage entre les languettes ne semble affecter que le pôle et le zéro à la fréquence réelle la plus élevée. Les pôles et les zéros précédents sont alignés.

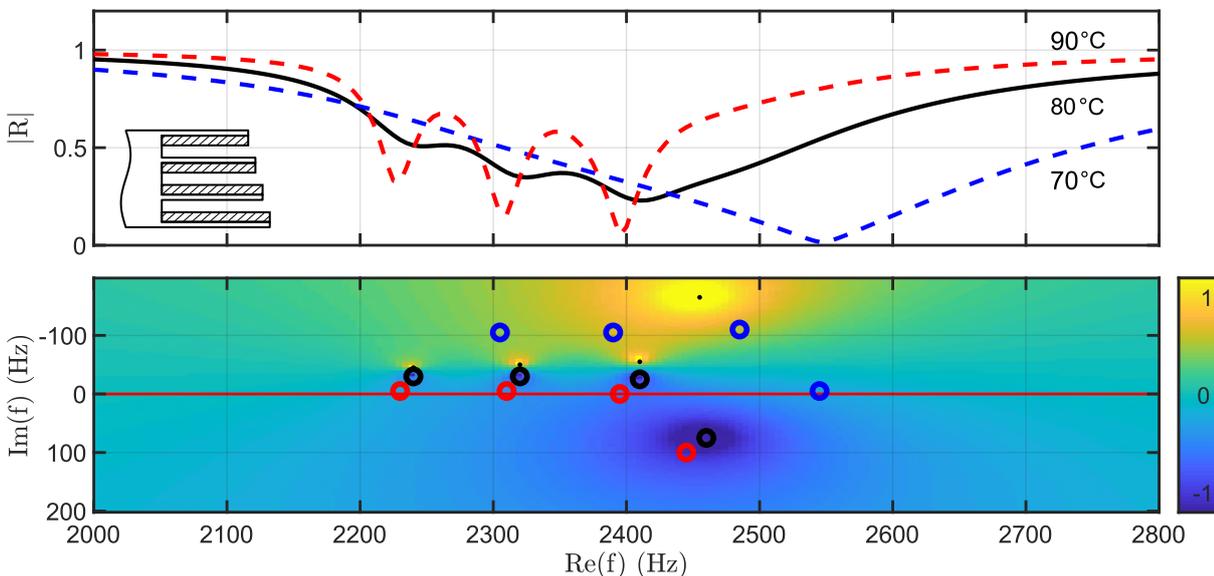


FIGURE 3.10 – Coefficient de réflexion d'un système à quatre languettes, chacune recouverte d'une couche de PMF, chauffé à trois températures différentes : 80°C en ligne et marqueurs noirs et couleur du fond, 70°C en ligne discontinue et marqueurs bleus et 90°C en ligne discontinue et marqueurs rouges. La couche de PMF a une épaisseur $h_{\text{PMF}} = 1$ mm, la géométrie des languettes est reportée dans le tableau 3.4

Le coefficient de réflexion de cette configuration multi-languettes se rapproche du comportement du coefficient de réflexion d'une configuration TNA avec ses arches et sa décroissance globale due à la superposition modale. En effet, les languettes sont accor-

TABLE 3.4 – Géométrie des languettes du peigne.

Languette	1	2	3	4
l_i (mm)	12	12.2	12.4	12.6
h_i (mm)	0.55	0.55	0.55	0.55

dées de telle sorte à avoir des résonances locales successives et proches en fréquence. Un TNA est une collection de résonances locales qui peut être vu comme une multitude de languettes de caractéristiques variables. Les couplages et l'absorption induits par ces résonateurs multiples et variables sont connus dans la littérature sous le nom de "rainbow trapping" [78].

On a montré que ces multi-résonateurs sont efficaces dans un environnement de température homogène, si les languettes sont conçues pour cette température de fonctionnement. Une bonne façon d'améliorer le système consisterait à concevoir un multi-résonateur où la température de chaque languette serait contrôlée indépendamment.

3.3 TNA Augmenté par un champ de température uniforme

Dans cette section, on s'intéresse à un premier TNA augmenté constitué du profil TNA de référence recouvert d'une couche de PMF chauffée uniformément. Une partie de ce travail a été valorisée par la publication [79], dans le cadre d'un numéro spécial du Journal of Sound and Vibration en 2019 sur l'effet TNA. Cet article démontre l'intérêt du pilotage thermique d'un TNA augmenté par un chauffage uniforme. Cette section revisite ces résultats au travers de l'analyse du plan des fréquences complexes (voir figure 3.11).

La figure 3.11(a) trace la trajectoire des zéros de R dans le plan des fréquences complexes en fonction de la température, de 20°C à 100°C (la couleur du marqueur correspond à la température). Sur cette trajectoire, trois configurations sont retenues présentant une réflexion nulle à la fréquence de chacun des zéros : 53°C pour le premier zéro, 61°C pour le deuxième zéro et 64°C pour le troisième zéro. Le module de R est tracé en fonction des fréquences réelles pour ces trois configurations (voir figure 3.11(b)).

On peut remarquer que plus on ajoute de pertes en se rapprochant de la température de transition vitreuse du PMF, plus $|R|$ moyen sur la plage de fréquence étudiée semble faible. Si l'objectif est d'obtenir $|R|$ faible sur une large bande de fréquences, alors cette solution est envisageable. En revanche, si l'objectif est d'obtenir $|R| = 0$ à certaines fréquences, il convient d'ajuster la température pour obtenir la juste quantité de pertes. Cette observation mène à la réflexion d'ajuster les pertes le long du profil TNA. Cette conclusion a été défendue lors d'une communication préliminaire à Madrid, lors du congrès Internoise 2019.

3.4 TNA Augmenté par un gradient de température

Le chauffage uniforme permet d'atteindre le couplage critique mais seulement pour un zéro à la fois. Il faut donc trouver un moyen de piloter les zéros de façon plus indépendante.

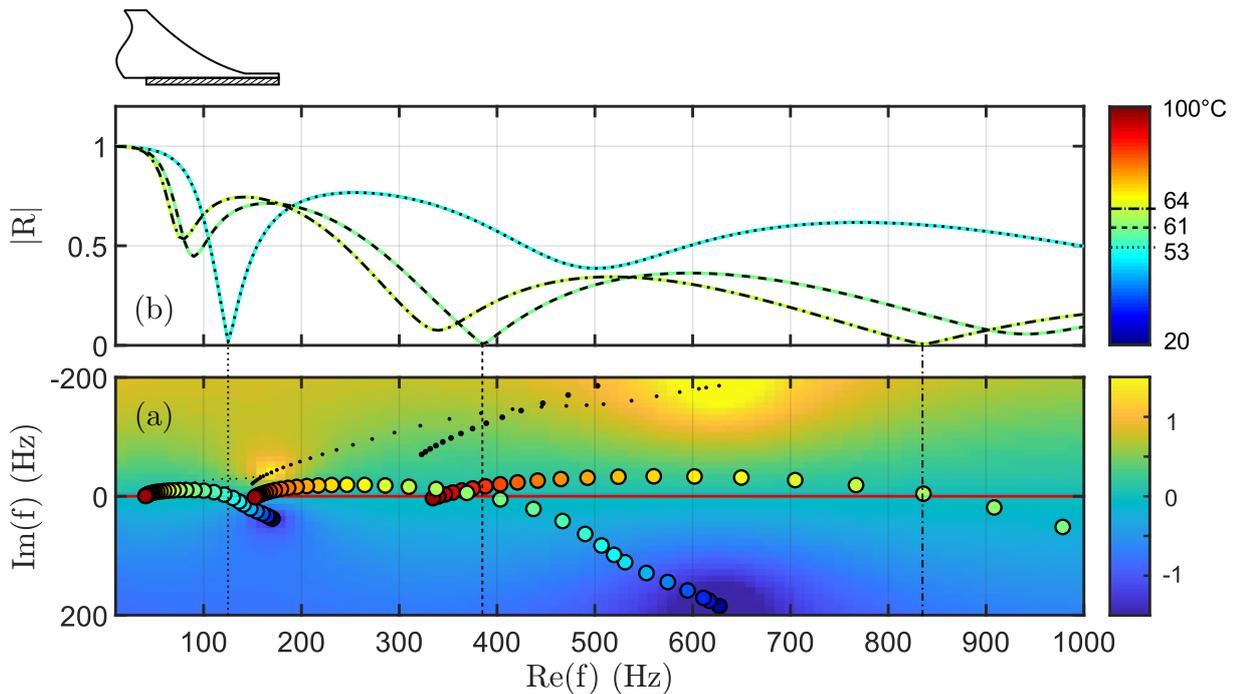


FIGURE 3.11 – (a) Suivi de la trajectoire des zéros (en marqueurs de couleur) et des pôles (en points noirs) du coefficient de réflexion d'une terminaison TNA revêtue d'une couche de PMF, dans le plan des fréquences complexes, en fonction de la température. La carte de couleur correspond à la température ambiante. (b) $|R|$ pour trois températures conduisant à une réflexion nulle : 53°C pour le premier zéro, 61°C pour le deuxième zéro et 64°C pour le troisième zéro.

Une possibilité consiste à ajuster les pertes le long du profil TNA. Avec une couche de PMF dont les propriétés visco-élastiques dépendent de la température, on peut imaginer appliquer un gradient de température le long du profil TNA. Cette stratégie a été présentée au congrès Forum Acusticum 2020, puis sous une forme plus aboutie dans un article publié au Journal of Sound and Vibration en 2021 [69]. Cette section présente les résultats de cet article en trois parties. Tout d'abord, le système permettant un contrôle du profil de température est décrit. Ensuite, grâce à la méthode de la matrice impédance, on explore les possibilités du contrôle thermique en visant à atteindre le couplage critique sur plusieurs zéros de R simultanément. Enfin, une troisième partie présente une validation expérimentale.

3.4.1 Description du démonstrateur TNAA

La système étudié est la terminaison TNA de référence (voir figure 3.12(a)). Ce TNA est augmenté par une couche de PMF et d'un dispositif de chauffage intégré [56], [80].

Ce dispositif de chauffage est un PCB flexible de $150 \mu\text{m}$ d'épaisseur, qui permet de chauffer 5 zones n ($n = 1, 5$) de façon indépendante. Chaque zone contient un capteur de température et un interrupteur qui ouvre et ferme l'alimentation des pistes imprimées qui délivrent de la chaleur par effet Joule. Un micro-contrôleur recueille la température spécifiée par l'utilisateur et, en fonction de la température mesurée par les capteurs (T_n^{Mesure}), délivre ou non le courant dans la zone. Cette configuration est pratique pour atteindre rapidement le profil de température cible (T_n^{Cible}) à l'aide d'un régulateur PID (voir figures 3.12(b),(c)).

Étant donné que l'effet TNA se produit dans la partie la plus mince de la poutre (où l'énergie est localisée), les effets des changements de rigidité et d'amortissement du PMF sont plus importants pour les zones 1 à 3 que pour les zones 4 et 5. Dans ce qui suit, la discussion se limite au contrôle de la température des zones 1 à 3.

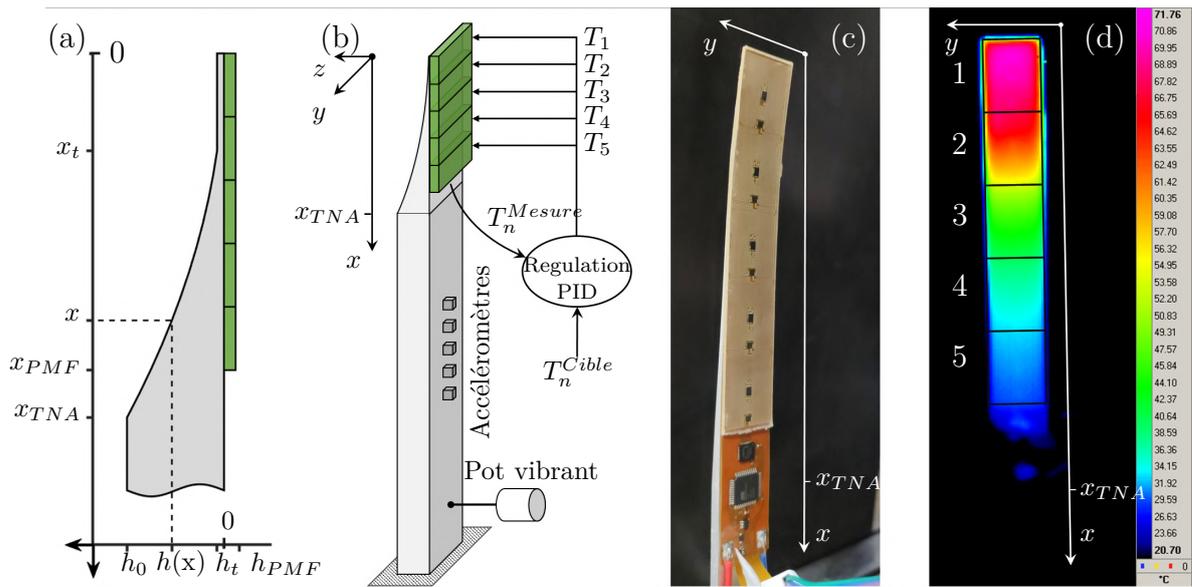


FIGURE 3.12 – (a) Paramètres géométriques du TNA augmenté : $h_0 = 5 \text{ mm}$, $b = 20 \text{ mm}$ (largeur de la poutre), $x_{TNA} = 150 \text{ mm}$, $h_t = 0.089 \text{ mm}$, $x_t = 20 \text{ mm}$, $h_{PMF} = 2 \text{ mm}$, $x_{PMF} = 130 \text{ mm}$, $h(x) = h_t, \forall x \in [0, x_t]$; $h(x) = h_0(x/x_{TNA})^2, \forall x \in [x_t, x_{TNA}]$; $h(x) = h_0, \forall x > x_{TNA}$. (b) Schéma du montage expérimental, T_n est la notation de la température de la zone n . (c) Réalisation technique du dispositif de contrôle thermique du TNA. (d) Champ de température typique mesuré sur le TNA augmenté.

Il convient de noter qu'une forme incurvée apparaît au cours de la fabrication du TNA. Le processus de découpe induit des relâchements de contraintes statiques à l'intérieur du matériau. Cela conduit à la forme légèrement courbée du TNA, visible sur la figure 3.12(c). Lorsque le TNA est chauffé, la variation de température locale n'affecte pas de manière significative la géométrie de la pointe, elle induit principalement un changement des propriétés mécaniques du polymère (en particulier son facteur de pertes).

3.4.2 Identification des limites du contrôle thermique

Deux limitations pratiques restreignent le contrôle thermique :

- Contrairement au PMF, l'aluminium est un bon conducteur thermique. La conduction thermique vers le reste de la poutre qui en résulte affecte les zones voisines de celle qui chauffe. En pratique, si la zone n est chauffée, l'écart de température entre cette zone et ses voisines plus froides, $n - 1$ et $n + 1$, ne dépasse pas 20°C .
- Le système est encastré verticalement. Par conséquent, la chaleur monte par convection thermique. Ce phénomène affecte donc les zones supérieures. Ainsi, en pratique, lorsque la zone n est chauffée, la zone $n - 1$ ne peut pas être plus froide de 10°C .

En résumé, la température d'une zone donnée dépend de la température de ses voisines. Par exemple, si seule la zone 3 est chauffée à 70°C , alors les températures (T_1, T_2, T_3, T_4, T_5) seront approximativement ($50, 60, 70, 50, 30$) $^\circ\text{C}$ et non ($20, 20, 70, 20, 20$) $^\circ\text{C}$. Les configurations atteignables conditionnées par ces limites pratiques peuvent être représentées dans l'espace des paramètres affiché dans la figure 3.13. La température minimale est choisie à 30°C . En dessous de cette température, les propriétés du PMF sont presque indépendantes de la température avec un faible facteur de pertes [55]. Le maximum est choisi à 70°C car il se rapproche de la température de transition vitreuse du PMF (à 100 Hz), où le facteur de pertes atteint sa valeur maximale.

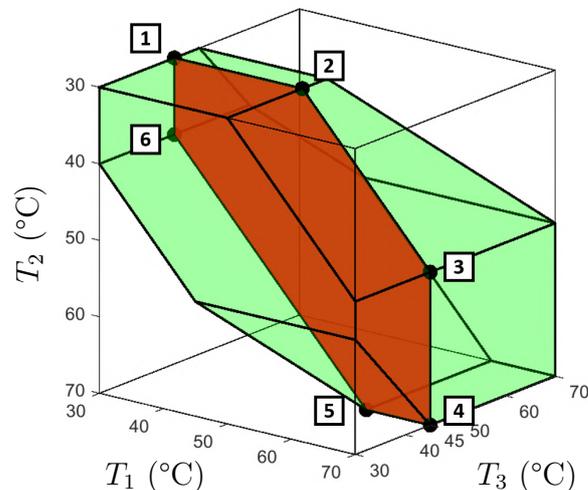


FIGURE 3.13 – Le volume vert est l'espace des paramètres décrivant les valeurs possibles des températures T_1, T_2 et T_3 (en $^\circ\text{C}$). La zone rouge est le plan correspondant à $T_3 = 45^\circ\text{C}$. Cette zone est délimitée par les configurations numérotées de 1 à 6 définies par un ensemble de 3 températures (T_1, T_2, T_3) : #1 ($30, 30, 45$) $^\circ\text{C}$, #2 ($50, 30, 45$) $^\circ\text{C}$, #3 ($70, 50, 45$) $^\circ\text{C}$, #4 ($70, 70, 45$) $^\circ\text{C}$, #5 ($60, 70, 45$) $^\circ\text{C}$, #6 ($30, 40, 45$) $^\circ\text{C}$.

Le volume vert sur la figure 3.13 représente toutes les configurations des températures (T_1, T_2, T_3) atteignables. Les points 1 à 6 seront utilisés ultérieurement comme des configurations jalons. Le plan représenté en rouge correspond au plan de simulation utilisé dans la partie suivante.

3.4.3 Analyse dans le plan des fréquences complexes

Dans cette partie, on propose de décrire, dans le plan des fréquences complexes, la trajectoire des zéros de R lorsque la température varie. Pour simplifier le modèle, le champ de température imposé est supposé uniforme par zone. L'influence du circuit imprimé utilisé pour le système de chauffage, de ses éléments électroniques et de la colle est ignorée dans la modélisation.

Effet d'un contrôle par deux zones de chauffage

En pratique, le gradient de température est réalisé en utilisant un dispositif de chauffage multi-zone. Cinq sources de chauffage indépendantes sont mises en œuvre dans la terminaison TNA (voir figure 3.12). Le nombre de zones est choisi de manière à créer le gradient de température tout en conservant un degré raisonnable de complexité technologique. Une étude numérique de l'influence du système de chauffage multi-zone sur $|R|$ dans le plan des fréquences complexes est fournie dans la figure 3.14. Les valeurs de la température utilisées pour le contrôle sont celles spécifiées par le plan rouge de la figure 3.13 (points 1 à 6).

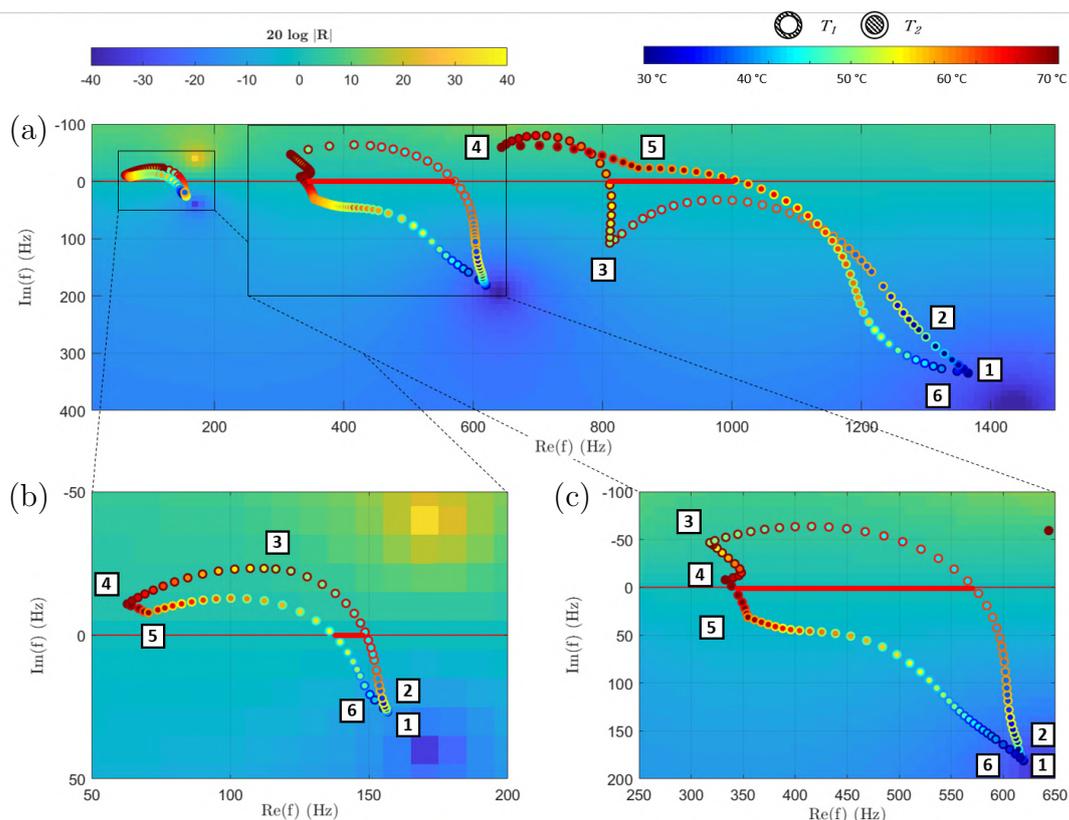


FIGURE 3.14 – (a) Trajectoires des zéros suivant le plan des paramètres (voir figure 3.13). Les marqueurs bicolores indiquent la température T_1 et T_2 de chaque configuration. La couleur de fond correspond à la configuration 20°C. (b) Agrandissement sur la trajectoire du premier zéro. (c) Agrandissement sur la trajectoire du second zéro. Le segment rouge sur l'axe des fréquences réelles souligne la bande de fréquence sur laquelle un zéro peut être placé.

Les zones 1 et 2 sont les zones dont les températures ont le plus d'influence sur les positions des pôles. Pour simplifier l'analyse, les valeurs de T_3 , T_4 et T_5 sont fixées à 45°C, 36°C et 31°C respectivement. T_1 et T_2 sont choisis comme paramètres clés de l'analyse et suivent le cycle décrit par les points 1 à 6 dans l'espace de travail donné sur la figure 3.13.

La trajectoire d'un zéro au cours de ce cycle dessine le périmètre d'un domaine à l'intérieur duquel le zéro peut être placé n'importe où en fonction de la paire (T_1, T_2) . Les trajectoires des 3 premiers zéros sont représentées sur la figure 3.14. Leur forme dépend de 2 effets combinés dus à la couche PMF : le matériau devient plus souple et plus amorti lorsque la température augmente. Un point remarquable est que les domaines des 3 premiers zéros couvrent une grande partie de l'axe des fréquences réelles. Ceci est mis en évidence par des segments épais rouges sur la figure 3.14. Les conditions de couplage critique peuvent être atteintes pour tout point sur ces segments rouges : pour le premier zéro, les conditions de couplage critique peuvent être atteintes si $f \in [130 - 150]$ Hz ; pour le deuxième zéro si $f \in [330 - 600]$ Hz ; pour le troisième zéro si $f \in [800 - 1100]$ Hz.

Effet d'une 3^{ème} zone de chauffage

L'effet de la troisième zone est observé sur la figure 3.15, en se limitant au premier zéro. Le même cycle sur (T_1, T_2) est appliqué de manière à reproduire la trajectoire de la figure 3.14(b) puis T_3 varie de 30°C à 70°C. Pour chaque variation de T_3 on retrouve donc une trajectoire monochrome qui correspond à un incrément de température de la troisième zone (voir échelle de couleur). Les zones 4 et 5 restent à température constante : $T_4 = 36^\circ\text{C}$ et $T_5 = 31^\circ\text{C}$. On remarque que la troisième zone a un rôle moins important que les deux premières sur la position du zéro. La variation de sa température va surtout changer la position de départ du cycle.

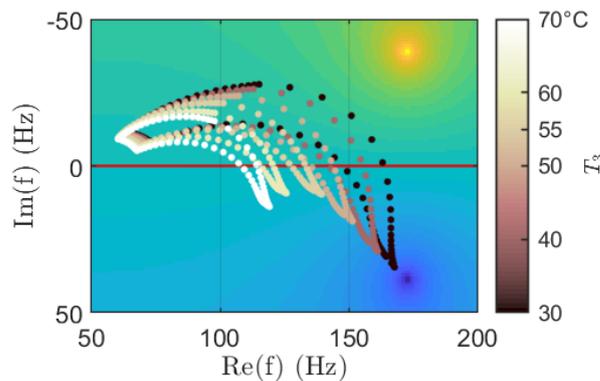


FIGURE 3.15 – Trajectoire du premier zéro de R dans le plan des fréquences complexes en fonction de la paire (T_1, T_2) (voir figure 3.14(b)) et en fonction de T_3 : échelle de couleur.

Cette étude paramétrique montre qu'un gradient de température obtenu avec 2 zones de chauffe permet de positionner un zéro du système afin d'atteindre les conditions de couplage critique. En d'autres termes, indépendamment de la température des 3 dernières zones, il est possible de trouver un couple (T_1, T_2) permettant d'atteindre ces conditions. La fréquence pour laquelle le couplage critique est obtenu est ajustable à l'aide des paramètres T_1 et T_2 sur une large gamme de fréquences. Afin d'augmenter l'effet de piégeage total du TNA (c'est-à-dire d'augmenter la gamme de fréquences sur laquelle $|R|$ est faible),

on va s'intéresser aux conditions pour lesquelles plusieurs couplages critiques peuvent être atteints simultanément à la même température.

Les zones suivantes, T_4 et T_5 , ont encore moins d'impact. Cela s'explique du fait qu'elles sont situées plus en amont du profil TNA où l'épaisseur de la couche de PMF devient inférieure à l'épaisseur de la poutre. En effet, l'énergie de déformation du PMF y est plus faible, conduisant à un amortissement structural moins élevé à une température donnée. Dans la suite, on se limite à la présentation de l'effet du pilotage thermique des deux premières zones.

3.4.4 Obtention du couplage critique : contrôle simultané des zéros de R

Dans la plage de fréquences étudiée $[0 - 1500]$ Hz, $|R|$ présente trois minima locaux provenant de la position des trois premiers zéros dans le plan des fréquences complexes. La position des zéros est contrôlée par le couple de températures (T_1, T_2) dont certaines configurations mènent à un couplage critique, c'est-à-dire un minimum local de $|R|$ atteignant strictement zéro. Dans cette partie, on cherche à identifier tous les couples (T_1, T_2) qui conduisent à un couplage critique pour un zéro et particulièrement les configurations qui permettent d'atteindre ce phénomène pour plusieurs zéros à la fois. Pour ce faire, on va suivre la valeur de chaque minimum local de $|R|$ en fonction de T_1 et T_2 , puis plus globalement le minimum absolu de $|R|$ sur la bande de fréquence d'intérêt (voir figure 3.16).

Tout d'abord, les conditions pour atteindre le couplage critique pour le premier zéro sont discutées. La valeur du premier minimum local est notée V_1 et est égale à zéro lorsque les conditions de couplage critique sont satisfaites. V_1 est représenté sur la figure 3.16(a) en fonction de (T_1, T_2) . La vallée bleue, dont le fond est souligné par une ligne blanche pointillée, correspond au minimum de V_1 . Chaque point de cette ligne correspond à un couple (T_1, T_2) et donne lieu à un couplage critique. Pour chacun de ces points, les variations de $|R|$ sont tracées dans la figure 3.16(b). Le résultat est un faisceau de courbes, montrant toutes les configurations pour lesquelles le couplage critique est atteint pour le premier zéro. Le segment rouge de la figure 3.16(b) montre que le couplage critique du premier zéro peut être obtenue pour toute fréquence cible $f \in [130 - 150]$ Hz, ce qui correspond au segment rouge de la figure 3.14(b). Parmi toutes les courbes du faisceau, la courbe noire en gras est celle dont la valeur moyenne de $|R|$ est la plus faible. Cette moyenne est calculée sur la bande de fréquence $[10 - 1500]$ Hz. La paire (T_1, T_2) correspondant à ce cas particulier est indiquée par un point noir dans la figure 3.16(a).

Cette analyse est répétée pour le deuxième zéro (voir figure 3.16(c)), la valeur du deuxième minimum local de $|R|$ est notée V_2 , et pour le troisième zéro (voir figure 3.16(e)), la valeur du troisième minimum local de $|R|$ est notée V_3 . Le couplage critique peut être obtenue pour le deuxième zéro pour toute fréquence cible $f \in [330 - 600]$ Hz (voir figure 3.16(d)) et pour le troisième zéro pour $f \in [800 - 1100]$ Hz (voir figure 3.16(f)).

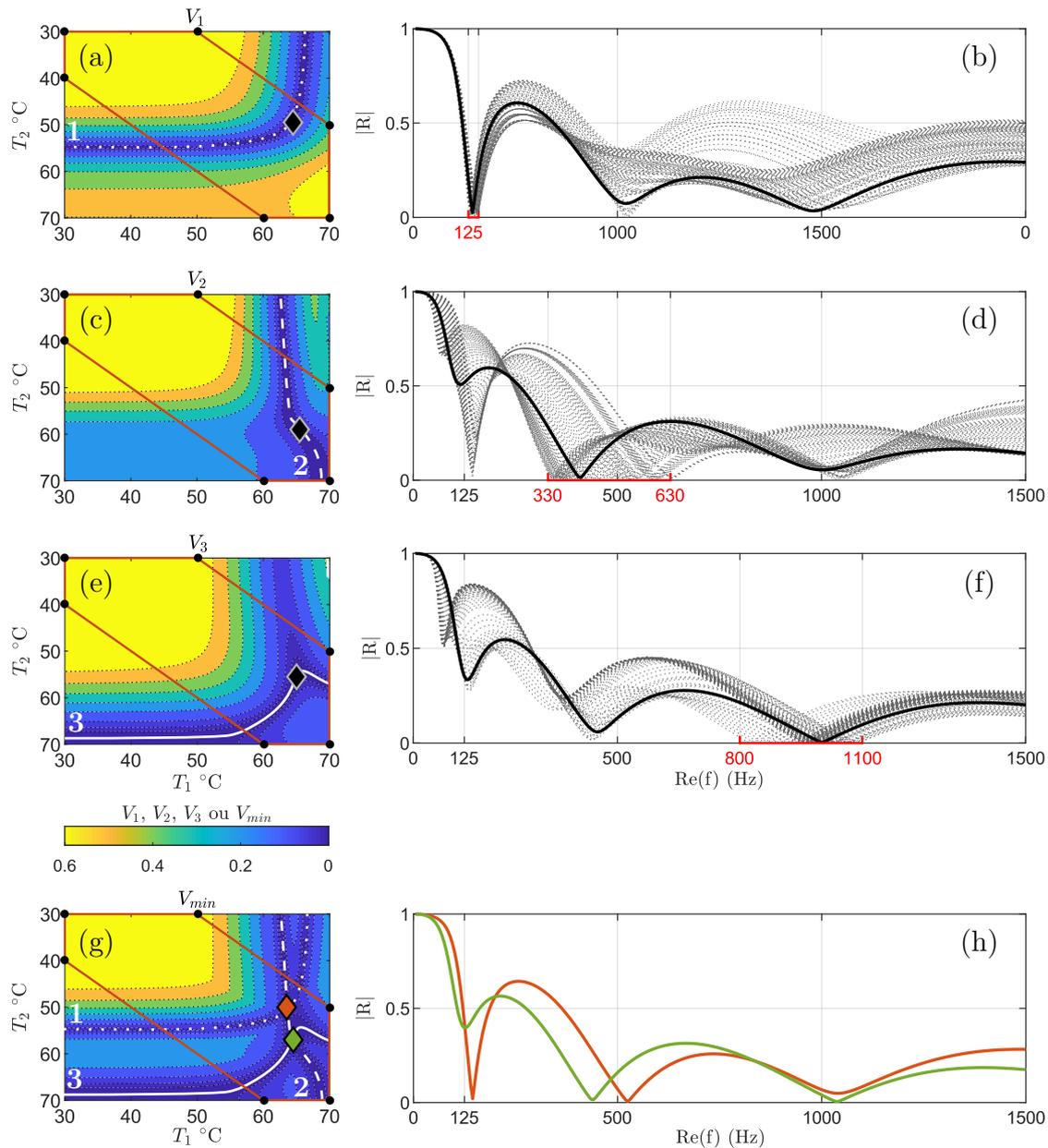


FIGURE 3.16 – (a) (resp. (c), (e)) Variations de V_1 (resp. V_2 , V_3) en fonction de T_1 et T_2 , V_1 (resp. V_2 , V_3) étant la valeur minimale locale de $|R|$ au voisinage de la fréquence de résonance du mode 1 (resp. mode 2, mode 3). Le polygone brun délimite le plan des paramètres (T_1, T_2) défini dans la figure 3.13. La ligne blanche pointillée (resp. discontinue, continue) est le lieu des valeurs minimales de V_1 (resp. V_2 , V_3), qui donnent lieu à des couplages critiques. (b) (resp. (d), (f)) Chaque courbe du faisceau correspond aux variations de $|R|$ pour les paires de températures (T_1, T_2) appartenant à la ligne blanche de (a) (resp. (c), (e)). La courbe noire correspond à la valeur moyenne la plus basse sur la gamme de fréquence étudiée (marqueur noir en (a), (c), (e)). Le segment rouge souligne les fréquences où le couplage critique peut être atteint. (g) Variations de V_{min} en fonction de T_1 et T_2 , V_{min} étant la valeur minimale de $|R|$ sur toute la gamme de fréquence. Les marqueurs vert et orange indiquent deux configurations spécifiques conduisant à un double couplage critique : intersection des lignes blanches de (a), (c) et (e). (h) $|R|$ pour $T_1 = 63.5^\circ\text{C}$, $T_2 = 50^\circ\text{C}$ (marqueur orange en (g)) et pour $T_1 = 64.5^\circ\text{C}$, $T_2 = 57^\circ\text{C}$ (marqueur vert).

L'objectif est d'essayer d'obtenir les conditions de couplage critiques pour plusieurs zéros simultanément. Pour cela, on recherche le minimum absolu de $|R|$ sur toute la gamme de fréquence. Pour un couple donné (T_1, T_2) , ce minimum est noté V_{min} et indique l'existence d'un couplage critique pour au moins un des zéros 1, 2 ou 3, lorsque $V_{min} = 0$. Les minima de V_{min} s'arrangent dans les vallées bleues, suivant les lignes blanches 1, 2 et 3 reportées des figures 3.16(a),(c),(e) sur la figure 3.16(g). Les intersections de ces 3 lignes, les points orange et vert, indiquent les conditions de température conduisant à des conditions de couplage critique multiples. La configuration orange conduit à un couplage critique des zéros 1 et 2 (intersection des lignes blanches 1 et 2), tandis que la configuration verte correspond aux zéros 2 et 3 (intersection des lignes blanches 1 et 2). Le module de R de ces deux configurations sont tracées sur la figure 3.16(h). Il apparaît qu'un couplage critique double peut être atteint. Dans les conditions analysées, on ne peut cependant pas atteindre de couplage critique triple. Néanmoins, un bon compromis est déjà trouvé pour la configuration orange où les deux premiers minima de $|R|$ atteignent zéro et le troisième atteint presque zéro également.

3.4.5 Validation expérimentale

Le dispositif de mesure (voir figure 3.12) se compose d'un pot vibrant (LDS V201) équipé d'une tête d'impédance (PCB 288D01) qui excite la base de la poutre TNA encastrée avec un bruit blanc couvrant la gamme de fréquences d'intérêt. Le champ de déplacement est mesuré à l'aide de 5 accéléromètres (B&K 4394) espacés de 2,5 cm et situés à mi-chemin entre la source et la terminaison TNA de façon à se placer dans l'hypothèse de champ lointain. Ensuite, R est estimé à partir de l'identification de la contribution des amplitudes des ondes propagatives à l'aide de la méthode développée dans le chapitre 2 [39].

Un grand nombre de configurations (T_1, T_2) ont été testées (voir figure 3.17(a)) afin de reproduire la carte donnée dans la figure 3.16(e). La carte de V_3 obtenue expérimentalement (voir figure 3.17(a)) est comparée à celle obtenue par le calcul en y reportant les lignes d'iso-valeur et la ligne blanche (voir figure 3.16(e)). On peut observer que les résultats expérimentaux et numériques montrent des tendances similaires.

- Le modèle prédit correctement les paires (T_1, T_2) conduisant à des conditions de couplage critiques ou quasi critiques, car la ligne blanche correspond à la vallée bleue expérimentale.
- Trois paires particulières (T_1, T_2) sont représentées par des marqueurs sur la figure 3.17(a) et les courbes associées sont tracées sur la figure 3.17(b). La courbe bleue est choisie arbitrairement pour observer un $|R|$ sans intérêt particulier. La courbe verte présente des conditions de couplage critiques pour le zéro 3 et des conditions de couplage quasi critiques pour le zéro 2. La courbe orange correspond aux conditions de couplage quasi critiques pour le zéro 1.
- On peut noter que la configuration orange induit plus de pertes que la verte car T_2 se rapproche de la température de transition vitreuse (en gardant le même consigne pour les autres zones). Néanmoins, le $|R|$ moyen orange semble plus élevé que le vert. Cela confirme qu'ajouter plus de pertes n'est pas forcément la solution pour

obtenir le $|R|$ le plus faible sur une bande de fréquence, mais bien qu'il faut répartir ces pertes intelligemment le long du profil TNA.

- Toutes les configurations (T_1, T_2) entre les points vert et orange sont tracées en gris sur la figure 3.17.(b). Le faisceau gris résultant montre comment $|R|$ varie si une petite variation des températures de contrôle est appliquée. Le résultat illustre la capacité du montage à contrôler les conditions de couplage critiques. Le TNAA fournit donc une grande contrôlabilité du coefficient de réflexion.

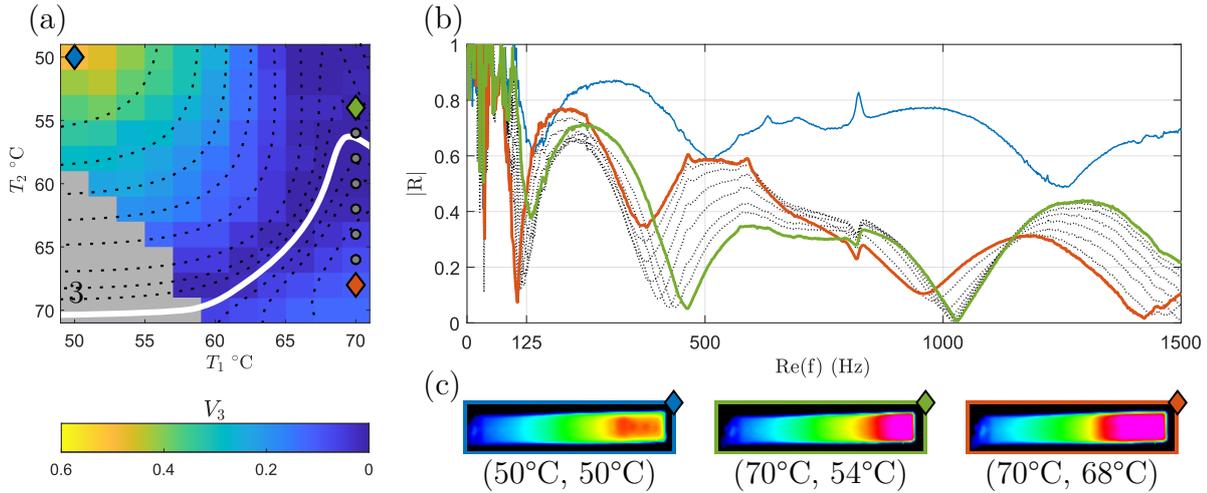


FIGURE 3.17 – (a) Variations mesurées de V_3 en fonction de T_1 et T_2 , V_3 étant la valeur minimale de $|R|$ au voisinage de la fréquence de résonance du mode 3. La ligne blanche et les lignes pointillées noires sont les lignes iso-valeurs de la simulation (voir figure 3.16(e)). (b) Variations mesurées de $|R|$ pour 3 configurations particulières indiquées en (a) : point bleu ($T_1 = 50^\circ\text{C}$, $T_2 = 50^\circ\text{C}$), point vert ($T_1 = 70^\circ\text{C}$, $T_2 = 54^\circ\text{C}$), point orange ($T_1 = 70^\circ\text{C}$, $T_2 = 68^\circ\text{C}$). Le faisceau gris correspond aux marqueurs gris entre le vert et l'orange. (c) cartes thermiques associées aux 3 configurations sélectionnées données en (b).

Certaines caractéristiques du contrôle thermique de l'amortissement ne sont que partiellement prises en compte dans la modélisation, de même que l'influence de l'adhésif à l'interface. En pratique, le champ de température n'est pas uniforme, il présente un gradient dans les trois directions du repère (voir figure 3.12(d)). On considère donc une température moyenne par zone capturée par la caméra thermique. De plus, le PMF est plus chaud au contact du dispositif de chauffage situé à l'interface de la poutre, alors que la caméra mesure la température à la surface du matériau. Il est difficile de déterminer avec précision le champ de température au coeur du matériau. C'est pourquoi une petite correction des températures utilisées dans la simulation est prise en compte pour améliorer l'ajustement du modèle : les résultats simulés sont donnés pour $T_1^{simu} \simeq T_1^{exp} + 4$ et $T_2^{simu} \simeq T_2^{exp} + 2$. Enfin, le coefficient de réflexion est fortement sensible à de petites variations de température autour du couplage critique. Le système bénéficierait d'un dispositif de refroidissement pour mieux contrôler le champ de température dans le matériau et moins être influencé par les conditions extérieures, comme la température ambiante par exemple. Malgré ces difficultés qui conduisent à une divergence entre les résultats numériques et expérimentaux, le modèle obtenu permet une analyse fine du contrôle thermique du TNA.

3.4.6 Bilan

Le système présenté ici est un TNA augmenté (TNAA) permettant de créer un gradient de propriétés au sein du revêtement visco-élastique. Cela est possible grâce à un dispositif de chauffage qui permet d'appliquer une consigne de température sur 5 zones le long du profil TNA de manière à contrôler le gradient des pertes. Cette répartition permet de contrôler finement le coefficient de réflexion. Il a été démontré expérimentalement qu'il était possible d'atteindre le couplage critique et d'atteindre quasiment ce phénomène pour plusieurs fréquences simultanément.

Pour être encore plus pertinent, il faudrait prendre en compte l'effet du dispositif de chauffage et reprendre les dimensions réelles du TNA qui peuvent dévier de la consigne après l'usinage. Par exemple, pour une épaisseur résiduelle cible $h_t = 89 \mu\text{m}$, en pratique cette épaisseur est mesurée à $h_t^{\text{exp}} = 200 \mu\text{m}$. Ce paramètre est bien sûr très influent sur la valeur de R.

Enfin, le système présenté consiste en une boucle ouverte dans le sens où les températures sont ajustées et le coefficient de réflexion est ensuite mesuré. Dans un travail futur, ce TNAA peut grandement bénéficier d'une boucle fermée, où la distribution de la température est contrôlée de façon à atteindre un coefficient de réflexion cible.

3.5 Conclusion

Ce chapitre présente une technologie permettant de contrôler les zéros du coefficient de réflexion d'une terminaison de poutre. Cette technologie consiste en un Polymère à Mémoire de Forme (PMF) dont les propriétés visco-élastiques dépendent fortement de la température qui est pilotée par un système de régulation. Ainsi, en substituant un revêtement visco-élastique conventionnel par ce PMF, il devient possible de contrôler les propriétés d'une terminaison in-situ en y appliquant un champ de température.

Les prototypes étudiés sont donc les terminaisons languettes et multi-languettes augmentées par pilotage thermique ainsi que les terminaisons TNA augmentées par un chauffage uniforme puis par un gradient de température. Chaque étude a montré la pertinence de ce contrôle de par la capacité à atteindre le couplage critique à une ou plusieurs fréquences expérimentalement. Il a par ailleurs été établi qu'une répartition des pertes le long d'un profil TNA obtenue par un gradient de température conduisait à des coefficients de réflexion particulièrement bas en déplaçant les pôles et les zéros dans le plan des fréquences complexes.

TNA CONTRÔLÉ PAR DES POINTS SUPPORTS AMORTISSANTS

4.1 Introduction

Le chapitre précédent a montré qu'une répartition des pertes le long du profil du TNA pouvait conduire à des valeurs de R particulièrement faibles [69]. Pour contrôler les mécanismes dissipatifs, nous proposons d'appliquer des amortissements ponctuels, disposés le long du profil TNA non revêtu. Le caractère localisé de ces points de dissipation induit une situation très différente de la configuration TNA habituelle, dans laquelle les amortissements sont répartis. Le choix et l'intérêt de cette organisation est principalement lié à sa simplicité de mise en oeuvre pratique.

La possibilité de contrôler l'amortissement du TNA au moyen de supports ponctuels amortissants a fait l'objet d'une collaboration internationale avec Wonju Jeon et Jae Yeon Lee, respectivement professeur et doctorant au KAIST (Korea Advanced Institute of Science en Technology, Corée du Sud). Un séjour invité pour ces deux collègues a pu être mis en place au LAUM en janvier 2020 (séjour de 2 mois pour J.Y. Lee et 1 mois pour W. Jeon).

Le chapitre comprend quatre parties : la première décrit le modèle analytique et le moyen expérimental (voir section 4.2) ; la deuxième présente l'effet d'un support sur le coefficient R (voir section 4.3) ; dans la troisième, on présente des variations paramétriques pour apprécier le contrôle possible de R au moyen d'un seul support (voir section 4.4) ; la quatrième partie traite des effets combinés induits par plusieurs supports (voir section 4.5).

4.2 Définition du problème

4.2.1 Modèle d'un TNA avec supports ponctuels

Le système étudié dans ce chapitre est une terminaison de poutre TNA dont la géométrie est recalée sur un démonstrateur expérimental. Il s'agit de la géométrie de référence (voir tableau 2.1) à laquelle est ajoutée une épaisseur de 0.8 mm le long du profil, l'épaisseur maximale reste de 5 mm. Sur cette poutre sont attachés des supports ponctuels (voir figure ??).

Les n supports sont caractérisés par leurs positions x_{s_n} et leurs impédances Z_{s_n} . Nous omettons dans un premier temps l'indice n pour alléger les notations. Chaque support est modélisé par l'association d'un ressort de raideur k et d'un amortisseur visqueux dont le coefficient d'amortissement est c . L'impédance Z_s est l'impédance du support isolé.

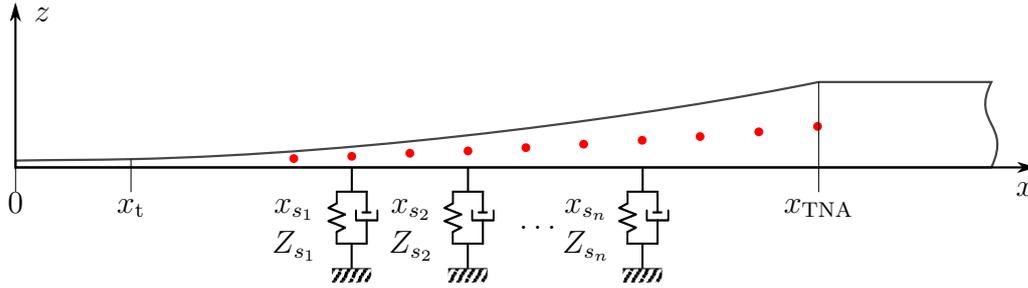


FIGURE 4.1 – Schéma de la terminaison TNA de référence sur laquelle sont attachés n supports mécaniques ponctuels aux positions x_{s_n} et d'impédance Z_{s_n} . Les points rouges marquent la terminaison tous les centimètres.

Elle est définie comme le rapport entre l'effort F appliqué au point de raccordement du support et la vitesse de ce point. Elle s'écrit

$$Z_s = c + \frac{k}{j\omega}. \quad (4.1)$$

L'inertie du support est ignorée. Comme le support est ponctuel, nous supposons qu'aucun moment n'est appliqué par ce support. La matrice impédance du support isolé, qui sera utile dans la suite, est définie par la relation

$$\begin{bmatrix} F \\ M \end{bmatrix} = j\omega \mathbf{Z}_s \begin{bmatrix} w \\ \theta \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathbf{Z}_s = \begin{bmatrix} Z_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

Le TNA couplé au support d'impédance \mathbf{Z}_s définit un nouveau type de TNA, que l'on peut caractériser par un coefficient de réflexion. Il peut être calculé à l'aide de la méthode de la matrice impédance, qui fournit l'impédance interne de la poutre, qu'il convient de coupler au point x_s à celle du support. Ce couplage est décrit par des relations de continuité à l'abscisse x_s . On définit pour cela les abscisses x_s^- et x_s^+ , situées à une distance infinitésimale de part et d'autre de x_s ($x_s^- = x_s - \epsilon$ et $x_s^+ = x_s + \epsilon$ où ϵ est un infiniment petit). Les continuités du déplacement, de la pente, du moment, ainsi que le saut d'effort tranchant résultant du couplage avec le support s'écrivent :

$$\begin{cases} w(x_s^-) = w(x_s^+) \\ \theta(x_s^-) = \theta(x_s^+) \\ T(x_s^-) = T(x_s^+) + T_s \\ M(x_s^-) = M(x_s^+). \end{cases} \quad (4.3)$$

L'effort T_s représente l'action du support sur le TNA. Les relations de continuité impliquent la relation suivante

$$\mathbf{Z}(x_s^+) = \mathbf{Z}(x_s^-) + \mathbf{Z}_s, \quad (4.4)$$

qui traduit une loi d'addition des impédances. De façon pratique, le calcul du coefficient de réflexion de la terminaison TNA couplé à un unique support donne lieu aux étapes suivantes :

- la valeur de \mathbf{Z} à l'extrémité $x = 0$ du TNA est imposée par la condition à la limite de type libre : $\mathbf{Z}(0) = 0$;

- la méthode de la matrice impédance permet le calcul de l'impédance interne de la poutre, de proche en proche entre $x = 0$ et x_s^- ;
- la relation de continuité (4.4) permet le passage du point support, c'est à dire le calcul de $Z(x_s^+)$;
- la méthode de la matrice impédance est ensuite réutilisée pour calculer l'impédance interne, de proche en proche entre $x = x_s^+$ et x_{TNA} .

La procédure permet le calcul de \mathbf{Z} en tout point de la poutre avec support. Elle est décrite ici pour un seul support et peut être adaptée sans difficulté au cas où plusieurs supports sont appliqués.

4.2.2 Mise en oeuvre pratique d'un TNA avec supports

Le support est réalisé expérimentalement au moyen d'un embout de marteau d'impact emboîté dans l'orifice d'un capteur de force. Cet assemblage est ensuite fixé sur un profilé raccordé à un système de positionnement de précision (élévateur utilisé dans des montages optiques). Deux assemblages de ce type sont installés de part et d'autre de la terminaison TNA sur le banc de mesure de R utilisé précédemment (voir figure 4.2). Le coefficient R est estimé expérimentalement à partir de la méthode d'identification présentée dans le chapitre 2.

Le contrôle de la position des supports est réalisé en appliquant un marquage sur la poutre (voir figure 4.2). La précontrainte appliquée par les deux supports appuyés en regard est contrôlée à l'aide d'une glissière située à la base des profilés. Les points $P_1 = 0.1$ m et $P_2 = 0.12$ m sont deux positions particulières utilisées dans la suite pour placer les points supports.

4.3 Analyse de l'effet d'un support ponctuel

4.3.1 Principe du contrôle de R au moyen d'un support ponctuel

À partir du modèle et du banc expérimental, le module $|\mathbf{R}|$ de la poutre TNA est simulé (en trait discontinu) et mesuré (en trait plein) en l'absence de revêtement (voir figure 4.3(a)). Le support est constitué de deux plots placés de chaque côté du TNA et positionnés au point $x_s = P_1 = 0.1$ m (voir figure 4.3(b)). Pour la simulation, les paramètres du support $k = 90$ kN/m et $c = 15$ Ns/m ont été recalés au moyen de tests expérimentaux et d'un algorithme d'optimisation (voir section 4.3.3). Le modèle permet de calculer R dans le plan des fréquences complexes et d'observer les pôles et les zéros, ce qui autorise une interprétation des phénomènes.

Sans support (voir figure 4.3(a)), $|\mathbf{R}|$ est quasiment unitaire et présente des pôles et des zéros symétriquement arrangés autour de l'axe des fréquences réelles, mais loin de celui-ci. Les chutes étroites de $|\mathbf{R}|$ qui apparaissent aux fréquences notées f_n^t sont dues à des modes de torsion localisés dans la terminaison TNA. Les ondes de torsion subissent aussi un effet trou noir acoustique, non étudié ici.

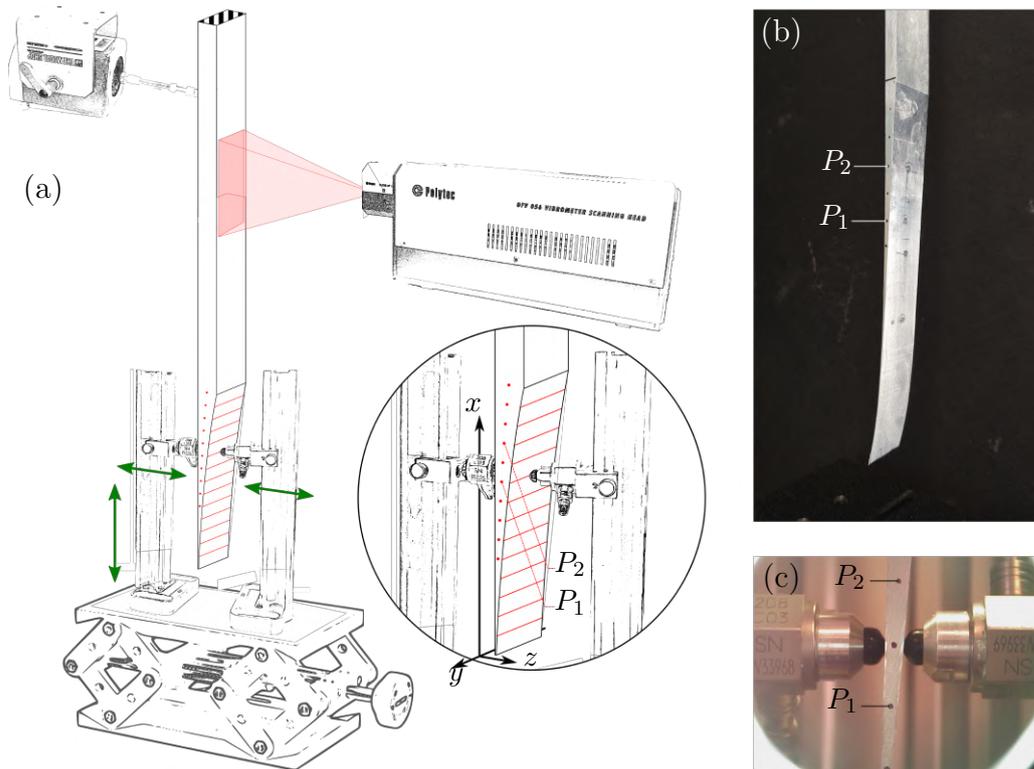


FIGURE 4.2 – (a) Schéma du montage expérimental : une poutre TNA encastrée, excitée au pot vibrant et mesurée au vibromètre laser. Les supports sont installés sur un élévateur de précision de façon à contrôler leur position suivant x et z (flèches vertes). (b) Extrémité de la poutre TNA marquée tous les centimètres. Les points $P_1 = 0.1$ m et $P_2 = 0.12$ m sont deux positions d'intérêt. (c) Zoom sur les supports appuyés sur la terminaison.

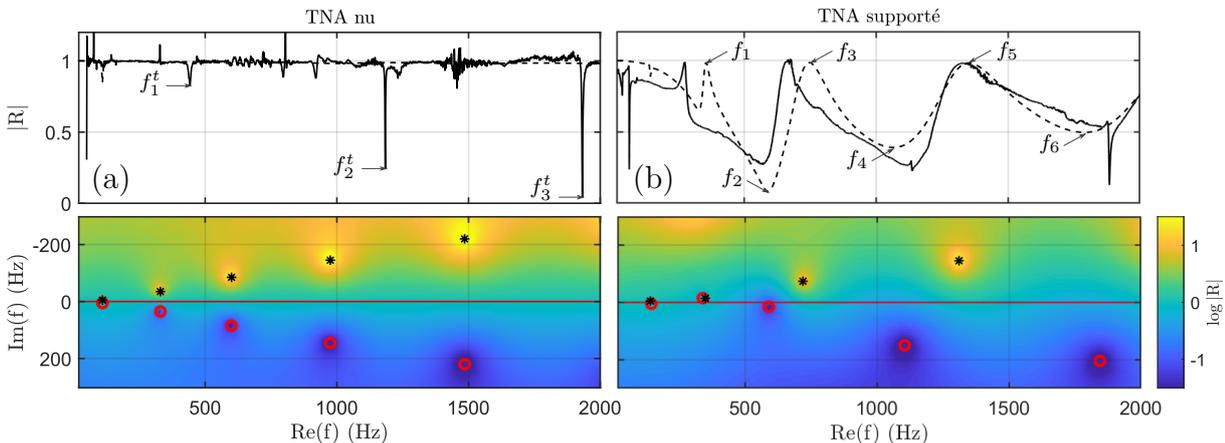


FIGURE 4.3 – (a, en haut) (resp. (b)) Module de R simulé (en trait discontinu) et mesuré (en trait plein) en fonction de la fréquence réelle pour une poutre TNA nue (resp. munie d'un support mécanique en $P_1 = 0.1$ m, voir figure 4.2). (a) Les fréquences notées f_n^t correspondent à des modes de torsion. (b) Les fréquences notées f_n correspondent à des déformées étudiées en figure 4.4. (en bas) Plan des fréquences complexes de $\log|R|$. Les pôles sont marqués par les étoiles noires et les zéros par des cercles rouges.

Pour un support placé en P_1 , la figure 4.3(b) révèle une allure inhabituelle de $|R|$. À la place des arches qui sont classiquement observées, l'allure de la courbe présente en effet

des vallées assez larges pour lesquelles les valeurs de $|R|$ sont faibles. Il est remarquable d'observer que dans le plan des fréquences complexes, les pôles et les zéros sont positionnés de manière alternée, ce qui maximise l'influence des zéros sur les chutes de $|R|$. On voit ici l'importance de l'analyse dans le plan complexe pour interpréter les variations de R .

Ce modèle de coefficient de réflexion montre qu'un contrôle important est déjà possible en utilisant un unique support.

4.3.2 Détermination de la position du support - Principe

Pour mieux comprendre le contrôle de $|R|$ au moyen d'un support, et notamment ce qui régit les maxima, on trace sur la figure 4.4 les déformées opérationnelles du système couplé aux fréquences notées f_n : $f_1 = 355$ Hz, $f_2 = 590$ Hz, $f_3 = 745$ Hz, $f_4 = 1065$ Hz, $f_5 = 1350$ Hz et $f_6 = 1795$ Hz.

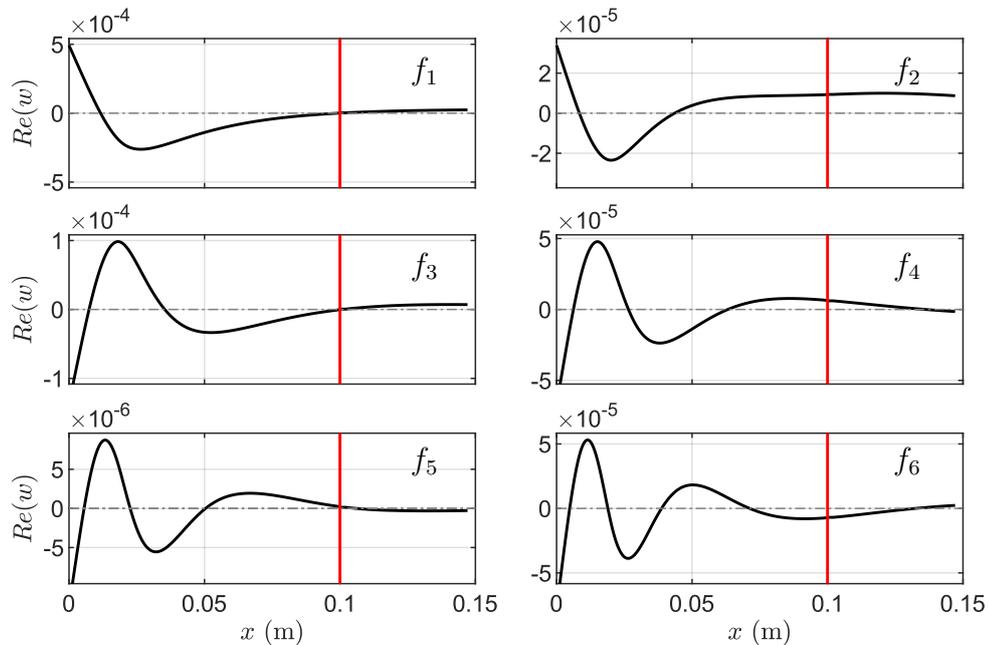


FIGURE 4.4 – Déformées opérationnelles aux fréquences f_n correspondant aux maxima (n impairs) et minima (n pairs) de $|R|$ tracé en figure 4.3(b) : $f_1 = 355$ Hz, $f_2 = 590$ Hz, $f_3 = 745$ Hz, $f_4 = 1065$ Hz, $f_5 = 1350$ Hz et $f_6 = 1795$ Hz. La ligne rouge désigne l'abscisse du point support.

L'analyse montre que les fréquences pour lesquelles $|R| = 1$ (f_1 , f_3 et f_5) sont les fréquences pour lesquelles le support, représenté par la ligne rouge, se trouve sur un nœud de la déformée opérationnelle. Dans ce cas, il est logique que le support n'ait pas d'effet sur $|R|$. Par ailleurs, les fréquences pour lesquelles $|R|$ est minimum (f_2 , f_4 et f_6) correspondent au fait que le support est proche d'un des maxima d'amplitude de la déformée opérationnelle.

Si l'objectif est de contrôler le coefficient de réflexion à une fréquence cible, il est facile de déterminer la position d'un support à choisir en simulant la déformée opérationnelle

du TNA nu à cette fréquence. Il s'agira alors de placer un support sur un maximum d'amplitude de cette déformée. Cette observation confirme l'efficacité et la simplicité de ce contrôle. Étant donné que le TNA nu donne lieu à une diminution locale de la longueur d'onde et à une augmentation de l'amplitude, il est possible de trouver une position pertinente adaptée à l'annulation de n'importe quelle fréquence cible. Notons que dans ces exemples, les déformées opérationnelles de la poutre couplée au point support sont proches de celles de la poutre isolée. Dans le cas d'un point support de très grande raideur, ces déformées opérationnelles peuvent être plus fortement perturbées, rendant ainsi l'analyse moins directe.

4.3.3 Estimation des paramètres visco-élastiques du support

La mesure directe de l'effort de contact a été effectuée à l'aide du capteur de force autour duquel le support est assemblé (voir figure 4.2(c)). Cependant, la sensibilité du capteur n'est pas adaptée à l'ordre de grandeur des vibrations observées et cette mesure directe n'est pas exploitable pour estimer Z_s et donc les paramètres de raideur k et d'amortissement c .

Ces paramètres sont déterminés d'une façon indirecte, au moyen d'un algorithme d'optimisation minimisant l'écart entre les coefficients de réflexion simulé et mesuré. Cet algorithme travaille avec des valeurs de k et c , situés dans des intervalles convenus et bornés. La fonction à minimiser est un critère de distance I entre les valeurs mesurées $|R_{exp}|$ et modélisées $|R_{num}|$, défini par

$$I = \int_{f_{min}}^{f_{max}} | |R_{exp}| - |R_{nu}| | df. \quad (4.5)$$

On définit plusieurs valeurs seuil de l'indicateur I (seuils égaux à 0.2, 0.175, 0.15 et 0.125), permettant de distinguer plusieurs classes, représentées par des couleurs sur la figure 4.5. Pour ces différentes classes, les paramètres k et c sont associés à un support plus ou moins représentatif du support mis en oeuvre.

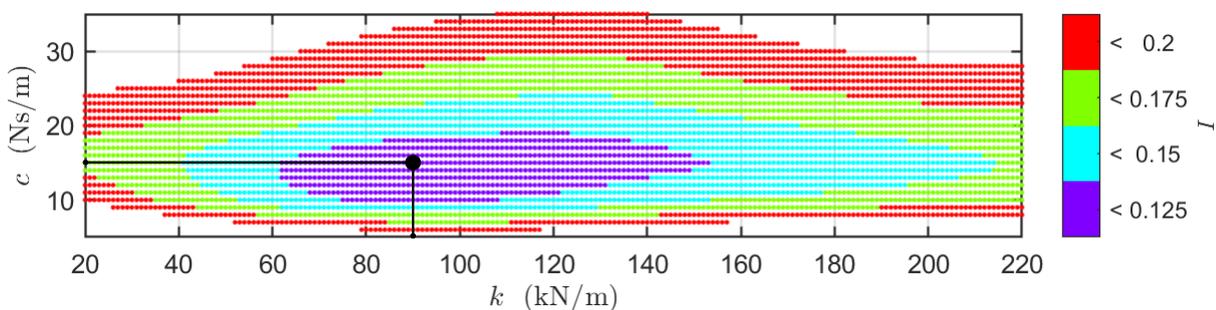


FIGURE 4.5 – Plan (k/c) du critère de recalage I entre la mesure, $|R_{exp}|$, en figure 4.3(b) et la simulation, $|R_{num}|$, obtenu en fonction de k et c . Ce critère est défini en équation (4.5). Les points de couleur indiquent l'infériorité de I par rapport à de valeurs seuil (voir échelle de couleur). Le marqueur noir correspond à une configuration optimale conduisant au $|R_{num}|$ tracé en 4.3(b).

La configuration optimale que nous retenons correspond au point noir pour $k =$

90 kN/m et $c = 15$ Ns/m. Dans le plan (k/c) , la forme des différentes classes est allongée. Cela traduit le fait que les variations relatives de c sont plus grandes que celles de k . Le paramètre c est donc plus sensible que k pour contrôler les variations de $|R|$.

La simulation ne reproduit pas parfaitement l'allure de la courbe obtenue expérimentalement comme le montre la comparaison entre la théorie et l'expérience de la figure 4.3(b). Cela peut s'expliquer par le fait que les paramètres k et c sont des constantes. En pratique, ces paramètres peuvent dépendre de la fréquence comme le montre l'écart relatif des crêtes de $|R|$. De plus, il peut se produire des phénomènes non-linéaires dus à la complexité du support : rappelons que ce support est un capuchon en caoutchouc renfermant de l'air. Le montage ne garantit pas l'étanchéité et en vibrant, la surface de contact entre le plot et la poutre peut varier.

Malgré les limites évoquées, la cohérence entre le modèle et la mesure est remarquable. D'autres mesures utilisant des bancs de caractérisation de matériaux pourraient également conduire à l'estimation directe des paramètres visco-élastiques effectifs du support.

4.3.4 Adaptation du support à la terminaison TNA

La simulation montre qu'en fonction du positionnement du support, les valeurs de k et c donnant lieu à un faible coefficient de réflexion varient : lorsque le support est proche de l'extrémité fine, les valeurs de k et c doivent être réduites pour être adaptées à la diminution de la raideur du profil. L'impédance du support Z_s est définie par l'équation (4.1), qui utilise ces deux paramètres. On propose de comparer Z_s à l'impédance de la terminaison TNA sans support Z_{TNA} . Cette impédance calculée le long du profil est le premier terme de la matrice impédance, soit $Z_{\text{TNA}}(x) = Z_{11}(x)$. On peut introduire la notion de couplage entre le support et la poutre à la position d'attache : lorsque Z_s est trop élevée par rapport à $Z_{\text{TNA}}(x_s)$, la poutre TNA est immobilisée en x_s ; lorsque Z_s est trop faible par rapport à $Z_{\text{TNA}}(x_s)$, le support n'a plus d'effet. Dans ces deux cas, le support est mal couplé à la poutre.

On définit un coefficient de couplage $K = |Z_{\text{TNA}}|/|Z_s|$, dépendant de l'espace et de la fréquence. Lorsque ce rapport vaut 1, l'adaptation d'impédance est réalisée et le couplage est optimal. La figure 4.6 représente ce coefficient de couplage en dB ($K_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(K)$). Dans cette représentation, le couplage adapté est indiqué par des valeurs proches de 0. Les zones foncées sont donc les zones pour lesquelles le couplage est le plus adapté.

Cette carte a été obtenue pour l'impédance Z_s nominale déjà obtenue, c'est-à-dire pour $k = 90$ kN/m et $c = 15$ Ns/m. Ces valeurs ont été trouvées pour une position du support $x_s = 0.1$ m. La ligne rouge sur la figure 4.6 représente cette position sur l'axe x . Lorsque celle-ci traverse une zone foncée, le coefficient de couplage est proche de 0, ce qui traduit que une adaptation d'impédance satisfaisante. On observe en pratique que la ligne rouge coupe les zones foncées sur de larges bandes de fréquences, ce qui signifie que le support nominal est bien couplé à la poutre TNA pour la position choisie.

Le couplage adapté se traduit également par une répartition alternée des pôles et des zéros dans le plan des fréquences complexes de R (voir figure 4.3(b)). En effet, lorsqu'un zéro est loin d'un pôle, son effet sur $|R|$ est maximisé.

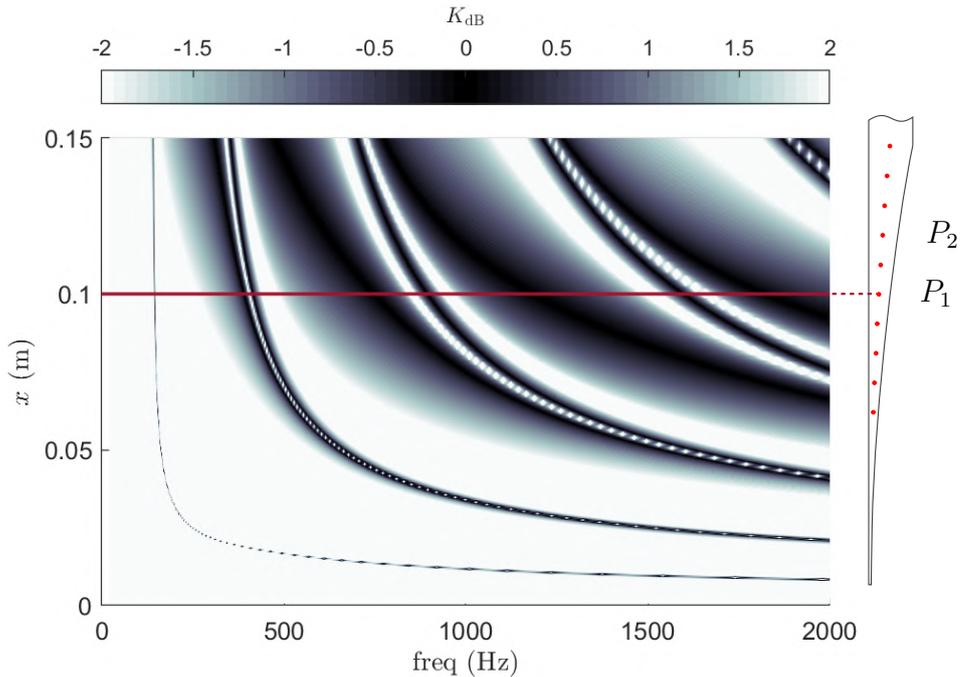


FIGURE 4.6 – Plan de la fréquence et de l’espace du coefficient de couplage défini par $|Z_{\text{TNA}}|/|Z_s|$, et tracé avec une échelle de couleur logarithmique. $|Z_{\text{TNA}}|$ est l’impédance du TNA dépendante de la fréquence et de l’espace, $|Z_s|$ est l’impédance du support, qui dépend uniquement de la fréquence. La ligne rouge correspond à la position du support x_s .

Cette analyse du couplage support/TNA montre l’importance de son adaptation pour un contrôle efficace. Les conditions de cette adaptation sont bien décrites par le coefficient de couplage introduit, qui constitue un critère pratique permettant de définir le point de couplage optimum d’un support donné.

4.4 Analyses paramétriques du coefficient de réflexion du TNA avec support ponctuel

Dans cette section, on explore les effets des variations des paramètres de position (voir section 4.4.1), de raideur (voir section 4.4.3) et d’amortissement (voir section 4.4.4) d’un support sur le coefficient de réflexion dans le plan des fréquences complexes. Ces variations partent toutes de la configuration nominale, c’est-à-dire $x_s = 0.1$ m, $k = 90$ kN/m et $c = 15$ Ns/m. L’objectif est de comprendre quelle est l’influence de chaque paramètre sur les pôles et les zéros de R . Certaines de ces variations paramétriques sont validées par des tests expérimentaux (voir sections 4.4.2 et 4.4.5).

4.4.1 Effet de la position du support

La première variation paramétrique se concentre sur la position x_s du support le long du profil TNA. D’après l’analyse de principe présentée en section 4.3.2, ce paramètre détermine les bandes de fréquences où $|R|$ est faible. La figure 4.7 présente des variations de 20%, indiquées par une échelle de couleur autour de la valeur nominale tracée en noir. Les

différentes variations de $|R|$ forment un faisceau de courbes, chacune dépendante de la fréquence réelle. Dans le plan des fréquences complexes, les positions des pôles et des zéros sont suivies par des marqueurs triangulaires et circulaires, respectivement. La couleur de fond de ce plan des fréquences complexes correspond au plan calculé pour la valeur nominale.

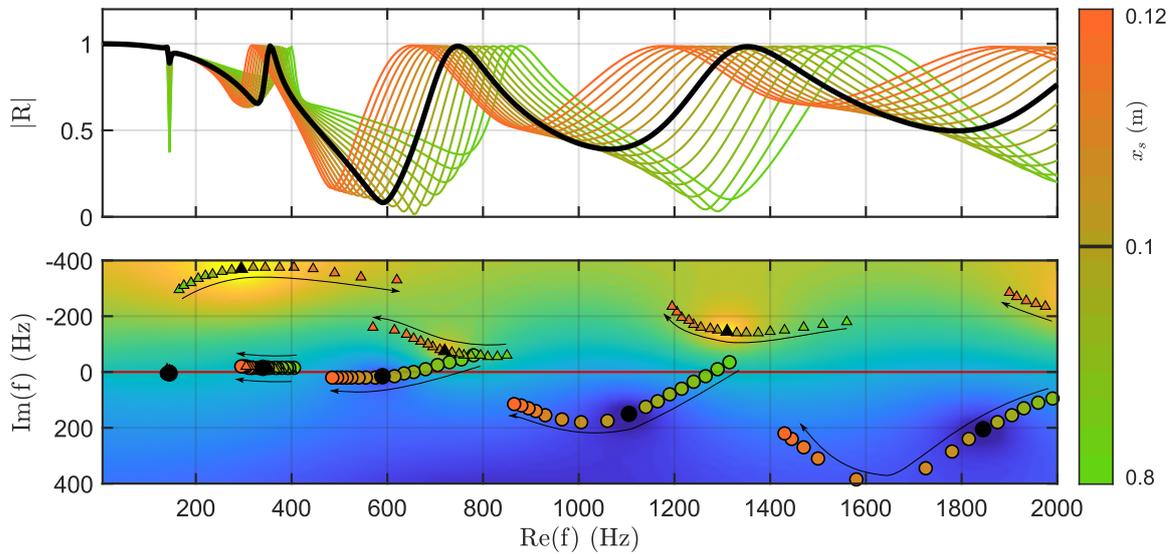


FIGURE 4.7 – (en haut) variation $|R|$ lorsque la position x_s du support varie autour de la valeur nominale (voir échelle de couleur). (en bas) Plan des fréquences complexes de $\log |R|$ de la valeur nominale, les pôles et les zéros sont marqués par des triangles et des cercles. Leurs trajectoires en fonction des variations de x_s sont suivies par les marqueurs de couleur. Les flèches indiquent le sens de ces trajectoires.

Les bandes de fréquences où $|R|$ est faible varient en fréquence lorsque la position du support change. Lorsque le support est dans une zone plus épaisse du TNA, ces bandes de fréquences sont déplacées vers les basses fréquences et deviennent plus étroites. Dans le plan des fréquences complexes, cela se traduit par un décalage simultané des pôles et des zéros vers les basses fréquences lorsque le support est déplacé dans le sens des x croissants.

La position du support est le paramètre qui a le plus d'influence sur le coefficient de réflexion. Lorsque l'écart à la position nominale est important, les positions des pôles et zéros de R varient fortement, ce qui empêche l'analyse des trajectoires. Cela s'explique par le manque d'adaptation du couplage : si l'impédance du support n'est pas adaptée à l'impédance du TNA aux différentes positions envisagées, le système change considérablement de nature.

4.4.2 Validation expérimentale de l'effet de la position du support

L'effet de la position du support a été analysé expérimentalement. Le coefficient R est mesuré en deux positions : $P_1 = 0.1$ m et $P_2 = 0.12$ m (voir figure 4.2). Les résultats sont tracés dans la figure 4.8.

Ce résultat expérimental confirme et valide l'analyse paramétrique précédente : plus le support se déplace vers les x croissants, plus les bandes de fréquences atténuées sont

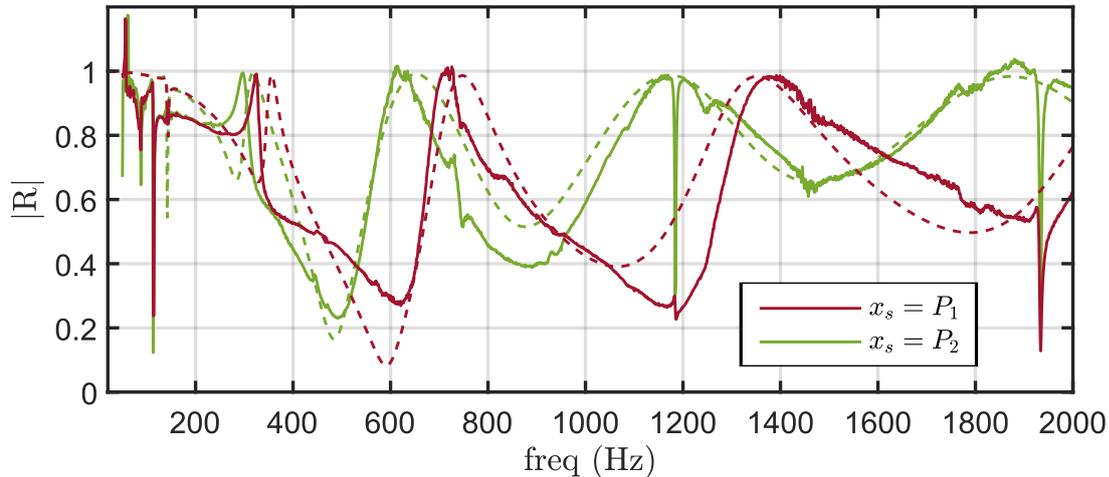


FIGURE 4.8 – En trait plein, mesures de $|R|$ du TNA muni d'un support mécanique en deux positions distinctes : $P_1 = 0.1$ m en rouge et $P_2 = 0.12$ m en vert. En trait discontinu, $|R|$ simulés aux deux positions pour les valeurs $k = 90$ kN/m et $c = 15$ Ns/m.

décalées en basses fréquences comme le montre la figure 4.7. Les mesures (en trait plein) sont comparées au modèle (en trait discontinu). Le cas où $x_s = P_1$ a déjà été analysé en figure 4.3 et correspond à la configuration nominale. Pour le cas où $x_s = P_2$, le processus d'optimisation utilisé pour trouver k et c a convergé vers des valeurs comparables à celles obtenues pour la position $x_s = P_1$. En effet, le plan K_{dB} , défini sur la figure 4.6, confirme que les mêmes paramètres (k, c) donnent lieu à un couplage adapté pour P_1 et P_2 .

4.4.3 Effet de la raideur du support

La deuxième variation paramétrique consiste à faire varier la raideur du support k . Selon le plan (k/c) présenté en figure 4.5, l'influence de ce paramètre n'est pas régulière lorsqu'il augmente. On fait donc varier k en multipliant sa valeur nominale (en noir) par des coefficients suivant une loi de puissance : 2^{-3} , 2^{-2} , 2^{-1} , 2^0 , 2^1 , 2^2 , 2^3 (soit de 11.25 kN/m à 720 kN/m, voir échelle de couleur). Les résultats sont présentés dans la figure 4.9 de la même façon qu'en section 4.4.1.

En fonction de la fréquence, l'augmentation de k a pour effet de déformer l'allure de $|R|$ vers les hautes fréquences lorsque k augmente.

Dans le plan des fréquences complexes, mis à part le premier pôle, on peut remarquer que les variations de k ne font varier que très peu la fréquence des pôles. En revanche, les zéros sont plus impactés. Pour les deux premiers zéros, il semble qu'ils se déplacent du voisinage d'un pôle, vers le voisinage du suivant. Dans les deux extrêmes, cela conduit à des $|R|$ élevés à cause d'un couplage mal adapté.

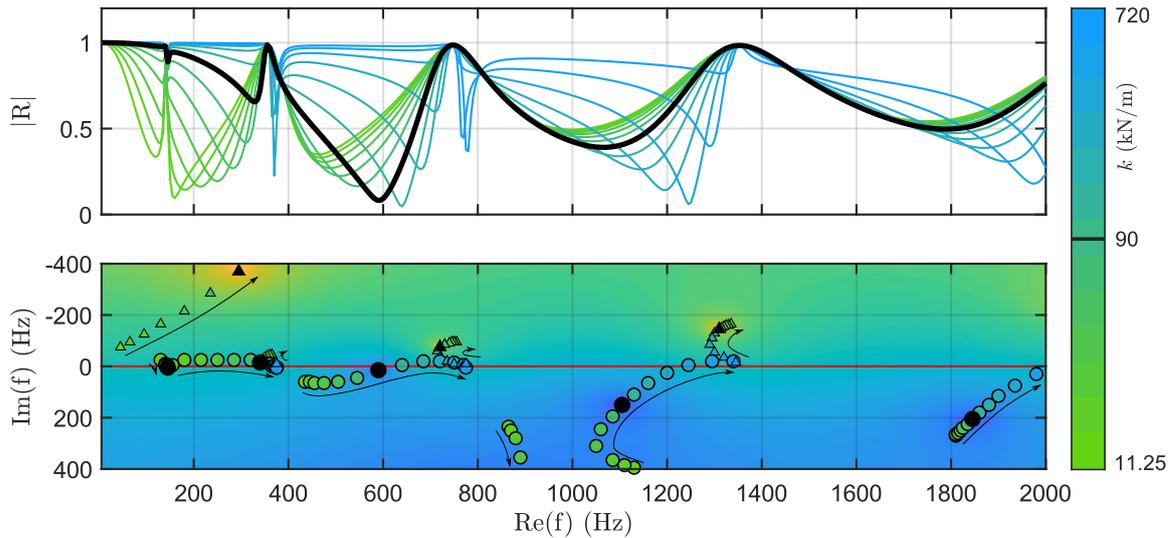


FIGURE 4.9 – (en haut) $|R|$ sous les variations de k autour de la valeur nominale (voir échelle de couleur). (en bas) Plan des fréquences complexes de $\log |R|$ de la valeur nominale, les pôles et les zéros sont marqués par des triangles et des cercles. Leurs trajectoires en fonction des variations de k sont suivies par les marqueurs de couleurs. Les flèches indiquent le sens de ces trajectoires.

4.4.4 Effet de l'amortissement du support

La troisième variation paramétrique porte sur les variations du paramètre d'amortissement c (voir figure 4.10). Ici, c varie de 0 Ns/m à 60 Ns/m par pas de 3.75 (voir échelle de couleur), la valeur nominale de 15 Ns/m est représentée en noir.

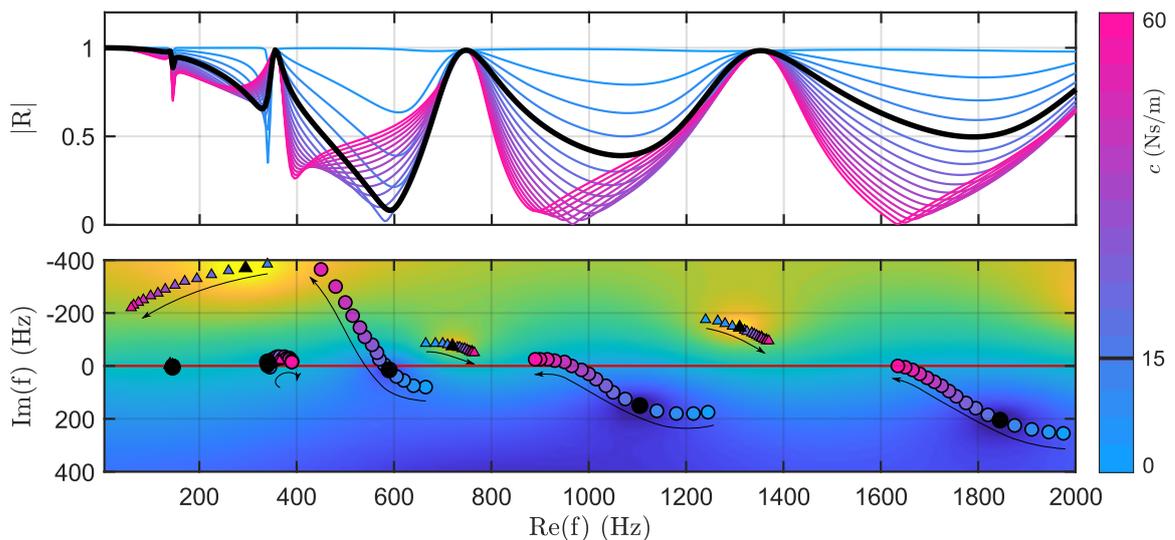


FIGURE 4.10 – (en haut) $|R|$ sous les variations de c autour de la valeur nominale (voir échelle de couleur). (en bas) Plan des fréquences complexes de $\log |R|$ de la valeur nominale, les pôles et les zéros sont marqués par des triangles et des cercles. Leurs trajectoires en fonction des variations de c sont suivies par les marqueurs de couleurs. Les flèches indiquent le sens de ces trajectoires.

Ce paramètre semble jouer principalement sur les valeurs des minima de $|R|$. Dans le plan des fréquences complexes, les zéros se déplacent rapidement vers les basses fréquences et les fréquences imaginaires négatives (vers le haut). Ils croisent ainsi l'axe des fréquences réelles et un couplage critique peut être atteint. Mis à part le premier, les pôles se déplacent lentement dans la direction inverse. De ce fait, on retrouve la même configuration que pour les variations de k : dans les cas extrêmes où c est nul ou grand, les fréquences réelles des pôles et des zéros sont proches, ce qui conduit à un couplage mal adapté.

4.4.5 Validation expérimentale de l'effet amortissant du support

Une étude expérimentale a été menée sur l'influence de l'écrasement du support sur la poutre. Cette précontrainte est réalisée pour un support d'un seul côté, puis comparée à deux supports face à face (voir figure 4.11). La position est fixée à $x_s = P_1$.

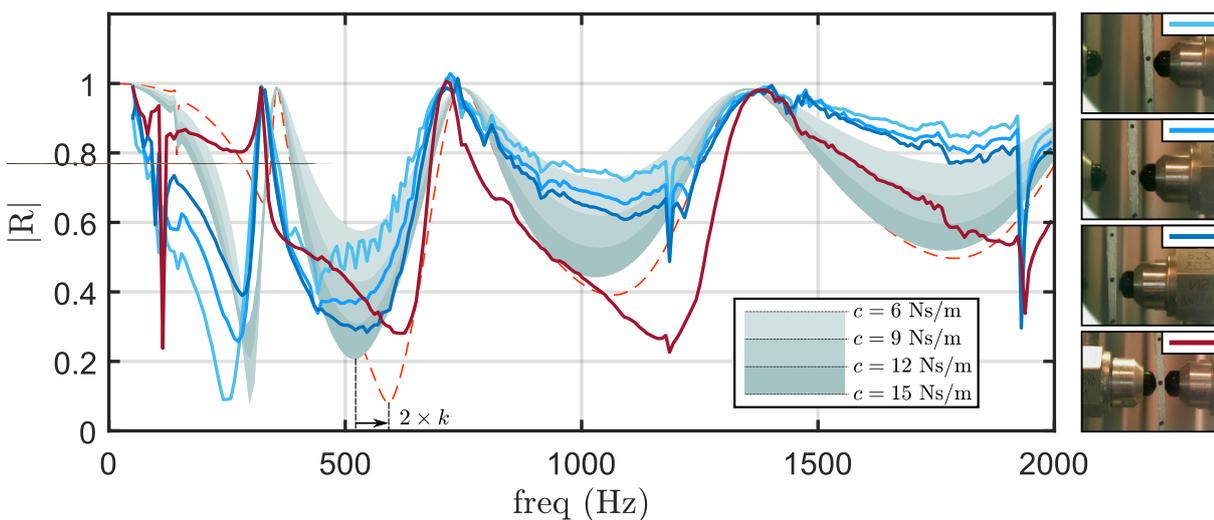


FIGURE 4.11 – Mesures de $|R|$ d'un TNA muni d'un support unique de plus en plus appuyé d'un côté de la terminaison en $x_s = P_1$ (en dégradé de bleu, voir légende de photos) et d'un support double appliqué de chaque côté de la terminaison (en rouge). Les aplats gris dégradés correspondent à des valeurs de $|R|$ simulés pour $k = 45$ kN/m et des valeurs de c variables (voir légende). La courbe orange discontinue trace $|R|$ simulé pour $k = 90$ kN/m et $c = 15$ Ns/m.

Les courbes bleues dégradées correspondent à des mesures effectuées avec un support de plus en plus appuyé sur la terminaison TNA, comme c'est indiqué sur les photos. Les minima de $|R|$ prennent des valeurs de plus en plus faibles lorsque le support est de plus en plus appuyé. Cela induit une augmentation de la valeur de c selon l'analyse paramétrique en section 4.4.4. Ce phénomène peut être expliqué par l'augmentation de la surface de contact avec la pression appliquée. Le ressort équivalent du plot est de plus en plus compressé mais sa valeur k change peu.

Suivant cette analyse, ces résultats expérimentaux sont comparés au modèle (aplats en dégradé de gris) en faisant uniquement varier c à partir de valeurs obtenues par recalage avec le premier état du support, soit $k = 45$ kN/m et $c = 6$ Ns/m. Les tendances expérimentales et analytiques sont comparables.

Les minima locaux des courbes expérimentales de $|R|$ baissent lorsque c augmente, à l'exception du premier (vers 250 Hz). Ce cas est aussi retrouvé par le modèle et correspondrait au fait que le zéro associé à cette chute dans le plan des fréquences complexes se situe initialement au dessus de l'axe des fréquences réelles. Par conséquent, en augmentant c , le zéro s'éloigne encore davantage de cet axe.

Lorsque qu'il y a deux supports de part et d'autre (courbe rouge), les chutes de $|R|$ se déforment vers les hautes fréquences ce qui semble être un effet de l'augmentation de k selon l'analyse paramétrique en section 4.4.3 (voir figure 4.9). Doubler le support reviendrait à doubler sa raideur, soit doubler k . La courbe analytique orange discontinue correspond à cette situation où $k = 90$ kN/m et $c = 15$ Ns/m. Cette courbe se rapproche de la courbe expérimentale rouge, ce qui confirme l'analyse.

Les tendances des résultats expérimentaux sont en total accord avec le modèle analytique.

4.5 Effet cumulé de deux supports attachés

Le modèle peut décrire l'application de plusieurs supports le long du profil TNA. Après l'analyse des effets d'un support unique, on s'intéresse dans cette section à l'effet de deux supports placés à des positions x_s distinctes (voir figure 4.12). Deux configurations sont identifiées : les deux supports sont 1/ proches (voir figure 4.12(b)) ou 2/ éloignés (voir figure 4.12(e)).

La figure 4.12(a) (resp. 4.12(d)) représente la position des deux supports à $x_{s_1} = 0.1$ m, en rouge, et $x_{s_2} = 0.085$ m, en vert (resp. $x_{s_1} = 0.1$ m, en rouge, et $x_{s_3} = 0.07$ m, en bleu). La figure 4.12(b) (resp. 4.12(e)) montre le module de R pour les supports isolés en rouge et vert (resp. rouge et bleu) et pour la configuration à deux supports attachés, en noir. La figure 4.12(c) (resp. 4.12(f)) montre la valeur moyenne de $|R|$ de chaque configuration sur la plage de fréquence étudiée, ce qui est un indicateur global de performance.

La configuration rouge correspond au support nominal. Pour les autres supports, les valeurs de k et c ont été trouvées de façon à satisfaire un couplage adapté ainsi qu'à obtenir une valeur moyenne proche de celle du support nominal (voir figures 4.12(c) et 4.12(f)). Ainsi, l'analyse de l'influence de chaque support n'est pas biaisée. Soit, pour le support vert en $x_{s_2} = 0.085$ m, $k_2 = 30$ kN/m et $c_2 = 10$ Ns/m ; pour le support bleu en $x_{s_3} = 0.07$ m, $k_3 = 10$ kN/m et $c_3 = 5$ Ns/m.

Les courbes noires résultantes de l'effet des deux supports ressemblent à une enveloppe inférieure des courbes obtenues pour les supports isolés. L'effet de ces supports isolés menait déjà à une moyenne faible de $|R|$ sur la plage de fréquence étudiée (voir figures 4.12(c) et 4.12(f)). L'effet cumulé réduit encore cette moyenne de manière conséquente. Dans les deux cas 1/ et 2/, cette moyenne noire est équivalente.

- Dans le cas 1/, où les supports sont rapprochés, les plages de fréquences où $|R|$ est faible sont élargies et plus basses ; les pics de $|R|$ restent marqués.
- Dans le cas 2/, où les supports sont éloignés, les plages de fréquences où $|R|$ est faible donnent lieu à des valeurs plus élevées mais les pics sont fortement diminués. Par l'enchevêtrement des courbes des supports isolés et l'alternance des minima et maxima, cela conduit à lisser $|R|$ autour d'une valeur faible sur toute la plage de fréquence étudiée.

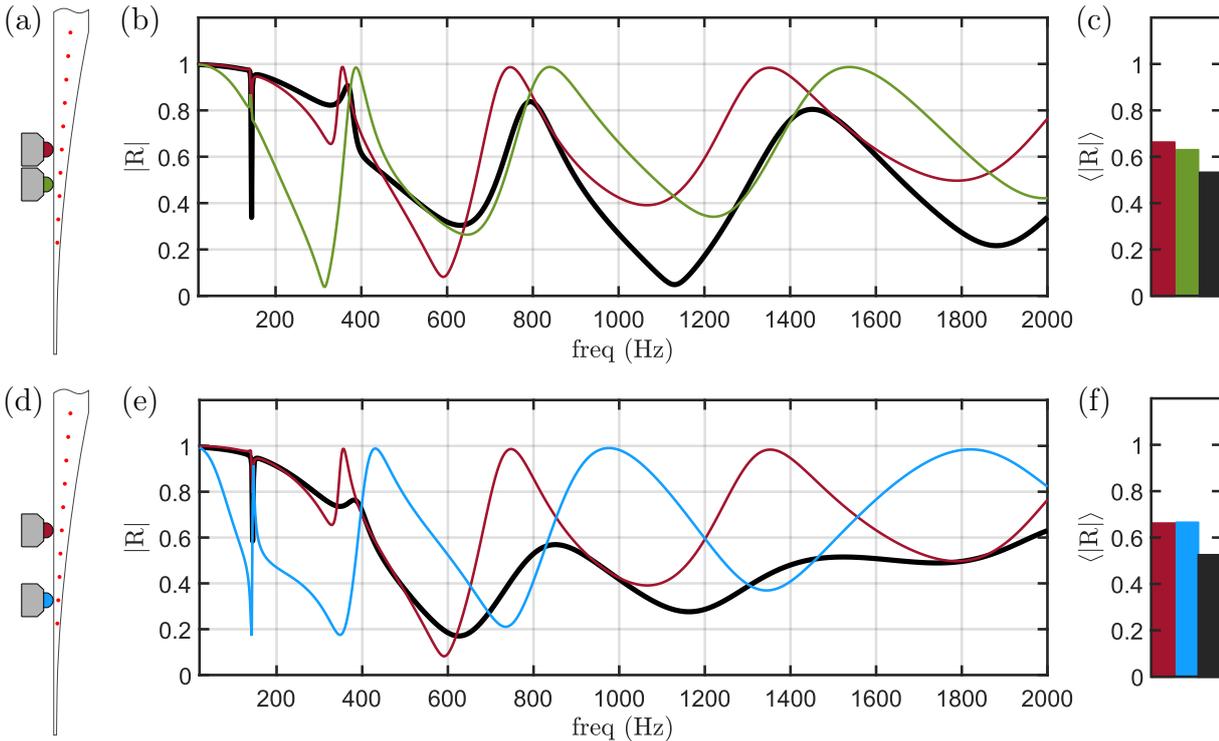


FIGURE 4.12 – (a) (resp. (d)) Schéma représentant la position des supports le long du profil TNA. Le support rouge est situé en $x_{s_1} = 0.1$ m, le support vert (resp. bleu) est situé en $x_{s_2} = 0.085$ m (resp. $x_{s_3} = 0.07$ m). (b) (resp. (e)) Les courbes fines de couleur tracent $|R|$ pour les configurations de supports isolés, les couleurs font référence à la couleur des supports en (a) (resp. (d)). La courbe épaisse noire trace $|R|$ lorsque les deux supports sont attachés. (c) (resp. (f)) Valeurs moyennes de chaque $|R|$ en (b) (resp. (e)) calculées sur la plage de fréquence étudiée.

En simulation, ce moyen de contrôle semble efficace et facile de mise en oeuvre : en fonction de l'objectif, on peut simplement combiner les effets de deux supports. Pour réaliser ces dispositions de support en pratique, il faudrait probablement trouver de nouveaux types d'embouts permettant un couplage adapté dans les zones les plus fines du TNA.

4.6 Conclusion

On a proposé et étudié dans ce chapitre un nouveau type de TNA, dans lequel l'amortissement est introduit ponctuellement au moyen d'un ou plusieurs points support visco-

élastiques. Cette stratégie de contrôle passif donne lieu à des caractéristiques d'amortissement très différentes de celles obtenues par l'introduction d'un revêtement dissipatif réparti, qui est classiquement choisi pour les TNA. La possibilité de modéliser le TNA comme une structure conservative, couplée à une impédance complexe localisée simplifie la modélisation (aucun modèle d'homogénéisation de bi-couche n'est alors nécessaire) ce qui permet de prédire avec plus de certitude les performances finalement obtenues par des démonstrateurs expérimentaux.

Les travaux numériques et expérimentaux développés dans ce chapitre montrent que l'optimisation du TNA se ramène à régler la position du point support, sa raideur et son coefficient d'amortissement selon les règles suivantes :

- Selon la souplesse du support il est possible d'adapter sa position le long du profil d'épaisseur pour adapter son couplage avec le TNA. La position optimale est celle qui réalise une adaptation satisfaisante entre les impédances du support et de la poutre TNA au point de contact. Cette adaptation d'impédance peut être décrite par un coefficient de couplage, dépendant de la fréquence et de l'espace.
- Lorsqu'une configuration optimum est trouvée, l'étude montre que le TNA avec supports permet d'atteindre des valeurs très basses du coefficient de réflexion en basses fréquences et sur de larges bandes. Outre ses performances, la relative simplicité de mise en oeuvre du mécanisme dissipatif fait l'intérêt du dispositif.
- Il est possible de cibler une bande de fréquences à atténuer en plaçant le support sur le ventre d'un mode local de la terminaison. Pour ce mode, le couplage critique peut être atteint en ajustant précisément l'amortissement du support en jouant sur l'écrasement du support sur la poutre.
- L'utilisation de plusieurs supports permet de cumuler leurs effets sans apporter d'éléments de complexité. Cela laisse entrevoir une possibilité d'optimisation. On peut ainsi obtenir des coefficients de réflexion faibles sur une large plage, en basses fréquences.

Comme perspectives à l'étude menée dans ce chapitre, on peut noter que cette stratégie de couplage entre un point support et un TNA peut être intégrée à des nouvelles topologies de TNA comme les TNA doubles [81] ou encore les TNA courbes ou sous forme de spirale [82]. Dans ces cas, les supports sont directement intégrés de manière compacte comme des entretoises élastiques.

DEUXIÈME PARTIE

Contrôle des ondes de flexion de plaques

DIFFUSION DES ONDES DE FLEXION PAR UN TNA 2D

5.1 Introduction - Description des systèmes étudiés

La deuxième partie du manuscrit concerne l'étude de diffuseurs circulaires intégrés au centre de plaques soumises à des vibrations de flexion. L'objectif est d'étendre l'analyse développée précédemment dans le cas de terminaisons 1D au cas de diffuseurs 2D insérés dans des plaques minces, comme ceux représentés sur la figure 5.1.

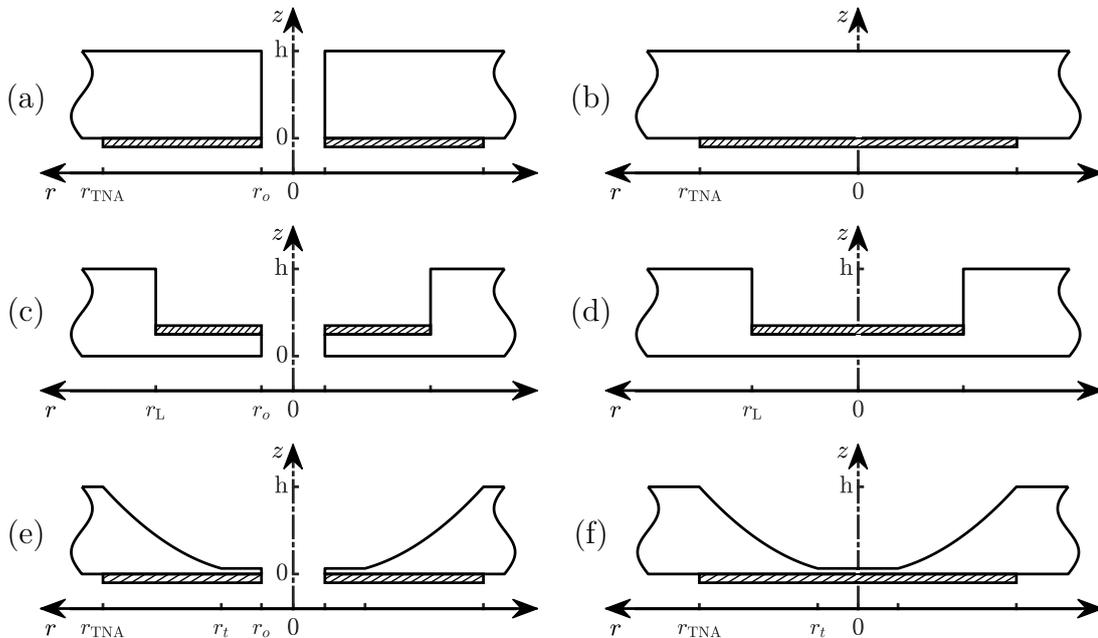


FIGURE 5.1 – Vue en coupe des diffuseurs axisymétriques étudiés : (a) Trou Débouchant (TD), (b) plaque uniforme (lorsque $r_o = 0$), (c) Trou Borgne (TB) débouchant, (d) TB, (e) TNA débouchant, (f) TNA. Les cotes géométriques et paramètres matériaux sont détaillés dans les tableaux 5.1 et 5.2.

Ces diffuseurs présentent une symétrie de révolution et utilisent les profils des terminaisons étudiées dans la première partie du manuscrit. Les diffuseurs étudiés, par ordre de complexité croissante, donnent lieu aux 6 configurations suivantes :

- plaque munie d'un Trou Débouchant de rayon r_o (TD, voir figure 5.1.(a)),
- plaque uniforme, correspondant au cas particulier de la plaque trouée pour laquelle le rayon $r_o = 0$ (voir figure 5.1.(b)),
- plaque présentant une réduction uniforme d'épaisseur, cet aménagement est habituellement appelé Trou Borgne (TB), et présentant un trou de rayon r_o en son centre (voir figure 5.1.(c)),

- plaque munie d'un TB (voir figure 5.1.(d)), sans trou central,
- plaque munie d'un TNA circulaire de profil radial parabolique et présentant un trou de rayon r_0 en son centre et un plateau central d'épaisseur h_t (voir figure 5.1.(e)),
- plaque munie d'un TNA circulaire de profil radial parabolique présentant un plateau central d'épaisseur h_t (voir figure 5.1.(f)), sans trou central.

Dans la continuité des problèmes 1D traités précédemment, l'analyse est conduite en utilisant le concept de coefficient de réflexion, qu'il faut cependant adapter au cas 2D. L'équivalent bidimensionnel du coefficient de réflexion en 1D est noté R_{2D}^0 , il est construit en considérant des ondes cylindriques incidentes et réfléchies centrées sur le diffuseur. Ces ondes sont associées à l'ordre circonférentiel $n = 0$. Ce coefficient traduit physiquement le rapport entre l'amplitude des ondes cylindriques réfléchies (divergentes) et l'amplitude des ondes cylindriques incidentes (convergentes). Ce coefficient peut aussi être défini pour les ordres circonférentiels $n > 0$ (voir section 5.5.5) et l'ensemble de ces coefficients peut être regroupé pour former la matrice de diffusion complète de l'élément.

Ce chapitre présente dans un premier temps une adaptation des outils méthodologiques du chapitre 2 à la description de la réflexion sur un obstacle 2D. Cette question est peu explorée dans la littérature. L'adaptation de la méthode de la matrice impédance est développée en section 5.2 et permet d'analyser R_{2D}^0 dans le plan des fréquences complexes. La méthode d'identification des ondes et l'estimation de R est adaptée aux ondes cylindriques en section 5.3. Une méthode de mesure pour R_{2D}^0 est développée à partir d'un filtrage par une décomposition de Fourier (voir section 5.5). Enfin, une validation expérimentale est proposée en section 5.6, suivie de résultats sur plusieurs diffuseurs.

TABLE 5.1 – Géométrie des systèmes

Plaque d'accueil		Description
h_0	5 mm	épaisseur de la plaque d'accueil
L	50 cm	rayon de la plaque d'accueil circulaire
r_o	de 0 à 10 cm	rayon du trou central
r_1	$30+r_o$ cm	rayon d'un 1 ^{er} cercle de mesure
r_2	$31+r_o$ cm	rayon d'un 2 ^{ème} cercle de mesure
r_3	$32+r_o$ cm	rayon d'un 3 ^{ème} cercle de mesure
r_4	$33+r_o$ cm	rayon d'un 4 ^{ème} cercle de mesure
h_{ve}	0.5 mm	épaisseur du visco-élastique de référence
Diffuseur Trou Borgne (TB)		
h_L	1 mm	épaisseur du TB
l_L	10 cm (+ r_o)	rayon du TB
Diffuseur TNA		
$h(r)$	$h_0 \left(\frac{r-r_o}{l_{TNA}} \right)^m$	$\forall r \in [r_t, r_{TNA}]$; profil TNA
l_{TNA}	150 mm	longueur du profil TNA
r_{TNA}	150 mm (+ r_o)	rayon du TNA
r_t	20 mm (+ r_o)	rayon de troncature
m	2	puissance du profil TNA
h_t	0.089 mm	épaisseur résiduelle à la troncature

TABLE 5.2 – Paramètres matériaux

Aluminium	Visco-élastique			Description
ρ	2700	ρ_{ve}	1000	masse volumique (kg.m^{-3})
E	70	E_{ve}	7	module d'Young (GPa)
η	0.002	η_{ve}	0.4	facteur de pertes
ν	0.3	ν_{ve}	0.3	coefficient de Poisson

5.2 Méthode de la matrice impédance - configuration 2D

La méthode de la matrice impédance pour un problème bidimensionnel est dans le principe identique au problème unidimensionnel. En effet, la transformée de Fourier de l'équation de mouvement permet d'établir l'équation (2.3) de Riccati ainsi que l'équation (2.5) qui restent inchangées. Seuls les vecteurs d'état \mathbf{X} et la matrice de transition \mathbf{H} sont modifiés. Ces quantités sont définies à partir des équations du mouvement d'une plaque mince en coordonnées polaires (r, θ) . Nous distinguons deux choix différents de vecteurs d'état, adaptés aux cas des structures présentant ou non un trou central.

5.2.1 Cas des structures à trou central

Les structures à trou central sont décrites sur la première colonne de la figure 5.1. Il s'agit de la plaque avec Trou Débouchant, la plaque TB débouchant, la plaque TNA débouchant. Pour ces structures, nous choisissons le vecteur d'état $\mathbf{X}^T = [w \ \vartheta_r \ Q_r \ M_r]$ (voir figure 5.2), constitué du déplacement w , de la pente radiale ϑ_r , de l'effort tranchant transversal radial Q_r et du moment de flexion radial M_r . Comme nous le verrons plus tard, ce vecteur d'état est adapté à la description d'une condition aux limites de type bord libre.

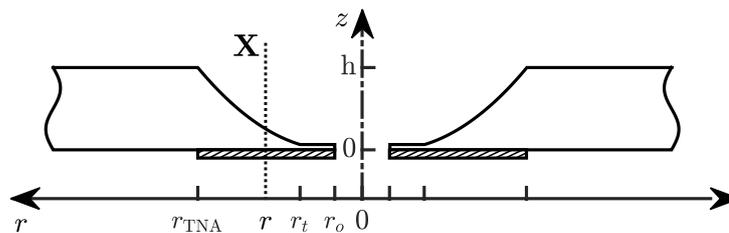


FIGURE 5.2 – Vecteur d'état \mathbf{X} en fonction de la coordonnée radiale r , le long du rayon du TNA.

Dans le cadre de la théorie des plaques minces de Kirchhoff [83], le pente s'écrit directement comme la dérivée du déplacement :

$$\frac{\partial w}{\partial r} = \vartheta_r. \quad (5.1)$$

Les expressions des moments de flexion et de torsion se mettent sous la forme

$$M_r = -D \left[\frac{\partial^2 w}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right) \right], \quad (5.2)$$

$$M_\theta = -D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} \right], \quad (5.3)$$

$$M_{r\theta} = -D (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial \theta} \right), \quad (5.4)$$

où ν est le coefficient de Poisson et D la rigidité de flexion définie par

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (5.5)$$

Les efforts tranchants s'expriment en fonction des moments :

$$Q_r = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rM_r) - M_\theta + \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta} \right], \quad (5.6)$$

$$Q_\theta = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rM_{r\theta}) + \frac{\partial M_\theta}{\partial \theta} + M_{r\theta} \right]. \quad (5.7)$$

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit en régime harmonique :

$$\frac{\partial}{\partial r} (rQ_r) + \frac{\partial Q_\theta}{\partial \theta} = -r\rho h\omega^2 w. \quad (5.8)$$

À partir de l'équation de mouvement, il est possible d'exprimer la dérivée partielle du vecteur d'état en fonction du vecteur d'état. On obtient un système matriciel différentiel d'ordre 1 de la forme $\frac{\partial \mathbf{X}}{\partial r} = \mathbf{H}\mathbf{X}$, qui définit la matrice de transition \mathbf{H} . Dans cette partie, on se limite à l'étude de l'ordre circonférentiel $n = 0$. Pour éviter des lourdeurs, la référence à l'ordre 0 sera omise dans la suite. Pour l'ordre 0, les dérivées des variables d'état se mettent sous la forme :

$$\frac{\partial \vartheta_r}{\partial r} = -\frac{\nu}{r} \vartheta_r - \frac{1}{D} M_r, \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial Q_r}{\partial r} = -\rho h\omega^2 w - \frac{1}{r} Q_r, \quad (5.10)$$

$$\frac{\partial M_r}{\partial r} = -\frac{(1 - \nu^2)}{r^2} D \vartheta_r + Q_r - \frac{(1 - \nu)}{r} M_r. \quad (5.11)$$

Le développement de ces équations est détaillé en Annexe A. On peut ainsi construire la matrice de transition à l'ordre zéro \mathbf{H}_0 telle que

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu/r & 0 & -1/D \\ -\rho h\omega^2 & 0 & -1/r & 0 \\ 0 & -\frac{(1-\nu^2)}{r^2} D & 1 & -\frac{(1-\nu)}{r} \end{bmatrix}. \quad (5.12)$$

La matrice \mathbf{H}_0 est ensuite utilisée dans la méthode de la matrice impédance afin de calculer la matrice \mathbf{R} présentée dans la section 2.2.

La loi de mélange RUK est implémentée (voir section 2.2.2) en utilisant la rigidité de flexion complexe équivalente D_{eq}^* :

$$D_{eq}^*(x) = D \left(1 + i\eta + \frac{E_{ve}}{E} \left(\frac{h_{ve}}{h(x)} \right)^3 (1 + i\eta_{ve}) + 3 \frac{\left(1 + \frac{h_{ve}}{h(x)} \right)^2 \frac{E_{ve}}{E} \frac{h_{ve}}{h(x)} (1 - \eta\eta_{ve} + i(\eta + \eta_{ve}))}{1 + \frac{E_{ve}}{E} \frac{h_{ve}}{h(x)} (1 + i\eta_{ve})} \right). \quad (5.13)$$

La méthode numérique de Magnus et la discrétisation spatiale du modèle sont inchangées par rapport à leur implémentation dans le cas de la poutre. Lorsque le diffuseur est débouchant ($r_o \neq 0$), le modèle est initialisé en considérant $\mathbf{Z}(r_o) = 0$.

Enfin, grâce à la méthode de la matrice impédance, il est possible de calculer le coefficient R_{2D}^0 (à l'ordre zéro) dans le plan des fréquences complexes. Ce coefficient est présenté sur la figure 5.3 pour les trois diffuseurs étudiés.

En l'absence de diffuseur (plaque uniforme ou simplement percée), le coefficient R_{2D}^0 est quasi unitaire, le diffuseur TB présente des minima locaux distincts comme pour la terminaison languette et on retrouve la structure en arches pour le diffuseur TNA.

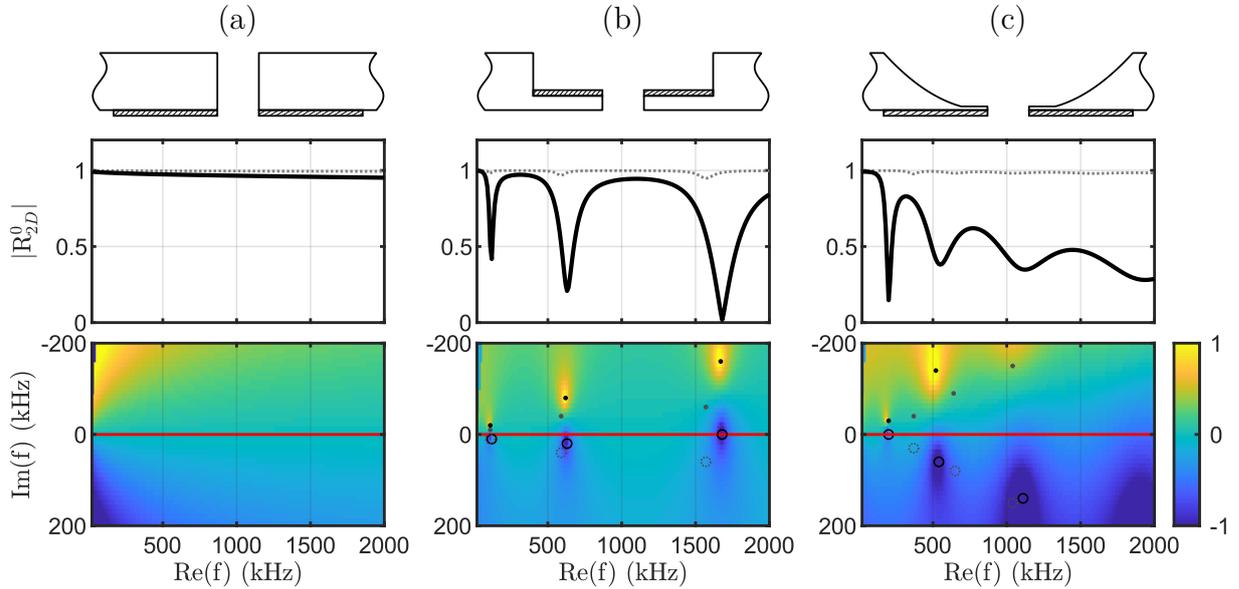


FIGURE 5.3 – $|R_{2D}^0|$ en fonction des fréquences réelles et $\log |R_{2D}^0|$ dans le plan des fréquences complexes pour chaque diffuseur débouchant revêtu : (a) TD, (b) TB débouchant, (c) TNA débouchant. Le cas des structures sans revêtement est tracé en gris. Dans les représentations dans le plan complexe, les cercles représentent les zéros de R_{2D}^0 , les points représentent les pôles. On reconnaît les paires (grises) associées à la structure conservative, localisées symétriquement par rapport à l'axe réel. Les autres paires, non symétriques correspondent à la structure revêtue.

5.2.2 Cas des structures sans trou central

Les structures sans trou central sont décrites sur la deuxième colonne de la figure 5.1 (plaque uniforme sans trou, TB non débouchant, TNA non débouchant). Pour ces 3 structures, dans le cadre d'un champ axisymétrique, les conditions à la limite appliquées au centre sont des conditions de pente nulle et d'effort appliqué nul. L'effort tranchant $Q_r(r)$, introduit au paragraphe précédent est un effort défini par unité de longueur. L'effort résultant appliqué sur un cercle central de rayon infinitésimal $r = \epsilon$ vaut $F(\epsilon) = 2\pi\epsilon Q_r(\epsilon)$.

L'effort appliqué au centre étant nul, la condition à la limite se traduit par le fait que $F(\epsilon) \rightarrow 0$ quand $\epsilon \rightarrow 0$. En d'autres termes, la condition à écrire est la nullité de la variable rQ_r en 0 et non pas la nullité de la variable Q_r . Cette remarque nous amène à reconsidérer le vecteur d'état à utiliser pour appliquer la méthode impédance. On choisit donc $\mathbf{X}^T = [j\omega w \ M_r \ rQ_r \ j\omega\vartheta_r]$ constitué de la vitesse $j\omega w$, de la variable rQ_r , de la dérivée temporelle de la pente $j\omega\vartheta_r$, du moment de flexion M_r . L'ordre des composantes du vecteur d'état est modifié de façon à permettre une prise en compte simple de la condition à la limite au centre.

Avec ce nouveau vecteur d'état, l'équation de mouvement et donc la matrice de transition s'écrivent

$$\frac{\partial}{\partial r} \begin{bmatrix} j\omega w \\ M_r \\ rQ_r \\ j\omega\vartheta_r \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{(1-\nu)}{r} & 1/r & -\frac{(1-\nu^2)}{j\omega r^2} D \\ j\omega\rho hr & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{j\omega}{D} & 0 & -\nu/r \end{bmatrix}}_{\mathbf{H}_0} \begin{bmatrix} j\omega w \\ M_r \\ rQ_r \\ j\omega\vartheta_r \end{bmatrix}. \quad (5.14)$$

La relation entre les deux premières et les deux dernières composantes de \mathbf{X} s'écrit sous la forme suivante,

$$\begin{bmatrix} rQ_r \\ j\omega\theta \end{bmatrix} = \mathbf{O} \begin{bmatrix} j\omega w \\ M \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

dans laquelle la matrice \mathbf{O} vérifie l'équation de Riccati

$$\frac{\partial \mathbf{O}}{\partial r} = -\mathbf{O}\mathbf{H}_1 - \mathbf{O}\mathbf{H}_2\mathbf{O} + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4\mathbf{O}. \quad (5.16)$$

Les matrices impédance Z et la matrice O sont liées par les relations

$$\begin{cases} Z_1 = O_1 - \frac{O_2 O_3}{O_4} \\ Z_2 = \frac{O_2}{O_4} \\ Z_2 = -\frac{O_3}{O_4} \\ Z_2 = \frac{1}{O_4}. \end{cases} \quad (5.17)$$

En conclusion, la matrice impédance est ici reformulée en utilisant un vecteur d'état \mathbf{X} adapté à la description de la condition à la limite au centre. L'équation de Riccati à résoudre porte sur la matrice \mathbf{O} différente de l'impédance \mathbf{Z} . Lorsque \mathbf{O} est calculé, la valeur de \mathbf{Z} s'en déduit. La résolution de l'équation de Riccati s'effectue au moyen de la condition $\mathbf{O}(r=0) = 0$.

Les coefficients R_{2D}^0 dans ce cas sont tracés sur la figure 5.4 pour les trois diffuseurs non débouchant. On retrouve les structures typiques de chaque diffuseur avec un décalage des minima locaux vers les hautes fréquences. En effet, lorsqu'il n'y a pas de trou central, les systèmes sont plus raides.

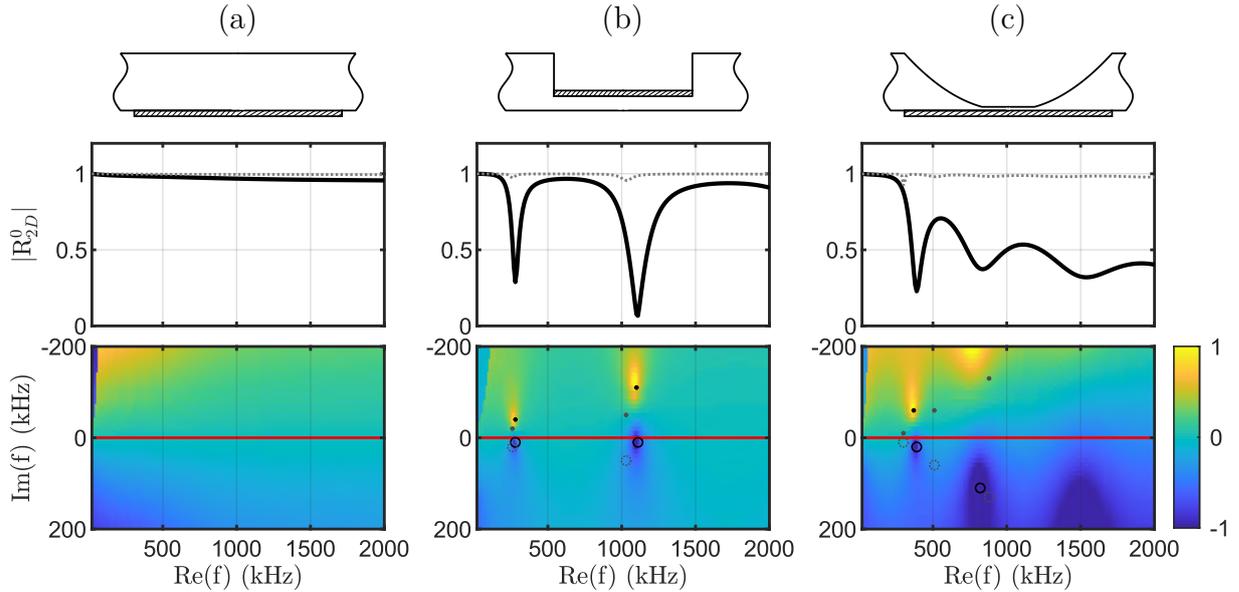


FIGURE 5.4 – $|R_{2D}^0|$ en fonction des fréquences réelles et $\log|R_{2D}^0|$ dans le plan des fréquences complexes pour chaque diffuseur non débouchant revêtu : (a) Uniforme, (b) TB, (c) TNA. Le cas des structures sans revêtement est tracé en gris. Dans les représentations dans le plan complexe, les cercles représentent les zéros de R_{2D}^0 , les points représentent les pôles. On reconnaît les paires (grises) associées à la structure conservative, localisées symétriquement par rapport à l’axe réel. Les autres paires, non symétriques correspondent à la structure revêtue.

5.3 Calcul du coefficient de réflexion 2D à partir du champ vibratoire extérieur au diffuseur

Le calcul du coefficient de réflexion doit être adapté à la configuration bidimensionnelle présentée dans ce chapitre. Ce calcul reste dans son principe similaire à la méthode développée en 1D. La méthode prend comme données d’entrée les données expérimentales traitées dans la suite mais aussi celles qui sont issues de simulation et qui peuvent être donc utilisées à des fins de validation. Dans le paragraphe suivant, nous chercherons à comparer les résultats obtenus avec la méthode de la matrice impédance, avec des résultats obtenus par la méthode des éléments finis. C’est pour cette raison que nous détaillons à ce stade la méthode d’identification de R_{2D}^0 à partir d’un champ vibratoire défini sur la plaque. Cette méthode consiste dans un premier temps à identifier les amplitudes des ondes convergentes et divergentes dans une plaque circulaire, ce qui permet, dans un deuxième temps, le calcul du rapport de ces amplitudes, c’est à dire R_{2D}^0 .

Les données d’entrée de la méthode sont constituées par le champ de déplacement estimé dans une zone uniforme entourant le diffuseur, et plus précisément sur des cercles concentriques, centrés sur le diffuseur. Le champ sur ces cercles concentriques est la somme d’ondes propagatives, convergentes et divergentes, (amplitudes A et B), et d’ondes évanescentes, convergentes et divergentes, (amplitudes C et D), que nous allons chercher à séparer (voir figure 5.5).

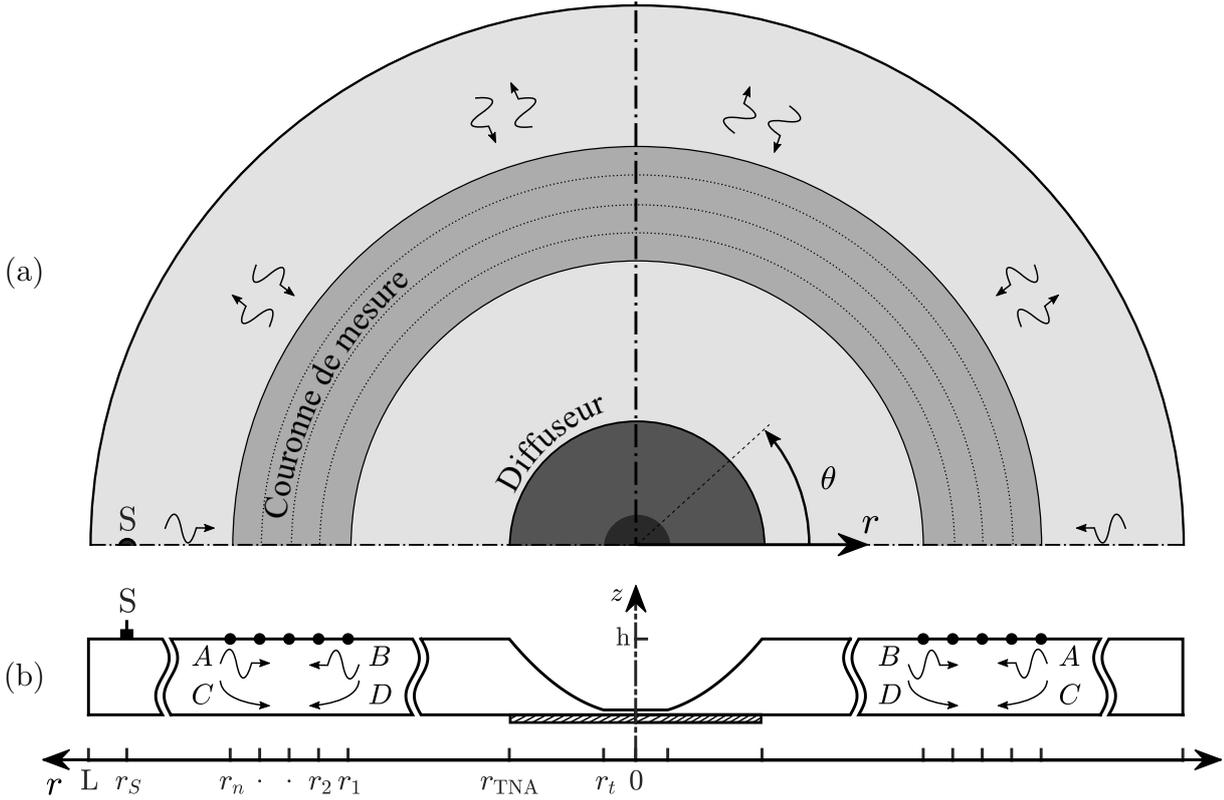


FIGURE 5.5 – (a) Schéma de la moitié supérieure d'une plaque circulaire dans le repère polaire (r, θ) , munie d'un diffuseur en son centre et d'une couronne de mesure. (b) Vue en coupe d'une plaque TNA dans laquelle se propagent des ondes de flexion dont les amplitudes sont notées par A, B pour les ondes aller et retour propagatives et C, D pour les ondes aller et retour évanescentes. Le champ de déplacement transversal est extrait aux cercles de mesures notés de r_1 à r_n . Les cotes géométriques et paramètres matériaux sont détaillés dans les tableaux 5.1 et 5.2.

Dans le cadre de la théorie des plaques de Kirchhoff et en régime harmonique ($e^{+j\omega t}$), l'équation du mouvement de flexion $w(r, \theta)$ exprimé en coordonnées polaires dans une région d'épaisseur uniforme peut s'écrire

$$D\Delta^2 w(r, \theta) - \rho h \omega^2 w(r, \theta) = 0, \quad \forall r \in [r_{TNA}, L]. \quad (5.18)$$

avec Δ , le Laplacien exprimé en coordonnées polaires

$$\Delta^2 = \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right)^2. \quad (5.19)$$

L'équation (5.18) peut s'écrire sous la forme compacte suivante :

$$\left(\Delta^2 - k^4 \right) w(r, \theta) = 0, \quad (5.20)$$

où k est le nombre d'onde de flexion défini par

$$k^4 = \frac{\rho h \omega^2}{D}. \quad (5.21)$$

La solution complète de l'équation (5.20) s'écrit [84]

$$w(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n^* J_n(kr) + B_n^* Y_n(kr) + C_n I_n(kr) + D_n K_n(kr)] \cos(n\theta) \quad (5.22)$$

où J_n et Y_n sont les fonctions de Bessel de première et de deuxième espèce d'ordre n ; I_n et K_n sont les fonctions de Bessel modifiées de première et de deuxième espèce.

L'équation (5.22) peut également s'écrire avec les fonctions de Hankel de première et de deuxième espèce, $H_n^{(1)}$ et $H_n^{(2)}$, qui sont les solutions linéairement indépendantes de l'équation de Bessel :

$$w(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} [A_n H_n^{(1)}(kr) + B_n H_n^{(2)}(kr) + C_n I_n(kr) + D_n K_n(kr)] \cos(n\theta) \quad (5.23)$$

avec

$$H_n^{(1)} = J_n + jY_n, \quad (5.24)$$

$$H_n^{(2)} = J_n - jY_n. \quad (5.25)$$

Les développements asymptotiques de $H_n^{(1)}$ et $H_n^{(2)}$ sont donnés par

$$H_n^{(1)}(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{j(kr - \frac{\pi}{4})} \propto e^{jkr}, \quad (5.26)$$

$$H_n^{(2)}(kr) = \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{-j(kr - \frac{\pi}{4})} \propto e^{-jkr}. \quad (5.27)$$

Compte tenu de la convention temporelle adoptée ($e^{+j\omega t}$), ces développements asymptotiques permettent d'interpréter les champs correspondants comme des ondes se propageant dans le sens des r décroissants ($H_n^{(1)}$: onde convergente) et croissants ($H_n^{(2)}$: onde divergente). Les amplitudes A_n et B_n sont alors respectivement associées aux ondes incidentes (c'est à dire propagatives et convergentes) et aux ondes réfléchies (c'est à dire propagatives et divergentes). De la même façon que dans la première partie, l'équation (5.23) peut être écrite sous forme matricielle en fonction de la position des points de mesures r_n :

$$\begin{bmatrix} w_n(r_0, \theta) \\ w_n(r_1, \theta) \\ \vdots \\ w_n(r_n, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_n^{(1)}(kr_0) & H_n^{(2)}(kr_0) & I_n(kr_0) & K_n(kr_0) \\ H_n^{(1)}(kr_1) & H_n^{(2)}(kr_1) & I_n(kr_1) & K_n(kr_1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ H_n^{(1)}(kr_n) & H_n^{(2)}(kr_n) & I_n(kr_n) & K_n(kr_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \\ C_n \\ D_n \end{bmatrix} \cos(n\theta). \quad (5.28)$$

L'hypothèse de champ lointain s'applique en 2D, à condition que les distances entre la source, les cercles de mesures et l'objet mesuré (voir chapitre 2) soient suffisamment grandes pour que l'on puisse négliger les termes associés aux fonctions évanescentes I_n et K_n devant les termes propagatifs décrits par les fonctions de Hankel, $H_n^{(1)}$ et $H_n^{(2)}$. En champ lointain, l'équation (5.28) prend la forme simplifiée suivante

$$\begin{bmatrix} w_n(r_0, \theta) \\ w_n(r_1, \theta) \\ \vdots \\ w_n(r_n, \theta) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_n^{(1)}(kr_0) & H_n^{(2)}(kr_0) \\ H_n^{(1)}(kr_1) & H_n^{(2)}(kr_1) \\ \vdots & \vdots \\ H_n^{(1)}(kr_n) & H_n^{(2)}(kr_n) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_n \\ B_n \end{bmatrix} \cos(n\theta). \quad (5.29)$$

En ne considérant que l'ordre circonférentiel $n = 0$, il vient

$$\begin{bmatrix} w_0(r_0) \\ w_0(r_1) \\ \vdots \\ w_0(r_n) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} H_0^{(1)}(kr_0) & H_0^{(2)}(kr_0) \\ H_0^{(1)}(kr_1) & H_0^{(2)}(kr_1) \\ \vdots & \vdots \\ H_0^{(1)}(kr_n) & H_0^{(2)}(kr_n) \end{bmatrix}}_{\mathbf{M}} \begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix}. \quad (5.30)$$

R_{2D}^0 est défini comme étant le ratio entre les amplitudes réfléchies B_0 et incidentes A_0 :

$$R_{2D}^0 = \frac{B_0}{A_0}. \quad (5.31)$$

Pour calculer ce coefficient de réflexion, il faut donc déterminer ces deux valeurs, en utilisant une procédure de moindres carrés. On utilise pour cela la pseudo-inverse \mathbf{M}^\dagger de la matrice \mathbf{M} (voir chapitre 2) :

$$\begin{bmatrix} A_0 \\ B_0 \end{bmatrix} = \mathbf{M}^\dagger \begin{bmatrix} w_0(r_1) \\ w_0(r_2) \\ \vdots \\ w_0(r_n) \end{bmatrix}. \quad (5.32)$$

5.4 Validation du modèle de R_{2D}^0 par comparaison avec la méthode des éléments finis

L'objectif de cette section est de valider le calcul de R_{2D}^0 obtenu par la méthode de la matrice impédance en le comparant à celui obtenu par simulations par éléments finis et de la méthode décrite au paragraphe précédent. Pour garantir que l'ordre $n = 0$ soit le seul exprimé dans les réponses, le modèle utilisé est axisymétrique et l'excitation est appliquée uniformément sur le contour extérieur de la plaque circulaire sous la forme d'une distribution linéique d'efforts. Le champ de déplacement est calculé en plusieurs points situés sur un même rayon r (voir figure 5.6). La valeur de R_{2D}^0 est ensuite estimée par la technique présentée dans la section précédente.

5.4.1 Cas de plaque uniforme et avec trou simple débouchant

Dans le cas d'une plaque avec trou débouchant (TD) et d'une plaque uniforme revêtues, décrits sur la première ligne de la figure 5.1, $|R_{2D}^0|$ vaut quasiment 1 (voir figure 5.7). La plaque TD est l'extension directe de la terminaison droite en 1D, ce résultat est donc attendu. La plaque uniforme présente le même résultat. La très faible décroissance de $|R_{2D}^0|$ est imputable à l'amortissement réparti induit par le revêtement. Ce type de configuration est donc correctement adressé par la méthode utilisée.

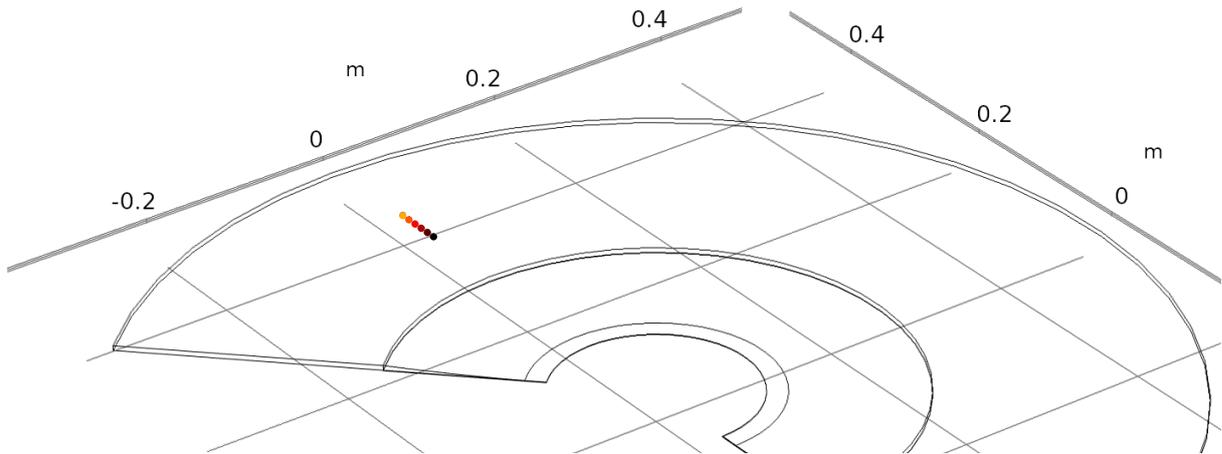


FIGURE 5.6 – Points d’extraction du champ de déplacement, en dégradé de rouge, le long d’un rayon d’une plaque circulaire munie d’un diffuseur TNA débouchant, construit par un modèle éléments finis axisymétrique.

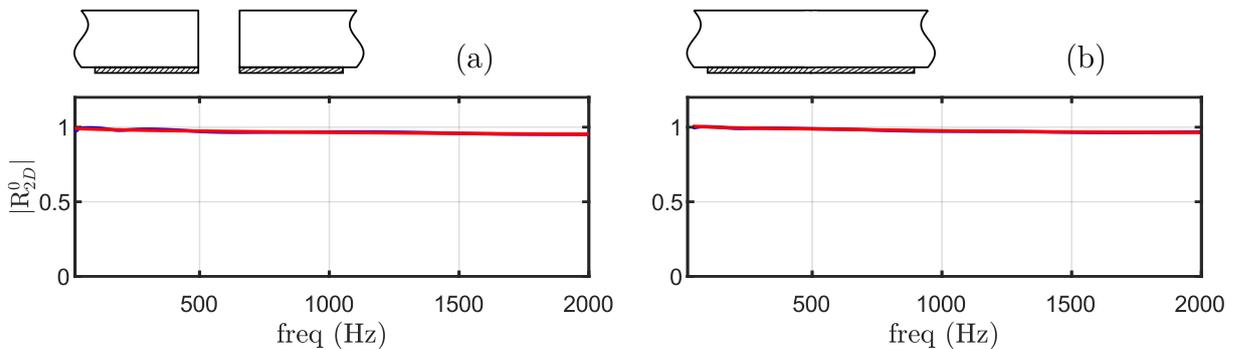


FIGURE 5.7 – Comparaison du module de R_{2D}^0 d’une plaque TD (a) et uniforme (b) obtenu par la méthode de la matrice impédance (en rouge) et par éléments finis (en bleu).

5.4.2 Cas du Trou Borgne

On présente sur la figure 5.8 les coefficients de réflexion de trous borgnes débouchant et non débouchant. Les courbes rouges résultent du calcul mené avec la matrice impédance, utilisant les vecteurs d’état adaptés à chaque configuration. Les courbes bleues, quant à elles résultent du calcul mené avec la méthode des éléments finis (Comsol), à l’aide d’un maillage axisymétrique. Les deux résultats sont en bon accord, surtout pour ce qui concerne le trou borgne débouchant. Chaque minimum du coefficient de réflexion est associé à un mode local, représenté sur la figure. Le caractère local de ces modes est clairement visible sur les déformées. Les résultats révèlent cependant des différences entre les prédictions des minima locaux, donc des zéros du coefficients de réflexion. Nous voyons deux raisons expliquant ces différences.

- Le modèle éléments finis présente une dissymétrie par rapport au plan neutre de la plaque : le trou borgne n’est en effet pas symétrique par rapport à ce plan. Cela occasionne des couplages entre mouvements de flexion et mouvements quasi-longitudinaux et de cisaillement, qui ne sont pas pris en compte par la méthode impédance. Ces couplages peuvent par conséquent expliquer les différences observées. Notons que la méthode impédance pourrait être complétée de façon à prendre en compte les mouvements dans le plan.

- La prise en compte de l'amortissement dans le modèle éléments finis est réalisé en considérant un maillage de l'épaisseur de la structure composée. Cette représentation fournit in fine des amortissements ajoutés possiblement différents de ceux apportés par le modèle RUK.

Les deux arguments précédents permettent d'expliquer les écarts subsistant entre les résultats par la méthode impédance (modèle semi-analytique) et les résultats éléments finis. Nous considérons ces erreurs comme acceptables, ce qui nous permet de valider l'approche proposée.

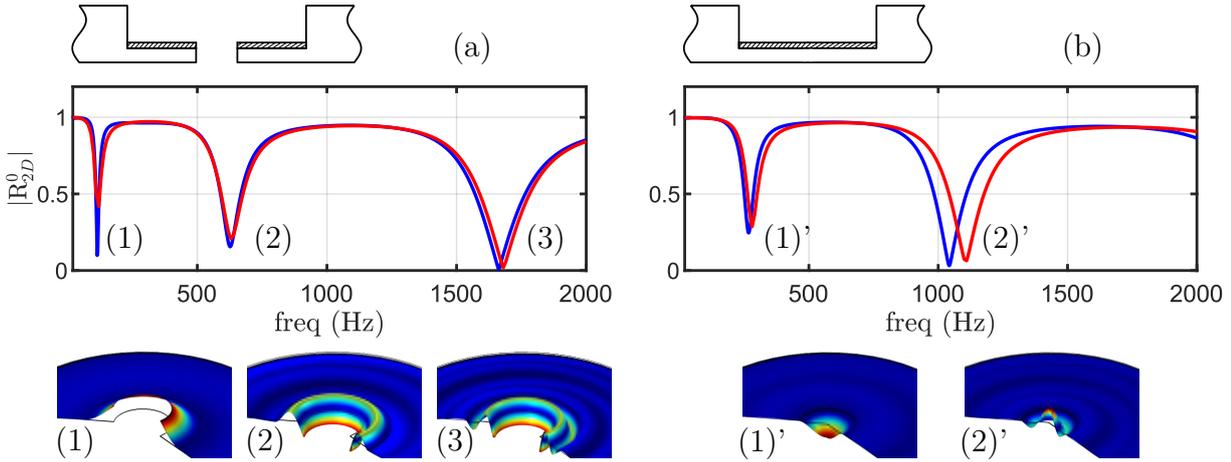


FIGURE 5.8 – Comparaison du module de R_{2D}^0 d'un diffuseur TB obtenu par la méthode de la matrice impédance (en rouge) et par éléments finis (en bleu) pour $r_o = 10$ cm (a) et $r_o = 0$ cm (b). Les déformées opérationnelles, notées par (n) ou $(n)'$, sont obtenues par éléments finis à la fréquence des minima de $|R_{2D}^0|$.

5.4.3 Cas du Trou Noir Acoustique

On présente sur la figure 5.9 les coefficients de réflexion de trous noirs débouchant et non débouchant. Les couleurs utilisées pour représenter les résultats issus de la méthode impédance (rouge) ou éléments finis (bleu) sont identiques à celles de la figure précédente. Les deux prédictions de R_{2D}^0 sont globalement en bon accord, surtout pour le TNA débouchant. Les minima locaux de $|R_{2D}^0|$ correspondent à des modes locaux du TNA débouchant et non débouchant. Des écarts sont observés entre les deux méthodes. Les deux arguments pouvant expliquer ces différences, déjà exposés au paragraphe précédent s'appliquent de nouveau. L'analyse de l'origine de ces différences devrait être poursuivie. De notre point de vue, la dissymétrie vis à vis du plan neutre, le choix d'un modèle élément fini axisymétrique, les limites du modèle RUK contribuent tous les deux aux écarts observés.

5.5 Filtrage des ordres circonférentiels pour l'estimation du coefficient de réflexion 2D

5.5.1 Principe

De façon pratique, dans une expérimentation, il est difficile d'exciter une plaque circulaire de manière à obtenir un champ axisymétrique. En effet, pour obtenir une telle

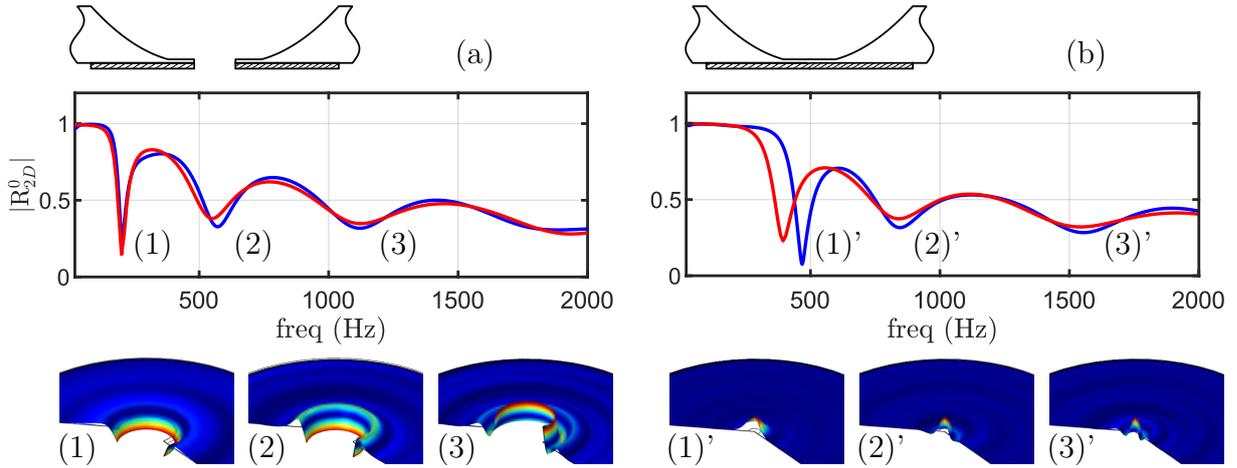


FIGURE 5.9 – Comparaison du module de R_{2D}^0 d'un diffuseur TNA obtenu par la méthode de la matrice impédance (en rouge) et par éléments finis (en bleu) pour $r_o = 10$ cm (a) et $r_o = 0$ cm (b). Les déformées opérationnelles, notées (n) ou $(n)'$, sont obtenues par éléments finis à la fréquence des chutes de $|R_{2D}^0|$.

réponse, une distribution linéique de force sur un cercle concentrique à l'origine pourrait être imaginée. Elle ne peut cependant pas être réalisée simplement avec les moyens technologiques actuels. Une autre solution serait de placer la source exactement au centre de la plaque. Cependant, cette configuration ne permet pas le calcul de coefficient de réflexion, car la zone de mesure doit être placée entre l'excitation et le diffuseur dont on veut mesurer le coefficient de réflexion. Nous choisissons donc un point d'excitation décentré, situé à l'extérieur du diffuseur. On présente dans la suite ce qu'implique une source ponctuelle non centrée et comment le champ de déplacement est traité afin d'en extraire le coefficient R_{2D}^0 .

5.5.2 Excitation ponctuelle décentrée

Pour les raisons évoquées ci-dessus, l'excitation retenue est une source ponctuelle décentrée. Le modèle éléments finis n'est plus axisymétrique mais tri-dimensionnel (voir figure 5.10), de façon à prendre en compte l'absence de symétrie du champ. Le maillage de ce modèle est polaire afin de s'adapter à la description de la propagation des ondes cylindriques. Le champ de déplacement est extrait sur plusieurs cercles concentriques, ce qui permet l'identification de R_{2D}^0 . Cette identification est sur le principe indépendante de la forme et des conditions aux limites appliquées à la plaque. Dans la suite, on s'intéressera en particulier au cas de plaques rectangulaires. Pour ces plaques non circulaires, le maillage reste cependant polaire dans la zone d'intérêt. (voir la figure 5.10).

Dans cette configuration, le champ n'est pas axisymétrique et tous les ordres circonférentiels du diffuseur sont générés par l'excitation décentrée. La figure 5.11 présente les premiers modes propres d'une plaque circulaire avec un diffuseur TNA revêtu (voir tableaux 5.1 et 5.2). Du fait de la symétrie circulaire de la configuration, les modes d'ordre circonférentiel $n > 0$ viennent par paire. Pour des raisons de simplicité, un seul mode de chaque paire est représenté.

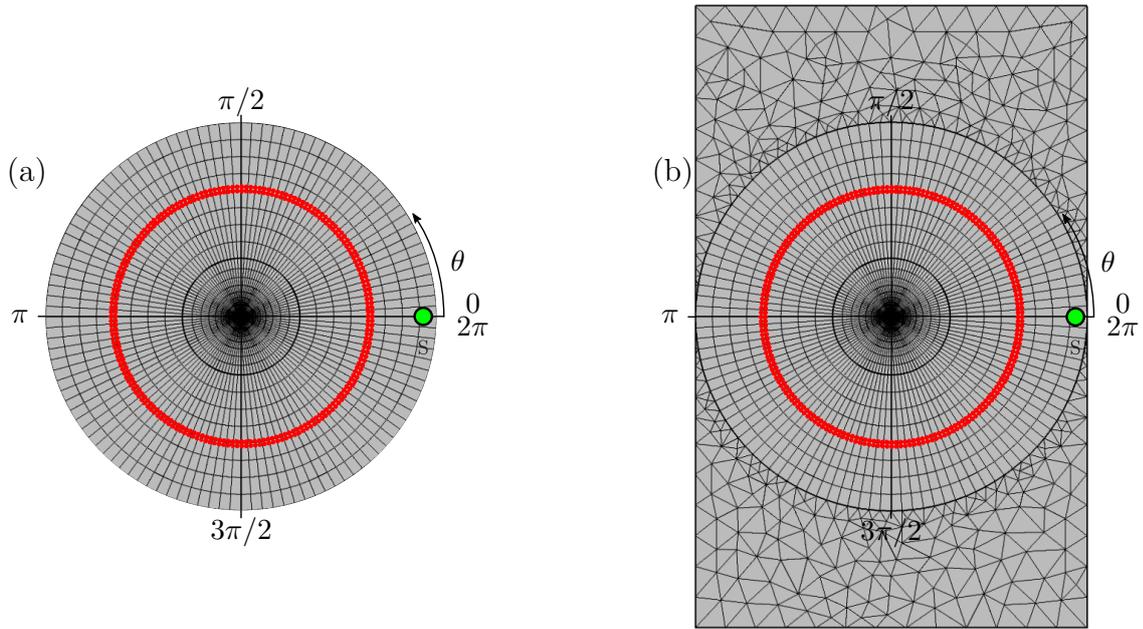


FIGURE 5.10 – (a) Maillage polaire d’une plaque circulaire munie d’un diffuseur TNA, excitée par une source au point vert et mesurée aux points rouges (2 cercles de mesure et 180 positions angulaires). (B) Maillage d’une plaque rectangulaire soumise au même protocole d’excitation et de mesure, le maillage du disque central est commun celui de la plaque circulaire.

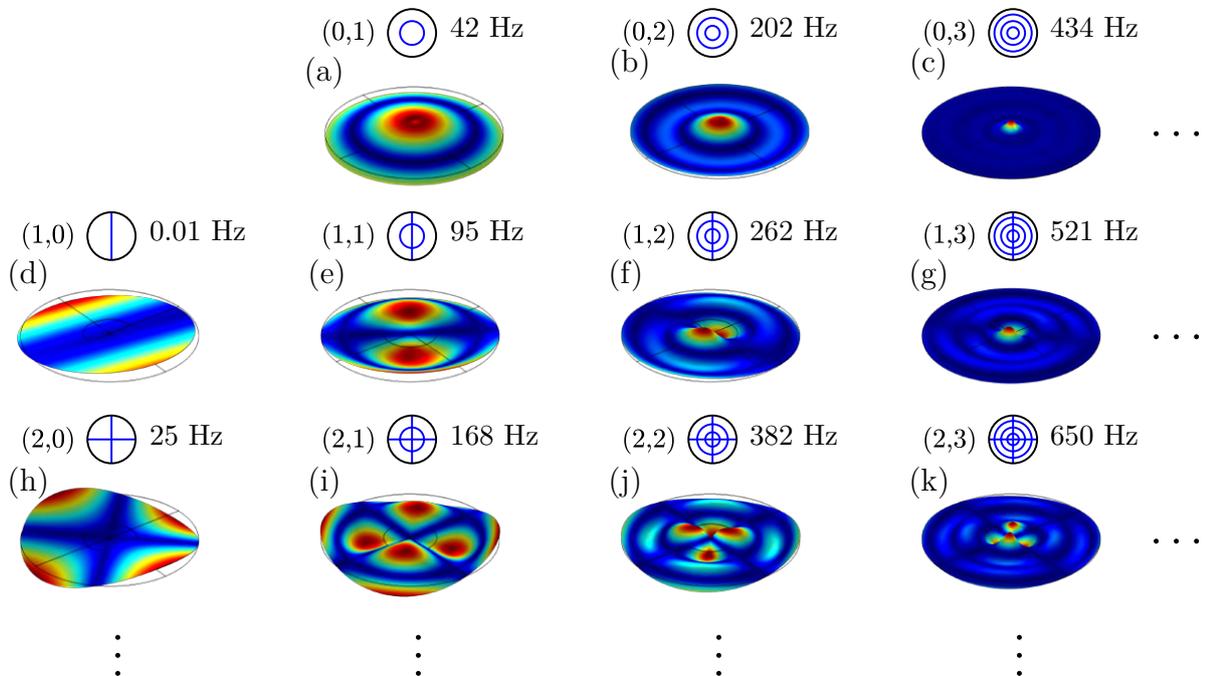


FIGURE 5.11 – Premiers modes propres d’une plaque circulaire munie d’un diffuseur TNA (voir tableaux 5.1 et 5.2) organisés en ligne en fonction de l’ordre circonférentiel n : $n = 0$ de (a) à (c), $n = 1$ de (d) à (g) et $n = 2$ de (h) à (k).

5.5.3 Décomposition en séries de Fourier des déformées opérationnelles de la plaque

Le calcul de R_{2D}^n pour un ordre n , suppose d'isoler la contribution de l'ordre n dans le champ de déplacement total. Pour ce faire, on procède à un filtrage du champ par décomposition en série de Fourier de la réponse en déplacement de la plaque (déformée opérationnelle résultant d'une excitation harmonique ponctuelle). Le champ de déplacement est continu en tout point et est également 2π -périodique en fonction de θ . Il peut donc être décrit par la série de Fourier :

$$w(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\theta). \quad (5.33)$$

Les coefficients a_n et b_n sont les coefficients de Fourier, définis pour $n > 0$ par

$$a_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} w(r, \theta) \cos(n\theta) d\theta, \quad (5.34)$$

$$b_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} w(r, \theta) \sin(n\theta) d\theta. \quad (5.35)$$

Pour $n = 0$, le coefficient a_0 n'est autre que la moyenne du champ de déplacement sur le cercle de rayon r . On note $a_0 = w_0 = \bar{w}$.

Dans la suite, on applique la procédure de décomposition en séries de Fourier aux réponses simulées de la plaque circulaire dans laquelle est insérée un TNA (tableaux 5.1 et 5.2). Le principe de la décomposition en ordre est présenté sur la figure 5.12.

La figure 5.12(a) présente, avec une échelle logarithmique, la valeur de la fonction de transfert w/F (FRF réceptance), simulée sur le premier cercle de mesure, de rayon $r = r_1$ (voir figure 5.5), en fonction de la fréquence et de l'angle θ . Il s'agit donc d'une déformée opérationnelle. Les lignes courbes bleues correspondent à des noeuds et les lignes jaunes correspondent à des résonances. La figure 5.12(b) présente la fonction de transfert réceptance pour la position angulaire j indiquée sur 5.12(a). Les modes de la plaque circulaire correspondent aux fréquences des résonances (verticales jaunes sur (c), (e), (g)). La figure 5.12(c) correspond à la contribution de l'ordre $n = 0$ à la carte 5.12(a). La figure 5.12(d) présente la FRF correspondante. Les contributions des autres ordres peuvent être présentées de façon similaire. La figure 5.12(e) correspond à la contribution de l'ordre $n = 1$. On peut observer deux lignes bleues horizontales en $\theta = m\pi (m \in \mathbb{N})$ correspondant à la ligne nodale caractéristique de cet ordre. On trace sur la figure 5.12(f) la réceptance à l'angle où l'amplitude est la plus élevée, soit $\theta = \pi/2$ (ligne noire). De la même manière, les figures 5.12(g) et 5.12(h) représentent la contribution de l'ordre $n = 2$ avec deux lignes nodales en $\theta = (2m + 1)\pi/4$.

En utilisant la décomposition en séries de Fourier du champ de FRF réceptance w/F , il est ainsi possible d'isoler les contributions des différents ordres circonférentiels. Chaque résonance de la réponse est associée à un ordre circonférentiel. Par exemple, sur la figure 5.12(b), à 40Hz , le pic de résonance correspond au mode $(0, 1)$. A cette fréquence, les contributions des ordre $n = 1$, $n = 2$ sont très faibles car non résonantes (voir les figures 5.12(d), 5.12(f) et 5.12(h)). Pour une autre fréquence (160 Hz), la déformée opérationnelle visible sur 5.12(b) est assez différente de la contribution de l'ordre 2 seul (visible

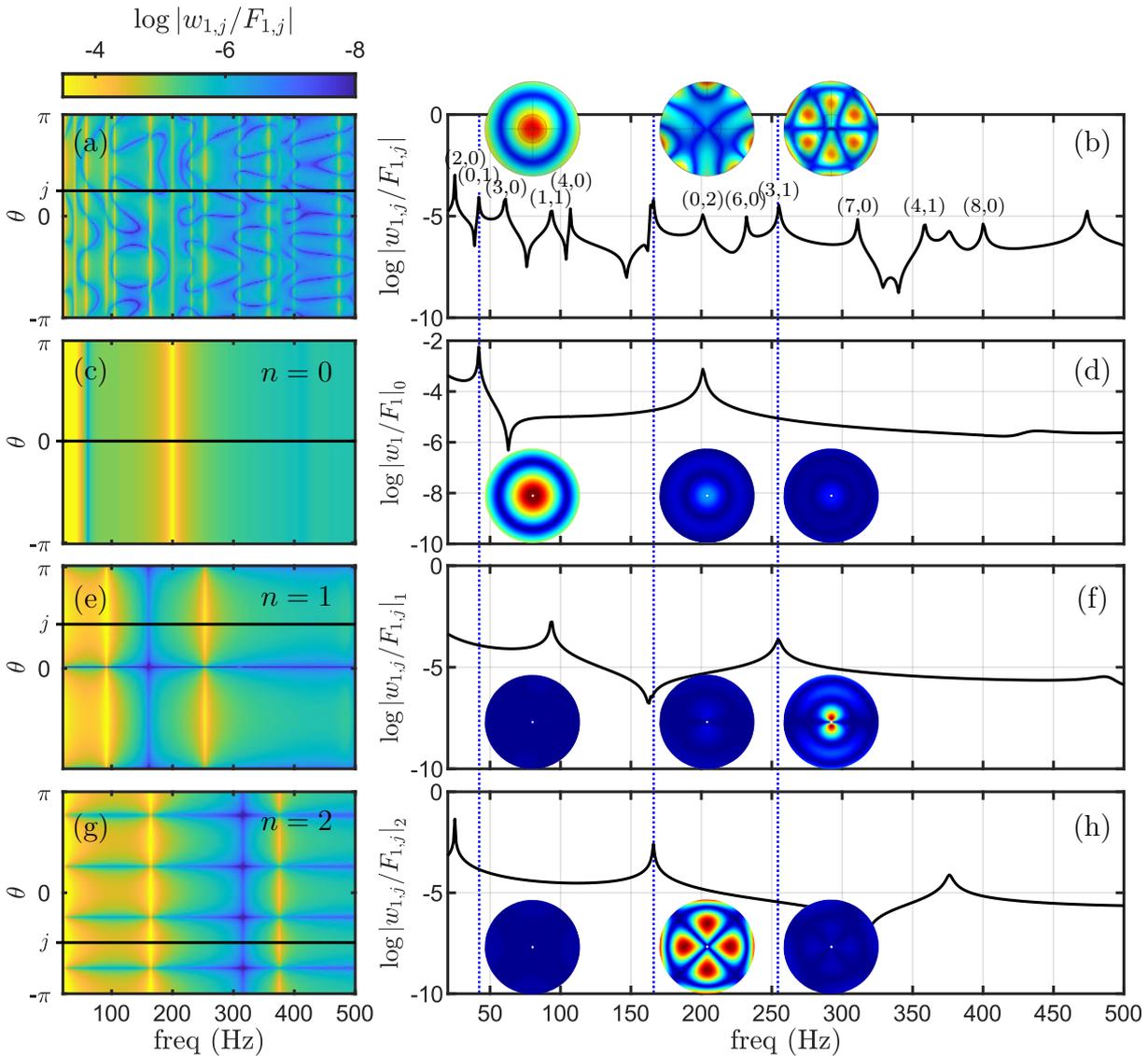


FIGURE 5.12 – (a) Carte des réceptances extraites à toutes les positions angulaires θ du premier cercle de mesure autour d'un diffuseur TNA incorporé dans une plaque circulaire. (b) réceptance à la position angulaire j indiquée par la ligne noire sur (a). Les notations (k, l) indiquent le l ème mode de l'ordre circonférentiel k . (c) (resp. (e) et (g)) Carte des réceptances filtrées à l'ordre $n = 0$ (resp. $n = 1$ et $n = 2$). (d) (resp. (f) et (h)) réceptance à la position angulaire j indiquée par la ligne noire sur (c) (resp. (e) et (g)). Les lignes bleues pointillées sur (b), (d), (f) et (h) définissent les fréquences où sont tracées les déformées opérationnelles de la plaque, ainsi que les contributions de chaque ordre circonférentiel.

sur 5.12(h)). Cela montre que les contributions non résonantes des ordres 0 et 1 sont importantes dans ce cas. A chaque fréquence, les déformées opérationnelles sont donc décomposés en ordres circonférentiels. Certains ordres sont dominants lorsqu'ils sont résonants. Les ordres non résonants peuvent néanmoins contribuer de façon conséquente.

Ce type de décomposition est indépendant de la forme de la plaque étudiée. Les tests expérimentaux impliquent en particulier des plaques rectangulaires, pour lesquelles la même procédure, que nous ne détaillons pas, est appliquée.

5.5.4 Estimation de R_{2D}^0 à partir de simulations issues d'un modèle éléments finis

Afin d'estimer R_{2D}^0 , la procédure de filtrage est appliquée pour plusieurs cercles de mesure ($r = r_1, r_2, \dots, r_n$, définis sur la figure 5.5) de façon à appliquer l'inversion de matrice présentée en section 5.3. Sur la figure 5.13, on montre le coefficient de réflexion pour différentes formes de la plaque d'accueil. En principe ce coefficient n'en dépend pas car il est intrinsèque au diffuseur. On propose 4 configurations différentes pour calculer R_{2D}^0 et donc tester son caractère intrinsèque :

- Une plaque d'extension infinie excitée par une distribution linéique d'efforts appliquée sur un cercle centré sur le TNA (figure 5.13(a.1), courbes noires). Une telle excitation garantit que la réponse est axisymétrique. Le filtrage est alors simplifié. Cette configuration n'est bien sûr pas réalisable en pratique.
- Une plaque d'extension infinie excitée ponctuellement (figure 5.13(a.2), courbes vertes).
- Une plaque rectangulaire excitée ponctuellement à proximité d'un bord (figure 5.13(a.3), courbes rouges).
- Une plaque circulaire excitée ponctuelle à proximité d'un bord (figure 5.13(a.4), courbes bleues).

Pour ces configurations (5.13(a)), l'excitation est représentée en vert. Le trou noir est désigné par le disque noir central. Les 4 cercles de mesures entourent le trou noir.

La figure 5.13(c) montre que les différentes estimations de R_{2D}^0 sont très proches (au moins jusqu'à 1200 Hz). Cela confirme que le coefficient R_{2D}^0 est intrinsèque au diffuseur et indépendant de la géométrie de la plaque d'accueil. En revanche, il apparaît des artefacts numériques, liés en partie aux résonances des structures d'accueil. Cela est par exemple visible pour la plaque rectangulaire (a.3, courbe rouge sur la figure 5.13(b) et (c)), qui présente une densité modale plus élevée que la plaque circulaire de taille plus petite (a.4, courbe bleue) ; on cherche à préciser l'origine de ces artefacts ou erreurs d'estimation de façon à les limiter.

5.5.5 Généralisation à l'ordre n : estimation de R_{2D}^n

Les mesures de coefficient de réflexion se limitent principalement à l'ordre circonférentiel $n = 0$. Elles peuvent être étendues aux ordres supérieurs. Cette extension a été testée à partir d'un champ de déplacement décomposé. R_{2D}^n (à l'ordre n) est calculé directement à partir de l'équation (5.29). Le résultat est présenté en figure 5.14 pour un diffuseur TNA au sein d'une plaque circulaire. En complément, les figures 5.14(a),(c),(e) montrent les réceptances filtrées aux ordres $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$ pour toutes les positions angulaires. A partir de ces réceptances filtrées, on trace le module de R_{2D}^n . De façon remarquable, les figures 5.14(a) et 5.14(b) montrent une structure d'arches similaire à celle déjà obtenue précédemment pour $n = 0$.

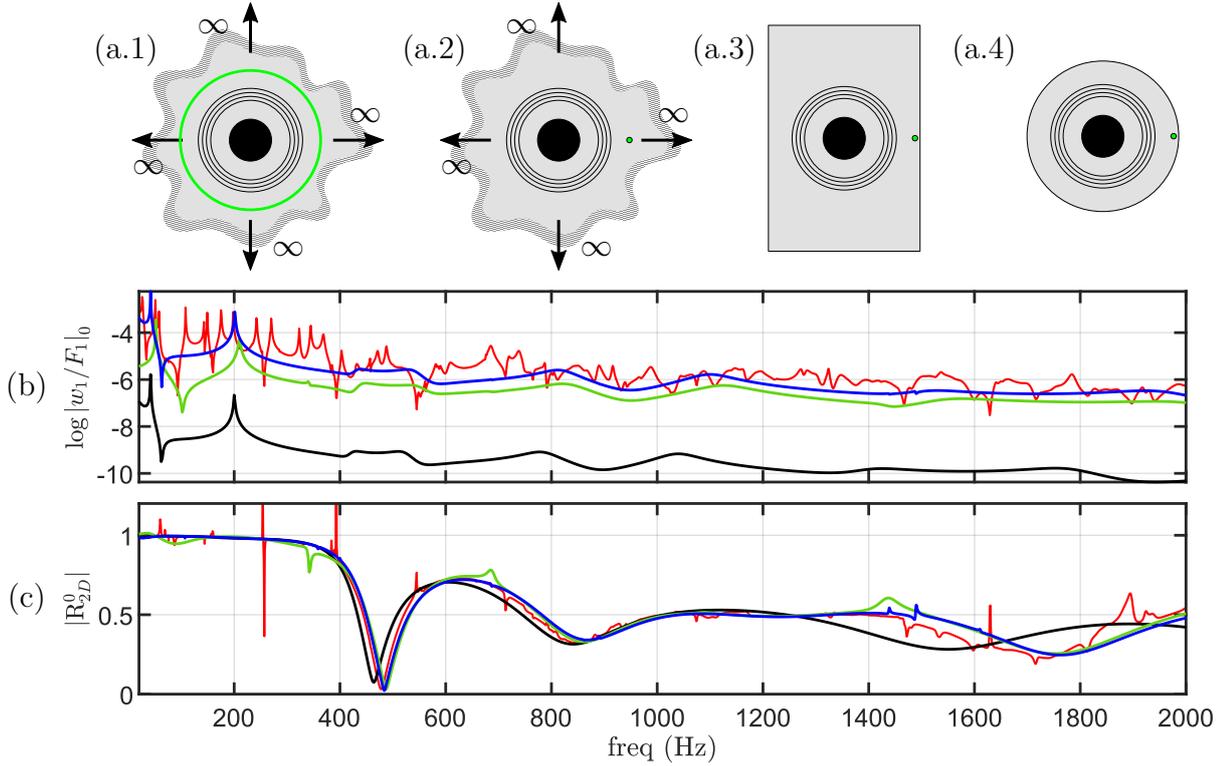


FIGURE 5.13 – (a) Configurations utilisées pour l’estimation de R_{2D}^0 à partir de simulations éléments finis (caractéristiques données sur le tableau 5.1). (a.1), plaque infinie excitée par une distribution linéique d’efforts (en vert), (a.2), plaque infinie excitée ponctuellement (point vert), (a.3), plaque rectangulaire excitée ponctuellement, (a.4), plaque circulaire excitée ponctuellement. (b) Réceptance, calculée en tout point, pour chacune des 4 configurations (a.1) (courbe noire), (a.2) (courbe verte), (a.3) (courbe rouge), (a.4) (courbe bleue) et moyennée sur le premier cercle de mesure (rayon $r = r_1$). (c) Module de R_{2D}^0 pour les 4 configurations (a.1), (a.2), (a.3), (a.4).

Cette figure 5.14 montre que le coefficient R_{2D}^0 ne décrit qu’une petite partie des effets du TNA circulaire. En réalité, ce dernier piège aussi efficacement les ondes correspondantes aux autres ordres circonférentiels n . En l’état, la méthode ne permet pas d’observer ces résultats en pratique et nécessite d’être perfectionnée.

5.5.6 Identification de l’origine des erreurs d’estimation de R_{2D}^0

Il est surprenant a priori d’observer des erreurs d’estimations (artefacts) de R_{2D}^0 , lorsque celui ci est obtenu à partir de données simulées. L’origine de ces artefacts est en partie liée à l’erreur d’estimation des différents ordres circonférentiels. La procédure de moyennage ne permet en effet pas d’obtenir sans erreur la contribution de l’ordre $n = 0$. Les contributions des autres ordres circonférentiels ne sont pas complètement annulées. Ce phénomène est particulièrement important à la fréquence de résonance d’un mode d’un ordre $n > 0$. Nous proposons de remédier à ce problème en augmentant la résolution angulaire des points de mesure. L’effet de cet augmentation de la résolution est illustré sur la figure 5.15.

Les résultats montrent que les modes d’ordre supérieur sont bien à l’origine des ar-

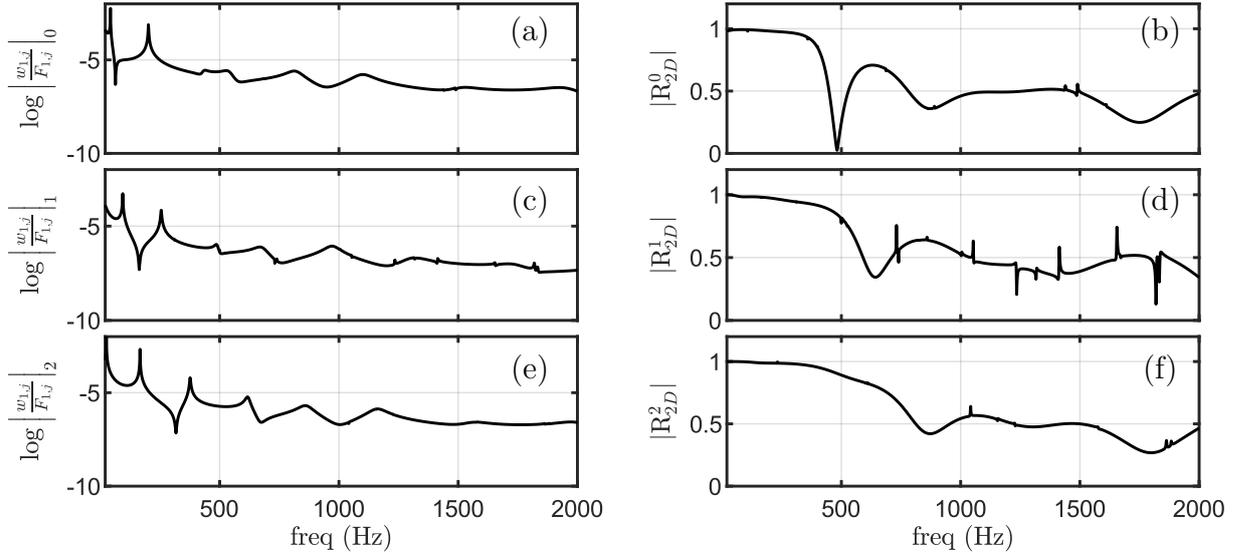


FIGURE 5.14 – (a) (resp. (c), (e)) Réceptance filtrée à l'ordre circonférentiel $n = 0$ (resp. $n = 1$, $n = 2$) sur le premier cercle de mesure pour une plaque circulaire TNA. (b) (resp. (d), (f)) $|R_{2D}^0|$ (resp. $|R_{2D}^1|$, $|R_{2D}^2|$) estimé à partir de la réceptance filtrée.

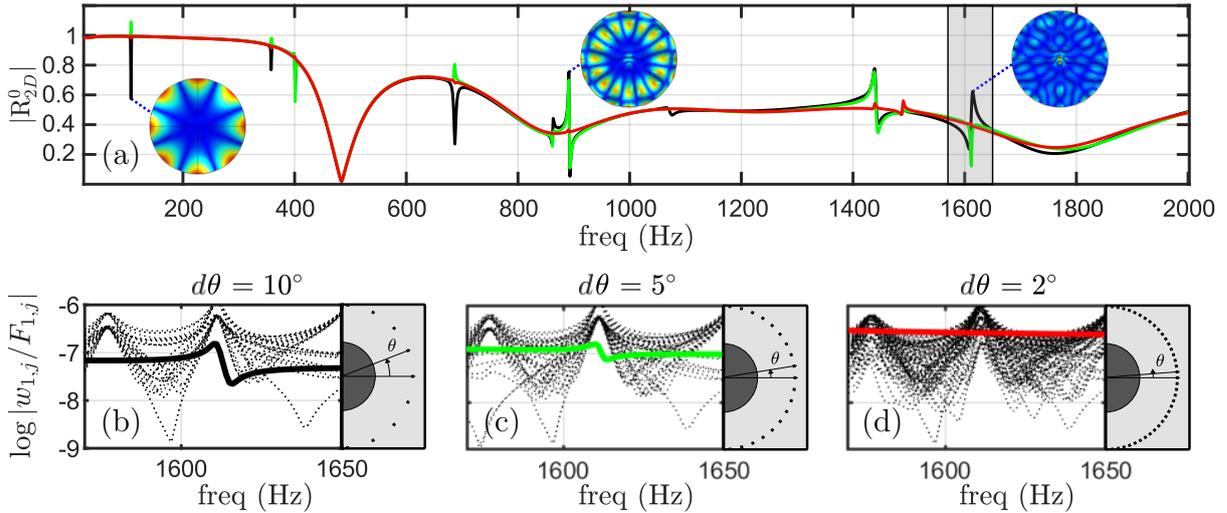


FIGURE 5.15 – (a) $|R_{2D}^0|$ estimé à partir d'un modèle éléments finis 3D pour différentes résolutions angulaires : un point tous les 10° (en noir), tous les 5° (en vert) et tous les 2° (en rouge). À certains artefacts sont associées les déformées opérationnelles. (b) (resp. (c) et (d)) Réceptance filtrée à l'ordre circonférentiel $n = 0$ (en noir, resp. vert et rouge) comparée aux réceptances de chaque point de mesure (réseau de courbes pointillées) distant de $d\theta = 10^\circ$ (resp. $d\theta = 5^\circ$ et $d\theta = 2^\circ$).

tefacts. Ceci est indiqué par les déformées opérationnelles à ces fréquences. On focalise sur l'artefact situé autour de 1600 Hz pour analyser plus précisément l'impact sur les réceptances. Les figures 5.15(b), 5.15(c) et 5.15(d) montrent la réceptance de l'ordre $n = 0$ (c'est-à-dire résultant du processus de moyenne, courbe épaisse) et les réceptances associées à tous les points mesurés sur un même cercle (réseau de courbes pointillées). L'artefact observé autour de 1610 Hz sur ces figures provient d'une résonance d'ordre élevé, qui n'est pas complètement filtrée par moyennage. Lorsque le nombre de points de mesure (c'est-à-dire d'angles) augmente, la réceptance à l'ordre $n = 0$ est mieux estimée,

ce qui réduit et annule l'artefact. Le raffinement angulaire est donc une solution pour réduire les artefacts de mesure de $|R_{2D}^0|$. La courbe rouge, correspondant à 180 points en θ , montre un résultat satisfaisant. Augmenter davantage la résolution angulaire ne permet pas d'éliminer tous les artefacts. Dans le cas analysé, considérer 180 points en θ semblent constituer un bon compromis entre précision et temps de mesure.

Une alternative à ces mesures angulaires ponctuelles consisterait à d'utiliser une méthode de mesure plein champ, capable de capturer le champ de déplacement sur toute l'étendue de la plaque en une seule mesure, comme l'holographie optique numérique [85]-[87] ou la déflectométrie [88]-[90]. Cependant, ces techniques de mesure plein champ sont difficiles de mise en œuvre lorsque le champ est de grande taille. Le rapport signal à bruit est également moins favorable qu'avec une mesure mono-point au vibromètre laser.

5.6 Résultats expérimentaux

5.6.1 Mise en œuvre du banc de mesure

La procédure d'estimation de R_{2D}^0 est établie numériquement ; il convient de mettre en œuvre expérimentalement. Pour ce faire, plusieurs diffuseurs ont été usinés dans des plaques rectangulaires et circulaires à l'aide d'une machine à commande numérique. Ces démonstrateurs sont ensuite installés sur un banc de mesure vibrométrique (voir figure 5.16). Celui-ci permet de suspendre verticalement les plaques pour réaliser des conditions libre/libre. Un pot vibrant excite chaque plaque à 1 cm du bord (voir figure 5.16(a)). Un vibromètre laser à balayage (Polytec PSV 500) est placé à environ 1.5 m de la plaque dans un axe normal à son plan et centré sur le diffuseur. Le logiciel du vibromètre permet de gérer l'excitation (un sinus glissant) et de définir un maillage de mesure. Le maillage pour l'estimation de R_{2D}^0 est une couronne de 2 cercles de mesure minimum et de 180 positions en θ comme déterminé dans l'analyse numérique préalable (voir figure 5.16(b)). La couche visco-élastique de référence est appliquée (ou non) à l'arrière du diffuseur (voir figure 5.16(c)).

5.6.2 Validation de la mesure de R_{2D}^0 en l'absence de diffuseur

Dans un premier temps, on cherche à vérifier que $|R_{2D}^0| = 1$ en l'absence de diffuseur. Ce test élémentaire permet de vérifier que le calcul de R_{2D}^0 est correctement implémenté. De la même façon que la poutre terminée par une extrémité libre, les plaques uniforme et avec trou débouchant (TD) conduisent en effet à $|R_{2D}^0| = 1$. Ces mesures préliminaires sont effectuées et comparées au modèle analytique et éléments finis sur la figure 5.17.

Malgré les erreurs d'estimation observées, la mesure de la plaque TD (voir figure 5.17(a)) conduit à $|R_{2D}^0| \approx 1$ (mesure en noir, valeur $|R_{2D}^0| = 1$ en rouge). Le rapport signal sur bruit étant important ($> 70dB$), ces artefacts sont dus au filtrage à l'ordre circonférentiel $n = 0$. Ils sont d'autant plus nombreux que la densité modale est élevée et que le système est résonant.

La plaque uniforme présente le même résultat (voir figure 5.17(b)), avec des erreurs d'estimation moindres. Les deux résultats précédents confirment l'implémentation correcte



FIGURE 5.16 – (a) Photo du banc de mesure R_{2D}^0 . (b) Maillage de la couronne de mesure à travers le logiciel du Polytec PSV 500. (c) Photo de l'arrière d'un diffuseur sans et avec revêtement.

de la procédure expérimentale et donnent un ordre de grandeur des erreurs d'estimation de R_{2D}^0 .

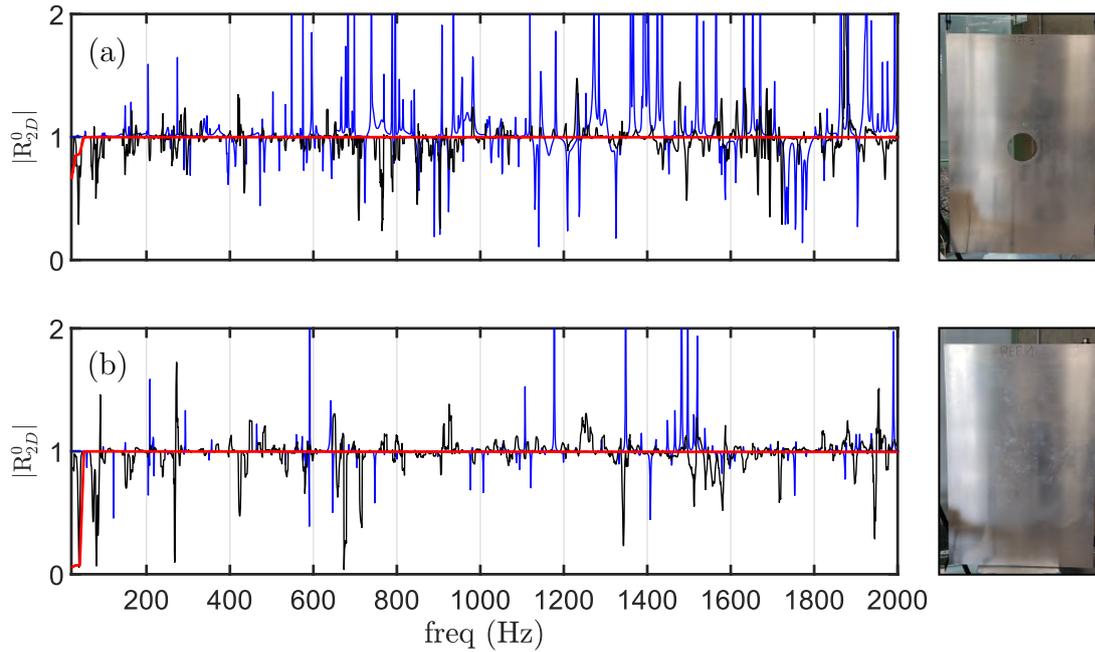


FIGURE 5.17 – Estimation expérimentale du coefficient de réflexion 2D (en noir) comparée au modèle analytique (en rouge) et éléments finis (en bleu) pour une plaque rectangulaire TD (a) et uniforme (b).

5.6.3 Mesure de R_{2D}^0 sur la plaque TNA rectangulaire

La mesure de R_{2D}^0 pour la plaque rectangulaire TNA est décrite sur la figure 5.18. Les résultats du modèle éléments finis (en bleu la figure 5.18(b)), comparés avec la mesure (en noir) montrent une tendance similaire (c'est-à-dire une structure en arches), mais avec un écart imputable à des différences entre les cotes théorique du TNA et les cotes effectivement réalisées. De petites erreurs d'épaisseur dans la partie centrale a une influence importante sur la position des pôles complexes du TNA, donc sur les valeurs des minimums de R_{2D}^0 . Il serait possible de réaliser un recalage du profil pour que les deux résultats coïncident. Nous en restons ici à un accord qualitatif. Pour l'analyse de la conclusion ci-dessous, nous présentons un résultat intermédiaire : la simulation et la mesure de la fonction de transfère réceptance moyennée, w_1/F_1 , résultant du moyennage sur le cercle de rayon r_1 de la réceptance w_1/F_1 sont présentées sur la figure 5.18(c). Des écarts sont observés mais la tendance et les modes principaux sont reproduits, en particulier à basses fréquences 5.18(d). Les différences entre mesure et modèle, visibles à ce stade expliquent les différences observées pour R_{2D}^0 . Un recalage précis n'est ici pas pertinent car d'autres facteurs (bruit et erreurs géométriques) examinés en détail dans les deux paragraphes qui suivent sont également influent sur les écarts entre réceptances moyennées simulée et mesurée. Des résultats complémentaires, similaires sur leur principe sont présentés pour une plaque munie d'un Trou Borgne dans l'annexe B.

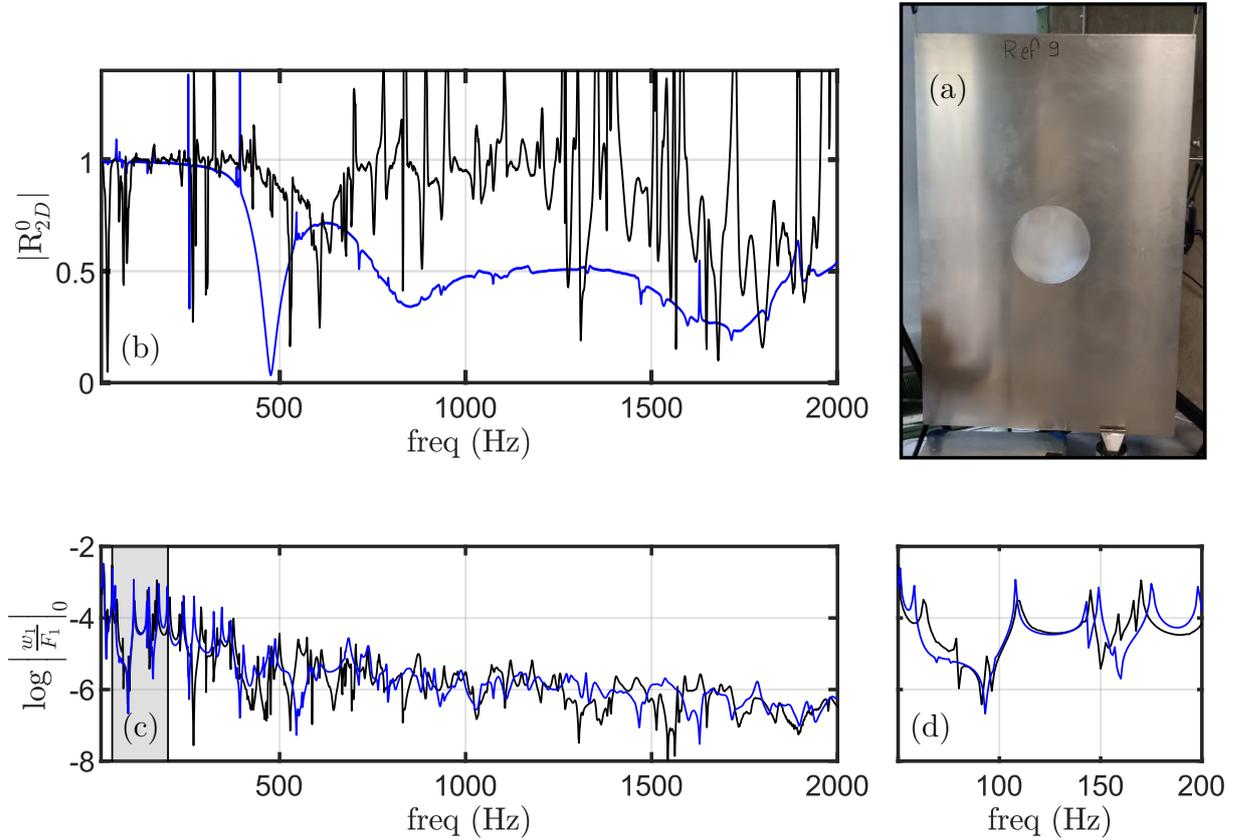


FIGURE 5.18 – (a) Photo du diffuseur TNA usiné dans une plaque rectangulaire. (b) $|R_{2D}^0|$ estimé par la mesure (en noir) comparé avec le modèle analytique (en rouge) et éléments finis (en bleu). (c) Réceptance expérimentale et numérique filtrée à l'ordre $n = 0$, agrandie en basses fréquences en (d).

5.6.4 Analyse des difficultés expérimentales

Dans cette section, nous explorons deux origines possibles aux difficultés expérimentales.

Sensibilité au bruit

La première investigation consiste à examiner l'influence d'un bruit de mesure additif. À partir d'un calcul éléments finis, on ajoute un bruit synthétisé b aux signaux simulés. On observe l'effet de ce bruit sur le filtrage et les conséquences induites pour l'inversion de matrice conduisant à R_{2D}^0 (voir figure 5.19). Le bruit b (grandeur complexe) est défini par l'expression suivante [91] :

$$b = 10^{-\frac{RSB}{20}} \frac{(N_1 + jN_2)}{\sqrt{2}} \sigma_w \quad (5.36)$$

où N_1 et N_2 sont deux vecteurs aléatoires de même taille que le vecteur du champ de déplacement w et échantillonnés à partir de la distribution normale standard, σ_w est l'écart type du déplacement simulé w et RSB est le rapport signal sur bruit en décibels (dB). Sur la figure 5.19, le signal de référence obtenu par modèle éléments finis 3D avec 180 points en θ (voir figure 5.15) est comparé avec des signaux bruités dont le rapport

signal sur bruit (RSB) est de 75 dB pour le premier (en vert) et de 60 dB pour le second (en orange).

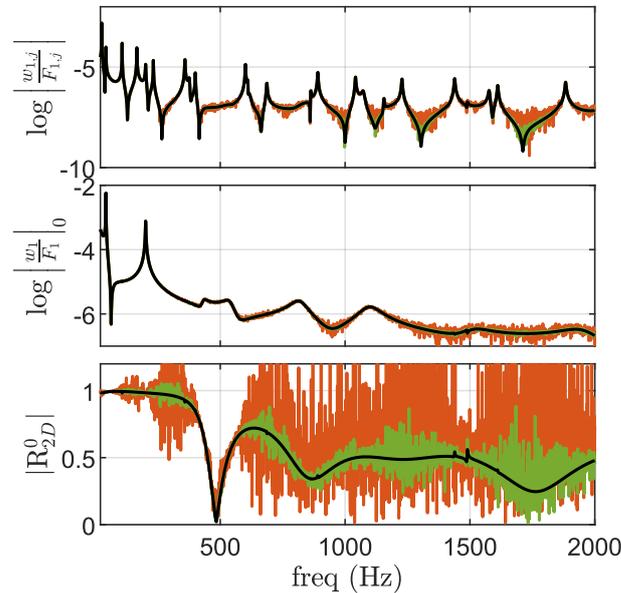


FIGURE 5.19 – Estimation de $|R_{2D}^0|$ à partir de réceptances simulées non bruitées (en noir) et bruitées avec un rapport signal sur bruit de 75 dB (en vert) et de 60 dB (en orange).

La première étape de filtrage semble robuste au bruit, c'est-à-dire que la réceptance filtrée à l'ordre $n = 0$ ne semble pas détériorée. En revanche, l'inversion de matrice conduisant à l'estimation de R_{2D}^0 est assez fortement impactée par le bruit : la valeur de R_{2D}^0 calculée à partir de signaux non bruités (en noir) est reconnaissable pour un RSB de 75 dB (courbe verte) mais difficilement reconnaissable pour un RSB de 60 dB.

De façon générale, le vibromètre laser à balayage, qui est utilisé en pratique, permet de maîtriser assez bien le rapport signal à bruit, que nous estimons à 75 dB. Le bruit de mesure, additif a un impact sur la mesure de R_{2D}^0 , mais reste admissible.

Sensibilité à la géométrie du montage

Une autre source d'erreur provient de la méconnaissance de la géométrie exacte du montage. Deux défauts géométriques sont étudiés : le décentrage de la couronne de mesure par rapport au diffuseur (voir figure 5.20(a)) et la déformation de la couronne (voir figure 5.20(b)).

- Si l'alignement du laser n'est pas correctement réalisé, cela induit un décalage de la couronne de mesure par rapport à l'origine supposée, prise au centre du diffuseur. Nous simulons cet effet en imposant un décalage de 1 mm (en vert) et de 10 mm (en orange). Les résultats obtenus pour R_{2D}^0 sont comparés au résultat obtenu à partir d'une couronne parfaitement centrée (en noir, voir figure 5.20(a)). La réceptance filtrée à l'ordre zéro est quasiment identique dans les trois cas. Sur $|R_{2D}^0|$, plus le décalage est important, plus des artefacts apparaissent. Ces derniers semblent de même nature que ceux observés en section 5.5. Ils restent cependant faibles et ne gênent pas véritablement la mesure de R_{2D}^0 . En pratique, un tel décalage ne dépasse

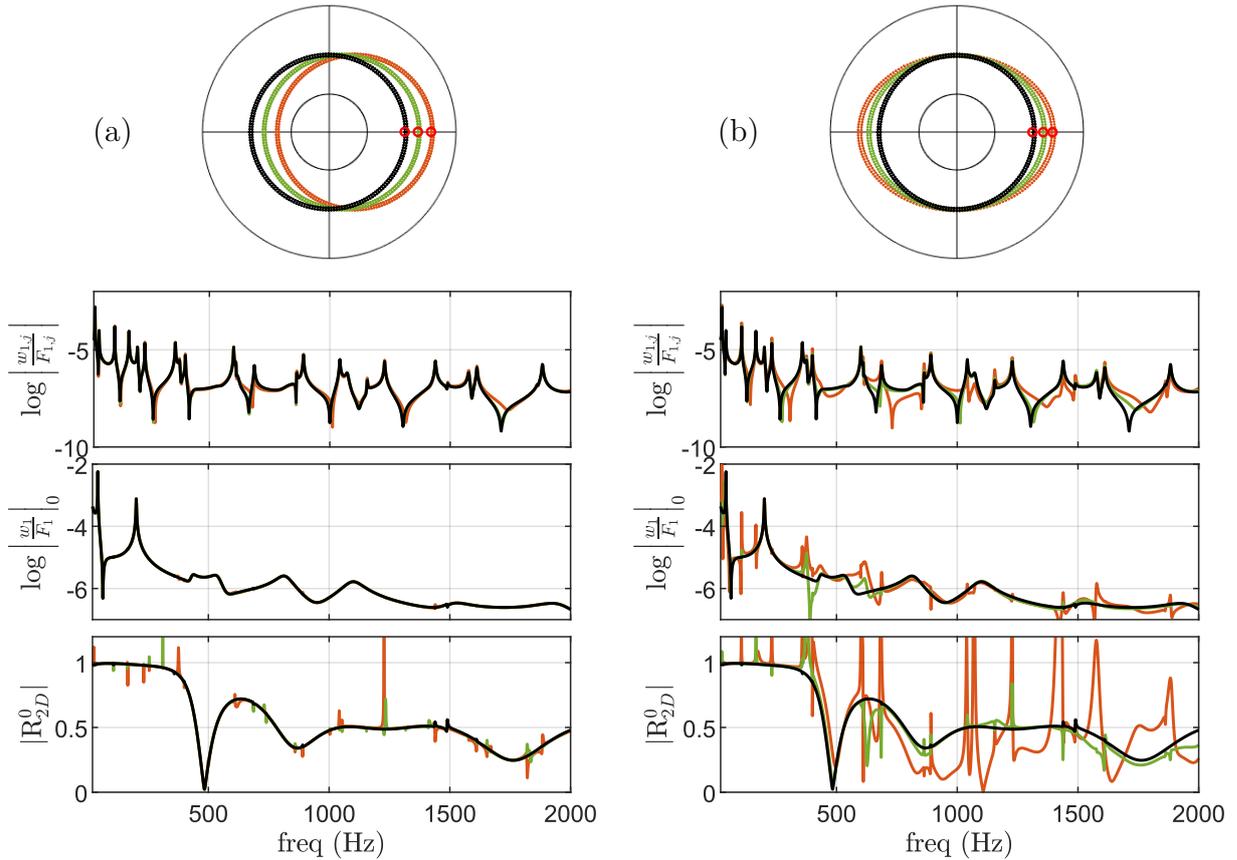


FIGURE 5.20 – Estimation de $|R_{2D}^0|$ à partir de réceptances simulées : (a) couronne de mesure décentrée de 0 mm (en noir), 1 mm (en vert) et 10 mm (en orange) ; (b) couronne de mesure déformée par un angle de rotation de la plaque par rapport au plan du laser, $\alpha = 0^\circ$ (en noir), $\alpha = 10^\circ$ (en vert) et $\alpha = 30^\circ$ (en orange). Les réceptances de la première ligne sont extraites aux points rouges sur le schéma ($\theta = 0$).

pas 1 mm lorsque le réglage du vibromètre laser est soigné. Cet effet géométrique est donc mineur.

- Si la couronne de mesure n'est pas parfaitement circulaire, mais est déformée de façon elliptique, cela impacte la valeur estimée pour R_{2D}^0 . Cette déformation peut résulter d'un mauvais alignement, qui conduit à un angle de rotation entre le plan de projection du laser et la plaque. Cette déformation peut aussi être induite par les éléments suivants : une légère courbure de la plaque due à un voilement (c'est le cas effectivement constaté pour des plaques rectangulaires) ; une courbure locale dans le TNA due à l'usinage, qui conduit à des relâchements de contraintes tels que ceux observés sur un TNA 1D, par exemple sur la figure 3.12(b) ; une anisotropie du matériau intrinsèque ou résultante d'un effet de coque dû à une courbure. En pratique ces différentes sources d'erreurs se cumulent et conduisent à déformer la couronne de mesure sous une forme plus ou moins elliptique.

Pour simuler ces effets, on choisit d'appliquer un angle α entre le plan de projection du laser et la plaque, ce qui a pour conséquence de fausser les positions des points de mesure. Sur la figure 5.20(b), on compare les résultats pour $\alpha = 0^\circ$ (en noir), $\alpha = 10^\circ$ (en vert) et $\alpha = 30^\circ$ (en orange). Plus la couronne est déformée, plus la réceptance moyennée est perturbée. En conséquence, $|R_{2D}^0|$ subit des perturbations

importantes et ces perturbations augmentent avec la fréquence. Avec les ordres de grandeurs de α introduit dans les simulations, la structure de $|R_{2D}^0|$ reste lisible dans son ensemble, même si les artefacts deviennent importante et comparables à ce qui est effectivement mesuré.

La figure 5.21 montre en effet plusieurs mesures de R_{2D}^0 réalisées sur une plaque TNA pour 2 résolutions angulaires différentes pour deux types de conditions aux limites (bord libre et bord muni d'une pâte amortissante appliquée sur tout le pourtour visant à amortir les vibrations). Ces différents tests montrent que l'amortissement ajouté ne modifie pas la qualité de la mesure. L'augmentation de la résolution angulaire n'améliore plus la qualité des résultats.

On conclut de l'ensemble de ces tests et de cette analyse que les erreurs d'estimations de R sont principalement liées aux erreurs de positions des points de mesure. Ceux-ci ne se répartissent en effet pas sur un cercle centré sur le TNA, mais sur une ellipse décentrée. Il s'ensuit une erreur sur le moyennage, qui induit des erreurs d'estimations de R_{2D}^0 .

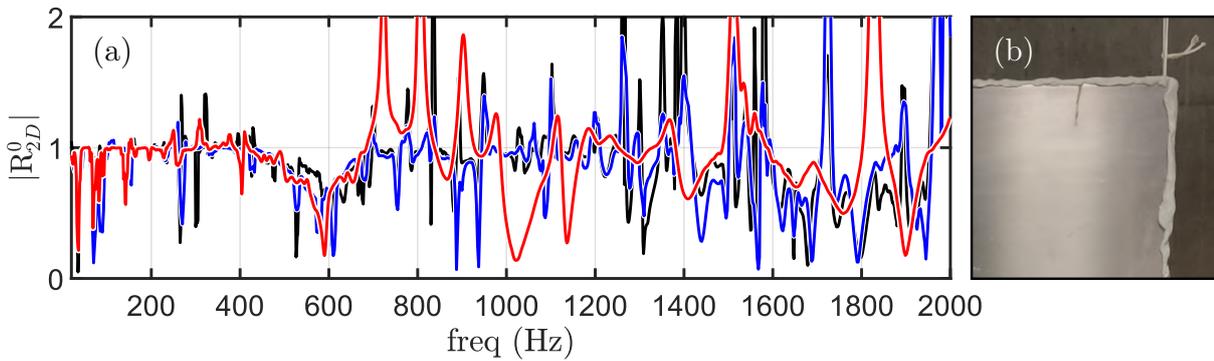


FIGURE 5.21 – (a) $|R_{2D}^0|$ estimé expérimentalement pour un diffuseur TNA au sein d'une plaque rectangulaire via une couronne de mesure constituée de 2 cercles de mesure et de 180 positions angulaires (en noir), de 10 cercles de mesure et de 720 positions angulaires (en bleu), et d'autant de points pour une plaque bordée de pâte à fixe (en rouge). (b) Photo du bord de la plaque recouverte de pâte à fixe.

5.6.5 Mesure de R_{2D}^0 sur la plaque TNA circulaire

Pour vérifier que R_{2D}^0 est intrinsèque au diffuseur, c'est-à-dire qu'il est indépendant de la forme de la plaque d'accueil, on réalise des mesures sur une plaque TNA circulaire. La taille réduite de cette plaque est plus adaptée à cette étude car elle présente moins de modes propres que la plaque rectangulaire. Les résultats de la mesure sont montrés sur la figure 5.22.

Sur cette figure 5.22, il est plus facile d'étudier la correspondance des réceptances à l'ordre $n = 0$ entre la mesure et la simulation (voir figures 5.22(c),(d)). On remarque que la réceptance mesurée filtrée porte déjà beaucoup d'artefacts. Le coefficient de réflexion n'est cependant pas plus satisfaisant que pour la plaque rectangulaire. On peut retrouver la première chute vers 600 Hz bien que partiellement masquée par un artefact (voir figure 5.22(b)).

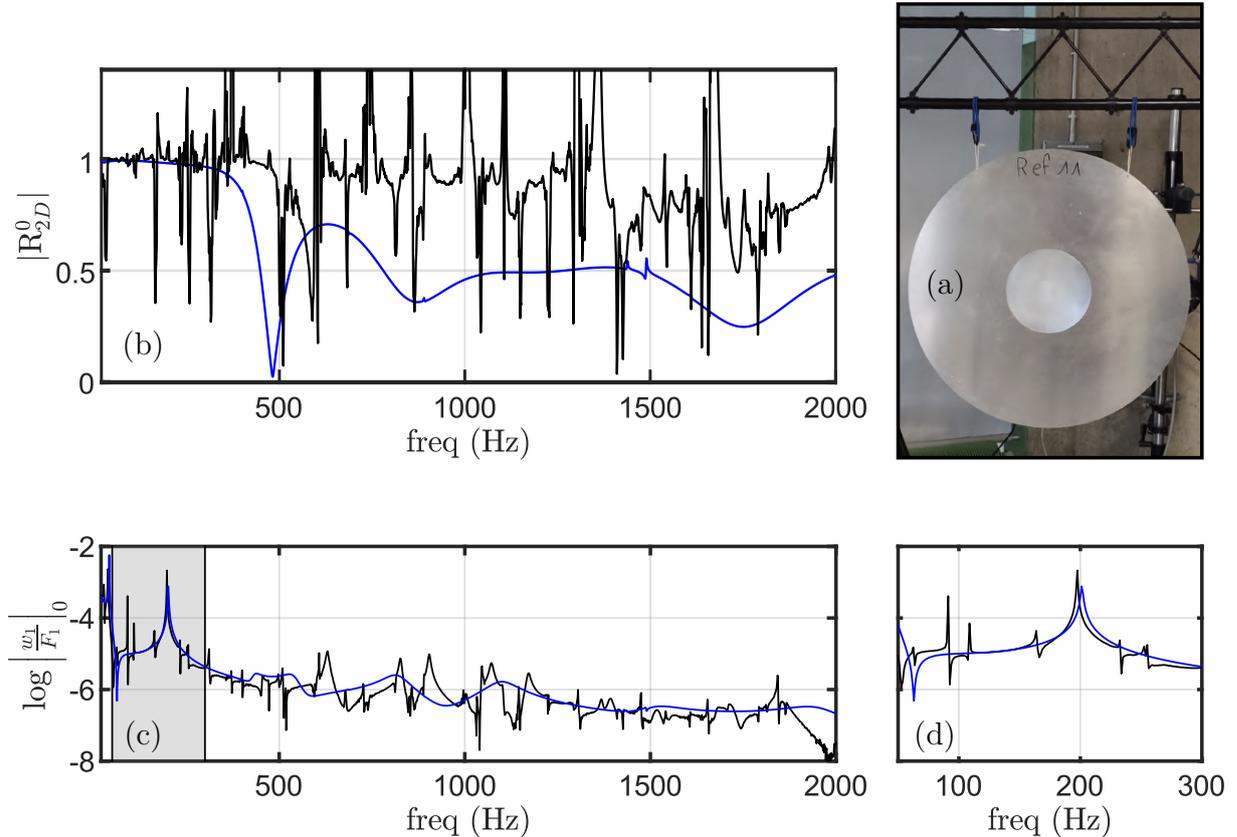


FIGURE 5.22 – (a) Photo du diffuseur TNA usiné dans une plaque circulaire. (b) $|R_{2D}^0|$ estimé par la mesure (en noir) comparé avec le modèle analytique (en rouge) et éléments finis (en bleu). (c) Réceptance expérimentale et numérique filtrée à l'ordre $n = 0$, agrandie en basses fréquences en (d).

Les résultats expérimentaux des diffuseurs TNA des plaques rectangulaire et circulaire sont d'un ordre de grandeur similaire, ce qui permet de valider que R_{2D}^0 est intrinsèque au diffuseur.

5.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons proposé une adaptation des outils de calcul de R développés pour les poutres (configurations 1D) au cas des plaques (configurations 2D). Le coefficient R_{2D}^0 ainsi conçu permet une caractérisation intrinsèque du diffuseur. Une méthode d'identification des ondes axisymétriques convergentes et divergentes a été développée. Elle permet de post-traiter des données de simulations par éléments finis et des données expérimentales de façon à identifier le coefficient de réflexion du diffuseur. Par ailleurs, la méthode de la matrice impédance a été adaptée pour traiter une configuration 2D décrite par la théorie des plaques de Kirchhoff. Cette méthode semi-analytique permet d'estimer R_{2D}^0 dans le plan des fréquences complexes, ce qui permet de reproduire la stratégie de contrôle des pôles dans ce contexte 2D.

Le processus de mesure a été conçu de sorte que la méthode puisse s'appliquer à n'importe quelle plaque d'accueil pour le diffuseur. Elle utilise une source ponctuelle située à l'extérieur de la zone de mesure. Cela a permis de valider, par la mesure sur des plaques

d'accueil rectangulaire et circulaire, que R_{2D}^0 est un indicateur intrinsèque au diffuseur et donc indépendant de la structure d'accueil.

Dans son principe, la méthode de mesure consiste à décomposer le champ de déplacement relevé sur plusieurs cercles concentriques centrés sur le diffuseur à l'aide des séries de Fourier. La méthode utilise la première composante de ces séries de Fourier pour estimer R_{2D}^0 . La limitation principale de la méthode est liée aux erreurs d'estimation de ces composantes. Ce filtrage est difficile en pratique du fait de la troncature du nombre de points et des erreurs de positionnement des points de mesure. Ces limitations, additionnés aux incertitudes expérimentales, mènent à des estimations expérimentales de R_{2D}^0 difficiles à interpréter.

Malgré ces difficultés, les tendances attendues pour les caractéristiques des diffuseurs étudiés sont observées : les résonances locales du TNA donnent lieu à des minima locaux de $|R_{2D}^0|$. Des pistes sont à envisager pour améliorer la mesure. Utiliser une méthode optique plein champ (holographie optique numérique ou déflectométrie par exemple) pour mesurer le champ de déplacement vibratoire permettrait de limiter les artefacts dus à la discrétisation spatiale. Cette technique permettrait également de mieux estimer les positions de mesure à retenir pour calculer la réceptance moyennée utilisée dans le calcul de R_{2D}^0 .

TNA AUGMENTÉ PAR PILOTAGE THERMIQUE

6.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous proposons de contrôler les performances d'un TNA 2D intégré à une plaque au moyen d'un pilotage thermique. Cette stratégie a été testée positivement pour des TNA 1D (voir chapitre 3). Nous cherchons ici à l'étendre à des configurations bidimensionnelles. En toute généralité, le pilotage thermique consiste à chauffer uniformément ou au moyen d'un champ de température contrôlé, un revêtement réalisé avec un Polymère à Mémoire de Forme (PMF), dont le module d'Young et surtout le facteur de pertes dépendent fortement de la température. Cette stratégie de contrôle vise essentiellement à ajuster l'importance des mécanismes dissipatifs, de façon à optimiser le comportement du TNA. Dans ce chapitre, les structures tests utilisées pour les simulations et les expériences sont décrites par les tableaux 5.1 et 5.2.

6.2 Dispositif de chauffage du revêtement amortissant

6.2.1 Contrôle de la température

Le système de contrôle thermique testé dans la configuration 1D a montré qu'il était suffisant de piloter finement la température sur la partie la plus fine du TNA (voir chapitre 3, section 3.4) [79]. Au cours de ces tests, deux zones de chauffage ont été seulement et l'importance d'un contrôle de la température par zone a été montré. En considérant ces éléments, le contrôle de la température dans la partie centrale d'un TNA 2D est réalisé au moyen d'une disque chauffant, appelé carte de chauffe. Ses caractéristiques principales sont les suivantes :

- De façon similaire au dispositif de chauffage 1D, le chauffage est produit au moyen d'un circuit résistif chauffant réalisé par des pistes électroniques couvrant la zone utile. Un courant électrique est délivré ou non dans ces pistes à l'aide d'un générateur de laboratoire, asservi par un dispositif de contrôle arduino commandant l'ouverture ou la fermeture d'interrupteurs en fonction de la consigne de température. Cette consigne est renseignée par l'utilisateur puis comparée aux températures mesurées par les thermocouples embarqués au centre de chaque zone. Cette carte en 2D a été conçue de manière à respecter au maximum une symétrie de révolution, pour ne pas gêner l'analyse vibratoire en créant des couplages intermodaux (voir figure 6.1(a)).

- Le support du dispositif chauffant est un disque en Kapton, polymère flexible, dont les paramètres mécaniques sont stables sur une plage étendue de température. Ce disque a un rayon de l'ordre de 7 cm, et comprend 5 zones de chauffage dont 1 centrale de 2.5 cm de rayon et 4 périphériques. Cette disposition a pour but de contrôler la température uniquement dans la région centrale, ce qui permet de modifier R_{2D}^0 au moyen d'un gradient radial (voir figure 6.1).
- Une plaque de Polymère de Mémoire de Forme de 2 mm d'épaisseur est collée au disque support (voir figure 6.1(b)).

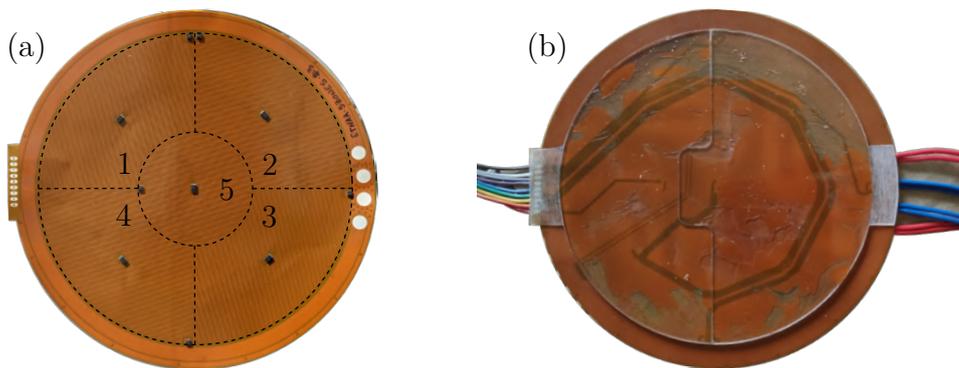


FIGURE 6.1 – (a) Photo de la carte de chauffe nue, les 5 zones sont délimitées et numérotées. Les composants au centre des zones sont les capteurs de température, ceux situés en bord de zones sont les transistors. (b) Photo de la carte de chauffe recouverte d'une plaque de 2 mm de PMF.

6.2.2 Intégration du dispositif de chauffage à un diffuseur

Le dispositif de chauffage est collé au dos des diffuseurs. Deux montages, indiqués sur la figure 6.2 sont possibles. Des simulations numériques réalisées dans une phase préliminaire de conception par D. Renault (ingénieur FEMTO-ST) ont porté sur le choix du type de montage. La question est de savoir quelle configuration privilégier pour réaliser le contrôle thermique de la façon la plus simple. Nous recherchons un compromis entre simplicité de mise en oeuvre et qualité du contrôle. La recherche de ce compromis nous amène à retenir la configuration où le PMF est en contact direct avec le TNA. Le disque chauffant en Kapton contient des capteur de température utiles au contrôle. L'encombrement liés à ces capteurs conduit à écarter la configuration (a).

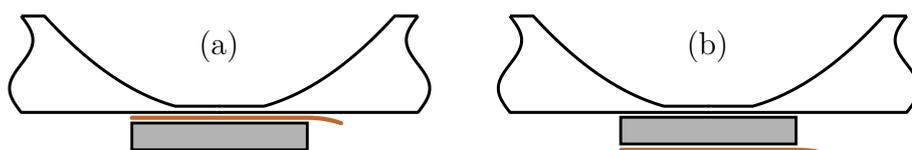


FIGURE 6.2 – Configuration (a) : plaque / disque chauffant / PMF. Configuration (b) : plaque / PMF / disque chauffant.

Nous listons ci-dessous quelques caractéristiques de la configuration retenue importantes en pratique.

- Le contact entre le circuit résistif et le PMF induit un gradient dans l'épaisseur du PMF. La configuration (b) induit des fuites thermiques vers la plaque. Cet effet se combine au gradient radial et le perturbe. Cette caractéristique doit être prise en compte dans la consigne de température. La régulation devra ainsi être réglée sur une température plus élevée que celle déterminée par la simulation mécanique.
- Le dispositif de contrôle thermique est collé à l'arrière des plaques dans la configuration choisie précédemment (voir figure 6.3(a)) et câblé à la carte arduino et au générateur (voir figure 6.3(b)). La température effectivement obtenue après chauffage est mesurée à l'aide d'une caméra thermique de façon à vérifier le bon fonctionnement du dispositif en place (voir figure 6.3(c)).
- Le dispositif est collé de manière à ce que les câbles à destination du générateur (les plus lourds) pendent vers le bas. Il faut également garantir l'absence de contact entre les câbles et la plaque pour ne pas engendrer de non linéarités liés à un grésillement.
- La carte présente une fragilité au niveau des soudures des câbles à destination de la carte arduino. C'est un lieu où la carte est amenée à se déformer. Les pistes peuvent alors casser et créer des faux-contacts. Pour renforcer cette zone, des oreillettes ont été découpées sur la plaque de PMF pour la recouvrir (voir figure 6.1(c)). Pour respecter au maximum la symétrie de révolution, ces oreillettes ont été limées pour que la face collée à la plaque soit circulaire. Cependant, cette symétrie ne peut pas être garantie parfaitement.

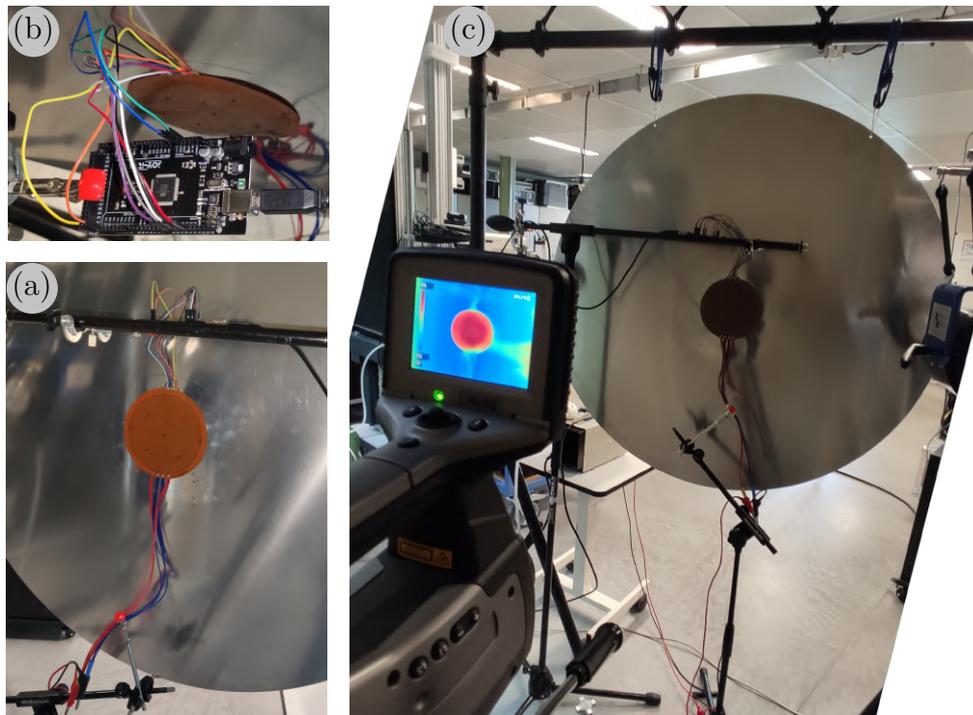


FIGURE 6.3 – (a) Photo du dispositif thermique collé à la plaque montée sur le banc de mesure R_{2D}^0 . (b) Photo du branchement à la carte arduino. (c) Photo de la mesure thermique à l'arrière du banc pour une consigne de température homogène.

6.2.3 Qualification du dispositif de contrôle thermique

Afin de vérifier le bon fonctionnement du dispositif de chauffage, des mesures thermiques ont été réalisées pour différentes consignes (voir figure 6.4). Ces mesures ont fait apparaître des limites technologiques du système ainsi conçu.

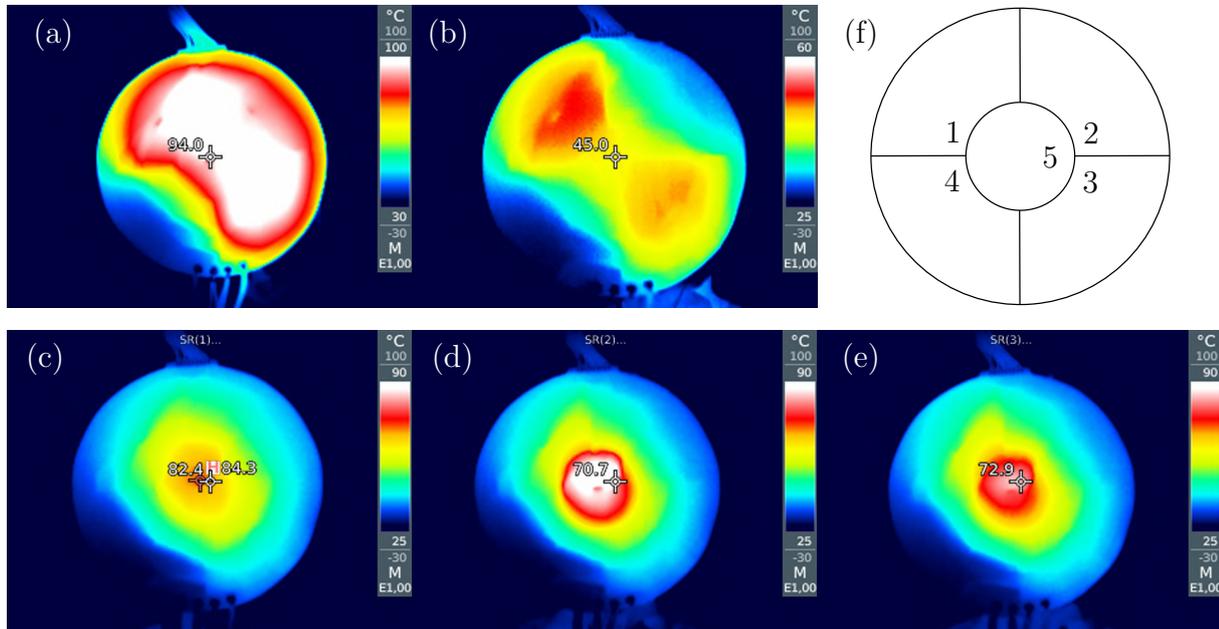


FIGURE 6.4 – Vue thermique du dispositif de chauffage appliqué à la plaque TNA prise à des instants t pour différentes consignes de température : (a) 95°C partout, (b) 50°C partout, (c), (d) et (e) 80°C à l’intérieur et 50°C à l’extérieur. (f) Délimitation des zones numérotées.

Faux contacts, zone défectueuse

La figure 6.4(a) montre le champ de température effectif pour une consigne de température à 95°C dans toutes les zones. On remarque que cette température cible est approximativement atteinte, sauf la zone 4 qui se situe en bas à gauche. Cette dernière zone est hors service à cause d’un faux contact au niveau de la soudure vers l’arduino : le transistor reste ouvert. Les contacts ont été vérifiés avant et après le collage du PMF. Malheureusement, une fois collé à la plaque, il n’y a pas moyen de le réparer. Ce dispositif est appliqué à la plaque TNA (voir sections 6.4 et 6.5). Le dispositif similaire appliqué à la plaque TB n’est pas affecté par ce problème.

Convection thermique

On remarque également que sur le champ de température effectif, la zone 2 (en haut à droite de la figure 6.4(b)) n’atteint pas non plus la consigne. Ce dysfonctionnement est lié à la convection thermique, qui propage la chaleur de la zone 3 située en partie basse, vers le capteur de la zone 2, située en partie haute. Ainsi, la température mesurée par le thermocouple induit un défaut dans la régulation de cette zone. D’autres conceptions du dispositif de chauffage, en tenant compte de ces effets de convection, pourraient conduire à un meilleur contrôle du champ de température.

Instabilité de la régulation

La régulation thermique est réalisée à l'aide d'un régulateur PID (proportionnel, intégral, dérivé) pilotant l'ouverture et la fermeture des transistors. Le réglage du générateur qui délivre le courant dans les pistes de chauffe est fixe. Ce sont les changements d'états fréquents des transistors qui permettent la régulation. Les informations des capteurs thermiques transitent vers le microcontrôleur via un bus I2C. Dans certaines configurations de température, le programme Arduino s'arrête brusquement. Ce problème est dû à un défaut lié à l'implémentation du protocole I2C. Pour palier à ce problème, le programme est redémarré en optimisant le délai d'inactivité. Cependant, cela ne suffit pas à éviter la chute de la température pendant ce court délai. Cela conduit à une instabilité du champ de température au cours du temps, comme un cœur qui bat. Les figures 6.4(c), 6.4(d) et 6.4(e) montrent le champ de température pour une consigne de 80°C à l'intérieur et 50°C à l'extérieur pour trois instants de quelques secondes d'écart. L'inertie thermique du PMF permet de réduire cet effet.

Bilan

Les éléments présentés dans les paragraphes ci-dessus constituent une liste de problèmes expérimentaux rencontrés dans le pilotage. Ces difficultés s'ajoutent à celle déjà identifiées pour l'obtention expérimentale de R2D. Il faudra en tenir compte lors de l'analyse des données expérimentales.

6.3 Diffuseur Trou Borgne augmenté par pilotage thermique

L'intérêt du pilotage thermique a été démontré pour une terminaison languette, contrôlée par un chauffage uniforme du revêtement PMF. L'extension bidimensionnelle directe de cette configuration concerne le Trou Borgne (TB), qui fait l'objet de cette section. On s'attend à un contrôle par voir thermique des modes locaux du TB, dont dépendent les minima de $|R_{2D}^0|$.

6.3.1 Prédictions numériques

Le coefficient R_{2D}^0 de la plaque TB augmentée par pilotage thermique est calculé dans le plan des fréquences complexes à l'aide de la méthode de la matrice impédance (voir chapitre 5). La couche de PMF ne recouvre qu'une partie du TB (environ 47% de la surface) et sa température est supposée être uniforme. La trajectoire des zéros de $|R_{2D}^0|$ est suivie dans le plan des fréquences complexes pour différentes températures : de 20°C à 100°C (voir figure 6.5(a)).

Le premier zéro ne croise pas l'axe des fréquences réelles dans cette configuration mais un minimum local est attendue vers 250 Hz. Les deux zéros suivants croisent l'axe des fréquences réelles deux fois : à 830 Hz pour 54.5°C et 960 Hz pour 65°C pour le deuxième zéro, et à 1900 Hz pour 53°C et 2270 Hz pour 72°C pour le troisième zéro. Cette trajectoire a la même allure que celle obtenue pour la terminaison languette (voir figure 3.4). $|R_{2D}^0|$ est tracé en fonction des fréquences réelles pour quelques configurations de température (voir figure 6.5(b)). La possibilité de contrôler les minima de $|R_{2D}^0|$ par la température est démontré par ces simulations numériques.

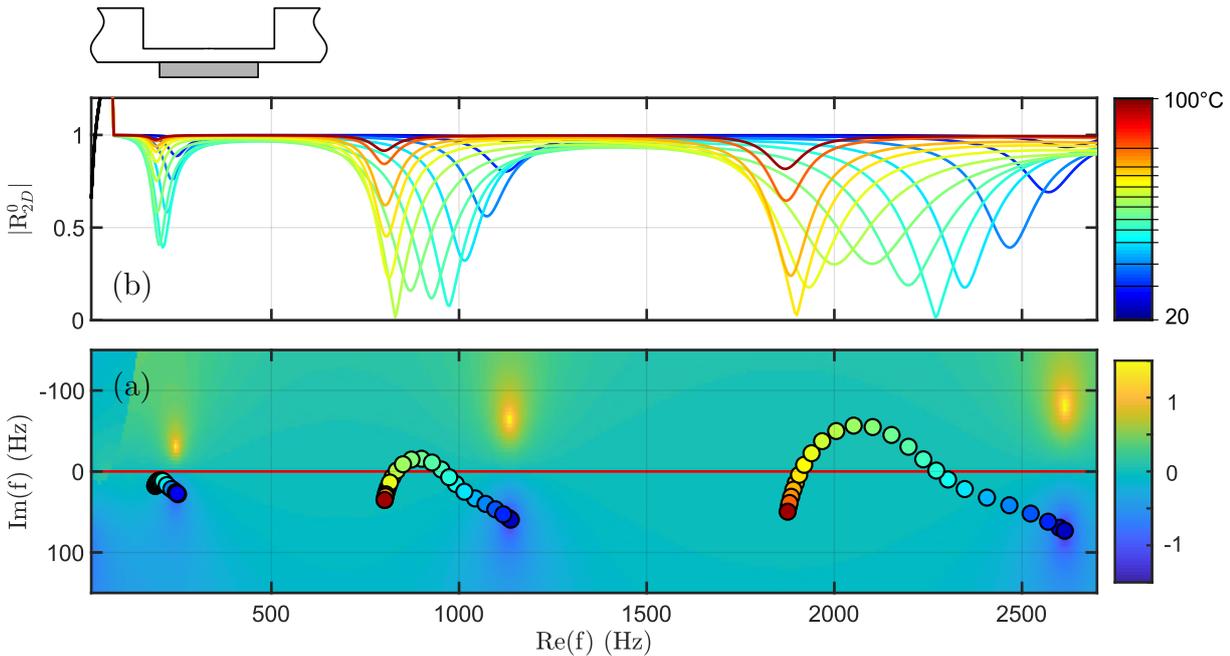


FIGURE 6.5 – (a) $\log |R_{2D}^0|$ dans le plan des fréquences complexes d'un diffuseur TB recouvert d'une couche de PMF. L'échelle de couleur du fond représente $\log |R_{2D}^0|$ pour le système à 20°C. Les marqueurs de couleur tracent la position des zéros en fonction de la température (voir échelle de couleur jet). (b) $|R_{2D}^0|$ en fonction de la fréquence réelle, la couleur indique la configuration de température.

6.3.2 Résultats expérimentaux

La plaque TB augmentée a été mesurée pour des consignes de température uniforme allant de 30°C à 80°C par pas de 5°C. La figure 6.6) rassemble un ensemble de résultats expérimentaux obtenus pour différentes températures. Dans ces résultats, il convient d'identifier ce qui est de l'ordre d'un contrôle ou non.

Les artefacts observés pour $|R_{2D}^0|$ avant 200 Hz, autour de 400 Hz, de 700 Hz et 1900 Hz sont dus à du bruit et des résonances de modes d'ordres circonférentiels supérieurs (voir les déformées (1), (2) et (3)).

D'autres variations systématiques proviennent en revanche du contrôle thermique : vers 250 Hz où est attendu le premier minimum de $|R_{2D}^0|$, juste en dessous de 1200 Hz où pourrait se trouver le deuxième minimum, et entre 1400 Hz et 1700 Hz. Les variations entre 1400 Hz et 1700 Hz sont trop large bande pour correspondre à un minimum du même type. De nouvelles mesures, réalisées avec d'avantage de moyenne et une résolution fréquentielle plus importante, impliquant notamment des temps d'acquisition plus longs sont réalisées autour des fréquences identifiées pour caractériser les modes locaux d'intérêt (voir figures 6.6(b) et 6.6(c)). Ces mesures confirment leur présence et révèlent un contrôle via la température. Les déformées opérationnelles aux fréquences de ces minima (notées (4) et (5)) sont indiquées sur la figure 6.6. Ces mesures, issues du scan vibrométrique sont bien des déformées opérationnelles et non pas des modes, tels que ceux qui pourraient être calculés au moyen d'un algorithme d'analyse modale. Ce champ mesuré est donc la superposition de plusieurs modes, globaux ou locaux. Il ne coïncide pas avec le mode local responsable des minima de R. Celui-ci est probablement présent dans la déformée opé-

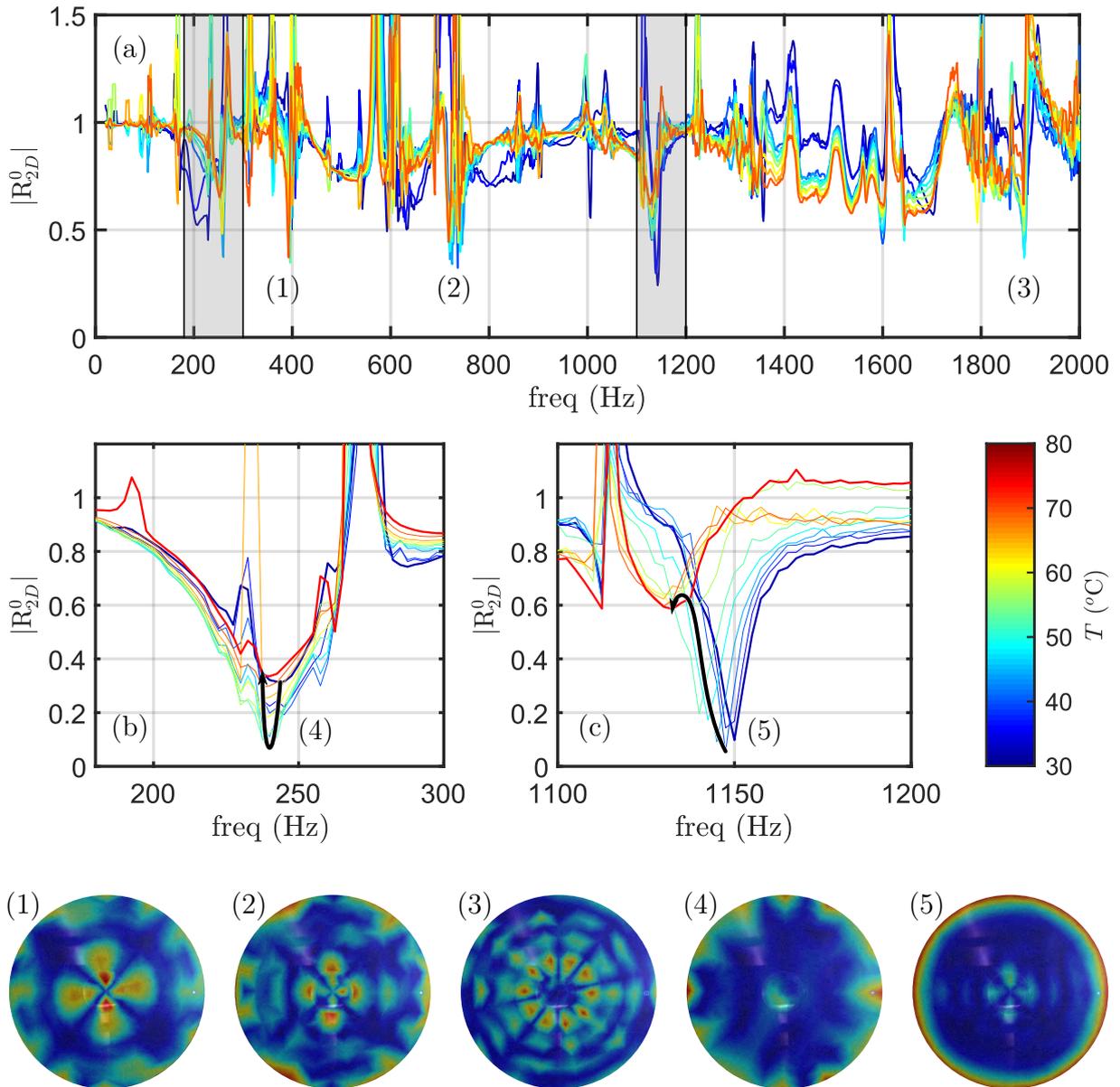


FIGURE 6.6 – (a) Coefficient de réflexion d’une plaque TB augmentée par pilotage thermique mesuré pour différentes consignes de température. La couleur des courbes correspond à une configuration de température (voir échelle de couleur). (b) Mesures fines de $|R_{2D}^0|$ autour de la fréquence de la première chute. (c) Mesures fines de $|R_{2D}^0|$ autour de la fréquence de la deuxième chute. (d) Collections des déformées opérationnelles expérimentales aux fréquences correspondantes aux notations (n) sur (a), (b) et (c).

rationnelle (4) ou (5) mais masqué par la présence d’autres modes. En conséquence, les déformées associées, notés (4) et (5), ne font pas apparaître clairement de modes locaux piégés axisymétriques.

Les figures (b) et (c) présentent des variations de chutes de $|R_{2D}^0|$ obtenues pour différentes températures. Le minimum local varie avec la température et donne lieu à une trajectoire indiquée par la flèche noire. Deux commentaires peuvent être faits :

- Pour la figure (b), relative au premier minimum de $|R_{2D}^0|$ et pour une température

de 30°C, la valeur du minimum est de 0.35. Lorsque la température augmente, cette valeur diminue et atteint minimum égal à 0.1 à 50°C. Au-dessus de cette température, cette valeur augmente de nouveau. C'est la tendance attendue par la simulation (voir figure 6.5). Nous interprétons cette variation du minimum au moyen d'une trajectoire dans le plan complexe. Compte tenu des difficultés expérimentales, ce résultat nous semble pertinent.

- Pour la figure (c), relative au deuxième minimum d'intérêt de $|R_{2D}^0|$, le couplage critique est quasiment atteint pour une configuration de température de 40°C. Au-dessus de cette température, la valeur du minimum de la chute augmente jusqu'à environ 60°C. Au delà, le minimum tend à diminuer de nouveau. En se référant à la figure 6.5, à 40°C, le zéro se trouve au croisement ascendant de l'axe des fréquences réelles. Puis, vers 60°C, le sommet de la trajectoire est atteint et le zéro redescend. Comme précédemment, nous interprétons cette variation du minimum au moyen d'une trajectoire dans le plan complexe.

Malgré les difficultés liées à l'identification de R_{2D}^0 déjà discutées dans le chapitre 5, les mesures montrent bien un contrôle de R_{2D}^0 par pilotage thermique d'un diffuseur TB en accord avec la théorie et expliqué au moyen de trajectoires de pôles dans le plan des fréquences complexes.

6.4 Diffuseur TNA augmenté par pilotage thermique : température uniforme

Le dispositif de chauffage est maintenant appliqué à une plaque TNA afin de construire un TNA 2D augmenté par pilotage thermique. Dans cette section, le système est d'abord étudié pour un chauffage uniforme. Rappelons que le dispositif de chauffe de ce système est inactif sur la zone 4 (voir figure 6.4), ce qui rompt la symétrie de révolution. La couche de PMF recouvre environ 21% de la surface du diffuseur.

6.4.1 Prédictions numériques

Le coefficient R_{2D}^0 du TNA augmenté par pilotage thermique uniforme est calculé à l'aide de la méthode de la matrice impédance dans le plan des fréquences complexes. La trajectoire des zéros de $|R_{2D}^0|$ est suivie pour différentes températures : de 20°C à 100°C (voir figure 6.7(a)).

Les trois premiers zéros croisent l'axe des fréquences réelles une fois : à 270 Hz pour 58°C pour le premier zéro, à 700 Hz pour 59°C pour le deuxième zéro, et à 1550 Hz pour 62°C pour le troisième zéro. Cette trajectoire a la même allure que celle obtenue pour la terminaison TNA augmentée par chauffage uniforme (voir figure 3.11). $|R_{2D}^0|$ est tracé en fonction des fréquences réelles pour quelques configurations de température (voir figure 6.7(b)).

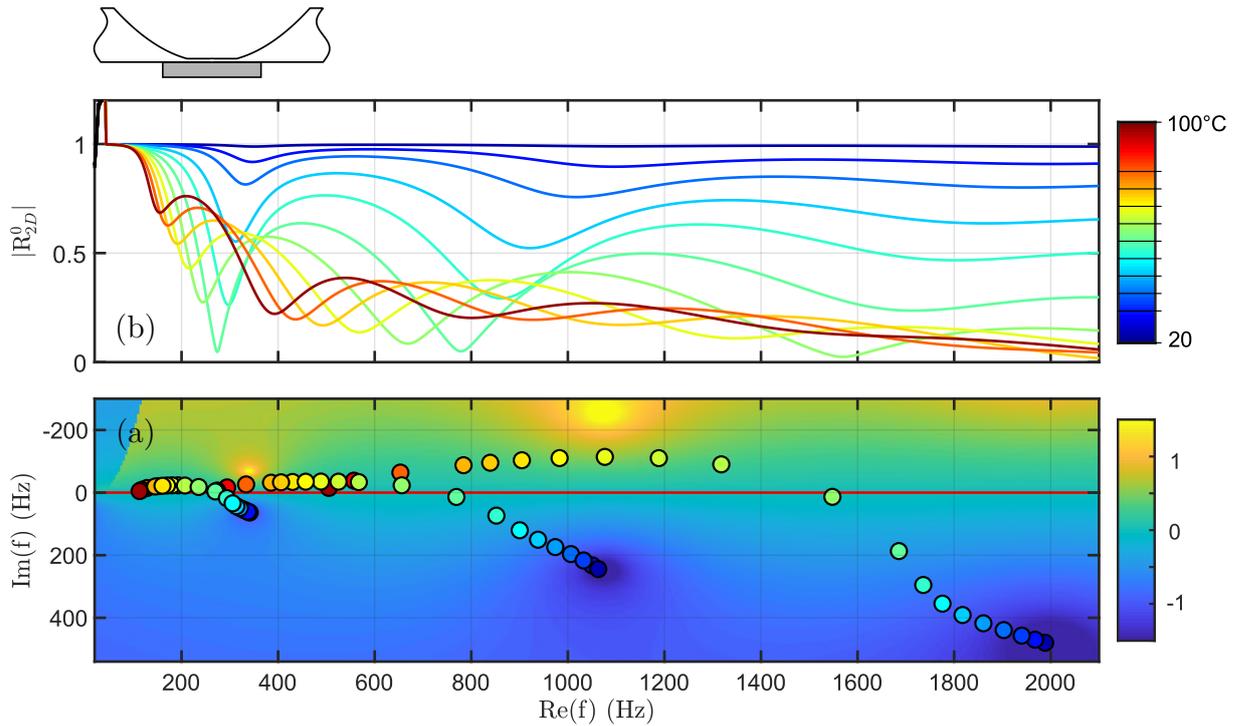


FIGURE 6.7 – (a) $\log |R_{2D}^0|$ dans le plan des fréquences complexes d’un diffuseur TNA recouvert d’une couche de PMF. L’échelle de couleur du fond représente $\log |R_{2D}^0|$ pour le système à 20°C. Les marqueurs de couleur tracent la position des zéros en fonction de la température (voir échelle de couleur jet). (b) $|R_{2D}^0|$ en fonction de la fréquence réelle, la couleur indique la configuration de température.

6.4.2 Impact de la rupture de symétrie

Le dispositif expérimental présente un dysfonctionnement lié à la zone de chauffage défectueuse. La température de cette zone défectueuse (4) vaut 30°C. Pour anticiper les effets de cette rupture de symétrie, une simulation éléments finis est réalisée afin de comparer le coefficient de réflexion obtenu avec et sans défaut, pour une température moyenne (50°C, voir figure 6.8(a)) et haute (80°C, voir figure 6.8(b)).

Dans le cas où la symétrie est brisée, le coefficient de réflexion (en orange) présente des variations indésirables autour de la courbe de référence noire, qui est le cas symétrique. La zone qui ne chauffe pas est bien à l’origine de l’écart entre les deux courbes, comme le montrent les déformées notées par (n) et $(n)'$; ici, la zone à 30°C est située sur le quart inférieur gauche. À l’ordre circonferentiel $n = 0$, ce défaut de symétrie dû à la thermique ne semble pas avoir trop d’influence sur le résultat de R_{2D}^0 , l’effet doit être lissé par le moyennage angulaire. On pourra noter que plus les variations sont importantes, plus l’écart de température entre la zone défailante et le reste du PMF est grand. Cette perturbation s’ajoute aux autres difficultés expérimentales déjà discutées.

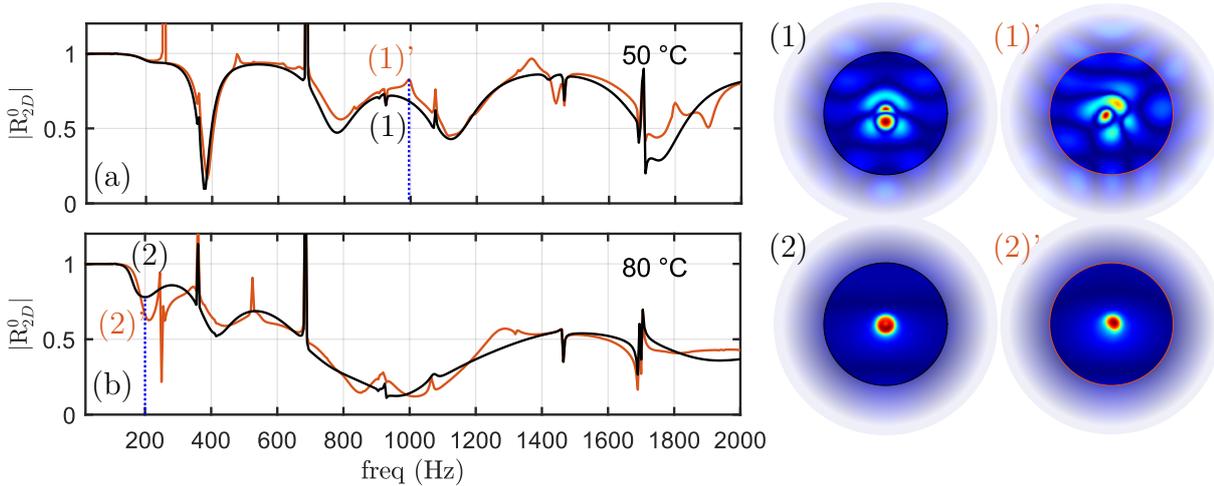


FIGURE 6.8 – $|R_{2D}^0|$ simulés à partir du modèle éléments finis pour des températures uniformes du PMF (en trait noir) à 50°C (a) et 80°C (b) comparés au cas où la température d'une zone périphérique est fixée à 30°C (en orange). Les déformées correspondent aux fréquences notées (n) et $(n)'$, la zone plus froide est située sur le quart inférieur gauche.

6.4.3 Résultats expérimentaux

La plaque TNA augmentée a été mesurée pour des consignes de température uniforme allant de 50°C à 95°C par pas de 5°C (voir figure 6.9).

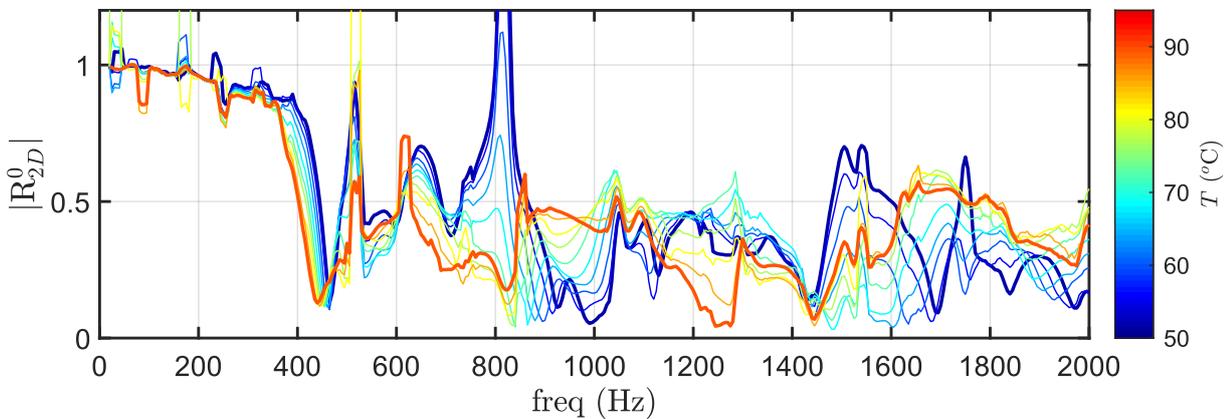


FIGURE 6.9 – $|R_{2D}^0|$ mesurés pour un TNA augmenté par pilotage thermique de consigne uniforme, la couleur des courbes correspond à cette consigne (voir échelle de couleur).

- La première chose à noter est qu'on retrouve la structure en arche du coefficient de réflexion typique d'un diffuseur TNA (à l'ordre circonferentiel $n = 0$), ce qui n'a pas été observé jusqu'à présent. De notre point de vue, ce résultat est important.
 - Pour la mesure obtenue à partir d'une consigne uniforme à 50°C (voir la courbe bleue), les variations de R_{2D}^0 montrent 3 arches avec des minima autour de 450 Hz, 1000 Hz et 1700 Hz. Le minimum situé à 1450 Hz, est commun à toutes les courbes ce qui peut signifier qu'il s'agit d'un phénomène non lié au contrôle thermique.
 - Comparés aux coefficients de réflexion mesurés pour un TNA revêtu d'une couche de visco-élastique conventionnel, ceux-ci comprennent moins d'artefacts.

Le PMF étant beaucoup plus amortissant que le revêtement visco-élastique de référence, ce qui a probablement un effet régularisant, on peut conclure que pour le bon déroulement de la mesure, il est nécessaire que le diffuseur mesuré soit très fortement amorti. Dans le cas du diffuseur TB augmenté du même dispositif de chauffe (voir section 6.3), ce diffuseur reste très résonant en dehors des fréquences piégées.

- La deuxième chose à noter est qu'un contrôle par pilotage thermique est bien observé. Le réseau de courbes montre un continuum entre la température la plus froide et la plus chaude (voir l'échelle de couleur de la figure 6.9).
 - Les variations de $|R_{2D}^0|$ entre chaque configuration vont dans le sens de la prédiction numérique : plus la température augmente, plus les chutes se trouvent déplacées vers les basses fréquences.
 - Pour cette plaque, une des zones périphériques du dispositif de chauffe est défectueuse (voir figure 6.4). À l'ordre circonferentiel $n = 0$, le filtrage consiste en une moyenne suivant θ , dont on comprend qu'elle peut être fortement altérée par le défaut. Cependant, la simulation numérique du défaut réalisée précédemment montre que la structure en arche est visible malgré cela. C'est ce qui est observé expérimentalement.

Les artefacts observés expérimentalement ont pour origine d'une part la présence de résonances marquées de modes présentant des ordres circonferentiels supérieurs et d'autre part l'existence d'un défaut de symétrie du chauffage. Malgré ces difficultés, la structure en arches reste visible sur les mesures, ce qui permet l'interprétation du fonctionnement du diffuseur augmenté. C'est un résultat important de l'étude expérimentale.

6.5 Diffuseur TNA augmenté par pilotage thermique : gradient de température contrôlé

Le dispositif de chauffage a été conçu afin de pouvoir générer un gradient de température radial sur la couche de PMF recouvrant le TNA. . Les possibilités de ce contrôle sont explorées dans cette section.

6.5.1 Prédictions numériques

Suivi de la trajectoire des zéros de R_{2D}^0 avec un contrôle utilisant 2 zones de chauffage

Le gradient de température est contrôlable à partir d'une zone centrale (5) et d'une zone périphérique, elle-même découpée en quatre quarts : zones (1) à (4). Les zones sont numérotées sur la figure 6.4(f).

Sur la figure 6.10, on représente la trajectoire des zéros de R_{2D}^0 dans le plan complexe. Ce résultat est issue d'une simulation éléments finis. Chaque point de la trajectoire est un marqueur bicolore : la couleur du centre désigne la température de la zone centrale (5), la couleur extérieure désigne la température des zones périphériques (1) à (4). Le plan complexe constituant la couleur du fond correspond aux variations de $\log|R_{2D}^0|$ pour le PMF à 20°C. Chaque trajectoire est comprend des points particuliers appelés jalons, qui

sont donnés par les couples de température (T_{int}, T_{ext}) suivantes : #1 (30, 30)°C, #2 (30, 70)°C, #3 (70, 70)°C, #4 (70, 30)°C. L'ensemble des positions possibles de pôles (T_{int}, T_{ext}) lorsque T_{int} et T_{ext} varie entre 30°C et 70°C.

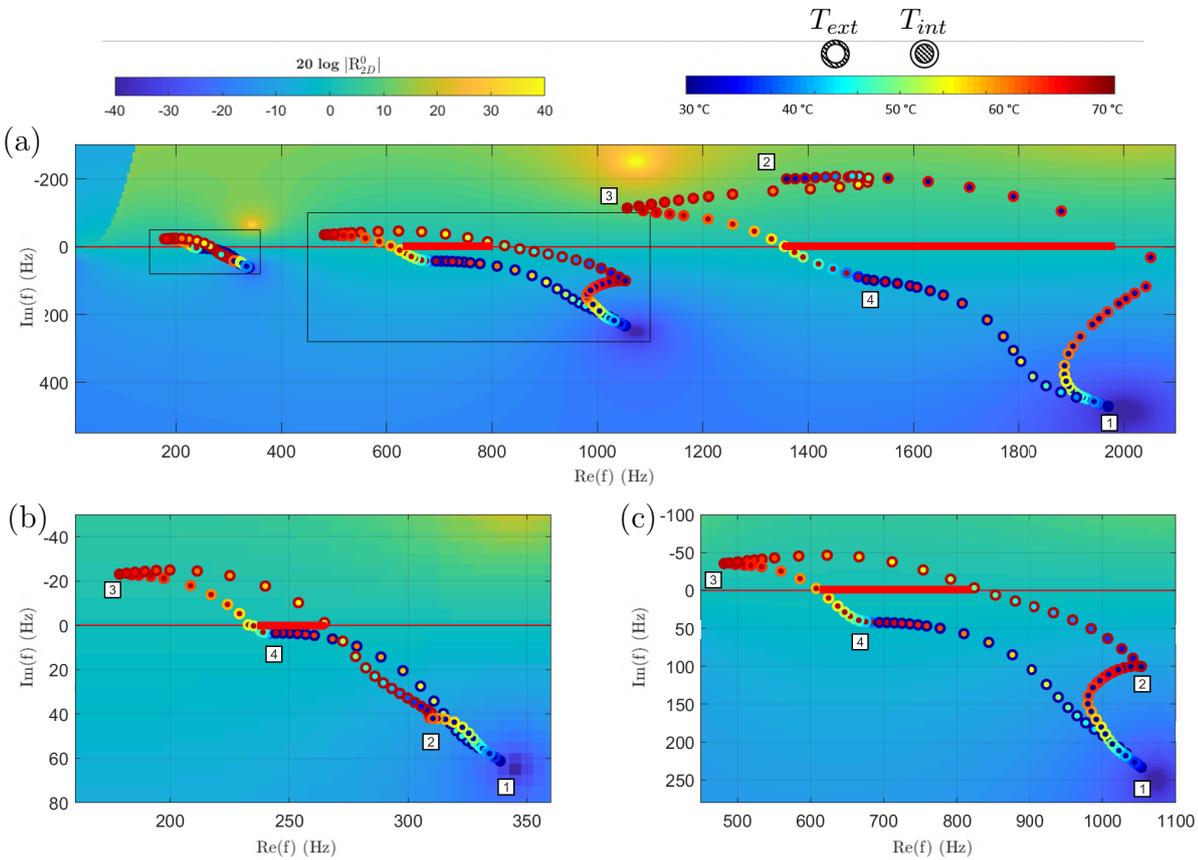


FIGURE 6.10 – (a) Trajectoires des zéros en fonction de la température du PMF. Les marqueurs bicolores indiquent la température T_{int} (zone centrale) et T_{ext} (zone périphérique) de chaque configuration. Les étiquettes numérotées correspondent à des configurations (T_{int}, T_{ext}) jalons : #1 (30, 30)°C, #2 (30, 70)°C, #3 (70, 70)°C, #4 (70, 30)°C. La couleur de fond se rapporte au système à 20°C. (b) Agrandissement sur la trajectoire du premier zéro. (c) Agrandissement sur la trajectoire du second zéro. Le segment rouge sur l'axe des fréquences réelles souligne la bande de fréquence sur laquelle un zéro peut être placé.

L'intérieur de la trajectoire coupe l'axe des fréquences réelles. L'intersection est représentée par les segments rouges. Sur ces segments, le couplage critique peut être atteint. Cette simulation montre donc qu'il existe des couples (T_{int}, T_{ext}) , qui permettent d'obtenir ce couplage critique sur des valeurs cibles, appartenant à de larges plages de fréquences (notamment pour le troisième zéro).

Dans la suite de ce paragraphe, on cherche à définir d'un part les conditions de couplage critique pour un seul zéro de R_{2D}^0 , et d'autre part les configurations pour lesquelles ce couplage critique est obtenu simultanément pour plusieurs zéros (voir figure 6.11).

Obtention du couplage critique pour l'un des zéros de R_{2D}^0

Dans la plage de fréquence $[0 - 2000]$ Hz, $|R_{2D}^0|$ présente trois minima locaux provenant de la position des trois premiers zéros dans le plan des fréquences complexes. La position des zéros est contrôlée par le couple de température (T_{int}, T_{ext}) dont certaines configurations mènent à un couplage critique, soit un minimum local de $|R_{2D}^0|$ atteignant zéro. La question est ici d'identifier les couples (T_{int}, T_{ext}) qui conduisent à un couplage critique sur un des zéros. Pour ce faire, la valeur de chaque minimum local de $|R_{2D}^0|$, notée V_i , $i = 1$ à 3, est étudiée en fonction de T_{int} et T_{ext} .

Les variations de V_1 sont représentées sur la figure 6.11(a) en fonction de (T_{int}, T_{ext}) . La vallée bleue, dont le fond est souligné par une ligne blanche pointillée, correspond au minimum de V_1 . Chaque point de cette ligne correspond à un couple (T_{int}, T_{ext}) et donne lieu à un couplage critique. Pour chacun de ces points, les variations de $|R_{2D}^0|$ avec la fréquence réelle sont tracées dans la figure 6.11(b). Le résultat est un faisceau de courbes, montrant toutes les configurations pour lesquelles le couplage critique est atteint pour le premier zéro. Le segment rouge situé sur l'axe des abscisses de la figure 6.11(b) montre que le couplage critique du premier zéro peut être obtenu pour toute fréquence cible de l'intervalle $[235 - 280]$ Hz. Cet intervalle correspond exactement au segment rouge déjà obtenu sur le plan des fréquences complexes de la figure 6.10(b). Parmi toutes les courbes du faisceau, la courbe noire en gras est celle dont la valeur moyenne de $|R_{2D}^0|$ est la plus faible. Cette moyenne est calculée sur la bande de fréquence $[20 - 2000]$ Hz. La paire (T_{int}, T_{ext}) correspondant à ce cas particulier est indiquée par un point noir dans la figure 6.11(a).

Cette analyse est répétée pour le deuxième zéro (voir figure 6.11(c)), la valeur du deuxième minimum local de $|R_{2D}^0|$ est notée V_2 , et pour le troisième zéro (voir figure 6.11(e)), la valeur du troisième minimum local de $|R_{2D}^0|$ est notée V_3 . Le couplage critique peut être obtenu pour le deuxième zéro pour toute fréquence cible $f \in [600 - 800]$ Hz (voir figure 6.11(d)) et pour le troisième zéro pour $f \in [1350 - 2000]$ Hz (voir figure 6.11(f)).

Obtention du couplage critique pour plusieurs zéros de R_{2D}^0 simultanément

L'objectif est d'essayer d'obtenir les conditions de couplage critique pour plusieurs zéros simultanément. Pour cela, on recherche le minimum absolu de $|R_{2D}^0|$ sur toute la gamme de fréquence. Pour un couple donné (T_{int}, T_{ext}) , ce minimum est noté V_{min} et indique l'existence d'un couplage critique pour au moins un des zéros 1, 2 ou 3, lorsque $V_{min} = 0$. Les minima de V_{min} s'arrangent dans les vallées bleues, suivant les lignes blanches 1, 2 et 3 reportées des figures 6.11(a),(c),(e) sur la figure 6.11(g). Les intersections de ces 3 lignes, les points orange et vert, indiquent les conditions de température conduisant à des conditions de couplage critique multiples. La configuration verte conduit à un couplage critique des zéros 2 et 3 (intersection des lignes blanches 2 et 3), et la configuration orange conduit à un couplage des trois premiers zéros à la fois (intersection des lignes blanches 1, 2 et 3). Le module de R_{2D}^0 de ces deux configurations sont tracées sur la figure 6.11(h). Il apparaît qu'il existe des configurations de gradient de température (autour de $T_{int} = 70^\circ\text{C}$ et $T_{ext} = 55^\circ\text{C}$) permettant d'obtenir le couplage critique pour les trois zéros en même temps.

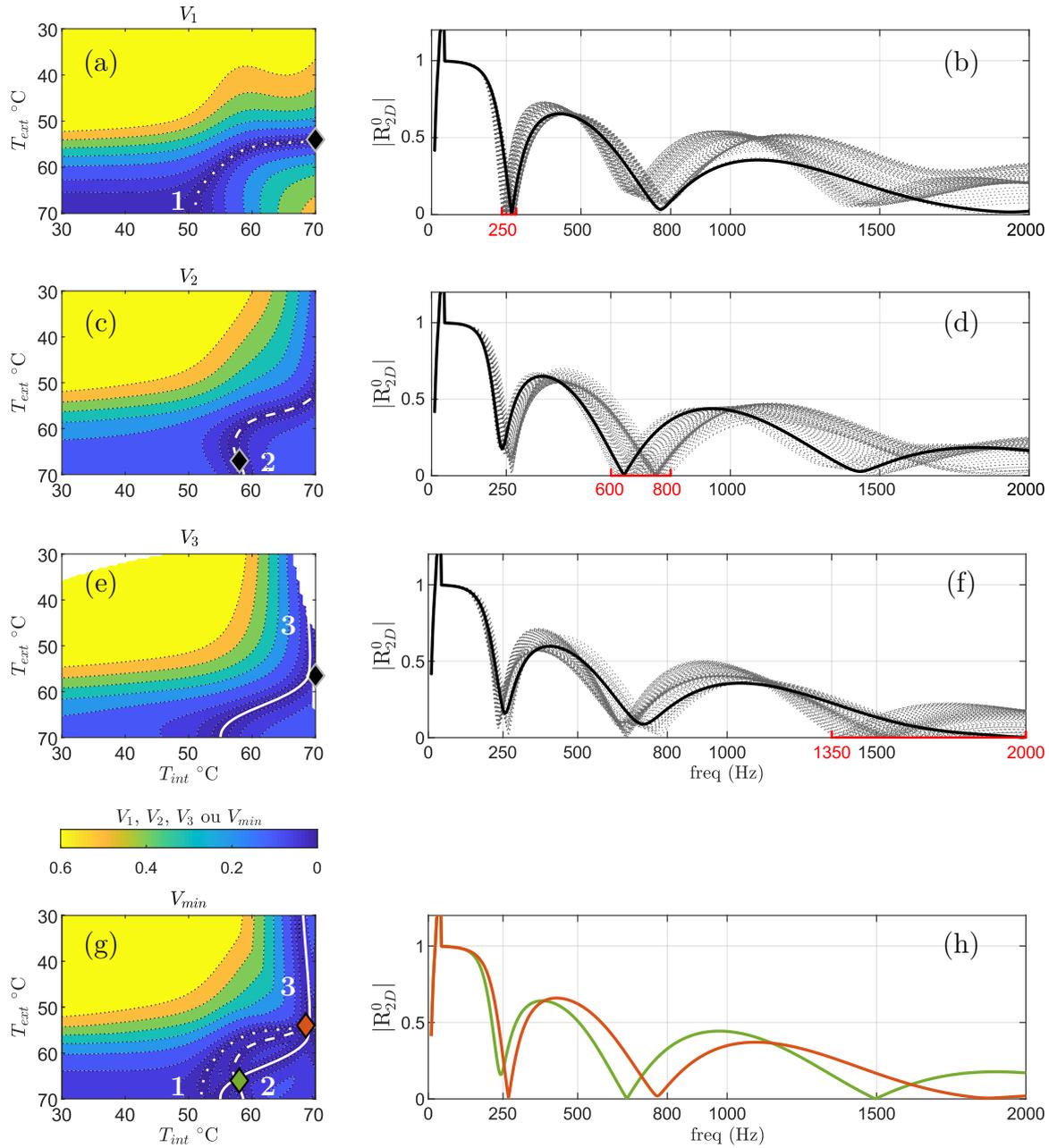


FIGURE 6.11 – (a) (resp. (c), (e)) Variations de V_1 (resp. V_2 , V_3) en fonction de T_{int} et T_{ext} . V_1 (resp. V_2 , V_3) est la valeur du 1^{er} minimum local de $|R_{2D}^0|$ (resp. 2^{ème} et 3^{ème} minimum local). La ligne blanche pointillée (resp. discontinue, continue) est le lieu où V_1 donne lieu à un couplage critique (resp. V_2 , V_3). (b) (resp. (d), (f)) Chaque courbe du faisceau correspond aux variations de $|R_{2D}^0|$ pour les paires de températures (T_{int}, T_{ext}) appartenant à la ligne blanche de (a) (resp. (c), (e)). La courbe noire correspond à la valeur moyenne la plus basse sur la gamme de fréquence étudiée (marqueur noir en (a), (c), (e)). Le segment rouge souligne les fréquences où le couplage critique peut être atteint. (g) Variations de V_{min} , la valeur minimale de $|R_{2D}^0|$ sur toute la gamme de fréquence. Les marqueurs vert et orange indiquent deux configurations spécifiques conduisant à un double et triple couplage critique : intersection des lignes blanches. (h) $|R_{2D}^0|$ pour $T_{int} = 57.5^\circ\text{C}$, $T_{ext} = 55.5^\circ\text{C}$ (marqueur vert en (g)) et pour $T_{int} = 68^\circ\text{C}$, $T_{ext} = 54.5^\circ\text{C}$ (marqueur orange).

6.5.2 Résultats expérimentaux

Les résultats expérimentaux obtenus en implémentant le TNA Augmenté au moyen d'un contrôle du gradient de température sont présentés et discutés dans ce paragraphe. Nous choisissons des couples de température de contrôle mettant en avant les effets de couplages critiques simples et multiples décrits précédemment. Ces résultats, choisis parmi de nombreux autres sont présentés sur la figure 6.12. On distingue 4 couples de températures de contrôle (T_{int}^{exp} , T_{ext}^{exp}) :

- #1 (80, 50)°C : cette configuration donne quasiment lieu à l'obtention d'un couplage critique pour un seul zéro, le 2^{ème}. Un gradient de température est nécessaire à l'obtention de cette configuration (voir figure 6.12(a)).
- #2 (50, 50)°C : cette configuration donne quasiment lieu à l'obtention de deux couplages critiques pour le 1^{er} et le 2^{ème} zéro. Le contrôle est réalisé au moyen d'un champ de température uniforme (voir figure 6.12(b)).
- #3 (80, 80)°C : cette configuration donne quasiment lieu à l'obtention de trois couplages critiques pour le 1^{er}, le 2^{ème} et le 3^{ème} zéro. Le contrôle est réalisé au moyen d'un champ de température uniforme (voir figure 6.12(c)).
- #4 (50, 80)°C : le couplage critique est quasiment obtenu pour les 3 premiers zéros, au moyen d'un contrôle utilisant un gradient de température (voir figure 6.12(d)).

Les résultats expérimentaux (en trait plein) sont comparés qualitativement à des résultats analytiques (en trait pointillé) qui semblent correspondre au mieux tout en gardant des écarts de température entre la consigne expérimentale et la simulation. On observe un écart entre mesure et modèle. Aucun recalage (lié au matériau ou à la géométrie) n'est effectué pour réaliser le calcul. Compte tenu des difficultés de mesure, des limites des réalisations technologiques et les approximations du modèle de R_{2D}^0 , l'allure générale de R est reproduite et se prête à une interprétation au moyen de la notion de zéros.

La comparaison entre mesure et modèle révèle que le démonstrateur est plus rigide que le modèle, ce qui peut s'expliquer par un défaut sur le profil d'épaisseur, un effet rigidifiant de la peau électronique ou encore un effet du gradient de température dans le plan et dans l'épaisseur du PMF. L'ensemble de ces phénomènes pourrait bien sûr être pris en compte par des coefficients correctifs semi-empiriques.

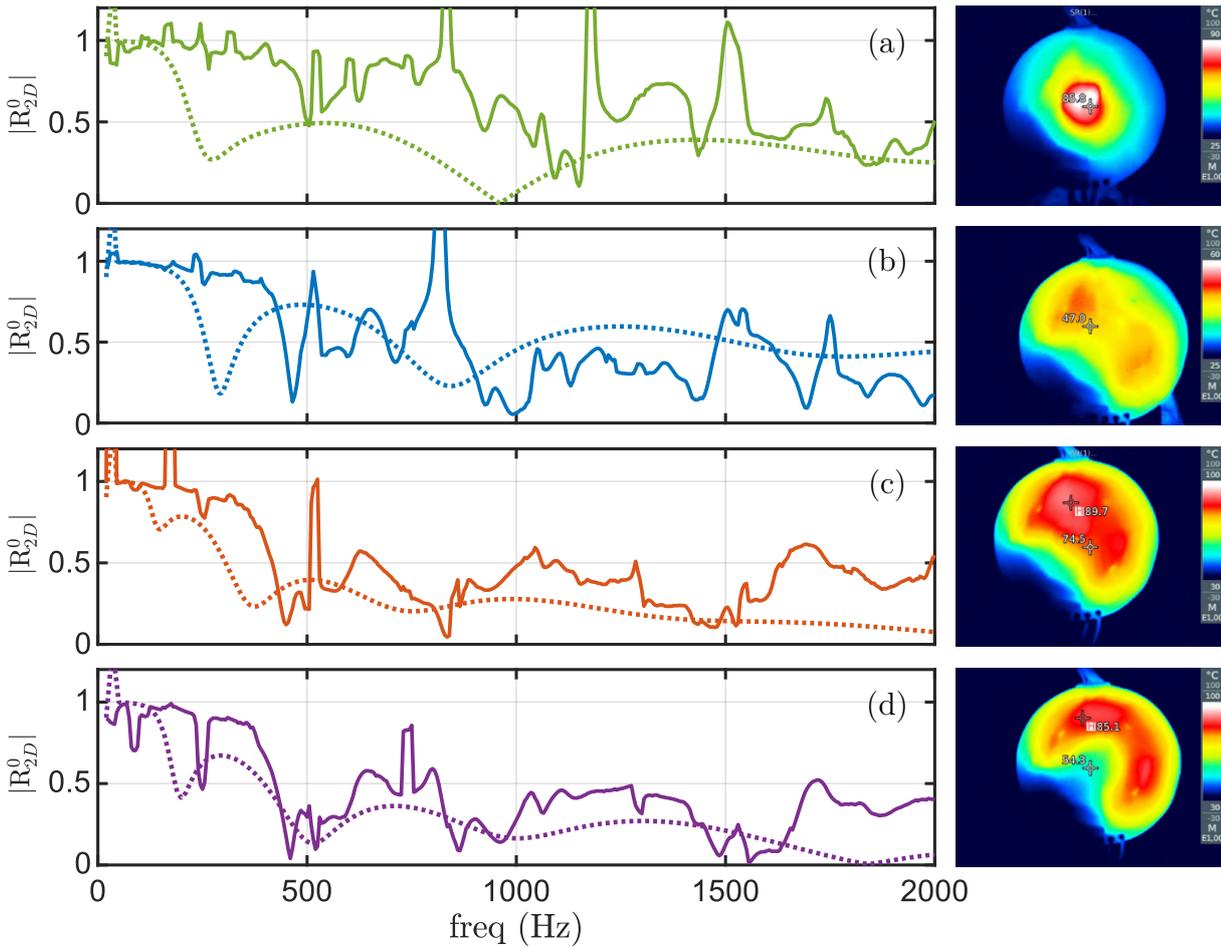


FIGURE 6.12 – Mesures de $|R_{2D}^0|$ pour un diffuseur TNA augmenté par pilotage thermique pour quatre configurations de température (T_{int} , T_{ext}) expérimentales (en trait plein) comparées au modèle avec des températures adaptées (en trait pointillé) : (a) #1 exp. : (80, 50)°C, num. : (80, 55)°C, (b) #2 exp. : (50, 50)°C, num. : (55, 55)°C, (c) #3 exp. : (80, 80)°C, num. : (80, 80)°C, (d) #4 exp. : (50, 80)°C, num. : (65, 80)°C. Le champ de température expérimental est représenté à droite de chaque graphe.

6.6 Conclusion

Ce chapitre présente le contrôle des performances in-situ d'un TB et d'un TNA bi-dimensionnel augmentés par pilotage thermique à l'aide d'une couche de PMF chauffée uniformément ou par un gradient de température.

- Le revêtement PMF permet d'atteindre des valeurs élevées du facteur de pertes lorsque le matériau travaille à une température proche de la température de transition vitreuse. Cela a pour effet d'amortir considérablement les modes piégés dans les diffuseurs traités.
- Cet amortissement important favorise la mesure du coefficient de réflexion R_{2D}^0 et valide ainsi la méthodologie développée en chapitre 5 : les difficultés rencontrées pour la mesure de R_{2D}^0 sont en partie dues à des résonances globales des démonstrateurs et à des faibles erreurs de positionnement de la grille de mesure.
- La réalisation de démonstrateurs TNA Augmenté démontre expérimentalement la possibilité de contrôler des pôles et des zéros de R_{2D}^0 par pilotage thermique : les variations en arche du coefficient de réflexion $|R_{2D}^0|$ pour les deux diffuseurs étudiés correspondent qualitativement aux projections numériques.
- En théorie, ce dispositif augmenté permet d'atteindre le couplage critique sur de larges plages de fréquences.

Plusieurs améliorations du dispositif pourraient être proposées. Un nouveau système de chauffage pourrait être réalisé, de façon à permettre un contrôle thermique présentant une réelle axisymétrie, ce qui n'est pas le cas actuellement. Le contrôle de modes d'ordres circonferentiels supérieurs pourrait par ailleurs s'effectuer en exploitant des variations de température entre secteurs angulaires. Le contrôle du gradient de température pourrait également être amélioré en ajoutant la possibilité de refroidir certaines zones. Ces pistes d'amélioration constituent des perspectives d'évolution du système de contrôle.

CONCLUSION GÉNÉRALE

L'objectif de ce travail de thèse était de dépasser les limites du Trou Noir Acoustique (TNA), identifiées dans le chapitre 1, au moyen de l'insertion d'éléments adaptatifs et ainsi concevoir, modéliser, optimiser et caractériser expérimentalement des TNA augmentés (TNAA). Ces TNAA ont été étudiés en deux parties dans ce manuscrit, en tant que terminaisons de poutres et diffuseurs au sein de plaques. Ces derniers, constituant des panneaux à diffuseur pénétrable, résonant, à haute densité modale et amorti critique, sont des démonstrateurs efficaces. L'étude des TNAA a principalement été menée au moyen d'un pilotage thermique utilisant les propriétés élastiques et d'amortissement fortement dépendantes de la température d'un revêtement de Polymère à Mémoire de Forme (PMF). Ce moyen de contrôle nous a permis de mieux comprendre comment contrôler in-situ les performances du TNA et d'étendre la conception de TNAA à d'autres moyens de contrôle. Chaque moyen de contrôle étudié présente des avantages et des inconvénients, aussi bien sur ses performances de contrôle que sur sa mise en œuvre pratique.

7.1 Résultats principaux

Les résultats majeurs de la thèse sont synthétisés dans la liste suivante et sur la figure 7.1 :

- **Compréhension du fonctionnement de l'effet TNA** : le TNA est un continuum de résonateurs sub-longueurs d'onde dont les nombreux modes piégés, à l'origine de son efficacité, peuvent être amortis critique en plaçant correctement les pôles du coefficient de réflexion en jouant sur les propriétés d'amortissement du revêtement dissipatif (voir figure 7.1(a) et chapitre 2).
- **Qualification du TNA 2D par mesure du coefficient de réflexion** : une méthodologie permettant de caractériser un TNA 2D de façon intrinsèque a été développée. À notre connaissance, une telle caractérisation expérimentale de diffuseurs 2D dans les plaques est originale. Cette méthode consiste à estimer un élément de la matrice de diffusion du TNA, le coefficient de réflexion, nommé R_{2D}^n , décomposable sur les ordres circonférentiels n à l'aide des séries de Fourier. À l'ordre $n = 0$, ce coefficient R_{2D}^0 correspond au rapport entre les ondes axisymétriques incidentes et réfléchies (voir figure 7.1(b) et chapitre 5.10).
- **Conception de TNA augmenté par pilotage thermique** : une couche de PMF est appliquée au TNA et ses propriétés visco-élastiques sont contrôlées par un champ de température. Ce pilotage thermique permet de contrôler les pôles du coefficient de réflexion d'un TNA. La pertinence de ce contrôle est évaluée en 1D (voir chapitre 3) et en 2D (voir chapitre 6) par l'obtention expérimentale de couplages critiques sur un ou plusieurs zéros simultanés pour différents démonstra-

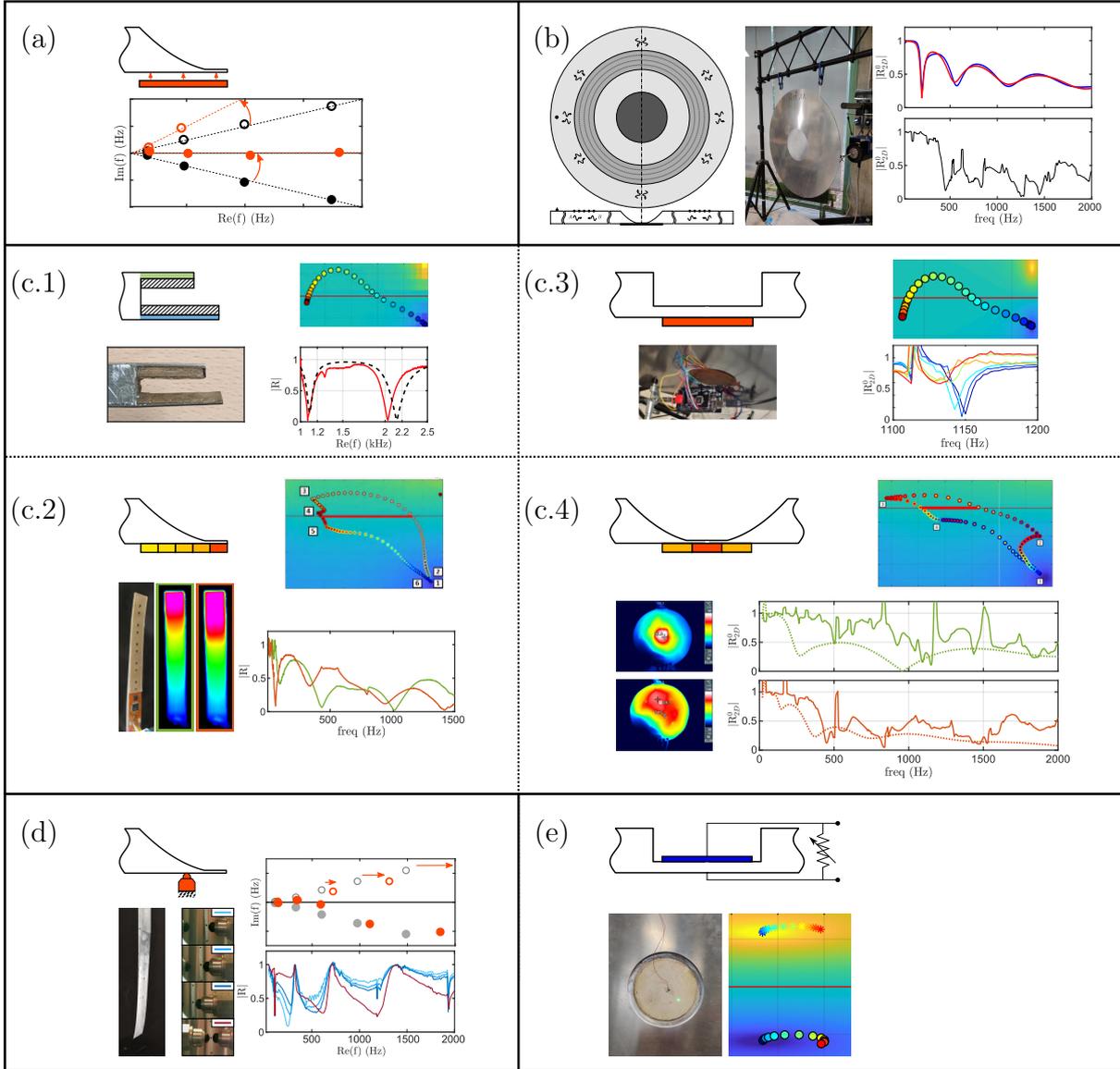


FIGURE 7.1 – Synthèse graphique des résultats principaux de la thèse : (a) contrôle des performances du TNA par placement de pôles du coefficient de réflexion (d’après figure 2.6), (b) caractérisation d’un TNA 2D par un coefficient R_{2D}^0 (d’après figures 5.9 et 6.9), (c) conception de terminaisons languette (c.1, d’après figures 3.4 et 3.9), TNA (c.2, d’après figures 3.14 et 3.17) et diffuseurs TB (c.3, d’après figures 6.5 et 6.6), TNA (c.4, d’après figures 6.10 et 6.12), augmentés par pilotage thermique, (d) conception d’un TNA contrôlé par points supports (d’après figures 4.3 et 4.11), (d) conception d’un TB augmenté par effet piézoélectrique (d’après figure C.3).

teurs :

- des terminaisons multi-languettes 1D (voir figure 7.1(c.1)),
- une terminaison TNA 1D (voir figure 7.1(c.2)),
- un diffuseur TB 2D (voir figure 7.1(c.3)),
- un diffuseur TNA 2D (voir figure 7.1(c.4)).

- **Conception d’un TNA d’un type nouveau** : une terminaison TNA nue appuyée par un ou plusieurs supports élastiques et amortissants. Ce type de contrôle

permet de contrôler différemment les pôles du coefficient de réflexion, ce qui permet d'obtenir de larges plages de fréquences où l'absorption est importante. Cela se traduit par variations de R présentant des vallées plus larges que les arches obtenues usuellement (voir figure 7.1(c) et chapitre 4). De plus, ce dispositif, très facile à modéliser et très simple de mise en œuvre permet d'imaginer une implémentation vers des structures TNA de maturité technologique plus élevée.

- **Validation d'un contrôle par effet piézoélectrique** : bien que préliminaire, l'étude sur les shunts résistifs a permis de mettre en avant la possibilité de contrôler les pôles de R_{2D}^0 d'un diffuseur (voir figure 7.1(e) et annexe C).

7.2 Perspectives

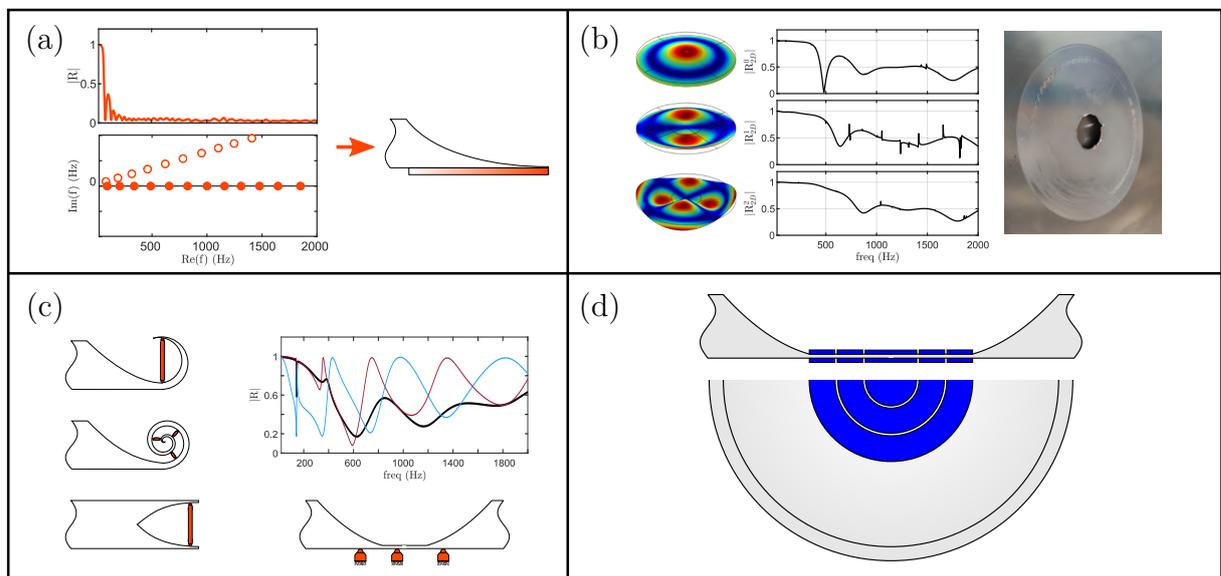


FIGURE 7.2 – Synthèse graphique des perspectives de la thèse : (a) augmentation de la densité modale du TNA et méthode inverse par placement de pôles du coefficient de réflexion, (b) complexification de la méthodologie R_{2D}^n à tous les ordres circonférentiels (d'après figure 5.14) et aux milieux hétérogènes, (c) propositions de design de TNA 1D et 2D contrôlés par points supports (d'après figure 4.12), (d) propositions de design d'un TNA augmenté par un réseau de patches piézoélectriques.

On liste ici quelques-unes des nombreuses perspectives qui peuvent être énoncés à la suite de ce travail. Elles sont illustrées sur la figure 7.2 :

- **Augmentation de la densité modale** : l'efficacité du TNA est liée à la densité de ses modes piégés. Pour accroître cette densité modale, et par là-même baisser la fréquence de coupure du TNA, il faut proposer un profil d'épaisseur permettant de rendre la terminaison encore plus souple (voir figure 7.2(a)). C'est en théorie possible en optant pour un profil de TNA décroissant plus rapidement (selon une loi de puissance $h(x) x^m$, d'ordre $m = 3$ ou $m = 4$, par exemple), et en considérant des épaisseurs de troncature particulièrement faibles, en allongeant la terminaison, ou en appliquant des patches piézoélectriques capables d'assouplir la structure (shunt

à capacité négative). En revanche, ces solutions sont difficiles de mise en œuvre en pratique, ou bien sont contraintes par les possibilités d'usinage.

- **Placement de pôles :** Le design d'un TNA pourrait être réalisé au moyen d'une méthode inverse, consistant à définir un profil TNA à partir des performances qu'on lui souhaite. Selon des pratiques, habituelles par exemple en automatique ou en contrôle, il s'agirait de placer les pôles du système aux fréquences voulues et d'utiliser un algorithme d'optimisation fournissant les paramètres du TNA.
- **Amélioration et robustification de la méthode R_{2D} :** la méthode R_{2D} a été mise en place pour l'ordre circonférentiel $n = 0$. Elle pourrait être étendue aux ordres suivants (voir figure 7.2(b)). Les mesures ont présenté des difficultés lors de l'estimation de l'indicateur de réflexion, possiblement dues à des hétérogénéités du milieu ou des effets de courbure, modifiant le nombre d'ondes dans le milieu extérieur. Cette méthode mérite d'être robustifiée et adaptée pour tenir compte de faibles hétérogénéités du milieu. Cela pourrait permettre d'étudier des démonstrateurs technologiquement plus matures ou encore des TNA avec des défauts comme présentés sur la photo de la figure 7.2(b). Ces défauts devraient d'ailleurs entraîner des couplages intermodaux et des conversions d'onde très favorables aux mécanismes dissipatifs du TNA, comme l'a montré une étude de ce type sur les terminaisons TNA [41].
- **Applications avancées des TNA contrôlés par points supports :** la stratégie de contrôle de TNA par points supports a montré des effets complémentaires d'entrelacement lorsque les points sont multiples (voir figure 7.2(c)). On peut imaginer intégrer ce moyen de contrôle à de nouvelles topologies de TNA pour tirer parti de leur compacité. Les TNA pourraient alors prendre des formes recourbées ou en spirale [92], [93], ou encore des TNA doubles de type fourche. De plus, les supports peuvent facilement être intégrés à des diffuseurs TNA 2D en appliquant quelques points supports dans la zone centrale du TNA en visant à atténuer quelques modes piégés.
- **Intégration avancée de l'effet piézoélectrique :** l'effet piézoélectrique sur un TNA, étudié dans le annexe C, était suffisant pour prouver le concept du contrôle des pôles du coefficient de réflexion, mais insuffisamment mûr pour apporter un réel contrôle, à lui seul, sur la structure résonante. L'hybridation des techniques TNA et piézoélectrique nécessite d'intégrer l'effet piézoélectrique en amont de la conception du TNAA. Il pourrait, par exemple, s'agir d'un TNA ayant un plateau central plus étendu dans lequel seraient intégrés plusieurs patches piézoélectriques pour réaliser un contrôle multimodale [94] (voir figure 7.2(d)).
- **Mise en réseau de TNAA :** l'intégration d'un diffuseur TNA dans un milieu périodique a été réalisée dans des études antérieures [84]. Plusieurs démonstrateurs existent au laboratoire et montrent en basses fréquences l'apparition de bandes d'absorption liées à des phénomènes de Bragg couplés à des résonances locales et à hautes fréquences une absorption plutôt induite par l'effet TNA. Associer le TNA et l'organisation périodique d'une méta-plaque donne lieu à la conception d'une métaplaque TNAA, pourrait permettre d'activer certaines propriétés [24] ou de

désaccorder les TNA d'un réseau périodique, de façon à tirer partie d'un faible désordre introduit [95].

Notons que la participation d'Airbus au consortium eTNAA a permis la mise en place d'un projet soutenu par Direction Générale de l'Aviation Civile (DGAC), visant à intégrer le TNA dans des panneaux aéronautiques. Ce projet nommé MAMBO, (2021-2024), a pour but de d'intégrer l'effet TNA à des panneaux sandwich. Ces matériaux comprennent deux peaux et une âme NIDA, sont relativement amortis et présentent une rigidité statique importante. Ce type de matériau composé met en jeu un cisaillement important qui peut remarquablement se combiner à l'effet TNA.

7.3 Valorisation - vidéo promotionnelle eTNAA

À côté des communications scientifiques par articles dans des journaux internationaux à comité de lecture ou lors de congrès nationaux et internationaux, le projet eTNAA a fait l'objet d'un documentaire promotionnel présentant les acteurs du projet, les objectifs et les résultats. Plus généralement, ce film présente le principe du TNA et les ouvertures scientifiques variées qu'entraînent les études sur ce milieu vibratoire complexe.

Dans un autre temps, un site internet a été créé ayant pour héberger les avancées sur ce domaine et d'informer sur les événements scientifiques passés et à prévoir (<http://etnaa.univ-lemans.fr/>). Le documentaire a pour vocation d'alimenter ce site et sera la fenêtre d'entrée pour un public scientifique plus large s'intéressant à la thématique des TNA.



FIGURE 7.3 – Captures d'écran du documentaire promotionnel du projet eTNAA, réalisé par Pascal Boudet.

7.4 Remarque finale - note personnelle

L'étude de milieux présentant des gradients de propriétés et l'importance du concept d'adaptation d'impédance dans ce contexte donne lieu à nombre d'applications, notamment dans le domaine des ultrasons pour la médecine, par exemple. En médecine, les ultrasons sont en effet largement utilisés pour imager, stimuler ou traiter l'humain de manière non-invasive, notamment à travers le crâne [96], [97]. Or, cette dernière application est limitée par la rupture d'impédance que constitue le crâne pour la propagation des ultrasons. En effet, seulement 25% de l'énergie est transmise à l'interface eau/crâne et les réflexions sont de l'ordre de 80% de l'énergie [98]. Pour dépasser cette difficulté, il pourrait être imaginé de concevoir un matériau architecturé, à gradient de propriété, permettant une adaptation d'impédance pour tenter d'améliorer la transmission des ultrasons à travers le crâne [99]. Je pourrais tenter de développer cette problématique dans le cadre d'un post-doc à l'INSERM dans l'équipe de Jean-François Aubry, dans la continuité de [97].

Annexes

MÉTHODE DE LA MATRICE IMPÉDANCE 2D GÉNÉRALISÉE À L'ORDRE CIRCONFÉRENTIEL n : MATRICE \mathbf{H}_n

A.1 Décomposition modale du champ de déplacement

Dans cette annexe, la méthode de la matrice impédance 2D, développée au chapitre 2, est généralisée pour tout ordre circonferentiel n . Pour cela, on considère le champ de déplacement de la plaque sous la forme d'un développement en série de Fourier :

$$w(r, \theta) = \sum_{n=0}^{\infty} w_n(r) e^{jn\theta}. \quad (\text{A.1})$$

Cette expression de w permet d'écrire

$$\frac{\partial w(r, \theta)}{\partial \theta} = \sum_{n=0}^{\infty} (jn) w_n(r) e^{jn\theta}, \quad (\text{A.2})$$

et

$$\frac{\partial^2 w(r, \theta)}{\partial \theta^2} = \sum_{n=0}^{\infty} (-n^2) w_n(r) e^{jn\theta}. \quad (\text{A.3})$$

Ainsi, à cause de l'orthogonalité des fonctions $e^{jn\theta}$, les équations associées à chaque ordre circonferentiel n se découpent et l'équation d'état, utilisée dans cette méthode, est alors définie par :

$$\frac{\partial \mathbf{X}_n}{\partial r} = \mathbf{H}_n \mathbf{X}_n, \quad \text{avec} \quad \mathbf{X}_n^T = [w_n \ \vartheta_{r,n} \ Q_{r,n} \ M_{r,n}]. \quad (\text{A.4})$$

Les rotations ϑ_n , moments de flexion M_n et efforts tranchants Q_n se décomposent de la même façon que le déplacement.

L'objectif de cette Annexe est de développer les éléments de calcul menant à la construction de cette matrice de transition générale \mathbf{H} à partir des équations de la théorie des plaques et de l'hypothèse de plaque mince de Kirchhoff. Tout d'abord, la matrice \mathbf{H}_n est construite pour un ordre circonferentiel arbitraire n . La formulation est ensuite enrichie pour tenir compte des effets équivalents de Kelvin-Kirchhoff sur les bords. Enfin, la matrice est simplifiée en \mathbf{H}_0 dans le cas particulier de l'ordre circonferentiel $n = 0$.

A.2 Équations de la théorie des plaques

La théorie des plaques [83] fournit l'expression des moments de flexion et de torsion en coordonnées polaires :

$$M_{r,n} = -D \left[\frac{\partial^2 w_n}{\partial r^2} + \nu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_n}{\partial r} + \frac{(-n^2)}{r^2} w_n \right) \right], \quad (\text{A.5})$$

$$M_{\theta,n} = -D \left[\frac{1}{r} \frac{\partial w_n}{\partial r} + \frac{(-n^2)}{r^2} w_n + \nu \frac{\partial^2 w_n}{\partial r^2} \right], \quad (\text{A.6})$$

$$M_{r\theta,n} = -D (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{(jn)}{r} w_n \right), \quad (\text{A.7})$$

où ν est le coefficient de Poisson, D est la rigidité de flexion seulement dépendante de r dans notre cas et définie par

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)}. \quad (\text{A.8})$$

Les efforts tranchants transversaux s'expriment en fonction des moments :

$$Q_{r,n} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rM_{r,n}) - M_{\theta,n} + (jn)M_{r\theta,n} \right], \quad (\text{A.9})$$

$$Q_{\theta,n} = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} (rM_{r\theta,n}) + (jn)M_{\theta,n} + M_{r\theta,n} \right]. \quad (\text{A.10})$$

Le principe fondamental de la dynamique s'écrit en régime harmonique :

$$\frac{\partial}{\partial r} (rQ_{r,n}) + (jn)Q_{\theta,n} = -r\rho h\omega^2 w_n. \quad (\text{A.11})$$

A.3 Développement des dérivées du vecteur d'état dans le cas général

A.3.1 Dérivée du déplacement

On se place dans les hypothèses de plaque mince de la théorie de Kirchhoff afin d'écrire

$$\frac{\partial w_n}{\partial r} = \vartheta_{r,n}. \quad (\text{A.12})$$

A.3.2 Dérivée de la pente

À partir de l'équation (A.5) exprimant le moment de flexion radial et en y injectant l'équation (A.12), on obtient

$$\frac{\partial \vartheta_{r,n}}{\partial r} = \left(\frac{n}{r} \right)^2 \nu w_n - \frac{\nu}{r} \vartheta_{r,n} - \frac{1}{D} M_{r,n}. \quad (\text{A.13})$$

A.3.3 Dérivée de l'effort tranchant

À partir de l'équation (A.11) issue de l'application du principe fondamental de la dynamique et en y injectant l'équation (A.10), exprimant l'effort tranchant angulaire (développée à partir des équations (A.6) et (A.7)), on obtient

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_{r,n}}{\partial r} = & -\rho\omega^2 h w_n - \frac{Q_{r,n}}{r} - \frac{n^2}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r D (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w_n}{r} \right) \right) \right. \\ & + D \left(\frac{1}{r} \frac{\partial w_n}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} w_n + \nu \frac{\partial^2 w_n}{\partial r^2} \right) \\ & \left. + D (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w_n}{r} \right) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

En développant la dérivée en fonction de r , en considérant que l'épaisseur de la plaque varie en fonction de r (soit $\frac{\partial D}{\partial r} \neq 0$) et en y injectant les équations (A.12) et (A.13), on obtient

$$\frac{\partial Q_{r,n}}{\partial r} = -\rho\omega^2 h w_n - \frac{Q_{r,n}}{r} - \frac{n^2}{r^2} \left[-M_{r,n} + D(1 - \nu) \left[\frac{1}{r} \left(r \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial r} + 1 \right) \vartheta_{r,n} - \frac{1}{r^2} \left(r \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial r} + n^2 \right) w_n \right] \right]. \quad (\text{A.15})$$

Le profil variable est celui du TNA (voir tableau 2.1), décrit par

$$h(r) = h_0 \frac{r^2}{r_{TNA}^2}, \quad \text{soit} \quad \frac{\partial h(r)}{\partial r} = 2h_0 \frac{r}{r_{TNA}^2}, \quad \forall r \in [r_t, r_{TNA}], \quad (\text{A.16})$$

En combinant les équations (A.8) et (A.16), on peut écrire que

$$r \frac{1}{D} \frac{\partial D}{\partial r} = \frac{1}{D} \frac{E}{12(1 - \nu^2)} \frac{\partial h(r)^3}{\partial r} = 6. \quad (\text{A.17})$$

En dehors de l'intervalle $[r_t, r_{TNA}]$, l'épaisseur est constante, et $\frac{\partial D}{\partial r} = 0$. L'équation (A.15) devient alors

$$\frac{\partial Q_{r,n}}{\partial r} = -\rho\omega^2 h w_n + \left(\frac{n}{r} \right)^2 \frac{(1 - \nu)}{r^2} (\delta + n^2) D w_n - \left(\frac{n}{r} \right)^2 \frac{(1 - \nu)}{r} (\delta + 1) D \vartheta_{r,n} - \frac{1}{r} Q_{r,n} + \left(\frac{n}{r} \right)^2 M_{r,n}, \quad (\text{A.18})$$

avec

$$\delta = \begin{cases} 0 & \forall r < r_t \\ 6 & \forall r \in [r_t, r_{TNA}] \\ 0 & \forall r > r_{TNA}. \end{cases} \quad (\text{A.19})$$

A.3.4 Dérivée du moment de flexion

À partir de l'équation (A.9) exprimant l'effort tranchant radial et en y injectant l'équation (A.6) donnant l'expression du moment de flexion angulaire et l'équation (A.7) associée au moment de torsion, on obtient

$$\frac{\partial M_{r,n}}{\partial r} = \frac{1}{r} \left[r Q_{r,n} - M_{r,n} - D \left[\nu \frac{\partial^2 w_n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w_n}{\partial r} - \frac{n^2}{r^2} w_n \right] - n^2 D (1 - \nu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{w_n}{r} \right) \right]. \quad (\text{A.20})$$

En injectant les équations (A.12) et (A.13) dans l'expression précédente, on obtient

$$\frac{\partial M_{r,n}}{\partial r} = \left(\frac{n}{r} \right)^2 \frac{(1 - \nu)}{r} (2 + \nu) D w_n - \frac{(1 - \nu)}{r^2} (1 + \nu + n^2) D \vartheta_{r,n} + Q_{r,n} - \frac{(1 - \nu)}{r} M_{r,n}. \quad (\text{A.21})$$

A.3.5 Matrice de transition \mathbf{H}_n pour tout ordre n

A partir des équations (A.12), (A.13), (A.18) et (A.21), on peut construire la matrice de propagation \mathbf{H}_n par un ordre circonférentiel n arbitraire, vérifiant l'équation (A.4) d'état :

$$\mathbf{H}_n = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \left(\frac{n}{r} \right)^2 \nu & -\nu/r & 0 & -1/D \\ -\rho h \omega^2 + \left(\frac{n}{r} \right)^2 \frac{(1-\nu)}{r^2} (\delta + n^2) D & -\left(\frac{n}{r} \right)^2 \frac{(1-\nu)}{r} (\delta + 1) D & -1/r & \left(\frac{n}{r} \right)^2 \\ \left(\frac{n}{r} \right)^2 \frac{(1-\nu)}{r} (2 + \nu) D & -\frac{(1-\nu)}{r^2} (1 + \nu + n^2) D & 1 & -\frac{(1-\nu)}{r} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.22})$$

A.4 Prise en compte de la réaction des bords : théorie de Kelvin-Kirchhoff

L'effort tranchant équivalent radial V_r , appelé effort de Kelvin-Kirchhoff [83], est défini par

$$V_r = Q_r + \frac{1}{r} \frac{\partial M_{r\theta}}{\partial \theta}, \quad (\text{A.23})$$

et pour chaque ordre circonférentiel n par

$$V_{r,n} = Q_{r,n} + \frac{(jn)}{r} M_{r\theta,n}. \quad (\text{A.24})$$

Cet effort, différent de Q_r , intervient lorsque le champ est non axisymétrique.

Nous cherchons à écrire les équations du mouvement en utilisant l'effort équivalent projeté $V_{r,n}$. Cela conduit à une nouvelle matrice de transition. On reporte les termes de l'équation (A.24) dans les équations précédentes. Seules les équations (A.18) et (A.21) sont impactées par ce changement et, après développement, deviennent respectivement

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_{r,n}}{\partial r} = & -\rho h \omega^2 w_n + \left(\frac{n}{r}\right)^2 \frac{(1-\nu)}{r^2} (2 + n^2(1+\nu)) D w_n \\ & + \left(\frac{n}{r}\right)^2 \frac{(1-\nu)}{r} [(r^2 - 1)\delta - r - 2] D \vartheta_{r,n} - \frac{1}{r} V_{r,n} + \left(\frac{n}{r}\right)^2 \nu M_{r,n}, \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial M_{r,n}}{\partial r} = \left(\frac{n}{r}\right)^2 \frac{(1-\nu)}{r} (3 + \nu) D w_n - \frac{(1-\nu)}{r^2} (1 + \nu + 2n^2) D \vartheta_{r,n} + V_{r,n} - \frac{(1-\nu)}{r} M_{r,n}. \quad (\text{A.26})$$

La matrice de propagation correspondante à cette théorie est donc construite à partir des équations (A.12), (A.13), (A.25) et (A.26) et s'écrit

$$\mathbf{H}_n^{KK} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ \left(\frac{n}{r}\right)^2 \nu & -\nu/r & 0 & -1/D \\ -\rho h \omega^2 + \left(\frac{n}{r}\right)^2 \frac{(1-\nu)}{r^2} (2 + n^2(1+\nu)) D & \left(\frac{n}{r}\right)^2 \frac{(1-\nu)}{r} [(r^2 - 1)\delta - r - 2] D & -1/r & \left(\frac{n}{r}\right)^2 \nu \\ \left(\frac{n}{r}\right)^2 \frac{(1-\nu)}{r} (3 + \nu) D & -\frac{(1-\nu)}{r^2} (1 + \nu + 2n^2) D & 1 & -\frac{(1-\nu)}{r} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.27})$$

La matrice de transition \mathbf{H}_n^{KK} , associée à un vecteur d'état comprenant l'effort équivalent de Kelvin-Kirchhoff, permet la description à tout ordre circonférentiel.

A.5 Matrice de transition \mathbf{H}_0 pour l'ordre circonférentiel $n = 0$

À l'ordre circonférentiel $n = 0$, les équations (A.12), (A.13), (A.18) et (A.21) se simplifient :

$$\frac{\partial w_0}{\partial r} = \vartheta_{r,0}, \quad (\text{A.28})$$

$$\frac{\partial \vartheta_{r,0}}{\partial r} = -\frac{\nu}{r} \vartheta_{r,0} - \frac{1}{D} M_{r,0}, \quad (\text{A.29})$$

$$\frac{\partial Q_{r,0}}{\partial r} = -\rho h \omega^2 w_0 - \frac{1}{r} Q_{r,0}, \quad (\text{A.30})$$

$$\frac{\partial M_{r,0}}{\partial r} = -\frac{(1-\nu^2)}{r^2} D \vartheta_{r,0} + Q_{r,0} - \frac{(1-\nu)}{r} M_{r,0}. \quad (\text{A.31})$$

On peut ainsi construire la matrice de propagation \mathbf{H}_0 telle que

$$\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\nu/r & 0 & -1/D \\ -\rho h \omega^2 & 0 & -1/r & 0 \\ 0 & -\frac{(1-\nu^2)}{r^2} D & 1 & -\frac{(1-\nu)}{r} \end{bmatrix}. \quad (\text{A.32})$$

MESURE DE R_{2D}^0 SUR LA PLAQUE MUNIE D'UN TROU BORGNE

Dans cette annexe, on présente une mesure de R_{2D}^0 complémentaire à celles présentées dans le manuscrit (plaques dépourvues de diffuseur et TNA au chapitre 5). Elle concerne une plaque circulaire à diffuseur Trou Borgne (TB).

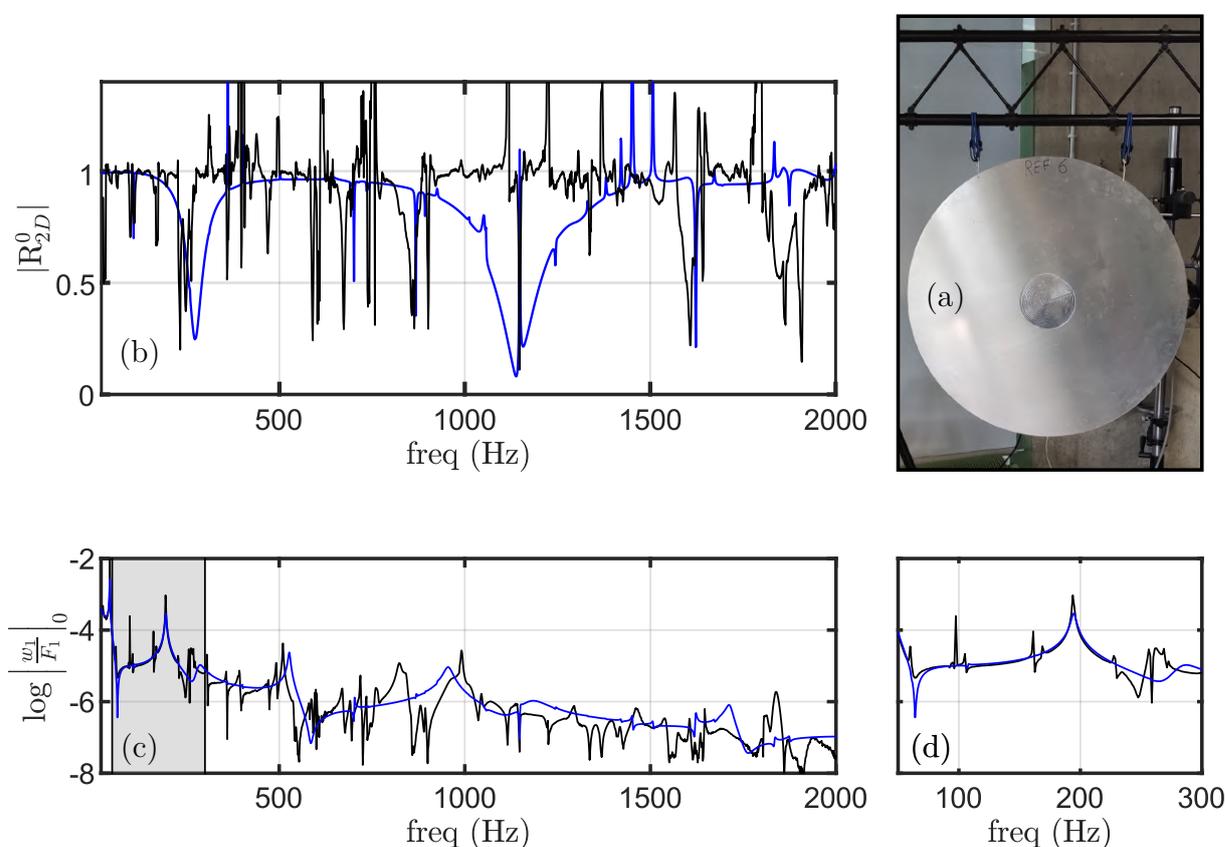


FIGURE B.1 – (a) Photo du diffuseur TB usiné dans une plaque circulaire. (b) $|R_{2D}^0|$ estimé par la mesure (en noir) comparé avec le modèle analytique (en rouge) et éléments finis (en bleu). (c) Réceptance expérimentale et numérique filtrée à l'ordre $n = 0$, agrandie en basses fréquences en (d).

Sur la figure B.1(b), on compare le coefficient R_{2D}^0 estimé par la méthode éléments finis (en bleu) et par la mesure expérimentale (en noir). Ce coefficient de réflexion obtenu expérimentalement présente des artefacts qui gênent son interprétation. Il est cependant possible d'interpréter quelques minima caractéristiques d'un diffuseur TB : vers 250 Hz ; 700 Hz et 900 Hz ; 1600 Hz et 1900 Hz. Ces fréquences ne coïncident pas avec le minima locaux obtenus par le modèle. Cette différence peut être due à des écarts de conception du diffuseur et à des erreurs d'estimation des paramètres de la couche de revêtement amor-

tissant.

Pour s'assurer que le modèle n'est pas trop éloigné du démonstrateur expérimental, nous présentons un résultat intermédiaire : la simulation et la mesure de la fonction de transfère réceptance moyennée, w_1/F_1 , résultant du moyennage sur le cercle de rayon r_1 de la réceptance est présentée sur les figures 5.22(c),(d). Ces réceptances filtrées à l'ordre $n = 0$ sont cohérentes entre la mesure (en noir) et la simulation (en bleu), malgré un grand nombre d'artefacts (voir figures 5.22(c),(d)), ce qui confirme l'analyse précédente.

Malgré les difficultés de la mesure, il est possible d'observer les tendances caractéristiques de chaque diffuseur. Les plaques uniforme et avec un trou débouchant ont permis de valider la méthode par l'obtention d'un module de R_{2D}^0 unitaire, et les plaques TNA présentent des variations et des chutes qualitativement cohérentes avec le modèle. À ce stade, on doit se contenter de ces observations qualitatives de la méthode d'estimation de R_{2D}^0 . Les écarts en fréquence et en amplitude des chutes de $|R_{2D}^0|$ s'expliquent de la même façon qu'en 1D et sont amplifiées par l'ajout de la dimension supplémentaire (2D) : en particulier, des défauts d'usinage conduisent à des incertitudes sur le profil d'épaisseur, ce qui a un effet majeur sur le résultat de R_{2D}^0 ; les propriétés de la bande adhésive peuvent varier en fonction de la façon dont elle est appliquée sur la structure.

Des mesures sur ce diffuseur TB sont présentées dans le chapitre 6 dans le cadre d'un pilotage thermique pour lequel la structure est moins résonante et pose donc moins de difficultés.

CONTRÔLE DES VIBRATIONS D'UNE PLAQUE MUNIE D'UNE TROU BORGNE PAR EFFET PIÉZOÉLECTRIQUE

C.1 Introduction

Cette annexe présente l'application de la démarche de contrôle des pôles et des zéros de R_{2D}^0 d'un diffuseur au moyen d'un pilotage piézoélectrique. Le travail présenté dans la suite conduit à des résultats permettant de valider le concept de ce type de contrôle. Le démonstrateur présenté ici est de maturité technique inférieure par rapport au contrôle thermique présenté précédemment car seul un diffuseur TB muni d'un simple patch shunté par une résistance variable est présenté.

L'annexe s'organise en trois parties : dans un premier temps, on présente le design d'un démonstrateur, constitué d'une plaque circulaire équipée d'un Trou Borgne, sur lequel est fixé un patch piézoélectrique (voir section C.2). Dans une deuxième partie, l'effet d'un shunt du matériau piézo au moyen d'une résistance (shunt résistif) est analysé (section C.3). Dans une 3^{ème} partie, le contrôle d'un pôle du système est démontré numériquement et expérimentalement. (voir section C.4).

C.2 Dimensionnement d'un démonstrateur TB

L'objectif de cette section est de réaliser un démonstrateur expérimental attestant du contrôle du premier mode local d'un diffuseur Trou Borgne, au moyen d'un actionneur piézo. Il s'agit d'une preuve de concept montrant la capacité d'un patch piézo à modifier la fréquence et l'amortissement d'un mode. Pour des raisons essentiellement pratiques, on choisit un patch piézoélectrique déjà disponible au LAUM, adapté au contrôle des ondes de flexion. Ce choix, en partie arbitraire a du être effectué à une période où les échanges avec les fournisseurs de matériaux étaient limités par les restrictions liées au Covid-19. Il s'agit d'un patch circulaire de Pz26, un matériau PZT dur dont les caractéristiques utiles sont détaillées dans le tableau C.1. Le piézo est shunté par une simple résistance. Dans les simulations réalisées avec le logiciel Comsol, le "Lead Zirconate Titanate (PZ26-Ferropem) a été utilisé à partir de la banque de matériaux intégrée.

Compte tenu des caractéristiques du patch, nous cherchons à adapter la géométrie de la structure d'accueil de façon à maximiser un critère, traduisant l'efficacité du couplage électromécanique. La structure d'accueil est ici un trou borgne, c'est à dire un trou non débouchant, usiné au centre d'une plaque circulaire. Le critère retenu est un coefficient de couplage c entre la structure mécanique et le patch piézoélectrique. Ce coefficient est calculé pour une fréquence f cible, associée au mode que l'on cherche à contrôler. En

TABLE C.1 – Caractéristiques du Pz26 et géométrie du diffuseur

Géométrie		Description
h_{Pz}	1 mm	épaisseur du Pz26
r_{Pz}	25 mm	rayon du Pz26
h_{TB}	0.93 mm	épaisseur du TB
r_{TB}	30 mm	rayon du TB
e	0.1 mm	épaulement de centrage
Paramètres matériau		
ρ_{Pz}	7700 kg/m ³	masse volumique
ν_{Pz}	0.35	coefficient de Poisson
ε_0	8.85×10^{-12} F/m	permittivité du vide
ε_{33}^s	700	permittivité relative
S	πr_{Pz}^2	surface sur patch
CS	$\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_{33}^s S}{h_{Pz}}$	capacité bloquée
k_{31}	0.47	coefficient de couplage électromécanique

pratique, on calcule la fréquence de ce mode lorsque le patch est connecté à un circuit ouvert, CO , ou à un court circuit, CC [100], [101]. La valeur de c est alors donnée par

$$c = \left| \frac{f_{CO}^2 - f_{CC}^2}{f_{CO}^2} \right|. \quad (C.1)$$

Les états de circuit ouvert et court-circuit du patch piézoélectrique définissent les limites accessibles par le contrôle. Pour ces deux états, il n'y a pas d'amortissement ajouté pour le mode visé. Faire en sorte de séparer fortement ces deux états, donc d'avoir une possibilité de contrôle importante, suppose d'ajuster la raideur du système revêtu et la raideur du piézo. Lorsque c est important, l'effet du shunt est important et la valeur de la résistance permet un pilotage de la fréquence et l'ajout d'un amortissement vibratoire.

Le calcul des dimensions du TB est réalisé à partir d'un modèle éléments finis axisymétrique pour lequel on autorise des variations paramétriques de l'épaisseur et du rayon du diffuseur (voir figure C.1(a)). Les plages de variations sont limitées par des considérations pratiques. L'épaisseur du TB est faible par rapport à l'épaisseur de la plaque, ce qui permet de considérer que le TB est une plaque mince encastrée sur son pourtour. Cela permet de simplifier le modèle numérique et d'identifier rapidement la fréquence du mode piston (voir figure C.1(b)). Pour réaliser en pratique le centrage du Pz26, le modèle tient compte d'un petit épaulement de 0.1 mm de profondeur, pris en compte dans le modèle.

Les résultats des variations paramétriques sont présentés en figure C.1(c) et indiquent que le meilleur couplage est de $c \approx 12\%$ pour une épaisseur $h_{TB} = 0.93$ mm et un rayon $r_{TB} = 30$ mm. Le mode piston de ce diffuseur apparaît vers 3000 Hz : $f_{CO} \approx 2927$ Hz et $f_{CC} \approx 2747$ Hz selon ce modèle.

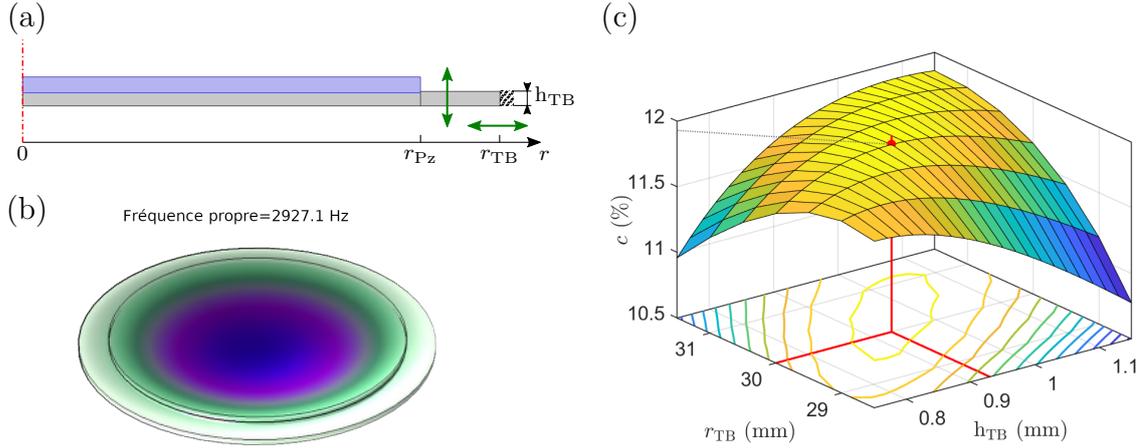


FIGURE C.1 – (a) Modèle éléments finis axisymétrique de la membrane du TB (en gris), encadrée en r_{TB} , recouvert du Pz26 (en bleu). Les flèches vertes représentent l'étude paramétrique sur r_{TB} et h_{TB} . (b) Mode piston du TB pour $R_{Pz} = \infty$ (circuit ouvert). (c) Graphe de l'étude paramétrique de r_{TB} et h_{TB} , le critère d'optimisation c est défini en équation (C.1).

C.3 Shunt résistif

Parmi les shunts utilisés pour contrôler les propriétés de la structure, c'est le shunt résistif qui est choisi pour valider le concept en raison de sa facilité de mise en œuvre. Ce shunt consiste à court-circuiter les électrodes du patch piézoélectrique avec une résistance R_{Pz} (voir figure C.2(a)). L'énergie dissipée par cette dernière revient à voir le patch piézoélectrique comme une simple couche d'amortissement avec un module d'Young E_{Pz} et un facteur de pertes η_{Pz} équivalents en fonction de la valeur de R_{Pz} .

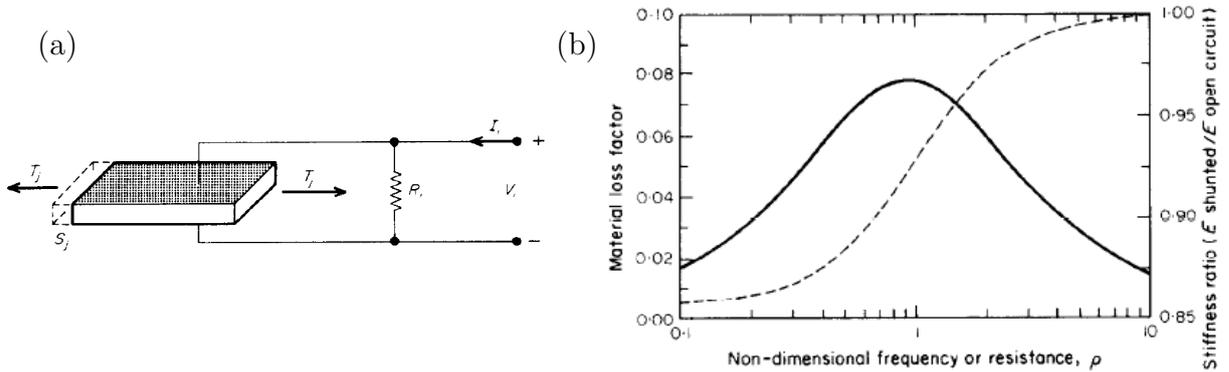


FIGURE C.2 – (a) Schéma de shunt résistif tiré de [63]. (b) Facteur de pertes et module d'Young équivalents d'un patch piézoélectrique shunté par une résistance variable en fonction de la fréquence ou de la résistance adimensionnalisées, graphe tiré de [63].

Ces variables sont définies par les équations suivantes, tirée de la théorie de N. W. Hagood et A. Von Flotow [63] :

$$E(\omega) = 1 - k_{31}^2 / (1 + \gamma^2), \quad (C.2)$$

$$\eta(\omega) = \gamma k_{31}^2 / (1 - k_{31}^2 + \gamma^2), \quad (C.3)$$

avec γ la fréquence adimensionnelle :

$$\gamma = R_{Pz} C^S \omega. \quad (\text{C.4})$$

Les indices i et j font référence à la direction de la tension appliquée aux bornes du patch piézoélectrique (i) et à la direction de la déformation mécanique (j) [102]. Le coefficient k_{31} correspond au couplage électromécanique pour une tension appliquée selon l'axe z (3) et une déformation selon l'axe x ou y (1), ce qui correspond à de la flexion.

La représentation, sous une forme adimensionnelle, du module d'Young équivalente à la structure revêtue par le piezo shunté, en fonction de la fréquence ou de R_{Pz} est tracée sur la figure C.2(b). À la lecture de ce graphe, pour une fréquence fixée à celle du mode visé (3000 Hz), on peut attendre que le pic de résonance soit déplacé vers les hautes fréquences lorsque R_{Pz} augmente et que son amortissement soit maximum lorsque R_{Pz} est bien ajustée. D'après l'équation (C.4), pour une fréquence visée autour de 3000 Hz, la résistance optimale est calculée à $R_{Pz}^* \approx 4 \text{ k}\Omega$, donnant un facteur de pertes $\eta^* = 0.125$.

C.4 Contrôle des zéros de \mathbf{R}_{2D}^0

C.4.1 Simulation numérique

Les variables visco-élastiques équivalentes du patch Pz26 développées dans la section précédente sont implémentées dans la matrice de transition \mathbf{H} de la méthode de la matrice impédance via la loi de mélange RUK. Ainsi, il est possible de calculer \mathbf{R}_{2D}^0 dans le plan des fréquence complexes en faisant varier la valeur de R_{Pz} . Ce calcul est reporté dans la figure C.3 et comparé à un modèle éléments finis.

La figure C.3(a) montre les réceptances simulées par le modèle éléments finis en fonction de la résistance R_{Pz} , en échelle de couleur. Comme attendu, le pic de résonance, est déplacé vers les hautes fréquences et voit son amplitude évoluer lorsque R_{Pz} augmente. Cela traduit globalement des effets raidissant (réactif) et amortissant (résistif) induits par l'augmentation de résistance. Sur une première plage de variations de R_{Pz} , représentée par les couleurs froides (bleu-vert, $R_{Pz} < 4\text{k}\Omega$), la fréquence de la résonance augmente et son amplitude diminue du fait d'un ajout d'amortissement. Sur une deuxième plage de variations de R_{Pz} , représentée par les couleurs chaudes (rouge-jaune, $R_{Pz} > 4\text{k}\Omega$), la fréquence de la résonance continue à augmenter et son amplitude augmente de nouveau du fait de la diminution d'amortissement ajouté. Les bornes $R_{Pz} = 0$ (en bleu) et $R_{Pz} = \infty$ (en rouge) correspondent au court-circuit et au circuit ouvert. L'amortissement est maximum pour $R_{Pz} = 4 \text{ k}\Omega$ (en vert). Dans ce calcul, le mode piston du TB apparaît à plus basses fréquences (2700 Hz) que dans les calculs de dimensionnement (valeur cible égale à 3000 Hz), cela peut s'expliquer par le fait que le TB n'est pas beaucoup plus fin (1 mm) que la plaque (5 mm). Cela induit le fait que l'hypothèse d'encastrement supposée précédemment n'est pas tout à fait satisfaite.

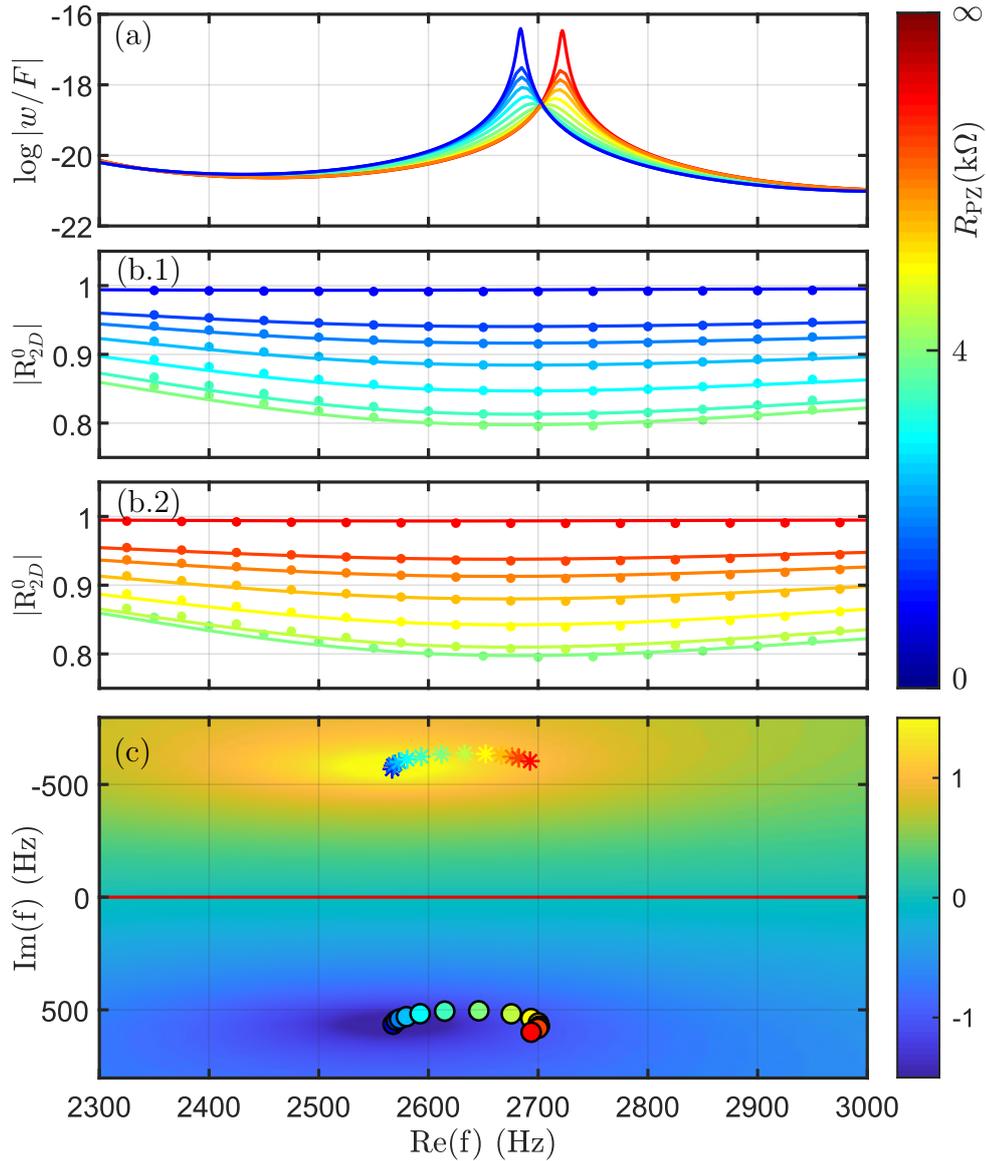


FIGURE C.3 – (a) Réceptances simulées par éléments finis au centre du TB autour de la fréquence de son mode piston pour différentes valeurs de R_{Pz} (voir échelle de couleur). (b) $|R_{2D}^0|$ Calculé à partir du modèle éléments finis (trait pleins) et de la méthode de la matrice impédance (marqueurs). Pour R_{Pz} allant (b.1) de 0 à 4 kΩ et (b.2) de 4 kΩ à ∞ . (c) $\log|R_{2D}^0|$ dans le plan des fréquences complexes. Le pôle (étoiles) et les zéros (cercles) sont marqués pour chaque valeur de R_{Pz} .

Les figures C.3(b1) et (b2) montrent $|R_{2D}^0|$ résultat du modèle éléments finis (en trait plein) et de la méthode de la matrice impédance (marqueurs). L'effet de ce pilotage est faible sur $|R_{2D}^0|$ qui est de l'ordre de 1 et diminue pour atteindre 0.8 lorsque la résistance est optimale.

Sur la figure C.3(c), on trace $\log|R_{2D}^0|$ dans le plan des fréquences complexes dans le cas du court-circuit. Les trajectoires du pôle et du zéro sont représentées par des marqueurs étoiles et circulaires (voir échelle de couleur). Dans les cas extrêmes, le pôle et le zéro sont symétriques par rapport à l'axe des fréquences réelles. Lorsque R_{Pz} est optimale, cela correspond au cas le plus dissymétrique.

Ce pilotage piézoélectrique permet de contrôler la position des pôles et des zéros de R_{2D}^0 du diffuseur étudié. L'effet est avéré mais reste faible dans le cas présent.

C.4.2 Validation expérimentale

Le démonstrateur est usiné et installé sur le banc de mesure R_{2D}^0 (voir figure C.4(a)). Le patch Pz26 y est collé à l'aide d'une colle conductrice à l'argent (voir figure C.4(b)). De cette façon, une borne est accessible sur la face visible du patch, en son centre. L'autre borne est déportée sur l'un des bords de la plaque. La plaque fait donc office de masse électrique.

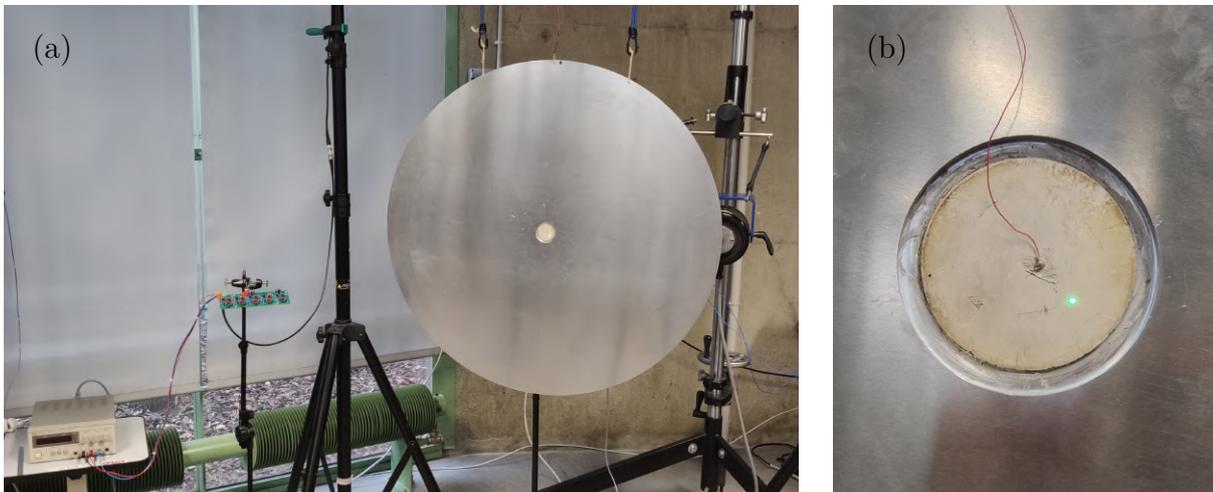


FIGURE C.4 – (a) Démonstrateur TB augmenté par pilotage piézoélectrique suspendu sur le banc de mesure R_{2D}^0 . Le patch Pz26 est alimenté par un circuit de shunt résistif. (b) Photo de détail du patch piézoélectrique.

Les mesures des FRF (réceptances) pour plusieurs valeurs de R_{Pz} sont colocalisée au centre du diffuseur. Elles sont affichées sur la figure C.5. Comparées aux réceptances numériques (voir figure C.5(a)), les réceptances expérimentales présentent bien l'effet attendu (voir figure C.5(b)). Lorsque la résistance R_{Pz} augmente, on observe que le pic de résonance du système couplé, se déplace vers les hautes fréquences et présente une amplitude décroissance (faisceau de courbes décrites par des couleurs froides (bleu-vert)). Lorsque la résistance augmente encore, la résonance augmente et l'amplitude est elle aussi croissante (faisceau de courbes décrites par des couleurs chaudes (rouge jaune)). Ce comportement correspond exactement à celui décrit par la théorie décrite précédemment. Un scan vibrométrique du diffuseur permet de confirmer qu'il s'agit bien du mode piston (voir les déformées opérationnelles mesurées (1) et (2)). Les autres résonances qui ne sont pas affectées par le pilotage piézoélectrique sont des modes de la plaque globales. Dans le test expérimental, le mode piston apparaît à une fréquence plus élevée que dans la simulation. Il est également relativement amorti. Cela peut s'expliquer par des incertitudes d'usinage et surtout par la présence de la couche de colle.

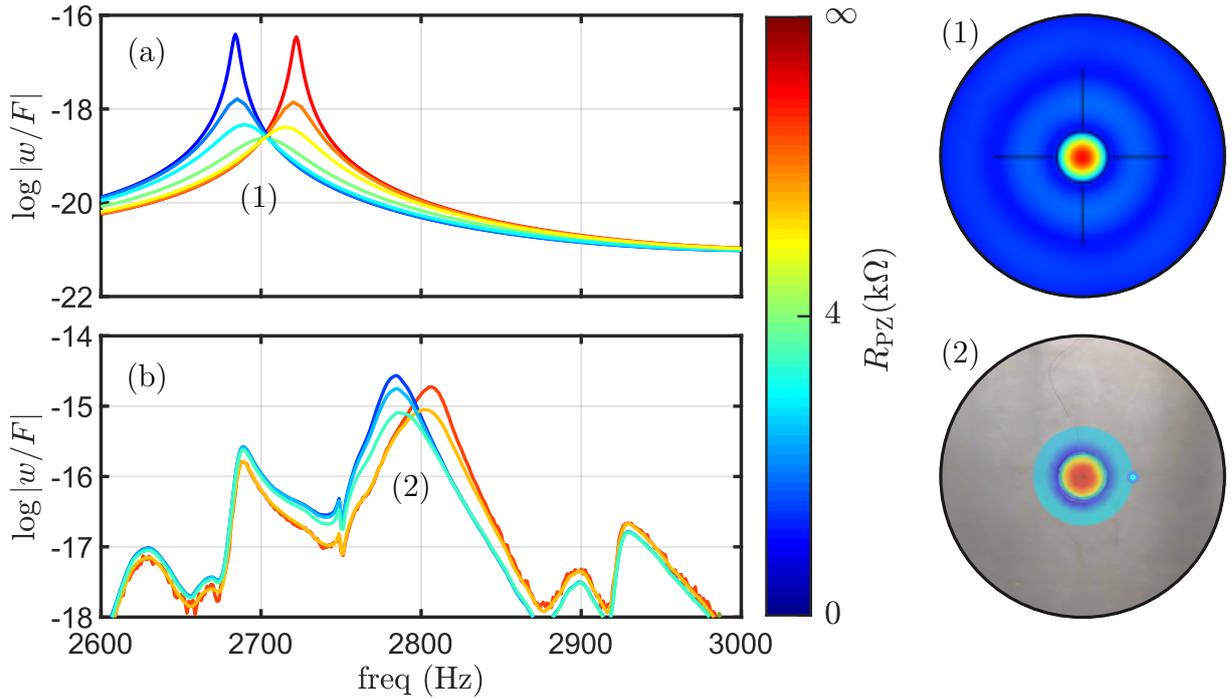


FIGURE C.5 – fonctions de transfert réceptances simulées (a) et mesurées (b) au centre du diffuseur pour différentes valeurs de R_{Pz} (voir échelle de couleur). Les déformées se rapportent au pic de résonance indiqué par le label (1) ou (2). La configuration mesurée révèle la présence de modes non représentés par le modèle.

La mesure de R_{2D}^0 n'a pas été réalisée à partir de ce démonstrateur. Compte tenu de l'expérience acquise sur ce type de mesure, plusieurs difficultés sont en effet à attendre.

- Le démonstrateur est globalement relativement résonant comme le montre la présence de modes globaux. On a montré que les mesures de R_{2D}^0 en présence de résonances était rendues difficiles.
- La fréquence du mode d'intérêt est de l'ordre de 2700 Hz, ce qui est relativement élevé. Les mesures réussies pour R_{2D}^0 lors des tests réalisés dans les autres contextes de la thèse sont généralement effectuées à des fréquences inférieures à 2000 Hz.
- La diminution simulée de R_{2D}^0 par contrôle piézoélectrique est faible (valeur minimale de l'ordre de $R_{2D}^0 = 0.8$). Cette valeur, proche de un semble difficile à détecter compte tenu des difficultés de mise en oeuvre.

L'expérimentation effectuée ne concerne pas directement la mesure de R_{2D}^0 , mais les mesures de fonctions de transfert du système revêtu d'un patch, shunté par différentes résistances montrent une tendance très comparable à celle prédite par la théorie. Cela permet ainsi de valider le concept du contrôle de R_{2D}^0 par pilotage piézoélectrique.

C.5 Conclusion

L'objectif de cette annexe était de réaliser la stratégie de contrôle des pôles et des zéros de R_{2D}^0 à l'aide d'un patch piézoélectrique shunté par une résistance variable. Le dispositif conçu a permis de valider ce concept sur un diffuseur TB et s'est révélé facile de mise en oeuvre. Le réglage de la résistance permet un contrôle stable et fin. On pourrait tirer partie de ce réglage fin comme un effet complémentaire à un traitement classique par revêtement visco-élastique dans le but d'atteindre précisément le couplage critique. Il serait intéressant de refaire cette étude pour d'autres ordres de grandeur et sur un diffuseur TNA afin de voir si ce type de contrôle peut être plus conséquent lorsque le patch est à son plein potentiel.

En perspective, cette étude de pilotage piézoélectrique pourrait être étendue à d'autres shunts, comme le shunt résonant ou le shunt à capacité négative. De plus, ce contrôle pourrait s'appliquer à une collection de modes locaux en tirant partie d'une architecturation de multiple patches.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] J. L. SULLIVAN, G. M. LEWIS et G. A. KEOLEIAN, « Effect of mass on multimodal fuel consumption in moving people and freight in the U.S. », *Transportation Research Part D : Transport and Environment*, t. 63, p. 786-808, 2018.
- [2] D. JONES et W. TRAPP, « Influence of additive damping on resonance fatigue of structures », *Journal of Sound and Vibration*, t. 17, 2, p. 157-185, 1971.
- [3] L. CREMER et M. HECKL, *Structure-borne sound : structural vibrations and sound radiation at audio frequencies*. Springer Science & Business Media, 2013.
- [4] N. MYKLESTAD, « The concept of complex damping », 1952.
- [5] M. F. ASHBY et D. CEBON, « Materials selection in mechanical design », *Le Journal de Physique IV*, t. 3, C7, p. C7-1, 1993.
- [6] X. ZHOU, D. YU, X. SHAO, S. ZHANG et S WANG, « Research and applications of viscoelastic vibration damping materials : A review », *Composite Structures*, t. 136, p. 460-480, 2016.
- [7] D. ROSS, E. UNGAR et E. K. JR., « Damping of plate flexural vibrations by means of viscoelastic laminae », *J.E.Ruzicka(Ed.), Structural Damping*, 49–87, 1960.
- [8] E. E. UNGAR, « Loss factors of viscoelastically damped beam structures », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 34, 8, p. 1082-1089, 1962.
- [9] D. I. JONES, *Handbook of viscoelastic vibration damping*. John Wiley & Sons, 2001.
- [10] G. MICHON, A. ALMAJID et G. ARIDON, « Soft hollow particle damping identification in honeycomb structures », *Journal of Sound and Vibration*, t. 332, 3, p. 536-544, 2013.
- [11] C. DROZ, O. ROBIN, M. ICHCHOU et N. ATALLA, « Improving sound transmission loss at ring frequency of a curved panel using tunable 3D-printed small-scale resonators », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 145, 1, EL72-EL78, 2019.
- [12] J. SUN, M. JOLLY, et M. t. NORRIS, « Passive, adaptive and active tuned vibration absorbers—a survey », 1995.
- [13] S. KRENK et J. HØGSBERG, « Tuned mass absorber on a flexible structure », *Journal of Sound and Vibration*, t. 333, 6, p. 1577-1595, 2014.
- [14] Y. HENG, W. MIN et Y. YUN, « Design of a tunable mass damper for mitigating vibrations in milling of cylindrical parts », *Chinese Journal of Aeronautics*, t. 32, 3, p. 748-758, 2019.
- [15] L. SUN, K. Y. AU-YEUNG, M. YANG, S. T. TANG, Z. YANG et P. SHENG, « Membrane-type resonator as an effective miniaturized tuned vibration mass damper », *AIP Advances*, t. 6, 8, p. 085212, 2016.
- [16] J. P. DEN HARTOG, *Mechanical vibrations*. Courier Corporation, 1985.
- [17] J. LENG, F. GAUTIER, A. PELAT, R. PICO, J.-P. GROBY et V. ROMERO-GARCIA, « Limits of flexural wave absorption by open lossy resonators : reflection and transmission problems », *New Journal of Physics*, t. 21, 5, p. 053003, 2019.

-
- [18] V. ROMERO-GARCIA, G. THEOCHARIS, O. RICHOUX et V. PAGNEUX, « Use of complex frequency plane to design broadband and sub-wavelength absorbers », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 139, 3395, 2016.
- [19] J.-P. GROBY, R. POMMIER et Y. AURÉGAN, « Use of slow sound to design perfect and broadband passive sound absorbing materials », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 139, 4, p. 1660-1671, 2016.
- [20] Y. XIAO, J. WEN et X. WEN, « Flexural wave band gaps in locally resonant thin plates with periodically attached spring-mass resonators », *Journal of Physics D : Applied Physics*, t. 45, 19, p. 195401, 2012.
- [21] A. CARCATERRA et A. AKAY, « Transient energy exchange between a primary structure and a set of oscillators : Return time and apparent damping », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 115, 2, p. 683-696, 2004.
- [22] A. CARCATERRA, A. AKAY et C. BERNARDINI, « Trapping of vibration energy into a set of resonators : Theory and application to aerospace structures », *Mechanical Systems and Signal Processing*, t. 26, p. 1-14, 2012.
- [23] A. CASALOTTI, S. EL-BORGI et W. LACARBONARA, « Metamaterial beam with embedded nonlinear vibration absorbers », *International Journal of Non-Linear Mechanics*, t. 98, p. 32-42, 2018.
- [24] K. BILLON, M. OUISE, E. SADOULET-REBOUL et al., « Design and experimental validation of a temperature-driven adaptive phononic crystal slab », *Smart Materials and Structures*, t. 28(3), 2019.
- [25] H. ZHU, T.-W. LIU et F. SEMPERLOTTI, « Design and experimental observation of valley-Hall edge states in diatomic-graphene-like elastic waveguides », *Physical Review B*, t. 97, 17, p. 174301, 2018.
- [26] A. CLIMENTE, D. TORRENT et J. SÁNCHEZ-DEHESA, « Omnidirectional broadband acoustic absorber based on metamaterials », *Applied Physics Letters*, t. 100, 14, p. 144103, 2012.
- [27] V. ROMERO-GARCÍA, A. CEBRECOS, R. PICÓ, V. J. SÁNCHEZ-MORCILLO, L. GARCIA-RAFFI et J. V. SÁNCHEZ-PÉREZ, « Wave focusing using symmetry matching in axisymmetric acoustic gradient index lenses », *Applied Physics Letters*, t. 103, 26, p. 264106, 2013.
- [28] B.-I. POPA, L. ZIGONEANU et S. A. CUMMER, « Experimental acoustic ground cloak in air », *Physical review letters*, t. 106, 25, p. 253901, 2011.
- [29] H. CHEN et C. CHAN, « Acoustic cloaking in three dimensions using acoustic metamaterials », *Applied physics letters*, t. 91, 18, p. 183518, 2007.
- [30] C. VEMULA, A. NORRIS et G. CODY, « Attenuation of waves in plates and bars using a graded impedance interface at edges », *Journal of Sound and Vibration*, t. 196, 1, p. 107-127, 1996.
- [31] T. CHEN, M. RUZZENE et A. BAZ, « Control of wave propagation in composite rods using shape memory inserts : theory and experiments », *Journal of Vibration and control*, t. 6, 7, p. 1065-1081, 2000.
- [32] C. LIEW, M. VEIDT, D. CHAVARA, A. RUYS, C. YOUNG et M. MCCREERY, « Metal-polymer functionally graded materials for removing guided wave reflections at beam end boundaries », 2007.

-
- [33] V. V. KRYLOV, « New Type of Vibration Dampers Utilising the Effect of Acoustic 'Black Holes' », *Acta Acustica united with Acustica*, t. 90, 5, p. 830-837, 2004.
- [34] S. C. CONLON, J. B. FAHNLIN et F. SEMPERLOTTI, « Numerical analysis of the vibroacoustic properties of plates with embedded grids of acoustic black holes », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 137, 1, p. 447-457, 2015.
- [35] L. ZHAO, S. C. CONLON et F. SEMPERLOTTI, « Broadband energy harvesting using acoustic black hole structural tailoring », *Smart materials and structures*, t. 23, 6, p. 065 021, 2014.
- [36] L. TANG, L. CHENG, H. JI et J. QIU, « Characterization of acoustic black hole effect using a one-dimensional fully-coupled and wavelet-decomposed semi-analytical model », *Journal of Sound and Vibration*, t. 374, p. 172-184, 2016.
- [37] V. GEORGIEV, J. CUENCA, F. GAUTIER, L. SIMON et V. KRYLOV, « Damping of structural vibrations in beams and elliptical plates using the acoustic black hole effect », *Journal of Sound and Vibration*, t. 330, 11, p. 2497 -2508, 2011.
- [38] F. GAUTIER, J. CUENCA, V. V. KRYLOV et L. SIMON, « Experimental investigation of the acoustic black hole effect for vibration damping in elliptical plates », *Journal of the Acoustical Society of America*, t. 123, 5, p. 3318, 2008.
- [39] V. DENIS, F. GAUTIER, A. PELAT et J. POITTEVIN, « Measurement and modelling of the reflection coefficient of an Acoustic Black Hole termination », *Journal of Sound and Vibration*, t. 349, p. 67 -79, 2015.
- [40] V. DENIS, A. PELAT, F. GAUTIER et B. ELIE, « Modal overlap factor of a beam with an acoustic black hole termination », *Journal of Sound and Vibration*, t. 333, 12, p. 2475-2488, 2014.
- [41] V. DENIS, A. PELAT et F. GAUTIER, « Scattering effects induced by imperfections on an acoustic black hole placed at a structural waveguide termination », *Journal of Sound and Vibration*, t. 362, p. 56 -71, 2016.
- [42] J. POITTEVIN, F. GAUTIER, C. PÉZERAT et P. PICART, « High-speed holographic metrology : principle, limitations, and application to vibroacoustics of structures », *Optical Engineering*, t. 55, 12, p. 121 717, 2016.
- [43] M. A. MIRONOV, « Propagation of a flexural wave in a plate whose thickness decreases smoothly to zero in a finite interval », *Soviet Physics—Acoustics*, t. 34, 318–319, 1988.
- [44] V. KRYLOV et F. TILMAN, « Acoustic 'black holes' for flexural waves as effective vibration dampers », *Journal of Sound and Vibration*, t. 274, 3, p. 605 -619, 2004, ISSN : 0022-460X.
- [45] F GAUTIER et V. KRYLOV, « Recent advances in Acoustic Black Hole research », *Journal of Sound and Vibration*, t. 476, p. 115 335, 2020.
- [46] S. FOUCAUD, G. MICHON, Y. GOURINAT, A. PELAT et F. GAUTIER, « Artificial cochlea and acoustic black hole travelling waves observation : Model and experimental results », *Journal of Sound and Vibration*, t. 333, 15, p. 3428-3439, 2014.
- [47] P. FEURTADO et S. CONLON, « Investigation of boundary-taper reflection for acoustic black hole design », *Noise Control Engineering Journal*, t. 63, 5, p. 460-466, 2015.

-
- [48] V. DENIS, A. PELAT, C. TOUZÉ et F. GAUTIER, « Improvement of the acoustic black hole effect by using energy transfer due to geometric nonlinearity », *International Journal of Non-Linear Mechanics*, t. 94, p. 134-145, 2017.
- [49] H. LI, C. TOUZÉ, A. PELAT, F. GAUTIER et X. KONG, « A vibro-impact acoustic black hole for passive damping of flexural beam vibrations », *Journal of Sound and Vibration*, t. 450, p. 28-46, 2019.
- [50] H. LI, M. SÉCAIL-GÉRAUD, A. PELAT, F. GAUTIER et C. TOUZÉ, « Experimental evidence of energy transfer and vibration mitigation in a vibro-impact acoustic black hole », *Applied Acoustics*, t. 182, p. 108-168, 2021.
- [51] O. AKLOUCHE, A. PELAT, S. MAUGEAIS et F. GAUTIER, « Scattering of flexural waves by a pit of quadratic profile inserted in an infinite thin plate », *Journal of Sound and Vibration*, t. 375, p. 38-52, 2016.
- [52] A. PELAT, F. GAUTIER, S. CONLON et F. SEMPERLOTTI, « The acoustic black hole : A review of theory and applications », *Journal of Sound and Vibration*, p. 115-316, 2020.
- [53] A. PELAT, F. GAUTIER, F. SEMPERLOTTI et S. CONLON, « Passive control of vibrations using acoustic black holes », in *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, t. 255, 2017, p. 5789-5798.
- [54] P. BUTAUD, « Contribution à l'utilisation des polymères à mémoire de forme pour les structures à amortissement contrôlé. », thèse de doct., Université de Franche-Comté, 2015.
- [55] P. BUTAUD, E. FOLTÊTE et M. OUISSE, « Sandwich structures with tunable damping properties : On the use of Shape Memory Polymer as viscoelastic core », *Composite Structures*, t. 153, p. 401-408, 2016.
- [56] P. BUTAUD, D. RENAULT, B. VERDIN, M. OUISSE et G. CHEVALLIER, « In-core heat distribution control for adaptive damping and stiffness tuning of composite structures », *Smart Materials and Structures*, 2020.
- [57] K. BILLON, « Composites périodiques fonctionnels pour l'absorption vibroacoustique large bande », thèse de doct., 2016.
- [58] J. CUENCA, « Wave models for the flexural vibrations of thin plates - Model of the vibrations of polygonal plates by the image source method-Vibration damping using the acoustic black hole effect », thèse de doct., 2009.
- [59] J. CUENCA, A. PELAT, F. GAUTIER et N. FERGUSON, « Improving the acoustic black hole effect for vibration damping in one-dimensional structures », *Composite Structures*, 2012.
- [60] S. R. MOHEIMANI et A. J. FLEMING, *Piezoelectric transducers for vibration control and damping*. Springer, 2006, t. 1.
- [61] K. LI, « Structural vibration damping with synchronized energy transfer between piezoelectric patches », thèse de doct., 2011.
- [62] L. ZHAO, S. C. CONLON et F. SEMPERLOTTI, « An experimental study of vibration based energy harvesting in dynamically tailored structures with embedded acoustic black holes », *Smart Materials and Structures*, t. 24, 6, p. 065-039, 2015.

-
- [63] N. W. HAGOOD et A. VON FLOTOW, « Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks », *Journal of sound and vibration*, t. 146, 2, p. 243-268, 1991.
- [64] D. CHRONOPOULOS, I ANTONIADIS, M COLLET et M ICHCHOU, « Enhancement of wave damping within metamaterials having embedded negative stiffness inclusions », *Wave Motion*, t. 58, p. 165-179, 2015.
- [65] S. LIVET, M. COLLET, M. BERTHILLIER, P. JEAN et J.-M. COTE, « Structural multi-modal damping by optimizing shunted piezoelectric transducers », *European Journal of Computational Mechanics/Revue Européenne de Mécanique Numérique*, t. 20, 1-4, p. 73-102, 2011.
- [66] C. BRICAULT, C PÉZERAT, M COLLET et al., « Multimodal reduction of acoustic radiation of thin plates by using a single piezoelectric patch with a negative capacitance shunt », *Applied Acoustics*, t. 145, p. 320-327, 2019.
- [67] B. S. BECK, K. A. CUNEFARE et M. COLLET, « The power output and efficiency of a negative capacitance shunt for vibration control of a flexural system », *Smart Materials and Structures*, t. 22, 6, p. 065 009, 2013.
- [68] B. S. BECK, « Negative capacitance shunting of piezoelectric patches for vibration control of continuous systems », thèse de doct., Georgia Institute of Technology, 2012.
- [69] G. RAYBAUD, A. PELAT, M. OUISSE et F. GAUTIER, « Zero reflections by a 1D Acoustic Black Hole termination using thermally controlled damping », *Journal of Sound and Vibration*, t. 510, p. 116 282, 2021.
- [70] M. GERADIN et D. RIXEN, *Mechanical Vibrations : Theory and Application to Structural Dynamics*, Third Edition. John Wiley & Sons, 2014.
- [71] A. ISERLES, A. MARTHINSEN et S. P. NØRSETT, « On the Implementation of the Method of Magnus Series for Linear Differential Equations », *BIT Numerical Mathematics*, t. 39, 2, p. 281-304, 1999.
- [72] J. LENG, V. ROMERO-GARCIA, A. PELAT, R. PICO, J.-P. GROBY et F. GAUTIER, « Interpretation of the Acoustic Black Hole effect based on the concept of critical coupling », *Journal of Sound and Vibration*, t. 471, p. 115-199, 2020.
- [73] R. PENROSE, « A generalized inverse for matrices », *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, t. 51, 3, 406-413, 1955.
- [74] M. L. WILLIAMS, R. F. LANDEL et J. D. FERRY, « The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids », *Journal of the American Chemical Society*, t. 77, 14, p. 3701-3707, 1955.
- [75] J. LENG, « Controlling flexural waves using subwavelength perfect absorbers : application to Acoustic Black Holes », thèse de doct., Université du Maine, 2019.
- [76] G. RAYBAUD, M. OUISSE, J. LENG et al., « Control of bending wave reflection at beam terminations by thermally tunable subwavelength resonators », *Journal of Sound and Vibration*, t. 530, p. 116 918, 2022.
- [77] E. G. STANFORD, « Le module d'Young de l'aluminium et de ses alliages en fonction de la température », *Rev. Met. Paris*, t. 51, 10, p. 674-678, 1954.

-
- [78] N. JIMENEZ, V. ROMERO-GARCIA, V. PAGNEUX et J.-P. GROBY, « Rainbow-trapping absorbers : Broadband, perfect and asymmetric sound absorption by subwavelength panels for transmission problems », *Scientific Reports*, t. 7, 13595, 2017.
- [79] M. OUISSE, D. RENAULT, P. BUTAUD et E. SADOULET-REBOUL, « Damping control for improvement of acoustic black hole effect », *Journal of Sound and Vibration*, t. 454, p. 63 -72, 2019.
- [80] D. MCCOUL, S. ROSSET, N. BESSE et H. SHEA, « Multifunctional shape memory electrodes for dielectric elastomer actuators enabling high holding force and low-voltage multisegment addressing », *Smart Materials and Structures*, t. 26, 2016.
- [81] L. TANG et L. CHENG, « Ultrawide band gaps in beams with double-leaf acoustic black hole indentations », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 142, 5, p. 2802-2807, 2017.
- [82] J. Y. LEE et W. JEON, « Vibration damping using a spiral acoustic black hole », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 141, 3, p. 1437-1445, 2017.
- [83] A. W. LEISSA, *Vibration of plates*. Scientific, Technical Information Division, National Aeronautics et Space Administration, 1969, t. 160.
- [84] O. AKLOUCHE, « Réduction des niveaux vibratoires d'un panneau au moyen de trous noirs acoustiques structurés en réseau périodique : conception d'une méta-plaque », thèse de doct., Université du Maine, 2017.
- [85] J. POITTEVIN, P. PICART, C. FAURE, F. GAUTIER et C. PÉZERAT, « Multi-point vibrometer based on high-speed digital in-line holography », *Appl. Opt.*, t. 54, 11, p. 3185-3196, 2015.
- [86] E. METEYER, S. MONTRESOR, F. FOUCART et al., « Lock-in vibration retrieval based on high-speed full-field coherent imaging », *Scientific Reports*, t. 11, 1, p. 7026, mars 2021.
- [87] P. PICART et J.-C. LI, *Digital holography*. London : ISTE, 2012, ISBN : 978-1-84821-344-9.
- [88] C. DEVIVIER, F. PIERRON, P. GLYNNE-JONES et M. HILL, « Time-resolved full-field imaging of ultrasonic Lamb waves using deflectometry », *Experimental Mechanics*, t. 56, 3, p. 345-357, mars 2016.
- [89] M. T. NGUYEN, Y.-S. GHIM et H.-G. RHEE, « Single-shot deflectometry for dynamic 3D surface profile measurement by modified spatial-carrier frequency phase-shifting method », *Scientific Reports*, t. 9, p. 3157, déc. 2019.
- [90] P. O'DONOUGHUE et A. BERRY, « Measuring the Vibration Response of Plane Panels under Stationary and Transient Mechanical Excitations using Deflectometry », *INTER-NOISE and NOISE-CON Congress and Conference Proceedings*, t. 253, 4, p. 4686-4692, 2016.
- [91] C. FAURE, F. ABLITZER, J. ANTONI et C. PEZERAT, « Empirical and fully Bayesian approaches for the identification of vibration sources from transverse displacement measurements », *Mechanical systems and Signal processing*, t. 94, p. 180-201, 2017.
- [92] J. LEE et W. JEON, « Vibration damping using a spiral acoustic black hole », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 141, 2017.

-
- [93] J. Y. LEE et W. JEON, « Wave-based analysis of the cut-on frequency of curved acoustic black holes », *Journal of Sound and Vibration*, t. 492, p. 115-731, 2021.
- [94] K. YI, M. COLLET, M. ICHCHOU et L. LI, « Flexural waves focusing through shunted piezoelectric patches », *Smart Materials and Structures*, t. 25, 7, p. 075-007, 2016.
- [95] L. HE, Z. WEN, Y. JIN, D. TORRENT, X. ZHUANG et T. RABCZUK, « Inverse design of topological metaplates for flexural waves with machine learning », *Materials & Design*, t. 199, p. 109-390, 2021.
- [96] M. TANTER, J.-L. THOMAS et M. FINK, « Focusing and steering through absorbing and aberrating layers : Application to ultrasonic propagation through the skull », *The Journal of the Acoustical Society of America*, t. 103, 5, p. 2403-2410, 1998.
- [97] G. MAIMBOURG, J. GUILBERT, T. BANCEL et al., « Computationally efficient transcranial ultrasonic focusing : Taking advantage of the high correlation length of the human skull », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, t. 67, 10, p. 1993-2002, 2020.
- [98] G. PINTON, J.-F. AUBRY, E. BOSSY, M. MULLER, M. PERNOT et M. TANTER, « Attenuation, scattering, and absorption of ultrasound in the skull bone », *Medical physics*, t. 39, 1, p. 299-307, 2012.
- [99] K. LEE et W. JEON, « Hierarchically structured metamaterials with simultaneously negative mass density and Young's modulus by using dynamic homogenization », *Journal of Applied Physics*, t. 124, 17, p. 175-103, 2018.
- [100] O. THOMAS, J. DUCARNE et J.-F. DEÜ, « Performance of piezoelectric shunts for vibration reduction », *Smart Materials and Structures*, t. 21, 1, p. 015-008, 2011.
- [101] M. BERARDENGO, O. THOMAS, C. GIRAUD-AUDINE et S. MANZONI, « Improved resistive shunt by means of negative capacitance : new circuit, performances and multi-mode control », *Smart Materials and Structures*, t. 25, 7, p. 075-033, 2016.
- [102] G. MATTEN, « Conception robuste d'actionneurs électromécaniques distribués pour le contrôle vibroacoustique de structures », thèse de doct., Université de Franche-Comté, 2016.

Titre : Contrôle des vibrations de flexion des plaques minces au moyen de Trous Noirs Acoustiques augmentés

Mot clés : contrôle vibratoire, trou noir acoustique, pilotage thermique, piézoélectrique, support amortissant

Résumé : Le contrôle des vibrations des structures minces sous une contrainte d'allègement constitue un enjeu important en ingénierie mécanique. L'insertion de Trous Noirs Acoustiques (TNA), ou pièges à ondes de flexion, basés sur une hétérogénéité locale de la raideur et de l'amortissement constitue une technique innovante induisant une absorption passive des vibrations sans ajout de masse. L'objectif de cette thèse est de repousser les limites actuelles de cette stratégie en développant des absorbeurs de type « Trous Noirs Acoustiques Augmentés » (TNAA) basés sur l'insertion de systèmes passifs mécaniques et semi-actifs piézoélectriques et thermiques.

La mise en œuvre usuelle de l'effet Trou Noir Acoustique (TNA) sur une poutre consiste en une extrémité d'épaisseur décroissante, profilée selon une loi de puissance, recouverte d'un film absorbant visco-élastique. Le champ vibratoire dans la terminaison, intrinsèquement caractérisée par son coefficient de réflexion, donne lieu à une dissipation d'énergie efficace. L'extension du concept à deux dimensions consiste en une cuvette de révolution dont le profil radial est similaire à celui du milieu monodimensionnel. Ce TNA circulaire constitue un diffuseur pé-

nétrable et absorbant, que l'on peut caractériser par sa matrice de diffusion, comprenant un coefficient de réflexion associé à chaque ordre circonferentiel. Ce type d'absorbeur vibratoire est associé à une collection de modes piégés. Chaque mode conduit à une chute locale du coefficient de réflexion accordable par un ajustement des propriétés mécaniques. La densité de modes et leur recouvrement mène à un coefficient de réflexion faible en hautes fréquences. En basses fréquences, leur nombre réduit entraîne une limite à dépasser.

Les performances du TNA étant liées au contrôle de l'amortissement et de la raideur de la partie terminale, trois types de contrôle sont proposés : 1/ des variations de la température d'un TNA utilisant un polymère à mémoire de forme ; 2/ l'application de supports élastiques et amortissant localisés ; 3/ l'insertion d'un patch piézoélectrique shunté. Muni de ces moyens de contrôle, le TNA est dit Augmenté. L'intérêt de chaque type de pilotage est évalué en analysant le coefficient de réflexion dans le plan des fréquences complexes, ce qui permet de mettre en œuvre une stratégie d'ajustement in-situ des propriétés mécaniques du TNA.

Title: Control of bending vibrations of thin plates by means of enhanced Acoustic Black Holes

Keywords: vibration control, acoustic black hole, thermal control, piezoelectric control, damping support

Abstract: Vibration control of thin structures under a weight reduction constraint is an important issue in mechanical engineering. The insertion of Acoustic Black Holes (ABH), or bending wave traps, based on local heterogeneity of stiffness and damping is an innovative technique inducing a passive absorption of vibrations without adding mass. The objective of this thesis is to push back the current limits of this strategy by developing "enhanced Acoustic Black Holes" (eABH) absorbers based on the insertion of passive mechanical and semi-active piezoelectric and thermal systems.

The usual implementation of the Acoustic Black Hole effect (ABH) on a beam consists of an end of decreasing thickness, profiled according to a power law, covered with a visco-elastic absorbing film. The vibrational field in the termination, intrinsically characterized by its reflection coefficient, results in an effective energy dissipation. The extension of the concept to two dimensions consists of a circular bowl whose radial profile is similar to that of the one-dimensional medium. This circular ABH constitutes a penetrable

and absorbent scatterer, which can be characterized by its scattering matrix, including a reflection coefficient associated to each circumferential order. This type of vibratory absorber is associated with a collection of trapped modes. Each mode leads to a local drop of the reflection coefficient tunable by an adjustment of the mechanical properties. The density of modes and their overlap leads to a low reflection coefficient at high frequencies. At low frequencies, their reduced number leads to a limit to exceed.

Since the performance of the ABH is linked to the control of the damping and stiffness of the terminal part, three types of control are proposed: 1/ variations in the temperature of an ABH using a shape memory polymer; 2/ the application of localized elastic and damping supports; 3/ the insertion of a shunted piezoelectric patch equipped with these control means, the ABH is said to be enhanced. The interest of each type of control is evaluated by analyzing the reflection coefficient in the complex frequency plane, which makes it possible to implement a strategy of in-situ adjustment of the mechanical properties of the ABH.