



HAL
open science

Modélisation et contrôle avancé pour les centrales de turbinage de moyenne et haute chute

Hugo Mesnage

► **To cite this version:**

Hugo Mesnage. Modélisation et contrôle avancé pour les centrales de turbinage de moyenne et haute chute. Automatique / Robotique. Université Grenoble Alpes, 2017. Français. NNT: 2017GREAT025 . tel-03774273

HAL Id: tel-03774273

<https://theses.hal.science/tel-03774273>

Submitted on 10 Sep 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTÉ UNIVERSITÉ GRENOBLE ALPES

Spécialité : AUTOMATIQUE - PRODUCTIQUE

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

Hugo MESNAGE

Thèse dirigée par **Mazen ALAMIR**, Directeur de recherche CNRS,
, et
codirigée par **Seddik BACHA** UJF
préparée au sein du **Laboratoire Grenoble Images Parole Signal
Automatique**
dans l'**École Doctorale Electronique, Electrotechnique,
Automatique, Traitement du Signal (EEATS)**

**Modélisation et contrôle avancé pour les
centrales de turbinage de moyenne et haute
chute**

**Modeling and advanced control for medium
and high head hydraulic turbines**

Thèse soutenue publiquement le **7 juin 2017**,
devant le jury composé de :

Monsieur Mazen ALAMIR

Directeur de recherche, CNRS, Directeur de these

Monsieur Xavier BRUN

Professeur, INSA Lyon, Rapporteur

Monsieur Frederic BOYER

Professeur, Ecole des Mines de Nantes, Président

Monsieur Francois AVELLAN

Professeur, EPFL, Rapporteur

Monsieur Quentin ALLOIN

Ingénieur, General Electric Renewable Energy, Examineur



Remerciements

Ce manuscrit rend compte des quatre années de travail effectuées dans le cadre de ma thèse. Les méthodes et résultats qui y sont présentés sont le fruit d'une collaboration entre le laboratoire Gipsa-lab, et la société Alstom Hydro, ancien leader mondiale dans la construction de turbines hydraulique de moyenne et de forte puissance.

Je souhaite remercier mon directeur de recherche, M. Mazen Alamir, pour avoir su éveiller en moi la curiosité, la rigueur, et l'engagement personnel nécessaire à l'accomplissement d'un tel travail.

Je souhaite remercier l'ensemble des ingénieurs de l'équipe R&D contrôle commande de la société Alstom pour leur accueil et leur disponibilité, et plus particulièrement M. Quentin Alloin et M. Nicolas Perrissin-Fabert malgré leurs annonces plus qu'incertaines souvent réalisées.

Je souhaite remercier mon jury de thèse qui a su prendre le temps d'étudier mes travaux et éclaircir mon propos quand cela était nécessaire.

Enfin, je souhaite remercier ma compagne qui a toujours su m'apporter son soutien inconditionnel.

Publications

1. 2015 - Hydraulic-Turbine start-up with "S"-shaped characteristic - ecc15 : Hugo Mesnage, Mazen Alamir, Nicolas Perrissin-Fabert, Quentin Alloin, et Seddik Bacha.
2. 2015 - High performance model based control for pump-storage systems - présentation à Chaire Hydro-like 2015 : Hugo Mesnage.
3. 2016 - Constrained model based control for minimum-time start-up of hydraulic turbines - IAHR16 : Hugo Mesnage, Mazen Alamir, Nicolas Perrissin-Fabert, et Quentin Alloin.
4. 2016 - Nonlinear Model-Based Control for Minimum-Time Start of Hydraulic Turbines - European Journal of Control : Hugo Mesnage, Mazen Alamir, Nicolas Perrissin-Fabert, et Quentin Alloin. Référence : EJCON188

Table des matières

Table des sigles et acronymes	xvii
1 Introduction	1
Introduction	1
1.1 Contexte	1
1.2 Description des centrales de turbinage de moyenne et haute chute	5
1.3 Notions d'hydraulique	8
1.4 Méthodologie	9
1.5 Comportement dynamique de la chute nette	12
1.6 Dynamique de la roue hydraulique	21
1.7 L'actionneur oléo-hydraulique	26
1.8 La génératrice	28
1.9 Synthèse du système étudié	31
1.10 Problématique et pratique industrielle	33
1.11 Le phénomène de "S"	37
1.12 Observation du système	39
2 Temps minimum de démarrage d'une turbine hydraulique	43
2.1 Formulation du problème de démarrage à temps minimum	44
2.2 Topologie et dynamique du système	44
2.3 Analyse du système	48
2.4 Stratégie de démarrage à temps minimum	52
2.5 Limites du modèle et conclusion	62
3 Algorithme $Q\delta h$	67

3.1 Centrales de hautes chutes, de type Pelton	71
3.2 Centrales de moyenne à haute chute, à roue noyée	91
3.3 Conclusion	105
4 Élaboration et suivis de trajectoires admissibles	107
4.1 Élaboration des trajectoires admissibles pour le système de turbinage pompage	108
4.2 Suivis des trajectoires	116
4.3 Étude de cas	118
4.4 Conclusion	135
Conclusion	137
A Modèle de conduite par la méthode des différences finies	141
B Mise en série de deux organes hydrauliques	145
C Mise en série de deux organes hydrauliques	147
D Calcul de la surface de réponse polynomiale associée à la colline hydraulique	149
Bibliographie	156

Table des figures

1.1	Cartographie des systèmes de stockage selon leur temps de décharge et puissance typiques	3
1.2	Évolution de l'usage d'une turbine en heures (source Alstom)	4
1.3	Illustration d'un site de pompage-turbinage composé de deux pompes-turbines partageant le même circuit hydraulique. Ce dernier présente deux cheminées d'équilibre.	5
1.4	Diagramme de répartition des turbines en fonction de la chute H et du débit Q disponible.	6
1.5	schéma descriptif du bloc turbine-alternateur. \mathcal{A} : machine électrique, \mathcal{B} : machine hydraulique, 1 : stator, 2 : rotor, 3 : cercle de vannage permettant l'orientation des directrices, 4 : pales de la roue hydraulique, 5 : écoulement de l'eau dans la turbine, 6 : arbre de transmission.	7
1.6	Illustration d'un site de turbinage composé d'une roue de type Pelton. Hauteur de chute brute et nette d'une centrale à conduite forcée.	9
1.7	Illustration schématique d'une conduite linéaire à section constante.	13
1.8	Les 4 phases du coup de bélier	17
1.9	Modèles de conduite avec et sans pertes. $\Delta = 0.25$, $\kappa = .5$	19
1.10	Représentation schématique d'une cheminée d'équilibre.	20
1.11	Coupe d'une turbine Francis.	21
1.12	Caractéristique d'une pompe-turbine sujette au phénomène de "S". Les iso-ouvertures faibles sont présentées en bleu et les iso-ouvertures les plus grandes en rouge.	22
1.13	Caractéristique d'une pompe-turbine aussi appelée colline hydraulique. Gros plan sur le "S".	24
1.14	Actionneur oléo-hydraulique et sa boucle de régulation propre	27
1.15	Connexion au réseau d'une turbine à vitesse fixe.	29
1.16	Système de génératrice à vitesse variable via des convertisseurs pleine échelle.	30
1.17	Système de génératrice à vitesse variable basée sur l'utilisation d'une MADA.	30

1.18	Interaction entre les différents organes participants à la dynamique d'un système de turbinage.	32
1.19	Séquences et modes opérationnels d'une pompe-turbine.	34
1.20	Pratique industrielle pour le démarrage (à gauche) et l'arrêt (à droite) en mode turbine d'un groupe.	36
1.21	Illustration d'une prise de charge, et d'un arrêt d'urgence avec rejet de charge. 1 : Marche à vide, 2 : Prise de charge, 3 : Phase de production électrique, 4 : Arrêt d'urgence avec rejet de charge.	36
1.22	Trajectoire dans la colline d'un démarrage, puis d'une prise de charge à vitesse constante (en orange). Trajectoire d'un rejet de charge depuis débit maximum (en bleu).	38
1.23	Illustration de la stabilité au démarrage de la caractéristique colline.	38
1.24	Démarrage en boucle ouverte dans le "S" pour une vitesse de synchronisme $N^d = 300tr/min$	39
2.1	Topologie de la centrale étudiée dans ce chapitre.	45
2.2	Évolution libre dans le plan (x_1, N) du système (2.9) sous la sollicitation d'échelons de γ . On distingue plusieurs initialisations . À gauche : évolution du système dans le plan (x_1, N) . La courbe noire épaisse montre le lieu des stationnarités visés en fonction de N : il s'agit du lieu où le couple T_h est nul. À droite : réponse temporelle de x_1 et de N en fonction du temps pour l'initialisation $(x_1, N) = (0, 0)$	49
2.3	Iso-valeurs de \dot{N} dans le plan (x_1, N) pour plusieurs valeurs de γ . On note que <i>plus x_1 est grand, plus \dot{N} est grand</i> : quelle que soit la valeur de $\gamma \neq 0$ choisie et pour un N donné, \dot{N} est une fonction croissante de x_1 . $\gamma = 0$ fait décroître N sur tout le domaine d'action.	50
2.4	Direction prise par le système (2.9) dans le plan (x_1, N) en fonction de l'ouverture γ . Validation de la faisabilité de la loi de contrôle présentée dans 2.4 : <i>il existe toujours une ouverture permettant d'amener le système dans la direction voulue</i>	51
2.5	Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle présentée dans la section 2.4, et dans le cas d'un démarrage hors "S"	54
2.6	Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle présentée dans la section 2.4, et dans le cas d'un démarrage dans le "S".	55

2.7	Évolution du temps de réponse en fonction de x_1^{max} , pour la stratégie de contrôle présentée dans la section 2.4. La valeur (-1) signifie que le système ne se stabilise pas : au-delà de $N^d = 320\text{tr/min}$, le contrôleur proposé, avec ce réglage, ne permet pas de maintenir la vitesse dans une bande suffisamment petite.	56
2.8	Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle (2.4) dans le cas d'un démarrage hors zone du "S" et avec trois actionneurs de performances différentes.	58
2.9	Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle (2.4) modifiée comme dans 2.4.2.2 et dans la zone du "S". Trois actionneurs de performances différentes sont utilisés.	60
2.10	Profil de consigne et position prévue de l'actionneur pour l'implémentation de la loi de contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre. Il s'agit du profil d'action en boucle ouverte ; l'utilisation de seulement la première partie de ce profil à chaque pas de contrôle résulte en un profil de contrôle en boucle fermée différent.	61
2.11	Résultats du contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre pour $N^d = 300$, $\dot{\gamma}^{max} = \{10, 20, 200\}\%/sec$, et $x_1^{max} = 150$	63
2.12	Les trois figures de la ligne supérieure montrent la trajectoire libre du "S" dans le plan (x_1, N) et pour différentes positions de l'actionneur. Les trois figures de la ligne inférieure montrent la même trajectoire mais pour un système possédant des conduites 100% plus longues.	65
3.1	Retour d'état K sur le système linéaire qu'est le circuit hydraulique.	68
3.2	Interaction entre les différents organes d'un site de turbinage.	69
3.3	Introduction du 'solveur' dans la boucle de régulation finale.	69
3.4	Schéma d'une conduite forcée et notations.	70
3.5	Schéma de l'étude de cas "roue de type Pelton".	72
3.6	Étude de $\max(\lambda_1 , \lambda_2)$ en fonction de $(\kappa \cdot \sigma_h, \sigma_Q)$. Cette représentation nous permet de convertir la contrainte sur la norme des valeurs propres du système invariant (3.15), exprimée dans (3.16), en contraintes sur (σ_h, σ_Q) , exprimées dans (3.17)-(3.19).	76
3.7	Résultat du processus de contrôle défini dans la section 3.1.1.1 de ce chapitre ; à savoir que σ_h et σ_Q sont choisis constant, et l'utilisation de Q^{d*} comme dans (3.24) permet de satisfaire les contraintes ((3.9) et (3.11).	79

3.8	Résultat du processus de recherche de la zone de stabilité du système LPV pour $n_\sigma = 14$. Chaque ellipsoïde qui apparaît sur cette figure est en fait un polytope à $n_\sigma + 1$ cotés. Les sommets des polytopes sont indiqués avec un carré. La légende indique la matrice P (arrondie au centième) qui vérifie (3.27) pour le polytope considéré.	81
3.9	Résultat du processus de contrôle défini dans la section 3.1.1.2 de ce chapitre, à savoir le choix optimal de (σ_h, σ_Q) à chaque pas de temps permettant le respect des contraintes sur δh^{max} et $\Delta Q^{min/max}$ et le suivi du débit visé Q^d . Ces résultats sont à mettre en corrélation avec les résultats de la figure 3.7 obtenus pour un choix de (σ_h, σ_Q) constants.	83
3.10	Illustration du calcul de la consigne Q^d appliquée au contrôleur de coup de bélier pour le cas du démarrage. Pour simplifier les calculs en ligne, le bloc de calcul des états stationnaires peut-être remplacé par un tableau pré-calculé ; N^d étant constant (voir remarque ci-dessus), seule la valeur de H_b est susceptible de varier entre plusieurs démarrages.	86
3.11	Illustration du calcul de la consigne Q^d appliquée au contrôleur de coup de bélier pour une consigne de puissance électrique \mathcal{P}_e^d . On rappelle que la puissance en sortie de la machine électrique $\mathcal{P}_e = \eta_e \cdot N \cdot T$, où η_e est le rendement électrique. Pour une machine synchrone après couplage, la vitesse de rotation est constante et vaut N^{stat} (voir remarque ci-dessus). Le bloc de calcul des états stationnaires peut ainsi être remplacé par un tableau pré-calculé ; N^{stat} étant unique, seules les valeurs de H_b et \mathcal{P}_e^d peuvent varier entre deux échelons de puissance.	86
3.12	Résultat du contrôle présenté dans cette section lorsque la contrainte sur δh^{max} n'est pas atteinte. L'actionneur est limité en vitesse d'évolution et tel que $ \dot{\gamma} \leq 5\%/s$	88
3.13	Résultat du contrôle présenté dans cette section lorsque la contrainte sur δh^{max} est atteinte. L'actionneur est limité en vitesse d'évolution et tel que $ \dot{\gamma} \leq 5\%/s$	89
3.14	Réponse en vitesse du système (3.29)-(3.32) en boucle fermée pour une gamme de K_p , et sous l'action de la loi de contrôle développée dans cette section, $N^d = 300$. $K_p \in [0 \ 200] p.u.$. La stabilité du système est assurée en boucle fermée.	90
3.15	Résultats de la stratégie de contrôle élaborée dans le chapitre 3.1 pour une prise de charge après couplage entre $t = 0$ et $t = 50$. Après $t = 50$: découplage violent de la machine synchrone. A gauche, le rejet de charge est fait par la stratégie classique à 2 pentes (voir chapitre 1.10). A droite, c'est l'algorithme ici développé qui effectue cette tâche. Pour cette simulation on a fait le choix $\delta h^{max} = 20m$ et $\dot{\gamma}^{max} = 10\%/s$	90
3.16	Schéma de l'étude de cas "deux conduites". Le débit Q à l'intersection des deux conduites est la variable de contrôle.	92

3.17	Évolution du gain de la fonction de transfert associée au retour d'état K pour une variation de s_1 . Les carrés noirs sont situés à la fréquence de coupure à $-3dB$.	100
3.18	Résultat du processus de contrôle défini dans la section 3.2.1 de ce chapitre. $w_1 = 1.01, w_2 = 0.97, w_3 = 0.91, r = 1.02, s_1 = 0$.	102
3.19	Représentation schématique du procédé de contrôle proposé dans la section 3.2.1 de ce chapitre.	104
3.20	Résultat de la régulation développée dans la section 3.2.2 de ce chapitre lorsqu'on limite la dynamique de l'actionneur avec $\dot{\gamma}^{max} = 10\%/sec$ et sans contraintes sur la chute maximum. La simulation est effectuée sur le système (3.65)-(3.69) et on désactive le retour d'état entre $t = 50$ et $t = 90$. Les oscillations qui apparaissent en boucle ouverte témoignent du phénomène de 'S'.	105
4.1	Démarrage réel du site étudié dans cette section. On observe une convergence rapide de la vitesse de rotation et des excursions répétées liées à l'oscillation de la cheminée d'équilibre.	119
4.2	topologie du site et notations utilisées	120
4.3	Réponse du système de conduite du site étudié (équations (4.35)-(4.42)) en boucle ouverte sous la sollicitation d'un échelon de débit Q filtré par un filtre du premier ordre.	121
4.4	Trajectoire obtenue pour le débit sur le système de conduite présenté dans cette section : $t_f = 120, n_c = 4$. X^d est calculé à partir du système complet présenté dans la section 4.1 pour une chute bute H_b donnée et une vitesse de synchronisme N^d donnée.	123
4.5	Trajectoires résultantes du procédé présenté dans la section 4.1 de ce chapitre, et appliqué au système présenté dans la section 4.3.1. Les trajectoires sont calculées pour le système nominal, et sur l'ensemble des chutes brutes H_b susceptibles d'exister pour le système de turbinage considéré.	124
4.6	Réponse en boucle ouverte du système perturbé (4.43)-(4.48) sous la sollicitation de la trajectoire de l'actionneur calculée dans la section (4.1). On note que le système étant stable, l'absence de contrôle ne résulte que comme un écart statique	125

4.7	Trajectoire des gains calculée comme dans la section 4.2 de ce chapitre pour la trajectoire pré-calculée du système montrée sur la figure 4.6. La matrice W utilisée pour le calcul de ces gains est diagonale, et les pondérations associées à chaque état est : $w_{\delta h_1} = 0.001$, $w_{Q_1} = 0.001$, $w_{\delta h_2} = 0.001$, $w_{Q_2} = 0.001$, $w_{Q_3} = 0.001$, $w_{\delta h_{st}} = 0.1$, $w_{\delta h_3} = 0.001$, $w_{Q_4} = 0.001$, $w_Q = 0.1$, et $w_N = 1$. $R = \mathbb{I}$, $N_p = 10$, et $dt = 0.25$. On remarque qu'on a donné une plus forte pondération aux états relatifs au débit dans la turbine Q , à la vitesse de rotation N et à la hauteur d'eau dans le cheminé h_{st} afin qu'ils convergent plus vite.	126
4.8	Réponse en boucle fermée du démarrage présenté sur la figure 4.6, en utilisant les gains montré sur la figure 4.7. L'utilisation d'une action intégrale sur l'écart entre la vitesse $\tilde{N}(t)$ et $N(t)$, est nécessaire afin d'éliminer tout écart statique en vitesse.	126
4.9	Histogrammes comparés des temps de réponse en vitesse à 99.8% pour les deux retours d'état proposés dans ce chapitre. On observe que les performances – conditionnées par les choix des gains des retours d'état respectifs – sont à la faveur du retour d'état prédictif complet. Le trait en pointillé noir correspond au temps de réponse de la trajectoire pré-calculée.	127
4.10	Trajectoires résultantes du second procédé présenté dans la section 4.3.2.1 de ce chapitre, et appliqué au système présenté dans la section 4.3.1. Les trajectoires sont calculées pour le système nominal, et sur l'ensemble des chutes brutes H_b susceptibles d'exister pour le système de turbinage considéré.	130
4.11	Temps de réponses obtenus par le second procédé présenté dans la section 4.3.2.1 de ce chapitre, et appliqué au système présenté dans la section 4.3.1.	131
4.12	Résultats obtenus sur banc d'essai. Plusieurs observations sont à faire : la trajectoire utilisée à l'époque des essais admet un dépassement en vitesse. De plus, elle admet $\dot{Q}(t_f)$ non nul. On remarque également les difficultés qu'a Simsén à calculer la chute nette aux bornes de la turbine pour les ouvertures les plus faibles : étant donné la douceur de la rampe en ouverture γ , les oscillations qui apparaissent à $t = 0$, et disparaissent à $t = 15$, n'ont pas lieu d'être.	132
4.13	Réponse du système en boucle ouverte	133
4.14	Réponse du système en boucle fermée, retour d'état sur la vitesse (4.49)	134
4.15	Réponse du système en boucle fermée, retour d'état MPC complet	134
A.1	Découpage en éléments finis d'une conduite linéaire à section constante.	141
A.2	Évolution de la pulsation du premier pic de résonance du modèle en élément finis.	143
A.3	Gains des fonctions de transfert associées à chaque modèle.	143

A.4	Réponse temporelle de chaque modèle sous une sollicitation de débit : en haut des échelons filtrés, et en bas un chirp.	144
D.1	Colline originale (en gras) et résultat de la mise sous forme de réponse polynomiale (1.44) (en fin) entre deux paires d'iso-ouvertures. Le polynôme considéré est paramétré par $7*30 = 210$ coefficients par variable (ordre 7 sur γ , ordre 30 sur θ_1). La colline originale contient 1115 valeurs par variable.	152

Liste des tableaux

1.1	Capacités de suivi de charge selon le type de centrale. *Les données associés aux centrales hydrauliques sont des données Alstom.	3
2.1	Résultats du contrôle proposé dans 2.4.2.2 pour $N^d = 300$	59
2.2	Résultats du contrôle proposé dans 2.4.2.2 pour $N^d = 330$. La partie supérieur de ce tableau donne les informations de temps de réponse, pour une vitesse de synchronisme $N^d = 330rpm$, et lorsque le réglage de p reste inchangé par rapport au démarrage effectué dans le tableau 2.1. La seconde partie du tableau 2.2 donne les mêmes informations avec un réglage optimisé de p , noté $p^{optimal}$	59
2.3	Résultats du contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre pour $N^d = 300$	64
2.4	Résultats du contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre pour $N^d = 330$. La comparaison de ces résultats avec les résultats du tableau 2.2 viennent conforter les bonnes performances de cet algorithme.	64

Table des sigles et acronymes

BF	Boucle Fermée
BO	Boucle Ouverte
DF	Différences Finies
MADA	Machine Asynchrone Double Alimentation
MOC	Method Of Characteristics - réfère au modèle par la méthode des caractéristiques
MPC	<i>Model Predictiv Control</i> /Contrôle Prédicatif à base de Modèle
MS	Machine Synchrone
PI	Proportionnel Intégral, c'est une loi de retour d'état qui tient compte de l'écart et de la somme des écart.
PSP	Pump-Storage Plant \simeq STEP
STEP	Station de Transfert d'Énergie par Pompage
TP	Turbines-Pompe

Introduction

Sommaire

1.1	Contexte	1
1.1.1	Sur le stockage de l'énergie	1
1.1.2	Défis technologiques pour les STEP	3
1.2	Description des centrales de turbinage de moyenne et haute chute . .	5
1.3	Notions d'hydraulique	8
1.4	Méthodologie	9
1.5	Comportement dynamique de la chute nette	12
1.5.1	Les conduites forcées	12
1.5.2	Les cheminées d'équilibre	20
1.6	Dynamique de la roue hydraulique	21
1.6.1	Introduction à la colline des rendements hydrauliques	21
1.6.2	Utilisation directe de la colline des rendements hydrauliques	23
1.6.3	Utilisation indirecte de la colline des rendements hydrauliques	26
1.7	L'actionneur oléo-hydraulique	26
1.8	La génératrice	28
1.9	Synthèse du système étudié	31
1.10	Problématique et pratique industrielle	33
1.11	Le phénomène de "S"	37
1.12	Observation du système	39

1.1 Contexte

1.1.1 Sur le stockage de l'énergie

L'augmentation du prix des énergies fossiles, et le désir aujourd'hui croissant d'une production énergétique propre, nécessitent l'utilisation de nouveaux moyens de production. Les énergies, dites renouvelables, comme la conversion solaire, éolienne, ou marémotrice nous permettent de croire en une production sans rejet de polluants pour l'avenir. Ces nouvelles techniques introduisent cependant de nouveaux défis dans le management de l'énergie : si la décentralisation de la production implique de nouvelles contraintes pour les gestionnaires de

réseaux de transport et de distribution d'électricité, une forte conséquence de l'intégration des énergies renouvelables réside aussi dans l'intermittence de leur production. En effet, l'aspect naturel de ces sources d'énergie perturbe le caractère prévisible de la production.

Afin de satisfaire la demande du consommateur, ces deux nouveaux attributs du réseau : production décentralisée et intermittente, impliquent l'intégration de plus en plus d'intelligence aux fonctions du réseau et au niveau de la production. De plus, le stockage de l'énergie à grande échelle est rendu nécessaire afin d'améliorer l'intégration des sources renouvelables intermittentes.

L'intérêt du stockage de l'énergie à l'échelle du réseau prend plusieurs formes [HF12] :

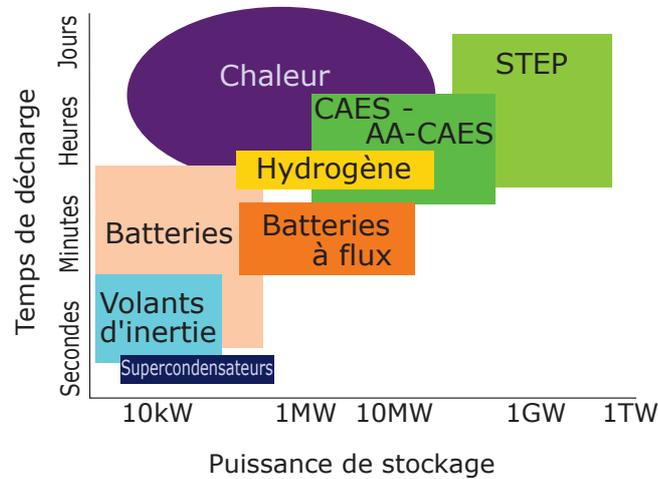
- il participe à l'arbitrage sur les marchés de l'énergie en permettant au producteur de vendre l'énergie produite lorsqu'elle est au plus cher.
- il permet de réduire l'appel aux centrales thermiques en délivrant la puissance nécessaire à rétablir l'équilibre du réseau lorsque la production ne colle pas à la production.
- il permet l'anticipation des pics de consommation et participe ainsi à l'optimisation des coûts de production. Il participe ainsi à la réduction du prix de l'énergie.
- il participe à la sécurité du réseau en donnant un moyen rapide de rétablir l'équilibre sur le réseau.

Les centrales de turbinage classiques convertissent l'énergie potentielle d'une masse d'eau contenue dans un bassin en altitude en énergie électrique. Les stations de transfert d'énergie par pompage (STEP) sont équipées de roues réversibles : des pompes également capable d'effectuer la fonction de turbinage. L'opération de pompage permet de stocker l'énergie excédentaire du réseau sous la forme d'énergie potentielle contenue dans la masse d'eau en altitude. L'opération de turbinage restitue cette énergie stockée lorsque c'est nécessaire.

La figure 1.1 présente une cartographie, dans le plan capacité de stockage – temps de décharge, des moyens de stockage de grande échelle connus à ce jour. Les dimensions des STEP permettent le stockage et la mise à disposition d'une très grande quantité d'énergie ; plus que celle des autres moyens de stockage. De plus, conformément aux données du tableau 1.1, les temps d'actionnement de ces centrales sont très rapides (\sim minutes) en comparaison d'autres moyens de production de puissance similaire (plusieurs heures pour le nucléaire et les centrales à énergies fossiles).

Leur aspect respectueux de l'environnement, leur grande capacité de stockage, et leur rapidité d'action, font des STEP la principale solution de grande échelle pour accompagner l'intermittence des énergies renouvelable.

Technologies de stockage en fonction de leur puissance et du temps de décharge (autonomie)



Source : IFPEN d'après diverses sources

FIGURE 1.1 – Cartographie des systèmes de stockage selon leur temps de décharge et puissance typiques

Type de centrale	Durée de démarrage	Variation maximale en 30 secondes	Taux maximal de montée en puissance (%/min)
Turbine à gaz	10-20 min	20-30%	20
Cycle combiné gaz	30-60 min	10-20%	5-10
Centrale à charbon	1-10 heures	5-10%	1-5
Centrale nucléaire	2h à 2 jours	jusqu'à 5%	1-5
Centrale hydraulique*	5-10 min	jusqu'à 100%	100

TABLE 1.1 – Capacités de suivi de charge selon le type de centrale. *Les données associées aux centrales hydrauliques sont des données Alstom.

1.1.2 Défis technologiques pour les STEP

L'évolution du comportement du réseau électrique soulève en particulier de nouveaux défis pour les STEP : si par le passé seul le fonctionnement nominal des machines (rendement maximum à $\sim 90\%$ de puissance) suffisait à satisfaire les besoins en puissance d'un réseau électrique facilement prévisible, les STEP doivent aujourd'hui être suffisamment flexibles pour fournir, en plus de la puissance électrique, une réserve de production activable en un temps minimum. Cette réserve doit, entre autre, permettre d'absorber les pics de consommation et de production afin de maintenir une stabilité globale du réseau électrique. Afin d'illustrer cela, la figure 1.2 propose d'observer la transformation de l'usage d'une turbine ; on note qu'entre les années 2008 et 2010, l'usage de la turbine en charge partielle est très largement augmenté.

Du point de vue d'Alstom¹, l'évolution de l'usage d'une turbine doit se traduire en une évolution des performances de leur produit afin de mieux coller aux nouveaux besoins des clients. Deux axes d'évolution doivent alors permettre d'améliorer le comportement des turbines vis à vis de sollicitations plus variées : premièrement, la conception doit évoluer afin d'améliorer la tolérance aux nouveaux régimes de fonctionnement. Deuxièmement, et c'est le point qui nous intéresse dans ce manuscrit, il est nécessaire d'augmenter l'intelligence adjointe aux machines afin d'améliorer leur réactivité et permettre leur fonctionnement dans des zones aujourd'hui interdites.

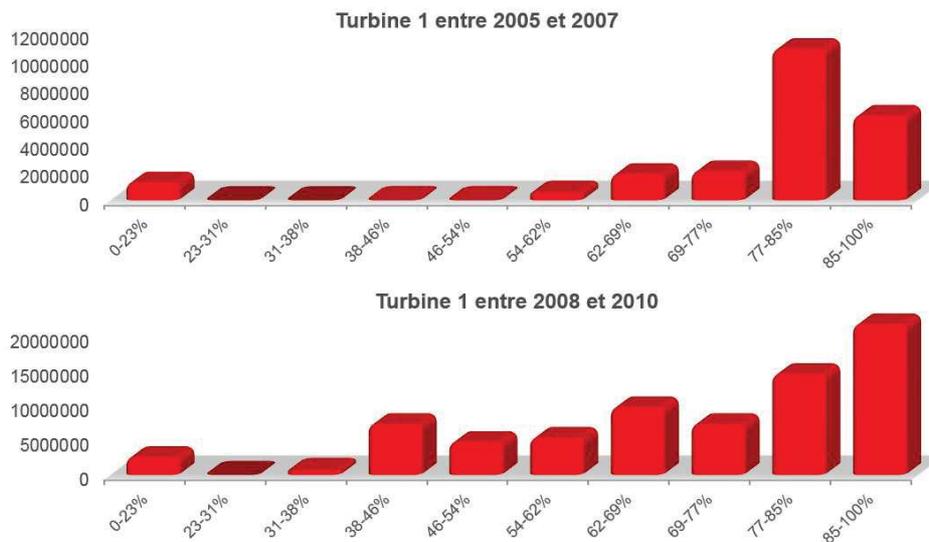


FIGURE 1.2 – Évolution de l'usage d'une turbine en heures (source Alstom)

Les travaux de recherches présentés dans ce manuscrit servent ainsi un double objectif : d'une part, accélérer les régimes transitoires d'une turbine hydraulique, et d'autre part permettre le fonctionnement dans des zones critiques aujourd'hui inexploitées. Ces travaux ont en effet été initiés sous la volonté de résoudre une instabilité au démarrage appelée instabilité du "S". Cette dernière apparaît dans le mode turbine des roues de type pompe-turbine lorsque le remplissage du bassin amont est trop faible et sera plus largement présentée dans la section 1.11 de ce manuscrit.

La maîtrise de cette instabilité va permettre d'élargir la gamme de fonctionnement des turbines actuelles, libérant ainsi une zone de fonctionnement aujourd'hui interdite. Ceci permettra de soulager les marges prises par les hydrauliciens lors de la conception des roues vis-à-vis de ces zones interdites. La conception de la roue est ainsi libérée, permettant d'augmenter les performances sur l'ensemble des modes de fonctionnement des machines. La maîtrise du phénomène de "S" par des procédés de contrôle rentre donc dans une démarche plus globale d'amélioration des turbines.

1. Désormais *General Electric Renewable*

1.2 Description des centrales de turbinage de moyenne et haute chute

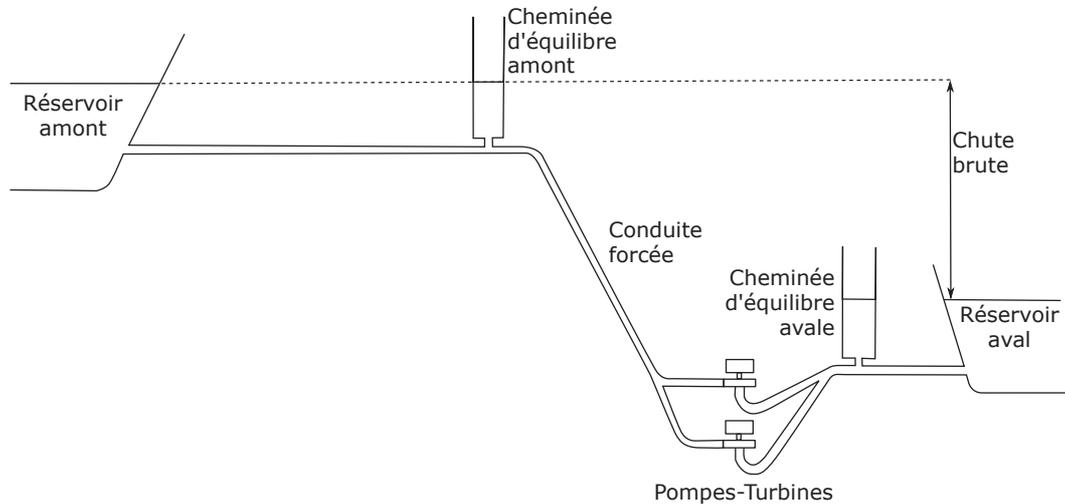


FIGURE 1.3 – Illustration d'un site de pompage-turbinage composé de deux pompes-turbines partageant le même circuit hydraulique. Ce dernier présente deux cheminées d'équilibre.

Un site de turbinage ou de pompage-turbinage a pour principe la conversion de l'énergie potentielle contenue dans une masse d'eau située en altitude et énergie électrique. Dans le cas du pompage c'est l'opération inverse qui s'effectue.

Les STEP et les sites de turbinage se composent de trois organes principaux :

- le circuit hydraulique a pour rôle l'acheminement et l'évacuation de l'eau. Il se compose des conduites forcées, éventuellement d'une ou plusieurs cheminées d'équilibres comme sur la figure 1.3, ainsi que de différents morceaux de tuyauterie.
- la roue hydraulique a pour rôle, lors du turbinage, de convertir l'énergie contenue dans l'écoulement de l'eau en énergie mécanique. Il en existe de plusieurs types en fonction de la configuration du site comme illustré sur la figure 1.4.
- la génératrice est attachée à la roue hydraulique par l'intermédiaire d'un arbre de transmission rigide. Elle a pour rôle la conversion de l'énergie mécanique en énergie électrique. Dans le cas du pompage la génératrice est motrice et actionne la rotation de la roue hydraulique.

Dans ce manuscrit, on s'intéresse particulièrement aux roues sujettes à des coups de bélier importants, et où l'acheminement de l'eau suggère un circuit hydraulique important : il s'agit des roues de moyenne et haute chute ($H \geq 100m$) de type Pelton et Francis.

Le coup de bélier est un phénomène de surpression qui apparaît au moment de la variation brusque de la vitesse d'un liquide, par suite d'une fermeture/ouverture rapide d'une vanne, d'un robinet ou du démarrage/arrêt d'une pompe. Plus les masses d'eau mise en jeux sont grandes, plus le coup de bélier sera important ; d'où l'intérêt porté aux centrales de chute importante.

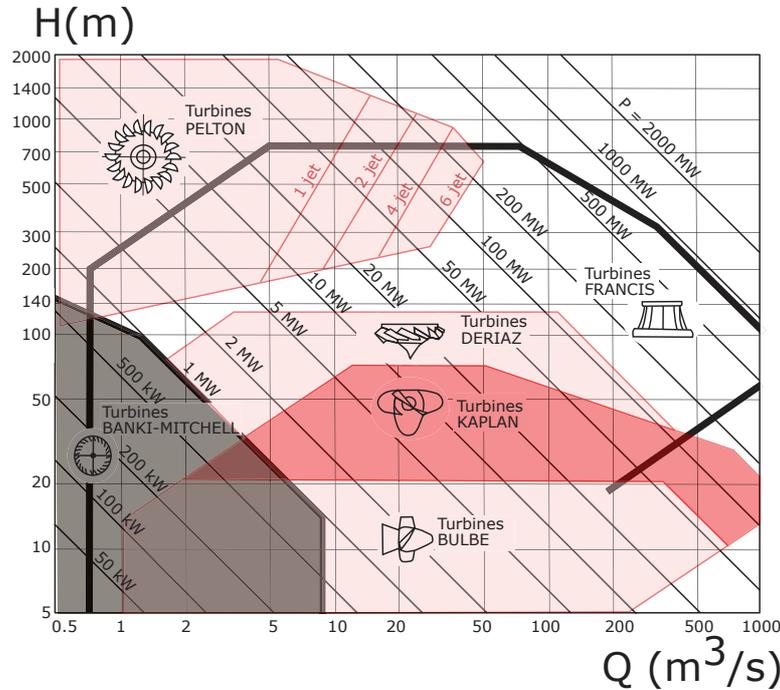


FIGURE 1.4 – Diagramme de répartition des turbines en fonction de la chute H et du débit Q disponible.

La figure 1.5 donne une vue plus détaillée de la turbine. Elle se compose d'une roue hydraulique reliée à une machine électrique par l'intermédiaire d'un arbre de transmission rigide : étant donné le caractère standard des séquences étudiées, les éventuelles déformations que peut subir l'arbre de transmission sont négligées. L'organe réglant de la turbine est également visible sur la figure 1.5, il s'agit de la ceinture de pales directrices entourant la roue. L'orientation des directrices permet d'ajuster le débit traversant la roue et donc l'énergie fournie à la roue par l'écoulement.

Pour l'opération de turbinage, la roue hydraulique est mise en rotation par l'écoulement de l'eau qui la traverse. Pour l'opération de pompage c'est la machine électrique qui entraîne la rotation de la roue. La rotation de la roue est régie par l'équation des masses tournantes :

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = T_h + T_{elec} - f \cdot \omega \quad (1.1)$$

Avec :

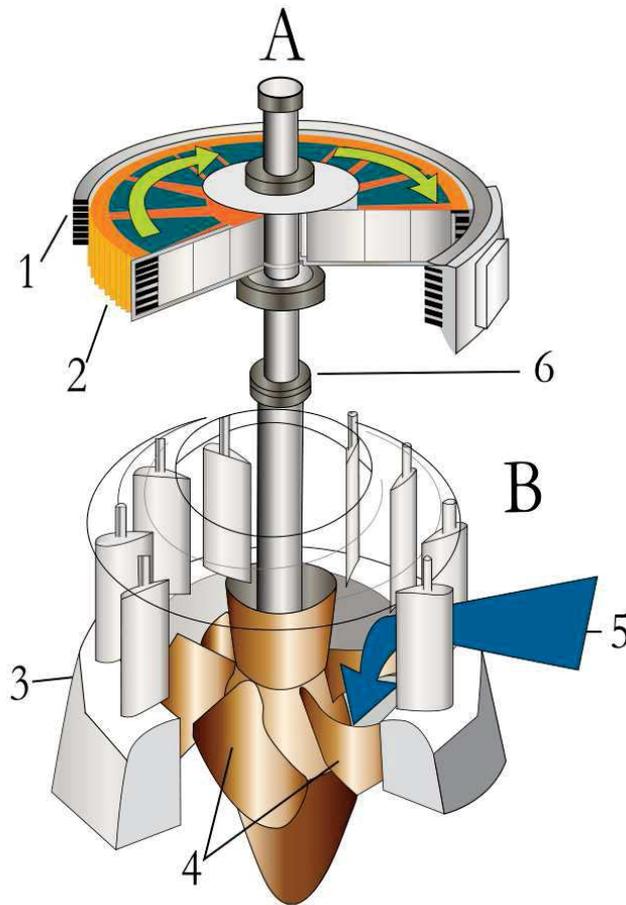


FIGURE 1.5 – schéma descriptif du bloc turbine-alternateur. \mathcal{A} : machine électrique, \mathcal{B} : machine hydraulique, 1 : stator, 2 : rotor, 3 : cercle de vannage permettant l'orientation des directrices, 4 : pales de la roue hydraulique, 5 : écoulement de l'eau dans la turbine, 6 : arbre de transmission.

ω la vitesse de rotation angulaire (en $rd \cdot s^{-1}$)

J l'inertie (en $kg \cdot m^2$)

T_h le couple hydraulique (en $N \cdot m$)

T_{elec} le couple électrique (en $N \cdot m$)

f un terme de frottement fluide (en $N \cdot m \cdot s$)

1.3 Notions d'hydraulique

D'une manière générale, l'énergie massique E fournie par l'écoulement à la turbine, ou fournie par la turbine à l'écoulement, s'exprime en fonction de l'énergie massique E_1 de l'écoulement à l'entrée de la turbine, et de l'énergie massique E_2 de l'écoulement à la sortie de la turbine :

$$E = E_1 - E_2 \quad (1.2)$$

L'énergie massique de l'écoulement (i) se quantifie grâce à la chute H_i en m . On note qu'elle s'exprime selon Bernoulli [Ref] :

$$E_i = g \cdot H_i \quad (1.3)$$

Avec :

g l'accélération de la pesanteur (en m/s^2)

H_i la chute (en m)

E_i l'énergie massique (en J/kg)

Et où l'expression de H_i est :

$$H_i = \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{p_i}{\rho} + g \cdot z_i + \frac{v_i^2}{2} \right) \quad (1.4)$$

Avec :

p_i la pression (en Pa)

ρ la masse volumique (en kg/m^3)

z_i l'altitude (en m)

v_i la vitesse de l'écoulement (en m/s)

On note $H_n = H_1 - H_2$ la chute nette (en m) aux bornes de la turbine. On note H_b la chute brute (en m) relative à l'écart des hauteurs d'eau entre le bassin amont et aval. La chute brute est relative à l'énergie potentielle totale de l'installation. Elle diffère de la chute nette qui exprime l'énergie accessible par la turbine (voir figure 1.6). En régime stationnaire, la chute nette est égale à la chute brute à laquelle on retranche les pertes de charge, ou pertes par friction, qui ont lieu dans le circuit hydraulique.

La puissance hydraulique \mathcal{P}_h (en J/s) transmise à la roue hydraulique est égale à l'énergie massique disponible intégrée par la masse d'eau qui traverse la turbine par unité de temps. Elle s'exprime donc en fonction de la masse volumique ρ de l'eau, du débit Q dans la turbine,

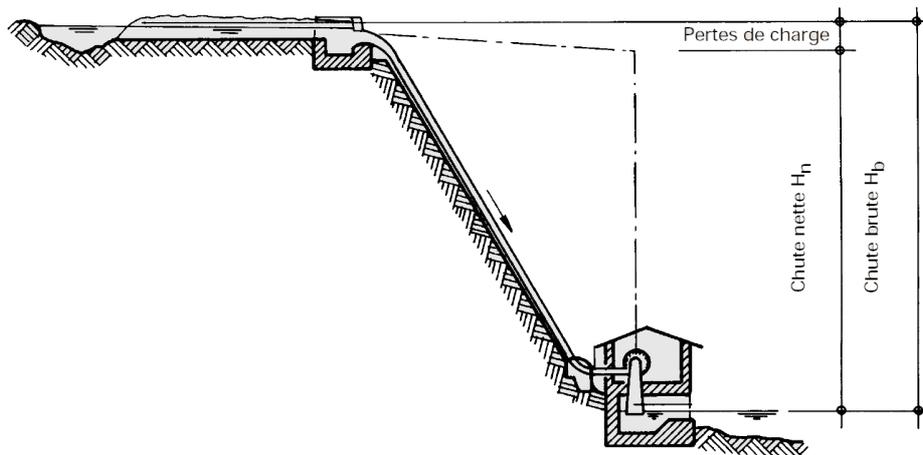


FIGURE 1.6 – Illustration d'un site de turbinage composé d'une roue de type Pelton. Hauteur de chute brute et nette d'une centrale à conduite forcée.

et de l'énergie massique E aux bornes de la turbine :

$$\mathcal{P}_h = \rho \cdot Q \cdot E \quad (1.5)$$

$$= \rho \cdot g \cdot Q \cdot (H_1 - H_2) \quad (1.6)$$

$$= \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n \quad (1.7)$$

La puissance hydraulique \mathcal{P}_h est convertie en puissance mécanique \mathcal{P}_m dans la roue hydraulique, avec le rendement $\eta_h \in [0, 1]$, et on note :

$$\mathcal{P}_m = \eta_h \cdot \mathcal{P}_h \quad (1.8)$$

La puissance mécanique s'exprimant en fonction du couple hydraulique T_h et de la vitesse angulaire de la roue, on en déduit une relation entre le débit, la chute nette, la vitesse angulaire et le couple hydraulique :

$$T_h \cdot \omega = \eta_h \cdot \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n \quad (1.9)$$

1.4 Méthodologie

L'automatique traite de la modélisation, de l'analyse, de l'identification et de la commande des systèmes physiques. Dans le cadre de ce manuscrit, le système physique étudié est la centrale de production hydraulique. Les finalités des développements qui vont suivre résident en la conception de lois permettant l'amélioration du contrôle du système (rapidité, précision, stabilité).

D'une manière générale, un système physique peut être modélisé par un système dynamique possédant les deux propriétés suivantes :

1. causalité : c'est-à-dire que son avenir ne dépend que de phénomènes du passé ou du présent.
2. déterminisme : c'est-à-dire qu'à une condition initiale donnée à l'instant initial va correspondre à chaque instant ultérieur un et un seul état futur possible.

Soit t le temps; soit $x \in \mathbb{R}^{n_x}$ le vecteur contenant les états participant à la dynamique du système; soit $w_x \in \mathbb{R}^{n_x}$ le vecteur contenant les erreurs de modélisation du système; soit $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ le vecteur contenant les actions disponibles; soit $y \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur contenant les observations/mesures du systèmes; soit $w_y \in \mathbb{R}^{n_y}$ le vecteur contenant les bruits de mesures du systèmes; on note l'équation de modélisation, régissant la dynamique du système dynamique :

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) + w_x(t) \quad (1.10)$$

$$y(t) = h(x(t), u(t)) + w_y(t) \quad (1.11)$$

Basé sur la connaissance de la dynamique du système (1.10), le travail de l'automaticien est double : d'une part il doit travailler à la conception d'une loi K , dite loi de retour d'état, telle que $u(t) = K(x^d, x(t))$ assure la convergence de l'état x du système vers sa valeur objectif x^d .

La fonction K ainsi développée doit permettre d'atteindre des objectifs de stabilité et de rapidité de convergence du système, mais aussi :

- rejeter d'éventuelles perturbations dans l'estimation des états du système $x(t)$
- tenir compte d'éventuelles contraintes sur $u(t)$ et $x(t)$
- être robuste vis-à-vis d'éventuelles incertitudes sur f

D'autre part, basé sur la connaissance des mesures du système décrites dans (1.11), on doit travailler à l'estimation $\hat{x}(t)$, à chaque instant t , des états $x(t)$ du système. On conçoit pour cela une fonction d'observation L telle que :

$$\dot{\hat{x}}(t) = L(\hat{x}(t), u, y) \quad (1.12)$$

$$\hat{y}(t) = h(\hat{x}(t), u(t)) \quad (1.13)$$

La fonction L doit être conçue de manière à ce que la convergence de $\hat{x}(t)$ vers $x(t)$ soit bien maîtrisée à chaque instant même en présence de bruit de mesure w_y .

Comme on le verra par la suite, la modélisation du système décrite par la fonction f peut prendre plusieurs formes pour un même système physique. Il n'est pas toujours nécessaire de décrire un système dans son ensemble pour concevoir une loi par retour d'état performante.

On distingue le modèle de simulation et le modèle duquel on extrait une loi de contrôle. Ainsi, une loi de contrôle basé sur une modélisation simplifiée du système doit aussi être validée sur un modèle de simulation plus complexe avant d'être intégrée au système réel.

Dans les sections 1.5 à 1.9 qui suivent, on s'attache à décrire les équations mathématiques permettant la bonne représentation de la dynamique d'un système de pompage-turbinage. Elles sont issues tantôt des équations fondamentales de la physique, tantôt de modèles issus de mesures expérimentales. L'objectif est de permettre la conception de la fonction f décrivant la dynamique du système physique et le choix judicieux du vecteur x qui l'accompagne.

Dans les section 1.10 et 1.11, on analyse la pratique industrielle et on s'intéresse plus particulièrement aux problématiques soulevées par ce manuscrit, à savoir démarrage d'une pompe-turbine dans la région instable du "S".

La section 1.12 fait le point sur les techniques d'observation du système utilisées dans le cadre de la modélisation développée dans les sections précédentes.

La suite du manuscrit explore alors trois méthodes pour le contrôle du système étudié :

1. Dans le chapitre **2 : Temps minimum de démarrage d'une turbine hydraulique**, on étudie une représentation minimum de la dynamique du système. Un modèle du premier ordre est utilisé pour décrire le coup de bélier de masse, il interagit avec une modélisation non linéaire de la turbine. Le modèle alors produit se compose de deux variables d'état, ce qui permet sa représentation dans un plan 2D. L'étude de l'évolution du système dans ce plan permet la mise au point d'une loi de démarrage simple.
Ce chapitre permet d'une part le calcul de temps minimum pour le démarrage en mode turbine. D'autre part, il démontre la difficulté à maîtriser l'instabilité du "S" avec une expression simplifiée de la dynamique.
Pour le calcul de temps minimum de démarrage, une première étape considère un actionneur idéal ; les temps de démarrage alors obtenus sont uniquement dépendants de la faculté du système physique à accélérer.
Une deuxième étape considère le cas d'un actionneur comme décrit dans la section 1.7 de ce chapitre. On développe alors une méthode basée sur l'utilisation un contrôleur prédictif non linéaire qui permet de résoudre le problème de démarrage en temps minimum.
2. Dans le chapitre **3 : Algorithme $Q\delta h$** , la dynamique complète du phénomène de coup de bélier est considérée, et on aborde la problématique de contrôle de manière innovante puisque la philosophie derrière ce chapitre est d'ajouter artificiellement un amortissement aux oscillations de la colonne d'eau contenue dans les conduites forcées :

un système stable étant plus facile à asservir. On développe ainsi une loi de contrôle par retour d'état sur le circuit hydraulique permettant l'amortissement rapide des oscillations, et dont l'actionneur est la turbine elle-même. En agissant sur le débit dans les conduites, la turbine agit sur la quantité d'énergie qu'elle reçoit et peut donc jouer tantôt sur sa vitesse de rotation, tantôt sur la puissance qu'elle transmet à la machine électrique.

En s'affranchissant de l'aspect oscillant du circuit hydraulique on permet la stabilisation de la roue dans le "S" et l'accélération du système pour l'ensemble des séquences considérées.

Le contrôleur développé dans ce chapitre tient également explicitement compte de contraintes fonctionnelles : limitation du coup de bélier maximum, vitesse d'évolution de la position des directrices, etc.

3. Dans le chapitre 4 : **Élaboration et suivis de trajectoires admissibles**, la dynamique complète du phénomène de coup de bélier est également considérée. Une approche plus calculatoire basée sur l'utilisation au sein du régulateur de fonctions de minimisations sous contraintes est explorée. L'objectif est de trouver des trajectoires compatibles avec la dynamique du système, son état instantané, et les contraintes opérationnelles qu'on se fixe. Cette méthode est démontrée performante pour atteindre l'état final visé même dans la région du "S".

Les trajectoires calculées sont suivies grâce au calcul d'un retour d'état linéarisé, et basé sur les méthodes de contrôle prédictif.

1.5 Comportement dynamique de la chute nette

La chute nette aux bornes de la turbine diffère bien de la chute brute relative au remplissage du bassin amont et, le cas échéant, de celui du bassin aval. En régime stabilisé, cet écart résulte seulement des pertes par friction qui ont lieu au sein du circuit hydraulique. Dans le cas général, un deuxième phénomène a également lieu : le phénomène de coup de bélier de masse. Ce dernier est dû à l'accélération/au ralentissement de la masse d'eau dans les conduites forcées et résulte en variation de la chute nette aux bornes de la turbine. Plus la masse d'eau mise en mouvement est importante (conduites à grande section ou longues, chute importante) plus le coup de bélier est important. On présente ici les lois fondamentales permettant de décrire le comportement des différents organes hydrauliques.

1.5.1 Les conduites forcées

Afin de décrire le comportement dynamique des conduites forcées, les hypothèses suivantes sont faites :

- l'écoulement de l'eau dans la conduite est unidimensionnel. L'eau étant un fluide incompressible, l'écoulement et la pression sont uniforme dans toutes les sections de la conduite.

- la déformation des conduites est proportionnelle à la pression (Loi de Hooke), et on caractérise les effets de compression du liquide par un module d'élasticité isostatique constant.
- il n'y a pas de vaporisation de liquide (cavitation) dans les conduites.
- la pression $h(x, t)$ et le débit $q(x, t)$ évoluent dans la conduite selon les conditions aux limites. Ces conditions aux limites sont illustrées sur la figure 1.7.

La loi de conservation de la masse et la loi de conservation du mouvement, conduisent alors, pour une conduite à section circulaire constante, la loi qui régit le comportement de la chute $h(x, t)$ et du débit $q(x, t)$ à la section x et au temps t [Ten10] ; [Nic07] :

$$\begin{cases} \alpha \cdot \frac{\partial q(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = 0 \\ \beta \cdot \frac{\partial h(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial q(x,t)}{\partial t} = -F \cdot q(x,t) |q(x,t)| \end{cases} \quad (1.14)$$

Avec :

x l'abscisse curviligne de la conduite (en m)

t le temps (en s)

$$\alpha = \frac{a^2}{g \cdot S}$$

$$\beta = g \cdot S$$

$$F = \frac{f}{2 \cdot S \cdot D}$$

a la célérité des ondes hydraulique le long de la conduite (en $m \cdot s^{-1}$)

g l'accélération de la gravité (en $m \cdot s^{-2}$)

S la section de la conduite (en m^2)

f un coefficient de frottement fluide dans la conduite

D le diamètre de la conduite (en m)

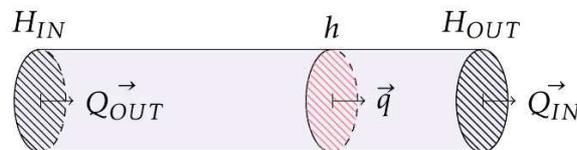


FIGURE 1.7 – Illustration schématique d'une conduite linéaire à section constante.

Plusieurs méthodes sont usuellement utilisées pour résoudre l'équation 1.14 :

- la méthode arithmétique d'Allievi (1925) [Lme]
- la méthode graphique de Schnyder-Bergeron (1950) [L50]
- la méthode des caractéristiques (MOC) [E.B93] ; [A.Pde] ; [ML94]
- la méthode des fonction de transfert matricielles [E.B93] ; [J.Aic]
- la méthode des impédances [E.B93] ; [Nic07]

Toutes ces méthodes permettent l'analyse du comportement dynamique du circuit hydraulique. Pour des raisons de commodité, nous avons choisit dans ce manuscrit d'explorer la solution issue de la méthode des caractéristiques qui a l'avantage de se résoudre en un système linéaire invariant à temps discret convenant bien à l'implémentation d'une boucle de régulation. Le développement qui suit décrit précisément la méthode de résolution étudiée.

Afin de traiter l'équation aux dérivées partielles (1.14) en vue d'obtenir une équation différentielle (de taille réduite) régissant la dynamique du circuit hydraulique, on choisit d'ignorer pour l'instant les pertes par friction. On en déduit la version sans pertes de (1.14) :

$$\alpha \cdot \frac{\partial q(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial h(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (1.15)$$

$$\beta \cdot \frac{\partial h(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial q(x, t)}{\partial t} = 0 \quad (1.16)$$

Avec $Z = \begin{pmatrix} q(x, t) \\ h(x, t) \end{pmatrix}$, et $A = \begin{pmatrix} 0 & \beta \\ \alpha & 0 \end{pmatrix}$, les équations (1.15) et (1.16) se réécrivent :

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + A \cdot \frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad (1.17)$$

La matrice A possède deux valeurs propre réelles : $\{\sqrt{\alpha \cdot \beta}, -\sqrt{\alpha \cdot \beta}\}$, avec $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = a$; qui est, on le rappelle, la vitesse de propagation de l'onde dans la conduite. Ses valeurs propres étant réelles, on a bien à faire à un système d'équations aux dérivées partielles hyperbolique.

Il existe ainsi une matrice P permettant de décorréler les deux équations contenues dans (1.17) :

$$\exists P \in \mathbb{R}^{2 \times 2} \mid P^{-1} \cdot A \cdot P = \Lambda = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & -a \end{pmatrix}$$

En posant $Y \mid Z = P \cdot Y$, l'équation (1.17) donne

$$\frac{\partial Y}{\partial t} + \Lambda \cdot \frac{\partial Y}{\partial x} = 0 \quad (1.18)$$

La matrice Λ étant diagonale, il est possible de réécrire (1.18) sous la forme de deux équations aux dérivées partielles scalaires décorrélés :

$$\begin{cases} \frac{\partial y_1}{\partial t} + a \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial y_2}{\partial t} - a \cdot \frac{\partial y_2}{\partial x} = 0 \end{cases} \quad (1.19)$$

Il est déduit de (1.19) que $y_1(t, x + \lambda \cdot t)$ est un terme constant dans le temps. En effet,

$$\frac{dy_1}{dt}(t, x + a \cdot t) = \frac{\partial y_1}{\partial t}(t, x + a \cdot t) + a \cdot \frac{\partial y_1}{\partial x}(t, x + a \cdot t) = 0$$

La même démonstration montrera que $y_1(t + \frac{x}{a}, x)$, $y_2(t, x - a \cdot t)$ et $y_2(t - \frac{x}{a}, x)$ sont également constants.

On utilise la solution $P = \begin{pmatrix} -1 & \frac{g \cdot S}{a} \\ \frac{a}{g \cdot S} & 1 \end{pmatrix}$ qui effectue le changement de variable correspondant à l'équation (1.18). De plus, afin de simplifier les calculs on utilise les notations suivantes :

$$\begin{cases} q &= p_{11} \cdot y_1 + p_{12} \cdot y_2 \\ h &= p_{21} \cdot y_1 + p_{22} \cdot y_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} y_1 &= w_{11} \cdot q + w_{12} \cdot h \\ y_2 &= w_{21} \cdot q + w_{22} \cdot h \end{cases}$$

Ainsi,

$$\begin{cases} h(t, 0) &= p_{21} \cdot (w_{11} \cdot q(t, 0) + w_{12} \cdot h(t, 0)) + p_{22} \cdot y_2(t, 0) \\ q(t, L) &= p_{11} \cdot y_1(t, L) + p_{12} \cdot (w_{21} \cdot q(t, L) + w_{22} \cdot h(t, L)) \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} (1 - p_{21} \cdot w_{12}) \cdot h(t, 0) &= p_{21} \cdot w_{11} \cdot q(t, 0) + p_{22} \cdot y_2(t, 0) \\ (1 - p_{12} \cdot w_{21}) \cdot q(t, L) &= p_{11} \cdot y_1(t, L) + p_{12} \cdot w_{22} \cdot h(t, L) \end{cases}$$

Or, d'après (1.18), on a

$$\begin{cases} y_1(t, L) &= y_1(t - \frac{L}{a}, 0) = \frac{1}{p_{11}} \cdot \left(q(t - \frac{L}{a}, 0) - p_{12} \cdot y_2(t - \frac{L}{a}, 0) \right) \\ y_2(t, 0) &= y_2(t - \frac{L}{a}, L) = \frac{1}{p_{22}} \cdot \left(h(t - \frac{L}{a}, L) - p_{21} \cdot y_1(t - \frac{L}{a}, L) \right) \end{cases}$$

$$\implies \begin{cases} y_1(t, L) &= \frac{1}{p_{11}} \cdot \left(q(t - \frac{L}{a}, 0) - p_{12} \cdot y_2(t - \frac{2L}{a}, L) \right) \\ y_2(t, 0) &= \frac{1}{p_{22}} \cdot \left(h(t - \frac{L}{a}, L) - p_{21} \cdot y_1(t - \frac{2L}{a}, 0) \right) \end{cases}$$

On trouve donc en combinant les deux résultats précédents et en remplaçant les (p_{ij}, w_{ij}) par leur valeur :

$$\begin{cases} h(t, 0) = -\kappa \cdot [q(t, 0) - q(t - \Delta, 0)] + 2 \cdot h(t - \frac{\Delta}{2}, L) - h(t - \Delta, 0) \\ q(t, L) = 1/\kappa \cdot [h(t, L) - h(t - \Delta, L)] + 2 \cdot q(t - \frac{\Delta}{2}, 0) - q(t - \Delta, L) \end{cases} \quad (1.20)$$

Où $\kappa = \frac{a}{g \cdot S}$ est un coefficient relatif aux dimensions de la conduite, et $\Delta = \frac{2 \cdot L}{a}$ est le temps d'aller-retour de l'onde dans la conduite.

En utilisant les notations introduites dans la figure 1.7, on a finalement deux équations à temps discret qui décrivent la dynamique d'une conduite :

$$H_{OUT}(t) = -\kappa \cdot (Q_{IN}(t) - Q_{IN}(t - \Delta)) + 2 \cdot H_{IN}(t - \Delta/2) - H_{OUT}(t - \Delta) \quad (1.21)$$

$$Q_{OUT}(t) = 1/\kappa \cdot (H_{IN}(t) - H_{IN}(t - \Delta)) + 2 \cdot Q_{IN}(t - \Delta/2) - Q_{OUT}(t - \Delta) \quad (1.22)$$

Les équations (1.21) et (1.22), donnent la dynamique d'une conduite seule. Elles permettent de calculer la réponse en débit Q_{OUT} et en chute H_{OUT} sous une sollicitation du débit Q_{IN} et de la chute H_{IN} , en absence de pertes par friction le long de la conduite et selon les notations introduites sur la figure 1.7.

Ces équations permettent également le raccordement de plusieurs conduites en série.

La figure 1.8 illustre les 4 phases du coup de bélier lorsque le débit à l'extrémité de la conduite est coupé à $t = 0$ et en absence de friction. Sur l'intervalle $t \in [0, \frac{L}{a}]$, l'onde de pression parcourt la conduite vers l'amont à une vitesse a et la sur-pression δh résultante de cet coupure de débit prend la valeur $\kappa \cdot Q_0$ d'après (1.21). Sur l'intervalle $t \in [\frac{L}{a}, \frac{2L}{a}]$, l'onde de pression rebondit et le débit s'inverse pour décompresser la partie de la conduite sur-pressée. Sur l'intervalle $t \in [\frac{2L}{a}, \frac{3L}{a}]$, la sur-pression devient sous-pression sous l'effet de l'aspiration du débit Q_0 . L'onde de pression parcourt à nouveau la conduite vers l'amont à la vitesse a mais cette fois avec une surpression $\delta h = -\kappa \cdot Q_0$. Sur l'intervalle $t \in [\frac{3L}{a}, \frac{4L}{a}]$ le débit s'inverse à nouveau ainsi que le sens de parcours de l'onde de pression pour amener la conduite dans son état initial à l'instant $t = \frac{4L}{a}$. On en déduit que la période d'oscillation d'une conduite vaut $2 \cdot \Delta = \frac{4L}{a}$.

Introduisons maintenant les pertes de charges le long de la conduite selon la méthode de Darcy-Weisbach. Cette description donne les pertes de charges h_{loss} par unité de longueur

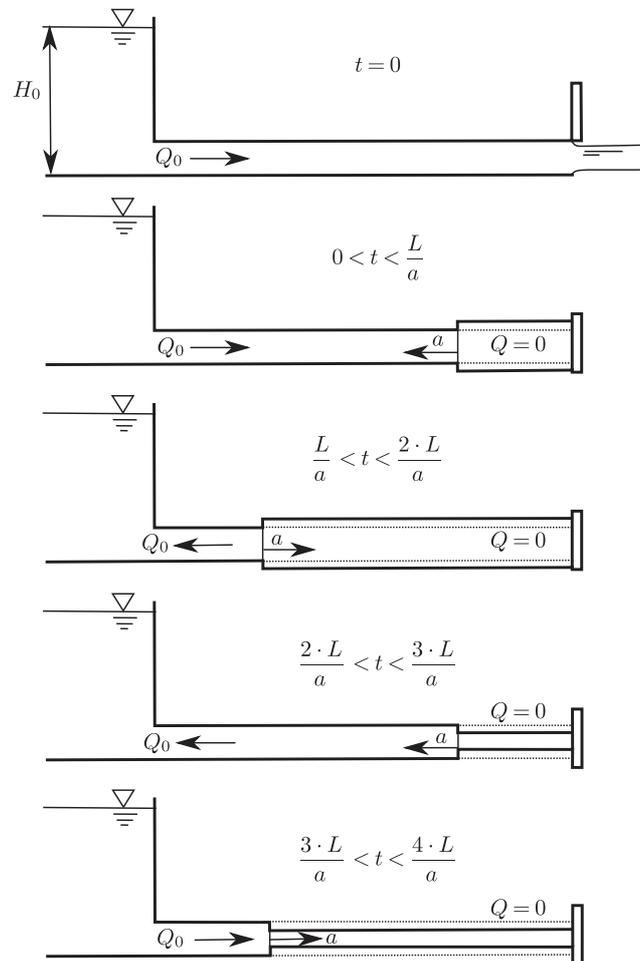


FIGURE 1.8 – Les 4 phases du coup de bélier

selon :

$$\frac{h_{loss}}{L}(x, t) = f_D \cdot \frac{q(x, t)^2}{2 \cdot g \cdot S^2 \cdot D} \quad (1.23)$$

$$= \lambda \cdot q(x, t)^2 \quad (1.24)$$

Avec :

f_D le coefficient de friction de Darcy

$q(x, t)$ le débit dans la conduite

g l'accélération de la gravité

S la section de la conduite

D le diamètre de la conduite

Afin d'intégrer les pertes de charge relatives aux frottements par friction dans la conduite, on reprend les équations (1.21) et (1.22) et on retranche à H_{OUT} la perte de chute comme dans (1.24). Les équations (1.21) et (1.22) s'écrivent alors :

$$(H_{OUT}(t) + H_{loss}(t)) = -\kappa \cdot (Q_{IN}(t) - Q_{IN}(t - \Delta)) + 2 \cdot H_{IN}(t - \Delta/2) - (H_{OUT}(t - \Delta) + H_{loss}(t - \Delta)) \quad (1.25)$$

$$Q_{OUT}(t) = 1/\kappa \cdot (H_{IN}(t) - H_{IN}(t - \Delta)) + 2 \cdot Q_{IN}(t - \Delta/2) - Q_{OUT}(t - \Delta) \quad (1.26)$$

Avec :

$H_{loss} = \int_0^L \lambda \cdot q(x, t)^2 dx$ la perte de charge le long de la conduite

L'hypothèse de l'incompressibilité de l'eau nous suggère que le débit est quasiment constant dans la conduite (à la déformation des conduites prêt). On utilise donc une perte globale H_{loss} approximée :

$$H_{loss} = \int_0^L \lambda \cdot q(x, t)^2 dx \quad (1.27)$$

$$\approx L \cdot \lambda \cdot Q(t)^2 \quad (1.28)$$

On note que le modèle décrit par l'équation (1.25) rend compte de la perte de chute à la sortie de la conduite. On néglige cependant les pertes que subit l'onde de pression lorsqu'elle parcourt la conduite dans un sens puis dans l'autre. Afin de tenir compte de cette perte d'énergie, on suggère l'utilisation d'un terme de dissipation $c_{loss} \in [0, 1]$, dont le calcul n'est pas approfondi ici, et tel que :

$$(H_{OUT}(t) + H_{loss}(t)) = -\kappa \cdot (Q_{IN}(t) - Q_{IN}(t - \Delta)) + (2 - c_{loss}) \cdot H_{IN}(t - \Delta/2) - (1 - c_{loss}) \cdot (H_{OUT}(t - \Delta) + H_{loss}(t - \Delta)) \quad (1.29)$$

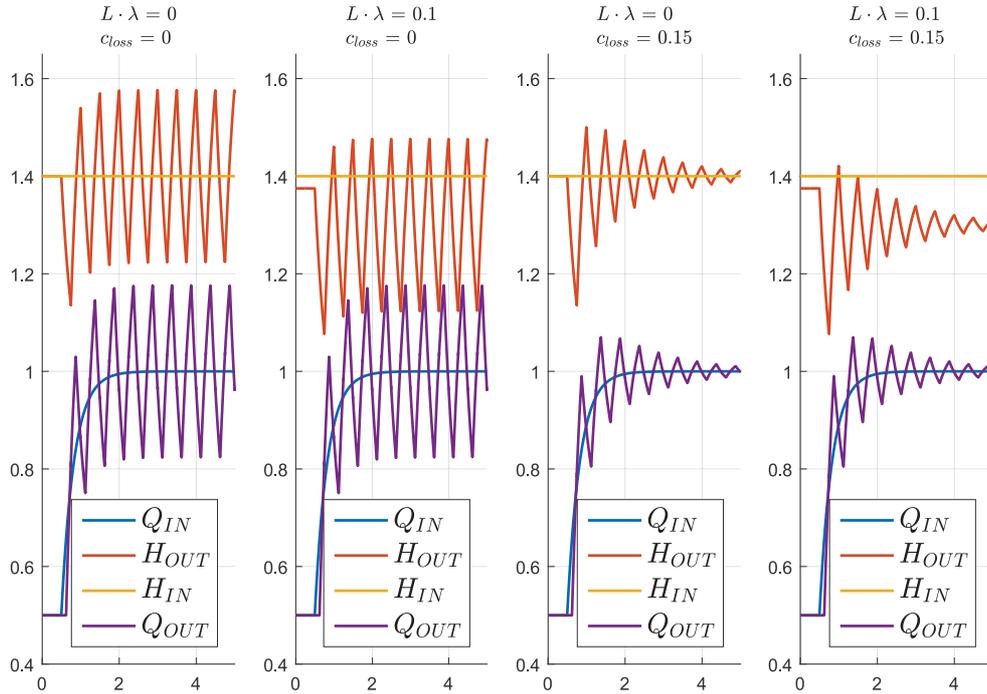
$$Q_{OUT}(t) = 1/\kappa \cdot (H_{IN}(t) - H_{IN}(t - \Delta)) + (2 - c_{loss}) \cdot Q_{IN}(t - \Delta/2) - (1 - c_{loss}) \cdot Q_{OUT}(t - \Delta) \quad (1.30)$$

La figure 1.9 illustre le comportement de ce modèle avec et sans les pertes introduites ici.

Remarque. On trouvera en annexe A une seconde approche permettant de résoudre l'équation aux dérivées partielles (1.14). Celle-ci est basée sur la méthode des différences finies. Les deux méthodes possèdent leurs propres avantages et se complètent, notamment pour l'estimation du coefficient c_{loss} ci-dessus.

Remarque. Revenons sur l'équation (1.21). Considérons la chute amont H_{IN} constante et égale à la chute brute H_b . On note qu'en introduisant la pression de coup de bélier $\delta h = H_{IN} - H_b$, on a :

$$\delta h(t) = -\kappa \cdot (Q(t) - Q(t - \Delta)) - \delta h(t - \Delta) \quad (1.31)$$

FIGURE 1.9 – Modèles de conduite avec et sans pertes. $\Delta = 0.25$, $\kappa = .5$.

On note que l'équation (1.31) correspond à la solution hyperbolique classique donnée pour la dynamique d'une conduite forcée [Kun93]; [Jia95]; [CSTGM13]; [Eke04]; [ms92]; [Ore+89]; [JM04] :

$$\frac{\partial h}{\partial q}(s) = -\frac{H_0}{Q_0} \cdot \frac{t_w}{t_e} \cdot \tanh(t_e \cdot s)$$

Où

$t_w = \frac{Q_0}{H_0} \cdot \frac{\Delta}{2} \cdot \kappa$ est le temps de lancer hydraulique de la conduite en secondes pour un débit Q_0 donné, et sous une chute H_0 . On note que H_0 et Q_0 n'apparaissent que pour normaliser t_w en secondes et disparaissent dans les calculs. $t_e = \frac{\Delta}{2}$ est le temps d'aller des ondes de pression le long de la conduite en secondes.

En effet, la transformation dans le domaine de Laplace de la fonction (1.31) donne :

$$\begin{aligned} \delta h(s) &= -\kappa \cdot (1 - \exp(-\Delta \cdot s)) \cdot Q(s) - \exp(-\Delta \cdot s) \cdot \delta h(s) \\ \implies \frac{\delta h}{Q}(s) &= -\kappa \cdot \frac{1 - \exp(-\Delta \cdot s)}{1 + \exp(-\Delta \cdot s)} \\ &= -\frac{t_w}{t_e} \cdot \tanh(t_e \cdot s) \end{aligned}$$

Suite à la description de la dynamique des conduites effectuée ci dessus, on utilise dans ce manuscrit, pour la dynamique du circuit hydraulique, un système d'état linéaire, et on note :

$$X^+ = A \cdot X + B \cdot Q \quad (1.32)$$

$$H_n = C \cdot X + D \cdot Q - H_{loss} \quad (1.33)$$

1.5.2 Les cheminées d'équilibre

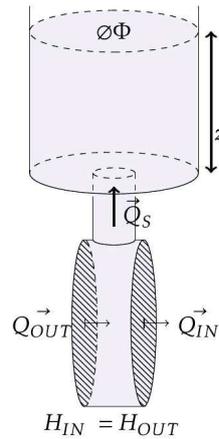


FIGURE 1.10 – Représentation schématique d'une cheminée d'équilibre.

Les cheminées d'équilibre se composent d'un puits vertical situé à proximité de la tête de la conduite forcée, elles jouent un rôle de tampon neutralisant les variations de débit de la galerie d'amenée d'eau, et permettent de limiter la contribution du coup de bélier. La figure 1.10 propose une vue schématique de cet organe. Les cheminées d'équilibre participent à la dynamique du circuit hydraulique en ajoutant une fonction intégrale de temps caractéristique très grand.

Selon les notations de la figure 1.10, le débit Q_S , réagit à la pression imposée dans une conduite forcée $H_{IN}(t)$ et à la pression imposée par la hauteur de la colonne d'eau z . La hauteur d'eau z dans la cheminée intègre le débit Q_S sur la surface Φ de la cheminée. On utilise la description par la méthode des différences finies d'ordre 1 pour cette section de conduite comme dans l'annexe A.

La cheminée a une section Φ qu'on pourra aussi exprimer en fonction de z lorsque la géométrie du site nous l'impose.

Les paramètres β_{st} et L_{st} sont relatifs à la dimension de section de conduite faisant le lien entre l'extérieur et la chambre de la cheminée comme dans (1.14).

Il en est déduit les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{Q}_S &= \frac{\beta_{st}}{L_{st}} \cdot (H_{IN} - z - F_{st} \cdot Q_S \cdot |Q_S|) \\ \dot{z} &= \frac{Q_S}{\Phi} \end{cases} \quad (1.34)$$

Remarque. On trouvera dans l'annexe B la méthodologie pour relier plusieurs organes hydrauliques en série. Dans l'annexe C une méthode est donnée pour calculer une conduite à section constante équivalente à un enchainement de conduites non identiques en section, en longueur, et en vitesse de propagation d'onde.

1.6 Dynamique de la roue hydraulique

1.6.1 Introduction à la colline des rendements hydrauliques

La dynamique de la roue hydraulique est décrite par une caractéristique quasi-stationnaire, mesurée sur modèle réduit, et appelée colline de rendement hydraulique. Elle tient compte de l'ensemble des composants de la roue hydraulique : la bache spirale en amont de la roue, le distributeur ou pré-directrices à angle fixe, les directrices, la roue, et l'aspirateur. On observe sur la figure 1.11 la coupe d'une turbine de type Francis ; la caractéristique colline rend compte du comportement quasi-statique de l'ensemble hydraulique considéré entre les coupes I et \bar{I} .

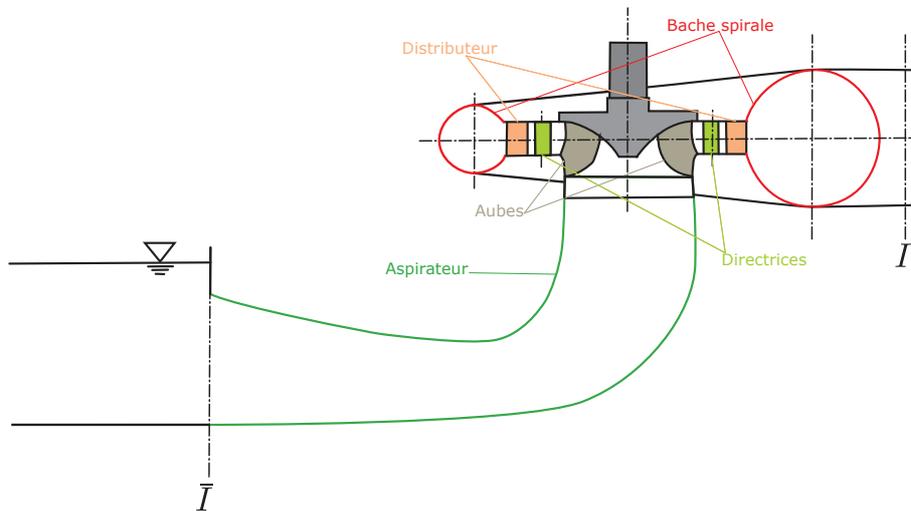


FIGURE 1.11 – Coupe d'une turbine Francis.

Quatre variables décrivent la caractéristique colline :

- $N_{11} = \frac{N \cdot D}{\sqrt{H_n}}$ la vitesse de rotation réduite.

- $Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \cdot \sqrt{H_n}}$ le débit réduit.
- $T_{11} = \frac{T_h}{D^3 \cdot H_n}$ le couple hydraulique réduit.
- γ la position des vanes directrices en %.

Avec :

N la vitesse de rotation (en *tpm*)

D le diamètre de la roue (en *m*)

H_n la chute aux bornes de la roue (en *m*)

Q le débit dans la roue (en m^3/s)

T_h le couple hydraulique (en *N.m*)

On la représente sous forme d'une colline en dessinant les iso-rendements. Dans ce manuscrit elle sera toujours présentée en dessinant les iso-ouvertures dans le plan (N_{11}, Q_{11}) et dans le plan (N_{11}, T_{11}) , comme sur la figure 1.12.

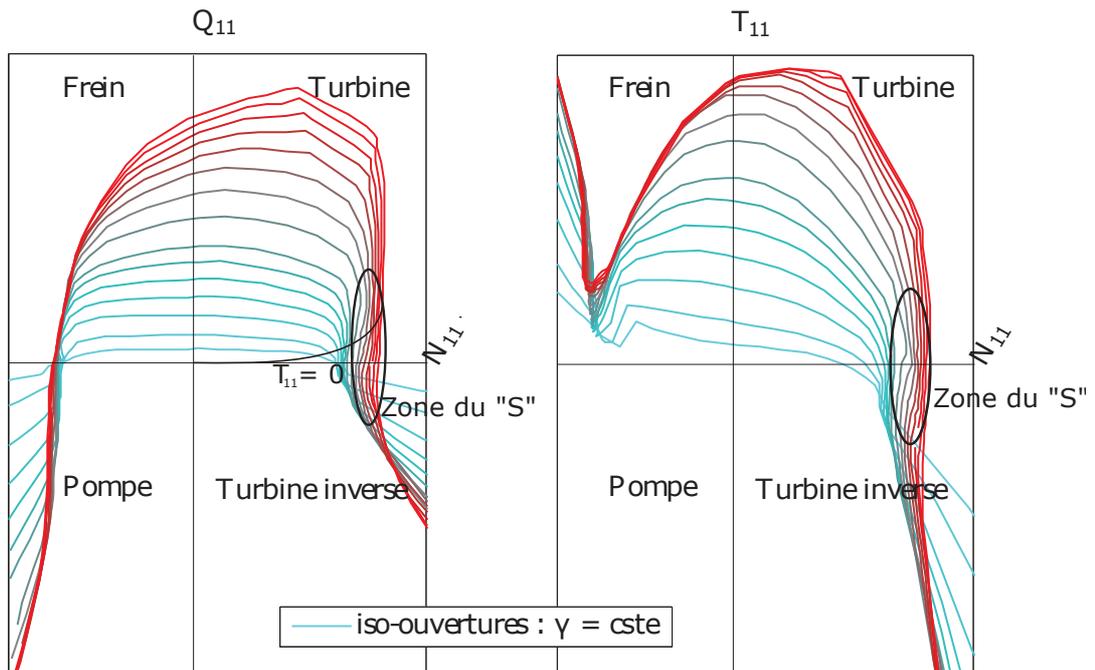


FIGURE 1.12 – Caractéristique d'une pompe-turbine sujette au phénomène de "S". Les iso-ouvertures faibles sont présentées en bleu et les iso-ouvertures les plus grandes en rouge.

L'utilisation des variables réduites permet la mesure de la caractéristique sur un modèle réduit en similitude hydraulique avec la roue prototype finale. La figure 1.12 montre les 4

quadrants de la colline hydraulique d'une roue de type turbine pompe sujette à l'instabilité du "S". On distingue :

- Le *quadrant Turbine* en haut à droite, est défini par une vitesse de rotation et un débit positifs. Il s'agit d'une zone de fonctionnement normale durant laquelle on produit de l'énergie à partir de l'écoulement de l'eau.
- Le *quadrant Pompe* en bas à gauche, est défini par une vitesse de rotation et un débit négatifs. Il s'agit d'une zone de fonctionnement normale durant laquelle on consomme de l'énergie afin de la stocker sous forme d'énergie potentielle.
- Le *quadrant Frein* en haut à gauche, est défini par un débit positif et une vitesse de rotation négative. Il est traversé lorsque la machine quitte violemment le mode pompe et est une zone d'intenses efforts radiaux pour la roue, à éviter donc. Il ne s'agit pas d'une zone de fonctionnement normale.
- Le *quadrant Turbine Inverse* en bas à droite, est défini par un débit négatifs et une vitesse de rotation positive. Ce quadrant est parfois visité lorsque le mode turbine est quitté de manière sauvage. Il ne s'agit pas d'une zone de fonctionnement normale.
- La *zone du "S"* est mieux visible sur la figure 1.13. Elle se caractérise à couple nul ($T_{11} = 0$) par une inversion de la pente des iso-ouvertures. On note que cette forme en "S" inversé n'apparaît que pour les plus grandes iso-ouvertures, ce qui correspond à un N_{11} élevé (vitesse N élevée ou chute H_n faible).

1.6.2 Utilisation directe de la colline des rendements hydrauliques

Comme on peut l'observer sur la figure 1.13, les collines sujettes au phénomène de "S" exhibent une inflexion des plus grandes iso-ouvertures dans les plans (N_{11}, Q_{11}) et (N_{11}, T_{11}) . Cette inflexion de la courbe des iso-ouvertures implique une incertitude lorsqu'il s'agit d'exprimer le débit Q_{11} (resp. le couple T_{11}) en fonction de la vitesse N_{11} pour les plus grandes valeurs de γ .

La méthodologie utilisée afin de décrire la colline comme une surface de réponse est inspirée de la transformation de Suter [Dor10] ; [Dö10] ; [XBZL15]. L'idée est d'utiliser les coordonnées polaires de la caractéristique. On introduit ainsi les variables polaires associées à N_{11} , Q_{11} , et T_{11} :

$$\theta_1 = \text{atan}(c_1 \cdot Q_{11}/N_{11}) \quad (1.35)$$

$$= \text{atan}(c_1 \cdot Q/(N \cdot D^3)) \quad (1.36)$$

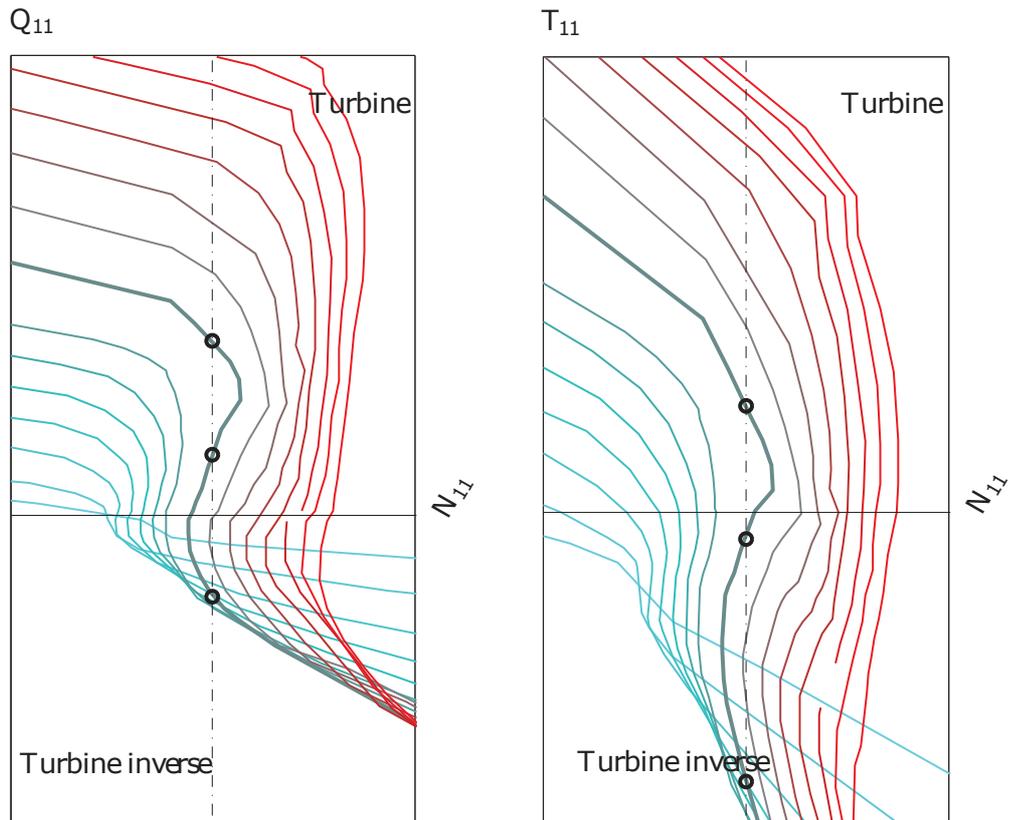


FIGURE 1.13 – Caractéristique d'une pompe-turbine aussi appelée colline hydraulique. Gros plan sur le "S".

$$r_1 = \sqrt{c_1^2 \cdot Q_{11}^2 + N_{11}^2} \quad (1.37)$$

$$\theta_2 = \text{atan}(c_2 \cdot T_{11}/N_{11}^2) \quad (1.38)$$

$$= \text{atan}(c_2 \cdot T_h/(N^2 \cdot D^5)) \quad (1.39)$$

$$r_2 = \sqrt{c_2^2 \cdot T_{11}^2 + N_{11}^2} \quad (1.40)$$

Où :

c_1 et c_2 sont des réels positifs choisis par la suite pour améliorer le conditionnement des données en vue d'effectuer la mise sous forme polynomiale de la fonction colline (voir annexe D).

On note qu'alors :

$$N_{11} = r_1 \cdot \cos(\theta_1) \quad (1.41)$$

$$Q_{11} = r_1 \cdot \sin(\theta_1)/c_1 \quad (1.42)$$

$$T_{11} = r_2 \cdot \sin(\theta_2)/c_2 \quad (1.43)$$

Cette utilisation en coordonnées polaires de la colline permet de lever toute incertitude sur le point de fonctionnement. Pour une vitesse de rotation N et un débit Q dans la turbine, on a la valeur de θ_1 dans (1.36). On peut ainsi interpoler dans le tableau de données la valeur de r_1 , de r_2 , et de θ_2 . Afin d'améliorer les temps de calculs, la régularité, et la dérivabilité dans la colline, on a mis au point une surface de réponse polynomiale $\mathcal{P}_{\theta_1}(\cdot)$ adaptée (voir annexe D) qui donne :

$$[r_1, \theta_2, r_2] = \mathcal{P}_{\theta_1}(\theta_1, \gamma) \in \mathcal{C}^\infty \quad (1.44)$$

On obtient alors T_{11} et Q_{11} selon (1.42) et (1.43).

Pour une chute nette H_n constatée, on rappelle que le couple hydraulique T_h et le débit Q dans la turbine sont connus grâce à l'expression de T_{11} et Q_{11} :

$$Q_{11} = \frac{Q}{D^2 \cdot \sqrt{H_n}} \quad (1.45)$$

$$T_{11} = \frac{T_h}{D^3 \cdot H_n} \quad (1.46)$$

Le travail effectué ici permet d'exploiter la colline hydraulique comme une fonction non linéaire continue et dérivable. On utilisera pour le reste du manuscrit les notations suivantes pour décrire le débit dans la turbine Q et le couple hydraulique T_h :

$$T_h = w_1(H_n, Q, N, \gamma) \quad (1.47)$$

$$Q := w_2(H_n, Q, N, \gamma) \quad (1.48)$$

On note que le débit est issu d'une équation algébrique. Afin d'alléger les temps de calcul on évitera de résoudre cette équation à chaque instant en utilisant, avec $\lambda_Q \gg 0$:

$$\dot{Q} = -\lambda_Q \cdot (Q - w_2(H_n, Q, N, \gamma)) \quad (1.49)$$

Le comportement de la turbine se réduit donc à deux équations différentielles :

$$\dot{N} = \frac{1}{J} \cdot (w_1(H_n, Q, N, \gamma) - f \cdot N + T_{elec}) \quad (1.50)$$

$$\dot{Q} = -\lambda_Q \cdot (Q - w_2(H_n, Q, N, \gamma)) \quad (1.51)$$

On rappelle que N est la vitesse de rotation (rpm), Q est le débit dans la turbine (m^3/s), H_n est la chute nette aux bornes de la turbine (m), γ est l'ouverture des directrices (%), et T_{elec} le couple issu de la machine électrique ($N.m$). J est l'inertie du groupe turbine-alternateur ($kg.m^2$), et f est un coefficient de frottement.

1.6.3 Utilisation indirecte de la colline des rendements hydrauliques

Il est intéressant de remarquer que l'on peut estimer le débit Q dans la turbine simultanément à la chute nette H_n à ses bornes en connaissant le couple hydraulique T_h , la vitesse de rotation N , et l'ouverture des directrices γ . En effet, la valeur de θ_2 peut alors être calculée selon (1.39). L'utilisation d'une surface de réponse polynomiale $\mathcal{P}_{\theta_2}(\cdot)$ adaptée (voir annexe D) nous donne :

$$[\theta_1, r_1] = \mathcal{P}_{\theta_2}(\theta_2, \gamma) \in \mathcal{C}^\infty$$

On calcul alors N_{11} et Q_{11} selon (1.42) et (1.43).

Il est ensuite possible de calculer la chute nette H_n et le débit Q car l'expression de N_{11} et Q_{11} nous donnent aussi :

$$\begin{aligned} H_n &= (N \cdot D / N_{11})^2 \\ Q &= Q_{11} \cdot D^2 \cdot \sqrt{H_n} \end{aligned}$$

La description faite de la colline en variable polaires nous permet donc à partir d'une mesure de vitesse de rotation, de couple, et d'ouverture des directrices, d'estimer les variables hydrauliques internes, a priori non mesurées, d'une turbine.

1.7 L'actionneur oléo-hydraulique

L'actionneur oléo-hydraulique fait le lien entre la consigne de position du vannage u issue du régulateur et la position du vannage γ . Il se compose de plusieurs vérins mis en série dont les débits d'entrée et de sortie sont physiquement saturés par l'utilisation de valves. L'actionneur possède aussi sa propre boucle de régulation comme montré sur la figure 1.14.

Où

γ est la position du servomoteur. C'est cette position qui oriente les directrices et le débit dans la turbine.

γ_C est la consigne en position du servomoteur.

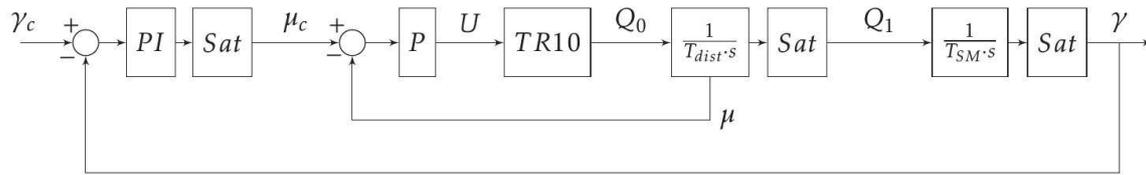


FIGURE 1.14 – Actionneur oléo-hydraulique et sa boucle de régulation propre

μ est la position du distributeur. Cette grandeur est directement proportionnelle à la vitesse d'évolution de la position du servomoteur $\dot{\gamma}$. La présence du distributeur permet l'augmentation de la force disponible pour le déplacement du servomoteur. On constate que la position μ du distributeur possède sa propre boucle d'asservissement.

μ_C est la consigne en position du distributeur.

$TR10$ est une vanne proportionnelle commandée en tension, elle permet d'actionner le distributeur par le débit Q_0 .

T_{dist} et T_{SM} sont respectivement le temps caractéristique du distributeur, et le temps caractéristique du servomoteur. Ces grandeurs sont relatives aux dimensions des pistons associés au distributeur et au servomoteur.

PI et P sont respectivement un bloc proportionnel-intégral où un gain K_p et un temps d'intégration T_i sont réglables, et un gain proportionnel où un gain VA_K_p est réglable.

U est la tension qui permet d'actionner la bobine responsable du déplacement du tiroir du $TR10$.

Q_0 et Q_1 sont respectivement le débit qui permet d'actionner le déplacement du distributeur, et celui qui permet d'actionner le déplacement du servomoteur. Les saturations Sat qu'ils subissent sont issues de limites physiques du système.

Sans tenir compte des saturations qui contraignent l'évolution du système d'actionneur, on peut écrire la fonction de transfert du distributeur qui sera valable sur les petits déplacements :

$$\frac{\mu}{\mu_C}(s) = \frac{1}{1 + T_0 \cdot s} \quad (1.52)$$

Où :

$$T_0 = \frac{T_{dist}}{VA_K_p} \text{ est le temps caractéristique boucle fermée du distributeur}$$

Cela donne alors la fonction de transfert complète de l'actionneur :

$$\frac{\gamma}{\gamma_C}(s) = \frac{1}{1 + T_j \cdot s + T_j \cdot T_0 \cdot s^2} \quad (1.53)$$

Où :

$$T_j = \frac{T_{SM}}{K_p} \text{ est le temps caractéristique boucle fermée du servomoteur}$$

On note alors que nos deux gains proportionnels VA_K_p et K_p permettent de choisir des temps caractéristiques T_0 et T_j , ce qui permet de choisir la pulsation propre et l'amortissement de la fonction de transfert du deuxième ordre (1.53) modélisant notre actionneur en boucle fermée. Le dimensionnement de l'actionneur et de ses saturation a bien sûr une forte influence sur les performances finale ; le temps d'échantillonnage de la boucle de contrôle de l'actionneur ainsi que les temps caractéristiques T_{dist} et T_{SM} limiteront souvent le choix de VA_K_p et K_p .

L'ensemble des simulations faites dans ce manuscrit et qui comprennent un actionneur à bande passante limitée reprennent la dynamique montrée sur la figure 1.14 avec un choix des gains VA_K_p et K_p maximisant la bande passante et limitant le dépassement dynamique de l'actionneur.

D'une manière générale on utilise les notations suivantes pour décrire la fonction de transfert associée à l'actionneur :

$$\dot{\xi} = F_\xi(\xi, \gamma_c) \quad (1.54)$$

$$\gamma = C_\xi \cdot \xi \quad (1.55)$$

Avec :

ξ le vecteur d'état contenant les états internes de l'actionneur.

$F_\xi(\cdot)$ la fonction non linéaire associée au deuxième ordre (1.53) et tenant compte des saturations inhérentes à la conception de l'actionneur.

γ_c la consigne.

γ la position de l'actionneur.

1.8 La génératrice

Dans le cas du turbinage, la génératrice a pour rôle de convertir la puissance mécanique issue de la rotation de la roue (voir l'équation (1.8)) en puissance électrique \mathcal{P}_{elec} . Cette conversion

se fait avec le rendement $\eta_{elec} \in [0, 1]$, et on note :

$$\mathcal{P}_{elec} = \eta_{elec} \cdot \mathcal{P}_m \quad (1.56)$$

Plusieurs topologies existent alors pour le choix de la machine électrique. Sans rentrer dans l'énumération de toutes les topologies existantes, nous présenterons les trois technologies principales proposées par Alstom :

1. **Topologie de connexion directe (à vitesse fixe)** : cette configuration, la plus conventionnelle, elle est montrée sur la figure 1.15. Elle exploite l'utilisation d'une machine synchrone (MS) dont le stator est relié au réseau.

Ses points forts sont : rendement élevé, aucune interface d'électronique de puissance n'est nécessaire, le volume global est réduit et permet de réduire les coûts de génie civil. Son point faible est son fonctionnement à vitesse fixe qui réduit la plage de fonctionnement disponible.

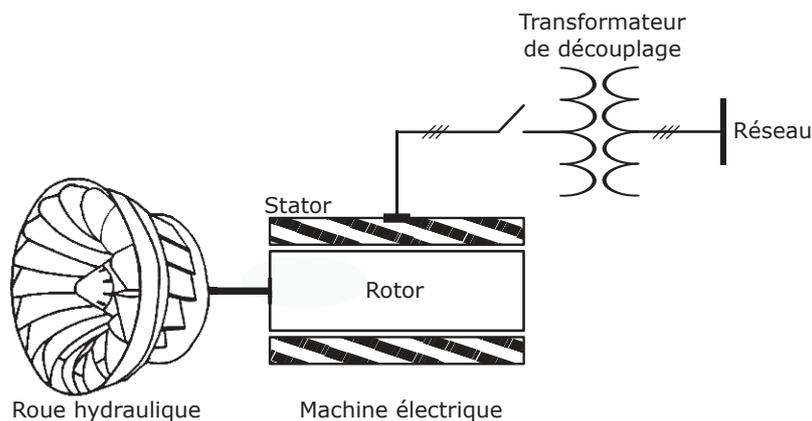


FIGURE 1.15 – Connexion au réseau d'une turbine à vitesse fixe.

2. **Topologie à vitesse variable** : la génération à vitesse variable est bien connue pour les éoliennes. Cette technologie tend à se développer dans le domaine des microcentrales hydrauliques. Concernant les STEP, cette technologie est également attrayante puisqu'elle permet, contrairement à la vitesse fixe, de moduler la puissance de pompage.

Deux technologies à vitesse variable sont ici présentées : avec l'utilisation d'une machine synchrone, comme sur la figure 1.16, il est nécessaire d'utiliser une interface d'électronique de puissance de type AC/DC/AC. L'ensemble de la puissance subit alors une perte relative aux performances du convertisseur.

La seconde technologie ici présentée exploite l'utilisation d'une machine asynchrone à double alimentation (MADA) comme sur la figure 1.17 : le stator de la génératrice est directement connecté au réseau tandis que le rotor est connecté au réseau via une cascade AC/DC/AC. Dans ce cas, les convertisseurs sont généralement dimensionnés pour une puissance équivalente à 30% de la puissance totale. Seule la puissance transitant

par le convertisseur de puissance subit une perte relative à son rendement. La vitesse variable a pour avantage une plus grande liberté de fonctionnement. Elle est cependant plus coûteuse et l'utilisation d'électronique de puissance pour la conversion du signal électrique tend à réduire le rendement global de l'installation.

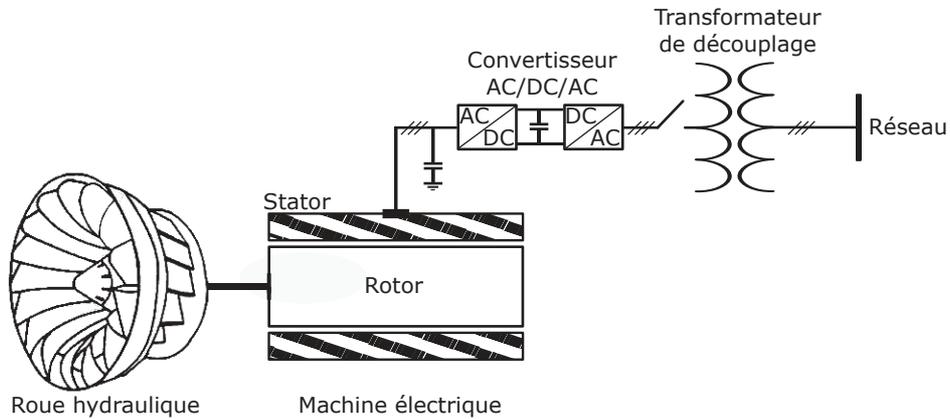


FIGURE 1.16 – Système de génératrice à vitesse variable via des convertisseurs pleine échelle.

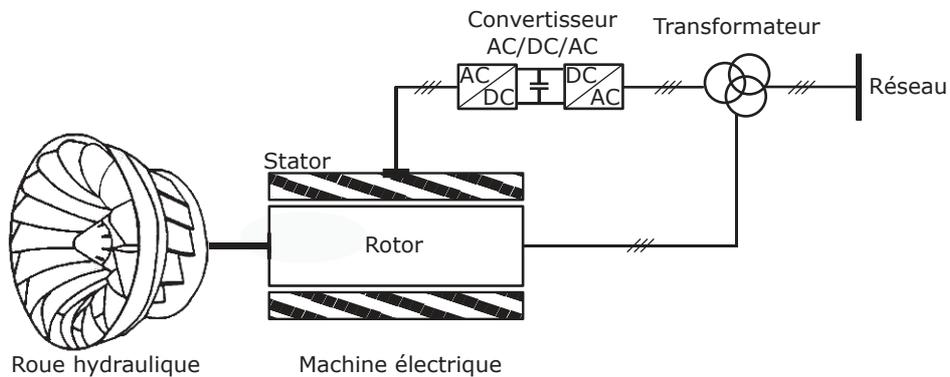


FIGURE 1.17 – Système de génératrice à vitesse variable basée sur l'utilisation d'une MADA.

Dans le cadre de cette thèse la structure choisie est la plus conventionnelle, à savoir la topologie de connexion directe avec utilisation d'une machine synchrone (voir figure 1.15). Ceci implique la relation suivante :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f}{p} \quad (1.57)$$

Avec :

ω la vitesse de rotation angulaire (en $rd \cdot s^{-1}$)
 f la fréquence du signal électrique au stator (en Hz)
 p le nombre de paires de pôles de la MS

Lorsque la machine électrique est couplée au réseau (le disjoncteur est fermé sur la figure 1.15), le signal électrique au stator est identique au signal électrique du réseau. On obtient ainsi l'expression de la vitesse ω^d , dite de synchronisme. C'est la vitesse de rotation de la roue hydraulique lors des phases de production en mode turbine :

$$\omega^d = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_{res}}{p} \quad (1.58)$$

Avec :

ω^d est la vitesse angulaire de synchronisme (en $rd \cdot s^{-1}$)
 f_{res} la fréquence du réseau électrique (en Hz)

Dans le cadre de l'utilisation d'une machine synchrone dont le stator est relié au réseau, deux cas d'études se distinguent :

1. **cas non couplé** : le disjoncteur sur la figure 1.15 est ouvert, la machine ne produit pas de puissance électrique. On obtient alors un couple électrique $T_{elec} = 0$ dans l'équation des masses tournantes (1.1).
2. **cas couplé** : le disjoncteur sur la figure 1.15 est fermé, on est en condition de production électrique. Le couple électrique T_{elec} est tel que la vitesse de rotation de la machine ω respecte :

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot \frac{f_{res}}{p} = \omega^d \quad (1.59)$$

La fréquence du réseau étant susceptible d'évoluer légèrement, le couple électrique maintiendra l'égalité (1.59) à tout instant en condition couplé au réseau.

Comme nous allons le voir par la suite, les problématiques de cette thèse ne considèrent pas la machine électrique. Aucun modèle dynamique de la machine électrique n'est ici nécessaire.

1.9 Synthèse du système étudié

La topologie étudiée contient quatre organes principaux :

1. La turbine, convertit l'énergie hydraulique en énergie mécanique.
2. La machine électrique, convertit l'énergie mécanique en énergie électrique.

3. Le circuit hydraulique, détermine la valeur de l'énergie massique accessible par la turbine.
4. L'actionneur oléo-hydraulique, permet d'agir sur le système.

Les interactions entre ces 4 organes sont résumées sur la figure 1.18.

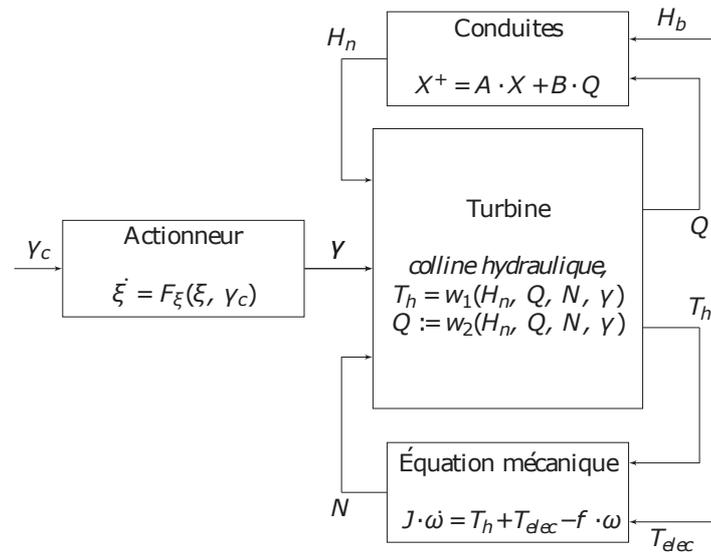


FIGURE 1.18 – Interaction entre les différents organes participants à la dynamique d'un système de turbinage.

En résumé des sections précédentes, on utilisera la formulation suivante de la dynamique du système complet :

$$X(t + \tau) = A \cdot X(t) + B \cdot Q(t) \quad (1.60)$$

$$H_{loss}(t) = L \cdot \lambda \cdot Q(t)^2 \quad (1.61)$$

$$H_n(t) = C \cdot X(t) + D \cdot Q(t) - H_{loss}(t) \quad (1.62)$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} \cdot [w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) + T_{elec} - f \cdot \omega(t)] \quad (1.63)$$

$$\dot{Q}(t) = -\lambda_Q \cdot (Q(t) - w_2(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t))) \quad (1.64)$$

$$\dot{\xi} = F_\xi(\xi, \gamma_c) \quad (1.65)$$

$$\gamma = C_\xi \cdot \xi \quad (1.66)$$

Avec :

X le vecteur d'état du circuit hydraulique : évolution régit par une dynamique linéaire.

Q le débit dans la turbine.

H_{loss} l'approximation des pertes de charge par friction dans le circuit hydraulique.

H_n la chute nette aux bornes de la turbine.

ω la vitesse de rotation de la turbine (en rd/s).

N la vitesse de rotation de la turbine (en tpm).

ξ le vecteur d'état de l'actionneur.

γ_c la consigne de l'actionneur.

γ la position de l'actionneur.

1.10 Problématique et pratique industrielle

Dans ce manuscrit, la problématique traitée concerne les séquences associées au fonctionnement d'une machine telle qu'on l'a décrite jusqu'ici. Ces séquences sont présentées sur la figure 1.19.

La démarrage en mode turbine d'une pompe-turbine s'effectue avec la roue en eau. L'usage d'une machine synchrone comme décrite dans la section 1.8, implique deux phases pour le démarrage en mode turbine : premièrement, l'ouverture des directrices enclenche l'écoulement de l'eau et actionne la mise en rotation de la roue. Une fois la vitesse de synchronisme ω^d stabilisée (voir (1.58)), le signal électrique en sortie de l'alternateur est une sinusoïde oscillant à la fréquence f_{res} du réseau. La seconde étape a pour but de permettre le couplage de l'alternateur au réseau en douceur. D'une part il faut que la tension en sortie de l'alternateur soit égale la tension électrique du réseau. D'autre part, il est nécessaire d'annuler la phase entre ces deux signaux. Par conception, l'égalité de tension est effectuée par un régulateur indépendant et attaché à la génératrice : l'action de ce régulateur est suffisamment rapide pour qu'on puisse considérer l'égalité des tensions accomplie une fois la vitesse de synchronisme atteinte.

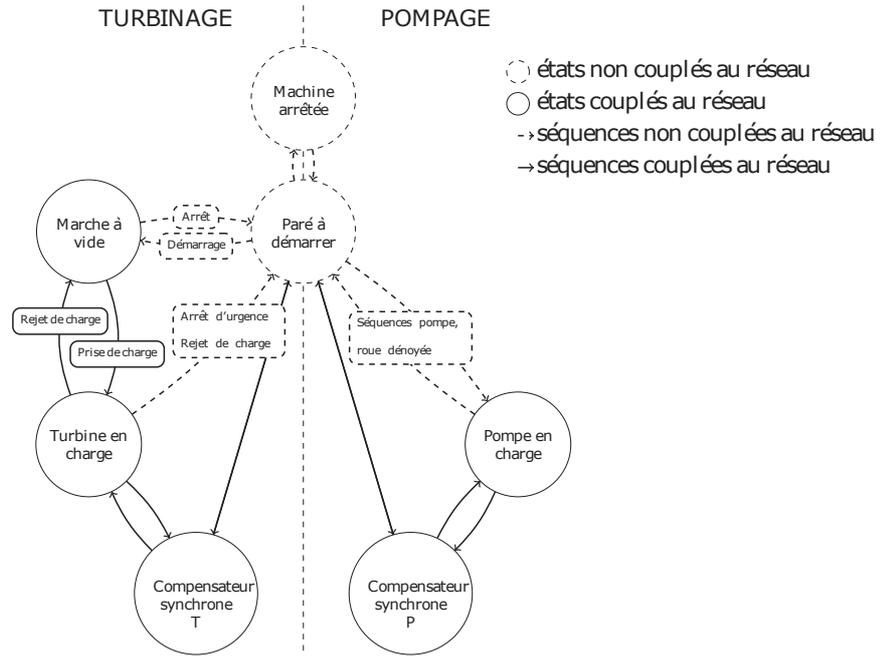


FIGURE 1.19 – Séquences et modes opérationnels d'une pompe-turbine.

L'annulation de la phase quant à elle est effectuée en jouant sur l'écart entre la vitesse de rotation de la machine et la vitesse de synchronisme. Ainsi l'inclinaison du système à annuler la phase est uniquement liée à la faculté d'asservir la vitesse de rotation de la machine. Pour cette raison, nous nous contenterons dans ce manuscrit d'atteindre et de stabiliser la vitesse de rotation à la valeur ω^d lorsqu'il s'agira d'étudier les performances d'un démarrage. Une fois les critères d'égalité de fréquences, de phase, et de tension résolus, le disjoncteur peut être fermé (voir figure 1.15). La machine est alors prête à produire.

Pour le cas du démarrage en mode turbine la pratique industrielle se découpe en trois phases :

1. la première phase, en boucle ouverte, fait la mise en débit de la machine. 4 paramètres permettent de la définir (illustré figure 1.20) à gauche : LODEM est l'ouverture de consigne des directrices à basse vitesse ($N \leq N_1$), on accélère la mise en rotation de la roue. LORABT est l'ouverture de consigne de l'actionneur, dite de rabatement. Elle agit pour les vitesses intermédiaires ($N_1 < N \leq N_2$). Cette étape de rabatement permet à la vitesse d'atteindre une région proche de la vitesse de synchronisme avec une faible vitesse d'approche.
2. la deuxième étape est une boucle PI ($N > N_2$) sur la vitesse de rotation qui permet la stabilisation de la vitesse à la bonne valeur. Les gains d'un tel PI peuvent être réglés soit par analyse du système complexe dans le meilleurs des cas (comprenant colline et circuit hydraulique) [CSTGM13]; [Eke04], ou sur des modélisations plus simplifiées [Jia95]; [ms92].

3. la troisième et dernière consiste à corriger la phase entre le signal électrique issu du générateur et celui du réseau en vue du couplage. La modification de la consigne en vitesse du PI permet de créer un faible écart entre vitesse de rotation de la machine et vitesse de synchronisme, ce qui permet de résoudre la phase.

On rappelle que le couplage de la génératrice au réseau est permis lorsque la vitesse de rotation est considérée stabilisée. La vitesse de rotation N est considérée stabilisée lorsqu'elle respecte le critère suivant :

$$N = N^d \pm 0.002 \cdot N^d \quad (1.67)$$

Où N^d est la vitesse de synchronisme. Les performances du démarrage en mode turbine sont donc relatif à un temps de réponse à 0.2% noté $t_r^{99.8\%}$ largement plus contraignant que le temps de réponse à 5% habituellement utilisé par les automaticiens.

On note que la pratique industrielle décrite ci-dessus ne tient pas compte de l'état réel de la machine. Un jeu de paramètres est fixé à l'installation de la machine et reste inchangé quelque-soit, par exemple, la chute à laquelle travaille la turbine. Un objectif de ce manuscrit est le développement d'une loi de contrôle qui tiendrait réellement compte de l'état global de la machine : chute brute réelle, état du circuit hydraulique, zone de fonctionnement dans la colline, etc. Une meilleure connaissance de l'état des choses et de la dynamique du système doit permettre de tirer les meilleures performances de la turbine.

L'arrêt d'une machine en mode turbine se fait depuis la Marche à Vide (voir figure 1.19) en effectuant une fermeture des directrices sur deux pentes comme illustré figure 1.20 à droite. Les deux pentes sont utilisées afin de limiter l'effet du coup de bélier lors de l'arrêt de la machine.

La prise de charge se fait à vitesse de rotation constante, lorsque la génératrice est couplée au réseau. Elle est illustrée figure 1.21 phase 2. De la même manière que pour le démarrage c'est un algorithme de type PI qui agit sur l'ouverture des directrices en fonction cette fois de l'écart entre la puissance à produire désirée et la puissance instantanée produite.

Le rejet de charge se fait en conditions normales à vitesse de rotation constante, lorsque la génératrice est couplée au réseau. Lorsqu'il est due à un découplage violent de la génératrice elle implique un dépassement de la vitesse de rotation (figure 1.21 phase 4). Ce dépassement de la vitesse de rotation est nocif pour la machine et peut impliquer un passage dans le quadrant turbine inverse également nocif. Le rejet de charge avec découplage violent de la machine est assuré par la même double pente de l'actionneur que pour l'arrêt du groupe en mode turbine.

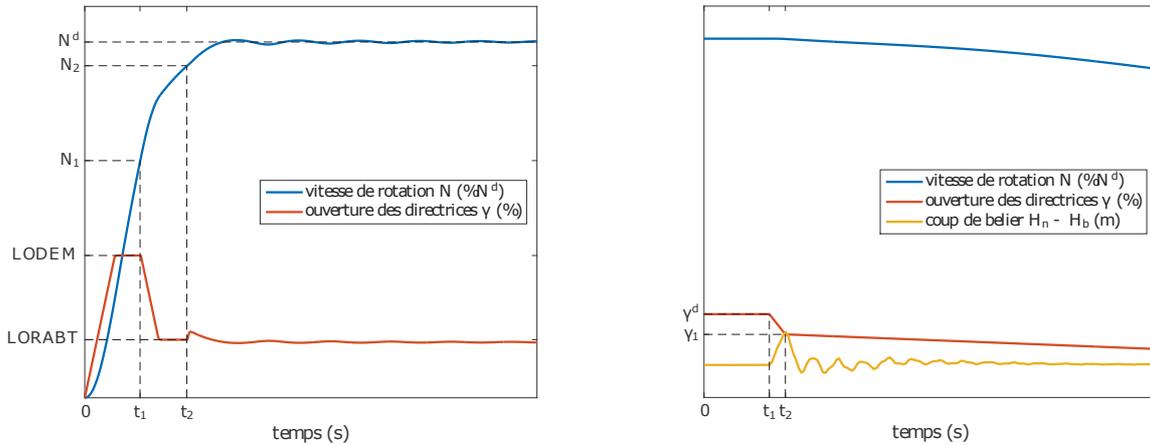


FIGURE 1.20 – Pratique industrielle pour le démarrage (à gauche) et l'arrêt (à droite) en mode turbine d'un groupe.

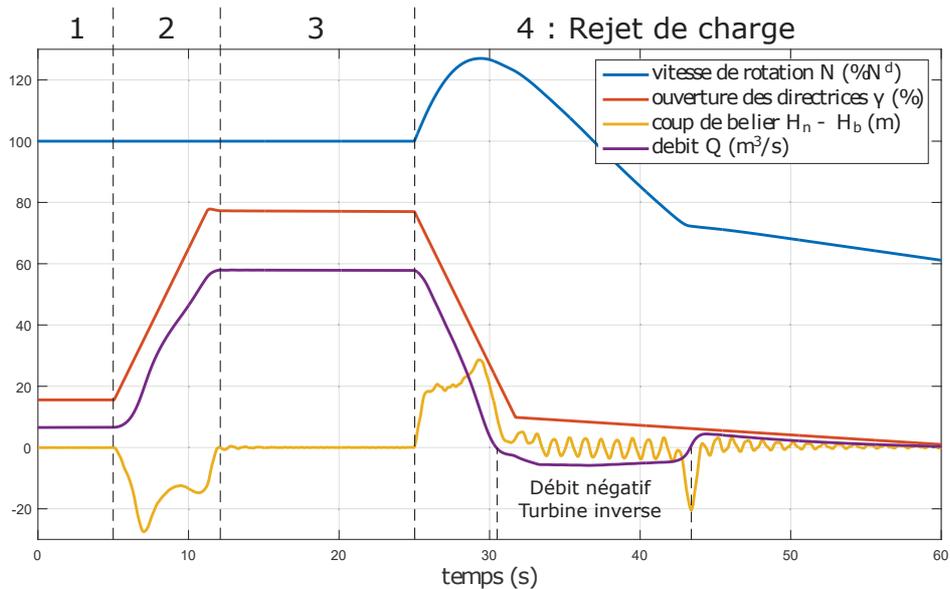


FIGURE 1.21 – Illustration d'une prise de charge, et d'un arrêt d'urgence avec rejet de charge. 1 : Marche à vide, 2 : Prise de charge, 3 : Phase de production électrique, 4 : Arrêt d'urgence avec rejet de charge.

Pour toutes les séquences présentées jusqu'à maintenant, le coup de bélier est subi par la machine et seul le réglage des pentes de fermeture permet d'atténuer l'effet du coup de bélier et le dépassement en vitesse dans le cas d'un découplage en charge.

La séquence de démarrage en mode pompe se fait avec la roue dénoyée. Lorsque les directrices sont complètement fermées elles forment une ceinture étanche autour de la

turbine ce qui permet d'actionner la rotation dans l'air. Un transformateur électrique permet de moduler la fréquence du signal électrique du réseau en vue d'actionner la rotation de la roue.

La séquence d'arrêt en mode pompe se fait dans l'eau avec les directrices fermées afin d'accélérer le freinage de la roue. À cause de la forme de la caractéristique colline, la position des directrices n'a pas d'effet sur la puissance produite. L'usage d'une machine synchrone contraignant également la vitesse de rotation, la topologie de pompe-turbine ici étudiée ne permet pas de moduler la puissance consommée en pompe.

Les séquences de compensateur synchrone se font avec la roue dénoyée, elles permettent de fournir de la puissance réactive au réseau.

Seules les séquences associées au mode turbine sont étudiées dans ce manuscrit : démarrage, arrêt, arrêt d'urgence, et prise de charge. En effet, on s'intéresse ici à l'interaction entre la roue et la colonne d'eau contenue dans le circuit hydraulique.

1.11 Le phénomène de "S"

Les pompes-turbines sont conçues pour fonctionner à la fois en pompe et en turbine. Les performances du pompage doivent être garanties par la conception. Ainsi, la forme des pompes-turbines ressemble davantage à celle des pompes centrifuges que celle des turbines Francis. En outre, les turbines-pompes ayant une chute de travail supérieure sont plus sujettes aux caractéristiques dites du "S" en mode turbine et aux instabilités associées [Wu16]. Cette instabilité est décrite dans [ST10a] comme une interaction entre la dynamique du circuit hydraulique avec celle de la turbine. Les conséquences de cette instabilité sont : une difficulté, voir une impossibilité à coupler la machine au réseau, rendant ainsi impossible la production électrique. Ce phénomène est également une source de dégradation de la machines lorsque le rejet de charge (coupure d'urgence de la machine) implique un passage en turbine inverse (voir figure 1.21).

La forme en "S" inversée de la caractéristique colline traduit un caractère instable de la roue dans cette zone de fonctionnement (illustré figure 1.22 le passage dans le quadrant turbine inverse lié au découplage en charge de la génératrice). La figure 1.23 donne les configurations possibles au démarrage avec et sans la caractéristique en "S".

La forme en "S" inversée de la colline hydraulique pose aussi des problèmes de stabilité lorsqu'il s'agit de démarrer la roue pour les N_{11} les plus élevés (chute nette H_n faible, $N_{11} =$

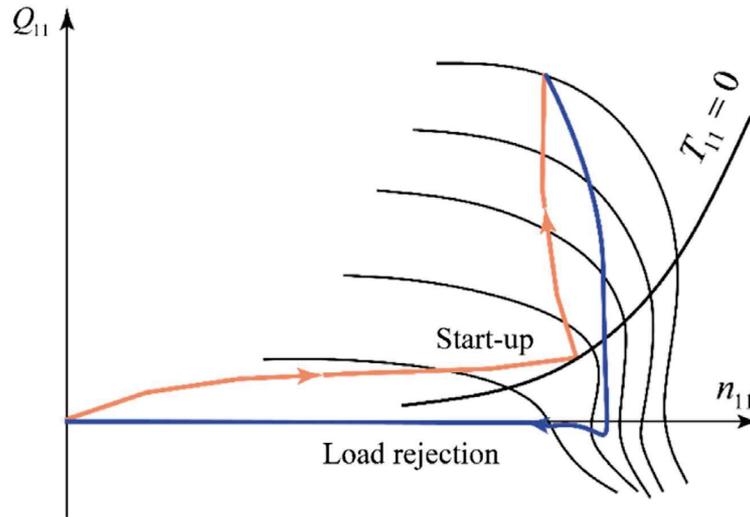


FIGURE 1.22 – Trajectoire dans la colline d'un démarrage, puis d'une prise de charge à vitesse constante (en orange). Trajectoire d'un rejet de charge depuis débit maximum (en bleu).

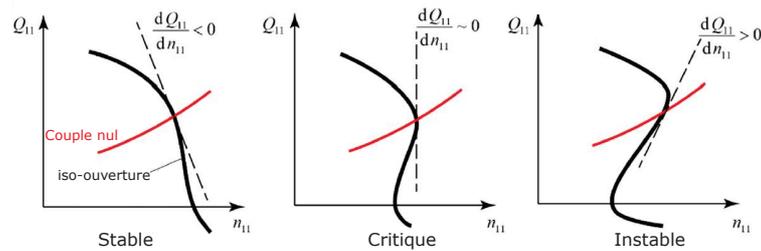


FIGURE 1.23 – Illustration de la stabilité au démarrage de la caractéristique colline.

$\frac{N \cdot D}{\sqrt{H_n}}$). La figure 1.24 montre le résultat d'un démarrage dans le "S" en boucle ouverte. Lorsqu'on applique une ouverture des directrices compatible avec la vitesse de synchronisme N^d , on constate une oscillation de la vitesse de rotation N simultanément à des oscillations de chute H_n et de débit Q . Les régulateurs de type PI traditionnellement utilisés ne permettent pas de stabiliser cette instabilité impliquant une interaction entre le circuit hydraulique et la caractéristique non linéaire de la roue [ST10b]. La pratique industrielle interdit généralement de démarrer les turbines sujettes au "S" à des chutes trop faibles.

Afin de permettre le démarrage des turbines sujettes à l'instabilité du "S" à des chute relativement faibles, une technique de désynchronisation des directrices (MGV pour *Misaligned Guide Vanes* en anglais) est parfois utilisée. Il a été montré que cette technique permet de réduire la forme en "S" de la caractéristique colline [D.82] rendant possible la stabilisation de la turbine à chute faible. La technique réside en la préouverture de plusieurs directrices à une ouverture déterminée, différente des autres. Cela nécessite donc l'utilisation d'un second actionneur oléo-hydraulique, ce qui complexifie le procédé de contrôle. Il a aussi été montré

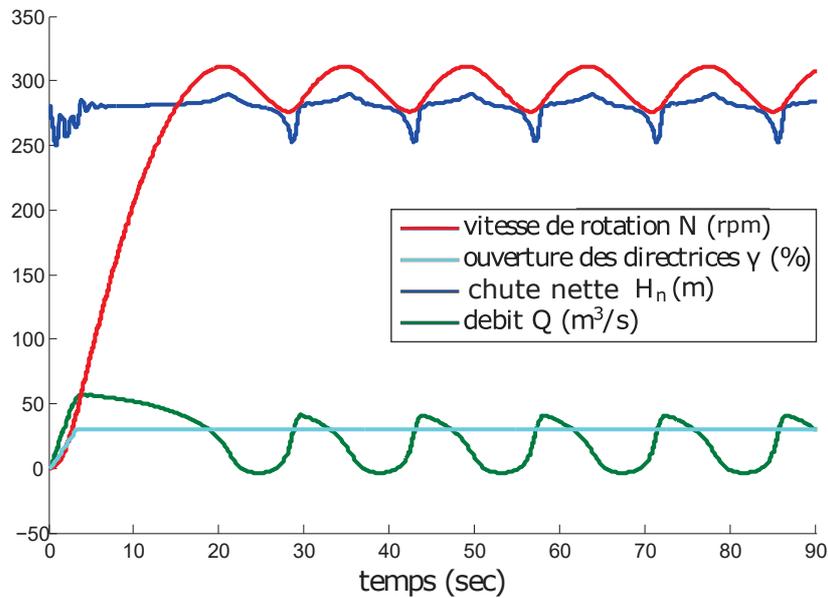


FIGURE 1.24 – Démarrage en boucle ouverte dans le "S" pour une vitesse de synchronisme $N^d = 300tr/min$.

que l'utilisation des MGV augmente les vibrations structurales, et accélère la détérioration du cercle de vannage.

D'une façon plus général la forme en "S" de la caractéristique colline est aujourd'hui traitée en modifiant la conception de la roue. Une conception optimale en terme de rendement dans la zone de fonction de la turbine mais exhibant un "S" trop important doit être dégradée afin d'obtenir une bonne marge par rapport à ce phénomène.

L'objectif principal de cette thèse est d'étudier la possibilité de démarrer une turbine sujette au phénomène de "S" sans utiliser de technique de désynchronisation des directrices.

1.12 Observation du système

La conception d'une loi de commande par retour d'état nécessite la connaissance des états du système $x(t)$. La modélisation du système permet de choisir les grandeurs contenues dans $x(t)$ et de produire la fonction $f(x(t), u(t))$ décrivant la dynamique du système en fonction des entrées $u(t)$ disponibles. Cependant, si les états participant à la dynamique sont tous contenus dans $x(t)$, ils ne sont pas tous mesurés.

Une centrale hydraulique est traditionnellement contrôlée par une loi proportionnelle-intégrale utilisant l'écart entre la vitesse de rotation N et la vitesse de synchronisme N^d pour le démarrage, et l'écart entre la puissance électrique en sortie de la génératrice \mathcal{P}_e et la puissance de consigne \mathcal{P}_e^d pour les prises de charge. Ainsi, seules peu de mesures sont disponibles :

- la vitesse de rotation N , mesurée par un mécanisme de type roue dentée. Cette mesure est considéré bonne sur toute la gamme de vitesse ; on doit en pratique avoir une mesure bruitée pour les vitesses faibles mais cela est négligé ici.
- la position de l'actionneur γ , ainsi que les états internes de l'actionneur qui possèdent leur propre boucle de régulation.
- les mesures électriques : la tension en sortie de la machine électrique fournit aussi des informations sur la phase et la vitesse de rotation N , le courant en sortie de la machine est nul avant couplage.
- la chute brute H_b relative au remplissage des bassins amont et aval est mesurée.
- les autres grandeurs hydrauliques (débit dans la turbine et chute nette) ne sont pas mesurées pour des raisons de difficulté de mesure à travers la turbine, et la difficulté à maintenir un capteur à l'intérieur de la conduite.

Si peu de mesures sont disponibles pour le contrôle, un certain nombre d'entre elles peuvent être reconstruites :

- le couple hydraulique T_h agissant sur la roue est estimé en observant l'évolution de la vitesse N avant couplage (voir (1.50)), ou grâce à la mesure de puissance électrique après couplage : $\mathcal{P}_e = \eta_e \cdot N \cdot T_{elec}$, où η_e est le rendement électrique qui doit aussi être estimé, N est exprimé en rad/s et $T_{elec} = -T_h + f \cdot N$ en $N.m$ ($\dot{N} = 0$ après couplage, voir (1.50)).
- le débit dans la roue et la chute nette aux bornes de la turbine, notés respectivement \hat{Q} et \hat{H}_n , peuvent être estimées à chaque instant par la connaissance du couple T_h , de la vitesse de rotation N , et de l'ouverture des vannes γ , comme on l'a montré dans la section 1.6.3 de ce chapitre.

L'objet de l'observation du système est dans notre cas, et à partir des estimations/mesures de la chute nette \hat{H}_n et du débit \hat{Q} dans la turbine, de reconstruire l'intégralité des états du circuit hydrauliques X . On rappelle que notre modélisation hydraulique est un système linéaire invariant :

$$X_k = A \cdot X_{k-1} + B \cdot Q_k \quad (1.68)$$

$$H_{n,k} = C \cdot X_k \quad (1.69)$$

Le système formé des équations (1.68)-(1.69) est observable dans notre cas. Cela signifie que l'observation de $H_{n,k}$ et de Q_k sur un intervalle de temps fini, permet de connaître la valeur des états X_k du circuit hydraulique sur le même intervalle.

Remarque. Dans le cas de la représentation d'état choisie dans le chapitre 3, le système tel qu'il est décrit dans (1.68)-(1.69) ne remplit pas les conditions d'observabilité. On note cependant que le système suivant est observable :

$$X_k = A \cdot X_{k-1} + B \cdot Q_k \quad (1.70)$$

$$Y_k = C_{OBS} \cdot X_k \quad (1.71)$$

Où,

$$Y_k = (\delta h_k \quad \delta h_{k-1} \quad \dots \quad \delta h_{k-n_2} \quad Q_k \quad Q_{k-1} \quad \dots \quad Q_{k-n_1})^T$$

Où, n_1 et n_2 sont des paramètres issus de la modélisation (voir section (3.2.1.1)).

On considère donc que le système linéaire décrivant la dynamique du circuit hydraulique est toujours observable. Et on note Y la mesure effectuée sur le circuit hydraulique qu'elle soit de dimension 1 dans le cas de l'équation (1.71), ou de taille supérieure dans le cas général.

Le principe d'un observateur à base de modèle est de produire l'état estimé \hat{X} possédant la même dynamique que X , et corrigée d'un terme tenant compte des mesures Y . L'évolution de \hat{X} utilise dans notre cas les estimations ou mesures de débit et de chute nette :

$$\hat{X}_k = A \cdot \hat{X}_{k-1} + B \cdot \hat{Q}_k + L \cdot (\hat{Y}_k - C_{OBS} \cdot \hat{X}_k) \quad (1.72)$$

Où,

$$\begin{aligned} \hat{Y}_k &= Y_k + b_{Y,k} \\ \hat{Q}_k &= Q_k + b_{Q,k} \end{aligned}$$

$b_{Y,k}$, et $b_{Q,k}$ font référence à l'erreur de mesure/d'estimation sur \hat{Y} et sur \hat{Q}

La dynamique de l'erreur d'estimation $\hat{e} = \hat{X} - X$ est donc telle que :

$$\hat{e}_{k+1} = (A - L \cdot C_{OBS}) \cdot \hat{e}_k + B \cdot b_{Q,k} + L \cdot b_{Y,k} \quad (1.73)$$

La propriété d'observabilité du système (1.70)-(1.71) nous assure, par le choix de L , la possibilité de placer les pôles de $(A - L \cdot C_{OBS})$ et d'assurer la dissipativité de \hat{e} lorsque b_Q et b_Y sont nuls. La dynamique de \hat{e} évolue aussi comme une fonction du bruit de mesure b_Y : le choix de L doit donc tenir compte de ce bruit. De plus, on voit que notre observateur L n'a pas d'influence sur le bruit $b_{Q,k}$ qui participe à la dynamique de \hat{e} . Une attention particulière doit donc être portée à l'estimation ou à la mesure Q^{est} du débit Q afin de réduire au maximum le bruit $b_{Q,k}$ qui a beaucoup d'influence sur la qualité de l'estimation \hat{X} . La matrice L est choisie dans ce manuscrit pour obtenir un observateur de Kalman optimal. Un observateur à entrées inconnues est également susceptible de permettre l'observation du système lorsque $b_{Q,k}$ est trop grand.

Tous les résultats présentés par la suite utilisent un procédé d'observation des états hydrauliques similaire au procédé présenté ici.

Dans le chapitre qui suit, on s'intéresse à une représentation simplifiée du système de turbinage afin d'étudier la conception d'un régulateur permettant le démarrage dans la zone du "S". Le choix un système dont la dynamique des conduite est représenté par un premier ordre s'inspire des travaux existants sur la régulation d'une turbine [Kun93]; [Jia95]; [CSTGM13]; [Eke04]; [ms92]; [Ore+89]; [JM04]. On considère cependant intégralement la non linéarité de la turbine décrite par sa caractéristique colline. On espère de cette manière améliorer les résultats existant dans la bibliographie.

Temps minimum de démarrage d'une turbine hydraulique

Sommaire

2.1	Formulation du problème de démarrage à temps minimum	44
2.2	Topologie et dynamique du système	44
2.2.1	Dynamique du coup de bélier du premier ordre	45
2.2.2	Dynamique de la turbine	47
2.3	Analyse du système	48
2.4	Stratégie de démarrage à temps minimum	52
2.4.1	Cas d'un actionneur idéal	52
2.4.2	Cas d'un actionneur réel	53
2.5	Limites du modèle et conclusion	62

L'optimisation des temps de séquence associés aux transitions entre les différents modes de fonctionnement d'une turbine hydraulique participe à l'optimisation des coûts d'exploitation.

Dans ce chapitre, le problème de démarrage en temps minimum est formulé et une méthode originale basée sur l'étude des lignes de champs du système est proposée afin de le résoudre. Notre étude concerne l'analyse d'une turbine hydraulique, alimenté en eau par un circuit de conduites forcées donné, et couplée à une machine électrique synchrone. Il s'agit de la topologie la plus standard en ce qui concerne les sites de turbinage pompage.

La méthode proposée utilise une modélisation simplifiée du circuit hydraulique, et fournit les outils nécessaires afin de donner la borne inférieure au temps de démarrage réalisable par le système considéré indépendamment de l'actionneur utilisé. L'impact de contraintes fonctionnelles dans le mode de fonctionnement de la turbine est étudié. Une méthode de contrôle prédictif horizon fini permettra également de donner une limite à la performance atteignable par notre système dans le cas d'un actionneur à bande passante limitée.

2.1 Formulation du problème de démarrage à temps minimum

De manière générale, soit $x \in \mathbb{R}^n$ le vecteur d'états du système considéré, γ la position de notre actionneur, et x^d la valeur finale désirée associée à la variable \circ , on cherche à établir une loi de commande K de type retour d'état, telle que,

$$\gamma = K(x, x^d)$$

permette d'atteindre le plus rapidement possible l'état final désiré x^d à partir de l'état initial x_0 . Ce démarrage se fait sous contraintes et on s'impose :

$$\forall i \in \{1, \dots, n\}, \quad x_i \in [0, x_i^{max}], \quad \gamma \in [0, \gamma^{max}]$$

Dans notre cas d'étude, et pour le cas du démarrage, x^d correspond à la marche à vide de la machine, et x_0 l'arrêt de la machine (voir figure 1.19). Les contraintes quant à elles, pourront provenir par exemple d'une étude des zones de fonctionnement interdites dans la colline hydraulique.

On rappelle que la séquence de démarrage dans le cadre du régulateur développé ne concerne que la stabilisation de la vitesse de rotation N dans une bande de 0.2% autour de sa valeur désirée N^d . La stabilisation est alors considérée effectuée, et la machine prête à être couplée au réseau électrique. On considérera ainsi le temps de réponse à 0.2% de la vitesse nommé $t_r^{99.8\%}$.

Ce chapitre s'attache à traiter l'objectif suivant : amener le plus rapidement possible et stabiliser la vitesse de rotation N dans la bande $N^d \pm 0.2\%$. Le modèle simplifié utilisé ici possède une dynamique réduite : les phénomènes d'oscillation de la conduite hydraulique, situés dans les hautes fréquences (voir figure A.3), sont négligés. On libère ainsi de la bande passante au contrôleur pour déplacer le système. Les temps d'actionnement du système seront donc toujours inférieurs dans le cas de ce modèle simplifié que pour un modèle plus complexe.

Les temps minimum de démarrage obtenus permettent d'une part de limiter les performances qu'on peut attendre du système : cette turbine hydraulique au sein de ce circuit hydraulique ne démarrera pas plus rapidement que les temps ici trouvés. D'autre part, cette méthode permet de fixer des objectifs pour le développement d'algorithmes plus complexes : on fixe une référence en termes de temps d'action.

2.2 Topologie et dynamique du système

Le système considéré est décrit figure 2.1. L'étude de description de ce système est menée dans la partie suivante.

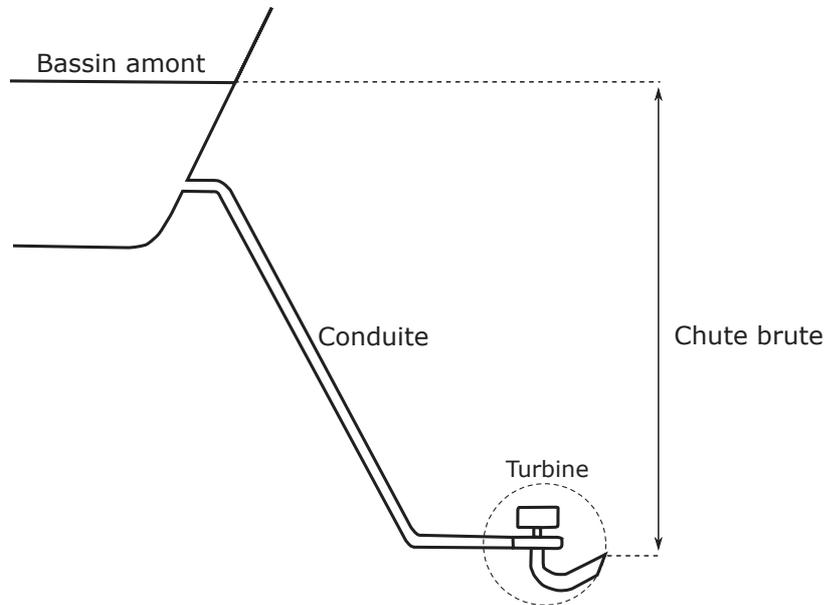


FIGURE 2.1 – Topologie de la centrale étudiée dans ce chapitre.

2.2.1 Dynamique du coup de bélier du premier ordre

Selon les démonstrations effectuées dans le chapitre modélisation, et avec les hypothèses qui leur sont adjointe, on rappelle que la chute h en toute section d'une conduite linéaire à section constante réagit au débit q qui la traverse selon la loi suivante¹ :

$$\frac{\partial h}{\partial Q} = -\frac{H_0}{Q_0} \cdot \frac{t_w}{t_e} \cdot \tanh(s \cdot t_e) \quad (2.1)$$

Où

$t_w = \frac{Q_0}{H_0} \cdot \frac{L}{g \cdot S}$, est le temps de lancer hydraulique de la conduite en s

$t_e = \frac{L}{a}$, temps de propagation des ondes de pression le long de la conduite en s

L est la longueur de la conduite en m

g est l'accélération de la gravité en m/s^2

S est la section de la conduite en m^2

a est la vitesse de propagation des ondes de la conduite m/s

Q_0 est le débit standard de travail en m^3/s . On note que ce terme permet seulement d'homogénéiser t_w à des secondes et disparaît dans les calculs.

H_0 est la chute standard de travail en m^3/s . On note que ce terme permet seulement d'homogénéiser t_w à des secondes et disparaît dans les calculs.

s est la variable de Laplace

Dans le cas de plusieurs conduites consécutives non similaires en vitesse de propagation d'onde et/ou en section, on trouvera une méthode dans l'annexe C permettant de faire le

1. voir remarque page 19

calcul d'une conduite équivalente linéaire à section constante. On négligera généralement la non rectilinéarité des conduites et les coudes possibles dans leur enchainement, on pourra cependant ajouter un terme $H_{loss} \geq 0$ dans l'expression de la chute nette H_n , tenant compte des pertes de chute engendrées.

La turbine se trouve donc au sein d'une conduite linéaire à section constante définie par son temps de lancer hydraulique t_w et son temps de propagation d'onde t_e et dont la dynamique respecte l'équation (2.1), où le débit Q est imposée par la turbine elle-même. La chute δh est le terme dynamique de la pression aux bornes de la turbines. La chute nette aux bornes de la turbine H_n est donc telle que

$$H_n(t) = H_b + \delta h(t) - H_{loss}(t) \quad (2.2)$$

On cherche à exprimer (2.1) sous forme d'une equation d'état du premier ordre pour notre système. On effectue alors l'approximation suivante, correspondant au développement limité du premier ordre du \tanh et donnant une fonction de transfert du premier ordre :

$$\frac{\partial h}{\partial Q}^{approx}(s) = -\frac{H_0}{Q_0} \cdot \frac{t_w}{t_e} \cdot \frac{t_e \cdot s}{1 + t_e \cdot s} \quad (2.3)$$

On introduit alors

$$x_1 = t_e \cdot \delta h + \frac{H_0}{Q_0} \cdot t_w \cdot Q$$

x_1 est homogène à des $m \cdot s$. Et on donne, d'après (2.3)

$$\dot{x}_1 = \frac{-1}{t_e} \cdot x_1 + \frac{t_w}{t_e} \cdot \frac{H_0}{Q_0} \cdot Q \quad (2.4)$$

$$\delta h = \frac{1}{t_e} \cdot x_1 - \frac{t_w}{t_e} \cdot \frac{H_0}{Q_0} \cdot Q \quad (2.5)$$

On note, d'après (2.4) et l'expression de x_1 , que $\dot{x}_1 = -\delta h$: le système de conduite est stabilisé lorsque la chute de coup de bélier δh est nulle.

On utilisera par la suite les notations simplifiées suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 &= a_1 \cdot x_1 + b_1 \cdot Q \\ \delta h &= c_1 \cdot x_1 + d_1 \cdot Q \end{cases}$$

Les figures A.3, et A.4, donnent une comparaison temporelle et fréquentielle entre la modélisation simplifiée (2.3) et l'équation complète du coup de bélier présenté dans la fonction (2.1). On note que le premier pic de résonance observable sur cette figure augmente lorsque t_e

diminue : cette modélisation est d'autant plus juste que $t_e = \frac{L}{a}$ est faible : plus la longueur L conduite est faible, et plus la vitesse de propagation de l'onde hydraulique a est élevée, plus la modélisation est juste.

Il peut paraître approximatif de fixer le temps de réponse minimale d'un système complexe sur le temps de réponse minimal d'une approximation de sa dynamique. La simplification ici faite concerne la dynamique des conduites, et plus précisément a pour objet de négliger le caractère oscillant, dans les fréquences élevées, du phénomène de coup de bélier. Cette simplification réduit la dynamique, et libère ainsi de la bande passante pour un contrôleur optimal. Ainsi, sans que cela ne soit démontré, il est pré-senti que les performances du système simplifié, en terme de temps de réponse, pourront toujours être meilleures que celles du système complexe.

2.2.2 Dynamique de la turbine

Suite aux développements effectués dans la partie modélisation, on rappelle qu'on peut décrire la caractéristique turbine grâce à deux fonctions non linéaires $w_1(\cdot)$ et $w_2(\cdot)$, telles que :

$$T_h = w_1(H_n, Q, N, \gamma) \quad (2.6)$$

$$Q := w_2(H_n, Q, N, \gamma) \quad (2.7)$$

Où

T_h est le couple issu de l'écoulement dans la roue

Q est le débit dans la roue

H_n est la chute nette aux bornes de la turbine

N est la vitesse de rotation de la roue

γ est la position de l'actionneur hydraulique

Dans le cas du démarrage, le couple électrique T_{elec} est nul, ainsi, la vitesse de rotation N obéit à l'équation différentielle suivante :

$$\dot{N} = \frac{1}{J} \cdot (T_h - f \cdot N) \quad (2.8)$$

Où

J est l'inertie global de l'ensemble turbine-alternateur

f est un coefficient de frottement fluide (très proche de 0 dans notre cas)

L'équation différentielle qui régit la dynamique de notre système est donc :

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{N} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 \\ 0 & -f/J \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ N \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & b_1 \\ 1/J & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} w_1(x_1, N, \gamma) \\ w_2(x_1, N, \gamma) \end{pmatrix} \quad (2.9)$$

Pour des raisons de simplicité d'écriture on utilisera de manière transparente les notations $w_i(x_1, N, \gamma)$ et $w_i(H_n, Q, N, \gamma)$ ($i \in \{1, 2\}$) pour décrire les fonctions issues de la caractéristique de la turbine. On note en effet que la solution de $Q = w_2(H_n, Q, N, \gamma)$ existe bien pour l'ensemble des (H_n, N, γ) admissibles. Le changement de notation est donc valable puisque Q et T_h ne dépendent que de x_1, N , et γ , lorsque l'équation algébrique (2.7) a une solution.

2.3 Analyse du système

L'analyse proposée, permettra la mise au point du temps minimum d'action pour une turbine donnée, indépendamment de la dynamique de son actionneur. L'impact sur le temps de réponse minimum, de contraintes définies par l'utilisateur sera également étudié, comme celui de la dynamique de l'actionneur présenté dans la partie modélisation.

La taille 2 de notre système nous permet de représenter par un point, dans le plan (x_1, N) , l'état du système. La valeur de γ donne alors une direction à l'évolution de notre état (voir équation (2.9)).

Puisqu'on peut représenter l'état du système par un point dans un plan, la méthodologie développée dans ce chapitre réside dans l'analyse du déplacement de cet état dans le plan (x_1, N) .

La figure 2.2 montre alors l'évolution libre du système à partir de plusieurs initialisations dans le plan (x_1, N) avec des valeurs de γ maintenues constantes durant toute la durée de la simulation. Plusieurs observations sont issues des figure 2.2 et 2.3

- ▷ La figure 2.2 montre pour les ouvertures les plus élevées, le phénomène de "S" qui se caractérise par une oscillation libre de la vitesse de rotation N simultanément à des oscillations de pression aux bornes de la turbine.
- ▷ Sur la figure 2.2 toujours, on observe que le système converge toujours, soit vers un point lorsque le "S" n'apparaît pas, soit vers une orbite faisant osciller le système de part et d'autre de la zone de stabilisation lorsqu'on constate un "S".
- ▷ La figure 2.3 nous montre que plus x_1 est grand, plus \dot{N} est grand. **La stratégie de démarrage optimale décrite dans 2.1 se résumera donc à maximiser x_1 à tout moment du démarrage.**
- ▷ La figure 2.4 fait apparaître l'action de l'ouverture $\gamma = 0$ qui projette le système vers $x_1 = 0$, avec N constant. Lorsque $x_1 = 0$, l'action de $\gamma = 0$ fait diminuer N . **On peut**

ainsi parcourir le plan de droite à gauche sans évolution de la vitesse.

- ▷ La figure 2.4 montre qu'il n'est pas possible de parcourir le plan vers le bas lorsqu'on se trouve à droite de la zone de stationnarité ni vers le haut lorsqu'on est à gauche de cette zone. On déduit de cela que tout dépassement en vitesse provoquera une dégradation du temps de réponse puisqu'il faudra opérer un tour du point visé. On utilisera ainsi $N^{max} = N^d$.

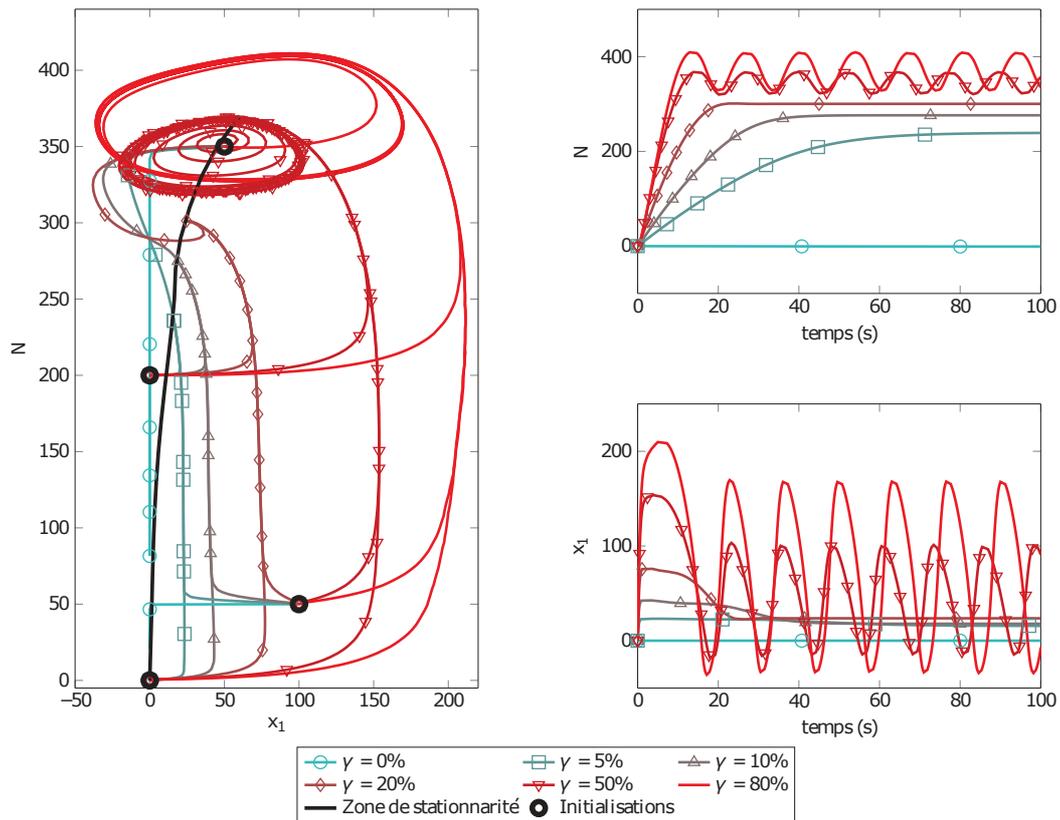


FIGURE 2.2 – Évolution libre dans le plan (x_1, N) du système (2.9) sous la sollicitation d'échelons de γ . On distingue **plusieurs initialisations**. **À gauche** : évolution du système dans le plan (x_1, N) . **La courbe noire épaisse** montre le lieu des stationnarités visés en fonction de N : il s'agit du lieu où le couple T_h est nul. **À droite** : réponse temporelle de x_1 et de N en fonction du temps pour l'initialisation $(x_1, N) = (0, 0)$.

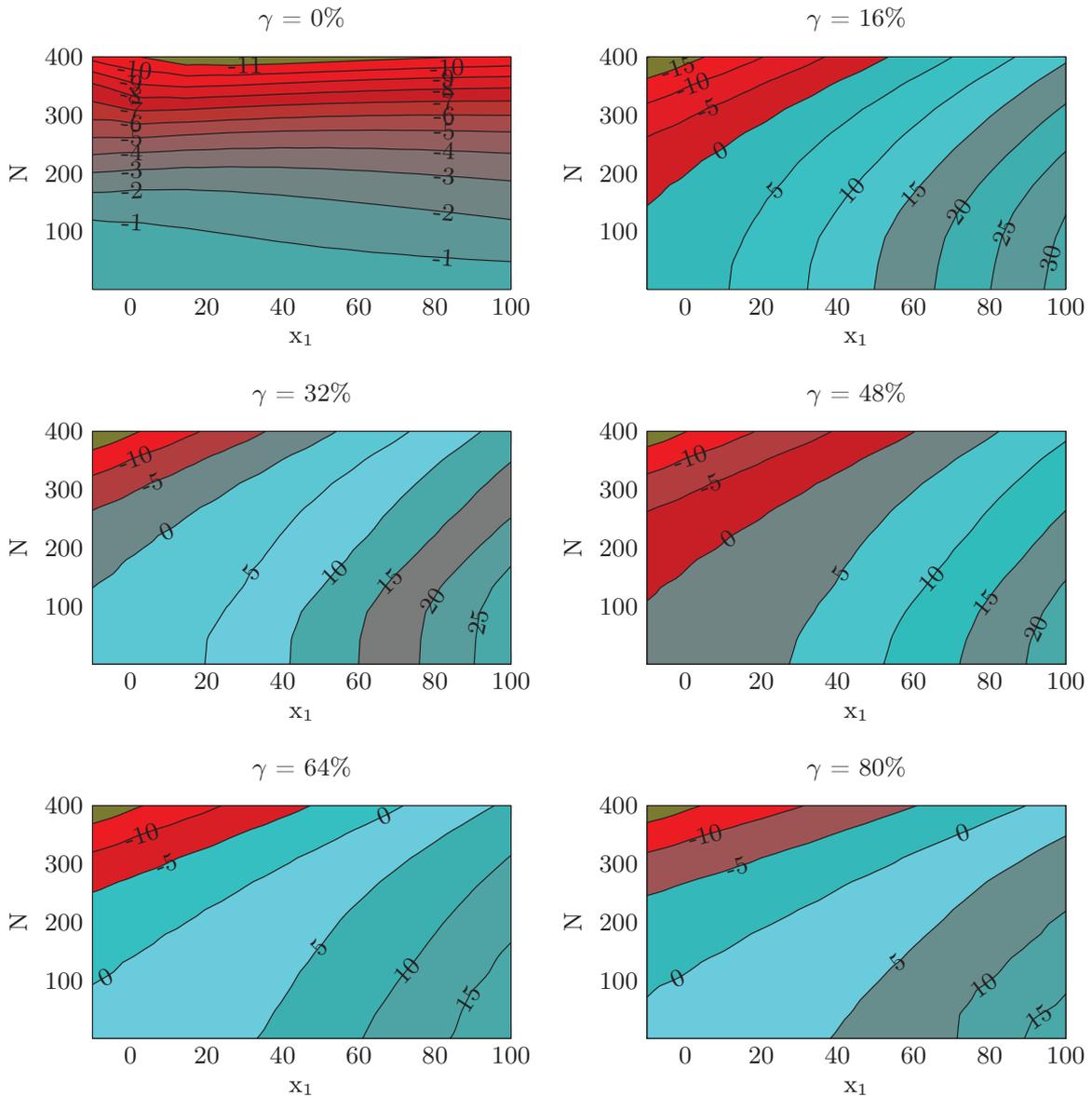


FIGURE 2.3 – Iso-valeurs de \dot{N} dans le plan (x_1, N) pour plusieurs valeurs de γ . On note que *plus x_1 est grand, plus \dot{N} est grand* : quelle que soit la valeur de $\gamma \neq 0$ choisie et pour un N donné, \dot{N} est une fonction croissante de x_1 . $\gamma = 0$ fait décroître N sur tout le domaine d'action.

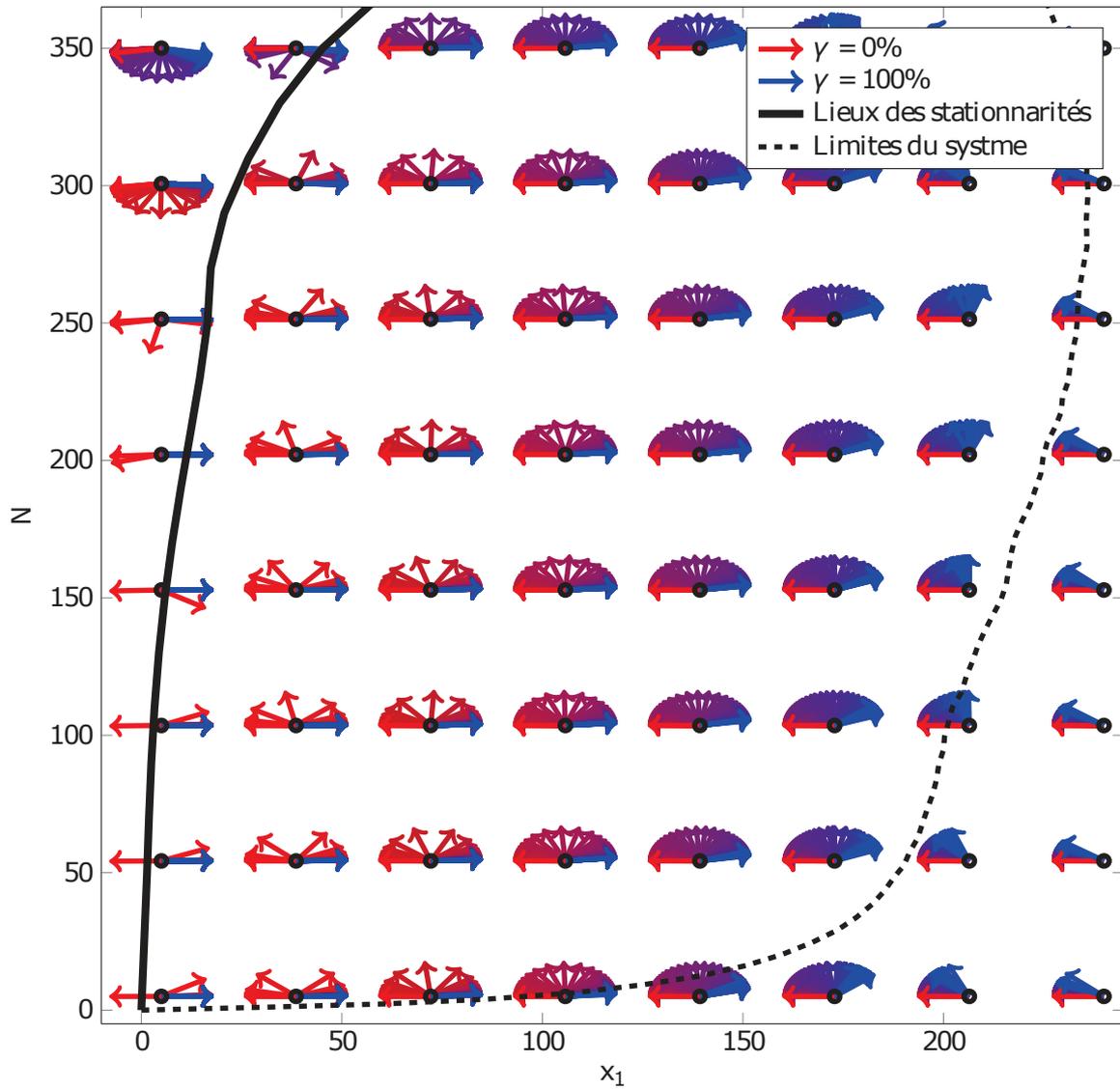


FIGURE 2.4 – Direction prise par le système (2.9) dans le plan (x_1, N) en fonction de l'ouverture γ . Validation de la faisabilité de la loi de contrôle présentée dans 2.4 : *il existe toujours une ouverture permettant d'amener le système dans la direction voulue.*

2.4 Stratégie de démarrage à temps minimum

On déduit de ces observations une stratégie de contrôle basée sur la constatation "*plus x_1 est grand, plus \dot{N} est grand*". On propose donc quatre phases au démarrage

1. lorsque x_1 et N sont petits, respectivement inférieurs aux bornes décrites dans 2.1, on choisit l'ouverture maximale

$$\gamma^{(1)} = \gamma^{max}$$

2. Si on atteint la valeur 99% de x_1^{max} , limite décrite dans 2.1, on recherche l'ouverture

$$\gamma^{(2)} \mid \dot{x}_1 = -\lambda_{x_1} \cdot (x_1 - x_1^{max})$$

Avec $\lambda_{x_1} > 0$. On conserve ainsi x_1 le plus grand possible ce qui permet d'effectuer une trajectoire en conservant \dot{N} maximum et avec un dépassement en x_1 minimum. On s'assure par l'analyse de la figure 2.4 qu'une telle trajectoire existe puisque l'action de γ projette le système vers la gauche lorsque $\gamma = 0$ et vers la droite lorsque $\gamma = 100\%$

3. Une fois 99.8% de la vitesse N^d atteinte – on rappelle que notre seuil de stabilisation est $\pm 0.2\%$ de la vitesse désiré – on utilise l'ouverture suivante

$$\gamma^{(3)} \mid \dot{N} = -\lambda_N \cdot (N - N^d)$$

Avec $\lambda_N > 0$. L'ouverture $\gamma = 0$ nous permet cette trajectoire comme on l'a décrit dans nos observations.

4. Lorsque l'on a atteint un voisinage assez proche du point final désiré x^d , on bascule vers un contrôle par retour d'état à l'aide d'un gain K obtenue par exemple par la méthode LQR sur un système linéarisé autour de x^d , assurant la stabilisation du système linéarisé

$$\gamma^{(4)} = \gamma^d - K \cdot (x - x^d)$$

2.4.1 Cas d'un actionneur idéal

Dans cette section, la position de γ n'est soumise à aucun actionneur, on considère sa dynamique infinie et son évolution non contrainte. L'objectif est d'observer les temps minimum de démarrage indépendamment des performances de l'actionneur. Les temps obtenus seront donc uniquement définis par la capacité du site à accélérer et à ralentir sans considération de performances d'actionneur ou de loi de contrôle. On utilise dans cette section le contrôleur de la section 2.4 tel quel. Et pour plusieurs valeurs $x_1^{max} = \{50, 100, 150, 200, 250\}$.

Les résultats montrés sur la figure 2.5, donnent les trajectoires du système dans le cas hors "S"; c'est à dire à $N_{11} = (N \cdot D)/\sqrt{H}$ relativement faible. La figure 2.6 montre les mêmes résultats mais pour un N_{11} plus grand et qui nous place dans la région du "S". On note qu'en cas réel la vitesse de synchronisation n'est pas modifiée, c'est la réduction de la chute H_b qui provoque une augmentation de N_{11} au couplage.

On observe alors que l'influence du "S" augmente la sollicitation de l'actionneur pour la stabilisation du système. Le temps de stabilisation est évidemment augmenté proportionnellement à l'augmentation du débit final nécessaire à atteindre la vitesse de rotation N^d .

La figure 2.7 donne les temps de réponse à 99.8% en fonction du x_1^{max} choisit. On note que le régulateur proposé ne permet pas une stabilisation de la vitesse suffisante à partir de $N^d = 330\text{tr}/\text{min}$ (pour le réglage considéré). On note également que le temps de réponse est une fonction strictement décroissante de x_1^{max} . L'hypothèse *plus x_1 est grand, plus \dot{N} est grand*, sur laquelle se base le procédé de contrôle est donc vérifiée.

2.4.2 Cas d'un actionneur réel

On reprend le modèle d'actionneur développé dans la partie modélisation et on intègre à (2.9) l'équation rendant compte de la dynamique saturée de l'actionneur :

$$\dot{\xi} = F_{\xi}(\xi, \gamma_c) \quad (2.10)$$

$$\gamma = C_{\xi} \cdot \xi \quad (2.11)$$

Où, $\xi \in \mathbb{R}^2$ contient les états nécessaires à décrire la dynamique de l'actionneur et de sa boucle fermée, et $F_{\xi}()$ est une fonction permettant de décrire cette dynamique (voir la section 1.7). γ_c est la consigne appliquée à l'actionneur et γ est la position des directrices qui agit sur notre système initial (2.9).

On a vu dans la partie modélisation que la dynamique de l'actionneur est équivalente à un second ordre réglable mais soumis à des saturations. Ces saturations consistent en une saturation de la position de l'actionneur $\gamma \in [0, 100]\%$, et en une saturation de leur vitesse d'évolution. Cette dernière est la contrainte principale pour le contrôle, et on note : $\dot{\gamma} \in [-\dot{\gamma}^{max}, \dot{\gamma}^{max}]$. On utilisera dans cette partie trois jeux de contraintes sur l'actionneur :

$$\dot{\gamma}^{max} = \{10, 20, 200\}\%/sec$$

On choisit arbitrairement $x_1^{max} = 150$.

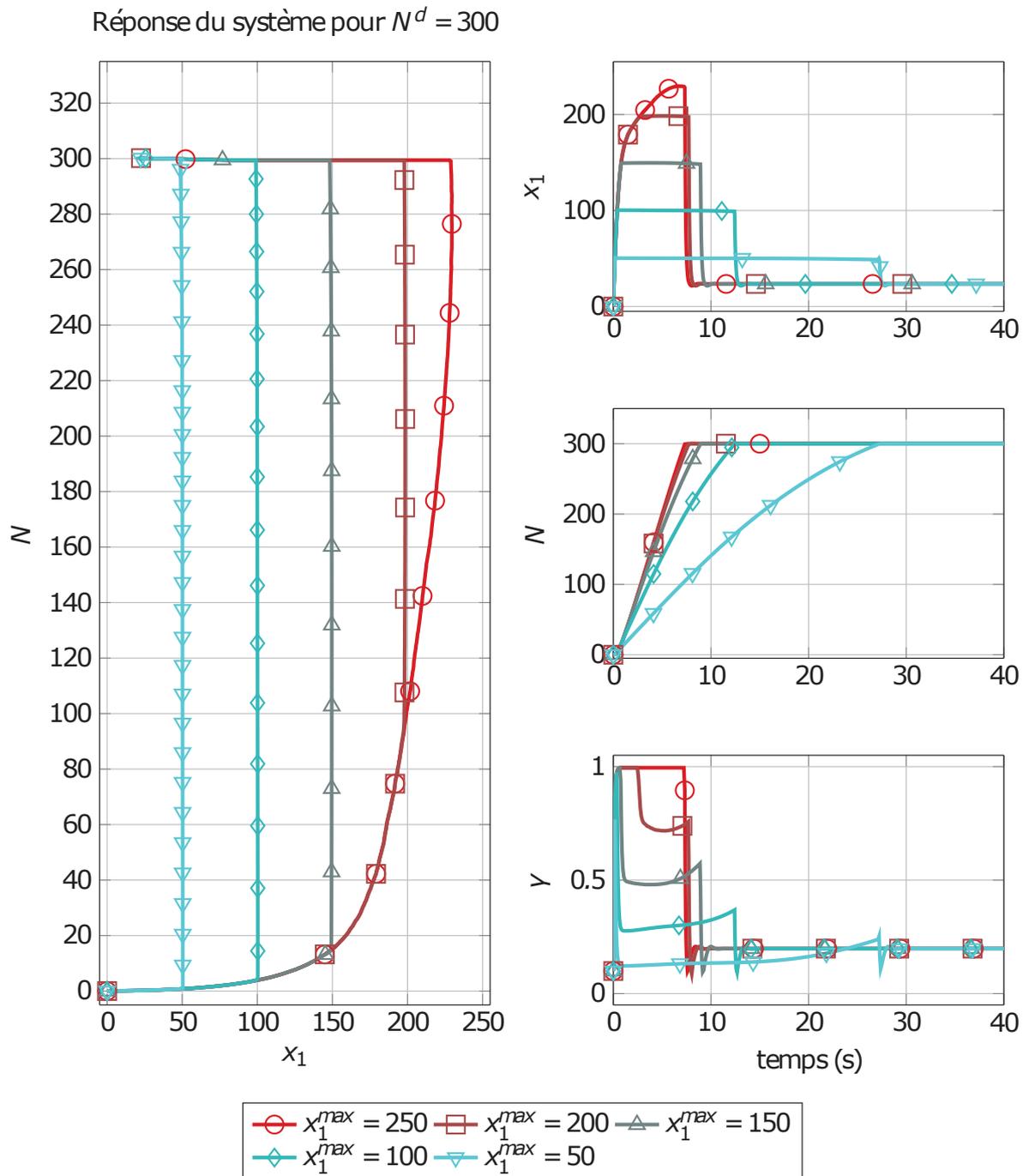


FIGURE 2.5 – Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle présentée dans la section 2.4, et dans le cas d'un démarrage **hors "S"**.

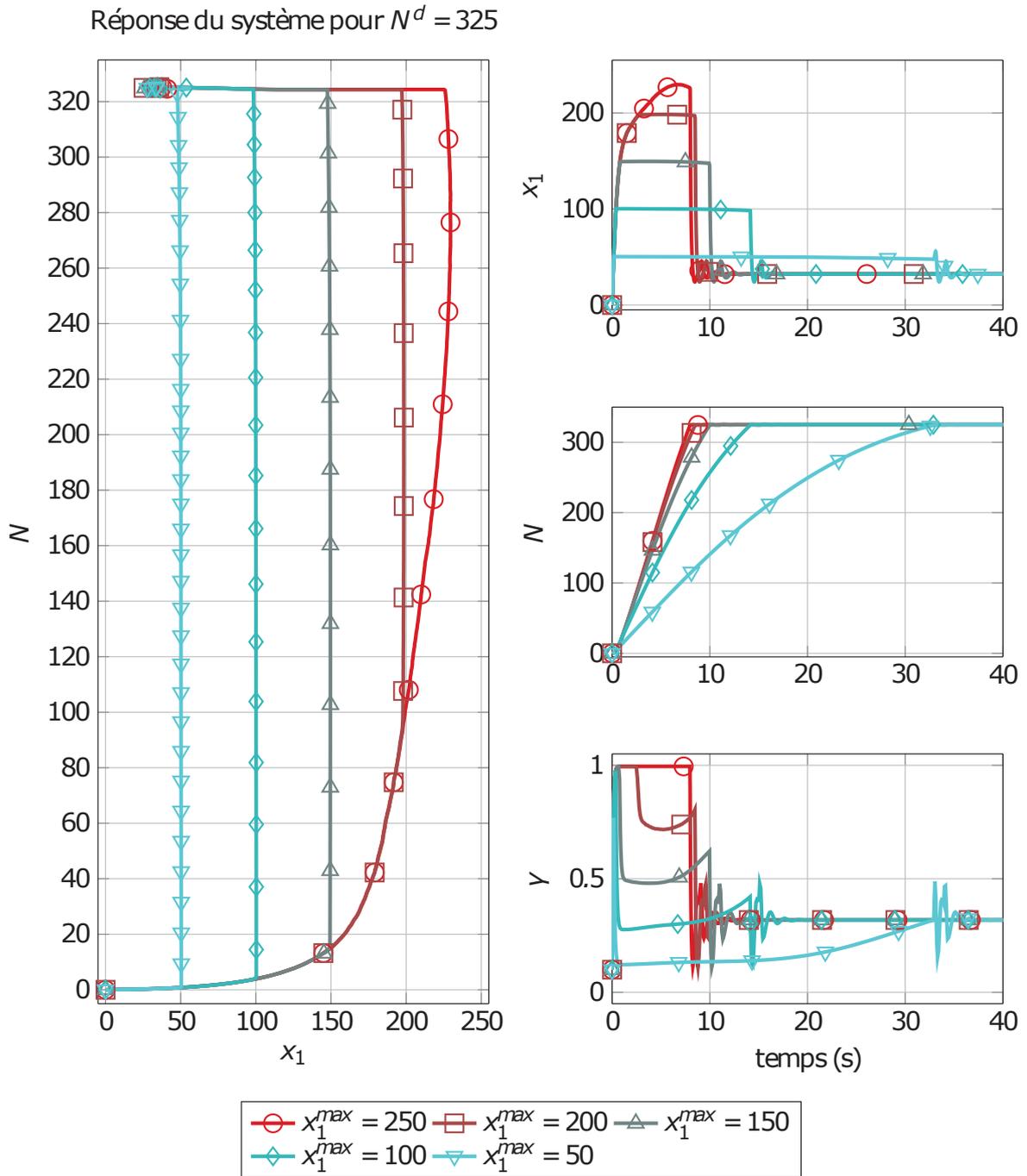


FIGURE 2.6 – Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle présentée dans la section 2.4, et dans le cas d'un démarrage dans le "S".

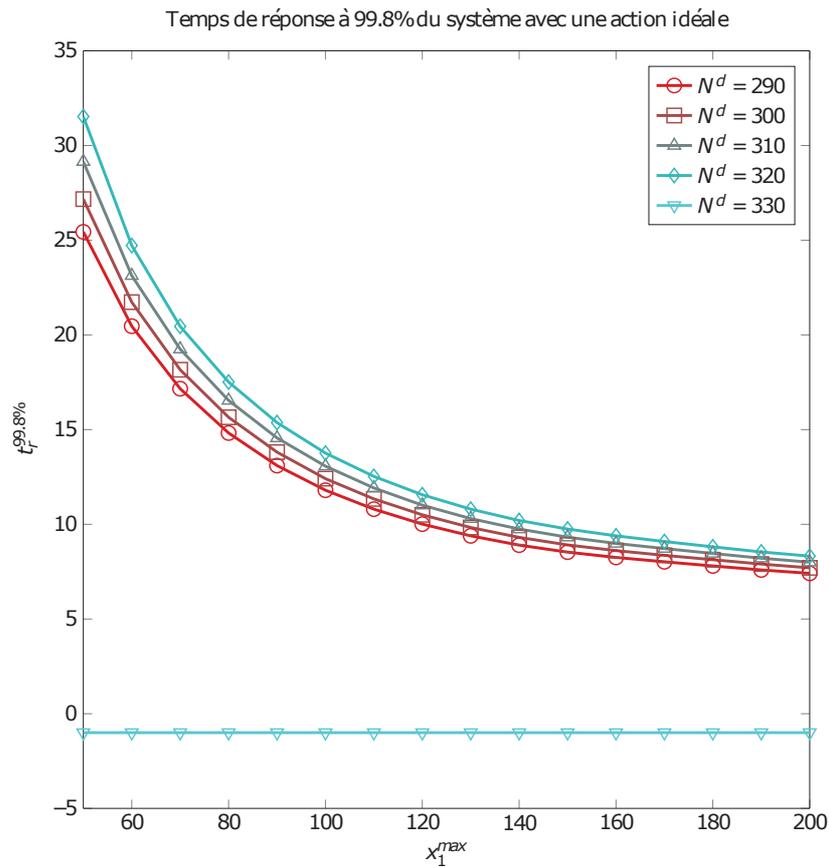


FIGURE 2.7 – Évolution du temps de réponse en fonction de x_1^{max} , pour la stratégie de contrôle présentée dans la section 2.4. La valeur (-1) signifie que le système ne se stabilise pas : au-delà de $N^d = 320$ tr/min, le contrôleur proposé, avec ce réglage, ne permet pas de maintenir la vitesse dans une bande suffisamment petite.

2.4.2.1 Application directe de l'algorithme de démarrage optimal

On utilise ici l'algorithme décrit dans la section 2.4 de ce chapitre pour donner à tout instant la valeur de la consigne γ_c de l'actionneur. La figure 2.8 montre les résultats obtenus. On comprend que le temps de rabattement de l'actionneur implique des dépassements en vitesse non acceptables et que la réponse du système est loin des critères d'optimalités définis dans la section 2.1. Afin d'intégrer la dynamique de l'actionneur, on propose dans les sections 2.4.2.2 et 2.4.2.3 des modifications de l'algorithme afin d'intégrer la dynamique actionneur.

2.4.2.2 Modification de l'algorithme de démarrage optimal par modification du seuil de vitesse

Dans l'objectif d'intégrer la dynamique de l'actionneur à la loi de contrôle, l'idée la plus simple est de reprendre la stratégie définie dans la section 2.4 et d'ajouter un seuil en vitesse qui anticipe le dépassement lié au temps de rabattement de l'actionneur. i.e :

Une fois $p\%$ de la vitesse N^d atteinte on utilise la consigne d'ouverture suivante

$$\gamma_c^{(3)} = \gamma^d - \lambda_N \cdot (N - N^d)$$

La figure 2.9 montre alors les résultats obtenus avec un bon réglage de p et pour chaque actionneur. Le tableau 2.1 reprend les temps de réponse obtenus et la valeur de p choisies associés à la figure 2.9.

Sur le tableau 2.1, on note que le temps de réponse est inférieurs dans le cas de l'actionneur $\dot{\gamma}^{max} = 200\%/s$ que pour le cas de l'actionneur idéal. Cela est dû au dépassement en x_1 induit par cette stratégie de contrôle visible sur la figure 2.9.

La partie supérieur du tableau 2.2 donne les informations de temps de réponse, pour une vitesse de synchronisme $N^d = 330rpm$, et lorsque le réglage de p reste inchangé par rapport au démarrage effectué dans le tableau 2.1. La seconde partie du tableau 2.2 donne les mêmes informations avec un réglage optimisé de p , noté $p^{optimal}$. On note que le réglage du paramètre p a une forte influence sur les performances du procédé. La stratégie est cependant robuste puisque le système se stabilise bien, même lorsque le choix de p est moyen. La valeur optimale $p^{optimal}$ dépend à la fois de l'actionneur et de la vitesse finale désirée.

La mise en œuvre d'une telle stratégie de contrôle nécessite l'optimisation de p sur toute la gamme de vitesse ce qui représente une source d'incertitude sur le comportement final du site. On note aussi que les contraintes introduites dans la section 2.1 ne sont pas strictement

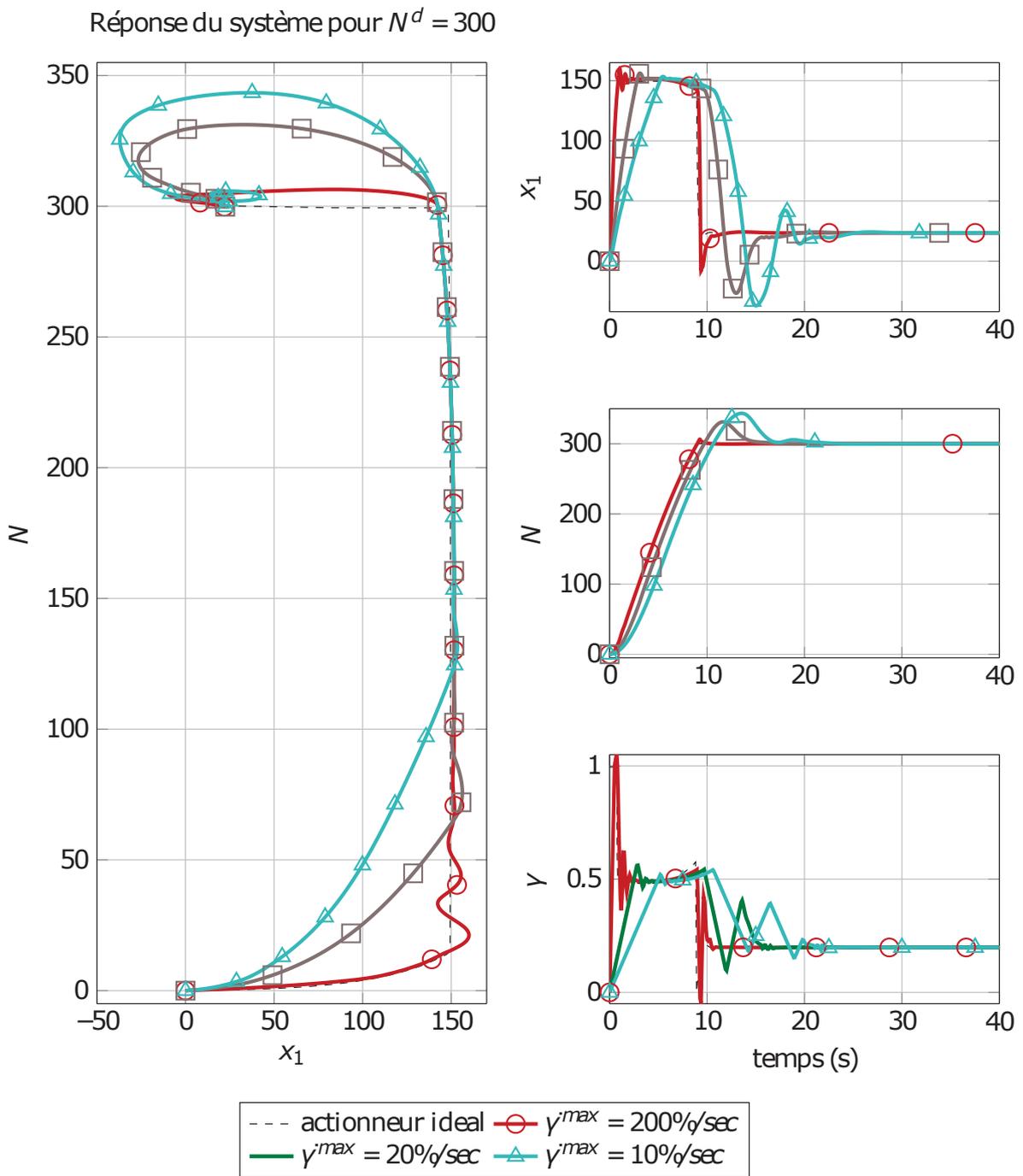


FIGURE 2.8 – Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle (2.4) dans le cas d'un démarrage hors zone du "S" et avec trois actionneurs de performances différentes.

respectées par cette méthode de contrôle notamment en ce qui concerne le dépassement sur x_1 .

TABLE 2.1 – Résultats du contrôle proposé dans 2.4.2.2 pour $N^d = 300$

$\dot{\gamma}^{max}$ (%/s)	p (%/ N^d)	$t_r^{95\%}$ (s)	$t_r^{99.8\%}$ (s)
∞	99.8	8.37	8.92
200	97.75	8.30	8.84
20	84.75	9.07	10.07
10	74.25	10.25	11.59

TABLE 2.2 – Résultats du contrôle proposé dans 2.4.2.2 pour $N^d = 330$. La partie supérieur de ce tableau donne les informations de temps de réponse, pour une vitesse de synchronisme $N^d = 330rpm$, et lorsque le réglage de p reste inchangé par rapport au démarrage effectué dans le tableau 2.1. La seconde partie du tableau 2.2 donne les mêmes informations avec un réglage optimisé de p , noté $p^{optimal}$.

$\dot{\gamma}^{max}$ (%/s)	p (%/ N^d)	$t_r^{95\%}$ (s)	$t_r^{99.8\%}$ (s)
∞	99.8	9.35	9.98
200	97.75	9.39	10.02
20	84.75	10.21	14.65
10	74.25	11.9	17.01
$\dot{\gamma}^{max}$ (%/s)	$p^{optimal}$ (%/ N^d)	$t_r^{95\%}$ (s)	$t_r^{99.8\%}$ (s)
200	97.75	9.39	10.02
20	88	10.12	11.26
10	80.9	11.2	12.68

2.4.2.3 Modification de l'algorithme de démarrage optimal par méthode MPC

La commande prédictive (MPC), est une technique de commande qui a pour objectif d'asservir des systèmes industriels complexes et soumis à des contraintes. Le principe de cette technique est d'utiliser un modèle dynamique du processus à l'intérieur du contrôleur en temps réel afin d'anticiper le futur comportement du procédé. On trouvera plus de détails sur la conception de lois de contrôle MPC, et études de stabilité dans [May+00].

Soit $x(t_k)$ la valeur de l'état du système à l'instant de contrôle t_k , le contrôle prédictif a pour objet la minimisation sous contrainte, d'une fonction $J(g, x(t_k))$ permettant d'atteindre des objectifs. Où g est un vecteur de paramètres permettant de décrire le profil de contrôle en boucle ouverte $\gamma_c(t)$ définis sur l'horizon $[t_k, t_k + t_{pred}]$. On applique alors au système, et

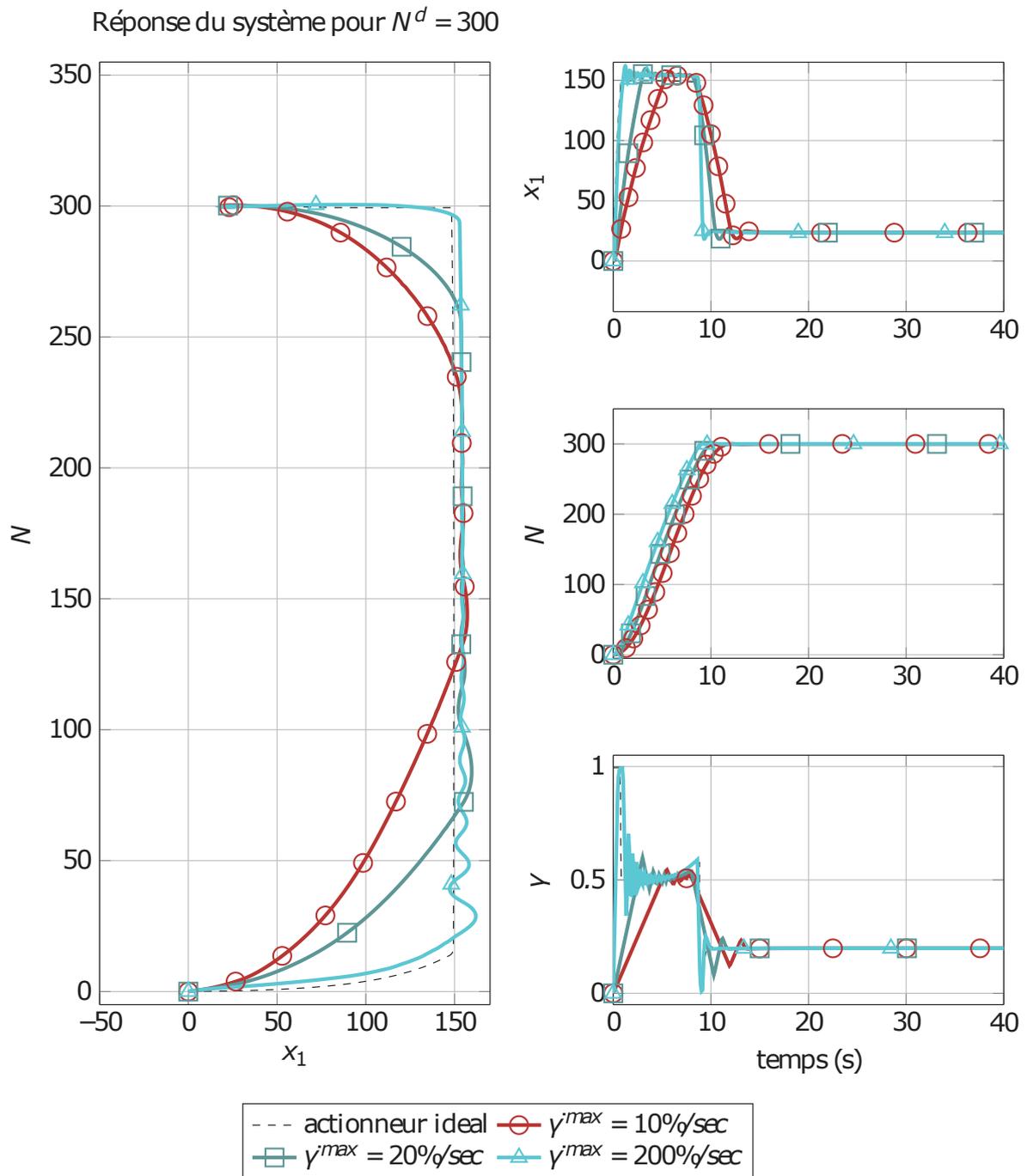


FIGURE 2.9 – Évolution du système sous la sollicitation de la stratégie de contrôle (2.4) modifiée comme dans 2.4.2.2 et dans la zone du "S". Trois actionneurs de performances différentes sont utilisés.

à chaque pas de temps, la première partie de la solution optimale $\gamma_c^*(x(t_k))$, définie comme :

$$\gamma_c^*(x(t_k)) = \underset{\gamma_c(t), t \in [t_k, t_k + t_{pred}]}{\text{minimize}} \quad J(\gamma_c, x(t_k)) \quad (2.12)$$

$$\text{subject to} \quad G(t, \gamma_c, x(t_k)), t \in [t_k, t_k + t_{pred}] \quad (2.13)$$

Il faut noter que l'utilisation de la première partie de $\gamma_c^*(x(t_k))$ implique une trajectoire de $\gamma_c(t)$ en boucle fermée non similaire à la paramétrisation boucle ouverte effectuée dans la fonction de coût $J()$.

L'utilisation de la première partie de $\gamma_c^*(x(t_k))$ sur l'intervalle $[t_k, t_k + \tau]$, où $\tau < t_{pred}$ est l'échantillonnage du contrôleur, amène le système à l'état $x(t_{k+1})$. Le procédé est alors réitéré.

Dans notre cas, les contraintes $G(t, \gamma_c, x(t_k))$ permettent de satisfaire les contraintes $x_1(t) < x_1^{max}$, $N(t) < N^d$, et $\gamma(t) < \gamma^{max}$ déjà introduites dans ce chapitre.

On choisit un profil en boucle ouverte de $\gamma_c(t)$ comme sur la figure 2.10. Il est basé sur les observations suivantes :

- plus x_1 est grand, plus \dot{N} est grand, et une grande ouverture de l'actionneur amène le système vers la droite du plan.
- la fermeture de l'actionneur ramène le système vers la gauche du plan (x_1, N).

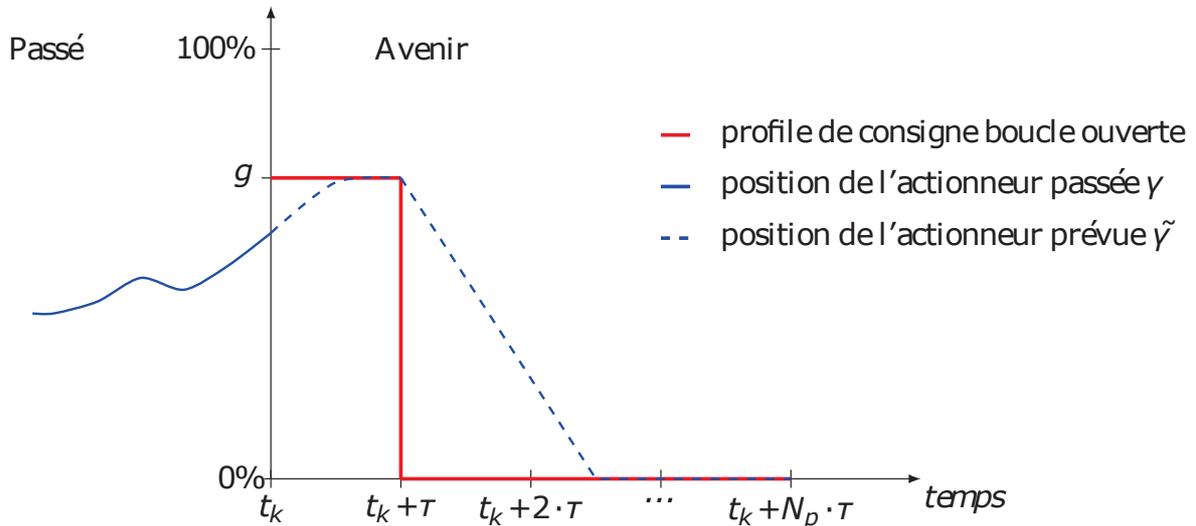


FIGURE 2.10 – Profil de consigne et position prévue de l'actionneur pour l'implémentation de la loi de contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre. Il s'agit du profil d'action en boucle ouverte; l'utilisation de seulement la première partie de ce profil à chaque pas de contrôle résulte en un profil de contrôle en boucle fermée différent.

On rappelle que les observations faites dans la section 2.3 on montrées que la minimisation du temps de réponse du système était en fait équivalente à la maximisation de $x_1(t)$. Le profile choisit convient bien puisqu'il permet d'ouvrir l'actionneur pour atteindre les plus grand x_1 . De plus la prédiction du système à chaque pas de temps anticipe le rabattement de l'actionneur, ce qui permet d'assurer le respect des contraintes sur x_1^{max} , N^{max} , et γ^{max} . Le choix effectué pour la fonction de coût $J()$ découle directement de ce qui est dit ici :

$$J(g, x(t_k)) = -\tilde{x}_1(t + \tau) \quad (2.14)$$

On note que la fonction de coût $J()$ possède la propriété de ne dépendre que d'un seul paramètre avec ce choix de profile de γ_c en boucle ouverte (fig. 2.10). Cela participe à la simplicité du problème de minimisation qui lui est associée.

Comme précédemment, est afin d'assurer la convergence du système vers son état final, on bascule vers un contrôle par retour d'état linéaire K , choisit à partir d'une linéarisation du système (2.9) autour de x^d , lorsqu'un voisinage assez proche du point final désiré x^d est atteint.

Les résultats d'une telle mise en œuvre sont présentés figure ?? et dans les tableaux 2.3 et 2.4.

Cette méthode a l'avantage de ne nécessiter aucun réglage de gain contrairement à la première modification apportée dans la section 2.4.2.2 de ce chapitre. Cette méthode permet également d'éviter tout dépassement à condition que l'horizon de prédiction soit assez long : ici $t_{pred} = 5secondes$.

Cette méthode donne une réponse optimale au problème de démarrage à temps minimum et pour une classe d'actionneur à bande passante limitée. Les temps présentés dans les tableaux 2.3 et 2.4 ne sauraient être battus par aucune autre méthode comme le justifient les observations faites sur le système dans le plan (x_1, N) .

2.5 Limites du modèle et conclusion

On a fait une comparaison du modèle de conduite du premier ordre utilisé dans ce chapitre avec le modèle idéal décrit dans la section 1.5.1 (voir annexe A, figure A.3). Il est montré

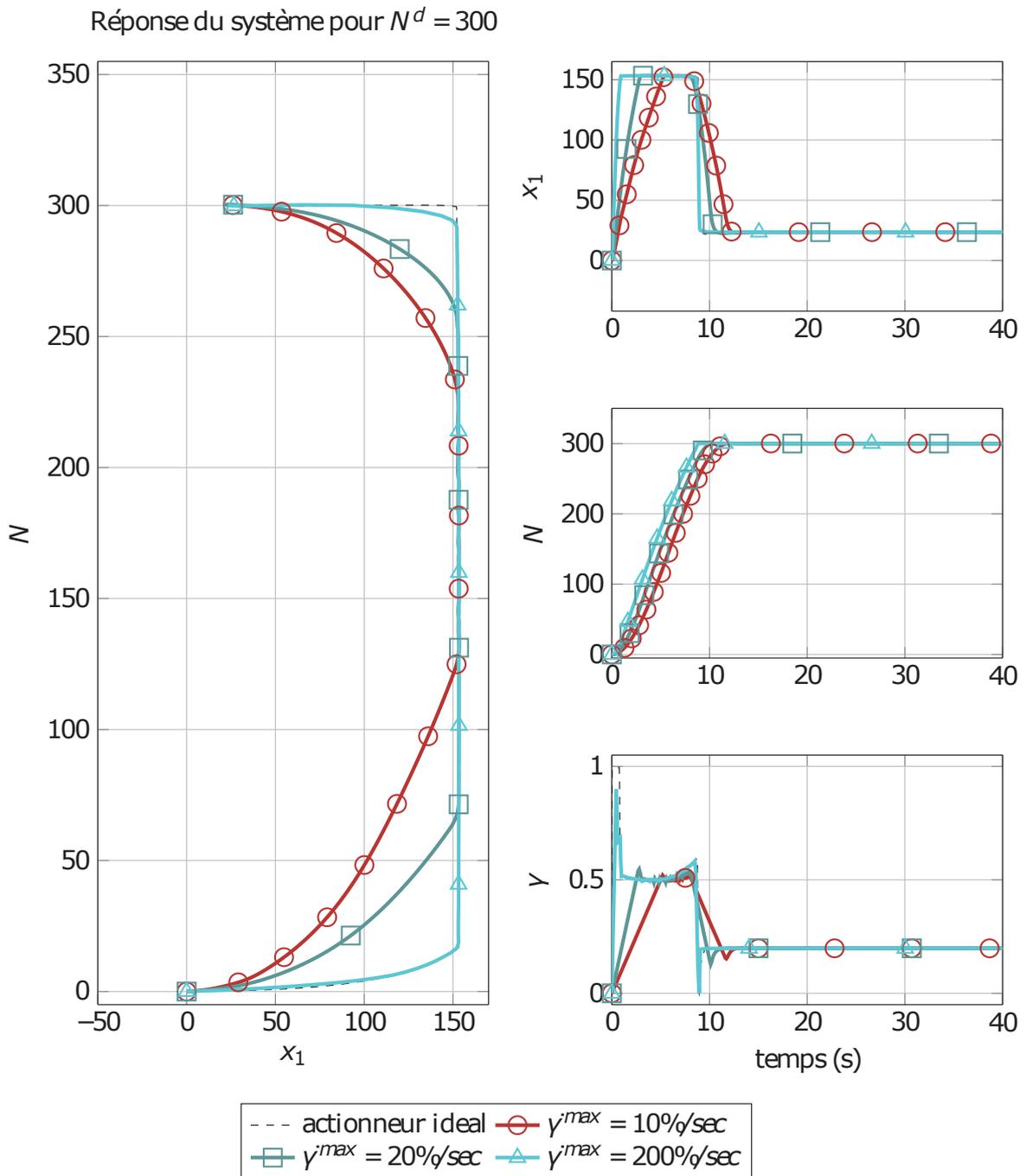


FIGURE 2.11 – Résultats du contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre pour $N^d = 300$, $\dot{\gamma}^{max} = \{10, 20, 200\}\%/sec$, et $x_1^{max} = 150$.

TABLE 2.3 – Résultats du contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre pour $N^d = 300$

$\dot{\gamma}^{max}$ (%/s)	$t_r^{95\%}$ (s)	$t_r^{99.8\%}$ (s)
∞	8.37	8.92
200	8.45	8.99
20	9.22	10.17
10	10.37	11.73

TABLE 2.4 – Résultats du contrôle proposé dans la section 2.4.2.3 de ce chapitre pour $N^d = 330$. La comparaison de ces résultats avec les résultats du tableau 2.2 viennent conforter les bonnes performances de cet algorithme.

$\dot{\gamma}^{max}$ (%/s)	$t_r^{95\%}$ (s)	$t_r^{99.8\%}$ (s)
∞	9.35	9.98
200	9.42	10.1
20	10.17	11.34
10	11.24	12.67

que la validité du modèle simplifiée s'estompe avec l'augmentation de la valeur du temps de parcours de l'onde hydraulique t_e .

La figure 2.12 propose alors d'observer, dans le plan (x_1, N) , l'oscillation libre dans le "S" du système (2.9) pour deux jeux de paramètres t_e et t_w de la conduite. On observe alors que les orbites tracées par le modèle utilisant l'équation complexe des conduites (2.1), s'écartent d'autant plus de celles tracées par le modèle simplifié (2.3), que la valeur de t_e et t_w augmente. Ainsi, l'utilisation du modèle de conduite simplifié (2.3) ne permet pas de rendre compte de la réalité des choses : pour les conduites les plus longues, les écarts entre la modélisation et la réalité seront trop importants.

Le problème d'écart entre dynamique réelle et dynamique simplifiée – pour laquelle le contrôleur a été conçu – peut ne pas poser de problème ; on pensera notamment à un système stable dont la dynamique supplémentaire s'amortit avec le temps, pour peu que la loi de contrôle soit un peu ralentie. Cependant, et on pensera dans notre cas à l'instabilité du "S", si le système réel est instable, il n'y a pas de raisons pour que la dynamique supplémentaire disparaisse à l'aide d'une loi de contrôle qui n'en tient pas compte.

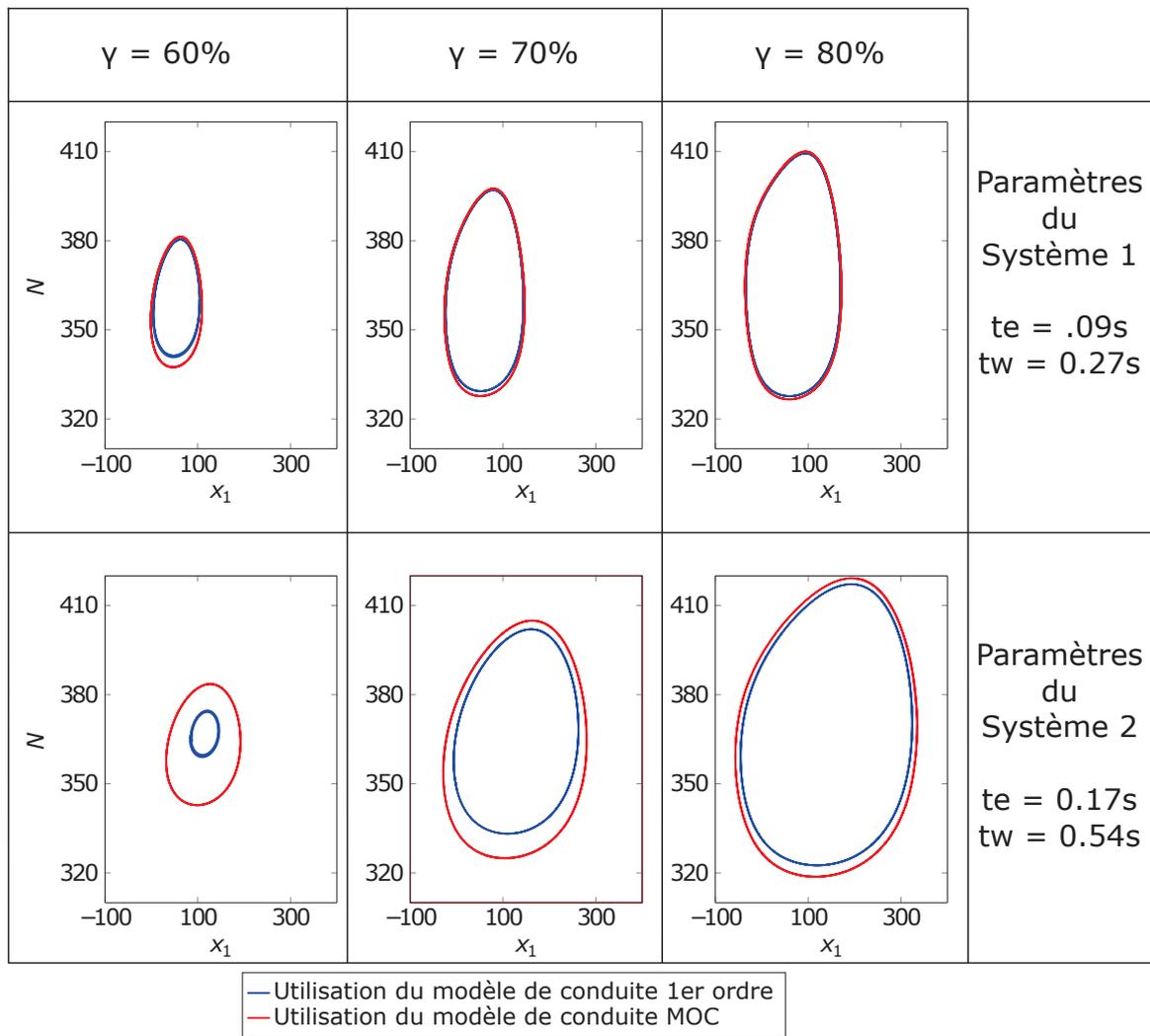


FIGURE 2.12 – Les trois figures de la ligne supérieure montrent la trajectoire libre du "S" dans le plan (x_1, N) et pour différentes positions de l'actionneur. Les trois figures de la ligne inférieure montrent la même trajectoire mais pour un système possédant des conduites 100% plus longues.

Le critère de convergence étant très strict dans le cas du démarrage, on conclut que cette loi de contrôle n'est, a priori, pas adaptée à un système réel possédant des valeurs de t_e et t_w trop grandes. Cet algorithme n'a également pas la possibilité de traiter les problèmes de stabilité liés au "S". On a bien constaté des problèmes de stabilisation du système dans cette zone, et ce même lorsque la dynamique de l'actionneur n'est pas considérée (fig. 2.7).

Les méthodes développées dans ce chapitre permettent cependant d'établir des temps minimums de démarrage. L'hypothèse de la dynamique du premier ordre étant favorable au

contrôle, on établit ces temps comme limite² basse qui ne saurait être battue dans le cas de système à dynamique plus riche.

Pour conclure, on rappelle que ce chapitre développe plusieurs méthodes pour adresser le problème de démarrage en temps minimum autour d'un modèle simplifié du système de turbinage. Les résultats obtenus permettent, pour un site donné, la mise au point des temps minimums de démarrage. D'abord dans le cas d'un actionneur à dynamique infinie puis en fonction des performances de ce dernier. La mise en œuvre proposée permet l'intégration de contraintes liées soit au domaine de fonctionnement de la turbine durant la phase de démarrage, soit à des contraintes liées au coup de bélier. Bien qu'optimale pour le modèle simplifié, on a montré que cette stratégie n'apporte pas de solution au problème de stabilisation dans le "S". Dans la suite du manuscrit, les méthodes développées sont basées sur des descriptions plus complètes du circuit hydraulique afin de résoudre l'ensemble des problèmes de performances et de stabilité liés au démarrage en mode turbine, et à la prise de charge d'une centrale de turbinage-pompage.

2. Le contrôleur optimal dans le cas d'une dynamique plus riche disposerai d'une zone fréquentielle plus faible pour agir, et ne pourrait obtenir de si bon résultats.

Algorithme $Q\delta h$

Sommaire

3.1 Centrales de hautes chutes, de type Pelton	71
3.1.1 Étude de la conduite seule	72
3.1.2 Conduite reliée à l'aval à une turbine	84
3.2 Centrales de moyenne à haute chute, à roue noyée	91
3.2.1 Conduites seules	91
3.2.2 Turbine source de débit à l'intersection de deux conduites	101
3.3 Conclusion	105

Comme on l'a vu en conclusion du chapitre 2, il existe une forte interaction entre le circuit hydraulique et la roue lorsqu'il s'agit de la réponse optimale d'un système de turbinage pompage. S'il est possible de négliger la richesse du comportement hydraulique du coup de bélier au profit du comportement de la roue, on rencontre parfois des situations où la sur-simplification ne permet pas de rendre compte, de façon suffisamment précise, du phénomène réel. On pense particulièrement à l'instabilité du "S"¹ : ce phénomène, provoqué par la forme de la roue implique une instabilité à l'emballement² et à N_{11} fort³. Elle empêche aussi les algorithmes de contrôle les plus simples d'assurer, dans ces conditions, une bonne stabilisation de la vitesse en vue du couplage au réseau.

Dans ce chapitre, on propose une solution de contrôle pour améliorer les performances en temps de réponse et en stabilité d'un système de turbinage basé sur le modèle des conduites développé par la méthode des caractéristiques dans la section 1.5.1, page 12 et sur la description de la turbine par sa caractéristique colline (voir section 1.6, page 21).

1. Voir description du "S" effectuée dans la section 1.11. Cette instabilité se traduit, en boucle ouverte en une oscillation de vitesse de rotation de la roue accompagnée d'oscillations de débit et de chute aux bornes de la roue.

2. L'emballement est l'endroit des couples nuls : avant couplage et à vitesse constante on se trouve en condition d'emballement.

3. On rappelle que $N_{11} = \frac{N \cdot D}{\sqrt{H_n}}$, où N est la vitesse de rotation de la roue, H_n la chute nette aux bornes de la roue, et D son diamètre

Plutôt que d'aborder de façon frontale les séquences associées aux turbines, et optimiser la trajectoire du système avec de long calculs, l'idée est ici d'améliorer la stabilité du système par une boucle de régulation bien choisit. Reprenons l'ensemble des équations du système résumées dans la section 1.9, dans le premier chapitre. On y trouve une partie linéaire d'ordre élevée permettant de rendre compte de la dynamique du circuit hydraulique, et trois équations non linéaires rendant compte respectivement du comportement de la turbine et de l'actionneur oléo-hydraulique :

$$\begin{aligned} \text{Dynamique linéaire : } & X(t + \tau) = A \cdot X(t) + B \cdot Q(t) \\ \text{Dynamique non linéaire : } & \begin{cases} H_n(t) = C \cdot X(t) + D \cdot Q(t) + H_b - L \cdot \lambda \cdot Q(t)^2 \\ \dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} \cdot [w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) + T_{elec} - f \cdot \omega(t)] \\ \dot{Q}(t) = -\lambda_Q \cdot (Q(t) - w_2(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t))) \\ \dot{\xi} = F_\xi(\xi, \gamma_c) \\ \gamma = C_\xi \cdot \xi \end{cases} \end{aligned}$$

Le débit Q issu de la caractéristique non linéaire de la turbine agit sur le circuit hydraulique ; ce dernier est modélisé par un système dynamique linéaire. Le circuit hydraulique agit à son tour sur la dynamique de la turbine par l'intermédiaire de la chute nette H_n . De plus, on souhaite accélérer la transition associée à ce système complexe.

On sait que l'énergie hydraulique transmise à la turbine est : $\mathcal{P}_h = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n$. Ainsi, en maîtrisant l'énergie hydraulique transmise à la turbine, on maîtrise la puissance mécanique $\mathcal{P}_m = T_h \cdot \omega$. On maîtrise ainsi la vitesse de rotation pour les démarrages et la puissance électrique pour les phases de production (voir chapitre 1.8).

La stratégie développée dans ce chapitre s'applique donc à asservir correctement les états du circuit hydraulique X , simultanément au débit Q dans la turbine. Pour ce faire, on conçoit un retour d'état linéaire K bien dimensionné qui permet l'amortissement des oscillations du circuit hydraulique, comme illustré sur la figure 3.1.

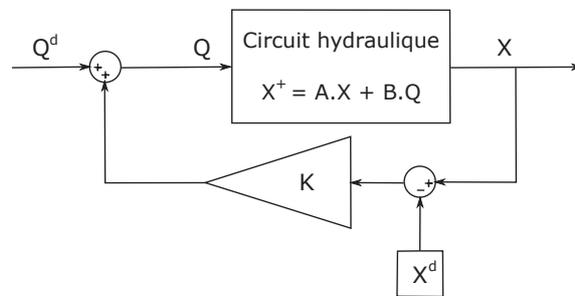


FIGURE 3.1 – Retour d'état K sur le système linéaire qu'est le circuit hydraulique.

La figure 3.2 montre les interactions réelles entre les différents organes du système. Le débit n'est pas une variable de contrôle mais est conséquence de l'état de la turbine. L'unique variable de contrôle est la consigne γ_c appliquée à l'actionneur oléo-hydraulique.

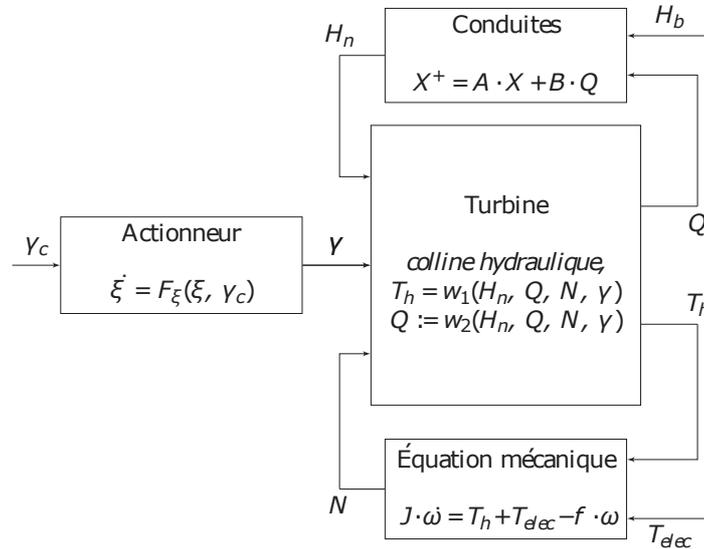


FIGURE 3.2 – Interaction entre les différents organes d'un site de turbinage.

L'idée développée dans ce chapitre est la conception d'un bloc algorithmique nommé '*solveur*' sur la figure 3.3, qui permette, par l'action de γ_c d'agir en débit Q . Ce dernier étant défini par le retour d'état K . En d'autre terme, le '*solveur*', s'acquitte des non linéarité introduites par la turbine et l'actionneur.

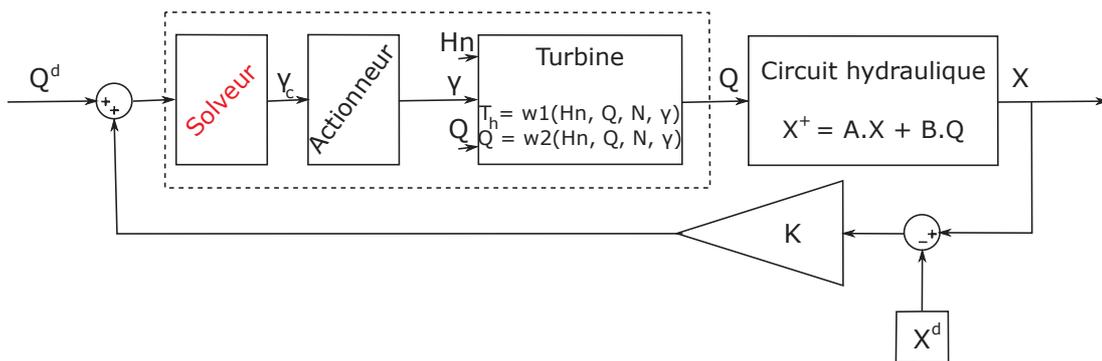


FIGURE 3.3 – Introduction du '*solveur*' dans la boucle de régulation finale.

On note que le régulateur K doit être choisit avec beaucoup de précautions puisqu'il devra aussi tenir compte de la capacité au bloc actionneur-turbine à agir en débit Q .

Dans ce chapitre, on démontre que cette stratégie de contrôle permet la stabilisation de l'ensemble du système dans la zone du "S" et permet d'accélérer les séquences. Dans un premier temps, le cas où une seule conduite doit être stabilisée est étudié : d'abord avec un débit de contrôle libre, puis dans le cas d'une turbine source de débit. Puis, le cas le plus complexe où deux conduites participent à la chute nette aux bornes de la turbine est traité. De la même manière cette étude se fait en deux étapes : d'abord avec un débit de contrôle libre, puis dans le cas d'une turbine source de débit.

Afin de rendre le mieux compte possible de la dynamique du système, on développe ici des lois de contrôle basées sur la description complète du phénomène de coup de bélier sans pertes, développée par la méthode des caractéristiques dans la section 1.5.1, page 12, dont on rappelle les équations :

$$\begin{pmatrix} H_{OUT} \\ Q_{OUT} \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} 0 & -\kappa \\ 1/\kappa & 0 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} H_{IN} \\ Q_{IN} \end{pmatrix} (t) - \begin{pmatrix} H_{IN} \\ Q_{IN} \end{pmatrix} (t - \Delta) \right] + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{IN} \\ Q_{IN} \end{pmatrix} (t - \Delta/2) + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{OUT} \\ Q_{OUT} \end{pmatrix} (t - \Delta) \quad (3.1)$$

où $\kappa = \frac{a}{g \cdot S}$ est un coefficient relatif aux dimensions de la conduite, et $\Delta = \frac{2 \cdot L}{a}$ est le temps d'aller-retour de l'onde dans la conduite. a est la vitesse de propagation de l'onde hydraulique dans la conduite, g est l'accélération de la gravité, S est la section constante de la conduite, L est la longueur de la conduite.

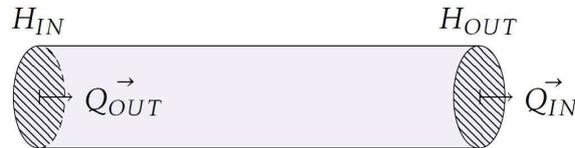


FIGURE 3.4 – Schéma d'une conduite forcée et notations.

La figure 3.4 montre les notations utilisées et on rappelle que Q_{IN} et H_{IN} sont respectivement le débit imposé par la turbine, et la chute à l'autre extrémité de la conduite. H_{OUT} est la chute imposée par la dynamique conduite à l'endroit de Q_{IN} . Q_{OUT} est le débit issue de la dynamique conduite à l'endroit de H_{IN} .

Ces notations sont appropriées puisqu'elles conviennent bien à ce qui va suivre ; à savoir une conduite forcée reliant à son amont une source de pression constante H_{IN} comme celle issue d'un lac ou d'une retenue d'eau, et une turbine à son aval dont l'action est source de débit Q_{IN} . Notre intérêt se concentre sur l'amortissement de H_{OUT} qui participe à la chute nette aux bornes de la turbine et Q_{IN} le débit dans la turbine. La régulation de Q_{OUT} n'est pas étudié puisque sa valeur suivra celle de Q_{IN} en régime stationnaire.

En ce qui concerne la turbine, on exploite dans ce chapitre sa dynamique complète, connue en tout point de fonctionnement. On rappelle qu'elle est issue de la colline hydraulique et nous fournit pour n'importe quelle chute nette H_n , débit Q , vitesse de rotation N , et position des directrices γ deux relations nous donnant le débit Q dans la turbine et le couple hydraulique T_h :

$$T_h = w_1(H_n, Q, N, \gamma) \quad (3.2)$$

$$Q = w_2(H_n, Q, N, \gamma) \quad (3.3)$$

Ce chapitre traitera deux topologies de centrales :

- dans la section 3.1 de ce chapitre, l'étude se portera sur les centrales de hautes chutes où l'acheminement de l'eau se fait par une conduite unique. C'est le cas des centrales de type Pelton : l'eau injectée dans la roue en sortie de la conduite est ensuite évacuée à pression atmosphérique. Dans ces centrales, la longueur de la conduite, et la masse d'eau à mettre en mouvement sont si grandes que le coup de bélier peut causer de graves dommages à la centrale.
- dans la section 3.2, l'étude se portera sur les centrales de moyenne à haute chute de type Francis ou Turbine-Pompe (TP). Dans ces centrales, les turbines sont à la jonction de deux conduites successives, et, dans le cas des TP, peuvent être sujettes à l'instabilité du "S" ; phénomène qui, comme il a été expliqué dans la section 1.11, résulte de l'interaction entre la dynamique instable de la roue hydraulique à basse chute et le coup de bélier.

Les deux cas d'étude traitent du problème d'asservissement du ou des coups de béliers simultanément au contrôle de débit, et ce dans l'objectif de permettre d'une part l'accélération des transitoires associées à la prise de charge, l'arrêt, et le démarrage d'une turbine hydraulique. D'autre part, on montrera comment la maîtrise du débit et de la pression à l'endroit de la turbine permet de traiter l'instabilité du "S". Pour chaque cas d'étude, la méthodologie développée s'exécute en deux étapes : premièrement, le cas de la ou des conduite(s) seule(s) — l'action est directement effectuée en débit. On étudie ensuite le cas plus complet où l'action en débit est issue de la caractéristique non linéaire de la turbine. L'influence des performances de l'actionneur oléo-hydraulique agissant sur la position des directrices γ est aussi intégrée aux résultats finaux.

3.1 Centrales de hautes chutes, de type Pelton

On étudie dans cette section le cas des centrales où une seule conduite, soumise à une pression constante $H_{IN}(t) = H_b$ (voir figure 3.4), alimente en eau la centrale.

3.1.1 Étude de la conduite seule

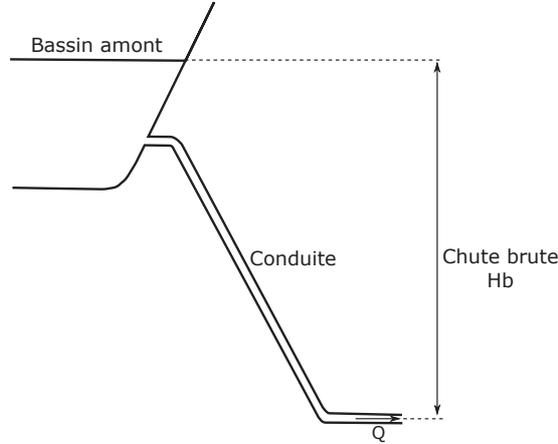


FIGURE 3.5 – Schéma de l'étude de cas "roue de type Pelton".

Le bassin amont ayant une capacité suffisante pour permettre le fonctionnement de la turbine pendant plusieurs jours, l'hypothèse faite de considérer la chute amont $H_{IN}(t) = H_b$ comme une constante, est raisonnable. Ainsi, l'équation d'onde (3.1) dans la conduite prend la forme suivante :

$$\begin{pmatrix} H_{OUT} + H_{loss} \\ Q_{OUT} \end{pmatrix} (t) = \begin{pmatrix} -\kappa \\ 0 \end{pmatrix} \cdot [Q_{IN}(t) - Q_{IN}(t - \Delta)] + \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_b \\ Q_{IN}(t - \Delta/2) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{OUT} + H_{loss} \\ Q_{OUT} \end{pmatrix} (t - \Delta) \quad (3.4)$$

Notre intérêt se porte sur la maîtrise de l'oscillation de pression issue de la mise en débit de la conduite. Avec $\delta h(t) = H_{OUT}(t) - H_b + H_{loss}$, la variation de pression issue de l'évolution du débit de contrôle $Q(t) = Q_{IN}(t)$ devient :

$$\delta h(t + \Delta) = -\kappa \cdot [Q(t + \Delta) - Q(t)] - \delta h(t) \quad (3.5)$$

Remarque. On note que l'équation (3.4) nous fournit également l'évolution de $Q_{OUT}(t)$ comme une fonction de $Q_{IN}(t)$ à travers un système à retard non amorti :

$$Q_{OUT}(t) + Q_{OUT}(t - \Delta) = 2 \cdot Q_{IN}(t - \frac{\Delta}{2})$$

Cela signifie qu'il pourrait subsister des oscillations de $Q_{OUT}(t)$ même lorsque $Q_{IN}(t)$ est constant. Cette évolution possible de $Q_{OUT}(t)$ n'aura pas d'impact sur l'énergie transmise à la turbine (placée dans la suite à l'endroit de $Q_{IN}(t)$ et $H_{OUT}(t)$ comme sur la figure 3.4). De plus, avec des variations finies de $Q_{IN}(t)$, on assure des variations finies de $Q_{OUT}(t)$

qui devraient raisonnablement s'amortir, lorsque $Q_{IN}(t)$ et $H_{OUT}(t)$ s'amortissent vers leur valeur finales respectives. On choisit donc de ne pas tenir compte pour la suite de $Q_{OUT}(t)$ et de son évolution.

Remarque. On note aussi que l'hypothèse de maîtrise du débit est inhabituelle puisque la dynamique usuellement donnée à un écoulement, comme dans (3.3), suggère que le débit réagit à la pression (ici notée H_{OUT}) et aux dimensions de la conduite. Cela découle généralement de l'utilisation du théorème de Bernoulli appliqué aux fluides, qui donne en régime stationnaire, $Q = \alpha \cdot \sqrt{H_{OUT}}$, où α est un coefficient qui tient compte des caractéristiques physiques de la section par laquelle s'effectue l'écoulement. Cependant, et comme on va l'utiliser dans les sections 3.1.2 et 3.2.2 de ce chapitre, notre modélisation considère la turbine comme une source de débit vis à vis des conduites : l'action appliquée à la turbine par l'intermédiaire des vannes directrices est donc équivalente à une action en débit sur les conduites.

Il est intéressant de remarquer que l'équation (3.5), peut être traduite en temps discret :

$$\delta h_{k+1} = -\delta h_k - \kappa \cdot (Q_{k+1} - Q_k) \quad (3.6)$$

Il s'agit donc de traiter un problème de stabilité pour un système discret du premier ordre. L'objectif étant de trouver une action de débit Q qui effectue une contraction de δh . Un choix judicieux de Q permet de ré-exprimer (3.6) de manière à assurer simplement la dissipativité de δh . On choisit

$$Q_{k+1} = Q_k + \sigma_h \cdot \delta h_k + v_k \quad (3.7)$$

En utilisant (3.7) dans (3.6), on obtient pour l'évolution de δh un système du premier ordre de pôle $(-\kappa \cdot \sigma_h - 1)$:

$$\delta h_{k+1} = (-\kappa \cdot \sigma_h - 1) \cdot \delta h_k - \kappa \cdot v_k \quad (3.8)$$

Le système (3.8) est un système du premier ordre à entrées bornées. Sa dissipativité est assurée lorsque $\sigma_h \in]\frac{-2}{\kappa}, 0[$. On obtient dès lors, un débit qui assure la contraction de δh et stabilise les oscillations de pression dans la conduite. La présence du terme v permet d'atteindre un état stationnaire final différent de 0.

Afin de rendre compte des contraintes sur l'action issues de la dynamique des actionneurs, on ajoute une contrainte sur l'évolution de Q :

$$\forall k, \Delta Q^{min} \leq Q_{k+1} - Q_k \leq \Delta Q^{max} \quad (3.9)$$

$$\iff \Delta Q^{min} \leq v_k + \sigma_h \cdot \delta h_k \leq \Delta Q^{max} \quad (3.10)$$

On obtient ainsi, à chaque instant, pour une variation de chute δh_k constatée, une contrainte sur les choix de v_k (3.10), assurant le respect de la contrainte sur la variation de débit maximum présentée dans (3.9).

De plus, on considère une contrainte sur la chute de coup de bélier maximum tolérée, telle que :

$$\forall k, -\delta h^{max} \leq \delta h_k \leq \delta h^{max} \quad (3.11)$$

$$\implies -\delta h^{max} \leq (-\kappa \cdot \sigma_h - 1) \cdot \delta h_k - \kappa \cdot v_k \leq \delta h^{max} \quad (3.12)$$

Comme précédemment, on obtient à chaque instant, pour une variation de chute δh_k constatée, une contrainte sur les choix de v_k (3.12), assurant le respect de la contrainte sur la chute de coup de bélier maximum tolérée présentée dans (3.11).

Finalement, et afin de pouvoir amener notre système de conduite d'un débit Q_0 à un débit Q^d final, on choisit pour v_k une structure de type retour d'état et telle que :

$$v_k = \sigma_Q \cdot (Q^d - Q_k) \quad (3.13)$$

La dynamique de notre système de conduite sous l'action de la loi de contrôle (3.13) peut alors être complètement décrite en reprenant les équations (3.7), et (3.8), ce qui donne :

$$\begin{pmatrix} \delta h \\ Q \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} -\kappa \cdot \sigma_h - 1 & \kappa \cdot \sigma_Q \\ \sigma_h & 1 - \sigma_Q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta h \\ Q \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} -\kappa \cdot \sigma_Q \\ \sigma_Q \end{pmatrix} \cdot Q^d \quad (3.14)$$

Autrement dit :

$$x_{k+1} = A(\sigma_h, \sigma_Q) \cdot x_k + B(\sigma_h, \sigma_Q) \cdot Q^d \quad (3.15)$$

Le système (3.15) est un système linéaire qu'on peut traiter de deux manières différentes :

1. en fixant la valeur de σ_h , et de σ_Q , on en fait un **système linéaire invariant (LTI)** : de cette manière, seule l'étude des valeurs propres du système (elles aussi invariantes) permet de conclure sur sa stabilité. On note alors, avec le choix de v_k fait dans (3.13), que notre seul degré de liberté réside dans le choix de Q^d appliqué au régulateur. Cette consigne doit permettre de respecter à chaque instant les contraintes établies dans (3.10) et (3.12).
2. en utilisant σ_h , et σ_Q comme variables de contrôle, on en fait un **système linéaire à paramètres variant (LPV)** ou **système quasi-linéaire à paramètres variant** puisque les paramètres σ_h , et σ_Q seront alors choisis comme des fonctions des états δh et Q du système : dans ces conditions, la caractérisation de la stabilité du système est plus complexe, la méthode habituellement utilisée consiste à trouver une unique fonction de Lyapunov associée à l'ensemble des dynamiques définies sur le domaine des (σ_h, σ_Q) admissibles.

Les deux cas d'utilisation du système (3.15) sont traités dans les deux sous-parties suivantes.

3.1.1.1 Analyse de (3.15) pour σ_h , et σ_Q constants

Dans cette sous partie, on cherche une paire (σ_h, σ_Q) constante, assurant la stabilité du système (3.15). Dans ce cas, on étudiera comment traiter les contraintes (3.10) et (3.12) par l'intermédiaire de Q^d . Les valeurs propres associées à (3.15) sont :

$$\{\lambda_1, \lambda_2\} = \text{eig} \begin{pmatrix} -\kappa \cdot \sigma_h - 1 & \kappa \cdot \sigma_Q \\ \sigma_h & 1 - \sigma_Q \end{pmatrix}$$

$$\lambda_1 = \begin{cases} \frac{-1}{2} \cdot (\sigma_Q + \kappa \cdot \sigma_h + \sqrt{\Xi}) & \text{si } \Xi \geq 0 \\ \frac{-1}{2} \cdot (\sigma_Q + \kappa \cdot \sigma_h + i \cdot \sqrt{-\Xi}) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\lambda_2 = \begin{cases} \frac{-1}{2} \cdot (\sigma_Q + \kappa \cdot \sigma_h - \sqrt{\Xi}) & \text{si } \Xi \geq 0 \\ \frac{-1}{2} \cdot (\sigma_Q + \kappa \cdot \sigma_h - i \cdot \sqrt{-\Xi}) & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\Xi = (2 - \sigma_Q - \kappa \cdot \sigma_h)^2 + 8 \cdot \kappa \cdot \sigma_h$$

Remarque. (λ_1, λ_2) ne dépendent que de $(\kappa \cdot \sigma_h, \sigma_Q)$.

On rappelle que la stabilité d'un système linéaire invariant, est caractérisée par des conditions sur ses valeurs propres. Dans le cas d'un système à temps discret, et plus particulièrement pour le système (3.15), ce critère de stabilité s'exprime :

$$\forall i \in \{1, 2\}, |\lambda_i| < 1 \quad (3.16)$$

Une étude graphique de la valeur de $\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)$ en fonction de $(\kappa \cdot \sigma_h, \sigma_Q)$ est proposée sur la figure 3.6. On remarque que la zone correspondant à la contrainte (3.16) est la zone du plan correspondant à l'intérieur du triangle noir. On traduit ainsi les contraintes (3.16) en trois nouvelles contraintes sur (σ_h, σ_Q) :

$$\kappa \cdot \sigma_h \leq 0 \quad (3.17)$$

$$-\sigma_Q \leq 0 \quad (3.18)$$

$$\sigma_Q - \kappa \cdot \sigma_h \leq 2 \quad (3.19)$$

Remarque. on peut montrer en partant des équations (3.17)-(3.19) qu'elles sont une condition suffisante à notre critère de stabilité (3.16).

La figure 3.6 nous montre également le minimum de $\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)$. Il est atteint lorsque $(\kappa \cdot \sigma_h, \sigma_Q) = (-0.5, 0.5)$. Dans ces conditions, $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Ce choix correspond à une convergence en temps fini du système : la stabilité, et la vitesse de convergence du système sont optimales. Comme on va le voir par la suite, les contraintes associées à notre problème ne nous permettent pas forcément ce choix.

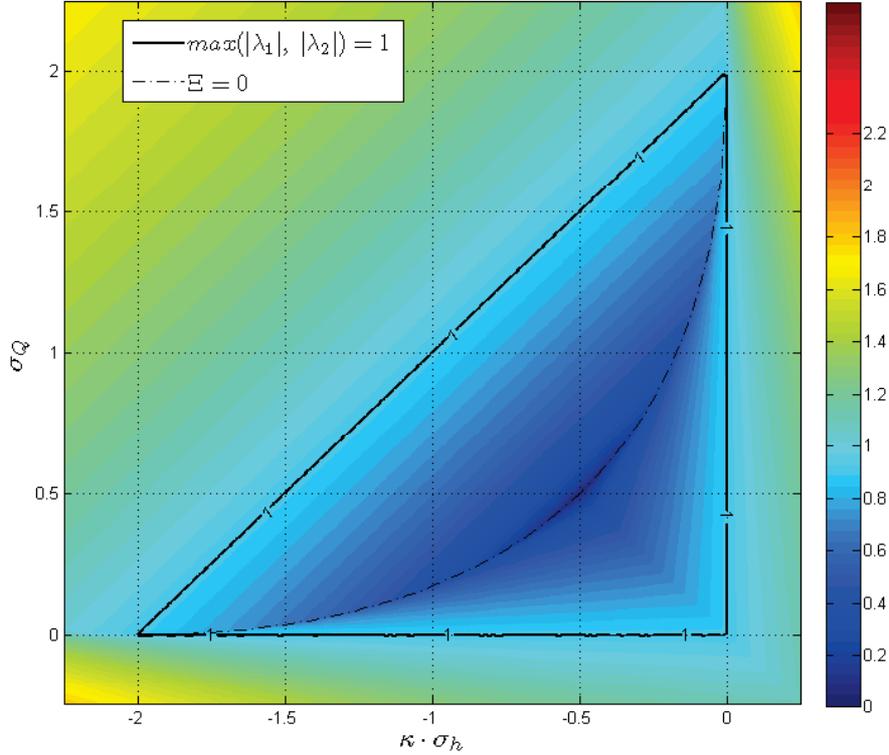


FIGURE 3.6 – Étude de $\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)$ en fonction de $(\kappa \cdot \sigma_h, \sigma_Q)$. Cette représentation nous permet de convertir la contrainte sur la norme des valeurs propres du système invariant (3.15), exprimée dans (3.16), en contraintes sur (σ_h, σ_Q) , exprimées dans (3.17)-(3.19).

La figure 3.6 fait également apparaître la fonction $\Xi(\kappa \cdot \sigma_h, \sigma_Q) = 0$. On remarque que cette fonction coïncide avec le minimum de $\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)$ lorsque σ_h ou σ_Q est fixé. On donne ainsi la relation donnant σ_Q pour σ_h donné :

$$\sigma_Q = 2 - \kappa \cdot \sigma_h - \sqrt{-8 \cdot \kappa \cdot \sigma_h} \quad (3.20)$$

Remarque. Le fait d'utiliser Q^d comme degré de liberté fait que le choix de σ_Q ne conditionne que la stabilité du système loin des contraintes ; la vitesse de convergence sera conditionnée par l'évolution de Q^d lorsqu'il faudra satisfaire ces mêmes contraintes. On fait donc toujours le choix de σ_Q qui minimise $\max(|\lambda_1|, |\lambda_2|)$ en fonction de σ_h comme dans (3.20).

Maintenant que σ_Q est choisi, il nous reste à donner une valeur à $\sigma_h \in [-\frac{\kappa}{2}, 0]$ constante et qui permette, quel que soit le point de fonctionnement, de participer au respect des contraintes dynamiques (3.10) et (3.12). On fait alors l'hypothèse suivante :

1. Puisque ΔQ^{\min} et ΔQ^{\max} peuvent varier dans le temps, on fait l'hypothèse qu'il existe

toujours une variation de débit minimum possible dans les deux sens :

$$\Delta Q^{min} \leq -\Delta\bar{Q} < 0 < \Delta\bar{Q} \leq \Delta Q^{max}$$

Où $\Delta\bar{Q}$ est une constante positive. Le cas où l'on ne peut pas agir dans les deux sens correspondrait à $\Delta\bar{Q} = 0$: on comprend aisément qu'il n'est pas possible dans ce cas de contrôler le système ; s'il en existe, les cas de non contrôle semblent a priori extrêmement anecdotiques dans notre cas et ne sont pas étudiés.

On rappelle que les contraintes qui agissent sur le choix de σ_h , et σ_Q , et qui entrent dans la formulation de notre problème sont issues de trois critères :

1. la variation de Q est contenue : cette contrainte est exprimée dans (3.9). Elle dépend du point de fonctionnement (δh_k et Q_k), et ne peut être violée puisque dépendante des performances de l'action sur le système. C'est donc une contrainte 'dure'.
2. le coup de bélier maximum est contenu : comme décrit dans (3.11). Elle dépend du point de fonctionnement (δh_k et Q_k). Cette contrainte ne doit pas être violée car elle pourrait dans des cas extrême nuire à l'intégrité du système. Cependant, elle est ce qu'on appelle une contrainte 'molle' puisqu'un mauvais contrôle, où des objectifs trop durs, peuvent nous la faire violer.
3. le contrôle assure la stabilité du système (3.15) grâce au respect des contraintes (3.17)-(3.19). Ces dernières sont des contraintes constantes et qui doivent être respectées lors du choix de σ_h , et σ_Q .

L'expression de l'ensemble des contraintes donne alors :

$$\begin{pmatrix} -\delta h_k & Q_k - Q^d \\ \delta h_k & Q^d - Q_k \\ \kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q^d - Q_k) \\ -\kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q_k - Q^d) \\ -\kappa & 1 \\ \kappa & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_h \\ \sigma_Q \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -\Delta Q^{min} \\ \Delta Q^{max} \\ \delta h^{max} - \delta h_k \\ \delta h^{max} + \delta h_k \\ 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

On note dans (3.21) que les contraintes sur σ_Q (en dehors des contraintes constantes liées à la stabilité du système (3.17)-(3.19)) sont toujours proportionnelles à $\pm(Q_k - Q^d)$. Ainsi, Q^d étant notre degré de liberté, on souhaite pouvoir choisir la valeur de $(Q_k - Q^d)$ aussi proche de zéro que nécessaire. Cette condition introduite dans (3.10), enrichie de l'hypothèse sur $\Delta Q^{min/max} = \pm\Delta\bar{Q}$ ci-dessus, implique la condition suivante :

$$\sigma_h \in \left[\frac{-\Delta\bar{Q}}{\delta h^{max}}, \frac{\Delta\bar{Q}}{\delta h^{max}} \right] \quad (3.22)$$

L'ensemble des contraintes sur σ_h : (3.17)-(3.19), et (3.22), donnent un domaine de validité de σ_h qui permet l'existence du respect des contraintes initiales (3.9) et (3.11) :

$$\sigma_h \in \left[\max\left(\frac{-\Delta\bar{Q}}{\delta h^{max}}, \frac{-2}{\kappa}\right), 0 \right] \quad (3.23)$$

D'où :

Lemme. *Si le système est initialisé de manière à ce que $|\delta h_0| \leq \delta h^{max}$, les choix de σ_h et σ_Q , faits dans (3.23) et (3.20), assurent l'existence $\forall k$, d'un choix Q_k^{d*} tel que $v_k = \sigma_Q \cdot (Q_k^{d*} - Q_k)$ est un retour d'état stabilisant, et tel que les contraintes (3.21) sont satisfaites à chaque instant. On choisit alors Q^{d*} aussi proche de Q^d que possible sous respect des contraintes (3.21) :*

$$Q_k^{d*} = \min_{Q^{d*}} (|Q^{d*} - Q^d|) \quad (3.24)$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{\sigma_Q} (\Delta Q^{min} - \sigma_h \cdot \delta h_k) \\ \frac{1}{\kappa \cdot \sigma_Q} (-\delta h^{max} - (1 + \kappa \cdot \sigma_h) \cdot \delta h_k) \end{array} \right\} \leq Q^{d*} - Q_k \leq \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\sigma_Q} (\Delta Q^{max} - \sigma_h \cdot \delta h_k) \\ \frac{1}{\kappa \cdot \sigma_Q} (\delta h^{max} - (1 + \kappa \cdot \sigma_h) \cdot \delta h_k) \end{array} \right.$$

L'existence d'une solution à notre problème est prouvée dans le cas où on reste toujours dans la bande définie par δh^{max} . On note qu'à ce point, le choix de σ_h n'est toujours pas fait. Il est montré sur la figure 3.6, que la réponse la plus dissipative de notre système (3.15) est obtenue lorsque $\sigma_h = -\frac{1}{2\kappa}$. On propose donc :

$$\sigma_h = \max\left(\frac{-\Delta\bar{Q}}{\delta h^{max}}, \frac{-1}{2\kappa}\right) \quad (3.25)$$

$$\sigma_Q = 2 - \kappa \cdot \sigma_h - \sqrt{-8 \cdot \kappa \cdot \sigma_h} \quad (3.26)$$

Remarque. *Dans le cas où le système se trouverait, pour une raison inconnue, tel que le coup de bélier à l'instant k est supérieure à la valeur δh^{max} choisie, la stabilité du système (3.16), assure la convergence du système à l'intérieur de cette bande.*

La figure 3.7 rend compte des résultats de cette stratégie de contrôle.

3.1.1.2 Analyse de (3.15) lorsque σ_h , et σ_Q sont nos variables de contrôle

Dans le cas où σ_h , et σ_Q sont recalculés à chaque pas de contrôle, le critère de stabilité (3.16) ne suffit plus. En effet, l'alternance des σ_h , et σ_Q peut dans certains cas provoquer une instabilité du système bien que la matrice de transition $A(\sigma_h, \sigma_Q)$ de (3.15) soit, à chaque instant, une matrice dont la norme des valeurs propres est inférieure à 1.

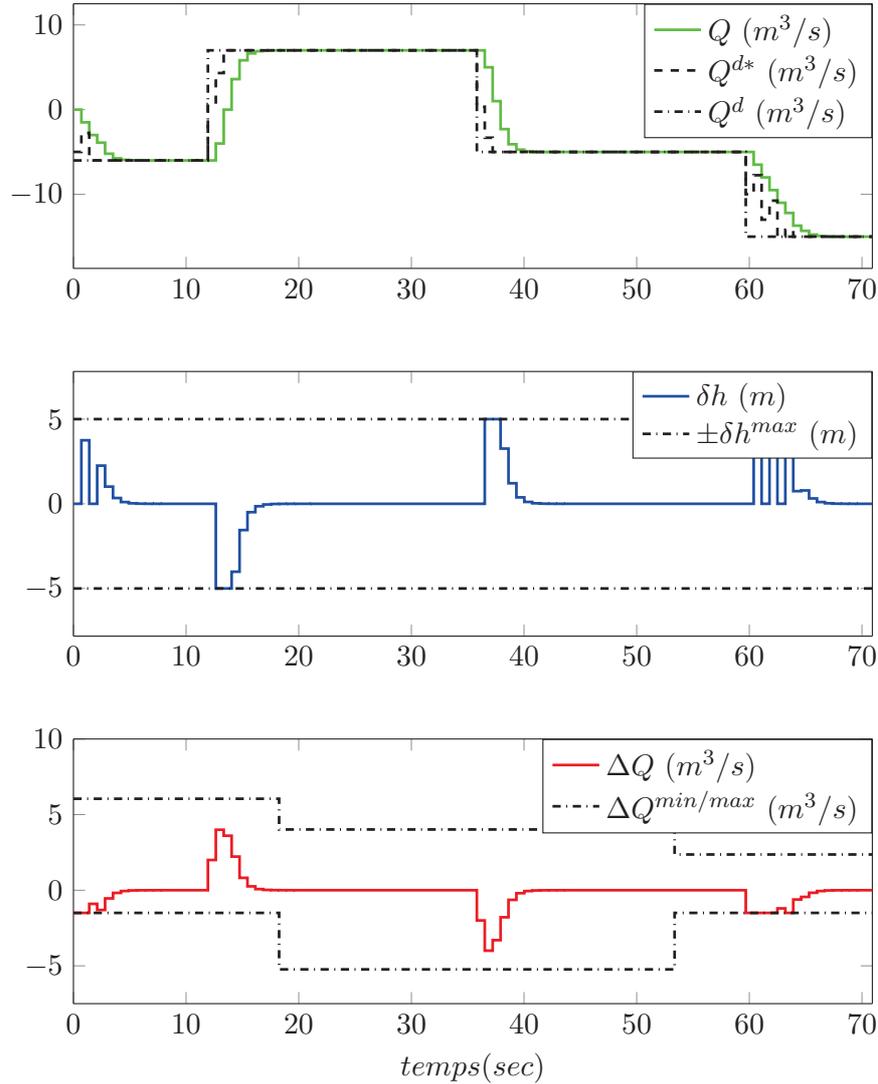


FIGURE 3.7 – Résultat du processus de contrôle défini dans la section 3.1.1.1 de ce chapitre ; à savoir que σ_h et σ_Q sont choisis constant, et l'utilisation de Q^{d*} comme dans (3.24) permet de satisfaire les contraintes ((3.9) et (3.11)).

Une propriété intéressante des systèmes LPV est la suivante : un système LPV peut toujours se réécrire sous la forme de la combinaison convexe de systèmes LTI définis aux sommets du polytope englobant la variation de ses paramètres.

Soient $\Upsilon_h \in \mathbb{R}^{n_\sigma}$ et $\Upsilon_Q \in \mathbb{R}^{n_\sigma}$, qui contiennent les coordonnées des sommets d'un polytope défini dans le plan (σ_h, σ_Q) , on peut écrire :

$$(A(\sigma_h, \sigma_Q) \quad B(\sigma_h, \sigma_Q)) = \sum_{i=1}^{n_\sigma} \alpha_i \cdot (A(\Upsilon_{h, i}, \Upsilon_{Q, i}) \quad B(\Upsilon_{h, i}, \Upsilon_{Q, i}))$$

Où α_i est appelé coordonnées polytopiques et vérifient :

$$\begin{aligned} (\sigma_h \quad \sigma_Q) &= \sum_{i=1}^{n_\sigma} \alpha_i \cdot (\Upsilon_{h, i} \quad \Upsilon_{Q, i}) \\ \alpha_i &\geq 0 \\ \sum_{i=1}^{n_\sigma} \alpha_i &= 1 \end{aligned}$$

Il est ainsi montré que l'existence d'une fonction de Lyapunov constante $V(X)$, définie pour l'ensemble des systèmes LTI aux sommets du polytope défini par Υ_h et Υ_Q , assure la stabilité du système LPV quel que soit le choix de (σ_h, σ_Q) sur l'ensemble de la surface du dit polytope.

On appelle fonction de Lyapunov toute fonction V vérifiant :

- $V(0) = 0$
- $V(X) > 0, \forall X \neq 0$
- V est strictement décroissante le long des trajectoires (non nulles) du système.

Dans notre cas, l'existence d'une fonction de Lyapunov, définie pour l'ensemble des systèmes LTI aux sommets du polytope, est traitée en résolvant l'inégalité matricielle, d'inconnue P , suivante :

$$\begin{pmatrix} P \\ P - A(\Upsilon_{h, 1}, \Upsilon_{Q, 1})^T \cdot P \cdot A(\Upsilon_{h, 1}, \Upsilon_{Q, 1}) \\ \vdots \\ P - A(\Upsilon_{h, n_\sigma}, \Upsilon_{Q, n_\sigma})^T \cdot P \cdot A(\Upsilon_{h, n_\sigma}, \Upsilon_{Q, n_\sigma}) \end{pmatrix} > 0 \quad (3.27)$$

On note que la faisabilité de cette inégalité matricielle d'inconnue P , implique la stabilité au sens de Lyapunov de notre système LPV, pour tous les (σ_h, σ_Q) contenus à l'intérieur du polytope formé par les sommets (Υ_h, Υ_Q) .

La recherche de l'espace de stabilité associé à notre système LPV est alors traitée de manière récursive : l'objectif étant de maximiser la surface du polytope associée aux valeurs de (Υ_h, Υ_Q) , sous la contrainte de faisabilité de l'inégalité matricielle (3.27). La méthode développée est alors la suivante :

- **Initialisation :** On cherche un ensemble $(\Upsilon_h^0, \Upsilon_Q^0) \in \mathbb{R}^{(n_\sigma \times 2)}$ tel que (3.27) est faisable. *Le choix de $(\Upsilon_h^0, \Upsilon_Q^0)$ pourra par exemple, être un polygone inscrit dans un cercle de rayon aussi petit que nécessaire, situé à l'intérieur du triangle montré figure 3.6.*

- **Boucle de calcul i** : On forme le polytope $(\Upsilon_h^i, \Upsilon_Q^i)$: il se compose des mêmes sommets que le polytope $(\Upsilon_h^{i-1}, \Upsilon_Q^{i-1})$, à l'exception du sommet j caractérisé par ses coordonnées : $(\Upsilon_{h,j}^i, \Upsilon_{Q,j}^i)$. La boucle de calcul i consiste à maximiser la surface de $(\Upsilon_h^i, \Upsilon_Q^i)$ en trouvant la position optimale du sommet j . Le sommet j change à chaque boucle de calcul.
- **Fin** : Le critère de sortie de boucle est, par exemple, défini par une augmentation minimale de la surface du polytope entre deux boucles de calculs.

Plusieurs polytopes résultants de ce procédé d'optimisation sont présentés sur la figure 3.8 pour $n_\sigma = 14$. Afin d'intégrer cet espace de stabilité du système LPV à un problème d'optimisation quadratique, le polytope est traduit en contraintes linéaires :

$$A_\sigma \cdot \begin{pmatrix} \sigma_h \\ \sigma_Q \end{pmatrix} \leq B_\sigma \in \mathbb{R}^{n_\sigma}$$

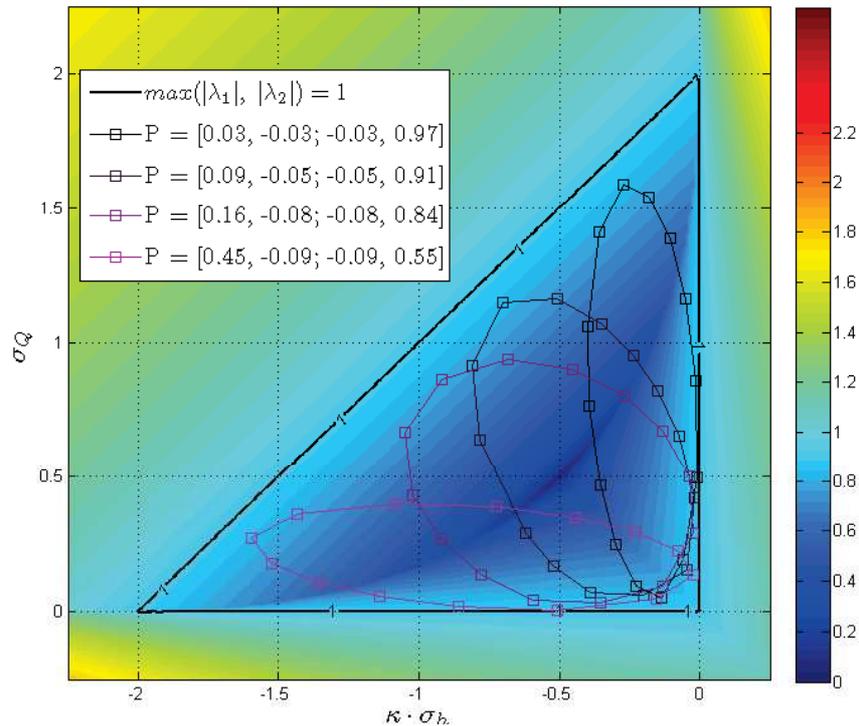


FIGURE 3.8 – Résultat du processus de recherche de la zone de stabilité du système LPV pour $n_\sigma = 14$. Chaque ellipsoïde qui apparaît sur cette figure est en fait un polytope à $n_\sigma + 1$ cotés. Les sommets des polytopes sont indiqués avec un carré. La légende indique la matrice P (arrondie au centième) qui vérifie (3.27) pour le polytope considéré.

Une bonne propriété du polytope recherché réside dans le fait qu'il possède un point sur l'axe $\sigma_h = 0$ et un point sur l'axe $\sigma_Q = 0$. De cette manière, le retour d'état pourra plus facilement respecter les contraintes définies dans (3.21).

Dans le but d'élaborer un choix optimal de (σ_h, σ_Q) à chaque instant, et afin de tenir compte de l'ensemble des contraintes définies dans (3.21) et des nouvelles contraintes traitant de la stabilité de notre système LPV, on utilise à chaque instant et pour Q^d constant, le choix de (σ_h, σ_Q) issus du problème quadratique suivant :

Problème.

$$\min_{(\sigma_h, \sigma_Q)} ((\kappa \cdot \sigma_h + 0.5)^2 + (\sigma_Q - 0.5)^2)$$

Sous les contraintes linéaires définies à chaque instant k :

$$\begin{pmatrix} -\delta h_k & Q_k - Q^d \\ \delta h_k & Q^d - Q_k \\ \kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q^d - Q_k) \\ -\kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q_k - Q^d) \\ & A_\sigma \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_h \\ \sigma_Q \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -\Delta Q^{\min} \\ \Delta Q^{\max} \\ \delta h^{\max} - \delta h_k \\ \delta h^{\max} + \delta h_k \\ B_\sigma \end{pmatrix}$$

On note que la faisabilité du problème quadratique ci-dessus n'est pas assurée. Il faut, pour cela, reformuler la contrainte sur la chute maximum comme une contrainte molle : afin d'assurer l'existence d'une solution à notre problème, on autorise à ce que cette contrainte soit violée. On introduit ainsi une troisième variable ρ , ainsi qu'un coefficient de pondération c_ρ choisit arbitrairement grand ($\sim 10^5$), qui vont rentrer dans la formulation de notre problème quadratique. ρ est tel que :

$$\begin{pmatrix} \kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q^d - Q_k) \\ -\kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q_k - Q^d) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_h \\ \sigma_Q \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} \delta h^{\max} - \delta h_k + \rho \\ \delta h^{\max} + \delta h_k + \rho \end{pmatrix} \quad (3.28)$$

$|\rho|$ doit à chaque instant être pénalisé par C_ρ . On en déduit ainsi notre problème quadratique final :

Problème.

$$\min_{(\sigma_h, \sigma_Q)} ((\kappa \cdot \sigma_h + 0.5)^2 + (\sigma_Q - 0.5)^2 + c_\rho \cdot \rho^2)$$

Sous les contraintes linéaires définies à chaque instant k :

$$\begin{pmatrix} -\delta h_k & Q_k - Q^d & 0 \\ \delta h_k & Q^d - Q_k & 0 \\ \kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q^d - Q_k) & -1 \\ -\kappa \cdot \delta h_k & \kappa \cdot (Q_k - Q^d) & -1 \\ & A_\sigma & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sigma_h \\ \sigma_Q \\ \rho \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} -\Delta Q^{\min} \\ \Delta Q^{\max} \\ \delta h^{\max} - \delta h_k \\ \delta h^{\max} + \delta h_k \\ B_\sigma \end{pmatrix}$$

La figure 3.9 rend compte des résultats de cette stratégie de contrôle et est à mettre en corrélation avec les résultats de la figure 3.7 obtenus pour un choix de (σ_h, σ_Q) constants. On constate que le choix effectué dans la section 3.1.1.1 de ce chapitre, résulte souvent en une valeur de σ_h constant assez faible (soit $\Delta\bar{Q}$ est faible soit δh^{max} est grand, voir (3.26)). Cela résulte en un faible amortissement de δh (voir (3.8)). A contrario, la méthode plus complexe où σ_h et σ_Q varient, permet d'ajuster l'amortissement de δh et Q en fonction de la proximité des contraintes. On obtient donc un meilleur amortissement global et une meilleure stabilité avec cette seconde méthode. Elle est cependant légèrement plus gourmande en calculs puisqu'il faut résoudre à chaque pas de temps un problème quadratique.

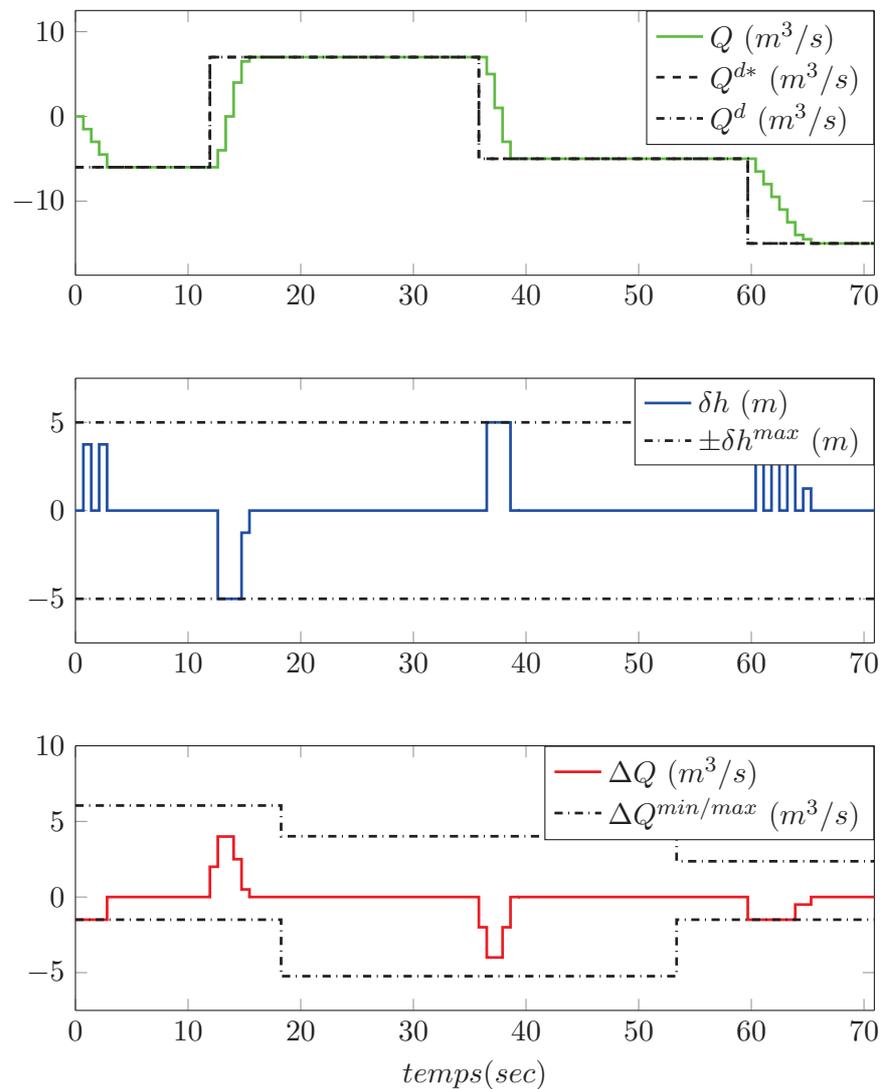


FIGURE 3.9 – Résultat du processus de contrôle défini dans la section 3.1.1.2 de ce chapitre, à savoir le choix optimal de (σ_h, σ_Q) à chaque pas de temps permettant le respect des contraintes sur δh^{max} et $\Delta Q^{min/max}$ et le suivi du débit visé Q^d . Ces résultats sont à mettre en corrélation avec les résultats de la figure 3.7 obtenus pour un choix de (σ_h, σ_Q) constants.

En résumé, les lois de contrôle ici proposées, donnent de bon résultats sur le problème d'asservissement en débit et rejet de coup de bélier d'une conduite, et ce en tenant explicitement compte des contraintes sur les possibilités de l'actionneur en débit et sur la pression de coup de bélier maximale admissible. Bien que les deux approches soient différentes, les résultats finaux sont très proches, avec un avantage de convergence pour la seconde méthode.

Si l'asservissement proposé dans cette partie donne de bons résultats pour le contrôle du débit et des ondes de pression parcourant une conduite seule, le cas d'un site de turbinage diffère de cela par le fait que la source de débit est beaucoup plus complexe : elle est la turbine en rotation. Comme dans les parties précédentes de ce manuscrit, la turbine entre en jeu comme une source de débit dans notre modèle ce qui convient bien aux travaux effectués jusqu'ici, et une difficulté supplémentaire entre en jeu puisqu'en plus d'asservir la dynamique de l'hydraulique forcée, les états tels que la vitesse de rotation de la turbine et la puissance électrique en sortie de la centrale entreront aussi en jeu. La section suivante développe donc le cas où le débit est mis en action par l'intermédiaire d'une caractéristique non linéaire de type colline. Ceci dans le but de valider ces travaux appliqués à un site de turbinage réel.

3.1.2 Conduite reliée à l'aval à une turbine

Les roues de type Pelton comme toutes les roues à action ne sont pas noyées, elles sont alimentées en eau par une seule conduite forcée et rejettent l'eau utilisée à la pression atmosphérique vers un système d'évacuation. Leur configuration est donc parfaitement identique à celle présentée figure 3.5, où le débit est maîtrisé par les injecteurs de la roue.

L'algorithme présenté dans la section précédente peut donc être utilisé directement à condition de connaître la loi faisant le lien entre ouverture des injecteurs et débit. On note que le débit Q entrant dans la roue (le débit sortant de la conduite) réagit à la chute nette $H_n = H_b + \delta h$ aux bornes de la roue ainsi qu'à la position de l'actionneur γ . La roue n'étant pas noyée, sa vitesse de rotation n'a pas d'influence sur le débit.

Conformément aux équations décrites dans la section 1.9 de ce manuscrit, l'ensemble turbine-actionneur comme source de débit, enrichie de la dynamique du coup de bélier (3.5), donne les équations suivantes :

$$\delta h(t) = -\kappa \cdot [Q(t) - Q(t - \Delta)] - \delta h(t - \Delta) \quad (3.29)$$

$$H_n(t) = H_b + \delta h(t) - H_{loss}(t) \quad (3.30)$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} \cdot [w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) - f \cdot \omega(t)] \quad (3.31)$$

$$Q(t) = w_2(H_n(t), Q(t), \gamma(t)) \quad (3.32)$$

Où Q est le débit, H_n la chute nette aux bornes de la turbine, N la vitesse de rotation de la turbine en rpm , ω la vitesse de rotation de la turbine en rr/s , et γ la position de l'actionneur. Les constantes J et f rendent comptes respectivement de l'inertie de la roue et d'un frottement agissant proportionnellement à la vitesse de rotation. On introduit aussi $dt \leq \Delta$ la période d'échantillonnage du contrôle.

Dans le cas d'un démarrage, l'objectif est désormais double :

- stabiliser les variables participant à la dynamique du coup de bélier à savoir la surpression $\delta h(t)$, et le débit $Q(t)$,
- stabiliser la vitesse de rotation à sa valeur finale désirée N^d .

La notation \circ^d est utilisée pour désigner la valeur désirée à l'instant t , associée à la variable \circ . On la distingue de la notation \circ^{stat} donnant la valeur stationnaire associée à l'état d'équilibre visé. Pour le cas d'un démarrage, l'objectif est, pour une vitesse de rotation désirée N^d , d'amener le système (3.29)-(3.32) vers son état d'équilibre stationnaire, tel que :

$$\begin{aligned} \delta h^{stat} &= -\kappa \cdot [Q^{stat} - Q^{stat}] - \delta h^{stat} &= 0 \\ H_n^{stat} &= H_b + \delta h^{stat} - H_{loss}^{stat} &= H_b - H_{loss}^{stat} \\ \dot{\omega}^d &= \frac{1}{J} \cdot [w_1(H_b, Q^{stat}, N^d, \gamma^{stat}) - f \cdot \omega^d] &= 0 \\ Q^{stat} &= w_2(H_b, Q^{stat}, \gamma^{stat}) \end{aligned} \quad (3.33)$$

Remarque. Pour le cas d'un échelon de puissance, l'objectif est, à vitesse de rotation donnée N^{stat} ⁴, d'amener le système (3.29)-(3.32) vers son état d'équilibre, tel que la puissance électrique en sortie du groupe turbine satisfasse la demande du gestionnaire de centrale. Il est rappelé que la puissance électrique \mathcal{P}_e est, au rendement électrique η_e près, égale à la puissance mécanique que développe la roue \mathcal{P}_m . Cette dernière est aussi, au rendement hydraulique η_h près, égale à la puissance hydraulique \mathcal{P}_h . Ainsi l'état d'équilibre associé à un échelon de puissance \mathcal{P}_e^d , à vitesse constante, est :

$$\begin{aligned} \delta h^{stat} &= -\kappa \cdot [Q^{stat} - Q^{stat}] - \delta h^{stat} &= 0 \\ H_n^{stat} &= H_b + \delta h^{stat} - H_{loss}^{stat} &= H_b - H_{loss}^{stat} \\ \mathcal{P}_e^d &= \eta_e \cdot \omega^{stat} \cdot w_1(H_b, Q^{stat}, N^{stat}, \gamma^{stat}) &\neq 0 \\ Q^{stat} &= w_2(H_b, Q^{stat}, \gamma^{stat}) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Remarque. Comme on l'a dit, la vitesse de rotation N^{stat} après couplage est déterminée, dans le cas d'une machine synchrone, par la fréquence du réseau et le nombre de paires de pôle. La fréquence du réseau pouvant subir de faibles variations, N^{stat} peut aussi évoluer. Ces variations étant a priori très faibles, on considère dans l'ensemble des travaux que N^{stat} est constante et définis à la fréquence nominale du réseau. Le terme intégral défini dans (3.35) doit permettre de gérer cette incertitude.

4. Pour le cas d'une machine synchrone la vitesse de rotation, après couplage, est donnée par la fréquence du réseau électrique et le nombre de paires de pôles, elle est donc constante et vaut N^{stat}

Afin d'accélérer nos transitions, et puisque le temps de lancer hydraulique ($\sim 1sec$) est inférieur au temps caractéristique d'un démarrage ($\sim 10sec$), on fait en sorte que le débit durant la montée en vitesse puisse dépasser sa valeur stationnaire. La consigne Q^d appliquée au régulateur de débit est donc choisie de la manière suivante :

$$Q^d = Q^{stat} + K_p \cdot (N^d - N) + K_i \cdot \int (N^d - N) dt \quad (3.35)$$

Où K_p est appelé gain proportionnel, et K_i appelé gain intégral. Ils forment ensemble un processus proportionnel intégral, aussi appelé PI qui permet d'accélérer la montée en vitesse ou en puissance ainsi que de compenser les incertitudes possibles sur le calcul des valeurs stationnaires et sur les mesures. Afin de limiter les dépassements introduits par l'action intégrale K_i , on fait en sorte que l'effet intégrateur n'apparaisse que proche de l'état final. On utilise donc $K_i = 0$ si $|N - N^d| > 5\%N^d$. Ce processus de calcul de Q^d en fonction de la vitesse de rotation est présenté sur la figure 3.11. La figure 3.14 montre aussi l'influence de K_p sur la montée en vitesse du système.

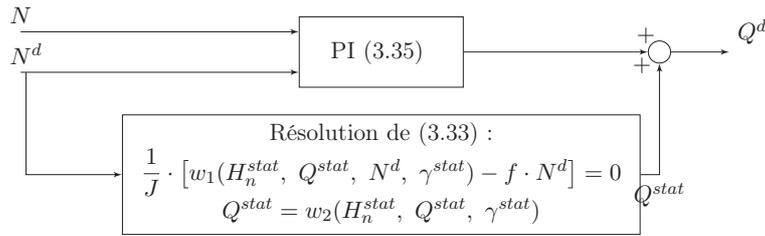


FIGURE 3.10 – Illustration du calcul de la consigne Q^d appliquée au contrôleur de coup de bélier pour le cas du démarrage. Pour simplifier les calculs en ligne, le bloc de calcul des états stationnaires peut-être remplacé par un tableau pré-calculé ; N^d étant constant (voir remarque ci-dessus), seule la valeur de H_b est susceptible de varier entre plusieurs démarrages.

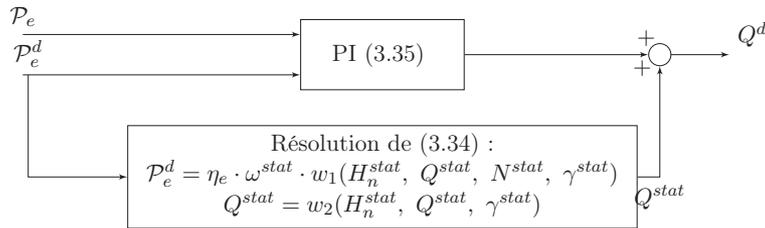


FIGURE 3.11 – Illustration du calcul de la consigne Q^d appliquée au contrôleur de coup de bélier pour une consigne de puissance électrique \mathcal{P}_e^d . On rappelle que la puissance en sortie de la machine électrique $\mathcal{P}_e = \eta_e \cdot N \cdot T$, où η_e est le rendement électrique. Pour une machine synchrone après couplage, la vitesse de rotation est constante et vaut N^{stat} (voir remarque ci-dessus). Le bloc de calcul des états stationnaires peut ainsi être remplacé par un tableau pré-calculé ; N^{stat} étant unique, seules les valeurs de H_b et \mathcal{P}_e^d peuvent varier entre deux échelons de puissance.

La mise en œuvre du procédé de contrôle présenté dans la section 3.1.1 de ce chapitre lorsque le débit est issu d'une caractéristique non linéaire comme dans (3.32) nécessite encore un travail supplémentaire : si la contrainte sur le coup de bélier ne change pas – on conserve $|\delta h| \leq \delta h^{max}$, avec δh^{max} au choix de l'utilisateur – il faut ré-exprimer la contrainte qui concerne la variation de débit. Désormais, ce sont les performances de l'actionneur qui limitent l'action en débit sur le système. A chaque pas de temps il faut donc intégrer le système (3.29)-(3.32), sur la période d'échantillonnage dt , afin de déterminer les valeurs de $(\Delta Q^{min}, \Delta Q^{max})$.

En introduisant $\dot{\gamma}^{max}$ la vitesse maximum de déplacement de notre actionneur, ΔQ^{min} , et ΔQ^{max} sont respectivement atteints pour une intégration du système avec une rampe d'ouverture de pente égale à $\dot{\gamma}^{max}$ et $-\dot{\gamma}^{max}$.

Maintenant que les contraintes permettant le calcul de $v(t)$ sont correctement exprimées, la mise en œuvre de l'algorithme consiste à appliquer avec l'échantillonnage dt , l'ouverture γ^* solution de l'équation suivante :

$$\gamma^*(t) = \text{Solve}_{\gamma} \left\{ \tilde{Q}(t+dt) - w_2(\tilde{H}_n(t+dt), \tilde{Q}(t+dt), \gamma) = 0 \right\} \quad (3.36)$$

Avec :

- $\tilde{Q}(t+dt) = Q(t-\Delta+dt) + \sigma_h \cdot \delta h(t-\Delta+dt) + v(t)$ est le débit stabilisant à l'instant $t+dt$ dans la turbine, selon la loi établie dans (3.7). $\tilde{Q}(t+dt)$ est réalisable puisque les contraintes sur $v(t)$ tiennent compte de la variation de débit maximale issues des performances de l'actionneur.
- $\tilde{H}_n(t+dt) = H_b + (-\kappa \cdot \sigma_h - 1) \cdot \delta h(t-\Delta+dt) - H_{loss}(t) - \kappa \cdot v(t)$ est la chute nette aux bornes de la turbine à l'instant $t+dt$, selon la loi établie dans (3.8). $\tilde{H}_n(t+dt) - H_b + H_{loss}(t)$ ne dépasse pas la contrainte sur le coup de bélier maximum δh^{max} puisque le choix de $v(t)$ en tient explicitement compte.
- $v(t) = \sigma_Q \cdot (Q^d - Q(t-\Delta+dt))$ est le retour d'état calculé comme dans la section 3.1.1.1 (dans le cas de σ_h et σ_Q variables, Q^{d*} prend la place de Q^d dans l'expression de v). Puisque $\Delta Q^{min/max}$ sont définis comme une fonction de $\dot{\gamma}^{max}$, la saturation appliquée à $v(t)$ nous assure un retour d'état réalisable par l'actionneur.

Les figures 3.12, et 3.13 rendent compte des performances d'un tel procédé de contrôle lorsqu'on choisit d'activer la chute maximum δh^{max} , ou pas. Ces simulations utilisent un actionneur limité par sa vitesse d'évolution maximum $\dot{\gamma}^{max} = 5\%/s$ réaliste. On note le bon comportement de l'algorithme, il permet d'atteindre les objectifs fixés dans ce chapitre, à savoir permettre l'utilisation des lois de contrôle développées dans les 3.1.1.1 lorsque l'action en débit est opérée par l'intermédiaire de la turbine hydraulique. On note le bon comportement de l'ensemble et on assure simultanément la stabilisation des variables conduites et la vitesse de rotation de la turbine.

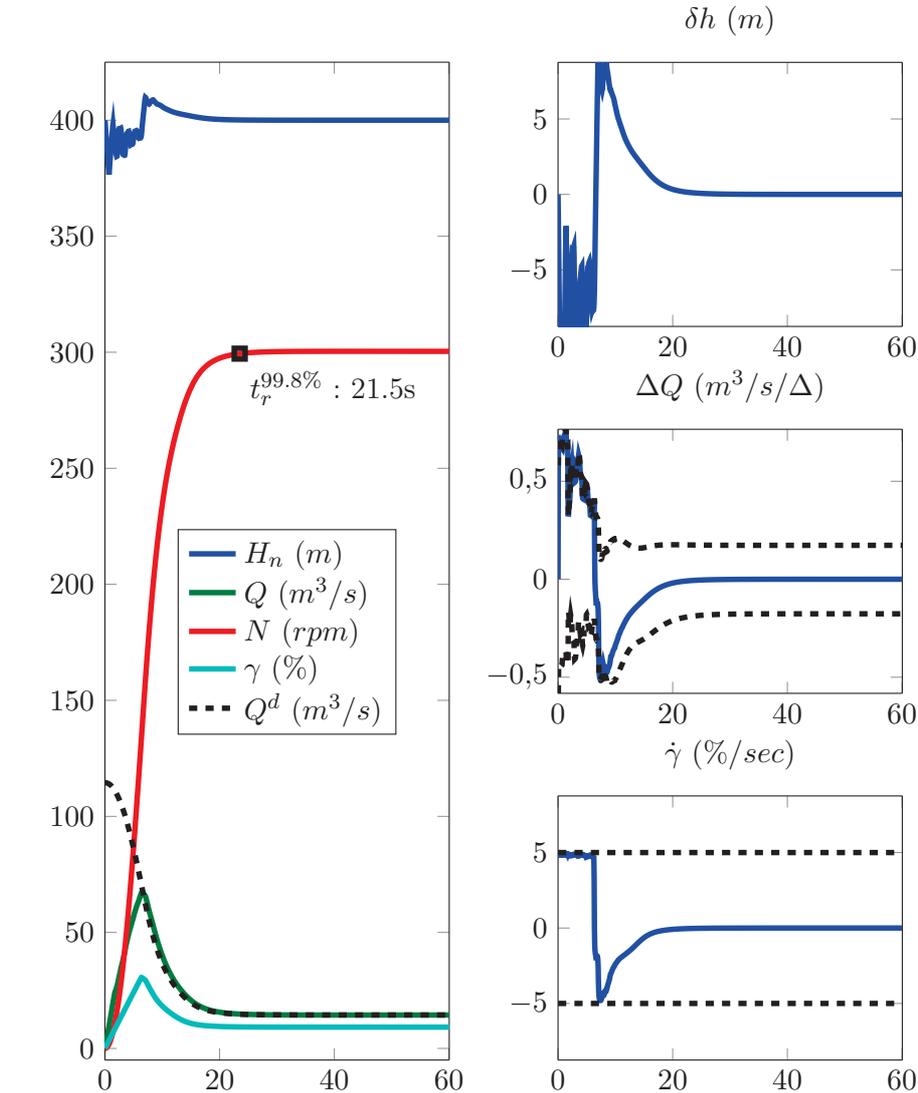


FIGURE 3.12 – Résultat du contrôle présenté dans cette section lorsque la contrainte sur δh^{max} n'est pas atteinte. L'actionneur est limité en vitesse d'évolution et tel que $|\dot{\gamma}| \leq 5\%/s$.

Les résultats d'un tel procédé sont également très bons lorsqu'il s'agit d'effectuer une montée en puissance comme on pourra l'observer sur la figure 3.15. Le temps nécessaire à la prise de charge augmente bien entendu lorsqu'on utilise une saturation sur δh^{max} .

La figure 3.15 montre aussi un autre cas de fonctionnement favorablement traité par cette méthode : le rejet de charge. Lorsque la machine fonctionne à pleine charge (vitesse fixe, débit fort, puissance forte), un élément extérieur peut causer un 'trip' ou découplage de la machine électrique du réseau. On comprend alors que la puissance hydraulique transférée à la masse tournante n'est plus convertie en puissance électrique : elle alimente l'accélération de la roue (les équations (3.29)-(3.32) sont valables avec une initialisation à N^{stat} , Q fort, et

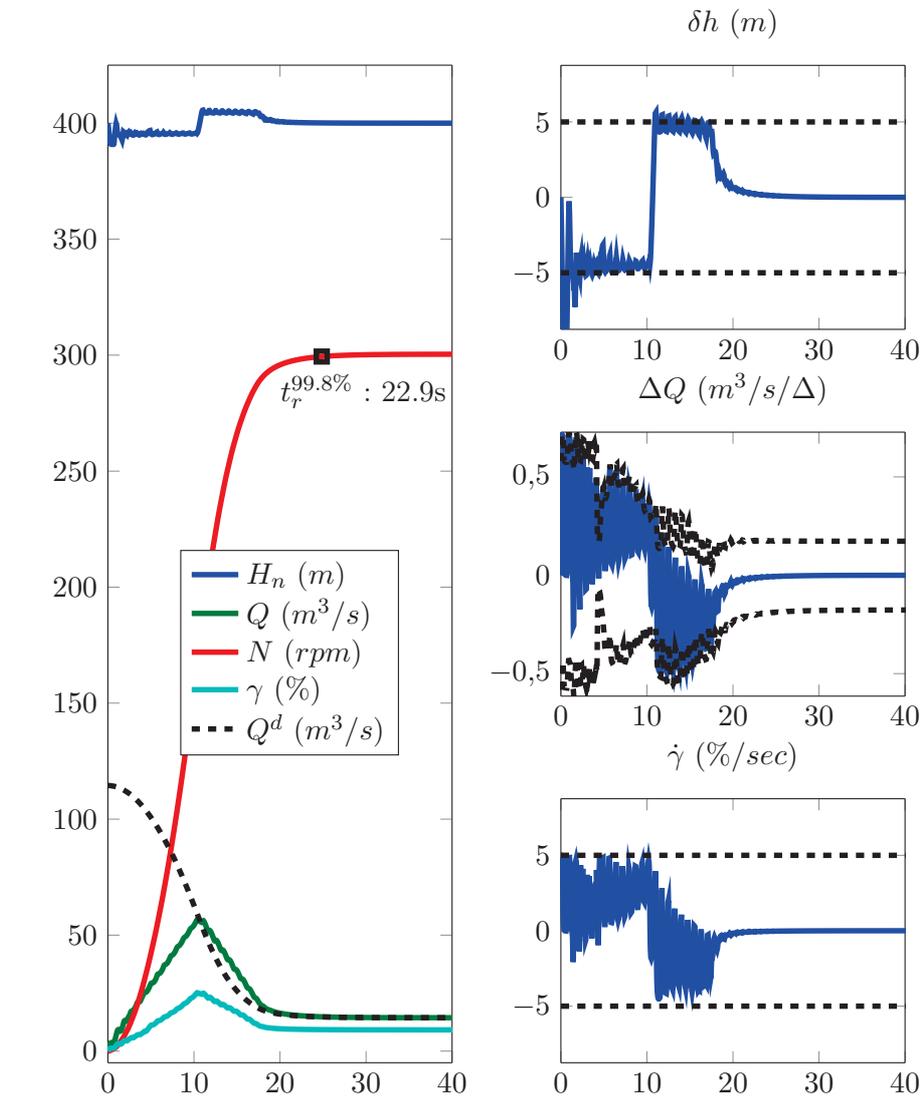


FIGURE 3.13 – Résultat du contrôle présenté dans cette section lorsque la contrainte sur δh^{max} est atteinte. L'actionneur est limité en vitesse d'évolution et tel que $|\dot{\gamma}| \leq 5\%/s$.

γ grand, comme sur la figure 3.15 à partir de $t = 50sec$). La survitesse de la roue pouvant causer des dommages importants au système de turbinage, il s'agit alors de rejeter rapidement le débit instauré dans les conduites (on réduit la puissance hydraulique) tout en limitant le coup de bélier maximum. L'algorithme de contrôle développé dans ce chapitre, et utilisé tel quel, assure ces exigences. Comme on peut le voir sur la figure 3.15 à partir de $t = 50sec$, la trajectoire de l'actionneur (courbe de droite) est bien différente de la rampe habituellement utilisée pour ce genre de manœuvres (courbe de gauche), et assure le respect des contraintes définies. On note que la survitesse $max(N)$ atteinte lors d'un découplage dépend alors du choix de δh^{max} ; on obtiendra pour le même scénario ($\dot{\gamma}^{max} = 10\%/s$) les résultats suivants : 17.5% de dépassement lorsque $\delta h^{max} = 10m$, et 21.3% de dépassement lorsque $\delta h^{max} = 5m$. Dans ce dernier cas, la contrainte très forte sur le coup de bélier maximum est souvent violée.

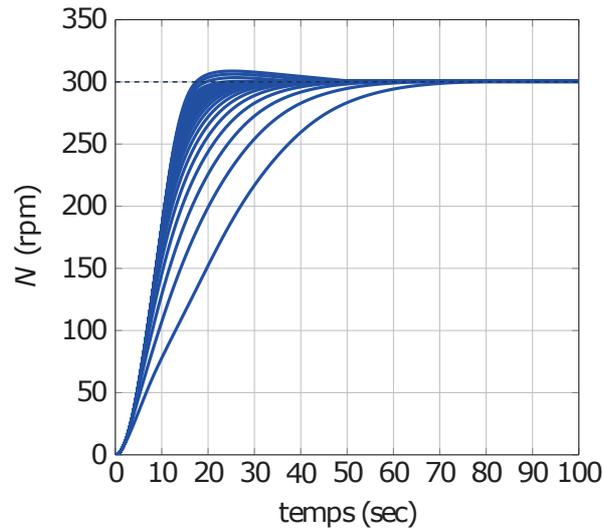


FIGURE 3.14 – Réponse en vitesse du système (3.29)-(3.32) en boucle fermée pour une gamme de K_p , et sous l'action de la loi de contrôle développée dans cette section, $N^d = 300$. $K_p \in [0 \ 200]$ p.u.. La stabilité du système est assurée en boucle fermée.

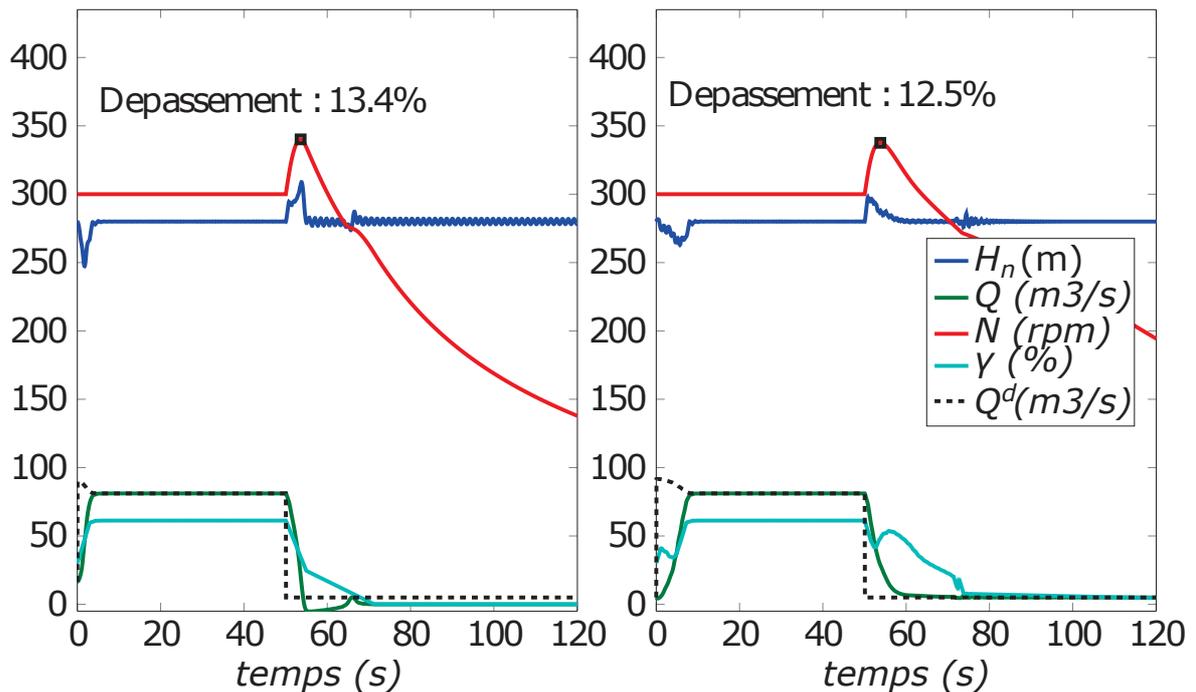


FIGURE 3.15 – Résultats de la stratégie de contrôle élaborée dans le chapitre 3.1 pour une prise de charge après couplage entre $t = 0$ et $t = 50$. Après $t = 50$: découplage violent de la machine synchrone. À gauche, le rejet de charge est fait par la stratégie classique à 2 pentes (voir chapitre 1.10). À droite, c'est l'algorithme ici développé qui effectue cette tâche. Pour cette simulation on a fait le choix $\delta h^{max} = 20m$ et $\dot{\gamma}^{max} = 10\%/s$.

Pour conclure cette partie, on met en avant les résultats obtenus sur le contrôle d'une turbine de haute chute à action de type Pelton. On rappelle que la méthode proposée a pour but d'améliorer la stabilité et la convergence en vitesse ou en puissance d'un système de turbinage en tenant explicitement compte de l'effet de coup de bélier et de la caractéristique non linéaire de la turbine. On note que le régulateur ici proposé peut être utilisé, après couplage et à vitesse fixe, lorsqu'on substitue la vitesse de rotation N à la puissance électrique $\mathcal{P}_e = \eta_e \cdot N \cdot T_h$ en sortie de la machine électrique, où η_e est le rendement électrique, N est exprimé en rad/s et T_h en $N.m$. Les résultats obtenus mettent en valeur la faisabilité d'un tel procédé de contrôle ainsi que les avantages d'un point de vue du temps de réponse et du respect des contraintes sur le coup de bélier maximum. Une étude de performance est menée dans la section suivante, dans le cas plus complet d'une turbine à réaction de type Francis ou TP, et où le coup de bélier vu par la turbine est la somme du coup de bélier de deux conduites différentes.

3.2 Centrales de moyenne à haute chute, à roue noyée

N.B : On considérera ici le temps d'aller-retour de l'onde hydraulique dans la conduite amont supérieur à celui de la conduite aval ($\Delta_1 > \Delta_2$), le raisonnement étant le même dans le cas contraire. On note que le cas $\Delta_1 = \Delta_2$ peut être traité comme le cas une seule conduite étudié dans la section 3.1 de ce chapitre.

3.2.1 Conduites seules

On se place désormais dans le cas où la source de débit se situe entre deux conduites successives, comme présenté figure 3.16. L'objectif étant de maîtriser l'amortissement combiné du coup de bélier amont et du coup de bélier aval dont les valeurs à l'endroit de Q sont notés respectivement δh_1 et δh_2 . Cette modélisation convient bien à un site de turbinage pompage ou à une roue de type Francis. De manière générale, cette configuration est conforme aux sites utilisant une roue noyée, ou une roue à réaction. Deux équations issues de (3.1), régissent alors la dynamique de l'hydraulique forcée :

$$\delta h_1(t) = -\kappa_1 \cdot [Q(t) - Q(t - \Delta_1)] - \delta h_1(t - \Delta_1) \quad (3.37)$$

$$\delta h_2(t) = \kappa_2 \cdot [Q(t) - Q(t - \Delta_2)] - \delta h_2(t - \Delta_2) \quad (3.38)$$

Où les variables \circ_1 sont associées à la conduite amont et \circ_2 à la conduite avale. On note que la conduite avale $\{2\}$ subit le même débit que la conduite amont $\{1\}$ mais avec un signe opposé dans (3.38). En ce qui concerne la chute nette H_n que l'on souhaite maîtriser, elle se situe à la jonction des deux conduites, et est résultante du remplissage des bassins amont et aval ainsi que des pressions de coup de bélier (3.37) et (3.38). On l'exprime ainsi :

$$\begin{aligned} H_n(t) &= (H_b^{(1)} + \delta h_1(t) - H_{loss1}) - (H_b^{(2)} + \delta h_2(t) - H_{loss2}) \\ &= H_b + \delta h(t) - H_{loss} \end{aligned}$$

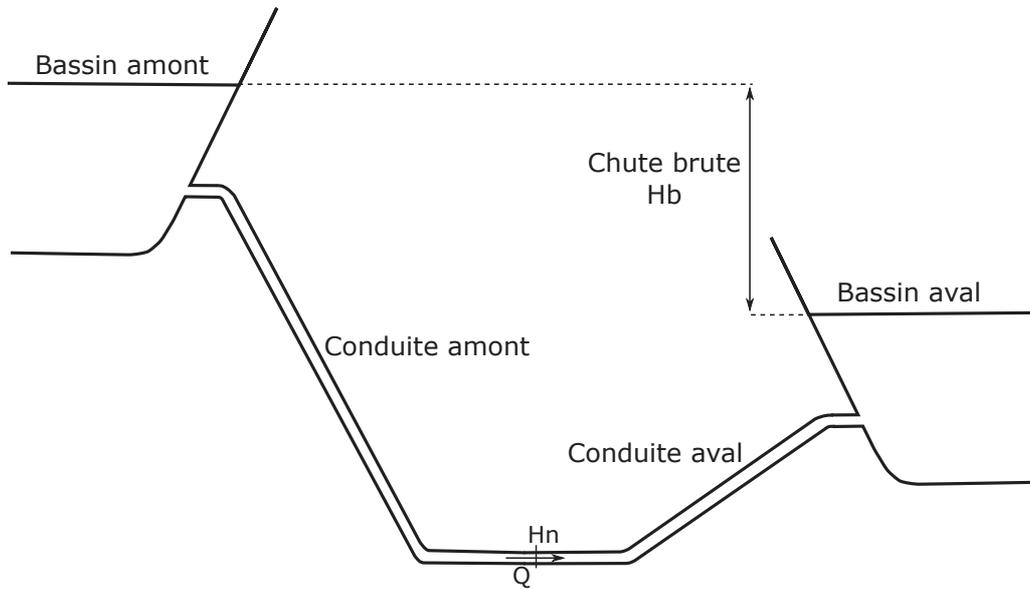


FIGURE 3.16 – Schéma de l'étude de cas "deux conduites". Le débit Q à l'intersection des deux conduites est la variable de contrôle.

Notre contrôle se portera sur la maîtrise de la surpression de coup de bélier : $\delta h(t) = \delta h_1(t) - \delta h_2(t)$, notre seule interaction avec ce système de conduites étant le débit $Q(t)$. La valeur de Δ_1 étant différente de la valeur de Δ_2 , on peut montrer que la dissipativité de δh est équivalente à celle de δh_1 et δh_2 .

3.2.1.1 Mise au point du modèle d'état des conduites forcées

Soit Δ_1 et Δ_2 respectivement les temps d'aller-retour de l'onde hydraulique dans la conduite avale et amont comme définis dans l'équation (3.1). On suppose qu'il existe $\tau \in \mathbb{R}$ tel qu'on assure $\Delta_1 = n_1 \cdot \tau$ et $\Delta_2 = n_2 \cdot \tau$ avec $(n_1, n_2) \in \mathbb{N}^2$. On note qu'on peut s'approcher aussi finement que possible de ces égalités lorsque l'on réduit τ . Il est alors possible d'écrire la dynamique de la conduite i , $i \in \{1, 2\}$, décrites dans (3.37) et (3.38), par le système discret suivant :

$$X_{\delta h_i}(t + \tau) = A_{\delta h_i} \cdot X_{\delta h_i}(t) + B_{\delta h_i} \cdot (Q(t + \tau) - Q(t - (n_i - 1) \cdot \tau)) \quad (3.39)$$

$$\delta h_i(t) = C_i \cdot X_{\delta h_i}(t) \quad (3.40)$$

Où :

$$X_{\delta h_i}(t) = \begin{pmatrix} \delta h_i(t) \\ \delta h_i(t - \tau) \\ \vdots \\ \delta h_i(t - (n_i - 1) \cdot \tau) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_i}, \quad A_{\delta h_i} = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & -1 \\ & & & 0 \\ \mathbb{I}_{n_i-1} & & & \vdots \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{et}$$

$$B_{\delta h_i} = \begin{pmatrix} -\kappa_i \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{et } C_i = (1 \quad 0 \quad \dots \quad 0)$$

De plus, avec $X_Q(t) = \begin{pmatrix} Q(t) \\ Q(t - \tau) \\ \vdots \\ Q(t - (n_1 - 1) \cdot \tau) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{n_1}$ qui fait la mémoire des valeurs de débit

passées. On note que

$$X_Q(t + \tau) = A_Q \cdot X_Q(t) + B_Q \cdot Q(t + \tau) \quad (3.41)$$

$$Q(t - (n_1 - 1) \cdot \tau) = c_1 \cdot X_Q(t) \quad (3.42)$$

$$Q(t - (n_2 - 1) \cdot \tau) = c_2 \cdot X_Q(t) \quad (3.43)$$

Où :

$$A_Q = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & 0 \\ \mathbb{I}_{n_1-1} & & & \vdots \\ & & & 0 \end{pmatrix}, \quad B_Q = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad c_1 = (0 \quad \dots \quad 0 \quad 1), \quad \text{et}$$

$$c_2 = (0_{1 \times (n_2-1)} \quad 1 \quad 0_{1 \times (n_1-n_2)}) \quad (\text{on rappelle } n_1 \geq n_2).$$

On peut ainsi réécrire la combinaison de (3.37) et (3.38) à l'aide de (3.39) et (3.41), sous forme d'un système discret de dimension $(2 \cdot n_1 + n_2)$ et de période τ :

$$\bar{X}(t + \tau) = A \cdot \bar{X}(t) + B \cdot Q(t + \tau) \quad (3.44)$$

$$\delta h(t) = C_{\delta h} \cdot \bar{X}(t) \quad (3.45)$$

$$Q(t) = C_Q \cdot \bar{X}(t) \quad (3.46)$$

Avec :

$$\bar{X}(t) = \begin{pmatrix} X_{\delta h_1}(t) \\ X_{\delta h_2}(t) \\ X_Q(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \cdot n_1 + n_2}, \quad A = \begin{pmatrix} A_{\delta h_1} & 0 & -B_{\delta h_1} \cdot c_1 \\ 0 & A_{\delta h_2} & B_{\delta h_2} \cdot c_2 \\ 0 & 0 & A_Q \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} B_{\delta h_1} \\ -B_{\delta h_2} \\ B_Q \end{pmatrix}, \quad \text{et}$$

$$C_{\delta h} = (C_1 \quad -C_2 \quad 0_{1 \times n_1}), \quad \text{et } C_Q = (0_{1 \times (n_1+n_2)} \quad 1 \quad 0_{1 \times (n_1-1)}),$$

La combinaison des équations de coups de bélier (3.37) et (3.38) est maintenant sous la forme d'un système discret linéaire invariant (3.44) de pas de temps égal à τ , et on a pour objectif de développer des méthodes de régulation et d'observation pour ce système avec le même échantillonnage.

Remarque. Dans le cas où τ est trop petit pour convenir à un échantillonnage de contrôle trois solutions s'offrent à nous :

- On réduit la qualité de l'approximation $\Delta_1 = n_1 \cdot \tau$ et $\Delta_2 = n_2 \cdot \tau$, i.e. on introduit deux erreurs $(\varsigma_1, \varsigma_2) \in \mathbb{R}^2$ telles que $\Delta_1 = n_1 \cdot \tau + \varsigma_1$ et $\Delta_2 = n_2 \cdot \tau + \varsigma_2$ afin d'augmenter la valeur de τ . La robustesse de l'algorithme de contrôle doit alors convenir à ces approximations.
- Une étude comparée des conduites peut mener au choix de ne tenir compte que de la dynamique d'une seule des deux conduites. On se place alors dans le cas de la section 3.1 de ce chapitre. Encore une fois, la robustesse de l'algorithme de contrôle doit convenir à cette approximation.
- On introduit une dynamique artificielle pour Q – du premier ordre par exemple – telle que :

$$\begin{pmatrix} Q(t + \tau) \\ \vdots \\ Q(t + n \cdot \tau) \end{pmatrix} = \chi \cdot \bar{X}(t) + \zeta \cdot \tilde{Q}(t + n \cdot \tau)$$

On peut alors réécrire le système (3.44) :

$$\bar{X}(t + n \cdot \tau) = (A^n + [A^{n-1} \cdot B \quad \dots \quad B] \cdot \chi) \cdot \bar{X}(t) + [A^{n-1} \cdot B \quad \dots \quad B] \cdot \zeta \cdot \tilde{Q}(t + n \cdot \tau)$$

La nouvelle période d'échantillonnage est maintenant $n \cdot \tau$, et l'incertitude introduite dans cette méthode intervient dans le choix de χ et ζ .

Puisque le changement de pas de temps de (3.44) ne pose pas de problème, on considère dans la suite que τ convient bien comme période échantillonnage du contrôleur que nous allons développer.

Le système développé dans (3.44) est commandable. Étant donné sa taille, on ne saurait développer des méthodes algorithmiques aussi simplement que pour le cas d'une seule conduite. Il a ainsi été choisi de développer un retour d'état prédictif linéaire K telle que

$$Q(t + \tau) = -K \cdot (\bar{X}(t) - \bar{X}^d) + Q^d \quad (3.47)$$

Où \bar{X}^d est le vecteur final désiré associé à la grandeur \bar{X} et Q^d le débit désiré. Les détails de la formulation de K sont donnés dans la partie suivante.

3.2.1.2 Choix du retour d'état MPC K

Remarque. *Le travail développé dans cette section montre comment fonctionne la conception d'un gain MPC à horizon finis pour un système linéaire. L'intérêt de ce travail est de fournir une méthode autonome pour le calcul de retour d'état. Étant donné qu'on travaille sur un système linéaire invariant, l'utilisation d'un gain LQR donnerait ici des résultats comparables à condition d'utiliser des matrices de pondérations appropriées dans le calcul du retour d'état. Un autre argument pour la description complète du procédé MPC réside dans son utilisation sur un système non linéaire (les matrices de transition dépendent du temps et de l'état du système) dans le chapitre 4 de ce manuscrit.*

Description du problème MPC : En partant de la description de notre système linéaire (3.44), le problème est d'amener le vecteur d'état \bar{X} vers un état final \bar{X}^d stabilisé. Avec Q^d le débit désiré, on note que \bar{X}^d est tel que

$$\bar{X}^d = A \cdot \bar{X}^d + B \cdot Q^d \quad (3.48)$$

On obtient ainsi la valeur de \bar{X}^d :

$$\bar{X}^d = (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B \cdot Q^d \quad (3.49)$$

En combinant (3.44) et (3.48), il est possible de décrire la dynamique de l'erreur $e = \bar{X} - \bar{X}^d$ comme

$$e_{k+1} = A \cdot e_k + B \cdot (Q_{k+1} - Q^d) \quad (3.50)$$

A ce point, et dans le but de normaliser cette erreur, on introduit l'erreur normalisée $z = W \cdot e$. Elle est une version pondérée de e et permet par la suite d'accélérer ou de ralentir la convergence de telle ou telle composante du vecteur d'état \bar{X} . La matrice W est une matrice carrée choisie par l'utilisateur. Il est ainsi possible d'écrire la dynamique de z :

$$z_{k+1} = W \cdot A \cdot W^{-1} \cdot z_k + W \cdot B \cdot (Q_{k+1} - Q^d) \quad (3.51)$$

$$:= \bar{A} \cdot z_k + \bar{B} \cdot v_k \quad (3.52)$$

Où $v_k = (Q_{k+1} - Q^d)$ est l'action sur le système (3.52) que l'on souhaite stabilisante. L'objectif est donc d'élaborer un retour d'état $v_k = -K \cdot (\bar{X} - \bar{X}^d)$ assurant une contraction de z . Cela est équivalent à chercher K tel que toutes les valeurs propres de $\bar{A} - \bar{B} \cdot K$ soient contenues dans le cercle unité. La méthode développée ici se base sur les principes de la commande prédictive.

La commande prédictive a pour but, par connaissance des états du système à l'instant t , la minimisation d'un coût défini en fonction de la prédiction de l'évolution du système sur un horizon fini. L'avantage de travailler sur un système linéaire comme (3.52) est que l'on peut exprimer sa prédiction sur un horizon $T_{pred} = N_p \cdot \tau$, à partir de la connaissance de son état actuel z_k , et des entrées à venir du système v_k . En effet, les valeurs successives de z sur l'horizon de prédiction $N_p \in \mathbb{N}$ s'écrit :

$$Z_k = \Phi \cdot z_k + \Psi \cdot V_k$$

Où :

$$\begin{aligned} Z_k &= \begin{pmatrix} z_{k+1} \\ \vdots \\ z_{k+N_p-1} \end{pmatrix} \text{ est l'ensemble des erreurs normalisées prédites,} \\ V_k &= \begin{pmatrix} v_k \\ \vdots \\ v_{k+N_p-2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_{k+1} \\ \vdots \\ Q_{k+N_p-1} \end{pmatrix} - Q^d \text{ est l'ensemble des entrées du système à venir,} \\ \Phi &= \begin{pmatrix} \bar{A} \\ \bar{A}^2 \\ \vdots \\ \bar{A}^{N_p-1} \end{pmatrix}, \text{ et } \Psi = \begin{pmatrix} \bar{B} & 0 & \dots & 0 \\ \bar{A} \cdot \bar{B} & \bar{B} & \dots & 0 \\ \bar{A}^2 \cdot \bar{B} & \bar{A} \cdot \bar{B} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ \bar{A}^{N_p-2} \cdot \bar{B} & \bar{A}^{N_p-3} \cdot \bar{B} & \dots & \bar{B} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Notre problème de contrôle prédictif se décrit alors comme un problème de minimisation quadratique, posé sous la forme suivante :

$$\min_{V_k} (Z_k^T \cdot Z_k + V_k^T \cdot R \cdot V_k + Z_k^T \cdot N \cdot V_k) \quad (3.53)$$

Où la matrice R est choisi par l'utilisateur pour pondérer la grandeur V_k ; avec R grand, la solution du problème (3.53) donne V_k petit ce qui limite les écarts entre Q_{k+i} , $i \in \{1, \dots, N_p - 2\}$ et Q^d . La matrice N , est également choisie par l'utilisateur et permet l'introduction d'un coût supplémentaire qui, comme on le verra par la suite, permet par exemple de limiter les écarts entre les Q_{k+i} , $i \in \{1, \dots, N_p - 2\}$ successifs.

La fonction de minimisation présentée dans (3.53) possède trois termes positifs : le terme $Z_k^T \cdot Z_k$ a pour but de minimiser les erreurs normalisées prédites, $V_k^T \cdot R \cdot V_k$ permet de réduire les excursions de la commande, et enfin, le terme $Z_k^T \cdot N \cdot V_k$ permet éventuellement d'introduire des coûts supplémentaires.

Puisque le coût quadratique est toujours positif, la solution optimale du problème (3.53) trouve sa solution lorsque l'égalité suivante est accomplie :

$$\frac{\partial (Z_k^T \cdot Z_k + V_k^T \cdot R \cdot V_k + Z_k^T \cdot N \cdot V_k)}{\partial V_k} = 0$$

La solution V_k^* de (3.53) est ainsi donné par

$$V_k^* = -(\Psi^T \cdot (\Psi + N) + R)^{-1} \cdot (\Psi + N)^T \cdot \Phi \cdot W \cdot e_k \in \mathbb{R}^{N_p} \quad (3.54)$$

Le vecteur V_k^* contient les commandes successives, sur l'horizon de prédiction N_p , permettant la convergence du système au sens de notre fonction de coût (3.53). À chaque pas de temps, on utilise en pratique le contrôle correspondant à la première ligne de V_k^* :

$$Q_{k+1} = Q^d - K \cdot (X - X^d) \quad (3.55)$$

Où K est la première ligne de $-V_k^*$. On a bien mis notre retour d'état sous la forme désirée. Le choix des matrices W , R , et N apporte une forte influence sur les résultats du retour d'état comme on va le voir par la suite. Leur choix est décrit dans la section suivante. On note aussi que la convergence du système en boucle fermée (toutes les valeurs propres de $\bar{A} - \bar{B} \cdot K$ sont contenues dans le cercle unité) n'est pas assurée pour n'importe quel choix de W , R , et N . Il faudra apporter un soin particulier au choix de ces matrices.

Choix des matrices (W , R , N)

- ▷ On rappelle que W est tel que $z = W \cdot e$, avec e notre l'écart entre \bar{X} et \bar{X}^d . Ainsi, le choix d'une valeur forte sur une colonne de W permet de pondérer fortement l'état dans e qui correspond à cette colonne. Compte tenu de la structure de \bar{X} introduite dans (3.44), on choisit

$$W = \begin{pmatrix} w_1 \cdot I_{n_1} & 0 & 0 \\ 0 & w_2 \cdot I_{n_2} & 0 \\ 0 & 0 & w_3 \cdot I_{n_1} \end{pmatrix} \quad (3.56)$$

Le choix de (w_1, w_2) influe sur la convergence des pressions de coup de bélier δh_1 et δh_2 en pondérant leur écart à leur valeur finale. On note ainsi qu'une grande valeur de (w_1, w_2) implique un contrôle agressif qui implique dépassement et oscillations du système, un choix trop 'mou' produit également des oscillations qui ne permettent pas au système de se stabiliser rapidement.

Le choix de w_3 , influe sur la convergence du débit Q dans la turbine vers sa valeur finale.

▷ R permet de pondérer l'écart entre Q_{k+i} , $i \in \{1, \dots, N_p - 2\}$ et Q^{ref} , on choisit

$$R = r \cdot I_{(N_p-1)} \quad (3.57)$$

Ce choix de R pondère l'écart $Q - Q^d$ sur l'horizon N_p . On constate en simulation que l'écart $Q - Q^d$ est mieux toléré par le système lorsque r est faible.

▷ N permet d'ajouter à la fonction de coût un éventuel terme croisé dont nous n'avons, a priori, pas l'usage. On choisit donc

$$N = 0 \quad (3.58)$$

- **réglage complémentaire des matrices MPC** : on souhaite pondérer la variation de débit Q_{k+i} , $i \in \{1, \dots, N_p - 2\}$. Dans les cas où le système est peu actionné, il faut que le régulateur tienne compte de cette "lenteur" du contrôle. L'objectif est donc de maîtriser $\Delta_k = V_k - V_{k-1}$

$$\Delta_k = \begin{pmatrix} 1 & & & & 0 \\ -1 & 1 & & & \\ & -1 & 1 & & \\ & & \ddots & \ddots & \\ 0 & & & -1 & 1 \end{pmatrix} \cdot V_k + \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \cdot C_Q \cdot W^{-1} \cdot z_k$$

Avec $C_Q = \begin{pmatrix} 0_{1 \times (n_1+n_2)} & 1 & 0_{1 \times (n_1-1)} \end{pmatrix}$ qui fait la sélection de Q_k dans le vecteur \bar{X}_k ou $Q_k - Q^d$ dans le vecteur e_k . Cela donne avec des notations plus compactes :

$$\Delta_k = D \cdot V_k + E \cdot z_k$$

On introduit le coût quadratique de norme S_1 associé à Δ_k , où $S_1 > 0$:

$$\|\Delta_k\|_{S_1} = \Delta_k^T \cdot S_1 \cdot \Delta_k$$

Ce coût supplémentaire est alors introduit dans notre fonction de minimisation (3.53) qui devient

$$\min_{V_k} (Z_k^T \cdot Z_k + V_k^T \cdot R \cdot V_k + Z_k^T \cdot N \cdot V_k + \Delta^T \cdot S_1 \cdot \Delta) \quad (3.59)$$

La solution du problème de minimisation (3.59) est alors trouvée de la même manière que pour le problème de minimisation (3.53) précédent, et donne la solution optimale V_k^* telle que :

$$V_k^* = -\frac{1}{2} \cdot (\Psi^T \cdot (\Psi + N) + R + D^T \cdot S_1 \cdot D)^{-1} \cdot ((2 \cdot \Psi + N)^T \cdot \Phi + 2 \cdot D^T \cdot S_1^T \cdot E) \cdot W \cdot e_k \quad (3.60)$$

S_1 est choisi de la même manière que R puisque l'écart successif des débits à la même importance à tout instant. On utilise donc

$$S_1 = s_1 \cdot I_{N_p} \quad (3.61)$$

On constate en simulation que la variation de l'action de Q est bien limitée lorsque s_1 grandit. Puisqu'un choix de s_1 grand, ralentit la vitesse de convergence, elle sera utilisée dans le cas d'un actionneur limité en vitesse. Cela aura pour influence de ralentir la montée en débit dans la conduite et, donc, de permettre à l'actionneur de suivre ces trajectoires plus lentes.

Remarque. *Le choix fait pour les matrices de pondérations (W , R , N , S_1) ne sont pas uniques et fournissent, dans l'état des choses, un nombre de leviers suffisant pour obtenir une grande famille de trajectoires du système. Une recherche plus poussée permettrait sans doute de définir avec plus de rigueur ces matrices de pondération.*

Le réglage des gains ici présenté est effectué de manière à accélérer la convergence de la puissance hydraulique. On rappelle que $\mathcal{P}_h = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H_n$, avec ρ la masse volumique de l'eau et g l'accélération de la gravité. En amortissant les oscillations de puissance hydraulique, et de l'énergie transmise à la roue, on favorise la stabilisation de la machine dans le "S".

On observe sur la figure 3.17 le gain de la fonction de transfert en boucle fermée $\frac{Q}{Q_d}(s)$, où $Q = C_Q \cdot X$, pour une gamme de valeur de s_1 . On note que la bande passante du régulateur réduit avec l'augmentation de s_1 ce qui nous assure la compatibilité du gain K calculé avec la bande passante de l'actionneur.

Remarque. *Dans la suite, le retour d'état en débit va être appliqué au circuit hydraulique par l'intermédiaire d'un actionneur oléo-hydraulique défini par sa bande passante et sa vitesse maximale d'évolution $\dot{\gamma}^{max}$, agissant sur la turbine en elle-même. La même méthodologie que dans le cas une conduite sera appliquée, à savoir : résoudre de manière algébrique, et à chaque pas de calcul l'ouverture correspondant au débit indiqué par notre retour d'état linéaire (voir section 3.1.1). Comme on l'observe sur la figure 3.17, le choix de s_1 a une forte influence sur la bande passante du contrôleur ici proposé. Il faudra donc porter une attention particulière à ce que la bande passante de l'actionneur et celle du retour d'état soient compatibles. Dans le cas contraire, l'action stabilisante du retour d'état K sera filtrée par l'actionneur ce qui pourra dans certains cas poser des problèmes de stabilité.*

3.2.1.3 Contraintes δh^{max} et $\Delta Q^{min/max}$ et contrôle prédictif

On a élaboré à ce point un retour d'état linéaire K , prédictif, assurant la stabilité du système (3.44) et ce sans tenir compte des contraintes introduites dans la section 3.1. La solution technique permettant de tenir compte de ces contraintes s'inspire des résultats obtenus dans

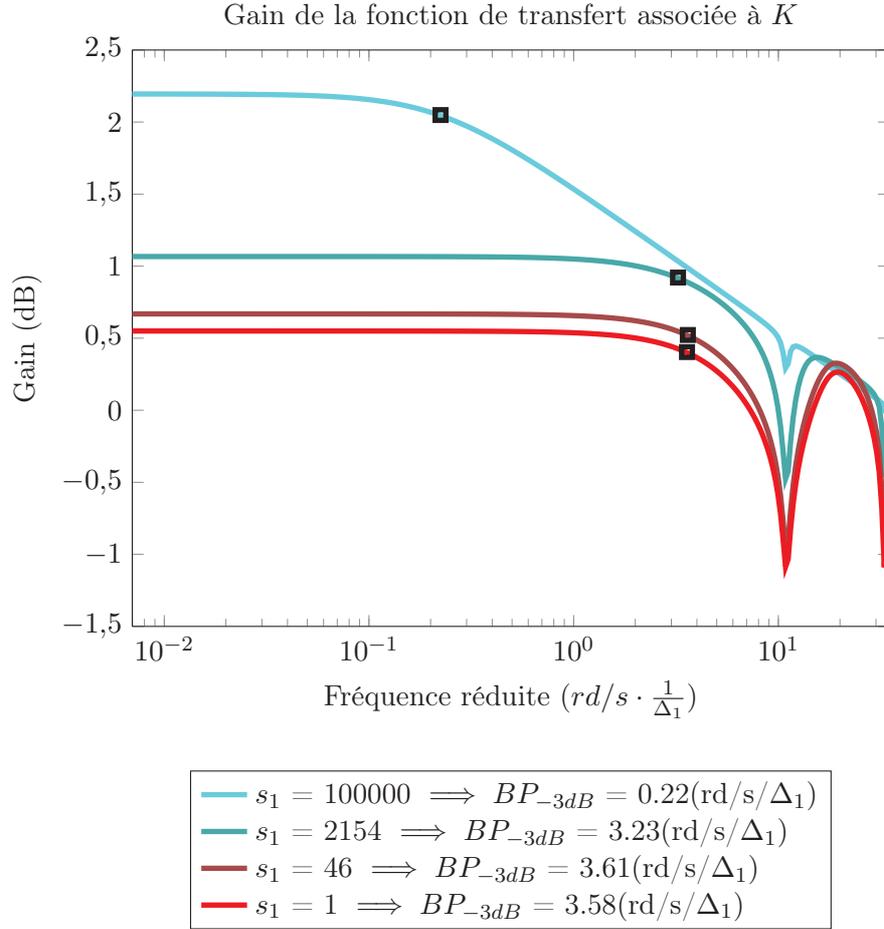


FIGURE 3.17 – Évolution du gain de la fonction de transfert associée au retour d'état K pour une variation de s_1 . Les carrés noirs sont situés à la fréquence de coupure à $-3dB$.

la section 3.1.1.1, à savoir l'introduction d'un débit de consigne Q^{d*} différent du débit désiré Q^d lorsque les contraintes sont atteintes, et identique le reste du temps.

On comprend que le choix de Q^{d*} doit tenir explicitement compte des contraintes (3.9) et (3.11) à chaque instant à savoir :

$$\forall k, \quad \begin{aligned} \Delta Q^{min} &\leq Q_{k+1} - Q_k \leq \Delta Q^{max} \\ -\delta h^{max} &\leq \delta h_k \leq \delta h^{max} \end{aligned} \quad (3.62)$$

On rappelle que $\delta h_k = C_{\delta h} \cdot \bar{X}_k$, et $Q_k = C_Q \cdot \bar{X}_k$. La combinaison de l'expression du retour d'état Q_{k+1} dans (3.47) et de \bar{X}^d dans (3.49) nous donne :

$$Q_{k+1} - Q_k = -(K + C_Q) \cdot \bar{X}_k + (K \cdot (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B + 1) \cdot Q^d \quad (3.63)$$

On obtient également l'expression de δh_{k+1} :

$$\delta h_{k+1} = C_{\delta h} \cdot (A - B \cdot K) \cdot \bar{X}_k + C_{\delta h} \cdot B \cdot (K \cdot (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B + 1) \cdot Q^d \quad (3.64)$$

Lorsqu'on introduit (3.63), et (3.64) dans (3.62), en utilisant Q^{d*} à la place de Q^d , on élabore à chaque instant k , une inégalité permettant de faire le choix de Q^{d*} assurant le respect des contraintes initialement définies dans (3.9) et (3.11). Ce choix est issu de la résolution du problème quadratique suivant :

Problème.

$$\min_{(Q^{d*}, \rho)} \left((Q^{d*} - Q^d)^2 + c_\rho \cdot \rho^2 \right)$$

Sous les contraintes linéaires définies à chaque instant k :

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} Q^{d*} \\ \rho \end{pmatrix} \leq \begin{pmatrix} \frac{\Delta Q^{max} + (K + C_Q) \cdot \bar{X}_k}{(K \cdot (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B + 1)} \\ -\frac{\Delta Q^{min} + (K + C_Q) \cdot \bar{X}_k}{(K \cdot (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B + 1)} \\ -\frac{\delta h^{max} - C_{\delta h} \cdot (A - B \cdot K) \cdot \bar{X}_k}{C_{\delta h} \cdot B \cdot (K \cdot (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B + 1)} \\ \frac{\delta h^{max} - C_{\delta h} \cdot (A - B \cdot K) \cdot \bar{X}_k}{C_{\delta h} \cdot B \cdot (K \cdot (\mathbb{I}_{2 \cdot n_1 + n_2} - A)^{-1} \cdot B + 1)} \end{pmatrix}$$

Remarque. On note que l'existence d'une solution satisfaisant l'ensemble des contraintes ($\rho = 0$) n'est pas démontrée dans ce cas. On a cependant pris le soin de 'ramollir' la contrainte sur la chute maximum admissible δh^{max} à travers l'introduction de ρ et de son coefficient de pondération c_ρ choisit arbitrairement grand ($\sim 10^5$).

La figure 3.18 rend compte des résultats d'un tel processus pour le contrôle de la pression et du débit à l'intersection de deux conduites.

3.2.2 Turbine source de débit à l'intersection de deux conduites

Lorsqu'on considère une turbine hydraulique à l'intersection de deux conduites, on se trouve dans la situation présentée sur la figure 3.16 où Q est issue de l'action de la turbine. Cette configuration convient bien à toutes sortes de roues noyées – de type Francis, ou Turbine-Pompes par exemple. Notre étude se portant principalement sur les sites où le caractère oscillant des conduites a une forte influence ; le temps caractéristique $\Delta = 2 \cdot \frac{L}{a}$ de la conduite est élevé (voir (3.1)). Il s'agit donc généralement de centrales de moyenne à hautes chute pouvant subir l'instabilité du "S".

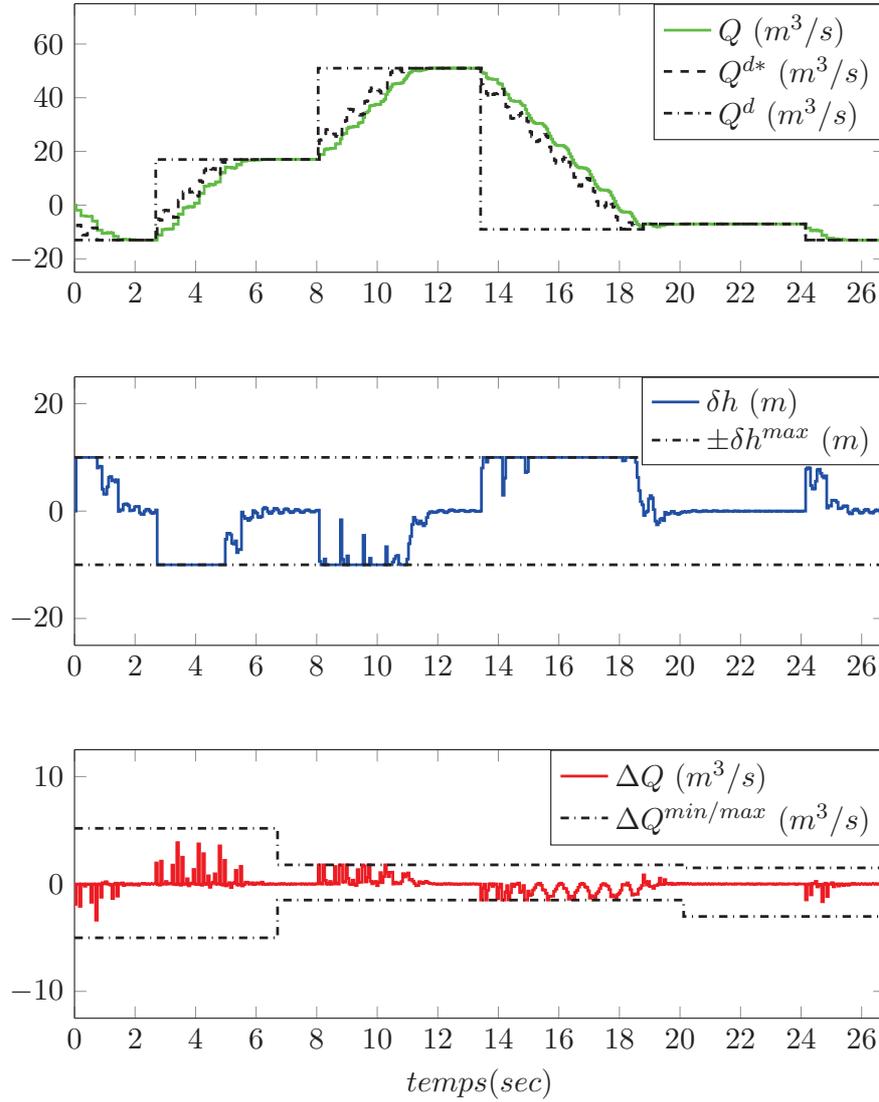


FIGURE 3.18 – Résultat du processus de contrôle défini dans la section 3.2.1 de ce chapitre. $w_1 = 1.01$, $w_2 = 0.97$, $w_3 = 0.91$, $r = 1.02$, $s_1 = 0$.

Comme dans la section 3.1.2 de ce chapitre, on résume les équations régissant la dynamique du système :

$$\delta h_1(t) = -\kappa_1 \cdot [Q(t) - Q(t - \Delta_1)] - \delta h_1(t - \Delta_1) \quad (3.65)$$

$$\delta h_2(t) = \kappa_2 \cdot [Q(t) - Q(t - \Delta_2)] - \delta h_2(t - \Delta_2) \quad (3.66)$$

$$H_n(t) = H_b + \delta h_1(t) - \delta h_2(t) - H_{loss}(t) \quad (3.67)$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} \cdot [w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) - f \cdot \omega(t)] \quad (3.68)$$

$$Q(t) = w_2(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) \quad (3.69)$$

Le travail effectué pour la conception du contrôleur MPC nous donne le système discret suivant

$$\bar{X}(t + \tau) = A \cdot \bar{X}(t) + B \cdot Q(t + \tau) \quad (3.70)$$

$$\omega(t + \tau) = \omega(t) + \frac{\tau}{J} \cdot [w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) - f \cdot \omega(t)] \quad (3.71)$$

$$Q(t) = w_2(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) \quad (3.72)$$

$$H_n(t) = H_b + C_{\delta h} \cdot \bar{X}(t) - H_{loss}(t) \quad (3.73)$$

La mise en œuvre de l'algorithme est similaire à celle effectuée dans la partie 3.1.2 de ce chapitre, à la différence du calcul des valeurs prédites à l'instant $t + \tau$: on applique à chaque pas de temps, avec l'échantillonnage τ , l'ouverture γ^* solution de l'équation suivante :

$$\gamma^* = \underset{\gamma}{Solve} \left\{ \tilde{Q}(t + \tau) - w_2(\tilde{H}_n(t + \tau), \tilde{Q}(t + \tau), \tilde{N}(t + \tau), \gamma) = 0 \right\} \quad (3.74)$$

Les contraintes sur $Q(t + \tau)$ étant calculées de manière à être cohérentes avec l'action des directrices γ , on est sûr de l'existence d'une solution à ce problème et :

- $\tilde{Q}(t + \tau) = Q^{d*} - K \cdot (\bar{X}(t) - \bar{X}^{d*})$ est le débit stabilisant à l'instant $t + \tau$ dans la turbine, selon la loi établie dans (3.47). $\tilde{Q}(t + \tau)$ est réalisable puisque les contraintes tiennent compte des variations de débit maximales issues des performances de l'actionneur.
- $\tilde{H}_n(t + \tau) = H_b + C_{\delta h} \cdot (A \cdot \bar{X}(t) + B \cdot \tilde{Q}(t + \tau)) - H_{loss}(t)$ est la chute nette aux bornes de la turbine à l'instant $t + \tau$, selon la loi établie dans (3.64). $\tilde{H}_n(t) - H_b + H_{loss}(t)$ ne dépasse pas la contrainte sur le coup de bélier maximum δh^{max} si les valeurs de $\Delta Q^{min/max}$ le permettent. Le fait de libérer la contrainte sur la chute maximum par l'intermédiaire de ρ et son coefficient de pondération C_ρ impose en effet un classement des contraintes où la contrainte issue de $\Delta Q^{min/max}$ est prioritaire : on peut violer la contrainte δh^{max} si l'action en débit n'est pas suffisante.
- $\tilde{\omega}(t + \tau) = \omega(t) + \frac{\tau}{J} \cdot [w_1(\tilde{H}_n(t + \tau), \tilde{Q}(t + \tau), \tilde{N}(t + \tau), \gamma(t)) - f \cdot \tilde{\omega}(t + \tau)]$, est la vitesse de rotation à venir résultante de l'action en débit $\tilde{Q}(t + \tau)$. On note ici que la vitesse prédite est le résultat d'une équation algébrique explicite donnant plus de précision sur sa valeur.
- Q^{d*} est le débit désiré permettant de tenir compte des contraintes sur les variations de débit faisables et la chute maximum admissible. Il est défini à chaque instant comme dans la section 3.2.1.3 de ce chapitre. \bar{X}^{d*} est le vecteur d'état désiré associé à Q^{d*} (voir (3.49)).

On utilise comme précédemment pour calculer $Q^d(t)$, une fonction proportionnelle intégrale (voir (3.35)). On rappelle aussi que les valeurs de $\Delta Q^{min/max}$ dépendent, comme expliqué dans

la section 3.1.2, des performances de l'actionneur oléo-hydraulique ce qui justifie l'existence d'une solution à (3.74). On rappelle que ce dernier est caractérisé par sa vitesse maximum de déplacement $\dot{\gamma}^{max}$.

La figure 3.19 montre la mise en œuvre au sein du système complet de l'algorithme ici proposé, où : le bloc '*Limiteur de coup de bélier*' symbolise le problème de recherche de Q^{d*} permettant de satisfaire les contraintes introduites dans (3.9) et (3.11), et le bloc '*Solveur*' permet de trouver l'ouverture des directrices associé au débit choisit par le retour d'état linéaire K . Les autres blocs sont relatifs à la dynamique du système.

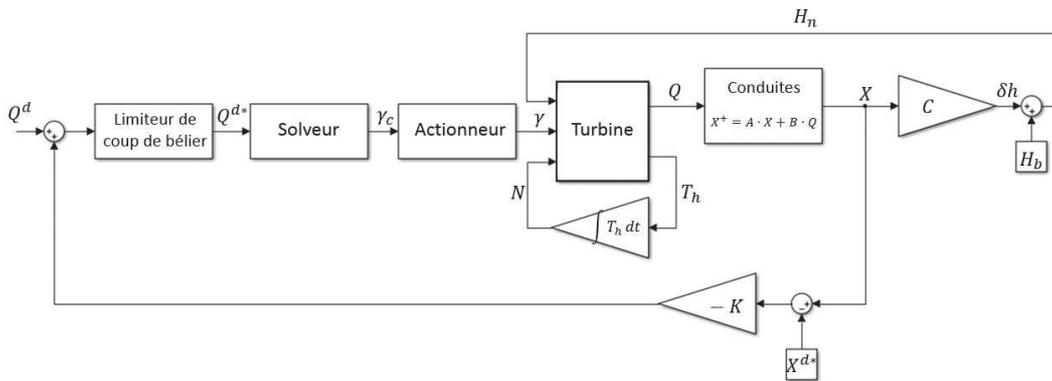


FIGURE 3.19 – Représentation schématique du procédé de contrôle proposé dans la section 3.2.1 de ce chapitre.

Les résultats présentés sur la figure 3.20 est issus d'un démarrage dans le "S". Pour s'en assurer, le retour d'état est interrompu entre $t = 50$ et $t = 90$ ce qui permet d'observer les oscillations du "S" sur ce laps de temps. Les performances stabilisantes d'un tel procédé pour un démarrage de turbine dans le "S" sont bien visibles. Le retour d'état prédictif K élaboré sur la partie linéaire de notre problème permet d'assurer la convergence des oscillations dans le circuit hydraulique en tenant pleinement compte de l'effet mémoire du système de conduites forcées. Le gain K tient également compte de la bande passante de l'actionneur. La non linéarité de la turbine est également pleinement considéré grâce à la résolution au sein du contrôleur de l'équation (3.74). La stabilisation du circuit hydraulique permet de travailler dans des zones où la turbine est a priori instable comme le "S".

La méthode développée dans le chapitre 2 et visant à donner un temps minimum pour le démarrage, fournit dans cette configuration un temps minimum de 12.3sec. Le résultat obtenu avec la méthode ici développée donne un temps de démarrage de 14sec. On rappelle que la principale différence entre les modèles utilisés dans les deux méthodes, réside dans la dynamique de la conduite hydraulique. Dans ce chapitre, la complexité du modèle conduite implique une liberté plus réduite pour le régulateur, ce qui implique un temps minimum de démarrage moins bon. Le temps obtenus témoigne ainsi de l'excellence de cette stratégie en

ce qui concerne le temps de réponse. On note que ce résultat est obtenu avec un réglage de K_p optimisé et en l'absence d'incertitudes sur le modèle de simulation. La même simulation effectuée avec $\delta h^{max} = 10m$ donne un temps de réponse de $17.9sec$.

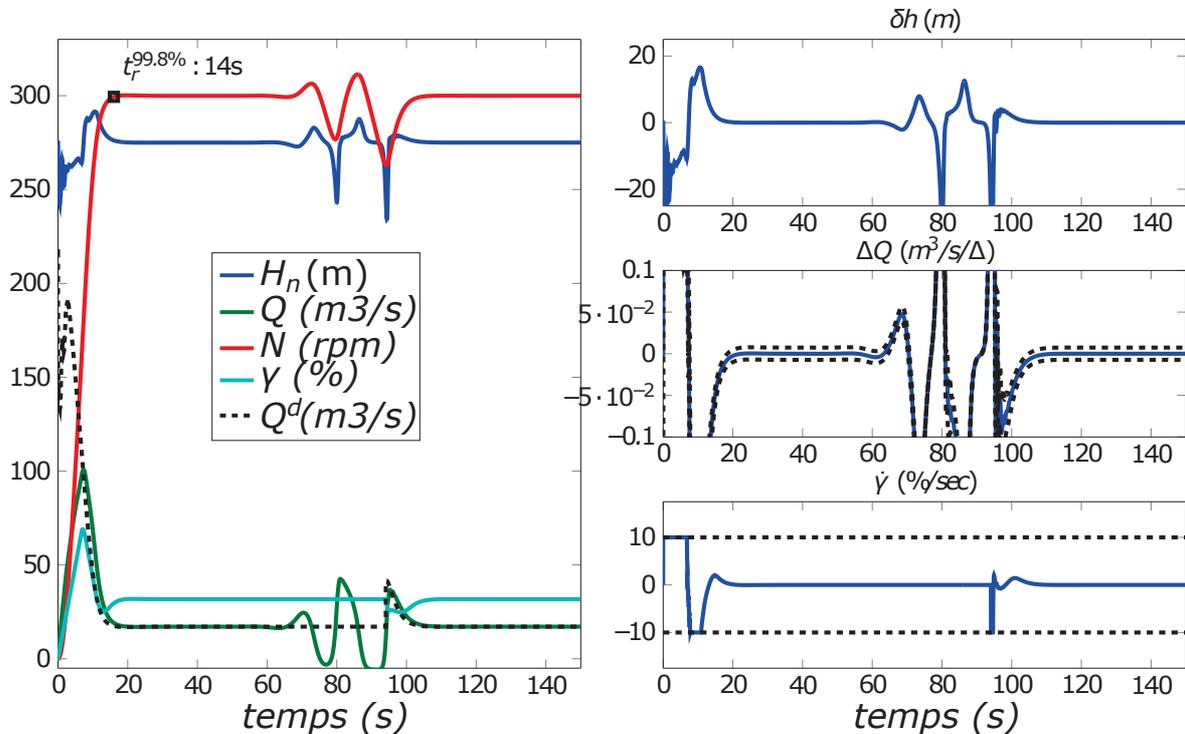


FIGURE 3.20 – Résultat de la régulation développée dans la section 3.2.2 de ce chapitre lorsqu'on limite la dynamique de l'actionneur avec $\dot{\gamma}^{max} = 10\%/sec$ et sans contraintes sur la chute maximum. La simulation est effectuée sur le système (3.65)-(3.69) et on désactive le retour d'état entre $t = 50$ et $t = 90$. Les oscillations qui apparaissent en boucle ouverte témoignent du phénomène de 'S'.

L'influence de K_p sur la trajectoire de la vitesse donne des résultats équivalents à ceux constatés dans la section 3.1.2 (voir figure 3.14). On constate également des résultats similaires pour la prise et le rejet de charge (voir figure 3.15).

3.3 Conclusion

Ce chapitre donne les résultats principaux de ce mémoire. On y a proposé une approche à base de modèle pour le contrôle d'un système de turbinage qui tient compte de l'ensemble des dynamiques mises en jeu ; à savoir l'effet oscillant des conduites, alimentant en eau la turbine à réaction non linéaire, manipulée par l'intermédiaire d'un actionneur contraint en déplacement. Cette approche améliore la convergence du système avant couplage pour les

démarrages, et après couplage pour les échelons de puissance. Elle permet aussi le démarrage dans le "S" ce qui représente un réel gain en augmentant le domaine de fonctionnement d'une turbine.

Comme on l'a vu, les algorithmes ici développés s'appliquent à toutes sortes de turbines à partir du moment où le circuit hydraulique a un effet oscillant suffisamment important. On comprend qu'une roue fluviale, au fil de l'eau, ne subira pas le même type d'oscillations sous l'action d'une variation de débit. Ce régulateur s'applique donc bien aux roues de type Pelton, et aux Francis et TP de moyenne et haute chute.

On note que la conversion entre débit dans le circuit hydraulique et vitesse de rotation ou puissance électrique est opérée par l'intermédiaire d'un régulateur PI. Il n'a pas été développé de façon formelle une description des gains de ce PI en fonction du point de fonctionnement. Puisqu'une roue mise en service est un prototype, ce vide est comblé lors de la mise en service par le réglage à la main de ces gains. On pourra également trouver dans la littérature des méthodes permettant d'optimiser les gains K_P et K_I soit constants soit par des méthodes de gain scheduling comme dans [Ore+89].

Élaboration et suivis de trajectoires admissibles

Sommaire

4.1	Élaboration des trajectoires admissibles pour le système de turbinage pompage	108
4.1.1	Paramétrisation des trajectoires du circuit hydraulique	111
4.1.2	Turbine et actionneur	114
4.2	Suivis des trajectoires	116
4.3	Étude de cas	118
4.3.1	Présentation du système	120
4.3.2	Résultats sur le démarrage	122
4.3.3	Résultats semi-expérimentaux, (<i>hardware in-the-loop</i>)	129
4.3.4	Trajectoires et stabilisation dans le "S"	132
4.3.5	Transition Pompe→Turbine	134
4.4	Conclusion	135

Lors du déroulement de ce travail de thèse, une première approche fut de travailler avec le modèle utilisant une description par différences finies (voir annexe A) aussi utilisé dans le logiciel de simulation SIMSEN. Cet outils développé par l'EPFL (École polytechnique Fédérale de Lausanne) sert d'outils de validation à l'équipe contrôle d'Alstom¹ pour le réglage de ses contrôleurs actuels. Nos recherches se sont ensuite tournées vers l'approche issue de la méthode des caractéristiques. Néanmoins, une partie du travail effectué durant cette thèse concerne cette première méthode de modélisation et étudie la conception de trajectoires compatibles avec la dynamique du système. Ces trajectoires doivent permettre d'accoster les états stationnaires visés avec une vitesse aussi faible que possible. L'idée derrière ce raisonnement était de permettre les démarrages dans le "S". Les travaux qui suivent peuvent, avec des modifications mineures, être adaptés à tous les types de modèles présentés dans ce manuscrit.

Les travaux qui suivent sur la conception de trajectoires peuvent être appréhendés comme une stratégie prédictive non linéaire où toutes les variables sont considérées. Cette méthode

1. Désormais General Electric Renewable Energy

permet ainsi d'adresser entièrement le système avec ses contraintes et ses non linéarités. Par la connaissance de la dynamique du système $\dot{x} = f(x, u)$, où $x \in \mathbb{R}^n$ est le vecteur d'état du système et $u \in \mathbb{R}^{n_u}$ est l'ensemble des entrées du système, de chercher les trajectoires $\tilde{x}(t) \in \mathbb{R}^n$ et $\tilde{u}(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$, $t \in [t_0, t_f]$ permettant, à partir de l'état initial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ du système, d'assurer $\dot{\tilde{x}}(t) = f(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t))$ et $x_0 + \int_{t_0}^{t_f} f(\tilde{x}(t), \tilde{u}(t)) dt = x^d$. Où x^d est l'état stationnaire désiré. La difficulté est alors, d'une part de choisir correctement les fonctions $\tilde{x}(t)$ et $\tilde{u}(t)$ en fonction de la dynamique et des contraintes, et d'autre part d'assurer le suivi de ces trajectoires par une loi de commande.

Les sections suivantes présentent le travail effectué : premièrement nous allons donner l'algorithme développé dans le cas général ; dans la section 4.1 nous verrons l'élaboration de la trajectoire puis le choix fait pour le suivi de cette trajectoire dans la section 4.2. On présentera enfin une étude de cas dans la section 4.3 et nous verrons alors qu'on peut, plus ou moins facilement, prendre en compte des contraintes complexes comme des zones à éviter dans la colline hydraulique. Cette méthode donnera également de bonnes pistes pour des transitions inhabituelles comme la transition entre le mode pompe et le mode turbine qui est sujet à de nombreuses contraintes.

4.1 Élaboration des trajectoires admissibles pour le système de turbinage pompage

On rappelle la forme générale que prend un système de turbinage pompage, et on introduit les notations qui seront d'usage dans ce chapitre :

- L'eau est acheminée par l'intermédiaire d'un circuit hydraulique dont la dynamique n'est pas négligeable. Nos travaux sur la modélisation du circuit hydraulique nous ont amenés à faire le choix d'utiliser un modèle linéaire pour cette partie (se reporter au chapitre ??). On note la dynamique de l'hydraulique forcée :

$$\dot{X}(t) = A \cdot X(t) + B \cdot Q(t) \quad (4.1)$$

$$\delta h(t) = C \cdot X(t) + D \cdot Q(t) \quad (4.2)$$

$$H_n(t) = \delta h(t) + H_b \quad (4.3)$$

Où $X(t) \in \mathbb{R}^{n_h}$ contient tous les états du circuit hydraulique, $Q(t)$ est le débit dans la turbine, $\delta h(t)$ est la pression de coup de bélier issue de la dynamique du débit aux bornes de la turbine, H_b est la chute brute que subit le circuit hydraulique, elle est considérée constante sur l'échelle de temps qui nous intéresse, et $H_n(t)$ est la chute nette aux bornes de la turbine. On utilisera aussi la version discrétisée de (4.1) :

$$X(t + dt) = A_d \cdot X(t) + B_d \cdot Q(t) \quad (4.4)$$

Où dt est notre échantillonnage de contrôle.

Remarque. Contrairement à la description par la méthode des caractéristiques utilisée dans le chapitre 3 qui décrit une dynamique discrète du circuit hydraulique, les travaux effectués dans ce chapitre utilisent une description différentielle de la dynamique du circuit hydraulique. Il a été jugé que cette description différentielle pourrait poser des problèmes d'observation lorsque l'ordre du système n_h grandit. D'où le choix d'utiliser la description par la méthode des caractéristiques, jugée plus robuste pour l'observation du circuit hydraulique, pour les travaux effectués dans le chapitre 3.

On note également que dans le cadre de l'utilisation du modèle par différences finies (voir annexe A), le terme de perte de charge $H_{loss}(t) = L \cdot \lambda \cdot Q(t)^2$ est linéarisé autour d'un débit positif Q_0 , et inclus à la dynamique du coup de bélier (4.1).

- La turbine est alimentée en eau par le circuit hydraulique décrit ci-dessus. Elle est vue comme une source de débit Q vis à vis de ce dernier, et de couple hydraulique T_h vis à vis de la vitesse de rotation. La seule action disponible sur le système est issue de la position γ des directrices de la turbine. La vitesse de rotation N de la turbine est libre lorsque la machine n'est pas couplée, elle est fixe après couplage. Ceci est issu de l'utilisation d'une machine synchrone pour la production électrique. On note :

$$T_h(t) = w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) \quad (4.5)$$

$$Q(t) = w_2(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) \quad (4.6)$$

$$\dot{\omega}(t) = \frac{1}{J} \cdot [T_h(t) - f \cdot \omega(t) - T_{elec}(t)] \quad (4.7)$$

Où les constantes J et f rendent compte respectivement de l'inertie de la roue et d'un frottement agissant proportionnellement à la vitesse de rotation. T_{elec} est le couple électrique, nul avant couplage, et égal à $-T_h + f \cdot N$ après couplage.

- L'actionneur oléo-hydraulique utilisé pour agir sur la position γ des directrices de la turbine possède sa propre boucle de régulation et est vu à notre niveau comme un second ordre réglable. Le réglage de l'actionneur favorisera de manière préférentielle sa bande passante ; on prendra cependant soin à limiter son dépassement à 5%. L'actionneur possède aussi des saturations non linéaires sur sa position : $\gamma \in [0, 100]\%$, et sur sa vitesse d'évolution : $\dot{\gamma} \in [-\dot{\gamma}^{max}, \dot{\gamma}^{max}]\%/s$. On note :

$$\dot{\xi} = F_\xi(\xi, \gamma_c) \quad (4.8)$$

$$\gamma = C_\xi \cdot \xi \quad (4.9)$$

Où $\xi \in \mathbb{R}^2$ regroupe les états permettant une bonne description de l'actionneur et de sa boucle de régulation, γ_c est la consigne en position de l'actionneur, et $F_\xi(\cdot)$ est la fonction non linéaire décrivant l'évolution de ξ , et qui tient compte des saturations (voir section 1.7, page 26 de ce manuscrit).

On définit alors les états initiaux et finaux pour une trajectoire donnée comme :

$$\begin{aligned} x_0 &= (X_0^T \quad Q_0 \quad N_0 \quad \xi_0^T)^T \\ x^d &= (X^{dT} \quad Q^d \quad N^d \quad \xi^{dT})^T \end{aligned}$$

La loi développée dans ce chapitre cherche à amener l'ensemble du système à partir de l'état initial x_0 connu vers l'état final stationnaire x^d , également connu. On va développer ce raisonnement pour le cas d'un démarrage (turbine non couplé au réseau). Notons donc que pour H_b donné, et N^d donnée, le débit Q^d , et l'ouverture γ^d sont donnés en résolvant le couple ($N^d = 0, Q^d = w_2(H_n^d, Q^d, N^d, \gamma^d)$). Puisque $H_n^d = H_b + C \cdot X^d + D \cdot Q^d$, et $X^d = -A^{-1} \cdot B \cdot Q^d$, cela revient à résoudre deux équations à deux inconnues. L'existence de x^d est assurée sur tout le domaine d'action de la turbine. Pour une vitesse de rotation N^d finale et une chute brute H_b constante donnée, il existe un unique x^d .

On sait désormais d'où on part et où on va, les étapes nécessaires à l'élaboration d'une trajectoire complète, compatible avec la dynamique et les contraintes du système (4.1)-(4.9) sont traitées de la manière suivante : la partie linéaire de notre système est d'abord traitée dans la section 4.1.1 ; à savoir l'hydraulique forcée décrite par les équation différentielles invariantes (4.1)-(4.2) : on doit amener X vers l'état final $X^d = -A^{-1} \cdot B \cdot Q^d$. Nous prendrons le soin dans cette première partie de laisser un certain nombre de degrés de liberté permettant par la suite d'agir sur le reste du système. La section 4.1.2 montrera comment la trajectoire des états du circuit hydraulique choisie dans la section 4.1.1 permet également de calculer les trajectoires propres à la turbine : vitesse de rotation, et états de l'actionneur. Le problème d'optimisation à résoudre afin d'atteindre les objectifs, à savoir : atteindre au bout du temps t_f , $x(t_f) = x^d$, sera également décrit dans la section 4.1.2. Suite aux observations faites sur les résultats de ce premier problème d'optimisation, une autre formulation sera aussi proposée dans la section 4.3.2.1. Cette dernière formulation ne visera pas une stabilisation complète du système mais seulement à contenir la variable d'intérêt (la vitesse pour le cas du démarrage) dans une bande admissible.

Remarque. *La paramétrisation effectuée dans ce chapitre et qui permet de décrire des trajectoires du système en temps finis, est arbitraire. Il est choisi de traiter dans un premier temps la dynamique linéaire du système hydraulique puisque plus simple à manipuler. Les trajectoires issues du circuit hydraulique donnent également deux des quatre états agissant sur la dynamique de la turbine (4.5)-(4.6), à savoir débit $Q(t)$ et chute nette $H_n(t)$.*

4.1.1 Paramétrisation des trajectoires du circuit hydraulique

On cherche dans cette partie une paramétrisation des trajectoires du circuit hydraulique qui soit suffisamment légère, en terme de temps de calculs.

Afin de manipuler l'évolution des états conduite $X(t)$, on élabore une trajectoire linéaire et dérivable pour l'action en débit $Q(t)$. On utilise respectivement les notations $\tilde{X}(t)$, $\tilde{Q}(t)$, et $\tilde{\delta h}(t)$, $t \in [t_0, t_f]$ pour les trajectoires désirées de $X(t)$, $Q(t)$, et $\delta h(t)$. Comme on le verra par la suite, la trajectoire $\tilde{Q}(t)$ est suffisante pour décrire l'évolution de l'ensemble du système. Elle doit ainsi permettre d'actionner le système de conduites de manière à atteindre au bout du temps t_f , choisit, un voisinage suffisamment proche de l'état stabilisé X^d . Dans le but de caractériser $\tilde{Q}(t)$, on décrit l'ensemble des contraintes qui s'appliquent :

- à $t = t_0$: $\tilde{Q}(t_0)$ et ses dérivées successives sont contraints par l'ensemble des états du système. On note en effet que l'équation (4.6) est dérivable, et donne :

$$\left(1 - \frac{\partial w_2(t)}{\partial Q}\right) \cdot \dot{Q}(t) = \begin{pmatrix} \frac{\partial w_2(t)}{\partial \delta h} & \frac{\partial w_2(t)}{\partial N} & \frac{\partial w_2(t)}{\partial \gamma} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta \dot{h}(t) \\ \dot{N}(t) \\ \dot{\gamma}(t) \end{pmatrix} \quad (4.10)$$

$\delta \dot{h}$, \dot{N} , et $\dot{\gamma}$ dépendent eux même des états du système et de l'action imposée à l'actionneur γ_c (voir les équations (4.1), (4.7), et (4.9)). L'expression de $\dot{Q}(t_0)$ est complexe et fait intervenir l'ensemble des états du système. On ne cherchera pas en pratique à imposer une valeur à la dérivée de $\tilde{Q}(t_0)$ au-delà du premier ordre. Cela fait sens puisque l'action γ_c , libre, apparait dès le calcul de la première dérivée de $Q(t)$: on peut donc agir directement sur la première dérivée de $\tilde{Q}(t_0)$. D'une manière générale, on note :

$$\begin{pmatrix} \tilde{Q}(t_0) \\ \dot{\tilde{Q}}(t_0) \\ \vdots \\ \tilde{Q}^{(n_0-1)}(t_0) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q(t_0) \\ \dot{Q}(t_0) \\ \vdots \\ Q^{(n_0-1)}(t_0) \end{pmatrix} \quad (4.11)$$

- à $t = t_f$: $\tilde{Q}(t_f)$ et ses dérivées successives sont contraintes par l'état final visé X^d . On note que les dérivées successives de X^d sont nulles. Afin de participer à la stabilisation des n_h états de X , on annule les $n_h - 1$ dérivées successives de $\tilde{Q}(t_f)$, et on note :

$$\begin{pmatrix} \tilde{Q}(t_f) \\ \dot{\tilde{Q}}(t_f) \\ \vdots \\ \tilde{Q}^{(n_h-1)}(t_f) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q^d \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.12)$$

— à $t_i = \frac{i}{n_c+1} \cdot (t_f - t_0) + t_0$, $i \in \{1, \dots, n_c\}$: On ajoute artificiellement n_c contraintes. Elles joueront le rôle de degrés de liberté, qui permettront de moduler la forme des trajectoires. Elles permettront entre autre d'amener le système de conduite vers leur état final stabilisé. On donne ainsi :

$$\begin{pmatrix} \tilde{Q}(t_1) \\ \vdots \\ \tilde{Q}(t_{n_c}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_{n_c} \end{pmatrix} \quad (4.13)$$

Remarque. Ce choix de placer des contraintes de ce type, tout au long de la trajectoire est arbitraire on pourrait par exemple choisir de jouer sur les dérivées libres à t_0 et/ou à t_f .

Les contraintes (4.11), (4.12), et (4.13), donnent $N_{\mathcal{P}} = n_0 + n_h + n_c$ contraintes sur la trajectoire $\tilde{Q}(t)$. On choisit ainsi de représenter cette fonction comme un polynôme d'ordre $N_{\mathcal{P}}$, et on note :

$$\tilde{Q}(t) = \Lambda_Q \cdot \Gamma\left(\frac{t-t_0}{t_f-t_0}\right) \quad (4.14)$$

$$\Gamma(t) = (1 \quad t \quad t^2 \quad \dots \quad t^{N_{\mathcal{P}}-1})^T \in \mathbb{R}^{N_{\mathcal{P}} \times 1} \quad (4.15)$$

$$\Lambda_Q = (\lambda_{Q,0} \quad \lambda_{Q,1} \quad \dots \quad \lambda_{Q,N_{\mathcal{P}}-1}) \in \mathbb{R}^{1 \times N_{\mathcal{P}}} \quad (4.16)$$

Remarque. On utilise $\Gamma\left(\frac{t-t_0}{t_f-t_0}\right)$ plutôt que $\Gamma(t)$, car $\frac{t-t_0}{t_f-t_0} \in [0, 1]$, $\forall t \in [t_0, t_f]$. Ceci permet de bien conditionner la matrice à venir $\bar{\Gamma}$: l'écart entre les valeurs les plus grandes et les valeurs les plus petites de $\Gamma(t)$ explosant avec l'augmentation de t et $N_{\mathcal{P}}$. On note aussi que le choix de Γ comme base polynomiale pour exprimer $\tilde{Q}(t)$ est arbitraire. Ce choix aurait pu être autre : on pense par exemple aux polynômes de Legendre.

L'un des avantages de cette description de $\tilde{Q}(t)$, est l'expression explicite de ses dérivées successives :

$$\forall i, \quad \tilde{Q}^{(i)}(t) = \Lambda_Q \cdot \Gamma^{(i)}(t) \quad (4.17)$$

$$\Gamma^{(i)}(t) = \left(\frac{d^i}{dt^i}(1) \quad \frac{d^i}{dt^i}(t) \quad \dots \quad \frac{d^i}{dt^i}(t^{N_{\mathcal{P}}-1}) \right)^T \quad (4.18)$$

$$= \Delta^i \cdot \Gamma(t) \quad (4.19)$$

Où,

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 \\ 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & N_{\mathcal{P}} - 1 \end{pmatrix}$$

On peut ainsi réécrire nos contraintes (4.11), (4.12), et (4.13) sous forme matricielle :

$$\Lambda_Q \cdot \bar{\Gamma} = \bar{Q} \quad (4.20)$$

Où,

$$\bar{\Gamma} = (\Gamma(t_0) \dots \Gamma^{(n_0-1)}(t_0) \Gamma(t_f) \dots \Gamma^{(n_h-1)}(t_f) \Gamma(t_1) \dots \Gamma(t_{n_c})) \in \mathbb{R}^{N_{\mathcal{P}} \times N_{\mathcal{P}}},$$

$$\text{et } \bar{Q} = (Q_0 \dots Q_0^{(n_0-1)} Q^d 0 \dots 0 Q_1 \dots Q_{n_c}) \in \mathbb{R}^{1 \times N_{\mathcal{P}}}$$

On note que $\bar{\Gamma}$ est bien de rang plein et inversible car nos contraintes sont correctement choisies et libres l'une par rapport à l'autre. On obtient ainsi l'expression de Λ_Q , comme une fonction de nos degrés de liberté Q_i , $i \in \{1, \dots, n_c\}$:

$$\Lambda_Q = \bar{Q} \cdot \bar{\Gamma}^{-1} \in \mathbb{R}^{1 \times N_{\mathcal{P}}} \quad (4.21)$$

On peut alors, à l'aide de la dynamique discrète (4.4) décrire l'évolution de notre trajectoire d'état $\tilde{X}(t)$. Avec $N_b = \frac{t_f - t_0}{dt} + 1$ (on choisit $t_f - t_0$ comme un multiple de dt) :

$$\begin{pmatrix} \tilde{X}(t_0) \\ \tilde{X}(t_0 + dt) \\ \vdots \\ \tilde{X}(t_f) \end{pmatrix} = \phi(A_d, N_b) \cdot X(t_0) + \Psi(A_d, B_d, N_b) \cdot (\Gamma(t_0) \Gamma(t_0 + dt) \dots \Gamma(t_f - dt))^T \cdot \Lambda_Q^T \quad (4.22)$$

Où :

$$\phi(A, n) = \begin{pmatrix} \mathbb{I} \\ A \\ \vdots \\ A^{n-1} \end{pmatrix}, \Psi(A, B, n) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ B & 0 & \dots & \vdots \\ A \cdot B & B & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & 0 \\ A^{n-2} \cdot B & A^{n-3} \cdot B & \dots & B \end{pmatrix}$$

À ce point, on a paramétrisé les trajectoires $\tilde{Q}(t)$, et $\tilde{X}(t)$ en fonction d'un temps final t_f , et d'un vecteur Λ_Q qui rend compte des contraintes libres Q_i , $i \in \{1, \dots, n_c\}$. Le calcul de ces trajectoires est rapide puisqu'il nécessite seulement de résoudre un système linéaire de taille $N_{\mathcal{P}}$ dans (4.21), et un produit matriciel dans (4.22).

Remarque. *L'augmentation de la taille du polynôme $N_{\mathcal{P}} = n_0 + n_h + n_c$, et l'augmentation de la dimension du système n_h , peut assez rapidement poser des problèmes numériques pour la résolution du système linéaire associé à $\bar{\Gamma}$. On favorisera pour cette méthode des modèles de taille raisonnables.*

4.1.2 Turbine et actionneur

Comme le rappellent les équations (4.5), (4.6), et (4.7), la dynamique de la turbine est décrite directement à partir de sa caractéristique non linéaire. La trajectoire de l'actionneur quant à elle doit être compatible avec la dynamique et les contraintes de l'actionneur introduites dans (4.8). On note alors qu'il est possible, pour n'importe quelle trajectoire \tilde{Q} , et \tilde{h} , données, d'y associer les trajectoires \tilde{N} et $\tilde{\xi}$ compatibles. Ce calcul est initialisé à la vitesse $\tilde{N}(t_0) = N_0$ et à l'état initial de l'actionneur $\tilde{\xi}(t_0) = \xi_0$, et, $\forall t \in [t_0, t_f]$, on résout :

$$\tilde{N}(t) = \tilde{N}(t - dt) + \frac{dt}{J} \cdot [\tilde{T}(t - dt) - f \cdot N(t - dt)] \quad (4.23)$$

$$\tilde{\gamma}(t) = \min_{\gamma \in [0, 100]\%} \left(\tilde{Q}(t) - w_2(H_b + \tilde{\delta}h(t), \tilde{Q}(t), \tilde{N}(t), \gamma) \right)^2 \quad (4.24)$$

$$\tilde{\gamma}_c(t) = \min_{\gamma_c \in [0, 100]\%} \left(\tilde{\gamma}(t) - C_\xi \cdot F_\xi^D(\tilde{\xi}(t - dt), \gamma_c) \right)^2 \quad (4.25)$$

$$\tilde{\xi}(t) = F_\xi^D(\tilde{\xi}(t - dt), \tilde{\gamma}_c(t)) \quad (4.26)$$

$$\tilde{T}(t) = w_1(H_b + \tilde{\delta}h(t), \tilde{Q}(t), \tilde{N}(t), \tilde{\gamma}(t)) \quad (4.27)$$

Où $F_\xi^D(\cdot)$ est la version discrète de $F_\xi(\cdot)$, qui rend compte de la dynamique et des contraintes de l'actionneur dans (4.8).

On remarque que les équations (4.24), et (4.25), donnant respectivement la trajectoire de l'actionneur $\tilde{\gamma}(t)$ et la trajectoire de la consigne de l'actionneur $\tilde{\gamma}_c(t)$, sont exprimées sous forme d'un problème de minimisation. Ces deux fonctions de minimisation doivent trouver, à chaque instant, un minimum égal à 0 pour que la trajectoire soit pleinement réalisable par le système. Néanmoins, cette solution n'existe pas pour n'importe quel choix de nos variables de contrôle : on pense par exemple à une trajectoire trop rapide (t_f trop faible) qui empêcherait l'actionneur, décrit par ses états ξ , de suivre la trajectoire $\tilde{\gamma}(t)$ issue de (4.24), ou bien une trajectoire de débit \tilde{Q} non réalisable par la turbine.

On introduit donc deux variables supplémentaires permettant de rendre compte de la faisabilité de la trajectoire par l'actionneur :

$$\tilde{r}_1(t) = \left(\tilde{Q}(t) - w_2(H_b + \delta\tilde{h}(t), \tilde{Q}(t), \tilde{N}(t), \tilde{\gamma}(t)) \right)^2 \quad (4.28)$$

$$\tilde{r}_2(t) = \left(\tilde{\gamma}(t) - C_\xi \cdot \tilde{\xi}(t) \right)^2 \quad (4.29)$$

On remarque que $\tilde{r}_1(t) \geq 0$ est le résidu issu du problème (4.24), il rend compte de la faisabilité de la trajectoire de débit et de chute par rapport au domaine de définition de la colline hydraulique, on souhaite $\int_{t_0}^{t_f} \tilde{r}_1(\tau) \cdot d\tau = 0$. La variable $\tilde{r}_2(t) \geq 0$ est le résidu issu du problème (4.25). Elle rend compte de la faisabilité de la trajectoire d'ouverture par rapport aux performances et contraintes de l'actionneur. De la même manière, on souhaite $\int_{t_0}^{t_f} \tilde{r}_2(\tau) \cdot d\tau = 0$.

Lemme. $\forall \epsilon > 0$, il est toujours possible, avec un choix de t_f et n_c suffisamment grand, de trouver une trajectoire $(\tilde{X}(t), \tilde{Q}(t), \tilde{N}(t), \tilde{\gamma}(t))$, compatibles avec les équations (4.1)-(4.9) du système, et les valeurs initiales de chaque variable, et telles que :

$$\forall t \in [t_0, t_f], \tilde{r}_i(t) = 0, i \in \{1, 2\}$$

$$|\tilde{x}(t_f) - x^d|^2 < \epsilon$$

On rappelle que $x(t) = (X(t)^T \quad Q(t) \quad N(t) \quad \xi(t)^T)^T$.

Remarque. Aucune démonstration théorique n'est ici proposée. Une preuve empirique de ce lemme réside cependant dans le fait qu'on sache amener une turbine depuis n'importe lequel de ses modes de fonctionnement vers un autre, et en un temps fini.

On formule alors le problème de minimisation sous contrainte à résoudre afin de trouver la trajectoire qui nous intéresse :

Problème.

$$\min_{Q_i, i \in \{1, \dots, n_c\}, t_f} t_{rep}^{99.8\%} + (\rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3) \cdot \begin{pmatrix} |\tilde{x}(t_f) - x^d|^2 \\ \int_{t_0}^{t_f} \tilde{r}_1(\tau) \cdot d\tau \\ \int_{t_0}^{t_f} \tilde{r}_2(\tau) \cdot d\tau \end{pmatrix}$$

$$\text{sous les contraintes} \begin{cases} \max(|\tilde{\gamma}|) \leq (1 + D_\gamma) \cdot \gamma^d \\ \max(\tilde{N}) \leq (1 + D_N) \cdot N^d \\ \max(|\delta h|) \leq \delta h^{max} \end{cases}$$

Où $t_{rep}^{99.8\%}$ est le temps de réponse à 99.8% de la vitesse de rotation : c'est le critère qu'il faut respecter pour permettre le couplage de la turbine au réseau. Les coefficients ρ_1 , ρ_2 , et ρ_3 sont choisis arbitrairement grand de manière à ce que les pénalités associées à l'écart sur l'état

final $\tilde{x}(t_f) - x^d$, et la faisabilité de la trajectoire, prennent le dessus sur le temps de réponse. On ajoute aussi une contrainte stricte sur le dépassement en vitesse à travers le coefficient $D_N \geq 0$, sur l'ouverture maximum à travers $D_\gamma \geq 0$, et sur le coup de bélier maximum δh^{max} . D'autres contraintes strictes peuvent être ajoutées selon les besoins. Dans le cas d'un échelon de puissance, le problème de minimisation diffère légèrement puisque la vitesse reste constante et la plage de stabilisation est moins contraignante.

Remarque. *Il n'aura pas échappé au lecteur que les méthodes développées dans cette partie sont très calculatoires. En effet, les temps de calculs pour l'optimisation d'une trajectoire ne permettent pas, dans l'état des choses, d'intégrer ce processus à une boucle de régulation en temps réel. Cependant, l'idée derrière ce procédé est d'établir, pour des changements d'état de la turbine bien connus, et répétés – c'est le cas du démarrage – des tableaux permettant le suivi des trajectoires pré-calculées.*

On connaît désormais une trajectoire pour l'ensemble des états de notre système (4.1)-(4.9). Ces trajectoires sont compatibles avec la dynamique du système, et tiennent compte des non linéarités, et des saturations possibles. L'objectif du problème d'optimisation est ici d'amener l'ensemble du système vers son état stabilisé. Une fois le système sur ce point de fonctionnement plus rien ne doit bouger, et ce même avec une action de γ constante.

Si la trajectoire de l'actionneur $\tilde{\gamma}$ doit permettre de déplacer le système réel d'une manière quasi-similaire à ce qu'on attend, le cumul des erreurs d'intégration, des erreurs lors de résolutions d'équations algébriques, additionné des incertitudes sur le système, aussi faibles soient-elles, nous assure dans le cas de l'application en boucle ouverte de cette trajectoire d'un écart au bout du temps t_f . Dans le cas d'un système stable, cet écart final ne posera probablement pas de problème car la dynamique stable aura pour effet de faire tendre naturellement le système vers son état final stabilisé (il peut différer de l'état final stabilisé attendu). Dans le cas d'un système instable, et on pensera au démarrage dans le "S", il n'existe pas de raison pour que cet écart disparaisse ; au contraire il s'amplifiera. On comprend alors la nécessité d'un retour d'état permettant le suivi de la trajectoire pré-calculée afin d'obtenir les performances attendues par ces trajectoires et qui permette aussi la stabilisation des systèmes instables. La section suivante montre les travaux effectués dans ce but.

4.2 Suivis des trajectoires

Comme il a été souligné à la fin de la dernière section, il y a deux raisons qui nous poussent à concevoir un retour d'état pour le suivi des trajectoires :

1. Les erreurs d'intégration du système, les incertitudes ainsi que les erreurs faites lors des résolutions des équations algébriques produiront un écart entre la trajectoire du système réel et la trajectoire prévue. L'intégration de cet écart peut rapidement devenir assez conséquente. Il est donc important de travailler à la réduction de cet écart à chaque instant pour obtenir les performances attendues.

2. Dans le cas d'un système instable, les écarts ne s'amortissent pas d'eux-mêmes. Le besoin de retour d'état pour effacer à chaque instant la différence entre la trajectoire du système réel et la trajectoire prévue est d'autant plus important.

On se propose ici de mettre au point un retour d'état prédictif à horizon fini le long de la trajectoire. Pour ce faire, le système est linéarisé à chaque instant ce qui permet la mise au point d'une trajectoire pour le gain de retour d'état. La méthode utilisée est basée sur une prédiction à horizon fini de la dynamique du système le long de la trajectoire calculée dans la section 4.1.

On sait que les états du système réel $x(t)$, et les états de la trajectoire pré-calculée $\tilde{x}(t)$, respectent la même dynamique². Ainsi, à tout instant k , on a :

$$x_{k+1} = f(x_k, \gamma_{c,k}, k) \quad (4.30)$$

$$\tilde{x}_{k+1} = f(\tilde{x}_k, \tilde{\gamma}_{c,k}, k) \quad (4.31)$$

Après linéarisation, la dynamique de l'erreur $e_k = \tilde{x}_k - x_k$ est :

$$e_{k+1} = \frac{\partial f}{\partial x}(\tilde{x}_k, \tilde{\gamma}_{c,k}, k) \cdot e_k + \frac{\partial f}{\partial \gamma_c}(\tilde{x}_k, \tilde{\gamma}_{c,k}, k) \cdot v_k \quad (4.32)$$

$$:= A_{e,k} \cdot e_k + B_{e,k} \cdot v_k \quad (4.33)$$

Où $v_k = \tilde{\gamma}_{c,k} - \gamma_{c,k}$ est la valeur du retour d'état à l'instant k . Afin de mettre v_k sous la forme d'un retour d'état : $v_k = -K_k \cdot e_k$, on reprend les travaux présentés dans le chapitre 3 page 95, appliqués au système (4.33). On obtient alors un retour d'état K_k , à chaque instant k de la trajectoire pré-calculée :

$$K_k = -G \cdot (\Psi_k^T \cdot \Psi_k + 2 \cdot R)^{-1} \cdot \Psi_k^T \cdot \Phi_k \cdot W \quad (4.34)$$

Où G est un vecteur ligne faisant la sélection du premier contrôle dans la séquence optimale calculée. W est la matrice carrée choisie par l'utilisateur permettant de pondérer les erreurs e en fonction de leur importance, et R est choisie par l'utilisateur pour pondérer la grandeur du retour d'état v_k (voir le chapitre 3 page 95 pour plus de détails).

2. On par donc du principe que la trajectoire est correctement suivie.

Remarque. Contrairement au retour d'état développé dans le chapitre 3, sur un système linéaire invariant, on note que les matrices de transition du système (4.33) varient tout au long de la trajectoire pré-calculée. L'expression des matrices Ψ_k et Φ_k dépendent donc également du temps. Leur expression, à chaque instant k , est :

$$\Phi_k = \begin{pmatrix} I_d \\ \bar{A}_k \\ \bar{A}_{k+1} \cdot \bar{A}_k \\ \vdots \\ \bar{A}_{k+N_p-1} \cdot \bar{A}_{k+N_p-2} \cdots \bar{A}_k \end{pmatrix},$$

$$\Psi_k = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{B}_k & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{A}_{k+1} \cdot \bar{B}_k & \bar{B}_{k+1} & \cdots & 0 \\ \bar{A}_{k+2} \cdot \bar{A}_{k+1} \cdot \bar{B}_k & \bar{A}_{k+2} \cdot \bar{B}_{k+1} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & 0 \\ \bar{A}_{k+N_p-2} \cdots \bar{A}_{k+1} \cdot \bar{B}_k & \bar{A}_{k+N_p-2} \cdots \bar{A}_{k+2} \cdot \bar{B}_{k+1} & \cdots & \bar{B}_{k+N_p-1} \end{pmatrix}.$$

Où N_p est l'horizon de prédiction, $\bar{A}_k = W \cdot A_{e,k} \cdot W^{-1}$, et $\bar{B}_k = W \cdot B_{e,k}$.

Remarque. Afin d'assurer un écart statique nul sur la vitesse de rotation, deux partis peuvent être pris : soit on intègre directement la dynamique de l'intégrale $\int \tilde{N}(t) - N(t) dt$ dans l'équation (4.33), soit on ajoute à v_k , et a posteriori du calcul de retour d'état, un terme proportionnel à cette intégrale comme cela a été fait dans le chapitre 3 par l'intermédiaire d'un processus PI en entrée du régulateur de chute. Puisque le terme intégrale permettant de s'affranchir de l'écart statique dépend tantôt de la vitesse de rotation pour le démarrage, tantôt de la puissance électrique pour une prise de charge, la seconde méthode est ici utilisée.

La caractéristique turbine étant assez régulière, on comparera les performances de ce procédé de calcul de gains prédictif, et adapté à chaque instant de la trajectoire, avec l'utilisation d'un gain constant. La section suivante présente une étude de cas où sont mis en œuvre les développements proposés dans cette section et la section précédente.

4.3 Étude de cas

Il est très rare pour les équipes d'Alstom Hydro³ d'avoir l'opportunité de pouvoir tester expérimentalement ses algorithmes de contrôle : les bancs d'essais disponibles, incluant une roue hydraulique et un circuit d'eau ne permettent pas l'actionnement dynamique de la position γ des directrices. Les sites de production hydro-électriques, quant à eux, sont des structures privées pour lesquelles une journée d'exploitation résulte en plusieurs milliers d'euros de coût. Il est donc difficile pour la R&D de faire la démonstration de ses avancées en conditions réelles.

3. Désormais General Electric Renewable Energy

Les travaux ici présentés ont cependant attiré l'attention du client *Électricité Du Portugal* qui connaît des problèmes de démarrage avec une de ses centrales. En effet, ce site a la particularité d'avoir une cheminée d'équilibre dont l'oscillation libre est très lente et influe fortement sur le couple hydraulique dans la roue, provoquant des oscillations de vitesse avant couplage. Ce mode oscillant perturbe les performances de démarrage de la turbine de la manière suivante : si l'on arrive à amener la vitesse de rotation dans la bande de stabilisation $\pm 0.2\%$, l'excitation de la cheminée d'équilibre provoque des excursions régulières empêchant la synchronisation au réseau. On peut observer ce phénomène sur la figure 4.1, qui montre un démarrage réel.

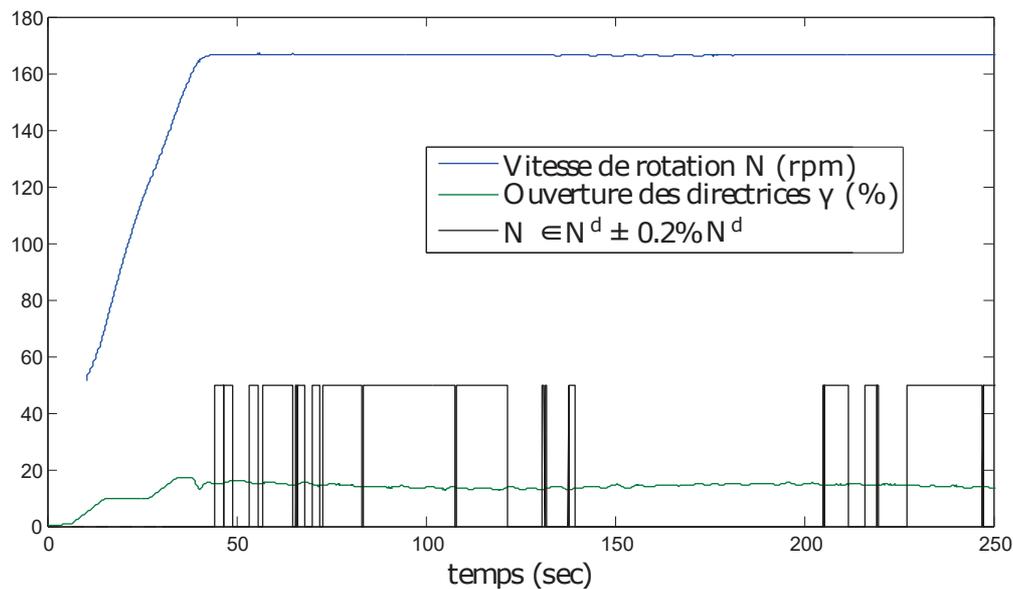


FIGURE 4.1 – Démarrage réel du site étudié dans cette section. On observe une convergence rapide de la vitesse de rotation et des excursions répétées liées à l'oscillation de la cheminée d'équilibre.

Le calcul de trajectoires pour ce système permet d'atteindre la vitesse nominale de la turbine simultanément à l'équilibre dans la cheminée et donc d'améliorer la stabilisation en vue du couplage. Les sections qui suivent montrent les résultats obtenus. Ils ont permis d'obtenir l'accord du client afin de procéder à des essais site en vue d'implémenter ce nouvel algorithme.

Remarque. Le choix a été fait dans ce chapitre de montrer les résultats sur le site présenté ci-après. Il présente un très léger phénomène de "S" au couplage à chute faible qui est principalement entretenu par l'oscillation de la cheminée. Ceci étant dit, il n'a pas été jugé utile dans ce chapitre de centrer nos observations sur le démarrage dans le "S". Il a en effet été montré que cette problématique est correctement traitée par un retour d'état tenant compte de la dynamique de l'hydraulique forcée dans le chapitre 3 précédent. Dans le cas présent, on a constaté que le choix d'un retour d'état correctement dimensionné et tel qu'il est développé dans la section 4.2 de ce chapitre, rend possible les démarrages dans le "S".

4.3.1 Présentation du système

Le site étudié est représenté sur la figure 4.2. On note qu'il se distingue des autres sites étudiés dans ce manuscrit par l'existence d'une cheminée d'équilibre le long de la conduite avale. La participation de cette cheminée dans la dynamique globale, résulte en un mode oscillant très lent ($\sim 165\text{sec}$). Ce mode a une très forte influence sur la chute nette aux bornes de la turbine $H_n(t) = H_b + \delta h(t)$, où $\delta h(t) = \delta h_1(t) - \delta h_2(t)$. La nécessité de stabiliser le mode associé à la cheminée simultanément à la vitesse de rotation N , vient du fait de la forte influence de la cheminée sur la chute nette aux bornes de la turbine. Dans le cas d'un échelon de puissance, ce mode agit également sur la rapidité de convergence du système, à la différence que la production électrique n'est pas interrompue pendant les échelons de puissance. On étudie ici la phase de démarrage.

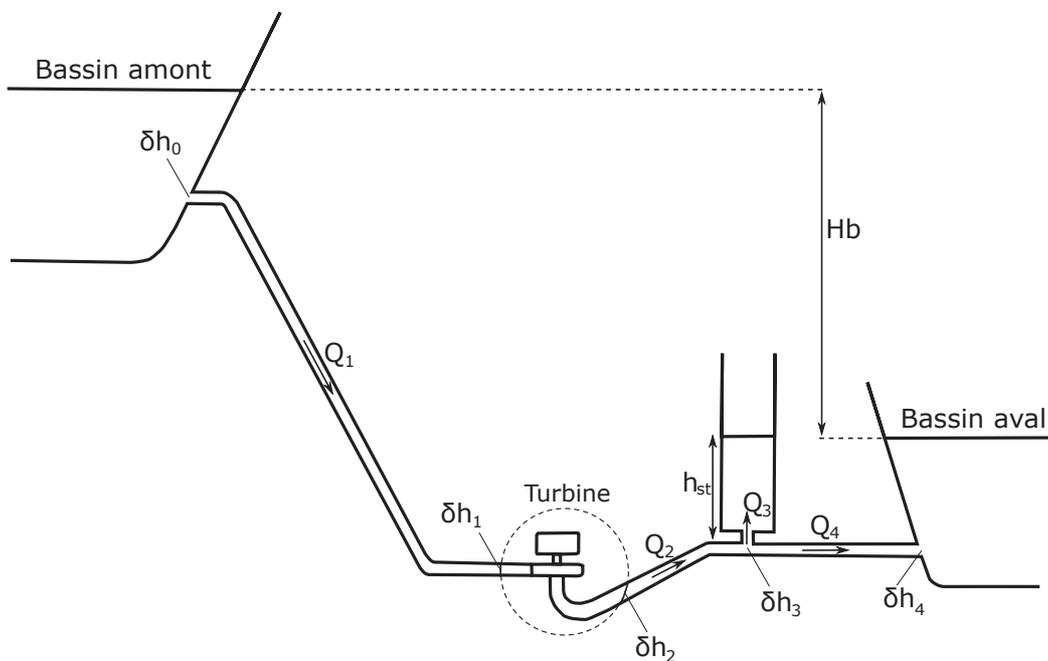


FIGURE 4.2 – topologie du site et notations utilisées

Afin de rendre possible et le plus simple d'un point de vue calculatoire le procédé présenté dans les sections 4.1, et 4.2, de ce chapitre, on propose un modèle simple de la centrale, où l'effet d'onde dans les conduites est négligé au profit d'un comportement différentiel. L'oscillation de la cheminée étant notre principale préoccupation, cette modélisation doit être suffisante. On reprend pour la turbine les équations (4.5)-(4.7) où w_1 et w_2 sont issus de la colline hydraulique propre au site. En ce qui concerne l'hydraulique forcée, on reprend le modèle différentiel présenté dans le chapitre ?? à la page ??, et où les conduites sont décrites par leur

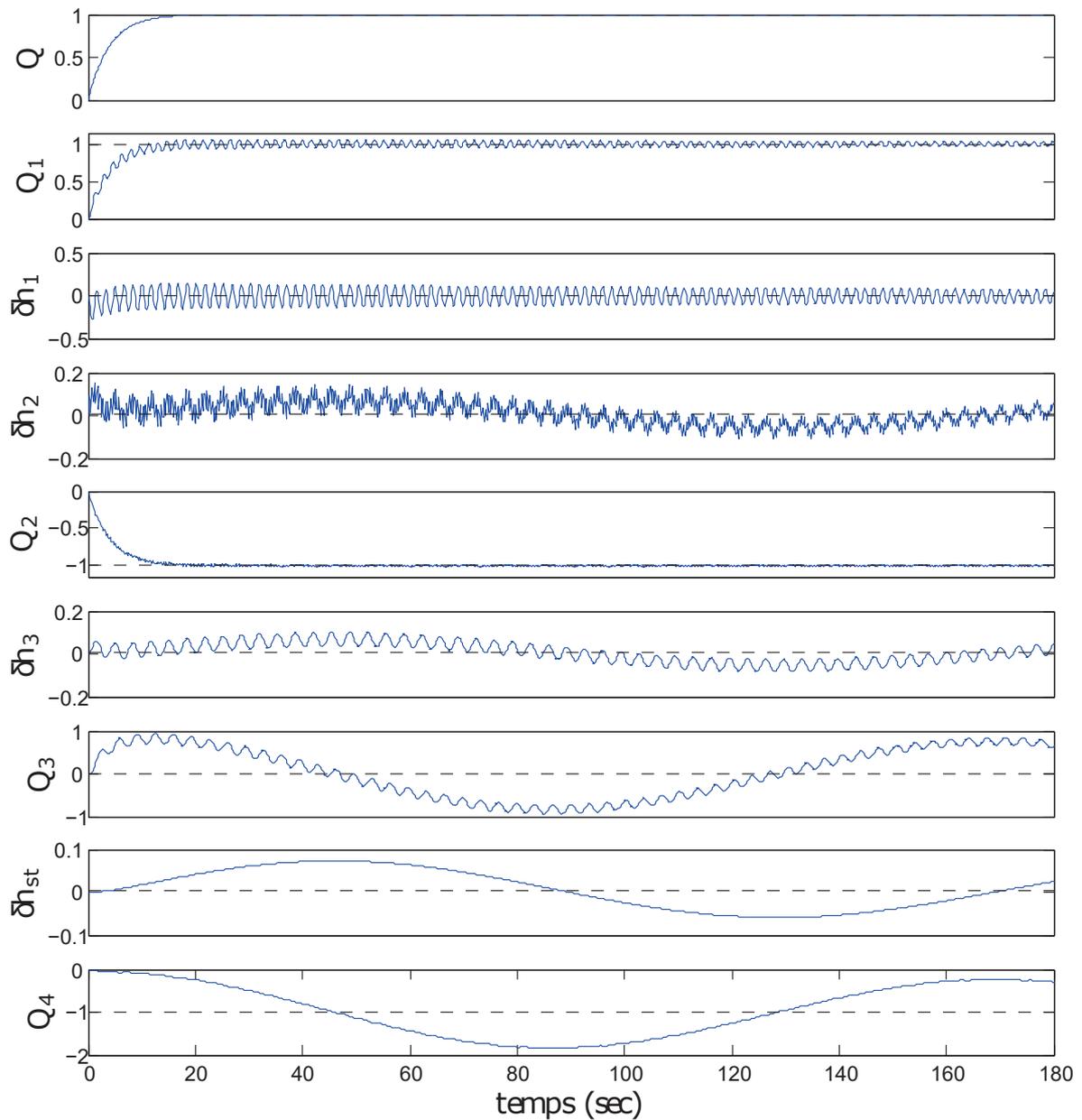


FIGURE 4.3 – Réponse du système de conduite du site étudié (équations (4.35)-(4.42)) en boucle ouverte sous la sollicitation d'un échelon de débit Q filtré par un filtre du premier ordre.

premier ordre. On en déduit ainsi les équations régissant l'hydraulique forcée :

$$\dot{\delta h}_1 = \alpha_1 \cdot (Q_1 - Q) \quad (4.35)$$

$$\dot{Q}_1 = \beta_1 \cdot (\delta h_0 - \delta h_1) - \gamma_1 \cdot Q_1 \quad (4.36)$$

$$\dot{\delta h}_2 = \alpha_2 \cdot (Q + Q_2) \quad (4.37)$$

$$\dot{Q}_2 = \beta_2 \cdot (\delta h_3 - \delta h_2) - \gamma_2 \cdot Q_2 \quad (4.38)$$

$$\dot{Q}_3 = \beta_{st} \cdot (\delta h_3 - \delta h_{st}) - \gamma_{st} \cdot Q_3 \quad (4.39)$$

$$\dot{\delta h}_{st} = \frac{1}{\Phi} \cdot Q_3 \quad (4.40)$$

$$\dot{\delta h}_3 = \alpha_3 \cdot (Q_4 - Q_2 - Q_3) \quad (4.41)$$

$$\dot{Q}_4 = \beta_3 \cdot (\delta h_4 - \delta h_3) - \gamma_3 \cdot Q_4 \quad (4.42)$$

Où les coefficients $\alpha_i = \frac{a_i^2}{g \cdot S_i \cdot L_i}$, $\beta_i = \frac{g \cdot S_i}{L_i}$, et $\gamma_i = -F_i \cdot Q_{0,i}$ sont relatifs à la conduite i . Avec a_i la vitesse de propagation de l'onde hydraulique dans la conduite, S_i la section constante de la conduite, L_i la longueur de la conduite, g l'accélération de la gravité, F_i un coefficient de frottement dans les conduites, relatif aux pertes de chute, et $Q_{0,i}$ le débit nominal dans la conduite permettant de linéariser les dits frottements. Φ est la section de la cheminé d'équilibre.

Remarque. Dans (4.37), Q_2 a un signe opposé à Q , d'où l'addition en place de la soustraction.

Dans (4.41), on prend le parti de placer δh_3 dans la conduite la plus aval d'où le fait que sa dérivée soit pondérée par le coefficient α_3 ; on remarque en simulation que ce coefficient a peu d'influence sur la dynamique globale.

On note que la variation de pression δh_0 (resp. δh_4) est nulle. En effet, celle-ci est associée à la variation de hauteur d'eau dans le bassin amont (resp. le bassin aval) qu'on considère nulle sur l'échelle de temps considérée. On peut ainsi mettre notre système de conduite sous forme d'un système d'état de dimension $n_h = 8$, identique à (4.1), où les matrices A , B , C , et D rendent compte des équations (4.35)-(4.42) et où :

$$X = (\delta h_1 \quad Q_1 \quad \delta h_2 \quad Q_2 \quad Q_3 \quad \delta h_{st} \quad \delta h_3 \quad Q_4)^T$$

Le système de conduites ainsi créé est commandable et observable et naturellement stable. On note cependant qu'il est très peu amorti et possède au moins un mode très oscillant dont la période naturelle est de 165sec. On peut observer sur la figure 4.3 la réponse en boucle ouverte de ce système de conduite à un échelon de débit Q filtré par un filtre du premier ordre.

4.3.2 Résultats sur le démarrage

Les résultats présentés dans cette section permettent d'illustrer les performances des méthodes développées dans les sections 4.1, et 4.2 de ce chapitre appliquées au site de turbinage pompé présenté dans la section 4.3.1.

Les résultats sont obtenus d'une part sur un modèle nominal perturbé. Puis sur un modèle simulé plus riche dans la section 4.3.3, où l'actionneur utilisé est un actionneur réel.

4.3.2.1 Démarrage

Pour le cas du démarrage on rappelle que l'objectif est d'amener la roue hydraulique jusqu'à sa vitesse nominale N^d avec une erreur de $\pm 0.2\%$. Cette stabilisation de vitesse doit s'accompagner d'une stabilisation du système hydraulique (4.1) pour être effective à long terme.

On constate sur la figure 4.4 que la stabilisation de la cheminée d'équilibre, simultanément aux autres variables du système de conduites forcées, nécessite une grande oscillation de débit de contrôle \tilde{Q} . Cette oscillation provoque, pour les t_f les plus petits, un passage dans les débits négatifs ce qui n'est pas possible dans le cas d'un démarrage. On comprend donc comment cette cheminée d'équilibre, à l'origine placée là pour protéger la centrale des coups de bélier, dégrade ses temps de réponse pour le démarrage et la prise de charge.

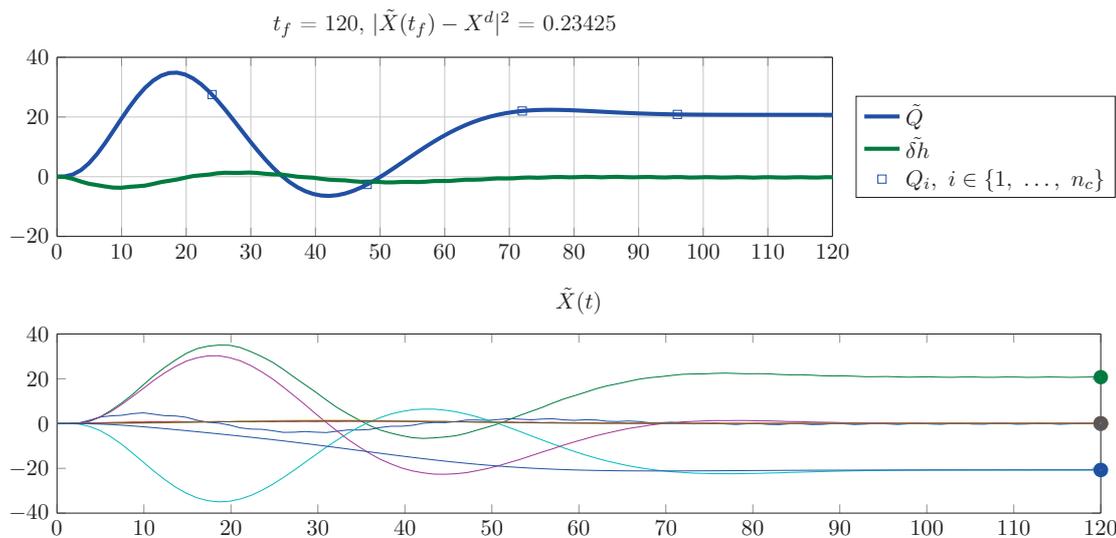


FIGURE 4.4 – Trajectoire obtenue pour le débit sur le système de conduite présenté dans cette section : $t_f = 120$, $n_c = 4$. X^d est calculé à partir du système complet présenté dans la section 4.1 pour une chute brute H_b donnée et une vitesse de synchronisme N^d donnée.

L'objectif et les contraintes, rentrant dans l'élaboration du problème de minimisation sous contraintes présenté dans la section 4.1.2 de ce chapitre, étant correctement définies, on observe sur la figure 4.5 les résultats du procédé de recherche de trajectoires de démarrage pour une gamme de chutes brutes H_b . On note que toutes les contraintes sont bien respectées et ces trajectoires sont compatibles avec la dynamique du système. Lors d'un démarrage à une chute brute H_b constatée, il suffit de rechercher ou d'interpoler la trajectoire correspondante.

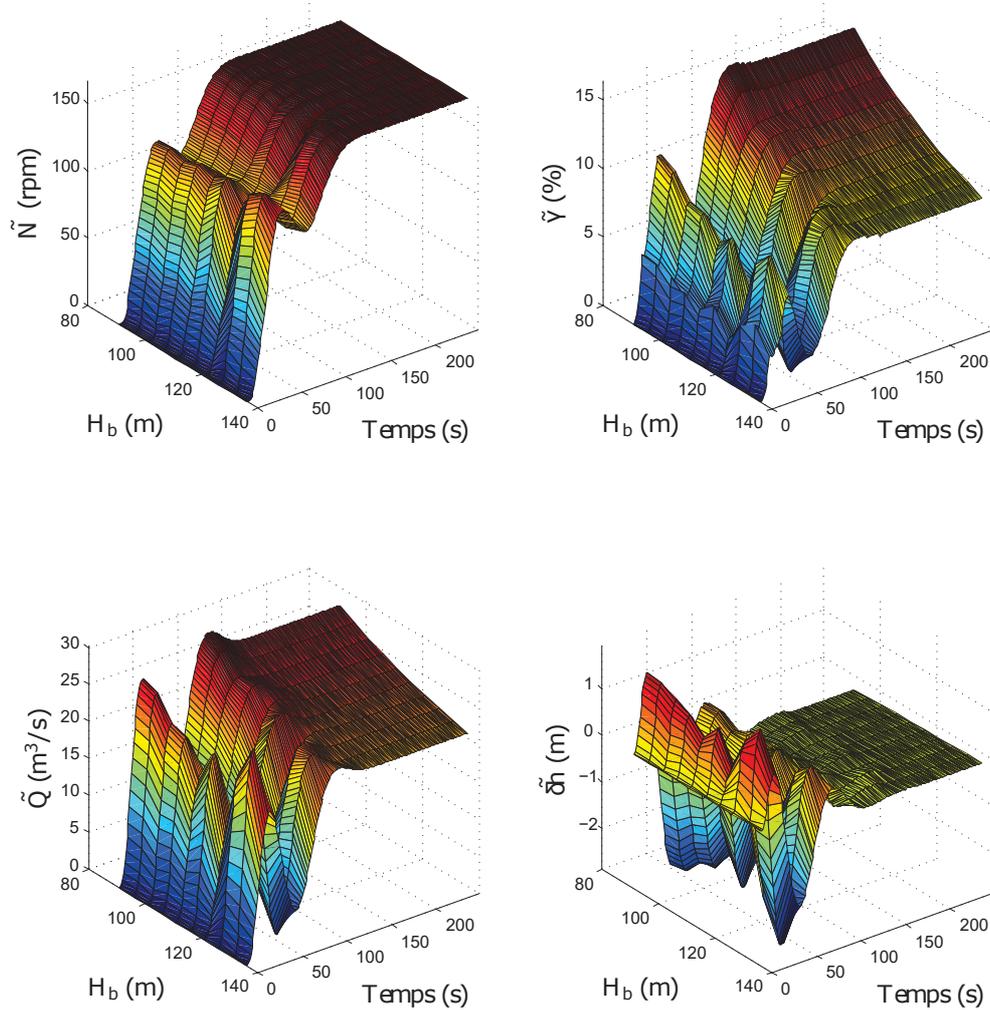


FIGURE 4.5 – Trajectoires résultantes du procédé présenté dans la section 4.1 de ce chapitre, et appliqué au système présenté dans la section 4.3.1. Les trajectoires sont calculées pour le système nominal, et sur l'ensemble des chutes brutes H_b susceptibles d'exister pour le système de turbinage considéré.

Afin de montrer les performances de l'algorithme, on introduit un modèle de simulation perturbé, issu du modèle original, et tel que :

$$\dot{X}(t) = A \cdot (\mathbb{I} + P) \cdot X(t) + B \cdot Q(t) \quad (4.43)$$

$$\delta h(t) = C \cdot X(t) + D \cdot Q(t) \quad (4.44)$$

$$H_n(t) = \delta h(t) + H_b \quad (4.45)$$

$$T(t) = (1 + p_1) \cdot w_1(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) \quad (4.46)$$

$$Q(t) = (1 + p_2) \cdot w_2(H_n(t), Q(t), N(t), \gamma(t)) \quad (4.47)$$

$$\dot{N}(t) = \frac{1}{J} \cdot [T(t) - f \cdot N(t) - T_{elec}(t)] \quad (4.48)$$

Où $P \in \mathbb{R}^{n_h \times n_h}$, $p_1 \in \mathbb{R}$, et $p_2 \in \mathbb{R}$ sont issus d'un tirage de la distribution normale standardisée et de déviation 5%. P est aussi choisi de manière à ce que la dynamique du système de conduite soit stable, i.e. on impose que la valeur maximum de la partie réelle des pôles de $A \cdot (\mathbb{I} + P)$ soit inférieure à zéro.

La simulation qui suit est effectuée à la chute brute $H_b = 102m$: cette chute ne fait pas partie des trajectoires pré-calculées ; la trajectoire à suivre est donc issue d'une interpolation dans les trajectoires pré-calculées et présentées figure 4.5. La figure 4.6 montre ainsi l'interpolation dans les trajectoires pré-calculées sur le système nominal (4.1)-(4.7), ainsi que la réponse en boucle ouverte du système perturbé et représenté par les équations (4.43)-(4.48). On note que les incertitudes introduites dans le système perturbé impliquent des écarts dans la dynamique ainsi que sur l'état stationnaire final. L'utilisation d'un retour d'état permettant d'atteindre les performances attendues est péremptoire.

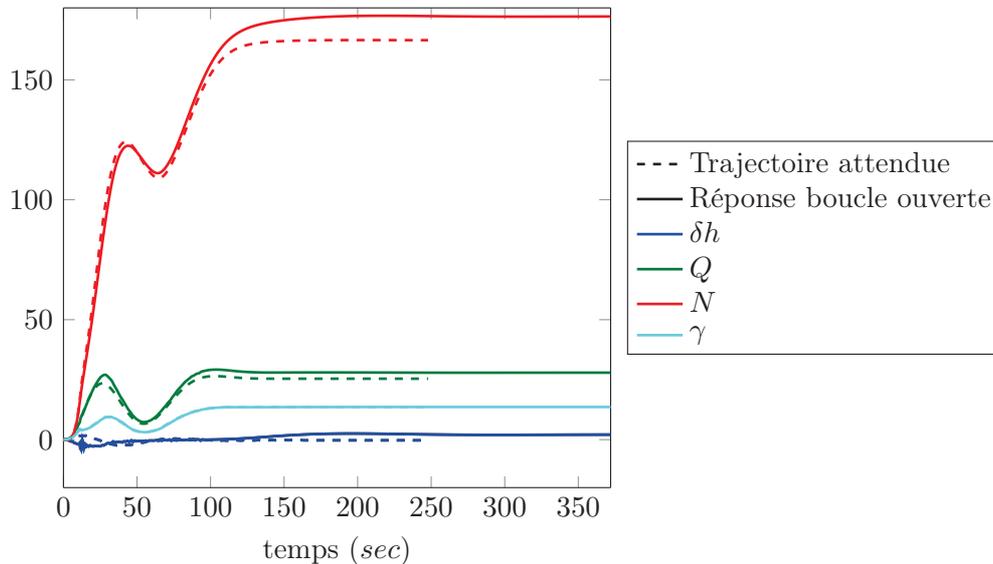


FIGURE 4.6 – Réponse en boucle ouverte du système perturbé (4.43)-(4.48) sous la sollicitation de la trajectoire de l'actionneur calculée dans la section (4.1). On note que le système étant stable, l'absence de contrôle ne résulte que comme un écart statique

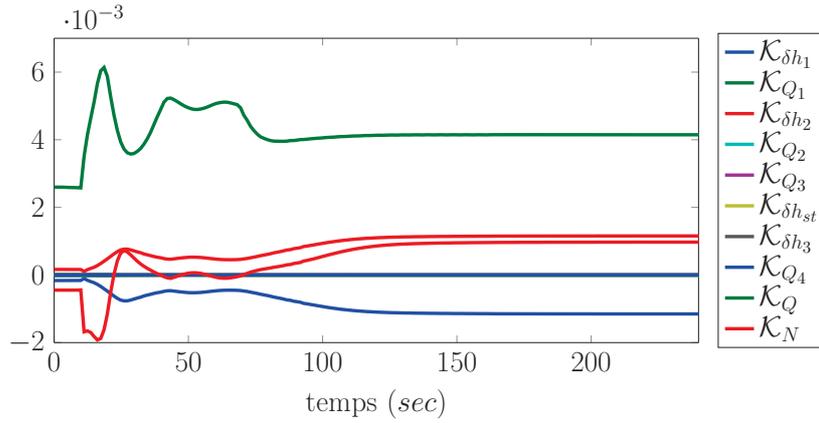
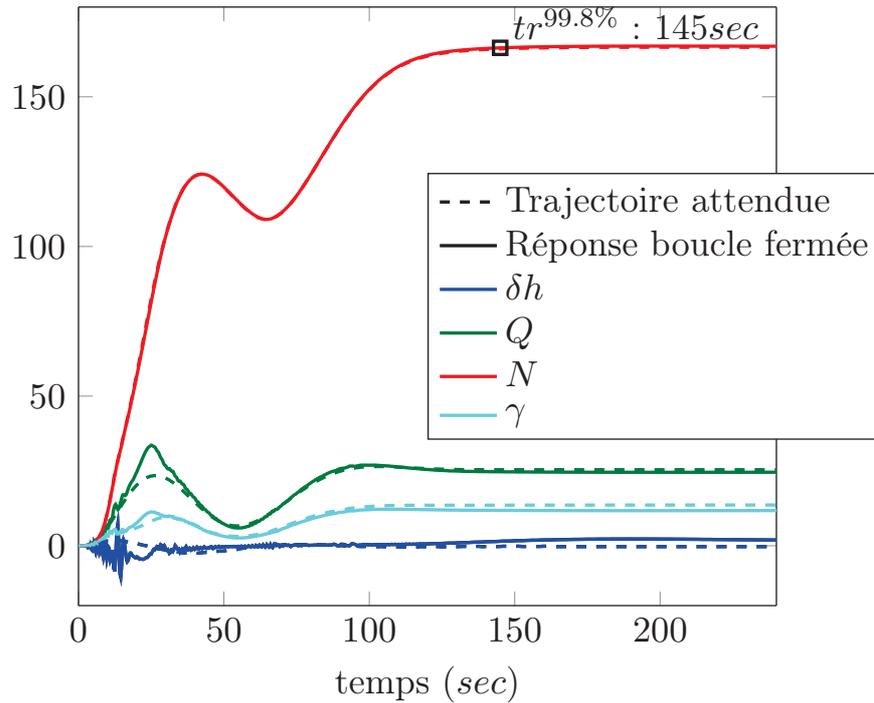


FIGURE 4.7 – Trajectoire des gains calculée comme dans la section 4.2 de ce chapitre pour la trajectoire pré-calculée du système montrée sur la figure 4.6. La matrice W utilisée pour le calcul de ces gains est diagonale, et les pondérations associées à chaque état est : $w_{\delta h_1} = 0.001$, $w_{Q_1} = 0.001$, $w_{\delta h_2} = 0.001$, $w_{Q_2} = 0.001$, $w_{Q_3} = 0.001$, $w_{\delta h_{st}} = 0.1$, $w_{\delta h_3} = 0.001$, $w_{Q_4} = 0.001$, $w_Q = 0.1$, et $w_N = 1$. $R = \mathbb{I}$, $N_p = 10$, et $dt = 0.25$. On remarque qu'on a donné une plus forte pondération aux états relatifs au débit dans la turbine Q , à la vitesse de rotation N et à la hauteur d'eau dans le cheminé h_{st} afin qu'ils convergent plus vite.



1

FIGURE 4.8 – Réponse en boucle fermée du démarrage présenté sur la figure 4.6, en utilisant les gains montré sur la figure 4.7. L'utilisation d'une action intégrale sur l'écart entre la vitesse $\tilde{N}(t)$ et $N(t)$, est nécessaire afin d'éliminer tout écart statique en vitesse.

On procède alors aux calculs des gains comme dans la section 4.2. Ils sont présentés sur la figure 4.7. La réponse en boucle fermée du même système perturbé est montré sur la figure 4.8. Le temps de réponse obtenus coïncide bien avec le temps de réponse attendu pour ce démarrage.

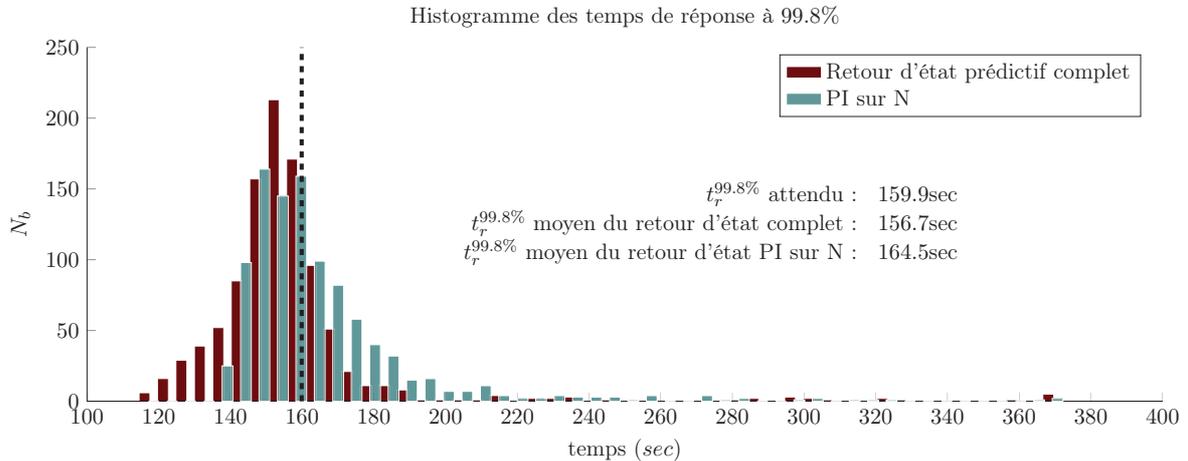


FIGURE 4.9 – Histogrammes comparés des temps de réponse en vitesse à 99.8% pour les deux retours d'état proposés dans ce chapitre. On observe que les performances – conditionnées par les choix des gains des retours d'état respectifs – sont à la faveur du retour d'état prédictif complet. Le trait en pointillé noir correspond au temps de réponse de la trajectoire pré-calculée.

Le démarrage en boucle fermée présenté sur la figure 4.7, a aussi été réalisé pour 1000 tirages du système perturbé (4.43)-(4.48). Les résultats sur le temps de réponse témoignent de la robustesse du procédé, et sont présentés sur la figure 4.9.

Si le calcul de trajectoires donne d'excellents résultats avec le type de retour d'état développé dans la section 4.2, qu'en est-il de sa place dans l'architecture actuelle de contrôle ? Actuellement, le démarrage d'une turbine est programmée avec une loi d'ouverture constante, et en boucle ouverte, qui permet d'amener le système assez proche de la vitesse nominale (entre $t = 0$ et $t = 35$ sur la figure 4.1). Un procédé proportionnel intégral (PI) prend ensuite le relai afin de stabiliser la vitesse de rotation. Le PI utilisé agit directement sur la consigne de l'actionneur γ_c en fonction de l'écart sur la vitesse de rotation $N(t) - N^d$.

Afin de permettre l'utilisation des trajectoires ici calculées au sein de l'architecture actuelle, on propose l'utilisation de la trajectoire d'ouverture $\tilde{\gamma}$ compensée d'un retour d'état sur la vitesse de rotation. La loi qui utilise les trajectoires $\tilde{N}(t)$ et $\tilde{\gamma}(t)$ s'exprime donc de la manière suivante :

$$\gamma_c(t) = \tilde{\gamma}(t) + K_P \cdot (\tilde{N}(t) - N(t)) + K_I \cdot \int_{t_0}^t \tilde{N}(\tau) - N(\tau) d\tau \quad (4.49)$$

Comme en témoigne la figure 4.9, on note que les performances du simple retour d'état en vitesse (4.49) sont conforme à celles du retour d'état prédictif complet sur ce site en particulier, et en absence de phénomène de "S".

Si les performances attendues sont bien accomplies en boucle fermées, on note que plusieurs critiques viennent ternir les résultats ici obtenus :

- le procédé ici développé ne tient pas compte de l'excitation des états du circuit hydraulique à l'instant t_0 . En effet, les trajectoires sont conçues en considérant l'équilibre à l'instant initial. En pratique, la cheminée d'équilibre a de fortes chances de se retrouver déjà excitée : elle possède en effet une période d'oscillation naturelle très grande et très faiblement amortie.
- le temps de réponse en vitesse pour le cas d'un démarrage est très supérieur au temps de réponse du système réel (voir figure 4.1). Bien que la régulation soit mauvaise sur cette figure, on peut espérer un temps de réponse dans une gamme similaire.

Si ces deux critiques sont légitimes, on peut argumenter pour la première que le retour d'état complet, tenant compte des états du circuit hydraulique travaillera tout au long du démarrage pour faire converger l'état du circuit hydraulique vers la trajectoire désirée. Dans le cas du retour d'état simplifié, l'excitation initiale se retrouvera à l'instant final.

En ce qui concerne la seconde critique, les dernières recherches ont permis de reformuler le problème d'optimisation autrement. L'objectif n'est plus d'assurer une convergence complète du système mais, dans le cas du démarrage, d'assurer la possibilité à contenir la vitesse de rotation dans sa bande de stabilisation. On formule ainsi le problème suivant pour l'obtention des trajectoires de démarrage, à t_f suffisamment grand donné :

Problème.

$$\min_{Q_i, i \in \{1, \dots, n_c\}, T_{dem}} T_{dem} + (\rho_1 \quad \rho_2 \quad \rho_3) \cdot \begin{pmatrix} \int_{T_{dem}}^{t_f} (\tilde{N}(t) - N^d)^2 \cdot dt \\ \int_{t_0}^{t_f} \tilde{r}_1(\tau) \cdot d\tau \\ \int_{t_0}^{t_f} \tilde{r}_2(\tau) \cdot d\tau \end{pmatrix}$$

sous les contraintes $\begin{cases} \max(|\tilde{\gamma}|) \leq (1 + D_\gamma) \cdot \gamma^d \\ \max(\tilde{N}) \leq (1 + D_N) \cdot N^d \\ \max(|\delta h|) \leq \delta h^{max} \end{cases}$

On considère toujours une valeur arbitrairement grand des coefficients ρ_1 , ρ_2 , et ρ_3 afin que l'algorithme de recherche de minimum travaille en priorité à la réduction de l'intégrale des résidus \tilde{r}_1 et \tilde{r}_2 et à la somme des écart à la vitesse de synchronisme N^d au-delà du temps T_{dem} . On note que par ce procédé, la trajectoire optimale du système minimise le temps T_{dem} à partir duquel on intègre l'écart à la vitesse de synchronisme. Les résultats de ce problème d'optimisation sont présentés sur la figure 4.10, et les temps de réponse associés sont donnés

sur la figure 4.11. On note qu'alors les temps de démarrage sont meilleurs et correspondent aux temps attendus pour ce site.

Cette dernière formulation améliore le temps de réponse et amène la vitesse de rotation N à une valeur admissible pour le couplage. Le reste du système est a priori toujours excité mais suffisamment faiblement pour que la vitesse puisse être contenue dans la bande de $\pm 0.2\%$ autour de N^d . Les performances en robustesse vis à vis de perturbation sur le système restent à être démontrées.

Une observation confortant le bon comportement de cette seconde formulation réside dans le caractère lisse et continues des trajectoires obtenues sur la figure 4.10 par rapport à celle obtenues avec le premier problème d'optimisation sur la figure 4.5. Le critère $t_r^{99.8\%}$ implique en effet l'existence d'un certain nombre de minimum locaux qui perturbent la régularité des résultats sur la gamme des chute disponibles. Le second critère développé dans la reformulation du problème de minimisation permet quant à lui une bonne régularité des trajectoires.

Une dernière remarque sur cette dernière formulation est qu'elle conviendrait bien à un processus prédictif non linéaire en ligne : le problème de minimisation peut être formulé à chaque pas de temps à partir de l'état mesuré $X(t)$ et avec un horizon t_f suffisamment faible pour permettre à un régulateur temps réel d'effectuer l'intégration du système. On obtiendrait ce faisant une meilleure robustesse et des performances accrues.

4.3.3 Résultats semi-expérimentaux, (*hardware in-the-loop*)

Comme on l'a dit en introduction de cette section, il est actuellement très difficile de tester les algorithmes développés sur un vrai site de turbinage avec une roue hydraulique et un circuit d'eau. Cependant, une première validation de la faisabilité d'une telle méthode a pu être accomplie sur un banc d'essai comprenant :

- Un actionneur oléo-hydraulique similaire à ceux qu'on peut trouver sur site : il se compose de vérins hydrauliques et de leur propre boucles de régulation. Il est commandé par une armoire de contrôle délivrant une tension relative à notre retour d'état $\tilde{\gamma}_{c,k} + v_k$.
- Un simulateur temps réel développé avec la plateforme SIMSEN permettant de simuler le comportement de la centrale. On note que ce simulateur utilise un modèle de l'hydraulique plus riche et différent du modèle (4.35)-(4.42) permettant le calcul des trajectoires. La méthode d'exploitation de la colline hydraulique est aussi différente. Le simulateur utilise en temps réel la position du vérin mesurée.
- Un ordinateur assurant la communication entre l'actionneur et le simulateur et qui calcule à partir des mesures disponibles, et à chaque pas de temps k , la consigne $\tilde{\gamma}_{c,k} + v_k$

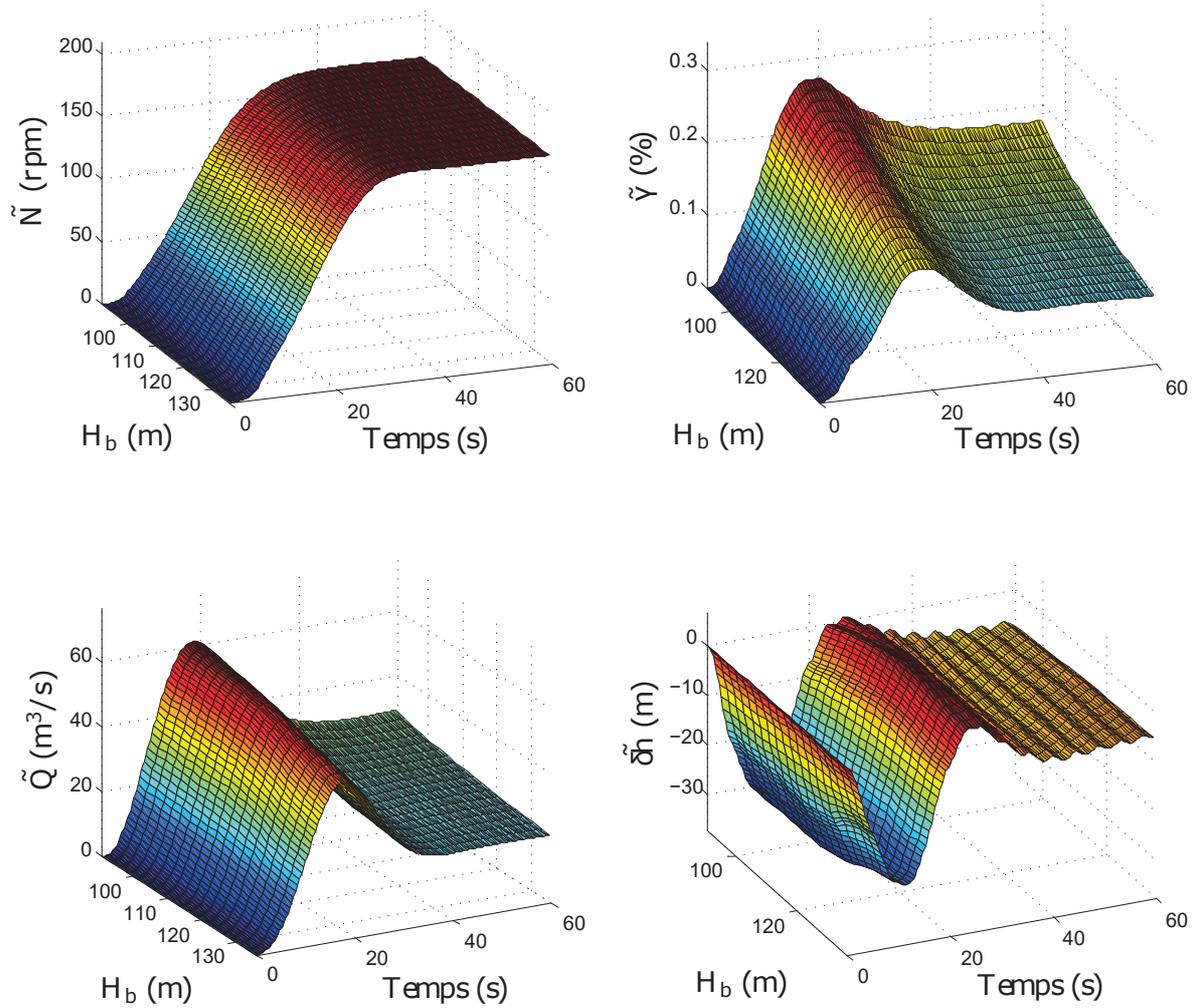


FIGURE 4.10 – Trajectoires résultantes du second procédé présenté dans la section 4.3.2.1 de ce chapitre, et appliqué au système présenté dans la section 4.3.1. Les trajectoires sont calculées pour le système nominal, et sur l'ensemble des chutes brutes H_b susceptibles d'exister pour le système de turbinage considéré.

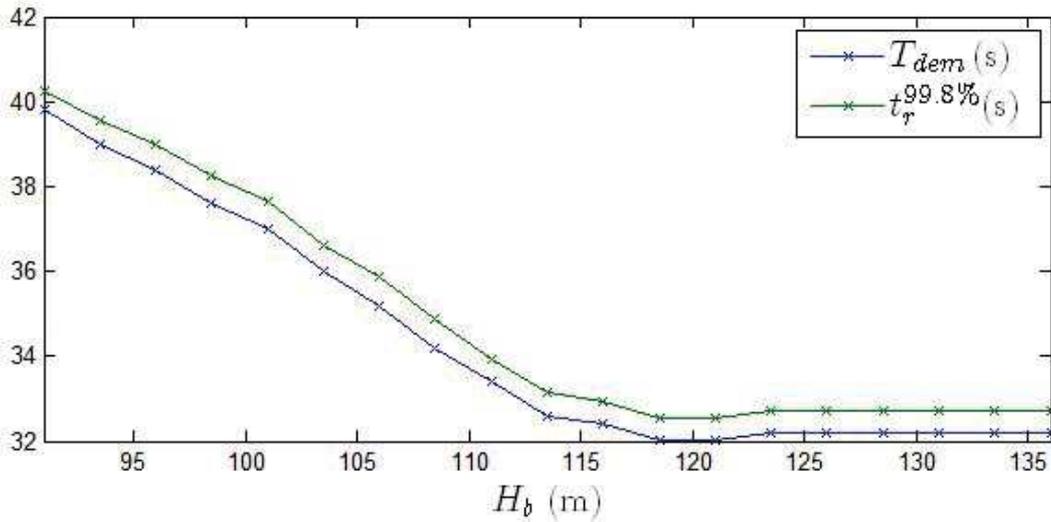


FIGURE 4.11 – Temps de réponses obtenus par le second procédé présenté dans la section 4.3.2.1 de ce chapitre, et appliqué au système présenté dans la section 4.3.1.

à appliquer à l'actionneur.

L'expérience ici menée a pour but d'obtenir des résultats similaires à ceux de la section 4.3.2 mais dans le cas plus libre du banc d'essai ici présenté. Les trajectoires pré-calculées sont ainsi développées sur le modèle simplifié, et appliquées sans modifications avec le retour d'état qui convient.

Les résultats obtenus, et présentés sur la figure 4.12, ont été obtenus avec l'utilisation d'un observateur basé sur les uniques mesures disponibles sur site à savoir : vitesse de rotation N et position γ des directrices. L'estimation du débit $Q(t)$ dans la turbine, et de la chute nette $H_n(t)$ aux bornes de la turbines, est rendu possible par l'estimateur de chute et de débit présenté dans la section ?? page 152. Les états $X(t)$ et $\xi(t)$ sont estimés par l'intermédiaire d'un observateur de Kalman (voir 1.12 page 39).

Les conclusions associées à ces essais mettent en avant plusieurs point : d'abord, on justifie le modèle d'actionneur utilisé tout au long de cette thèse en constatant la cohérence entre les résultats en simulation et sur le banc d'essai. Ensuite, on met en avant la faisabilité des algorithmes développés dans ce chapitre : les performances atteintes – bien qu'elles résultent en partie d'un modèle simulé – coïncident bien avec les performances attendues, ce qui suggère une certaine robustesse de l'algorithme. Enfin, cette expérience a permis la mise en œuvre de l'ensemble de la boucle de régulation, en combinant les techniques d'observation des états du système, et l'utilisation du retour d'état. L'ensemble de la boucle de régulation a ainsi pu être endurée.

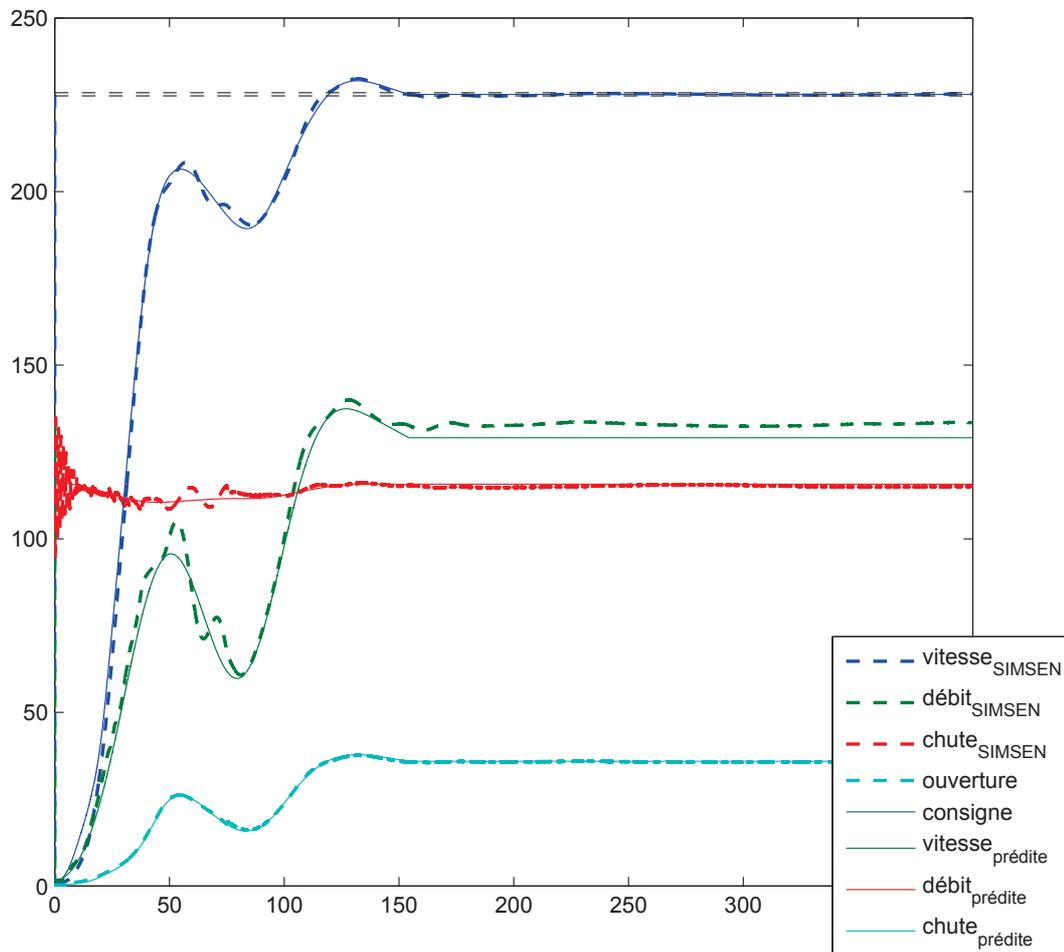


FIGURE 4.12 – Résultats obtenus sur banc d'essai. Plusieurs observations sont à faire : la trajectoire utilisée à l'époque des essais admet un dépassement en vitesse. De plus, elle admet $\dot{Q}(t_f)$ non nul. On remarque également les difficultés qu'a Simsens à calculer la chute nette aux bornes de la turbine pour les ouvertures les plus faibles : étant donné la douceur de la rampe en ouverture γ , les oscillations qui apparaissent à $t = 0$, et disparaissent à $t = 15$, n'ont pas lieu d'être.

La prochaine étape de validation consistera à implémenter les algorithmes de contrôles sur des sites de turbinage pompage réels.

4.3.4 Trajectoires et stabilisation dans le "S"

Les deux sections précédentes présentent les résultats de la stratégie de calcul de trajectoires sur un système de turbinage ne subissant pas de phénomène de "S". On constate alors que

les performances du retour d'état (même dans le cas d'un retour d'état ne tenant pas compte des états du circuit hydraulique comme avec la stratégie (4.49)) permettent d'atteindre les performances en temps de réponse attendues. Qu'en est-il dans le cas d'un démarrage dans le "S" ?

Les résultats qui suivent sont issus d'un démarrage dans le "S" sur le site étudié dans le chapitre 3 et en présence du phénomène de "S". La même méthodologie que dans la section 4.3.2 est développée, et on compare les performances du retour d'état complet développé dans la section (4.2) et du retour d'état simple (4.49), existant sur site.

La figure 4.13 nous montre bien la présence du "S" et on constate que l'utilisation de la trajectoire en boucle ouverte de l'actionneur ne suffit pas à contenir le système à la stationnarité visée. On répète dans le cas de l'instabilité que l'écart aussi faible soit-il au bout du démarrage s'alimente et s'amplifie naturellement ce qui cause les oscillations de vitesse de rotation.

La figure 4.14 montre alors les résultats lorsque le simple retour sur l'écart en vitesse (4.49) est utilisé. De la même manière, on constate que ce retour d'état ne permet pas de faire converger le système vers la stationnarité visée. Comme on peut l'observer sur la figure 4.15 seule la prise en compte des états hydraulique dans le retour d'état permet la stabilisation complète dans le "S".

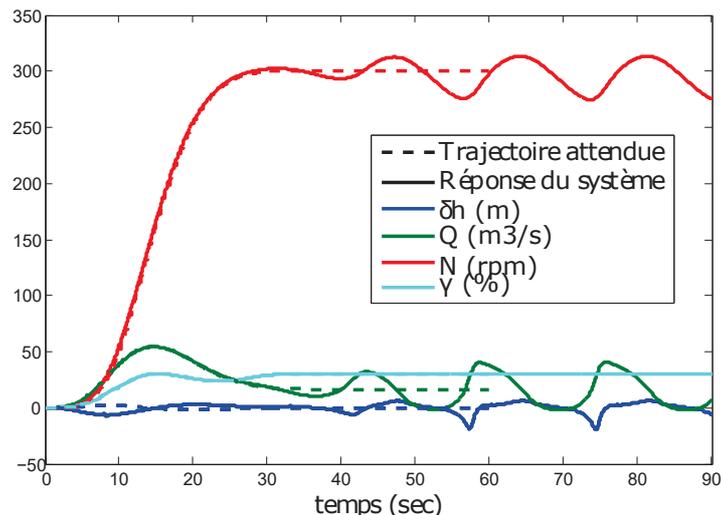


FIGURE 4.13 – Réponse du système en boucle ouverte

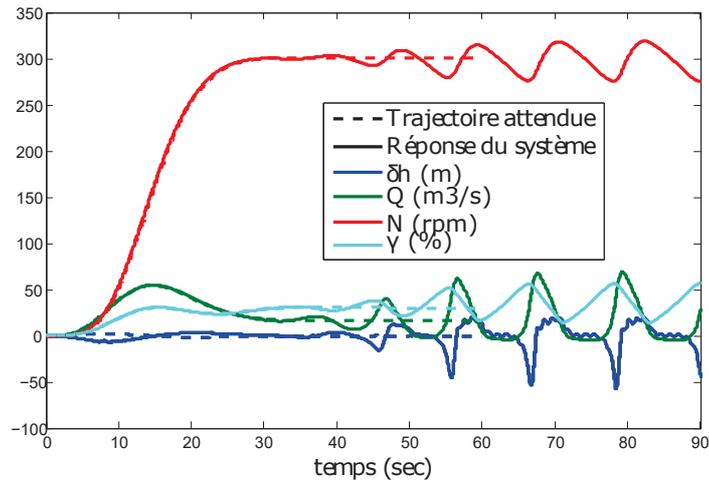


FIGURE 4.14 – Réponse du système en boucle fermée, retour d'état sur la vitesse (4.49)

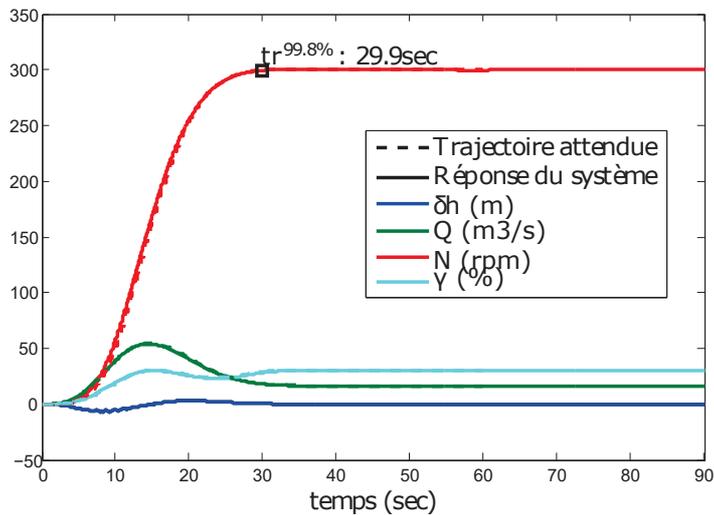


FIGURE 4.15 – Réponse du système en boucle fermée, retour d'état MPC complet

4.3.5 Transition Pompe → Turbine

La transition Pompe → Turbine est particulière : elle se fait traditionnellement en deux étapes : on passe par l'arrêt complet du groupe puis on effectue un démarrage. La cause principale pour effectuer cette action en deux étapes est la protection de la machine vis à vis du coup de bélier et la volonté de rester loin des zones de couple élevées.

Les développements ici présentés prévoient des trajectoires compatibles avec la dynamique du système, et qui tiennent explicitement compte du coup de bélier maximum. De plus, il est envisageable d'ajouter, lors de la recherche de trajectoire, un critère tenant compte du chemin

effectué dans la colline hydraulique ; celui-ci rendant ainsi compte des efforts maximum que va subir la roue. Cette méthode est donc parfaitement adaptée à la recherche de trajectoires complexes, où de nombreux phénomènes sont mis en jeux.

Les résultats pour une telle transition ne sont pas disponibles à l'instant où j'écris ce manuscrit, mais la précision et la flexibilité des trajectoires calculées permettent de penser que des trajectoires permettent la transition Pompe \rightarrow Turbine à la volée (sans arrêt complet du groupe turbine) peuvent être calculer par ce procédé.

4.4 Conclusion

Ce chapitre présente les méthodes développées ainsi que les résultats obtenus en ce qui concerne le calcul de trajectoires compatibles avec un système de turbinage pompage. L'approche à base de modèle décrivant avec précision la dynamique d'un site de turbinage, on a élaboré, et de façon rigoureuse, des trajectoires permettant d'atteindre des objectifs et conditionnées par des contraintes non linéaires complexes. Le calcul d'un gain pour le retour d'état à partir de la prédiction de la dynamique du système sur un horizon finit permet le suivi de la dite trajectoire avec facilité.

L'algorithme développé a l'avantage d'être utilisable sur site avec les moyens de régulation actuels, à savoir l'utilisation d'un retour d'état PI sur la vitesse. Il ne permet pas dans cette configuration la stabilisation des turbines sujettes au phénomène de "S". Il a en effet été mis en lumière la nécessité d'un retour d'état complet qui tient compte à chaque instant de l'état du circuit hydraulique : la stabilisation de la turbine dans le "S" nécessite l'amortissement du coup de bélier simultanément à l'amortissement de la vitesse de rotation. Le phénomène de "S" résulte en effet d'une interaction entre la dynamique de la turbine et celle du circuit hydraulique.

L'application développées dans ce chapitre, et mise en œuvre dans la dernière section, démontre également plusieurs points :

- la possibilité de résoudre un certain nombre de problèmes de performances pour des sites critiques : on a montré que les trajectoires calculées, et combinées à un simple retour proportionnel-intégral sur la vitesse permettent d'atteindre d'excellentes performances pour le démarrage. Il en sera de même pour une prise de charge. Dans le cas du démarrage dans le "S", un procédé de contrôle plus complexe doit être développé, capable d'évaluer à chaque instant les états du circuit hydraulique, et agir en conséquence.
- la faisabilité de l'ensemble de la boucle de régulation en travaillant sur un simulateur temps réel et un actionneur réel. L'observation des états hydraulique a prouvé ses performances dans ce cas puisque le simulateur utilise un modèle de conduite légèrement différent, et ne communique pas la valeur des états du circuit hydraulique. À partir

des mesures de vitesse de rotation N et d'ouverture des directrices γ , on a effectué l'estimation de la chute nette aux bornes de la turbine et du débit dans la turbine. Cela nous permet alors l'observation des états du circuit hydraulique, ce qui permet alors la mise en œuvre d'une régulation de type retour d'état (voir section 1.12). On a constaté que ce procédé complet permet d'atteindre les performances prévues.

Dans l'état des choses, l'intégration de ce procédé est possible pour Alstom, et nécessite peu d'investissement. Les gains sur la centrale étudiée sont cependant suffisamment bons pour que l'exploitant souhaite les tester sur site, cela ouvrant la porte à une future intégration de procédés de contrôle plus complexes pour les turbines hydrauliques.

Un défaut de cette méthode reste les importants calculs nécessaires afin d'élaborer les trajectoires compatibles avec le système. Les trajectoires ici calculées ne sont compatibles qu'avec un état initial qui doit être atteint afin de constater les performances prévues.

On note enfin que la méthode développée se rapproche d'un régulateur MPC non linéaire. Ce type de régulateur calculera à chaque instant une prédiction de la trajectoire du système pour une paramétrisation de la consigne appliquée au système. Un algorithme de recherche de minimum sous contraintes optimisera alors les paramètres de cette consigne afin de remplir des objectifs de convergence sous les contraintes définies par l'utilisateur. Dans le cas d'un algorithme MPC non linéaire, le temps de prédiction du système sera beaucoup plus court (\sim secondes), et le nombre de paramètres nécessaires à la paramétrisation de la trajectoire seront réduits, rendant possible la résolution du problème de minimisation à chaque pas de temps (voir [May+00]).

Conclusion et perspectives

Les sites de turbinage pompage de grande échelle sont nécessaires afin d'accompagner la pénétration des énergies renouvelables sur le réseau électrique. Leur flexibilité, vitesse d'action, capacité de stockage, et leur aspect respectueux de l'environnement, en font des outils uniques qui permettent de stocker l'énergie lorsqu'elle est produite et de la mettre à disposition du consommateur lorsque c'est nécessaire.

La pompe-turbine réversible est le cœur de ces centrales. Elle est sujette à des améliorations continues afin d'optimiser le fonctionnement de ces sites. Si leur comportement stationnaire est essentiel afin d'améliorer leur rendement, l'évolution de leur usage pousse également à améliorer leurs régimes transitoires. On cherche également à augmenter leur gamme de fonctionnement en permettant par exemple leur fonctionnement dans la zone du "S".

Les travaux de thèses ici présentés ont à l'origine été lancés sous l'impulsion du constructeur de turbine Alstom Hydro⁴. Leur objectif original était de permettre le démarrage des turbines-pompe en mode turbine sujettes à l'instabilité du "S". Ce faisant, l'objectif est double :

- Le phénomène de "S" apparaissant à basse chute, on améliore la flexibilité des turbines existantes en leur permettant de travailler dans des modes de fonctionnement aujourd'hui interdits.
- La conception des roues hydrauliques est sujette à de nombreuses contraintes mécaniques et dynamiques. Le phénomène de "S" en est une, et les ingénieurs hydrauliciens doivent tenir compte de ce phénomène dans la conception des roues. Ce faisant, ils réduisent les performances des turbines pompe afin de s'affranchir de ce phénomène. La possibilité de travailler avec le "S" doit permettre une amélioration des performances des turbines-pompes de demain.

Le phénomène de "S" est donc au cœur des recherches effectuées durant cette thèse, et si les travaux présentés dans ce manuscrit permettent en simulation de démarrer dans le "S", il faut vérifier la faisabilité des résultats sur un site de production réel. Une autre technologie permet aujourd'hui de démarrer les turbines dans le "S" : la désynchronisation des directrices (MGV). Si cette méthode est efficace pour démarrer un groupe, l'intégrité de la machine est dégradée à chaque démarrage. Il faut donc aussi vérifier l'intérêt des méthodes algorithmiques développées ici du point de vue du respect du groupe turbine.

Les travaux ici présentés se sont ainsi attachés, dans le chapitre 1, à décrire finement la dynamique d'un site de turbinage à travers la description physique de l'écoulement de l'eau ainsi que l'utilisation de la caractéristique non linéaire des turbines : la colline hydraulique.

4. Désormais General Electric Renewable Energy

La connaissance de la dynamique globale du système permet alors la mise en place de deux méthodes en vue de permettre la stabilisation dans le "S" :

- Dans le chapitre 4, l'utilisation de la dynamique complète permet le calcul de trajectoires compatibles avec la dynamique et les contraintes du système. La conception d'une trajectoire pour le gain de retour d'état, sous forme d'un gain prédictif non linéaire permet alors le suivi des trajectoires pré-calculées. Le procédé final permet alors d'assurer des transitions entièrement maîtrisées pour des séquences bien connues et répétitives. Les résultats obtenus demandent la résolution de problème de minimisation assez lourds ce qui empêche dans l'état des choses une implémentation temps réelle. Il est mis en lumière dans ce chapitre l'importance de travailler simultanément à la convergence des états du circuit hydraulique et à la convergence de la vitesse de rotation pour permettre le démarrage dans le "S".
- Dans le chapitre 3, une méthode basée sur l'asservissement du modèle linéaire de l'hydraulique forcée par l'intermédiaire d'un actionneur non linéaire (la turbine) est développée. Cette méthode représente la majeure contribution des travaux de recherches puisqu'elle fournit un retour d'état simple qui tient compte de limites de sécurité sur le fonctionnement de la turbine. Les performances de cet algorithme sont présentées en termes de temps de réponse pour le démarrage, la prise de charge et le rejet de charge d'une turbine hydraulique. Les résultats obtenus mettent en valeur la faisabilité d'un tel algorithme ainsi que la possibilité de travailler avec le phénomène de "S" qu'il s'agisse du démarrage ou du rejet de charge.

Le chapitre 2 quant à lui n'a pas d'objectif opérationnel. On y présente un modèle simplifié au maximum, de dimension 2 afin de décrire la dynamique du système de turbinage. Les résultats obtenus donnent une limite inférieure au temps de démarrage d'une turbine. Le modèle utilisé ne rend pas compte de l'aspect oscillant de la colonne d'eau dans les conduites forcées, ceci empêchant la description correcte de l'instabilité du "S" pour les systèmes les plus oscillants. On prétend cependant que la simplification de la dynamique permet à un contrôleur optimal plus de liberté dans le domaine fréquentiel, ce qui doit mener à des résultats en temps de réponse meilleurs. Les objectifs sont atteints en proposant une méthode prédictive non linéaire basée sur une étude graphique de la dynamique du système. Les temps obtenus permettent de juger des performances d'un démarrage par rapport aux performances théoriques atteignables.

Dans l'ensemble des travaux développés, un certain nombre de simplifications sont faites. La principale est l'utilisation de la colline hydraulique pour décrire le comportement de la turbine. En effet, cette caractéristique quasi-statique est mesurée sur modèle réduit ; elle ne représente donc pas complètement le comportement dynamique de la roue. De plus, l'interaction entre l'écoulement dans les conduites, décrit par une équation différentielle aux dérivées partielles, et la turbine est considérée bien connue et maîtrisée. Cette modélisation du problème nous permet d'une part l'observation du système de conduites par l'inversion de la colline hydraulique.

D'autre part, elle nous permet une action en débit précise permettant la convergence des états du circuit hydraulique dans le cas d chapitre 3.

Une évolution des travaux ici présentés doit tenir compte des incertitudes provenant de la colline en introduisant une perturbation dans les modèles.

D'un point de vu général les travaux développés dans ce manuscrit apportent une amélioration en ce qui concerne la simulation des régimes transitoires associés à une turbine hydraulique. L'analyse du système permet également de traiter efficacement les problématiques de stabilité et de temps de convergence du système par le développement d'algorithmes de contrôle de type retour d'état.

Dans ce manuscrit, des réponses sont apportées aux problématiques liées au phénomène de "S", et au à l'optimisation des séquence de démarrage et prise de charge d'une turbine hydraulique. Une démonstration des résultats obtenus doit être faite sur des sites réels afin de valider les performances simulées. Les données expérimentales étudiées durant ces travaux de recherches permettent cependant de croire au bon comportement en condition réelle des algorithmes ici présentés.

Modèle de conduite par la méthode des différences finies

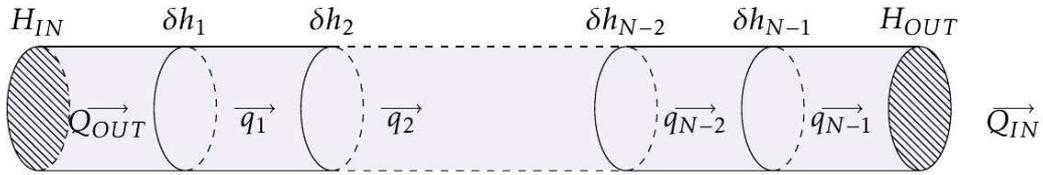


FIGURE A.1 – Découpage en éléments finis d’une conduite linéaire à section constante.

Cette méthode de modélisation, inspirée du logiciel SIMSEN¹, propose un découpage en tronçons de longueur dL de la conduite de longueur $L = N_b \cdot dL$ (voir figure A.1). Il vient alors $(2 \cdot N_b)$ équations qui permettent l’approximation de la dynamique (1.14) :

$$\frac{\alpha}{dL} \cdot (q_{k+1}(t) - q_k(t)) + \dot{h}_k(t) = 0 \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\beta}{dL} \cdot (h_k(t) - h_{k-1}(t)) + \dot{q}_k(t) = -F \cdot q_k(t) |q_k(t)| \quad (\text{A.2})$$

Où :

$q_k(t)$ est la valeur de $q((k - \frac{1}{2}) \cdot dL, t)$; $k \in 1, 2, \dots, N$,
 et où $h_k(t)$ est la valeur de $h(k \cdot dL, t)$; $k \in 1, 2, \dots, N$, voir figure A.1.

L’agrégation des $2 \cdot N_b$ équations (A.1)-(A.2) donne le système d’état suivant :

$$\begin{cases} \dot{X} &= A \cdot X + (B_h \ B_q) \cdot \begin{pmatrix} H_{IN} \\ Q_{IN} \end{pmatrix} + w(X) \\ \begin{pmatrix} H_{OUT} \\ Q_{OUT} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_h \\ C_q \end{pmatrix} \cdot X + \begin{pmatrix} D_h & 0 \\ 0 & D_q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{IN} \\ Q_{IN} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

1. Logiciel de simulation électrique et hydraulique développé à l’EPFL

$$\text{avec } X = \begin{pmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_N \\ h_1 \\ \vdots \\ h_N \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & Mat_B \\ Mat_A & 0 \end{pmatrix}, B_h = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \frac{\beta}{dL} \end{pmatrix}, B_q = \begin{pmatrix} -\frac{\alpha}{dL} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$w(X) = \begin{pmatrix} -F \cdot q_1 |q_1| \\ \vdots \\ -F \cdot q_N |q_N| \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, D_h = D_q = 0,$$

$$C_q = (1 \ 0 \ \dots \ 0), C_h = (0 \ \dots \ 0 \ 1),$$

$$Mat_A = \begin{pmatrix} \frac{\alpha}{dL} & -\frac{\alpha}{dL} & & 0 \\ & \ddots & \ddots & \\ & & \ddots & -\frac{\alpha}{dL} \\ 0 & & & \frac{\alpha}{dL} \end{pmatrix}, Mat_B = \begin{pmatrix} -\frac{\beta}{dL} & & & 0 \\ \frac{\beta}{dL} & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & \\ 0 & & \frac{\beta}{dL} & -\frac{\beta}{dL} \end{pmatrix}$$

Remarque. On trouvera dans l'annexe B la manipulation matricielle pour effectuer la jonction entre plusieurs modèles de conduites successifs.

Comme on le pressent l'utilisation d'un tel modèle s'améliore avec l'augmentation de N_b . La figure A.2 montre l'évolution de la pulsation du premier pic de résonance du système (A.3) en fonction du nombre de tronçons N_b utilisé. On compare la valeur obtenue à la pulsation idéale $w_0 = \pi/\Delta$, avec $\Delta = \frac{2 \cdot \bar{L}}{a}$ (voir page 16).

Ainsi la pulsation du modèle (A.3) évolue en fonction du nombre d'élément N_b choisit. On corrige donc systématiquement la vitesse de propagation a afin de corriger la pulsation du système.

On note également que ce modèle implémente les pertes par friction de manière distribuée le long de la conduite. Ainsi, on obtiendra de meilleurs résultats de simulation avec ce modèle, en terme d'amortissement du coup de bélier, qu'avec le modèle MOC développé dans la chapitre 1.5.1, qui lui n'implémente pas l'amortissement du coup de bélier. On peut donc étalonner le coefficient c_{loss} proposé page 18 dans (1.29) à partir d'un modèle différences finies.

On note que les modèles se corrigent de manière à ce que leur résultats soient aussi bons dans un cas ou l'autre. Une étude dimensionnelle doit permettre de choisir le modèle le plus

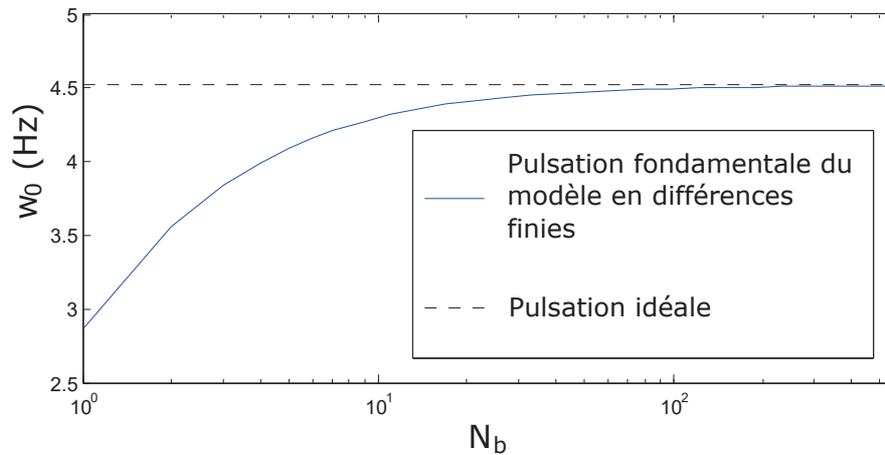


FIGURE A.2 – Évolution de la pulsation du premier pic de résonance du modèle en élément finis.

approprié en fonction du problème étudié. La figure A.3 montre une comparaison des diagrammes de Bode associés à ces deux méthodes de modélisation. Le troisième Bode visible correspond à la méthode du premier ordre développée dans le chapitre 2 (voir (??) page 46).

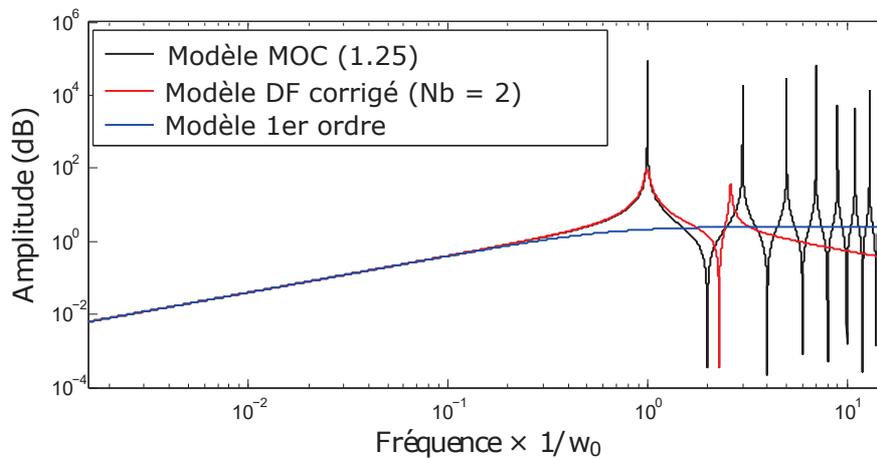


FIGURE A.3 – Gains des fonctions de transfert associées à chaque modèle.

La figure A.4 montre les réponses temporelles des trois modèles utilisés dans ce manuscrit. On note que le modèle du premier ordre ne rend pas compte de l'aspect oscillant de la dynamique conduite tandis que le modèle en différence finies ne rend pas compte des très hautes fréquences.

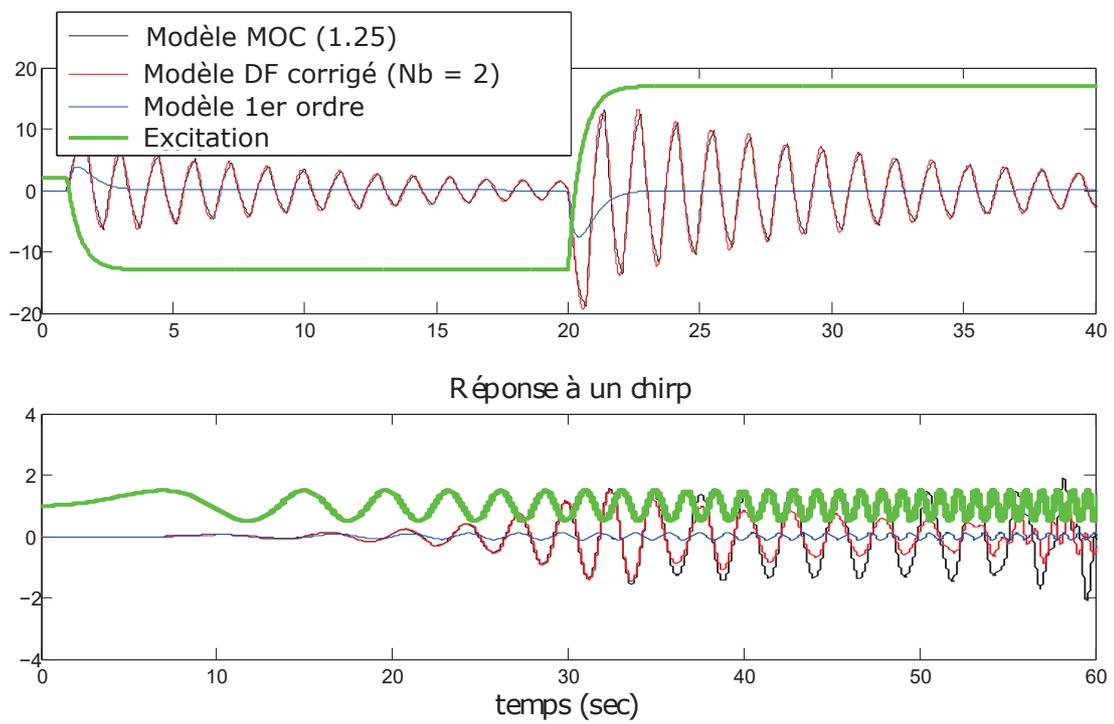


FIGURE A.4 – Réponse temporelle de chaque modèle sous une sollicitation de débit : en haut des échelons filtrés, et en bas un chirp.

Mise en série de deux organes hydrauliques

On dispose d'un organe hydraulique (1) tel que :

$$\begin{cases} \dot{X}_1 &= A_1 \cdot X_1 + (B_{h1} \ B_{q1}) \cdot \begin{pmatrix} H_1 \\ Q_0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H_0 \\ Q_1 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{h1} \\ C_{q1} \end{pmatrix} \cdot X_1 + \begin{pmatrix} D_{h1} & 0 \\ 0 & D_{q1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_1 \\ Q_0 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

On dispose également d'un organe hydraulique (2) tel que :

$$\begin{cases} \dot{X}_2 &= A_2 \cdot X_2 + (B_{h2} \ B_{q2}) \cdot \begin{pmatrix} H_2 \\ Q_1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H_1 \\ Q_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{h2} \\ C_{q2} \end{pmatrix} \cdot X_2 + \begin{pmatrix} D_{h2} & 0 \\ 0 & D_{q2} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_2 \\ Q_1 \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{B.2})$$

On cherche un organe hydraulique (*eq*) tel que :

$$\begin{cases} \dot{X}_{eq} &= A_{eq} \cdot X_{eq} + (B_{heq} \ B_{qeq}) \cdot \begin{pmatrix} H_2 \\ Q_0 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} H_0 \\ Q_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} C_{heq} \\ C_{qeq} \end{pmatrix} \cdot X_{eq} + \begin{pmatrix} D_{heq} & 0 \\ 0 & D_{qeq} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_{eq} \\ Q_{eq} \end{pmatrix} \end{cases} \quad (\text{B.3})$$

(1) est en aval de (2). Le débit Q_0 aval excite (1). C'est le débit Q_1 issu de la réaction de (1) à (Q_0, H_1) qui fait réagir (2).

On trouve alors que pour $X_{eq} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix}$ on a : $A_{eq} = \begin{pmatrix} A_1 & B_{h1} \cdot C_{h2} \\ B_{q2} \cdot C_{q1} & A_2 \end{pmatrix}$, $B_{heq} = \begin{pmatrix} B_{h1} \cdot D_{h2} \\ B_{h2} \end{pmatrix}$, $B_{qeq} = \begin{pmatrix} B_{q1} \\ B_{q2} \cdot D_{q1} \end{pmatrix}$, $C_{heq} = \begin{pmatrix} C_{h1} \\ D_{q2} \cdot C_{q1} \end{pmatrix}$, $C_{qeq} = \begin{pmatrix} D_{h1} \cdot C_{h2} \\ C_{q2} \end{pmatrix}$, $D_{heq} = D_{h1} \cdot D_{h2}$, et $D_{qeq} = D_{q2} \cdot D_{q1}$

On note qu'on peut facilement effectuer la jonction entre une conduite amont et deux conduites avalées en considérant la somme des débits de sortie des conduites avalées en entrée de la conduite amont.

Mise en série de deux organes hydrauliques

Cette annexe a pour but de donner la méthode utilisée dans le chapitre 2 pour calculer une conduite à section constante ayant un comportement dynamique équivalent à celui de plusieurs conduites à section constantes mises en série et de dimensions différentes.

Notre calcul de conduite équivalente est basé sur la conservation des temps caractéristiques d'une conduites : t_e et t_w . On rappelle :

$$t_e = \frac{L}{a}$$

$$t_w = \frac{L}{g \cdot S}$$

Où, L est la longueur de la conduite, a la vitesse d'onde dans la conduite, g l'accélération de la gravité, et S est la section de la conduite.

On ajoute que la conduite équivalente conserve les longueur des conduites initiales. Ainsi, soit n le nombre de conduites en série desquelles on souhaite calculer une conduite équivalente, trois équations nous permettent de déterminer les trois dimensions de la conduite équivalente :

$$L_{eq} = \sum_{i=1}^n L_i$$

$$\frac{L_{eq}}{g \cdot S_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{g \cdot S_i}$$

$$\frac{L_{eq}}{a_{eq}} = \sum_{i=1}^n \frac{L_i}{a_i}$$

Calcul de la surface de réponse polynomiale associée à la colline hydraulique

Cette annexe présente les travaux réalisés pour l'obtention des fonctions \mathcal{P}_{θ_1} et \mathcal{P}_{θ_2} utilisés dans le chapitre 1.6.2 de ce manuscrit pour décrire la colline hydraulique. Seule le calcul de \mathcal{P}_{θ_1} est explicité, la méthode étant la même pour \mathcal{P}_{θ_2} .

La colline hydraulique est connue à travers un tableau de points $[\gamma, N_{11}, Q_{11}, T_{11}] \in \mathbb{R}^{N \times 4}$. On considère à ce stade que les valeurs de se tableaux sont normalisées et contenues entre 0 et 1. L'objectif attendu est de donner la réponse en débit Q_{11} , et en couple T_{11} de la turbine pour une valeur donnée de vitesse de rotation N_{11} , et pour une ouverture des directrices γ donnés. Pour des raisons d'interpolations dans le "S" on ne peut pas utiliser le tableau de donnés tel quel (voir chapitre 1.6.2). On procède donc au changement de variable suivant :

$$\theta_1 = \text{atan}(c_1 \cdot Q_{11}/N_{11}) \quad (\text{D.1})$$

$$= \text{atan}(c_1 \cdot Q/(N \cdot D^3)) \quad (\text{D.2})$$

$$r_1 = \sqrt{c_1^2 \cdot Q_{11}^2 + N_{11}^2} \quad (\text{D.3})$$

$$\theta_2 = \text{atan}(c_2 \cdot T_{11}/N_{11}^2) \quad (\text{D.4})$$

$$= \text{atan}(c_2 \cdot T/(N^2 \cdot D^5)) \quad (\text{D.5})$$

$$r_2 = \sqrt{c_2^2 \cdot T_{11}^2 + N_{11}^2} \quad (\text{D.6})$$

Où :

c_1 et c_2 sont des réels positifs qui permettent d'optimiser la valeur du résidu issus de la résolution du problème des moindres carrés à venir.

Le changement de variable ci dessus nous donne un nouveaux tableaux de donnés $[\gamma, \theta_1, r_1, \theta_2, r_2] \in \mathbb{R}^{N \times 5}$. On note alors que la fonction $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3, (\theta_1, \gamma) \rightarrow [r_1, \theta_2, r_2]$ peut être approximée par une surface de réponse polynomiale.

La mise en forme de réponse polynomiale consiste ici à chercher la fonction $\mathcal{P}_{\theta_1} : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^3$, $(\theta_1, \gamma) \rightarrow [\tilde{r}_1, \tilde{\theta}_2, \tilde{r}_2]$ qui effectue l'approximation polynomiale de f en tout point. Cette approximation est obtenue par un processus de résolution d'un problème de moindres carrés dont le principe est le suivant :

Soient n_x , et n_y deux entiers positifs, on définit la base polynomiale suivante pour décrire la fonction \mathcal{P}_{θ_1} :

$$p : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}^n$$

$$(x, y) \rightarrow \begin{cases} (1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & \dots & x^{n_x} & \dots & x^{n_x-n_y}y^{n_y}), & \text{si } n_x \geq n_y \\ (1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & \dots & x^{n_x}y^{n_y-n_x} & \dots & y^{n_y}), & \text{sinon} \end{cases}$$

$$\text{Où } n = \begin{cases} \sum_{i=0}^{n_y+1} i + (n_x - n_y)(n_y + 1), & \text{si } n_x \geq n_y \\ \sum_{i=0}^{n_x+1} i + (n_x + 1)(n_y - n_x), & \text{sinon} \end{cases}$$

La résolution du problème des moindres carrés consiste, dans son expression la plus simple, à trouver la matrice de coefficients $\zeta \in \mathbb{R}^{n \times 3}$ solution du problème suivant :

$$\zeta = \min_{\zeta} \left(\sum_{i=1}^N \|p(\theta_{1,i}, \gamma_i) \cdot \zeta - [r_{1,i}, \theta_{2,i}, r_{2,i}]\| \right)$$

La solution à ce problème de minimisation est la solution du problème linéaire suivant :

$$\zeta = \begin{pmatrix} p(\theta_{1,1}, \gamma_1) \\ \vdots \\ p(\theta_{1,N}, \gamma_N) \end{pmatrix}^{-1} \cdot [r_1, \theta_2, r_2]$$

On utilise dans ce manuscrit une version pondérée du problème des moindres carrés, où on choisit de donner plus de poids à l'erreur faite sur les points situés dans la zone de fonctionnement normal de la turbine. On introduit ainsi une matrice diagonale $\Phi \in \mathbb{R}^{N \times N}$:

$$\phi_{i,j} = \begin{cases} 0, & \text{si } i \neq j \\ 10, & \text{si } [\gamma_i, N_{11,i}, Q_{11,i}, T_{11,i}] \text{ est un fonctionnement normal} \\ .1, & \text{sinon} \end{cases}$$

La zone de fonctionnement normal est typiquement définis comme le quadrant turbine et/ou le quadrant pompe. On résout alors le problème suivant :

$$\zeta = \min_{\zeta} \left(\sum_{i=1}^N \phi_{i,i} \cdot \|p(\theta_{1,i}, \gamma_i) \cdot \zeta - [r_{1,i}, \theta_{2,i}, r_{2,i}]\| \right)$$

Dont la solution est :

$$\zeta = \left(\begin{pmatrix} p(\theta_{1,1}, \gamma_1) \\ \vdots \\ p(\theta_{1,N}, \gamma_N) \end{pmatrix}^T \cdot \Phi \cdot \begin{pmatrix} p(\theta_{1,1}, \gamma_1) \\ \vdots \\ p(\theta_{1,N}, \gamma_N) \end{pmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} p(\theta_{1,1}, \gamma_1) \\ \vdots \\ p(\theta_{1,N}, \gamma_N) \end{pmatrix}^T \cdot \Phi \cdot [r_1, \theta_2, r_2]$$

Le choix de n_x et n_y est fait par l'intermédiaire d'une technique de validation croisée (ou *cross validation*). Cette technique permet notamment de limiter le sur-échantillonnage, c'est à dire qu'il assure le bon comportement de la fonction polynomiale \mathcal{P}_{θ_1} pour l'interpolation.

Une dernière méthode est utilisée afin d'améliorer le comportement de la fonction \mathcal{P}_{θ_1} à travers le choix de c_1 et c_2 introduit plus haut dans le changement de variable permettant de calculer nos variables $[\theta_1, r_1, \theta_2, r_2]$. En effet, on constate que le choix de c_1 et de c_2 peut permettre de faciliter l'interpolation polynomiale du nuage de point $[r_1, \theta_2, r_2]$ en fonction de θ_1 et γ . Ainsi, on procède à une optimisation de c_1 et de c_2 par un algorithme de type simplex afin de minimiser la fonction de coût suivante :

$$[c_1, c_2] = \min_{[c_1, c_2]} \sum_{i=1}^N \|[\tilde{N}_{11}, \tilde{Q}_{11}, \tilde{T}_{11}] - [N_{11}, Q_{11}, T_{11}]\|$$

Où $[\tilde{N}_{11}, \tilde{Q}_{11}, \tilde{T}_{11}]$ est issus de l'approximation opérée par la fonction \mathcal{P}_{θ_1} ici développée, et $[N_{11}, Q_{11}, T_{11}]$ sont les points du nuage de point d'origine.

La figure D.1 illustre les performances de la méthodologie utilisée pour obtenir une surface de réponse polynomiale adaptée à la colline originale. On y observe la réponse polynomiale (1.44) entre deux paires d'iso-ouvertures.

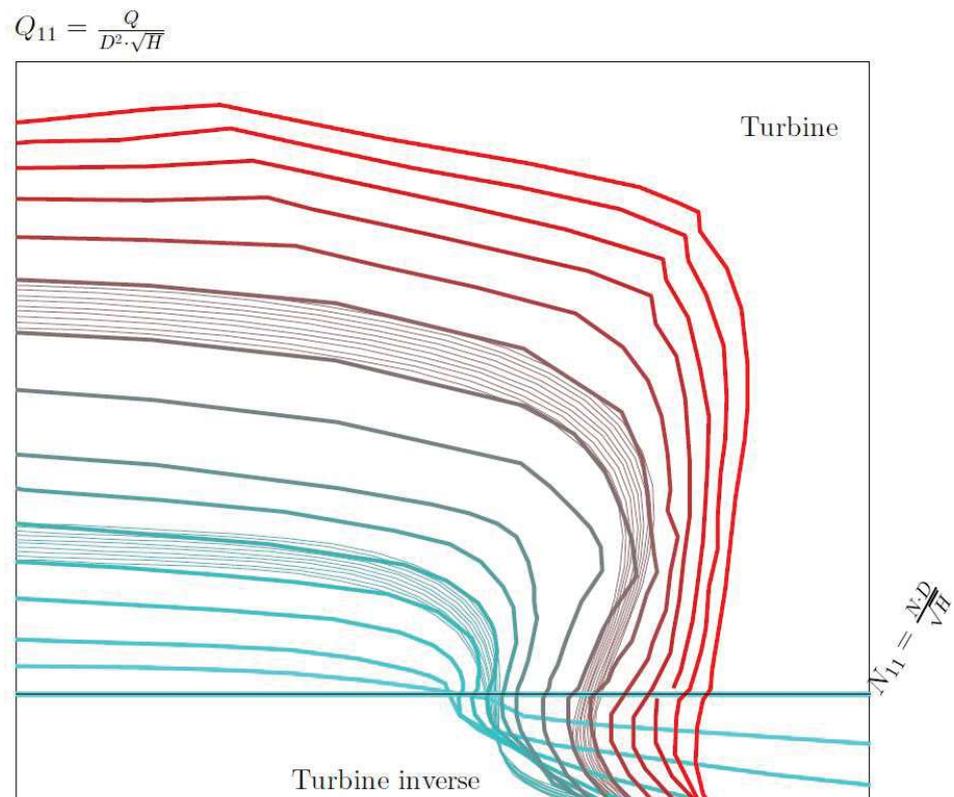


FIGURE D.1 – Colline originale (en gras) et résultat de la mise sous forme de réponse polynomiale (1.44) (en fin) entre deux paires d'iso-ouvertures. Le polynôme considéré est paramétré par $7 \cdot 30 = 210$ coefficients par variable (ordre 7 sur γ , ordre 30 sur θ_1). La colline originale contient 1115 valeurs par variable.

Bibliographie

- [A.Pde] Swaffield J.A. Boldy A.P. “Pressure surge in pipe and duct systems”. In : *Avebury Technical* (Aldershot 1993) (cf. p. 13).
- [AG13] M. A. Rahmani. M. ALAMIR. et D. GUALINO. “Control strategy for an off-grid stirling engine/supercapacitor power generation system.” In : *Proceedings of the American Control Conference* (2013). Washington DC. USA.
- [Ala] Mazen ALAMIR. “A Pragmatic Story of Constrained Robust Nonlinear Control”. In : *CNRS-University of Grenoble* ().
- [Ala07] Mazen ALAMIR. “A low dimensional contractive NMPC scheme for nonlinear systems stabilization : Theoretical framework and numerical investigation on relatively fast systems.” In : *Rolf Findeisen, Frank Allgower, and Lorenz. T. Biegler, editors, Assessment and Future Directions of Nonlinear Model Predictive Control* (2007). volume 358 of Lecture Notes in Control and Information Sciences, pages 523-535. Springer Berlin Heidelberg.
- [All13] Quentin ALLOIN. “Stabilisation de la vitesse des turbines-pompes au couplage en mode turbine”. In : *Rapport de Stage* (2013).
- [AT07] C. CHEN. C. NICOLET. K. YONEZAWA. M. FARHAT. F. AVELLAN. et Y. TSUJIMOTO. “One-dimensional Analysis of Full Load Draft Tube Surge”. In : *5th Joint ASME/JSME Fluids Engineering Conference* (2007). number FEDSM2007-37304.
- [Bel13] Lakhdar BELHADJI. “Optimisation du contrôle commande d’un système hydraulique réversible à vitesse variable”. Mém.de mast. Laboratoire de génie électrique de Grenoble, 2013, p. –.
- [Ber10] Dominic BERNARD. “Numeric modelling of water hammer effects in penstocks”. Mém.de mast. University of Ottawa, 2010.
- [Bou] NAIT SLIMANI BOUKHALFA. “Synthèse d’observateurs non linéaires : Application au diagnostic de défauts”. In : *Mémoire de Magister* ().
- [BS07] BENNIS et SAAD. *Hydraulique et hydrologie 2e édition*. PUQ, 2007.
- [Con+12] D CONNOLLY et al. “The technical and economic implications of integrating fluctuating renewable energy using energy storage”. In : *Renewable Energy* Volume 43 (2012), p. 47–60.
- [CSTGM13] Power System Dynamic Performance COMMITTEE, Power System Stability SUBCOMMITTEE et Task Force on TURBINE-GOVERNOR MODELING. *Dynamic models for turbine-governors in Power System Studies*. 2013 (cf. p. 19, 34, 42).
- [D.82] Klemm D. “Stabilisierung der Kennlinien einer Pumpenturbine im Bereich zwischen Turbinen-Teillast und Rückwärtspumpenbetrieb”. In : *Voith Forsch Konstr* (1982). 28(2) :2.1–7 in German. (cf. p. 38).

- [Dep+14] Dorian DEPRIESTER et al. “Thermomechanical modelling of a NiTi SMA sample submitted to displacement-controlled tensile test”. In : *International Journal of Solids and Structures* 51 (2014), p. 1901–1922.
- [DIPES07] Energy DEVELOPMENT et Power Generation Committee of the IEEE POWER ENGINEERING SOCIETY. *IEEE Recommended Practice for Preparation of Equipment Specifications for Speed-Governing of Hydraulic Turbines Intended to Drive electric Generators*. IEEE Std 125-2007. 2007.
- [Dor10] P K DORFLER. “‘Neo-Suterian’ pump-turbine characteristics and their benefits”. In : *25th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems* (2010) (cf. p. 23).
- [Dö10] P K DÖRFLER. “Improved Suter Transformation for pump turbine characteristics”. In : *International Journal of Fluid Machinery and Systems* 3 (2010) (cf. p. 23).
- [E.B93] Streeter V.L. Wylie E.B. “Fluid transient in systems”. In : *Prentice Hall Englewood Cliffs NJ* (1993) (cf. p. 13).
- [Eke04] Ilyas EKER. “Governors for hydro-turbine speed control in power generation : a SIMO robust design approach”. In : *Energy Conversion and Management* 45 (2004) (cf. p. 19, 34, 42).
- [ER90] J. W. EATON et J. B. RAWLINGS. “Feedback control of chemical processes using on-line optimization techniques.” In : *Computers in Chemical Engineering* (1990). 14(4/5) :469-479.
- [ERE15] Louis Raphael EREMEEF. *Turbines hydrauliques, Essais - Cavitation*. Techniques de l’ingénieur, 2015.
- [FRE02] Marcel FRELIN. “Coups de bélier”. In : *Techniques de l’ingénieur* (2002), p. 9.
- [HF12] SOULETIS Romain HARRICHE FARAH. “Étude technico-économique du stockage de l’électricité”. In : *Commission de régulation de l’énergie* (2012), p. – (cf. p. 2).
- [J.Aic] Fox J.A. “Transient flow in pipes, open channels and sewers”. In : *Hellis Horwood Ltd* (Chichester 1989) (cf. p. 13).
- [Jia95] Jin JIANG. “Design of an Optimal Robust Governor for Hydraulic Turbine Generating Units”. In : *IEEE Transactions on Energy Conversion* 10 (1995), p. 188–194 (cf. p. 19, 34, 42).
- [JM04] Dewi JONES et Sa’ad MANSOOR. “Predictive Feedforward Control for a Hydroelectric Plant”. In : *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 12 (2004), p. 956 –965 (cf. p. 19, 42).
- [KC03] C. Nicolet. F. Avellan. P. Allenbach. A. Sapin. J. J. Simond. S. KVICINSKY. et M. CRAHAN. “Simulation of Transient Phenomena in Francis Turbine Power Plants : Hydroelectric Interaction”. In : *Proceedings of Waterpower XIII, Advancing Technology for Sustainable Energy* (2003). Buffalo, N.Y., USA.

- [KM10] M. KALANTAR et G. MOUSAVI. “Dynamic behavior of standalone hybrid power generation system of wind turbine, solar array and battery storage”. In : *Applied Energy* (2010). 87 :3051-3064.
- [Kun93] P KUNDUR. “Power System Stability and Control”. In : *New York : McGraw-Hill* (1993) (cf. p. 19, 42).
- [L50] Bergeron L. “Du coup de bélier en hydraulique au coup de foudre en électricité”. In : *Dunod* (1950) (cf. p. 13).
- [LM08] Robert Rey LUCIEN MEGNINT Georges Verdurant. *Turbines hydrauliques, Description et fonctionnement*. 2008.
- [Lme] Allievi L. “Theory of Water Hammer”. In : (Rome 1925). Translated by E. E. Halmos (cf. p. 13).
- [LP69] Mikhail Kostenko et LUDVIK PIOTROVSKI. *Machines électriques, tome II, Machines à courant alternatif*. Éditions de Moscou (MIR), 1969.
- [May+00] DQ MAYNE et al. “Constrained Model Predictive Control : Stability and optimality”. In : *Automatica* 36 (2000), p. 789–814 (cf. p. 59, 136).
- [Mes+15] H MESNAGE et al. “Hydraulic-turbine start-up with “S-shaped” characteristic”. In : *Control Conference (ECC), 2015 European* (2015), p. 2328–2333.
- [ML94] Chaudry M.H. et Mays L.W. “Computer Modelling of Free Surface and pressurized flows”. In : *Kluwer Academic Publisher* (1994) (cf. p. 13).
- [MS] Dan B. MARGHITU et S.C. SINHA. “Ordinary Differential Equations”. In : ().
- [ms92] Working group on prime MOVER et Energy supply models for system dynamic performance STUDIES. “Hydraulic turbine and turbine control models for system dynamic studies”. In : *IEEE Transactions on power systems* 7 (1992), p. 167–179 (cf. p. 19, 34, 42).
- [Nic07] Christophe NICOLET. “Hydroacoustic modelling and numerical simulation of unsteady operation of hydroelectric systems”. Mém.de mast. EPFL, 2007, p. – (cf. p. 13).
- [OJ62] R OLDENBURGER et J Donelson JR. “Dynamic Response of a Hydroelectric Plant”. In : - (1962).
- [Ore+89] G ORELIND et al. “Optimal PID Gain Schedule for Hydro-Generators – Design and application”. In : *IEEE Transactions on Energy Conversion* 4 (1989), p. 300–307 (cf. p. 19, 42, 106).
- [Pen+02] Guoyi PENG et al. “Design optimization of axial flow hydraulic turbine runner”. In : *International Journal for Numerical Methods in Fluids* 39 (2002).
- [Ref] “Petites centrales hydrauliques - les turbines hydrauliques”. In : *rapport Programme d'action PACER, Energie Renouvelables* (). Suisse ISBN 3-905232-55-3 (cf. p. 8).

- [SA02] C. Nicolet. A. Sapin. J. E. Prenat. J. J. SIMOND. et F. AVELLAN. “New Tools for the Simulation of Transient Phenomena in Francis Turbine Power Plants”. In : *Proceedings of the 21st IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems* (2002). pages 519-528.
- [SA06] J. KOUTNIK. C. NICOLET. G. A. SCHOHL. et F. AVELLAN. “Overload Surge Event in a Pumped-Storage Power Plant”. In : *23rd IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems* (2006).
- [SA07] C. Nicolet. B. Greiveldinger. J.-J. Hérou. B. Kawkabani. P. Allenbach. J.-J. SIMOND. et F. AVELLAN. “High-Order Modeling of Hydraulic Power Plant in Islanded Power Network”. In : *IEEE TRANSACTIONS ON POWER SYSTEMS* (2007). 22(4) :1870-1880.
- [ST10a] & Tresch T STAUBLI T Widmer C. “Starting pump-turbines with unstable characteristics”. In : *Hydro2010* (2010), p. – (cf. p. 37).
- [ST10b] Tresch T STAUBLI T Widmer C. “Starting pump-turbines with unstable characteristics.” In : *Hydro2010* (2010). Lisbon,Portugal (cf. p. 38).
- [Ten10] Luz Alexandra Lucero TENORIO. “Hydro Turbine and Governor Modelling - Electric - Hydraulic Interaction”. Mém.de mast. Norwegian University of Science et Technology, 2010, p. – (cf. p. 13).
- [TIX09] PASCAL TIXADOR. *ENERGIE ELECTRIQUE 1^{ere} annee*. 2009-2010.
- [Wu+06] Jingchun WU et al. “CFD-Based Design Optimization for Hydro Turbines”. In : *Journal of Fluids Engineering* 129 (2006), p. 159–168.
- [Wu16] Zhigang Zuo Honggang Fan Shuhong Liu Yulin WU. “S-shaped characteristics on the performance curves of pump-turbines in turbine mode – A review”. In : *Renewable and Sustainable Energy Reviews* (2016), 836–851 (cf. p. 37).
- [XBZL15] H Z Tong X B ZHENG P C Guo et X Q LUO. “Improved Suter-transformation for complete characteristic curves of pump-turbine”. In : *26th IAHR Symposium on Hydraulic Machinery and Systems* (2015) (cf. p. 23).
- [ZD98] K. ZHOU et J. C. DOYLE. “Essentials of Robust Control”. In : *Prentice Hall International* (1998).
- [Zho11] J X ZHOU. “Analytical study on possible self-excited oscillation in S-shaped regions of pump-turbines”. In : *IMechE* 255 (2011).

Résumé — L'intégration des énergies renouvelable à l'échelle du réseau provoque de nouveaux paradigmes : la première et plus importante modification provient du fait que la puissance électrique produite n'est plus maîtrisée mais dépendante de l'intermittence des sources renouvelables. Cette irrégularité de la production par rapport à la consommation nécessite le stockage de l'énergie lorsqu'elle est produite afin de la mettre à disposition pour plus tard. Les sites de transfert d'énergie par pompage (STEP), ou centrales de pompage-turbinage, sont, par leur vitesse d'action, capacité de stockage et aspect respectueux de l'environnement, les principaux organes capables de satisfaire cette demande grandissante en stockage d'énergie à l'échelle du réseau.

Dans le manuscrit qui suit, le problème de modélisation et d'asservissement des turbines est considéré. Soit une turbine au sein d'un circuit hydraulique, quel est son comportement dynamique, et quelle méthode de contrôle permet d'assurer les meilleures performances possibles du point de vue du temps de réponse et de la stabilité ?

Ce document est constitué de quatre chapitres : le premier a pour but d'introduire plus finement les problématiques ainsi que la dynamique des STEP. Le deuxième chapitre présente une méthode permettant de calculer une borne inférieure au temps minimum de démarrage d'une turbine. Le troisième chapitre propose une boucle de régulation prédictive sous contrainte permettant l'amélioration de la stabilité et l'accélération des régimes transitoires d'une turbine. Enfin, le quatrième et dernier chapitre propose d'établir des trajectoires compatibles avec la dynamique et les contraintes issues de l'usage d'une turbine. Les trajectoires alors calculées peuvent être utilisées en temps réel. Elles permettent une plus grande maîtrise des phénomènes grâce à un retour d'état prédictif non linéaire à horizon fini assurant le suivi des dites trajectoires.

Mots clés : STEP, MPC, Alstom, Hydraulique, Turbinage, TP, Contrôle Optimal, Modélisation, Méthode de Bergeron, Colline Hydraulique.

Abstract — Integration of renewables on the network's scale causes new paradigms : the first and most important change is the fact that the electrical power is not mastered but dependent on intermittent renewable sources. This irregularity of production over consumption requires the storage of energy when it is produced to make it available for later. Pump Storage Plant (PSP) are, by their speed of action, storage capacity and environmentally safe conception, the major organs able to satisfy this growing demand energy storage across the network.

In this manuscript, the problem of the modeling and enslavement of the turbines is considered. Given a turbine placed in a hydraulic circuit, what is its dynamic behavior, and what method of control ensures the best performances from the standpoint of response time and stability ? This document consists then of four chapters : the first aims to introduce more finely issues and

the dynamics of PSP. The second chapter presents a method for calculating a lower bound to the minimum time of starting a turbine. The third chapter provides a predictive control loop with constraints for improving the stability and acceleration of transients of a turbine. The fourth and final chapter proposes establishing trajectories compatible with the dynamics and constraints resulting from the use of a turbine. The computed trajectories can then be used with real time. They allow greater mastery of phenomena through a finite horizon nonlinear predictive state feedback that tracks so-called trajectories.

Keywords : PCP, MPC, General Electric, Hydraulic, Pump-Turbines, Optimal Control, Method of Characteristics, Modelisation, Hill-Chart.

Nom du laboratoire, adresse du laboratoire
Ville du laboratoire