



HAL
open science

Intégration du facteur vieillissement dans la gestion d'une batterie lithium-ion

Mbala Junior Francisco

► **To cite this version:**

Mbala Junior Francisco. Intégration du facteur vieillissement dans la gestion d'une batterie lithium-ion. Physique [physics]. Université de Bordeaux, 2016. Français. NNT : 2016BORD0031 . tel-03986102

HAL Id: tel-03986102

<https://theses.hal.science/tel-03986102>

Submitted on 13 Feb 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE PRÉSENTÉE
POUR OBTENIR LE GRADE DE
DOCTEUR DE
L'UNIVERSITÉ DE BORDEAUX

ÉCOLE DOCTORALE DES SCIENCES PHYSIQUES ET DE L'INGENIEUR
SPÉCIALITÉ : AUTOMATIQUE, PRODUCTIQUE, SIGNAL ET IMAGE

Par

Mbala Junior FRANCISCO

**INTEGRATION DU FACTEUR VIEILLISSEMENT DANS LA
GESTION D'UNE BATTERIE LITHIUM-ION**

Sous la direction de : Pr. Jocelyn SABATIER
Co-directeur : Dr. Loïc LAVIGNE

Soutenue le 24 Mai 2016

Membres du jury :

M.	L. DUGARD	Directeur de recherche, GIPSA Grenoble	Examineur
M.	H. GUALOUS	Directeur de recherche, LUSAC Cherbourg	Rapporteur
M.	F. GUILLEMARD	Expert Mécatronique, PSA Peugeot-Citroën	Examineur
M.	L. LAVIGNE	Maître de Conférences – HDR, Université de Bordeaux	Co-encadrant
M.	X. MOREAU	Professeur, Université de Bordeaux	Examineur
Mme.	A. NOURY	Ingénieur, PSA Peugeot-Citroën	Examineur
M.	T. POINOT	Professeur, LIAS Poitiers	Rapporteur
M.	J. SABATIER	Professeur, Université de Bordeaux	Dir. de Thèse

Laboratoire de l'Intégration du Matériau au Système – UMR 5218 CNRS

– **Confidentiel** –

À mes parents

António Mbala Makongo

et

Nzembani Mbiavanga Victorina

La crainte de l'Eternel est le commencement de la sagesse; tous ceux qui pratiquent ses préceptes auront une bonne intelligence. Sa louange demeure à perpétuité.
Psaume 111:10, La Bible

Un problème bien posé est un problème à moitié résolu.
Prof. Mohammed M'Saad
En reconnaissance de ce que vous nous avez transmis le goût pour l'Automatique et les Systèmes.

Kisadi ni kidie
« La personne qui travaille beaucoup sera récompensée. »
Proverbe Bakongo

Remerciements

Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse ont été réalisés dans l'équipe CRONE du laboratoire IMS de l'Université de Bordeaux en partenariat avec les services DRD/DRIA/DSTF/SIEP et DRD/DRIA/APWE/TAOE (Ex C3E et TASE pour les nostalgiques) de PSA Peugeot Citroën. Je veux donc tout d'abord remercier Monsieur Alain Oustaloup, Directeur de l'équipe CRONE. Je remercie également Messieurs Jean-Yves Marteau, chef de service SIEP, et Bernard Sahut, chef de service TAOE, de m'avoir accueilli et de m'avoir donné les moyens humains et techniques d'effectuer un important travail de recherche. Mes remerciements vont aussi à l'équipe d'encadrement du service SIEP, dans laquelle j'ai séjourné une très grande partie de mon temps: Bernard Bavoux, Laetitia Pradere, Marco Klingler et Marco Pengov.

Je remercie Messieurs Hamid Gualous, Directeur de la Recherche au LUSAC de Cherbourg et Thierry Poinot, Professeur à l'Université de Poitiers, d'avoir accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Merci également aux autres membres du Jury qui ont accepté de juger ce travail: Messieurs Luc Dugard, Directeur de la Recherche du laboratoire GIPSA de Grenoble et Xavier Moreau, Professeur à l'Université de Bordeaux. Je vous remercie par avance des commentaires et des remarques que vous apporterez et qui, j'en ai l'assurance, me permettront de progresser par le bénéfice de votre expérience.

Un grand merci à Monsieur Franck Guillemard d'avoir encadré mes travaux au sein de PSA. Merci pour tout. Un grand merci à mon directeur de thèse Monsieur Jocelyn Sabatier pour sa motivation et sa disponibilité constantes. Un autre grand merci à Madame Agnieszka Noury, co-encadrante, et à Monsieur Loïc Lavigne, co-directeur, pour leur aide précieuse tout au long de cette thèse. Je ne saurais oublier Monsieur Mathieu Moze à qui j'exprime toute ma gratitude pour ses nombreux conseils.

Merci à mes collègues de PSA : Frédéric Mangonot, Karima Bouamama, Gautham Lele, Walid Lajnef, Karim Ouaksel, Ivan Roche, Christelle Le Seigneur, David Barrat, Anthony Gimeno, Florian De Mortain, Paul Codani, Quentin Badey, Mathias Grangier, Yida Wen, Aurore Letévé et beaucoup d'autres ! Un grand merci notamment à Nathalie Guilhem et Jamila Leite Costa pour leur aide continue dans la jungle administrative. Un grand merci également aux vaillants du bâtiment 91 pour leur aide précieuse dans la réalisation des manips : Yves De Boussiers et François Gabriel Giroguy. Merci également à Mihai Socoliuc pour son animation de la communauté des doctorants. Un grand merci également à mes stagiaires : Massinissa Tari, Jérôme Bounbou et Xing Wei.

Je souhaite remercier tous les membres du laboratoire IMS pour leur accueil et convivialité et plus particulièrement ceux de l'équipe CRONE. Merci à Valérie Abel, Magalie, Katie, Rachid Malti, Patrick Lanusse, Pierre Melchior, Christophe Farges, Stéphane Victor, Franck Cazaurang ainsi qu'à André Benine-Neto.

Un merci pour tous les bons moments passés avec les Its et Ex-Its c.-à-d. « nouveaux et anciens doctorants de l'équipe CRONE » : Benjamin Feytout, Lamine Fadiga, Mathieu Pelet, Asma Machou, Antoine (demi It), Mathieu Chevrié, Sergey Abrashov et Elena Ivanova.

Un merci spécial à tous ceux qui m'ont donné une raison de plus de m'être lancé dans ces travaux de thèse, car sans cela je ne les aurai jamais rencontré. Je pense au « Professeur » Huy-Cuong Nguyen, à Audrey Morand notre Bretonne favorite, à Am(m)ar l'Allemand alias Herr Kader et bien sûr à Vincent De Flaugergues (compagnon de route des heures de travail (très) tardives sur le site de Vélizy). Merci à tous d'être là.

Mbala Junior Francisco

Table des Matières

Introduction générale.....	1
Chapitre 1 Introduction.....	5
1.1 Le BMS dans les chaînes de traction tout électrique et hybrides	5
1.1.1 Principe généraux d'électrification et place du BMS.....	5
1.1.2 Considérations sur les limites de fonctionnement d'une batterie.....	8
1.1.3 Rôle et fonctions du BMS	10
1.2 La batterie lithium-ion.....	12
1.2.1 Généralités.....	12
1.2.2 Modélisation des cellules lithium-ion.....	16
1.2.3 Modèles réduits.....	26
1.2.4 Vieillessement de la batterie lithium-ion	34
1.3 Impact du vieillissement sur le BMS.....	36
1.3.1 Problématique	36
1.3.2 Etat de l'art.....	37
1.3.3 Contributions.....	46
Chapitre 2 Reparamétrage du modèle mono-électrode lors du vieillissement.....	47
2.1 Identification de la Courbe de Tension à Vide.....	48
2.1.1 Description de l'impact du vieillissement sur la CTV.....	49
2.1.2 Paramétrage de la CTV sans connaissance des potentiels d'équilibre.....	56
2.1.3 Lien entre le vieillissement de la CTV et la perte d'énergie	65
2.1.4 Méthode d'identification de la CTV lors du vieillissement.....	66
2.1.5 Validations expérimentales pour différents états de vieillissement et à différentes températures ambiantes.....	75
2.1.6 Lien entre la définition particulière du SOC $Q_{ref} = Q_{fixe}$ et la définition usuelle $Q_{ref} = Q_{réel}$	84
2.1.7 Bilan	85
2.2 Identification des paramètres de la partie dynamique du modèle mono-électrode	86
2.2.1 Méthodes d'identification	87
2.2.2 Validation sur des données expérimentales	93
2.2.3 Bilan	97
2.3 Conception d'indicateurs pour le déclenchement d'un recalage du modèle mono-électrode.....	98
2.3.1 Détection via l'invalidation fréquentielle de modèle.....	99

2.3.2	Détection via le calcul la distance de Kullback-Leibler	109
2.3.3	Détection via l'intégration de l'erreur.....	113
2.3.4	Cas particulier de la <i>CTV</i>	115
2.3.5	Bilan	115
2.4	Conclusion	117
Chapitre 3	Equilibrage d'un pack batterie avec prise en compte du vieillissement de chaque cellule	119
3.1	Introduction.....	119
3.2	Etat de l'art	121
3.2.1	Causes et effets du déséquilibre	121
3.2.2	Architectures de systèmes d'équilibrage	123
3.2.3	Bilan sur l'analyse bibliographique.....	135
3.3	Cahier des charges et proposition d'une méthode d'équilibrage	136
3.4	Estimation de l'état de charge	139
3.5	Détermination de la consigne de <i>SOC</i>.....	152
3.5.1	Définitions et notations.....	152
3.5.2	Détermination des consignes d'équilibrage.....	152
3.5.3	Prise en compte des variations dynamiques de la tension au lieu de la <i>CTV</i> seule	155
3.5.4	Nouvelle consigne pour la charge et la décharge	159
3.5.5	Bilan sur la génération de consigne de <i>SOC</i>	160
3.6	La boucle de régulation de <i>SOC</i>	160
3.6.1	Synthèse de la loi de commande.....	161
3.6.2	Validation de la boucle de régulation en simulation.....	167
3.7	Conclusion	174
Chapitre 4	Effets de la température et du bruit de mesure sur le calage du modèle mono-électrode	175
4.1	Présentation de l'environnement expérimental	176
4.1.1	Implémentation pratique du modèle mono-électrode.....	176
4.1.2	Rappels sur l'estimateur d'état de charge.....	178
4.1.3	Banc d'essais.....	180
4.1.4	Modèle du banc d'essais	182
4.1.5	Profil de validation.....	185
4.2	Température et identification.....	186
4.2.1	Recherche de paramètres de référence pour différentes températures	186
4.2.2	Evaluation des méthodes d'identification à différentes températures	192
4.2.3	Prise en compte de la température via une loi d'Arrhenius	208

4.3	Bruit de mesure et identification	211
4.3.1	Démarche	212
4.3.2	Impact du bruit de mesure sur l'identification de α	212
4.3.3	Impact du bruit de mesure sur l'identification de R et ωc	213
4.4	Application à un estimateur de <i>SOC</i>	215
4.4.1	Démarche d'étude de l'impact de la validité du paramétrage sur un estimateur de SOC 215	
4.4.2	Analyse des résultats	220
4.5	Conclusion	225
	Conclusion générale.....	226
Annexes	228
Annexe A	Description des essais réalisés sur le module batterie.....	229
Annexe B	Simulation du vieillissement de la courbe de tension à vide.....	243
Annexe C	Dérivation non-entière et réponse indicelle analytique du modèle fractionnaire.....	247
Annexe D	Invalidation fréquentielle de modèles.....	261
Bibliographie.....		266

Liste des Abréviations

APC	Analyse en Composantes Principales
BMS	Battery Management System
CRONE	Commande Robuste d'Ordre Non Entier
CTV	Courbe de Tension à Vide
DOC	Depth Of Charge
ECU	Electronic Control Unit
EIA	Energy Information Administration
ENH	Electrode Normale à Hydrogène
EV	Electric Vehicle
HEV	Hybrid Electric Vehicle
IMD	Courant maximum de décharge
IMR	Courant maximum de charge
LFT	Transformation Fractionnaire Linéaire
LMI	Linear Matrix Inequality
MME	Modèle Mono-Electrode
PDVM	Problème de Décision de la Validation de Modèle
PHEV	Plug-in Hybrid Electric Vehicle
POVM	Problème d'Optimisation de la Validation de Modèle
PTMU	PowerTrain Management Unit
PWM	Pulse Width Modulation
SEI	Solid Electrolyte Interface
SOC	State Of Charge
SOH	State Of Health
ZEV	Zero Emissions Vehicle

Introduction générale

Les présents travaux s'inscrivent dans le cadre du développement de systèmes avancés de gestion de batteries lithium-ion, dits Battery Management System (BMS), dans les véhicules électriques et hybrides. L'objet de ces développements est d'assurer, à travers le BMS, une utilisation performante de la batterie en dépit de son vieillissement. De telles améliorations ouvrent la voie à la conception de packs de batterie lithium-ion de tailles réduites et à la durée de vie rallongée.

La pertinence d'un tel axe de recherche est confirmée par les actuels défis énergétiques et environnementaux. Du point de vue environnemental, la réduction des gaz à effet de serre et des polluants est devenue un enjeu scientifique et politique mondial. L'accent mis sur le CO_2 , se traduit notamment par la mise en place de normes d'émission, comme les normes EURO au niveau de l'union européenne. A ces questions environnementales viennent se superposer la question de la raréfaction des réserves de sources d'énergie fossiles, notamment le pétrole. Ces tensions environnementales et énergétiques ont mis en exergue l'importance de disposer d'alternatives, économiquement viables, à la seule propulsion thermique pour nombre de modes de transports (automobile, ferroviaire, naval, etc.).

L'industrie automobile pour sa part, a intensifié la recherche et le développement des modes de traction alternatifs. On trouve ainsi des projets de recherche portant sur la pile à combustible et depuis plus récemment sur l'hybridation à air comprimé développée par Peugeot-Citroën. A ce jour, la traction électrique a pris l'avantage depuis la commercialisation de la première Toyota Prius en 1997. Sur les deux dernières décennies, les constructeurs automobiles ont réalisé un effort considérable en mettant sur le marché plusieurs modèles de véhicules électrifiés fussent-ils purement hybrides (HEV), hybrides rechargeables (PHEV) ou encore électriques (EV). Ceux-ci sont notamment attendus pour les économies de carburant qu'ils peuvent apporter à leurs utilisateurs, qu'il s'agisse de particuliers, de flottes d'entreprises ou des exploitants de systèmes de libre-service comme Autolib.

C'est dans ce contexte que le marché des véhicules électrifiés connaît actuellement une mutation technologique avec le remplacement progressif des batteries au Nickel-Cadmium et au NiMH par la technologie Li-ion. Ce changement est justifié par les densités d'énergie et de puissance plus élevées du Li-ion par rapport au Nickel-Cadmium permettant ainsi d'embarquer plus d'énergie et de puissance à volume et poids égaux. Cette révolution dans l'automobile n'est en réalité que le deuxième acte d'une mutation plus globale. En effet, la batterie Li-ion est à ce jour largement prédominante sur le marché de l'électronique portable depuis sa première commercialisation par Sony Energitech en 1991.

Ce développement est néanmoins freiné par le prix encore élevé des véhicules électriques et hybrides. Ce surcoût est en particulier à imputer aux batteries Li-ion. Leur prix

est aujourd’hui de 500\$ à 600\$ par *kWh* (Hensley, Newman, and Rogers 2012). Une baisse des prix pourrait donc fortement contribuer à l’adoption de véhicules électriques et hybrides. Les projections de (Hensley, Newman, and Rogers 2012) montrent que même pour un prix du carburant faible, les véhicules électriques et hybrides peuvent être plus rentables au consommateur à partir du moment où le prix des batteries Li-ion baisse significativement comme illustré sur la **Figure Intro.1**.

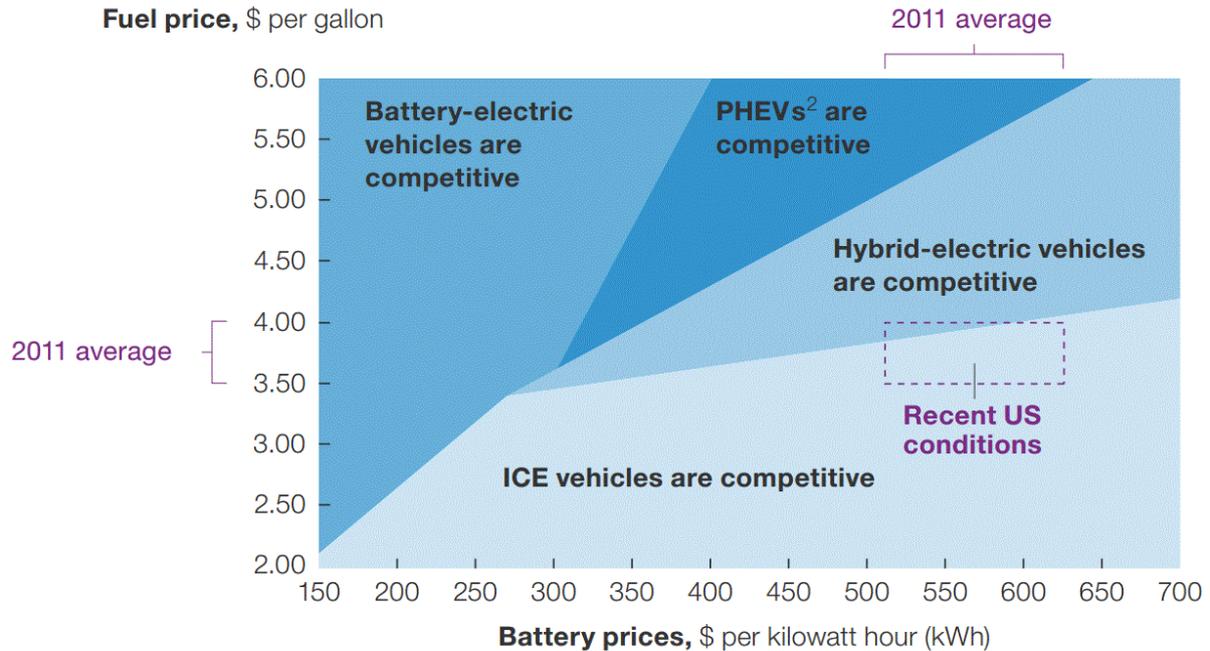


Figure Intro.1 Projections sur la compétitivité des véhicules électriques et hybrides en fonction du prix du carburant et des batteries Li-ion (Hensley, Newman, and Rogers 2012)

S’il est admis que les prix vont avoir tendance à baisser dans les années à venir, des incertitudes demeurent néanmoins sur la vitesse et l’ampleur de cette baisse. Le rapport annuel 2012 (EIA 2012) de l’agence américaine pour l’information sur l’énergie (Energy Information Administration) suggère un prix inférieur à 250\$ par *kWh* après 2020 comme le montre la **Figure Intro.2**. A côté de la baisse du prix des batteries Li-ion, le rapport de l’EIA suggère que l’adoption des véhicules électrifiés sera également facilitée par des avancées majeures dans la gestion de l’emballage thermique et le prolongement de la durée de vie des batteries Li-ion.

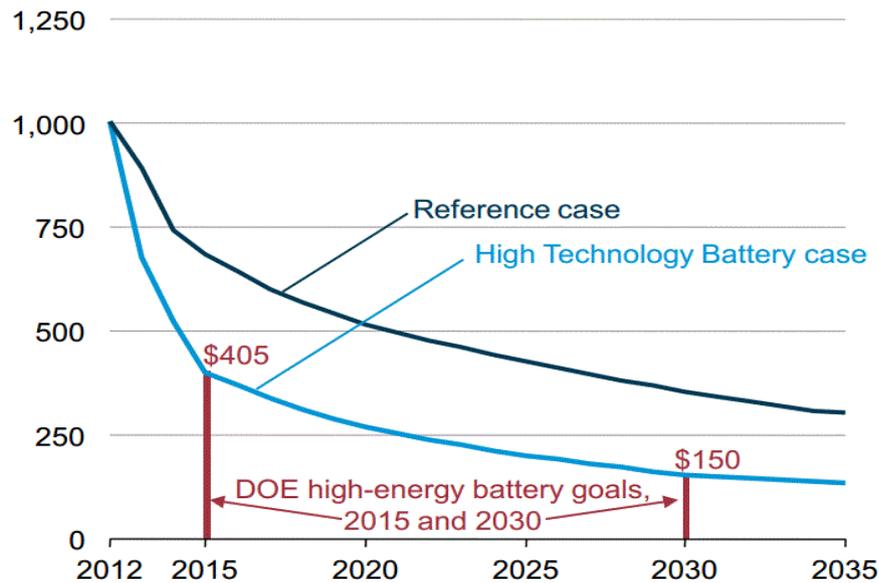


Figure Intro.2 Projections sur l'évolution du prix des batteries Li-ion jusqu'à 2035 (EIA 2012)

Les incertitudes liées au vieillissement des batteries Li-ion peuvent constituer des freins sérieux à l'intégration des batteries Li-ion dans les chaînes de traction hybrides et électriques. Le vieillissement soulève en effet plusieurs types de questions :

- de quelle façon la sécurité de la batterie est-elle affectée par le vieillissement et quelle est son incidence sur la gestion de la garantie ?
- comment assurer un certain niveau de performance en dépit du vieillissement ?
- par ailleurs, comment garantir une durée de vie de la batterie acceptable ?
- etc.

Une façon répandue d'anticiper les conséquences du vieillissement est de surdimensionner la batterie (Arora, White, and Doyle 1998), entraînant ainsi des surcoûts supplémentaires sur le prix de celle-ci. Afin de réduire autant que possible ce surcôt, la batterie doit être dimensionnée au juste nécessaire et munie d'un système de pilotage efficace. Des efforts de recherche et de développement doivent donc être appliqués non seulement sur l'électrochimie (matériaux d'électrodes, d'électrolyte, etc.) mais également sur la gestion de la batterie à travers le BMS.

Dans ce contexte, l'objectif de la thèse est donc dans un premier temps d'étudier et de comprendre l'impact des phénomènes de vieillissement sur le pilotage d'une batterie Li-ion. Dans un second temps, l'objectif est de développer les techniques algorithmiques jugées nécessaires à l'issue de la première phase d'étude.

Le premier chapitre est ainsi consacré à la présentation des tâches de partie applicative du BMS d'une part et d'autre part à la présentation des équations fondamentales de la cellule

Li-ion ainsi que des réactions dites de vieillissement. Les rôles et fonctions du BMS sont ainsi énoncés. Ceux-ci découlent en grande partie des limites de fonctionnement imposées par la batterie pour des raisons de sécurité. Dans un second temps, la description du fonctionnement de la cellule Li-ion et les grandes lignes concernant les réactions de vieillissement sont présentés. Cette description permet de mieux percevoir l'importance des modèles dans la conception des fonctions clefs du BMS. En particulier, il a été identifié que la courbe de tension à vide (CTV) d'une cellule constitue la composante majeure du modèle. Pourtant, peu de travaux traitent de son identification.

Le chapitre 2 est ainsi consacré à la thématique de l'identification des composantes du modèle d'une cellule Li-ion sur la base du modèle mono-électrode (MME) issu de (Merveillaut 2011). Ce chapitre est divisé en trois parties. Les deux premières parties traitent respectivement de l'identification de la CTV d'une part et de l'identification de la résistance interne R et du paramètre ω_c caractéristique de la diffusion des ions Li d'autre part. Enfin, la troisième partie a pour objet le développement de méthodes de surveillance de la validité du modèle embarqué.

Le chapitre 3 constitue une application des résultats du chapitre 2 en réponse à la question de l'équilibrage d'un pack batterie. En effet, une conclusion importante du chapitre 2 est que la non prise en compte du vieillissement de la CTV de chaque cellule conduit à une exploitation sous-optimale de l'énergie et de la puissance de la batterie. L'objectif des travaux du chapitre 3 est donc de proposer un système d'équilibrage prenant en compte le vieillissement de chaque cellule du pack batterie afin d'éviter une sous exploitation de sa puissance. Les architectures et logiques d'équilibrage de la littérature sont revues. Il est montré que le paradigme d'équilibrage consistant à égaliser toutes les tensions ou tous les *SOCs* est trop conservatif et qu'un niveau de déséquilibre donné peut-être toléré dans des limites qui sont définies.

Enfin, le chapitre 4 s'intéresse à l'impact de la température et du bruit de mesure sur l'approche d'identification de la résistance R et du paramètre de diffusion ω_c , introduite au chapitre 2. La répétabilité des méthodes et leurs limites en présence de fluctuations de température et de bruit de mesure sont évaluées. Après une première partie consacrée à la présentation des moyens d'essais et de simulation, ce chapitre analyse l'influence de la température et du bruit de mesure sur les méthodes d'identification. Une dernière partie aborde finalement de manière plus générale la question de l'impact de la validité du paramétrage sur un exemple d'estimateur de *SOC*. Les conclusions des différentes parties, amènent à des préconisations développées au fur et à mesure.

Chapitre 1

Introduction

1.1 Le BMS dans les chaînes de traction tout électrique et hybrides

Cette partie est consacrée à la présentation de l’environnement technologique dans lequel sont utilisées les batteries lithium-ion automobiles. Le contexte immédiat est celui de l’ensemble constitué de la batterie, de l’onduleur et du moteur électrique. Dans un cadre plus large, cet ensemble électromécanique vient s’insérer dans diverses architectures de chaînes de traction tout électrique ou hybrides ; le dialogue entre le calculateur central¹ et le générateur que constitue la batterie étant réalisé par le BMS. Les rôles et fonctions du BMS sont énoncés. Ceux-ci découlent en grande partie des limites de fonctionnement imposées par la batterie pour des raisons de sécurité.

1.1.1 Principe généraux d’électrification et place du BMS

L’électrification des véhicules se décline en plusieurs niveaux, selon l’importance accordée à la partie électrique, qu’il est possible de classer en trois grands niveaux d’hybridation selon les prestations offertes :

- Micro ou mild hybride
- Hybrides (HEV)
- Hybrides rechargeables (PHEV) dites « plug in » et voitures électriques (EV)

L’hybridation micro ou encore mild a pour objectif de fournir un apport de puissance au moteur thermique dans les phases de démarrage notamment. Il s’agit donc d’une traction thermique classique, assistée de systèmes auxiliaires pour l’arrêt et le redémarrage. Ces systèmes auxiliaires sont alimentés par une batterie qui peut être rechargée lors des phases de freinage régénératif.

Les véhicules HEV combinent un moteur thermique et un moteur électrique alimenté par une batterie. La présence de la batterie autorise une assistance du moteur thermique et ainsi une optimisation du fonctionnement de celui-ci (décollage en électrique, optimisation dynamique). L’énergie stockée permet un roulage en mode tout électrique (ZEV) plus ou moins long selon la capacité électrique de la batterie. La batterie peut être rechargée lors des

¹ Le calculateur central est usuellement désigné par les acronymes PTMU (PowerTrain Management Unit) ou ECU (Electronic Control Unit).

phases de freinage (freinage régénératif) ou via le moteur thermique. L'architecture de la chaîne de traction est réalisée sous une configuration série, parallèle ou encore en série-parallèle. Une illustration succincte des architectures série et parallèle est donnée sur la **Figure 1.1**.

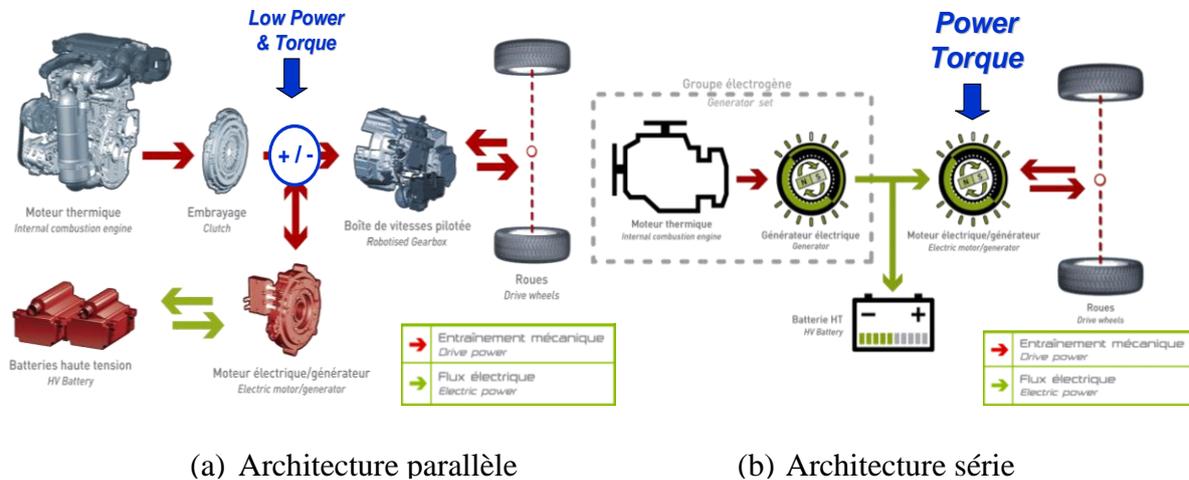


Figure 1.1 Architectures série et parallèle

Les **hybrides rechargeables** présentent tous les mêmes caractéristiques avantageuses que les HEV à ceci près que les batteries peuvent-être rechargées sur le réseau de distribution électrique à travers une borne de recharge. Les batteries équipant les véhicules PHEV et EV sont naturellement dimensionnées en vue de pouvoir fournir un roulage en mode tout électrique plus conséquent.

Le dénominateur commun des véhicules HEV, PHEV et EV, réside donc dans la batterie et plus précisément dans l'ensemble fondamental formé par la batterie, l'onduleur et le moteur électrique. Le rôle de la batterie, dans cet ensemble, peut-être réduit à la **fourniture d'une tension et d'un courant continu**. L'onduleur, qui constitue l'interface entre la batterie et le moteur électrique, est principalement chargé de délivrer la puissance électrique conforme à la consigne du conducteur. Les actions d'accélération et de ralentissement du moteur électrique et donc du véhicule, sont ainsi réalisées par l'onduleur sous le pilotage du calculateur central, celui-ci étant ainsi l'interface entre le conducteur et la chaîne de traction.

Lors du roulage, le conducteur demande donc une certaine vitesse et un rapport de transmission ; ces consignes étant transmises au calculateur central avant d'arriver à la batterie sous la forme d'un appel de courant. Les actions du calculateur central nécessitent par voie de conséquence une connaissance de l'état de la batterie sur le plan énergétique ainsi que du point de vue de la sûreté de fonctionnement. Cette connaissance porte par exemple sur des éléments renseignant le calculateur sur la capacité de la batterie à fournir de l'énergie et de la puissance sur un horizon de temps donné. L'objectif, tout comme dans le cadre d'un véhicule purement thermique, est de satisfaire les attentes élémentaires du conducteur sur les

performances du véhicule et le confort de conduite. Ces attentes vis-à-vis du véhicule peuvent être exprimées à l'aide des critères suivants (Guzzella and Sciarretta 2013) :

- sa vitesse maximale ;
- son pouvoir d'accélération ;
- sa capacité à maintenir une vitesse donnée en pente (notamment pour les véhicules lourdement chargés).

La fourniture d'indicateurs sur l'état énergétique de la batterie constitue, entre autres, une des tâches principales du BMS dans son dialogue avec le calculateur central. Le BMS constitue ainsi l'interface entre le calculateur central et la batterie. Le synoptique simplifié de la **Figure 1.2** resitue la batterie dans le contexte d'une chaîne de traction tout électrique avec l'ensemble des éléments précédemment cités.

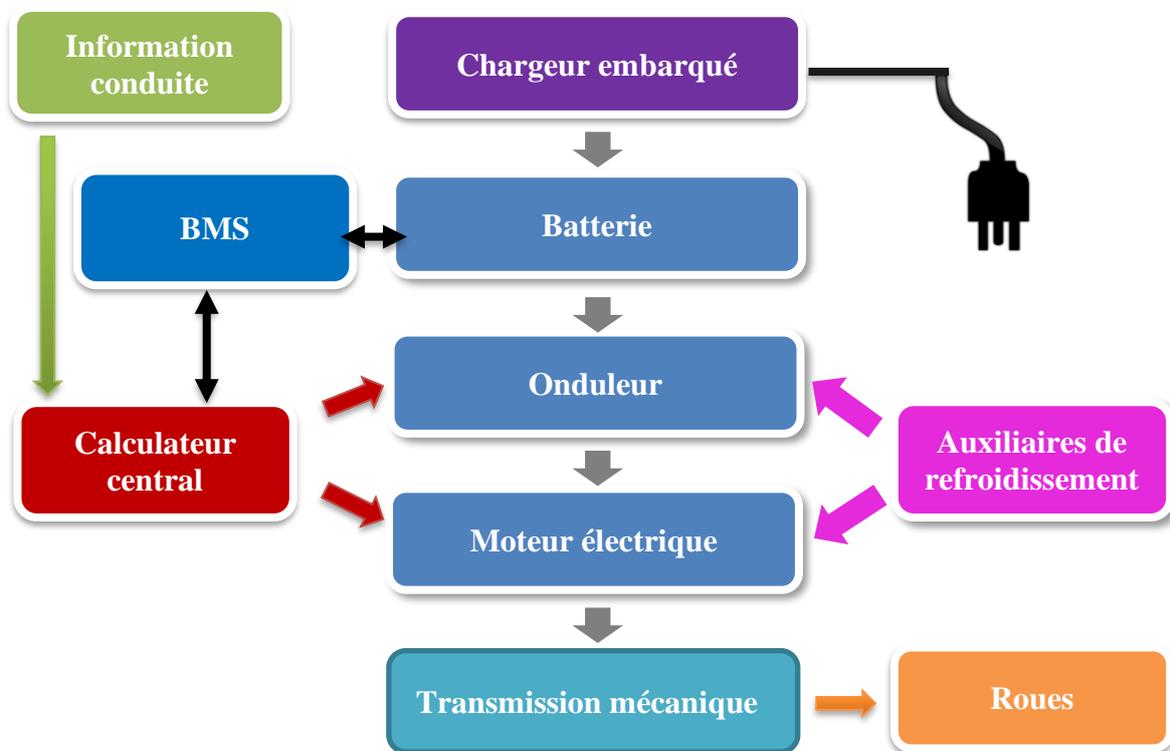


Figure 1.2 Synoptique simplifié d'une chaîne de traction tout électrique

Les missions du BMS découlent donc naturellement des missions de la chaîne de traction vis-à-vis du véhicule ; le passage d'un véhicule thermique à un véhicule électrifié ne modifiant pas les attentes élémentaires qu'aura le conducteur vis-à-vis de son véhicule.

Néanmoins, une différence importante avec un mode de traction thermique demeure au niveau des contraintes de sécurité imposées dans l'utilisation de la batterie. Ce point est d'avantage développé dans la section qui suit.

1.1.2 Considérations sur les limites de fonctionnement d'une batterie

Au sein de la chaîne de traction électrique ou hybride, la batterie est donc un réservoir de puissance et d'énergie. Son utilisation est néanmoins contrainte par des limites de fonctionnement en tension, en courant ainsi qu'en température, imposées à toutes les cellules de la batterie. Ces limites de fonctionnement tiennent en partie à l'apparition de réactions secondaires indésirées dans les zones de surcharge ou de sous-charge (Arora, White, and Doyle 1998). Une partie de ces réactions appartient aux réactions dites de vieillissement en ce qu'elles conduisent à la consommation irréversible d'ions lithium. Les réactions de vieillissement sont davantage développées dans la partie 1.2. Le **Tableau 1.1** donne à titre d'illustration les limites de fonctionnement en courant et en tension d'un certain type de batterie lithium-ion. Il est à noter que le **Tableau 1.1** met également en avant la dépendance des limites en courant à la durée de l'appel de courant.

Courant maximum de charge (<i>IMR</i>) suivant la température et tension maximum U_{max}									
Température		-21°C	-20°C	-10°C	0°C	20°C	50°C	60°C	61°C
U_{max}	Pulse	4,1V							
	Continue	4,0V							
<i>IMR</i>	Pulse 10s	0A	60A	90A	130A	180A	180A	90A	0A
	Continue	0A	7A	14A	20A	40A	40A	20A	0A
Courant maximum de décharge (<i>IMD</i>) suivant la température et tension minimale U_{min}									
Température		-21°C	-20°C	-10°C	0°C	20°C	50°C	60°C	61°C
U_{min}	Pulse	2,5V							
	Continue	2,7V							
<i>IMD</i>	Pulse 10s	0A	170A	260A	400A	400A	400A	200A	0A
	Pulse 30s	0A	140A	200A	300A	300A	300A	150A	0A
	Continue	0A	80A	90A	120A	150A	150A	75A	0A

Tableau 1.1 Exemple de courants et tensions limites de fonctionnement d'une batterie lithium-ion suivant la température ambiante (*Documentation SAFT*)

Les limitations en tension et en courant induisent naturellement des limitations en puissance² qui se répercutent négativement sur les performances du véhicule. Les limitations en tension réduisent de plus l'énergie fournie par la batterie ce qui se traduit par exemple par une autonomie réduite en mode tout électrique. Ces considérations sont notamment motivées par la nature des contributions physico-chimiques à la tension de sortie des cellules de la batterie. La tension fournie par une cellule est principalement constituée de la somme de sa tension à vide (force électromotrice) E , de tensions de surtensions (ou polarisations) η ainsi que de contributions résistives regroupées ici sous la résistance R tels que :

$$U = E + \eta - RI. \tag{1.1}$$

Ces termes sont plus amplement développés dans la partie 1.2.2 dédiée à la description du fonctionnement des batteries lithium-ion. Il est ici intéressant de noter que des trois

² La puissance fournie par la batterie se réduit en effet au produit $P = UI$, le courant et la tension fournis par la batterie étant continus.

contributions à la tension de sortie U d'une cellule, seule la tension à vide E est énergétiquement utile puisque sa valeur dépend directement de la quantité de charge en lithium présente dans chaque électrode. Il s'en suit qu'en fonction de l'importance des termes η et R , les tensions limites de fonctionnement peuvent être atteintes sans que la batterie ait pu délivrer toute la charge utile disponible. Cette remarque est reprise dans la description de la problématique de l'impact du vieillissement sur le BMS à la partie 1.3.

Les contraintes sur la tension de fonctionnement d'une cellule conduisent à une définition de la quantité de charge Q_{dispo} récupérable, sous certaines conditions, en décharge tenant compte des dites limitations en tension. La quantité de charge récupérable est alors définie comme une fraction de la quantité de charge totale $Q_{réel}$ récupérable entre les tensions de fonctionnement maximale et minimale. La notion d'**état de charge d'une cellule**, noté SOC pour State-Of-Charge, représente souvent le rapport entre ces deux quantités :

$$SOC(t) = \frac{Q_{dispo}(t)}{Q_{réel}}. \quad (1.2)$$

Connaissant, le SOC à un instant initial t_0 , le SOC peut également s'écrire :

$$SOC(t) = SOC(t_0) + \frac{\int_{t_0}^t I}{Q_{réel}}. \quad (1.3)$$

La cellule est alors dite à l'état chargé pour une valeur de $SOC = 1$ et déchargée pour une valeur de $SOC = 0$. Par extension, il est également question de l'état de charge de la batterie³. Dans les essais classiques, la capacité $Q_{réel}$ est mesurée en décharge. Le point de départ est la batterie chargée (au repos à la tension de pleine charge). L'arrêt de la décharge survient dès que la tension atteint une tension seuil déterminée. Ainsi, la tension basse d'arrêt de la décharge n'est pas une tension stabilisée ou relaxée de la cellule. Il est à noter que d'autres définitions du SOC sont cependant possibles en jouant sur la définition des états « chargé » et « déchargé ». L'écriture du SOC est alors similaire à celle vue dans (1.3) à ceci près que la capacité disponible n'est plus nécessairement rapportée à $Q_{réel}$ mais à une capacité de référence Q_{ref} correspondant à la quantité de charge récupérable entre les états « chargé » et « déchargé » :

$$SOC(t) = SOC(t_0) + \frac{\int_{t_0}^t I}{Q_{ref}}. \quad (1.4)$$

La quantité de charge $Q_{réel}$ est parfois désignée comme la capacité réelle de la cellule et par extension la capacité réelle de la batterie. **La capacité d'une cellule** s'exprime en ampère-heure (Ah) et correspond à la quantité de charge que peut restituer la batterie correctement chargée et dans des conditions de température ambiante données. Par exemple, une batterie de $120Ah$ peut théoriquement fournir un courant de $12A$ pendant $10h$ ou encore un courant de $24A$ pendant $5h$. Il convient toutefois de garder à l'esprit que cette capacité est

³ Cette appellation, répandue dans la littérature, est quelque peu impropre puisque toutes les cellules d'une même batterie n'ont pas nécessairement le même SOC .

théorique puisqu'elle ne rend pas compte de l'usure de la cellule au cours du temps. Il est par exemple clair que l'indication de *SOC* basée sur la capacité réelle $Q_{réel}$ et fournie au calculateur central sera faussée si la valeur de $Q_{réel}$ vient à évoluer avec le temps.

Des actions aussi habituelles que de doubler un véhicule ou de conduire en pente peuvent donc être critiques dans le cas d'un véhicule hybride ou électrique et représenter une source d'anxiété pour le conducteur ainsi que des défis pour la gestion de la batterie car l'énergie et la puissance récupérable sont contraints par les limites de fonctionnement en tension et en courant des cellules composant la batterie.

1.1.3 Rôle et fonctions du BMS

Les développements des sections précédentes ont fait apparaître l'importance de l'interaction de la batterie avec le calculateur central dans la gestion énergétique du véhicule. Dans cette partie, une liste non-exhaustive des fonctions du BMS sont présentées plus en détail. Les batteries Li-ion destinées à la traction hybride et électrique sont soumises à des cahiers de charge à la fois complexes et contraignants. L'énoncé de mission du BMS peut être défini de la manière suivante :

“La tâche principale d'un BMS est de permettre une utilisation optimale et en sécurité des ressources énergétiques la batterie tout en limitant les dommages causés sur celle-ci par le vieillissement et l'usage. Cette tâche est accomplie en agissant sur les processus de charge et décharge de la batterie à travers des algorithmes d'équilibrage et de charge d'une part ; et d'autre part en surveillant les grandeurs physiques et les indicateurs représentatifs de l'état de la batterie.”

Cette mission est accomplie via la réalisation de plusieurs fonctions (N. Chaturvedi et al. 2010) (Cao and Emadi 2011) (Meissner and Richter 2005; Meissner and Richter 2003) à présent décrites.

- Fournir des indicateurs sur l'état de charge et l'état de santé afin de savoir par exemple si une phase d'accélération est possible ou encore afin de réduire l'anxiété du conducteur en lui donnant une indication de la charge restante. Ces indicateurs peuvent être destinés au conducteur ainsi qu'à d'autres équipements de la chaîne de traction. Ces fonctions nécessitent généralement l'usage d'un modèle.
- Surveiller le processus de charge et décharge, en mode normal et régénératif, afin d'éviter de demeurer trop longtemps en dehors des zones de fonctionnement préconisées tout en garantissant la sécurité et la tenue des performances (profils de courant demandés).
- Mettre à jour les paramètres nécessaires au cours du vieillissement de la batterie.

- Equilibrer la batterie en tension et/ou en SOC.
- Procéder à la gestion thermique de la batterie.
- Assurer les protections de sécurité élémentaires (limites en tension, courant et température).

L'adoption de batteries lithium-ion pour la traction automobile nécessite d'aller au-delà des techniques mises en œuvre pour les BMS destinés à l'électronique grand public. Les auteurs de (Cao and Emadi 2011) donnent la liste de quatre spécificités des BMS automobiles qui suit.

- L'environnement est exigeant avec des variations de températures pouvant être fortes.
- Le circuit haute tension met la sécurité des passagers en jeu, nécessitant ainsi une surveillance en continue de l'isolation électrique.
- Le profil de charge peut connaître des variations rapides en fonction du profil de roulage et du conducteur. Les dynamiques de l'estimateur de SOC et du limiteur de puissance doivent donc être suffisamment rapides afin de pouvoir suivre ces évolutions.
- Une sauvegarde de l'historique des sollicitations subies par la batterie peut être très utile dans des litiges autour de la garantie par exemple. Le prix de la batterie est en effet encore élevé comme cela a été illustré sur la **Figure Intro.2**.

On peut encore ajouter les particularités suivantes, propres à la traction électrique et hybride :

- les sollicitations peuvent être très importantes avec des courants de l'ordre de 100A par exemple,
- les cellules peuvent subir un échauffement plus important, dû notamment aux fortes sollicitations en courant,
- la durée de vie de la batterie doit être de plusieurs années.

Il ressort des listes ci-dessus que les performances du calculateur central, pour les tâches en lien avec la gestion énergétique, dépendent explicitement et sont limitées par la précision des indicateurs fournis par le BMS ainsi que de l'efficacité des actions directes de ce dernier (équilibrage, limitation de courant) comme cela a été relevé par les auteurs de (Rahimi-Eichi et al. 2013). A ce titre, il est intéressant de relever les conclusions de l'auteur de (Egardt 2011) lequel a étudié l'influence des incertitudes dans l'estimation du SOC sur des stratégies de gestion d'énergie pour véhicule hybride. Ses résultats de simulations indiquent

que l'augmentation des incertitudes dans l'estimation du SOC conduit à une utilisation énergétiquement moins efficace de la batterie ainsi qu'à une augmentation de la consommation en carburant.

1.2 La batterie lithium-ion

Cette partie constitue une présentation générale des batteries lithium-ion lesquelles font partie de la famille plus large des batteries au lithium. La diversité des assemblages est illustrée à travers une vue d'ensemble des types de cathodes et anodes. Le mode de fonctionnement des cellules lithium-ion est présenté dans les grandes lignes à partir du modèle original de Doyle et al. (Doyle 1995); l'accent étant mis sur phénomènes physico-chimiques majeures contribuant à la tension de sortie. Les modèles réduits destinés aux applications embarquées sont présentés et regroupés, conformément à l'usage, dans deux grandes familles que sont les modèles électriques et les modèles dits électrochimiques. Le modèle adopté dans les présents travaux, dit mono-électrode, faisant partie des modèles électrochimiques et reposant sur une description fractionnaire du phénomène de diffusion est introduit. Enfin, les mécanismes de vieillissement sont revus.

1.2.1 Généralités

Le principe de fonctionnement des générateurs électrochimiques (piles et batteries) repose sur un schéma d'oxydoréduction mettant simultanément en jeu un élément réducteur (de potentiel standard négatif vis-à-vis de l'électrode à hydrogène) à l'électrode négative et un élément oxydant (de potentiel standard positif vis-à-vis de l'électrode à hydrogène) à l'électrode positive⁴. Les processus de charge ou décharge sont constitués d'échanges d'ions entre les deux électrodes de la batterie à travers un électrolyte qui joue le rôle de conducteur ionique. Les électrons, sont quant à eux transportés d'une électrode à l'autre à travers le circuit externe. Afin que ces échanges puissent avoir lieu, la force électromotrice (tension à vide) E de la cellule se doit bien entendu d'être non-nulle.

Afin d'obtenir un générateur de force électromotrice élevée, l'association recherchée est donc celle d'un réducteur au potentiel le plus bas avec un oxydant au potentiel le plus élevé. La position favorable de l'élément Lithium dans la classification périodique le désigne comme l'un des tout premiers matériaux d'électrode. Son potentiel est en effet un des plus bas de tous les éléments et vaut $-3,045 V/ENH$ (Robert and Alzieu 2000). En outre, la masse volumique du Lithium ($0,534 g/cm^3$) est faible et, par voie de conséquence, sa capacité spécifique ($3 860 Ah/kg$) plus élevée que celle des matériaux d'anode en usage comme par

⁴ L'usage désigne l'électrode négative comme étant l'anode et l'électrode positive comme étant la cathode. En pratique, il faut toutefois noter que dans le cas d'une batterie, chaque électrode est alternativement anode puis cathode selon qu'il s'agisse d'une charge ou d'une décharge.

exemple celle du Cadmium (477 Ah/kg) . Le **Tableau 1.2** donne un aperçu des propriétés énergétiques des cellules lithium-ion en regard d'autres technologies.

	Li – ion	Ni – MH	Ni – Cd	Pb – Acide
Tension nominale (V)	3,7	1,2	1,2	2
Densité d'énergie volumique (Wh/l)	200 – 600	140 – 435	60 – 150	50 – 80
Densité d'énergie massique (Wh/kg)	75 – 250	30 – 110	50 – 75	30 – 50
Densité de puissance (W/kg)	100 – 5000	250 – 2000	150 – 230	75 – 300

Tableau 1.2 Propriétés énergétiques des technologies Li-ion, Ni-MH, Ni-Cd et Pb-Acide (Ferreira et al. 2013)

En dépit des qualités du Lithium, les premières tentatives d'applications industrielles, dans les années 80, furent des échecs. Ces essais utilisaient des anodes en Lithium métallique. Il fut remarqué que lors de la charge, le lithium métallique se dépose sous forme dendritique, et non pas de façon uniforme à la surface de l'électrode en métal. Les dépôts formés sont alors susceptibles de provoquer des courts circuits en provoquant un contact avec la cathode. A cela, il faut ajouter la propension du Lithium à l'état pur à réagir violemment en présence d'oxygène. La technologie lithium-métal fut donc logiquement retirée du marché.

Afin de contourner la problématique du dépôt dendritique, des développements ont été menés sur la nature de la structure hôte. Le choix fut porté sur l'utilisation de matériaux d'insertion à la cathode mais aussi à l'anode (à la place du lithium métallique donc). La caractéristique principale des matériaux d'insertion est de pouvoir insérer ou désinsérer des ions Li^+ de manière réversible. Ce principe de fonctionnement justifie l'appellation **lithium-ion** et est illustré par la **Figure 1.3**. Il s'agit du principe dit « rocking chair ». Différentes compositions ont été proposées pour l'anode. Ce n'est qu'en 1991 que la technologie fut mature avec la commercialisation par Sony Energetics d'une batterie lithium-ion dont la structure hôte à l'anode était en carbone, destinée à des applications vidéo et téléphonie.

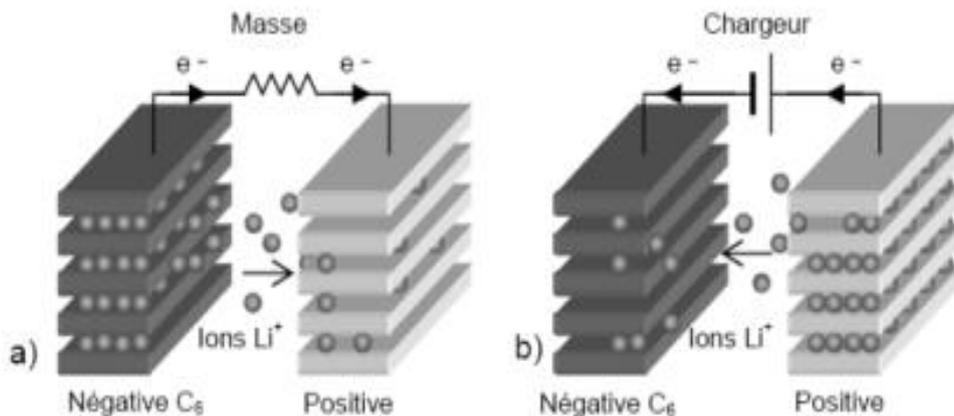


Figure 1.3 Processus de charge (a), processus de décharge (b) d'une cellule lithium-ion (Teyssot 2005)

Les matériaux d'électrodes recherchés aujourd'hui par l'industrie électrochimique doivent conduire, par leur association, à une différence de potentiel d'au moins 4 volts entre l'électrode positive et l'électrode négative. D'après (Robert and Alzieu 2000) les recherches menées ces vingt dernières années ont tendance à désigner les oxydes de métaux de transition comme les meilleurs candidats pour les électrodes positives (3 à 5V). Parmi celles-ci on peut, par exemple, citer les structures d'insertion constituées d'oxyde de cobalt lithié $LiCoO_2$. D'autres composés d'insertion du lithium ont été proposés pour l'électrode positive, en particulier le $LiMn_2O_4$, qui est utilisé par certains fabricants, ou encore le $LiNiO_2$ dopé. Ces deux derniers matériaux sont souvent modifiés par des additions d'aluminium, cobalt ou manganèse car ils ne sont pas aussi stables en utilisation que l'oxyde de cobalt lithié. Le cobalt reste toutefois un métal pénalisé par son coût. Concernant les matériaux d'anodes, des interrogations subsistent. Il s'agit majoritairement d'un matériau carboné. L'insertion du lithium s'y opère à un potentiel compris entre 0 volts et 0.3 volts. Parmi ces matériaux carbonés, le graphite occupe toujours la première place dans les applications industrielles malgré son trop bas potentiel vis-à-vis du lithium, en fin de charge, susceptible de conduire à la formation de dendrites de lithium métallique en dépit de la présence d'un séparateur.

L'électrolyte assure le transport des ions au sein de l'accumulateur. Il est électriquement isolant, et doit être bon conducteur ionique. Il doit aussi être stable électrochimiquement aux potentiels des électrodes positive et négative. On distingue deux classes d'électrolytes, les solutions de sels de lithium dans des solvants organiques et plus précisément des mélanges de tels solvants et les électrolytes dits « polymères ». A ce titre, les électrolytes organiques permettent le fonctionnement de couples électrochimiques présentant des différences de potentiels élevées. L'ajout d'additif dans l'électrolyte permet en outre de générer une couche de passivation (dite SEI, pour Solid Electrolyte Interface) au niveau de l'électrode négative, évitant ainsi la dégradation de l'électrolyte sous de trop faibles potentiels, et protégeant le matériau carboné.

Dans la plupart des dispositifs, un séparateur est utilisé pour séparer mécaniquement les deux électrodes, afin d'éviter tout court-circuit interne. Actuellement, les séparateurs se présentent sous forme de papier, ou de polymère microporeux.

Les cellules peuvent se présenter sous trois formats illustrés sur la **Figure 1.4** :

- **Le format cylindrique**

Dans ce format, les cellules sont donc de forme cylindrique. La cellule est réalisée par une superposition de bandes anode-séparateur-cathode bobinées autour d'un axe central, le mandrin. Ce format, a l'inconvénient de limiter la densité d'énergie massique embarquable du fait de la géométrie des cellules.

- **Le sachet souple**

Les électrodes sont empilées et enfermées dans un sachet souple et imperméable, autorisant une éventuelle déformation liée à la pression interne à la cellule. Ce

format permet donc de grandes densités mais offre moins de protection au temps et à l'usure. Le sachet souple est par exemple accusé de souffrir de fuites au fil du temps.

- **Le format prismatique**

Les électrodes sont enfermées dans un boîtier métallique, résistant, en aluminium.



Figure 1.4 *Formats possibles de cellules (de gauche à droite): cylindrique, poche et prismatique*

Un pack batterie est formé de plusieurs modules, le module étant lui-même formé de plusieurs cellules connectées en série ou en parallèle. Une illustration est donnée sur la **Figure 1.5**. Comparativement à une cellule unitaire, la connexion des cellules en série augmente la puissance du module ainsi formé alors que leur connexion en parallèle augmente l'énergie du module. La batterie (c) de la **Figure 1.5** équipe la Nissan Leaf. Elle est constituée de 48 modules de 4 cellules lithium-ion. L'énergie annoncée de la batterie est de $24kWh$ pour alimenter, via l'onduleur, un moteur alternatif synchrone de $80kW$.

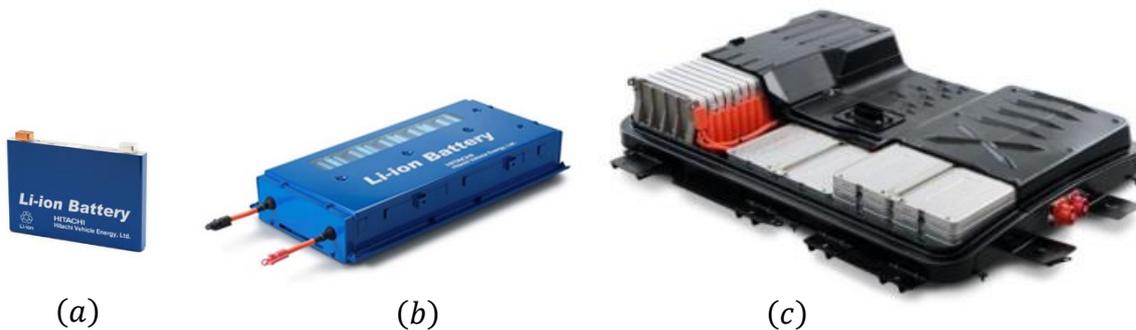


Figure 1.5 *Illustration d'une cellule unitaire (a), d'un module (b) et d'une batterie complète (c)*

1.2.2 Modélisation des cellules lithium-ion

La tension aux bornes de la cellule est la résultante de trois types de contributions fondamentales conformément à la relation énoncée dans la section 1.1.2 et rappelée ici (J. S. Newman 1991) :

$$U = E (\text{Equilibre}) + \eta (\text{Cinétique}) - RI (\text{Résistif}). \quad (1.5)$$

En premier lieu, la tension à vide E , de nature thermodynamique, décrit le comportement du système à l'équilibre. Comme cela a été précisé précédemment, la tension à vide est nécessaire à l'établissement d'un transfert de charge entre les électrodes. La tension à vide est de l'ordre de quelques volts. En second lieu, les écarts inévitables à l'équilibre sont exprimés par la surtension η . Elles sont le plus souvent associées à des phénomènes hors équilibre d'origine cinétique mais peuvent également provenir de phénomènes plus complexes à l'instar de réactions aux interfaces. L'origine des surtensions n'est toutefois pas toujours parfaitement comprise. Les surtensions varient généralement de quelques millivolts à quelques dizaines de millivolts. Enfin, les contributions de type résistif sont regroupés dans le terme R . Elles peuvent être associées aux phénomènes de transport dans l'électrolyte ou de manière plus prosaïque à la résistance de contact des électrodes de la cellule. Les contributions de type résistif sont responsables de pertes ohmiques et d'échauffements. Leur ordre de grandeur est équivalent à celui des surtensions. La modélisation de ces contributions est désormais abordée.

Depuis la première batterie lithium-ion commercialisée par Sony Energitec en 1991, le nombre de travaux sur la modélisation de celle-ci a connu une croissance très significative. On peut estimer que la modélisation isotherme des cellules Lithium-ion est arrivée à maturité au milieu des années 2000. La théorie des électrodes poreuses dont font partie les électrodes d'intercalation peut être consultée dans (J. Newman and Tiedemann 1975). Il est rappelé que la famille des cellules lithium-ion regroupe des cellules aux configurations très diverses selon la nature des électrodes et de l'électrolyte (liquides ou solide). Cette diversité a longtemps conduit à rendre difficile la description du comportement des cellules lithium-ion par un unique modèle. Il aura fallu attendre les travaux de thèse de Marc C. Doyle (Doyle 1995) pour obtenir une démarche de modélisation applicable à toutes les familles de cellules Li-ion. Depuis, des contributions diverses ont bien entendu enrichi les travaux initiés par Doyle. Pour une revue détaillée des modèles de connaissance de la cellule lithium-ion, le lecteur est invité à consulter (Botte, Subramanian, and White 2000) et (Dao, Vyasrayani, and McPhee 2012). Depuis le modèle original développé par Doyle et al (Doyle 1995), la cellule lithium-ion est modélisée en faisant apparaître ses trois régions constitutives, à savoir : l'anode, le séparateur et la cathode. Le schéma monodimensionnel classique est illustré sur la **Figure 1.6**.

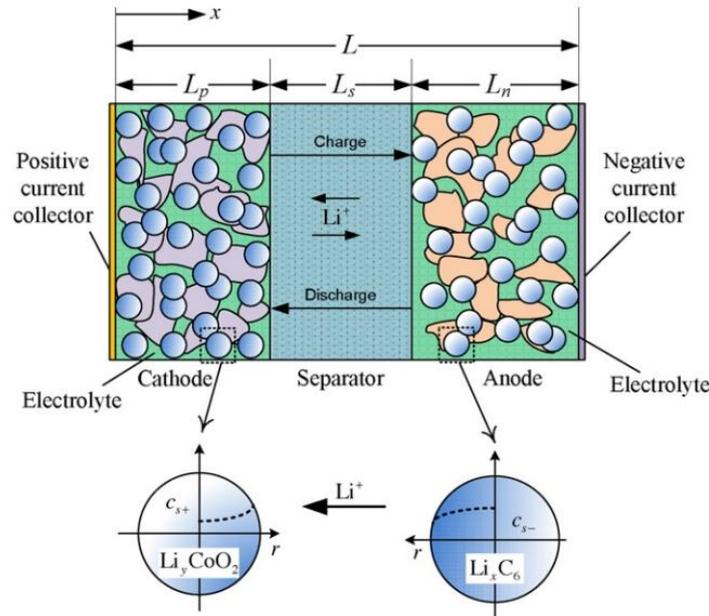


Figure 1.6 Schéma conventionnel d'une cellule lithium-ion (Dao, Vyasarayani, and McPhee 2012)

Ces trois régions seront distinguées par les indices p (positive), s (séparateur) et n (négative). D'après la théorie des électrodes poreuses (J. Newman and Tiedemann 1975), chaque électrode est constituée de deux phases superposées que nous signalerons par les indices e et s :

- e : la phase électrolytique;
- s : la phase solide.

Quant au séparateur, il n'est constitué que de la phase électrolytique. Dans cette représentation, les pores accueillant les ions Li^+ sont modélisés par des particules sphériques de rayon R_s comme illustré sur la Figure 1.6.

Les grandeurs dont on souhaite suivre l'évolution dans chaque région et pour chaque phase sont la **concentration en lithium** et le **potentiel électrique**. La nomenclature de ces grandeurs est donnée dans le Tableau 1.3.

	Phase solide $i \in \{n, p\}$	Phase électrolytique $i \in \{n, sep, p\}$
Concentration en lithium c	$c_{s,i}(x, r, t)$	$c_{e,i}(x, t)$
Potentiel électrique ϕ	$\phi_{s,i}(x, t)$	$\phi_{e,i}(x, t)$

Tableau 1.3 Grandeurs chimiques et électriques représentatives du système

En notant le potentiel d'équilibre, de l'électrode i , E_i sa surtension η_i s'écrit :

$$\eta_i = \underbrace{\Phi_{s,i}(x, t) - \Phi_{e,i}(x, t)}_{Stationnaire} - \underbrace{E_i}_{Equilibre} \quad (1.6)$$

Il est à noter que le potentiel d'équilibre E_i est fonction de la concentration $c_s(x, t)$ en ions Li^+ . Le potentiel est particulièrement sensible aux évolutions de la concentration $c_s(R_s, t)$ à la surface des particules sphériques, c'est-à-dire à l'interface des deux phases solide et électrolytique ; le flux molaire j^{Li} (densité volumique de courant) entre ces deux phases étant lui-même dépendant de la valeur de la surtension et régi par l'équation dite de Butler-Volmer. Le lien entre ces différentes grandeurs est illustré sur le synoptique de la **Figure 1.7**. Ces points sont abordés plus en détail dans les sections suivantes. Enfin, la tension aux bornes de la cellule est égale à la différence des potentiels électriques de la phase solide au niveau des deux collecteurs de courant aux abscisses $x = 0$ et $x = L$. La tension U s'écrit par conséquent :

$$U = \Phi_s(0, t) - \Phi_s(L, t) - RI(t). \quad (1.7)$$

Les phénomènes présentés dans la suite de ce chapitre sont valides dans les deux électrodes. Pour ne pas multiplier les notations, l'indice i sera omis dans la suite de ce chapitre et rappelé uniquement au besoin. Il sera donc indépendamment question des concentrations c_s et c_e ainsi que des potentiels ϕ_s et ϕ_e . L'indice k servira à désigner l'une ou l'autre des deux phases solide ou électrolytique. Ainsi, le flux N_k désignera le flux d'ions Li^+ dans une phase k avec $k = s$ s'il s'agit de la phase solide et $k = e$ s'il s'agit de la phase électrolytique.

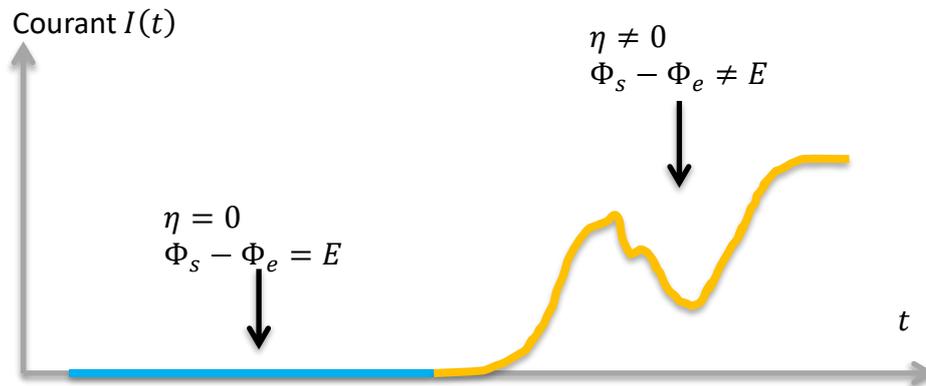


Figure 1.7 Illustration des surtensions

1.2.2.1 Contribution cinétique

1.2.2.1.1 Evolution des concentrations c_s et c_e

1.2.2.1.1.1 Cas général

L'évolution de la concentration en ions Li^+ est régie par la diffusion et la migration des espèces chargées dans chacune des phases. La diffusion a lieu dans les deux phases et la densité de flux d'ions $N_{diffusion}$ est liée à la concentration conformément à la 1ère loi de Fick :

$$N_{diffusion} = -\nabla(Dc) \quad (1.8)$$

où D est le coefficient de diffusion de l'espèce considérée, dans la phase k .

La migration sous l'effet du champ électrique de la cellule est limitée à la phase électrolytique. La densité de flux d'ions Li^+ est alors fonction du nombre de charge z , de la mobilité u , du potentiel électrique Φ_e et de la concentration c_e selon la relation :

$$N_{migration} = -zuFc\nabla\Phi_e. \quad (1.9)$$

Sous l'effet des deux précédents phénomènes de transport, la cellule est donc le siège des flux d'ions N_s et N_e , avec pour la phase solide :

$$N_s = -D_s\nabla c_s, \quad (1.10)$$

et pour la phase électrolytique :

$$N_e = -\underbrace{zuFc_e\nabla\Phi_e}_{migration} - \underbrace{D_e\nabla c_e}_{diffusion} \quad (1.11)$$

L'application de la 2ème loi de Fick ($\frac{\partial c}{\partial t} = -\nabla N$) aux relations (1.9) et (1.10) donne enfin les équations régissant l'évolution des concentrations c_s et c_e , soit :

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = \nabla^2(D_s c_s) \quad (1.12)$$

et

$$\frac{\partial c_e}{\partial t} = zuF\nabla(c_e\nabla\phi_e) + \nabla^2(D_e c_e). \quad (1.13)$$

1.2.2.1.1.2 Electrolytes liquides : solutions diluées ou concentrées

Les électrolytes liquides se distinguent selon la nature de la solution considérée. Celle-ci peut-être diluée ou concentrée. Selon les cas de figure, les interactions ioniques pourront alors être négligées ou pas (J. S. Newman 1991). Concrètement, la relation de diffusion dans l'électrolyte (1.11) admettra selon l'hypothèse retenue, l'une des deux écritures suivantes :

- en solution dite « diluée »

$$\frac{\partial c}{\partial t} + v \cdot \nabla c = \nabla \cdot (D \nabla c) - a^{jLi} \frac{\nabla t_+}{z_+ v_+ F} \quad (1.14)$$

- en solution dite « concentrée »

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla(c v_0) = \nabla \cdot \left[D \left(1 - \frac{\nabla \ln c_0}{\nabla \ln c} \right) \nabla c \right] - a^{jLi} \frac{\nabla t_+^0}{z_+ v_+ F}. \quad (1.15)$$

Dans la littérature, l'hypothèse communément admise est celle d'une solution concentrée pour les électrolytes liquides de cellules lithium-ion.

1.2.2.1.1.3 Phase solide : un coefficient de diffusion variable

La phase solide admet une discussion similaire à celle développée ci-dessus. La question est une encore une fois de savoir si les interactions ioniques pourront être négligées ou pas, ce qui revient à savoir si le coefficient d'activité est différent de 1 ou pas. Dans les cas où le coefficient d'activité γ_s de la phase solide est différent de 1, il faut considérer la relation liant le potentiel chimique μ_s à la concentration c_s :

$$\mu_s = \mu_s^0 + RT \ln \gamma_s x_s \quad \text{et} \quad c_s(r, t) = x_s(t) \times c_{s,max} \quad (1.16)$$

où x_s désigne le taux d'ions Li^+ insérés dans la phase solide, soit :

$$x_s(t) = \frac{c_s(x, r, t)}{c_{s,max}}. \quad (1.17)$$

La concentration $c_{s,max}$ est intrinsèque à la chimie de l'électrode. L'expression de la capacité maximale $Q_{i,max}$ de l'électrode associée s'en déduit et vaut :

$$Q_{i,max}(t) = \varepsilon_{s,i} (\delta_i A) c_{s,i,max} F, \quad (1.18)$$

où $\varepsilon_{s,i}$ désigne la fraction volumique occupée par la phase solide (rapportée au volume total de l'électrode), δ_i désigne l'épaisseur de l'électrode, A la surface de l'électrode et F la constante de Faraday.

La relation de diffusion dans la phase solide (1.12) devient dès lors :

$$\frac{\partial x_s}{\partial t} = D_{s,0} \times \nabla \left[\left(1 + \frac{\nabla \ln(\gamma_s)}{\nabla \ln(x_s)} \right) \times \nabla x_s \right], \quad (1.19)$$

et le « coefficient de diffusion » vaut dès lors :

$$D_s(SOC) = D_{s,0} \times \left(1 + \frac{\nabla \ln(\gamma_s)}{\nabla \ln(x_s)} \right). \quad (1.20)$$

La dépendance au *SOC* du coefficient de diffusion ainsi obtenu a été, entre autres, mise en évidence dans (Verbrugge and Koch 1996). La **Figure 1.8** montre ainsi la variabilité du coefficient de diffusion, celui-ci pouvant varier d'un facteur dix sur une large plage de *SOC* pour une anode au carbone lithié. Les auteurs de (Botte, Subramanian, and White 2000) ont ainsi signalé la nécessité pour certains matériaux d'insertion d'utiliser un coefficient de diffusion variable dans les modèles, l'hypothèse d'une solution diluée n'étant alors pas représentatif de la réalité physique sous-jacente. Il faudrait donc en principe prendre en compte la variation du coefficient de diffusion. Il n'est toutefois pas évident la complexité

supplémentaire apportée soit nécessaire dans une démarche de modélisation « système » destinée à des applications embarquées dans le BMS.

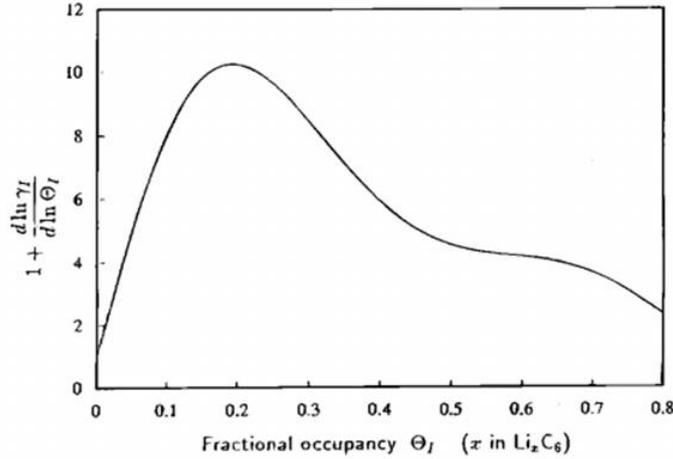


Figure 1.8 Variation du coefficient de diffusion en fonction de la fraction de lithium insérée (Verbrugge and Koch 1996)

1.2.2.1.1.4 Equations finales

Les équations du modèle de connaissance habituellement rencontrés dans la littérature sont finalement les suivantes :

$$\frac{\partial(c_s)}{\partial t} = \frac{D_s}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial c_s}{\partial r} \right) \quad (1.21)$$

pour la phase solide,

$$\frac{\partial(\varepsilon_e c_e)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D_e^{eff} \frac{\partial}{\partial x} c_e \right) + \frac{1 - t_+^0}{F} j^{Li} \quad (1.22)$$

pour la phase électrolytique, avec :

$$D_e^{eff} = D_e \varepsilon_e^p. \quad (1.23)$$

Dans la relation précédente, D_e^{eff} est le coefficient de diffusion effectif. Le coefficient correctif ε_e^p correspond à la fraction de volume occupée par la phase solide par rapport à l'ensemble du volume de la cellule.

1.2.2.1.2 Evolution des potentiels Φ_s et Φ_e

L'évolution du potentiel électrique est régie par la loi d'Ohm, soit pour la phase solide :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\sigma^{eff} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_s \right) - j^{Li} = 0, \quad (1.24)$$

où σ^{eff} désigne le coefficient de conductivité effectif dans la phase solide.

Pour la phase électrolytique, le potentiel électrique est régi par la relation suivante :

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa^{eff} \frac{\partial}{\partial x} \Phi_e \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_D^{eff} \frac{\partial}{\partial x} \ln(c_e) \right) + j^{Li} = 0. \quad (1.25)$$

où $\kappa^{eff} = \kappa \varepsilon_e^p$ désigne le coefficient de conductivité effectif et $\kappa_D^{eff} = \frac{2RT\kappa^{eff}}{F}(t_+^0 - 1) \left(1 + \frac{\nabla \ln f_{+-}}{\nabla \ln c_e}\right)$ le coefficient de conductivité diffusionnelle effectif dans l'électrolyte.

1.2.2.1.3 Equation de Butler-Vollmer

Les flux entre les différentes phases sont liés par l'équation dite de Butler-Volmer exprimant la densité volumique de courant j^{Li} par :

$$j^{Li} = a_s i_0 \left\{ \exp\left(\frac{\alpha_a F}{R_m T} \eta\right) - \exp\left(\frac{\alpha_c F}{R_m T} \eta\right) \right\}. \quad (1.26)$$

1.2.2.2 Contribution de la tension à vide (force électromotrice)

Les paragraphes qui suivent ont pour but de développer la contribution des potentiels d'équilibre E_p et E_n . La courbe de tension à vide décrit les états d'équilibre de la cellule. L'évolution de l'équilibre thermodynamique d'une cellule Li-ion est donnée par les potentiels d'équilibre de chaque électrode. Ces potentiels sont eux-mêmes fonction des taux d'insertion de lithium dans chaque électrode. Les taux d'insertion à la cathode et l'anode sont respectivement notées x_p et x_n . Elles correspondent aux valeurs moyennes des taux $x_{s,i}$ de la relation (1.17).

La tension à vide E de la cellule entière est égale à la différence des potentiels d'électrode conformément à la relation suivante :

$$E = E_p(x_p) - E_n(x_n). \quad (1.27)$$

A titre d'exemple, les variations des potentiels d'équilibre E_p et E_n en fonction des taux d'insertion x_p et x_n sont illustrées sur la **Figure 1.9**. Les variations de la tension à vide E de la cellule sont illustrées sur la **Figure 1.10**.

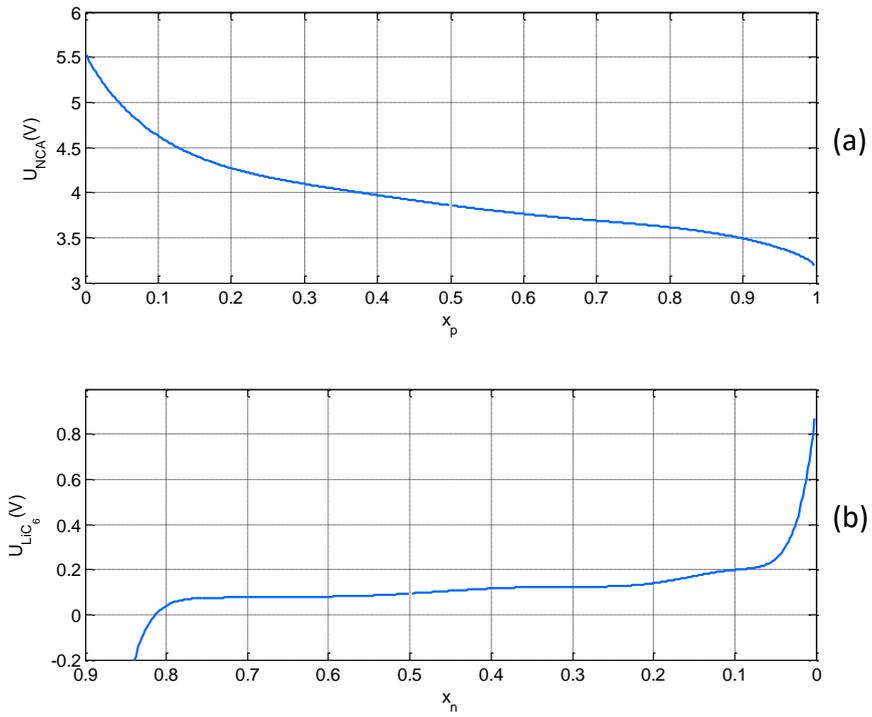


Figure 1.9 Potentiels d'électrodes pour (a) une anode carbonée LiC_6 (b) une cathode NCA

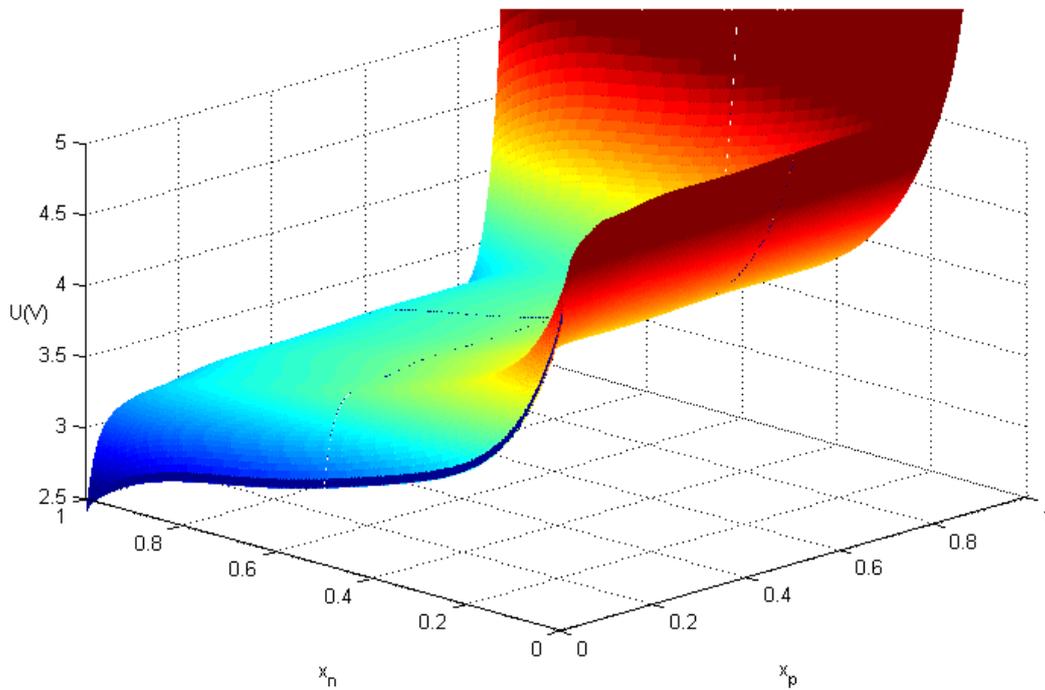


Figure 1.10 Exemple de Nappe de tensions à vide pour une cellule Lithium-Ion

De manière générale, l'étude de l'évolution de l'équilibre thermodynamique d'un système physico-chimique est réalisée via la fonction d'état de Gibbs notée G . Dans un système électrochimique composé de plusieurs espèces chimiques, on s'intéressera particulièrement à la variation, dans une phase donnée, de la quantité de matière d'une espèce k , définie par :

$$\mu_k = \left(\frac{\partial G}{\partial n_k} \right)_{n_{j \neq k}, T, P} \quad [\text{J} \cdot \text{mol}^{-1}], \quad (1.28)$$

où μ_k désigne le potentiel chimique de l'espèce k dans la phase considérée, n_k la quantité de matière de l'espèce k et n_j la quantité de matière de chacune des autres espèces.

Le potentiel chimique est généralement exprimé sous la forme (Allen J. Bard, György Inzelt, and Fritz Scholz 2008) (Karthikeyan, Sikha, and White 2008) :

$$\mu_k = \mu_k^0 + RT \ln \gamma_k \quad (1.29)$$

où γ_k est l'activité de l'espèce k et μ_k^0 le potentiel chimique standard. Ce dernier dépend des propriétés physiques de l'espèce k , de la température et éventuellement de la pression (Allen J. Bard, György Inzelt, and Fritz Scholz 2008). Dans le cas d'une cellule Li-ion, les espèces en jeu sont au nombre de deux dans chaque électrode : les sites vacants dans le matériau d'insertion θ_s et le matériau d'insertion intercalé $[Li^\delta - \theta_s^{-\delta}]$ qui sont respectivement notées α et β . Ainsi, pour une électrode d'insertion donnée, les potentiels chimiques et fractions molaires des deux espèces en jeu (les sites vacants d'une part et les sites intercalés d'autre part) sont données :

- pour θ_s , **site vacant** dans le matériau d'insertion et **noté : α** par les relations

$$\mu_\alpha = \mu_\alpha^0 + RT \ln \gamma_\alpha x_\alpha \quad (1.30)$$

$$x_\alpha = \frac{n_\alpha}{n_\alpha + n_\beta} \quad (1.31)$$

- pour $[Li^\delta - \theta_s^{-\delta}]$, **matériau d'insertion intercalé** et **noté : β**

$$\mu_\beta = \mu_\beta^0 + RT \ln \gamma_\beta x_\beta \quad (1.32)$$

$$x_\beta = \frac{n_\beta}{n_\alpha + n_\beta} \quad (1.33)$$

D'après les relations (1.31) et (1.33), les fractions molaires x_α et x_β sont liées par la relation qui suit :

$$x_\alpha + x_\beta = 1. \quad (1.34)$$

L'équation de la réaction entre les deux espèces est alors habituellement synthétisée sous la forme suivante (Karthikeyan, Sikha, and White 2008) :



Cette réaction a lieu à l'interface entre deux phases : la phase solide et la phase électrolytique. Le potentiel d'équilibre E_i d'une électrode d'insertion par rapport à une électrode de référence au lithium métallique vaut dès lors (Verbrugge and Koch 1996) :

$$E_i = \frac{1}{F} (\mu_{Li}^0 + \mu_\beta - \mu_\alpha) \quad (1.36)$$

où μ_{Li}^0 est le potentiel chimique d'une électrode de référence au lithium métallique pur.

Le développement de l'expression précédente conduit à :

$$E_i = \frac{\mu_{Li}^0 + \mu_\beta^0 - \mu_\alpha^0}{F} + \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{x_\beta}{x_\alpha}\right) + \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{\gamma_\beta}{\gamma_\alpha}\right) \quad (1.37)$$

soit :

$$E_i = \underbrace{E_i^0 + \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{x_\beta}{x_\alpha}\right)}_{\text{Idéal}} + \underbrace{\frac{RT}{F} \ln\left(\frac{\gamma_\beta}{\gamma_\alpha}\right)}_{\text{Non idéal}}. \quad (1.38)$$

D'après la relation (1.34) la fraction x_β peut être remplacée par $1 - x_\alpha$, le potentiel U_i pouvant alors s'écrire :

$$E_i = \underbrace{E_i^0 + \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{1 - x_\alpha}{x_\alpha}\right)}_{\text{Idéal}} + \underbrace{\frac{RT}{F} \ln\left(\frac{\gamma_\beta}{\gamma_\alpha}\right)}_{\text{Non idéal}}. \quad (1.39)$$

Chaque potentiel d'équilibre peut alors être décomposé selon la relation suivante :

$$\begin{cases} E_i = V_{Nernst,i} + V_{INT,i} ; & i \in \{n(\text{anode}), p(\text{cathode})\} \\ V_{Nernst,i}(x_i, T) = E_i^0 + \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{1 - x_i}{x_i}\right) \end{cases} \quad (1.40)$$

La relation (1.40) fait apparaître deux contributions :

- une contribution idéale $V_{Nernst,i}$ dite de Nernst où E_i^0 désigne le potentiel standard ;
- une contribution non-idéale $V_{INT,i}$ caractéristique, entre autres, des électrodes d'insertion.

Contrairement à V_{Nernst} dont l'expression est établie, V_{INT} admet plusieurs modèles dans la littérature. Parmi les modèles disponibles dans la littérature, le modèle de Redlich-Kister, exprimé par la relation qui suit, est fortement recommandée (Karthikeyan, Sikha, and White 2008) :

$$V_{INT}(x_i) = \sum_{k=0}^{K_i} A_{i,k} \left[(2x_i - 1)^{k+1} - \frac{2x_i k (1 - x_i)}{(2x_i - 1)^{1-k}} \right] ; \quad i \in \{n(\text{anode}), p(\text{cathode})\} \quad (1.41)$$

Il s'agit de l'expression de V_{INT} donnant les résultats les plus proches des résultats expérimentaux comme le montre le **Figure 1.11** qui compare plusieurs lois de potentiels d'équilibre. Compte tenu des préconisations de la littérature (Karthikeyan, Sikha, and White 2008), l'expression de Redlich-Kister a été adoptée pour la modélisation de la contribution V_{INT} .

Le potentiel d'équilibre de chaque électrode est dès lors donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = V_{Nernst} + V_{INT} ; i \in \{n, p\} \\ V_{Nernst}(x_i, T) = E_i^0 + \frac{RT}{F} \ln \left(\frac{1-x_i}{x_i} \right) \\ V_{INT}(x_i) = \sum_{k=0}^{K_i} A_{i,k} \left[(2x_i - 1)^{k+1} - \frac{2x_i k (1-x_i)}{(2x_i - 1)^{1-k}} \right] \\ i \in \{n \text{ (anode)}, p \text{ (cathode)}\} \end{array} \right. \quad (1.42)$$

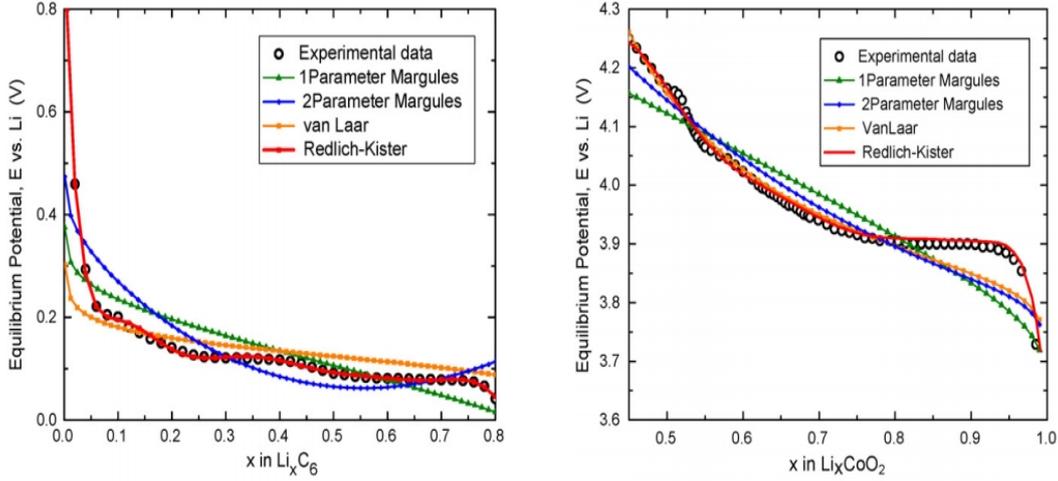


Figure 1.11 Validation de différentes expressions des potentiels d'équilibre sur des données expérimentales (Karthikeyan, Sikha, and White 2008)

Remarque 1.1 Les potentiels d'équilibre E_p et E_n sont uniquement fonctions des espèces en présence. Les coefficients des lois les modélisant demeurent constants quel que soit l'état de la cellule. La représentation graphique de la loi de tensions à vide E de la cellule sera désignée par la suite par courbe de tension à vide (CTV). ■

1.2.3 Modèles réduits

1.2.3.1 Etat de l'art

Les relations développées dans la section 1.2.2 sont suffisantes pour simuler le comportement isotherme d'une cellule lithium-ion. Il n'est en revanche pas possible d'embarquer ces relations dans des applications automobiles par exemple étant donné les limitations rencontrées en termes de puissance de calcul embarquée. Du point de vue de la conception d'algorithmes à base de modèles destinés au BMS, l'impératif est de disposer de modèles simples, physiquement fidèles et précis (N. A. Chaturvedi and Klein 2010) (Di Domenico et al. 2013). A noter que la notion de précision est relative et dépend des algorithmes qui utiliseront le modèle, leurs performances dépendant plus ou moins fortement de la capacité du modèle à reproduire fidèlement le comportement entrée-sortie de la batterie. A ce titre, l'estimation du SOC à base de modèles est à ce jour un sujet de recherche populaire, en particulier depuis les travaux de Plett (Plett 2004a).

Les approches de modélisation peuvent être classées en deux catégories. La première catégorie regroupe les **modèles équivalents à base de circuits électriques**. Plett, par exemple, se base sur un modèle électrique pour appliquer le filtrage de Kalman étendu à l'estimation du *SOC* (Plett 2004b). Kim pour sa part, applique l'observation à modes glissants à nouveau à un modèle électrique pour l'estimation du *SOC* (Kim 2010). Les modèles électriques ont l'avantage d'être simples mais impliquent souvent une utilisation abondante de paramètres sans sens physique.

La seconde catégorie concerne les approches partant des équations de l'électrochimie, développées dans la section 1.2.2 afin d'aboutir, au bout d'une démarche rigoureuse de réduction du modèle, à un modèle plus simple. Ce modèle est généralement exprimé à travers des équations d'état ou des fonctions de transfert. Les modèles issus de cette démarche sont couramment appelés **modèles électrochimiques** dans la mesure où les paramètres qui les composent conservent en général un sens physique précis. Les modèles électrochimiques prennent en compte les dynamiques liées à la diffusion et aux processus d'intercalation dans la phase solide. Une catégorie particulière de modèles électrochimiques se base, à partir d'un certain nombre de simplifications, sur le transfert liant la densité de courant j^{Li} , au niveau des collecteurs de courant, à la concentration $c_{s,e}$ en ions Li^+ à la surface solide-électrolyte issu de (Jacobsen 1995) :

$$H_{diff}(p) = \frac{C_{s,e}(p)}{J^{Li}(p)} = \frac{R_s}{FD_s a_s} \cdot \frac{\tanh(\Psi(p))}{\tanh(\Psi(p)) - \Psi(p)}. \quad (1.43)$$

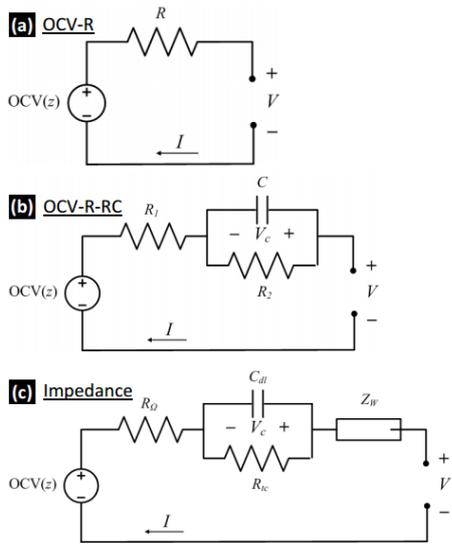
Dans cette expression, $C_{s,e}$ et J^{Li} sont respectivement les transformées de Laplace de la concentration $c_{s,e}$ et de la densité de courant j^{Li} ; p représentant la variable de Laplace. Le transfert $\Psi(p)$ vaut quant à lui :

$$\Psi(p) = R_s \sqrt{\frac{p}{D_s}}. \quad (1.44)$$

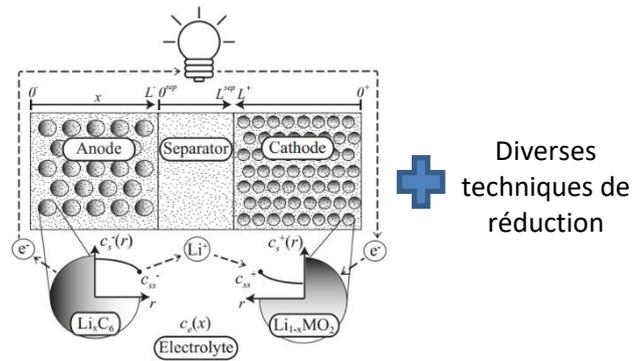
La réduction du transfert H_{diff} admet alors plusieurs variantes. Smith et al. par exemple, se sont basées sur des techniques de regroupement de résidus adjoints à un filtre de Kalman pour l'estimation du *SOC* (K. A. Smith 2006) (K. a. Smith, Rahn, and Wang 2010). Moura et al. pour leur part utilisent une approximation de Padé de H_{diff} associée à un observateur non-linéaire basé sur les équations différentielles partielles via une approche de type backstepping pour l'observation du *SOC* (Moura 2012).

Une récapitulatif des deux types de modèles est donnée sur la **Figure 1.12**.

Circuit électrique équivalent



Modèle électrochimique



Par exemple (Diffusion dans la phase solide)

$$H_{Diff} = \frac{C_{s,e}(p)}{J^{Li}(p)} = \frac{R_s}{F D_s a_s} \cdot \frac{\tanh(\Psi(p))}{\tanh(\Psi(p)) - \Psi(p)}$$

$$\Psi(p) = R_s \sqrt{\frac{p}{D_s}}$$

+ Diverses techniques de réduction de H_{Diff}

Figure 1.12 Résumé des deux catégories principales de types de modèles réduits de cellule lithium-ion

1.2.3.2 Modèle adopté

Le modèle adopté dans les présents travaux est dit modèle mono-électrode (MME) et issu de (Merveillaut 2011). Ce modèle fait partie des modèles électrochimiques isothermes. Concernant la description de la diffusion dans la phase solide, le MME se base sur le transfert H_{diff} donné précédemment et simplifie celui-ci par une approche fractionnaire. Il est à noter que des modèles fractionnaires ont déjà été utilisés dans la modélisation de batteries plomb (Sabatier et al. 2010) ainsi que pour d'autres dispositifs électrochimiques (Bertrand et al. 2010).

Dans la démarche issue de (Merveillaut 2011), le transfert H_{diff} est donc approximé par une fonction de transfert fractionnaire:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\tanh(\Psi(p))}{\tanh(\Psi(p)) - \Psi(p)} \cong \frac{\omega_c}{3} \cdot \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_c}\right)^{\frac{1}{2}}}{p} \\ \Psi(p) = R_s \sqrt{\frac{p}{D_s}} \end{array} \right. \quad (1.45)$$

Les très bons résultats de l'approximation sont montrés sur la **Figure 1.13**.

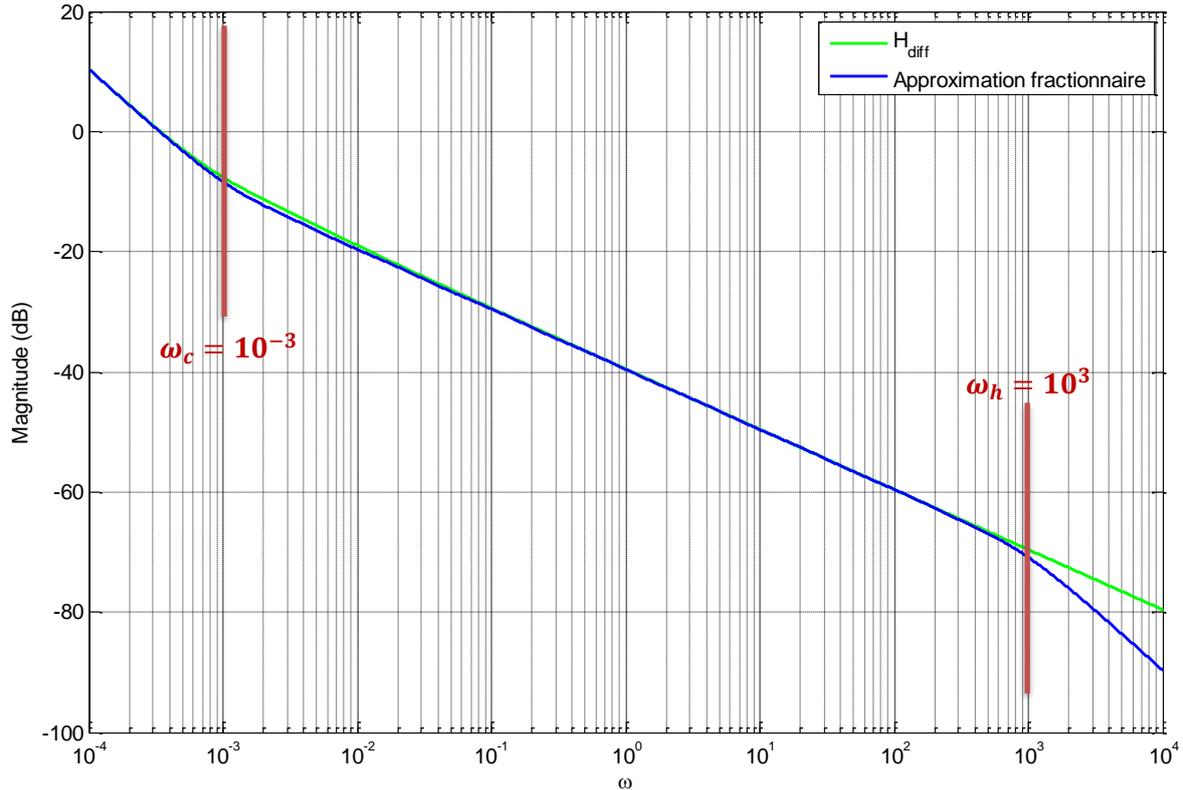


Figure 1.13 Comparaison entre le transfert H_{diff} et son approximation fractionnaire par distribution de pôles et zéros pour $\omega_c = 10^{-3}$ rad/s et $\omega_h = 10^3$ rad/s

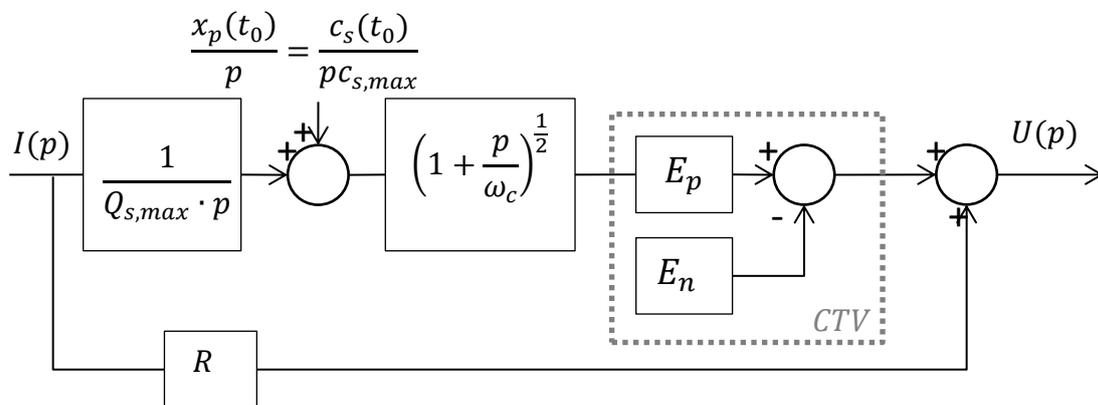


Figure 1.14 Schéma du modèle mono-électrode (Merveillaut 2011)

Le MME est donné par la **Figure 1.14** et fait clairement apparaitre deux parties :

- une partie dynamique et linéaire formée par le transfert diffusif et la résistance R
- une partie statique et non-linéaire constituée de la CTV.

Le MME de la **Figure 1.14** fait intervenir trois paramètres ayant un lien direct avec les paramètres électrochimiques de la cellule comme l'indiquent les relations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} Q_{s,max} = F \varepsilon_{s,p} A \delta_p c_{s,max,p} [C]; \\ R = \frac{R_m T}{A \delta_p F (\alpha_a + \alpha_c) a_{sp} i_{0p}} + R_f [\Omega]; \\ \omega_c = \frac{9 D_{s,p}}{R_s^2} [s^{-1}]. \end{array} \right. \quad (1.46)$$

La quantité $Q_{s,max}$ a été rencontrée dans la section 1.2.2.1.1.3 et correspond à la capacité maximale théorique de la cathode. La résistance R est un agrégat de la résistance interne et de la résistance surfacique de contact R_f du collecteur de courant. L'expression de la résistance interne comporte, entre autres, la constante des gaz parfaits R_m , les coefficients de transfert de charge cathodique α_c et anodique α_a ⁵, la densité de courant d'échange cathodique i_{0p} ainsi que l'aire de la surface interfaciale à la cathode a_{sp} . La pulsation ω_c quant à elle fait apparaître le coefficient de diffusion $D_{s,p}$ de la phase solide à la cathode.

Le MME est bâti sur les hypothèses majeures suivantes :

- **Sur une large plage de SOC, la contribution la plus significative aux variations de la tension de sortie U est due à la cathode.** Ceci implique deux conséquences :
 - 1) Premièrement, les variations de la tension d'équilibre E sont associés à la cathode via le potentiel E_p de sorte que le potentiel d'équilibre E_n de l'anode est assimilé à un terme constant ;
 - 2) Deuxièmement, la cinétique du transfert de charge est vue exclusivement du point de vue de la cathode à travers la pulsation ω_c et le transfert diffusif qui la contient.
- **L'influence de l'électrolyte est négligée.**

Une conséquence des hypothèses précédentes est que la tension à vide E de la cellule est modélisée par un développement polynômial conforme au modèle de Redlich-Kister :

$$E \cong \underbrace{E_0}_{E_p^0 - E_n} + \frac{RT}{F} \ln \left(\frac{1 - x_p}{x_p} \right) + \sum_{k=0}^{N_p} A_k \left[(2x_p - 1)^{k+1} - \frac{2x_p k (1 - x_p)}{(2x_p - 1)^{1-k}} \right]. \quad (1.47)$$

L'appellation « mono-électrode » peut donc induire en erreur et conduire à penser que seule la cathode est prise en compte sur l'ensemble des comportements à l'équilibre et hors équilibre.

⁵ Dans le cas où les courants surfaciques cathodique et anodique sont égaux, il vient $\alpha_a + \alpha_c = 1$.

La tension à vide telle qu'exprimée dans (1.47) a pour grandeur d'entrée le taux d'insertion à la cathode. Cette grandeur n'est bien entendu pas accessible à la mesure. En outre, l'usage veut que la *CTV* soit exprimée en fonction du *SOC*, celui-ci étant proportionnellement lié au taux d'insertion par :

$$x_p(t) = \frac{Q_{ref}}{Q_{p,max}} SOC + x_{p,0}, \quad (1.48)$$

où $x_{p,0}$ est le taux d'insertion associé à un état de charge de $SOC = 0\%$. La capacité de référence Q_{ref} a été rencontrée dans (1.4) et permet une généralisation de la définition du *SOC*. Ainsi, pour $SOC = 100\%$, il vient bien $x_{p,100} - x_{p,0} = Q_{ref}/Q_{p,max}$. En appliquant l'égalité (1.48) dans les cas particulier où $t = t_0$ et en notant $K = 1/Q_{ref}$, l'injection de la *CTV* dépendant du *SOC* permet de représenter le MME d'après le schéma de la **Figure 1.15**. Dans (Merveillaut 2011), les paramètres de la *CTV* sont obtenus à l'aide d'une routine d'optimisation non-linéaire appliquée sur des mesures de tension à vide en décharge.

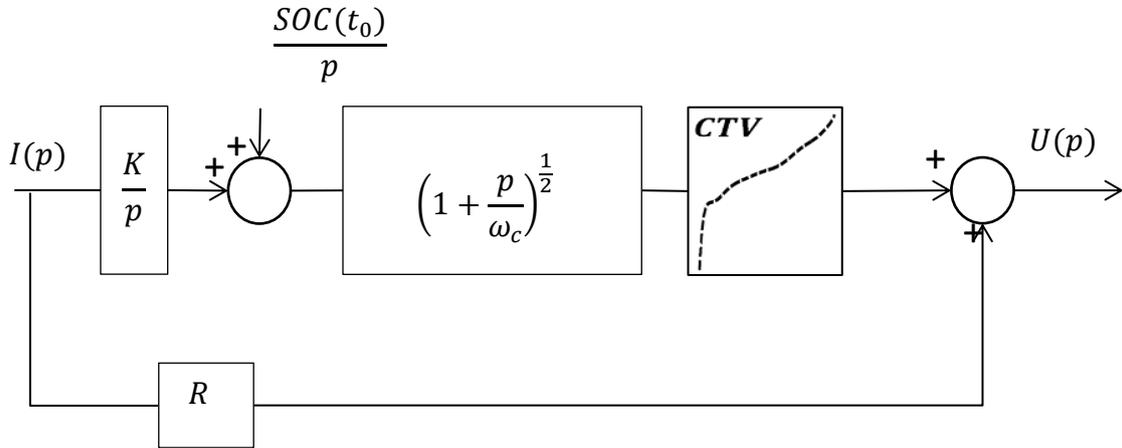


Figure 1.15 Modèle mono-électrode faisant apparaître la variable *SOC* (Merveillaut 2011)

L'implémentation du transfert fractionnaire $(1 + p/\omega_c)^{\frac{1}{2}}$ est quant à elle réalisée via une distribution récursive de ses pôles et zéros (Oustaloup 1995) sur la plage fréquentielle bornée $[\omega_c ; \omega_h]$ où la borne supérieure ω_h est fixée en fonction du domaine de fréquences pris en compte pour la cellule :

$$\left(1 + \frac{p}{\omega_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cong C_0 \prod_{k=1}^N \frac{1 + \frac{p}{w'_k}}{1 + \frac{p}{w_k}}; \quad (1.49)$$

avec la formule générale :

$$\begin{cases} w'_k = (\alpha\eta)^{k-1} \sqrt{\eta} \omega_c \\ w_k = \alpha(\alpha\eta)^{k-1} \sqrt{\eta} \omega_c = \alpha w'_k \\ \alpha = \left(\frac{\omega_h}{\omega_c}\right)^{n/N} ; \eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_c}\right)^{(1-n)/N} \end{cases} \quad (1.50)$$

Le coefficient C_0 est tel que le gain des deux fonctions de transfert soit le même pour $\omega = \omega_c$. Dans les cas particulier où $n = \frac{1}{2}$ il vient l'égalité $\alpha = \eta$ ce qui simplifie les relations précédentes et donne :

$$\begin{cases} w'_k = (\eta)^{2(k-1)+\frac{1}{2}} \omega_c \\ w_k = \eta w'_k \\ \eta = \left(\frac{\omega_h}{\omega_c}\right)^{n/N} ; n = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (1.51)$$

Le modèle de la MME admet alors la forme présentée sur la **Figure 1.16**.

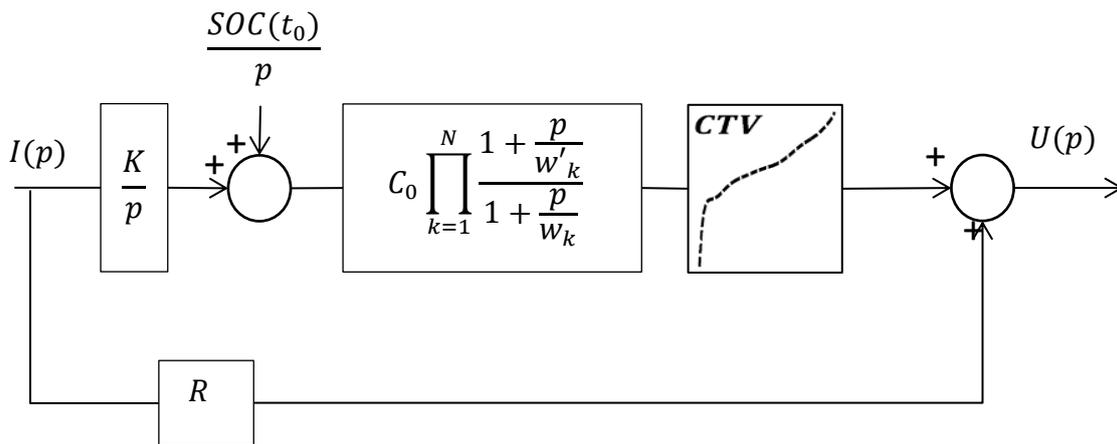


Figure 1.16 Modèle mono-électrode après approximation de la partie non-entière (Merveillaut 2011)

Tel quel, le schéma de la **Figure 1.16** pose un problème d'initialisation des intégrateurs se trouvant dans la fonction de transfert faisant intervenir une distribution récursive de pôles et zéros. Pour résoudre ce problème, le modèle est mis sous la forme présentée par la **Figure 1.17** dans laquelle $H(p)$ est donné par :

$$H(p) = \frac{K}{p} \left(C_0 \prod_{k=1}^N \frac{1 + \frac{p}{w'_k}}{1 + \frac{p}{w_k}} - 1 \right). \quad (1.52)$$

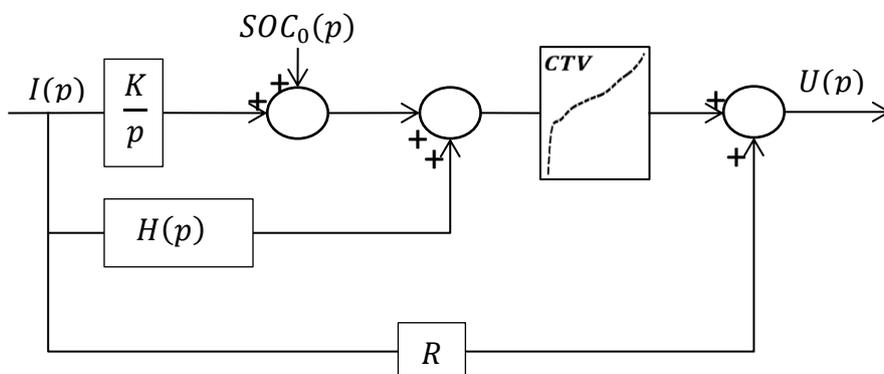


Figure 1.17 Schéma du modèle mono-électrode résolvant le problème de l'initialisation des intégrateurs (Merveillaut 2011)

Le modèle de la **Figure 1.17** est un modèle non-linéaire du fait de la présence de la *CTV*. Un modèle linéaire équivalent autour du point de fonctionnement (SOC_0, U_0) est présenté par la **Figure 1.18** dans lequel le gain G est donné, dans les cas d'une approximation au premier ordre de la *CTV*, par :

$$G = \left. \frac{\partial CTV}{\partial SOC} \right|_{(SOC_0, U_0)} \quad (1.53)$$

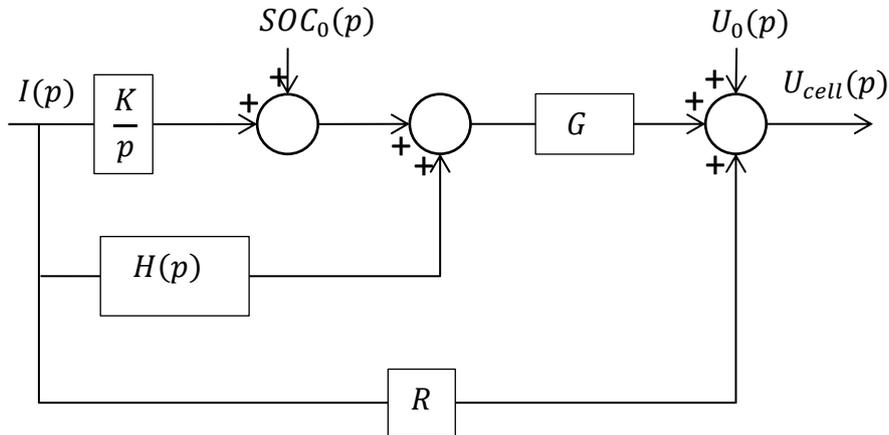


Figure 1.18 Schéma du modèle mono-électrode résolvant le problème de l'initialisation des intégrateurs et linéarisé autour du point de fonctionnement (SOC_0, U_0) (Merveillaut 2011)

1.2.4 Vieillessement de la batterie lithium-ion

Cette section a pour but de décrire brièvement les phénomènes physico-chimiques de vieillissement intervenant au sein des batteries à ions lithium. Il est admis que ces phénomènes sont nombreux, complexes, difficiles à mettre clairement en évidence expérimentalement et de surcroît généralement interdépendants. Ils peuvent se traduire par une diminution, réversible ou irréversible, de la capacité de la batterie ce qui correspond à une diminution de l'énergie disponible. Ils peuvent également correspondre à une augmentation de l'impédance ce qui induit une diminution de la puissance disponible. La **Figure 1.19** et la **Figure 1.20** donnent un rapide aperçu d'un certain nombre de réactions de vieillissement apparaissant respectivement à la cathode et à l'anode. A titre d'exemple, pour les systèmes avec une anode carbonée, les plus répandus à ce jour, il est généralement admis que la formation d'une couche de passivation dite SEI⁶ constitue la réaction de vieillissement prépondérante à l'anode. Néanmoins, (Arora, White, and Doyle 1998) et (Vetter et al. 2005) rappellent que bon nombre d'autres réactions parasites produisant ou consommant des ions Li^+ sont à priori tout aussi capables de modifier le rapport des stœchiométries en lithium dans les deux électrodes et modifier ainsi la capacité et l'impédance de la cellule.

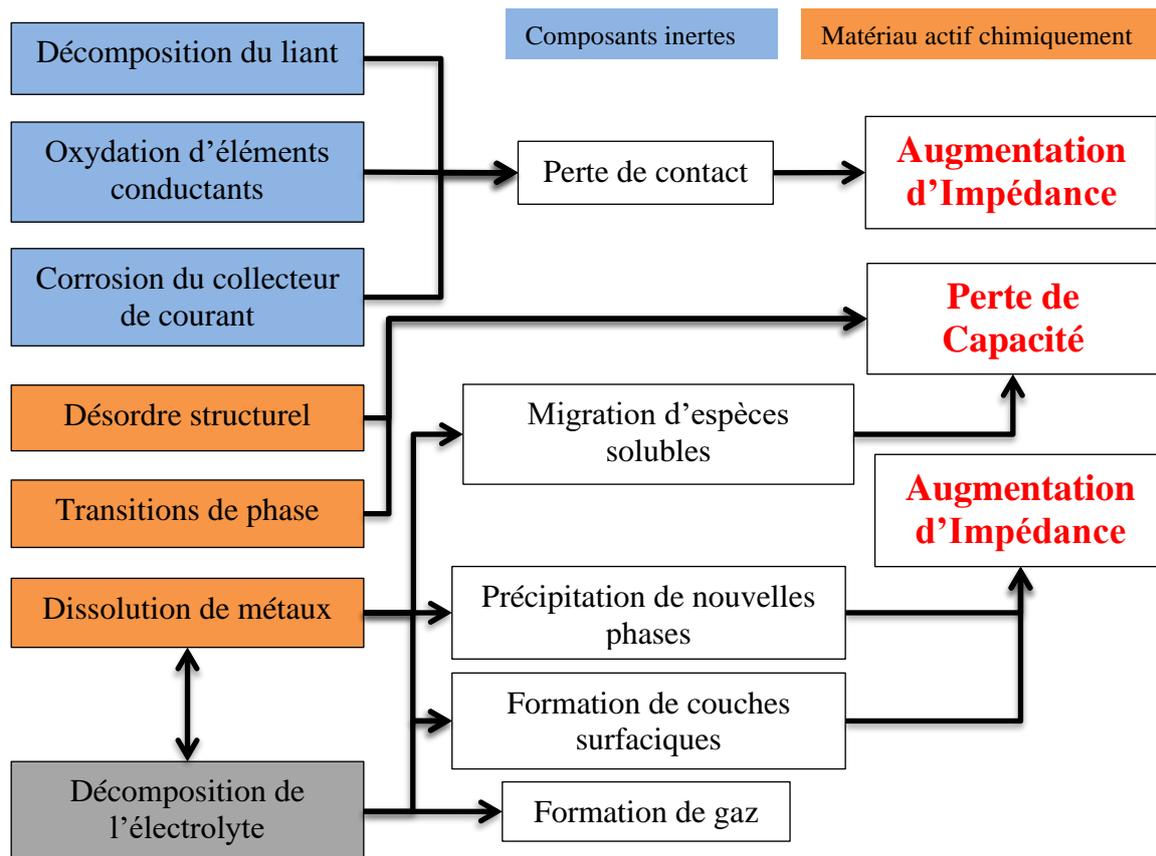


Figure 1.19 Mécanismes de vieillissement typiques des matériaux de cathodes et leurs effets respectifs. Adapté de (Vetter et al. 2005)

⁶ Solid Electrolyte Interface

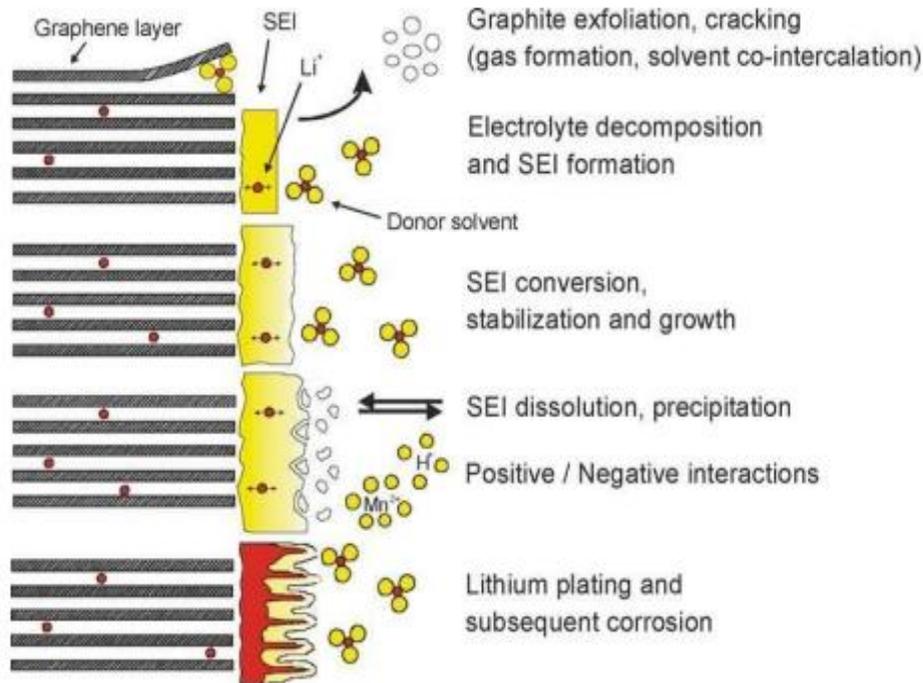


Figure 1.20 Mécanismes de vieillissement typiques à l'anode (Vetter et al. 2005)

Il est à retenir qu'une compréhension exacte de tous les mécanismes sous-jacents n'existe pas. Le vieillissement est admis comme étant le résultat de plusieurs processus physico-chimiques simultanés dont les effets mesurables sont, à minima, une **diminution de la capacité** et l'**augmentation de l'impédance**. Ces effets ne sont pas mutuellement exclusifs et peuvent être le résultat d'une même réaction parasite.

Afin d'appréhender, dans les conditions du laboratoire, le comportement d'une cellule en vieillissement, il est d'usage de procéder à des essais de vieillissement accéléré. On distingue deux types d'essais de vieillissement accéléré à savoir le vieillissement en cyclage et le vieillissement calendaire. Le vieillissement en cyclage consiste à faire vieillir la batterie dans des conditions proches des conditions de fonctionnement de l'application visée, mais avec des valeurs de paramètres telles que l'effet du vieillissement est accéléré. Cela peut consister par exemple en une température supérieure à la température nominale d'utilisation, tout en maintenant des conditions expérimentales pour lesquelles on peut faire l'hypothèse que les mécanismes de vieillissement restent inchangés. Le vieillissement calendaire admet un raisonnement similaire à ceci près que la batterie est laissée au repos.

Des résultats de vieillissement calendaire accéléré sur des cellules du fabricant SAFT ont été effectués dans le cadre des présents travaux. Le protocole de vieillissement mis en œuvre est exposé en annexe A.

1.3 Impact du vieillissement sur le BMS

La question de l'impact du vieillissement des cellules sur le BMS est abordée dans cette partie. Ce sujet apparaît relativement peu traité dans la littérature. L'approche développée dans les présents travaux est présentée. Celle-ci s'articule autour de l'identification du modèle réduit des cellules de la batterie ; dont la courbe de tension à vide constitue l'élément prépondérant, conformément à la description physico-chimique de la cellule lithium-ion énoncée dans les parties précédentes. La liste des contributions des travaux du présent manuscrit est finalement donnée en fin de partie.

1.3.1 Problématique

Comme cela a été avancé dans les paragraphes précédents, une des tâches principales du BMS est de fournir précisément et en temps réel l'ensemble des indicateurs de l'état de la batterie, c'est-à-dire les grandeurs indispensables au management de l'énergie et de la puissance au sein du véhicule, électrique ou hybride, qui vont permettre un usage sécurisé et optimisé du fonctionnement électrique du véhicule. A titre d'exemple, parmi les indicateurs fournis par le BMS, le *SOC* est indispensable au calcul de la quantité d'énergie *disponible* dans la batterie. De manière générale, les indicateurs fournis par le BMS sont basés sur une connaissance fine des caractéristiques physiques de la batterie (dynamique électrique et thermique).

Parmi ces caractéristiques, la *CTV* est d'une grande importance car indispensable à la connaissance du *SOC* ainsi que d'autres indicateurs issus du BMS. Ainsi, l'énergie maximale récupérable d'une cellule dans les limites fixées par ses tensions de fonctionnement maximale et minimale, est directement dépendante de sa *CTV*. La fiabilité de ces indicateurs dépend donc fortement de la bonne connaissance de la *CTV*.

Or la *CTV*, tout comme d'autres caractéristiques des cellules de la batterie, évolue au cours du temps sous l'effet du vieillissement qui irrémédiablement intervient sur un organe dont la durée de vie recherchée est celle du véhicule. Il s'ensuit alors une dégradation de l'aptitude de la batterie à accumuler et délivrer du courant. Ceci se traduit par une baisse de performance du véhicule liée à une perte de son rendement, défavorable au bilan consommation du véhicule. Dans les pires cas, une mauvaise détection du vieillissement, donc de l'état de charge ou de la puissance disponible peut conduire à une immobilisation du véhicule voir des risques d'incendie ou d'explosion. Parallèlement à ces contraintes techniques, une mauvaise gestion de ces indicateurs conduit à des surcoûts à l'usage tant pour l'utilisateur (changement batterie) que pour le constructeur (garantie batterie).

Les paramètres de la *CTV* sont propres à chaque cellule constituant la batterie. Ceci peut en particulier être dû aux dispersions de fabrication des cellules électrochimiques mais surtout au vieillissement différencié des cellules ; les cellules d'une même batterie ayant chacune une histoire propre et donc un vieillissement individuel. Il est donc nécessaire de savoir mettre à

jour la *CTV* de chaque cellule d'une batterie et ce quelque-soit le niveau de vieillissement de celle-ci.

La prise en compte du vieillissement des batteries dans les véhicules hybrides et électriques permettrait alors les prestations suivantes :

- une amélioration de la précision et de la fiabilité de l'indicateur de niveau d'énergie présent dans la batterie,
- une amélioration de la précision de pilotage de la batterie par le BMS, associée à une augmentation de la durée de vie de la batterie,
- un *dimensionnement juste nécessaire* de la batterie, associé à une *réduction de masse et de coût*, tant à l'achat qu'à l'usage
- et la *connaissance de son état de santé*, nécessaire lors d'une phase éventuelle de revente de la batterie.

La réalisation de ces objectifs est soutenue par la conception des fonctions suivantes :

1. une identification des modèles de cellules afin de mettre à jour les paramètres du modèle et en premier lieu la *CTV*;
2. si l'identification n'est pas permanente, une détection de la fin de validité des modèles embarqués à tout moment afin d'enclencher une nouvelle identification des modèles ;
3. une logique d'équilibrage prenant en compte l'effet du vieillissement des cellules.

L'impératif est donc l'élaboration d'un procédé d'identification de la *CTV* de chacune des cellules d'une batterie lithium-ion. Cette identification ouvre alors la voie à l'estimation d'un modèle de batterie vieilli, qui ouvre lui-même la voie à la mise au point d'un système complet de contrôle commande de la batterie prenant en compte le facteur vieillissement. L'identification de la *CTV* fournit également une indication de son état de santé.

1.3.2 Etat de l'art

Les effets du vieillissement semblent peu pris en compte dans les systèmes de pilotage des batteries, plus particulièrement celles des véhicules hybrides et électriques.

L'identification du modèle utilisé dans les algorithmes du BMS n'est pas systématiquement adressée dans la littérature. Lorsque c'est le cas, le lecteur intéressé tombera souvent sur un deuxième écueil : la possibilité d'appliquer les techniques d'identification proposées n'est pas toujours possible dans un contexte automobile. Par contexte automobile, il faut comprendre des puissances de calcul limitées et un environnement potentiellement très bruité.

Beaucoup de techniques d'estimation du *SOC*, pour ne citer que celle-ci, reposent ainsi sur une estimation conjointe des paramètres du modèle comme dans (Plett 2004a) où un double filtre de Kalman est utilisé ou encore dans (Kim 2010) où un observateur à modes glissants est appliqué à un modèle électrique de la cellule afin d'estimer conjointement le *SOC* et les paramètres du modèle. L'identification des paramètres s'avère d'autant plus délicate pour les modèles électrochimiques. Les auteurs de (Moura, Chaturvedi, and Krstic 2012) doivent ainsi résoudre un problème aux moindres carrés non-linéaire afin d'extraire les paramètres du modèle. La tension à vide quant à elle, est prise en compte selon la nature du modèle. Dans les modèles électriques, comme ceux de (Plett 2004a) par exemple, la tension à vide fait partie des variables d'état de la cellule. La courbe *CTV* n'est alors pas connue d'avance et sa valeur instantanée doit être réactualisée périodiquement selon l'évolution du *SOC*. Le fait de ne pas disposer de la *CTV* peut induire des incertitudes supplémentaires.

Certains auteurs évitent cet écueil en concevant des techniques de prédiction de la tension à vide. Les auteurs de (Bergveld 2001) ont implémenté une méthode ne nécessitant que la mesure de la tension aux bornes de la cellule durant une phase de relaxation afin de prédire la tension à vide vers laquelle tendra la cellule bien avant que celle-ci ne soit atteinte, évitant ainsi une attente coûteuse de la fin de la relaxation. Pour cela, les auteurs expriment la réponse en tension de la cellule durant la phase de relaxation par le modèle empirique suivant :

$$U = E - \frac{\Gamma\gamma}{t^\alpha(\log(t))^\delta} \exp\left(\frac{\varepsilon t}{2}\right). \quad (1.54)$$

Les coefficients α , γ et δ sont obtenus via une démarche d'estimation aux moindres carrés. Les auteurs de (C. Unterrieder et al. 2012) ont élaboré une approche similaire tout en argumentant que la méthode développée par (Bergveld 2001) n'est efficace qu'au bout d'un temps de relaxation moyen de 20 minutes, nécessaire pour garantir une erreur de $\mp 1mV$.

De manière générale, la littérature traite relativement peu de l'évolution et de la reconstruction de la *CTV* avec le vieillissement comme le confirme la revue de (Christoph Unterrieder et al. 2012). Ceci est un fait étonnant, lorsqu'on considère l'importance relative de la *CTV* dans le modèle d'une cellule Li-ion. De même, peu de brevets s'intéressent à l'identification de la *CTV*. Les méthodes rencontrées sont décrites dans les paragraphes qui suivent.

1.3.2.1 Approches reposant sur l'estimation de la courbe CTV

Trois approches sont présentées. La première estime la CTV par mesure de la capacité entre ses deux tensions limites. La deuxième estime la CTV par approche statistique (Snihir et al. 2006). Enfin, la troisième estime la CTV par approche électrochimique (Schmidt et al. 2013).

1.3.2.1.1 Estimation de la CTV par mesure de la capacité réelle $Q_{réel}$

Lorsque le *SOC* est défini par rapport à $Q_{réel}$, ce qui est souvent le cas, une méthode classique d'estimation de la CTV reposant sur la mesure de la capacité $Q_{réel}$ lors du vieillissement de la batterie. Cette mesure peut par exemple être réalisée en garage ou encore lors de la recharge du véhicule par l'utilisateur. Il est également supposé que la CTV ainsi définie est invariante avec le vieillissement à condition de réactualiser la capacité $Q_{réel}$.

L'inconvénient majeur de la méthode réside dans la mesure de la capacité $Q_{réel}$. Chaque cellule ayant sa propre CTV il faut mesurer $Q_{réel}$ pour chacune d'elles ce qui nécessite, pour toutes les cellules d'un pack batterie, de charger et décharger complètement toutes les cellules de la batterie. Le temps de mise en œuvre de la mesure de $Q_{réel}$ peut donc être long et induire des dépenses énergétiques liées à la décharge complète des cellules. Même si une charge et décharge complète est possible dans le cas d'un véhicule électrique ou hybride plug-in; la méthode reste néanmoins difficile car il faut pouvoir équilibrer en tension toutes les cellules de la batterie à U_{min} et encore à U_{max} . Dans le cas d'un véhicule hybride classique il n'y a pas de chargeur ce qui rend quasiment impossible la mesure de $Q_{réel}$ pour les véhicules hybrides classiques. Enfin, hypothèse faite sur la non dépendance au vieillissement de la CTV par rapport au *SOC*, le *SOC* étant défini ici par rapport à $Q_{réel}$, ne tient pas forcément pour tous les types d'électrochimie. Ces inconvénients sont résumés dans le **Tableau 1.4**.

Qualités	Défauts
Obtention de la CTV complète	Nécessité de deux phases d'équilibrage du fait de la mesure de $Q_{réel}$.
	Temps de mise en œuvre long, du fait de la mesure de $Q_{réel}$.
	Dépenses énergétiques liées à la décharge complète des cellules.
	L'hypothèse sur la non dépendance au vieillissement de la CTV par rapport au <i>SOC</i> , n'est pas forcément valable pour tous les types d'électrochimie.
	La méthode est inapplicable aux véhicules HEV, quasi dépourvus de cycles de charge/décharge complets pour la mesure de $Q_{réel}$.

Tableau 1.4 Récapitulatif des qualités et défauts de la méthode reposant sur une mesure de la capacité réelle $Q_{réel}$

Remarque 1.2 En phase d'utilisation normale de la batterie, les tensions limites U_{max} et U_{min} sont habituellement atteintes dynamiquement et non en relaxation. Ceci signifie par exemple, qu'une charge sera arrêtée dès que la tension de fonctionnement maximale sera atteinte. Si cet arrêt est brusquement suivi d'une phase de relaxation, on mesurera alors une tension de relaxée différente de U_{max} . Ce fait justifie, dans le schéma de pilotage classique d'un chargeur de batterie, l'existence d'une phase de baisse progressive du courant désignée ici par « phase à tension constante » comme illustré sur la **Figure 1.21**. ■

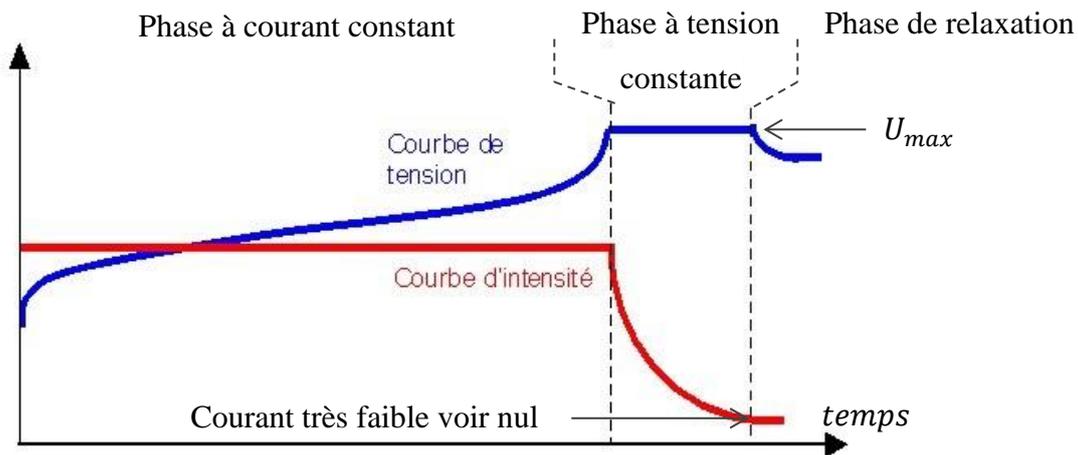


Figure 1.21 Phases du pilotage classique d'une batterie

1.3.2.1.2 Estimation de la CTV par décomposition en composantes principales

L'idée des auteurs de (Snihir et al. 2006) est d'obtenir la CTV comme la limite, lorsque le courant tend vers zéro, d'un modèle donnant la tension de la cellule en réponse à une sollicitation de type courant constant. Il y est considéré le cas d'une cellule subissant plusieurs cycles de charge et décharge complets pour différentes valeurs de courant décroissantes comme illustré sur la **Figure 1.22**.

La **Figure 1.22** montre les différentes courbes de charge et décharge associées aux différentes valeurs de courant. Ces courbes ne sont pas exprimées en fonction du temps mais en fonction de la profondeur de charge DoC (*Depth of Charge*) qui est équivalente à l'état de charge exprimé en fonction de la capacité nominale :

$$DoC(t) = DoC(t_0) + \frac{\int_{t_0}^t I}{Q_{nom}} \quad (1.55)$$

Où Q_{nom} , grandeur fixe, est la capacité nominale de la cellule et $DoC(t)$ est nulle lorsque la tension de la cellule est égale à la tension minimale de fonctionnement U_{min} .

Remarque 1.3 Pour un SOC exprimé en fonction de la capacité réelle $Q_{réelle}$ la profondeur de charge et l'état de charge sont égaux lorsque $U = U_{min}$.

$$DoC|_{U=U_{min}} = SOC|_{U=U_{min}} = 0. \quad (1.56)$$

■

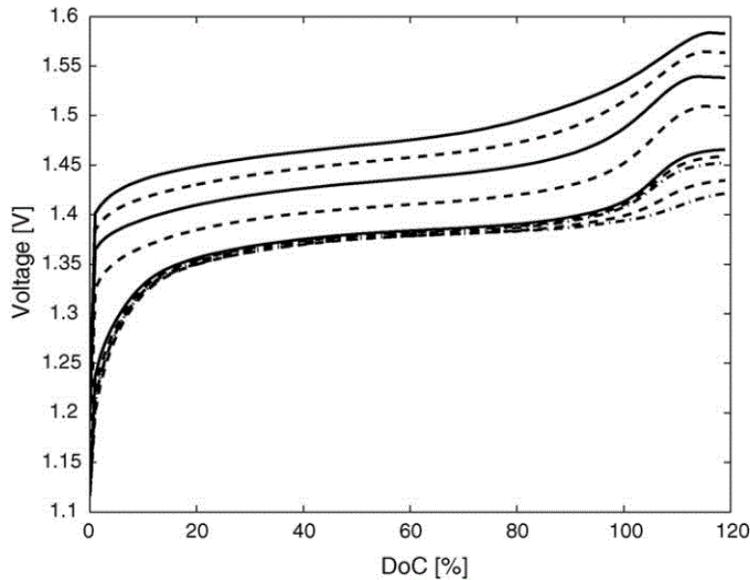


Figure 1.22 Réponses indicielles pour les amplitudes suivantes du courant de charge: 0.011, 0.022, 0.055, 0.077, 0.11, 0.55, 1.1, 1.65 et 2.2 A (Snihir et al. 2006)

Chaque courbe de charge et de décharge de la **Figure 1.22** est alors fonction :

- du courant I
- de la profondeur de charge $DoC(t)$
- de la température T°
- des paramètres du modèle que l'on pourrait regrouper dans un vecteur θ de telle sorte que :

$$U_{cell}(t) = f(I, \theta, DoC(t), T^\circ).. \quad (1.57)$$

L'idée est alors d'exprimer la dépendance de U_{cell} en fonction du courant I et ceci sur une large plage de valeurs de $DoC(t)$. Pour obtenir la CTV il ne reste alors plus qu'à extrapoler la CTV en faisant tendre le courant I vers 0 dans le modèle précédemment obtenu. Il est à noter que la dépendance de U aux conditions expérimentales (vieillessement et température) représentées notamment par θ et T° n'est pas modélisée. Dans l'article ceux-ci sont donc considérés comme des invariants.

La modélisation est réalisée en trois temps :

1. Décomposition en composantes principales (à une $DoC(t)$ donnée)

La tension U prise à une valeur de DoC donnée pour n valeurs de courant différentes est considérée comme une variable aléatoire (V.A) dont on dispose donc de n réalisations. Pour m valeurs de DoC on dispose donc de m V.A. Il s'agit alors de représenter chaque V.A par des coefficients dans un espace réduit. Cette réduction est obtenue par la transformation dite de Karhunen-Loeve. Il s'agit d'une Analyse en

Composantes Principales (APC) des courbes de charge de la **Figure 1.22**. L'APC consiste à transformer des variables liées entre elles en nouvelles variables décollées les unes des autres dans un nouvel espace. Ces nouvelles variables sont nommées composantes principales.

Pour ce faire, les tensions des courbes de charge de la **Figure 1.22** sont regroupées dans une matrice Y de taille $n \times m$ représentant la tension pour n valeurs de courant de charge et prise sur m points de $DoC(t)$ différentes :

$$Y = \underbrace{\begin{bmatrix} U_{cell}(I_1; SOC_1) & \cdots & U_{cell}(I_1; SOC_m) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ U_{cell}(I_n; SOC_1) & \cdots & U_{cell}(I_n; SOC_m) \end{bmatrix}}_{m \text{ points } SOC \text{ différents}} \left. \vphantom{\begin{bmatrix} U_{cell}(I_1; SOC_1) \\ \vdots \\ U_{cell}(I_n; SOC_m) \end{bmatrix}} \right\} n \text{ courants différents} \quad (1.58)$$

L'APC donne alors une projection (ou approximation) de Y dans le nouvel espace. Cette approximation, dite de rang $p \in \llbracket 1 ; n \rrbracket$ et notée Y_p est donnée par :

$$Y_p = V_p \Sigma_p U_p^T \quad (1.59)$$

Où V_p, Σ_p et U_p sont des matrices issues de la décomposition en valeurs singulières de Y . La matrice U_p contient plus particulièrement les vecteurs de la base du nouvel espace. L'APC réalisée par les auteurs modélise chaque V.A dans un espace de dimension $p = 3$. Les trois coefficients pour chaque DoC sont illustrés sur la **Figure 1.23**.

Ainsi, la réponse en tension associée à un échelon de courant I_k sera caractérisée par ses coefficients $(\alpha_{k,1} ; \alpha_{k,2} ; \alpha_{k,3})$ et ce à priori dans les conditions de l'expérience.

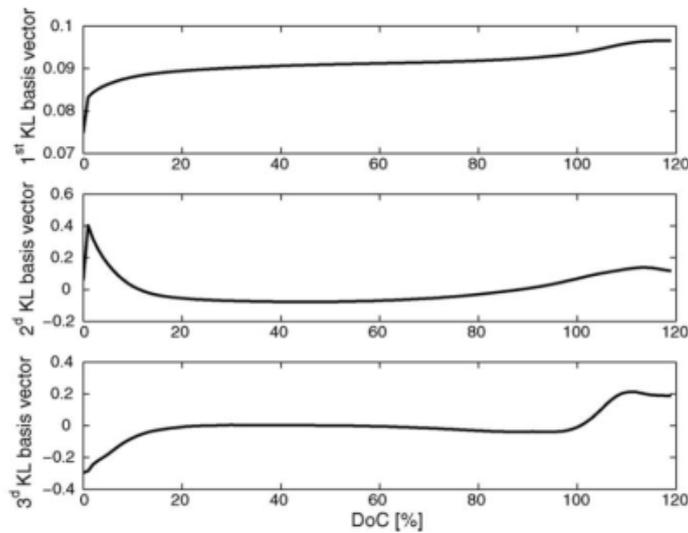


Figure 1.23 Coefficients de l'APC pour différentes valeurs de **DoC** (Snihir et al. 2006)

2. Modélisation de la dépendance au courant

Enfin, la dépendance des coefficients $(\alpha_{k,1} ; \alpha_{k,2} ; \alpha_{k,3})$ au courant est obtenue par régression linéaire comme illustré sur la **Figure 1.24** pour le premier coefficient.

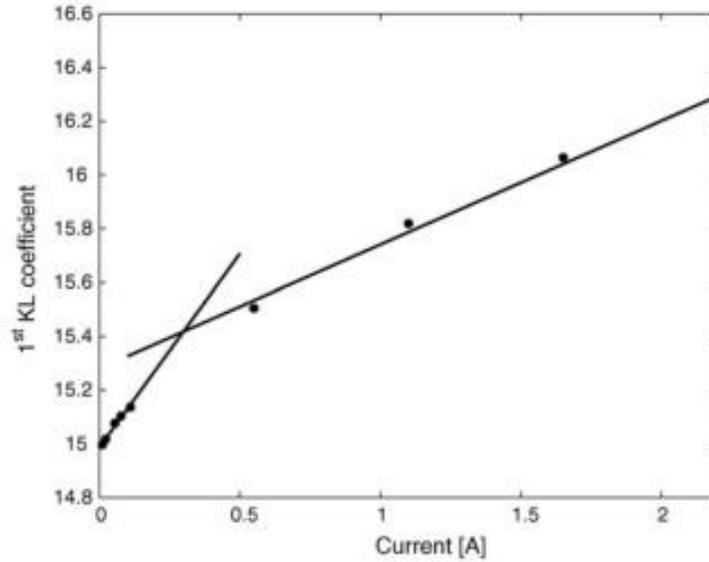


Figure 1.24 Dépendance du premier coefficient de Karhunen-Loeve, de la décomposition, au courant

La **Figure 1.24** met en évidence deux droites dans l'expérience menée par les auteurs. L'une caractérise les courants faibles et l'autre les courants plus élevés. Etant donné que le but est d'accéder à la *CTV*, c'est la droite associée aux courants faibles qui est recherchée. Enfin, puisque le modèle de réponse en tension nécessite trois coefficients, ce sont en tout six paramètres $(a_1 ; b_1)$, $(a_2 ; b_2)$ et $(a_3 ; b_3)$ qui sont estimés via la régression linéaire conformément au critère suivant :

$$\sum_{k=1}^K |\alpha_{k,j} - (a_j + b_j I_k)|^2 ; \quad j = 1,2,3, \quad (1.60)$$

Où K est le nombre de courants faibles utilisés dans l'expérience.

3. Extrapolation de la *CTV*

A présent, la *CTV* est obtenue en posant $I = 0$ dans le modèle linéaire issu du critère (1.60), ce qui donne $\hat{\alpha}_1 = a_1$, $\hat{\alpha}_2 = a_2$ et $\hat{\alpha}_3 = a_3$. La *CTV* estimée est alors donnée par :

$$U = [\hat{\alpha}_1 \quad \hat{\alpha}_2 \quad \hat{\alpha}_3] U_p^T. \quad (1.61)$$

Qualités	Défauts
Obtention de la <i>CTV</i> complète	Procédure de calcul potentiellement très lourde à implémenter en temps réel.
	Si la procédure caractérisation, qui consiste à faire subir à la batterie plusieurs cycles de charge et décharge sous des courants différents, n'est réalisée qu'initialement ; on ne voit alors pas apparaître la prise en compte du vieillissement.
	Si la procédure caractérisation est réalisée à chaque identification, la méthode devient alors très longue. On ne voit alors plus l'avantage par rapport à une méthode ne nécessitant qu'un seul cycle de charge ou décharge complet. De plus, la méthode serait inapplicable aux véhicules HEV, quasi dépourvus de cycles de charge/décharge complets.

Tableau 1.5 Récapitulatif des qualités et défauts de la méthode

1.3.2.1.3 Approche électrochimique

Deux contributions sont mises en avant dans (Schmidt et al. 2013) :

Premièrement, il est montré expérimentalement que l'on peut paramétrer l'évolution de la tension à vide en fonction du vieillissement par quatre coefficients α_{cat} , ν_{cat} , α_{an} et ν_{an} tels que la tension à vide de la cellule soit exprimée par :

$$U(Q) = U_p(\alpha_{cat}Q - \nu_{cat}) - U_n(\alpha_{an}Q - \nu_{an}) \quad (1.62)$$

où Q est la charge transférée à la cellule. Les coefficients α_{cat} , ν_{cat} , α_{an} et ν_{an} se sont montrés d'excellents indicateurs de la perte en matière active et de la consommation en ions lithium dans les deux électrodes. Les résultats ont été obtenus en faisant vieillir une demi-cellule $\text{LiNi}_{0.8}\text{Co}_{0.15}\text{Al}_{0.05}\text{O}_2$ (NCA) et une demi-cellule LiCoO_2 (LCO).

Deuxièmement, une méthode d'identification de la *CTV* est présentée. Cette méthode repose sur la connaissance du potentiel d'équilibre de chaque électrode. La démonstration est obtenue en considérant la capacité différentielle d'intercalation $C_{\Delta Int}(U)$ définie par :

$$C_{\Delta Int}(U) = \frac{dQ}{dU}. \quad (1.63)$$

Si l'on représente la cellule par un circuit électrique équivalent, la tension à vide de chaque électrode peut alors être considérée comme un condensateur pilotée comme illustré sur la **Figure 1.25.c**).

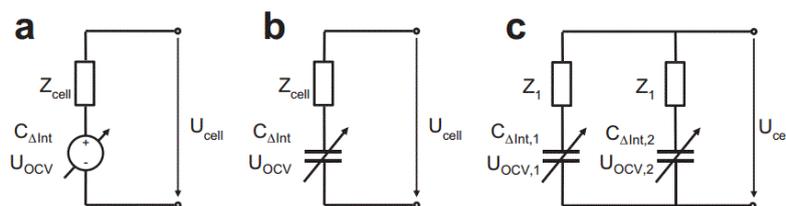


Figure 1.25 *Circuits équivalents pour cellules Li-ion a) circuit équivalent ordinaire sur lequel l'OCV est représentée par une source de potentiel b) circuit équivalent ordinaire sur lequel l'OCV est représentée par un condensateur piloté c) circuit équivalent pour la cellule entière (Schmidt et al. 2013)*

A l'équilibre thermodynamique, les impédances Z_1 et Z_2 sont négligées, si bien que la tension à vide de la cellule entière est équivalente à la mise en parallèle de deux condensateurs pilotés. En pondérant la contribution de chaque électrode par les coefficients β_1 et β_2 , la capacité équivalente $C_{\Delta Int,blend}(U)$ est alors donnée par :

$$C_{\Delta Int,blend}(U) = \beta_1 C_{\Delta Int,1}(U) + \beta_2 C_{\Delta Int,2}(U). \quad (1.64)$$

La CTV notée $U_{OCV,blend}(Q)$ est obtenue en intégrant la relation (1.64) :

$$Q_{OCV,blend}(U) = \int_{U_{min}}^{U_{max}} C_{\Delta Int,blend} dU, \quad (1.65)$$

et en inversant la fonction qui en résulte :

$$U_{OCV,blend}(Q) = f^{-1}(Q_{OCV,blend}(U)). \quad (1.66)$$

Les coefficients β_1 et β_2 sont obtenus en minimisant l'erreur quadratique entre les capacités différentielles d'intercalation mesurées et calculées. Le nombre de points de tension à vide nécessaires à la mesure n'est pas précisé.

Les auteurs reconnaissent les difficultés de l'application de la méthode en temps réel. Il faut également noter la nécessité de connaître les deux lois d'électrode pour appliquer cette méthode.

Qualités	Défauts
Obtention de la CTV complète	Nécessité de connaître le potentiel d'équilibre de chaque électrode. Cette courbe n'est en général pas fournie par le constructeur de la batterie et encore moins pour chaque cellule.
	Mise en œuvre très difficile en temps réel, d'après les auteurs eux-mêmes.
	Ne permet l'accès à aucun des coefficients α_{cat} , v_{cat} , α_{an} et v_{an} quantifiant le vieillissement.

Tableau 1.6 *Récapitulatif des qualités et défauts de la méthode de (Schmidt et al. 2013)*

1.3.3 Contributions

Les travaux cités au paragraphe précédent, ont l'intérêt de chercher à estimer la tension à vide ou à identifier la *CTV* séparément des autres paramètres de modèle de la cellule.

Les auteurs de (Schmidt et al. 2013) proposent une approche non-empirique permettant, en plus de la *CTV*, d'accéder à l'évolution des pertes en matière active et en ions Li^+ dans les deux électrodes. D'après les auteurs, la méthode souffre néanmoins d'une charge de calcul importante rendant son implémentation difficile dans un environnement automobile. A cela s'ajoute la nécessité de connaître les deux lois d'électrode pour appliquer cette méthode.

L'estimation de la *CTV* par mesure de la capacité a l'avantage de la simplicité calculatoire. Elle demeure néanmoins difficile du point de vue pratique car nécessitant deux phases d'équilibrage dont une en décharge afin d'atteindre la tension seuil U_{min} .

Par ailleurs, la question de la validité des modèles de cellules et de l'instant adéquat pour effectuer une identification du modèle est rarement abordée. Les travaux de cet ouvrage sont donc focalisés sur l'identification en ligne du modèle mono-électrode et une surveillance continue de la validité de celui-ci. Les chapitres suivants s'attacheront ainsi à présenter les développements qui suivent.

- Un algorithme d'identification en ligne de la *CTV* basé sur une *CTV* mesurée à un instant initial.
- Un algorithme d'identification en ligne des paramètres du modèle mono-électrode.
- Trois algorithmes de surveillance de la validité du modèle mono-électrode afin d'enclencher la procédure d'identification.
- Une mise en œuvre d'un estimateur d'état de charge basé sur un modèle dont les paramètres sont identifiés régulièrement pour tenir compte de l'effet du vieillissement.
- Une méthode d'équilibrage basée sur le modèle mono-électrode identifié et surveillé par les algorithmes précédemment cités.

Chapitre 2

Reparamétrage du modèle mono-électrode lors du vieillissement

Le chapitre précédent a présenté la diversité des réactions de vieillissement, au sein d'une cellule lithium-ion, connues à ce jour. Ces réactions induisent des pertes de performances, constatées en pratique et des variations paramétriques du modèle mono-électrode. La dynamique de ces variations est mal connue et difficilement corrélable aux conditions de vie de la batterie (température, etc.) ou encore à son état de fonctionnement (capacité, résistance interne, etc.). Il n'existe de fait aucun modèle permettant de prédire complètement ces variations paramétriques. Il est donc important de disposer de méthodes de diagnostic permettant d'alerter le *BMS* sur la nécessité d'une identification du modèle embarqué afin de continuer à pouvoir reproduire fidèlement le comportement entrée-sortie de la cellule en dépit des variations paramétriques. La stratégie d'ajustement qui sera adoptée pour pallier à ce problème d'évolution paramétrique, consistera à :

- identifier un modèle de la batterie à l'état neuf (instant initial);
- détecter lors de phases de recharge, un écart significatif entre la cellule et son modèle et déclencher une nouvelle phase d'identification.

Ainsi, la méthode d'identification pour la mise en œuvre de cette stratégie sera présentée dans les deux premières parties de ce chapitre. Cette identification s'effectue en deux étapes :

- identification de la *CTV* ;
- identification des paramètres dynamiques R et ω_c de la cellule.

Dans la troisième partie, des méthodes de diagnostic seront appliquées pour quantifier les écarts par rapport au comportement attendu.

Afin d'alléger les notations, les mesures de courant et de tension ne seront considérées que pour une seule cellule de la batterie. Cette considération n'est pas restrictive car le raisonnement est identique pour n'importe quelle autre cellule de la batterie. Il est également rappelé que la convention de signe utilisée pour le courant est la suivante :

- $I < 0$ en Charge
- $I > 0$ en Décharge.

2.1 Identification de la Courbe de Tension à Vide

La description physico-chimique du fonctionnement d'une cellule lithium-ion, au chapitre 1, a mis en exergue le rôle central joué par la tension à vide E . Il en a été déduit que pour les algorithmes embarqués à base de modèles, il est avantageux de disposer des valeurs de la tension à vide sur toute la plage de fonctionnement de la cellule à travers la CTV . La connaissance de la CTV conduirait par exemple, et à minima, à réduire les incertitudes de modèle. Cette partie présente le développement d'une procédure d'identification de la CTV lors du vieillissement d'une cellule lithium-ion. Dans un premier temps, une analyse de l'impact du vieillissement sur l'évolution de la CTV est menée à partir d'une analogie simplificatrice associant les électrodes à des « réservoirs communicants ». Dans un second temps, le paramétrage de la CTV est établi. A l'instar des travaux de (Schmidt et al. 2013), le paramétrage de la CTV s'appuie ici sur une description physique de celle-ci et de ses modes de vieillissement. Le paramétrage mis en place se détache néanmoins de celui de (Schmidt et al. 2013) dans la mesure où le potentiel d'équilibre de chaque électrode est inconnu. Ce paramétrage permet ensuite la mise en place de la méthode d'identification de la CTV dans des phases de vie spécifiques du véhicule embarquant la batterie. La méthode est enfin validée sur diverses mesures expérimentales.

L'expression de la tension à vide en fonction des potentiels d'équilibre des deux électrodes, donnée dans le chapitre précédent, est rappelée ici :

$$E = E_p(x_p) - E_n(x_n), \quad (2.1)$$

le potentiel d'équilibre de chaque électrode étant donné par :

$$\left\{ \begin{array}{l} E_i = V_{Nernst} + V_{INT} \quad ; \quad i \in \{n, p\} \\ V_{Nernst}(x_i, T) = E_i^0 + \frac{RT}{F} \ln\left(\frac{1-x_i}{x_i}\right) \\ V_{INT}(x_i) = \sum_{k=0}^{K_i} A_{i,k} \left[(2x_i - 1)^{k+1} - \frac{2x_i k (1-x_i)}{(2x_i - 1)^{1-k}} \right] \\ i \in \{n \text{ (anode)}, p \text{ (cathode)}\}. \end{array} \right. \quad (2.2)$$

2.1.1 Description de l'impact du vieillissement sur la CTV

2.1.1.1 Impact sur la dépendance aux taux d'insertion x_p et x_n

D'après la modélisation de la CTV sous la forme des relations (2.2), le comportement de celle-ci est régi par les éléments suivants :

- Les paramètres E_i^0 , $A_{i,k}$ et la température moyenne T ;
- Les taux d'insertion x_i qui dépendent eux-mêmes de la quantité de lithium inséré Q_i et de la capacité maximale théorique $Q_{i,max}$ selon la relation :

$$x_i(t) = \frac{Q_i(t)}{Q_{i,max}(t)} \quad (2.3)$$

En accord avec les auteurs de (Karthikeyan et al. 2008), l'hypothèse suivante est faite quant aux variations des coefficients $A_{i,k}$.

Hypothèse 2.1

Les coefficients $A_{i,k}$ du modèle de Redlich-Kister sont supposés constants car intrinsèques à l'électrochimie de l'électrode. Les coefficients $A_{i,k}$ et $E_{i,0}$ peuvent néanmoins dépendre de la température. Il est montré dans la suite que cette dépendance est négligeable. Il est supposé que $E_{i,0}$ est indépendant du vieillissement. ■

Ceci a pour conséquence que les coefficients $A_{i,k}$ ne sont pas affectés par le vieillissement de la cellule. Le vieillissement est alors nécessairement répercuté sur les taux d'insertion x_p et x_n . Plus précisément, il est alors attendu que les seules réactions de vieillissement capables d'impacter la CTV soit celles se traduisant par au moins un des effets suivants :

- un changement dans la géométrie de l'électrode i , ce changement impactant la capacité maximale théorique $Q_{i,max}(t) = \varepsilon_{s,i}(\delta_i A)c_{s,i,max}F$ de la cellule ; et donc le taux de lithium $x_i(t) = \frac{Q_i(t)}{Q_{i,max}(t)}$ lié à la présence d'une quantité de charge $Q_i(t)$ dans l'électrode i ;
- une perte d'ions Li^+ cyclables.

La géométrie de l'électrode est en partie déterminée par son volume qui correspond grossièrement au produit de sa surface réactive A par son épaisseur δ_i . Les grandeurs A et δ_i peuvent naturellement varier sous l'effet du vieillissement, en particulier lors de la formation de dépôts dendritiques (Arora et al. 1998). La fraction de volume $\varepsilon_{s,i}$ occupée par la phase solide peut elle aussi varier suite à des réactions de vieillissement et conduire, au même titre que les grandeurs A et δ_i , à une variation de la capacité maximale $Q_{i,max}$ et donc du taux d'insertion x_i .

Le lithium consommé dans les réactions de vieillissement peut l'être de façon irréversible et conduire dans ce cas à une baisse de la quantité de charge totale Q_{totale} en lithium dans la cellule. Cette baisse modifie nécessairement la répartition des charges Q_i dans

les deux électrodes et donc les taux d'insertion x_p et x_n correspondant à une tension à vide donnée.

Il est désormais nécessaire d'établir le lien entre les taux d'insertion x_p et x_n . Etant donné que la *CTV* caractérise une cellule au repos, les équations relatives au transfert de charge peuvent être ignorées dans les développements qui suivent. La description de la cellule peut ainsi être réduite à celle de deux réservoirs communicants (Pop et al. 2007) conformément au schéma simplifié de la **Figure 2.1**.

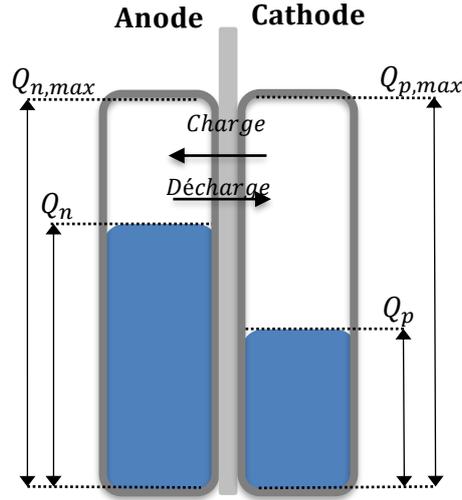


Figure 2.1 Schéma simplifié d'une cellule Li-ion

Cette analogie motive à l'hypothèse ci-dessous :

Hypothèse 2.2

Les taux d'insertion x_p et x_n sont liés linéairement par une équation du type :

$$x_p = c_p x_n + d_p \quad (\text{respectivement } x_n = c_n x_p + d_n). \quad (2.4)$$

■

Cette description suppose qu'à chaque instant, la quantité totale de lithium cyclable $Q_{totale}(t)$ est égale à la somme des quantités de lithium cyclable à l'anode $Q_n(t)$ et à la cathode $Q_p(t)$:

$$Q_{totale}(t) = Q_p(t) + Q_n(t) = Q_{p,max} x_p + Q_{n,max} x_n. \quad (2.5)$$

Sachant que $x_p = Q_p / Q_{p,max}$ et que $x_n = Q_n / Q_{n,max}$, la relation (2.5) conduit alors pour x_p à l'expression suivante :

$$x_p(t) = - \underbrace{\frac{Q_{n,max}(t)}{Q_{p,max}(t)}}_{c_p} x_n(t) + \underbrace{\frac{Q_{totale}(t)}{Q_{p,max}(t)}}_{d_p} \quad (2.6)$$

et pour x_n à la relation symétrique :

$$x_n(t) = - \underbrace{\frac{Q_{p,max}(t)}{Q_{n,max}(t)}}_{c_n} x_p(t) + \underbrace{\frac{Q_{totale}(t)}{Q_{n,max}(t)}}_{d_n} \quad (2.7)$$

Les incertitudes sur les capacités théoriques maximales, à partir d'un instant initial, sont à présent quantifiées par les coefficients $\alpha_i(t)$ de sorte que :

$$\frac{1}{Q_{p,max}(t)} = \frac{1}{Q_{p,max}^{init}} \alpha_p(t) \quad (2.8)$$

et

$$\frac{1}{Q_{n,max}(t)} = \frac{1}{Q_{n,max}^{init}} \alpha_n(t) \quad (2.9)$$

où $Q_{p,max}^{init}$ et $Q_{n,max}^{init}$ sont les capacités maximales théoriques initiales. La variation de la quantité totale de lithium contenue dans les deux électrodes est quant à elle donnée via la relation suivante :

$$Q_{totale}(t) = Q_{totale}^{init} - \Delta Q(t). \quad (2.10)$$

Les relations (2.6) et (2.7) s'écrivent dès lors sous la forme :

$$x_p(t) = - \underbrace{\frac{Q_{n,max}^{init} \alpha_p(t)}{Q_{p,max}^{init} \alpha_n(t)}}_{c_p} x_n(t) + \underbrace{\frac{Q_{totale}^{init} - \Delta Q(t)}{Q_{p,max}^{init}}}_{d_p} \alpha_p(t) \quad (2.11)$$

et

$$x_n(t) = - \underbrace{\frac{Q_{p,max}^{init} \alpha_n(t)}{Q_{n,max}^{init} \alpha_p(t)}}_{c_n} x_p(t) + \underbrace{\frac{Q_{totale}^{init} - \Delta Q(t)}{Q_{n,max}^{init}}}_{d_n} \alpha_n(t). \quad (2.12)$$

En raisonnant sur le taux x_p , pour fixer les idées, l'impact unitaire de chaque effet du vieillissement est à présent analysé. La seule **consommation d'une quantité ΔQ d'ions lithium** conduit donc à :

$$x_p(t) = - \frac{Q_{n,max}^{init}}{Q_{p,max}^{init}} \frac{1}{1} x_n(t) + \frac{Q_{totale}^{init} - \Delta Q(t)}{Q_{p,max}^{init}} 1. \quad (2.13)$$

Seul le coefficient d_p est alors impacté. De même, la seule **perte de matière active à l'anode** donne :

$$x_p(t) = - \frac{Q_{n,max}^{init}}{Q_{p,max}^{init}} \frac{1}{\alpha_n(t)} x_n(t) + \frac{Q_{totale}^{init} - 0}{Q_{p,max}^{init}} 1. \quad (2.14)$$

Seul le coefficient c_p est alors impacté. Enfin, la seule **perte de matière active à la cathode** conduit à :

$$x_p = - \frac{Q_{n,max}^{init} \alpha_p(t)}{Q_{p,max}^{init}} \frac{1}{1} x_n(t) + \frac{Q_{totale}^{init} - 0}{Q_{p,max}^{init}} \alpha_p(t). \quad (2.15)$$

On constate cette fois-ci que les deux coefficients c_p et d_p sont impactés.

La relation (2.4) reste donc valide pour tout type de vieillissement. D'après l'expression des coefficients c_p et d_p donnés dans les relations précédentes, il apparaît que selon la réaction de vieillissement prépondérante, une augmentation ou une diminution des taux d'insertion sera observée. Ces variations sont résumées dans le **Tableau 2.1**.

		Perte de Matière active à l'anode	Perte de Matière active à la cathode	Consommation de lithium
x_p	c_p	↓	↑	----
	d_p	----	↑	↓
x_n	c_n	↑	↓	----
	d_n	↑	----	↓

Tableau 2.1 Evolutions des coefficients caractéristiques du vieillissement selon le type de réaction de vieillissement

Dans le plan (x_p, x_n) la relation (2.4) est représentée par une droite. A titre d'illustration la **Figure 2.2** présente l'impact du vieillissement sur les coefficients de cette droite et donc sur les variations de la *CTV*. Connaissant les potentiels d'équilibre de chacune des électrodes, cette figure fait apparaître un réseau de courbes d'iso-tensions à vide en fonction des taux x_p et x_n . En positionnant la droite (2.4) sur ce réseau, on peut déduire la *CTV* à partir de la connaissance de x_p et x_n . L'impact du vieillissement sur la *CTV* apparaît donc clairement au travers des déplacements de cette droite. Les effets du vieillissement sont volontairement grossis sur la **Figure 2.2** et permettent de relever que l'amplitude de la variation du taux d'insertion, est fonction de la réaction de vieillissement considérée. Il se dégage plus précisément les tendances suivantes :

- la **perte de matière active à la cathode** produit de grandes et de faibles variations respectivement à basse et à haute tension ;
- la **perte de matière active à l'anode** produit de faibles et de grandes variations respectivement à basse et à haute tension ;
- la **consommation de lithium** produit un impact significatif sur toute la plage de tension à vide.

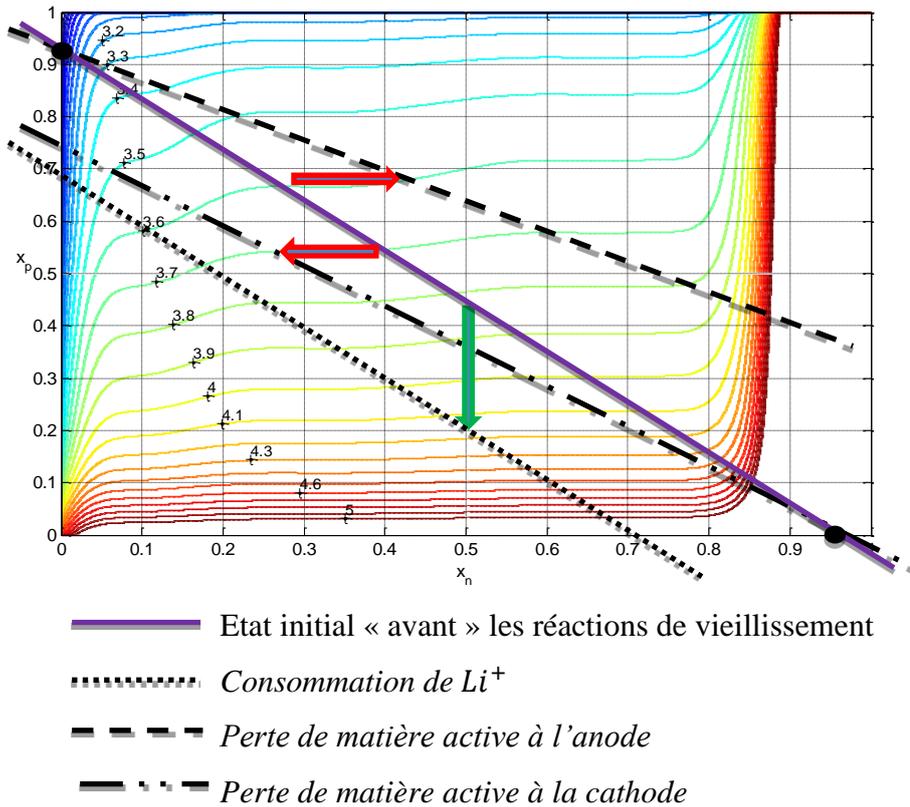


Figure 2.2 Evolutions de la droite d'équation $x_p = c_p x_n + d_p$ selon le type de vieillissement

Le vieillissement impacte donc la *CTV* majoritairement en modifiant le lien entre les taux d'insertion de lithium dans la cathode et l'anode. De manière à mieux visualiser les effets éventuels de différents phénomènes de vieillissement sur la *CTV*, des simulations sont présentés en annexe B.

2.1.1.2 Impact sur la dépendance au *SOC*

L'analyse précédente s'est focalisée sur les taux d'insertion. A présent, le lien entre taux d'insertion et *SOC* est établi car c'est ce dernier qui est estimé en pratique. Il peut être noté que le passage au *SOC* entraîne une perte d'information puisque ce dernier ne donne qu'une idée globale de la quantité de charges susceptible d'être fournie par la cellule entière et occulte la répartition des charges entre les deux électrodes. Par définition du *SOC* et d'après l'**Hypothèse 2.2**, les taux d'insertion sont proportionnels au *SOC* conformément aux relations suivantes :

$$x_p = (x_{p,100} - x_{p,0})SOC + x_{p,0} = (x_{p,100} - x_{p,0})(SOC - 1) + x_{p,100} \quad (2.16)$$

et

$$x_n = (x_{n,100} - x_{n,0})SOC + x_{n,0} = (x_{n,100} - x_{n,0})(SOC - 1) + x_{n,100} \quad (2.17)$$

où $x_{p,100}$ et $x_{n,100}$ sont les taux d'insertion lorsque *SOC* = 100%. De même, $x_{p,0}$ et $x_{n,0}$ sont les taux d'insertion lorsque *SOC* = 0%.

Dans la définition usuelle du SOC , la capacité Q_{ref} varie avec le vieillissement. Ceci est particulièrement problématique si la mise en œuvre de l'identification de la CTV nécessite des mesures du SOC , lors du vieillissement, puisque ceux-ci reposent alors sur la connaissance de $Q_{réel}$ que l'on cherche justement à identifier. Pour pallier à cette difficulté dans tous les cas de figure, l'incertitude sur Q_{ref} est éliminée en adoptant désormais la **Définition 2.1**.

Définition 2.1

$$SOC(t) = \begin{cases} 100\% & \text{si } E = E_{100\%} \\ 0\% & \text{si } \int_{E_{100\%}}^{E(t)} I = Q_{ref} (= \text{Constante}). \end{cases} \quad (2.18)$$

■

Cette définition impose un SOC à 100% à la tension à vide maximale $E_{100\%}$ quel que soit l'état de vieillissement de la cellule et un SOC à 0% après la décharge, en partant de $E = E_{100\%}$, d'une quantité de charge Q_{ref} fixe. Le choix de Q_{ref} n'a pas d'importance et est laissé à la discrétion de l'utilisateur. Pour fixer les idées néanmoins, la capacité de référence sera prise égale à la capacité nominale de la cellule ($Q_{ref} = Q_{nom}$). Une illustration de la **Définition 2.1** est donnée sur **Figure 2.3**.

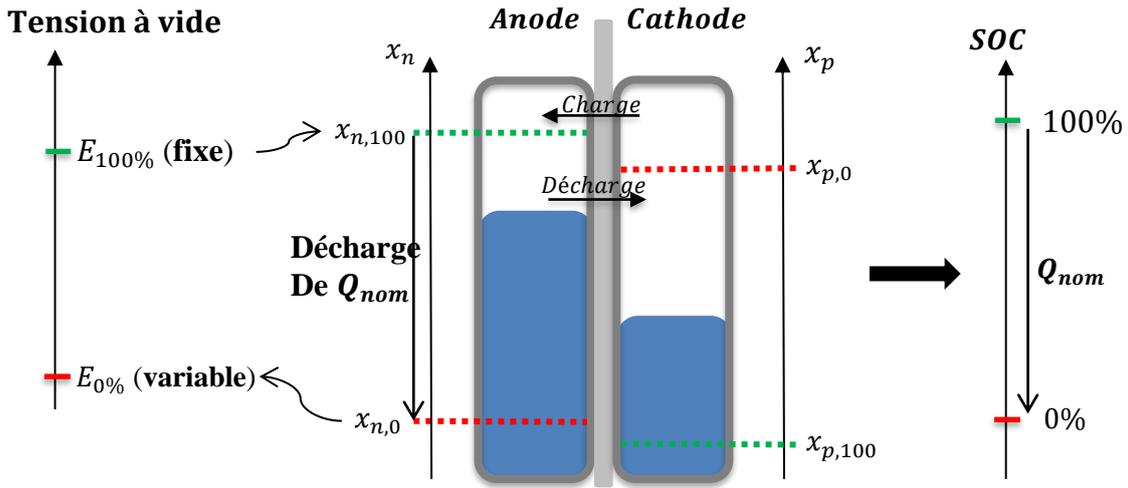


Figure 2.3 Lien entre les taux d'insertion et le SOC

Soit maintenant un état de charge SOC donné. La tension à vide correspondante à cet état de charge va varier en fonction de l'état de vieillissement de la cellule, à l'exception du point à $SOC = 100\%$. Du point de vue de la cathode, ce changement est porté par les variables $\alpha_p(t)$ et $x_{p,0}(t)$ ou, ce qui revient au même, par $x_{p,100}(t)$:

$$x_p = \frac{-Q_{nom}}{Q_{p,max}^{init}} \alpha_p(t) SOC + x_{p,0}(t) = \frac{-Q_{nom}}{Q_{p,max}^{init}} \alpha_p(t) (SOC - 1) + x_{p,100}(t). \quad (2.19)$$

L'expression de $x_{p,100}(t)$ en fonction des paramètres de vieillissement α_p, α_n et ΔQ est donnée dans les développements qui suivent en exploitant d'une part le lien entre la perte

de lithium ΔQ et les α_i et d'autre part l'invariance de la tension à vide $E_{100\%}$ en fonction du SOC . La perte de lithium ΔQ peut donc s'écrire comme suit :

$$\Delta Q(t) = Q_{totale}^{init} - Q_{totale}(t) = Q_p^{init} + Q_n^{init} - Q_p(t) - Q_n(t). \quad (2.20)$$

En exprimant Q_p et Q_n selon leurs valeurs initiales et les incertitudes α_i , l'écriture de ΔQ devient :

$$\begin{aligned} \Delta Q(t) = & -Q_{p,max}^{init} \cdot \frac{1}{\alpha_p(t)} (x_p(t) - x_p^{init}) - Q_{n,max}^{init} \cdot \frac{1}{\alpha_n(t)} (x_n(t) - x_n^{init}) \\ & + Q_{p,max}^{init} \left(1 - \frac{1}{\alpha_p(t)}\right) \cdot x_p^{init} + Q_{n,max}^{init} \left(1 - \frac{1}{\alpha_n(t)}\right) \cdot x_n^{init}. \end{aligned} \quad (2.21)$$

L'invariance du point de tension à vide $SOC = 100\%$ permet quant à elle d'écrire :

$$E_{100\%} = E_p(x_{p,100}^{init}) - E_n(x_{n,100}^{init}) = E_p(x_{p,100}(t)) - E_n(x_{n,100}(t)) \quad \forall t. \quad (2.22)$$

La linéarisation de $E_p(x_{p,100}(t))$ et $E_n(x_{n,100}(t))$ au 1^{er} ordre, et sous réserve de variations faibles, conduit aux approximations suivantes :

$$E_p(x_{p,100}(t)) \cong E_p(x_{p,100}^{init}) + \left. \frac{\partial E_p}{\partial x_p} \right|_{x_{p,100}^{init}} \cdot (x_{p,100}(t) - x_{p,100}^{init}); \quad (2.23)$$

et

$$E_n(x_{n,100}(t)) \cong E_n(x_{n,100}^{init}) + \left. \frac{\partial E_n}{\partial x_n} \right|_{x_{n,100}^{init}} \cdot (x_{n,100}(t) - x_{n,100}^{init}). \quad (2.24)$$

Les relations (2.23) et (2.24) ne reflètent pas nécessairement la réalité à mesure que le vieillissement s'accroît et que $x_{i,100}(t)$ n'est plus dans le voisinage de $x_{i,100}^{init}$; mais restent néanmoins valides et suffisantes pour une réflexion sur l'impact du vieillissement de « proche en proche ». L'introduction de (2.23) et (2.24) dans (2.22) mène alors à :

$$\left. \frac{\partial E_p}{\partial x_p} \right|_{x_{p,100}^{init}} \cdot (x_{p,100}(t) - x_{p,100}^{init}) = \left. \frac{\partial E_n}{\partial x_n} \right|_{x_{n,100}^{init}} \cdot (x_{n,100}(t) - x_{n,100}^{init}). \quad (2.25)$$

En appliquant (2.21) dans le cas $SOC = 100\%$ et en combinant cette relation avec (2.25), $x_{p,100}(t)$ s'exprime finalement selon la relation suivante :

$$x_{p,100} = x_{p,100}^{init} - \frac{\Delta Q(t) - Q_{p,max}^{init} \left(1 - \frac{1}{\alpha_p(t)}\right) \cdot x_{p,100}^{init} - Q_{n,max}^{init} \left(1 - \frac{1}{\alpha_n(t)}\right) \cdot x_{n,100}^{init}}{Q_{p,max}^{init} \cdot \frac{1}{\alpha_p(t)} + Q_{n,max}^{init} \cdot \frac{1}{\alpha_n(t)} \frac{\left. \frac{\partial E_p}{\partial x_p} \right|_{x_{p,100}^{init}}}{\left. \frac{\partial E_n}{\partial x_n} \right|_{x_{n,100}^{init}}}} \quad (2.26)$$

L'expression (2.26) est rendue plus compacte en adoptant les notations suivantes :

$$\varphi(t) = \frac{\alpha_p(t)}{\alpha_n(t)} \cdot \frac{Q_{n,max}^{init}}{Q_{p,max}^{init}} \cdot \frac{\left. \frac{\partial E_p}{\partial x_p} \right|_{x_{p,100}^{init}}}{\left. \frac{\partial E_n}{\partial x_n} \right|_{x_{n,100}^{init}}}; \quad (2.27)$$

et

$$\Delta(t) = Q_{p,max}^{init} \left(1 - \frac{1}{\alpha_p(t)}\right) \cdot x_{p,100}^{init} + Q_{n,max}^{init} \left(1 - \frac{1}{\alpha_n(t)}\right) \cdot x_{n,100}^{init} \quad (2.28)$$

si bien que (2.26) devient :

$$x_{p,100}(t) = x_{p,100}^{init} - \frac{\frac{\alpha_p(t)}{Q_{p,max}^{init}} (\Delta Q(t) - \Delta(t))}{1 + \varphi(t)}. \quad (2.29)$$

Il vient ainsi :

$$x_p = \frac{-Q_{nom}}{Q_{p,max}^{init}} \left[\alpha_p(t)(SOC - 1) + \frac{\frac{\alpha_p(t)}{Q_{nom}} (\Delta Q(t) - \Delta(t))}{1 + \varphi(t)} \right] + x_{p,100}^{init} \quad (2.30)$$

ou encore

$$x_p = \frac{-Q_{nom}}{Q_{p,max}^{init}} \left[\alpha_p(t)(SOC - 1) + \frac{\frac{\alpha_p(t)}{Q_{nom}} (\Delta Q(t) - \Delta(t))}{1 + \varphi(t)} + 1 \right] + x_{p,0}^{init}. \quad (2.31)$$

Soit maintenant SOC_{init} l'état de charge donnant initialement la tension à vide. Soit SOC l'état de charge obtenu après vieillissement. De la relation (2.30), ou (2.31), se déduit le lien entre SOC_{init} et SOC :

$$SOC_{init} = \alpha_p(t)(SOC - 1) + \frac{\alpha_p(t)}{Q_{nom}} \cdot \frac{\Delta Q(t) - \Delta(t)}{1 + \varphi(t)} + 1. \quad (2.32)$$

En suivant une démarche similaire, le lien entre SOC_{init} et SOC s'exprime également du point de vue de l'anode et d'après la relation suivante :

$$SOC_{init} = \alpha_n(t)(SOC - 1) - \frac{\alpha_n(t)}{Q_{nom}} \cdot \frac{\Delta Q(t) - \Delta(t)}{1 + \frac{1}{\varphi(t)}} + 1. \quad (2.33)$$

2.1.2 Paramétrage de la CTV sans connaissance des potentiels d'équilibre

2.1.2.1 Hypothèses simplificatrices et mise sous forme polynômiale des potentiels d'équilibre

L'expression (2.2) a mis en évidence la dépendance de la tension à vide à la température. Les développements ci-dessous montrent que pour le terme $R_m T \ln((1-x)/x) / F$ les variations de température peuvent être ignorées du fait de l'ordre de grandeur négligeable du terme $R_m T / F$, comme le montre la relation suivante :

$$\frac{R_m T}{F} \cong T \frac{8,314}{9,65 \cdot 10^4} \cong T \cdot 8,6 \cdot 10^{-5} \ll 0.1. \quad (2.34)$$

Pour le potentiel standard U_i^0 les mesures seront effectuées toujours dans des plages de température pour lesquelles U_i^0 varie très peu, ce que l'on constate en pratique.

Le terme $\ln\left(\frac{1-x}{x}\right)$ quant à lui est linéarisé à partir du développement suivant du logarithme népérien :

$$\forall y \in]-1; 1[, \quad \ln(1+y) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{y^{k+1}}{k+1}. \quad (2.35)$$

L'application de la relation (2.35) aux cas $y = -x$ et $y = x - 1$ donne alors :

$$y = -x \Rightarrow \ln(1+(-x)) = - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{x^{k+1}}{k+1}, \quad (2.36)$$

ainsi que

$$y = 1-x \Rightarrow \ln(x) = \ln(1+(x-1)) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{(x-1)^{k+1}}{k+1}, \quad (2.37)$$

d'où l'approximation :

$$\ln\left(\frac{1-x_i}{x_i}\right) \cong \overline{V_{Nernst}} = \sum_{k=0}^{N_{LN}^i} \frac{1}{k+1} [(-1)^k (x_i - 1)^{k+1} - x_i^{k+1}]. \quad (2.38)$$

Ainsi, pour N_{LN} suffisamment grand, le terme $R_m T \ln((1-x)/x) / F$ peut être réduit à un simple polynôme sans tenir compte des variations de la température T comme l'illustre la **Figure 2.4** qui montre que l'impact de l'approximation du logarithme et des variations de température reste mineur et limité à quelques millivolts.

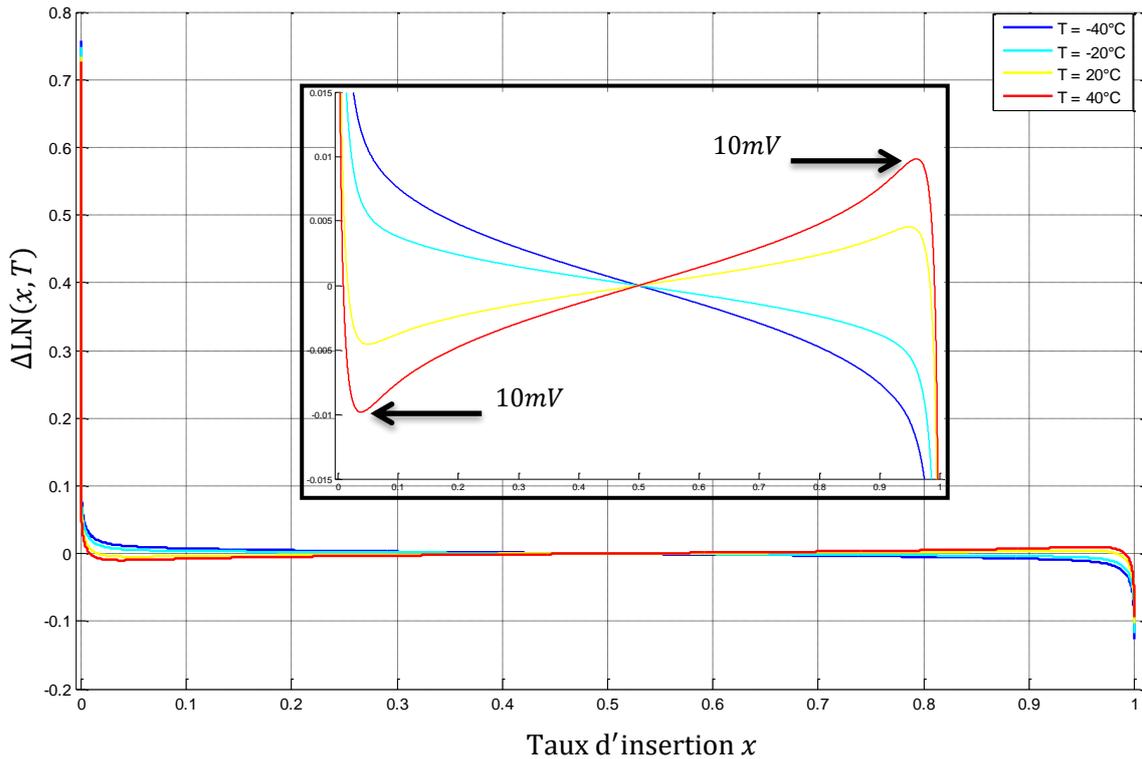


Figure 2.4 Erreur d'approximation $\Delta LN(x, T) = \frac{R}{F} \left[T \cdot \ln \left(\frac{1-x}{x} \right) - T_0 \cdot \overline{V_{Nernst}} \right], T_0 = 293K(20^\circ C)$

Il s'en suit que les potentiels d'électrode exprimés dans la relation (2.2) peuvent entièrement s'écrire sous forme polynômiale sans se soucier de l'influence de la température :

$$E_i = \sum_{k=0}^{N_i} \overline{A_{i,k}} (x_i)^k \quad ; \quad i \in \{n \text{ (anode)}, p \text{ (cathode)}\} \quad (2.39)$$

avec

$$N_i = \max(K_i ; N_{LN}^i). \quad (2.40)$$

2.1.2.2 Paramétrage idéal : avec connaissance des potentiels d'équilibre

Ce paragraphe concerne le cas où les potentiels d'équilibre E_p et E_n , et donc les coefficients $\overline{A_{p,k}}$ et $\overline{A_{n,k}}$, sont connus. D'après la relation (2.4) exprimant la linéarité entre x_p et x_n , le vieillissement de la CTV est entièrement paramétré par deux variables (c_p et d_p ou c_n et d_n). D'après les développements du paragraphe 2.1.1.2, l'utilisation du SOC introduit une incertitude supplémentaire sur la répartition des quantités de charge présentes dans la cathode et l'anode. Le nombre total d'inconnues à identifier est par conséquent porté à quatre. Le système de notations suivant est alors adopté pour la cathode :

$$\overline{\alpha}_p(t) = \frac{-Q_{nom}}{Q_{p,max}^{init}} \alpha_p(t) \quad (2.41)$$

et

$$\bar{\beta}_p(t) = \frac{-Q_{nom}}{Q_{p,max}^{init}} \left[\alpha_p(t) \frac{1}{Q_{nom}} \frac{(\Delta Q(t) - \Delta(t))}{1 + \varphi(t)} - \alpha_p(t) + 1 \right] + x_{p,0}^{init}. \quad (2.42)$$

Le taux d'insertion à la cathode s'écrit dès lors :

$$x_p = \bar{\alpha}_p(t)SOC + \bar{\beta}_p(t). \quad (2.43)$$

De même à l'anode :

$$\bar{\alpha}_n(t) = \frac{Q_{nom}}{Q_{n,max}^{init}} \alpha_n(t) \quad (2.44)$$

et

$$\bar{\beta}_n(t) = \frac{Q_{nom}}{Q_{n,max}^{init}} \left[\alpha_n(t) \frac{1}{Q_{nom}} \frac{(\Delta Q(t) - \Delta(t))}{1 + \frac{1}{\varphi(t)}} - \alpha_n(t) + 1 \right] + x_{n,0}^{init}. \quad (2.45)$$

Le taux d'insertion à l'anode s'écrit dès lors :

$$x_n = \bar{\alpha}_n(t)SOC + \bar{\beta}_n(t). \quad (2.46)$$

L'injection du *SOC* dans l'expression des potentiels d'équilibre conduit donc à une nouvelle expression de la tension à vide :

$$E = \sum_{k=0}^{N_p} \bar{A}_{p,k} \left(\bar{\alpha}_p(t)SOC + \bar{\beta}_p(t) \right)^k - \sum_{k=0}^{N_n} \bar{A}_{n,k} \left(\bar{\alpha}_n(t)SOC + \bar{\beta}_n(t) \right)^k \quad (2.47)$$

Le vieillissement de la *CTV* de la cellule est alors entièrement porté par les paramètres $\bar{\alpha}_p, \bar{\beta}_p, \bar{\alpha}_n$ et $\bar{\beta}_n$ de sorte que le problème d'identification de la *CTV* consiste précisément à identifier uniquement ces quatre paramètres. Cette identification peut, par exemple, être réalisée à partir de la mesure d'un ensemble $\{SOC_j ; E_j\}_{j \in \llbracket 1; M \rrbracket}$ de M points de tension à vide et via la minimisation du critère J :

$$J = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [E_j - E_p(\bar{\alpha}_p SOC_j + \bar{\beta}_p) + E_n(\bar{\alpha}_n SOC_j + \bar{\beta}_n)]^2 \quad (2.48)$$

sous la contrainte \mathcal{C} :

$$\mathcal{C} : E_{100\%} = \sum_{k=0}^{N_p} \bar{A}_{p,k} (\bar{\alpha}_p + \bar{\beta}_p)^k - \sum_{k=0}^{N_n} \bar{A}_{n,k} (\bar{\alpha}_n + \bar{\beta}_n)^k \quad \forall t. \quad (2.49)$$

Il doit être noté que dans ce cas particulier où la définition du *SOC* impose une capacité Q_{ref} fixe, l'estimation du doublet $(\bar{\alpha}_p ; \bar{\alpha}_n)$ fournit une estimation des capacités maximales $Q_{p,max}$ et $Q_{n,max}$.

2.1.2.3 Paramétrage pratique : sans connaissance des potentiels d'équilibre

2.1.2.3.1 Le principe

Lorsque les potentiels d'équilibre E_p et E_n ne sont pas accessibles, ce qui est plus probablement le cas en pratique, les coefficients $\overline{A_{p,k}}$ et $\overline{A_{n,k}}$ deviennent inconnus. La seule CTV de référence dont on puisse disposer est alors une mesure expérimentale de celle-ci à partir de l'interpolation d'un ensemble de points de mesure de la tension à vide sur une plage de SOC suffisamment large. La courbe découlant de ces points de mesure sera notée CTV_{init} . Une étude méthodique de différentes techniques de mesure de la CTV peut être avantageusement consultée dans (Petzl & Danzer 2013). La CTV sera issue de mesures en charge ou en décharge. Il semblerait tout de même qu'une courbe moyenne obtenue à partir d'une courbe en charge et d'une courbe en décharge représente un meilleur compromis du fait de la présence probable d'effets d'hystérésis (Roscher et al. 2011). Les courbes CTV_{init} utilisées dans la suite, seront issues de mesures en décharge exclusivement comme illustré sur la **Figure 2.5**. Ceci n'a pas d'incidence dans le cas des cellules testés ici car elles présentent une hystérésis est très faible. Il convient de préciser que ce serait certainement différent avec du LiPhosphate de Fer.

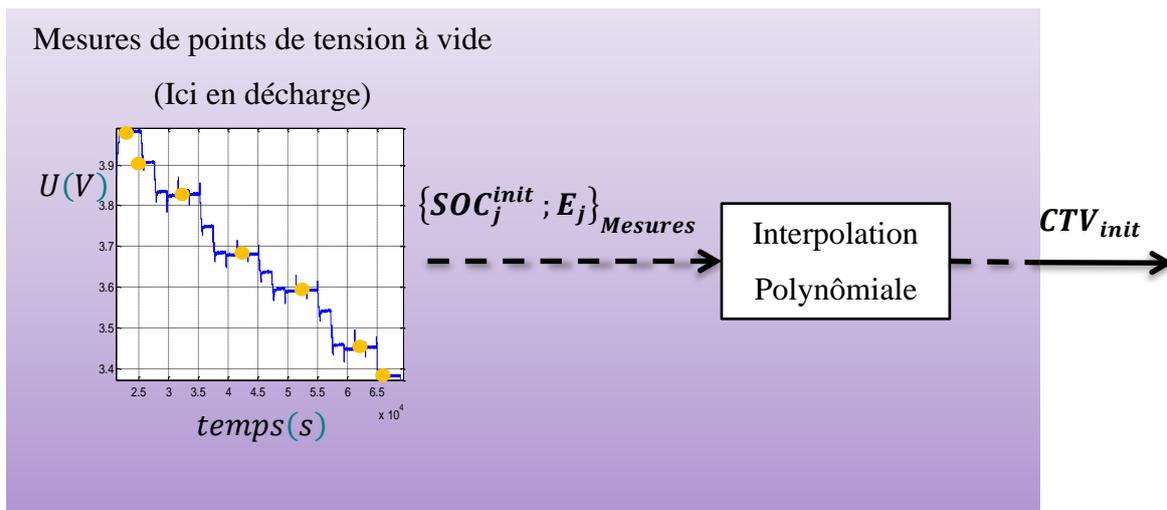


Figure 2.5 Identification de CTV_{init} à partir des mesures de tension à vide

La courbe CTV_{init} obtenue par interpolation polynômiale à l'instant initial, présente nécessairement une structure du type suivant :

$$Y = \sum_{k=0}^N D_k^{init} \cdot X^k. \quad (2.50)$$

Cette structure diffère manifestement de la structure (2.47), issue d'une description physique de l'impact du vieillissement sur la CTV . Le souhait serait alors que les coefficients D_k^{init} soient invariants avec le vieillissement, de sorte que ce dernier soit à

nouveau contenu dans des paramètres, disons α et β , de sorte qu'avec le vieillissement la relation (2.50) s'écrive :

$$Y = \sum_{k=0}^N D_k^{init} \cdot (\alpha X + \beta)^k. \quad (2.51)$$

Le calcul montre qu'un simple développement de (2.47) ne peut conduire à (2.51). Pour autant, la forme (2.51) peut se justifier à partir de considérations sur les faibles variations du potentiel d'équilibre à l'anode comparativement aux variations du potentiel d'équilibre à la cathode. En effet, il est à noter qu'en pratique, la tension d'anode varie faiblement (l'insertion du lithium à l'anode étant réalisée pour des potentiels faibles entre 0 et 0.3V environ) sur une large plage du taux d'insertion x_n ce qui permet d'établir raisonnablement l'**Hypothèse 2.3**.

Hypothèse 2.3

Sur la plage de fonctionnement de la cellule, le potentiel d'équilibre à l'anode peut être considéré comme quasi constant et ses variations être négligées :

$$E_n(x_n) \cong \text{Constante} = \overline{E}_n. \quad (2.52)$$

■

Cette hypothèse est d'autant plus valide que, pour des raisons de sécurité, une cellule n'est jamais cyclée sur toute sa plage de *SOC* mais de sorte à respecter les tensions limites de fonctionnement :

$$U_{min} \leq U \leq U_{max}. \quad (2.53)$$

L'**Hypothèse 2.3** implique pour la variable φ :

$$\varphi(t) = \frac{\alpha_p(t)}{\alpha_n(t)} \cdot \frac{Q_{n,max}^{init}}{Q_{p,max}^{init}} \cdot \frac{\left. \frac{\partial E_p}{\partial x_p} \right|_{x_{p,100}^{init}}}{\left. \frac{\partial E_n}{\partial x_n} \right|_{x_{n,100}^{init}}} \rightarrow \infty \quad (2.54)$$

d'où l'approximation suivante sur la transformation subie par SOC_{init} :

$$SOC_{init} \cong \alpha_p(t)(SOC - 1) + 1. \quad (2.55)$$

Ceci justifie par conséquent l'écriture suivante de la tension à vide :

$$E = \sum_{k=0}^N D_k^{init} \cdot (\alpha_p(t)(SOC - 1) + 1)^k. \quad (2.56)$$

Cette simplification est vérifiée expérimentalement dans le paragraphe qui suit.

2.1.2.3.2 Validation expérimentale du paramétrage

Afin de valider expérimentalement l’**Hypothèse 2.3**, plusieurs CTV issues du processus de vieillissement accéléré présenté en annexe A sont à présent identifiées à partir d’une courbe initiale CTV_{init} et en supposant que la tension à vide s’écrit :

$$E = \sum_{k=0}^N D_k^{init} \cdot (\alpha(t) \cdot SOC + \beta(t))^k. \quad (2.57)$$

La recherche des paramètres α et β est effectuée manuellement. Une large plage de valeurs pour α et pour β est parcourue. Pour chaque couple $(\alpha; \beta)$ ainsi choisi, le critère J_{test} suivant est calculé :

$$J_{test} \left(\begin{matrix} \alpha \\ \beta \end{matrix} \right) = \sum_{j=1}^3 \left(E_{mesures,j} - E(\alpha, \beta, D^{init}, SOC_{mesures,j}) \right)^2. \quad (2.58)$$

Les trois points de mesure $(SOC_{mesures,j}; E_{mesures,j})$ sont issus de profils de charge particuliers tel que celui représenté par la **Figure 2.6**. Le couple $(\alpha; \beta)$ retenu est celui minimisant J_{test} . On identifie ainsi la courbe passant au plus proche des trois points de mesure.

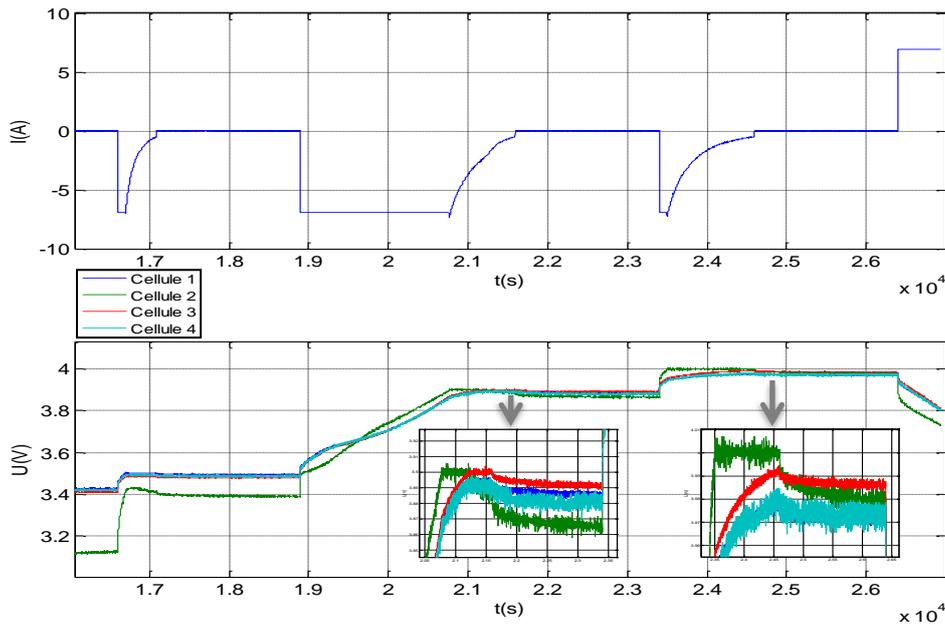


Figure 2.6 Exemple de profil de charge particulier

Pour valider le couple (α, β) choisi, la courbe identifiée est comparée à la CTV mesurée. Les points de mesure $(SOC_{mesures,j}; E_{mesures,j})$ et la CTV expérimentale ont bien entendu été mesurés à la même période et ne présentent pas de vieillissement entre eux. Un exemple de résultat est donné sur la **Figure 2.8**. Celle-ci met en évidence la faisabilité du paramétrage et le fait que celui-ci conduit à une reconstruction fiable de la CTV sur une large gamme de SOC et ce avec un nombre réduit de mesures de tension à savoir trois. La

Figure 2.7 montre l'allure du logarithme du critère J_{test} . Celui-ci présente bien un minimum global.

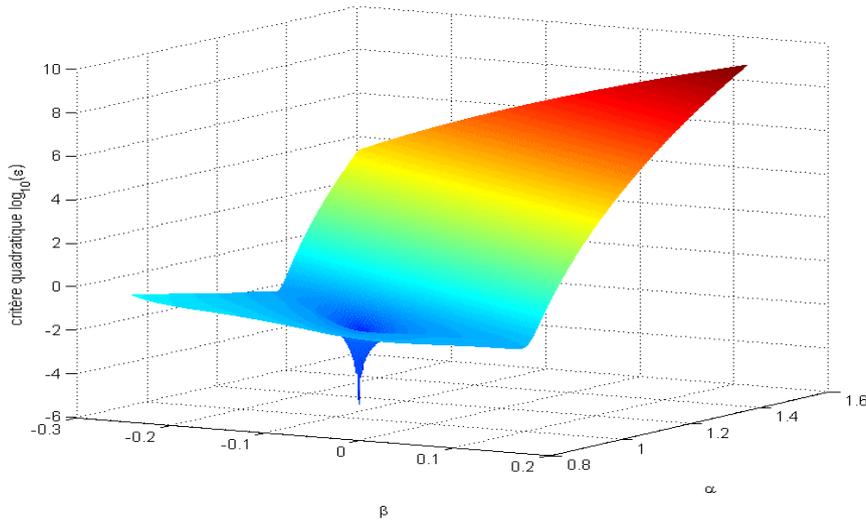


Figure 2.7 Exemple de critère J_{test} en fonction du couple (α, β)

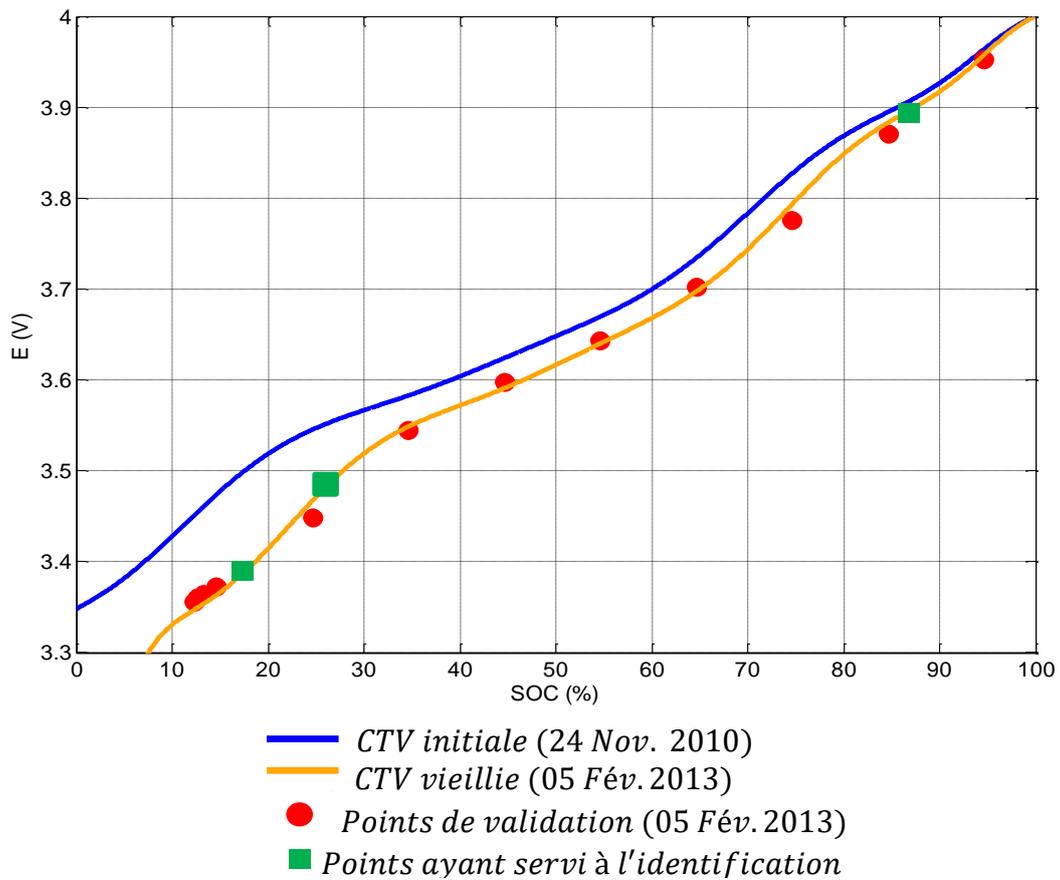


Figure 2.8 Identification de la CTV à partir des mesures du profil de charge et une recherche « manuelle » des paramètres α et β d'une cellule après plus de 2 ans de vieillissement calendaire à 60°C

A partir des couples optimaux (α, β) identifiés, la **Figure 2.9** représente les variations de β en fonction de α . Cette figure montre que le couple de paramètres α et β se déplace en permanence sur la droite (\mathcal{D}) d'équation $y + x = 1$ et valide ainsi, sur les mesures utilisées, l'écriture de la tension à vide sous la forme de la relation (2.56).

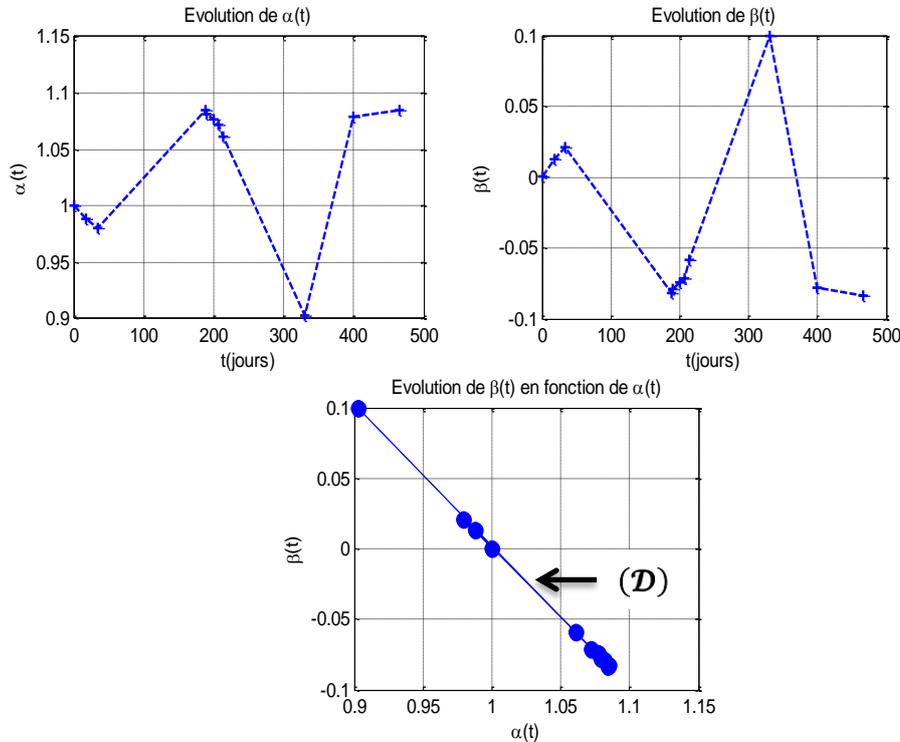


Figure 2.9 Evolution des paramètres α et β en fonction du temps pour une même cellule

La réduction à un seul polynôme résulte nécessairement d'un certain nombre d'approximations. En réalité E_n n'est pas parfaitement constant et ce notamment sur les *SOC* les plus faibles. Ceci dit, en l'absence de connaissances de l'allure des deux potentiels d'électrode, **il est difficile de faire mieux** dans l'analyse du vieillissement et la reconstruction de la *CTV*.

2.1.2.3.3 Unicité du coefficient α pour chaque CTV

Le coefficient α est caractéristique de la perte de capacité d'une cellule et est unique pour chaque CTV. Il peut donc être utilisé comme indicateur du vieillissement. L'unicité de α tient en trois raisons :

1. le polynôme défini par les coefficients D_k^{init} est strictement croissant ;
2. l'application définie par $\mathcal{T} : SOC \mapsto \alpha \cdot (SOC - 1) + 1$ est également strictement croissante et définit une droite de coefficient directeur α ;
3. enfin, l'équation $E(SOC_1) = E(SOC_2)$ admet l'unique solution $SOC_1 = SOC_2 = 1$

Pour chaque état de vieillissement, il peut être observé qu'à un même *SOC* correspondent des tensions à vide différentes :

- une valeur de $\alpha = 1$ indique l'état initial ;
- une valeur de $\alpha < 1$ indique que la cellule a gagné en capacité restituable. La cellule peut alors être considérée à juste titre comme étant plus « neuve » que la *CTV* de référence obtenue pour $\alpha = 1$. Ce cas peut par exemple se produire en pratique dans un lot de cellules avec les dispersions de fabrication et pour lesquelles une unique courbe de référence (initiale) est utilisée.
- une valeur de $\alpha > 1$ indique que la cellule a perdu en capacité restituable. La cellule peut alors être considérée à juste titre comme ayant « vieilli ». C'est typiquement le cas rencontré en pratique.

2.1.3 Lien entre le vieillissement de la *CTV* et la perte d'énergie

La cellule Li-ion étant également un réservoir d'énergie, il est intéressant d'établir le lien entre la perte d'énergie et le vieillissement de la *CTV* quantifiée par le paramètre α .

En première approximation, la variation d'énergie nécessaire au passage du palier de tension à vide E_1 au palier de tension à vide E_2 vaut :

$$Energie(E_1, E_2) = \int_{Q_{E_1}}^{Q_{E_2}} E(SOC) dq. \quad (2.59)$$

La variation de charge dq et la variation d'état de charge sont proportionnellement liées par la relation qui suit :

$$dq = -Q_{ref} \cdot dSOC, \quad (2.60)$$

si bien que (2.59) s'écrit :

$$Energie(E_1, E_2) = -Q_{ref} \cdot \int_{SOC_1}^{SOC_2} E(SOC) \cdot dSOC. \quad (2.61)$$

En notant $SOC_{init,1}$ et $SOC_{init,2}$ les états de charge correspondant initialement aux tensions à vide E_1 et E_2 , il vient :

$$Energie(E_1, E_2) = -Q_{ref} \cdot \frac{1}{\alpha} \int_{SOC_{init,1}}^{SOC_{init,2}} E(SOC) \cdot dSOC, \quad (2.62)$$

ce qui peut encore s'écrire :

$$Energie(E_1, E_2) = -\frac{1}{\alpha} Energie_{init}(E_1, E_2) \quad (2.63)$$

où $Energie_{init}(E_1, E_2)$ désigne la variation d'énergie initiale entre les paliers de tension à vide E_1 et E_2 .

La perte d'énergie $\Delta Energie(E_1, E_2)$ entre les paliers de tension à vide E_1 et E_2 , induite par un vieillissement quantifié par α est donc donnée par :

$$\Delta Energie(E_1, E_2) = -\left(1 - \frac{1}{\alpha}\right) Energie_{init}(E_1, E_2). \quad (2.64)$$

2.1.4 Méthode d'identification de la CTV lors du vieillissement

La méthode proposée comporte deux étapes illustrées par la **Figure 2.10**. La première consiste en une identification de la CTV à un état initial. La seconde consiste à identifier le paramètre α caractérisant le vieillissement de la cellule à partir d'au moins deux points de mesures de la tension à vide *issus de données en fonctionnement normal (roulage par ex.) ou en fonctionnement spécifique (phase de recharge par ex.)*. Les différentes composantes de la méthode sont explicitées dans la suite de ce paragraphe.

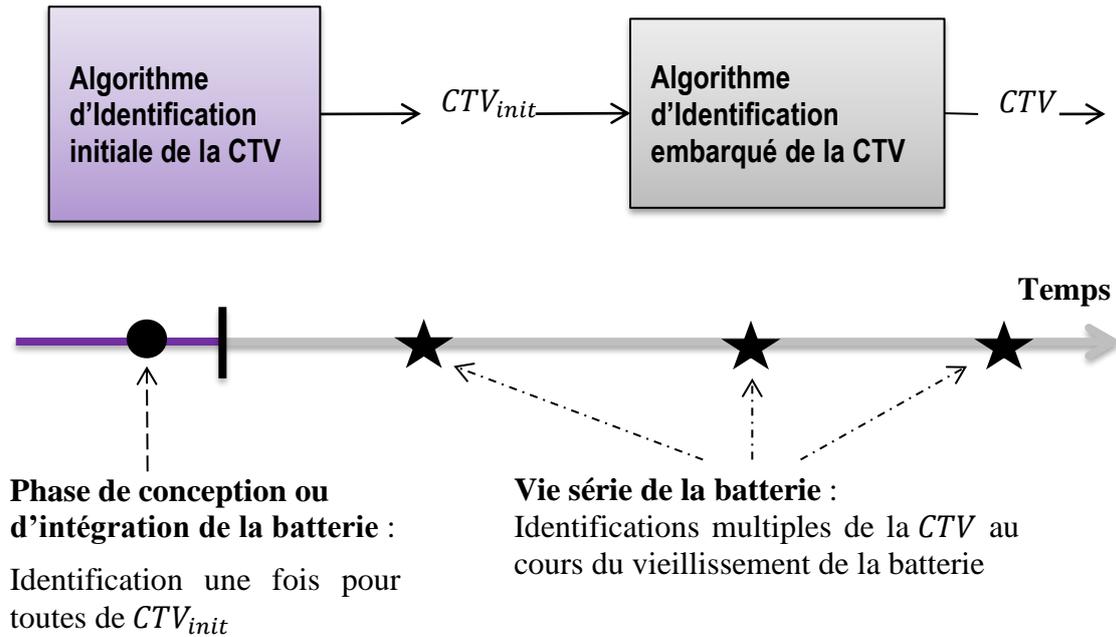


Figure 2.10 Synoptique de la démarche d'identification de la CTV au cours du vieillissement

2.1.4.1 Choix de la courbe de référence à l'état initial

L'expression (2.56) de la tension à vide permet de générer pour chaque cellule, et à partir de CTV_{init} , une cartographie prédisant sa CTV à différents niveaux de vieillissement. Une telle cartographie est partiellement illustrée par la **Figure 2.11**.

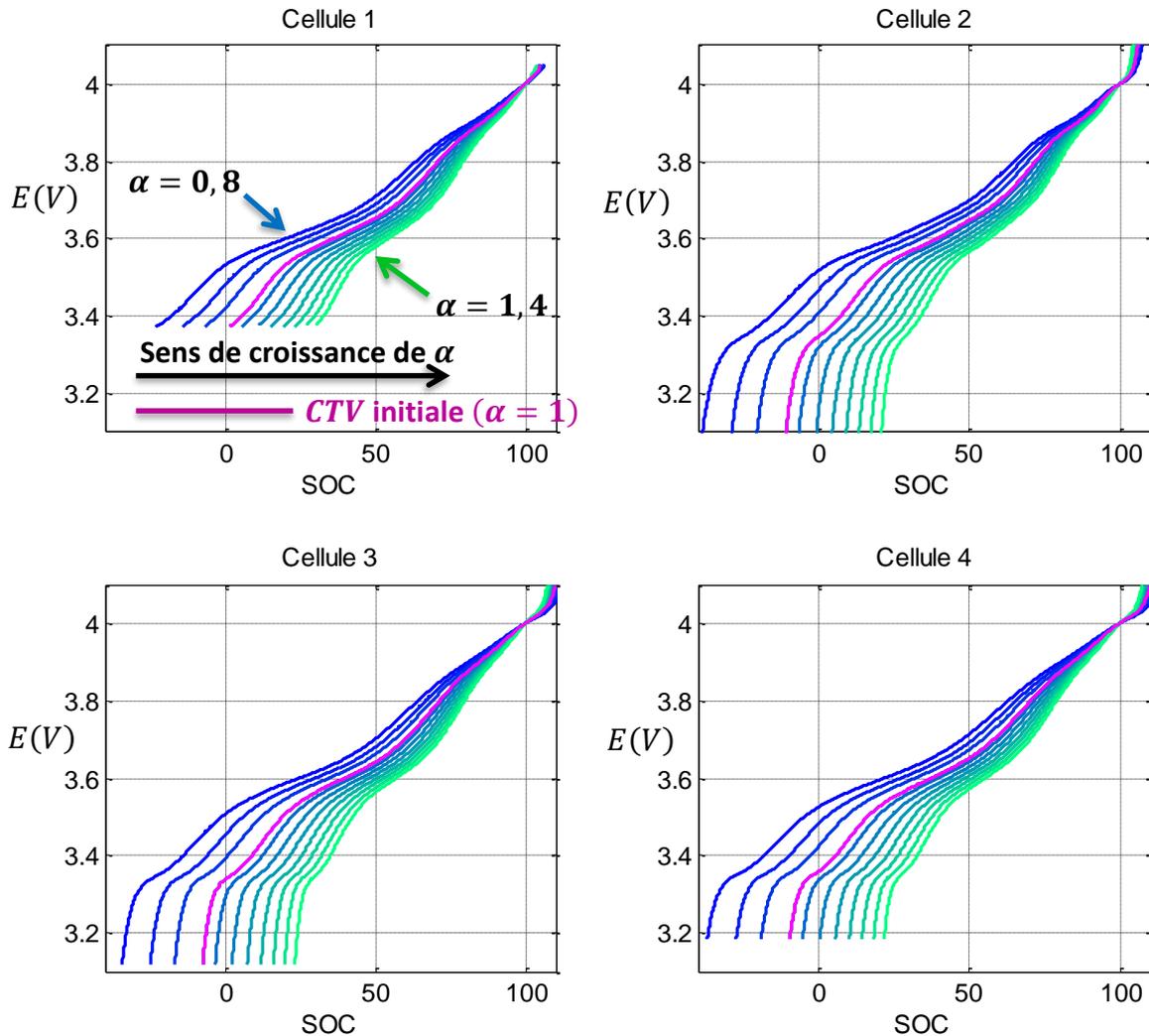


Figure 2.11 Réseaux de courbes CTV pour différentes valeurs de α à partir, pour chaque cellule, de la référence CTV_{init} issue des mesures de tension à vide individuelles de la cellule concernée

La courbe de référence CTV_{init} peut donc en premier lieu être mesurée pour chaque cellule constituant la batterie. Quoique cette procédure n'ait lieu qu'une fois pour toutes, elle présente l'inconvénient majeur de mobiliser beaucoup de temps lorsqu'elle doit être appliquée à chaque cellule. Le temps mis en œuvre pour mesurer la CTV_{init} de chaque cellule est même accentué lorsque les cellules présentent des déséquilibres en tension. De plus, toutes les cellules n'ayant pas le même niveau de vieillissement, il ne serait à priori pas possible de comparer les cellules entre elles avec la seule connaissance du paramètre α de chaque cellule. Ceci est en revanche possible si toutes les cellules disposent de la même courbe de référence initiale.

L’**Hypothèse 2.1** sur l’invariance des coefficients $A_{i,k}$, s’appuie sur l’idée que ceux-ci ne dépendent que de la nature des électrodes. Par extension, il est alors attendu que la courbe initiale CTV_{init} de n’importe quelle cellule d’une batterie, constituée de cellules du même type, puisse servir de référence aux autres cellules de la batterie. Ceci aurait pour conséquence que les cartographies de courbes CTV de toutes les cellules soient en réalité confondues.

La dernière remarque a été vérifiée sur les CTV_{init} des quatre cellules ayant subi le processus de vieillissement accéléré. Le **Tableau 2.2** montre que chaque CTV_{init} peut être retrouvée sur la cartographie de chacune des autres cellules. Ce résultat ne se suffit néanmoins pas à lui seul étant donné que les courbes initiales des quatre cellules ne présentent pas de dispersions significatives ce qui pourrait expliquer en soit la convergence des cartographies dans ce cas. Dans tous les cas, le **Tableau 2.2** rend légitime l’utilisation d’une unique CTV_{init} pour les quatre cellules. C’est la CTV_{init} de la cellule n°2 qui jouera ce rôle par la suite.

CTV_{init}	Identification de α				<i>Erreur maximale (mV)</i>			
	Cell 1	Cell 2	Cell 3	Cell 4	n° 1	n° 2	n° 3	n° 4
Cell 1	1	0.98	0.96	1	4.10^{-2}	7	9	8
Cell 2	1.02	1	0.99	1.02	8	2	12	12
Cell 3	1.03	1.01	1	1.04	23	11	3	5
Cell 4	1	0.98	0.97	1	17	11	4	2

Tableau 2.2 Identification de la CTV_{init} de chaque cellule sur les cartographies des autres cellules

2.1.4.2 Identification du paramètre α lors du vieillissement

Le paramétrage de la CTV , illustré notamment par les cartographies de la **Figure 2.11**, suggère que la mesure sans erreur d’un seul point de tension à vide ($SOC_j ; E_j$) ou d’une variation d’état de charge ΔSOC_j entre deux plateaux de tension à vide est suffisante à l’identification de la CTV correspondante.

2.1.4.2.1 Enregistrement des mesures servant à l’identification de la CTV

En fonctionnement, la batterie subit des sollicitations de charge ou de décharge. Ces sollicitations peuvent être dues à divers organes pilotés. Ce qui est important pour chaque cellule, c’est de disposer d’un profil de tension comportant au moins **deux points de tension à vide** différents ainsi que le profil de courant associé. Les plages de tension d’une cellule sur laquelle elle est en équilibre seront désignées par la suite par le terme « **paliers** ». Le principe est illustré sur la **Figure 2.12**.

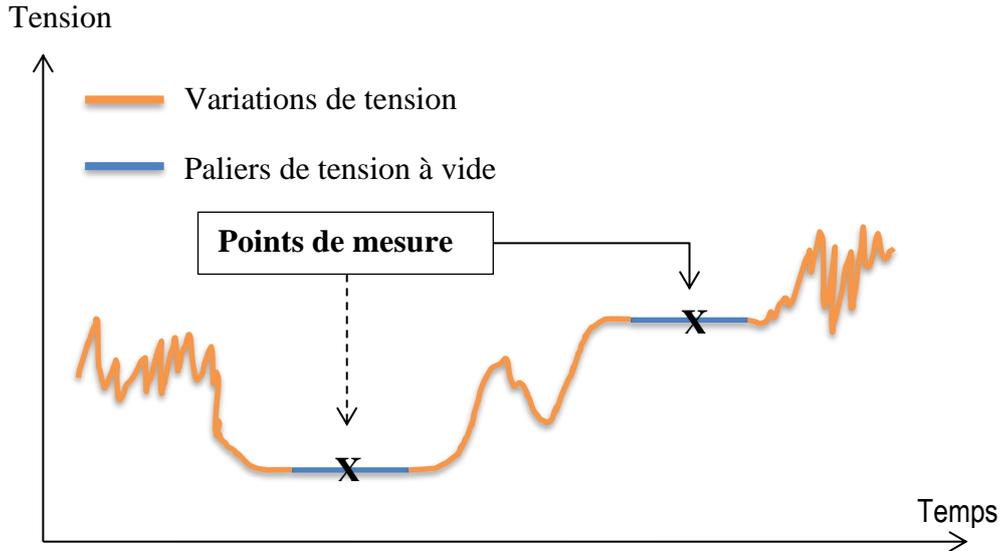


Figure 2.12 Représentation de la notion de palier de tension à vide

L'identification de la *CTV* peut avantageusement être réalisée dans les phases de vie particulières du dispositif embarquant la batterie. Pour un véhicule électrique ou hybride rechargeable, cela peut être la phase de charge de la batterie. Une autre possibilité est d'utiliser les phases de vie entre deux arrêts moteurs par exemple. Cette variante a l'avantage d'être applicable également aux véhicules hybrides non-rechargeables. Il est tout aussi possible de réaliser un enregistrement continu des variations de courant et de tension. Il sera considéré par la suite, sans perte de généralité, le cas où l'organe piloté est un chargeur de batterie. Les éléments exposés dans la suite ne sont pas dépendants de ce choix, l'important étant que la batterie fournisse les points de mesure recherchés. La **Figure 2.13** présente les évolutions de la tension, de l'intensité et du *SOC* de la batterie lors d'une recharge particulière comportant quatre paliers de tension à vide correspondant aux tensions $E_4 = U_{max}$ (ou du moins une tension proche), E_2 , E_3 et E_1 . Dans cet exemple le nombre de mesures de tension à vide vaut $M = 4$. Les *SOC* associés sont $SOC_4 = SOC_{max} = 100\%$ (ou du moins un *SOC* proche), SOC_3 , SOC_2 et SOC_1 avec :

$$SOC_3 = SOC_{max} - \frac{\int_{E=E_3}^{E=U_{max}} I}{Q_{ref}} \quad (2.65)$$

et

$$SOC_2 = SOC_{max} - \frac{\int_{E=E_2}^{E=U_{max}} I}{Q_{ref}}. \quad (2.66)$$

Ce profil comporte donc trois triplets caractérisant la variation du *SOC* : $(\Delta SOC_1, E_1, E_2)$, $(\Delta SOC_2, E_1, E_3)$ et $(\Delta SOC_3, E_1, E_4)$ avec $\Delta SOC_1 = SOC_2 - SOC_1$, $\Delta SOC_2 = SOC_3 - SOC_1$ et $\Delta SOC_3 = SOC_4 - SOC_1$.

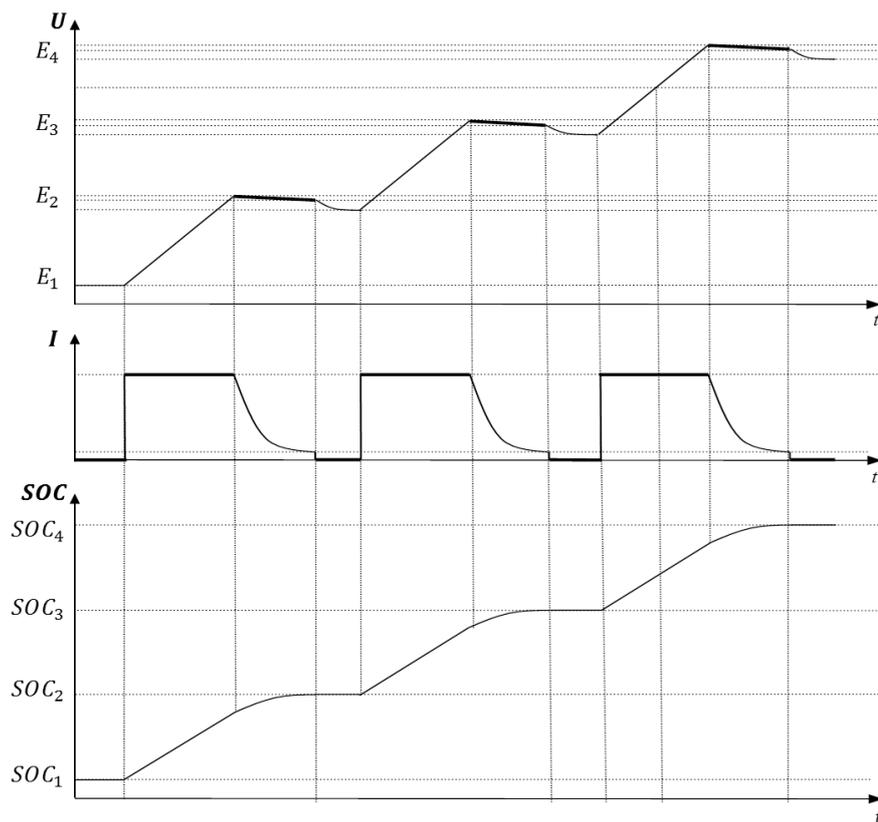


Figure 2.13 Evolution de la tension (U), de l'intensité (I) et de l'état de charge (SOC) de la batterie pendant la recharge particulière à quatre paliers de tension à vide

L'algorithme d'identification ainsi que le choix du mode de calcul sont présentés dans la suite.

2.1.4.2.2 Identification de α selon l'algorithme de l'option 1

Cet algorithme procède par inversion de la courbe de tension à vide et repose sur l'idée que pour deux tensions à vide E_a et E_b données telles que $E_a < E_b$, la variation d'état de charge $\Delta SOC(E_a; E_b)$ est différente à chaque état de vieillissement et ce d'autant plus que E_a est basse et E_b haute. Cette affirmation se démontre en exprimant la variation d'état de charge $\Delta SOC(E_a; E_b)$ à l'état initial et à deux autres états de vieillissement caractérisés par les paramètres α_I et α_{II} . A l'état initial, les états de charge correspondant aux tensions à vide E_a et E_b seront notés SOC_a^{init} et SOC_b^{init} tels que :

$$\Delta SOC(E_a; E_b)|_{init} = SOC_b^{init} - SOC_a^{init} = \frac{\Delta Q(E_a; E_b)}{Q_{nom}} = -\frac{\int_{E=E_a}^{E=E_b} I}{Q_{nom}}. \quad (2.67)$$

Soit alors deux états de charge, le premier noté SOC d'une cellule vieillit et le second noté SOC^{init} de la même cellule à l'état initial. Lorsque ces deux états de charge correspondent à la même tension à vide, ils sont alors liés, conformément à la relation (2.32) (ou (2.33)) par :

$$SOC = \frac{1}{\alpha}(SOC^{init} - 1) + 1. \quad (2.68)$$

A l'état de vieillissement caractérisé par α_I , il vient alors :

$$\Delta SOC(E_a; E_b)|_{\alpha_I} = \frac{1}{\alpha_I} \Delta SOC(E_a; E_b)|_{init}. \quad (2.69)$$

De même, à l'état de vieillissement caractérisé par α_{II} , la variation d'état de charge entre les tensions à vide E_a et E_b est donnée par :

$$\Delta SOC(E_a; E_b)|_{\alpha_{II}} = \frac{1}{\alpha_{II}} \Delta SOC(E_a; E_b)|_{init}. \quad (2.70)$$

La différence des paramètres de vieillissement $\alpha_I \neq \alpha_{II}$ implique donc la différence des variations d'état de charge :

$$\Delta SOC|_{\alpha_I} \neq \Delta SOC|_{\alpha_{II}}. \quad (2.71)$$

Ainsi, à une mesure ($\Delta SOC; E_a; E_b$) correspond une unique CTV . En travaillant avec un jeu de $M \geq 2$ points de mesure $\Delta SOC(E_1; E_{t>1})$ avec $E_1 < \dots < E_M$, il y aura donc $M - 1$ paramètres α_t associés. L'algorithme de l'option 1 exploite uniquement les variations d'état de charge $\Delta SOC(E_1; E_{t>1})$ entre le point de mesure de tension à vide le plus bas E_1 et les autres points de mesure de tensions à vide.

Si les mesures sont parfaites, tous les paramètres α_t seront égaux. Si en revanche, les mesures sont biaisées, car entachées de bruit par exemple, il faudra alors déduire à partir de ces résultats le paramètre α reproduisant le mieux les données expérimentales. La sélection du paramètre α optimal doit se faire au sens d'un critère à déterminer. Il serait par exemple possible de choisir la moyenne des paramètres α_t , soit :

$$\bar{\alpha} = \frac{1}{M-1} \sum_{t=1}^{M-1} \alpha_t. \quad (2.72)$$

Une méthode couramment utilisée dans la résolution de ce type de problèmes est celle des moindres carrés qui, dans le cas présent, consiste en la minimisation du critère J suivant :

$$J(\alpha) = \frac{1}{M-1} \sum_{t=2}^M (\Delta SOC(E_1; E_t) - \Delta SOC(E_1; E_t; \alpha))^2. \quad (2.73)$$

L'analyse de l'impact du vieillissement sur les taux d'insertion correspondant à une tension à vide donnée a été effectuée au paragraphe 2.1.1.1. Comme indiqué dans ce paragraphe, le vieillissement de la CTV est plus ou moins marqué selon qu'on soit à haute ou basse tension à vide. A partir de la cartographie de courbes CTV d'une cellule physique, la **Figure 2.14 (a)** montre dans un cas concret, l'évolution en fonction de α de la variation d'état de charge $\Delta SOC(E_1; E_{100\%} = 4V; \alpha)$ entre les paliers de tension à vide E_1 et $E_{100\%}$. Cette courbe est tracée pour quatre tensions à vide E_1 différentes. Comme attendu, il ressort de la **Figure 2.14 (a)** que l'effet du vieillissement est d'autant plus marqué que la tension à vide E_1 est basse. La variation du critère J en fonction de α est quant à elle donnée pour chaque tension à vide E_1 par la **Figure 2.14 (b)**. Sans surprise, le critère J est moins aplati et converge d'autant plus vite que E_1 est faible ou, ce qui revient au même, que $\Delta SOC(E_1; E_t)$ est grand. Les erreurs de mesure de la variation de charge $\Delta SOC(E_1; E_t)$ sont donc beaucoup plus susceptibles de générer une erreur d'estimation de α lorsque E_1 est élevée.

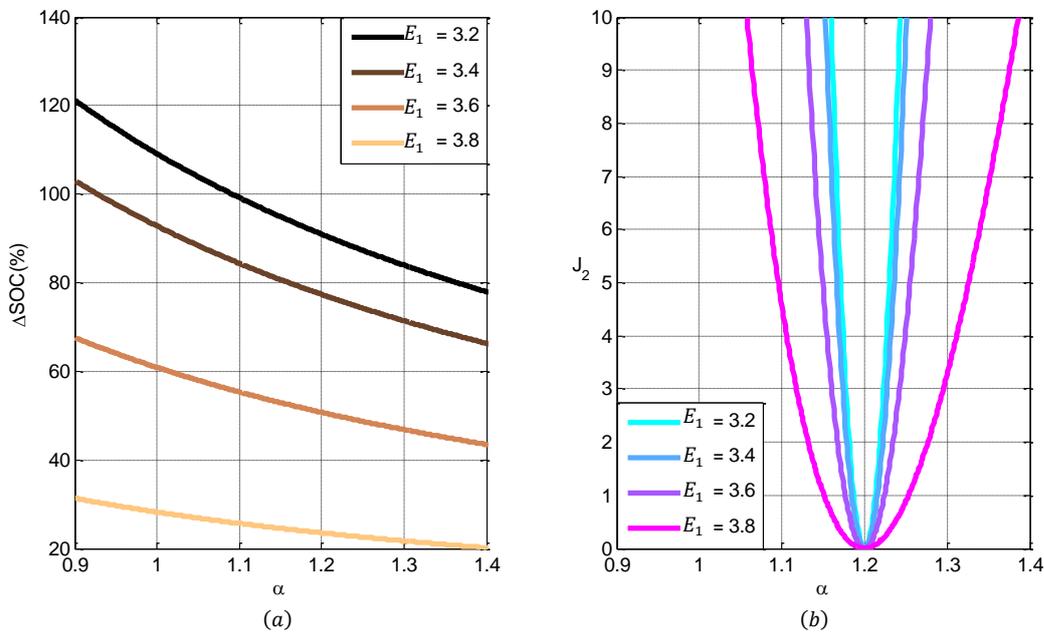


Figure 2.14 Calcul via l'option 1 - Exemple de variations en fonction de α : (a) du SOC associé à une tension à vide (b) du critère J

2.1.4.2.3 Identification de α selon l'algorithme de l'option 2

L'algorithme de l'option 2 est une variante de l'option 1 utilisable lorsque toutes les cellules (ou presque) du pack batterie, atteignent le point de tension à vide à pleine charge $E_{100\%}$ permettant ainsi le calcul rétroactif des états de charge des cellules en question. De même que pour l'option 1, l'algorithme de l'option 2 repose sur le fait qu'à une mesure $(SOC; E)$ donnée, correspond une unique CTV . En travaillant toujours avec un jeu de $M \geq 2$ mesures $\{SOC_t; E_t\}_{1 \leq t \leq M}$ de tension à vide $E_1 < \dots < E_M$, il y aura donc $M - 1$ paramètres α_t associés. En effet, on rappelle que le point de tension le plus haut E_M est quasi insensible au vieillissement car très proche de la tension maximale et sert au calcul des états de charge $(SOC_t)_{1 \leq t \leq M-1}$ des autres points conformément à la relation suivante :

$$SOC_t |_{1 \leq t \leq M-1} = SOC_M - \frac{\int_t^{t_M} I}{Q_{nom}}. \quad (2.74)$$

Tout comme dans l'option 1, à chaque point de mesure $(SOC_j; E_j)$, il peut être associé un unique paramètre α_t . Il faut donc déduire à partir de ces résultats, le paramètre α reproduisant le mieux les données expérimentales. La méthode des moindres carrés est encore une fois préconisée, le critère J à minimiser étant cette fois-ci donné par :

$$J(\alpha) = \frac{1}{M-1} \sum_{t=1}^{M-1} \left(E_t - E \left(\{D_k^{neuf}\}, SOC_t, \alpha \right) \right)^2. \quad (2.75)$$

De même que pour l'option 1, une analyse succincte de la sensibilité du critère J est donnée par la **Figure 2.15**. Plus précisément, la **Figure 2.15 (a)** montre dans un cas concret l'évolution, en fonction de α , de l'état de charge $SOC_1(\alpha)$ correspondant à la tension à vide E_1 et ceci pour quatre valeurs différentes de E_1 . La **Figure 2.15 (b)** pour sa part, montre la variation du critère J en fonction de α . Il ressort à nouveau que les erreurs de mesure de l'état de charge SOC_1 sont beaucoup plus susceptibles de générer une erreur d'estimation importante de α lorsque E_1 est élevée.

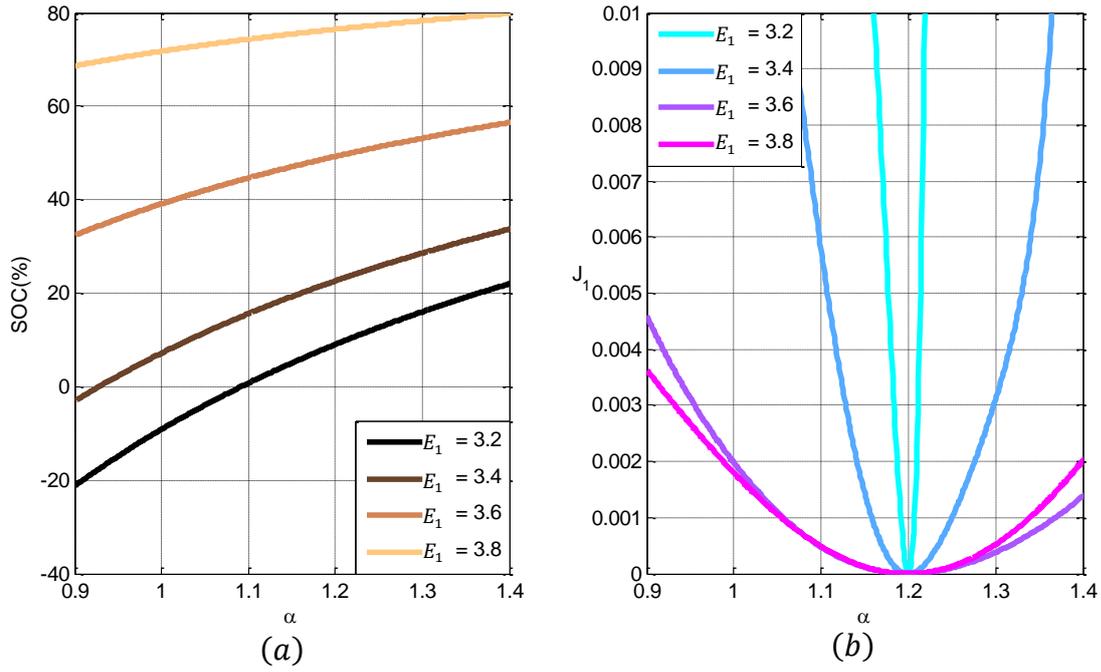


Figure 2.15 Calcul via l'option 2 - Exemple de variations en fonction de α : (a) du SOC associé à une tension à vide (b) du critère J

2.1.5 Validations expérimentales pour différents états de vieillissement et à différentes températures ambiantes

Ce paragraphe est consacré à la validation des méthodes présentées précédemment. A cet effet, des mesures de tension à vide à différents niveaux de vieillissement et pour différentes températures sont exploitées. Ces mesures variées permettent de tester la robustesse de la méthode d'identification de la *CTV* au vieillissement et aux variations de température. Finalement une étude de l'impact du vieillissement sur la valeur du paramètre α est présentée à la fin du paragraphe.

2.1.5.1 Principe des essais

2.1.5.1.1 Nature des points de mesure et de validation

La mise en œuvre de la méthode d'identification de la *CTV* nécessite au minimum deux points de tension à vide en entrée. Les profils de charge conviennent très bien à cet effet, les profils de charge classiques fournissant deux points de mesure de la tension à vide là où le profil de charge particulier, de la **Figure 2.13** par exemple, fournit quatre points de mesure. La validation de la *CTV* identifiée à partir de ces points d'entrée se fait quant à elle via l'exploitation d'autres points de mesure de la tension à vide, lesquels n'ont pas servi à l'identification de la *CTV* (à l'exception du point de tension à vide maximal). Dans le cas présent, les mesures servant à la validation sont obtenues sur un cycle en décharge. Le temps de relaxation sur chaque palier de mesure de la tension à vide est d'environ 30 *minutes*. L'ensemble de ces mesures est obtenu sur des profils de tension analogues à celui de la **Figure 2.16**. Toutes les mesures (estimation et validation) sont ainsi obtenues dans le même essai et correspondent par voie de conséquence, au même état de vieillissement.

Pour les mesures de validation, ainsi que dans le cas où l'option 2 est utilisée, le *SOC* est calculé en intégrant le courant à partir du point de référence à 100% qu'est la tension à vide $E_{100\%}$. Dans le cas présent, $E_{100\%}$ est fixée à 4V. Dans les essais réalisés, les cellules n'atteignant pas le palier maximal à $E_{100\%}$ atteignent en général un point de tension à vide compris dans l'intervalle [3.9V ; 4V]. Pour ces cellules, une interpolation linéaire entre le point maximal atteint et le point de tension à 4V est réalisée. Celle-ci n'engendre à priori que peu d'erreurs dans la mesure où le vieillissement n'impacte que très faiblement l'intervalle de tension [3.9V ; 4V] comme précisé auparavant.

La *CTV* identifiée est enfin évaluée en comparant ses prédictions aux mesures servant à la validation.

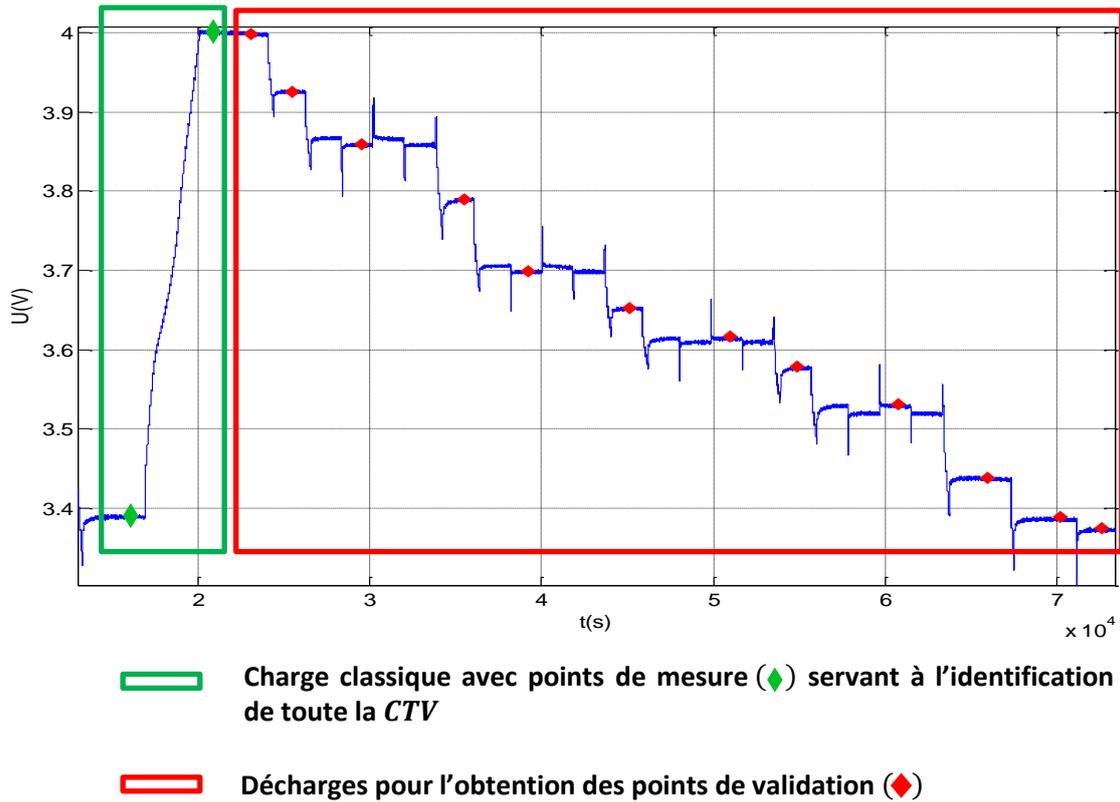


Figure 2.16 Exemple d'un profil de charge classique fournissant un point de mesure pour l'identification de la CTV (le second étant à 4V) et des mesures de tension à vide servant à la validation

Pour l'approche d'identification développée ici, la sensibilité, au nombre et à la nature des points de mesure est une conséquence directe de la définition du *SOC* utilisée dans ces travaux. La variation de la tension à vide à un point de *SOC* donné en fonction de l'évolution du paramètre α est représentée par la Figure 2.17. Celle-ci montre en effet, pour les cellules 1 à 4, que la variation de tension à vide en fonction du vieillissement caractérisée par la variation de α n'excède pas 25mV à *SOC* = 90%. En revanche, sur la même plage de variation de α pour = 50% , la variation de tension à vide atteint jusqu'à 75mV. Il s'ensuit que, avec la définition de *SOC* utilisée ici, tous les points de tension à vide n'auront pas la même sensibilité au vieillissement. L'importance des points de mesure est donc pondérée de sorte que si le point de mesure utilisé est dans la partie haute de la CTV (partie sur laquelle les différences entre la CTV neuve et la vieillie sont petites) les erreurs d'identifications seront plus importantes. A contrario si le point de mesure se situe là où les CTV sont les plus différenciées, les erreurs d'identification en seront d'autant plus réduites. Ceci nécessite néanmoins l'absence d'erreur de mesure ou de calcul sur le point de tension à vide.

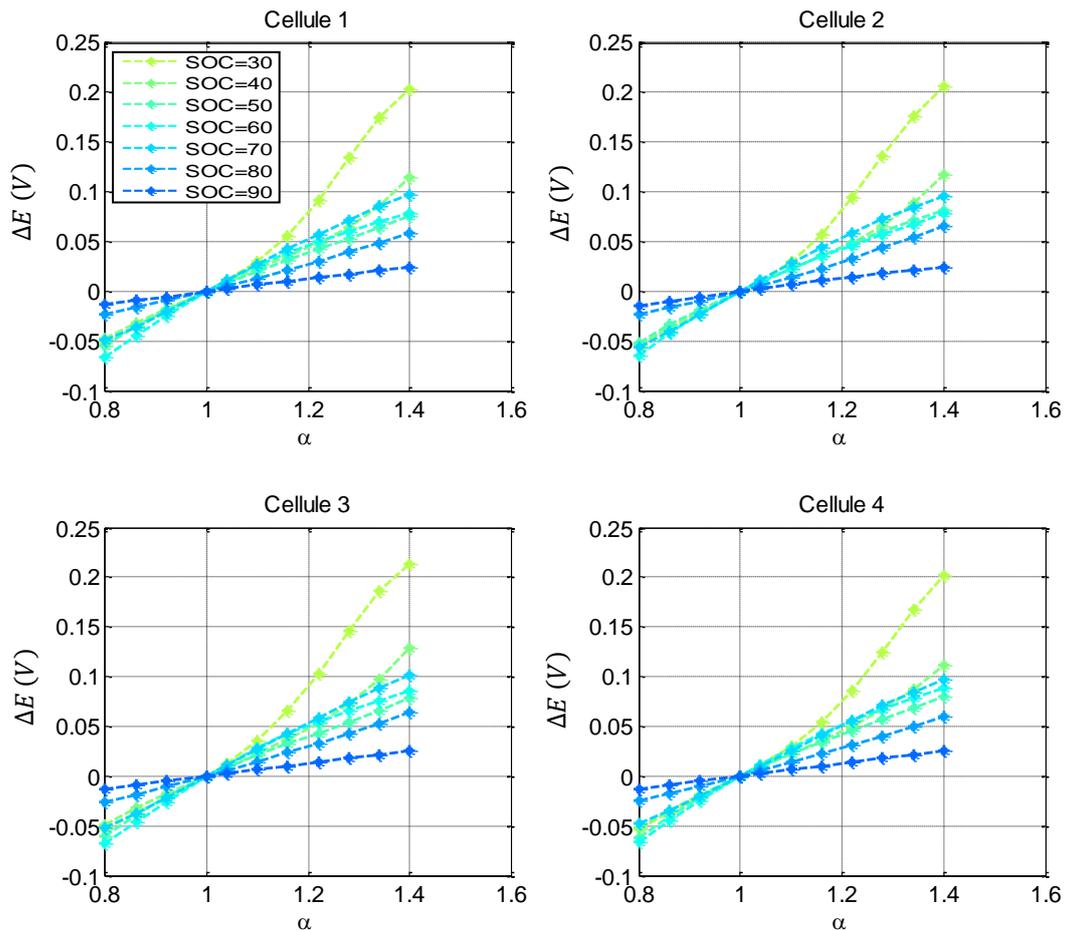


Figure 2.17 Variations de tensions à vide par rapport à la CTV initiale individuelle, en fonction du vieillissement et à différentes valeurs de SOC

Une conséquence de l'importance relative des points de mesure est que la nature (tension à vide de préférence la plus basse possible) et la qualité des points de mesure importe d'avantage que leur nombre. Ceci a été vérifié en appliquant la méthode d'identification de la CTV pour différentes combinaisons des quatre points de mesure d'un profil de charge particulier. Les erreurs d'identification, en valeur absolue, sont représentées sur la **Figure 2.18**. Cette figure met par exemple en évidence que dans ce cas précis, les erreurs les plus importantes se retrouvent lors de l'utilisation des données issues du palier 3. Elle met de même en évidence qu'il est suffisant de disposer des paliers 1 et 4. Ceci implique qu'il faudrait en principe mettre une pondération plus forte sur les bas SOC et moins forte sur les SOC élevés.

Afin de ne pas multiplier les résultats à analyser, seules les mesures provenant du profil de charge classique seront considérées par la suite.

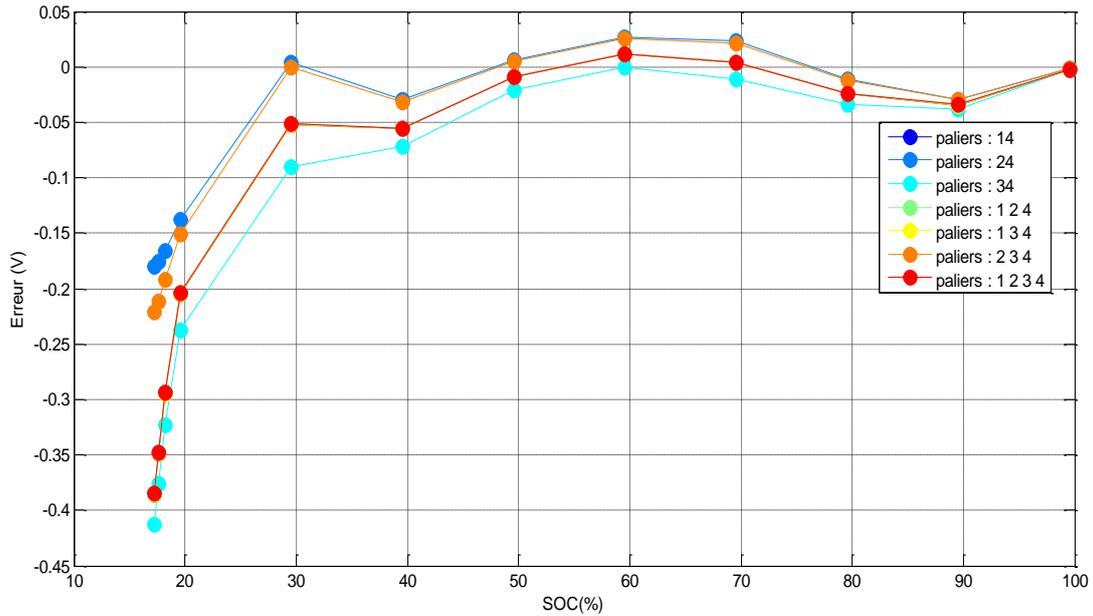


Figure 2.18 Erreurs d'identification, en valeur absolue, en fonction du SOC selon les paliers de tension à vide du profil de charge particulier utilisés – Cellule 2 Essais 5 T20 (certaines courbes sont superposées les unes sur les autres)

2.1.5.1.2 Evaluation du résultat

La CTV identifiée est évaluée en comparant ses prédictions aux mesures servant à la validation, conformément au synoptique de la **Figure 2.19**. Un premier critère d'évaluation est l'erreur brute ϵ_k qui correspond à la différence entre la mesure de tension $E_{valid,k}$ et la prédiction de la nouvelle CTV au point $SOC_{valid,k}$. Le seuil acceptable sur l'erreur brute S_{Brute} est raisonnablement choisi égal à 20mV. Cette valeur est proche de la précision des capteurs de tension automobiles. A noter qu'en théorie une excellente précision devrait être de 2mV-10mV pour des conditions défavorables en température. Il convient néanmoins de rappeler que l'objectif ici est d'identifier une CTV vieillissante pouvant représenter des variations de plusieurs centaines de mV aux bas SOC et ceci en l'absence de connaissance des deux potentiels d'équilibre de la cellule. Le seuil de 20mV paraît à cet égard plus raisonnable même si des précisions en dessous de 10mV sont observées sur les données expérimentales comme cela peut-être vu sur le **Tableau 2.3**. Lorsque l'erreur brute ϵ_k est trouvée en défaut car supérieure au seuil S_{Brute} , elle peut encore être jugée comme étant satisfaisante à condition que son rapport sur la variation de tension ΔE_k due au vieillissement soit inférieur à un deuxième seuil $S_{\%}$.

Ceci est particulièrement utile à bas SOC où le vieillissement induit des variations de tension plus marquées qu'à haut SOC. A haut SOC, où les variations de tension induites par le vieillissement sont faibles, l'observation de l'erreur relative est moins pertinente si bien que l'erreur brute y est privilégiée pour statuer sur la qualité d'une prédiction.

Afin de ne pas multiplier les données, l'analyse des résultats d'identification de la CTV sera limitée au cas de la cellule n°2 qui est nettement la cellule ayant subi le vieillissement le plus important.

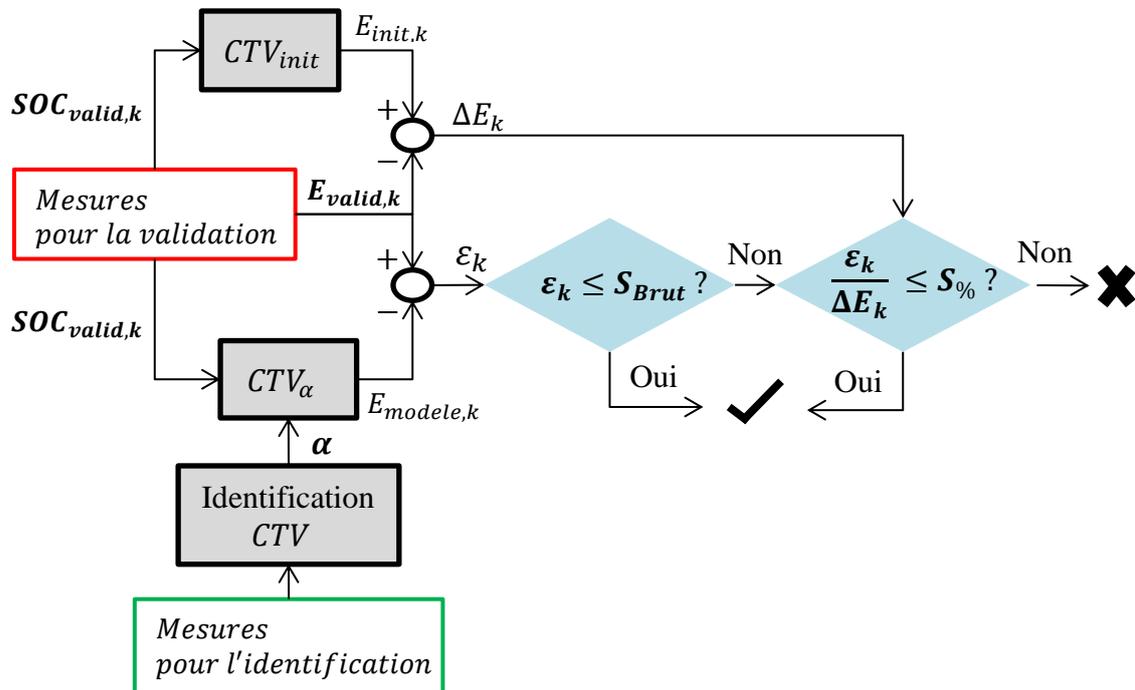


Figure 2.19 Démarche de validation de la CTV identifiée

2.1.5.2 Comparaison entre les options 1 et 2

Les options d'identification 1 et 2 présentées aux paragraphes 2.1.4.2.2 et 2.1.4.2.3 diffèrent sur la manière de prendre en compte les variations de charge entre paliers de tension à vide. L'option 1, qui ne mesure que la variation de charge, donne une mesure d'entrée plus précise que l'option 2 qui nécessite un recalage pour les cellules n'ayant pas atteint le point SOC $_{100\%}$. En revanche, lorsque le point SOC $_{100\%}$ est atteint, l'option 2 garantit alors a priori une localisation plus précise de la bonne CTV en particulier à bas état de charge.

Le **Tableau 2.3** livre les résultats d'une comparaison des deux approches pour cinq états de vieillissement et à trois températures ambiantes. Le **Tableau 2.3** donne ainsi les pourcentages de points SOC $_{valid,k}$ sur lesquels l'erreur d'estimation est inférieure à 30mV, 20mV et 10mV. Il ressort de cette comparaison, sur le cas de la cellule 2, que les deux options donnent des résultats comparables, l'option 1 étant légèrement meilleure et notamment à basse température pour les essais de la série M4.

Cellule 2		Option 1				Option 2			
		-10°C	0°C	20°C	40°C	-10°C	0°C	20°C	40°C
M1	$\varepsilon \leq 30mV$			75%				75%	
	$\varepsilon \leq 20mV$			66,7%				66,7%	
	$\varepsilon \leq 10mV$			50%				58,3%	
M2	$\varepsilon \leq 30mV$	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
	$\varepsilon \leq 20mV$	100%	100%	100%	90%	100%	100%	83,3%	100%
	$\varepsilon \leq 10mV$	50%	83,3%	75%	60%	100%	83,3%	66,7%	60%
M3	$\varepsilon \leq 30mV$			88,9%				88,9%	
	$\varepsilon \leq 20mV$			66,7%				66,7%	
	$\varepsilon \leq 10mV$			33,3%				44,4%	
M4	$\varepsilon \leq 30mV$	41,7%	58,3%	75%	87,5%	83,3%	91,7%	75%	87,5%
	$\varepsilon \leq 20mV$	33,3%	33,3%	62,5%	50%	66,7%	83,3%	62,5%	75%
	$\varepsilon \leq 10mV$	8,3%	33,3%	25%	50%	41,7%	50%	25%	50%
M5	$\varepsilon \leq 30mV$	80%	66,7%	62,5%	62,5%	100%	75%	62,5%	62,5%
	$\varepsilon \leq 20mV$	80%	66,7%	62,5%	62,5%	80%	66,7%	62,5%	62,5%
	$\varepsilon \leq 10mV$	80%	25%	37,5%	37,5%	60%	25%	37,5%	37,5%

Tableau 2.3 Comparaison des taux de réussite entre les options de calcul 1 et 2.

2.1.5.3 Répétabilité par rapport au vieillissement et robustesse par rapport à la température

Dans ce paragraphe, la répétabilité de la méthode de l'option 1 sur différents états de vieillissement est éprouvée sur un échelon de charge classique.

2.1.5.3.1 Analyse des erreurs d'estimation

Une analyse plus poussée des résultats d'estimation de la *CTV* pour la cellule 2 est fournie. Pour des questions de lisibilité, toutes les erreurs d'estimation par *CTV* estimée ne sont pas étudiées. L'analyse se porte en revanche sur les tendances extrêmes fournies par le **Tableau 2.4** et le **Tableau 2.5**.

Le **Tableau 2.4** a pour objectif de présenter les pires cas. Le **Tableau 2.4** présente ainsi pour chaque température les quatre plus grandes erreurs d'estimation de la tension à vide. Celles-ci sont contenues dans la colonne *max(ε)*. En regard de cette colonne, la colonne ΔE donne les variations de tension correspondantes dues au vieillissement, soit :

$$\Delta E(SOC) = E_{initial}(SOC) - E_{vieilli}(SOC). \quad (2.76)$$

De façon complémentaire, le **Tableau 2.5** a pour but de présenter, parmi l'échantillon de points de mesure, les points de SOC dont la tension à vide a le plus « vieilli » pour ainsi dire. Le **Tableau 2.5** présente donc les quatre variations de tension ΔE les plus importantes. Les erreurs d'estimation de la tension à vide en ces points sont quant à elles regroupées dans la colonne ε .

<i>Cellule 2</i>		$max(\varepsilon(mV))$				$\Delta E(mV)$			
		-10°C	0°C	20°C	40°C	-10°C	0°C	20°C	40°C
M2	ε_1	-9	-15	-23	19	22	53	42	27
	ε_2	-7	-14	-22	14	59	25	43	1
	ε_3	-6	-9	-18	12	63	49	22	3
	ε_4	-5	-6	-13	12	70	19	22	2
M3	ε_1			32				41	
	ε_2			23				36	
	ε_3			-23				43	
	ε_4			14				49	
M4	ε_1	-33	-36	42	37	133	97	35	139
	ε_2	-32	-27	32	27	146	50	32	151
	ε_3	-28	-15	29	16	151	159	151	76
	ε_4	-25	-14	-18	-14	155	166	39	19
M5	ε_1	-28	-60	42	45	61	140	156	152
	ε_2	16	-47	35	36	62	231	109	106
	ε_3	8	-31	34	34	65	51	57	53
	ε_4	8	-29	-18	-16	78	211	41	62

Tableau 2.4 Erreurs d'identification maximales en valeur absolue à différents états de vieillissement et pour différentes températures ambiantes – Tri selon les erreurs maximales - Calcul via l'option 1

Le **Tableau 2.4** montre que pour toutes les séries, l'erreur d'estimation passe avec certitude en dessous du seuil S_{Brute} à partir du quatrième pire point *SOC* à l'exception des cas ($M4; -10^\circ C$) et ($M5; 0^\circ C$). Néanmoins, pour les points incriminés dans le cas ($M4; -10^\circ C$), l'erreur relative est inférieure à 30%. C'est plus mitigé pour le cas ($M5; 0^\circ C$) où les erreurs $\varepsilon_2 = -47mV$ et $\varepsilon_4 = -29mV$ peuvent être négligées étant donné que les variations de tension correspondantes valent respectivement $\Delta E_2 = 231mV$ et $\Delta E_4 = 211mV$.

Le **Tableau 2.5** quant à lui, confirme les bonnes prédictions de la méthode notamment sur des points *SOC* sur lesquels la *CTV* a subi un fort vieillissement.

		$max(\Delta E(mV))$				$\varepsilon(mV)$			
Cellule 2		-10°C	0°C	20°C	40°C	-10°C	0°C	20°C	40°C
M2	ΔE_1	70	53	43	44	-5	-15	-22	4
	ΔE_2	68	49	42	27	-5	-9	-23	19
	ΔE_3	65	45	37	20	-5	-5	-9	1
	ΔE_4	63	42	25	19	-6	-3	-6	-8
M3	ΔE_1			211				-1	
	ΔE_2			149				12	
	ΔE_3			88				-10	
	ΔE_4			56				0	
M4	ΔE_1	163	166	151	151	-14	-3	29	9
	ΔE_2	160	165	100	139	-17	-5	-7	-4
	ΔE_3	157	165	52	76	-20	-8	15	-14
	ΔE_4	155	165	51	42	-25	-12	13	9
M5	ΔE_1	78	231	156	152	8	-47	34	34
	ΔE_2	65	211	109	106	8	-29	-9	-10
	ΔE_3	62	194	57	62	16	-16	17	12
	ΔE_4	61	187	57	53	-28	-14	5	5

Tableau 2.5 Erreurs d'identification maximales en valeur absolue à différents états de vieillissement et pour différentes températures ambiantes – Tri selon les variations maximales dues au vieillissement – Calcul via l'option 1

Ce cas d'étude démontre l'efficacité de la méthode sur des données réelles. Des erreurs existent néanmoins. Celles-ci peuvent être associées, entre autres, aux erreurs de mesure du SOC dans le cas des cellules n'atteignant pas le palier maximal à 4V. Il peut également subsister des erreurs dues à l'hystérésis entre les CTV en charge et décharge (Roscher et al. 2011). Des mesures de la CTV initiale à des tensions basses permettraient probablement une nette amélioration des résultats. On notera par ailleurs que pour des températures faibles, les tensions minimales atteintes sont de l'ordre de 3.4V, alors qu'elles peuvent atteindre 2.9V pour des températures élevées.

2.1.5.3.2 Analyse de l'évolution de α

La **Figure 2.20** illustre les variations du paramètre α en fonction de la température et du vieillissement des cellules. Une tendance générale semble sortir de ces tracés. Il apparaît que la valeur du paramètre α augmente significativement en fonction du vieillissement. Les valeurs de α sont équivalentes pour les cellules 1, 3 et 4. La cellule 2 en revanche subit le vieillissement le plus marqué avec un paramètre α dépassant 1,5 pour la série de mesures $M6$.

On constate par ailleurs que la température n'a pas d'effet notable sur l'évolution des CTV puisque la **Figure 2.20** ne fait pas apparaître de tendance particulière sur les variations de α par rapport à la température. L'écart type le plus important sur les valeurs de α , noté σ_{M3} , est observé pour la cellule 2 dans la série de mesures $M4$. Les variations de α qui apparaissent sont donc principalement imputables aux erreurs d'identification.

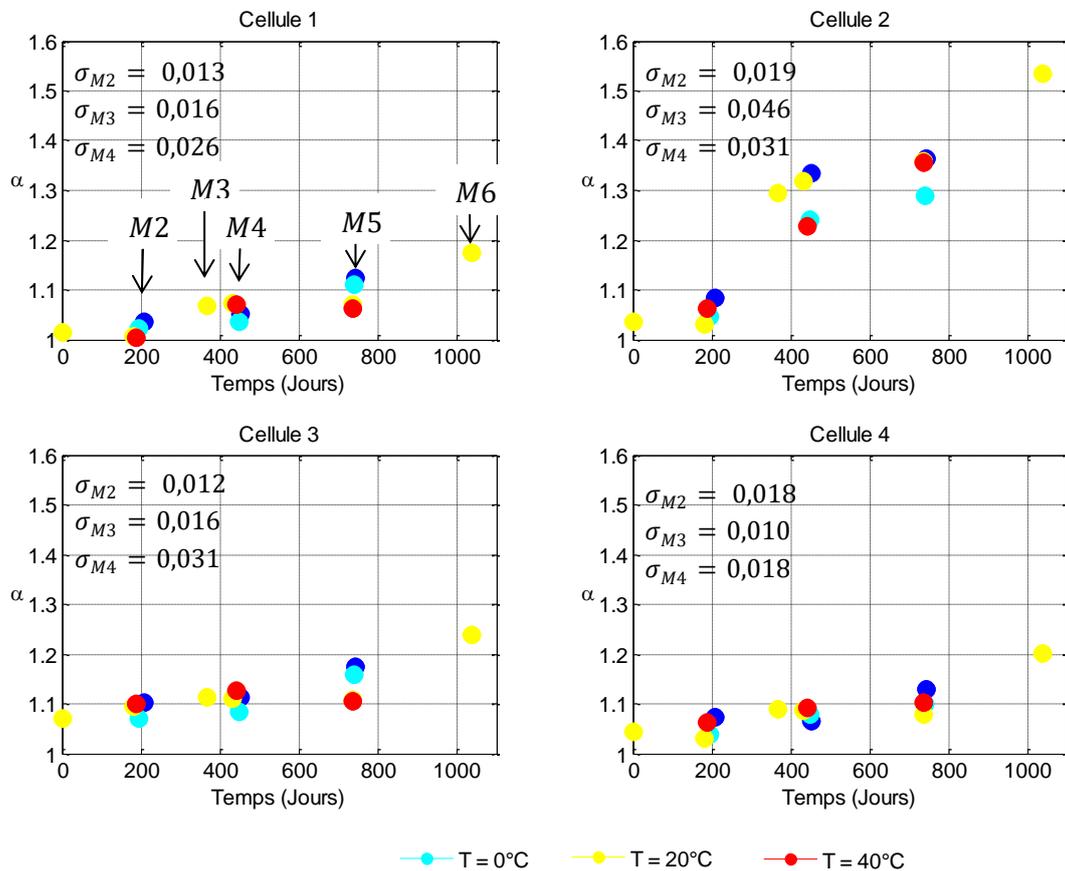


Figure 2.20 Evolution du paramètre α en fonction du vieillissement et pour différentes températures ambiantes

2.1.6 Lien entre la définition particulière du SOC ($Q_{ref} = Q_{fixe}$) et la définition usuelle ($Q_{ref} = Q_{réel}$)

Pour les besoins de l'identification de la CTV, une définition particulière de l'état de charge a été utilisée. Cette définition, qui sera signalée ici par SOC_n , impose un SOC à 100% à la tension de fonctionnement maximale U_{max} quel que soit l'état de vieillissement de la cellule et un SOC à 0% après décharge d'une quantité de charge fixe Q_{fixe} . On pourrait par exemple prendre $Q_{fixe} = Q_{nom}$ où Q_{nom} est la capacité nominale de la cellule. Le choix de Q_{fixe} est laissé à la discrétion de l'utilisateur.

Supposons, sans perte de généralité, qu'à l'instant t_0 la cellule est relaxée à sa tension de fonctionnement maximale U_{max} . En notant $\Delta Q(t)$ la variation de quantité de charge depuis l'instant t_0 , l'état de charge défini par SOC_n peut alors s'écrire :

$$SOC_n(t) = SOC_{100\%} + \frac{\Delta Q(t)}{Q_{fixe}}. \quad (2.77)$$

Dans la pratique, la définition de l'état de charge (SOC_r) utilisée sert à indiquer directement la quantité de charge disponible à l'intérieur des limites de fonctionnement en tension U_{min} et U_{max} . Il est alors exprimé comme un rapport de la capacité $Q_{réel}$ récupérable entre U_{min} et U_{max} , soit :

$$SOC_r(t) = SOC_{100\%} + \frac{\Delta Q(t)}{Q_{réel}}. \quad (2.78)$$

Les relations (2.77) et (2.78) lient alors les grandeurs SOC_n et SOC_r par :

$$Q_{réel} \cdot (SOC_r(t) - SOC_{100\%}) = Q_{fixe} \cdot (SOC_n(t) - SOC_{100\%}). \quad (2.79)$$

La capacité réelle $Q_{réel}$ est donc donnée par :

$$Q_{réel} = Q_{fixe} \cdot \frac{(SOC_n(t) - SOC_{100\%})}{SOC_r(t) - SOC_{100\%}}. \quad (2.80)$$

L'application particulière de la relation (2.80) entre les tensions à vide U_{min} et U_{max} conduit alors à :

$$Q_{réel} = Q_{fixe} \cdot \frac{\Delta SOC(U_{min}; U_{max})(t)}{1}, \quad (2.81)$$

ce qui donne d'après (2.69) ou encore (2.70) :

$$Q_{réel} = Q_{fixe} \cdot \frac{\Delta SOC(U_{min}; U_{max})|_{init}}{\alpha}. \quad (2.82)$$

La relation (2.82) suffit alors à calculer $Q_{réel}$ puisque la variation de charge initiale $\Delta SOC(U_{min}; U_{max})|_{init}$ et la capacité Q_{fixe} sont connues. Le paramètre α quant à lui vient d'être identifié.

Au passage, il est possible de s'arranger pour avoir $Q_{réel,init} = Q_{fixe}$ c'est-à-dire $\Delta SOC_{init} = \alpha = 1$ de telle sorte que l'on ait alors $Q_{réel} = Q_{fixe} / \alpha$. Pour donner un ordre de grandeur, le lecteur remarquera que pour la cellule 2 la valeur de α va jusqu'à $\alpha = 1,5$ ce qui représente une capacité réelle $Q_{réel}$ réduite de 1/3.

La capacité $Q_{r\acute{e}el}$ étant identifiée, la quantité SOC_r est alors connue et donnée par :

$$SOC_r(t) = (SOC_n(t) - SOC_{100\%}) \frac{Q_{fixe}}{Q_{r\acute{e}el}} + SOC_{100\%}. \quad (2.83)$$

L'utilisation de la définition de l'état de charge basée sur la capacité nominale n'est donc pas pénalisante puisqu'elle permet même d'identifier la capacité réelle $Q_{r\acute{e}el}$ sur laquelle est basée la définition usuelle de l'état de charge.

2.1.7 Bilan

Il a été traité dans cette partie le problème de l'identification de la CTV d'une cellule Li-ion lorsque les potentiels d'électrode ne sont pas connus. La solution proposée utilise à la place une CTV mesurée à un instant initial. Cette CTV peut servir de référence à toutes les cellules d'un même pack batterie à condition que les dites cellules soient de même technologie. La bonne identification des CTV vieillies dépend fortement de la qualité de mesure de cette courbe de référence initiale. L'identification de la CTV s'avère simple dans sa mise en œuvre puisqu'elle ne nécessite que l'exploitation d'au moins deux points de mesure de la tension à vide, ceux-ci pouvant provenir de données en roulage. Le vieillissement de la cellule est en effet pris en compte par un unique paramètre α que l'on peut identifier par des techniques simples sans nécessiter que toutes les cellules atteignent des tensions précises. Ceci est rendu possible grâce à un paramétrage particulier du vieillissement de la CTV et à l'utilisation d'une définition spécifique du SOC . Il est montré que cette définition n'est pas pénalisante puisque liée à la définition du SOC utilisée en pratique. Ce lien est mis en évidence et montre que l'estimation du paramètre α permet d'estimer la capacité dite réelle de la cellule sans avoir à effectuer une charge ou décharge complète de la cellule. Le suivi du vieillissement de la batterie est ainsi approfondi en fournissant un éclairage sur l'énergie disponible dans chaque cellule ce qui permet de repérer la cellule la plus faible de la chaîne.

Il est enfin à noter que le procédé est implémentable dans tout type d'environnement embarquant une batterie Li-ion (téléphonie mobile, appareils ménagers, véhicule hybride ou électrique, etc.). De plus, l'identification est valable sur une large plage de température, ce qui facilite celle-ci. Enfin, parmi les limites du procédé, il convient de rappeler que celui-ci nécessite l'absence d'hystérésis ce qui en empêche à priori une utilisation efficace sur des cellules au Lithium-phosphate de Fer par exemple. Une autre limite de la technique est qu'elle présuppose que le potentiel de l'électrode négative ne varie le plus faiblement possible devant l'électrode positive. Cela dit, en l'absence de connaissance des deux potentiels d'électrode, il est difficile de faire mieux dans le diagnostic, notamment pour diagnostiquer la nature du vieillissement.

Le procédé a donné lieu au dépôt du brevet INPI n° FR1550344.

2.2 Identification des paramètres de la partie dynamique du modèle mono-électrode

A partir des avancées de la partie 2.1, le modèle mono-électrode se met désormais sous la forme présentée à la **Figure 2.21**.

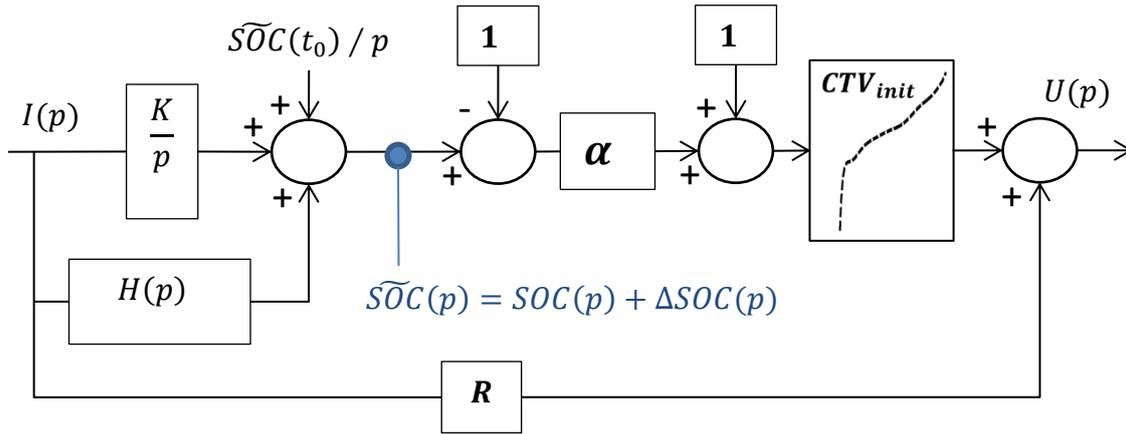


Figure 2.21 Modèle mono-électrode incluant le nouveau paramétrage de la CTV

Cette partie est consacrée à l'identification de la résistance R et de la pulsation ω_c de la partie dynamique du modèle mono-électrode. Comme cela peut être observé sur le schéma de la **Figure 2.21** par exemple, la CTV est la seule non-linéarité du modèle mono-électrode, à la nuance près que R et ω_c peuvent varier en fonction du SOC et de la température, mais ces deux aspects ne seront traités que dans le chapitre 4. Deux approches se dégagent dès lors pour l'identification des paramètres R et ω_c . La première s'appuie sur une linéarisation de la CTV autour d'un point de fonctionnement et une estimation des paramètres par les moindres carrés. La deuxième approche quant à elle se base sur la connaissance explicite de la CTV et de ses non-linéarités. Les deux méthodes exploitent l'expression analytique de la réponse indicielle de la cellule. Un développement de cette expression, issue de (Merveillaut 2011), est fourni en annexe C. La tension $U(t)$, suite à un échelon de courant d'amplitude $A_{éch}$, est donnée par :

$$U(t) = A_{éch}R + E(SOC(t_0) + \Delta SOC(t)), \quad (2.84)$$

avec

$$\Delta SOC(t) = A_{éch} \frac{K}{\omega_c} \left[\operatorname{erf}(\sqrt{\omega_c t}) \left(\frac{1}{2} + \omega_c t \right) + \sqrt{\frac{\omega_c t}{\pi}} e^{-\omega_c t} \right]. \quad (2.85)$$

L'efficacité des deux méthodes est enfin prouvée sur des sollicitations très dynamiques d'amplitude allant jusqu'à $\pm 150A$.

2.2.1 Méthodes d'identification

2.2.1.1 Moindres carrés

Il est supposé que l'état de charge varie peu autour d'un point de fonctionnement caractérisé par $SOC(t_0)$, ce qui est justifié pour de faibles courants de charge (7Ah pendant 50s par exemple, ce qui représente $50/3600 \cdot 100 = 1.38\%$ SOC pour une cellule de 7Ah). Sous cette hypothèse, la relation (2.84) est approchée par le développement limité de $U(t)$ au premier ordre :

$$\Delta U(t) = U(t) - E(SOC(t_0)) \cong A_{éch} R + \left. \frac{\partial E}{\partial SOC} \right|_{SOC(t_0)} \cdot \Delta SOC(t). \quad (2.86)$$

L'expression de la variation d'état de charge $\Delta SOC(t)$ est simplifiée à partir des développements limités au troisième ordre de la fonction erreur $erf(\sqrt{\omega_c t})$ et de l'exponentielle décroissante $e^{-\sqrt{\omega_c t}}$:

$$\begin{cases} erf(\sqrt{\omega_c t}) \cong \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\sqrt{\omega_c t} - \frac{(\omega_c t)^{\frac{3}{2}}}{3} \right), \\ e^{-\sqrt{\omega_c t}} \cong 1 - \sqrt{\omega_c t} + \frac{\omega_c t}{2} - \frac{(\omega_c t)^{\frac{3}{2}}}{6} \end{cases} \quad (2.87)$$

soit :

$$\Delta SOC(t) \cong A_{éch} K \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} \sqrt{t}. \quad (2.88)$$

L'écriture de la variation d'impédance $\Delta Z(t)$ se déduit alors de (2.86) et (2.88) :

$$\Delta Z(t) = \frac{\Delta U(t)}{A_{éch}} \cong R + K \left. \frac{\partial E}{\partial SOC} \right|_{SOC(t_0)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} \sqrt{t}. \quad (2.89)$$

En posant alors :

$$\theta_1 = R, \quad \theta_2 = \frac{1}{\sqrt{\omega_c}}, \quad \theta = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \sigma = K \left. \frac{\partial E}{\partial SOC} \right|_{SOC(t_0)} \cdot \frac{2}{\sqrt{\pi}} \quad (2.90)$$

la variation d'impédance $\Delta Z(t)$ admet finalement la forme, linéaire en θ , suivante :

$$\Delta Z(t) = \frac{U(t) - U(t_0)}{A_{éch}} \cong \theta_1 + \sigma \cdot \theta_2 \sqrt{t} = (1 \quad \sigma \sqrt{t}) \theta. \quad (2.91)$$

En travaillant avec un jeu de $M_z \geq 2$ points de mesure $\Delta Z(t_k)$, avec $t_1 < \dots < t_{M_z}$, les notations suivantes sont adoptées :

$$Y = \begin{pmatrix} \Delta Z(t_1) \\ \Delta Z(t_2) \\ \vdots \\ \Delta Z(t_{M_z}) \end{pmatrix} \text{ et } \Psi = \begin{pmatrix} 1 & \sigma\sqrt{t_1} \\ 1 & \sigma\sqrt{t_2} \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \sigma\sqrt{t_{M_z}} \end{pmatrix}, \quad (2.92)$$

tels que :

$$Y = \Psi\theta. \quad (2.93)$$

En l'absence de bruit coloré, la solution $\hat{\theta}$ au problème des moindres carrés est usuellement donnée par (Ljung 1987) :

$$\hat{\theta} = \arg \min \|Y - \Psi\theta\|^2 = (\Psi^T\Psi)^{-1}\Psi^TY. \quad (2.94)$$

L'identification des paramètres R et ω_c par l'approche des moindres carrés s'avère simple dans sa mise en œuvre. Dans certains cas de figure, elle pourrait néanmoins souffrir des défauts suivants :

- en présence d'un bruit coloré, la convergence de la méthode n'est pas garantie;
- en présence d'un courant de forte amplitude, l'hypothèse des petites variations pourrait ne plus être vérifiée et invalider la relation (2.86) ;
- l'inversion matricielle $(\Psi^T\Psi)^{-1}$ de la relation (2.94) est susceptible d'être coûteuse en temps et en puissance de calcul, sauf éventuellement si les temps d'échantillonnage $t_1 < \dots < t_{M_z}$ sont fixes, ce qui permettrait de ne calculer l'inverse qu'une seule fois pour toutes, à condition de garantir l'obtention systématique des points de mesure sur tous les instants d'échantillonnage $t_1 < \dots < t_{M_z}$. En effet, pour des mesures de courant et de tension communiquées sur un bus CAN, donc asynchrone, il faut prévoir la possibilité qu'il y ait des incertitudes les temps t_i .

2.2.1.2 Méthode dichotomique

La méthode d'identification des paramètres R et ω_c développée ici, s'affranchit de la nécessité de linéariser la CTV autour d'un point de fonctionnement. La méthode nécessite donc une bonne identification de la CTV . Les identifications de R et ω_c ont lieu de manière ordonnée, en premier lieu la pulsation ω_c puis vient, grâce à l'estimation de ω_c , l'identification de la résistance R . La méthode sera dite « dichotomique » en référence à la technique de recherche de ω_c .

2.2.1.2.1 Identification de la pulsation ω_c

L'identification de ω_c s'appuie sur le fait que dans la réponse indicielle, l'expression de la différence de tension d entre deux instants T_1 et T_2 ($T_1 < T_2$), ne comporte pas la résistance R . Ainsi, pourvu que T_1 et T_2 soient suffisamment grands de sorte que la contribution de la résistance ait eu le temps de s'établir, d vaut :

$$d(T_1, T_2, \omega) = U(T_2) - U(T_1) = E \left(\overline{S\overline{O}C}(T_2, \omega) \right) - E \left(\overline{S\overline{O}C}(T_1, \omega) \right). \quad (2.95)$$

La différence de tension d doit être mesurée au début de la réponse indicielle, comme illustré sur la **Figure 2.22**, c'est-à-dire avant que l'effet de la diffusion des ions Li^+ dans la phase solide ne s'estompe trop.

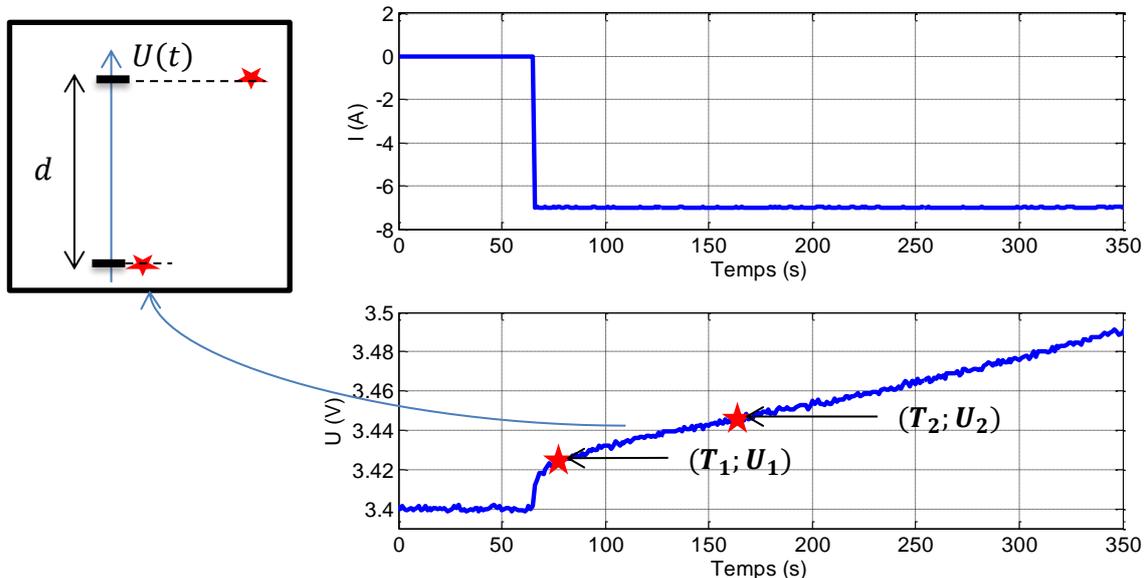


Figure 2.22 Points de mesure servant à l'identification de ω_c

Sur les observations réalisées en pratique, l'erreur $err(\omega)$ entre $d(T_1, T_2, \omega)$ et la mesure $(U(T_2) - U(T_1))$ s'avère monotone en ω et ne s'annule de ce fait que pour une seule valeur de ω . C'est ainsi que le zéro de $err(\omega)$ fournit une estimation de ω_c .

Afin de ne pas dépendre uniquement de deux points de mesure, lesquels pourraient facilement être entachés de bruit de mesure, le principe est étendu à un jeu de $M_\omega - 1$ mesures $d(T_1, t_k, \omega)$, avec $T_1 < t_2 < \dots < t_{M_\omega}$. Les notations adoptées sont ainsi :

$$D_{mesure} = \begin{pmatrix} U(t_2) - U(t_1) \\ \vdots \\ U(t_{M_\omega}) - U(t_1) \end{pmatrix} \quad (2.96)$$

et

$$D(\omega) = \begin{pmatrix} E(S\overline{O}C(t_2, \omega)) - E(S\overline{O}C(t_1, \omega)) \\ \vdots \\ E(S\overline{O}C(t_{M_\omega}, \omega)) - E(S\overline{O}C(t_1, \omega)) \end{pmatrix}. \quad (2.97)$$

L'estimée $\widehat{\omega}_c$ optimale minimise la variance de l'erreur d'estimation donnée par le critère J suivant :

$$J(\omega) = \min_{\omega} \|D_{mesure} - D(\omega)\|^2. \quad (2.98)$$

Le critère minimisé s'avère en pratique disposer d'un minimum global et peut ainsi être minimisé par une approche dichotomique, ce qui justifie l'appellation de la méthode.

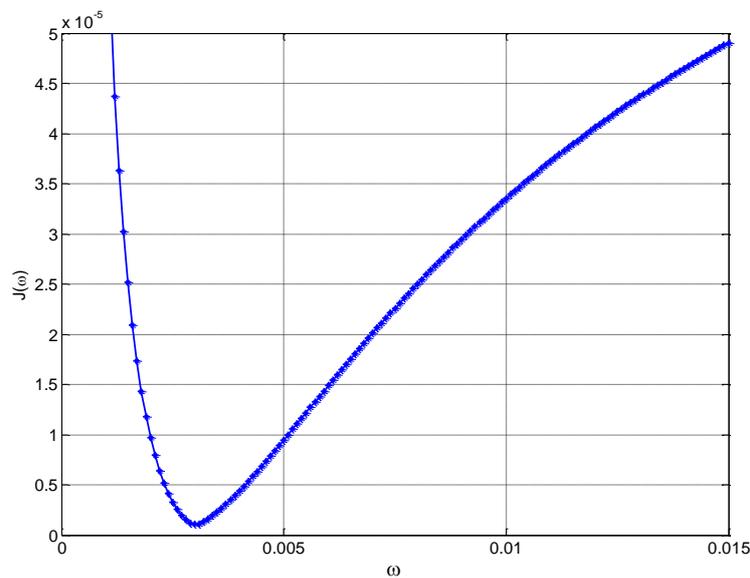


Figure 2.23 Allure du critère J dans un cas concret

2.2.1.2.2 Identification de la résistance R

La résistance R contribue de façon significative à délimiter la puissance que peut fournir chaque cellule et donc, à l'échelle supérieure, toute la batterie. Sa bonne identification est donc primordiale pour garantir les performances des algorithmes de limitation de puissance et de prédiction de puissance disponible. Une bonne revue sur les méthodes d'identification de la résistance peut être trouvée dans (Schweiger et al. 2010) . Les auteurs distinguent les méthodes suivantes :

- application d'un échelon de courant
- application d'un courant alternatif
- spectroscopie d'impédance
- mesure des pertes thermiques.

La méthode retenue ici est celle de l'application d'un échelon de courant. Dans cette méthode, qui a le mérite d'être simple, l'identification de la résistance R s'y réduit souvent au rapport de la réponse indicielle, mesurée à un instant t_R comme illustré sur la **Figure 2.24**, sur l'amplitude de l'échelon de courant :

$$R = \frac{\Delta U(t_R)}{A_{éch}}. \quad (2.99)$$

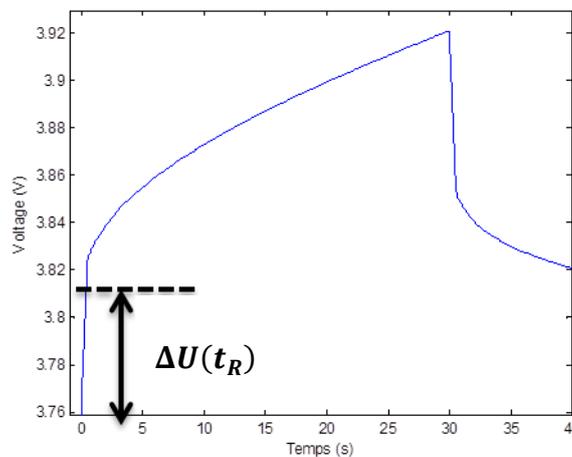


Figure 2.24 Principe de la mesure de tension pour l'identification de la résistance R

Si ce calcul est correct dans le principe, sa précision dépend néanmoins suspendue du choix de l'instant de mesure t_R . Il est ainsi admis que l'identification de la résistance interne par la relation (2.99) nécessite une fréquence d'échantillonnage bien supérieure à 1Hz. Le **Tableau 2.6** montre, sur un cas concret, la disparité des résultats pour des mesures de tension prélevées à $t_R = 0,01s$, $t_R = 0,1s$ et $t_R = 1s$.

$R \text{ (m}\Omega\text{)}$	Cellule 1	Cellule 2	Cellule 3	Cellule 4
$t_R = 0,01s$	1,4	2,5	1,8	1,7
$t_R = 0,1s$	2	4,1	2,7	2,5
$t_R = 1s$	3,1	9,0	4,0	4,9

Tableau 2.6 Relevés de la résistance $R = \Delta U(t_R) / A_{éch}$ à différents temps t_R , essais n°4, $T=20^\circ\text{C}$ - Cellule n°2

Une manière d'échapper au choix arbitraire de l'instant t_R , consiste à exploiter la connaissance de la CTV et de l'estimée de la pulsation $\widehat{\omega}_c$ acquise au paragraphe précédent. En effet, la contribution résistive $A_{éch}R$ est sensée être constante, du moins sur une courte plage de temps, et représenter l'écart entre la tension mesurée $U(t)$ et la contribution de la tension à vide $E(\widehat{SOC}(t, \widehat{\omega}_c))$. Les composantes CTV et $\widehat{\omega}_c$ étant connues, la variable $\widehat{SOC}(t, \widehat{\omega}_c)$ s'en déduit. Ainsi, à un instant t_k suffisamment grand de sorte que la contribution de la résistance ait eu le temps de s'établir (prendre par exemple $t_k > 5s$), la résistance \widehat{R}_k est estimée à :

$$\widehat{R}_k = \frac{U(t_k) - E(\widehat{SOC}(t_k, \widehat{\omega}_c))}{A_{éch}} \quad (2.100)$$

Afin de ne pas dépendre uniquement d'un seul point de mesure, lequel pourrait facilement être entaché de bruit, le principe est étendu à un jeu de M_R mesures R_k dont un exemple est fourni sur la **Figure 2.25**. L'estimée \widehat{R} est choisie comme étant la moyenne des estimées précédentes :

$$\widehat{R} = \frac{1}{M_\omega} \sum_{k=1}^{M_\omega} R_k \quad (2.101)$$

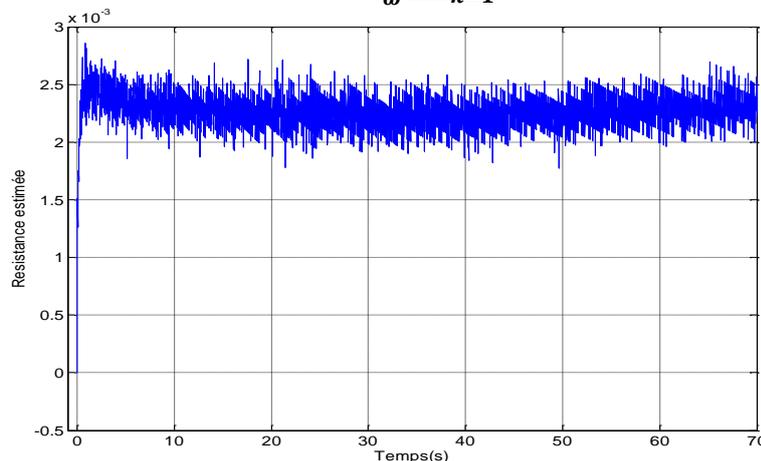


Figure 2.25 Allure de l'ensemble des estimées \widehat{R}_k de la résistance interne dans un cas concret

Il conviendrait de conditionner l'application du calcul (2.101) par une faible variance de l'ensemble des résistances R_k . En effet, des valeurs R_k trop dispersées pourraient être synonyme d'erreurs dans le procédé. Dans ce cas, il faudrait probablement se contenter de la mesure classique de la résistance par application de la loi d'Ohm.

2.2.2 Validation sur des données expérimentales

Les deux méthodes d'identification précédemment développées vont être testées dans ce paragraphe afin d'être validées.. Le modèle mono-électrode est soumis à un profil de courant routier, présenté sur la **Figure 2.26**, pour véhicule hybride alternant courants de décharge ($I > 0$) et de charge ($I < 0$). Le profil de courant est exigeant pour le modèle et ceci pour les raisons suivantes :

- Les 'pulses' de courant atteignent 150A en décharge et $-100A$ en charge, ce qui va bien au-delà des sollicitations de courant usuellement rencontrées dans la littérature pour la validation des modèles ;
- Les 'pulses' de courant sont tantôt longs ($> 10s$ à plus de $-80A$) générant ainsi des charges et décharges profondes et tantôt très courts ($0.1s$ à $\pm 100A$) générant ainsi des variations de tension que le modèle doit pouvoir suivre.

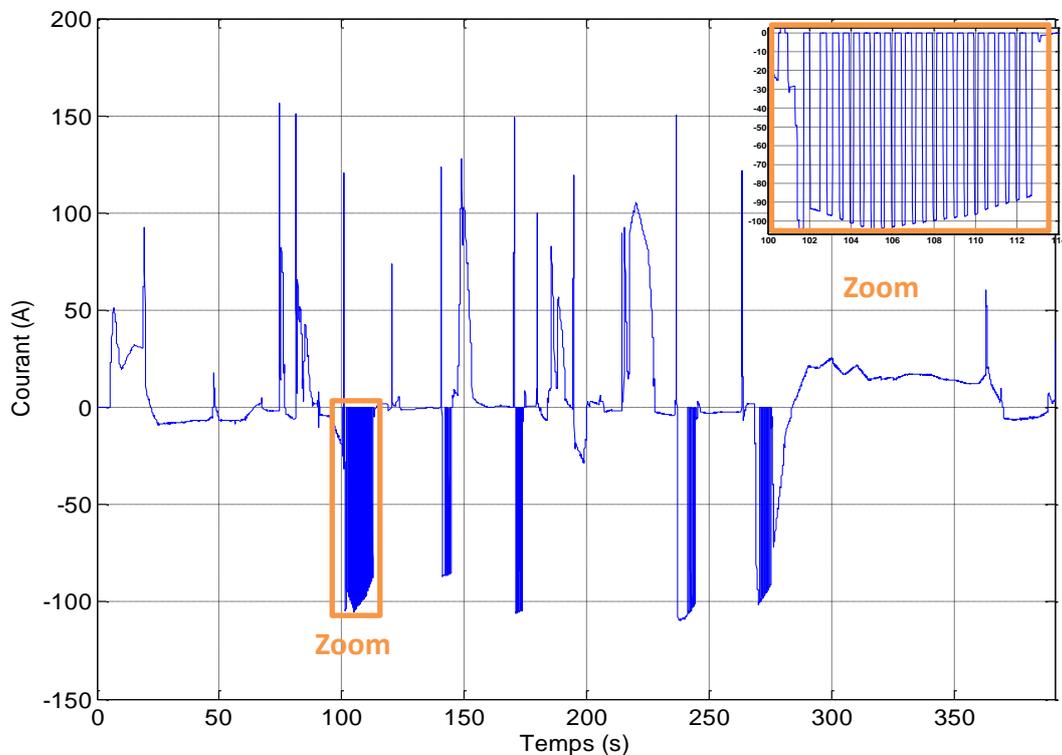


Figure 2.26 Profil de courant routier utilisé dans la validation des algorithmes d'identification des paramètres R et ω_c

Les paramètres identifiés par les deux méthodes d'identification sur les premières 150s d'un profil de charge de 7A à 20°C sont quant à eux donnés par le **Tableau 2.7**. La CTV a pour sa part été identifiée selon la méthode développée au paragraphe 2.1. Les deux modèles ont donc la même CTV.

	R (mΩ)	ω_c ($10^{-3}rad / s$)
Moindres carrés	1,9	1,9
Dichotomie	2,2	3,0

Tableau 2.7 Valeurs des paramètres identifiés pour chaque approche

Les réponses en tension de la cellule et du modèle sont données sur la **Figure 2.27** et la **Figure 2.28**. Sur cet exemple, la méthode dichotomique s'avère meilleure, notamment sur l'estimation de la résistance interne comme l'attestent les 'pulses' compris entre 100s et 120s.

Les erreurs dans l'intervalle de temps [300s ; 400s] du modèle identifié par les moindres carrés ne peuvent être attribuées à la résistance interne puisque le profil de courant y est plutôt doux dans l'ensemble. Les deux modèles ayant la même *CTV*, cette erreur est donc à imputer à une mauvaise identification de la pulsation ω_c .

La **Figure 2.29** compare les états de charge transitoires $\widetilde{SOC}_{Dichotomie}$ et $\widetilde{SOC}_{Moindres\ Carrés}$ avec l'état de charge global *SOC*. Ce dernier est commun aux deux modèles puisqu'il résulte uniquement d'une intégration du courant traversant la cellule. Les variations de $\widetilde{SOC}_{Moindres\ Carrés}$ s'avèrent plus grandes que celles de $\widetilde{SOC}_{Dichotomie}$ justifiant par-là, entre autres, l'erreur observée dans l'intervalle de temps [300s ; 400s] pour le modèle identifié par les moindres carrés. La **Figure 2.29** est également intéressante en ce qu'elle manifeste la différence de dynamique mais aussi d'amplitude entre l'état de charge global *SOC* et l'état de charge transitoire \widetilde{SOC} . Ceci montre l'importance de la prise en compte de la diffusion du lithium dans la phase solide.

Enfin, la **Figure 2.30** présente les erreurs d'estimation brutes ainsi que leur moyenne glissante sur 1s. L'observation de l'erreur brute montre que les erreurs supérieures à $\pm 20mV$ sont causées sur de courtes périodes de temps par des erreurs sur l'estimation de la résistance *R*. Ceci est conforme au fait que l'erreur induite par la résistance est proportionnelle à l'amplitude du 'pulse' de courant et évolue avec celui-ci. La moyenne glissante sur 1s montre néanmoins que ces erreurs peuvent-être négligées. L'erreur due à une mauvaise estimation de la pulsation ω_c semble pour sa part se manifester sur des périodes de temps plus longues et déjà à partir d'amplitudes de courant plus faibles. De fait, l'amplitude de l'erreur induite par une mauvaise estimation de ω_c est fonction de la *CTV*. L'erreur due à une mauvaise estimation de ω_c sera d'autant moins impactante sur les plages de *SOC* où la *CTV* présente une allure « plate ».

Il est également intéressant de constater que sur les phases de relaxation, la tension de la cellule converge naturellement vers la tension à vide. Ceci est la combinaison à la fois d'une bonne identification de ω_c et d'une bonne identification de la *CTV*.

Ceci est particulièrement important pour les calculs de l'énergie disponible ($\int E. dq$) c'est à dire de l'autonomie.

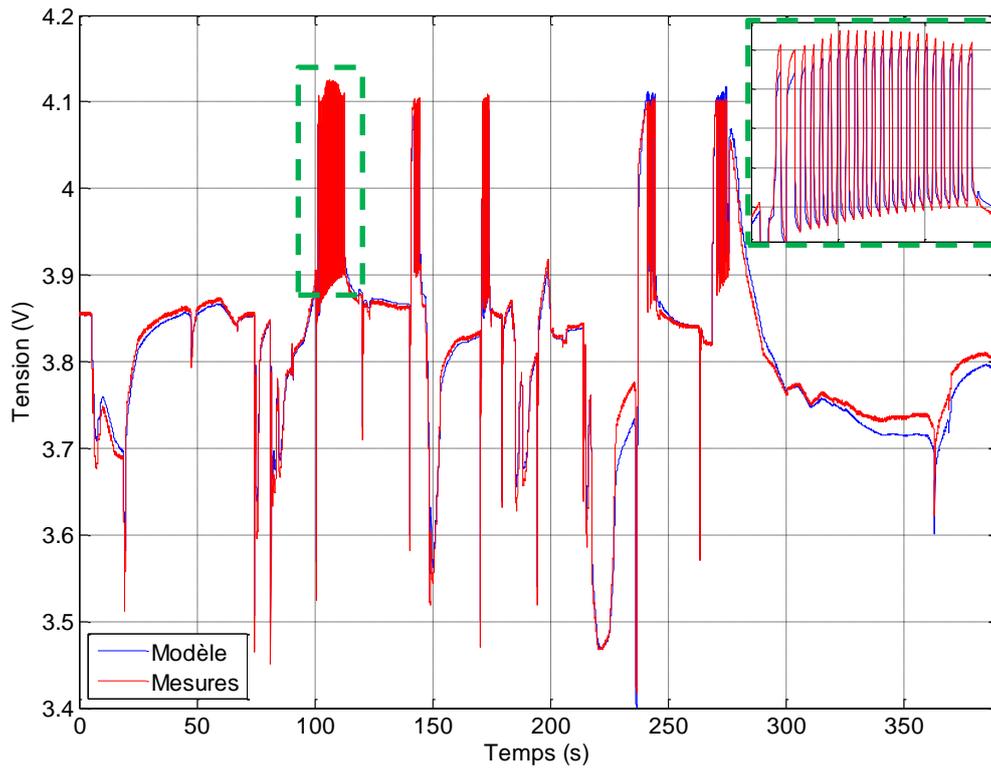


Figure 2.27 Validation de l'identification du modèle mono-électrode sur profil de courant routier - $T = 20^{\circ}\text{C}$ – Méthode des moindres carrés

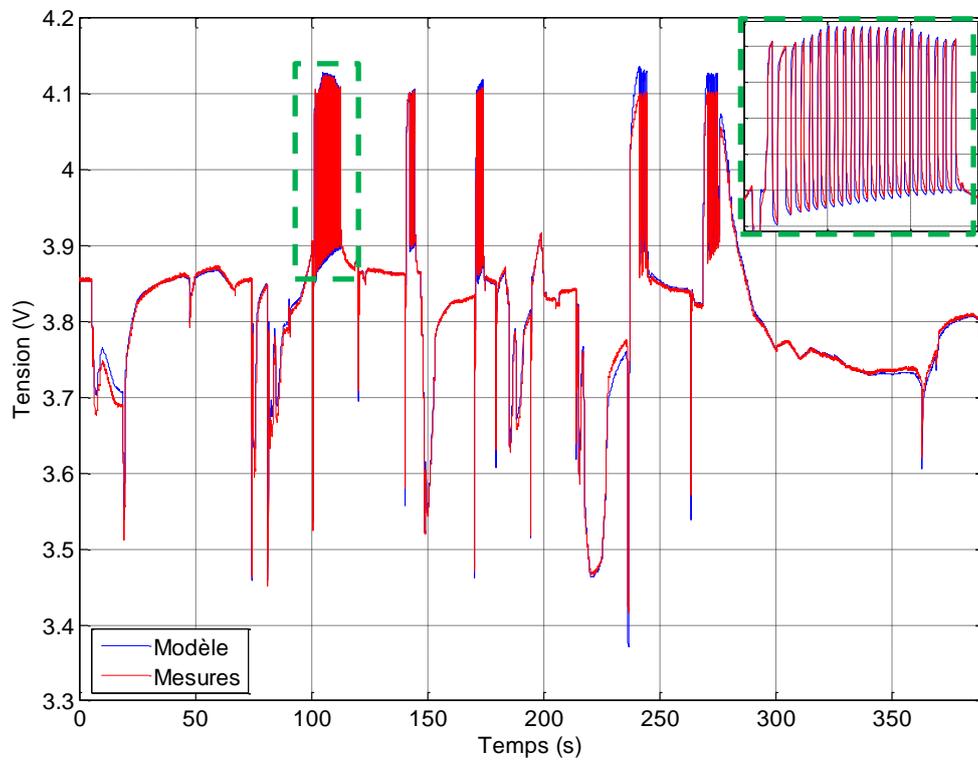


Figure 2.28 Validation de l'identification du modèle mono-électrode sur profil de courant routier - $T = 20^{\circ}\text{C}$ – Méthode dichotomique

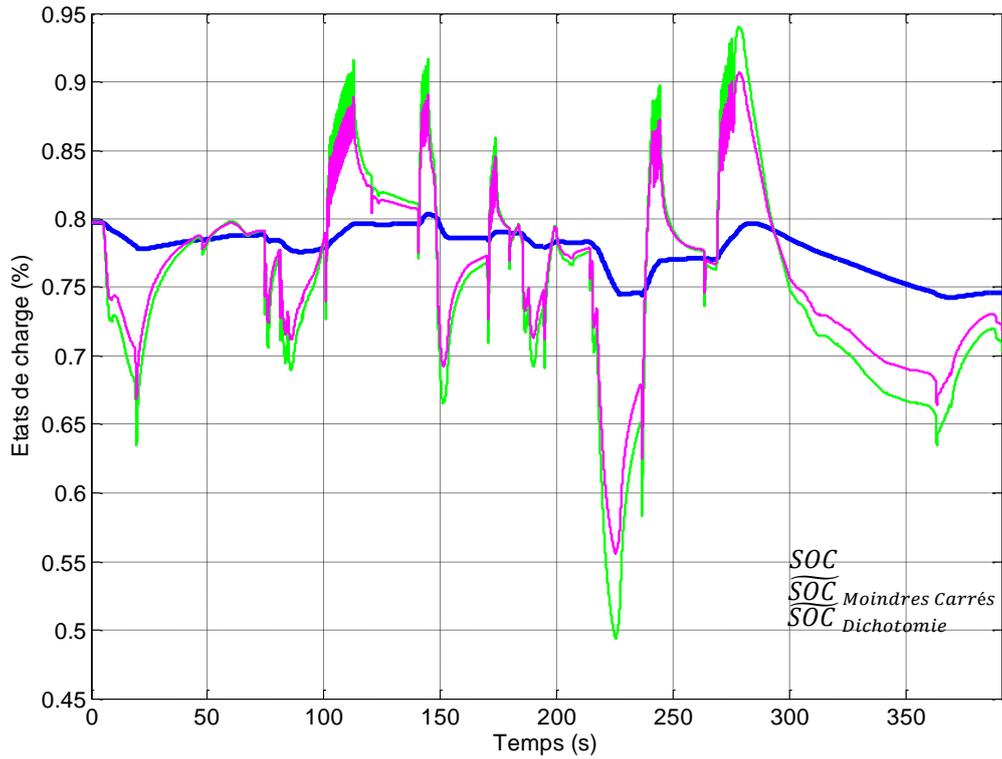


Figure 2.29 Etats de charge global SOC et surfaciques \tilde{SOC} sur profil de courant routier - $T = 20^{\circ}C$ – Cellule n°1

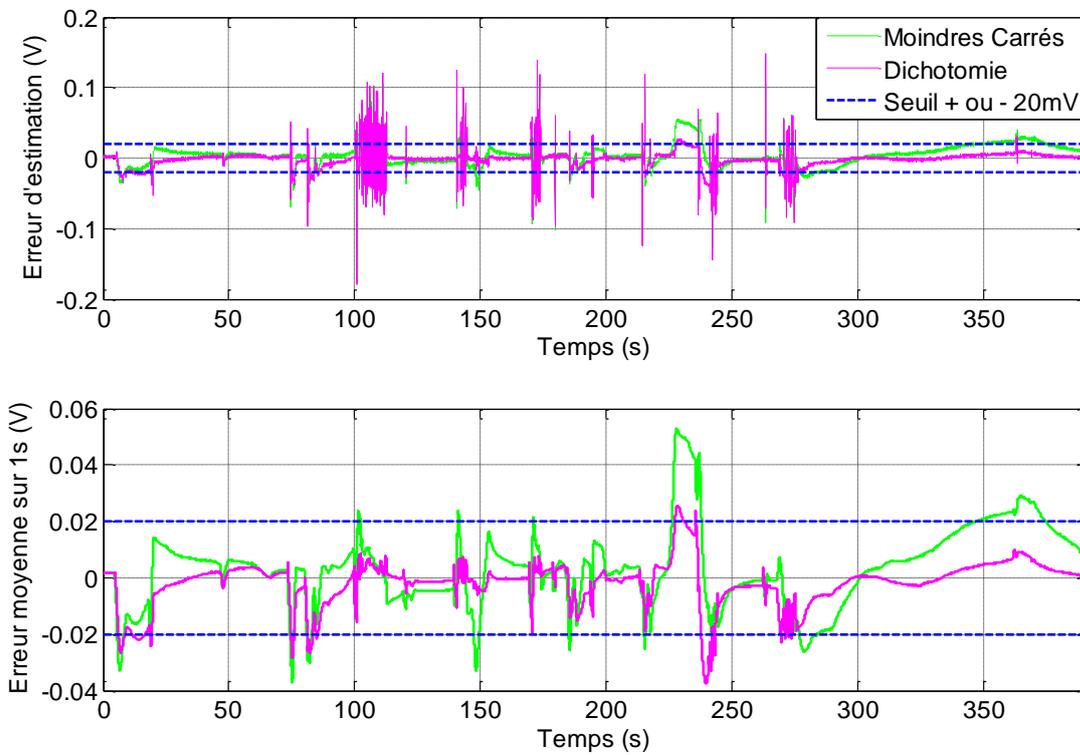


Figure 2.30 Erreurs d'estimation de la tension : (a) Brute et (b) Moyenne sur 1s - $T = 20^{\circ}C$ – Cellule n°1

2.2.3 Bilan

La technique des moindres carrés ordinaires s'avère adaptée au problème et donne de bons résultats. Celle-ci pourrait néanmoins potentiellement souffrir du problème du bruit coloré ainsi que de la variation éventuelle du point de fonctionnement. La méthode dichotomique, qui travaille avec les non-linéarités de la *CTV*, fournit également de bons résultats face à une sollicitation très dynamique. Cette dernière approche nécessite néanmoins une grande confiance en la *CTV* préalablement identifiée.

Dans les deux cas de figure, le problème de l'identification de la résistance reste difficile, la tension du modèle étant très sensible à la valeur de celle-ci, et spécialement lors de fortes sollicitations.

Il faut par ailleurs une très bonne *CTV* pour limiter les erreurs d'identification. A ce titre, il est recommandable d'effectuer les identifications de ω_c et R à haut état de charge puisque la *CTV* y est moins sensible au vieillissement.

Enfin, la validation a été effectuée sur une plage de soc limitée. La validité du modèle sur une plage de SOC plus large ainsi que l'influence du facteur température sont discutés dans le chapitre 4.

2.3 Conception d'indicateurs pour le déclenchement d'un recalage du modèle mono-électrode

Les méthodes d'identification développées dans les parties 2.1 et 2.2 permettent une bonne caractérisation du comportement dynamique de la cellule à un instant donné. Les résultats de validation ont montré qu'une bonne confiance peut être accordée au modèle. Du fait du vieillissement, caractérisé au niveau macroscopique par les paramètres α , ω_c et R , ce modèle deviendra peu à peu inadapté, entraînant des dérives de la précision des algorithmes l'utilisant. Il est donc indispensable de disposer d'une méthode évaluant la validité du modèle de chaque cellule et indiquant le cas échéant la nécessité de le recalibrer. La nécessité du recalage est accentuée par le fait qu'à l'intérieur d'un même pack batterie, le vieillissement de chaque cellule est individualisé. Dans cette partie, trois indicateurs sont développés pour détecter le seuil de déclenchement d'une phase d'identification du modèle. La première méthode opère dans le domaine fréquentiel alors que les deux suivantes opèrent dans le domaine temporel. La première et la troisième méthode procèdent à une analyse de l'erreur d'estimation de la tension. La deuxième méthode quant à elle est basée sur une analyse de la densité de probabilité de l'erreur de modélisation. Les grandes caractéristiques des trois méthodes sont rappelées sur la **Figure 2.31**.

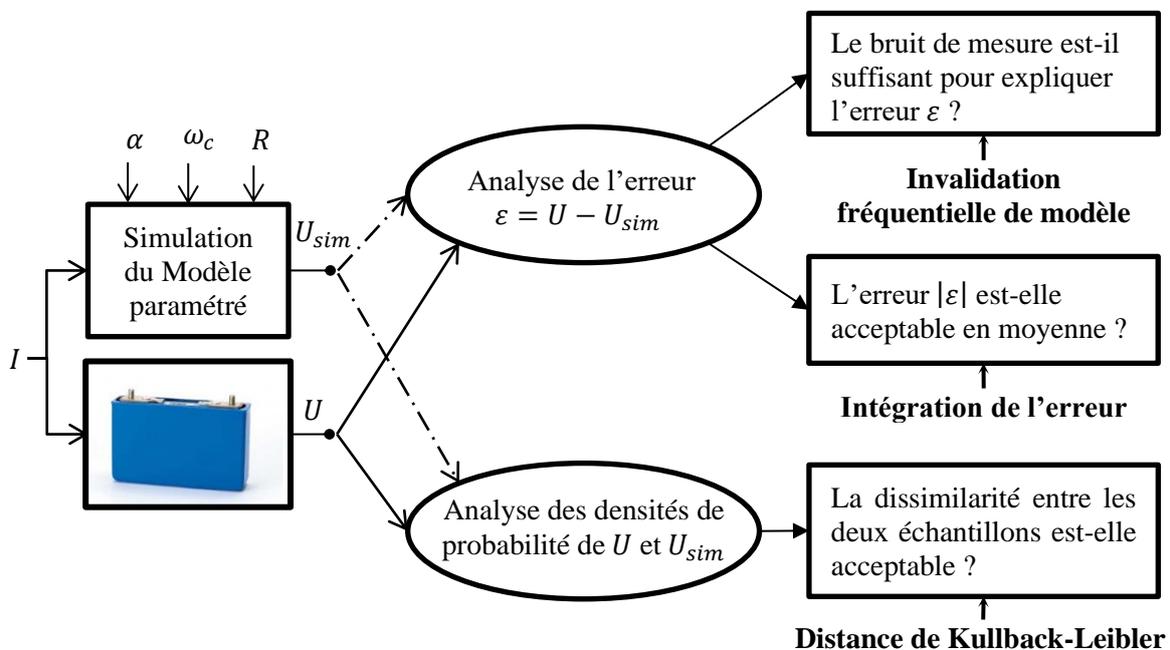


Figure 2.31 Synoptique décrivant les trois approches adoptées pour la détection du vieillissement d'une cellule Li-ion

2.3.1 Détection via l'invalidation fréquentielle de modèle

Cette partie a pour objectif de proposer une méthode d'estimation de l'état de vieillissement d'une batterie par invalidation de modèle. L'invalidation de modèle est une méthode de diagnostic dédiée aux systèmes mono ou multivariables incertains et perturbés, qui a vu le jour à la fin des années 1980 (Smith, R. S. 1989). Cette méthode sera appliquée dans cette partie à la détection du vieillissement d'une cellule, afin de fournir une information sur la validité des paramètres du modèle mono-électrode en fonction de l'état de vieillissement.

La mise en œuvre de la méthode d'invalidation de modèle nécessite quelques prérequis. De fait, la modélisation des systèmes incertains par représentation LFT (voir annexe D) est tout d'abord abordée, afin d'introduire la modélisation des incertitudes imposée par les méthodes d'invalidation qui seront utilisées par la suite. Le domaine fréquentiel a été choisi pour appliquer cette méthode car il permet d'exploiter facilement le modèle non entier utilisé pour décrire le phénomène de diffusion des ions lithium.

2.3.1.1 Contexte et problématique de l'invalidation de modèles

2.3.1.1.1 Contexte

Le comportement réel d'un système physique est souvent non-linéaire et non stationnaire. Il en est de même pour une cellule Li-ion. Les équations décrivant le comportement dynamique d'une cellule Li-ion dépendent de paramètres dont les valeurs ne peuvent être connues qu'à des incertitudes près, ou évoluant au cours du temps (vieillessement). Comme l'illustre le schéma de la **Figure 2.32**, l'écart entre le système réel et son modèle nominal P_{nom} peut provenir de deux sources : les incertitudes du modèle notées Δ et les perturbations exogènes (extérieures au modèle) qui seront considérées comme des bruits et seront notées w . Concernant les incertitudes du modèle, celles-ci peuvent être de provenances multiples :

- les dynamiques non modélisées notamment en hautes fréquences;
- les dynamiques volontairement négligées par souci de simplification du modèle;
- les incertitudes sur les valeurs des paramètres physiques du modèle.

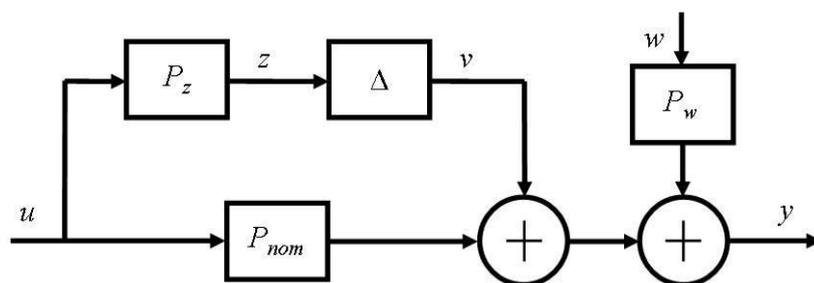


Figure 2.32 Schéma de modélisation d'un procédé incertain

A chaque valeur d'incertitude Δ , un modèle du système lui est associé. En d'autres termes, le modèle complet d'un système incertain est décrit non pas par un modèle unique, mais par un ensemble de modèles (Smith, R. S. 1989). Dans ce sens, la stratégie d'invalidation de modèle a pour but de définir si parmi cet ensemble de modèles, il en existerait un qui permette de décrire le comportement du système observé. L'invalidation de modèles permet de conclure sur la cohérence entre un système représenté sous forme de représentation linéaire fractionnaire (**Figure 2.32**) et un jeu de données expérimentales prélevé sur le système lors de son fonctionnement.

2.3.1.1.2 Problématique de l'invalidation de modèles

Soit un jeu de données d'entrée/sortie u et y d'un système physique (dans le cas présent une cellule Li-ion). Sous l'hypothèse que l'incertitude et le bruit sont de norme bornée, l'objectif consiste à déterminer s'il existe, dans l'ensemble des modèles définis par P_{nom} , Δ et w , un modèle pouvant reproduire le comportement du système réel. D'où la question générique du problème de décision de la validation de modèle (PDVM) (Mouhib 2004) qui peut se formuler simplement de la façon suivante.

Etant donné un ensemble de modèles et un ensemble de données entrée/sortie, existe-t-il un modèle dans l'ensemble de modèles considéré qui pourrait reproduire les données entrée/sortie observées ?

Si parmi le jeu de données d'entrée/sortie u et y , aucune paire (Δ, w) n'existe, alors le modèle n'est pas en mesure de décrire le comportement réel du système et il est dit "invalidé". Dans le cas contraire le modèle est "non invalidé" car il existe toujours des données d'entrée/sortie inconnues susceptibles d'invalider ce dernier. C'est pourquoi l'usage du terme « non invalidation » est plus rigoureux que celui de « validation » (Mouhib 2004).

Une approche alternative au problème PDVM formulé précédemment consiste à reformuler la question d'invalidation en une question relative au problème d'optimisation de la validation de modèle (POVM) et ce de la façon suivante.

Soit un ensemble de modèles et un ensemble de données entrée/sortie. Quelle est la plus petite incertitude Δ (au sens de la norme infinie) et le plus petit bruit w (au sens de la norme deux) tels que le modèle associé à cette paire (Δ, w) peut produire les données ?

La formalisation mathématique de cette approche est décrite en détail en annexe D. Le schéma de la **Figure 2.32** étant mis sous forme LFT comme indiqué par la **Figure 2.33**, le problème à résoudre est alors le suivant :

Problème : Quelle est la plus petite valeur β telle que $\|\Delta\|_\infty \leq \beta$ et $\|w\|_2 \leq \beta$ vérifient $y = F_u(P, \Delta)u + P_w w$?

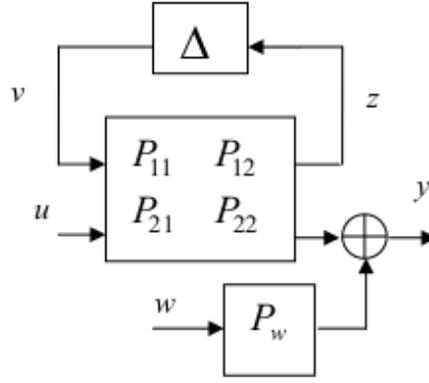


Figure 2.33 Modèle LFT-haute avec un bruit en sortie

Les équations de bouclage de la **Figure 2.33** sont données par :

$$\begin{cases} v = \Delta_u z \\ z = P_{11}v + P_{12}u \\ y = P_{21}v + P_{22}u + wP_w. \end{cases} \quad (2.102)$$

Dans le domaine fréquentiel et si V_n, Z_n, Y_n et W_n représentent des points de mesures, pour un échantillon de N points, pour une pulsation $\omega_n = 2\pi n / N$, les équations (2.102) deviennent :

$$\begin{cases} V_n = \Delta_n(e^{j\omega_n})Z_n \\ Z_n = P_{11}(e^{j\omega_n})V_n + P_{12}(e^{j\omega_n})U_n \\ Y_n = P_{21}(e^{j\omega_n})V_n + P_{22}(e^{j\omega_n})U_n + P_w(e^{j\omega_n})W_n. \end{cases} \quad (2.103)$$

A noter que dans les développements qui suivent, la notation X^* désigne la transposée conjuguée de la variable complexe X .

Le problème d'invalidation de modèle se réduit alors à rechercher, pour chaque pulsation ω_n , un β_n^{opt} issu du problème d'optimisation suivant :

$$\left\| \begin{aligned} \beta_n^{opt} &= \sqrt{\rho_n^{opt}} \\ \rho_n^{opt} &= \min_X C^T X \text{ sous } diag(\hat{A}(X), \hat{B}(X)) \geq 0 \end{aligned} \right. \quad (2.104)$$

avec

$$\hat{A}(X) \begin{bmatrix} Re(A(x)) & Im(A(x)) \\ -Im(A(x)) & Re(A(x)) \end{bmatrix}, \quad \hat{B}(X) \begin{bmatrix} Re(B(x)) & Im(B(x)) \\ -Im(B(x)) & Re(B(x)) \end{bmatrix} \quad (2.105)$$

où :

$$C = [1 \ 0 \ 0]^T, \quad X = [\rho_n \ Re(V_n)^T \ Im(V_n)^T]^T \quad (2.106)$$

et

$$A = \begin{bmatrix} I & V_n \\ V_n^* & \rho_n U_n^* P_{12}^* P_{12} U_n \end{bmatrix} \quad (2.107)$$

ainsi que :

$$B = \begin{bmatrix} I & P_w^{-1}R_n - P_w^{-1}P_{21}V_n \\ (P_w^{-1}R_n - P_w^{-1}P_{21}V_n)^* & \rho_n \end{bmatrix}. \quad (2.108)$$

Si $\beta_n^{opt} \leq 1$ à la pulsation ω_n , le modèle n'est pas invalidé, et si réciproquement $\beta_n^{opt} > 1$ alors le modèle est invalidé. Cette analyse est alors répétée sur toute la gamme de fréquences d'intérêt.

2.3.1.2 Application à la détection du vieillissement d'une cellule Li-ion

2.3.1.2.1 Système linéarisé

L'objectif de cette partie est de détecter le vieillissement de la batterie via une dérive de son comportement dynamique en utilisant la méthode d'invalidation précédemment décrite.

Pour ce faire, le comportement dynamique de la cellule Li-ion sera décrit par le modèle mono-électrode introduit au Chapitre 1.

Du fait de la présence de la *CTV*, ce modèle mono électrode est non linéaire. Pour pouvoir appliquer la méthode d'invalidation décrite au paragraphe 2.3.1.1.2, le modèle linéaire aux petites variations de la *CTV* est nécessaire. Il est rappelé que ce dernier est défini par :

$$\begin{cases} \Delta U(t) = U(t) - E(\widetilde{SOC}(t_0)) \cong A_{ech}R + G \cdot \Delta SOC(t) \\ G = \left. \frac{\partial E}{\partial SOC} \right|_{SOC(t_0)}. \end{cases} \quad (2.109)$$

Il est également rappelé que la variable \widetilde{SOC} représente la concentration de lithium à la surface des sphères du modèle électrochimique et correspond au *SOC* à l'équilibre. Dans cette linéarisation (qui s'effectue autour d'un régime d'équilibre, la variable \widetilde{SOC} sera donc assimilée au *SOC* (et $SOC(t_0)$ sera assimilé à $\widetilde{SOC}(t_0)$). Le modèle mono-électrode est alors représenté par la **Figure 2.34** et décrit par la fonction de transfert :

$$\frac{\Delta U(p)}{\Delta I(p)} = R + \frac{K}{p} \left(1 + \frac{\omega_c}{p} \right)^{0.5} G. \quad (2.110)$$

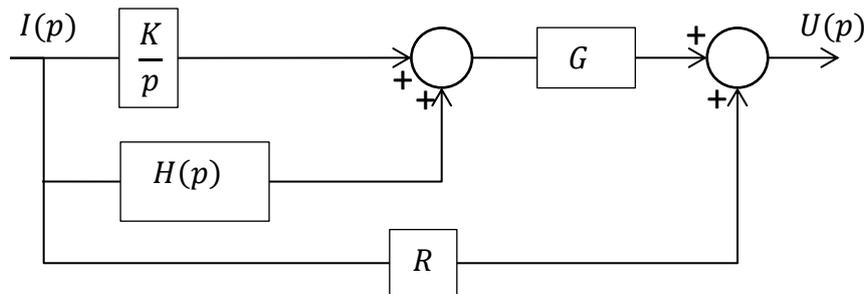


Figure 2.34 Modèle linéaire aux petites variations résultant du modèle mono électrode

La linéarisation du modèle implique par ailleurs qu'il est supposé que la sollicitation en courant est telle que les paramètres G, R et ω_c ne varient pas avec le SOC.

Le modèle de la **Figure 2.34** est soumis au profil de courant routier dynamique introduit dans la partie 2.2 pour une tension à vide initiale de 3.6 V. L'état de charge correspondant, en absence de vieillissement de la CTV ($\alpha = 1$), est de 37%. La réponse du modèle linéaire aux petites variations est comparée à celle du modèle mono-électrode pour la même sollicitation et pour des conditions initiales identiques. Les résultats obtenus sont représentés sur la **Figure 2.35**. Cette figure permet de mettre en évidence que les deux réponses obtenues sont très proches. Le modèle aux petites variations arrive donc à très bien décrire le comportement de la cellule autour de petites variations d'états de charges.

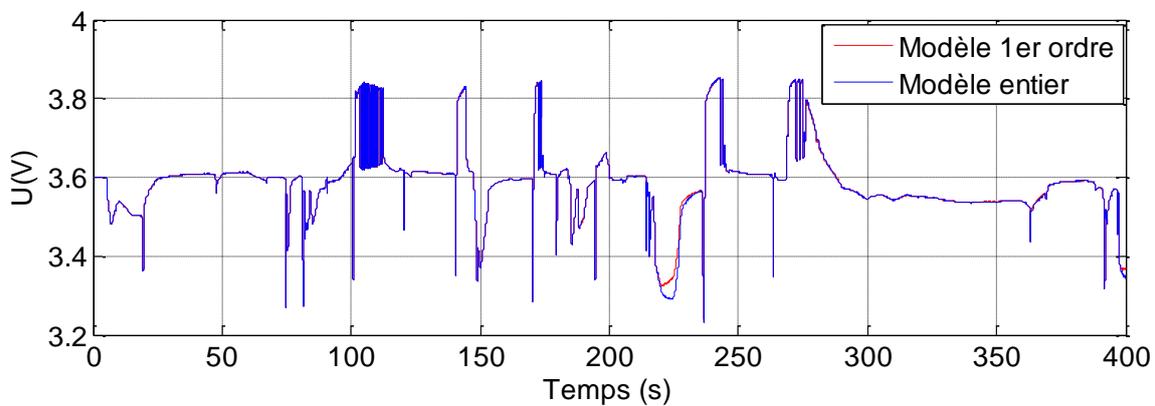


Figure 2.35 Comparaison des tensions en sortie du modèle mono-électrode et de son équivalent linéarisé pour une même sollicitation en courant

2.3.1.2.2 Mise en œuvre

Pour appliquer la méthode d'invalidation de modèle décrite précédemment, le modèle est soumis à une sollicitation en courant de type SBPA d'amplitude 10A et de moyenne nulle pour un état de charge initial de 70% et à une fréquence d'échantillonnage de 1kHz. Ces signaux sont transformés en données fréquentielles au moyen d'un algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT).

La procédure d'invalidation de modèle est appliquée aux signaux mesurés sur la batterie usée de SOC 30%. L'objectif consiste à voir si les données mesurées peuvent être reproduites par le modèle nominal, entaché d'une incertitude non structurée additive pondérée par P_z et d'un bruit pondéré par P_w .

La forme LFT du modèle mono-électrode linéarisé est donnée par :

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix}, \quad (2.111)$$

avec, dans le cas d'incertitudes additives, $P_{11} = 0$, $P_{21} = I$ et $P_{22} = P_{nom}$, P_{12} représentant le modèle d'incertitude.

2.3.1.2.2.1 Détermination du modèle nominal

La fonction de transfert nominale du système est définie pour un état de charge de 37%, oint de SOC pour lequel G varie de façon significative avec le vieillissement, et pour un état neuf de l'accumulateur; ce qui conduit à:

$$P_{nom}(p) = 2,2 \cdot 10^{-3} + \frac{1}{7 * 3600 * p} \left(\frac{1,3 \cdot 10^{-3}}{p} + 1 \right)^{0,5} * 7 \cdot 10^{-3}. \quad (2.112)$$

Le modèle d'incertitudes P_{12} est établi de façon à définir les variations admissibles entre le modèle nominal décrivant un état neuf de la cellule et le modèle dit « modèle système» P_{sys} décrivant son état vieilli. Ce modèle d'incertitudes est défini tel que:

$$\left| \frac{P_{sys} - P_{nominal}}{P_{nominal}} \right| < P_{12}. \quad (2.113)$$

Dans le cadre de cette application, P_{12} sera choisi égal à 0.5, ce qui correspond à un très faible niveau d'incertitude.

2.3.1.2.2.2 Détermination de la pondération P_w

La pondération $P_w = 2e - 4$ qui caractérise le niveau de bruit est obtenue à partir de l'analyse du bruit contenu dans le signal de tension de la batterie. Le signal de bruit résulte du filtrage passe-haut du signal de tension.

2.3.1.2.2.3 Observations

La résolution du problème d'optimisation (2.104) pour différentes fréquences permet d'obtenir un ensemble de valeurs β_n^{opt} qui sont représentées par la **Figure 2.36 (a)**. Cette figure montre que les données issues d'une cellule vieilliée n'invalident pas le modèle de cellule neuve car :

$$\beta_n^{opt} = \sqrt{\rho_n^{opt}} < 1 \quad (2.114)$$

sur toute la gamme de fréquence considérée. Ceci nous permet de conclure que ce modèle arrive toujours à reproduire les données issues du modèle neuf de l'accumulateur.

Pour que la méthode d'invalidation puisse être utilisée pour détecter un vieillissement de la cellule, il est donc nécessaire d'avoir des écarts plus importants au niveau des modèles représentant un état neuf et un état vieilli. Pour mettre en évidence ce fait et démontrer le bon fonctionnement de la méthode d'invalidation de modèle ; l'écart de comportement entre la

cellule vieillie et la cellule neuve est grossi artificiellement. Les résultats obtenus montrent que ces données invalident bien le modèle de la cellule neuve, car :

$$\beta_n^{opt} = \sqrt{\rho_n^{opt}} > 1 \quad (2.115)$$

comme l'illustre la **Figure 2.36 (b)**.

Les mesures de la cellule vieillie ne peuvent donc pas être représentées par le modèle de la cellule neuve.

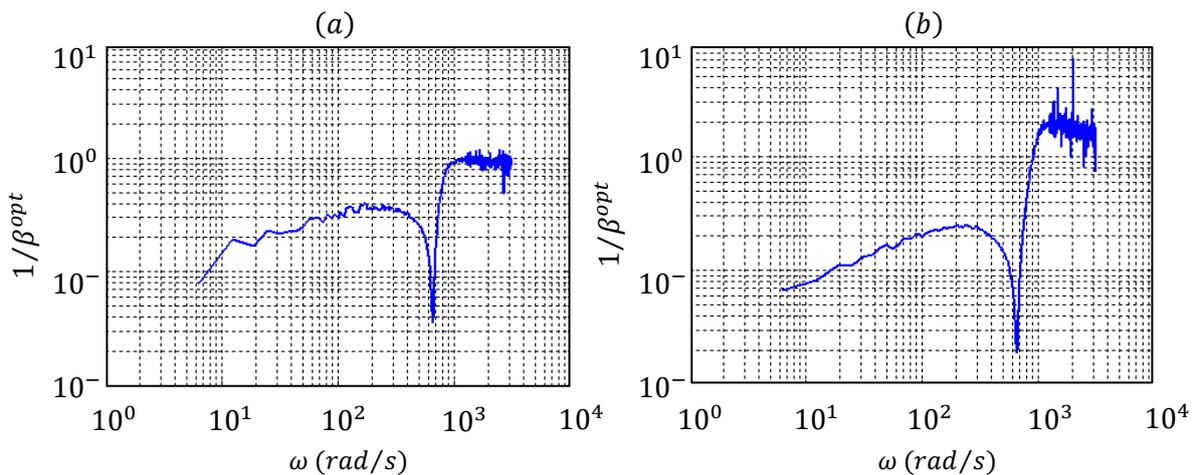


Figure 2.36 Evolution de $1 / \beta_n^{opt}$ avec (a) un vieillissement raisonnable et (b) un vieillissement exagéré

2.3.1.3 Analyse du comportement dynamique de la cellule en fonction du vieillissement

Un tel résultat est à présent analysé au moyen des réponses fréquentielles des modèles des cellules neuves et vieilles pour différentes valeurs de R , ω_c et α . Ces réponses fréquentielles sont représentées de la **Figure 2.37** à la **Figure 2.39**.

L'analyse des diagrammes de Bode de la **Figure 2.37** et de la **Figure 2.38** permet de mettre en évidence que le comportement dynamique de l'accumulateur évolue très peu pour des vieillissements dus exclusivement à ω_c ou à la CTV à travers α . En effet malgré de fortes augmentations (couramment observées) des paramètres ω_c et α du modèle mono-électrode, cet écart n'est pas suffisant pour engendrer un changement de dynamique significatif pour conclure sur le vieillissement de l'accumulateur en appliquant la méthode d'invalidation de modèle.

En revanche, comme l'atteste la **Figure 2.39**, seules les variations de la résistance interne R génèrent des modifications jugées significatives sur le comportement dynamique du

modèle linéarisé. Or, le gain converge en haute fréquence vers la valeur de la résistance interne R .

Ces observations justifient donc le fait que la méthode d'invalidation de modèle ne permet pas systématiquement de révéler le vieillissement d'une cellule.

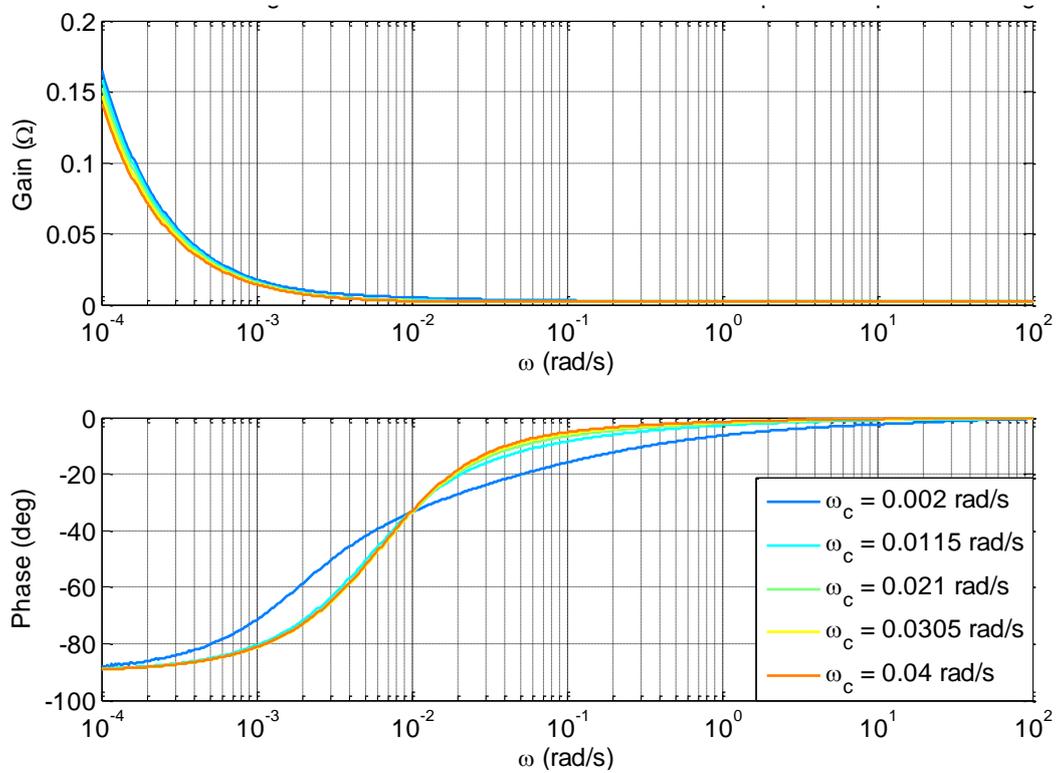


Figure 2.37 Diagrammes de Bode du modèle linéarisé autour de $SOC = 37\%$ pour différentes valeurs du paramètre ω_c

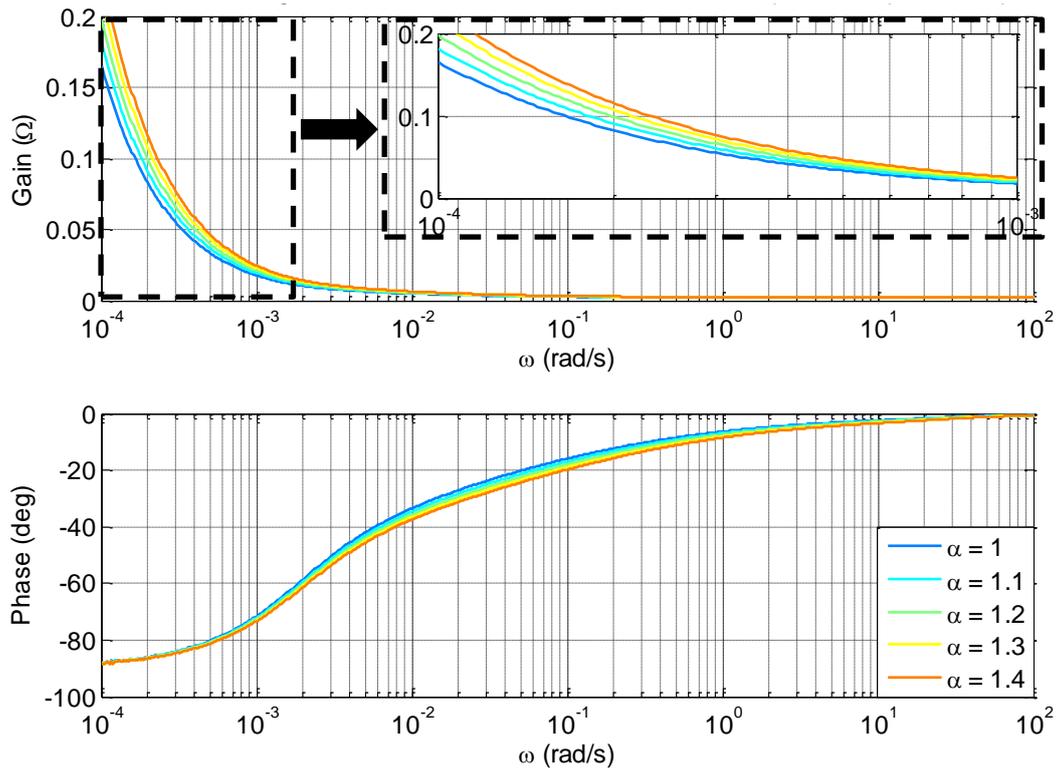


Figure 2.38 Diagrammes de Bode du modèle linéarisé autour de SOC = 37% pour différentes valeurs du paramètre α

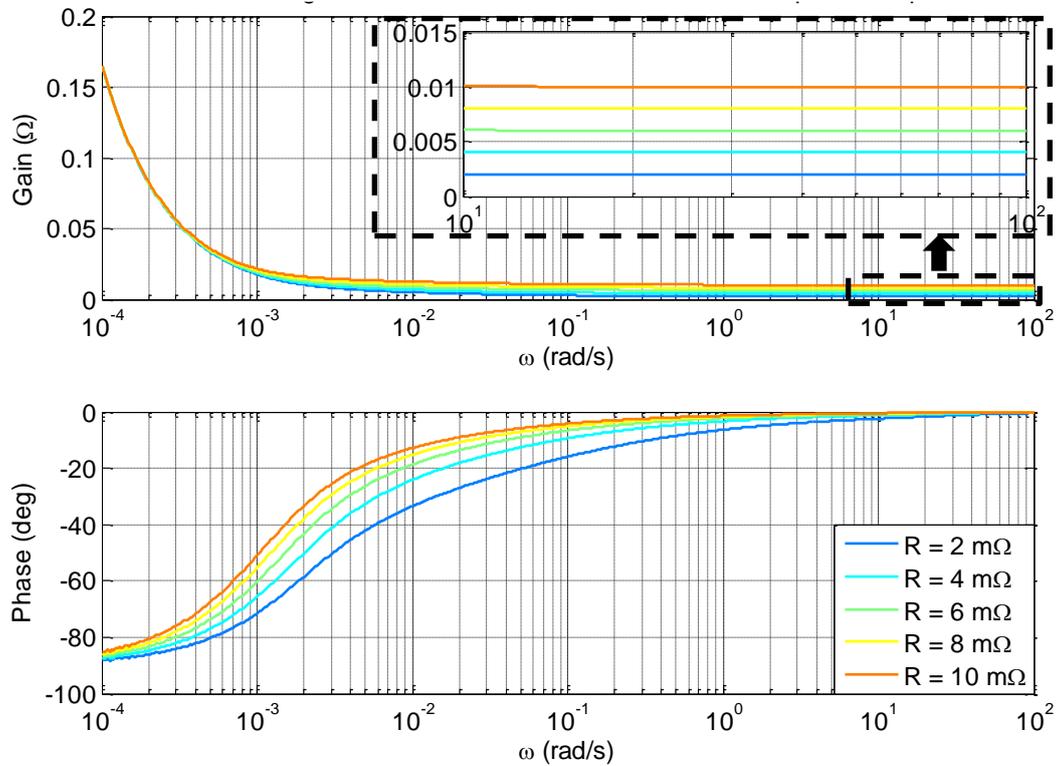


Figure 2.39 Diagrammes de Bode du modèle linéarisé autour de SOC = 37% pour différentes valeurs du paramètre R

La mise en œuvre de la méthode d'invalidation de modèle pour détecter le vieillissement nécessiterait donc d'avoir des écarts suffisants entre les comportements dynamiques d'une cellule neuve et d'une cellule vieillie. En effet, les résultats de simulation montrent que la sensibilité du gain au vieillissement est plutôt « faible » vis-à-vis de α et ω_c . Seules les variations de la résistance R génèrent des modifications sensibles du gain et ce en haute fréquence.

De plus, la méthode spectrale nécessite une linéarisation autour point de fonctionnement ne pouvant ainsi donner qu'une indication locale sur le vieillissement.

Ces constatations conduisent à rechercher d'autres façons d'estimer le vieillissement. Celles-ci sont proposées dans la suite.

2.3.2 Détection via le calcul la distance de Kullback-Leibler

2.3.2.1 Principe de la méthode

La divergence de Kullback-Leibler (ou entropie relative) (Kullback & Leibler 1951) est une mesure non-symétrique de dissimilarité entre deux distributions de probabilités P et Q . Elle joue un rôle très important pour le calcul des performances d'un estimateur ou d'un test statistique. Typiquement, P représente les données, les observations, ou une distribution de probabilités calculée avec précision. La distribution Q représente une théorie, un modèle, une description ou une approximation de P .

Définition 2.2

Soient P et Q deux distributions continues. On suppose que la distribution P admette la densité $p(x)$ et la distribution Q admet la densité $q(x)$. On appelle divergence ou distance de Kullback-Leibler entre les distributions P et Q la quantité :

$$D_{KL}(P, Q) = \int_{-\infty}^{+\infty} p(x) * \log \left(\frac{p(x)}{q(x)} \right) dx \quad (2.116)$$

■

Dans le cas discret avec la convention $0. \log(0) = 0$ et à condition que :

$$q(x) = 0 \Rightarrow p(x) = 0, \quad (2.117)$$

la relation (2.116) devient:

$$D_{KL}(P, Q) = \sum p(x) * \log \left(\frac{p(x)}{q(x)} \right). \quad (2.118)$$

Ainsi, la distance de Kullback-Leibler s'annule si et seulement si $P = Q$.

Le calcul de la densité des probabilités est mené en utilisant la méthode d'estimation de la densité de probabilité par noyau (ou méthode de Parzen-Rozenblatt) (Parzen 1962) décrite par la définition qui suit.

Définition 2.3

Soient x, \dots, x_N , observations équipondérées d'une variable réelle continue X (tension batterie par exemple) de densité f inconnue. Soit $K(x)$ (le noyau) une densité de probabilité unidimensionnelle (sans rapport avec f) et h un réel strictement positif. On appelle estimation de f par la méthode du noyau la fonction :

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N K \left(\frac{x - x_i}{h} \right) \quad (2.119)$$

■

Dans la relation (2.119), K est choisi comme étant la densité d'une fonction gaussienne standard (espérance nulle et variance unitaire), soit :

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}x^2}. \quad (2.120)$$

Le choix de la méthode d'estimation par noyau a l'avantage d'être une méthode non-paramétrique d'estimation de la densité de probabilité d'une variable aléatoire quand celle-ci ne suit pas une loi de probabilité normale.

Connaissant l'écart type σ de l'échantillon de données considérées, la fenêtre de lissage h est fixée d'après une démarche répandue consistant à poser :

$$h = \left(\frac{4\sigma}{3N}\right)^{\frac{1}{5}}. \quad (2.121)$$

2.3.2.2 Application à la détection du vieillissement

2.3.2.2.1 Application sur un cas d'étude

La méthode d'estimation précédemment décrite est appliquée à l'estimation du vieillissement d'une cellule Li-ion. La tension de référence U est issue de la sollicitation d'une cellule physique par le profil de courant routier dynamique introduit dans la partie 2.2 et dont la période d'échantillonnage est de 0.01s. Cette tension de référence est ensuite comparée, via la distance de Kullback-Leibler, à deux réponses en tension U_{sim} issues de la simulation du modèle mono-électrode. Le premier modèle reprend tour à tour le paramétrage réalisé par les méthodes des moindres carrés et « dichotomique » de la partie 2.2. Le deuxième modèle est identique au premier à la CTV près. Ces paramétrages sont renseignés par les **Tableau 2.8** et **Tableau 2.9**.

	α	$\omega_c (10^{-3}rad / s)$	$R (m\Omega)$
<i>Modèle nominal</i>	1.089	3,0	2,2
<i>Modèle altéré</i>	1	3,0	2,2

Tableau 2.8 Paramétrages du modèle nominal et du modèle altéré - Méthode dichotomique

	α	$\omega_c (10^{-3}rad / s)$	$R (m\Omega)$
<i>Modèle nominal</i>	1.089	1,9	1,9
<i>Modèle altéré</i>	1	1,9	1,9

Tableau 2.9 Paramétrages du modèle nominal et du modèle altéré - Méthode des moindres carrés

La distance de Kullback-Leibler est calculée sur des intervalles de temps $[0 ; T_{fin}]$ pour T_{fin} allant de 10s à 400s comme présenté sur la **Figure 2.40**.

La **Figure 2.40** permet de conclure que dans le cas où le paramétrage est correct, les mesures de la distance de Kullback-Leibler convergent vers une même valeur en fonction du nombre croissant de séquences. Pour les autres paramétrages, la mesure se révèle très sensible aux erreurs de simulation. Pour une exploitation pleine de la mesure, la difficulté qui demeure concerne le choix du seuil au-delà duquel un paramétrage peut être disqualifié. Sur l'exemple de la **Figure 2.40**, un seuil fixé aux alentours de 10 semblerait raisonnable. Il est à noter que

pour pouvoir comparer la mesure sur des séquences de longueur variable, celle-ci a été normalisée par le nombre d'échantillons de chaque séquence.

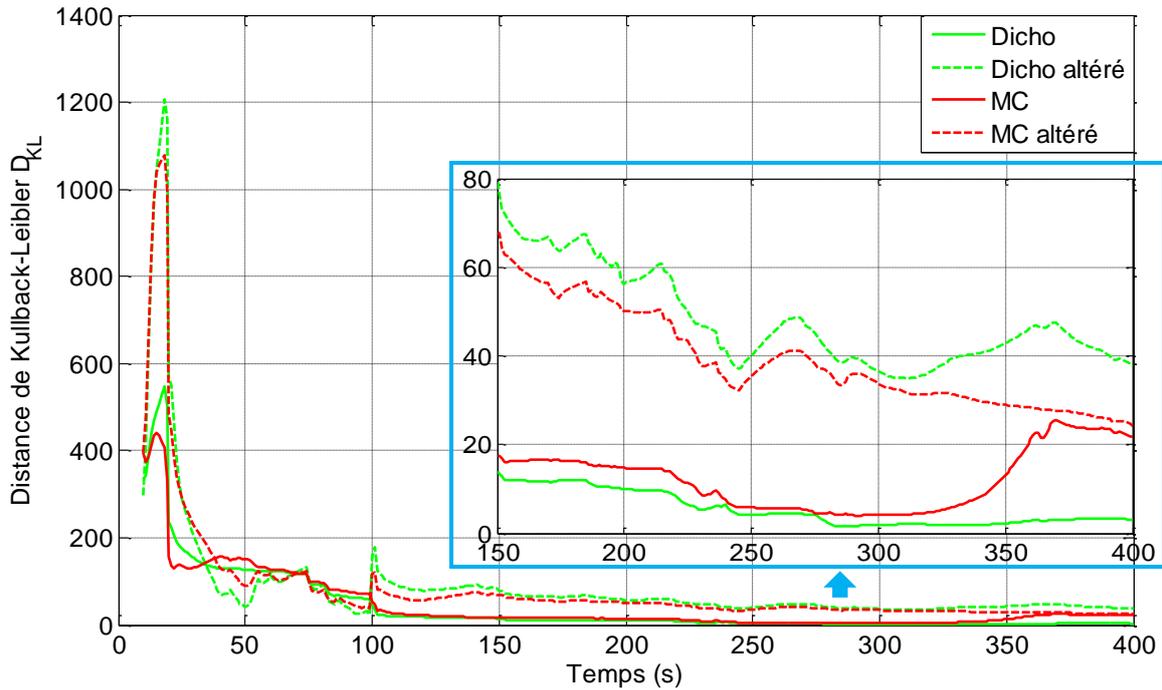


Figure 2.40 Application de la détection par le calcul de la distance de Kullback-Leibler sur des intervalles de temps croissants

2.3.2.2.2 Evolution de la distance de Kullback-Leibler en fonction du vieillissement

L'évolution de la distance de Kullback-Leibler en fonction du vieillissement est à présent analysée **en simulant le modèle mono-électrode** et à partir des densités de probabilités des réponses en tension pour un état de charge initial de 37% et les variations paramétriques suivantes :

- $\alpha \in [1 \ 1,1 \ 1,2 \ 1,3 \ 1,4 \ 1,5]$
- $\omega_c \in 10^{-3} \times [2 \ 9,6 \ 17,2 \ 24,8 \ 32,4 \ 40] \text{ rad / s}$
- $R \in 10^{-3} \times [2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10] \Omega$.

Le paramétrage du modèle de référence est quant à lui :

- $\alpha = 1$
- $\omega_c = \in 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad / s}$
- $R = \in 2 \cdot 10^{-3} \Omega$.

Les modèles reçoivent toujours en entrée le profil de courant routier dynamique introduit dans la partie 2.2 et dont la période d'échantillonnage est de 0.01s.

A partir des densités de probabilité obtenues, une divergence de Kullback-Leibler est calculée pour chaque état de vieillissement. Cette divergence correspond ici à la distance entre la densité de probabilité calculée pour le modèle de référence (état neuf) et une densité de

probabilité calculée pour un autre paramétrage (état de vieillissement). Les résultats obtenus sont représentés sur la **Figure 2.41**.

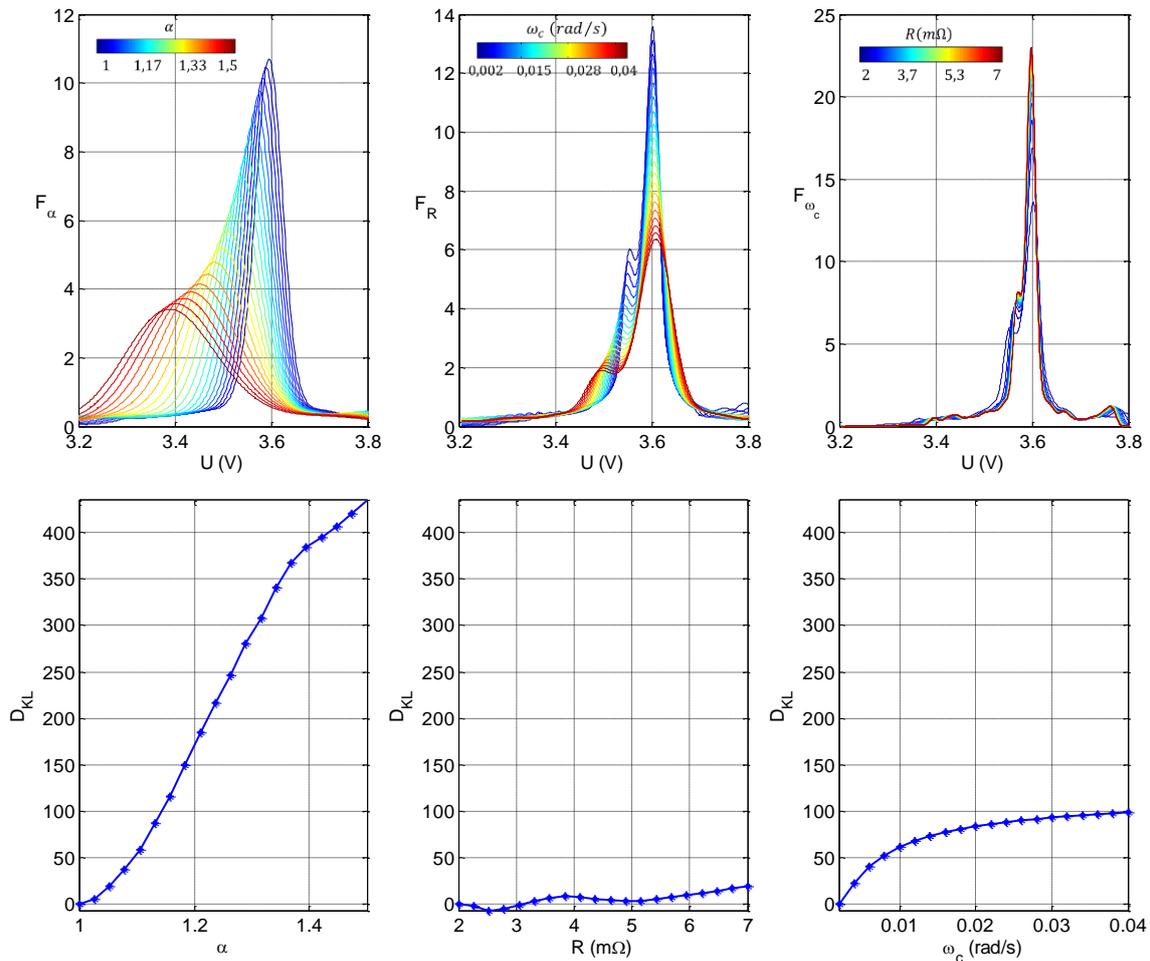


Figure 2.41 Densités de probabilité (F_α , F_R et F_{ω_c}) et distance de Kullback-Leibler (D_{KL}) en fonction des variations paramétriques

Dans le cas où seul le vieillissement de la CTV est simulé, la **Figure 2.41** met en évidence un décalage des densités de probabilité selon l'axe des abscisses à mesure que le vieillissement de la cellule est accentué. Ceci peut s'expliquer par le fait qu'autour d'un même état de charge, la valeur de la tension à l'équilibre (équilibre électrochimique) diminue avec le vieillissement.

Plus généralement, la **Figure 2.41** permet de mettre en évidence que pour des états de vieillissement croissants et univoques, la mesure de la distance de Kullback-Leibler augmente avec ce dernier. Afin d'associer à chaque mesure de distance un état de vieillissement de la cellule, il faudrait néanmoins pouvoir exprimer chacune des trois courbes sur une même base.

La difficulté de fixer la valeur du seuil de déclenchement demeure donc entière à ce stade.

2.3.3 Détection via l'intégration de l'erreur

La méthode consiste à mesurer les erreurs (écarts) entre deux signaux sur un même intervalle de temps et à intégrer cette erreur sur l'ensemble des échantillons pour avoir une mesure globale de l'erreur. Numériquement, cela conduit à effectuer le calcul suivant :

$$\varepsilon_{glob} = \frac{1}{N \cdot T_s} \sum_{k=1}^N |U(t_k) - U_{sim}(t_k)|, \quad (2.122)$$

où T_s désigne la période d'échantillonnage.

2.3.3.1 Application à la détection du vieillissement

2.3.3.1.1 Application sur un cas d'étude

La méthode d'estimation précédemment décrite est appliquée à l'estimation du vieillissement d'une cellule Li-ion. La tension de référence U et les tensions simulées U_{sim} tout comme leurs paramétrages sont ceux donnés pour l'application de la distance de Kullback-Leibler dans le paragraphe 2.3.2.2.1. Il est rappelé que ces paramétrages sont renseignés sur le **Tableau 2.8** et sur le **Tableau 2.9**. L'erreur moyenne est encore une fois calculée sur des intervalles de temps $[0 ; T_{fin}]$ pour T_{fin} allant de 10s à 400s. Les résultats sur ce même cas d'étude sont présentés sur la **Figure 2.42**.

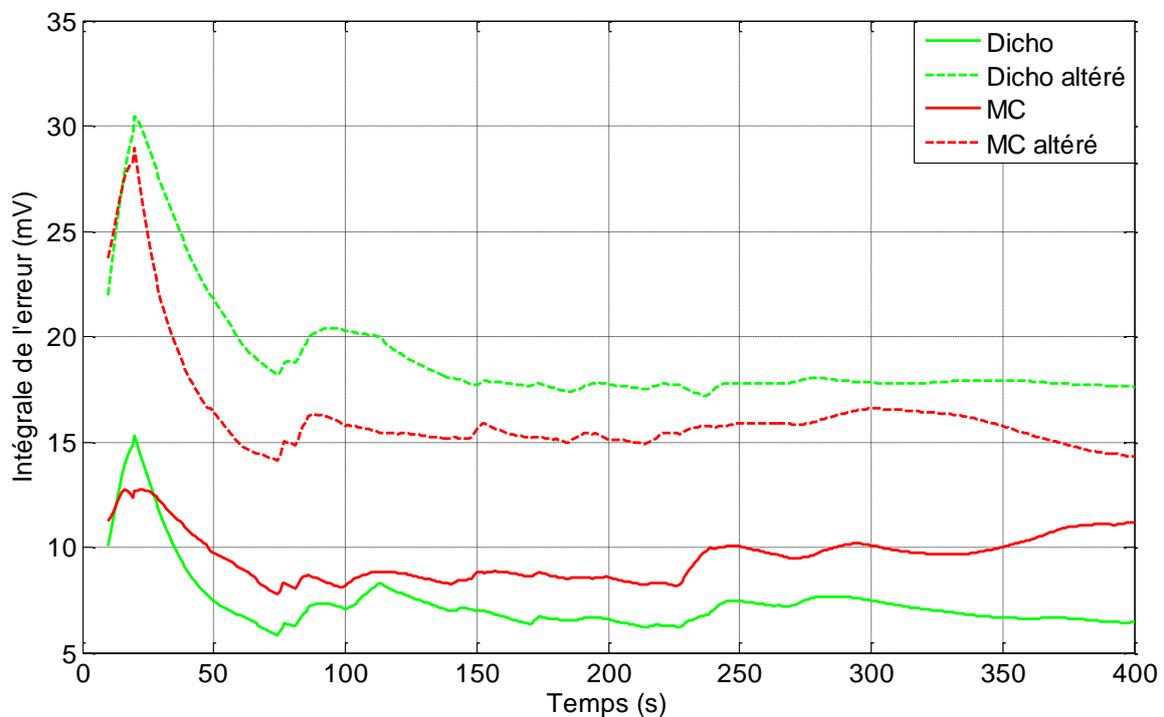


Figure 2.42 Application de la détection par l'intégration de l'erreur sur des intervalles de temps croissants

Les tendances sont similaires à celles observées pour la distance de Kullback-Leibler, à savoir :

- une convergence du critère dans le cas où le paramétrage est correct ;
- une sensibilité aux erreurs ;
- une discrimination claire entre les paramétrages (pour une même méthode)

La difficulté du choix du seuil au-delà duquel un paramétrage peut être disqualifié demeure elle aussi.

2.3.3.1.2 Evolution de l'intégration de l'erreur en fonction du vieillissement

Tout comme dans le paragraphe 2.3.2.2.2 décrivant l'évolution de la distance de Kullback-Leibler en fonction du vieillissement, la méthode d'intégration est elle aussi appliquée sur les tensions issues de la **simulation du modèle mono-électrode** avec un état de charge initial de 37% et pour les variations paramétriques suivantes :

- $\alpha \in [1 \ 1,1 \ 1,2 \ 1,3 \ 1,4 \ 1,5]$
- $\omega_c \in 10^{-3} \times [2 \ 9,6 \ 17,2 \ 24,8 \ 32,4 \ 40] \text{ rad / s}$
- $R \in 10^{-3} \times [2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10] \Omega$.

Le paramétrage du modèle de référence est à nouveau :

- $\alpha = 1$
- $\omega_c = 2 \cdot 10^{-3} \text{ rad / s}$
- $R = 2 \cdot 10^{-3} \Omega$.

Les résultats obtenus sont représentés sur la **Figure 2.43**.

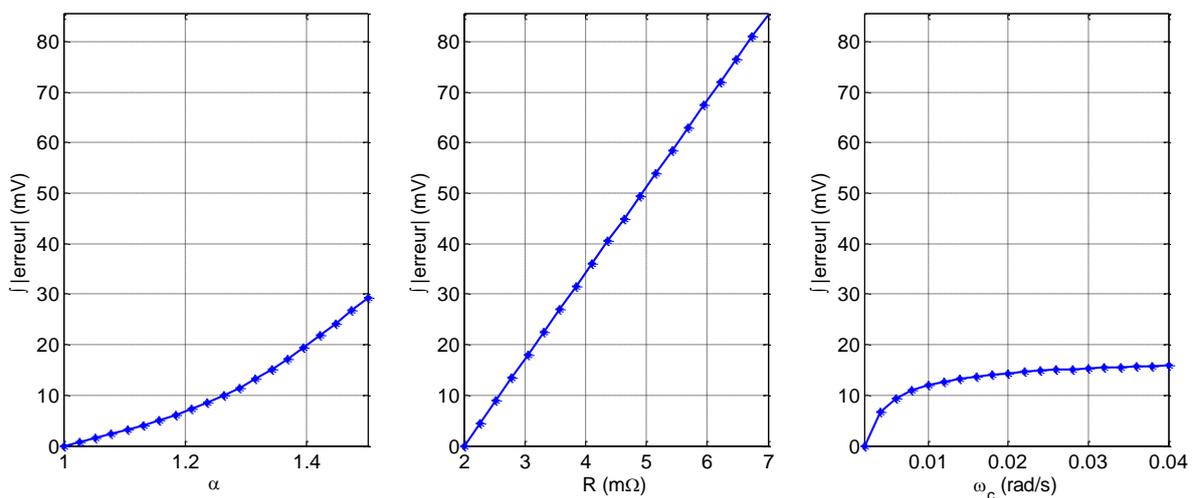


Figure 2.43 Intégration de l'erreur en fonction des variations paramétriques

L'analyse de la **Figure 2.43** permet de mettre en évidence que l'intégrale de l'erreur augmente en fonction de l'état de vieillissement de la cellule pour chaque paramètre.

Néanmoins, et tout comme dans le cas de la distance de Kullback-Leibler, le dernier obstacle à l'utilisation du critère comme un indicateur de niveau de vieillissement demeure dans l'expression du critère sur une base commune à chacun des paramètres α , R et ω_c .

Pour ce qui concerne l'utilisation du critère en tant qu'indicateur de validité du modèle, la difficulté paraît moindre puisqu'il s'agit de déterminer le seuil de déclenchement à partir duquel un paramétrage peut être disqualifié.

Il est à noter que par rapport à la mesure de la divergence de Kullback-Leibler, le calcul de l'erreur moyenne présente l'avantage de la simplicité de mise en œuvre puisqu'il ne nécessite pas le calcul de densités de probabilités.

2.3.4 Cas particulier de la *CTV*

D'après les développements du paragraphe 2.1.4.2.1, il apparaît que la surveillance de la *CTV* peut-être réalisée en permanence. Les mesures de courant et de tension peuvent en effet être enregistrées en continu afin de détecter l'évolution de ces derniers entre deux plateaux de tension à vide suffisamment éloignés.

A minima, ces deux plateaux peuvent par exemple correspondre à deux phases d'arrêt du véhicule. Cette solution est envisageable pour tous les types d'électrification. Il est néanmoins possible que les profondeurs de décharge soient insuffisantes dans le cas des véhicules hybrides non-rechargeables. Enfin, il faut également que l'erreur liée à l'intégration du courant reste faible pour avoir une bonne estimation de la variation de SOC.

2.3.5 Bilan

Pour détecter le vieillissement d'une cellule Li-ion, une méthode d'invalidation de modèle dans le domaine fréquentiel a tout d'abord été proposée dans le but de détecter les évolutions significatives du comportement dynamique de la cellule au cours de son vieillissement. Cette méthode procède d'une démarche élégante et intuitive. Cependant, il a été mis en évidence que le comportement dynamique d'une cellule évolue très peu avec le vieillissement de α et ω_c , réduisant ainsi le degré de précision de la détection du vieillissement par invalidation de modèle. L'approche fréquentielle n'est donc pas systématiquement viable. Cette approche reste cependant intéressante pour la détection des variations de la résistance interne R .

L'étude de l'évolution de la *CTV* en fonction de l'état de vieillissement de la cellule a permis de mettre en évidence un fort impact du vieillissement sur la *CTV* à bas SOC. Ce comportement se répercute directement sur la tension de la cellule lors de variations dynamiques, provoquant une variation de son niveau moyen en fonction du degré de vieillissement (autour d'un *SOC* donné), et ce par rapport à un état neuf de la batterie. Ce résultat est exploité dans les deux dernières parties dans l'objectif de concevoir des méthodes de détection de l'état de vieillissement basées sur l'analyse statistique de signaux de tensions et de résidus. La première méthode exploite la mesure de la divergence de Kullback-Leibler

entre deux densités de probabilité. La méthode se révèle sensible au vieillissement de chaque paramètre. La seconde méthode basée sur l'intégration de l'erreur entre des signaux de tension pour deux états de vieillissement, présente également une sensibilité au vieillissement de chaque paramètre mais a l'avantage d'être plus simple à implémenter notamment dans des calculateurs automobiles pourvus de faibles puissances de calcul.

L'utilisation de la distance de Kullback-Leibler et de l'intégration de l'erreur pour disqualifier le paramétrage d'un modèle s'avère être des méthodes crédibles nécessitant néanmoins le choix délicat des seuils de déclenchement. L'utilisation des deux méthodes en tant qu'indicateurs de niveau de vieillissement en revanche s'avère plus délicate, chaque critère devant être exprimé sur une base commune à chacun des paramètres α , ω_c et R . Ceci pourrait faire l'objet de travaux supplémentaires.

En conclusion, cette partie décrit des premières techniques, pas encore satisfaisantes. Pour la suite, les travaux pourront être orientées vers les situations à bas SOC et à fort courant et à basse température car c'est là où les écarts sont les plus forts pour repérer une variation de vieillissement des cellules. Ceci supposera au passage de devoir limiter le calcul au zone les plus sensibles au vieillissement, ce qui réalisable sur un profil de charge mais peut se révéler moins trivial sur un profil routier dynamique notamment avec de petites cellules.

2.4 Conclusion

Ce chapitre présente un ensemble d'outils qui permettent :

- le recalage du modèle mono électrode, celui-ci étant progressivement désadapté au comportement dynamique de la cellule lors de son vieillissement ;
- de définir si un recalage est nécessaire.

Une étude sur la possibilité d'estimer le niveau de vieillissement de la cellule a également été abordée.

Le recalage du modèle mono-électrode se fait en deux temps. Dans un premier temps, le recalage de la CTV est réalisé au moyen d'une méthode originale imposant l'identification d'un seul paramètre. Dans un second temps, les paramètres ω_c et R de la partie dynamique du modèle sont identifiés sur un échelon de courant lors d'une phase de recharge.

L'ensemble de ces outils peuvent être combinés comme indiqué par le schéma de la **Figure 2.44** pour former le système de modélisation de la cellule qui sera intégré aux différents estimateurs qui seront présentés dans les chapitres suivants.

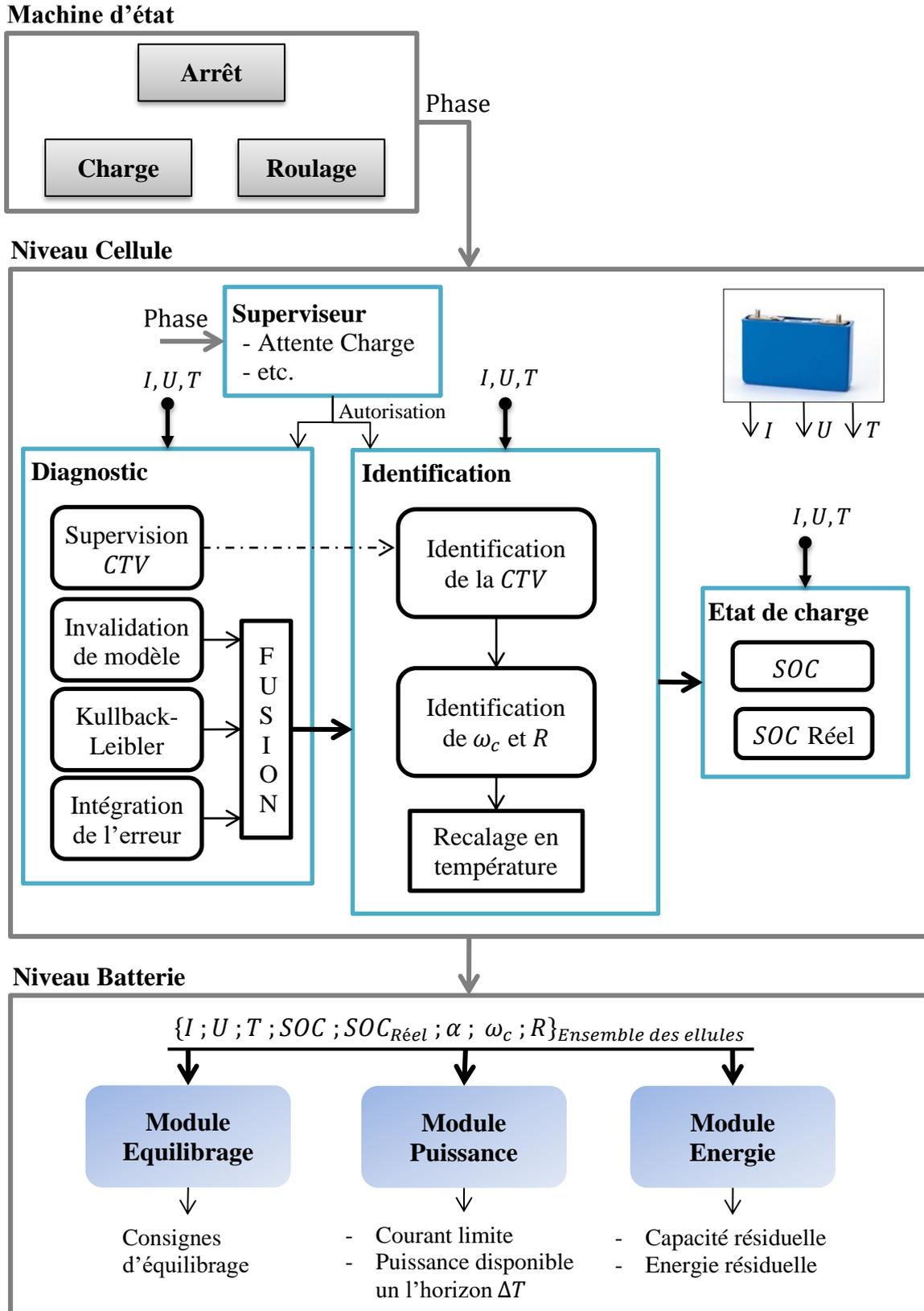


Figure 2.44 Architecture fonctionnelle des algorithmes applicatifs d'un BMS avec prise en compte de du vieillissement

Chapitre 3

Equilibrage d'un pack batterie avec prise en compte du vieillissement de chaque cellule

3.1 Introduction

Comme cela a été précisé au Chapitre 1, pour des raisons de sécurité, le fonctionnement d'un pack batterie lithium, plus spécifiquement de chaque cellule, est limité en tension et en courant. Ceci revient à limiter le pack batterie en énergie et en puissance. Par ailleurs, contrairement au carburant d'un moteur thermique, la charge d'une batterie ne peut être récupérée en totalité ni sous n'importe quel courant, sous peine d'amener le niveau de tension dans des zones dangereuses pour la santé de la batterie ainsi que pour les usagers (Arora et al. 1998). Pour éviter un fonctionnement dans les zones interdites, les batteries disposent de dispositifs de limitation de puissance. Ces dispositifs s'enclenchent en général lorsqu'une cellule du pack batterie s'approche ou atteint une des limites de fonctionnement en tension ou en courant.

Les limitations en énergie et en puissance ont pour objet de garantir la durabilité de la batterie et sont ainsi inhérentes au fonctionnement de celle-ci. Ces limitations constituent donc un compromis entre la durabilité et les performances énergétiques de la batterie qui se retrouvent ainsi restreintes. Ce sont précisément ces limitations qui obligent à la mise en place d'un système d'équilibrage. L'objectif général d'un tel système est alors d'éviter une limitation sous optimale des performances d'un pack en phases de décharge et de charge, par une cellule enclenchant prématurément le dispositif de limitation de courant. Dans le chapitre précédent, il est démontré que la non prise en compte du vieillissement de la *CTV* de chaque cellule conduit à une exploitation sous-optimale de l'énergie et de la puissance de la batterie. Pour ce qui est de l'exploitation sous optimale de la puissance de la batterie, il faut noter que même si l'équilibrage est parfait, les cellules restent quand même limitées en puissance de part les limitations en tension d'utilisation. L'objectif de ce chapitre est maintenant de proposer un système d'équilibrage d'un pack batterie qui prend en compte le vieillissement de chaque cellule qui le compose afin d'éviter une sous exploitation de son énergie et de sa puissance.

L'équilibrage d'un pack batterie peut être abordé sur trois fronts principaux répondant aux questions :

- Quoi équilibrer ?
- Avec quels moyens matériels équilibrer ?
- Selon quel schéma logique équilibrer ?

Quoi équilibrer ?

Selon les auteurs, la nature du problème considéré n'est pas le même. Pour les uns, l'équilibrage consiste à éliminer les dispersions en tension entre cellules. Pour les autres, l'équilibrage aura pour objectif d'éliminer les dispersions en *SOC* entre cellules. L'idée derrière cette deuxième approche est que chaque cellule dispose d'une *CTV* qui lui est propre. Ceci a pour conséquence que deux cellules équilibrées en tension ne sont pas nécessairement au même *SOC*. Selon les phases d'utilisation de la batterie, il est plus pertinent d'utiliser l'une ou l'autre des deux approches comme cela sera démontré dans les paragraphes suivants.

Avec quels moyens équilibrer ?

La littérature montre que les architectures de systèmes d'équilibrages sont nombreuses comme cela sera vu dans les paragraphes suivants. Les architectures se classent en deux familles selon qu'on parle de systèmes actifs ou passifs. Dans les présents travaux, l'architecture est imposée par les moyens d'essais à disposition. Les travaux présents ne portent donc pas sur les architectures d'équilibrage et se bornent, sur cette question, à présenter un état de l'art.

Selon quelle logique (ou loi de commande) équilibrer ?

Qu'il s'agisse d'équilibrer la tension ou le *SOC*, l'objectif recherché consiste usuellement à réduire autant que possible les dispersions en tension ou respectivement en *SOC*. Dans le cas d'un équilibrage en *SOC*, il s'avère qu'il n'est pas nécessaire de chercher à aligner toutes les cellules sur le même *SOC*. Il sera montré que les dispersions en *SOC* peuvent en réalité être tolérées à l'intérieur de plages données sans que les performances de la batterie n'en soient affectées. Ceci conduira à la mise en place d'un système d'équilibrage au juste nécessaire.

Ce chapitre débute naturellement par une analyse des méthodes proposées dans la littérature pour effectuer l'équilibrage d'un pack batterie. Il s'agit plus précisément d'une analyse des architectures de systèmes d'équilibrage. Cette analyse permet une classification en méthodes passives et en méthodes actives. Elle permet également de mettre en évidence que le vieillissement des cellules du pack n'est pas pris en compte par ces méthodes

d'équilibrage. Ainsi, après avoir défini le cahier des charges du système d'équilibrage présent dans nos moyens d'essais, une méthode d'équilibrage statique basée sur la régulation de l'état de charge de chaque cellule est proposée. L'information d'état de charge nécessaire à cette boucle de régulation est estimée par un observateur par retour dynamique de sortie qui utilise un modèle de la cellule. Du fait du vieillissement des cellules, ce modèle doit être recalé périodiquement au moyen des méthodes décrites au chapitre 2. Les performances de ce système d'équilibrage sont finalement évaluées en simulation.

3.2 Etat de l'art

3.2.1 Causes et effets du déséquilibre

3.2.1.1 Causes du déséquilibre

Les systèmes d'équilibrage proposés dans la littérature ont pour rôle d'assurer un même niveau de tension ou d'état de charge sur toutes les cellules d'un pack batterie. En effet, au bout d'un certain temps, il se crée une disparité sur les états de charge des cellules, bien qu'elles soient soumises aux mêmes sollicitations en courant. Ces disparités de comportement doivent être comprises à la lumière des composantes majeures de la tension cellule donnée par :

$$U = E(SOC) + I \cdot Z(SOC). \quad (3.1)$$

Dans cette relation, et comme cela a été vu au chapitre 1, Z est une fonction du SOC , et caractérise l'impédance interne de la cellule. Le déséquilibre est ainsi à la fois statique (différence dans les tensions à vide pour le même soc ou différence de SOC pour une même tension à vide) et dynamique (différence d'impédance et différence de tension pour le même courant et/ou le même SOC).

Les causes du déséquilibre inter cellules peuvent être d'origines diverses. A ce titre, une dispersion technologique lors de la fabrication peut affecter la capacité initiale et l'impédance interne de la batterie (de l'ordre de 15% selon les séries produites d'après (Barsukov 2009)).

Une répartition inégale de la température au sein du pack batterie peut aussi induire des disparités sur la dynamique électrique des cellules et ainsi produire un déséquilibre de celles-ci. Les cellules peuvent chauffer de manière non uniforme en dépit de la présence d'un système de refroidissement du pack. Sur certaines conceptions de pack, il a été observé un écart de température allant jusqu'à une dizaine de degrés (Lisbona & Snee 2011) (Do 2010). Ceci peut donc conduire les cellules à vieillir différemment, induisant de ce fait un déséquilibre sur les capacités et les états de charge. Si le processus de charge/décharge du pack n'est pas contrôlé, certaines cellules du pack seront surchargées tandis que d'autres seront sujettes à une surdécharge, deux anomalies qui peuvent écourter la vie de la batterie (Altemose 2008).

En résumé, deux cellules avec les mêmes conditions initiales (température, tension à vide, etc.) peuvent parfaitement produire deux réponses en tension très différenciées selon la nature de leurs dynamiques thermique et électrique. Ces dernières peuvent se distinguer entre les deux cellules à cause des dispersions de fabrication ou encore être accentuées par le vieillissement individuel des cellules. A titre d'illustration, la **Figure 3.1** montre l'évolution de la différence de tension à vide induite par un écart d'état de charge de 1% sur une *CTV* donnée. Dans cet exemple on remarque notamment que la tension à vide varie de façon importante pour des valeurs de l'état de charge inférieure à environ 15%.

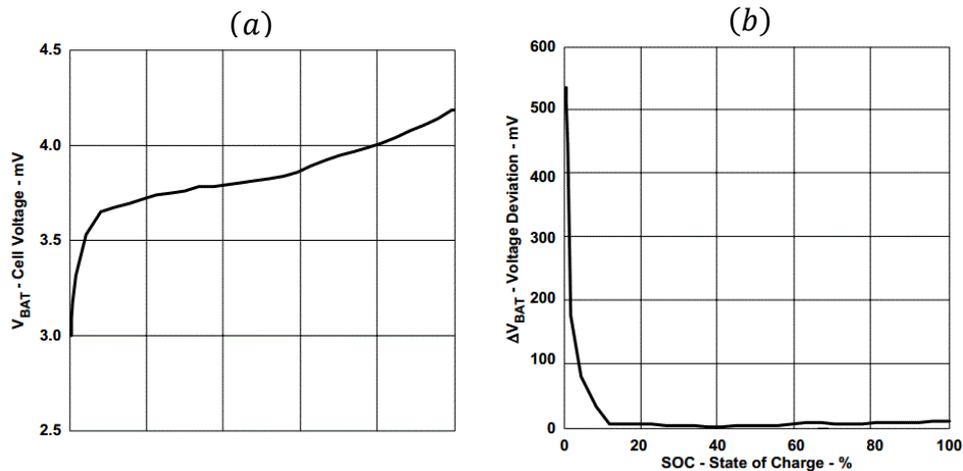


Figure 3.1 Exemple (b) d'évolution de la différence de tension à vide induite par un différence d'état de charge de 1% pour (a) une tension à vide donnée

3.2.1.2 Perte de capacité du pack batterie

Du fait de la disparité des *SOC* et dans le cadre d'une surveillance individuelle de décharge de cellule, la capacité du pack correspond au mieux à la plus petite des capacités des cellules constituant le pack. Ainsi lorsque l'on charge un pack déséquilibré, certaines cellules atteignent la pleine charge avant les autres. Pendant la période de décharge, les cellules qui ne sont pas pleinement chargées se vident avant le reste. Ces cycles charges/décharges précoces réduisent la capacité globale du pack (Martinez 2005).

Pour illustrer ce propos, considérons un pack de deux cellules *Cell 1* et *Cell 2* de capacité initiale 100 Ah chacune, avec un *SOC* de 40% (elles sont donc chargées à 40Ah). Pour certaines raisons *Cell 2* se décharge de 3% par mois. Au bout de 3 mois *Cell 2* est à 31% de *SOC* (correspondant à 31 Ah) alors que *Cell 1* est toujours à 40%. Pendant la charge, quand *Cell 1* aura atteint 100% de *SOC* (100 Ah) *Cell 2* sera chargée à 91 Ah soit 91 %, l'alimentation en courant sera alors interrompue pour éviter de créer une surcharge sur *Cell 1*, et au cours de la phase suivante *Cell 2* se déchargera jusqu'à 0% tandis que *Cell 1* sera à 9% soit 9Ah, le courant cessera alors d'être délivré, au risque de créer une surdécharge sur *Cell 2*. Cela représente une perte capacité de 9% pour le pack. Cette perte va s'accroître avec le temps (36% en une année).

Au travers de cet exemple et en l'absence d'un système d'équilibrage, on constate que le déséquilibre conduit à une perte de capacité du pack.

3.2.2 Architectures de systèmes d'équilibrage

Comme cela a été indiqué en introduction, il est nécessaire d'avoir recourt à des méthodes qui visent à égaler les niveaux de tension ou de charge des différentes cellules constitutives du pack pour pouvoir prolonger la vie du pack et améliorer l'efficacité de la charge. Différentes architectures et stratégies employées pour l'équilibrage des packs batteries sont données dans les paragraphes qui suivent. L'équilibrage dissipatif ou méthode de dissipation par résistance

Cette méthode consiste à shunter la cellule sélectionnée avec une résistance de valeur faible pour éliminer une partie de la charge jusqu'à ce qu'elle corresponde à la cellule de plus bas état de charge. Cette méthode est la moins chère et la plus simple à mettre en œuvre des méthodes d'équilibrage. Cette méthode est illustrée par la **Figure 3.2**.

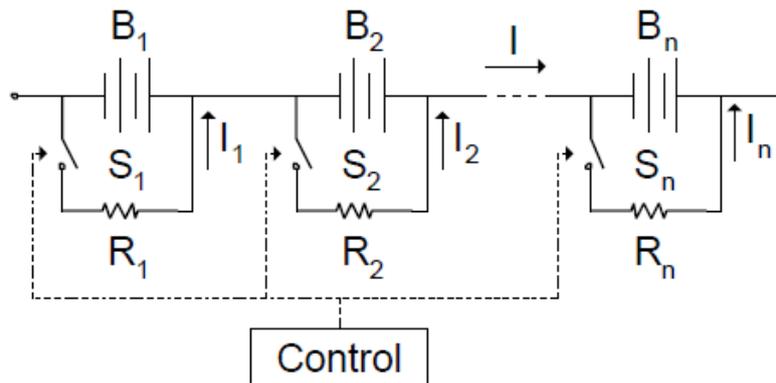


Figure 3.2 Méthode d'équilibrage passif par résistance de shunt

Il est à noter que la résistance de shunt R étant grande, le courant I de charge sera petit (pour des raisons thermiques) et donc que les temps d'équilibrage peuvent être longs..

Cette architecture peut être également utilisée pendant le fonctionnement, dans ce cas le courant réel sur la cellule doit être corrigé par le courant dû à l'équilibrage, pour le calcul de SOC .

3.2.2.1 L'équilibrage en charge

3.2.2.1.1 La méthode de shunt en fin de charge (charge shunting)

Cette méthode illustrée sur la **Figure 3.3**, consiste à sélectionner une ou plusieurs cellules pleinement chargées et à shunter leur courant de charge, afin que les autres atteignent leur niveau de charge. Cette approche est plus efficace lorsque le niveau de charge est connu. La résistance R_i est dimensionnée pour shunter le courant de charge lorsque la tension de pleine charge est atteinte.

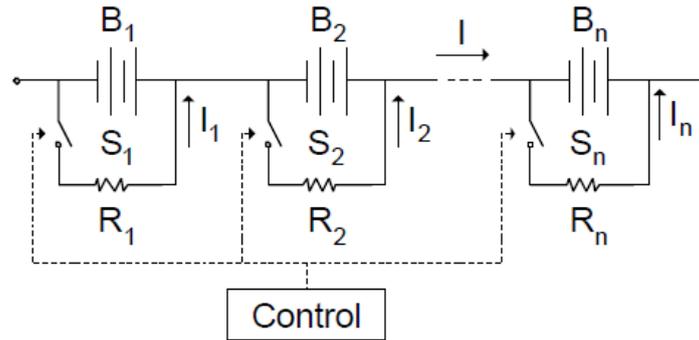


Figure 3.3 Méthode d'équilibrage avec shunt en fin de charge

La grande dissipation et l'échauffement sont les inconvénients de ce système. Elle convient donc mieux à des systèmes qui sont souvent chargés avec des faibles courants ce qui en revanche signifie des temps d'équilibrage plus longs.

3.2.2.1.2 Shunt dissipatif analogique

Dans (Cao et al. 2008) une variante de la méthode citée au paragraphe précédent est proposée (**Figure 3.4**) dans laquelle les résistances sont substituées par des transistors. Cette méthode fonctionne de la manière suivante : une image de la tension de la cellule est captée via le diviseur de tension, il s'en suit une régulation de tension sur un niveau de référence prédéterminée. Lorsque la tension de la cellule va au-delà de la référence, le courant est shunté, de façon à maintenir celle-ci à cette valeur, jusqu'à ce que la dernière cellule ait atteint son niveau de tension. Dans cette méthode un contrôle n'est pas requis, elle est donc moins coûteuse, le courant est shunté en fin de charge, les pertes par dissipation sont réduites.

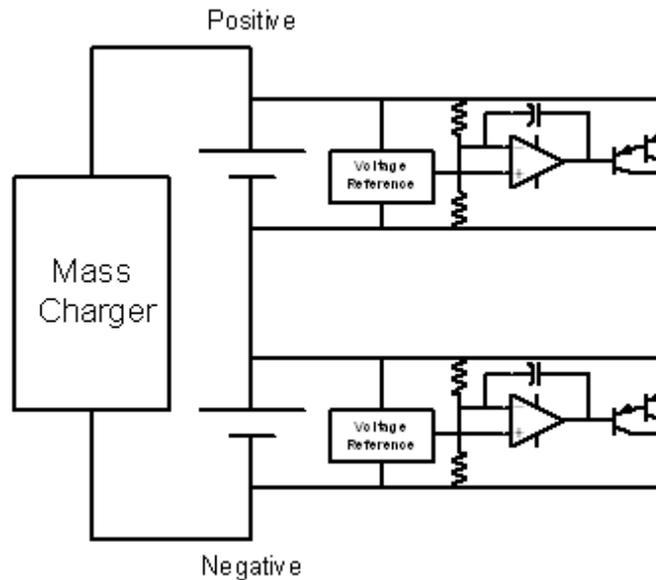


Figure 3.4 Shunt dissipatif analogique

3.2.2.1.3 Shunt complet

En charge et comme l'illustre la **Figure 3.5**, lorsque la tension aux bornes d'une cellule (B_1 par exemple) devient supérieure à celles des autres cellules (qui sont toutes égales), cette cellule est court-circuitée à un instant t_1 en fermant le commutateur S_{21} placé en parallèle. N'étant plus chargée, sa tension se réduit à la tension à vide V_1' . Dans le même temps le reste des cellules continu à être chargé normalement, leur tension augmente donc jusqu'à atteindre $V_1(t_1)$, la valeur prise par B_1 juste avant la fermeture de S_{21} . A cet instant t_2 , le commutateur S_{21} s'ouvre et la tension de B_1 redevient égale à $V_1(t_1)$ alors identique à celles des autres cellules. La charge du pack complet peut alors se poursuivre.

En décharge (**Figure 3.6**), l'expression de la tension aux bornes de la cellule B_1 (considérée comme la cellule dont la tension s'écarte de celles des autres) s'écrit $V_1 = V'_1 - I_0 r_1$. Si sa tension est plus basse que celles des autres cellules et afin de pouvoir équilibrer, le commutateur S_{11} est ouvert à un instant t_1 alors la tension V_1 monte jusqu'à V'_1 . Dans le même temps le reste des cellules continue à se décharger normalement, leur tension diminue donc jusqu'à atteindre $V_1(t_1)$ la valeur prise par B_1 juste avant l'ouverture de S_{11} . A cet instant on referme S_{11} et la décharge se poursuit avec toutes les cellules à tension égale comme dans le cas de la charge.

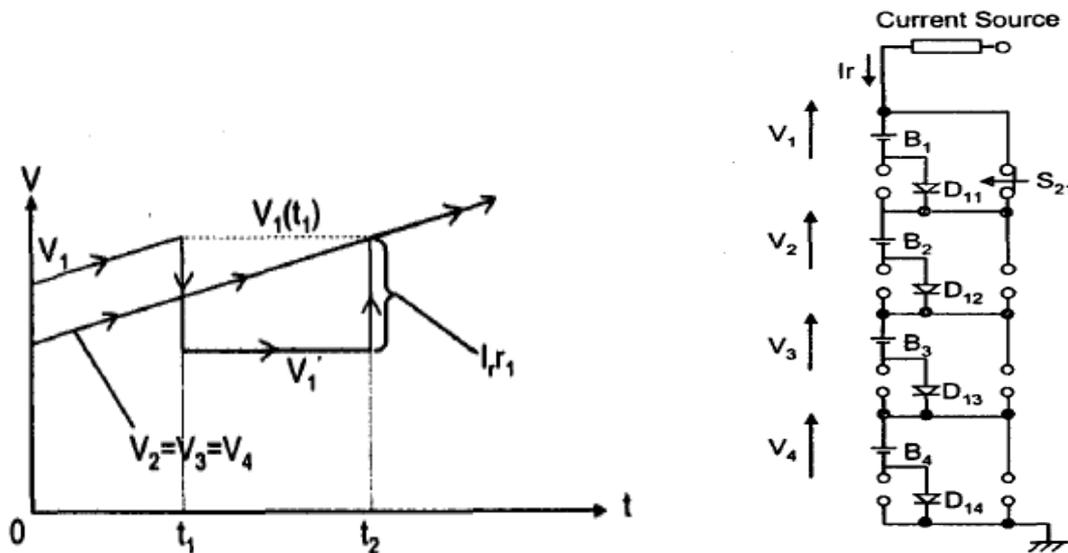


Figure 3.5 Shunt complet (en charge)

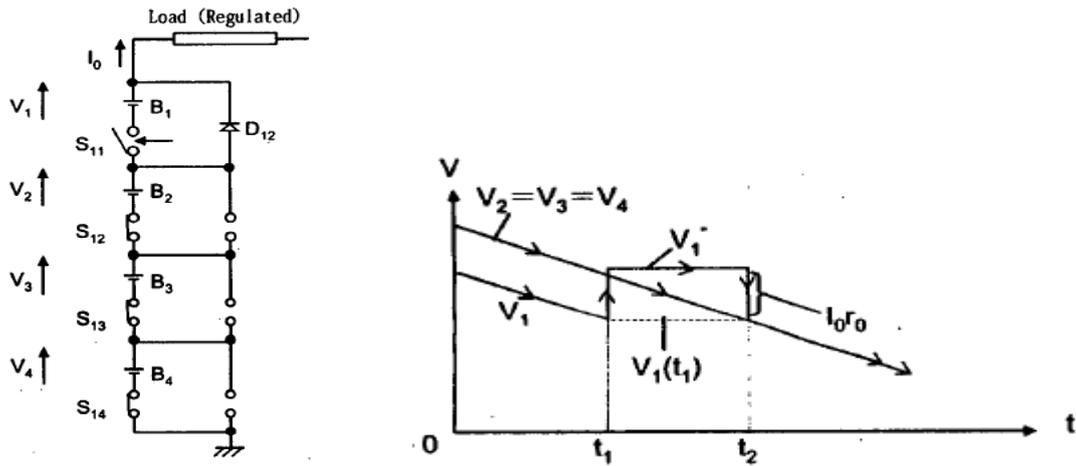


Figure 3.6 Shunt complet (en décharge)

3.2.2.2 L'équilibrage actif

Ce mode d'équilibrage utilise un élément actif de transfert de charge, un convertisseur de tension ou de courant (digital ou analogique), pour déplacer l'énergie d'une cellule à l'autre. Il existe divers types de systèmes d'équilibrage actifs.

3.2.2.2.1 Le transfert de charge

Le transfert de charge ou *shuttling charge* consiste à récupérer une partie de la charge d'une cellule plus chargée, à la stocker et la renvoyer vers une autre moins chargée. La méthode la plus connue est la méthode de transfert de charge du type « flying capacitor » illustrée par la **Figure 3.7**.

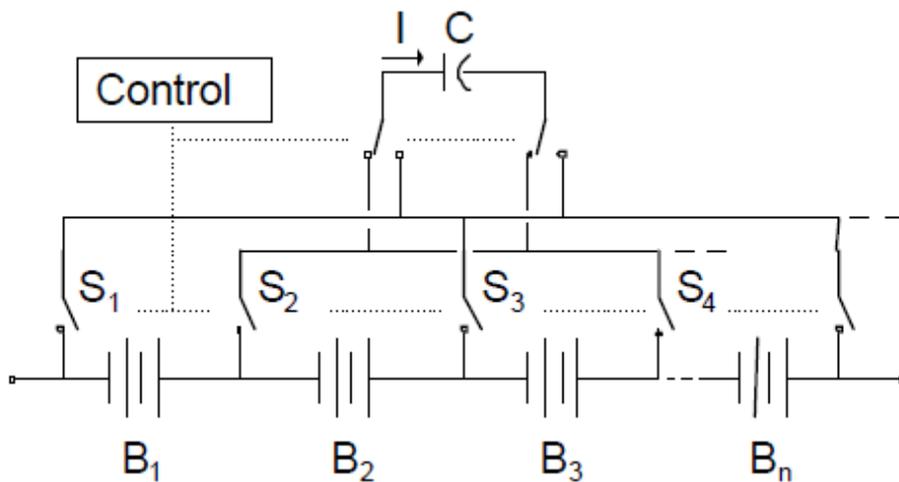


Figure 3.7 Méthode de transfert de charge « flying capacitor »

Dans un premier temps, le système de contrôle ferme les commutateurs appropriés pour charger le condensateur à travers la batterie B_1 . Les commutateurs se rouvrent une fois le condensateur chargé. Dans un deuxième temps, le condensateur C se décharge dans B_2 en

connectant les commutateurs adéquats. Le processus se répète pour les batteries B_3, B_4, \dots, B_n . Les cellules les plus chargées chargeront le condensateur et les moins chargées récupéreront la charge du condensateur. La charge des cellules les plus chargées est transférée vers les cellules les moins chargées. Dans ce type de circuit le contrôle est simple et se fait via des signaux carrés fixes ouvrant et fermant les commutateurs.

Une variante de cette méthode consiste à charger le condensateur et le décharger sur une cellule spécialement sélectionnée. Cette méthode réduit considérablement le temps d'équilibrage, ce qui est très intéressant surtout si les cellules la plus chargée et la moins chargée se situent sur les extrémités opposées du pack. Des modes de contrôle supplémentaires sont par contre nécessaires pour détecter et sélectionner les cellules (Moore & Schneider 2001).

Une deuxième variante est composée de condensateurs installés toutes les deux cellules comme l'illustre la figure 3.10. Le transfert se fait donc d'une cellule à l'autre sur le pack. La commande des commutateurs est alors simple dans ce cas (séquence de signaux carrés fixes), cette méthode offre l'avantage d'être souple à l'extension du pack par ajout de cellules car un condensateur viendra se brancher simplement aux deux cellules nouvellement installées.

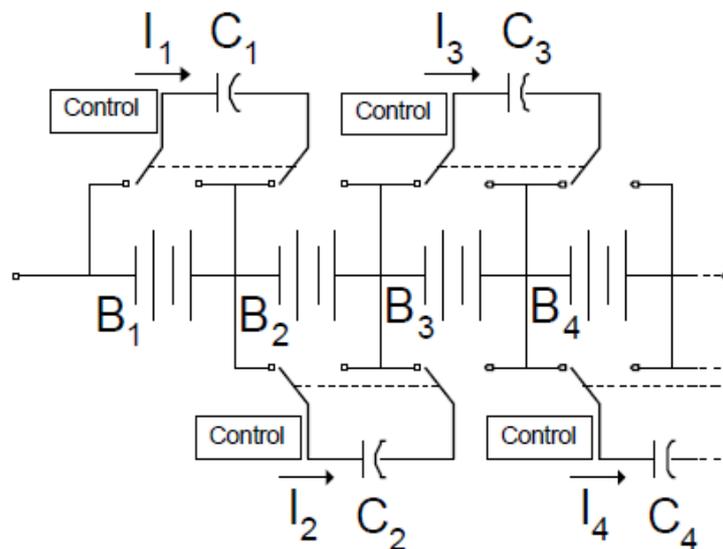


Figure 3.8 Méthode de transfert de charge avec plusieurs « flying capacitor » installés toutes les deux batteries

La méthode d'équilibrage de transfert de charge avec flying capacitor n'est pas adaptée à des applications sur des véhicules hybrides. En effet, d'après la courbe de la **Figure 3.9**, les CTV peuvent présenter des plages de SOC, ici entre 40% et 80%, sur lesquelles la variation de tension à vide est très faible. Les véhicules hybrides opérant dans cette zone où les différences de tension sont très faibles, cette méthode est inefficace pour ce genre d'application. Cette technique peut en revanche présenter un intérêt pour les véhicules électriques, lesquels cyclent a priori sur des plages de SOC plus larges. Il faut de manière générale noter la nécessité d'une grande précision dans la mesure de la tension de chaque cellule.

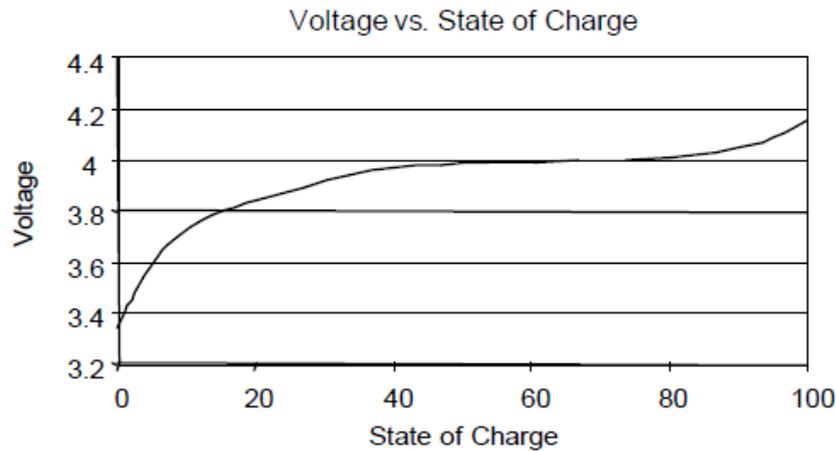


Figure 3.9 Tension en fonction du SOC

3.2.2.2.2 Méthode par conversion d'énergie

La méthode par conversion d'énergie ou « energy converters » utilise des selfs ou des transformateurs pour transférer de l'énergie d'une ou plusieurs cellules vers une autre cellule ou groupe de cellules. Il existe deux types de méthodes par conversion d'énergie : la méthode à transformateur commuté (switched transformer), et la méthode à transformateur partagé (shared transformer).

Concernant la méthode à transformateur commuté décrite par le schéma de la **Figure 3.10**, son architecture est semblable à celui du « flying capacitor », dans ce cas le transformateur remplace ce dernier. Le primaire du transformateur est alimenté par le courant qui traverse le pack, un circuit commande un transistor Mosfet placé en amont de l'enroulement qui fait donc office d'interrupteur. La sortie du secondaire débite alors de l'énergie vers une cellule donnée. Le circuit de commande sélectionne aussi la cellule à pourvoir en énergie (Moore & Schneider 2001).

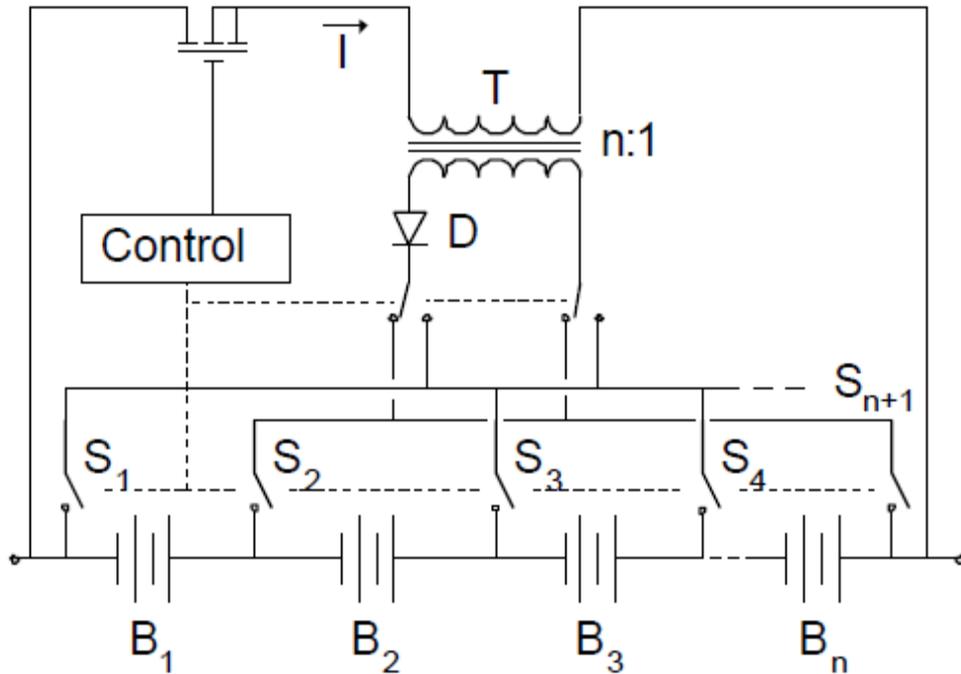


Figure 3.10 Méthode d'équilibrage à transformateur commuté

Cette méthode peut équilibrer rapidement le pack, mais son circuit est complexe et très coûteux. Elle a également un rendement assez bas du fait des pertes fer et celles dans les commutateurs.

Dans la méthode à transformateur partagé, le transformateur est constitué d'un enroulement primaire unique, avec un secondaire à enroulements multiples branchés sur chaque cellule (**Figure 3.11**). Le courant provenant du pack est induit sur chaque enroulement, le secondaire qui a la réactance la plus faible (à cause de la faible tension à ses bornes) recevra la plus grande partie du courant induit. Chaque cellule reçoit donc un courant de charge inversement proportionnel à son *SOC*.

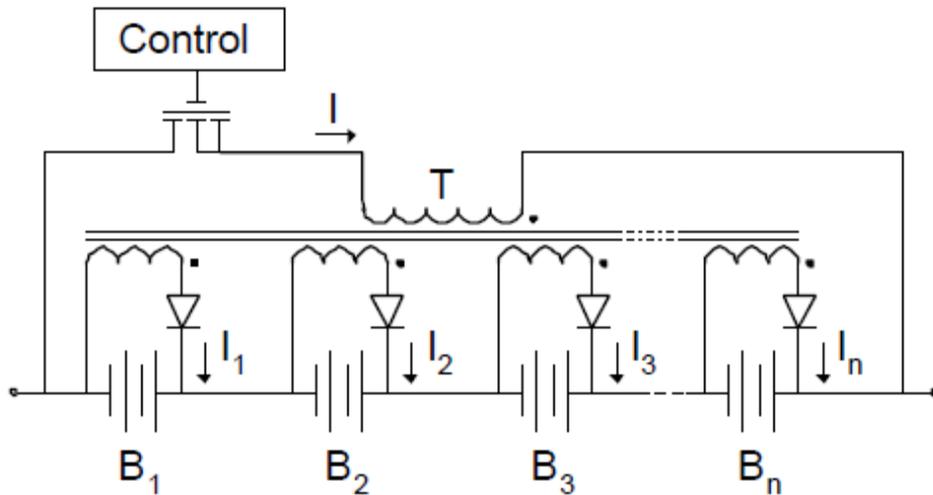


Figure 3.11 Méthode d'équilibrage à transformateur partagé

Le seul composant actif étant le transistor Mosfet, les pertes sont faibles. Aucune commande en boucle fermée n'est nécessaire. L'équilibrage est rapide mais le système demeure coûteux, avec un circuit magnétique complexe et l'ajout des cellules supplémentaires dans le pack qui reste délicat.

Plusieurs transformateurs peuvent être utilisés, au lieu d'un seul. Le primaire est composé dans ce cas de plusieurs enroulements (**Figure 3.12**). Cette technique est connue sous le nom de méthode à transformateur multiple (multiple transformer).

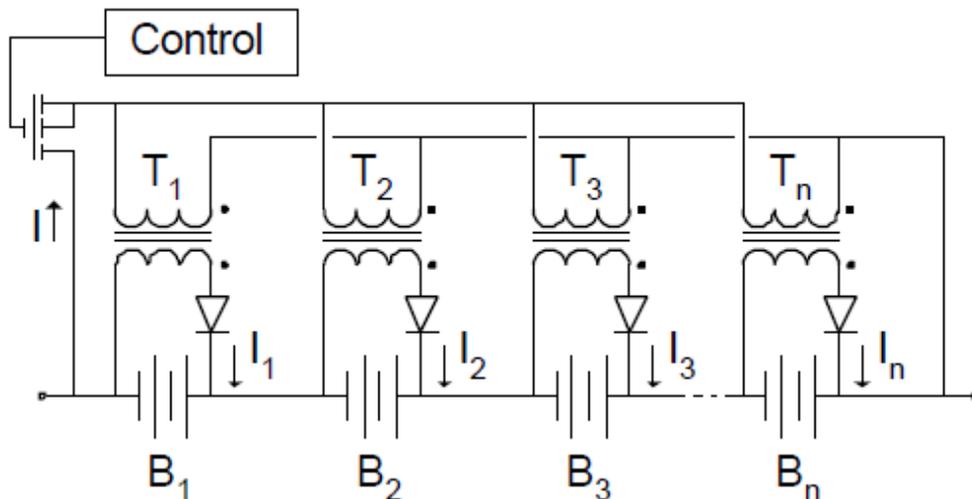


Figure 3.12 Méthode d'équilibrage à transformateur multiple

L'avantage avec cette approche est que chaque cellule possédant son propre circuit magnétique, l'ajout d'une autre cellule est aisé.

La méthode du transformateur partagé convient pour des applications du type véhicule hybride ou électrique.

3.2.2.2.3 Shunt contrôlé par PWM

Dans cette configuration décrite à la **Figure 3.13**, deux cellules voisines $BC1$ et $BC2$ sont alternativement connectées à une bobine via une paire complémentaire de transistors MOS (PMOS et NMOS). La **Figure 3.14 (a)** montre les chronogrammes des différents signaux du système. Les transistors sont commandés par un oscillateur qui débite un signal carré de rapport cyclique égal 50%. Le commande PWM s'effectue à l'aide d'un BMS qui contrôle deux résistances variables $RC1$ et $RC2$. Si la tension V_1 de la cellule $BC1$ est supérieure à la tension V_2 de $BC2$, la valeur de la résistance $RC1$ est augmentée progressivement. Le signal appliqué aux grilles des transistors est en régime transitoire (voir la **Figure 3.14 (b)**). Par conséquent, le temps de conduction de S_1 et le temps de blocage de S_2 sont élargis (voir **Figure 3.14 (c) et (d)**), un courant i_L (**Figure 3.14 (e)**) circule dans la cellule $BC2$. De même si V_2 est supérieure à V_1 , la valeur de $RC2$ est augmentée, un courant i_L circule dans $BC1$. Enfin, si V_2 et V_1 sont égaux, les deux résistances sont élevées jusqu'à la plus grande valeur possible, le courant sur les deux grilles est presque nul, ce qui cause le blocage de la paire de commutateurs. Il n'y a donc pas de perte de puissance.

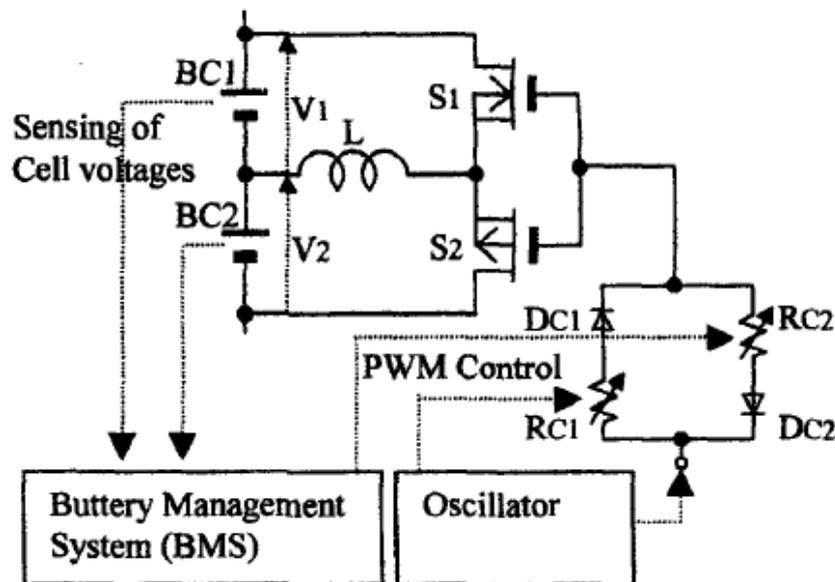


Figure 3.13 Equilibrage par shunt contrôlé par PWM

L'inconvénient de cette technique est qu'elle nécessite un nombre de $2 \times (n - 1)$ commutateurs et $n - 1$ bobines inducteur.

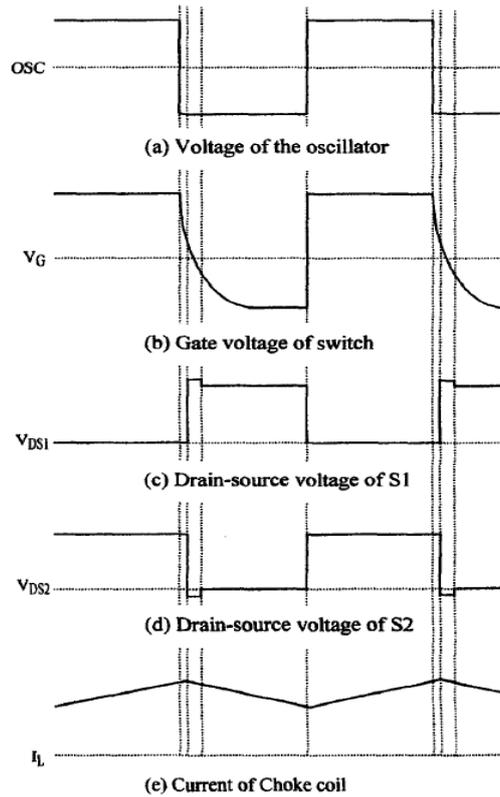


Figure 3.14 *Tracé des différents signaux*

3.2.2.2.4 Convertisseur résonnant

La méthode à convertisseur résonnant est semblable à la méthode de shunt par PWM du paragraphe précédent, à la seule différence qu’à la place du circuit générateur du signal PWM, un circuit résonnant est utilisé pour transférer l’énergie et enclencher les transistors MOS via les éléments actifs L_I et C_I .

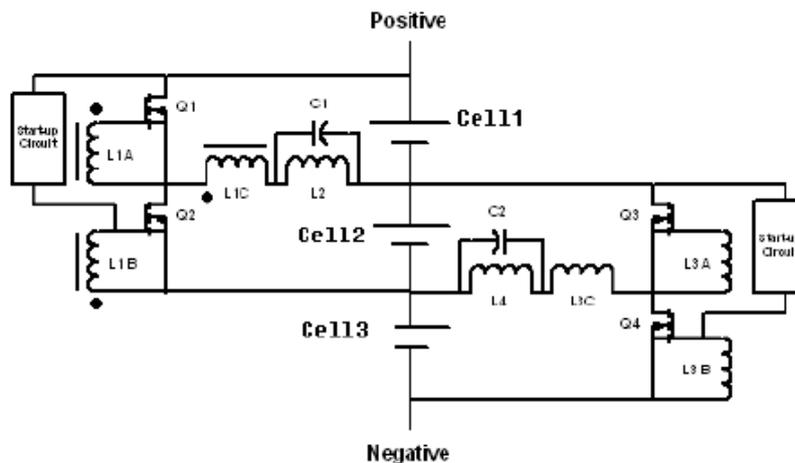


Figure 3.15 *Equilibrage par convertisseur résonnant*

3.2.2.2.5 Le boost shunting

Dans la méthode du « boost shunting » illustrée par la **Figure 3.16**, la tension de chaque cellule est mesurée et le commutateur de la cellule avec la plus haute tension sera activé par un régulateur. L'énergie est stockée dans la bobine, puis redistribuée dans les cellules en aval.

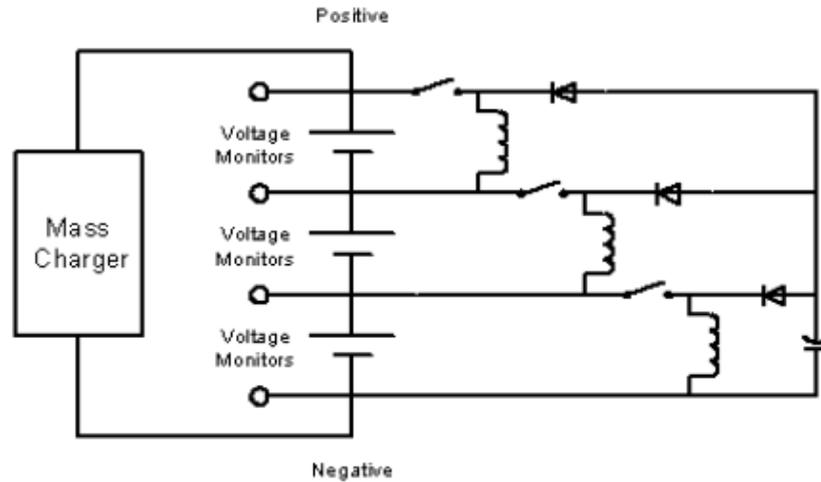


Figure 3.16 *Equilibrage par le boost shunting*

3.2.2.3 Système d'équilibrage actif à partage de bus

La société Aéroflex a mis au point un système d'équilibrage qui utilise un circuit commun à toutes les cellules appelé bus de partage ou « share bus » dont la tension est la moyenne des tensions des cellules du pack (voir **Figure 3.17**). Dans cette configuration, les capteurs ne sont pas nécessaires pour la mesure des tensions. Les convertisseurs bidirectionnels DC/AC distribuent la charge entre les cellules. Cette architecture minimise les pertes de commutation, réduit les disparités de températures et les rythmes de vieillissement des composants (Altemose et al. 2011).

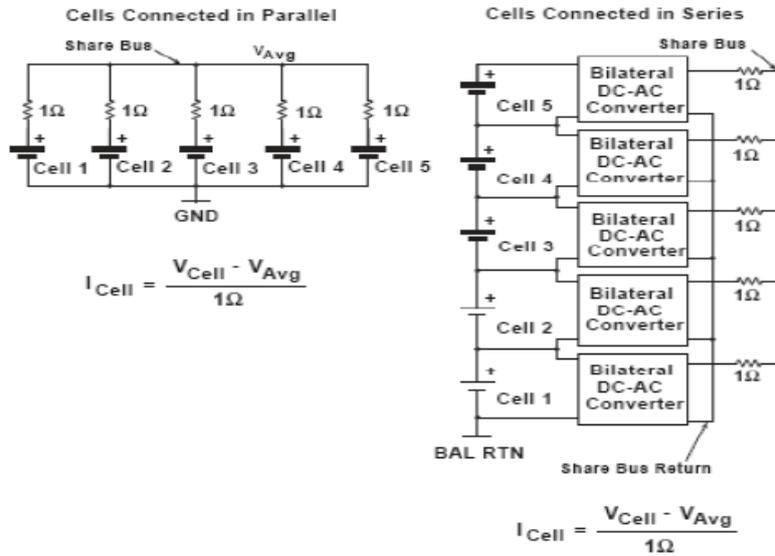


Figure 3.17 *Système d'équilibrage à partage de bus*

On définit le courant d'équilibrage comme suit :

$$I_{cell} = \frac{V_{cell} - V_{avg}}{1\Omega} \tag{3.2}$$

V_{avg} représentant la tension moyenne dans le pack.

A titre d'exemple, considérons un pack de 24 cellules de tension moyenne 4V, La cellule 6 est supposée avoir une tension de 3.9V, son déséquilibre est donc de 0.1V. Le courant d'équilibrage correspondant est à 100mA et chaque cellule cède donc un courant de $\frac{100}{23} = 4.348 \text{ mA}$ à travers le bus de partage. La tension de la cellule 6 augmente tandis que les tensions des autres cellules décroissent, toutes convergent asymptotiquement vers la moyenne.

3.2.3 Bilan sur l'analyse bibliographique

Parmi l'ensemble des méthodes discutées dans les paragraphes précédents, les méthodes d'équilibrage actif sont les plus intéressantes d'un point de vue énergétique. Elles sont cependant plus complexes à mettre en œuvre et ne sont pas toujours applicables dans le domaine de l'automobile. Cette caractéristique n'est pas toujours précisée dans la littérature tant le domaine d'application des batteries lithium ion est étendu. De même, il n'est pas bien précisé si ces méthodes peuvent fonctionner sur toutes les phases de fonctionnement du pack ou seulement lors de la charge ou encore au repos. Ceci pose une indétermination sur ce qui est réellement équilibré.

En effet pour ces méthodes actives, il semble que l'équilibrage soit effectué à partir de l'information de mesure de tension et non d'état de charge. Compte tenu de la disparité des caractéristiques des cellules d'un même pack (qui peut s'accroître avec le vieillissement), il n'y a pas de corrélation directe entre état de charge et tension de cellule en dehors des tensions de relaxation et encore à condition de connaître la courbe de tension à vide en fonction du SOC pour chaque cellule, courbe qui évolue avec le vieillissement ! Aussi, équilibrer les tensions au cours du fonctionnement du pack, ne veut donc pas dire équilibrer l'état de charge de chaque cellule.

Pour conclure et comme cela a été précisé en introduction, la suite de ce travail sera placée dans le contexte de l'équilibrage passif avec résistance de shunt.

3.3 Cahier des charges et proposition d'une méthode d'équilibrage

Le module expérimental utilisé dans le cadre des présents travaux est constitué de 6 cellules lithium-ion soit 3 bi-cellules en série, chacune constituée de 2 cellules en parallèle. La tension de chaque bi-cellule (2 cellules en parallèle) est mesurée et le courant traversant l'ensemble du pack est également mesuré. Le BMS associé à ce pack ne peut assurer qu'un équilibrage passif. Comme l'illustre la **Figure 3.18** le système d'équilibrage est en effet constitué d'une résistance R_{shunt} en parallèle d'une bi-cellule et commandé par un transistor Mosfet.

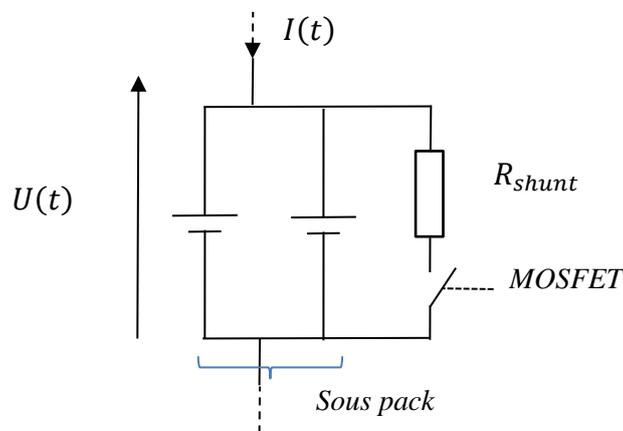


Figure 3.18 Système d'équilibrage à partage de bus

La résistance de shunt apparaissant sur la **Figure 3.18** a une valeur de 10Ω ce qui, compte tenu de la tension aux bornes de la bi-cellule conduit à un courant d'équilibrage de l'ordre de 300 à 400 mA.

Actuellement, l'équilibrage du pack s'effectue :

- au repos, ce qui est le plus simple à mettre en œuvre à partir d'une simple mesure de tension qui elle reflète l'état de charge de la bi-cellule, mais qui est le moins intéressant énergétiquement puisque les phases de repos pendant lesquelles le BMS est actif sont plus rares que les phases de roulage par exemple.
- en fin de charge, ce qui permet au pack complet de retrouver la capacité de la cellule de plus basse capacité. Plus précisément, l'équilibrage en fin de charge permet de ramener le problème d'équilibrage du SOC à un problème d'équilibrage de tension car le vieillissement et les variabilités de fabrication impacte peu la courbe de tension à vide sur la partie haute (donc fin de charge).

En plus le courant de décharge par shunt étant faible, on n'est pas gêné par les variations d'impédance entre cellules. Mais ici encore, la disponibilité et la durée de ces phases reste potentiellement faible ce qui conduit à un équilibrage potentiellement très long.

L'objectif est à présent la conception d'un système d'équilibrage qui permettrait l'équilibrage durant toute la recharge ou mieux encore, quelle que soit la phase de fonctionnement. L'intérêt d'un équilibrage tout au long de la charge et même quel que soit le fonctionnement est de rendre « transparent » les temps d'équilibrage. Par contre, cela nécessite une très bonne connaissance des caractéristiques des cellules, caractéristiques qui changent fonction du vieillissement, et de la température.

La **Figure 3.19** décrit le système d'équilibrage qui va être proposé. Ce système est composé d'estimateurs d'état de charge pour chaque bi-cellule. Ces bi-cellules seront assimilés par la suite à une unique cellule lithium-ion. Pour chaque bi-cellule, les estimateurs utilisent le courant et la tension de la bi-cellule pour déduire l'état de charge de la bi-cellule. Les estimateurs embarquent un modèle de la bi-cellule. Ce modèle est le modèle mono-électrode étudié au chapitre 2. Chaque fois que la méthode d'invalidation l'impose (voir chapitre 2), le modèle est recalé en utilisant les algorithmes présentés au chapitre 2 pour redéfinir la loi de tension à vide et les paramètres du modèle mono-électrode.

Les informations de *SOC* issues des différents estimateurs sont utilisées par un générateur de consigne qui définit le *SOC* de référence pour chaque bi-cellule pour atteindre l'équilibrage souhaité. Selon les cas, qui seront explicités par la suite, ce générateur de référence peut aussi décider que les *SOCs* des différentes bi-cellules ne soit pas à ajuster.

Pour finir, la consigne de *SOC* est utilisée comme référence de boucles de régulation qui agissent sur le transistor Mosfet et la résistance de shunt en parallèle de chaque bi-cellule pour forcer son *SOC* à atteindre le *SOC* de référence. A noter que cet actionneur ne peut que provoquer une baisse de *SOC*, ce qui doit être pris en compte dans l'algorithme d'équilibrage.

Les paragraphes suivants décrivent les différents éléments qui constituent le système d'équilibrage de la **Figure 3.19**, à savoir :

- l'estimateur d'état de charge ;
- le générateur de consigne de *SOC* ;
- la boucle de régulation de *SOC*.

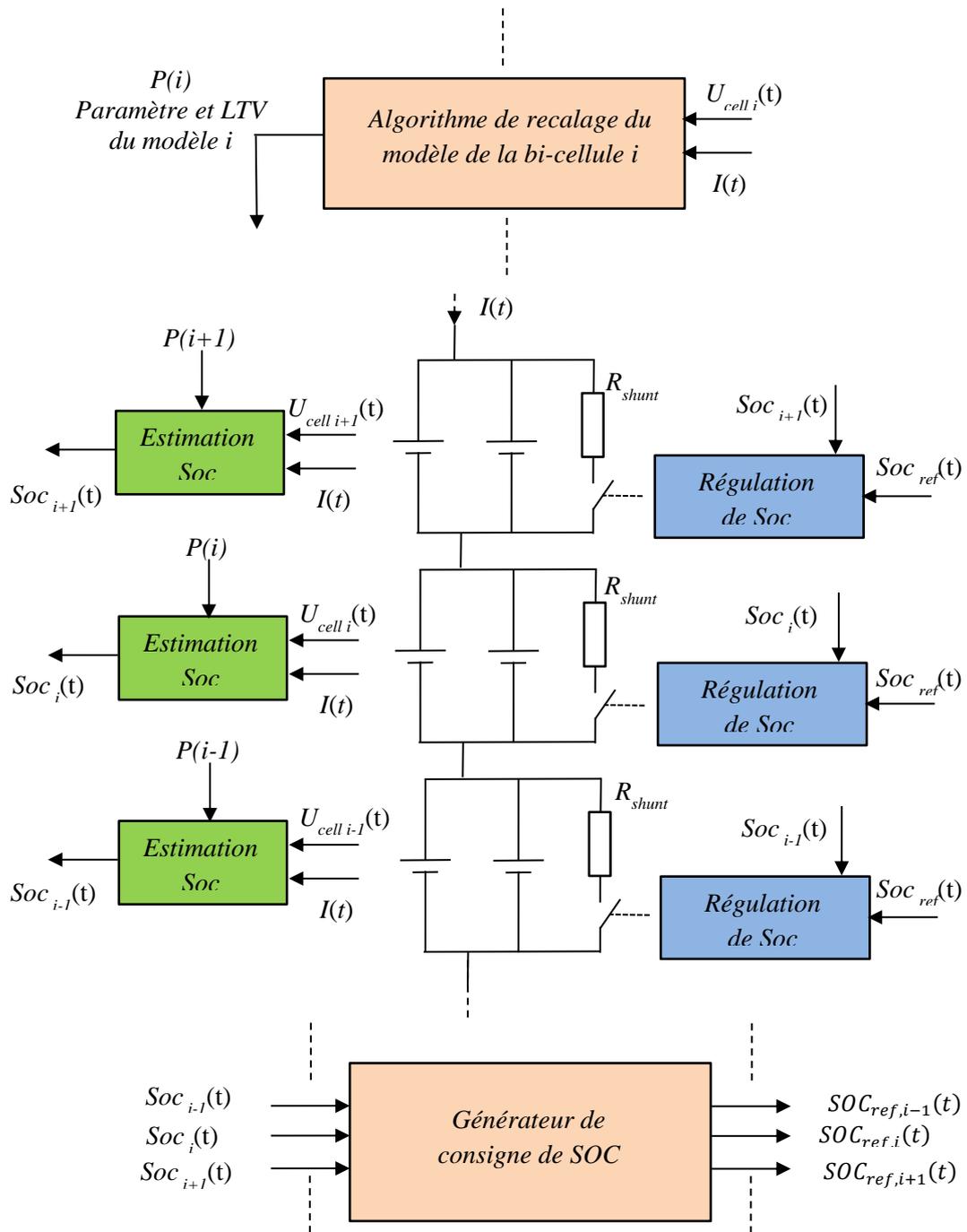


Figure 3.19 Système d'équilibrage proposé

3.4 Estimation de l'état de charge

Compte tenu de la modélisation proposée au chapitre 2, le modèle d'une cellule lithium-ion retenu dans ce paragraphe est linéarisé autour d'un état de charge donné noté SOC_0 et représenté par la **Figure 2.34**.

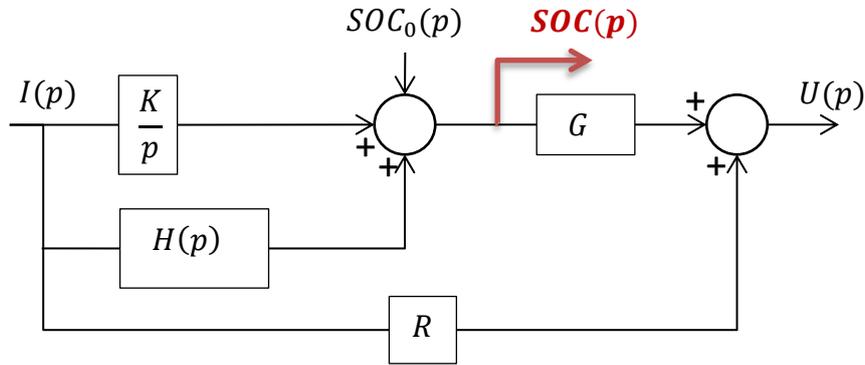


Figure 3.20 *Modèle linéaire aux petites variations*

Partant d'un tel modèle, un observateur d'état de charge basé sur un retour dynamique de l'erreur entre la tension de l'accumulateur et la tension modèle, peut être construit. Cet estimateur est décrit par la **Figure 3.21**.

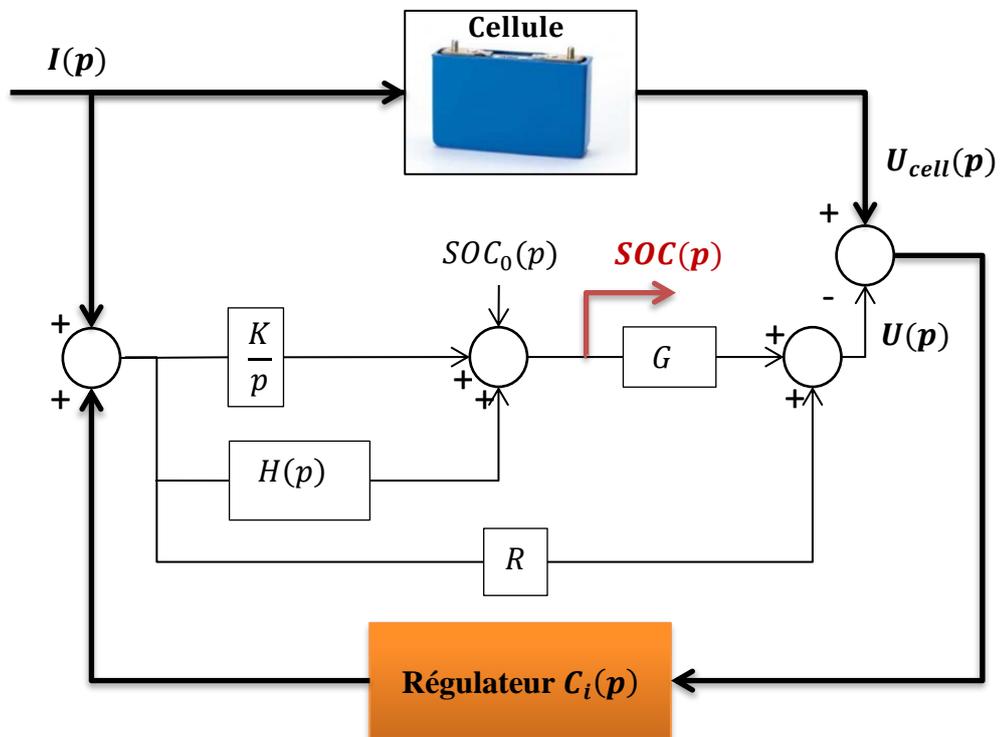


Figure 3.21 *Estimateur d'état de charge basé sur un observateur d'état*

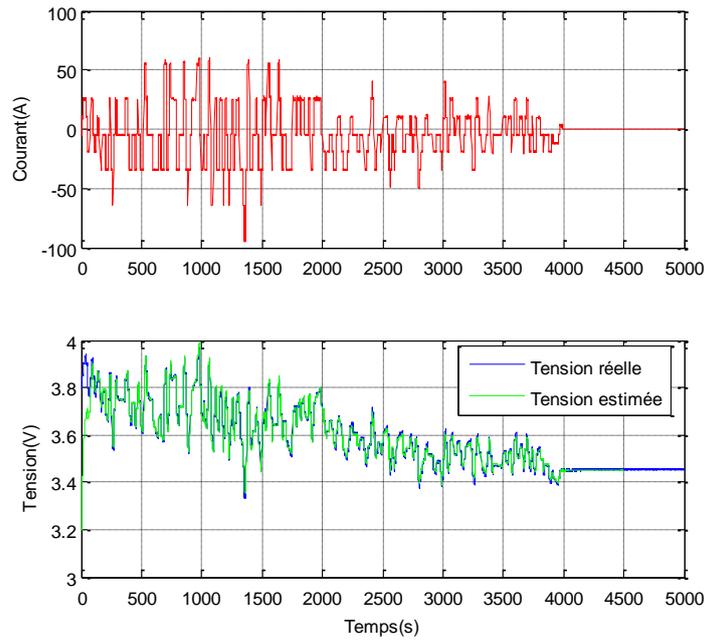
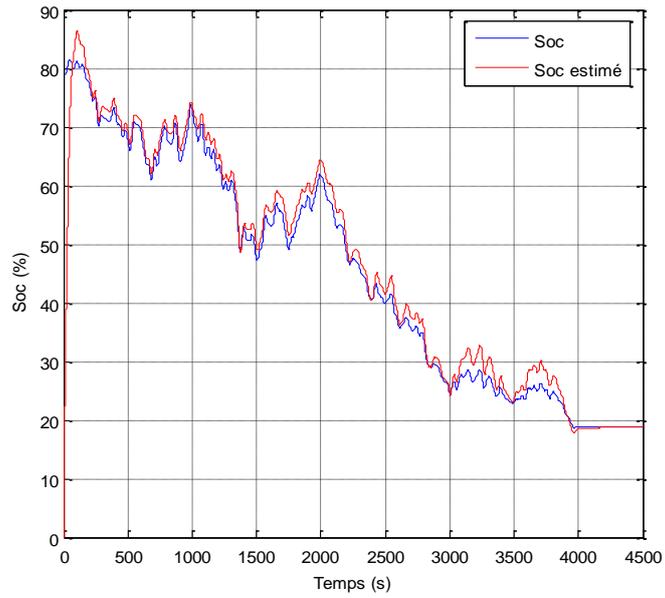
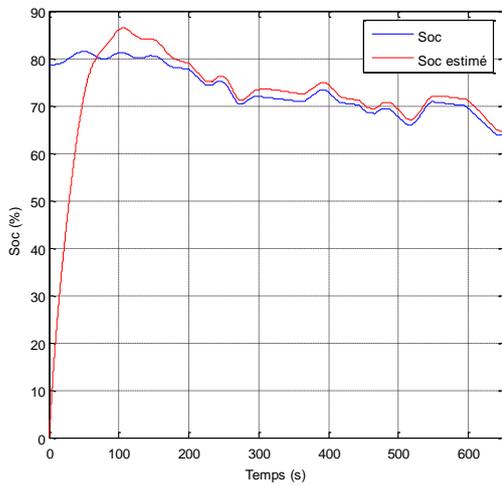


Figure 3.22 Essai pour l'estimation de l'état de charge d'un accumulateur lithium-ion, $T = 25^{\circ}C$

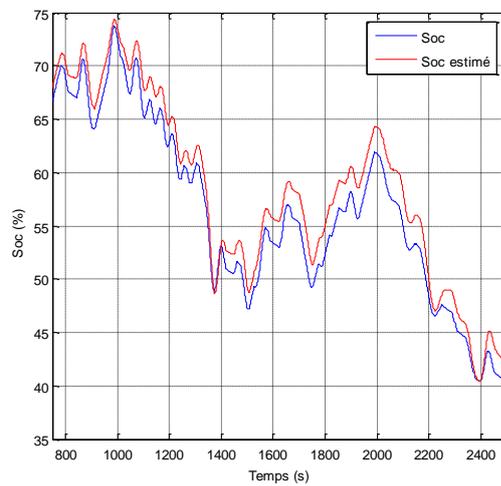
Pour étudier les possibilités d'un tel estimateur, le correcteur $C_i(p)$ est dans un premier temps un simple gain de forte valeur soit $C_i(p) = 10^4$. La **Figure 3.23** présente une comparaison entre l'état de charge estimé par l'observateur de la **Figure 3.21** et l'état de charge réel de l'accumulateur, pour l'essai de la **Figure 3.22**. L'état de charge réel est évalué en intégrant le courant avec une constante d'intégration K . La comparaison entre l'état de charge réel et l'état de charge estimé est représentée sur la **Figure 3.23**.



(a)



(b)



(c)

Figure 3.23 Comparaison entre l'état de charge réel et l'état de charge estimé

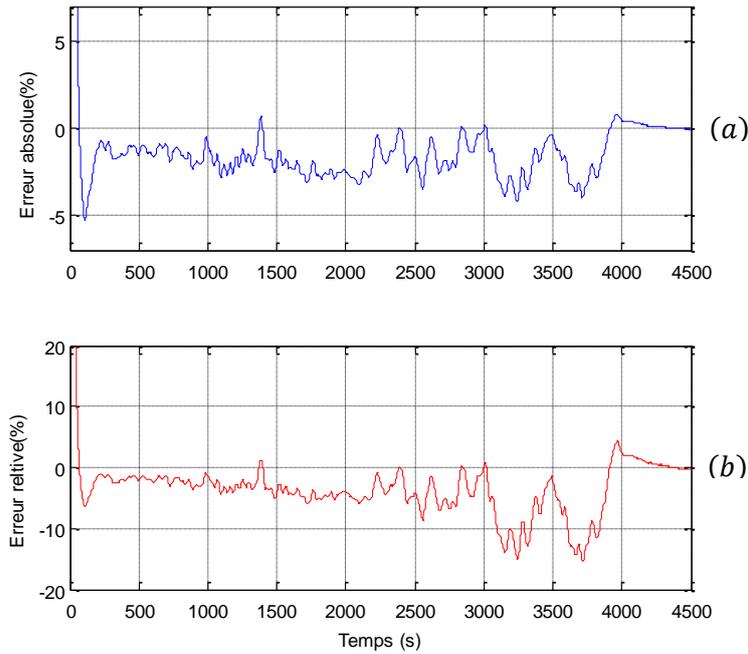


Figure 3.24 Erreur absolue (a) et relative (b) entre l'état de charge réel et l'état de charge estimé

L'erreur relative d'estimation de l'état de charge est voisine de 10% comme l'illustre la **Figure 3.24**. Cependant on constate qu'avec une telle structure d'observation, l'augmentation du gain de correction ne modifie pas la dynamique de rejet de l'erreur d'observation définie par le système d'équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} U(p) = (R + H(p)G) \cdot I(p) + G \cdot \left(\frac{SOC_0}{p} + \frac{KI(p)}{p} \right) \\ \widehat{U}(p) = \left(K_2(p) + \frac{K}{p} G \right) \left(I(p) + C_i(p) (U(p) - \widehat{U}(p)) \right) \\ SOC(p) = \frac{K}{p} I(p) + \frac{SOC_0}{p} \\ \widehat{SOC}(p) = \frac{K}{p} \left(I(p) + C_i(p) (U(p) - \widehat{U}(p)) \right) \end{array} \right. \quad (3.3)$$

Avec

$$K = \frac{1}{3600Q_{nom}} ; H(p) = \frac{K}{p} \left(\left(1 + \frac{p}{\omega_c} \right)^{0.5} - 1 \right) \text{ et } K_2(p) = R + H(p)G$$

Soit

$$\begin{aligned} \varepsilon(p) &= SOC(p) - \widehat{SOC}(p) = \frac{C_i K_2(p) + 1}{C_i(p)K_2(p) + C_i(p)G \frac{K}{p} + 1} \frac{SOC_0}{p} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{C_i(p)GK}{p(1 + C_i(p)K_2(p))}} \frac{SOC_0}{p} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Pour comprendre ce problème, la relation (3.4) est à présent analysée. Cette relation montre que la dynamique de rejet de l'erreur d'observation correspond à la dynamique de la fonction de sensibilité du système bouclé équivalent de la **Figure 3.25**. Pour assurer une convergence vers 0 de l'erreur d'estimation de l'état de charge, le correcteur $C_i(p)$ devra donc être synthétisé de sorte que la transmittance en boucle ouverte $C_i(p)GK / (p(1 + C_i K_2(p)))$ respecte le théorème de Nyquist.

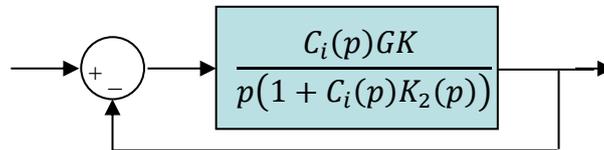


Figure 3.25 *Système équivalent*

Lorsque le module de $C_i(p)$ tend vers l'infini (plutôt en basse fréquence), on remarque que :

$$\left| \frac{C_i(p)}{1 + C_i(p)K_2(p)} \right| \cong \left| \frac{1}{K_2(p)} \right| \quad (3.5)$$

La bande passante de la dynamique de l'erreur d'observation est donc définie pour la valeur ω_u telle que

$$\left| \frac{G}{p} \frac{K}{K_2(p)} \right| \cong 1 \dots p = j\omega_u \quad (3.6)$$

La relation (3.6) ne dépend plus du correcteur $C_i(p)$ et explique pourquoi, au-dessus d'une certaine pulsation, le correcteur $C_i(p)$ n'affecte plus la dynamique de rejet de l'erreur d'observation.

Par contre ce type de structure d'observation peut s'avérer utile en présence d'un biais sur la mesure du courant. Ce biais est représenté par le terme Δ_I sur la **Figure 3.26**.

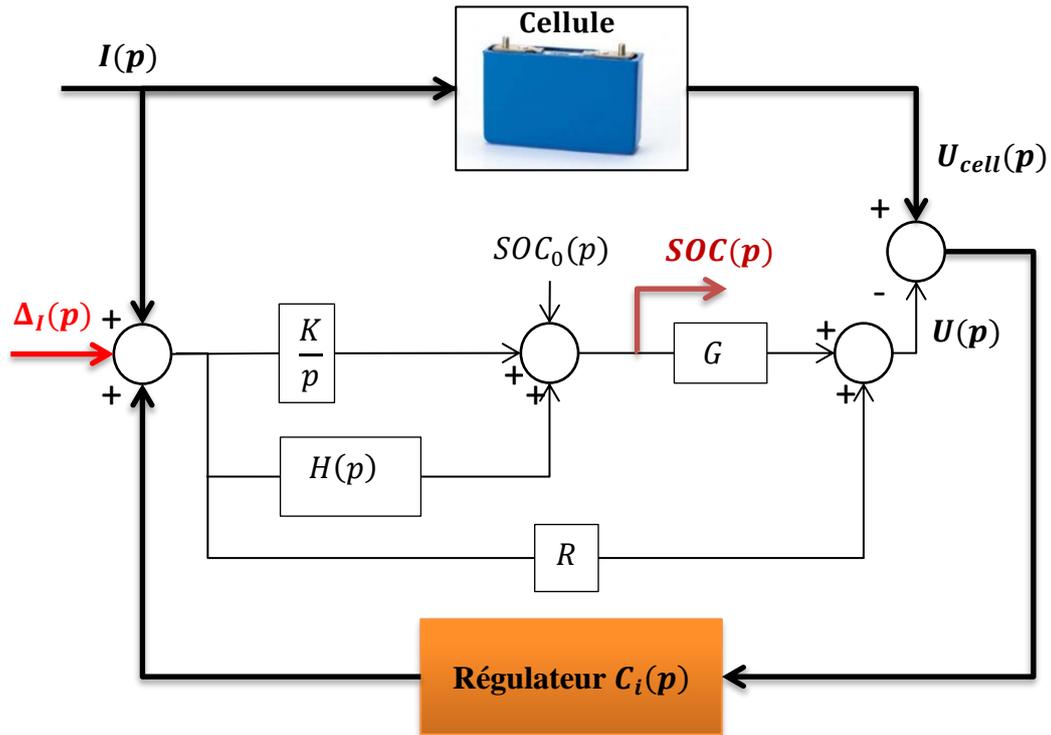


Figure 3.26 Estimateur d'état de charge basé sur un observateur d'état avec prise en compte d'un biais de courant

En présence d'un biais de mesure sur le courant, la relation (3.4) devient :

$$SOC(p) - \widehat{SOC}(p) = \frac{[C_i(p)K_2(p) + 1] \frac{SOC_0}{p} - \frac{K}{p} \Delta_I(p)}{C_i(p)K_2(p) + C_i(p)G \frac{K}{p} + 1} \quad (3.7)$$

En supposant le biais constant et de valeur Δ_I , son effet sur la dynamique de rejet de l'erreur d'observation s'analyse en étudiant la limite

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{\frac{K}{p}}{C_i(p)K_2(p) + C_i(p)G \frac{K}{p} + 1} \Delta_I(p) \quad (3.8)$$

sachant que

$$H(p) = \frac{K}{p} \left(\left(1 + \frac{p}{\omega_c} \right)^{0.5} - 1 \right) \cong \frac{K}{2\omega_c} \text{ lorsque } p \rightarrow 0 \quad (3.9)$$

En introduisant une action intégrale dans le correcteur, soit $C_i(p) \leftarrow C_i(p) / p$, il vient alors :

$$\lim_{p \rightarrow 0} \frac{\frac{K}{p} \Delta_I(p)}{\frac{C_i(p)}{p} \frac{K}{2\omega_c} + \frac{C_i(p)}{p} G \frac{K}{p} + 1} = 0 \quad (3.10)$$

Donc, le biais de mesure peut être éliminé grâce au correcteur C_i si ce dernier a une action intégrale. La **Figure 3.27** montre que pour un biais sur le courant de 10 ampères, les résultats au niveau de l'estimation de l'état de charge restent les mêmes que ceux présentés **Figure 3.23**.

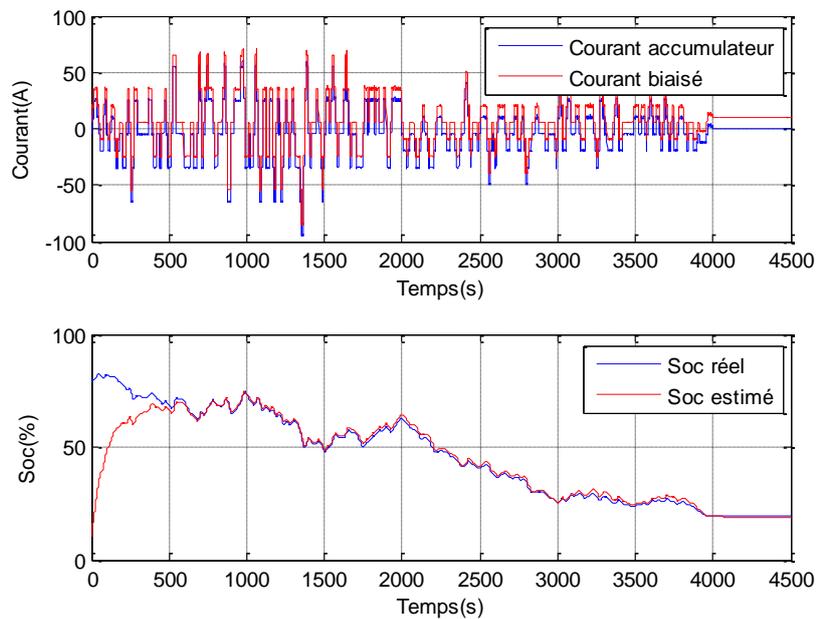


Figure 3.27 Comparaison entre l'état de charge réel et l'état de charge estimé avec un biais sur le courant

Malgré son intérêt vis à vis des biais sur la mesure du courant, la structure de la **Figure 3.21**, ne permet pas de contrôler la dynamique de rejet de l'erreur d'observation. Une nouvelle structure d'observation doit être envisagée. Elle est décrite par le schéma de la **Figure 3.28**. Contrairement à la première structure, l'erreur entre la tension de l'accumulateur et la tension produite par le modèle est utilisée pour directement affecter l'état de charge.

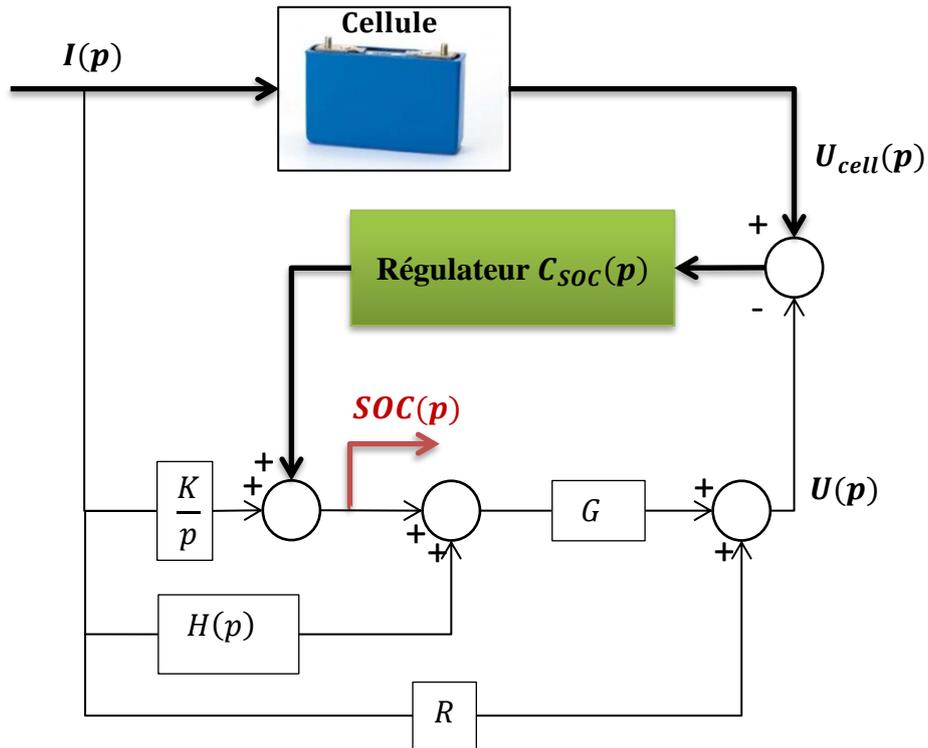


Figure 3.28 Observateur d'état de charge avec retour sur la variable Soc

La dynamique de l'erreur d'observation est à présent définie par la relation :

$$SOC(p) - \widehat{SOC}(p) = \frac{1}{C_{SOC}(p)G + 1} \frac{SOC_0}{p} \quad (3.11)$$

Cette relation met en évidence qu'il est à présent facile de contrôler la dynamique de l'erreur d'observation via le régulateur $C_{SOC}(p)$. Le correcteur $C_{SOC}(p)$ doit notamment assurer la stabilité du système bouclé de boucle ouverte $C_{SOC}(p)G$. Le gain G correspond au gain équivalent de la loi de tension à vide, c'est-à-dire à sa pente. Comme l'illustre la **Figure 3.29**, la valeur nominale de ce gain est évalué à :

$$G \cong \frac{0,675}{100}. \quad (3.12)$$

La **Figure 3.29** met également en évidence des variations du gain équivalent en fonction de l'état de charge qui ont été évaluées à $\pm 20\%$. Le correcteur $C_{SOC}(p)$ devra donc être robuste vis-à-vis de cette variation de gain et pourra par exemple être un correcteur *CRONE* de première génération défini par la relation :

$$C_{soc}(p) = K \frac{\left(1 + \frac{p}{\omega_b}\right)}{\frac{p}{\omega_b}} \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}}\right)^v \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_h}\right)^2}. \quad (3.13)$$

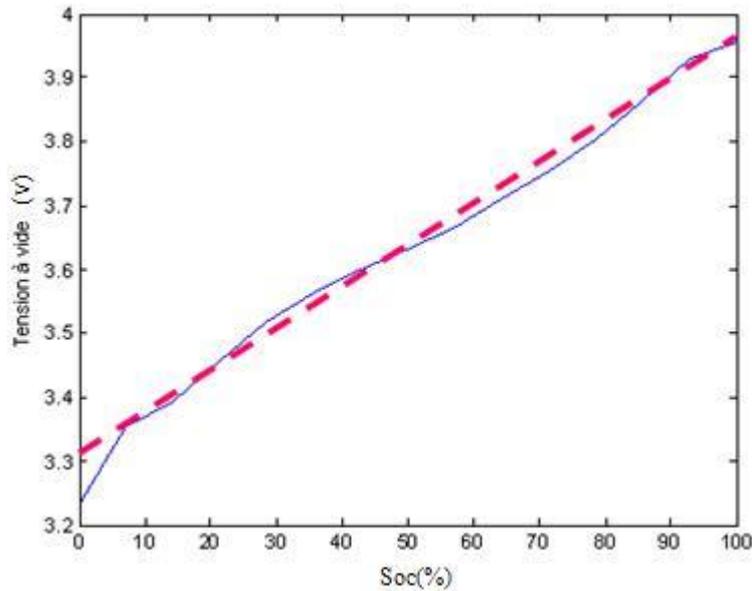


Figure 3.29 Valeur nominale du gain équivalent de la loi de tension à vide

Les graphiques de la **Figure 3.30** présentent une comparaison entre l'état de charge estimé et l'état de charge réel de l'accumulateur. La **Figure 3.31** présente quant à elle l'erreur relative d'observation. Ce résultat a été obtenu avec un correcteur $C_{soc}(p)$ CRONE de première génération qui assure une pulsation au gain unité égale à $\omega_u = YYY$ pour la boucle ouverte équivalente $C_{soc}(p)G$. Pour assurer la robustesse du degré de stabilité, les pulsations ω_b et ω_h seront respectivement définies par $\omega_b = \omega_u/5$ et $\omega_b = \omega_u * 5$. Par rapport à la structure d'observation décrite par la **Figure 3.26**, on note que l'erreur d'observation a légèrement diminuée et reste inférieure à 3%.

La **Figure 3.30** et la **Figure 3.31** mettent en évidence une persistance de l'erreur d'observation qu'il convient d'analyser. Pour cela, la **Figure 3.32** propose une comparaison entre l'erreur d'observation de l'état de charge et l'erreur absolue entre la tension issue du modèle mono-électrode et la tension de l'accumulateur. Cette figure indique que l'erreur d'observation est très fortement corrélée à l'erreur de modélisation.

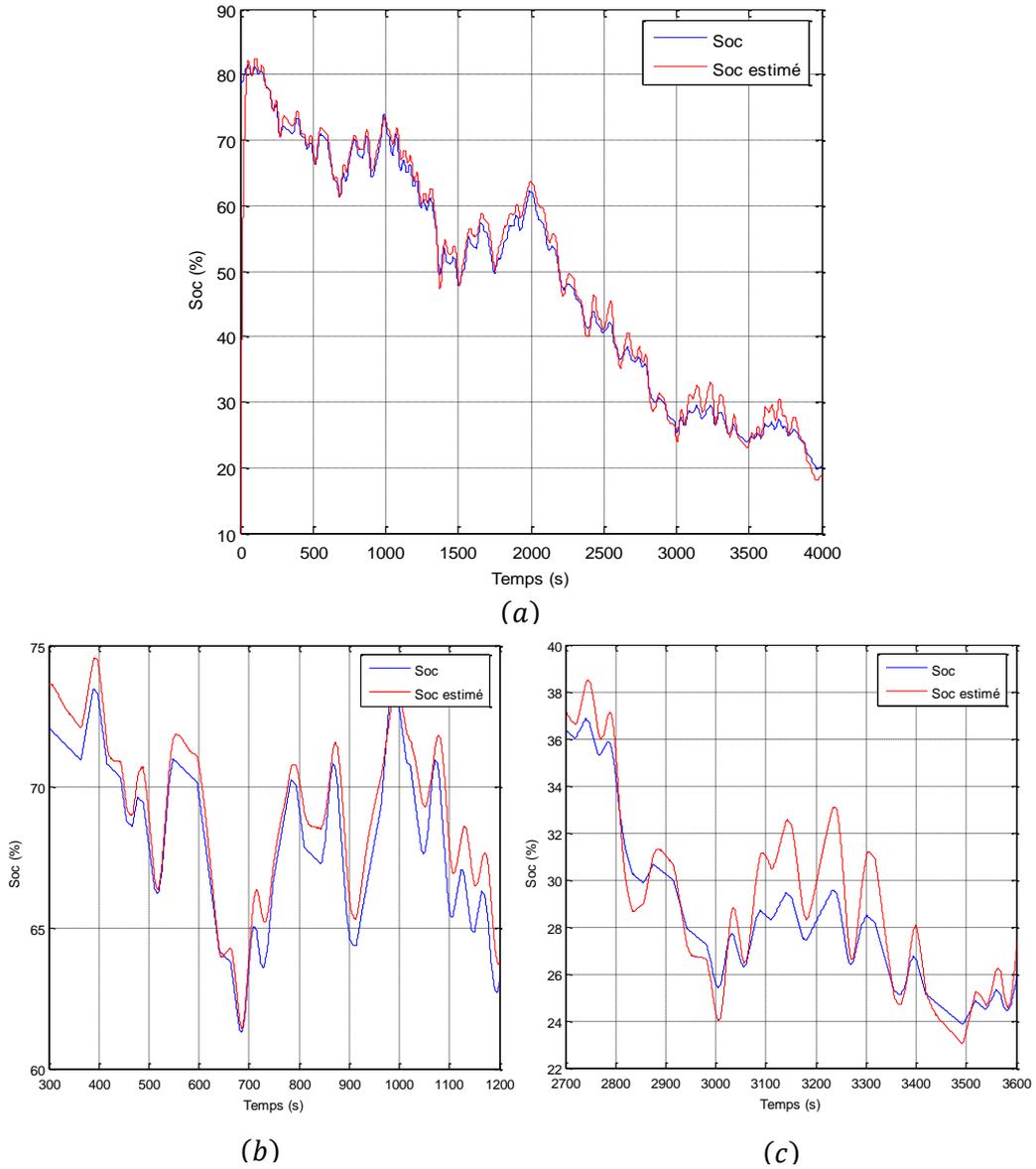


Figure 3.30 Comparaison entre l'état de charge réel et l'état de charge estimé

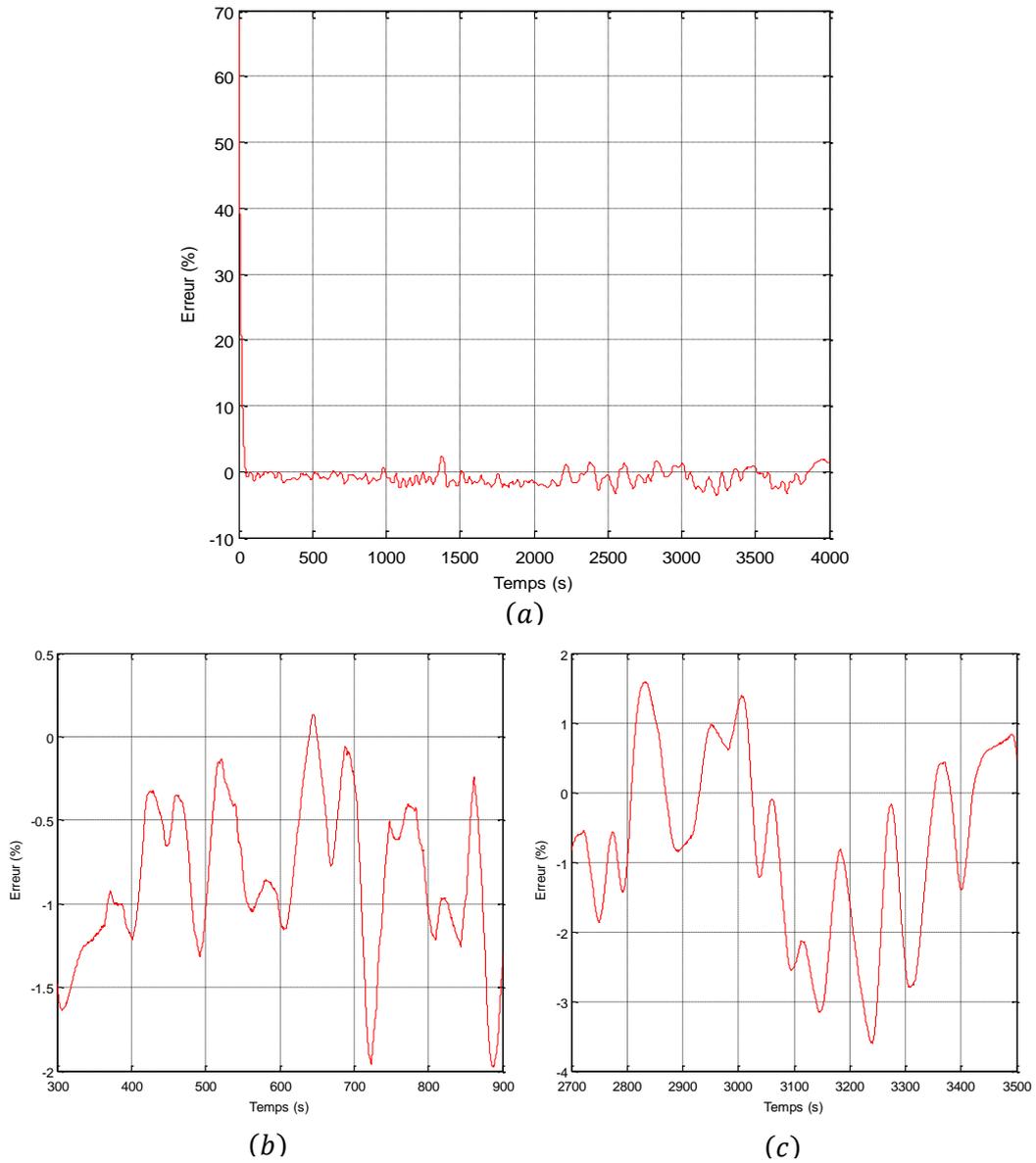


Figure 3.31 Erreur relative entre l'état de charge estimé et l'état de charge réel

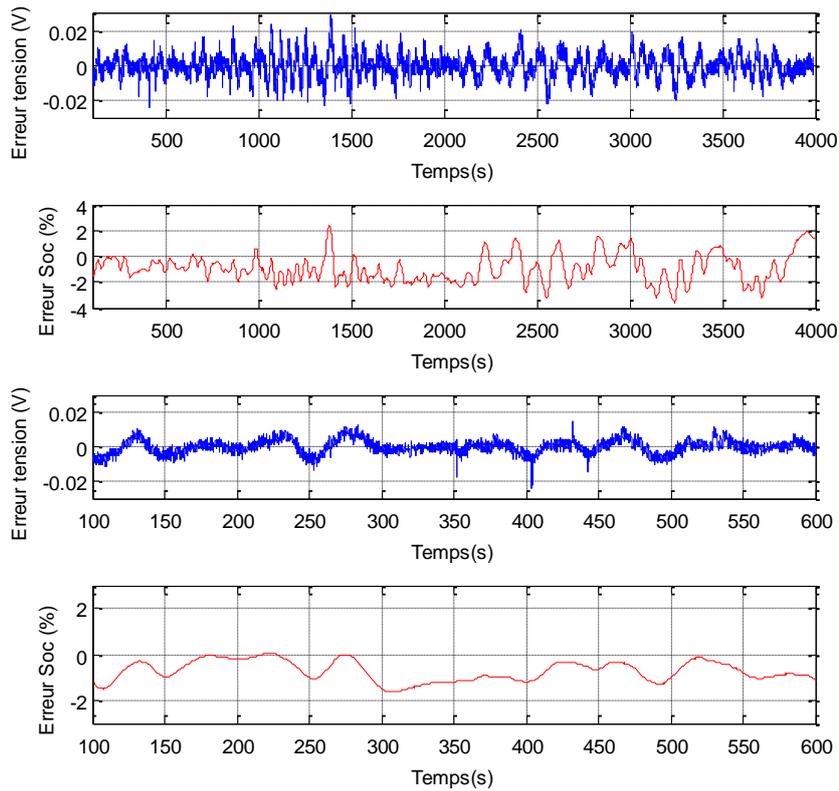


Figure 3.32 Comparaison de l'erreur d'estimation de l'état de charge et de l'erreur de modélisation sur la tension de l'accumulateur

Dans la configuration de la **Figure 3.28**, la source principale d'erreur de modélisation provient d'erreurs paramétriques sur la fonction de transfert $H(p)$ ou de dynamiques non modélisées qu'il est toujours possible d'imputer à la fonction de transfert $H(p)$ ou encore à une mauvaise connaissance de la loi de tension à vide.

En conclusion, afin d'assurer

- une dynamique d'annulation de l'erreur d'observation de Soc satisfaisant,
- une immunité aux biais de mesure de courant,
- une erreur d'estimation du *SOC* faible,

l'observateur de la **Figure 3.33**, combinant un retour sur le courant et un retour sur la variable Soc sera utilisé avec une remise à jour périodique du modèle embarqué dans l'observateur de sorte qu'il représente fidèlement la cellule.

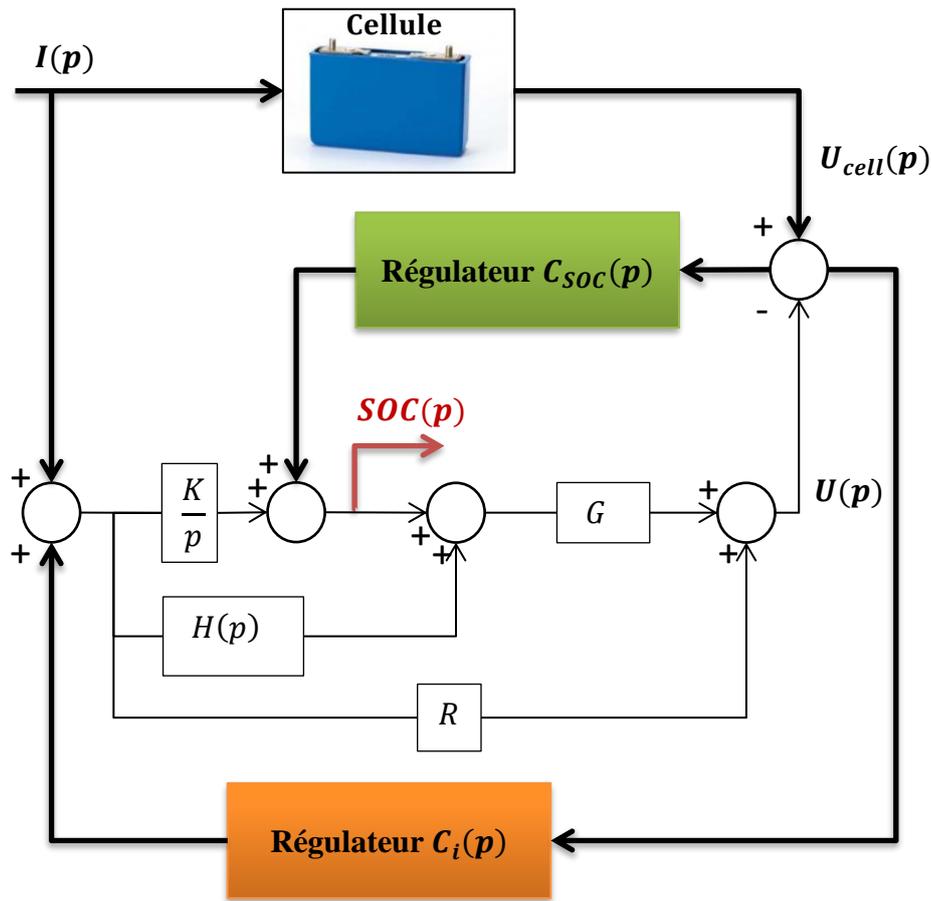


Figure 3.33 Observateur combinant un retour sur le courant et sur l'état de charge

3.5 Détermination de la consigne de SOC

3.5.1 Définitions et notations

Par la suite, les notations suivantes seront utilisées :

- U_i : tension de la cellule i
- U_{max} : tension maximale admise par une cellule
- U_{min} : tension minimale admise par une cellule
- E_i : tension à vide de la cellule i
- CTV : courbe de tension à vide

Aucun dispositif de limitation de puissance n'est privilégié dans les développements suivants. A défaut, il sera considéré que le courant est limité sous une forme ou une autre dès qu'une des tensions limites U_{max} ou U_{min} est atteinte.

Afin de clarifier la suite du paragraphe les définitions suivantes sont données.

Définition 3.1

*Dans un module, une cellule est dite limitante en **décharge** lorsqu'elle est responsable du déclenchement du dispositif de limitation de puissance lors d'une phase de décharge. Plus spécifiquement, une cellule est dite limitante en décharge lorsqu'elle est la première à atteindre la tension de fonctionnement minimale U_{min} au cours d'une phase de décharge. ■*

Définition 3.2

*Dans un module, une cellule est dite limitante en **charge** lorsqu'elle est responsable du déclenchement du dispositif de limitation de puissance lors d'une phase de charge. Plus spécifiquement, une cellule est dite limitante en charge lorsqu'elle est la première à atteindre la tension de fonctionnement maximale U_{max} au cours d'une phase de charge. ■*

3.5.2 Détermination des consignes d'équilibrage

Classiquement les consignes d'équilibrages doivent remplir deux objectifs différents suivant que le pack est dans une phase de charge ou de décharge :

- Dans toute **phase de décharge**, l'objectif est de fournir l'énergie maximale récupérable. L'énoncé précédent est simplifié afin de ne considérer que les quantités de charge. Ainsi, dans toute phase de décharge, l'objectif est de fournir la quantité de charge maximale récupérable. Cette quantité maximale est fonction des limites de fonctionnement en décharge ainsi que de la situation respective des différentes cellules du module.

- Dans toute **phase de charge**, l'objectif est de charger le module au maximum. La charge maximale est fonction des limites de fonctionnement en charge ainsi que de la situation respective des différentes cellules du module.

Historiquement dans les travaux de la société PSA Peugeot Citroën, l'équilibrage consistait à égaliser les tensions entre cellules afin d'assurer qu'elles parviennent simultanément aux tensions de fonctionnement U_{min} et U_{max} . Pour une batterie composée de cellules ayant toutes la même CTV cette consigne d'équilibrage paraît pertinente.

Dans la pratique, les cellules d'une même batterie présentent des CTV différentes. Ceci est entre autres dû aux dispersions de fabrication et au vieillissement des cellules. Plusieurs auteurs, parmi lesquels (Einhorn et al. 2011), (Chen & Cheng 2013) et (Xu et al. 2013) ont signalé, à juste titre, qu'il est alors plus judicieux de chercher à égaliser les SOC entre cellules autorisant par là même des disparités de tension du moment que les SOC sont alignés. En effet, les cellules d'un même module, connectées en série sont traversées par le même courant, les transferts de charge sont les mêmes.

Des variantes plus subtiles peuvent être appliquées pour la consigne d'équilibrage. Les auteurs de (Xu et al. 2013) par exemple, équilibrent selon une échelle de priorités. La priorité la plus haute est accordée aux cellules dont le SOC est supérieur à 90% ou inférieur à 20%.

Les auteurs de (Einhorn et al. 2011) quant à eux réalisent un transfert de charge avec un circuit actif en se concentrant sur une seule cellule toujours limitante. Ils considèrent en effet qu'ils seront toujours limités par la cellule à la capacité la plus faible quoiqu'il arrive. La remarque de (Einhorn et al. 2011) semble particulièrement judicieuse et est développée ci-dessous.

En première approximation, il semblerait donc que la cellule limitante en décharge soit systématiquement celle ayant la capacité la plus petite. Sur le schéma de la **Figure 3.34** sont illustrées les CTV de deux cellules connectées en série et numérotées 1 et 2. La cellule 2 est celle ayant la CTV la plus « vieille » ou encore la capacité la plus faible. Les cellules étant connectées en série, elles subissent les mêmes variations de charge. Ainsi, la variation de charge maximale que peuvent subir les cellules 1 et 2 (connectées en série) est égale à ΔQ_{max} . De ce point de vue la cellule n°2 sera donc systématiquement la cellule limitante si l'on suppose que les deux cellules ne subissent pas l'influence de leurs surtensions liées au courant les traversant. Les surtensions n'ont pas d'influence dans le cas où un dispositif de limitation de courant est enclenché à l'approche des tensions limites comme c'est le cas dans les applications de recharge de la batterie. Dans ces cas par exemple, on se place en régulation de tension max donc courant de plus en plus faible avec une surtension faible. Au passage même en charge sans régulation de tension, le courant reste faible donc peu de surtension. Cela se complique si l'on considère des charges rapides. A noter également une différence entre la tension max de recharge et la tension max acceptable par la cellule. Cette dernière sera un peu plus grande que la tension max de charge pour permettre d'accepter une certaine surtension. A

noter enfin qu'en décharge il n'y a pas de régulation de tension et qu'en plus sur un véhicule on va s'arranger pour limiter le courant bien avant d'atteindre ce point pour sauvegarder un peu d'autonomie pour le véhicule ce qui débouche là encore sur une surtension faible.

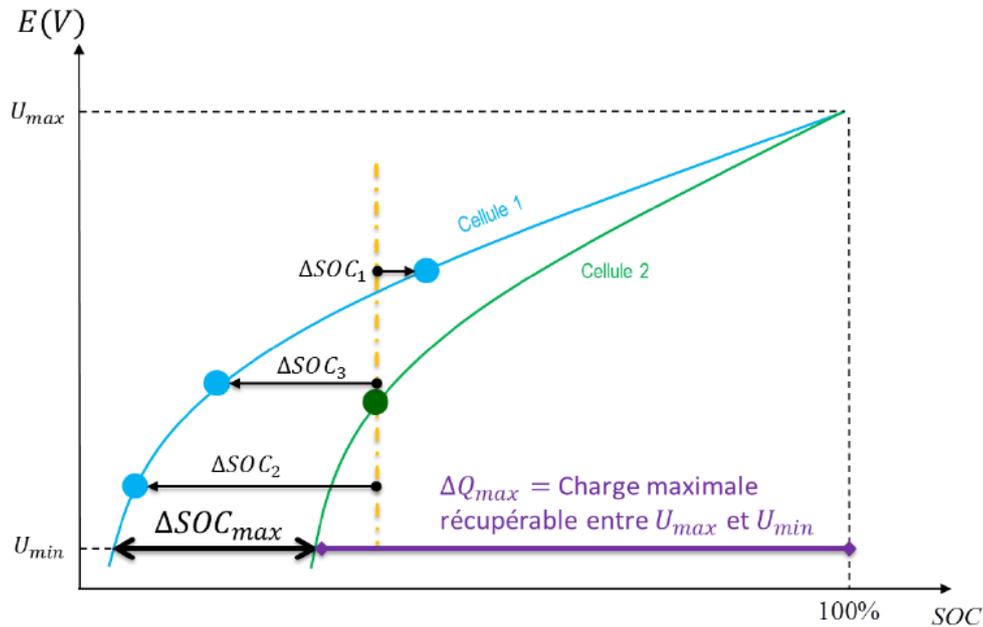


Figure 3.34 Courbes de tension à vide de deux cellules différentes et charge maximale récupérable

Il apparaît à présent qu'il faut faire en sorte que la cellule n°2 soit systématiquement la cellule limitante en décharge et en charge pour les raisons suivantes :

- En décharge : afin de fournir potentiellement la charge maximale
- En charge : afin de charger la cellule limitante pour pouvoir fournir une charge maximale lors d'une phase de décharge à venir.

La désignation de la cellule limitante est fonction de la distance en SOC entre les deux cellules définie ici par :

$$\Delta SOC(t) = SOC_2(t) - SOC_1(t) = SOC_v(t) - SOC_i(t) \quad (3.14)$$

L'acronyme « V » étant affecté à la cellule n°2 qui a la CTV la plus « vieille » donc la capacité la plus faible, les différentes situations sont résumées dans le **Tableau 3.1**.

	V est limitante en charge	V est limitante en décharge	Capacité maximale récupérable en décharge
$\Delta SOC_1 < 0$	NON	OUI	NON
$\Delta SOC_2 > \Delta SOC_{max}$	OUI	NON	NON
$\Delta SOC_3 \in [0; \Delta SOC_{max}]$	OUI	OUI	OUI

Tableau 3.1 Résumé des différentes situations

Pour toute cellule i d'un même pack et autre que la cellule « V », la meilleure consigne, désignée C_0 sera donc:

$$C_0: \forall t, \Delta SOC_i(t) = SOC_v(t) - SOC_i(t) \in [0; \Delta SOC_{max}^i] \quad (3.15)$$

où ΔSOC_{max}^i désigne l'écart de SOC à U_{min} entre la cellule V et la cellule i , soit :

$$\Delta SOC_{max}^i = SOC_v|_{U_v=U_{min}} - SOC_i|_{U_i=U_{min}}. \quad (3.16)$$

En cas de non-respect, les actions suivantes sont requises :

- si $\Delta SOC_i(t) < 0$, il faut shunter la cellule i jusqu'au respect de la consigne C_0 . Dans ce cas, $SOC_{ref,i}(t) = SOC_v(t)$.
- Si pour plusieurs cellules $\Delta SOC_i > \Delta SOC_{max}^i$, alors il faut shunter la cellule v jusqu'à respect de la consigne C_0 par toutes les cellules. Dans ce cas, $SOC_{ref,v}(t) = \min(\{SOC_i(t) + \Delta SOC_{max}^i\}_{i \text{ concernés}})$.

Ces deux actions sont réalisées simultanément.

3.5.3 Prise en compte des variations dynamiques de la tension au lieu de la CTV seule

En réalité, la capacité minimale ne suffit pas car les surtensions et les dispositifs de limitation de puissance sont activés indépendamment du fait que la cellule limitante déclenche le processus d'équilibrage proche de l'équilibre ou pas. Ainsi, sous une sollicitation dynamique, l'information fournie par une tension de cellule $U_i(t)$ contient également des contributions qui ne renseignent en rien sur le transfert d'énergie global opéré dans la cellule. En d'autres termes, $U_i(t)$ ne contient pas uniquement la tension à vide comme illustré sur la **Figure 3.35**.

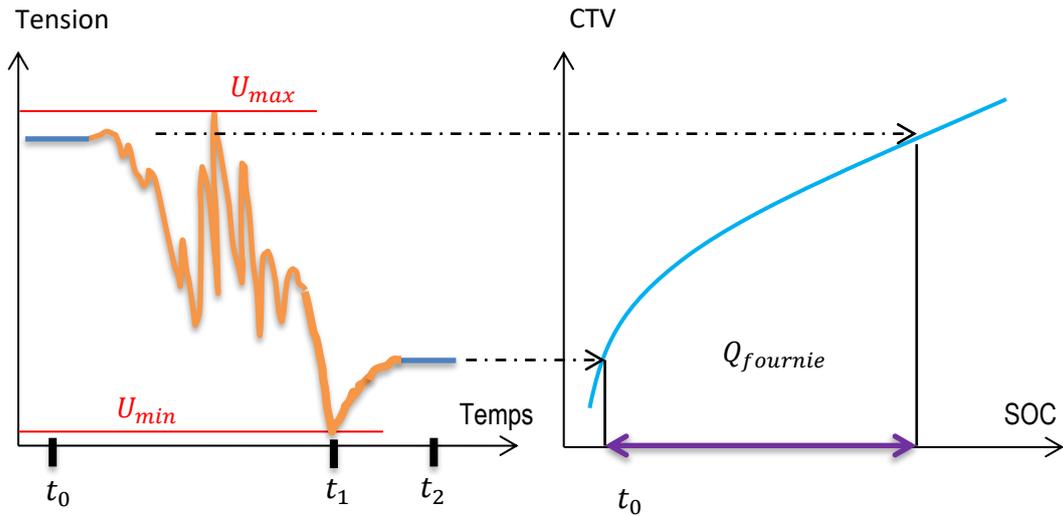


Figure 3.35 Quantité de charge fournie entre deux tensions d'équilibre d'une cellule

La **Figure 3.35** illustre la situation suivante :

- la cellule est relaxée à l'instant $t=t_0$ avec $I=0$;
- la cellule subit une sollicitation déchargeante jusqu'à l'instant $t=t_1$ avec $U_{cell}(t_1) = U_{min}$;
- la cellule est à nouveau au repos soit $I=0$;
- l'équilibre est raisonnablement considéré comme atteint à partir d'un instant t_2 ;
- la quantité de charge fournie est donnée par $Q_{fournie}(t_0, t_2) = \int_{t_0}^{t_2} Idt$;

Selon la valeur du courant à l'instant t_1 , la tension $U_{cell}(t_1)$ n'est pas nécessairement une tension d'équilibre. En effet, de manière générale la tension U_{cell} est constituée de la somme de trois contributions de type : thermodynamique (tension à vide), cinétique (Butler-Volmer) et résistive (résistance interne et de contact) telles que :

$$U_i(t) = E_i(\widetilde{SOC}(t)) + R.I. \quad (3.17)$$

Il peut être remarqué que dans le modèle mono-électrode, le terme résistif R contient à la fois la cinétique de Butler-Volmer et la somme des résistances interne et de contact. De plus $\widetilde{SOC}(t)$ tient compte de l'inertie liée à l'impédance due à la diffusion des ions Li^+ dans la phase solide. Il y a donc bien les trois contributions mentionnées plus haut.

En injectant toutes les surtensions dans un terme f_i il vient :

$$U_i(t) = E_i(SOC(t)) + f_i(I) \quad (3.18)$$

Afin de mettre en évidence les termes $\widetilde{SOC}(t)$, $SOC(t)$, $U_i(t)$, $E_i(t)$ et f_i , le modèle mono-électrode, renseigné avec les paramètres identifiés sur une cellule VL6P, est soumis à un profil de charge subissant une limitation de courant en fin de charge.

La **Figure 3.36** donne l'évolution du courant et de la surtension f_i .

La **Figure 3.37** quant à elle montre l'évolution des états de charge $SOC(t)$ et $\widetilde{SOC}(t)$ lesquels sont égaux à l'équilibre.

Enfin, la **Figure 3.38** présente l'évolution de la tension $U_i(t)$, ainsi que de la tension à vide $E_i(t)$.

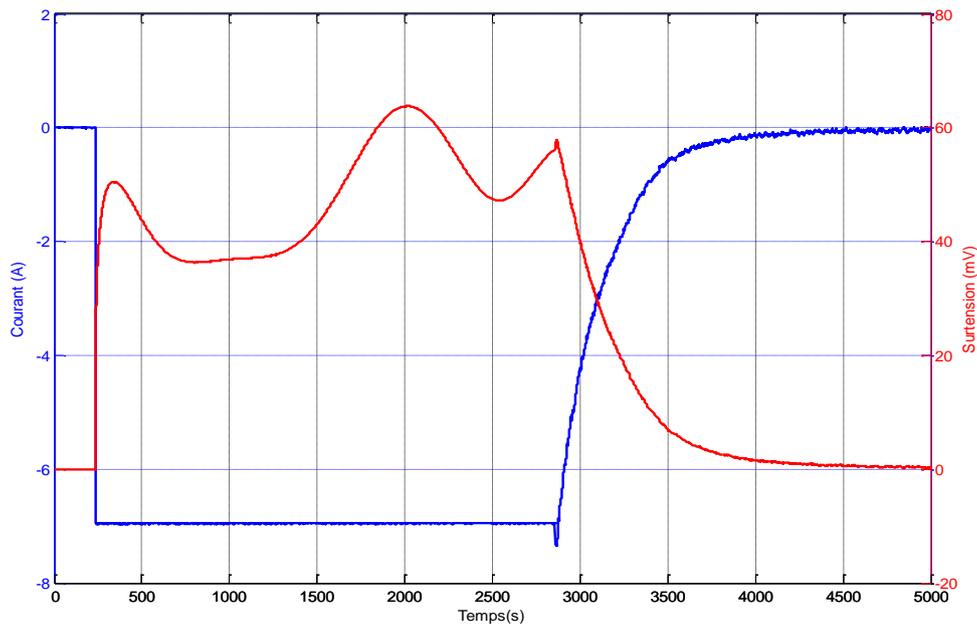


Figure 3.36 Evolution de la surtension pour un courant donné

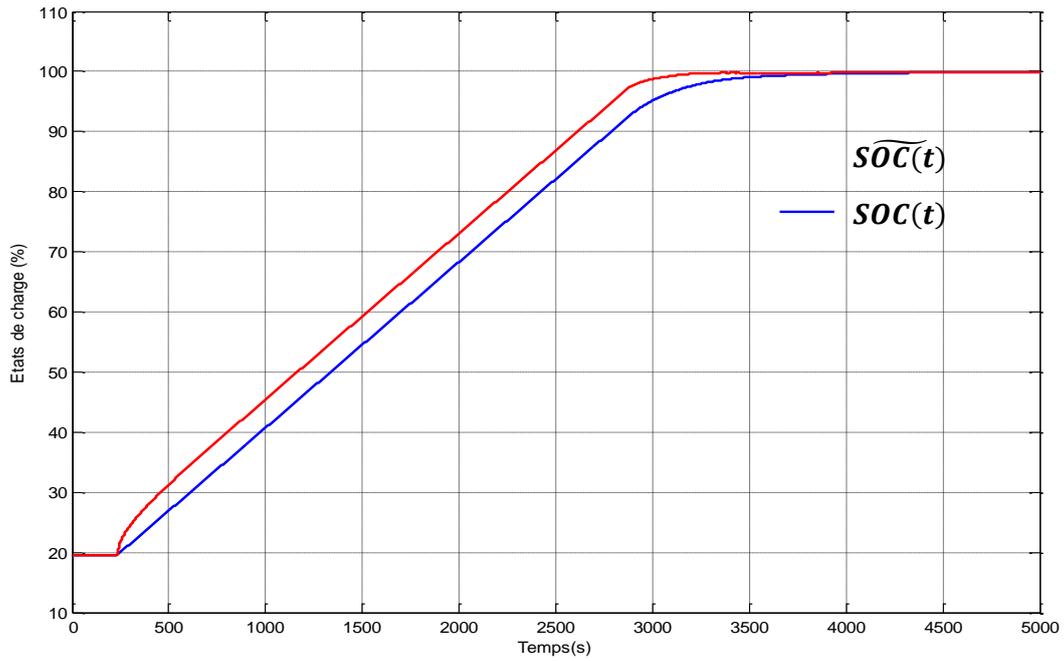


Figure 3.37 Evolution de l'état de charge global SOC et de l'état de charge transitoire \widehat{SOC}

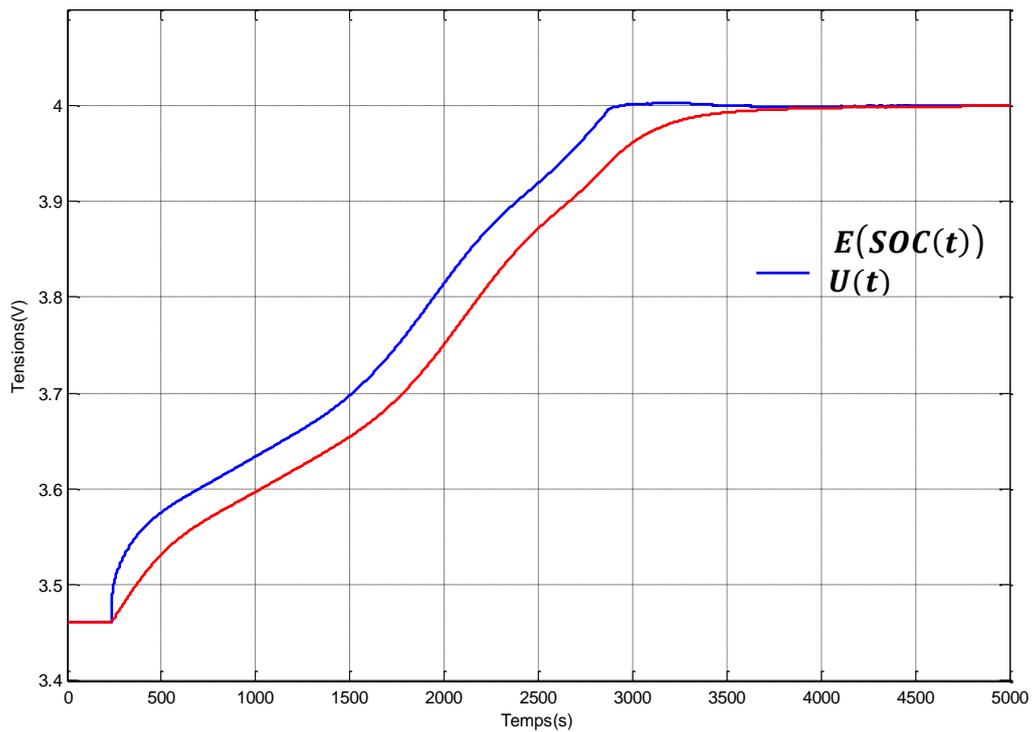


Figure 3.38 Evolution de la tension et de la tension à vide

Ainsi, que la condition d'arrêt du courant étant lié à la tension, les surtensions interviennent forcément dans le profil final du courant et donc dans la quantité de charge obtenue. Idem pour le processus de limitation de puissance qui modifie le courant du fait des

limitations de tension à respecter. A noter également que la limitation de puissance n'intervient pas vraiment en charge par le chargeur (car le courant reste faible) excepté charge rapide. La limitation de puissance intervient en revanche à tout moment dans le cycle d'utilisation du véhicule à la charge (récupération d'énergie) comme à la décharge.

3.5.4 Nouvelle consigne pour la charge et la décharge

La prise en compte des surtensions fait apparaître un phénomène occulté précédemment : en fonction des surtensions, la cellule ayant la capacité la plus petite n'est pas nécessairement la cellule limitante. Ce fait est illustré sur la **Figure 3.39**.

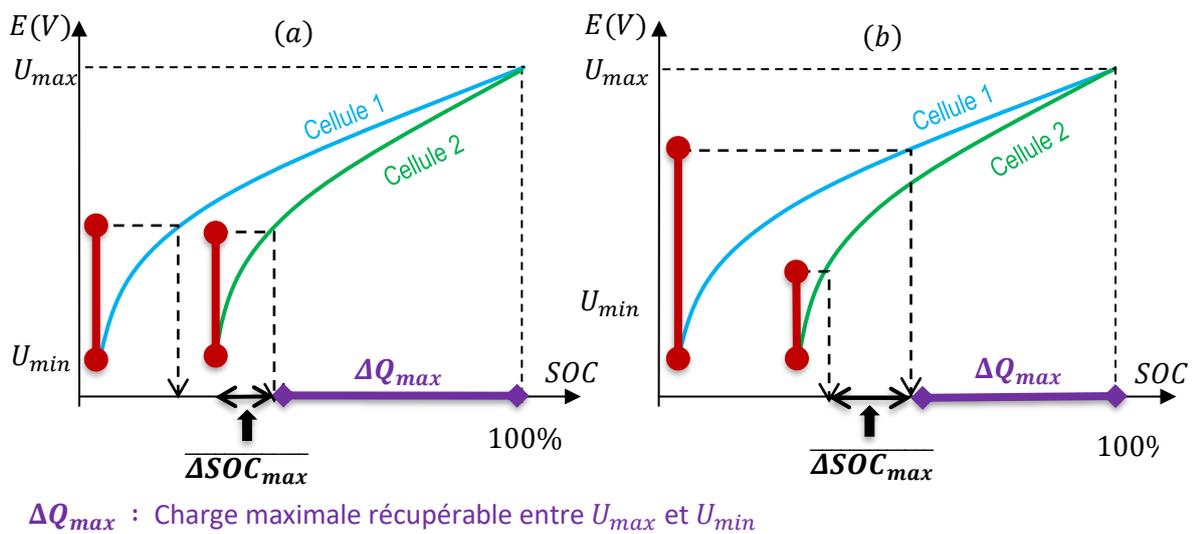


Figure 3.39 Prise en compte des surtensions la cellule limitante étant (a) la cellule 2 (b) la cellule 1

Le terme de **capacité effective** est alors introduit pour désigner la capacité effectivement transmise par une cellule déchargée sous un courant I et atteignant la tension limite U_{min} sous une tension à vide E_i et une surtension f_i . Il faut noter que cette capacité est variable en fonction de l'importance du courant et également du profil de décharge. Il est supposé ici, et cela semble raisonnable, que l'ordonnement des capacités effectives sur l'ensemble des cellules reste toujours le même.

La capacité maximale récupérable, désignée par ΔQ_{max} sur la **Figure 3.39**, est alors fixée par la cellule ayant la capacité effective la plus petite. Cette cellule désignée par l'indice v est la cellule limitante.

Pour toute cellule i d'un même pack et autre que la cellule v , la meilleure consigne apparaît donc être la suivante :

$$C: \forall t, \Delta SOC_i(t) = SOC_v(t) - SOC_i(t) \in [0; \overline{\Delta SOC_{max,i}}] \quad (3.19)$$

En cas de non-respect, les actions suivantes sont requises :

- si $\Delta SOC_i < 0$, il faut shunter la cellule i jusqu'au respect de la consigne C et tant que la cellule est déchargée
- si pour plusieurs cellules $\Delta SOC_i > \overline{\Delta SOC_{max,i}}$, alors il faut shunter la cellule v jusqu'à respect de la consigne C par toutes les cellules tant que la cellule est déchargée

Ces deux actions sont réalisées simultanément.

3.5.5 Bilan sur la génération de consigne de SOC

Les analyses présentées dans ce paragraphe permettent de définir, en charge comme en décharge, la consigne vers laquelle doit tendre l'état de charge d'une cellule pour que l'ensemble du pack soit équilibré au sens de la plus grande énergie disponible. Cette consigne s'appuie sur la connaissance de la cellule la plus vieillie, état qu'il est possible de détecter grâce aux développements du chapitre 2.

Après analyse, il apparaît que le plus important est d'équilibrer en SOC sur la base uniquement des tensions à vide, sans prendre en compte les effets dynamiques. Ainsi on bénéficie du maximum de capacité quitte à diminuer le courant donc la puissance de charge ou de décharge. En effet, dans tous les cas, les algorithmes de limitation de puissance sont là pour limiter le courant en fonction des tensions limites d'une part. Et d'autre part, lorsque la batterie est presque vide, on prévoit systématiquement une limitation de puissance sur le véhicule électrique pour préserver l'autonomie du véhicule. Le véhicule peut ainsi atteindre sa destination même si sa vitesse reste faible.

La consigne de SOC est à présent exploitée dans une boucle de régulation de SOC .

3.6 La boucle de régulation de SOC

Une fois la consigne de $SOC_{ref}(t)$ déterminée, une loi de commande robuste permettant la régulation de SOC de chaque cellule sur la consigne calculée est à concevoir. Cette loi de commande doit être robuste aux possibles variations paramétriques des modèles de chaque cellule. Ces variations peuvent être en outre dues au vieillissement de la batterie, aux variations de température, etc.

Pour une cellule (ou en réalité pour une bi-cellule), le schéma de principe de la structure d'équilibrage utilisée dans ces travaux est décrit sur la **Figure 3.40** suivante.



Figure 3.40 Boucle de régulation de SOC pour la cellule de rang i

Grace à cette boucle de régulation, sur chaque cellule du pack, le principe est le même. La consigne en SOC , calculée par le générateur de consigne est comparée au SOC de chaque cellule. Un correcteur contrôle ensuite le rapport cyclique $\alpha(t)$ d'un signal PWM appliqué au transistor Mosfet qui shunte les cellules qu'il est nécessaire de décharger pour que la référence $SOC_{ref}(t)$ de l'état de charge soit atteinte. On supposera pour cela que la fréquence de pilotage du Mosfet est adaptée pour négliger son comportement dynamique (interrupteur idéal). Le paragraphe qui suit présente la méthode de synthèse du correcteur $C(p)$ qui assure la stabilité et de bonnes performances à la boucle de la **Figure 3.40**. A noter que la commande tout ou rien est également envisageable sachant que le courant de shunt est très faible en pratique.

3.6.1 Synthèse de la loi de commande

3.6.1.1 Linéarisation du modèle mono-électrode

Afin de déterminer le correcteur assurant la régulation de SOC , il est nécessaire de déterminer une approximation linéaire du modèle mono-électrode autour d'un point de fonctionnement défini par une tension d'équilibre U_0 et un état de charge d'équilibre SOC_0 .

Pour ce faire, la fonction non entière $H(p)$ du modèle mono-électrode linéarisé présenté au chapitre 2, est approximée par la représentation d'état :

$$H(p) = \begin{cases} \dot{x} = Ax + BI \\ y = Cx \end{cases} \quad (3.20)$$

Les équations non linéaires d'une cellule sont alors données par :

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ SOC \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A.x + B.I \\ K.I \end{bmatrix} \\ U = CTV(y + SOC) + RI \end{cases} \quad (3.21)$$

Comme indiqué précédemment, la résistance de shunt R_{shunt} permet de dériver une partie du courant circulant dans le pack. Ce courant est fonction du rapport cyclique du signal

de commande appliqué au transistor Mosfet. Le courant dans le shunt est par conséquent défini par :

$$I_{shunt} = \frac{U_{cell}}{R_{shunt}} \alpha = \frac{\alpha}{R_{shunt}} [CTV(SOC + C \cdot x) + RI]. \quad (3.22)$$

Le courant de décharge de la cellule est donc donné par :

$$I + I_{shunt} = I + \frac{\alpha}{R_{shunt}} [CTV(SOC + C \cdot x) + RI]. \quad (3.23)$$

Le modèle d'une cellule associée à la résistance de shunt et au transistor Mosfet admet ainsi la représentation suivante où x représente la diffusion :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ S\dot{O}C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \cdot x + \frac{B \cdot \alpha}{R_{shunt}} [CTV(SOC + Cx)] + B(1 + R)I \\ \frac{\alpha K}{R_{shunt}} [CTV(SOC + Cx)] + \alpha(1 + R)KI \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

La représentation (3.24) est donc de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ S\dot{O}C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1(x, SOC, \alpha, I) \\ g_2(x, SOC, \alpha, I) \end{bmatrix}. \quad (3.25)$$

Afin de synthétiser un régulateur, il est nécessaire de déterminer la fonction de transfert entre l'entrée du procédé à commander (le rapport cyclique α) et sa sortie (l'état de charge SOC). Pour cela une linéarisation au premier ordre du système (3.25) est effectuée. La représentation d'état linéaire obtenue est alors de la forme :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ S\dot{O}C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial x} \right|_{p_0} & \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial SOC} \right|_{p_0} \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial x} \right|_{p_0} & \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial SOC} \right|_{p_0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ SOC \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial \alpha} \right|_{p_0} \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial \alpha} \right|_{p_0} \end{bmatrix} \alpha + \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial I} \right|_{p_0} \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial I} \right|_{p_0} \end{bmatrix} I. \quad (3.26)$$

Le point d'équilibre $p_0 = \{\alpha_0, SOC_0, x_0, I_0\}$ considéré est caractérisé par $\alpha_0 = 0, SOC_0, x_0 = 0$ et $I_0 = 0$. Les valeurs des dérivées partielles par rapport aux états deviennent alors :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial x} \right|_{p_0} = A \\ \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial SOC} \right|_{p_0} = 0 \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial x} \right|_{p_0} = 0 \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial SOC} \right|_{p_0} = 0 \end{array} \right. \quad (3.27)$$

Les valeurs des dérivées partielles par rapport aux entrées sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial \alpha} \right|_{p_0} = \frac{B}{R_{shunt}} CTV(SOC_0) \\ \left. \frac{\partial g_1(x, SOC, \alpha, I)}{\partial I} \right|_{p_0} = B(1 + R) \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial \alpha} \right|_{p_0} = \frac{K}{R_{shunt}} CTV(SOC_0) \\ \left. \frac{\partial g_2(x, SOC, \alpha, I)}{\partial I} \right|_{p_0} = 0 \end{array} \right. \quad (3.28)$$

Le modèle linéarisé au premier ordre est donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{SOC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ SOC \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{B}{R_{shunt}} CTV(SOC_0) \\ \frac{K}{R_{shunt}} CTV(SOC_0) \end{bmatrix} \alpha + \begin{bmatrix} B(1 + R) \\ 0 \end{bmatrix} I. \quad (3.29)$$

Il apparait donc que cette représentation d'état est fonction de l'état de charge de la cellule (et indirectement du vieillissement qui impacte la capacité et donc la CTV). De ce fait il est nécessaire de calculer un correcteur qui assurera la robustesse en stabilité et en performance de la boucle de commande de la **Figure 3.40**. Compte tenu de la nature des variations paramétriques (variations de gain et incertitude dans l'estimateur de SOC) un correcteur *CRONE* de deuxième génération pourra être synthétisé. Face à des variations de gain, cette commande permet en effet le calcul d'un correcteur robuste sans pessimisme contrairement à d'autres méthodologies basées sur la manipulation de normes. La synthèse de ce correcteur est à présent développée.

3.6.1.2 Calcul du correcteur *CRONE* de seconde génération

A partir de la représentation d'état (3.29), on montre que la fonction de transfert liant le rapport cyclique α au *SOC* est donnée par :

$$G(p) = \frac{K}{p} \cdot \frac{CTV(SOC_0)}{R_{shunt}} \quad (3.30)$$

dans laquelle le paramètre SOC_0 varie entre 20% et 100%, soit $2.8V < CTV(SOC_0) < 4.2V$. La **Figure 3.41** correspond au diagramme de Bode de la fonction de transfert $G(p)$ pour plusieurs états paramétriques.

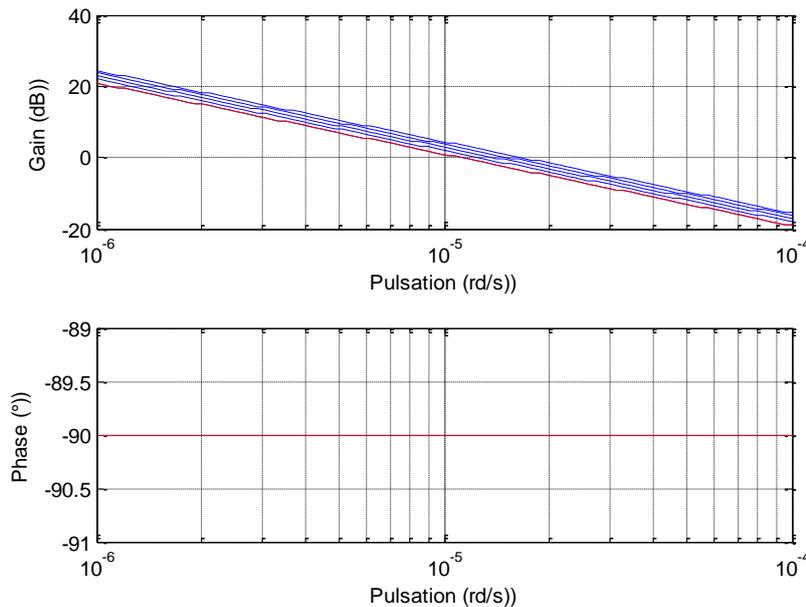


Figure 3.41 Diagrammes de Bode de la fonction de transfert $G(p)$ pour différentes valeurs de $CTV(SOC_0)$ (en bleu) et pour la valeur nominale (en rouge)

Conformément à l'approche *CRONE* de seconde génération, la fonction de transfert en boucle ouverte pour l'état paramétrique nominal du procédé ($CTV(SOC_0) = 2.8V$) est représentée par la fonction de transfert :

$$\beta_0(p) = \frac{C_0 \left(1 + \frac{p}{\omega_b}\right)}{\frac{p}{\omega_b}} \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_h}}{1 + \frac{p}{\omega_b}}\right)^v \frac{1}{\left(1 + \frac{p}{\omega_h}\right)^2} \cdot \quad (3.31)$$

Les paramètres de ce transfert en boucle ouverte seront déterminés en imposant :

- une pulsation au gain unité $\omega_i = 10^{-3}$ rd/s afin d'éviter une trop forte saturation de la commande;
- une marge de phase $M_\phi = 60^\circ$;
- la robustesse de la marge de phase aux variations du gain.

La contrainte sur la marge de phase conduit à

$$-v90 = -180 + M_{\Phi}; \quad (3.32)$$

soit

$$v = 1,33. \quad (3.33)$$

La contrainte sur la pulsation au gain unité permet de fixer le gain C_0 au moyen de la relation :

$$C_0 \frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right)^2}}{\left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right)} \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)^2}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_b}\right)^2}} \right)^v \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_u}{\omega_h}\right)^2} = 1. \quad (3.34)$$

Pour cela, les pulsations ω_b et ω_h doivent être fixées, ce qui conduit à imposer une verticalité du lieu de Black de la boucle ouverte sur une gamme de fréquence assez importante pour assurer l'invariance de la marge de phase en dépit des variations de gain. Cela conduit donc à :

$$\omega_b = \omega_u/50, \quad \omega_h = \omega_u * 50 \quad \text{et donc } C_0 = 1,17.10^3. \quad (3.35)$$

La **Figure 3.42** représente le lieu de Black de la boucle ouverte pour les paramètres précédemment obtenus, à la fois pour l'état paramétrique nominal de $G(p)$, mais également lors de ses variations paramétriques. Cette figure permet de vérifier que les contraintes sur la marge de phase et sur la robustesse sont obtenues.

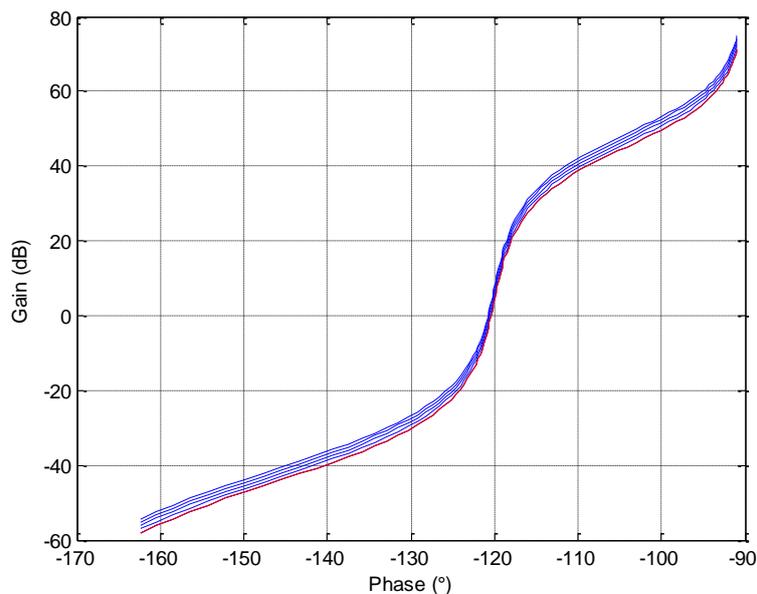


Figure 3.42 Diagramme de Black du système en boucle ouverte pour différentes valeurs de $CTV(SOC_0)$ (en bleu) et pour la valeur nominale (en rouge)

La **Figure 3.43** représente le diagramme de gain de la fonction de sensibilité complémentaire, c'est-à-dire de la fonction de transfert $SOC(p)/SOC_{ref}(p)$. Cette figure permet de vérifier que la contrainte sur la pulsation au gain unité en boucle ouverte est bien assurée et également que la robustesse sur la marge de phase se traduit par la robustesse du facteur de résonance de la boucle fermée.

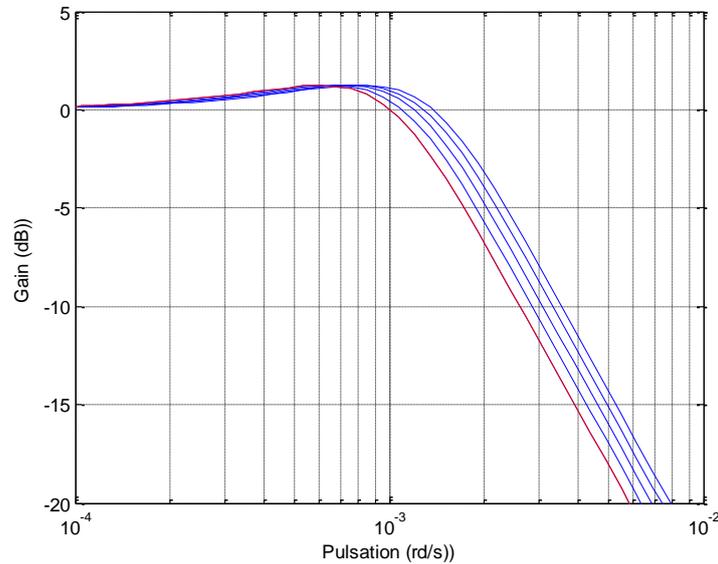


Figure 3.43 Diagramme de gain de la fonction de sensibilité complémentaire pour différentes valeurs de $CTV(SOC_0)$ (en bleu) et pour la valeur nominale (en rouge)

La **Figure 3.44** représente le diagramme de gain de la fonction de sensibilité de l'entrée du procédé, c'est-à-dire de la fonction de transfert $\alpha(p) / SOC_{ref}(p)$. Cette figure met en évidence qu'une erreur de SOC de 1% soit 0,01 (erreur maximale tolérée par le cahier des charges) ne conduira pas à une commande supérieure à la pleine échelle admise pour $\alpha(t)$, c'est-à-dire 1.

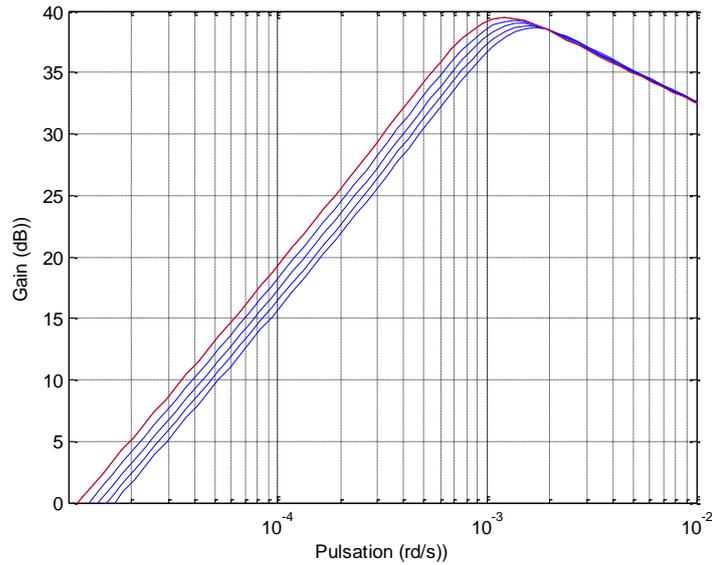


Figure 3.44 Diagramme de gain de la fonction de sensibilité de l'entrée du procédé pour différentes valeurs de $CTV(SOC_0)$ (en bleu) et pour la valeur nominale (en rouge)

3.6.2 Validation de la boucle de régulation en simulation

La loi de commande précédemment calculée est à présent validée. Il est à préciser que l'on n'intègre pas l'estimateur de SOC dans la simulation. On suppose que l'on sait mesurer le SOC directement sur la cellule.

Pour cela, la boucle de commande de la **Figure 3.40** est simulée sans les saturations sur la variable $\alpha(t)$ ($0 < \alpha(t) < 1$). Ce type de simulation permet de bien mettre en évidence la robustesse de la loi de commande en fonction de l'état de charge de la cellule. Au départ de chaque simulation, la cellule est placée dans un état de charge différent. Sept états de charge ont été considérés : $SOC(0) \in \{0.32, 0.42, 0.52, 0.62, 0.72, 0.82, 0.92\}$. Pour chaque cas, la consigne d'état de charge est respectivement fixée à $SOC_{ref} \in \{0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9\}$. La **Figure 3.45** présente l'évolution de l'état de charge de la cellule incluse dans la boucle de régulation. Pour faciliter la comparaison, cette figure représente en fait $SOC(t) - SOC(0)$. Elle fait apparaître que la loi de commande assure la stabilité et des performances robustes en dépit de variations de l'état de charge autour duquel l'essai est effectué.

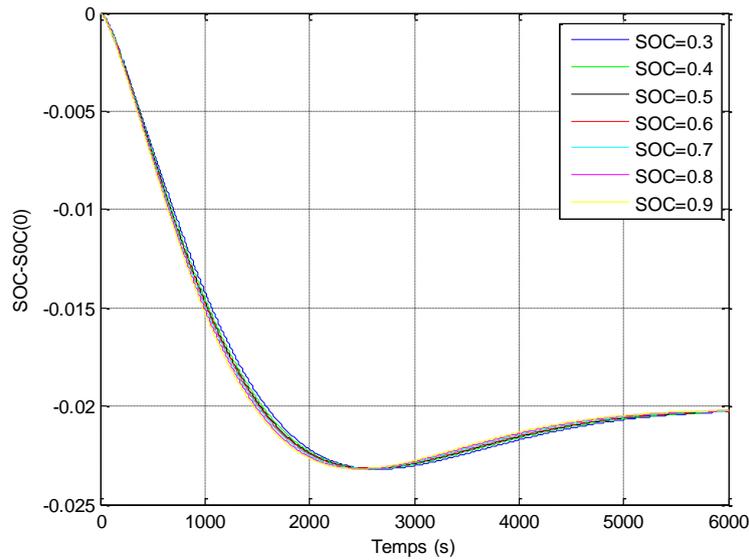


Figure 3.45 Evolution de $SOC(t) - SOC(0)$ pour différentes valeurs de l'état de charge autour duquel l'essai est effectué

La **Figure 3.46** représente l'évolution du rapport cyclique $\alpha(t)$ du signal appliqué au transistor Mosfet. Pour un écart initial de 2% au départ de la simulation, l'amplitude de $\alpha(t)$ est légèrement supérieure à 1, ce qui ne devrait pas conduire à une trop forte saturation de ce signal de commande, quel que soit le SOC de la cellule.

Pour information, la **Figure 3.47** et la **Figure 3.48** représentent respectivement l'évolution de la tension de la cellule et du courant dans la résistance de shunt lors du fonctionnement de la boucle de SOC dans les conditions précédemment définies et pour différentes valeurs de l'état de charge autour duquel l'essai est effectué.

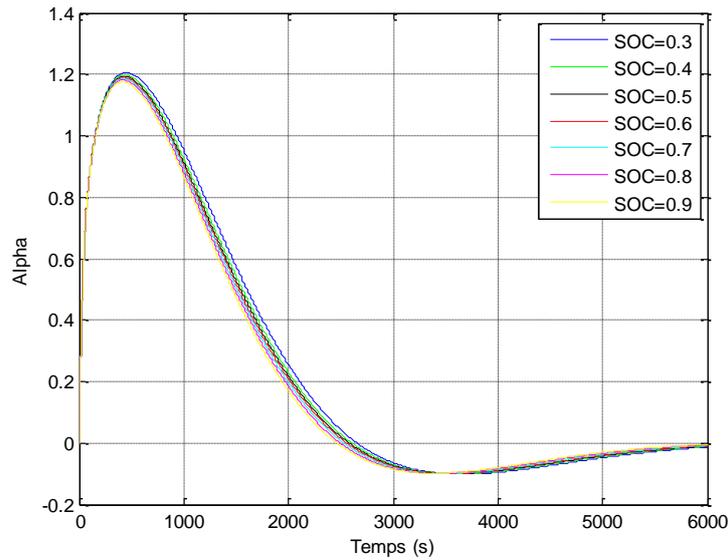


Figure 3.46 Evolution de $\alpha(t)$ pour différentes valeurs de l'état de charge autour duquel l'essai est effectué

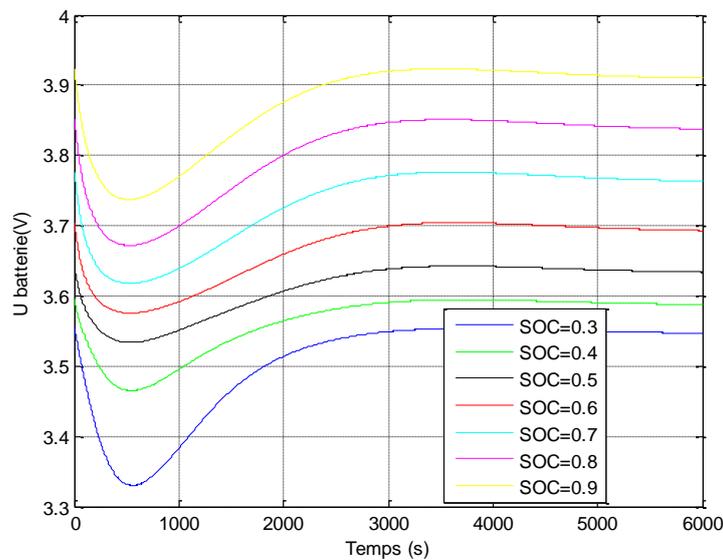


Figure 3.47 Evolution de la tension de la cellule pour différentes valeurs de l'état de charge autour duquel l'essai est effectué

La **Figure 3.49** présente quant à elle l'évolution de l'état de charge, pour un état de charge voisin de 0,5 et lors de variations paramétriques du modèle mono-électrode. Six simulations ont été effectuées. Les valeurs nominales des paramètres utilisées sont les suivantes :

$$R = 2,5 \text{ m}\Omega, \omega_b = 1/300 \text{ rad.s}^{-1}, C_{nom} = 7 \text{ A.h.}$$

Les six simulations ont été obtenues en faisant varier un à un ces paramètres dans les intervalles suivants :

$$R \in [R/1,5 ; R * 1,5], \quad \omega \in [\omega_b/1,5 ; \omega_b * 1,5] \quad \text{et} \quad C \in [C_{nom} ; C_{nom}/1,2].$$

La **Figure 3.49** permet de constater que seule une variation de capacité affecte le comportement de l'asservissement. Ceci parait normal car la capacité affecte la tension à vide, et que la tension à vide est un des paramètres de la relation (3.30).

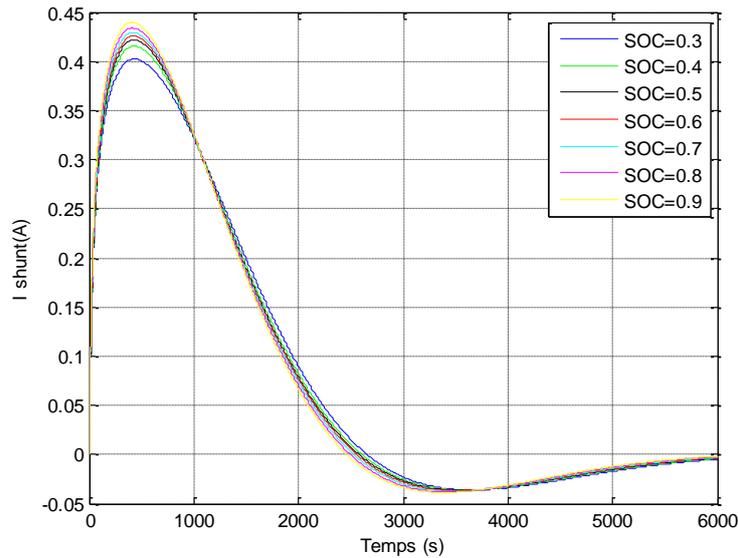


Figure 3.48 Evolution du courant dans le shunt pour différentes valeurs de l'état de charge autour duquel l'essai est effectué

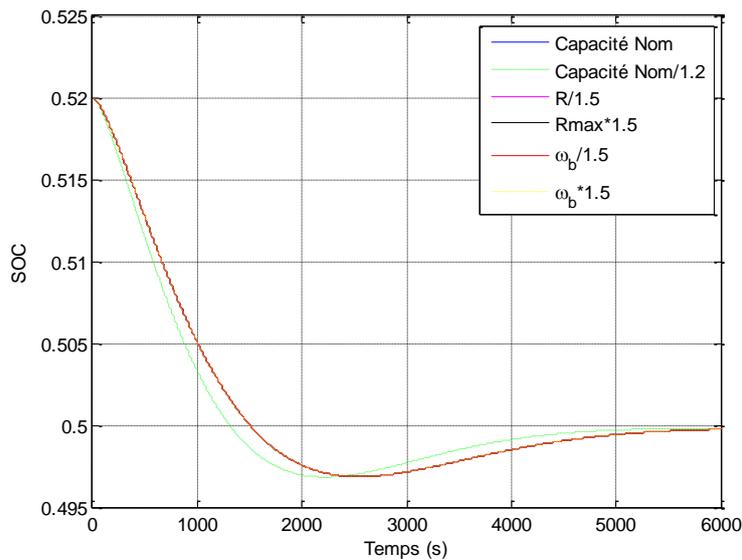


Figure 3.49 Evolution de $SOC(t)$ lors de variations paramétriques du modèle mono-électrode

Pour aller plus loin dans la validation, la boucle de régulation de SOC est à présent testée en respectant les limites sur la commande $\alpha(t)$ ($0 < \alpha(t) < 1$) et avec une consigne de SOC ($SOC_{ref}(t)$) variable du fait d'une sollicitation en courant $i(t)$ et issue d'une autre cellule (cellule 1) ayant des paramètres différents de ceux de la cellule (cellule 2) sur laquelle porte la régulation. Le vieillissement d'une cellule (précisément de la cellule 1) peut en effet être à l'origine d'une telle différence de paramètres. La **Figure 3.50** résume cette méthode de validation.

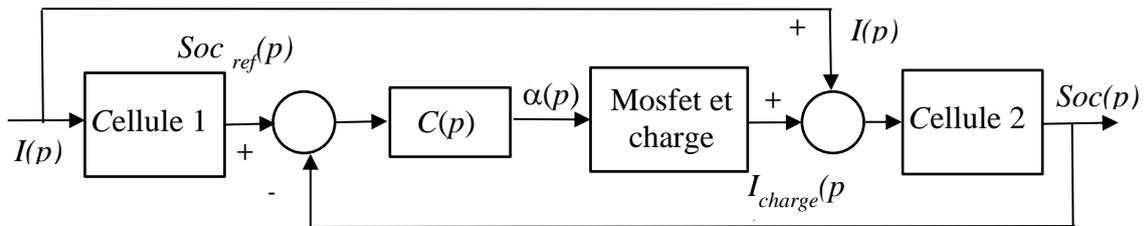


Figure 3.50 Boucle de régulation de SOC avec $SOC_{ref}(t)$ variable et issu d'une autre cellule

Le courant sollicitant les deux cellules est représenté par la **Figure 3.51** et les variations de tensions correspondantes sont représentées par la **Figure 3.52**. La variation de SOC des deux cellules est représentée par la **Figure 3.53** et fait apparaître le bon fonctionnement de la régulation puisque l'état de charge de la cellule 2 converge vers celui de la cellule 1 alors que les SOC initiaux étaient $SOC_1 = 0,11$ et $SOC_2 = 0,13$. Le cas vu ici est celui d'un équilibrage menant à des SOC identiques pour les cellules concernées.

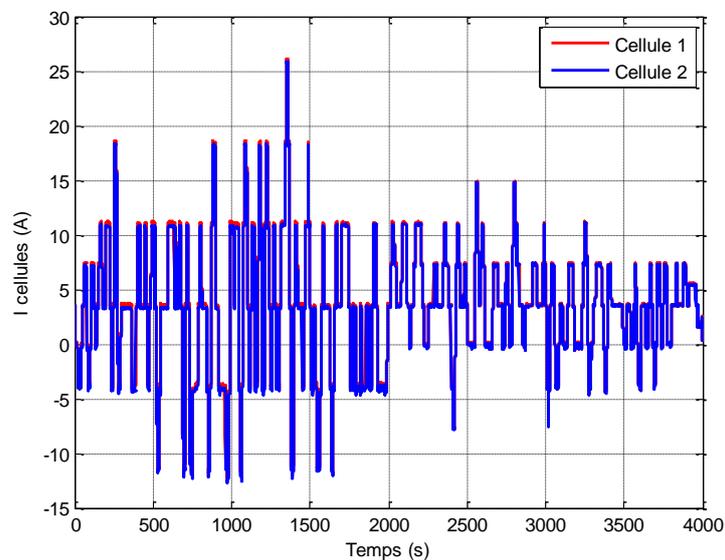


Figure 3.51 Courant sollicitant les deux cellules

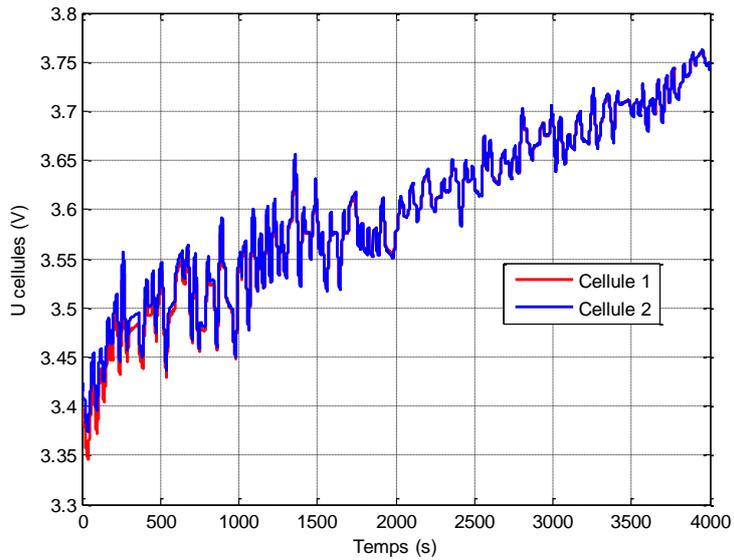


Figure 3.52 Tensions aux bornes des deux cellules

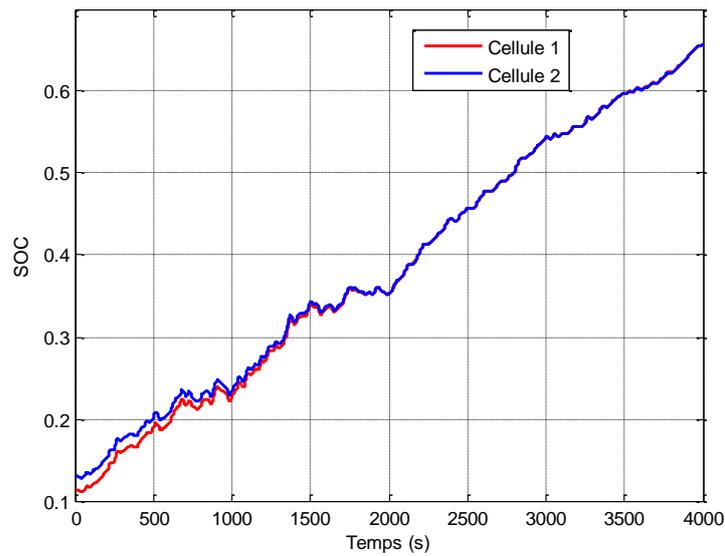


Figure 3.53 Variations de SOC des cellules 1 et 2

Le signal de commande $\alpha(t)$ est représenté par la **Figure 3.54**. Cette figure fait apparaître la saturation du signal de commande pour des écarts de SOC voisins de 0,2. Le courant circulant dans la résistance de shunt en parallèle de la cellule 2 est quant à lui représenté par la **Figure 3.55**.

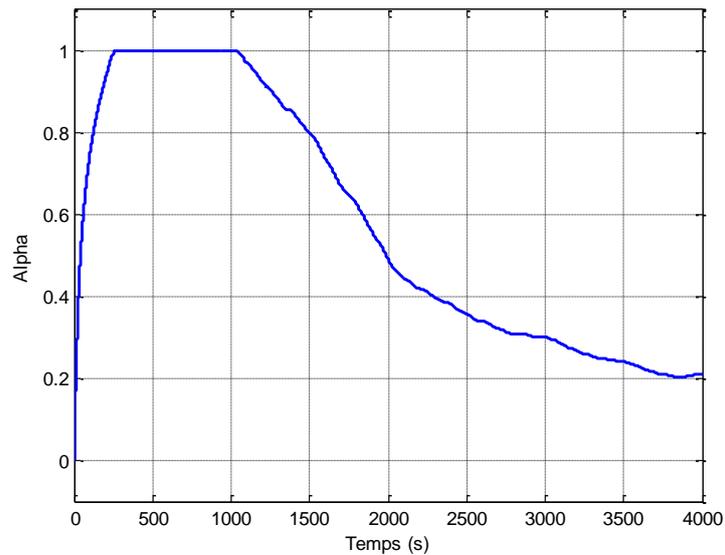


Figure 3.54 Variations du signal $\alpha(t)$

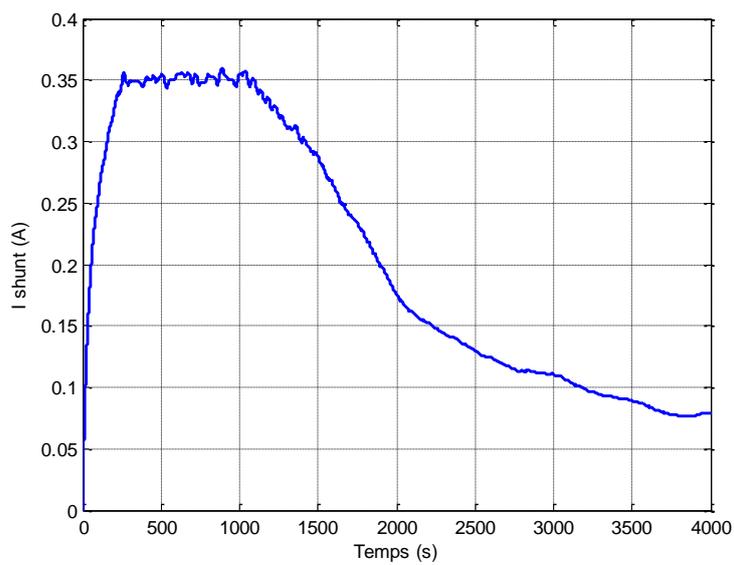


Figure 3.55 Variations du courant dans la résistance de shunt en parallèle de la cellule 2

3.7 Conclusion

Ce chapitre traite de l'équilibrage de pack batteries lithium. Ce sujet a donné lieu à de multiples développements et applications qu'il est possible de consulter dans la littérature. Ces développements concernent pour beaucoup l'architecture physique du système d'équilibrage. Dans le cadre des présents travaux, l'architecture est figée. Elle est constituée d'une résistance de shunt placée en parallèle de chaque cellule (en fait deux cellules en parallèle) pilotée par un transistor Mosfet. Les développements de ce chapitre ont donc principalement porté sur la conception d'une logique d'équilibrage. Cette logique est constituée d'estimateurs d'état de charge qui produisent une information sur l'état de charge de chaque cellule. Cette information est ensuite utilisée par un générateur de consigne qui définit, notamment en tenant compte du niveau de vieillissement de chaque cellule, vers quel *SOC* de référence il faut faire converger chacune des cellules du pack. Selon le cas de figure en termes de vieillissement, il est notamment montré qu'un déséquilibre sur le *SOC* est parfaitement acceptable et ne doit pas être corrigé. Si cela s'avère nécessaire et en agissant sur la résistance de charge, une boucle de régulation sur le *SOC* est finalement utilisé pour forcer le *SOC* de chaque cellule à converger vers son *SOC* de référence et ainsi conduire à l'équilibre. Le générateur de consigne n'est pas le seul élément entrant dans la conception du système d'équilibrage qui prend en compte l'effet du vieillissement des cellules du pack. L'estimateur d'état de charge embarque en effet le modèle d'une cellule développé au chapitre 2 et la méthode d'invalidation qui statue sur la nécessité de recalibrer le modèle en utilisant les méthodes également décrites au chapitre 2. Les boucles de régulation tiennent également compte du vieillissement du pack de par leurs lois de commande robustes aux variations de comportement dynamique des cellules en fonction du vieillissement.

Par manque de temps, l'approche n'a pu être éprouvée jusqu'au bout. La mise en œuvre combinée de toute la logique d'équilibrage, avec des *SOC* de référence différents de cellule à cellule, n'a ainsi pas pu être expérimentée complètement. L'intérêt de l'approche en termes de gain énergétique et de temps d'équilibrage est ainsi prédit mais reste à être validé. Il serait également intéressant de mettre en œuvre la stratégie d'équilibrage avec une commande tout ou rien à la place de la commande PWM.

Chapitre 4

Effets de la température et du bruit de mesure sur le calage du modèle mono-électrode

Ce chapitre s'intéresse à l'impact de la température et du bruit de mesure sur l'approche d'identification introduite au chapitre 2. La répétabilité des méthodes et leurs limites en présence de fluctuations de température et de bruits de mesure sont évaluées. Après une première partie consacrée à la présentation des moyens d'essais et de simulation, ce chapitre analyse l'influence de la température et du bruit de mesure sur les méthodes d'identification. Le lien entre température et identification est décliné en trois items présentés ci-dessous sous la forme de questions :

1. Comment et avec quel ordre de grandeur varient les paramètres dynamiques du modèle mono-électrode (MME) en fonction de la température ?
2. Les méthodes d'identification développées sont-elles robustes aux variations de température ?
3. Les charges ne fournissant qu'un seul jeu de paramètres à la température mesurée au moment de la charge, l'application de la relation d'Arrhenius permet-elle d'extrapoler efficacement ce jeu de paramètres à d'autres températures ?

Le lien entre bruit de mesure et identification pour sa part est analysé en exploitant un modèle numérique de cellule Lithium-Ion. Ce modèle est soumis à différentes perturbations sur la mesure de tension et du courant et les résultats d'identification qui en découlent sont analysés. Enfin, une dernière partie aborde de manière plus générale la question de l'impact de la validité du paramétrage sur un exemple d'estimateur de SOC. Les conclusions des différentes parties amènent à des préconisations développées au fur et à mesure.

4.1 Présentation de l'environnement expérimental

Cette partie présente l'environnement expérimental composé des moyens d'essais physiques et numériques.

4.1.1 Implémentation pratique du modèle mono-électrode

Le modèle MME utilisé dans les chapitres précédents a donné de bons résultats sur le profil de validation. La validation des méthodes d'identification au chapitre 2 n'a pas pris en compte les effets éventuels de la température et du bruit de mesure. Or, la dépendance de la résistance et du phénomène de diffusion à la température est une réalité qu'il convient d'incorporer dans le MME. Les résultats sont donc susceptibles de se dégrader en fonction de l'évolution de la température. Pour prévenir cela, il est plus réaliste de faire varier la résistance interne et la pulsation de diffusion en fonction de la température de peau de la cellule ou à minima en fonction de la température ambiante. A cet effet, les cartographies de résistance instantanée et de pulsation de diffusion ont été modulées en température par des lois d'Arrhenius.

La dynamique de diffusion est toujours modélisée suivant l'approche non-entière et la distribution récursive de pôles et de zéros sur une gamme de fréquence invariable malgré les variations de la pulsation de coupure ω_c . En effet, l'approximation du transfert non-entier de la dynamique de diffusion dépend du rapport ω_h / ω_c au travers du rapport récursif entre deux pôles $\mu^2 = (\omega_h / \omega_c)^{1/N}$, ω_h désignant la borne supérieure du domaine de fréquence considéré.

Pour ne pas devoir refaire systématiquement le calcul du transfert approximé en ligne, le rapport ω_h / ω_c est fixé à une valeur donnée. Il est alors possible de poser la constante r suivante :

$$r = \left(\frac{\omega_h}{\omega_c} \right)^{\frac{1}{4N}} \quad (4.1)$$

de telle sorte que le transfert de la dynamique de diffusion soit alors donné par :

$$\left(1 + \frac{p}{\omega_c} \right)^{\frac{1}{2}} \cong \prod_{k=1}^N \frac{1 + \frac{p}{W'_k}}{1 + \frac{p}{\mu W'_k}} = \prod_{k=1}^N \frac{1 + \frac{p}{r^{4k-3} \omega_c}}{1 + \frac{p}{r^{4k-1} \omega_c}} \quad (4.2)$$

Le transfert est enfin mis sous la forme suivante :

$$\left(1 + \frac{p}{\omega_c}\right)^{\frac{1}{2}} \cong \prod_{k=1}^N \frac{1 + \frac{p}{r^{4k-3}\omega_c}}{1 + \frac{p}{r^{4k-1}\omega_c}} = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{1 + \frac{p}{r^{4k-1}\omega_c}} = 1 - \sum_{k=1}^N \underbrace{\frac{A_k \frac{p}{r^{4k-1}\omega_c}}{1 + \frac{p}{r^{4k-1}\omega_c}}}_{F_k(p)} = \sum_{k=1}^N F_k(p) \quad (4.3)$$

avec

$$A_k = \mu^{N-1}(1 - \mu) \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^N \frac{\left(\frac{1}{\gamma} - (\mu^2)^{k-j}\right)}{1 - (\mu^2)^{k-j}}. \quad (4.4)$$

Il est à noter que cette écriture du transfert permet à priori de réduire d'éventuelles erreurs lors de l'étape de transposition du filtre en filtre numérique. La transposition de plusieurs filtres $F_k(p)$ du premier ordre s'avère en effet plus aisée que la transposition d'un unique filtre d'ordre N . A titre d'illustration, le codage des transferts $F_k(p)$ est donné dans la **Figure 4.1**. En pratique, N est choisi de sorte à assurer la présence de 1 à 2 pôles par décade. Dans le cas présent, l'approximation est réalisée sur la gamme de fréquence $[10^{-3} \text{ rad/s} ; 10^3 \text{ rad/s}]$ ce qui justifie le choix d'un ordre N égal à $N = 8$.

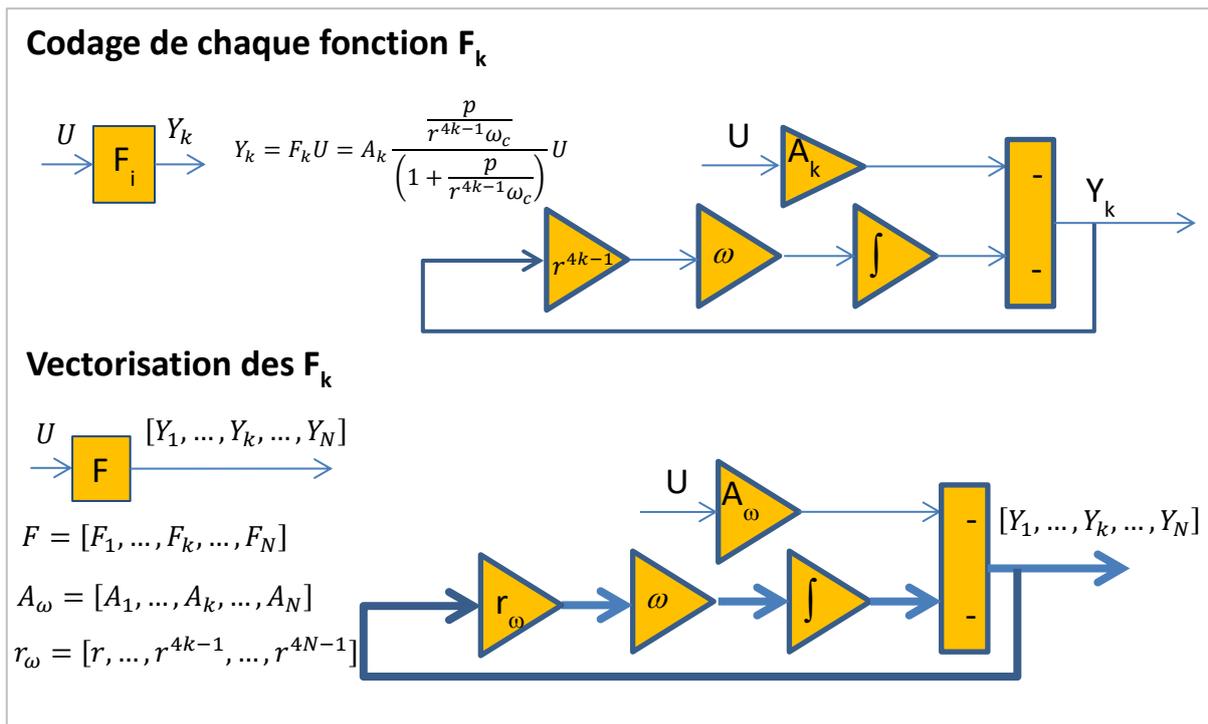


Figure 4.1 Approximation de la fonction de transfert (4.2)

Prise en compte de l'effet de la température

L'identification s'effectue à la température courante observée lors de la réalisation du profil de charge particulier. Les valeurs identifiées sont ramenées systématiquement à la température de référence ($T_{ref} = 25^\circ\text{C}$) en utilisant les formules d'Arrhenius suivantes :

$$\omega_{ref} = \omega_c e^{\frac{E_{act,\omega}}{R_m} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right)} \quad (4.5)$$

et

$$R_{ref} = R e^{\frac{E_{act,R}}{R_m} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_{ref}} \right)} \quad (4.6)$$

où R_m est la constante des gaz parfaits.

Ces formules font intervenir les énergies d'activation relatives à la pulsation ($E_{act,\omega}$) et à la résistance instantanée ($E_{act,R}$). Par ailleurs, afin de faire en sorte qu'avec l'augmentation de la température, ω_c augmente et R diminue, il faudra veiller à bien avoir $E_{act,\omega} > 0$ et $E_{act,R} < 0$. Ces quantités, supposées indépendantes au vieillissement devront avoir été déterminées préalablement à l'aide de caractérisations sur la cellule effectuées en laboratoire.

Du côté de la calibration du modèle, il convient de rappeler qu'un certain nombre de paramètres sont obtenus par une caractérisation à neuf des cellules et sont donc non ré identifiés au cours du vieillissement. La liste des paramètres est à présent énoncée.

- Cartographie de la **courbe de tension à vide** initiale, dite à neuf, spécifique à la technologie des cellules
 - Cette cartographie constitue un élément clef dans la prise en compte du facteur vieillissement dans le BMS à commencer par l'estimation de l'état de charge.
- **Energie d'activation** $E_{act,R}$ de la résistance instantanée et énergie d'activation $E_{act,\omega}$ de la pulsation de diffusion
 - Ces paramètres sont identifiables sur banc à neuf par mesure de la résistance interne pour différents SOC, différentes températures avec des courants de charge et de décharge variés. Ces énergies sont supposées indépendantes au vieillissement.
- **Résistance instantanée et diffusion à neuf.**
 - Ces paramètres sont identifiables sur banc à neuf par mesure de la résistance interne pour différents SOC, différentes températures avec des courants en charge et en décharge variés.
 - Ces mesures sont nécessaires pour le calcul des énergies d'activation.

Il est à noter que le fait que le modèle soit constitué de paramètres ayant un sens physique, constitue à priori un bénéfice dans la calibration des différents estimateurs qui en dérivent. Ceci a son importance lorsque l'on souhaite appliquer un estimateur basé sur le modèle, disons un estimateur de SOC par exemple, à des cellules de taille voire de technologie différente. C'est là tout l'intérêt d'utiliser un modèle physique.

4.1.2 Rappels sur l'estimateur d'état de charge

Rappelons que les observateurs d'état de charge permettent principalement de pallier aux erreurs dans la mesure du courant susceptibles de provoquer une dérive dans l'estimation

de l'état de charge ainsi qu'aux erreurs d'initialisation. Il est de plus rappelé que l'algorithme d'estimation de l'état de charge impacte le développement du BMS batterie et plus généralement le contrôle général de la chaîne de traction. Plus précisément, l'introduction d'un estimateur d'état de charge imprécis dans le pilotage présente potentiellement les risques suivants :

4. Risques liés à une surévaluation de l'état de charge des cellules :

- En cas de surestimation de l'état de charge, le système de pilotage batterie qui prendra en compte cette information risque de produire une surdécharge ou une sous-charge de la batterie. L'autonomie électrique du véhicule sera surestimée avec le risque de tomber en panne pour le conducteur et une augmentation de la consommation pour le véhicule liée à une mauvaise gestion énergétique de la batterie.
- Concernant les algorithmes d'équilibrage, une surestimation de l'état de charge peut rendre ceux-ci défaillants, notamment si on cherche à l'utiliser tout au long de la charge et plus généralement en phase d'utilisation de la batterie. Il s'agit de 2 situations de vie pour lesquelles il est nécessaire de disposer pour chaque cellule d'un modèle précis reliant l'état de charge à la tension. Il s'en suit un allongement des temps de charge pour assurer un bon équilibrage (l'équilibrage s'effectuant uniquement en fin de charge) et également le risque d'un vieillissement non homogène entre cellules et donc d'un vieillissement prématuré de la batterie.

5. Risques liés à une sous-évaluation de l'état de charge des cellules :

- En cas de sous-estimation de l'état de charge, le système de pilotage batterie qui prendra en compte cette information risque de produire une sous-décharge ou une surcharge de la batterie. L'autonomie électrique du véhicule sera sous-estimée, avec pour conséquence une mauvaise utilisation de la capacité énergétique de la batterie pénalisante à la fois pour les actions du conducteur et également pour la consommation du véhicule.
- Concernant les algorithmes d'équilibrage, une sous-estimation présente les mêmes risques qu'une surestimation.

6. Autres risques

- D'autres risques apparaissent également liés à l'utilisation d'une **estimation erronée des paramètres du modèle de chaque cellule** et en particulier du paramètre résistance instantanée. En effet, celui-ci rentre en jeu dans l'algorithme de limitation de la puissance instantanée des cellules, algorithme nécessaire au BMS pour s'assurer que les plages admissibles de tension cellule sont bien respectées.

L'estimateur d'état de charge utilisé dans cette étude est celui préconisé au chapitre 3. Cet estimateur d'état de charge, outre un modèle, comprend également deux régulateurs :

- l'un applique une correction en entrée du modèle en complément du courant mesuré,
- l'autre applique une correction directement sur le *SOC*.

Les entrées de l'estimateur sont les suivantes :

- les mesures de tension, courant et température de la cellule,
- l'ensemble des paramètres et des variables nécessaires à la ré-identification du modèle et de son régulateur. Ces informations sont délivrées par l'algorithme d'identification embarqué sur le véhicule.

Coté sortie, l'estimateur délivre l'estimation de l'état de charge et l'estimation de la tension issue du modèle de la cellule.

Il est à noter que l'estimateur est codé sur la base d'un échantillonnage de 10ms.

A priori, le régulateur doit être utilisé uniquement dans les zones de validité du modèle utilisé dans l'estimateur. En pratique, cela signifie que pour les températures trop basses ou encore pour les états de charge trop faibles, le régulateur devrait être désactivé. L'impact de cette option ne sera pas étudié ici.

4.1.3 Banc d'essais

Pour valider les différents concepts d'identification et d'estimation, un **banc à échelle réduite** a été construit en utilisant des **organes 12V**. Ce banc est constitué de 3 parties représentées sur la **Figure 4.2** et à présent listées.

Une partie banc machine représentant à échelle réduite une chaîne de traction électrique non tournante constituée d'une machine électrique et de son onduleur, d'interrupteurs d'isollements, d'une capacité de lissage, de résistances de décharge de différents calibres, etc.

Une partie banc batterie, constituée d'un assemblage de 4 cellules Li-ion muni de capteurs de tension, de courant et de température. Les cellules sélectionnées sont de type VL6P sans système d'équilibrage.

Une partie banc UC (Unité de Contrôle) intégrant une autobox DSpace entièrement paramétrable, une carte de conditionnement pour les différents capteurs et actionneurs ainsi que différentes alimentations. L'autobox récupère les informations des différents capteurs (températures, courant, tensions) et pilote les différents interrupteurs du banc ainsi que l'onduleur.

Au banc est associé une **alimentation 4 quadrants** permettant de solliciter la batterie en charge et en décharge sur une plage de +/- 20A. La batterie peut également être sollicitée par le **banc Digatron** dont les caractéristiques sont données par le **Tableau 4.1**. Pour cela, une connexion de puissance a été mise en place ainsi qu'une liaison CAN d'échange entre les 2 équipements.

Enfin, le banc est introduit dans une **enceinte climatique** afin d'étudier l'influence du facteur température.

L'architecture générale électrique et électronique du banc apparaît sur la **Figure 4.3** sur laquelle se retrouvent les différentes parties énumérées précédemment.

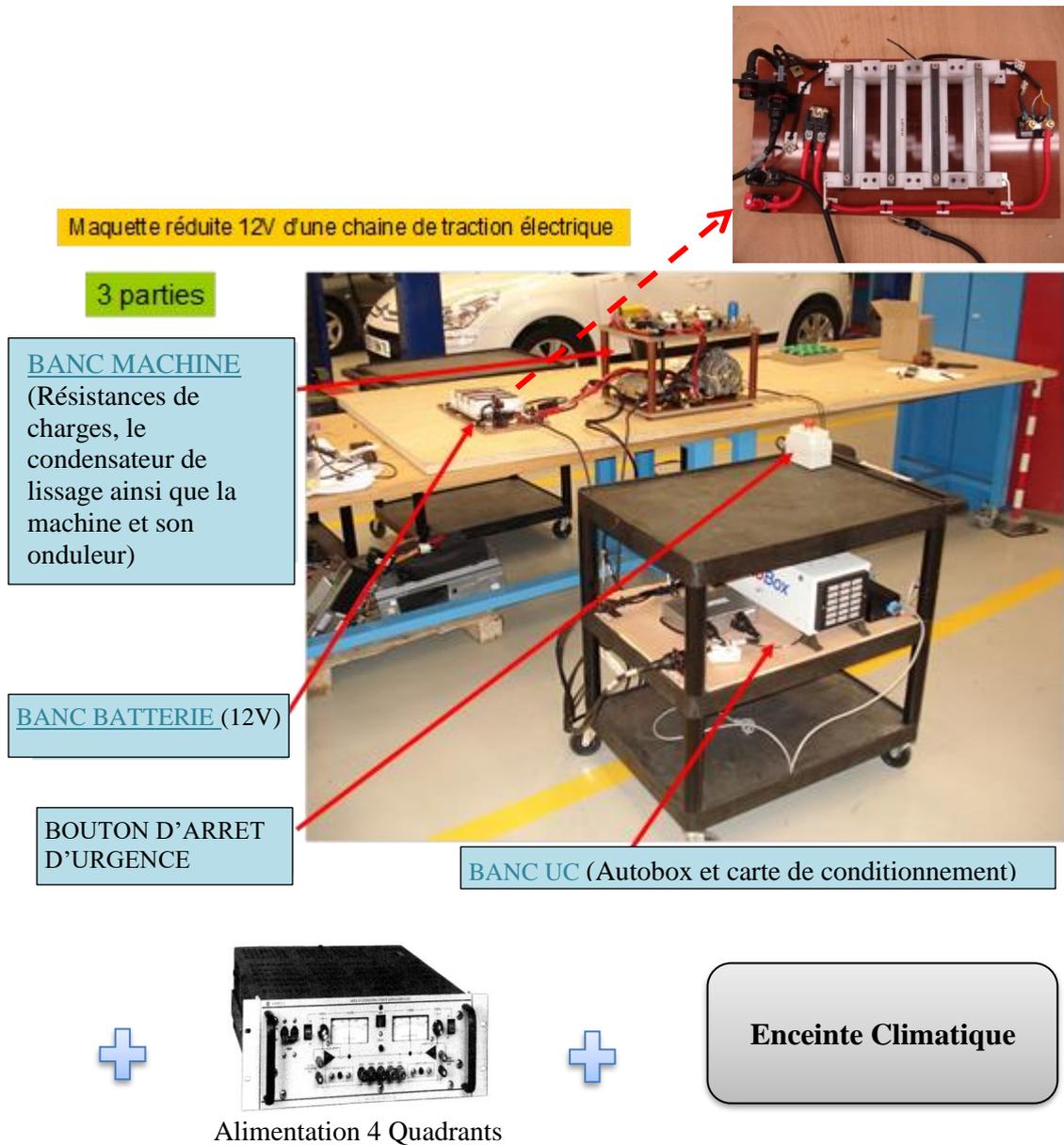


Figure 4.2 Vue d'ensemble du banc d'essais

Plage de courant		Plage de tension		Cycle de mesure	Temps de transition
En décharge	En charge	En décharge	En charge		
0.3 A – 700 A	0.3 A – 300 A	60 V – 0 V	0 V – 60 V	< 10 ms	< 10 ms

Tableau 4.1 Caractéristiques techniques du banc Digatron

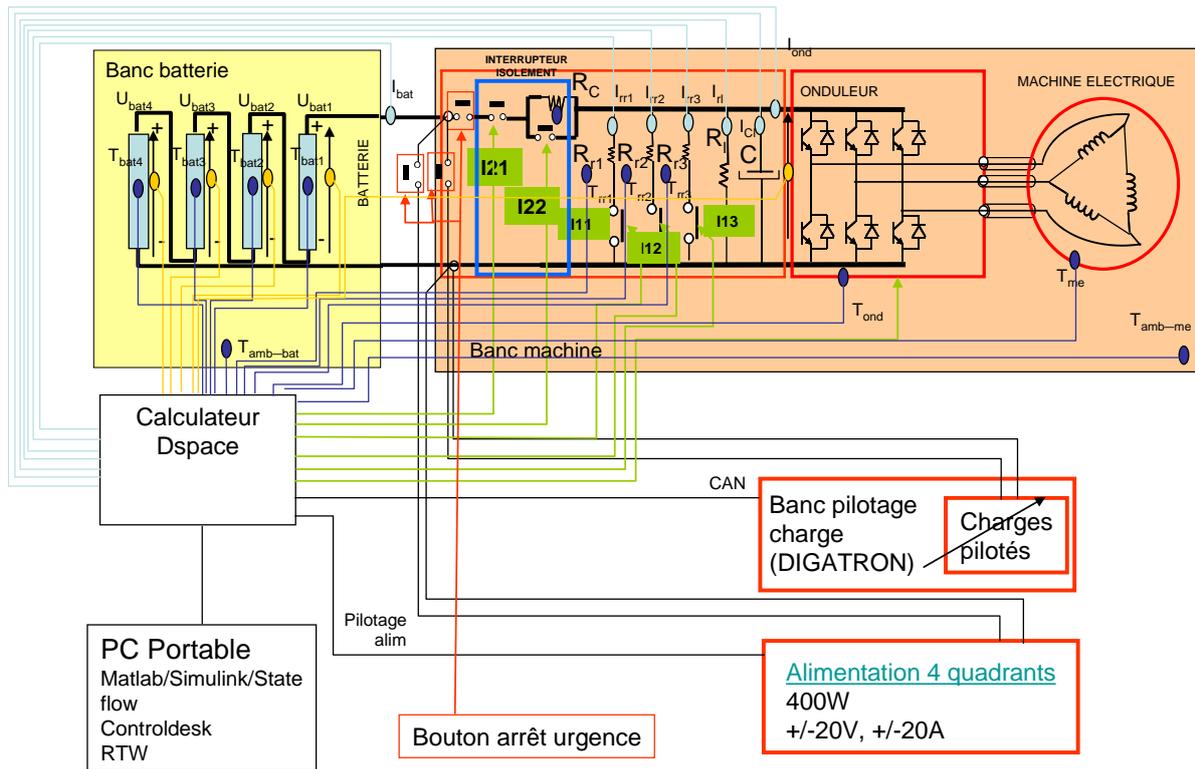


Figure 4.3 Architecture Electrique et Electronique du banc SOH (Guillemard 2011a)

4.1.4 Modèle du banc d’essais

Pour faciliter la mise au point des algorithmes d’estimation et d’identification et assurer un fonctionnement sûr, un modèle du banc d’essais a été réalisé. Ce modèle adapté pour l’estimation de l’état de charge est représenté sur la **Figure 4.4**. Il est codé sous le logiciel Matlab/Simulink. Plusieurs parties de ce modèle apparaissent ainsi que les périodes d’échantillonnage associées à ces parties :

- machine d’état de génération consigne de courant de charge et de décharge de la batterie (cette partie est détaillée dans la suite) ;
- estimateur d’état de charge à paramètre identifiable ;
- modèle de la batterie 4 cellules VL6P à vieillissement paramétrable (cette partie est détaillée ci-dessous) ;
- modèle du banc machine (cette partie n’est pas utilisée et n’est donc pas décrite) ;
- limiteur de tension batterie. Celui-ci limite la tension de la batterie entre 2 tensions. Cette limitation est appliquée au profil de puissance délivré par le banc Digatron. Les tensions limites sont 2.5V et 4.1V. Ces limitations permettront de réaliser le profil pour toutes les températures.

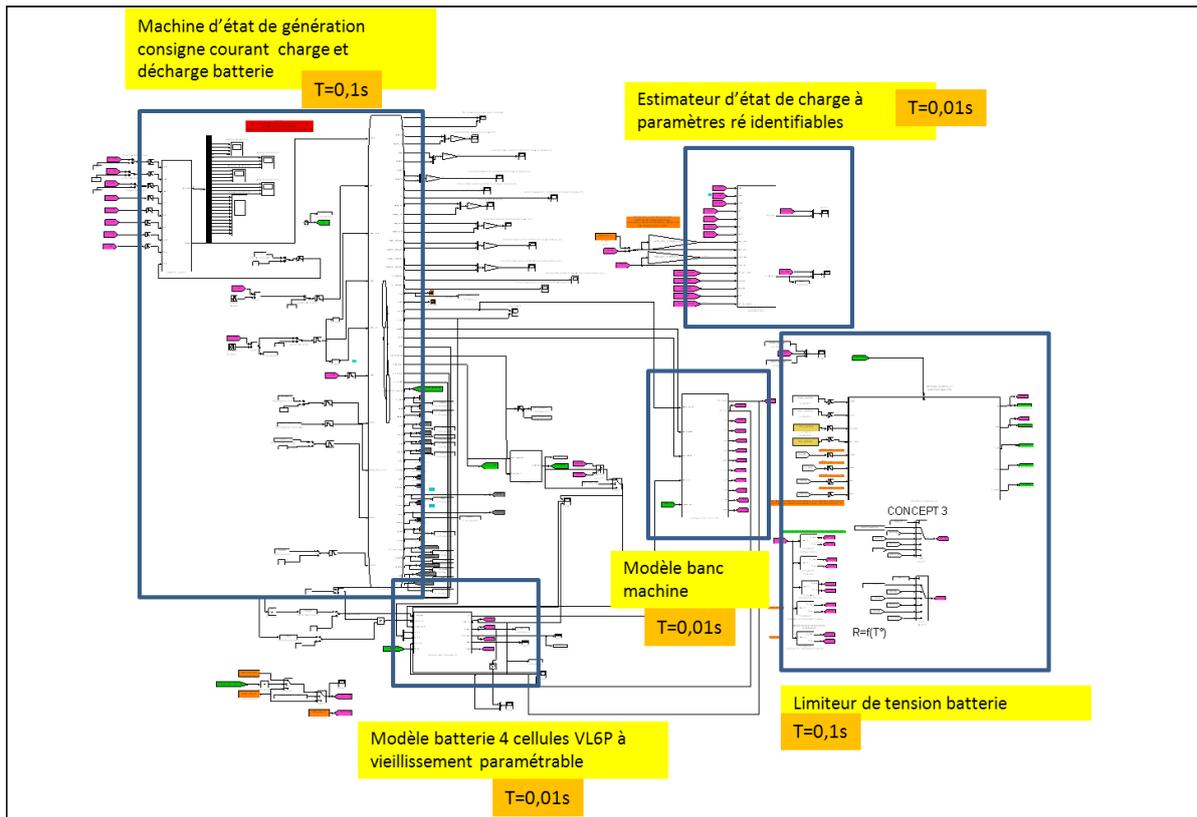


Figure 4.4 *Vue d'ensemble du modèle du banc d'essais*

Le modèle de la batterie 4 cellules VL6P à vieillissement paramétrable est un modèle de cellule Li-ion, développé par PSA, de type single-particle simulant entre autres le vieillissement dû à l'accroissement de la couche SEI. L'intérêt de ce modèle réside ainsi principalement dans la possibilité de faire varier le vieillissement de la cellule et donc de pouvoir tester en simulation l'estimateur pour différents états de vieillissement. Le fonctionnement exact de ce modèle ne sera pas donné ici. Ses principales caractéristiques apparaissent sur la **Figure 4.5** et sont données ci-dessous.

- Modèle bi-électrode avec utilisation d'une loi de tension analytique pour chaque électrode en fonction de la fraction de lithium présente dans l'électrode.
- Diffusion dans les électrodes modélisée par une sphère de matière maillée (modèle SP pour « Single Particle »). La diffusion est variable suivant la concentration moyenne de lithium dans la sphère pour l'électrode positive et constante pour l'électrode négative. La diffusion y est différenciée entre les phases de charge et de décharge.
- La valeur de la résistance est différenciée selon la charge et la décharge. La résistance résulte des réactions chimiques sur les électrodes et des couches de passivation de type SEI sur les électrodes.
- Les effets de la température ambiante sont pris en compte par utilisation de lois d'Arrhenius sur les paramètres de diffusion et de résistance instantanée.
- Le vieillissement de la cellule est paramétrable en fonction d'une quantité de lithium perdue. Cette quantité de lithium perdue dans le vieillissement :

- décale les tensions d'électrode l'une par rapport à l'autre et provoque ainsi une diminution de la capacité ;
- provoque une augmentation de la résistance instantanée proportionnelle à la perte de lithium.

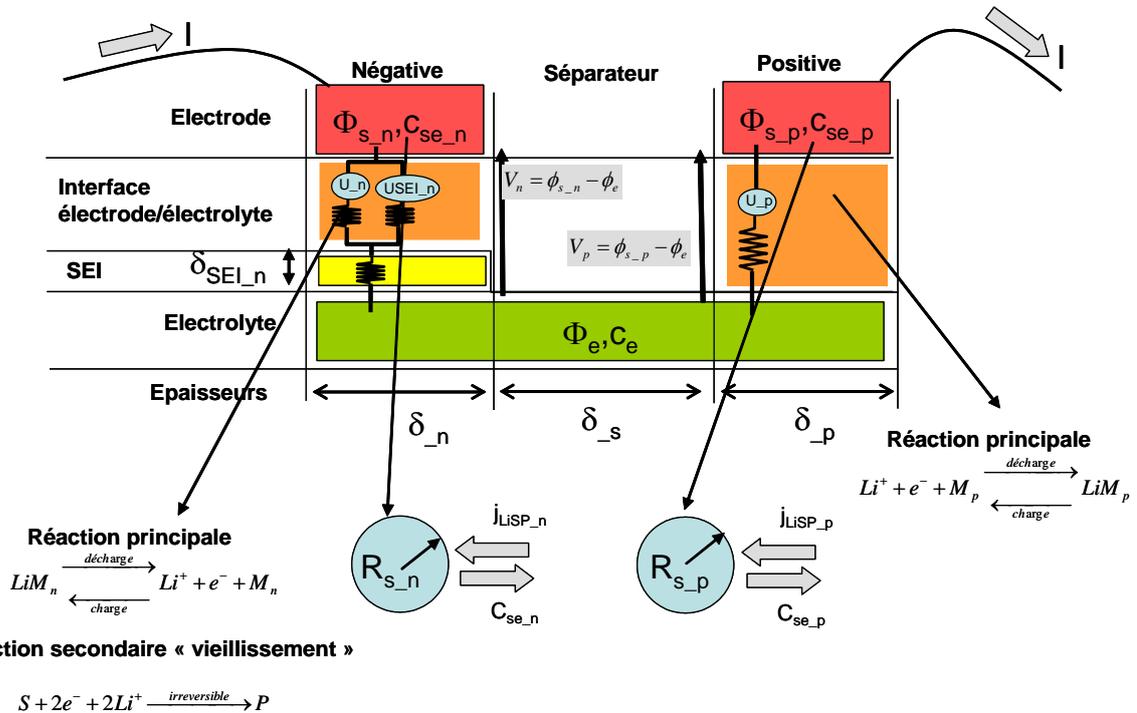


Figure 4.5 Description du modèle de type single particle à vieillissement paramétrable (Guillemard 2011b)

A noter qu'une seule cellule est modélisée dans cette version du modèle de telle sorte que la batterie du banc SOH est constituée de l'assemblage en série de 4 cellules identiques.

4.1.5 Profil de validation

La machine d'état codée sous le logiciel Stateflow utilise les mesures issues de la batterie (tensions, courant, T°) pour générer une consigne de courant batterie, piloter la tension et réaliser l'identification paramétrique de la cellule. La consigne de courant permet de générer le profil de tension batterie représentée sur la **Figure 4.6**.

Ce profil est composé de 2 parties.

- La première partie «**d'identification**» permet de réaliser une charge normale puis une charge particulière.
- La seconde partie «**de validation**» consiste à appliquer sur la cellule un profil de puissance type véhicule hybride suivi d'une charge normale.

Entre ces 2 parties, la fonction d'identification décrite dans le chapitre 2 est exécutée pour générer un nouveau paramétrage de l'estimateur ainsi que sa réinitialisation. A noter que la partie « identification » et la partie « validation » du profil peuvent s'effectuer à des **températures différentes** afin d'évaluer les performances de l'estimation face à une variabilité de la température d'identification et une variabilité de la température d'utilisation de la batterie.

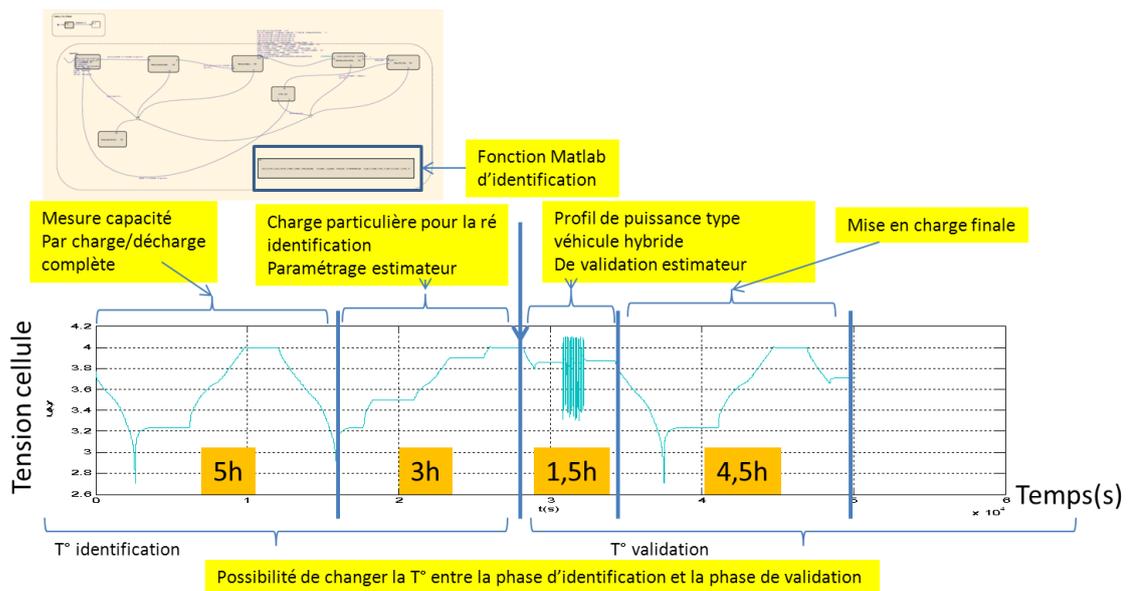


Figure 4.6 Description du profil d'identification et de validation

4.2 Température et identification

Cette partie traite de la question du lien entre température ambiante et identification des paramètres du modèle. Le cas du paramètre α , donc de la courbe de tension à vide, a déjà été traité au chapitre 2. Il y a été démontré que dans les plages de cyclage rencontrées en pratique, la dépendance de α à la température est négligeable. Cette partie est donc consacrée à analyser la question du lien entre la température et l'identification des paramètres dynamiques R et ω_c . Ce lien est analysé en deux étapes.

Dans un premier temps, il est montré que les paramètres du modèle sont fortement corrélés à la température et exhibent des variations importantes en fonction de celle-ci. Ces variations sont conformes aux observations usuellement relevées dans la littérature et le reflet du comportement dynamique de la cellule à différentes températures. Cette dépendance soulève également la question de la qualité de l'identification en fonction de la température. L'ordre de grandeur des paramètres à identifier variant fortement, il est naturel de s'interroger sur la sensibilité des méthodes d'identification aux conditions expérimentales.

Dans un second temps, la question du recalage des paramètres R et ω_c en fonction de la température est traitée. En effet, la démarche défendue ici est de réaliser l'identification du modèle lors des phases de charge uniquement, l'allure de leur profil étant connue d'avance et donc maîtrisée. Ceci a pour conséquence de ne disposer à l'instant t , pour une cellule donnée, que d'un jeu de données identifiées à une unique température T . L'extrapolation des valeurs des paramètres à d'autres températures s'avère dès lors indispensable. Comme évoqué plus haut, ce point est ici résolu par une approche ayant un sens physique et qui consiste à exploiter la relation d'Arrhenius.

4.2.1 Recherche de paramètres de référence pour différentes températures

4.2.1.1 Démarche

4.2.1.1.1 Pourquoi rechercher des paramètres de référence ?

Pour évaluer l'évolution des paramètres R et ω_c en fonction de la température, ils sont identifiés pour quatre points de température ambiante $T \in \{-10^\circ\text{C} ; 0^\circ\text{C} ; 20^\circ\text{C} ; 40^\circ\text{C}\}$ pour les quatre cellules du banc d'essais introduit dans la partie 0. Les identifications sont réalisées via les méthodes exposées au chapitre 2 à savoir l'approche dichotomique et celle des moindres carrés.

Afin d'évaluer correctement les résultats issus de ces deux approches, les paramètres dynamiques ont également été identifiés par recherche « manuelle » comme expliqué dans la section suivante. Les valeurs issues de cette recherche sont désignées comme **paramètres de référence**. Lorsque la confiance accordée en ces paramètres de référence est grande, ils permettent également de tirer des conclusions plus sûres quant au comportement thermique de

R et ω_c . L'analyse de ces paramètres de référence permet enfin de déterminer ce qui peut être estimé au mieux dans les conditions de l'expérience.

4.2.1.1.2 Précisions sur la recherche des paramètres de référence

Comme évoqué plus haut, cette recherche a consisté en une sélection du couple de paramètres (R, ω_c) optimal au sens de l'erreur quadratique sur l'estimation de la tension. Pour un profil de courant donné, le modèle MME a ainsi été excité pour différentes valeurs de paramétrage et comparé aux mesures de tension issues des essais réels. Les plages de valeurs balayées aux différentes températures sont données sur le **Tableau 4.2**. Les besoins en précision étant différents selon la température, les pas de recherche ont été adaptés pour chacun des paramètres. Pour les résistances, la tolérance est d'autant plus grande que la température est froide. Pour les pulsations de diffusion, les tolérances ont été choisies selon la logique inverse, à savoir une tolérance d'autant plus grande que la température est élevée.

	$[R_{min} ; R_{max}] (m\Omega)$	$[\omega_{c,min} ; \omega_{c,max}] (mrad.s^{-1})$
$T = -10^{\circ}C$	$[10 ; 40] \pm 0.6$	$[0.01 ; 5] \pm 0.2 \text{ maxi}$
$T = 0^{\circ}C$	$[5 ; 25] \pm 0.4$	$[0.01 ; 5] \pm 0.025 \text{ maxi}$
$T = 20^{\circ}C$	$[0.5 ; 7] \pm 0.2$	$[1 ; 30] \pm 0.36$
$T = 40^{\circ}C$	$[0.1 ; 5] \pm 0.15$	$[1 ; 50] \pm 0.61$

Tableau 4.2 Plages de recherche des paramètres optimaux aux quatre points de température

Deux types d'excitation ont été utilisés pour l'optimisation des paramètres :

- les 150 premières secondes d'un profil de charge comme illustré sur la **Figure 4.7** ;
- les deux profils routiers complets hybrides 1 et 2.

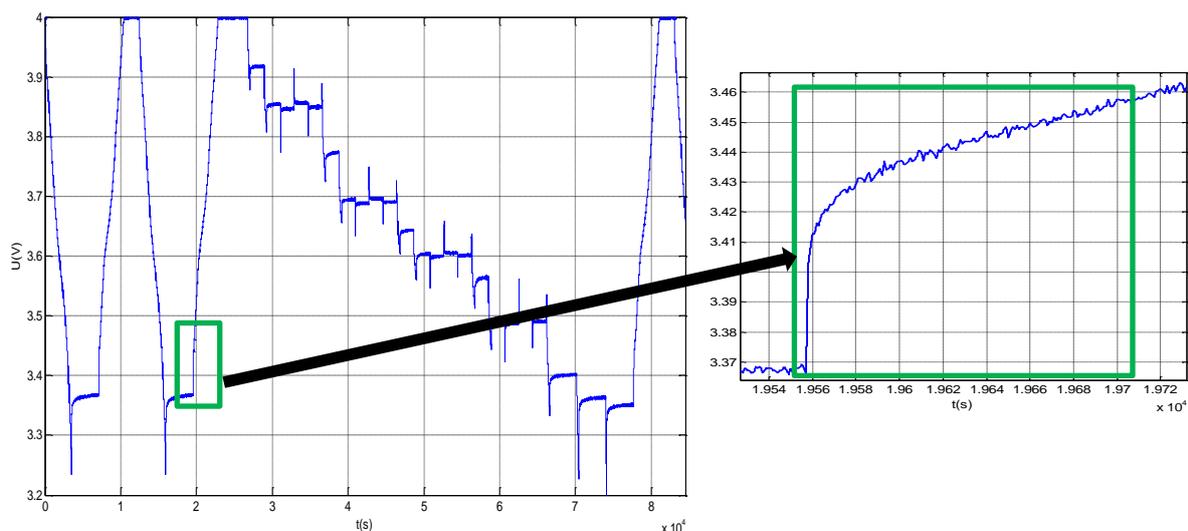


Figure 4.7 Illustration, à $20^{\circ}C$, du profil de charge et plus particulièrement de la partie servant à l'identification des paramètres R et ω_c

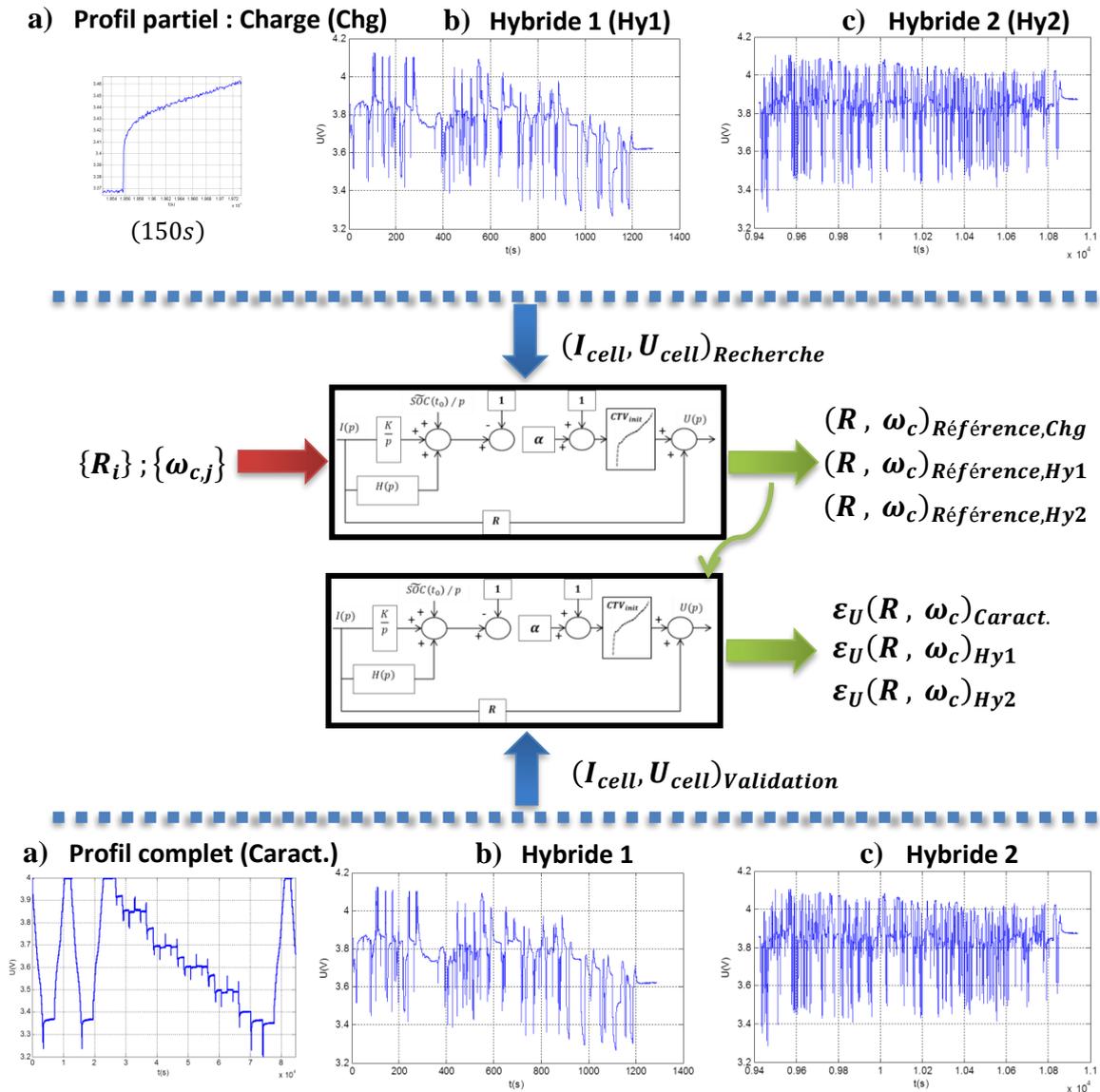


Figure 4.8 Synoptique illustrant les trois profils sur lesquels sont obtenus les paramètres de référence R et ω ainsi que l'erreur ϵ_U d'estimation de la tension associée

Le profil de charge dure 150s afin d'être dans les mêmes conditions que les méthodes d'identification développées au chapitre 2. Les profils hybrides quant à eux, sont considérés sur toute leur durée qui est d'environ 30 minutes. Contrairement à la courte section du profil de charge, ces profils présentent l'avantage de balayer une plage de SOC plus large. Celle-ci s'étend en moyenne de 80% à 50%. Ces profils routiers sont bien évidemment aussi plus « riches » en sollicitations dynamiques.

Une fois les paramètres de référence obtenus, ceux-ci sont validés et l'erreur d'estimation de la tension ϵ_U mesurée conformément au schéma de la **Figure 4.8**. Les mesures de courant et de tension utilisées pour chaque couple de paramètres de référence sont également données sur le **Tableau 4.3**.

Mesures servant à l'obtention des paramètres de référence	Mesures servant à la validation des paramètres de référence
Premiers instants du profil de charge (une petite partie du profil de caractérisation)	Profil de caractérisation complet
Profil routier Hybride 1	Profil routier Hybride 1
Profil routier Hybride 2	Profil routier Hybride 2

Tableau 4.3 Mesures de courant et de tension utilisées dans la validation des différents couples de paramètres de référence

Dans le cas des paramètres obtenus sur profil de charge, la validation de ces paramètres a été réalisée sur l'ensemble du profil de caractérisation. Celui-ci dure en moyenne quelques heures. Les profils hybrides pour leur part sont réutilisés tels quels pour la validation des paramètres. Pour comparer les différents résultats entre eux, la variance de l'erreur quadratique a été normalisée par le nombre de points de mesure contenus dans chaque échantillon de données.

4.2.1.2 Analyse

4.2.1.2.1 Appréciation de la confiance accordée aux paramètres de référence

Même s'il n'est pas totalement satisfaisant de juger la tenue d'un modèle à l'unique valeur de la variance de son erreur quadratique, celui-ci constitue déjà un bon point de départ. Ainsi, sur un cycle long, à faible courant, disons $I < 50A$, et dépourvu de pics de charge et décharge nombreux, une mauvaise estimation de la résistance R risque de ne pas impacter sensiblement la variance de l'erreur. Dans ce cas, plusieurs candidats pour R peuvent potentiellement conduire à la même variance et réduire ainsi le pouvoir discriminatoire de celui-ci. Ceci est d'autant plus vrai lorsque la CTV et la pulsation de diffusion ω_c sont pour leur part bien identifiés. Afin de fixer les idées et pour aider à la lecture des valeurs de la variance, les valeurs de celle-ci sont données, à titre d'exemple, dans le **Tableau 4.4** pour des paramètres de référence obtenus sur profil de charge et pour les quatre températures considérées. Les résultats, présentés sur la **Figure 4.11** et la **Figure 4.12**, sont hétérogènes pour les quatre températures. Ils sont d'autant meilleurs que la température est élevée. Ce comportement est commenté dans la prochaine section. Le point intéressant ici, est d'observer les valeurs de la variance données dans le **Tableau 4.4** en regard de ces figures. Cette observation permet, en première analyse, d'interpréter cette variance selon la grille suivante :

- $variance \leq 10^{-7} V^2$ (écart type d'environ $10mV$) : Excellent ;
- $10^{-6} V^2 < variance < 10^{-7} V^2$: Bon ;
- $variance \geq 10^{-5} V^2$: Mauvais.

	$Var(\varepsilon_U)$ (V^2) Variance de ε_U	$min(\varepsilon_U)$ (V)	$max(\varepsilon_U)$ (V)	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$ (V) Moyenne de $ \varepsilon_U $
$T = -10^\circ C$	0,0148	-0,4096	2,46	0,033
$T = 0^\circ C$	$24 \cdot 10^{-7}$	-0,093	0,085	0,018
$T = 20^\circ C$	$1,2 \cdot 10^{-7}$	-0,82	0,069	0,015
$T = 40^\circ C$	$0,33 \cdot 10^{-7}$	-0,045	0,036	0,011

Tableau 4.4 Evaluation de la variance

Sur la base de cette grille de lecture, la pertinence des paramètres de référence est à présent discutée. Le **Tableau 4.5** présente ainsi les caractéristiques de l'erreur quadratique dans les cas où le modèle MME a été excité avec les profils routiers hybrides 1 et 2. Les résultats relevés sont très bons pour chacune des quatre cellules et à chacune des deux températures $20^\circ C$ et $40^\circ C$. L'erreur moyenne en valeur absolue est systématiquement inférieure à $10mV$ et dans plus de 50% des cas inférieure à $5mV$. Les erreurs extrêmes sont quant à elles de l'ordre de quelques dizaines de millivolts. Il s'en suit qu'une grande confiance peut être accordée à ces paramètres pour les températures chaudes que sont $20^\circ C$ et $40^\circ C$. Le lecteur notera que dans le cas des profils hybrides 1 et 2, la validation est effectuée sur les mêmes données ayant servi à la recherche des paramètres. L'usage voudrait que la validation soit effectuée sur un jeu de données différent. Toutefois, l'objectif recherché ici est de voir si une recherche paramétrique effectuée sur les trois jeux de données différents mène aux mêmes résultats ou non. Les indications sur les erreurs sont ensuite données afin de juger de la fiabilité des paramètres obtenus.

		Hybride 1		Hybride 2	
		20°C	40°C	20°C	40°C
Cell 1	$Var(\varepsilon_U) (V^2)$	$9,07E-08$	$4,66E-08$	$2,72E-07$	$1,66E-08$
	$min(\varepsilon_U)(V)$	-0,046	-0,094	-0,097	-0,082
	$max(\varepsilon_U)(V)$	0,050	0,031	0,070	0,028
	$\overline{moy}(\varepsilon_U) (V)$	0,009	0,004	0,006	0,002
Cell 2	$Var(\varepsilon_U)$	$8,64E-08$	$1,25E-08$	$2,90E-07$	$9,39E-09$
	$min(\varepsilon_U)$	-0,061	-0,029	-0,091	-0,071
	$max(\varepsilon_U)$	0,056	0,038	0,074	0,025
	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$	0,007	0,004	0,005	0,002
Cell 3	$Var(\varepsilon_U)$	$7,10E-08$	$8,15E-09$	$3,17E-07$	$2,71E-09$
	$min(\varepsilon_U)$	-0,047	-0,029	-0,084	-0,033
	$max(\varepsilon_U)$	0,049	0,025	0,071	0,024
	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$	0,007	0,004	0,006	0,003
Cell 4	$Var(\varepsilon_U)$	$8,70E-08$	$1,76E-08$	$2,68E-07$	$1,38E-08$
	$min(\varepsilon_U)$	-0,047	-0,031	-0,092	-0,069
	$max(\varepsilon_U)$	0,051	0,038	0,076	0,031
	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$	0,007	0,004	0,006	0,003

Tableau 4.5 Caractéristiques de l’erreur de sortie du modèle MME paramétré avec les paramètres de référence trouvés via les profils hybrides 1et 2

Les paramètres optimisés sur la section de 150s du profil de charge présentent pour leur part une confiance bien moindre. La qualité moyenne des résultats sur profil de charge s’observe à partir du **Tableau 4.6**. L’erreur moyenne en valeur absolue y est de façon générale de plusieurs dizaines de mV. Les pires résultats sont obtenus à température froide et tout particulièrement à -10°C où des erreurs de plusieurs volts sont notées. La fiabilité des paramètres de référence sera donc particulièrement faible pour les deux températures froides à -10°C et 0°C. Ceci n’est pas surprenant puisqu’à froid, le modèle MME se trouve en limite de validité. Il est à noter qu’une tentative d’optimisation sur le profil de caractérisation complet a été effectuée à ces températures sans amélioration notable.

		Charge			
		-10°C	0°C	20°C	40°C
Cell 1	$Var(\varepsilon_U) (V^2)$	0,0215	$2,42E - 06$	$1,16E - 07$	$3,34E - 08$
	$min(\varepsilon_U)(V)$	-0,413	-0,094	-0,083	-0,045
	$max(\varepsilon_U)(V)$	2,749	0,085	0,070	0,037
	$\overline{moy}(\varepsilon_U) (V)$	0,033	0,018	0,015	0,011
Cell 2	$Var(\varepsilon_U)$	4520	$1,69E - 06$	$1,42E - 06$	$5,08E - 06$
	$min(\varepsilon_U)$	-0,337	-0,266	-0,207	-0,121
	$max(\varepsilon_U)$	42,112	0,110	0,065	0,050
	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$	0,202	0,009	0,012	0,025
Cell 3	$Var(\varepsilon_U)$	0,257	$1,13E - 04$	0,335	$4,26E - 04$
	$min(\varepsilon_U)$	-0,536	-0,609	-0,140	-0,484
	$max(\varepsilon_U)$	5,018	0,140	4,538	0,037
	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$	0,027	0,012	0,045	0,048
Cell 4	$Var(\varepsilon_U)$	6680	$4,30E - 07$	$2,57E - 07$	$8,16E - 06$
	$min(\varepsilon_U)$	-0,288	-0,188	-0,151	-0,139
	$max(\varepsilon_U)$	45,489	0,090	0,069	0,054
	$\overline{moy}(\varepsilon_U)$	0,234	0,011	0,011	0,026

Tableau 4.6 Caractéristiques de l'erreur de sortie du modèle MME paramétré avec les paramètres de référence trouvés via les premiers instants d'un profil de charge

Le comportement du modèle à froid ainsi que l'ensemble des résultats d'identification et de recherche sont désormais discutés.

4.2.2 Evaluation des méthodes d'identification à différentes températures

L'observation du **Tableau 4.5** et du **Tableau 4.6** a permis de statuer sur la confiance pouvant être accordée aux différentes estimations. Dans cette partie sont à présent discutées les valeurs identifiées pour l'essai n°1, défini en annexe A. Ces valeurs sont données du **Tableau 4.7** au **Tableau 4.12**. Il est à noter que les tableaux regroupant les résultats d'identification de la résistance comportent également des résistances R_{1s} à 1s, mesurées en début d'échelon de charge lorsque le profil de charge est exploité. Ces résistances ont été mesurées afin de disposer, pour les résistances, d'un point de repère physique.

Résistance interne ($10^{-3} \Omega$)		Essais n°1							
		Charge				Hybride 1		Hybride 2	
		-10°C	0°C	20°C	40°C	20°C	40°C	20°C	40°C
Cell 1	R_{1s}	14,6	10,7	5,1	2,6				
	R_{opt}	21,6	11,5	6,8	3,3	1,8	1,1	1,6	0,9
	R_{dicho}	17,4	10,0	4,6	1,4				
	R_{mc}	24,9	9,0	6,0	2,7				
Cell 2	R_{1s}	17,4	13,3	6,1	3,1				
	R_{opt}	24,1	15,6	7,0	5,0	1,8	1,1	1,6	0,9
	R_{dicho}	22,0	13,1	5,4	-0,1				
	R_{mc}	29,3	17,4	7,6	-6,3				
Cell 3	R_{1s}	17,4	13,3	6,1	4,1				
	R_{opt}	24,1	16,8	7,0	4,2	1,8	1,1	1,6	0,9
	R_{dicho}	22,3	14,2	4,8	-2,5				
	R_{mc}	31,3	19,8	5,8	2,9				
Cell 4	R_{1s}	16,3	11,9	5,6	2,0				
	R_{opt}	22,2	14,4	7,0	5,0	1,8	1,1	1,6	1,1
	R_{dicho}	21,1	12,2	4,9	-0,4				
	R_{mc}	28,3	16,2	7,0	-7,1				

Tableau 4.7 Résultats d'identification et de recherche de la résistance à différentes températures et au niveau de vieillissement correspondant à l'essai n°1

Pulsation de diffusion ($10^{-3} \text{ rad. s}^{-1}$)		Essais n°1							
		Charge				Hybride 1		Hybride 2	
		-10°C	0°C	20°C	40°C	20°C	40°C	20°C	40°C
Cell 1	ω_{opt}	0,3	0,9	10,2	7,8	7,6	16,5	6,9	9,1
	ω_{dicho}	0,1	0,8	1,3	1,0				
	ω_{mc}	0,7	0,4	3,5	2,7				
Cell 2	ω_{opt}	0,2	2,4	3,2	11,5	6,9	13,4	6,5	10,3
	ω_{dicho}	0,3	1,0	0,5	7,5				
	ω_{mc}	0,9	4,6	1,7	0,5				
Cell 3	ω_{opt}	0,5	3,8	1,0	49,4	8,3	13,4	8,3	11,5
	ω_{dicho}	0,3	0,8	1,9	14,6				
	ω_{mc}	2,7	13,2	0,6	99,9				
Cell 4	ω_{opt}	0,2	2,2	5,0	10,9	6,5	13,4	5,4	15,9
	ω_{dicho}	0,3	1,1	0,6	7,8				
	ω_{mc}	1,1	4,7	2,0	0,5				

Tableau 4.8 Résultats d'identification et de recherche de la pulsation de diffusion à différentes températures et au niveau de vieillissement correspondant à l'essai n°1

Résistance interne (10 ⁻³ Ω)		Essais n°2							
		Charge				Hybride 1		Hybride 2	
		-10°C	0°C	20°C	40°C	20°C	40°C	20°C	40°C
Cell 1	R_{1s}	20,0	10,9	4,0	1,7				
	R_{opt}	25,3	12,8	2,7	0,8	2,1	1,3	1,8	1,1
	R_{dicho}	20,4	10,0	2,6	0,8				
	R_{mc}	28,6	12,1	2,7	0,4				
Cell 2	R_{1s}	32,6	18,7	15,3	6,0				
	R_{opt}	40,0	25,0	7,0	5,0	4,1	2,1	3,0	2,0
	R_{dicho}	36,8	23,7	8,5	2,4				
	R_{mc}	50,4	19,7	-2,1	5,3				
Cell 3	R_{1s}	23,0	11,7	5,4	1,6				
	R_{opt}	29,0	14,0	5,2	0,9	2,1	1,3	1,8	1,1
	R_{dicho}	23,2	11,1	3,9	0,9				
	R_{mc}	31,9	12,6	4,2	1,0				
Cell 4	R_{1s}	21,3	11,4	4,3	2,3				
	R_{opt}	27,1	13,2	3,4	1,8	2,3	1,3	1,8	1,1
	R_{dicho}	22,1	10,9	2,5	1,4				
	R_{mc}	30,6	11,9	2,4	2,4				

Tableau 4.9 Résultats d'identification et de recherche de la résistance à différentes températures et au niveau de vieillissement correspondant à l'essai n°2

Pulsation de diffusion (10 ⁻³ rad. s ⁻¹)		Essais n°2							
		Charge				Hybride 1		Hybride 2	
		-10°C	0°C	20°C	40°C	20°C	40°C	20°C	40°C
Cell 1	ω_{opt}	0,7	1,1	2,8	2,9	5,4	15,9	6,1	9,7
	ω_{dicho}	0,1	0,2	2,9	4				
	ω_{mc}	1,8	0,5	2,9	2,9				
Cell 2	ω_{opt}	0,3	1,0	1,0	47,5	8,3	6,6	2,8	8,4
	ω_{dicho}	0,2	0,4	7,8	18				
	ω_{mc}	1,9	0,2	0,3	99,9				
Cell 3	ω_{opt}	0,5	0,8	12,4	5,3	5,4	11,5	8,3	16,5
	ω_{dicho}	0,1	0,2	3,8	5,4				
	ω_{mc}	1,6	0,3	5,0	6,5				
Cell 4	ω_{opt}	0,4	0,6	5,0	50,0	6,1	9,1	5,0	10,9
	ω_{dicho}	0,1	0,3	3,4	9,3				
	ω_{mc}	1,2	0,3	3,2	40,5				

Tableau 4.10 Résultats d'identification et de recherche de la pulsation de diffusion à différentes températures et au niveau de vieillissement correspondant à l'essai n°2

Résistance interne ($10^{-3} \Omega$)		Essais n°3						
		Charge				Hybride 1		Hybride 2
		-10°C	0°C	20°C	40°C	20°C	40°C	40°C
Cell 1	R_{1s}	20,6	12,0	2,3	1,6			
	R_{opt}	26,5	13,2	4,1	2,0	2,3	1,3	1,1
	R_{dicho}	23,0	11,9	3,1	1,2			
	R_{mc}	30,7	9,7	2,4	1,9			
Cell 2	R_{1s}	30,4	18,7	4,0	3,9			
	R_{opt}	40,0	25,0	4,8	3,3	4,5	2,1	2,0
	R_{dicho}	37,1	23,1	6,9	-0,4			
	R_{mc}	46,5	20,1	-5,5	2,7			
Cell 3	R_{1s}	23,0	13,4	2,3	2,3			
	R_{opt}	28,4	16,8	6,3	3,3	2,7	1,3	1,1
	R_{dicho}	25,8	14,5	4,3	1,6			
	R_{mc}	33,9	19,6	3,9	2,9			
Cell 4	R_{1s}	21,4	13,1	2,3	2,6			
	R_{opt}	27,1	17,2	6,3	4,2	3,0	1,3	1,1
	R_{dicho}	24,8	14,6	4,2	1,3			
	R_{mc}	33,4	13,2	4,2	3,6			

Tableau 4.11 Résultats d'identification et de recherche de la résistance à différentes températures et au niveau de vieillissement correspondant à l'essai n°3

Pulsation de diffusion ($10^{-3} \text{ rad. s}^{-1}$)		Essais n°3						
		Charge				Hybride 1		Hybride 2
		-10°C	0°C	20°C	40°C	20°C	40°C	40°C
Cell 1	ω_{opt}	0,3	0,8	10,5	50,0	5,0	15,9	9,7
	ω_{dicho}	0,2	0,8	3,7	7,7			
	ω_{mc}	0,7	0,3	2,9	19,7			
Cell 2	ω_{opt}	0,2	0,9	1,0	50,0	8,0	7,2	9,7
	ω_{dicho}	0,2	0,3	8,6	19,5			
	ω_{mc}	0,4	0,2	0,3	99,9			
Cell 3	ω_{opt}	0,3	2,3	10,9	25,2	6,5	10,9	15,9
	ω_{dicho}	0,3	1	1,9	2			
	ω_{mc}	1,2	7,2	1,9	5,8			
Cell 4	ω_{opt}	0,3	3,3	6,5	3,5	7,2	9,1	10,9
	ω_{dicho}	0,3	1	0,9	0,7			
	ω_{mc}	1,7	0,7	1,3	1,6			

Tableau 4.12 Résultats d'identification et de recherche de la pulsation de diffusion à différentes températures et au niveau de vieillissement correspondant à l'essai n°3

4.2.2.1 Analyse des résultats

4.2.2.1.1 Cas des paramètres de référence

Le **Tableau 4.7** présente les valeurs de résistance identifiées. Ce tableau montre que les résistances de référence issues des profils routiers hybrides 1 et 2 sont très proches et présentent des différences négligeables d'au plus $2m\Omega$. Ce fait confirme la confiance accordée aux résistances trouvées par recherche sur profils hybrides à 20°C et 40°C . La même observation est réalisée pour le paramètre ω_c à partir du **Tableau 4.8**. A l'exception du cas de la cellule n°1 à 40°C , les écarts entre les profils hybride 1 et 2 y sont d'au plus 2.5 mrad. s^{-1} .

Comme cela a été noté précédemment, le cas du profil de charge est plus problématique pour les paramètres de référence. Les résistances trouvées sont de l'ordre de la résistance à 1s voire légèrement supérieures à celle-ci, ce qui est bien trop important notamment à 20°C et 40°C . Pour le paramètre de diffusion ω_c à 20°C et 40°C , la tendance n'est ni clairement à la surestimation ni clairement à la sous-estimation. Les valeurs de ω_c trouvées sont plus erratiques mais quasiment toujours très différentes des valeurs jugées bonnes et issues de la recherche sur profils hybrides 1 et 2. Seul le paramètre de diffusion estimé à 20°C et pour la cellule n°4 échappe à cette règle. Ceci signifie notamment qu'il est à priori difficile de faire mieux à ces températures avec d'autres méthodes. **Ces résultats suggèrent donc tout particulièrement des difficultés d'estimation de la résistance R aux températures chaudes.**

Aux températures froides, les résistances trouvées dépassent les résistances à 1s de plusieurs $m\Omega$ ce qui ne signifie pas pour autant qu'elles sont loin de la réalité. Le comparatif avec des valeurs sur profil hybride n'est en revanche pas possible, ces mesures n'existant pas. Pour le paramètre de diffusion, il est encore une fois difficile de s'exprimer à froid. Il peut toutefois être noté que de manière générale les valeurs trouvées à 0°C présentent moins de dispersion qu'à -10°C . Ceci est illustré à titre d'exemple sur la **Figure 4.9** et la **Figure 4.10**. Il est également à noter que l'évolution de la valeur de ω_c trouvée en fonction de la température suit une logique attendue, à savoir que ω_c augmente avec la température ce qui est synonyme de diffusion plus rapide aux températures plus chaudes donc.

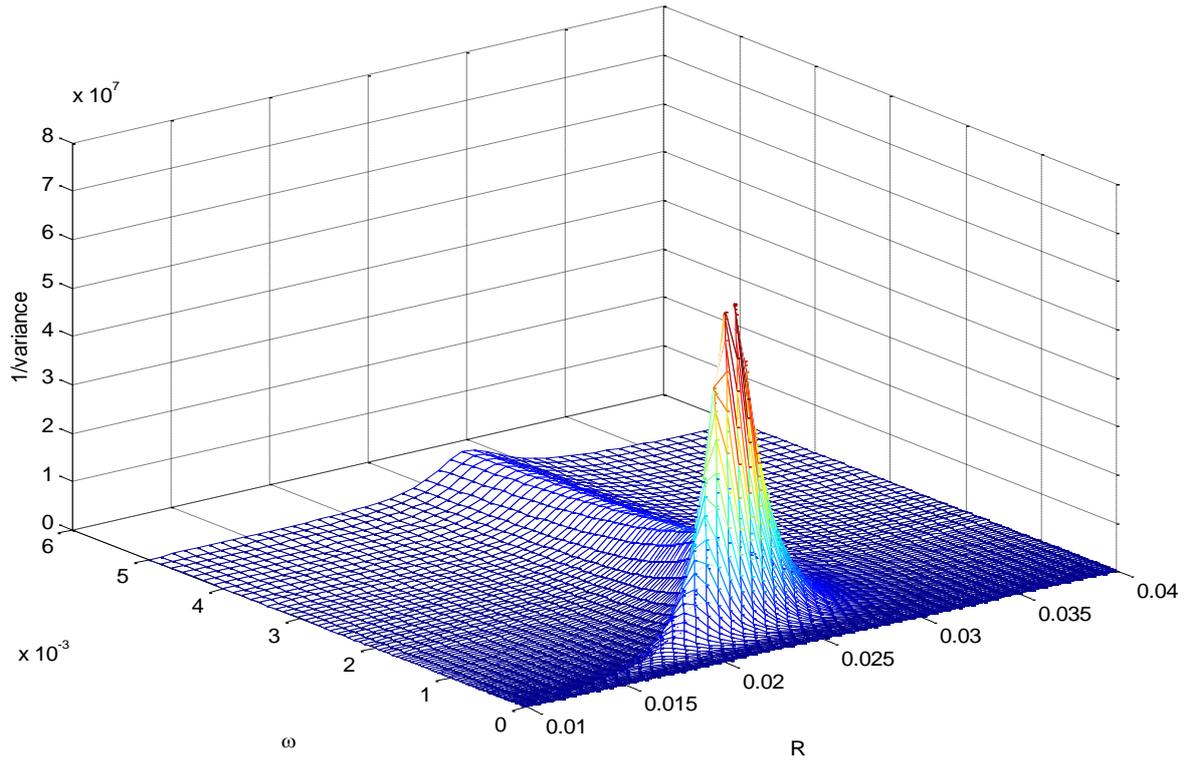


Figure 4.9 Aperçu du critère quadratique dans la recherche des paramètres de référence R et ω_c à la température $T = -10^\circ\text{C}$

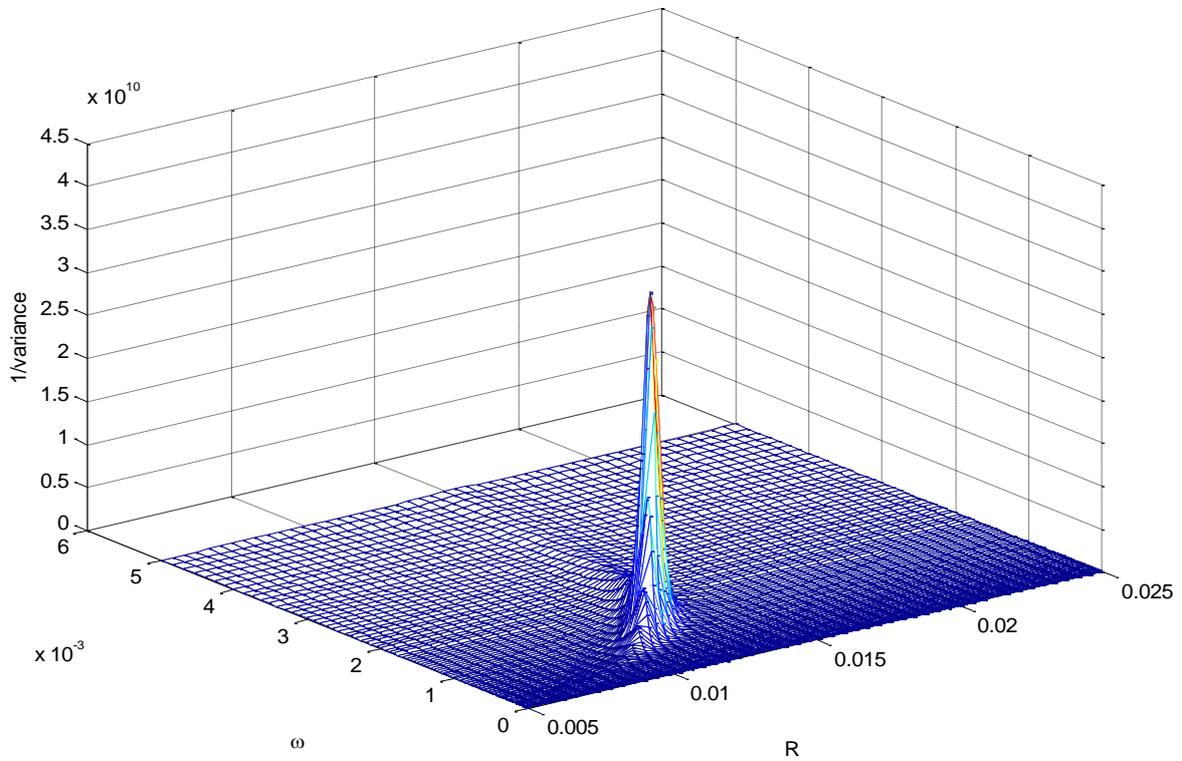


Figure 4.10 Aperçu du critère quadratique dans la recherche des paramètres de référence R et ω_c à la température $T = 0^\circ\text{C}$

Les modèles paramétrés via la recherche optimale sur les 150 premières secondes du profil de charge ont été soumis à la totalité du profil de caractérisation. Les résultats sont donnés sur la **Figure 4.11** et la **Figure 4.12**. Ces figures comparent la tension du modèle paramétré à la tension cellule mesurée sur banc d'essais. La **Figure 4.11** montre ainsi que l'erreur sur la tension aux températures froides est principalement due à une divergence de la tension sur les périodes de charges longues et dans une moindre mesure semble-t-il de décharges longues. Sur le reste du profil, la comparaison est en effet plutôt bonne. Le phénomène est d'autant plus accentué à -10°C qu'à 0°C .

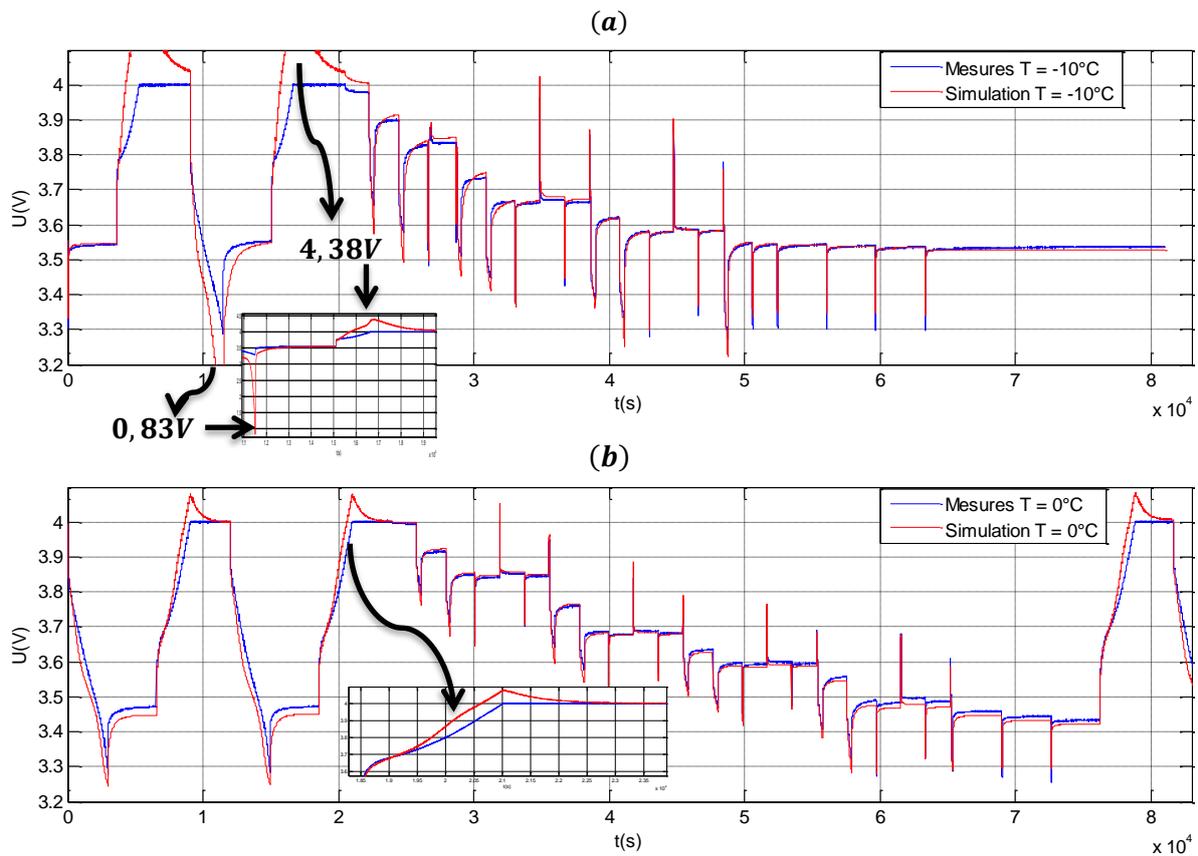


Figure 4.11 Application des paramètres de référence obtenus sur profil de charge sous :
(a) -10°C et (b) 0°C

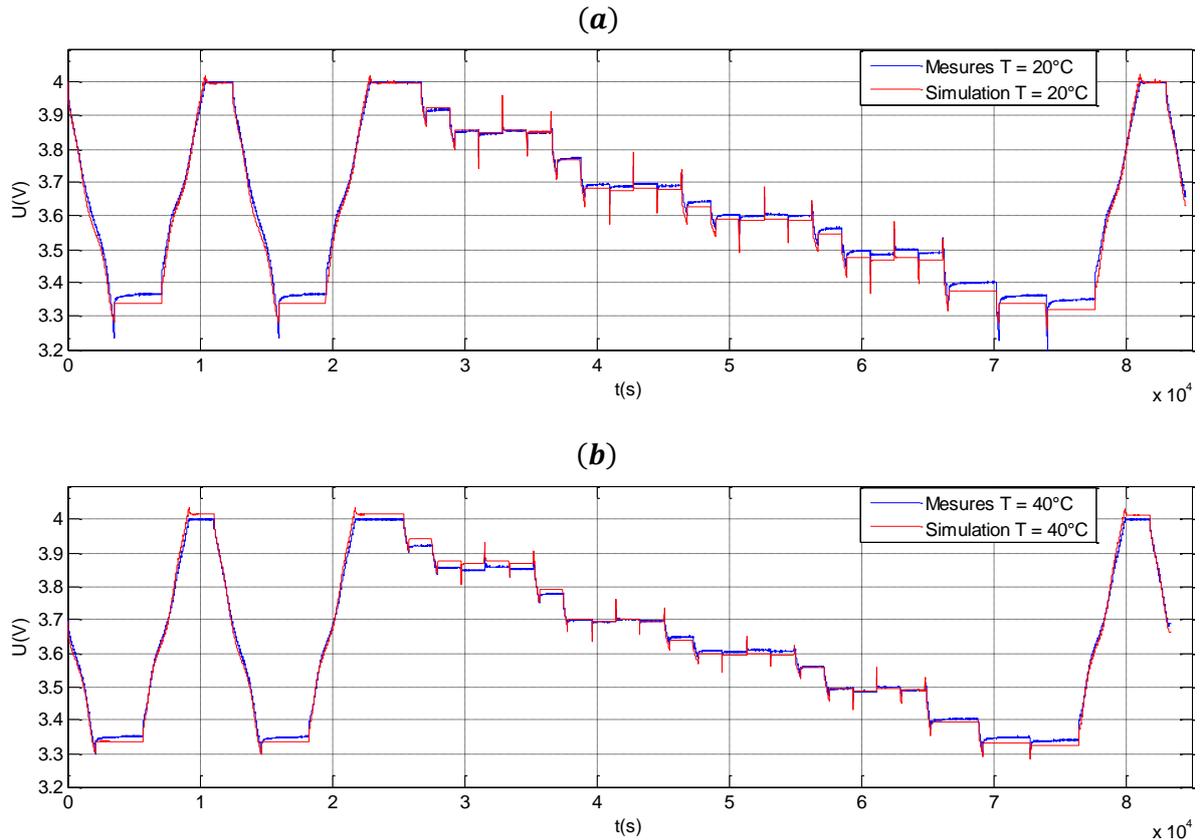


Figure 4.12 Application des paramètres de référence obtenus sur profil de charge sous :
(a) 20°C et (b) 40°C

En première analyse, cette divergence de la tension peut être attribuée aux faibles valeurs de ω_c trouvées aux deux températures froides et amplifiée par de potentielles erreurs d'identification dues à l'identification à bas *SOC*. En effet, il est rappelé que la contribution ΔSOC de la diffusion aux variations transitoires du *SOC*, vues par la CTV, est donnée par :

$$\Delta SOC(t) = A_{éch} \frac{K}{\omega_c} \left[erf(\sqrt{\omega_c t}) \left(\frac{1}{2} + \omega_c t \right) + \sqrt{\frac{\omega_c t}{\pi}} e^{-\omega_c t} \right]. \quad (4.7)$$

La variation de tension associée est quant à elle donnée par :

$$\Delta U(t) = E(SOC(t_0) + \Delta SOC(t)). \quad (4.8)$$

Dans cette expression et à t fixe, le terme $erf(\sqrt{\omega_c t}) \left(\frac{1}{2} + \omega_c t \right) + \sqrt{\frac{\omega_c t}{\pi}} e^{-\omega_c t}$ tend vers 0 lorsque ω_c diminue. Ce terme décroît toutefois moins vite que la croissance de l'inverse $1/\omega_c$ lorsque ω_c diminue. Physiquement, cela signifierait que le lithium accumulé à la surface de l'électrode diffuse ou encore s'évacue plus lentement gardant ainsi une tension à vide transitoire élevée surtout lorsque la cellule continue à rester sous courant comme cela est le cas sur une charge longue. La **Figure 4.13** illustre cette évolution temporelle de $\Delta SOC(t)$ pour différentes valeurs de ω_c . Il est donc très probable que le

paramètre de diffusion soit sous-estimé à froid lors de l'opération de recherche. **Ces résultats suggèrent donc tout particulièrement des difficultés d'estimation du paramètre de diffusion ω_c aux températures froides.** Ceci est conforme aux conclusions de (Merveillaut 2011) sur les limites de validité du modèle MME aux températures froides.

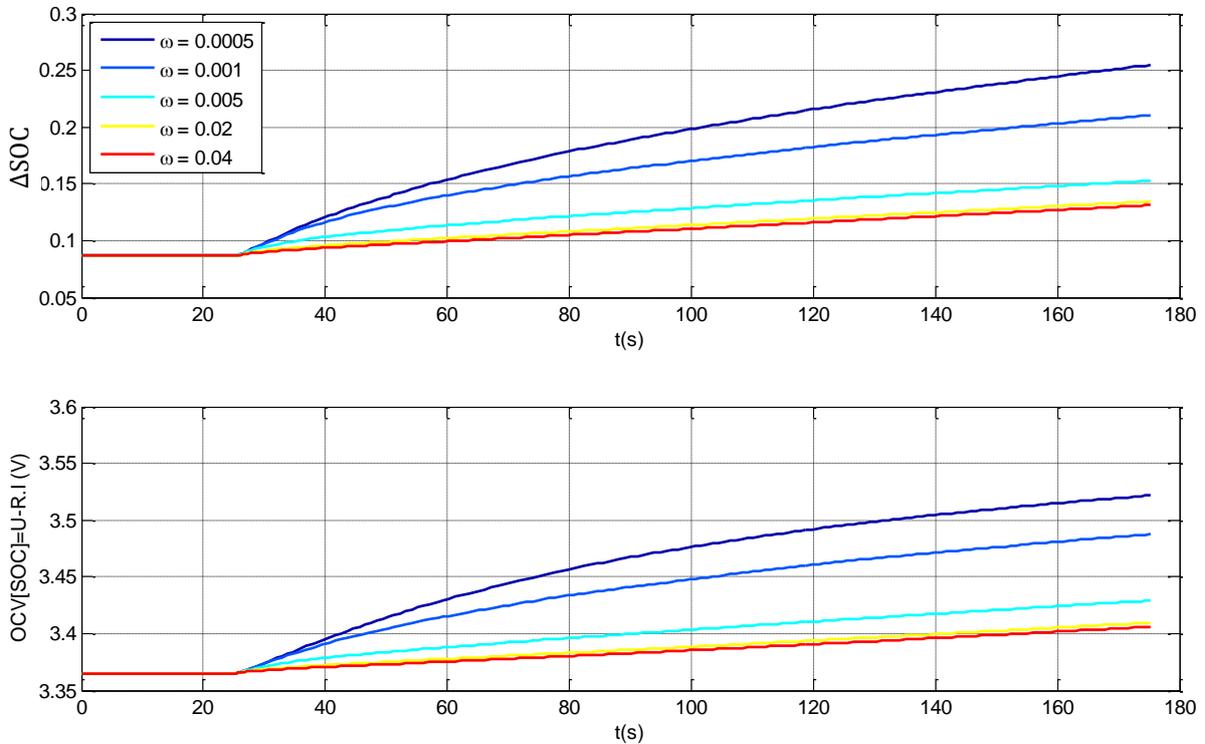


Figure 4.13 Contribution de la diffusion pour différentes valeurs de ω_c dans le cas d'un palier de charge à 1C correspondant ici à un courant de 7A, à bas SOC et pour une CTV neuve

Le sens de variation des paramètres de référence en fonction de la température est comme attendu. En effet, la diffusion est d'autant meilleure (ω_c élevé) que la température est élevée et la résistance interne augmente lorsque la température baisse. La qualité des identifications quant à elle est discutée dans le prochain paragraphe.

4.2.2.1.2 Evaluation des méthodes d'identification

L'analyse précédente a permis de dégager des paramètres de référence avec une bonne confiance à 20°C et 40°C à l'aide des profils hybrides. Les références trouvées à -10°C et 0°C affichent quant à elles une faible confiance et doivent de fait être considérées avec prudence. Plus généralement la recherche de paramètres optimaux s'est révélée de moins bonne qualité sur profil de charge. Dans les prochains paragraphes, l'analyse porte désormais sur les performances des méthodes d'identification dites dichotomique et des moindres carrés à la lumière des conclusions précédentes. Les méthodes d'identification ont été appliquées aux mêmes réponses indicielles de 150s.

Il ressort des résultats du **Tableau 4.7** au **Tableau 4.12**, que les comportements observés sur les paramètres de référence se retrouvent sur les résultats d'identification des méthodes dichotomique et des moindres carrés. Les résistances exhibent même des problèmes supplémentaires puisqu'il y a des cas d'estimation de résistances négatives à la fois pour la méthode dichotomique que pour les moindres carrés. Dans le cas de la méthode dichotomique, il faut garder en mémoire que les erreurs d'estimation de ω_c se répercutent inévitablement sur la qualité de l'estimation de la résistance R . Considérées dans l'ensemble, ces résultats paraissent à première vue plutôt moins bons.

Etant donné que la faisabilité des méthodes d'identification a été prouvée au chapitre 2 et que la recherche des paramètres optimaux sur le profil de charge suggère des limites dans la possibilité d'identifier les paramètres dynamiques sur ces réponses indicielles, il est nécessaire de regarder de plus près les conditions expérimentales. Deux explications sont proposées ici. Elles concernent la zone de la CTV considérée et la variation inégale de la tension au bout des 150s.

- **La zone de la CTV considérée** (valeur de la tension relaxée initiale) - Beaucoup d'échelons de charge sont lancés à bas SOC, soit dans des zones où l'incertitude sur la tension à vide est grande pour la définition de SOC considérée ($Q_{ref} = Q_{fixe}$). Cette incertitude est due à la combinaison de deux faits. Premièrement et comme cela a été évoqué dans le chapitre 2, les CTV initiales utilisées pour la génération des cartographies de tension à vide en fonction du vieillissement ne sont connues que sur une plage de tension limitée vis-à-vis de l'usage observé en pratique. Deuxièmement et comme cela a été démontré au chapitre 2, ces zones sont également celles qui sont les plus affectées par le vieillissement d'après la définition du SOC adoptée ici. Il est rappelé que dans cette définition, la capacité de référence est considérée fixe et égale à la capacité nominale. Les valeurs des plateaux de tension à vide initiales dans le cas de l'essai n°1 sont données dans le **Tableau 4.13**. Ceci rend potentiellement difficile l'estimation de la résistance aux températures chaudes dans ces conditions expérimentales puisque la variation de tension due à la résistance elle-même sera faible. La contribution de la résistance peut donc se retrouver noyée par l'erreur d'identification de la CTV à trop bas SOC.
- **La variation inégale de la tension au bout des 150s** - Il a été noté que la cellule est d'autant plus limitée cinétiquement que la température ambiante est froide. Cela se traduit, à froid et à chaud, par des contributions inégales de la résistance et de la diffusion. A froid la variation de tension due à la résistance est grande mais la variation de tension due à la diffusion est très faible. A l'inverse à chaud, la variation de tension due à la résistance est très faible alors que la variation de tension due à la diffusion est grande. Ces tendances s'observent par exemple à partir du **Tableau 4.13** qui présente les valeurs de la variation de tension au bout de 150s. Ceci est certainement un problème pour la méthode dichotomique qui nécessite des écarts de tension significatifs pour la contribution due à la diffusion, faute de quoi le critère quadratique risque de ne pas être suffisamment discriminant.

	Tension Plateau Equilibre initial (V)				Variation de tension entre $T = T_{init}$ et $T=150s$ (mV)				Variation de tension entre $T = 1s$ et $T=150s$ (mV)			
	-10°C	0°C	20°C	40°C	-10°C	0°C	20°C	40°C	-10°C	0°C	20°C	40°C
	Essais n°1											
Cell 1	3,55	3,47	3,37	3,35	234	170	90	64	130	92	53	50
Cell 2	3,47	3,41	3,35	3,24	290	192	103	154	171	99	61	138
Cell 3	3,42	3,38	3,30	3,01	298	188	142	331	176	94	97	305
Cell 4	3,45	3,41	3,36	3,23	291	184	99	167	179	98	61	150
	Essais n°2											
Cell 1	3,61	3,59	3,46	3,50	236	133	92	60	98	58	66	48
Cell 2	3,43	3,39	3,18	3,09	440	291	308	295	214	155	254	250
Cell 3	3,57	3,56	3,40	3,43	260	150	92	76	97	66	62	62
Cell 4	3,56	3,53	3,43	3,41	254	160	92	58	104	80	69	45
	Essais n°3											
Cell 1	3,52	3,47	3,41	3,40	282	187	86	56	140	104	69	44
Cell 2	3,42	3,38	3,16	3,01	453	298	328	354	241	165	296	322
Cell 3	3,46	3,41	3,37	3,36	324	203	91	60	162	107	71	44
Cell 4	3,44	3,40	3,37	3,34	320	192	96	82	171	97	80	65

Tableau 4.13 Variations de tension sur profil de charge classique

4.2.2.1.3 Evaluation des méthodes d'identification sur profil de charge particulier

Afin de pallier aux incertitudes sur la tension à vide à bas *SOC*, les identifications sont à présent réalisées sur le profil de charge particulier présenté dans le chapitre 2. Ce profil a en effet la particularité de comporter plusieurs plateaux de tension à vide répartis à bas, moyen et haut *SOC* comme illustré sur la **Figure 4.14**.

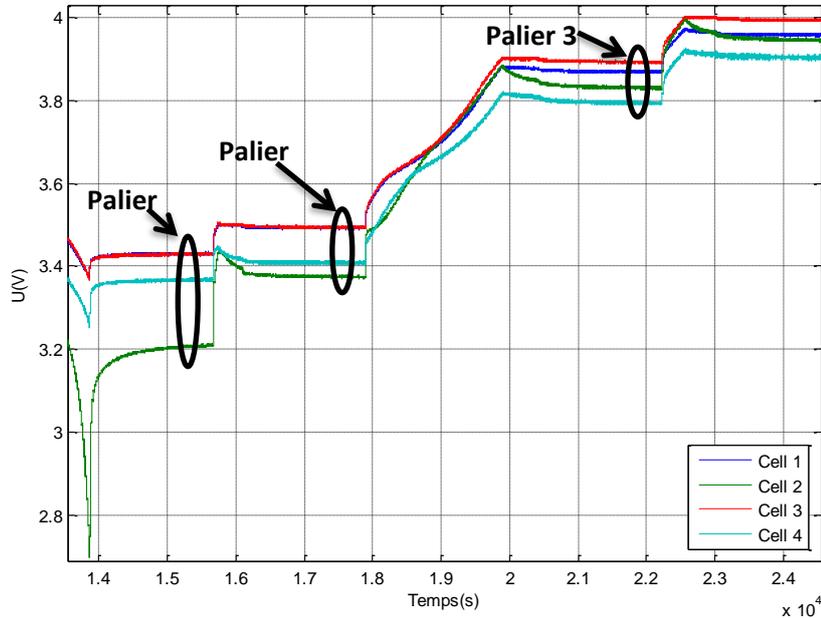


Figure 4.14 Illustration du profil de charge particulier

Concernant les mesures de charge particulière disponibles pour les présents travaux, il faut noter qu'elles se distinguent des mesures de charge classique en particulier sur les deux points suivants.

- Ces mesures ne sont disponibles que pour les essais n°2 à 0°C, 20°C et 40°C ainsi que pour l'essai n°3 à 20°C et 40°C.
- L'échelon de courant ne dure pas systématiquement plus de 150s, si bien que pour certains paliers, l'identification est réalisée sur une réponse indicielle de durée inférieure à 150s. A titre d'information, les durées de tous les paliers sont données sur le **Tableau 4.14**.

	Palier 1			Palier 2			Palier 3		
	0°C	20°C	40°C	0°C	20°C	40°C	0°C	20°C	40°C
Essai n°2		60	150	15	150	150	4	150	150
Essai n°3		90	150		150	150		90	150

Tableau 4.14 Durées des réponses indicielles exploitées pour les paliers des charges particulières en secondes

Les résultats d'identification sont donnés du **Tableau 4.15** au **Tableau 4.18**. Les différents états de charge sont signalés par les sigles P1 (Palier1), P2 (Palier 2) et P3 (Palier 3). Pour fixer les idées, ces tableaux contiennent également des paramètres de référence R_{opt} et ω_{opt} trouvés précédemment. A 20°C et 40°C et lorsqu'ils sont disponibles, ce sont les

paramètres trouvés sur le profil hybride 2 qui sont donnés en référence, celui-ci étant plus sollicitant pour la mesure de la résistance interne. A 0°C les paramètres de référence donnés sont ceux trouvés sur profil de charge classique. En résumé :

- essais n°2 pour 0°C - utilisation des références issues du profil de charge classique
- essais n°2 pour 20°C et 40°C - utilisation des références issues du profil hybride 2
- essais n°3 pour 0°C - utilisation des références issues du profil de charge classique
- essais n°3 pour 20°C - utilisation des références issues du profil hybride 1
- essais n°3 pour 40°C - utilisation des références issues du profil hybride 2.

Sans surprise, l'amélioration des résultats d'identification est très nette sur le dernier palier qui correspond en effet au niveau d'état de charge le plus élevé.

Ceci est particulièrement vrai pour la résistance interne identifiée avec l'approche dichotomique. La résistance interne identifiée avec l'approche dichotomique sur le palier n°3 est en effet la plus proche de la référence à 20°C et 40°C dans 44% des cas avec une erreur moyenne de 0,7 mΩ sur tous les cas. Cette moyenne tombe à 0,4 mΩ si l'on exclut les deux cas de la cellule n°2 à 20°C. Dans tous les cas, l'identification sur le palier n°3 avec l'approche dichotomique élimine les résultats aberrants correspondant aux résistances négatives. Il en est de même pour les moindres carrés concernant cette dernière remarque sur les valeurs négatives. Pour les deux approches confondues, les meilleurs résultats sont obtenus à 40°C.

L'identification de la pulsation de diffusion est également améliorée grâce au palier n°3 quoique moins nette. Dans tous les cas, les deux approches appliquées sur le palier n°3 permettent de trouver le bon ordre de grandeur et éliminent les erreurs d'un facteur 5, voire parfois 20, trouvés sur les états de charge bas.

Résistances (mΩ)		Essai n°2								
		0°C			20°C			40°C		
		P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Cell 1	U_{init}		3,52	3,87	3,43	3,49	3,87	3,43	3,5	3,9
	R_{opt}		12,8		1,8			1,1		
	R_{dicho}		7,3	8,3	3,4	2,9	2,4	1,1	0,9	0,9
	R_{mc}		9,5	5,8	3,3	1,2	3,1	-0,6	-0,4	1
Cell 2	U_{init}		3,39	3,83	3,21	3,38	3,83	3	3,35	3,84
	R_{opt}		25,0		3,0			2,0		
	R_{dicho}		6,7	6,8	-2,3	5	5	6	-1,9	1,9
	R_{mc}		16,8	7,2	3,2	13,3	5,9	48,5	6,3	1,7
Cell 3	U_{init}		3,52	3,89	3,43	3,49	3,89	3,4	3,46	3,9
	R_{opt}		14,0		1,8			1,1		
	R_{dicho}		8,4	7,3	4,1	3,7	2,4	1,5	1,1	0,4
	R_{mc}		10,3	5,8	3,5	1,9	3,1	0,9	-0,8	0,9
Cell 4	U_{init}		3,43	3,79	3,37	3,41	3,8	3,33	3,39	3,8
	R_{opt}		13,2		1,8			1,1		
	R_{dicho}		4,5	7	3,6	4	1,8	-0,9	0,3	0,8
	R_{mc}		10,6	5,8	6,1	4,3	3	-0,7	1,7	0,6

Tableau 4.15 Résultats d'identification de la résistance interne sur charge particulière – Essai n°2

Pulsation (10^{-3} rad. s $^{-1}$)		Essai n°2								
		0°C			20°C			40°C		
		P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Cell 1	U_{init}		3,52	3,87	3,43	3,49	3,87	3,43	3,5	3,9
	ω_{opt}		1,1		6,1			9,7		
	ω_{dicho}		0,08	0,3	4,9	1,9	3,4	6,9	3,5	7,7
	ω_{mc}		0,2	0,09	4,35	1,46	2,84	3,16	2,01	4,37
Cell 2	U_{init}		3,39	3,83	3,21	3,38	3,83	3	3,35	3,84
	ω_{opt}		1,0		2,8			8,4		
	ω_{dicho}		0,03	0,02	0,3	5,1	1,7	100	2,5	3,7
	ω_{mc}		0,1	0,03	2,56	32,29	1,76	19,06	9,91	2,71
Cell 3	U_{init}		3,52	3,89	3,43	3,49	3,89	3,4	3,46	3,9
	ω_{opt}		0,8		8,3			16,5		
	ω_{dicho}		0,08	0,2	5,3	2,3	3,4	25,8	4,9	4,8
	ω_{mc}		0,19	0,09	3,98	1,55	2,92	6,8	2,42	3,83
Cell 4	U_{init}		3,43	3,79	3,37	3,41	3,8	3,33	3,39	3,8
	ω_{opt}		0,6		5,0			10,9		
	ω_{dicho}		0,1	0,2	2,4	10,7	2	1,2	30,4	4,7
	ω_{mc}		0,33	0,13	3,96	6,26	2,22	0,44	11,98	3,5

Tableau 4.16 Résultats d'identification de la pulsation de diffusion sur charge particulière – Essai n°2

Résistances (mΩ)		Essai n°3								
		0°C			20°C			40°C		
		P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Cell 1	U_{init}				3,43	3,49	3,89	3,42	3,5	3,89
	R_{opt}				2,3			1,3		
	R_{dicho}				1,6	3,5	3	1,3	1,8	1,1
	R_{mc}				2,9	1,8	3,2	0,1	-0,1	1,3
Cell 2	U_{init}				3,12	3,39	3,87	2,98	3,39	3,88
	R_{opt}				4,5			2,1		
	R_{dicho}				-24,9	4,3	8,5	5,9	1,7	2,3
	R_{mc}				8,9	12,4	8,2	54,1	3,8	2,5
Cell 3	U_{init}				3,41	3,48	3,89	3,4	3,47	3,89
	R_{opt}				2,7			1,3		
	R_{dicho}				1,2	3,7	2,8	1,7	1,7	0,8
	R_{mc}				3,4	1,6	3,3	1,2	-0,6	0,9
Cell 4	U_{init}				3,42	3,49	3,88	3,41	3,47	3,89
	R_{opt}				3,0			1,3		
	R_{dicho}				0,6	5,9	2,4	0,6	2,2	1,3
	R_{mc}				3	2,8	2,6	0,8	-0,4	1

Tableau 4.17 Résultats d'identification de la résistance interne sur charge particulière – Essai n°3

Pulsation (10^{-3} rad. s ⁻¹)		Essai n°3								
		0°C			20°C			40°C		
		P1	P2	P3	P1	P2	P3	P1	P2	P3
Cell 1	U_{init}				3,43	3,49	3,89	3,42	3,5	3,89
	ω_{opt}				5,0			15,9		
	ω_{dicho}				3,5	2,4	3,6	23,7	5	6,8
	ω_{mc}				4,35	1,52	2,94	4,97	2,02	4,44
Cell 2	U_{init}				3,12	3,39	3,87	2,98	3,39	3,88
	ω_{opt}				8,0			7,2		
	ω_{dicho}				0,09	4,1	1,6	100	63,9	2,8
	ω_{mc}				6,32	16,98	1,25	14,99	13,89	2,28
Cell 3	U_{init}				3,41	3,48	3,89	3,4	3,47	3,89
	ω_{opt}				6,5			10,9		
	ω_{dicho}				3,2	2,9	2,8	100	6,5	5,9
	ω_{mc}				5,09	1,7	2,48	8,43	2,35	3,86
Cell 4	U_{init}				3,42	3,49	3,88	3,41	3,47	3,89
	ω_{opt}				7,2			9,1		
	ω_{dicho}				3,1	3,8	2,5	34,3	7,9	7,4
	ω_{mc}				4,53	1,83	2,46	8,24	2,27	3,52

Tableau 4.18 Résultats d'identification de la pulsation de diffusion sur charge particulière – Essai n°3

4.2.2.1.4 Bilan et préconisations

A la lumière de ces données, certaines préconisations sont à présent formulées pour l'amélioration des conditions expérimentales. Ces préconisations n'ont pas toutes pu être mises en œuvre dans le cadre des présents travaux mais relèvent dans l'ensemble du bon sens.

1. **Appliquer un pulse de courant plus fort** - En effet, la recherche des paramètres de référence sous profils hybrides a permis une bonne identification des résistances ce qui est probablement imputable à la présence de pulses de courant très importants. Dans le cadre de la charge, un courant de l'ordre de 16A fourni durant une charge 3kW est donc fortement susceptible d'améliorer l'estimation de la résistance par les méthodes dichotomique et des moindres carrés.
2. **Privilégier une charge à batterie chaude** - Des températures plus élevées permettent en effet une meilleure diffusion et donc un accès plus sûr à la pulsation de diffusion ω_c . D'après la préconisation précédente, il faut alors bien évidemment garantir un courant de charge important, du moins pendant les premières secondes nécessaires à l'identification.
3. **Identifier sur des plateaux de SOC élevés** - Pour éviter d'identifier à bas SOC, les plateaux de tension élevés du profil de charge particulier, introduit au chapitre 2 ont été exploités à bon escient.

Les performances de méthodes d'identification mises en œuvre se sont révélées sensibles aux conditions expérimentales et notamment au facteur température. Les paramètres du modèle MME ont exhibé une dépendance forte à la température. Cette dépendance à la température doit donc impérativement être prise en compte dans le modèle. Ce point est abordé dans la prochaine partie.

4.2.3 Prise en compte de la température via une loi d'Arrhenius

4.2.3.1 Enjeux

Les analyses précédentes ont mis en évidence de fortes variations paramétriques (du simple au double) en fonction de la température. Les variations sont très fortes à la fois pour R et ω_c . Il faut noter que les cellules utilisées ici sont de faible dimension. Elles subissent donc des variations de température plus importantes que des grandes cellules et ce notamment sous profil sollicitant.

4.2.3.2 Calcul des énergies d'activation

Au vu des résultats de la partie précédente, le choix a été fait de calculer les énergies d'activation à partir des paramètres de référence. Pour les températures $T=20^\circ\text{C}$ et $T=40^\circ\text{C}$, les paramètres utilisés sont issus de la moyenne arithmétique entre les valeurs obtenues avec le profil hybride 1 et le profil hybride 2. La température de référence a été fixée à 20°C . Les résultats du calcul sont donnés sur le **Tableau 4.19**.

Energie d'activation de la résistance ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)			
	Essais n°1	Essais n°2	Essais n°3
Cell 1	-49,90	-49,96	-48,67
Cell 2	-53,63	-49,39	-46,02
Cell 3	-54,23	-52,36	-49,06
Cell 4	-51,46	-50,33	-47,66
Energie d'activation de la pulsation de diffusion ($\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$)			
Cell 1	60,65	44,29	57,45
Cell 2	53,45	53,92	62,55
Cell 3	44,40	53,72	52,49
Cell 4	53,71	53,19	46,59

Tableau 4.19 Energies d'activation calculées à différents stades de vieillissement et pour des résistances internes et pulsations de diffusion optimisées

Les énergies calculées sur les quatre cellules semblent homogènes et du même ordre de grandeur pour les trois niveaux de vieillissement. La question de l'homogénéité est importante afin de savoir s'il faut embarquer une seule valeur d'énergie d'activation pour toutes les cellules du pack batterie ou une valeur par cellule. La dernière option a l'inconvénient majeur de nécessiter une caractérisation de toutes les cellules en usine ce qui est chronophage. Il est également difficile de dire dans quelle mesure l'énergie d'activation est intrinsèque à la technologie de cellule utilisée. Ces questions ne sont pas traitées ici, l'objectif étant d'étudier la faisabilité de la démarche. La non-dépendance de l'énergie d'activation au vieillissement est quant à elle essentielle puisque son identification ne sera réalisée qu'une seule fois dans la vie de la batterie.

La **Figure 4.15** présente les lois de dépendance en température obtenues pour les différentes énergies d'activation aux trois niveaux de vieillissement. L'augmentation de résistance avec le vieillissement est observée pour les quatre cellules. La variation de la pulsation de diffusion selon les lois de dépendance associées est pour sa part moins nette. Une preuve de faisabilité est donnée au paragraphe suivant.

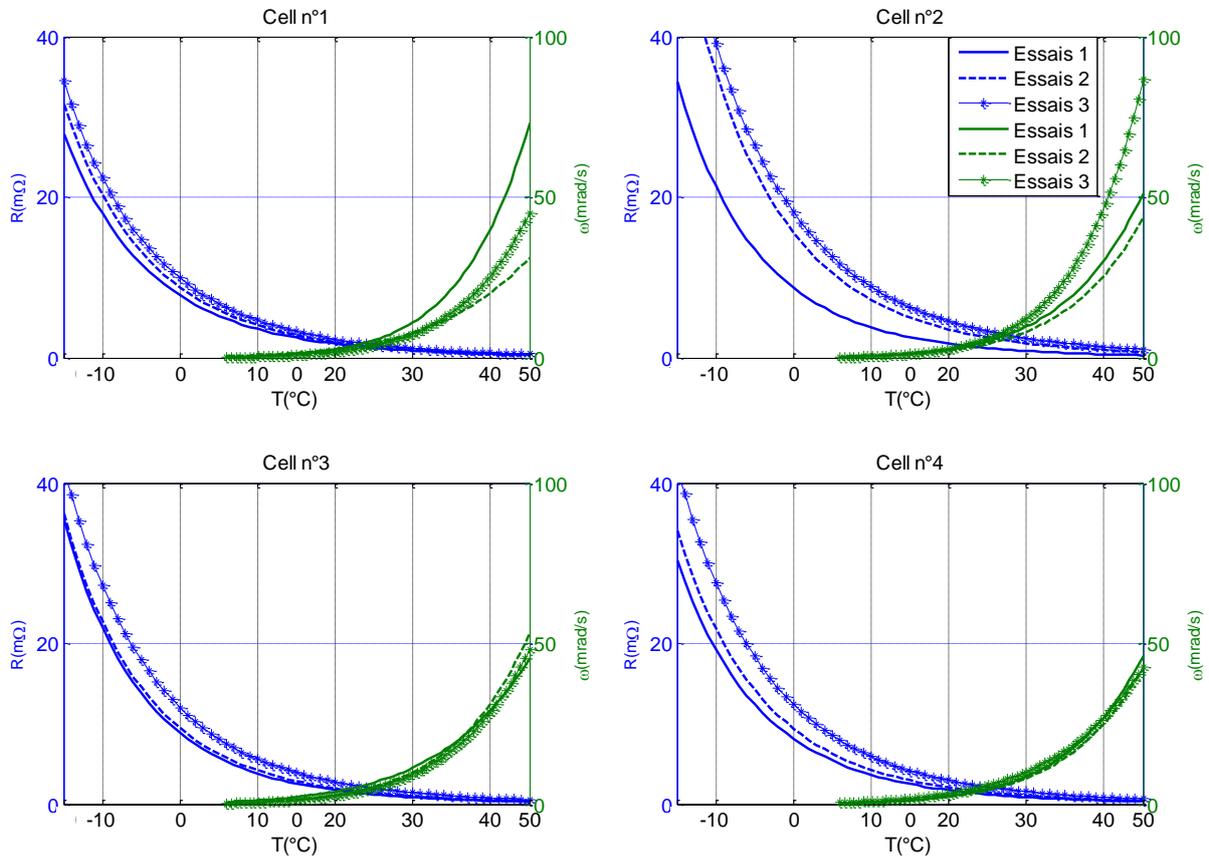


Figure 4.15 Evolution de la résistance interne (-----) et de la pulsation de diffusion (-----) selon des lois d'Arrhenius pour différents états de vieillissement

4.2.3.3 Preuve de faisabilité

Ce paragraphe montre la faisabilité de la méthode de recalage en température déployée et illustre les bénéfices qui en sont tirés. Pour se faire, un modèle a été identifié à 20°C avec la méthode dichotomique. Le modèle MME a d'abord été éprouvé sous profil routier avec des données adéquates à 20°C pour montrer la validité du modèle. Ceci est illustré sur la **Figure 4.16 a)**. Le modèle a ensuite été éprouvé avec des données de roulage à 40°C sans correction en température. Les résultats sont illustrés sur la **Figure 4.16 b)** et montrent naturellement des difficultés à reproduire le comportement entrée-sortie attendu. Dans un troisième temps le modèle a été éprouvé avec les mêmes données de roulage à 40°C mais avec une correction en température. Les résultats sont donnés sur la **Figure 4.17 a)**. La **Figure 4.18** permet d'apprécier les différentes situations.

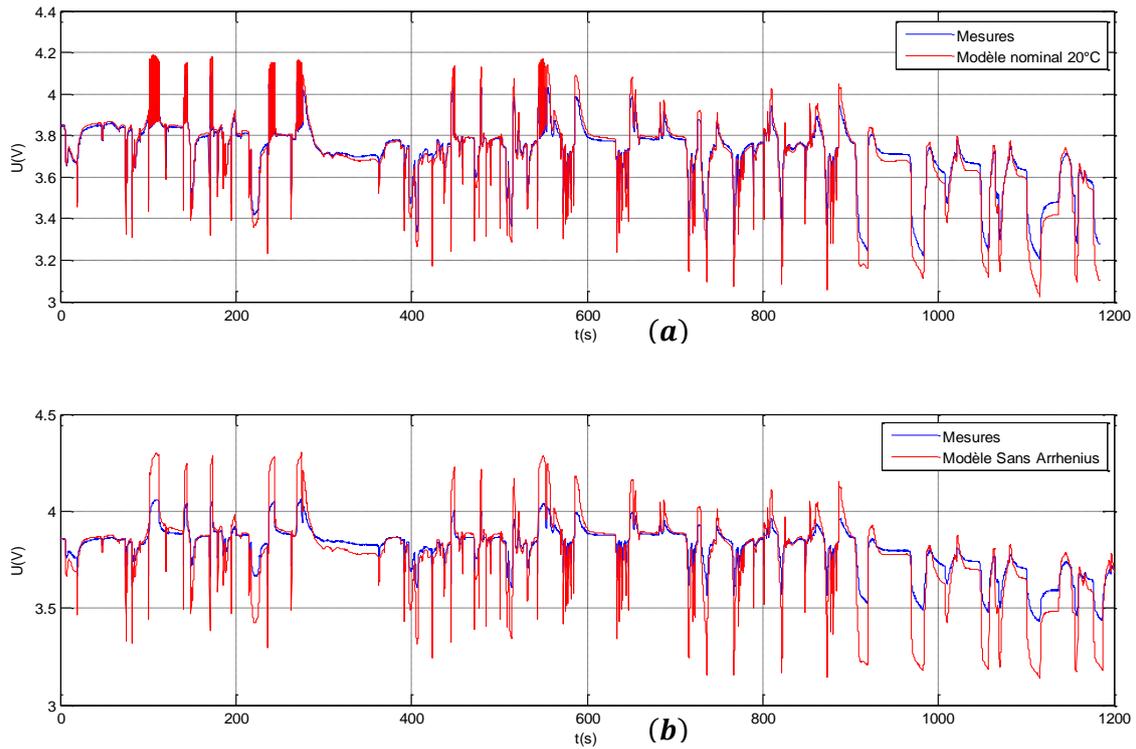


Figure 4.16 Paramètres identifiées à 20°C et appliqués à (a) $T_{roulage} = 20^\circ\text{C}$ et (b) $T_{roulage} = 40^\circ\text{C}$ sans correction de température – Identification par la méthode dichotomique

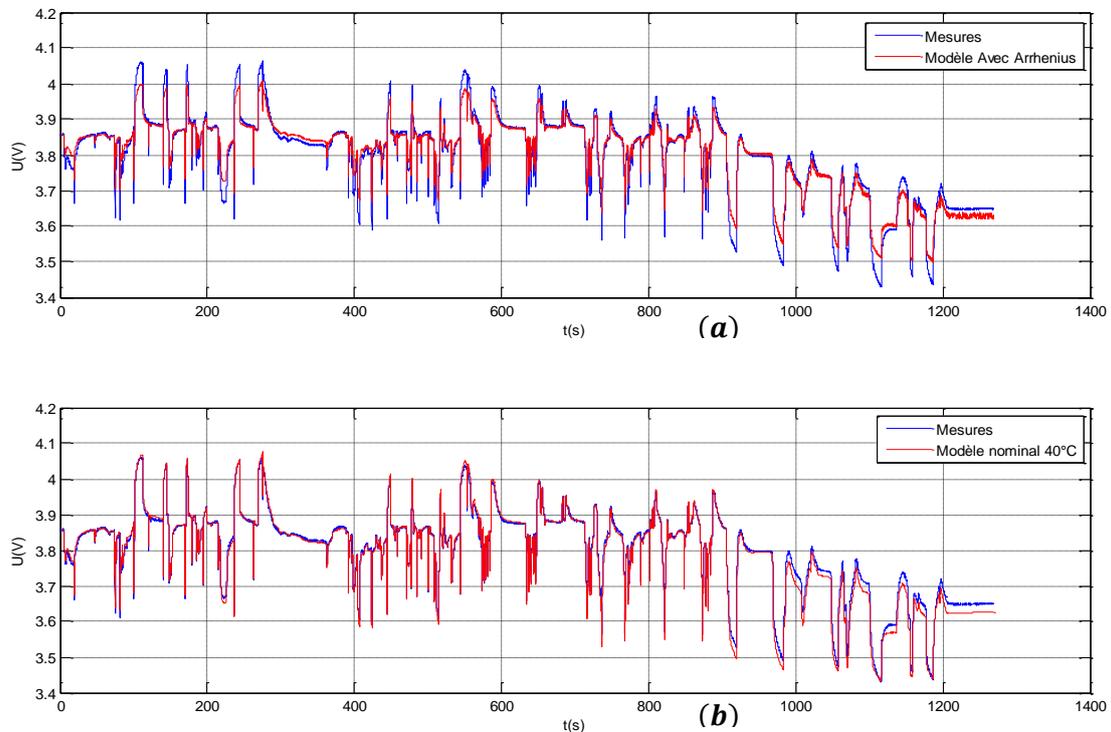


Figure 4.17 Paramètres identifiées à 20°C et appliqués à (a) $T_{roulage} = 40^\circ\text{C}$ avec correction de température et paramètres identifiées à 40°C et appliqués à (b) $T_{roulage} = 40^\circ\text{C}$ – Identification par la méthode dichotomique

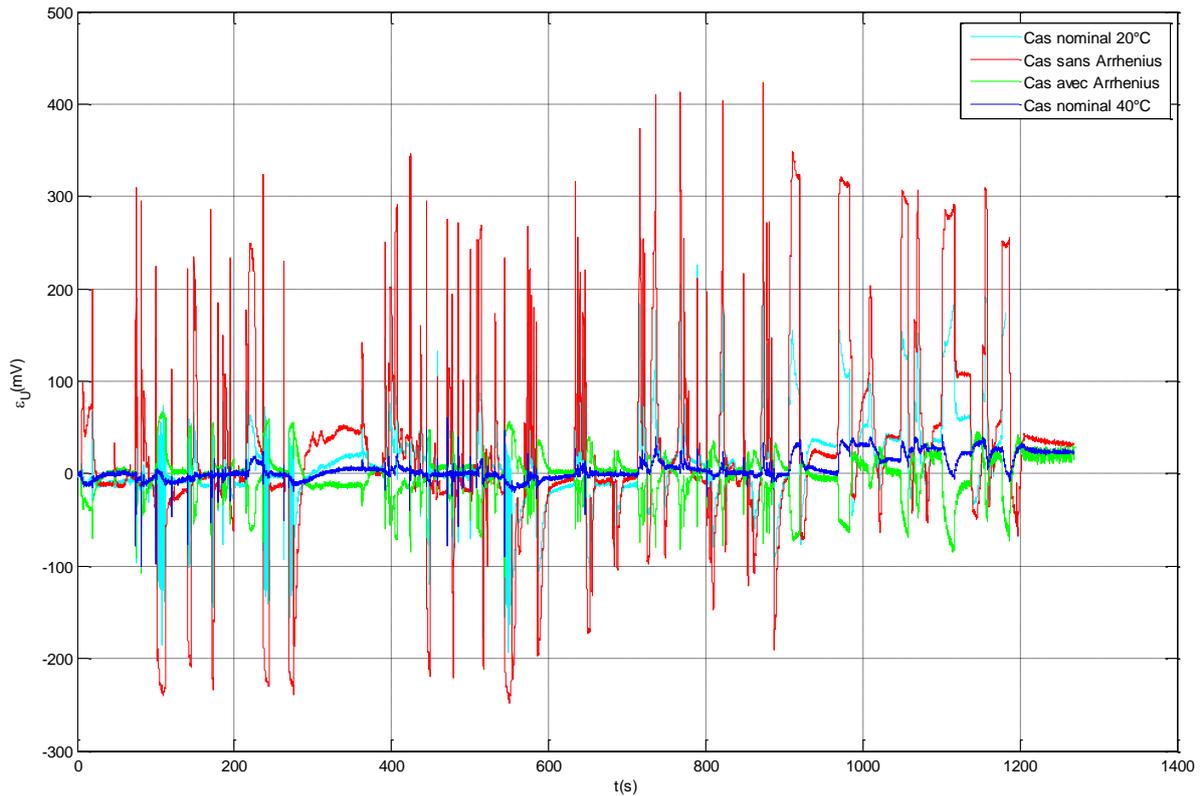


Figure 4.18 Erreurs sur la tension pour les quatre cas

Ce cas d'étude démontre une amélioration de la situation sans toutefois égaler le modèle identifié directement à 40°C avec la méthode dichotomique. En conclusion, l'approche est perfectible mais permet déjà une réduction importante des erreurs qui apparaissent lorsqu'aucun recalage n'est réalisé. A ce stade, l'approche est encore très dépendante au couple de paramètres identifiés à la température courante lors de la charge. Des robustifications supplémentaires s'avèrent nécessaires.

4.3 Bruit de mesure et identification

Cette partie traite de l'impact du bruit de mesure qui entache la tension et le courant, sur l'identification des trois paramètres du modèle MME à partir du modèle numérique du banc d'essais présenté dans la partie 4.1.4. Des méthodes existent certes, pour compenser par exemple l'offset sur le capteur de courant lors du démarrage du véhicule, mais ils ne sont pas abordés ici. Cette partie ne traite donc pas des moyens de compenser ces bruits. Cette étude est menée sur le modèle numérique introduit dans la partie 0 afin d'isoler au mieux la contribution de chaque bruit de mesure. La méthode éprouvée ici est la méthode dichotomique.

4.3.1 Démarche

Les différents bruits de mesure sont appliqués unitairement et comparés au cas nominal sans bruit. Les valeurs des différents niveaux de bruit sont données par le **Tableau 4.20**. Les écarts-types sont maintenus constants afin de porter une attention particulière aux offsets surtout en ce qui concerne le capteur de courant. A titre de précision, les offsets considérés sont positifs.

Offset capteur tension (mV)			Offset capteur courant (A)		
Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
10	50	100	0.1	0.5	1
Ecart type $\sigma_U = 10mV$			Ecart type $\sigma_I = 10mA$		

Tableau 4.20 Niveaux de bruit de mesure testés

4.3.2 Impact du bruit de mesure sur l'identification de α

L'impact des divers bruits de mesure sur les capacités inter paliers peut être apprécié par le **Tableau 4.21**. L'offset sur le capteur de courant réduit naturellement les variations de capacité vues par l'algorithme. Pour rappel, la convention de courant est telle que le courant de charge est négatif. Les offsets étant positifs, cela se traduit par une diminution des capacités vues par l'algorithme d'identification. Pour un offset de 1A, la perte est ainsi de 1,1Ah soit près de 15% de la capacité nominale sur une charge complète. L'offset sur la mesure de tension quant à lui a pour conséquence une détection précoce des paliers, la tension vue par le système étant supérieure à la tension réelle. Ceci conduit également à une perte de capacité et donc à des imprécisions dans l'estimation de la CTV.

Capacité Interpalier (A.h)	Nominal	Bruit capteur tension			Bruit capteur courant		
		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
Palier 1 à 2	1,1	0,9	0,5	0,3	1,0	0,8	0,7
Palier 1 à 3	5,2	5,1	4,7	4,3	5,1	4,7	4,3
Palier 1 à 4	6,0	5,9	5,6	5,2	5,9	5,4	4,9

Tableau 4.21 Impact des bruits de mesure sur les capacités inter palier fournies à l'algorithme d'identification

	Nominal	Bruit capteur tension			Bruit capteur courant		
		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
Estimation de α	1,25	1,27	1,34	1,43	1,27	1,38	1,51
Pourcentage de perte d'énergie $\frac{100}{1,25} - \frac{100}{\alpha_{Bruit}}$	0%	1,3%	5,4%	10%	1,3%	7,5%	13,8%

Tableau 4.22 Impact des bruits de mesure sur l'identification de la CTV

Les imprécisions sur l'estimation de la CTV sont fournies par le **Tableau 4.22**. Celles-ci sont également traduites sous la forme d'un pourcentage représentant la perte d'énergie capacitive vue par le système relativement au cas nominal. La relation exprimant cette perte de capacité est déduite de l'expression (2.64) du chapitre 2 donnant la perte d'énergie capacitive relativement à la CTV de référence. Cette expression est rappelée ci-dessous :

$$\Delta Energie(E_1, E_2) = - \left(1 - \frac{1}{\alpha} \right) Energie_{init}(E_1, E_2). \quad (4.9)$$

La CTV est donc inévitablement impactée par l'offset sur le capteur de courant mais également par l'offset sur le capteur de tension. Dans le cas présent, la cellule est perçue plus dégradée qu'elle ne l'est en réalité ce qui peut conduire à sa sous exploitation et donc à une baisse des puissances admissibles par exemple. La sensibilité à l'offset sur la mesure de courant doit néanmoins être considérée en regard de la taille de la cellule. Sur des cellules de plus grande dimension de type EV, l'impact d'un offset de 1A serait proportionnellement moins important. Dans le cas présent, il est préconisé de disposer d'un capteur de courant présentant un offset de moins de 0.5A. En ce qui concerne l'offset sur la mesure de tension, il faut préciser qu'en pratique celui-ci ne dépasse pas des valeurs de l'ordre de 10mV.

4.3.3 Impact du bruit de mesure sur l'identification de R et ω_c

Le **Tableau 4.23** présente les résultats d'identification de la pulsation de diffusion dans les différentes configurations de bruit de mesure. Sans surprise, l'estimation de ω_c est fortement perturbée, à l'exception du premier palier, par chacun des bruits de mesure. Dans le cas du bruit de mesure sur la tension, il ne se dégage pas de schéma clair. Dans le cas du bruit de mesure sur le courant, il apparaît que la pulsation est d'autant plus surestimée que l'offset sur le capteur de courant est fort. Ceci s'explique par le fait que, dans la convention de courant présente ($I > 0$ en charge), l'offset positif contribue à diminuer la valeur du courant et donc du SOC vu par l'algorithme. Or, puisque l'algorithme se base sur la différence entre la tension mesurée et la tension à vide émulée, la tension à vide est sous-estimée ce qui signifie que la différence avec la tension mesurée est surestimée.

Ω ($mrad.s^{-1}$)	Nominal	Bruit capteur tension			Bruit capteur courant		
		Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
Palier 1	1	1	1	1	1	1	1
Palier 2	3	7	3	1	3	5	8
Palier 3	7	5	14	12	7	10	14

Tableau 4.23 Impact des bruits de mesure sur l'identification de la pulsation de diffusion ω_c

Le **Tableau 4.24** présente les résultats d'identification de la résistance dans les différentes configurations de bruit de mesure. Contrairement au cas de ω_c , aucune tendance particulière ne semble se dégager. Il faut tout de même noter que le biais sur la mesure de tension est plus impactant que celui sur la mesure du courant sauf sur le premier palier, c'est à dire à bas SOC. Même dans le cas le plus représentatif, c'est-à-dire un biais sur la mesure de la tension de 10mV, l'incertitude sur l'identification de ω_c et surtout de R est grande, indépendamment du niveau de SOC considéré.

R ($m\Omega$)		Nominal	Bruit capteur tension			Bruit capteur courant		
			Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4	Cas 5	Cas 6
Palier 1	Ecart type	0,6	1	0,9	0,8	0,7	0,9	1,1
	R min	3	2	4,8	8	2,6	0,4	-2
	R max	5,1	7,8	10,4	13,2	4,8	3,3	1,7
	Valeur	4,4	5,2	7,7	10,7	4	2,2	0
Palier 2	Ecart type	0,3	0,8	0,7	0,7	0,3	0,2	0,1
	R min	2,8	2	0,7	1,2	2,8	2,9	3,1
	R max	3,9	7,3	5,5	6,8	3,8	3,7	3,6
	Valeur	3,3	4,6	3,2	3,7	3,3	3,2	3,3
Palier 3	Ecart type	0	0,7	0,7	0,7	0	0	0,1
	R min	3,4	0,5	1,4	0,4	3,4	3,4	3,3
	R max	3,5	5,5	5,5	5,7	3,5	3,5	3,7
	Valeur	3,4	2,8	3,3	3,4	3,5	3,5	3,5

Tableau 4.24 Impact des bruits de mesure sur l'identification de la résistance interne R

4.4 Application à un estimateur de SOC

Jusqu'à présent, la seule métrique utilisée pour décider de la validité d'un paramétrage a été la mesure de l'erreur sur la tension de sortie. Il a ainsi été jugé correct de valider un modèle générant une erreur sur la tension en moyenne inférieure à 20mV, le niveau de 20mV correspondant à l'ordre de grandeur de la précision d'un capteur de tension embarqué dans un véhicule. Il s'agit là bien entendu d'un critère général qui n'est pas nécessairement adapté à chaque application utilisant le modèle en question. Selon l'application, le besoin en précision peut varier. Cette partie est dédiée à l'analyse de l'impact de la validité du paramétrage du modèle sur l'estimateur d'état de charge présenté au chapitre 3.

4.4.1 Démarche d'étude de l'impact de la validité du paramétrage sur un estimateur de SOC

Ce paragraphe présente la démarche appliquée ici pour étudier l'impact de la validité du paramétrage sur les performances d'un estimateur de SOC donné. Cette étude et les conclusions qui en découlent n'ont pas vocation à énoncer des résultats universels. Ils permettent en revanche d'appréhender cette question critique sur un cas concret afin d'observer des tendances à partir desquelles sont dégagés des éléments de réflexion utiles pour d'autres approches d'estimation. Ainsi, les performances de l'estimateur lui-même dans un cas nominal ne sont pas un enjeu ici. Tout l'intérêt est porté sur la façon dont ces performances sont affectées par la validité du jeu de paramètres du modèle de cellule embarqué. La structure d'observation utilisée est donc simple et constituée de correcteurs de type proportionnel intégrateur exprimés sous la forme conventionnelle suivante :

$$\begin{cases} C_i = C_{0,i} \left[1 + \frac{1}{\tau_{0,i} p} \right] \\ C_{soc} = C_{0,soc} \left[1 + \frac{1}{\tau_{0,soc} p} \right] \end{cases} \quad (4.10)$$

La structure d'estimation, rappelée sur la **Figure 3.33**, est plus précisément composée de deux bouclages de l'erreur de sortie : le premier sur le courant via le correcteur C_i et le second sur le SOC via le correcteur C_{soc} . Il s'agit là de la structure préconisée au chapitre 3. Néanmoins, afin de ne pas encombrer inutilement l'analyse, seul le retour sur le courant sera pris en compte. Les relations de réglage sont quant à elles données pour la structure entière afin de montrer l'impact de chacune des contributions même si seul le retour sur le courant est implémenté pour les besoins de l'analyse. A titre d'information, il est rappelé que l'action supplémentaire sur le SOC sert à booster la dynamique de la régulation. Cette option doit donc être envisagée si la dynamique de régulation n'est pas jugée suffisante.

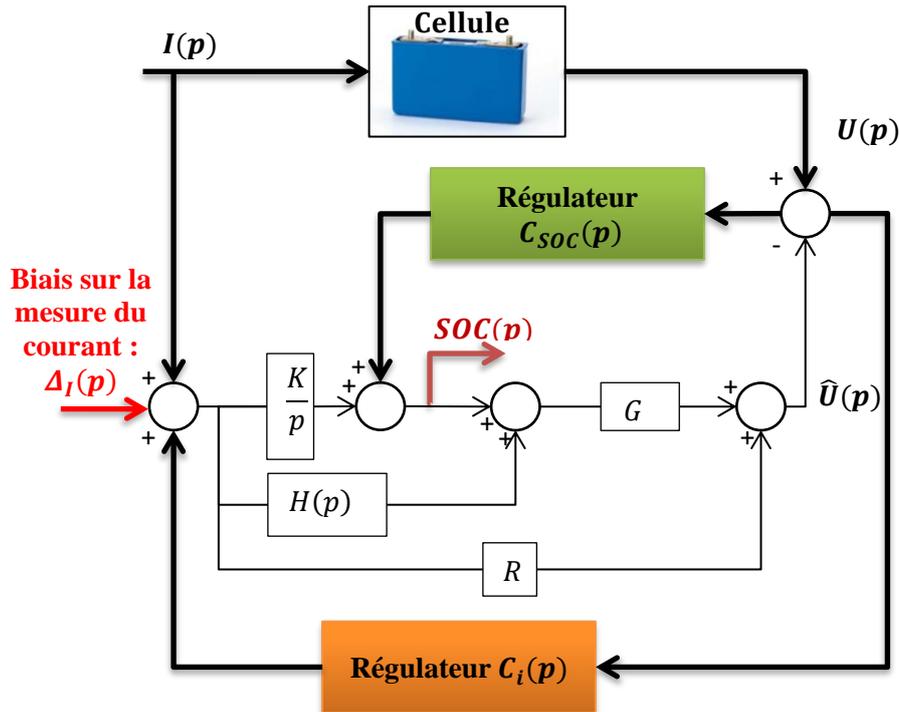


Figure 4.19 Observateur combinant un retour sur le courant et sur l'état de charge

4.4.1.1 Réglage des régulateurs

Pour cette analyse, il est plus commode de revenir aux équations de modélisation comportant le transfert de la diffusion $W = (1 + p / \omega_c)^{0.5}$ directement dans la boucle ouverte comme énoncé ci-après⁷ :

$$\begin{cases} U(p) = RI + W \cdot G \cdot SOC \\ \widehat{U}(p) = R[I + \Delta_I + C_i \varepsilon_U] + W \cdot G \cdot \widehat{SOC}. \end{cases} \quad (4.11)$$

A partir des équations de la relation (4.11) qui donne l'expression de la tension mesurée U et de la tension du modèle \widehat{U} , l'erreur ε_U d'estimation de la tension est donnée par :

$$\varepsilon_U = U - \widehat{U} = \frac{-R}{1 + RC_i} \Delta_I + \frac{W \cdot G}{1 + RC_i} \varepsilon_{soc}. \quad (4.12)$$

Dans la relation (4.12), l'erreur d'estimation de l'état de charge correspond au terme ε_{soc} . Celui-ci s'exprime à son tour en considérant les expressions des états de charge réel $SOC(p)$ et estimé $\widehat{SOC}(p)$ comme suit :

⁷ Il est rappelé que la structure du modèle de cellule de la Figure 3.33 et la structure correspondant aux équations (4.11) sont équivalentes.

$$\begin{cases} SOC(p) = \frac{SOC_0}{p} + \frac{K}{p}I; \\ \widehat{SOC}(p) = \frac{\widehat{SOC}_0}{p} + \frac{K}{p}I + [\Delta_I + C_i \varepsilon_U] \frac{K}{p} + C_{soc} \varepsilon_U. \end{cases} \quad (4.13)$$

L'erreur ε_{soc} est ainsi donnée par :

$$\varepsilon_{soc} = SOC - \widehat{SOC} = \frac{SOC_0 - \widehat{SOC}_0}{p} - \varepsilon_U \left[C_{soc} + C_i \frac{K}{p} \right] - \Delta_I \frac{K}{p}. \quad (4.14)$$

En exprimant l'erreur d'initialisation du SOC par

$$\varepsilon_0 = SOC_0 - \widehat{SOC}_0 \quad (4.15)$$

et en injectant l'erreur d'estimation de la tension ε_U dans (4.14) il vient :

$$\varepsilon_{soc} \left[1 + WG \frac{\left[C_{soc} + C_i \frac{K}{p} \right]}{1 + RC_i} \right] = \frac{\varepsilon_0}{p} + \Delta_I \left[\frac{R \left[C_{soc} + C_i \frac{K}{p} \right]}{1 + RC_i} - \frac{K}{p} \right]. \quad (4.16)$$

Quelques développements supplémentaires conduisent enfin à l'expression suivante :

$$\varepsilon_{soc} = \frac{1 + RC_i}{1 + RC_i + WG \left[C_{soc} + C_i \frac{K}{p} \right]} \left[\frac{\varepsilon_0}{p} + \Delta_I \left[\frac{RC_{soc} - \frac{K}{p}}{1 + RC_i} \right] \right]. \quad (4.17)$$

Afin d'étudier la dynamique de rejet de l'erreur d'observation, il est à ce stade commode d'écrire la relation (4.17) sous une forme faisant apparaître la fonction de transfert en boucle ouverte $\beta(p)$:

$$\varepsilon_{soc} = \frac{1}{1 + \beta(p)} \left[\frac{\varepsilon_0}{p} + \Delta_I \left[\frac{RC_{soc} - \frac{K}{p}}{1 + RC_i} \right] \right], \quad (4.18)$$

avec $\beta(p)$ valant :

$$\beta(p) = \frac{K}{p} WG \frac{\frac{p}{K} C_{soc} + C_i}{1 + RC_i} = \beta_0(p) \frac{\frac{p}{K} C_{soc} + C_i}{1 + RC_i}. \quad (4.19)$$

Pour une analyse simplifiée, les notations et égalités suivantes sont adoptées :

$$C_{0,soc} = C_0 = \gamma \text{ et } C_{0,i} = \gamma C_0 \quad (4.20)$$

et :

$$\tau_0 = \tau_{0,i} = \tau_{0,soc} \quad (4.21)$$

Il s'ensuit en résumé :

$$\left\{ \begin{array}{l} \varepsilon_{soc}(p) = \frac{1}{1 + \beta(p)} \left[\frac{\varepsilon_0}{p} + \Delta_I(p)F(p) \right] \\ F(p) = \gamma - \frac{K + \gamma p}{\frac{RC_0}{\tau_0} + (RC_0 + 1)p} \\ \beta(p) = \frac{\beta_0(p)}{R} \frac{(1 + \tau_0 p) \left(1 + \frac{\gamma}{K} p \right)}{1 + \tau_0 \left[1 + \frac{1}{RC_0} \right] p} \end{array} \right. \quad (4.22)$$

A noter que le transfert $F(p)$ est borné et admet pour limites asymptotiques en zéro et l'infini respectivement $F_0 = \gamma - K / RC_0$ et $F_\infty = \gamma RC_0 / (RC_0 + 1)$.

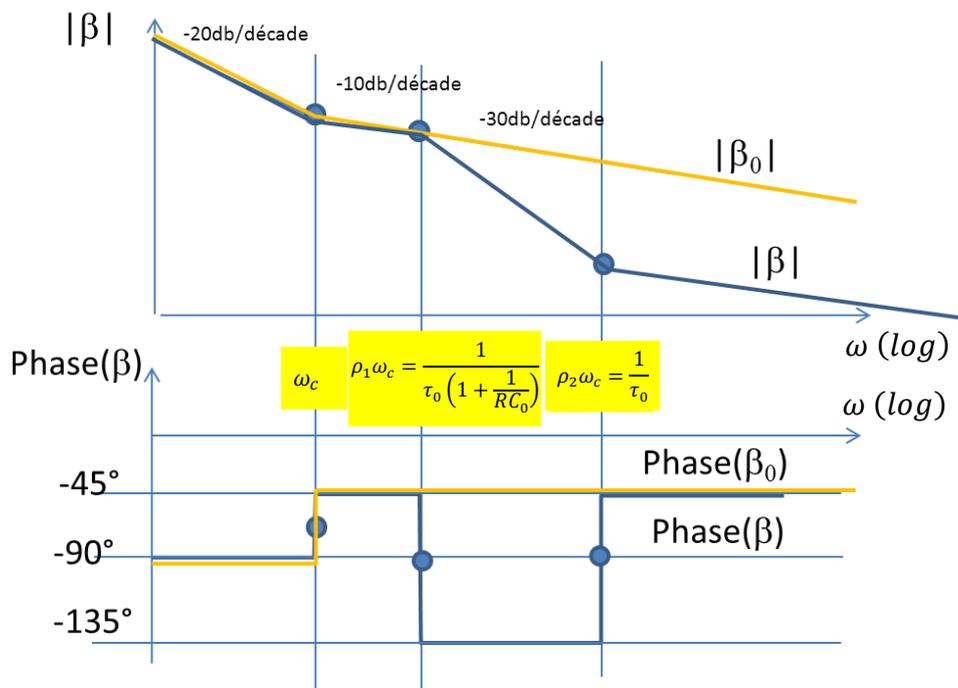


Figure 4.20 Allure de la fonction de transfert β (gain et phase) dans le cas $\omega_c < \omega_1$ et $\gamma = 0$

A présent, le réglage de l'estimateur est uniquement lié au choix de la fonction de transfert en boucle ouverte $\beta(p)$. La **Figure 4.20** présente l'allure de cette fonction de transfert et la technique de calibration mise en œuvre pour déterminer les 2 gains C_0 et τ_0 qui est à présent détaillée.

- Les 2 fréquences transitionnelles liées au régulateur ($1 / (\tau_0(1 + 1 / R / C_0))$) et $1 / \tau_0$) sont volontairement choisies proportionnelles à la pulsation de diffusion ω_c pour assurer de l'homogénéité dans la réponse du régulateur en

fonction de la température. Ainsi le réglage du régulateur se ramène au choix des paramètres ρ_2 et ρ_1 .

- Une bonne dynamique sera obtenue en maintenant un gain important sur une plus grande bande de fréquence (donc ρ_1 grand).
- Quel que soit le choix de ρ_2 et ρ_1 et comme cela a déjà été mentionné au chapitre 3, la **dynamique de régulation est limitée par la fonction de transfert β_0** . Si cela pose un problème, il est toujours possible de rajouter une action supplémentaire sur la variable état de charge de l'estimateur via le paramètre γ . A noter que l'ouverture de la bande passante est alors garantie par la présence d'une troisième fréquence transitionnelle ω_3 telle que $\omega_2 < \omega_3$ ce qui exige des valeurs faibles pour γ et contribue au passage à maintenir une grande marge de phase.

En pratique, nous choisirons comme valeur par défaut pour le régulateur $\rho_1 = 1$ et $\rho_2 = 10$. Dans le cas général, les fréquences transitionnelles sont données par la relation (4.23) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega_1 = \rho_1 \omega_c = \frac{1}{\tau_0 \left[1 + \frac{1}{RC_0} \right]}; \\ \omega_2 = \rho_2 \omega_c = \frac{1}{\tau_0}; \\ \omega_3 = \frac{K}{\gamma}; \\ \rho_1 < \rho_2. \end{array} \right. \quad (4.23)$$

Dans le cas où le retour sur l'état de charge n'est pas activé, les paramètres de régulation sont alors donnés par :

$$C_0 = \frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1} \cdot \frac{1}{R} \quad (4.24)$$

et :

$$\tau_0 = \frac{1}{\rho_2 \omega_c}. \quad (4.25)$$

Le réglage du régulateur s'effectue ainsi via les 2 gains C_0 et τ_0 . Enfin, il faut noter que la présence des paramètres dynamiques R et ω_c permet d'assurer une homogénéité de comportement du régulateur avec la température.

4.4.1.2 Démarche expérimentale

Pour étudier l'influence de la dynamique du régulateur, nous considérons une cellule à l'état de vieillissement de l'essai n°1 aux températures 20°C et 40°C. A chaque température deux jeux de paramètres sont utilisés. Ces deux jeux correspondent d'une part à des paramètres identifiés par la méthode dichotomique et d'autre part aux paramètres de référence. Trois calibrations de l'estimateur sont considérées comme indiqué sur le **Tableau 4.25**.

	Dynamique Lente	Dynamique Moyen (choix nominal)	Dynamique Rapide
ρ_1	0.1	1	10
ρ_2	10	10	100

Tableau 4.25 Description qualitative des réglages des correcteurs

Dans le cas d'étude choisi, le jeu de paramètres identifié par la méthode dichotomique à 20°C est jugé moyen alors que les paramètres identifiés par la même méthode à 40°C sont considérés comme très bons. Pour chaque jeu de paramètres, l'estimateur de SOC est éprouvé dans neuf configurations différentes. Ces neuf configurations correspondent aux combinaisons entre les trois dynamiques de régulation et trois niveaux du biais Δ_I sur le capteur du courant alimentant l'estimateur. Les différents cas de test sont résumés sur le **Tableau 4.26**. L'erreur d'initialisation du SOC est choisie fixe et vaut 10%. Enfin, pour chacune des deux températures et dans le cas d'un biais de 1A, l'estimateur muni du paramétrage de la méthode dichotomique est comparé à celui muni des paramètres de référence concernés. Toutes ces analyses sont réalisées sur le profil hybride n°1 adéquat à chaque température. La mesure de tension utilisée est celle de la cellule n°1.

	Nomenclature (Indicateur : 0, 1 ou 2)	Essais 1 ; Cellule 1 CTV : Méthode carto R_{int} et ω_c : Méthode Dichotomique
Validité du paramétrage du modèle	Moyen	Identification à $T = 20^\circ C$
	Bon	Identification à $T = 40^\circ C$
Dynamique d'observation	Lent	$\rho_1 = 0.1 ; \rho_2 = 10 ; \gamma = 0$
	Nominal	$\rho_1 = 1 ; \rho_2 = 10 ; \gamma = 0$
	Rapide	$\rho_1 = 10 ; \rho_2 = 100 ; \gamma = 0$
Biais sur le capteur de courant	Nul	$Biais = 0 A$
	Moyen	$Biais = 0.5 A$
	Fort	$Biais = 1 A$
Erreur d'initialisation du SOC	10%	

Tableau 4.26 Configurations de test de l'estimateur de SOC - Chaque configuration est composée d'un paramétrage, d'une dynamique de régulation et d'un niveau de biais sur le capteur de courant

4.4.2 Analyse des résultats

Il est rappelé que ces analyses sont effectuées sur mesures réelles. A noter également, que le capteur de courant de l'expérience étant sans biais significatif, il sert de référence. A titre d'illustration, les SOC de référence du cas d'étude sont donnés sur la **Figure 4.21 b**).

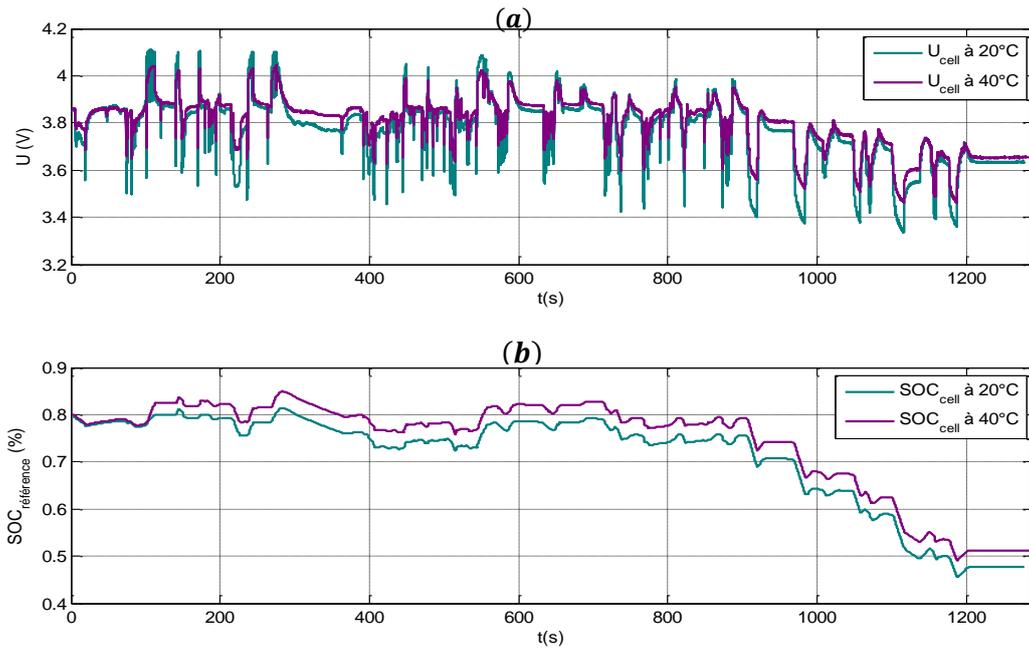


Figure 4.21 Présentation de l'évolution (a) des tensions cellules et (b) des états de charge de référence de la cellule n°1 à l'état de vieillissement de l'essai n°1

Les résultats sont indiqués de la **Figure 4.22** à la **Figure 4.25**.

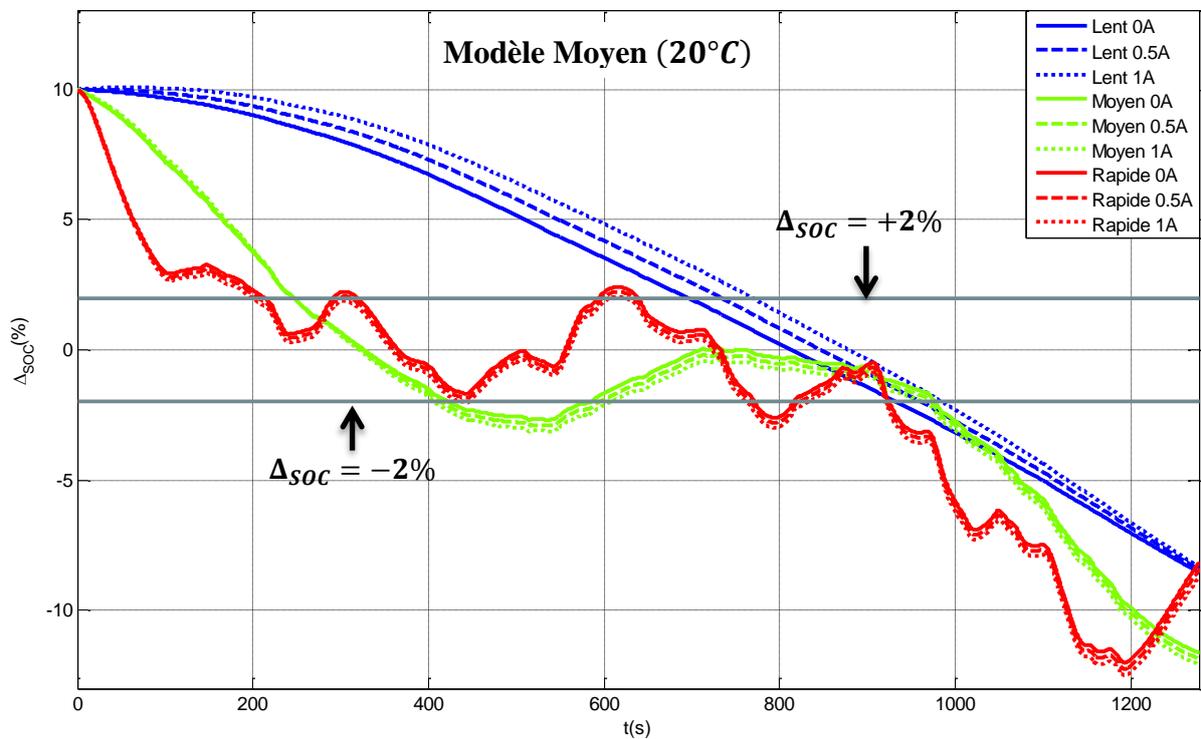


Figure 4.22 Evaluation de l'estimateur de SOC sur le profil hybride n°1 pour toutes les combinaisons entre trois dynamiques de régulation et trois niveaux de biais sur le capteur de courant
Modèle moyen à 20°C identifié par la méthode dichotomique

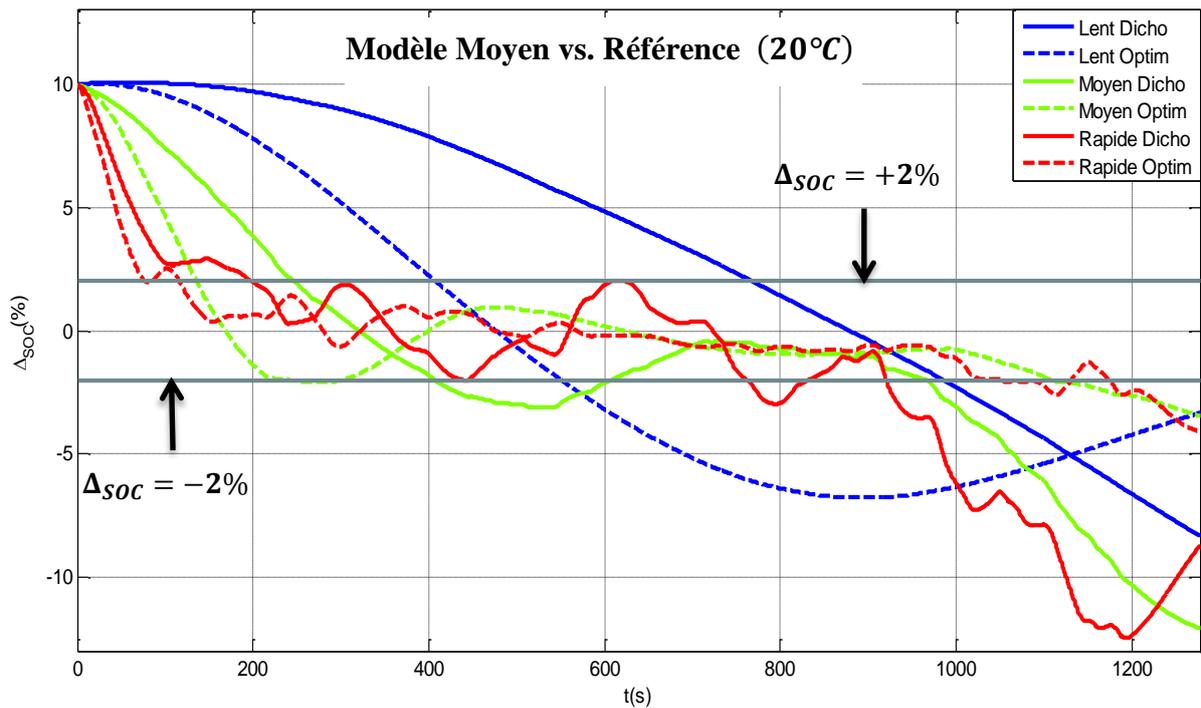


Figure 4.23 Evaluation de l'estimateur de SOC sur le profil hybride n°1 pour trois dynamiques de régulation et un biais sur le courant de 1A – Comparaison entre le modèle de la méthode dichotomique et le modèle de référence à 20°C

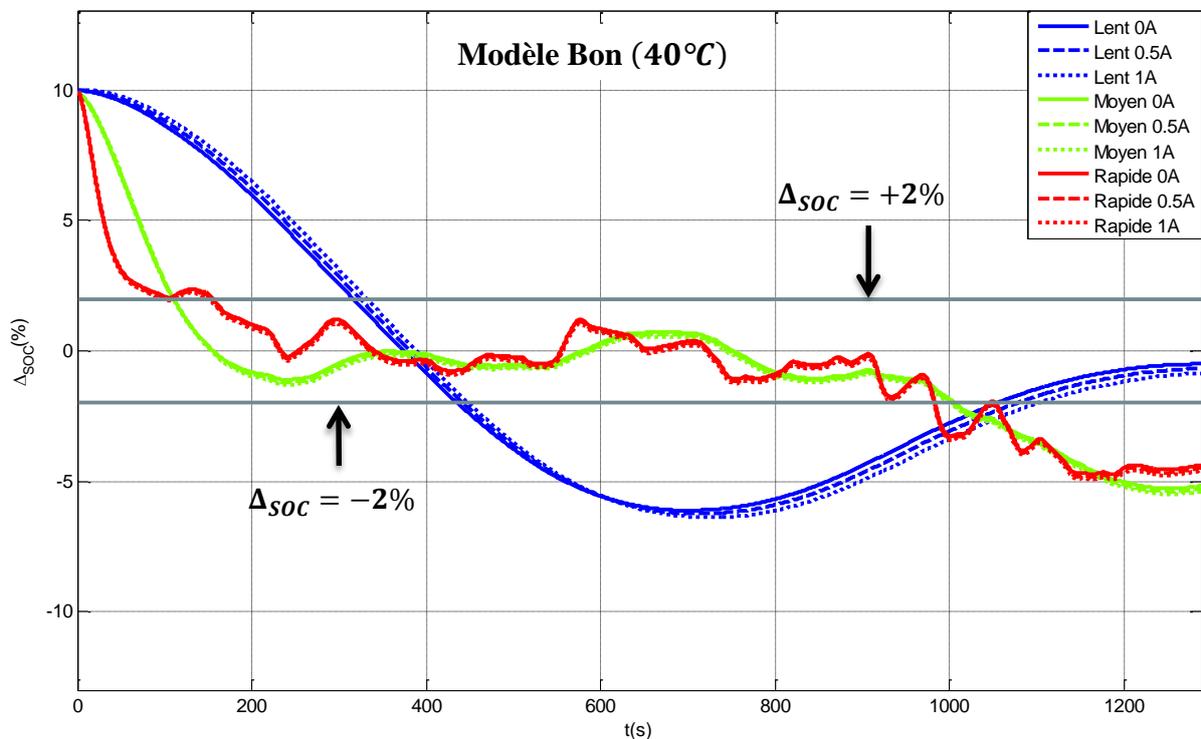


Figure 4.24 Evaluation de l'estimateur de SOC sur le profil hybride n°1 pour toutes les combinaisons entre trois dynamiques de régulation et trois niveaux de biais sur le capteur de courant Modèle bon à 40°C identifié par la méthode dichotomique

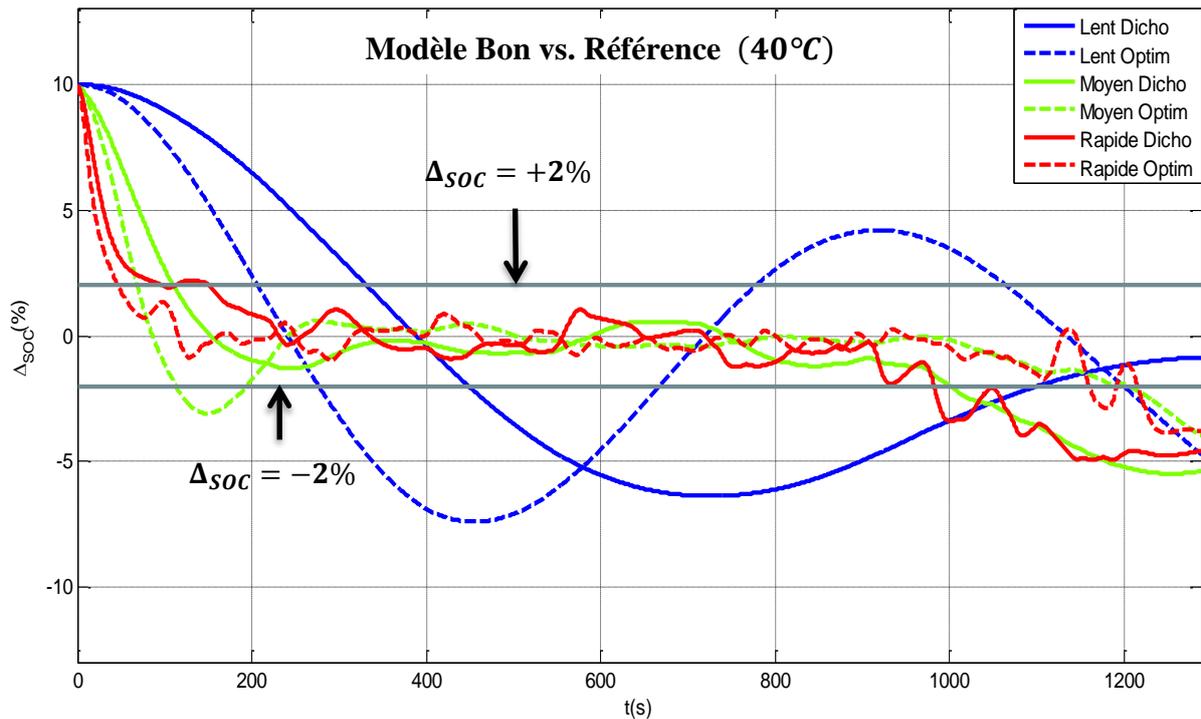


Figure 4.25 Evaluation de l'estimateur de SOC sur le profil hybride n°1 pour trois dynamiques de régulation et un biais sur le courant de 1A – Comparaison entre le modèle de la méthode dichotomique et le modèle de référence à 40°C

Les conclusions sont fournies dans les paragraphes suivants.

4.4.2.1 Influence du biais et de la dynamique de régulation

Dans tous les cas de figure, un bruit sur le courant influence peu les performances de l'estimateur d'état de charge. Ceci est conforme aux indications du chapitre 3. A noter que le niveau de 1A est très élevé pour une cellule dont la capacité nominale est de 7Ah.

Concernant l'influence de la dynamique d'observation sur la précision de l'estimation, l'étude permet de tirer les conclusions suivantes.

- Une régulation trop lente retarde systématiquement le calage du SOC sur la tension à vide. La **Figure 4.23** et la **Figure 4.25** montrent que même en l'absence de biais et pour le modèle de référence, une dynamique trop lente introduit des imprécisions ce qui représente un comportement non désiré.
- Dans le cas d'une régulation très rapide, les performances de l'estimateur dépendent clairement de la précision du modèle. Si le modèle est imprécis, une dynamique trop rapide provoquera des imprécisions sur le SOC. Ceci s'observe particulièrement bien dans les zones à bas SOC où l'incertitude sur la CTV est manifestement plus grande⁸. La **Figure 4.23** illustre particulièrement bien ce fait. Dans l'exemple de la **Figure 4.23**, l'estimateur basé sur le modèle de référence fournit de très bons résultats avec une dynamique rapide à haut SOC et décroche complètement à bas SOC. Les erreurs de SOC les plus grandes correspondent

⁸ Le lecteur est invité à se référer à la **Figure 4.21 b)** pour suivre l'évolution du SOC de référence.

alors aux écarts les plus importants observés en boucle ouverte entre tension cellule vraie et tension cellule simulée.

- Les réglages « régulateur moyen » et « régulateur rapide » donnent approximativement les mêmes résultats en termes de précision sur le *SOC*.

La calibration du régulateur résulte donc d'un compromis. Elle doit aboutir à une dynamique de régulation suffisamment rapide pour recalibrer le *SOC* à l'aide de la tension à vide et suffisamment lente pour éviter de subir les erreurs du modèle d'estimation.

4.4.2.2 Influence de la validité du modèle

Comme cela a été noté dans le paragraphe précédent, plus l'imprécision sur le modèle est grande plus l'utilisation d'un estimateur à dynamique rapide est défavorable. Dans les zones de validité du modèle néanmoins, la précision du modèle se révèle incontournable. Ceci est observé en comparant les performances de l'estimateur muni des paramètres de la méthode dichotomique à 20°C et 40°C. L'amélioration est très nette lors du passage de 20°C à 40°C soit d'un modèle moyen à un modèle bon. Cette amélioration est encore plus frappante en comparant les performances de l'estimateur lorsqu'il est muni des paramètres de la méthode dichotomique à 20°C et des paramètres de référence à 20°C. A 40°C la différence de performance induite par le passage de la méthode dichotomique aux paramètres de référence est beaucoup plus nuancée.

Il faut ensuite noter que la CTV présente une erreur manifeste d'environ 5% aux alentours de $SOC = 50\%$. Cette erreur est visible dans tous les cas de figure et illustre l'influence des incertitudes sur la CTV à bas *SOC* à partir d'environ 900s. Ceci pose la question de l'utilisation du régulateur à bas *SOC* puisqu'il y génère des erreurs importantes. Même s'il est possible de songer à inhiber l'estimateur dans ces zones-là, les erreurs dues à la CTV ne semblent pas rattrapables et confirment la grande nécessité de pouvoir identifier avec précision la CTV au cours du vieillissement.

4.5 Conclusion

Plusieurs séries de tests ont été effectuées dans cette partie :

- étude de l'influence de la température d'identification et d'estimation
- étude de l'impact du bruit de mesure sur l'identification
- étude de l'influence de la précision du modèle sur les performances d'un estimateur de SOC

Ces tests ont permis de montrer le très bon niveau de performances des méthodes d'identification lorsque celles-ci sont appliquées à haut état de charge. Sur l'ensemble plus étendu à plusieurs températures et états de vieillissement, les méthodes conçues ont montré certaines limites. Ces limites ont été en grande partie contournées en utilisant le profil de charge particulier. Dans l'ensemble, les analyses de ce chapitre ont permis d'aboutir aux préconisations et conclusions majeures qui suivent.

- Le concept d'estimateur d'état de charge dépendant du vieillissement fonctionne très convenablement tant que le SOC reste haut et tant que le bruit sur le capteur de tension reste circonscrit.
- Les éventuelles erreurs d'identification de la CTV peuvent générer des erreurs importantes notamment à bas SOC c'est-à-dire là où le vieillissement de la CTV est le plus marqué, d'après la définition du SOC imposant une capacité de référence fixe.
- La température optimale pour l'identification est celle qui provoque suffisamment de variation de tension pendant la charge, tout en étant conforme aux hypothèses du modèle, et permettant une décharge suffisamment importante pour bien identifier l'impact du vieillissement sur la tension à vide. Ces conditions sont contradictoires dans la mesure où la variation de tension due à la contribution de la résistance sera forte à froid mais la contribution de la diffusion faible. Inversement, la contribution de la résistance sera faible à chaud alors que la contribution de la diffusion sera forte. De manière générale, il convient de garder en mémoire que le modèle MME présente des limites de validité plus importantes à froid. En pratique, il a été observé que les meilleurs résultats d'identification sont obtenus à chaud lorsque l'état de charge est élevé.
- La dynamique de régulation doit être suffisante pour assurer un recalage du SOC en exploitant la tension à vide de la cellule. La précision du SOC dépend directement de la précision du modèle de la cellule.
- Un bruit sur le courant influence peu les performances de l'estimateur d'état de charge, puisque le régulateur permet d'éviter les dérives d'estimation liées à un biais sur le capteur de courant.
- Un offset sur le capteur de tension ainsi qu'un offset sur le capteur de courant détériorent fortement l'identification, et les performances de l'estimateur. Il importe de les minimiser autant que possible.

Conclusion générale

L'objectif de ces travaux a été de prendre en compte les incertitudes liées au vieillissement dans le pilotage des batteries Li-ion à travers le BMS. Le BMS, et plus précisément sa partie logicielle, n'a bien entendu pas été considérée dans tous ses aspects. Des problématiques telles que l'estimation de puissance prédictive par exemple n'ont pas été abordées. Les efforts de recherche et développement se sont en revanche concentrés sur un point central à savoir la maîtrise du modèle à travers son identification tout le long de la vie de la batterie. Ces développements ont bénéficié de la parcimonie du modèle fractionnaire et électrochimique issus des travaux de (Merveillaut 2011). La contribution principale des présents travaux aura été de mettre en évidence le rôle majeur joué par la CTV dans les deux grandes briques logicielles du BMS que sont l'estimation de l'état de charge (SOC) et l'équilibrage. L'identification du modèle et plus particulièrement de la résistance interne sert également de fondement aux approches usuelles de prédiction de puissance.

Du point de vue de l'identification, l'approche développée a consisté à identifier séparément la courbe de tension à vide (CTV) et les paramètres dynamiques de la cellule à savoir la résistance interne R et la pulsation de diffusion ω_c . La représentation de la CTV de chaque cellule du pack n'est pas pénalisante pour le code embarqué puisqu'une seule CTV de référence est utilisée pour l'ensemble des cellules du pack, chaque CTV individuelle étant spécifiée par un seul paramètre α propre à chaque cellule du pack. Ceci préserve donc l'espace mémoire alloué à la connaissance de la CTV de chaque cellule. L'identification de la CTV s'avère simple dans sa mise en œuvre puisqu'elle ne nécessite que l'exploitation d'au moins deux points de mesure de la tension à vide, ceux-ci pouvant provenir de données en roulage. Le procédé d'identification de la CTV s'est avéré efficace et très sensible au vieillissement de celle-ci. Les techniques d'identification des paramètres dynamiques R et ω_c ont également exhibé un bon niveau de performances à condition de réaliser l'identification à haut état de charge. A bas SOC et pour des échelons de courant d'amplitude trop faible, les méthodes d'identification se retrouvent limitées et sous-optimales. Pour aller plus loin, les auteurs suggèrent fortement l'exploration d'une adaptation permanente des paramètres via l'utilisation d'un algorithme de type moindres carrés récursifs. Celui-ci aurait à identifier les deux seuls paramètres dynamiques R et ω_c du modèle mono-électrode, particulièrement parcimonieux. La surveillance de la validité des modèles embarqués a été investiguée via trois approches dont une fréquentielle et deux temporelles. Les techniques éprouvées permettent une discrimination entre cellules usagées et cellules plus neuves. La distance de Kullback-Leibler et l'intégration de l'erreur de modélisation pour disqualifier le paramétrage d'un modèle se sont avérées être des méthodes crédibles nécessitant néanmoins le choix délicat des seuils de déclenchement. Le choix de ces seuils de déclenchement demeure ouvert mais des préconisations ont été proposées.

Deux applications ont été investiguées à la lumière des développements sur l'identification du modèle à différentes températures et pour différents états de vieillissement, à savoir l'estimation du *SOC* et l'équilibrage. L'estimateur de *SOC* profitant de paramètres identifiés, a ainsi été rendu adaptatif en fonction du vieillissement. L'importance de la validité du paramétrage du modèle a été mise en exergue dans le cas d'un bouclage sur le courant. L'approche reste perfectible via la prise en compte des zones d'incertitude du modèle et de la CTV en particulier. Des approches de type Kalman avec des incertitudes de bruit dépendant de la zone de fonctionnement peuvent éventuellement répondre à ce besoin. L'équilibrage, tant dynamique que statique, a été abordé dans ses grandes lignes (estimateur de *SOC*, calcul de *soc* de référence). Il a été montré que le paradigme consistant à égaliser à tout prix les tensions ou les *SOCs* de toutes les cellules d'un pack génère potentiellement des pertes énergétiques inutiles particulièrement dans le cas d'un pack déséquilibré en capacités. Dans ce cas, un équilibrage au « juste nécessaire » est suffisant, un niveau donné de déséquilibre pouvant alors être toléré. Ces investigations n'ont pas pu être menées totalement jusqu'au bout dans les présents travaux. La prochaine étape consisterait en la mise en œuvre pratique de la logique d'équilibrage afin de montrer plus clairement le gain énergétique et le gain en temps d'équilibrage induits. Il serait également important de comparer les performances de l'approche sur une charge et sur un cycle quelconque en plus du classique équilibrage en fin de charge. De même, l'apport de la commande PWM devrait être évalué en regard d'une commande tout ou rien.

Ce travail se positionne comme un travail de défrichage dans le domaine de la prise en compte du vieillissement dans la gestion d'une batterie Li-ion et ouvre de nombreuses perspectives de recherche en vue de l'élaboration d'un système complet compatible avec les contraintes temps réel.

Annexes

Annexe A Description des essais appliqués sur le module batterie

L'objet de cette annexe est de décrire le protocole de vieillissement calendaire du module batterie, de ses caractérisations et de ses checkups. Les checkups constituent des caractérisations réduites et à 25°C seulement. Les protocoles ont été appliqués sur un banc d'essais dit banc SOH, présenté au chapitre 4 et spécialement conçu pour tester différentes techniques d'estimation sur cellules vieilles. Le choix des essais de caractérisation et des checkups résulte d'un compromis. En effet, les caractérisations et checkups ont été choisis d'un côté afin de permettre d'avoir un maximum d'informations sur l'état de la batterie et d'un autre côté afin que leur durée soit réduite au minimum pour ne pas altérer le vieillissement des cellules de la batterie.

A.1 Cellules utilisées

Les cellules utilisées sont de marque JCS-SAFT et de type VL6P. Les caractéristiques électriques et mécaniques d'une cellule VL6P, fournies par le constructeur, sont données dans le **Tableau A.1**.

Caractéristiques électriques	
Tension nominale	3,6 V
Capacité nominale (1C, 20°C)	7,0 Ah
Tension de fonctionnement maximale (courant continu)	4,0 V
Tension de fonctionnement maximale (pulse de courant)	4,1 V
Tension de fonctionnement minimale (courant continu)	2,7 V
Tension de fonctionnement minimale (pulse de courant)	2,5V ou 2,0V en fonction de la température
Caractéristiques mécaniques	
Diamètre	37,6 mm
Hauteur	145 mm
Poids	0,34 kg

Tableau A.1 Caractéristiques électriques et mécaniques d'une cellule JCS-SAFT de type VL6P

A.2 Protocole de vieillissement calendaire du module

A.2.1 Vue d'ensemble et chronologie des essais

Cette partie est une présentation du protocole complet des sollicitations subies par les cellules pendant les phases d'essais. Toutefois, seule une partie de ces données d'essai a été utilisée dans le cadre des présents travaux. Le protocole dans sa forme prévue initialement est donné dans le **Tableau A.2**.

Etape	Essais	Durée approximative
0	Caractérisation des cellules sur banc Digatron (Etat considéré comme l'état à neuf)	10 semaines
1	Caractérisation des cellules sur banc SOH	4 semaines
2	Stockage [Vieillessement accéléré]	8 semaines
3	Checkup	1 semaine
4	Stockage [Vieillessement accéléré]	8 semaines
5	Checkup	1 semaine
6	Stockage [Vieillessement accéléré]	8 semaines
7	Répétition des étapes 1 à 6	

Tableau A.2 Trame initialement prévue du protocole de vieillissement et de caractérisation

Les essais de caractérisation sur banc Digatron constituent des essais de mesure de capacité, de résistance interne et tension à vide appliqués à chaque cellule aux températures ambiantes.

A.2.1.1 Détail des essais de caractérisation et checkup sur banc SOH

Lors des caractérisations, les essais I à III sont appliqués pour chacune des températures ambiantes -10°C, 0°C, 20°C et 40°C conformément au **Tableau A.3**. Pour les checkups, c'est une version simplifiée des essais I à III qui est appliquée à la seule température ambiante 20°C conformément au **Tableau A.4**.

Essai	Description des mesures	Période d'échantillonnage	Températures ambiantes
I	Capacité, Résistance interne, Courbe de tensions à vide	1s	-10°C, 0°C, 20°C, 40°C
II	Spectroscopie d'impédance (SOC 80%, 60%, 40% et 20%)	0,01s	
III	Profils HEV (Profils 1 et 2)	0,01s	

Tableau A.3 Description du contenu d'une caractérisation

Essai	Description des mesures	Période d'échantillonnage	Température ambiante
I	Capacité, Résistance interne, Courbe de tensions à vide	1s	20°C
II bis	Spectroscopie d'impédance (SOC 60%)	0,01s	
III	Profils HEV (Profils 1 et 2)	0,01s	

Tableau A.4 Description du contenu d'un checkup

En fin de compte, divers aléas survenus sur les moyens d'essai ont fait que le calendrier suivi en pratique a été légèrement différent du calendrier prévu initialement. Cette différence porte essentiellement sur le nombre de checkups, ces derniers s'étant retrouvés moins nombreux que prévus. Certains essais de caractérisation ont été très longs comme l'essai n°3 par exemple. Dans ce cas, les cellules ont à priori subi en plus un vieillissement calendaire sous température ambiante, soit 25°C. Néanmoins, il est raisonnable de négliger les éventuels effets du vieillissement calendaire à température ambiante sur un ou deux mois supplémentaires. La chronologie des phases d'essai et de vieillissement est donnée sur la **Figure A.1**.

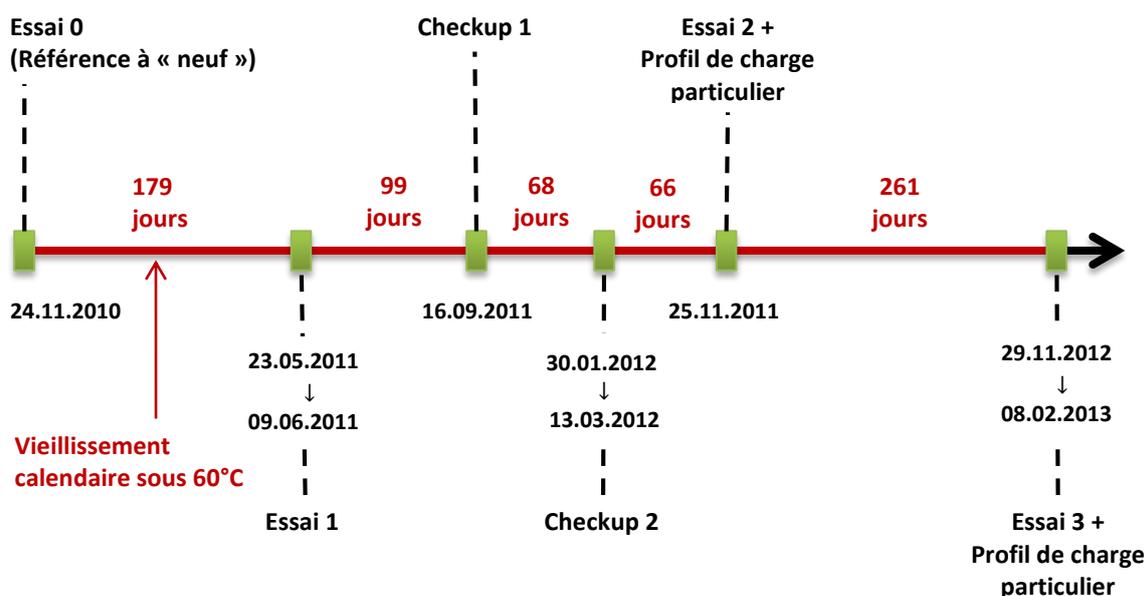


Figure A.1 Chronologie du vieillissement calendaire et des essais de caractérisation

A.2.2 Description des essais réalisés sur banc SOH lors d'une caractérisation

Cette partie décrit les quatre composantes d'une phase d'essai à savoir :

- Essai I : mesure de capacité, résistance interne et courbe de tensions à vide
- Essai II : application de profils d'usage HEV
- Essai III : spectroscopie d'impédance

A.2.2.1 Essai I : Mesure de capacité, de résistance interne et de tension à vide

Cet essai permet de mesurer :

1. la capacité du module batterie en charge et en décharge ainsi que la capacité résiduelle ;
2. les résistances internes de chaque cellule aux états de charge 80%, 60%, 40% et 20% ;
3. la tension à vide en fonction de l'état de charge pour chaque cellule du module.

Les mesures de résistance se font en appliquant à la batterie deux types de sollicitations notées C et E tel qu'indiqué dans le **Tableau A.5**.

Type de sollicitation	Décharge	Charge
C	Utilisation de trois résistances de décharge notées R_{r1} , R_{r2} et R_{r3} pour une sollicitation 2C	Courant équivalent par l'alimentation 4 quadrants
E	Moteur sur 2 phases pour une sollicitation de 1C	Courant équivalent par l'alimentation 4 quadrants

Tableau A.5 Description des sollicitations servant à la mesure des résistances internes lors de l'essai I

Etape	Action	Paramètres mesurés	Durée approximative
1	Décharge standard		1h
2	Pause		1h
3	Charge standard		1h
4	Equilibrage éventuel des tensions des cellules		4h
5	Décharge standard	Capacité du module en décharge	1h
6	Pause		1h
7	Charge standard	Capacité du module en charge	1h30
8	Pause	Tension à vide à SOC=100%	30min
9	Décharge pour mise à $SOC_1 = 90\%$		6min
10	Pause	Tension à vide à $SOC_1 = 90\%$	30min
11	Décharge pour mise à $SOC_2 = 80\%$		6min
12	Pause	Tension à vide à $SOC_2 = 80\%$	30min
13	Pulse de décharge 18s (Sollicitation C)	Résistance en décharge à $SOC_2 = 80\%$	18s
14	Pause		30min
15	Pulse de charge ($\approx 18s$)	Résistance en charge à $SOC_2 = 80\%$	18s
16	Pause		30min
17	Pulse de décharge 18s (Sollicitation E)	Résistance en décharge à $SOC_2 = 80\%$	18s
18	Pause		30min
19	Pulse de charge ($\approx 18s$)	Résistance en charge à $SOC_2 = 80\%$	18s
20	Pause		1min
21	Répéter les étapes 9 à 20 pour $SOC_1 = 70\%$ et $SOC_2 = 60\%$		
22	Répéter les étapes 9 à 20 pour $SOC_1 = 50\%$ et $SOC_2 = 40\%$		
23	Répéter les étapes 9 à 20 pour $SOC_1 = 30\%$ et $SOC_2 = 20\%$		
24	Décharge pour mise à SOC=10%		6min
25	Pause	Tension à vide à SOC=10%	1h
26	Décharge pour mise à SOC=0%		6min
27	Pause	Tension à vide à SOC=0%	1h
28	Charge standard		2h
29	Pause		30min
30	Décharge pour mise à SOC finale ($\approx 60\%$)		25min
			Total = 26h

Tableau A.6 Procédure de l'essai I (mesure de capacités, résistances, tensions à vide)

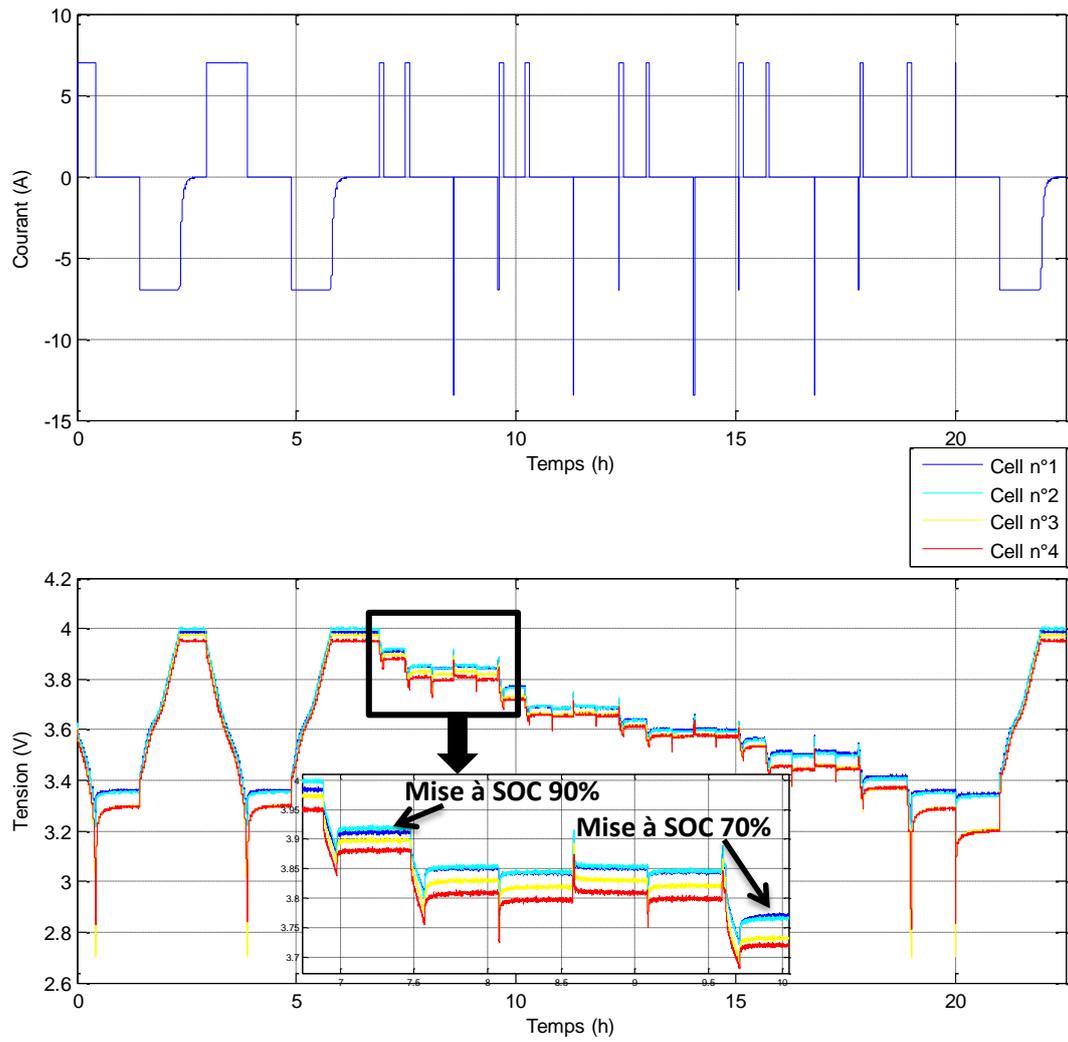


Figure A.2 Profil de sollicitation pour l'essai I (capacité, résistances, tension à vide)

A.2.2.2 Essai II : Application de profils d'usage HEV

Cet essai consiste à appliquer à la batterie deux profils d'usage d'un véhicule hybride.

1. Profil 1 : il s'agit respectivement d'une succession de cycles route (EU), ville (UR) et mode tout électrique (ZEV).
2. Profil 2 : il s'agit d'un cycle de type montagne (MTN).

Le protocole est donné dans le **Tableau A.7**. Le **Tableau A.8** pour sa part donne des caractéristiques générales des cycles élémentaires EU, UR, ZEV et MTN. Enfin, l'allure temporelle ainsi que le spectre fréquentiel de chaque cycle élémentaire sont donnés par la **Figure A.3** à la **Figure A.10**.

Etape	Action	Paramètres mesurés	Durée approximative
1	Décharge standard		1h
2	Pause		1h
3	Décharge standard	Capacité du module en décharge	1h30
6	Pause		30min
9	Décharge pour mise à $SOC = 80\%$		12min
	Pause		5min
10	Application du profil hybride n°1	Acquisition rapide des tensions et du courant	30min
11	Charge standard		1h30
12	Pause		30min
9	Décharge pour mise à $SOC = 80\%$		12min
	Pause		30min
10	Application du profil hybride n°2	Acquisition rapide des tensions et du courant	30min
12	Pause		3min
14	Charge standard		1h30
16	Pause		30min
30	Décharge pour mise à SOC finale ($\approx 60\%$)		25min
			Total = 10h

Tableau A.7 Procédure de l'essai II (profils hybrides 1 et 2)

Cycle	Largeur du spectre	ΔAh	$\Delta SOC_{Bilan}(\%)$ ($Q_{ref} = 7Ah$)
EU	DC→0.60 Hz	0.09Ah	2.11%
UR	DC→0.80 Hz	-0.16Ah	-2.35%
ZEV	DC→0.30 Hz	-2.02Ah	-28.8%
MTN	DC→1.60 Hz	0.28Ah	3.82%

Tableau A.8 Caractéristiques typiques des cycles constituant les profils de roulage hybrides 1 et 2

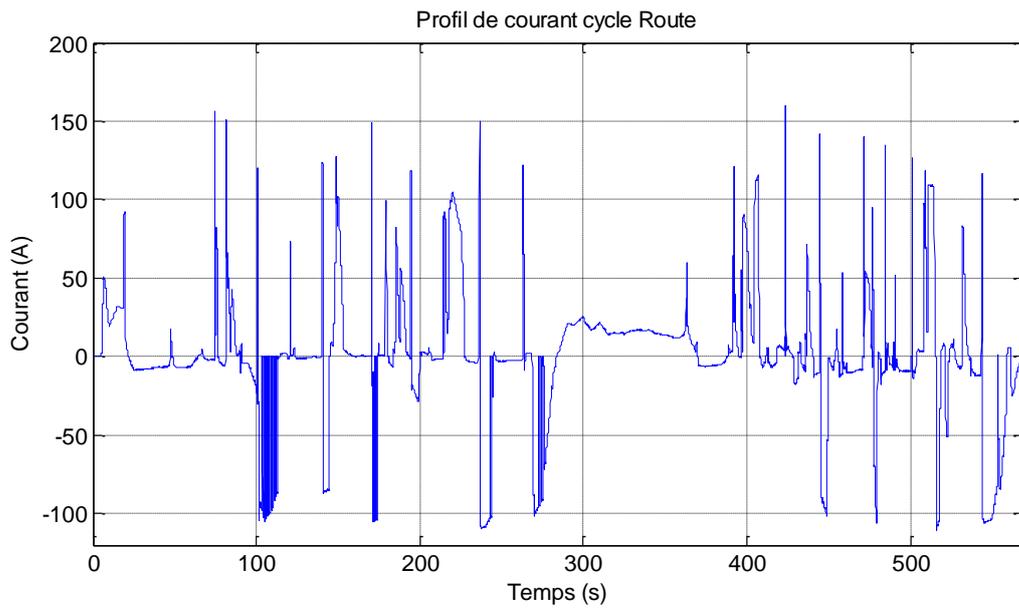


Figure A.3 Profil de courant pour un cycle EU (route)

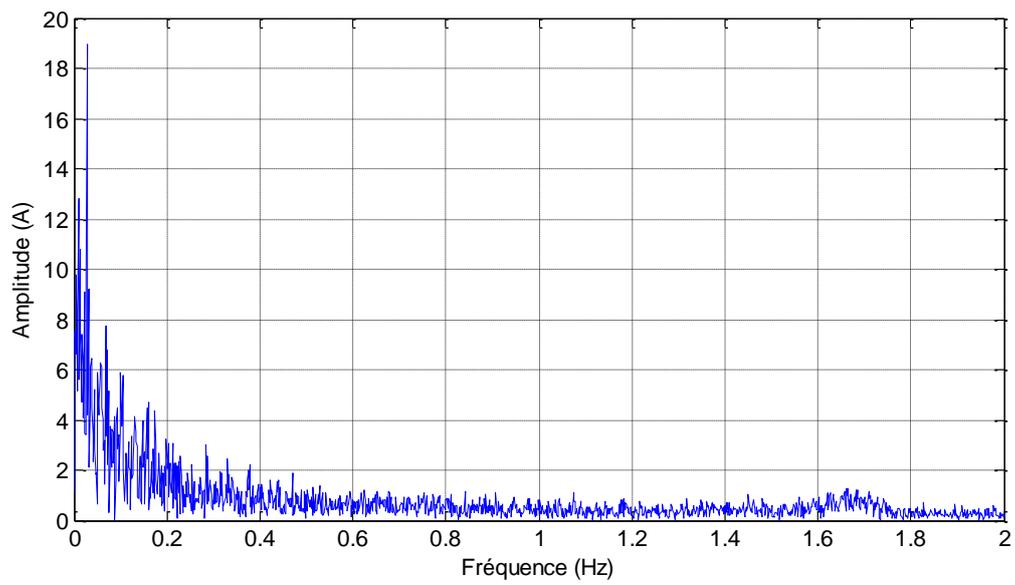


Figure A.4 Spectre de courant pour un cycle EU (route)

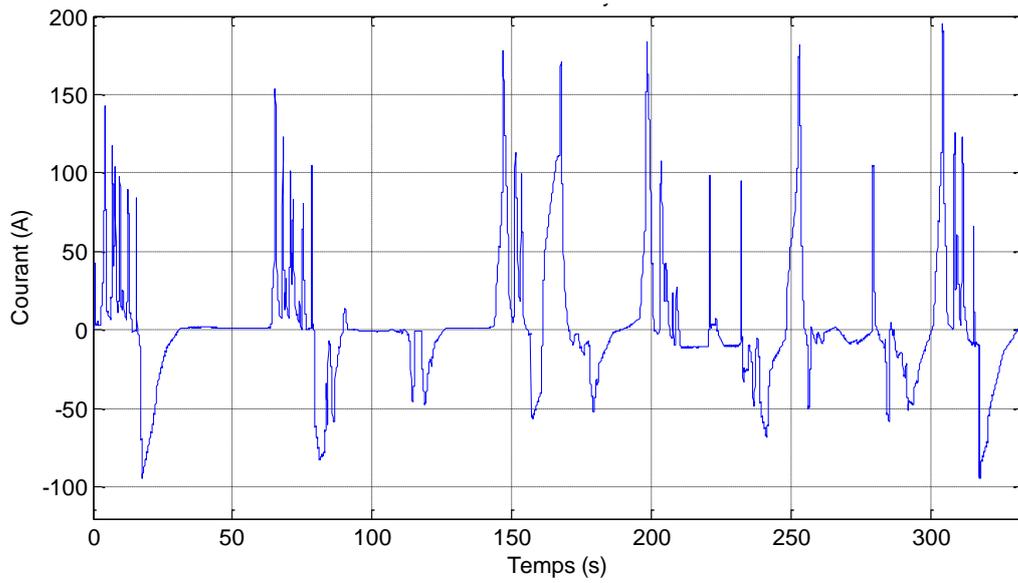


Figure A.5 Profil de courant pour un cycle UR (ville)

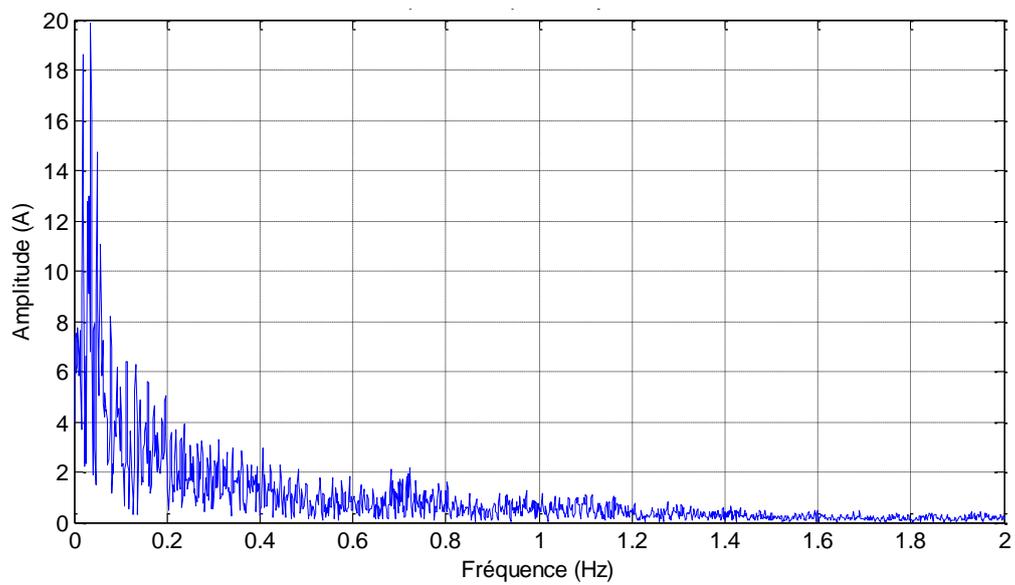


Figure A.6 Spectre de courant pour un cycle UR (ville)

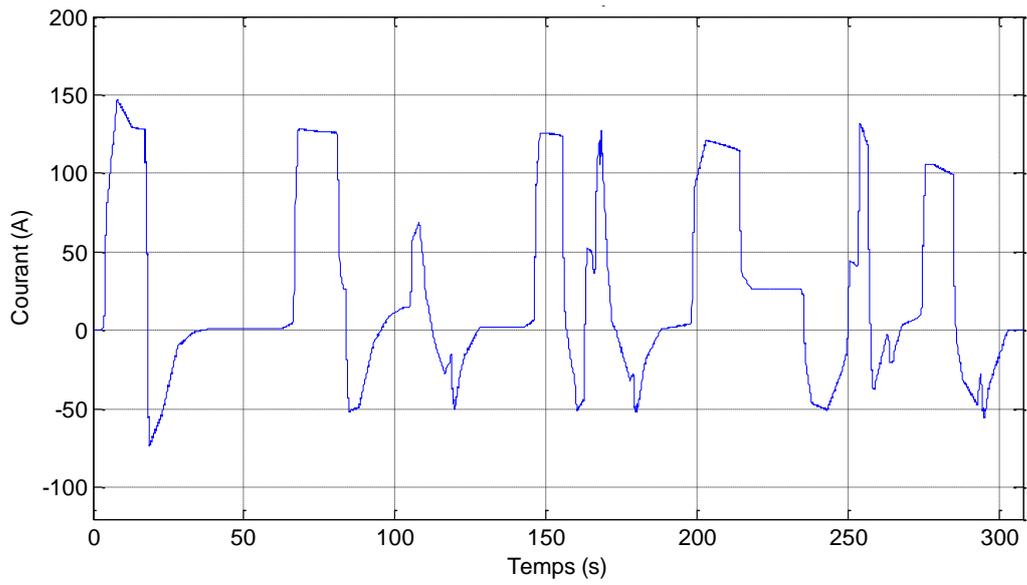


Figure A.7 Profil de courant pour un cycle ZEV (tout électrique)

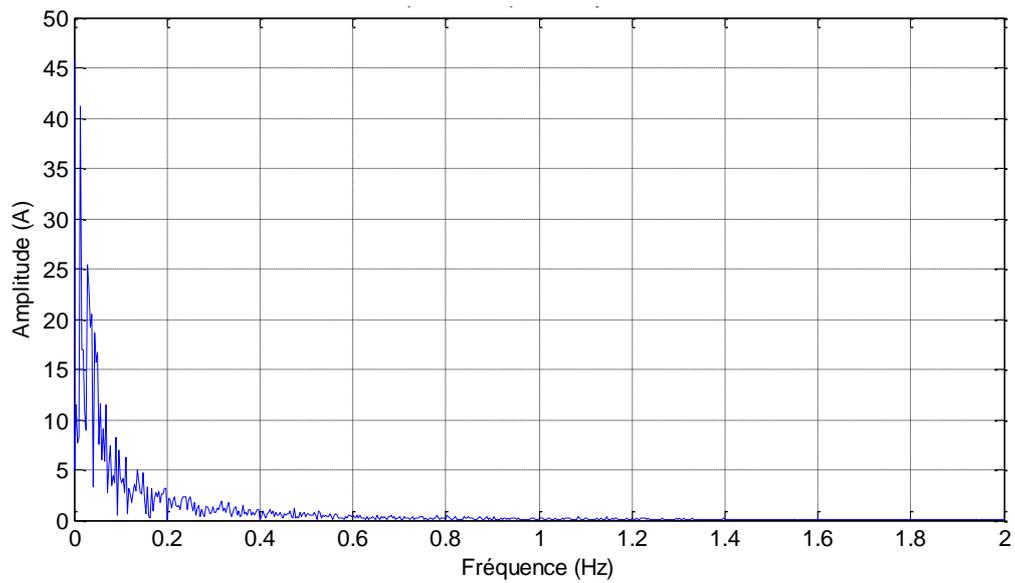


Figure A.8 Spectre de courant pour un cycle ZEV (tout électrique)

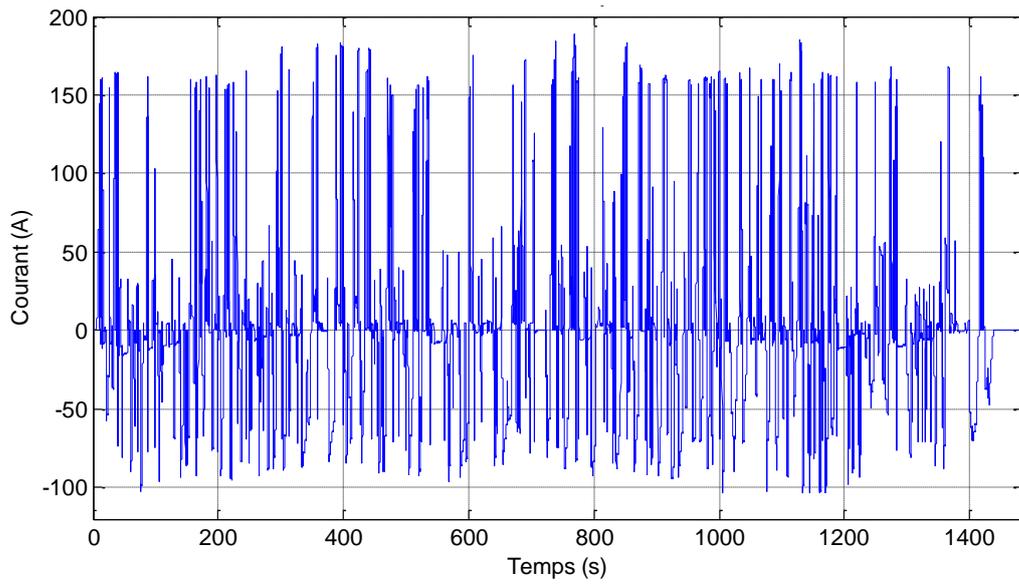


Figure A.9 Profil de courant pour un cycle MTN (montagne)

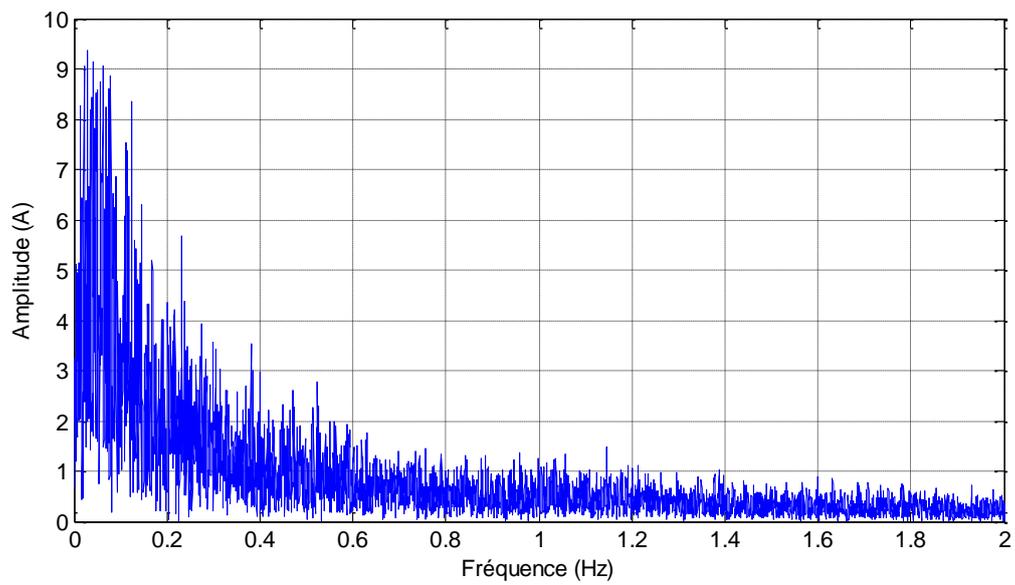


Figure A.10 Spectre de courant pour un cycle MTN (montagne)

A.2.2.3 Essai III : Spectroscopie d'impédance

Cet essai permet de calculer l'impédance de chaque cellule du module. Il consiste à appliquer au module batterie un courant sinusoïdal dont on fait varier la fréquence dans l'intervalle [10mHz ; 100mHz]. Pour chaque fréquence f et à partir des transformées de Fourier de la tension \bar{V} et du courant \bar{I} , l'impédance \bar{Z} est définie par :

$$\bar{Z}(f) = \text{Re}(f) + i \cdot \text{Im}(f) = \frac{\bar{V}(f)}{\bar{I}(f)}. \quad (\text{A.1})$$

Contrairement aux essais I et II, les résultats de la spectroscopie d'impédance ne sont pas exploités dans les présents travaux.

Etape	Action	Paramètres mesurés	Durée approximative
1	Décharge standard		1h
2	Pause		1h
3	Décharge standard	Capacité du module en décharge	1h30
4	Pause		30min
5	Décharge pour mise à SOC = 80%		12min
6	Pause		5min
7	Courant sinusoïdal (balayage fréquentiel)	Acquisition rapide des tensions et du courant	1h
8	Pause		3min
9	Répéter les étapes 5 à 8 pour les états de charge SOC ∈ {60%, 40%, 20%}		
10	Charge standard		1h30
11	Pause		30min
12	Décharge pour mise à SOC finale (≈60%)		25min
			Total = 13h

Tableau A.9 Procédure de l'essai III (spectre d'impédance)

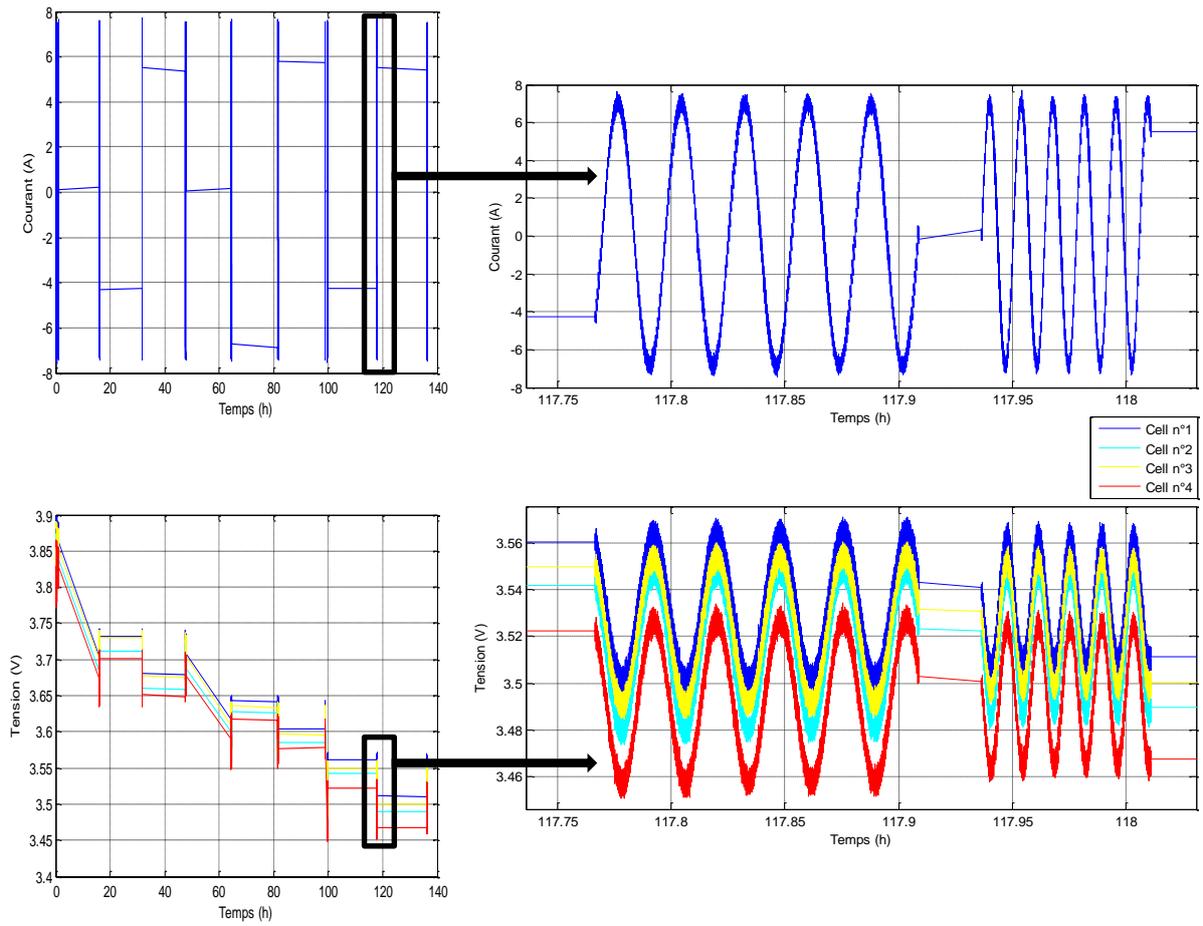


Figure A.11 Profil de sollicitation pour l'essai III (spectroscopie d'impédance)

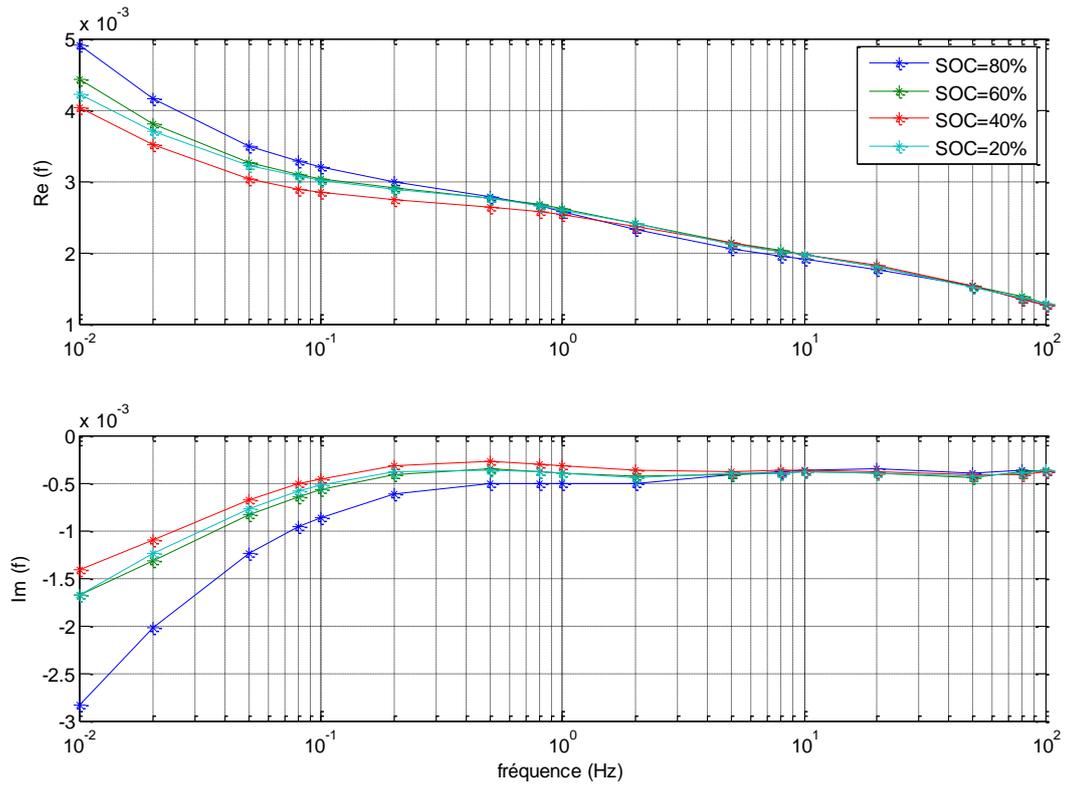


Figure A.12 Exemple de réponse fréquentielle (cellule n°3)

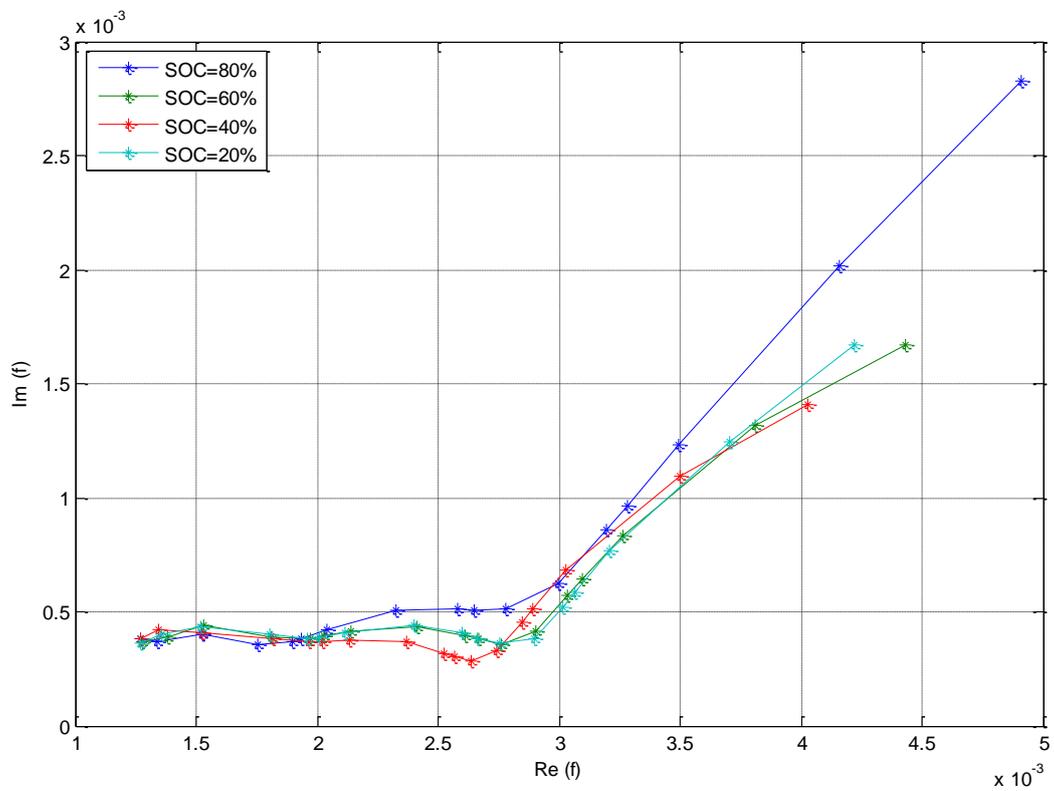


Figure A.13 Exemple de diagramme de Nyquist (cellule n°3)

Annexe B Simulation du vieillissement de la courbe de tension à vide

Afin de mieux visualiser quels pourraient être les effets éventuels des différents phénomènes de vieillissement sur la CTV, des simulations ont été réalisées. La simulation est effectuée à partir des paramètres du modèle d'une cellule $LiC_6/LiCoO_2$ issue de (Smith 2006). Ces données sont regroupées dans le **Tableau B.1**. Ces simulations consistent en des tracées de la CTV pour différentes valeurs de capacité maximale $Q_{i,max}$ et de capacité totale Q_{totale} selon les expressions décrites dans le **Tableau B.2**. Les différentes valeurs de $Q_{i,max}$ et de Q_{totale} représentent différents états de vieillissement provoqués par des pertes de capacité maximale et de lithium. Les résultats de simulation sont donnés de la **Figure B.1** à la **Figure B.6**. Ces figures permettent notamment d'observer le déplacement effectué par la CTV sur la surface définie par $E = E_p(x_p) - E_n(x_n)$, suite aux réactions de vieillissement simulées.

Paramètres	Anode	Cathode
Géométrie de la cellule		
Volume, V_i [cm^3]		
Epaisseur, δ_i [cm]	$50 \cdot 10^{-4}$	$36,4 \cdot 10^{-4}$
Surface de l'électrode, A [cm^2]	10452	10452
Fraction volumique de la matière active, $\epsilon_{s,i}$	0,520	0,500
Composition de la phase solide		
Concentration maximale de la phase solide, $c_{s,i,max}$ [$mol \cdot cm^{-3}$]	$16,1 \cdot 10^{-3}$	$23,9 \cdot 10^{-3}$
Stœchiométrie initiale à l'état déchargé, $x_{i,0}$	0,126	0,936
Stœchiométrie initiale à l'état chargé, $x_{i,100}$	0,676	0,442
Capacité maximale, $Q_{i,max}^{init}$ [A.h]	13,0792	12,1850

Tableau B.1 Données utilisées pour la simulation du vieillissement de la courbe de tension à vide

	Cathode	Anode
Variations de $Q_{i,max}$ due à une perte de matière active	$Q_{p,max} = \zeta_p \cdot Q_{p,max}^{init}$ $\Delta Q_p = (1 - \zeta_p) Q_{p,max}^{init}$ $\zeta_p \leq 1$	$Q_{n,max} = \zeta_n \cdot Q_{n,max}^{init}$ $\Delta Q_n = (1 - \zeta_n) Q_{n,max}^{init}$ $\zeta_n \leq 1$
Consommation d'une fraction ζ_Q de la quantité initiale de lithium cyclable	$Q_{totale} = Q_p(t) + Q_n(t) = (1 - \zeta_Q) Q_{totale}^{init}$	

Tableau B.2 Loïs utilisées pour la simulation du vieillissement

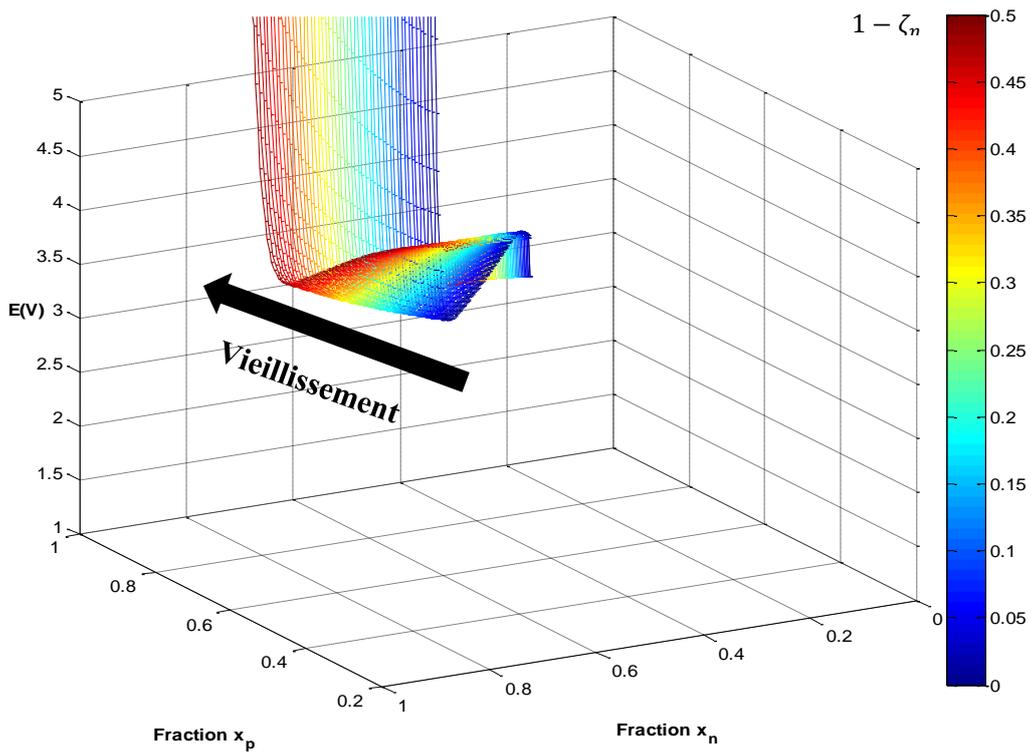


Figure B.1 Simulation de la perte de matière active à l'anode – Données (Smith 2006)

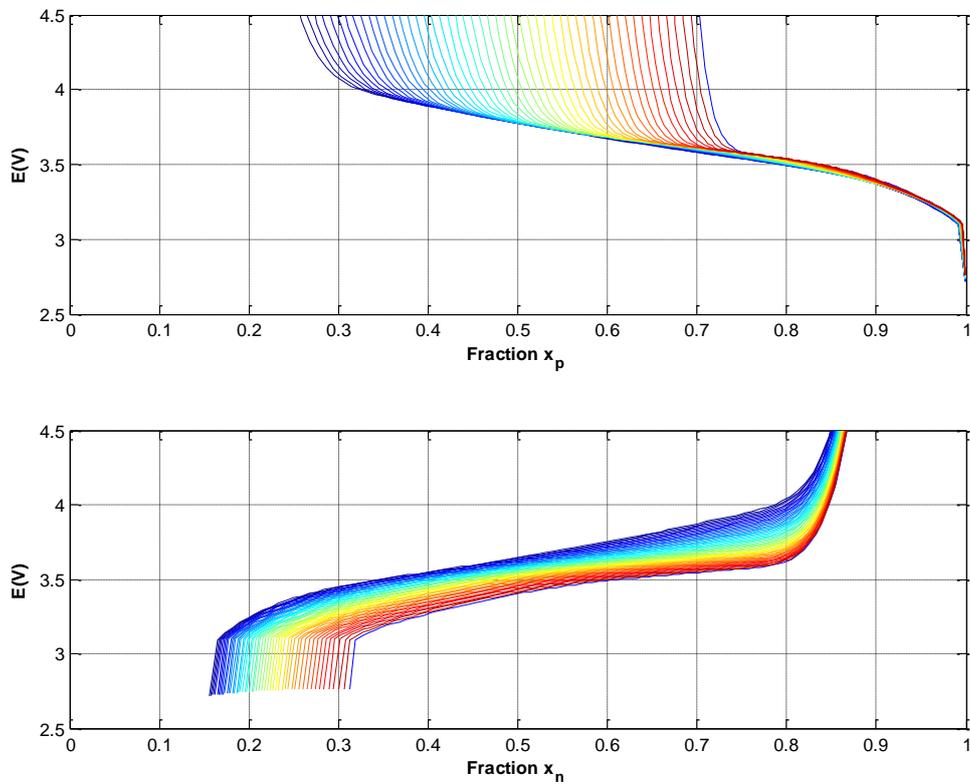


Figure B.2 Simulation de la perte de matière active à l'anode – Vues en coupe – Données (Smith 2006)

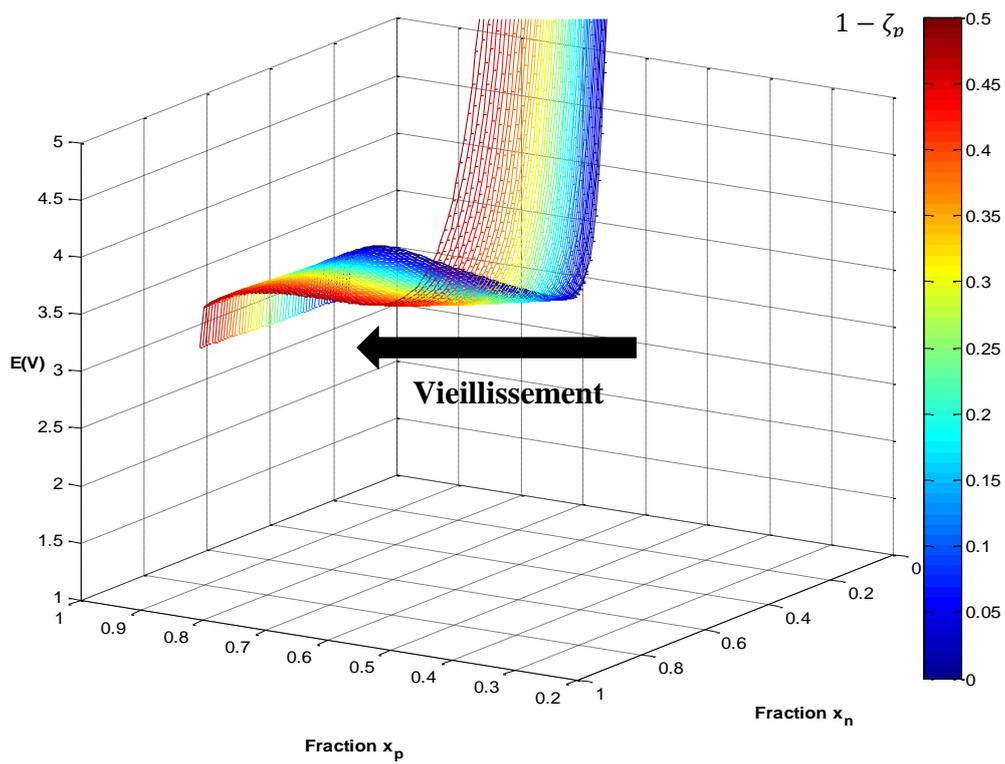


Figure B.3 Simulation de la perte de matière active à la cathode – Données (Smith 2006)

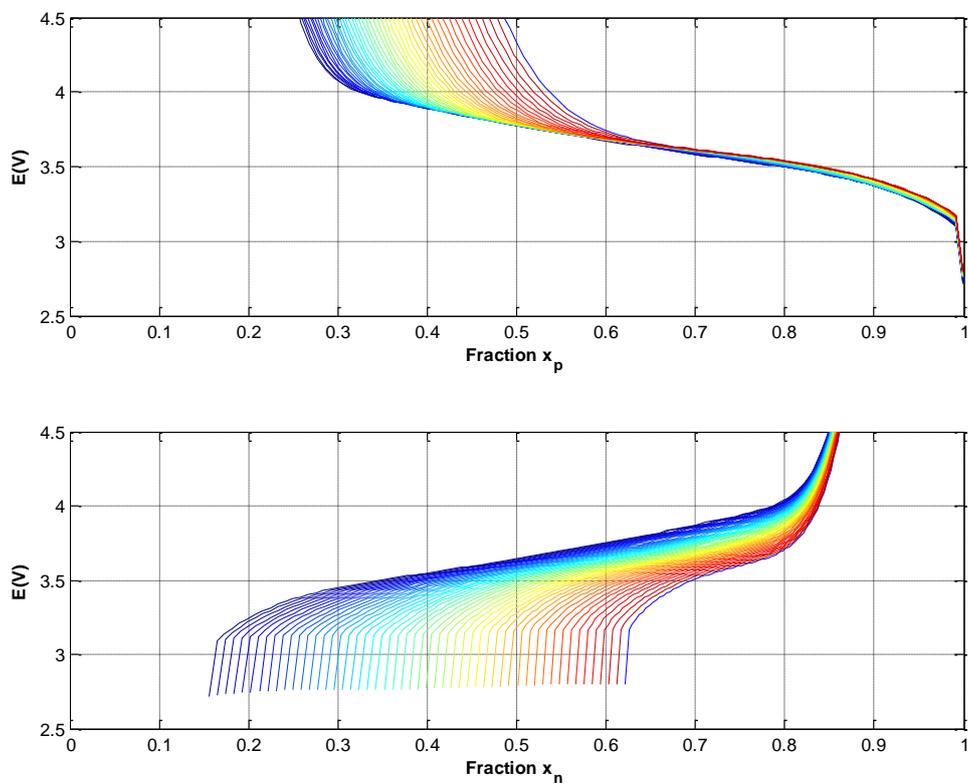


Figure B.4 Simulation de la perte de matière active à la cathode – Vues en coupe – Données (Smith 2006)

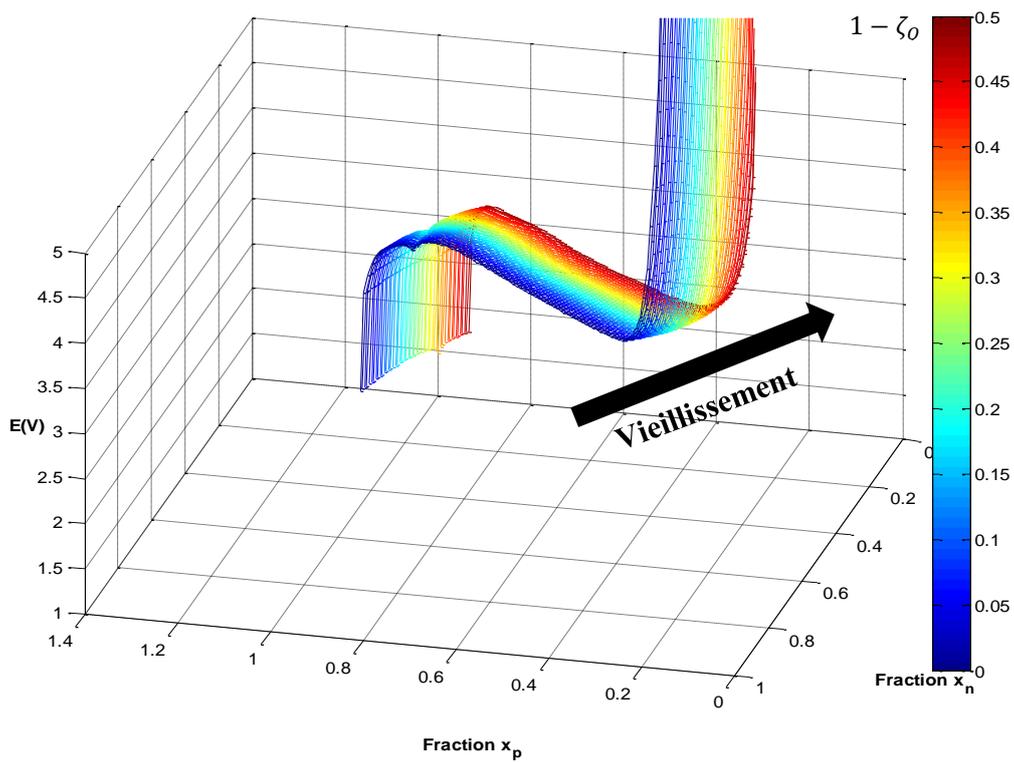


Figure B.5 Simulation de la perte de lithium – Données (Smith 2006)

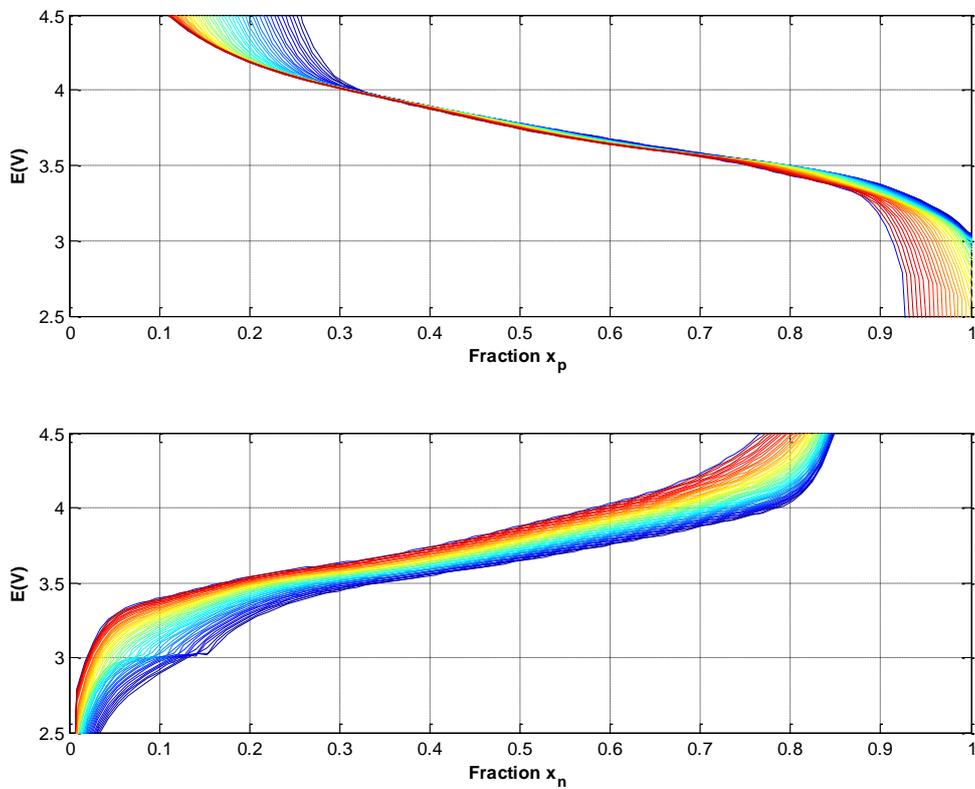


Figure B.6 Simulation de la perte de lithium – Vues en coupe – Données (Smith 2006)

Annexe C Dérivation non-entière et réponse indicielle analytique du modèle fractionnaire

C.1 Dérivation non-entière

C.1.1 Introduction

La notion de dérivation non entière (appelée aussi dérivation fractionnaire dans la littérature internationale) date de 1695 lorsque L'Hôpital et Leibniz s'interrogeaient dans leurs correspondances sur la signification d'une dérivée d'ordre 0.5 (Dugowson, 1994). Au cours du 18^{ème} siècle, il y eu seulement quelques contributions sur ce sujet, notamment de la part d'Euler qui souleva de nouveau le problème de la définition d'une dérivée d'ordre fractionnaire. Plus tard, au 19^{ème} siècle, Liouville et Riemann donnèrent une définition cohérente de la dérivée fractionnaire. Mais, c'est surtout au cours de la deuxième moitié du 20^{ème} siècle que des avancées majeures concernant la théorie de la dérivation et de l'intégration fractionnaires ont été réalisées (Oldham 1974), (Miller 1993), (Samko 1993), (Oustaloup 1995).

Aujourd'hui, au 21^{ème} siècle, dans le domaine des sciences pour l'ingénieur, les systèmes fractionnaires sont étudiés par un nombre d'auteurs de plus en plus important. En effet, il y a un nombre grandissant de systèmes physiques dont le comportement dynamique peut être décrit avec parcimonie grâce à des modèles fractionnaires :

- processus électrochimiques (Sabatier 2006),
- diffusion thermique dans un milieu homogène semi-infini (Lin 2001), (Cois 2002),
- polarisation diélectrique (Bohannan 2000),
- matériaux viscoélastiques (Moreau 2002), (Ramus-Serment 2002).

Pour les systèmes fractionnaires, la causalité intégrale conduit à utiliser un intégrateur fractionnaire, appelé **fractor** (contraction de **fractional integrator**) (Bohannan, 2000). L'intérêt d'utiliser la causalité intégrale est le même que pour les systèmes rationnels (Trigeassou 1999), (Trigeassou 2011). Pour un fractor, l'effort généralisé $e_\lambda(t)$ est proportionnel à l'intégrale fractionnaire du flux généralisé $f_\lambda(t)$,

$$e_\lambda = \frac{1}{\lambda} \int_{t_0}^t f_\lambda(\tau) d\tau + e_\lambda(t_0), \quad (C.1)$$

où $e^{\lambda(t_0)}$ est une fonction qui prend en compte les conditions initiales (Hartley 2002), (Hartley 2007), (Lorenzo 2007a,b), (Sabatier 2008), (Trigeassou 2011), et où $\lambda \in \mathbb{R}^+$ et $m \in [0,1]$.

C.1.2 Définition de l'intégration d'ordre non entier

Inspirée de la formule de Cauchy, la définition de Riemann-Liouville de l'intégrale d'ordre $m \in \mathbb{C}$ (tel que $\text{Re}(m) > 0$) d'une fonction $f(t)$ de \mathbb{R} dans \mathbb{C} , a été établie au XIXème siècle sous la forme de l'expression suivante :

$$I_{t_0}^m f(t) \triangleq \frac{1}{\Gamma(m)} \int_{t_0}^t \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{1-m}} d\tau \quad \text{avec} \quad \begin{cases} t > t_0, \\ t_0 \in \mathbb{R}^+, \\ m \in \mathbb{C} \end{cases} \quad (\text{C.2})$$

où $\Gamma(m)$ est la fonction Gamma généralisée aux nombres complexes, soit :

$$\Gamma(m) = \int_0^{\infty} e^{-x} x^{m-1} dx. \quad (\text{C.3})$$

La difficulté d'attribuer à cet opérateur un sens géométrique ou physique, comparable à celui que l'on accorde à l'intégration d'ordre entier, n'est certes pas étrangère au peu d'intérêt que les physiciens lui ont porté. Lorsque l'ordre d'intégration m est complexe, l'image de « l'aire sous la courbe » ou de la « charge d'un condensateur » perd en effet son sens.

Néanmoins, dans le cas où l'ordre m est réel, la définition (C.2) peut être interprétée comme l'aire de la surface que définit la fonction $f(t)$ pondérée par un facteur d'oubli représenté par la fonction suivante :

$$h(t) = \frac{1}{\Gamma(m)(t-\tau)^{1-m}}. \quad (\text{C.4})$$

Ainsi, si m est égal à 1, $I_{t_0}^m f(t)$ est une intégrale classique, toutes les valeurs de $f(t)$ ayant le même « poids ». Si m est un réel compris entre 0 et 1, les valeurs les plus récentes ont plus de « poids » que les plus anciennes. La **Figure C.1** représente les variations du facteur d'oubli pour des valeurs de m comprises entre 0.1 et 1. A travers cette interprétation, les différentes pondérations obtenues en faisant varier l'ordre d'intégration m mettent en évidence l'aptitude de cet opérateur à décrire des phénomènes physiques à mémoire longue tels que les phénomènes de diffusion.

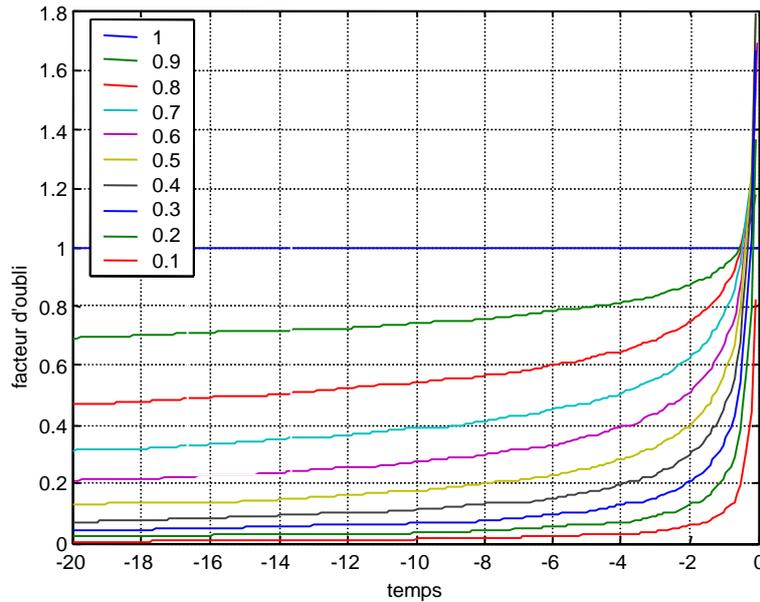


Figure C.1 Courbes représentatives des variations du facteur d'oubli dans le cas d'une intégrale d'ordre réel m tel que $0.1 < m < 1$

Condition d'existence

Pour que l'intégrale non entière d'une fonction temporelle $f(t)$ existe, il suffit que f soit continu par morceaux sur $]t_0, +\infty[$ et intégrable sur $[t_0, t]$ pour tout $t > t_0$.

Composition de deux intégrations non entières

Les opérateurs d'intégration non entière vérifient la propriété de semi-groupe, soit [Samko, 1993] :

$$I_{t_0}^{m_1} \circ I_{t_0}^{m_2} = I_{t_0}^{m_1+m_2} f(t) \text{ avec } \begin{cases} \operatorname{Re}(m_1) > 0 \\ \operatorname{Re}(m_2) > 0 \end{cases} \quad (\text{C.5})$$

C.1.3 Transformée de Laplace de l'intégrale non entière d'une fonction temporelle

Dans le cadre d'une approche système où $u(t)$ désigne l'entrée et $y(t)$ la sortie, l'intégrale d'ordre m de $u(t)$, notée $y(t) = I_t^m u(t)$ soit :

$$y(t) = \int_0^t \frac{1}{\Gamma(m)(t-\tau)^{1-m}} u(\tau) d\tau \quad (\text{C.6})$$

peut être interprétée comme le produit de convolution entre la réponse impulsionnelle $h(t)$ du système et son entrée $u(t)$, soit :

$$y(t) = \int_0^t h(t - \tau) u(\tau) d\tau = h(t) * u(t). \quad (\text{C.7})$$

La transformée de Laplace de $h(t)$, notée $H(s)$, qui n'est autre que la fonction de transfert d'un intégrateur d'ordre $m > 0$, est donnée par (Oldham, 1974) :

$$H(p) = \mathcal{L}\{h(t)\} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{\Gamma(m)t^{(1-m)}}\right\} = \frac{1}{p^m}. \quad (\text{C.8})$$

Une des propriétés remarquables de la réponse impulsionnelle d'un intégrateur non entier est l'auto-similarité (Ren, 1996) qui traduit l'invariance lors d'un changement d'échelle de temps, soit :

$$h(Kt) = \frac{1}{\Gamma(m)(Kt)^{1-m}} = K^{m-1}h(t), \quad (\text{C.9})$$

où K est une constante. Il est à noter que les réponses impulsionnelles de type exponentiel ne possèdent pas cette propriété.

La **Figure C.2** présente les réponses fréquentielles et impulsionnelles d'un intégrateur généralisé pour des ordres m compris entre 0 et 2.

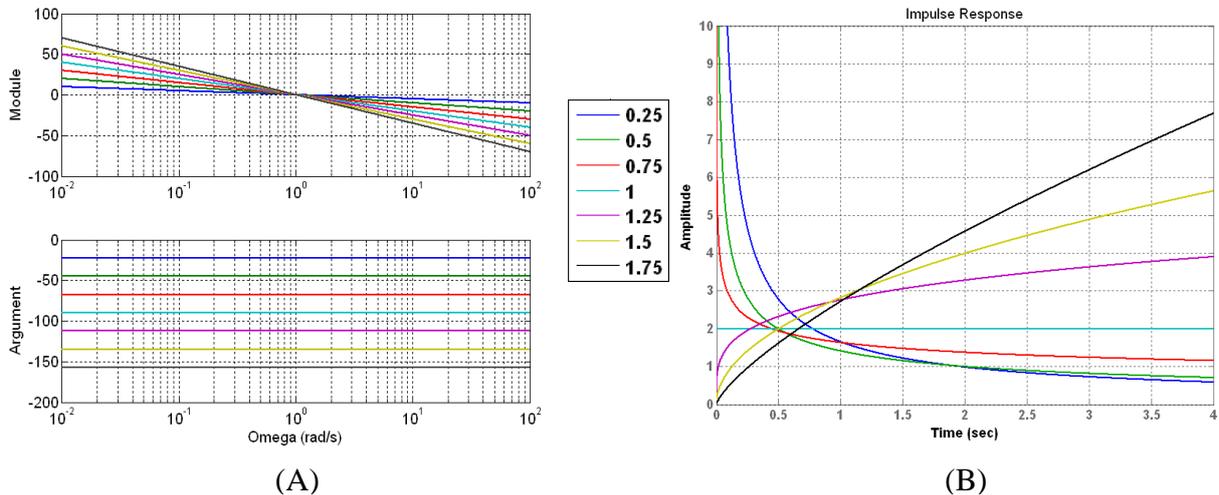


Figure C.2 Réponse fréquentielles (A) et impulsionnelles (B) d'un intégrateur généralisé pour des ordres compris entre 0.25 et 1.75

C.1.4 Dérivation non entière

La définition de Riemann-Liouville de l'intégrale d'ordre m d'une fonction $f(t)$, notée $I_t^m(f(t))$ avec $m > 0$, étendue à des ordres négatifs, soit :

$$I_t^{-m}f(t) = D_t^m f(t). \quad (\text{C.10})$$

La manière la plus simple pour définir une dérivée non entière d'ordre $m > 0$ (intégrale d'ordre négatif) consiste à dériver à l'ordre entier n , avec $n = \text{Entier}[m] + 1$, l'intégrale d'ordre non entier $(n-m) > 0$, soit :

$$D_t^m f(t) = D_t^{m-n+n} f(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^n D_t^{-(n-m)} f(t), \quad (\text{C.11})$$

ou encore, sachant que $D_t^{-(n-m)} f(t) = I_t^{(n-m)} f(t)$

$$D_t^m f(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^n \int_0^t \frac{1}{\Gamma(n-m)(t-\tau)^{1-(n-m)}} f(\tau) d\tau. \quad (\text{C.12})$$

A titre d'exemple :

$$D_t^{0.75} f(t) = \left(\frac{d}{dt}\right)^1 D_t^{0.25} f(t). \quad (\text{C.13})$$

C.1.5 Caractérisation fréquentielle d'un dérivateur et d'un intégrateur d'ordre non entier réel

Un *dérivateur non entier réel* est tel que sa grandeur de sortie $y(t)$ s'identifie, à un facteur près, à la dérivée non entière de sa grandeur d'entrée $u(t)$, soit :

$$y(t) = \tau^m D^m u(t), \quad (\text{C.14})$$

où τ désigne la *constante de temps de différentiation* et $m \in \mathbf{R}$ l'ordre de dérivation réel (m pouvant être supérieur ou inférieur à 0, l'opérateur considéré étant alors soit un dérivateur, soit un intégrateur).

A l'aide des relations (C.10) à (C.12) et *sous l'hypothèse de conditions initiales nulles*, la traduction opérationnelle de l'équation (C.14) conduit à l'équation symbolique :

$$Y(p) = (\tau s)^m U(p) \quad (\text{C.15})$$

soit, en posant $\omega_u = 1 / \tau$, appelé *fréquence au gain unité* ou *fréquence de transition* :

$$Y(p) = \left(\frac{p}{\omega_u}\right)^m U(p) \quad (\text{C.16})$$

d'où l'on tire la transmittance :

$$D(p) = \left(\frac{p}{\omega_u}\right)^m. \quad (\text{C.17})$$

La réponse en fréquences d'un dérivateur non entier réel se déduit de sa transmittance en faisant $s = j\omega$, soit :

$$D(j\omega) = \left(\frac{j\omega}{\omega_u}\right)^m. \quad (\text{C.18})$$

Définis comme le module et l'argument de $D(j\omega)$, le gain et le phase du dérivateur admettent des expressions de la forme :

$$\begin{cases} |D(j\omega)| = \left(\frac{\omega}{\omega_u}\right)^m ; \\ \text{Arg}(D(j\omega)) = m \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (\text{C.19})$$

L'analyse d'un tel système d'équations révèle une propriété remarquable de ce type de dérivateur en ce sens que :

- le diagramme de gain est caractérisé par une droite oblique de pente $6m$ dB par octave ;
- le diagramme de phase est caractérisé par une droite horizontale d'ordonnée $\varphi = m \frac{\pi}{2} \text{rad}$.

La **Figure C.3** représente les diagrammes de Bode d'un dérivateur non entier réel en fonction de la fréquence réduite ω/ω_u et pour des ordres de dérivation compris entre -1.5 et 1.5.

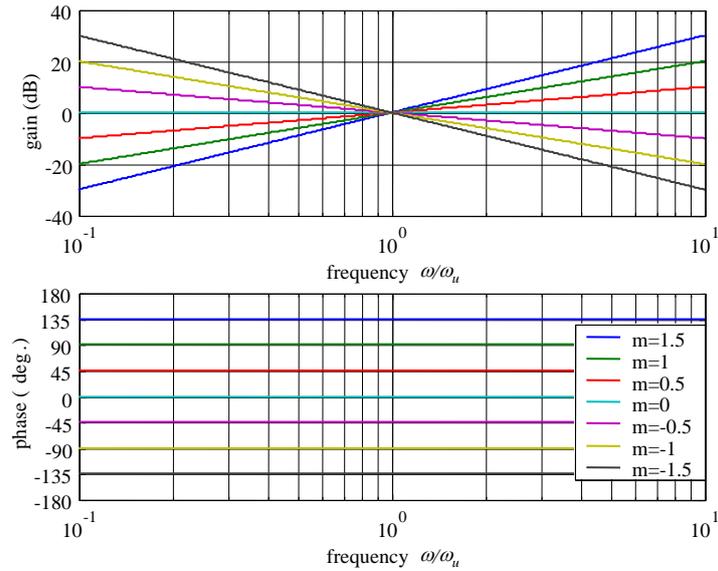


Figure C.3 Diagrammes de Bode d'un dérivateur non entier réel

Le caractère non entier réel de l'ordre de dérivation m , permet ainsi d'assurer, tant au niveau du diagramme de gain que du diagramme de phase, une variation continue :

- de la pente de la droite de gain ;
- de l'ordonnée de la droite de phase.

C.1.6 Dérivateur et intégrateur d'ordre non entier réel bornés en fréquence

Une troncature à la fois du côté des basses et des hautes fréquences consiste à limiter à un intervalle fréquentiel $[\omega_A, \omega_B]$ le transfert de différentiation p / ω_u , ce qui revient à lui substituer le transfert de différentiation borné en fréquence :

$$C'_0 \frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}}, \quad (\text{C.20})$$

dans lequel :

$$(\omega_b \omega_h)^{1/2} = \omega_u, \quad (\text{C.21})$$

et

$$C'_0 = \frac{\omega_b}{\omega_u} = \frac{\omega_u}{\omega_h}. \quad (\text{C.22})$$

Distribuées géométriquement par rapport à ω_u les fréquences transitionnelles basse et haute, ω_b et ω_h , sont telles que :

$$\omega_b \ll \omega_A \quad \text{et} \quad \omega_h \ll \omega_B. \quad (\text{C.23})$$

Si ces conditions doivent être vérifiées pour assurer une véritable différentiation sur l'intervalle $[\omega_A, \omega_B]$, elles ne sont en aucun cas nécessaires pour la validité des développements qui font l'objet de ce paragraphe.

On obtient ainsi une forme plus générale du transfert $D(p)$, soit :

$$D(p) = \left(C'_0 \frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}} \right)^m, \quad (C.24)$$

ou

$$D(p) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}} \right)^m, \quad (C.25)$$

avec

$$C_0 = C'_0{}^m \quad (C_0 \text{ et } C'_0 \in \mathbb{R}). \quad (C.26)$$

Chacun de ces transferts définit un dérivateur non entier (ou entier) réel borné en fréquence. Un dérivateur non entier réel borné en fréquence, d'ordre non entier m et de fréquences transitionnelles ω_b et ω_h réparties géométriquement par rapport à la fréquence au gain unité ω_u ($\omega_u = (\omega_b \omega_h)^{1/2}$), est défini par un transfert issu de la combinaison des relations (C.24) ou (C.25) et (C.26) soit :

$$D(p) = \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^m \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}} \right)^m \quad \text{avec } m \in \mathbb{R}. \quad (C.27)$$

De même, un intégrateur non entier réel borné en fréquence, d'ordre non entier m et de fréquences transitionnelles ω_b et ω_h réparties géométriquement par rapport à la fréquence au gain unité ω_u ($\omega_u = (\omega_b \omega_h)^{1/2}$), est défini par analogie par :

$$I(p) = \left(\frac{\omega_u}{\omega_h} \right)^m \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_b}}{1 + \frac{p}{\omega_h}} \right)^{-m} \quad \text{avec } m \in \mathbb{R}. \quad (C.28)$$

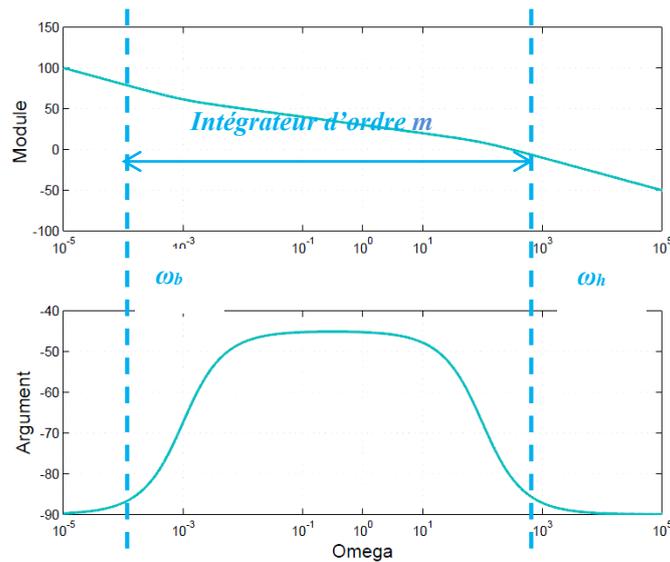


Figure C.4 Réponse fréquentielle de l'intégrateur d'ordre non entier borné en fréquence $D(j\omega)$

C.1.7 Dérivation non entière et récursivité

La démonstration du lien entre récursivité et dérivation non entière, et ainsi la justification du choix d'une distribution récursive de pôles et de zéros pour la synthèse de la fonction de transfert $I_N^\gamma(p)$, peut s'effectuer sur la réponse impulsionnelle de l'opérateur d'intégration non entière définie par :

$$I^\gamma(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p^\gamma}\right\}. \quad (\text{C.29})$$

Le calcul de la transformée inverse de Laplace par la méthode des résidus conduit alors à l'expression (Oustaloup, 1983), (Sabatier et al, 2010):

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{p^{-\gamma}\} = \frac{\sin(\gamma\pi)}{\pi} \int_0^\infty x^{-\gamma} e^{-tx} dx \quad \text{avec } 0 < \gamma < 1. \quad (\text{C.30})$$

La transformée de Laplace de la relation précédente, conduit à la fonction de transfert suivante :

$$H(p) = \int_0^\infty \frac{\mu(x)}{p+x} dx \quad \text{avec } \mu(x) = \frac{\sin(\gamma\pi)}{\pi} x^{-\gamma}, \quad (\text{C.31})$$

ou en utilisant un changement variable $x = e^{-z}$

$$H(p) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mu(e^{-z})}{\frac{p}{e^{-z}} + 1} dz. \quad (\text{C.32})$$

La forme de discrétisée de $H(s)$ est

$$H^d(p) = \lim_{\substack{N_1 \rightarrow \infty \\ N_2 \rightarrow \infty}} \sum_{N_2}^{N_1} \frac{\mu(e^{-k\Delta z})\Delta z}{\frac{p}{e^{-k\Delta z}} + 1}, \quad (\text{C.33})$$

où $e^{\Delta z}$ est le pas de discrétisation spatiale.

La relation (C.33) met en évidence la récursivité des pôles de la fonction de transfert $H^d(p)$. La troncature de la relation (C.33) pour des valeurs de N_1 et N_2 finies requise pour les traitements numériques, il est possible de montrer que les zéros de $H^d(s)$ ont également une distribution récursive dans une bande de fréquence moyenne. Cela met ainsi en évidence le lien des systèmes fractionnés avec la récursivité. Ce lien avec la récursivité avait également été mis en évidence graphiquement par A. Oustaloup (Oustaloup 1983), (Oustaloup, 1995). La synthèse d'un intégrateur non entier dont l'action différentielle couvre tout l'espace des fréquences, repose entre autres sur une distribution récursive d'une infinité de zéros et de pôles dénombrables.

Aussi, dans le cadre d'une synthèse réaliste fondée sur un nombre fini de zéros et de pôles, il convient de limiter l'action intégrale généralisée à un intervalle fréquentiel borné qui ne couvre que partiellement l'espace des fréquences, et par conséquent à faire l'approximation suivante :

$$I^\gamma(p) \approx I_a^\gamma(p) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_h}}{1 + \frac{p}{\omega_b}} \right)^\gamma. \quad (\text{C.34})$$

La synthèse d'un tel intégrateur repose encore sur une distribution récursive de zéros et de pôles réels, soit :

$$I_a^\gamma(p) = C_0 \left(\frac{1 + \frac{p}{\omega_h}}{1 + \frac{p}{\omega_b}} \right)^\gamma \approx I_N^\gamma(p) = C'_0 \frac{\prod_{k=1}^N \left(1 + \frac{p}{\omega'_k} \right)}{\prod_{k=1}^N \left(1 + \frac{p}{\omega_k} \right)}. \quad (\text{C.35})$$

où les constantes C_0 et C'_0 sont données par

$$C_0 = \frac{1}{|I_a^\gamma(j)|} \quad \text{et} \quad C'_0 = \frac{1}{|I_N^\gamma(j)|}; \quad (\text{C.36})$$

$-\omega'_k$ est un zéro de rang k ; $-\omega_k$ un pôle de rang k ; N le nombre de zéros ou de pôles ; α et η des facteurs récurrents, tels que :

$$\omega'_{k+1} = \alpha\eta\omega'_k \quad , \quad \omega_{k+1} = \alpha\eta\omega_k \quad , \quad \omega'_1 = \alpha\omega_1. \quad (\text{C.37})$$

Le caractère récurrent de l'intégrateur synthétisé peut être mis en évidence par des méthodes graphiques, analytiques et numériques (Oustaloup, 1995). On se propose à présent de déterminer le lien entre les rapports récurrents α et η , et l'ordre non entier γ . Une première relation peut être obtenue en effectuant un lissage des créneaux du diagramme asymptotique de phase de sorte que la variation moyenne de phase entre deux pôles (ou deux zéros) consécutifs soit égale à $-\gamma\pi/2$. Ce lissage est matérialisé par les surfaces hachurées de la **Figure C.5**, dont l'identité des aires conduit à écrire la relation :

$$\gamma 90(\log \alpha + \log \eta) = 90 \log \alpha, \quad (\text{C.38})$$

d'où l'on tire :

$$\gamma = \frac{1}{1 + \frac{\log \eta}{\log \alpha}} \quad \text{soit} \quad \alpha = 10^{\gamma \log(\alpha\eta)}. \quad (\text{C.39})$$

De même et en raisonnant cette fois sur le diagramme de gain, la relation (C.39) peut être redémontrée en effectuant un lissage des segments de droites (paliers et pentes) du diagramme asymptotique de sorte que la variation moyenne des pentes de gain entre deux pôles (ou deux zéros) consécutifs soit égale à -20γ dB/décade. Les pentes des segments AB et A'B' sont respectivement données par :

$$-20\gamma \text{dB} / \text{decade} = \frac{\Delta \text{dB}}{\log \alpha + \log \eta} \quad (\text{C.40})$$

et

$$-20 \text{dB} / \text{decade} = \frac{\Delta \text{dB}}{\log \alpha} \quad (\text{C.41})$$

A partir des relations (C.40) et (C.41), en effectuant leur rapport, on obtient à nouveau la relation (C.39). Si N pôles et zéros sont utilisés pour réaliser l'approximation, le lien avec les pulsations ω_b et ω_h s'obtient alors en posant :

$$\alpha\eta = 10^{\frac{\log(\frac{\omega_h}{\omega_b})}{N}} \quad \text{avec} \quad \omega_1 = \omega_b \sqrt{\eta}. \quad (\text{C.42})$$

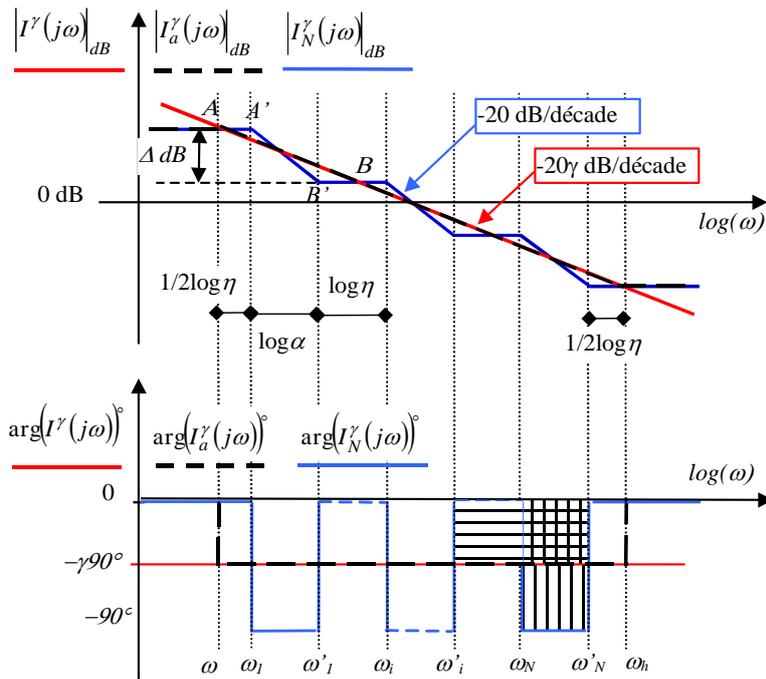


Figure C.5 Comparaison des diagrammes asymptotiques de Bode de $I^\gamma(p)$, $I_a^\gamma(p)$ et $I_N^\gamma(p)$

La récursivité permet donc de transformer une fonction transfert d'ordre non entier, qui ne peut pas être implantée avec un outil de simulation comme Matlab/Simulink, en une fonction de transfert entière équivalente sur une plage de fréquence donnée.

C.1.8 Réponse indicielle analytique du modèle fractionnaire de la diffusion

Cette partie de l'annexe présente la démonstration de l'expression de la réponse indicielle du modèle fractionnaire de la diffusion issu de (Merveillaut 2011) et rappelé sur la **Figure C.6**.

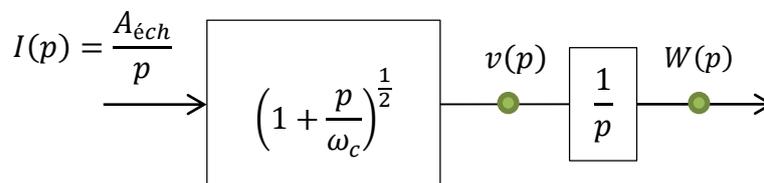


Figure C.6 Modèle fractionnaire de la diffusion

Considérons le système de la **Figure C.6** attaqué par un échelon de courant d'amplitude $A_{éch}$ soit $I(p) = A_{éch}/p$. Dans le domaine de Laplace, le signal $v(p)$ peut s'écrire sous la forme :

$$v(p) = I(p) \left(1 + \frac{p}{\omega_c}\right)^{0.5} = A_{\text{éch}} \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} \frac{(\omega_c + p)^{0.5}}{p}. \quad (\text{C.43})$$

Or, la transformée de Laplace $X(p)$ du signal $x(t) = A_{\text{éch}} e^{-\omega_c t} / \sqrt{\omega_c}$ s'écrit pour sa part :

$$X(p) = \mathcal{L}\left\{x(t) = A_{\text{éch}} \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} e^{-\omega_c t}\right\}(p) = A_{\text{éch}} \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} \frac{1}{p - \omega_c}. \quad (\text{C.44})$$

L'égalité (C.44) implique donc pour v la relation suivante :

$$v(p - \omega_c) = p^{0.5} X(p). \quad (\text{C.45})$$

L'expression analytique du signal temporel $v(t)$ découle alors de la transformée de Laplace inverse de $v(p - \omega_c)$. En effet, pour un signal $f(t)$ on montre que la transformée de Laplace $F(p)$ de la dérivée¹ d'ordre $m = \frac{1}{2}$ de f vaut :

$$\mathcal{L}\{D_{t_0}^m f(t)\}(p) = p^{0.5} F(p) - D_{t_0}^{-0.5} f(t) \Big|_{t=0^+}. \quad (\text{C.46})$$

En effet, il est rappelé que pour une fonction f adéquate, la transformée de Laplace F de la dérivée d'ordre m de f au sens de Riemann-Liouville pour $m \in \mathbb{C} / \Re(m) > 0$ est donnée par :

$$\mathcal{L}\{D_{t_0}^m f(t)\}(p) = p^m F(p) - \sum_{k=0}^{[\Re(m)]} p^{[\Re(m)]-k} D_{t_0}^k \left(I_{t_0}^{[\Re(m)]+1-m} f(t) \right) \Big|_{t=0^+}. \quad (\text{C.47})$$

Soit pour $m \in [0; 1]$:

$$\mathcal{L}\{D_{t_0}^m f(t)\}(p) = p^m F(p) - D_{t_0}^0 \left(I_{t_0}^{1-m} f(t) \right) \Big|_{t=0^+} = p^m F(p) - D_{t_0}^{m-1} f(t) \Big|_{t=0^+}. \quad (\text{C.48})$$

Dans le cas particulier où $m = \frac{1}{2}$ la relation (C.48) devient :

$$\mathcal{L}\{D_{t_0}^m f(t)\}(p) = p^{0.5} F(p) - D_{t_0}^{-0.5} f(t) \Big|_{t=0^+} \quad (\text{C.49})$$

soit :

$$v(t) = e^{-\omega_c t} \mathcal{L}^{-1}\{v(p - \omega_c)\}(t), \quad (\text{C.50})$$

d'où

¹ Il s'agit de la dérivée non-entière d'ordre m au sens de Riemann-Liouville ($m \in \mathbb{C} / \Re(m) > 0$)

$$v(p - \omega_c) = p^{0.5}X(p) + 0, \quad (\text{C.51})$$

avec

$$X(p) = A_{\text{éch}} \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} \frac{1}{p - \omega_c}, \quad (\text{C.52})$$

et donc

$$x(t) = A_{\text{éch}} \frac{1}{\sqrt{\omega_c}} e^{-\omega_c t}. \quad (\text{C.53})$$

Or, d'après (Miller and Ross 1993):

$$D^{-0.5}(e^{at}) = \frac{e^{at}}{\sqrt{a}} \operatorname{erf}(\sqrt{at}). \quad (\text{C.54})$$

Ainsi, dans le cas particulier où $t = 0$, on peut écrire :

$$D^{-0.5}(x(t))|_{t=0^+} = 0, \quad (\text{C.55})$$

qui mène à :

$$v(s - \omega_c) = s^{0.5}X(s) + D^{-0.5}(x(t))|_{t=0^+}. \quad (\text{C.56})$$

L'expression temporelle du signal v est alors donnée par :

$$v(t) = e^{-\omega_c t} \cdot \mathcal{L}^{-1}\{v(p - \omega_c)\}(t) = A_{\text{éch}} \left[\operatorname{erf}(\sqrt{\omega_c t}) + \frac{1}{\sqrt{\pi \omega_c t}} e^{-\omega_c t} \right]. \quad (\text{C.57})$$

Dès lors, $w(t)$ s'obtient par dérivation de $v(t)$ soit :

$$w(t) = A_{\text{éch}} \left[\left(t + \frac{1}{2\omega_c} \right) \operatorname{erf}(\sqrt{\omega_c t}) + \sqrt{\frac{t}{\pi \omega_c}} e^{-\omega_c t} \right]. \quad (\text{C.58})$$

Annexe D Invalidation fréquentielle de modèles

D.1 Mise sous forme LFT-Haute

La LFT haute (Transformation Fractionnaire Linéaire) est une représentation matricielle du système permettant de prendre en compte le modèle général du système représenté par la matrice (P) interconnectée à une matrice (Δ) (**Figure D.1**) dont les éléments peuvent représenter différentes incertitudes telles que des dynamiques négligés ainsi que des non linéarités. La matrice Δ peut être une matrice de transfert quelconque, ou une matrice de transfert diagonale par bloc ou encore une matrice diagonale réelle.

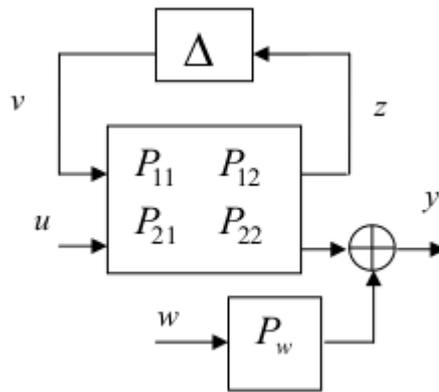


Figure D.1 Modèle LFT haute avec un bruit en sortie

Le schéma de la **Figure D.1** est une représentation LFT dite « supérieure » ou « haute » notée $F_u(P, \Delta_u)$ avec :

$$y = F_u(P, \Delta_u) \quad (\text{D.1})$$

Dans la relation précédente, u et y représentent respectivement l'entrée et la sortie du modèle. Les équations de bouclage de cette représentation sont les suivantes :

$$\begin{aligned} v &= \Delta_u z \\ z &= P_{11}v + P_{12}u \\ y &= P_{21}v + P_{22}u \end{aligned} \quad (\text{D.2})$$

où v et z sont des signaux internes. La fonction de transfert liant u à y peut s'écrire comme la (LFT) haute suivante :

$$\forall \det(I - P_{11}\Delta_u) \neq 0 \quad F_u(P, \Delta_u) = P_{22} + P_{21}\Delta_u(I - P_{11}\Delta_u)^{-1}P_{12} \quad (\text{D.3})$$

où P_{22} correspond au modèle nominal (P_{nom}) de P .

La matrice de transfert P contient généralement un majorant du module des incertitudes de manière à ce que la matrice d'incertitude Δ soit bornée pour toutes les pulsations ω :

$$\|\Delta\|_\infty = \sup_{\omega} \bar{\sigma}(\Delta(j\omega)) \leq \frac{1}{\gamma} \quad (\text{D.4})$$

où γ est un réel positif. Ce majorant est l'élément P_{12} de P dans le cas où le système est représenté en LFT haute.

D.2 Invalidation de modèle dans le domaine fréquentiel

L'approche d'invalidation de modèle développée dans ce chapitre est issue des travaux de (Mouhib 2004) et (Cugnet et al. 2010). La théorie utilisée a pour but de déterminer les tailles de l'incertitude Δ et du bruit w qui sont nécessaires à l'explication des observations expérimentales. Le problème de validation de modèle ainsi posé est appelé problème de décision de validation de modèle (PDVM). Les auteurs de (Mouhib 2004) expliquent qu'une manière de répondre à ce PDVM est de rechercher la plus petite taille de perturbation Δ et le plus petit bruit w tel que l'ensemble des modèles associés à cette paire (Δ, w) peut produire les observations expérimentales. Ce dernier type de problèmes est appelé problème d'optimisation de la validation de modèle (POVM).

La résolution du problème générique d'invalidation de modèle peut être entreprise au moyen de trois approches distinctes. A chacune de ces approches est associé un POVM au sens de (Mouhib 2004).

- Première approche

Problème 1 : Quelle est la plus petite valeur γ telle que $\|\Delta\|_\infty \leq 1$ et $\|w\|_2 \leq \gamma$ vérifient $y = F_u(P, \Delta)u + P_w w$?

Ce qui se traduit mathématiquement par le problème d'optimisation suivant :

$$\|\Delta\|_2^{opt} = \min_{w \in BL_2, \Delta \in B_\Delta} \{\gamma \mid \exists \|\Delta\|_\infty \leq 1, \|w\|_2 \leq \gamma / y = F_u(P, \Delta)u + P_w w\} \quad (\text{D.5})$$

■

- Deuxième approche

Problème 2: Quelle est la plus petite valeur α telle que $\|\Delta\|_\infty \leq \alpha$ et $\|w\|_2 \leq 1$ vérifient $y = F_u(P, \Delta)u + P_w w$?

Ce qui se traduit mathématiquement par le problème d'optimisation suivant :

$$\|\Delta\|_\infty^{opt} = \min_{w \in BL_2, \Delta \in B_\Delta} \{\alpha \mid \exists \|\Delta\|_\infty \leq \alpha, \|w\|_2 \leq 1 / y = F_u(P, \Delta)u + P_w w\} \quad (D.6)$$

■

- Troisième approche

Problème 3 : Quelle est la plus petite valeur β telle que $\|\Delta\|_\infty \leq \beta$ et $\|w\|_2 \leq \beta$ vérifient $y = F_u(P, \Delta)u + P_w w$?

Ce qui se traduit mathématiquement par le problème d'optimisation suivant :

$$\|\Delta\|_\infty^{opt} = \|\Delta\|_2^{opt} = \min_{w \in BL_2, \Delta \in B_\Delta} \{\beta \mid \exists \|\Delta\|_\infty \leq \beta, \|w\|_2 \leq \beta / y = F_u(P, \Delta)u + P_w w\} \quad (D.7)$$

■

Les travaux de (Mouhib 2004) ont montré que la première et la seconde approches, énoncées au problème 1 et 2 conduisent à un problème d'optimisation qui n'a pas de propriétés particulières et qui s'avère donc difficile à résoudre, sauf pour un cas particulier de modèles LFT où la solution sera apportée par le formalisme LMI, la troisième est donc utilisée pour résoudre le problème POVM énoncé précédemment.

Dans la 3^{ème} approche l'idée consiste donc à chercher simultanément la plus petite norme de bruit w et la plus petite norme d'incertitude Δ telle que les équations de bouclage soient vérifiées, ce qui peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\beta^{opt} = \min_{w, \Delta} \beta \text{ sous } \begin{cases} y = F_u(P, \Delta)u + P_w w \\ \|\Delta\|_\infty \leq \beta \\ \|\Delta\|_2 \leq \beta \end{cases} \quad (D.8)$$

Le résidu de la forme générale du problème d'invalidation de modèle est donné par :

$$r = y - P_{22}u. \quad (D.9)$$

Les équations de bouclage suivantes

$$\begin{aligned} v &= \Delta_u z \\ z &= P_{11}v + P_{12}u \\ y &= P_{21}v + P_{22}u \end{aligned} \quad (\text{D.10})$$

appliquées à chaque pulsation $\omega_n = 2\pi n/N$, s'expriment comme suit :

$$\begin{aligned} V_n &= \Delta_n(e^{j\omega_n})Z_n \\ Z_n &= P_{11}(e^{j\omega_n})V_n + P_{12}(e^{j\omega_n})U_n \\ Y_n &= P_{21}(e^{j\omega_n})V_n + P_{22}(e^{j\omega_n})U_n + P_w(e^{j\omega_n})W_n \end{aligned} \quad (\text{D.11})$$

De même, on obtient pour le résidu :

$$R_n = Y_n - P_{22}(e^{j\omega_n})U_n \quad (\text{D.12})$$

La norme L_2 de w est remplacée par sa norme euclidienne :

$$\|w\|_2 = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \|w_n\|^2}. \quad (\text{D.13})$$

La valeur de β_n^{opt} donne une réponse au PDVM puisque si $\beta_n^{opt} \leq 1$ alors le modèle n'est pas invalidé, et réciproquement, si $\beta_n^{opt} > 1$ alors le modèle est invalidé. Cette réponse au PDVM peut donc être reformulée selon la proposition suivante :

Pour faciliter sa résolution, le problème d'optimisation défini par la relation (D.8) est reformulé en posant $\rho_n = \beta_n^2$ et en incorporant la contrainte égalité dans l'une des contraintes inégalités. Le nouveau problème d'optimisation suivant est alors obtenu :

$$\forall n = 0, \dots, N-1 \quad \rho_n^{opt} = \min_{V_n} \rho_n \text{ sous } \begin{cases} V_n^* V_n \leq \rho_n Z_n^* Z_n \\ ((P_w^{-1} R_n - P_w^{-1} P_{21} V_n)^* (P_w^{-1} R_n - P_w^{-1} P_{21} V_n)) \leq \rho_n. \end{cases} \quad (\text{D.14})$$

En effet, la première inégalité de (D.14) peut être reformulée de la façon suivante :

$$V_n^* V_n \leq \rho_n Z_n^* Z_n \Leftrightarrow V_n^* V_n \leq \rho_n (P_{11} V_n + P_{12} U_n)^* (P_{11} V_n + P_{12} U_n), \quad (\text{D.15})$$

soit, après développement :

$$\rho_n U_n^* P_{12}^* P_{11} V_n + \rho_n V_n^* P_{11}^* P_{12} U_n + \rho_n U_n^* P_{12}^* P_{12} U_n \geq 0. \quad (\text{D.16})$$

L'inégalité non linéaire (D.16) peut être transformée en une inégalité linéaire par application du lemme de Schur soit :

$$\begin{bmatrix} (I - \rho_n P_{11}^* P_{11})^{-1} & V_n \\ V_n^* & \rho_n U_n^* P_{12}^* P_{11} V_n + \rho_n V_n^* P_{11}^* P_{12} U_n + \rho_n U_n^* P_{12}^* P_{12} U_n \end{bmatrix} \geq 0 \quad (\text{D.17})$$

L'ensemble de modèles est maintenant considéré uniquement composé d'incertitudes non structurées additives ($P_{11} = 0$) car celles-ci sont bien adaptées pour prendre en considération les erreurs de modélisation du système ainsi que les dynamiques négligées. La première contrainte du problème d'optimisation (D.14) devient alors :

$$A = \begin{bmatrix} I & V_n \\ V_n^* & \rho_n U_n^* P_{12}^* P_{12} U_n \end{bmatrix} \geq 0. \quad (\text{D.18})$$

De même, l'application du lemme de Schur à la seconde contrainte du problème d'optimisation (D.15) donne :

$$B = \begin{bmatrix} I & P_w^{-1} R_n - P_w^{-1} P_{21} V_n \\ (P_w^{-1} R_n - P_w^{-1} P_{21} V_n)^* & \rho_n \end{bmatrix} \geq 0. \quad (\text{D.19})$$

La mise sous forme générique du problème d'optimisation LMI (D.14) pour le cas particulier $P_{11} = 0$, impose de convertir les matrices complexes A et B en matrices réelles. La procédure utilisée est celle proposée dans (Mouhib 2004) et consiste à remplacer chaque variable complexe X par $\begin{pmatrix} X_1 & X_2 \\ -X_2 & X_1 \end{pmatrix}$, où X_1 et X_2 représentent la partie réelle et la partie imaginaire de X .

Le problème générique LMI se présente donc sous la forme suivante :

$$\rho_n^{opt} = \min_X C^T X \text{ sous } \text{diag}(\hat{A}(X), \hat{B}(X)) \geq 0, \quad (\text{D.20})$$

avec

$$\hat{A}(X) \begin{bmatrix} \text{Re}(A(x)) & \text{Im}(A(x)) \\ -\text{Im}(A(x)) & \text{Re}(A(x)) \end{bmatrix}, \quad \hat{B}(X) \begin{bmatrix} \text{Re}(B(x)) & \text{Im}(B(x)) \\ -\text{Im}(B(x)) & \text{Re}(B(x)) \end{bmatrix} \quad (\text{D.21})$$

et

$$C = [1 \quad 0 \quad 0]^T, \quad X = [\rho_n \quad \text{Re}(V_n)^T \quad \text{Im}(V_n)]^T \quad (\text{D.22})$$

la solution du problème d'optimisation est donc :

$$\beta_n^{opt} = \sqrt{\rho_n^{opt}}. \quad (\text{D.23})$$

Bibliographie

- Allen J. Bard, György Inzelt, and Fritz Scholz. 2008. *Electrochemical Dictionary*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-340-74598-3.
- Altemose, B Y George. 2008. "Batteries and Fuel Cells Achieving Cell Balancing for Lithium-Ion Batteries", 21–22.
- Altemose, George, Peter Hellermann, and Thomas Mazz. 2011. "Active Cell Balancing System Using an Isolated Share Bus for Li-Ion Battery Management: Focusing on Satellite Applications." *2011 IEEE Long Island Systems, Applications and Technology Conference*, May. Ieee, 1–7. doi:10.1109/LISAT.2011.5784237.
- Arora, P, RE White, and Marc Doyle. 1998. "Capacity Fade Mechanisms and Side Reactions in Lithium-Ion Batteries." *Journal of the Electrochemical Society* 145 (10): 3647–67. <http://jes.ecsdl.org/content/145/10/3647.short>.
- Barsukov, Yevgen. 2009. "Battery Cell Balancing: What to Balance and How." *Texas Instruments*. [http://focus.ti.com/download/trng/docs/seminar/Topic 2 - Battery Cell Balancing - What to Balance and How.pdf](http://focus.ti.com/download/trng/docs/seminar/Topic_2_-_Battery_Cell_Balancing_-_What_to_Balance_and_How.pdf).
- Bergveld, H J. 2001. "Battery Management Systems Design by Modelling". University of Twente.
- Bertrand, Nicolas, Jocelyn Sabatier, Olivier Briat, and Jean-michel Vinassa. 2010. "Fractional Non-Linear Modelling of Ultracapacitors." *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15 (5). Elsevier B.V. 1327–37. doi:10.1016/j.cnsns.2009.05.066.
- Bohannan G. W., *Application of Fractional Calculus to Polarization Dynamics in Solid Dielectric Materials*, Ph. D. Dissertation, Montana State University, Nov. 2000
- Botte, Gerardine G., Venkat R. Subramanian, and Ralph E. White. 2000. "Mathematical Modeling of Secondary Lithium Batteries." *Electrochimica Acta* 45 (15-16): 2595–2609. doi:10.1016/S0013-4686(00)00340-6.
- Cao, J, and A Emadi. 2011. "Batteries Need Electronics." *IEEE Industrial Electronics Magazine* 5 (1): 27–35. doi:10.1109/MIE.2011.940251.
- Cao, Jian, Nigel Schofield, and Ali Emadi. 2008. "Battery Balancing Methods: A Comprehensive Review." *2008 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, September. Ieee, 1–6. doi:10.1109/VPPC.2008.4677669.
- Chaturvedi, Nalin A, and Reinhardt Klein. 2010. "Modeling , Estimation , and Control Challenges for Lithium-Ion Batteries", 1997–2002.
- Chaturvedi, Nalin, Reinhardt Klein, Jake Christensen, Jasim Ahmed, and Aleksandar Kojic. 2010. "Algorithms for Advanced Battery-Management Systems." *IEEE Control Systems Magazine* 30 (3): 49–68. doi:10.1109/MCS.2010.936293.

- Chen, Woei-Luen, and Shin-Rung Cheng. 2013. "Optimal Charge Equalisation Control for Series-Connected Batteries." *IET Generation, Transmission & Distribution* 7 (8): 843–54. doi:10.1049/iet-gtd.2013.0075.
- Cois O., Systèmes linéaires non entiers et identification par modèle non entier : application en thermique, Thèse de Doctorat de l'Université Bordeaux
- Dao, Thanh-Son, Chandrika P. Vyasarayani, and John McPhee. 2012. "Simplification and Order Reduction of Lithium-Ion Battery Model Based on Porous-Electrode Theory." *Journal of Power Sources* 198 (January). Elsevier B.V. 329–37. doi:10.1016/j.jpowsour.2011.09.034.
- Di Domenico, D., Y. Creff, E. Prada, P. Duchêne, J. Bernard, and V. Sauvant-Moynot. 2013. "A Review of Approaches for the Design of Li-Ion BMS Estimation Functions." *Oil & Gas Science and Technology – Revue d'IFP Energies Nouvelles* 68 (1): 127–35. doi:10.2516/ogst/2012072.
- Do, Dinh Vinh. 2010. "Diagnostic de Batteries Lithium Ion Dans Les Applications Embarquées". Université de Technologie de Compiègne. <http://www.theses.fr/2010COMP1884>.
- Doyle, Marc. 1995. "Design and Simulation of Lithium Rechargeable Batteries". University of California, Berkeley.
- Dugowson S., les différentielles métaphysiques : histoire et philosophie de la généralisation de l'ordre de dérivation, Thèse de Doctorat de l'Université Paris Nord, 1994.
- Egardt, V Larsson L Johannesson B. 2011. "Influence of State of Charge Estimation Uncertainty on Energy Management Strategies for Hybrid Electric Vehicles", 9703–8.
- EIA. 2012. *Annual Energy Outlook 2012 with Projections to 2035*.
- Einhorn, Markus, Werner Roessler, and Juergen Fleig. 2011. "Improved Performance of Serially Connected Li-Ion Batteries With Active Cell Balancing in Electric Vehicles." *IEEE Transactions on Vehicular Technology* 60 (6): 2448–57. doi:10.1109/TVT.2011.2153886.
- Ferreira, Helder Lopes, Raquel Garde, Gianluca Fulli, Wil Kling, and Joao Pecas Lopes. 2013. "Characterisation of Electrical Energy Storage Technologies." *Energy* 53 (May). Elsevier Ltd: 288–98. doi:10.1016/j.energy.2013.02.037.
- Guillemard, Franck. 2011a. Document interne *SOH Par Sollicitation En Décharge (00806_11_00001)*. Document interne PSA peugeot-Citroën
- Guillemard, Franck. 2011b. *Prise En Main Modèle Cellule VL6P À Vieillessement Paramétrable (00806_11_00022)*. Document interne PSA peugeot-Citroën
- Guzzella, Lino, and Antonio Sciarretta. 2013. *Vehicle Propulsion Systems*. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. doi:10.1007/978-3-642-35913-2.

- Hartley T.T. and C.F. Lorenzo. Dynamics and Control of Initialized Fractional-Order Systems. *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 29, pp. 201- 233, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Hartley T.T. and C.F. Lorenzo. Application of incomplete gamma functions to the initialization of fractional-order systems. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-35843, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007.
- Hensley, Russell, John Newman, and Matt Rogers. 2012. "Battery Technology Charges Ahead." *McKinsey Quarterly*. [http://www.alt-energy.com/reports/Battery technology charges ahead - McKinsey.pdf](http://www.alt-energy.com/reports/Battery%20technology%20charges%20ahead%20-%20McKinsey.pdf).
- Jacobsen, Torben. 1995. "Diffusion Impedance in Planar, Cylindrical and Spherical Symmetry" 40 (2): 255–62. doi:10.1016/0013-4686(94)E0192-3.
- Karthikeyan, Deepak K, Godfrey Sikha, and Ralph E White. 2008. "Thermodynamic Model Development for Lithium Intercalation Electrodes" 185: 1398–1407. doi:10.1016/j.jpowsour.2008.07.077.
- Kim, Il-song. 2010. "A Technique for Estimating the State of Health of Lithium Batteries Through a Dual-Sliding-Mode Observer." *IEEE Transactions on Power Electronics* 25 (4): 1013–22. doi:10.1109/TPEL.2009.2034966.
- Kullback, S, and RA Leibler. 1951. "On Information and Sufficiency." *The Annals of Mathematical Statistics* 22 (1): 79–86. doi:10.1214/aoms/1177729694.
- Lisbona, Diego, and Timothy Snee. 2011. "A Review of Hazards Associated with Primary Lithium and Lithium-Ion Batteries." *Process Safety and Environmental Protection* 89 (6). Institution of Chemical Engineers: 434–42. doi:10.1016/j.psep.2011.06.022.
- Ljung, L. 1987. *System Identification: Theory for the User*. Prentice Hall Int and System Sciencess Series, New.
- Lorenzo C.F. and T.T. Hartley. Initialization of fractional differential equations: background and theory. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34810, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007a.
- Lorenzo C.F. and T.T. Hartley. Initialization of fractional differential equations: theory and application. Proceedings of the ASME 2007, DETC2007-34814, Las Vegas, Nevada, USA, September 4-7, 2007b.
- Martinez, C. 2005. *Cell Balancing Maximizes the Capacity of Multi-Cell Li-Ion Battery Packs*. Intersil Corp.
- Meissner, Eberhard, and Gerolf Richter. 2003. "Battery Monitoring and Electrical Energy Management." *Journal of Power Sources* 116 (1-2): 79–98. doi:10.1016/S0378-7753(02)00713-9.
- Meissner, Eberhard, and Gerolf Richter. 2005. "The Challenge to the Automotive Battery Industry: The Battery Has to Become an Increasingly Integrated Component within the

- Vehicle Electric Power System.” *Journal of Power Sources* 144 (2): 438–60. doi:10.1016/j.jpowsour.2004.10.031.
- Merveillaut, Mathieu. 2011. “Modélisation Non-Entière et Non-Linéaire D’un Accumulateur Lithium-Ion En Vue de La Mise En Oeuvre D’observateurs Pour L’observation de Variables Internes.” *Grenet.drimm.u-bordeaux1.fr*. Bordeaux University.
- Miller K.S. and B. Ross, An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations, A Wiley-Interscience Publication, 1993.
- Moore, Stephen W., and Peter J. Schneider. 2001. *A Review of Cell Equalization Methods for Lithium Ion and Lithium Polymer Battery Systems*. Detroit. doi:10.4271/2001-01-0959.
- Moreau X., C. Ramus-Serment and A. Oustaloup Fractional Differentiation in Passive Vibration Control, *Journal of Nonlinear Dynamics*, Vol. 29, pp. 343- 362, Kluwer Academic Publishers, 2002.
- Mouhib, Omar. 2004. “(In-) Validation de Modèles de Systèmes Incertains”. Université Paris XI Orsay.
- Moura, SJ. 2012. “PDE Estimation Techniques for Advanced Battery Management systems— Part I: SOC Estimation.” *American Control Conference (ACC)*.
- Moura, SJ, N Chaturvedi, and M Krstic. 2012. “Adaptive PDE Observer for Battery SOC/SOH Estimation.” *2012 ASME Dynamic Systems*.
- Newman, John S. 1991. “Electrochemical Systems 2nd Ed.” In , 2nd ed., 265–83. Prentice Hall Professional.
- Newman, John, and William Tiedemann. 1975. “Porous-Electrode Theory with Battery Applications.” *AIChE Journal* 21 (1): 25–41. doi:10.1002/aic.690210103.
- Oldham K.B. and J.Spanier, *The fractional calculus*, Academic Press, New- York and London, 1974.
- Oustaloup, A. 1995. *La Dérivation Non Entière: Théorie, Synthèse et Applications. 1995. Hermes, Paris*. Hermes Science Publications.
- Parzen, Emanuel. 1962. “On Estimation of a Probability Density Function and Mode.pdf.” *Annals of Mathematical Statistics*, 1065–76.
- Petzl, Mathias, and Michael A. Danzer. 2013. “Advancements in OCV Measurement and Analysis for Lithium-Ion Batteries.” *IEEE Transactions on Energy Conversion* 28 (3): 675–81. doi:10.1109/TEC.2013.2259490.
- Plett, Gregory L. 2004a. “Extended Kalman Filtering for Battery Management Systems of LiPB-Based HEV Battery Packs.” *Journal of Power Sources* 134 (2): 277–92. doi:10.1016/j.jpowsour.2004.02.033.

- Plett, Gregory L. 2004b. "Extended Kalman Filtering for Battery Management Systems of LiPB-Based HEV Battery Packs." *Journal of Power Sources* 134 (2): 252–61. doi:10.1016/j.jpowsour.2004.02.031.
- Pop, V., H. J. Bergveld, P. P. L. Regtien, J. H. G. Op het Veld, D. Danilov, and P. H. L. Notten. 2007. "Battery Aging and Its Influence on the Electromotive Force." *Journal of The Electrochemical Society* 154 (8): A744. doi:10.1149/1.2742296.
- Rahimi-Eichi, Habiballah, Unnati Ojha, Federico Baronti, and Mo-Yuen Chow. 2013. "Battery Management System: An Overview of Its Application in the Smart Grid and Electric Vehicles." *IEEE Industrial Electronics Magazine* 7 (2): 4–16. doi:10.1109/MIE.2013.2250351.
- Ramus-Serment C., X. Moreau, M. Nouillant, A. Oustaloup and F. Levron, Generalised approach on fractional response of fractal networks, *Journal of Chaos, Solitons and Fractals*, Vol. 14, pp. 479-488, 2002.
- Robert, Jack, and Jean Alzieu. 2000. "Accumulateurs Au Lithium." *Techniques de L'ingénieur*.
- Roscher, Michael A, Oliver Bohlen, and Jens Vetter. 2011. "OCV Hysteresis in Li-Ion Batteries Including Two-Phase Transition Materials." *International Journal of Electrochemistry* 2011: 1–6. doi:10.4061/2011/984320.
- Sabatier J., M. Aoun, A. Oustaloup, G. Grégoire, F. Ragotand and P. Roy, Fractional system identification for lead acid battery state charge estimation. *Signal Processing* 86 (10), pp. 2645–2657, 2006
- Sabatier, J., M. Cugnet, S. Laruelle, S. Grugeon, B. Sahut, A. Oustaloup, and J.M. Tarascon. 2010. "A Fractional Order Model for Lead-Acid Battery Crankability Estimation." *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* 15 (5). Elsevier B.V. 1308–17. doi:10.1016/j.cnsns.2009.05.067.
- Samko S.G., A.A. Kilbas and O.I. Marichev, *Fractional integrals and derivatives: theory and applications*, Gordon and Breach Science Publishers, 1993.
- Schmidt, Jan Philipp, Hai Yen Tran, Jan Richter, Ellen Ivers-Tiffée, and Margret Wohlfahrt-Mehrens. 2013. "Analysis and Prediction of the Open Circuit Potential of Lithium-Ion Cells." *Journal of Power Sources* 239 (October). Elsevier B.V: 696–704. doi:10.1016/j.jpowsour.2012.11.101.
- Schweiger, Hans-Georg, Ossama Obeidi, Oliver Komesker, André Raschke, Michael Schiemann, Christian Zehner, Markus Gehnen, Michael Keller, and Peter Birke. 2010. "Comparison of Several Methods for Determining the Internal Resistance of Lithium Ion Cells." *Sensors (Basel, Switzerland)* 10 (6): 5604–25. doi:10.3390/s100605604.
- Smith, Kandler A. 2006. "Electrochemical Modeling, Estimation and Control of Lithium-Ion Batteries". Pennsylvania State University.
- Smith, Kandler a., Christopher D. Rahn, and Chao-Yang Wang. 2010. "Model-Based Electrochemical Estimation and Constraint Management for Pulse Operation of Lithium

- Ion Batteries.” *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 18 (3): 654–63. doi:10.1109/TCST.2009.2027023.
- Smith, R. S., J. C. Doyle. 1989. “Model Validation : A Connection between Robust Control and Identification.” In *American Control Conference*, 1435–40.
- Snihir, Iryna, William Rey, Evgeny Verbitskiy, Afifa Belfadhel-ayeb, and Peter H L Notten. 2006. “Battery Open-Circuit Voltage Estimation by a Method of Statistical Analysis” 159: 1484–87. doi:10.1016/j.jpowsour.2005.11.090.
- Teyssoit, Anna. 2005. “Étude de L ’ Interface Lithium Métal / Électrolyte Polymère Fondu et Gélifié”. Ecole Polytechnique.
- Unterrieder, C., M. Lunglmayr, S. Marsili, and M. Huemer. 2012. “Battery State-of-Charge Estimation Using Polynomial Enhanced Prediction.” *Electronics Letters* 48 (21): 1363. doi:10.1049/el.2012.2773.
- Unterrieder, Christoph, Robert Priewasser, Matteo Agostinelli, Stefano Marsili, and Mario Huemer. 2012. “Comparative Study and Improvement of Battery Open-Circuit Voltage Estimation Methods.” In *2012 IEEE 55th International Midwest Symposium on Circuits and Systems (MWSCAS)*, 1076–79. IEEE. doi:10.1109/MWSCAS.2012.6292210.
- Verbrugge, Mark W, and Brian J. Koch. 1996. “Modeling Lithium Intercalation of Single-Fiber Carbon Microelectrodes.” *Journal of The Electrochemical Society* 143 (2): 600. doi:10.1149/1.1836486.
- Vetter, J., P. Novák, M.R. Wagner, C. Veit, K.-C. Möller, J.O. Besenhard, M. Winter, M. Wohlfahrt-Mehrens, C. Vogler, and a. Hammouche. 2005. “Ageing Mechanisms in Lithium-Ion Batteries.” *Journal of Power Sources* 147 (1-2): 269–81. doi:10.1016/j.jpowsour.2005.01.006.
- Xu, Jun, Siqi Li, Chris Mi, Zheng Chen, and Binggang Cao. 2013. “SOC Based Battery Cell Balancing with a Novel Topology and Reduced Component Count.” *Energies* 6 (6): 2726–40. doi:10.3390/en6062726.