



HAL
open science

Design et réalisation d'interfaces texturées élastomériques à loi de frottement pilotée

Antoine Aymard

► **To cite this version:**

Antoine Aymard. Design et réalisation d'interfaces texturées élastomériques à loi de frottement pilotée. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2023. Français. NNT : 2023ECDL0009 . tel-04072503

HAL Id: tel-04072503

<https://theses.hal.science/tel-04072503>

Submitted on 18 Apr 2023

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°. d'ordre NNT 2023ECDL0009

MÉMOIRE DE THÈSE

PRÉSENTÉ POUR L'OBTENTION DU TITRE DE

DOCTEUR

DE

L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

SPÉCIALITÉ GÉNIE MÉCANIQUE

ÉCOLE DOCTORALE MEGA
MÉCANIQUE - ÉNERGÉTIQUE - GÉNIE CIVIL - ACOUSTIQUE

PAR

ANTOINE AYMARD

DESIGN ET RÉALISATION D'INTERFACES TEXTURÉES ÉLASTOMÉRIQUES À LOI DE FROTTEMENT PILOTÉE

Soutenue publiquement le 28 Février 2023 devant le jury d'examen composé de :

V. VIDAL	DR CNRS, Laboratoire de physique, ENS-Lyon	Présidente
L. VANEL	Professeur, Institut Lumière Matière	Rapporteur
P.H. CORNUAULT	Maître de conférence HDR, Femto-ST Besançon	Rapporteur
J.F. MOLINARI	Professeur, EPFL ENAC IIC LSMS	Examinateur
D. DALMAS	CR CNRS HDR, Ecole Centrale Lyon	Co-directeur
J. SCHEIBERT	DR CNRS, Ecole Centrale Lyon	Directeur

Remerciements

Ces travaux ont été réalisés au sein de l'équipe de recherche Surface, Friction, Vibrations du Laboratoire de Tribologie et de Dynamique des Systèmes de l'École Centrale de Lyon, France. Pour commencer, je tiens à remercier particulièrement mes deux directeurs de thèses pour leur accompagnement et plus encore leur soutien tout au long de la thèse. Merci Julien pour ta disponibilité et ton dévouement. Merci d'avoir toujours trouvé le temps de transformer un "point rapide" en discussion scientifique de plusieurs heures. Plus qu'un encadrant tu auras été un mentor. Merci Davy pour tes conseils (scientifiques et sportifs), ta bienveillance, les discussions scientifiques, et toutes tes anecdotes que je commence à connaître par coeur mais qui me font toujours autant rire.

Je souhaite remercier les membres de mon jury, Valérie Vidal qui l'a présidé, Pierre-Henri Cornuault et Loïc Vanel qui l'ont rapporté et Jean-François Molinari. Merci pour l'intérêt que vous avez porté à mes travaux.

Merci également à Yoan Di Maio et tous les membres de Manutech-USD avec qui j'ai pu être en contact pour la fabrication des moules miniaturisés.

Merci à l'ensemble des membres du LTDS pour leur accueil, et plus particulièrement à Emilie, Matthieu, Thibaut et Nazario pour toute leur aide. Merci Emilie pour ton travail, je te dois beaucoup. Merci aussi pour tous les moments partagés, on formait une belle équipe. Merci Matthieu, Thibaut et Nazario pour votre expertise technique et votre aide précieuse. Vous m'avez tous sauvé la mise plus de fois que je n'oserai le dire.

Merci à tous ceux avec qui j'ai pu partager de bons moments autour d'un café, d'une bonne bière, d'un terrain de bad ou d'une piste d'athlétisme, Adrien, Youness, Rémi, Victor, Vito, Vilayvone, Rexhina, Mathilde, Mélody, Quentin, Samuel, Héloïse, Valentin, Nicolas, Camille, Gabrielle, Cloé, Giovanni, Antoine, Laura, Emmanuel, Alain.

Mariana, Cristobal, merci de m'avoir accompagné tout au long de la thèse. Je suis heureux d'avoir pu trouver de si bons amis en jouant avec du silicone. Vous aurez eu tellement d'influence sur moi que je me retrouve à traverser l'Atlantique pour voir à quoi ça ressemble par chez vous.

Merci item pour ta chaleur réconfortante et ta passion pour ce manuscrit.

Et pour finir, merci Marie, merci pour absolument tout.

Table des matières

Remerciements	2
Table des matières	7
Nomenclature	8
1 Introduction générale	11
1.1 Contexte général de l'étude	11
1.2 Contexte scientifique : le frottement sec d'interfaces rugueuses	12
1.2.1 Approche macroscopique : les lois d'Amontons et Coulomb	12
1.2.2 L'origine microscopique du frottement	13
1.2.3 L'aire réelle de contact : une grandeur dynamique	14
1.2.4 Modélisation de l'évolution de l'aire réelle de contact	18
1.3 Retour à la problématique : comment piloter le frottement d'une interface rugueuse et sèche?	22
1.3.1 Les méthodes existantes	22
1.3.2 La stratégie proposée pour la thèse	24
2 Méthodes expérimentales	29
2.1 Fabrication des surfaces rugueuses	29
2.1.1 Réalisation des moules en aluminium	29
2.1.2 Réplication des échantillons en élastomère	32
2.1.3 Mesure de la fiabilité de fabrication	34
2.2 Caractérisation mécanique de l'interface	38
2.2.1 Présentation du tribomètre optique	38
2.2.2 Procédures expérimentales	41
2.3 Traitement des données	46
2.3.1 Expression des forces dans le référentiel du contact	46
2.3.2 Exploitation des tests mécaniques	47
2.3.3 Traitement d'image	50

2.4	Répétabilité des mesures	54
2.4.1	Test d'indentation normale	54
2.4.2	Test de cisaillement à force normale P constante	56
2.4.3	Définition des incertitudes de mesures	59
3	Mécanique des interfaces rugueuses modèles	60
3.1	Comportement mécanique du monocontact sphère/plan	61
3.1.1	Description de la surface utilisée pour la calibration du monocontact sphère/plan	61
3.1.2	Indentation normale d'un monocontact sphère/plan	63
3.1.3	Cisaillement d'un monocontact sphère/plan	68
3.2	Comportement mécanique d'une interface rugueuse modèle : une superposition de blocs élémentaires?	71
3.2.1	Existence d'interactions élastiques entre les aspérités	71
3.2.2	La loi $A_0^R(P)$ est peu impactée par les interactions élastiques	80
3.2.3	Comportement mécanique d'une interface multicontact cisailée	83
3.3	Bilan et discussion	89
4	Design et réalisation des surfaces texturées	93
4.1	Design et réalisation de surfaces à coefficient de frottement piloté	96
4.1.1	Principe d'inversion basé sur le modèle de Greenwood et Williamson	96
4.1.2	Discrétisation de la distribution exponentielle de hauteur	97
4.1.3	Productions expérimentales : variation de l'écart-type de la distribution des hauteurs	103
4.1.4	Vers une inversion	106
4.1.5	Bilan	109
4.2	Design et réalisation de surfaces à plusieurs coefficients de frottement	109
4.2.1	Distribution exponentielle tronquée et pondérée	110
4.2.2	Discrétisation de la distribution des hauteurs	116
4.2.3	Méthode de design	120
4.2.4	Production expérimentale	121
4.2.5	Bilan	124
4.3	Design et réalisation de surfaces à loi de frottement définie par un nombre arbitraire de points de fonctionnement	125
4.3.1	Méthode de design	125
4.3.2	Résultats expérimentaux	130
4.3.3	Bilan	130

4.4	Bilan et discussion	132
5	Conclusion et perspectives	134
5.1	Conclusion générale	134
5.2	Perspectives de travail envisagées	139
5.2.1	Vers des surfaces plus réalistes : miniaturisation	139
5.2.2	Vers un pilotage actif des surfaces	144
6	Annexes	149
6.1	Annexe A : Algorithmes de détection d'aire	149
6.1.1	Algorithme de détection d'aire pour un essai de cisaillement	149
6.1.2	Algorithme de détection d'aire de contact réelle d'une interface multicontact lors d'un essai d'indentation	151
6.2	Annexe B : Protocoles d'alignement des capteurs de force et de position	151
6.2.1	Alignement du référentiel du capteur de déplacement relatif 6-axes avec la platine de déplacement XY	152
6.2.2	Alignement du référentiel du capteur de force 6-axes avec la platine de déplacement XY	154
6.3	Annexe C : Démonstration de l'outil graphique d'aide au design de surfaces texturées	156
	Bibliographie	160
	Liste des publications de l'auteur	166

Nomenclature

Scalaires

α	taux de réduction d'aire
δ	pénétration
λ	écart-type de la distribution de hauteur
μ	coefficient de frottement
σ	contrainte de frottement
A^A	aire de contact apparente
A^R	aire de contact réelle
B	paramètre de réduction d'aire
D	altitude du plan rigide
E_c	module d'élasticité calibré
h	hauteur d'une aspérité
h_0	hauteur de l'aspérité la plus basse
h_c	hauteur de coupure
h_m	hauteur de l'aspérité la plus haute
$m_{1,2}$	pente visée pour le premier/second régime d'une loi de frottement linéaire par morceau
P	force normale à l'interface
P_c	force de coupure
Q	force de cisaillement
R	rayon de courbure d'une aspérité
w_{0c}	paramètre calibré d'adhésion

- m pente visée pour une loi de frottement linéaire
u facteur de pondération de la distribution de hauteur

Indices

- 0 avant cisaillement
d durant glissement
F lié au frottement
s à l'instant du pic de force

1

Introduction générale

1.1 Contexte général de l'étude

Le frottement est la force qui s'oppose au mouvement relatif entre deux surfaces en contact. Dans de nombreux contextes, allant du contact rotor/stator d'un moteur aux articulations humaines, cette force est à l'origine de fortes dissipations d'énergie et de l'usure des solides mis en contact [1] et il est souhaitable de la minimiser. Au contraire, un frottement élevé est nécessaire au sein d'un contact pour, par exemple, assurer le freinage sécurisé d'un véhicule ou assurer une bonne accroche d'un pneu sur la route. Enfin, certaines applications demandent une maîtrise fine du frottement, qui va au delà d'une minimisation ou maximisation. C'est par exemple le cas en robotique industrielle, où une mauvaise maîtrise du frottement peut provoquer des erreurs de positionnement et donc un process mal contrôlé [2].

Au sein d'un contact lubrifié, il est possible de finement contrôler la force de frottement *via* la rhéologie du lubrifiant puisque la dissipation visqueuse au sein du fluide est l'origine principale du frottement dans ce type de contact [3]. La maîtrise du frottement au sein d'un contact sec (*i.e.* non lubrifié) est cependant encore aujourd'hui un grand défi. En effet, le frottement des interfaces sèches est causé par de multiples phénomènes physiques [4] qui dépendent finement des matériaux en contact, des conditions de chargement et de la topographie des surfaces qui composent l'interface. De ce fait, la prédiction de la force de frottement créée lors de la mise en mouvement d'une interface sèche reste un sujet encore largement exploré, et il n'existe pas actuellement de méthode établie pour concevoir une interface sèche avec un comportement de frottement prédéfini.

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit vise ainsi à apporter une proposition de réponse à la problématique suivante : comment réaliser une interface de contact sèche ayant des propriétés frictionnelles prédéfinies? En particulier, on cherche ici à moduler et maîtriser ce qu'on appelle la loi de frottement de l'interface, c'est-à-dire l'évolution de la force de frottement en fonction de la force normale appliquée à l'interface. Pour surmonter les difficultés inhérentes à cette question (développées en partie 1.2), on propose ici une stratégie originale de design d'interfaces, décrite en partie 1.3, basée sur une simplification de la topographie des surfaces mises en contact. Au cours du manuscrit, on montrera expérimentalement que cette stratégie permet effectivement de réaliser des interfaces à la loi de frottement pilotée et ce, pour une large gamme de lois de frottement.

1.2 Contexte scientifique : le frottement sec d'interfaces rugueuses

1.2.1 Approche macroscopique : les lois d'Amontons et Coulomb

Le frottement sec d'une interface de contact rugueuse est un phénomène complexe qui trouve son origine dans de multiples phénomènes physiques qui varient selon les matériaux utilisés et la topographie des surfaces. Cependant, pour de nombreuses applications, on peut décrire le frottement d'un point de vue macroscopique par la relation :

$$Q_d = \mu_d P \quad (1.1)$$

où Q_d et P sont respectivement la force de frottement dynamique et la force normale qui s'exercent sur l'interface, et μ_d est le coefficient de frottement dynamique. On appelle force de frottement dynamique la force qui s'oppose au mouvement relatif de deux solides lorsque ce mouvement est déjà établi. Il est également possible de définir une force de frottement statique Q_s qui est la force nécessaire à la mise en mouvement relative des deux solides. Le coefficient de frottement statique associé est noté μ_s . La relation qui lie la force de frottement Q_d (ou Q_s) et la force normale P est appelée loi de frottement.¹

1. Certains auteurs appellent "loi de frottement" l'évolution du coefficient de frottement dynamique avec la vitesse ou l'évolution du coefficient de frottement statique avec l'âge du contact (voir *e.g.* Ref. [5]). Dans cette thèse, nous utiliserons cette dénomination uniquement pour l'évolution du frottement avec la force normale appliquée.

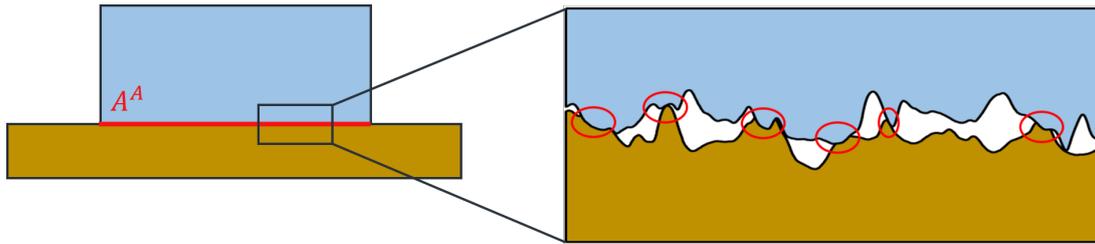


FIGURE 1.1 – Illustration de l’interface de contact entre deux surfaces apparemment lisses. Gauche : Aire de contact apparente A^A entre deux solides en contact (ligne rouge). Droite : Grossissement à l’échelle des aspérités illustrant les micro-contacts (encerclés en rouge) et dont la somme des aires individuelles constitue l’aire de contact réelle, A^R .

L’équation 1.1 découle d’observations empiriques décrites par Amontons [6] puis Coulomb [7] aux 17^{ème} et 18^{ème} siècles et qui sont souvent résumées comme il suit [4] :

1. La force de frottement est proportionnelle à la force normale appliquée.
2. La force de frottement est indépendante de l’aire de contact apparente A^A (illustrée en figure 1.1).
3. La force de frottement est indépendante de la vitesse de glissement.

Malgré leur simplicité, ces lois sont très souvent une approximation suffisamment proche de la réalité pour rester très utiles, d’autant plus qu’elles sont applicables à un large éventail de matériaux et de systèmes. Cependant, une compréhension plus fine des phénomènes à l’origine du frottement est nécessaire pour réussir à adapter le frottement d’une interface aux besoins d’une application donnée.

1.2.2 L’origine microscopique du frottement

La plupart des surfaces, même lisses en apparence, présentent des aspérités lorsqu’on les observe à suffisamment petite échelle. Ces aspérités ont des tailles caractéristiques pouvant aller du nanomètre pour du verre ou des métaux polis au millimètre pour les routes par exemple. On peut définir la topographie d’une surface rugueuse en décrivant l’ensemble des aspérités, de toutes tailles, qui la compose [8]. Ainsi, dans l’immense majorité des cas, le contact entre deux surfaces, qu’elles soient naturelles ou artificielles, est discontinu et a lieu en une multitudes de microcontacts situés à la jonction des aspérités des surfaces en regard (voir illustration en figure 1.1). Ce type d’interface discontinue est appelé interface multicontact (MCI pour multicontact interface en anglais).

Depuis les travaux de Bowden et Tabor [9], on sait que l'indépendance entre la force de frottement et l'aire de contact apparente A^A de l'interface provient de la nature multicontact des interfaces rugueuses. Le frottement a lieu uniquement dans les zones de contact réel (voir figure 1.1, droite) et c'est bien souvent l'aire cumulée de l'ensemble de ces zones, appelée aire réelle de contact et notée A^R , qui contrôle le frottement. Plus précisément, il a été observé sur une grande variété d'interfaces aussi bien purement élastiques [10, 11, 12] qu'élasto-plastiques [13], lisses [14, 15, 16, 17] que rugueuses [10, 18, 19], rigides que molles, et pour une large gamme de forces normales et d'aires de contact, que :

$$Q_{s,d} = \sigma_{s,d} A^R \quad (1.2)$$

On utilise ici les notations $Q_{s,d}$ et $\sigma_{s,d}$ pour contracter en une seule équation les relations $Q_d = \sigma_d A^R$ et $Q_s = \sigma_s A^R$.

σ_d (respectivement σ_s) est une constante nommée contrainte de frottement dynamique (resp. statique), qui est égale à la contrainte de cisaillement moyenne au sein des micro-contacts durant le glissement installé (resp. au moment de la mise en glissement totale de l'interface). On observe que ces contraintes peuvent le plus souvent être considérées comme des constantes qui dépendent uniquement du couple de matériaux utilisés. L'origine physique précise de ces contraintes dépend fortement du système étudié et est encore largement débattue. On peut cependant citer deux origines principales [4] :

- **Adhésion** : lorsque deux aspérités sont en contact, des interactions adhésives (type Van der Waals par exemple) s'exercent à l'interface. Il faut donc exercer une force latérale pour vaincre ces interactions et mettre en glissement les surfaces.
- **Déformations** : une deuxième origine physique de la contrainte de frottement est directement liée à la déformation des aspérités. Lorsque cette déformation dissipe de l'énergie, elle entraîne l'apparition d'une force opposée au mouvement. Cette dissipation peut aussi bien être d'origine plastique dans le cas des métaux par exemple que visqueuse dans le cas des polymères.

1.2.3 L'aire réelle de contact : une grandeur dynamique

Dans le contexte de l'équation 1.2, la compréhension du frottement sec d'interfaces rugueuses passe donc en grande partie par une bonne compréhension de la morphologie du contact réel. L'observation directe de l'aire de contact réelle d'interfaces transparentes a montré que cette aire est une propriété dynamique du système, qui dépend essentiellement de la topographie des surfaces mises en contact et de la force normale

appliquée, mais aussi d'autres paramètres comme l'âge du contact ou le cisaillement de l'interface.

L'immense majorité des surfaces rugueuses présentent une aire de contact réelle A^R proportionnelle à la force normale appliquée P :

$$A^R \propto P \quad (1.3)$$

Ce résultat, observé expérimentalement à de nombreuses reprises et pour des systèmes variés (voir par exemple figure 1.2(c)) [20, 13, 11], apporte une explication à la première loi d'Amontons : la force de frottement $Q_{s,d}$ est proportionnelle à l'aire de contact A^R , elle-même proportionnelle à la force normale P . On retrouve donc bien l'équation 1.1, avec $\mu_{s,d} \propto \sigma_{s,d}$.

Lorsqu'une force normale P est maintenue à l'interface, on observe une augmentation logarithmique temporelle de l'aire réelle de contact avec la durée du maintien en contact (voir figure 1.2d). Cette augmentation a pour origine la relaxation des microcontacts, qu'elle soit visco-plastique [21, 20] ou visco-élastique [22] selon les matériaux concernés. On peut de manière générale exprimer cette évolution comme il suit [13] :

$$A^R(t) = A^R(t_0) \left[1 + \beta \log \left(1 + \frac{t - t_0}{\tau} \right) \right] \quad (1.4)$$

où β et τ dépendent des matériaux utilisés et t_0 est le moment de mise en contact. On observe également sous l'effet du vieillissement une augmentation du coefficient de frottement statique μ_s . Cette variation s'explique à la fois par l'augmentation d'aire de contact que l'on vient de décrire mais aussi par un "renforcement" des microcontacts, que l'on peut interpréter comme une augmentation de la contrainte de frottement statique σ_s [5]. La figure 1.2 illustre la dépendance de l'aire de contact vis-à-vis de la force normale et du temps par l'observation directe de la surface de contact réelle à l'interface de deux blocs rugueux de PMMA. Les figures 1.2(a) et (c) illustrent l'évolution de A^R en fonction de la force normale et les figures 1.2(b) et (d) en fonction du temps de contact.

Enfin, la mise en glissement d'une interface rugueuse est accompagnée d'une chute de l'aire de contact réelle pouvant atteindre quelques dizaines de pourcents [10, 13]. La dynamique de cette chute dépend fortement des interfaces et matériaux étudiés. Sur un contact PMMA/PMMA, Ben David *et al.* [13] ont observé que le phénomène est instable et la chute concentrée sur les quelques microsecondes qui précèdent la mise en

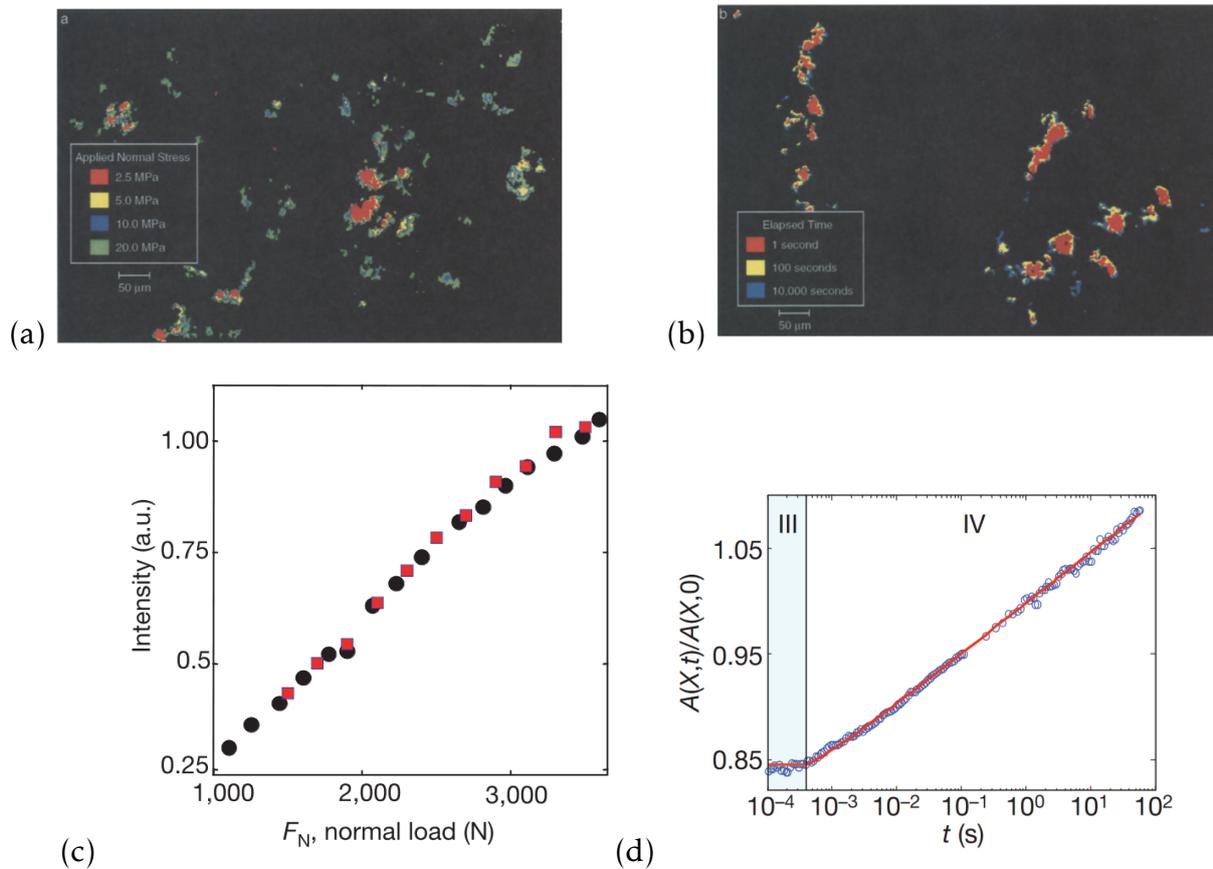


FIGURE 1.2 – (a et b) Figures extraites de [20]. Visualisation de l’interface entre deux blocs rugueux de PMMA en fonction (a) de la charge normale appliquée ou (b) du temps d’attente en contact stationnaire. Les zones colorées représentent les zones de contact réel. (c) Figure extraite de [23]. Mesures statiques de l’intensité totale de la lumière, I , transmise à travers une interface rugueuse PMMA/PMMA en fonction de la force normale appliquée. Il est par ailleurs montré dans [23] que $I \propto A^R$. (d) Figure extraite de [13]. Mesure statique de l’aire de contact réelle relative, pour une interface rugueuse PMMA/PMMA en fonction du temps écoulé depuis un instant t_0 lors d’une expérience de frottement intermittent (mises en mouvement suivis d’arrêts). $A(X, 0)$ est l’aire du contact réel avant cisaillement. t_0 est le moment d’arrêt du glissement.

glissement de l’interface. Au contraire, la figure 1.3(a) montre l’évolution de l’aire de contact réelle d’une interface rugueuse entre un élastomère et un plan rigide au cours d’un essai de cisaillement à vitesse constante. On observe que la chute d’aire de contact réelle a lieu tout au long de l’augmentation de la force de cisaillement Q et atteint un plateau lors du glissement. L’évolution de A^R en fonction de Q pour la même interface (figure 1.3(b)) montre que la force de frottement statique Q_s est proportionnelle à l’aire de contact à l’instant du pic de force A_s^R (voir droite rouge sur la figure 1.3b) et ceci quelle que soit la force normale appliquée. Cette figure permet également d’exhiber (Cf. fits en ligne continue noire sur la figure 1.3(b)) une relation empirique qui

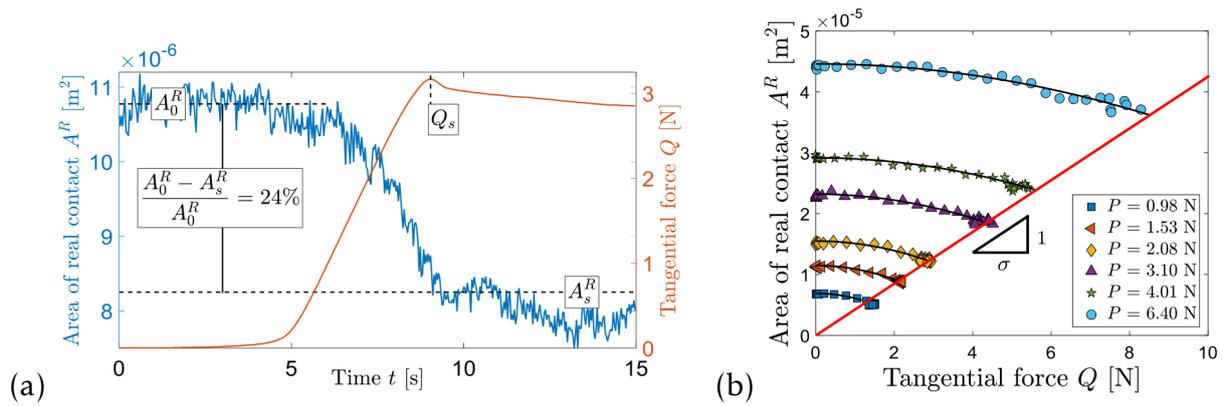


FIGURE 1.3 – Figures extraites de [10] (a) Évolution simultanée de la surface de contact réelle A^R (bleu) et de la force de cisaillement Q (rouge) d’une interface rugueuse élastomère/verre. Q_s : force de frottement statique, A_0^R : aire de contact réelle avant cisaillement, A_s^R : aire de contact réelle au moment de la mise en glissement. (b) A^R vs Q lors du cisaillement d’une interface rugueuse élastomère/verre, pour différentes forces normales. Symboles : points expérimentaux. Lignes continues noires : fits quadratiques de A^R vs Q selon l’équation 1.5. Droite rouge : fit linéaire des points expérimentaux correspondants à la mise en glissement de l’interface.

caractérise l’évolution de l’aire de contact lors d’un cisaillement élastomère/verre, et ce jusqu’à la mise en glissement :

$$A^R = A_0^R - \alpha Q^2 \quad (1.5)$$

où α est un paramètre qui caractérise le taux de réduction de A^R lorsque Q augmente. Il a été montré que α dépend de A_0^R et on rediscutera de son origine physique en partie 1.2.4. Cette relation a été observée aussi bien sur des interfaces rugueuses que lisses [10].

L’aire de contact réelle d’une interface est donc une quantité dynamique qui dépend du temps et des forces qui s’exercent à l’interface. Comme on l’a dit, les évolutions de l’aire réelle, aussi bien croissante sous l’effet du vieillissement que décroissante sous l’effet d’un cisaillement, influent sur la valeur des forces de frottement. Il est donc primordial de prendre en compte ces dépendances pour espérer contrôler le frottement d’une interface.

1.2.4 Modélisation de l'évolution de l'aire réelle de contact

Évolution de l'aire réelle de contact avec la force normale

Dans la littérature, plusieurs modèles tentent d'explicitement une relation entre topographie de surface, force normale appliquée à l'interface et morphologie du contact réel résultant.

Une approche adaptée aux interfaces rugueuses élastiques a été proposée par Greenwood et Williamson en 1966 [24]. Cette approche consiste à décrire le comportement de chaque micro-contact de l'interface par celui d'un contact entre une sphère rigide et un plan élastique. Le contact rugueux peut alors être vu comme le contact entre un plan et une assemblée d'aspérités sphériques de hauteur variable (voir figure 1.4).

Une série d'hypothèses permet ensuite de retrouver la proportionnalité entre P et A^R :

- Les hauteurs des sphères sont distribuées suivant une distribution exponentielle d'écart-type λ
- Les aspérités ont toutes le même rayon de courbure R
- Les aspérités sont indépendantes : la déformation de l'une n'affecte pas la déformation des autres.
- La déformation de chaque contact sphère plan peut être décrit par la théorie de Hertz. Cette théorie décrit les contacts non-conformes (entre deux paraboloides), élastiques et non-adhésifs. Pour le contact entre une sphère rigide et un plan élastique de module de Young E et de coefficient de Poisson ν , on peut résumer cette description à l'équation : $A_{Hertz} = \pi \left(\frac{3RP}{4E^*} \right)^{2/3}$ où $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$ (Voir partie 3.1.2 pour plus de détails).

Plus précisément, sous ces hypothèses, Greenwood et Williamson ont montré que :

$$A^R = \sqrt{\pi} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{1/2} \frac{P}{E^*}. \quad (1.6)$$

Le modèle de Greenwood et Williamson a ensuite été étendu aux contacts élasto-adhésifs par Fuller et Tabor [26]. Ce modèle reprend les mêmes hypothèses que celui de Greenwood et Williamson, à ceci près que les contacts sphère/plan ne sont plus décrits par la théorie de Hertz mais par la théorie JKR [27], qui décrit les contacts élasto-adhésifs peu rigides en prenant en compte l'influence des interactions adhésives de type van der Waals entre les solides composant l'interface. En particulier dans la

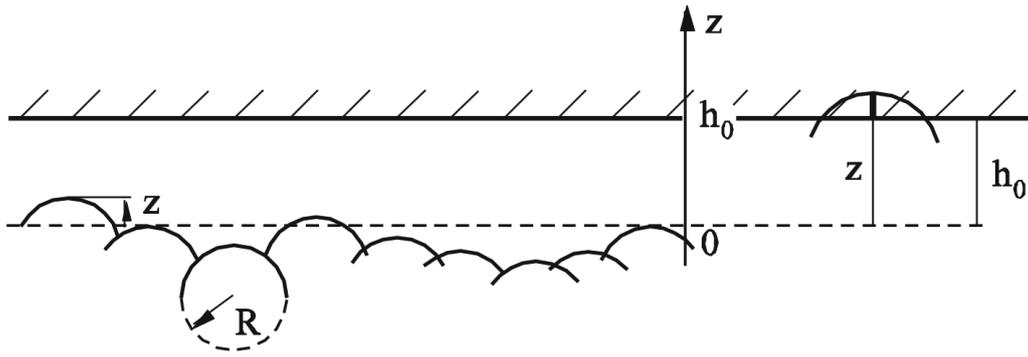


FIGURE 1.4 – Représentation d'une interface rugueuse selon le modèle de Greenwood et Williamson. Figure adaptée de [25].

théorie JKR, le contact entre une sphère et un plan peut être décrit par les équations suivantes :

$$\delta = \frac{a_{JKR}^2}{R} - \sqrt{\frac{2\pi\omega_0 a_{JKR}}{E^*}} \quad (1.7)$$

$$P_{JKR} = \frac{4E^* a_{JKR}^3}{3R} - \sqrt{8\pi E^* a_{JKR}^3 \omega_0} \quad (1.8)$$

où δ est la profondeur d'indentation, $a_{JKR} = \sqrt{A_{JKR}/\pi}$ est le rayon du contact et ω_0 est appelé énergie d'adhésion et représente le travail nécessaire par unité de surface pour séparer deux surfaces en contact.

Le modèle de Fuller et Tabor prédit alors, pour une séparation h_0 entre les deux surfaces (voir figure 1.4) :

$$P(h_0) = \eta A^A \int_0^\infty P_{JKR}(h) \Phi(h_0 + h) dh \quad (1.9)$$

$$A^R(h_0) = \eta A^A \int_0^\infty \pi a_{JKR}^2(h) \Phi(h_0 + h) dh \quad (1.10)$$

où Φ est la distribution qui caractérise la hauteur des aspérités de la surface rugueuse et η est la densité d'aspérité de la surface rugueuse.

Une des principales conséquences de ce modèle est que l'adhésion des surfaces rugueuses est gouvernée par un "paramètre d'adhésion" : $\theta = \left(\frac{\lambda}{R}\right)^{3/2} \left(\frac{3E^*R}{4\omega_0}\right)$ qui représente la compétition statistique entre les forces élastiques exercées par les aspérités les plus hautes qui ont tendance à séparer les surfaces et les forces adhésives exercées par les aspérités plus basses, qui ont tendance à rapprocher les surfaces. On considère souvent que si $\theta > 5$ (grande rugosité, grand module élastique, petite énergie d'adhésion) alors l'adhésion n'influe que très peu sur le contact entre les surfaces.

La description de la topographie des surfaces rugueuses dans les modèles de Greenwood et Williamson et de Fuller et Tabor est cependant assez peu représentative des surfaces réalistes. En effet celles-ci, qu'elles soient naturelles ou manufacturées, présentent des topographies multi-échelles, c'est-à-dire incorporant de nombreuses tailles caractéristiques, contrairement aux hypothèses de Greenwood et Williamson et de Fuller et Tabor qui se basent sur une seule échelle, associée au rayon de courbure R . Les travaux récents sur le sujet s'accordent sur le fait que la totalité des échelles de taille des aspérités, jusqu'à la taille de l'atome, importent dans la détermination de la mécanique du contact d'une interface [28, 29]. Les méthodes les plus récentes et fidèles pour décrire les surfaces rugueuses visent ainsi à incorporer l'intégralité des aspérités, aussi bien nanométriques que millimétriques [30]. Là encore, il est possible en se basant sur ces descriptions plus réalistes des surfaces et en prenant en compte les interactions entre aspérités de retrouver la proportionnalité entre force normale et aire réelle de contact [31, 32].

Le modèle de Bowden et Tabor [9], au contraire des deux précédentes approches, considère le contact entre deux surfaces rugueuses qui peuvent se déformer plastiquement. Il est par exemple adapté aux contacts métalliques. Si on fait l'hypothèse largement vérifiée expérimentalement que l'aire de contact réelle A^R est très petite devant l'aire de contact apparente A^A , alors la pression locale au sein des microcontacts est si élevée que les aspérités du matériau le plus mou sont déformées plastiquement. Ainsi, la pression au sein de ces microcontacts est constante et égale à la limite d'élasticité σ_Y du matériau le plus mou : $p = \sigma_Y$. Or par définition $p = P/A^R$ et on retrouve à nouveau la proportionnalité entre la force normale et l'aire de contact réelle sous la forme : $A^R = \frac{1}{\sigma_Y}P$. Notons que dans ce contexte, une description détaillée des différentes échelles composant la topographie n'est pas nécessaire.

Vieillessement du contact

Il est possible d'expliquer l'évolution logarithmique temporelle de l'aire de contact, présentée en partie 1.2.3, à partir de la description de Bowden et Tabor [9], c'est-à-dire en considérant une interface composée de microcontacts se déformant purement visco-plastiquement. Bréchet et Estrin [33] ont en effet montré que si on considère que, après la création initiale des microcontacts, ceux-ci continuent de grossir par fluage, et que cette évolution a lieu à volume constant, alors on retrouve l'équation 1.4 avec $\beta = \frac{S}{\sigma_Y}$ et $\tau = \dot{\epsilon}_0 \frac{e^{1/\beta}}{\beta}$ où S et $\dot{\epsilon}_0$ sont des paramètres définis par l'équation qui caractérise l'évolution du taux de fluage $\dot{\epsilon}$ du matériau déformé : $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp(\sigma_Y/S)$.

Il est également possible d'expliquer cette évolution pour des matériaux purement

visco-élastiques en étendant le modèle de Greenwood et Williamson à ce type de matériaux [5]. Les résultats du modèle initial restent formellement valables, à condition que l'inverse du module de Young ($\frac{1}{E}$) soit remplacé par une fonction temporelle $J(t)$ (défini formellement par l'équation $\epsilon(t) = \int_{-\infty}^t du J(t-u) \frac{d\sigma(u)}{du}$) qui caractérise la réponse en déformation (ϵ) du contact à un échelon de contrainte unitaire appliqué à $t=0$. Ainsi, l'équation 1.6 devient :

$$A^R = \sqrt{\pi} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{1/2} P J(t). \quad (1.11)$$

En considérant une fonction logarithmique pour $J(t)$ (il a été montré que cette approximation est raisonnable pour les caoutchoucs [5]), on retrouve bien une évolution temporelle logarithmique de l'aire de contact réelle lorsque que l'on maintient une force normale P durant un temps donné.

Évolution de l'aire réelle de contact d'une interface rugueuse cisailée La modélisation de l'évolution de la morphologie d'un contact cisailé a fait récemment l'objet de nombreuses études. Cependant, la grande majorité de ces études s'est concentrée sur la modélisation du comportement de monocontacts paraboliques modèles, traités analytiquement [16, 34, 35] ou par éléments finis [15, 14, 36].

A ma connaissance, seules deux propositions de modélisation pour une interface rugueuse de la réduction d'aire induite par le cisaillement existent [38, 37]. La plus aboutie, proposée par Xu et al. [37], peut-être considérée comme une extension du modèle de Fuller et Tabor [26]. Le contact entre un plan et une assemblée de sphères est ainsi traité. Le contact normal est décrit en utilisant le modèle de Greenwood (2017) [39], amélioration directe et très proche du modèle de Fuller et Tabor. Le cisaillement de chaque contact sphère/plan est lui, décrit en se basant sur un modèle développé par Papangelo et Ciavarella [34], qui décrit le comportement sous cisaillement jusqu'au glissement d'un monocontact sphère/plan adhésif et a montré un accord quantitatif avec les résultats expérimentaux de Sahli et al. [10, 15]. Si elle peut encore être améliorée, la modélisation proposée par Xu et al. a permis de reproduire les évolutions observées par Sahli et al. [40] sur un contact rugueux aléatoire. La figure 1.5 illustre cet accord entre expérience et modèle.

Il faut tout de même noter que la validité de ce modèle repose sur l'utilisation d'un paramètre d'ajustement, associé au couplage entre frottement et adhésion, et difficile à relier à des paramètres mesurables.

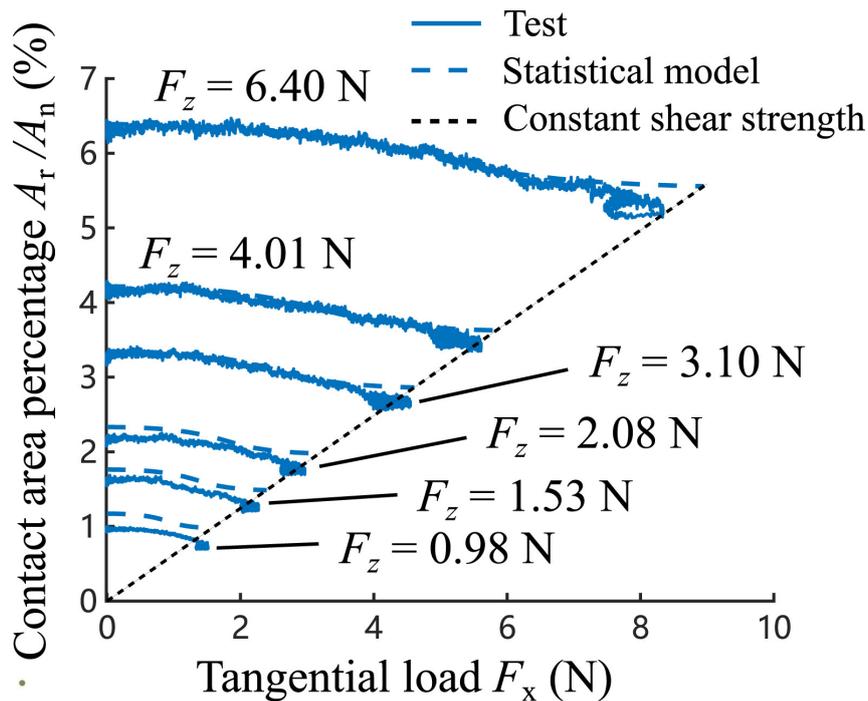


FIGURE 1.5 – Évolution de la fraction de surface de contact réelle en fonction de la charge tangentielle pour six charges normales différentes mesurées par Sahli et al. [10] (courbes pleines) et prédites par le modèle statistique de Xu et al [37] (courbes en pointillés grossiers). Figure extraite de [37].

1.3 Retour à la problématique : comment piloter le frottement d'une interface rugueuse et sèche ?

1.3.1 Les méthodes existantes

Revenons à la problématique générale initiale : comment piloter la loi de frottement $Q_{s,d}(P)$ d'une interface rugueuse ? Une première approche, qui découlerait de la description de Bowden et Tabor, consisterait à considérer que le coefficient de frottement d'une interface est une propriété du couple de matériaux utilisés. Dans le cadre de ce modèle, l'équation 1.1 deviendrait $Q_{s,d} = \sigma_{s,d} \frac{P}{\sigma_Y}$, avec $\sigma_{s,d}$ la contrainte de frottement (statique ou dynamique) qui dépend du couple de matériaux qui compose l'interface et σ_Y la limite d'élasticité du matériau le moins rigide en surface. Le pilotage du frottement devrait donc passer par une sélection des matériaux du système basée sur leurs propriétés de surface. Cependant, en plus d'être largement approximative, cette approche est souvent inutilisable en pratique puisque lors de la conception d'un système mécanique, les matériaux composant l'interface sont également choisis pour leur comportement mécanique volumique (dureté, élasticité, amortissement, résilience, densité...). Il est donc nécessaire de développer des méthodes qui permettent de dissocier

les comportements en surface et en volume d'un solide, c'est-à-dire qui permettent de modifier le comportement mécanique de surface du solide, et en particulier son comportement frictionnel, sans pour autant modifier la réponse volumique du matériau. Une approche pour cela consiste à modifier le solide en extrême surface, soit par le dépôt de couches minces [3], soit par une altération de la surface [41] (par exposition UV ou plasma par exemple). Cette approche ne sera pas traitée dans la thèse.

L'équation 1.2 : $Q_{s,d}(P) = \sigma_{s,d}A^R(P)$ nous indique qu'une autre approche pour atteindre cet objectif passe par une maîtrise de l'évolution de l'aire réelle de contact $A^R(P)$ si on considère que $\sigma_{s,d}$ est une constante du couple de matériaux utilisés. Cette maîtrise passe, comme montré en partie 1.2.3, par le contrôle de la topographie des surfaces en contact. On se propose donc, à travers ce travail de thèse, de répondre à la problématique plus précise suivante : comment piloter la loi de frottement d'une interface sèche et rugueuse par la maîtrise de la topographie des surfaces en contact ?

De nombreuses études ont été menées pour microstructurer de façon déterministe une surface dans l'optique d'ajuster le frottement de l'interface. Une grande partie de ces études est basée sur des techniques de texturation de surface, majoritairement par laser (LST en anglais) ou par photolithographie [42, 43]. Par exemple, en combinant lithographie et ajout contrôlé de particules de silice, Manhart et al. [44] ont réalisé des surfaces en silicone avec un frottement modulable. Les auteurs ont en effet mesuré, pour le contact entre différentes réalisations de telles surfaces et une balle de tennis de table, un coefficient de frottement compris entre 0.65 et 1.3. Pour une topographie donnée, la méthode permet de contrôler le coefficient de frottement avec une précision de l'ordre de 0.1. Il est à noter que le comportement mécanique des surfaces ainsi réalisées est issu de phénomènes physiques complexes et qu'il est donc difficile de prévoir a priori l'impact d'une modification de la structuration sur la loi de frottement engendrée. Ainsi, si les méthodes de texturation présentées précédemment modulent effectivement l'évolution de l'aire de contact, le contrôle précis de celle-ci est difficilement atteignable de cette manière [42] et n'est en réalité pas l'objectif de ce type d'étude. En outre, ces études ont en commun de viser uniquement la réalisation de surfaces avec différent frottements dit coulombiens (de Coulomb), c'est-à-dire descriptibles par la loi de frottement linéaire $Q_{s,d} = \mu_{s,d}P$. Il pourrait cependant être souhaitable pour de nombreuses applications, en robotique ou en haptique notamment, de s'affranchir de cette limite et de réaliser des surfaces avec des lois de frottement, c'est-à-dire des relations $Q_{s,d}(P)$, plus complexes.

Pour obtenir un pilotage plus fin du comportement frictionnel d'une surface, il est théoriquement possible de générer des surfaces réalistes, c'est-à-dire possédant des topographies aléatoires et multi-échelles, de manière à piloter l'aire de contact réelle résultante. Par exemple Hanaor et al [45] ont montré qu'augmenter la dimension fractale d'une surface élastique permettait d'augmenter l'aire de contact réelle à P constante (et au final le coefficient de frottement) de l'interface résultante. La dimension fractale d'une surface rugueuse aléatoire est un paramètre lié à la variance des échelles de rugosités qui composent la surface rugueuse aléatoire. Récemment, Cinat et al [46] ont même réussi, par l'utilisation de l'intelligence artificielle et en particulier d'algorithmes génétiques, à identifier les caractéristiques d'interfaces multi-échelles optimales pour concevoir des prototypes de surface permettant d'obtenir une réponse mécanique du contact prédéfinie. Leur méthode a été développée pour viser une évolution d'aire de contact et/ou une évolution de raideur normale de contact en fonction de la force normale appliquée à l'interface. Cependant, les algorithmes développés ne permettent pour l'instant que de produire des résultats en 1D (contact ligne/ligne) pour des questions de complexités de système et de coût de calcul, et l'extension au cas 2D (contact plan/plan) reste un défi technique. Ainsi, générer numériquement des surfaces rugueuses réalistes dans l'optique d'obtenir un comportement mécanique particulier paraît possible mais reste extrêmement complexe. En outre, la réalisation physique des surfaces ainsi générées numériquement est à ce jour hors de portée expérimentalement. En effet, puisque la totalité des échelles de la topographie doit être prise en compte pour décrire la mécanique du contact d'une interface générée numériquement (comme expliqué en partie 1.2.4) [28], la réalisation de celle-ci nécessite une maîtrise de la topographie à toute échelle, jusqu'à l'échelle atomique.

1.3.2 La stratégie proposée pour la thèse

Il découle des exemples précédents que pour apporter une réponse pratique à la problématique fixée, c'est-à-dire réalisable techniquement et appuyée par une démonstration expérimentale, deux difficultés techniques majeures sont à lever. La première difficulté est liée au coût de calcul nécessaire à l'optimisation de la topographie d'une surface rugueuse pour atteindre une morphologie de contact donnée. La seconde est liée à la difficulté de réalisation physique d'une surface rugueuse aléatoire et multi-échelle générée numériquement.

La démarche adoptée pour ce travail de thèse a été de contourner ces problèmes en simplifiant le système pour qu'il soit plus facile à modéliser et à réaliser tout en conservant les ingrédients minimaux pour atteindre notre objectif. En particulier, on vise la simplification de plusieurs aspects complexes de l'interface :

- **Le caractère multi-échelle des topographies de surface.** La modélisation de la mécanique du contact des interfaces rugueuses aléatoires doit prendre en compte la topographie à toute échelle, du nm au mm, ce qui implique à la fois une modélisation complexe, puis une réalisation de bonne qualité à toutes échelles. On souhaite donc réaliser des interfaces modèles qui présentent moins d'échelles de rugosités.
- **L'aléatoire.** On cherchera à réaliser des surfaces déterministes.
- **La mécanique du contact.** On souhaite, pour autoriser une modélisation précise du comportement mécanique des surfaces, éviter une partie des phénomènes complexes qui régissent la mécanique des interfaces : déformation plastique des aspérités, usure, interaction entre aspérités. On cherchera donc à utiliser des matériaux, des morphologies et des gammes d'efforts adaptés pour maintenir chaque micro-contact de l'interface dans un régime élastique.

Enfin, pour des raisons purement pratiques et expérimentales, sachant que le contrôle de la loi de frottement, $Q_{s,d}(P)$, doit passer par le pilotage de la relation $A^R(P)$, on souhaite réaliser des interfaces dont on peut observer et mesurer facilement la zone de contact réelle à l'aide de méthodes optiques standards.

Pour atteindre ces objectifs de simplification et donc obtenir des surface déterministes et composées d'une seule échelle de rugosité macroscopique, on propose de concevoir et de réaliser des interfaces directement inspirées de la description de Greenwood et Williamson (voir partie 1.2.4), c'est-à-dire formées par le contact entre un plan rigide et lisse et des surfaces constituées d'une assemblée d'aspérités élastiques sphériques (voir schéma figure 1.6). Ainsi, les surfaces ne présentent qu'une seule taille caractéristique d'aspérité. Elles sont déterministes et descriptibles par un nombre fini de paramètres, à savoir la hauteur et le rayon de courbure de chaque sphère. Pour simplifier la mécanique du contact et pouvoir mesurer facilement $A^R(P)$, on fait le choix de réaliser des interfaces entre des surfaces en PDMS (un élastomère transparent et avec un module d'élasticité assez faible) et du verre. On éloignera de plus les aspérités suffisamment pour qu'elle puissent être considérées comme indépendantes, c'est-à-dire sans interactions. Ainsi, chaque microcontact pourra être considéré comme un contact sphère/plan élastique, bien connu car déjà très étudié dans la littérature. A priori, le caractère visqueux et adhésif des contacts ne peut être écarté mais on verra au chapitre 3 que la théorie de Hertz, qui considère les contacts purement élastiques, permet une description suffisamment fidèle de ces contacts. Des illustrations d'une surface et d'une interface typiques sont présentées en figure 1.6.

Par suite, en reproduisant au plus près les hypothèses de Greenwood et Williamson, (i.e. un même rayon de courbure R pour toutes les aspérités et une distribution exponentielle de hauteur), on espère pouvoir produire des surfaces avec une évolution linéaire de l'aire de contact, et par conséquent, une loi de frottement linéaire et un coefficient de frottement piloté par le rayon de courbure des aspérités sphériques et l'écart type de la distribution exponentielle des hauteurs. En relaxant ensuite ces contraintes, on pourra chercher à réaliser des surfaces avec un comportement non coulombien piloté par le rayon de courbure et la hauteur de chaque sphère. Dans les deux cas, on ne cherchera pas à simplement moduler le frottement mais bien à concevoir les surfaces, aspérité par aspérité, de manière à répondre à un cahier des charges fixé à l'avance. Comprenons ici que la conception de telles surfaces revient à déterminer, dans le cas d'une surface à N aspérités, la valeur optimale de $2N$ paramètres à savoir l'ensemble des hauteurs et rayons de courbures des aspérités $(h_i, R_i)_{1:N}$ pour obtenir un comportement défini à l'avance. Le système possède donc $2N$ degrés de libertés. Cette conception s'apparente à un problème d'inversion. Ici on cherche à inverser le problème suivant (qui est lui facilement soluble) :

$$(R_i, h_i)_{1:N} \longrightarrow A^R(P)$$

Ce type de problème est complexe à résoudre car *a priori* mal posé : pour une évolution $A^R(P)$ donnée, il est souvent difficile de prouver l'existence d'une surface solution et si une solution existe, elle n'est en général pas unique. Dans le cadre de la thèse, plutôt que de chercher à résoudre le problème d'une façon générale pour tout l'espace des lois $A^R(P)$ possibles, ce qui nécessiterait des méthodes d'inversion complexes sans garantie de pouvoir aboutir, on visera la réalisation de surfaces possédant une loi de frottement non triviale mais pour lesquelles on peut garantir qu'il existe une solution. On contraindra ensuite la conception de la surface de manière à rendre unique cette solution. Par exemple, on pourra chercher à réaliser des surfaces dont la loi de frottement est linéaire. Le modèle de Greenwood et Williamson montre qu'il existe (pour une certaine gamme de coefficients de frottement) une surface solution de l'inversion. En outre, en reprenant les hypothèses principales du modèle, à savoir l'unicité du rayon de courbure et la distribution exponentielle des hauteurs, on réduit fortement le nombre de paramètres, ce qui permet de résoudre l'inversion analytiquement. Le chapitre 4 présente trois méthodes simples d'inversions qui, avec cette stratégie, permettent de réaliser des surfaces avec des lois de frottement diverses et non triviales, de manière contrôlée.

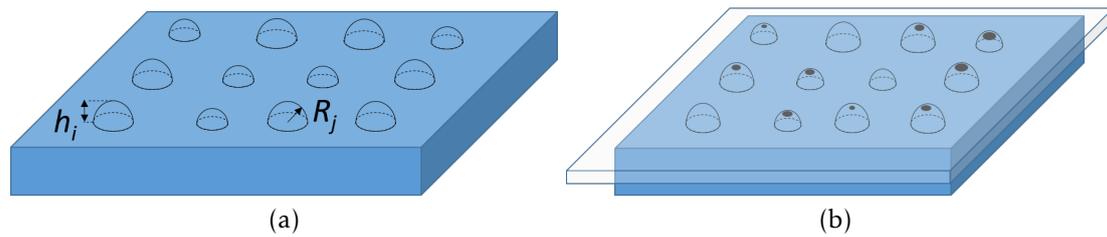


FIGURE 1.6 – illustration des (a) surfaces et (b) interfaces réalisées au cours de la thèse. Sont représentées : En bleu plein la surface élastique, en bleu transparent la contre surface en verre et en noir les zones de contact. h_i est la hauteur de la i -ème sphère, R_j est le rayon de courbure de la j -ème sphère.

Utilisation de surfaces simplifiées dans la littérature

La réalisation expérimentale d'interfaces constituées d'une assemblée de microsphères a déjà été menée avec succès dans la littérature, ce qui valide la faisabilité technique de la stratégie. Romero et al. [47] ont ainsi pu étudier la propagation de fronts de glissement au sein d'une interface entre une surface plane de verre et un réseau hexagonal de sphères possédant toutes les même courbure et hauteur. De la même manière, Yashima et al. [11] et Acito et al. [48] ont utilisé le contact entre une distribution d'aspérités sphériques et une lentille de verre pour étudier l'influence des interactions entre aspérités, respectivement dans le cas d'un contact purement élastique et d'un contact élasto-adhésif. Le procédé expérimental développé au cours de la thèse s'inspire directement de ces trois études.

Plus largement, l'idée de produire des interfaces rugueuses composées de microcontacts au comportement bien connu est déjà présente dans la littérature. Souvent, cette approche est utilisée pour étudier l'effet d'un paramètre physique particulier qui serait difficile à modifier expérimentalement sur une surface réaliste. Li et al. [49] ont ainsi étudié la raideur de contact d'une interface multicontact formée entre une surface plane et lisse de PDMS et un arrangement hexagonal de piliers cylindriques. L'interface est ainsi définie intégralement par le diamètre et la localisation des piliers. Ils ont alors pu, en explorant systématiquement ces deux paramètres, définir un modèle semi-empirique reliant la raideur de contact d'une interface rugueuse à la taille et l'espacement qui caractérisent les microcontacts. D'une façon similaire Dies et al. [50] ont observé le contact entre une sphère de PDMS et un réseau de piliers cylindriques en PDMS pour étudier la formation due à l'adhésion d'une zone de contact "pleine" au centre de la zone de contact apparente, en fonction de la densité de microcontacts.

Ainsi, on trouve dans la littérature de nombreux exemples d'études impliquant des interfaces simplifiées, pensées comme des assemblées de monocontacts simples au comportement bien connu et réalisables expérimentalement. Ces études utilisent systématiquement les simplifications apportées aux surfaces pour pouvoir faire varier expérimentalement un paramètre de topographie de surface difficilement accessible dans une interface réaliste, dans le but d'étudier l'influence de ce paramètre particulier. Le travail de thèse ici présenté va plus loin et exploite cette approche pour concevoir des surfaces avec des propriétés prédéfinies. La simplification des surfaces est utilisée non seulement pour pouvoir réaliser expérimentalement des surfaces à la topographie maîtrisée mais aussi pour rendre possible une inversion du problème

$$(R_i, hi)_{1:N} \longrightarrow A^R(P)$$

Dans un premier chapitre, l'ensemble des méthodes expérimentales utilisées durant le travail de thèse sont détaillées. En particulier, on présente les méthodes liées à la fabrication et à la caractérisation mécanique des surfaces texturées, ainsi que les méthodes de post-traitement associées. Dans un deuxième chapitre, les réponses mécaniques d'un microcontact sphère/plan expérimental typique sont caractérisées. Le lien entre le comportement mécanique d'un microcontact individuel et d'une interface texturée typique, constituée de quelques dizaines de microcontacts, est étudié. On propose ensuite, en s'appuyant sur les résultats obtenus, des modèles de prédiction de la loi $A^R(P)$ et de la loi de frottement $Q_{s,d}(P)$ pour les interfaces texturées réalisées. Dans un troisième chapitre, on s'appuie sur ces prédictions pour proposer trois déclinaisons de la stratégie globale de design, chacune permettant d'accéder à un type de loi de frottement particulier. Chaque déclinaison est ensuite validée expérimentalement.

2

Méthodes expérimentales

Ce chapitre présente la majeure partie des méthodes expérimentales utilisées au cours de la thèse. En particulier seront décrits :

- Les méthodes de fabrication des surfaces texturées en élastomères.
- Les tests opto-mécaniques permettant la caractérisation expérimentale de la loi de frottement des surfaces texturées.
- Le traitement des données issues de ces tests.

2.1 Fabrication des surfaces rugueuses

Comme expliqué en introduction, ce travail de thèse est centré sur la réalisation de surfaces texturées constituées d'une assemblée d'aspérités sphériques dont on maîtrise finement la hauteur h_i et le rayon de courbure R_i (voir illustration de principe en figure 1.6 pour une définition de h_i et R_i). La fabrication de ces surfaces texturées se fait en deux étapes. D'abord, un moule texturé en aluminium est réalisé par micro-usinage. Ensuite, un élastomère (silicone commercial) est moulé entre le moule et une lame de verre qui servira de support pour les tests à venir. L'objectif de ce moulage est de transférer parfaitement la texture à l'échantillon en élastomère. La texture obtenue étant bien entendu la version "négative" de celle du moule.

2.1.1 Réalisation des moules en aluminium

Description du moule

La figure 2.1 montre le schéma d'un moule typique. En pratique, les surfaces réalisées au cours de la thèse présentent pour la plupart un réseau carré de 8 fois 8 sphères. Les moules ont donc une surface utile composée d'une surface plane de référence (en

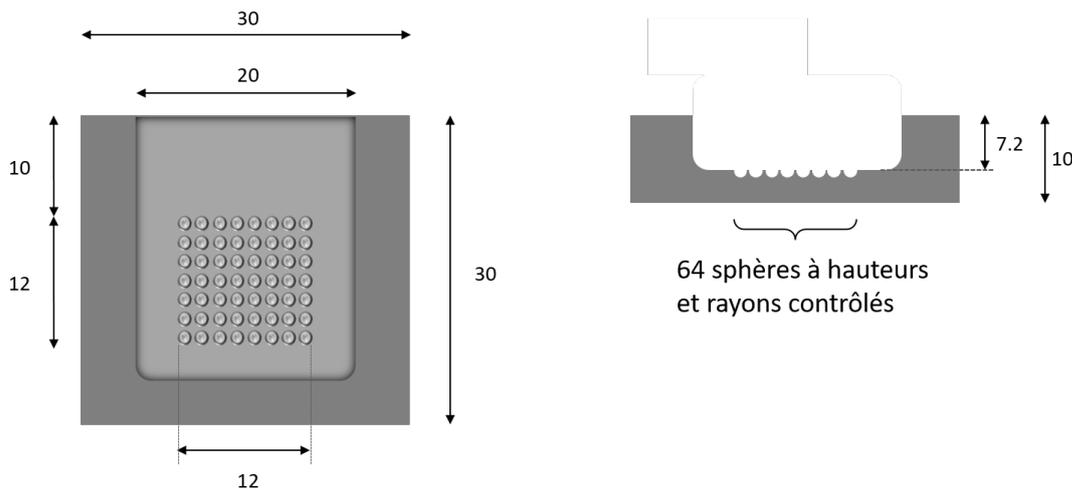


FIGURE 2.1 – Schéma d'un moule typique en aluminium. Les dimensions sont en mm. La surface en gris clair est située 7.2 mm plus bas que la surface en gris foncé. Les dimensions indiquées sur le schéma sont communes à tous les moules réalisés.

gris clair sur le schéma) au centre de laquelle on trouve un réseau carré de 8 fois 8 trous sphériques espacés de 1.5 mm. Cette géométrie a été choisie pour maximiser l'utilisation de l'espace accessible par le banc expérimental (un carré de 15 mm de côté) tout en espaçant suffisamment les trous pour limiter les interactions élastiques entre aspérités (voir chapitre 3 pour une justification plus précise). En outre, 4 trous de même profondeur (non représentés sur la figure 2.1) sont situés aux quatre coins du carré de 15 mm pour faciliter l'alignement des surfaces en contact, comme décrit en partie 2.2.2. Pour des raisons pratiques liées au design du banc expérimental, la surface de référence est située au fond d'une poche de 7.2 mm de profondeur.

Dans toute la suite du rapport, la profondeur des trous est définie par rapport à l'altitude de la surface plane de référence. Ainsi, un moule particulier peut être entièrement décrit par la localisation sur le plan horizontal, le rayon de courbure et la profondeur de chacun des trous. Quel que soit le moule :

- Un seul rayon de courbure est utilisé : $R=500 \mu\text{m}$
- La profondeur du trou $z \in [50; 250] \mu\text{m}$.

Protocole de réalisation

Les moules sont réalisés par micro-usinage à partir d'un bloc parallélépipédique d'aluminium 2017A, en utilisant la microfraiseuse Minimill GX de la marque Minitech (voir figure 2.2(a)). Des fraises cylindriques et sphériques de diamètre inférieur à 2 mm (et jusqu'à 0,1 mm) sont disponibles. La surface centrale, en gris clair, et la

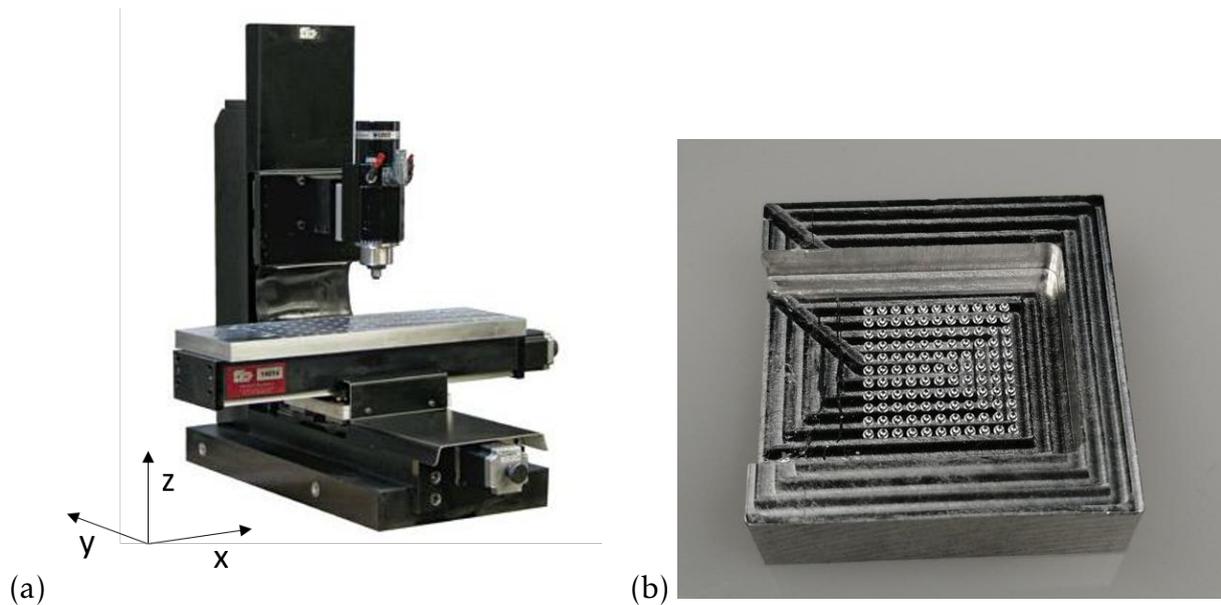


FIGURE 2.2 – (a) Photo de la microfraiseuse utilisée pour réaliser les moules. (b) photo d'un moule typique

surface périphérique, en gris foncé sur le schéma figure 2.1, sont toutes deux réalisées par surfacage, avec une fraise cylindrique de 2 mm de diamètre. Cette étape garantit un parallélisme entre les deux surfaces, ainsi qu'une faible rugosité (hauteur moyenne arithmétique S_a de l'ordre de 1 μm). Les trous sphériques sont ensuite réalisés à l'aide d'une fraise hémisphérique dont le rayon de courbure est environ égal à celui des trous réalisés. Le mouvement de la fraise est donc parfaitement vertical pendant l'usinage, assurant le meilleur aspect de surface possible. La vitesse de rotation de la fraise est choisie empiriquement de manière à optimiser l'état de surface. Elle est de 40000 tr/min pour les fraises hémisphériques de rayon $R=500 \mu\text{m}$. La vitesse verticale d'usinage est de 5 mm/min.

Les caractéristiques suivantes sont annoncées par le constructeur :

- La course possible en X (respectivement Y et Z) est de 300 mm (respectivement 200 mm et 200 mm)
- Le déplacement vertical est assuré par deux glissières linéaires à billes, il assure une répétabilité de positionnement de la fraise de 0.0004 mm.
- La répétabilité du positionnement horizontal de la fraise est de 0,005 mm,

La photo d'un moule typique est présentée dans la figure 2.2(b). Notons que les marques des passages de fraises sur les surfaces planes du moule, très visibles, n'indiquent pas une forte rugosité de surface. L'effet est purement optique.

2.1.2 Réplication des échantillons en élastomère

L'élastomère utilisé pour la réplication des moules est un silicone : le PolyDiMethyl-Siloxane (PDMS). Cet élastomère est très utilisé dans la littérature scientifique car il est élastique sur une grande gamme de déformation, incompressible (coefficient de Poisson proche de 0.5), il est inerte chimiquement et surtout, il permet des répliques de structures nanométriques (voir [51, 52]). En particulier, nous avons utilisé le PDMS le plus courant dans la littérature scientifique : le Sylgard 184 de Dow Corning. Le silicone est fourni en deux parties, un pré-polymère et un agent de réticulation.

Toutes les surfaces ont été obtenues en mélangeant les deux parties avec le rapport massique recommandé par Dow Corning, soit 10 :1 de prépolymère. Pour assurer une reproductibilité entre les différentes surfaces, le mélange est effectué en utilisant un mélangeur mécanique commercial (le IKA Ministar 40) à 500 tr/min pendant 10 min. Le mélange encore non réticulé est ensuite dégazé pendant 30 min dans un dessiccateur maintenu sous vide par une pompe à vide.

Le mélange dégazé est ensuite versé (voir figure 2.3(a)) entre le moule en aluminium (1) et une lame de verre (2) qu'on appellera lame de support dans la suite du document. Les deux éléments sont maintenus ensemble par l'usage de pinces de maintien (3). Pour assurer la rigidité de l'assemblage et éviter toute déformation de la lame de support en verre, trois lames de verre supplémentaires sont placées entre le moule et les pinces, comme montré en figure 2.3(b).

La réticulation est ensuite effectuée en trois étapes :

- Une première réticulation à température ambiante d'une durée minimale de 15 h. L'objectif de cette première réticulation est de dépasser le point de gel du PDMS et ainsi de figer la géométrie de l'échantillon expérimental.
- Le démoulage de l'échantillon.
- Une seconde réticulation à 50 °C pendant 24 h. L'objectif de cette seconde réticulation est d'atteindre un état de réticulation complète, dans lequel les propriétés mécaniques du matériau n'évoluent plus.

Un tel protocole est nécessaire pour assurer à la fois une maîtrise (et donc une reproductibilité entre différents tests) de la géométrie de la surface et des propriétés mécaniques du matériau. Le protocole de réticulation, ainsi que la démonstration de son intérêt dans un cadre dépassant celui de la seule tribologie, ont fait l'objet d'une publication durant la thèse [53] dont voici les principales conclusions. L'évolution de

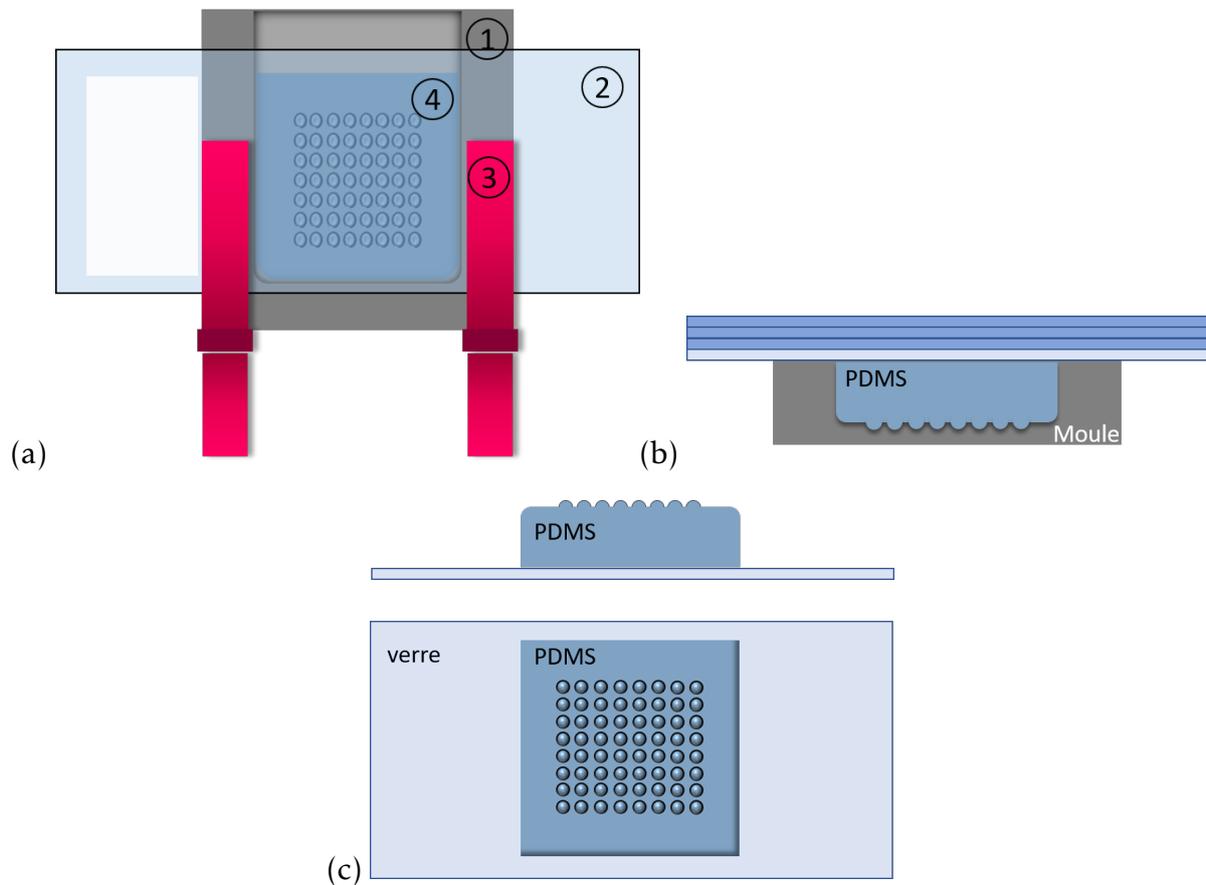


FIGURE 2.3 – (a) Moulage du PDMS entre le moule en aluminium et une lame de verre, vue de face. 1 : moule, 2 : lame de verre de support, 3 : pinces de maintien, 4 : PDMS (b) Moulage du PDMS entre le moule en aluminium et une lame de verre, vue de dessus. (c) échantillon rugueux final en PDMS une fois démoulé

la dureté shore A (reliée au module de Young) du Sylgard 184 en fonction de la durée de réticulation à une température ambiante de 25 °C (voir figure 2.4(a)) montre que la stabilisation des propriétés mécaniques du PDMS n'est atteinte qu'après plusieurs dizaines de jours et que de fortes variations subsistent pendant au moins les 10 premiers jours de réticulation. La possibilité d'utiliser suffisamment rapidement un PDMS aux propriétés mécaniques maîtrisées passe donc par une réticulation avec une température plus élevée qui permet une stabilisation plus rapide. Par exemple, pour une réticulation à 50 °C, la saturation de la dureté est atteinte après environ 5 h30. Cependant, nous avons observé (figure 2.4(b), courbes noires discontinues) qu'une réticulation unique à 50 ou 80 °C par exemple induit une courbure globale de la surface du fait de la rétractation thermique du PDMS [53]. Sur nos échantillons, cette courbure ajoute des différences de hauteurs pouvant aller jusqu'à 30 μm entre le centre et les bords de la surface, ce qui n'est absolument pas compatible avec la réalisation d'une assemblée d'aspérités possédant une distribution de hauteurs contrôlées.

Ainsi, nous avons proposé un protocole original composé de deux étapes de réticulation à deux températures différentes qui permet de réaliser des échantillons reproductibles et stables mécaniquement tout en garantissant une courbure minimale et donc une réplique de bonne qualité, comme montré par les courbes colorées de la figure 2.4(b). Il est tout de même à noter qu'il existe une courbure résiduelle même lors de l'application de ce protocole qui se manifeste par un écart maximal de hauteur de l'ordre de 3 μm entre le centre et le bord de la surface utile (la zone de la surface qui contient les sphères).

2.1.3 Mesure de la fiabilité de fabrication

La stratégie expérimentale mise en place au cours de la thèse est basée sur une connaissance fine de la topographie des surfaces. Pour vérifier que la topographie réelle des surfaces réalisées par les méthodes décrites précédemment correspond au cahier des charges fixé en amont, une surface constituée de 48 aspérités sphériques, ayant des rayons de courbure attendus de 500 μm tous identiques et de hauteurs attendues variant entre 50 μm et 155 μm , a été caractérisée à l'aide d'un profilomètre interférométrique (Bruker Contour GT-K1). Il permet d'obtenir une mesure de la topographie de surface avec une résolution latérale de 3.65 μm et une résolution verticale de 12 nm.

La mesure de la topographie de la surface complète est présentée en figure 2.5(a). On observe que la mesure est complète (aucun point non mesuré) pour le plan de ré-

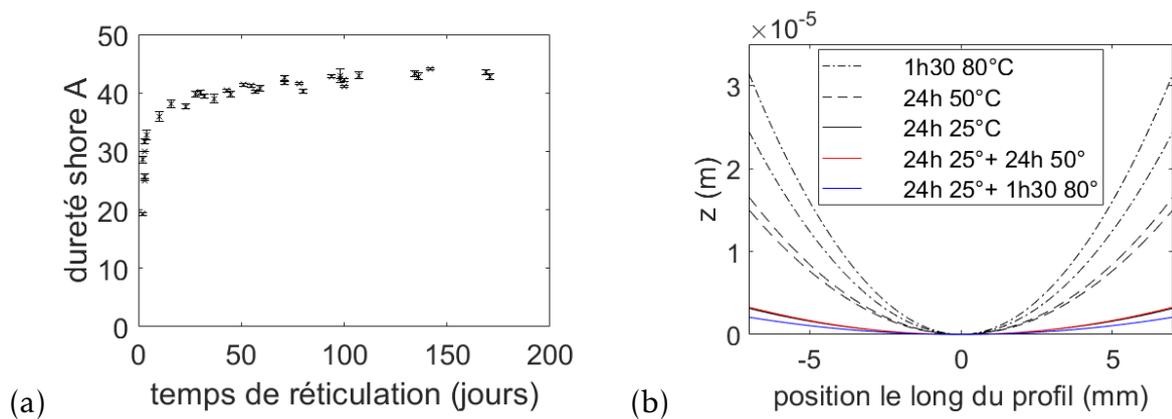


FIGURE 2.4 – Figures adaptées de [53] (a) Dureté shore A du PDMS Sylgard 184 en fonction du temps de réticulation à 25 °C (b) Profils extraits du paraboloïde ajusté sur des mesures de topographie de surfaces répliquées à partir d'une surface plane selon divers protocoles de réticulations. Lignes noires (continues ou non) : une seule étape de réticulation. Lignes continues colorées : réticulation en deux étapes.

férence, situé à la base des sphères et la partie supérieure des sphères. Cependant, la topographie de la partie inférieure des sphères les plus hautes n'est pas accessible. Ce défaut de mesure est dû à l'angle trop faible entre le rayon d'incidence du profilomètre et la surface, presque verticale dans cette zone. L'exploitation des mesures est ensuite effectuée avec le logiciel Matlab. On applique d'abord une rotation à la surface complète de manière à minimiser l'écart quadratique moyen entre le plan à la base des sphères et le plan horizontal ($x, y, z = 0$).

Un ajustement sphérique est ensuite appliqué indépendamment à chaque sphère en utilisant la fonction Ellipsoid fit [54] pour déterminer le rayon de courbure R_i et les coordonnées du centre x_i, y_i et z_i de chaque aspérité. La comparaison des sphères mesurées et ajustées est présentée en figure 2.5(b) (surface complète en 3 dimensions) et (c) (extraction du profil $x = x_i$). On observe de manière quasi systématique un défaut au sommet des sphères, dû à la méthode d'usinage. En effet, le mouvement de la fraise hémisphérique lors de la création d'un trou est purement vertical. Le sommet du trou est donc usiné par le centre de la fraise au niveau duquel la vitesse de rotation est faible (voire nulle au sommet) et donc l'usinage est de moindre qualité. Pour appliquer l'ajustement de manière comparable quelle que soit la sphère, seuls les points de coordonnées x, y et z qui satisfont les deux conditions suivantes sont pris en compte :

- $r = \sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2} > 15 \mu\text{m}$. Cette condition, qui signifie que le point mesuré doit être suffisamment éloigné horizontalement du sommet de la sphère testée, permet de ne pas prendre en compte le défaut au sommet des sphères,

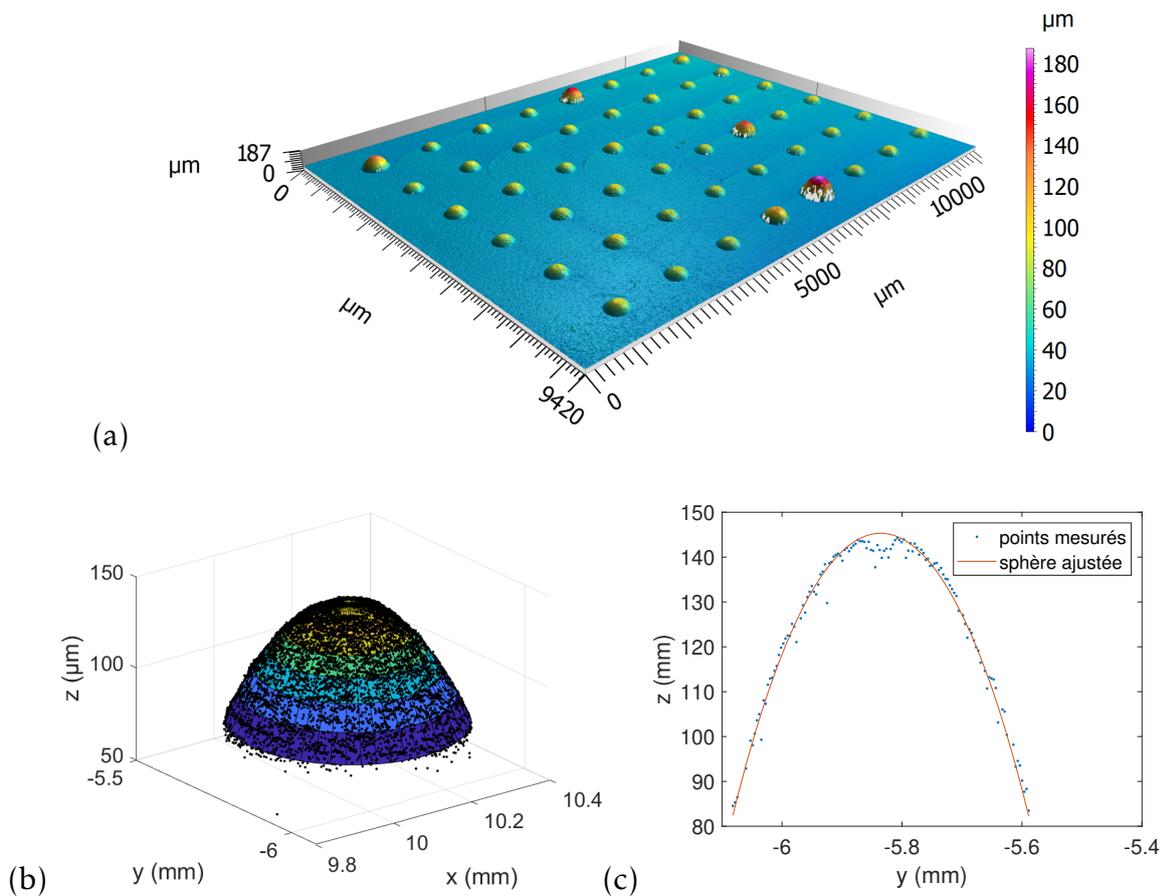


FIGURE 2.5 – (a) Topographie de la surface expérimentale complète. (b) Comparaison, pour une aspérité sphérique répliquée choisie arbitrairement, de la mesure topographique (points) et de la sphère ajustée pour minimiser l'écart quadratique moyen avec les mesures (surface). (c) Profil extrait de (b) dans le plan $x = x_i$, où x_i est l'abscisse, le long de l'axe x , du sommet de la sphère ajustée.

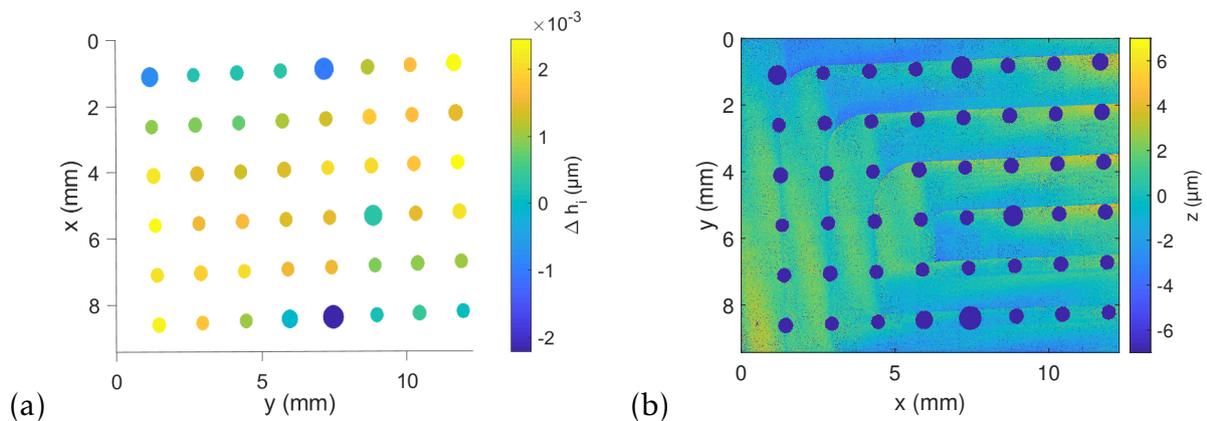


FIGURE 2.6 – (a) écart Δh_i entre la hauteur mesurée et la hauteur théorique des aspérités sphérique qui composent la surface en fonction de la localisation de celles-ci. (b) Mesure de la topographie de la surface supposément plane à la base des sphères.

variable selon les aspérités.

- $z - (R_i + z_i) < 45 \mu\text{m}$. $R_i + z_i$ est la coordonnée du sommet de la sphère suivant l'axe vertical. Les points de mesure pris en compte sont donc les points situés dans les $45 \mu\text{m}$ supérieurs de la sphère, ce qui permet d'utiliser le même nombre de points quelle que soit la hauteur de la sphère testée.

L'ajustement présente, en moyenne sur les 48 sphères, une erreur moyenne absolue (MAE) de $0.021 \mu\text{m}$, indiquant une bonne qualité de l'ajustement au global. Le rayon de courbure moyen vaut $526.0 \mu\text{m}$ pour un écart type de $4.8 \mu\text{m}$. Ainsi, on considérera dans la suite des travaux que les aspérités sphériques réalisées à l'aide d'une fraise de $500 \mu\text{m}$ de rayon sont des sphères de rayon de courbure $R=526 \pm 5 \mu\text{m}$.

On peut également, pour chaque aspérité, calculer l'écart Δh_i entre la hauteur mesurée $h_i = R_i + z_i$ et la hauteur souhaitée initialement. On trouve sur les 48 aspérités testées un écart moyen $\langle \Delta h_i \rangle = 1.2 \mu\text{m}$ et un écart type de $0.9 \mu\text{m}$. Comme montré en figure 2.6(a), la répartition spatiale des écarts Δh_i n'est pas aléatoire mais suit une tendance comparable à la forme de la surface à la base des aspérités (figure 2.6(b)), les aspérités pour lesquelles l'écart Δh_i est élevée sont situées là où le plan de référence présente une hauteur moyenne positive. Ces zones sont indiquées en jaune sur la figure 2.6(b)) due à la courbure résiduelle du plan de référence liée à la réplification du moule (décrite en partie 2.1.2). Ainsi, cette courbure résiduelle est l'origine principale des écarts entre la hauteur attendue et la hauteur mesurée de chacune des sphères.

En résumé, une sphère fabriquée par une fraise hémisphérique de $500 \mu\text{m}$ de rayon et une consigne de hauteur h présente un rayon de courbure $R=526 \pm 5 \mu\text{m}$ et une hauteur $h_i = h + \langle \Delta h_i \rangle \pm 0.9 \mu\text{m}$. La valeur de $\langle \Delta h_i \rangle$, strictement identique pour la totalité des aspérités d'une surface donnée, n'a pas d'importance pour les applications visées. En effet, et comme on le verra plus en détail dans les chapitres 3 et 4, la mécanique de l'interface globale est pilotée par les différences de hauteurs entre les aspérités de la surface texturée, et non par les hauteurs en elles-mêmes. En pratique, on peut donc considérer que $h_i = h \pm 0.9 \mu\text{m}$.

2.2 Caractérisation mécanique de l'interface

2.2.1 Présentation du tribomètre optique

Présentation du tribomètre

La caractérisation mécanique des interfaces formées par le contact entre une lame de verre et une surface élastique rugueuse est effectuée en utilisant un tribomètre développé au laboratoire par Matthieu Guibert et Thibaut Durand. Ce tribomètre de haute précision est conçu spécifiquement pour l'étude d'interfaces de contact entre matériaux mous. Sa particularité est de permettre la maîtrise de la position relative des surfaces qui composent l'interface étudiée suivant cinq degrés de liberté (trois translations et deux rotations), ce qui rend possible l'étude d'interfaces contrôlées entre deux surfaces planes à l'échelle macroscopique. Le dispositif expérimental permet à la fois la stimulation du contact selon des cinématiques potentiellement complexes et la mesure fine des déplacements relatifs des deux surfaces et des forces qui s'exercent à l'interface. La sollicitation peut de plus impliquer le contrôle en temps réel des déplacements ou des forces, *via* l'asservissement d'un actionneur piézoélectrique. Enfin, le dispositif permet, par la présence d'un éclairage et d'une caméra, l'observation *in situ* et *in operando* de la zone de contact.

Un schéma du dispositif est présenté dans la figure 2.7.

Les principaux éléments du banc (voir labels sur la Figure 2.7) sont présentés ci-dessous :

- **Les colonnes de guidage (2)** : associées à un moteur et à un système roue et vis-sans-fin, quatre colonnes de guidage permettent le déplacement vertical grossier du plateau supérieur (3).
- **Le capteur de force 6-axes (4)** : constitué de six capteurs capacitifs liés mécaniquement, et fixés entre le plateau supérieur (3) et le porte-échantillon haut (5). Il permet la mesure des trois efforts et des trois moments exercés à l'interface. Son fonctionnement complet est décrit dans [55]. La mesure des efforts est possible sur une gamme comprise entre 0.005 N et 10 N, avec un bruit de mesure d'écart-type inférieur à 1 mN et une erreur relative à la force réelle inférieure à 1% (erreur mesurée à l'aide d'un capteur étalon vérifié). Cette mesure est effectuée nativement à 6400 Hz. Le capteur n'a, par construction, pas d'axe préférentiel [55]. Le référentiel ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$) dans lequel sont exprimés les forces et moments mesurés est défini comme il suit par un protocole d'alignement développé durant la thèse et décrit en annexe 6.2 :

- les axes x et y sont définis par la direction du mouvement des moteurs qui composent la platine de déplacement XY ((9) sur la figure 2.7).
- l'axe z du capteur est orthogonal au plan défini par les axes x et y .
- **L'actionneur piézoélectrique (8)** : permet un contrôle très fin du déplacement sur l'axe Z du porte-échantillon inférieur. Lorsqu'il est asservi avec une consigne de position (via un retour du capteur interférométrique (10)), il permet un positionnement rapide avec une erreur inférieure à 100 nm avec une course disponible de 320 μm . Lorsqu'il est asservi avec une consigne de force (via un retour du capteur de force 6-axes), il garantit un respect de la consigne avec un écart inférieur à 3 mN pour des consignes comprises entre 10 mN et 5 N. Ref : Piezोजना Tritor 320
- **La table de déplacement XY (9)** : incorporant deux moteurs linéaires le long des deux axes X et Y , permet des déplacements avec une erreur de positionnement de l'ordre de 1 μm sur une course de 100 mm et avec des vitesses de déplacement comprises entre 1 $\mu\text{m/s}$ et 100 mm/s. Ref : Allio AI-LM-10000-XY
- **Les capteurs de déplacement interférométriques (10)** : organisés deux à deux à 45° par rapport à chacun des trois axes x , y et z , un ensemble de six capteurs interférométriques donnent une mesure très précise (résolution annoncée par le constructeur de 1 nm) du déplacement relatif (trois déplacements et trois rotations) du porte-échantillon supérieur (5) par rapport à la partie fixe du goniomètre (7). Ainsi la mesure de position ne prend pas en compte les rotations du goniomètre. Les mesures sont exprimées dans le référentiel du capteur de force (cf. procédure d'alignement en annexe 6.2) Ref : Attocube IDS-3010
- **Le porte-échantillon supérieur (5)** : est fixé au capteur de force (4). Pendant tout le travail de thèse, on y installera la lame de verre qui sert de contre-surface.
- **Le porte-échantillon inférieur (6)** : est fixé au goniomètre (7), lui même lié à l'actionneur piézoélectrique (8) puis à la table de déplacement XY (9). Il est donc possible pour l'opérateur de lui imposer un déplacement complexe et contrôlé suivant cinq axes : trois translations et deux rotations. On y placera systématiquement la surface rugueuse texturée élastique.
- **Le goniomètre (7)** : permet une rotation du porte-échantillon inférieur selon les axes x et y , avec une précision supérieure à 0.001° sur la plage $[-10, 10]^\circ$. La rotation est contrôlée de manière relative (l'opérateur n'a pas accès à l'angle absolu entre les deux porte-échantillons mais seulement aux variations d'angle). Ref : OWIS, TPM 150-20-20-243

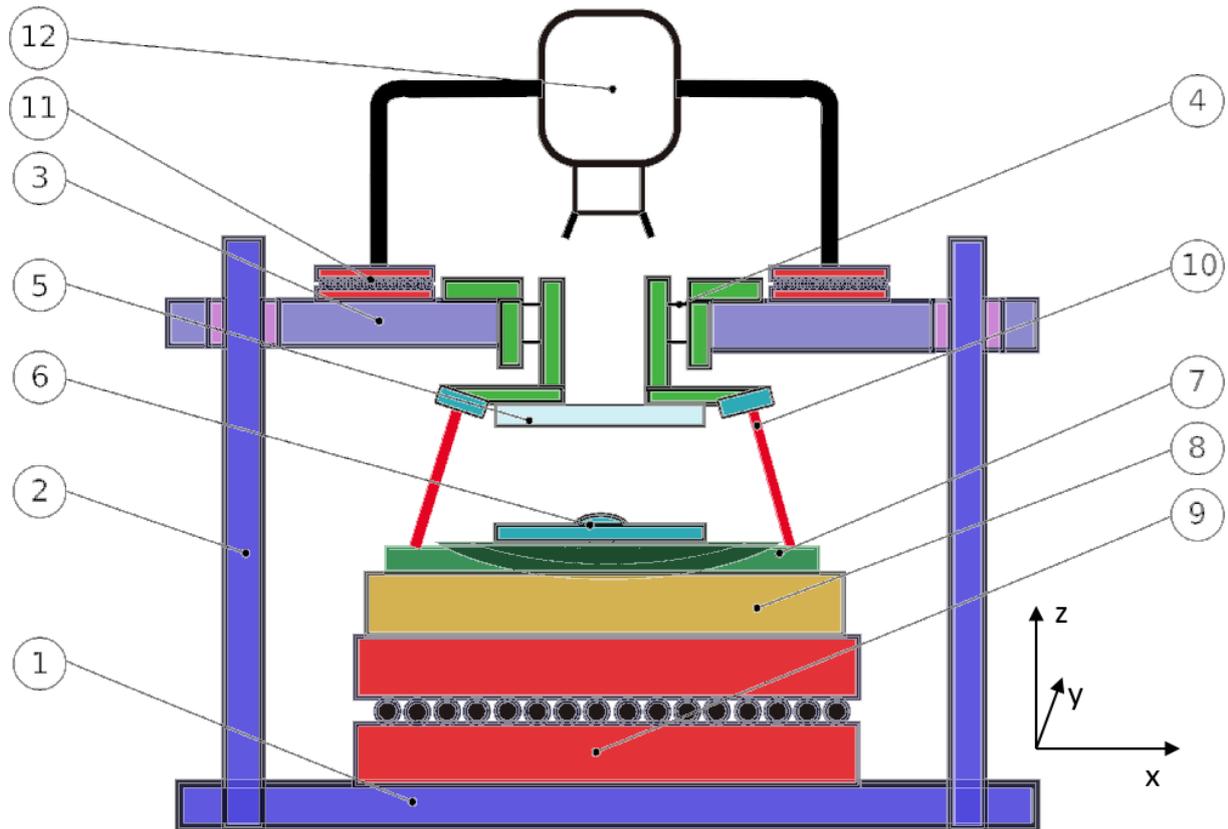


FIGURE 2.7 – Schéma du tribomètre utilisé pour la caractérisation mécanique des interfaces expérimentales. (1) : châssis, (2) : colonnes de guidage, (3) : plateau supérieur, (4) : capteur de force 6-axes, (5) : porte-échantillon supérieur, (6) : porte-échantillon inférieur, (7) : goniomètre, (8) : actionneur piézoélectrique, (9) : tables de déplacement XY, (10) : capteur de déplacement interférométrique 6-axes, (11) : platine de déplacement (manuelle) XY associée à la caméra, (12) : Caméra haute résolution.

- La caméra haute résolution (12) :** La caméra est positionnée sur une platine permettant les déplacements dans le plan (x,y) . Le capteur est composé de 3008×4012 pixels pour une résolution maximale (atteinte pour le zoom optique maximal) de $1 \mu\text{m}/\text{pixel}$ au niveau de l'interface. La résolution typiquement utilisée pour des interfaces d'aire de contact apparente de 144 mm^2 contenant 64 aspérités correspond à une taille de pixel de $4.8 \mu\text{m}$. En configuration classique (pleine résolution), il est possible de prendre jusqu'à 9.2 images par seconde. Cependant il est possible d'augmenter la vitesse d'acquisition, en contrepartie d'une baisse de résolution ou d'une réduction du champ d'observation. Ref : Teledyne DALSA Genie Nano-GigE.

Une lumière homogène est générée par un système dédié, non représenté sur la figure 2.7.

Observation du contact

L'échantillon est éclairé par le haut et la lumière suit le chemin optique décrit dans la figure 2.8. La caméra est située au-dessus de l'émetteur de lumière et capture donc la lumière réfléchiée. La figure 2.9 montre un exemple de photo de l'interface représentée schématiquement en figure 2.8.

S'il y a contact entre le PDMS et le verre, une grande partie de la lumière est transmise par le dioptre verre/PDMS, puis absorbée par un fond noir mat placé sous le porte-échantillon inférieur. La zone apparaît donc très sombre sur l'image, comme on peut le voir sur la zone 1 de la figure 2.9. S'il n'y a pas de contact, une partie de la lumière est réfléchiée par les deux dioptres verre/air et air/PDMS. Ces réflexions rendent les régions hors-contact beaucoup plus claires que les régions en contact. Notons tout de même que le niveau de gris des zones hors-contact dépend fortement de l'orientation et de la rugosité fine de la surface de PDMS : une zone horizontale et lisse renvoie la lumière en direction de la caméra et apparaît donc plus claire qu'une zone lisse mais inclinée (une grande partie de la lumière est réfléchiée latéralement); une surface de PDMS dépolie va elle diffuser la lumière dans toutes les directions, impliquant là encore une faible proportion de lumière revenant vers la caméra. Sur la photo de la figure 2.9, on observe ainsi deux zones en dehors du contact avec des niveaux de gris assez différents. La surface plane du PDMS, à la périphérie de l'image (zone 3), apparaît en gris plus clair. La partie de la sphère qui n'est pas en contact (zone 2) apparaît en niveau de gris intermédiaire.

2.2.2 Procédures expérimentales

Deux tests mécaniques ont été utilisés pour caractériser mécaniquement les surfaces texturées :

- Un **test d'indentation normale**, dans lequel la surface texturée est comprimée contre la lame de verre. Ce test permet d'évaluer avec une grande résolution la loi $A^R(P)$ de l'interface.
- Un **test de cisaillement à force normale P constante**, imposée et asservie, dans lequel l'interface est cisailée jusqu'au glissement, par un déplacement relatif des deux surfaces à vitesse constante.

Dans tous les cas étudiés, la surface texturée est placée dans le porte-échantillon inférieur et la lame de verre dans le porte-échantillon supérieur ((4) et (5) sur la figure 2.7). Pour limiter la pollution de l'interface par des corps étrangers et pour limiter l'influence de l'environnement, les essais sont effectués en salle blanche à atmosphère contrôlée. En particulier, les essais sont tous réalisés à 21 ± 1 °C

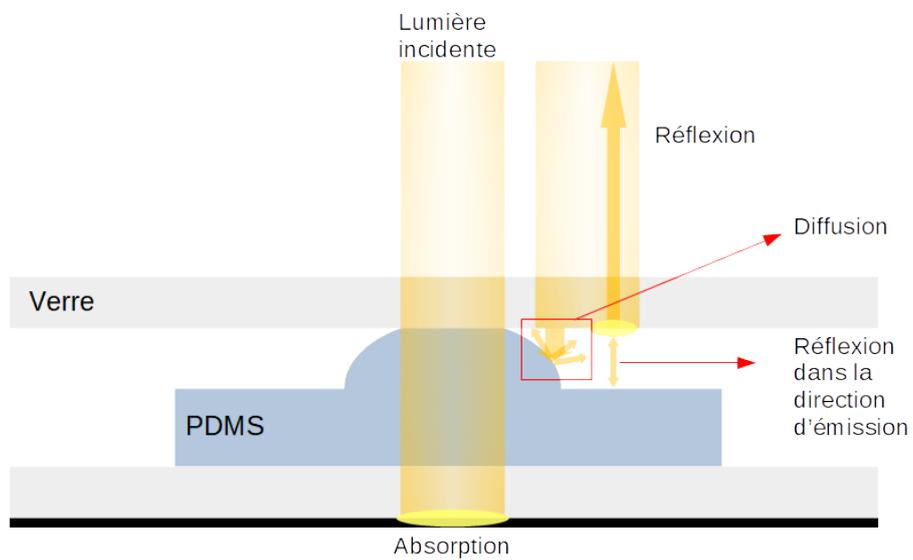


FIGURE 2.8 – Chemin optique de la lumière dans le cas d'un contact entre une aspérité sphérique et une lame de verre

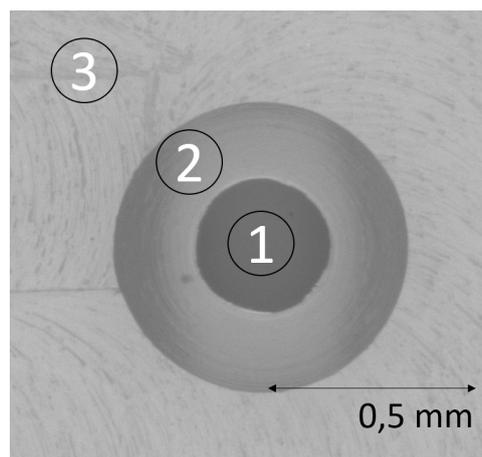


FIGURE 2.9 – Image typique de l'interface entre une aspérité sphérique de rayon de courbure $R=1\text{mm}$ et une lame de verre. 1 : zone de contact. 2 : zone hors contact de l'aspérité. 3 : plan élastique.

Alignement du contact plan/plan

Pour solliciter les surfaces texturées en respectant la distribution de hauteurs décidée au moment de la conception, il est nécessaire, étant donné que l'on est dans une configuration d'essai de type plan/plan, de garantir au mieux le parallélisme entre deux plans de références que sont :

- La surface inférieure de la contre-surface en verre.
- La surface plane supérieure de l'échantillon en PDMS, qui correspond à la surface de référence du moule. Par construction (voir figure 2.1), la hauteur des sphères est définie par rapport à ce plan.

La figure 2.10 met en évidence ces deux plans de référence et les problèmes induits par un désalignement des surfaces dans le cas du contact entre une lame de verre et une surface texturée composée de trois sphères de même hauteur. On souhaite, lors de la conception, qu'une telle interface soit composée de trois microcontacts sphère/plan identiques, quelle que soit la distance entre les deux surfaces (on fait ici l'hypothèse que les sphères sont indépendantes, c'est-à-dire que la déformation d'une sphère n'influe pas sur les déformations des deux autres). La figure 2.10(b) montre, en cas de non-alignement, que ce n'est pas le cas et que les microcontacts sont différents. En général, lors de la mise en place d'une surface expérimentale dans un ou l'autre des porte-échantillons du tribomètre utilisé, on constate des défauts d'alignement de l'ordre de 0.1 à 0.5°. Ce défaut d'alignement a principalement deux origines. Premièrement, un film de PDMS peut se former entre le moule en aluminium et la lame de support en verre (cf figure 2.3). Ce film n'est pas homogène et est à l'origine d'un angle entre la lame de support et la surface plane supérieure de l'échantillon en PDMS. Deuxièmement, le montage de l'échantillon dans le porte-échantillon inférieur peut lui aussi être à l'origine d'un désalignement. Ce défaut d'alignement, même faible, peut induire des distorsions importantes pour l'interface réalisée. Par exemple, un angle de 0.5° induit un décalage vertical de 130 μm entre les deux sphères les plus éloignées d'un réseau carré de 10.5 mm de côté (réseau typique utilisé au cours de la thèse), modifiant ainsi complètement la distribution de hauteur effective des sphères par rapport à celle attendue. Ce décalage est du même ordre de grandeur que l'amplitude de la plage de hauteurs utilisées (environ 200 μm). Il est donc essentiel de corriger les défauts d'alignements avant de procéder aux différents tests mécaniques.

Pour cela, quatre sphères de même hauteur sont systématiquement positionnées aux quatre coins d'un carré de 15 mm de côté qui inclut les 8×8 aspérités utiles, *ie* qui font partie de l'interface à tester. Ces sphères sont plus hautes que les sphères utiles,

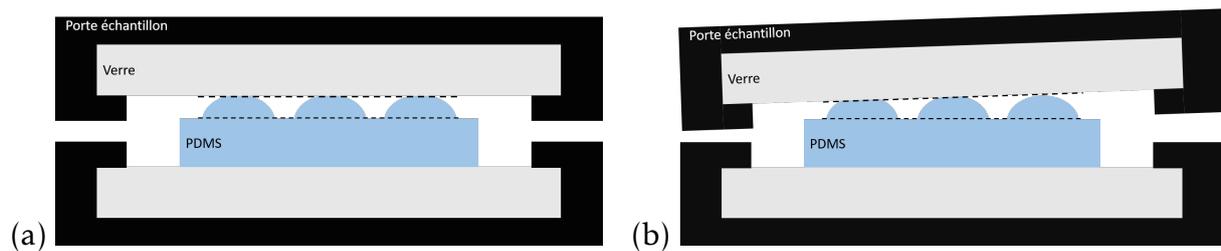


FIGURE 2.10 – Schéma du contact entre une lame de verre et une surface élastique composée de trois sphères à la même hauteur nominale (a) lorsque les deux surfaces de référence, mises en évidence par des lignes discontinues noires, sont parfaitement alignées, et (b) lorsque les deux surfaces de référence ne sont pas alignées.

pour garantir qu'elle seront en contact en premier avec la contre-surface en verre. La manipulation pour corriger les défauts d'alignements consiste à modifier les angles autour des axes x et y à l'aide du goniomètre jusqu'à obtenir une position de premier contact identique pour ces quatre aspérités. On appelle ici position de premier contact la position verticale pour laquelle un contact se forme entre une aspérité et la contre-surface de verre. Pour mesurer cette position, on procède à un rapprochement des deux surfaces par pas de $0.5 \mu\text{m}$. La détection se fait optiquement par recherche de l'apparition d'un contact sur les images prises par la caméra et a donc une résolution de $0.5 \mu\text{m}$.

On peut tenter d'estimer l'erreur résiduelle d'alignement après cette opération. Cette erreur a deux origines potentielles :

- La résolution de la détection de position de premier contact.
- La différence entre la hauteur souhaitée et la hauteur réelle des quatre sphères de positionnement, due aux défauts d'usinage et de réplification.

Au final, on observe un défaut de positionnement inférieur à $3 \mu\text{m}$ entre deux sphères éloignées de 15mm , soit un défaut angulaire inférieur à 0.01° .

Une fois la correction de l'alignement effectuée, les quatre sphères de positionnement sont enlevées de la surface à l'aide d'un scalpel, pour réaliser les tests d'indentation et de cisaillement. Les sphères de positionnement sont placées suffisamment loin des sphères utiles (la distance minimale est de 3.2mm) pour éviter de perturber ou d'endommager la zone de contact utile.

Test d'indentation normale

L'essai d'indentation normale consiste à augmenter progressivement la position verticale du porte-échantillon inférieure contenant la surface rugueuse élastique, la contre-

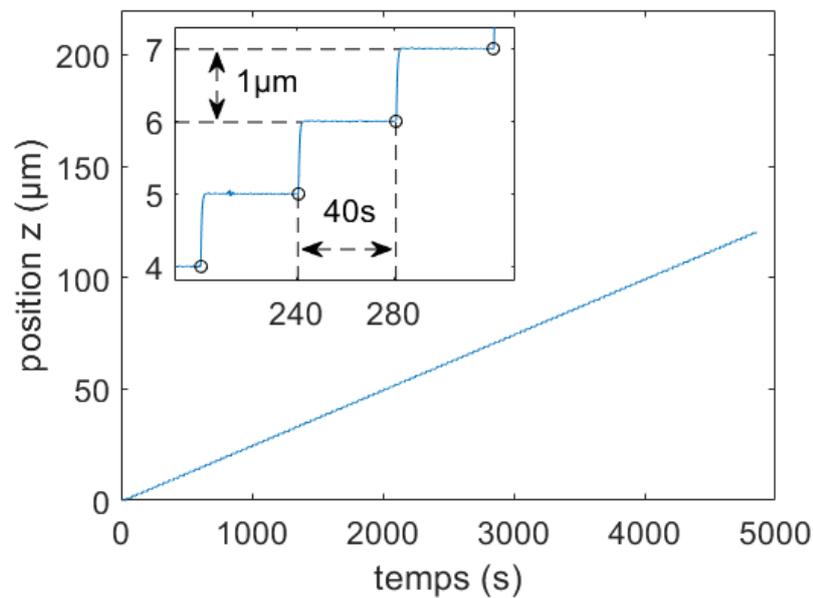


FIGURE 2.11 – Évolution de la position z du porte-échantillon inférieur, en fonction du temps au cours d'un essai d'indentation constitué de 121 pas de $1\ \mu\text{m}$. Encart : Agrandissement de la figure principale entre $t=210\ \text{s}$ et $t=330\ \text{s}$. Cercles : Instant de passage au palier suivant de position. Cet instant est précédé de la prise d'une image du contact.

surface supérieure en verre restant, elle, fixe. Le mouvement typique imposé à l'échantillon texturé est présenté sur la figure 2.11. Ce mouvement est discontinu, décomposé en paliers de position espacés de $1\ \mu\text{m}$ et maintenus chacun pendant 40 s. Cet écart entre 2 positions verticales successives, combiné au temps d'attente choisi, permet d'assurer que l'essentiel du vieillissement du contact (cf. partie 1.2.4) a déjà eu lieu. En pratique, chaque palier est atteint en pilotant l'actionneur piézoélectrique par un asservissement avec une consigne de position. La position initiale de la rampe, fixée arbitrairement à 0, est choisie pour être située environ $10\ \mu\text{m}$ en dessous du premier contact (hors-contact) entre une aspérité et la contre-surface de verre. La position finale dépend de la surface testée. Lorsque l'indentation est terminée, la surface est ramenée à la position $0\ \mu\text{m}$ afin qu'il n'y ait plus de contact entre les surfaces.

Durant toute la durée de l'essai, on enregistre les forces qui s'exercent à l'interface, ainsi que la position verticale de la surface rugueuse, à une fréquence de 10 Hz. Chaque point de mesure enregistré est ainsi la moyenne de 640 points de mesure. En outre, une image de l'interface est prise à l'instant précédant chaque changement de palier (instant représenté par un cercle sur la figure 2.11) i.e. à la fin de chaque palier où le contact a été maintenu à une position z constante.

Test de cisaillement à force normale P constante

Pour mesurer la loi de frottement d'une interface donnée, on effectue un essai de cisaillement de l'interface pour un grand nombre de forces normales (typiquement vingt forces normales comprise entre 0.05 N et 3 N). Lors de la mesure de la loi de frottement, les essais pour les différentes forces normales testées sont effectués successivement et dans un ordre aléatoire. Chaque essai de cisaillement peut être décrit de la manière suivante :

- Une force normale est d'abord appliquée à l'interface via l'asservissement en boucle fermée de l'actionneur piézoélectrique qui permet d'ajuster la position z de l'échantillon pour atteindre et maintenir la force demandée. Cet asservissement restera actif pendant toute la durée de l'essai, y compris pendant le cisaillement.
- La force normale est maintenue, sans mouvement de cisaillement, pendant 180 s. Ce temps d'attente permet de ne démarrer le cisaillement de l'interface que lorsque l'augmentation de la taille de la zone de contact du fait du vieillissement (voir partie 1.2.4) est suffisamment faible.
- Un déplacement latéral est imposé au porte-échantillon inférieur, suivant la direction y , pour cisailer l'interface. Ce déplacement est effectué à la vitesse constante de 0.1 mm/s sur une distance de 1.0 mm. Le glissement complet étant en pratique toujours atteint pour un déplacement inférieur à 0.5 mm, cette distance nous permet d'observer aussi bien la mise en glissement de l'interface que son glissement installé.

Après cisaillement, on éloigne verticalement les deux surfaces de manière à décharger complètement l'interface, et ce durant 30 s pour que la surface texturée, visco-élastique revienne à son état initial.

Rappelons que l'on enregistre les forces qui s'exercent à l'interface et la position relative des deux surfaces dans les six directions, à une fréquence de 10 Hz. Les images sont (sauf mention contraire) enregistrées à la fréquence de 8.3 images par seconde.

2.3 Traitement des données

2.3.1 Expression des forces dans le référentiel du contact

Comme décrit en partie 2.2.1 et en annexe 6.2, les forces mesurées au cours des essais d'indentation normale et de cisaillement sont exprimées dans un référentiel lié à la platine de déplacement XY . Cependant, la force de cisaillement Q et la force de frottement $Q_{s,d}$ s'exercent dans le plan du contact, c'est-à-dire dans le plan défini par la

contre-surface en verre. De même, ce que l'on nomme force normale P est orthogonale au plan défini par cette même contre-surface en verre.

Le montage du banc d'essai ne garantit pas que ces deux référentiels soient les mêmes. Ainsi, on mesure un angle $\phi = 0.55 \pm 0.003^\circ$ entre les axes \mathbf{y} du référentiel lié au capteur et au contact. Cet angle est obtenu par la mesure optique de la position de premier contact entre une sphère de rayon $R = 526 \mu\text{m}$ et la lame de verre, pour $y = 0 \text{ mm}$ et $y = 10 \text{ mm}$.

En appelant F_y et F_z les forces mesurés par le capteur suivant les axes \mathbf{y} et \mathbf{z} , on peut retrouver P et Q par les relations de projection suivantes.

$$P = F_z \cos\phi - F_y \sin\phi \quad (2.1)$$

$$Q = F_z \sin\phi + F_y \cos\phi \quad (2.2)$$

2.3.2 Exploitation des tests mécaniques

Test d'indentation normale

Les données brutes issues des tests d'indentation normale des surfaces sont traitées de manière à étudier les relations entre trois grandeurs : la position verticale z de la surface rugueuse, la force normale P qui s'applique à l'interface et l'aire de contact (A_i) de chaque aspérité i ($i \in \llbracket 1; N \rrbracket$). En outre, on s'intéresse au comportement quasi-statique de l'interface, c'est à dire au comportement de l'interface une fois l'asservissement et la relaxation visqueuse stabilisés. On cherchera donc à comparer ces quantités en fin de paliers de position (instants désignés par des cercles sur la figure 2.11). Ainsi, chaque mesure de position et de déplacement est prise comme la moyenne sur la dernière seconde du palier, et chaque photo de l'interface est prise à l'instant précédant la fin du palier. La mesure de l'aire de contact de chaque contact sphère/plan est obtenue par un traitement automatisé de ces images, dont le principe est décrit en partie 2.3.3. Ainsi, pour un essai de p paliers réalisés sur une surface composée de N aspérités, on extrait p mesures de positions verticales, p mesures de forces normales et pN mesures d'aires de contact.

Il est à noter que les essais d'indentation peuvent durer plusieurs heures. Sur ce type de durée, on observe une dérive des mesures du capteur de force, qui se manifeste par une évolution quasi-linéaire de la force normale P avant la mise en contact des surfaces (alors que la force réelle est nulle par définition) et par une force normale non nulle après la séparation des surfaces. On observe ainsi sur la figure 2.12, qui montre l'évolution de la force normale au cours d'un essai d'indentation, une mesure de P de l'ordre

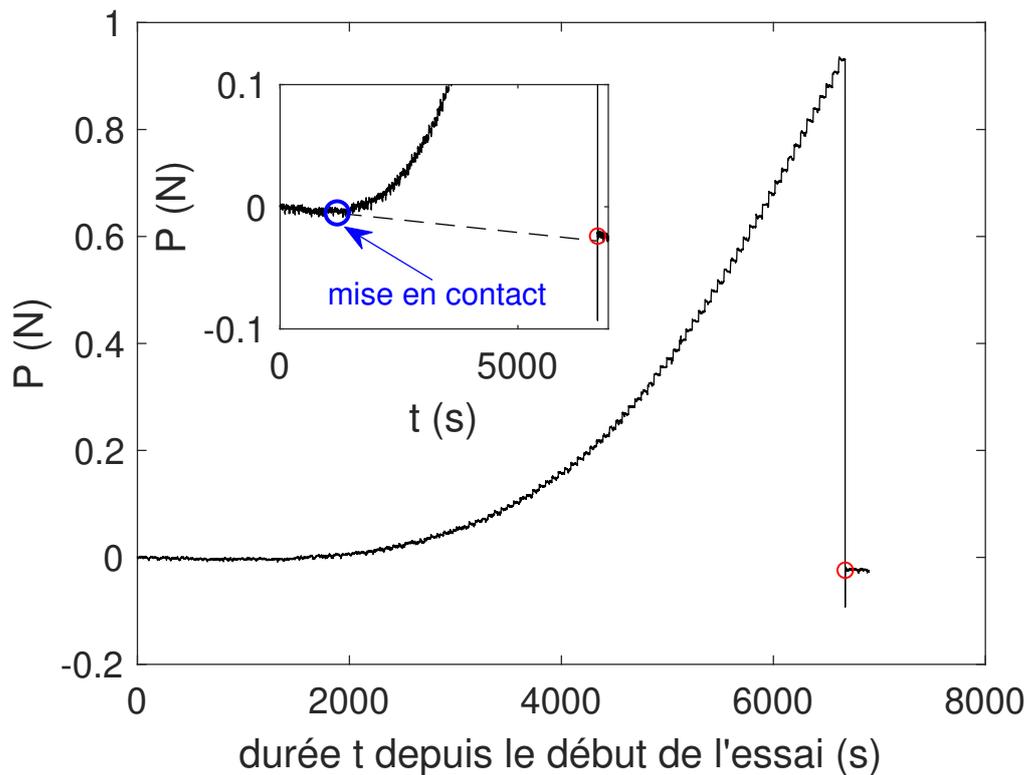


FIGURE 2.12 – Évolution de la force P au cours du temps lors de l'indentation d'une surface composée de 64 aspérités, de hauteurs comprises entre 80 et 220 μm . L'indentation est réalisée par paliers de 1 μm et 40 s. Encart : agrandissement de la figure principale pour $P \in [-0.1; 0.1]$ N. Ligne discontinue : Prolongation de la tendance de l'évolution de P pour $t \in [0; 440]$ s due à la dérive du capteur. Cercles rouges : valeur de P en fin d'essai, après séparation des surfaces. Cercles bleus : Mise en contact des deux surfaces. Avant ce moment la force réelle est nulle.

de -20 mN après la séparation des surfaces. L'origine physique de cette dérive n'a pas été identifiée. Il est cependant possible de la corriger. Pour cela, on fait l'hypothèse que celle-ci est linéaire durant la totalité de l'essai. Cette hypothèse est raisonnable dans la mesure où la valeur de la pente initiale de $P(t)$, en absence de contact, est consistante avec la valeur de P en fin d'essai (voir figure 2.12, où la prolongation de la dérive, en ligne discontinue, prédit une valeur de P en fin d'essai, qui est similaire à la valeur mesurée). En appelant P_{hc} la force P mesurée à l'instant t_{hc} de séparation des deux surfaces, on peut alors appliquer la correction suivante :

$$P_{\text{corrige}}(t) = P(t) + \frac{P_{hc}}{t_{hc}}t$$

Dans la suite du document, on fera uniquement référence à P_{corrige} , qui sera simplement noté P .

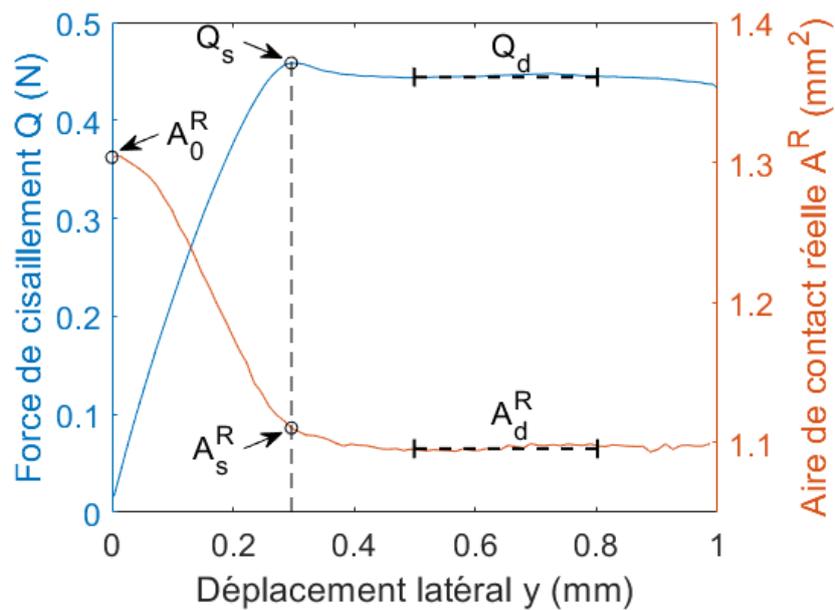


FIGURE 2.13 – Evolution typique de l’aire de contact (rouge) et de la force de cisaillement (bleu) en fonction du déplacement latéral, au cours du cisaillement du contact entre une lame de verre et une surface composée de 5 sphères de même hauteur $h=200 \mu\text{m}$ et de même rayon de courbure $R=0.5 \text{ mm}$.

Test de cisaillement à force normale P constante

La figure 2.13 montre l’évolution conjointe typique de la force de cisaillement Q_y et de l’aire de contact réelle de l’interface A^R i.e. la somme des aires de contact de chacune des aspérités sphériques, en fonction du déplacement latéral y , au cours du cisaillement d’une interface rugueuse composée de 5 contacts sphère/plan suivant le protocole décrit en partie 2.2.2. De ces évolutions, on peut extraire 5 grandeurs d’intérêts, définies théoriquement en partie 1.2 et mises en évidence sur la figure 2.13 :

- A_0^R : L’aire de contact de l’interface avant cisaillement.
- Q_s : La force de frottement statique, définie expérimentalement comme la force maximale atteinte au cours du cisaillement.
- A_s^R : La valeur de l’aire de contact à l’instant où la force de cisaillement atteint son maximum Q_s .
- Q_d : La force de frottement dynamique, définie expérimentalement comme la force moyenne entre $y=0.5 \text{ mm}$ et $y=0.8 \text{ mm}$.
- A_d^R : La valeur moyenne de l’aire de contact A^R entre $y=0.5 \text{ mm}$ et $y=0.8 \text{ mm}$.

2.3.3 Traitement d'image

Stratégie utilisée

La mesure de l'aire de contact réelle A^R des interfaces rugueuses étudiées, à partir des images prises au cours des essais, passe par un traitement d'image automatisé dont l'objectif est de séparer les pixels de l'image en deux classes : une classe de pixels en contact et une classe de pixels hors contact. En connaissant la taille des pixels, qu'on déduit de la distance latérale entre les sphères de l'interface (connue à la fois en pixels et en mm), on peut ensuite remonter à une mesure de A^R en mètre carré. Puisque les pixels en contact sont plus sombres que les pixels hors-contact (voir partie 2.2.1), la méthode la plus simple pour effectuer cette séparation est une binarisation de l'image par seuillage. Cependant, l'utilisation d'un seuillage unique pour une image complète n'est pas possible pour deux raisons. Comme on peut le voir sur la figure 2.14, du fait de la forme quasi hémisphérique des aspérités et plus particulièrement de la pente quasi-verticale des aspérités au niveau de leur raccord avec le fond plan, on observe des zones hors-contact avec un niveau de gris proche du niveau de gris observé au sein du contact. En outre, l'illumination n'est pas homogène sur la totalité de la surface.

Pour détecter les pixels correspondant au contact, on propose donc de binariser chaque contact sphère plan indépendamment. L'algorithme complet de la détection d'aire est décrit en annexe 6.1. Pour garantir la robustesse de la détection, notamment vis-à-vis de la localisation de l'aspérité ou de l'éclairage (voir partie 2.3.3), on déterminera le niveau du seuil à utiliser pour chaque contact en utilisant la méthode d'Otsu [56].

Méthode d'Otsu

La méthode d'Otsu est une méthode classique de binarisation d'images [57]. Elle consiste à séparer les pixels composant l'image en 2 classes par le choix d'un seuil th qui permet de minimiser la variance interclasse définie par la fonction suivante :

$$\sigma_w^2(th) = p_1(th)\sigma_1^2(th) + p_2(th)\sigma_2^2(th). \quad (2.3)$$

$p_1(t)$ (respectivement $p_2(t)$) est la probabilité, à un seuil t donné, pour un pixel d'appartenir à la classe 1 (respectivement 2). σ_1^2 et σ_2^2 sont les variances des distributions de niveaux de gris au sein d'une classe, pour un seuil th donné. La méthode de seuillage est illustrée en figure 2.15, qui montre pour un contact sphère/plan choisi arbitrairement le seuil proposé par la méthode d'Otsu et la binarisation qui en résulte.

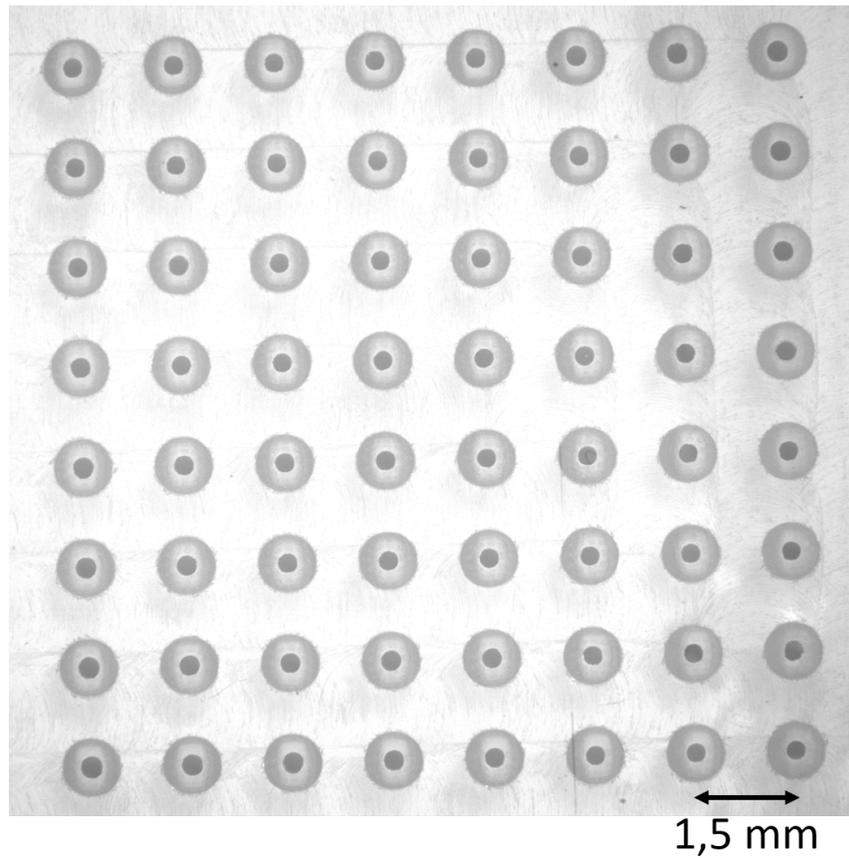


FIGURE 2.14 – Photo typique d’une interface rugueuse formée par le contact entre une lame de verre et une surface en PDMS constituée de 64 aspérités de même rayon de courbure $R=0.5$ mm et de même hauteur $h=240$ μm .

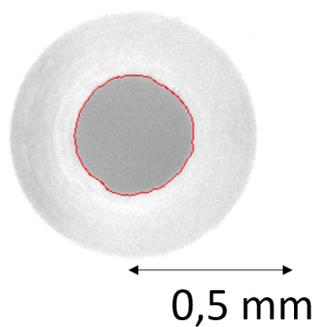
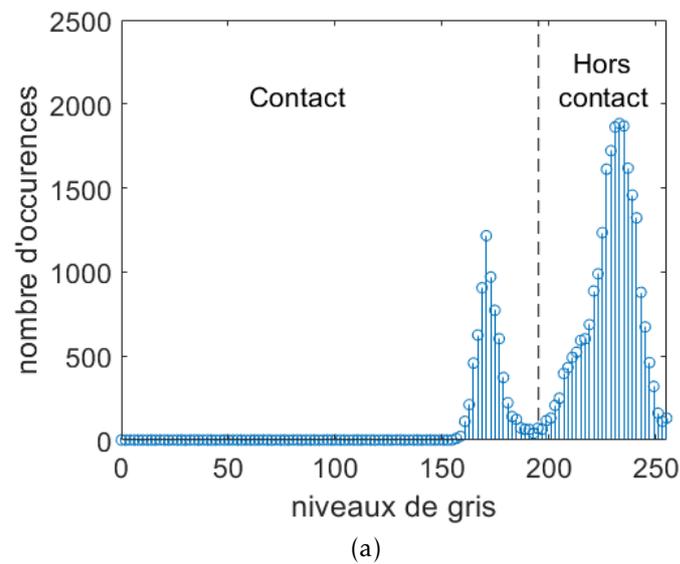


FIGURE 2.15 – Détection de la zone de contact au sein d'un microcontact sphère/plan par la méthode d'Otsu. (a) Histogramme des niveaux de gris de la photo montrée en (b) de 0 (pixel noir) à 255 (pixel blanc). Ligne discontinue : niveau de gris seuil donné par la méthode d'Otsu. (b) Photo d'un microcontact sphère/plan. Ligne rouge : contour de la zone de contact défini par la valeur du seuil obtenu par la méthode d'Otsu. (c) Image binaire issue de (b) par binarisation. Noir : hors contact. Blanc : contact.

Estimation des erreurs de détection

Il est difficile, sans référence, d'évaluer l'erreur de mesure de l'aire de contact par la méthode décrite précédemment. On peut cependant chercher à évaluer la robustesse de la méthode de mesure d'aire de contact réelle proposée, c'est-à-dire la variation de la réponse de la méthode en cas de perturbation. Pour cela, un contact stable dans le temps (et considéré invariant pour l'ensemble des mesures qui vont suivre) est formé par l'application d'une force normale de 1.2 N durant 50 minutes entre une surface constituée de 64 aspérités sphériques de rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$ et de hauteur $h \in [80, 220] \mu\text{m}$. Des images du contact sont ensuite enregistrées pour différentes conditions d'éclairage et de zoom puis traitées en utilisant la méthode d'Otsu pour extraire l'aire et le rayon de contact de chaque contact sphère/plan, assimilables à des disques. La variation des différents rayons de contact due à ces perturbations a ainsi été mesurée dans le cas d'une variation :

- **d'éclairage** : le rayon de contact de 44 contacts sphère/plan de rayon de contact compris entre 100 et 350 μm a été mesuré pour trois intensités d'éclairage différentes, qui correspondent à des niveaux de gris moyens de 128, 161 et 193 (le noir correspondant à un niveau de gris de 0 et le blanc à un niveau de gris de 255). On mesure une variation de rayon de contact entre la valeur minimale et la valeur maximale mesurée, en fonction de l'éclairage, qui est inférieure à 1.15 μm , quel que soit le contact observé.
- **de zoom** : le rayon de contact de six contacts sphère/plan de rayon de contact compris entre 100 et 300 μm a été mesuré pour 6 valeurs de zoom différentes. Ces valeurs de zoom correspondent à des tailles de pixels allant de 1.3 μm à 5.4 μm . On mesure une variation de rayon de contact, en fonction du grossissement, qui est inférieure à 1.4 μm entre la valeur minimale et la valeur maximale mesurée, quel que soit le contact observé.

Notons que dans les deux cas, la variation du rayon de contact due à une perturbation de la prise d'image est indépendante de la taille du contact observé. Ainsi, pour une zone de contact circulaire donnée, d'aire de contact A_{0i} , l'aire de contact mesurée par l'algorithme développé varie de $2\pi\sqrt{\frac{A_{0i}}{\pi}} \times 1.4\mu\text{m}$, soit une couronne de rayon $\sqrt{\frac{A_{0i}}{\pi}}$ et d'épaisseur 1.4 μm , selon les conditions de capture de l'image. Pour la suite du travail de thèse, on considérera cette variation comme l'incertitude des mesures d'aire de contact.

2.4 Répétabilité des mesures

2.4.1 Test d'indentation normale

Pour évaluer la répétabilité des essais d'indentation, l'indentation d'une même surface constituée de 64 aspérités sphériques de rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$ et de hauteurs $h \in [80; 220] \mu\text{m}$ distribuées suivant une loi de probabilité exponentielle d'écart type $40 \mu\text{m}$ par une contre-surface de verre a été répétée 3 fois. Chaque indentation est réalisée sur l'intervalle $[0; 140] \mu\text{m}$, par pas de $1 \mu\text{m}$. Chaque niveau d'indentation est maintenu durant 40 s.

Les évolutions de la force normale P et de l'aire de contact A , en fonction de la position verticale z de la surface élastique au cours de ces essais sont présentées en figure 2.16(a). On observe que ces évolutions suivent des tendances très similaires mais avec un léger décalage de position verticale z . En effet, il est possible de diminuer fortement les écarts entre les essais par le changement de variable $z'_k = z - \Delta z_k$ où Δz_k est l'offset en z entre l'essai k et l'essai 1. Ce décalage est calculé de façon à minimiser la fonction $|A_k(z - \Delta z_k) - A_1(z - \Delta z_1)|$ pour $z \in [30; 50] \mu\text{m}$, avec $A_k(z)$ l'aire mesurée pour une position verticale z au cours du k -ème essai. Pour déterminer Δz , la résolution de l'essai de 1 point par micron est insuffisante. On propose d'augmenter cette résolution à 10 points par micron par interpolation linéaire. On obtient ainsi $\Delta z_1=0.0 \mu\text{m}$, $\Delta z_2=1.5 \mu\text{m}$ et $\Delta z_3=2.7 \mu\text{m}$. Le décalage Δz est causé par une légère dérive de la mesure du capteur de position, de l'ordre de $1 \mu\text{m}$ par heure.

La figure 2.16(b) montre l'évolution de A et P au cours des 3 essais après correction du décalage vertical. Les mesures des 3 essais sont maintenant quasiment indiscernables. Notons que l'évolution de A en fonction de P n'est pas perturbée par le décalage en z observé entre les essais. On observe en effet une évolution $A(P)$ très similaire pour les 3 essais.

Pour quantifier les écarts subsistants entre ces trois essais supposés identiques après prise en compte des décalages Δz_k , on mesure, pour chaque valeur de $z'_k = z - \Delta z_k$ (avec $k=1, 2$ ou 3) :

- $\langle A \rangle$ la moyenne des valeurs des $A_k(z'_k)$
- $\Delta A = \max(A_k(z'_k)) - \min(A_k(z'_k))$
- $\langle P \rangle$ la moyenne des valeurs des $P_k(z'_k)$
- $\Delta P = \max(P_k(z'_k)) - \min(P_k(z'_k))$

Les évolutions $\Delta A(\langle A \rangle)$ et $\Delta P(\langle P \rangle)$ sont présentées en figures 2.16(c) et (d). L'erreur de reproductibilité en aire montre une tendance similaire à l'incertitude de mesure liée à la méthode de seuillage estimée en partie 2.3.3 et semble donc être liée

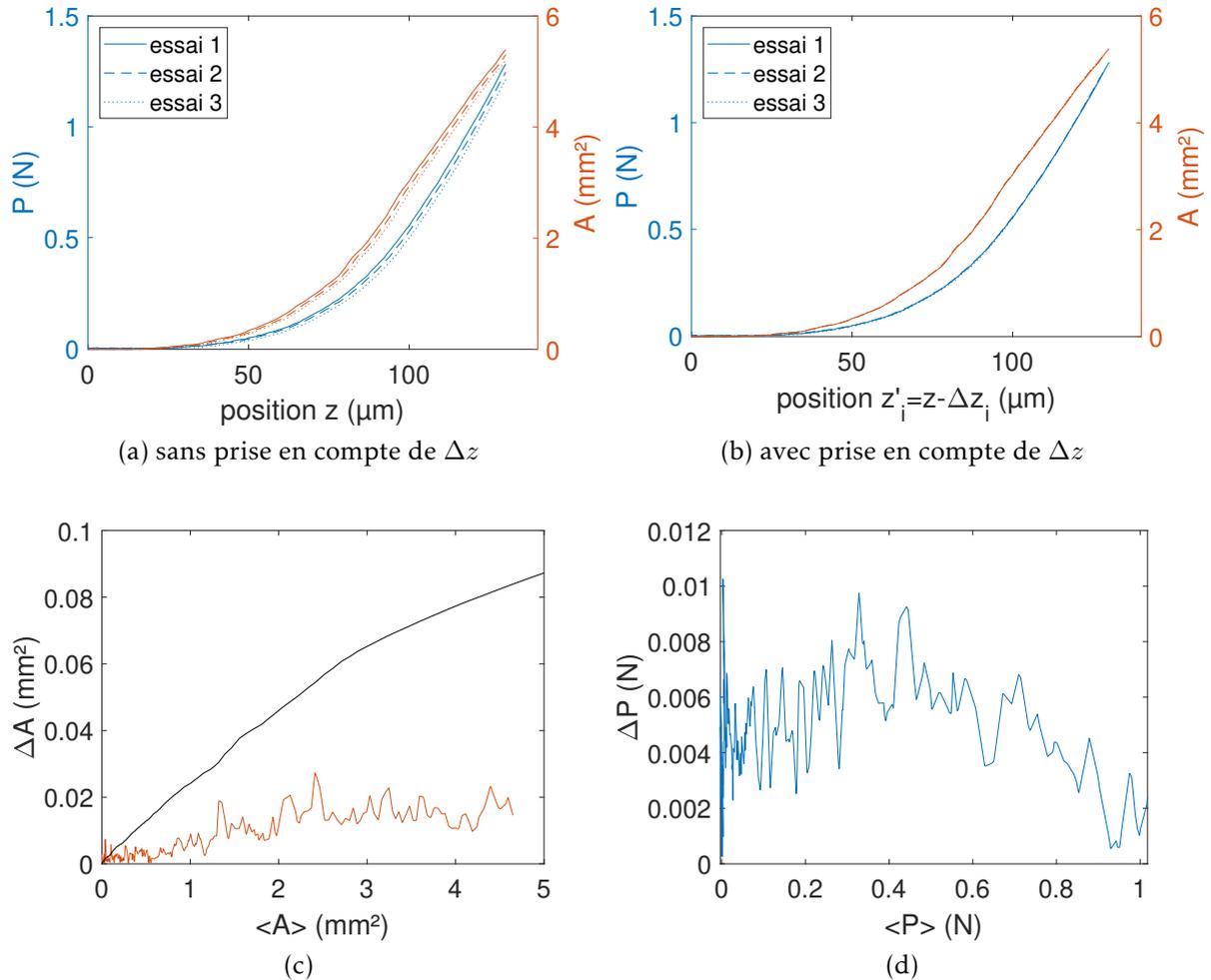


FIGURE 2.16 – (a,b) Évolution de l’aire de contact A (rouge), et de la force normale P (bleu) en fonction de la position verticale z au cours de l’indentation, par une lame de verre, d’une surface composée de 64 sphères de hauteurs distribuées suivant une distribution exponentielle et de rayon $R=526 \mu\text{m}$. L’indentation est réalisée 3 fois (les réalisations successives sont notées essai 1, 2 et 3) avec le même protocole : $z \in [0; 130] \mu\text{m}$, 130 paliers séparés de $1 \mu\text{m}$ sont maintenus pendant 40 s. (a) Résultats bruts. (b) Mesures corrigés de façon à prendre en compte la dérive verticale Δz entre les essais. (c) Rouge : Évolution de l’écart d’aire de contact mesuré $\Delta A(\langle A \rangle)$ entre les 3 essais supposés identiques. Noir : Évolution de l’incertitude de mesure d’aire de contact due à la méthode de seuillage, telle que estimée en partie 2.3.3 (d) Évolution de l’écart de force normale mesuré en fonction de la force normale appliquée $\Delta P(\langle P \rangle)$ entre les 3 essais supposés identiques.

au nombre et au rayon des microcontacts qui composent l'interface. Cette erreur de reproductibilité (courbe rouge sur la figure 2.16(c)) est largement inférieure à l'incertitude de mesure d'aire de contact par la méthode d'Otsu, telle qu'estimée en partie 2.3.3 (en noir sur la même figure). Au contraire, la variation de force normale entre les 3 répétitions de la même indentation ne semble pas dépendre de la force normale appliquée et reste toujours inférieure à 10 mN. Ainsi, on considérera pour la suite que la mesure de la force normale est accompagnée d'une incertitude de l'ordre de ± 5 mN. Dans le cas d'un contact asservi en force normale (comme c'est le cas dans les essais de cisaillement), cette incertitude se répercute directement sur la force normale imposée.

2.4.2 Test de cisaillement à force normale P constante

Pour évaluer l'incertitude de mesure sur Q_s et Q_d , et la répétabilité des essais de cisaillement de manière générale, une même surface composée de 25 sphères de même hauteur $h=240$ μm et de même rayon de courbure $R=526$ μm a été cisailée pour 4 forces normales imposées : 30 , 90 , 270 et 710 mN. Chaque cisaillement a été répété à 13 reprises. Pour rappel, la force normale appliquée à l'interface est maintenue stable par un asservissement basé sur les mesures du capteur de force. Entre deux cisaillements successifs, 30 s d'attente hors contact sont respectées. L'évolution de la force de cisaillement (respectivement de l'aire de contact) au cours de l'ensemble des essais est présentée en figure 2.17(a) (respectivement figure 2.17(b)). Pour quantifier la variabilité de l'évolution de la force entre les différents essais, on évalue, pour chaque force normale imposée à l'interface, l'écart type de 6 grandeurs mesurées à 13 reprises (une par cisaillement effectué) : Q_s , Q_d , $Q(y = 0)$ (noté Q_0 par la suite), A_s , A_d et $A_0 = A(y = 0)$. Les évolutions de ces écarts-types en fonction de la force normale appliquée sont présentées en figures 2.18(a) et (b). On note dans la suite du document $S_x(P = P_0)$ l'écart-type des 13 valeurs mesurées de la grandeur x au cours des 13 cisaillements effectués pour $P = P_0$.

On remarque que :

- Les écarts observés entre plusieurs répétitions d'un même essai ne s'expliquent pas seulement par le bruit électronique du capteur de force (cf. [55]) ou du bruit associé à la mesure d'aire de contact (cf. partie 2.3.3), représentés en lignes noires discontinues sur les figures 2.18(a) et (b). En effet, ce niveau de bruit est très largement inférieur aux écarts observés entre plusieurs répétitions d'un même essai.
- Pour des forces normales supérieures à 90 mN, la variation (en aire et en force tangentielle) entre essais augmente avec la force normale appliquée. Cependant,

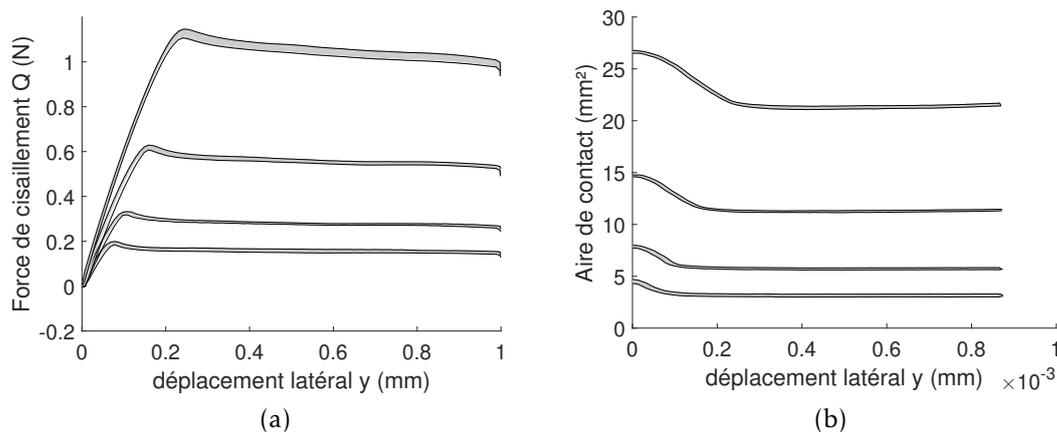


FIGURE 2.17 – Évolution de la force de cisaillement (a) et de l’aire de contact (b) en fonction du déplacement latéral au cours du cisaillement du contact entre une lame de verre et une surface composée de 25 sphères de hauteur $h=240\ \mu\text{m}$ et de rayon de courbure $R=500\ \mu\text{m}$, pour des forces normales imposées de 30 , 90 , 270 et 710 mN. Pour chaque force normale, le cisaillement est répété 13 fois. Les 4×13 évolutions $Q(y)$ sont représentées en lignes continues grisées. Pour chaque force normale, les enveloppes des 13 évolutions $Q(y)$ sont représentés en lignes continues noires.

comme montré en figure 2.18(c), on observe après normalisation une variabilité de force Q entre essais inférieure à environ 1 % de la force tangentielle, que ce soit pour Q_s ou Q_d .

- Les variations relatives S_Q/Q et S_A/A plus importantes pour $P=30\ \text{mN}$ s’expliquent par l’incertitude sur la mesure de la force normale, déjà observée lors de l’indentation d’une surface asservie en position (voir partie 2.4.1). En effet, le cisaillement est effectué en maintenant la force normale mesurée à une valeur de consigne. Une incertitude sur la mesure de force normale se propage donc directement sur la force normale réellement appliquée. Pour des forces normales élevées, cet effet est négligeable. Cependant, pour $P=30\ \text{mN}$, l’incertitude de l’ordre de $\pm 3\ \text{mN}$ entraîne une incertitude sur la force réellement appliquée de plusieurs pour cent. Ainsi, les mesures de force de frottement pour des faibles forces normales sont moins précises et répétables que pour des forces normales élevées.
- L’incertitude sur la force normale P imposée permet également d’expliquer au moins en partie les valeurs de S_{A_0} . Par exemple, sur l’intervalle $P=90\ \text{mN} \pm 5\ \text{mN}$, on observe une variation d’aire de contact de $0.050\ \text{mm}^2$, comparable à la valeur de S_{A_0} pour les cisaillement réalisés avec un asservissement à la force normale $P=90\ \text{mN}$.

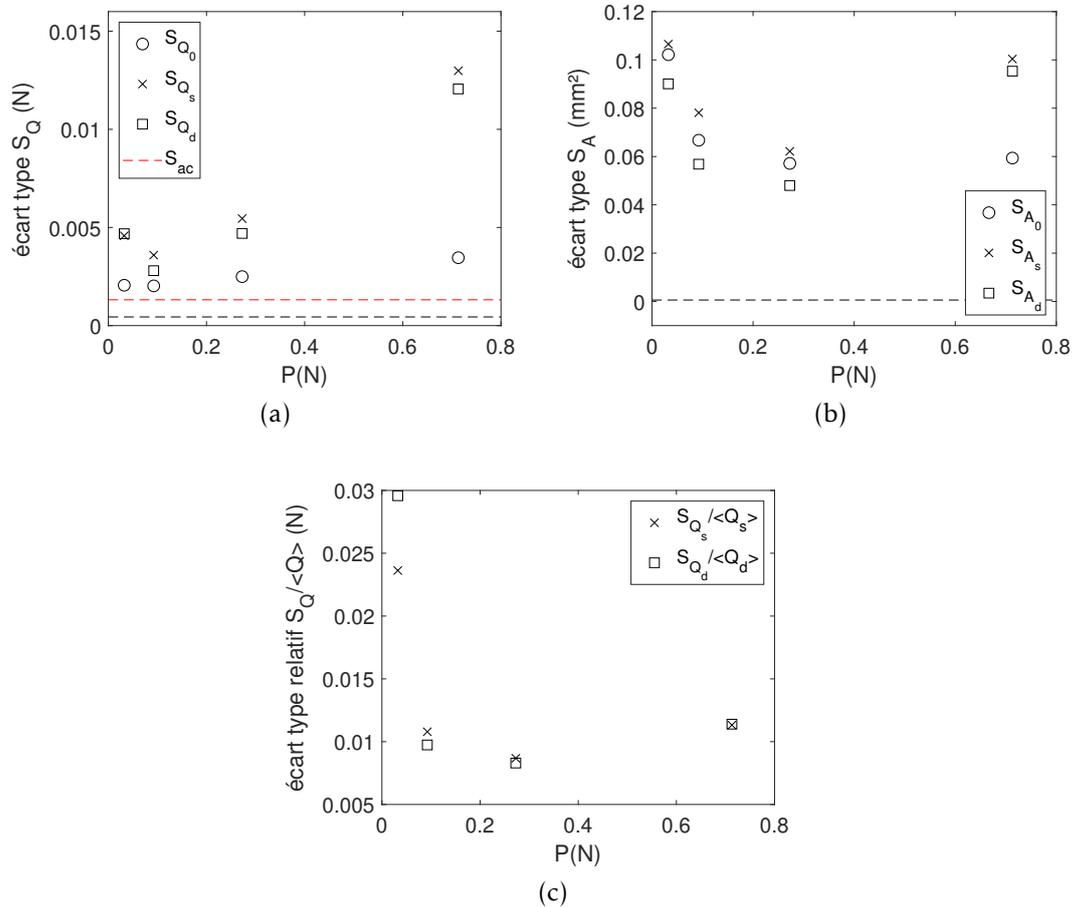


FIGURE 2.18 – (a) Ecart-type, pour chaque force normale testée, des valeurs mesurées de $Q_0 = Q(y = 0)$, Q_s et Q_d . La ligne noire discontinue est l'écart-type moyen mesuré sur 100 valeurs instantanées extraites aléatoirement parmi les points de 13 enregistrements temporels différents de Q , sélectionnées sur un signal enregistré hors contact. S_{ac} est l'écart-type de la valeur de force tangentielle mesurée à l'instant suivant immédiatement la séparation de l'interface. (b) Ecart-type, pour chaque force normale testée, des valeurs mesurées de $A_0 = A(y = 0)$, A_s et A_d . La ligne noire discontinue est l'écart type de 13 mesures d'aires effectuées à partir de 13 photos différentes du même contact. (c) Ecart-type relatif $S_{Q_{s,d}} / \langle Q_{s,d} \rangle$ en fonction de la force normale appliquée. $\langle Q_{s,d} \rangle$ est la moyenne des 13 valeurs de $Q_{s,d}$ mesurées pour une force normale donnée.

2.4.3 Définition des incertitudes de mesures

Du fait de la durée de réalisation et de traitement des essais d'indentation et de cisaillement, il n'est pas envisageable de répéter chaque essai un nombre significatif de fois pour estimer l'incertitude de mesure des lois $A^R(P)$ et $Q_{s,d}(P)$. On propose donc d'estimer les incertitudes de mesure des principales grandeurs d'intérêt comme il suit, en se basant sur les séries d'essais décrites en parties 2.3.3 et 2.4 :

- **Aire de contact** A^R : On a vu (partie 2.3.3) que pour un même microcontact assimilable à un disque, le rayon de contact mesuré varie sur un intervalle de $1.4 \mu\text{m}$, en fonction des conditions de luminosité et du zoom utilisé pendant la prise d'image. La longueur de cet intervalle définit l'incertitude sur la mesure du rayon de contact. Ainsi, la mesure d'aire de contact d'un microcontact sera donnée pour la suite du rapport sous la forme $A^R = A_{mesure}^R \pm 2\pi \sqrt{\frac{A_{mesure}^R}{\pi}} \times 1.4 \mu\text{m}$, $2\pi \sqrt{\frac{A_{mesure}^R}{\pi}} \times 1.4 \mu\text{m}$ étant l'aire d'une couronne d'épaisseur $1.4 \mu\text{m}$ et de rayon $\sqrt{\frac{A_{mesure}^R}{\pi}}$.
- **Force normale** P : Lors de la répétition d'un essai d'indentation, asservi en position, on a observé une variation de la force normale mesurée indépendante de la force normale et de valeur maximale ΔP inférieur à 10 mN . En outre, dans le cas d'un contact asservi en force normale, l'incertitude sur la mesure de la force normale est directement transmise à la force normale imposée. Ainsi, la mesure de force normale, que ce soit pour un contact asservi en position ou en force, sera donné sous la forme $P = P_{mesure} \pm 5 \text{ mN}$.
- **Force de frottement** $Q_{s,d}(P)$: Lors d'un essai de cisaillement répété 13 fois, on observe pour les forces normales supérieures à 90 mN une variation de la force de frottement entre les essais de l'ordre de 1% de la force de frottement mesurée en moyenne sur les 13 essais. En outre, on observe, quelle que soit la force normale imposée, une variation de la force de frottement entre les essais de l'ordre de 5 mN . Ainsi, la mesure de force normale, que ce soit pour un contact asservi en position ou en force, sera donnée sous la forme $Q_{s,d} = Q_{s,d,mesure} \pm 5 \text{ mN} \pm Q_{s,d,mesure} \times 0.01$.

3

Mécanique des interfaces rugueuses modèles

L'objectif de cette thèse est, on l'a vu en introduction, de réaliser des interfaces rugueuses élastiques dont la topographie pilote la loi de frottement, c'est-à-dire l'évolution de la force de frottement avec la force normale qui s'exerce à l'interface. La réalisation de cet objectif passe par la fabrication d'interfaces rugueuses modèles, constituées d'une multitude de contacts sphère/plan dont le comportement mécanique individuel est bien connu (voir figure 1.6). C'est ensuite par l'agencement de ces différents microcontacts que l'on cherchera à piloter la réponse collective des microcontacts de sorte qu'elle respecte un cahier des charges tribologique fixé à l'avance.

La stratégie employée nécessite donc à la fois la maîtrise des propriétés individuelles des microcontacts et la compréhension du lien entre la réponse individuelle de chaque microcontact et le comportement mécanique global de l'interface rugueuse modèle. Ainsi, le chapitre qui suit aura pour objectif de :

- Décrire et caractériser précisément le comportement mécanique d'un contact entre une sphère élastique réalisée par le protocole décrit en partie 2.1 et un plan rigide et lisse (une lame de verre). On se basera pour cela sur des modèles empiriques et semi-empiriques inspirés de la littérature.
- Caractériser le lien entre le comportement individuel de chacun des microcontacts sphère/plan qui composent une interface rugueuse et la réponse collective de ces microcontacts, c'est-à-dire le comportement global de l'interface rugueuse étudiée. En particulier, le chapitre vise à proposer un modèle de changement d'échelle qui permet, à partir de la calibration du comportement mécanique d'un unique contact sphère/plan, de prédire la loi de frottement d'une surface rugueuse constituée d'un réseau de ces contacts.

3.1 Comportement mécanique du monocontact sphère/plan

3.1.1 Description de la surface utilisée pour la calibration du monocontact sphère/plan

Les interfaces rugueuses modèles développées dans le travail de thèse peuvent être vues comme une juxtaposition de monocontacts sphère/plan. L'exploitation de telles surfaces, pour la réalisation d'interfaces aux propriétés maîtrisées, passe par une caractérisation robuste des monocontacts individuels.

Celle-ci est effectuée en deux temps :

- Une caractérisation de la réponse du contact sphère/plan à une indentation normale, qui a pour but de décrire la relation entre l'aire de contact A^R , la force normale P , et l'indentation normale δ , au cours de l'indentation.
- Une caractérisation de la réponse au cisaillement du contact sphère/plan. Cette étape a pour but de décrire la relation entre A^R , le déplacement dans la direction de cisaillement y , et la force tangentielle Q , au cours d'un cisaillement réalisé pour une force normale donnée.

Les essais expérimentaux sur lesquels repose la caractérisation sont effectués sur une surface décrite en figure 3.1, composée de 5 sphères de même hauteur $h=240 \mu\text{m}$ et de même rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$, espacées d'un minimum de 7.07 mm.

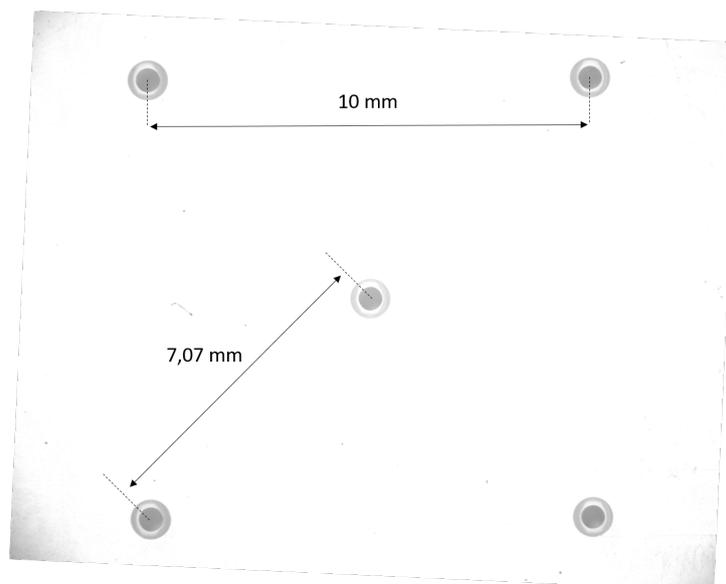


FIGURE 3.1 – Photographie de l'interface formée entre une lame de verre et la surface de calibration à cinq sphères. $P=0.060 \text{ N}$.

L'utilisation de cette surface, que l'on appellera surface de calibration dans la suite du manuscrit, au lieu d'une surface composée d'une unique sphère, est d'abord motivée par des raisons expérimentales. Du fait du bruit de mesure sur la force normale appliquée à l'interface (voir partie 2.4), il n'est pas possible de cisailer une interface pour une force normale constante inférieure à 20 mN.

Pour un contact entre une sphère en PDMS de rayon de courbure $R = 526 \mu\text{m}$ et une lame de verre, cette force normale correspond à une aire de contact mesurée avant cisaillement de $A_0^R = (8.39 \pm 0.14) \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$, soit un rayon de contact de $163.4 \pm 1.4 \mu\text{m}$. La caractérisation de microcontacts plus petits est cependant essentielle. En effet, au sein d'une interface rugueuse, on observe des contacts de toute tailles, et notamment de petites aires de contact.

En sollicitant cinq sphères simultanément, il devient possible de diminuer la force normale minimale par microcontact à environ 4 mN tout en ayant une mesure de force normale fiable. Dans ces conditions, l'aire de contact mesurée par microcontact est $(2.86 \pm 0.08) \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$. Ce faisant, on obtient une caractérisation du comportement d'un monocontact cisailé sur une plus large gamme d'aire de contact. Puisque nous n'avons accès qu'à une mesure globale des forces qui s'exercent à l'interface, il faut, pour extraire le comportement local de chaque contact sphère/plan, faire l'hypothèse que les cinq contacts sont identiques et indépendants. Sous cette hypothèse, il est possible d'écrire :

$$(P_i)_{i \in [1;5]} = P/5$$

$$(Q_i)_{i \in [1;5]} = Q/5$$

où les P_i et Q_i sont respectivement les forces normales et tangentielles créées par le i -ème contact, et P et Q les mesures des forces analogues qui s'exercent sur l'interface complète. De la même manière, on notera $(A_i^R)_{i \in [1;5]}$ l'aire du i -ème contact et A^R l'aire de l'interface complète. Notons que les valeurs de A_i^R sont mesurées expérimentalement. Ces deux hypothèses (indépendance et identité) sont crédibles dans la mesure où :

- En appliquant la procédure d'alignement décrite en partie 2.2.2, on peut garantir que l'apparition du contact est simultanée pour les cinq sphères lors de l'approche de la lame de verre.
- Les sphères sont suffisamment éloignées les unes des autres pour garantir que les interactions élastiques entre elles restent négligeables : la distance entre les aspérités (au minimum de 7.07 mm) est très grande devant le rayon de contact observé pour un monocontact sphère plan (au maximum de 400 μm).

La validité de ces hypothèses sera vérifiée *a posteriori* en partie 3.1.2.

3.1.2 Indentation normale d'un monocontact sphère/plan

Pour observer la réponse d'un unique contact sphère/plan à une indentation normale, on applique le protocole d'indentation décrit en partie 2.2.2 à la surface de calibration.

L'indentation d'un contact élastique entre une sphère et un plan est traitée analytiquement dans la littérature par de nombreux modèles qui varient en complexité selon les phénomènes physiques pris en compte. La première résolution de ce problème a été décrite par Hertz [58], dont la théorie décrit les contacts entre deux solides non-conformes, qui se déforment de manière linéaire-élastique, sans adhésion ni frottement. Le modèle a ensuite été amélioré à de nombreuses reprises pour prendre en compte l'adhésion [27, 59], les grandes déformations, la viscoélasticité [60], la rugosité locale [61], ou encore la plasticité.

Parmi ces modèles, la théorie de JKR (Johnson, Kendall, Roberts, [27]), amélioration directe du modèle de Hertz qui décrit la déformation des contacts élastiques et adhésifs sans frottement, s'est révélée particulièrement représentative des contacts réels impliquant des élastomères, et notamment des contacts entre du PDMS et du verre [16]. Après une brève description des modèles de Hertz et JKR, nous allons confronter nos résultats expérimentaux issus de l'indentation de la surface composée de 5 sphères aux prédictions du modèle de JKR. Nous verrons ensuite comment le modèle de Hertz constitue une approximation acceptable de la réponse de la surface de calibration à une indentation normale.

Modèle de Hertz

Le modèle de hertz considère le contact normal entre deux paraboloides sous les hypothèses suivantes :

- Les solides se déforment de manière purement linéaire-élastique : pas de viscoélasticité, de plasticité, ou d'hyperélasticité par exemple.
- Il n'y a pas d'adhésion.
- Le rayon du contact a (voir figure 3.2) est petit devant les dimensions des paraboloides (rayons de courbure et épaisseur).
- Il n'y a pas de frottement à l'interface.

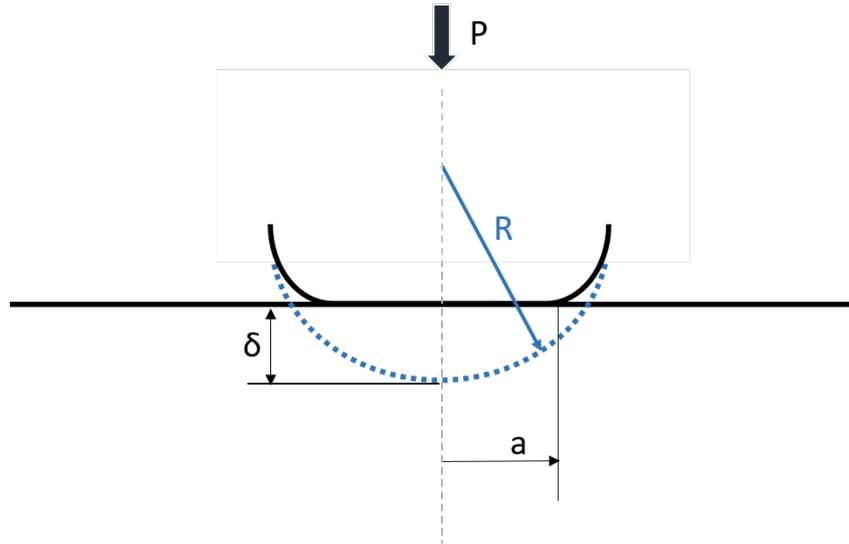


FIGURE 3.2 – Figure adaptée de [62] : schéma du modèle de Hertz pour le cas particulier du contact entre une sphère élastique et un plan rigide. Une force normale P est appliquée, créant un contact circulaire de rayon a . La sphère est alors indentée d'une distance δ .

Sous ces conditions, le cas particulier du contact entre une sphère élastique de module d'Young E , de coefficient de Poisson ν et de rayon de courbure R et un plan rigide, défini comme un parabolôide de rayon et module d'Young infinis, pour une indentation δ peut être décrit par les équations suivantes :

$$A = \pi R \delta, \quad (3.1)$$

$$P = \frac{4}{3} \sqrt{R E^*} \delta^{3/2}, \quad (3.2)$$

où $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$, soit

$$A_{Hertz} = \pi \left(\frac{3RP}{4E^*} \right)^{2/3}. \quad (3.3)$$

Modèle de JKR

Le modèle de JKR propose une amélioration directe de celui de Hertz par une prise en compte de l'adhésion qui résulte des interactions de type Van der Waals. En comparaison avec le modèle de Hertz, celui de JKR prédit une aire de contact plus grande pour une même indentation δ donnée. Cette augmentation se traduit géométriquement par l'apparition d'un "col" [27] au niveau du contact. On observe également qu'une force négative est nécessaire à la séparation des 2 surfaces (force dite de pull-off). Il existe donc un régime de fonctionnement stable dans lequel on observe une zone de

contact pour une force négative ou nulle. Cette force est directement proportionnelle au travail d'adhésion ω_0 . Pour une séparation à force normale imposée, on a :

$$F_{pull-off} = -\frac{3}{2}\omega_0\pi R$$

Finalement, les relations entre la force normale à l'interface P , l'indentation δ de la sphère par le plan et le rayon de contact a sont les suivantes :

$$\delta = \frac{a^2}{R} - \sqrt{\frac{2\pi\omega_0 a}{E^*}} \quad (3.4)$$

$$P = \frac{4E^* a^3}{3R} - \sqrt{8\pi E^* a^3 \omega_0}. \quad (3.5)$$

Caractérisation de la réponse d'un monocontact sous chargement normal

Une première approche pour caractériser la réponse mécanique d'un monocontact sphère/plan à un chargement normal consiste à confronter la réponse expérimentale d'un contact aux modèles usuels. Pour cela, il est possible, comme suggéré par Chaudhury et al [63] de réécrire l'équation 3.5 comme il suit :

$$\frac{a^{3/2}}{R} = \frac{1}{K} \frac{P}{a^{3/2}} + \sqrt{\frac{6\pi\omega_0}{K}} \quad (3.6)$$

avec $K = 4E^*/3$. Ainsi, pour un contact descriptible par la théorie JKR, on attend une relation affine entre $\frac{a^{3/2}}{R}$ et $\frac{P}{a^{3/2}}$, de pente $1/K$ directement reliée au module de Young réduit E^* , et d'ordonnée à l'origine $\sqrt{\frac{6\pi\omega_0}{K}}$ à partir de laquelle on peut finalement extraire le travail d'adhésion ω_0 .

Cette approche est appliquée aux mesures expérimentales obtenues lors de l'indentation de la surface de calibration, montrées en figure 3.3(a). Plus précisément, puisque l'interface de calibration est composée de 5 contacts sphère/plan et non d'un seul, on trace en figure 3.3(a) l'évolution de $\frac{a_i^{3/2}}{R}$ en fonction de $\frac{P_i}{a_i^{3/2}}$, avec $a_i = \sqrt{\frac{A^R/5}{\pi}}$ le rayon effectif d'un microcontact sphère/plan de l'interface et P_i la force normale qui s'exerce pour un microcontact. Cette évolution est affine, ce qui montre qu'une équation de la forme de l'équation 3.5 permet bien de décrire l'indentation normale d'un monocontact expérimental. Par une régression linéaire, on peut donc extraire les paramètres E_c et ω_{0c} , respectivement le module élastique et l'énergie d'adhésion, qui caractérisent le microcontact sphère/plan expérimental. Cette régression linéaire est appliquée aux mesures de 3 essais d'indentations réalisés sur la même surface. On obtient ainsi $E_c =$

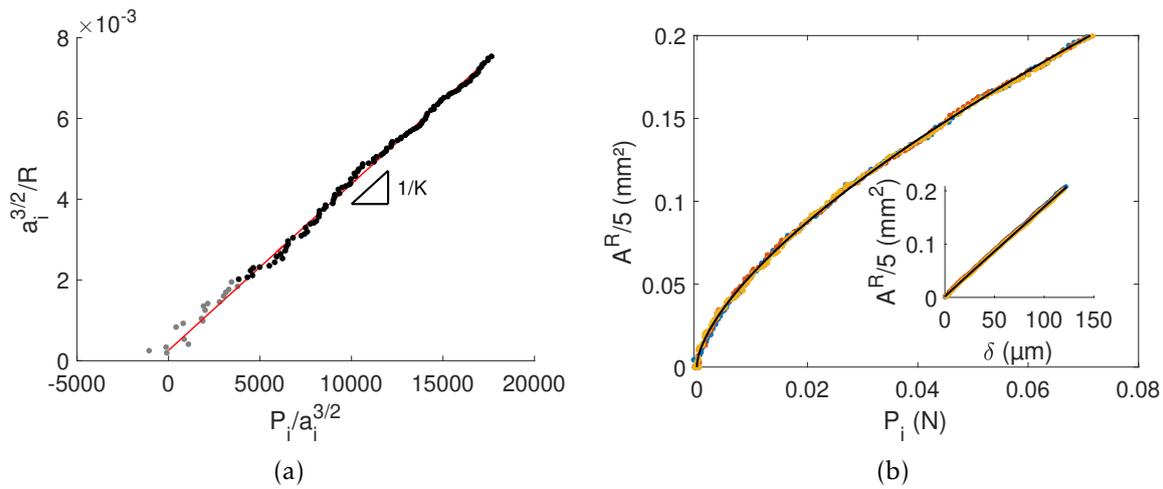


FIGURE 3.3 – (a) Évolution de $\frac{a_i^{3/2}}{R}$ en fonction de $\frac{P_i}{a_i^{3/2}}$ ($a_i = \sqrt{\frac{A^R/5}{\pi}}$) au cours de l’indentation normale de la surface de calibration. Noir : points mesurés pris en compte dans la régression linéaire. Gris : points mesurés non pris en compte dans la régression linéaire. Rouge : Droite obtenue par régression linéaire des points noirs. (b) Comparaison des évolutions expérimentales (points colorés) et du modèle calibré (lignes continues noires), calculé à partir des équations 3.4 et 3.5 avec $E = E_c$, des évolutions de l’aire moyenne d’un microcontact $\frac{A^R}{5}(P_i)$ et $\frac{A^R}{5}(\delta)$ pour 3 essais d’indentations réalisés sur la même surface.

1.36 ± 0.04 MPa et $\omega_{0_c} = 0.009 \pm 0.005$ J/m². Pour les 3 essais, la régression linéaire présente un $r^2 > 0.995$, ce qui montre que la relation étudiée est parfaitement affine. Notons que les points de mesures qui correspondent à des forces normales mesurées $P < 20$ mN, grisés sur la figure 3.3(a), sont exclus de la caractérisation car considérés comme non fiables (car de force normale du même ordre de grandeur que l’incertitude) et pouvant fausser la mesure du fait de la pente très élevée de la loi $A(P)$ pour des forces normales proche de 0 N.

La comparaison présentée en figure 3.3(b) entre le contact calibré, calculé à partir des équations 3.4 et 3.5, avec $E = E_c$ et $\omega_0 = \omega_{0_c}$ (en lignes continues noires) et les mesures expérimentales (points colorés) montre que la méthode de calibration présentée ici permet de décrire quantitativement la réponse d’une aspérité sphérique à une indentation normale. En particulier, on remarquera que la relation expérimentale entre l’aire de contact et l’indentation moyenne de l’aspérité sphérique est parfaitement capturée par l’équation 3.4 lorsqu’on utilise les paramètres E_c et ω_{0_c} , alors que cette relation est *a priori* indépendante de celle utilisée pour la calibration. Ceci montre que le rayon de courbure utilisé pour la calibration est consistant avec le modèle utilisé.

Il est ainsi possible de capturer complètement la réponse à une indentation normale d'une aspérité sphérique expérimentale en utilisant un modèle semi-empirique de la même forme que le modèle de JKR. Les 2 paramètres issus de la calibration ne peuvent cependant pas être interprétés au sens du modèle de JKR. En effet, la valeur de E_c^* est différente du module d'Young intrinsèque du matériau et la valeur de w_{0c} est différente de l'énergie d'adhésion liée au couple PDMS/verre pour des raisons discutées au paragraphe suivant. Les valeurs de E^* et de w_0 ont été mesurées par un procédé très similaire à celui utilisé pour la calibration mais sur une sphère parfaitement lisse, à la géométrie s'inspirant de celle utilisée par Waters et al [16], bien plus proche des hypothèses du modèle de JKR. La sphère élastique utilisée est ici parfaitement lisse car répliquée à partir d'une lentille en verre de qualité optique. En outre, le rayon de courbure de celle-ci est très grand devant l'indentation maximale appliquée (9.42mm contre $150\mu m$). On trouve par cette méthode de mesure, appliquée à 5 sphères différentes répliquées avec le même PDMS que celui utilisé pour le reste de l'étude, $E = 1.69 \pm 0.05$ MPa et $w_0 = 0.03$ mJ/m² \pm 0.01 mJ/m².

Les raisons de l'écart observé entre E_c et E , et entre w_{0c} et w_0 , sont encore sujettes à débat. Il est cependant plausible que l'écart entre les modules puissent être attribué à la géométrie exacte des aspérités, éloignée de celle décrite dans le modèle JKR. En particulier, le fait d'utiliser des calottes sphériques qui émergent quasi verticalement du substrat pourrait avoir un effet important. Il est en outre probable que l'ordonnée à l'origine non nulle de la relation affine observée entre $\frac{a_i^{3/2}}{R}$ et $\frac{P_i}{a_i^{3/2}}$ ne soit pas liée à l'adhésion entre les deux surfaces mais à la rugosité à l'échelle micrométrique des sphères expérimentales. En effet le modèle de Fuller et Tabor [26] montre qu'à couple de matériaux fixé, l'adhésion joue un rôle moins important dans la formation des interfaces rugueuses que dans celle des interfaces lisses. Cependant la rugosité de la sphère peut dans le cas étudié avoir un effet similaire en apparence à celui de l'adhésion. L'image du contact entre la sphère rugueuse et la lame de verre (voir figure 2.9 pour un exemple de photo) peut être décomposée en trois zones : au centre, on observe une zone très sombre que l'on interprète comme la zone de contact. En périphérie, on observe une zone très claire où les surfaces sont clairement séparées. Entre les deux, on trouve une zone de niveau de gris intermédiaire, qu'on pourrait interpréter comme un contact partiel, situé au niveau des microaspérités les plus hautes de la sphère rugueuse. En général, l'algorithme de traitement d'image développé dans la thèse considère une partie de cette zone comme du contact. De la même manière que pour l'incertitude de mesure de l'aire de contact, cette zone intermédiaire est une couronne d'épaisseur indépendante du rayon de contact. Ainsi, dans le cas où la sphère et

la lame de verre sont faiblement séparées, la rugosité peut conduire à mesurer une aire de contact non nulle correspondant à un contact partiel, pour une force normale très faible. Une erreur de détection d'aire de ce type conduit à un comportement qualitativement identique à de l'adhésion, avec une augmentation d'aire très importante pour les faibles forces normales, puis quasi négligeable pour les forces normales élevées.

Finalement, notons que la valeur de ω_{0c} obtenue par la méthode décrite dans cette étude est faible et peu fiable, puisque l'incertitude est du même ordre de grandeur que la valeur mesurée. Négliger ω_{0c} et donc décrire l'indentation normale d'un contact sphère/plan expérimental par un contact de Hertz de module équivalent E_c^* modifie très peu la loi $A_0^R(P)$ prédite : Pour $P > 0.01$ N, les aires prédites par les deux modèles (Hertz avec $E_c = 1.36$ MPa et JKR avec $E_c = 1.36$ MPa et $\omega_{0c} = 0.009$ J/m²) présentent un écart relatif inférieur à 2%. Cette simplification sera adoptée dans la suite du travail de thèse.

3.1.3 Cisaillement d'un monocontact sphère/plan

Pour caractériser le comportement sous cisaillement d'un microcontact sphère/plan expérimental, on applique le protocole de cisaillement décrit en partie 2.2.2 à la surface de calibration, pour 14 forces normales $P \in [0.03, 0.6]$ N .

L'évolution de l'aire de contact moyenne $\langle A_i^R \rangle = A^R/5$ en fonction de la force tangentielle moyenne $Q_i = Q/5$ mesurée au cours des différents essais est montrée en figure 3.4. Le cadre empirique développé par Sahli et al [10] (voir partie 1.2.3 pour un résumé de l'étude originale) pour décrire l'évolution de l'aire de contact d'une interface élastomère/verre apparaît complètement adaptée pour décrire le comportement moyen d'un contact sphère/plan expérimental cisailé. En effet, on observe sur la figure 3.4 une diminution continue de l'aire de contact au cours du cisaillement de l'interface, jusqu'à la mise en glissement de l'interface qui correspond à l'instant où la force de cisaillement atteint son maximum $Q = Q_s$. Au delà, on observe une stabilisation de la force de cisaillement et de l'aire de contact ($Q = Q_d$ et $\langle A^R \rangle = \langle A_d^R \rangle$) (voir figure 2.13 pour un exemple d'évolution de Q et A^R en fonction du déplacement latéral). Cette stabilisation se manifeste sur la figure 3.4 par une forte concentration de points expérimentaux autour des valeurs finales de Q et A^R . En outre, la même figure montre que l'on retrouve la proportionnalité attendue entre la force de frottement $Q_{s,d}$ et l'aire de contact finale de l'interface $A_{s,d}^R$.

$$Q_{s,d} = \sigma_{s,d} A_{s,d}^R \quad (3.7)$$

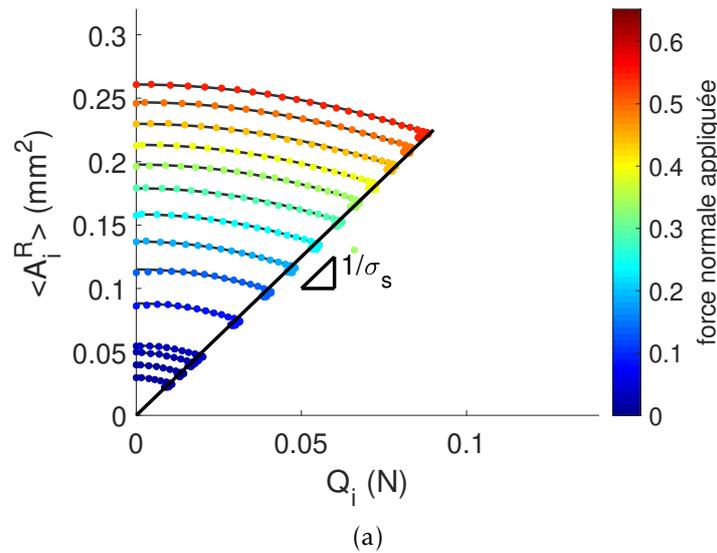


FIGURE 3.4 – Évolution de l’aire de contact moyenne $\langle A_i^R \rangle = A^R/5$ en fonction de la force de cisaillement moyenne $Q_i = Q/5$ au cours du cisaillement de la surface de calibration, pour 14 forces normales différentes (voir code couleur). Courbes noires : fits quadratiques de $\langle A_i^R \rangle$ vs Q_i selon l’équation 3.8. Seuls les points mesurés avant la mise en glissement de l’interface sont pris en compte dans le fit. Droite : fit linéaire des points expérimentaux $(Q_{i,s}, A_{i,s})$ correspondants à la mise en glissement de l’interface.

Pour rappel, on utilise la notation $X_{s,d}$ lorsque la relation décrite est valable aussi bien pour le comportement statique (s) que dynamique (d). Le coefficient de proportionnalité $\sigma_{s,d}$ est nommé contrainte de frottement. Enfin, comme c’est le cas dans les essais de Sahli et al [10] réalisés à la fois sur des interfaces plan/plan rugueuses et sur des contacts sphère/plan lisses, cette diminution peut être décrite par une loi quadratique de la forme

$$A^R = A_0^R - \alpha Q^2, \quad (3.8)$$

où α est un paramètre qui caractérise le taux de réduction de A^R lorsque Q augmente. Notons ici que cette relation n’est valable qu’avant la mise en glissement du système, c’est-à-dire pour $Q < Q_s$.

On observe également, sur la figure 3.5(a), une dépendance entre α et A_0 de la forme

$$\alpha = \beta A_0^\gamma. \quad (3.9)$$

On trouve, par une régression linéaire réalisée sur les mesures expérimentales de $\ln(\alpha)$ vs $\ln(A_0)$, que $\gamma = -1.01 \pm 0.05 \text{ N}^{-2}$. Cette valeur est différente de celles mesurées par Sahli et al. sur des microcontacts composant une interface rugueuse aléatoire et sur des

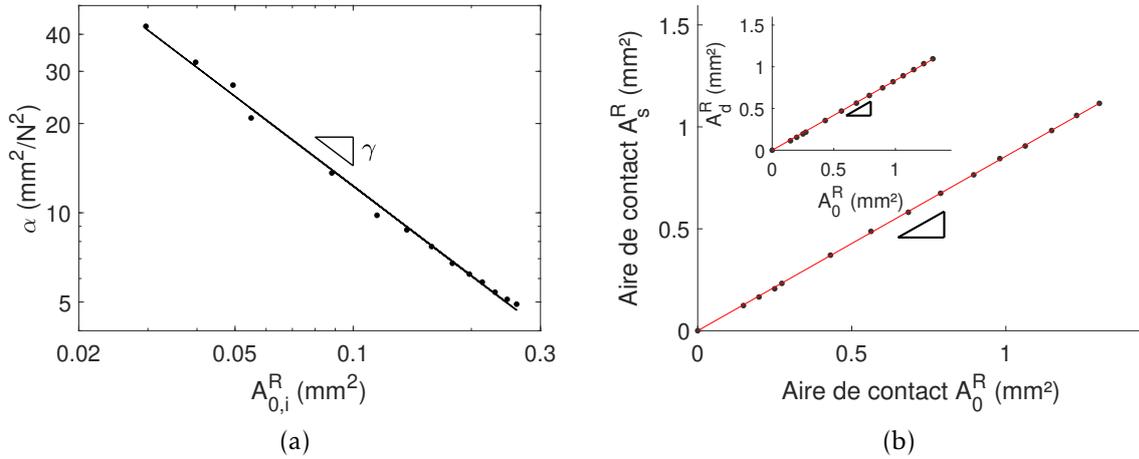


FIGURE 3.5 – (a) α vs $A_{0,i}^R$ et (b) $A_{s,d}^R$ vs A_0^R mesurés lors du cisaillement de l’interface de calibration pour $P \in [0.03, 0.6]$ N. α est défini par l’équation 3.9.

monocontacts sphères/plan parfaitement lisses. La valeur mesurée est cependant compatible avec la valeur obtenue en effectuant le traitement pour une interface rugueuse aléatoire au niveau macroscopique. Puisque γ est proche de -1, dans le cas particulier d’un contact sphère/plan expérimental on simplifiera l’équation 3.9 en

$$\alpha = \frac{\beta}{A_0}. \tag{3.10}$$

Notons que la mesure de β est très incertaine avec cette méthode. On trouve par exemple pour l’interface testée $\beta = 0.20 \pm 0.09 \text{ mm}^4 \cdot \text{N}^2$.

En réinjectant les équations 3.7 et 3.10 dans l’équation 3.8 pour $Q = Q_s$, on obtient l’équation du second degré en A_s suivante :

$$\frac{\beta\sigma_s^2}{A_0} A_s^2 + A_s - A_0 = 0 \tag{3.11}$$

soit $A_s = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\beta\sigma_s^2}}{2\beta\sigma_s^2} A_0$. (seule solution physiquement acceptable de l’équation).

Ainsi, il est attendu dans le cadre décrit jusqu’ici que

$$A_s \propto A_0 \tag{3.12}$$

La figure 3.5(b) montre qu’on observe bien une relation de proportionnalité entre A_0 et A_s . On note $B_s = \frac{\partial A_s}{\partial A_0}$ le paramètre qui caractérise la chute d’aire de contact qui a lieu au cours du cisaillement jusqu’au glissement complet.

On observe également une relation linéaire entre l’aire de contact initiale A_0 et l’aire

de contact durant le glissement A_d . On notera de façon analogue $B_d = \frac{\partial A_d}{\partial A_0}$. On peut donc modéliser simplement, connaissant l'aire initiale d'un contact sphère plan, la force nécessaire à la mise glissement du contact Q_s et la force de frottement qui s'exerce lors du glissement installé de celui-ci, Q_d :

$$Q_{s,d} = \sigma_{s,d} B_{s,d} A_0 \quad (3.13)$$

Le protocole de calibration du comportement d'un monocontact a été réalisé deux fois, sur deux surfaces différentes de même géométrie. Pour la première réalisation, on trouve, *via* 4 régressions linéaires adaptées, $B_s = 0.856 \pm 0.003$, $B_d = 0.837 \pm 0.005$, $\sigma_s = 0.402 \pm 0.005$ MPa et $\sigma_d = 0.408 \pm 0.005$ MPa. Pour la seconde réalisation, on trouve, *via* 4 régressions linéaires adaptées, $B_s = 0.842 \pm 0.004$, $B_d = 0.833 \pm 0.005$, $\sigma_s = 0.497 \pm 0.005$ MPa et $\sigma_d = 0.434 \pm 0.004$ MPa. Dans tous les cas, les régressions présentent un $r^2 > 0.998$. Ainsi, on observe pour une interface donnée des relations parfaitement linéaires entre A_0^R , $A_{s,d}$ et $Q_{s,d}$, qui permettent de définir les paramètres $B_{s,d}$ et $\sigma_{s,d}$ avec une faible incertitude. Cependant, pour des interfaces *a priori* identiques, de même géométries et constituées des mêmes matériaux, on observe un écart supérieur à 10% sur les valeurs des paramètres $\sigma_{s,d}$ liant aire de contact et force de frottement. On verra en partie 3.2.3 que cette variation importante de la valeur de $\sigma_{s,d}$ est observée pour l'ensemble des interfaces sollicitées pendant la thèse. Les valeurs de $B_{s,d}$ sont stables, et pour la suite du travail de thèse, on prendra $B_s = 0.849 \pm 0.01$ et $B_d = 0.835 \pm 0.007$.

3.2 Comportement mécanique d'une interface rugueuse modèle : une superposition de blocs élémentaires ?

Pour mettre en place effectivement la stratégie de design de surfaces proposée dans le travail de thèse, il est nécessaire d'explicitier la relation entre le comportement mécanique d'un contact sphère/plan unique, décrit dans la partie précédente, et celui d'une interface rugueuse modèle, composée d'une multitude de ces contacts. En particulier, on montre dans cette partie qu'il est possible, dans une certaine mesure, de considérer la réponse mécanique d'une interface multicontact comme la somme des réponses individuelles des contacts sphère/plan qui la composent.

3.2.1 Existence d'interactions élastiques entre les aspérités

Commençons par observer qu'au sein d'une interface multicontact, les contacts ne peuvent pas être considérés comme indépendants. La figure 3.6 montre l'évolution de

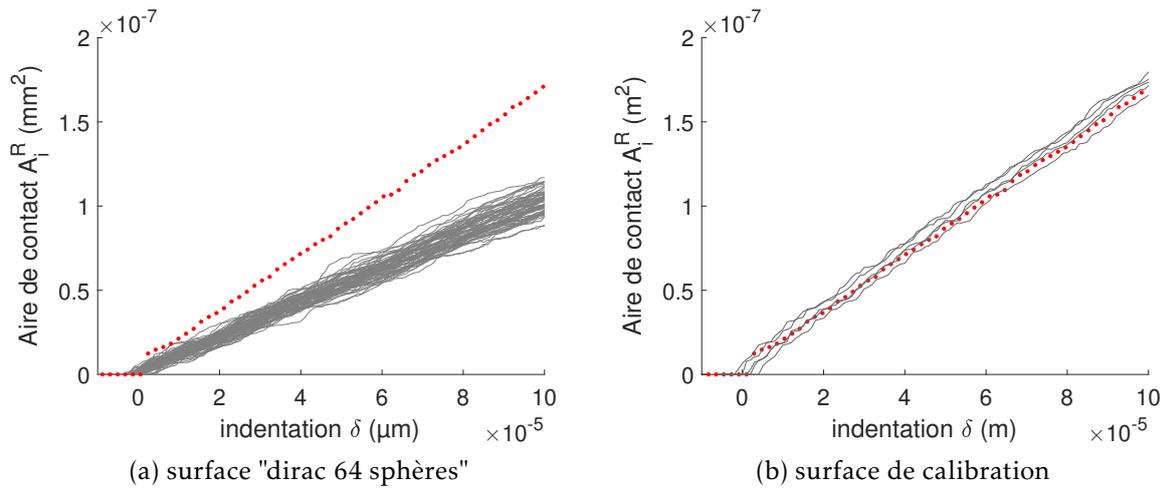


FIGURE 3.6 – Courbes grises : Évolution des aires de contact locales $A_i^R(\delta)$ au cours de l'indentation de la surface "Dirac 64 sphères" (a) et de la surface de calibration (b). Courbes discontinues rouges : Evolution $A_i^R(\delta)$ au cours de de l'indentation d'une unique sphère. $\delta = z - z_0$ où z_0 est la position verticale moyenne de mise en contact des aspérités.

l'aire réelle de contact mesurée pour chaque microcontact $A_i^R(\delta)$ au cours de l'indentation de 3 surfaces expérimentales :

- Une surface composée d'une aspérité unique de rayon $R=0.526$ mm et de hauteur $h=260$ μm .
- La surface de calibration, composée de 5 aspérités sphériques identiques de rayon $R=0.526$ mm et de hauteur $h=240$ μm , espacées d'un minimum de 7.07 mm.
- Une surface constituée de 64 aspérités sphériques identiques de rayon de courbure $R=0.526$ mm et de hauteur $h=250$ μm . Ces sphères sont organisées suivant un réseau carré de 8×8 aspérités, avec un écart de 1.5 mm entre 2 sphères voisines. On nomme cette surface "Dirac 64 sphères".

On observe que l'évolution des aires de contact des aspérités qui composent la surface "Dirac 64 sphères" en fonction de l'indentation globale de l'interface $A_i^R(\delta)$ est très différente de la même évolution pour une aspérité unique indentée (figure 3.6(a)), l'aire individuelle d'un contact sphère/plan de la surface "Dirac 64 sphères" étant plus faible que l'aire d'une sphère unique de même dimension pour une indentation donnée. En outre, les microcontacts de l'interface "Dirac 64 sphères" présentent des évolutions $A_i^R(\delta)$ différentes d'une aspérité à l'autre (cf. la dispersion du faisceau de courbes grises). Ceci indique que la présence d'autres aspérités dans le voisinage d'un contact sphère/plan donné modifie l'évolution de $A_i^R(\delta)$ pour ce contact. Les contacts qui com-

posent l'interface ne sont donc pas indépendants les uns des autres, pour l'espacement entre aspérités considéré. En comparaison, le comportement individuel des aspérités qui composent la surface de calibration est très similaire au comportement d'une aspérité unique indentée (figure 3.6(b)). Notons que cette apparente indépendance des aspérités de la surface de calibration conforte la validité de l'hypothèse d'indépendance des aspérités au sein de la surface de calibration, faite en partie 3.1. Ainsi, l'influence entre les différents microcontacts d'une interface est directement liée à la distance entre les aspérités.

L'influence du voisinage sur l'évolution de l'aire de contact d'une sphère indentée est souvent expliquée par l'existence d'interactions élastiques au sein d'une interface multicontact [27]. Pour tester cette hypothèse, un modèle issu des travaux de Ciavarella et al. [64] et de Afferrante et al. [65] et prenant en compte les interactions élastiques entre aspérités a été adapté à notre géométrie. Pour ce modèle, illustré en figure 3.7, on considère une surface rugueuse composée d'un plan élastique semi-infini duquel émergent des calottes sphériques définies par leur localisation (x_i, y_i) sur le plan, leur hauteur h_i et leur rayon de courbure R_i . Lorsqu'une sphère est indentée par un plan rigide, créant une zone de contact circulaire de rayon a_i , la calotte sphérique ainsi que le plan semi-infini sont déformés. Le profil d'une sphère ($R=0.526$ mm, $h=240$ μm) émergeant d'un plan élastique semi-infini indenté par un plan rigide avec une pénétration $\delta=150$ μm est montré figure 3.7(a). Ce profil est calculé comme la somme de la topographie initiale et du champ de déplacement $u_z(r)$ donné par la théorie de Hertz pour l'indentation d'un plan semi-infini par une sphère rigide de hauteur h et rayon de courbure R (voir courbes discontinues grises de la figure 3.7(a)) :

$$u_z(r) = \frac{1}{2R}(2a_i^2 - r^2), \quad r \leq a$$

et

$$u_z(r) = \frac{1}{\pi R} \left((2a_i^2 - r^2) \arcsin(a_i/r) + r^2(a_i/r)(1 - a_i^2/r^2)^{1/2} \right), \quad r > a_i,$$

où r est la distance au centre du contact, et u_z le déplacement vertical de Hertz. Ainsi, l'indentation d'une sphère induit un déplacement du plan élastique semi-infini sur la totalité du plan, ce qui modifie la hauteur effective des sphères appartenant à son voisinage, et donc le comportement mécanique global de l'interface. Pour résoudre le contact entre un plan rigide et une surface multi-aspérités, pour une pénétration globale δ , on applique la procédure suivante :

- Pour chaque aspérité, une première estimation du rayon de contact et du champ de déplacement induit est obtenue par l'application de la théorie de Hertz (en

supposant l'absence d'interactions).

- Pour chaque aspérité le déplacement élastique (au centre de l'aspérité) induit par la déformation des $n - 1$ autres aspérités est calculé par la relation suivante :

$$u_i = \frac{a_i^2}{R_i} + \frac{1}{\pi} \sum_{j=1, j \neq i}^n \left[\frac{2a_j^2 - r_{ij}^2}{R_j} \arcsin \left(\frac{a_j}{r_{ij}} \right) + \frac{a_j}{R_j} \sqrt{r_{ij}^2 - a_j^2} \right],$$

où $r_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2}$ est la distance entre les aspérités i et j , le premier terme correspond au déplacement de l'aspérité i et le second terme correspond à la somme des influences dues à toutes les autres aspérités. Après prise en compte de ce déplacement, tout se passe comme si le contact avait lieu à l'altitude $z_{ci} = \max(h_i)_{i \in [1:n]} - \delta - u_i$. L'altitude de contact prédite est donc, à la fin de cette étape, différente pour chaque aspérité, ce qui n'est pas compatible avec une indentation par un plan rigide d'altitude homogène.

- A partir de cet état insatisfaisant, l'idée est de corriger itérativement les altitudes de chacune des aspérités simultanément, pour parvenir à un état où toutes les altitudes sont égales à l'indentation souhaitée, δ . En pratique, à chaque itération, le rayon de contact de chaque aspérité est corrigé d'une quantité proportionnelle à l'écart entre l'altitude visée et l'altitude obtenue à l'étape précédente. Ainsi, les écarts se réduisent à chaque étape, et les itérations sont interrompues lorsque, pour toutes les aspérités, l'altitude obtenue est différente de δ de moins d'une quantité faible, fixée à l'avance, ici 1 nm.

La figure 3.7(b) montre un profil extrait de la sortie du modèle pour une surface constituée de 5 sphères alignées de coordonnées dans le plan, en mm, $(-1.5,0)$, $(-0.5,0)$, $(0.5,0)$, $(1.5,0)$ et $(2.5,0)$, de même rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$ et de même hauteur $h=240 \mu\text{m}$, après une indentation globale $\delta=150 \mu\text{m}$. On observe que la position la plus basse du plan élastique a été abaissée de $68 \mu\text{m}$ par rapport à sa position initiale, contre $36 \mu\text{m}$ pour une aspérité unique. De ce fait, les aires des microcontacts sont plus faibles que sans prise en compte des interactions, pour une pénétration donnée δ . On trouve pour le cas testé une aire moyenne par microcontact de $1.95 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$ lorsque les interactions élastiques sont prises en compte, contre $2.47 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$ sinon. Cette diminution de l'aire de contact pour une pénétration donnée est compatible avec ce qu'on peut observer figure 3.6(a), qui montre une augmentation plus lente avec l'indentation de l'aire des microcontacts pour les aspérités qui font partie d'un réseau d'aspérités (surface "Dirac 64 sphères") que pour une aspérité unique. En outre, on observe que l'aire

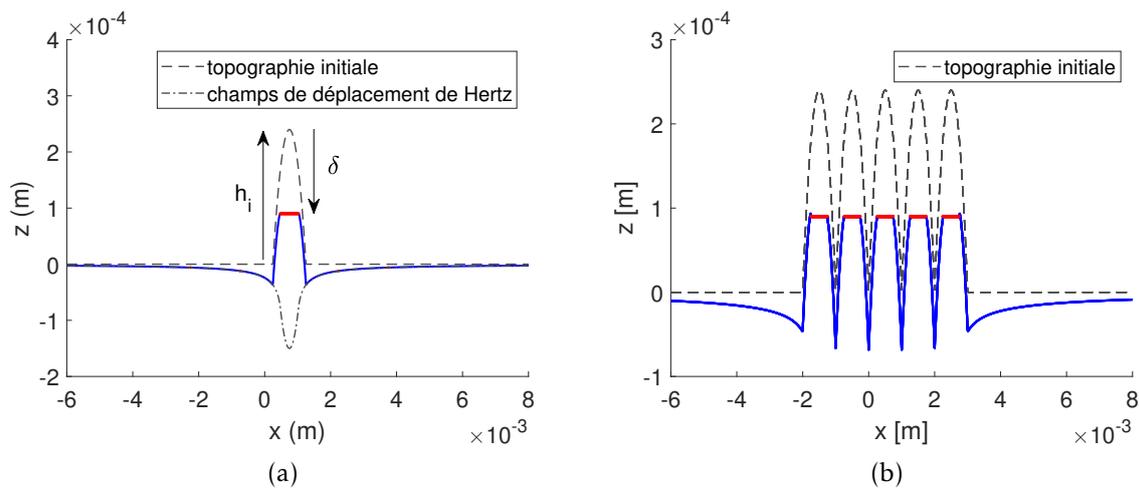


FIGURE 3.7 – Profils de hauteur ($y=0$) produits par le modèle d'interactions pour (a) une sphère de rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$ et de hauteur $h=240 \mu\text{m}$ et (b) une surface composée de 5 sphères de même rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$ de même hauteur $h=240 \mu\text{m}$ espacées de 1 mm, indentées de $\delta=150 \mu\text{m}$. Les parties du profil en dehors du contact (respectivement en contact) sont représentées en bleu (respectivement en rouge).

de contact de l'aspérité centrale $A_3 = 1.86 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$ est plus faible que l'aire des aspérités situées aux extrémités $A_1 = A_5 = 2.06 \cdot 10^{-7} \text{m}^2$. Puisque les sphères ont toutes la même hauteur et le même rayon de courbure, cette différence est entièrement due à la prise en compte des interactions élastiques.

Pour confronter ce modèle simple au système réel, on compare les sorties du modèle aux mesures expérimentales obtenues à partir de l'indentation de 3 surfaces expérimentales particulièrement pertinentes pour la mise en évidence des interactions élastiques :

- La surface "Dirac 64 sphères", déjà présentée.
- Une surface constituée de 25 aspérités sphériques identiques de rayon de courbure théorique $R=526 \mu\text{m}$ et de hauteur $h=240 \mu\text{m}$. Ces sphères sont organisées suivant un réseau carré de 5×5 aspérités, avec un écart de 1.5 mm entre 2 sphères voisines. On nomme cette surface "Dirac 25 sphères".
- Une surface constituée de 58 sphères réparties suivant différents paliers de hauteurs. Un exemple d'interface formée entre cette surface et une lame de verre, pour une force normale suffisante pour que toutes les aspérités soient en contact, est montrée en figure 3.8. Sur cette figure, chaque palier de hauteurs est représenté par une couleur : on compte 5 aspérités de hauteur $h=270 \mu\text{m}$ (en violet), 1 de hauteur $h=244 \mu\text{m}$ (en rouge), 3 de hauteurs $h=181 \mu\text{m}$ (en jaune), 1 de hauteur

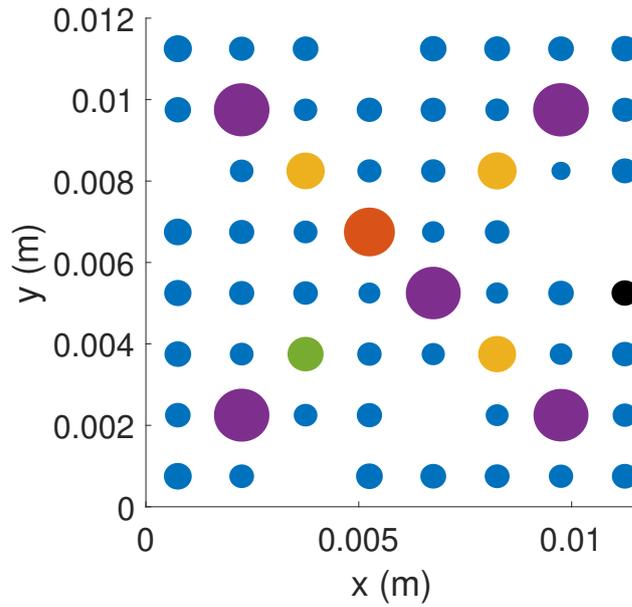


FIGURE 3.8 – Représentation de l'interface formée entre la surface "paliers de hauteurs" et une lame de verre pour $P=1.71$ N. La taille des disques est proportionnelle à la mesure de l'aire réelle du microcontact représenté. La couleur des disques est liée à la hauteur de l'aspérité en contact. Noir : $h=116$ μm ; Bleu : $h=129$ μm ; Vert : $h=173$ μm ; Jaune : $h=181$ μm ; Rouge : $h=244$ μm ; Violet : $h=270$ μm .

$h=173$ μm (en vert), 47 de hauteur $h=129$ μm (en bleu) et 1 de hauteur $h=116$ μm (en noir). Ces aspérités sont disposées suivant le même réseau carré que la surface "Dirac 64 sphères". Les espaces vides du réseau correspondent à des zones sans aspérités. On nomme cette surface "paliers de hauteurs".

Il est également intéressant de comparer le modèle prenant en compte les interactions élastiques entre aspérités avec un modèle plus simple, pour lequel on considère les aspérités comme indépendantes. Pour le modèle sans interaction, on considère que, pour une indentation globale δ donnée, chaque aspérité dont la hauteur h_i est suffisamment élevée ($h_i > h_{max} - \delta$) est indentée de la distance $\delta - (h_{max} - h_i)$, où h_{max} est la hauteur de l'aspérité la plus haute. On décrit la déformation de chaque aspérité à l'aide du modèle de Hertz, avec $E^* = E_c^*$. Ainsi, l'aire totale et la force normale totale de l'interface, pour une indentation δ , s'écrit :

$$A_0^R(\delta) = \sum_{i, (h_{max}-\delta) < h_i} \pi R (\delta - (h_{max} - h_i)) \quad (3.14)$$

$$P(\delta) = \sum_{i, (h_{max}-\delta) < h_i} \frac{4}{3} \sqrt{RE_c^*} (\delta - (h_{max} - h_i))^{\frac{3}{2}} \quad (3.15)$$

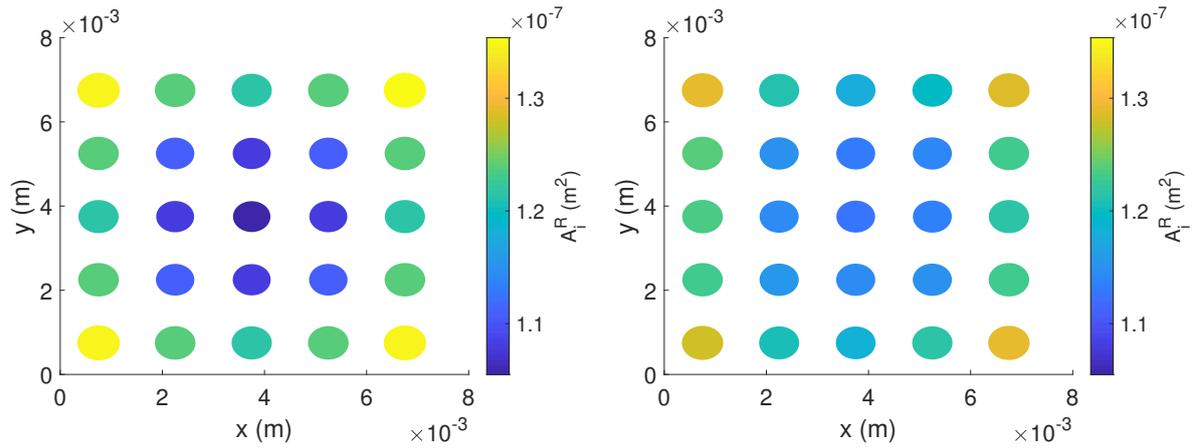
Dans le cadre de ce modèle, des aspérités de même hauteur conduisent à la formation

de microcontacts identiques.

La figure 3.9 montre d'une part les aires de contact mesurées (figures 3.9(b), (d) et (f)) lors de l'indentation des surfaces par une contre-surface en verre, et d'autre part celles calculées (figure 3.9(a), (c) et (e)) avec le modèle d'interaction à partir de la description géométrique des surfaces expérimentales. L'aire de chaque contact est à la fois représentée par la couleur utilisée et par la taille du disque tracé, dont le rayon est proportionnel au rayon mesuré. Pour le calcul de l'aire de contact avec le modèle d'interaction, on prend comme rayon de courbure $R=526 \mu\text{m}$ et comme hauteurs les valeurs de consigne utilisées lors de la réalisation des moules. Les figures 3.9(a) et 3.9(b) montrent cette comparaison pour l'interface formée entre la surface "Dirac 25 sphères" et le verre, pour $P=0.76 \text{ N}$. Les figures 3.9(c) et 3.9(d) montrent cette comparaison pour la surface "paliers de hauteurs", pour $P=1.71 \text{ N}$. Les contacts formés par les 47 sphères de hauteur $h=129 \mu\text{m}$ sont représentés par des disques colorés, tandis que les autres contacts sont représentés par des disques noirs. Enfin, les figures 3.9(e) et 3.9(f) comparent modèle et mesures pour la surface "Dirac 64 sphères", avec $P=1.41 \text{ N}$. Pour une comparaison plus pertinente, on utilise une même échelle de couleur pour les figures qui représentent une même interface (figures 3.9(a) et 3.9(b) par exemple).

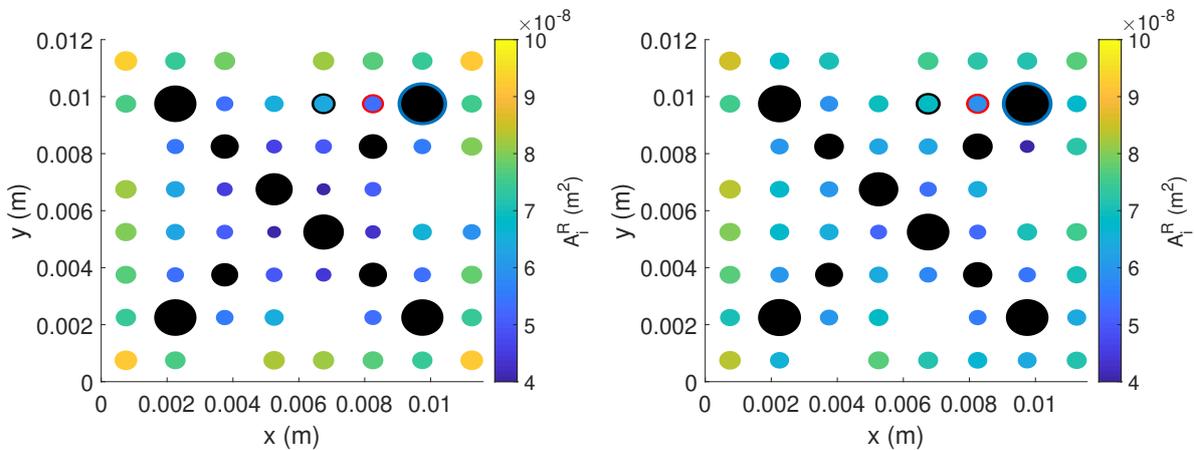
Pour une interface donnée, les contacts représentés en couleur sont formés par des sphères identiques (même hauteur et rayon de courbure). Ainsi, des micro-contacts indépendants, dont les relations aire-force sont données par les équations 3.14 et 3.15 présenteraient tous la même aire de contact (et donc seraient tous de la même couleur pour une figure donnée). On observe au contraire pour les aires mesurées, quelle que soit l'interface considérée, que les contacts situés au centre de l'interface sont plus petits que les contacts situés sur les bords de l'interface. Pour les surfaces "Dirac 25 sphères" et "paliers de hauteurs", on observe clairement que plus les contacts sont proches du centre, plus ils sont petits. Cette tendance est cependant plus bruitée pour la surface "Dirac 64 sphères". La tendance observée pour les surfaces "Dirac 25 sphères" et "paliers de hauteurs" se retrouve qualitativement dans les résultats du modèle d'interactions. Notons tout de même que le modèle surestime l'écart d'aire réelle de contact entre les différents contacts sphère/plan.

Le modèle d'interaction permet également de retrouver des tendances plus locales, pour des interfaces plus complexes. Par exemple, pour la surface "paliers de hauteurs", le modèle semble reproduire assez finement les tendances observées sur les mesures expérimentales, qu'elles soient locales ou globales. On observe ainsi, à la fois sur les



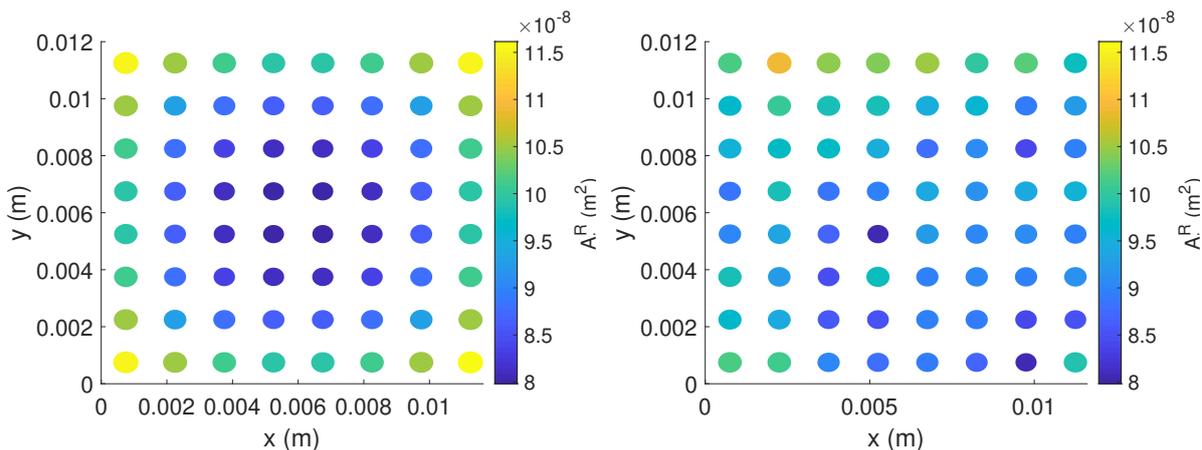
(a) "Dirac 25 sphères", $P=0.76$ N, prédiction

(b) "Dirac 25 sphères", $P=0.76$ N, mesure



(c) "paliers de hauteurs", $P=1.71$ N, prédiction

(d) "paliers de hauteurs", $P=1.71$ N, mesure



(e) "Dirac 64 sphères", $P=1.41$ N, prédiction

(f) "Dirac 64 sphères", $P=1.41$ N, mesure

FIGURE 3.9 – Aires de contact individuelles A_i^R des microcontacts, en fonction de la localisation du contact sphère/plan au sein de diverses interfaces multicontacts. Les aires sont doublement représentées par l'échelle de couleur et la surface des disques, proportionnelle à l'aire de la zone de contact associée. Les panels (a), (c) et (e) représentent les aires calculées par le modèle d'interaction. Les panels (b), (d) et (f) montrent les aires mesurées lors d'essais d'indentation. (b),(d) : Les microcontacts qui n'appartiennent pas au palier de hauteur le plus bas sont représentés en noir.

mesures et la sortie du modèle que la présence de gros contacts (en noir sur la figure) perturbe localement la tendance globale. Par exemple, le contact de coordonnées (8.25,9.75), entouré en rouge sur la figure, présente une aire plus faible que le contact de coordonnées (6.75,9.75), entouré en noir, du fait de la présence d'un contact fortement chargé en (9.75,9.75), entouré en bleu. A noter que lorsqu'on applique le modèle d'interaction à l'indentation de la surface de calibration, on trouve que les aires des 5 aspérités sphériques restent presque identiques (la différence est inférieure à 1.8%), quelle que soit la pénétration $\delta < 250 \mu\text{m}$ appliquée, ce qui encore une fois conforte la validité de l'hypothèse d'indépendance des aspérités au sein de la surface de calibration, faite en partie 3.1.

Enfin, notons que, lorsque qu'un contact est réalisé entre une surface élastique et une lame de verre, on peut mesurer une légère flexion de la lame de verre proportionnelle à la force normale appliquée, qui se traduit par une différence de hauteur de contact de l'ordre du micron entre les microcontacts du centre et du bords de l'interface. Par exemple, pour l'interface représentée sur la figure 3.9(b), la flexion de la lame de verre engendre une différence de hauteur de contact d'environ $1 \mu\text{m}$ entre les microcontacts de la première colonne et les microcontacts de la troisième colonne (de gauche à droite). Cette différence de hauteur de contact se traduit par une indentation effective plus faible (et donc une aire de contact plus faible) pour les aspérités de la troisième colonne que pour les aspérités de la première colonne. Cependant, l'effet de la flexion de la lame est négligeable devant les effets des interactions élastiques et ne suffisent pas à expliquer les écarts d'aire observés entre les microcontacts. En effet, la différence d'aire mesurée entre le microcontact central (toujours sur la figure 3.9(b)), et le microcontact du coin en haut à gauche correspond, selon le modèle de Hertz (cf. eq. 3.1), à une différence d'indentation effective de $8.8 \mu\text{m}$, bien supérieure à la déflexion de la lame.

Pour résumer, le modèle d'interaction permet de reproduire qualitativement les disparités d'aire de contact dues aux interactions entre aspérités au sein d'une interface multicontact. Notons tout de même que le modèle d'interactions reste très simpliste et fait de nombreuses approximations. D'abord, il ne prend pas en compte la taille finie du parallépipède rectangle élastique à la surface duquel émergent les sphères, que ce soit latéralement ou verticalement. En outre, on décrit les micro-contacts individuels par la théorie de Hertz alors que la partie précédente montre que ce modèle ne permet pas de pleinement décrire la déformation d'une aspérité sous chargement normal. Ainsi, il est probable qu'il soit nécessaire de procéder à des simulations bien plus élaborées si l'on voulait pouvoir reproduire quantitativement l'évolution de l'aire

de chaque microcontact au cours du chargement d'une interface multicontact.

3.2.2 La loi $A_0^R(P)$ est peu impactée par les interactions élastiques

On a montré dans la partie 3.2.1 que les différents microcontacts qui composent les surfaces expérimentales du travail de thèse ne sont pas indépendants. Ainsi, l'évolution de l'aire réelle de contact en fonction de l'indentation d'une interface constituée de nombreux contacts sphère/plan ne peut être vue comme la somme des lois $A_i^R(\delta)$ telles que calibrées en partie 3.1. Dans l'optique de réaliser des interfaces à lois de frottements $Q_{s,d}(P)$ pilotées, on a vu en partie 3.1 qu'il est nécessaire de maîtriser l'évolution de plusieurs quantités intermédiaires en fonction de la force normale appliquée à l'interface. La première de ces quantités est A_0^R , l'aire de contact réelle de l'interface formée par le contact purement normal entre la surface élastique rugueuse et une contre surface rigide et plane. Une problématique importante est donc de comprendre comment les interactions inter-aspérités mises en évidence en partie 3.2.1 influent sur la loi d'évolution $A_0^R(P)$.

La présence d'interactions élastiques au sein des interfaces créées, telles qu'intégrées dans le modèle d'interactions, semble décrire, au moins qualitativement, les perturbations des évolutions locales $A_i^R(\delta)$ engendrées par le voisinage des microcontacts. La figure 3.10 montre les lois $A_0^R(P)$ prédites par ce même modèle appliqué aux 3 surfaces décrites précédemment, à savoir les surfaces "Dirac 64 sphères", "Dirac 25 sphères" et "paliers de hauteurs". Cette évolution est comparée, toujours dans la figure 3.10, à celle calculée par les équations 3.14 et 3.15, ainsi qu'aux mesures expérimentales obtenues lors de l'indentation des surfaces correspondantes. Pour proposer une prédiction des lois $A_0^R(P)$ tenant compte des interactions entre aspérités, l'algorithme décrit en partie 3.2.1 est appliqué à l'interface de façon à calculer pour chaque microcontact l'évolution locale d'aire de contact avec la pénétration globale de l'interface $A_i^R(\delta)$. La force normale P_i qui s'exerce localement, au sein de chaque microcontact, est ensuite estimée par la relation aire/force décrite par le modèle de Hertz : $A = \pi \left(\frac{3RP}{4E^*} \right)^{2/3}$, en utilisant comme module d'Young le paramètre $E_c = 1.36 \pm 0.04$ MPa mesuré lors de la calibration expérimentale (voir partie 3.1). Pour chaque valeur de pénétration, on a alors $A_0^R(P) = \sum_{i=1}^N A_i^R(P_i)$, avec N le nombre d'aspérités.

L'incertitude sur la valeur des paramètres utilisés dans les deux modèles (E_c , R_i et h_i) est prise en compte par une procédure de type Monte-Carlo. L'évolution de $A_0^R(P)$ est prédite par les 2 modèles à 10000 reprises. Pour chaque itération, la valeur de E_c est tirée aléatoirement suivant une loi normale centrée sur $\langle E_c \rangle = 1.36$ MPa et d'écart-

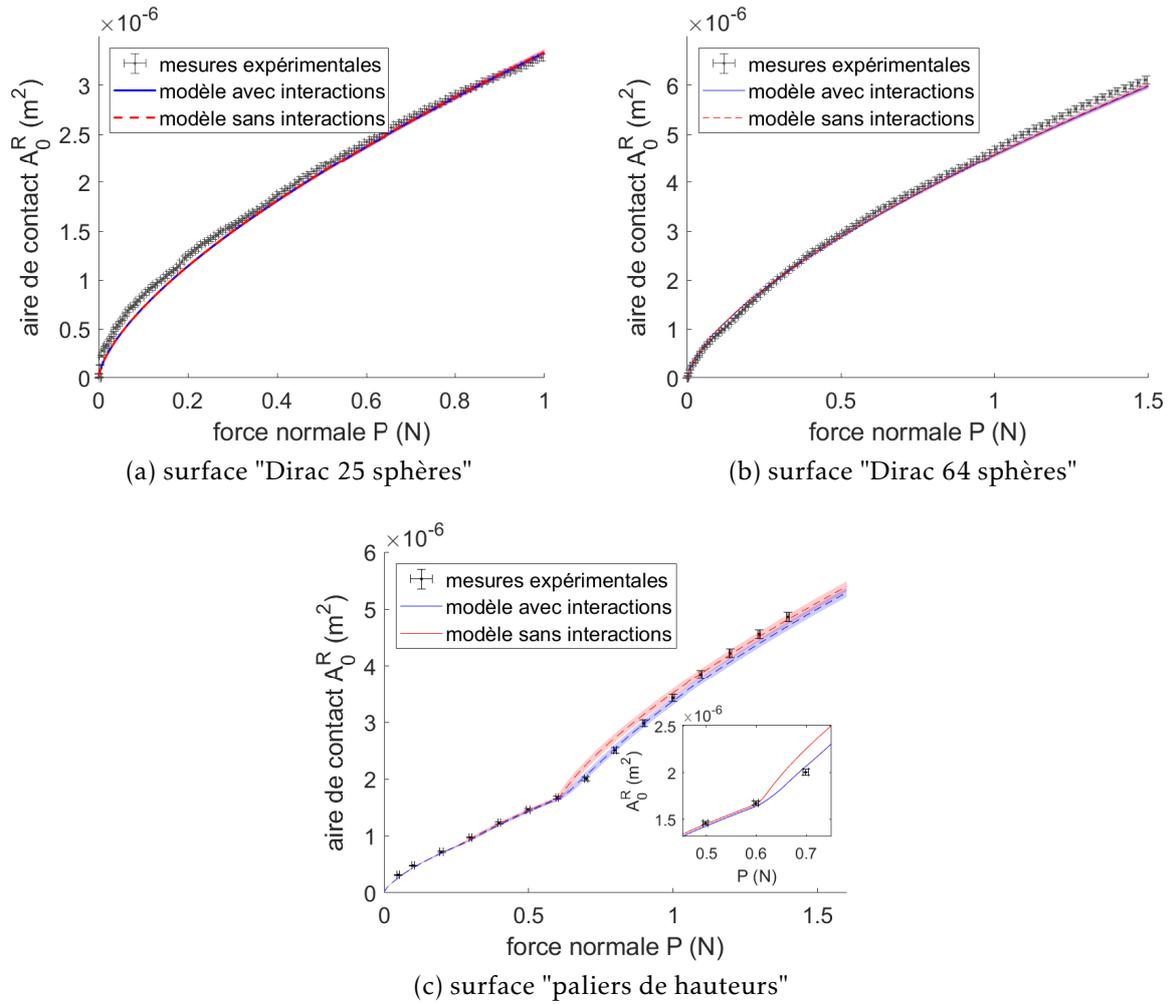


FIGURE 3.10 – Évolution de l'aire de contact A_0^R en fonction de la force normale P au cours de l'indentation de 3 surfaces multicontacts : (a) "Dirac 25 sphères", (b) "Dirac 64 sphères" et (c) "paliers de hauteur" (inset : zoom sur les modèles autour du changement de régime observé). Symboles : mesures expérimentales. Lignes colorées : modèles avec (bleu) et sans interaction (rouge). Zones colorées : incertitudes sur les modèles. $E_c=1.36 \pm 0.04$ MPa, $R=526 \pm 5$ μm .

type 0.04 MPa correspondant à l'incertitude mesurée dans la partie 3.1. De même, le rayon de courbure de chaque aspérité est tirée aléatoirement suivant une loi normale centrée sur $\langle R \rangle = 0.526 \mu\text{m}$ et d'écart-type $5 \mu\text{m}$ pour être en accord avec les mesures faites en partie 2.1.3 et la hauteur de la i -ème aspérité est tirée aléatoirement suivant une loi normale centrée sur $\langle h_i \rangle$ et d'écart-type $0.9 \mu\text{m}$, avec h_i la hauteur attendue pour la i -ème aspérité. L'incertitude des modèles, induite par l'incertitude sur la valeur des paramètres utilisés, est visualisée sur la figure 3.10 par une zone colorée autour de la valeur moyenne des prédictions. Plus précisément, la zone colorée correspond, pour $P = P_0 \in [0; P_{max}]$, à l'intervalle $\langle A_0^R(P_0) \rangle \pm \lambda_{\langle A_0^R(P_0) \rangle}$ où $\langle A_0^R(P_0) \rangle$ est la moyenne (et $\lambda_{\langle A_0^R(P_0) \rangle}$ l'écart type) sur les 10000 itérations du modèle, de la valeur de A_0^R en $P = P_0$.

On observe que pour les surfaces "Dirac 25 sphères" et "Dirac 64 sphères", le modèle tenant compte des interactions élastiques prédit une loi $A^R(P)$ parfaitement similaire au modèle sans interaction. En outre, ces deux modèles présentent un très bon accord quantitatif avec les mesures expérimentales.

Pour la surface "paliers de hauteurs", on observe que les deux modèles sont identiques et décrivent parfaitement les mesures pour les forces normales inférieures à $P \approx 0.6 \text{ N}$. On observe cependant un écart, entre chacun des modèles, et entre modèles et mesures, à partir de cette force, c'est-à-dire pour une indentation correspondant à l'arrivée en contact des sphères de hauteur $h=129 \mu\text{m}$. Cet écart s'explique justement par l'influence des interactions élastiques sur la mise en contact des aspérités sphériques. Sans interactions, les 47 aspérités de hauteur $h=129 \mu\text{m}$ entreraient toutes en contact avec la contre-surface pour la même pénétration globale $\delta=141 \mu\text{m}$. En revanche, le modèle tenant compte des interactions élastiques prévoit une pénétration de début de contact de $159 \mu\text{m}$ pour l'aspérité de ce palier de hauteur situées aux coins de la surface, contre $190 \mu\text{m}$ pour les aspérités centrales, soit un écart de $31 \mu\text{m}$. De ce fait, le changement de pente de la loi $A(P)$, qui a lieu pour $P \approx 0.6 \text{ N}$, calculée en tenant compte des interactions entre aspérités est beaucoup moins abrupte que sans interaction. Pour les forces normales comprises entre 0.6 et 1.0 N environ, la prédiction tenant compte des interactions semble plus représentative des mesures. Les écarts entre les 2 modèles restent cependant assez faibles.

La faible influence des interactions élastiques entre aspérités sur la loi $A^R(P)$ des interfaces rugueuses avait déjà été mis en évidence par Ciavarella et al [64], qui ont appliqué leur modèle à une surface obtenue par la discrétisation d'une surface fractale réaliste. Cette dernière surface est composée d'un nombre fini d'aspérités sphé-

riques de rayons de courbures variables, de hauteurs distribuées suivant une loi de probabilité gaussienne et espacées d'une distance variable. Ainsi, les interactions entre microcontacts au sein des interfaces rugueuses modèles semblent peu modifier, dans l'ensemble, l'évolution de l'aire de contact réelle en fonction de la force normale appliquée à l'interface. Le modèle sans interaction semble donc en première approximation suffisant pour décrire le passage du comportement individuel d'un microcontact au comportement global de l'interface rugueuse, tant que l'on se limite à l'évolution de l'aire de contact en fonction de la force normale appliquée à l'interface (le lien entre aire et indentation est quant à lui fortement affecté par les interactions). Néanmoins, dans certains cas particuliers, les interactions semblent influencer significativement sur le comportement mécanique de l'interface. Cette double observation est valable pour la totalité des surfaces expérimentales fabriquées au cours du travail de thèse, comme on le verra dans le chapitre 4, où l'on présentera l'influence particulière des interactions élastiques pour chaque interface rugueuse réalisée.

3.2.3 Comportement mécanique d'une interface multicontact cisailée

Toujours dans l'optique du design d'interfaces à loi de frottement pilotée, on cherche à maîtriser l'évolution de deux quantités avec la force normale appliquée : l'aire de contact et la force de frottement de l'interface cisailée, durant le glissement (A_d^R et Q_d) ou au pic statique (A_s^R et Q_s).

Réduction d'aire au cours du cisaillement

On a vu en partie 3.1 que l'aire réelle de contact d'une interface diminue lorsque que celle-ci est cisailée, et que la force de frottement statique (respectivement dynamique) est proportionnelle à l'aire de contact de l'interface au moment de sa mise en glissement (respectivement lors du glissement).

La figure 3.11 montre la relation entre l'aire durant le glissement A_d^R et l'aire avant cisaillement A_0^R , pour chaque microcontact i issu de l'ensemble des interfaces déjà présentées (surface de calibration, surfaces "Dirac 25 sphères", "Dirac 64 sphères" et "paliers de hauteur", pour de nombreuses forces normales). Quelle que soit l'interface multicontact de laquelle est extrait le microcontact, on observe la même tendance que celle exhibée en partie 3.1 pour le cisaillement de l'interface de calibration : l'aire de contact de chaque microcontact au cours du glissement, $A_{d_i}^R$, est proportionnelle à l'aire de contact mesurée avant le cisaillement de l'interface, $A_{0_i}^R$. De plus, la valeur du paramètre qui décrit la chute d'aire de contact, $B_d = \frac{A_{d_i}^R}{A_{0_i}^R}$ est la même quelle que soit

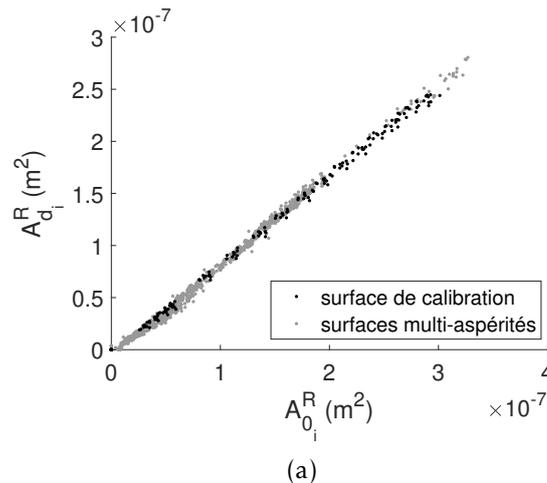


FIGURE 3.11 – A_d^R vs. A_0^R pour chaque microcontact issu de l'interface de calibration (symboles noirs) et des interfaces multicontact (symboles gris) formées par le contact entre une lame de verre et les surfaces "Dirac 25 sphères", "Dirac 64 sphères" et "paliers de hauteur", pour de nombreuses forces normales.

l'interface considérée et est compatible avec la valeur mesurée pour la surface de calibration en partie 3.1 (0.835 ± 0.007). Ainsi le voisinage d'un microcontact ne semble pas modifier la chute d'aire de contact qui a lieu au cours du cisaillement menant à sa mise en glissement.

Existence d'un pic de force lors de la mise en glissement

On a observé lors du cisaillement de l'interface de calibration (figure 2.13) l'existence de deux forces de frottement distinctes : la force de frottement statique Q_s qui correspond à la force nécessaire à la mise en glissement de l'interface et la force de frottement dynamique Q_d qui correspond à la force de frottement lors du glissement installé de l'interface.

Pour comprendre comment cette différence se propage à l'échelle de l'interface globale, on peut se baser sur le modèle de Trømborg et al [66], qui décrit la dynamique de la mise en glissement d'une interface constituée d'une multitude de microjonctions dont le comportement sous cisaillement est très similaire à ce que l'on a pu observer sur l'interface de calibration. Ce modèle montre que si la mise en glissement de l'ensemble des microjonctions n'est pas simultanée, alors la différence entre Q_s et Q_d à l'échelle de l'interface complète est bien moindre que la différence entre les forces de frottement statique et dynamique pour un unique microcontact. Plus la dispersion sur

le moment de mise en glissement des microcontacts est grande, et plus les forces de frottement statiques et dynamiques de l'interface rugueuse sont proches (cf. figure S5 de l'étude de Trømborg et al [66]).

Cette description correspond parfaitement à ce que l'on observe pour les interfaces expérimentales étudiées dans la thèse. La figure 3.12(a) montre que, pour un unique microcontact, la distance de cisaillement nécessaire à la mise en glissement d'un microcontact, $y(Q = Q_s)$, augmente lorsque l'aire du microcontact augmente.

La figure 3.12(b) décrit l'évolution de la force de cisaillement, normalisée par la force maximale mesurée durant le cisaillement, en fonction du déplacement latéral imposé pour (en noir) une interface constituée d'un unique microcontact pour $P=0.50$ N, (en bleu) une interface impliquant la surface "Dirac 64 sphères" avec $P=0.60$ N et (en rouge) une interface impliquant une surface rugueuse constituée de 64 aspérités dont les hauteurs sont distribuées suivant une loi exponentielle et sont comprises entre 80 et 200 μm , avec $P=2.0$ N. Dans le cas de la surface "Dirac 64 sphères", les aspérités ont toutes la même hauteur. Ainsi, pour une force normale imposée donnée, les microcontacts présentent tous des aires de contact similaires (les différences étant dues aux interactions élastiques entre aspérités), et on s'attend à ce que la différence entre les forces de frottement statiques et dynamiques globales soit du même ordre de grandeur que la différence entre Q_s et Q_d pour un unique microcontact, ce qu'on observe bien sur la courbe bleue. Au contraire, dans le cas d'une surface constituée d'aspérités de hauteurs très variables, comme celle pour laquelle un cisaillement typique est représenté en rouge sur la figure 3.12(b), les microcontacts formés présentent tous des aires de contact très différentes. Le modèle de Trømborg et al [66] prévoit alors une différence entre les forces de frottement statique et dynamique globales plus faible que pour un unique microcontact. On ne peut alors plus observer de pic de force : la force de cisaillement augmente jusqu'à une valeur maximale puis reste constante. Pour les autres surfaces réalisées au cours de la thèse, on observe un comportement intermédiaire : on peut identifier un pic et un plateau sur l'évolution de la force de cisaillement, mais la différence entre les valeurs de Q_s et Q_d à l'échelle de l'interface globale est bien plus faible que la différence entre les valeurs de Q_s et Q_d à l'échelle du microcontact.

Prédictions de l'évolution de l'aire de contact cisailée et de la loi de frottement d'une interface texturée

Même dans le cas d'un unique microcontact individuel, le pic statique de force reste peu marqué : on mesure ainsi sur l'interface de calibration une différence entre Q_s

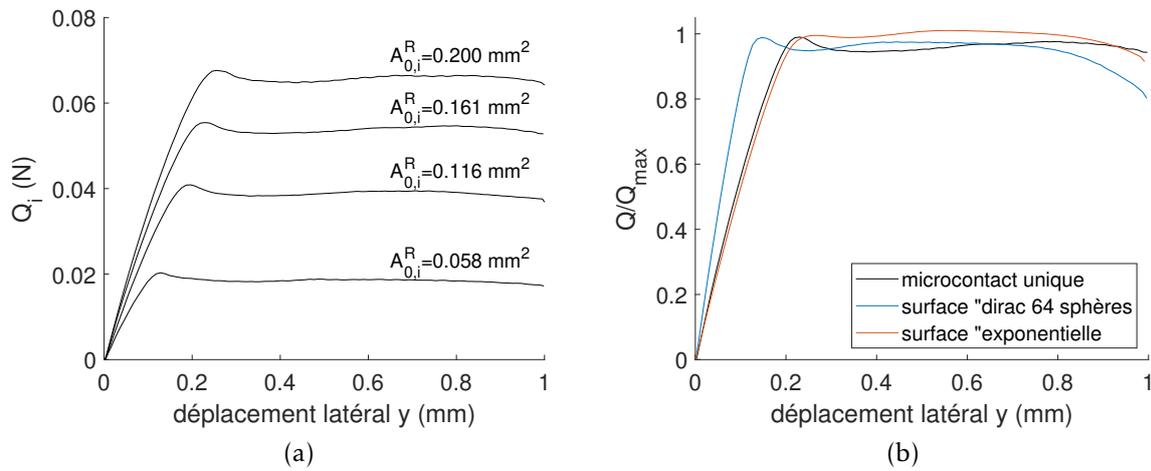


FIGURE 3.12 – Exemples d'évolutions $Q_i(y)$ au cours du cisaillement de l'interface de calibration, pour $P=[0.05;0.15;0.25;0.35]\text{N}$. L'aire locale mesurée pour chaque force normale est indiquée sur le graphique. (b) Exemples d'évolutions $Q(y)$ pour 3 interfaces. Pour chaque cisaillement, Q est normalisée par la force de cisaillement maximale mesurée Q_{\max} .

et Q_d inférieure à 9% quelle que soit la force normale appliquée. Pour la plupart des interfaces multicontact de la thèse, qui présentent de fortes disparités d'aires entre microcontacts, cette différence devient très faible devant la force de frottement. On propose donc deux modélisations distinctes de l'aire de contact cisailée et de la force de frottement, en fonction de l'interface :

Pour les interfaces de type "Dirac" ("Dirac 25 sphères" et "Dirac 64 sphères"), les microcontacts sont de tailles similaires et leur mise en glissement est quasi-simultanée. On propose de modéliser l'évolution de l'aire de contact cisailée par

$$A_{s,d}^R(P) = B_{s,d}A_0^R(P), \quad (3.16)$$

et la loi de frottement de l'interface rugueuse par

$$Q_{s,d}(P) = \sigma_{s,d}B_{s,d}A_0^R(P), \quad (3.17)$$

avec $A_0^R(P)$ l'aire de contact avant cisaillement, prédite par les équations 3.14 et 3.15, $B_s = 0.849 \pm 0.01$ et $B_d = 0.835 \pm 0.007$ les paramètres qui décrivent la chute d'aire de contact au cours du cisaillement d'un unique microcontact, mesurés sur l'interface de calibration. Les valeurs de σ_s et σ_d seront discutées dans la suite du chapitre.

Pour les autres surfaces rugueuses, qui présentent quelle que soit la force normale appliquée des microcontacts de tailles très variables, on ne différenciera pas les modé-

lisations de $A_s^R(P)$ et $A_d^R(P)$ et on considérera que

$$A_F^R = A_s^R(P) = A_d^R(P) = BA_0^R(P), \quad (3.18)$$

avec $B = B_d$. On ne fera pas non plus la distinction entre les aires mesurées A_s^R et A_d^R . On définit pour ces interfaces une unique aire de frottement, notée A_F^R et mesurée avec le même protocole que A_d^R (voir partie 2.3.2). De la même manière, on ne différenciera pas les modélisations de $Q_s(P)$ et $Q_d(P)$ et on considérera que

$$F = Q_s(P) = Q_d(P) = \sigma BA_0^R(P), \quad (3.19)$$

avec σ la contrainte de cisaillement dont la valeur sera discutée plus bas. On ne fera pas non plus la distinction entre la force nécessaire à la mise en glissement de l'interface, Q_s , et la force qui s'oppose au mouvement durant le glissement Q_d . On définit pour ces interfaces une unique force de frottement notée F et mesurée expérimentalement avec le même protocole que Q_s (voir partie 2.3.2).

La figure 3.13 confronte les prédictions obtenues à partir des équations 3.16 et 3.18 aux mesures expérimentales de $A_F^R(P)$, obtenues lors du cisaillement des surfaces "Dirac 25 sphères", "Dirac 64 sphères" et "paliers de hauteur". On observe que l'accord entre les modélisations et les mesures expérimentales est excellent et très similaire à ce qu'on observe pour les évolutions $A_0^R(P)$. Les seuls écarts non négligeables observés entre modèles et mesures se trouvent entre le modèle sans interaction et les valeurs expérimentales pour la surface "paliers de hauteurs", pour $P > 0.6$ N, de manière très similaire à ce que l'on observait en figure 3.10. Ainsi, la réduction d'aire est bien capturée par les équations 3.16 et 3.18.

On a vu lors de la caractérisation de la surface de calibration (partie 3.1) que, pour les deux surfaces testées, la relation entre $Q_{s,d}$ et $A_{s,d}$ est parfaitement linéaire et que $\sigma_{s,d}$ peut être mesuré avec une incertitude faible. De même, les régressions linéaires appliquées aux évolutions expérimentales $F(A_F^R)$ (courbes non montrées dans le manuscrit) des interfaces multicontacts testées (y compris celles présentées dans le chapitre 4) présentent toutes un coefficient de détermination $r^2 > 0.998$ et permettent de mesurer une contrainte de frottement propre à l'interface testée $\sigma = \frac{\partial F}{\partial A_F^R}$ avec un intervalle de confiance très resserré (l'intervalle de confiance à 95% est de ± 0.005 MPa). Cependant, entre plusieurs réalisations d'une même interface rugueuse, et entre les différentes interfaces réalisées, on observe des variations importantes de la valeur mesurée de $\sigma = \frac{\partial F}{\partial A_F^R}$. Les valeurs de σ varient ainsi entre 0.345 ± 0.005 MPa et 0.460 ± 0.005 MPa,

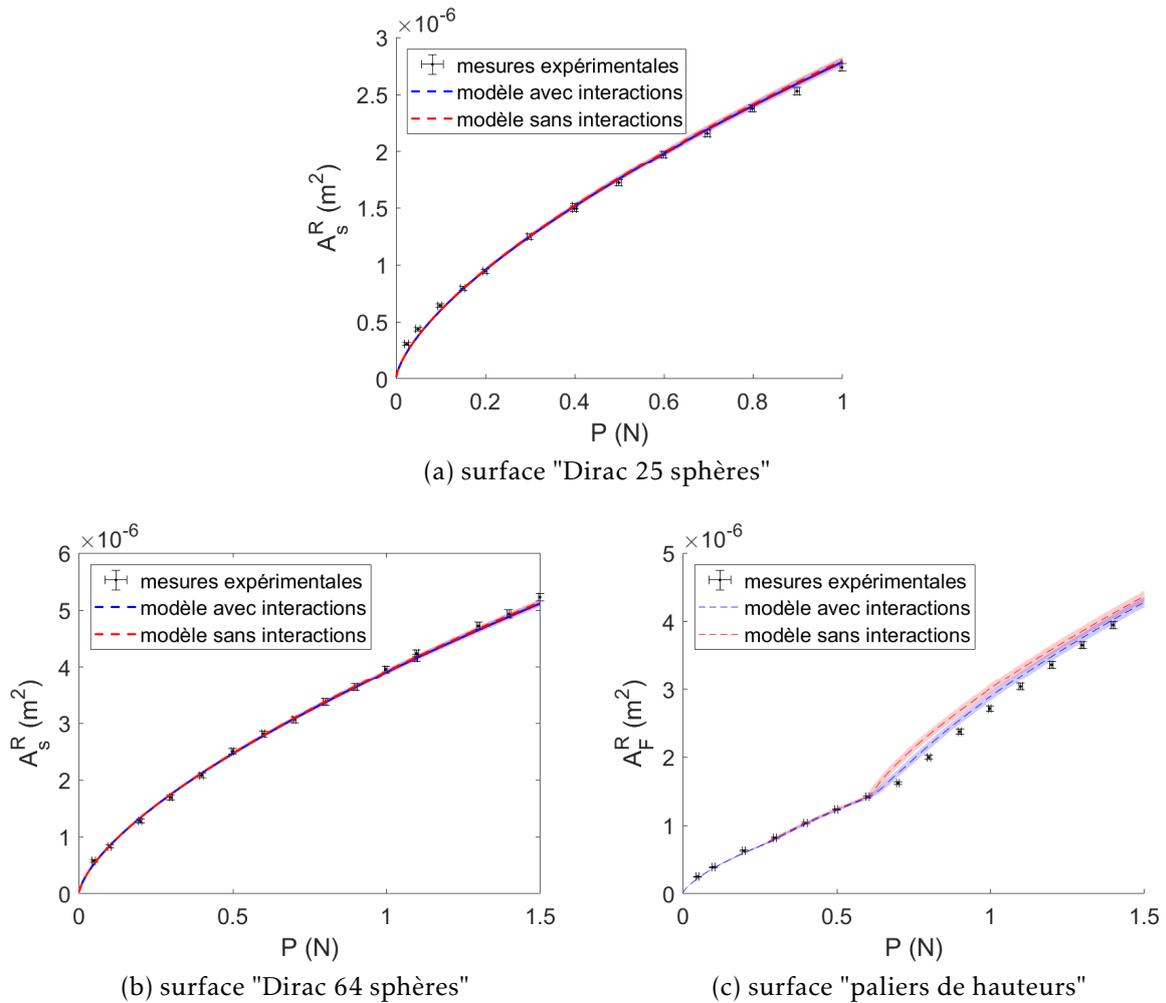


FIGURE 3.13 – Évolution de l’aire de contact cisailée, pour les 3 surfaces multicon-
tacts, en fonction de la force normale appliquée au cours du cisaillement. Symboles :
mesures expérimentales. Lignes discontinues : modèles avec et sans interaction. Zones
colorées : intervalles de confiance des modèles. $E_c=1.36 \pm 0.04$ MPa, $R=526 \pm 5$ μ m,
 $B=0.835 \pm 0.007$.

soit une différence d'environ $\pm 15\%$ par rapport à la valeur moyenne $\langle \sigma \rangle = 0.405$ MPa. L'origine de cette variation n'est pas précisément connue. L'hypothèse la plus probable est un manque de reproductibilité expérimentale de la chimie de surface des solides en contact.

Une première approche pour modéliser la loi de frottement d'une interface multicontact à partir de la calibration des microcontacts serait de résumer les variations possibles de σ à $\sigma = 0.40 \pm 0.06$ MPa et d'appliquer les équations 3.17 et 3.19. La figure 3.14 (panels (a) et (b)) confronte les prédictions ainsi obtenues aux mesures expérimentales, en prenant en compte les incertitudes sur l'ensemble des paramètres utilisés. Même si les modèles sont en accord avec les mesures (les mesures sont incluses dans les plages de prédictions des modèles), les incertitudes importantes sur σ rendent la prédiction peu utile, car associée à un intervalle de confiance trop large.

Pour obtenir une prédiction quantitative de la loi de frottement des interfaces multicontacts réalisées, on peut calibrer le paramètre σ en utilisant directement l'interface testée. Puisque, pour une interface donnée, σ est indépendant de la force normale, un unique essai de cisaillement, pour une force normale P_{calib} choisie arbitrairement est nécessaire pour calibrer la valeur de σ propre à l'interface, avec une précision de 0.005 MPa (soit la demi-longueur moyenne de l'intervalle de confiance à 95% sur la valeur de σ obtenue par régression linéaire). On note le paramètre mesuré ainsi σ_{multi} . La confrontation des prédictions obtenues par l'application des équations 3.17 et 3.19, avec $\sigma = \sigma_{multi}$, et des mesures expérimentales est présentée en figure 3.14, panels (c) et (d). L'accord entre le modèle et les mesures est, dans ces conditions, excellent.

Une prédiction quantitative de la loi de frottement d'une interface multicontact se basant sur le comportement mécanique d'un monocontact sphère/plan est donc possible, moyennant l'utilisation d'une unique information propre à l'interface rugueuse testée, à savoir $\sigma_{multi} = \sigma(P_{calib}) = \frac{F(P_{calib})}{A_F^R(P_{calib})}$.

3.3 Bilan et discussion

Pour résumer, on a commencé par étudier dans ce chapitre le comportement mécanique d'un microcontact expérimental, sphère/plan.

On a montré qu'il était possible de modéliser l'évolution de l'aire de contact d'un microcontact expérimental au cours d'une indentation normale par la théorie de Hertz, en remplaçant le module d'Young du matériau par un paramètre $E_c = 1.36 \pm 0.04$ MPa mesuré sur l'interface de calibration : $A_0^R(P) = \pi \left(\frac{3RP}{4E_c} \right)$, avec R le rayon de courbure de l'aspérité, mesuré par interférométrie en partie 2.1.3.

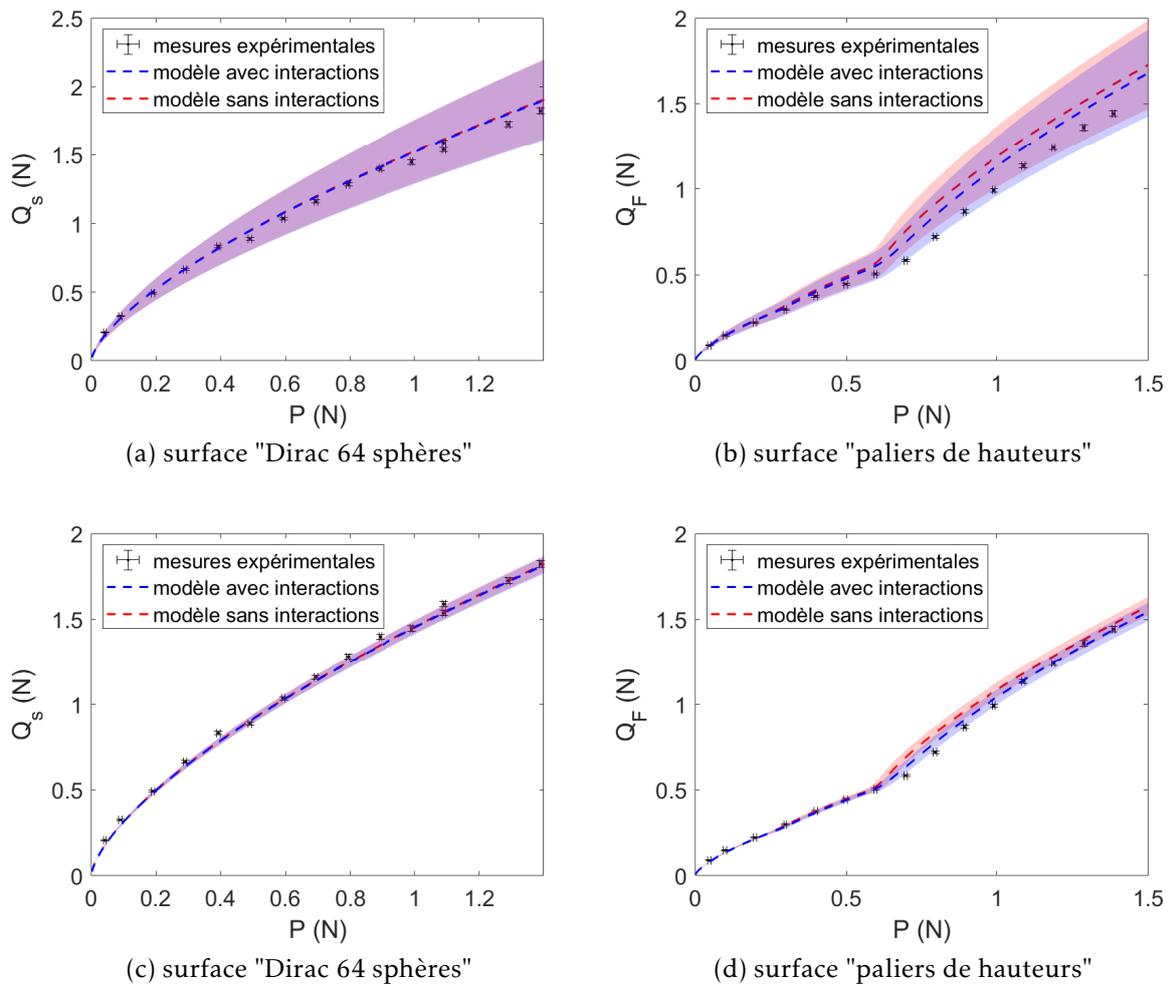


FIGURE 3.14 – Loi de frottement de deux interfaces rugueuses modèles : "Dirac 64 sphères" (colonne de gauche) et "paliers de hauteur" (colonne de droite). Symboles : mesures expérimentales. Lignes discontinues : modèles avec (bleu) et sans interaction (rouge). Zones colorées : incertitudes sur les modèles. $E_c=1.36 \pm 0.04$ MPa, $R=526 \pm 5$ μm , $B=0.835 \pm 0.007$. Dans les panels (a) et (b), $\sigma = 0.4 \pm 0.06$ MPa. Dans les panels (c) et (d), $\sigma = \sigma_{multi} \pm 0.005$ MPa.

On a également montré que l'aire de contact cisailée d'un microcontact individuel $A_{s,d}^R$ est proportionnelle à l'aire de contact non cisailée A_0^R . Les coefficients B_s et B_d qui relient l'aire de contact non cisailé à l'aire de contact au moment de la mise en glissement A_s^R et à l'aire de contact durant le glissement installé A_d^R ne dépendent pas de l'interface considérée et sont mesurés sur l'interface de calibration : $B_s = 0.849 \pm 0.01$ et $B_d = 0.835 \pm 0.007$

Enfin on observe, pour une interface donnée, une proportionnalité entre l'aire de contact cisailée et la force de frottement mesurée : $Q_{s,d} = \sigma_{s,d} A_{s,d}^R$. Cependant, la valeur de $\sigma_{s,d}$ semble dépendre de l'interface particulière considérée, contrairement à tous les autres paramètres décrits jusqu'ici.

Le lien entre le comportement individuel d'un microcontact expérimental et le comportement mécanique d'une interface rugueuse constituée d'une multitude de ces microcontacts a ensuite été étudié.

L'étude de l'évolution de l'aire de contact non-cisailée de chaque microcontact au sein d'une interface rugueuse en fonction de l'indentation globale de l'interface montre qu'on ne peut pas considérer que le comportement mécanique d'un micro contact individuel est le même, qu'il y ait ou non d'autres microcontacts dans son voisinage. Cela signifie que l'évolution $A_0^R(\delta)$ ne peut être prise comme étant la somme des évolutions locales $A_{0_i}^R(\delta_i)$. L'existence d'interactions élastiques entre aspérités au sein de l'interface rugueuse peut expliquer cette différence. Cependant ces interactions semblent avoir un effet limité sur l'évolution $A_0^R(P)$ d'une interface rugueuse : il est possible de modéliser le l'évolution $A_0^R(P)$ d'une interface rugueuse comme la simple somme des lois locales $A_{0_i}^R(P_i)$ (cf. équations 3.14 et 3.15).

Le changement d'échelle, d'une interface monocontact à une interface rugueuse multicontact, limite fortement la différence entre les forces de frottement statique et dynamique Q_s et Q_d . On décide donc, hors cas particulier, de considérer que le cisaillement d'interfaces rugueuses est caractérisable par une unique force de frottement F et une unique aire de contact cisailée A_F^R . La réduction d'aire observée pour un microcontact au cours de son cisaillement est identique, que le micro contact soit unique ou fasse partie d'une interface rugueuse. Il est donc possible de modéliser l'évolution de l'aire du contact cisailé avec la force normale comme il suit : $A_F^R(P) = B A_0^R(P)$, avec $B = B_d$ le paramètre de réduction d'aire mesuré sur l'interface de calibration. Les variations importantes sur les valeurs de σ entre différentes interfaces de même géométrie, déjà notées pour l'interface de calibration, peuvent également être observées pour l'ensemble des interfaces multicontact réalisées lors de la thèse. On propose donc deux prédictions de la loi de frottement $F(P)$ pour une interface rugueuse :

- Une première approche consiste à résumer les variations possibles de σ à $\sigma=0.40 \pm 0.06$ MPa. On a alors $F(P) = \sigma A_F^R(P)$. Cette prédiction présente de fortes incertitudes (voir figure 3.14) mais présente l'avantage d'être obtenue uniquement avec des paramètres calibrés sur un microcontact indépendant de la surface dont on cherche à prédire le comportement mécanique.
- Une seconde approche consiste à mesurer la contrainte de cisaillement directement sur l'interface rugueuse pour une unique force normale P (dont la valeur dépend de la surface testée). La prédiction obtenue est alors précise et présente peu d'incertitudes, mais ne peut être utilisée pour la conception de la surface. Il est en effet nécessaire de fabriquer l'interface pour modéliser sa loi de frottement de cette manière.

4

Design et réalisation des surfaces texturées

Dans le chapitre 3, on a montré qu'il est possible de prédire le comportement mécanique d'une interface rugueuse constituée d'une multitude de microcontacts sphère/plan à partir de la description précise du comportement d'un microcontact typique, et de la géométrie des aspérités sphériques individuelles (hauteur et rayon de courbure). En particulier, on a montré qu'il était possible de proposer une prédiction quantitative de l'évolution de l'aire de contact de l'interface, cisailée (indice F) ou non (indice 0), en fonction de la force normale appliquée, $A_{0,F}^R(P)$. En outre, on a montré qu'une prédiction quantitative de la loi de frottement de l'interface à partir de la géométrie des aspérités sphériques est possible, à condition de mesurer la valeur d'un paramètre supplémentaire, la contrainte de frottement σ , directement sur l'interface réalisée.

Dans ce chapitre on montrera comment il est possible de résoudre le problème inverse, c'est-à-dire comment proposer une description géométrique des aspérités sphériques (hauteur, rayon de courbure et localisation) permettant de réaliser une interface avec une loi de frottement ou une évolution $A_{0,F}^R(P)$ définie en amont. Les problèmes d'inversion sont souvent complexes à résoudre du fait du trop grand nombre de degrés de liberté et de l'absence de garantie de l'existence d'une solution. C'est particulièrement vrai dans le cas traité ici, les surfaces conçues étant constituées de N aspérités, chacune caractérisée par un rayon de courbure variable R_i , une hauteur variable h_i et une localisation (x_i, y_i) . Concevoir une telle surface revient donc à déterminer les valeurs de $N \times 4$ paramètres indépendants. Pour contourner cette difficulté et être capable de proposer une solution réalisable physiquement au problème d'inversion, on propose deux simplifications.

Premièrement, plutôt que de chercher à résoudre le problème de façon générique pour n'importe quelle loi de frottement, on proposera des méthodes d'inversions spécifiques aux types de cahier des charges fixés et de lois de frottement visées. Les méthodes de

conception décrites dans ce chapitre viseront à la réalisation de 3 types de lois de frottements, illustrés en figure 4.1 :

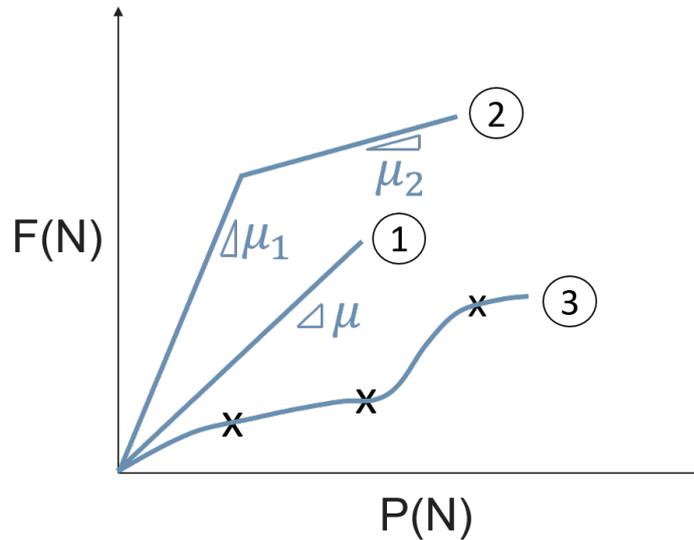


FIGURE 4.1 – Illustration des 3 types de lois de frottement visées dans la thèse

1. Des lois de frottement linéaires caractérisées par un coefficient de frottement.
2. Des lois de frottement qui présentent deux régimes de fonctionnement distincts. En pratique, on réalisera des surfaces dont la loi de frottement visée est linéaire par morceaux, et donc caractérisée par deux coefficients de frottement.
3. Des lois de frottement définies par N points de fonctionnement force normale/force de frottement (P_{0_i}, F_{0_i}) .

Chaque section du chapitre sera dédiée à une de ces familles de lois de frottement, associée au traitement d'un type de cahier des charges.

Deuxièmement, certains paramètres seront fixés pour diminuer le nombre de degrés de liberté du problème :

- Le nombre d'aspérité N qu'on fixe à 64 pour des raisons pratiques développées en partie 2.1.
- La localisation des aspérités. On utilisera toujours le même réseau carré de 8×8 aspérités espacées de 1.5 mm. On a montré dans le chapitre 3 que, avec une telle distance entre aspérités, la loi $A_0^R(P)$ est peu modifiée par les interactions élastiques entre aspérités. La localisation exacte des sphères n'a donc que peu d'influence sur la loi de frottement. L'emplacement de chacune des aspérités sur le réseau sera ainsi fixé aléatoirement, sauf mention contraire.

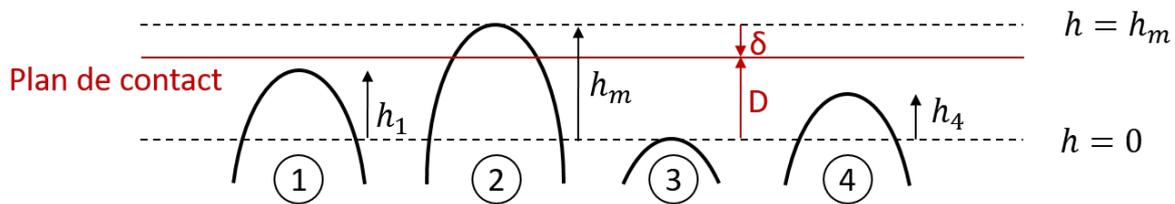


FIGURE 4.2 – Illustration d’une surface constituée de 4 sphères alignées, indentée par un plan rigide

- Le rayon de courbure R . Il est fixé à $526 \mu\text{m}$, soit le rayon de courbure des sphères réalisés par un usinage purement vertical à l’aide d’une fraise hémisphérique de rayon $500 \mu\text{m}$, voir partie 2.1.3.

Ainsi, le seul paramètre libre sera la hauteur de chaque aspérité, tous les autres paramètres étant fixés. On verra dans le chapitre que cette restriction n’empêche pas de réaliser des surfaces aux lois de frottement très variées, et donc que le nombre de degrés de liberté du système reste suffisant pour les applications visées.

En pratique, et pour l’ensemble des méthodes, le cahier des charges visé sera défini en terme de relation entre aire de contact et force normale imposée. En effet, le chapitre 3 montre que l’on est capable de prédire complètement et quantitativement la loi $A_0^R(P)$ d’une interface à partir de la topographie de la surface mise en jeu. Au contraire, la prédiction quantitative de la loi de frottement $F(P)$ d’une surface nécessite une mesure supplémentaire de σ , une fois la surface fabriquée. Une conception basée sur une inversion de cette loi n’est donc pas possible.

Enfin, pour toute la suite du chapitre, on définit quelques grandeurs qui décrivent les interfaces traitées, par le biais de la figure 4.2 qui représente schématiquement une surface constituée de 4 sphères alignées, indentée par un plan rigide. Pour commencer, les hauteurs des aspérités sont définies par rapport à la hauteur de l’aspérité la plus basse. Ainsi, l’aspérité la plus basse (aspérité 3 sur la figure 4.2) a une hauteur $h_i=0 \mu\text{m}$ et donc le plan duquel émergent les sphères est situé à une altitude négative. On note h_m la hauteur de l’aspérité la plus haute. En outre, on note D la distance entre le plan rigide (appelé plan de contact sur la figure) et la hauteur $h=0 \mu\text{m}$. Enfin la pénétration δ est la distance entre le plan rigide et l’aspérité la plus haute.

4.1 Design et réalisation de surfaces à coefficient de frottement piloté

4.1.1 Principe d'inversion basé sur le modèle de Greenwood et Williamson

Dans cette partie, on cherchera à concevoir des surfaces qui présentent une loi de frottement $F(P)$ linéaire et dont la pente, c'est-à-dire le coefficient de frottement de l'interface, est fixée à l'avance. Le modèle de Greenwood et Williamson [24] définit un cadre parfaitement adapté pour ce cahier des charges. En effet, il considère une assemblée d'aspérités sphériques en contact avec un plan (voir figure 1.4 pour un schéma descriptif). Ces contacts sont indépendants les uns des autres et décrit par le modèle de Hertz. Si les N sphères ont le même rayon de courbure R , et que leurs hauteurs h sont distribuées suivant une loi de probabilité quelconque Φ , alors l'aire de contact et la force normale observées à l'interface pour une altitude D du plan sont respectivement :

$$A_0^R = \pi N R \int_D^\infty (z - D) \Phi(z) dz \quad (4.1)$$

$$P = \frac{4}{3} N E^* \sqrt{R} \int_D^\infty (z - D)^{3/2} \Phi(z) dz. \quad (4.2)$$

Dans le cas particulier où la loi de probabilité Φ est exponentielle, d'écart-type λ , soit $\Phi = \frac{1}{\lambda} e^{-\frac{h}{\lambda}}$, alors on peut montrer que :

$$A_0^R = \sqrt{\pi} \left(\frac{R}{\lambda} \right)^{1/2} \frac{P}{E^*},$$

où $E^* = \frac{E}{1-\nu^2}$ est le module élastique réduit qui caractérise le contact de Hertz. L'évolution $A_0^R(P)$ est donc parfaitement linéaire. La pente de cette évolution est alors pilotée par le rayon de courbure des sphères, R , l'écart-type λ de la distribution exponentielle de hauteur, et E^* . Notons ici que la pente est indépendante du nombre N d'aspérités.

Les surfaces rugueuses modèles utilisées au cours de la thèse respectent bien les hypothèses de ce modèle. En effet, on a montré au cours du chapitre 3 que l'indentation d'une sphère élastique unique par une lame de verre peut être décrite de manière tout à fait satisfaisante par l'équation qui décrit un contact sphère/plan dans le cadre de la théorie de Hertz, en remplaçant le module élastique du matériau par le paramètre calibré expérimentalement $E_c = 1.36 \pm 0.04$ MPa. En outre, si les microcontacts ne sont

pas indépendants au sein de l'interface rugueuse modèle, on a montré expérimentalement que dans de nombreux cas, l'évolution de l'aire de contact en fonction de la force normale appliquée, à l'échelle de l'interface globale, $A_0^R(P)$, n'est que peu affectée par les interactions entre aspérités. On vérifiera que ce constat est valable pour l'ensemble des surfaces réalisées.

La différence principale entre la surface décrite dans le modèle et les surfaces expérimentales utilisées ici concerne la distribution des hauteurs des sphères. Dans le cas du modèle, la distribution de hauteur est continue, ce qui signifie en particulier que, quelle que soit la hauteur considérée, la probabilité de présence d'une sphère est non nulle. Au contraire, les surfaces expérimentales sont constituées d'un nombre fini d'aspérités dont les hauteurs sont fixées une fois pour toute au moment de la réalisation. Pour piloter la pente de $A_0^R(P)$, on cherchera à proposer une liste finie de hauteurs qui soit la plus représentative possible d'une distribution exponentielle continue d'écart-type λ . Dans ce contexte, la partie 4.1.2 décrit comment le passage d'une distribution continue de hauteurs à une liste finie de N hauteurs affecte l'évolution $A_0^R(P)$ et comment une méthode de discrétisation adaptée permet de minimiser ces effets pour approcher au mieux le comportement qui serait issu d'une distribution continue.

4.1.2 Discrétisation de la distribution exponentielle de hauteur

On peut distinguer deux différences majeures entre la distribution continue de hauteurs telle que décrite dans le modèle de Greenwood et Williamson et la distribution discrète de hauteurs qui caractérise les surfaces rugueuses expérimentales utilisées dans la thèse. Ces deux différences modifient chacune l'évolution $A_0^R(P)$ et seront traitées séparément.

Existence d'une hauteur maximale h_m

La première différence majeure réside dans le fait qu'une distribution exponentielle est définie sur \mathbf{R}^+ , ce qui signifie que, quelle que soit la hauteur considérée, la probabilité de présence d'une sphère est non nulle. Au contraire, l'ensemble des hauteurs qui décrit une surface expérimentale est toujours borné par la hauteur de la plus grande aspérité, notée h_m .

Pour prendre en compte cette différence dans le calcul de $A_0^R(P)$, on remplace, dans le modèle de Greenwood et Williamson, la distribution exponentielle par une distribution exponentielle tronquée, dont la fonction de densité de probabilité normalisée

(pdf) s'écrit :

$$pdf(h) = \frac{e^{-\frac{h}{\lambda}}}{\left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right) \lambda}, 0 < h < h_m \quad (4.3)$$

En reproduisant le raisonnement effectué dans l'étude originale de Greenwood et Williamson [24], avec les mêmes hypothèses de travail (R constant et aspérités indépendantes) et en repartant des équations 4.1 et 4.2, on obtient pour une indentation $\delta = h_m - d$ de la surface donnée (voir figure 3.7 pour une définition de δ) :

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \pi NR \int_{h_m - \delta}^{h_m} \frac{(\delta - (h_m - z))e^{-\frac{z}{\lambda}}}{\left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right) \lambda} dz \\ &= \frac{\pi NR}{1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}} \lambda \left[\left(-\frac{\delta}{\lambda} - 1\right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} + e^{-\frac{h_m - \delta}{\lambda}} \right], \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} P(\delta) &= \frac{4}{3} NE^* \sqrt{R} \int_{h_m - \delta}^{h_m} \frac{(\delta - (h_m - z))^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{z}{\lambda}}}{\left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right) \lambda} dz \\ &= \frac{4NE^* \sqrt{R}}{3 \left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right)} \lambda^{3/2} \left[\frac{3\pi^{1/2}}{4} erf\left(\sqrt{\frac{\delta}{\lambda}}\right) e^{-\frac{h_m - \delta}{\lambda}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\delta}{\lambda}} \left(2\frac{h_m - \delta}{\lambda} - 3 - 2\frac{h_m}{\lambda}\right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

avec erf la fonction d'erreur, défini sur \mathbf{R} par $erf(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$.

Les évolutions $A_0^R(P)$ obtenues pour une distribution exponentielle des hauteurs, d'écart type $\lambda=40 \mu\text{m}$ (respectivement $\lambda=20 \mu\text{m}$), et pour plusieurs distributions tronquées de même écart-type que la distribution exponentielle, mais pour différentes valeurs de h_m sont comparées en figure 4.3(a) (respectivement (b)). Pour une valeur donnée de λ , la valeur de h_m influe grandement sur la perturbation de l'évolution de $A_0^R(P)$ engendrée par la troncature de la distribution exponentielle de hauteur. Ainsi, pour $\lambda=40 \mu\text{m}$ et $h_m=240 \mu\text{m}$, l'évolution $A_0^R(P)$ est très similaire à celle calculée pour la distribution non tronquée, et est donc quasi linéaire quelque soit la force normale considérée. La différence de pente entre les deux lois est alors très faible. Par exemple, on observe une différence de pente locale, pour $P=0.7 \text{ N}$ (force normale représentative de la partie linéaire de la loi), de seulement 0.6%. Au contraire, l'évolution est fortement perturbée pour $h_m=120 \mu\text{m}$. D'abord, la pente, toujours pour $P=0.7 \text{ N}$, présente une différence de 8.6% avec celle calculée pour une distribution non tronquée. De plus, on observe une forte non linéarité pour des faibles valeurs de P . On observe ainsi, pour $\lambda = 40 \mu\text{m}$ et $h_m=120 \mu\text{m}$, que la loi $A_0^R(P)$ est raisonnablement assimilable

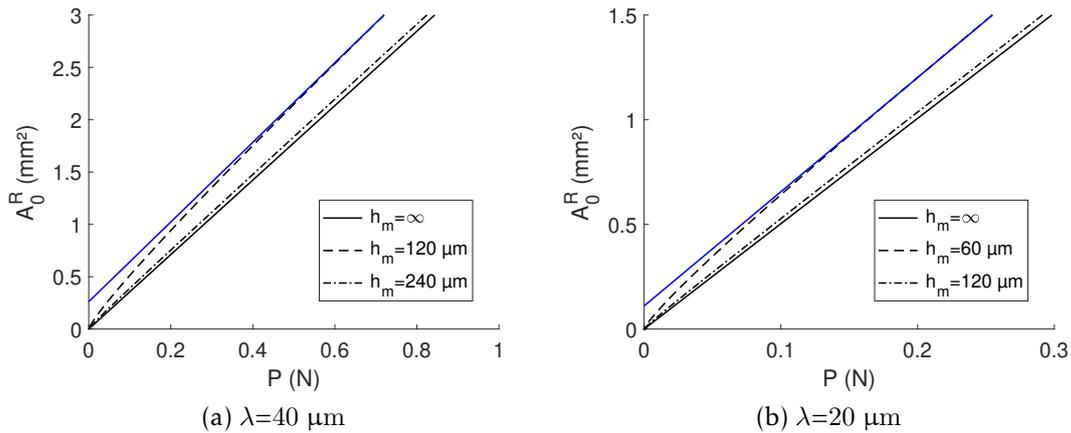


FIGURE 4.3 – $A_0^R(P)$ vs. P , calculé pour une distribution exponentielle de hauteurs ($h_m = \infty$) et pour deux distributions exponentielles tronquées, de rapport $\frac{h_m}{\lambda} = \{3; 6\}$. Droite bleue : asymptote de $A_0^R(P)$ pour $\frac{h_m}{\lambda} = 3$. $E = 1.36 \text{ MPa}$, $R = 526 \mu\text{m}$, (a) : $\lambda = 40 \mu\text{m}$, (b) : $\lambda = 20 \mu\text{m}$.

à une droite pour $P > 0.4 \text{ N}$ uniquement.

Finalement, notons que les observations réalisées pour $\lambda = 40 \mu\text{m}$ sont qualitativement valables pour d'autres valeurs de λ , à valeur constante de $\frac{h_m}{\lambda}$. Par exemple, pour $\lambda = 20 \mu\text{m}$ (cf. figure 4.3(b)), on observe que, pour $\frac{h_m}{\lambda} = 6$, l'évolution $A_0^R(P)$ est très similaire à celle calculée pour la distribution non tronquée (de la même manière que pour $\lambda = 40 \mu\text{m}$ et $\frac{h_m}{\lambda} = 6$). Au contraire, pour $\frac{h_m}{\lambda} = 3$, on observe une forte non linéarité pour des faibles valeurs de P , et une pente asymptotique assez différente de la pente attendue pour la distribution non tronquée associée. La encore, ces observations sont similaires au cas $\lambda = 40 \mu\text{m}$ et $\frac{h_m}{\lambda} = 3$.

Effet du nombre fini d'aspérités

Le processus de discrétisation de la distribution continue de hauteur des aspérités, c'est-à-dire le passage d'une surface théorique caractérisée par une infinité d'aspérités vers une surface réelle décrite par une liste de N hauteurs, on va le voir, modifie plus ou moins la loi de frottement prédite selon la méthode de discrétisation utilisée.

On cherche dans cette section à proposer une méthode qui permet de définir une distribution discrète de hauteurs avec un nombre fini d'éléments et qui possède la loi de frottement la plus proche possible de la loi de frottement de la surface théorique ayant une distribution de hauteurs continue. De cette manière, on espère pouvoir concevoir une surface au coefficient de frottement prédéfini, par une inversion du modèle continu uniquement.

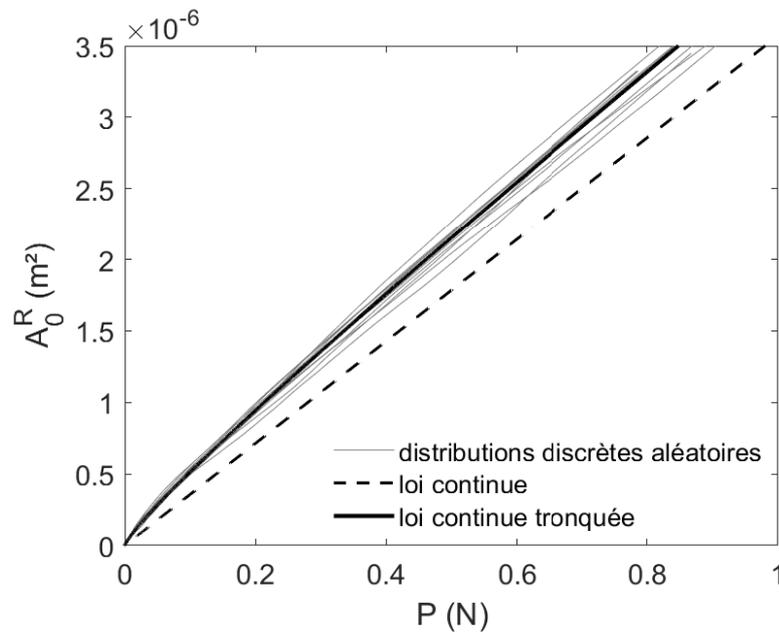


FIGURE 4.4 – $A_0^R(P)$ vs. P , pour une distribution exponentielle de hauteurs, d'écart-type $\lambda=40 \mu\text{m}$, pour une distribution exponentielle tronquée ($h_m=120 \mu\text{m}$) et pour 10 surfaces constituées de 64 sphères tirées aléatoirement suivant une loi exponentielle d'écart-type ($\lambda=40 \mu\text{m}$). $E=1.36 \text{ MPa}$, $R=526 \mu\text{m}$.

Pour aborder les différentes approches envisagées, on prendra l'exemple d'une surface composée de 64 aspérités sphériques de rayon $R=526 \mu\text{m}$, dont les hauteurs sont issues d'une distribution exponentielle d'écart-type $\lambda=40 \mu\text{m}$. On fixe la valeur maximale de hauteur possible à $h_m=120 \mu\text{m}$, valeur qui sera en pratique utilisée lors de la fabrication des surfaces, du fait de contraintes expérimentales sur lesquelles on reviendra plus tard.

Une première approche consisterait à définir chaque hauteur comme le tirage d'une variable aléatoire suivant une loi exponentielle d'écart-type $\lambda=40 \mu\text{m}$. Lorsqu'une hauteur est supérieure à $h_m=120 \mu\text{m}$, on réalise à nouveau le tirage complet des 64 aspérités.

La figure 4.4 montre la loi $A_0^R(P)$ calculée pour 10 surfaces constituées de 64 aspérités sphériques dont la hauteur est définie par un tel tirage. Le calcul de la loi est effectué en utilisant le modèle sans interactions décrit en partie 3.2.2.

Du fait du faible nombre d'aspérités considérées, les propriétés de l'interface ainsi créée sont largement dépendantes du tirage. On observe par exemple, pour $P=0.5 \text{ N}$, un écart d'aire pouvant atteindre 18% entre 2 surfaces issues de la même loi continue. Notons que, comme attendu, l'évolution $A_0^R(P)$ calculée pour la distribution exponentielle tronquée (avec $h_m=120 \mu\text{m}$) est bien plus représentative du comportement des

surfaces discrètes que ne l'est l'évolution calculée pour une distribution exponentielle non tronquée.

On propose alors de choisir la hauteur de chaque aspérité de manière déterministe. La méthode proposée est la suivante : l'intervalle possible de hauteurs est divisé en sous intervalles de longueurs identiques Δ_z , dont on discutera la valeur par la suite. La probabilité qu'une hauteur tirée aléatoirement appartienne à l'intervalle $[z_0; z_0 + \Delta_z]$ est :

$$p(h \in [z_0; z_0 + \Delta_z]) = \int_{z_0}^{z_0 + \Delta_z} \frac{e^{-\frac{u}{\lambda}}}{\left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right) \lambda} du \quad (4.6)$$

On définit alors le nombre d'aspérités dont la hauteur est prise dans cet intervalle comme l'entier le plus proche du produit de N par cette probabilité : $\lfloor N \times p(h \in [z_0; z_0 + \Delta_z]) \rfloor$, où N est le nombre total d'aspérités de la surface (ici 64) et $\lfloor \cdot \rfloor$ est l'opérateur qui signifie que l'on prend la valeur entière la plus proche. Une aspérité appartenant à un intervalle donné aura une hauteur correspondant à la valeur médiane de cet intervalle $h = z_0 + \frac{\Delta_z}{2}$. Du fait des arrondis, il est possible d'obtenir 63 ou 65 aspérités au lieu des 64 visés. Dans ce cas de figure (non rencontré en pratique), on propose d'augmenter (respectivement de diminuer) le nombre d'aspérités de l'intervalle de hauteur correspondant aux aspérités les plus basses (et donc les plus nombreuses, au vu de la distribution). Les listes de hauteurs obtenues pour des longueurs d'intervalles de $\Delta_z = 2, 6$ et $18 \mu\text{m}$, ainsi que les évolutions $A_0^R(P)$ associées sont présentées figure 4.5.

La longueur d'intervalle Δ_z influe grandement sur la loi $A_0^R(P)$ de la surface générée :

- Si la valeur de Δ_z est trop faible, comme ici avec l'exemple de $\Delta_z = 2 \mu\text{m}$, la probabilité associée aux intervalles des plus grandes hauteurs est inférieure à $\frac{0.5}{N}$ et ceux-ci ne sont pas représentés dans la distribution discrète de hauteur. Pour $\Delta_z = 2 \mu\text{m}$, cela concerne tous les intervalles de hauteur supérieure à $72 \mu\text{m}$. De ce fait, la distribution exponentielle continue, tronquée à $72 \mu\text{m}$ serait plus représentative de la surface discrète que ne l'est celle tronquée à $h_m = 120 \mu\text{m}$, ce qui explique les différences observées en figure 4.5(b).
- Lorsque qu'on augmente la valeur de Δ_z , la distance entre deux paliers de hauteurs consécutifs grandit. Ainsi, lors de l'indentation de la surface, l'indentation nécessaire à l'apparition de nouveaux contacts augmente. Or, c'est justement l'apparition continue de nouveaux contacts, de plus en plus nombreux, qui garantit la linéarité de la loi $A_0^R(P)$ dans le cas d'une distribution exponentielle de hauteur. Ainsi, si la valeur de Δ_z est trop élevée, comme ici avec l'exemple de $\Delta_z = 18 \mu\text{m}$, alors la linéarité de la loi $A_0^R(P)$ de l'interface, et donc de la loi de

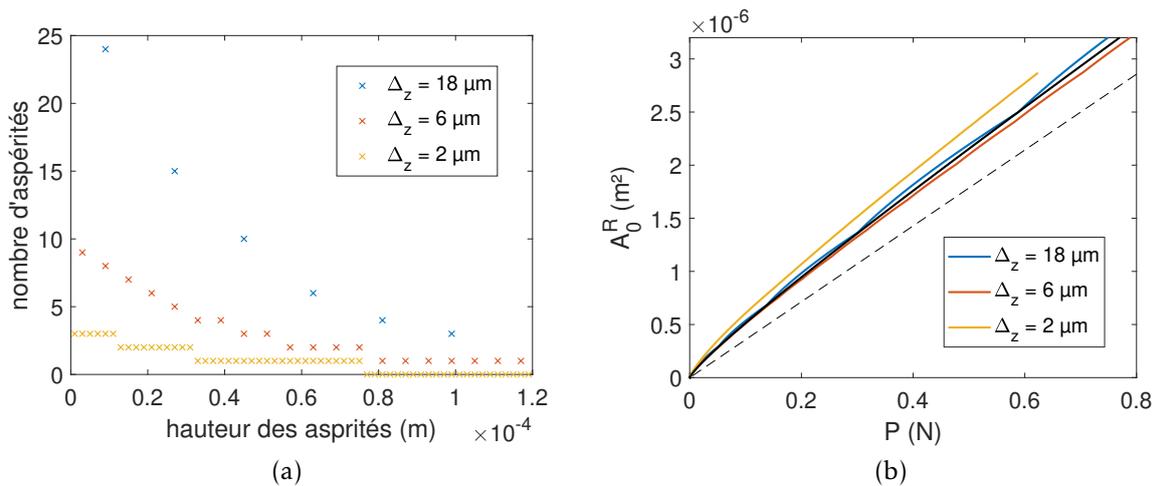


FIGURE 4.5 – (a) Distribution discrète de hauteurs issue d’une distribution exponentielle tronquée ($\lambda=40 \mu\text{m}$ et $h_m=120 \mu\text{m}$) pour $\Delta_z=2, 6$ et $18 \mu\text{m}$. (b) Lignes colorées : Prédiction de $A_0^R(P)$ pour ces 3 distributions discrètes de hauteurs, à partir du modèle sans interaction ($E_c=1.36 \text{ MPa}$, $R=526 \mu\text{m}$). Ligne discontinue : Prédiction de $A_0^R(P)$ pour une distribution exponentielle de hauteur d’écart type $\lambda=40 \mu\text{m}$. Ligne continue noire : Prédiction de $A_0^R(P)$ pour une distribution exponentielle tronquée de hauteur d’écart type $\lambda=40 \mu\text{m}$ et de hauteur maximale h_m

frottement de la surface, est perdue.

Lorsque la valeur choisie pour Δ_z est optimisée pour tenir compte des deux remarques ci-dessus, l’évolution de l’aire réelle de contact calculée pour la distribution discrète de hauteur est très proche de celle calculée pour la distribution continue tronquée.

Le compromis trouvé pour l’exemple utilisé ici est $\Delta_z=6 \mu\text{m}$, qui est la longueur d’intervalle la plus faible qui permet de positionner des aspérités sur tous les sous-intervalles de la gamme des hauteurs possibles $[0; h_m]$. Dans ce cas précis, la linéarité de $A_0^R(P)$ est satisfaisante et, quel que soit $P > 5 \text{ mN}$, l’aire de contact calculée pour la surface discrète présente un écart inférieur à 2.5% avec celle calculée pour la distribution exponentielle tronquée associée. L’écart subsistant entre les deux évolutions $A_0^R(P)$ est dû aux arrondis réalisés lors de la discrétisation de la distribution continue. En effet, si on calcule l’évolution de l’aire de contact pour une surface fictive, décrite par une distribution discrète de hauteurs mais en autorisant un nombre non entier de hauteurs par intervalle, l’écart entre les aires de contact calculées à partir des distributions discrètes et continues pour une même force normale P devient inférieur à 0.25% de l’aire, quel que soit $P > 5 \text{ mN}$. Pour la même raison, cet écart diminue très rapidement lorsque qu’on augmente le nombre N d’aspérités qui composent la surface rugueuse

expérimentale. Par exemple, pour une distribution de 300 aspérités, on trouve un écart maximum de 0.9% quelque soit P .

On a ainsi une méthode de discrétisation qui permet de proposer, pour une large gamme de valeurs des paramètres λ et h_m , une liste de hauteur pour laquelle la loi $A_0^R(P)$ est très proche de la loi prédite pour la distribution continue associée. De ce fait, concevoir une surface avec une loi $A_0^R(P)$ de pente prédéfinie revient à déterminer la valeur de seulement 2 paramètres : λ et h_m .

4.1.3 Productions expérimentales : variation de l'écart-type de la distribution des hauteurs

Pour tester expérimentalement la méthode de design proposée, on réalise 2 surfaces texturées de 64 aspérités sphériques, dont les distributions de hauteurs, discrètes, sont issues de lois exponentielles d'écart-types $\lambda=20 \mu\text{m}$ et $\lambda=40 \mu\text{m}$. Concernant le choix des valeurs de h_m et Δ_z pour les deux surfaces, des contraintes expérimentales viennent s'ajouter à celles issues de la discussion de la partie précédente :

- **Contraintes sur la valeur de h_m** : La course disponible de l'actionneur piézo-électrique qui effectue la mise en contact des surfaces rugueuses et de la contre surface en verre est de $320 \mu\text{m}$ (voir partie 2.2.1). Cette course doit tout d'abord permettre au minimum la mise en contact de la totalité des aspérités. Comme montré en partie 3.2.1, la distance nécessaire à cela est bien plus importante que la différence de hauteur entre l'aspérité la plus haute et l'aspérité la plus basse en raison des interactions élastiques entre aspérités. En outre, en vue de réaliser des études non détaillées dans le manuscrit mais effectuées sur les mêmes surfaces, on souhaite en pratique pouvoir réaliser une indentation de $50 \mu\text{m}$ supplémentaires, de sorte à avoir un contact suffisant sur l'ensemble des sphères, y compris les plus basses. Enfin, la course de l'actionneur doit également permettre de compenser la pente de la lame de verre pendant le déplacement latéral de l'interface (soit $19.6 \mu\text{m}$ pour un déplacement latéral de 2mm , voir figure 2.3.1). Pour toutes ces raisons, on fixe la valeur maximale de h_m à $120 \mu\text{m}$.
- **Contraintes sur la valeur de Δ_z** : On a montré en partie 2.1.3 que l'incertitude sur les hauteurs des sphères qui composent les surfaces expérimentales, liée à la fabrication des surfaces, est de $1 \mu\text{m}$. En considérant que l'erreur sur la hauteur des aspérités peut être modélisé par une variable aléatoire gaussienne d'écart type égale à l'incertitude de fabrication, la hauteur réelle d'une aspérité de hauteur théorique h a une probabilité de 99% de se situer dans l'intervalle $[h-3; h+3]$

μm · On propose donc d'utiliser une longueur d'intervalle d'un minimum de $6 \mu\text{m}$, ce qui correspond à l'optimum trouvé dans la section précédente.

Ainsi, pour $\lambda=40 \mu\text{m}$, on prendra $h_m=120 \mu\text{m}$ et $\Delta_z=6 \mu\text{m}$. Pour $\lambda=20 \mu\text{m}$, une longueur $\Delta_z=6 \mu\text{m}$ conduit à une hauteur de l'aspérité la plus haute de $69 \mu\text{m}$, les intervalles suivants étant trop peu probables pour être représentés dans la surface. On choisit donc $\Delta_z=6 \mu\text{m}$ et $h_m = 69 + \Delta_z/2=72 \mu\text{m}$. Pour permettre la mise en contact de la totalité des sphères, tout en assurant qu'aucun contact ne se forme entre la surface plane élastique à la base des sphères et la contre surface en verre, on ajoute ensuite un offset (sans influence physique) de $80 \mu\text{m}$ aux distributions discrètes de hauteurs déterminées par la méthode décrite en partie 4.1.2. Ce sont ces distributions de hauteurs qui sont *in fine* utilisées pour la fabrication des surfaces rugueuses modèles ; elles sont représentées en figure 4.6(a).

Pour les deux surfaces on confronte, dans les figures 4.6(b, c et d), (i) les mesures réalisées sur les interfaces expérimentales de $A_0^R(P)$, $A_F^R(P)$ et $F(P)$, (ii) les prédictions faites à partir de la distribution discrète de hauteur et (iii) les prédictions faites à partir de la distribution exponentielle tronquée associée. Les mesures expérimentales et les différents modèles sont comparables quantitativement. Notons que les prédictions d'aires de contact, avant et pendant le cisaillement de l'interface sont obtenues uniquement à partir des paramètres calibrés sur un monocontact sphère/plan indépendant de la surface testée, et donc connus avant fabrication des surfaces. On maîtrise donc parfaitement le comportement mécanique, au moins avant cisaillement, des interfaces réelles réalisées.

Les différentes relations étudiées sont, comme attendu et recherché, approximativement linéaires sur une certaine gamme de force normale. Comme capturé par le modèle de prédiction basé sur la distribution exponentielle tronquée, la relation entre A_0^R et P est fortement non-linéaire pour des forces faibles. Cette non-linéarité est d'autant plus forte que le rapport $\frac{h_m}{\lambda}$ est faible. Elle est donc plus visible pour le cas $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_m=120 \mu\text{m}$ ($\frac{h_m}{\lambda} = 3$) que pour le cas $\lambda=20 \mu\text{m}$, $h_m=72 \mu\text{m}$ ($\frac{h_m}{\lambda} = 3.6$).

On observe en outre sur les figures 4.6(b), (c) et (d) une perte de linéarité pour des forces normales plus élevées qu'une force seuil qu'on notera P_{max} . La valeur de P_{max} est atteinte au moment de la mise en contact des aspérités les plus basses. En effet, la linéarité prédite par le modèle de Greenwood et Williamson pour des distributions exponentielles de hauteur vient de la mise en contact continue de nouvelles aspérités, de plus en plus nombreuses. Il est donc logique que, pour les surfaces expérimentales, la linéarité de l'évolution $A_0^R(P)$ ne soit effective que jusqu'à la mise en contact de la totalité des aspérités. Notons que pour le modèle continu, les forces normales

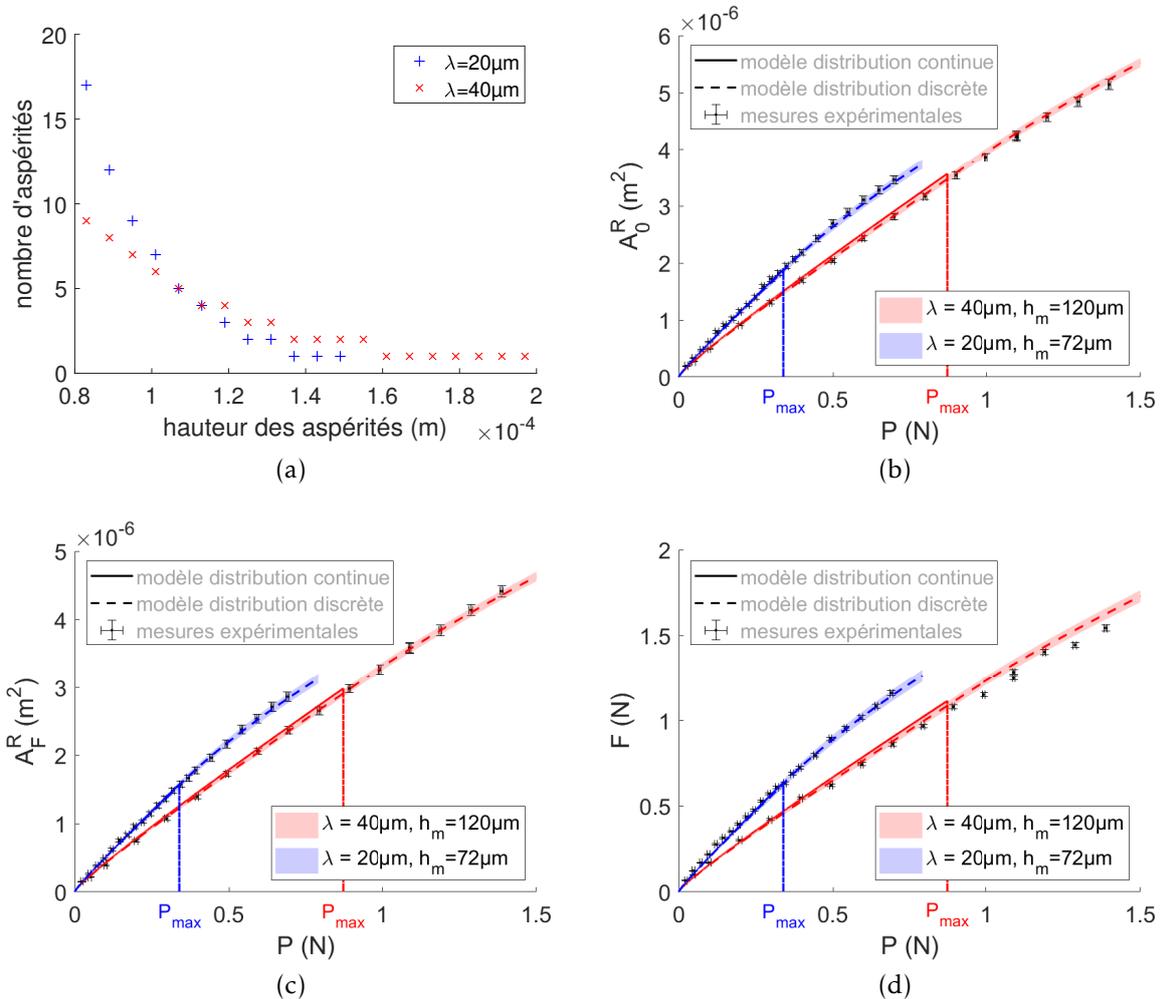


FIGURE 4.6 – (a) Distributions discrètes de hauteurs issues de deux distributions exponentielles tronquées : $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_m=120 \mu\text{m}$ (bleu) et $\lambda=120 \mu\text{m}$, $h_m=72 \mu\text{m}$, avec $\Delta_z=6 \mu\text{m}$. (b, c, d) $A_0^R(P)$, $A_F^R(P)$ et $F(P)$ pour les deux surfaces réalisées, avec le même code couleur. Symboles : mesures expérimentales. Lignes discontinues : prédictions obtenues à partir de la distribution discrète de hauteur par le modèle sans interaction. Zones colorées : intervalles de confiance des modèles basés sur la distribution discrète de hauteur. Lignes continue : prédictions des évolutions pour les distributions exponentielles tronquées de hauteur. $E_c=1.36 \pm 0.04 \text{ MPa}$, $R=526 \pm 5 \mu\text{m}$, $B=0.835 \pm 0.007$, $\sigma=\sigma_{multi} \pm 0.005 \text{ MPa}$.

$P > P_{max}$ ne sont pas représentées sur la figure 4.6. Les valeurs de P_{max} sont indiquées sur les figures 4.6. On trouve $P_{max}=0.87$ N pour $\lambda=40$ μm (en rouge sur les graphiques) et $P_{max}=0.34$ N pour $\lambda=20$ μm (en bleu sur les graphiques).

Les deux interfaces rugueuses réalisées présentent également des lois de frottement $F(P)$ quasi-linéaires (pour des forces normales suffisantes et avant mise en contact de la totalité des aspérités) et dont les pentes, c'est-à-dire les coefficients de frottement, diffèrent d'un facteur 1.5 malgré l'utilisation d'un unique couple de matériaux. On observe ainsi, pour des forces normales $P \in [0.1; P_{max}]$ N, une pente de 1.76 ± 0.02 pour la surface expérimentale issue de la distribution exponentielle d'écart-type $\lambda=20$ μm , contre 1.21 ± 0.02 pour la distribution exponentielle d'écart-type $\lambda=40$ μm .

4.1.4 Vers une inversion

Les essais présentés en figure 4.6 et les modélisations de la partie 4.1.2 montrent que l'on est capable de fabriquer des interfaces texturées dont le comportement mécanique est très similaire à celui d'une surface continue, caractérisée par une distribution exponentielle tronquée de hauteur d'écart-type λ et de hauteur maximale h_m . Pour réaliser des interfaces avec une loi $A^R(P)$ linéaire, de pente prédéfinie, on propose donc d'inverser la prédiction réalisée pour la distribution continue des hauteurs, basée sur le raisonnement de Greenwood et Williamson [24]. Puisqu'on fixe ici les valeurs de R et N , et que E_c est fixé par les matériaux utilisés, le problème d'inversion revient alors à déterminer les valeurs de seulement deux paramètres qui caractérisent complètement la distribution de hauteur : λ et h_m . On a ainsi largement simplifié la résolution du problème générique originel, passant de $64 \times N$ paramètres à déterminer à seulement 2. Cependant, l'évolution de l'aire de contact avec la force normale appliquée n'est pas parfaitement linéaire pour une distribution exponentielle tronquée de hauteur, mais seulement asymptotiquement linéaire (voir figure 4.3). C'est donc la pente du régime asymptotique qui sera le paramètre cible de l'inversion.

Le régime asymptotique de l'évolution de l'aire réelle de contact à force normale imposée est atteint lorsque l'indentation tend vers son maximum, c'est-à-dire $\delta \rightarrow h_m$. Par un développement limité, et en introduisant les variables normalisées $a = \frac{1-e^{-\frac{h_m}{\lambda}}}{\pi N R \lambda} A$ et $p = \frac{1-e^{-\frac{h_m}{\lambda}}}{\sqrt{\pi N E_c^* \lambda^{3/2} \sqrt{R}}} P$, on obtient, à partir des équations 4.4 et 4.5 :

$$a \simeq a_1 + a_2 \frac{h_m - \delta}{\lambda}, \quad (4.7)$$

$$p \simeq p_1 + p_2 \frac{h_m - \delta}{\lambda}, \quad (4.8)$$

avec

$$a_1 = 1 - \left(1 + \frac{h_m}{\lambda}\right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}}, \quad (4.9)$$

$$a_2 = e^{-\frac{h_m}{\lambda}} - 1, \quad (4.10)$$

$$p_1 = \operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}}\right) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{h_m}{\lambda}\right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}}, \quad (4.11)$$

$$p_2 = -\operatorname{erf}\left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}}\right) - \frac{e^{-\frac{h_m}{\lambda}}}{\sqrt{\pi} \frac{h_m}{\lambda}} + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{h_m}{\lambda}\right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}}, \quad (4.12)$$

soit

$$a \simeq a_1 - a_2 \frac{p_1}{p_2} + \frac{a_2}{p_2} p \quad (4.13)$$

Notons que le régime asymptotique ainsi calculé est représentatif de la loi $A_0^R(P)$ dès que la force normale imposée est suffisante. Par exemple, pour $\lambda=20 \mu\text{m}$ et $h_m=75 \mu\text{m}$, on observe un écart entre la loi $A_0^R(P)$ et la droite asymptotique associée qui est inférieur à 1% dès que $P>0.47 \text{ N}$ (voir figure 4.3). Ainsi, la loi $A(P)$ présente un régime asymptotique de pente $m = \frac{\sqrt{\pi R}}{E^* \sqrt{\lambda}} \frac{a_2}{p_2}$, où a_2 et p_2 sont des fonctions de $\frac{h_m}{\lambda}$.

La conception d'une surface réelle, ayant pour objectif d'obtenir une pente asymptotique de la loi $A^R(P)$ égale à une valeur prédéfinie m^* est un problème sous-contraint, puisque l'on doit déterminer la valeur de 2 paramètres (h_m et λ) à l'aide d'une unique équation ($m^* = \frac{\sqrt{\pi R}}{E^* \sqrt{\lambda}} \frac{a_2}{p_2}$). La méthode de design a donc été choisie de la façon suivante :

1. Sélection de la valeur de h_m sur des critères pratiques et/ou expérimentaux. Dans le cas de la thèse, la course de l'actionneur piezo-électrique contraint h_m à une valeur de $120 \mu\text{m}$. On fixe alors par défaut la valeur de h_m à cette valeur maximale possible.
2. Résolution numérique de l'équation $\frac{\sqrt{\pi R}}{E^* \sqrt{\lambda}} \frac{a_2}{p_2} = m^*$ pour déterminer λ .
3. Discrétisation de la distribution exponentielle tronquée obtenue, par la sélection d'une valeur optimale pour Δ_z (voir partie 4.1.2 pour des critères de sélection de ce paramètre). En fonction du nombre d'aspérités qui composent la surface rugueuse à fabriquer, et de la valeur choisie pour h_m , il se peut qu'on ne puisse pas trouver de valeur acceptable pour Δ_z . Par exemple, pour $\lambda=20 \mu\text{m}$ et $h_m=120 \mu\text{m}$, la valeur minimale acceptable pour Δ_z ($6 \mu\text{m}$) implique une hauteur maximale de $74 \mu\text{m}$. Comme on l'a vu en partie 4.1.2, la loi $A_0^R(P)$ de la surface expérimentale correspondante est dans ce cas très différente de celle visée (estimée à partir du modèle continu). Dans ce cas, on peut effectuer à nouveau le processus

complet d'inversion en abaissant la valeur de h_m (dans l'exemple présenté, on choisira une valeur de h_m aux alentours de $74 \mu\text{m}$).

A hauteur limite d'aspérité h_m , module de Young E et rayon de courbure R constants, la pente asymptotique de la loi $A_0^R(P)$ d'une surface caractérisée par une distribution exponentielle tronquée de hauteur, continue, est une fonction strictement décroissante de l'écart-type λ de cette distribution. Puisque $\lim_{\lambda \rightarrow 0} m = +\infty$ et $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} m = \frac{3\pi R}{4E^* \sqrt{h_m}}$ l'inversion est possible pour toute pente cible dans l'intervalle $[\frac{3\pi R}{4E^* \sqrt{h_m}}; +\infty]$. Contrairement à ce que permet le cadre du modèle originel de Greenwood et Williamson, il n'est pas possible de concevoir ici une surface de coefficient de frottement arbitrairement proche de zéro. La prise en compte d'une hauteur limite h_m induit donc non seulement l'apparition d'un offset (caractérisé par p_1) sur le régime asymptotique de la loi $A_0^R(P)$ mais également d'une pente minimale pour ce régime, pour $\lambda \rightarrow 0$. Au contraire, il est théoriquement possible de trouver une distribution exponentielle tronquée de hauteur qui induit une pente arbitrairement élevée pour le régime asymptotique de la loi $A_0^R(P)$. Notons cependant que $\lim_{\lambda \rightarrow 0} P_{max} = 0$. L'intervalle de forces normales (et d'indentations) pour lequel la surface présente un comportement linéaire se restreint donc à mesure que la pente cible augmente. En outre, l'étape de discrétisation rend irréalisables les surfaces caractérisées par un écart-type λ du même ordre de grandeur que Δ_z . En pratique il n'est donc pas possible de réaliser une surface dont le coefficient de frottement est arbitrairement élevé. Une limite exacte est difficile à déterminer et est étroitement liée aux conditions de fabrication (précision sur les hauteurs, nombre d'aspérités utilisées) et de sollicitation des surfaces (gamme de force normale utilisée, d'indentation...).

À partir du même type de surfaces, caractérisées par une distribution des hauteurs discrète issue d'une distribution exponentielle tronquée, il est également possible de concevoir une surface expérimentale avec comme cible non pas une pente asymptotique mais un point de fonctionnement (P^*, A^*) . Là encore, on peut considérer h_m comme une contrainte du système expérimental et n'effectuer l'inversion que sur λ . La conception se base alors sur la résolution numérique de l'équation suivante, qui décrit le régime asymptotique de la loi $A_0^R(P)$:

$$A^* = \frac{\pi N R \lambda}{1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}} \left(a_1 - \frac{a_2}{p_2} p_1 \right) + \frac{\sqrt{\pi R}}{E^* \sqrt{\lambda}} \frac{a_2}{p_2} P^* \quad (4.14)$$

De la même manière que pour la pente, l'ensemble des points de fonctionnement accessibles par la méthode dépend des paramètres physiques de la surfaces : nombre de

sphères N , module élastique E , rayon de courbure des sphères R ... En outre, l'inversion est réalisée sur le régime asymptotique de la loi $A_0^R(P)$. Le résultat de la résolution de l'équation 4.14 n'est donc pertinent que si P^* se situe dans la gamme de force dans laquelle la loi $A_0^R(P)$ associée à la distribution exponentielle tronquée trouvée et le régime asymptotique de cette loi sont approximativement confondus. Cette gamme de force dépend principalement du rapport $\frac{h_m}{\lambda}$ et se décale vers les grandes forces lorsque λ augmente, ce qui limite significativement le domaine des points de fonctionnements qui peuvent être inversés en pratique. Une autre méthode de design qui répond à ce type de cahier des charges par points de fonctionnement sera proposé en partie 4.3.

4.1.5 Bilan

En résumé, une première méthode de design a été développée pour permettre de réaliser des interfaces dont la loi $A_0^R(P)$ est linéaire, de pente maîtrisée (dans une certaine gamme de pentes) et pilotée par la topographie de la surface. La force de frottement étant proportionnelle à l'aire de contact de l'interface, on produit ainsi des surfaces caractérisées par un unique coefficient de frottement, piloté par la topographie de la surface fabriquée. Cette méthode de design est basée sur la discrétisation d'une distribution continue de hauteur, exponentielle tronquée. Puisque l'on est capable de proposer des distributions continues et discrètes qui présentent la même évolution $A_0^R(P)$, la conception d'une surface de manière à maîtriser la pente de cette évolution revient à déterminer la valeur de deux paramètres : l'écart-type et la hauteur maximale de la distribution exponentielle tronquée, ce qui peut se faire par une simple résolution d'équation. Les surfaces obtenues par cette méthode de conception sont facilement réalisables par les méthodes de fabrications décrites au chapitre 2 (partie 2.1) et ont un comportement mécanique en adéquation parfaite avec les prédictions réalisées en utilisant les modèles développés au chapitre 3.

4.2 Design et réalisation de surfaces à plusieurs coefficients de frottement

La partie précédente montre que l'on est capable de réaliser des interfaces qui présentent une évolution pseudo-linéaire d'aire de contact avec la force normale appliquée. On est de plus capable, par un contrôle de la topographie de la surface, de piloter cette évolution pour l'adapter à un cahier des charges exprimé sous la forme d'une pente ou d'un point de fonctionnement donné. Pour un tel cahier des charges, le comportement mécanique de la surface texturée est entièrement déterminé, quelle

que soit la force normale appliquée, par le comportement mécanique de la surface pour une unique force normale donnée. Cela signifie que la valeur de l'aire de contact, par exemple, formée pour une force normale donnée P_1^* détermine l'aire de contact de l'interface pour l'ensemble des forces normales applicables. La déclinaison de la stratégie de design développée dans la partie suivante aura pour but de concevoir des interfaces dont le comportement mécanique pour des forces normales supérieures à une force normale de coupure P_c peut être piloté indépendamment du comportement de la même interface pour des forces normales inférieures à P_c . En particulier, la méthode développée permet la conception de surfaces rugueuses dont la loi de frottement présente deux régimes pseudo-linéaires, dont les deux pentes peuvent être pilotées de manière différenciée.

4.2.1 Distribution exponentielle tronquée et pondérée

Pour réaliser des surfaces avec une telle loi de frottement, on propose une méthode de design de surface rugueuse adaptée, également basée sur la discrétisation d'une distribution continue de hauteur. La distribution ici considérée peut être décrite par la fonction de densité de probabilité (pdf) suivante :

$$\phi(h) = \begin{cases} \alpha_1 e^{-\frac{h}{\lambda}}, & 0 < h < h_c \\ \alpha_2 e^{-\frac{h}{\lambda}}, & h_c \leq h < h_m \\ 0, & h_m < h \end{cases} \quad (4.15)$$

Cette distribution peut être interprétée comme une distribution exponentielle tronquée et pondérée. La probabilité qu'une aspérité ait une hauteur h supérieure à une hauteur de coupure h_c est pondérée par un poids α_1 , tandis que celle pour qu'une aspérité ait une hauteur $h > h_c$ est pondérée par un poids α_2 . Pour des raisons pratiques, et par analogie avec la distribution exponentielle tronquée, on propose d'introduire la paramétrisation suivante :

$$\alpha_2 = \frac{u}{\lambda \left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right)}, \quad (4.16)$$

avec $u \in]0; \frac{1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}}{e^{-\frac{h_c}{\lambda}} - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}}]$, ce qui garantit que $\alpha_1 > 0$ et $\alpha_2 > 0$.

Puisque, par définition, $\int_0^{+\infty} \phi(z) dz = \int_0^{h_m} \phi(z) dz = 1$, on obtient l'expression suivante pour α_1 :

$$\alpha_1 = \frac{1}{\lambda} \left[\frac{1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}} - u \left(e^{-\frac{h_c}{\lambda}} - e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right)}{\left(1 - e^{-\frac{h_c}{\lambda}}\right) \left(1 - e^{-\frac{h_m}{\lambda}}\right)} \right]. \quad (4.17)$$

Lorsque u diminue, la pondération α_1 augmente et la probabilité qu'une aspérité ait une hauteur $h \in [0; h_c]$ augmente. En particulier, lorsque $u \rightarrow 0$, la probabilité qu'une aspérité ait une hauteur $h > h_c$ tend également vers 0. Notons que, pour $u = 1$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{\lambda(1-e^{-\frac{h_m}{\lambda}})}$. On retrouve alors le cas traité dans la partie 4.1, à savoir une distribution exponentielle tronquée d'écart type λ et de hauteur maximale h_m (voir équation 4.3).

Avec les mêmes hypothèses que dans la partie 4.1, issues du modèle de Greenwood et Williamson [24] (aspérités sphériques de rayon de courbure R , indépendantes et qui se déforment suivant la théorie de Hertz), on calcule l'évolution de l'aire de contact et de la force normale au cours de l'indentation de la surface par un plan rigide en traitant deux cas séparément :

Cas n° 1 : $\delta < (h_m - h_c)$

Lorsque $\delta < (h_m - h_c)$, seules les aspérités de hauteur $h > h_c$, et qui correspondent donc à la partie de la distribution pondérée par α_2 sont en contact. Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \pi N R \int_{h_m - \delta}^{h_m} \alpha_2 (\delta - (h_m - z)) e^{-\frac{z}{\lambda}} dz \\ &= \pi N \lambda R \alpha_2 \left[(-\delta - \lambda) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} + \lambda e^{-\frac{h_m - \delta}{\lambda}} \right], \text{ et} \end{aligned} \quad (4.18)$$

$$\begin{aligned} P(\delta) &= \frac{4}{3} N E^* \sqrt{R} \int_{h_m - \delta}^{h_m} \alpha_2 (\delta - (h_m - z))^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{z}{\lambda}} dz \\ &= \frac{4}{3} N E^* \sqrt{R} \alpha_2 \left[\frac{3}{4} \sqrt{\pi} \lambda^{5/2} e^{-\frac{h_m - \delta}{\lambda}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\delta}{\lambda}} \right) + \lambda e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \frac{\sqrt{\delta}}{2} (3\lambda - 2\delta) \right]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

Cas n° 2 : $\delta > (h_m - h_c)$ Dans ce cas de figure, les deux populations d'aspérités sont en contact, et

$$\begin{aligned} A(\delta) &= \pi NR \left[\int_{h_m - \delta}^{h_c} \alpha_1 (\delta - (h_m - z)) e^{-\frac{z}{\lambda}} dz + \int_{h_c}^{h_m} \alpha_2 (\delta - (h_m - z)) e^{-\frac{z}{\lambda}} dz \right], \\ &= \pi NR \lambda \left[(\alpha_1 - \alpha_2) (h_m - z_c - \delta - \lambda) e^{-\frac{h_c}{\lambda}} + \alpha_1 \lambda e^{-\frac{h_m - \delta}{\lambda}} + \alpha_2 (-\delta - \lambda) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right], \end{aligned} \quad (4.20)$$

$$\begin{aligned} P(\delta) &= \frac{4}{3} NE^* \sqrt{R} \left[\int_{h_m - \delta}^{h_c} \alpha_1 (\delta - (h_m - z))^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{z}{\lambda}} dz + \int_{h_c}^{h_m} \alpha_2 (\delta - (h_m - z))^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{z}{\lambda}} dz \right] \\ &= \frac{4}{3} NE^* \sqrt{R} \left\{ (\alpha_1 - \alpha_2) \left[\frac{3}{4} \sqrt{\pi} \lambda^{5/2} e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\delta - (h_m - h_c)}{\lambda}} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \lambda \frac{\sqrt{\delta - (h_m - h_c)}}{2} (2(h_m - h_c) - 3\lambda - 2\delta) e^{-\frac{h_c}{\lambda}} \right] + \right. \\ &\quad \left. \alpha_2 \left[\frac{3}{4} \sqrt{\pi} \lambda^{5/2} e^{-\frac{h_m - \delta}{\lambda}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{\delta}{\lambda}} \right) + \lambda \frac{\sqrt{\delta}}{2} (-2\delta - 3\lambda) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Les évolutions $A_0^R(P)$ induites par de telles distributions de hauteur présentent deux régimes de fonctionnement pseudo-linéaires (voir figure 4.7), qui correspondent aux deux populations d'aspérités. Ainsi, le premier régime de fonctionnement est défini pour des indentations $\delta < h_m - h_c$, c'est-à-dire lorsque seule la première population d'aspérités est en contact, tandis que le second régime de fonctionnement est défini pour les indentations $\delta \geq h_m - h_c$. Comme le montre la figure 4.7, on peut, par l'utilisation de valeurs adaptées pour les paramètres λ , h_m , h_c et u , piloter la pente asymptotique du premier et/ou du second régime ainsi que la force normale pour laquelle la transition a lieu, générant un grand nombre de lois de frottement accessible. Par exemple, les courbes 1, 2, 3 et 4 de la figure 4.7 présentent des premiers régimes parfaitement identiques mais des seconds régimes avec des pentes asymptotiques différentes. A noter que la transition entre les deux régimes a lieu pour la même force normale pour les courbes 1 et 2, mais pas pour la courbe 3, tandis que la courbe 4 ne présente pas de second régime. En effet, et comme indiqué précédemment, on retrouve pour $u=1$ le comportement observé pour une distribution exponentielle tronquée sans pondération (voir partie 4.1). Au contraire, la courbe 5 présente un second régime de même pente asymptotique que le premier régime des courbes 1 à 4, mais un premier régime différent. Notons qu'il est possible d'obtenir un second régime dont la pente asymptotique est plus faible que la pente asymptotique du premier régime, pour des valeurs de u supérieures à 1. Cependant, on observe en pratique que les lois engendrées ne présentent pas de second régime suffisamment linéaire pour être assimilable

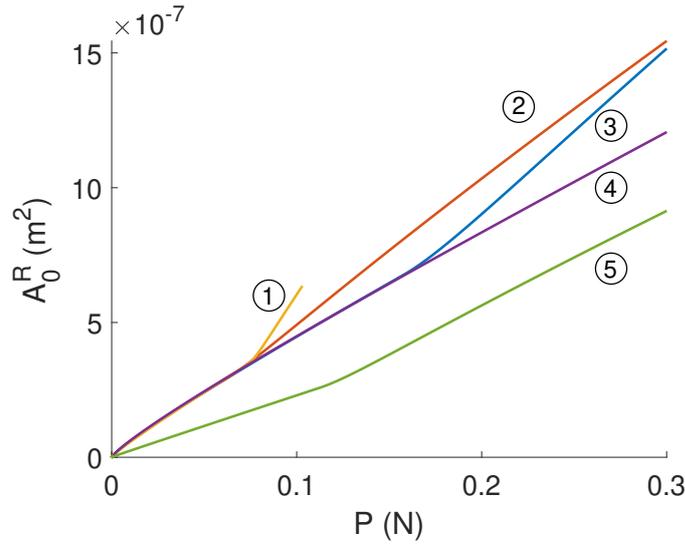


FIGURE 4.7 – Exemples de lois $A_0^R(P)$ pour différentes distributions de hauteur exponentielles tronquées pondérées. **1** : $\lambda=30 \mu\text{m}$, $h_m=100 \mu\text{m}$, $h_c=15 \mu\text{m}$, $u=0.05$; **2** : $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_m=120 \mu\text{m}$, $h_c=40 \mu\text{m}$, $u=0.3$; **3** : $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_m=120 \mu\text{m}$, $h_c=15 \mu\text{m}$, $u=0.3$; **4** : $\lambda=45 \mu\text{m}$, $h_m=170 \mu\text{m}$, $h_c=0 \mu\text{m}$, $u=1$; **5** : $\lambda=100 \mu\text{m}$, $h_m=800 \mu\text{m}$, $h_c=180 \mu\text{m}$, $u=0.15$.

à leur régime asymptotique. On ne traitera donc dans ce chapitre que le cas $u \in]0;1[$.

Ainsi, la distribution continue de hauteur proposée permet d'obtenir des interfaces rugueuses dont le comportement à faible force normale est dans une certaine mesure indépendant du comportement à large force normale. Il semble en outre possible de piloter indépendamment via quatre paramètres les deux comportements (forces normales faibles et élevées) ainsi que la transition entre les deux.

Dans la suite du chapitre, on caractérisera les évolutions $A_0^R(P)$ ainsi obtenues par 3 paramètres que l'on cherchera à piloter en variant λ , h_m , h_c et u :

- la pente asymptotique du premier régime, m_1
- la pente asymptotique du second régime, m_2
- la force normale de transition P_c entre les deux régimes. On définira cette force comme la force P qui s'exerce à l'interface pour $\delta = h_m - h_c$, soit

$$P_c = \frac{4}{3}NE^*\sqrt{R}\alpha_2 \left[\frac{3}{4}\sqrt{\pi}\lambda^{5/2}e^{-\frac{h_c}{\lambda}} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{h_m - h_c}{\lambda}} \right) + \lambda e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \frac{\sqrt{h_m - h_c}}{2} (3\lambda - 2h_m + 2h_c) \right]. \quad (4.22)$$

Notons que ces 3 paramètres, m_1 , m_2 et P_c ne permettent pas de caractériser totalement la loi $A_0^R(P)$ obtenue puisque la droite asymptotique du premier régime présente une ordonnée à l'origine qui peut varier pour une même pente m_1 .

Pour exprimer m_1 et m_2 en fonction de λ , h_m , h_c et u , on commence par calculer les formes asymptotiques des lois $A(\delta)$ et $P(\delta)$. Là encore, on différencie deux cas :

Cas n° 1 : $\delta < (h_m - h_c)$

Les formes asymptotiques des lois $A(\delta)$ et $P(\delta)$ dans le premier régime de fonctionnement de l'interface sont obtenues par le développement limité des équations 4.18 et 4.19 lorsque $\delta \rightarrow (h_m)$:

$$A = \pi N R \alpha_2 \lambda \left\{ \left[\lambda - (\lambda - h_m) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] + (h_m - \delta) \left[e^{-\frac{h_m}{\lambda}} - 1 \right] \right\}, \quad (4.23)$$

$$P = \frac{4}{3} N E^* \sqrt{R} \alpha_2 \lambda \left\{ \left[\frac{3}{4} \sqrt{\pi} \lambda^{3/2} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \right) + \frac{\sqrt{h_m}}{2} (-3\lambda - 2h_m) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] + \right. \\ \left. (h_m - \delta) \left[-\frac{3}{4} \sqrt{\pi} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\pi h_m}} e^{-\frac{h_m}{\lambda}} + \sqrt{\lambda} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \right) \right) + \frac{3}{2} \sqrt{h_m} \left(1 + \frac{\lambda}{2h_m} \right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] \right\}. \quad (4.24)$$

On a alors :

$$m_1 = \frac{\partial A}{\partial (h_m - \delta)} \times 1 / \frac{\partial P}{\partial (h_m - \delta)} \quad (4.25) \\ = \frac{3\pi\sqrt{R} \left[e^{-\frac{h_m}{\lambda}} - 1 \right]}{4E^* \left[-\frac{3}{4}\sqrt{\pi} \left(\frac{\lambda}{\sqrt{\pi h_m}} e^{-\frac{h_m}{\lambda}} + \sqrt{\lambda} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \right) \right) + \frac{3}{2}\sqrt{h_m} \left(1 + \frac{\lambda}{2h_m} \right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right]}$$

La pente asymptotique du premier régime de fonctionnement est donc indépendante de h_c et de α_2 .

Cas n° 2 : $\delta > (h_m - h_c)$

Les formes asymptotiques des lois $A(\delta)$ et $P(\delta)$ dans le second régime de fonctionnement de l'interface sont obtenues par le développement limité des équations 4.20 et 4.21, toujours lorsque $\delta \rightarrow (h_m)$:

$$A = \pi N R \lambda \left\{ \left[(\alpha_1 - \alpha_2)(-\lambda - z_c) e^{-\frac{z_c}{\lambda}} + \alpha_1 \lambda + \alpha_2(-\lambda - h_m) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] + \right. \quad (4.26)$$

$$\left. (h_m - \delta) \left[(\alpha_1 - \alpha_2) e^{-\frac{z_c}{\lambda}} - \alpha_1 + \alpha_2 e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] \right\},$$

$$P = \frac{4}{3} N E^* \sqrt{R} \lambda^{3/2} \left\{ \left((\alpha_1 - \alpha_2) \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \lambda \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{z_c}{\lambda}} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{z_c}{\lambda}} (-3\lambda - 2z_c) e^{-\frac{z_c}{\lambda}} \right] \right. \right. \quad (4.27)$$

$$\left. \left. + \alpha_2 \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \lambda \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \right) + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} (-3\lambda - 2h_m) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] \right) + \right.$$

$$\left. (h_m - \delta) \left((\alpha_1 - \alpha_2) \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \lambda \left(-\frac{e^{-\frac{z_c}{\lambda}}}{\sqrt{\pi \lambda z_c}} - \frac{1}{\lambda} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{z_c}{\lambda}} \right) \right) + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{z_c}{\lambda}} \left(1 + \frac{\lambda}{2z_c} \right) e^{-\frac{z_c}{\lambda}} \right] \right. \right.$$

$$\left. \left. + \alpha_2 \left[\frac{3\sqrt{\pi}}{4} \lambda \left(-\frac{e^{-\frac{h_m}{\lambda}}}{\sqrt{\pi \lambda h_m}} - \frac{1}{\lambda} \operatorname{erf} \left(\sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \right) \right) + \frac{3}{2} \sqrt{\frac{h_m}{\lambda}} \left(1 + \frac{\lambda}{2h_m} \right) e^{-\frac{h_m}{\lambda}} \right] \right) \right\}.$$

On a donc, en notant $A \simeq A_0 + A_{02}(h_m - \delta)$ et $P \simeq P_0 + P_{02}(h_m - \delta)$,

$$m_2 = \frac{\partial A}{\partial (h_m - \delta)} \times 1 / \frac{\partial P}{\partial (h_m - \delta)} \quad (4.28)$$

$$= \frac{A_{02}}{P_{02}}$$

Notons que pour $u < 1$, on a $\alpha_2 < \alpha_1$ et on peut alors montrer que $m_1 < m_2$. Au contraire, lorsque $u > 1$, $\alpha_1 < \alpha_2$ et $m_2 < m_1$.

Pour explorer les possibilités de la méthode de design proposée, on montre en figure 4.8 l'évolution du rapport des pentes asymptotiques des deux régimes m_2/m_1 en fonction de u et h_c , pour des valeurs de h_m et λ fixées respectivement à 120 μm et 40 μm , qui se sont révélées compatibles avec notre système expérimental (cf. partie 4.1). h_c varie entre 1 μm et h_m et u entre 0.01 et 1, puisque l'on ne s'intéresse qu'au cas $m_2 > m_1$.

Le rapport des pentes m_2/m_1 augmente lorsque h_c et/ou u diminuent, c'est-à-dire lorsque la probabilité $\operatorname{prob}(h < h_c)$ augmente, alors que la largeur de l'intervalle de hauteur $[0; h_c]$ diminue. Ces conditions correspondent à une distribution de hauteur pour laquelle les aspérités associées au deuxième régime de fonctionnement sont nombreuses et concentrées sur un intervalle de hauteur restreint.

Théoriquement, il est possible d'obtenir un rapport de pente arbitrairement grand lorsque h_c et u sont arbitrairement petits (sur la figure 4.8, l'échelle de hauteur est saturée à $\frac{m_2}{m_1} = 4$, mais il est possible d'obtenir des rapports plus élevés, et même infinis en théorie). Des valeurs trop faibles pour h_c et u sont cependant incompatibles avec la réalisation de surfaces expérimentales constituées d'un nombre limité d'aspérités, comme on le verra en partie 4.2.2. Notons que puisque, d'après l'équation 4.25,

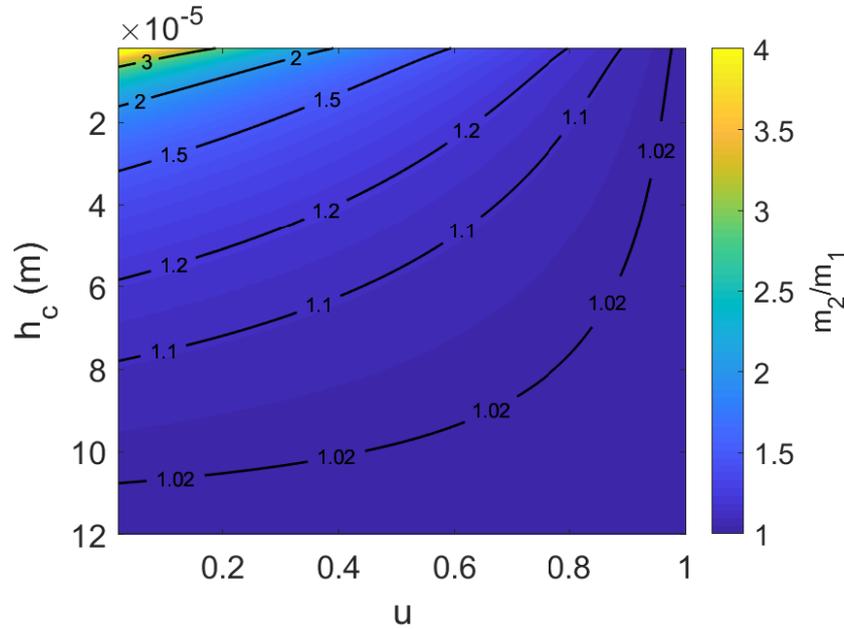


FIGURE 4.8 – Rapport des pentes asymptotiques, m_2/m_1 , en fonction de u et h_c , pour $h_m=120 \mu\text{m}$ et $\lambda=40 \mu\text{m}$. Les courbes noires représentent les isovaleurs m_2/m_1 . L'échelle de couleur est saturée à 4.

la pente asymptotique du premier régime, m_1 , ne dépend ni de h_c ni de u , cette pente est identique en tout point du graphique présenté en figure 7. Ainsi, le long d'une ligne d'isovaleur $m_2/m_1 = \text{constante}$, seule la valeur de la force normale de transition $P(\delta = h_m - h_c)$ varie. La valeur de ce paramètre augmente lorsque h_c diminue (P_c est une fonction croissante de $h_m - h_c$, voir équation 4.22).

4.2.2 Discrétisation de la distribution des hauteurs

Avant de décrire comment on peut concevoir une surface expérimentale dont l'évolution $A_0^R(P)$ peut être caractérisée par deux pentes asymptotiques m_1 et m_2 prédéfinies et une force normale de transition $P(\delta = h_m - h_c)$ donnée, il convient de vérifier qu'il est possible de discrétiser une distribution décrite par l'équation 4.15 de sorte que la distribution discrète engendrée et la distribution continue initiale présentent des lois $A_0^R(P)$ équivalentes.

La figure 4.8 montre que pour obtenir des surfaces avec deux régimes de fonctionnement bien différents (avec un rapport $m_2/m_1 > 1.5$ par exemple), il est nécessaire d'utiliser une hauteur de transition h_c faible devant h_m , et un paramètre u faible devant 1. Pour obtenir un rapport de pentes $m_2/m_1=2$, on peut par exemple choisir, pour $h_m=120 \mu\text{m}$ et $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_c=12 \mu\text{m}$ et $u=0.127$ (cas 1) ou $h_c=6 \mu\text{m}$ et $u=0.279$ (cas 2). La discrétisation de ces deux distributions est étudiée ci-dessous.

Pour une surface réelle constituée de N aspérités, on dénombre $N_1 = \lfloor N \int_0^{h_c} \alpha_1 e^{-\frac{z}{\lambda}} dz \rfloor = \lfloor N\alpha_1(e^{-\frac{h_c}{\lambda}}) \rfloor$ aspérités de hauteur $h < h_c$ et $N_2 = \lfloor N \int_{h_c}^{h_m} \alpha_2 e^{-\frac{z}{\lambda}} dz \rfloor = \lfloor N\alpha_2(e^{-\frac{h_m}{\lambda}} - e^{-\frac{h_c}{\lambda}}) \rfloor$ aspérités de hauteurs $h > h_c$, avec $\lfloor x \rfloor$ l'entier le plus proche de x .

Pour le cas 1 ($h_c=12 \mu\text{m}$ et $u=0.127$), cela correspond à une surface constituée de $N_1=6$ aspérités à positionner entre $h=12 \mu\text{m}$ et $h=120 \mu\text{m}$, et $N_2=58$ aspérités à positionner entre $h=0 \mu\text{m}$ et $h=12 \mu\text{m}$. Pour le cas 2 ($h_c=6 \mu\text{m}$ et $u=0.279$), cela correspond à une surface constituée de 15 aspérités à positionner entre $h=6 \mu\text{m}$ et $h=120 \mu\text{m}$, et 49 aspérités à positionner entre $h=0 \mu\text{m}$ et $h=6 \mu\text{m}$.

La méthode de discrétisation proposée en partie 4.1 n'est alors pas adaptée à cette répartition, que ce soit pour la première ou la seconde population considérée. En effet, cette méthode qui consiste à séparer l'intervalle des hauteurs possibles en sous-intervalles de longueurs identiques Δ_z est incompatible avec les 2 cas étudiés ici. Par exemple, pour le cas 1, une longueur $\Delta_z=6 \mu\text{m}$ est à la fois trop faible pour la population d'aspérités de hauteurs $h \in [12; 120] \mu\text{m}$, puisque cela conduit à une subdivision de l'intervalle $[12; 120] \mu\text{m}$ en 18 sous-intervalles, pour 6 aspérités à positionner; et trop élevée pour la population d'aspérités de hauteurs $h \in [0; 12] \mu\text{m}$. La loi $A_0^R(P)$ prédite à partir de la distribution discrète de hauteurs résultante, en utilisant le modèle sans interaction décrit en partie 3.2.2, est alors très différente de celle associée à la distribution continue de hauteur associée (voir figure 4.9(a), en bleu). Ce constat est également valable pour le cas 2 (voir figure 4.9(b), en bleu).

On propose donc une nouvelle méthode de discrétisation qu'on nommera discrétisation équiprobable : pour chaque population d'aspérités, l'intervalle de hauteurs total est divisé en respectivement N_1 et N_2 intervalles équiprobables au regard de la distribution continue définie en équation 4.15. Ainsi, pour la première population d'aspérités de hauteurs $h < z_c$, les N_1+1 hauteurs $(b_{1,i})_{i \in \llbracket 0; N_1 \rrbracket}$ qui bornent ces N_1 intervalles sont définies ainsi :

pour tout $x \in [0; z_c]$ et $i \in \llbracket 0; N_1 - 1 \rrbracket$, $P(b_{1,i} < x < b_{1,i+1}) = \lambda\alpha_1(e^{-\frac{b_{1,i}}{\lambda}} - e^{-\frac{b_{1,i+1}}{\lambda}}) = \frac{1}{N_1}$, avec $b_{1,0}=0 \mu\text{m}$ et $b_{1,N_1}=h_c$.

Ainsi, $e^{-\frac{b_{1,1}}{\lambda}} = e^{-\frac{b_{1,0}}{\lambda}} - \frac{1}{\lambda\alpha_1 N_1}$, et pour tout $i \in \llbracket 2; N_1 - 1 \rrbracket$,

$$\begin{aligned} e^{-\frac{b_{1,i}}{\lambda}} &= e^{-\frac{b_{1,i-1}}{\lambda}} - \frac{1}{\lambda\alpha_1 N_1}, \\ &= e^{-\frac{b_{1,i-2}}{\lambda}} - \frac{2}{\lambda\alpha_1 N_1}, \\ &= e^{-\frac{b_{1,0}}{\lambda}} - \frac{i}{\lambda\alpha_1 N_1}, \end{aligned}$$

soit

$$b_{1,i} = -\lambda \ln \left(1 - \frac{i}{\lambda \alpha_1 N_1} \right) \quad (4.29)$$

De même, pour la seconde population d'aspérités, de hauteurs $h \in [h_c; h_m]$, les N_2+1 hauteurs $(b_{2j})_{j \in [0; N_2]}$ qui bornent les sous-intervalles sont définies ainsi :

$$b_{2,j} = h_c - \lambda \ln \left(e^{-\frac{h_c}{\lambda}} - \frac{j}{\lambda \alpha_2 N_2} \right). \quad (4.30)$$

Les hauteurs des N_1+N_2 aspérités sont alors prises comme les valeurs médianes des N_1+N_2 sous-intervalles.

Les évolutions $A_0^R(P)$ résultantes de cette méthode de discrétisation, pour les deux cas testés, sont comme on peut l'observer en figure 4.9 (courbes rouges), très similaires aux lois obtenues pour les distributions continues. Pour mieux quantifier la qualité de la méthode, on applique une régression linéaire à chaque régime des lois $A_0^R(P)$ prédites à partir des distributions continues et discrètes de hauteur. Pour chaque régime de fonctionnement, la régression est appliquée uniquement à un intervalle de forces P pour lequel la loi $A_0^R(P)$ est assimilable à une droite. On propose arbitrairement les intervalles $P \in [\frac{2P_c}{3}; 0.95P_c]$ pour le premier régime de fonctionnement et $P \in [P_c + 2\frac{P_{max}-P_c}{3}; 0.95P_{max}]$ pour le second. Ainsi, on évalue pour chaque prédiction les pentes moyennes de chaque régime par les valeurs $m_1 = \frac{\partial A_0^R}{\partial P}(P \in [\frac{2P_c}{3}; 0.95P_c])$ et $m_2 = \frac{\partial A_0^R}{\partial P}(P \in [P_c + 2\frac{P_{max}-P_c}{3}; 0.95P_{max}])$. On mesure dans les deux cas testés une différence de pente très faible entre le modèle discret et le modèle continu, de 1.4% (pour cas 1) et de 0.4% (pour le cas 2) pour le premier régime, et de 0.5% (pour le cas 1) et de 0.7% (pour le cas 2) pour le second régime.

Cependant, avec cette méthode de discrétisation (équiprobable), l'écart de hauteur entre 2 paliers de hauteur consécutifs peut être plus faible que l'incertitude de hauteur due à la fabrication. Par exemple, pour le cas décrit en figure 4.9(a), la différence de hauteur minimale entre 2 aspérités est de 200 nm, ce qui est bien plus faible que la précision de fabrication (environ 0.9 μm , voir partie 2.1.3).

Pour étudier l'effet sur l'évolution $A_0^R(P)$ de l'incertitude de fabrication concernant la hauteur des aspérités, la prédiction est réalisée à 10000 reprises. Pour chaque prédiction, la liste de hauteur est modifiée par l'ajout, pour chaque aspérité, d'une erreur aléatoire tirée d'une distribution gaussienne centrée d'écart-type 0.9 μm , soit l'incertitude liée à la fabrication des surfaces mesurées en partie 2.1.3. Pour chaque réalisation, les pentes m_1 et m_2 sont évaluées sur les intervalles $P \in [\frac{2P_c}{3}; 0.95P_c]$ et $P \in [2\frac{P_c+P_{max}-P_c}{3}; 0.95P_{max}]$.

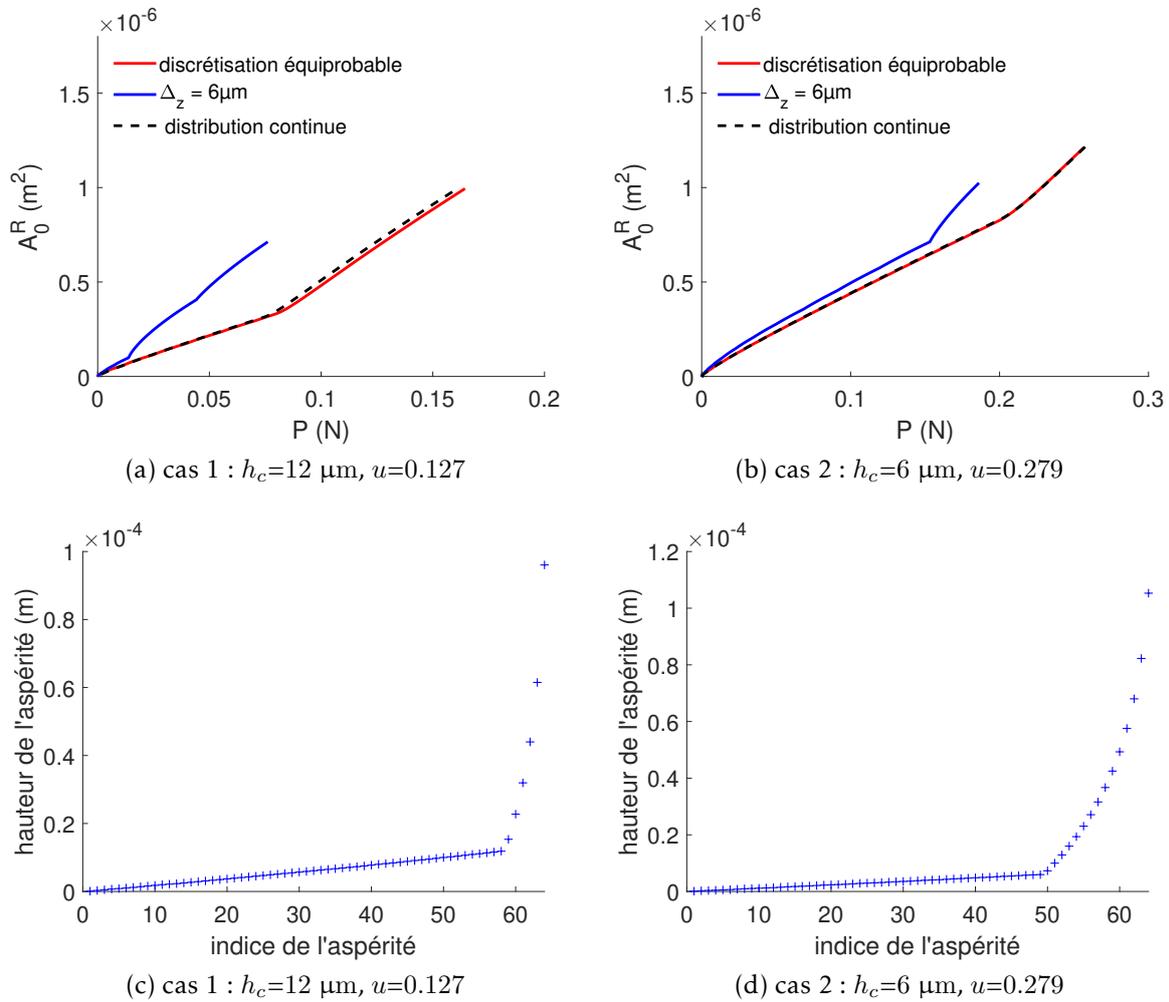


FIGURE 4.9 – (a,b) Prédications de $A_0^R(P)$ pour une distribution exponentielle tronquée pondérée de hauteur (ligne discontinue) et 2 distributions discrètes (lignes colorées) destinées à approximer la distribution continue. Bleu : discrétisation décrite en partie 4.1.2. Rouge : discrétisation équiprobable, décrite par les équations 4.29 et 4.30. Les prédictions sont obtenues par le modèle sans interactions, avec $E_c=1.36$ MPa et $R=526 \mu\text{m}$. Deux cas, correspondant à deux distributions continues sont traités : (a) $h_m=120 \mu\text{m}$, $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_c=12 \mu\text{m}$ et $u=0.127$; (b) $h_m=120 \mu\text{m}$, $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_c=6 \mu\text{m}$ et $u=0.279$. (c,d) Liste des hauteurs issue de la méthode de discrétisation équiprobable, pour les deux cas traités.

Pour le cas 1, on trouve alors $m_1 = 3.93 \pm 0.06 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$ et $m_2 = 7.99 \pm 0.12 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$. Pour le cas 2, on trouve $m_1 = 3.93 \pm 0.03 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$ et $m_2 = 7.44 \pm 0.18 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$. Ainsi, les variations de la loi $A_0^R(P)$ dues aux incertitudes de fabrication sur les hauteurs des aspérités représentent donc une proportion faible de la pente. Enfin, notons qu'en pratique, la méthode de discrétisation équiprobable n'est pas applicable quelles que soient les valeurs de λ , h_m , h_c et u . Par exemple pour $N=64$ aspérités, $h_m=120 \mu\text{m}$, $\lambda=40 \mu\text{m}$, $h_c=2 \mu\text{m}$ et $u=0.086$, qui conduisent d'après la figure 4.8 à un rapport $m_2/m_1 = 4$, la première population est constituée d'une unique aspérité, et le premier régime ne peut donc pas être linéaire. En outre, la seconde population d'aspérités est concentrée sur un intervalle de $2 \mu\text{m}$. Les erreurs de fabrication sur les hauteurs (d'écart-type de l'ordre de $1 \mu\text{m}$) influent alors fortement sur la loi $A_0^R(P)$ obtenue.

Notons que, comme pour la première méthode de design décrite, une grande partie des difficultés liées à la discrétisation de la loi continue traitée vient du faible nombre d'aspérités composant les surfaces. Ces difficultés deviendront de moins en moins gênantes que le nombre d'aspérités sera plus grand, ce qui accroît le potentiel de généralisation de ces méthodes.

Plus globalement, pour une large gamme de paramètres λ , h_m , h_c et u , la méthode de discrétisation équiprobable produit des surfaces dont la loi $A_0^R(P)$ est proche de celle prédite pour la distribution continue associée. Les gammes précises de paramètres utilisables, et donc de pentes réalisables, sont finement liées aux conditions expérimentales de fabrication et de test (nombre d'aspérités qui composent la surface, précision de fabrication et indentation possible). On pourra donc de la même manière que pour le design des surfaces à lois de frottement linéaires, baser la méthode de design sur la détermination d'une distribution continue adaptée, et ainsi diminuer drastiquement le nombre de paramètres à déterminer.

4.2.3 Méthode de design

La discussion précédente montre que l'on est capable, sous certaines conditions, de proposer un design de surface rugueuse expérimentale (sous la forme d'une liste de hauteurs) qui présente la même évolution $A_0^R(P)$ qu'une distribution continue de hauteur, exponentielle tronquée et pondérée, donnée. À partir de là, concevoir une surface expérimentale dont la loi $A_0^R(P)$ est caractérisée par deux régimes affines, de pentes prédéfinies m_1 et m_2 et de force normale de transition P_c revient à déterminer la valeur des paramètres λ , h_m , h_c et u qui permettent de retrouver, via les équations 4.22, 4.25

et 4.28, m_1 , m_2 et P_c . Le problème initial est ainsi ramené à la résolution d'un système constitué de 3 équations et 3 inconnues.

Dans ce chapitre, une première proposition de résolution de ce problème d'inversion est proposée. Pour cette approche, h_m est considéré comme une contrainte du système expérimental, fixée à $h_m=120 \mu\text{m}$ pour la suite. Le système formé par les équations 4.25 et 4.28 est alors inversé pour une valeur de u fixée par l'opérateur. On ne traite ici que le cas $m_2 > m_1$, soit $u < 1$. Le processus complet de conception de surface peut donc être décrit par les étapes suivantes :

1. L'opérateur choisit une valeur de u inférieure à 1, pour garantir $m_2 > m_1$.
2. L'équation 4.25 est résolue numériquement en λ .
3. L'équation 4.28 est résolue numériquement en h_c .
4. À ce stade de l'inversion, l'opérateur doit vérifier manuellement que la valeur de P_c convient, ce paramètre étant dépendant de u . Pour augmenter la valeur de P_c on peut répéter les étapes 1 à 3 avec une valeur de u plus élevée. Pour diminuer la valeur de P_c on peut répéter les étapes 1 à 3 avec une valeur plus faible.
5. La méthode de discrétisation équiprobable, décrite en partie 4.2.2 est appliquée pour définir la liste de hauteurs qui caractérise la surface à réaliser. Là encore une vérification manuelle est nécessaire puisque l'opération de discrétisation n'est pas applicable, en pratique, pour toutes les valeurs de λ , h_m , h_c et u .

Une méthode d'inversion complète du problème reste à implémenter, qui à un ensemble de paramètres $\{m_1, m_2 \text{ et } P_c\}$ associe des valeurs de $\{h_m, h_c \text{ et } u\}$.

4.2.4 Production expérimentale

En utilisant la méthode d'inversion précédemment décrite, une surface dont l'évolution $A_0^R(P)$ prédite présente deux régimes pseudo-linéaires de pentes $m_1=3.96 \text{ MPa}^{-1}$ et $m_2=6.93 \text{ MPa}^{-1}$ a été conçue puis réalisée. Pour réaliser l'inversion on utilise les paramètres issus de la caractérisation du monocontact expérimental (voir partie 3.1) : $E_c=1.36 \pm 0.04 \text{ MPa}$ et $R=526 \pm 5 \mu\text{m}$. On fixe également $h_m=120 \mu\text{m}$ et $u=0.25$. Finalement, la résolution des équations 4.25 et 4.28 nous amène aux solutions suivantes : $h_c=11.2 \mu\text{m}$ et $\lambda=35.6 \mu\text{m}$.

La liste des hauteurs qui découle de l'inversion est présentée figure 4.10(a). Les évolutions $A_0^R(P)$ prédites pour la distribution continue obtenue et pour la distribution discrète associée, avec les modèles avec et sans interaction et pour $E_c=1.36 \pm 0.04 \text{ MPa}$ et $R=526 \pm 5 \mu\text{m}$ sont présentées figure 4.10(b). On observe en premier lieu que $P_c=139 \text{ mN}$,

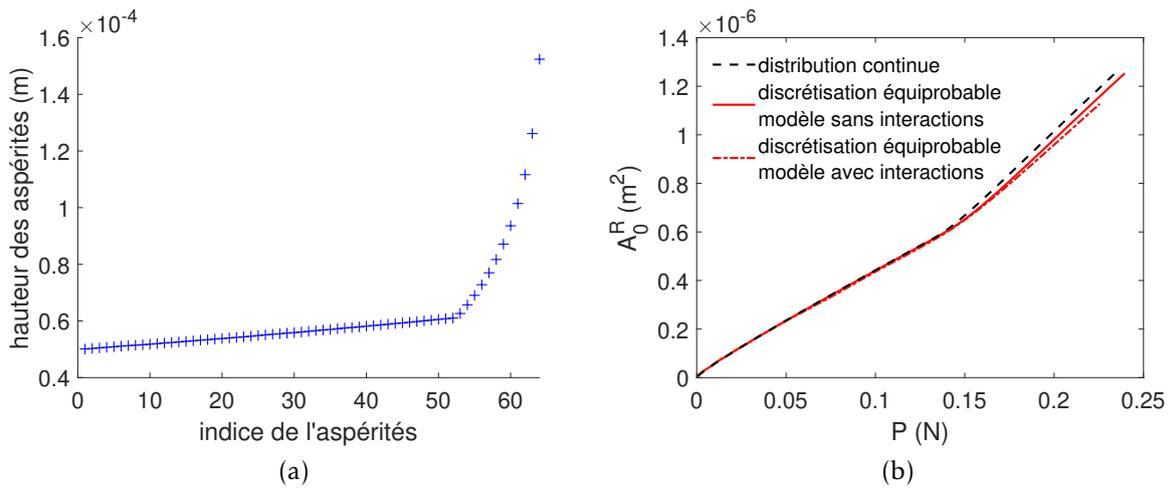


FIGURE 4.10 – (a) Distribution discrète de hauteurs issue d’une distribution exponentielle tronquée pondérée décrite par : $\lambda=36.2 \mu\text{m}$, $h_m=120 \mu\text{m}$, $h_c=11.2 \mu\text{m}$ et $u=0.25$. (b) Prédiction de la loi $A_0^R(P)$ basées : (en rouge) sur la distribution de hauteurs discrètes présentée en (a), à partir des modèles avec et sans interactions élastiques (lignes discontinue et continue, respectivement) et (en noir) sur la distribution continue de hauteur associée.

valeur qui est bien compatible avec le système expérimental, capable d’imposer durant le cisaillement de l’interface des forces normales entre 20 mN et 5 N avec une précision de plus ou moins 5 mN. Les premiers régimes obtenus pour les deux modèles discrets et le modèle continu sont parfaitement identiques. On observe de légers écarts pour le second régime. On mesure, pour le modèle continu, des pentes moyennes sur les intervalles $P \in [\frac{2P_c}{3}; 0.95P_c]$ et $P \in [P_c + 2\frac{P_{max}-P_c}{3}; 0.95P_{max}]$ qui valent $m_1 = 4.05 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$ et $m_2 = 6.97 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$, soit un écart de respectivement 2.0% et 0.7% avec les pentes fixées par le cahier des charges. Cet écart doit être interprété comme une mesure de la non-linéarité des régimes pseudo-linéaires. On mesure, pour le modèle discret sans interaction, des pentes moyennes sur les mêmes intervalles $m_1 = 4.01 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$ et $m_2 = 6.89 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$, soit un écart de respectivement 1.0% et 1.2% avec le modèle continu. On mesure enfin, pour le modèle discret avec interactions, des pentes moyennes sur les mêmes intervalles $m_1 = 4.03 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$ et $m_2 = 6.66 \cdot 10^{-6} \text{m}^2 \text{N}^{-1}$, soit un écart de respectivement 0.5% et 4.5% avec le modèle continu. Les interactions élastiques entre aspérités (au sens utilisé dans le modèle d’interaction) ont donc une influence très limitée sur le premier régime de la loi $A_0^R(P)$ de la surface visée. La pente prédite du deuxième régime de cette loi est légèrement diminuée par la prise en compte des interactions (3.3% d’écart entre les modèles avec et sans interactions). Cet écart se traduit par une différence maximale d’aire de contact de seulement $2.9 \cdot 10^{-6} \text{m}^2$ entre les deux modèles soit 2.8%, et peut donc être négligé.

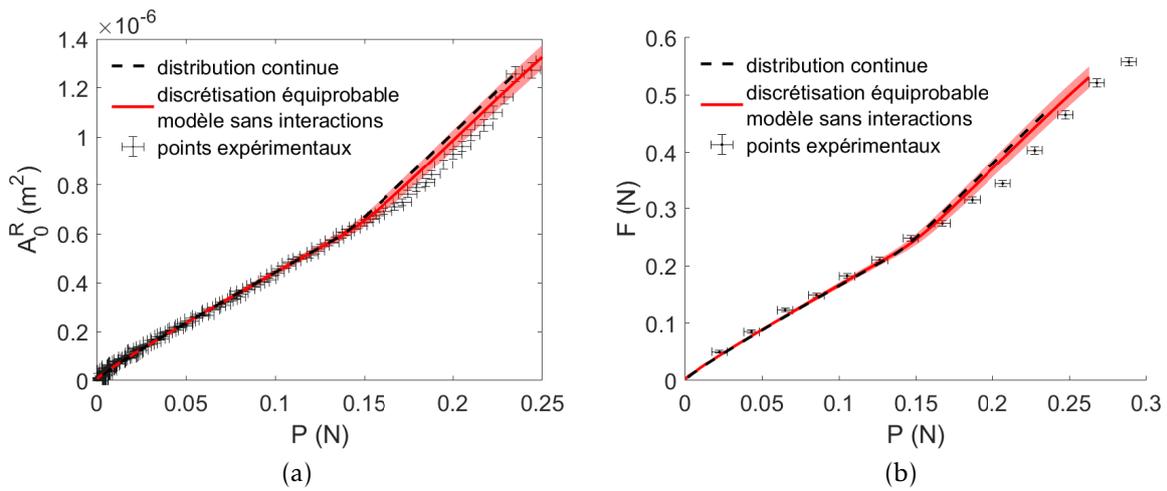


FIGURE 4.11 – $A_0^R(P)$ et $F(P)$ pour la surface expérimentale, dont la distribution de hauteurs est issue de la discrétisation de la distribution exponentielle tronquée pondérée de hauteurs décrite par : $\lambda=36.2 \mu\text{m}$, $h_m=120 \mu\text{m}$, $h_c=11.2 \mu\text{m}$ et $u=0.25$. Symboles : mesures expérimentales. Lignes continues rouges : Prédictions obtenues à partir de la distribution discrète de hauteur par le modèle sans interaction. Zones colorées : intervalles de confiance des modèles basés sur la distribution discrète de hauteur. Lignes discontinues noires : prédictions des évolutions pour la distribution continue exponentielle tronquée pondérée de hauteur. $E_c=1.36 \pm 0.04 \text{ MPa}$, $R=526 \pm 5 \mu\text{m}$, $B=0.835 \pm 0.007$, $\sigma=0.374 \pm 0.005 \text{ MPa}$.

La surface a été ensuite fabriquée puis caractérisée mécaniquement. L'évolution $A_0^R(P)$ mesurée sur l'interface expérimentale est présentée sur la figure 4.11(a), où cette mesure est comparée avec la prédiction obtenue à partir du modèle sans interaction, appliqué à la distribution discrète de hauteurs. Comme attendu, on obtient une loi $A_0^R(P)$ mesurée constituée de deux régimes pseudo-linéaires, de pente bien différentes. La prédiction pour le premier régime est parfaitement en accord avec ces observations. Ceci était attendu puisque ce premier régime est équivalent aux lois obtenues avec la première méthode de design. On observe un léger écart pour le deuxième régime, que ce soit pour la force de transition ou la pente m_2 observée. Cet écart a cependant une amplitude plus faible que la somme des incertitudes sur les valeurs des paramètres utilisés dans le modèle de prédiction (E_c et R) dont l'influence sur le modèle est représentée en figure par la zone colorée et des incertitudes de mesure, représentées par des barres d'erreurs. En effet, les zones d'incertitudes de mesure et de prédiction se recouvrent partiellement.

Enfin la loi de frottement de la surface rugueuse réalisée est présentée en figure 4.11(b). Comme attendu, cette loi de frottement présente deux régimes indépendants, pseudo-linéaires, avec une transition qui a lieu approximativement pour la même force normale que celle observée pour l'évolution $A_0^R(P)$. En utilisant l'essai de cisaillement

effectué pour une force normale imposée $P = 0.13$ N pour calibrer la contrainte de glissement, on peut proposer une prédiction qui est également présentée figure 4.11(b). De la même manière que pour la loi $A_0^R(P)$, on observe un excellent accord quantitatif entre la prédiction ainsi obtenue et la loi de frottement mesurée pour le premier régime de fonctionnement de la surface. Pour le second régime, la tendance observée sur les mesures expérimentales est globalement capturée par la prédiction. On observe tout de même des écarts légèrement plus importants que ce l'on avait pour la loi $A_0^R(P)$. Cette légère différence coïncide avec la disparition de quelques microcontacts, très petits, durant le cisaillement. Ce phénomène, analogue à celui observé dans [16, 15], n'a cependant pas été étudié en détail.

Enfin, la force normale pour laquelle la transition entre les deux régimes a lieu semble être dans l'intervalle de force normale attendu. Il est cependant difficile de conclure sur ce point vu le faible nombre de points de mesure dans la zone de transition.

4.2.5 Bilan

En résumé, une deuxième déclinaison de la stratégie de conception de surfaces texturées dont la loi $A_0^R(P)$ est pilotée a été développée. Cette déclinaison permet de réaliser des surfaces avec deux régimes de fonctionnement pseudo-linéaires distincts : un premier régime pour les forces $P < P_c$ et un second pour les forces $P > P_c$. La méthode de design définie dans cette partie permet de piloter quantitativement les pentes des deux régimes, ainsi que la force de transition P_c de manière indépendante. Puisque, pour une interface donnée, l'aire de contact est parfaitement proportionnelle à la force de frottement quelle que soit la force normale appliquée, les surfaces réalisées présentent également des lois de frottement constituées de deux régimes pseudo-linéaires distincts et on est capable de parfaitement piloter le rapport entre les pentes des deux régimes. Dans son principe, cette méthode de design peut être vue comme une extension de la première méthode vue en partie 4.1. En effet la conception se base sur une discrétisation d'une distribution continue de hauteur. La différence entre les deux méthodes réside uniquement dans la distribution continue utilisée : ici on a introduit une pondération à la distribution exponentielle de hauteur, ce qui permet de faire émerger deux régimes de fonctionnement distincts.

4.3 Design et réalisation de surfaces à loi de frottement définie par un nombre arbitraire de points de fonctionnement

Le dernier cahier des charges que l'on cherchera à traiter correspond à une loi de frottement définie par un nombre arbitraire de points de fonctionnement $(P_i^*, F_i^*)_{i \in \llbracket 1; p \rrbracket}$, avec p le nombre de points de fonctionnement visés. Comme pour les autres méthodes présentées, la conception de la surface sera réalisée de manière à maîtriser parfaitement la loi $A_0^R(P)$ de l'interface. La loi de frottement $F(P)$ correspondante pourra ensuite être prédite quantitativement en utilisant la valeur de la contrainte de frottement σ mesurée sur l'interface réelle, pour une unique force normale P . Pour concevoir des surfaces rugueuses compatibles avec un cahier des charges de ce type, on propose un algorithme de sélection de hauteurs qui, contrairement aux méthodes présentées précédemment, ne s'appuie pas sur une inversion analytique d'un modèle continu. La liste des hauteurs est au contraire construite directement, aspérité par aspérité. Comme pour les autres types de cahiers des charges, on fixe arbitrairement en amont le rayon de courbure R , identique pour toutes les aspérités. On fixe également en amont le nombre maximal d'aspérités N composant la surface. Notons que pour cette méthode, on autorise l'utilisation d'un nombre d'aspérités inférieur à N . On décrira la loi $A_0^R(P)$ d'une unique aspérité comme une loi de Hertz, en prenant comme module la valeur E_c mesurée lors de la calibration (voir partie 3.1).

4.3.1 Méthode de design

Pour décrire cet algorithme, on utilisera l'exemple d'une loi $A_0^R(P)$ visée définie par 2 points de fonctionnement (P_1, A_1) et (P_2, A_2) avec $P_1 < P_2$ et $A_1 < A_2$. Pour concevoir la surface, on traite successivement les différents points de fonctionnement, par ordre croissant de forces normales. La méthode consiste à définir pour chaque point de fonctionnement un premier palier de hauteur h_i puis à déterminer le nombre d'aspérités n_i à positionner sur ce palier pour s'approcher au maximum du point de fonctionnement visé. On positionne ensuite une dernière aspérité à une hauteur h_{ib} , de façon à passer exactement par le point de fonctionnement visé. Pour l'exemple développé ici, on commence par déterminer les hauteurs des aspérités les plus hautes (i.e. qui entre en contact en premier) de manière à atteindre le premier point de fonctionnement, puis on détermine les hauteurs des aspérités permettant d'atteindre le deuxième point de fonctionnement.

Premier point de fonctionnement

Considérons un ensemble de N aspérités de même hauteur h_1 . Contrairement aux deux méthodes précédentes (et aux définitions de la figure 4.2), on fixe arbitrairement $h_1 = 0 \mu\text{m}$. Puisque h_1 est le palier de hauteurs qui correspond aux aspérités les plus hautes, les autres paliers sont négatifs. En pratique, on ajoute un même offset à tous les paliers de hauteur une fois le design terminé, de sorte que toutes les aspérités aient une hauteur positive et soient réalisables. Pour une indentation δ donnée, l'interface constituée de N contacts sphère/plan présente une aire de contact totale

$$A_0^R(\delta) = N\pi R\delta, \quad (4.31)$$

pour une force normale de

$$P(\delta) = N4/3E_c^*\sqrt{R}\delta^{3/2}, \quad (4.32)$$

soit

$$A_0^R = N^{1/3}\pi \left(\frac{3R}{4E_c^*} \right)^{2/3} P^{2/3} \quad (4.33)$$

Ainsi, pour la force normale $P = P_1$ fixée par le cahier des charges, A_0^R est une fonction croissante de N . Il existe donc un unique entier N_1 tel que $A_0^R(P=P_1, N=N_1) < A_1$ et $A_0^R(P=P_1, N=N_1+1) > A_1$. On peut donc approcher le point de fonctionnement voulu par le bas par l'utilisation d'un nombre adéquat, N_1 , d'aspérités de hauteur h_1 . Les courbes gris clair de la figure 4.12(a) montrent les lois $A_0^R(P)$ résultantes de cette approche pour un point de fonctionnement $(P_1, A_1) = (0.17 \text{ N}, 0.603 \text{ mm}^2)$. Dans cet exemple, on a $N_1=5$. Pour que la loi $A_0^R(P)$ passe précisément par le premier point de fonctionnement, la surface expérimentale sera composée de N_1 aspérités de hauteur h_1 , ainsi que d'une unique aspérité supplémentaire de hauteur $h_{1b} < h_1$ (si nécessaire) dont la valeur est déterminée par la résolution du système d'équation suivant :

$$A_1 = N_1\pi R\delta + \pi R(\delta - (h_1 - h_{1b})), \quad \delta > h_1 - h_{1b} \quad (4.34)$$

$$P_1 = N_1\frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}\delta^{3/2} + \frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}(\delta - (h_1 - h_{1b}))^{3/2}, \quad \delta > h_1 - h_{1b} \quad (4.35)$$

La courbe noire de la figure 4.12 est la loi $A_0^R(P)$ résultante de cette méthode pour (P_1, A_1) . Dans cet exemple, la résolution du système nous informe que $h_{1b} = -47.1 \mu\text{m}$ et que l'indentation pour laquelle $P = P_1$ vaut $71.8 \mu\text{m}$.

Il est utile de noter que cette méthode de conception ne permet pas d'accéder à des

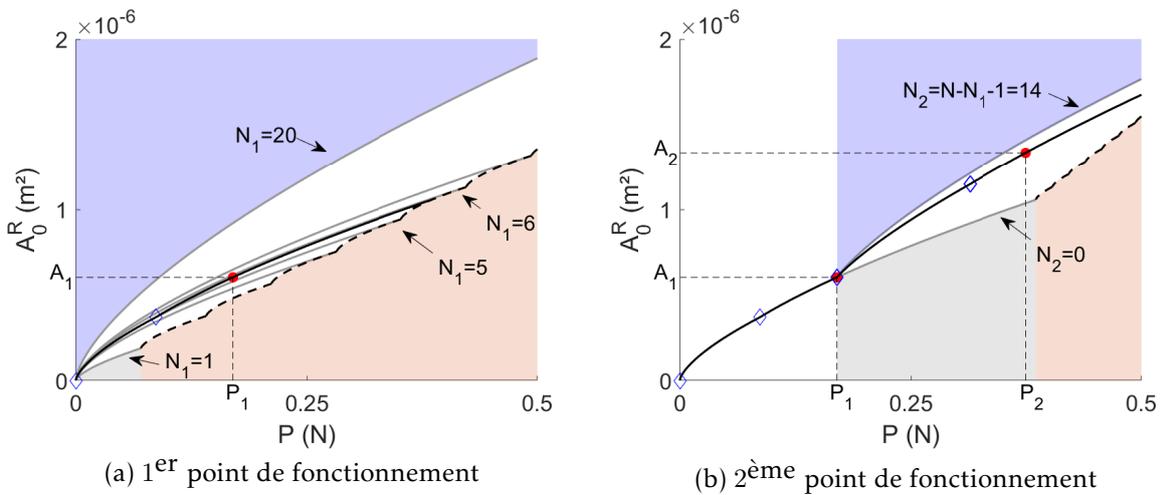


FIGURE 4.12 – Illustration de l’algorithme de conception d’une surface rugueuse modèle dont la loi $A_0^R(P)$ passe par deux points de fonctionnement prédéfinis. Les points de fonctionnement visés sont désignés par des disques rouges. La mise en contact de nouvelles aspérités est signalée par un losange bleu. Les zones colorées désignent les zones interdites. Dans cet exemple, $(P_1, A_1)=(0.17 \text{ N}, 0.603 \text{ mm}^2)$, $(P_2, A_2)=(0.38 \text{ N}, 1.335 \text{ mm}^2)$, $N=20$, $N_1=5$, $N_2=14$, $h_1=120 \text{ }\mu\text{m}$, $h_1b=72.9 \text{ }\mu\text{m}$, $h_2=48.2 \text{ }\mu\text{m}$, $h_2b=26.4 \text{ }\mu\text{m}$.

points de fonctionnements situés sur l’ensemble du plan $(\mathbb{R}^+)^2$. Trois limitations sont à observer :

- On a par construction $N_1 \geq 1$. Ainsi, pour une force normale P_1 donnée, on ne peut accéder qu’à des aires de contacts $A_1 \geq \pi \left(\frac{3R}{4E_c^*} \right)^{2/3} P_1^{2/3}$. On a en effet montré que pour une force normale donnée, A est une fonction croissante de N_1 . La zone interdite par cette limitation est indiquée sur la figure 4.12(a) par une zone colorée grise.
- De même, on a fixé un nombre maximal N d’aspérités. On a donc $N_1 \leq N$, et $A_1 \leq N^{1/3} \pi \left(\frac{3R}{4E_c^*} \right)^{2/3} P_1^{2/3}$. La zone interdite par cette limitation, pour $N = 20$ est indiquée sur la figure 4.12(a) par une zone colorée bleue.
- Enfin, de la même manière que pour les autres méthodes de design de surfaces décrites dans ce chapitre, on est amené à définir une indentation globale de l’interface δ_{max} à ne pas dépasser. Cette limitation implique l’existence d’une aire maximale A_{max} et d’une force normale maximale P_{max} dont les valeurs dépendent de N_1 et h_{1b} . La zone interdite par cette limitation est indiquée sur la figure 4.12(a) par une zone colorée rose, et on trace en ligne discontinue l’évolution $A_{max}(P_{max})$, calculée comme il suit : Si on considère uniquement les N_1 sphères de hauteur h_1 , les équations 4.32 et 4.33 montrent que $A(\delta_{max})$ et $P(\delta_{max})$ sont proportionnels : $A_{max} = \pi \sqrt{R} \frac{3P_{max}}{4E_c^* \sqrt{\delta_{max}}}$.

Pour un nombre N_1 fixé d'aspérités de hauteur h_1 , A_{max} et P_{max} sont des fonctions croissantes de h_{1b} . A_{max} est donc une fonction croissante de P_{max} . Les deux grandeurs varient sur les intervalles

$[A(\delta_{max}, N_1); A(\delta_{max}, N_1 + 1)]$ et $[P(\delta_{max}, N_1); P(\delta_{max}, N_1 + 1)]$, les bornes supérieures étant atteintes pour $h_{1b}=h_1$ et les bornes inférieures pour $h_{1b}=h_1 - \delta_{max}$ (plus faible valeur acceptable pour h_{1b} , par définition de δ_{max}).

Deuxième point de fonctionnement

Pour compléter la surface expérimentale de manière à atteindre le deuxième point de fonctionnement (P_2, A_2) , on commence par ajouter un nombre N_2 d'aspérités de hauteur $h_2=h_1 - \delta_1$, où δ_1 est l'indentation globale de la surface pour laquelle $P=P_1$ et $A=A_1$. Puisque, quel que soit $P \leq P_1$, $h_2 \leq h_1 - \delta$, la loi $A_0^R(P)$ n'est pas modifiée, pour $P \leq P_1$, par l'ajout de ces aspérités. Cette loi passe donc par le premier point de fonctionnement malgré l'ajout de nouvelles aspérités. Le choix de positionner les nouvelles aspérités pour une hauteur h_2 exactement égale à $h_1 - \delta_1$ permet de maximiser la zone du plan $(P > P_1, A_0^R > A_1)$ où l'on peut placer le deuxième point de fonctionnement.

Pour $\delta \geq \delta_1$, on peut alors écrire :

$$A_0^R = N_1\pi R\delta + \pi R(\delta - (h_1 - h_{1b})) + N_2\pi R(\delta - (h_1 - h_2)), \quad (4.36)$$

$$P = N_1\frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}\delta^{3/2} + \frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}(\delta - (h_1 - h_{1b}))^{3/2} + N_2\frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}(\delta - (h_1 - h_2))^{3/2} \quad (4.37)$$

On observe que, quelle que soit la force normale $P > P_1$, $N_a > N_b$ implique que $A_0^R(P, N_a) > A_0^R(P, N_b)$, il existe un unique entier N_2 tel que $A_0^R(P_2, N_2) < A_2$ et $A_0^R(P_2, N_2+1) > A_2$. Pour que la loi $A_0^R(P)$ de la surface expérimentale passe exactement par les 2 points de fonctionnement définis par le cahier des charges, la surface sera, de manière analogue à ce qu'on a vu pour le premier point de fonctionnement, constituée de N_1 aspérités de hauteur h_1 , 1 aspérité de hauteur h_{1b} (si nécessaire), N_2 aspérités de hauteur h_2 , et 1 aspérité de hauteur h_{2b} (si nécessaire). h_{2b} peut être déterminé par la résolution du système suivant :

$$A_2 = N_1\pi R\delta + \pi R(\delta - (h_1 - h_{1b})) + N_2\pi R(\delta - (h_1 - h_2)) + \pi R(\delta - (h_1 - h_{2b})), \quad (4.38)$$

$$P_2 = N_1\frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}\delta^{3/2} + \frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}(\delta - (h_1 - h_{1b}))^{3/2} + N_2\frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}(\delta - (h_1 - h_2))^{3/2} + \frac{4}{3}E_c^*\sqrt{R}(\delta - (h_1 - h_{2b}))^{3/2} \quad (4.39)$$

De la même manière que pour le premier point de fonctionnement, on peut tenter de définir l'ensemble des points de fonctionnement accessibles par la méthode de design

proposée, connaissant le premier point de fonctionnement :

- Pour une force normale P_2 donnée, l'aire de contact minimale qu'il est possible de viser correspond au cas $N_2=0$, et $h_{2b}=h_1 - \delta_{max}$, c'est-à-dire à la surface constituée uniquement des aspérités nécessaires pour que la loi $A_0^R(P)$ passe par le point (P_1, A_1^R) . La zone interdite du fait de cette condition est visible sur la figure 4.12(b), colorée en gris.
- Pour une force normale P_2 donnée, l'aire de contact maximale qu'il est possible de viser correspond au cas dans lequel l'ensemble des aspérités disponibles sont positionnées à la hauteur h_2 , c'est-à-dire le cas dans lequel on ne place pas d'aspérités en $h=h_{2b}$ et dans lequel $N_2=N-(N_1+1)$. La zone interdite du fait de cette condition est visible sur la figure 4.12(b), colorée en bleu.
- Enfin, la condition $\delta < \delta_{max}$ définit également une zone non-accessible. La zone interdite du fait de cette condition est visible sur la figure 4.12(b), colorée en rose.

Généralisation à un plus grand nombre de points de fonctionnements

Il est théoriquement possible, en généralisant cette méthode, d'accéder à un nombre arbitraire de points de fonctionnement. Pour cela, il suffit de répéter le raisonnement réalisé pour atteindre le deuxième point de fonctionnement, pour un plus grand nombre de paliers de hauteurs. En pratique cependant, un nombre trop limité d'aspérités et/ou une valeur trop contraignante du paramètre δ_{max} induit rapidement une forte limitation de la zone accessible pour placer le point de fonctionnement suivant. Pour 20 aspérités, on observe sur la figure 4.12 que la zone accessible pour positionner le 2ème point de fonctionnement est déjà relativement restreinte. La taille de cette zone augmente cependant lorsque N , et/ou δ_{max} augmentent. Pour 64 aspérités et $\delta_{max}=120 \mu\text{m}$ (i.e. les conditions qui seront utilisées en pratique), on peut ainsi raisonnablement définir jusqu'à 3 points de fonctionnement.

En outre, on a pu voir que l'espace des points de fonctionnement accessibles par cette méthode fluctue en fonction des autres points de fonctionnement visés. Pour aider à la création d'un cahier des charges compatible avec la méthode proposée, un outil graphique a été développé. Cet outil permet de construire le cahier des charges de manière dynamique, en visualisant la zone accessible pour le positionnement du n -ième point de fonctionnement, connaissant les $n-1$ premiers. Une démonstration de cet outil est disponible en annexe 6.3.

4.3.2 Résultats expérimentaux

Cette méthode de design a été testée pour le cahier des charges suivant : ($P_1=0.26$ N, $A_1=0.84$ mm²), ($P_2=0.61$ N, $A_2=1.68$ mm²), ($P_3=0.96$ N, $A_3=3.37$ mm²). De façon remarquable, les points de fonctionnement visés sont incompatibles pour une surface rugueuse aléatoire classique, qui présente une évolution $A_0^R(P)$ linéaire. La liste des hauteurs obtenues est la suivante :

- $N_1=5$ aspérités de hauteur $h_1=0$ μm
- $N_{1b}=1$ aspérité de hauteur $h_{1b}=-26.4$ μm
- $N_2=3$ aspérités de hauteur $h_2=-89.3$ μm
- $N_{2b}=1$ aspérité de hauteur $h_{2b}=-97.4$ μm
- $N_3=47$ aspérités de hauteur $h_3=-141.0$ μm
- $N_{3b}=1$ aspérité de hauteur $h_{3b}=-154.8$ μm

Notons que les lois de comportement de cette surface ont déjà été présentées dans le chapitre 3. La surface était désignée sous le nom de "surface paliers de hauteur". Pour éviter des couples trop importants sur l'interface, on choisit de disposer les aspérités de façon ordonnée. L'organisation spatiale des aspérités est montrée en figure 3.8.

On peut observer en figure 4.13 que la loi de contact $A_0^R(P)$ et la loi de frottement $F(P)$ mesurées expérimentalement pour une telle surface répondent de manière satisfaisante au cahier des charges fixé en amont. En particulier, les deux premiers points de fonctionnement (P_1, A_1) et (P_2, A_2) sont parfaitement intégrés dans la loi $A_0^R(P)$ de l'interface. On peut toutefois observer un écart légèrement plus important pour le troisième point de fonctionnement (P_3, A_3). L'erreur sur le troisième point de fonctionnement s'explique par l'effet particulièrement important (comme discuté plus longuement en partie 3.2.2) des interactions entre aspérités pour la surface considérée. En effet, les interactions entre aspérités modifient la hauteur effective de mise en contact des aspérités de hauteur $h = h_3$, ce qui cause une modification de la loi de contact de l'interface, qu'on peut observer figure 4.13 sous la forme d'une différence notable entre les prédictions avec et sans interactions pour les forces normales $P > 0.61$ N.

4.3.3 Bilan

En résumé, une troisième déclinaison de la stratégie de design de surfaces texturées a été développée, permettant la réalisation de surfaces dont la loi $A_0^R(P)$ est caractérisée par un nombre arbitraire de points de fonctionnement (P_i^*, A_i^*). Contrairement aux deux méthodes précédentes, la troisième déclinaison de la stratégie de design n'est

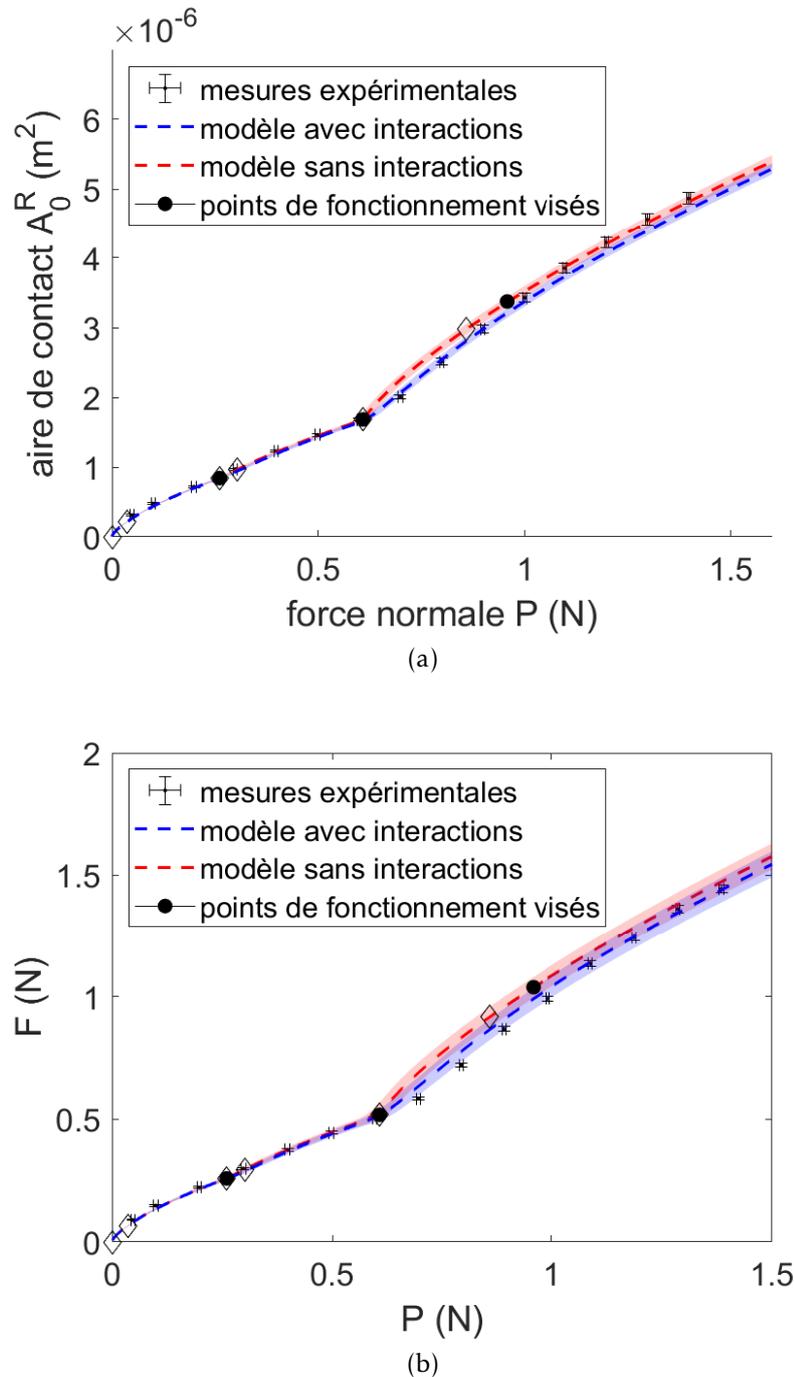


FIGURE 4.13 – Lois (a) A_0^R vs P et (b) F vs P pour une surface conçue pour atteindre les points de fonctionnement ($P_1=0.26$ N, $A_{0,1}^R=0.84$ mm²), ($P_2=0.61$ N, $A_{0,2}^R=1.68$ mm²), ($P_3=0.96$ N, $A_{0,3}^R=3.37$ mm²). Ces points de fonctionnement sont indiqués par des disques noirs. Symboles : mesures expérimentales. Lignes discontinues : modèles avec (rouge) et sans interaction (bleu). Zones colorées : intervalles de confiance des modèles. Les losanges désignent la mise en contact de nouvelles aspérités.

pas basée sur la discrétisation d'une distribution continue de hauteur mais sur une conception aspérité par aspérité des surfaces. Les hauteurs des aspérités qui consti-

tuent la surface sont déterminées en commençant par les aspérités les plus hautes, qui entreront en contact en premier avec la lame de verre. Ainsi, la loi $A_0^R(P)$ attendue est construite au fur et à mesure de la conception de la surface, en commençant par les faibles forces normales pour finir par les forces normales élevées. En utilisant cette méthode, une surface texturée a été conçue puis réalisée. La loi $A_0^R(P)$ de cette surface passe par trois points de fonctionnement prédéfinis et *a priori* incompatibles pour une interface rugueuse traditionnelle, pour laquelle l'aire de contact est proportionnelle à la force normale appliquée.

4.4 Bilan et discussion

En conclusion, ce chapitre sert de preuve de concept pour la stratégie de design de surfaces texturées mise en œuvre au cours de la thèse. À l'aide de trois déclinaisons, on a montré qu'il est possible de réaliser des interfaces rugueuses qui répondent quantitativement à des cahiers des charges de complexité croissante. Ainsi la stratégie de design proposée permet aussi bien de réaliser des interfaces qui présentent une aire de contact proportionnelle à la force normale appliquée, que des interfaces plus exotiques qui présentent deux régimes de fonctionnement distincts et pilotable indépendamment, ou encore des interfaces conçues pour passer par plusieurs points de fonctionnement précis *a priori* incompatibles (pour une interface rugueuse aléatoire classique, de loi $A_0^R(P)$ linéaire).

Dans chacun des cas on a prouvé que l'évolution mesurée de l'aire de contact avec la force normale appliquée était conforme (i) à la prédiction que l'on pouvait en faire à partir de la description géométrique de la surface et (ii) au cahier des charges fixé en amont. On démontre ainsi la versatilité et la précision de la stratégie développée.

Pour l'ensemble des interfaces réalisées, on observe une proportionnalité entre l'aire de contact et la force de frottement mesurée quelle que soit la force normale appliquée à l'interface. Cependant, et comme déjà évoqué au chapitre 3, le coefficient de proportionnalité entre ces deux grandeurs varie entre les différentes interfaces réalisées. Ainsi les lois de frottement des interfaces expérimentales possèdent une forme semblable aux lois $A_0^R(P)$ mais une conception de surface qui permettrait d'obtenir parfaitement une loi de frottement prédéfinie reste encore hors de portée. En effet, la prédiction quantitative de la loi de frottement d'une interface rugueuse nécessite la mesure d'un paramètre directement sur l'interface. À ce jour, la variabilité de la contrainte de frottement σ n'est pas expliquée, et la maîtrise physique de ce paramètre permettrait une amélioration majeure des méthodes de design présentées.

Les trois méthodes de conception de surface proposées pourraient également être amé-

liorées à travers les deux axes majeurs suivants :

- La prise en compte des interactions entre aspérités (par exemple en considérant des interactions élastiques telles que décrites dans le modèle d'interaction, voir partie 3.2.1) dès l'étape de conception serait, on l'a vu, importante pour 2 des méthodes proposées (lois à deux branches linéaires et surtout lois définies par un nombre arbitraire de points de fonctionnement) dans la mesure où ces interactions semblent modifier notablement, dans certains cas, les lois de comportement des surfaces réalisées.
- On a, pour les trois méthodes proposées, fixé le rayon de courbure des aspérités à $R=526 \mu\text{m}$, unique valeur pour laquelle le comportement d'une sphère est aujourd'hui suffisamment bien connu grâce à la procédure de calibration développée en partie 3.1. Relaxer cette contrainte, même en utilisant un unique rayon de courbure pour une surface donnée, permettrait d'élargir largement le champ des lois de frottement accessible, et ce quelle que soit la méthode considérée. Une condition pratique, pour pouvoir appliquer les méthodes de design avec d'autres rayons de courbures, serait de reproduire l'étape de calibration décrite en partie 3.1 aux nouvelles aspérités considérées.

5

Conclusion et perspectives

5.1 Conclusion générale

Dans ce chapitre, on commencera par résumer le travail effectué au cours de la thèse, en mettant en avant les résultats obtenus, les principales difficultés surmontées ainsi que les questions encore ouvertes. On proposera ensuite quelques perspectives en discutant quelques études intéressantes à réaliser dans le prolongement direct de la thèse. Au cours du travail de thèse présenté dans ce manuscrit, nous avons proposé un cadre, à la fois conceptuel et expérimental, dans lequel il est possible de mettre en oeuvre une stratégie de design, et de réalisation, d'interfaces de contact texturées dont on contrôle quantitativement la réponse mécanique. En particulier, nous avons proposé un ensemble de méthodes de conception et de réalisation d'interfaces élastomériques dont la loi de frottement est quantitativement maîtrisée, pilotée par la topographie des surfaces en contact.

La stratégie utilisée se base sur l'utilisation d'interfaces modèles, constituées d'une assemblée de microcontacts sphères/plan. Ces interfaces sont formées par le contact entre une surface supposée plane, lisse et rigide, et une surface élastomérique constituée d'un substrat parallélépipédique duquel émerge une assemblée de calottes sphériques dont on contrôle les rayons de courbure et hauteurs individuelles. Le comportement mécanique de ces interfaces peut alors être vu comme la réponse collective des microcontacts et leur conception revient à déterminer le rayon de courbure et la hauteur de chaque aspérité qui permettent d'obtenir une loi de comportement visée.

Dans le chapitre **Méthodes expérimentales**, les méthodes expérimentales, aussi bien liées à la fabrication qu'à la caractérisation mécanique des interfaces ont été présentées. Plusieurs de ces méthodes sont originales, ou ont été considérablement améliorées dans le cadre du travail de thèse. En particulier, on peut mettre en avant :

- Le protocole de réplique des moules pour obtenir une surface en silicone : un nouveau protocole, inédit dans la littérature, a été développé. Il assure à la fois une réplique géométrique de bonne qualité et un comportement mécanique volumique stable et répétable pour l'échantillon en silicone obtenu. Ce protocole de réplique a fait l'objet d'une publication dans une revue internationale à comité de lecture [53].
- Les essais de caractérisation tribologique des surfaces réalisés au cours de la thèse sont les premiers effectués avec le banc de mesure MISTRESS, décrit en partie 2.2.1, entièrement développé au laboratoire. Les protocoles de mesures et de traitement de données, y compris l'algorithme de détection de l'aire de contact, ont donc été définis à l'occasion de cette thèse. En outre, un protocole d'alignement (décrit en annexe, partie 6.2) du capteur de force par rapport à l'actuation a été développé.

Dans le chapitre **Mécanique des interfaces rugueuses modèles**, la mécanique du contact d'un microcontact sphère/plan expérimental typique, ainsi que d'une interface modèle typique constituée d'une multitude de contacts sphère/plan, a été étudiée. Nous avons d'abord montré que l'indentation normale d'un unique microcontact expérimental est assimilable à un contact de Hertz, dès lors que l'on remplace le module d'Young par un paramètre mesuré expérimentalement. La chute d'aire de contact lors du cisaillement du microcontact a été ensuite caractérisée et nous avons montré que l'aire du microcontact durant le glissement est proportionnelle à l'aire de contact initiale, avant cisaillement. Finalement, on a montré que la force de frottement $Q_{s,d}$ est proportionnelle à l'aire du contact cisailé $A_{s,d}^R$.

On peut donc complètement décrire le comportement d'un microcontact unique à l'aide de trois paramètres mesurés lors des essais d'indentation et de cisaillement : un paramètre E_c qui décrit la réponse à une indentation normale, un paramètre $B_{s,d}$ qui décrit la réduction d'aire lors du cisaillement et un paramètre σ qui décrit le lien entre aire de contact et force de frottement.

Nous avons ensuite étudié le lien entre le comportement mécanique d'un microcontact individuel et le comportement mécanique d'une interface typique constituée de quelques dizaines de contacts sphère/plan.

Au sein d'une interface multicontact, les microcontacts ne peuvent pas être considérés comme indépendants. En effet, on observe que les microcontacts ont un comportement différent selon qu'il y a ou non d'autres microcontacts à proximité. Nous avons pu montrer que les interactions élastiques entre aspérités sont une origine crédible pour expliquer l'influence observée du voisinage sur le comportement des microcon-

tacts. Si ces interactions ont un effet marqué sur l'évolution de l'aire individuelle des microcontacts en fonction de l'indentation imposée, on a pu observer, pour l'ensemble des interfaces multicontacts testées, que la loi de frottement de l'interface ainsi que l'évolution de l'aire de contact en fonction de la force normale, à l'échelle de l'interface complète, n'est que peu impactée par l'existence d'interactions élastiques.

Nous avons alors pu proposer une méthode de prédiction quantitative pour la loi $A_0^R(P)$, basée uniquement sur la description géométrique de la surface rugueuse (hauteur et rayon de courbure des aspérités) et sur la calibration du comportement d'un microcontact individuel. Ce modèle ne prend pas en compte les effets des interactions élastiques mais présente un très bon accord quantitatif avec les mesures, pour diverses interfaces multicontacts. Du fait de la variabilité inter-échantillons de la contrainte de cisaillement σ , on propose une modélisation de la loi de frottement des interfaces considérées utilisant les paramètres E_c et $B_{s,d}$ mesurés durant la caractérisation d'un microcontact individuel, ainsi qu'une valeur de σ mesurée directement sur l'interface considérée, pour une force normale choisie arbitrairement. Là encore, la prédiction obtenue présente un accord quantitatif avec les mesures. Notons qu'il est également possible de proposer une modélisation, compatible avec les mesures expérimentales, entièrement basée sur les paramètres mesurés durant la caractérisation d'un microcontact individuel, mais qui présente des incertitudes plus élevées.

Il est ainsi possible de prédire quantitativement à partir de modèles simples, les évolutions $A_0^R(P)$ et la loi de frottement d'interfaces rugueuses constituées d'une multitude de contacts sphère/plan bien contrôlés. Ces modèles prédictifs sont un prérequis essentiel pour les méthodes de design de surfaces, définies dans le chapitre suivant.

Dans le chapitre 4, **Design et réalisation des surfaces texturées**, nous avons décliné la stratégie globale de conception de surfaces en trois méthodes qui permettent d'accéder à trois familles de lois de frottement.

La première méthode vise la réalisation de surfaces dont la loi de frottement est linéaire, caractérisée par un unique coefficient de frottement. Pour cela on a proposé une méthode de design de surfaces qui offre des lois $A_0^R(P)$ linéaires, de pentes prédéfinies. Cette méthode est basée sur la discrétisation d'une distribution continue des hauteurs d'aspérités, qui ici est une distribution exponentielle tronquée. Pour permettre de proposer des topographies de surface fabricables et caractérisables, nous avons développé une méthode de définition de distributions discrètes des hauteurs offrant des lois $A_0^R(P)$ prédites essentiellement indiscernables de celles issues d'une distribution continue donnée. Grâce à cet outil, il nous suffit, pour concevoir une surface dont la pente de la loi $A_0^R(P)$ est prédéfinie, de déterminer la loi continue adaptée.

Ainsi, partant d'un problème nécessitant la détermination de $2N$ paramètres (N étant le nombre d'aspérités), on aboutit à un problème nécessitant la détermination de deux paramètres uniquement, l'écart-type et la hauteur maximale de la distribution exponentielle tronquée. En utilisant cette méthode, on est capable de piloter le coefficient de frottement de l'interface par la texturation de la surface elastomérique. On a par exemple fabriqué deux interfaces impliquant les mêmes matériaux (du PDMS et du verre), mais présentant des coefficients de frottement très différents : 1.76 ± 0.02 contre 1.21 ± 0.02 .

La deuxième méthode définie dans le chapitre permet de réaliser des surfaces dont la loi $A_0^R(P)$ (et donc la loi de frottement), présentent deux branches linéaires dont les pentes peuvent être pilotées indépendamment, toujours par la seule topographie de surface. Cette méthode est une extension de la première dans la mesure où elle est basée sur le même principe, la discrétisation d'une loi de distribution de hauteur continue. La différence réside dans la distribution continue utilisée. Ici, pour faire émerger deux régimes de fonctionnement bien dissociés, on introduit deux pondérations différentes sur deux régions dans la loi de distribution continue de hauteur. Cette méthode est directement appliquée pour réaliser expérimentalement une surface dont la loi de frottement et la loi $A_0^R(P)$ sont chacune constituées de deux régimes linéaires, de pentes bien différentes. L'intérêt de ce type de surface réside dans une augmentation de l'adaptabilité des surfaces créées : le comportement mécanique de la surface pour des faibles forces normales et pour des forces normales élevées sont dissociés et peuvent être associés à deux cahiers des charges qui seraient considérés comme incompatibles dans le cas d'une loi linéaire simple.

Enfin, la troisième méthode permet la réalisation de surfaces dont la loi $A_0^R(P)$ passe par un nombre arbitraire de points de fonctionnement (P_i^*, A_i^*) . On propose ici une approche différente des deux premières méthodes, puisque la conception n'est pas basée sur la discrétisation d'une distribution continue de hauteur, mais sur un design aspérité par aspérité de la surface. La méthode proposée ne se veut pas optimale, mais permet d'accéder à une vaste gamme de points de fonctionnement, cette fois encore incompatibles pour une surface rugueuse aléatoire classique, qui présenterait une loi de frottement linéaire. Cette méthode est intéressante en cela qu'elle permet de réaliser des interfaces très spécifiques, dont le comportement est maîtrisé pour une certaine liste de forces normales d'intérêt.

Globalement, on a présenté dans la thèse une stratégie qui permet de concevoir et de réaliser des surfaces texturées aux lois de contact très bien maîtrisées. Par la déclinaison de cette stratégie en trois méthodes, on accède d'ores et déjà à des familles de

lois de frottement et d'évolutions $A_0^R(P)$ très variées. Ces méthodes se basent sur une capacité à prédire quantitativement, et avant fabrication, l'évolution $A_0^R(P)$ d'une interface donnée, connaissant sa géométrie.

Une extension naturelle à la stratégie proposée passerait donc par la recherche de modèles de prédiction quantitatifs d'autres propriétés que l'aire de contact, de manière à pouvoir proposer des méthodes de design basées sur d'autres objectifs. On peut bien sûr commencer par citer la loi de frottement $F(P)$ pour laquelle il ne manque qu'une meilleure maîtrise expérimentale de la contrainte de cisaillement σ pour accéder à une prédiction quantitative de la loi de frottement avant fabrication de l'interface. On pourrait également viser la maîtrise de l'évolution de la raideur de contact avec la force normale, ou encore de la force de séparation normale des deux surfaces.

Une autre limite actuelle de la stratégie de design de surface telle qu'explorée dans la thèse réside dans le faible nombre d'aspérités qui composent les surfaces. On a vu au cours du chapitre 4 que ce faible nombre d'aspérités (64) conduisait (i) à une limitation des lois $A_0^R(P)$ accessibles par les méthodes de design, notamment pour les lois décrites par un nombre fini de points de fonctionnement (P_i^*, A_i^*) et (ii) à une modification de la loi $A_0^R(P)$ attendue lors de l'étape de discrétisation, pour les lois linéaires et linéaires par morceau. Une amélioration de la stratégie de design pourrait donc passer par l'augmentation du nombre d'aspérités qui composent les surfaces texturées. Enfin, une dernière extension de la stratégie de design consisterait en la réalisation de surfaces actives, dont le comportement mécanique ($A_0^R(P)$, loi de frottement) pourrait être modifié après fabrication de la surface de manière à pouvoir adapter le comportement mécanique d'une surface unique à plusieurs types de situations, à plusieurs cahiers des charges. Pour cela, une solution serait de produire des surfaces dont il est possible de modifier la topographie de manière contrôlée, après fabrication.

Ces deux dernières perspectives de travail futur ont fait l'objet d'un travail préparatoire présenté ci-dessous.

5.2 Perspectives de travail envisagées

5.2.1 Vers des surfaces plus réalistes : miniaturisation

Motivations

Le faible nombre d'aspérités qui composent les surfaces texturées constitue aujourd'hui une des limites des méthodes de design proposées au cours de la thèse. Pour augmenter le nombre d'aspérités au sein des surfaces texturées, on peut soit augmenter l'aire de contact apparente, soit augmenter la densité surfacique d'aspérités. La surface apparente est cependant limitée, pour le banc d'essai utilisé dans la thèse, à un carré de 15 mm de coté. On cherchera donc à augmenter la densité surfacique d'aspérités qui composent les surfaces texturées. Pour avancer dans cette direction, on se fixe l'objectif de produire des surfaces dont les lois de frottement sont similaires (voir figure 5.2 pour une représentation des lois $A_0^R(P)$ visées) à celles des surfaces réalisées durant la thèse, mais cette fois pour une densité spatiale d'aspérités 100 fois supérieure. À surface de contact apparente constante, on cherche donc à multiplier par 100 le nombre d'aspérités en contact.

Considérons une surface constituée d'un nombre N d'aspérités sphériques de rayon de courbure R . L'application du modèle de Hertz montre qu'il est possible de conserver une évolution $A_0^R(P)$ constante en multipliant le nombre d'aspérités par 100, à condition de diviser par 10 le rayon de courbure des aspérités et l'indentation appliquée. En effet,

$$A_0^R(100N, \frac{R}{10}, \frac{\delta}{10}) = \pi \times 100N \frac{R}{10} \frac{\delta}{10} = \pi NR\delta = A_0^R(N, R, \delta) \quad (5.1)$$

$$P(100N, \frac{R}{10}, \frac{\delta}{10}) = \frac{4}{3}E^* \times 100N \sqrt{\frac{R}{10}} \left(\frac{\delta}{10}\right)^{3/2} = \frac{4}{3}E^* N \sqrt{R} \delta^{3/2} = P(N, R, \delta) \quad (5.2)$$

100 aspérités d'un rayon de courbure $R/10$ indentées d'une distance $\Delta/10$ présenteront la même aire de contact et la même force normale qu'une unique aspérité de rayon de courbure R et indentée d'une distance Δ . Ainsi, pour multiplier par 100 la densité d'aspérités constituant les surfaces rugueuses, on doit utiliser des sphères de rayon de courbure $R=500/10=50 \mu\text{m}$ environ.

Résultats préliminaire

Le changement d'échelle décrit jusqu'ici implique que les indentations nécessaires pour obtenir les forces et aires de contact visées soient également divisées par 10. Ainsi, pour une surface dont les hauteurs sont issues d'une distribution exponentielle, l'écart

entre deux paliers de hauteur consécutifs sera de 600 nm, au lieu des 6 μm utilisés en section 4.1. La méthode de fabrication des moules utilisée jusqu'à présent (micro-usinage) n'est donc plus appropriée. Il est nécessaire d'utiliser une méthode de fabrication à plus petite échelle. On propose de réaliser les moules en aluminium par ablation laser, à l'aide d'un laser femtoseconde. Ce type de laser permet, par des impulsions très brèves et très énergétiques d'enlever de la matière de manière très localisée et quasiment sans échauffement, ce qui permet de réaliser des texturations locales très contrôlées. Pour cela, nous avons commencé à travailler avec nos collègues de Manutech-USD, spécialiste de cette technologie. Malheureusement, la réalisation de trous sphériques à l'aide d'un laser femtoseconde n'est pas une pratique standard. Les paramètres d'ablation exacts utilisés ont donc dû être déterminés par une série d'essais, en suivant un plan d'expérience précis. La méthode retenue au final est la suivante :

- On utilise des faisceaux de diamètre 18.6 μm , de longueur d'onde 1030 nm. Chaque impact a une énergie de 1.0 μJ .
- Les trous sont réalisés par la technique dite de hachurage : le volume de matière à enlever est discrétisé en une somme de couches circulaires concentriques d'épaisseur 1 μm . Pour chaque zone circulaire, la matière est enlevée par une succession de trajectoire rectiligne du faisceau, formant un hachurage. Il est donc possible de maîtriser la profondeur et la courbure du trou en maîtrisant le nombre et la forme des couches successives à ablater. Notons que cette méthode implique que les profondeurs de trous accessibles sont des multiples de 1 μm , soit l'épaisseur des couches successivement ablatées.

Pour caractériser précisément la géométrie des trous réalisés, 14 ensembles de 100 trous ont été fabriqués. Pour l'ensemble des réalisations, on vise un rayon de courbure $R = 50 \mu\text{m}$. Chaque ensemble correspond à une profondeur visée parmi les suivantes : 20 , 21 , 22 , 24 , 26 , 28 , 30 , 32 , 34 , 36 , 38 , 40 , 42 , et 44 μm .

Il apparaît que les trous réalisés sont mieux représentés par des paraboloides elliptiques que par des calottes sphériques. Un exemple de topographie d'un trou de rayon visé $R = 50 \mu\text{m}$ et de hauteur $h = 38 \mu\text{m}$ est donné en figure 5.1. Pour les $14 \times 10 = 1400$ trous réalisés, la topographie est mesurée par microscopie confocale (à Manutech-USD) puis fittée par un paraboloides elliptique, caractérisé par deux rayons de courbure R_1 et R_2 et une altitude minimale qui correspond à la profondeur du trou (voir partie 2.1.3 pour plus de détails sur la géométrie d'un paraboloides elliptique).

On observe que pour une hauteur visée donnée, l'écart-type des profondeurs mesurées pour les 100 trous est en moyenne de 0.26 μm , et celui des rayons de courbures mesurés est de 1.0 μm pour R_1 et 1.1 μm pour R_2 . La méthode de fabrication est donc suffisamment reproductible et la qualité suffisante pour l'application visée. On considérera par

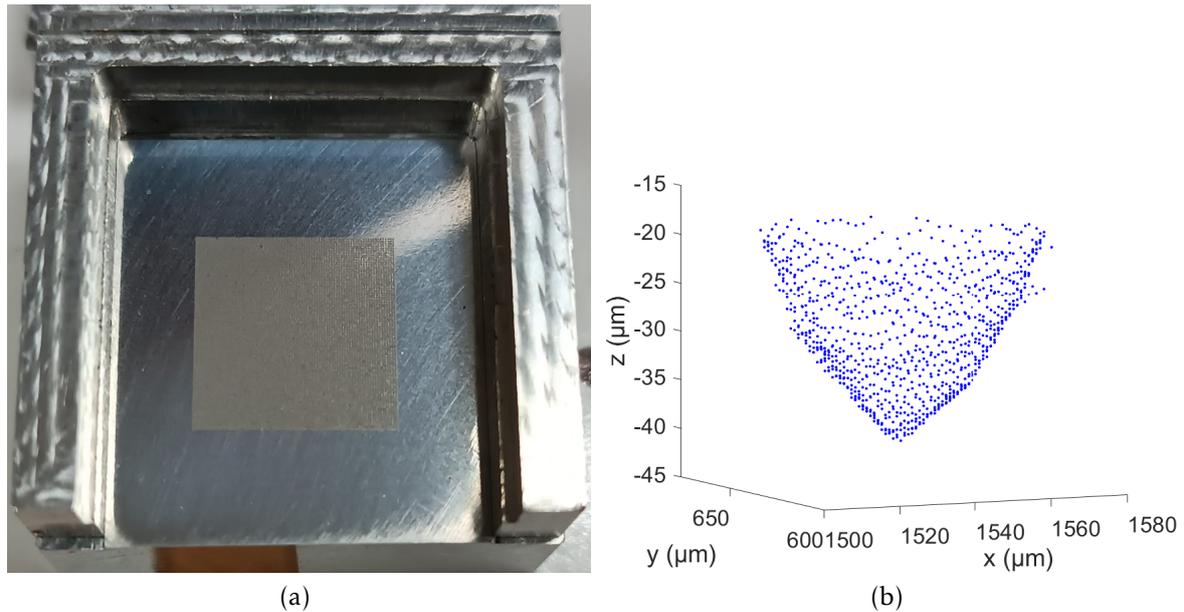


FIGURE 5.1 – (a) Photo d'un moule typique réalisé par ablation laser. (b) Topographie d'une sphère typique (ici, $h=38 \pm 0.3 \mu\text{m}$ et $R=32 \pm 1.0 \mu\text{m}$).

la suite un unique rayon de courbure R égal à la moyenne géométrique des deux rayons de courbure fittés, ceux-ci étant toujours très proches (moins de 10% d'écart, quel que soit le trou observé). On observe en outre un écart systématique entre la profondeur visée et la profondeur obtenue, de l'ordre de $1 \mu\text{m}$. On observe également que le rayon de courbure réel des trous réalisés est une fonction décroissante de la profondeur des trous. Ces écarts ne sont pas un frein majeur pour atteindre l'objectif de design visé, puisque ils restent très reproductibles. On peut en effet prendre en compte ces biais systématiques pour prédire le comportement mécanique des interfaces réalisées.

Six moules en aluminium, dont cinq constitués de 6400 trous ont pour l'instant été réalisés :

- Un moule de 500 trous tous de même profondeur, qui permettra la calibration du comportement individuel de chaque aspérité.
- Un moule de 6400 trous tous de même profondeur, attendue avoir le même comportement mécanique que la surface "Dirac 64 sphères" décrite au chapitre 3 (loi $A_0^R(P)$ prédite tracée en rouge sur la figure 5.2).
- 2 moules de 6400 trous issus de la discrétisation d'une distribution exponentielle tronquée. La première surface est issue d'une distribution de paramètres $h_m=12 \mu\text{m}$ et $\lambda=2 \mu\text{m}$. La seconde surface est issue d'une distribution de paramètres $h_m=24 \mu\text{m}$ et $\lambda=6 \mu\text{m}$ (lois $A_0^R(P)$ prédites tracées en bleu sur la figure 5.2).
- 2 moules de 6400 trous issus de la discrétisation d'une distribution exponentielle

tronquée et pondérée. La première surface est issue d'une distribution de paramètres $h_m=25 \mu\text{m}$, $\lambda=6 \mu\text{m}$, $h_c=3 \mu\text{m}$ et $u=0.1$. La seconde surface est issue d'une distribution de paramètres $h_m=25 \mu\text{m}$, $\lambda=6 \mu\text{m}$, $h_c=3 \mu\text{m}$ et $u=0.25$ (lois $A_0^R(P)$ prédites tracées en noir sur la figure 5.2).

Les évolutions $A_0^R(P)$ prédites pour l'ensemble des surfaces fabricables à partir de ces moules sont données en figure 5.2. Pour chaque surface, la prédiction est obtenue en considérant notre matériau élastomère, et un modèle sans interaction où chaque aspérité se déforme en suivant une loi de Hertz de module E_c . La géométrie de chaque aspérité, rayon de courbure et hauteur, est déterminée à partir des valeurs mesurées lors de la phase de caractérisation de la méthode de fabrication. Cette modélisation est probablement très éloignée de la réalité (au vu du nombre d'hypothèses réalisées, notamment sur la valeur de E_c), et une phase de calibration du comportement d'un microcontact individuel sur la surface constituée de 500 sphères sera nécessaire pour développer des modèles plus précis. Elle permet cependant de prévoir qualitativement le type de lois $A_0^R(P)$ attendues et qu'il faudra tester par une réalisation et des caractérisations tribologiques analogues à celles utilisées au chapitre 3.

Travail restant

Du fait du changement d'échelle des aspérités, l'ensemble des méthodes développées au cours de la thèse doivent être adaptées au nouveau type de surfaces :

1. Réplication en silicone : la réplication des moules en aluminium n'a pas encore été réalisée. Il faudra vérifier, par une mesure profilométrique que les aspérités répliquées ont une forme identique aux trous qui composent le moule en aluminium. On trouve dans la littérature de nombreux exemples de réplifications de texturations de tailles inférieures à la taille des aspérités des surfaces miniaturisées. Il n'y a donc pas de défi majeur attendu pour cet étape.
2. Détection de l'aire des microcontacts : l'algorithme de détection d'aire, basé sur la méthode d'Otsu, devra être adapté au changement de taille des contacts. En effet, les microcontacts formées pour les surfaces miniaturisées auront des aires environ 100 fois plus petites que pour les surfaces réalisées au cours de la thèse. La taille des pixels pourrait en particulier devenir non négligeable par rapport à la taille des microcontacts, ce qui limiterait la résolution de la mesure d'aire. Des adaptations de la méthode de mesure des aires décrite au chapitre 2.3.3 sont donc à prévoir.
3. Puisque les forces totales exercées à l'interface sont similaires pour les surfaces à 64 sphères et les surfaces miniaturisées, les protocoles de caractérisation mécanique des surfaces devraient rester inchangés.

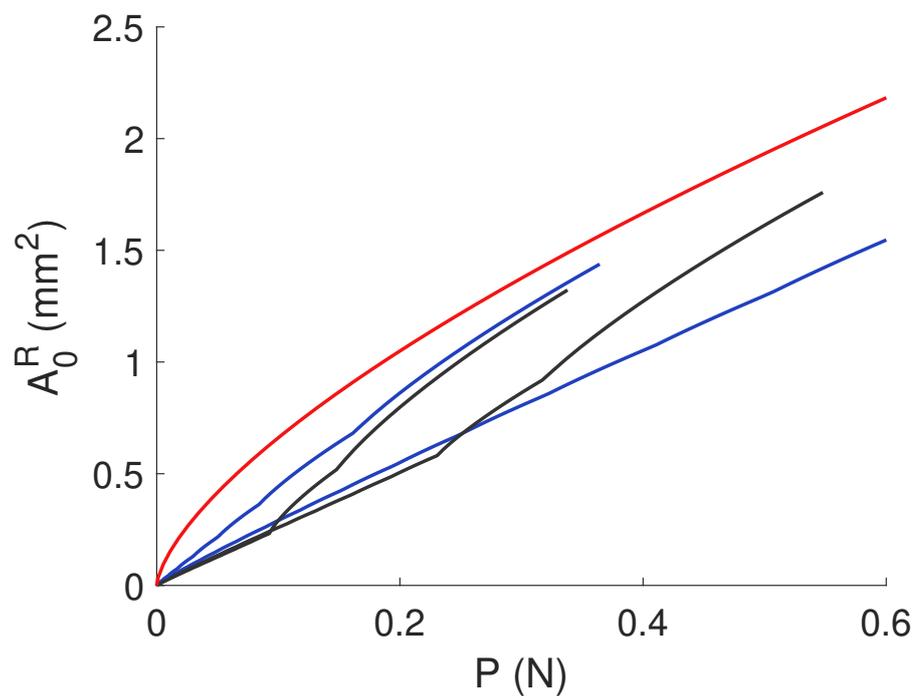


FIGURE 5.2 – Prédications des lois $A_0^R(P)$ des surfaces fabricables à partir des moules déjà réalisés, par le modèle sans interactions (avec $E_c=1.36$ MPa et R_i et h_i les hauteurs mesurées lors la caractérisation des moules). Rouge : surfaces constituée de 6400 aspérités identiques. Bleu : surfaces issues d'une distribution exponentielle tronquée de hauteur. Noir : surfaces issues d'une distribution exponentielle tronquée et pondérée de hauteur.

Enfin la caractérisation d'un microcontact unique réalisée dans le cadre de la thèse sur une surface constituée de 5 sphères (voir partie 3.1) devra être réalisée pour le nouveau type d'aspérités. C'est sur le moule de 500 trous de rayons de courbure moyens $R=36.1 \pm 1.0 \mu\text{m}$ et de profondeur $h=26.0 \pm 0.3 \mu\text{m}$ que se fera cette calibration préalable.

5.2.2 Vers un pilotage actif des surfaces

On a fabriqué dans la thèse des surfaces dont l'évolution $A_0^R(P)$ ainsi que la loi de frottement sont maîtrisés via un contrôle de la topographie de la surface. Une extension naturelle de la stratégie employée consisterait en la production de surfaces actives pour lesquelles il serait possible de modifier, après fabrication, la loi de frottement attendue, pour répondre à divers types de situations avec une seule surface. Pour cela, on peut par exemple chercher à réaliser des surfaces dont la topographie est modifiable à volonté en cours d'utilisation. Dans ce contexte, on présente ici le prototype d'une solution technique permettant de modifier la hauteur d'une ou plusieurs aspérités d'une surface élastomère.

Travail déjà effectué

On repart de la géométrie des substrats réalisés durant la thèse, à savoir un bloc parallélépipédique en silicone d'où émergent une multitude d'aspérités sphériques de hauteurs et rayons de courbure maîtrisés. Pour rendre possible la modification après fabrication de la hauteur d'une ou plusieurs aspérités, on introduit un certain nombre de cavités au sein du bloc parallélépipédique. Le schéma et la photo d'une surface constituée d'une unique aspérité sphérique et d'une cavité sont donnés en figure 5.3. Ces cavités sont remplies d'un fluide sous pression et sont reliées à un système microfluidique, illustré par le schéma de la figure 5.3(c). Pour éviter l'apparition de bulles d'air, on utilise un fluide composé d'eau et d'un tensioactif. Le système utilisé comprend un tube à partir duquel de l'air peut être injecté dans le réservoir au moyen d'une seringue, de manière à augmenter ou à diminuer la pression du liquide dans le circuit. Un autre tube transporte le liquide contenu dans le premier réservoir le long du circuit, en passant par un capteur de pression, jusqu'à ce qu'il entre dans la cavité et termine sa course dans le second réservoir. Un jeu de 3 robinets étanches permet de figer le système dans un état donné. Par exemple, en fermant le robinet air du premier réservoir (voir schéma figure 5.3(c)) et le robinet liquide du second réservoir, on fige la valeur de la pression dans le système. Au contraire, en fermant les robinets liquide des deux réservoirs, on fige le volume de liquide dans le système. Pour la suite, on utilisera uniquement la configuration "pression constante".

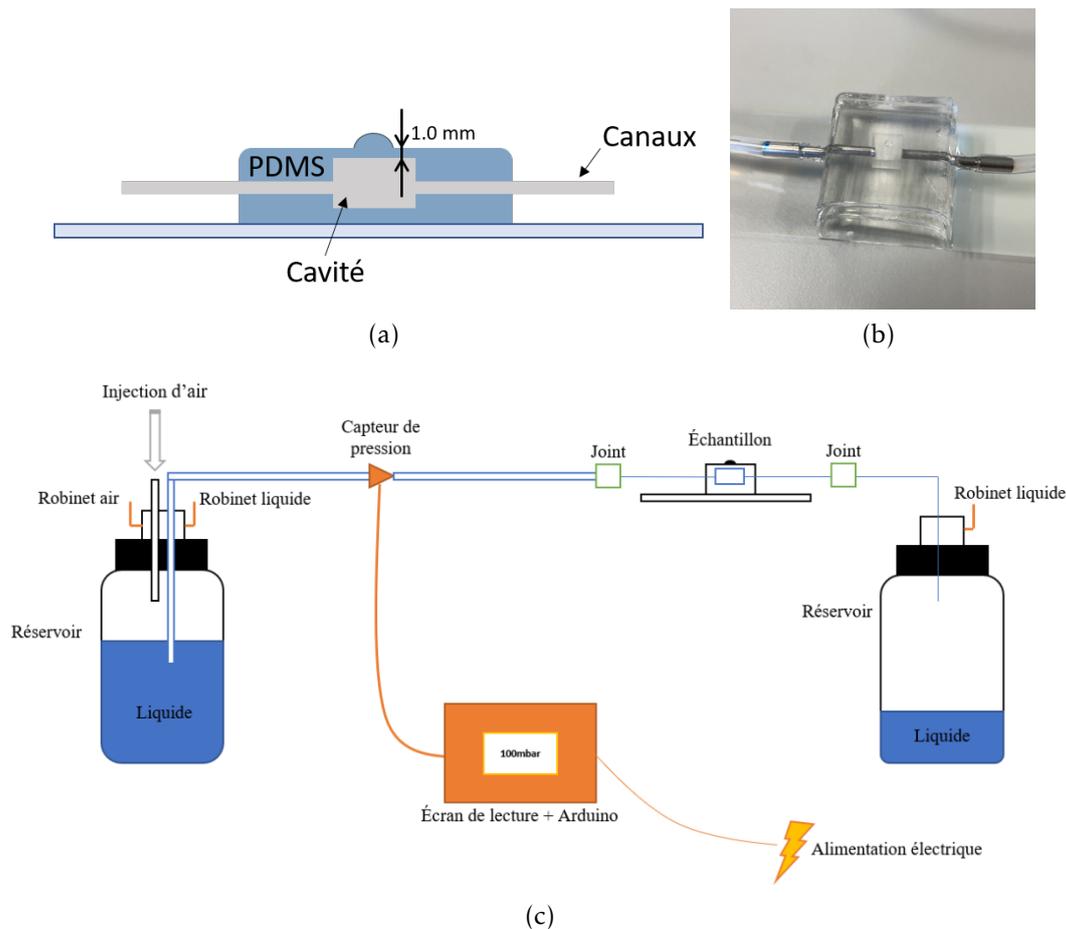


FIGURE 5.3 – (a) Schéma et (b) photo d'une surface à topographie pilotable constituée d'une aspérité et d'une cavité. (c) Schéma de la surface intégrée au système microfluidique complet.

Considérons une aspérité positionnée au dessus d'une cavité. Lorsque la pression du fluide dans la cavité est identique à la pression atmosphérique, la hauteur de l'aspérité est égale à la hauteur que l'on aurait sans cavité, h_0 , autrement dit la profondeur du trou correspondant dans le moule utilisé. Lorsque qu'une surpression est appliquée, la membrane supérieure de la cavité se déforme vers le haut, ce qui augmente mécaniquement la hauteur de l'aspérité d'une hauteur Δh . Pour piloter la hauteur d'une sphère située au dessus d'une cavité, il est ainsi possible de modifier de manière contrôlée la pression du fluide à l'intérieur de la cavité.

La stratégie de design de surfaces à topographie pilotable serait analogue à celle employée durant la thèse pour les surfaces passives. L'idée serait toujours de construire une surface texturée comme une somme de blocs élémentaires, les surfaces actives étant constituées de deux types de blocs élémentaires :

- Le premier type de bloc est constitué d'une aspérité qui émerge d'un substrat

plein en silicone. C'est le type de bloc élémentaire utilisé durant la thèse pour les surfaces passives.

- Le second type de bloc est celui décrit en figure 5.3(a). Il s'agit d'un système constitué d'une aspérité, d'une membrane en silicone d'une épaisseur $t=1.0$ mm, et d'une cavité remplie d'un fluide sous pression.

Pour concevoir des surfaces à la loi de frottement pilotable, il est nécessaire, de la même manière qu'au cours du chapitre 3, de caractériser la réponse mécanique du second bloc élémentaire à une indentation normale et à un cisaillement. Pour l'instant, seule la réponse du système à une sollicitation normale a été étudiée. On montre en figure 5.4(a) l'évolution de l'augmentation de hauteur Δh d'une aspérité en fonction de la surpression (par rapport à la pression atmosphérique) appliquée au fluide dans la cavité. Cette mesure a été effectuée pour une aspérité libre, c'est-à-dire qui n'est pas en contact avec une lame de verre. On observe que l'on peut considérer que l'augmentation de hauteur de l'aspérité est proportionnelle à la surpression du fluide, avec un coefficient de proportionnalité de $1.15 \mu\text{m}/\text{mbar}$. La pression appliquée est pilotable avec une précision de l'ordre de 1 mbar, pour des valeurs de surpression comprises entre 0 et 200 mbar. Il est donc possible de maîtriser la hauteur de l'aspérité avec une précision de l'ordre de $1 \mu\text{m}$, sur la gamme $h \in [h_0; h_0 + 230 \mu\text{m}]$.

La réponse mécanique à une indentation normale d'un bloc aspérité + cavité est ensuite mesurée. Lors de l'indentation, la pression du fluide est maintenue constante. Le résultat des essais réalisés pour une surpression de 0 mbar, 100 mbar et 200 mbar sont présentés en figure 5.4(b). Le déplacement du bloc peut être interprété comme la somme de deux composantes :

- L'indentation de l'aspérité δ_{asp} .
- La déflexion de la membrane de silicone entre le fluide et l'aspérité, $\Delta_{membrane}$.

On fait ici l'hypothèse que l'indentation de l'aspérité δ_{asp} peut être modélisée en utilisant la calibration effectuée en partie 3.1. On note δ_{hertz} l'indentation issue de ce modèle. En considérant que $\Delta_{membrane} = z - \delta_{Hertz}$, où z est le déplacement du bloc complet mesuré par le capteur de déplacement relatif du banc d'essai, on observe que la déflexion de la membrane est proportionnelle à la force normale appliquée. Ce résultat était attendu, puisque compatible avec les modèles classiques de déformation d'une plaque élastique sur laquelle on applique une force ponctuelle. Enfin, on observe sur la figure 5.4(c) que la réponse du système à une indentation normale est la même, quelle que soit la pression du fluide.

Travail restant Plusieurs études essentielles restent à mener pour réaliser des surfaces actives dont la loi de frottement est modifiable même après fabrication. Premiè-

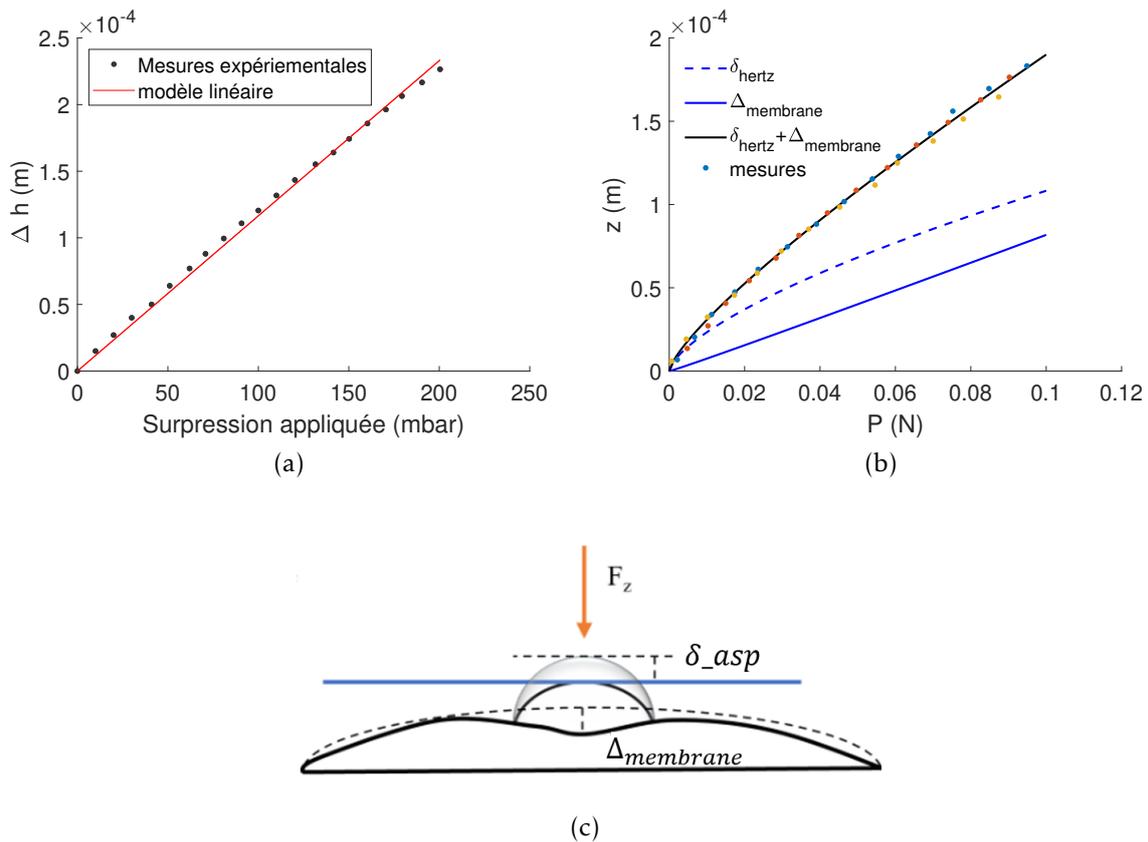


FIGURE 5.4 – (a) Augmentation de la hauteur d’une aspérité hors contact en fonction de la surpression appliquée au fluide, pour un bloc sphère unique + cavité unique. (b) z vs P lors de l’indentation d’un bloc aspérité + cavité. La position verticale $z=0$ est définie comme la position où le contact apparaît (détection optique). Symboles : Mesures pour une surpression de (bleu) 0 mbar, (rouge) 100 mbar, (jaune) 200 mbar. Ligne discontinue bleue : Modèle de Hertz avec $R=526 \mu\text{m}$, $E_c=1.36 \text{ MPa}$. Ligne continue bleue : meilleur fit linéaire de $z - \delta_{\text{hertz}}(P)$. Ligne continue noire : somme des deux modèles précédents. (c) Illustration de la déformation d’un bloc aspérité + cavité.

rement, seule l'indentation normale du bloc élémentaire aspérité + cavité a été étudiée. Il reste donc à caractériser le comportement cisailé de ce bloc. La présence d'une membrane déformable en flexion sous l'aspérité pourrait fondamentalement modifier le comportement cisailé de l'aspérité. Du roulement pourrait par exemple apparaître. Secondement, les interactions des différents blocs devront être étudiés. Pour cela, une première étape consistera à complexifier les méthodes de fabrication des surfaces, de façon à pouvoir augmenter le nombre d'aspérités et de cavités au sein d'une même surface. Finalement, un dernier bloc, constitué d'une seule cavité surmontée d'une unique membrane et de plusieurs aspérités, pourrait être élaboré et étudié.

6.1 Annexe A : Algorithmes de détection d'aire

La mesure de l'aire de contact réelle des interfaces texturées expérimentales est basée sur la méthode d'Otsu, décrite en partie 2.3.3. Les algorithmes complets de mesures sont présentés dans cette annexe. Ils sont appliqués à des interfaces similaires à celle présentée en figure 2.14

6.1.1 Algorithme de détection d'aire pour un essai de cisaillement

L'algorithme complet de détection d'aire réelle d'une interface multicontact dans le cadre d'un essai de cisaillement peut être décrit par les étapes suivantes :

1. **Détection des contours des microcontacts** : On commence par détecter, sur la 1^{re} image, les contours de chaque microcontact. Les aspérités étant sphériques, ce contour est un cercle et peut être détecté par la fonction matlab "imfindcircle". A l'issue de cette étape sont connus les coordonnées initiales du centre, et le rayon, de chaque cercle de contact (avant cisaillement).
2. **Suivi du mouvement des microcontacts** : La deuxième étape consiste à suivre le mouvement des microcontacts, qui change selon l'état de l'aspérité (en glissement ou non). Pour cela, l'étape 1 est répétée pour toutes les photos prises au cours du cisaillement. Cette étape ne demande pas beaucoup de précision, les coordonnées obtenues n'étant utilisées que pour la gestion des erreurs systématiques décrites en étape 4. Aussi, pour plus d'efficacité de calcul, seul le mouvement d'une aspérité, celle ayant l'altitude la plus grande pour être certain qu'elle soit en contact, est suivi. A l'issue de cette étape sont connus approximativement les coordonnées et le rayon de chaque sphère pendant tout le cisaillement.

3. **Détermination des seuils de binarisation par méthode d'Otsu** : Sur la première image, et pour chaque aspérité qui compose la surface, on détermine un seuil de binarisation par la méthode d'Otsu (voir partie 2.3.3). Ce seuil sera ensuite utilisé pour ce microcontact pour la totalité des images du cisaillement. Si l'aspérité n'est pas en contact avec la contre-surface en verre, l'algorithme d'Otsu effectue quand même une séparation des pixels en deux classes. Ce problème est résolu en étape 4.
4. **Binarisation et gestion des erreurs systématiques** : Les images de chaque contact aspérité/plan pour la totalité du cisaillement sont ensuite binarisées en utilisant les seuils déterminés en étape 3. Deux erreurs de binarisation sont alors à gérer de manière systématique. La première a lieu lorsque qu'il n'y a pas contact entre l'aspérité et la contre-surface en verre. Une zone est alors faussement considérée comme du contact. Cette zone se situe systématiquement proche du contour de l'aspérité, puisque que c'est à cet endroit que la sphère diffuse le plus la lumière du fait d'une pente proche de la verticale (voir figure 2.8). De la même manière, cette zone proche du contour est souvent faussement considérée par le seuillage comme du contact lorsque la hauteur de l'aspérité est suffisante pour que la diffusion au niveau du cercle d'émergence de la sphère soit importante. Pour résoudre ces deux cas de faux positifs, seuls les ensembles de pixels classés comme contact qui contiennent le pixel central sont conservés.
5. **Gestion des exceptions** : Dans plus de 99% des cas, les quatre étapes précédentes suffisent. Il existe cependant quelques erreurs qui se présentent de manière aléatoire et qui doivent être détectées manuellement. Par exemple, lorsque la sphère présente un défaut dû à l'usinage (défaut récurrent décrit en partie 2.1.3) et que le contact est très petit, ce dernier peut être scindé en plusieurs parties. Il faut alors resserrer la zone dans laquelle la détection est effectuée et supprimer la condition d'inclusion du pixel central.
6. **Mesure de l'aire de contact réelle totale de l'interface A^R** : Les étapes précédente ont pour but de déterminer quels pixels de l'interface correspondent à du contact. Pour estimer la valeur de A^R , il suffit de multiplier le nombre total de pixels de contact (sur tous les microcontacts) par la taille d'un pixel. Cette taille est évaluée par le rapport

$$\frac{\text{distance théorique en mètre entre les aspérités (1,1) et (8,8)}}{\text{distance mesurée en pixels entre les aspérités (1,1) et (8,8)}}$$

où l'aspérité (1,1) (respectivement (8,8)) est l'aspérité située en haut à gauche (respectivement en bas à droite) du réseau d'aspérités.

6.1.2 Algorithme de détection d'aire de contact réelle d'une interface multicontact lors d'un essai d'indentation

L'algorithme complet de détection d'aire dans le cadre d'un essai d'indentation peut être décrit par les étapes suivantes :

- **Détection des contours des microcontacts** : On commence par détecter, sur la 1^{re} image, les contours de chaque aspérités. Les aspérités étant sphériques, ce contour est un cercle et peut être détecté par la fonction matlab "imfindcircle". A l'issue de cette étape sont connus les coordonnées initiales et le rayon de chaque sphère. Puisque le mouvement durant l'essai est uniquement vertical, on utilise ces coordonnées pour toutes les images de l'essai.
- **Détermination des seuils de binarisation par méthode d'Otsu** : Sur l'image correspondant à l'indentation maximale, et pour chaque aspérité qui compose la surface, on détermine un seuil de binarisation par la méthode d'Otsu (voir partie 2.3.3). Cet ensemble de seuils sera ensuite utilisé pour la totalité des images de l'essai d'indentation".
- **Binarisation et gestion des erreurs systématiques et exceptionnelles** : Identique aux étapes 3 et 4 du traitement d'image pour un cisaillement (cf. 6.1.1).

6.2 Annexe B : Protocoles d'alignement des capteurs de force et de position

Le capteur de déplacement relatif 6-axes ((10) sur la figure 2.7) est constitué de 6 capteurs de distance interférométriques qui mesurent chacun de manière absolue, *i.e.* sans calibration, la distance entre un émetteur et un miroir. La calibration du capteur de déplacement relatif 6-axes, réalisée à partir de la position de chaque capteur interférométrique et des instructions du constructeur (Ref : Attocube IDS-3010), fournit une matrice 6×6 (appelée par la suite matrice de transformation du capteur de position) qui transforme les 6 mesures de distance en une mesure du déplacement relatif (trois déplacements et trois rotations) du porte-échantillon supérieur par rapport à la partie basse du goniomètre (respectivement -(5) et (7) sur la figure 2.7). Cette mesure est exprimée dans un repère $(\mathbf{x}_{p0}, \mathbf{y}_{p0}, \mathbf{z}_{p0})$ défini arbitrairement par la calibration.

De la même manière, le capteur de force 6-axes est constitué de 6 capteurs capacitifs qui mesurent un déplacement local, au niveau de chaque capteur. La calibration de ce capteur, dont la procédure est définie dans l'article [55], fournit une matrice 6×6 (appelée par la suite matrice de transformation du capteur de force) qui transforme les six

mesures de déplacement en une mesure de force suivant 6 axes (3 forces et 3 moments). Cette mesure de force est exprimée dans un repère $(\mathbf{x}_{f0}, \mathbf{y}_{f0}, \mathbf{z}_{f0})$ défini arbitrairement par la calibration.

Dans cette annexe, on décrit la procédure d'alignement des deux capteurs qui permet l'expression des mesures de force et de position dans un unique repère $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ défini comme il suit :

- les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} sont définis par la direction du mouvement des moteurs qui composent la platine de déplacement XY ((9) sur la figure 2.7).
- l'axe \mathbf{z} du capteur est orthogonal au plan défini par les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} .

On commence par décrire l'alignement du référentiel du capteur de déplacement relatif 6-axes avec la platine de déplacement XY , puis on décrit l'alignement du référentiel du capteur de force 6-axes avec la platine de déplacement XY .

6.2.1 Alignement du référentiel du capteur de déplacement relatif 6-axes avec la platine de déplacement XY

Sans générer de contact, nous effectuons quatre mouvements d'amplitude 1 mm suivant les directions $+\mathbf{x}$, $+\mathbf{y}$, $-\mathbf{x}$ et $-\mathbf{y}$ en utilisant la table de mouvement XY et observons la mesure obtenue via le capteur de déplacement relatif dans le plan $(\mathbf{x}_{p0}, \mathbf{y}_{p0})$ [Fig. 6.1(a)]. On note dans toute cette annexe \bar{m}_i la composante de la mesure suivant un axe \mathbf{m}_i . Dans le cas d'un alignement parfait autour de l'axe \mathbf{z} , on aurait $\bar{x}_{p0}(\bar{y}_{p0} \neq 0) = 0$ et $\bar{y}_{p0}(\bar{x}_{p0} \neq 0) = 0$. On observe que ce n'est pas tout à fait le cas sur la figure 6.1(a). Dans ce cas, nous faisons pivoter la matrice de transformation du capteur de position d'un angle ψ autour de \mathbf{z}_{p0} , angle qui est calculé en utilisant la pente $\frac{\partial \bar{x}_{p0}}{\partial \bar{y}_{p0}}$. Notons qu'on observe bien sur 6.1(a) que les mouvements suivant \mathbf{x} et \mathbf{y} sont perpendiculaires.

Après cette correction, on répète la même procédure en s'intéressant cette fois à la dépendance de la composante verticale \bar{z}_{p0} de la mesure lors des déplacements sur les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} . La figure 6.1(b) montre la position du centre du porte-échantillon pendant les déplacements selon les directions $+\mathbf{x}$, $+\mathbf{y}$, $-\mathbf{x}$ et $-\mathbf{y}$. L'échelle de couleur représente les variations de la mesure de la composante verticale de la position \bar{z}_{p0} . Cette dernière présente une dépendance linéaire avec les composantes \bar{x}_{p0} et \bar{y}_{p0} , avec une variation de l'ordre de 6 μm pour des déplacements de 2.0 mm. Ce désalignement est corrigé en mesurant l'angle θ entre \mathbf{z} et \mathbf{x}_{p0} et l'angle ϕ entre \mathbf{z} et \mathbf{y}_{p0} pendant les mouvements dans les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} respectivement. La figure 6.1(c) montre les résultats d'une

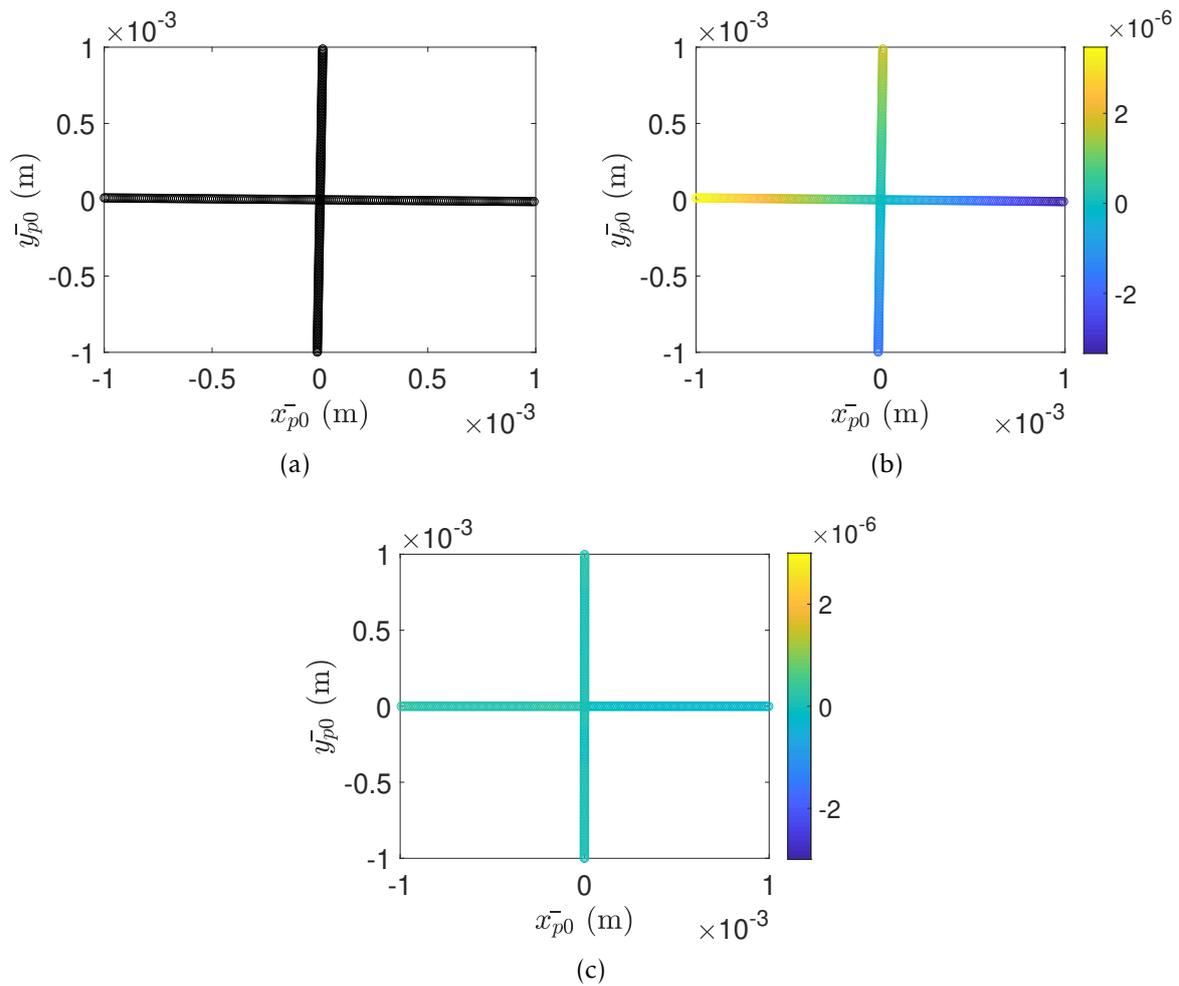


FIGURE 6.1 – Mesures de \bar{x}_{p0} , \bar{y}_{p0} et \bar{z}_{p0} au cours de déplacements hors contact suivant les directions $+x$, $+y$, $-x$ et $-y$, (a) avant correction (b) après rotation autour de z et (c) après correction complète. Les valeurs de \bar{z}_{p0} , en m, sont données par l'échelle de couleur.

nouvelle mesure effectuée après avoir ajouté les corrections angulaires ϕ et θ à la matrice de transformation. D'autre part, on observe un alignement parfait autour de l'axe z , ce qui confirme que l'angle de correction ψ fonctionne.

Nous pouvons voir que le capteur aligné présente des variations inférieures à $0.1 \mu\text{m}$ pour des déplacements de 2.0 mm . Après ces corrections, on a $(\mathbf{x}_{p0}, \mathbf{y}_{p0}, \mathbf{z}_{p0}) = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, à une très bonne approximation près.

6.2.2 Alignement du référentiel du capteur de force 6-axes avec la platine de déplacement XY

Un prérequis pour pouvoir aligner le référentiel du capteur de force avec $(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$ est (pour des raisons pratiques expliquées plus tard) l'alignement physique du porte-échantillon inférieur avec le plan de déplacement de la platine XY .

Alignement du porte-échantillon inférieur avec la platine de déplacement XY

Le processus d'alignement du porte-échantillon inférieur est effectué en générant un contact à force normale constante à $F_z=0.1$ N entre une sphère en acier positionnée dans le porte-échantillon supérieur et une lame de verre positionnée dans le porte-échantillon inférieur. Le contact est ensuite cisailé dans les directions $+\mathbf{x}$, $+\mathbf{y}$, $-\mathbf{x}$ et $-\mathbf{y}$ en maintenant la force normale constante (la position suivant l'axe \bar{z} n'est donc pas constante). La figure 6.2(a) montre l'évolution de la position relative des 2 porte-échantillons au cours du cisaillement, mesurée par le capteur de déplacement relatif. La dépendance linéaire entre la composante verticale \bar{y} , représentée par l'échelle de couleurs, est due à un mouvement vertical effectué par la table piézoélectrique XYZ afin de maintenir la force normale constante. Cette variation de la force normale lors d'un déplacement effectué dans le plan XY provient d'un désalignement entre le plan du porte-échantillon inférieur et le plan de la table de déplacement XY . À partir de la figure 6.2(a), nous pouvons calculer les corrections angulaires ϕ_g et θ_g de manière analogue à ce qui a été fait avec le capteur de déplacement relatif. Ces nouvelles corrections angulaires sont introduites physiquement dans les deux goniomètres [Fig. ?? partie 7], ce qui permet d'aligner le porte-échantillon inférieur avec la table de mouvement XY [Fig.6.2(b)].

Alignement du référentiel du capteur de force

L'étape finale de la procédure d'alignement consiste à aligner le capteur de force 6-axes avec la table de mouvement XY . Dans cette étape, nous comparons la force mesurée par le capteur de force 6-axes, dans la direction \mathbf{z}_{f0} , avec les mesures d'un capteur de force 1-axe utilisé pour la calibration (appelé capteur d'étalonnage). Le capteur d'étalonnage a été monté entre le porte-échantillon inférieur et les goniomètres (entre les parties 6 et 7 de la figure 2.7), sur un support spécifique qui assure la perpendicularité entre le capteur de force 1-axe et la table de mouvement XY . De cette façon, on garantit que la mesure du capteur d'étalonnage est réalisée suivant l'axe \mathbf{z} . Nous générons un contact entre une sphère en PDMS de rayon $R=9,42$ mm montée dans le porte-

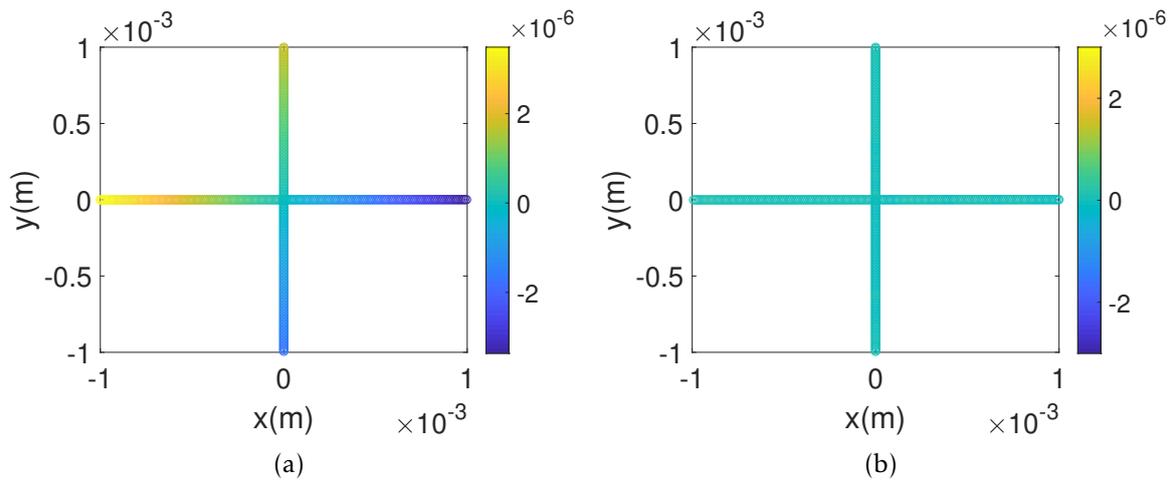


FIGURE 6.2 – Mesure de \bar{x}_{p0} , \bar{y}_{p0} et \bar{z}_{p0} au cours du cisaillement d'un contact acier/verre suivant les directions $+\mathbf{x}$, $+\mathbf{y}$, $-\mathbf{x}$ et $-\mathbf{y}$, pour une force normale asservie à 0.1 N, (a) avant correction (b) après correction. Les valeurs de \bar{z}_{p0} , en m, sont données par l'échelle de couleur.

échantillon supérieur et une plaque de verre montée sur le porte-échantillon inférieur. Le contact est généré avec une force normale de l'ordre de 0.5 N, en asservissant la position mesurée par le capteur de déplacement relatif. L'échantillon est cisailé le long des directions $+\mathbf{x}$, $+\mathbf{y}$, $-\mathbf{x}$ et $-\mathbf{y}$ sur une distance de 1 mm à une vitesse de 0.1 mm/s, en gardant la mesure \bar{z} constante.

On définit un paramètre adimensionnel ΔF comme la différence entre les forces mesurées par les deux capteurs (6-axes et étalonnage), normalisée par la force mesurée par le capteur d'étalonnage. Ce paramètre est le suivant

$$\Delta F = \frac{F_c - F_z}{F_c} \quad (6.1)$$

où F_c et F_z sont les forces mesurées par le capteur d'étalonnage et le capteur de force 6-axes, respectivement. La figure 6.3 montre la différence de mesure entre les deux capteurs en fonction de la force tangentielle le long de \mathbf{x}_{f0} (panel (a)) ou \mathbf{y}_{f0} (panel (b)) respectivement, avant et après correction. Si le référentiel du capteur est aligné avec le référentiel du mouvement, on s'attend à ce que ΔF soit nul tout au long du cisaillement. On observe cependant avant correction que : $\Delta F(F_x) = -\Delta F(-F_x)$ et $\Delta F(F_y) = -\Delta F(-F_y)$. Ceci indique qu'une partie de la force de cisaillement est projetée sur la composante F_z de la mesure de force, malgré l'alignement du plan de contact et du plan de déplacement. Ainsi, la pente de ΔF pendant le mouvement suivant \mathbf{x} (respectivement suivant \mathbf{y}) caractérise l'angle entre \mathbf{x}_{f0} et \mathbf{x} (respectivement \mathbf{y}_{f0} et \mathbf{y}). La correction est effectuée par une rotation de la matrice de transformation du

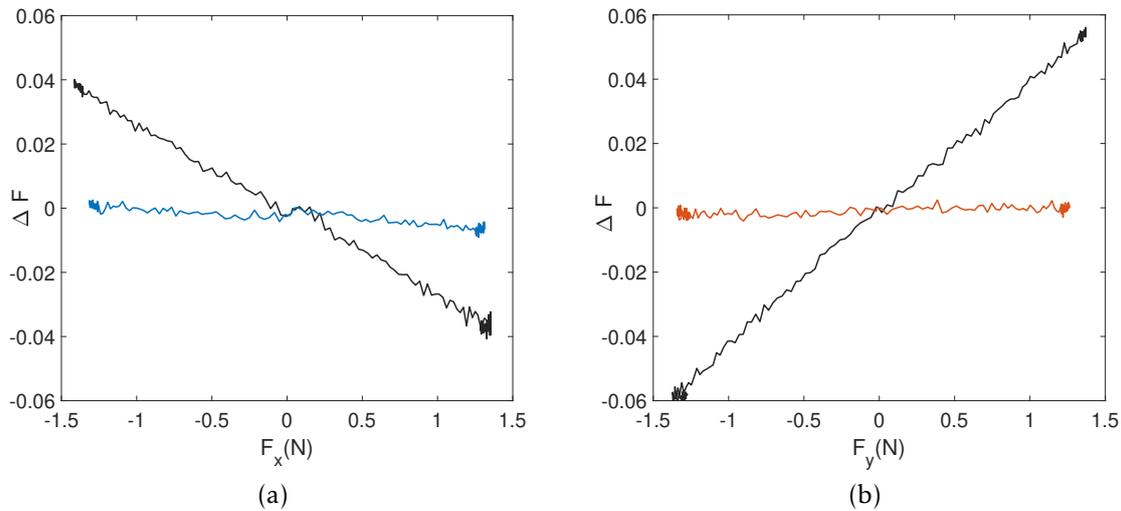


FIGURE 6.3 – Mesure de ΔF au cours du cisaillement d'un contact PDMS/verre suivant les directions $+x$ et $-x$ (a), et $-y$ et $+y$ (b), pour une position \bar{z} constante. Courbes noires : avant correction. Courbes colorées : après correction.

capteur de force 6-axes. Les angles de rotation sont calculés de manière analogue à ce qui a été fait en partie 6.2.1. Après correction, on observe bien que ΔF reste quasi-nul durant les différents cisaillements.

Enfin, par la mesure de F_y lors du mouvement suivant x , on peut appliquer une rotation à la matrice de transformation du capteur de force autour de $\mathbf{z}=\mathbf{z}_{f0}$ de sorte que, après alignement, la mesure de F_y (respectivement F_x) lors du mouvement suivant y (respectivement x) reste nulle. À la fin de cette procédure, le capteur de force d'étalonnage et le support sont retirés du dispositif.

Après ces corrections, on a $(\mathbf{x}_{f0}, \mathbf{y}_{f0}, \mathbf{z}_{f0}) = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, à une très bonne approximation près.

6.3 Annexe C : Démonstration de l'outil graphique d'aide au design de surfaces texturées

Cette annexe montre un exemple d'utilisation de l'interface graphique permettant le design de surfaces texturées dont la loi de frottement passe par un nombre arbitraire de points de fonctionnement $(P_i, A_{0,i}^R)$. La méthode de design associée est décrite en partie 4.3.

Dans cet exemple, on conçoit une surface constituée d'un maximum de 64 aspérités. On prend $R = 526 \mu\text{m}$, $h_m = 200 \mu\text{m}$, $E = 1.35 \text{ MPa}$. On vise 2 points de fonctionnement. Le design est effectué itérativement : un premier point de fonctionnement est d'abord sélectionné puis le design associé (les hauteurs des aspérités) est déterminé. Un second

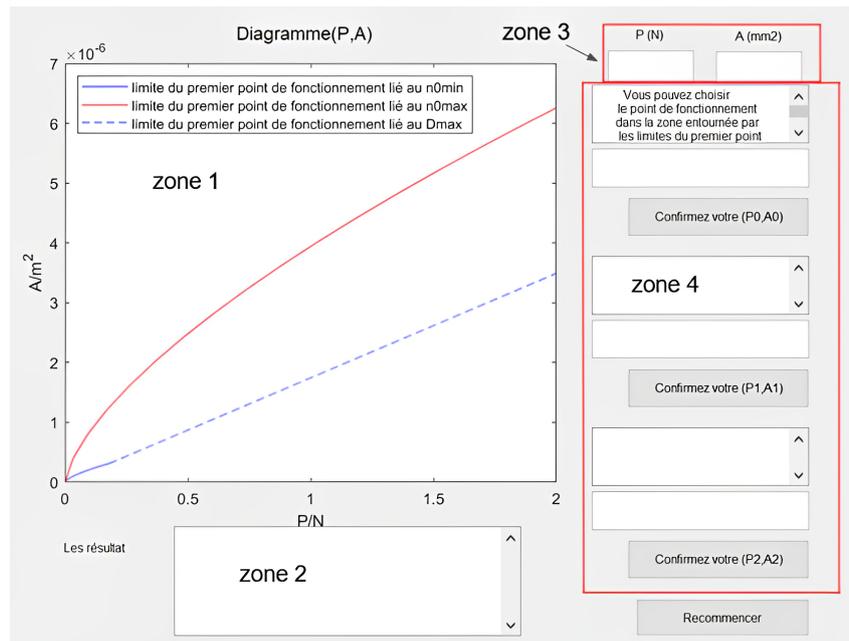


FIGURE 6.4 – État initial de l'interface graphique d'aide au design de surfaces, avant sélection du premier point de fonctionnement

point de fonctionnement est ensuite sélectionné puis le design associé est déterminé. La figure 6.4 montre l'interface graphique dans son état initial, avant sélection du premier point de fonctionnement visé. On définit 4 zones :

- **zone 1** : Plan $A_0^R(P)$. Les limites du domaine accessible (défini en partie 4.3) sont indiquées par les courbes rouges et bleues.
- **zone 2** : Espace de résultat dans lequel seront indiquées les valeurs des paliers de hauteur et le nombre d'aspérités de chaque palier
- **zone 3** : Espace de confirmation des points de fonctionnement. La sélection des points de fonctionnement visés se fait graphiquement (par un clic) sur la zone 1. Le point ainsi sélectionné est affiché en zone 3 où il est confirmé par l'utilisateur.
- **zone 4** : Espace dans lequel les points de fonctionnement confirmés sont affichés.

La sélection du premier point de fonctionnement se fait par un clic en zone 1 dans la zone accessible, entre les courbes bleue et rouge de la figure 6.4. L'algorithme de design détermine ensuite les valeurs de N_1 , N_{1b} et h_{1b} associées au point de fonctionnement (voir partie 4.3 pour une définition de ces paramètres). Les résultats de l'algorithme sont affichés en figure 6.5. L'interface affiche alors en zone 2 les valeurs de N_1 , N_{1b} et h_{1b} ainsi que h_2 (Nommés $n0$, $n1$, $z1$ et $z2$ sur la figure). En zone 1, on observe d'une part la loi $A_0^R(P)$ prédite pour ces paramètres (pour $P < P_1$) et d'autre part la zone accessible pour positionner le deuxième point de fonctionnement. Encore une fois l'utilisateur peut sélectionner le point manuellement, dans la zone accessible, qui se situe entre les

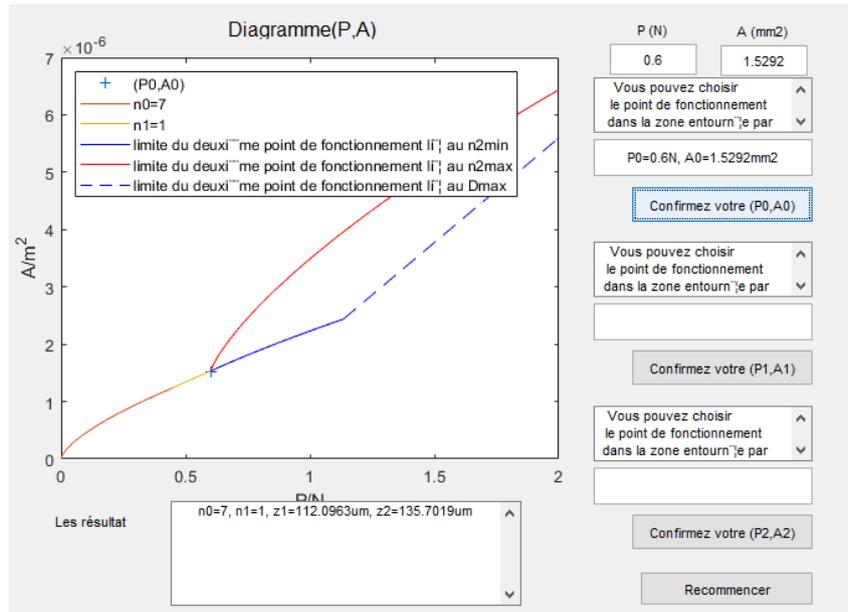


FIGURE 6.5 – Interface graphique d’aide au design de surfaces, après résolution du problème pour un point de fonctionnement.

courbes bleue et rouge. La figure 6.6 donne les valeurs des paramètres ($N_1, N_{1b}, h_{1b}, N_2, N_{2b}, h_{2b}$) déterminées par la méthode de design pour deux points de fonctionnement et la loi $A_0^R(P)$ prédite avec ces paramètres.

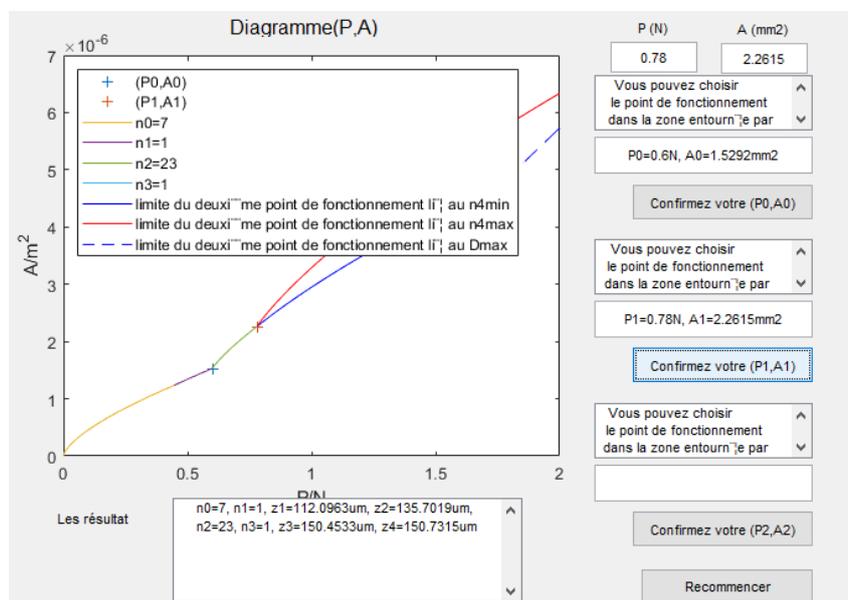


FIGURE 6.6 – Interface graphique d’aide au design de surfaces, après résolution du problème pour deux points de fonctionnement.

Bibliographie

- [1] Gwidon W. Stachowiak. How tribology has been helping us to advance and to survive. *Friction*, 5(3) :233–247, September 2017.
- [2] B. Bona and M. Indri. Friction Compensation in Robotics : an Overview. In *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 4360–4367, December 2005. ISSN : 0191-2216.
- [3] Engineering Tribology. In Gwidon W. Stachowiak and Andrew W. Batchelor, editors, *Engineering Tribology (Fourth Edition)*, page i. Butterworth-Heinemann, Boston, January 2013.
- [4] R Gohar and H Rahnejat. *Fundamentals of Tribology*. IMPERIAL COLLEGE PRESS, July 2008.
- [5] Tristan Baumberger and Christiane Caroli. Solid friction from stickslip down to pinning and aging. *Advances in Physics*, 55(3-4) :279–348, May 2006.
- [6] G. Amontons. *De la résistance causée dans les machines, tant par les frottements des parties qui les composent, que par la raideur des cordes qu'on y emploie, et la manière de calculer lun et lautre*. Mémoires de l'Académie Royale des Sciences, 1699.
- [7] Charles Augustin Coulomb. *Théorie des machines simples en ayant égard au frottement de leurs parties et à la roideur des cordages*. Bachelier, 1821.
- [8] Thibault Candela, François Renard, Yann Klinger, Karen Mair, Jean Schmittbuhl, and Emily E. Brodsky. Roughness of fault surfaces over nine decades of length scales. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 117(B8), 2012. _eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1029/2011JB009041>.
- [9] F. P. Bowden and D. Tabor. *Friction and Lubrication of Solids, Part I*. Oxford University Press, London, 1954.
- [10] R. Sahli, G. Pallares, C. Ducottet, I. E. Ben Ali, S. Al Akhrass, M. Guibert, and J. Scheibert. Evolution of real contact area under shear and the value of static friction of soft materials. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 115(3) :471–476, January 2018.

- [11] S. Yashima, V. Romero, E. Wandersman, C. Frétiigny, M. K. Chaudhury, A. Cha-teauminos, and A. M. Prevost. Normal contact and friction of rubber with model randomly rough surfaces. *Soft Matter*, 11(5) :871–881, 2015.
- [12] Fanny Wu-Bavouzet, Juliette Cayer-Barrioz, Alain Le Bot, Françoise Brochard-Wyart, and Axel Buguin. Effect of surface pattern on the adhesive friction of elastomers. *Physical Review E*, 82(3) :031806, September 2010.
- [13] Oded Ben-David, Gil Cohen, and Jay Fineberg. The Dynamics of the Onset of Frictional Slip. *Science*, 330(6001) :211–214, October 2010.
- [14] J. Lengiewicz, M. de Souza, M.A. Lahmar, C. Courbon, D. Dalmas, S. Stupkiewicz, and J. Scheibert. Finite deformations govern the anisotropic shear-induced area reduction of soft elastic contacts. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 143 :104056, October 2020.
- [15] Janine C. Mergel, Riad Sahli, Julien Scheibert, and Roger A. Sauer. Continuum contact models for coupled adhesion and friction. *The Journal of Adhesion*, 95(12) :1101–1133, October 2019.
- [16] Julie F. Waters and Pradeep R. Guduru. Mode-mixity-dependent adhesive contact of a sphere on a plane surface. *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 466(2117) :1303–1325, May 2010.
- [17] J. F. Archard. Elastic deformation and the laws of friction. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 243(1233) :190–205, 1957.
- [18] Robert W. Carpick and Miquel Salmeron. Scratching the Surface : Fundamental Investigations of Tribology with Atomic Force Microscopy. *Chemical Reviews*, 97(4) :1163–1194, June 1997.
- [19] Elise Degrandi-Contraires, Christophe Poulard, Frédéric Restagno, and Liliane Léger. Sliding friction at soft micropatterned elastomer interfaces. *Faraday Discussions*, 156 :255, 2012.
- [20] James H. Dieterich and Brian D. Kilgore. Direct observation of frictional contacts : New insights for state-dependent properties. *Pure and Applied Geophysics PA-GEOPH*, 143(1-3) :283–302, 1994.
- [21] P. Berthoud, T. Baumberger, C. Gsell, and J.-M. Hiver. Physical analysis of the state- and rate-dependent friction law : Static friction. *Physical Review B*, 59(22) :14313–14327, June 1999.
- [22] Olivier Ronsin and Karine Labastie Coeyrehourcq. State, rate and temperature-dependent sliding friction of elastomers. *Proceedings of the Royal Society of London*.

- Series A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 457(2010) :1277–1294, June 2001.
- [23] Shmuel M. Rubinstein, Gil Cohen, and Jay Fineberg. Detachment fronts and the onset of dynamic friction. *Nature*, 430(7003) :1005–1009, August 2004.
- [24] J A Greenwood and J B P Williamson. Contact of nominally flat surfaces. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 295(1442) :300–319, December 1966.
- [25] Valentin L. Popov. *Contact Mechanics and Friction*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, 2017.
- [26] K. N. G. Fuller and David Tabor. The effect of surface roughness on the adhesion of elastic solids. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 345(1642) :327–342, September 1975. Publisher : Royal Society.
- [27] Kenneth Langstreth Johnson, Kevin Kendall, A. D. Roberts, and David Tabor. Surface energy and the contact of elastic solids. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 324(1558) :301–313, September 1971. Publisher : Royal Society.
- [28] Martin H. Müser, Wolf B. Dapp, Romain Bugnicourt, Philippe Sainsot, Nicolas Lesaffre, Ton A. Lubrecht, Bo N. J. Persson, Kathryn Harris, Alexander Bennett, Kyle Schulze, Sean Rohde, Peter Ifju, W. Gregory Sawyer, Thomas Angelini, Hossein Ashtari Esfahani, Mahmoud Kadkhodaei, Saleh Akbarzadeh, Jiunn-Jong Wu, Georg Vorlaufer, András Vernes, Soheil Solhjoo, Antonis I. Vakis, Robert L. Jackson, Yang Xu, Jeffrey Streator, Amir Rostami, Daniele Dini, Simon Medina, Giuseppe Carbone, Francesco Bottiglione, Luciano Afferrante, Joseph Monti, Lars Pastewka, Mark O. Robbins, and James A. Greenwood. Meeting the Contact-Mechanics Challenge. *Tribology Letters*, 65(4) :118, December 2017.
- [29] Binquan Luan and Mark O. Robbins. The breakdown of continuum models for mechanical contacts. *Nature*, 435(7044) :929–932, June 2005.
- [30] Tevis D. B. Jacobs, Till Junge, and Lars Pastewka. Quantitative characterization of surface topography using spectral analysis. *Surface Topography : Metrology and Properties*, 5(1) :013001, January 2017. Publisher : IOP Publishing.
- [31] A. Majumdar and B. Bhushan. Fractal Model of Elastic-Plastic Contact Between Rough Surfaces. *Journal of Tribology*, 113(1) :1–11, January 1991.
- [32] B. N. J. Persson. Contact mechanics for randomly rough surfaces. *Surface Science Reports*, 61(4) :201–227, June 2006.
- [33] Y. Brechet and Y. Estrin. The effect of strain rate sensitivity on dynamic friction of metals. *Scripta Metallurgica et Materialia*, 30(11) :1449–1454, June 1994.

- [34] A. Papangelo and M. Ciavarella. On mixed-mode fracture mechanics models for contact area reduction under shear load in soft materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 124 :159–171, March 2019.
- [35] M. Ciavarella and A. Papangelo. On the Degree of Irreversibility of Friction in Sheared Soft Adhesive Contacts. *Tribology Letters*, 68(3), 2020.
- [36] Janine C. Mergel, Julien Scheibert, and Roger A. Sauer. Contact with coupled adhesion and friction : Computational framework, applications, and new insights. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 146 :104194, January 2021.
- [37] Yang Xu, Julien Scheibert, Nikolaj Gadegaard, and Daniel M. Mulvihill. An asperity-based statistical model for the adhesive friction of elastic nominally flat rough contact interfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 164 :104878, July 2022.
- [38] Julien Scheibert, Riad Sahli, and Michel Peyrard. Onset of Sliding of Elastomer Multicontacts : Failure of a Model of Independent Asperities to Match Experiments. *Frontiers in Mechanical Engineering*, 6, 2020.
- [39] J. A. Greenwood. Reflections on and Extensions of the Fuller and Tabor Theory of Rough Surface Adhesion. *Tribology Letters*, 65(4) :159, December 2017.
- [40] R. Sahli, G. Pallares, A. Papangelo, M. Ciavarella, C. Ducottet, N. Ponthus, and J. Scheibert. Shear-Induced Anisotropy in Rough Elastomer Contact. *Physical Review Letters*, 122(21) :214301, May 2019.
- [41] P. K Chu, J. Y Chen, L. P Wang, and N Huang. Plasma-surface modification of biomaterials. *Materials Science and Engineering : R : Reports*, 36(5) :143–206, March 2002.
- [42] Saad Bin Jaber, Alex Hamilton, Yang Xu, Mehmet E. Kartal, Nikolaj Gadegaard, and Daniel M. Mulvihill. Friction of flat and micropatterned interfaces with nanoscale roughness. *Tribology International*, 153 :106563, January 2021.
- [43] Carsten Gachot, Andreas Rosenkranz, Leander Reinert, Estéban Ramos-Moore, Nicolas Souza, Martin H. Müser, and Frank Mücklich. Dry Friction Between Laser-Patterned Surfaces : Role of Alignment, Structural Wavelength and Surface Chemistry. *Tribology Letters*, 49(1) :193–202, January 2013.
- [44] Jakob Manhart, Dietmar Lenko, Inge Mühlbacher, Andreas Hausberger, Raimund Schaller, Armin Holzner, Wolfgang Kern, and Sandra Schlögl. Photo-patterned natural rubber surfaces with tunable tribological properties. *European Polymer Journal*, 66 :236–246, May 2015.
- [45] Dorian A.H. Hanaor, Yixiang Gan, and Itai Einav. Static friction at fractal interfaces. *Tribology International*, 93 :229–238, January 2016.

- [46] Paolo Cinat, Giorgio Gnecco, and Marco Paggi. Multi-Scale Surface Roughness Optimization Through Genetic Algorithms. *Frontiers in Mechanical Engineering*, 6 :29, May 2020.
- [47] V. Romero, E. Wandersman, G. Debrégeas, and A. Prevost. Probing Locally the Onset of Slippage at a Model Multicontact Interface. *Physical Review Letters*, 112(9) :094301, March 2014.
- [48] Vito Acito, Michele Ciavarella, Alexis M. Prevost, and Antoine Chateauminois. Adhesive Contact of Model Randomly Rough Rubber Surfaces. *Tribology Letters*, 67(2) :54, June 2019.
- [49] Shen Li, Quanzhou Yao, Qunyang Li, Xi-Qiao Feng, and Huajian Gao. Contact stiffness of regularly patterned multi-asperity interfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 111 :277–289, February 2018.
- [50] L. Dies, F. Restagno, R. Weil, L. Léger, and C. Poulard. Role of adhesion between asperities in the formation of elastic solid/solid contacts. *The European Physical Journal E*, 38(12) :130, December 2015.
- [51] Huiying Guan, Zhiwu Han, Huina Cao, Shichao Niu, Zhihui Qian, Junfeng Ye, and Luquan Ren. Characterization of Multi-scale Morphology and Superhydrophobicity of Water Bamboo Leaves and Biomimetic Polydimethylsiloxane (PDMS) Replicas. *Journal of Bionic Engineering*, 12(4) :624–633, October 2015.
- [52] Quentin Legrand, Stephane Benayoun, and Stephane Valette. Biomimetic Approach for the Elaboration of Highly Hydrophobic Surfaces : Study of the Links between Morphology and Wettability. *Biomimetics*, 6(2) :38, June 2021. Number : 2.
- [53] Emilie Delplanque, Antoine Aymard, Davy Dalmas, and Julien Scheibert. Solving curing-protocol-dependent shape errors in PDMS replication. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 32(4) :045006, March 2022. Publisher : IOP Publishing.
- [54] Yury (2023). ellipsoid fit (<https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/24693-ellipsoid-fit>), matlab central file exchange. consulté le 10 octobre, 2022.
- [55] M. Guibert, C. Oliver, T. Durand, T. Le Mogne, A. Le Bot, D. Dalmas, J. Scheibert, and J. Fontaine. A versatile flexure-based six-axis force/torque sensor and its application to tribology. *Review of Scientific Instruments*, 92(8) :085002, August 2021. Publisher : American Institute of Physics.
- [56] Nobuyuki Otsu. A Threshold Selection Method from Gray-Level Histograms. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, 9(1) :62–66, January 1979. Conference Name : IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics.

- [57] Mehmet Sezgin and Bülent Sankur. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation. *Journal of Electronic Imaging*, 13(1):146–165, January 2004. Publisher : SPIE.
- [58] Heinrich Hertz. Ueber die Berührung fester elastischer Körper. 1882(92) :156–171, January 1882. Publisher : De Gruyter Section : Journal für die reine und angewandte Mathematik.
- [59] B. V Derjaguin, V. M Muller, and Yu. P Toporov. Effect of contact deformations on the adhesion of particles. *Journal of Colloid and Interface Science*, 53(2) :314–326, November 1975.
- [60] G. Haiat, M.C. Phan Huy, and E. Barthel. The adhesive contact of viscoelastic spheres. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 51(1) :69–99, January 2003.
- [61] J. A. Greenwood and J. H. Tripp. The Elastic Contact of Rough Spheres. *Journal of Applied Mechanics*, 34(1) :153–159, March 1967.
- [62] Denis Mazuyer. Frottement statique et dynamique à macro-echelle, cours ecl. 2018.
- [63] Manoj K. Chaudhury, Timothy Weaver, C. Y. Hui, and E. J. Kramer. Adhesive contact of cylindrical lens and a flat sheet. *Journal of Applied Physics*, 80(1) :30–37, July 1996. Publisher : American Institute of Physics.
- [64] M. Ciavarella, V. Delfino, and G. Demelio. A re-vitalized Greenwood and Williamson model of elastic contact between fractal surfaces. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 54(12) :2569–2591, December 2006.
- [65] L. Afferrante, G. Carbone, and G. Demelio. Interacting and coalescing Hertzian asperities : A new multiasperity contact model. *Wear, Complete*(278-279) :28–33, 2012.
- [66] Jørgen Kjoshagen Trømborg, Henrik Andersen Sveinsson, Julien Scheibert, Kjetil Thøgersen, David Skålid Amundsen, and Anders Malthe-Sørensen. Slow slip and the transition from fast to slow fronts in the rupture of frictional interfaces. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 111(24) :8764–8769, June 2014.

Liste des publications de l'auteur

Emilie Delplanque, Antoine Aymard, Davy Dalmas, and Julien Scheibert. Sol-ving curing-protocol-dependent shape errors in PDMS replication. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 32(4) :045006, March 2022. Publisher : IOP Publishing.